

L'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants : éléments pour la construction d'une compétence historique

Thèse

présentée pour l'obtention du

Doctorat de l'Université de Lille

Discipline : **Mathématiques et leurs interactions**

par

Ana Jimena Lemes

Soutenue le 4 décembre 2019 devant le jury composé de :

M ^{me} Rossana Tazzioli	Directeur	Université de Lille
M. Thomas Barrier	Co-Directeur	Université Libre de Bruxelles
M ^{me} Cécile De Hosson	Examineur	Université Paris 7
M ^{me} Vivianne Durand-Guerrier	Rapporteur	Université de Montpellier
M. David Guillemette	Examineur	Université du Québec à Montréal
M. François Recher	Examineur	Université de Lille
M. Dominique Tournès	Rapporteur	Université de la Réunion

M. Thomas de Vittori	Co-Encadrant	Université d'Artois
M. Guillaume Jouve	Co-Encadrant	Université d'Artois

Thèse préparée aux

UFR de Mathématiques, Laboratoire Paul Painlevé (UMR CNRS 8524)

Université de Lille

Cité Scientifique,

59 655 Villeneuve d'Ascq CEDEX

*Cuando emprendas tu viaje a Itaca
pide que el camino sea largo,
lleno de aventuras, lleno de experiencias.*

*Del poema « Itaca » de Cavafis.
(1863-1933)*

*Lorsque tu mettras le cap sur Ithaque,
fais de sorte que ton voyage soit long,
plein d'aventures et d'expériences.*

*Du poème « Ithaca » de Cavafis.
(1863-1933)*

RÉSUMÉ

Présente dans de nombreux pays dans le monde, la place de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants ne cesse de questionner une vaste communauté de chercheurs et d'enseignants. Dans les années 2000, cette communauté réinterroge l'intégration d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques et met en lumière trois grands problèmes actuels : 1) l'impact réel d'une formation d'enseignants spécifique à ce domaine, 2) l'accès à une documentation et du matériel pertinent élaboré par et pour les enseignants, et 3) le manque de cadres théoriques pour une recherche qui en analyserait l'efficacité.

Dans notre travail nous abordons le premier problème en nous concentrant sur le rôle de l'histoire des mathématiques dans la formation initiale des enseignants. En particulier, nous nous intéressons à l'influence d'un cours d'histoire des mathématiques sur les conceptions des futurs enseignants de mathématiques.

Dans le premier chapitre, nous présentons l'état de l'art dans lequel nous avons examiné six approches différentes quant au rôle de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement : les IREM en France, la Socio-épistémologie au Mexique, le Groupe d'histoire et d'épistémologie dans l'enseignement des mathématiques au Brésil, la didactique de l'histoire des mathématiques proposée en Colombie, les considérations de Jankvist au Danemark et finalement celles de Guillemette au Canada. Ainsi, nous identifions la bibliographie la plus représentative en français, anglais, espagnol et portugais.

Dans le deuxième chapitre, nous mobilisons le cadre théorique défini par Ball, Thames et Phelps (2008) à savoir les « connaissances mathématiques pour l'enseignement ». Ce cadre nous permet de préciser les connaissances professionnelles nécessaires à l'acte pédagogique. Nous nous appuyons alors sur les idées de Thompson (1984) et Ernest (1989) pour rappeler qu'un enseignant construit ses connaissances, ses conceptions des mathématiques et de l'enseignement à partir de contenus théoriques, mais aussi de son expérience scolaire. Ces conceptions font partie d'un système qui agit comme un filtre à travers lequel l'enseignant effectue ses choix pédagogiques ; ce qui influe sur les savoirs enseignés. Par conséquent, les élèves n'apprennent pas seulement ces savoirs, mais ils sont également exposés aux conceptions de l'enseignant.

Dans le troisième chapitre, nous détaillons la méthodologie de recherche. Nous avons décidé de nous concentrer sur trois communautés : un groupe d'étudiants stagiaires qui suivent un cours d'histoire des mathématiques à l'université, un groupe d'enseignants de mathématiques qui incluent une perspective historique dans leurs cours et enfin un groupe de d'enseignants-chercheurs reconnus comme experts en histoire ou épistémologie des mathématiques. Ces trois communautés ont été identifiées plus particulièrement en France et en Uruguay.

Le quatrième chapitre est consacré aux analyses. Pour la communauté d'étudiants il s'agissait de questionnaires et d'entretiens. Pour les enseignants et les formateurs, uniquement des entretiens ont été réalisés. L'analyse est basée sur une méthodologie qualitative des contenus pour lire les entretiens. Nous avons complété cette approche par un traitement quantitatif des questionnaires à l'aide d'outils statistiques tels que l'analyse en composantes principales.

Dans le dernier chapitre nous élaborons une synthèse des résultats en France et en Uruguay. L'objectif est alors d'avoir une nouvelle lecture des données et d'établir une nouvelle interprétation permettant de déterminer les caractéristiques propres à l'intégration de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants dans chaque pays. Ces caractéristiques, que nous pouvons qualifier de complémentaires, rendent visible la construction d'une compétence historique liée à l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement des mathématiques.

Mots clés : Histoire des mathématiques, Didactiques des mathématiques, Formation des enseignants.

ABSTRACT

Present in many countries around the world, the place of the history of mathematics (hm) in teacher education continues to challenge a large community of researchers and teachers. In the 2000s, this community reinterpreted the integration of a historical perspective into mathematics education and highlighted three major current problems: 1) the real impact of teacher training specific to this field, 2) access to relevant documentation and materials developed by and for teachers, and 3) the lack of theoretical frameworks for research that would analyze their effectiveness.

In our work we address the first problem by focusing on the role of the hm in initial teacher training. In particular, we are interested in the influence of an hm course on the conceptions of future mathematics teachers.

In the first chapter, we present the state of the art in which we have examined six different approaches to the role of the hm in education: IREM in France, Socio-epistemology in Mexico, the History and Epistemology Group in Mathematics Education in Brazil, the proposed didactics of the hm in Colombia, the considerations of Jankvist in Denmark and finally Guillemette in Canada. Thus, we identify the most representative bibliography in French, English, Spanish and Portuguese.

In the second chapter, we mobilize the theoretical framework defined by Ball, Thames and Phelps (2008), namely "mathematical knowledge for teaching". This framework allows us to specify the professional knowledge necessary for the pedagogical act. We then use the ideas of Thompson (1984) and Ernest (1989) to remind us that a teacher builds his or her knowledge, conceptions of mathematics and teaching on the basis of theoretical content, but also on his or her school experience. These conceptions are part of a system that acts as a filter through which the teacher makes his or her pedagogical choices; this influences the knowledge taught. As a result, students not only learn this knowledge, but they are also exposed to the teacher's conceptions.

In the third chapter, we detail the research methodology. We decided to focus on three communities: a group of student interns who take an hm course at university, a group of mathematics teachers who include a historical perspective in their courses and finally a group of teacher-researchers recognized as experts in the history or epistemology of mathematics. These three communities have been identified more particularly in France and Uruguay.

The fourth chapter is devoted to analyses. For the student community, these were questionnaires, interviews and files presented for the final evaluation of the hm course. For teachers and experts, only interviews were conducted. To complement this, we also considered the official programs in each country. The analysis is mainly based on a qualitative content methodology to read interviews and documents. We supplemented this approach with quantitative processing of the questionnaires using statistical tools such as principal component analysis.

In the last chapter we prepare a synthesis of the results in France and Uruguay. The objective is then to have a new reading of the data and to establish a new interpretation to determine the specific characteristics of integrating the hm into teacher training in each country. These characteristics, which we can describe as complementary, make visible the construction of a historical competence linked to the integration of the hm in mathematics teaching.

Keywords: History of mathematics, Didactics of mathematics, Teacher training.

REMERCIEMENTS

Mes premières pensées vont à mes directeurs de thèse Rossana Tazzioli et Thomas Barrier, et aux co-encadrants Thomas de Vittori et Guillaume Jouve. Je vous remercie pour votre patience, vos conseils, votre disponibilité et votre professionnalisme, ainsi que le soutien et la confiance que j'ai éprouvés tout au long de ce voyage d'apprentissage.

C'est un grand honneur pour moi que Viviane Durand-Guerrier et Dominique Tournès aient accepté d'être les rapporteurs de ma thèse, et je les remercie pour leurs commentaires enrichissants. Je remercie également Cécile De Hosson, David Guillemette et François Recher qui ont bien voulu accepter d'être examinateurs de ma thèse et l'ont enrichie avec leurs suggestions.

Aux étudiants de l'Université de Lille en France et de l'Instituto de Profesores Artigas en Uruguay qui ont accepté de répondre aux questionnaires. En particulier, je tiens à remercier tous ceux qui m'ont consacré un temps précieux pour la réalisation des entretiens.

Aux enseignants, formateurs et experts de France et d'Uruguay, qui parmi toutes les responsabilités, ils ont réussi à me donner le temps de les interviewer. Sans eux, je n'aurais pas pu écrire cette thèse.

À Cristina Ochoviet et Armando Treibich qui avaient confiance que tout cela était possible.

À mes amies de toujours et aux nouvelles : Vale, Noe, Anna et Inma, toutes elles sœurs de la vie.

Merci d'être toujours.

À Séb qui m'inspire chaque jour à être une meilleure personne.

À mes collègues universitaires avec qui nous partageons toutes ces années de conquêtes.

À Émi, Alice, Justine et Séb qui ont passé de nombreuses heures à lire mes chapitres et à faire des corrections en français. Les erreurs qui persistent sont toutes les miennes.

Merci à l'Agencia Nacional de Investigación e Innovación d'Uruguay et Campus France pour l'attribution de la bourse d'études en France.

Enfin, à ma famille pour m'avoir offert le cadeau de la curiosité.

Table des matières

Résumé	i
Abstract	iii
Remerciements	v
Table des matières	vii
Table des figures	xv
Liste des tableaux	xvii
Introduction	1
1. État de l'art	5
1.1 Brève synthèse de l'histoire de la formation des enseignants en France et en Uruguay	5
1.1.1 <i>La formation des enseignants en France</i>	5
1.1.1.1 <i>Les instituts de recherche sur l'enseignement des mathématiques en France</i>	6
1.1.1.2 <i>Uniformisation des diplômes : vers le système LMD</i>	7
1.1.1.3 <i>Organisation actuelle des disciplines dans la formation des futurs enseignants des mathématiques en France</i>	9
1.1.2 <i>La formation des enseignants en Uruguay</i>	12
1.1.2.1 <i>La création de la formation des enseignants</i>	12
1.1.2.2 <i>Organisation actuelle des disciplines dans la formation des futurs enseignants des mathématiques en Uruguay</i>	15
1.1.3 <i>Bilan</i>	16
1.1.4 <i>Frise chronologique</i>	18
1.2 L'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants des mathématiques.....	20
1.2.1 <i>L'étude ICMI de l'année 2000 « History in Mathematics Education »</i>	20
1.2.2 <i>L'histoire des mathématiques pour la formation des enseignants</i>	21
1.2.2.1 <i>Deux positions contre l'utilisation de l'histoire des sciences</i>	22

1.2.2.2	<i>Après l'ICMI de l'année 2000</i>	23
1.2.2.3	<i>Arguments de collaboration : binôme historiens - enseignants de mathématiques</i>	26
1.2.2.4	<i>Pour conclure cette section : un bref bilan</i>	27
1.3	Quelques approches pour comprendre la place de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants	28
1.3.1	<i>Quelques considérations sur les termes : educación matemática, matemática educativa, mathematics education et didactique des mathématiques</i>	28
1.3.2	<i>L'introduction d'une perspective historique en France</i>	30
1.3.2.1	<i>Le contexte d'émergence des IREM</i>	30
1.3.2.2	<i>Le dépaysement épistémologique</i>	32
1.3.3	<i>Considérations d'après la socio-épistémologie du Mexique</i>	33
1.3.4	<i>Perspective du groupe histoire et épistémologie dans l'enseignement des mathématiques au Brésil</i>	36
1.3.5	<i>Considérations faites sur le travail de Jankvist au Danemark</i>	38
1.3.6	<i>Considérations sur une didactique de l'histoire des mathématiques en Colombie</i>	42
1.3.7	<i>Approche de Guillemette basée sur la théorie de l'objectivation</i>	45
1.3.8	<i>Synthèse d'approches</i>	47
2.	Cadre théorique	51
2.1	La connaissance pédagogique du contenu de Shulman	51
2.2	Commentaires sur le terme <i>pedagogical content knowledge</i> de Shulman et le terme <i>didactique</i>	53
2.3	Connaissances Mathématiques pour l'Enseignement	55
2.3.1	<i>Les connaissances pédagogiques</i>	58
2.3.2	<i>Les connaissances du sujet</i>	59
2.3.3	<i>Trois exemples de sous-domaines</i>	61
2.4	Critiques, limites et choix de la CME comme cadre théorique	64
2.4.1	<i>Critiques de la CME</i>	64

2.4.2	<i>Limites de l'observation à travers le modèle CME</i>	68
2.4.3	<i>Choix de la CME comme cadre théorique</i>	70
2.5	Sur les conceptions et le modèle de Ernest	71
2.5.1	<i>Croyances et conceptions</i>	71
2.5.2	<i>Le modèle de Ernest</i>	72
2.6	Bilan	78
2.7	Rapport entre l'histoire des mathématiques et la CHM	81
2.7.1	<i>Rapport de Clark (2012)</i>	81
2.7.2	<i>Rapport de Smestad, Jankvist et Clark (2014)</i>	84
2.7.3	<i>Synthèse des rapports</i>	86
2.8	Compétences	87
2.8.1	<i>Référentiel de compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation</i>	88
2.8.2	<i>Critique de l'approche fondée sur les compétences</i>	88
2.8.3	<i>Commentaire</i>	91
2.8.4	<i>Compétence historique</i>	92
2.8.5	<i>Les programmes d'histoire des mathématiques</i>	93
2.9	Synthèse du chapitre	96
3.	Méthodologie	99
3.1	La recherche	99
3.2	Analyse du contenu	100
3.3	Constitution du corpus d'analyse	100
3.4	La collecte des données	101
3.5	Préparation du questionnaire	102
3.6	L'élaboration de l'entretien	105
3.6.1	<i>Aspects théoriques</i>	105
3.6.2	<i>Entretien avec des formateurs et des enseignants</i>	106
3.6.3	<i>Entretiens étudiants stagiaires</i>	107

3.7 Traitement des données	108
3.7.1 <i>Traitement quantitatif des questionnaires</i>	108
3.7.2 <i>Traitement des entretiens, création et intégration de catégories</i>	109
3.8 Aspects éthiques	110
4. Analyses des entretiens : France	113
4.1 Synthèse de l'analyse des questionnaires de la première et la deuxième génération	113
4.2 Analyse des entretiens avec les enseignants et formateurs de France	121
4.2.1 <i>Tableau des participants</i>	121
4.2.2 <i>Présentation de deux des interviewés en France</i>	122
4.2.3 <i>Analyse des entretiens</i>	124
4.3 Élaboration de la grille d'analyse des entretiens des étudiants stagiaires français ..	141
4.4 Lecture et analyses des entretiens des stagiaires français à partir de la grille d'analyse	144
4.4.1 <i>Présentation de deux étudiants stagiaires français</i>	144
4.4.2 <i>Les analyses des entretiens des étudiants stagiaires français</i>	146
4.4.3 <i>Tableau des étudiants stagiaires français par catégorie</i>	165
4.5 Synthèse des deux points de vue sur l'histoire des mathématiques	166
4. Analyses des entretiens : Uruguay	169
4.6 Synthèse de l'analyse des questionnaires en Uruguay	169
4.7 Analyse des entretiens avec les formateurs en Uruguay	175
4.7.1 <i>Présentation de deux formateurs interviewés en Uruguay</i>	176
4.7.2 <i>Analyse des entretiens : enseignants et formateurs en Uruguay</i>	179
4.8 Grille d'analyse des entretiens des étudiants stagiaires uruguayens	203
4.9 Lecture et analyses des entretiens des stagiaires uruguayens à partir de la grille d'analyse	204
4.9.1 <i>Présentation de deux étudiants stagiaires uruguayens</i>	205
4.9.2 <i>Les analyses des entretiens des stagiaires</i>	207
4.9.3 <i>Tableau des stagiaires par catégorie</i>	220

4.10 Synthèse des entretiens faites en Uruguay	221
5. Notion de compétence historique	223
5.1 Organisation de la synthèse des résultats	223
5.2 CME*France	224
5.2.1 <i>L'influence de l'histoire des mathématiques sur les sous-domaines de la</i> <i>CME*France</i>	227
5.3 CME étudiants stagiaires français	230
5.3.1 <i>La CME de l'étudiant stagiaire S4</i>	230
5.4 CME*Uruguay	232
5.4.1 <i>L'influence de l'histoire des mathématiques sur les sous-domaines de la</i> <i>CME*Uruguay</i>	235
5.5 La CME des étudiants stagiaires uruguayens	239
5.5.1 <i>La CME de l'étudiant stagiaire US1</i>	239
5.6 Notion de compétence historique	242
Conclusions	249
Annexes	257
A Quelques mots sur la réforme des programmes en France	257
B Questionnaire proposé aux étudiants	260
C Invitation aux étudiants pour une entretien	265
D.1 Autorisation enregistrement d'entretien	266
D.2 Protocole des entretiens des étudiants	267
D.3 Protocole des entretiens des enseignants et formateurs	270
E E-mail d'invitation pour la participation à la recherche	273
F Synthèse de l'analyse des questionnaires d'étudiants de l'Université de Lille	275
G Entretiens en France	290
G.1 Entretien E1	290
G.2 Entretien E2	296
G.3 Entretien E3	303
G.4 Entretien D1	307

G.5	Entretien D2	313
G.6	Entretien D3	321
G.7	Entretien D4	328
G.8	Entretien D5	335
G.9	Entretien D6	341
G.10	Entretien S1	347
G.11	Entretien S2	352
G.12	Entretien S3	357
G.13	Entretien S4	364
G.14	Entretien S5	368
G.15	Entretien S6	372
G.16	Entretien S7	379
G.17	Entretien S8	383
G.18	Entretien S9	386
H	Âges par cycles et option dans l'enseignement secondaire uruguayen	393
I	Entretiens en Uruguay	394
I.1	Entretien UE1	394
I.2	Entretien UE2	403
I.3	Entretien UE3	412
I.4	Entretien UD1	425
I.5	Entretien UD2	433
I.6	Entretien UD3	438
I.7	Entretien US1	442
I.8	Entretien US2	448
I.9	Entretien US3	451
I.10	Entretien US4	457
I.11	Entretien US5	464
I.12	Entretien US6	470

J	Classification des catégories par sous-domaine des enseignants et formateurs français	473
K	Connaissances mathématiques pour l'enseignement des étudiants stagiaires français	479
L	Classification des catégories par sous-domaine des enseignants et formateurs uruguayens	490
M	Connaissances mathématiques pour l'enseignement des étudiants stagiaires uruguayens	496
N	Intégration des catégories de la CME*France et de la CME*Uruguay	505
	Bibliographie	513

Table des figures

1.1	Programme de la licence en Mathématiques de l'Université de Lille. Réimprimé du site de l'Université de Lille. Récupéré en 2019.....	11
1.2	Programme de master MEEF en Mathématiques de l'Université de Lille. Réimprimé du site de l'université de Lille. Récupéré en 2019.....	12
1.3	À gauche, tronc commun de formation professionnelle. À droite disciplines spécifiques pour le diplôme de mathématiques. Réimprimé du site du Conseil de formation en éducation. Récupéré en 2019.....	16
1.4	Frise chronologique.....	19
2.1	Mathematical Knowledge for Teaching, Ball, Thames et Phelps (2008, p. 403).....	57
2.2	Connaissances mathématiques pour l'enseignement, traduction de Clivaz (2011, p. 28).....	57
2.3	La justification de l'élève dit "les comptes ne sont pas faits, le résultat n'a jamais de multiplication. Alors c'est faux !" Ferreira, Ribeiro et Ribeiro (2017, p. 507, notre traduction).....	62
2.4	Sous-domaines impliqués dans la détermination de la spécificité de la connaissance mathématique pour l'enseignement.....	67
2.5	Superposition des sous-domaines CE et CMS.....	68
2.6	Interaction entre les connaissances, les conceptions et les attitudes.....	79
2.7	Influence de l'histoire des mathématiques dans les conceptions des enseignants.....	80
2.8	L'histoire des mathématiques passe par le « filtre » et se manifeste dans la CME.....	81
2.9	CMC, CHM et CP réagissent dans une période de transition, ce qui les rend instables.....	85
2.10	Les connaissances d'histoire des mathématiques (HM) sont intégrées au modèle CME.....	86
3.1	Données recueillies pour la recherche.....	101
3.2	Question fermée proposée dans le questionnaire.....	103
3.3	Question en éventail proposée dans le questionnaire.....	104
3.4	Partie 3 de l'entretien avec des formateurs et des enseignants.....	107
3.5	Partie 2 de l'entretien avec les étudiants.	108
3.6	Catégorie T1, chapitre 4 partie française.....	109
4.1	Analyse en composantes principales du Q1.....	118
4.2	Analyse en composantes principales du Q2.....	118
4.3	Deux points de vue sur l'histoire des mathématiques.....	125
4.4	Analyse en composantes principales du Q1.....	172
4.5	Analyse en composantes principales du Q2.....	174
4.6	Histoire des mathématiques pour deux publics différents.....	180
5.1	Extrait de l'annexe J, catégorie M7.....	225

5.2	Extrait de l'annexe J, catégorie T3.....	225
5.3	Extrait de l'annexe J, catégorie T7.....	226
5.4	Extrait de l'annexe J, catégorie P4.....	226
5.5	CME*France.....	227
5.6	CME de l'étudiant S4.....	231
5.7	Extrait de l'annexe L, catégorie A2.....	233
5.8	Extrait de l'annexe L, catégorie C1.....	233
5.9	Extrait de l'annexe L, catégorie A7.....	234
5.10	Extrait de l'annexe L, catégorie B6.....	234
5.11	CME*Uruguay.....	235
5.12	CME de US1.....	240
5.13	Extrait du tableau N.1, annexe N.....	243
5.14	Extrait de l'annexe N, catégorie B6 et sous-domaine CMS.....	244
5.15	Extrait de l'annexe N, catégorie M7 et sous-domaine CE.....	244
5.16	CME*	245
F.1	Analyse en composantes principales du questionnaire 1 de la première génération.....	280
F.2	Analyse en composantes principales du questionnaire 2 de la première génération.....	281
F.3	Analyse en composantes principales du questionnaire 1 de la deuxième génération.....	287
F.4	Analyse en composantes principales du questionnaire 2 de la deuxième génération.....	288
K.1	Catégories par sous-domaine des CME de S2	479
K.2	Catégories par sous-domaine des CME de S3	480
K.3	Catégories par sous-domaine des CME de S4	482
K.4	Catégories par sous-domaine des CME de S5	483
K.5	Catégories par sous-domaine des CME de S6	484
K.6	Catégories par sous-domaine des CME de S7	486
K.7	Catégories par sous-domaine des CME de S8.....	487
K.8	Catégories par sous-domaine des CME de S9.....	488
M.1	Catégories par sous-domaine des CME de US2.....	496
M.2	Catégories par sous-domaine des CME de US3.....	498
M.3	Catégories par sous-domaine des CME de US4.....	499
M.4	Catégories par sous-domaine des CME de US5.....	501
M.5	Catégories par sous-domaine des CME de US6.....	502

Liste des tableaux

1.1	Informations simplifiées sur les systèmes de formation des professeurs de mathématiques à l'Université de Lille et en Uruguay.....	18
1.2	Synthèse d'approches.....	49
2.1	Équivalence des nomenclatures française et anglo-saxonne (Clivaz, 2011, p. 28).....	58
2.2	Sous-domaines activés des CME (notre élaboration), dans Ferreira, Ribeiro et Ribeiro (2017).....	62
2.3	Sous-domaines activés des CME (notre élaboration), dans Sosa et Carrillo (2010).....	63
2.4	Modalités émergents dans le sous-domaine CHM, dans Ciccioli et Sgreccia (2017, p. 153, notre traduction).....	64
4.1	Intérêt dans l'histoire des mathématiques Q1.....	115
4.2	Intérêt dans l'histoire des mathématiques Q2.....	115
4.3	Information sur les enseignants et les formateurs interviewés en France.....	121
4.4	Intervention des stagiaires par catégorie.....	166
4.5	Intérêt dans l'histoire des mathématiques Q1.....	170
4.6	Intérêt dans l'histoire des mathématiques Q2.....	170
4.7	Information sur les enseignants et les formateurs interrogés en Uruguay.....	176
4.8	Intervention des enseignants et formateurs uruguayens par catégorie.....	202
4.9	Intervention des étudiants stagiaires uruguayens par catégorie.....	221
5.1	Catégories par sous-domaine des enseignants et formateurs français.....	227
5.2	Catégories par sous-domaine de S4.....	231
5.3	Catégories par sous-domaine des enseignants et formateurs uruguayens.....	235
5.4	Catégories par sous-domaine de US1.....	240
5.5	Catégories françaises et uruguayennes par sous-domaine.....	242
5.6	Catégories par sous-domaine des CME*.....	245
F.1	Intérêt dans l'histoire des mathématiques 1G_Q1.....	277
F.2	Intérêt dans l'histoire des mathématiques 1G_Q2.....	278
F.3	Intérêt dans l'histoire des mathématiques Q1_2G.....	284
F.4	Intérêt dans l'histoire des mathématiques Q2_2G.....	285
H.1	Âges par cycles et option dans l'enseignement secondaire uruguayen. Informations du site < https://www.ces.edu.uy/ >.....	393
J.1	Classification des catégories par sous-domaine des enseignants et formateurs français.....	473
K.1	Catégories par sous-domaine de S1	479

K.2	Catégories par sous-domaine de S2	480
K.3	Catégories par sous-domaine de S3	481
K.4	Catégories par sous-domaine de S5	483
K.5	Catégories par sous-domaine de S6	484
K.6	Catégories par sous-domaine de S7	485
K.7	Catégories par sous-domaine de S8	487
K.8	Catégories par sous-domaine de S9	488
L.1	Classification des catégories par sous-domaine des enseignants et formateurs uruguayens..	490
M.1	Catégories par sous-domaine de US2.....	496
M.2	Catégories par sous-domaine de US3.....	497
M.3	Catégories par sous-domaine de US4.....	499
M.4	Catégories par sous-domaine de US5.....	500
M.5	Catégories par sous-domaine de US6.....	502
N.1	Intégration des catégories des CME*France et des CME*Uruguay.....	505

INTRODUCTION

Le problème de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement des mathématiques est un domaine de recherche qui s'est défini et développé depuis les années 2000. Les chercheurs dans ce domaine se sont particulièrement intéressés à la mise en œuvre de cette intégration, au type de matériel qui peut être utilisé et au public à qui il s'adresse. Des objections à l'utilisation de l'histoire des mathématiques comme ressource pédagogique existent, bien qu'au cours de la dernière décennie, nous ayons observé que plusieurs pays l'ont intégrée dans la formation des enseignants et dans les programmes d'enseignement secondaire. C'est notamment le cas au Danemark, aux États-Unis, en Norvège et actuellement en France.

Notre recherche commence par l'intérêt de mieux comprendre l'influence de l'histoire des mathématiques sur les conceptions des futurs enseignants. Ces derniers sont des étudiants qui suivent un cours d'histoire des mathématiques dans le cadre de leurs études pour devenir enseignants de mathématiques.

Tout d'abord, cet intérêt à identifier les effets que l'histoire des mathématiques peut avoir sur la formation des enseignants, tant en France qu'en Uruguay, vient de trois raisons principales : ma carrière d'enseignante des mathématiques et mon lien avec le système uruguayen de formation des enseignants, mon intérêt professionnel pour l'intégration de l'histoire des mathématiques dans la pratique pédagogique, et la possibilité de faire mes études doctorales dans une université française qui enseigne l'histoire des mathématiques dans la formation des futurs enseignants. Ensuite, notre intérêt est guidé par le premier de ces trois grands problèmes actuels : 1) l'impact réel d'une formation d'enseignants spécifique à ce domaine, 2) l'accès à une documentation et du matériel pertinent élaboré par et pour les enseignants, et 3) le manque de cadres théoriques pour une recherche qui en analyserait l'efficacité.

Pour tenter de comprendre l'influence qu'un cours d'histoire des mathématiques peut avoir sur les conceptions de ces étudiants, nous leur avons proposé des questionnaires et des entretiens. Cependant, afin de mieux appréhender la difficulté d'intégrer l'histoire des mathématiques dans l'enseignement, nous avons également mené des entretiens avec des enseignants expérimentés qui travaillent dans une perspective historique et avec des formateurs de la discipline. Nous l'avons fait dans les deux pays.

Dans le premier chapitre, nous présentons le domaine de la recherche. Puis nous nous concentrons sur la contextualisation de la formation des enseignants dans chaque pays. Nous décrivons brièvement l'histoire de la formation des enseignants en France, ainsi que le système licence, master, doctorat – LMD, de l'Union Européenne et la nécessité d'un master pour

l'enseignement. Puis nous décrivons les programmes de la licence et de ce master spécifique pour l'enseignement de l'Université de Lille car c'est ici que nous effectuons nos recherches en France. Nous observons de plus la place occupée par l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants. Dans le cas de l'Uruguay, nous nous focalisons pareillement, sur la création de la formation des enseignants et présentons de manière synthétique le système unique de formation des enseignants du secondaire. Dans ce pays, nos recherches ont été développées au sein de l'Instituto de Profesores Artigas, une institution située à Montevideo, capitale du pays.

Pour clore ce chapitre, nous énonçons quelques propositions actuelles concernant l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants, mises en avant dans des pays comme le Mexique, le Brésil, la Colombie, le Danemark et le Canada, en constatant que l'intérêt pour l'intégration des aspects historiques dans l'enseignement des mathématiques est toujours valable.

Dans le second chapitre, nous décrivons le cadre théorique. Nous présentons la connaissance pédagogique du contenu de Shulman, une notion qui affirme l'existence de connaissances spécifiques pour l'enseignement. Ball et ses collaborateurs approfondissent cette notion spécifiquement dans l'enseignement des mathématiques en élaborant le modèle des Connaissances Mathématiques pour l'Enseignement – CME, qui définit les compétences et les habilités qu'un enseignant doit acquérir pour bien exercer son métier. Ensuite nous présentons le système de conceptions, de connaissances et d'attitudes défini par Ernest, qui affirme que l'enseignant s'appuie sur un tel système pour prendre des décisions relatives aux tâches d'enseignement. Par conséquent, les conceptions qu'il a construites, imprègnent ses pratiques, et donc, ces conceptions ont un effet sur l'apprentissage des élèves. Pour finir ce chapitre, nous lions l'influence de l'histoire des mathématiques sur les conceptions de l'enseignant avec les CME.

Dans le troisième chapitre, nous introduisons la méthodologie de recherche. Nous expliquons l'élaboration du questionnaire proposé aux étudiants stagiaires et son traitement quantitatif. De la même manière, nous décrivons la préparation des entretiens proposées, tant aux étudiants qu'aux enseignants et formateurs. Puis, nous expliquons le protocole de traitement qualitatif que nous suivons. Nous justifions le choix du traitement des entretiens par l'analyse du contenu et la construction de catégories dans lesquelles des idées similaires sont recueillies.

Dans le quatrième chapitre, nous présentons le corpus de l'analyse en deux parties : tout d'abord, nous exposons les données obtenues en France, et ensuite, les données collectées en Uruguay. Pour les données françaises et uruguayennes, nous faisons l'analyse quantitative des questionnaires et l'analyse qualitative des entretiens. A partir des questionnaires, nous établissons un profil des étudiants d'après leur formation et centres d'intérêts, ainsi que certaines conceptions sur les mathématiques et leur enseignement. Concernant l'analyse qualitative des entretiens, nous

présentons deux façons différentes de considérer l'histoire des mathématiques : comme une discipline en soi ou comme une ressource pédagogique. Pour chacune de ces considérations, nous identifions les objectifs possibles, les difficultés rencontrées et les méthodes d'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement.

Enfin, dans le dernier chapitre, nous revenons aux catégories définies dans le chapitre précédent, en cherchant à décrire les aptitudes et compétences nécessaires pour enseigner les mathématiques avec une perspective historique dans chaque pays. À la lumière du modèle des CME, nous rassemblons des compétences pertinentes pour l'intégration d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques, associant les catégories définies aux sous-domaines de connaissances définis par Ball. Pour clore ce chapitre, nous présentons des éléments pour la construction d'une notion de compétence historique élaborée à partir des sous-domaines activés des CME liés à l'histoire des mathématiques.

1 ÉTAT DE L'ART

Ce chapitre se compose de trois parties. Dans la première partie, nous présentons une synthèse de l'histoire de la formation des enseignants en France et en Uruguay. Nous détaillons le programme d'études actuel avec une attention particulière à la place occupée par la discipline histoire des mathématiques. Dans la deuxième partie, nous nous concentrons sur la création du domaine de recherche qui soutient l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement des mathématiques. Pour terminer ce chapitre, nous présentons, dans la troisième partie, quelques approches et considérations sur l'intégration de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants proposées en France, au Mexique, au Brésil, au Danemark, en Colombie et au Canada.

1.1 Brève synthèse de l'histoire de la formation des enseignants en France et en Uruguay

Dans cette section, nous présenterons un résumé de l'histoire de la formation des enseignants en France et en Uruguay, dans le but de contextualiser les deux communautés dans lesquelles cette recherche a été développée. Nous n'aborderons pas la question en profondeur car une telle étude va au-delà de nos objectifs.

1.1.1 La formation des enseignants en France

Afin de ne pas nous éloigner de l'objectif de contextualisation de notre recherche, nous présenterons un bref résumé des faits les plus pertinents liés aux réformes éducatives menées en France et plus particulièrement dans la formation des enseignants.

Le développement scientifique, plus particulièrement le développement des mathématiques pendant les deux guerres mondiales, a conduit à une augmentation de l'importance des mathématiques et du rôle des mathématiciens. Dans la période de l'après-guerre, la nécessité d'une réforme de l'enseignement des mathématiques a été ressentie par les mathématiciens mais aussi par les institutions.

Deux réformes institutionnelles importantes (réforme Berthoin de 1959¹ et réforme Fouchet de 1963²) sont entrées en vigueur, rendant la scolarité obligatoire jusqu'à l'âge de 16 ans. Comme nous le dit Gispert (2008), cela a eu deux conséquences principales : premièrement, l'école primaire devient pour tous les enfants la première étape d'une scolarité prolongée qui les prépare à l'école secondaire ; deuxièmement, cette école secondaire a de nouveaux objectifs et de nouveaux publics.

1 Ordonnance n°59-45 du 6 janvier 1959 portant prolongation de la scolarité obligatoire de 14 à 16 ans et réforme par un décret du même jour (n°59-57) l'organisation du système éducatif avec la création des collèges d'enseignement général <<https://www.legifrance.gouv.fr>>.

2 Par décret n°63-793 du 3 août 1963, extension des procédures d'observation et d'orientation à toutes les classes du premier cycle. Création des collèges d'enseignement secondaire et des collèges d'enseignement technique <<https://www.legifrance.gouv.fr>>.

A ce prolongement des études s'est ajouté l'accroissement démographique postérieur à la guerre. Cela a entraîné une augmentation du nombre d'élèves pour trop peu d'enseignants préparés. Seulement 20 % des professeurs de mathématiques étaient certifiés ou agrégés (Gispert, 2008, p. 5). C'est ainsi qu'a été créée, en 1966, la Commission ministérielle d'études pour l'enseignement des mathématiques, présidée par André Lichnérowicz.

Cette commission avait deux objectifs principaux : travailler sur les nouvelles orientations pour l'enseignement des mathématiques dans les écoles primaires et secondaires et les tester ; créer un dispositif de formation des enseignants et de nouveaux instituts, qui s'appelleront plus tard Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (IREM).

Dans les années 1970, cette réforme a commencé à faire l'objet de critiques de la part de divers mathématiciens et physiciens qui soutenaient que la majorité des élèves et des enseignants qui n'étaient pas préparés ne bénéficiaient pas des approches formelles et abstraites. Mais elle ne favorisait pas non plus la formation des futurs physiciens et ingénieurs. Les critiques se sont poursuivies de la part de divers organismes tels que l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public – APMEP, les IREM, le milieu universitaire, l'Académie des Sciences. La commission cesse de travailler et Lichnérowicz démissionne en 1973.

Nous n'entrerons pas dans les détails de cette réforme, qui a été abandonnée dans les années 1980, également contestée par ses partisans qui estimaient qu'elle ne correspondait pas vraiment aux premières recommandations qui étaient d'une part, travailler sur les nouvelles orientations pour l'enseignement des mathématiques dans le primaire et le secondaire, et les faire expérimenter, et d'autre part, organiser le dispositif de formation des enseignants et créer les nouveaux instituts, qui plus tard seront nommés les IREM.

Nous allons maintenant nous concentrer sur les IREM.

1.1.1.1 Les instituts de recherche sur l'enseignement des mathématiques en France

Les IREM ont été créés en France, en octobre 1968 par le Ministère de l'Éducation Nationale. L'objectif de la création de ces instituts était de préparer les futurs enseignants pour la mise en place de la réforme des "mathématiques modernes", mais aussi de leur offrir une formation continue et de faire de ces instituts des laboratoires d'expérimentation de la réforme. Les trois premiers IREM ont été fondés en 1969 dans les académies de Paris, Lyon et Strasbourg. Celui de Lille fut créé en 1970 (Mizony, 2005).

En 1975 a été créée la commission inter-IREM « Épistémologie et histoire des mathématiques ». Le but était de permettre l'échange d'informations et de documentation, ainsi que de coordonner les initiatives venant de tous les instituts. Depuis cette date, cette commission se

réunit trois fois par an, organise un colloque un an sur deux, et contribue à l'organisation d'universités d'été nationales et européennes. Elle participe aussi, tous les quatre ans, aux congrès internationaux de la Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique (International Commission on Mathematical Instruction – ICMI), et au groupe international d'études sur les relations entre l'Histoire et la Pédagogie des Mathématiques (History and Pedagogy of Mathematics – HPM) (Le portail des IREM, 2000 – 2019). Ces groupes sont composés de professeurs de mathématiques de tous les niveaux, ainsi que de professeurs de physique et de philosophie. Les quatre objectifs poursuivis sont : 1) la construction des savoirs mathématiques dans le contexte historique, scientifique, philosophique, culturel et technique de leur production ; 2) l'apport épistémologique de l'histoire des mathématiques : rôle des problèmes, de la conjecture, de la démonstration, de l'erreur, de l'évidence et de la rigueur ; 3) l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques au collège, au lycée et à l'université ; 4) l'histoire des mathématiques comme instrument pour une approche pluridisciplinaire de l'enseignement (Le portail des IREM, 2000 – 2019) .

1.1.1.2 Uniformisation des diplômes : vers le système LMD

Dès août 1981, le nouveau ministre Alain Savary a demandé un rapport sur la formation initiale et continue des enseignants et du personnel éducatif national. Ce rapport, produit en février 1982, se concentre sur la nécessité de développer la formation continue (Prost, 1999, p. 19).

Afin de gérer simultanément la formation continue et la formation initiale de l'ensemble du personnel, le rapport propose de relier les institutions existantes tant en termes de recherche que de formation, et de les fédérer en créant des centres inter-universitaires de formation et de recherche en éducation (Prost, 1999, p. 20).

A cette époque, il y avait une crise aiguë de recrutement des enseignants. En mathématiques, il y avait moins de diplômés qui allaient terminer leurs études en 1987 qu'il n'y avait de postes vacants en 1988 au Certificat d'Aptitude aux fonctions de Professeur de l'Enseignement Secondaire – CAPES (Prost, 1999, p. 21).

Dans la perspective de son Congrès de 1988, la Fédération Nationale de l'Éducation a conçu et discuté, avec le gouvernement, un plan de valorisation. L'idée était de créer quatre corps d'enseignement parallèles : école primaire, collège, lycée et lycée professionnel. Le plan est mis en œuvre en unifiant les grilles d'indices pour tous les enseignants, à l'exception des agrégés, mais en préservant les corps existants sans en créer un nouveau pour les collèges (Prost, 1999, p. 22).

Ces aspects revendicatifs croisaient des enjeux réformateurs : la recherche s'est développée en sciences de l'éducation et en didactique. Plusieurs professeurs avaient d'ailleurs déjà soutenu leur

thèse dans ce domaine. Le contact entre la formation des maîtres et les universités s'est développé. Dans ce contexte, la création des Instituts Universitaires de Formation des Maîtres (IUFM) pouvait se concrétiser (Prost, 1999, p. 23).

Dans le cadre de la Loi n°89-486 du 10 juillet 1989 d'orientation sur l'éducation, est approuvée la création des IUFM. Ces instituts remplacent les Écoles Normales, les Centres Pédagogiques Régionaux (formation des professeurs de collèges et lycées) et les Écoles Normales Nationales d'Apprentissage (formation des professeurs de lycées professionnels), ayant pour fonction de s'occuper de la formation initiale de tous les enseignants du premier et second degré (Coppé, 2011, p. 57).

Dans l'un des rapports réalisés dans le cadre de cette loi, il est indiqué que la formation des enseignants devrait être fondée sur l'acquisition de solides connaissances universitaires en contact avec l'environnement dans lequel ces connaissances sont élaborées. De même, les enseignants doivent acquérir les compétences qui seront nécessaires par la suite pour assumer leur rôle. Nous soulignons dans cet objectif, l'importance accordée à l'articulation entre la « pratique » et la « théorie », c'est-à-dire entre les connaissances disciplinaires théoriques et le savoir-faire pratique.

En septembre 1988, à Bologne, à l'occasion du IXe centenaire de la plus ancienne des universités européennes, est présentée la Magna Charta Universitatum. Ainsi commence le « processus de Bologne », qui a pour but de proclamer les principes fondamentaux d'une réforme de l'enseignement supérieur européen.

Dix ans plus tard, en mai 1998, à l'occasion du 800e anniversaire de l'université de la Sorbonne à Paris, est présentée la Déclaration de Bologne, une déclaration conjointe des quatre ministres en charge de l'enseignement supérieur en Allemagne, en France, en Italie et au Royaume-Uni. Le propos de cette déclaration était de poursuivre le processus entamé dix ans plus tôt et d'harmoniser l'architecture du système européen d'enseignement supérieur.

L'année suivante, en juin 1999, alors que l'Union Européenne ne compte que 15 membres, ce sont 29 états européens qui signent la déclaration de Bologne, et s'engagent ainsi à coordonner leurs politiques pour la création d'un espace européen d'enseignement supérieur et à faire la promotion de ce système européen (Ravinet, 2009, p. 363). Un processus de coordination commence à se structurer et les ministres des États signataires se réunissent tous les deux ans pour mesurer les progrès accomplis. Il en est ainsi à Prague en 2001, à Berlin en 2003, à Bergen en 2005 et à Londres en 2007 (Ravinet, 2009, p. 364).

Dans ce contexte de l'espace européen d'enseignement supérieur, se développe l'uniformisation des diplômes avec le système licence, master, doctorat – LMD. Cette uniformisation permet en théorie à un enseignant d'un pays de l'Union d'enseigner dans un autre

pays. En 2010, la transformation vers un cursus universitaire avec un diplôme de master est adoptée. Elle a pour objectif l'augmentation du niveau de qualification des enseignants qui sont désormais recrutés avec un baccalauréat et 5 années d'études supérieures (Bac + 5) au lieu d'un baccalauréat et 3 années d'études supérieures (Bac + 3). C'est ainsi que cette réforme modifie profondément les modalités de recrutement et de formation des enseignants du premier et second degré.

Pour Sylvie Coppé (2011, p. 61) les objectifs tels que : la préparation à un concours de recrutement (CAPES), l'élévation du niveau de qualification du personnel enseignant, l'intégration de la formation des maîtres dans le dispositif LMD, la préservation des possibilités de réorientation pour les étudiants qui ne sont pas recrutés, la possibilité de suivre des stages d'observation et de pratique, sont des objectifs assez vagues et peu homogènes. Au moment de l'adoption de la réforme, il n'y avait aucun principe général sur la formation ni sur les modalités d'organisation des concours, des stages, des rémunérations, etc.

En 2013, la Loi n° 2013-595, d'orientation et de programmation pour la refondation de l'école de la République, prévoit la suppression des IUFM qui cèdent leur place aux Écoles Supérieures du Professorat et de l'Éducation (ESPE). Ces nouvelles écoles sont toujours des composantes universitaires et organisent la formation initiale et continue des futurs enseignants, en étroite partenariat avec les rectorats et les universités. Cette réforme modifie profondément la formation des enseignants qui doivent suivre une année de master à l'ESPE et une année de master en alternance entre le statut d'étudiant au sein de l'ESPE et le statut de fonctionnaire-stagiaire exerçant en classe.

Comme nous l'avons déjà dit, pour être recruté par l'État en tant que professeur de mathématiques dans le secondaire, il faut passer un concours et la préparation de ce concours fait partie des objectifs du master « Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation » – MEEF, parcours mathématiques.

Cette petite synthèse, loin d'être exhaustive, vise à montrer la voie que les étudiants doivent suivre lorsqu'ils décident de devenir enseignant dans le secondaire. Dans ce qui suit, nous allons prendre l'exemple de l'Université de Lille.

1.1.1.3 Organisation actuelle des disciplines dans la formation des futurs enseignants des mathématiques en France

Dans le but de trouver des indices pour nous aider à comprendre la place de l'histoire des mathématiques et sa possible influence dans la formation des futurs professeurs de mathématiques, nous verrons l'organisation actuelle des disciplines dans la licence en mathématiques et dans le

master MEEF mention second degré parcours mathématiques. Pour cela, nous utiliserons tout d'abord la structure des disciplines présentées dans la maquette des cours.

L'image suivante montre le programme de la licence en mathématiques de l'Université de Lille :

1ère année - Semestre 1	1ère année - Semestre 2
<p>Unités d'enseignement obligatoires</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mathématiques élémentaires 9 ECTS • Physique 5 ECTS • Informatique 4 ECTS • Atomistique et liaison chimique 4 ECTS • Bases de la mécanique 3 ECTS • Bases de l'EEA : Electricité 3 ECTS • PPP (Projet Personnel Professionnel) 2 ECTS 	<p>Unités d'enseignement obligatoires</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mathématiques fondamentales 1 9 ECTS • Mathématiques fondamentales 2 6 ECTS • PPP (Projet Personnel Professionnel) 2 ECTS • Anglais 1 ECTS <p>Unités d'enseignement optionnelles - mention Maths-Info</p> <ul style="list-style-type: none"> • Algorithmique et programmation 1 5 ECTS • Technologies du web 1 4 ECTS • Arithmétique et cryptographie 3 ECTS <p>Unités d'enseignement optionnelles - mention Maths-Méca</p> <ul style="list-style-type: none"> • Arithmétique et cryptographie 3 ECTS • Eléments de dimensionnements 3 ECTS • Systèmes mécaniques 3 ECTS • Initiation à la mécanique des fluides 3 ECTS <p>Unités d'enseignement optionnelles - mention Maths-Physique</p> <ul style="list-style-type: none"> • Forces, champs, énergies 6 ECTS • Optique 3 ECTS • Physique expérimentale 1 3 ECTS
<p>2ème année - Semestre 3</p> <p>Unités d'enseignement obligatoires</p> <ul style="list-style-type: none"> • Algèbre linéaire 5 ECTS • Fonctions de plusieurs variables 5 ECTS • Séries numériques et intégrales généralisées 5 ECTS • Premiers pas en analyse numérique 5 ECTS • Anglais 2 ECTS • PPP (Projet Personnel Professionnel) 1 ECTS <p>Unités d'enseignement optionnelles</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sport 2 ECTS • Anglais scientifique 2 ECTS • Langue vivante 2 2 ECTS • Histoire des sciences 5 ECTS • Astronomie de position 5 ECTS • Mécanique : applications industrielles et recherche 5 ECTS • Electromagnétisme 5 ECTS • Algorithmique et programmation 2 5 ECTS 	<p>2ème année - Semestre 4</p> <p>Unités d'enseignement obligatoires</p> <ul style="list-style-type: none"> • Suites et séries de fonctions 7 ECTS • Formes bilinéaires, espaces euclidiens 7 ECTS • Probabilités discrètes 4 ECTS • Intégrales multiples et curvilignes 5 ECTS • Anglais 2 ECTS <p>Unités d'enseignement optionnelles</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dynamique des fluides 5 ECTS • Algorithmes et structures de données 5 ECTS • Ondes et vibrations 5 ECTS • TEX 2 ECTS • Explorations mathématiques 3 ECTS • Stage Zup' Deco 3 ECTS
<p>3ème année - Semestre 5</p> <p>Unités d'enseignement obligatoires</p> <ul style="list-style-type: none"> • Groupes, anneaux, corps 1 7 ECTS • Topologie 7 ECTS • Géométrie affine et euclidienne 5 ECTS • Probabilités 5 ECTS • Analyse numérique matricielle 5 ECTS • Anglais 1 ECTS 	<p>3ème année - Semestre 6</p> <p>Unité d'enseignement obligatoire</p> <ul style="list-style-type: none"> • Equations différentielles 5 ECTS • Calcul différentiel 5 ECTS • Anglais 2 ECTS <p>Unités d'enseignement optionnelles</p> <ul style="list-style-type: none"> • Intégration 6 ECTS • Fonctions d'une variable complexe 6 ECTS • Groupes, anneaux, corps 2 6 ECTS • Modélisation et analyse numérique 6 ECTS • Géométrie élémentaire d'un point de vue supérieur 6 ECTS • Initiation à la statistique 6 ECTS • Mécanique du système solaire et spatiale 6 ECTS • Histoire des mathématiques 6 ECTS

Figure 1.1 : Programme de la licence en Mathématiques de l'Université de Lille. Réimprimé du site de l'Université de Lille. Récupéré en 2019.

Dans ce programme, nous observons deux disciplines liées à l'histoire des mathématiques : « Histoire des sciences » au troisième semestre avec 5 ECTS³ et « Histoire des mathématiques » au sixième semestre avec 6 ECTS, toutes deux considérées comme des unités d'enseignement optionnelles.

Dans le programme du master MEEF mention second degré parcours mathématiques, la distribution des disciplines est la suivante :

1ère année - Semestre 1	1ère année - Semestre 2
<p>Unités d'enseignements obligatoires</p> <ul style="list-style-type: none"> • UE 1 Préparation à l'écrit et l'oral du concours • UE 2 Didactique et TICE spécifique logiciels mathématiques • UE CNT • UE 3 Recherche • UE 4 Contexte d'exercice du métier • UE 5 Mise en situation professionnelle et stage • LV1 langues vivantes avec préparation au cles2. 	<p>Unités d'enseignements obligatoires</p> <ul style="list-style-type: none"> • UE 1 Préparation à l'écrit et l'oral du concours • UE 2 Didactique • UE CNT • UE 3 Recherche • UE 4 Contexte d'exercice du métier • UE 5 Mise en situation professionnelle et stage • LV1 langues vivantes avec préparation au cles2.
2ème année - Semestre 3	2ème année - Semestre 4
<p>Unités d'enseignements obligatoires</p> <ul style="list-style-type: none"> • UE 1 Epistémologie et histoire des mathématiques • UE 2 Didactique • UE CNT Usage de la culture numérique et Préparation à la certification C2I2E • UE 3 + UE5 <ul style="list-style-type: none"> ◦ UE 3 Mémoire de recherche à visée professionnelle et disciplinaires ◦ UE 5 Mise en situation professionnelle • UE 4 Contexte de l'exercice du métier • LV1 Avec préparation au cles2 	<p>Unités d'enseignements obligatoires</p> <ul style="list-style-type: none"> • UE 1 Epistémologie et histoire des mathématiques • UE 2 Didactique • UE CNT Usage de la culture numérique et Préparation à la certification C2I2E • UE 3 + UE5 <ul style="list-style-type: none"> ◦ UE 3 Mémoire de recherche à visée professionnelle et disciplinaires ◦ UE 5 Mise en situation professionnelle • UE 4 Contexte de l'exercice du métier • LV1 Avec préparation au cles2

Figure 1.2 : Programme de master MEEF en Mathématiques de l'Université de Lille. Réimprimé du site de l'université de Lille. Récupéré en 2019.

Dans cette structure on trouve la discipline « Épistémologie et histoire des mathématiques » en deuxième année, considérée cette fois comme une unité d'enseignement obligatoire.

1.1.2 La formation des enseignants en Uruguay

Dans cette section, nous présentons la création d'instituts de formation des enseignants en Uruguay, pour ensuite nous concentrer sur le curriculum actuel de la carrière.

1.1.2.1 La création de la formation des enseignants

3 Système de crédits transférables et capitalisables, sigle en anglais de European Credits Transfer System.

L'Uruguay est un pays de l'Amérique du Sud, situé entre le Brésil et l'Argentine, avec une population de 3,2 millions d'habitants selon l'Institut National de la Statistique (INE⁴, 2011, p. 1), où l'enseignement est laïc. Ce pays a été une colonie espagnole de 1516 à 1830.

C'est dans ce contexte colonial et sous la direction des missionnaires, après la conquête espagnole, que les premières tentatives d'enseignement primaire sont apparues. Au début des années 1800, Montevideo, la capitale, avait une école publique et quelques écoles privées, dont la première école féminine dirigée par des religieuses.

Les études secondaires et universitaires pouvaient se dérouler dans certaines écoles privées, situation qui dura jusqu'en 1832, date à laquelle l'État créa les chaires d'études supérieures. Ce n'est qu'en 1849 que l'Université Majeure de la République est inaugurée et installée. Depuis sa création, elle est devenue l'organisme de réglementation de l'enseignement primaire, secondaire et scientifique professionnel (MEC⁵, 2014, p. 20). L'enseignement secondaire, en particulier, apparaît comme un système préparatoire. A la fin du XIXe siècle, période de bouleversements politiques, économiques et de recherche de consolidation de la part de l'État naissant, l'enseignement secondaire continuait à fonctionner dans la sphère universitaire et dans une section du même bâtiment. Son objectif était de former les gens en vue de leur entrée future dans l'enseignement scientifique professionnel (MEC, 2014, p. 21). A l'opposé de cette perspective, est présentée l'idée d'un enseignement secondaire avec des objectifs de formation générale et d'un caractère plus inclusif et étendu. En 1935, l'école secondaire a été détachée de la sphère universitaire et le Conseil de l'Enseignement Secondaire a été créé.

Durant cette période d'instabilité, on assiste à des tentatives de développement de la formation, cherchant à améliorer le niveau des enseignants déjà en service ou en vue de former de futurs enseignants. Par exemple, en 1934, est adoptée la création de postes d'« enseignants agrégés » dans toutes les disciplines, avec l'obligation de suivre pendant deux ans un cours de pédagogie et d'effectuer une pratique d'enseignement de cinq séances. L'année suivante, cette exigence a été réduite à la pratique d'enseignement, tandis qu'un institut des enseignants commençait à être planifié.

Après différentes propositions pour l'organisation de la formation des enseignants, le projet de l'Institut des Enseignants « Artigas »⁶ a été présenté en 1942, et a commencé à fonctionner en 1951. La structure du plan consiste dans un ensemble de matières communes à tous les étudiants et un autre ensemble de matières spécialisées en fonction de la discipline pour laquelle le futur enseignant

4 Instituto Nacional de Estadística.

5 Ministerio de Educación y Cultura.

6 Instituto de Profesores "Artigas".

est formé. Les matières communes correspondent aux domaines des sciences sociales, de la pédagogie, de la psychologie, de l'histoire et de la législation de l'éducation. La durée du plan est de quatre ans, et inclut une année de pratique d'enseignement en troisième année.

En parallèle, la licence en mathématiques à la Faculté des Sciences Humaines et des Sciences de l'Université de la République a été créée en 1950. Cette filière d'études est consacrée exclusivement à la formation de mathématiciens (Chiancone, 1997, p. 183).

Jusqu'à ce moment, au cours de la première moitié du XX^{ème} siècle, l'Uruguay a continué à recevoir une forte immigration européenne. Cette population qui venait principalement d'Espagne et d'Italie, fuyant des crises, des guerres, cherchait à s'installer en Uruguay, pays qui représentait à l'époque, un état de bien-être, cherchant à assurer l'égalité des opportunités et des droits à une population hétérogène (López Mazz, 2018, p. 184-185). Ce flux d'immigration s'arrêta lorsque le pays entra dans une période de grave stagnation économique, d'instabilité sociale et politique, qui aboutit à un coup d'état militaire en 1973. Le régime dictatorial y perdurera jusqu'en 1984.

Les entités autonomes consacrées à la formation des enseignants de tous les niveaux ont été abolies par la loi 14.101 de janvier 1973. L'objectif fut de créer l'Institut National d'Enseignement réunissant la formation des enseignants du primaire, la formation des enseignants du secondaire et la formation post-universitaire (cours d'actualisation et de spécialisation). Jusqu'en 1977, l'Institut des Enseignants « Artigas » est le seul institut du pays, situé dans la capitale, où il est possible d'obtenir un diplôme d'enseignant du secondaire. Cette année-là, les instituts de formation des enseignants du primaire qui étaient déjà en activité dans le reste du pays, intègrent également la formation des enseignants du secondaire (GRE6, 2013, p. 5). Un nouveau programme d'études, le plan 77, est établi, réduisant la durée de la formation de quatre à trois ans.

En 1985, une fois la démocratie rétablie, la loi 15.739 sur l'éducation fut adoptée. Après le rétablissement de la démocratie, cette loi servit de cadre de référence pour la révision des programmes pour tous les sous-systèmes et pour la restitution des enseignants destitués sous le régime dictatorial. En même temps, à cause de cette loi, les principales caractéristiques de la structure actuelle de l'enseignement public uruguayen ont été établis (GRE6, 2013, p. 6). Au retour des institutions démocratiques, la formation des enseignants dépend directement du gouvernement national. Avec le nouveau plan 86 les quatre années de formation des enseignants sont rétablies .

Au milieu des années 1990, une réforme de l'éducation a été mise en œuvre, avec la création des premiers Centres Régionaux d'Enseignants, des centres de formation des enseignants du secondaire, installés à l'intérieur du pays, sur un modèle différent de celui de l'Institut des Enseignants « Artigas ». Pourtant, un plan unique pour la formation des enseignants est proposé dans les années 2007, avec un nouveau curriculum, le plan 2008 (GRE6, 2013, p. 7). Dans ce

document il est établi comme profil de fin d'études de l'enseignant que : « L'enseignant doit être conçu comme un professionnel, avec une solide formation en sciences de l'éducation, qui doit s'articuler avec une formation disciplinaire et une formation en pratique didactique en fonction de la spécificité de l'enseignement secondaire, techniques–technologiques et primaire. » (Sunfd⁷, 2008, p. 17), en précisant la formation des enseignants développée sur ces trois piliers.

Le recrutement des enseignants s'effectue au moyen de concours pour lesquels trois modalités sont prévues :

- mérite. Procédure d'évaluation, classement et sélection des candidats par le biais de diplômes, de cours de spécialisation, d'études universitaires, d'expérience pédagogique, de production intellectuelle, etc ;
- opposition et mérite. Procédure similaire à la précédente qui ajoute un examen de connaissances spécifiques écrit et oral ;
- libre opposition. Procédure analogue à la précédente mais s'y ajoute le fait que les candidats peuvent ne pas avoir de diplôme d'enseignement. Cette modalité n'est pas habituelle, elle est ouverte lorsqu'il y a beaucoup de postes vacants.

Normalement le concours se déroule selon la voie du mérite, qui, en accord avec la loi, doit avoir lieu tous les deux ans (ANEP, 2015, p. 12).

Jusqu'ici, nous avons présenté un résumé de l'histoire de la formation des enseignants en Uruguay. Dans la section suivante, nous allons montrer l'organisation actuelle.

1.1.2.2 Organisation actuelle des disciplines dans la formation des futurs enseignants des mathématiques en Uruguay

Nous présentons ci-dessous la grille des disciplines qui composent la carrière des professeurs de mathématiques en Uruguay, grille proposée par le Conseil de Formation en Éducation (Consejo de Formación en Educación – CFE). Nous observons qu'il existe une grille de disciplines communes et obligatoires pour tous les étudiants, ces disciplines forment ce que l'on appelle le "tronc commun". Nous soulignons qu'il existe également des disciplines spécifiques pour chacune des spécialités. Nous nous concentrerons sur les disciplines que doivent suivre les futurs professeurs de mathématiques.

7 Sistema Único Nacional de Formación Docente

	Asignatura	CH	
1	<u>Pedagogía I</u>	3	1° año
	<u>Sociología</u>	3	
	<u>Psicología Evolutiva</u>	3	
	<u>"Lengua/Id. Español"</u>	3	<ul style="list-style-type: none"> ● <u>Geometría I</u> ● <u>Fundamentos de la Matemática</u> ● <u>Introducción a la Didáctica</u>
	<u>Observación y Análisis de las Instituciones Educativas</u>	3	2° año
	<u>Seminario Derechos Humanos</u>		
	Total	15	
2	<u>Pedagogía II</u>	3	<ul style="list-style-type: none"> ● <u>Geometría y Álgebra Lineal</u> ● <u>Análisis I</u> ● <u>Didáctica I</u>
	<u>Sociología de la Educación</u>	3	
	<u>Psicología de la Educación</u>	3	
	<u>Teoría del Conocimiento y Epistemología</u>	3	3° año
	<u>Seminario de Educación sexual</u>	1	
	Total	13	
3	<u>Historia de la Educación</u>	3	<ul style="list-style-type: none"> ● <u>Probabilidad y Estadística</u> ● <u>Análisis II</u> ● <u>Topología</u> ● <u>Didáctica II</u>
	<u>Investigación Educativa</u>	3	
	<u>Informática</u>	3	
	Total	10	
4	<u>Filosofía de la Educación</u>	3	4° año
	<u>Legislación y Administración de la Enseñanza</u>	3	
	<u>Acta extraordinaria 59 - Resolución 4</u>	3	
	<u>Lenguas Extranjeras</u>	3	
	<u>Seminario Aprendizaje e inclusión</u>	1	
	Total	10	

Figure 1.3 : À gauche, tronc commun de formation professionnelle. À droite disciplines spécifiques pour le diplôme de mathématiques. Réimprimé du site du Conseil de formation en éducation. Récupéré en 2019.

En raison de sa structure actuelle, le Conseil de Formation en Éducation n'a pas un caractère universitaire, ce qui ne lui permet pas d'offrir des cours de troisième cycle tels que le master et le doctorat.

Évidemment, nous n'avons pas l'intention de traiter en détail l'histoire de l'éducation de ces deux pays, mais nous estimons nécessaire d'en présenter une brève synthèse chronologique afin de comprendre le contexte actuel dans lequel ont été élaborés les plans d'éducation pour la formation des enseignants.

1.1.3 Bilan

À partir des informations présentées dans la section précédente, la première caractéristique à mettre en évidence entre les deux systèmes actuels de formation des enseignants en France et en Uruguay, dans le sens expliqué par Tatto, Lerman et Novotná (2008), est basée sur la trajectoire

réalisée. Ces auteurs ont fondamentalement détecté deux voies pour la formation des enseignants qu'ils ont appelées trajectoire simultanée et trajectoire consécutive.

La trajectoire simultanée se caractérise par une formation dans laquelle l'étudiant reçoit simultanément une formation dans la discipline, une formation pédagogique et une pratique pédagogique. La durée de la formation varie entre trois et six ans, et la pratique de l'enseignement se déroule sur des périodes allant de 80 jours à un an.

Dans la trajectoire consécutive l'étudiant reçoit d'abord une formation disciplinaire. La durée de cette étape varie entre deux et cinq ans. La deuxième étape, indépendante de la première, a une durée comprise entre un an et quatre ans, et consiste en une préparation à la profession d'enseignant. La pratique de l'enseignement varie de 45 jours à deux ans.

Dans la plupart des cas, les cours disciplinaires sont assurés par des mathématiciens. Dans certains cas, des cours sont également dispensés par des didacticiens des mathématiques. Les cours de pédagogie sont dispensés par des éducateurs et formateurs ayant des études en psychologie, en sociologie ou en philosophie. La pratique de l'enseignement est supervisée par des enseignants en poste et des formateurs d'enseignants.

De cette façon, nous pouvons identifier le système de formation des enseignants à l'Université de Lille comme un système de trajectoire consécutive et le système uruguayen comme un système de trajectoire simultanée.

Un deuxième aspect que nous avons observé, est celui de l'inclusion de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants, car c'est un événement récent dans les deux communautés. En Uruguay, la discipline « Histoire des Mathématiques » est devenue obligatoire depuis la mise en œuvre du plan 2008 et c'est en 2011 qu'elle fut proposée, pour la première fois, dans tous les centres de formation des professeurs de mathématiques (c'était la première génération à atteindre la 4^e année). Dans le cas de la licence en mathématiques à l'Université de Lille, nous constatons qu'il y a deux disciplines qui pourraient être prises en compte pour notre étude : « Histoire des Sciences » au troisième semestre, et « Histoire des Mathématiques » au sixième semestre. Mais ces deux disciplines sont considérées comme des unités d'enseignement optionnelle. Par contre, si l'on regarde la maquette du master MEEF, on constate qu'il existe une discipline obligatoire appelée « Épistémologie et histoire des mathématiques » dans les troisième et quatrième semestres, proposée pour la première fois en 2011.

Le tableau qui suit a pour objectif de présenter certaines informations de manière simplifiée :

	France	Uruguay
Année scolaire	début septembre – début juillet	début mars – fin décembre

Durée de la licence	six semestres	quatre ans
Discipline d'intérêt et son emploi du temps	“Histoire des sciences” au troisième semestre, c’est une discipline optionnelle et avec un emploi du temps de 20 heures de cours et 30 heures de travaux dirigés.	“Théorie de la connaissance et épistémologie” c’est une discipline annuelle, obligatoire du tronc commun de deuxième année. Discipline d'une durée de 3 heures hebdomadaire. Il n’y a pas de recommandation d’heures de travaux dirigés.
	“Histoire des mathématiques” au sixième semestre, c’est une discipline optionnelle avec un emploi du temps de 24 heures de cours et 36 heures de travaux dirigés.	“Histoire des mathématiques” c’est une discipline spécifique de la quatrième année. Elle est annuelle, obligatoire et son emploi du temps est de 3 heures par semaine. Il n’y a pas de recommandation d’heures de travaux dirigés.
La licence en mathématiques habilite l’étudiant à...	plusieurs poursuites d’études.	devenir professeurs de mathématiques dans le secondaire.
Après avoir obtenu le diplôme de licence, l’étudiant...	peut s’inscrire dans le master MEEF, mais aussi s’orienter vers les métiers de la recherche ou une formation d’ingénieur, etc.	a accès au concours national pour devenir professeurs de mathématiques dans le secondaire.
Au niveau master :	Un des objectifs du master MEEF est la préparation du concours CAPES.	Il n’y a pas de master.
	Une des disciplines obligatoires du master MEEF est “Épistémologie et histoire des mathématiques”, aux troisième et quatrième semestres.	-
	La discipline « Épistémologie et histoire des mathématiques » a été proposée pour la première fois en 2011.	La discipline « Histoire des mathématiques » a été proposée pour la première fois en 2011.
Système de formation des enseignants de trajectoire...	consécutives.	simultanée.
Il y a un total de...	24 heures de cours obligatoires d' « Épistémologie et histoire des mathématiques ».	78 heures de cours obligatoires d' « Histoire des Mathématiques » et aussi de 78 heures de « Théorie de la connaissance et épistémologie ».

Tableau 1.1 : Informations simplifiées sur les systèmes de formation des professeurs de mathématiques à l'Université de Lille et en Uruguay.

Après cette brève synthèse, il nous semble important de souligner, en ce qui concerne le choix des étudiants, que dans le système français un étudiant qui commence la licence en mathématiques peut ne pas vouloir nécessairement devenir professeurs de mathématiques. Par contre, l'étudiant qui fait ce choix en Uruguay, sait que l'objectif de sa licence est de devenir professeur de mathématiques. Dans un système de formation où le diplôme prépare spécifiquement au métier d'enseignant, les cours sont orientés et conçus dans ce sens. Nous approfondirons ces réflexions lorsque nous présenterons les cours et leurs objectifs.

1.1.4 Frise chronologique

La frise chronologique suivante représente les dates les plus pertinentes des processus qui ont façonné la réalité actuelle de la formation des enseignants dans les deux pays, France et Uruguay de 1950 à nos jours.

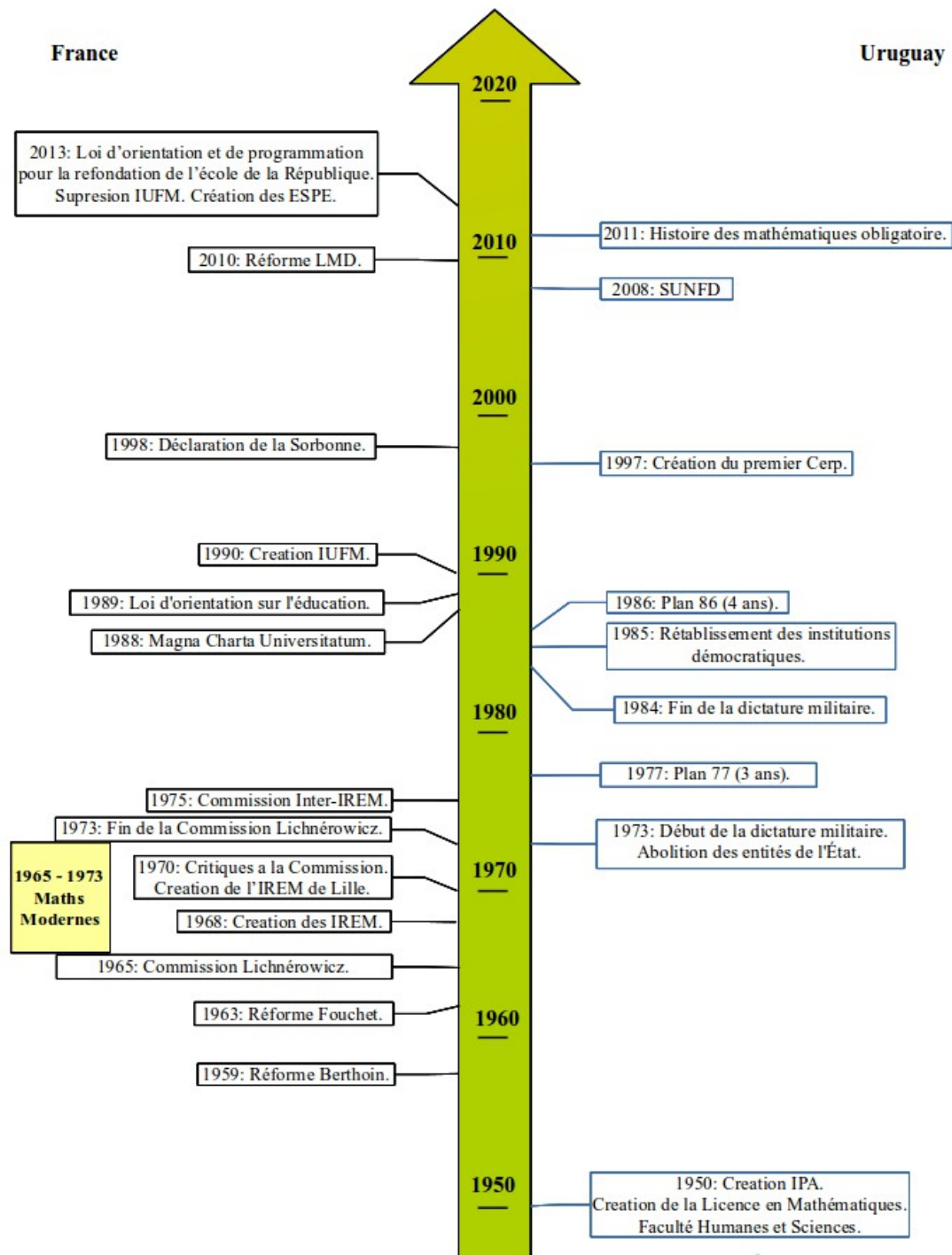


Figure 1.4 : Frise chronologique.

1.2 L'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants des mathématiques

Nous présenterons ci-dessous la constitution du domaine de recherche qui concerne notre travail ainsi que les questions et problèmes actuels, en nous concentrant sur l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement des mathématiques, en particulier dans la formation des enseignants. Nous commencerons cette section avec l'étude ICMI «History of Mathematic» de l'année 2000, devenue une référence internationale. De là, nous détaillerons l'état de l'art de ce domaine de recherche qui vise à intégrer l'histoire des mathématiques dans l'enseignement.

1.2.1 L'étude ICMI de l'année 2000 « History in Mathematics Education »

La Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique (International Commission on Mathematical Instruction – ICMI) est une commission de l'Union Mathématique Internationale (International Mathematical Union – IMU). Cette commission travaille au niveau international et s'intéresse aux questions relatives à l'enseignement des mathématiques. L'ICMI a été fondée en 1908, lors du Congrès international des mathématiciens à Rome.

En 1998, la dixième rencontre de cette commission s'est tenue au CIRM de Luminy (Marseille). Publiée en 2000 sous la direction de John Fauvel et Jan van Maanen, cette étude est le résultat de 5 jours de débat autour du rôle de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, avec la participation de 63 spécialistes qui ont participé à 11 groupes de travail (correspondant aux 11 chapitres du volume de l'étude).

En raison de son caractère international, cette dixième rencontre de la ICMI « History in Mathematics Education » est reconnue comme la synthèse de la constitution d'un domaine de recherche, et comme une des références des plus significatives dans le domaine de l'histoire des mathématiques et de son enseignement. Dans cette étude sont présentées les différentes lignes de recherche en lien avec l'histoire des mathématiques et l'enseignement des mathématiques, mais également plusieurs types de ressources pour les enseignants et les chercheurs.

L'étude ICMI s'appuie sur l'expérience de nombreux professeurs de mathématiques du monde entier qui ont constaté que l'histoire des mathématiques fait une différence dans l'enseignement de cette discipline. Ainsi, il s'avérerait utile d'avoir l'histoire des mathématiques comme ressource pour l'enseignant et d'envisager que les mathématiques à l'école reflètent un aspect plus large des mathématiques en tant qu'activité culturelle. L'étude nous rappelle aussi que le mouvement visant à intégrer l'histoire des mathématiques dans la formation des futurs enseignants et dans la formation continue des enseignants en exercice, a été un thème d'intérêt international pendant une partie du siècle dernier.

Ce groupe de travail souligne la nécessité d'une réflexion didactique sur l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement. Pour eux, travailler avec des sources originales dans l'enseignement des mathématiques est l'une des formes les plus ambitieuses d'intégration de l'histoire, mais elle est aussi considérée comme l'une des plus enrichissantes par les élèves et les futurs enseignants. C'est ainsi que, guidés par ces intérêts, certains des objectifs proposés étaient d'étudier et d'évaluer l'état actuel de l'ensemble du domaine, de constituer une ressource pour les enseignants et les chercheurs, et d'indiquer les lignes des activités de recherche futures.

Le premier chapitre de cette étude examine la place de l'histoire des mathématiques dans les programmes nationaux des pays participants. Ainsi nous avons des informations sur les pays suivants : Argentine, Autriche, Brésil, Chine, Danemark, États-Unis, France, Grèce, Israël, Italie, Japon, Norvège, Nouvelle-Zélande, Pays-Bas, Pologne et Royaume-Uni.

Dans le troisième chapitre, seront présentés quelques arguments pour l'inclusion de cette dimension historique des mathématiques dans l'enseignement. Par exemple elle offre des opportunités pour le développement de points de vues sur ce que sont les mathématiques et elle pourrait permettre une meilleure compréhension des concepts et des théories. L'histoire des mathématiques peut changer la perception et la compréhension des mathématiques des enseignants, qui peuvent pour leur part, avoir une influence sur la façon d'enseigner, et finalement sur la façon dont les élèves perçoivent et comprennent les mathématiques (Fauvel et Maanen, 2000, 63). En ce sens, on pourrait percevoir un changement dans le style pédagogique de l'enseignant : d'un enseignement formellement mathématique à un enseignement basé sur une approche vers la découverte de cette discipline fournie par l'histoire.

Cette étude évoque aussi des critiques sur le fait que l'enseignement des mathématiques se fasse à partir de l'utilisation d'extraits historiques, d'anecdotes, etc. Cette pratique pourrait donner une fausse image aux élèves et une vision tronquée de ce que sont les mathématiques, et de fait, de leur histoire. Mais si l'on veut donner une vision globale des événements historiques, il se pourrait aussi que l'on tombe dans le problème de ne travailler seulement via une perspective historique, ne parvenant pas à traverser différents sujets du programme s'ils ne se situent pas dans la même période historique (Fauvel et Maanen, 2000, p. 65).

Dans la section suivante, nous verrons comment l'intérêt pour l'intégration de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants remonte au début du XXe siècle. Cet intérêt a été suscité par des mathématiciens et des historiens des mathématiques de cette époque.

1.2.2 L'histoire des mathématiques pour la formation des enseignants

Au début des années 1900, dans le contexte d'activités mathématiques coordonnées à l'échelle internationale, les historiens et les professeurs de mathématiques ont souligné l'importance d'une composante historique dans la formation des futurs professeurs de mathématiques.

Lors du troisième Congrès international de mathématiques, tenu en Allemagne en 1904, une motion a été adoptée, recommandant l'introduction d'éléments historiques dans les programmes d'études de certaines disciplines de l'enseignement secondaire (Fauvel et Maanen, p. 91). Cependant, selon Gert Schubring⁸, cette motion adoptée en faveur de l'intégration de l'histoire se fondait sur une conception de l'histoire comme une ressource pédagogique motivationnelle. Dans les années 1970, plusieurs positions opposées à l'utilisation de l'histoire des mathématiques et de la science en général ont présenté leurs arguments, et le consensus anodin qui pouvait exister sur l'utilisation de l'histoire des mathématiques comme ressource pédagogique a été remis en question. Cette situation a donné lieu à de nouvelles reformulations qui font encore l'objet de débats.

1.2.2.1 Deux positions contre l'utilisation de l'histoire des sciences

Dans un article paru en 1994, Michael Matthews, professeur à la School of Education de l'Université de Nouvelle-Galles du Sud, Australie, affirme que la formation des enseignants en sciences peut être améliorée si ceux-ci connaissent un peu l'histoire et la philosophie des sciences, et si ces sujets étaient inclus dans le programme de sciences. Pour Matthews, l'histoire et la philosophie des sciences jouent un rôle important dans de nombreuses questions théoriques sur lesquelles les professeurs de sciences doivent réfléchir, notamment les objectifs de l'enseignement des sciences et ce qui constitue un programme scientifique approprié pour tous les élèves, etc.

L'auteur expose dans cet article deux positions contre l'utilisation de l'histoire des sciences présentées dans les années 1970, que nous souhaitons souligner : la position de Martin Klein, physicien et historien de la physique, et celle de Thomas Kuhn, physicien et philosophe des sciences. Les critiques exposées nous incitent à réfléchir sur un éventuel rôle non-naïf de l'histoire des sciences dans l'enseignement.

La position présentée par Klein, en 1972, repose sur l'argument que la seule façon dont l'histoire pourrait être utilisée dans un cours de sciences est inappropriée. Cette affirmation se fonde sur la manière dont les enseignants de sciences choisissent et utilisent les matériels historiques à des fins scientifiques ou pédagogiques contemporaines. Cependant, dit Klein, une telle sélection est contraire aux canons de la bonne histoire, et donc en essayant d'enseigner la physique à travers son

⁸ Gert Schubring est membre de l'Institut für Didaktik der Mathematik, Université de Bielefeld en Allemagne. En plus de l'histoire de l'enseignement des mathématiques, il s'intéresse à l'histoire des mathématiques et des sciences dans les XVIIIe et XIXe siècles.

histoire, ou au moins avec l'aide de son histoire, on court le risque de faire une injustice à la physique ou à son histoire. Klein soutient que l'histoire de la physique ne sert pas l'enseignement de la physique, en raison de la différence entre la perspective complexe des faits qu'un historien recherche et la vision simple et précise d'un physicien. Klein conclut qu'il est préférable de se passer d'histoire plutôt que d'utiliser une mauvaise histoire (Matthews, 1994, p. 259).

La deuxième critique a été présentée par Kuhn dans les années 1970. Il affirme que la présentation de l'histoire des sciences aux étudiants affaiblit les convictions scientifiques nécessaires à un apprentissage scientifique adéquat. L'enseignement scientifique, dit Kuhn, est dirigé à travers les manuels scolaires, et les étudiants en sciences ne sont pas motivés à lire des livres classiques d'histoire des sciences. Kuhn soutient qu'en lisant les livres d'histoire, les étudiants pourraient découvrir d'autres façons de voir les problèmes abordés que celle qui est présentée dans les manuels scolaires. D'autre part, Kuhn défend la structure de l'éducation dogmatique en soutenant que c'est grâce à ce type d'éducation que la science a progressé rapidement. Cependant, pour lui, s'il s'agit de présenter une histoire des sciences, de toute façon, celle-ci doit être déformée pour que l'étudiant se sente partie prenante d'une tradition de recherche réussie de la vérité (Matthews, 1994, p. 261).

Pour Matthews, les objections présentées par Klein et Kuhn sont sérieuses mais il est possible de faire une adaptation sans supprimer l'histoire des sciences des cours. Il affirme que la plupart des disciplines doivent être simplifiées pour un étudiant initial, et que le défi est alors de produire une histoire simplifiée qui illustre la discipline, sans être une caricature du processus historique. Cette simplification devrait se faire en fonction de l'âge du groupe enseigné et du programme d'études présenté. L'histoire et la science peuvent devenir plus complexes à mesure que la situation éducative l'exige et, évidemment, cela exigera aussi une formation adéquate des enseignants. Matthews affirme que pour atteindre cet objectif, il est essentiel d'aborder le problème dans la formation des enseignants et pendant l'exercice de leur profession. Pour développer cette approche, l'auteur souligne l'intérêt d'une collaboration entre historiens et éducateurs.

1.2.2.2 Après l'ICMI de l'année 2000

Man-Keung Siu, professeur à l'Université de Hong Kong, est reconnu pour ses travaux développés en mathématiques mais aussi dans le domaine de l'histoire des mathématiques et de son intégration dans l'enseignement. Participant actif dans la communauté internationale de l'Histoire et de la Pédagogie des Mathématiques – HPM depuis le milieu des années 1980, il a publié en 2004

*No, I don't use history of mathematics in my class. Why?*⁹ un article au titre provocateur, qui nous invite à réfléchir sur les réalités pratiques des enseignants dans leur travail quotidien. Dans cet article Siu présente une liste de 16 arguments invoqués par les enseignants qui n'utilisent pas l'histoire dans leurs cours de mathématiques. Voici quelques-uns de ces arguments : « je n'ai pas le temps en classe » ; « l'histoire n'est pas mathématique » ; « je ne saurais pas comment évaluer les connaissances historiques » ; « il n'y a pas de matériel adéquat » ; « je n'ai pas d'expérience en histoire » ; « l'histoire peut confondre les élèves » ; « y a-t-il des preuves empiriques que les élèves apprennent mieux lorsque l'histoire des mathématiques est utilisée en classe ? ». A ces arguments s'ajoutent ceux d'Abd-El-Khalick qui, depuis plus de 20 ans, étudie les effets de Nature of Science - NOS sur l'enseignement scientifique. En tant que chercheur d'un domaine différent de celui de l'histoire des mathématiques, nous avons voulu le citer pour la pertinence de ses travaux par rapport à l'intégration de la NOS dans l'enseignement des sciences. Dans un article paru en 2013, il souligne deux facteurs principaux qui permettraient aux professeurs de sciences de s'engager avec succès dans l'enseignement avec et sur la NOS. D'une part, les mandats et les priorités du curriculum et, d'autre part, la mesure dans laquelle les résultats d'apprentissage liés au développement des connaissances des élèves sur NOS sont valorisés comme résultats d'apprentissage.

Notamment, nous soulignons le manque de données empiriques qui montrent des effets de cette pratique¹⁰. Le manque de preuves empiriques rapportant résultats de la mise en place des activités basées sur l'histoire des mathématiques, et le manque de matériel conçu par et pour les enseignants, faisaient partie des problématiques déjà soulevées dans l'étude ICMI (Fauvel et Maanen, 2000, p. 203). De la même manière, la faible qualification des enseignants en ce qui concerne les connaissances historiques, le manque de confiance en leurs capacités par rapport à l'enseignement de l'histoire des mathématiques, le manque de personnel spécialisé dans la formation de ces futurs enseignants, sont encore en cours de discussion.

Pour cette raison, nous nous sommes demandé ce qui a été dit de plus sur ces problèmes après cette étude. Pour répondre à cette question, nous nous tournons vers les travaux du chercheur Édgar Guacaneme, professeur de l'Université Pédagogique Nationale¹¹ en Colombie, qui travaille autour de l'histoire des mathématiques pour la formation des enseignants de mathématiques depuis plus de 20 ans. Dans plusieurs de ses travaux nous avons reconnu les problèmes décrits ci-dessus :

9 *Non, je n'utilise pas l'histoire des mathématiques dans ma classe. Pourquoi ?*

10 Dans un article paru en 2000, Abd-El-Khalick et Lederman ont évalué l'influence de trois cours d'histoire des sciences sur les conceptions de la nature des sciences (NOS) des étudiants universitaires. L'une des conclusions est que très peu de changements ont été observés dans les opinions des participants à l'étude. Ils affirment que ces résultats ne corroborent pas empiriquement l'hypothèse, défendue par de nombreux enseignants en sciences, selon laquelle le travail avec l'histoire des sciences améliorera le point de vue des élèves.

11 Universidad Pedagógica Nacional.

Un autre problème concerne la nécessité de disposer de matériels plus nombreux et de meilleure qualité pour la formation en Histoire ; ce dernier point est pour nous d'une importance capitale, car non seulement il révèle un manque de matériels, mais il suggère aussi que ceux qui existent ne sont peut-être pas adéquats pour la formation des connaissances historiques requises par les enseignants de mathématiques dans le cadre de leurs connaissances historiques. (Guacaneme, 2010, p. 144, notre traduction)

Dans sa thèse, il continue :

[...] nous soulignons la coïncidence de plusieurs auteurs qui relèvent l'insuffisance des matériels que les enseignants peuvent s'approprier pour favoriser la connaissance historique liée à leur pratique pédagogique, ce que nous reconnaissons aujourd'hui plus précisément comme le manque - ou du moins la carence - de matériels pouvant favoriser une approche historique particulière. (Guacaneme, 2016, p. 276, notre traduction)

Dans sa thèse de doctorat, Guacaneme utilise des livres, des articles et des revues scientifiques en espagnol, anglais et français, qui montrent la validité des problèmes remarqués à partir de l'étude ICMI (2000), au moins dans une grande partie de l'Amérique Latine. En considérant la taille et l'influence du Brésil dans le continent, nous avons décidé de chercher des références sur ce pays, vu qu'il n'a pas été examiné dans le travail de Guacaneme. De cette façon, nous pouvons avoir une vue d'ensemble de toute la région.

À partir d'un livre publié en 2014, par Maria Beltran, Fumikazu Saito et Lais Trindade au Brésil, nous nous sommes intéressés à leurs recherches. Ce sont des chercheurs reconnus dans le domaine de l'histoire des sciences, des enseignants de la Université Catholique Pontificale de Sao Paulo¹² et des coordinateurs du groupe de recherche Histoire et Épistémologie dans l'Enseignement des Mathématiques (HEEMa¹³, sigle en portugais). Le but de ce groupe de recherche est de discuter et de réfléchir sur les potentialités pédagogiques de l'histoire des mathématiques en étudiant les multiples initiatives des éducateurs et leurs approches. Le livre qu'ils ont publié était à destination des enseignants de mathématiques intéressés à réfléchir sur l'intégration de l'histoire dans leurs classes. Au tout début de l'introduction, ils affirment :

Au cours des dernières décennies, l'inclusion des sujets d'histoire des sciences a été renforcée dans les cours de formation initiale et continue des enseignants, ainsi que dans les licences en sciences naturelles et exactes. Cependant, il n'y a toujours pas de matériaux spécifiques pour enseigner l'histoire des sciences dans l'enseignement supérieur. (Beltran, Saito et Trindade, 2014, p. 9, notre traduction)

12 Pontificia Universidade Católica de São Paulo.

13 Groupe d'étude et recherche "História e Epistemologia na Educação Matemática", de l'Université Pontificale Catholique de São Paulo, créée en 2008. Site d'Internet : <https://heemaweb.wordpress.com/historico-do-grupo/>

Au moins au niveau latino-américain, nous pouvons confirmer que les matériaux qui intègrent l'histoire des mathématiques ou l'histoire des sciences dans les différents niveaux d'enseignement, élaborés pour la formation des enseignants sont encore insuffisants.

D'autre part, en parlant de la recherche liée à l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement, Guillemette confirme aussi l'observation de Siu (2004) concernant l'absence de tests empiriques sur la mise en œuvre d'activités fondées sur l'histoire des mathématiques et des aspects méthodologiques. Ainsi, il apporte une autre perspective au débat, soutenant qu'il est nécessaire de se concentrer sur les difficultés méthodologiques car, à ce niveau, la recherche est assez fragile :

[...] nous avons souligné des faiblesses du point de vue méthodologique dans la plupart d'entre elles [les recherches]. Nous avons remarqué l'utilisation d'un seul outil de collecte de données qui se veut dans la majorité des cas insuffisant et très limité, l'absence de triangulations des observations, l'absence d'une certaine systématisation de compilation et de comparaison des données et l'absence de cadre d'analyse préétabli et cohérent pour la lecture et l'interprétation des résultats de recherche. S'ajoute à ces éléments une certaine incohérence entre les choix d'ordre méthodologique et la perspective exploratoire des travaux en question. (Guillemette, 2011, p. 22)

Grâce à cette remarque de Guillemette, on peut faire deux observations : 1) il n'y a pas assez de matériel spécifique pour l'intégration de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants ; 2) le manque de cadres théoriques pour une recherche qui en analyse l'efficacité.

1.2.2.3 Arguments de collaboration : binôme historiens - enseignants de mathématiques

Gooday, Lynch, Wilson et Barsky (2008), historiens des sciences proposent de discuter des possibilités d'apporter des preuves solides sur l'efficacité de l'utilisation de l'histoire dans les cours de sciences et de cette manière favoriser l'enseignement des sciences avec l'histoire, et ainsi montrer la valeur de l'histoire des sciences en dehors du milieu universitaire :

Nous devons produire des preuves plus solides et plus complètes de l'efficacité éducative de la pensée historique sur la science. Nous devons également travailler plus étroitement avec les scientifiques pour repousser les utilisations irresponsables de l'histoire qui pourraient s'infiltrer dans le programme de sciences. En soi, ces projets jumeaux pourraient occuper les historiens des sciences pendant des décennies, mais nous accueillons favorablement le débat non seulement sur d'autres initiatives en ce sens, mais aussi sur d'autres façons dont notre discipline peut bénéficier de manière critique à l'enseignement des sciences au XXI^e siècle. (Gooday *et al*, 2008, p. 330, notre traduction)

On pourrait considérer que l'article de Gooday *et al* (2008) représente un groupe d'historiens des sciences qui a fait une approche timide de l'éducation. Malheureusement, nous n'avons trouvé aucun autre indice sur le travail de ces historiens concernant le lien entre l'histoire des sciences et

l'enseignement. Cependant, nous présenterons ci-dessous des groupes de chercheurs des deux communautés dans le but de contribuer à la formation des enseignants en intégrant l'histoire des mathématiques ou l'histoire des sciences dans l'enseignement.

1.2.2.4 Pour conclure cette section : un bref bilan

Nous voulions mettre en évidence que l'intérêt explicite pour l'intégration de l'histoire des mathématiques dans les enseignements des mathématiques remonte au début du XXe siècle. Toutefois, nous manquons toujours de données empiriques sur les résultats de cette intégration, d'approches méthodologiques, de matériels élaborés par et pour les enseignants, et de formateurs d'enseignants spécialisés dans ce domaine. La collaboration entre historiens et enseignants de mathématiques semble être une option novatrice.

1.3 Quelques approches pour comprendre la place de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants

Nous présenterons ici les différentes approches concernant l'enseignement de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants. Il sera évoqué la position des IREM de France, la Socio-épistémologie du Mexique, un groupe d'Histoire et épistémologie dans l'enseignement des mathématiques du Brésil, quelques considérations faites sur les recherches du professeur-chercheur Jankvist au Danemark, des considérations sur une Didactique de l'histoire des mathématiques réalisées par une équipe de chercheurs de Colombie, et enfin les considérations de Guillemette, professeur canadien qui utilise la théorie de l'objectivation comme cadre théorique. Nous avons organisé ces perspectives par ordre chronologique pour ensuite présenter une synthèse avec les principaux éléments de chacune d'elles. On ne peut pas rentrer dans les particularités de chaque pays, car cela dépasse les limites de notre travail. Ce qui nous intéresse est d'acquérir une idée générale de l'état de l'art de notre problématique. En particulier dans cette section nous avons décidé de commencer avec une brève réflexion autour de l'utilisation des termes tels que : didactique des mathématiques, mathematics education, educación matemática et matemática educativa, chacun de ces termes ayant sa propre particularité, il nous a paru indispensable de commenter ceux-ci.

1.3.1 Quelques considérations sur les termes : educación matemática, matemática educativa, mathematics education et didactique des mathématiques

Tout d'abord et avant de commencer cette section, nous avons jugé pertinent de présenter quelques commentaires sur les termes : educación matemática, matemática educativa, mathematics education et didactique des mathématiques, car nous savons qu'il peut y avoir une ambiguïté dans l'emploi de ces termes.

Au début du livre *European traditions in didactics of mathematics*, Blum, Artigue, Mariotti, Sträßer et Van den Heuvel-Panhuizen, présentent une brève histoire du terme *didactique* faisant référence à la longue tradition d'utilisation dans certains pays européens, signe d'un héritage commun au sein de ces pays malgré les dissonances existantes et ce, également dans l'enseignement des mathématiques, tant dans l'apprentissage et l'enseignement à l'école que dans la recherche. En ce qui concerne ce terme, Blum *et al.* (2019) disent :

Malgré la diversité des origines, la plupart de ces traditions partagent des caractéristiques communes, dont l'une est l'utilisation dans de nombreuses langues du mot *didactique* (dérivé du grec *didáskein*, qui signifie « enseignement ») pour désigner l'art et la science de l'enseignement et de l'apprentissage (*didactiek* en néerlandais, *didactique* en français, *didáctica* en espagnol, *didattica* en italien, *didaktika* en tchèque, *dydaktyka* en polonais et *didaktik(k)* en suédois, danois, norvégien et allemand) au lieu de *education*, qui est préféré dans la tradition anglo-saxonne (2019, p. 1-2, notre traduction).

Pour ces auteurs, cette tradition provient de la *Didactica Magna* de Comenius du XVII^e siècle qu'ils identifient comme le premier ouvrage complet sur les objectifs, les contenus et les méthodes d'enseignement. En plus de partager ce terme, les auteurs soulignent quatre caractéristiques communes à ces traditions : un lien étroit avec les mathématiques et les mathématiciens, le rôle clé de la théorie, le rôle clé des activités de conception pour les environnements d'apprentissage et d'enseignement, et une base solide en recherche empirique.

Ils justifient ainsi l'utilisation du terme « didactique des mathématiques » au lieu de « mathematics education » pour désigner la discipline qui traite de tous les aspects de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques dans les traditions européennes, bien que, comme nous l'avons vu précédemment, les auteurs le considèrent très proche.

Pour Juan Godino, spécialiste de la théorie et de la méthodologie de la recherche en Educación Matemática, professeur à l'Université de Grenade, en Espagne, le terme *educación* est plus large que *didáctica*. Pour cette raison, il est possible de faire la distinction entre *Educación Matemática* et *Didáctica de la Matemática*. Comme Rico, Sierra et Castro (2000, p. 352), Godino considère l'*Educación Matemática* comme l'ensemble du système de connaissances, des institutions, des plans de formation et des objectifs éducatifs qui constituent une activité sociale complexe et diversifiée liée à l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Ces auteurs décrivent la *Didáctica de la Matemática* comme la discipline qui étudie les problèmes se posant dans l'*Educación Matemática* et propose sa transformation par des actions fondées.

En ce qui concerne l'expression anglo-saxonne *Mathematics Education*, Godino s'appuie sur Steiner (1985), pour considérer que cette expression se réfère au domaine de la connaissance qui, en France, en Allemagne et en Espagne est appelée : *Didactique des mathématiques*, et prend les deux dénominations comme étant des synonymes. Cependant, il précise que pour Steiner (1985), « *Mathematics Education* admet aussi une interprétation dialectique globale comme discipline scientifique et comme système social interactif comprenant théorie, développement et pratique. » (Godino, 2010, p. 2).

Pour leur part, Ricardo Cantoral et Rosa Farfán, chercheurs au Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional - Cinvestav, au Mexique, ils se servent du terme *Matemática Educativa*, comme un terme équivalent au terme *Mathematics Education* du monde anglo-saxon, qui, à leur sens, ressemble au terme utilisé par certains pays européens pour la *Didáctica de las matemáticas*, *Didactique des mathématiques*, *Didaktik der Mathematik*. En même temps, ils affirment que cette dénomination donne à la discipline une situation géographique et conceptuelle (Cantoral et Farfán, 2003, p. 204).

Claire Margolinas, chercheuse à l'Université Clermont-Auvergne spécialisée dans le domaine des Sciences de l'éducation, en France, considère que l'une des originalités du paradigme français de la recherche en didactique des mathématiques est de prendre au sérieux la recherche fondamentale et non directement le succès des étudiants. En d'autres termes, il s'agit de rechercher des conditions qui permettent en théorie de faire évoluer les connaissances des élèves et non pas seulement qui améliorent de fait l'enseignement. Chez Margolinas, dans les années 1970, Brousseau a considéré la didactique des mathématiques comme une science expérimentale, dans laquelle les résultats techniques sont envisagés comme des conséquences des résultats fondamentaux. Dans ce contexte, la didactique des mathématiques reçoit une définition très large : « [...] science de l'étude et de l'aide à l'étude des (questions de) mathématiques » (Bosch & Chevallard, 1999, p. 79). Et c'est pour cette raison que la didactique des mathématiques ne serait donc définie que par les mathématiques, ce qui l'éloigne des disciplines qui s'intéressent à l'apprentissage (la psychologie), à l'enseignement (la pédagogie), à l'école et à la transmission des savoirs (la sociologie). Ces considérations font que Margolinas préfère utiliser le terme *didactic* même si elle écrit en anglais, car pour elle les termes *didactic* et *education mathematics* ne sont pas identiques (Margolinas 2014, p. 14).

En synthèse, on constate une certaine tension au moment où l'on décide d'utiliser l'un de ces termes, ce qui rend cette clarification nécessaire. Cependant, Blum *et al* (2019), Godino (2010) et Cantoral et Farfán (2003) reconnaissent une certaine équivalence. Nous comprenons que la différence la plus radicale dans la didactique des mathématiques « à la française », par rapport à d'autres façons de voir les phénomènes de l'enseignement des mathématiques, est le rôle principal des mathématiques. Pour cette raison, la didactique française ne se concentre pas sur l'amélioration des connaissances pédagogiques générales de l'enseignant, mais, comme le dit Valero, « établit presque le devoir de l'enseignant d'approfondir ses connaissances mathématiques en relation étroite avec le problème de la construction des connaissances à l'école » (1997, p. 18, notre traduction).

1.3.2 L'introduction d'une perspective historique en France

Dans cette section, nous présentons la création des IREM, la commission inter-IREM d'épistémologie et histoire des mathématiques, puis l'expérience du dépaysement épistémologique.

1.3.2.1 Le contexte d'émergence des IREM

Comme nous l'avons dit précédemment, après la naissance des IREM, en 1975¹⁴ a été créée la commission inter-IREM « Épistémologie et histoire des mathématiques », qui regroupe des

14 Informations extraites du site web <<http://www.univ-irem.fr/spip.php?rubrique160>>.

enseignants des lycées, des collèges et des universités, dans le but de coordonner diverses actions autour de l'épistémologie et de l'histoire des mathématiques.

Dans ces années de mise en œuvre des « mathématiques modernes », les promoteurs de la réforme dénonçaient un enseignement ancien. Cette réforme a été rapidement remise en question par divers acteurs, notamment les IREM, qui considéraient que les mathématiques étaient devenues une langue à apprendre et une discipline de sélection (Barbin, 2010, p. 74).

A la fin des années 1970, les IREM ont organisé trois colloques contre le rôle sélectif des mathématiques misturé par la réforme ; c'est en 1982 que la commission inter-IREM se prononce sur l'histoire des mathématiques, faisant valoir que l'historien qui observe les mathématiques ne voit pas une mathématique morte, mais un savoir plein de vitalité, en lien avec les problèmes d'astronomie et de physique, de techniques et de création artistique, ainsi que des mathématiques insérées dans un contexte dans lequel il y a des controverses philosophiques et théologiques et des confrontations avec différents pouvoirs et institutions (Barbin, 2010, p. 75).

D'après Barbin (2010), l'esprit de cette commission est de montrer que les mathématiques n'ont pas été inventées pour développer des activités pédagogiques, mais ont été un instrument pour comprendre le monde. Elle insiste sur le fait que les mathématiques ne doivent pas être enseignées comme un objet scolaire dénué de sens, en s'exprimant sur l'histoire des mathématiques comme une possible « thérapeutique contre une pédagogisation » de l'enseignement des mathématiques, car elle peut montrer l'étendue authentique des savoirs à enseigner (Barbin, 2010, p. 76).

En prenant en compte la théorie de la transposition didactique d'Yves Chevallard (1991), on peut interpréter cette « pédagogisation » comme le processus qui transforme le savoir savant dans un savoir à enseigner. Cependant, le fait de considérer l'histoire des mathématiques comme une « thérapeutique contre » cette pédagogisation, expose que cette dénomination est péjorative.

Chevallard explique que le savoir à enseigner est une adaptation du savoir savant, et que les deux sont élaborés en fonction des exigences de l'institution dans laquelle ils circulent. L'institution d'enseignement adapte les contenus élaborés par l'institution productrice de savoirs et les propose avec leurs limites de temps, d'organisations, d'évaluations, etc.

Selon l'auteur, le savoir produit par la transposition didactique est un savoir exilé de ses origines et séparé de sa production historique dans le domaine du savoir savant, légitimé, comme savoir à enseigner, comme quelque chose qui n'appartient à aucun temps ni lieu. Cette distance qui sépare le savoir savant du savoir à enseigner, doit être surveillée par le didacticien, qui doit interroger les évidences, questionner les idées simples, se débarrasser de la familiarité trompeuse de

son objet d'étude. Le didacticien doit donc exercer ce que Chevallard définit comme une vigilance épistémologique.

Reconnaître qu'il existe une transposition didactique du savoir savant au savoir à enseigner permet de questionner, réfléchir et contrôler la distance qui peut exister entre l'objet à enseigner et l'objet de référence. En particulier, dans le contexte de notre recherche, nous pensons que le contenu historique est fondamental dans la formation des enseignants en tant qu'outil de contrôle pour exercer cette vigilance épistémologique.

Dans le contexte de cette perspective et des actions menées par la commission inter-IREM, nous sommes intéressés à présenter leur point de vue sur l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants, et le concept de *dépaysement épistémologique* développé par Evelyne Barbin.

1.3.2.2 *Le dépaysement épistémologique*

Pour Barbin il y a des enjeux spécifiques à l'utilisation de l'histoire des sciences dans la formation des enseignants. Dans la formation initiale, l'histoire va à la rencontre d'un savoir « scolaire » et d'un savoir de plus en plus « hétéroclite ». Dans la formation continue, elle autorise une réflexion sur les contenus et les programmes enseignés. La lecture des textes anciens est particulièrement bénéfique vis-à-vis de ces enjeux. Elle permet un « choc culturel », en plongeant d'emblée l'histoire des mathématiques dans l'histoire. Il ne s'agit pas alors de lire ces textes en rapport avec nos connaissances, mais plutôt dans le contexte de celui qui les a écrits. L'histoire des mathématiques aurait la vertu d'étonner, elle rend le commun peu commun, cela nous désoriente, nous dépayse. Dans ce sens, l'étudiant qui s'approche d'un texte historique est impliqué dans un processus dans lequel il est forcé de récupérer le sens mathématique. Ainsi, l'histoire des mathématiques donne non seulement un visage humain à la discipline, mais elle touche aussi les étudiants en leur demandant de réfléchir à leur épistémologie des mathématiques et à l'enseignement des mathématiques. Cette expérience de choc des cultures à travers le temps est ce que Barbin définit comme *dépaysement épistémologique*, expérience qui provoque une remise en question des savoirs et des procédures qui « vont de soi » (2010, p. 82-83).

Barbin rejoint Rudolf Bkouche, mathématicien et défenseur de l'épistémologie, de l'histoire des mathématiques et de son enseignement. Bkouche qui était directeur à l'IREM de Lille, défendait l'épistémologie des problématiques¹⁵ pour introduire une perspective historique dans

15 « L'épistémologie des problématiques se propose d'analyser comment les problèmes qui ont conduit l'homme à fabriquer ce mode de connaissance que nous appelons la connaissance scientifique, ont modelé les théories inventées pour résoudre ces problèmes » (Bkouche, 2000, p. 13-14).

l'enseignement. Il affirmait : « L'intérêt de pouvoir connaître l'histoire des mathématiques pour un enseignant, ce n'est pas pour la raconter aux élèves, c'est de comprendre comment se forment les concepts et les objets mathématiques, comprendre le cheminement des idées [...] » (Bkouche, 2000, p. 20). Barbin suit sa réflexion en précisant qu'il ne s'agit pas de donner des cours d'histoire ni un enseignement calqué sur l'histoire, sinon de mobiliser toute la réflexion historique et épistémologique de l'enseignant. Il s'agit d'intégrer l'histoire dans l'enseignement, de dater l'invention d'un concept, d'expliquer la portée historique d'un concept, de faire lire des textes anciens, mais aussi de résoudre des « problèmes historiques ». L'objectif n'est pas de créer une discipline ou un moment scolaire complètement détaché de la pratique des mathématiques (Barbin, 2010, p. 83). On peut lire chez Barbin, Bénard et Moussard :

Introduire une perspective historique suppose que l'enseignant connaisse et pratique l'histoire de sa discipline, et les enjeux commandent que cette connaissance ne se borne pas à la lecture d'abrégés historiques. De ce point de vue, deux exigences président aux travaux entrepris dans les IREM : le recours à la lecture des textes originaux, en formation des enseignants et éventuellement en classe, et l'approche interdisciplinaire de textes, tous emprunts de considérations extra-mathématiques. (Barbin *et al*, 2018, p. 7)

Dans cette perspective l'enseignant doit connaître l'histoire des mathématiques, et c'est pour cette raison que l'on parle d'histoire comme un savoir scolaire dans la formation initiale. Dans un deuxième temps, qui serait celui de la formation continue, on pourrait faire une approximation de l'histoire, en la considérant comme un savoir complexe et peu homogène, s'appuyant par exemple sur la lecture des textes anciens.

Ce que nous trouvons remarquable dans cette perspective, c'est la considération de l'histoire comme objet d'étude dans la formation initiale et dans la formation continue, comme objet qui peut aider à mobiliser la réflexion des enseignants en exercice sur leurs pratiques, dans le but de retrouver dans les mathématiques leur sens originel par la contextualisation historique.

Dans ce processus mobilisateur, nous mettons en avant la notion de dépaysement épistémologique.

1.3.3 Considérations d'après la socio-épistémologie du Mexique

Cette ligne de recherche, conçue dans le domaine des mathématiques éducatives au Mexique, découle du travail effectué par les chercheurs Cantoral et Farfán à la fin des années 1980 (Camacho, 2006, p. 144). Son objectif fondamental est d'étudier la construction du savoir situé, le savoir qui prend en compte les circonstances socioculturelles particulières et les scénarios, en le caractérisant comme le produit des interactions entre l'épistémologie et les facteurs sociaux (Cantoral, 2002, p. 35). Dans ce sens, Montiel et Buendia (2012, p. 62) affirment que la socio-épistémologie reconnaît

que les actions de l'individu répondent à son appartenance à un groupe social, à sa présence dans des scénarios spécifiques et à l'influence d'institutions diverses ; il est donc possible de le considérer comme un sujet social parce qu'il agit et pense en interaction. Plus particulièrement, la socio-épistémologie "est devenue une approche théorique de l'entendement et de la compréhension, au sein des mathématiques éducatives, de phénomènes spécifiques liés à la construction et à la transmission des savoirs mathématiques" (Montiel et Buendia, 2012, p. 63, notre traduction). Ainsi, pour ces auteurs, ce qui est étudié, c'est l'être humain qui utilise et fait des mathématiques, et pas seulement sa production mathématique finale.

Nous comprenons que pour la socio-épistémologie, il y a une composante historique pertinente quand on veut situer un concept mathématique pour le comprendre. Cette *problématisation* cherche à identifier les significations propres au savoir qui sont diluées, transformées ou perdues lors de la configuration d'un discours scolaire. C'est pourquoi la socio-épistémologie parle de *resignification* comme le processus continu qui permet de donner du sens au savoir mathématique par ses utilisations, autrement dit, le sens qui sous-tend l'activité et pas nécessairement l'objet mathématique (Montiel et Buendia, 2012, p. 63-64).

La recherche socio-épistémologique a particulièrement problématisé le savoir mathématique sous trois aspects : sa nature épistémologique, sa resignification et ses processus de transmission. En effet, une fois la problématique, les questions de recherche et leurs objectifs soulevés, il est nécessaire de procéder à des révisions et à leur analyse respective, à partir des pratiques et des usages du savoir, de ce qui caractérise la nature du savoir mathématique, de la façon dont l'appréhension de ce savoir se réalise par ses sens contextualisés et enfin, de sa transmission (Montiel et Buendia, 2012, p. 68).

Plus spécifiquement pour une analyse historique de la nature du savoir, Espinoza et Cantoral (2010, p. 895) expliquent trois aspects à prendre en compte dans l'analyse, par exemple, d'un livre ancien : il s'agit d'une production avec une histoire ; c'est à la fois un objet de diffusion qui s'inscrit également dans une expression intellectuelle plus globale.

Une production avec histoire. L'œuvre doit être comprise comme appartenant à une époque, faite par un être humain avec ses propres idées germinales et moyens de signification. Les types de données considérées sont celles relatives à la vie personnelle de l'auteur, à sa famille, à son éducation, aux épisodes pertinents de sa vie, ainsi qu'à sa vie professionnelle, à sa carrière universitaire, à ses relations avec ses collègues et à ses intérêts universitaires. De plus, le contexte socio-politique de la production et les problèmes abordés par la science de son temps sont importants.

Un objet de diffusion. Toute œuvre mathématique publiée a une intentionnalité de diffusion intrinsèque parce que nous cherchons à diffuser quelque chose à quelqu'un et qu'il existe des différences entre une intention didactique et une intentionnalité de diffusion scientifique. Dans la révision, il est donc nécessaire de considérer non seulement l'auteur mais aussi les destinataires de l'œuvre, le type de production, les conditions du support de diffusion et l'institution qui la publie.

Une partie d'une expression intellectuelle globale. Une œuvre ancienne est une expression intellectuelle qui appartient à une séquence d'idées et évolue dans l'ensemble des œuvres de l'auteur et même de sa communauté scientifique, universitaire ou sociale. Cela suppose que l'œuvre mathématique doit être étudiée avec une vue d'ensemble des œuvres les plus pertinentes de l'auteur, mais également que les œuvres qui y sont liées doivent elle aussi être étudiées. Cela inclut la prise en compte des correspondances avec d'autres mathématiciens et des essais épistémologiques et/ou métaphysiques de l'auteur.

Pour la socio-épistémologie, c'est la triangulation de ces trois aspects qui permet de construire une explication socioculturelle de la signification de l'œuvre étudiée. Ces auteurs affirment que "reconnaître ces circonstances comme faisant partie d'une base de signification pour les mathématiques, permet d'expliquer le type d'exemples qui vivent aujourd'hui dans le discours mathématique de l'école" (Montiel et Buendia, 2012, p. 70, notre traduction).

En particulier, Montiel et Buendia soulignent que "La relation entre la pratique et la génération de savoirs mathématiques reconnaît le caractère social des mathématiques et donne un sens différent aux mathématiques scolaires » (2012, p. 74, notre traduction). Comprenant que la génération du savoir mathématique ne peut être étudiée qu'à partir d'une dimension historique, on peut considérer que la socio-épistémologie, considère les éléments historiques comme fondamentaux pour son développement.

Sans perdre de vue que cette approche théorique est au cœur des mathématiques éducatives, la socio-épistémologie postule que la prise de conscience de ces aspects historiques a un effet sur la communauté des enseignants. Comme l'indique Fregueiro (2014) dans son étude socio-épistémologique de nature historique :

Si l'enseignant considère le savoir mathématique comme quelque chose d'a-temporel, a-historique, il n'est pas possible qu'il puisse établir une communication de ce savoir dans la classe avec ses élèves, manquant l'histoire des événements liés à son développement, ne concevant pas les mathématiques comme une activité humaine qui a été construite avec beaucoup de difficultés et d'efforts au cours des siècles. (p. 107, notre traduction)

Montiel et Buendia rejoignent Fregueiro en soutenant que la proposition de l'approche socio-épistémologique concernant l'histoire :

[...] n'est pas de la reproduire dans la salle de classe d'aujourd'hui, ni de relever des problèmes et des situations historiques comme un défi ou comme partie intégrante de la culture générale. Il s'agit plutôt de reprendre les éléments caractéristiques du travail des communautés qui étaient importants à l'époque et de les ré-interpréter pour qu'ils aient un sens aujourd'hui et donnent du sens au savoir mathématiques à développer. C'est pourquoi nous proposons la conception de situations problématiques qui affectent des communautés spécifiques, comme dans le cas du système didactique. (2012, p. 75, notre traduction)

Notre objectif ici est d'essayer de comprendre la vision que la socio-épistémologie a de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants. D'une part, nous soulignons que pour cette approche théorique le savoir mathématique situé et sa resignification sont fondamentaux. D'autre part, nous ne trouvons pas de position définie sur la place que l'histoire des mathématiques devrait occuper dans la formation des enseignants et sur la manière dont elle devrait être mise en œuvre ; bien qu'à partir de la dernière citation on aurait tendance à penser que l'histoire des mathématiques, en formation initiale des enseignants, ne serait pas être considérée comme un objet à étudier mais plutôt comme des situations problématiques visant une resignification.

1.3.4 Perspective du groupe histoire et épistémologie dans l'enseignement des mathématiques au Brésil

Dans la section précédente, nous avons cité ce groupe de recherche brésilien, constitué d'historiens et de professeurs de mathématiques, qui cherche à élaborer des propositions pour définir les conditions de construction des interfaces entre l'histoire et l'enseignement, basées sur les tendances historiographiques actuelles. Chez Saito, l'un des historiens de ce groupe, une historiographie actualisée valorise les contextes d'élaboration, de transformation, de transmission et de diffusion des savoirs mathématiques dans différentes périodes et cultures. Cette perspective s'oppose à une historiographie traditionnelle qui met l'accent sur la cohérence interne du discours mathématique en prenant comme point de départ ce que nous entendons aujourd'hui par mathématiques (2018, p. 608). Aussi pour Pereira et Martins :

[...] la compréhension du processus de formation des concepts mathématiques est une nécessité réelle. Dans ce cas, il révèle non seulement la technique et le contenu interne à la mathématique elle-même, mais aussi les causes de conception de ces concepts, privilégiant les documents de l'époque et le contexte historique, pas forcément mathématique, dans lequel ils ont été développés. (Pereira et Martins, 2017) *apud* (Pereira et Saito, 2018, p. 3, notre traduction)

Ici encore, on trouve la réflexion sur le retour à des documents historiques avec une perspective historiographique actualisée, qui prend en compte le moment et le lieu de production, le personnage qui les a produit, pour quels destinataires, avec quels objectifs, ainsi que tous les aspects qui ont été nommés dans les deux perspectives précédentes.

Ce qui nous intéresse dans ce groupe collaboratif c'est l'articulation entre l'histoire, l'enseignement et les instruments mathématiques, dans lesquelles les participants essaient d'apporter leur contribution à ce domaine d'interface, à partir des hypothèses historiographiques actuelles. Tout comme l'introduction de la perspective historique, cette articulation n'a pas pour but d'enseigner les mathématiques à travers l'histoire, ni de reproduire les mêmes étapes historiques dans le développement du concept, mais de chercher le contexte dans lequel le mouvement de la pensée de sa formulation a été développé (Pereira et Saito, 2018, p. 2).

Chez Pereira et Saito (2018), pour construire l'interface deux actions sont nécessaires : la première est liée à la réflexion dans la formation du concept mathématique. Il s'agit de chercher, dans le processus historique, le mouvement de la pensée à partir de la compréhension de l'objet et, par conséquent, du développement du concept. Ce mouvement qui présuppose l'objet mathématique en construction, permet la formation des idées que compose la logique du mouvement de la pensée. Cependant, pour que la logique ne prévale pas sur l'épistémologique, et les principes fondamentaux des mathématiques sur les mathématiques et ses applications, il est fondamental de construire cette interface en cherchant le contexte de formation de ces objets, en évitant les anachronismes et en tenant compte des objectifs finals des enseignements.

Ainsi, la deuxième réflexion se réfère au contexte dans lequel le savoir mathématique a été développé. Il s'agit d'observer le contenu mathématique, la méthode et les motifs derrière l'écriture du document, le contextualisant dans le moment où il a été élaboré, autrement dit, considérant toutes les caractéristiques de l'ordre mathématique, technique et épistémologique comme il propose une historiographie contemporaine (Pereira et Saito, 2018, p. 4).

Dans ce mouvement, la construction d'une interface devient nécessaire car, à travers le dialogue entre l'historien et l'enseignant des mathématiques, les possibilités d'activités didactiques émergent des trois sphères : épistémologique, historiographique et contextuelle, apercevant dans les instruments mathématiques un moyen à cette insertion. Les études avec des instruments mathématiques sont en expansion¹⁶, principalement destinées à leur utilisation didactique dans la formation des professeurs de mathématiques (Pereira et Saito, 2018, p. 9).

Ce dialogue est basé sur l'idée d'une interface entre l'histoire des mathématiques et l'enseignement, car pour les auteurs, une seule histoire des mathématiques pourrait contribuer de manière bénéfique à l'enseignement : celle basée sur les tendances historiographiques actuelles. D'autre part, pour l'enseignement des mathématiques sous cette perspective, une histoire des

16 Quelques contributions de ce groupe : Saito et Dias (2009a) ; Saito et Dias (2010a) ; Saito et Dias (2010b) ; Saito et Dias (2011a) ; Saito et Dias (2011b) ; Saito et Dias (2013) ; Saito et Dias (2014) ; Beltran, Saito et Pinto, (2014) ; Naci di Beo (2015) ; Castillo (2016) ; Castillo et Saito (2016) ; Dias, Moraes et Morais (2016) ; Moraes (2017) ; Saito (2017) ; Pereira et Saito (2018).

mathématiques orientée pédagogiquement est nécessaire, soit une histoire des mathématiques écrite sous le point de vue du professeur de mathématiques (Saito et Dias, 2013, p. 91).

Nous soulignons cette idée d'une histoire des mathématiques écrite du point de vue de l'enseignant avec l'appui d'historiens ayant une perspective historiographique actuelle. Depuis la reprise d'une des premières observations du chapitre, au Brésil (ainsi que dans une grande partie de l'Amérique Latine), ce groupe a laissé en évidence l'insuffisance de matériel adéquat pour intégrer l'histoire des mathématiques dans l'enseignement.

Les auteurs affirment aussi que parmi les diverses initiatives visant à rapprocher l'histoire des mathématiques et l'enseignement, l'utilisation de documents originaux est la plus répandue. En ce sens, ils utilisent un texte ancien pour construire une interface entre l'histoire des mathématiques et leur enseignement :

Ainsi, à travers les documents, nous cherchons à placer le sujet dans une relation avec son ancêtre, en le comprenant comme un sujet historique, lui permettant de se développer non seulement comme héritier du savoir produit, mais aussi comme capable de reproduire, dans la pensée, les aspects historiques de la production du savoir humain. (Saito et Dias, 2013, p. 104, notre traduction).

Avec ceci nous comprenons que le centre de l'expérience est le sujet qui apprend. Cet apprentissage repose non seulement sur le sujet en tant qu'héritier d'un savoir produit mais aussi sur la compréhension, au sens large, de la place de son ancêtre. Au sens large, on fait référence à la compréhension d'un contexte à partir des considérations historiographiques déjà mentionnées. Cela nous permet de continuer à observer la constante des perspectives étudiées, qui sont basées sur l'immersion dans la complexité d'un moment historique afin de susciter une réflexion sur le sens d'un certain savoir. Dans ce cas, l'argumentation nous conduit aux instruments mathématiques comme réponse possible aux activités didactiques qui peuvent émerger des trois sphères qui interagissent dans le dialogue historien-enseignant.

1.3.5 Considérations faites sur le travail de Jankvist au Danemark

Uffe Jankvist est professeur de l'École danoise d'Éducation à l'Université d'Aarhus au Danemark. Ses recherches portent sur la didactique et l'histoire des sciences et des mathématiques, ainsi que sur le développement des compétences professionnelles et des programmes secondaires. On se concentrera sur ses recherches afin de comprendre les enjeux d'introduction de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement de cette discipline.

Dans sa thèse, Jankvist (2009) distingue deux questions qui seront les deux axes de sa discussion : le « pourquoi » et le « comment » utiliser l'histoire des mathématiques dans

l'enseignement des mathématiques. Il utilise quelques constructions théoriques de l'approche discursive et commognitive de Sfard¹⁷.

En faveur des « pourquoi » deux catégories sont présentées : « l'histoire comme outil » pour aider à l'apprentissage et à l'enseignement des mathématiques, et « l'histoire comme objectif » pour apprendre l'histoire elle-même. Dans le premier cas, comme outil cognitif, une utilisation spéciale est identifiée dans l'introduction des obstacles épistémologiques de Gaston Bachelard (1938). En intégrant cette notion dans la théorie des situations didactiques, Guy Brousseau (1987) explique que les obstacles d'origine réellement épistémologiques sont ceux dont on ne peut ni ne doit échapper en raison de leur rôle formateur dans la connaissance recherchée. Dans ce sens, Jankvist adhère à l'idée de Brousseau qui soutient que ces obstacles peuvent être trouvés dans l'histoire des concepts eux-mêmes.

La deuxième catégorie, « l'histoire comme objectif », contient les arguments qui soutiennent que les aspects d'apprentissage de l'histoire des mathématiques servent de proposition en soi, mais pas comme un sujet indépendant. Au lieu de cela, l'accent est mis sur le développement et les aspects évolutifs des mathématiques en tant que discipline. Du point de vue de l'histoire en tant qu'objectif, la connaissance de l'histoire des mathématiques n'est pas un outil principal pour apprendre les mathématiques mieux et de façon plus approfondie, même s'il s'agit d'un sous-produit. En pensant l'histoire comme objectif, l'apprentissage des aspects évolutifs et du développement mental des mathématiques sert d'objectif en soi, ou sert à illustrer d'autres aspects historiques de la discipline.

Puis, Jankvist (2009) catégorise en trois la façon d'approcher l'histoire des mathématiques à l'enseignement des mathématiques. Pour lui le « comment » pourrait être divisé en trois catégories : éclairage, modules et basé sur l'histoire.

L'éclairage fait référence à des suppléments d'informations historiques qui peuvent varier entre des informations factuelles isolées, des fragments historiques, des anecdotes et des épilogues.

Les modules portent sur des unités d'enseignement consacrées à l'histoire et souvent, basées sur des cas pratiques. Les plus petits pourraient être des « paquets historiques » qui sont une collection de « matériels étroitement centrés sur un petit sujet, avec des liens forts dans le programme d'études, adaptés à deux ou trois classes, prêts à être utilisés par les enseignants » (Jankvist, 2009, p. 246, notre traduction).

17 Le cadre de la *commognition* de Sfard conceptualise les mathématiques comme un discours, une forme de communication qui consiste principalement en l'utilisation de mots, de médiateurs visuels, de routines et de récits. Cette théorie qui résume à la fois la cognition et la communication, fournit aux chercheurs une base à partir de laquelle ils peuvent s'engager dans l'analyse discursive de la classe de mathématiques, en particulier sur la façon dont les individus participent au discours (Kim, Choi & Lim, 2017, p. 481).

Contrairement aux modules, l'approche basée sur l'histoire ne traite pas directement de l'étude de l'histoire des mathématiques, mais plutôt indirectement, dans laquelle l'évolution historique n'est pas forcément discutée. L'histoire devient une partie intégrante de l'approche elle-même, où pour l'auteur, il est possible de le considérer comme une « approche historique ».

Dans un article ultérieur, Jankvist (2013) propose une structure de travail basée sur les modules, visant à aborder trois dimensions des mathématiques : l'historique, l'application et la philosophie. Il soutient que l'une des façons de faire un modèle qui embrasse ces trois dimensions est une lecture guidée des sources historiques primaires (avec leurs traductions, si possible), certains textes qui motivent la discussion philosophique et la réalisation d'essais par les étudiants.

En ce qui concerne la dimension historique, il propose de choisir une source qui montre les débuts d'une sous-discipline mathématique spécifique ; le deuxième texte, qui s'agit de l'application, devrait se concentrer sur l'utilisation moderne de ces mathématiques « anciennes » avec une certaine pertinence pour la vie quotidienne des élèves ; et le texte final qui cherche à établir le cadre philosophique.

Tandis que les deux premiers textes sont plus directement liés, le troisième est plus « indépendant ». Pourtant, le point crucial est que les cas mathématiques des deux premiers textes sont un exemple illustrant de la discussion ou du thème philosophique du troisième.

Dans sa conclusion Jankvist souligne l'importance d'une sélection adéquate des sources historiques, tout en défendant la conception des modules comme un résultat en soi et dans le but d'aborder les trois dimensions. D'autre part, il comprend que la conscience des élèves ne se développe pas d'elle-même, mais doit être « fertilisée » à partir d'exemples concrets dans un cadre approprié (2013, p. 654).

Il est vrai que cette perspective ne semble pas être dans la même ligne que les précédentes. L'une des différences est que Jankvist parle de la pratique.

L'expérience décrite dans un de ses articles de 2015, traite de l'un des thèmes du cours de Didactique des Mathématiques d'un master qui permet de devenir formateur de professeurs de mathématiques. Ce master est offert par le Département de l'éducation de l'Université d'Aarhus au Danemark.

Ce cours de didactique présente la particularité de permettre à son professeur, en ce cas Jankvist lui-même, de choisir un des thèmes de travail. Ainsi, le thème choisi était l'introduction de l'histoire des mathématiques et ses utilisations possibles, qui consistait en six leçons de deux à trois heures d'enseignement et de supervision, ainsi qu'en travaux de groupe, discussions, etc. Pour chacun des thèmes, les groupes ont élaboré un mini-projet final, dont trois sont présentés ici.

L'objectif de Jankvist est de montrer comment l'introduction du débat sur les potentialités de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants peut développer certaines des compétences mathématiques nécessaires aux enseignants, qui sont décrites dans le rapport danois KOM (abréviation danoise pour compétences et apprentissage des mathématiques) de 2011. Dans ce cadre, un ensemble de six compétences didactiques et pédagogiques est présenté : la compétence curriculaire, la pédagogique, celle liée à l'interprétation de l'apprentissage des élèves, celle évaluant leurs compétences, celle permettant d'interagir avec ses collègues et enfin, celle permettant de s'améliorer en tant qu'enseignant de mathématiques (Jankvist, 2015, p. 1826).

Chaque thème du cours comprenait six leçons de deux à trois heures d'enseignement et de supervision, en plus du travail de groupe, des débats, etc. Pour chacun des thèmes, les groupes ont présenté un mini-projet final.

Au cours des six leçons, l'élève doit se familiariser avec : les arguments pour et contre l'utilisation de l'histoire mathématique dans l'enseignement des mathématiques ; connaître les cadres théoriques utilisés dans les études empiriques liées à l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques ; utiliser et intégrer des sources originales dans l'enseignement des mathématiques ; relier les textes lus à un texte de son choix ; élaborer et discuter un mini-projet.

Selon Jankvist, lors de la réalisation des mini-projets, les futurs formateurs développent différentes compétences qu'il classe dans le cadre des compétences danoises.

Nous nous intéressons à l'influence de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants, et ce que nous voyons de particulier dans cet article, c'est que les arguments utilisés dans les mini-projets de chaque groupe correspondent au développement d'une sensibilité particulière à divers aspects. On identifie ces aspects en prenant des extraits des analyses effectuées par chaque groupe :

- Motiver la réflexion vers la compréhension d'un autre contexte dans lequel un concept mathématique a été créé, par exemple en utilisant des sources historiques ;

« En travaillant avec des sources historiques, les élèves peuvent prendre conscience du discours dont ils font eux-mêmes partie et comprendre que le travail et le développement des mathématiques font partie du discours en vigueur au moment de la question. (Groupe 1, 2014) » (Jankvist, 2015, p. 1827, notre traduction)

- Être conscient des tensions passées - présentes pour éviter les anachronismes ;

« c'est le contraste entre le passé et le présent qui doit être examiné consciemment, et parce que c'est l'acceptation de ces tensions qui permet d'approfondir la compréhension des mathématiques elles-mêmes et de l'histoire des mathématiques (Groupe 2, 2014) » (Jankvist, 2015, p. 1828, notre traduction)

- Comprendre le contexte historique (par exemple en utilisant des sources historiques), afin d'offrir une possibilité différente de vouloir apprendre les mathématiques impliquées ;

« Si les élèves sont conscients du contexte historique et essaient de comprendre ce que l'auteur a fait, il est possible qu'ils essaient aussi de comprendre les mathématiques (Grupo 2, 2014) » (Jankvist, 2015, p. 1828, notre traduction).

- Prise de conscience des limites des ressources, notamment de l'utilisation des sources historiques, même avec leurs traductions ;

« nous avons choisi de ne pas utiliser toutes les sources originales, car même dans les traductions danoises, elles semblent trop difficiles. [...] nous sommes conscients que notre approche est un peu Whiggist. (Grupo 2, 2014) » (Jankvist, 2015, p. 1828, notre traduction).

- Identifier le manque de lien entre les passages d'histoire des mathématiques proposés dans un manuel scolaire et les exercices correspondant au sujet.

« [...] il n'y a presque aucun lien entre les informations historiques et les exercices. Par conséquent, l'intention du livre de l'enseignant n'est pas clairement mis en œuvre dans le livre de l'élève. (Groupe 3, 2014) » (Jankvist, 2015, p. 1828-1829, notre traduction).

Nous comprenons que ces observations ont été possibles grâce à la mise en œuvre et à la réflexion sur les potentialités de l'histoire des mathématiques intégrées dans la formation des enseignants.

Nous considérons de grande importance les expériences empiriques qui montrent des résultats en ce qui concerne l'introduction de l'histoire des mathématiques dans les cours de formation des enseignants : surtout sur le développement d'une sensibilité particulière de la part des étudiants. Dans ce cas, nous insistons sur le fait qu'il s'agit d'un master et non d'une formation initiale. Pourtant, nous considérons le fait de former les futurs formateurs avec un regard sur l'histoire comme une réponse positive à l'une des lacunes relevées jusqu'à présent.

1.3.6 Considérations sur une didactique de l'histoire des mathématiques en Colombie

Comme nous l'avons mentionné dans une section précédente, Édgar Guacaneme est professeur et chercheur à l'Université Pédagogique Nationale en Colombie. Ses travaux portent sur l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants et en particulier dans le cadre d'un projet de recherche, Guacaneme, Torres et Arboleda, proposent la création de la didactique de l'histoire des mathématiques comme :

[...] un champ expérimental qui étudie les particularités de la circulation des connaissances historiques des mathématiques dans les domaines de la formation des enseignants ; un champ

qui constitue probablement l'un des environnements de recherche de ce que l'on pourrait appeler la « Didactique de l'histoire des mathématiques ». (2014, p. 221, notre traduction)

En ce qui concerne les objectifs de ce domaine d'études Guacaneme indique :

Une telle DHM [Didactique de l'histoire des mathématiques] serait chargée, entre autres, d'étudier les processus de transformation des résultats de la recherche historique afin que, par sa diffusion, il soit possible d'influencer l'enseignement des mathématiques, la formation des enseignants de mathématiques ou la recherche en éducation mathématique (Guacaneme, 2016, p. 117, notre traduction).

La réflexion sur l'inclusion de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants a conduit ces chercheurs à se poser plusieurs questions tout autour du « pourquoi », « dans quel but », « quel type d'histoire des mathématiques », « comment », etc. Ce travail est le résultat d'un projet de recherche dans lequel neuf licences de sept universités colombiennes ont été analysées. Nous présenterons ici les observations les plus pertinentes pour notre étude.

Parmi toutes les raisons présentées du « pourquoi », nous partageons le fait que la principale est l'existence d'un certain consensus international sur l'importance de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants et « l'objectif » est basé sur le potentiel de l'histoire des mathématiques à offrir des perspectives alternatives.

En ce qui concerne « quel type d'histoire des mathématiques » l'étude leur a permis de reconnaître qu'une histoire générale des mathématiques est étudiée, organisée chronologiquement ou évolutive par rapport aux notions mathématiques spécifiques. Il a également été observé que l'objet d'étude de l'histoire est, en général, les mathématiques hégémoniques ou occidentales, malgré la reconnaissance de l'existence des mathématiques d'autres cultures¹⁸.

Sur le « comment » l'histoire des mathématiques peut s'intégrer dans l'enseignement, les auteurs reconnaissent une certaine diversité : d'une part, l'organisation chronologique traditionnelle typique ; d'autre part, un ensemble de cours qui forment un noyau de formation en histoire. Ils observent aussi l'émergence d'éléments ou d'aspects d'histoire des mathématiques dans les cours de mathématiques ou de didactique des mathématiques (Torres, Guacaneme et Arboleda, 2014, p. 206).

Grâce à tous les arguments présentés, les auteurs sont encouragés à proposer l'histoire des mathématiques comme plat principal dans le sens de Siu (2004), une fois qu'un certain consensus est reconnu sur la nécessité d'une solide connaissance mathématique comme condition préalable pour l'étude de l'histoire des mathématiques. Parler de l'histoire des mathématiques comme un plat principal dans le sens de Siu, signifie que l'histoire des mathématiques est considérée comme une

18 Pour renseignement sur ce sujet voir le travail de Ubiratan D'Ambrosio (2014). Las bases conceptuales del Programa Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 100-107, ainsi que Paulus Gerdes (1995). *Ethnomathematics and education in Africa*. Stockholms Universitet.

partie fondamentale de la formation des professeurs de mathématiques, ce qui le place à un niveau similaire à celui communément assigné aux mathématiques dans les programmes de formation initiale des professeurs de mathématiques. Cependant, bien que l'histoire des mathématiques soit considérée comme un savoir pertinent, les auteurs soulignent que pour un enseignant, le lien avec l'enseignement est indispensable :

[...] sans savoir comment relier efficacement ces savoirs à l'enseignement des mathématiques ou sans savoir à quel point ces savoirs imprègnent profondément les connaissances du professeur de mathématiques, il sera difficile pour le futur enseignant de faire un usage adéquat des connaissances historiques acquises. (Torres, Guacaneme et Arboleda, 2014, p. 209-210, notre traduction)

Puis, les auteurs soutiennent l'idée qu'il est nécessaire de considérer une connaissance spécifique pour surmonter la difficulté citée avant. Cette « connaissance pédagogique du contenu historique des mathématiques » se base sur le même argument selon lequel, pour développer les processus d'enseignement des mathématiques, il ne suffit pas de connaître les mathématiques :

[...] il devrait y avoir un consensus -ou au moins une discussion académique- que pour enseigner l'histoire des mathématiques, il ne suffit pas de la connaître. De notre point de vue, il est urgent de réfléchir à la possibilité de l'existence d'une connaissance pédagogique du contenu historique des mathématiques, ce qui est souhaitable pour les formateurs d'enseignants qui, entre autres choses, leur permettent de reconnaître les différents phénomènes qui révèlent les processus de relation entre les connaissances historiques et les connaissances historiques à enseigner. (Torres, Guacaneme et Arboleda, 2014, p. 217, notre traduction)

Comme l'article que nous avons présenté de Jankvist (2015), quelques réflexions qui proviennent de cette recherche s'adressent aux formateurs d'enseignants. Sans le dire, la recherche menée par Jankvist nous montre le manque de formation systématique en histoire des mathématiques des futurs formateurs. On peut l'entrevoir puisque le module travaillé autour de l'histoire a été catalogué comme un espace pour des sujets optionnels choisis par le professeur du cours (Jankvist, 2015, p. 1825). Cela le rend innovant mais montre aussi l'absence de ce type de cours. Autrement dit, les deux articles montrent cette absence de formateurs d'enseignants avec un regard vers l'histoire des mathématiques dans l'enseignement des mathématiques.

En particulier dans cette contribution de Torres, Guacaneme et Arboleda, nous soulignons le fait de reconnaître que pour enseigner l'histoire des mathématiques, il ne suffit pas simplement de connaître l'histoire, puisque comme nous l'avons vu dans l'article de Jankvist, il existe plusieurs compétences qui doivent être développées pour devenir enseignant. En ce sens, les auteurs suggèrent l'existence d'une connaissance spécifique qui permet de faire le lien entre l'histoire des mathématiques et l'histoire des mathématiques qui va être enseignée.

1.3.7 Approche de Guillemette basée sur la théorie de l'objectivation

Guillemette est professeur d'histoire des mathématiques, d'enseignement des mathématiques et de géométrie à l'Université du Québec au Canada. Dans son travail (Guillemette 2015; 2017) il tente de donner un contexte théorique pour expliquer l'expérience du dépaysement épistémologique -ce concept défini par Barbin et que nous avons évoqué dans la section 3.2.2-, des futurs enseignants de mathématiques qui se consacrent à la lecture de textes historiques. Ses recherches sont basées sur la théorie de l'objectivation, une théorie socioculturelle dans l'enseignement des mathématiques (Radford, 2018).

Cette théorie est inspirée par Vigotsky et propose une conception sensible et historique. D'une part, elle est sensible, enracinée dans le corps, les sens et l'affection. D'autre part, elle est historique, enracinée dans la culture, l'histoire et la langue. Pour cette théorie la pensée est considérée comme une *praxis cogitans*¹⁹, elle s'éloigne des courants traditionnels (par exemple, empiristes et constructivistes) et conçoit l'enseignement et l'apprentissage comme un processus unique qui implique à la fois le savoir et le devenir (Radford, 2018, p. 75).

La position ontologique²⁰ de la théorie de l'objectivation suggère que les objets mathématiques sont générés par l'histoire au cours de l'activité mathématique des individus. De ce point de vue, l'apprentissage ne peut pas être compris comme un simple processus personnel de construction ou de reconstruction des connaissances, mais plutôt comme le résultat du contact avec les artefacts culturels et les interactions sociales de l'environnement (Guillemette, 2017, p. 352). De ce point de vue, le concept de dépaysement épistémologique acquiert une signification particulière, une fois qu'il est basé sur la lecture de textes historiques, car l'histoire des mathématiques offre des occasions de rencontrer des façons de faire et d'être radicalement différentes en mathématiques.

Pour Guillemette (2017, p. 358) du dépaysement épistémologique émerge une fragilité des mathématiques. Pour les futurs enseignants de mathématiques qui se consacrent à la lecture de textes historiques, les mathématiques semblent perdre leur rigidité et leur fermeté, car elles sont perçues dans leur forme initiale, instable et précaire. La rencontre avec le discours mathématique fragmenté et émergent donne une impression de distance aux participants qui ne peuvent qu'invoquer leurs propres modes d'expression modernes pour entrer en dialogue avec les sources historiques. Voici que pour Guillemette (2017, p. 360) l'histoire des mathématiques avec l'expérience qu'elle fournit et le dialogue qu'elle force, semble être celle qui contribue le plus à la réflexion des futurs enseignants sur les mathématiques et son enseignement. Chez Guillemette :

19 Du latin, *cogitans*, signifie pensée. Radford utilise le terme *praxis cogitans* pour exprimer l'idée que la façon dont nous pensons est une forme de pratique culturelle.

20 Consiste à préciser le sens dans lequel la théorie aborde la question de la nature des objets conceptuels (dans notre cas, la nature des objets mathématiques, ses formes d'existence, etc.) (Radford, 2011, p. 61)

Dans le dépaysement épistémologique, les étudiants éprouvent, selon notre point de vue, de l'empathie. Les lectures incitent les étudiants à comprendre comment les mathématiciens, « eux », comprennent « dans » leur culture. Pour ce faire, ils doivent se mettre dans la peau de l'autre pour « vivre » leurs questions et leurs difficultés. Ce processus implique d'abord un étonnement et une fascination dans la rencontre avec l'auteur, puis un repli sur soi-même et sur ses propres conceptions mathématiques. (2015, p. 300-301)

De ce point de vue, on pourrait dire que l'expérience du dépaysement favoriserait le développement de certaines qualités ou compétences précédemment considérées comme recommandables pour un enseignant. Comme nous l'avons déjà vu dans toutes les perspectives, l'utilisation de sources historiques semble être l'une des expériences les plus complètes.

Cette expérience, continue Guillemette, implique un effort de flexibilité et d'ouverture caractérisés par l'utilisation de l'intuition, de la créativité et d'une certaine liberté de pensée, qui s'accompagne également d'incertitudes et de doutes. Grâce à ce dépaysement vécu, les futurs enseignants peuvent se mettre à la place de leurs futurs élèves :

À ce dépaysement passé des étudiants, se reflète le dépaysement futur de leurs élèves en classe de mathématiques. Ainsi, dans le dépaysement épistémologique, le mouvement empathique, d'abord dirigé vers les mathématiciens, se tourne ensuite vers les apprenants. L'attention est alors portée vers le vécu des élèves dans la classe qui souffrent les objets de savoir. Pour les futurs maîtres, s'éclaire alors le visage des élèves. Les élèves apparaissent dans le mouvement empathique, leur subjectivité se révèle. Leurs difficultés prennent un nouveau sens et s'associent à l'expérience de l'altérité, à la rencontre avec des objets de savoirs culturellement et historiquement marqués. (Guillemette, 2015, p. 301)

Cet effort réel pour comprendre les textes historiques sans les arracher du contexte dans lequel ils ont été produits, c'est le respect, dit Guillemette, de l'Autre en tant qu' « Autre », c'est l'expérience d'altérité. De cette manière, pour l'auteur, le dépaysement épistémologique révèle deux expériences interdépendantes : l'altérité et l'empathie.

Chez Guillemette, l'expérience associée à l'altérité en mathématiques semble être rude d'un point de vue cognitif et affectif, et peut conduire à des réactions violentes. Cette violence peut entraîner la disparition de la relation empathique, car les auteurs de la source historiques sont dépouillés de leurs particularités : ils sont traduits, résumés et réifiés. Il y a une violence de synchronisation (Guillemette, 2017, p. 363). Dans ce contexte, la nécessité pour les étudiants d'avoir une relation empathique avec l'auteur est cruciale. Sont nécessaires une formation et de soutien pour leur permettre de maintenir une relation non-violente avec les auteurs. Par conséquent, il est nécessaire que les formateurs d'enseignants répondent à ce besoin.

D'une part, cette empathie permet la rencontre avec les mathématiques, ce qui peut impliquer d'importantes réflexions épistémologiques sur les mathématiques et leur enseignement. D'autre part

« il semble que cette empathie puisse se déplacer vers la salle de classe en révélant la subjectivité de l'élève, ce qui pourrait être réalisé par une réponse empathique à l'expérience de l'altérité qui caractérise le dépaysement épistémologique » (Guillemette, 2017, p. 363, notre traduction).

Ce qui nous intéresse dans la contribution de Guillemette, c'est qu'elle explique le résultat de l'expérience du dépaysement épistémologique d'un étudiant -futur enseignant-, en termes d'empathie envers ses ancêtres, et en même temps, il laisse ouverte la possibilité de penser cette empathie envers ses futurs élèves. Ainsi, si l'étudiant -futur enseignant-, vit l'expérience du dépaysement épistémologique et s'efforce à la comprendre, il est possible qu'à l'avenir il puisse apercevoir que ses élèves se sentent dépayés face à un concept mathématique. En fait, dit l'auteur, les futurs enseignants considèrent maintenant les élèves comme s'ils étaient confrontés à des textes mathématiques qu'ils doivent être interprétés. Les futurs enseignants conscients de la possibilité d'établir une relation violente avec les auteurs, assument la responsabilité d'accueillir leurs élèves et leur raisonnement de manière non-violente. De cette façon, Guillemette suggère que la lecture de textes historiques à travers le dépaysement épistémologique favorise une éducation mathématique non-violente.

Deux préoccupations sont centrales dans le travail de Guillemette et nous interpellent : d'une part, la formation des formateurs est une des clés de l'expérience de dépaysement ; d'autre part, nous sommes conscients que l'empathie en tant que réponse à l'expérience de l'altérité produite par le dépaysement n'est pas toujours garantie, et dans le cas où celle-ci serait obtenue, comment pouvons-nous aider les futurs enseignants à la maintenir sur le long terme ? Il est peut-être nécessaire de développer cette capacité en tant qu'objectif de la formation des enseignants.

1.3.8 Synthèse d'approches

Nous présentons ci-dessous un tableau dans lequel nous avons tenté de synthétiser les aspects les plus pertinents de chaque approche. L'objectif de cette synthèse est de permettre une vue d'ensemble des différentes perspectives présentées et de rendre ainsi explicites les points de contact entre elles.

Type de perspective	Prend des éléments de...	Considération des mathématiques	L'HdM: pourquoi dans la formation des enseignants ?	L'HdM: comment dans la formation des enseignants ?	Concepts clé, contributions	Critiques / Préoccupations	Point d'attention	Public
Commission Inter-IREM Épistémologie et histoire des mathématiques (1975) : France	Épistémologie et histoire des mathématiques.	Inserées dans un contexte, entre controverses philosophiques et confrontations de pouvoir.	-Mobiliser la réflexion historique-épistémologique. -Récupérer le sens mathématique des concepts.	-Dater une invention. -Expliciter le champ d'application. -Résoudre des problèmes. -Utilisation de textes historiques.	Dépassement épistémologique.	-Les mathématiques n'ont pas été inventées pour l'enseignement. -Les mathématiques ne peuvent pas être enseignées comme un objet "scolaire" nu. -La pédagogisation.	-Expliquer le sens original du concept.	-Formation initiale : HdM en tant que connaissances scolaires. -Formation continue : l'HdM permet une réflexion sur les programmes, le curriculum, etc.
Socio-épistémologie (1980) : Mexique	Ligne socioculturelle.	Construction humaine, insérées dans un contexte.	-Étudier la construction de savoirs situés. -Communication des connaissances en tant que construction humaine.	-Problématiser les connaissances mathématiques. -Proposer des situations problématiques, en reprenant les éléments caractéristiques des communautés de l'époque et en les réinterprétant pour qu'elles aient un sens aujourd'hui. -Utilisation de textes historiques.	Resignificacion.	-La communication des savoirs se fait en ignorant les mathématiques en tant qu'activité humaine. -La configuration du discours scolaire, transforme, dilue ou perd le sens du savoir.	-Un être humain qui utilise et fait des mathématiques, pas seulement la production finale.	-Il n'y a pas de cours d'HdM en formation initiale mais en spécialisation, maîtrise ou doctorat.
HEEMa (2008) : Brésil	Epistémologie, historiographie et contexte.	Les mathématiques sont construites.	-Sujet en lien avec ses ancêtres.	-Utilisation de textes historiques. -Interface : contexte de formation d'objets, prise en compte des objectifs pédagogiques, en évitant les anachronismes.	-Interface : HdM et l'enseignement. -Articulation : histoire, enseignement et instruments mathématiques.	-La logique ne peut pas prédominer sur l'épistémologie. -Insuffisance de matériel adéquat.	-Contextualiser la réflexion qui se développe au moment de la formulation d'un concept. -HdM orientée pédagogiquement, soit une HdM écrite sous le point de vue de l'enseignant des mathématiques.	-Formation initiale.

Contributions de Jankvist (2009) : Danmark	Approche discursive, théorie de la commognition de Sfard.		-HdM comme outil cognitif. -HdM comme un objectif en soi.	-Utilisation des textes anciens. -Modules.	-Approche par modules. -HdM peut influencer le développement des compétences didactiques et pédagogiques.	-La conscience historique des élèves ne se développe pas seule. Il faut la fertiliser.	-HdM pour l'enseignement des mathématiques.	-Formation initiale. -Formation des formateurs.
Didactique de l'histoire des mathématiques (2014) : Colombie	PCK HdM en lien avec l'Éducation Mathématique.		-Le potentiel de HdM à offrir une perspective alternative.	-Comme plat principal, fondamental pour la formation des enseignants. -Utilisation de textes historiques.	-Définition de la DHM. -Défense d'une connaissance pédagogique du contenu historique.	-Il n'y a pas de matériaux appropriés. -Il n'y a pas de formateurs spécialisés.	-Domaine expérimental étudiant les processus de transformation, de circulation et de diffusion des résultats de la recherche historique dans la formation des enseignants.	-Formation initiale. -Formation des formateurs.
Contributions de Guillemette (2015) : Canada	Théorie de l'objectivation, une théorie socioculturelle dans l'enseignement des mathématiques.	-Les objets mathématiques sont générés par l'histoire au cours de l'activité mathématique des individus.	-Occasions de rencontrer des façons de faire et d'être radicalement différentes en mathématiques. -L'HdM semble être celle qui contribue le plus à la réflexion des futurs enseignants sur les mathématiques et leur enseignement.	-Vivre l'expérience du dépaysement épistémologique. -Utilisation de textes historiques.	-Associer l'empathie et l'altérité avec le dépaysement épistémologique. -La lecture de textes historiques à travers l'expérience du dépaysement épistémologique favorise une éducation mathématique non-violente.	-Connaissances spécifiques du formateur dans le traitement de l'histoire. -Accompagner les étudiants lors de l'expérience de dépaysement. -Comment maintenir l'empathie ?	-Développer une sorte de conscience de leurs propres conceptions des mathématiques.	-Formation initiale.

Tableau 1.2 : Synthèse d'approches.

Toutes les approches défendent l'introduction de l'histoire des mathématiques dès la formation initiale et certaines insistent également sur la formation continue.

Les objectifs varient entre : la mobilisation de la réflexion historique-épistémologique ; la récupération du sens mathématique perdu ; l'étude de la construction des connaissances situées ; la perception du potentiel de l'histoire pour offrir des perspectives alternatives ; la possibilité de rencontrer l'autre (un ancêtre) et ses manières d'être et de faire les mathématiques.

L'expérience propice pour atteindre ces objectifs pourrait être développée en analysant la connaissance mathématique dans son contexte de création, cherchant à comprendre le moment de sa production entre controverses philosophiques et confrontations de pouvoir. Nous voyons donc que toutes les approches présentées s'accordent à dire que cette expérience peut être motivée par la lecture et l'analyse des sources historiques.

Cependant, le travail avec les sources historiques n'est pas évident et plusieurs perspectives partagent la préoccupation du manque de matériel adéquat et du manque de formateurs ayant des connaissances spécifiques dans le traitement de l'histoire. A cette fin, un travail de collaboration est proposé entre historiens et professeurs de mathématiques.

2 CADRE THÉORIQUE

Dans cette section, nous présentons tout d'abord les principales caractéristiques du Pedagogical Content Knowledge de Lee Shulman, qui a inspiré le cadre théorique, Connaissances Mathématiques pour l'Enseignement, élaboré par Deborah Ball, Mark Thames et Geoffrey Phelps. Ce cadre théorique est défini comme un ensemble de sous-domaines. Chaque sous-domaine est considéré comme un ensemble de connaissances et de compétences nécessaires pour développer les tâches d'enseignement. En particulier, nous identifions le sous-domaine de la connaissance de l'horizon mathématique, comme le sous-domaine sur lequel l'histoire des mathématiques peut avoir une influence pertinente.

2.1 La connaissance pédagogique du contenu de Shulman

Avec une trajectoire reconnue au niveau international grâce à ses contributions en éducation, Lee Shulman, professeur émérite de la Stanford Graduate School of Education aux États-Unis, a défini en 1987 le *Pedagogical Content Knowledge – PCK*. Dans ce texte fondateur, qui a suscité de nombreux débats et recherches, Shulman propose de décrire les connaissances requises d'un enseignant pour enseigner.

Pour comprendre la notion de PCK, il faut remonter aux années 1980, aux États-Unis, lorsqu'il y a eu un débat sur la formation des enseignants. En 1983, un rapport de la National Commission on Excellence in Education a été publié, ce qui a suscité diverses controverses sur l'état du système éducatif américain, en particulier sur la qualité de la formation des enseignants. En 1986, les rapports du Groupe Holmes et de la Carnegie Task Force, reprochent aux programmes en cours leur orientation disciplinaire, leur structure fragmentée et leur incapacité à transmettre les connaissances professionnelles fondamentales, exigeant des réformes. Les deux principales demandes ont été : améliorer la qualité de la formation et, professionnaliser la métier d'enseignant. Pour atteindre ces objectifs, une base de connaissances spécialisées dans l'enseignement étaient nécessaires.

Plusieurs recherches sont menées au niveau national dans les universités américaines, pour relever le défi lancé par ces instituts de formation au milieu des années 1980. Parmi les propositions, Shulman et son équipe soutiennent que, non seulement la base de connaissances est nécessaire, mais que les enseignants détiennent un type de connaissance qui leur est propre, le *pedagogical content knowledge*, et qui les distingue des autres professions. Dans le cadre du programme de recherche de l'Université Stanford intitulé *The Knowledge Growth in a Profession Project*, une des principales critiques de Shulman et son équipe était le principe généralement accepté dans la formation des enseignants, selon lequel la préparation disciplinaire est suffisante pour enseigner les matières scolaires. Ce principe n'a pu être confirmé malgré de nombreuses tentatives d'études empiriques, ce qui permet de briser cette idée de linéarité entre la connaissance

disciplinaire de l'enseignant et la performance des élèves, en d'autres termes, l'équipe comprend le phénomène de l'enseignement avec beaucoup plus de complexité (Raymond, 1998, p. 2).

Shulman (1987) postule que, bien qu'il soit impératif de connaître le contenu spécifique du sujet destiné à être enseigné, il n'est pas suffisant pour garantir un processus significatif d'enseignement et d'apprentissage. Shulman propose en suite, de regrouper les connaissances des enseignants relatives aux contenus d'enseignement selon les catégories suivantes (1987, p. 8) :

- Connaissance du contenu ;
- Connaissances pédagogiques générales. Cette catégorie tient compte des principes et des stratégies organisationnelles d'une classe en général ;
- Connaissance du curriculum, en mettant l'accent sur la maîtrise du matériel que l'enseignant utilise comme ressource ;
- Connaissance pédagogique du contenu. Cette fusion spéciale entre la matière et la pédagogie qui est uniquement du domaine des enseignants, leur propre forme particulière de compréhension professionnelle ;
- Connaissance des élèves et de leurs caractéristiques ;
- Connaissance des contextes éducatifs ;
- Connaissance des finalités, des valeurs, et des fondements philosophiques et historiques de l'éducation.

Parmi ces catégories, la connaissance pédagogique du contenu prend un intérêt particulier car représente une connaissance pour l'enseignement qui se différencie des autres. À travers cette connaissance on comprend l'organisation des problèmes proposés aux élèves, comment ils sont représentés et adaptés à leurs intérêts et capacités, etc. Chez Shulman « La connaissance pédagogique du contenu est la catégorie qui, avec plus de probabilité, permet de distinguer entre un spécialiste d'un domaine du savoir et un pédagogue » (1987, p. 8, notre traduction). L'auteur relève qu'il est nécessaire pour l'enseignant de comprendre la structure du sujet enseigné et les principes de l'organisation conceptuelle. Cette compréhension approfondie du sujet qu'il enseigne, doit être soutenue par une formation humaniste car : « L'enseignant communique aussi, consciemment ou pas, des idées sur la façon dont la « vérité » est déterminée dans un domaine, ainsi qu'un ensemble d'attitudes et de valeurs qui influencent dans la compréhension de l'étudiant sur les structures du sujet [...] » (Shulman, 1987, p. 9, notre traduction).²¹ Dans la section 2.5, nous discutons des conceptions et de la façon dont elles peuvent être transmises pendant le processus d'enseignement.

21 “The teacher also communicates, whether consciously or not, ideas about the ways in which "truth" is determined in a field and a ser of attitudes and values that markedly influence student understanding.”

2.2 Commentaires sur le terme *pedagogical content knowledge* de Shulman et le terme *didactique*

Cette section vise à comprendre la relation entre le terme anglo-saxon *pedagogical content knowledge* et le terme *didactique*. D'abord car le concept développé par Shulman donne lieu au *mathematical content knowledge*, cadre proposé par Ball, Thames et Phelps (2008) que nous avons choisi pour notre recherche. Deuxièmement, parce qu'il n'y a pas de consensus sur sa traduction en français²², la langue de référence de la thèse. Troisièmement, nous voulons savoir dans quelle mesure il est possible de rapprocher les deux concepts.

La première notion *pedagogical content knowledge*, a été élaborée dans le contexte des réformes éducatives de la formation des enseignants qui ont cherché à définir une base de connaissances spécialisées pour cette profession. Shulman situe le *pedagogical content knowledge* dans une typologie des connaissances non seulement liée aux contenus à enseigner, mais aussi à l'enseignement en général, qu'il appelle la base des connaissances nécessaires à l'enseignement. En particulier, Shulman définit le *pedagogical content knowledge* comme « un amalgame de contenu et de pédagogie qui est unique aux enseignants, une forme particulière de compréhension professionnelle des contenus » (Raymond, 1998, p. 5). Cet amalgame doit être compris comme l'équilibre et l'articulation des connaissances sur le contenu et la pédagogie, et pas seulement comme une juxtaposition. Voyons la signification du terme *pédagogie* en français dans le *Dictionnaire des concepts fondamentaux des didactiques* :

On désigne généralement par pédagogie un mode d'approche des faits d'enseignement et d'apprentissages qui s'attache à comprendre les dimensions générales ou transversales des situations de classe, liées aux relations entre enseignant et apprenants et/ou entre les apprenants eux-mêmes, aux formes de pouvoir et de communication dans la classe ou les groupes d'apprenants, au choix des modes de travail et des dispositifs, au choix des moyens, des méthodes et des techniques d'enseignement et d'évaluation, etc., sans prendre en compte spécifiquement les contenus disciplinaires. Selon ses visées, l'approche pédagogique peut se présenter sous une forme théorique (elle décrit les modèles pédagogiques ou analyse l'action et les pratiques pédagogiques) ou prescriptive (elle recommande telle ou telle façon de faire). (Reuter, Cohen-Azria, Daunay *et al*, 2013, p. 157).

En d'autres termes, la *connaissance pédagogique* est un terme lié à la classe sans tenir compte des connaissances disciplinaires. Pour faire référence à cette connaissance, il faut être plus précis en associant cette *connaissance pédagogique* à une discipline ou à un contenu. C'est ainsi que nous interprétons la traduction faite par Clivaz (2011) qui traduit le terme *pedagogical content knowledge* en *connaissance pédagogique du contenu*. Nous sommes conscients que le *contenu* ne

22 Quelques-unes des traductions possibles : Gauthier (1997, p. 97) « connaissance pédagogique de la matière », Margolinas, Coulange et Bessot (2005, p. 207) « didactic knowledge » qu'on pourrait traduire par « connaissance didactiques », Clivaz (2011, p. 24) le traduit par « connaissance pédagogique du contenu », et Kermen et Izquierdo-Aymerich (2017, p. 9) en « connaissances professionnelles didactiques ».

nous aide pas à préciser de quelle discipline ou thème il s'agit. Cependant, la notion de *pedagogical content knowledge* n'est pas non plus spécifique à une discipline, et en fait, Shulman s'appuie sur sa généralité pour caractériser la profession d'enseignant sans restriction disciplinaire.

En revanche, si l'on reprend le dernier paragraphe de la citation, Reuter *et al*, expliquent que la *pédagogie* peut avoir une dimension à la fois théorique et pratique. Cependant, dans la définition de la *pedagogical content knowledge*, Shulman ne fait pas allusion à la recherche scientifique. En ce sens, Margolinas, Coulange et Bessot (2005), spécialistes françaises en didactique des mathématiques et en sciences de l'éducation, apportent une clarification similaire dans un article rédigé en anglais, que nous avons choisi de citer textuellement en raison des subtilités de la langue présentée lors de la discussion :

In general, in our field, the adjective “didactic” qualifies a more general concept, e.g., “contract” in general pedagogy, as content specific. Thus, “didactic contract” refers to pedagogical contracts that are subject matter or content specific. [...] from our perspective, the teacher's *didactic knowledge* refers to the part of this knowledge [professional knowledge of teachers], which is related to the mathematical knowledge to be taught. (Margolinas, Coulange et Bessot, 2005, p. 206-207)²³

Si l'on traduit le terme *didactic knowledge* en *connaissance didactique*, on peut le considérer comme une notion plus proche de la *pedagogical content knowledge*, par rapport à la *connaissance pédagogique du contenu*, car il renvoie spécifiquement aux connaissances à enseigner, sans la nuance de la recherche scientifique. Cependant, le terme *didactique* au singulier n'apparaît pas dans le dictionnaire de Reuter *et al*. À sa place, on retrouve le terme *didactiques* :

On pourrait définir, en première approche, les didactiques comme les disciplines de recherche qui analysent les contenus (savoirs, savoir-faire...) en tant qu'ils sont objets d'enseignement et d'apprentissages, référés/référables à des matières scolaires.

[...] C'est donc la focalisation sur les contenus et sur leurs relations à l'enseignement et aux apprentissages qui spécifie les didactiques.

[...] Cette définition porte aussi l'accent sur le fait que les didactiques sont de *disciplines de recherche*, c'est-à-dire des domaines scientifiques [...]. (Reuter, Cohen-Azria, Daunay *et al*, 2013, p. 65)

23 En général, dans notre domaine, l'adjectif « didactique » qualifie un concept plus général, par exemple « contrat » en pédagogie générale, de contenu spécifique. Ainsi, le « contrat didactique » se réfère à des contrats pédagogiques qui sont spécifiques à un sujet ou à un contenu. De notre point de vue, les connaissances didactiques de l'enseignant font référence à une partie de ces connaissances [connaissances professionnelles des enseignants], qui est liée aux connaissances mathématiques à enseigner.

Cette notion de *didactiques* fait allusion à des disciplines de recherche associées à des matières scolaires. Par exemple dans notre cas, le terme *didactiques des mathématiques* désigne un domaine scientifique. Puis on peut considérer que le terme *connaissance didactique*, lorsqu'il n'est pas accompagné d'une discipline spécifique, fait référence à une connaissance générale de l'enseignant, liée aux pratiques d'enseignement et qui ne se confond pas avec la recherche scientifique. Il serait donc préférable d'utiliser le terme *connaissance didactique* plutôt que *connaissance pédagogique du contenu*. Cependant, nous rencontrons un problème lorsque nous voulons spécifier le contenu auquel ce terme serait associé dans un cas particulier. Par exemple, dans notre recherche, le terme serait transformé en *connaissance didactique des mathématiques*, ce qui pourrait générer une confusion en le reliant au domaine de recherche. Nous considérons que cette observation est pertinente puisque nous n'avons pas trouvé ce terme dans les publications francophones.

En ce qui concerne la traduction utilisée par Gauthier, *connaissance pédagogique de la matière*, nous pouvons faire la même observation en rapport à la composante *pédagogique* que nous avons faite au terme utilisé par Clivaz. Sur le terme *connaissances professionnelles didactiques*, de Kermen et Izquierdo-Aymerich, nous pouvons proposer la même observation que sur la traduction de Margolinas, Coulange et Bessot.

Après avoir réfléchi à ces significations, nous avons choisi d'utiliser le terme traduit par Clivaz (2011) *connaissance pédagogique du contenu*, pour trois raisons : le terme est similaire si l'on ne considère pas la nuance théorique ; il se situe loin des *didactiques* comme disciplines scientifiques ; et Clivaz traduit les autres termes définis par Shulman, ainsi que les termes utilisés par Ball, Thames et Phelps. Cela nous permet d'utiliser un ensemble de traductions cohérentes entre elles.

Après cette clarification de notre choix, nous présentons le modèle *Mathematical Knowledge for Teaching* – MKT ou *Connaissances Mathématiques pour l'Enseignement* – CME de Ball, Thames et Phelps (2008), inspiré dans les catégories proposées par Shulman, *Connaissance du contenu* et *Connaissance pédagogique du contenu*.

2.3 Connaissances Mathématiques pour l'Enseignement

Deborah Ball a développé ses études doctorales autour des connaissances et des conceptions sur les mathématiques et l'enseignement des mathématiques, s'intéressant à la formation des futurs enseignants. Elle a soutenu sa thèse en 1988 à l'Université du Michigan où s'est consacrée à l'enseignement et à la recherche jusqu'à présent à la School of Education. Le travail de Ball a été

reconnu à l'échelle internationale en fournissant un cadre de réflexion sur le rôle et la relation des différents types de connaissances dans l'enseignement des mathématiques.

L'une des réussites de la chercheuse découle du souci de développer un cadre théorique cohérent pour la recherche scientifique autour de la connaissance pédagogique du contenu proposé par Shulman. L'effort de Ball et de ses collaborateurs se concrétise dans le cadre CME qu'ils présentent en 2008, où ils tentent de préciser les définitions des termes utilisés et les catégories de connaissances des enseignants, tout en améliorant les mesures et déterminant l'effet de ces connaissances sur la performance des élèves. C'est ainsi que en relevant le défi proposé par Shulman (1987), Ball, Thames et Phelps (2008) se sont concentrés sur le développement d'un cadre théorique qui essaye de répondre aux exigences de l'enseignement des mathématiques. Ils ont défini la CME comme « les connaissances mathématiques nécessaires pour effectuer le travail d'enseignement des mathématiques » (p. 395, notre traduction). Les auteurs insistent sur le fait que la définition de leur modèle commence par l'enseignement et non par les enseignants, car toutes les tâches autour de l'enseignement (telles que montrer aux élèves comment résoudre des problèmes, répondre leurs questions, vérifier leur travail, etc.), exigent une compréhension du contenu du programme scolaire. Ce modèle est donc supposé en réponse aux pratiques enseignants dans un sens large, qui ne se réduit pas à la régulation et à la mise en œuvre de l'enseignement en classe.

Pour ces auteurs qui suivent la ligne de Shulman, l'important est d'identifier, de catégoriser, de définir et de mesurer ces connaissances particulières de l'enseignement qui différencient un enseignant d'un spécialiste qui n'enseigne pas. Puis, en cartographiant ces connaissances concernant les tâches d'enseignement, il est possible de prendre conscience de cette complexité et de favoriser le développement des compétences nécessaires pour les améliorer.

Dans ce qui suit, nous allons présenter le schéma original du CME proposé par Ball, Thames et Phelps (2008) :

Domains of Mathematical Knowledge for Teaching

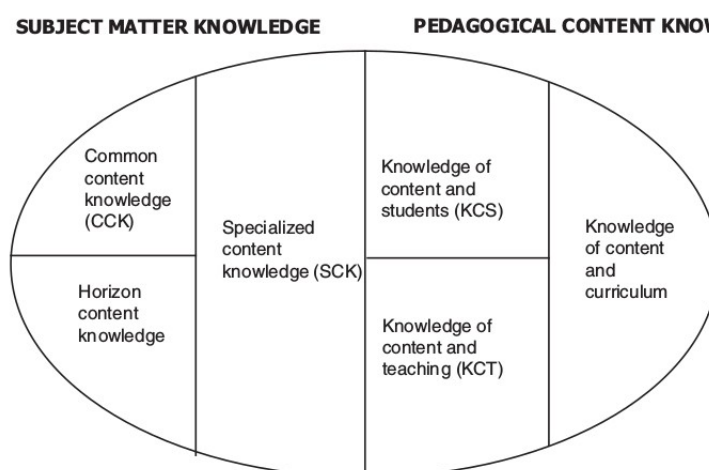


Figure 2.1 : Mathematical Knowledge for Teaching, Ball, Thames et Phelps (2008, p. 403).

Ici, nous présentons celui de Clivaz (2011) avec les traductions que nous allons utiliser dans le reste du travail :

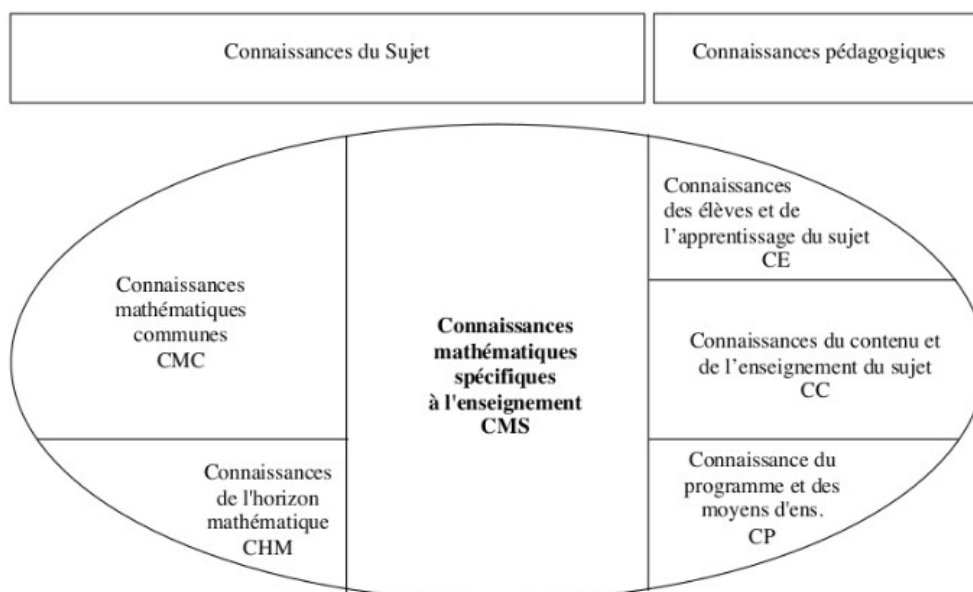


Figure 2.2 : Connaissances mathématiques pour l'enseignement, traduction de Clivaz (2011, p. 28).

Comme nous l'avons mentionné au début de cette section, la nomenclature utilisée à l'origine est anglo-saxonne, mais nous avons décidé d'utiliser la traduction française faite par Clivaz présentée dans le tableau ci-contre :

Nomenclature anglo-saxonne	Nomenclature française
Mathematical Knowledge for Teaching (MKT)	Connaissances mathématiques pour l'enseignement (CME)
Subject Matter Knowledge	Connaissances du Sujet
Pedagogical content knowledge (PCK)	Connaissances pédagogiques
Common content knowledge (CCK)	Connaissances mathématiques communes (CMC)
Horizon content knowledge	Connaissances de l'horizon mathématique (CHM)
Specilized content knowledge (SCK)	Connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement (CMS)
Knowledge of content and students (KCS)	Connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet (CE)
Knowledge of content and teaching (KCT)	Connaissances du contenu et de l'enseignement du sujet (CC)
Knowledge of content and curriculum	Connaissance du programme et des moyens d'enseignement (CP)

Tableau 2.1 : Équivalence des nomenclatures française et anglo-saxonne (Clivaz, 2011, p. 28).

Dans les sections suivantes, nous expliquons les catégories et les sous-domaines qui composent le CME.

2.3.1 Les connaissances pédagogiques

Les auteurs définissent les *Connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet* – CE, comme la capacité d'un enseignant à anticiper les difficultés et les motivations des élèves par rapport au sujet proposé. Cette connaissance intervient dans des situations qui exigent l'articulation entre ce que les élèves savent ou ne savent pas, et les connaissances mathématiques à enseigner.

La catégorie des *Connaissances du contenu et de l'enseignement du sujet* – CC, définit les capacités qui permettent d'identifier les représentations, les méthodes et les procédures les plus appropriées pour l'enseignement de connaissances spécifiques, elle comporte des tâches telles que le choix du matériel, les exemples à proposer, le rythme de la classe, etc.

Pour la catégorie des *Connaissances du programme et des moyens d'enseignement* – CP, les auteurs reprennent l'idée développée par Shulman, qui la définit comme celle qui représente l'ensemble des programmes conçus pour l'enseignement à un niveau donné, la variété des matériels pédagogiques disponibles par rapport à ces programmes, etc. (Shulman, 1987, p. 10, notre traduction).

2.3.2 Les connaissances du sujet

Le sous-domaine des *Connaissances mathématiques communes* – CMC, comprend les connaissances et les compétences nécessaires pour résoudre les tâches que les élèves exécutent, il s'agit du savoir-faire. Ces connaissances correspondent à celles acquises dans le processus de scolarisation, au sens traditionnel, et sont communes à toutes personnes ayant une formation universitaire ((Ball *et al.*, 2008, p. 399) ; (Ferreira, Ribeiro et Ribeiro, 2017) ; Carrillo et Sosa, 2010).

Les *Connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement* – CMS, correspondent aux connaissances mathématiques nécessaires seulement pour l'enseignant des mathématiques. Chez Ferreira *et al.* (2017), c'est à partir de ces connaissances particulières que l'enseignant s'appuie par exemple pour faire comprendre à ses élèves pourquoi il faut procéder d'une façon et non d'une autre, pour ne pas exécuter un ensemble de procédures dénuées de sens, etc. Avoir un répertoire de différents types d'exemples, de contre-exemples et de non-exemples fait partie de ce sous-domaine. Carrillo et Sosa (2010) l'expliquent comme étant des connaissances et des compétences mathématiques propres à la profession enseignante, car elle comprend leur capacité de distinguer, de déterminer, de valoriser et d'interpréter la validité des réponses diverses et imprévues des élèves.

Les auteurs présentent le sous-domaine de la *Connaissance de l'horizon mathématique* – CHM, comme la capacité d'établir un lien entre les sujets mathématiques tout au long du plan d'études. Il s'agit d'une vision générale mathématique, une vision plus large du paysage mathématique :

[...] il existe une sorte de connaissance du contenu qui n'est ni commune ni spécifique. Elle n'est pas directement déployée dans l'enseignement, mais elle soutient un type de conscience, de sensibilité, de disposition qui informe, oriente et encadre culturellement la pratique pédagogique. Nous considérons cela comme une espèce de vision périphérique ou de conscience de l'horizon mathématique. (Ball et Bass, 2009, p. 5, notre traduction)

Cette « vision périphérique » mathématique ou « conscience du paysage mathématique » dans laquelle se situent l'expérience et l'enseignement, peut guider l'enseignant à écouter, parler et prendre des décisions par rapport aux concepts mathématiques qui seront proposés dans l'avenir.

Dans la suite Ball et Bass définissent le CHM :

Nous définissons la connaissance de l'horizon comme une prise de conscience [...] du grand paysage mathématique dans lequel l'expérience et l'enseignement actuels sont situés. Il fait intervenir les aspects des mathématiques qui, bien qu'ils ne fassent peut-être pas partie du programme d'études, sont néanmoins utiles à l'apprentissage actuel des élèves, qui éclairent et confèrent un sens compréhensible de la signification plus large de ce qui peut n'être que

partiellement révélé dans les mathématiques du moment. C'est une sorte de connaissance qui peut guider les types suivants des responsabilités et les actes d'enseignement :

- Porter des jugements sur l'importance des mathématiques ;
- L'importance de l'ouïe en mathématiques dans ce que disent les élèves ;
- Mettre en évidence et souligner les points clés ;
- Anticiper et établir des liens ;
- Détecter et évaluer les opportunités mathématiques ;
- Repérer les distorsions mathématiques ou les précurseurs possibles d'une confusion ou d'une fausse représentation mathématique ultérieure. (2009, p. 6, notre traduction)

Ensuite Ball et Bass présentent les quatre éléments constitutifs de la CHM :

1. Un sens de l'environnement mathématique entourant le « moment présent » où l'enseignement a lieu ;
2. Principales idées et structures disciplinaires ;
3. Pratiques mathématiques clés ;
4. Valeurs et perceptions mathématiques fondamentales.

De ces appréciations on peut déduire que pour Ball et ses collaborateurs, certaines décisions de l'enseignant sont liées à son CHM²⁴. Nous considérons que cette connaissance guide par exemple l'organisation annuelle des contenus mathématiques, les connexions interdisciplinaires, l'introduction des contenus culturels et notamment l'introduction des aspects historiques, entre autres.

Jakobsen, Thames et Ribeiro (2013) soutiennent l'idée que la CHM contribue à l'enseignement du contenu :

La connaissance de l'horizon mathématique permet à l'enseignant de prendre conscience des potentialités des situations et suggère des possibilités de traitement du contenu mathématique enseigné à un niveau donné. Pour ce faire, un enseignant n'a pas besoin de tout savoir sur la preuve par l'absurde, mais il doit avoir une idée de ce qu'elle est et de son potentiel. Cela permettrait aux étudiants (au moins en théorie) de mieux comprendre et trouver le sens d'autres sujets, directement ou indirectement liés. (Jakobsen *et al.*, 2013, p. 8, notre traduction)

Chez les auteurs, cela donne aux enseignants une sensibilité particulière à la manière dont ce contenu se retrouve sur le territoire disciplinaire au sens large.

En général, nous sommes d'accord avec la contribution de Jakobsen *et al.*, mais nous voulons prendre de la distance à propos d'une éventuelle considération du contenu mathématique comme contenu à traiter, car nous ne considérons pas le contenu mathématique éloigné de l'institution d'enseignement, mais comme le dit Chevallard, une adaptation du *savoir savant* en *savoir à*

24 Plus loin également dans la section 2.5, nous expliquons d'abord comment les conceptions de l'enseignant guident et orientent la prise de décision en matière d'enseignement, et ensuite, nous relierons ces conceptions à la CHM.

enseigner. Dans la section 2.6 nous reprendrons le sous-domaine CHM avec l'intention d'étudier l'influence de l'histoire des mathématiques.

2.3.3 Trois exemples de sous-domaines

Dans cette section, nous présentons trois exemples illustrant les différents sous-domaines de la CME des enseignants observés. Le premier traite des matrices au secondaire, le deuxième de la pensée algébrique dans l'enseignement fondamental et le troisième de la géométrie au niveau universitaire. Le choix de ces trois études est dû à la clarté de la présentation, dans laquelle elles sont réalisées en Espagne, au Brésil et en Argentine, sans lien apparent, ce qui nous permet d'observer la cohérence des limites de chaque sous domaine. L'ordre dans lequel les exemples sont présentés est dû à la complexité accrue dans laquelle chaque sous-domaine est caractérisé.

1. Ferreira, Ribeiro et Ribeiro (2017)

Dans cette étude qualitative développée au Brésil, on cherche à observer l'activation des sous-domaines des Connaissances Mathématiques Communes – CMC, Connaissances Mathématiques Spécifiques à l'enseignement – CMS et Connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet – CE, liés à la pensée algébrique orientée vers les premières années de l'enseignement fondamental²⁵. Il est réalisé dans le cadre d'une formation continue de 32 heures, dont 20 étaient présentielles d'un programme d'observation d'éducation²⁶ de l'Université Fédérale de l'ABC, à São Paulo. Quatorze enseignants travaillant à ce niveau y ont participé, discutant des propriétés des opérations et du signe d'égalité comme équivalence. L'information a été obtenue sous forme écrite et sous forme d'enregistrements audio et vidéo. L'article ne précise pas le type d'analyse effectuée, bien que des transcriptions et des analyses du contenu soient observées.

Identification des sous-domaines

Nous présentons ici une des réponses des élèves dans le but d'encourager la discussion entre enseignants. Dans cette discussion, l'activation de trois sous-domaines de la CME de ces enseignants est identifiée : CMC, CMS et CE.

25 L'âge des étudiants n'est pas précisé dans l'article. Selon la loi des directives et bases de l'éducation nationale du Brésil, les premières années de l'éducation fondamentale sont de 1^o à 5^o, soit que l'élève entre en 1^o année à 6 ans. <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm>

26 Programme: Observatório da Educação – Obeduc –, projeto “Conhecimento Matemático para o ensino de Álgebra: uma abordagem baseada em perfis conceituais”.

	V	F	Justificativa
$24 + 37 = 37 + 24$		X	Contas não são feitas assim resultado! Nunca tem multiplicação Por tanto está errado!

Figure 2.3 : La justification de l'élève dit "les comptes ne sont pas faits, le résultat n'a jamais de multiplication. Alors c'est faux !" Ferreira, Ribeiro et Ribeiro (2017, p. 507, notre traduction).

Sous-domaine	Il y eu des preuves des connaissances ou des compétences suivantes
CMC	Identifier les erreurs : les élèves interprètent un signe d'addition comme un signe de multiplication.
CMS	Ils affirment que pour l'étudiant, après le signe égal, seul un nombre peut apparaître et non un compte : le signe égal a une signification à peine opérationnelle pour cet étudiant.
CE	Attribuer un sens aux productions des élèves par la capacité d'anticiper leurs difficultés.

Tableau 2.2 : Sous-domaines activés de la CME (notre élaboration), dans Ferreira, Ribeiro et Ribeiro (2017).

2. Sosa et Carrillo (2010)

Dans cette étude exploratoire réalisée en Espagne, les résultats correspondant à l'analyse de la CME sont présentés pour enseigner les matrices en deuxième année du secondaire (élèves de 17-18 ans). L'étude cherche à identifier les domaines du CME qui sont activés chez deux enseignants qui enseignent dans ce cours, reconnus comme d'excellents professionnels par leurs collègues, leur institution et leurs étudiants. Les deux enseignantes sont titulaires d'une licences en mathématiques et possèdent plusieurs années d'expérience en enseignement (21 et 13). Des preuves ont été obtenues dans tous les sous-domaines et, en particulier, deux catégories de la connaissance du contenu et de l'enseignement du sujet – CC ont été classées : l'utilisation d'exemples et la gestion de la participation. Dans cette dernière catégorie, deux sous-catégories ont été définies : les questions et les réponses. L'analyse est basée sur la transcription de 8 classes de 50 minutes filmées.

Identification des sous-domaines

Sous-domaine	Il y eu des preuves des connaissances et des compétences suivantes
CMC	Définition des matrices ; caractéristiques des différents types de matrices ; proposition d'exemples ou d'exercices ; opérabilité, propriétés, utilité ou application des matrices et savoir quand vos élèves ont une réponse correcte/incorrecte.
CMS	Aider les élèves à comprendre que trois matrices ne peuvent pas être multipliées en même temps.
CHM	Commentaire que les propriétés des matrices sont liées à un autre thème plus général, les structures algébriques (espace vectoriel), que dans ce baccalauréat [de sciences sociales] n'étudient pas les structures [algébriques], mais dans le scientifique technologique oui.
CE	Anticiper les difficultés, les besoins, la confusion, la situation d'erreur dans les exercices ou se faire une fausse idée sur certaines propriétés des matrices.

CC	Utilisation d'exemples		Capacité à : décider par quel exemple ou exercice commencer, quand et quels exemples utiliser pour souligner, renforcer ou généraliser une certaine idée mathématique, considérer l'application du concept dans un exemple pour ensuite induire la définition du concept, improviser la construction et la présentation d'un exemple pour souligner une certaine idée mathématique, d'un type contextualisé (il est prévu que les matrices soient utilisées dans des études sociologiques) ou non contextualisées (exemple qui pourrait apparaître dans le manuel scolaire traditionnel).
	Gestion de la participation	Questions	Capacité d'introduire une nouvelle question pour leur faire voir que la réponse d'un élève est fautive et orienter la question vers la réponse que l'enseignant veut entendre.
		Réponses	Capacité de décider quelles réponses les élèves doivent accepter, lesquelles ignorer et lesquelles mettre en évidence pour une utilisation ultérieure ; de guider une réponse correcte à un langage mathématique accepté à l'école par convention mathématique ; et de tirer parti d'une réponse incorrecte pour montrer les conséquences dans le contenu.
CP	Leurs connaissances curriculaires sont orientées pour savoir ce que les élèves doivent apprendre et l'orientation que ces contenus doivent prendre dans l'apprentissage et leurs principales sources sont : programmation, manuels et programmes pour les examens d'entrée à l'université.		

Tableau 2.3 : Sous-domaines activés de la CME (notre élaboration), dans Sosa et Carrillo (2010).

3. Ciccio et Sgreccia (2017)

Dans le cadre de cette recherche, une étude de cas à visée qualitative et à portée descriptive est réalisée. L'étude est développée dans un cours annuel de Géométrie I (géométrie analytique), première année de la licence d'enseignant des mathématiques de l'Université Nationale de Rosario, en Argentine. L'objectif est de caractériser la formation offerte aux futurs enseignants, à partir de l'observation des performances de l'enseignant responsable du cours. Afin de recueillir l'information, les trois premières classes ont été observées²⁷. L'analyse du contenu a été utilisée comme technique de traitement et de classification de l'information transcrite.

Identification des sous-domaines

Dans l'étude, les six sous-domaines de la CME sont identifiés. Pour chaque sous-domaine, plusieurs modalités sont élaborées qui ont été identifiées à partir d'un processus d'immersion de données. En particulier la Connaissance de l'Horizon Mathématiques – CHM présente 8 modalités émergentes qu'on présente ici. Nous avons choisi ce sous-domaine parce que c'est sur lui que nous allons concentrer notre attention dans les sections suivantes.

La fréquence à laquelle ce sous-domaine est activé est représentée dans le tableau par **Frec** et indique le nombre de fois qu'un message de l'enseignant relatif à cette modalité est identifié.

²⁷ L'article ne précise pas quel type d'observation et d'enregistrement des classes a été fait. Par le mode de transcription exprimé (p. 150), on suppose qu'il y a au moins un enregistrement audio et un enregistrement image.

Modalités	Frec	Exemples de messages
Insinuation des liens mathématiques subséquents	16	Un versor est un vecteur de norme, de module 1, chaque fois qu'il dit que la norme va être module... la norme est un concept plus général.
Portée des caractérisations mathématique	8	C'est la loi du parallélogramme et c'est très utile, nous verrons, pour décomposer un vecteur comme la somme de deux autres, oui, mais c'est moins général que la définition que nous avons vue de somme car cette définition n'est pas valable pour les vecteurs qui sont alignés, mais celle qui l'est.
Justification de l'importance de l'émergence de la géométrie analytique	5	Ce que Descartes a fait, Descartes l'idée révolutionnaire de Descartes a été de transformer les problèmes de mesure géométrique en problèmes algébriques, dont on peut résoudre exactement et de savoir exactement qui est ce point.
Lien avec une situation réelle	4	J'ai trois bateaux qui naviguent en ligne droite, à une certaine vitesse constante (...) J'aimerais donc savoir si les bateaux naviguent toujours dans cette direction, s'ils vont entrer en collision ou non, ok ?
Mention de l'évolution des concepts dans l'histoire des mathématiques	2	Donc, s'il s'agit d'un ensemble de points dans le plan ou l'espace, pourquoi l'appelle-t-on un lieu géométrique ? (...) Mais il faut penser que lorsque cela commence à être étudié, la théorie des ensembles n'existait pas.
Localisation dans le temps des faits fondamentaux de l'histoire des mathématiques	2	Ainsi, la géométrie analytique est due à Descartes, qui est de l'année (...) et sa méthode de 1637.
Évaluation esthétique des représentations mathématiques	1	C'est une façon, c'est encore plus élégant que celui sur la note.
Liaison géométrie-géométrie synthétique - géométrie analytique	1	Je vais faire quelques dessins, j'écrirai quelques équations et vous allez me dire ce que vous avez à faire les uns avec les autres.

Tableau 2.4 : Modalités émergents dans le sous-domaine CHM, dans Ciccioli et Sgreccia (2017, p. 153, notre traduction).

Avec ces trois exemples, nous illustrons l'analyse possible des sous-domaines de la CME. Dans le premier cas nous voyons une identification générale, dans le second il y a une identification particulière et plus fine dans l'un des sous-domaines. Le dernier exemple décrit différentes modalités pour chacun des sous-domaines. Nous nous sommes arrêtés avec un intérêt particulier pour la CHM car c'est le sous-domaine que nous allons essayer de connecter avec l'histoire des mathématiques, mais surtout nous cherchons à comprendre leur influence dans ce sous-domaine pour ensuite observer cette influence dans la CME.

2.4 Critiques, limites et choix de la CME comme cadre théorique

2.4.1 Critiques de la CME

Comme nous l'avons déjà dit, le cadre de la CME est l'héritier des bases pédagogiques de Shulman, qui a pour principale revendication le *pedagogical content knowledge* – PCK, notion que représente les connaissances spécifiques qui différencient un enseignant d'une certaine discipline d'un spécialiste du même domaine, qui ne développe pas la tâche d'enseignement. Par conséquent,

nous sommes intéressés à présenter l'une des critiques épistémologiques faites à Shulman sur l'exclusivité de cette connaissance pour l'enseignement.

Dans son article sur la notion de PCK, Raymond (1998) cite McEwan et Bull (1991) qui soutiennent que le fait que les enseignants ont des connaissances particulières différentes des connaissances disciplinaires n'est pas fondé sur une base épistémologique. Ils réfutent la proposition de Shulman de deux façons.

La première réfutation porte sur la distinction de Shulman entre les deux savoirs, le disciplinaire et le pédagogique, puisqu'elle laisse la place à l'interprétation que le savoir disciplinaire est objectif : considéré comme le savoir « en soi ». Cependant, pour ces auteurs, les savoirs disciplinaires répondent à des intérêts humains et sont sujettes aux ambiguïtés et incertitudes inhérentes au phénomène de la communication sociale. Ce que les enseignants transformeraient, en supposant qu'ils soient des savoirs disciplinaires, seraient eux-mêmes des savoirs conditionnés, soumises à des transformations, en fonction de l'évolution de la discipline elle-même. Nous comprenons que Shulman ne propose pas une telle séparation entre les savoirs disciplinaires et les savoirs à enseigner, mais dans le même esprit que Chevallard identifie cette distance entre les deux savoirs. Dans le même sens nous considérons que l'identification de cette rupture ou distance ne nie pas la possibilité que les deux savoirs évoluent.

Dans une deuxième réfutation, McEwan et Bull (1991) *apud* Raymond (1998) soutiennent que toute activité disciplinaire est également pédagogique. Un spécialiste de la discipline et un enseignant de la discipline doivent maîtriser le contenu avant de se soucier de la communication. En ce qui concerne le savoir, la discipline et l'enseignement feraient partie de la même collectivité. Chez les auteurs, si on suppose que ce n'est pas le cas, cela pourrait conduire à la séparation des départements disciplinaires et des départements scientifiques de l'éducation. C'est-à-dire que les relations de connaissance entre les spécialistes de la discipline et les enseignants de la discipline seraient les mêmes. Lorsqu'il s'agit d'estimer la valeur des savoirs, ces auteurs affirment que les deux professionnels seraient dans la même position et devraient souscrire aux critères particuliers d'une discipline. Au moment de les communiquer, tous les deux s'inquiéteraient de la transformation de ces savoirs en savoirs « enseignables » à un certain public, et ils le feraient à partir d'un réservoir de connaissances comme celui décrit par le PCK. Ainsi, le PCK ne serait donc pas propre aux enseignants, mais à l'activité de communication des connaissances.

Comme nous l'avons dit dans la section § 2.2.1 où nous avons cité Martin Klein, les objectifs d'un historien des sciences et d'un scientifique ne sont pas les mêmes, donc leur formation doit être différente. De même, on ne peut pas penser que la formation d'un spécialiste dans une discipline doit nécessairement être la même que celle d'un enseignant dans cette discipline. Il ne faut pas non

plus se préoccuper du contenu plutôt que de la communication, car les deux sont essentiels à la profession enseignante et peuvent être abordés simultanément. Sur la base du même argument utilisé par Klein, les spécialistes et les enseignants ne disposent pas des mêmes outils pour estimer la valeur du savoir ni pour le communiquer, car leurs objectifs sont différents. Suite à cette critique, nous nous demandons comment un spécialiste d'une discipline qui n'est pas un enseignant de cette discipline, peut accéder à ce PCK. Ces auteurs proposent une sorte de « réservoir de connaissances » qui les aiderait à transformer ces connaissances en « enseignables ». Nous comprenons qu'un tel réservoir ne pourrait être construit que sur la base de spécialistes-enseignants qui ont dû passer par cette étape de transformation des contenus.

Les quatre critiques suivantes du modèle CME proviennent de Muñoz, Contreras, Carrillo, Rojas, Montes et Climent (2015), un groupe de chercheurs espagnols qui travaillent à éclaircir certains points noirs de cette cadre théorique.

La première des critiques porte sur la Connaissance de l'Horizon Mathématique et ses multiples colorations. Les auteurs soutiennent que Ball et Bass (2009), distinguent trois colorations de la CHM. La première coloration vient de la définition, comprend la connaissance des principales idées et structures de la discipline et les liens entre les différentes entités mathématiques, tels que les concepts et les propriétés. La seconde coloration est liée à la connaissance du type syntaxique, et aux aspects de la communication mathématique, du raisonnement et la preuve, savoir définir et utiliser des définitions, établir des relations, correspondances ou équivalences, choisir des représentations, généraliser ou explorer. La troisième coloration considère les valeurs centrales de la discipline, telles que le goût pour la cohérence argumentative, ou pour la précision et le soin dans la cohérence du langage mathématique. Pour Muñoz *et al* (2015), les deux premières colorations ont la capacité de contenir toutes les connaissances mathématiques du point de vue de ce qu'est les mathématiques (vues comme un ensemble de thèmes organisés dans une structure), et comment elles sont construites, tandis que la troisième est située dans un terrain de nature différente des deux précédentes, lié au domaine affectif. Ainsi, affirment les auteurs, bien que les trois colorations fassent partie de ce que l'enseignant des mathématiques peut savoir, seule la première est liée à ce qui se reflète dans la définition du sous-domaine.

La deuxième critique porte sur la détermination de la spécificité de la connaissance mathématique à l'enseignement. Ball *et al* (2008) caractérisent la connaissance mathématique commune comme étant la connaissance mathématique qu'une personne instruite peut posséder. Ainsi, pour décider si un épisode à analyser apporte la preuve de ce sous-domaine, il est nécessaire de le comparer avec une connaissance hypothétique d'une personne hypothétique sur la base d'une

connaissance souhaitable. Cela génère une « distraction » potentielle lors de la réalisation d'études visant à détecter ces connaissances.

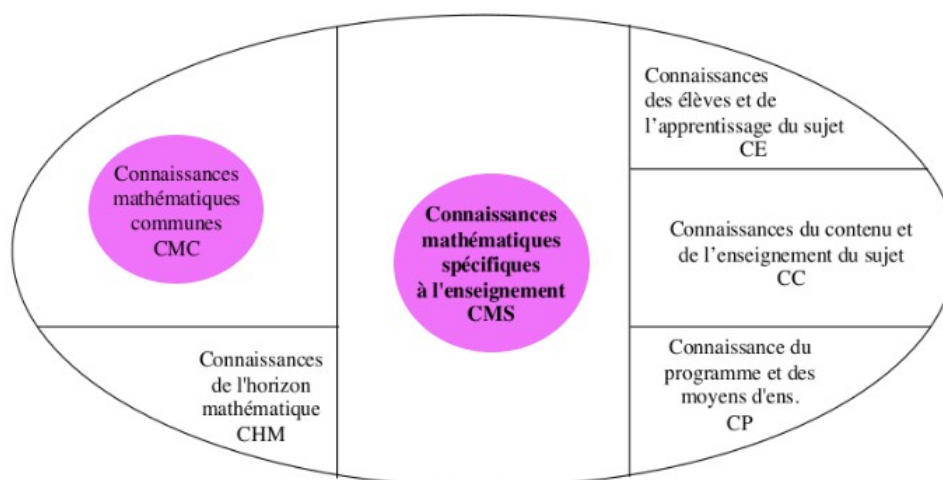


Figure 2.4 : Sous-domaines impliqués dans la détermination de la spécificité de la connaissance mathématique à l'enseignement.

La troisième critique concerne la superposition des sous-domaines liés à la connaissance du sujet et à la connaissance pédagogique. Selon les auteurs, l'enseignant a besoin de connaître l'origine des erreurs et les chemins par lesquels le raisonnement des élèves passe lorsqu'ils abordent une situation mathématique. Cela fait partie des connaissances spécifiques définies par Ball et ses collègues. Cependant Muñoz *et al* soulignent que « nous devons être conscients que savoir quelles sont les difficultés des élèves ou où ils ont tendance à faire des erreurs est associé à la connaissance des élèves et de l'apprentissage du sujet, alors que connaître l'origine mathématique de l'erreur se trouve dans la connaissance mathématiques spécifiques à l'enseignement » (2015, p. 595, notre traduction). Cela implique des difficultés dans l'opérabilité des caractérisations et des limites de ces sous-domaines (CE et CMS). De plus, les auteurs poursuivent en affirmant qu'il ne semble pas avantageux d'inclure la connaissance de l'origine de l'erreur dans un sous-domaine et la conscience de son existence dans un autre, car cela confond la distinction.

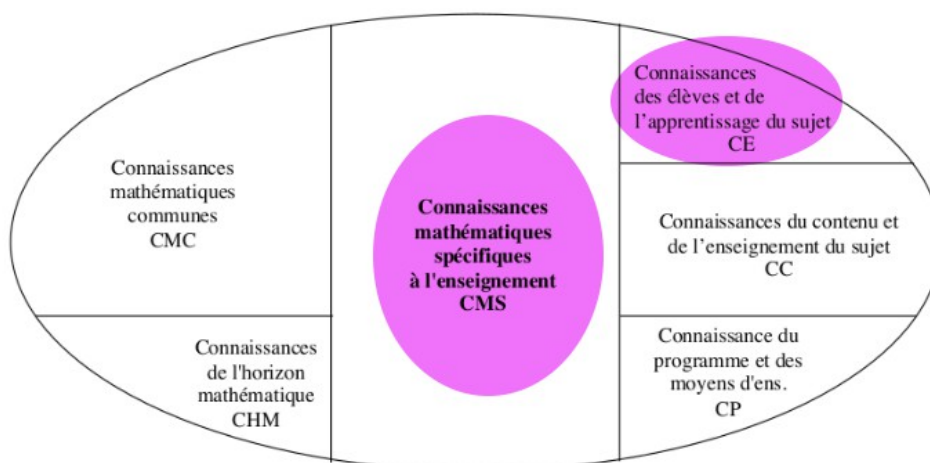


Figure 2.5 : Superposition des sous-domaines CE et CMS.

Enfin, la quatrième critique est la manque de mathématisation du modèle. Muñoz *et al* (2015) s'interrogent sur la manque de spécificité en mathématiques. Ils attribuent cette caractéristique au fait que le modèle CME est la continuation du travail de Shulman, dont le but était plus général et à l'exception de la CHM, le reste des sous-domaines semblent être définis sans référence explicite au contenu mathématique.

A cette dernière critique s'ajoute le point de vue de Ruiz-Olarría, Bosch et Gascón (2017, p. 151), qui affirment que l'on insiste si bien sur le caractère professionnel de ce savoir spécifique pour l'enseignement (non assimilable à aucun autre type de milieu professionnel), qu'il n'est pas considéré comme une construction collective, cela favorise le fait que l'acquisition de ces connaissances continue d'être un problème individuel. De même, le défi de son fondement « théorique » ou de son articulation pour former un ensemble de connaissances avec sa propre entité n'est pas non plus pris en compte.

Nous avons donc des critiques d'ordre épistémologique, du fondement du modèle et de la définition des sous-domaines. Voyons les limites auxquelles nous pouvons faire face.

2.4.2 Limites de l'observation à travers le modèle CME

La première limite que nous pouvons considérer concerne le groupe de recherche observé. Nous sommes intéressés à observer l'influence de l'histoire des mathématiques sur les connaissances de l'enseignant. C'est pourquoi nous avons choisi de réaliser une partie de nos observations dans un groupe d'étudiants-stagiaires qui ont étudié l'histoire des mathématiques, en même temps qu'ils passent leur stage dans une institution de second degré.

Nous sommes conscients que l'étudiant, en tant que futur enseignant, est encore en formation. Dans leur première expérience dans ce rôle ils auront des moments d'essais et d'erreurs, de manque de confiance, de changements dans leur façon de travailler. Ce processus d'instabilité peut générer des perturbations dans les informations fournies sur les groupes. Un exemple simple est de considérer que cette première année de travail peut conduire à des changements dans la perception de la profession et mise en œuvre, plutôt que de penser à intégrer une perspective historique dans leur cours. Robert (2001 ; 2005) explique les difficultés rencontrées par les enseignants débutants en deuxième degré. Pour cette chercheuse tant les débutants que leurs formateurs confirment deux aspects problématiques et totalement nouveaux liés aux activités qu'ils doivent développer : la conception d'un cours complet et de chaque notion dans une progression cohérente dans l'année scolaire, et l'animation mathématique collective de chaque séance, marquée par des préoccupations de temps, de discipline et de motivation des élèves. Robert qualifie ces pratiques de transitoires et d'évolutions diverses, voire caricaturales en raison du manque d'automatismes, d'une trop grande attention aux élèves ou aux contenus.

Pour sa part, Coppé (2007 ; 2009) note que si la préparation des cours est un moment fondamental dans l'activité de l'enseignant, les stagiaires ne partent pas vraiment des connaissances mathématiques et que notamment, les critères de choix des exercices portent essentiellement sur leur forme et non sur les connaissances qu'ils permettent de transmettre. Les connaissances mathématiques des enseignants sont également utilisées pour résoudre les exercices, mais pas pour élaborer ou choisir les activités. En ce sens, nous interprétons que cette période laisse une place réduite à l'introduction d'une perspective historique dans les cours car les connaissances historiques ne font pas partie du contenu obligatoire des programmes.

D'autre part bien que nous ayons décidé d'utiliser un instrument que nous avons conçu nous-mêmes, nous sommes conscients qu'il y a une discussion sur l'utilisation des instruments de mesure et catégorisation de la CME au niveau international qui génère certaines limitations. Ng, Mosvold et Fauskanger (2012) et Hoover, Mosvold, Ball et Lai (2016) examinent les questions liées à la traduction et à l'adaptation de cet instrument créé aux États-Unis, afin de mesurer la CME en Indonésie et en Norvège. Parmi les difficultés rencontrées par les auteurs au cours du processus de traduction et d'adaptation, on peut citer : a) des défis mineurs dus aux différences culturelles ; b) l'utilisation du langage technique dans les écoles ; c) des contextes incommensurables entre pays ; et d) l'utilisation de modèles mathématiques.

En plus, ils soulignent que certaines tâches d'enseignement n'ont pas une signification universelle et qu'il est essentiel de détecter afin d'effectuer une traduction et une adaptation appropriées de l'instrument. C'est le cas de ce que Ball *et al* (2008) identifient comme le

questionnement des élèves, ce qui n'est pas envisagé dans certains pays asiatiques. Cela signifie que répondre aux « pourquoi » des élèves ne constitue pas nécessairement une compétence obligatoire pour les enseignants, modifiant la signification de la CME et, par conséquent, il n'est donc pas possible de la mesurer de la même manière.

2.4.3 Choix de la CME comme cadre théorique

L'aspect principal qui nous intéresse dans ce modèle est qu'il explore les compétences qu'un enseignant doit posséder pour développer sa profession de manière compétente. Un enseignant réalise de nombreuses activités en plus que l'enseignement, et c'est grâce à ces différentes tâches que nous identifions s'il connaît les programmes des niveaux dans lesquels il travaille, s'il planifie ses cours en pensant aux connaissances ou aux difficultés de ses élèves, s'il a la capacité de faire des liens entre des thèmes transversaux, s'il peut coordonner des activités interdisciplinaires, etc.

En réfléchissant à notre thématique de recherche sur les liens entre l'histoire des mathématiques et formation des enseignants, nous avons besoin d'un modèle qui envisageait ces domaines ou catégories dans lesquels la pratique de l'enseignant peut être vue, et en plus qui comprenait un espace pour ce « quelque chose de plus » qui peut apporter des avantages à leur formation, comme le cas de l'histoire des mathématiques. Considérant les trois colorations de la CHM qui permettent à l'enseignant de développer une vision périphérique, nous nous sommes demandés s'il pouvait être possible que l'histoire nourrisse ce sous-domaine en favorisant plusieurs aspects bénéfiques à l'enseignement, tels que : la lecture de textes ou de sources historiques, la contextualisation d'un concept, le dépaysement épistémologique, l'empathie, l'altérité, etc...

Un deuxième aspect qui nous semble pertinent malgré les critiques et les limites présentées, c'est que la CME continue d'être reconnue comme un modèle qui offre des outils permettant de différencier les composantes des connaissances qu'un enseignant doit posséder et qui peuvent être intéressantes pour un enseignement efficace, comme le soutiennent Rojas, Flores et Carrillo (2013).

Un troisième aspect que nous ne pourrions pas développer ici par manque de temps, mais auquel nous pensons à l'avenir, est notre intérêt à développer davantage d'évidences dans les études qui montrent l'influence de la CME d'un enseignant sur la performance des élèves. Dans ce cas de recherche doctorale, nous observons l'influence de l'histoire des mathématiques dans la CHM d'un enseignant (c'est-à-dire dans sa CME), mais nous ne pouvons pas observer d'indices ou traces d'histoire dans les pratiques *in situ* des enseignants ou dans les performances des élèves. Cependant, certaines études montrent que les connaissances des enseignants influent directement sur le succès des élèves (Ma, 2009 ; Clivaz, 2011; Alessandro, 2017). Dans le même ordre d'idées, nous

souhaitons approfondir ce problème en reliant les connaissances historiques des enseignants, leurs pratiques et les performances des élèves.

Enfin nous nous faisons l'écho des paroles de Clivaz (2011, p. 37), lorsqu'il conclut que cette catégorisation proposée par Ball et ses collègues concerne sur les connaissances des enseignants et laisse de côté ses conceptions, notion que nous développerons dans la prochaine section.

2.5 Sur les conceptions et le modèle de Ernest

Dans cette section, nous présentons quelques réflexions sur le terme *conception* et l'interaction de cette composante du système présenté par Ernest avec le cadre théorique de la Connaissance Mathématiques pour l'Enseignement. Dans son article de 1989, ce professeur émérite de philosophie de l'enseignement des mathématiques à l'Université d'Exeter en Angleterre, propose un modèle des structures cognitives spécifiques de l'enseignant de mathématiques : connaissances, *beliefs* (que nous avons traduits par des conceptions) et des attitudes. Ce modèle est destiné à servir de base à la recherche empirique sur les enseignants de mathématiques et leur formation. Nous le considérons comme un complément à notre recherche, et en nous concentrant particulièrement sur ce qu'Ernest appelle conceptions.

2.5.1 Croyances et conceptions

Avant de continuer à développer le modèle d'Ernest, nous présentons quelques différences entre les termes croyance et conception, car ce sont les deux traductions plus courantes utilisées pour le terme *beliefs*.

Flores (1995), mène une revue bibliographique pour montrer que les termes peuvent être confondus, ou considérés comme synonymes. Par exemple, il cite Thompson (1992) qui présente trois caractéristiques des croyances : elles peuvent être tenues avec plus ou moins de conviction, elles ne sont pas nécessairement consensuelles et elles sont souvent justifiées par des raisons qui ne répondent pas à des critères généraux. Pour Thompson, les croyances sont donc caractérisées par un manque d'accord sur la façon dont elles doivent être évaluées ou jugées. Ensuite, Thompson affirme que dans ses recherches, Ernest (1989) se réfère à des conceptions, mais cet auteur ne fait pas directement référence à ce terme en anglais –*conception*– mais parle de *beliefs* et points de vue sur les mathématiques.

Les travaux de Dossey (1992) ne parlent que de *conceptions*, bien que Dossey lui-même cite les recherches du groupe de Cooney qui se réfère aux *croyances*.

Clivaz (2011), qui reprend également Thompson (1992), utilise ses arguments pour justifier son choix du terme *conception*. D'après cet auteur, Thompson introduit la notion de conceptions vue comme une structure mentale plus générale, englobant les *beliefs*, les significations, les concepts, les théorèmes, les règles, les images mentales, les préférences, etc. Clivaz soutient que Thompson utilise d'ailleurs par la suite essentiellement ce terme-là et que étant donné que ce mot existe en français, le mot *beliefs* est mieux traduit comme *conception* que comme *croyance*.

De la présentation de ces arguments, nous soutenons que les croyances sont plus rudimentaires que les conceptions, car elles appartiennent à un niveau de justification plus fondamental. Le fait d'avoir une croyance religieuse ne peut être considéré de la même manière qu'une conception politique. C'est dans ce sens que nous considérons les croyances comme des conceptions d'un niveau plus élémentaire, où aucune démonstration ou contraste avec une autorité extérieure n'est possible, et si cela est possible, nous n'obtiendrons pas de changements. Ainsi, les conceptions englobaient les croyances.

Flores (1995) revient sur la discussion de la formation initiale des enseignants des mathématiques. Dans ce contexte, le contact des étudiants (en formation initiale) avec l'enseignement se fait en tant qu'étudiants et non en tant qu'enseignants. Dans cette situation, les étudiants manquent de références pour contraster leurs représentations sur les connaissances mathématiques et sur l'enseignement des mathématiques. Pour Flores, cela définit ces représentations comme des croyances. Flores affirme que les futurs enseignants n'ont pas d'expérience dans l'enseignement des mathématiques, donc ils élaborent une représentation de ce que cela peut être, sans être en mesure de contraster ces croyances par manque d'expérience.

De notre point de vue, lorsque nous pensons à la représentation que les étudiants ont de ce qu'est les mathématiques, nous savons que c'est une représentation élaborée à partir de leur expérience en tant qu'étudiants. Il est clair que cette représentation peut être incomplète ou peu réfléchie, mais nous ne pouvons pas la considérer du même type que la précédente car dans l'une il y a expérience directe et dans l'autre non. Dans cette optique, nous ne sommes pas d'accord sur la dénomination des *croyances* pour les deux cas, mais nous préférons y faire référence aux *conceptions*.

2.5.2 Le modèle de Ernest

Nous présentons ici le modèle d'Ernest dans lequel il présente trois composantes principales : les connaissances, les conceptions et les attitudes de l'enseignant.

Sur la connaissance

Dans une première partie, l'auteur distingue entre la connaissance des mathématiques et la connaissance de l'enseignement des mathématiques. Il affirme que les connaissances mathématiques sont acquises dès la petite enfance et souvent, construits avant la fin de la période de formation initiale des enseignants. Ces connaissances soutiennent les explications, les démonstrations, le diagnostic des idées fausses, l'acceptation des méthodes des élèves, les décisions relatives au programme d'études, etc. Par conséquent, pour Ernest, la connaissance des mathématiques constitue la base des connaissances pédagogiques des enseignants et de ses compétences pour l'enseignement des mathématiques.

En ce qui concerne la connaissance de l'enseignement des mathématiques, cet auteur s'appuie sur les idées développées pour Shulman (1986) pour considérer d'une part les connaissances pédagogiques et d'autre part les connaissances du programme. Comme nous l'avons vu auparavant, la connaissance pédagogique des mathématiques est une connaissance particulière que l'enseignant mobilise pour transformer et représenter le savoir mathématique pour son enseignement. Il est donc fondamental pour la planification, l'interaction avec les élèves et la prise de décisions pédagogiques. La connaissance du programme des mathématiques est essentielle à la planification et à la mise en œuvre. L'enseignant l'utilise pour déterminer comment les mathématiques sont représentées aux élèves dans leurs expériences d'apprentissage.

Suivant les idées de Ball (1987), Ernest affirme que les enseignants commencent à acquérir leurs connaissances pédagogiques au cours de leurs années d'études, en fonction de leurs expériences d'apprentissage personnelles. Les étudiants peuvent apprendre les rudiments didactiques des mathématiques au cours de leur formation initiale d'enseignant, mais la partie la plus importante de l'apprentissage a probablement lieu pendant l'enseignement réel basé sur l'expérience pratique.

Sur les conceptions

La deuxième structure cognitive qu'Ernest considère sont les conceptions. Cette structure repose sur la possibilité que deux enseignants aient des connaissances mathématiques similaires et que, selon leurs conceptions, ils décident d'enseigner ces connaissances de manières différentes.

Ernest définit ces « conceptions » comme étant un système de croyances, de valeurs et d'idéologie propre à l'enseignant. Selon cet auteur, l'importance de ce concept repose sur le fait que

telles conceptions ont un impact puissant sur l'enseignement à travers des processus tels que la sélection du contenu, les modes d'enseignement et d'apprentissage, etc.

Accès aux conceptions

Dans un article paru en 2004, Flores s'inspire de Godino et Batanero (1994) pour prendre les croyances et les conceptions comme significations que les étudiants donnent aux mathématiques, à son enseignement et à son apprentissage. Il affirme que ces significations que nous appelons conceptions ne sont pas directement observables. Ils appartiennent à un niveau d'information profonde, souvent inconsciente, pas toujours accessible au sujet sous enquête. Cela signifie que pour caractériser les conceptions des étudiants, il faut des méthodes de recherche indirectes qui incitent les étudiants à exprimer leurs points de vue, les postulats sur lesquels ils s'appuient ou en vertu desquels ils interprètent les phénomènes.

Défis pour la formation des enseignants

Si l'on tient compte du fait qu'un document publié par le NCTM (1991) défend l'idée que ce qui est appris est fondamentalement lié à la manière dont il est appris, c'est-à-dire que le même poids est accordé aux contenus et aux méthodes d'enseignement, on considère que l'attention aux conceptions des enseignants est fondamentale. Flores (2004) propose de confronter les conceptions des étudiants dans leur formation initiale, en essayant de les rendre explicites et de les confronter à leurs fondements.

Dalcin, Ochoviet et Olave (2017) affirment que ce que les étudiants - futurs enseignants - apprennent dans la période de formation initiale est directement lié à leur future profession. Dans ce contexte, la façon dont les mathématiques sont enseignées aux futurs enseignants est plus importante que les sujets abordés. Ils assurent qu'un des principaux objectifs de la formation des futurs enseignants est de développer des conceptions et des attitudes qui leur permettent d'effectuer, à l'avenir, les changements qu'ils considèrent nécessaires pour leurs pratiques en classe.

Dans ce qui suit et d'après Ernest, nous développons les conceptions sur la nature des mathématiques, et les modèles mentaux de son enseignement et son apprentissage.

Conception sur la nature des mathématiques

Cet auteur soutient que la conception qu'ont les enseignants de la nature des mathématiques ne sont pas nécessairement conscients, et ajoute qu'elles peuvent être considérées comme des

philosophies implicites. Suivant l'argumentation de Thompson (1992), Ernest distingue trois philosophies des mathématiques dans l'enseignement des mathématiques :

- Tout d'abord, il existe une vision dynamique et axée sur les problèmes des mathématiques en tant que domaine en expansion constante de la recherche humaine. Les mathématiques ne sont pas un produit fini et leurs résultats peuvent être révisés (la vision de la résolution des problèmes).
- Deuxièmement, il y a la conception des mathématiques comme un ensemble de savoirs statiques mais unifiées, composé de structures et de vérités interconnectées. Les mathématiques sont un monolithe, un produit statique immuable, qui est découvert, non créé (vision platonicienne).
- Troisièmement, on estime que les mathématiques sont un ensemble de faits, de règles et de compétences utiles mais sans rapport entre eux (vision instrumentiste).

Pour Ernest, ces points de vue sur la nature des mathématiques peuvent être combinés avec d'autres constructions, comme par exemple, des points de vue sur la relation entre différentes matières. De cette façon, l'auteur affirme que les philosophies des mathématiques ont des résultats pratiques en classe. Une vision active et résolue des connaissances mathématiques peut conduire à l'acceptation des méthodes et approches proposées par les élèves. Par contre, une vision théorie platonicienne ou instrumentaliste des mathématiques peut amener l'enseignant à insister sur l'existence d'une seule méthode correcte pour résoudre chaque problème.

Ernest s'appuie encore une fois sur les idées de Thompson (1984) pour affirmer que les conceptions des mathématiques se reflètent dans les modèles d'enseignement et d'apprentissage des enseignants et, par conséquent, dans leurs pratiques.

Modèles mentaux d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques

Suite à plusieurs études cités par Ernest (Cooney, 1985, 1988 ; Ernest, 1988b ; Kuhs et Ball, 1986 ; Thompson, 1984), il soutient que la pertinence des modèles mentaux d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques réside dans leur impact puissant sur la façon dont les mathématiques sont enseignées. L'influence de ces modèles est conditionnée par les petits détails de l'expérience en classe : le choix des tâches d'apprentissage, le traitement des erreurs des élèves et l'acceptation de leurs idées, la rigueur avec laquelle les textes mathématiques sont suivis, etc. Selon l'auteur, c'est par le biais de ces modèles mentaux que l'enseignant est capable de construire et de modéliser son comportement à partir de ces ensembles d'idées (qui peuvent inclure des souvenirs d'anciens enseignants).

Modèle d'enseignement des mathématiques

Il s'agit de la conception qu'a l'enseignant du type d'action pédagogique et d'activités en classe, c'est-à-dire que cette conception contribue à son approche personnelle de l'enseignement des mathématiques. Ce modèle mental de l'enseignant détermine la façon dont les mathématiques sont enseignées, en tenant compte des limites du contexte de la situation scolaire. Ce modèle est susceptible d'être étroitement lié et influencé par la conception que l'enseignant a de la nature des mathématiques, comme il est suggéré ci-dessus.

Modèle de l'apprentissage des mathématiques

Il s'agit du point de vue de l'enseignant sur le processus d'apprentissage des mathématiques, comme les comportements et les activités mentales de l'élève concerné. Il est donc composé d'objectifs, d'attentes, de conceptions et d'images des activités et processus d'apprentissage. Ce modèle d'apprentissage repose sur deux visions : l'une en tant que construction active de la connaissance et l'autre en tant que réception passive du savoir.

L'auteur soutient ainsi que le modèle de formation des enseignants joue un rôle central dans leurs conceptions, quelle que soit leur idéologie éducative. Dans la mesure où ce modèle est mis en pratique, il devient un facteur vital (mais non déterminant) dans l'expérience d'apprentissage de l'élève, car il influence ses résultats cognitifs et affectifs.

Sur les attitudes

Ernest considère les attitudes comme la troisième construction du système. D'une part, cette construction tient compte des attitudes de l'enseignant à l'égard des mathématiques, comme le goût, le plaisir, l'intérêt et la confiance dans ses propres capacités mathématiques. D'autre part, il prend en compte les attitudes du professeur à l'égard de l'enseignement, comme le goût, le plaisir et l'enthousiasme pour l'enseignement des mathématiques, et la confiance en sa capacité d'enseigner.

Pour Ernest, la pratique de l'enseignement des mathématiques est la fonction première de l'enseignant de mathématiques et la fin vers laquelle les connaissances, les conceptions et les attitudes sont dirigées. Au-delà de cet objectif, l'importance de considérer la pratique même de l'enseignement réside dans le fait que son observation peut révéler la disparité entre ce genre de conceptions ou les intentions, et la pratique réelle, comme nous l'avons également vu dans Carrillo et Contreras (1995). Selon Ernest, la différence entre les conceptions et la pratique réelle peut être due à trois raisons.

Tout d'abord, il y a la profondeur des conceptions et la façon dont elles s'intègrent aux connaissances, en particulier aux connaissances pédagogiques. Si les conceptions sont représentées d'une manière verbale déconnectée, sans liens riches avec d'autres conceptions et connaissances, il n'y a qu'une base limitée pour leur promulgation. Par conséquent, la disparité entre conceptions et les actions prises ou déclarées ne devrait pas surprendre.

Deuxièmement, il y a le niveau de conscience qu'a l'enseignant de ses propres conceptions et la mesure dans laquelle il réfléchit à sa pratique de l'enseignement des mathématiques, ce qui mène à une meilleure intégration des conceptions et des pratiques. Certains des éléments clés de la pensée des enseignants, sur le plan de la pratique, sont : la conscience d'avoir adopté des points de vue et des hypothèses spécifiques concernant la nature des mathématiques, leur enseignement et leur apprentissage ; la capacité de justifier ces points de vue et hypothèses ; la réflexivité : le souci de concilier et d'intégrer les pratiques scolaires et les conceptions ; et de concilier des conceptions divergentes.

Troisièmement, il y a la forte influence du contexte social. Cela résulte des attentes des autres, en particulier des autres enseignants et supérieurs. C'est aussi le résultat du curriculum institutionnalisé incorporé dans les textes adoptés, du système d'évaluation, etc.

Conséquences pour la formation des enseignants

Ce modèle présente deux distinctions pertinentes lorsqu'on examine ses implications pour la formation des enseignants.

Premièrement, il y a la distinction entre les connaissances, les conceptions et les attitudes. Pour Ernest, la connaissance est le résultat cognitif de la formation des enseignants, et les conceptions et attitudes représentent le résultat affectif. Les objectifs cognitifs de la formation des enseignants, c'est-à-dire l'acquisition de connaissances, peuvent être abordés relativement de manière directe dans le contenu des expériences d'enseignement et d'apprentissage. Les objectifs affectifs, c'est-à-dire le développement de conceptions et d'attitudes, ne peuvent être traités comme le contenu de l'enseignement. L'acquisition de modèles d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques est fait en grande partie par le biais des modes d'enseignement vécus et observés par les élèves. Les opinions sur la nature des mathématiques dépendent également des modes d'enseignement et des types d'expérience qui permettent d'apprendre les mathématiques. Les attitudes à l'égard des mathématiques et de leur enseignement représentent les réactions personnelles de l'enseignant aux expériences vécues dans ces domaines, ainsi que d'autres influences. Ces exemples montrent que le facteur crucial dans le développement des conceptions et des attitudes dans la formation des enseignants est la forme, et non le contenu, des expériences

d'apprentissage. L'une des caractéristiques clés du modèle présenté ci-dessus est l'importance accordée aux conceptions de l'enseignant de mathématiques.

Ernest conclut qu'il est impératif d'accorder une grande attention à la façon dont les cours sont pensées. Ainsi, si l'enseignement des mathématiques doit inclure des éléments significatifs de travail pratique, de discussion, de résolution de problèmes et de recherche, la formation des enseignants doit en faire autant s'ils veulent apprendre à modéliser ces styles.

Les travaux d'Ernest et bien d'autres (Dossey, 1992 ; Flores, 1995 ; Flores, 2004 ; Thompson, 1984 ; Thompson, 1992 ; Clivaz, 2011 ; Shulman, 1986 ; Ball, 1987 ; Godino et Batanero, 1995 ; Carrillo et Contreras, 1995 ; NCTM, 1991 ; Dalcin, Ochoviet et Olave, 2017), démontrent l'importance des conceptions et des attitudes dans l'enseignement des mathématiques. Ils justifient également la nécessité d'examiner et de planifier les méthodes d'enseignement dans les cours de formation en accordant autant d'attention aux conceptions et aux attitudes qu'au contenu.

La deuxième distinction est celle entre connaissances théoriques et pratiques. La connaissance théorique est depuis longtemps le contenu principal des cours de formation des enseignants. Traditionnellement, les connaissances pratiques ont été traitées de manière plutôt informelle. Elle est censée s'acquérir par immersion dans les expériences et les pratiques pédagogiques. Selon Ernest, si l'on s'attend à des changements dans l'enseignement des mathématiques, il est crucial de tenir compte de la psychologie des enseignants, car ces changements concernent à la fois le contenu et les modes d'enseignement des mathématiques. À cette fin, la conception des cours doit tenir compte du développement des connaissances, des conceptions et des attitudes des étudiants, tant sur le plan théorique que pratique.

2.6 Bilan

Dans cette section, nous avons présenté quelques travaux qui soutiennent le lien entre les conceptions de l'enseignant et ses pratiques en classe.

En ce qui concerne le choix entre les termes croyances et conceptions, nous avons choisi le second en défendant l'idée qu'il inclut aussi le premier. A partir des arguments présentés, nous interprétons qu'il est possible de modifier une conception en le contrastant avec une référence valide. Cependant, nous comprenons que ce type de modification n'est pas toujours possible pour les croyances (p. ex. dans le cas d'une croyance religieuse). D'autre part, nous avons remarqué que de nombreux auteurs utilisent les deux termes comme synonymes, nous préférons donc faire la différence pour avoir la possibilité de la modification dans le cas où on parle des conceptions.

Pour en revenir à notre problématique de recherche, nous nous intéressons à la façon dont ces conceptions sont constituées chez les futurs enseignants de mathématiques, en ce qui concerne les mathématiques et leurs modèles d'enseignement et d'apprentissage.

Dans le contexte de la formation des enseignants et en suivant la ligne d'Ernest, le système formé par les connaissances, les conceptions et les attitudes influence les modèles d'enseignement et d'apprentissage. Nous pensons ce système comme un filtre à travers lequel l'enseignant prend des décisions dans la tâche d'enseignement, en tenant compte du contexte institutionnel. C'est-à-dire qu'en plus des connaissances mathématiques, un modèle d'enseignement a la coloration des conceptions et attitudes envers les mathématiques de l'enseignant. Ces conceptions et attitudes qui se traduisent dans la pratique produisent des effets sur l'apprentissage des élèves. Pour cette raison, nous sommes intéressés à savoir comment se construisent et se modifient les conceptions liées à l'enseignement des mathématiques des futurs enseignants. Nous sommes particulièrement intéressés à identifier l'influence que l'histoire des mathématiques peut avoir sur les conceptions des futurs enseignants.

Comme deuxième réflexion et par rapport au cadre théorique de la CME, on peut dire que les conceptions sur la nature des mathématiques se manifestent dans le sous-domaine de la CHM. Comme nous l'avons vu, il y a quatre éléments constitutifs de la CHM et nous pouvons naturellement penser que la nature des mathématiques se reflète au moins dans le deuxième *principales idées et structures disciplinaires*, et dans le quatrième, *valeurs et sensibilités mathématiques fondamentales*. Puis il est naturel de considérer que ces conceptions se manifestent dans le CHM.

Dans ce qui suit, nous présentons trois situations inspirées par cette section :

- Selon Ernest, les connaissances, les conceptions et les attitudes sont liées les unes aux autres et forment un système dans lequel elles interagissent.



Figure 2.6 : Interaction entre les connaissances, les conceptions et les attitudes.

- L'histoire des mathématiques influence ce filtre et celles-ci se manifestent dans le CHM de l'enseignant.

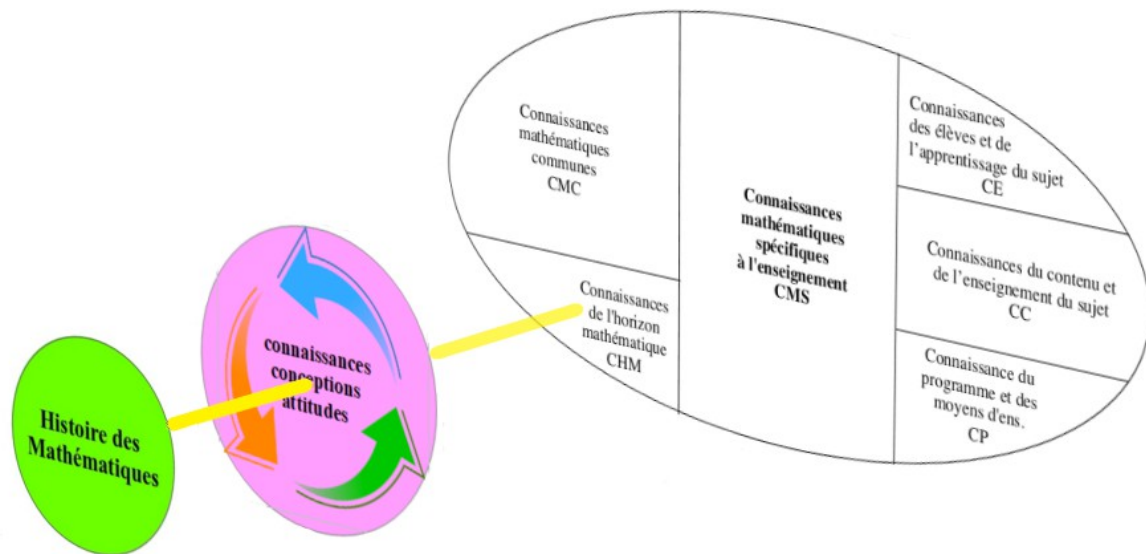


Figure 2.7 : Influence de l'histoire des mathématiques dans les conceptions des enseignants.

- L'influence de l'histoire des mathématiques à travers les conceptions est directe dans le CHM et indirecte par rapport à l'ensemble du CME.

La CME de chaque enseignant est configurée de manière unique par l'influence de ce système. Rappelons-nous l'exemple présenté par Ernest de deux enseignants ayant les mêmes connaissances mathématiques et des postures éducatives différentes selon ce qu'ils considèrent comme le plus approprié pour leurs élèves.

Pour représenter cette idée, nous pouvons penser à l'histoire des mathématiques passant « à travers » ce filtre de connaissances, de conceptions et d'attitudes. C'est ainsi, l'histoire des mathématiques « imprègne » l'observateur, produisant deux types d'influence qui se manifestent dans sa CME : une influence directe qui se manifeste sous forme de conceptions dans la CHM, et une influence indirecte qui se manifeste à travers les attitudes et les connaissances dans les autres sous-domaines de la CME.

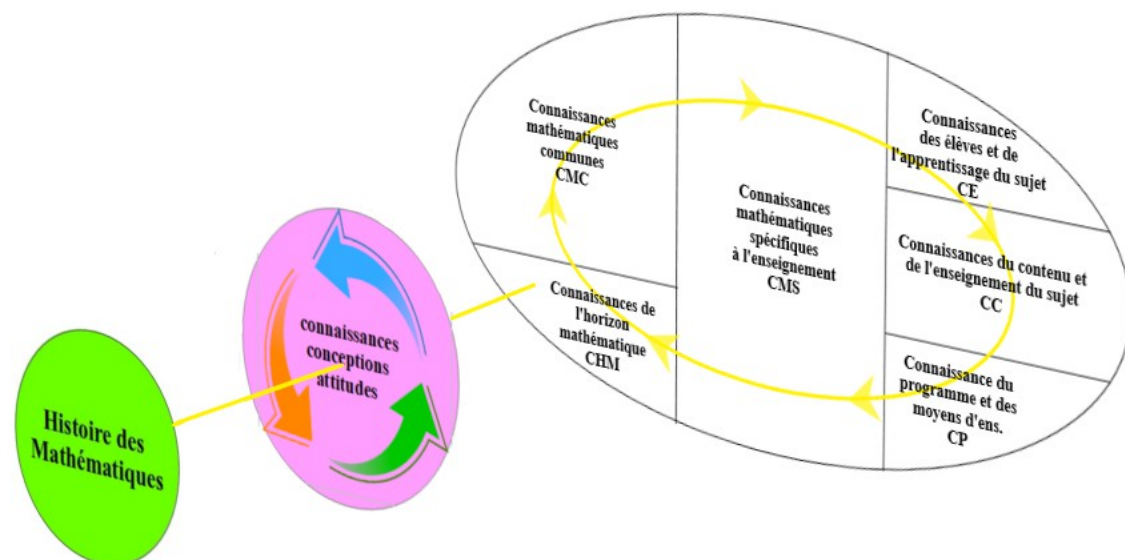


Figure 2.8 : L'histoire des mathématiques passe par le « filtre » et se manifeste dans la CME.

Ainsi, la formulation de notre problématique sur l'influence d'un cours d'histoire des mathématiques dans la formation des futurs enseignants des mathématiques, acquiert une dimension plus profonde associée aux hypothèses qui lient les modèles de formation et l'enseignement ultérieur.

Après avoir examiné l'importance des conceptions dans le cadre de la connaissance mathématique pour l'enseignement, nous consacrons la section suivante à la relation entre l'histoire des mathématiques et la connaissance de l'horizon mathématique.

2.7 Rapport entre l'histoire des mathématiques et la CHM

Dans la synthèse de la section précédente, nous présentons l'hypothèse que l'histoire des mathématiques a une influence directe sur la CHM et indirecte sur le reste des sous-domaines de la CME. Dans cette section, nous présentons deux rapports de recherche dans lesquels le lien entre l'histoire des mathématiques et la CHM est rendue explicite.

2.7.1 Rapport de Clark (2012)

Le premier rapport que nous citons est celui de Clark (2012). Dans cet article elle présente les résultats d'une recherche menée sur quatre semestres dans une université de Floride, aux États-Unis, auprès d'étudiants qui poursuivent leurs études en formation des enseignants en mathématiques. L'objectif de la recherche est de caractériser ce que ces étudiants comprennent des sujets qu'ils

enseigneront dans l'avenir et comment cet enseignement pourrait inclure une composante historique.

Suivant les idées de l'auteure, nous considérons qu'il est pertinent de préciser qu'aux États-Unis, il existe une grande diversité de formations et nombreux programmes ne comprennent pas de cours d'histoire des mathématiques ou ne proposent cette discipline qu'à titre facultatif.

Les participants de l'étude étaient 80 des 93 étudiants inscrits au cours de quatre semestres appelé *Using History* (automne 2006, printemps 2007, automne 2007 et automne 2008). Le cours a été proposé par Clark et pouvait être suivi à tout moment de la licence. Tous les étudiants participant à l'étude ont suivi le cours pendant la troisième ou la quatrième année. Environ un tiers des 80 élèves, complétait un programme de préparation à l'enseignement des mathématiques pour les élèves de 10 à 14 ans. Les autres étudiants étaient des diplômés de l'enseignement secondaire des mathématiques, c'est-à-dire qui faisaient leurs études pour enseigner à des élèves de 11 ans à 18 ans.

Les objectifs du cours *Using History* exigeaient des étudiants qu'ils participent à l'étude historique de sujets liés aux nombres, à l'algèbre, à la géométrie, au pré-calcul et au calcul et qu'ils envisagent des perspectives alternatives pour l'enseignement des mathématiques. Un aspect important était de donner aux étudiants l'occasion d'identifier et de créer des ressources appropriées afin d'intégrer une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques.

Les trois approches du cours comprenaient (1) travailler avec des idées mathématiques qui ont évolué au fil du temps ; (2) étudier et discuter des influences historiques et culturelles sur les mathématiques étudiées ; et (3) développer les connaissances pédagogiques nécessaires pour intégrer une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques en milieu scolaire.

Pour répondre aux objectifs du cours, *Using History* a été conçu comme un cours de 15 semaines qui comprenait l'étude de l'histoire des idées mathématiques au niveau du collège et du lycée. Avant chaque séance, les étudiants devaient faire une lecture conçue pour se familiariser avec le contexte du sujet à étudier à partir d'extraits historiques et biographiques, ainsi qu'à partir de sources primaires (ou des traductions en anglais). L'accompagnement des tâches du cours exigeait des participants qu'ils s'engagent dans les mathématiques (d'un point de vue historique) et qu'ils tiennent compte des implications pédagogiques de leur recherche historique.

Clark justifie l'organisation du cours et ses objectifs d'après Boero et Guala (2008) pour affirmer qu'une des façons dont les enseignants doivent connaître les contenus mathématiques qu'ils enseignent, est dans l'implication des aspects historiques et culturels. Ces auteurs reconnaissent l'importance de développer les connaissances mathématiques pour l'enseignement, tout en intégrant leurs connaissances du contenu et en remettant en question leur façon de penser les mathématiques.

Pour atteindre cet objectif, elles affirment que certains outils peuvent être dérivés de l'épistémologie des mathématiques et de l'histoire des mathématiques (Boero et Guala, 2008, p. 227).

Clark se positionne dans le cadre théorique de Ball, Thames et Phelps (2008) et se concentre sur l'analyse de la contribution des connaissances mathématiques d'un point de vue historique à la CME des futurs enseignants en mathématiques. En particulier, nous nous concentrons sur l'influence de l'histoire des mathématiques sur la CHM.

À partir des entretiens menés avec des étudiants pendant la collecte de données, Clark catégorise l'information obtenue en quatre contributions de l'histoire des mathématiques à la CHM :

- l'histoire des mathématiques a le potentiel de mettre en évidence les connaissances des futurs enseignants (lacunes ou compréhension incomplètes) ;
- l'histoire des mathématiques peut inciter les futurs enseignants à réfléchir aux difficultés de leurs futurs élèves ;
- l'histoire des mathématiques peut les déstabiliser, leur provoquant un sentiment de manque de confiance en ce qui concerne le contenu mathématique, et les encourager à en étudier sa construction historique ;
- l'histoire des mathématiques peut induire une réflexion sur les possibilités de l'inclure dans leur manière d'enseigner.

Au cours de ce double exercice de réflexion proposé, d'une part en tant qu'étudiants (questionnement sur leurs propres connaissances du contenu) et d'autre part en tant que futurs enseignants (réflexion sur la façon d'enseigner ces contenus), Clark constate dans cette recherche que pour eux, connaître un certain contenu ne suffit pas pour l'enseigner. En effet, son affirmation est due au fait que les étudiants ont montré de l'intérêt pour l'intégration de différents éléments dans le contenu à enseigner, notamment des aspects historiques.

De cette façon, Clark considère l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement comme une partie du « quelque chose de plus » de Ball, Thames et Phelps. Autrement dit, l'histoire des mathématiques peut être considérée comme positive pour la CHM, car elle permet aux enseignants de réfléchir sur leur propre maîtrise du sujet et son enseignement.

À la fin du rapport, Clark indique que les résultats de la recherche font ressortir des considérations importantes dans les programmes de formation des enseignants concernant le lien entre les connaissances mathématiques et pédagogiques des étudiants (futurs enseignants), et la participation de ces étudiants à des perspectives historiques dans le but d'améliorer leur propre compréhension et celle de leurs futurs élèves.

2.7.2 Rapport de Smestad, Jankvist et Clark (2014)

Le deuxième rapport de recherche est une étude menée par Smestad, Jankvist et Clark (2014) dans laquelle il est analysé dans le contexte des réformes éducatives, l'inclusion d'histoire des mathématiques dans les programmes de mathématiques de trois pays et les relations avec le CHM des enseignants. En particulier, ces auteurs soutient que la mise en œuvre d'un point de vue historique en classe, à la suite d'une réforme d'éducation, est basée sur le CHM de l'enseignant.

À cette fin, ils examinent l'introduction d'éléments d'histoire des mathématiques à l'école secondaire supérieure danoise, à l'école primaire et secondaire norvégienne et à l'école secondaire américaine. Ils discutent du rôle de l'histoire des mathématiques dans les nouveaux programmes, de son inclusion dans les manuels scolaires et de ses conséquences pour la CME.

Smestad, Jankvist et Clark considèrent que la CME varie d'un pays à l'autre, dans le temps et entre les réformes éducatives, en fonction du contenu et des objectifs de la discipline « mathématiques » à un moment et un lieu précis²⁸.

Par la suite, ils justifient que le CHM est le sous-domaine de la CME qui bénéficie le plus de l'étude de l'histoire des mathématiques suivant Ball (1993) : « J'essaie de me concentrer sur un contenu mathématique significatif et de créer des contextes fructueux, de représentations que les élèves peuvent explorer. Pour le faire de façon productive, je dois comprendre le contenu mathématique spécifique et ses utilisations, ses bases et son histoire [...] » (Smestad, Jankvist et Clark, 2014, p. 171, notre traduction).

Les auteurs considèrent la modification des programmes d'études comme un aspect inévitable de l'enseignement des mathématiques. Les auteurs se basent sur un article de Manouchehri et Goodman (1998), qui affirment que les enseignants ont eu du mal à accepter de nouveaux matériaux pédagogiques, surtout après des années d'utilisation de matériaux connus. Chez ces auteurs, les antécédents et l'expérience des enseignants ont joué un rôle prépondérant dans la prise de décision concernant comment et quoi appliquer à partir des nouveaux matériaux pédagogiques. Ils affirment également « [...] comme on pouvait s'y attendre, la perspective de l'enseignant sur l'enseignement, la consistance de sa connaissance du contenu, la souplesse de sa connaissance pédagogique du contenu, et ses conceptions de la capacité et des besoins des élèves ont contribué à l'efficacité de la mise en œuvre » (Smestad, Jankvist et Clark, 2014, p. 172, notre traduction).

Comme nous l'avons vu, les auteurs affirment que le CHM est le sous-domaine de la CME qui bénéficie le plus de l'étude de l'histoire des mathématiques. D'autre part, ils assurent que l'inclusion

28 Cet argument peut répondre en partie à l'une des critiques de Muñoz *et al* (2015) de la section 2.4.1.

concrète de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement des mathématiques nécessite un CHM déjà développé au niveau de l'enseignant, stade du CHM qu'ils appellent CHM *a priori*²⁹. Ils se demandent donc ce que l'on peut attendre des enseignants de mathématiques lorsqu'ils sont contraints d'enseigner des éléments d'histoire, étant donné qu'ils en ont rarement été familiers (du moins en Scandinavie et aux États-Unis). Selon les auteurs, la connaissance mathématiques communes (CMC) et la connaissance du programme et des moyens d'enseignement (CP) ne sont pas suffisantes dans cette situation, car ces connaissances sont nouvelles donc l'enseignant est en train de les réviser. C'est pourquoi ils affirment qu'il est nécessaire de développer le CHM *a priori*. De cette manière l'enseignant utilisera sa CHM *a priori* pour sélectionner le matériel de travail, et s'il n'a pas la compétence nécessaire pour évaluer le potentiel de ce matériel, il finira probablement par accepter le matériel historique suggéré (par exemple celui du manuel scolaire). Cependant il y a des critiques concernant l'utilisation naïve de l'histoire des mathématiques, comme la tendance à tourner les faits historiques en caricatures ou anecdotes, qui est souvent identifiable dans les manuels pédagogiques³⁰. De cette critique, il est évident qu'il faut identifier cet type d'utilisation, qui d'après Smestad, Jankvist et Clark est développée à partir de la CHM *a priori*.

En particulier, ces auteurs soulignent que les réformes d'éducation telles que celles analysées dans cette étude, ont des influences directes sur le CMC, et donc sur les connaissances des enseignants, autrement dit, leur CP. Par conséquent, si un enseignant doit manœuvrer pendant cette période de transition (notamment d'un programme qui n'inclut pas des éléments historiques, à un programme qui en inclut), le CMC et le CP sont insuffisants, et s'il n'y a pas de consensus sur les exemples historiques à utiliser et dans quel but, il devra seulement s'appuyer sur sa CHM *a priori*.

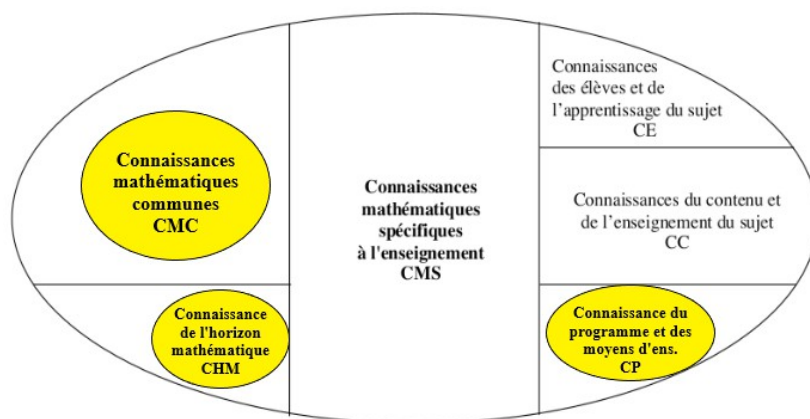


Figure 2.9 : CMC, CHM et CP réagissent dans une période de transition, ce qui les rend instables.

- 29 Les auteurs utilisent la désignation *a priori* car l'inclusion de l'histoire des mathématiques dans la pratique d'un enseignant peut elle-même contribuer à la CHM de cet enseignant, donnant lieu à un nouveau CHM, appelé cette fois CHM *a posteriori*.
- 30 Nous suggérons par exemple la lecture de Jankvist (2015) concernant l'analyse des manuels scolaires pour les enseignants en exercice.

Une fois que ces éléments d'histoire des mathématiques font partie du programme d'études, ils ne peuvent plus être considérés comme faisant partie de la CHM, mais comme faisant partie d'autres sous-domaines de la CME : la CMS et la CP.

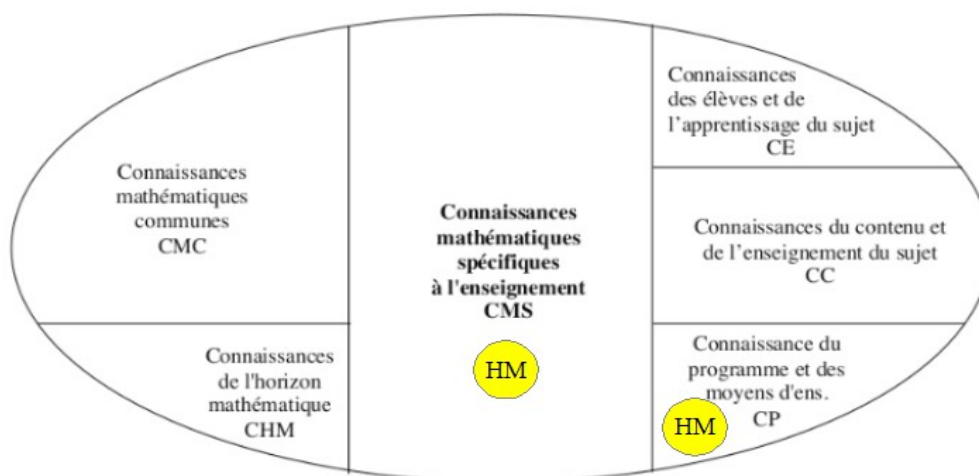


Figure 2.10 : Les connaissances d'histoire des mathématiques (HM) sont intégrées au modèle CME.

Cependant dans cette phase de transition les enseignants en service manquent souvent des sous-domaines associés à certains contenus. Dans le cas d'intégration d'une perspective historique des mathématiques dans l'enseignement, la CHM *a priori* joue un rôle crucial dans cette période de transition.

Smestad, Jankvist et Clark considèrent aussi que les connaissances historiques évoluent peu par rapport au reste du contenu du curriculum, en conséquence de la CME. Autrement dit, tous les sous-domaines de la CME sauf la CHM se développent en fonction du temps et du lieu, ils sont plus sensibles à ces deux variables que la CHM. Pour eux, l'investissement dans les connaissances historiques aide à développer cette CHM des enseignants, ce qui les aide plus tard à répondre aux exigences de programmes d'études ambitieux, nouveaux et non traditionnels.

2.7.3 Synthèse des rapports

À partir du rapport de Clark, nous nous permettons de souligner trois points fondamentaux sur lesquels elle se concentre en ce qui concerne les potentialités de l'histoire des mathématiques spécifiquement pour la formation des enseignants.

En premier lieu, l'histoire met en évidence les connaissances des étudiants sur les sujets à enseigner en relation aux programmes du collège et du lycée. Deuxièmement, exposer les étudiants à des difficultés mathématiques en utilisant l'histoire des mathématiques aide les futurs enseignants

à se mettre à la place de leurs futurs élèves en développant cette sensibilité ou empathie nécessaire pour la tâche pédagogique. Troisièmement, l'histoire des mathématiques, étant si vaste, peut provoquer un sentiment d'insécurité et d'ignorance que l'on peut considérer comme positif, car elle invite les étudiants à approfondir dans la construction historique du savoir mathématique.

Clark affirme dans cette recherche que les étudiants (futurs enseignants) ont besoin non seulement de savoir en profondeur ce qu'ils vont enseigner, mais aussi de connaître différentes ressources pour le faire, comme c'est le cas d'histoire des mathématiques.

Dans le deuxième rapport, Smestad, Jankvist et Clark analysent trois réformes éducatives dans lesquelles l'histoire des mathématiques est introduite dans les programmes du secondaire. Les auteurs affirment que la mise en œuvre d'une perspective historique en classe est possible si la CHM de l'enseignant est développée dans cette direction en avance.

Le problème se pose lorsque les enseignants, qui ne connaissent pas les nouvelles propositions et les nouveaux contenus, doivent réfléchir à une nouvelle mise en œuvre qui, en général, tend à s'imposer sans penser à une formation adéquate des enseignants.

Le fait que les auteurs soulèvent le besoin d'une CHM développée de l'enseignant afin de pouvoir intégrer une perspective historique dans la salle de classe nous amène à questionner la formation des enseignants.

En résumé, nous mettons en avance deux observations de ces deux rapports : la pertinence du développement d'une compétence historique dans la formation des enseignants, et le fait que le développement de la CHM est fondamental pour la transition vers une réforme d'éducation. Nous reviendrons sur ce sujet dans la section 2.8.6.

2.8 Compétences

Dans la section précédente, nous présentons une hypothèse sur la façon dont l'histoire des mathématiques influence les conceptions des enseignants et comment cette influence se manifeste dans la connaissance de l'horizon mathématiques.

Dans cette section, nous présentons la définition de la compétence utilisée au Parlement européen dans le cadre de la formation des enseignants et la critique du philosophe argentin Carlos Cullen sur un modèle éducatif basé sur l'approche par les compétences. Dans ce qui suit, nous examinerons quelques indications de ce que nous pourrions considérer comme une compétence historique, sur laquelle nous reviendrons au chapitre 5 après avoir effectué l'analyse des données obtenues dans la partie empirique de la recherche.

2.8.1 Référentiel de compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation

Ce référentiel, élaboré par le ministère français de l'Éducation Nationale et publié en juillet 2013, reprend la définition de la compétence de l'arrêté de mai 2010 et établit la liste des compétences que les professeurs, professeurs documentalistes et conseillers principaux d'éducation doivent maîtriser pour l'exercice de leur métier. Nous nous concentrons sur les professeurs du secondaire.

Les objectifs de ce référentiel sont de définir l'identité professionnelle en reconnaissant une culture commune chez les enseignants, reconnaître la spécificité des métiers du professorat et de l'éducation, dans leur contexte d'exercice et identifier les compétences professionnelles attendues. Ce référentiel se fonde sur la définition de la notion de compétence contenue dans la recommandation 2006/962/CE du Parlement européen : « ensemble de connaissances, d'aptitudes et d'attitudes appropriées au contexte », chaque compétence impliquant de celui qui la met en oeuvre « la réflexion critique, la créativité, l'initiative, la résolution de problèmes, l'évaluation des risques, la prise de décision et la gestion constructive des sentiments » (Référentiel , p. 81).

2.8.2 Critique de l'approche fondée sur les compétences

Carlos Cullen est un philosophe argentin qui a travaillé à la Faculté de Philosophie et de Lettres de l'Université de Buenos Aires. Ses axes de recherche relient les questions d'éthique, de politique et d'éducation. Dans le chapitre *Des compétences aux connaissances socialement productives, politiquement émancipatrices et culturellement inclusives* (2009), il fait une réflexion critique sur l'approche par compétences dans l'éducation et sur des questions centrales telles que : quoi enseigner, quoi apprendre, quels objectifs des politiques éducatives sont proposés, quels critères prendre pour organiser la formation des enseignants, comment standardiser les acquis éducatifs.

L'origine de ce terme, dit Cullen, vient de la gestion d'entreprise, puis est transféré aux théories de l'enseignement. Si l'on revient à la section 2.8.1, dans laquelle nous présentons la définition de la compétence utilisée dans le référentiel des professeurs, il est possible d'identifier certaines expressions issues du monde des affaires.

Selon Cullen, au milieu des années 90, la notion de *qualification* tend à être abandonnée, en fonction des profils d'emploi et des résultats, au profit de la notion de *capital humain* en cherchant d'efficacité et de rentabilité. L'auteur soutient que le scénario de cette époque est donc celui de la compétitivité. Pour cette raison, on pourrait dire que ce n'est pas qu'il y a du chômage mais que ce

qui existe, ce sont des personnes inemployables car incompetentes, ou des entreprises qualifiées mais non compétitives.

Les compétences attribuent une valeur marchande au *capital humain*, qui réside dans les compétences elles-mêmes, en abstrayant les déterminations sociales et culturelles des sujets, en supprimant la densité historique des connaissances et en transformant la valeur du sujet en valeur d'échange. Cullen affirme que les compétences en éducation indiquent plus ce qu'un sujet *peut faire* que ce qu'il *fait réellement*, et plus son employabilité pour la production et la consommation, que son insertion critique, participative et transformatrice dans la réalité sociale. Cette logique repose sur l'hypothèse qu'un sujet peut faire plus, dans un monde complexe, globalisé et compétitif, plus ses connaissances sont décontextualisées et superficielles, afin de les appliquer à toute situation.

Cullen propose de réfléchir sur trois modèles d'éducation : l'encyclopédique, le technocratique et l'actuelle qui postule un enseignement par compétences.

L'auteur souligne que dans le modèle encyclopédique, on considère que les contenus enseignés peuvent collaborer au progrès matériel et moral de l'humanité. De ce point de vue, cette connaissance est valable parce qu'elle est le résultat d'avoir appris à discipliner la raison et d'être entré dans la « voie sûre de la science ».

En ce qui concerne le modèle technocratique, la finalité est de mettre l'accent sur les objectifs nécessaires en planifiant le contrôle et l'évaluation des comportements, quel que soit leur contenu.

L'approche par compétences est présentée comme une critique forte des deux modèles précédents, davantage axée sur les sujets que sur les connaissances ou les comportements. Cependant, Cullen propose trois critiques à l'égard de cette approche.

La première critique consiste à confondre la connaissance avec l'information, et l'information avec la *valeur d'échange*. Savoir n'est pas la même chose qu'être informé. L'information est nécessaire pour savoir, mais l'information n'est pas la connaissance, bien qu'elle puisse être utilisée pour résoudre des problèmes spécifiques. Cette première observation présente deux risques :

- Considérer la connaissance décontextualisée de leurs contextes de production et de circulation. Pour Cullen, la logique des compétences se passe de la relation nécessaire de la connaissance avec le désir de savoir, et des relations complexes entre le savoir et le pouvoir.
- Standardiser les besoins d'apprentissage à partir d'une stratégie ethnocentrique de pensée unique, qui cherche à mondialiser les programmes d'études et les tests d'évaluation par pays, légitime les exclusions et mesure également l'incompétence. L'un des impacts possibles de ces évaluations est la décision d'investissements futures³¹.

31 Par exemple, les évaluations internationales telles que PISA (Programme international pour le suivi des acquis des élèves). Cette étude est menée par l'Organisation de coopération et de développement économiques (OCDE) dans le monde entier et mesure le rendement scolaire des élèves en mathématiques, en sciences et en lecture

Le deuxième critique citée par Cullen est de confondre le *pouvoir d'agir* avec la *capacité de résoudre les problèmes*, et cette capacité avec *l'adaptation et la légitimité*. Le pouvoir d'agir n'est pas le même que celui de résoudre des problèmes. Agir implique la connaissance, se connaître soi-même en tant qu'agent de transformation et pas seulement en tant qu'exécuteur, agir c'est transformer et ouvrir des alternatives. En ce sens, l'auteur présente également deux risques à prendre en compte :

- Dépolitiser l'action, la limiter à une logique de moyens et de fins, la dépouiller du sens éthique et politique.
- Réduire la notion de problème à la demande du marché.

La troisième critique est confondre *l'altérité* avec la *tolérance de la diversité*, et cette tolérance avec un *pluralisme* discriminatoire. Cullen présente deux risques possibles :

- Confondre dialogue et négociation dissymétrique.
- Séparer la subjectivité compétente de diverses identités, pour continuer à coloniser à partir de hiérarchies culturelles supposées.

Pour Cullen, il est essentiel de ne pas séparer les compétences du savoir socialement productif, politiquement émancipateur et culturellement inclusif, c'est-à-dire d'une plus grande justice, car le problème qui persiste est celui du questionnement de l'autre en tant qu'autre, des exclus de la société dite « du savoir » mais qui est en réalité la société de l'information en tant que valeur d'échange, et le besoin apparent de compétitivité, qui est excluant et hiérarchique.

Comme alternative à cette conception, l'auteur présente la catégorie « savoir socialement productif » créée par l'équipe *Alternatives pédagogiques et perspectives éducatives en Amérique Latine*³². Du point de vue de cette équipe, ces savoirs sont considérés comme « ces savoirs qui modifient les sujets qui leur apprennent à transformer la nature et la culture, contrairement aux savoirs redondants, qui n'ont qu'un effet de démonstration des richesses matérielles et culturelles déjà connues par la société. » (Cullen, 2009, p. 121, notre traduction).

Le savoir socialement productif doit être politiquement émancipateur, car il ne suffit pas de faire allusion à une éventuelle transformation dans quelque direction que ce soit. Cela exige que les

<https://www.oecd.org/pisa-fr/>.

32 Actuellement, le programme Alternativas Pedagógicas y Prospectiva Educativa en América Latina (APPeAL) est mis en œuvre au Mexique, en Argentine et en Colombie dans le cadre des accords de collaboration signés entre l'Universidad Nacional Autónoma de México, l'Universidad de Buenos Aires (1985) et l'Universidad Francisco José de Caldas de Bogotá (Colombie, 2010). En cours de consolidation avec l'Universidade Estadual Do Ceará au Brésil (2014). Leur site web <<https://appealmexico.wixsite.com/appealmx>>.

connaissances soient culturellement inclusives, car ce sont les identités qui incarnent les compétences.

Cullen termine le chapitre en refusant l'encyclopédie, la technocratie et l'approche de l'éducation fondée sur les compétences, appelant à l'enseignement de connaissances socialement productives, politiquement émancipatrices et culturellement inclusives. À cette fin, il énonce trois implications :

- Nous devons être prêts à accueillir les différentes manières d'être et être capables de nous mettre dans ce que l'autre pense et peut nous enseigner.
- Les comportements sont insérés dans des contextes de signification culturelle, ces contextes donnent un sens aux comportements et les transforment en actions concrètes. Ce sont des savoirs qui augmentent notre pouvoir d'agir, nous rendent plus libres et nous permettent de libérer les alternatives d'une humanité inclusive.
- Les compétences se justifient par quelque chose qui les précède, à savoir la responsabilité. Agir est toujours une réponse à l'interpellation de l'autre et nous avons toujours été vulnérables à cette interpellation et responsables de son inclusion.

L'auteur en appelle à situer la pensée, à augmenter le pouvoir d'agir et d'être responsable. Dans ce cas, l'enseignement par compétences inclura nécessairement des savoirs producteurs d'inclusivité sociale.

2.8.3 *Commentaire*

L'approche par compétences est un sujet intéressant qui a été largement débattu, et bien que nous ne puissions approfondir cette discussion, il nous a semblé pertinent de présenter certaines des critiques existantes, avant de nous engager dans une discussion sur une éventuelle compétence historique dans la formation des enseignants.

Le référentiel de compétences s'adresse aux enseignants en général, mais pour notre objectif d'analyser l'influence de l'histoire des mathématiques dans la Connaissance de l'Horizon Mathématiques, nous avons besoin de compétences spécifiques en mathématiques.

Il s'agit en particulier de déterminer comment cette « compétence historique » est mobilisée et quels sont les éléments qui la composent. Bien entendu cette compétence historique est encadrée dans la fonction d'enseignement, qui la définit *de facto* comme une compétence didactique.

En Uruguay, le plan de formation des enseignants de 2008 ne fait aucune mention d'une approche fondée sur les compétences. C'est pourquoi nous avons développé cette section en tenant compte juste du référentiel français.

2.8.4 Compétence historique

Dans la littérature, nous avons trouvé quelques indices qui pourraient être considérés comme des éléments pour définir une telle compétence. C'est le cas de l'étude ICMI (2000) dont nous citons le passage suivant de Menghini :

Considérons d'abord le cas où l'on décide de recourir à l'histoire des mathématiques pour aider à enseigner un argument. La façon la plus simple est d'utiliser implicitement l'histoire : prendre des idées.

Cela signifie que l'histoire n'est pas un but en soi, mais qu'un itinéraire d'enseignement est construit qui doit utiliser les suggestions de divers secteurs, en gardant toujours à l'esprit les buts didactiques.

[...] Cette façon d'utiliser l'histoire prend de l'ampleur au fur et à mesure que l'on fait plus de recherches sur les difficultés d'apprentissage. On essaie, en effet, de revenir aux origines d'un concept, de le concevoir dans une situation différente, de revenir à l'instant où la théorie s'est « ramifiée ».

Plus généralement, on rentre dans le domaine de la transposition didactique, qui tente de calibrer l'opération didactique par rapport aux difficultés conceptuelles et aux complexités d'un sujet donné.

Dans une première classification générale, on peut dire que dans ces cas les limites sont celles de la salle de classe, comme toujours dans l'enseignement ; les potentialités, bien sûr, consistent en une meilleure compréhension du sujet. Les risques sont liés à un manque de transposition didactique ; plus précisément, le risque est de suivre trop le vrai chemin historique. Une compétence didactique est nécessaire, plus qu'une compétence historique : un historien pourrait facilement être amené à critiquer les interprétations quelque peu déformées et ajustées données à un certain événement à des fins pédagogiques. (Fauvel et van Maanen, 2000, p. 86-87, notre traduction)

Nous voyons dans les observations de Menghini que les aspects historique et didactique sont des éléments importants, bien que le didactique soit une priorité. Positionnés dans le cadre de la CME, nous comprenons que la compétence didactique est incluse dans la formation des enseignants. Par conséquent, nous devrions la nommer comme compétence historique.

Dans un article de De Vittori et Loeuille (2009), sur la formation des maîtres en épistémologie et histoire des sciences, nous avons trouvé l'idée suivante :

Les documents ne sont historiques que sous l'impulsion de l'enseignant. Face à un extrait de texte, par exemple, le professeur doit se demander s'il en connaît l'auteur, sur quelle notion cela porte, à quelle période il a été rédigé. Les réponses à ces interrogations simples vont permettre de construire le discours qui rendra les textes, les images, ou tout autre support, historiques. La prise d'initiative de ce questionnement constitue une forme de vigilance que nous qualifions d'historique. De la même manière qu'un exercice de mathématiques doit induire un questionnement quant à son intérêt et sa place dans un cours, le support historique doit entraîner un certain nombre d'interrogations spécifiques et non exclusives des considérations disciplinaires. [...] Pour poser les bonnes questions, quelques connaissances minimales sur les

méthodes liées à la démarche historique sont nécessaires. L'analyse de la manière dont a été établi la source (manuscrit original, copie, transmission orale, traduction, manuscrit autographe ou non, etc.) en est un exemple. Suivant le type de document, les démarches peuvent différer, mais elles renvoient toutes à la constitution d'une même compétence professionnelle nouvelle. (2015, p. 4-5)

Les auteurs associent « une manière de faire » à une forme de questionnement qui permet de prendre conscience de l'objet en tant qu'objet historique. Ils considèrent cette forme de faire et de questionnement comme une vigilance historique nécessaire à l'égard de l'objet historique, et cette pratique définirait une nouvelle compétence professionnelle. Nous reviendrons sur ce sujet dans la prochaine section.

2.8.5 Les programmes d'histoire des mathématiques

En France (Nous nous référons au cas particulier observé à l'Université de Lille)

Comme nous l'avons vu dans les sections §1.1.3 et §1.2.1 du premier chapitre, tant en Uruguay qu'en France, nous trouvons la discipline histoire des mathématiques dans les cours de licence. En France, on trouve aussi le cours d'histoire des sciences, qui est en fait au troisième semestre, alors que le cours d'histoire des mathématiques est au sixième.

Voyons les objectifs des disciplines, tirés du livret pédagogique de licence de mathématiques³³ de l'Université de Lille. N'oublions pas que ce cas les deux disciplines sont optionnelles, que la licence ne se limite pas à la formation des enseignants et qu'il est donc logique que les objectifs ne soient pas orientés vers l'enseignement³⁴.

Les objectifs dans le cours d'histoire des sciences sont :

- connaître les fondements de la science moderne, comprendre le début de la mathématisation de la nature et ses enjeux ;
- comprendre l'évolution de la numération à la fois d'un point de vue temporel que culturel ;
- connaître les fondements de la géométrie.

Les objectifs du cours d'histoire des mathématiques sont :

- identifier les étapes fondamentales dans l'histoire des mathématiques ;
- appréhender un texte scientifique d'un point de vue historique.

³³ <http://mathematiques.univ-lille1.fr/>

³⁴ Au regard de ces objectifs nous identifions l'idée du rapport Lecourt (1999). Dans ce rapport publié en 1999, Lecourt présente la situation de l'enseignement de la philosophie des sciences dans les universités françaises. Les cours d'histoire des sciences et de philosophie des sciences sont proposés dans le but de présenter les « grandes questions » de la philosophie des sciences, en soulignant qu'il ne s'agit pas d'une discipline supplémentaire « mais plutôt d'une initiation à un mode de penser » (1999, p. 39).

D'autre part, on pourrait considérer que la discipline *Epistémologie et histoire des mathématiques* qui intervient au troisième et quatrième semestre du master MEEF, est l'homologue à celle de l'Uruguay. Cependant, nous n'avons trouvé aucune preuve d'un programme ou d'objectifs institutionnels ce qui laisse autonomie au formateur du cours.

En Uruguay (Nous nous référons au cas particulier observé à l'Instituto de Profesores Artigas)

La première partie du cours d'histoire des mathématiques en Uruguay définit le fondement de la discipline. C'est la première fois que cette discipline est incluse dans la formation d'un enseignant de mathématiques et on cherche à justifier sa pertinence. On trouve donc des arguments spécifiques à l'enseignement, tels que la promotion des attitudes spécifiques du futur enseignant et l'enrichissement du répertoire didactique. Cette logique s'explique par différentes dimensions :

1. Mieux comprendre les difficultés de l'homme dans l'élaboration des idées mathématiques, et grâce à cette compréhension, comprendre les difficultés rencontrées par ses propres élèves. Connaître les moments importants de l'histoire peut fournir aux enseignants des outils pour anticiper certains obstacles épistémologiques dans l'apprentissage des mathématiques et les aider à mieux comprendre les erreurs et les idées fausses dans certaines matières et aussi à expliquer et comprendre ce que les élèves trouvent le plus difficile.
2. En examinant les « anciennes méthodes », ils évaluent leurs propres idées mathématiques, tout en connaissant d'autres façons de concevoir un problème et de s'enrichir dans ce processus.
3. En réexaminant le développement des concepts, des méthodes et des démonstrations, constater que ceux que nous considérons aujourd'hui comme de grands mathématiciens avaient aussi leurs doutes et leurs erreurs, leurs incertitudes et leurs succès.
4. Comparer des travaux mathématiques d'époques différentes pour voir que face à un même problème, des réponses différentes ont été créées, que les mathématiques changent.
5. Prendre conscience que l'apprentissage n'est pas linéaire. Le développement des idées mathématiques n'est pas aussi linéaire qu'il est généralement présenté dans les manuels scolaires. Les mathématiques en tant que produit final -comme il apparaît généralement dans les livres- peuvent être très différentes des mathématiques. La plupart des idées mathématiques n'ont jamais été présentées dans les livres de la façon dont ils ont été créés. Lorsqu'un problème a été résolu, la solution devient une théorie selon laquelle les professeurs enseignent généralement sans aucune référence au problème qui les a engendrés.

6. Considérer la relation entre la rigueur et l'imagination, une relation que l'enseignant devra lui-même gérer dans sa propre formation de professeur de mathématiques, et qu'il devra également gérer dans son avenir d'enseignant travaillant avec des élèves du secondaire.
7. Voir que les mathématiques ne sont pas seulement un produit de la culture occidentale, qu'il y a eu des contributions de différentes cultures au fil du temps.
8. Travailler de façon interactive avec d'autres disciplines parce que cela permet aux élèves de voir leur interdépendance et leur influence mutuelle.
9. Aider à expliquer le rôle des mathématiques dans la société à partir du moment où elles sont une activité humaine et une dynamique influencée par des facteurs sociaux et culturels.
10. Voir que les mathématiques se développent non seulement pour des raisons utilitaires, mais aussi motivées par la curiosité intellectuelle, des buts récréatifs ou des critères esthétiques.
11. Comprendre que l'utilisation de l'histoire des mathématiques en classe ne doit pas se faire dans une perspective naïve, c'est-à-dire que l'utilisation de l'histoire ne signifie pas enseigner les mathématiques en essayant d'amener l'élève à reproduire les différentes étapes du développement de la discipline.
12. Percevoir que cela ne signifie pas non plus que l'utilisation de la connaissance historique consiste à avoir un ensemble d'anecdotes et d'histoires qui servent de divertissement pour nos élèves.

Ensuite dans le programme sont présentes les objectifs, en établissant comme orientation générale des contributions du cours dans la conception des mathématiques comme une activité humaine qui a posé des problèmes et a cherché à leur donner une réponse, que ces réponses ont souvent été provisoires, que le chemin du développement n'a pas été linéaire, que les mathématiques sont une œuvre en cours. Il vise également à établir des liens entre l'histoire des mathématiques, les connaissances mathématiques et les connaissances didactiques en possession de l'étudiant, en cherchant à former une conception en fonction de sa tâche future d'enseignement des mathématiques aux élèves du secondaire.

Les 5 objectifs de la discipline sont :

1. Identifier les caractéristiques centrales de la connaissance mathématique des différentes périodes ainsi que les problèmes qui les ont engendrés.
2. Connaître les réponses qui ont été données au même problème à différents moments de l'histoire.

3. Expérimenter, à travers la résolution des problèmes posés par les hommes et les femmes d'autres époques, les difficultés auxquelles ils ont dû faire face.
4. Comparer les outils mathématiques disponibles aujourd'hui et les outils originellement mis en œuvre.
5. Établir des liens entre les connaissances historiques, les connaissances didactiques et les connaissances mathématiques que l'étudiant possède dans l'élaboration et le fondement de propositions qui visent à promouvoir l'apprentissage des mathématiques chez les élèves du secondaire.

La différence par rapport aux objectifs didactiques est évidente et nous en avons déjà présenté les raisons. Nous nous demandons maintenant comment établir les caractéristiques nécessaires au développement d'une compétence qui tienne compte des aspects didactiques et historiques. Pour l'instant, nous ne pouvons pas risquer de donner une idée définitive de la compétence historique, mais nous proposons tout d'abord d'élaborer un corpus plus robuste à partir des contributions identifiées dans l'état de l'art et dans la collecte des données.

2.9 Synthèse du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons essayé de fournir un cadre pour structurer notre étude. Notre problème concernant l'influence de l'histoire des mathématiques sur la formation des enseignants de mathématiques exige un cadre théorique cohérent qui nous aide à identifier les compétences et connaissances professionnelles. C'est pourquoi nous avons eu recours à la Connaissance Mathématique pour l'Enseignement en nous concentrant en particulier sur le sous-domaine de la connaissance de l'horizon mathématique. Nous expliquons l'influence de l'histoire des mathématiques sur ce sous-domaine à travers le système proposé par Ernest. Sur la base de cet auteur, nous observons qu'un étudiant n'apprend pas seulement les savoirs à enseigner, mais aussi les conceptions de l'enseignant sur ces contenus. En d'autres termes, les étudiants en formation d'enseignants apprennent aussi de leurs formateurs bien plus que des contenus mathématiques, ils apprennent leurs conceptions des contenus et leurs conceptions de l'enseignement de ces contenus.

Nous présentons ensuite deux rapports à partir desquels nous pourrions souligner la nécessité de développer une compétence historique dans la formation des enseignants afin de faire face à la tâche d'introduire une perspective historique dans la classe. En pensant à la situation française actuelle, nous soulignons la discussion sur ce besoin dans le contexte des réformes de l'éducation.

Nous concluons le chapitre en présentant les programmes de la discipline histoire des mathématiques en France et en Uruguay, en constatant que la grande différence au niveau de la licence sont les objectifs divergents : en France les étudiants sont étudiants en mathématiques, et en Uruguay ils sont étudiants en formation d'enseignants des mathématiques.

Dans le chapitre suivant, nous présentons la méthodologie de recherche et les outils que nous utiliserons pour analyser les données que nous avons recueillies.

3 MÉTHODOLOGIE

Au début de ce chapitre, nous présentons notre position sur les pratiques de recherche et le type d'analyse à utiliser. En suite, nous introduisons les procédures et les outils qui seront employés dans l'analyse des données recueillies. Puis, le traitement quantitatif des questionnaires et le traitement qualitatif des entretiens, en particulier la création et intégration des catégories.

3.1 La recherche

La recherche n'existe pas si nous ne gardons pas une trace et ne communiquons pas les résultats. C'est pourquoi l'objectif de chaque chercheur est d'écrire des énoncés sur un objet ou sur la relation entre les objets qu'il étudie. La formulation des énoncés doit convaincre le lecteur de l'existence de l'objet d'étude, faute de quoi il perdra sa crédibilité. Selon Van der Maren³⁵ (1996, p. 83), il y a trois activités essentielles à la recherche : a) recueillir les déclarations antérieures ou celles produites par d'autres en relation avec l'objet des énoncés. C'est la révision bibliographique ; b) utiliser des appareils et des procédures offrant une trace matérielle de l'objet des énoncés. C'est la fonction de l'instrumentation ; c) formuler les énoncés selon les modalités qui donnent pour évidence l'existence factuelle de l'objet, tel qu'il est représenté dans les résultats obtenus. Il s'agit d'interpréter les résultats (les inscriptions) et de discuter de la méthode utilisée (inscripteur) et de ses limites.

S'il est possible de montrer une inscription (une photo, un graphique, un tableau de résultats) de l'objet des propos, l'existence matérielle perceptible de cette trace confère à l'objet une matérialité, l'objet de la pensée devient un « objet réifié » grâce à l'inscription (Van der Maren, 1996, p. 84). Après avoir été accepté comme une évidence, les déclarations suivantes « oublient » que cette inscription n'est pas l'objet et la remplacent en lui donnant le statut de « donnée ».

Après Van der Maren, il y a quatre types d'enjeux dans les pratiques de recherche en éducation en fonction de ses intentions :

- les enjeux nomothétiques cherchent à produire un savoir savant ;
- les enjeux politiques tentent de changer les pratiques des individus et des institutions ;
- les enjeux pragmatiques, cherchent à résoudre les problèmes de dysfonctionnement ;
- les enjeux ontogéniques qui cherchent à se perfectionner ou à se développer par la réflexion par l'action.

Pour cet auteur (1996, p. 91), dans le domaine de l'éducation, l'un des principaux instruments d'intervention est le praticien par ses actions, ses gestes et ses discours, et l'un des principaux

35 Professeur au Département d'études en éducation de l'Université de Montréal.

intérêts est son amélioration : le développement de ses connaissances et compétences. C'est dans ce sens que nous nous concentrerons sur les enjeux ontogénétiques.

3.2 Analyse du contenu

Selon Van der Maren, ce type d'analyse peut être effectué en considérant deux types de contenu : le contenu *latent* et le contenu *manifeste*. Ces deux considérations sont indépendantes du contenu lui-même et ce statut est laissé au choix du chercheur. C'est donc le chercheur, sur la base de ses idées préconçues, qui décide si le discours de ses informateurs doit être considéré strictement ou peut être analysé : « Ce choix découle de la conception que le chercheur se fait de son informateur : son niveau ou son état de conscience ou d'inconscience, son indépendance ou sa dépendance à l'égard des déterminismes sociaux, culturels, économiques, etc. » (Van der Maren, 1996, p. 520). Dans notre cas, nous avons fait des entretiens avec différentes communautés, c'est-à-dire différents niveaux de conscience aux enjeux discutés. Cette même observation a été faite par Ernest (section § 2.5.2), affirmant que les conceptions ne sont pas directement observables, mais que pour y accéder une méthode indirecte est nécessaire pour inciter les étudiants à expliquer leurs points de vue. C'est pour cette raison que nous avons choisi de faire des entretiens individuels.

L'analyse du contenu vise à révéler un sens, une structure cachée qui n'est ni évidente ni inconsciente. Cette analyse présuppose que le discours présente différents niveaux de messages et que de nombreuses lectures sont possibles. Il suppose également que l'expéditeur n'offre pas explicitement au lecteur les clés de lecture. En effet, l'expéditeur et le destinataire sont conditionnés par leur individualité : par les particularités de leur histoire, de leurs contextes socioculturels, et par le fait de ne pas être conscients de ces conditionnements.

Dans une première lecture du texte l'analyste cherche à trouver les passages qui pourraient être des signes et indices de la présence d'une trame théorique. Les éléments du texte qui sont interprétables. L'analyse du contenu d'un texte s'effectue d'abord en identifiant et codant les unités d'analyse, telles que les passages du texte jugés intéressants et en les extrayant pour composer une liste de passages significatifs. Dans un deuxième temps, divers calculs quantitatifs et qualitatifs sont effectués sur les unités extraites.

Dans la section suivante, nous présentons comment le corpus qui sera analysé est constitué.

3.3 Constitution du corpus d'analyse

La première étape de toute analyse de contenu est de construire le corpus. Segun Vilatte (2007, p. 36), le corpus « est la collection finie et intangible de matériaux déterminés à l'avance par l'analyste et sur laquelle il va travailler ». Dans notre cas, nous avons choisi de travailler avec des

entretiens. Les entretiens ont été enregistrés et transcrits. Le corpus d'analyse est l'ensemble des extraits transcrits que nous avons sélectionnés comme significatifs. Ce processus est expliqué dans la section relative au traitement des données (§3.7).

La constitution du corpus est une étape essentielle de la recherche qui s'établit après la délimitation de la problématique et des hypothèses. Dans la figure suivante nous présentons un schéma des éléments que nous avons recueillis et que nous considérons l'ensemble des données utilisé pour constituer le corpus d'analyses :

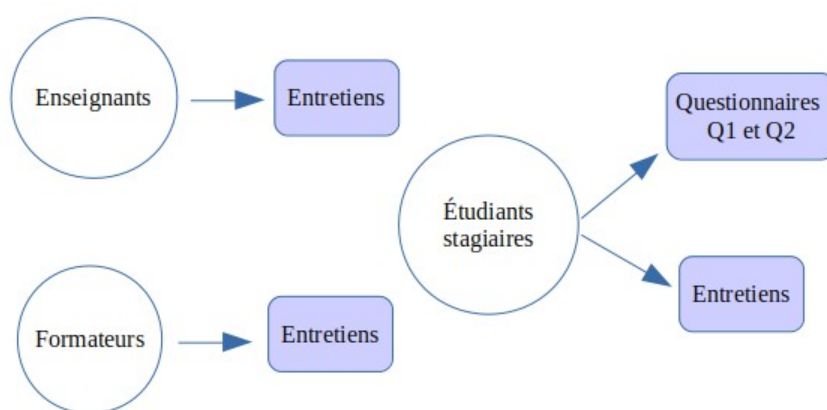


Figure 3.1 : Données recueillies pour la recherche.

3.4 La collecte des données

La collecte des données s'est faite en plusieurs étapes et les données recueillies étaient les suivantes, compte tenu de l'ordre de récupération :

- questionnaires initiaux (*à priori*) des étudiants stagiaires de la première génération (octobre, 2017) ;
- des entretiens avec des enseignants du secondaire et formateurs (février – avril, 2018) ;
- questionnaires finaux (*à posteriori*) des étudiants stagiaires de la première génération (mars, 2018) ;
- questionnaires initiaux (*à priori*) des étudiants stagiaires d'Uruguay (unique génération de l'étude) (Uruguay, mars, 2018) ;
- questionnaires initiaux (*à priori*) des étudiants stagiaires de la deuxième génération (France, octobre, 2018) ;
- questionnaires finaux (*à posteriori*) des étudiants stagiaires d'Uruguay (Uruguay, octobre, 2018) ;

- entretiens avec des formateurs et des enseignants du secondaire ayant de l'expérience dans l'utilisation de l'histoire des mathématiques en classe d'Uruguay (Uruguay, novembre-décembre, 2018) ;
- entretiens des étudiants stagiaires d'Uruguay (Uruguay, décembre, 2018)
- questionnaires finaux (*à posteriori*) des étudiants stagiaires de la deuxième génération (France, avril, 2019) ;
- entretiens des étudiants stagiaires de la deuxième génération (France, avril-mai, 2019).

Le choix de réaliser les questionnaires est dû à l'intérêt d'élaborer un profil d'étudiant. Avec les deux temps de la passation on cherche à identifier quelques changements dans les conceptions des étudiants, avant et après d'un cours d'histoire des mathématiques. Nous profitons également du questionnaire pour demander aux étudiants de participer à des entretiens. Nous utilisons les entretiens comme un instrument de collecte de données avec lequel nous essayons d'identifier avec plus de précision certaines caractéristiques des étudiants.

Les entretiens avec des enseignants ayant une expérience d'enseignement à partir d'une perspective historique et les entretiens avec les formateurs ont été faits dans l'idée qu'ils pouvaient nous offrir un ensemble de caractéristiques qui nous aideraient à construire la compétence historique dont nous avons parlé dans la section § 2.8.4.

3.5 Préparation du questionnaire

Cet outil n'a été appliqué qu'aux étudiants stagiaires qui ont suivi un cours d'histoire des mathématiques avec deux objectifs principaux : créer un profil des étudiants et les inviter à un entretien individuel.

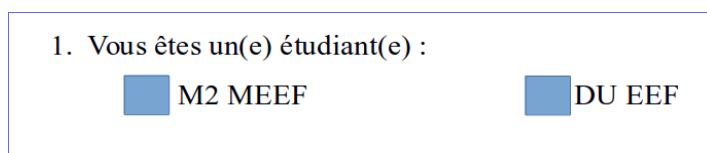
Rappelons que les étudiants interviewés en France ont suivi un cours d'histoire des mathématiques, l'une des disciplines obligatoires de la deuxième année du master. Les étudiants interviewés en Uruguay ont également suivi un cours d'histoire des mathématiques comme discipline obligatoire en dernière année de la licence, afin d'obtenir le diplôme de professeur d'enseignement secondaire en mathématiques.

Nous rappelons également que nous sommes intéressés à savoir quelle est l'influence d'un cours d'histoire des mathématiques sur ces deux groupes. Nous avons donc pensé proposer le même questionnaire avant et après le cours, avec l'intention d'identifier les changements possibles.

Les deux questionnaires recherchent les mêmes informations dans les deux pays et sont essentiellement similaires, bien que la différence évidente soit la langue (espagnol et français). Nous présentons le questionnaire en français dans l'annexe B.

Selon Combessie (2010, p. 33), le questionnaire a deux fonctions principales : donner une plus grande extension à la recherche et vérifier dans quelle mesure les informations et hypothèses précédemment constituées peuvent être généralisées statistiquement. Parfois, il est utilisé à des fins exploratoires explicites, comme dans notre cas où, en plus d'utiliser les données pour établir un profil d'étudiant, nous voulons faire des entretiens.

En ce qui concerne les types de questions proposées dans un questionnaire, Bachelet (2012, p.7) en distingue trois : les questions fermées, les questions « en éventail » et les questions ouvertes. Ces types de questions sont définis en fonction des possibilités de réponse. Voici un exemple de question fermée :



1. Vous êtes un(e) étudiant(e) :

M2 MEEF DU EEF

Figure 3.2 : Question fermée proposée dans le questionnaire.

La passation privilégiée se fait face à face, car elle permet des ajustements tels que la lecture, la clarification de doutes spécifiques et des réponses précises. En face à face, on peut s'attendre à une plus grande participation.

Dans notre cas, le face à face s'est déroulé en France. Par contre, en Uruguay, le questionnaire a été formulé et proposé en ligne. Pour les deux passations, nous avons eu le soutien de l'enseignant responsable du cours.

Au début du questionnaire, on a fait une présentation qui explique l'origine et l'intention, ainsi que le problème de la recherche, afin que la personne interviewée se sente un participant actif. Selon Combessie (2010, p. 38), plusieurs informations clés doivent être claires. Nous avons construit le questionnaire en présentant les éléments suivants :

- l'identité du chercheur responsable et le lien avec l'université ;
- l'objet du questionnaire ;
- l'intérêt de la recherche ;
- durée estimée ;
- et la garantie de l'anonymat.

Le dernier point en particulier nous a semblé important une fois le questionnaire est lié à une discipline et nous ne voulions pas qu'un malentendu quelconque génère une situation d'inconfort entre les étudiants et les enseignants.

Les questions qui résument l'origine sociale, la trajectoire et la situation actuelle de la personne interrogée sont essentielles car nous permettent d'élaborer un profil d'étudiant. Elles permettent de savoir : sexe, âge, nationalité, profession, niveau d'instruction de la personne interrogée.

Le questionnaire commence par des questions liées au sujet annoncé, qui sont susceptibles d'impliquer la personne interrogée. Ils sont ensuite regroupés par unités thématiques. Au sein de ces unités, il est possible de passer du général au particulier ou du plus « factuel » aux questions qui compromettent les opinions et les jugements.

Dans la figure suivante, nous montrons l'unité thématique de la section, l'échelle de likert³⁶ utilisée par les étudiants pour exprimer leur opinion, et le premier énoncé :

Questions sur différentes dimensions des mathématiques						
10. Sur une échelle de 1 à 5 (1 = totalement en désaccord ; 2 = modérément en désaccord; 3 = indifférent ; 4 = modérément d'accord ; 5 = totalement d'accord), ou 0 si vous n'avez pas pensé au sujet, veuillez indiquer votre opinion dans les cases ci-dessous:						
	1	2	3	4	5	0
	totalement en désaccord	modérément en désaccord	indifférent	modérément d'accord	totalement d'accord	je n'y ai pas pensé
a) Les mathématiques sont une construction qui dépend de la culture ou la civilisation.						

Figure 3.3 : Question en éventail proposée dans le questionnaire.

À la fin du questionnaire, nous avons proposé la question *Accepteriez-vous un entretien ?* De cette façon, les étudiants qui voudraient participer pourraient laisser un contact. Avoir une adresse électronique ou un numéro de téléphone nous a permis constituer l'ensemble d'entretiens de cette communauté (étudiants stagiaires).

Comme nous l'avons dit, nous présentons le questionnaire dans l'annexe B. De cette façon, nous cédon la place à la section dans laquelle nous présentons les aspects théoriques de l'élaboration de l'entretien.

36 L'échelle likert est définie par « degré d'accord ».

3.6 L'élaboration de l'entretien

Pour accéder aux conceptions d'formateurs, d'enseignants et des étudiants stagiaires, nous avons fait des entretiens avec chacune de ces communautés, tant en France qu'en Uruguay. Examinons maintenant les aspects théoriques que nous avons pris en compte pour la préparation des entretiens.

3.6.1 Aspects théoriques

Parmi les différents types d'entretiens existants, nous avons choisi l'entretien semi-directif. Pour ce faire, nous nous sommes appuyés encore sur le livre de sociologie de Combessie. Selon cet auteur (2010, p. 24), dans ce type d'entretien, le chercheur choisit et annonce à l'avance les sujets à traiter. Dans un entretien semi-directif, il y a un guide avec les questions qui l'animent et un plan qui sert de aide-mémoire qui est écrit avant l'entretien. Ce guide est utilisé pour donner un certain cadre organisationnel à l'échange et sert à détailler les sujets qui seront abordés tout au long de l'entretien. L'ordre des thèmes ne doit pas être strict car la personne interrogée a la possibilité d'aborder les sujets en toute liberté et naturalité. Cependant, ce qu'il faut prendre en compte, c'est qu'à la fin de l'entretien, tous les sujets qui nous intéressent sont traités. Cela nous fait garder à l'esprit tout au long de l'entretien, les thèmes qui n'ont pas encore été abordés et aussi un moyen de les reprendre même si la personne interrogée est partie dans une autre direction. Chez Combessie, « l'entretien doit suivre sa dynamique propre » (2010, p. 24).

Dans notre cas, au tout début, l'entretien n'était constitué que de questions. Ensuite, la suggestion de réorienter l'entretien vers l'élaboration de sujets ou de thèmes, au lieu de questions fixes, a permis de proposer un sujet à la personne interrogée et de l'inviter à s'exprimer plus librement.

Un lieu a été convenu avec chacune des personnes interviewées en fonction de leur lieu de travail, de leurs études ou chez soi (comme dans le cas de l'Uruguay). Chez Combessie avec l'annonce on présente en quelques mots la partie plus essentiel de la recherche : se présenter soi-même, l'équipe au tour et le thème sur le quel celle-ci sera centrée (2010, p. 25). L'invitation à la recherche a été faite directement aux participants du groupe EMTA³⁷ et à ceux du séminaire d'histoire des mathématiques à Lille. D'autres invitations sont faites par courrier électronique³⁸ car certains enseignants intéressés ne participent pas fréquemment aux séminaires. Nous envoyons également des invitations par e-mail aux formateurs français et à tous les participants en Uruguay.

37 Groupe de travail « Enseignement des Mathématiques et Textes Anciens » de l'IREM de Lille.

38 Le courriel est présenté dans l'annexe E.

Pour que la personne interrogée se détende et se sente à l'aise dans une situation légèrement différente, et nous donne ainsi les informations dont nous avons besoin, il faut savoir faire de relances. C'est la répétition d'une partie, ce peut être une phrase, un mot, quelque chose qui attire notre attention ou qui sert de lien avec ce que nous voulons mettre en évidence ou approfondir. Par cette action, nous montrons de l'intérêt et de l'attention, et nous pouvons obtenir des clarifications, des confirmations ou des reformulations, une fois que cela peut vous faire réfléchir sur ce que vous venez de dire (2010, p. 25). Ce qui l'empêche aussi d'improviser sur ce qu'il dit.

Dans mon cas, comme je suis étranger et que je ne maîtrise pas parfaitement le français, je peux commencer et terminer l'entretien en faisant ce commentaire. C'est un moyen d'avertir la personne interrogée de la possibilité de questions de malentendu oral.

En ce qui concerne la transcription et la révision Combessie soutient « même socialement et éthiquement fondé, le status de la retouche n'a pas de légitimité scientifique assurée », mais aussi on pourrait penser à protéger l'image de la personne interrogée, en donnant une forme plus « écrite » à l'entretien oral (2010, p. 28). Dans notre cas, nous choisissons des extraits des entretiens que nous estimons pertinents pour notre recherche. Après cette sélection, la réécriture des extraits ne sera effectuée que dans le cas où il est nécessaire d'améliorer la compréhension. Évidemment, nous aurons le problème de la traduction.

3.6.2 Entretien avec des formateurs et des enseignants

En France, les formateurs interrogés ont une formation en histoire des mathématiques, en histoire des sciences ou en épistémologie des mathématiques, en plus de donner des cours pour les niveaux licence et master, ainsi que la direction de thèse, l'organisation et la participation à des événements liés à l'histoire des mathématiques et similaires. Notre intérêt est connaître leurs conceptions sur l'histoire des mathématiques, son enseignement et son potentiel en tant que ressource pédagogique. Cela peut nous offrir des éléments pour la constitution de cette compétence historique.

En Uruguay, la formation d'formateurs porte essentiellement sur la didactique des mathématiques (Matemática Educativa en provenance du Mexique). Tant leur formation que les objectifs proposés au cours de l'histoire des mathématiques sont liés à la formation des enseignants et considèrent donc l'histoire comme une ressource pédagogique. Notre intérêt ici est de comprendre cette dimension pédagogique de l'histoire des mathématiques, afin de nourrir l'aspect pédagogique que nous voulons pour la construction de la compétence historique.

De même, en pensant aux enseignants qui ont plusieurs années d'expérience dans leur poste, nous comprenons que leur pratique professionnelle intéressée par les potentialités de l'histoire des

mathématiques, fait de cette communauté un groupe avec caractéristiques pertinentes. Nous sommes intéressés à connaître leurs conceptions, leurs motivations, leurs objectifs, la mise en œuvre, et leurs impressions sur l'impact dans les élèves du travail en classe³⁹. Dans chaque partie, nous présentons le sujet à traiter, les questions spécifiques que nous devons avoir en tête. Enfin, la justification et la pertinence du sujet abordé. Dans ce qui suit, nous ne présentons ci-dessous que la troisième partie, qui traite sur les potentialités de l'histoire :

Partie 3|: Conceptions sur les potentialités de l'histoire des mathématiques

Après la découverte de l'histoire des mathématiques, avez-vous changé vos perspectives à propos de l'enseignement des mathématiques? Lesquelles?

Figure 3.4 : Partie 3 de l'entretien avec des formateurs et des enseignants.

Avec cette question, nous cherchons à approfondir notre compréhension de la conception que l'enseignant a sur comment et pourquoi l'histoire des mathématiques peut influencer sa façon d'enseigner les mathématiques. Nous pensons aussi à d'autres questions possibles qui peuvent nous conduire à des réponses proches :

- *Considérez-vous que l'histoire des mathématiques possède certaines potentialités qui peuvent être exploitées en faveur de la formation de l'enseignant ? Quel type de potentiel ?*
- *Selon vous, quels aspects de l'histoire des mathématiques peuvent influencer certaines compétences des enseignants ? Lesquelles ?*
- *Pour vous, qu'est-ce que la culture mathématiques ?*

La section ci-dessous porte sur les entretiens avec les étudiants.

3.6.3 Entretiens étudiants stagiaires

Notre recherche se concentre sur l'influence d'un cours d'histoire des mathématiques sur la formation des futurs enseignants de mathématiques. Nous sommes conscients que les stagiaires sont en formation et pour la plupart d'entre eux, le stage est leur première expérience professionnelle en tant qu'enseignant. Cette période est instable par rapport à leurs conceptions des mathématiques, à leur enseignement et aux différentes ressources et potentialités pédagogiques. C'est dans ce sens, et en pensant à la construction de la compétence historique, que nous sommes intéressés à voir

³⁹ Bien que nous soyons intéressés, nous ne pouvons pas nous interroger sur les résultats obtenus en classe, car cela impliquerait une autre recherche.

l'impact du cours d'histoire des mathématiques sur cette communauté. Certaines des questions proposées dans les entretiens préparés pour les élèves sont similaires à celles des enseignants et des formateurs, mais d'autres s'adressent à cette population particulière. La deuxième partie est présentée ici :

Partie 2 : L'histoire des mathématiques dans sa formation

Sans prendre en compte le cours de cette année, avez-vous eu quelques contacts ou lien avec l'histoire des mathématiques pendant votre formation ? Par exemple, vous souvenez-vous duquel cours dans lequel l'enseignant ait fait référence à un épisode de l'histoire des mathématiques ? Soit à partir des livres, des films, etc ? Pourriez-vous considérer cette expérience comme positive ?

Figure 3.5 : Partie 2 de l'entretien avec les étudiants.

Dans cette section, nous cherchons à déterminer dans quelle mesure les livres, films, documentaires, commentaires des enseignants, etc., peuvent-ils influencer l'intérêt de l'étudiant, et quel type d'influence (positif, négatif, indifférente).

3.7 Traitement des données

Dans cette section, nous présentons le traitement des données en expliquant étape par étape comment seront interprétés les questionnaires, le corpus des entretiens, les mémoires et les documents officiels.

3.7.1 Traitement quantitatif des questionnaires

Nous commencerons le traitement du questionnaire en Excel. Pour ce faire, il est nécessaire, dans un premier temps, de saisir les données obtenues à partir de chaque questionnaire, en utilisant un code préalablement établi. Nous avons suivi ces cinq suggestions⁴⁰ du professeur Godard, du département de géographie de l'Université de Paris 8, spécialiste en analyse des données : a) Saisie des questionnaires et nettoyage de la feuille de saisie ; b) Recodage des réponses ; c) Filtrage des informations pertinentes ; d) Création des tableaux de dénombrement et ; e) Analyse des résultats.

En ce qui concerne les objectifs de l'analyse, avec les questions de 1 à 7, nous nous intéressons en termes quantitatifs à l'actualité académique des étudiants et à leur parcours scolaire. On peut ainsi parler d'un profil en général. Les questions 8 et 9 sont spécifiques sur la formation dans la licence et master et sur d'éventuels cas d'approximation à l'histoire des mathématiques. La question 10 comprend 14 énoncés qui traitent principalement de la dimension culturelle des

40 Ces suggestions sont indiquées dans les fiches pédagogiques du professeur dans le lien suivant : <http://margaux.ipt.univ-paris8.fr/vgodard/enseigne/enquete/memoenq/metd3enq.htm#1.2.%20Nettoyage>

mathématiques. Au moyen d'une échelle on cherche à connaître le degré chez les étudiants sur chacun des énoncés proposés. En particulier, pour les données obtenues à partir de cette question, nous avons procédé à une analyse des principales composantes. La question 11 est une question fermée et le traitement sera fait avec Excel. La question 12 est une question ouverte qui sera traitée avec l'analyse du contenu.

3.7.2 Traitement des entretiens, création et intégration de catégories.

Comme nous l'avons déjà dit, les entretiens réalisés, enregistrés et transcrits sont considérés comme cette « inscription » du discours que nous voulons analyser et comprendre. Une fois le corpus de l'analyse est préparé, sa codification et son intégration sont nécessaires.

Suivant la définition proposée par Fernández (2006, p. 4), la codification est le processus par lequel l'information obtenue est regroupée en catégories qui concentrent les idées, concepts ou thèmes similaires proposés par le chercheur.

Para Vilatte (2007, p. 37-38) une catégorie est une notion générale représentant un ensemble de signifiés. La opération de catégorisation permet de classer les éléments constitutifs d'un ensemble par différenciation puis se regrouper par analogie d'après ces critères préalablement définis. Les catégories sont des rubriques regroupant des éléments sous un terme générique en raison de caractéristiques communes. Voici un exemple de deux extraits des entretiens que nous avons rassemblés dans la même catégorie liée à la difficulté d'intégrer une perspective historique dans la classe en raison du texte historique approprié :

T1) La première difficulté est de trouver un texte historique adapté au sujet choisi :

La difficulté c'est déjà de choisir un sujet qui soit en même temps, un sujet qui concerne le thème enseigné, qui montre des bons exemples pour montrer comme les choses se sont construites. Donc il faut trouver des textes, des jalons, et d'éviter surtout quelque chose que soit trop schématique. (E1)

Pour moi la difficulté était de trouver des sujets pas rouillés, un peu de travail à faire pour eux, sans que ce soit trop compliqué. Ce genre de travaux a coïncidé avec le développement d'internet qui a bien facilité les choses, en particulier pour accéder à certains textes historiques. C'était quand même du temps pour trouver des sujets. Il faut y passer du temps parce que le matériel on l'a pas sous la main. (D1)

Figure 3.6 : Catégorie T1, chapitre 4 partie française.

Après avoir défini les catégories, elles sont organisées dans une grille d'analyse de contenu. Cette grille présente l'ensemble des catégories. Elle est en général élaborée à partir d'un échantillon

de corpus. Une fois la grille terminée et les quatre conditions vérifiées, il est possible de l'appliquer à l'ensemble de données. Dans notre cas, le corpus échantillon est constitué par la communauté de formateurs et d'enseignants puisqu'il s'agit d'observer ou d'identifier les caractéristiques des deux communautés pour constituer la grille à appliquer aux données recueillies auprès des étudiants stagiaires.

Pour la création de catégories, dit Fernandez (2006, p. 9), il est possible de recourir à des techniques inductives. Dans notre cas, nous préférons ne pas définir le codage avant la collecte des données, mais les obtenir d'eux. Nous partageons avec l'auteur que les données sont ainsi mieux adaptées aux catégories qui les représentent. Nous sommes conscients que ce processus est fortement lié à nos conceptions et pour cette raison, nous n'avons pas l'intention de le présenter comme un processus objectif. Cette procédure, selon Fernández (2006, p. 4), consiste à relier les catégories obtenues à l'étape précédente, entre elles et aux fondements théoriques de la recherche. Le codage fragmente les transcriptions en catégories et oblige le chercheur à voir chaque détail, chaque citation textuelle, pour déterminer ce qu'il apporte à l'analyse. Tout comme le processus de codage, l'identification des catégories présente le risque de l'interprétation du chercheur.

Une fois les extraits de texte réunis et les catégories définies, nous effectuons une intégration entre les extraits et définissons la caractéristique principale qui représente cette catégorie. De cette façon, nous élaborons la grille des catégories. Ces catégories sont également utilisées dans le chapitre 5 où nous fournissons des éléments pour la construction d'une compétence historique. Ceux-ci sont associés aux sous-domaines des Connaissances Mathématiques pour l'Enseignement définis par Ball et ses collègues, en relation avec l'histoire des mathématiques.

3.8 Aspects éthiques

Comme nous l'avons déjà expliqué, lors de l'élaboration des questionnaires, l'anonymat de la participation a été souligné, tant dans le processus en face à face en France que dans celui réalisé à distance (en ligne) en Uruguay.

Les entretiens faits par les étudiants étaient également anonymes, pour lesquels on leur a demandé de signer une autorisation d'enregistrement⁴¹ dans laquelle cette caractéristique est explicitée.

Le processus de retouche des entretiens est effectué exclusivement dans le but d'améliorer la lecture et la compréhension de l'extrait. Les extraits sélectionnés des entretiens effectués en Uruguay ont été traduits, donc nous avons aussi des nuances possibles de traduction.

41 Voir l'annexe D1.

4 Analyses des entretiens : France

Dans ce chapitre, nous présentons d'abord les analyses des questionnaires proposés aux étudiants stagiaires. Cela nous donne des informations démographiques, sur la formation initiale et sur certaines des conceptions qu'ils ont des mathématiques et de son enseignement. Ensuite, nous présentons l'analyse des entretiens avec les enseignants et formateurs, et l'élaboration d'une grille de catégories. Avec cette grille nous faisons la lecture des entretiens faits aux stagiaires. Nous avons mené ce processus séparément pour les cas de la France et de l'Uruguay, ce qui nous permet de réaliser deux synthèses indépendantes que nous utiliserons en complément.

4.1 Synthèse de l'analyse des questionnaires de la première et la deuxième génération

Nous avons commencé cette étape de l'analyse par deux comparaisons. La première comparaison entre les questionnaires 1 et 2 de la première génération, c'est-à-dire la comparaison entre le questionnaire *a priori* et le questionnaire *a posteriori* du cours d'histoire des mathématiques. Pour la deuxième génération, nous effectuons la même procédure. Lorsque nous avons vérifié que les synthèses émergentes des deux générations étaient similaires⁴², nous avons décidé de regrouper tous les résultats du premier questionnaire d'une part, et tous les résultats du deuxième, d'autre part, sans faire la différence entre les deux générations.

Pour ne pas être répétitif, nous avons utilisé le sigle MEEF pour désigner les étudiants qui poursuivent leur master « métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation » et DU pour ceux qui poursuivent le « diplôme universitaire ». De la même façon, le questionnaire proposé dans la première passation est nommé Q1 et dans la deuxième, Q2.

Premier bloc : démographique

Pour le premier questionnaire, il y a une participation de 105 stagiaires, tandis que pour le deuxième, il y a une participation de 86. La plupart des étudiants absents sont du MEEF. Dans les deux questionnaires, les stagiaires provenant du MEEF atteignent un pourcentage proche de 60 %, le reste provient du DU.

Environ le 45 % des stagiaires participant dans les deux passations du questionnaire sont âgés de moins de 25 ans et proviennent du MEEF.

En ce qui concerne le dernier diplôme obtenu, presque tous les stagiaires du MEEF ont répondu une « licence », tandis que la plupart des stagiaires du DU ont obtenu un master ou d'autres diplômes comme ingénierie.

42 Les deux synthèses et le questionnaire figurent en annexe F et B.

Interrogés sur l'expérience professionnelle et le nombre d'années de travail, le 66 % des stagiaires ont répondu dans le premier questionnaire qu'ils avaient moins de 5 ans d'expérience, tandis que dans le deuxième, le pourcentage a augmenté à 87 %. La plupart d'entre eux font leur stage pour la première fois, ce qui leur permet de le considérer comme une expérience professionnelle de moins de 5 ans dans le deuxième questionnaire.

En ce qui concerne la question relative à l'obtention des concours, une large majorité (plus de 76 %) a répondu avoir réussi le CAPES externe.

Deuxième bloc : formation initiale

La participation des stagiaires diminue dans le deuxième questionnaire, en particulier le nombre d'étudiants du MEEF, mais les réponses obtenues par rapport à la formation initiale maintiennent ces valeurs similaires. Si l'on considère les deux questionnaires, on peut affirmer que environ 84 % de la population interrogée provient d'une formation initiale avec un volume horaire « important » et « très important » en mathématiques. Face à la même question concernant la didactique des mathématiques, la pédagogie et l'histoire des mathématiques, environ 80 % de la population répond que ces disciplines « ne concernent pas » leurs formation initiale, qu'elles ont été « pas importants » ou « peu importants ».

En ce qui concerne les caractéristiques du « rencontre avec l'histoire des mathématiques », au premier questionnaire le 46 % des stagiaires ont répondu qu'ils l'avaient rencontré. Certains d'entre eux au lycée, mais la plupart (38 %) à l'université. Alors qu'au deuxième questionnaire le pourcentage de « rencontre » atteint 60 % et l'augmentation est observée dans le pourcentage à l'université. Cela est évident car le cours d'histoire des mathématiques fait partie de la formation des deux cours. Dans les deux questionnaires les stagiaires déclarent que cette « rencontre » s'est faite principalement à travers des textes historiques, films et anecdotes.

Troisième bloc : expérience avec l'histoire

Dans ce bloc, nous nous demandons s'il existe une relation entre « s'intéresser à l'histoire des mathématiques » et « avoir rencontré l'histoire » pendant le parcours scolaire.

Pour répondre à cette question, nous identifions les stagiaires (MEEF ou DU) qui s'intéressent à l'histoire des mathématiques, et s'il y a une évolution du premier au deuxième questionnaire.

Dans le premier questionnaire le 45 % des stagiaires (soit un total de 47 étudiants), ont répondu qu'ils avaient « rencontré » l'histoire des mathématiques dans leur parcours scolaire. Sur

ces 45 %, il y a 13 % qui sont intéressés à l'histoire. Si l'on tient compte des stagiaires qui se déclarent intéressés mais qui n'ont pas eu d'expérience avec l'histoire, ce pourcentage d'intérêt atteint un total de 24 % de l'ensemble de la population interrogée.

Cours	Ren.HM		Intérêt						Total Résultat
	0.NR		1.Oui			2.Non			
	0.NR	1.HM	0.NR	1.HM	2.Autres	0.NR	1.HM	2.Autres	
1.MEEF	1 1%		9 9%	9 9%	16 15%	7 7%	5 5%	18 17%	65 62%
2.DU		1 1%	1 1%	5 5%	7 7%	6 6%	5 5%	15 14%	40 38%
total NB - Cours	1	1	10	14	23	13	10	33	105
total NB - Cours	1%	1%	10%	13%	22%	12%	10%	31%	100%

Tableau 4.1 : Intérêt dans l'histoire des mathématiques Q1.

Dans le deuxième questionnaire le 60 % des stagiaires (soit un total de 52), ont répondu qu'ils avaient « rencontré » l'histoire des mathématiques dans leur parcours scolaire. Sur ces 60 %, il y a un 17 % qui est intéressé à l'histoire. Si l'on tient également compte des stagiaires qui se déclarent intéressés mais qui n'ont pas eu d'expérience avec l'histoire, ce pourcentage atteint un total de 24 % de l'ensemble de la population interrogée. Cela veut dire que les pourcentages continuent d'être similaires entre le premier et le deuxième questionnaire.

Cours	Ren.HM		Intérêt				Total Résultat
	1.Oui		2.Non				
	0.NR	1.HM	2.Autres	0.NR	1.HM	2.Autres	
1.MEEF	7 8%	11 13%	21 24%	2 2%	1 1%	9 10%	51 59%
2.DU	3 3%	4 5%	6 7%	5 6%	5 6%	12 14%	35 41%
total NB - Cours	10	15	27	7	6	21	86
total NB - Cours	12%	17%	31%	8%	7%	24%	100%

Tableau 4.2 : Intérêt dans l'histoire des mathématiques Q2.

Par conséquent, nous ne pouvons pas en déduire que le fait d'avoir eu une expérience avec l'histoire des mathématiques est lié au fait de manifester un intérêt actuel pour son utilisation comme ressource pédagogique car plusieurs étudiants qui ont eu cette expérience prétendent s'intéresser à d'autres types de ressources (par exemple l'informatique).

Quatrième bloc : sur les conceptions

Dans cette section, nous nous intéressons à l'analyse des conceptions sur les différentes dimensions des mathématiques. Les questions 10 et 11.

Pour analyser la question 10 nous avons effectué une analyse en composantes principales. Cette question consiste en 14 énoncés que nous proposons d'évaluer à l'aide d'une échelle de likert (totalement en désaccord, modérément en désaccord, etc.). Cela signifie qu'en regroupant les résultats d'une génération entière de cette question, nous aurons un grand tableau de données. Notre objectif est d'interpréter l'interrelation entre les variables, et nous comprenons qu'il est possible de le faire au moyen d'une analyse en composantes principales.

L'idée essentielle de cette méthode est de pouvoir réduire une table de données avec de nombreuses variables sans perdre trop d'information. Dans notre cas, nous manipulons 14 variables et cherchons à les réduire à 2 qui peuvent contenir autant d'information que possible, afin de faire une lecture en 2 dimensions. Des 14 variables du début, nous avons trouvé 14 variables synthétiques qui seront une combinaison linéaire des initiales. En particulier, nous nous intéressons au fait que la première variable synthétique explique la plupart des informations du début (la variable dont la variance projetée des individus est maximale). La deuxième variable synthétique explique la plus grande quantité d'information restante.

Les 14 composantes principales sont non corrélées 2 à 2, ce qui permet une décomposition orthogonale des variances. En termes de statistiques, l'information totale (la variance) sera la somme de l'information fournie par chaque composante. Entre les deux composantes, les aspects les plus pertinents de l'ensemble des données sont expliqués.

Dans le premier questionnaire, les deux premières composantes expliquent 27,36 % de la variabilité, tandis que dans le deuxième, expliquent le 32,49 %. Cela signifie qu'avec la représentation bidimensionnelle, nous n'aurons pas l'explication complète des conceptions des stagiaires concernant les variables proposées. Cependant, une analyse tridimensionnelle est extrêmement complexe et nous préférons continuer en deux dimensions.

La première composante recueille la plupart des informations et nous les visualisons sur l'axe horizontal. Les variables qui exercent la plus grande influence sur cet axe sont celles qui sont en corrélation positive avec lui.

Dans le graphique 1, cet axe (horizontal) révèle une opposition entre les variables représentant les énoncés suivants :

- à droite : CompEnv « Les mathématiques nous aident à mieux comprendre notre environnement. » et Model « La modélisation est une façon de traduire une situation dans un autre système de représentation en insistant sur la simplification que cette traduction offre. »

- à gauche : VerdMat « Les vérités mathématiques sont universelles, cela implique que l'enseignement se fait sans débat car les résultats sont toujours les mêmes. », OpPers « Les opinions personnelles sont insignifiantes lorsqu'on apprend les mathématiques. », VerdIrref « Les vérités mathématiques sont irréfutables, ce qui rend inutile un moment de négociation dans leur enseignement. », SansContex « Les vérités mathématiques sont universelles, cela implique que l'enseignement se fait sans contextualisation. » et CompMes « Compter et mesurer sont des aspects des mathématiques développés dans toutes les cultures. ».

Pour cette raison, nous interprétons la plupart des informations recueillies par l'axe horizontal comme étant liées à une perspective des mathématiques décontextualisée (à gauche) – contextualisée (à droite). Une perspective des mathématiques associée au contexte lorsqu'il s'agit de comprendre l'environnement et s'oppose à celle dans laquelle les mathématiques sont considérées comme universels et leur enseignement s'effectue sans contextualisation. Les opinions personnelles sont insignifiantes. Dans cette perspective (que nous voyons à gauche de l'axe horizontal) la négociation des significations est inutile et la connaissance mathématique est considérée comme universelle, donc le débat avec les élèves n'a aucun sens.

La deuxième composante recueille la plupart des informations restantes et n'est pas corrélée avec la première. Nous les visualisons sur l'axe vertical :

- en haut : ComunSc « Les mathématiques sont une construction qui dépend d'une communauté scientifique. », ProcInd « Étudier et développer les mathématiques sont des processus individuels. » et MathConst « Les mathématiques sont une construction qui dépend de la culture ou la civilisation. »
- en bas : Aborig « Certains peuples aborigènes utilisent des notions géométriques pour faire différents designs dans leurs tissus. » et AnalysesDiff « Contrairement au langage naturel, le langage formel des mathématiques offre la possibilité d'analyser différentes situations hypothétiques. »

De cette façon, nous avons interprété que cet axe recueille des informations sur une vision d'une mathématique académique (en haut) – non-académique (en bas). Une mathématique qui dépend de la communauté scientifique et qui est développée individuellement. Cette perspective s'oppose à celle qui considère les mathématiques développées dans d'autres cultures non académiques comme les aborigènes.

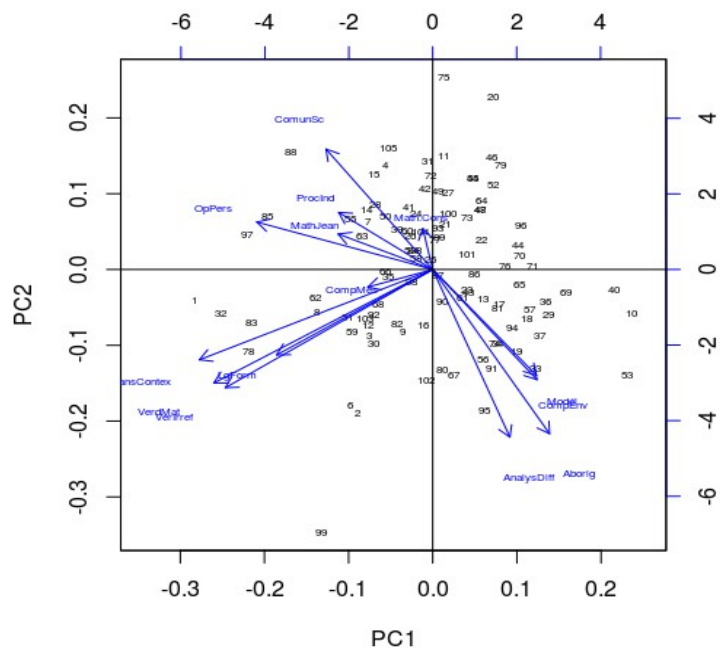


Figure 4.1 : Analyse en composantes principales du Q1.

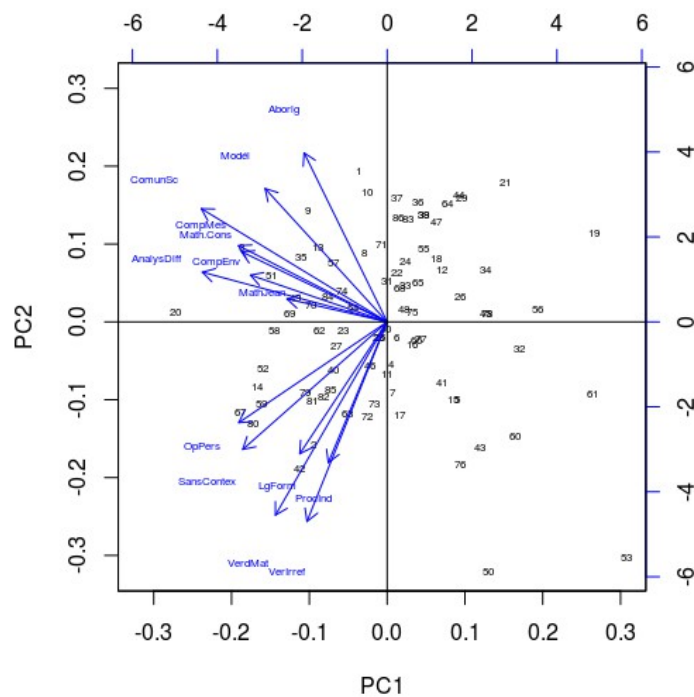


Figure 4.2 : Analyse en composantes principales du Q2.

Aucun déplacement significatif d'individus n'est observé, ce qui nous permet de supposer que les opinions des élèves demeurent relativement similaires.

La question 11 comporte 5 parties. Examinons chacune :

a) Les mathématiques, sont-elles... « Construites » ou « Découvertes » ? :

Dans les deux questionnaires, plus de la moitié des stagiaires (55%) affirment que les mathématiques sont construites. Cependant, dans les deux questionnaires, un quart de la population interrogée (la plupart des stagiaires DU) déclare que les mathématiques sont « Construites et Découvertes ». Le pourcentage de « Découvertes » est environ le 15 % dans les deux questionnaires.

b) Pensez-vous qu'un livre de mathématiques induit une façon de penser/faire les mathématiques?

Dans les deux questionnaires, une grande majorité de la population interrogée (environ 75 %) a répondu positivement. En d'autres termes, la plupart des enquêtés déclarent qu'un livre de mathématiques induit une façon de penser et de faire les mathématiques.

c) Considérez-vous que les conceptions a priori qu'a un élève sur les mathématiques ont une influence sur l'apprentissage?

Dans les deux questionnaires, près de 100 % de la population répond « oui ». En d'autres termes, l'ensemble de la population convient que les conceptions a priori des élèves ont une influence sur leur apprentissage.

d) Les mathématiques sont écrites dans un langage qui, contrairement au langage courant, n'autorise pas d'ambiguïté.

Dans le premier questionnaire, les participants ont répondu « oui » et « non » avec des pourcentages similaires, alors que dans le deuxième questionnaire, il y a une augmentation de 10 % dans les « non ». Nous pouvons interpréter que pour la plupart des ces stagiaires la langue dans laquelle les mathématiques sont écrites permet l'ambiguïté.

e) À quelle fréquence pensez-vous que des erreurs sont publiées dans les revues spécialisées ?

Dans le premier questionnaire, les options « Souvent » et « De manière exceptionnelle » présentent pourcentages similaires (environ 49 % et 45%), alors qu'ils sont modifiés dans le deuxième questionnaire, où 63 % choisissent « Souvent » et 28 % choisissent « De manière exceptionnelle ». Les étudiants MEEF du premier questionnaire qui avaient choisi l'option « De manière exceptionnelle » diminuent de moins de la moitié, ce qui génère le changement le plus important dans ce déplacement des pourcentages.

En synthèse nous n'observons pas de changements majeurs dans les conceptions des étudiants. Les stagiaires du MEEF semblent avoir une conception plus proche de celle des mathématiques abstraites et loin du concret, contrairement aux étudiants DU qui pourraient avoir une conception des mathématiques plus proche du concret. Nous sommes étonnés par le fait que dans les deux questionnaires, un quart de la population (la majorité DU) a répondu que les mathématiques sont « construites » et « découvertes ». Cette ambiguïté peut s'expliquer par une trajectoire académique dans laquelle les mathématiques se construisent en interaction avec d'autres disciplines. Cependant, le contact avec les mathématiques scolaires, le stage et l'approche de la formation pourraient influencer la manifestation d'une mathématiques abstraite.

4.2 Analyse des entretiens avec les enseignants et formateurs de France

En la section précédente hemos realizado el análisis cuantitativo y cualitativo de los cuestionarios. En lo que sigue presentamos el análisis cualitativo de las entrevistas realizadas con los docentes y formadores. Antes de esto hemos elaborado una tabla presentando sintéticamente los 9 entrevistados. Además

Dans la section précédente, nous avons effectué l'analyse quantitative et qualitative des questionnaires. Dans ce qui suit, nous présentons l'analyse qualitative des entretiens effectués avec les enseignants et les formateurs. Avant cela, nous introduisons un tableau synthétique avec des informations significatives des neuf personnes interviewées. En plus de cela nous avons décidé de présenter une des formatrices et une des enseignantes.

4.2.1 Tableau des participants

	Formation, thèmes de recherche ou d'intérêt	Expérience d'enseignement
E1 Evelyne Barbin	Professeur à l'Université de Nantes. Mathématiques, thèse en Informatique théorique, épistémologie et histoire des sciences.	Enseignement universitaire, formation des enseignants.
E2 Frédéric Métin	Formateur à l'ESPE, directeur de l'IREM de Dijon. Thèse en histoire des mathématiques, géométrie pratique.	Enseignement secondaire et formation des enseignants.
E3 Hélène Gispert	Professeur émérite de l'Université de Paris-Sud, Paris-Saclay. Mathématiques, thèse en Histoire des mathématiques. Histoire de l'enseignement des mathématiques.	Formation des enseignants.
D1 Alan Juhel	Ingénieur, professeur de classes préparatoires. Histoire des mathématiques.	Professeur de classes préparatoires.
D2 Anne-Marie Marmier	Maître de conférences en mathématiques à l'Université de Lille. Mathématiques, histoire des mathématiques et histoire de l'enseignement des mathématiques.	Enseignement universitaire.
D3 Alice Morales	Enseignant du secondaire à Grenoble. Histoire des mathématiques.	Enseignement secondaire.
D4 Hélène Nemitz	Enseignant du secondaire à Lille. Histoire des mathématiques.	Enseignement secondaire.
D5 François Goichot	Maître de conférences at Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis. Topologie algébrique. Histoire des mathématiques.	Mathématiques. Formation des enseignants.
D6 Edith Rakotomanana	Enseignant du secondaire à Lille. Master d'histoire et philosophie des sciences. Histoire des mathématiques.	Enseignement secondaire.

Tableau 4.3 : Information sur les enseignants et les formateurs interviewés en France.

4.2.2 Présentation d'une formatrice et une enseignante interviewés en France

Nous avons voulu présenter ces deux interviewées, Evelyne et Edith, car elles représentent deux courants de pensée différents tout au long des entretiens : toutes les deux considèrent l'histoire des mathématiques comme une discipline en soi, tandis qu'Edith la considère également comme une ressource possible à utiliser en classe.

Evelyne Barbin

Evelyne Barbin est professeur d'épistémologie, histoire des sciences et des techniques à l'université de Nantes. Est co-responsable de la commission inter-IREM Épistémologie et histoire des mathématiques. Elle a organisé plusieurs colloques et universités d'été interdisciplinaires sur l'histoire des mathématiques. Elle est actuellement présidente de l'International Group on the Relations between History and Pedagogy of Mathematics⁴³ (HPM).

Nous avons présenté Barbin dans le premier chapitre de la thèse, car sa carrière de chercheuse est liée à l'histoire de la commission inter-IREM ci-dessus mentionnée. Elle a bien voulu répondre aux questions posées lors de l'entretien.

Lorsqu'on lui a demandé si elle considérait l'histoire des mathématiques comme une ressource pour l'enseignant, cette chercheuse a répondu que le cours d'histoire devrait être suivi comme un cours d'apprentissage de l'histoire, déclarant qu'elle n'a jamais eu pour objectif de l'utiliser comme une ressource pour l'enseignement, se positionnant ainsi contre l'idée d'y voir une ressource pédagogique.

En ce qui concerne l'approche de l'histoire de la part des enseignants, elle considère que, dans un premier temps, l'enseignant doit apprendre l'histoire, menant dans un deuxième temps cette réflexion sur l'intégration d'une perspective historique dans les cours de mathématiques.

Sa position concernant l'enseignement des mathématiques s'oppose à la position de la didactique des mathématiques, dans laquelle elle met l'accent non pas sur la transformation d'un contenu mathématique à enseigner, mais plutôt sur l'enseignement des mathématiques tel qu'elles ont été construites par l'humanité. Elle souligne la construction des mathématiques à partir du concret, expliquant que ce n'est pas ce qui est enseigné comme mathématiques scolaires aujourd'hui.

Elle insiste sur la formation spécifique d'un enseignant de mathématiques, faisant valoir que pour une telle profession, il ne suffit pas de connaître les mathématiques, mais qu'il faut savoir comment elles sont pensées et développées.

43 Groupe international sur les relations entre l'histoire et la pédagogie des mathématiques.

Elle pense que l'histoire des mathématiques est une source de problèmes qui peuvent être proposés aux élèves, mais elle aide aussi l'enseignant à comprendre les difficultés d'apprentissage possibles de ses élèves. Les blocages devant une notion mathématique, dans un certain moment historique ont toujours existé, donc pour un enseignant il est fondamental de les connaître, car il est possible que sa complexité nécessite une attention particulière au moment d'être enseignée.

Barbin nous rappelle que les enseignants de mathématiques ont été de bons élèves dans cette discipline et n'en tiennent peut-être pas compte dans la préparation de leurs cours. Pour cette raison, elle affirme également que l'histoire des mathématiques peut collaborer en intéressant les élèves « perdus » du cours. Cependant, explique que le plus grand potentiel de l'histoire des mathématiques pour la formation des enseignants est le dépaysement épistémologique. Susciter la décontextualisation chez l'enseignant au moyen d'un texte historique, l'inviter à penser les mathématiques à partir du contexte dans lequel elles ont été créées, avec d'autres termes, définis à une autre époque. Ce dépaysement peut faire prendre conscience à cet enseignant de la difficulté de compréhension et cette expérience peut favoriser l'empathie dans le processus d'apprentissage de leurs élèves.

En ce qui concerne les difficultés, Barbin se réfère à trouver les textes historiques appropriés au niveau, et en particulier ceux où il est possible d'identifier les différentes étapes de la construction des notions mathématiques. Elle met surtout l'accent sur le souci de ne pas tomber dans le simplisme et l'anachronisme.

Dans son expérience de l'enseignement, elle a systématiquement introduit des notions mathématiques d'une perspective historique à travers des textes originaux, dans le but de présenter à ses étudiants une approche plus culturelle et historique de la notion.

D'autre part, elle dit qu'il est possible de proposer une introduction historique ou un problème aux élèves sans faire ce contexte historique, mais elle considère aussi que leur faire participer à l'histoire peut être enrichissant pour eux.

Édith Rakotomanana

Édith Rakotomanana, elle est actuellement enseignante de mathématiques au collège Jules Ferry à Haubourdin et animateur à l'IREM de Lille.

Au cours de sa carrière universitaire, elle a obtenu une licence et une maîtrise en mathématiques pures, avant de se consacrer à l'enseignement. Avec 20 ans d'expérience elle a décidé de poursuivre des études de maîtrise en histoire et philosophie des sciences. Quelques années

plus tôt, elle avait fait un stage PAF à l'IREM de Lille, ne trouvant pas explicitement un moyen d'intégrer les aspects historiques dans la classe de mathématiques.

Elle pense qu'il est important d'intégrer la cohérence dans laquelle les sciences et le savoir de l'humanité progressent, et que l'histoire est la discipline la plus appropriée pour offrir cette information. Cependant, elle doute de la manière dont cela peut être fait, car craint l'anachronisme et la simplification, qui sont pour elle une grande difficulté.

D'autre part, elle pense que si la formation des enseignants tient compte de l'enseignement d'histoire des mathématiques aux futurs enseignants, il faut s'attendre à que ces connaissances imprègnent leur enseignement.

Elle dit que l'histoire a changé son envie de transmettre le savoir autrement. Toutefois, elle ne dispose pas d'une distance suffisante pour procéder à une auto-évaluation. C'est pourquoi elle déclare que pour l'instant, la connaissance de l'histoire a modifié sa façon de penser les mathématiques, et donc sa pratique, mais elle ne l'utilise pas plus que ça.

L'une des grandes difficultés qu'elle rencontre avec ses élèves est que l'histoire des mathématiques ne fait pas partie du programme et les élèves ne sont pas intéressés s'il n'y a pas d'évaluation. Pour cette raison, elle met l'accent sur le lien entre l'activité historique et le programme, qui présente également la difficulté de trouver les textes appropriés et que l'activité ne reste pas artificielle.

En ce qui concerne le « comment » faire cette intégration, elle réfléchit sur la possibilité de montrer des essais et des erreurs, des fausses pistes et des façons différentes de faire les démarches, car pense que les élèves ne considèrent pas qu'ils ont le droit de faire des erreurs ou de trouver des solutions différentes.

4.2.3 Analyse des entretiens : enseignants et formateurs en France

Dans cette section, nous analysons les entretiens des enseignants et formateurs. Ce groupe qui s'intéresse à l'histoire des mathématiques a de l'expérience dans l'enseignement dans le collège, le lycée, l'ESPE ou l'Université.

Les formateurs ont développé des recherches dans le domaine de l'histoire et de l'épistémologie des mathématiques. Les enseignants ont développé un intérêt particulier pour l'histoire des mathématiques, à la fois pour cultiver leurs propres connaissances mais aussi pour penser aux mathématiques à enseigner avec une perspective historique. Les enseignants interrogés participent également au groupe Enseignement des Mathématiques et Textes Anciens - EMTA de l'IREM de Lille.

Tout d'abord, nous avons lu les entretiens, en soulignant les commentaires pertinents liés aux conceptions de l'histoire des mathématiques. Les commentaires similaires, nous les regroupons et définissons les catégories qui les représentent. Nous proposons ainsi le schéma suivant, dans lequel deux points de vue sont pris en compte sur l'histoire des mathématiques pour la formation des enseignants. Dans chacun d'eux, nous observons que trois variables sont définies : des objectifs spécifiques, une façon particulière de travailler liée à ces objectifs et certaines difficultés liées à ceux-ci. Nous constatons également qu'il existe des objectifs, des méthodes de travail et des difficultés communs.

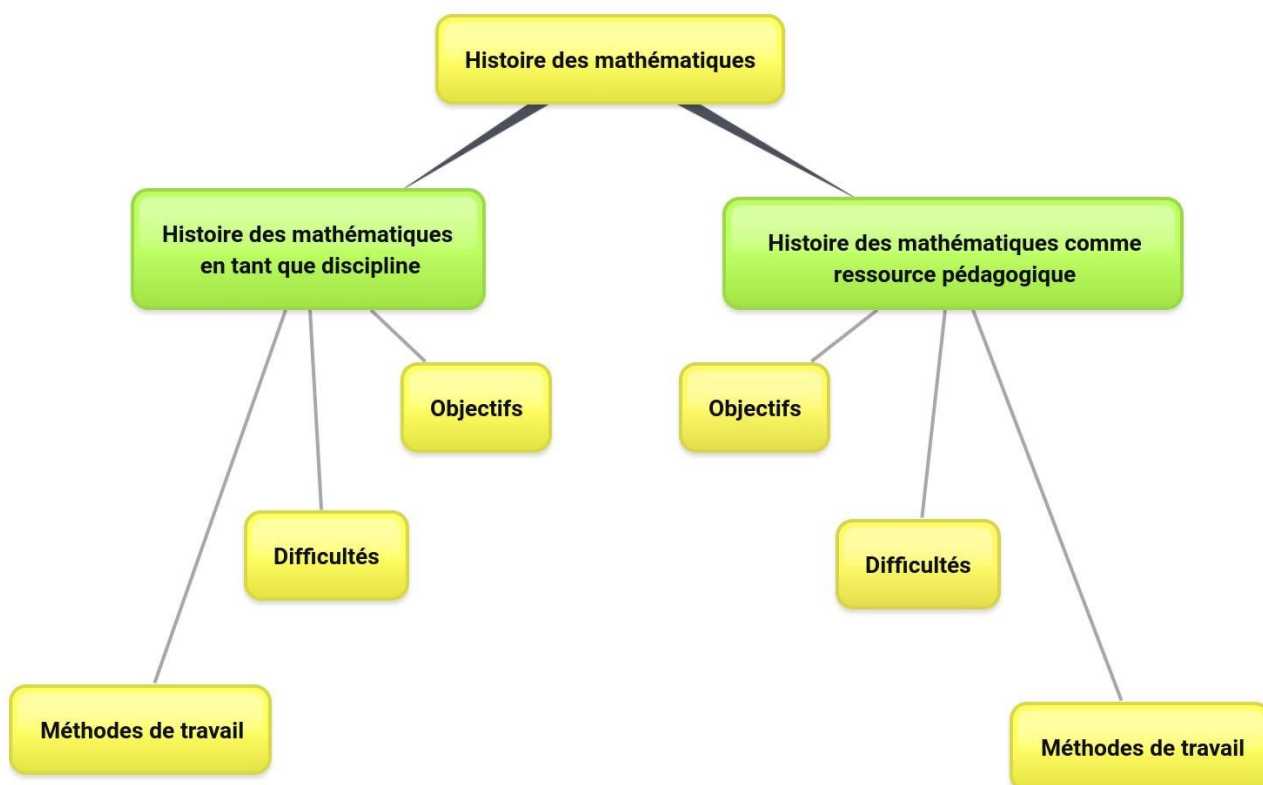


Figure 4.3 : Deux points de vue sur l'histoire des mathématiques.

Les entretiens nous ont permis de distinguer deux courants de pensée concernant la prise en compte de l'histoire des mathématiques. D'une part, l'histoire des mathématiques est considérée comme une discipline, et d'autre part, qu'elle a certaines potentialités comme ressource pédagogique. Ci-dessous nous présentons les catégories définies en regroupant les extraits des entretiens qui s'y rapportent.

H1) Histoire des mathématiques en tant que discipline

Cette catégorie est définie par des extraits d'entretien dans lesquels on exprime l'idée que les élèves devraient connaître l'histoire des mathématiques avant de s'en servir comme ressource pédagogique :

Évidemment les enseignants ils disaient « Ce texte là j'ai trouvé que c'était vraiment très intéressant, et je l'ai travaillé avec mes élèves ». Mais moi, je ne voulais pas le faire, c'était pas mon idée, c'était pas mon objectif. Ce n'est qu'en un second temps qu'on peut faire ça. Il faut déjà que les gens connaissent suffisamment l'histoire des mathématiques pour qu'ils se lancent à mettre l'histoire des mathématiques dans leur classe. (E1)

Dans ce courant, nous identifions également l'idée du lien entre l'histoire des mathématiques et la formation des enseignants, mais à un autre niveau de création d'activités pour la classe :

C'est vrai que ce groupe d'histoire et d'épistémologie des mathématiques, il est né de questions profondes, intellectuelle et philosophique, et par rapport à la matière qu'on enseignait. Toujours en rapport avec l'enseignement mais en même temps pas dans un rapport « activités en classe ». (D2)

Cependant, dans certains cas, l'opposition à une utilisation didactique est claire :

[les mathématiques] c'est pas juste un apprentissage scolaire. Et de ce point de vue-là on s'oppose complètement aux didacticiens. On est à l'opposé d'un didacticien. Parce que les didacticiens françaises ils ont inventé la transposition didactique, donc : savoir-savoir et savoir-enseigner, et nous on pense le contraire. Ils séparent et ils expliquent comment... et à partir du moment qu'on dit savoir enseigner, c'est bien qu'ils construisent un enseignement pour apprendre les mathématiques, c'est-à-dire qu'on apprend pour apprendre. C'est ça la culture mathématique, c'est pas un truc scolaire. Sinon on réinvente les nouvelles mathématiques scolaires, qui n'ont ni queue ni tête alors que nous, on voudrait enseigner les mathématiques tel qu'ils sont construites pour l'humanité. (E1)

Dans d'autres cas, cette opposition n'est pas soulignée, mais l'accent est mis en priorité sur la défense de l'approche de la discipline :

Ce qui est dommage c'est qu'on puisse pas avoir avant le recrutement, quand ils sont pas encore en situation d'être profs. Un moment où l'on puisse leur donner cette culture là, un petit peu. (D5)

[...] j'ai retrouvé des petites niches de « irmeistes » qu'ils font de l'histoire à Grenoble, mais alors, là c'est complètement autre chose, en fait ils cherchent des activités. Là j'ai fait la Mésopotamie, les mayas, les chinoises, donc, voilà, pourquoi pas les égyptiens. Des activités pour la classe, c'est une toute autre démarche du coup. Peut être marrant mais c'est pas comme ça qu'on a monté l'idée. (D2)

Cependant, si aucun des sujets n'est lié au collège ou au lycée, il est possible de perdre facilement la motivation :

On est un peu comme les élèves la motivation quand on voit qu'on va pas pouvoir les utiliser en classe... la motivation elle est moins importante. (D4)

H2) Histoire des mathématiques comme ressource pédagogique

Certaines des personnes interrogées affirment qu'au début, la motivation d'utiliser l'histoire des mathématiques était personnelle, en général sans aucun type de formation ou d'objectifs pédagogiques concrets. N'ayant pas de formation, ils ont cherché des espaces collectifs de réflexion comme les groupes IREM :

[...] avant d'avoir une pratique moi, d'enseignant qui utilise l'histoire de maths, je l'ai fait en groupe avec mon groupe de travail de l'IREM de Reims, et c'est là que j'ai appris. Parce que ma formation avait été très courte. On n'avait pas de formation didactique de tout à l'époque à Lille, notre formation c'était essentiellement faire des exercices et maîtriser les mathématiques.

[...] On pensait à des problèmes à donner et quels étaient les objectifs qui pourraient être liés à ces problèmes. On n'avait pas beaucoup d'objectifs c'était surtout de donner ces problèmes qu'étaient intéressants pour nous. Les objectifs didactiques ils n'étaient pas explicites. (E2)

Nous avons tous fait des choses de notre côté de façon isolée dans l'esprit d'une ouverture, d'une découverte, mais sans jamais aller au fond des questions didactiques sous-jacentes. Le groupe IREM permet ce travail là : passer le moment de proposer des activités mais en précisant dans quel but on le fait. (D3)

Ce manque d'objectifs concrets, pourrait produire une certaine peur, une insécurité par rapport à la maîtrise des sujets de l'histoire :

[...] j'ai fait beaucoup de stages de formation donc j'ai eu beaucoup d'enseignants avec moi, mais beaucoup de gens me disaient : « ah, c'est vraiment très intéressant mais je ferais pas en classe ». Ça a changé la façon de penser les choses mais ils n'aborderont pas l'histoire des maths directement avec leurs étudiants en classe. (E2)

Les enseignants qui ont commencé à participer aux stages de l'IREM l'ont fait en cherchant à utiliser l'histoire comme une ressource pédagogique :

[...] c'était pour la formation continue des enseignants. Les profs ils ont envie de se former, donc quand on propose quelque chose de différent, on a fait le plan. Et ça a servi aux inspecteurs, il y avait encore quatre, cinq ans... L'année dernière on a fait, on est des avalanches. Cette année on n'a pas fait pourtant on est loin d'avoir couvert les enseignants de l'académie parce que ça coûte trop cher. (D3)

Nous trouvons ici une différence par rapport au premier courant de pensée, puisque ce discours montre une compréhension différente de la problématique de la mise en œuvre d'une activité de classe inspirée de l'histoire :

Je pense que c'est pas facile de proposer et de faire une activité dans l'école ou dans le lycée ou collèges sans voir un exemple. C'est vrai que quand tu travailles des textes en proposant aux professeurs stagiaires, qu'est-ce qu'on pourrait en faire en classe, ça marche pas beaucoup. Il faut montrer comment on peut l'utiliser et puis après leur proposer de le faire. (E2)

Les gens du secondaire qui venait là ils cherchaient à acquérir des connaissances par rapport à eux mêmes, sur la compréhension des concepts et voir à partir de là qu'est ce qui pouvaient en tirer dans la manière de l'exposer. (D2)

En même temps, la différence des objectifs est reconnue comme un type particulier de compétence pour penser les activités pédagogiques à partir de l'histoire :

À l'IREM on avait un public fidèle qui ne venait pas pour les applications en classe mais qui venait pour ses connaissances. Après il est devenu un peu mixte où effectivement il y avait des gens qui avaient besoin de voir qu'on explique, mais on était bien incapable même, d'application au niveau de classe. (D2)

Et d'un sentiment à l'égard d'un travail « inachevé » lors d'un cours de remise à niveau sans expliciter le lien attendu avec les activités de la classe :

[...] quelques années auparavant j'avais demandé un stage du PAF de l'IREM, d'histoire des mathématiques. J'avais suivi ce stage et à la fin j'avais eu un coût d'inabouti en me disant « oui mais, et dans la classe ? ». On n'a pas fait lien avec ce qui se passe dans la classe. (D6)

Les enseignants de cours d'histoire qui sont également frustrés de voir la réaction désintéressée des stagiaires lorsque le cours ne répond pas à des objectifs pédagogiques spécifiques :

[les stagiaires] ont déjà des élèves donc qu'ils sont moins réceptifs, ils sont plus intéressés par des choses qui peuvent être utile en classe. Là j'essaye de plus les faire travailler sur justement, ce que peut apporter l'histoire des maths à la compréhension de notions mathématiques mais cette fois dans l'enseignement secondaire. Donc pour le moment j'essaye de faire les deux : de garder un petit peu d'épistémologie, parce qu'ils ont une formation uniquement mathématique, donc leur donner un peu un « vernis » on va dire. Et garder aussi un survol, très très survolé d'histoire, d'épistémologie pour qu'ils comprennent, n'estresse que la question, qu'on puisse se demander s'il y a une seule géométrie... et un tiers du temps pour le moment, pour l'utilisation de l'histoire des maths en classe, sur des exemples.

[...] J'essaye d'avoir les deux, jusqu'à présent je devrais même dire « j'ai essayé », parce que là j'ai à peu près décidé pour l'an prochain a ne plus garder que la deuxième, la dernière partie, c'est à dire l'utilisation en classes. Vu la réaction des étudiants au cours de ces dernières années,

ça devient de plus en plus difficile de les intéresser à ce qu'il va pas les servir dans leur classe.
(D5)

Nous avons présenté les deux courants que nous avons identifiés. Dès le premier, nous soulignons la nécessité de connaître certains passages de l'histoire des mathématiques, comme la connaissance de la structure de la discipline. Nous comprenons que ces connaissances peuvent s'adresser à n'importe quel étudiant en mathématiques de niveau universitaire. Le deuxième point de vue est spécifique à la formation des enseignants. Nous présentons ci-dessous les spécificités de chaque cas, en ce qui concerne : les objectifs, les difficultés et la manière de développer la tâche. Évidemment nous trouvons des éléments communs aux trois catégories dans les deux courants.

Nous présentons ensuite les objectifs que nous avons identifiés lors des entretiens. Il est clair que ces objectifs sont ceux que l'on souhaite et qu'ils ne sont pas toujours atteints en raison des différentes difficultés que nous allons expliquer dans la section suivante.

Objectifs pour les étudiants en mathématiques en général

M1) L'un des objectifs les plus cités est de montrer les mathématiques comme une construction humaine et vivante :

Les cours d'histoire de mathématiques que j'ai donné, c'était pour amener soit les étudiants si c'était la formation initiale ou soit les enseignants en formation continue, c'est une manière de les faire penser les mathématiques. Et en particulier que les mathématiques sont quelque chose qui se pense.

[...] Quand je dis « penser les mathématiques » c'est ça, pas penser les mathématiques qui viennent de nulle part, sinon des mathématiques qui sont construites par des gens. (E1)

C'est pas seulement le savoir tels que nous on a trouvé et puis qu'on rédige pour le faire comprendre à nos élèves, c'est le savoir telle qu'il était quand les gens l'ont inventé. On fait étudier la pensée des savants plus que des mathématiques qui seraient immuables.

[...] Je me suis spécialisé dans l'étude de la géométrie pratique, sur le terrain. C'est l'idée que les mathématiques c'est pas seulement que sur la table, sur le bureau en classe, mais que ça peut être aussi aller sur le terrain prendre des mesures avec des instruments. (E2)

À la fois leur faire comprendre que les maths sont une activité et désacraliser les maths. L'idée aussi que un objet mathématique il est un peu maltraité historiquement, l'important c'était la pratique. Et que dans l'histoire les objets mathématiques ils ont tous été maltraités avant d'avoir eu le bon côté, et devenir l'objet propre.

[...] Les élèves ils pensent que les maths c'est ce qu'on fait là, et il n'y a pas d'histoire, mais qu'il a fallu 4000 ans pour arriver où on est. Déjà ça lui permet de se projeter sur eux mêmes, comme individus sur un passé, qui sont des héritiers de ce passé qui vont l'utiliser mais il ne savait pas le démontrer. (E3)

Je trouve que ça permet de fluidifier le discours de l'enseignant, de mieux faire comprendre certaines notions en essayant de montrer un peu comment c'est arrivé autrement qu'avec un parachute. (D1)

[...] l'intérêt à l'histoire des maths, pour la formation des profs, c'est pour leur montrer que les maths, d'abord n'arrivent pas toutes seules. Telle théorie n'est pas arrivée toute construite dans les manuels. Il y a bien fallu que quelqu'un... (D5)

M2) La cohérence interne et l'enchaînement de la discipline, ainsi que le fait qu'il n'y a pas de vérités absolues :

D'une part j'avais fait une conférence sur le sujet. Une conférence pour présenter le personnage [Fourier] et ses travaux, le fait que après lui il y a eu deux cents ans de mathématiques ininterrompues... même maintenant, je peux dire, puisque le prix Abel 2017 c'est Yves Meyer et c'est la ligne droite de Fourier. Donc, montrer que c'est un sujet historique qui a énormément d'influence sur le développement des mathématiques avec des jalons précis. (D1)

Donc le point de vue est à la fois mathématiques, de consolidation, de compréhension des notions, et à la fois, on voit d'une autre manière, bien entendu, d'une projection dans le passé de l'évolution des sciences et de la construction de la connaissance. (D3)

[...] les convaincre qu'il n'y a pas qu'une vérité. Il y a quelques années sur géométrie non-euclidienne précisément, parce que c'est un très bon sujet. Je prends du temps là-dessous et donc sur le fait qu'ils puissent exister plusieurs parallèles à une droite donnée passant par un point donné [...]. (D5)

Je pense que c'est important d'intégrer l'avancée des choses, le savoir de l'humanité qui s'est construit petit à petit et qu'on va transmettre. Et tout ça il y a une cohérence dans la construction. (D6)

M3) Certains objectifs sont associés à l'approximation d'un texte et à la lecture, à l'éveil de la curiosité, et à un moment de repos ou « répit » entre deux passages techniques de mathématiques :

[...] une chose qu'on fait très peu en mathématiques c'est d'abord la lecture. Quand tu travailles avec des professeurs de secondaire tu te rends compte qu'ils donnent toujours les mêmes exercices, ils ne créent pas des textes. Il ne lis quasiment jamais, et parfois si ils lisent des revues et des choses comme ça, ils ne proposent jamais en classe une activité qui commence par la lecture. Si tu lis ce l'énoncé, puis tu fais tout de suite ton exercice. Ça c'est la première chose pour moi : l'approche du texte. (E2)

[J'ai perçu] que ça permet un contact par d'autres aspects avec les élèves, en particulier, un aspect moins technique, ces qui trouveraient au rébarbatif, pénible, la technicité mathématiques des gens qui sont peut-être plus orientés vers des goûts littéraires, artistiques... cela quelque chose qu'ils auraient eu tendance à considérer comme sans grand intérêt, tout d'un coup ça pourrait les intéresser. (D1)

Lui donner de souffle à son enseignement, du côté de l'enseignement. Lui donner un espace de recul qui permet de voir ce qu'on enseigne en voyant différentes facettes. (D2)

Ils ne comprennent pas forcément tous, mais ils voyaient que la question se pose. Que c'est intéressant de demander ce qu'est un réel. [...] je ne fais pas de construction de \mathbb{R} parce qu'il faut passer 1 ou 2 heures minimum, même si on démontre pas tout. Je leur montre que la question se pose [...]. (D5)

Objectifs spécifiques pour les étudiants en formation des enseignants

M4) Outre les objectifs susmentionnés, nous avons identifié dans les entretiens plusieurs objectifs que nous considérons comme spécifiques à la formation des enseignants. Nous commençons par cet extrait d'entretien qui montre clairement que la connaissance des mathématiques ne suffit pas pour enseigner cette discipline et qu'il est nécessaire d'avoir une connaissance plus large, comme nous l'avons vu depuis Shulman dans le deuxième chapitre :

[...] les professeurs de mathématiques ont été des bons élèves en mathématiques mais ça c'est pas suffisant pour enseigner. Pour enseigner il faut beaucoup plus que ça, il faut avoir une idée de comment les mathématiques sont une pensée, de comment se développent, etc. (E1)

Les maths font partie de la culture, et la culture mathématique c'est peut-être l'idée de faire des liens entre divers domaines entre la culture générale et les mathématiques qu'il y a dedans. (E2)

Je pense que le travail peut se faire avec les tablettes et le numération ancien. Là c'est faisable, parce qu'on n'arrive à donner un support, ça peut être un travail interdisciplinaire avec un prof d'histoire par exemple, qui explique un peu l'histoire, pourquoi les gens écrivaient sur ce genre de support, etc. [...] Même s'ils comprennent pas tout, c'est un peu une façon de montrer que les maths ont un côté aussi esthétique que c'est pas que utilitaire. (D4)

[...] avoir une ouverture sur la place des mathématiques dans le monde aussi, dans la société. Donc dans l'histoire, la place qu'elles [*les maths*] ont eu, la place qu'elles ont aujourd'hui, qu'est-ce qu'on transmet comme idée de la place des mathématiques aux élèves. (D6)

M5) L'histoire des mathématiques comme source de problèmes et identification des obstacles épistémologiques :

Et l'histoire peut permettre de trouver justement des problèmes qui vont permettre de surmonter ces difficultés. [...] On peut trouver dans l'histoire de mathématiques des problèmes qu'on va ensuite poser aux élèves.

[...] « je lis des textes anciens et ça me permet de comprendre les difficultés des élèves et éventuellement trouver le moyen, en proposant le bon problème aux élèves, de les surmonter ». Parce que les difficultés elles existent. Autrement dit, ça qu'on apprend en histoire, en épistémologique en général, c'est que effectivement il y a des difficultés, il y a des moments de rupture des connaissances elles sont là on peut pas les gommer. Ils sont inhérents aux mathématiques. (E1)

Rudolf [Bkouche] disait beaucoup que quand on a une difficulté dans la notion, on ne peut pas l'éviter il faut arriver à la confronter et après la dépasser. Il disait « les mathématiques, le but c'est de faire du simple mais pour arriver à faire du simple il faut faire du très compliqué » pour simplifier le problème... (D4)

M6) L'histoire peut également favoriser l'établissement de liens entre les élèves qui sont « déconnectés » ou moins intéressés par la discipline :

Et ça peut accrocher aux élèves qui ont perdu pied avec les mathématiques, parce que les mathématiques sont pendues comme ça à l'air, et ça c'est catastrophique. (E1)

M7) L'histoire peut être utilisée pour provoquer le dépaysement épistémologique :

Quant à la principale vertu de l'histoire des mathématiques, c'est le dépaysement, ça veut dire que tu vas pas injecter dans un texte tes connaissances. Tu essayes de le lire tel qu'il était écrit et de voir la manière d'envisager les choses. Ça veut dire que tu te mets dans la situation où tu vas très proche de quelqu'un qui commence. Et tu te mets enfin, du côté de l'élève, de l'élève pensant, c'est ça qu'il faut apprendre, l'histoire des mathématiques nous permet de voir ça. Cet aspect de dépaysement, est extrêmement important pour les enseignants.

[...] Est-ce que c'est important c'est ce shock qui s'exprime comme-ci ou comme-ça, mais qui fait qu'on va repenser les mathématiques. Non plus de manière scolaire, mais étant quelque chose qui se construit, qui se pense. On va voir aussi les élèves comme des êtres pensant. (E1)

On essaie de comprendre la pensée d'un auteur et ce sont des mathématiques qui sont incarnées, qui quelqu'un les a écrit et nous on lit ce que la personne a écrit.

[...] Il y a aussi une chose qui m'intéresse c'est que c'est pas des textes que j'avais écrits moi. C'est à dire que je me retrouvais un peu à l'égal de mes élèves. Au professeur ça le renseigne une certaine de modestie. (E2)

D'ailleurs c'était un des intérêts de ce type de travail : « vous les étudiants vous ressentez une difficulté mais sachez que moi aussi. Je n'ai peut-être, pas tout compris de ce texte et nous essayons fermer ensemble ce que nous comprenons, ce que nous ne comprenons pas. Vous d'une part et moi d'une autre. Mais contrairement à ce que vous croyez trop souvent, le prof il ne sais pas tout ». (D1)

Cette idée de dépaysement va de pair avec une expérience vécue par l'étudiant qui est un futur enseignant. Le futur enseignant doit vivre cette expérience en développant son empathie envers l'élève et sa modestie envers les connaissances qu'il possède. Certaines interrogés affirment qu'en vivant ce type d'expérience, il est possible de s'attendre à ce que l'enseignant la transmette dans son enseignement :

Je pense que la base c'est déjà dans les ESPE, dans les formations des enseignants. Si les enseignants eux mêmes ont reçu un enseignement d'histoire des sciences ou d'histoire des maths, on va espérer que ça va passer quand même à travers leur enseigner. (D6)

M8) L'histoire permet également une réflexion sur le rôle de l'enseignement des mathématiques dans la société, en identifiant différentes versions des mathématiques, la rigueur et la compréhension :

Sans doute que comme pour moi, ils vont changer leur façon d'enseigner et leur regard sur les élèves. Par exemple, ils vont comprendre, qu'il n'y a pas de rigueur absolue. Mais qu'il y a de degrés de rigueur très importante pour un enseignant. Parce que pour quelqu'un qui a une idée de mathématiques en tant que vision scolaire, il peut exiger -surtout s'il comprend pas forcément très bien ce qu'il enseigne- il peut avoir de volonté de rigueur qui n'est pas adéquate, ou bien au extrême, aucune exigence de rigueur, parce qu'il est pas capable justement, de voir que le rigueur c'est quelque chose que se déploie. (E1)

[...] c'est leur faire comprendre que le finalité de l'enseignement joue sur le contenu de l'enseignement. Et que l'enseignement mathématique n'est pas hors sol par rapport à la société : a une finalité particulière. Je veux qu'ils comprennent ça, qu'ils perdent cette naïveté et qu'ils voient que l'état investit a des finalités précises. Et que les contenus aussi. Qu'il y a la dimension sociale de leur métier et la nécessité que leurs réflexions se développent de certaine façon.

[...] quand je fais une histoire des maths, c'est pas la société, mais c'est la culture, c'est l'humanité, c'est la difficulté, c'est le respect, je le redis, le respect de ces premiers actes de mathématiques dans l'histoire.

[...] Avec les étudiants d'histoire des maths, j'essaie vraiment aussi de leur apprendre a prendre conscience des questions historiques et de leur expliquer que on n'est pas vierge en histoire du maths. Ils ont des profs de maths universitaires qui leur ont donné leurs version qui est sûrement une version « matheux » et que c'est pas une version d'historien des maths. Donc là je connais ça, et ce que j'explique c'est qu'il y a différentes compréhensions d'histoire des maths, et une version un peu rétrospective du « matheux ». (E3)

Le bénéfice il est pour l'enseignant, ça lui donne des moyens pour penser son enseignement de façon plus approfondie. Parce que pour eux les définitions et l'histoire, donnaient tout un rapporte, tout un réseau de signification du côté de la mécanique, du côté de mouvements, du côté des rapports de distance.

[...] Il faut avoir le désir d'essayer, de comprendre quelque chose. Pour le reste, moi je trouve que c'est très intéressant, quand on travaille en petits groupes parce que du coup le recours à l'histoire fait se poser des questions sur la façon dont on comprend. (D2)

M9) L'histoire nous permet de réfléchir sur la façon de transmettre les mathématiques et de réfléchir aux pratiques pédagogiques :

Je pense que c'est indispensable pour les profs de travailler l'histoire des mathématiques, mais c'est pas parce qu'on a travaillé des textes qu'on va les proposer à nos élèves ou à nos étudiants. Ça se passe à un autre niveau peut être, ça change leur façon de voir les mathématiques. Moi j'en propose aux étudiants stagiaires, pour travailler sur leur façon de voir les mathématiques. (E2)

Dans les stages quand je vais lire des textes, c'est plus lire le texte et montrer ce que moi j'ai fait comme exercice avec mes élèves en pensant à ces textes. Mais pas avec eux, pas en travaillant l'histoire avec les élèves. Simplement comment ça a influencé mon enseignement.

[...] tout ce travail sur Euclide, ça m'a donné beaucoup d'idées pour faire des travaux en géométrie avec les enfants, notamment le calcul sur les aires, de travail sur les figures égales. Je trouve que ça a changé ma façon de travailler [...] Je pense que ça a influencé mes cours de prof de maths mais c'était plus de la formation personnelle. [...] avec les élèves j'ai pas fait d'histoire des maths, mais c'est plus le travail que je fais moi même en histoire qui m'a aidé à trouver des nouvelles pistes de travail avec les élèves. Mais pas du tout d'histoire. Un petit peu quand même sur la numération, mais j'ai pas fait un travail approfondi sur la numération moi même. Je veux dire, on n'a pas fait des lectures ou d'études de textes approfondie sur la numération. (D4)

Est ce que ça a changé dans les pratiques ? Je pense que ça a changé une envie de transmettre différemment mais dans la pratique je sais pas je n'ai pas assez de recul pour voir ce que ça a changé.

[...] Pour l'instant je pense que ça m'a apporté des choses à moi et est donc même sur un exercice quotidien qui n'a rien d'historique a priori la façon de les autoriser à se tromper, à chercher, enfin je les autorisais déjà mais, peut-être sur les situations de recherche je pense que ça ouvre sur la culture générale ou sur la vision du monde. (D6)

Difficultés

Examinons maintenant les difficultés rencontrées dans le discours des personnes interrogées. Nous commencerons par les difficultés en général et continuerons par les difficultés spécifiques à la formation des enseignants.

T1) La première difficulté est de trouver un texte historique adapté au sujet choisi :

La difficulté c'est déjà de choisir un sujet qui soit en même temps, un sujet qui concerne le thème enseigné, qui montre des bons exemples pour montrer comme les choses se sont construites. Donc il faut trouver des textes, des jalons, et d'éviter surtout quelque chose que soit trop schématique. (E1)

Pour moi la difficulté était de trouver des sujets pas rouillés, un peu de travail à faire pour eux, sans que ce soit trop compliqué. Ce genre de travaux a coïncidé avec le développement d'internet qui a bien facilité les choses, en particulier pour accéder à certains textes historiques. C'était quand même du temps pour trouver des sujets. Il faut y passer du temps parce que le matériel on l'a pas sous la main. (D1)

On travaille pour pouvoir choisir des activités de thèmes avec le même bibliographie. Chacun on a trouvé là dedans des choses qui pourraient être intéressante « tiens, je trouvais tel problème. Oui, mais ça se traite comment ? Ça serait bien qu'on le fasse avec tel niveau ». Donc la difficulté c'est de travailler la bibliographie avant. (D3)

T2) Le manque d'habitudes de lecture, de débat et de compréhension des textes chez les étudiants en mathématiques est également une difficulté importante :

En général une des difficultés des étudiants est-ce qu'il faut se plonger sur l'histoire, et pour certains étudiants ont fait des maths pas autre chose. Donc d'accepter d'étudier l'histoire de la

notion qu'on va étudier plutôt que tout de suite faire des exercices, s'entraîner, etc. on est resté très axés sur la performance, et la note [...] Et puis après la deuxième chose c'est comprendre. Tant pour les professeurs comme pour les élèves, tu ne résous pas un exercice tout seul, tu lis un texte où il y a déjà tout écrit. Et il faut essayer de comprendre ce qui a été écrit. C'est différent que de reproduire une méthode. C'est à dire qu'on est amené à faire un commentaire de texte. (E2)

Donc la façon c'était que je préparais des liasse de textes car l'histoire, ça se fait à partir de textes. Je faisais des cours des parties, je exposais et ensuite je leur demandais pour la séance suivante de lire des textes, et ont commencé par la lecture. Et ils savent pas lire. Ils savent pas rattraper les idées. (E3)

Et alors pour les difficultés des étudiants, c'est souvent là on n'est pas dans théorème, corollaire, etcétera. Donc c'est par exemple, en face d'un texte où certaines choses sont affirmées voir ce qui demande à être développé ce qui est important, ce qui ne l'est pas, ce que eux peuvent démontrer en deux lignes, ou ce sur quoi, au contraire ils vont buter. (D1)

Il y a celles et ceux qui considèrent que ça sert à rien, et puis il y a celles et ceux qu'ils sont dans un rapport de demande. À qui il faut donner des choses accessibles pour qu'il en est du plaisir. Mais c'est pas toujours évident. Moi ce que j'ai trouvé difficile c'est justement d'arriver à voir l'équilibré entre l'exigence pas du travail d'historien c'est-à-dire de s'en tenir aux documents et ne pas passer un temps de fou. (D2)

C'était un travail longue parce qu'il fallait extraire des exercices avec leur langage qui parfois n'est pas simple à comprendre pour un élève donc il y avait un travail de lecture, et après un travail de compréhension. Des questions qu'ils n'ont pas l'habitude de se poser. (D3)

Alors pour les élèves la difficulté c'est de discuter parce que c'est pas des choses auxquelles ils sont habitués. Après il y a la motivation pour les 6e ils aiment beaucoup quand on fait des choses un peu comme ça. Ça les motive beaucoup ils ont une curiosité aussi dès qu'on parle d'histoire, ça les concentre. Après les difficultés vont être des difficultés dans les notions déjà. [...] Quand on travaille avec les enseignants, là on lit des textes par contre. Mais on lit pas beaucoup en fait, sur un stage on lit pas des grands textes. On lit des extraits un petit peu. Quand les gens sont pas... Lire Euclide c'est pas facile, comme ça quoi... Quand on n'a jamais fait. (D4)

T3) L'accès aux documents est une autre des difficultés mentionnées, tant par la source historique que par la langue :

[...] le l'accès aux documents authentiques, ce qui posait des problèmes de langue, on se sentait handicapé par le fait que personne ne parlé allemand. (D2)

T4) Comme première difficulté spécifique à la formation des enseignants, nous avons trouvé l'hétérogénéité, car les étudiants peuvent avoir une formation de base différente :

Dans le dernier cours que j'ai pu faire, j'ai vu à fur et à mesure, comme tous les enseignants évidemment, comme le niveau des connaissances mathématiques baissait beaucoup. Pour fois

j'étais gêné pour faire l'histoire de mathématiques parce que le niveau des mathématiques que je pouvais supposer chez les étudiants n'était pas là. (E1)

Quand c'est en formation continue tout le monde fait les maths donc on peut étudier des textes même difficiles. (E2)

[...] la grande difficulté c'est donner quelque chose d'accessible et que les gens à qui on parle saisissent quelque chose de bon pour eux. (D2)

Pour les futurs profs de maths, en histoire des maths. Déjà la première difficulté c'est leur hétérogénéité, donc on parle bien de ce que j'ai maintenant en histoire des maths. Dans ce deuxième année, il y a plusieurs cas extrêmes une étudiante qui a suivi la dernière année de mon cours de licence et qui est très curieuse, qui lit beaucoup. Donc elle est là déjà, parfois elle dit des bêtises mais enfin elle a lu pas mal de choses en histoire des maths. Dans le même groupe il y a quelqu'un qui a une licence pas scientifique et qui a passé le CAPES interne. Donc sa culture mathématique et vraiment au collège [...] (D5).

T5) Les enseignants qui ont aussi de l'expérience avec les élèves du secondaire décrivent qu'il est difficile de trouver des activités accessibles et liées aux programmes :

Je crois qu'il faut réfléchir au moment où le faire. Et moi j'étais amené souvent à donner des activités qui étaient en dehors du programme. Tu vois la géométrie pratique, par exemple, je programmais parce que je voulais qu'on en fasse, mais c'était pas directement lié au contenu que je devais enseigner. (E2)

Sur le thème de l'histoire ce que c'est difficile, par exemple on ne pourrait pas avec des élèves lire à Euclide, parce que tout s'enchaîne, donc pour arriver à un résultat intéressant il faudrait lire beaucoup de textes et c'est compliqué à lire. En plus, le structure ne ressemble pas du tout à ce texte qu'on produit actuellement. (D4)

Après dès que ça sort du cadre si je suis plus dans le travail rentable, « ici je travaille pour la note ce qu'elle dit à côté et commentaires à côté je n'ai pas besoin de les écouter » c'est un comportement...

[...] il faut que ce soit bien cohérent avec le programme, parce que si ça arrive comme ça comme un ovni, séparé de ce qu'on a fait avant et après, ils voient que c'est un truc plaqué et qui prend pas de sens dans leur progression... les grands ils sont très attachés finalement à leurs notes, à leur réussite et donc, il faut vraiment trouver la bonne place pour qui soit vraiment le lien avec le programme et que ce soit pas artificielle [...] (D6).

T6) Les enseignants soulignent que les étudiants présentent une sorte de « blocage » dans la façon de penser les mathématiques qui ne leur permet pas d'apprécier d'autres manières d'aborder la construction d'une notion :

Par moment on est plus du mal avec les enseignants parce qu'ils sont plus déjà bloqués. [...] Les adultes ils vont pousser toujours à compliquer les choses. C'est un regard qui a perdu toute son

innocence, qui va chercher l'erreur. Et franchement il faut penser simplement, géométriquement. (D3)

T7) Pour ces enseignants et formateurs ayant une certaine formation en histoire des mathématiques, l'anachronisme ou la simplicité d'un épisode historique est une erreur difficile à surmonter :

Cet aspect de dépaysement, est extrêmement important pour les enseignants et pour surtout pas, faire d'anachronisme quand on lis un texte. (E1)

Je cherche un moyen de faire ça bien et pour l'instant je suis en pause. Depuis mon master sûrement, parce que ça m'a fait réfléchir sur la façon dont on risquerait de faire ça pas très bien, de manière anecdotique justement ou simplifiée. (D6)

T8) Le volume horaire des cours de mathématiques ne permet pas de s'étendre dans les approches historiques. L'intégration de l'histoire n'est ni une exigence ni un aspect à considérer dans l'évaluation des élèves :

C'est difficile d'accrocher les élèves là dessus, leur faire sentir que pour avoir l'intuition il faut avoir de l'expérience, que c'est ça qui développe l'intuition. Les idées viennent de ce qu'on sait déjà. Il y très peu de gens qui inventent des choses comme ça, de manière géniale. [...] beaucoup d'enfants ils ont cette idée là : les maths on est bon ou on n'est pas bon. Qu'on puisse s'améliorer et que justement de les travailler, ça amène à avoir des connaissances et après des échanges, d'automatismes et ils ont du mal à comprendre ça. (D4)

J'ai mon point de vue historique quand je parle de maths mais, au sens activités utilisé par exemple, des textes de maths dans mon enseignement de maths tout court, non. C'est pas que je sois contre, c'est que les volumes horaires le permettent pas, je pas... il y a des programmes à faire, des choses comme ça. (D5)

A niveau de gouvernement c'est des commentaires, on dit que c'est bien de le faire, mais ça ne fait pas partie du programme, évaluer ça ne fait pas partie des acquis qu'on attend chez l'élève. Si l'inscrivent comme ça et les profs des maths sont pas formés pour faire ça, qui va le faire ? Je ne sais pas. (D6)

T9) Au manque de temps dans les programmes destinés à ce type d'activités s'ajoute le fait de ne pas savoir « comment » intégrer l'histoire des mathématiques :

Ils se sentent pas maîtriser le sujet, donc ils ont peur des questions. [...] Tout ça, fait partie des choses que les enseignants doivent apprendre. [...] Le fait qu'ils n'ont jamais eu une formation d'enseignement de l'histoire, ce qu'on leur raconte c'est une découverte pour eux, au même titre que pour les élèves. [...] il faudra évidemment entrer dans le théorique et les différentes méthodes de démonstration. Tout ça pour les enseignants c'est pas clair. Mais si c'est pas clair comment tu vas l'enseigner ? Souvent ils se trouvent en difficulté ils n'osent pas faire des choses. (D3)

L'approche de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants, est une question qui se pose aujourd'hui. Tous les rapports, tout le monde dit « il faut le faire » mais les enseignants sont pas formés pour le faire, pas du tout et ça pose des questions parce que si c'est anecdotique, voilà... (D6)

Dans ce qui suit, nous présentons différentes réflexions sur le « comment » intégrer l'histoire.

P1) La première des réponses est la lecture de textes historiques :

[...] tous ces cours là c'étaient basés sur les lectures de textes. Forcément, c'est obligé parce que c'est en lisant de texte qu'on apprend l'histoire de mathématiques. C'est pas en lisant des ouvrages d'histoire de math, c'est en lisant des textes. Donc les textes que je faisais lire étaient bien choisis, ils étaient choisis de manière qu'on puisse voir les ruptures, les questions qui sont posées. [...] Un texte c'est pas si seulement ça que c'est écrit là dedans. C'est une personne qui écrit un texte, à destination de quelqu'un d'autre en pensant « j'écris ce texte pour-ci, pour-ça, pour montrer... » un texte c'est beaucoup de profondeur. Donc il faut arriver à lire un texte sans être trop schématique. (E1)

J'ai extrait un volume de 10 pages formé de divers morceaux découpés, mais avec l'idée que ça reste quand même, en dépit des coupures, qui parfois étaient un peu brutal, mais que ça reste lisible pour montrer son cheminement, et le faire comparer à la manière dont on fait le cours aujourd'hui. (D1)

Une année à l'IREM avec un groupe qu'étaient déjà des gens des profs de collèges et lycées on a lu Euclide, le livre 1, le livre 5, les livres qui ont un rapport avec la géométrie mais en même temps c'était lié à la formation des maîtres au CAPES, parce qu'on les préparait en tout cas. (D2)

Pour la partie que je prépare moi, je dois choisir quels documents je vais les présenter. Presque toujours j'essaie d'avoir des textes à leur montrer. Pour la partie vraiment 20^e siècle là, les textes sont trop technique pour être vraiment exploitable. (D5)

P2) L'une des idées proposées est d'ouvrir un débat sur la base de problèmes ouverts dans l'introduction des thèmes ou d'analyser différentes démonstrations et erreurs :

Dans le dernier cours que je faisais de formation initiale, j'avais choisi comme thème les méthodes en géométrie", parce que c'était une manière de voir différents aspects de la géométrie. De prendre par exemple un problème et de voir les différents manières dont il va être résolu. Un théorème et les différentes démonstrations qu'on a pu donner. Ça me paraît extrêmement intéressant et formateur et ça c'est qu'en l'histoire qu'on peut le trouver. [...] Jamais j'ai commencé un cours de manière traditionnelle. Je parlais toujours d'un problème choisis le mieux possible, des problèmes qui permettaient des constructions, des problèmes que présentaient un défi, que nous donnaient des connaissances. Aussi de traiter d'abord beaucoup d'exemples, d'exemples génériques. C'est à dire, de démonstration sur un exemple bien choisi que pourrait être large, général.

[...] Après j'ai développé pour mon enseignement presque systématiquement des introductions historiques pour tous les notions qu'on étudiait. J'ai raconté des choses et puis après je faisais des activités sur les textes originaux. Mais pour fois c'est difficile. [...] Il y a un objectif

fréquent que c'est introduire une nouvelle notion. Donc l'objectif est d'avoir un approche plus culturel et historique, des donner déjà le décor, pour que les élèves rentrent dans la notion, en sachant comme elle était apparue, par exemple. (E1)

[...] j'ai proposé des textes où des résolutions étaient fausses. Donc voir une sorte d'esprit critique et pas prendre tout de suite ça comme quelque chose de juste. (E2)

[Les étudiants] avaient une matière un petit peu moins sèche et puis parfois, pourquoi pas, je crois que ça leur faisait du bien de savoir que Cauchy, le grand Cauchy avait pu se tromper, dire d'énormes bêtises pour lesquelles on leur mit un gros « non » en rouge dans leur copie.

[...] j'ai essayé de leur servir un peu, modestement, bien sûr, parce que je n'étais pas là pour ça, je n'avais d'ailleurs certainement pas la compétence mais, pour replacer un petit peu, quand même quelques repères pour mes étudiants de prépa. (D1)

[...] le dernier c'est l'aspect « erreur » de grands mathématiciens. Leur montrer que même les grands mathématiciens ont fait des erreurs sur des notions qui sont compliqués, ça aussi peut être pas seulement pour le prof de maths. Peut-être aussi arriver à les convaincre du rôle formateur de l'erreur. Le jeune prof de maths, pour la plupart je pense ne sont pas convaincus que l'erreur soit une sorte de profits. (D5)

Je pense qu'il y a une démarche par rapport aux essais et aux erreurs, aux fausses pistes, revenir sur son travail, à faire autrement. Qui est une idée qui n'est pas toujours bien ancrée chez les élèves, qu'ils ont droit de faire ça. On est souvent dans des exercices répétitifs sur un tel ou mécanique avec une solution unique, et on fait aussi maintenant beaucoup de situations de recherche où ils peuvent prendre des pistes différentes et les confronter entre eux aussi en travail de groupe et là-dessus l'histoire des maths elle a sa place. Dans la démarche, d'explorer quelque chose dont on ne sait rien mais à partir de ce qu'on sait on va essayer. (D6)

P3) Une autre façon d'introduire l'histoire des mathématiques dans les cours de mathématiques est par le biais d'anecdotes et de simplifications, bien que, comme nous l'avons vu plus haut, les enseignants ils se résistent :

Il y a beaucoup d'approches différents, tu peux avoir l'envie de planifier une chose que tu as vraiment l'envie de faire. Tu peux aussi décider que pour le cours que tu es en train de faire, ça serait intéressant de travailler avec un extrait de texte, et là c'est pas un gros planification on est ensemble et on lis un texte et on le commente. (E2)

C'était plus souvent une petite introduction courte ou une remarque, qu'un travail. [...] Quand on veut présenter ça à un enfant, à un collégien, à un lycéen, on ne peut pas tout de suite le mettre au niveau recherche d'un thésard, ça n'est pas possible, on est bien obligé de simplifier. En simplifiant on risque parfois caricaturé. C'est un risque, c'est vrai. Mais d'un autre côté c'est une position à partir de laquelle on peut recorriger des choses. Mais c'est complètement illusoire de vouloir être trop loin au départ. Ça veut pas dire qu'il faut faire n'importe quoi, mais je pense que s'il faut courir le risque d'une inexactitude pour donner les grandes idées, moi je pense qu'il faut le faire. Il faut que tout en racontant une histoire simple, on laisse comprendre à un enfant ou à des jeunes gens que c'est pas la version définitive et qu'il faudra y revenir. (D1)

[...] il faut bien choisir un document qui soit intéressant pour l'ambiance, soit compréhensible et exploitable. Après, je suis malheureusement assez souvent dans la posture du prof qui raconte, beaucoup de choses en simplifiant. De temps en temps sur Euclide par exemple, là on a pris le temps de regarder plusieurs allusions des petits morceaux de texte en détail. (D5)

P4) Pour les enseignants qui connaissent la démarche historique, la simplification et les anecdotes ne les convainquent pas et proposent des alternatives. La première est d'intégrer l'histoire sans se référer à l'épisode historique, et la deuxième est de prendre l'étude de l'histoire comme un objectif personnel, cherchant à nourrir ses propres connaissances mathématiques :

Là on a le choix d'ailleurs, on peut aussi le poser sans même dire qu'on l'ai appris dans l'histoire. Mais ça peut être tout à fait enrichissant pour les élèves de leur dire aussi que ça vient de l'histoire. (E1)

Tu peux faire aussi une activité que toi, tu sais que c'est historique, mais ils ne savent pas. Tu comprends le texte original. [...] Moi ça a été par l'histoire des mathématiques mais peut-être tu pourrais avoir une approche comme ça sans l'histoire, c'est à dire qu'on construit notre savoir en vrai sans savoir que ça existe déjà. Mais, je pense que une approche où tu découvres tout pour créer des séances quand tu es enseignant, tu peux pas faire ça sans avoir fait d'histoire. (E2)

Sur l'utilisation de l'histoire il y a deux aspects : soit j'utilise histoire dans mes cours pour élargir le travail sur certaines notions et pas le faire seulement comme on le faisait dans l'époque moderne, mais des fois devenir à des manières plus anciennes parce qu'on comprend d'autres choses, ça élargit l'horizon. Et il y a l'aspect, moi je lit, je m'informe pour voir où sont les obstacles. Parce que si on a mis du temps à passer de ça a ça, c'est bien qu'il y a des difficultés. (D4)

[...] en faisant ce cursus là, moi ce que je cherchais c'était déjà à réfléchir moi même sur les mathématiques, la façon dont elles se font ou les obstacles qu'on rencontrait des mathématiciens dont leur recherches. Et comment ça je peux le transposer dans la classe, par rapport à mes élèves qui as un bout sur quelque chose et se met en situation de recherche, ou de réussite ou d'échec. (D6)

Nous comprenons que cette réflexion personnelle, qui cherche à nourrir la conception qu'a l'enseignant d'une certaine notion, influence aussi les connaissances enseignées et, bien qu'elle ne soit pas rendue explicite, elle filtre à travers l'enseignement, comme nous l'avons déjà justifié dans le deuxième chapitre.

Voici certains des exemples que les interrogés ont montrés au cours des entretiens :

En histoire des maths, ils choisissaient de faire un exposé sur un sujet du programme du collège ou de lycée. Et en histoire de l'enseignement ils choisissaient de faire un exposé de ça qu'ils voulaient, liée très à l'enseignement des maths. (E3)

En gros la théorie des proportions c'était montrer que la proportionnalité c'est pas remplir un tableau et faire le produit on croit. C'est vraiment une histoire complexe qui touche aux nombre et qui touche à la géométrie. Les premières démonstrations ces des démonstrations pour exhaustion. C'était aussi montrer comment effectivement avec des raisonnements simples d'inégalités on approche la notion d'infini. Il y avait beaucoup de choses dessous, comme l'analyse, le calcul intégral, c'est très instructif de montrer la théorie des indivisibles et puis il y a des contre-exemples, c'est assez joli. On voit effectivement qu'il faut de l'audace pour passer sans limite à la limite et que finalement la limite quand on a les epsilon et compagnie, arithmétise et aplatisse ce rapport aux mouvement et on sait pas où ça va aller. (D2)

Donc notre hypothèse était changer de base et changer l'écriture entièrement. En passant à la découverte des tablettes, des archéologues, déchiffrer, etc. Ils vont travailler avec ces nombres, les écrire d'une autre manière en cunéiforme. En changeant complètement le contexte ils vont pouvoir rentrer sur les bases de connaissances. (D3)

C'est surtout en 6e maintenant il y a même dans les manuels scolaires, on trouve beaucoup de choses sur les numération ancien : maya, chinois, sumériens, égyptiens. C'est leur donne une certaine culture, quelque part...

[...] sauf la dîme. La dîme on a lu le texte ce qui n'est pas très long et il y a des traductions en français moderne qui sont adaptées aux élèves. Si on lit en vieux français c'est difficile mais c'est le seul cas où je me suis appuyé sur le texte historique, donc je ne fais pas de lecture de textes avec les élèves parce que même si on lit Archimède s'est compliquée la mesure du cercle en 6°. On va pas lire Archimède, les raisonnements sont pas très simple pour des élèves de 6e. (D4)

La géométrie non euclidienne en particulier, c'est un très bon sujet pour faire réfléchir qu'est ce que c'est que la vérité, une théorie mathématique par exemple.

[...] J'essaie de partager mes séances soit c'est moi qui parle sur le côté d'épistémologie et histoire un peu avancée, soit sont eux qui ont préparé quelque chose dans leur classe. (D5)

[...] le rectangle il est partout, mais finalement par la main de l'homme en fait. Donc il y a quelque chose dans cet angle droit qui vient de la perception du monde qu'on a. Nous en tant que humains, de notre position d'être verticale par rapport a une horizontale qui n'est pas vrai, est la géométrie euclidienne, qui est basé là dessus. Et qui dans l'absolu si on quitte notre point de vue de terriens, la perception du monde qu'on a n'est pas vrai. [...] Je fais depuis très longtemps par exemple, et que j'ai toujours fait et qui marche très bien c'est par exemple calculer le tour de la terre par la méthode d'Ératosthène. Ça marche très bien c'est bien on réinvestit des propriétés qu'on a étudié avant sur les angles internes alternés, la trigonométrie ou la proportionnalité. (D6)

4.3 Élaboration de la grille d'analyse des entretiens des étudiants stagiaires

A partir des interventions que nous avons citées des formateurs et des enseignants, nous avons élaboré la grille que nous utiliserons pour la lecture des entretiens des étudiants stagiaires. Nous présentons ici le résumé de ces catégories afin d'avoir une vision globale et nous expliquerons chacune d'elles à la lecture des entretiens.

Approches du cours d'histoire des mathématiques

H1) Histoire des mathématiques en tant que discipline.

H2) Histoire des mathématiques comme ressource pédagogique.

Objectifs pour les étudiants en mathématiques en général

M1) Les mathématiques en tant que construction humaine, vivante et en constante évolution.

M2) La cohérence interne et l'enchaînement de la discipline, ainsi que le fait qu'il n'y a pas de vérité absolue.

M3) Encourage la lecture, la curiosité, la motivation et le repos entre deux passages techniques.

Objectifs spécifiques pour les étudiants en formation des enseignants

M4) Connaître les mathématiques ne suffit pas, il est nécessaire d'avoir une connaissance plus large, par exemple connaître les programmes de mathématiques.

M5) Source des problèmes et identification des obstacles épistémologiques.

M6) Liens entre les élèves « perdus » ou moins intéressés.

M7) Déclencheur du dépaysement épistémologique, empathie, modestie et surprise.

M8) Rôle de l'enseignement des mathématiques dans la société, différentes versions des mathématiques, rigueur et compréhension.

M9) Repenser les pratiques d'enseignement.

Difficultés

T1) Trouver le texte historique approprié.

T2) Manque d'habitudes de lecture, de débat et de compréhension des textes du côté des élèves.

T3) Accès aux documents (source, langue, temps disponible).

Difficultés dans la formation des enseignants

T4) Hétérogénéité dans la formation des élèves.

T5) Activités accessibles et liées au programme.

T6) « Blocage » en général algébrique.

T7) Anachronisme ou simplification d'un épisode historique.

T8) Volume horaire du programme, aucune obligation ou évaluation d'enseigner avec une perspective historique.

T9) Ne pas savoir comment intégrer cette type de perspective dans le cours de mathématiques.

Le « comment ».

P1) Lecture de textes historiques.

P2) Problèmes ouverts dans l'introduction des sujets ou analyser différentes démonstrations et erreurs.

P3) Anecdotes et simplifications.

P4) Intégrer l'histoire sans faire référence à l'épisode historique et nourrir ses propres conceptions.

4.4 Lecture et analyses des entretiens des stagiaires français à partir de la grille d'analyse

4.4.1 Présentation de deux étudiants stagiaires français

Pour mieux comprendre le point de vue des étudiants stagiaires, nous avons décidé d'en présenter deux. Nous les avons choisis car le premier appartenir au master MEEF et le deuxième à DU, et leurs parcours scolaire est différent. Nous nous sommes particulièrement intéressés au point de vue présenté par chacun concernant les potentialités de l'histoire des mathématiques. Les étudiants ont préféré réserver leur identité, c'est pourquoi nous continuons avec la désignation S7 et S9.

Étudiant du master MEEF : S7

Les étudiants du MEEF en général ont suivi une trajectoire avec un nombre important d'heures de mathématiques dans la licence. En général, la majorité ont choisi de poursuivre des études de master lie à l'enseignement. Dans ce master divisé en deux années, les unités d'enseignement sont liées à la profession enseignante. Nous avons présenté le modèle du cours dans la section §. En plus des disciplines du master, dans le deuxième année les étudiants réalisent leur stage pédagogique. Dans ce master, toutes les disciplines sont obligatoires et avec évaluation.

Cet stagiaire a fait le collège et le lycée sans problèmes en mathématiques. Il est rentré à l'université pour poursuivre des études en mathématiques, avec la conviction de se former comme enseignant. Dans son parcours universitaire, il a choisi la discipline optionnelle « histoire des mathématiques » en la considérant intéressante et légitime pour sa formation et sa future profession. Après l'obtention de sa licence, il a suivi le master MEEF.

Dans l'entretien son intérêt personnel pour l'histoire des mathématiques est évident, et en particulier il souligne que cette connaissance pourrait lui être utile pour pouvoir répondre aux questions de ses élèves sur l'origine des notions, le pourquoi, et pour penser les activités ludiques en classe.

Cet étudiant considère l'histoire des mathématiques pour sa propre formation, mais aussi comme une ressource pédagogique. Il est conscient de la nécessité pour ses élèves de visualiser des exemples concrets à partir desquels les notions mathématiques à étudier ont été créées, ainsi que l'évolution de la discipline due au raisonnement de l'être humain.

Nous constatons que son plus grand intérêt à utiliser l'histoire vient de la curiosité qu'elle peut générer. Selon cet étudiant, la curiosité peut provoquer chez l'élève un intérêt qui le fait travailler sans s'en rendre compte.

Il s'interroge sur le fait d'être enseignant de mathématiques et de ne pas connaître l'origine des notions, ou de ne pas s'y intéresser.

Comme le reste des stagiaires interrogés, il ne dispose pas d'un ouvrage de référence pour proposer des activités dans une perspective historique. Il recherche souvent des idées ou des propositions sur Internet et, dans certains cas, affirme avoir utilisé des articles de l'IREM.

Les activités qu'il a proposées et qu'il exprime sous forme d'activités ludiques ou avec des aspects historiques, sont présentées sous forme de petites anecdotes ou d'informations biographiques élémentaires.

Il établit un lien naturel entre les programmes (année en cours et année suivante), en utilisant l'histoire des mathématiques comme fil conducteur, de façon simpliste et anecdotique.

Il déclare qu'il ne se sent pas bien formé pour faire des activités inspirées de l'histoire et qu'il ne sait pas comment le faire. Il estime que ce lien entre l'histoire des mathématiques et sa profession n'était pas présent et il serait très enrichissant de l'avoir. En fait, il a l'intention de poursuivre sa formation.

Étudiant du DU : S9

Un diplôme universitaire (DU) est un diplôme exclusif à une université, contrairement à une licence, un master ou un doctorat qui sont des diplômes nationaux. Dans ce cas, c'est l'Université de Lille qui organise l'accès, la durée de la préparation et l'évaluation.

En général, parmi les étudiants DU interrogés, la grande majorité ont suivi une trajectoire liée à l'ingénierie, avec un grand emploi de temps consacré aux mathématiques mais aussi d'autres sciences appliquées. Pour ces étudiants certains cours sont obligatoires, mais sans évaluation, comme c'est le cas du cours d'histoire des mathématiques.

Cet étudiant, après avoir complété son bac, s'est lancé sur le marché du travail informatique avant de faire sa licence. Dans un premier temps, il n'avait pas pensé à devenir enseignant de mathématiques et c'est pourquoi il a choisi une licence large en options, jusqu'à choisir les mathématiques parce que il ne pouvait pas continuer avec l'astronomie. Le choix de l'enseignement était afin de trouver un emploi rapidement. Avant l'actuel stage, il avait déjà été remplaçant au collège et lycées, ce qui l'a aidé à prendre cette décision.

Il se souvient qu'à un certain moment de sa scolarité, il s'était laissé emporter par certaines anecdotes, surtout par curiosité personnelle, comme un répit entre deux passages techniques. Il accorde plus d'importance à la vulgarisation scientifique qu'à l'histoire des mathématiques pures, suggère quelques livres qui ont cette approche du travail et qui lui utilise avec ses élèves. Il met l'accent sur l'idée que l'on se fait des erreurs mathématiques et que cela peut aider les élèves à

relativiser leurs erreurs et à perdre la peur de l'échec. Pour cette raison, il déclare également que l'une des utilités de l'histoire est de détendre un environnement mathématique lourd, dans lequel certains passages techniques ont été travaillés.

Il a introduit certains sujets avec une approche historique sans y faire référence, dans le simple but de montrer l'origine d'un certain algorithme.

Il est conscient qu'il fait ses premiers pas dans la profession et s'autorise à présenter une histoire simplifiée dans la mesure où elle aide les élèves à comprendre une certaine notion.

En tant qu'étudiant, il a eu l'occasion de voir l'évolution historique de certaines notions, et considère qu'elle peut être très claire et naturelle à suivre, bien qu'il n'ait pas encore eu la possibilité de la mettre en pratique. Il se souvient aussi de certaines anecdotes historiques qui l'ont marqué, et il pense donc que c'est une façon positive d'enseigner certaines connaissances.

Il reconnaît les mathématiques comme un moyen de sélection éducative, naturalisé à l'époque du mouvement des mathématiques modernes.

Interrogé sur les références utilisées, il déclare qu'il n'a pas de livre de chevet, ni de sites Internet.

Lorsqu'on l'interroge sur la rentrée et la réforme de l'éducation qui intègre des suggestions pour intégrer l'histoire des mathématiques, l'étudiant prétend ne pas être prêt à travailler avec ces contenus.

4.4.2 Les analyses des entretiens des étudiants stagiaires français

A partir de la grille élaborée avec les entretiens des formateurs et d'enseignants, nous ferons la lecture des entretiens des stagiaires.

Nous commençons par considérer les deux approches du cours d'histoire des mathématiques : d'une part comme une discipline, d'autre part comme une ressource pédagogique pour le futur enseignant.

H1) Histoire des mathématiques en tant que discipline

En ce qui concerne l'histoire des mathématiques en tant que discipline, 6 des 9 stagiaires interrogés indiquent que le cours a été orienté dans cette direction. Cependant, ils expriment aussi le besoin que le cours ait un lien avec ce qui deviendra plus tard leur profession :

Ça dépend vraiment du public visé. Parce que si on prend la conférence de monsieur Djebbar, elle était très bien et en tant que conférence c'est normal qu'il y aient pas réellement de didactique et que ce soit vraiment concentré sur l'histoire. (S1)

[...] le problème c'est qu'on est vraiment concentré sur l'histoire des mathématiques en général, et du coup vis-à-vis de notre futur travail, qui va être enseigner les mathématiques dans le secondaire, bah... je trouve que ça ne s'adapte pas forcément, en fait. (S1)

[*Dans le cours d'histoire*] il y a eu des chapitres où je me suis dit « oui, bon, ça j'ai déjà lu » et puis lorsqu'on a commencé à faire la géométrie non-euclidienne, je me suis dit « ah, tiens, quelque chose intéressant » et puis on n'est pas allé trop loin parce que finalement on a montré la différence. Donc voilà, c'est plus une partie historique. (S3)

[...] la pour l'instant dans les cours que j'ai suivi, j'ai pas trop retrouvé ça en fait. C'était plus une histoire qu'on raconte. C'est pas l'aspect que je souhaite réellement réutiliser pour plus tard en fait, c'est plus de la culture générale au niveau de l'histoire des mathématiques.

Il faudrait que le cours... Il faut pas que ça soit une histoire, il faut qu'on raconte pourquoi, comment ils ont arrivé là, etc. Il faut pas juste raconter les propositions d'Euclide : 1, 2, 3, 4 et voilà. Il faut dire pourquoi, comment, il faut expliquer en fait, un peu plus approfondie. Si c'est juste pour dire ce qu'il a fait, je peux aller le chercher dans un livre. C'est m'expliquer pourquoi, c'est ça le plus important. J'étais là pour écouter mais je n'arrivais pas à voir l'objectif final. (S4)

Moi je me suis accroché au début, le cours d'histoire en soit c'était intéressant, mais à un moment très vite ce qui s'est passé c'est que ça resté trop un cours d'histoire et ça rattachait pas assez à ce qu'on pouvait faire avec nos élèves. (S5)

On sent bien un travail de chercheur bien plus que d'enseignant vulgarisateur et du coup, potentiellement, c'était intéressant pour notre culture générale, mais là, en l'occurrence en stage, on avait besoin de solutions à proposer à nos élèves et pour nous rendre plus efficaces dans notre préparation de cours.

Cette année c'était vraiment la recherche de textes et d'explications sur les méthodes mathématiques anciens et ça peut être intéressant. [...] J'ai eu deux cours différents [*d'histoire des mathématiques*] mais toujours assez éloigné de ce qu'on recherche nous, en tant que professeurs de maths. (S6)

[...] il me semble qu'il n'y a pas eu assez de liens. C'est ça qui manque dans ce cours. Parce que ok, on voit ça, mais pourquoi ? Comment on va l'utiliser ? Comment le mettre en place ? Ça serait plus intéressant, parce que nous arrivons pas à voir comment on va le mettre en place, avec nos classes c'est difficile, même si c'est pour les lycéens, un jour peut-être... (S8)

H2) Histoire des mathématiques comme ressource pédagogique

Suite à cette première approche du cours d'histoire, nous avons identifié l'intérêt de considérer l'histoire des mathématiques comme une ressource pédagogique. La majorité des stagiaires (8 sur 9) indiquent qu'ils ne trouvent pas le lien entre le contenu du cours d'histoire et ce qui sera plus tard leur rôle d'enseignant. Ils mettent l'accent en savoir comment travailler avec l'histoire des mathématiques en classe et de savoir quels aspects à prendre en compte. Pour ce faire, certains proposent de penser le cursus universitaire à partir des programmes du collège et du lycée. C'est-à-dire, prendre les sujets des programmes dans lesquels les stagiaires travaillent déjà et élaborer des activités à l'aide d'une perspective historique apportée par l'enseignant d'histoire.

Certains stagiaires font face à des cours du lycée, où la réforme de l'éducation touche aussi les mathématiques et suggère l'introduction de l'histoire. Les stagiaires se demandent quel genre de perspective ils devraient utiliser s'ils intègrent des suggestions de programmes. Ils se demandent s'il s'agit d'une illustration des épisodes historiques, d'une anecdote, ou s'il est nécessaire de le faire de manière formelle, sans savoir ce que cela signifie.

[...] on a deux UE différentes qui pourraient se regrouper en une seule, en fait. Parce que les unes se complètent avec les autres, et par exemple en histoire des mathématiques, moi je trouverais ça bien, quand sur une notion mathématique qu'on verrait au collège ou au lycée essayer de faire un début de séquence avec l'histoire des mathématiques. Essayer d'approcher une notion mathématique du secondaire donc de faire de la didactique avec l'histoire des mathématiques. [...] Plutôt que de faire des exposés sur ce qu'on a vu précédemment ou autre chose, que un groupe essaie de trouver une partie *historique des mathématiques* par rapport à une notion mathématique, et d'essayer de s'en servir pour que ça devienne quelque chose de didactique pour transmettre à l'élève. (S1)

Je pense qu'on devrait faire un cours en utilisant l'histoire des maths ou qu'on présente un problème de l'époque. On le mette face aux élèves et ils essaient de chercher eux mêmes. En général ils vont pas trouver vu que c'est très compliqué. On les aide, ils trouvent, et après on fait le cours, des exercices et ensuite on essaye de leur parler d'un problème qui ressemble mais d'aujourd'hui. Pour qu'ils développent leur envie de chercher en fait. (S4)

C'est à dire, moi j'aurais trouvé ça intéressant si on avait eu un cours d'histoire mais que à chaque fois on nous donne des clés en nous disent « ah, ben, voilà cette chose vous pouvez le faire avec vos élèves. Voilà comme on pourrait le faire avec vos élèves ».

Ce soit que en plus d'histoire des sciences ou d'histoire des maths, qu'il y ait un aspect didactique en fait. Alors on l'a abordé un petit peu en didactique, mais pour le coup je pense qu'en DU, on s'attend des choses plus pratiques. [...] on a fait tous les livres de géométrie, le côté systématique ça a été trop. Je pense qu'il aurait vraiment fallu, encore une fois, qu'on pointe sur des choses qu'on pouvait faire avec nos élèves. On a même fait des choses de géométrie non-euclidienne, c'est un truc qu'on amènera jamais aux élèves. (S5)

Alors, pour nous en tant que professeurs, on est à la demande des choses concrètes et applicables en classe et c'était pas du tout le cas du cours d'histoire cette année. [...] Ça qui serait intéressant c'est de partir des programmes de mathématiques et de certains points, voir l'apporte historique sur ça pour éclairer un point, pour donner un nouveau point de vue sur ce sujet... L'évolution des connaissances sur ce thème ou des choses comme ça, voilà. Apporter de l'histoire sur un point du programme et non pas partir d'un sujet quelconque et parler de l'histoire des mathématiques sur ce sujet. Si ce sujet, il est pas rattaché à nos programmes ça va être très difficile d'en parler en classe, en fait. Ça peut très bien être pertinent pour un club de mathématiques mais en classe si ça parle pas du programme on va très vite le mettre de côté, voilà. [...] Il y a plein de choses comme ça qui peuvent être apportées mais à partir d'un sujet des programmes, apporter ses connaissances historiques aux stagiaires professeurs. (S6)

Cette année on lui a demandé à la prof de l'histoire des maths de varier un petit peu, c'est à dire de plutôt partir sur créer une activité ensemble et l'incorporer l'histoire des mathématiques. Donc ça a un peu changé, là on a vraiment travaillé sur des activités, on s'y est tous mis. En plus, des fois c'était sympa parce que quand on faisait une belle activité, on avait envie de la

faire en classe, donc on perdait pas notre temps. Après c'est vrai que la formation histoire des mathématiques je la trouve intéressante mais on n'a pas pris le temps du coup, dans notre cursus, pour vraiment l'approfondir. (S7)

Il manque le lien justement entre l'histoire des maths et notre formation qui est vers l'enseignement. On écoute de l'histoire des maths mais on sait pas comment l'utiliser à la rigueur...

Ça serait sympa d'avoir des idées, justement il faudrait nous donner ces idées là et nous former pour faire ce genre d'activités. Par exemple dans tel chapitre qu'est ce que je peux utiliser dans l'histoire des maths, comment je peux faire le lien justement avec mon chapitre, il y a plein de choses à prendre en compte et c'est vrai que c'est dur, c'est un travail. (S7)

Le problème c'est que logiquement quand on construit des structures pour le lycée en tout cas, l'idée c'est à défaut de leur donner de la culture générale et leur apprendre les méthodes et tout ça, on sait qu'ils ont l'objectif du bac au bout. On n'a aucune idée de ce à quoi doit ressembler, on ne connaît pas encore le programme de terminale, donc c'est on est encore au point mais qu'est-ce qu'on en fait ? Est ce que l'on garde du point de vue illustratif, anecdotique, est ce qu'il faut vraiment qu'il y a un truc formelle dessus... on sait pas. (S9)

Les stagiaires en mathématiques ont des besoins spécifiques liés à leur première expérience en tant qu'enseignants. Ainsi, bien qu'ils expriment la légitimité de la première approche, l'intérêt pour les contenus liés à leur pratique pédagogique prévaut. Ils affirment que le cours nourrit leur culture générale, mais ils ne visualisent pas l'objectif par rapport à leur future profession. Les stagiaires disent ne pas savoir comment créer une activité de mathématiques avec une perspective historique, et soutiennent que le cours d'histoire n'avait pas cet objectif.

Ces deux aspects : l'approche pour étudier l'histoire des mathématiques, et le manque d'éléments concrets pour intégrer une perspective historique dans leurs futurs cours, influencent l'appréciation du cours.

Les objectifs

M1) Dans cette catégorie M1, nous intégrons une conception des mathématiques comme une construction humaine qui vient du concret, qui est en constante évolution et qui a des liens avec l'actualité. La plupart des stagiaires, 8 sur 9, ont cité certaines de ces raisons, soulignant l'intérêt de montrer des mathématiques liées à son histoire ou au processus historique de certaines notions. Ils ont également fait référence à la dimension humaine derrière une notion, en se référant par exemple aux liens entre les mathématiciens travaillant en coopération :

C'est ça, et c'est toujours intéressant. Le théorème de Fermat, on avait une petite histoire. C'est toujours appréciable qu'on nous donne pas comme ça l'info... [...] C'est justement de savoir sortir de son cocon des mathématiques. Par exemple, si on prend les intégrales par partie, c'est très bien de savoir toutes les faire, mais c'est bien de savoir d'où ça peut venir. Parce que ça reste

très abstrait. Moi je trouve que pour le coup, les intégrales, quand on apprend ça au lycée c'est complètement abstrait. (S1)

Qui ne soit pas trop compliqué a leurs niveau, et trouver un lien, effectivement, une activité qui permet d'avoir une petite réflexion dans la vie de tous les jours... sur une réflexion qu'on a souvent « à quoi ça va nous servir » et quand ils voient que finalement ce sont des choses simples et que les grands mathématiciens ont parti de ça pour faire un petit théorème plus puissant, ça les intéresse. [...] Mais quand il y a des objets, ils peuvent chercher les vies des mathématiciens, ils voient comment ils ont évolué et comment leurs travaux, leur discipline. [...] Alors nous en tant qu'enseignants des mathématiques, quand on a un niveau universitaire, on voit l'évolution des mathématiciens, notamment en étudiant les éléments d'Euclide sur le début, les prémices des réflexions avec les connaissances qu'on a, on peut saisir finalement l'évolution de la pensée des mathématiciens, c'est à dire, la puissance commence à évoluer, comment ensuite on est passé aux démonstrations, dès conjectures et l'esprit : conjectures – démonstration. Ils sont proposés aux élèves sur des cas simples : faire une conjecture et ensuite démontrer. (S2)

Ça me paraissent être des chemins, surtout des chemins visuels. En fait, avec les triangles qui bougeaient dans Pythagore. Finalement je me disais « on visualise, on fait quelque chose de concret ». Alors que le $a^2 + b^2 = c^2$, je l'ai écrits quatre mois plus tard, quand je faisais le calcul en littérale, avec des lettres et ça ne les parlait pas forcément. (S3)

Je pense qu'il est très important de montrer cette évolution des mathématiques. Je pense que c'est très important de le faire parce qu'aujourd'hui les élèves quand ils pensent en mathématiques c'est « ah non, c'est mathématiques », c'est quelque chose qu'ils subissent en fait, sans avoir commencé c'est déjà très difficile. [...] si on joue un jeu de cartes, on donne des règles, on essaie de voir quelle est la meilleure stratégie. Donc ils vont dire « bah, moi je pense que c'est ça, ça et ça », et après si on regarde un modèle et on va utiliser les probabilités pour montrer qui a raison, quel est le modèle le plus rentable. Je pense que là ça va les intéresser. (S4)

Il y a des gens qui se sont posés des problèmes avant nous, qu'ont essayé de les résoudre, qu'ont développé des méthodes pour les résoudre, et aujourd'hui grâce à ça on a des méthodes qu'on peut utiliser, qu'on peut enseigner pour résoudre d'autres problèmes plus compliqués. [...] Ce qui me paraît important c'est de montrer qu'il y a de l'humain derrière les mathématiques qui sont une matière qui est généralement quelque chose de très abstrait, très désincarné, je dirais presque. Donc de remettre des mathématiciens derrière, de dire « voilà on met l'humain, il y a quand même une activité humaine derrière ». [...] Donc d'aborder par l'étymologie « vecteur » par exemple, par expliquer d'où ça vient etc, ça permet aussi de leur dire « voilà, en maths il y a une histoire donc il y a des termes qu'ont était forgés pour les mathématiques et ont un sens bien précis ». (S5)

Ce que je dis c'est voir l'évolution de la pensée en mathématiques. Certains y trouvent un intérêt, donc ça marche. Et là, vu qu'on a essayé de compter différemment, ils ont trouvé un intérêt, c'est pas mal. (S6)

On peut aussi montrer l'évolution. Parfois j'ai aussi étudié comment les mathématiciens communiquaient le savoir avant, leurs théorèmes... ils passaient par des lettres et puis après en des correspondances et ensuite certains modifiaient, d'autres modifiaient... voilà. Un ensemble a créé le théorème, c'est quand même intéressant de savoir comment ils faisaient. (S8)

On sait que c'est des choses sur lesquelles on a réfléchi au cours du temps et que c'est pas juste, on leur balance des choses théoriques qu'ils ont appliqué. Même si techniquement dans les examens du bac on cherche juste à savoir faire appliquer des choses mais qu'ils aient un petit peu de recul par rapport à ce qu'ils font. (S9)

M2) La catégorie M2 regroupe les extraits liés à la mise en évidence de : la cohérence interne des mathématiques, la logique des enchaînements des arguments, l'utilisation de définitions ou de vérités différentes selon la période historique. Six stagiaires soutiennent qu'il est important de pouvoir transmettre ces qualités des mathématiques à leurs élèves. Certaines stagiaires parlent de présenter des conjectures parce qu'elles n'ont même pas de démonstration, ce qui leur permet de faire réfléchir leurs élèves contre l'idée des mathématiques statiques. Lorsqu'ils parlent de modifier la vision des mathématiques qui impose une seule vérité, les stagiaires proposent de montrer différents types de numérotation pour enseigner d'autres façons de compter. En plus pour eux l'analyse des avantages et des inconvénients de différents numérations, permet de mieux comprendre comment fonctionne la notre.

C'est des maths... du coup qu'ils puissent savoir d'où ça peut venir, pourquoi on en est venu à créer les intégrales, dans quel objectif... moi je trouve que ça peut être franchement intéressant. [...] il y a une recherche avant, il y avait une logique derrière. C'est pas faire des maths pour faire des maths. (S1)

[...] j'essaie vraiment qu'ils changent leur vision des mathématiques, c'est pas uniquement un enchaînement de calcul c'est un enchaînement d'arguments. (S2)

Des temps en temps j'aime bien lancer un problème, et à la fin, « mais monsieur, on n'y arrive pas », pour répondre « ça tombe bien, en fait ça fait 300 ans qu'on cherche la solution, et il n'y en a pas trop la solution de ce problème. Bah, non... en mathématiques on connaît pas tout ». Ça par contre ça les coupe, parce que finalement en mathématiques on le dit « il y a un problème, il y a une solution, il faut qu'on trouve la solution » voilà. (S3)

Par exemple avec les 6e et 5e ont fait plus les nombres babyloniens, la naissance des nombres, l'écriture des nombres en base 60. On peut peut-être ouvrir l'esprit critique des élèves en leur ouvrant l'idée que peut-être qu'il y a plusieurs mathématiques il n'y a pas qu'une. Peut-être que là on travaille plus en base 10, mais peut-être que dans d'autres civilisations il y a une autre possibilité. (S7)

En fait avant de connaître notre numération à nous, il faudrait que les élèves puissent comprendre les autres numérations pour aussi les comparer et voir que la nôtre est peut être un peu plus simple que celle des égyptiennes par exemple ou bien romaines, etc. (S8)

[...] avec le principe de Cavalieri qu'on peut mettre la boule à côté... je me suis dit, « c'est à suivre en tout cas, c'est très clair à suivre ». Et il y a une certaine beauté géométrique dans la façon dont les choses seraient arrangés. Et ça pour le coup j'étais certain ne jamais l'avoir vu avant, vraiment ça me disais absolument rien. Après... j'ai pas eu encore l'occasion de le faire

parce que c'est pas dans le programme des classes que j'ai cette année, mais clairement c'est quelque chose de très intéressant. (S9)

M3) A partir des extraits d'entretiens des formateurs et d'enseignants, nous définissons cette catégorie liée aux loisirs. Elle inclut des arguments liés à l'idée que l'histoire des mathématiques peut encourager la lecture et la curiosité, ainsi que le repos lorsqu'il existe des passages mathématiques trop techniques. En tenant compte des extraits des six stagiaires, nous avons décidé d'inclure l'intérêt et la motivation dans cette catégorie, car pour certains, une anecdote peut susciter l'intérêt et la curiosité, motivant les élèves à travailler sur un sujet donné :

Moi c'est surtout la curiosité des mathématiques, en fait. Parce que je trouve ça très intéressant. [...] Et puis ça permet de ne pas faire que des mathématiques, de faire justement une petite parenthèse, de prendre dix minutes, un quart d'heure, pour dire « voilà, même si on est dans les maths on va faire un peu d'histoire », pour casser un petit peu le rythme en cours. (S1)

Le plaisir qu'ils prennent à faire l'activité influence directement leur capacité d'assimiler plus facilement les notions. Après bien sûr, il faut quand même des choix didactique et pédagogique et ça dépend du public, des élèves de chacun, mais déjà l'intérêt qu'ils vont porter à l'activité. (S2)

Et bien sûr, le fait d'en faire ça me permettrait finalement, d'accrocher sur cette partie de culture soit général soit des mathématiques qui est aussi importante. Mais c'est vrai que c'est pas celle qui me parle le plus. Pour moi la culture générale c'est de la curiosité, c'est pas le prof de maths ou n'importe lequel. Il faut aller lire d'autres choses et se renseigner... (S3)

Je trouve ça intéressant mais c'est pas ma spécialité... voilà. C'est intéressant parce que c'est un autre aspect aussi. En tout cas pour les maths c'est un autre moyen de raccrocher les élèves, une porte d'entrée intéressante. [...] C'est de poser la question, des questions qui sont posées historiquement et pour moi c'était une porte d'entrée intéressante. Après est ce que ça marche bien ? Pas forcément, mais ça donne quelque chose en plus, c'est pas juste « on fait des maths pour faire des maths ». (S5)

Par curiosité et aussi par application, pour justement rendre les activités ludiques. Donc intéressantes pour les enfants. C'est toujours intéressant de se dire « voilà, je suis en cours de mathématiques mais j'apprends pas que des mathématiques comme ça, sans comprendre pourquoi. J'apprends des mathématiques parce que j'ai l'envie de savoir d'où ça vient, j'ai envie de savoir pourquoi on en est là aujourd'hui » et je trouve ça plus intéressant. On donne un intérêt à l'activité, encore plus que le scolaire. [...] Surtout la curiosité. Forcément s'ils sont curieux ils vont être motivés à faire l'activité pour en apprendre plus. Donc forcément ils vont avoir l'envie d'apprendre plus, de faire l'activité et sans s'en rendre compte... le côté mathématique que l'enseignant veut apprendre, le côté vraiment discipline, l'élève va le travailler mais sans s'en rendre compte. (S7)

Quand je préparais l'agrégation et j'en avais marre de bosser sur un bouquin hyper technique, pour faire un petit break, j'allais prendre dans les bouquins historique et feuilleter 2, 3 trucs. [...] J'essaye d'en inclure ce soit sur le propre histoire des maths ou d'autres choses, quand on est sur une grosse séquence où il y a quelque chose de assez lourde, pour détendre l'atmosphère et faire

une petite pause. [...] Ça reste la même idée de leur donner un peu de recul, c'est pas juste des formules qui quelqu'un a trouvé. C'est pour les élèves c'est pas juste qu'ils ont des formules et qu'on leur demande de connaître des théorèmes par cœur, et de savoir bien appliquer des formules. Savoir repérer que là il faut utiliser telles méthodes. C'est pour qu'ils aient un petit peu de ressentir... même si au final il n'y a pas particulièrement de miracle. (S9)

M4) La catégorie M4 est définie en tenant compte des objectifs spécifiques de la formation des enseignants. Pour ce faire, nous réfléchissons aux objectifs sur lesquels on peut travailler à partir de l'histoire des mathématiques, qui sont significatifs exclusivement pour un enseignant. Nous incluons dans cette catégorie les arguments qui expriment le fait que la seule connaissance des mathématiques ne suffit pas pour la tâche d'enseignement, mais qu'il est nécessaire d'avoir une connaissance plus large. Par exemple, certains stagiaires disent qu'avoir une culture mathématique n'est pas simplement connaître les mathématiques pures mais connaître l'origine des notions, l'histoire d'un certain théorème ou les personnages historiques liés dans le développement théorique d'une certaine notion. Plusieurs d'entre eux soutiennent que cette information peut être trouvée dans l'histoire des mathématiques. L'intérêt de connaître l'histoire d'une notion est de la maîtriser avec une autre profondeur et de trouver des réponses aux questions d'application ou d'utilité que les élèves se posent. Dans cette catégorie nous intégrons également des commentaires qui montrent la connaissance des programmes et un lien à travers l'histoire. En général, pour faire ce lien les stagiaires se réfèrent à des figures historiques telles que Pythagore, sachant que dans des programmes suivants, leurs élèves étudieront ce théorème.

Pour moi la culture mathématique c'est pas la connaissance de divers théorèmes, mais c'est plutôt la provenance. Pourquoi on est venu à trouver tels éléments à démontrer, tels théorèmes, ou comment les mathématiciens sont venus à faire des recherches sur certains éléments. Pour moi où il y a une partie de la culture mathématique reste appartient à l'histoire. C'est pas juste des maths... [...] je n'avais jamais entendu parler jusqu'à que de moi même, je m'intéresse pour le CAPES. Et moi je trouve que l'histoire des mathématiques connaît ce genre d'information. (S1)

[...] j'ai 5e et j'ai commencé à parler de Pythagore, c'était pour le mémoire. Je sais que pour les classes de 4e c'est dans le programme, donc quand je vais en parler, je vais l'introduire. (S4)

Je pense que ça nous apporte une meilleure maîtrise du sujet parce que connaître l'histoire ça apporte une confiance en soi, et puis même, un intérêt différent et un point de vue, une approche différente. (S6)

Et aussi ça permet aux élèves de s'y intéresser, ceux qui aiment bien l'histoire ou voilà... ils peuvent bien se dire « ah, oui, mais on pensait différemment, avant il y a eu une évolution de la pensée » voilà, et raccrocher les élèves d'une autre manière que purement mathématique. (S6)

[...] en L1 on n'a pas eu de filières histoire des mathématiques, on en a eu une qui s'était ouverte en L2. Donc, je l'ai choisi parce que ça m'avait intéressé. Comme j'étais persuadée de vouloir être prof, j'ai trouvé ça légitime en tant que prof de connaître l'histoire des mathématiques. Parce que on peut avoir des élèves qui peuvent justement se poser la question, être un peu curieux « d'où viennent les mathématiques ? » pour ça, légitime. Et puis ça peut rendre aussi des activités assez ludiques et plus intéressantes donc je voulais en apprendre un peu plus là-dessus. J'ai même acheté un livre d'ailleurs. C'est du genre « l'histoire des mathématiques pour les nuls », c'est un gros gros bouquin, des mathématiques dans l'antiquité, les mathématiques à telle époque, etc. [...] on n'enseigne les mathématiques à des enfants si on n'est même pas capable de leur donner la provenance des mathématiques et son pourquoi.

[...] j'ai pris la date de naissance des différents mathématiciens, mais qu'ils devaient les ranger dans l'ordre croissant ou décroissant. Et du coup forcément « ah, c'est qui lui ? ». Et du coup ils devaient faire aussi des petites recherches, c'était comme ça. Leur donner au moins une idée de quelques mathématiciens importants qui vont eux voir dans leur scolarité. [...] Par exemple Pythagore, en 6e et 5e je sais qu'ils vont pas le voir cette année, mais je me dis « l'année prochaine s'ils entendent le théorème de Pythagore ils vont savoir que c'est pas un nom aléatoire, c'est quelqu'un qui a créé le théorème ». (S7)

J'essaie d'en inclure ce soit sur la propre histoire des maths ou d'autres choses, quand on est sur une grosse séquence où il y a quelque chose de assez lourde, pour détendre l'atmosphère et faire une petite pause... (S9)

M5) Dans cette catégorie nous regroupons les extraits dans lesquels l'histoire est considérée comme une source de problèmes et où il est possible d'identifier des obstacles épistémologiques. Bien que les stagiaires ne parlent pas explicitement de ces obstacles, il y a dans certains commentaires, un intérêt à proposer aux élèves des problèmes ou des épisodes historiques « difficiles à surmonter ». Par exemple un étudiant qui devait considérer la notion de nombres négatifs, se demande quels sont les obstacles possibles chez ses élèves et quels sont les exercices pratiques qui devraient être proposés pour les aider à comprendre.

Ce qui serait intéressant c'est de remettre la situation de l'époque, leur faire un petit travail pendant une demi-heure et qu'ils essaient de trouver, comme si c'étaient eux à l'époque de Pythagore. Et après on y voit où ça bloque et qu'ils comprennent l'importance de ces travaux. L'importance pour l'époque avant, et l'évolution qui s'a fait depuis ça. Comment ça a évolué pour en arriver jusqu'à aujourd'hui. [...] Mais moi ce qui m'intéressait c'était de voir pourquoi ils avaient besoin de trouver, enfin, d'avancer par rapport à un problème de l'époque sur lesquels ils bloquaient. (S4)

[...] sur ma première partie de mon mémoire j'ai parlé de l'enseignement des nombres négatifs en 5e, et le l'article sur lequel je me suis reposé le plus, c'est un article de l'IREM, s'appelle « Enseigner les nombres relatifs au collège »⁴⁴. Il faisait justement la liste des difficultés, et en plus, qui parlait de l'histoire des mathématiques, très pertinente. Comment les nombres négatifs sont apparus petit à petit dans l'utilisation des mathématiques qui au départ on avait du mal à les intégrer et qui ont fait en sorte de changer la question pour qu'on ait plus besoin des nombres négatifs... C'était très intéressant voilà, une liste d'erreurs typiques qui sont surmontables. Et

44 http://www.univ-irem.fr/exemple/reperes/articles/73_article_497.pdf

donc justement une liste de conseils pour s'éviter ces erreurs, et une liste d'exercice qui font travailler ces erreurs, voilà. (S6)

M6) Dans cette catégorie, 3 stagiaires parlent de que l'histoire peut rattacher les élèves qui sont déconnectés, perdus ou moins intéressés par le contenu mathématique. Présenter à ces élèves un contexte historique de la notion à travailler pourrait les aider à s'y intéresser.

C'est justement de savoir sortir de son cocon des mathématiques. Par exemple, si on prend les intégrales par partie, c'est très bien de savoir toutes les faire, mais c'est bien de savoir d'où ça peut venir. Parce que ça reste très abstrait. Moi je trouve que pour le coup, les intégrales, quand on apprend ça au lycée c'est complètement abstrait. [...] Et du coup pour pas perdre certains élèves. [...] Je trouve ça bien pour ceux qui sont un peu bloqué sur les maths, bah... de faire un aspect historique, mettre dans le contexte et pour essayer de raccrocher certains élèves par l'histoire, pour qui s'intéressent à la notion mathématique. (S1)

Mais les enseignants, dans mon expérience ont toujours d'autres moyens, s'étaient souvent sur les mathématiques et l'architecture où il y avait le plus de liens et qui permettra aux élèves d'intéresser lorsqu'ils n'arrivaient pas à rentrer trop dans l'abstraction. (S2)

Ce que j'avais essayé de faire avec ces demoiselles, finalement je me rendais compte que... j'ai essayé mais ça marchait toujours pas. Donc c'est là où j'ai pu utiliser le cours. Pas forcément des explications qu'on a vu en classe. (S3)

M7) Dans la présente catégorie nous trouvons l'idée que l'histoire peut provoquer un dépaysement épistémologique, l'empathie, la modestie ou la surprise. Nous n'avons trouvé aucun commentaire des stagiaires explicitement lié à ces idées. Cependant, nous trouvons des réflexions sur la façon dont ils pourraient transmettre à leurs élèves les notions apprises dans l'histoire des mathématiques. Un stagiaire insiste sur l'idée qu'il est possible de travailler en groupe pour progresser d'une manière différente que lorsque le travail est individuel. Avant le cours d'histoire et la rencontre avec divers articles, ce stagiaire ne savait pas que cela était possible en mathématiques et pour cette raison il pense qu'il est important de transmettre cette idée à ses élèves.

Pour leur montrer que en travaillant ensemble on peut progresser, chacun peut apporter ce qu'il connaît. Je pense que mes élèves ne savent pas ça... parce que moi même je le savais pas. Du coup dans le cours d'histoire des maths dans le premier semestre j'ai étudié un article sur les correspondances. (S8)

J'ai beaucoup de trucs sur Tycho Brahe parce que je suis passionné d'astronomie et le fait qu'il ait inventé la parallaxe, on va dire qu'il ait su développer ce truc là. Et il y a plein de choses passionnantes mais ce qui me fait m'intéresser à la personne, c'est le côté qu'il a perdu son nez dans un duel au sabre avec son frère. C'est le côté amusant qui attire l'attention et qui permet ensuite de.... je sais que moi je suis très réceptifs à ça, s'il y a le petit truc qui a tendu, qui amène à ça...

C'est pour ça, quand j'ai parlé de l'exemple sur les suites de Gauss, qu'ils avaient utilisé la formule : « jamais j'ai vu ça » « mais si, le truc que l'allemand il a trouvé à 8 ans ». Ils l'ont dit comme ça et voilà... Ils ont un lien par rapport à celle qui a été fait. Moi, je suis réceptif à ça, du coup je sais que je vais pouvoir leur transmettre par rapport à ça. (S9)

M8) Dans certaines catégories, nous ne trouvons pas les commentaires des stagiaires. C'est le cas de la catégorie M8 dans laquelle nous regroupons des extraits qui décrivent le rôle de l'enseignement des mathématiques dans la société, expliquent différentes versions des mathématiques ou tentent de montrer différents niveaux de rigueur.

M9) Dans la catégorie M9, nous rassemblons des extraits où l'histoire peut aider à repenser les pratiques d'enseignement. Un stagiaire se réfère au fait que les textes historiques peuvent donner des indices sur la façon de proposer des sujets de différentes façons. Un autre stagiaire affirme qu'il n'était pas naturel pour ses élèves de travailler dans une perspective historique.

Aussi par rapport aux chapitres qui sont faits, moi je le fais après en mathématiques. Puisque les progressions pour les élèves soient optimales. Il y a une demande aussi des élèves, notamment pour les mathématiques, qui posent souvent la question « à quoi sert la notion abstraite ». Quand ils voient que sont des applications directes en architecture, en peinture ou plus généralement comment les théorèmes finalement les plus simples de Pythagore... qui sont utilisés et après qui s'ils continuent mathématiques qui seront la source de preuves de résultats plus pousser, pour eux c'est une motivation supplémentaire, un intérêt qui leur permet d'aller plus loin dans la réflexion. [...] Donc lire les textes fondateurs des mathématiciens donne des pistes de formulations d'enseignement, de choix didactique pour essayer de faire assimiler les idées aux élèves. Indépendamment de l'intérieur en mathématiques, je veux dire, des auteurs et du cours d'histoire des mathématiques. (S2)

La première fois que j'ai fait la division égyptienne je voulais faire un essai « uh là... ça marche pas ». Je l'avais pas forcément bien préparé. Avec le théorème de Pythagore je l'avais bien travaillé, donc ça allait. Mais je suis pas forcément dans les détails. [...] Je pense que j'ai forcé la conclusion pour approcher les deux résultats, je pense que j'aurais pu rester une semaine à regarder les carrés. Donc non, c'est pas naturel, ce qui paraît naturel pour moi ne l'est pas pour mes élèves. (S3)

Difficultés

Nous avons divisé en deux cet aspect qui considère les difficultés de proposer des activités dans une perspective historique. D'une part, il y a des difficultés pour un enseignant de mathématiques en général (catégories T1 à T3). D'autre part, nous avons examiné les difficultés rencontrées lorsque le public est les futurs enseignants de mathématiques (catégories T4 à T9).

T1) Étant donné que les interrogés sont des stagiaires et qu'il s'agit pour la plupart d'une première expérience, ils n'ont pas eu assez de recul pour réfléchir sur leurs expérience en tant

qu'étudiants. Dans les entretiens, les stagiaires expriment cette difficulté défini comme « trouver le texte historique approprié », mais toujours associée aux programmes du collège ou du lycée. Cette difficulté est associée à la catégorie T5, où la question se pose spécifiquement pour la formation des enseignants.

T2) Dans la catégorie T2 nous rassemblons deux extraits qui expriment la difficulté de proposer des textes historiques à des élèves qui n'ont pas l'habitude de lire, de débattre et de chercher à comprendre un texte. Certains stagiaires soutiennent que les élèves n'ont pas l'habitude de lire des textes même s'ils sont en français actuel et qu'un texte historique ne serait donc pas naturel du tout.

Non, je n'ai pas eu l'expérience, mais je pense pas faire ça avec des élèves de collège parce qu'il y aura le problème de la langue, de la lecture qui pour certains élèves sera impossible, en fait. Parce que le problème c'est que en ce moment au collège on a encore beaucoup [d'élèves] qui ont du mal à lire, qui ont du mal également à écrire. [...] Certains vont même pas essayer et d'autres qui ont de la peine à lire. [...] ou alors il faudrait rétrécir vraiment l'extrait historique, vraiment que ce soit un tout petit truc, tout petit texte. Huit lignes maximum mais pas au-delà. Après c'est le problème du vocabulaire aussi, parce que il y aura beaucoup de mots compliqués et puis le fait que ça sera pas écrit comme le français de maintenant, du coup. (S1)

C'est vraiment la transcription du problème historique en quelque chose que les élèves puissent comprendre aujourd'hui qui me paraît la grosse difficulté. De trouver le problème historique de le transcrire aujourd'hui pour que les élèves puissent le comprendre et le manipuler. (S5)

T3) La catégorie T3 contient des extraits sur l'accès aux documents. Il n'y a qu'un seul élève qui en parle parce qu'il a essayé de faire une activité avec des nombres négatifs et c'était difficile pour lui de trouver des suggestions. Bien qu'il ne doute pas qu'il existe des sites d'Internet et des activités adéquats, il pense qu'ils ne sont pas facilement accessibles ou que très peu de sites ont été recommandés dans le cours d'histoire. Les autres ne font aucun commentaire. Nous associons cette catégorie à la P1, où les élèves disent fonder leurs plans de cours sur des manuels scolaires ou chercher directement sur Internet, où aucun site spécifique n'a été cité.

[...] les ressources en histoire des mathématiques, il y en a sûrement plein, mais sont pas forcément accessibles facilement et on ne nous les proposent pas forcément. L'enseignant d'histoire des mathématiques cette année nous a proposé quelques références aussi... Dans les livres, s'il y a des explications historiques c'est des petits cadres très rapides sur un petit sujet ou sur un mathématicien, mais c'est très superficielle... (S6)

T4) La prochaine catégorie T4 traite de l'hétérogénéité des élèves du cours d'histoire des mathématiques, c'est pourquoi il n'y a pas de commentaires de la part des élèves.

T5) La catégorie suivante concerne la difficulté de trouver des activités historiques dont le niveau est accessible aux élèves et qui sont liées au programme. Cette condition, citée par trois élèves, peut aussi être associée à la catégorie H2 dans laquelle l'histoire est considérée comme une ressource pédagogique et doit être pensée pour être liée aux thèmes des programmes. D'autres stagiaires ajoutent que l'intégration des aspects historiques dans leurs cours ne signifie pas nécessairement de meilleurs résultats.

[...] la difficulté c'est trouver les outils théoriques qui vont servir dans la progression du chapitre puisque on n'est pas juste dans l'activité qui est intéressante. On doit suivre quand même les programmes et un certain nombre de notions, donc arriver à trouver les outils théoriques dans l'activité. (S2)

J'ai expliqué aux élèves et je les ai montré, je suis passé une séance, plus une autre séance d'approfondissement en groupe, où il y avait la moitié de la classe, juste sur la division égyptienne. Et puis j'avais aussi fait la multiplication japonaise avec des traits, comme ça il n'y avait pas d'opérations en fait.

Et au final ça a mis du temps parce que finalement on l'apprend à la française, on l'apprend à l'euro-péenne est donc là c'est quelque chose qu'ils maîtrisent. Ils ont mis du temps à comprendre, mais à la fin j'avais 27 élèves qui savaient faire la division égyptienne, la multiplication japonaise ou la normale, et j'avais deux élèves qui ne savaient toujours pas quoi faire. [...] On découpe le triangle et on construit deux carrés, on fait apparaître. Et finalement, moi, ça me parle plus, je l'ai fait et j'étais super content. À la fin je me suis dit « ils vont voir l'égalité de Pythagore, là c'est évident elle se voit ». Je fais des essais, après de là, à dire que ça fonctionne, pas forcément. [...]

J'ai une classe en 4e où j'essaie de couper le superflu, en fait, si je me met un petit peu trop dans les détails c'est « uf... on colle plus ». Donc là j'aurais voulu dire « voilà, vous voyez, ça c'est une technique été fait par Roosevelt » mais plutôt à la fin, pour le remettre dans le cadre. Mais on est allé tellement lentement on a galéré pour trouver la surface d'un carré... (S3)

La première chose c'est qu'il faut trouver les problèmes qui s'y prêtent, c'est à dire « voilà, j'ai un problème historique que je peux faire sans difficulté avec mes élèves ». (S5)

T6) La catégorie T6, proposée par des formateurs et des enseignants, concerne un blocage au niveau des stagiaires en ce qui concerne le fait de ne pas pouvoir visualiser par exemple, une formule simple sans éviter de passer par un processus d'algébrisation. Les stagiaires ne supposent pas ce blocage chez les élèves.

T7) La catégorie T7 regroupe les extraits qui expriment la difficulté de tomber dans des anachronismes ou de simplifier un épisode historique. En particulier, nous avons été intéressés par le commentaire d'un stagiaire montrant un manque d'intérêt pour l'utilisation de l'histoire mathématique, précisément pour ces raisons. Le stagiaire affirme que pour comprendre en profondeur un épisode historique, il est nécessaire d'avoir un haut niveau de mathématiques et de

physique, sinon on tombe facilement dans la simplification ou dans une anecdote fantastique loin de la vérité. Un autre stagiaire dit que l'information trouvée dans les livres est très superficielle et qu'il ne connaît pas de séquences didactiques basées sur l'histoire.

C'est un moment intéressant mais j'ai l'impression que ça devient très intéressant avec des élèves qui ont à la fois des outils mathématiques et physique. Au moins dans d'autres sciences qui sont plus importants pour pouvoir discuter. Avec des collégiens j'ai l'impression de mettre des paillettes, prononcer des mots, Gauss, « comptez-moi les nombres de 1 à 1000 », mais voilà. (S3)

Dans les livres, s'il y a des explications historiques c'est des petits cadres très rapides sur un petit sujet ou sur un mathématicien, mais c'est très superficielle, quoi... Il n'y a pas des choses vraiment développées et approfondies sur l'histoire des mathématiques et je sais pas, une progression d'activités sur différentes choses par rapport à l'histoire de mathématique. J'en ai jamais eu, il y en a peut-être, mais j'en ai jamais eu. (S6)

T8) Dans la présente catégorie les arguments cités sont liés à l'extension des programmes, au peu de temps restant pour d'autres types d'activités en dehors du programme et à la nature non obligatoire d'introduire l'histoire dans les cours. Pour ces raisons, l'histoire des mathématiques est reléguée au second plan. Une autre raison est qu'il n'est pas question d'évaluer les connaissances historiques, mais plutôt les connaissances mathématiques, un argument qui est également utilisé par les élèves eux-mêmes.

Pour moi déjà le mettre en place. Parce que en fait, le problème c'est que c'est impossible de le faire tout le temps, je ne pense pas... Moi je vois le programme que je dois faire, je pense que je pourrais le faire trois - quatre fois par année. On va dire maximum deux fois par trimestre. Parce qu'après ça prendra beaucoup, trop de temps. [...] Après pour la mise en place... ça peut être difficile de les intéresser. Il faut qu'ils accrochent, en fait. Parce que sinon ils vont se dire « bon... on écoute c'est tout », ils vont pas regarder derrière. Pour les inciter il faudrait mettre lors de l'interrogation de vitesse une question dessus. Pas une évaluation, mais enfin... sur les devoirs surveillés, 2 ou 3 points dessus pour l'histoire. (S4)

[...] peut-être que un autre objectif vraiment c'est que les élèves maîtrisent des outils mathématiques et des concepts mathématiques et qu'on ne nous demande pas du tout de parler d'histoire des mathématiques... Là je suis au collège, et on voit très peu la référence à l'histoire de maths, c'est pas demandé de parler d'histoire des mathématiques ou très peu. Du coup on voit ça comme très secondaire et c'est encore un côté pratique. On voit ça comme très secondaire par rapport au programme et déjà qu'on doit se presser d'avance sur des sujets, s'étendre sur un sujet d'histoire des mathématiques, ça demande... voilà, une vraie volonté et préparation. Le problème c'est que on a souvent peur de perdre du temps sur un sujet, et de se retrouver en difficulté en fin d'année à tout faire rapidement. On manque toujours de temps... (S6)

T9) Cette catégorie rassemble des extraits des entretiens des stagiaires autour de « pas savoir comment » travailler d'un point de vue historique. Les stagiaires soutiennent qu'ils manquent

d'expérience, qu'on ne leur a pas appris « comment faire », qu'ils n'ont pas vu d'exemples et qu'un cours d'histoire des mathématiques devrait les aider à cultiver ce « comment » procéder.

[...] si on leur donne même un format à 5, un texte à lire, déjà rien qu'en voyant le truc, ils vont s'arrêter. Certains vont même pas essayer et d'autres qui ont de la peine à lire, ben... quand moi je considérerais qui devraient avoir fini de le lire, ça se trouve qu'ils seront qu'à la moitié, et du coup... (S1)

[*Avec des activités inspirées de l'histoire*] je pense que je perdrais plusieurs heures en fait, et je sais pas. J'ai pas assez d'expérience en voir combien de temps j'ai besoin pour faire le programme correctement. (S4)

C'est vraiment des petits exercices que j'ai donné, que j'ai rattaché à des aspects historiques, voilà. Il y a des choses que j'ai l'impression que ça a moins bien marché. Les identités remarquables de manière géométrique, j'ai pas l'impression que les élèves ils ont bien compris tout... et bien accroché à ça, mais voilà. Là je suis vraiment dans ma première année d'enseignement, je me dis « j'essaie des choses » si ça marche bien tant mieux si ça marche pas, tant pis, après j'essayerai une autre chose. (S5)

[...] intégrer l'histoire dans des exercices c'est pas forcément évident parce que c'est quand même, notre rôle principal en tant que professeur de mathématiques, de les mener à résoudre des exercices, des problèmes et aussi après en tirer les structures et savoir les réappliquer en d'autres choses. Et du coup tous les sujets ou tous les concepts qu'on veut aborder, on veut les transformer en exercice, et l'histoire de mathématiques, l'intégrer en exercice et pas forcément très facile. [...] Du coup c'est peut-être aussi qu'on n'a pas assez d'expertise pour retrouver un sujet d'histoire correspondant aux programmes. Et c'est pour ça que ça pouvait être très intéressant d'avoir un cours d'histoire des mathématiques pour justement trouver quelqu'un qui connaisse bien l'histoire des mathématiques pour trouver les sujets d'histoire qui se rattache très facilement à notre programme. (S6)

Donc j'ai pas trop d'idées, on n'a pas appris à le faire. Et que dans les programmes du collège il y en a pas énormément où la mettre en place, sinon je pense qu'au lycée ça devient plus intéressant quand même. (S8)

Cette catégorie peut être liée à la catégorie H2 dans laquelle les stagiaires ont exprimé leur besoin de travailler sur le « comment » au cours de l'histoire des mathématiques.

Le « comment »

Dans cette partie, nous regroupons les catégories liées au comment introduire des activités avec une perspective historique dans les programmes du collège et du lycée.

P1) Cette catégorie regroupe les fragments des entretiens en relation avec l'utilisation et de la lecture des textes historiques. Lors des entretiens avec les stagiaires, nous n'avons pas identifié l'utilisation de textes historiques, mais plutôt l'utilisation des manuels scolaires et les recherches sur

Internet. Un stagiaire exprime son refus en disant qu'il ne pourrait pas utiliser les textes historiques avec ses élèves parce qu'en se mettant à leur place -dans une sorte d'empathie- il imagine que ses élèves ne seront pas intéressés.

Nous pour l'intégrer après dans notre pratique enseignante on peut choisir des passages, comment il est passé de la conjecture à la démonstration. On peut s'en inspirer pour essayer d'amener les élèves à cette démarche. (S2)

Non, non. Je ne peux pas faire ça, non parce que je me mets à la place des élèves, je pense que ça va pas les intéressés parce que ce genre de choses c'est à la personne d'aller ouvrir le livre est d'aller chercher elle même. Il faut pas lui imposer, il faut que ça vienne d'elle même. Moi je donne l'envie et s'ils veulent vraiment regarder, c'est à eux d'ouvrir le livre... Je pense que leur imposer, copier, coller c'est pas bon. (S4)

Dans les programmes ça n'apparaît pas, mais moi cette année je suis au lycée mais en tout cas, il y a des livres où ça apparaît comme les manuels scolaires... moi j'en ai un qui est très bien pour le 2e, donc soit je le lis avec les élèves, soit je leur demande de lire chez eux. (S5)

Du coup, j'ai trouvé sur un site Internet, mais... j'ai aussi utilisé quelque chose de l'IREM, je ne me souviens pas exactement. Je tape sur Internet et puis je trouve les sites les plus intéressants et les plus fiables aussi forcément... mais j'ai pas de site... Après l'IREM de Lille, l'IREM de Grenoble, etc, ils reviennent souvent... (S7)

En fait j'ai cherché dans tous mes livres, j'en ai beaucoup, j'ai cherché mais il n'y a pas beaucoup de points historiques. Je ne me souviens plus où j'aurais pu le lire... (S8)

N'oublions pas que ces stagiaires sont intéressés à travailler dans une perspective historique. Beaucoup ont cherché de l'information dans des livres et des sites Internet sans se sentir satisfaits. Aucun critère pour valider l'information. Nous devrions nous demander s'il existe des moyens clairs de les aider dans cette recherche et de les accompagner dans leurs premières expériences.

P2) Nous rassemblons, dans cette catégorie, les extraits qui proposent de présenter des problèmes ouverts dans l'introduction des sujets, d'analyser différents types de démonstrations ou d'erreurs commises historiquement par des personnages reconnus. L'objectif est associé à la catégorie M2, cherchant à montrer la cohérence et l'enchaînement des idées, ainsi qu'à relativiser les erreurs, les vérités et les pratiques mathématiques.

[...] ensuite autour du nombre d'or faire une étude mathématiques un peu plus poussé, pour partir des définitions géométriques, rapport de distance égale à phi, et ensuite montrer quels sont les solutions d'une équation du second degré. Ça permettait après de faire un petit exercice d'introduction au chapitre second degré. (S2)

[...] en mathématiques « chercher » je pense que c'est la compétence la moins développée. Chercher, modéliser, calculer, représenter, tout ça et je pense que chercher c'est la plus difficile à développer. Peut-être commencer au collège en leur donnant des problèmes par exemple « aujourd'hui on n'arrive pas à faire ça, et ça à votre avis comment on pourrait faire ? ». Et comme ça, ça les laisse réfléchir, est-ce que c'est eux qui seront grandes demain et pourraient peut-être trouver la solution. Donc à les intéresser plus. (S4)

La deuxième chose mais qui est aussi intéressante, c'est effectivement de se dire « un problème il peut y avoir différentes méthodes, différentes solutions, différents types selon les époques ou peut importe, différentes réponses, différentes formes ». D'ailleurs j'ai fait un exercice avec mes élèves en 2e, je leur disais « voilà, je vous donne un exercice, vous pouvez le faire, et ce qu'on a fait dans le chapitre actuel (c'était sur les vecteurs), mais vous pouvez le faire avec ce que vous avez appris au collège » et donc un élève m'a trouvé six méthodes différentes. Donc ça pour dire histoire des maths ça peut être intéressant aussi pour montrer ça, voilà, un problème on peut lui apporter différentes manières de le résoudre en fonction des époques et en fonction des outils. (S5)

Par exemple sur le bouquin [*de Matts Parker*] qui est sorti a pas longtemps, c'est presque une liste d'erreurs mathématiques, j'ai trouvé ça très amusant, j'ai déjà pioché deux, trois trucs et mes élèves, surtout avec les secondes, et c'est hyper génial. Il y a des élèves qui clairement « on passe d'histoire des maths » mais, ça me fait relativiser des petites erreurs qui font juste sur leurs cahiers. [...] Donc j'essaie de me rattacher à ça, vraiment l'idée c'est de détacher l'élève de sa tâche, pour qu'il soit pas juste « un singe savant » qui se contente d'apprendre... il y a beaucoup qui sont très stressés juste du principe de faire une erreur, et qui n'essayent pas. C'est pour les faire relativiser avec ça. J'ai senti qu'après leur avoir raconté de petites choses comme ça, ils sont rassurés. Au moins ils sont plus bloqués avant d'écrire quelque chose quand ils tentent un truc. Ça c'est aussi dans un gros travail que j'ai fait avec eux sur le fait que dans les maths c'est pas « on écrit la bonne réponse du premier coup, c'est qu'on a faux 50 fois avant de réussir ». (S9)

P3) La catégorie P3 traite de l'utilisation d'anecdotes et de simplifications. Il y a 4 stagiaires que citent cette façon de procéder dans leur classe. Alors qu'il y en a 2 qui ont préféré ne pas utiliser de versions simples ou déformées de l'histoire. Un autre stagiaire s'autorise explicitement à faire des erreurs pendant qu'il apprend à devenir enseignant. Ce même étudiant avoue qu'il garde un bon souvenir des anecdotes de son expérience comme élève, et pour cette raison il pense qu'il est positif de transmettre à ses élèves des éléments d'histoire sous forme d'anecdote.

[...] j'ai commencé à parler de Pythagore, c'était pour le mémoire. Je sais que pour les classes de 4e c'est dans le programme, donc quand je vais en parler, je vais l'introduire : qui c'était et pourquoi il en est arrivé là. Pour donner un sens au théorème, pour pas que ce soit juste une formule. (S4)

[...] par exemple, la numération en 6e, voilà. J'ai fait quelques exercices sur, effectivement, différentes représentations des nombres, sur des symboles égyptiens, je sais pas si c'était vraiment tout à fait consistant historiquement, mais... Des petites choses comme ça... Mes élèves, ils ont été plutôt intéressés, parce que faire un petit peu des maths différentes compter différemment c'était intéressant, de penser différemment... [...] J'ai abordé aussi un petit peu Descartes, quand on a parlé des repères cartésien, j'ai expliqué qui il était tout simplement, et

après voilà c'est un peu limité à cette histoire en mathématiques, donc c'est un peu dommage... (S6)

[...] je trouve ça intéressant quand même, que avant d'enseigner par exemple un théorème, on enseigne l'histoire du théorème, de la personne qui l'a créé mais... je trouve que on ne fait pas assez. (S8)

C'est plutôt vraiment par l'approche anecdotique, ça peut être quelque chose que se construit pour arriver à ça, même si certaines anecdotes ont un peu la légende. Par exemple quand je travaille sur les suites avec les premières et qu'il fallait arriver à la somme des termes on arrive vite sur l'anecdote à moitié légende sur Gauss quand il était enfant. [...] Après ça reprendre sur des choses de ma culture générale de probabilités, de quelques livres que j'ai feuilleté là, de recherches sur Internet, informations que je trouve dans ma formation, je me dis « je peux le garder ». De toute façon, je m'autorise le droit à l'erreur là dedans. Si jamais il y a une petite erreur ou un truc qui peut être mal compris, mal à un point près de ma part, je me dis « encore c'est pas trop grave, tant que ça les aide à comprendre ce je veux leur faire comprendre ». [...] Sur moi c'est quelque chose qui fonctionne bien et c'est ça que j'essaie de retransmettre un peu aux élèves, c'est pour ça que pour le moment ça est resté sur de l'anecdotique. (S9)

P4) La catégorie P4 est une catégorie dans laquelle nous avons regroupé les commentaires qui font allusion à l'utilisation de l'histoire sans y faire directement référence. Deux élèves disent qu'ils préfèrent faire un bref commentaire historique sans en dire l'origine, précisément parce qu'ils ne veulent pas rentrer dans une anecdote simplifiée ou une légende magique.

Dans un premier temps je leur pose un problème bien connu en histoire des mathématiques sans forcément dire « allez attention, on sort la banderole histoire des mathématiques, et voilà, Gauss, neuf ans » surtout avec l'histoire qui a été réécrite pour créer le mythe, le personnage, voilà. Il y a aussi une histoire des sciences qui est très nationaliste qu'il faut savoir aussi lire, en mettant une distance. J'ai pas forcément envie de rentrer dans l'histoire un peu trop belle de mathématiques, de certains mathématiciens, voilà. [...] En fait c'est vrai que je me concentre sur la partie mathématique, mais je pense que en fonction de l'auditoire je choisirai les parties de l'histoire que j'aurais envie de leur donner : Gauss, génie à 9 ans... en effet je leur donne des problèmes historiques mais pas forcément avec la partie romanesque de l'histoire. Je fais des sélections, je fais des découpes. (S3)

Pour y arriver j'ai commencé avec une activité d'introduction, c'était pas proprement liées à l'histoire des maths mais c'était lié aux méthodes presque algorithme babylonien qui avait été fait avec des cas bien particulier, le rectangle qu'on ensemble avec un carré avec des valeurs qui restent positives pour que ça garde le sens géométrique qu'il soit liés mais ça avait été fait détaché du contexte historique. Je leur ai pas mis en avant tous ça... C'était plus pour amener petit à petit et après le généraliser. Pour montrer aussi que c'est pas juste une formule qui est sortie de nul part... (S9)

P5) La catégorie P5 identifie également un intérêt pour l'histoire qui est plus personnel que collectif. Il y a 3 stagiaires qui croient que l'histoire des mathématiques peut nourrir leurs propres connaissances mathématiques. Cette catégorie met l'accent sur l'apprentissage personnel et non sur

un objectif pour les élèves. L'intérêt de ces stagiaires est de cultiver leurs propres connaissances et conceptions des mathématiques. Un stagiaire exprime un intérêt à connaître les aspects qui rompent avec certaines idées établies, mais précise justement qu'il s'agit de quelque chose de personnel. Un autre stagiaire, également d'une manière personnelle, parle de sa curiosité pour la vulgarisation scientifique.

Et quand on est face à des élèves, je trouve ça bien de donner un aspect historique si on peut le faire, et du coup parler deux, trois minutes pour dire au jury « j'ai une certaine culture mathématique » c'est toujours bien. [...] quand on passe à l'oral du CAPES si on est sur un théorème dont on connaît un petit peu le mathématicien qui a construit ou démontré, enfin, moi je trouve que c'est un plus. Du coup on peut montrer qu'on a une culture mathématique et qu'on pourra la transmettre à nos élèves plus tard. [...] Enfin, là où c'est bénéfique en tant qu'étudiant c'est notamment pour le CAPES et ensuite pour sa propre culture. (S1)

[...] cela m'a donné par exemple, la démonstration géométrique des deux grandeurs incommensurable des deux longueurs du carré. Finalement on peut le faire sous forme géométrique alors que la seule façon que j'avais avant de le démontrer c'était passé avec une décomposition des facteurs premiers. Finalement on a transformé un problème de géométrie en un problème arithmétique en fait. Il y a d'autres aspects, mais je me sens vraiment -quand je suis prof de maths- enseignant de mathématiques. Il y a des aspects culturels mais pour moi, c'est la culture générale. (S3)

Je pense [*que l'histoire m'apporte*] de la culture. Si le cours il expliquait vraiment le « pourquoi », je pense que ça m'orienterait pour plus tard, pour savoir comment le réinvestir dans les cours que je ferais aux élèves. (S4)

Mais par curiosité, sur un peu tout, je veux dire en termes de chronologie de Pythagore jusqu'à Gödel. Plus de vulgarisation et d'amusement mathématiques que véritablement d'histoire des maths en dur, on va dire. (S9)

P6) La dernière catégorie présente des extraits dans lesquels il y a un intérêt pour le travail interdisciplinaire. Deux stagiaires se disent intéressés par la réalisation d'activités avec d'autres disciplines et pensent qu'il est nécessaire de faire cette type d'exercice à l'ESPE ou avec les tuteurs de leur pratique, car bien qu'ils soient intéressés ils ne savent pas non plus comment le faire.

Par rapport à l'histoire des mathématiques et un peu la pluridisciplinarité dans le cadre du dossier professionnel effectif, il faut faire une activité avec une collègue. Moi j'ai fait avec une collègue d'histoire qui partage une seconde avec moi. On a essayé de construire une activité dans la continuité du cours sur l'architecture, la peinture et le nombre d'or. [...] Donc ils [*les élèves*] avaient vu notamment le nombre d'or, la définition, l'utilisation dans les tableaux, dans le Parthénon et donc je suis parti des monuments qu'ils avaient étudié. Moi ça me permettait de traiter les notions de géométrie dans l'espace en tout ce qui est volume, représentation de perspectives cavalières...

[...] donc soit y aurait finalement une séquence construite intégralement avec les différents collègues mais c'est très difficile... Il faudrait une progression, nous sommes dans le cadre de la

formation de l'ESPE ou nos tuteurs ou conseillers, ils peuvent nous proposer une progression spirale. C'est à dire, les notions introduit progressivement, et trouver un lien entre les différents partis soit en géométrie ou en analyse, ou statistiques ou probabilité. On s'attendrait finalement à une séquence en spirale, ce type de progression à l'ensemble des disciplines. (S2)

Essayer de montrer aussi des liens entre les matières que les élèves ne perçoivent pas forcément, là en l'occurrence entre les mathématiques et l'histoire et qu'ils puissent aussi plus s'intéresser à un sujet en mathématiques. [...] D'élaborer des choses disons intéressants, des interdisciplinaires, il faut plus le créer soi-même que essayer de les trouver, ça c'est clair. [...] la grosse difficulté c'est d'être sûr de ses sources historiques et si on veut travailler en interdisciplinaire avec les collègues d'histoire-géographie, le réel problème c'est que les collègues d'histoire-géographie, je suis pas sûr qu'ils soient très renseignés sur l'histoire des mathématiques. En plus, le sujet mathématiques ce n'est pas le sujet préféré des historiens... Ça peut nous poser problème voilà, pour être pertinent et consistant. (S6)

4.4.3 Tableau des étudiants stagiaires français par catégorie

Dans cette section, nous présentons un tableau avec lequel nous essayons de quantifier la participation de chaque étudiant interviewé. Dans les lignes, nous trouvons les stagiaires qui ont été prononcés dans chaque catégorie, et dans les colonnes, les catégories dans lesquelles chaque personne interrogée a été prononcée. On voit ainsi que si quatre stagiaires se prononcent sur l'histoire des mathématiques comme discipline et comme ressource, il y en a deux qui se déclarent en faveur de l'histoire comme discipline et deux qui expriment leur intérêt comme ressource pédagogique.

	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	Stag/Cat
H1	x		x	x	x	x		x		6
H2	x			x	x	x	x		x	6
M1	x	x	x	x	x	x		x	x	8
M2	x	x	x				x	x	x	6
M3	x	x	x		x		x		x	6
M4	x			x		x	x		x	5
M5				x		x				2
M6	x	x	x							3
M7								x	x	2
M8										-
M9		x	x							2
T1										-
T2	x				x					2
T3						x				1

T4										-
T5		x	x		x					3
T6										-
T7			x			x				2
T8				x		x				2
T9	x			x	x	x		x		5
P1		x		x	x		x	x		5
P2		x		x	x				x	4
P3				x		x		x	x	4
P4			x						x	2
P5	x		x	x					x	4
P6		x				x				2
Inter/Stag	10	9	10	11	9	11	5	7	10	

Tableau 4.4 : Intervention des stagiaires par catégorie.

4.5 Synthèse des deux points de vue sur l'histoire des mathématiques

L'histoire des mathématiques comme une ressource pédagogique, a toujours été vu avec de nombreuses objections parmi les historiens, épistémologues ou enseignants de mathématiques avec des études en histoire et en philosophie des sciences. Les arguments contre son utilisation sont nombreux : anachronisme, simplification, distorsion de la réalité, création de mythes et de légendes.

Du point de vue de la transposition didactique, certains contenus du *savoir savant* se transforment en un *savoir à enseigner*. Par conséquent, nous sommes conscients que les mathématiques créées dans la sphère du *savoir savant* ne sont pas les mêmes que les mathématiques *à enseigner*. Si nous acceptons la manipulation d'objets mathématiques dans le but de trouver un moyen plus approprié pour faciliter la compréhension de ces objets aux élèves, nous devons accepter que cette possibilité existe pour d'autres contenus, comme l'histoire des mathématiques. Cependant, nous comprenons qu'une perspective historique chez l'enseignant de mathématiques est une façon de penser la discipline. C'est un point de vue où l'on est conscient de l'existence d'un contexte historique et d'une dimension humaine qui traverse la construction de la discipline. Cette perspective n'oblige pas nécessairement l'enseignant à utiliser des éléments ou des aspects historiques dans sa classe, mais elle devient plutôt naturelle. Il peut être intéressé à partager un épisode historique avec ses élèves, mais ce n'est pas une conséquence de sa perspective historique. Toutefois, cette perspective est en relation avec ses conceptions, et par conséquent est filtrée dans le processus d'enseignement. Dans ce cas, il n'y a pas de contenus spécifiques à enseigner, et nous ne

pouvons pas parler de transposition didactique. Dans cette perspective nous incluons les enseignants qui décident reproduire un épisode historique en classe sans référence à l'origine historique. Il est clair que cela évite le problème d'entrer dans les détails historiques et techniques que l'enseignant ne maîtrise pas. Le point négatif de ce choix est qu'il ne nous permet pas de partager explicitement le moment et les personnages historiques, perdant ainsi la possibilité de montrer certaines caractéristiques évoquées, telles que l'évolution des mathématiques et sa construction continue. D'autre part, lorsque l'enseignant décide d'utiliser explicitement un contenu historique dans ses cours, celui-ci devient un *savoir à enseigner*. Dans ce cas, la manipulation et l'adaptation du contenu, c'est-à-dire sa transposition didactique, doit être acceptée de la même façon que nous acceptons les mathématiques scolaires. C'est pourquoi nous acceptons que l'*histoire des mathématiques à enseigner* ne peut pas être la même que l'*histoire des mathématiques savante*. Si l'objectif est d'améliorer l'apprentissage des élèves, au prix de la manipulation d'objets d'un point de vue historique, nous devons faire certains choix, comme la simplification. Ce qu'il faut discuter, c'est comment procéder de la meilleure façon possible. Et cela nécessite la formation et la collaboration d'experts.

Analyses des entretiens : Uruguay

Dans les sections suivantes, nous présentons l'analyse réalisée à partir des informations contenues dans les questionnaires et de celles extraites des entretiens menés en Uruguay. Un premier traitement a été effectué en espagnol puis progressivement traduit en français, en essayant de garder le plus de fidélité possible dans les traductions. Nous voulons rappeler que dans la figure 3 (§ 1.2.2), on trouve la structure du diplôme d'enseignant de mathématiques en Uruguay et dans l'annexe H un tableau des âges par cycle correspondant l'enseignement secondaire uruguayen.

4.6 Synthèse de l'analyse des questionnaires en Uruguay

Premier bloc : démographique

Pour le premier questionnaire, il y a une participation de 45 étudiants, tandis que pour le deuxième, il y a une participation de 31. Environ le 50 % des étudiants participant dans les deux passations du questionnaire sont âgés de 25 à 34 ans. La plupart des étudiants déclarent qu'ils poursuivent des études supérieures pour la première fois (plus de 80%) et n'ont pas d'autre diplôme. Interrogés sur l'expérience professionnelle et le nombre d'années de travail, environ 90 % de la population a répondu avoir une expérience de travail comme enseignant de mathématiques et près de la moitié (20 étudiants) a répondu avoir une expérience de moins de 5 ans.

Deuxième bloc : formation initiale

Si l'on considère les deux questionnaires, on peut affirmer que environ 90 % de la population interrogée a eu une formation avec un emploi du temps « important » et « très important » en mathématiques et en didactique des mathématiques. Tandis que pour la même question concernant l'histoire des mathématiques, 57 % ont répondu « important » et « très important ».

En ce qui concerne les caractéristiques du « rencontre avec l'histoire des mathématiques » au premier questionnaire, le 60 % des étudiants stagiaires ont répondu qu'ils l'avaient rencontré. Certains d'entre eux au lycée, mais la plupart (40 %) dans le cadre de leur formation d'enseignant. Alors qu'au deuxième questionnaire, le pourcentage de « rencontre » atteint 81 % et l'augmentation est observée dans le pourcentage à l'université. Cela est évident car le cours d'histoire des mathématiques fait partie de la formation. Dans les deux questionnaires les étudiants déclarent que cette « rencontre » s'est faite principalement à travers des anecdotes et livres.

Troisième bloc : expérience avec l'histoire

Dans ce bloc, nous nous demandons s'il existe une relation entre « s'intéresser à l'histoire des mathématiques » et « avoir rencontré l'histoire » pendant le parcours scolaire.

Pour répondre à cette question, nous identifions les étudiants qui s'intéressent à l'histoire des mathématiques, et s'il y a une évolution du premier au deuxième questionnaire.

Dans le premier questionnaire le 60 % des étudiants ont répondu qu'ils avaient « rencontré » l'histoire des mathématiques dans leur parcours scolaire. Sur ces 60%, 13% sont intéressés à l'histoire. Si l'on tient également compte des étudiants qui se déclarent intéressés mais qui n'ont pas eu d'expérience avec l'histoire, ce pourcentage atteint un total de 17 %.

Q1	Ren.HM		Intérêt				Total
	0.Non			1.Oui			
Sexo	0.Didac	1.HM	2.Autres	0.Didac	1.HM	2.Autres	
0.H	3 7%	1 2%	5 11%	3 7%	3 7%	5 11%	20 44%
1.F	4 9%	1 2%	4 9%	8 18%	3 7%	5 11%	25 56%
total NB - Sex	7	2	9	11	6	10	45
total NB - Sex	16%	4%	20%	24%	13%	22%	100%

Tableau 4.5 : Intérêt dans l'histoire des mathématiques Q1.

Dans le deuxième questionnaire le 81 % des étudiants ont répondu qu'ils avaient « rencontré » l'histoire des mathématiques dans leur parcours scolaire. Sur ces 81 %, il y a le 16 % qui est intéressé dans l'histoire. Par conséquent, les pourcentages continuent d'être similaires entre le premier et le deuxième questionnaire.

Q2	Ren.HM		Intérêt			Total
	0.Non		1.Oui			
Sexe	0.Didac	2.Autres	0.Didac	1.HM	2.Autres	
0.H		3 10%	1 3%	4 13%	3 10%	11 35%
1.F	2 6%	1 3%	7 23%	1 3%	9 29%	20 65%
total NB - Sex	2	4	8	5	12	31
total NB - Sex	6%	13%	26%	16%	39%	100%

Tableau 4.6 : Intérêt dans l'histoire des mathématiques Q2.

Nous ne pouvons pas en déduire que le fait d'avoir eu une expérience avec l'histoire des mathématiques est lié au fait de manifester un intérêt actuel pour son utilisation comme ressource pédagogique. Plusieurs étudiants qui ont eu cette expérience prétendent s'intéresser à d'autres types de ressources, notamment didactique des mathématiques.

Quatrième bloc : sur les conceptions

Dans cette section, nous nous intéressons à l'analyse des conceptions sur les différentes dimensions des mathématiques. Les questions 10 et 11.

Pour analyser la question 10 nous avons effectué une analyse en composantes principales. Cette question consiste en 14 énoncés que nous proposons d'évaluer à l'aide d'une échelle de likert (totalement en désaccord, modérément en désaccord, etc.). Cela signifie qu'en regroupant les résultats d'une génération entière de cette question, nous aurons un grand tableau de données. Notre objectif est d'interpréter l'interrelation entre les variables, et nous comprenons qu'il est possible de le faire au moyen d'une analyse en composantes principales.

L'idée essentielle de cette méthode est de pouvoir réduire une table de données avec de nombreuses variables sans perdre trop d'information. Dans notre cas, nous manipulons 12 variables et cherchons à les réduire à 2 qui peuvent contenir autant d'information que possible, afin de faire une lecture en 2 dimensions. Des 12 variables du début, nous avons trouvé 12 variables synthétiques qui seront une combinaison linéaire des initiales. En particulier, nous nous intéressons au fait que la première variable synthétique explique la plupart des informations du début (la variable dont la variance projetée des individus est maximale). La deuxième variable synthétique explique la plus grande quantité d'information restante.

Les 12 composantes principales sont non corrélées 2 à 2, ce qui permet une décomposition orthogonale des variances. En termes de statistiques, l'information totale (la variance) sera la somme de l'information fournie par chaque composante. Entre les deux composantes, les aspects les plus pertinents de l'ensemble des données sont expliqués.

Dans le premier questionnaire, les deux premières composantes expliquent 39,91 % de la variabilité, tandis que dans le deuxième, expliquent le 49,75 %. Cela signifie qu'avec la représentation bidimensionnelle, nous n'aurons pas l'explication complète des conceptions des étudiants concernant les variables proposées. Cependant, une analyse tridimensionnelle est extrêmement complexe et nous préférons continuer en deux dimensions.

La première composante recueille la plupart des informations et nous les visualisons sur l'axe horizontal. Les variables qui exercent la plus grande influence sur cet axe sont celles qui sont en corrélation positive avec lui.

Dans le graphique 1, l'axe horizontal révèle une opposition entre les variables représentant les énoncés suivants :

- à droite : SansContex : « Les vérités mathématiques sont universelles, cela implique que l'enseignement se fait sans contextualisation » et OpPers : « Les opinions personnelles sont insignifiantes lorsqu'on apprend les mathématiques ».

Ces deux variables sont en corrélation positive. C'est-à-dire que si un individu prend des valeurs élevées dans l'une des variables, il les augmente aussi dans l'autre.

- à gauche : CompMes : « Compter et mesurer sont des aspects des mathématiques développés dans toutes les cultures. »

Cette variable est en corrélation négative avec les deux autres, donc si un individu augmente ses valeurs dans ces deux-là, il les diminue dans celle-ci.

La deuxième composante recueille la plupart des informations restantes et n'est pas corrélée avec la première. Nous les visualisons sur l'axe vertical :

- en bas : MathCons : « Les mathématiques sont une construction qui dépend de la culture ou la civilisation. ».

Le graphique montre qu'il y a une concentration d'individus dans le troisième quadrant que nous interprétons comme :

- une conception des mathématiques contraire à l'idée d'une mathématique à enseigner de façon abstraite et décontextualisée. De la même manière, les individus de ces secteurs s'alignent plutôt sur l'idée que les opinions personnelles sont prises en compte dans l'enseignement des mathématiques.

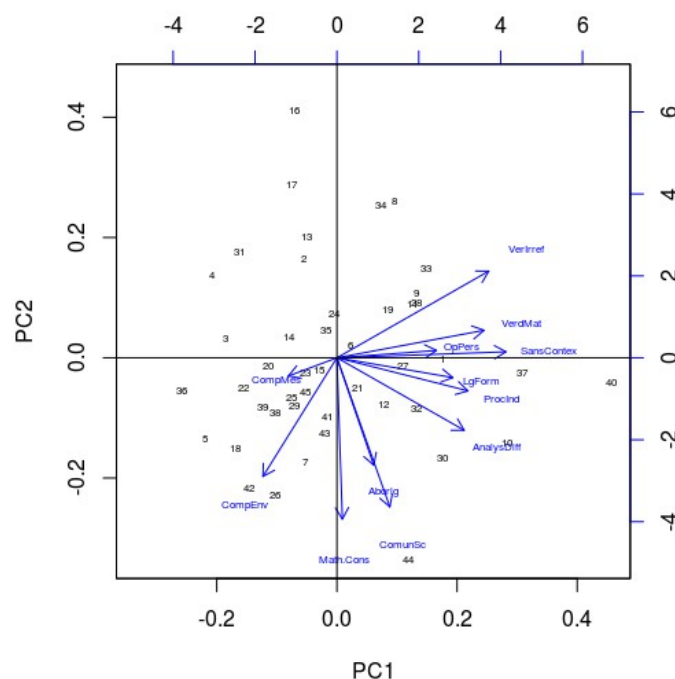


Figure 4.4 : Analyse en composantes principales du Q1.

Dans le deuxième graphique correspond au deuxième questionnaire. Dans l'axe horizontal on observe à gauche les variables les plus proches de l'axe, c'est-à-dire les variables qui expliquent la plupart des informations :

- SansContex : « Les vérités mathématiques sont universelles, cela implique que l'enseignement se fait sans contextualisation », OpPers : « Les opinions personnelles sont insignifiantes lorsqu'on apprend les mathématiques » et ProcInd : « Étudier et développer les mathématiques sont des processus individuels ».

Dans l'axe vertical on observe les variables suivantes :

- En haut : Aborig : « Certains peuples aborigènes utilisent des notions géométriques pour faire différents designs dans leurs tissus » et CompMes : « Compter et mesurer sont des aspects des mathématiques développés dans toutes les cultures » .
- En bas : VerdMat : « Les vérités mathématiques sont universelles, cela implique que l'enseignement se fait sans débat car les résultats sont toujours les mêmes ».

Dans ce deuxième graphique, nous voyons la plus forte concentration d'individus dans le premier quadrant. Dans ce quadrant, nous trouvons une corrélation négative avec la variable « SansContex », c'est-à-dire une conception non universelle des mathématiques et un enseignement contextualisé. En outre, l'axe vertical comporte une composante importante des variables « Aborig » et « CompMes ». Cette combinaison décrit l'ensemble des individus avec une conception concrète des mathématiques, avec des notions géométriques contextualisées et selon cette conception toutes les cultures développent les mathématiques.

En résumé, on n'a observé aucun changement important sur le plan des conceptions entre le premier et le deuxième questionnaire.

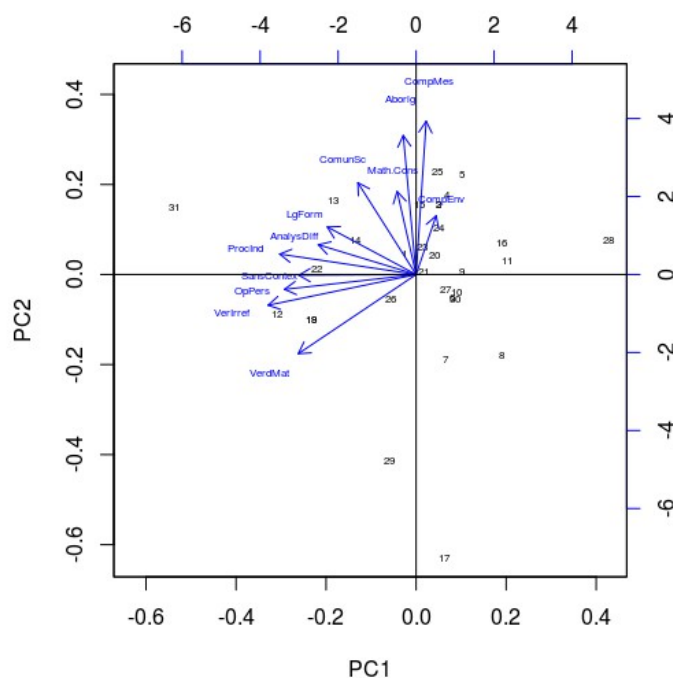


Figure 4.5 : Analyse en composantes principales du Q2.

La question 11 comporte 5 parties. Examinons chacune :

a) *Les mathématiques, sont-elles... « Construites » ou « Découvertes » ? :*

Dans le premier questionnaire, 69% des élèves déclarent que les mathématiques sont construites, tandis que dans le second, il y a une croissance de 11%, pour atteindre 81% de la population total.

b) *Pensez-vous qu'un livre de mathématiques induit une façon de penser/faire les mathématiques?*

Dans les deux questionnaires, une grande majorité de la population interrogée (environ 91 % et 94 %) a répondu positivement. En d'autres termes, la plupart des enquêtés déclarent qu'un livre de mathématiques induit une façon de penser et de faire les mathématiques.

c) *Considérez-vous que les conceptions a priori qu'a un élève sur les mathématiques ont une influence sur l'apprentissage?*

Dans les deux questionnaires, le 100 % de la population répond « oui ». En d'autres termes, l'ensemble de la population convient que les conceptions *a priori* des élèves ont une influence sur leur apprentissage.

d) Les mathématiques sont écrites dans un langage qui, contrairement au langage courant, n'autorise pas d'ambiguïté.

Dans les deux questionnaires, les participants ont répondu « oui » et « non » avec des pourcentages similaires.

e) À quelle fréquence pensez-vous que des erreurs sont publiées dans les revues spécialisées?

Dans le premier questionnaire, les options « Souvent » et « De manière exceptionnelle » présentent pourcentages de 49 % et 42 % (soit 22 et 19 étudiants), alors qu'ils sont modifiés dans le deuxième questionnaire, où 55 % choisissent « Souvent » et 35 % choisissent « De manière exceptionnelle » (soit 17 et 11 étudiants).

4.7 Analyse des entretiens des enseignants et formateurs d'Uruguay

Dans la section précédente, nous avons décrit la population interrogée d'étudiants stagiaires qui suivent le cours d'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants en Uruguay. Nous avons choisi de présenter ci-dessous les informations relatives aux enseignants et aux formateurs, avec l'analyse respective des entretiens, puis dans la section suivante nous nous concentrerons sur la grille de lecture et l'analyse des entretiens des étudiants stagiaires.

Dans ce tableau, nous présentons brièvement les six formateurs et enseignants qui ont été interviewés :

	Formation	Expérience d'enseignement	Disciplines dans la formation des enseignants
UE1 Mario	Enseignant diplômé de l'IPA en mathématiques, master en éducation mathématique à l'Instituto Politécnico Nacional, Mexique.	Enseignement secondaire et formation des enseignants	Géométrie Histoire des mathématiques
UE2 Monica	Enseignante diplômé de l'IPA en mathématiques, master et doctorat en éducation mathématique, à l'Instituto Politécnico Nacional, Mexique.	Enseignement secondaire et formation des enseignants	Didactique des mathématiques Histoire des mathématiques
UE3 Gustavo	Enseignant diplômé de l'IPA en mathématiques, master en enseignement des sciences exactes et naturelles avec option en mathématiques à l'Universidad Nacional del Comahue,	Enseignement secondaire et formation des enseignants	Bases des mathématiques Analyse I Histoire des mathématiques

	Argentine. Doctorant en enseignement des mathématiques à l'Instituto Politécnico Nacional, Mexique.		
UD1 Federico	Licencié en statistique, master en génie mathématique et doctorat en mathématiques, Universidad de la República, Uruguay.	Enseignement secondaire et formation des enseignants	Analyse I Probabilités et statistiques Histoire des mathématiques
UD2 Alejandra	Enseignante de mathématiques diplômé de l'IPA, licence en éducation, Universidad Católica, Uruguay.	Enseignement secondaire et formation des enseignants	Didactique des mathématiques Histoire des mathématiques
UD3 Matilde	Enseignante de mathématiques diplômé du Centro Regional de Profesores del Este, Uruguay. Etudier un master en formation de formateurs.	Enseignement secondaire et formation des enseignants	Géométrie Histoire des mathématiques Analyse du discours mathématique scolaire

Tableau 4.7 : Information sur les enseignants et les formateurs interrogés en Uruguay.

4.7.1 Présentation de deux formateurs interviewés en Uruguay

Nous avons choisi de présenter ces deux professeurs uruguayens, Gustavo et Federico, car nous comprenons qu'ils représentent les deux courants les plus représentatifs de la formation des enseignants en mathématiques en Uruguay. D'une part, les diplômés des instituts de formation des enseignants qui revendiquent la profession et comprennent que la différenciation des chercheurs en mathématiques est nécessaire, comme c'est le cas de Gustavo « dans les matières spécifiques des mathématiques on commence à penser que l'étudiant que nous avons va se consacrer à l'enseignement des mathématiques. Qu'il y a une connaissance spécifique pour cet étudiant, futur enseignant, qui n'est pas celle des mathématiques pures, le centre ne peut pas être celui des mathématiques pures ». D'autre part, les enseignants qui ont été formés comme mathématiciens ou des carrières similaires où les sciences de l'éducation ou didactiques spécifiques n'ont pas fait partie de la formation. Ces enseignants, comme Federico, remarquent des lacunes par rapport aux sciences de l'éducation lorsqu'il s'agit d'enseigner les mathématiques aux futurs enseignants du secondaire, alors qu'ils se sentent plus solvables en mathématiques.

Gustavo Franco

Gustavo est diplômé de l'Instituto de Profesores Artigas depuis 2001. Il a fait un master liée à l'éducation mathématique en Argentine et poursuit actuellement un doctorat au Mexique dans le même domaine. Il a de l'expérience en tant qu'enseignant au secondaire et dans la formation des enseignants, en particulier dans des cours de mathématiques spécifiques et dans l'histoire des mathématiques.

L'une des expériences qu'il raconte comme révélatrice du rôle que l'histoire des mathématiques peut jouer comme ressource pédagogique, est celle de la représentation du zéro dans

un quipu que ses élèves du secondaire ont dû élaborer. Dans ce cas, il a pu constater que ses élèves « recréaient » d'une certaine manière le chemin de l'histoire « il y avait deux façons de représenter le 0 : par un espace vide et par un compte spécial ou une marque spéciale ». Pour lui, c'était tout à fait conforme à ce qui était dit dans le roman de Guedj, *Le théorème du perroquet*, où l'auteur a dit que l'absence avait été marquée par une présence. De cette façon, le formateur décrit comment l'histoire commence à jouer un rôle plus important pour lui que celui d'une anecdote.

En tant que formateur du cours d'histoire des mathématiques, il se manifeste avec des connaissances historiques insuffisantes, qu'il a acquises d'une manière autodidacte par manque de formation spécifique en Uruguay. Pour cette raison, il utilise des vidéos sur l'histoire de la période pendant laquelle il va travailler comme support au début de la classe, afin d'offrir à ses étudiants une vue d'ensemble. En plus du matériel audiovisuel, il utilise des livres classiques d'histoire des mathématiques, des articles et des recherches qu'il peut trouver sur Internet, car la bibliothèque n'a pas de ouvrages actuels ou adaptés à leurs intérêts et à ceux de leurs étudiants.

Dans la dynamique du cours d'histoire, il insiste sur le fait que ses étudiants font face à des problèmes mathématiques proposés en dehors de leur contexte historique, sans connaître les outils mathématiques nécessaires pour les résoudre. D'une certaine manière, le formateur pense que cette expérience peut les aider à se sentir comme leurs futurs élèves face à des notions inconnues.

Il déclare qu'il est conscient que le public cible est les futurs professeurs de mathématiques du secondaire et que toutes les activités du cours sont conçues dans cette perspective, cherchant à faire en sorte que l'histoire des mathématiques ait un impact dans la pratique des enseignants.

Un des arguments présentés par Gustavo pour défendre l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants, est l'idée contraire à la fragmentation des connaissances : « Il faut voir comment générer la synthèse, comment rassembler les éléments que la science a divisé pour son étude. Et je crois que l'histoire des mathématiques peut avoir cette fonction : aider à unir les parties et être capable d'apprécier les concepts qui apparaissent en classe de mathématiques en apesanteur, flottants, il est possible de les réunir et de les voir comme faisant partie d'un tout ». Le formateur précise que l'important n'est pas de se limiter exclusivement aux connaissances mathématiques, mais l'enseignant doit faire preuve d'ouverture à la culture en général, en naturalisant l'existence des autres disciplines, en utilisant les ressources pédagogiques qu'il juge appropriées, historiques ou littéraires, par exemple.

Lors de l'évaluation du cours d'histoire des mathématiques, le formateur déclare l'importance d'établir le lien avec ce qui sera plus tard la profession d'enseignant. Il établit ainsi le premier test partiel avec l'objectif que les étudiants approfondissent d'un point de vue historique un concept ou une notion mathématique contenue dans les programmes du secondaire. Le deuxième test partiel est

défini comme l'élaboration d'activités pédagogiques dès le premier, en insistant sur le fait que « C'est la clé, et il y a l'ancrage tout le temps dans le secondaire ».

En ce qui concerne l'utilisation de l'histoire des mathématiques dans ses propres cours de mathématiques dans la formation des enseignants, il répond faire des narrations historiques, étant le temps et l'extension des cours, la plus grande difficulté pour proposer une autre dynamique.

Federico de Olivera

Federico est titulaire d'une licence en statistique, d'un master en génie mathématique et d'un doctorat en mathématiques. Il a de l'expérience en tant qu'enseignant au secondaire, à l'université et dans la formation des enseignants. Il a commencé à donner le cours d'histoire des mathématiques car certains de ses étudiants qui l'avaient eu comme formateur dans des disciplines mathématiques spécifiques insistaient sur lui. Cependant, il déclare ressentir un manque de formation « la difficulté que je remarque est mon manque de formation dans les deux domaines : didactiques des mathématiques, pour savoir comment mieux aborder un cours d'histoire des mathématiques du point de vue des mathématiques éducatives, et l'historique, car en réalité je n'ai aucune formation ».

En ce qui concerne les objectifs de la discipline dans la formation des enseignants, il constate qu'à travers l'histoire des mathématiques, il est possible de présenter une mathématique plus vivante et plus réelle. Il insiste sur le fait qu'il faut attendre jusqu'au milieu du 20^e siècle pour que les étudiants voient une histoire des mathématiques qui va au-delà de la discussion de la géométrie pour impliquer des problèmes quotidiens.

Le formateur déclare avoir abordé le cours d'histoire sous diverses formes : d'une posture d'exposition traditionnelle utilisant un livre d'histoire des mathématiques comme support, jusqu'à l'utilisation de matériel audiovisuel de vulgarisation et de films basés sur des épisodes scientifiques.

L'un des objectifs proposés est de s'intéresser aux applications des mathématiques et de veiller à ce que les étudiants établissent ce lien avec l'école secondaire.

En ce qui concerne l'évaluation du dernier cours, le premier test s'agissait de l'analyse didactique de certains films, et le deuxième sur l'élaboration d'une vidéo et des activités basées sur la première partie. Tous les deux liés à certains programmes de mathématiques de secondaire.

Lorsqu'on lui a demandé comment il organise ses cours de mathématiques et si l'histoire occupe une place, il a répondu qu'il ne pouvait faire que des commentaires isolés. Il a également insisté sur le fait qu'il devait modifier ses pratiques en cherchant une façon de travailler avec l'histoire mais que la durée des cours et l'emploi du temps l'empêchaient souvent de proposer différentes dynamiques de travail « cette dynamique nous amène à raconter des anecdotes historiques de façon très sporadique ». Cependant, il souligne qu'être formateur en histoire des

mathématiques lui a donné la possibilité d'apprendre l'histoire et d'avoir des éléments à partager dans les cours spécifiques de mathématiques dont il est aussi formateur : « Avoir donné le cours d'histoire est utile pour les autres classes car je peux faire de petites histoires sur l'émergence de la probabilité, les questions du hasard, la provenance des dés et les problèmes qui sont apparus, Pascal et des choses comme cela ».

4.7.2 Analyse des entretiens : enseignants et formateurs en Uruguay

Nous avons décidé de commencer par l'analyse en élaborant un schéma similaire à celui que nous avons présenté pour le cas français, avec la différence que l'histoire des mathématiques en Uruguay est liée à un public particulier qui est celui des futurs enseignants de mathématiques. Comme nous l'avons vu la plupart des formateurs d'histoire des mathématiques ont une formation en éducation mathématiques -ou en mathématiques éducatives-, mais ils sont autodidactes en ce qui concerne l'histoire des mathématiques. Nous comprenons que ces trois éléments (un public défini, une formation en éducation mathématiques et une formation autodidacte en histoire des mathématiques), favorisent que la discipline histoire des mathématiques dans la formation des enseignants soit pensée avec des objectifs pédagogiques. Cela ne signifie pas que l'on n'étudie pas l'histoire des mathématiques, mais plutôt que les objectifs ultimes cherchent la réflexion pédagogique.

Contrairement au schéma français, dans lequel nous partons de deux points de vue différents sur l'histoire, dans le système uruguayen, nous commençons par identifier deux publics différents. D'une part, l'histoire des mathématiques peut être considérée comme une ressource pédagogique dans laquelle l'enseignant cherche du soutien pour la classe de mathématiques. D'autre part, pendant la période de formation, l'histoire des mathématiques peut être considérée comme une discipline en soi, où des éléments et des aspects de l'histoire des mathématiques sont étudiés mais pour un public spécifique.

Dans le premier cas, nous identifions les objectifs de l'histoire des mathématiques en tant que ressource pédagogique, nous distinguons quelles sont les différentes formes de son utilisation, quels matériels et quelles difficultés sont considérés par les formateurs interrogés.

Dans le deuxième cas, où l'histoire des mathématiques est considérée comme une discipline dans la formation des enseignants, on procède de la même façon. C'est-à-dire les objectifs spécifiques de la formation des enseignants, les matériels spécifiques et les difficultés spécifiques.

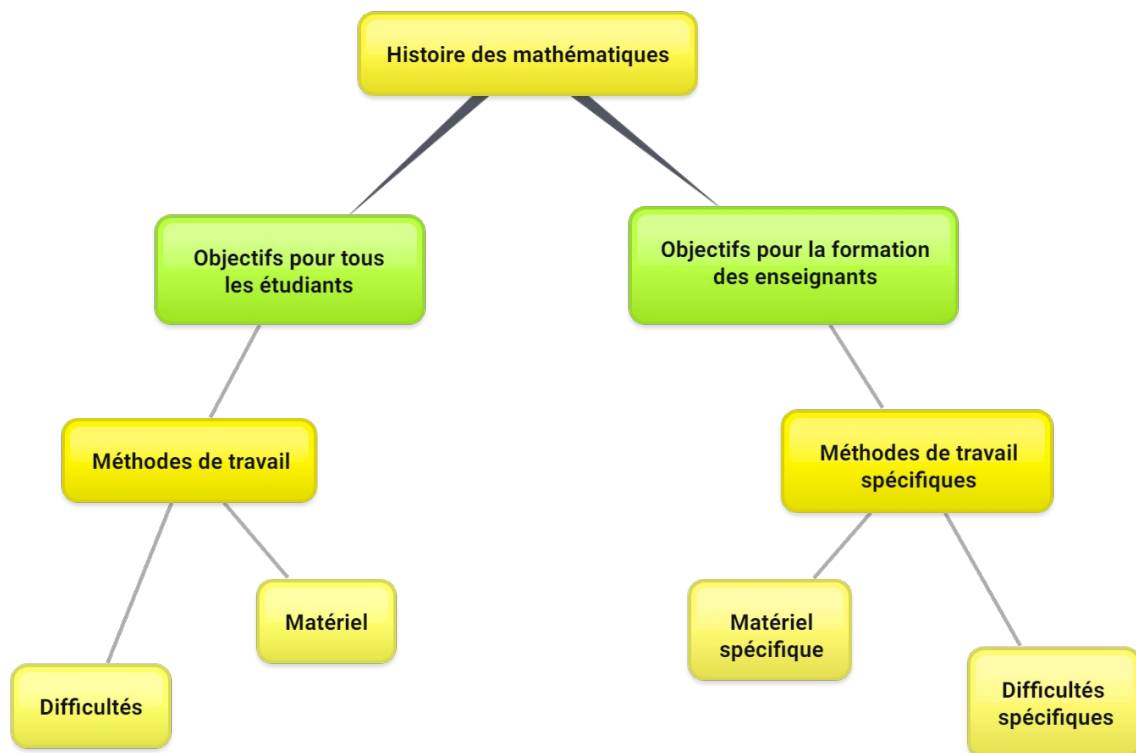


Figure 4.6 : Histoire des mathématiques pour deux publics différents.

Considérations sur la discipline histoire des mathématiques

Parmi les personnes interrogées, il n'y a qu'un seul formateur qui affirme avoir considéré l'histoire comme discipline, la première fois qu'il a donné le cours. Ses objectifs étaient d'étudier l'histoire des mathématiques et de faire des exercices tirés d'un livre d'histoire des mathématiques. A l'époque, il n'avait pas d'objectifs liés à l'éducation. Nous précisons que la formation de ce formateur est en mathématiques pures, contrairement aux autres formateurs interrogés qui sont diplômés de la formation des enseignants.

Rappelons que la formation des enseignants uruguayens comporte un grand nombre de disciplines liées aux sciences de l'éducation, comme la psychologie, la sociologie, l'histoire de l'éducation, la pédagogie critique, mais aussi le cours spécifique de *didactique des mathématiques* dans toutes les années de la carrière, avec sa partie théorique et sa partie pratique (§1.2.2).

Le point de vue des autres formateurs est de considérer l'histoire des mathématiques comme une ressource qui peut aider les enseignants à enrichir leur réflexion et leurs pratiques personnelles. Pour clarifier cette idée, nous citons un commentaire d'un formateur qui dit explicitement que le public cible lors de la préparation de son cours est celui des futurs enseignants « c'est un cours qui s'adresse aux futurs enseignants, c'est quelque chose dont je suis très conscient ». Cet enseignant fait allusion à la construction d'un discours pédagogique de prise de conscience de la profession d'enseignant, un discours dans lequel être enseignant de mathématiques est différent d'être

mathématicien. Cette même position est reconnue dans le reste des entretiens, soulignant que le public visé par la formation des enseignants est un public spécifique qui est formé pour enseigner les mathématiques.

En tant que discipline

Le premier cours que j'ai fait plus traditionnel, j'ai pris un livre et j'ai exposé chronologiquement, avec une liste d'exercices que les étudiants devaient résoudre dans le contexte historique. Ils devaient se positionner et essayer de résoudre les exercices. Mais c'était aussi une approche plus traditionnelle. La deuxième année, j'ai décidé de changer et j'ai proposé de faire un séminaire. Ce que nous avons fait, c'est prendre le livre d'Angel Ruiz⁴⁵, sur histoire et philosophie des mathématiques, je crois. En gros, nous avons distribué les chapitres et chacun des étudiants présentait un résumé et posait des questions. Dans ce moment là, je n'avais pas encore incorporé la partie de la formation des enseignants. (UD1)

En tant que ressource

[...] Gardez à l'esprit qu'ils seront de futurs enseignants de mathématiques et que l'histoire des mathématiques aura un impact sur leurs classes du secondaire. [...] le cours est assez pensée pour le genre d'étudiant que j'ai. C'est un cours qui s'adresse aux futurs enseignants, c'est quelque chose dont je suis très conscient. Ainsi, les activités que je présente peuvent être soulevées dans le secondaire, pas toutes parce que certaines sont difficiles, mais beaucoup d'entre elles peuvent l'être dans le secondaire. (UE3)

[...] il y a un savoir spécifique pour cet élève, futur enseignant, qui n'est pas celui des mathématiques pures [...] Il y a un discours pédagogique qu'il faut garder à l'esprit quand on travaille avec ces étudiants. Et il y a une sorte de prise de conscience, en ce sens que nous commençons à accepter que notre discours en vaut la peine, et que l'autre discours qui a prévalu jusqu'à il n'y a pas si longtemps, est un discours qui n'est pas totalement adapté au travail dans la formation pédagogique. (UE3)

Avant de commencer par la description des catégories et la réunion des fragments, on remarque que certains passages peuvent avoir été cités deux fois, étant donné qu'ils correspondent effectivement aux sujets traités.

A. Les objectifs ou les « pourquoi »

Parmi les « pourquoi », on distingue les « pourquoi » qui utilise l'histoire des mathématiques pour les élèves en mathématiques en général, et les « pourquoi » qui utilise l'histoire des mathématiques pour la formation des enseignants.

Les « pourquoi » de l'utilisation de l'histoire des mathématiques en général

45 Ruiz Zúñiga, Á. (2003). Historia y filosofía de las matemáticas. *San José: UENED.*

A1) Contre une mathématique cachée, dénuée de sens, aride, pour donner des réponses aux élèves.

Comme première catégorie, nous trouvons des arguments qui cherchent à s'opposer à une vision d'une mathématiques cachée, dénuée de sens, aride et qui cherche donner des réponses aux élèves.

Certaines des interviewés affirment qu'ils ont vécu une expérience d'apprentissage des mathématiques détachée de la construction des connaissances mathématiques, axée sur les propriétés d'apprentissage, la pratique opérationnelle, l'utilisation de formules de manière décontextualisée. Face à ces pratiques, l'histoire peut aider à fournir un contexte pour le développement de ces contenus mathématiques, elle peut fournir des réponses de la part des élèves tels que « quel est l'intérêt de ce que j'apprends ? », elle peut aider à comprendre que l'organisation des contenus n'est pas fortuite mais il y a une raison.

Je crois que toute leur vie [les étudiants] ont vu les mathématiques comme des comptes et des formules, et que les mathématiques n'ont jamais eu aucune donnée, il me semble qu'il répond à cela. Ce qui me frappe, c'est qu'il leur semble naturel que les mathématiques soient une chose à part et qu'elles ne soient accrochées quoi que ce soit. [...] Il me semble que nous allons beaucoup dans les détails des mathématiques et que les grandes choses nous manquent. Il y a dix mille détails de propriétés et de sous-propriétés, et c'est bien, mais c'est dedans de quoi ? L'arrière-plan est de trouver et de calculer la surface d'une chose, ou de dessiner la tangente d'une courbe, mais les grandes questions n'apparaissent jamais. Nous allons toujours dans les détails et jamais dans ce qui motive tout cela. (UE1)

Avant de commencer à lire histoire, quand j'ai commencé à enseigner et que j'ai dû parler de Descartes, ou je devais présenter quelque chose sur Descartes, le système cartésien, par exemple, je cherchais qui était Descartes, ce qu'il faisait, et je faisais une histoire... et soudain quand je devais donner les systèmes de numérotation, je cherchais à savoir où ils avaient surgi, simplement pour être alerte aux questions que les élèves posent et avoir une réponse. [...] Ma vision de ce qui se passe dans les cours de mathématiques à l'IPA, c'est que les formateurs jettent beaucoup de choses aux élèves, comme dans mon cas, et ensuite « occupe-toi ». [...] Pour moi, l'histoire sert à cela, à réaliser qu'il y a des choses derrière et que cela ne fonctionne pas comme par magie, mais que cela fonctionne parce qu'il y a des choses qui s'accomplissent. [...] Pour moi, essayer d'humaniser le cours de mathématiques, qui est généralement aride pour beaucoup d'élèves, et je ne sais pas si cela a à voir avec l'histoire des mathématiques, c'est le cas pour moi. (UE2)

A2) Les mathématiques ont de l'histoire et leur histoire est attrayante. Les mathématiques sont une activité humaine et les mathématiciens font aussi des erreurs. Il faut faire des mathématiques.

Les arguments qui définissent cette catégorie soutiennent que les mathématiques ont une histoire et que cette histoire est attrayante parce qu'il s'agit d'une activité humaine et qu'il est nécessaire de vivre l'expérience de faire des mathématiques.

[...] les mathématiques ont à voir avec une façon de penser le monde et ce qu'il a à voir avec la façon dont nous vivons aujourd'hui. [...] Donc, pour commencer, essayer de voir que c'est une activité humaine assez récente [...] concerne certains hommes qui ont consacré leur vie, qui étaient mathématiciens ou scientifiques, c'est aussi celui de l'époque où ils vivaient, du contexte, des problèmes qu'ils avaient, alors il faut voir les mathématiques comme une activité en plus. (UE1)

La question centrale me semble, et cela m'arrive aussi avec les étudiants de l'IPA, qu'il n'y a aucune conscience qu'il y a une histoire. Avec les mathématiques au secondaire, pour la majorité des élèves, sauf quelques rares exceptions, les mathématiques sont là, elles sont là dans le présent, dans ce qui est dans le livre, ou dans ce que l'enseignant dit, mais elles n'ont pas d'histoire, ou quelque chose comme ça. (UE1)

En d'autres termes, la fonction est double : essayer d'apprendre un peu d'histoire, mais aussi d'expérimenter la chose, de vivre en faisant le problème à partir de rien. (UE1)

Il me semble que l'opinion qui prévaut au niveau de l'éducation ou au niveau du système est que les mathématiques sont une chose statique qui est entièrement faite et on ne sait pas d'où elle vient. Il me semble qu'il est important qu'ils aient une vision des mathématiques comme une construction sociale, qu'ils voient que c'est une construction sociale qui n'est pas une telle chose : « deux plus deux font quatre ». Je suis intéressée à ce qu'ils voient que les mathématiques ont évolué, et continueront d'évoluer, en questionnant comment elle a évolué... montrer qu'il s'agit d'une chose dynamique qui continue d'évoluer et que les gens font des recherches et y travaillent. (UD2)

Je pense que c'est une bonne ressource pédagogique, utilisée à cette fin. Elle permet de varier les classes, c'est-à-dire, cela ne signifie pas que dans toutes les classes on utilise l'histoire des mathématiques, mais comme quelque chose d'attrayant. [...] Les concepts ont évolué, de sorte qu'ils [les étudiants] le voient. Il me semble que cela les rapproche de la compréhension du pourquoi, de l'idée d'où cela vient et comment cela se produit. (UD3)

Parce qu'il s'agit d'une activité humaine, il est également logique que ceux qui la produisent commettent des erreurs.

Ces merveilleux hommes qui ont des théorèmes avec leurs noms avaient aussi tort, puis se permettre d'errer dans la salle de classe permet aux élèves d'avoir confiance en eux et de commettre des erreurs sans que rien ne se passe. Avant, on paniquait d'intervenir parce que « si je dis quelque chose de mal, ils vont me censurer » avec un regard ou un commentaire, ou avec quelque chose. Aller en classe décontractés, sachant qu'on peut se tromper. (UE2)

Et ils [les étudiants] voient aussi comment ils ont fait une erreur, les erreurs que les mathématiciens ont faites. Actuellement, je ne sais pas combien d'articles dans les revues dont la moitié contient des erreurs... Et ils ne peuvent pas le croire parce que pour eux les maths sont parfaites et déjà faites et organisées. Et c'est en construction dans laquelle ont tous participé et travaillé ensemble. (UE2)

Un enseignant en particulier s'étonne que les étudiants ignorent que les mathématiques ont une histoire, pensent que c'est quelque chose de statique, d'apesanteur, ou que c'est l'enseignant qui

les produit en ce moment. Si les élèves ne sont pas conscients de cette construction historique et collective, ils ne peuvent pas concevoir d'erreurs, ni d'allers-retours. De là l'importance d'avoir un cours d'histoire pour montrer ces démarches, erreurs et réussites en mathématiques.

Dans *Bases des mathématiques* quand j'ai fait l'une des séances, j'ai travaillé en complétant les carrés. D'abord avec un exemple et ensuite ils ont généralisé, en comblant les distances par le problème des négatifs... ils ont dit « bien sûr, c'est ce que nous faisons », ils viennent de réaliser cette démonstration... Ils n'avaient jamais vu auparavant, ils étaient stupéfaits et l'un d'eux a dit « Bien sûr, le carré ! C'est pour ça que c'est au carré, et au cube, parce qu'on forme un cube » était comme s'ils avaient découvert quelque chose, c'est merveilleux. Il n'oublie plus, parce qu'il l'a vécu. (UE2)

A3) Souligner l'effort humain et le génie.

Dans cette catégorie nous identifions le commentaire d'un des formateurs qui, bien qu'il soit le seul à souligner l'effort humain comme des caractéristiques importantes à relever, nous comprenons qu'il est valable. Évidemment, le but n'est pas de nuire au travail en classe, mais de souligner l'effort d'avoir consacré une grande partie de sa vie à essayer de trouver des réponses à un problème ou à avoir développé de grandes idées.

[...] il y a des démonstrations de plus de 3000 ans, nous les utilisons et nous les répétons sans cesse. « Ah, mais ce type qui a eu cette idée était quelqu'un d'intéressant » parce que 3000 ans ont passé et juste une deuxième ou troisième idée est venue. « Mais pourquoi répétons-nous la même démonstration d'Euclide depuis 2000 ans ? » Ah, eh bien c'était vraiment une bonne idée, parce que si aucune autre alternative n'a émergé... (UE1)

Dans le livre de polyèdres que nous avons fait ensemble avec Véro [formatrice], nous avons mis la démonstration de Cauchy de la relation d'Euler. Nous avons commencé avec cette idée qui englobe tous les polyèdres convexes, c'est une grande idée que bien que je puisse vivre huit vies, je ne vais pas y penser. Sauver de grandes idées me semble être une bonne chose aussi, et cela n'invalide pas tout ce à quoi on peut penser en classe. Nous pouvons penser à des cas particuliers, et il y a certains types de personnes qui, confrontées à certains problèmes, ont des idées étonnantes et il est bon de les reconnaître. (UE1)

Les « pourquoi » de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants

A4) Les mathématiques en tant qu'activité humaine.

Dans la catégorie suivante, nous examinons les extraits dans lesquels les mathématiques sont décrites comme une activité humaine, en particulier dans la formation des enseignants. L'histoire des mathématiques aide à comprendre que les mathématiques sont une activité humaine comme toutes les autres disciplines.

[...] pour les besoins d'un enseignant, il me semble nécessaire de voir les mathématiques qu'on va enseigner au collège et au lycée comme une activité de plus de l'homme. Comme la littérature, la philosophie, la peinture ou la pensée scientifique (UE1)

Le savoir est construit et il est important de noter que la façon dans laquelle est construit est différente de la façon dont il est présenté dans un manuel scolaire. Un manuel a une structure qui répond à un certain ordre dans lequel on veut présenter un contenu déterminé. Considérer les mathématiques comme une activité humaine permet de penser à une classe plus vivante, plus liée à l'activité humaine où il y a la possibilité de faire des erreurs.

L'histoire contribue également à partir du moment où elle aide à comprendre comment les savoirs mathématiques sont construits. Le savoirs que les mathématiciens construisent d'une manière quelque peu chaotique, avec d'aller-retours. L'histoire nous permet de comprendre que la construction du savoir mathématique est très différente de la façon dont est présenté plus tard dans un manuel scolaire. (UE3)

[...] Je pense que c'est un bon outil avoir ce cours parce que, par tradition, dans les cours spécifiques [de mathématiques], on ne travaille pratiquement rien d'histoire, ou si on travaille, on le fait d'un autre point de vue, ce que je faisais avant de commencer à raconter un peu d'histoire (UD1)

[...] ce que j'essaie, c'est de voir quelques applications des mathématiques, comment elles sont liées, et qu'ils [les étudiants] le lient aussi un peu plus au secondaire. Qu'ils puissent motiver et apporter des problèmes, et travailler sur des questions basées sur certains problèmes qui peuvent surgir de l'histoire. [...] cette capacité est générée, ce savoir, de préparer des classes plus vivantes qui ont à voir avec la réalité des mathématiques. Si on le met comme un problème, les problèmes sont encore plus difficiles, ils nous font raisonner beaucoup plus. Un problème ou voir ce qu'ils ont fait dans le contexte historique. L'histoire me fait voir les mathématiques plus vivantes, plus de l'être humain. (UD1)

L'une des choses que je voulais que les élèves voient à travers l'histoire, savoir le pourquoi ils étudient ce qu'ils étudient aujourd'hui, comment cela s'est produit et comment certaines notions ont évolué, et dans certains cas rien n'a évolué, qu'il y a des gens qui continuent à travailler sur les mêmes choses. [...] il y a d'autres choses qui évoluent, et d'autre part, il y a aussi eu des erreurs qui ont été corrigées. (UD2)

A5) Vivre l'expérience de faire mathématiques et ressentir de l'empathie.

Prenant en compte un public de futurs enseignants de mathématiques, certains formateurs considèrent qu'il est fondamental qu'un futur enseignant ait l'expérience de faire des mathématiques, de se remettre en question, de résoudre des problèmes sans avoir la moindre idée des outils qu'il devrait utiliser. Les formateurs soutiennent qu'en proposant des problèmes historiquement et mathématiquement décontextualisés, les étudiants ne savent pas quels outils utiliser. Le but de cette

dynamique est que le futur enseignant se sente comme ses élèves face à un problème inconnu. Pour les interviewés, il est important que les élèves ressentent cette empathie avec leurs futurs élèves.

Je considère que l'étudiant de quatrième année lui-même va vivre l'expérience de penser à un problème. C'est ce que je veux qu'ils fassent après. C'est-à-dire que chacun avec ses élèves se donne la possibilité de vivre de cette façon aussi une partie des cours. Face à certains problèmes « réfléchissons nous-mêmes et voyons ce qui en ressort ». [...] L'idée est « nous allons faire face à cette situation comme si elle venait de nulle part, avec ce que nous avons dans la tête et essayer d'y penser ». Que cela sorte ou non, je ne sais pas, mais les étudiants vont sûrement trouver beaucoup d'idées, et nous devons donner la possibilité à l'étudiant de quatrième année de balancer ses idées. (UE1)

Vivre cette expérience peut aider à mieux comprendre ce que les enseignants auront à expliquer plus tard, en ayant plus d'éléments pour le faire :

En quatrième année, il me semble que c'est différent parce qu'en général ce sont des étudiants qui travaillent déjà, qui ont le groupe de stage, des gens qui travaillent déjà. Il est donc naturel [le lien avec le secondaire], lorsqu'il s'agit de faire quelque chose, de lire un peu d'histoire, car on y pense presque directement. Je leur dis même : « Voyons, si vous voulez penser quelque chose en général, c'est ok, mais si vous voulez le penser pour une classe spécifique, dans les groupes que vous avez, génial ». Il me semble donc qu'ils le voient naturellement. Là ils voient presque tout sur la façon dont ils peuvent « l'atterrir ». Et parfois parce qu'ils travaillent en équipe et que chacun a des années différentes, ils y réfléchissent dans le premier, le deuxième, le troisième... « comment pouvons-nous porter cela à ces différents cours ? ». (UE1)

[...] l'histoire sert aussi à localiser le problème et où ce problème s'est produit, si avec les Grecs, en quel siècle... mais de le localiser aussi à l'étudiant de quatrième année « bon, j'y fais face, j'ai ces problèmes » qui est un moyen de connaître les problèmes qu'a eu celui qui l'a pensé pour la première fois. Et à son tour, expérimenter la place de l'élève lorsqu'il va enseigner. (UE1)

J'aime les affronter dans cette situation où, d'une part, ils ne savent pas quel est l'outil -il n'y a peut-être pas un seul outil- pour résoudre le problème, pour les mettre dans la situation de l'élève du secondaire, qui fait face... et ils vivent un peu ce sentiment de devoir trouver un moyen de résoudre le problème et de ne pas avoir explicitement indiqué au préalable quel est l'outil qui les sert à le résoudre. Il me semble qu'en tant que futurs enseignants, se mettre dans cette situation est intéressant, de faire un acte métacognitif, où l'on commence à penser par soi-même quelles stratégies sont mises en œuvre, quelles sont les difficultés qu'on rencontre lorsqu'il s'agit de résoudre ces problèmes. Il me semble que cet acte métacognitif aide à comprendre un peu le processus que peuvent vivre les futurs élèves. (UE3)

Cette dynamique favorise également la sécurité de l'étudiant stagiaire en lui offrant des explications alternatives. Comme le dit un enseignant, ce n'est pas qu'ils utilisent l'histoire, c'est qu'ils expliquent une idée d'une autre façon à partir de leurs connaissances historiques :

D'abord parce qu'ils réalisent que ce n'est pas une coïncidence. Par exemple, quand ils voient le nombre réel, ils étudient les propriétés et l'axiomatique... et il n'a pas de sens, mais quand ils le

voient d'un autre endroit et non de l'algèbre « de lettres », ils réalisent... « Bien sûr, si je peux raisonner sans avoir besoin de mémoriser... » et qu'ils réalisent comment l'expliquer autrement, parce qu'ils l'expriment eux-mêmes... Ce n'est pas qu'ils donnent un cours d'histoire, mais ils se basent sur cette histoire ou sur ces exemples avec lesquels nous travaillons, pour voir d'autres façons de l'expliquer . (UE2)

J'essaie toujours de voir « c'était correct et c'est encore le cas aujourd'hui ». Je doute toujours que ce soit fini. « Et c'était bien ? Non, mais quelqu'un d'autre est venu le résoudre. » Il est important de voir qu'ils construisent et que leurs élèves ne répètent pas l'histoire parce qu'il y a des choses qui ont déjà été surmontées, mais qu'ils construisent aussi. Ce que j'essaie de leur transmettre, c'est que les mathématiques qu'ils construisent sont ce qui se rapproche le plus des mathématiques des mathématiciens. C'est une mathématique différente. Nous devons voir que c'est humaine et que ce sont des gens comme nous qui l'ont construit. Je pense que ça rend la classe plus humaine. (UE2)

A6) Connaître des réponses différentes.

Dans cette catégorie, nous citons les extraits qui parlent de l'importance de voir les différentes réponses données à un même problème. Les interviewés déclarent que le fait de savoir qu'il existe différentes possibilités pour résoudre un problème leur permet d'accepter plusieurs réponses dans une classe de mathématiques et les invite à mettre en contraste les informations :

Une autre chose est de voir que les mathématiques que l'on voit n'est pas linéaire, les mathématiques écrites semblent bien ordonnées : l'axiome, le théorème, l'exercice, comme ils apparaissent dans les livres... Et que cela s'est produit dans l'histoire, et que pour un tel problème il y avait différentes réponses et que ces réponses sont approximatives... Donc, voir qu'il y a plus d'une réponse, des réponses différentes au même problème me semble sain. [...] Voir que les choses ont évolué et que cette évolution est aussi imprécise que l'imprécision des idées qui peuvent surgir dans un cours de mathématiques. (UE1)

Lorsqu'ils découvrent que des géométries non euclidiennes ont toutes émergé en même temps, dans des lieux différents, les étudiants se demandent comment ils communiquaient, ils découvrent les difficultés de l'époque et les avantages qu'ils ont maintenant qu'ils ont l'information... et comment chercher une information qui ne soit pas fautive. (UE2)

A7) L'histoire peut unir des parties du savoir qui ont été fragmentées, offrant des formes alternatives de travail en classe, contribuant ainsi à renforcer la sécurité du futur enseignant.

Le fait que le cours d'histoire est en dernière année de carrière, accompagnant l'étudiant dans sa pratique d'enseignement, contribue à cette culture générale qui peut fournir des outils pour sa performance en classe :

En général, ils ont toujours l'impression que l'enseignant doit tout savoir. Il doit avoir toutes les réponses « vous voulez avoir toutes les réponses, vous devez prendre un concept que vous allez enseigner et l'égrener pour le comprendre vous-même. Vous aurez donc de meilleurs outils pour répondre à ces questions, si tu défais ce concept et tu cherches ce qui l'a engendré, pourquoi, comment... », « Ah, c'est lié à ceci... » En voyant tous ces liens, nous nous positionnons de

manière plus sûre. Pour moi, non seulement sait-on si l'on connaît les mathématiques, il ne suffit pas de connaître juste les maths pour travailler au secondaire. Il me semble qu'on a besoin de plus d'outils et si on ne sait pas de réponse, on peut toujours répondre « pour la prochaine séance, je vais le chercher parce que pour le moment je n'ai pas la réponse ». Et une façon de répondre est de chercher historiquement sur ce qui c'est passé à ces notions, c'est ma vision, mon lien avec la classe. (UE2)

Ce dont les étudiants stagiaires parlent le plus lorsqu'ils parlent de leur pratique, c'est de l'insécurité qu'ils ressentent, de la peur qu'on leur pose des questions auxquelles ils ne savent pas comment répondre. Ou quand on va les voir donner des cours, comment ils « deviennent » sourds quand on leur pose une question à laquelle ils ne savent pas répondre. Nous en avons beaucoup discuté et bien « si je ne connais pas [les réponses] je vais les chercher », et dans l'histoire je pense que nous faisons une partie du chemin, qui complète une partie du chemin qui est fait en didactique. [...] (UE2).

Les formateurs affirment qu'il est non seulement nécessaire de connaître les mathématiques, mais aussi d'avoir une culture plus large, que ce soit en histoire, en littérature ou dans d'autres disciplines. Cela permet d'élargir l'éventail des réponses et de ne pas se limiter au domaine des mathématiques :

Afin d'étudier la physique, la chimie, etc., la réalité est désintégrée en petites portions et ces petites portions sont étudiées. Donc [Edgar Morin] dit que c'est une priorité de l'éducation de voir ce qui rassemble ces parties. Et je crois que l'histoire des mathématiques peut avoir cette fonction : pour aider à unir les parties et être capable d'apprécier les concepts qui apparaissent en classe de mathématiques en apesanteur, flottants, on peut les rassembler et les voir comme faisant partie d'un tout, d'une réalité, de cette réalité historique dans laquelle elles sont immergées (UE3).

Il me semble qu'être enseignant de mathématiques ne signifie pas seulement enseigner les mathématiques, il me semble que le lien avec les autres matières naturalise l'existence des autres matières en même temps qu'il naturalise la notre. [...] Il me semble que montrer cette ouverture au savoir, à partir de mon rôle d'enseignant de mathématiques, où je ne vais pas enseigner la littérature [...] tout comme je ne pense pas avoir à enseigner l'histoire des mathématiques au secondaire, je dois l'utiliser comme une ressource. Il me semble que c'est le rôle du professeur de mathématiques du secondaire, d'utiliser différentes ressources : utiliser comme ressource l'histoire des mathématiques, le texte littéraire si on le juge approprié... (UE3)

A8) L'histoire pour savoir quels sont les obstacles et les difficultés qui ont existé et que les élèves peuvent avoir.

Dans cette catégorie, nous avons mis en évidence les fragments d'entretiens dans lesquels les formateurs parlent de l'importance de savoir quels sont les obstacles et les difficultés qui ont existé historiquement dans le développement des mathématiques. Selon les interviewés, cela permet aux futurs enseignants d'être préparés aux difficultés que peuvent rencontrer leurs élèves. Connaître les obstacles épistémologiques permet au futur enseignant d'être prêt à reconnaître les difficultés qu'un élève du secondaire peut rencontrer et réfléchir aux solutions possibles.

[...] notamment pour le futur enseignant, il me semble que l'histoire peut aider à comprendre les difficultés éventuelles qu'un élève peut rencontrer lorsqu'il est confronté à certains concepts, qui aujourd'hui se posent de façon claire, comme le concept de nombre entier que l'humanité a mis tant de siècles à s'approprier. [...] Ensuite, l'histoire nous donne une perspective qui nous permet d'être attentifs aux difficultés et aux obstacles que les élèves peuvent rencontrer. (UE3)

[...] de les confronter au même niveau d'égarement, analogue à celui auquel les Pythagoriciens auraient pu être confrontés lorsqu'ils ont découvert qu'il y avait des segments incommensurables. L'histoire des mathématiques nous amène donc à construire une séquence d'activités et à présenter cette séquence d'activités en classe de mathématiques. (UE3)

B. Les méthodes de travail ou les « comment ».

Parmi les « comment », nous distinguons les « comment » utiliser l'histoire des mathématiques avec les élèves en mathématiques, et les « comment » pour la formation des enseignants.

Les « comment » pour travailler l'histoire des mathématiques avec les élèves en mathématiques

B1) Anecdotes, histoires, bulles....

Dans cette catégorie, nous présentons des extraits qui décrivent une utilisation sous forme d'anecdotes, d'histoires ou de « bulles » d'histoire isolées :

En général, j'ai toujours donné des cours de géométrie au lycée, et là, petit à petit, j'ai mis des choses qui avaient à voir avec l'histoire, mais ont toujours été des choses ponctuelles. [...] Mais il me semble que c'est toujours une exception. [...] il me semble que c'est comme une « bulle », parce que ce sont des expériences ponctuelles au milieu de nulle part. Et en général, il me semble que dans certains cas, ils s'intéressent. Et résoudre cette situation particulière qui peut avoir des choses d'histoire sont des expériences qui sont plutôt des « bulles », il me semble, des expériences qui se perdent tout au long d'un cours. (UE1)

En *Analyse I*, ce que je fais, c'est que lorsque nous travaillons sur les séries, nous y voyons le point de vue historique ou certaines difficultés que les mathématiciens ont rencontré lorsqu'ils ont travaillé avec des séries. C'est comme une narration, parce que je pense qu'il y a peu d'activité là-bas. Jusqu'à qu'à la fin apparaît la série de la somme des inverses des carrés parfaits, qui a été Euler qui a fini par trouver combien il valait. Et là, j'ai l'activité où je propose aux étudiants quelques lignes directrices pour qu'ils trouvent cette somme. La première fois que je l'ai fait, je leur ai même raconté en gros ce qu'avait été l'idée de trouver la somme. (UE3)

Dans leurs cours de mathématiques, les formateurs déclarent qu'ils ne parviennent pas à travailler à partir d'une perspective historique, mais qu'ils décrivent la façon de travailler avec l'histoire depuis des anecdotes, des narrations ou des expériences isolées. Ils reconnaissent que le

cours d'histoire des mathématiques les favorise parce qu'ils peuvent raconter des épisodes historiques dans d'autres cours même s'ils n'ont pas réussi à intégrer cette perspective d'une autre façon :

Je ne travaille pas vraiment comme je l'ai dit. Je continue à faire une petite histoire ou quelque chose de petit... Bien sûr, je dois faire un changement et je le reconnais, mais je ne l'ai pas encore fait. Ce qui se passe, c'est qu'on est persécuté « J'ai un tel contenu, alors plus ou moins je dois couvrir une telle chose, mais je couvre tellement... eh bien ça l'est, mais j'ai cette marge » [...] Et cette dynamique nous amène à raconter des anecdotes historiques de façon très sporadique. Avoir donné le cours d'histoire est utile pour les autres cours à cause de cela, parce que j'ai aussi comment faire des petites histoires, des émergences en probabilité, des questions de hasard, où les dés et les problèmes surgissent, Pascal et les choses du style, mais ce n'est pas.... Il y a un équilibre avec lequel je ne peux toujours pas m'entendre, je ne suis pas encore sur la bonne voie. (UD1)

Dans mes cours du secondaire, principalement comme entrée et comme dessert, jamais comme plat principal⁴⁶. Comme entrée pour présenter un sujet, et comme dessert, je l'utilise pour clore le sujet et pouvoir dire un peu d'où il vient, mais aussi je ne vais pas au-delà de l'anecdote. Je dois admettre que c'est peut-être un défaut que j'ai encore, parce que je ne peux pas l'utiliser comme plat principal. (UD3)

B2) *Fil rouge.*

Un autre « comment » dans les cours de mathématiques est d'utiliser l'histoire comme fil rouge d'un cours ou d'un thème. Les formateurs présentent deux cas : l'un dans le cours de *Géométrie* en formation des enseignants et l'autre en 5e année du secondaire. Dans les deux cas, il s'agit de cours de mathématiques où l'on recherche des épisodes historiques des sujets à travailler :

Avec Vero [formatrice], nous avons réalisé que les étudiants n'avaient aucune idée de ce qu'était un prisme, et nous avons commencé à essayer d'intégrer des trucs de polyèdres. Année après année, nous avons fait des fiches d'étude et quelques années plus tard, elles sont devenues les deux livres que nous avons utilisés pour le cours. Le guide est un fil rouge historique, dans ce livre ce qui guide est la relation d'Euler, à voir dans chaque famille, à faire une table, et le défaut angulaire du polyèdre. Ce sont les deux choses qui guident le livret violet. Et se termine à la fin avec la démonstration de Cauchy de la relation d'Euler. (UE1)

Tu as vu le programme du 5e scientifique, mathématiques 2, que quand était proposé je ne l'ai jamais compris, je suis passée cinq ans et j'ai trouvé un fil avec l'histoire, pas chronologique. Comme j'en avais besoin, j'ai trouvé comment je pouvais accrocher les successions avec des limites, avec le calcul de surfaces, qui sont des étapes différentes. Je passe par le calcul de surfaces d'Archimède, par les Pythagoriciens avec les nombres polygonaux, toutes une quantité de choses... puis je passe par Riemann..... tout ça mélangé. (UE2)

46 L'enseignante se réfère à l'article de Siu et Tzanakis de 2004, "History of Mathematics in Classroom Teaching - Appetizer ? Plat principal ? Or Dessert ", *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 3, num. 1-2, pp. v-x

B3) Aucune évaluation.

Bien qu'étant le seul enseignant à s'exprimer sur l'évaluation des activités historiques dans une classe de mathématiques, il nous semble pertinent de citer son commentaire parce que c'est une question que nous, enseignants, nous nous posons en général : si nous devons évaluer ou non ce type d'activités, et si nous voulons le faire, comment le faire. Dans le cours de mathématiques en général, le contenu est exclusivement mathématique, pour cette raison, tout autre contenu qui n'est pas dans le programme n'est pas évalué. Ce formateur dit qu'il est très dangereux d'envisager une évaluation parce qu'elle ne permet pas d'avoir la liberté de penser aux problèmes sans subir de pressions supplémentaires :

Au lycée, je pense que chaque fois que j'ai voulu travailler dans cette dynamique, c'était parce qu'il y avait toujours la question des élèves : « à quoi cela sert-il ou comment cela va-t-il être évalué ? Est-ce qu'on doit étudier ça pour l'examen ? » Donc pour se débarrasser de cette pression en général, je dis : « Voyons, ce n'est pas pour un test, ce n'est pas pour l'examen, ce n'est que pour faire face à cette situation et pour voir ce qui se passe. Voyons si on peut s'y intéresser ». (UE1)

B4) Des problèmes.

Aussi le « comment » est répondu à partir de la proposition de problèmes qui peuvent avoir une origine historique. L'idée est de présenter ces problèmes en essayant de les résoudre avec les connaissances que les élèves ont :

Ce que je fais dans ces situations, c'est essayer d'apporter un problème spécifique qui a son origine dans quelque chose d'historique et à partir de là. (UE1)

[...] J'essaie de leur dire « ces problèmes concrets, pensons à eux aujourd'hui, et comparons ce que nous pouvons penser aujourd'hui avec les connaissances que nous avons d'un étudiant de quatrième année, et quand cela est possible avec la façon dont l'histoire a été pensée ». (UE1)

Les « comment » faire avec l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants

B5) Histoire des mathématiques comme porte d'entrée à la recherche et lien avec le secondaire.

Nous présentons dans cette catégorie les extraits dans lesquels l'histoire des mathématiques est considérée comme une porte d'entrée à la recherche, liée à un « devenir enseignant de mathématiques ». En ce sens, l'histoire peut être le domaine dans lequel proposer un sujet pour étudier les notions mathématiques, en cherchant à connaître les questions qui ont été posées au début, les difficultés et les obstacles rencontrés :

Je ne sais pas si les élèves ont l'idée que l'histoire peut être utilisée comme je pense qu'elle devrait l'être dans le secondaire, je crois que l'histoire des mathématiques dans l'IPA est une fenêtre qui s'ouvre, et une fenêtre méthodologique aussi : comment étudier un tel sujet, comment le démêler et comment le reconstruire. Parce que je dois d'abord le reconstruire, car j'ai déjà une construction carrée, puis je dois construire à nouveau, car peut-être je ne construis pas ce que j'avais déjà. (UE2)

Une des choses avec lesquelles j'ai travaillé avec eux en cours d'histoire et je leur ai dit qu'ils pouvaient le faire [avec leurs élèves], c'est la fraction unitaire des Égyptiens. Même si c'est un peu farfelu, j'ai trouvé ces tablettes intéressantes. Bien souvent, je leur prenais ces tablettes de fractions et je leur demandais : « Qu'est-ce que c'est, d'après vous ? ». Nous avons ensuite discuté de ce qu'ils ont fait et de la façon dont ils ont utilisé ces fractions unitaires et des activités qui pourraient être menées pour montrer efficacement ce travail sur les fractions. D'autres fois, si quelque chose me semblait intéressant mais que je ne comprenais pas bien, je le proposais aussi pour discuter avec tout le monde « je n'ai pas bien compris où va cette démonstration, qu'est-ce que vous en pensez ? » et soudain on passe toute une séance à essayer de voir ou défaire une démonstration ou voir comment ils étaient arrivés à certains résultats. (UD2)

B6) L'évaluation de l'histoire des mathématiques comme discipline dans la formation des enseignants.

Face à la question de l'évaluation dans l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants, les propositions sont en général similaires : proposer un sujet, l'étudier d'un point de vue historique et le relier à un contenu du secondaire :

Ce que j'ai fait pour l'évaluation a été de préparer un sujet, qui n'était pas le même que le premier partiel, choisir un mathématicien ou essayer de faire l'épistémologie du concept mathématique. Et dans la deuxième partie du travail, je voulais qu'ils cherchent un problème ou un théorème, et voir ce que l'évolution de ce problème a été ou la démonstration d'un théorème. Comment il a été généré et ce qui se passe aujourd'hui. (UD2)

L'une des exigences de la première partie est qu'ils choisissent un thème mathématique pour aborder leur développement du point de vue historique. Lorsqu'ils choisissent le sujet, il leur a demandé de tenir compte du contenu mathématique présent au secondaire, car plus tard dans la deuxième partie, ils reviendront sur le sujet pour faire une séquence d'activités qui tiennent compte de la première partie. C'est la clé, et il y a l'ancre tout le temps au secondaire. (UE3)

Je crois qu'il faut transcender cette façon d'utiliser l'histoire des mathématiques en classe, et c'est avec cet objectif là que je propose aux étudiants dans la première partie, qu'ils transcendent l'anecdote, la simple révision biographique des personnages. Et il y a le sujet de l'acquisition de connaissances dont je vous parlais aujourd'hui. Il me semble que nous devons transcender la narration historique anecdotique et le compléter par d'autres choses. Les compléter par des activités et des problèmes tirés de l'histoire des mathématiques. Et je pense même que l'histoire des mathématiques peut être utilisée pour générer une séquence d'activités qui placent l'élève dans un endroit similaire à travers lequel différents personnages ont vécu. Et ce, pour pouvoir expérimenter d'une certaine manière les difficultés qui ont eu pendant la création d'une certaine connaissance. (UE3)

[...] La première partie « doit montrer les vicissitudes que la construction du contenu mathématique choisi a traversées et elle doit montrer la manière particulière dont la connaissance mathématique est construite ». Parce que ce que je ne veux pas, et j'insiste beaucoup de la première séance, c'est que ce soit comme une collection de données que nous pourrions trouver dans wikipedia. Ce que je veux qu'ils fassent, c'est de faire un suivi de telle sorte que on puisse voir exactement quelles étaient les difficultés et comment les connaissances qu'on avait décidé d'aborder ont été construites. (UE3)

B7) Problèmes sans connaître les outils.

Une autre des catégories de « comment » faire, consiste à proposer des problèmes sans connaître les outils, sans contexte mathématique. En général, l'élève en mathématiques est conditionné à résoudre des problèmes à l'aide du contenu mathématique qui est abordé en classe. Cependant, lorsque on n'a pas la référence à ce contenu, il n'y a pas d'outils explicites à utiliser. Cette méthodologie provoque, selon les formateurs, une désorientation chez les élèves. En même temps, ces problèmes peuvent être proposés dans leur majorité, dans l'enseignement secondaire. Ainsi, en quatrième année de carrière, au moment du stage, les deux principaux objectifs recherchés sont : faire en sorte que les stagiaires se sentent comme leurs propres élèves face à une connaissance inconnue et vivre cette dynamique de travail avec leurs élèves :

Face à certains problèmes, je propose « réfléchissons nous-mêmes et voyons ce qui en ressort ». Après cela s'il y a une réponse et l'enseignant le sait, probablement, eh bien, il y a toujours le temps de le dire. L'idée est que « nous allons faire face à cette situation comme par hasard, avec ce que nous avons dans la tête et essayer d'y réfléchir » (UE1).

Mes connaissances en histoire sont-ils très limitées, j'ai choisi de présenter une vidéo, un aspect général assez agréable, en fait les étudiants s'amuse. Ce sont des vidéos de 15 minutes. Ensuite, ce que je fais, c'est leur dire des choses qui ont strictement à voir avec l'histoire des mathématiques, ce qui nous fait déjà entrer dans le sujet, et à mesure que j'avance, ce que je fais, c'est proposer différentes activités et différents problèmes sortis du contexte historique. [...] Les étudiants y sont confrontés à des problèmes qu'ils n'ont aucune idée des outils mathématiques qu'ils doivent utiliser. Ce sont des situations problématiques et bien que beaucoup d'entre eux aient déjà suivi de nombreux cours de mathématiques, ils sont toujours confrontés à des problèmes qui, du point de vue strictement mathématique, ne sont pas trop complexes mais les compliquent suffisamment. (UE3)

B8) Avec audiovisuel.

Une autre façon de travailler est d'utiliser du matériel audiovisuel. Les enseignants présentent divers matériels, de documentaires courts d'histoire générale qui montrent le contexte historique d'une certaine période, des films avec un certain contenu en sciences cherchant à intéresser et à approcher les étudiants au contenu d'une autre manière :

Il y a aussi quelques vidéos d'un espagnol, qui fait de la divulgation, « Univers Mathématique » j'en utilise une où l'incommensurabilité et les Pythagoriciens sont présentés. Ce que je fais, c'est donc passer la vidéo qui est comme une introduction à la période historique dans laquelle nous allons travailler, parce que je pense que c'est un regard intéressant, et je ne me sens pas à l'aise avec les aspects d'histoire générale en classe. (UE3)

Dans le cours, nous ne sommes pas allés chronologiquement non plus, nous avons trouvé un film, nous avons regardé un morceau, ils l'ont regardé entier après, nous avons analysé, nous avons discuté, chacun armé une activité, et ainsi de suite nous sommes passés de Turing à Agora, etc... Le fil rouge du cours était alors plus les films que la chronologie. (UD1)

C. Les difficultés

Nous avons également séparé cette section en « difficultés » dans une classe commune et « difficultés » dans la discipline histoire des mathématiques, pour la formation des enseignants :

Difficultés à travailler avec l'histoire des mathématiques avec les élèves en mathématiques

C1) Les mathématiques sont étudiées de façon structurée et si l'histoire ne compte pas pour l'évaluation, les élèves sont contrariés d'avoir à l'étudier.

Une des difficultés manifestées pour pouvoir travailler avec l'histoire des mathématiques avec les élèves est que les mathématiques sont étudiées de manière très structurée et qu'il est donc difficile d'intégrer différentes dynamiques :

J'ai été étonné cette année de voir comment un étudiant de quatrième année qui étudie les mathématiques depuis plusieurs années maintenant, quand il s'agit de dire ses propres idées, cela devient assez compliqué. En d'autres termes, il me semble que le schéma des cours de mathématiques est le schéma de suivi du livre : définition, théorème et application. Et plus ou moins si le schéma est comme ça, on sait que pour résoudre cet exercice on doit appliquer ces choses de ce chapitre. Mais lorsqu'il s'agit de résoudre le problème, que plusieurs de ces problèmes peuvent être posés à un élève du secondaire, les étudiants ont les mêmes difficultés ou plus que l'élève du secondaire, dans le sens où ils n'osent pas dire quelque chose. (UE1)

D'autre part, les connaissances historiques n'apparaissent pas comme un contenu curriculaire, et comme elles ne sont pas obligatoirement évaluées, l'histoire des mathématiques devient un contenu « supplémentaire » qu'ils doivent apprendre et qui les dérange. Ce qui est étrange, selon un des formateurs, c'est que les élèves ne remettent pas en question l'apprentissage d'un grand nombre d'autres propriétés et détails sans aucun sens. En particulier dans la formation des enseignants, cela se produit la première année, lorsqu'ils n'ont pas encore de pratiques d'enseignement :

[...] au-delà du fait que nous finissons par faire le développement, c'est pour eux la partie historique qui les dérange le plus. Que reste-t-il de la partie historique ? Je ne saurais pas quoi

répondre... Je pense que c'est plus une nuisance... Je pense qu'ils le voient plus utile lorsqu'ils sont en Introduction à la Didactique⁴⁷, où ils doivent penser à une activité à proposer dans un cours. (UE1)

[Les étudiants] peuvent apprendre d'autres propriétés et d'autres choses, mais pour apprendre ou chercher dans quel siècle les polyèdres ont été créés, il leur semble quelque chose qui ne correspond pas au cours, ou cela les gêne d'avoir à le chercher. « Pythagore, de quel siècle est-ce que c'est ? », « Et ça, je dois le savoir ? ». Apprendre une démonstration ou un théorème réciproque ne les dérange pas, l'ont assumée, l'autre les choque... (UE1)

La première année, c'est explicite, mais il me semble que l'effet est presque inexistant, parce que la première année ils n'ont pas le stage et de ce qu'ils vont enseigner plus tard, centralement ils sont placés du lieu de « bien, je dois apprendre ces choses, je dois réussir ce cours et pour cela j'ai la gêne d'apprendre certaines choses » et il est encore très lointain. (UE1)

C2) Hétérogénéité.

L'hétérogénéité des élèves est également un problème au secondaire. Le fait d'assister aux individualités de groupes de 20 à 40 élèves rend la dynamique alternative plus compliquée à mettre en œuvre :

[...] il faut s'occuper de toutes les individualités d'un groupe de 20 à 40 élèves, et parfois on n'aborde pas le contenu comme on le voudrait le plus, mais il faut parfois gagner du temps et finir par faire ses cours un peu traditionnels. (UD3)

C3) Temps de préparation et programmes de mathématiques très vastes.

Le temps et les cours chargés de mathématiques rendent difficile la mise en œuvre d'activités inspirées dans l'histoire. Les enseignants et formateurs déclarent qu'ils travaillent avec de nombreux cours et qu'il est difficile de planifier et de disposer d'un temps raisonnable pour travailler avec des activités en dehors du programme :

Ce qui m'arrive, c'est qu'en termes de contenu, le cours [*Bases des mathématiques*] est tellement exigeant que je coupe beaucoup et, dans beaucoup de ces coupes, il y a ces activités. Dans certains d'entre elles, je demande aux étudiants de les faire, mais je ne les fais pas en classe, ou pas chaque année. Les narrations historiques sont plus courantes, mais je ne vois pas cela comme un travail d'histoire profonde où nous tirons des conclusions... (UE3)

J'enseigne depuis près de 20 ans, mais je considère toujours le temps comme un tyran. (UD3)

Je ne travaille pas comme je le devrais. Je continue à faire une petite histoire ou quelque chose de petit... Bien sûr, je dois faire un changement et je le reconnais, mais je ne l'ai pas encore fait. Ce qui se passe, c'est qu'on est persécuté, « J'ai un tel contenu, alors plus ou moins je dois

47 Discipline de deuxième année.

couvrir une telle chose. Si je ne la couvre pas, eh bien... mais j'ai cette marge de temps. »
(UD1)

Difficultés de travailler avec la discipline histoire des mathématiques dans la formation des enseignants

C4) Extension des cours, vision globale et formation autodidacte.

En particulier dans le cours d'histoire des mathématiques, les formateurs soulignent avoir développé une formation autodidacte. En Uruguay, il n'existe pas de cours permettant d'approfondir les études d'histoire des mathématiques, c'est pourquoi les enseignants ont dû être formés de manière autonome, avec les difficultés que cela peut poser :

Je pense que la difficulté à laquelle je suis confronté est l'extension du cours. C'est difficile, parce qu'il faut avoir une vue d'ensemble et cette vision générale il faut la chercher de façon autonome. Parce qu'il n'y a pas eu d'autres cours d'histoire des mathématiques... Il y a donc un travail autodidacte qui est assez complexe, qui est vaste... Au milieu du travail quotidien, parce que je n'enseigne pas seulement l'histoire des mathématiques, c'est quelque chose de plus parmi les autres cours qui sont également fous et étendus. La difficulté est d'avoir une vision assez globale du sujet pour pouvoir présenter quelque chose aux étudiants. (UE3)

Peut-être la difficulté que je remarque est mon manque de formation dans l'un ou l'autre de ces deux domaines : la didactique des maths, de savoir comment mieux faire face au cours d'histoire des mathématiques vers le côté de l'enseignement des mathématiques, et l'historique, car en réalité, je n'ai pas eu de cours du tout, sont plus des expériences. (UD1)

C5) Les ressources matérielles ne sont pas toujours accessibles et il n'existe pas non plus d'histoire des mathématiques pour chaque sujet mathématique.

Une autre difficulté de la formation des enseignants est que les étudiants demandent souvent à travailler ou à approfondir leurs connaissances dans des matières du secondaire, où il n'est pas facile de trouver des ressources historiques :

Et aussi le problème de « bien, mais pour une telle situation, qu'en est-il de l'histoire de ceci », « Je n'ai aucune idée qu'il y a quelque chose »... Et là le problème est exactement l'inverse.
(UE1)

D'autre part, l'accès aux documents n'est pas toujours évident :

Par exemple, parce que je sais français, j'avais beaucoup de matériel en français, mais cela impliquait que je devais souvent faire une traduction du matériel. Le problème des ressources matérielles... Je utilisais *Le théorème du perroquet* ou *Le théorème du Fermat* ou des livres de divulgation... Puis j'ai aussi utilisé ces de Nivola⁴⁸, qui a fait sortir toute cette collection... Mais

48 — Éditeur espagnol, collection de livres biographiques de scientifiques.

il m'a semblé que dans certains cas, ils étaient assez biographiques, ils présentent une époque, puis une série de choses, mais il me semble qu'ils nous présentent ce qu'ils veulent et non ce que nous en avons besoin. Le plus dur, c'est donc de ne pas avoir les bons matériaux. (UD2)

C6) Temps de préparation et problèmes de lecture.

Nous présentons dans cette catégorie quelques fragments qui citent comme difficultés, le temps de préparation des cours, et que « les étudiants de mathématiques lisent peu » :

Apprenez-leur à lire l'histoire des mathématiques, apprenez-leur à découvrir ce qu'il y a derrière. Parce qu'une chose qui m'inquiète, c'est qu'ils résolvent, qu'ils font des maths et qu'ils ne savent pas pourquoi, ou quoi que ce soit... Je demande toujours : « Qu'est-ce qu'il y a derrière, qu'est-ce qu'il y a derrière ? » (UE2)

La difficulté était que chaque séance que je préparais me prenait des heures et des heures, et aussi quand j'arrivais en classe, j'étais stressé parce que je ne savais pas si j'étais bien préparé, si j'allais bien réussir... J'adorais ça et j'aimais beaucoup préparer le cours, mais j'ai généré du stress car je ne savais pas si ils allaient être intéressés. De plus, ils ne lisent pas beaucoup... (UD2)

Et ce qui m'a donné plus de travail et qu'ils n'ont pas entièrement compris, et c'est parce que je pense qu'il y a un manque de formation dans la recherche, c'est une bilan de lecture, une synthèse de certains des documents qu'ils avaient utilisés. (UD2)

D. Matériaux

Dans cette section où nous présentons les matériels ou ressources utilisés par les formateurs, nous avons également proposé de les séparer en « pour les élèves en général » et « pour la formation des enseignants ».

Matériel pour les élèves en général

D1) Livres de divulgation, biographies, classiques d'histoire des mathématiques, audiovisuels....

En général, pour travailler avec les élèves en histoire des mathématiques, les enseignants s'appuient sur des livres de divulgation, des livres biographiques sur un mathématicien en particulier, des livres classiques sur l'histoire des mathématiques, des films ou des documents audiovisuels :

Le livre de Mariano Perero, *Historia e historia de las matemáticas*⁴⁹... Il était un professeur de mathématiques uruguayen, il aimait l'histoire des mathématiques et raconter des anecdotes. [...] J'ai acheté aussi la collection Nivola. Puis j'ai trouvé le Boyer, j'ai trouvé beaucoup. Les discussions entre Laplace et Fermat, les lettres qui ont été envoyées. (UE2)

49 Perero, M. (1994). *Historia e historia de las matemáticas*. Mexique, MX : Edit. Iberoamericana.

Je pense que je peux marquer un avant et un après, après avoir lu *Le théorème du perroquet*⁵⁰. Ce n'est pas là que mon intérêt a commencé, mais disons qu'en lisant ce livre, j'ai réalisé que je pouvais incorporer plusieurs des passages qui sont apparus dans ma classe du secondaire. Donc, quand je l'ai lu, comme je suis un peu prévoyant et qu'il me semble toujours que je dois le faire maintenant, en lisant, je sélectionnais beaucoup de parties du roman qui me semblaient, d'après les programmes secondaires, pouvoir introduire une partie de ces fragments. (UE3)

[...] quand je suis allée travailler sur les coniques en sixième année d'architecture je leur ai montré un petit extrait du film appelé *Agora*, où Hipatie d'Alexandrie vient déterminer que l'orbite de la Terre est elliptique. (UD3)

Matériel pour la formation des enseignants

D2) Livres classiques, livres de divulgation et livres destinés à la formation des enseignants.

Parmi les matériels spécifiques pour la formation des enseignants figurent des livres classiques sur l'histoire des mathématiques, des livres de divulgation ou audiovisuels :

Au cours de la dernière décennie, il y a eu beaucoup de biographies ou de livres de divulgation, il me semble que les étudiants de quatrième année sont attirés par ces choses de divulgation et voient une possibilité de leur donner des idées pour créer quelque chose. (UE1)

Maintenant sur Internet, il y a le Rey Pastor, le Babini, il y a beaucoup de livres d'histoire, le Morris Kline, qui sont en ligne donc c'est le plus pratique. Parce que j'ai aussi vu qu'aller à la bibliothèque ils ne vont pas, et dans la bibliothèque il n'y en a pas beaucoup plus que ce qu'on peut trouver sur Internet. La première chose de référence, c'est d'aller voir ces « bibles » de l'histoire. En général, ils me demandent si j'ai autre chose et parfois je les prête mes livres. (UE1)

J'aime beaucoup la collection Nivola, je l'utilise beaucoup pour le cours. Ils consultent des livres très classiques comme le Boyer, dont l'approche pour un futur professeur de mathématiques ne me semble pas très intéressante. C'est peut-être le cas pour un chercheur, mais pour un futur enseignant de mathématiques, je ne trouve pas ça intéressant. (UE3)

La première année était un cours plus traditionnel, je l'ai préparé, j'ai cherché du matériel et des choses... J'ai fini par suivre de plus près le livre d'Eladio Saez, c'était intéressant. (UD1)

[...] *Le théorème du perroquet* ou *Le théorème de Fermat* ou des livres de divulgation... Puis j'ai aussi utilisé ces de Nivola, qui a fait sortir toute cette collection. [...] Ce n'était pas facile pour les étudiants non plus, parce que lorsque on leur a demandé de faire de travail écrit, ils ont cherché sur Internet, mais il n'y a pas tant que ça... Puis il a fallu travailler avec le Boyer, le Colette et autre chose.... (UD2)

50 Guedj, D. (2000). *Théorème du perroquet*. Anagramme.

Dans le cours d'histoire, nous utilisons des sources historiques, évidemment aussi des livres, nous utilisons Collette, Moris Klein et Boyer. (UD3)

Mais les formateurs utilisent également des livres spécialement conçus pour la formation des enseignants, qui ont une empreinte de didactique des mathématiques et de l'histoire des mathématiques. L'objectif est d'associer ces deux approches pour aider les stagiaires à réfléchir à leur future métier :

Avec Vero [formatrice], nous avons réalisé que les étudiants n'avaient aucune idée de ce qu'était un prisme, et nous avons commencé à essayer d'intégrer des trucs de polyèdres. Année après année, nous avons fait des fiches d'étude et quelques années plus tard, elles sont devenues les deux livres que nous avons utilisés pour le cours. Le guide est un fil rouge historique, dans ce livre ce qui guide est la relation d'Euler, à voir dans chaque famille, à faire une table, et le défaut angulaire du polyèdre. Ce sont les deux choses qui guident le livret violet. Et se termine à la fin avec la démonstration de Cauchy de la relation d'Euler. (UE1)

[...] nous avons le livre d'histoire que nous avons écrit avec Mario, *Gente en obra*, que j'ai pris pour le cours de didactique, mais plus dans cet ordre. Quand j'ai donné le cours d'histoire, la première année j'ai suivi le livre à la lettre parce que c'était la première fois, c'était en 2011 parce que c'était en quatrième, et puis c'était la première génération qui est arrivée en quatrième avec l'histoire. (UE2)

Les commentaires qu'ils m'ont faits étaient que c'était très agréable pour eux [livre pour la discipline, *Bases des mathématiques*] et que la façon dont il est proposé leur permet de le préparer par eux-mêmes. Mais oui, il a une forte empreinte de l'histoire des mathématiques dans ça partie. Et dans le livre, la présence est assez marquée. Évidemment, on peut toujours faire plus et mieux, mais au moins l'aspect didactique et l'histoire des mathématiques sont présents. (UE3)

Au début, j'utilise le livre de Mario et Monica *Gente en obra* qui couvre même les Grecs, donc une grande partie de cette période je recommande aux étudiants de suivre les lectures à mesure que nous progressons (UE3)

D3) Audiovisuels.

Les matériels audiovisuels peuvent être des vidéos documentaires qui présentent une introduction à la période au cours de laquelle l'histoire des mathématiques sera étudiée, ainsi que des films scientifiques ou des vidéos de divulgation :

Il y a aussi quelques vidéos d'un espagnol, qui fait de la divulgation, « Univers Mathématique » j'en utilise une où l'incommensurabilité et les Pythagoriciens sont présentés. Aussi une série intitulée *Explorateurs de l'histoire*. Ce que je fais, c'est donc passer la vidéo qui est comme une introduction à la période historique dans laquelle nous allons travailler, parce que je pense que c'est un regard intéressant, et je ne me sens pas à l'aise avec les aspects d'histoire générale en classe. (UE3)

[...] nous avons trouvé un film, nous avons regardé un morceau, ils l'ont regardé entier après, nous avons analysé, nous avons discuté, chacun armé une activité, et ainsi de suite nous sommes passés de Turing à Agora, etc... Le fil rouge du cours était alors plus les films que la chronologie. [...] Nous avions un point de départ dans quelques épisodes de une série de la BBC⁵¹, nous avons en fait regardé ces vidéos, et cela nous a incités à mettre en évidence les thèmes pertinents qui sont apparus, quels auteurs sont apparus, puis à chercher des films, ou sur quoi. (UD1)

Vidéos oui, parce qu'aujourd'hui ils sont très proches à portée de main, de sorte que l'on peut même recourir aux vidéos pour travailler avec Eratosthène. Il existe différents types de vidéos que nous analysons également en cours d'histoire. Nous voyons lequel d'entre eux est le mieux adapté au travail en classe. (UD3)

Quelques exemples

Les exemples concernent des activités destinées au secondaire ou à la formation des enseignants dans lesquelles l'histoire des mathématiques a un rôle défini : c'est le fil rouge d'une activité ou est utilisée pour modifier une conception des mathématiques, ou pour illustrer une étape importante dans la construction des savoirs mathématiques :

Dans le livre de polyèdres que nous avons organisé ensemble avec Vero [formatrice], nous avons mis la démonstration de Cauchy de la relation d'Euler. Nous avons commencé avec cette idée qui englobe tous les polyèdres convexes, c'est une grande idée que bien que je puisse vivre huit vies je ne penserais pas! Sauver de grandes idées me semble être une bonne chose aussi, que cela n'invalide pas tout ce à quoi on peut penser en classe. Nous pouvons penser à des cas particuliers, et il y a certains types de personnes qui, confrontées à certains problèmes, ont des idées étonnantes et il est bon de les reconnaître. (UE1)

UE2 est intervenue dans un groupe de *Bases des mathématiques*, avec une activité élaborée à partir de l'histoire. L'objectif était de travailler sur la définition de la fonction :

On leur a demandé aux étudiants une définition de maximum et nous avons pris la définition de Fermat, qui était seulement avec fonctions polynomiales toutes belles... Et ils ont vu qu'en utilisant de nouvelles définitions, les possibilités devenaient de plus en plus larges. Ils ont adoré et compris, mais quand nous avons fait après l'entretien « eh bien, la définition correcte est celle-ci, les autres sont fausses ». Ils ne pouvaient pas relativiser le fait qu'à l'époque, avec ces fonctions, la définition fonctionnait parfaitement... (UE2)

Particulièrement avec ce texte je t'ai parlé de l'histoire de 0, ce que j'ai fait c'est de parler aux élèves du système de comptage utilisé par les Incas, le quipu. Je leur ai dit comment on les faisait, etc. Puis je leur ai demandé pour la classe suivante de compter au moins 3 ou 4 objets, en utilisant ces quipus, pour qu'au moins l'un d'eux affiche 0, puis ils ont apporté ce qu'ils avaient fait et c'était intéressant car il y avait deux façons de représenter 0 : par un espace vide et par un compte spécial ou une marque particulière. Et c'était tout à fait conforme à ce qui était dit dans le roman de Guedj [Le théorème du perroquet] « l'absence avait été marquée par une

51 Série télévisée produite par la BBC, présentée par le professeur Marcus Du Sautoy.

présence » puis le 0 avait cessé d'être un espace libre pour occuper une place, est devenu un symbole, pour occuper une place officielle dans le monde des nombres. Donc, dans ces deux façons de représenter 0, il y avait une question quasi primitive qui était cet espace libre, et une question plus évoluée qui représentait déjà 0 avec un nouveau symbole. Il me semblait que l'histoire des mathématiques jouait un rôle qui ne se limitait pas seulement à aller en classe et à raconter une anecdote historique, elle avait occupé une place importante dans la classe. Les élèves avaient fait quelque chose de cela, avaient produit une certaine connaissance, l'histoire avait déjà occupé une autre place. (UE3)

Il peut avoir un rôle de reproduction d'un épisode historique, il peut montrer un contenu mathématique pour la formation des enseignants qui, à son tour, peut être reproduit pour être utilisé dans d'autres cours :

[...] en travaillant avec l'un des films *Le jeu de l'imitation*, nous avons fait une petite machine de Turing, pour additionner je pense, avec seulement des papiers coulissants et en fait nous l'avons mis en pratique pour les étudiants de 1ère année, dans la discipline *Introduction à la didactique*, et ils ont été excités avec cela. Ils étaient tous des zéros et des uns, et la machine les additionnait... sont des problèmes de mathématiques mélangés un peu avec l'informatique, sont très stimulants je pense. (UD1)

L'une des choses avec lesquelles j'ai travaillé avec les élèves du cours d'histoire et je leur ai dit qu'ils pouvaient le faire dans leurs cours, c'est le sujet des fractions unitaires des Égyptiens. [...] Souvent, je leur prenais ces tableaux de fractions et je leur demandais : « Qu'est-ce que vous croyez que c'est ? ». Nous avons ensuite discuté de ce qu'ils ont fait et de la façon dont ils ont utilisé ces fractions unitaires et des activités qui pourraient être entreprises pour montrer efficacement ce travail sur les fractions. (UD2)

Il est possible d'exposer un extrait de film pour travailler sur un contenu mathématique :

[...] quand je suis allé travailler sur les coniques en sixième année d'architecture je leur ai montré un petit extrait du film *Agora*, où Hipatie d'Alexandrie vient déterminer que l'orbite de la Terre est elliptique. Je leur montre certains fragments que je trouve intéressants pour eux de voir que la connaissance n'est pas terminée qu'en réalité « D'où vient cette idée ? Pourquoi en sont-ils arrivés là ? » Cela permet d'inclure l'utilisation d'autres ressources, en plus de l'inclusion de l'histoire. (UD3)

Nous concluons cette section dans laquelle nous avons élaboré les catégories qui définissent la grille de lecture qui sera utilisée pour lire les entretiens des enseignants et formateurs. Nous présentons sous forme résumée un tableau dans lequel nous « quantifions » les catégories exprimées. Par ordre de fréquence, nous signalons les catégories :

D2) Livres classiques, livres de divulgation et livres destinés à la formation des enseignants.

A2) Les mathématiques ont de l'histoire et leur histoire est attrayante. Les mathématiques sont une activité humaine et les mathématiciens font aussi des erreurs. Il faut faire des mathématiques.

A4) Les mathématiques en tant qu'activité humaine.

B1) Anecdotes, histoires, bulles....

A5) Vivre l'expérience de faire mathématiques et ressentir de l'empathie.

C3) Temps de préparation et programmes de mathématiques très vastes.

D1) Livres de divulgation, biographies, classiques de l'histoire des mathématiques, audiovisuels....

D3) Audiovisuels.

Les 17 autres catégories sont représentées par 1 ou 2 formateurs d'enseignants.

	UE1	UE2	UE3	UD1	UD2	UD3	Form/Cat
A1	x	x					2
A2	x	x			x	x	4
A3	x						1
A4	x		x	x	x		4
A5	x	x	x				3
A6	x	x					2
A7		x	x				2
A8			x				1
B1	x		x	x		x	4
B2	x	x					2
B3	x						1
B4	x						1
B5		x			x		2
B6			x		x		2
B7	x		x				2
B8			x	x			2
C1	x						1
C2					x		1
C3			x	x		x	3
C4			x	x			2
C5	x				x		2
C6		x			x		2
D1		x	x			x	3
D2	x	x	x	x	x	x	6
D3			x	x		x	3
Cat/Form	14	10	13	7	8	6	

Tableau 4.8 : Intervention des enseignants et formateurs uruguayens par catégorie.

Ces catégories ont été définies à partir de fragments tirés d'entretiens avec des formateurs et des enseignants qui considèrent l'histoire des mathématiques comme une ressource pour leurs classes. Il est possible que dans les entretiens avec les étudiants stagiaires, nous ne trouvions pas toutes les observations données par les formateurs qui ont plus d'expérience et de réflexion sur leur propre pratique pédagogique. Cependant, c'est dans cette différence que l'on peut identifier la distance entre les deux communautés.

4.8 Grille d'analyse des entretiens des étudiants stagiaires uruguayens

Nous présentons ici les différentes catégories définies à partir des entretiens avec les formateurs et les enseignants. Cette grille est celle qui sera utilisée pour la lecture et la réunion des extraits des entretiens réalisées avec les étudiants stagiaires uruguayens.

A. Les objectifs ou les « pourquoi ».

Les « pourquoi » de l'utilisation de l'histoire des mathématiques au secondaire.

A1) Contre une mathématique cachée, dénuée de sens, aride, pour donner des réponses aux élèves.

A2) Les mathématiques ont de l'histoire et leur histoire est attrayante. Les mathématiques sont une activité humaine et les mathématiciens font aussi des erreurs. Il faut faire des mathématiques.

A3) Souligner l'effort humain et le génie.

Les « pourquoi » de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants.

A4) Les mathématiques en tant qu'activité humaine.

A5) Vivre l'expérience de faire mathématiques et ressentir de l'empathie.

A6) Connaître des réponses différentes.

A7) L'histoire peut unir des parties du savoir qui ont été fragmentées, offrant des formes alternatives de travail en classe, contribuant ainsi à renforcer la sécurité du futur enseignant.

A8) L'histoire pour savoir quels sont les obstacles et les difficultés qui ont existé et que les élèves peuvent avoir.

B. Les méthodes de travail ou les « comment ».

Les « comment » pour travailler l'histoire des mathématiques avec les élèves en mathématiques.

B1) Anecdotes, histoires, bulles....

B2) Fil rouge.

B3) Aucune évaluation.

B4) Des problèmes.

Les « comment » travailler avec l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants.

B5) Histoire des mathématiques comme porte d'entrée à la recherche et lien avec le secondaire.

B6) L'évaluation de l'histoire des mathématiques comme discipline dans la formation des enseignants.

B7) Problèmes sans connaître les outils.

B8) Avec audiovisuel.

C. Les difficultés

Difficultés à travailler avec l'histoire des mathématiques avec les élèves en mathématiques.

C1) Les mathématiques sont étudiées de façon structurée et si l'histoire ne compte pas pour l'évaluation, ils sont contrariés d'avoir à l'étudier.

C2) Hétérogénéité.

C3) Temps de préparation et programmes de mathématiques très vastes.

Difficultés de travailler avec la discipline histoire des mathématiques dans la formation des enseignants.

C4) Extension des cours, vision globale et formation autodidacte.

C5) Les ressources matérielles ne sont pas toujours accessibles et il n'existe pas non plus d'histoire des mathématiques pour chaque sujet mathématique.

C6) Temps de préparation et problèmes de lecture.

D. Matériaux

Matériel pour les étudiants en général.

D1) Livres de divulgation, biographies, classiques d'histoire des mathématiques, audiovisuels...

Matériel pour la formation des enseignants.

D2) Livres classiques, livres de divulgation et livres destinés à la formation des enseignants.

D3) Audiovisuels.

4.9 Lecture et analyses des entretiens des stagiaires uruguayens à partir de la grille d'analyse

Dans cette section, nous présentons l'analyse des entretiens menés avec les 6 étudiants stagiaires uruguayens. Avant de commencer l'analyse, nous avons décidé de présenter brièvement deux des interviewés afin de présenter certaines des caractéristiques communes de cette population.

Après l'analyse, nous élaborons un tableau dans lequel nous pouvons avoir une idée « quantitative » des catégories décrites par chaque stagiaires.

4.9.1 Présentation de deux étudiants stagiaires uruguayens

Pour commencer la section sur les entretiens menés avec les étudiants uruguayens, nous avons choisi de présenter deux qui, bien qu'ils soient d'accord sur une grande partie de leurs réflexions, montrent quelques différences quant à l'expérience relative qu'ils ont en proposant une séance utilisant l'histoire des mathématiques comme ressource pédagogique.

En Uruguay, il n'est pas rare que les étudiants en formation avancée de mathématiques commencent à travailler dans l'enseignement secondaire avant la fin de leurs études. Ce fait permet à de nombreux étudiants d'atteindre les dernières années de leur carrière avec une certaine expérience de l'enseignement (§4.6).

Étudiante stagiaire du cours d'histoire des mathématiques : US4

Cette stagiaire prétend avoir commencé d'autres études avant de décider de devenir enseignante de mathématiques. Il travaille dans une banque en même temps qu'il étudie les dernières disciplines de sa carrière. Elle déclare faire la pratique de l'enseignement et avoir sa première expérience en tant qu'enseignante titulaire d'un groupe dans un collège, ce qui est une situation plutôt atypique.

Au début de sa carrière, elle affirme avoir eu un professeur qui a introduit certains contenus d'algèbre d'un point de vue historique, un fait qui a eu un impact positif sur elle.

Elle affirme que le cours d'histoire des mathématiques l'a non seulement aidé à comprendre le savoir comme une construction humaine, mais l'a également aidé à vivre un processus qui lui a fait se positionner à la place de ses élèves « juste pour leur permettre ce processus de découverte ».

L'une des activités développées dans le cours d'histoire des mathématiques portait sur les trois problèmes grecs. Elle déclare qu'au cours du processus de recherche historique, elle-même a compris que la construction du savoir est collective « La construction du savoir, de l'art, de la culture et de tout. Ce n'est pas quelque chose d'individuel mais quelque chose de collectif » et lorsqu'elle parle de différents domaines, elle dit que pour un enseignant de mathématiques, il est important d'enseigner de différents points de vue « Ce n'est pas une question de savoir s'ils apprennent ou non les mathématiques : ils apprennent les mathématiques, mais sont capables d'apprendre beaucoup mieux si l'on inclut de l'histoire ou un défi. Nous sommes tous intéressés par des choses différentes ».

En ce qui concerne le matériel utilisé, il a répondu que, comme il s'agissait de ses premières expériences de planification d'activités, il avait recours à des livres suggérés par le professeur du cours, ou à des articles et thèses trouvés sur Internet.

Comme principale difficulté du travail avec l'histoire dans les cours du secondaire, elle manifeste la structure rigide des programmes et l'étude et la préparation des activités, bien qu'elle suppose que cette préparation, fait partie de sa profession « Il faut apprendre, se consacrer à l'étude des sujets... mais c'est déjà dans notre *être enseignant*, il faut le faire, ça fait partie de notre travail ».

Étudiante stagiaire du cours d'histoire des mathématiques : US5

Cette étudiante a commencé plusieurs carrières jusqu'au moment où elle a décidé de suivre la formation des enseignants. Au moment de l'entretien, elle suivait des cours de quatrième année et encore devait passer des examens de troisième année. Elle affirme aussi qu'elle a trois ans d'expérience de travail dans le secondaire.

Dans sa formation, elle a eu deux enseignants qui ont intégré l'histoire dans leurs cours, étant deux disciplines de mathématiques spécifiques : *Géométrie* et *Analyse I*.

Dans le cours d'histoire des mathématiques, la dynamique du travail en classe se concentrait sur la résolution de problèmes, la présentation de sujets et la discussion de solutions possibles d'une façon très ouverte. Pour l'évaluation, cette étudiante et son équipe se sont concentrés sur l'équation de deuxième degré et le travail d'al-Jwarizmi. Bien qu'elle commente plusieurs des activités qu'a déjà mises en œuvre avec les groupes dans lesquels elle a travaillé.

En ce qui concerne les objectifs, le stagiaire déclare que travailler avec l'histoire des mathématiques dans ses classes donne un autre sens au savoir qui est plus intéressant pour les élèves « cette année, les élèves de 3e année, lorsque nous avons vu les triplets pythagoriciens, je les ai envoyés enquêter dans l'histoire pour savoir qui l'a inventé, pourquoi on les appelle comme ça, s'il y a d'autres types de triplets qui peuvent être calculés... Et là ils sont venus, je ne dis pas tous, mais beaucoup sont venus avec la formule Babylonienne. Ils ont cherché, ils ont apporté, ils ont même demandé au professeur d'histoire. Ils ont vérifié les choses que nous avons travaillé dans le thème lié Pythagore, et ils ont dit « Je l'ai fait avec la petite corde » et je ne leur ai rien dit... ils ont enquêté tout seuls ».

Pour cette étudiante, la façon de travailler est de chercher à susciter la discussion dans la classe « qu'ils se justifient et qu'ils se créent » car pour elle c'est fondamental pour que les élèves se sentent partie intégrante de la classe.

Les matériaux qu'elle utilise vont des films à contenu scientifique aux livres de divulgation, en passant par les documents qu'on peut trouver sur Internet. Bien qu'elle déclare avoir comme base

les livres d'histoire utilisés pour la formation « Le livre des *Les questions d'Archimède*⁵² est très bon, j'en ai pris beaucoup de choses et je les lui donne a mes élèves ».

En ce qui concerne les difficultés, le stagiaire fait une réflexion spécifique sur les élèves qui n'ont pas réussi à comprendre les activités proposées car d'après elle, il faut un également d'abstraction « la prochaine fois je vais baisser un peu le niveau de difficulté et mettre quelques précisions pour qu'ils ne soient pas perdus, et puis voir que ceux qui peuvent aller un peu plus loin, qu'ils aillent un peu plus loin. [...] La critique est que l'approche n'aurait pas dû être la même pour tous ».

4.9.2 Les analyses des entretiens des stagiaires

Avant de commencer directement avec l'utilisation de la grille, nous avons décidé d'exposer certains des commentaires des stagiaires sur le lien entre l'histoire des mathématiques et la didactique des mathématiques. Nous faisons ce choix consciemment, car nous comprenons que le lien entre les deux domaines de connaissance est pertinent pour mieux comprendre les arguments présentés par les interviewés. Comme nous l'avons vu précédemment, l'histoire des mathématiques est considérée comme une ressource pédagogique pour ce public spécifique.

Histoire des mathématiques et didactique des mathématiques

Les étudiants interviewés exposent un lien entre les disciplines histoire des mathématiques et didactique des mathématiques. En particulier, nous voulions présenter certains des commentaires dans lesquels cette relation est faite avec les cours du secondaire :

Ce qui se passe, c'est qu'en didactique, on met beaucoup d'emphase, en *Didactique II*. Le deuxième test est « l'histoire des mathématiques en classe ». On choisit un sujet de maths, puis on cherche un cadre historique et on doit penser à travailler plus tard, avec ça, au secondaire. [...] En didactique, on nous motive suffisamment pour que nous utilisions l'histoire comme ressource pédagogique. (US1)

[...] Je me souviens qu'un jour le prof et moi, on a travaillé ensemble parce qu'il n'y avait personne de mon groupe, et j'ai commencé à dire tout ce que je pouvais penser et il « stop, stop, stop, ce que tu as dit, il faut l'écrire ». Puis quand je lisais les questions que je m'étais posées au milieu, on pouvait prendre n'importe quelle direction de pensée. Que ce soit pour prouver si oui ou non, ce qui avait fonctionné était vrai et pourquoi, dans toutes ces questions et ce processus d'arrêt a pour moi un lien avec le développement historique des concepts mathématiques. Parce qu'il me semble qu'on voit le processus qui nous permet d'arriver à la réponse et qu'on ne voit pas la réponse directement. Et c'est ce qui nous est arrivé... On voulait dire comment on avait trouvé la réponse et le professeur voulait qu'on dise le processus, pas la réponse finale. (US1)

52 Dalcin et Olave (2014). Las preguntas de Arquímedes. ANEP, CES. Uruguay.

Et je rassemble tous les sujets de cette année parce que je ne peux pas m'en empêcher, n'est-ce pas ? Par exemple, avec les outils qui nous ont été donnés par Cristina [formatrice de la discipline *didactique des mathématiques*] je crois que j'ai été capable de faire en sorte que les élèves choisissent des chemins dans de nombreuses occasions. (US4)

Lire les entretiens proposées aux stagiaires à partir de la grille

Rappelons que les interviewés sont des étudiants de l'histoire des mathématiques, mais qu'ils exercent aussi leur rôle de stagiaires. Ainsi, dans chacune des sections A, B, C et D, nous avons organisé les extraits choisis en deux points de vue : l'étudiant stagiaire dans son rôle d'enseignant et l'étudiant stagiaire dans son rôle d'étudiant.

A. Les objectifs ou les « pourquoi ».

Les « pourquoi » de l'utilisation de l'histoire des mathématiques au secondaire.

A1) Contre une mathématique cachée, dénuée de sens, aride, pour donner des réponses aux élèves.

La plus grande influence sur moi [de l'histoire des mathématiques] a été de comprendre que le développement des mathématiques n'a pas eu lieu dans l'ordre dans lequel il est enseigné au lycée, ni si rapidement. Cela m'a aidé à comprendre pourquoi les élèves pensent parfois qu'il y a des « pas magiques » ou des choses qui ne sont que « comme ça ». (US2)

La plus grande influence a été de comprendre qu'en arriver là où nous en sommes aujourd'hui a été un vaste processus auquel de nombreuses personnes ont participé. Cela m'a aidé à voir le travail derrière chaque théorème ou axiome. (US2)

Avec Thalès, avec le thème des pyramides, « et ce pourquoi et comment il est arrivé ? Il y avait une personne et son ombre, etc... ». C'est là que l'élève s'intéresse. Eh bien, ce n'est pas le bon exemple d'histoire peut-être [...] C'est comme « d'où est-ce que ça vient ? » en réponse à des questions. [...] nous pouvons répondre que ceci a servi à pouvoir résoudre une telle chose, et expliquer pour ce qu'il sert. (US3)

A2) Les mathématiques ont de l'histoire et leur histoire est attrayante. Les mathématiques sont une activité humaine et les mathématiciens font aussi des erreurs. Il faut faire des mathématiques.

On s'attend à ce qu'ils soient motivés. Je suis sûr que les élèves auraient accroché à toutes les activités, je n'ai pas eu le temps de les faire toutes, mais je pense que mon collègue en a fait. C'est quelque chose de différent, qu'ils aiment. (US1)

La curiosité pour que l'élève soit motivé, s'implique dans le sujet qui l'est. Pythagore par exemple, un détail anecdotique, qui n'est pas non plus dans le contenu. Quelque chose qui sert d'appelant pour motiver. (US3)

Et aussi en ce qui concerne la compréhension de l'histoire du savoir lui-même, de la façon dont il s'est développé, de la situation dans laquelle se trouvaient ces gens et de la façon dont ils

savaient beaucoup de choses à un moment donné que nous ne savons pas maintenant parce que nous avons coupé la route, ce qui n'est pas mauvais. (US4)

Si je propose d'introduire ce sujet d'une manière ou d'une autre pour qu'il ne soit pas ennuyeux, je peux penser à l'histoire et là je regarde... et j'essaie. Si dans un cours ça marche, ou si je peux améliorer quelque chose je le fais, et si ça ne marche pas, je ne risque rien...

Et parfois, les élèves posent des questions et d'une question « tu sais quoi, pour la prochaine séance, je te l'apporterai ». Et là aussi, à partir d'un certain doute... J'ai eu plusieurs étudiants curieux. (US5)

Connaître l'histoire des mathématiques nous permet d'humaniser ce grand champ du savoir. Les mathématiques sont souvent étudiées de façon très abstraite et les élèves ne sont pas aidés à contextualiser ce qu'ils apprennent. Nous devons être prêts à ne pas commettre cette erreur, et pour cela le cours d'histoire des mathématiques est extrêmement utile. (US6)

[...] l'histoire des mathématiques nous permet de l'humaniser, c'est-à-dire de présenter les mathématiciens des différentes époques comme des personnes non idéalisées, avec leurs brillantes pensées mais aussi avec leurs défauts, avec leurs intérêts scientifiques mais aussi avec leurs conflits. Lorsque l'élève intériorise cela, naturalise aussi l'idée qu'il n'est pas impossible qu'il puisse faire partie de cette riche histoire des mathématiques ou qu'il est au moins intéressant de savoir.

Les célèbres problèmes mathématiques (ceux qui ont déjà été résolus et ceux qui ne l'ont pas encore été) permettent aussi d'introduire dans la classe un autre caractère des mathématiques que beaucoup ignorent : que les mathématiques, ainsi que toutes les savoirs humains, sont inachevés. (US6)

A3) Souligner l'effort humain et le génie.

Il n'y a aucun commentaire dans cette catégorie.

Les « pourquoi » d'avoir suivi un cours d'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants

A4) Les mathématiques en tant qu'activité humaine.

Dans mon cas, le comment certains concepts se sont développés dans « la tête de l'homme » historiquement, et comment on veut ensuite le mettre en classe d'une autre manière. Je crois que si nous pouvions respecter cette évolution historique lorsque nous enseignons un certain concept dans certaines matières, nous pourrions peut-être le rendre plus intuitif, en ce sens que, historiquement, cela s'est passé de cette façon, et pour quelque chose qui s'est passé ainsi, et non l'inverse. Parfois, on veut enseigner, mais dans l'autre sens, tout prêt, terminé... et ça ne s'est pas vraiment passé comme ça. Je pense que cette construction en apporte beaucoup. (US1)

Je pense que le plus grand changement dans ma conception des mathématiques a été : les mathématiques comme outil de pouvoir. La découverte des nombres irrationnels et du tabou qui en résultait m'est venue à l'esprit. La diffusion de ces connaissances a eu une incidence sur les intérêts autres que les mathématiques. Aujourd'hui, la même chose continue de se produire, en lisant un graphique, en comprenant une statistique ou la probabilité de gagner à la loterie, en comprenant s'il est opportun de demander un crédit [...] ce sont tous des comptes que quelqu'un

qui gère les mathématiques fait dans sa tête et arrive à comprendre les informations objectives qui existent dans chaque cas, mais pour qui ne comprend pas beaucoup, peut être trompé et percevoir une réalité modifiée qui influence ses décisions. (US2)

D'une part, pour comprendre que ce processus de découverte, de quelque chose qui a déjà été découvert, qui a déjà été analysé, qui a déjà été structuré, chacun doit le faire personnellement. Mais aussi d'autre part et être capable d'enseigner aux élèves, que le savoir n'est pas quelque chose de fini, qu'il est là. « Regarde, c'est ici. Copie, définition. Une telle chose, une telle autre ». Non. Le savoir n'est pas cela. C'est une construction humaine qui a beaucoup d'arêtes, qui a à voir avec beaucoup de choses, qui est sélectionnée, qui a été développée d'une certaine façon et qui est en construction. Et qu'ils peuvent faire partie de cette construction. (US4)

[...] en lisant les Grecs par exemple, dans l'histoire, et beaucoup d'autres qui n'ont pas autant de renommée, on voit que parmi eux, il y avait des défis à relever pour résoudre certaines choses. Et ce que l'un a fait, l'autre l'a attrapé et a pensé à autre chose et c'est comme ça. La construction du savoir, de l'art, de la culture et tout. Ce n'est pas quelque chose d'individuel, c'est quelque chose de collectif. C'est quelque chose qui m'a été laissé par mes études d'histoire (US4).

De même, le message qui parvient à l'élève n'est pas que les mathématiques sont un palais sacré parfait et ordonné dans lequel il, en tant que personne inexpérimentée, a plus de chances de faire une erreur que de l'améliorer, mais que l'élève est introduit avec la notion que les mathématiques sont une construction permanente où demain il peut aider dans le grand œuvre des mathématiques. (US6)

A5) Vivre l'expérience de faire mathématiques et ressentir de l'empathie.

J'espère avoir une classe dans laquelle les élèves soient impliqués de manière à ce que tout cela se produise, que la discussion soit ouverte... Un problème qui est un peu structuré, nous pourrions l'ouvrir et voir à travers différentes approches qui intéressent les enfants. (US3)

C'était toute la question historique et la façon dont je pourrais la travailler dans une salle de classe. La préparation historique a été longue, ce qui est intéressant, c'est de préparer le sujet en équipe, parce que quand on en parle, le sujet se prépare. Quand on est à 3 ou 4, ça change, si j'avais dû le faire toute seul, ça m'aurait pris beaucoup plus de temps. Je pense que la même chose nous arriverait à tous. Travailler avec mes collègues me semble que ça facilite les choses, bien que c'est compliqué en soi, parce que nous n'y sommes pas habitués et que nous devons la pratiquer. (US3)

[...] Je crois que l'une des choses qui a été réalisée dans ce cours d'histoire des mathématiques [...] est que nous avons vécu le processus de développement de sujets mathématiques à partir de la même ignorance, on dira... à partir de l'ignorance de ceux qui ont fait face à ces problèmes. Ou du même savoir plutôt... Cela nous place dans un endroit différent par rapport aux élèves que nous enseignons. (US4)

[...] juste pour leur permettre ce processus de découverte. Mario, par exemple, nous a fait écrire tout ce à quoi nous pouvions penser concernant les différents problèmes sur lesquels nous travaillions.

Leur approche des problèmes : « Regardez, ce problème est apparu dans l'antiquité, comment l'ont-ils résolu ? » Et nous ne pouvons pas exiger : « Je veux la réponse », mais à « Je ne sais

pas non plus comment cela se fait. Allons-y et observons et apprenons le chemin qui a été parcouru dans l'histoire... »

Il y a un livre de Rey Pastor⁵³, je crois, qui dit qu'un bâtiment entier a été érigé et que l'échafaudage a été enlevé. Vous voyez le bâtiment déjà armé. Mais vous ne voyez pas ce qui a permis sa construction. Mario nous a permis d'entrer en contact avec cela. Dans un truc très atelier, très pratique, il nous a permis de prendre contact avec ce développement des mathématiques. (US4)

A6) Connaître des réponses différentes.

C'est aussi à travers l'histoire des mathématiques que j'ai appris d'autres façons de résoudre des problèmes qui ne sont pas utilisés aujourd'hui. (US2)

C'est une bonne chose parce que cela répond aussi à nos intérêts. Et cela nous aide à ouvrir un peu la tête, à de nouvelles questions à l'intérieur d'un problème qui était déjà carré, disons... un problème que c'était déjà fait. (US3)

Nous avons fait notre travail sur les trois problèmes grecs, et bien il y a beaucoup de solutions possibles en dehors de la géométrie euclidienne. Je n'en avais aucune idée, par exemple. Et cela nous fait penser qu'un problème a beaucoup de solutions, d'abord que je ne connaissais pas et ce n'est pas la seule. C'est possible de travailler ça avec les élèves. Nous travaillons aussi en didactique avec cela, avec des problèmes ouverts, que chacun a sa réponse et toutes sont valides. (US3)

A7) L'histoire peut unir des parties du savoir qui ont été fragmentées, offrant des formes alternatives de travail en classe, contribuant ainsi à renforcer la sécurité du futur enseignant.

On doit voir la relation entre les mathématiques et l'histoire, pas seulement les mathématiques ou l'histoire, mais le mélange. La culture en général, que nous ne sommes pas seulement des nombres, est comme un tout, quelque chose d'intégral. Et il me semble que donner ces espaces, travailler avec l'histoire, travailler avec une narration, travailler avec une œuvre littéraire et être capable d'intégrer ces choses dans la classe, enrichit la discipline. (US1)

Il faut tout savoir en tant qu'enseignant, et il me semble que l'histoire est un domaine dans lequel nous sommes très fragiles. Si ce n'était pas pour ce cours, on laisse tomber. Voyons, on est critique et on veut s'améliorer mais il y a des choses qu'on saute, même si on ne veut pas... Afin d'avoir une culture générale de tout, soudain les élèves nous posent des questions et nous n'avons pas de réponses... D'une part, et ensuite l'utiliser comme outil pédagogique est une bonne chose. Il faut bien l'utiliser, parce que soudain, ça n'en vaut pas la peine et c'est plus un obstacle qu'autre chose. (US3)

J'ai aimé le travail avec l'histoire, les géométries non euclidiennes étaient difficiles, certaines choses étaient difficiles à digérer mathématiquement. Des biographies, apprendre à connaître des personnages pas très intéressants pour moi... Les femmes en mathématiques, leur présence dans l'histoire, et plus encore en raison de tout ce que nous vivons maintenant⁵⁴... et parce que

53 Rey Pastor J. et Babini, J. (1984). Historia de la matemática.

54 Référence au mouvement féministe en Uruguay et en Amérique Latine.

tous ceux que nous connaissons sont des hommes. Au moins, la plupart des élèves sont ce qu'ils savent... Il y avait des femmes mais elles se cachaient, couvertes, si on ne regarde pas un petit peu, elles n'apparaissent pas. (US3)

En classe de mathématiques, nous ne parlions pas seulement des mathématiques, nous les enseignants, avons fait une pièce de théâtre, par exemple. Parce que nous travaillons avec des gens que nous approchons de différentes façons. Ce n'est pas une question de savoir s'ils apprennent ou non les mathématiques : ils apprennent les mathématiques, mais peut-être qu'ils apprennent beaucoup mieux si on inclut un peu d'histoire ou un défi. Nous nous intéressons tous à des choses différentes, l'histoire c'est une façon de plus, et c'est quelque chose qui nous permet de comprendre que le savoir de l'humanité n'est pas structuré comme ça, c'est structuré comme ça en ce moment, de cette façon. Comme à une autre époque, il était structuré différemment. Pour moi, c'est être capable d'intégrer le plus de choses possible en enseignant les mathématiques. Prendre tous les outils possibles pour les incorporer dans la classe. (US4)

Comme toute acquisition culturelle, elle génère l'estime de soi, la motivation à devenir un être humain plus intégral. Cela engendre l'incorporation de quelque chose d'intangible, mais qui nous permet de voir le monde d'une manière différente, d'avoir un autre tamis à travers lequel passer le monde, n'est-ce pas ? Et que tout le bagage culturel nous rend humains. [...] Pour comprendre, en tant qu'enseignants, que les mathématiques ont été comme ça, qu'elles génèrent ce type de résistance mais aussi cet enthousiasme. Mes élèves n'ont pas détesté les mathématiques... Ce de la littérature, nous la prenons pour donner la moyenne, la médiane et le mode. Nous enseignons d'autres choses en plus, comme prendre des décisions dans différentes situations. Construire des arguments aussi, et montrer comment les mathématiques de la vie réelle n'est pas seulement « J'ai le graphique, j'ai donné cela », mais c'est la pensée. Parlant de littérature mais aussi d'histoire, on voit qu'il y avait différentes façons d'arriver aux mêmes choses. (US4)

A8) L'histoire pour savoir quels sont les obstacles et les difficultés qui ont existé et que les élèves peuvent avoir.

Il n'y a aucun commentaire à ce sujet.

B. Les méthodes de travail ou les « comment ».

Les « comment » pour travailler l'histoire des mathématiques avec les élèves en mathématiques.

B1) Anecdotes, histoires, bulles....

Je pense que j'avais l'habitude de considérer l'histoire des mathématiques comme quelque chose d'anecdotique, quelque chose qui décorer la classe. J'avais l'habitude de penser que c'était « Je vais vous raconter une histoire pour rendre la classe plus amusante et ensuite nous allons continuer avec les équations », comme excuse. Je ne pense pas que ce soit mauvais, parce que je le fais parfois, mais penser aux activités de l'histoire n'est pas une tâche facile. La partie la plus facile est de prendre une petite histoire qui a des mathématiques, mais de là à élaborer des activités intéressantes mathématiquement, mais en intégrant l'histoire... C'est très difficile. (US1)

Les élèves n'oublient jamais une bonne histoire. Mais attention, il est important de présenter cette histoire de façon appropriée afin qu'elle ait un sens pour l'élève. Quelque chose de semblable se produit avec les blagues, si vous le dites mal, personne ne rit. (US6)

B2) Fil rouge.

Il n'y a aucun commentaire dans cette catégorie.

B3) Aucune évaluation.

Je ne me souviens pas d'avoir été en contact avec l'histoire des mathématiques au secondaire. Je crois que j'ai vu quelque chose dans les livres quand j'étudiais, mais je n'y ai pas fait attention : ce n'était pas ce qui était évalué. (US2)

B4) Des problèmes.

Je pense que ce que je cherche maintenant dans mes cours, ce que j'ai commencé à vivre, c'est d'essayer de susciter la discussion. Et qu'ils se justifient et qu'ils se croient les uns et les autres... Et dans une certaine mesure, j'ai réussi quelque chose. Et cela les intéresse, parce que ce n'est pas comme s'ils étaient assis à regarder le tableau noir. Et je pense que c'est ce que j'aimerais pour l'année prochaine, l'intégrer dans plus d'un thème. Ouvrir une petite discussion, qu'ils ont la capacité d'exprimer ce qu'ils pensent et de justifier ce qu'ils pensent... (US5)

Les « comment » travailler avec l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants.

B5) Histoire des mathématiques comme porte d'entrée à la recherche et lien avec le secondaire.

Quand on a un cours qui est bon, ça ouvre l'esprit, alors il dépend de chacun d'approfondir, si on est intéressé. [...] Par exemple, le professeur d'histoire, lorsqu'il nous posait un des problèmes et qu'il nous demandait d'expliquer certaines choses, nous disait « si j'étais un élève, je ne comprendrais pas cette explication » et nous devions tout expliquer, car sinon il ne finissait pas l'activité. Et c'était très difficile. Mais il avait raison parce que ce n'était pas pour nous, c'était pour nos élèves. (US1)

Je considère que le plus grand potentiel réside dans l'adaptation des problèmes aux exercices didactiques qui peuvent être posés en classe, de supprimer l'idée de mathématiques difficiles ou l'idée de « à quoi cela sert-il ? » [...] la plus grande compétence que j'ai sauvée est celle de comprendre que pour les élèves, les mathématiques sont souvent « magiques ». J'essaie donc d'ajouter dans ma planification une sorte d'introduction, une activité qui génère la perplexité de « je ne peux pas la résoudre » et puis le nouvel outil devient intéressant. (US2)

Soudain, nous nous sommes retrouvés avec des problèmes qui nous intéressaient, des problèmes mathématiques. Et pour chaque sujet, nous devions le relier à une activité en classe. [...] Ce problème a surgi et nous avons passé des heures, « et que se passerait-il si une telle chose... » et là, nous avons bifurqué... un éventail de possibilités s'offrait à nous où nous ne pouvions pas sortir. Une chose intéressante mais c'était une chose difficile... nous avions la liberté, nous savions déjà que le problème pouvait aller n'importe où. (US3)

De cette expérience par rapport à une classe traditionnelle, c'est celle de l'appliquer à la classe. Pour être beaucoup plus dans la ligne de mire... Pendant le cours d'histoire, même si ce n'était

pas avec nos élèves et que c'était comme « bien... et maintenant quoi, comment, où aller ? » que si j'étais un étudiant passif, je préférerais peut-être un cours avec plus d'histoire et pas tant pour réfléchir dans ce moment-là. Nous en avons aussi parlé, parce que ce cours était court, nous avons fait de notre mieux pour le faire avancer. Mais il est alors apparu clairement que même si nous avons fait tout le parcours complet, notre carrière était une question de lecture de ce qui nous intéresse et d'approfondissement continu. Cela dépendait de chacun, et le cours sert plutôt de déclencheur. Tout cela est pour nous montrer et bon, puis chacun dans sa vie va avoir le temps de choisir (US3)

Il y avait une partie qui portait sur l'histoire des problèmes, sur les questions ou les discussions qui ont eu lieu, sur les conséquences qui ont été posées sur l'évolution de ces problèmes. Mais en plus oui, à la fin, nous avons élaboré une séquence pour tout le premier cycle. (US4)

Avec mon équipe, nous avons choisi l'équation du deuxième degré selon les arabes. Et nous nous sommes concentrés sur le travail d'al-Jwarizmi. Nous avons lu en portugais et nous avons cherché beaucoup de matériel... Et dans les classes Mario a apporté des propositions et nous avons fait la même chose : nous avons travaillé, nous avons pensé comment nous pourrions résoudre et comment ils [les Arabes dans le passé] pouvaient le faire. Par la suite, il y a eu des cours préparés par certains collègues, des défis ont été soulevés, des discussions ont eu lieu. Outre les consultations ponctuelles des œuvres, il s'agissait d'une classe ouverte et d'une discussion. (US5)

[L'histoire] les accroche plus, ce n'est pas pareil de leur dire « c'est le théorème de Pythagore et c'est la formule », il me semble qu'au moins ce que nous leur disons est plus logique. Par exemple, cette année, les élèves de 3e année, lorsque nous avons vu les triplets de Pythagore, je leur ai ordonné d'enquêter sur l'histoire pour savoir qui les avait trouvées, pourquoi on les appelle comme ça, s'il y avait d'autres types de triplets qui pouvaient être calculés... Et les voilà, je ne dis pas tous, mais beaucoup sont venus avec la formule des Babyloniens. Ils ont cherché, ils ont apporté, ils ont même demandé au professeur d'histoire. Ils ont vérifié les choses que nous avons données dans le thème Pythagore, et ils ont dit « Je l'ai fait avec la petite corde » et je ne leur ai rien dit... ils ont enquêté. Je pense que le cours est plus agréable et ce qu'ils ont à faire. (US5)

La partie sur la recherche, la discussion et la présentation de ce qu'on fait et discuter encore et encore, et « Je ne te crois pas du tout », je pense que c'est ce qui est enrichissant. Et comment le cours a été présenté, intensif... Peut-être que nous n'avons pas abordé tous les sujets, ça aurait été bien. De plus, nous étions toujours accrochés aux choses et nous nous envoyions mutuellement des informations, c'était bien. C'était intéressant comment il s'est présenté. (US5)

[...] pour le cours d'histoire, nous présentons quelques activités sur la base du livre et des exercices, à proposer aux lycéens. Dans cette planification, un exemple a été donné, puis différents problèmes « comment les résoudre à ce moment-là, sans rien savoir de l'équation du second degré ? ». Et la bonne chose était que tout le monde travaillait, tout le monde. Tout le monde n'a pas été capable de le résoudre comme prévu. Mais ils ont tous travaillé et montré de l'intérêt. Parce que tu lui apportes quelque chose de différent. D'ailleurs, ils vous demandent de savoir si c'est vrai : « Non, prof vous l'avez inventé » c'est ça que je trouve le plus positif, ce que je sauve le plus, des activités comme ça. Et l'inconvénient, c'est que certains élèves sont devenus très confus. Il y a une difficulté d'abstraction : bien que pour certains élèves on les intègre à une équipe, les activités leur semblent difficiles. Et en ce sens, je sentais que je ne pouvais pas couvrir tous les niveaux, avec toutes les capacités... Pour certains élèves, c'était très bien et pour d'autres, c'était incompréhensible. Je n'ai pas envisagé les adaptations... (US5)

B6) L'évaluation de l'histoire des mathématiques comme discipline dans la formation des enseignants.

Il n'y a aucun commentaire dans cette catégorie.

B7) Problèmes sans connaître les outils.

Ce qui était plus joli dans le cours d'histoire des maths, c'est qu'on a fait des maths. C'était la chose la plus importante. [...] quand nous avons commencé à travailler avec des nombres premiers, des conjectures, nous avons commencé à démontrer des choses au milieu des cours d'histoire, qu'on imagine qu'un cours d'histoire plutôt comme une narration, mais non. C'était des choses assez puissantes auxquelles il fallait penser. Plus tard, je me souviens quand certains de mes copains ont travaillé sur le concept d'intégrabilité et de dérivabilité, sur la façon dont ils étaient assemblés, et c'était aussi très puissant. Tout ce qui est historique avec le mathématique. (US1)

[...] J'ai dû présenter Diophante et nous sommes entrés dans les équations diophantiques. L'approche était la suivante : « À quelle condition une équation doit-elle satisfaire pour être diophantique ? » En fait, si on ne l'a pas étudié, c'est difficile à comprendre... C'est comme si on le pensait de l'autre côté. Puis des choses qui attirent l'attention, des curiosités, des tablettes avec des problèmes historiques à montrer aux élèves. (US3)

B8) Avec audiovisuel.

Le professeur faisait une introduction avec une vidéo pour présenter le contexte historique. Par exemple : Mésopotamie. C'est donc une vidéo de tout, c'est court mais intense. (US1)

C. Les difficultés

Difficultés à travailler avec l'histoire des mathématiques avec les élèves en mathématiques.

C1) Les mathématiques sont étudiées de façon structurée et si l'histoire ne compte pas pour l'évaluation, ils sont contrariés d'avoir à l'étudier.

Comment tout accrocher, que tout soit bien organisé et pas seulement comme une excuse ou une histoire, que tout reste entrelacé avec le sujet sur lequel nous travaillons. Par exemple, j'ai apporté un livre l'autre fois, et mes élèves m'ont dit « nous sommes en mathématiques, pas en littérature, prof ». Où ils doivent lire beaucoup, que pour eux beaucoup est la moitié d'une page, ils nous disent déjà que cela n'a rien à voir avec le cours. (US1)

Une autre difficulté que je rencontre actuellement est le manque d'intérêt de la part des élèves. Tout est sur Internet, ce qui leur fait croire qu'ils n'ont pas besoin de savoir quoi que ce soit parce qu'ils peuvent tout chercher. (US2)

[...] comment relier l'histoire au contenu spécifique... comment rendre le lien significatif, parce que sinon, « je viens et je vous raconte une petite histoire ». Voilà le défi, pour le rendre significatif. (US3)

[...] la difficulté est de choisir quelles histoires nous allons raconter, comment nous allons les intégrer et qu'elles ne restent pas dissociées du cours, mais qu'elles fassent toujours partie des unités thématiques comme une partie essentielle des mathématiques. Nos cours de didactique visent généralement à développer d'autres compétences chez les enseignants de mathématiques, mais pas la capacité de raconter des histoires. (US6)

Une autre difficulté réside dans la méconnaissance du contexte historique. Peut-être que nous, les professeurs de mathématiques, sommes loin d'être des experts en histoire et bien que nous connaissions Pythagore, Euclide et Archimède, lorsque nous en parlons, nous entrons dans un monde étrange pour nous : la Grèce antique. Il serait optimal d'apporter en classe une histoire contextualisée en Inde au Xe siècle pour avoir une idée de base de ce qui se passait à cet endroit et à cette époque. C'est l'occasion de continuer à apprendre et de travailler en coordination avec un prof d'histoire. (US6)

C2) Hétérogénéité

[...] la façon dont les groupes sont organisés. Les groupes sont organisés par âge et non par compétences mathématiques. (US2)

Cela prend plus de temps, mais c'est peut-être jusqu'à que je m'y habitue... Déjà pour la prochaine fois, je vais baisser un peu le niveau de difficulté et mettre quelques précisions pour qu'ils ne se perdent pas, et puis voir que ceux qui peuvent aller à plus, qu'ils le fassent. Cette planification a été difficile, Mario nous l'a rendue plusieurs fois pour la corriger... Mais c'est bien parce qu'au moment de l'appliquer, ça s'est bien passé. La critique est que l'approche n'aurait pas dû être la même pour tout les élèves. (US5)

C3) Temps de préparation et programmes de mathématiques très vastes.

Il faut l'appliquer autant que possible, le fait est qu'il faut avoir le temps. Parce qu'il faut étudier la partie historique et se sentir en sécurité, puis créer les activités. Mais c'est formidable après ce cours d'avoir la capacité de voir les choses d'un autre côté et de pouvoir intégrer plus d'activités. (US1)

Quand le sujet et le temps le permettent, l'introduction du thème est directement liée au développement historique, essayant ainsi d'apprendre un peu de ce que j'ai appris. Pour pouvoir utiliser l'histoire des mathématiques dans mes cours, je devrais avoir plus de temps ou moins de sujets par année. Parce que je pense que le fait d'inclure l'histoire des mathématiques dans un paragraphe avant une activité n'a pas de sens. J'aimerais inclure l'histoire des mathématiques comme méthode d'expérimentation, de « Allons-y avec un équerre et un mètre et découvrez la hauteur du bâtiment ». Mais cela prend du temps. (US2)

Nous n'avons pas pu le mettre en œuvre. Mais je pense que la difficulté réside dans la structure des programmes. Les thèmes auxquels on peut penser ne sont pas adaptés à la structure des programmes. En plus de tout ce que nous voulons mettre en œuvre, nous devons étudier,

apprendre, nous devons nous consacrer à l'étude des sujets... Mais bon, ça c'est déjà dans notre *être enseignant*, il le faut, ça fait partie de ton travail. Il faut savoir d'où les sujets ont été abordés, comment ils sont transposés didactiquement, l'histoire en fait partie. Ce qui se passe, c'est qu'en réalité, bien souvent, les temps ne suffisent pas. C'est une réalité matérielle. (US4)

Difficultés de travailler avec l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants.

C4) *Extension des cours, vision globale et formation autodidacte.*

C5) *Les documents ne sont pas toujours accessibles et il n'existe pas non plus d'histoire pour chaque matière mathématique.*

C6) *Temps de préparation et de lecture.*

Les étudiants stagiaires ne font pas de commentaires ces trois catégories.

D. Matériaux

Matériaux en général

D1) *Livres de divulgation, biographies, classiques d'histoire des mathématiques, audiovisuels...*

Par exemple, dans les livres, dans les Santillana⁵⁵, des choses de l'histoire apparaissent. [...] Par exemple, le système de numérotation égyptien apparaît. Des activités telles que les systèmes de numérotation pour le 1^o année... Le théorème de Thales est également là. Ils sont une espèce d'introduction au sujet afin de susciter l'intérêt des élèves. Comme une narration historique et puis on peut proposer une activité qui a à voir avec elle. (US1)

[...] je cherche sur Internet, je cherche beaucoup et maintenant il y a toutes les publications de thèses et d'articles, et bien de là j'obtiens des choses, des fragments qui me servent et je les colle comme je peux. Et tout ce que je leur donne, je le leur donne avec la source, parce que je pense que c'est important. [...] En 3^o année nous avons fait ce travail des arabes pour les équations du deuxième degré, je leur ai donné les pages du livre, et ça a bien marché. [...] Ce que j'ai fait cette année, quand nous travaillions avec *Probabilités et les statistiques*, nous avons vu le film *Le jeu de l'imitation*, et au fur et à mesure que le film progressait, nous l'avons arrêté pour discuter de ce qui se passait... Nous l'avons vu maintenant, presque à la fin de l'année et nous avons déjà travaillé presque tout le programme. De plus, certains élèves se sont sentis identifiés à certains passages dans lesquels le protagoniste était un peu étrange, et il y avait des parties de violence quand il était petit, avec des problèmes sociaux... (US5)

Oui, il y a des livres qui ont des informations historiques ponctuelles mais ils sont très petits. C'est plus biographique... J'ai aussi des livres d'histoire de maths pour la formation des enseignants, de Mario, de Veronica... Il y en a un qui est *Les questions d'Archimède*, c'est super, j'ai choisi beaucoup de choses de ce livre et je les leur donne. Et puis sur Internet... et quelques livres que j'ai. (US5)

[...] dans mon activité d'enseignement, j'avais découvert avant le cours d'histoire des mathématiques, son importante mise en œuvre en classe et ayant trouvé plusieurs matériels

55 Éditorial où les livres sont publiés pour le secondaire.

audiovisuels de qualité qui s'y rapportent, j'ai décidé de créer un blog⁵⁶ pour rassembler ce matériel et élaborer des activités pour les élèves. (US6)

Matériel pour la formation des enseignants.

D2) *Livres classiques, livres de divulgation et livres destinés à la formation des enseignants.*

[...] le Boyer, c'est possible ? Nous avons beaucoup travaillé là-dessus dans le cours d'histoire, quand nous devons aller plus loin. Selon le thème que nous avons choisi, nous devons approfondir l'histoire et les mathématiques. [...] Nous avons cherché des livres, nous sommes venus à la bibliothèque, nous avons cherché des livres et fait des recherches. Nous savions qu'il y avait des problèmes avec le papyrus de Rhind, puis avec un des Chinois... Il était très difficile d'en tirer du matériel. Et nous avons fait des recherches sur Internet, mais là nous avons eu quelques problèmes parce que nous ne pouvions pas citer la source, elle n'était pas fiable, donc nous ne pouvions pas l'utiliser. (US1)

[...] Dans les livres de *Géométrie*, il y a aussi beaucoup d'histoire... (US1)

Le professeur utilise également le livre *Gente en obra*, et y fait des exercices. Ce qui était plus joli dans le cours d'histoire des maths, c'est qu'on a fait des maths. C'était la chose la plus importante. (US1)

Nous avons travaillé avec les livres sur tous les sujets que nous travaillions... Mario nous a apporté des livres, sur papier et sur le web. Nous avons travaillé avec les livres que Mario nous avait apportés et ceux que nous avons trouvés sur Internet, nous avons essayé de trouver des articles académiques ou des livres avec des auteurs sérieux. [...] quelques copains ont apporté des photos du sujet qu'ils présentaient « eh bien, c'était l'original... », pour montrer un peu. Par exemple avec Diophante, parce que je vais vous l'expliquer maintenant et vous donner le symbolisme du maintenant. Mais il y avait toute cette symbologie syncopée⁵⁷ qui était en fait la façon dont Diophante a écrit. Pour montrer qu'à ce moment-là c'était de l'écriture et ce n'était pas de la symbologie comme maintenant. (US3)

[...] dans notre travail, nous avons utilisé le livre de Rey Pastor. C'est comme des manuels, un manuel scolaire. Celle du Rey Pastor, celle de Keyne, une autre que l'on utilise beaucoup [...] Sur les trois problèmes grecs. Mario nous a prêté un livre sur la trisection de l'angle. C'est hilarant ! C'est un anglais qui l'a écrit pour que le gens arrêtent d'essayer de « on sait déjà qu'on ne peut pas les faire » et qui a montré plusieurs façons de le faire, ce qui te montre aussi comment les gens aiment faire des mathématiques. Comme les gens sont intéressés et ont été intéressés toute la vie. C'est fascinant ! (US4)

Mario nous a prêté beaucoup de matériel d'histoire des mathématiques. Je ne pense pas qu'il y ait autant d'histoire à appliquer à l'enseignement. Ce sont des choses différentes, je pense... Le livre *Gente en obra*⁵⁸ c'est applicable, c'est accessible, ça va de l'histoire à l'enseignement. (US4)

56 calcular.blogspot.com.uy

57 L'algèbre syncopée est la deuxième phase du développement historique de l'algèbre, caractérisée par l'utilisation d'abréviations pour incognito, bien que les calculs aient été entièrement décrits en langage naturel.

58 Dalcín, M., Olave (2012) *Gente en Obra. Historia interactiva de los orígenes de la Matemática*. Editorial: Ediciones Palindromo. Montevideo, Uruguay.

D3) Audiovisuels

Le professeur a fait une introduction avec une vidéo pour présenter le contexte historique. Par exemple : Mésopotamie. C'est donc une vidéo de tout, c'est court mais intense. (US1)

Les films que j'ai vu ici... dans la discipline *Introduction à la didactique*, moi en tant qu'étudiant. J'ai vu Fermat⁵⁹ et lettres à un jeune mathématicien⁶⁰, ah c'est un livre ! Mais j'ai vu un autre film alors, je ne m'en souviens pas... Mais j'ai vu celui-là, mais je ne les ai pas utilisés. (US5)

Ici se termine lecture, sélection et réunion des fragments des entretiens des étudiants stagiaires uruguayens à l'aide de la grille élaborée précédemment. Voici les extraits dans lesquels les élèves parlent de l'histoire des mathématiques dans les cours de mathématiques qu'ils ont reçus, montrant ainsi qu'en général l'expérience n'est rien de plus qu'une anecdote :

En *Probabilités et en statistiques*, le prof il venait parfois avec une petite histoire. Je me souviens avoir travaillé avec une sorte d'anecdote. Mais non, il n'y avait rien de préparé depuis l'histoire dans aucune discipline. (US1)

[...] dans l'IPA, Vasallo [formateur], dans l'*Algèbre I*, parfois, il commençait la séance avec une histoire « regardez ça, ce problème a surgi, il a été soulevé comme ça » et ainsi il a développé la séance : Fantastique ! [...] Je ne sais pas si celui de Vassallo n'était pas comme une chose de... non seulement pour raconter une histoire mais aussi pour montrer comment elle s'est développée, non ? Ce qui est un peu plus, parce qu'on est en formation des enseignants. (US4)

Au lycée non... en formation des enseignants, en *Analyse* et *Géométrie*. La professeure d'*Analyse* atterrissait les concepts et Mario en *Géométrie*... Lui a beaucoup de livres et c'est fantastique. Donc en 1^o année avec Mario et en 2^o avec Mariela, j'ai vu quelque chose... (US5)

Déjà dans la formation des enseignants, il est plus probable que des anecdotes historiques apparaîtront. Je me souviens que Julio Vasallo le prof d'*Algèbre I*, avait consacré un module de 3 heures à l'histoire de la résolution d'équations (2^e degré, 3^e degré, 3^e degré, 4^e degré, etc.) et ce fut une vraie rareté dans mes innombrables années de formation, une classe inoubliable. [...] C'était le seul cours dans lequel on m'a demandé de faire des activités qui comprenaient l'histoire des mathématiques. (US6)

Exemple dans les classes du secondaire

[...] nous cherchons l'adaptation pour chaque problème grec. Il y en avait un auquel on avait pensé pour le lycée mais nous avons dit non, parce que nous avons un problème... mais c'est faisable. Cependant, nous avons pu adapter les trois problèmes au cycle de base. Abaisser un

59 La habitación de Fermat. <https://www.filmaffinity.com/es/film615789.html>

60 Stewart, I., & Sanz, J. G. (2006). *Cartas a una joven matemática*. Crítica.

peu le problème, pas la duplication du cube, mais commencer à travailler avec le carré... Dans autre niveau. (US3)

[...] étaient des objectifs mathématiques en relation avec ces problèmes grecs. Faire la présentation. Mais si, les activités impliquaient des mathématiques, nous ne les avons pas séparées. Mais si, bien sûr, il y avait la question de la duplication du cube que nous avons apportée plus tard dans le cadre de l'histoire. Objectifs mathématiques et historiques... Dans notre cas, c'était aussi de se mettre à la place d'une personne de l'époque, à cette époque, qui avait ceci et cela à résoudre. « Mettez-vous à la place, que feriez-vous ? ». (US3)

Ce que j'ai réalisé par exemple en 1° c'est de travailler avec les nombres entiers d'après l'histoire, que j'ai réalisé et qui a très bien marché avec les élèves. Avec 2° toute la partie des arabes, la chose et la chose plus la chose et ils l'aimaient beaucoup. Je pense que les a enracinés un peu plus ce qu'est ce x qu'ils le déplacent, l'apportent, le portent. Et en 3° avec Pythagore, avec Thales, avec tout... (US5)

Après cette compilation d'extraits d'entretiens, nous avons fait un résumé dans un tableau pour avoir une idée visuelle des catégories citées par chaque étudiant stagiaire.

4.9.3 Tableau des stagiaires par catégorie

Dans ce tableau, nous avons indiqué avec une croix si l'étudiant stagiaire a fait référence à la catégorie indiquée. Certaines catégories de la grille de lecture (A3, A8, B2, B6, C4, C5 et C6), ont été supprimées car les stagiaires ne se sont pas prononcés à leur sujet. Puis, on retrouve 18 des 25 catégories proposées dans la grille qui sont abordées par les stagiaires.

	US1	US2	US3	US4	US5	US6	Stag/Cat
A1		x	x				2
A2	x		x	x	x	x	5
A4	x	x		x		x	4
A5			x	x			2
A6		x	x				2
A7	x		x	x			3
B1	x					x	2
B3		x					1
B4					x		1
B5	x	x	x	x	x		5
B7	x		x				2
B8	x						1
C1	x	x	x			x	4
C2		x			x		2
C3	x	x		x			3
D1	x				x	x	3

D2	x		x	x			3
D3	x				x		2
Cat/Stag	12	8	9	7	6	5	

Tableau 4.9 : Intervention des étudiants stagiaires uruguayens par catégorie.

Les catégories les mieux représentées sont-ils :

A2) Les mathématiques ont de l'histoire et leur histoire est attrayante. Les mathématiques sont une activité humaine et les mathématiciens font aussi des erreurs. Il faut faire des mathématiques.

B5) Histoire des mathématiques comme porte d'entrée à la recherche et lien avec le secondaire.

Nous avons trouvé 5 étudiants qui se prononcent dans ces catégories

Les catégories :

A4) Les mathématiques en tant qu'activité humaine.

C1) Les mathématiques sont étudiées de façon structurée et si l'histoire ne compte pas pour l'évaluation, les élèves sont contrariés d'avoir à l'étudier.

Ils sont nommés par 4 stagiaires.

Les 4 catégories suivantes sont désignées par 3 stagiaires :

A7) L'histoire peut unir des parties du savoir qui ont été fragmentées, offrant des formes alternatives de travail en classe, contribuant ainsi à renforcer la sécurité du futur enseignant.

C3) Temps de préparation et programmes de mathématiques très vastes.

D1) Livres de divulgation, biographies, classiques d'histoire des mathématiques, audiovisuels...

D2) Livres classiques, livres de divulgation et livres destinés à la formation des enseignants.

Et sur les 10 autres catégories, 7 sont nommées par 2 étudiants et 3 sont nommées par 1 seul.

4.10 Synthèse des entretiens faites en Uruguay

L'une des principales observations que nous pouvons tirer des entretiens avec les formateurs uruguayens est que leur formation a été autodidacte. Aucune des entretiens ne parle de la prudence à prendre en compte en ce qui concerne les anachronismes ou les caricatures d'épisodes historiques, bien qu'il soit fait référence à des recherches avec des sources fiables.

Comme nous l'avons dit au début des analyses, cette particularité, ajoutée à la spécificité du public cible, peuvent influencer le fait de penser à l'histoire des mathématiques liée à la pratique pédagogique, c'est-à-dire une histoire des mathématiques beaucoup plus proche d'une ressource

pédagogique que d'une discipline elle-même. C'est pour cette raison que nous trouvons les activités et les évaluations des cours en relation avec les programmes de mathématiques du secondaire.

L'un des objectifs pour lesquels le rôle de l'histoire des mathématiques en tant que ressource pédagogique peut être perçu le plus fortement, est lorsque les formateurs proposent une dynamique dans laquelle les élèves font face à des problèmes dans lesquels ils ne savent pas quels outils mathématiques ils doivent utiliser. Ils soutiennent que de cette façon, les étudiants stagiaires éprouvent des difficultés en ce qui concerne le degré d'incertitude que leurs futurs élèves sont susceptibles de vivre également. Ainsi, dans une situation similaire, ce type d'empathie peut aider les stagiaires à mieux comprendre leurs futurs élèves.

Parmi le matériel utilisé par les interviewés, nous soulignons les livres spécialement conçus pour les étudiants en formation des enseignants. Parmi eux, nous distinguons les livres particuliers d'histoire des mathématiques, des livres destinés à d'autres disciplines comme la *Géométrie* ou *Bases des mathématiques*. Les interviewés déclarent que les spécificités des disciplines sont maintenues, mais que l'approche et les activités proposées sont développées avec une empreinte historique et pédagogique caractéristique de la profession.

La principale difficulté exprimée par les interviewés est liée au temps de préparation et de mise en œuvre des activités. En particulier, déclarent qu'il est difficile de proposer des dynamiques alternatives dans les programmes dont les structures sont inadéquates.

5 NOTION DE COMPÉTENCE HISTORIQUE

Dans ce chapitre, nous ré-interprétons les analyses faites dans le chapitre précédent à la lumière du modèle proposé par Ball et ses collègues, les Connaissances Mathématiques pour l'Enseignement - CME. Notre objectif est de décrire, à partir des catégories définies ci-dessus, la notion de cette compétence que nous avons appelée historique. C'est pourquoi nous avons associé ces catégories aux sous-domaines des CME. Pour en revenir aux idées de Ball développées dans le deuxième chapitre, nous nous intéressons à savoir quel genre d'influence l'histoire des mathématiques a sur les CME et comment ces catégories peuvent nourrir une telle compétence.

5.1 Organisation de la synthèse des résultats

Sur la base des analyses effectuées dans le chapitre précédent, nous proposons l'étude des CME dans le cas de la France et de l'Uruguay, tant pour les enseignants et formateurs que pour les étudiants stagiaires.

Pour construire une catégorie, nous avons eu recours à l'analyse du contenu des entretiens avec les enseignants et les formateurs. Nous avons sélectionné les extraits que nous jugeons pertinents pour la recherche et nous avons rassemblé les extraits relatifs au même sujet. Grâce à la description du sujet qui relie les extraits des entretiens, nous avons défini la catégorie qui les rassemble autour d'une même idée. Nous avons ainsi défini des catégories liées aux *objectifs* d'intégration d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques, des catégories liées aux *comment* réaliser cette intégration, aux *difficultés* éventuelles et aux *matériaux* à utiliser. Nous comprenons que ces catégories de *pourquoi*, *comment*, avec quelles *difficultés* et avec quels *matériels*, gardent un lien étroit avec les compétences nécessaires à l'enseignement des mathématiques, dans ce cas, dans une perspective historique. Connaître et maîtriser un contenu mathématique pour l'enseigner, implique de connaître les objectifs, les comment, les difficultés attendues et les matériels adéquats. C'est pourquoi nous proposons d'associer ces catégories aux sous-domaines définis par le modèle des CME de Ball, une fois que ces sous-domaines décrivent les compétences nécessaires à l'enseignement.

Si nous acceptons alors qu'il est possible d'associer chaque catégorie à un ou plusieurs sous-domaines, nous proposons d'explicitier le lien entre chaque catégorie et sous-domaine, et de représenter schématiquement cette relation en plaçant chaque catégorie dans le sous-domaine correspondant du modèle des CME. Pour ce faire, nous procédons comme suit :

1. Élaborer un modèle des CME à partir de toutes les catégories identifiées en lien avec l'histoire des mathématiques, lors des entretiens avec les enseignants et formateurs en France. Ce modèle des CME n'est pas individuel et ne représente pas non plus les catégories partagées par les individus du groupe interrogé, mais rassemble toutes les catégories

identifiées. A titre d'exemple, nous avons inclus des catégories exprimées par une seule personne. Nous appelons ce modèle CME*France.

2. Élaborer les CME de chaque étudiant stagiaire français.
3. Élaborer un modèle des CME basé sur les entretiens avec les enseignants et les formateurs en Uruguay, aussi en lien avec l'histoire des mathématiques, que nous appelons : CME*Uruguay. Ce modèle est défini dans les mêmes termes que CME*France.
4. Élaborer les CME de chaque étudiant stagiaire uruguayen.
5. Élaborer la notion de compétence historique *en superposant* les modèles de CME*France et CME*Uruguay. Par *superposer*, nous entendons l'identification de catégories communes et de catégories différentes qui pourraient enrichir chaque modèle. D'une part, la vision de *l'histoire des mathématiques comme discipline* que nous avons identifiée en France, offre des catégories non identifiées en Uruguay. D'autre part, la vision de *l'histoire des mathématiques liée à la pratique de l'enseignement secondaire* en Uruguay, offre des catégories qu'on ne trouve pas en France. Il ne s'agit évidemment pas d'« exporter » des modèles d'un pays à l'autre, mais de prendre en compte la possibilité d'intégrer les catégories qui pourraient enrichir chaque modèle.

5.2 CME*France

Nous avons élaboré un tableau⁶¹ dans le but de classer chacune des catégories que nous avons trouvées lors des entretiens faites avec les enseignants et formateurs français. Le but de cette classification est d'associer chaque catégorie aux sous-domaines de la CME. Pour justifier cette classification, nous nous basons sur l'article de Ball et Bass (2009) que nous avons cité dans le deuxième chapitre (§2.3.2). Nous avons décidé de conserver le tableau complet dans les annexes et de présenter ici, à titre d'exemple, certaines des catégories associées aux sous-domaines du CME*France.

Catégorie M7 et Connaissance des élèves et de l'apprentissage du sujet – CE

La catégorie M7 est définie comme l'objectif de faire de l'histoire des mathématiques une « Déclencheur du dépaysement épistémologique, empathie, modestie et surprise ». Cette catégorie a été identifiée dans 4 des 6 enseignants et formateurs interviewés. Pour développer cette catégorie, nous comprenons qu'il est nécessaire de connaître le niveau des élèves et où leurs difficultés peuvent se manifester. Ces informations peuvent nous permettre de concevoir des activités dans

61 Annexe J.

lesquelles le dépaysement épistémologique et le reste des qualités mentionnées sont atteints. Ces connaissances associées aux étudiants appartiennent au sous-domaine CE.

M7) Déclencheur du dépaysement épistémologique, empathie, modestie et surprise.	4	CE	[...] capacité d'un enseignant à anticiper les difficultés et les motivations des élèves par rapport au sujet proposé.	<i>Quant à la principale vertu de l'histoire des mathématiques, c'est le dépaysement, ça veut dire que tu vas pas injecter dans un texte tes connaissances. Tu essayes de le lire tel qu'il était écrit et de voir la manière d'envisager les choses. Ça veut dire que tu te mets dans la situation où tu vas très proche de quelqu'un qui commence. Et tu te mets enfin, du côté de l'élève (E1)</i>
---	---	----	--	---

Figure 5.1 : Extrait de l'annexe J, catégorie M7.

Catégorie T3 et Connaissance du Contenu et de l'enseignement du sujet – CC

La catégorie T3 n'a été trouvée que chez un enseignant et nous la définissons comme « Accès aux documents (source, langue, temps disponible) ». Nous comprenons que cette catégorie exige une connaissance du contenu, des matériaux à choisir et des exemples à proposer, et que l'accès à ces matériaux est souvent difficile en raison de la langue, de la source et du temps nécessaire à leur lecture et compréhension. Les connaissances nécessaires pour développer cette catégorie sont associées au CC.

T3) Accès aux documents (source, langue, temps disponible).	1	CC	Connaissance qui « comporte des tâches telles que le choix du matériel, les exemples à proposer... »	<i>[...] le l'accès aux documents authentiques, ce qui posait des problèmes de langue, on se sentait handicapé par le fait que personne ne parlé allemand. (D2)</i>
---	---	----	--	---

Figure 5.2 : Extrait de l'annexe J, catégorie T3.

Catégorie T7 et les Connaissances Mathématiques Spécifiques à l'enseignement – CMS

La catégorie T7 définie comme « Anachronisme ou simplification d'un épisode historique » s'est manifestée par 2 des personnes interviewées. Dans le commentaire cité de E1 « *est extrêmement important pour les enseignants et pour surtout pas faire d'anachronisme quand on lis*

un texte » nous pouvons voir qu'il y a une préoccupation concernant l'anachronisme et la simplification de l'histoire. Nous comprenons que ces deux concepts utilisés par les historiens font partie d'un savoir spécifique issu de l'histoire. Dans notre cas, en étudiant l'influence de l'histoire des mathématiques sur la formation des enseignants, nous comprenons qu'il s'agit d'un nouveau concept à acquérir et qu'il s'agit d'une connaissance spécifique pour l'enseignant de mathématiques qui veut intégrer une perspective historique. C'est pourquoi nous associons cette catégorie au sous-domaine du CMS.

T7) Anachronisme ou simplification d'un épisode historique.	2	CMS	Sont des connaissances mathématiques spécifiques.	<i>Cet aspect de dépaysement, est extrêmement important pour les enseignants et pour surtout pas faire d'anachronisme quand on lis un texte. (E1)</i>
---	---	-----	---	---

Figure 5.3 : Extrait de l'annexe J, catégorie T7.

Catégorie P4, une catégorie associée à deux sous-domaines : les Connaissances Mathématiques Spécifiques à l'enseignement – CMS et le Connaissance des élèves et de l'apprentissage du sujet – CE

La catégorie P4 « Intégrer l'histoire sans faire référence à l'épisode historique et sans révéler ses propres conceptions » fait partie du *comment* utiliser l'histoire des mathématiques dans l'enseignement. Nous comprenons que pour développer cette catégorie, il est nécessaire, d'une part, de maîtriser cette connaissance historique spécifique nécessaire à l'enseignant (CMS), et d'autre part, de connaître les élèves et leurs difficultés (CE). C'est pourquoi nous avons décidé d'associer à P4 les deux sous-domaines.

P4) Intégrer l'histoire sans faire référence à l'épisode historique et nourrir ses propres conceptions.	4	CMS/CE	Sont des connaissances mathématiques spécifiques / Capacité d'un enseignant à anticiper les difficultés des élèves.	<i>[...] il y a l'aspect, moi je lit, je m'informe pour voir où sont les obstacles. Parce que si on a mis du temps à passer de ça a ça, c'est bien qu'il y a des difficultés. (D4)</i>
---	---	--------	---	--

Figure 5.4 : Extrait de l'annexe J, catégorie P4.

Nous présentons ci-dessous un tableau simplifié des catégories par sous-domaine, que nous élaborons à partir du tableau que nous conservons dans les annexes :

Sous-domaine de la CME	Catégorie
CE	M5, M6, M7, T2, T4, T6, P4
CC	T1, T3, T9
CP	M9, T5, T8, [P6]
CMS	T7, P1, P2, P3, P4
CHM	M1, M2, M3, M4, M8, [P5]

Tableau 5.1 : Catégories par sous-domaine des enseignants et formateurs français.

En distribuant les catégories définies ci-dessus dans le modèle de la CME de Ball, Thames et Phelps (2008), on obtient la CME*France :

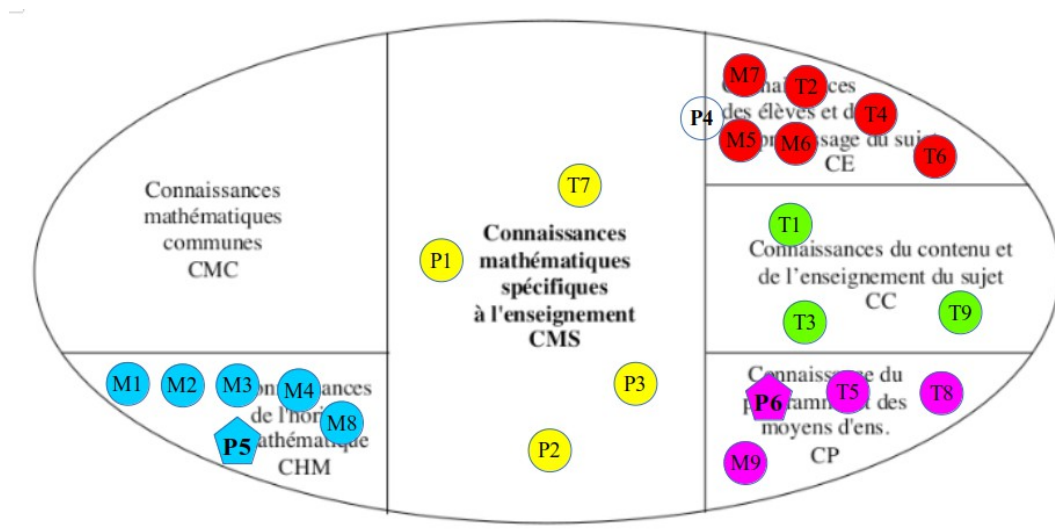


Figure 5.5 : CME*France.

Nous avons conservé les mêmes couleurs pour les catégories associées à un seul sous-domaine, et aucune couleur pour la catégorie P4.

Dans ce qui suit, nous interprétons ces catégories par rapport au sous-domaine associé, cherchant à comprendre l'influence de l'histoire des mathématiques à partir de ce modèle, des *objectifs*, des *comment* et des *difficultés*.

5.2.1 L'influence de l'histoire des mathématiques sur les sous-domaines de la CME*France

Les connaissances pédagogiques

Les connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet – CE : catégories M5, M6, M7, T2, T4, T6, P4

Ce sous-domaine réunit les connaissances et les compétences qui permettent aux élèves d'anticiper leurs difficultés et leurs motivations, ainsi que d'articuler ce qu'ils savent et ce dont ils ont besoin d'apprendre. En ce sens, l'histoire des mathématiques peut être considérée comme une source à partir de laquelle il est possible de prendre les problèmes et d'identifier les obstacles épistémologiques. Cette connaissance peut aussi aider à anticiper les difficultés d'une notion et empêcher les élèves de se sentir perdus ou désintéressés. En ce qui concerne le dépaysement épistémologique, comme nous l'avons dit précédemment, nous comprenons qu'il est fondamental de connaître les élèves afin d'atteindre cet objectif.

Les difficultés que nous avons identifiées venant des élèves et que nous avons associées à ce sous-domaine, sont liées au manque d'habitude de lecture, de compréhension des textes et de débats. En particulier, certains enseignants indiquent que l'hétérogénéité des groupes représente également une difficulté.

En ce qui concerne le *comment* intégrer l'histoire, nous comprenons que ne pas faire référence à l'épisode historique est une option qui considère le type de public auquel il s'adresse, c'est-à-dire que la connaissance des élèves doit être active.

Les connaissances du contenu et de l'enseignement du sujet – CC : catégories T1, T3, T9

Ce sous-domaine regroupe les compétences qui permettent d'identifier les méthodes et procédures les plus appropriées pour l'enseignement de contenus spécifiques. Les catégories que nous identifions liées à ce sous-domaine sont liées aux difficultés. Nous avons regroupé ces difficultés dans ces trois catégories : trouver des textes historiques appropriés et de bons exemples pour le niveau auquel on travaille, être accessible en langage et en complexité, et savoir comment les intégrer.

Les connaissances du programme et des moyens d'enseignement – CP : catégories M9, T5, T8, [P6]

Nous associons à ce sous-domaine les catégories qui sont liées à la connaissance des programmes conçus pour l'enseignement d'un certain niveau et de la variété des matériels pédagogiques disponibles.

L'histoire des mathématiques peut aider à réfléchir sur d'autres façons d'enseigner, à aborder les problèmes sous différents angles. Pour ce faire, il est également essentiel de maîtriser les programmes et les moyens d'enseignement qui sont proposés et de rechercher des alternatives dans l'histoire.

En ce qui concerne les difficultés associées à ce sous-domaine, nous constatons que le volume horaire des cours rend difficile de proposer d'autres activités, ainsi que de trouver des activités accessibles qui sont liées au programme.

Les connaissances du sujet

Les connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement – CMS : catégories T7, P1, P2, P3, P4

Ce sous-domaine comprend les connaissances mathématiques nécessaires uniquement à l'enseignant. Si l'objectif est de travailler dans une perspective historique, il est fondamental de ne pas tomber dans les anachronismes et d'éviter la simplification des épisodes historiques. Comme nous l'avons déjà mentionné, ces deux concepts correspondent à des connaissances spécifiques des historiens et, à partir de ces catégories, nous interprétons que les enseignants intéressés à intégrer une perspective historique dans leurs classes devraient toujours en tenir compte par rapport au public avec lequel ils travaillent.

En ce qui concerne le *comment* intégrer une telle perspective historique, nous avons trouvé plusieurs options : lire des textes historiques mathématiques, travailler avec des problèmes ouverts lors de l'introduction d'un sujet, analyser différentes démonstrations et erreurs, raconter des anecdotes (bien que plusieurs enseignants et formateurs résistent). Toutes ces différentes façons d'enseigner le savoir dans une perspective historique impliquent une connaissance spécifique pour l'enseignant.

La connaissance de l'horizon mathématique – CHM : catégories M1, M2, M3, M4, M8

Dans ce sous-domaine, on trouve les compétences associées à la structure de la discipline, à ses idées principales et à une vision plus large des mathématiques, ce qui permet, par exemple, d'établir des liens entre les notions mathématiques dans l'ensemble du curriculum. En ce sens, l'histoire des mathématiques peut offrir une vision des mathématiques comme construction humaine et vivante, montrant la cohérence interne et le lien entre certaines notions, ainsi que leur évolution. Ce type de connaissances partagées en classe peut éveiller l'intérêt et la curiosité des élèves. En particulier, nous associons la catégorie qui fait référence au fait qu'un enseignant de mathématiques ne peut pas connaître exclusivement les mathématiques. Dans cette vision large des mathématiques, nous incluons aussi les différents degrés de rigueur sur une même notion qui l'histoire peut nous apporter selon la période historique.

Jusqu'à présent, nous avons présenté la CME élaborée à partir d'une série d'entretiens menés avec des enseignants et des formateurs français sur le thème de l'histoire des mathématiques. On pourrait dire que cette configuration de la CME liée à l'histoire des mathématiques est souhaitable pour les futurs enseignants. Sur la base des entretiens avec des étudiants stagiaires français faites *a posteriori* du cours d'histoire des mathématiques, nous pouvons identifier les connaissances manifestées ou les différentes « prises de conscience » liées à l'influence de l'histoire des mathématiques.

5.3 La CME des étudiants stagiaires français

Notre question initiale au début de cette recherche portait sur l'influence d'un cours d'histoire des mathématiques sur les conceptions des étudiants, futurs enseignants de mathématiques. Il est vrai que les questionnaires ne nous ont pas permis d'observer de grands changements au niveau des conceptions, mais avec les entretiens, nous avons identifié des manifestations de l'influence de l'histoire des mathématiques. Si nous parlons en termes de sous-domaines définis par Ball, Thames et Phelps (2008), nous pouvons identifier l'influence de l'histoire des mathématiques sur eux. Afin de montrer ces résultats, nous avons décidé de présenter ci-dessous la CME d'un des étudiants stagiaires français. Ainsi, pour montrer l'influence de l'histoire des mathématiques sur la CME des étudiants stagiaires français, nous avons décidé de réaliser individuellement la CME de chacun d'entre eux, mais pour ne pas être répétitif et pour éviter que la lecture du texte devienne lourde, nous présentons ci-dessous une seule, en gardant le reste dans l'annexe K.

5.3.1 La CME de l'étudiant stagiaire S4

Nous avons choisi l'étudiant S4 pour représenter leur CME car c'est l'un des étudiants ayant le plus grand nombre de catégories identifiées. Bien que cet étudiant manifeste certaines catégories qui n'expriment pas tous, en général la plupart démontre un intérêt dans l'histoire des mathématiques car il est possible de montrer les mathématiques comme une construction humaine et en constante évolution. Un autre objectif exprimé par la plupart d'entre eux est que l'histoire puisse motiver la curiosité des élèves. Cependant, la généralité affirme également qu'ils ne savent pas comment procéder pour intégrer ce type de perspective dans la classe. Nous comprenons qu'en général, cet étudiant représente la majorité, bien que dans l'analyse de la CME nous voyons aussi ses particularités.

Le tableau suivant est basé sur les catégories identifiées lors des entretiens faites avec les étudiants stagiaires (voir tableau 4.4) et les catégories par sous-domaine (tableau 5.1) :

Sous-domaine de la CME	Catégorie
CE	M5
CC	T9
CP	T8
CMS	P1, P2, P3
CHM	M1, M4, [P5]

Tableau 5.2 : Catégories par sous-domaine de S4.

Si nous représentons ces catégories dans le modèle de Ball, Thames et Phelps nous obtenons la figure suivante :

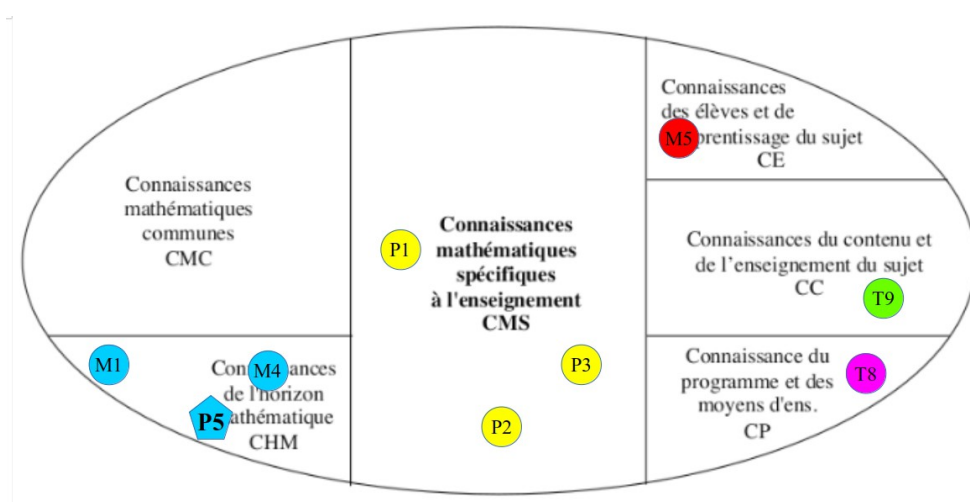


Figure 5.6 : CME de l'étudiant S4.

Les connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet – CE : catégorie M5

Cet stagiaire exprime la nécessité d'identifier dans l'histoire des mathématiques les difficultés qui existaient à un certain moment et qui sont reconnues comme des obstacles, car elles seront aussi des difficultés pour leurs élèves.

Les connaissances du programme et des moyens d'enseignement – CP : catégorie T8

Le stagiaire affirme qu'il est difficile d'intégrer une perspective historique dans la classe de mathématiques si on considère la durée du programme du cours et l'intérêt des élèves. Il s'interroge également sur une éventuelle évaluation des contenus historiques pour les motiver, bien que ce soit sous la forme de « *devoirs surveillés, 2 ou 3 points dessus pour l'histoire* ».

Les connaissances du contenu et de l'enseignement du sujet – CC : catégorie T9

Le stagiaire manifeste le manque d'expérience en tant qu'enseignant lorsqu'il déclare qu'il ne sait pas combien de temps est nécessaire pour enseigner le programme, et en particulier combien de temps il pourrait « perdre » avec des activités inspirées par l'histoire.

Les connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement – CMS : catégories P1, P2 et P3

En ce qui concerne les *comment*, le stagiaire se prononce contre l'utilisation de textes historiques au collège, mais est ouvert à proposer des problèmes et à simplifier l'histoire en racontant certaines anecdotes et informations sur le sujet à travailler.

La connaissance de l'horizon mathématique – CHM : catégories M1, M4 et P5

Le stagiaire considère qu'il est important de montrer l'évolution de la discipline et faire des liens de notions mathématiques entre les différents programmes dans lesquels il travaille. Il croit aussi que l'histoire des mathématiques lui apporte de la culture générale.

Nous présentons ci-après la CME*Uruguay et la CME d'un étudiant stagiaire suivant la même procédure que pour la France.

5.4 CME*Uruguay

De la même manière que pour les catégories identifiées dans les entretiens français, nous avons élaboré un tableau⁶² avec les catégories identifiées dans les entretiens faites par les enseignants et formateurs uruguayens. Nous présentons ici quelques-unes des catégories et sous-domaines du CME*Uruguay que nous avons associés, et nous gardons dans les annexes le tableau complet.

Catégorie A2 et Connaissance de l'Horizon Mathématique – CHM

Dans la figure suivante, nous présentons la catégorie A2 qui regroupe des extraits sélectionnés de 4 des 6 personnes interrogées. L'idée sous laquelle les extraits sont rassemblés est associée à la connaissance des « Principales idées et structures disciplinaires ». Ball et ses collaborateurs définissent ces connaissances comme faisant partie du sous-domaine appelé CHM. Pour illustrer cette association entre catégorie et sous-domaine, nous avons choisi l'extrait UE1 ci-dessous :

62 Voir Annexe L.

A2) Les mathématiques ont de l'histoire et leur histoire est attrayante. Les mathématiques sont une activité humaine et les mathématiciens font aussi des erreurs. Il faut faire des mathématiques.	4	CHM	Principales idées et structures disciplinaires.	<i>La question centrale me semble, et cela m'arrive aussi avec les étudiants de l'IPA, qu'il n'y a aucune conscience qu'il y a une histoire. (UE1)</i>
---	---	-----	---	--

Figure 5.7 : Extrait de l'annexe L, catégorie A2.

Catégorie C1 et Connaissance des élèves et de l'apprentissage du sujet – CE

La catégorie C1 définie comme « Les mathématiques sont étudiées de façon structurée et si l'histoire ne compte pas pour l'évaluation, les élèves sont contrariés d'avoir à l'étudier » n'est manifestée que par une seule personne interrogée. Cependant, elle nous a paru extrêmement importante car connaître la résistance à l'apprentissage de certains sujets, ainsi que les motivations ou les difficultés des élèves, permet au professeur d'être préparé à une organisation différente du cours. Ce type de connaissances est défini par Ball dans le cadre de la CE.

C1) Les mathématiques sont étudiées de façon structurée et si l'histoire ne compte pas pour l'évaluation, les élèves sont contrariés d'avoir à l'étudier.	1	CE	Connaître les motivations des élèves.	<i>[Les étudiants] peuvent apprendre d'autres propriétés et d'autres choses, mais pour apprendre ou chercher dans quel siècle les polyèdres ont été créés, il leur semble quelque chose qui ne correspond pas au cours. (UE1)</i>
---	---	----	---------------------------------------	---

Figure 5.8 : Extrait de l'annexe L, catégorie C1.

Catégorie A7 et Connaissance du Programme et des moyens d'enseignement – CP

Dans ce troisième exemple, nous présentons la catégorie A7 « L'histoire peut unir des parties du savoir qui ont été fragmentées, offrant des formes alternatives de travail en classe, contribuant ainsi à renforcer la sécurité du futur enseignant », qui représente les extraits de 2 des interviewés. Nous comprenons que pour pouvoir penser l'histoire des mathématiques comme un lien entre des parties fragmentées du savoir, il est nécessaire de connaître les programmes du niveau auquel on veut proposer et la variété du matériel pédagogique disponible. Ce type de connaissances fait partie de la CP dans le modèle de la CME :

A7) L'histoire peut unir des parties du savoir qui ont été fragmentées,	2	CP	Connaître « l'ensemble des	<i>[...] la réalité est désintégrée en petites</i>
---	---	----	----------------------------	--

offrant des formes alternatives de travail en classe, contribuant ainsi à renforcer la sécurité du futur enseignant.			programmes conçus pour l'enseignement à un niveau donné, la variété des matériels pédagogiques disponibles par rapport à ces programmes ».	<i>portions et ces petites portions sont étudiées. Donc [Edgar Morin] dit que c'est une priorité de l'éducation de voir ce qui rassemble ces parties. Et je crois que l'histoire des mathématiques peut avoir cette fonction [...] (UE3)</i>
--	--	--	--	--

Figure 5.9 : Extrait de l'annexe L, catégorie A7.

Catégorie B6, une catégorie associée à deux sous-domaines : Connaissance du Programme et des moyens d'enseignement – CP et Connaissance Mathématiques spécifiques à l'enseignement – CMS

L'association entre catégorie et sous-domaine dans les trois exemples précédents nous semble tout à fait naturelle. Cependant, toutes les catégories définies ne sont pas aussi claires lorsqu'on essaie de les placer dans l'un des sous-domaines. La catégorie B6 définie comme « L'évaluation de l'histoire des mathématiques comme discipline dans la formation des enseignants » présente certaines particularités. Manifester cette catégorie implique de connaître les programmes de mathématiques du secondaire (activation de la CP) et en même temps de maîtriser des connaissances spécifiques en histoire des mathématiques (activation de la CMS). Nous avons donc décidé d'associer cette catégorie à ces deux sous-domaines, car nous interprétons qu'un seul ne suffit pas :

B6) L'évaluation de l'histoire des mathématiques comme discipline dans la formation des enseignants.	2	CMS/CP	Il mobilise les deux sous-domaines, d'une part il demande d'élaborer des travaux spécifiques de la discipline et d'autre part un lien avec les programmes du secondaire.	<i>[...] la première partie est qu'ils choisissent un thème mathématique pour aborder leur développement du point de vue historique. Lorsqu'ils choisissent le sujet, il leur a demandé de tenir compte du contenu mathématique présent au secondaire, car plus tard dans la deuxième partie, ils reviendront sur le sujet pour faire une séquence d'activités qui tiennent compte de la première partie. (UE3)</i>
--	---	--------	--	---

Figure 5.10 : Extrait de l'annexe L, catégorie B6.

Voici un tableau simplifié des catégories par sous-domaine que nous avons développé à partir d'un tableau que l'on peut voir en annexe L :

Sous-domaine de la CME	Catégorie
CE	A5, A8, B5, C1, C2, C6
CC	B4, C6
CP	A7, B3, B6, B8, C3, C5, D1, D2, D3
CMS	A6, B4, B6, B7, C4
CHM	A1, A2, A3, A4, B1, B2, C4

Tableau 5.3 : Catégories par sous-domaine des enseignants et formateurs uruguayens.

Si nous plaçons chaque catégorie dans le sous-domaine associé, dans le modèle de la CME de Ball, Thames et Phelps (2008), une représentation possible de la CME*Uruguay est la suivante :

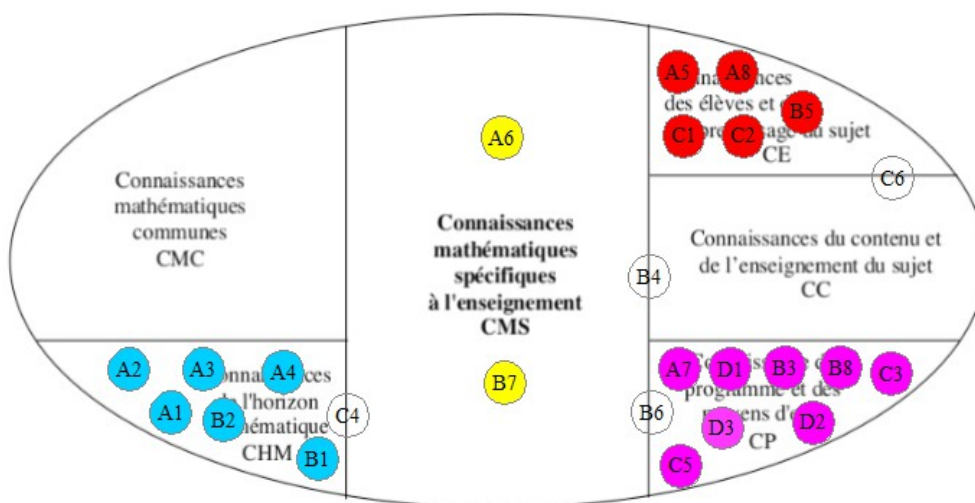


Figure 5.11 : CME*Uruguay.

Nous avons conservé les mêmes couleurs pour les catégories associées à un seul sous-domaine, et aucune couleur pour les catégories appartenant à deux sous-domaines (B4, B6, C4 et C6). Dans ce qui suit, nous interprétons ces catégories par rapport au sous-domaine associé, cherchant à comprendre l'influence de l'histoire des mathématiques à partir de ce modèle, des objectifs, des comment, des difficultés et des matériaux.

5.4.1 L'influence de l'histoire des mathématiques sur les sous-domaines de la CME*Uruguay

Les connaissances pédagogiques

Les connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet – CE : catégories A5, A8, B5, C1, C2, C6

Ce sous-domaine rassemble les connaissances qui permettent d'anticiper les difficultés et les motivations des élèves, ainsi que d'articuler ce qu'ils savent et ce qu'ils ne savent pas. Pour ces objectifs, les formateurs proposent de provoquer une sorte de « désorientation » chez les étudiants, en leur proposant des exercices avec différentes difficultés, tirées de l'histoire des mathématiques mais sans aucune sorte de contextualisation historique ou mathématique. Les formateurs considèrent qu'au début les étudiants sont perdus, et que cela favorise la capacité de se sentir à la place d'un élève qui commence à apprendre une notion mathématique. Développer ce type d'empathie peut favoriser la capacité du futur enseignant à articuler les connaissances de ses élèves et les nouvelles notions à enseigner.

L'étude des périodes historiques au cours desquelles des obstacles sont observés au niveau épistémologique permet également d'identifier des notions pertinentes de la discipline, pour lesquelles il était nécessaire de faire un effort collectif pour se fonder ou se perfectionner. Connaître la difficulté de consolider certaines notions peut permettre aux enseignants d'anticiper d'éventuelles difficultés d'apprentissage chez les élèves. La connaissance des difficultés historiques qui pourraient se manifester chez les élèves du secondaire peut être favorisée dans la formation des enseignants par des activités de recherche impliquant l'étude des notions mathématiques d'un point de vue historique que l'on retrouve dans les programmes du secondaire.

L'une des difficultés rencontrées par les enseignants et les formateurs lorsqu'ils présentent une activité dans une perspective historique est qu'en général, les élèves identifient les mathématiques à une structure spécifique qui est détachée de son histoire. L'enseignement d'une notion d'un point de vue historique pourrait être considéré par les étudiants comme étant hors du programme, ce qui pourrait être équivalent à : « pas important » ou « ennuyeux », car ce serait une notion nouvelle à apprendre mais qui ne serait pas évaluée. Une autre difficulté qui peut être associée à ce sous-domaine, est l'hétérogénéité du groupe avec lequel on travaille, notamment en ce qui concerne les différences de niveaux d'apprentissage. Connaître les compétences de lecture et de compréhension d'un texte des élèves devient intéressant pour la planification d'une activité qui implique l'utilisation des textes.

Les connaissances du contenu et de l'enseignement du sujet – CC : catégories B4, C6

Ce sous-domaine comprend les compétences qui permettent d'identifier les méthodes et procédures les plus appropriées pour l'enseignement de contenus spécifiques. La connaissance de l'histoire des mathématiques et de son influence sur ce sous-domaine s'observe en proposant des

problèmes d'origine historique, permettant une méthodologie d'enseignement ouverte au débat, pouvant par exemple proposer des résolutions différentes du même problème selon la période historique ou la civilisation. La difficulté associée au développement de ce sous-domaine est le temps de préparation des activités, leur mise en œuvre et le rythme de la classe.

Les connaissances du programme et des moyens d'enseignement – CP : catégories A7, B3, B6, B8, C3, C5, D1, D2

Nous associons à ce sous-domaine les catégories qui sont liées à la connaissance des programmes conçus pour l'enseignement d'un certain niveau et de la variété des matériels pédagogiques disponibles. Nous pourrions dire que dans ce sous-domaine, l'histoire des mathématiques est pensée avec un objectif interdisciplinaire. Les formateurs défendent l'idée qu'un enseignant de mathématiques ne peut pas connaître exclusivement les mathématiques. Le fait de connaître et d'explicitier des points communs entre différentes disciplines contribue à l'objectif commun de valorisation de la culture générale. En même temps, connaître les points communs avec d'autres domaines du savoir peut collaborer avec la sécurité avec laquelle un enseignant travaille avec les objets qu'il enseigne et leurs applications ou liens possibles.

Le fait que l'histoire des mathématiques ne fasse pas partie du curriculum des cours de mathématiques permet de travailler avec ce contenu sans avoir à l'évaluer. Cependant, dans le cas de la formation des enseignants, lorsque l'histoire des mathématiques est une discipline, les différentes façons d'évaluer le contenu et la variété du matériel pédagogique disponible dépendront des objectifs du programme du cours.

A partir des difficultés manifestées par les formateurs, nous interprétons que le développement de ce sous-domaine peut dépendre du temps nécessaire pour trouver des connexions avec d'autres domaines du savoir. En ce sens, la responsabilité de l'exécution d'un vaste programme peut rendre difficile l'exécution d'une activité interdisciplinaire. Outre le temps comme facteur déterminant, il est possible que les ressources matérielles pour travailler à partir de l'histoire des mathématiques ne soient pas accessibles (langue, traductions, etc), ou qu'il n'y ait pas de matériel pour travailler certains contenus.

En ce qui concerne les ressources matérielles utilisés en général pour l'enseignement secondaire, les enseignants et les formateurs citent des livres de divulgation, des biographies, des classiques de l'histoire des mathématiques et des matériels audiovisuels. En plus des précédents, des livres spécialement conçus pour les futurs enseignants de mathématiques sont cités. Ces livres sont présentés dans une perspective historique et ont la particularité d'établir le lien avec l'enseignement des mathématiques.

Les connaissances du sujet

Les connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement – CMS : catégories A6, B4, B6, B7, C4

Ce sous-domaine comprend les connaissances mathématiques nécessaires uniquement à l'enseignant. Si l'objectif est de travailler dans une perspective historique, les connaissances que l'on peut obtenir de l'histoire des mathématiques peuvent nous offrir différentes réponses ou méthodes de résolution, d'argumentation, etc, au même problème. Nous interprétons l'influence de l'histoire des mathématiques dans ce sous-domaine pour favoriser l'acceptation par l'enseignant des différentes réponses ou voies choisies par ses élèves. Ce type de dynamique peut être obtenu en utilisant des problèmes ouverts d'origine historique, dans lesquels il est possible de présenter une résolution actuelle et une résolution d'un moment donné.

L'évaluation des contenus historiques n'est pas une matière dont on parle au secondaire, mais pour la formation des enseignants, et surtout dans la discipline histoire des mathématiques, il est proposé d'approfondir un sujet mathématique d'un point de vue historique, sans perdre de vue le lien avec le secondaire. Ce lien est nécessaire pour évaluer le développement des activités destinées au secondaire à partir d'une perspective historique. Aussi pour la formation des enseignants est proposé de travailler à partir de problèmes d'origine historique mais sans faire connaître aux étudiants les outils mathématiques à utiliser. On cherche ainsi, dans un premier temps, à ce que l'étudiant se sente désorienté, c'est-à-dire dans une situation similaire dans laquelle ses futurs élèves pourraient se retrouver. C'est pour cette raison que l'histoire des mathématiques pourrait favoriser le développement de l'empathie des futurs enseignants (comme nous l'avons déjà mentionné dans la CE).

Les formateurs de cette discipline affirment que pour eux, la plus grande difficulté que l'on peut trouver associée au travail avec l'histoire des mathématiques est celle de la formation spécifique dans la discipline, c'est-à-dire d'acquérir des connaissances mathématiques d'un point de vue historique.

La connaissance de l'horizon mathématique – CHM : catégories A1, A2, A3, A4, B1, B2, C4, D3

Dans ce sous-domaine, on trouve les compétences associées à la structure de la discipline, à ses idées principales et à une vision plus large des mathématiques, ce qui permet, par exemple, d'établir des liens entre les notions mathématiques dans l'ensemble du curriculum. Nous associons ce sous-domaine à la capacité de montrer le sens des notions mathématiques qui aident aux élèves

en recourant à l'histoire des mathématiques. De même, dans ce sous-domaine se manifeste la capacité de promouvoir une vision des mathématiques en tant qu'activité humaine en construction, qui est produit avec beaucoup d'efforts, de réussites et d'erreurs. Un effort qui produit aussi de grandes idées qu'il est important de souligner. Compte tenu des catégories identifiées, nous interprétons que l'histoire des mathématiques favorise également les aspects culturels qui se manifestent dans la CHM. La connaissance historique en général, les anecdotes, les récits, les narrations que l'on pourrait considérer comme des bulles isolées ou des commentaires ponctuels au sein d'un sujet, font partie de cette vision « large » de la discipline, qui implique les idées et structures principales. Ce type de vision périphérique des mathématiques permet également d'établir des liens entre les différents thèmes de la discipline, appartenant ou non au même niveau, en élaborant un fil rouge curriculaire. Cette option pour créer des liens historiques, peut avoir besoin d'une formation autodidacte.

Jusqu'à présent, nous avons présenté la CME élaborée à partir d'une série d'entretiens menés avec des enseignants et des formateurs uruguayens sur le thème de l'histoire des mathématiques. On pourrait dire que cette configuration de la CME liée à l'histoire des mathématiques est souhaitable pour les futurs enseignants. De la même façon que dans la section §5.3, nous identifions les compétences et les connaissances liées à l'histoire des mathématiques exprimées par les étudiants.

5.5 La CME des étudiants stagiaires uruguayens

Dans la section §5.3 nous expliquons comment est élaborée la CME des étudiants stagiaires français. Comme nous l'avons indiqué précédemment, nous avons identifié dans les entretiens les catégories dans lesquelles il est possible de détecter l'influence de l'histoire des mathématiques, et ce sont ces catégories que nous avons analysées pour établir une relation avec les sous-domaines proposés par Ball, Thames et Phelps (2008). De la même manière que dans la section mentionnée nous présentons un étudiant stagiaire uruguayen, qui représente d'une manière générale la majorité des étudiants interviewés. La CME de chacun des étudiants stagiaires uruguayens est présentée dans l'annexe M.

5.5.1 La CME de l'étudiant stagiaire US1

Nous avons choisi l'étudiant US1 car parmi les 6 étudiants interviewés, c'est celui qui a manifesté le plus de catégories. En général, il partage avec les autres étudiants un intérêt pour l'histoire des mathématiques, car dans la construction des mathématiques, tout n'est pas parfait, mais

il est possible de faire des erreurs. Cette observation permet aux futurs enseignants de motiver leurs élèves à faire des mathématiques sans craindre de faire des erreurs. Le lien entre la recherche historique des notions identifiées dans les programmes du secondaire est également d'intérêt général chez les interviewés, bien qu'ils partagent également la critique envers les programmes trop structurés qui ne permettent pas facilement l'intégration de ce type de perspective historique.

Nous verrons ci-dessous les manifestations et l'activation des sous-domaines particulières de cet étudiant. Le tableau suivant est élaboré de la même manière que le tableau de l'étudiant stagiaire français S4. En d'autres termes, pour élaborer le suivant tableau nous avons utilisé les 12 catégories identifiées lors de l'entretien fait avec US1 (voir tableau 4.9) et les catégories par sous-domaine développées dans ce chapitre (tableau 5.3) :

Sous-domaine de la CME	Catégorie
CE	B5, C1
CC	-
CP	A7, B8, C3, D1, D2, D2, D3
CMS	B7
CHM	A2, A4, B1

Tableau 5.4 : Catégories par sous-domaine de US1.

Si nous représentons ces catégories dans le modèle de Ball, Thames et Phelps nous obtenons la figure suivante :

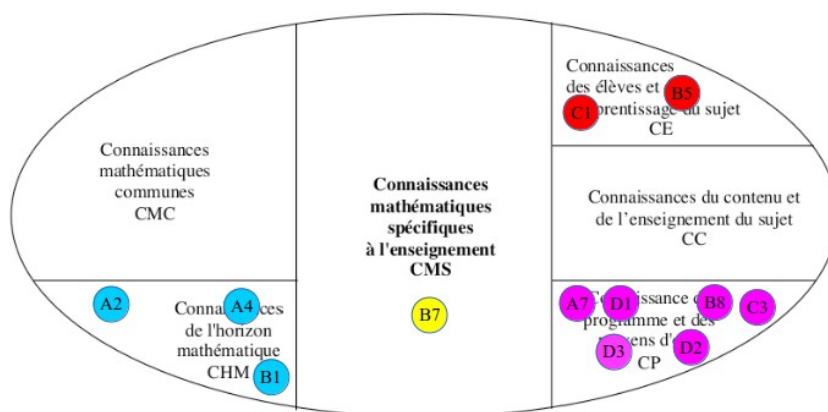


Figure 5.12 : CME de US1.

Il est important de noter que certaines des catégories identifiées lors des entretiens avec les étudiants correspondent à leurs expériences personnelles en tant qu'étudiants et d'autres en tant qu'enseignants.

Les connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet – CE

L'étudiant déclare avoir compris que l'approfondissement des sujets qui l'intéressent fait partie de sa responsabilité et de sa formation. En ce sens, il affirme que l'approfondissement de ses connaissances de l'histoire des mathématiques liées aux programmes du secondaire l'a aidé à faire attention au niveau de l'élève à qui l'activité s'adresserait. Comme difficulté associée à ce sous-domaine, le stagiaire déclare que les élèves sont habitués à la fragmentation des savoirs et que proposer une activité dans une perspective historique doit être enchaînée au thème à travailler, pour être cohérent avec le reste du programme.

Les connaissances du programme et des moyens d'enseignement – CP

L'étudiant manifeste la fonction interdisciplinaire que l'histoire des mathématiques pourrait avoir, ainsi que la littérature et la narration comme autres ressources pédagogiques possibles. Il reconnaît l'utilisation des ressources audiovisuelles comme matériel pédagogique. Il cite le temps de préparation et d'étude de la partie historique comme principale difficulté, en plus du fait de gagner en confiance et de se sentir en sécurité pour créer des activités dans une perspective historique. Il reconnaît dans les manuels du secondaire des informations historiques et des anecdotes qu'il pourrait proposer dans ses classes. En tant qu'étudiant du cours d'histoire, il reconnaît plusieurs livres d'histoire des mathématiques classiques, un livre spécifique pour la formation des enseignants et des sources historiques.

Les connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement – CMS

L'étudiant exprime l'importance de travailler dans le cours d'histoire des mathématiques, des concepts mathématiques spécifiques.

La connaissance de l'horizon mathématique – CHM

L'étudiant s'intéresse aux activités liées à l'histoire des mathématiques chez ses élèves du secondaire. En particulier, il affirme que comprendre comment certaines idées ont été construites l'aide à penser à différentes façons de les enseigner en classe. En ce sens, il manifeste avoir acquis une nouvelle compréhension de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans une classe de mathématiques : une histoire qui transcende l'anecdote.

5.6 Notion de compétence historique

Comme nous l'avons dit au début de ce chapitre, afin de construire la notion de compétence historique, nous proposons une intégration des catégories identifiées dans les entretiens français et uruguayens. Pour cela, nous ferons une lecture des catégories par sous-domaine de la CME*France et de la CME*Uruguay, en cherchant à identifier celles qui sont similaires et celles qui se manifestent uniquement en France ou en Uruguay⁶³. Ces catégories que l'on ne retrouve que dans l'un des modèles peuvent être considérées comme enrichissantes pour l'autre, c'est pourquoi nous proposons un modèle qui rassemble toutes les catégories.

Si nous prenons les deux tableaux de catégories par sous-domaine, nous avons :

Sous-domaine de la CME	Catégories françaises	Catégories uruguayennes
CE	M5, M6, M7, T2, T4, T6, P4	A5, A8, B5, C1, C2, C6
CC	T1, T3, T9	B4, C6
CP	M9, T5, T8, [P6]	A7, B3, B6, B8, C3, C5, D1, D2, D3
CMS	T7, P1, P2, P3, P4	A6, B4, B6, B7, C4
CHM	M1, M2, M3, M4, M8, [P5]	A1, A2, A3, A4, B1, B2, C4

Tableau 5.5 : Catégories françaises et uruguayennes par sous-domaine.

A partir de ce tableau, nous avons élaboré une synthèse des catégories françaises et uruguayennes en identifiant lesquelles d'entre elles peuvent être considérées comme similaires et lesquelles ne le sont pas. De la même manière que les tableaux précédents, nous préférons le présenter dans son intégralité dans l'annexe N.1, et nous proposons de montrer ci-dessous l'une des catégories identifiées uniquement dans la CME*France, une autre catégorie identifiée uniquement dans la CME*Uruguay et une catégorie identifiée dans les deux.

La catégorie T7

La catégorie T7 identifiée dans deux des entretiens menés avec des enseignants et formateurs français n'a pas été détectée parmi les entretiens menés en Uruguay. Cette catégorie exprime le souci de tomber dans l'anachronisme et la simplification d'un épisode historique. Nous comprenons qu'il y a deux raisons principales liées à la formation des personnes interrogées : en France, celles qui ont exprimé cette préoccupation ont une formation liée à l'histoire et à l'épistémologie des mathématiques. En Uruguay, les personnes interrogées ont déclaré qu'elles avaient développé une

63 Lorsque nous parlons de la France ou de l'Uruguay, nous faisons référence aux groupes interrogés dans chaque pays.

formation autodidacte. C'est pourquoi nous comprenons que cette catégorie peut enrichir la formation en histoire des mathématiques d'un enseignant uruguayen, dans le but principal de prendre conscience de l'existence de ce problème lié à l'utilisation de l'histoire comme ressource pédagogique. Nous présentons ci-dessous un extrait du tableau où nous avons indiqué le sous-domaine auquel la catégorie appartient et comment elle sera représentée :

Sous-domaine de la CME	Catégories françaises	Catégories uruguayennes	Représentation
CMS	T7) Anachronisme ou simplification d'un épisode historique. « Cet aspect de dépaysement, est extrêmement important pour les enseignants et pour surtout pas, faire d'anachronisme quand on lis un texte. » (E1)		T7

Figure 5.13 : Extrait du tableau N.1, annexe N.

La catégorie B6

La catégorie B6 identifiée parmi les catégories uruguayennes propose l'évaluation du deuxième test partiel d'*histoire des mathématiques*, en tenant compte l'étude historique d'une notion mathématique enseignée au secondaire, et des activités possibles basées sur cette étude. L'objectif principal du formateur UE3 est de toujours garder le contact avec le secondaire « C'est la clé, et il y a l'ancre tout le temps au secondaire ». Cette catégorie, que nous n'avons pas trouvée chez les interviewés français, pourrait enrichir leur vision de l'*histoire des mathématiques* dans la formation des enseignants. Le fait que le public de cette discipline soit spécifique mérite peut-être une discipline orientée vers sa futur métier. Nous présentons ci-dessous un extrait du tableau où nous avons indiqué le sous-domaine auquel appartient cette catégorie et comment elle sera représentée :

Sous-domaine de la CME	Catégories françaises	Catégories uruguayennes	Représentation
CMS		B6) L'évaluation de l'histoire des mathématiques comme discipline dans la formation des enseignants. « ils choisissent un thème mathématique pour aborder leur développement du point de vue historique. Lorsqu'ils choisissent le sujet, il leur a demandé de tenir compte du contenu mathématique présent au secondaire »	B6

		(UE3)	
--	--	-------	--

Figure 5.14 : Extrait de l'annexe N, catégorie B6 et sous-domaine CMS.

Les catégories M7 et A5

Dans l'exemple suivant, nous montrons deux catégories auxquelles nous pouvons considérer similaires : M7 de la CME*France et A5 de la CME*Uruguay. Les formateurs français parlent de l'expérience du dépaysement épistémologique qui cherche à se provoquer en étudiant une source historique. En particulier, ils soulignent l'importance de provoquer chez le futur enseignant des mathématiques une certaine empathie qui les mettrait à la place de leurs élèves. D'autre part, les formateurs uruguayens considèrent que placer les futurs enseignants de mathématiques devant un problème historique pour lequel les outils à utiliser ne sont pas indiqués, leur donne l'impression d'être un élève qui voit le sujet pour la première fois. Dans les deux cas, l'objectif de faire vivre l'empathie aux futurs enseignants, nous fait considérer les deux catégories comme similaires, bien que la façon d'atteindre cet objectif soit différente :

Sous-domaine de la CME	Catégories françaises	Catégories uruguayennes	Représentation
CE	M7) Déclencheur du dépaysement épistémologique, empathie, modestie et surprise. « tu te mets enfin, du côté de l'élève, de l'élève pensant, c'est ça qu'il faut apprendre, l'histoire des mathématiques nous permet de voir ça. Cet aspect de dépaysement, est extrêmement important pour les enseignants » (E1)	A5) Vivre l'expérience de faire mathématiques et ressentir de l'empathie. « J'aime les affronter dans cette situation où, d'une part, ils ne savent pas quel est l'outil -il n'y a peut-être pas un seul outil- pour résoudre le problème, pour les mettre dans la situation de l'élève du secondaire » (UE3)	M7

Figure 5.15 : Extrait de l'annexe N, catégorie M7 et sous-domaine CE.

Nous présentons ci-dessous la synthèse des deux modèles que nous appelons CME* et où nous présentons toutes les catégories par sous-domaine :

Sous-domaine de la CME*	Catégories intégrées
CE	M5, M6, M7, T2, C2, C1, P4, B5
CC	T1, T3, T9, B4, C6
CP	M9, T5, T8, P6, B8, C5, D1, D2, D3
CMS	T7, P1, A6, B7, P3, P4, B6, C4
CHM	M1, M2, A1, M4, M8, P5, A3, B1, B2, C4

Tableau 5.6 : Catégories par sous-domaine de la CME*.

En distribuant les catégories définies ci-dessus dans le modèle de la CME de Ball, Thames et Phelps (2008), on obtient ce qui suit :

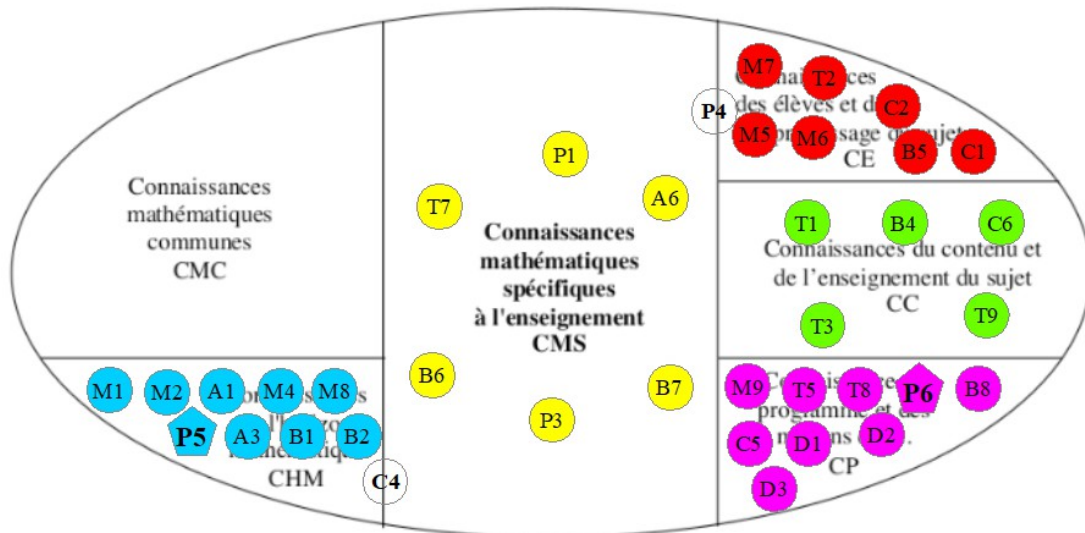


Figure 5.16 : CME*

Nous comprenons ainsi qu'une approche de la notion de compétence historique doit prendre en compte toutes les catégories identifiées. Cependant, certaines de ces catégories s'adressent à l'enseignant de mathématiques du secondaire et d'autres s'adressent au formateur de la discipline *histoire des mathématiques*.

Compétence historique dans l'enseignant des mathématiques au secondaire

Les objectifs d'apprentissage de l'histoire des mathématiques pour un enseignant sont liés à la compréhension d'une mathématique cachée derrière sa structure aride et peu liée à ses origines, offrant à l'enseignant la possibilité de donner des réponses sur le besoin et la construction des notions mathématiques à ses élèves. Avec des connaissances en histoire des mathématiques, il est possible de montrer que la discipline est en constante évolution et qu'elle est vivante. Connaître l'évolution historique permet de montrer la cohérence interne de la structure et les étapes nécessaires qui permettent certaines démarches. De l'histoire, il est possible d'identifier qu'il n'y a pas de réponse unique à chaque problème, ni de vérité absolue, mais que les réponses peuvent être différentes et dépendre du développement et des besoins mathématiques d'une époque. L'histoire nous permet de reconnaître le travail collectif et aussi l'effort individuel des personnes qui se sont

consacrées à développer une idée, avec leurs succès et leurs erreurs. Pour cette raison, il est important de souligner qu'il n'est pas souhaitable qu'un enseignant de mathématiques ne connaisse que les mathématiques, mais une vision plus large. Dans cette vision large, il est fondamental de connaître les programmes tout au long du curriculum, une fois que cela permet de « naviguer » à travers les contenus afin de comprendre la cohérence temporelle dans laquelle ils sont enseignés.

D'une vision plus personnelle de l'enseignant et de sa formation, l'histoire des mathématiques peut être considérée comme bagage culturel de l'enseignant, bien que, comme nous l'avons déjà justifié auparavant, les conceptions élaborées à partir de l'influence de l'histoire, sont filtrées dans leur pratiques. Dans le cas français, nous savons qu'à partir de cette année dans le lycée ont été inclus les contenus d'histoire des mathématiques, qui, bien que pour le moment sont facultatifs, montrent une ouverture à l'intégration d'une perspective historique. À partir de cette vision large de l'histoire des mathématiques, l'utilisation d'anecdotes, de commentaires ponctuels, ainsi que l'élaboration d'un fil rouge historique qui relie les divers thèmes du programme, sont des options qui suggèrent l'histoire comme ressource pédagogique.

Bien que l'un des principaux inconvénients soit de ne pas savoir comment intégrer une perspective historique dans les cours, les sources historiques en sont l'une des suggestions. Cependant, il faut être conscient du danger d'une vision anachronique qui peut déformer les faits historiques ou d'une simplification excessive qui pourrait la transformer en caricature. Il est également suggéré de se plonger dans l'histoire des mathématiques pour avoir plusieurs exemples spécifiques et différentes façons de résoudre un problème.

Les difficultés rencontrées par un enseignant qui choisit d'intégrer cette perspective dans sa classe peuvent être liées au matériel ou au public cible. En ce qui concerne le matériel, la principale difficulté est de trouver une source historique appropriée pour la matière enseignée et dans la langue dans laquelle elle est enseignée (ou une traduction possible), ainsi que d'avoir le temps nécessaire pour développer l'activité dans la classe. L'une des suggestions est de proposer dans l'introduction de chaque thème, des problèmes ouverts tirés de l'histoire des mathématiques. Bien que l'une des difficultés qui peut surgir de la part des élèves est qu'ils n'ont pas l'habitude de lire, de proposer plusieurs solutions et de discuter des différentes possibilités. On peut aussi le prévoir en connaissant les difficultés des élèves et l'hétérogénéité du groupe auquel il appartient. Dans certains cas, la principale résistance de la part des élèves est le format d'une classe qui travaille avec des définitions, des exemples et des exercices.

L'emploi du temps du programme représente un problème majeur pour de nombreux enseignants, car la structure du cours ne permet pas une intégration facile du contenu historique. De plus, ces contenus ne sont pas évalués ou exigés comme des pré-requis que les étudiants doivent

acquérir. En ce sens, il est clair qu'un enseignant donne la priorité aux contenus qui seront exigés, en laissant les contenus « supplémentaires » au second plan.

L'interdisciplinarité est également l'une des propositions d'intégration de l'histoire, bien qu'elle exige la connaissance des programmes des disciplines du même niveau et la volonté de travailler avec d'autres enseignants. Connaître les programmes peut aussi permettre aux enseignants de proposer l'analyse de films ou de matériel audiovisuel liés à plusieurs sujets.

Compétence historique dans le formateur de la discipline histoire des mathématiques :

Le formateur de la discipline est à la base enseignant de mathématiques, c'est pourquoi nous ajoutons aux catégories précédentes, des catégories spécifiques, comme par exemple, avoir une connaissance spécifique en histoire des mathématiques et une vision globale du cours. En particulier, il est suggéré de savoir qu'il existe différentes compréhensions de la science selon la période historique, ainsi que les différents rôles de l'enseignement des mathématiques dans la société.

Dans l'histoire des mathématiques, il est également possible d'identifier les obstacles épistémologiques, les moments de rupture et les problèmes qui ont motivé le développement de la discipline. Il est suggéré d'avoir des exemples liés aux notions enseignées au collège et au lycée, qui pourraient aider les enseignants à anticiper les difficultés éventuelles des élèves.

Pour rapprocher le futur enseignant des réactions possibles de ses élèves, l'une des stratégies proposées est de vivre l'expérience du dépaysement épistémologique, dans le but de développer une empathie envers ses élèves. Comme nous l'avons vu précédemment, ce dépaysement peut être provoqué par l'étude d'une source historique ou en proposant des problèmes provenant de l'histoire sans indiquer les outils possibles à utiliser pour sa résolution.

L'histoire des mathématiques peut aussi être considérée comme une porte d'entrée vers la recherche. À cette fin, des activités qui relient l'origine des notions mathématiques enseignées dans le secondaire sont suggérées. Connaître des différentes façons d'aborder un contenu peut aider à repenser les pratiques d'enseignement de ce contenu. Cependant, il est également vrai que tous les sources ne sont pas accessibles et qu'il n'est pas toujours possible d'enseigner une notion d'après l'histoire.

Les suggestions de matériels vont des sources historiques aux livres sur l'histoire des mathématiques, en passant par les livres sur l'histoire des mathématiques, les livres de divulgation scientifique, le matériel audiovisuel et, en particulier, les livres sur l'histoire des mathématiques destinés à la formation des enseignants, qui se démarquent par leurs objectifs pédagogiques.

CONCLUSIONS

Cette recherche visait à identifier l'influence d'un cours d'histoire des mathématiques sur la formation des futurs enseignants de mathématiques. Pour ce faire, ont été pris en compte : le cours dispensé dans le cadre du master MEEF de l'Université de Lille, et le cours de la licence des enseignants de mathématiques à l'Instituto de Profesores Artigas, à Montevideo.

Dans l'état de l'art, notre première observation est que l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement est toujours d'actualité au niveau international. Nous présentons une bibliographie qui fournit des informations sur diverses propositions, telles que l'introduction d'un contenu historique dans les programmes de mathématiques de l'enseignement secondaire ou la création d'une didactique de l'histoire des mathématiques comme domaine de recherche.

En ce qui concerne le problème de l'insuffisance de matériels spécifiques pour l'introduction de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement, nous notons qu'en Uruguay il existe deux livres écrits par des formateurs de la discipline *histoire des mathématiques*, qui ont des objectifs liés à l'enseignement des mathématiques. Il existe de plus, trois ouvrages de mathématiques (deux sur la *géométrie* et un sur les *principes fondamentaux des mathématiques*), spécifiques à la formation des enseignants, qui ont été élaborés avec des objectifs pédagogiques dans une perspective historique. Les entretiens nous ont permis de constater un accueil positif et intéressé de la part de leurs lecteurs (étudiants et enseignants), qui nous ont dit qu'ils les utilisent aussi dans leur travail d'enseignement. En France, il existe une grande variété de livres sur la recherche historique en mathématiques, mais nous tenons à souligner la récente publication de Evelyne Barbin *Faire des mathématiques avec l'histoire au lycée*^{*}, élaborée dans le cadre des nouveaux programmes de mathématiques du secondaire.

Nous vérifions également que les différentes approches des pays hispanophones, lusophones, francophones et anglo-saxones s'accordent sur le fait que l'utilisation des sources historiques est un moyen propice pour atteindre les objectifs liés à la mobilisation de la réflexion historique-épistémologique et leurs potentialités.

En introduisant le cadre théorique des Connaissances Mathématiques pour l'Enseignement - CME proposé par Ball, nous affirmons que les conceptions sur la nature des mathématiques se manifestent dans un de ses sous-domaines. Lorsque ce sous-domaine est activé par l'effet de l'histoire des mathématiques, une influence se produit dans le reste des sous-domaines, car d'après

* Barbin, E. (2019). *Faire des mathématiques avec l'histoire au lycée*. France : Ellipses.

Ernest, les conceptions imprègnent les décisions et pratiques de l'enseignant. Il est ainsi possible d'identifier les compétences liées à l'histoire des mathématiques qui sont activées par l'enseignant.

La partie empirique de la recherche est basée sur des questionnaires et des entretiens auprès d'étudiants des cours d'histoire des mathématiques des deux pays. Le questionnaire a été proposé avant et après le cours, dans l'espoir d'observer des modifications dans les conceptions des étudiants. Des entretiens ont été menés à la fin du cours avec les étudiants qui ont accepté de participer. Nous avons par ailleurs décidé d'interviewer des enseignants et des formateurs ayant de l'expérience dans l'intégration de l'histoire des mathématiques dans leurs classes, afin d'avoir une référence aux objectifs, difficultés et méthodes de travail qu'ils utilisent. D'après les entretiens réalisés en France, nous pouvons voir qu'il y a encore plusieurs objections quant à l'utilisation de l'histoire des mathématiques en tant que ressource pédagogique. Parmi les arguments cités nous avons : l'anachronisme, la simplification ou la déformation de l'épisode historique, la création de mythes et légendes. Cependant, nous avons pu percevoir que les personnes interrogées qui ont exprimé ce genre d'objections, ont une perspective historique qu'ils développent d'une manière personnelle. Même s'ils décident de ne pas évoquer des épisodes historiques dans leurs classes, cette perspective est « filtrée » dans leurs pratiques. Parmi les personnes interrogées en Uruguay, nous n'avons pas trouvé ce genre de questionnement sur l'histoire.

Nous avons construit le corpus d'analyse en rassemblant des extraits similaires tirés des entretiens. À partir de chaque ensemble d'extraits similaires, nous définissons une catégorie, en suivant ce processus avec les personnes interviewées dans les deux pays. Lorsque l'on reprend le modèle des CME, on associe à chaque sous-domaine les catégories définies. Nous avons donc élaboré un schéma des CME*France et des CME*Uruguay, tous deux en relation avec l'histoire des mathématiques. Comme nous avons pu le constater, les deux modèles ont des intérêts différents : en France, on observe une forte tendance à considérer l'histoire des mathématiques comme une discipline en soi, alors qu'en Uruguay le cours est étroitement lié à l'enseignement des mathématiques au secondaire, et donc avec des objectifs pédagogiques précis. Cette recherche nous a permis de comprendre qu'un étudiant n'apprend pas seulement des contenus spécifiques, mais aussi les conceptions de l'enseignant sur ces contenus. Par conséquent, dans les deux cas, l'histoire des mathématiques est imprégnée dans l'enseignement des mathématiques. Grâce à l'association entre les catégories et les sous-domaines de la CME, nous avons pu observer comment ces sous-domaines sont activés en relation avec l'histoire des mathématiques.

Pour clore, nous regroupons dans le même schéma CME* les catégories liées à l'histoire des mathématiques identifiées dans les deux pays. Ainsi, sans chercher à importer des modèles d'un

pays à l'autre, nous pensons apporter des éléments nouveaux qui peuvent enrichir la construction d'une compétence historique.

En ce qui concerne les résultats obtenus

À partir des analyses effectuées, nous avons confirmé l'influence de l'histoire des mathématiques sur les conceptions des stagiaires étudiants qui ont participé à la recherche. Toutefois, cette influence a été identifiée dans les entretiens, car dans les informations recueillies par les questionnaires, nous n'avons pas obtenu de variations significatives.

Le groupe d'étudiants stagiaires, français et uruguayens, a exprimé leur manque d'expérience dans l'enseignement et leur insécurité quant aux connaissances liées aux élèves, aux programmes, aux contenus à enseigner (mathématiques et historiques), ainsi que leur difficultés dans la recherche et l'accès au matériel, etc. Pour cette raison, les étudiants qui déclarent se sentir en manque de connaissances pour effectuer leur travail de façon satisfaisante, n'ont pas comme préoccupation principale l'intégration de l'histoire des mathématiques. En ce sens, les aspects historiques d'un contenu à enseigner sont, pour l'instant, considérés comme un « plus » de culture générale. Pourtant, la plupart des personnes interrogées ont exprimé leur intérêt à partager cette perspective historique avec leurs futurs élèves.

En ce qui concerne les étudiants stagiaires uruguayens, nous notons qu'ils considèrent l'histoire des mathématiques comme enrichissante pour leur culture générale et bénéfique pour leur rôle pédagogique. Ces étudiants ne font pas allusion à l'anachronisme ou à la simplification comme des dangers à éviter, mais ils prétendent que les épisodes historiques doivent être cohérents avec les savoirs à enseigner, afin d'être significatif pour les élèves. Pour leur part, les étudiants stagiaires français sont divisés entre ceux qui considèrent l'histoire comme une contribution à leur propre culture générale, ceux qui la considèrent comme une ressource pédagogique et ceux qui s'identifient dans les deux sens. Dans le premier cas, plusieurs étudiants affirment qu'ils ne sont pas intéressés à discuter de l'histoire des mathématiques avec leurs élèves. Ils préfèrent ne pas simplifier les épisodes historiques, se positionnant loin des histoires fantastiques. Bien que plusieurs enseignants et formateurs français pensent de la même manière, ils transcendent cette réflexion, manifestant qu'en tout les cas les conceptions sont « transmises » dans les pratiques, confirmant ainsi l'hypothèse que nous avons tirée de notre lecture d'Ernest. Tous les interviewés français et uruguayens s'accordent sur la difficulté de préparer et de mettre en pratique des activités qui intègrent une perspective historique, si l'on veut dépasser l'anecdotique.

En Uruguay, l'un des objectifs du cours d'*histoire des mathématiques* est de planifier une activité au cours de laquelle les étudiants se concentrent sur l'évolution historique d'une notion mathématique présente dans les programmes d'enseignement secondaire. Cette activité se déroule en plusieurs étapes avec le suivi et l'évaluation du formateur, dynamique qui renforce la sécurité des étudiants stagiaires et leur donne la possibilité d'intégrer l'histoire des mathématiques au cours de leur stage.

Toutes les personnes interrogées déclarent que l'histoire des mathématiques leur fournit une culture qui favorise leur rôle d'enseignant. L'histoire aide à approfondir la compréhension des notions et des concepts, ce qui permet à l'enseignant d'offrir des explications alternatives et, par conséquent, de prendre confiance dans sa tâche. Revenir à l'origine d'un concept nous permet de comprendre les raisons, les objectifs, les difficultés et les liens avec d'autres savoirs. C'est pourquoi, bien que certaines des personnes interrogées s'intéressent à l'histoire sur un plan personnel, nous savons que son influence modifie la façon de voir les mathématiques, et donc son enseignement.

Enfin, nous avons vérifié l'activation de la plupart des sous-domaines de la CME des étudiants stagiaires, en relation avec l'histoire des mathématiques. Cela signifie que l'influence de l'histoire des mathématiques sur les conceptions des étudiants stagiaires est bien réelle. Nous reviendrons sur cette affirmation dans la section des limites de la recherche.

Pour clore cette section, nous comprenons que notre recherche peut contribuer à :

- donner un aperçu de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement dans les pays hispanophones, lusophones, anglophones et francophones ;
- expliciter l'actualité non seulement de l'intérêt pour l'intégration des contenus historiques dans la formation des enseignants en mathématiques, mais aussi dans les programmes de mathématiques de l'enseignement secondaire ;
- de considérer les étudiants en formation des enseignants comme un public spécifique. En particulier, nous comprenons que la discipline *histoire des mathématiques* doit avoir une interaction avec les programmes d'enseignement du secondaire ;
- identifier l'influence de l'histoire des mathématiques sur les sous-domaines de la CME.

En ce qui concerne les limites de notre enquête

Les stagiaires français et uruguayens sont un petit groupe intéressé par l'histoire des mathématiques, c'est pourquoi ils ont décidé de participer à la recherche. Nous sommes donc conscients qu'il n'est pas possible de généraliser les résultats obtenus. Cependant, nous ne

cherchons pas une généralisation mais une compréhension de la question initiale. Et pour comprendre le phénomène en profondeur, nous avons décidé de faire des entretiens, en assumant le fait que de tels entretiens seraient nécessairement en nombre restreint.

Nous considérons également comme une limitation la faible expérience dans l'enseignement des étudiants stagiaires. Cette population manifeste d'autres types d'insécurité que celles qui peuvent être générées en essayant d'intégrer une perspective historique dans leurs classes. Néanmoins, notre objectif était d'identifier l'influence du cours d'histoire des mathématiques sur les conceptions des étudiants stagiaires, considérer la population étudiante était donc incontournable.

Nous nous sentons aussi limités en ce qui concerne les informations obtenues dans les questionnaires. Après avoir effectué les deux étapes, nous n'avons pas trouvé de preuve d'un changement des conceptions de la part des étudiants stagiaires. En ce sens, bien que nous ayons obtenu des informations pour construire les profils des populations interrogées, les questionnaires n'ont pas révélé de changements dans les conceptions par rapport à l'histoire des mathématiques.

Critiques et perspectives

À propos du questionnaire

Comme nous l'avons expliqué dans les limites de la recherche, le questionnaire ne nous a pas fourni d'information sur la variation des conceptions des étudiants. On peut penser qu'il n'y a pas eu de changement dans leurs conceptions, mais on note une influence de l'histoire des mathématiques dans les entretiens. S'il y a eu une influence du cours, ce changement n'a pas été détecté par le questionnaire. Ainsi, notre critique porte sur la structure et le contenu du questionnaire, sachant que le fait de ne pas indiquer de modifications est un indicateur que l'instrument doit être révisé.

Délimitation de l'influence du cours

Nous sommes conscients que nous ne pouvons pas considérer l'histoire des mathématiques de manière isolée afin d'observer les changements dans la conception des élèves. C'est pourquoi, lorsque nous parlons d'« influence », nous comprenons qu'il est possible de l'identifier lorsque les étudiants utilisent un langage proche de celle de l'enseignant ou lorsqu'ils citent des notions et exemples travaillés dans le cours. Pourtant, nous n'ignorons pas que les étudiants sont influencés par d'autres disciplines et le reste du contexte, et sont susceptibles d'adopter des discours provenant d'ailleurs.

Perspectives

En raison des caractéristiques de notre recherche, le contact avec les étudiants stagiaires nous a amenés à nous interroger sur l'évolution des participants à cette recherche. Évidemment pour des raisons de temps définies par notre contrat doctoral, le suivi des étudiants n'était pas possible. Cependant, nous comprenons que pour assurer la continuité de notre recherche, il est essentiel d'observer l'évolution de ces étudiants, actuellement diplômés, par rapport à l'intégration de l'histoire des mathématiques. Plus précisément, nous nous intéressons à l'évolution des CME d'un enseignant par rapport à l'histoire des mathématiques. C'est-à-dire, observer l'évolution des sous-domaines des CME qui sont activés chez l'enseignant, lorsqu'il veut intégrer l'histoire des mathématiques. En résumé, nous souhaitons décrire l'évolution des compétences par sous-domaine, en lien avec la notion de compétence historique que nous avons présentée.

Annexe A : Quelques mots sur la réforme des programmes en France

La réforme de l'enseignement secondaire et du baccalauréat sont l'objet de discussions, et en raison de l'intérêt que nous portons à l'intégration de l'histoire dans l'enseignement, il nous semble opportun de commenter cette inclusion dans les nouveaux programmes, toujours en pensant à la façon dont cette situation peut influencer la performance des enseignants.

1. Quelques passages de l'histoire des mathématiques identifiés dans les nouveaux programmes

Les programmes concernant la classe de seconde et la classe de première ont déjà été approuvés pour la rentrée 2019. La nouvelle classe de terminale sera installée pour la rentrée 2020 et sa diffusion aura lieu fin juin 2019.

Nous pensons qu'il est important de citer quelques extraits des nouveaux programmes de mathématiques pour montrer la place de l'histoire des mathématiques dans la réforme actuelle. Nous ne pouvons pas omettre de commenter cette modification par rapport aux programmes précédents, car ce changement pourrait favoriser la pratique d'inclusion de l'histoire des mathématiques dans les cours de mathématiques. Bien que l'utilisation de l'histoire des mathématiques ou des sciences ne soit pas établie comme étant obligatoire, nous comprenons que l'officialisation de l'inclusion de l'histoire des mathématiques dans les nouveaux programmes pourrait modifier les pratiques des enseignants. Par contre, nous ne pouvons pas rentrer dans la discussion sur la réforme de l'éducation, car cela va au-delà du sujet de la recherche.

1.1 Classe de seconde, enseignement commun¹

Pour la classe de seconde, les arguments et le style des rubriques sont similaires à ceux du programme de la classe de première, enseignement de spécialité, voie générale. La différence est que les rubriques portent sur les sujets de ce cours: Nombres et calculs, Géométrie, Fonctions, Statistiques et probabilités, Algorithmique et programmation (p. 6, 9, 13 et 14). Même chose pour le thème Vocabulaire ensembliste et logique, qui est l'exception.

1.2 Classe de première, enseignement commun, voie générale. Enseignement scientifique.

Avec des arguments comme "L'histoire des sciences raconte une aventure de l'esprit humain, lancé dans une exploration du monde (la science pour savoir) et dans une action sur le monde (la science pour faire). (2018, p. 2)", "Le savoir scientifique est une construction collective qui a une

¹ http://cache.media.education.gouv.fr/file/CSP/19/8/2de_Mathematiques_Enseignement_commun_1021198.pdf

histoire. (2018, p. 2)” et “Le savoir scientifique résulte d’une longue construction collective jalonnée d’échanges d’arguments, de controverses parfois vives. (2018, p. 3)”, répandus dans le corpus du programme, ou des sections particulières comme la rubrique Histoire, enjeux, débats qui “offre des occasions de collaborations variées. (2018, p. 4)”. Dans ce programme se fait explicite “une place importante pour l’histoire raisonnée des sciences” (p. 5) et aussi l’interprétation des documents que l’on peut penser comme des sources historiques : “Interpréter des documents présentant des arguments historiques utilisés pour comprendre l’âge de la Terre. (p. 14)” et “Interpréter des documents présentant des arguments historiques pour discuter la théorie héliocentrique. (p. 15)”.

1.3 Classe de première, enseignement de spécialité, voie générale

Dans ce programme, il est possible d’identifier l’idée de prendre des problèmes à partir de l’histoire: “Les problèmes proposés aux élèves peuvent être internes aux mathématiques, provenir de l’histoire des mathématiques (...)” (p. 4) mais encore avec : “Il peut être judicieux d’éclairer le cours par des éléments de contextualisation d’ordre historique ou épistémologique. L’histoire peut aussi être envisagée comme une source féconde de problèmes clarifiant le sens de certaines notions.” (p. 5), ainsi que l’étude de textes historiques.

Le programme se divise en six thèmes : Algèbre, Analyse, Géométrie, Probabilités et statistique et Algorithmique, programmation et Vocabulaire ensembliste et logique, pour lesquels, à l’exception du dernier, il y a aussi une rubrique sur l’histoire des mathématiques (p. 8, 9, 12, 14 et 16).

2. Bilan

Sur la base de ces observations nous pouvons interpréter que l’ordre institutionnel reconnaît la nécessité d’inclure l’histoire des mathématiques et des sciences dans l’enseignement, en espérant que toutes deux peuvent bénéficier à l’enseignement à cet égard. Bien que nous considérions que l’inclusion d’extraits de l’histoire soit positive, nous pensons que cette façon de travailler peut amener le risque final que les élèves voient l’histoire comme une illustration. Il n’y a pas de références bibliographiques sur la façon de travailler avec ces rubriques, ni sur les dangers et les précautions à prendre lors de l’utilisation des éléments d’histoire en classe. Sans oublier que le nouveau programme de terminale n’est pas encore achevé, et le sera normalement d’ici la fin juin de cette année. Encore une fois, notre préoccupation porte sur la formation des enseignants. En dehors de cette observation, nous ne ferons pas d’autres commentaires sur la réforme en cours. Cependant,

nous serions intéressés de savoir comment cette réforme sera mise en place et quelle influence pourrait avoir ce changement au niveau des pratiques pédagogiques.

Annexe B : Questionnaire proposé aux étudiants

Ce questionnaire s'adresse aux étudiants et stagiaires du cours d'Histoire des Mathématiques du Master M2 MEEF et DU EEF de l'Université Lille 1. Il accompagne un travail de recherche autour de la place de l'Histoire des Mathématiques dans la formation des enseignants. Merci de bien vouloir prendre le temps de répondre.

Questionnaire

1. Vous êtes un(e) étudiant(e) :

M2 MEEF

DU EEF

2. Êtes-vous une femme ou un homme ?

Une femme

Un homme

3. À quel groupe d'âge appartenez-vous ?

Moins de 25 ans

25 à 34 ans

35 à 44 ans

45 à 54 ans

55 ans et plus

4. Quel est le dernier diplôme que vous avez obtenu ?

Licence

Master

DEA

Doctorat

Autre, à préciser

5. a. Avez-vous déjà enseigné les mathématiques ?

Oui

Non

b. Si oui, combien d'années d'expérience professionnelle avez-vous ?

Moins de 5 ans

5 à 10 ans

11 à 15 ans

16 ans et plus

6. a. Êtes-vous lauréat d'un concours ?

Oui

Non

b. Si oui, quel concours avez-vous ?

capes externe

agrégation externe

autre

capes interne

agrégation interne

7. Avez-vous un intérêt particulier pour :

L'informatique

L'histoire des mathématiques

La didactique

Autre, à préciser

Questions générales sur votre formation

8. Quelle place occupaient les matières suivantes lors de votre formation initiale (Licence ou équivalent) en terme de volume horaire ? Vous mettrez une note de 1 à 5 (1 = pas important; 2 = peu important; 3 = modérément important; 4 = important; 5 = très important), et 0 ça vous ne concerne pas:

	1 pas important	2 peu important	3 modérément important	4 important	5 très important	0
Mathématiques						
Didactique des mathématiques						
Pédagogie						
Histoire des Mathématiques						
Autres (physique, chimie, etc.)						

9. a. Pendant votre parcours scolaire et académique (primaire, secondaire, université, stage, etc.), avez-vous déjà rencontré l'HM dans des cours de mathématiques? Si oui, à quel moment?

.....

.....

.....

b. Si vous avez répondu « Oui », pouvez-vous décrire le sujet et le type de matériel utilisé (histoires, anecdote, livres, films, textes historiques authentiques, etc.)? :

.....

.....

.....

c. Comment qualifieriez-vous cette expérience?

Indifferent
 Positive
 Négative

d. Lisez-vous des revues mathématiques du type : bulletins APMEP, brochures IREM (Repères, Petit x, etc), livres ou articles d'histoire des mathématiques pour votre intérêt personnel?

.....

.....

.....

Questions sur différentes dimensions des mathématiques

10. Sur une échelle de 1 à 5 (1 = totalement en désaccord ; 2 = modérément en désaccord; 3 = indifférent ; 4 = modérément d'accord ; 5 = totalement d'accord), ou 0 si vous n'avez pas pensé au sujet, veuillez indiquer **votre opinion** dans les cases ci-dessous:

	1 totalement en désaccord	2 modérément en désaccord	3 indifférent	4 modérément d'accord	5 totalement d'accord	0 je n'y ai pas pensé
a) Les mathématiques sont une construction qui dépend de la culture ou la civilisation.						
b) Les mathématiques sont une construction qui dépend d'une communauté scientifique.						
c) Les mathématiques nous aident à mieux comprendre notre environnement.						
d) Certains peuples aborigènes utilisent des notions géométriques pour faire différents designs dans leurs tissus.						
e) Compter et mesurer sont des aspects des mathématiques développés dans toutes les cultures.						
f) Les opinions personnelles sont insignifiantes lorsqu'on apprend les mathématiques.						
g) Étudier et développer les mathématiques sont des processus individuels.						
h) Les vérités mathématiques sont universelles, cela implique que l'enseignement se fait sans débat car les résultats sont toujours les mêmes.						
i) Les vérités mathématiques sont universelles, cela implique que l'enseignement se fait sans contextualisation.						
j) Les vérités mathématiques sont irréfutables, ce qui rend inutile un moment de négociation dans leur enseignement.						
k) Contrairement au langage naturel, le langage formel des mathématiques offre la possibilité d'analyser différentes situations hypothétiques.						
l) La modélisation est une façon de traduire une situation dans un autre système de représentation en insistant sur la simplification que cette traduction offre.						
m) Les résultats présentés lors du congrès en France Math.en.Jean sont validés par la communauté des étudiants, puis publiés en dépit d'erreurs.						
n) Les mathématiques se pensent dans un langage formel.						

Questions fermées

11. a) Les mathématiques, sont-elles... ?

Construites Découvertes

b) Pensez-vous qu'un livre de mathématiques induit une façon de penser/faire les mathématiques?

Oui Non

c) Considérez-vous que les conceptions *a priori* qu'a un élève sur les mathématiques ont une influence sur l'apprentissage?

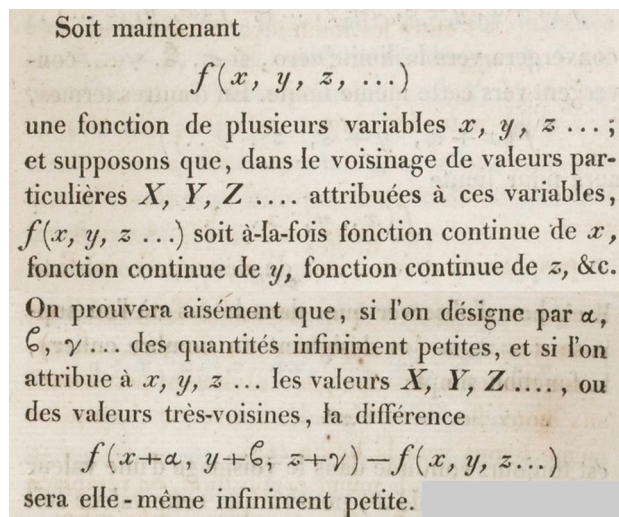
Oui Non

d) Les mathématiques sont écrites dans un langage qui, contrairement au langage courant, n'autorise pas d'ambiguïté.

Oui Non

e) Dans son célèbre *Cours d'Analyse* publié en 1821, Cauchy commet plusieurs erreurs. Par exemple, il considère que si une fonction de plusieurs variables est continue en chaque variable, elle est toujours continue. À quelle fréquence pensez-vous que des erreurs sont publiées dans les revues spécialisées?

Très souvent Souvent De manière exceptionnelle Jamais



Cauchy, A. L. B. (1821). *Cours d'analyse de l'École Royale Polytechnique*. Debure.

Questions ouvertes

12. Veuillez s'il vous plaît, répondre aux questions suivantes :

a) Considérez-vous que les mathématiques sont indépendantes du contexte socioculturel?

.....
.....
.....
.....
.....

b) Pensez-vous que la citation ci-dessous de l'écrivain Nicolas Boileau reflète l'enseignement des mathématiques?

« Ce que l'on conçoit bien s'énonce clairement, et les mots pour le dire arrivent aisément. »

Boileau, N. (1872). *L'Art poétique*. Volumes 1 et 2. Imprimerie générale. Paris

.....
.....
.....
.....
.....

13. Autres commentaires pertinents.

.....
.....
.....

14. Dans le cadre de cette recherche, j'aurais besoin de réaliser des entretiens en tenant compte que toutes les informations que vous me fournirez seront utilisées seulement dans ce contexte. Accepteriez-vous d'y participer? Si oui, laissez-moi vos coordonnées. Merci.

Mme, M.

E-mail ou tél

Annexe C : Invitation aux étudiants pour une entretien

Ce courriel a été transféré aux étudiants qui, après avoir rempli le questionnaire, ont accepté d'être interviewés.

Bonjour ... ,

Tout d'abord, je vous remercie d'avoir accepté de participer à cette étape de la recherche. Comme vous le savez, j'effectue ma thèse de doctorat sous la direction de Rossana Tazzioli et de Thomas Barrier.

Mes recherches ont pour but de mieux comprendre l'influence de l'Histoire des mathématiques dans la formation des futurs enseignants du secondaire.

Je vous contacte pour fixer un rendez-vous en fonction de vos disponibilités. Je peux m'adapter à vos disponibilités et me déplacer.

Ce rendez-vous consistera en un entretien individuel (environ 20 min) sur votre parcours scolaire et vos conceptions sur l'histoire des mathématiques par rapport à l'enseignement des mathématiques. Comme je l'ai dit lors de la réunion bilan, avec cet entretien, je ne cherche pas à évaluer des contenus spécifiques, mais d'observer s'il y a une influence de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants.

Pouvez-vous me donner une date et un horaire ?

En guise de compensation, je propose le café !

Je vous remercie par avance.

Bien cordialement,

Ana Jimena Lemes

Annexe D.1 : Autorisation enregistrement d'entretien



Autorisation enregistrement d'entretien

Dans le cadre d'une recherche pour ma thèse de doctorat « *L'influence de l'Histoire des Mathématiques dans la formation des futurs enseignants de mathématiques* » au sein de l'Université de Lille, je sollicite votre autorisation pour enregistrer cet entretien à l'aide d'un support audio. Je garantis que cet enregistrement ne servira que dans le cadre de cette recherche.

Je, soussigné(e), autorise l'utilisation anonymée de l'entretien enregistré, dans son intégralité ou sous forme d'extraits. J'autorise également la retranscription de l'entretien aux fins mentionnées ci-dessus.

Fait le

.....

Signature

Annexe D.2 : Protocole des entretiens des étudiants

Questions pour l'entretien – étudiants MEEF et DU

Avant l'entretien

Je commencerai l'entretien en me présentant et en expliquant ce sur quoi porte mes recherches. Ensuite, je remercierai l'interviewé de participer et je m'excuserai d'avance si je dois poser quelques questions pour bien comprendre un sujet ou une expression, à cause de mon niveau de français. Ensuite il me faudra demander à l'interviewé son autorisation afin d'enregistrer l'entretien. En effet, cela me sera utile pour ma retranscription avant l'analyse. Aussi je demanderai à l'interviewé s'il souhaite que je préserve son anonymat.

L'entretien est séparé en cinq parties. Tous les sujets de l'entretien seront étudiés (pour moi) de telle façon à ce que la manière de poser les questions soit fluide et naturelle, comme s'il s'agissait d'une conversation. La séparation par parties donne seulement un exemple du contenu qui sera traité.

Chaque partie représente un sujet d'intérêt que j'explique ensuite par rapport aux objectifs de mes recherches. Le texte dans le bloc bleu est ce que je vais dire pour démarrer la conversation et ensuite donner la parole à l'interviewé. Si je reçois la réponse dont j'ai besoin tout de suite, je pourrais continuer, mais sinon je pourrais poser la question directement (au cas où j'en aurais besoin elle est écrite).

Partie 1 : Présentation et parcours académique

Pour commencer l'entretien, il serait intéressant que vous vous présentiez et que vous décriviez pourquoi vous avez décidé d'étudier les mathématiques.

- 1 Pourquoi avez vous choisi d'étudier les mathématiques ?
- 2 Avez-vous été influencé, que ce soit par votre famille, par vos amis, ou par des faits concrets qui vous ont amené à choisir vos études ?
- 3 Où avez vous réalisé vos études ?

Justification : *Pour commencer l'entretien et afin d'avoir une ambiance confortable, je vais commencer par des questions simples. Je voudrais connaître un peu plus l'étudiant et qu'il soit à l'aise en parlant des*

informations connues. Il est nécessaire d'établir une bonne communication et se sentir dans les conditions optimales pour raconter leur expérience et leurs impressions sur le sujet.

Partie 2 : L'histoire des mathématiques dans sa formation

Sans prendre en compte le cours de cette année, avez-vous eu quelques contacts ou lien avec l'histoire des mathématiques pendant votre formation ? Par exemple, vous souvenez-vous de quelque cours dans lequel l'enseignant ait fait référence à un épisode de l'histoire des mathématiques ? Soit à partir des livres, des films, etc ? Pourriez-vous considérer cette expérience comme positive ?

Justification : Dans cette section, nous cherchons à déterminer dans quelle mesure les livres, films, documentaires, etc., peuvent-ils influencer l'intérêt de l'étudiant, et quel type d'influence (positif, négatif, indifférente).

Partie 3 : Influence dans la formation comme enseignant

Si vous pensez à votre formation comme futur enseignant : quel type de contribution pensez-vous avoir obtenu d'un cours d'histoire des mathématiques ? Par exemple, en faisant de petits exposés autour des sujets d'histoire des mathématiques.

Plus précisément:

1. Considérez-vous que l'histoire des mathématiques possède certaines potentialités qui peuvent être exploitées en faveur de la formation des futurs enseignants des mathématiques ? Quel type de potentiel ? De quelle manière ?
2. Quel type de changement à partir du cours d'histoire des mathématiques percevez-vous dans votre façon de penser les mathématiques ?
3. Quel type de réflexion les questions présentées dans le cours d'histoire des mathématiques vous ont-elles laissées ?

En tant que étudiant, quelle type de difficultés -soit théoriques ou pratiques- avez-vous rencontrés dans le cours d'histoire des mathématiques ?

Justification: En particulier je suis intéressé par l'influence d'histoire des mathématiques dans les compétences professionnelles des futurs enseignants. Je voudrais savoir s'ils identifient en eux-mêmes, certains changements dans la façon dont ils perçoivent les mathématiques avant et après d'un cours d'histoire des mathématiques. Je ne vais pas entrer dans les détails concernant le professeur.

Partie 4 : Conceptions sur les potentialités de l'histoire des mathématiques

Pensez-vous que l'histoire des mathématiques peut vous aider dans l'enseignement des mathématiques ?
Dans quel sens ?

Plus précisément:

1. Sur quelle dimension de l'enseignement des mathématiques, pensez-vous qu'il est intéressant de travailler avec l'histoire des mathématiques ? Avec quels objectifs ?

Justification : Contrairement à la partie précédente, l'intérêt est porté sur l'influence de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement des mathématiques, autrement dit, si les futurs enseignants ont une idée sur le potentiel de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement des mathématiques.

Partie 5 : Les difficultés de l'utilisation de l'histoire des mathématiques

Quel type de difficultés pensez-vous rencontrer en utilisant l'histoire des mathématiques ?

- Quelles difficultés pratiques ou théoriques pourriez vous rencontrer lorsque vous proposez de travailler avec l'histoire des mathématiques dans vos cours ?

Justification : Le but est de réfléchir à propos des difficultés en général de l'utilisation d'une source pédagogique, mais je suis consciente que la plupart des étudiants n'ont pas encore eu d'expérience d'enseignement.

Annexe D.3 : Protocole des entretiens des enseignants et formateurs.

Questions pour l'entretien : « enseignants » et « formateurs »

Descriptif de l'activité du groupe Enseignement des Mathématiques et Textes Anciens – EMTA : Élaborer des activités finalisées dans le but d'améliorer l'enseignement des mathématiques au collège et au lycée en utilisant l'histoire des mathématiques. Le but de ces activités, qui servent de support aux stages PAF, est d'intéresser les élèves aux mathématiques en montrant l'évolution d'une problématique à travers l'histoire.

Avant l'entretien

Au début de l'entretien, je me présenterai et expliquerai ce sur quoi porte ma recherche. Ensuite, je remercierai l'interviewé de participer et je m'excuserai d'avance si je dois poser quelques questions pour bien comprendre un sujet ou une expression, à cause de mon niveau de français. Ensuite il me faudra demander à l'interviewé son autorisation afin d'enregistrer l'entretien. En effet, cela me sera utile pour ma retranscription avant l'analyse. Aussi je demanderai à l'interviewé s'il souhaite que je préserve son anonymat.

L'entretien est séparé en six parties. Tous les sujets de l'entretien seront étudiés (pour moi) de telle façon à ce que la manière de poser les questions soit fluide et naturelle, comme s'il s'agissait d'une conversation. La séparation par parties et questions donne seulement un exemple du contenu qui sera traité.

Chaque partie représente un sujet d'intérêt que j'explique ensuite par rapport aux objectifs de ma recherche. Ce qui est dans la boîte est ce que je vais dire pour démarrer la conversation et donner la parole à l'interviewé. Si je reçois la réponse dont j'ai besoin tout de suite, je pourrais continuer, mais sinon je pourrais poser la question directement (au cas où j'en aurais besoin elle est écrite).

Partie 1 : Présentation et parcours académique

Pour commencer l'entretien, il serait intéressant que vous vous présentiez et que vous décriviez pourquoi vous avez décidé d'étudier les mathématiques.

- Pourquoi avez vous choisi d'étudier les mathématiques ?
- Avez-vous été influencé, que ce soit de la famille, des amis, des faits concrets qui vous ont amené à choisir vos études ?
- Où avez vous réalisé vos études ?

Justification : *Pour commencer l'entretien et afin d'avoir une ambiance confortable, je vais commencer par des questions simples. Je voudrais connaître un peu plus l'enseignant, quelques données préliminaires et aussi qu'il soit à l'aise en parlant des informations connues. Il est nécessaire d'établir une bonne communication et se sentir dans les conditions optimales pour raconter leur expérience et leurs impressions sur le sujet.*

Pourriez-vous me raconter comment s'est développé votre parcours académique dans l'enseignement ? Pour quel public ?

Justification : Il se peut que l'interviewé ait déjà répondu à cette question, mais je cherche quelques indications sur les premières manifestations d'intérêt ou motivations à propos de l'enseignement des mathématiques, ainsi que de ses années d'expérience et pour quel public.

Partie 2 : L'histoire des mathématiques dans sa formation

... et l'histoire des mathématiques, comment est-elle apparue dans votre parcours académique ?

Justification : Cette question a pour but de connaître comme s'est développé le parcours académique par rapport à l'histoire des mathématiques, et s'il y a eu un événement particulier : un cours, une conférence, un livre, une personne qui a éveillé l'intérêt pour l'histoire des mathématiques.

- À quel moment de votre parcours universitaire avez-vous découvert l'histoire des mathématiques ? Pourrais-vous commenter cette expérience ?

Partie 3 : Conceptions sur les potentialités de l'histoire des mathématiques

Après la découverte de l'histoire des mathématiques, avez-vous changé vos perspectives à propos de l'enseignement des mathématiques ? Lesquelles ?

Justification : Avec cette question, je souhaite approfondir ma compréhension de la conception que l'enseignant a sur comment et pourquoi l'histoire des mathématiques peut influencer sa façon d'enseigner les mathématiques.

- Considérez-vous que l'histoire des mathématiques possède certaines potentialités qui peuvent être exploitées en faveur de la formation de l'enseignant ? Quel type de potentiel ?
- Selon vous, quels aspects de l'histoire des mathématiques peuvent influencer certaines compétences des enseignants ? Lesquelles ?
- Pour vous, qu'est-ce que la culture mathématiques ?

Partie 4 : Utilisation de l'histoire des mathématiques

Pour les enseignants en formation : quelle est votre utilisation de l'histoire des mathématiques et de quelle façon ? Pouvez-vous raconter une expérience ?

Justification : Cette question me permet de savoir quel type d'histoire des mathématiques est utilisée chez l'enseignant, quelles sources (livres, vidéos, sources historiques, construction de matériaux ou d'instruments, etc.) et de quelle façon.

- Dans vos cours, intégrez-vous l'histoire des mathématiques d'une période particulière ?
- Quel type de matériel ou d'activités utilisez-vous ?
- Comment utilisez-vous l'histoire des mathématiques dans vos cours ?

Partie 5 : Les objectifs de l'utilisation de l'histoire des mathématiques

Pensez-vous avoir réussi vos objectifs ?

Justification : Il se peut que la réponse à cette question est déjà été donnée précédemment.

- Quels objectifs généraux avez-vous l'intention d'atteindre lorsque vous utilisez l'histoire des mathématiques dans vos cours ?

Partie 6 : Les difficultés de l'utilisation de l'histoire des mathématiques

Quel type de difficultés avez-vous rencontré dans cette expérience ?

Justification : Dans le but de savoir s'ils ont conscience de la controverse sur l'utilisation de l'histoire des mathématiques en cours et dans le but d'approfondir à propos des difficultés en général. Avec cette question je m'intéresse à leur opinion sur la controverse de l'utilisation de l'histoire des mathématiques en tant que source pédagogique.

- Quelles difficultés pratiques ou théoriques rencontrez-vous lorsque vous proposez de travailler avec l'histoire des mathématiques dans vos cours ?
- Il y a une communauté qui s'exprime en contre de l'utilisation de l'histoire des mathématiques en tant que source pédagogique, car l'histoire des mathématiques est-elle une discipline en soit même, un domaine de recherche spécifique. Qu'en pensez-vous ?

Partie 7 : Si vous avez quelques remarques...

Annexe E : E-mail d'invitation pour la participation à la recherche

Invitation aux participants du groupe EMTA

Bonjour à tous,

Je me permets de vous contacter afin de vous inviter à prendre part de mon projet de recherche visant à mieux comprendre l'influence de la Histoire des Mathématiques dans la formation des futurs enseignants du secondaire. Ce projet est réalisé dans le cadre de ma thèse de doctorat sous la direction de Rossana Tazzioli.

Votre participation au projet consisterait à :

1- Répondre à un questionnaire (environ 20 minutes) ;

2- Donner un entretien individuel (environ 30 minutes).

Le déroulement du questionnaire et de l'entretien aura lieu à votre convenance entre les dates qui vous conviennent entre le 5 février et le 30 mars, exceptés les mardis et jeudis matins, ainsi que les 21 février et 5 mars après midi.

Votre participation à ce projet est volontaire. Cela signifie que vous acceptez de participer au projet sans aucune contrainte ou pression extérieure, et que, par ailleurs, vous être libre de mettre fin à votre participation à n'importe quel moment. Je propose, en guise de compensation, une ambiance conviviale avec café, thé et pâtisseries, lors de chacune des étapes!

Je vous remercie à l'avance en espérant vous compter parmi les participants de l'étude.

Amicalement,

Ana Jimena Lemes

P.S. : Pour ceux qui ont déjà accepté, pourriez vous m'indiquer des dates et horaires ainsi qu'un lieu qui vous conviendrait?

Invitation aux participants extérieurs

Bonjour professeur.e

J'effectue actuellement ma thèse de doctorat au sein de l'Université Lille 1 sous la direction de Rossana Tazzioli et de Thomas Barrier.

Mes recherches ont pour but de mieux comprendre l'influence de l'Histoire des mathématiques dans la formation des futurs enseignants du secondaire.

Je me permets de vous contacter pour vous proposer de contribuer à mes recherches en tant qu'interviewé dans un entretien individuel (environ 1h) lors de votre passage à Lille pour le Colloque « Horizons mathématiques » en l'honneur de Rudolf Bkouche.

En guise de compensation, je propose une ambiance conviviale avec boissons et pâtisseries.

Je vous remercie par avance en espérant vous compter parmi les participants de mon étude.

Bien cordialement,

Ana Jimena Lemes

Annexe F : Synthèse de l'analyse des questionnaires d'étudiants de l'Université de Lille

Première génération

Après le traitement des données, nous avons réorganisé les questions en blocs d'intérêt.

- **Le premier bloc** (questions 1 à 6) comprend des questions sur la démographie telles que : cours auquel ils se sont inscrits, sexe, tranche d'âge, dernier diplôme obtenu, etc.
- **Le deuxième bloc** défini par les questions 8, 9.a et 9.b, comprend des questions sur la formation initiale, par exemple, s'il y a eu des « rencontres » avec l'histoire des mathématiques pendant la trajectoire scolaire et de quel type (anecdotes, livres d'histoire des mathématiques, films ou textes historiques).
- **Le troisième bloc** est défini par la question 9.c qui demande de classer l'expérience avec l'histoire des mathématiques, et la question 7 qui traite de l'intérêt pour différentes disciplines, dont l'histoire des mathématiques est proposée. L'ordre inverse de ces questions dans le questionnaire a été volontairement proposé, en cherchant à ce qu'une réponse n'influence pas l'autre. Dans ce bloc, nous nous demandons s'il existe une relation entre « avoir eu une expérience positive avec l'histoire des mathématiques » et « s'intéresser à l'histoire des mathématiques ».
- **Le quatrième bloc** sur les conceptions concernant les différentes dimensions des mathématiques, définies par la question 10 et 11.

Première génération

Premier bloc : démographique

Pour le premier questionnaire, il y a une participation de 54 stagiaires, tandis que pour le deuxième, il y a une participation de 42. Dans le premier il y a une légère majorité d'étudiants provenant du MEEF et dans le deuxième du DU.

La plupart des stagiaires participant à la première passation du questionnaire, sont âgés de moins de 25 ans et proviennent du MEEF, tandis que dans la deuxième passation, il y a une diminution du nombre d'étudiants MEEF. C'est la raison pour laquelle, dans le deuxième questionnaire, les étudiants du DU représentent la majorité, ce qui augmente le pourcentage d'étudiants âgés de 25 à 34 ans.

En ce qui concerne le dernier diplôme obtenu, les stagiaires du MEEF ont répondu une « licence », tandis que la plupart des stagiaires du DU ont obtenu un master ou d'autres diplômes comme ingénierie.

Interrogés sur l'expérience professionnelle et le nombre d'années de travail, le 54 % des stagiaires ont répondu dans le premier questionnaire qu'ils avaient moins de 5 ans d'expérience, tandis que dans le deuxième le pourcentage a augmenté à 88 %. La plupart d'entre eux font leur stage pour la première fois, ce qui leur permet de le considérer comme une expérience professionnelle de moins de cinq ans dans le deuxième questionnaire.

En ce qui concerne la question relative à l'obtention des concours, une large majorité (environ 80 %) a répondu avoir réussi le CAPES externe.

Deuxième bloc : formation initiale

La participation des stagiaires diminue dans le deuxième questionnaire, en particulier le nombre d'étudiants du MEEF, mais les réponses obtenues par rapport à la formation initiale maintiennent des valeurs similaires. Si l'on considère les deux questionnaires, on peut affirmer que plus de 74% de la population interrogée provient d'une formation initiale avec une charge de temps « importante » et « très importante » en mathématiques. Face à la même question concernant la didactique des mathématiques, la pédagogie et l'histoire des mathématiques, environ 90% de la population répond que ces disciplines « ne concernent pas » leurs formation initiale, qu'elles ont été « pas importants » ou « peu importants ».

En ce qui concerne les caractéristiques du « rencontre avec l'histoire des mathématiques », au premier questionnaire le 37% des stagiaires ont répondu qu'ils l'avaient rencontré. Certains d'entre eux au lycée, mais la plupart à l'université. Alors qu'au deuxième questionnaire, le pourcentage de « rencontre » atteint 60% et l'augmentation est observée dans le pourcentage à l'université. Cela est évident car le cours d'histoire des mathématiques fait partie de la formation des deux cours. Dans les deux questionnaires les stagiaires déclarent que cette « rencontre » s'est faite principalement à travers des anecdotes ou des textes historiques.

Troisième bloc : expérience avec l'histoire

Dans ce bloc, nous nous demandons s'il existe une relation entre « s'intéresser à l'histoire des mathématiques » dans l'actualité, et « avoir eu une expérience positive » pendant le parcours scolaire.

Pour répondre à cette question, nous identifions les stagiaires (étudiant MEEF ou DU) qui s'intéressent à l'histoire des mathématiques, et s'il y a une évolution du premier au deuxième questionnaire.

D'après les réponses obtenues au premier questionnaire, nous avons identifié que 30 % de la population interrogée s'intéresse à l'histoire des mathématiques. La moitié de ces stagiaires déclarent « avoir rencontré l'histoire des mathématiques » dans leur parcours scolaire, et la plupart d'entre eux, issus du MEEF, affirment avoir vécu une expérience positive (9%). L'autre moitié soutient ne pas avoir rencontré l'histoire des mathématiques dans sa trajectoire scolaire, mais aussi d'être intéressés.

D'autre part, on constate que les stagiaires qui ont rencontré l'histoire des mathématiques et ont vécu une expérience positive, représentent 26 %, alors que, comme nous l'avons déjà dit, seulement 9 % d'entre eux sont intéressés.

Nous signalons également que 21 % des intéressés n'ont pas rencontrés l'histoire des mathématiques ou n'ont pas eu d'expérience positive.

Cours	Ren.HM		Qualif		Intérêt		Total Résultat					
	0.NR		1.Oui		2.Non		0.NR		1.Indf		Total	
	1.HM	1.HM	1.Indf	2.Autres	0.NR	1.HM	2.Autres	0.NR	1.HM	2.Autres		
1			1 2%	2 4%	2 4%	4 7%	4 7%	2 4%	4 7%	9 17%	1 2%	29 54%
2	1 2%	1 2%	1 2%	1 2%		1 2%	3 6%	4 7%	3 6%	9 17%	1 2%	25 46%
Total NB - C	1	1	2	3	2	5	7	6	7	18	2	54
Total NB - C	2%	2%	4%	6%	4%	9%	13%	11%	13%	33%	4%	100%

Tableau F.1 : Intérêt dans l'histoire des mathématiques 1G_Q1.

De cette façon, nous interprétons qu'à partir des données obtenues, nous ne pouvons pas déduire s'il y a un lien entre : « avoir rencontré l'histoire des mathématiques dans la trajectoire scolaire », « avoir eu une expérience positive » et « être intéressé par l'histoire des mathématiques ».

En ce qui concerne le deuxième questionnaire, nous constatons que 24 % de la population interrogée s'intéresse à l'histoire des mathématiques. 17% des stagiaires déclarent l'avoir rencontré dans leur parcours scolaire et tous le considèrent comme une expérience positive. Le 7 % restant dit être intéressé, mais pas l'avoir rencontré.

Par contre, on constate que 33 % de la population a répondu avoir rencontré l'histoire des mathématiques et la considérer comme une expérience positive, néanmoins comme nous l'avons dit plus haut, ceux qui sont intéressés représentent 17 %.

Avec cette information, nous pouvons faire la même interprétation que celle que nous avons faite au premier questionnaire :

- nous ne pouvons pas affirmer qu'il y a un lien entre « avoir rencontré l'histoire des mathématiques », « avoir une expérience positive avec l'histoire des mathématiques » et « être intéressé » à l'utiliser.
- il y a des stagiaires intéressés sans avoir eu une expérience.

Cours	Ren.HM	Qualif		Intérêt									Total Ré	
	1.Oui							2.Non						
	0.NR	1.Indf		2.Pos		3.Neg		0.NR		1.Indf		2.Pos		
	2.Autre	0.NR	2.Autre	0.NR	1.HM	2.Autre	0.NR	0.NR	1.HM	2.Autre	2.Autre	0.NR	2.Autre	
1.MEFF	1 2%	1 2%	5 12%	5 12%	5 12%					2 5%	1 2%			20 48%
2.DU		1 2%	2 5%	1 2%	2 5%	1 2%	1 2%	4 10%	3 7%	4 10%	1 2%	1 2%	1 2%	22 52%
Total NB	1	2	7	1	7	6	1	4	3	6	2	1	1	42
Total NB	2%	5%	17%	2%	17%	14%	2%	10%	7%	14%	5%	2%	2%	100%

Tableau F.2 : Intérêt dans l'histoire des mathématiques 1G_Q2.

En synthèse, entre les deux questionnaires, on peut constater que :

- il n'y a pas de lien apparent entre « avoir rencontré l'histoire des mathématiques », « avoir une expérience positive » et « s'intéresser à l'histoire des mathématiques ».
- il y a une diminution en ce qui concerne l'intérêt vers l'histoire des mathématiques (16 à 10 stagiaires).
- il y a une augmentation du pourcentage d'étudiants qui considèrent l'expérience comme positive (5 à 7 stagiaires).

Quatrième bloc : sur les conceptions

Dans cette section, nous nous intéressons à l'analyse des conceptions sur les différentes dimensions des mathématiques. Les questions 10 et 11.

Pour analyser la question 10 nous avons effectué une analyse en composantes principales. Cette question consiste en 14 énoncés que nous proposons d'évaluer à l'aide d'une échelle de likert (totalement en désaccord, modérément en désaccord, etc.). Cela signifie qu'en regroupant les résultats d'une génération entière de cette question, nous aurons un grand tableau de données. Notre objectif est d'interpréter l'interrelation entre les variables, et nous comprenons qu'il est possible de le faire au moyen d'une analyse en composantes principales.

L'idée essentielle de cette méthode est de pouvoir réduire une table de données avec de nombreuses variables sans perdre trop d'informations. Dans notre cas, nous manipulons 14 variables et cherchons à les réduire à 2 qui peuvent contenir autant d'informations que possible, afin de faire une lecture en deux dimensions. Des 14 variables du début, nous avons trouvé 14 variables synthétiques

qui seront une combinaison linéaire des initiales. En particulier, nous nous intéressons au fait que la première variable explique la plupart des informations du début (la variable dont la variance projetée des individus est maximale). La deuxième variable synthétique explique la plus grande quantité d'information restante.

Les 14 composantes principales sont non corrélées de 2 à 2, ce qui permet une décomposition orthogonale des variances. En termes de statistiques, l'information totale (la variance) sera la somme de l'information fournie par chaque composante. Entre les deux composantes, les aspects les plus pertinents de l'ensemble des données sont expliqués.

Dans le premier questionnaire, les deux premières composantes expliquent 33,76 % de la variabilité, tandis que dans le deuxième, expliquent le 35,10 %. Cela signifie qu'avec la représentation bidimensionnelle, nous n'aurons pas l'explication complète des conceptions des stagiaires concernant les variables proposées. Cependant, une analyse tridimensionnelle est extrêmement complexe et nous préférons continuer en deux dimensions.

La première composante recueille la plupart des informations et nous les visualisons sur l'axe horizontal. Les variables qui exercent la plus grande influence sur cet axe sont celles qui sont en corrélation positive avec lui.

Dans le graphique 1, cet axe révèle une opposition entre les variables représentant les énoncés suivants :

- à droite : SansContex « Les vérités mathématiques sont universelles, cela implique que l'enseignement se fait sans contextualisation ».
- à gauche : CompEnv « Les mathématiques nous aident à mieux comprendre notre environnement » et 1 « Les mathématiques sont une construction qui dépend de la culture ou la civilisation ».

Pour cette raison, nous interprétons la plupart des informations recueillies par l'axe horizontal comme étant liées à une perspective des mathématiques décontextualisée.

La deuxième composante recueille la plupart des informations restantes et n'est pas corrélée avec la première. Nous les visualisons sur l'axe vertical :

- en haut : Model « La modélisation est une façon de traduire une situation dans un autre système de représentation en insistant sur la simplification que cette traduction offre » et

Aborig « Certains peuples aborigènes utilisent des notions géométriques pour faire différents designs dans leurs tissus. »

- en bas : 2 « Les mathématiques sont une construction qui dépend d'une communauté scientifique. »

De cette façon, nous avons interprété que cet axe recueille des informations sur une vision d'une mathématique académique.

Dans le graphique 2 des relations similaires sont observées et si nous effectuons une symétrie par rapport à l'axe vertical, le résultat dans les deux graphiques est également similaire.

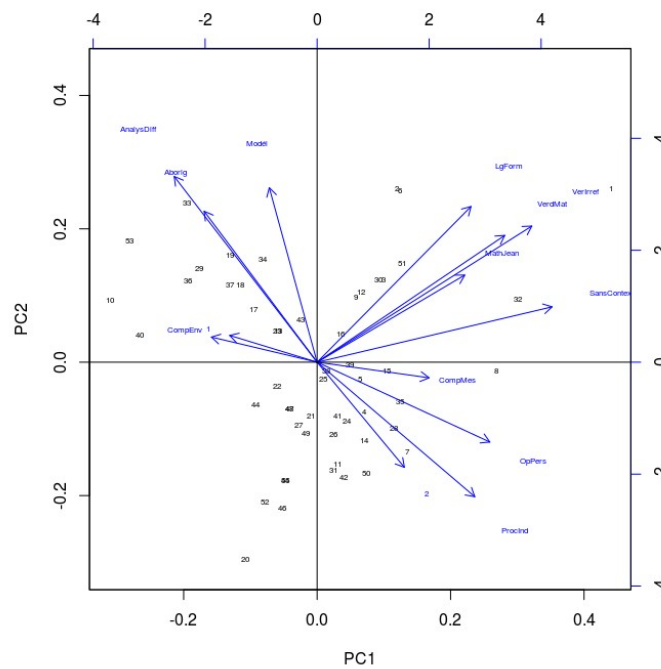


Figure F.1 : Analyse en composantes principales du questionnaire 1 de la première génération.

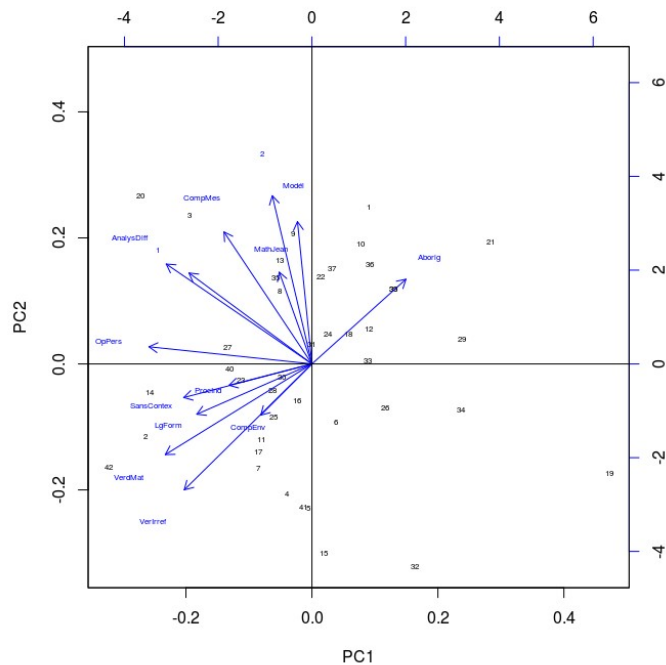


Figure F.2 : Analyse en composantes principales du questionnaire 2 de la première génération.

Si nous faisons l'interprétation par quadrant, nous observons les caractéristiques suivantes :

- Dans le premier quadrant, une conception des mathématiques abstraites prévaut, loin du contexte et non académique.
- Dans le deuxième quadrant prévaut une conception des mathématiques qui est construite à partir du contexte et n'a aucun lien avec l'académie.
- Dans le troisième quadrant, c'est la conception d'une mathématique qui est construite à partir du contexte mais qui a un aspect académique qui prévaut.
- Dans le quatrième quadrant, une conception des mathématiques qui n'est pas contextualisée et prévaut l'aspect académique.

Nous observons un déplacement d'individus avec la conception « les mathématiques sont contextualisées et ont un aspect académique » vers « les mathématiques qui sont élaborées dans l'académie sont loin du contexte ».

La question 11 comporte 5 parties. Examinons chacune :

a) *Les mathématiques, sont-elles... « Construites » ou « Découvertes » ? :*

Dans les deux questionnaires, la plupart des stagiaires affirment que les mathématiques sont construites. Cependant, dans le premier questionnaire, un quart de la population interrogée (la majorité des stagiaires venant du MEEF) déclare que les mathématiques sont « Construites et Découvertes ». Ce pourcentage augmente dans le deuxième questionnaire en raison d'un déplacement vers cette option de la part des stagiaires DU.

Le pourcentage de « Découvertes » est maintenu dans les deux questionnaires et représente 12%.

b) Pensez-vous qu'un livre de mathématiques induit une façon de penser/faire les mathématiques?

Dans les deux questionnaires, une grande majorité de la population interrogée (plus de 80%) a répondu positivement, dans des proportions similaires à celles de chaque groupe.

c) Considérez-vous que les conceptions a priori qu'a un élève sur les mathématiques ont une influence sur l'apprentissage?

Dans les deux questionnaires, près de 100% de la population répond « oui ». En d'autres termes, l'ensemble de la population convient que les conceptions a priori des élèves ont une influence sur leur apprentissage.

d) Les mathématiques sont écrites dans un langage qui, contrairement au langage courant, n'autorise pas d'ambiguïté.

Plus de la moitié de la population interrogée nie l'affirmation, c'est-à-dire que pour ces stagiaires la langue dans laquelle les mathématiques sont écrites permet l'ambiguïté.

e) À quelle fréquence pensez-vous que des erreurs sont publiées dans les revues spécialisées?

Les réponses obtenues dans les deux questionnaires maintiennent l'ordre : « Souvent », « De manière exceptionnelle » et « Très souvent ». Au premier questionnaire, les pourcentages étaient proches, et au deuxième ils s'éloignent à mesure que le nombre d'étudiants du MEEF qui ont opté pour l'option « De manière exceptionnelle » diminue.

La moitié des stagiaires considère que les publications comportant des erreurs sont faites « souvent ».

Deuxième génération

Premier bloc : démographique

Pour le premier questionnaire, il y a une participation de 51 stagiaires, tandis que pour le deuxième, il y a une participation de 44. Dans les deux questionnaires, les stagiaires provenant du MEEF atteignent un pourcentage proche de 70 %.

Environ le 60% des stagiaires participant dans les deux passations du questionnaire sont âgés de moins de 25 ans et proviennent du MEEF.

En ce qui concerne le dernier diplôme obtenu, la plupart des stagiaires du MEEF ont répondu une « licence », tandis que la plupart des stagiaires du DU ont obtenu un master ou d'autres diplômes comme ingénierie.

Interrogés sur l'expérience professionnelle et le nombre d'années de travail, le 80% des stagiaires ont répondu dans le premier questionnaire qu'ils avaient moins de 5 ans d'expérience, tandis que dans le deuxième le pourcentage a augmenté à 86 %. La plupart d'entre eux font leur stage pour la première fois, ce qui leur permet de le considérer comme une expérience professionnelle de moins de cinq ans dans le deuxième questionnaire.

En ce qui concerne la question relative à l'obtention des concours, une large majorité (plus de 70%) a répondu avoir réussi le CAPES externe.

Deuxième bloc : formation initiale

La participation des stagiaires diminue dans le deuxième questionnaire, en particulier le nombre d'étudiants du MEEF, mais les réponses obtenues par rapport à la formation initiale maintiennent des valeurs similaires. Si l'on considère les deux questionnaires, on peut affirmer que environ 90% de la population interrogée provient d'une formation initiale avec une charge de temps « importante » et « très importante » en mathématiques. Face à la même question concernant la didactique des mathématiques, la pédagogie et l'histoire des mathématiques, environ 80% de la population répond que ces disciplines « ne concernent pas » leurs formation initiale, qu'elles sont été « pas importants » ou « peu importants ».

En ce qui concerne les caractéristiques du « rencontre avec l'histoire des mathématiques », au premier questionnaire le 53% des stagiaires ont répondu qu'ils l'avaient rencontré. Certains d'entre eux au lycée, mais la plupart à l'université. Alors qu'au deuxième questionnaire, le pourcentage de « rencontre » atteint 61% et l'augmentation est observée dans le pourcentage à l'université. Cela est évident car le cours d'histoire des mathématiques fait partie de la formation des deux cours. Dans

les deux questionnaires les stagiaires déclarent que cette « rencontre » s'est faite principalement à travers des anecdotes ou des textes historiques.

Troisième bloc : expérience avec l'histoire

Dans ce bloc, nous nous demandons s'il existe une relation entre « s'intéresser à l'histoire des mathématiques » dans l'actualité, et « avoir eu une expérience positive » pendant le parcours scolaire.

Pour répondre à cette question, nous identifions les stagiaires (du MEEF ou DU) qui s'intéressent à l'histoire des mathématiques, et s'il y a une évolution du premier au deuxième questionnaire.

Dans les deux questionnaires, environ 35 % des stagiaires (soit un total de 26), ont répondu qu'ils avaient « rencontré » l'histoire des mathématiques dans leur parcours scolaire.

De este 35% en el

premier questionnaire, il y a 12% (6 stagiaires) qui s'intéressent à l'histoire et dans le deuxième, il y a 16% (7 stagiaires) qui s'intéressent à l'histoire, donc les valeurs restent similaires.

Cependant, il y a aussi des stagiaires qui se déclarent intéressés même s'ils n'ont pas « rencontré l'histoire » dans leur trajectoire. En bref, il y a 9 stagiaires intéressés dans le premier questionnaire et 11 dans le deuxième.

Cours	Ren.HM												Total	
	1.Oui			2.Non			3.Neg			1.Ind				
	0.NR	1.Ind	2.Autres	0.NR	1.HM	2.Autres	0.NR	2.Autres	0.NR	1.HM	2.Autres	1.HM		2.Autres
1.MEEF	1 2%	2 4%	3 6%	4 8%	4 8%	6 12%	1 2%	1 2%	4 8%	1 2%	5 10%	4 8%	36 71%	
2.DU		1 2%	1 2%		2 4%	2 4%			1 2%	1 2%	4 8%	1 2%	2 4%	15 29%
Total Contar	1	3	4	4	6	8	1	1	5	2	9	1	6	51
Total Contar	2%	6%	8%	8%	12%	16%	2%	2%	10%	4%	18%	2%	12%	100%

Tableau F.3 : Intérêt dans l'histoire des mathématiques Q1_2G.

De cette façon, nous interprétons qu'à partir des données obtenues, nous ne pouvons pas déduire s'il y a un lien entre : « avoir rencontré l'histoire des mathématiques dans la trajectoire scolaire », « avoir eu une expérience positive » et « être intéressé par l'histoire des mathématiques ».

Cours	Ren.HM		Qualif									Total
	1.Oui				2.Non							
	1.Ind		2.Pos		3.Neg		0.NR		1.Ind		2.Pos	
	0.NR	2.Autres	0.NR	1.HM	2.Autres	1.HM	0.NR	1.HM	2.Autres	0.NR	2.Autres	2.Autres
1.MEEF	4 9%	6 14%	2 5%	5 11%	4 9%	1 2%	1 2%	1 2%	4 9%	1 2%	2 5%	31 70%
2.DU		1 2%		2 5%	2 5%			2 5%	5 11%		1 2%	13 30%
Total Contar	4	7	2	7	6	1	1	3	9	1	2	44
Total Contar	9%	16%	5%	16%	14%	2%	2%	7%	20%	2%	5%	100%

Tableau F.4 : Intérêt dans l'histoire des mathématiques Q2_2G.

Quatrième bloc : sur les conceptions

Dans cette section, nous nous intéressons à l'analyse des conceptions sur les différentes dimensions des mathématiques. Les questions 10 et 11.

Pour analyser la question 10 nous avons effectué une analyse en composantes principales. Cette question consiste en 14 énoncés que nous proposons d'évaluer à l'aide d'une échelle de likert (totalement en désaccord, modérément en désaccord, etc.). Cela signifie qu'en regroupant les résultats d'une génération entière de cette question, nous aurons un grand tableau de données. Notre objectif est d'interpréter l'interrelation entre les variables, et nous comprenons qu'il est possible de le faire au moyen d'une analyse en composantes principales.

L'idée essentielle de cette méthode est de pouvoir réduire une table de données avec de nombreuses variables sans perdre trop d'information. Dans notre cas, nous manipulons 14 variables et cherchons à les réduire à 2 qui peuvent contenir autant d'information que possible, afin de faire une lecture en 2 dimensions. Des 14 variables du début, nous avons trouvé 14 variables synthétiques qui seront une combinaison linéaire des initiales. En particulier, nous nous intéressons au fait que la première variable synthétique explique la plupart des informations du début (la variable dont la variance projetée des individus est maximale). La deuxième variable synthétique explique la plus grande quantité d'information restante.

Les 14 composantes principales sont non corrélées 2 à 2, ce qui permet une décomposition orthogonale des variances. En termes de statistiques, l'information totale (la variance) sera la somme de l'information fournie par chaque composante. Entre les deux composantes, les aspects les plus pertinents de l'ensemble des données sont expliqués.

Dans le premier questionnaire, les deux premières composantes expliquent 28,29 % de la variabilité, tandis que dans le deuxième, expliquent le 34,71 %. Cela signifie qu'avec la représentation bidimensionnelle, nous n'aurons pas l'explication complète des conceptions des

stagiaires concernant les variables proposées. Cependant, une analyse tridimensionnelle est extrêmement complexe et nous préférons continuer en deux dimensions.

La première composante recueille la plupart des informations et nous les visualisons sur l'axe horizontal. Les variables qui exercent la plus grande influence sur cet axe sont celles qui sont en corrélation positive avec lui.

Dans le graphique 1, cet axe (horizontal) révèle une opposition entre les variables représentant les énoncés suivants :

- à droite : Aborig « Certains peuples aborigènes utilisent des notions géométriques pour faire différents designs dans leurs tissus. », CompEnv « Les mathématiques nous aident à mieux comprendre notre environnement. » et Model « La modélisation est une façon de traduire une situation dans un autre système de représentation en insistant sur la simplification que cette traduction offre. »
- à gauche : VerdMat « Les vérités mathématiques sont universelles, cela implique que l'enseignement se fait sans débat car les résultats sont toujours les mêmes. », ComunSc « Les mathématiques sont une construction qui dépend d'une communauté scientifique. », OpPers « Les opinions personnelles sont insignifiantes lorsqu'on apprend les mathématiques. » et VerdIrref « Les vérités mathématiques sont irréfutables, ce qui rend inutile un moment de négociation dans leur enseignement. »

Pour cette raison, nous interprétons la plupart des informations recueillies par l'axe horizontal comme étant liées à une perspective des mathématiques décontextualisée (à gauche) – contextualisée (à droite). Une perspective des mathématiques associée au contexte lorsqu'il s'agit de comprendre l'environnement ou l'utilisation des aspects géométriques par les tribus autochtones. Cette perspective s'oppose à celle dans laquelle les mathématiques sont considérées comme dépendantes de la communauté scientifique et les opinions personnelles sont insignifiantes. Dans cette perspective (que nous voyons à gauche de l'axe horizontal) la négociation des significations est inutile et la connaissance mathématique est considérée comme universelle, donc le débat avec les élèves n'a aucun sens.

La deuxième composante recueille la plupart des informations restantes et n'est pas corrélée avec la première. Nous les visualisons sur l'axe vertical :

- en haut : CompMes « Compter et mesurer sont des aspects des mathématiques développés dans toutes les cultures. », ProcInd « Étudier et développer les mathématiques sont des

processus individuels. » et AnalysesDiff « Contrairement au langage naturel, le langage formel des mathématiques offre la possibilité d'analyser différentes situations hypothétiques. »

- en bas : MathJean « Les résultats présentés lors du congrès en France Math.en.Jean sont validés par la communauté des étudiants, puis publiés en dépit d'erreurs. »

De cette façon, nous avons interprété que cet axe recueille des informations sur une vision d'une mathématique académique (en haut) – non-académique (en bas). Une perspective des mathématiques individuelles, associée au formel et à la académie, s'oppose à une vision des mathématiques élaborée par les élèves (en bas).

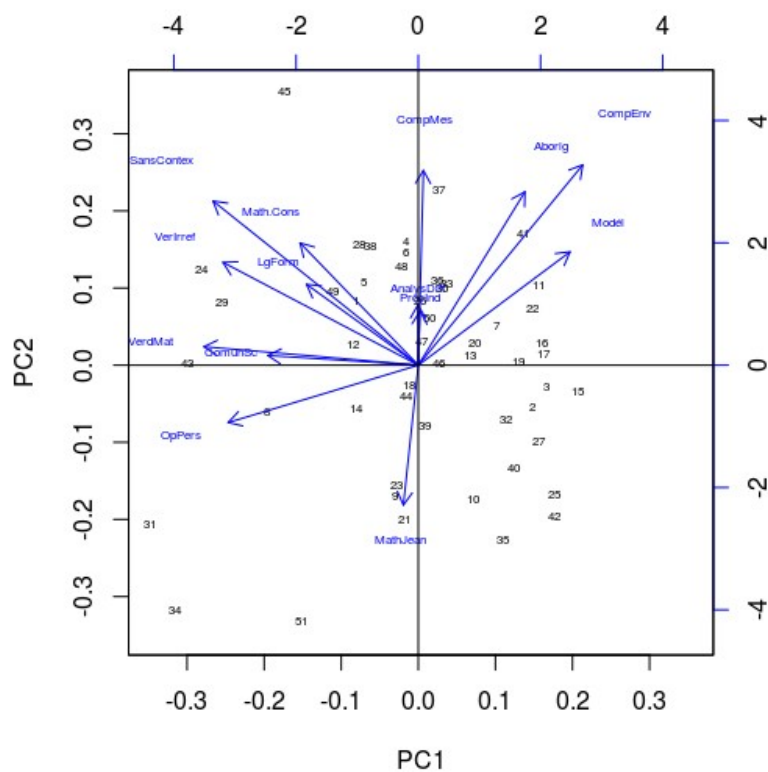


Figure F.3 : Analyse en composantes principales du questionnaire 1 de la deuxième génération.

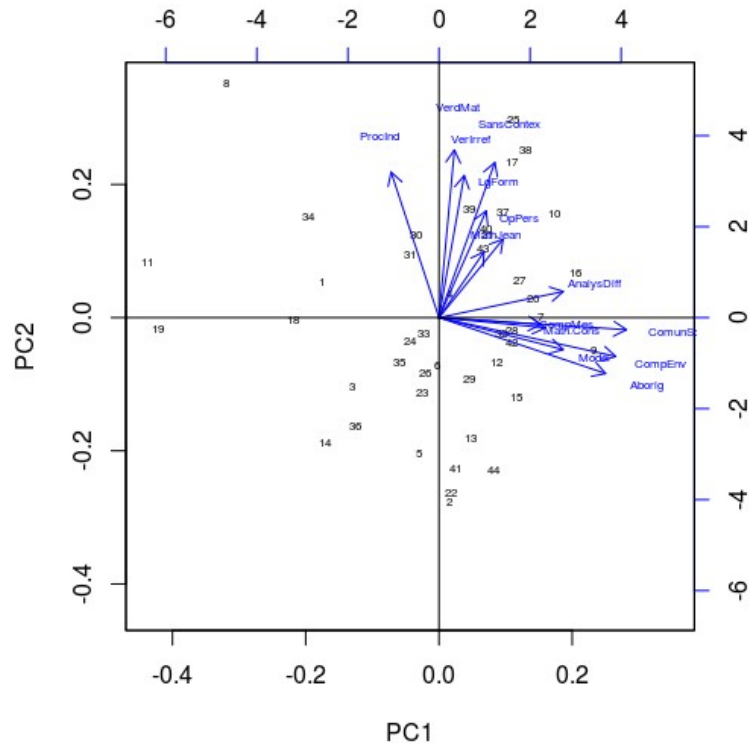


Figure F4 : Analyse en composantes principales du questionnaire 2 de la deuxième génération.

Nous observons un déplacement d'individus avec la conception « les mathématiques sont contextualisées et ont un aspect académique » vers « les mathématiques qui sont élaborées dans l'académie sont loin du contexte ».

La question 11 comporte 5 parties. Examinons chacune :

a) Les mathématiques, sont-elles... « Construites » ou « Découvertes » ? :

Dans les deux questionnaires, plus de la moitié des stagiaires affirment que les mathématiques sont construites. Cependant, dans le premier questionnaire, un quart de la population interrogée (la plupart des stagiaires DU) déclare que les mathématiques sont « Construites et Découvertes ». Ce pourcentage diminue (de 27% à 18%) en raison d'une diminution du nombre d'étudiants DU qui choisissent cette option (11 à 5 étudiants DU).

Le pourcentage de « Découvertes » est environ le 20% dans les deux questionnaires.

b) Pensez-vous qu'un livre de mathématiques induit une façon de penser/faire les mathématiques?

Dans les deux questionnaires, une grande majorité de la population interrogée (plus de 65%) a répondu positivement, dans des proportions similaires à celles de chaque groupe.

c) Considérez-vous que les conceptions a priori qu'a un élève sur les mathématiques ont une influence sur l'apprentissage?

Dans les deux questionnaires, près de 100% de la population répond « oui ». En d'autres termes, l'ensemble de la population convient que les conceptions a priori des élèves ont une influence sur leur apprentissage.

d) Les mathématiques sont écrites dans un langage qui, contrairement au langage courant, n'autorise pas d'ambiguïté.

Environ la moitié de la population interrogée nie l'affirmation, c'est-à-dire que pour ces stagiaires la langue dans laquelle les mathématiques sont écrites permet l'ambiguïté.

e) À quelle fréquence pensez-vous que des erreurs sont publiées dans les revues spécialisées?

Dans le premier questionnaire, les options « Souvent » et « De manière exceptionnelle » présentent pourcentages similaires (environ 45%), alors qu'ils sont modifiés dans le deuxième questionnaire, où 73% choisissent « Souvent » et 20% choisissent « De manière exceptionnelle ». Le déplacement est des stagiaires MEEF et DU. Mais dans le deuxième questionnaire, aucun stagiaire DU ne choisit l'option « De manière exceptionnelle ».

Annexe G : Entretiens en France

Ces extraits de l'entretien original ont été modifiés en essayant de garder le sens que la personne interrogée voulait donner à ses réponses. L'objectif est d'améliorer la transcription originale des commentaires qui ne sont pas directement liés à notre recherche.

Entretiens avec des enseignants et des formateurs

Annexe G1: Entretien E1

23 Mars 2018

E1

Université de Lille

Pourquoi vous avez choisi les mathématiques ? Comment s'est développé l'intérêt pour l'histoire ?

Je me suis intéressée très tôt parce que mon père il aimait les mathématiques, et il me parlait des mathématiques même quand j'étais une fille. En particulière il parlait beaucoup de nombres. J'étais toute petite et il me parlait du zéro. Et vraiment je me suis passionnée pour la géométrie quand j'étais au collège. Les jeudis après-midi quand il n'y avait pas des cours je prenais mon livre de géométrie et je faisais les exercices de géométrie. Et évidemment comme je les faisais j'étais très forte. Après je suis arrivée en terminale, et pour la première fois je ne comprenais plus rien.

En première année de fac j'étais très heureuse, parce que j'ai eu un très bon professeur, qui était un bourbakiste. J'ai aussi rencontré mon premier obstacle : qu'est-ce que c'était un groupe quotient. Après très naturellement j'étais très bonne élève à l'université, donc quand je suis arrivée à la maîtrise, mon idée c'était de continuer à faire des maths, à faire de la recherche. J'étais recrutée très jeune comme assistante des mathématiques. Je suis arrivée enseignante des mathématiques très jeune, et là je me suis aperçue de la question de l'enseignement, parce que je faisais les travaux dirigés d'un cours d'un prof qu'était très mauvaise prof, et qu'était sur la théorie de Galois.

Je voyais que les élèves ne comprenaient pas et là je me suis posée la question de celui qui ne comprend pas. En particulier c'était un enseignement qui c'était à l'inverse, ça veut dire : on appelle

théorie, on appelle extension normal, etc, et puis après il y avait des applications bizarrement sur des équations. Et c'est comme ça que je me suis intéressé à l'histoire.

À ce moment-là la directrice de l'IREM qui avait été ma professeure, m'avait repéré à cause d'un exposé que j'avais fait et que m'avait demandé beaucoup de travail. Comme ça avait été très difficile pour moi de comprendre j'avais préparé un exposé que permettait aux autres étudiants de comprendre. Donc elle m'avait remarqué et m'avait dit « viens travailler à l'IREM pour faire des recyclage aux profs de maths ». Puis elle m'avait dit qu'il y avait un groupe d'histoire et épistémologie que se réunit à Paris pour la première fois.

Là c'était la première fois ?

Bah oui, avant ça n'existe pas. Je te parle des années 1973. Il n'y avait pas des cours d'histoire de maths. Donc là je me suis dit « l'année prochaine je vais faire un groupe d'histoire de mathématiques à l'IREM ». J'ai travaillé sur tout l'été pour faire ce groupe. Le sujet c'était évidemment les théories des équations. Après elle m'a dit « écoute, vient faire quelques séances d'histoire des maths dans mon UE ». Donc j'ai fait pour la première fois un cours d'histoire des mathématiques à l'université de Rouen. Mais après il y avait aussi un philosophe qui m'a demandé de faire un cours d'histoire de maths. Après j'ai fait aussi un cours d'histoire de maths dans le département de philo et à partir de là j'ai fait l'enseignement d'histoire de maths tout le temps.

Quel était votre objectif principal dans ces cours d'histoire ?

Les cours d'histoire de mathématiques que j'ai donné, c'était pour amener soit les étudiants si c'était la formation initiale ou soit les enseignants en formation continue, c'est une manière de les faire penser les mathématiques. Et en particulier que les mathématiques sont quelque chose qui se pense. Et je n'avais pas pour but de leur proposer de faire des expériences en classe, pas du tout, parce que je pense qu'il y a tout un travail à faire. Quand un étudiant il a suivis un cursus, où on l'a posé des problèmes qu'il fallait les résoudre, ça veut pas dire qu'il y a eu vraiment une expérience mathématiques.

Quand on fait soi-même des mathématiques on a une expérience des mathématiques qui n'est pas seulement en tant qu'élève en tant qu'étudiant, mais en tant qu'être connaissant et agissant. Et pour

moi l'histoire de mathématiques propose en effet de remplacement, ça peut permettre d'entrer dans les mathématiques en tant qu'activité, en tant qu'action.

Quand on voit soi-même faire un thèse, comment ça c'est construit etc, de pas rester au niveau scolaire. Parce que voilà, les professeurs de mathématiques ont été des bons élèves en mathématiques mais ça c'est pas suffisant pour enseigner. Pour enseigner il faut beaucoup plus que ça, il faut avoir une idée de comment les mathématiques sont une pensée, de comment se développent, etc.

Bien sûr, tous ces cours là c'étaient basés sur les lectures de textes. Forcément, c'est obligé parce que c'est en lisant de texte qu'on apprend l'histoire de mathématiques. C'est pas en lisant des ouvrages d'histoire de math, c'est en lisant des textes. Donc les textes que je faisais lire étaient bien choisis, ils étaient choisis de manière qu'on puisse voir les ruptures, les questions qui sont posées. L'idée c'était de produire un « shock ». Depuis le début quand j'avais formé le groupe IREM, on avait lu Descartes, il y avait un prof de collège qui m'a dit « Depuis que j'ai lu Descartes, mes élèves ils trouvent que je suis meilleur ». Voilà, ça c'était une réaction intéressante parce qu'il c'était passé quelque chose chez lui.

À partir de ces lectures où il y avait toujours beaucoup de réactions -pas de shock- un jeune prof, quelqu'un avec qui on lisait Euclide dans le groupe, dit: “ça c'est pas des maths”.

Est-ce que c'est important c'est ce shock qui s'exprime comme-ci ou comme-ça, mais qui fait qu'on va repenser les mathématiques. Non plus de manière scolaire, mais étant quelque chose qui se construit, qui se pense. On va voir aussi les élèves comme des êtres pensant.

Évidemment les enseignants ils disaient « Ce texte là j'ai trouvé que c'était vraiment très intéressant, et je l'ai travaillé avec mes élèves ». Mais moi, je ne voulais pas le faire, c'était pas mon idée, c'était pas mon objectif. Ce n'est qu'en un second temps qu'on peut faire ça. Il faut déjà que les gens connaissent suffisamment l'histoire des mathématiques pour qu'ils se lancent à mettre l'histoire des mathématiques dans leur classe. Et puis il faut le faire selon les profs, parce que pas tous les profs ont ça qu'on appelle introduction d'une perspective historique. C'est à l'enseignant lui-même de choisir la manière dont il va introduire ce qu'il a appris des mathématiques en faisant l'histoire.

Quelles sont les difficultés rencontrées dans l'organisation d'un cours d'histoire des mathématiques ?

La difficulté c'est déjà de choisir un sujet qui soit en même temps, un sujet qui concerne le thème enseigné, qui montre des bons exemples pour montrer comment les choses se sont construites. Donc il

faut trouver des textes, des jalons, et d'éviter surtout quelque chose que soit trop schématique. Parce que quand tu travailles avec des enseignants qui vont pas devenir historiens des mathématiques tu vas pas passer les temps qu'il faudrait sur un texte, sur lequel tu pouvais passer très longtemps.

Puis, quand on va donner le texte et le contexte. Un texte c'est pas si seulement ça que c'est écrit là dedans. C'est une personne qui écrit un texte, à destination de quelqu'un d'autre en pensant « j'écris ce texte pour-ci, pour-ça, pour montrer... » un texte c'est beaucoup de profondeur. Donc il faut arriver à lire un texte sans être trop schématique.

Dans le dernier cours que je faisais de formation initiale, j'avais choisi comme thème “les méthodes en géométrie”, parce que c'était une manière de voir différents aspects de la géométrie. De prendre par exemple un problème et de voir les différents manières dont il va être résolu. Un théorème et les différentes démonstrations qu'on a pu donner. Ça me paraît extrêmement intéressant et formateur et ça c'est qu'en l'histoire qu'on peut le trouver.

Typiquement c'est assez bachelardienne, c'est les ruptures et les continuités dans les concepts de manière de montrer la richesse de mathématiques, les connaissances qu'on a pas, qu'on vient de passer.

Dans le dernier cours que j'ai pu faire, j'ai vu à fur et à mesure, comme tous les enseignants évidemment, comme le niveau des connaissances mathématiques baissait beaucoup. Pour fois j'étais gêné pour faire l'histoire de mathématiques parce que le niveau des mathématiques que je pouvais supposer chez les étudiants n'était pas là.

Comment votre façon d'enseigner a-t-elle changé ?

Comme l'histoire de mathématiques a changé ma façon d'enseigner ? Jamais j'ai commencé un cours de manière traditionnelle. Je parlais toujours d'un problème choisis le mieux possible, des problèmes qui permettaient des constructions, des problèmes que présentaient un défi, que nous donnaient des connaissances. Aussi de traiter d'abord beaucoup d'exemples, d'exemples génériques. C'est à dire, de démonstration sur un exemple bien choisi que pourrait être large, général.

Aviez-vous un objectif particulier lié à l'enseignement des mathématiques ?

Il n'y avait pas cette idée de leur donner des indications, pendant un cours il pouvait arriver que je dise quelque chose, parce que moi j'étais informé de toutes les expériences qui peuvent être faites au niveau des IREM, mais ce n'était pas le but. Si je savais que tel texte pourrait être fait à terre,

simplement je l'indiquais. Et je donnais pas plus que ça. C'était souvent les étudiants ou les enseignants qui disaient : « ah, je mettrai ça dans ma classe ». Et là je disais, « ah, bah oui, je connais des collègues effectivement que l'ont fait, tu as raison c'est intéressant ».

Quant à la principale vertu de l'histoire des mathématiques, c'est le dépaysement, ça veut dire que tu vas pas injecter dans un texte tes connaissances. Tu essayes de le lire tel qu'il était écrit et de voir la manière d'envisager les choses. Ça veut dire que tu te mets dans la situation où tu vas très proche de quelqu'un qui commence. Et tu te mets enfin, du côté de l'élève, de l'élève pensant, c'est ça qu'il faut apprendre, l'histoire des mathématiques nous permet de voir ça. Cet aspect de dépaysement, est extrêmement important pour les enseignants et pour surtout pas, faire d'anachronisme quand on lis un texte.

Selon vous, quels types de compétences les enseignants acquièrent-ils en abordant l'histoire ?

Sans doute que comme pour moi, ils vont changer leur façon d'enseigner et leur regard sur les élèves. Par exemple, ils vont comprendre, qu'il n'y a pas de rigueur absolue. Mais qu'il y a de degrés de rigueur très importante pour un enseignant. Parce que pour quelqu'un qui a une idée de mathématiques en tant que vision scolaire, il peut exiger -surtout s'il comprend pas forcément très bien ce qu'il enseigne- il peut avoir de volonté de rigueur qui n'est pas adéquate, ou bien al extrême, aucune exigence de rigueur, parce qu'il est pas capable justement, de voir que le rigueur c'est quelque chose que se déploie.

Quand on lit Descartes, quand on le lit convenablement -pas injectant tout ça qu'on sait nous sur ce que dit Descartes- et bien on est dépaycé. Tout ça me semblait très simple mais c'est pas si simple que ça. Parce que les profs sont étaient des bons élèves. Donc ils peuvent pas s'apercevoir des difficultés. Il faut pas croire que ça c'est rien, c'est très important.

Vous dites qu'il pourrait y avoir une approche du principe génétique ?

C'est pas comme l'épistémologie génétique développée pour Piaget, pas du tout, il n'y a pas de parallélisme, c'est juste un rapprochement que permet de mieux comprendre les difficultés des élèves. Il y a un article belge qui c'était fait pour comprendre les difficultés des élèves à partir de la lecture d'un texte ancien. C'était pas une question génétique, disait « je lis des textes anciens et ça me permet de comprendre les difficultés des élèves et éventuellement trouver le moyen, en proposant le bon problème aux élèves, de les surmonter ». Parce que les difficultés elles existent.

Autrement dit, ça qu'on apprend en histoire, en épistémologique en général, c'est que effectivement il y a des difficultés, il y a des moments de rupture des connaissances elles sont là on peut pas les gommé. Ils sont inhérents aux mathématiques. Et ce qu'on doit faire c'est trouver les moyens de les surmonter. Et l'histoire peut permettre de trouver justement des problèmes qui vont permettre de surmonter ces difficultés.

Il faut déjà que les étudiants connaissent l'histoire des mathématiques et j'estime que cela devrait faire partie de la formation. Alors, après on peut réfléchir à ça qu'on peut proposer aux élèves à partir de l'histoire, c'est une mine au niveau des problèmes. Quand on trouve un problème qui le permet, parce que, historiquement, ça s'est passé comme ça.

On peut trouver dans l'histoire de mathématiques des problèmes qu'on va ensuite poser aux élèves. Là on a le choix d'ailleurs, on peut aussi le poser sans même dire qu'on l'ai appris dans l'histoire. Mais ça peut être tout à fait enrichissant pour les élèves de leur dire aussi que ça vient de l'histoire. Ça va les accrocher. Et ça peut accrocher aux élèves qui ont perdu pied avec les mathématiques, parce que les mathématiques sont pendues comme ça à l'air, et ça c'est catastrophique.

Quand je dis « penser les mathématiques » c'est ça, pas penser les mathématiques qui viennent de nulle part, sinon des mathématiques qui sont construites par des gens. Ce ne sont plus les mêmes mathématiques, c'est des mathématiques qui ressemblent plutôt à ce que sont les mathématiques. C'est-à-dire, c'est des mathématiques qui vient d'être inventé pour des hommes et des femmes. C'est pas juste un apprentissage scolaire. Et de ce point de vue-là on s'oppose complètement aux didacticiens. On est à l'opposé d'un didacticien. Parce que les didacticiens françaises ils ont inventé la transposition didactique, donc : savoir-savoir et savoir-enseigner, et nous on pense le contraire. Ils séparent et ils expliquent comment... et à partir du moment qu'on dit savoir enseigner, c'est bien qu'ils construisent un enseignement pour apprendre les mathématiques, c'est-à-dire qu'on apprend pour apprendre.

C'est ça la culture mathématique, c'est pas un truc scolaire. Sinon on réinvente les nouvelles mathématiques scolaires, qui n'ont ni queue ni tête alors que nous, on voudrait enseigner les mathématiques tel qu'ils sont construites pour l'humanité.

Annexe G.2: Entretien E2

24 de Mars 2018

E2

Université de Lille

Pouvez-vous se présenter et ensuite raconter son parcours académique ?

Je suis formateur à l'espe des Dijon Donc pour la formation des enseignants.

J'ai commencé à bosser en 1983 comme maître auxiliaire, donc sans aucune formation. Quand je suis passé le CAPES je suis venu pour la première année à Lille. J'ai travaillé à Valenciennes. J'ai découvert ces débats cette première année-là parce que j'ai rencontré à Rudolf. Dans le cadre de notre formation il y avait une journée à l'IREM. Et moi j'ai choisi histoire de maths avec Rudolf et Robert Gergondey. Ça m'a plu et dans mon premier poste j'étais à Reims, en 1987 et là j'ai intégré tout de suite le groupe de prof d'histoire de maths de l'IREM. Donc je l'ai fait depuis le début.

Puis j'ai eu mon CAPES et ensuite je suis parti à travailler un an dans un collège à Reims puis quatre ans au lycée, et j'étais recruté après à l'ESPE. À l'époque ça s'appelait IUFM. Je suis depuis 2012 formateur à l'IUFM de maths. Maintenant je suis directeur de l'IREM de Dijon. Je suis partie de la commission inter-IREM depuis 1988. En 2016 je suis passé ma thèse en histoire des maths.

Selon vous, qu'est-ce qui a changé après la découverte de l'histoire ?

Déjà l'effet d'enseigner, ça change beaucoup la vision qu'on a. J'étais un élève que aimé tout, j'aimais beaucoup le français et la philosophie. Le fait d'enseigner ça me fait poser beaucoup de questions sur la mathématique que je devais enseigner.

Donc j'avais déjà des goûts qu'étant plutôt portent ne pas sur les sciences mais sur les lettres, j'aimais beaucoup l'histoire, la musique... Quand j'ai rencontré Rudolf et il a parlé de l'histoire de la perspective il y avait un fort contexte artistique et ça m'a tout de suite beaucoup plu.

Pendant mes études jamais j'ai eu histoire de maths, je me rappelle juste d'une anecdote sur Riemann, mais c'est tout. Pas d'histoire rien de tout.

Les deux premières années j'enseignais à Dijon, dans un collège privé dont je n'avais pas passé le concours, j'étais maître auxiliaire, je faisais des maths et de la physique mais là je ne m'avait pas du tout intéressé à l'histoire des maths parce que je savais même pas qu'on pouvait le faire.

Je ne pensais même pas qu'il c'était possible de penser à des textes historiques. Les livres dont je me suis appuyé c'étaient pas du tout rédigé en pensant à l'histoire.

Pourriez-vous nous parler d'une expérience particulière en rapport avec l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants, les objectifs, la planification des activités, etc. ?

Effectivement, avant d'avoir une pratique moi, d'enseignant qui utilise l'histoire de maths, je l'ai fait en groupe avec mon groupe de travail de l'IREM de Reims, et c'est là que j'ai appris. Parce que ma formation avait été très courte. On n'avait pas de formation didactique de tout à l'époque à Lille, notre formation c'était essentiellement faire des exercices et maîtriser les mathématiques.

En ce qui concerne le travail de réflexion didactique c'est dans le groupe de travail de l'IREM que je l'ai eu la première fois. On pensait à des problèmes à donner et quels étaient les objectifs qui pourraient être liés à ces problèmes. On n'avait pas beaucoup d'objectifs c'était surtout de donner ces problèmes qu'était intéressant pour nous. Les objectifs didactiques ils n'étaient pas explicites.

Je suis arrivé à Reims en 1987 et m'ont dit « Ah, tu connais Rudolf Bkouche, tu viens tout de suite avec nous et tu vas être formateur » alors que j'étais débutant. Ensuite je suis arrivé à Dijon en 1992 Et il y avait un collègue qui a beaucoup était à l'APMEP dans le commission inter-IREM, et prenait sa retraite. Je suis arrivé juste là et il m'a dit « ah ça tombe bien, quelqu'un pour me remplacer » donc j'ai fait le stage d'histoire de mathématiques, donc j'ai utilisé l'histoire de mathématiques beaucoup mais en formation des professeurs d'abord. Et puis j'ai en utilisé beaucoup en classe, de plus en plus avec mes propres élèves, parce qu'au départ j'avais un petit peu la trouille. Quand c'est en formation continue tout le monde fait les maths donc on peut étudier des textes même difficiles.

Je me suis spécialisé dans l'étude de la géométrie pratique, sur le terrain. C'est l'idée que les mathématiques c'est pas seulement que sur la table, sur le bureau en classe, mais que ça peut être aussi aller sur le terrain prendre des mesures avec des instruments.

Après j'ai développé pour mon enseignement presque systématiquement des introductions historiques pour tous les notions qu'on étudiait. J'ai raconté des choses et puis après je faisais des activités sur les textes originaux. Mais pour fois c'est difficile.

Quel sort des difficultés vous avez trouvé ?

Parce que les textes sont difficiles à lire. Parce que c'est un choix qu'il faut faire, pour fois c'est avec d'autre méthode que ce qui te demandent d'enseigner.

J'ai surtout fais une chose qui j'ai répété plusieurs années, pour voir si ça permet une meilleure compréhension de calcul différentiel j'ai travaillé avec les textes de Leibniz avec mes élèves de 1er. Tous les aires : littéraire, technicienne, etc et ça a très bien marché avec la différentielle. Tu vois c'est en optique des 17e au 18e siècle, et ça a très bien marché. Seulement après il fallait que je l'explique mes élèves pourquoi on avait plus utilisé la notation qu'on utilisait en classe. Et certaines disaient « ah, ça m'intéresse pas » et continuaient a utiliser l'ancienne notation. Il serait quelque chose qui aurait était plus familiale.

Et pour les étudiants c'était quel la difficulté ?

La lecture la compréhension de ce qu'il y avait derrière. Et puis ensuite la difficulté d'abandonner cette méthode. La méthode de différentielle de Leibniz, surtout de la méthode de L'hôpital, abandonner ces méthodes qu'« on profite » de la notation moderne, parce qu'ils avaient bien aimé et ils ne comprenait pas pourquoi il fallait changer.

En général une des difficultés des étudiants est-ce qu'il faut se plonger sur l'histoire, et pour certains étudiants ont fait des maths pas autre chose. Donc d'accepter d'étudier l'histoire de la notion qu'on va étudier plutôt que tout de suite faire des exercices, s'entraîner, etc. on est resté très axés sur la performance, et la note, faire tes exercices et tu as une bonne note. Donc ne poser pas de question mais réussir. Donc c'est paradoxal, que tu réussis quand tu ne poses pas des questions. Les problèmes de lire des textes historiques c'est que justement il pose des questions. Il y a un moment où on se demande pourquoi ils ont fait ça.

Alors qu'en mathématique si on se demande pourquoi est-ce qu'on étudie cette notion, en général, est parce que tu est en échec. C'est malheureux c'est ne pas quelque chose que j'approuve, mais c'est ça que j'ai constaté avec mes élèves. Les élèves qui questionnent le savoir ce sont ceux qui sont en échec. Le doute, l'effet que en mathématiques c'est avant tout des questions qu'on pose, non. Alors que tu apportes un texte historique c'étaient pas des techniques immédiates à appliquer à apprendre par cœur. Donc ça, poses des questions à certains élèves assez souvent. Et comme c'était des méthodes différentes, pas habituelles, certains élèves qu'étaient moins à l'aise d'habitude, ils réussissaient bien, donc ça les plaisaient.

Du coup, c'est des choses qu'on valorisait pas du tout à l'époque. Moi non plus d'ailleurs.

Que pensez-vous du temps qu'il faut pour préparer des activités comme celle-ci ?

Je crois qu'il faut réfléchir au moment où le faire. Et moi j'étais amené souvent à donner des activités qui étaient en dehors du programme. Tu vois la géométrie pratique, par exemple, je programmait parce que je voulais qu'on en fasse, mais c'était pas directement lié au contenu que je devais enseigner.

Il y a beaucoup d'approches différents, tu peux avoir l'envie de planifier une chose que tu as vraiment l'envie de faire. Tu peux aussi décider que pour le cours que tu es en train de faire, ça serait intéressant de travailler avec un extrait de texte, et là c'est pas un gros planification on est ensemble et on lis un texte et on le commente. C'est une heure un peu particulière mais tu peux les faire dans le cours de ton travail normal et quand tu travailles, tu planifie dans les cours normal de tes choses. Donc, ça devrait « couler de source ».

Tu peux faire aussi une activité que toi, tu sais que c'est historique, mais ils ne savent pas. Tu comprends le texte original. En soit, je pense pas que ça sera un grand travail.

Et par rapport aux objectifs que vous proposez ?

Il y a un objectif fréquent que c'est introduire une nouvelle notion. Donc l'objectif est d'avoir un approche plus culturel et historique, des donner déjà le décor, pour que les élèves rentrent dans la notion, en sachant comme elle était apparue, par exemple.

Pourquoi on voit calcul différentiel, pourquoi on a compté d'une tel manière ou d'une tel autre, pourquoi est-ce qu'on a fait de la géométrie sur le terrain ou sur le papier, a quoi ça sert, la quadrature du cercle, pourquoi ? Tu les explique, par exemple, la quadrature du cercle. Que c'est problème il était étudié, les chercheurs ils ont travaillé au dessus pendant des milliers d'années, donc, nous, on propose la lecture de texte pour savoir : « tiens, voilà est-ce qu'il a fait quelqu'un au 16e siècle sur la quadrature du cercle! » Est-ce que ça vous paraît juste ou pas ? Donc dans ce moment-là les étudiants ils lisent, ils examinent et travaillent au tour de texte.

Selon vous, quels types de compétences ou habilités les étudiants développent-ils ?

Pour les étudiants comme pour les enseignants une chose qu'on fait très peu en mathématiques c'est d'abord la lecture. Quand tu travailles avec des professeurs de secondaire tu te rends compte qu'ils donnent toujours les mêmes exercices, ils ne créent pas des textes. Il ne lis quasiment jamais, et

parfois si ils lisent des revues et des choses comme ça, ils ne proposent jamais en classe une activité qui commence par la lecture. Si tu lis ce l'énoncé, puis tu fait tout de suite ton exercice. Ça c'est la première chose pour moi : l'approche du texte.

Et puis après la deuxième chose c'est comprendre. Tant pour les professeurs comme pour les élèves, tu ne résous pas un exercice tout seul, tu lis un texte où il y a déjà tout écrit. Et il faut essayer de comprendre ce qui a été écrit. C'est différent que de reproduire une méthode. C'est à dire qu'on est amené à faire un commentaire de texte. On essaie de comprendre la pensée d'un auteur et ce sont des mathématiques qui sont incarnés, qui quelqu'un les a écrit et nous on lit ce que la personne a écrit. Ensuite ce qui me plaît c'est que souvent j'ai proposé des textes où des résolutions étaient fausses. Donc voir une sorte d'esprit critique et pas prendre tout de suite ça comme quelque chose de juste.

Il y a aussi une chose qui m'intéresse c'est que c'est pas des textes que j'avais écrits moi. C'est à dire que je me retrouvais un peu à l'égal de mes élèves. Au professeur ça le renseigne une certaine de modestie. D'habitude c'est ces qu'ils savent tout et puis donnent tout, mais tout vient d'où ? Et quand on donne par exemple, un texte de René Descartes, nous à côté de Descartes on n'est rien. Donc tu fais étudier les maîtres et c'est ça aussi qui est important. C'est pas seulement le savoir tels que nous on a trouvé et puis qu'on redige pour le faire comprendre à nos élèves, c'est le savoir telle qu'il était quand les gens l'ont inventé. On fait étudier la pensée des savants plus que des mathématiques qui seraient immuables.

Un des problèmes de nos élèves c'est que ils rentrent pas dans le truc parce que tout est déjà bien acclimaté. Quand tu montres des mathématiques qui est en train de se faire et qui est à leur portée, c'est chouette! Ça ressemble, peut-être parce que ce qu'on peut faire quand on fait de la vulgarisation. Tu met en contact des chercheurs avec des étudiants ou des élèves et les chercheurs essaient de faire comprendre ce qu'ils font.

Moi ça a été par l'histoire des mathématiques mais peut-être tu pourrais avoir une approche comme ça sans l'histoire, c'est à dire qu'on construit notre savoir en vrai sans savoir que ça existe déjà. Mais, je pense que une approche où tu découvres tout pour créer des séances quand tu es enseignant, tu peux pas faire ça sans avoir fait d'histoire. Parce que pour remonter le temps de la création, pour se poser les bonnes questions, autant savoir comment ça a été fait en vrai. Pourquoi est ce qu'on a arrivé là c'est parce que historiquement les gens sont travailler d'une certaine façon.

A un moment donné, vous avez parlé de la culture, qu'est-ce que la culture mathématique pour vous ?

C'est difficile parce que c'est pas la culture mathématique en fait, c'est plutôt les mathématiques dans la culture générale, les mathématiques qui font partie de la culture générale.

Pour quoi un expert il peut bien se poser des questions par rapport à l'histoire et l'enseignant non? Parce qu'il y a un intérêt et curiosité qui se développe tout de suite à partir de la culture mathématique, mais on ne sait pas beaucoup qu'est que ce la culture mathématiques.

Si tu veux ce c'est une expression un peu paradoxal parce qu'on a l'habitude de parler de la connaissance mathématique. Tu sais des maths, donc tu connais les maths. Et puis une culture mathématique c'est une autre chose, c'est une connaissance qui va au delà des mathématiques.

Elles sont insérées dans le reste de la culture. Tu fais des mathématiques de la peinture mais parce que c'est la peinture qui t'intéresse aussi. Ou bien ce que je te disais sur la géométrie pratique, à quoi ça sert dans la vie des paysans du 16e siècle, de savoir mesurer leur terrain.

On rentre dans l'histoire. Moi j'ai travaillé les mathématiques de la guerre, c'est d'abord la guerre et après tu te demande qu'est ce que font les mathématiques là dedans. Bien sûr, les gens, les militaires ils ont travaillé les maths pour trouver la trajectoire des projectiles ou bien pour faire de la comptabilité pour les armées et ravitailler les armées. Il y avait beaucoup de mathématiques derrière, de comptabilité, c'était important.

Les maths font partie de la culture, et la culture mathématique c'est peut-être l'idée de faire des liens entre divers domaines entre la culture générale et les mathématiques qu'il y a dedans.

Il y a un site qui s'appelle CultureMath², qui provient de l'école normale supérieure, qui relie les questions mathématiques à des questions de civilisation ou de société ou qui travaillent sur l'histoire la géographie, la sociologie tout ça. Et il y a beaucoup d'articles qui sont mises en ligne qui font des liens entre les mathématiques et le reste de la culture. Justement par rapport à ses différentes dimensions qui sont développé du côté des enseignants. Comment j'ai fait beaucoup de stages de formation donc j'ai eu beaucoup d'enseignants avec moi, mais beaucoup de gens me disaient : « ah, c'est vraiment très intéressant mais je ferais pas en classe ». Ça a changé la façon de penser les choses mais ils n'aborderont pas l'histoire des maths directement avec leurs étudiants en classe.

Je pense que c'est indispensable pour les profs de travailler l'hm, mais c'est pas parce qu'on a travaillé des textes qu'on va les proposer à nos élèves ou à nos étudiants. Ça se passe à un autre niveau peut être, ça change leur façon de voir les mathématiques. Moi j'en propose aux étudiants

² <http://culturemath.ens.fr/>

stagiaires, pour travailler sur leur façon de voir les mathématiques. Parce qu'ils ont souvent une façon très académique mais quand on leur propose des textes anciens, ça les déstabilise et je pense que c'est bénéfique.

Vous travaillez donc pour changer « quelque chose » à un autre niveau mais pas directement avec des activités...

Pas toujours. Ça veut dire que pour la formation personnelle de la personne, pour sa culture mathématique.

Montrez-vous une activité préparée à titre d'exemple ?

Oui, ça m'arrive pour leur montrer que c'est possible et que c'est même pas très difficile. Je pense que c'est pas facile de proposer et de faire une activité dans l'école ou dans le lycée ou collèges sans voir un exemple. C'est vrai que quand tu travailles des textes en proposant aux professeurs stagiaires, qu'est-ce qu'on pourrait en faire en classe, ça marche pas beaucoup. Il faut montrer comment on peut l'utiliser et puis après leur proposer de le faire.

Annexe G.3: Entretien E3

24 Mars 2018

E3

Gare de trains de Lille

Et sur les dix difficultés des planifier à partir de ces objectives là ?

Mais moi j'en avais pas. Je n'ai jamais eu insérer des interventions d'hm dans un cours de maths. Mon cours il était étiqueté comme histoire de l'enseignement des maths ou histoire des mathématiques.

Oui, mais quand même pour planifier un cours dans ce niveau-là ?

Il fallait que je construisse mon cours, mais je n'avait pas une autre difficulté. Par exemple des collègues qui seraient formateurs, ou prof de maths et qui veulent mettre de l'histoire des maths pour enseigner les maths, non. Tandis que moi j'avais une totale autonomie. Il fallait que je fasse mon cours, mail après il n'y a pas de difficulté particulière à la matière.

J'avais 25 heures d'histoire en tant que 50 heures d'histoire des mathématiques. Alors la difficulté de que ça soit intéressant, montrer qu'il y avait une actualité de ce que je disait, une utilité à ce que je faisais. Mais l'utilité elle était facile à trouver, donc je n'avais pas de difficulté.

Et pour eux, quels étaient les obstacles pour les étudiants ?

Lire. Parce que en fait, ça n'a jamais été des cours magistraux, de TD³. D'abord je n'avais pas assez pour faire un cours magistraux a trois, mais j'avais entre 10 et 25 étudiants. Donc la façon c'était que je préparais des liasse de textes car l'histoire, ça se fait à partir de textes. Je faisais des cours des parties, je exposais et ensuite je leur demandais pour la séance suivante de lire des textes, et ont commencé par la lecture. Et ils savent pas lire. Ils savent pas rattraper les idées.

Ils c'étaient des étudiants de licence de maths...

Oui. Il y avait cette difficulté. Pour eux je pense que c'était la principale.

³ Travail Dirigé.

Comment le cours c'était développé ?

Dans le final du cours ils avait une mémoire, et il y avait un examen écrit.

En histoire des maths, ils choisissaient de faire un exposé sur un sujet du programme du collège ou de lycée. Et en histoire de l'enseignement ils choisissaient de faire un exposé de ça qu'ils voulaient, liée très à l'enseignement des maths. Et puis l'examen c'était une question de synthèse, par rapport à ce que j'avais pu le rapporter comme élément de connaissance, plus un commentaire d'un texte. Parfois le texte avait été déjà travaillé, parfois non. Et dans les examens ils avaient droit à leurs brouillons de cours, à leurs liasses de textes, à tout. Avec l'idée de tester leur capacité à réfléchir et ne pas à connaître les gens.

Que pouvez-vous dire au sujet du changement de la perception des élèves?

Alors, en histoire des maths, je me suis pas bien fait. Entre autres quand ils montraient leur exposé qu'ils travaillaient en route, il me semblait bon ça qu'ils expliquaient. Par exemple, un objet mathématique mais même c'est pas, un moment de sa définition ou qui peut y avoir de l'activité mathématiques sans démonstration. Quand ils alliaient faire des exposés, ils retombaient dans leur ornière. Donc, là il y avait un travail constant à faire. Je pense que j'ai les gagné pour certains et pas du tout pour autres, j'ai pas réussi à faire bouger la conception des maths. C'est ça le but et que ça j'ai pas réussi.

En histoire de l'enseignement c'était très facile, parce que je commençais au 19^{ème} siècle, avec ces deux écoles que j'ai parlé. Ce cours c'était pour les étudiants qui ont eu le concours, donc ils sont en poste, donc ils ont la violence de la réalité de qui sont dans la place de ce monde mélangé, et là je les montre un autre ordre. Et là il y a des cours forts, et ils sont à priori tous enchantés. Et ça leur donne un moyen... parce que l'histoire de l'enseignement ça peut être histoire des instructions des maths, qu'est-ce que l'on enseigne, comment l'on enseigne, pourquoi l'on enseigne, des instructions officielles du début du 19^{ème} siècle jusqu'aux années 80, 90.

Grâce à ces évolutions historiographiques dont j'ai parlé, je leur donne les deux ordres, parce que si on prend le collège, c'est le niveau de l'enseignement moyen et donc jusqu'aux années 1950 il y a les instructions pour les lycées, qui vont des petites classes avant la 6^e jusqu'au bac et à côté, les inscriptions pour les écoles primaires supérieures.

Et on voit que les programmes sont différents, les méthodes sont différentes et ces sont des ordres scolaires différents. Donc il y avait les questions de la pratique, du théorique, de la femme, tout ça, et il y avait des effets forts. J'adorerais ça. C'est frappant, et je crois que je n'avais pas d'effort

particulier à faire pour avoir une légitimité, à prendre leur temps et à leur montrer que l'histoire de l'enseignement des maths c'est encore une autre façon a réfléchir sur les maths. Et eux comme enseignants des maths.

Quand ils ont eu le concours, ils ont une difficulté de lire intrinsèque et ils manquent de temps.

Pensez-vous que les élèves choisissent ce qui les intéresse ?

Je sais pas, parce qu'ils ont les cours, les copies, le conseil de classe, ils pourraient ne pas être intéressés. Ils travaillent, ils sont en stage. Mais c'est pas un choix de qu'est ce qui t'a comme étudiant, c'est la confrontation d'un nombre des choses. Et c'est vrai que faire de l'histoire de l'enseignement en deuxième année, c'est beaucoup plus fort que de le faire en première année.

Alors je l'ai fais en licence, ça marche tout le temps, mais moins que quand ils sont dedans.

Pensez vous qu'il y a un changement par rapport a sa culture mathématique ?

Alors ce que je souhaite, c'est leur faire comprendre que le finalité de l'enseignement joue sur le contenu de l'enseignement. Et que l'enseignement mathématique n'est pas hors sol par rapport à la société : a une finalité particulière. Je veux qu'ils comprennent ça, qu'ils perdent cette naïveté et qu'ils voient que l'état investit a des finalités précises. Et que les contenus aussi. Qu'il y a la dimension sociale de leur métier et la nécessité que leurs réflexions se développent de certaine façon. Ça c'est une chose qui m'intéresse, pour ce qui est l'histoire de l'enseignement. Ensuite, les faire réfléchir sur les mots dont on a parlé aujourd'hui : concret, pratique, qui ont pas de sens dans l'ordre primaire, dans l'ordre secondaire, les méthodes.

Un obstacle aussi c'est que pour les petits nouveaux les plus jeunes, qui ont fait un parcours scolaire sans faute, qu'ils arrivent très jeunes et sans avoir vécu et qui ont une naïveté sociale... mais alors ! Donc voilà, on prononce des gros mots, révolution, politique... des mots qu'ils ont jamais dû entendre parler dans un cours de maths. La société rentre. Je veux que la société et l'histoire de maths rentre...

Quand j'ai fais des cours de maths, la partie maths c'est pas politique, la partie maths par contre c'est cette idée que les maths c'est une activité humaine. Voilà. Et ça passe. À la fois leur faire comprendre que les maths sont une activité et désacraliser les maths. L'idée aussi que un objet mathématique il est un peu maltraité historiquement, l'important c'était la pratique. Et que dans l'histoire les objets mathématiques ils ont tous été maltraités avant d'avoir eu le bon côté, et devenir l'objet propre.

Avec les étudiants d'histoire des maths, j'essaie vraiment aussi de leur apprendre à prendre conscience des questions historiques et de leur expliquer que on n'est pas vierge en histoire du maths. Ils ont des profs de maths universitaires qui leur ont donné leurs version qui est sûrement une version « matheux » et que c'est pas une version d'historien des maths. Donc là je connais ça, et ce que j'explique c'est qu'il y a différentes compréhensions d'histoire des maths, et une version un peu rétrospective du « matheux ».

Qu'ils cherchent l'histoire d'un fait, un concept dans l'histoire, et puis version historique, on se met un moment dans l'histoire on sait pas ce qu'il y a eu après. On travaille ça, et donc j'essaie aussi de faire passer des questions historiographiques. Et je pense que se ces choses là, que c'est des historiens des maths experts que sont vraiment d'historiens, avant que être matheux.

Et je pense que c'est utile qu'ils veuillent nous entendre aussi.

Donc c'est vrai que quand je fais une histoire des maths, c'est pas la société, mais c'est la culture, c'est l'humanité, c'est la difficulté, c'est le respect, je le redis, le respect de ces premiers actes de mathématiques dans l'histoire. Et que inventer le zéro c'est quelque chose d'extraordinaire. Le respect d'une culture d'une connaissance mathématiques que pour eux, est devenu basique. Est-ce que leurs élèves ils n'ont peut-être pas...

Annexe G.4: Entretien D1

20 février 2018

D1

Université de Lille 1

Pour commencer l'entretien, il serait intéressant que vous vous présentiez et que vous décriviez pourquoi vous avez décidé d'étudier les mathématiques.

J'ai toujours aimé les sciences depuis que j'étais tout petit avec une idée pas forcément sur les mathématiques. Je suis né en 1954 donc vous imaginez la conquête spatiale, les ordinateurs, c'était ces choses là qui attirait l'enfant que j'étais. Puis, je réussissais bien à l'école, dont que j'ai continué jusqu'au bac en voie scientifique, bien sûr, et à cette époque là, je pense que je suis plus physicien que matheux, disons au niveau en tout cas de la réussite scolaire.

J'ai bricolé l'électricité, les circuits, ce qui me connectais à l'informatique, que je ne pouvais pas connaître encore. Et donc j'avais l'envie d'être ingénieur dans une de ces disciplines là. Donc j'ai fait une classe préparatoire aux grandes écoles à Clermont Ferrand. J'ai pensé effectivement faire une carrière d'ingénieur. Je passe aussi le concours des Écoles Normales Supérieures et je me retrouve admissible à Cachan. À partir de ce moment là, je bascule dans les mathématiques et c'est une époque où je dirais malheureusement, on est encore en post-bourbakisme... Je passe une agrégation, je deviens professeur de classes préparatoires.

Est ce qu'il y avait quelqu'un de votre famille que faisait du math... ou faisait des sciences, ou pas du tout, ou si c'était plutôt un intérêt personnel ?

Oui c'était un intérêt personnel. Mes parents n'avaient pas fait énormément d'études [...] mon père avait le CEP⁴ qu'on appelait le certificat d'études, vous savez qui était qui sanctionné la fin des études primaires, et ma mère avait un peu plus haut, un brevet des collèges. Lui, il a été monteur sur les deux lignes électriques et puis comme l'électricité lui plaisait, il a pris des cours du soir et ça je me souviens l'avoir vu travailler dans ces cours, être fasciné à la fois par les petits montages qui faisait est tout juste des transistors. Il y avait encore beaucoup de choses à lampe à l'époque, mais ça me plaisait beaucoup, et puis sa règle à calcul [...] il n'y a pas de mathématiciens, il y a pas de physiciens dans ma famille.

⁴ https://fr.wikipedia.org/wiki/Certificat_d%27%C3%A9tudes_primaires

Et ce quand que a commencé sont parcours académique du côté de l'enseignement ?

C'était à l'école normale supérieure de Cachan, donc vous étiez entre 1972 et 76 [...] J'ai été assez déçu par les prof de proba [...] par leur enseignement qui manquait totalement de rigueur. Et je ne parle pas du fait qu'on prend des situations, les modélistes, ça je comprends parfaitement, que les démonstrations de son cours sa soit n'importe quoi ? Bon, là j'étais resté tout à fait avec mes goûts de mathématiques pures et puis j'ai pris un poste d'enseignant classes préparatoires. Avec le bon côté des choses, c'est extrêmement captivant, les étudiants sont motivés, même s'il faut quand même... des fois un peu... c'est pas si simple que ça mais... ils sont motivés [...].

Au début j'étais pas dans un lycée à Lille, j'étais à Armentières, donc à la fois on a un petit peu l'impression d'être revenue dans un trou perdu. Je venais d'un trou perdu d'Auvergne on me mettait dans un trou perdu des Flandres [...]. Je suis venu assez vite à l'université j'ai noué des contacts amicaux juste comme ça, pour suivre des cours. Parfois parce qu'il y avait cours de troisième cycle, qui d'une part me semblait accessible à mes bases et d'autre part, me semblait intéressant pour ma curiosité.

Et... la partie de l'histoire ? Cela a commencé dans quel moment ?

En 1980 il se passe une chose importante. J'achète un apple II, l'ordinateur initial d'apple, pratiquement. [*mon père*] il était passé à ce moment là, dans un service d'entretien électrique, donc il était amené à côtoyer quand même des ingénieurs, malgré son peu diplômes en ayant. Il était rentré dans cette même usine, il y avait peut-être 30, 40 personnes et il s'était développé [...]. Je me souviens très bien en 1972 il amène à la maison pour me montrer, parce que ce collègue ingénieur sais qu'il a un fils qui voulait devenir [...]. C'était une calculatrice qui faisait les quatre opérations et je crois même pas la racine carrée. Ça valait 2000 francs de l'époque. Mon salaire d'élèves profs quand je suis rentré à Cachan était de 1400 en francs.

Bon, en tout cas cette machine on s'extasié devant. Donc après j'ai eu quelque chose de la taille d'un téléphone qui était une texas instruments programmable⁵ qui m'a donné envie d'aller vers de l'analyse numérique, par exemple.

Je découvre qu'il y a ici un cours d'accélération de la convergence et c'est Claude Brezinski⁶ qui aujourd'hui c'est professeur émérite. Je viens suivre en amateur son cours (sans passer le moindre diplôme, bien sûr) parce que j'ai envie de pouvoir approfondir ce que je fais sur mon ordinateur. Et

⁵ https://fr.wikipedia.org/wiki/Texas_Instruments_TI-57

⁶ <http://math.univ-lille1.fr/~brezinsk/>

je le dis toujours comme ça « c'est Claude Brezinski qui m'a appris que l'histoire des mathématiques n'était pas une maladie honteuse », puisque dans son polycopiés il mettait des notions historiques tout à fait intéressante, et là je me suis aperçu que l'histoire réexisté. Je dirais existé parce que quand même, dans mes livres de terminale, au fond, il y avait quelques petites lignes à la fin, sur des mathématiciens. Il y avait des livres qui étaient à la fois musclé mais en même temps très beau comme soit la collection qui s'appelait Breal⁷ [...]. C'était des livres pour un élève de terminale, soit s'adressé vraiment au meilleur, mais il était aussi très motivant et il y avait quand même, toujours un petit remplacement historique des gens. Et quand j'ai vu que Claude Brezinski va parler de l'histoire des gens, ben oui [...] moi je trouvais qu'un peu d'humanité dans tout ça, c'était pas plus mal, voilà. [...] du coup j'ai essayé de leur servir un peu, modestement, bien sûr, parce que je n'étais pas là pour ça, je n'avais d'ailleurs certainement pas la compétence mais, pour replacer un petit peu, quand même quelques repères pour mes étudiants de prépa.

Ok, d'accord. Et mais... par exemple dans ce moment là ça change un peu la perspective, non ? Quand vous avez découvert un peu l'histoire...

Ça m'a donné envie d'en savoir plus.

Est-ce que vous pensez que ça peut donner quelques influences sur les compétences des enseignants pour travailler dans l'enseignement de...

Autant que je pense ça me paraît nécessaire aujourd'hui. Mais je crois que maintenant elle est beaucoup plus partagée, c'est à dire, qu'on s'est rendu compte que ça pouvait être intéressant qu'un enseignant est une composante d'histoire des mathématiques.

D'accord. Mais, en particulière pour les enseignants, est ce que vous avez aperçu une compétence particulière que ça devient un peu plus intéressant ou pour développer justement avec l'histoire ou... ?

[*J'ai perçu*] que ça permet un contact par d'autres aspects avec les élèves, en particulier, un aspect moins technique, ces qui trouveraient au rébarbatif, pénible, la technicité mathématiques des gens qui sont peut-être plus orientés vers des goûts littéraires, artistiques... cela quelque chose qu'ils

⁷ <https://www.leslibraires.fr/editeur/breal/collection/precis-maths-ecs/>

auraient eu tendance à considérer comme sans grand intérêt, tout d'un coup ça pourrait les intéresser.

[*Les étudiants*] avaient une matière un petit peu moins sèche et puis parfois, pourquoi pas, je crois que ça leur faisait du bien de savoir que Cauchy, le grand Cauchy avait pu se tromper, dire d'énormes bêtises pour lesquelles on leur mit un gros « non » en rouge dans leur copie.

Je trouve que ça permet de fluidifier le discours de l'enseignant, de mieux faire comprendre certaines notions en essayant de montrer un peu comment c'est arrivé autrement qu'avec un parachute. Voilà.

Est-ce que vous pouvez raconter une expérience, des objectives, comme c'est fait la préparation d'une activité à partir de l'histoire, des matériels, de temps d'investissement pour le faire...

C'était plus souvent une petite introduction courte ou une remarque, qu'un travail. Il y a un travail que j'ai donné qui coïncide avec les sujets qui me tient énormément à coeur en ce moment, qui est la célébration des 250 ans de Joseph Fourier.

En 2007 les séries de Fourier étaient au programme de ma classe, donc il fallait quand même, que j'en parle. D'une part j'avais fait une conférence sur le sujet. Une conférence pour présenter le personnage et ses travaux, le fait que après lui il y a eu deux cents ans de mathématiques ininterrompues... même maintenant, je peux dire, puisque le prix Abel 2017 c'est Yves Meyer et c'est la ligne droite de Fourier. Donc, montrer que c'est un sujet historique qui a énormément d'influence sur le développement des mathématiques avec des jalons précis.

J'ai extrait un volume de 10 pages formé de divers morceaux découpés, mais avec l'idée que ça reste quand même, en dépit des coupures, qui parfois étaient un peu brutal, mais que ça reste lisible pour montrer son cheminement, et le faire comparer à la manière dont on fait le cours aujourd'hui. Donc, la séance de travail sur sa thèse consistait à dire « vous alliez lire ces quelques extraits que je vous ai préparé et vous alliez comparer ça à votre cours d'aujourd'hui ». On a accusé Fourier de manquer de rigueur « qu'en pensez vous ? Où est-ce qu'un prof de prépa aujourd'hui va vous reprocher si vous faites la même chose ? Vous alliez vous faire engueuler très fort... Pourquoi ? Comment ? ».

Le public de ça c'était... ?

C'était des étudiants de deuxième année de prépa. Donc... L2, si vous préférez.

Je me souviens avoir mis dans la même séance une présentation d'un réseau des satellites dans l'espace qui utilisaient des algorithmes sur les graphes pour communiquer. Donc, c'était quand

même dans une certaine modernité, mais dans l'heure suivante, un papier sur le fonctionnement de l'astrolabe.

Et par exemple, là dans ce cas là, c'était qu'elles les difficultés ? Pour justement bien préparer une séance ?

Pour moi la difficulté était de trouver des sujets pas rouillés, un peu de travail à faire pour eux, sans que ce soit trop compliqué. Ce genre de travaux a coïncidé avec le développement d'internet qui a bien facilité les choses, en particulier pour accéder à certains textes historiques. C'était quand même du temps pour trouver des sujets. Simplement il faut y passer du temps parce que le matériel on l'a pas sous la main.

Et alors pour les difficultés des étudiants, c'est souvent là on n'est pas dans théorème, corollaire, etcetera. Donc c'est par exemple, en face d'un texte où certaines choses sont affirmées voir ce qui demande à être développé ce qui est important, ce qui ne l'est pas, ce que eux peuvent démontrer en deux lignes, ou ce sur quoi, au contraire ils vont buter.

Là lorsqu'on est avec des textes comme ça effectivement il arrive qu'on dise, le papier dise, « il est bien connu que... », là les étudiants se demandent « est ce que je devrais le connaître parce que c'est du cours et il va m'engueuler si je ne le sais pas ? Ou, est ce que c'est quelque chose que je ne sais pas, mais il faut au moins que je pointe le problème, que j'essaie de le cerner ?

La mission c'était d'avoir bien cerné son problème, et à mon avis pour un futur ingénieur c'est très important d'arriver à bien cerner autour d'une formule, autour d'un montage pratique aussi bien.

Et c'est pas si facile. D'ailleurs c'était un des intérêts de ce type de travail : « vous les étudiants vous ressentez une difficulté mais sachez que moi aussi. Je n'ai peut-être, pas tout compris de ce texte et nous essayons fermer ensemble ce que nous comprenons, ce que nous ne comprenons pas. Vous d'une part et moi d'une autre. Mais contrairement à ce que vous croyez trop souvent, le prof il sais tout ».

Une dernière question c'est si vous si vous êtes informé qu'il y a une communauté d'historiens des sciences et des mathématiques qu'ils sont pas d'accord sur l'utilisation de l'histoire des sciences ou l'histoire des maths en tant ressource pedagogique.

Vous pensez que autrement dit les historiens, peut-être en France, seraient plutôt intéressés à faire de l'histoire mais dans leur coin et surtout pas pour l'enseignement ? C'est ça que vous pensez ?

Il y a déjà une communauté d'historiens qui dit que c'est indiscipline spécifique avec ses objets spécifiques, et donc l'utilisation de l'histoire...

Ils sont théoriques. Une chose est sûre, il y a quinze ou vingt ans il n'était pas question d'inclure histoire des maths dans la licence, alors que maintenant je pense que dans toutes les universités françaises c'est admis. Est ce que pour autant il y en a pas qui le regarde avec un peu de mépris ? C'est une question de mentalité à changer, ça se fait pas du jour au lendemain et la France a été très marqué par le bourbakisme. Dans le cursus de formation, c'est admis alors qu'il y a 20 ans c'est n'était pas. Si je pense objectivement c'est un premier progrès. Petit à petit je pense que l'histoire des sciences acquiert une légitimité pour la formation des enseignants, mais ça va peut-être prendre encore du temps.

Il y a parfois des gens qui dit que l'utilisation de l'histoire c'est comme caricaturer un thème ou un épisode historique...

Je sais ce que je voulais vous dire. Je suppose que vous connaissez Alexandre Dumas, le célèbre auteur français qui a écrit « Les trois mousquetaires » et vous savez on lui faisait des reproches, justement sur le fait qu'il tordé un petit peu l'histoire et il avait une réponse superbe « il n'y a pas de mal violer l'histoire à condition de lui faire un enfant ». Quand on veut présenter ça a un enfant, a un collégien, a un lycéen, on ne peut pas tout de suite le mettre au niveau recherche d'un thésard, ça n'est pas possible, on est bien obligé de simplifier. En simplifiant on risque parfois caricaturé. C'est un risque, c'est vrai. Mais d'un autre côté c'est une position à partir de laquelle on peut recorriger des choses. Mais c'est complètement illusoire de vouloir être trop loin au départ. Ça veut pas dire qu'il faut faire n'importe quoi, mais je pense que s'il faut courir le risque d'une inexactitude pour donner les grandes idées, moi je pense qu'il faut le faire.

Il faut que tout en racontant une histoire simple, on laisse comprendre a un enfant ou à des jeunes gens que c'est pas la version définitive et qu'il faudra y revenir. Et c'est pareil, bien sûr, pour les mathématiques. On progresse et on corrige, on montre les insuffisances d'une connaissance. Et de ce point de vue là, le développement historique au fonds ressemble à ce développement d'un enfant qui va petit à petit arriver à l'âge adulte.

Annexe G.5: Entretien D2

22 Mars 2018

D2

Université de Lille

Pouvez-vous se présenter, présenter son parcours académique et du côté de l'enseignement ?

Moi j'ai une formation mathématicienne et c'est lié d'une part le contexte politique des mathématiques modernes en France dans les années 70 et cette espèce de perte de sens et de pertes de l'origine des choses.

Pour ma génération il n'y a jamais eu de cours d'histoire des sciences dans les cursus scolaires. C'est à dire que on faisait de la recherche sur les théories des schémas⁸ sans avoir de connaissances bien clair sur les courbes par exemple. Le summum ça a été les mathématiques modernes et puis l'époque du bourbakisme. Dans le même temps je travaillais avec Rudolf, d'ailleurs en algèbre différentiel j'avais changé de sujet et puis repris un peu après la naissance de mes enfants. Il s'agissait de théorie de Galois des équations différentielles. En même temps c'était très difficile parce qu'il fallait changer de cadre essayer geometriser ça etc. Ça apparaissait comme une analogie dans le cadre des équations différentielles, entre les équations différentielles linéaire et les équations algébriques. C'était une période où s'était bloqué sur des aspects algébrique et s'était pas encore geometrisé.

Les travaille avec Rodolf c'était de quelle façon ?

On étaient des collègues de travail, du séminaire.

Donc on s'avait demandé « la théorie de Galois historiquement, c'est quoi ? Qu'est qu'a fait Galois effectivement ? » Donc on a commencé à lire les mémoires de Galois, parler de la théorie d'ambiguïté. On a fait d'ailleurs un colloque Abel – Galois, je crois que c'était le premier colloque d'histoire. C'était les années 75, 76. Ça nous a même amené faire un cours de licence sur la théorie de corps où on commençait par la méthode de substitution à la Galois. Ce qu'on regardait en histoire ça va pas vraiment vers l'esprit pour la geometrie différentiel, mais c'est par ce biais là comme on était dans les problèmes d'enseignement que perte le sens etc, qu'on a vraiment utilisé l'histoire comme l'histoire de maths. D'abord on apprendre, on était tous quelques-uns mathématicien sens culture philosophique particulière. Donc de façon très autodidacte et pionere. On a introduit de

⁸ La théorie des schémas fut développée par Grothendieck et son école dans les années cinquante et soixante.

certaine façon, l'histoire à l'Irem. Avec une exigence, quand on prend un thème quand on fait quelque chose, le l'accès aux documents authentiques, ce qui posait des problèmes de langue, on se sentait handicapé par le fait que personne ne parlé allemand. En même temps on essayait de le lier dans le groupe IREM, essayé de lier ça à des questions d'enseignement.

Rudolf avait développé le secteur géométrie, il me sembla la géométrie productif surtout, donc moi pour pas se marcher sur les pieds, moi je faisais de l'analyse avec Jean Pierre *** lui il était prof à cette époque là dans au lycée Baggio et il faisait partie du groupe. C'était très très exigeant. On avait attaqué le cours de Cauchy à l'école polytechnique, Lagrange, le 18^e avec l'expression, la formule, et puis Cauchy « est ce que Cauchy effectivement a introduit vraiment la notion de limite ? ». C'était vraiment ces questions là, à partir des cours et des articles. Euler, Lagrange, Cauchy, Lacroix, Leibniz. Effectivement on a beaucoup travaillé sur les papiers mathématiques de Leibniz qu'ils avaient été traduits par Parmentier. Les gens du secondaire qui venait là ils cherchaient à acquérir des connaissances par rapport à eux mêmes, sur la compréhension des concepts et voir à partir de là qu'est ce qui pouvaient en tirer dans la manière de l'exposer.

On s'a partagé les affaires avec des groupes différents, j'ai eu un groupe pendant au moins six mois, on était 5 ou 6, mais la controverse des cors vibrants et la théorie de Fourier derrière c'est fabuleuse comme sujet. C'est difficile et c'est à part vraiment de rapport à l'école secondaire. Le bénéfice il est pour l'enseignant, ça lui donne des moyens pour penser son enseignement de façon plus approfondie. Parce que pour eux les définitions et l'histoire, donnaient tout un rapporte, tout un réseau de signification du côté de la mécanique, du côté de mouvements, du côté de les rapports de distance.

Après il y a eu les IUFM par les formation des maîtres, donc on a introduit des dans les options culturelles donc là c'était beaucoup plus aléatoire. Les gens choisissait puis ils se rendaient compte que c'était un investissement en termes de lecture, qui c'était extrêmement important.

Quand je me suis mis à faire la formation pour le CAPES, effectivement tout ce travail on l'a réinvesti dans la formation des maîtres, et je me suis rendue compte que c'est un outil formidable. Pour les questions proportion et proportionnalité des idées qu'elles sont profondes, qu'elles touchent à la géométrie, au calcul.

Vous avez aussi toutes les questions entre les figures et les nombres autour du théorème de Thalès mais là aussi des proportions.

Après ça s'est un peu systématisée d'une part parce que l'on nous on n'était pas du tout là dedans, mais parce que ça s'est constitué comme discipline à part entière. Alors il y avait un rapport difficile avec les philosophes parce que c'étaient eux qui détenaient l'histoire des sciences et nous représentaient des mathématiciens qui s'intéressaient à l'histoire.

Il y a eu un groupe d'histoire des sciences qui s'est constitué à l'université et il y a eu un DEA en commun qui s'est créé entre l'université Lille 1, scientifique et Lille 2, littéraire avec les philosophes. Ils faisaient plutôt d'histoire des mathématiques médiévale ou des mathématiques grecques.

Ce que je veux dire c'est qu'il faut voir qu'il y a eu toute une tradition des années de travail humble à partir des documents qui crée une culture historique mathématiques large finalement. Qu'il y avait un brin l'existence légitime à travers l'IREM et un rapport avec les philosophes des sciences qui étaient à l'université littéraire.

Par rapport à l'enseignement la question c'était « formation des maîtres » ce qu'on sentait pour nous d'intéressant et d'ouverture, essayer de le faire comprendre, en tout cas de le passer aux gens qui étaient en préparation essentiellement du capes. C'est là où on a fait des choses sur la proportionnalité, les théories des proportions chez Euclide.

À l'IREM on avait un public fidèle qui ne venait pas pour les applications en classe mais qui venait pour ses connaissances. Après il est devenu un peu mixte où effectivement il y avait des gens qui avaient besoin de voir qu'on explique, mais on était bien incapable même, d'application au niveau de classe. C'est vrai sur Pythagore c'est pas très dur, mais les autres choses qui c'étaient plus difficiles...

Après effectivement l'enseignement s'est devenu possible. La discipline s'est constitué de façon plus précise que ceux DEA d'histoire des sciences où il y avait une partie mathématiques avec Lille 2, les littéraires, ou bien c'est partie optionnelle dans le seconde année de formation à l'IUFM des étudiants qui avaient été admis au capes, s'est devenu possible de faire rentrer des uv⁹ qui étaient étiquetées « histoire ».

Puis il commence à y avoir effectivement des gens qui avaient des thèses en histoire des sciences, en histoire de maths, et alors là c'est a été des combats homériques. D'une part parce que Rudolf était d'abord mathématicien bien que ça ne paraisse pas beaucoup, et il tenait absolument à d'une certaine façon à perpétuer notre démarche. C'est à dire que ça reste dans la vingt cinquième section, autrement dit, que ce soit les « matheux » qui acceptent, qu'ils considèrent que c'était bénéfique de recruter un professeur ou un maître de conf qui soit étiqueté historien des sciences, puis que ça passait par là, mais reconnue par la 25^e. Bref, pas un historien des sciences général à la méthode des philosophes. Ça a été un très durs combat mais ça a été facilité par le fait qu'il y avait une défection d'étudiants, ça c'était politique là, ont perd des postes et que finalement... J'étais bien placée parce que j'étais directrice de l'UFR à l'époque et il pensait que : « ça n'allait pas durer quoi, on va au moïn garder un poste, bien après on fera d'autant bruit pour le recuperer ».

⁹ Unités de Valeur, crédits.

C'est comme ça qu'on a recruté que quand Rudolf est parti, a pris sa retraite, on a recruté Ahmed Djebbar et quand lui est partie, c'était Rossana qui a été.

Les historiens en travaillant les rapports entre histoire et l'enseignement et en essayant de faire accepter ça part les iufm devenus espe etc, l'histoire utile à l'enseignement c'est un discours qui a servi effectivement a obtenir des postes de maître des conférences à un certain nombre de gens.

L'irem qui a été créée, ici je crois que le premier c'était vers 70, 71 a servi finalement de laboratoire ici très clairement pour la constitution des groupes en histoire et épistémologique des mathématiques en lien d'ailleurs avec la CDVi voilà, et des groupes en didactique. Il y a toujours eu une espèce de « bataille », forcément des choses qui naissent à partir de la même matrice, il faut se positionner, il faut montrer qu'on est mieux.

C'est vrai que ce groupe d'histoire et d'épistémologie des mathématiques, il est né de questions profondes, intellectuelle et philosophique, et par rapport à la matière qu'on enseignait.

Toujours en rapport avec l'enseignement mais en même temps pas dans un rapport « activités en classe ».

Quels étaient les objectifs de la présentation d'un contenu mathématique avec des éléments d'histoire ?

Lui donner de souffle à son enseignement, du côté de l'enseignement. Lui donner un espèce de recul qui permet de voir ce qu'on enseigne en voyant différentes facettes.

C'est pas essayer de le faire passer en formation des maîtres, alors ça pose des problèmes de transmission parce que c'est vrai que notre méthode elle était longue, on lisait des ouvrages secondaires, c'était d'avoir un rapport au document et on se rend compte que c'est long, mais bon.

Une année à l'IREM avec un groupe qu'étaient déjà des gens des profs de collèges et lycées on a lu Euclide, le livre 1, le livre 5, les livres qui ont un rapport avec la géométrie mais en même temps c'était lié à la formation des maîtres au capes, parce que on les préparé en tout cas.

Moi je les préparer à l'épreuve oral, de géométrie et algèbre, effectivement comme les titres les thèmes sont indiqués il y avait la possibilité d'échapper aux difficultés d'un premier enseignement de la géométrie en traitant la chose comme s'ils s'étaient séparés du reste. Or effectivement,

l'histoire oblige à réfléchir à une progression, à voir qu'est ce qui est important, qu'est ce qu'on va démontrer, comment on va présenter les choses, les premières demandes.

Ça c'est évidemment pas démontrable à ce niveau de collège mais comment je peux expliquer que c'est important.

L'histoire des nombres négatifs et enrichissante en fait, c'est de comprendre et puis de lire, après l'histoire des nombres complexes. On voit les difficultés de la conceptualisations ou les obstacles même, que peuvent créer rencontre. Comment effectivement l'histoire s'en est sorti et qu'est ce que ça implique comme démarche d'enseignement.

J'ai été amené à lire les écrits de Condorcet sur l'enseignement et l'éducation. Effectivement il explique comment on peut être bon prof, mais c'est pas de reprendre le cours de l'histoire, c'est pas ça, il ne se pose pas la question, mais de comprendre dans cette démarche constructive des concepts, qu'est-ce qu'on ressent qui va permettre aux gens de comprendre ? Et dans la foulée j'ai regardé le cours de Lacroix, ce calcul des probabilités pour l'enseignement, il colle effectivement à Condorcet cette façon là, c'est à dire, qu'il reprend les problèmes d'un point de vue historique mais en même temps en montrant comment est-ce qu'ils ont évolué.

J'ai regardé ces trucs là mais je n'ai jamais regardé avec se regarde son cours de élément de calcul est infini si mal de voilà qui doit être du même qui était son premier truc mais qui doit avec du même topo, c'est à dire, c'est pas faire un enseignement qui n'est pas le parcours historique qui n'est pas l'enseignement de spécialistes, sinon qu'il s'agit de transmettre quelque chose de le faire passer de le présenter et c'est pas du tout un article scientifique.

Est ce travail là comment l'histoire peut l'inspirer?

Je crois que c'est vraiment là dessus que j'ai travaillé et d'ailleurs j'ai changé de région, mais j'ai retrouvé des petites niches de « irmeistes » qu'ils font de l'histoire à Grenoble, mais alors là c'est complètement autre chose, en fait ils cherchent des activités, alors là j'ai fais la mésopotamie, les mayas, les chinoises, donc, voilà pourquoi pas les égyptiens. Des activités pour la classe, c'est une toute autre démarche du coup. Peut être marrant mais c'est pas comme ça qu'on a monté l'idée. Parce que là l'histoire des maths ici, c'est vraiment une construction de 30 - 40 ans.

Se souvenez vous des expériences avec des étudiants aux enseignants, justement en utilisant l'histoire pour enseigner ?

Moi je les fais pour la proportionnalité, c'était un cours d'histoire des maths en licence, un cours d'une heure que s'appelait histoire des mathématiques sur la théorie des proportions, et le public c'était des étudiants de licence, qu'ils allaient passer une licence pour être profs d'école.

C'étaient les objectives qui vous proposes là ?

C'était au moment où les instituteurs qui ne se sont plus instituteur mais professeurs d'école, ils devait avoir une formation équivalente à la formation des professeurs de collège. Donc il fallait les amener à la licence.

Les gens qui n'avaient qu'une formation littéraire les amener à avoir une formation scientifique. Donc on a vu une licence en vue des profs d'école où il y avait de la physique et des mathématiques pour permettre effectivement de leur donner une licence, un teinture scientifique, moins spécialisés que les licences en maths, mais qui dedans il y avait un cours sciences sociales est alors le directeur de l'ufr de l'époque, il en voulait pas, donc il est allé voir Rudolf pour lui demander de faire un cours d'histoire des sciences. C'était ce cours là que j'ai repris quand Rudolf a pris sa retraite parce qu'il fallait faire la jonction avec leur recrutement du suivant.

Vous voyez que l'introduction d'histoire des maths elle est très liée à des moments qui sont chauds, de redistribution des cartes et des formations etc. Mais c'est vrai, c'est logique sont des moment qui sont un peu flexible.

Mais là on parle des objectifs institutionnelles, qu'est que pouviez vous me dire sur les objectives particulières du cours ?

En gros la théorie des proportions c'était montrer que la proportionnalité s'est pas remplir un tableau et faire le produit on croit. C'est vraiment une histoire complexe qui touche aux nombre et qui touche à la géométrie. Les premières démonstrations ces des démonstrations pour exhaustion. C'était aussi montrer comment effectivement avec des raisonnements simples d'inégalités on approche la notion d'infini. Il y avait beaucoup de choses dessous, comme l'analyse, le calcul intégral, c'est très instructif de montrer la théorie des indivisibles et puis il y a des contre-exemples, c'est assez joli. On voit effectivement qu'il faut de l'audace pour passer sans limite à la limite et que finalement la limite quand on a les epsilon et compagnie, arithmétise et aplatisse ce rapport aux mouvement et on sait pas où ça va aller.

Et par rapport aux étudiants, pouviez vous raconter s'il a eu parfois des changements dans ses perspectives ou conceptions sur la maths ?

Il y a celles et ceux qui considèrent que ça sert à rien, et puis il y a celles et ceux qu'ils sont dans un rapport de demande. À qui il faut donner des choses accessibles pour qu'il en est du plaisir. Mais c'est pas toujours évident. Moi ce que j'ai trouvé difficile c'est justement d'arriver à voir l'équilibré entre l'exigence pas du travail d'historien c'est-à-dire de s'en tenir aux documents et ne pas passer un temps de fou. C'est plus facile quand il y a des contrôles qui se font par projet, par mémoire, par choses comme ça. Là on travaille avec un groupe d'étudiants de 2, 3 pas plus et là justement on peut travailler à partir de leurs propres questions à eux.

Il y avait un sujet qui était très porteur à une époque, en seconde pour l'enseignement. Il fallait dégager les propriétés de l'espace. Ça a donné lieu aussi en utilisant la perspective les compagnies à de mémoire professionnel qui était très intéressant, parce qu'ils étaient obligés effectivement d'en rendre quelque chose qui soit adaptée à une classe de lycée.

Il y a différentes écoles vous pouvez discuter avec les gens du groupe M. :A.T.H.¹⁰, parce que à la belle époque là des pionnières de début des irem, il y avait à Paris, il y avait une bibliothèque d'oeuvre de mathématiciens considérables et qui les a vraiment entraîné, dirigé vers effectivement tirer des activités en classe à partir des textes historiques. C'est une certaine forme des activités du lycée, pas trop collège. Mais là aussi il y avait un rapport au document très serré. Sur des nombres complexes ou d'arithmétique, par exemple sur la décomposition d'un entier en produit de nombreux premiers. Enfin des choses sur lesquelles il y a une littérature accessible dans le texte lisible et il n'y a pas trop de sacrées mathématiques.

Et donc c'étaient qu'elles les difficultés pour faire ce travail ?

Aucune reconnaissance de l'institution, je crois que c'est ce que je vous ai dit, la grande difficulté c'est donner quelque chose d'accessible et que les gens à qui on parle saisissent quelque chose de bon pour eux.

Sans que ce soit la pleine explicité. Il faut être falloir le désir d'essayer de comprendre quelque chose. Pour le reste, moi je trouve que c'est très intéressant, quand on travaille en petits groupes parce que du coup le recours à l'histoire fait se poser des questions sur la façon dont on comprend.

Est ce que vous avez un concept de « culture mathématique » ?

¹⁰ http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/sections/math_histoire_des_mathematiques/

Je crois que c'est une forme très constructive où rien ne se perd mais à la différence des pailles à des savoirs pérennes, on va pas discuter « Euclide n'est pas fou ? » il y a une espèce d'un formatage symbolique du monde qui de ça qu'on ajoute ne détruit pas ce qui étaient.

Elle l'a souligné ce matin Evelyne il y a les fondements et le fonctionnement et les problématiques... Je crois que c'est cette espèce d'architecture idéalistes d'ailleurs il y a pas mal d'idéalistes, je suis matheux, qui se construit, qui est très humaine, très humble, un peuple d'artisans. Il y a ce côté artisans et ce côté structure politique, quelque chose de harmonieux de simples, un rapport à la beauté.

Est-ce qu'on peut dire qu'il y a une manque de culture mathématique ?

Je pense que oui l'enseignement il n'est pas en train d'arranger ça. Au niveau scolaire, les élèves n'ont aucun rapport de ça que peut être culturel mathématiquement c'est un système de consigne de course qu'on a le droit de faire.

Annexe G.6 : Entretien D3

23 Mars 2018

D3

Université de Lille

Pouvez-vous vous présenter et décrire votre parcours académique ?

Dans notre groupe en Grenoble, il a commencé avec deux enseignants du secondaire, des collègues à l'universitaire qui n'est pas resté longtemps. Petit à petit s'est enrichie, actuellement il y en a... moi je suis à la retraite depuis l'année dernière. Jusque là on était quatre enseignants du collège, de collèges et des universitaires et depuis l'année passée est arrivée aussi Anne-Marie Marnier, retraitée de Lille. Du coup on peut dire deux universitaires et 4 de l'enseignement du second degré et il y a d'autres personnes qui sont passés. Pendant longtemps on a eu aussi un professeur d'histoire qui a participé à notre groupe. Un autre enseignant qui était titulaire remplaçant, donc il est passé aussi bien au collège qu'au lycée. Ce qui nous a permis de tester des choses qu'on voyait pour le lycée. Parce que pour nous effectivement il fallait qu'on trouve dans ces civilisations, on avait choisi la Mésopotamie parce que c'est la première, la plus ancienne et la plus riche en informations, quand même mathématique, des époques très, très lointaine à moins 2000 ans... et dans l'enseignement fallait effectivement chaque fois établir la problématique.

Nous avons tous fait des choses de notre côté de façon isolée dans l'esprit d'une ouverture, d'une découverte mais sans jamais aller au fond des questions didactiques sous-jacentes. Le groupe IREM permet ce travail là : passer le moment de proposer des activités mais en précisant dans quel but on le fait. Donc voilà pour le choix de la Mésopotamie.

On a commencé par la base c'est à dire par quel numération. On a vu quel numération en base 60 complète et ça nous a paru très intéressant parce que les élèves certes, mais même le grand public, des stagiaires que j'ai eu en classe. En fait rares sont ces en dehors de mathématiques, et encore, qui ont compris la notion de base et qu'est ce que ça implique le système décimal. Ce n'est pas un hasard si jusqu'à maintenant sur l'échec il faut écrire aux chiffres et aux lettres. C'est parce que ils ne comprennent pas en réalité.

Alors bon, la préoccupation du ministre actuellement c'est les grands nombres. Quand ils comprennent pas que comme 1024 lui pose un problème ou 2018 qui lie à 0 entre nous deux qu'est ce que ça représente pour moi, là ça pose problème. C'est la base... Ils n'ont pas compris malgré tout l'enseignement, et l'arrière à la formation initiale, bien entendue. Donc notre hypothèse était que changer de base et changer l'écriture entièrement. En passant à la découverte des tablettes, des

archéologues, déchiffrer, etc. Ils vont travailler avec ses nombres, les écrire d'une autre manière en cunéiforme. En changeant complètement le contexte ils vont pouvoir rentrer sur les bases de connaissances. Ça ne veut pas dire que par la suite ils vont faire des opérations avec, ce qui permettra de reprendre autre chose, la multiplication par exemple. Ils ne comprennent pas ce qu'ils font il faut un déclic mais ils la comprennent mal etc. Ça ne veut pas dire qu'à la fin de ces séances on a toujours l'adhésion des élèves complètement. Le résultat n'est jamais automatique, en tout cas ça les a permis de comprendre deux choses. Donc de progresser dans leur compréhension. Voilà. Une fois qu'on a travaillé sur cette question, là on est passé à la suite. Les tablettes cunéiformes de Mésopotamie ont une grande richesse, et nous ont permis d'élaborer des exercices de travail sur le théorème de Pythagore, qu'ils le connaissaient déjà même s'ils ne l'avaient pas démontré. Sur les nombres inverses, sur la terne pythagoricienne. Ça c'était pensé pour les élèves du collège, mais également on avait pensé des activités pour le troisième. C'était très difficile la résolution des équations du second degré, du point de vue purement géométrique.

C'étaient des activités proposées directement à nos élèves.

D'une année à l'autre on les a modifié jusqu'à que cela a pris la forme qu'elles ont actuellement.

C'était un travail long parce qu'il fallait extraire des exercices près avec leur langage qui parfois n'est pas simple à comprendre pour un élève donc il y avait un travail de lecture, et après un travail de compréhension. Des questions qu'ils n'ont pas l'habitude de se poser. Chaque mot cache des choses derrière. C'est bon déjà découvrir qu'en fait, ce fameux théorème de Pythagore ils le connaissaient déjà. Et on le connaît depuis 4000 ans...

Les élèves ils pensent que les maths c'est ce qu'on fait là, et il n'y a pas d'histoire, mais qu'il a fallu 4000 ans pour arriver où on est. Déjà ça lui permet de se projeter sur eux mêmes, comme individus sur un passé, qui sont des héritiers de ce passé qui vont l'utiliser mais il ne savait pas le démontrer.

Donc c'est pas aussi simple que ça c'est, et c'est normal.

C'était pareil pour les équations du second degré. La démonstration qu'on donne est toujours algébrique. Or jusqu'à où la géométrie elle peut aller où il ne peut pas y aller, il faut penser qu'à l'époque les nombres négatifs ils n'existaient pas, d'où des questions communs dont l'histoire de l'humanité et de cette évolution de la connaissance des mathématiques.

Donc il y a assez des problématiques différentes selon les exercices proposés sur des thèmes qui sont dans les programmes.

Les nombres envers, ils doivent apprendre que pour diviser on multiplie par l'inverse. C'est comme ça qu'ils faisaient il y a 4000 ans. Pourtant il y a été oublié et ça a été reprise qu'au 19^e siècle.

Donc le point de vue est à la fois mathématiques, de consolidation, de compréhension des notions, et à la fois, on voit d'une autre manière, bien entendu, d'une projection dans le passé de l'évolution des sciences et de la construction de la connaissance.

On s'a occupé aussi du problème de la numération maya. Avec tous les textes mayas. Évidemment les témoignages sont moins nombreux, il y a que 3 codex que n'ont pas été brûlés. Mais les mayas qui parlent le dialecte maya existent toujours. On a trouvé à Guatemala un programme d'apprentissage, on a trouvé des documents là-dessus sur comment faire les quatre opérations, et à la fois c'est très intéressant.

On avait trouvé la façon de lire les nombres au Yucatan, au Mexique. Toujours avec ce même souci de travailler pour reprendre la pensée de ce que ça veut dire le système de numération, comment on fait les opérations, etc. Toujours dans cette optique là, mais en changeant de contexte.

Donc on a commencé par l'oralité, ce qu'on ne pouvait pas faire avec le Mexique et avec les mesopotamiens. Sur la façon de dire en yucatèque, les nombres. Parce que ça te fait comprendre, comment ils le pensent les nombres. Il ya des choses qui sont restés jusqu'à maintenant au Pérou en Amérique Latine qui vient de très loin.

Le système avec la protraction. 21 ce n'est pas 20 et 1, c'est 1 vers 40. C'est le premier pour aller au 40. Le fait que le 20 est à la base de tout...

De cela nous montrons l'écriture du point – barre, parce que c'est plus simple. On les fait faire des calculs d'addition et ensuite on a extrait un passage du codex de Dresde qui porte sur calculs des ellipses de Vénus.

On a pris un morceau d'une page dans laquelle il fait toutes les multiples, il va jusqu'au fois 13...

On leur faisant découvrir le lien entre le premier et le deuxième, et le suivant pour qu'ils voient que si j'ajoute les deux j'obtiens le troisième. C'est comme construire une table de multiplication.

En plus il est une erreur donc ils vont pas trouver le même résultat, est bon, on arrête à « fois 8 » parce que les normes sont grands et l'objectif n'est pas de calculer...

Du coup ils travaillent entièrement en base 20 y pensons base 20...

Or là on l'a fait les points, c'est vraiment les dire 10 dizaine, 20 vingtaine... C'est vraiment la construction de la base qui se fait. Qui éclaircit la pensée sur la base décimal, du coup. Voilà.

Et ton parcours académique ?

Moi j'ai aucune formation, je suis curieuse, mon mari que c'est matheux quand même j'ai dû tomber sur un ou deux livres comme ça. Un livre d'Archimède voilà, enfin un texte ancien. Tu te

rends compte que ça [les mathématiques] ne tombe pas tout seul. Les éléments d'Euclide tu le trouve dans les bibliothèques, etc.

Tu te dit « mais c'est sympa » alors tout commence à chercher qui a trouvé des trucs, et tu construis ta propre bibliothèque. Les bibliothèques ont fait quelques exemplaires comme ça, mais sinon ils n'ont pas très riches. L'enseignement n'est pas d'histoire de mathématiques, ça n'est pas des mots courants dans ma génération. Pourtant maintenant il existe beaucoup de livres de vulgarisation qui n'existe pas avant, quoi...

Après il y eu tout ça qu'on expérimenté avec les élèves que je t'ai expliqué et après vu qu'on avait des relations assez correctes avec les inspecteurs du second degré, dont une inspectrice était très branché sur l'histoire des maths. On a réussi à avoir pendant trois ans des stages pour les enseignants du second degré, collèges et lycées, en présentiel. Pas des question de faire ça via Internet ou des vidéo-conférences.

On leur demande de travailler comme je fais toute à l'heure. Je travaillais je cherchais toujours, on passe un bon moment. Dans 2 jours en laissant trois mois entre les deux, pour qu'ils puissent expérimenter dans leur classe. Parce que n'importe quel enseignant de seconde degré il va te lui dire « c'était un super stage, super intéressant » tu sors enthousiaste, « je vais faire ça » mais, faute de documents, d'accompagnement, du temps et tu fait rien.

Il avait cette contrainte qui était très clair. On leur disait « vous devez expérimenter ». Moi je ne m'imaginait pas leur dire « ça coûte très cher, de faire une formation ».

Ils les paient l'aller-retour très cher. Dans les contrats que l'inspection académique accepté parce que les inspecteurs étaient convaincus de faire ces formations. Mais c'est évident que ces profs là qui avait fait cette formation quand ils faisaient inspecter derrière ils voient leurs argent retourner.

Nous on leur donné les documents pour faire l'expérimentation et la deuxième fois il fallait qu'il nous faisant un contrôle de ça qu'ils ont fait, comment ça se passe et les difficultés, où est-ce qu'ils ont eu vraiment des difficultés ou est-ce qu'ils ont été à l'aise. Comment eux s'ont ressenti par rapport aux élèves, par rapport à leurs enseignements, voilà. Globalement ils ont fait largement le jeu. Plus de la moitié l'ont fait et ils avaient des choses à dire, donc c'était au niveau de la formation d'enseignants.

C'était quelques les difficultés ?

Ils se sentent pas maîtriser le sujet, donc ils ont peur des questions. Parce que quelque part par opposition à ma génération ou au collective de travail avec moi, ils n'ont pas encore compris que

c'est pas parce que j'ai fini ici un sujet, qui derrière t'as pas de travail personnel à faire. Je te donne les bases, je te donne de la documentation, je te donne de la bibliographie, tu dois faire ce travail car personne ne le fera dans ta place.

Nous on travaillé avec un historien à cette époque là, qui était dans l'établissement et il venait dans les classes. Moi je racontais des histoires mais ce qu'il faut c'est de placer dans le contexte historique, géographique, etc. Moi je parlais sur son domaine et lui parlait sur mon domaine, il allait au tableau « bon, alors comment on fait ? ». Il faisait un travail de prof de maths pour le faire comprendre à la fois que l'histoire c'est pas que l'histoire le maths c'est pas que les maths. Et que tout ça c'est notre histoire commune.

On peut le faire seul. Bien sûr pour ça on met à leur disposition un petit diaporama pour introduire le sujet, entre ce qu'ils avaient écouté, ce qu'il y avait dans la brochure, s'ils l'avaient acheté, un tout petit peu de recherches sur Internet, ils devaient être capables d'expliquer quand même. Mais ça leur faisait perdre... Pas facile de voir, il faut le faire ça entre dans le jeu de la société, dans ses besoins que ça va se développer dans un sens. S'il n'est pas du commerce il n'y a pas de minimum d'économie il n'y a rien à côté.

Une fois que tu as dit ça on pourra trouver un système qu'il soit fonctionnel vraiment pour que tu puisses compter avec.

Quelles sont les difficultés de planification de ces activités ?

On travaille pour pouvoir choisir des activités de thèmes avec le même bibliographie. Chacun on a trouvé là dedans des choses qui pourraient être intéressante « tiens, je trouvais tel problème. Oui mais ça se traite comment ? Ça serait bien qu'on le fasse avec tel niveau ». Donc la difficulté c'est de travailler la bibliographie avant.

C'est du boulot parce que c'est une pensée différente de la nôtre, donc il faut entrer dans cette pensée. C'est pas parce que c'est très dur le français, parfois sont de textes en anglais. C'est très difficile à comprendre, on était arrivée à tel point de compréhension qu'on était capable d'inventer des textes. Au point qu'il y eu un problème, je ne trouvais pas la référence de la tablette en question, j'ai envoyé un mail et tout, mais « je trouve pas la référence, d'où sort ce problème ? » parce que théoriquement il y a la référence. Est alors c'était quelqu'un qui était capable d'inventer un texte complet.

Quel était le public visé par ces activités ?

Ça c'était pour la formation continue des enseignants. Les profs ils ont envie de se former, donc quand on propose quelque chose de différent, on a fait le plan. Et ça a servi aux inspecteurs, il y avait encore quatre, cinq ans...

L'année dernière on a fait, on est des avalanches. Cette année on n'a pas fait pourtant on est loin d'avoir couvert les enseignants de l'académie parce que ça coûte trop cher.

Cette année ils ont enlevée beaucoup d'argent et on proposé de le faire par Internet et « on le fera pas, soit vous payez le présentiel pour les profs » parce qu'il faut qu'ils travaillent, il faut qu'ils s'est frottent vraiment la difficulté pour la comprendre.

On a pas fait. Et il y a 152 profs, quoi. Ce n'ai pas donné quand même. Évidemment on a formé les plus motivés. Mais en même temps on s'est rendu compte c'est compliqué. Tous les *a priori* avec l'âge, les connaissances, on fait comme si, on fait comme ça. Des obstacles pour les enseignants autant que pour les élèves. Par moment on est plus du mal avec les enseignants parce qu'ils sont plus déjà bloqué.

Cette année j'ai expérimenté dans une école primaire un CM2 les exercices de Mésopotamie, qu'on fait pour le 6eme, a priori ils étaient encore plus performant que les 6eme.

Il y a des a priori et si les gens entrent dans le jeu, ils ont des idées formidables. Comme les 6eme aussi c'est nettement plus motivante. Ils se lançaient dedans...

Les adultes ils vont pousser toujours a compliquer les choses. C'est un regarde qui a perdu toute son innocence, qui va chercher l'erreur. Et franchement il faut penser simplement, géométriquement.

Pensez-vous qu'il y a quelque chose qui change chez les enseignants ?

Ce que change... déjà il y a une ouverture qui s'est fait, c'est sur. Le fait qu'ils vont être confrontés à des difficultés dans lesquelles ils vont se rendre compte qu'en fait c'est pas compliqué, sont eux qui se compliquent les choses. C'est exactement ce que se passe avec leurs élèves. Mais aussi ils essaient de répondre aux besoins des enseignants « ça doit être compliqué si le prof il le demande ». Non, c'est simple.

Le fait qu'ils n'ont jamais eu une formation d'enseignement d'histoire, ce qu'on leur raconte c'est une découverte pour eux au même titre que pour les élèves.

Il y a des concepts de base. Ils les entraînent a faire des conversions d'une base à l'autre, division euclidienne, etc, voilà. Ça sert rien et ils ne comprennent aucune base. Les enseignants du second degré au mieux ils ont eu ça. C'est très bien il faut conceptualiser, mais travail un petit peu sur le terrain pour comprendre ce qu'est ce. Ce qui veut dire qu'un système numérique est opérant. D'après tout pourquoi la base 10 ? Quels sont les obstacles, les avantages... et ça ils y découvrent.

Ce la petite histoire qui permet enfin de comprendre ce que tu as appris c'est que tu fait.

Dans le petite histoire il y a l'évolution de la notion les problèmes. Des équations du second degré ça commence avec les problèmes d'arpenteur. Il rejouent avec les moyens de bord donc c'est un point de vue tout à fait géométrique. Ça c'est pour eux une découverte. Beaucoup par exemple il ne donne à aucun moment dans leur enseignement des élèves, des démonstrations géométrique.

C'est comme quand on fait avec les élèves par exemple la démonstration de Pythagore, ou celle des identités remarquables. La plus facile... les autres et les différences de carré...

Quand on fait ça on comprend ce qu'on. Après tu peux l'apprendre par cœur mais au moins tu ne forme pas déjà des automates, mais des êtres qui raisonnent.

Tout ça, fait partie des choses que les enseignants doivent apprendre. L'histoire c'est aussi ça. À travers l'histoire tu les amènes pas seulement à comprendre l'évolution des notions, des concepts. La construction mais à la fois la place de la démonstration sur les différentes époques, et la notion même de la démonstration. Ce qui est une vraie démonstration. On montre et ça c'est suffit.

Après il faudra évidemment entrer dans le théorique et les différentes méthodes de démonstration. Tout ça pour les enseignants c'est pas clair. Mais si c'est pas clair comment tu vas l'enseigner ?

Souvent ils se trouvent en difficulté ils n'osent pas faire des choses.

En fait quelques part, le système a la tendance dans ses grandes lignes a former des automates... On court derrière des diplômés... Dans l'enseignement moi je pense qu'on peut pas se permettre ça. Moi je ne sais pas qui parmi mes élèves un jour deviendra ... je m'en fiche de ça j'essais de faire déjà un être humain. Il doit avoir une culture qui tient compte de son passé, qui comprend ce qu'il fait, qu'il faut pas dire des choses dans l'air. Il faut être capable au moins un certain niveau de les prouver.

J'adorais le 6eme, parce que justement ils arrivent de l'école première, une bonheur tu peux pas imaginer ! Je leur dit : « jusque là c'était comme ça maintenant il faut savoir pourquoi. Si tu sais pas me dire pourquoi, ça va pas. On va voir comment on va faire, mais je ne veux pas vous entendre dire : c'est comme ça. Il y a des raisons ».

Annexe G.7 : Entretien D4

30 Mars 2018

D4

Université de Lille

Pouvez-vous se présenter, présenter son parcours académique et d'enseignement ?

Je suis enseignante depuis 1987, je suis arrivée dans le Nord en 88 dans un collège le bassin minier, et ensuite j'ai eu ma mutation pour un autre collège de la métropole lilloise. C'est là que j'ai commencé à fréquenter l'IREM. D'abord par le biais des stages proposés en fréquentant les stages et puis après j'ai rencontré Françoise Châtelain qui à l'époque dirigeait les lectures d'Euclide. C'est comme ça que j'ai commencé à travailler avec le groupe histoire des maths de l'IREM, en lisant les textes d'Euclide. Ça c'était ici dans cet établissement.

Donc la première fois que vous avez rencontré l'histoire c'était là, pas avant ?

Oui, tout à fait, il n'y avait pas dans ma formation à l'époque.

Et le choix de faire maths c'était plutôt personnel ou il y avait quelqu'un de l'entourage ?

Pas du tout, dans ma famille il y a personne d'autre des matheux, j'ai toujours aimé les maths. Dès le collège j'aimais les maths c'était ma matière préférée, voilà. C'est par choix personnel. L'option pour l'enseignement c'était... on va dire une vocation puisque quand j'étais au collège je voulais être prof de maths, après j'ai eu des fois où j'ai douté et puis finalement c'est ce que j'ai fait. C'est un choix assez ancien.

Depuis cette rencontre avec l'histoire, y a-t-il eu des changements dans votre perspective concernant l'enseignement des mathématiques ?

Alors, ça m'a donné une approche différente de la géométrie des pistes pour rendre certains apprentissages plus solide. D'essayer d'amener les élèves à comprendre certaines choses qui apparaissent quand on lit Euclide, on voit bien des cheminements. Puis le travail sur l'égalité des figures, en géométrie ça n'apparaît pas trop dans les programmes en France surtout à l'époque. Maintenant il y a l'égalité des triangles mais à l'époque, on parlait pas d'égalité des triangles. Donc

tout ce travail sur Euclide, ça m'a donné beaucoup d'idées pour faire des travaux en géométrie avec les enfants, notamment le calcul sur les aires, de travail sur les figures égales. Je trouve que ça a changé ma façon de travailler, dans ce sens là. Beaucoup en géométrie. La lecture d'Archimède après aussi, ça m'a beaucoup éclairé sur des méthodes pour faire comprendre aux enfants les formules des aires, du disque etc.

Là dans ces moments là c'était plutôt formations personnelles

Je pense que ça a influencé mes cours de prof de maths mais c'était plus de la formation personnelle. C'est quelque chose de non obligatoire. C'est quelque chose d'une démarche personnelle de souhaite de travailler à l'IREM et d'être dans le groupe histoire des maths. À l'époque j'étais aussi dans le groupe collège et j'ai été aussi au groupe collèges - écoles primaires.

Comment travaillez-vous avec l'histoire des mathématiques avec les élèves du collège ?

Alors, avec les élèves j'ai pas fait d'histoire des maths, mais c'est plus le travail que je fais moi même en histoire qui m'a aidé à trouver des nouvelles pistes de travail avec les élèves. Mais pas du tout d'histoire. Un petit peu quand même sur la numération, mais j'ai pas fait un travail approfondi sur la numération moi même. Je veux dire, on n'a pas fait des lectures ou d'études de textes approfondie sur la numération. Alors que Euclide et Archimède ont lu des choses, on a étudié, on avait fait la mesure du cercle, on avait fait des études, on avait travaillé ensemble en groupe sur ces choses là. Sur quelques livres d'Euclide et ça a influencé mon travail, dans ma manière d'expliquer aux élèves mais pas forcément avec eux. J'ai fait très peu de chose histoire des maths avec les élèves, si je travaillais sur la dîme avec les élèves de 6e et je travaille régulièrement sur les numérations anciennes. Mais là je n'ai pas tellement étudié ça, je fais ça de manière assez superficiel quand même. C'est pas un travail approfondi.

Quel type de difficulté avez-vous rencontré dans la préparation de la séance ?

Les objectifs sur les aires c'est de bien faire intégrer la notion d'aire aux élèves, parce que bon, si on se contente des formules ils comprennent pas. C'est de leur faire vivre en fait, ces formules, de montrer que... bon l'aspect historique je le raconte un peu. L'idée c'est de trouver des formes qui ont la même aire mais qui sont différentes parce que l'Égypte avec les crues du Nil, on n'est pas obligé de retrouver les mêmes terrains au niveau des formes dans le sol, de retrouver la même surface.

Ces choses-là ça donnent un peu de motivation et d'éclat, ça donne un peu d'intérêt pour les enfants. Ils aiment bien quand on raconte des choses comme ça. Mais ça va jamais très loin.

Sur la dîme, l'objectif c'était d'amener les élèves à analyser le fonctionnement de l'écriture décimale. Les élèves confondent les mots parce qu'en français on dit : dizaines - dixièmes, centaine – centièmes. Et ils ont du mal à les situer correctement parce qu'ils se basent par rapport à la virgule comme élément de symétrie, au lieu de prendre le chiffre des unités et dans la dîme de Stévin¹¹ c'est beaucoup plus simple, puisque lui il a le commencement, et ça c'est la partie entière, et puis après il a les primes, les secondes, les tierces... Donc le vocabulaire est beaucoup plus simple et pour les élèves en difficulté de passer par ce vocabulaire plus simple pour leur montrer que, ce qu'on appelle le 10e c'est les primes, donc c'est le premier chiffre après la virgule, les centièmes c'est les secondes donc le deuxième chiffre après la virgule, ça les aide un petit peu. On ne répète pas ce qui a déjà été dit à l'école primaire, montre quelque chose quand même, qui va un petit peu créer de l'émulation, parce que c'est nouveau, parce que ça les amuse, c'est une autre façon d'écrire. L'objectif c'était de les amener à progresser dans la compréhension du système décimal à travers cette numération différente. C'est pareil quand je fais des numérations maya ou babylonienne, où le but c'est de les amener à réfléchir à leur propre système de numération par comparaison. Un système qui fonctionne de la même manière mais avec une base différente comme les mayas ou bien un système qui n'est pas comme le nôtre comme les babyloniens, les égyptiens, voilà. Donc c'est un petit peu d'amener les élèves à réfléchir sur une situation par comparaison avec une situation différente. Là ils vont penser comment ça marche notre système par rapport à celui.

Pour certains élèves du coup ça débloque des choses qui étaient bloquées parce qu'ils avaient mal compris au départ et que du coup ils évoluent pas sur la notion.

Quelles difficultés avez-vous rencontrées lors de la planification d'activités avec l'histoire ?

C'est pareil qu'une séance normale, je veux dire, moi j'aime bien au collège dès que je peux je fabrique du matériel pour que ce soit un peu plus concret dès que je peux. Donc ça pour moi ce n'était pas plus difficile, au contraire ça me rendait le travail plus simple parce que je pense au travail sur les aires avec les élèves que ça m'a donné des idées d'exercices qu'on ne trouve pas dans les livres et qui à mon sens cela les aide à comprendre la notion d'aire.

Alors pour les élèves les difficultés c'est de discuter parce que c'est pas des choses auxquelles ils sont habitués. Après il y a la motivation pour les 6e ils aiment beaucoup quand on fait des choses un peu comme ça. Ça les motive beaucoup ils ont une curiosité aussi dès qu'on parle d'histoire, ça les concentre. Après les difficultés vont être des difficultés dans les notions déjà.

¹¹ <https://www.maths-et-tiques.fr/index.php/histoire-des-maths/mathematiciens-celebres/stevin>

Avez-vous utilisé des textes historiques dans les activités proposées ?

Non, non, pas du tout. Si, sauf la dîme. La dîme on a lu le texte ce qui n'est pas très long et il y a des traductions en français moderne qui sont adaptées aux élèves. Si on lit en vieux français c'est difficile mais c'est le seul cas où je me suis appuyé sur le texte historique, donc je ne fais pas de lecture de textes avec les élèves parce que même si on lit Archimède s'est compliquée la mesure du cercle en 6^e. On va pas lire Archimède, les raisonnements sont pas très simple pour des élèves de 6^e. Mais ça peut donner des idées d'images mentalement...

Le public est toujours les élèves de collèges ou lycée ? Vous ne travaillez pas avec des enseignants ?

Si des fois dans les stages. Quand on travaille avec les enseignants, là on lit des textes par contre. Mais on lit pas beaucoup en fait, sur un stage on lit pas des grands textes. On lit des extraits un petit peu. Quand les gens sont pas... Lire Euclide c'est pas facile, comme ça quoi... Quand on n'a jamais fait.

Alors moi, ç que je fais, c'est que si par exemple on va lire un morceau du livre 1, je leur donne le livre 1, je photocopie le livre et on lit un petit passage et après s'ils veulent continuer chez eux ils peuvent. Dans c'est dans les stages quand je vais de lire des textes, c'est plus lire le texte et montrer ce que moi j'ai fait comme exercice avec mes élèves en pensant à ces textes. Mais pas avec eux, pas en travaillant l'histoire avec les élèves. Simplement comment ça à influencé mon enseignement.

Moi j'ai lu Euclide et ça a beaucoup changé ma façon de faire de la géométrie et voilà. Qu'est ce que ça a changé dans ce que j'enseigne quand je travail les aires avec les élèves, je n'ai plus le même regard. Et même je me rend compte que dans certaines situations, par exemple, au colloque la semaine dernière, il y avait un atelier où ont travaillé sur la géométrie et les babyloniens, et il y avait des exercices où il fallait trouver des rapports entre les nombres, par rapport à des problèmes données, juste en faisant des dessins et je me suis rendu compte que les gens étaient en difficulté parce qu'ils n'ont pas l'habitude. Moi j'ai vu tout de suite comment il fallait faire parce que le fait d'avoir lu Euclide, je comprends cette façon de penser des anciens. Ils vont pas penser comme nous on va tout de suite penser algèbre, alors que là c'est pas du tout ça, c'est par rapport aux propriétés des figures et les égalités, etc.

Le simple fait de dire l'aire d'un triangle c'est pas s'hauteur divisé par deux. Ils vont plutôt dire deux triangles sont égaux s'ils ont la même base et la même hauteur. Puis après trouver d'autres cas où ils sont dans leur rapport : deux triangles de même hauteur sont dans le rapport de leurs bases.

Tout ça ça m'a modifié au niveau de ma façon de voir la géométrie. Moi je suis passée par la période des maths modernes, donc de la géométrie pure on en a fait très peu. C'était beaucoup passer tout de suite à l'algebrisation, quoi... C'était pas des raisonnements géométriques au sens euclidienne, comme dans les textes d'Euclide où va vraiment travailler sans les nombres. Nous tout de suite on met des nombres et à l'heure actuelle également, quoi, c'est comme ça.

Cette année il y eu l'égalité des triangles, mais... c'est tout. C'est pas grand-chose. On n'a plus beaucoup de géométrie dans le programme de collège. On avait beaucoup de choses en géométrie, donc ça reste assez pauvre. On travail sur les grandeurs mais les exercices de raisonnement de géométrie ont n'en fait vraiment pas beaucoup. Il y en a quasiment plus dans les livres c'est vraiment du calcul par le théorème de Thalès etc. mais tous les exercices qu'on faisait avant. Les concours de hauteur, les bissectrice, les exercices de réflexion où il fallait résoudre des problèmes, ça n'existe plus dans le manuel on ne trouve plus.

Ils ont mis l'accent surtout au numérique, les tice du numérique, les proba, les stats, tous ces disciplines qui vont être utiles à des gens qui n'ont pas forcément des maths : de psycho, médecine...

Pouvez-vous nous parler du concept de culture mathématique ?

Déjà quand on rencontre un nom dans leurs activités mathématiques comme Pythagore, Thales, déjà moi ce que je fais des fois c'est de leur demander de faire un exposé. Donc d'aller chercher qui sait, à quelle époque il vivait. Alors des fois je leur dis « mais, le nom des théorèmes ça veut pas dire qu'ils ont découvert, ça peut être aussi un hommage ». Mais qu'ils aillent un petit peu regarder quelle époque, quel est donc ce qui se passait. Après quand on fait de la numération, c'est aussi un peu de culture historique sur comment on a écrit les nombres au début. C'est surtout en 6e maintenant il y a même dans les manuels scolaires, on trouve beaucoup de choses sur les numération ancien : maya, chinois, sumériens, égyptiens. C'est leur donne une certaine culture, quelque part... La culture mathématique ça dépend ce qu'on entend par là. Si c'est développer l'intuition par la culture par la vision des figures et tout ça, c'est difficile. Ils ont du mal à accrocher à ça. Parce qu'ils sont mobilisés par beaucoup de choses qui les détournent de tous ça. C'est difficile d'accrocher les élèves là dessus, leur faire sentir que pour avoir l'intuition il faut avoir de l'expérience, que ça qui développe l'intuition. Les idées viennent de ce qu'on sait déjà. Il y très peu de gens qui inventent des choses comme ça, de manière géniale. Même la vision des films en 6e je travaille beaucoup sur le tangram aussi pour développer la vision et là ils aiment bien parce qu'il voit qu'ils progressent. Parce que j'ai des enfants au début même des figures très découpées parce

qu'ils ont du mal. Pour moi ça fait aussi partie de la culture. C'est la culture visuelle, on va dire développer leur regard et je me rends compte qu'il y a des enfants ils ont du mal à reconnaître les configurations. S'ils s'asseyaient s'est exercé à voir des formes géométriques, je pense que ça peut les aider.

Sinon la culture mathématique au collège c'est difficile quand même. Je pense qu'après quand ils sont au lycée...

Ils ont du mal à comprendre. Voilà beaucoup d'enfants ils ont cette idée là : les maths on est bon ou on n'est pas bon. Qu'on puisse s'améliorer et que justement de les travailler, ça amène à avoir des connaissances et après des échanges, d'automatismes et ils ont du mal à comprendre ça. Parce que des fois quand je fais des calculs aux doigts « bien madame vous êtes forte en calcul » Ça aussi c'est de la culture mathématique et maintenant on s'aperçoit que les enfants ils savent même plus les tables de multiplication. Donc ça c'est partie aussi de la culture obligatoire.

Par exemple quand ils ont des difficultés comme ça, qu'ils ont pas assez des choses à disposition tout de suite comme ça, je leur explique que du temps de l'antiquité de ces civilisations très anciennes les gens ils ne savaient pas des calculs par cœur, qu'ils avaient des tables et qu'ils utilisaient les tables. Je leur dis vous rendez compte si vous deviez utiliser une table d'addition vous avez la calculette ça va vite mais si on doit utiliser des tables, on perd du temps c'est long de faire les calculs etc. Ils sont du mal quand même, à comprendre que c'est important de savoir calculer parce qu'ils ont la possibilité de faire avec la calculette. Même s'ils savent que aux évaluations eux n'ont pas le droit, dans la vie de tous les jours...

Ça je leur explique aussi, un élève qui n'a pas une idée de l'ordre de grandeur des nombres, il ne peut pas faire des essais dans sa tête, il peut pas avoir une idée du résultat que doit trouver etc, c'est assez compliqué.

Sur le thème de l'histoire ce que c'est difficile, par exemple on ne pourrait pas avec des élèves lire à Euclide, parce que tout s'enchaîne, donc pour arriver à un résultat intéressant il faudrait lire beaucoup de textes et c'est compliqué à lire. En plus, le structure ne ressemble pas du tout à ce texte qu'on produit actuellement.

Je pense que le travail peut se faire avec les tablettes et le numération ancien. Là c'est faisable, parce qu'on n'arrive à donner un support, ça peut être un travail interdisciplinaire avec un prof d'histoire par exemple, qui explique un peu l'histoire, pourquoi les gens écrivaient sur ce genre de support, etc. Mais sinon dans ce qu'on fait nous dans le groupe il n'y a pas grand chose qui est exploitable en classe. Surtout au niveau du collège, beaucoup en géométrie. Mais là quand on a fait les probas des choses comme ça, moi c'est juste pour ma culture personnelle... Quand on perd l'habitude de faire des calculs en analyse et ça après c'est difficile...

On est un peu comme les élèves la motivation quand on voit qu'on va pas pouvoir les utiliser en classe... la motivation elle est moins importante.

Il y a des choses que j'ai du mal à utiliser en classe mais je peux montrer aux élèves : le fraction continue au collège, c'est un peu compliqué mais ça a une certaine esthétique, un peu comme la musique, moi quand je leur en parle je leur montre : c'est un peu comme les notes de musique, à des régularités. Leur dire que, par exemple quand on écrit les nombres décimaux si on écrit les rationnels y va avoir une régularité. Après on passe aux irrationnelles, on a plus de régularité mais on peut les écrire avec les fractions continues, on retrouve cette régularité.

Même s'ils comprennent pas tout, c'est un peu une façon de montrer que les maths ont un côté aussi esthétique que c'est pas que utilitaire.

Penses-tu que l'histoire peut nous aider à comprendre les difficultés de la construction de la discipline ?

Oui, ça aide à comprendre pourquoi c'est difficile que ces pas que nous élèves qui ont des difficultés sinon que c'est difficile. Ça aussi c'est vrai.

Rudolf disait beaucoup que quand on a une difficulté dans la notion, on ne peut pas l'éviter il faut arriver à la confronter et après la dépasser. Il disait « les mathématiques, le but c'est de faire du simple mais pour arriver à faire du simple il faut faire du très compliqué » pour simplifier le problème...

Su l'utilisation de l'histoire il y a deux aspects : soit j'utilise histoire dans mes cours pour élargir le travail sur certaines notions et pas le faire seulement comme on le faisait dans l'époque moderne, mais des fois devenir à des manières plus anciennes parce qu'on comprend d'autres choses, ça élargit l'horizon. Et il y a l'aspect, moi je lit, je m'informe pour voir où sont les obstacles. Parce que si on a mis du temps à passer de ça a ça, c'est bien qu'il y a des difficultés.

Là je fais le nombre relatif avec les élèves du 5^e, je leur dit : ça va complètement vous choquer, ce qu'on va écrire, parce que c'est quand on écrit $15 - (-5) = 20$ et c'est pas possible, cette soustraction. Donc je leur dis : une soustraction c'est aussi l'écart entre deux nombres, et du coup, c'est pas pareil. Et puis comme un thermomètre ... Mais ça il rien a voir avec l'histoire. Mais on sait que les relatif ça a été compliqué que de très grands mathématiciens ne les considéraient pas comme de nombres, donc c'est bien qu'il y a une souci, que c'est difficile quoi... Déjà de dire aux enfants que l'on sait c'est difficile et ça les apaise un peu, sinon ils se sens nul « comment ça se fait que je comprends pas ».

Annexe G.8 : Entretien D5

30 Mars 2018

D5

Université de Lille

Pouvez-vous se présenter, présenter son parcours académique et d'enseignement ?

Les maths j'y suis arrivé après le bac, c'est à dire classes préparatoires et puis le l'université. Je suis arrivé presque directement l'université. J'ai juste fait deux ans d'enseignement lycée au Senegal, comptait comme service militaire à l'époque. Après j'ai été recruté à Valenciennes comme maître de conférence. Là ça va être un enseignement de maths. L'histoire des maths c'était en parallèle à titre privé personnes m'avait parlé depuis même le bac, je pense. Je lisais des textes comme ça, et j'ai commencé à l'enseigner fait 12 ans peut-être, en licence en 3ème année. Et après quand le master enseignement s'est créé, six ou sept ans approximativement. Le première année de master enseignement où il y avait 60 heures, je pense.

Donc, je suis mathématicien qui est passé à l'histoire des maths, que j'ai pas fait d'études d'histoires des maths, je suis autodidacte pour l'histoire des maths.

Il y a une influence familiale probablement, mon père était très littéraire, il était professeur d'université de lettres modernes. Sa recherche c'était sur l'histoire du sentiment religieux très précisément donc, entre l'histoire, la philosophie et le français. Et j'étais le premier scientifique de ma famille. Dans la bibliothèque de mon père il y avait déjà Poincaré par exemple, des choses comme ça. Donc j'avais un environnement familial très favorable au côté historique de maths. Je suppose que c'est de là que ça vient.

Avez-vous identifié un changement de perspective dans l'enseignement, après avoir intégré l'histoire dans vos cours ?

Je m'étais intéressé à l'histoire des maths, même avant de m'intéresser à l'enseignement. Je n'ai décidé d'être enseignant que quand j'ai un poste d'enseignant. Après mon service militaire j'ai candidaté dans des postes de maîtres de conférences si ça n'avait pas marché, je serais probablement parti dans le privé. Donc je n'ai choisi l'enseignement que après. Ça veut dire que quand j'ai commencé à enseigner j'avais quand même déjà... pas le recul, entre guillemets, je connaissais pas énormément de choses sur l'histoire des maths. Mais j'avais déjà ce regard là.

Je ne peux pas dire que j'ai vraiment utilisé, j'ai pas fait d'activités d'histoire des maths dans mon enseignement avant d'enseigner l'histoire des maths.

Je n'utilise pas, enfin... je n'utilise pas. Je peux avoir de temps en temps mais... J'ai mon point de vue historique quand je parle de maths mais, au sens activités utilisé par exemple, des textes de maths dans mon enseignement de maths tout court, non. C'est pas que je sois contre, c'est que les volumes horaires le permettent pas, je pas... il y a des programmes à faire, des choses comme ça.

Et puis, c'est peut-être aussi, parce que l'enseignement, ça devient plus... J'enseigne de moins en moins des maths, tout court. À part d'histoire des maths je fais des enseignements d'outils logiciels de programmation, des choses comme ça. Et donc c'est plus éloigné aussi des maths standard.

Donc j'ai pas vraiment me posé la question d'intégrer l'histoire des maths à des enseignements de maths.

Vous avez dit que vous administrez le cours d'histoire des mathématiques dans le cadre de la licence et du master. Quelles sont les potentialités de l'histoire des mathématiques dans ce contexte ?

Mon interprétation change au cours du temps... Pendant quelques années on a fait un gros enseignement d'histoire des maths en première année de master, donc pour des étudiants qui étaient en train de préparer leur concours. Là depuis trois ans l'enseignement est en deuxième année de master, c'est à dire que les étudiants ont déjà réussi le concours ou presque tous. Donc qui sont stagiaires ils ont des élèves à mi temps et le reste du temps ils sont en formation. En tout cas ce que je faisais dans la première version, c'était vraiment de la culture en histoire des maths pour un future prof de maths. On avait beaucoup d'heures et on pouvait se permettre aussi bien leurs données survol historique, de choisir quelques chapitres détaillés, et puis de parler d'épistémologie.

La géométrie non euclidienne en particulier, c'est un très bon sujet pour faire réfléchir qu'est ce que c'est que la vérité, une théorie mathématique par exemple. Ça c'était la version où on avait beaucoup de temps. Là depuis qu'on n'a plus assez, il y a eu une diminution de plus de 50 % dans le volume horaire, est en plus sont des gens [les stagiaires] qui ont déjà des élèves donc qu'ils sont moins réceptifs, ils sont plus intéressés par des choses qui peuvent être utile en classe. Là j'essaye de plus les faire travailler sur justement, ce que peut apporter l'histoire des maths à la compréhension de notions mathématiques mais cette fois dans l'enseignement secondaire. Donc pour le moment j'essaye de faire les deux : de garder un petit peu d'épistémologie, parce que ils ont une formation uniquement mathématiques, donc leur donner un peu un « vernis » on va dire. Et garder aussi un survol, très très survolé d'histoire, de l'épistémologie pour qu'ils comprennent, n'estresse que la

question, qu'on puisse se demander s'il y a une seule géométrie et un tiers du temps pour le moment, pour l'utilisation de l'histoire des maths en classe, sur des exemples. J'essaye d'avoir les deux, jusqu'à présent je devrais même dire « j'ai essayé », parce que là j'ai à peu près décidé pour l'an prochain de ne plus garder que la deuxième, la dernière partie c'est à dire l'utilisation en classes. Vu la réaction des étudiants au cours de ces dernières années, ça devient de plus en plus difficile de les intéresser à ce qu'il va pas les servir dans leur classe.

Ce qui est dommage c'est qu'on puisse pas avoir avant le recrutement, quand ils sont pas encore en situation d'être profs. Un moment où l'on puisse leur donner cette culture là, un petit peu. Parce que un prof de maths, je n'ai pas eu la formation mais je l'ai trouvé tout seul, peut être qu'on peut espérer qu'ils se formeront eux mêmes, mais... à quelques exceptions près, des étudiants actuels ne se forment pas eux mêmes, ils ont pas appris à prendre tout seul.

Qu'est-ce que la culture mathématique, d'après vous ?

Ma réaction comme ça c'est que qu'il n'y a pas plus de réponse à cette question là, que à la question qu'est ce que la culture tout court. Quand on dit que quelqu'un est très cultivé en général c'est qu'il est très cultivé, par exemple sur l'histoire de l'art, sur la musique et puis très probablement cette personne là n'aura pas de culture scientifique. On est cultivé dans certains domaines et du coup ça permet quand même de voir les autres domaines. Quelqu'un qui s'occupe de l'histoire de l'art aura des choses à dire sur les mathématiques et sur la musique c'est pareil. Un mathématicien peut avoir un regard sur la musique ça c'est assez classique. Donc la culture il n'y a pas de définition de la culture. Des personnes peuvent être très cultivées en ayant des connaissances avec d'intersection presque vide... Je pense qu'en mathématiques c'est pareil. Les collègues auquel je pense qu'ils ont à mon avis une grande culture mathématique ça peut être dans des domaines très différents. Je pense pas qu'on puisse espérer car... on peut pas toujours donner une définition.

Lorsque vous planifiez une activité pour le cours d'histoire des mathématiques, quelles sont les difficultés que vous pouvez rencontrer ?

Pour les futurs profs de maths, en histoire des maths. Déjà la première difficulté c'est leur hétérogénéité, donc on parle bien de ce que j'ai maintenant histoire des maths. Dans ce deuxième année, il y a plusieurs cas extrêmes une étudiante qui a suivi la dernière année de mon cours de licence et qui est très curieuse qui lit beaucoup. Donc elle est là déjà, parfois elle dit des bêtises mais enfin elle a lu pas mal de choses en histoire des maths. Dans le même groupe il y a quelqu'un

qui a une licence pas scientifique et qui a passé le capes interne. Donc sa culture mathématique et vraiment au collège, il a très grande qualité d'enseignant, mais sa culture mathématique (si je peux parler de culture des cultures mathématiques, comme toute à l'heure), c'est en gros ses souvenirs de collège, je sais pas quel bac il a passé et le reste... Et c'est un bon prof certainement. Mais pendant la géométrie non-euclidienne c'était la panique, bien sûr.

Donc leurs connaissances mathématiques sont déjà très variés et leur culture personnelle en histoire des maths est aussi très variés. Donc je suis obligé de ne pas utiliser de mots trop compliqué même presque de rappeler des choses que j'ai dit dans le cours de licence parce que les autres n'ont pas suivi. Et en même temps, j'ai un agrégé et un docteur, quelqu'un qui a fait une thèse de maths, qui sont aussi très curieux intellectuellement et quand je parle de Gödel, ils sont déjà une petite connaissance assez poussées sur ça. Donc je dois gérer l'hétérogénéité comme n'importe quel enseignant, mais là cette année c'est particulièrement...

J'essaie de partager mes séances soit c'est moi qui parle sur le côté d'épistémologie et histoire un peu avancé, soit c'est eux qui ont préparé quelque chose dans leur classe. Donc, si c'est dans leur classe c'est pas moi qui prépare sont eux. Si c'est possible je regarde en petit peu avec eux avant.

Pour la partie que je prépare moi, je dois choisir quels documents je vais les présenter. Presque toujours j'essaye d'avoir des textes à leur montrer. Pour la partie vraiment 20e siècle là, les textes sont trop technique pour être vraiment exploitable.

Donc comment faire tenir entre 1 heure ou 2 heures pour faire comprendre ce que c'est la géométrie non-euclidienne.

Fin, il faut bien choisir un document qui soit intéressant pour l'ambiance, soit compréhensible et exploitable. Après, je suis malheureusement assez souvent dans la posture du prof qui raconte, beaucoup de choses en simplifiant. De temps en temps sur Euclide par exemple, là on a pris le temps de regarder plusieurs allusions des petits morceaux de texte en détail. C'est l'une des choses qui pourraient faire dans leur classe, sur les géométries non-euclidiennes.

Alors pour vous, quel est le potentiel de l'histoire des maths dans ces cours ?

Comment j'avais déjà dit un tout petit peu, c'est de les convaincre qui a pas qu'une vérité. Il y a quelques années sur géométrie non-euclidienne précisément, parce que c'est un très bon sujet. Je prends du temps là-dessous et donc sur le fait qu'ils puissent exister plusieurs parallèles à une droite donnée passant par un point donné, un étudiant qui n'a jamais arrivé à comprendre, c'est pas qu'il voulait pas, parce qu'ils était de très bonnes volontés, il comprenait la démarche générale, mais il s'a retrouvé dans la situation de devoir admettre que est ce que l'univers est euclidien ou pas

finalement ? Votre univers on peut le considérer comme tu dis ou pas ? Pour lui c'était impossible de se poser la question, il n'arrivait pas à vérifier tout ce que lui avait raconté avant. Donc essayer d'ébranler leurs certitudes, parce que lui il était vraiment dans la certitude « notre univers est euclidien, c'est pas possible de raconter autre chose ».

Alors, depuis quelques années je dois faire attention, parce que certains ont tellement peu de certitudes que si j'ébranle les rares certitudes qui leur restent... les bases sont tellement fragile chez certains quoi... que parfois j'ai l'intention d'ébranler les certitudes et en fait je m'aperçois qui a pas de certitude du tout. Ils sont déjà tellement voiliers...

Donc ça pour cela je ne sais pas, si j'abandonne la géométrie non-euclidienne la question ne se posera plus. C'est le problème des le recrutement actuel...

C'est ne pas une question d'intelligence mais n'ont pas suffisamment assimilé les mathématiques de licences ou des premières années d'université pour être des raisonnements logiques, sont pas claires, il y en a qui sont tellement fragile sur ces points là et qui vont peut-être devenir prof de maths... Donc là ça devient une autre difficulté. Alors plus en autre direction de réponse, pour l'intérêt à l'histoire des maths, pour la formation des profs, c'est pour leur montrer que les maths, d'abord n'arrivent pas tout seul. Telle théorie n'est pas arrivé toute construites dans les manuels. Il y a bien fallu que quelqu'un... Faire attention, on les découvre...

Ces des questions qui se sont posées petit à petit.

Il y a plein de exemples, géométrie en coordonnées, pour le coup elle est très naturelle presque pour nous étudiants. Certes ils ont parfois du mal à se détacher des coordonnées et leur montrer que d'abord pendant des siècles on a utilisé mais tout le monde n'était pas d'accord.

Ça peut être intéressant et peut-être le dernier c'est l'aspect « erreur » de grands mathématiciens. Leur montrer que même les grands mathématiciens ont fait des erreurs sur des notions qui sont compliqués, ça aussi peut être pas seulement pour le prof de maths.

Peut-être aussi arriver a les convaincre du rôle formateur de l'erreur. Le jeune prof de maths, pour la plupart je pense ne sont pas convaincus que l'erreur soit une sorte de profits.

Donc pour tous ça l'histoire peut apporter, mais je crois pas qu'elle suffise.

L'histoire peut-être même... d'ailleurs ça peut leur faire refaire des maths. Je pense que ça peut leur faire comprendre des choses qui n'avaient pas compris avant, sur les nombres par exemple les nombres réels. Les étudiants actuels presque aucun étudiant, je parle toujours étudiants qui vont devenir prof des maths, ces étudiants-là presque aucun n'a vu le construction du \mathbb{R} .

C'est relativement récent ça, je pense quand même il y a encore cinq, six ans quelque part dans la licence on leur montrait, au moins une construction. Ils ne comprennent pas forcément tous, mais ils voyaient que la question se pose. Que c'est intéressant de demander ce qu'est un réel.

Et là maintenant n'ont plus d'occasions de les voir. Dont j'essaie, je ne fais pas de construction de R parce qu'il faut passer 1 ou 2 heures minimum, même si on démontre pas tout. Je leur montre que la question s'est posée, puis j'essaye d'expliquer quand même la version de Dedekind parce que ça peut faire des petits dessins et puis... Je ne sais pas si ça peut en tout cas, faire mûrir les notions des nombres.

Annexe G.9: Entretien D6

6 avril 2018

D6

Université de Lille

Pouvez-vous se présenter, présenter son parcours académique et d'enseignement ?

À la maison les maths c'était quelque chose que mon père aimait bien. Il est plutôt technicien, mais les mathématiques et la géographie c'était des choses... les cartes, les appareils tout ce qui fonctionne, le bricolage c'était des choses importantes.

J'ai toujours aimé les maths, quand j'étais petite, j'étais forte en maths. Après j'ai eu une période où je voulais faire un peu d'autres choses, mais ça n'a pas duré longtemps. Il y a de petits éléments qui vont déclencher des choses à des moments donnés. Il n'y a pas d'enseignants dans ma famille...

Je me souviens juste une petite chose, ridiculement petite. Quand j'étais petite 7-8 ans un jour la maîtresse est sortie de la classe parce qu'elle travaillait dans un bureau. Et il y avait sous le tableau un grand affiche avec plein de triangles entremêlés. Et elle a dit aux élèves « pendant que je ne suis pas là vous comptez les triangles ». Elle est revenue et elle avait demandé combien il y avait de triangles. Tout le monde disait 48, moi je n'avais que 47. Donc on était deux à avoir la main levée pour 47 et elle a dit « vous êtes sûr ? vous êtes vraiment sûr ? » et le deuxième à baisser la main. Il y avait que moi, ce jour là j'avais raison.

À quel moment commence le parcours historique ?

Ça c'est venu très tard. C'est à dire que j'ai fait un cursus universitaire de mathématiques jusque là maîtrise de mathématiques, bac + 4, mathématiques pures. J'ai passé le CAPES, j'ai enseigné pendant longtemps. Donc j'avais le CAPES, je n'avais pas l'agrégation et puis au bout d'un certain moment j'ai demandé un congé formation, un congés pour préparer l'agrégation. J'ai demandé quatre, cinq, six fois je ne l'ai pas eu. Puis j'ai eu des enfants, ma famille, etc. J'ai arrêté de demander et tardivement, donc quand j'avais 40 ans un peu près je me suis dit « ah bah tient, peut-être je pourrait retenter et redemander maintenant ». Donc j'ai demandé un congé de formation pour préparer l'agrégation. J'ai eu le congé formation, donc j'ai eu la réponse au mois de juin. J'étais très contente et tout l'été j'ai cogité. Je me suis dit « mais, ça fait 20 ans que j'enseigne, peut être il y a dix ans c'est l'agrégation que je voulais mais maintenant, avec mes 20 ans d'expérience, des élèves c'est plus ça dont j'ai envie ». Donc j'ai commencé à regarder ce que je pourrais faire d'autre et j'ai

vu qu'avec ma maîtrise des mathématiques pures je pouvais m'inscrire en master 2. Alors master 2 enseignement c'était pas intéressant, c'est ce que j'ai fait plus ou moins. C'est équivalent. Master de recherche c'était difficile aussi parce que j'avais plus tellement le niveau de mon master 1 à la sortie 20 ans après. Et puis pour faire quoi après ? Et il y avait ce master d'histoire et philosophie des sciences en partenariat entre l'université de sciences et l'université de lettres. Voilà. Et donc j'ai choisi de faire ça j'ai demandé à changer le motif de mon congé. J'ai fait une croix sur l'agrégation en me disant que c'était plus ça que je voulais aujourd'hui et j'ai fait ce master 2 d'histoire et philosophe des sciences. Ça m'a beaucoup apporté au moment où je l'ai fait.

C'est bien d'avoir enseigné pendant 20 ans et de faire ça à ce moment-là. D'essayer de prendre du recul sur les mathématiques en général, sur la façon dont elles se sont construites. Avant je m'y intéressais de temps en temps. Par exemple quelques années auparavant j'avais demandé un stage du paf de l'Irem avec Rosanna, d'histoire des mathématiques. J'avais suivi ce stage et à la fin j'avait eu un coût d'inabouti en me disant « oui mais, et dans la classe ? ». On n'a pas fait lien avec ce qui se passe dans la classe. Et donc en faisant ce cursus là, moi ce que je cherchais c'était déjà à réfléchir moi même sur les mathématiques, la façon dont elles se font ou les obstacles qu'on rencontrait des mathématiciens dont le rechercher. Et comment ça je peux le transposer dans la classe, par rapport à mes élèves qui as un bout sur quelque chose et se met en situation de recherche, ou de réussite ou d'échec. Il y avait ça et puis... voilà. Ça m'a beaucoup apporté de faire ça à ce moment là.

Selon vous, quelles sont les potentialités de l'histoire des mathématiques pour vos élèves ?

Déjà j'ai fait très peu d'activités pour le moment avec les élèves d'histoire des maths. J'aimerais en faire, mais je me pose encore beaucoup de questions sur la façon dont on peut les faire pour pas que ce soit anecdotique. Pour que ce soit une réelle activité mathématiques et pas raconter une histoire de mathématiques. Pour l'instant je pense que ça m'a apporté des choses à moi et est donc même sur un exercice quotidien qui n'a rien d'historique a priori la façon de les autoriser à se tromper, à chercher, enfin je les autorisait déjà mais, peut-être sur les situations de recherche je pense que ça ouvre sur la culture générale ou sur la vision du monde. Le fait que les mathématiques comprennent le monde, il y a des petits commentaires, quelquefois je le met en contexte c'est à dire que les mathématiques c'est pas un calcul non plus, c'est plus.

Par exemple les élèves de 6e je sais depuis quelques années régulièrement, quand on fait les perpendiculaire on parle de l'angle droit évidemment, et je leur dis « mais, regardez tous les rectangles qu'il y a autour de vous. Ici, il n'y a que des rectangles autour de vous, les rectangles sont partout : le livre, le tableau, les tables, les fenêtres, la porte... tout est rectangulaire ». Et après je

leur dis « donnez-moi un rectangle dans la nature parce que on a des cercles dans la nature. On jette une pierre dans l'eau et on a un cercle ». Et le rectangle il est partout, mais finalement par la main de l'homme en fait. Donc il y a quelque chose dans cet angle droit qui vient de la perception du monde qu'on a. Nous en tant que humain de notre position d'être verticale par rapport à une horizontale qui n'est pas vraie, est la géométrie euclidienne, qui est basée là dessus. Et qui dans l'absolu si on quitte notre point de vue de terriens, la perception du monde qu'on a n'est pas vraie.

Je ne vais pas forcément jusque là avec eux, mais cet angle droit il nous structure et donc ces rectangles sont là pour ça. Et ça c'est des choses que je pense que les enfants sont tout à fait aptes à comprendre, qu'ils sont des petites graines qui sont plantés pour plus tard, je suppose en géométrie non euclidienne, je ne sais pas. Mais voilà comme ça qui change dans la façon d'appréhender des choses basiques.

Vous souvenez-vous d'au moins une activité que vous avez proposée inspirée de l'histoire des mathématiques ?

Je fais depuis très longtemps par exemple, et que j'ai toujours fait et qui marche très bien c'est par exemple calculer le tour de la terre par la méthode d'Eratosthène. Ça marche très bien c'est bien on réinvestit des propriétés qu'on a étudié avant sur les angles internes alternés, la trigonométrie ou la proportionnalité. Mais ça c'est un truc que je fais mais c'est classiques. C'est tellement classique... là je suis encore en train de chercher une façon de faire autre chose mais...

Quelle était la principale difficulté ?

Je ne sais pas, il y a une difficulté qui vient quand les élèves plus ils grandissent plus y compartimentent les matières, donc il faut aussi que j'ai fait suffisamment de choses avec eux avant pour qu'ils soient ouverts, il faut que ce soit bien cohérent avec le programme, parce que si ça arrive comme ça comme un ovni, séparé de ce qu'on a fait avant et après ils voient que c'est un truc plaqué et qui prend pas de sens dans leur progression... les grands ils sont très attachés finalement à leurs notes, à leur réussite et donc, il faut vraiment trouver la bonne place pour qui est vraiment le lien avec le programme et que ce soit pas artificielle, plaqué en disant « ah mais, regardez al khwarizmi il a fait des équations et ceci, cela, enfin... ». Je cherche un moyen de faire ça bien et pour l'instant je suis en pause. Depuis mon master sûrement, parce que ça m'a fait réfléchir sur la façon dont on risquerait de faire ça pas très bien, de manière anecdotique justement ou simplifiée. À la limite ce qui est préférable... ah si, je fais des choses quand même, ça me vient là, je vais raconter après. Ce

serait peut-être même d'en faire sans leur dire. C'est à dire de leur faire appliquer des méthodes anciennes ou leur en dire quand c'est fini.

Donc ça qu'on a fait c'est par rapport à un exposé sur les mathématiques chinoise de Serge Allegraud, sur les méthodes de divination ancienne avec un prélèvement de baguettes etc. Il avait expliqué quelque chose dans un exposé, et comme dans mon collège il y a des élèves qui étudie le chinois et il y a un professeur de chinois aussi, plusieurs fois on a mis en place une activité interdisciplinaire mathématiques chinois où on a manipulé justement ses baguettes. Il y a des problèmes de multiples, de diviseurs, un petit peu d'algorithmique débranché et donc ça avait bien marché. Mais c'était quand même un peu déconnecté du programme. C'était un activité interdisciplinaire ce jour-là. En 6^e c'était cohérent parce qu'ils doivent choisir leur deuxième langue pour la 5^{ème}, donc le professeur de chinois est venu dans la classe pour présenter la langue et on a profité pour faire quelque chose d'un peu plus riches.

Qu'est ce vous pensez que ça peut les apporter ?

Je pense qu'il y a une démarche par rapport aux essais et aux erreurs, aux fausses pistes, revenir sur son travail, à faire autrement. Qui est une idée qui n'est pas toujours, qui n'est pas toujours bien ancrée chez les élèves, qu'ils ont droit de faire ça. On est souvent dans des exercices répétitifs sur un tel ou mécanique avec une solution unique, et on fait aussi maintenant beaucoup de situations de recherche où ils peuvent prendre des pistes différentes et les confronter entre eux aussi en travail de groupe et là-dessus l'histoire des maths elle a sa place. Dans la démarche, d'explorer quelque chose dont on ne sait rien mais on va à partir de ce qu'on sait on va essayer.

Vous avez dit que l'histoire des mathématiques vous a beaucoup apporté au niveau personnel. Pouvez-vous nous parler un peu de cette contribution ?

Je pense que ça m'a déjà apporté personnellement. Culturellement le fait d'avoir porté un cursus mathématiques pures, scientifiques, etc, je pense qu'avec l'âge j'avais aussi un besoin de d'ouverture vers des choses plus littéraires, de faire le lien mathématiques et philosophie. Des choses comme ça. Donc personnellement ça m'a apporté beaucoup. Après, en tant qu'enseignant je sais pas encore. Est ce que ça a changé dans les pratiques ? Je pense que ça a changé une envie de transmettre différemment mais dans la pratique je sais pas je n'ai pas assez de recul pour voir ce que ça a changé.

Dans quel moment vous avez fait le master ?

J'ai fait mon master en 2014.

Pensez-vous qu'il est important d'avoir un cours d'histoire pendant la formation des enseignants ?

Oui. Je trouve que oui. Moi j'ai pas eu quand j'étais étudiant. Quand j'ai eu la formation d'enseignants ça n'était pas encore au programme. L'histoire des maths elle n'était pas encore dans le programme. Je pense que c'est important d'intégrer l'avancée des choses, le savoir de l'humanité qui s'est construit petit à petit et qu'on va transmettre. Et tout ça il y a une cohérence dans la construction. Et la cohérence dans la construction d'où ça, on doit la retrouver, on la retrouve de toute façon dans la cohérence de construction chez l'enfant même si on va faire tout ça en accéléré, à l'âge de 5 ans jusqu'aux 18 ans peut-être, en sautant des étapes. Je pense qu'on fait quand même des choses dans l'ordre, quand même plus ou moins. Je pense que c'est important pour les enseignantes d'avoir cette formation.

D'avoir une ouverture sur la place des mathématiques dans le monde aussi, dans la société. Donc dans l'histoire, la place qu'elle [les maths] a eu, la place qu'elle a aujourd'hui, qu'est-ce qu'on transmet au comme idée de la place des mathématiques aux élèves. Parce qu'il y a beaucoup d'idées fausses au bon sens, depuis que ce soit dans le cadre familial ils vont avoir une vision des mathématiques très différentes selon la famille. La société, la télévision transmet une certaine vision des mathématiques, les autres enseignants d'autres matières transmettent indirectement sans le vouloir une vision des mathématiques, certains enseignants ont aussi une vision des mathématiques qui n'est pas forcément la même que la mienne qu'ils transmettent aussi. Les enseignants du premier degré par leur parcours induisent aussi, quelque part, une vision des mathématiques qui quelquefois est déconnectée de la place culturelle des mathématiques dans une société.

L'approche de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants, est une question qui se pose aujourd'hui. Tous les rapports, tout le monde dit « il faut le faire » mais les enseignants sont pas formés pour le faire, pas du tout et ça pose des questions parce que si c'est anecdotique voilà... ça mène des problèmes. Oui il y a des choses intéressantes, même en histoire des sciences en général il y a très peu de culture des élèves. Depuis quelques années au collège on a mis en place -là ça vient de disparaître en fait- l'histoire des arts. Ils font des recherches très intéressante qui lit l'histoire, les arts, plastiques, l'éducation musicale, la littérature. Et selon des têtes ils font des recherches d'exposés des oraux très intéressant sur ce thème là. Et l'histoire des sciences, non. Pour

l'instant l'enseignement des sciences, c'est l'enseignement de la science, c'est l'enseignement des maths. Mais il n'y a pas de place pour l'instant pour l'enseignement de l'histoire des sciences.

J'ai une collègue qui se plaignait la semaine dernière une collègue de maths qui se moqué d'un élève qui disait « en telle année il n'y avait pas la télé couleur mais les gens voyaient en noir et blanc » lui il est en troisième et il dit des choses comme ça. Ce qui est n'importe quoi, parce qu'ils n'ont aucune notion de l'histoire du cinéma, de la photo, la culture générale scientifique, l'avancée des choses. L'informatique un peu plus, mais ils rendent pas tout à fait compte de ce que c'était l'informatique il y a 30 ans. Si par leurs parents sans doute mais je pense que l'histoire des sciences ça aurait sa place en maths et en sciences aussi.

Les enfants ont une grande curiosité pour la science. Des 7-10 ans par exemple, après pour beaucoup ça disparaît cette curiosité et les objets scientifiques ou technologiques sont des objets de consommation et c'est tout. Pourtant je pense que dans le premier degré tous les élèves à 7, 8, 10 ans se posent des questions sur les étoiles, sur les trous noirs, sur les dinosaures, sur la médecine, sur la respiration, sur la vue. Même sur les nombres, quand on croit que ça s'arrête jamais et des choses comme ça. J'ai l'impression qu'on leur apporte pas assez de réponses.

Après dès que ça sort du cadre si je suis plus dans le dans le travail rentable, « ici je travaille pour la note ce qu'elle dit à côté et commentaires à côté je n'ai pas besoin de les écouter » c'est un comportement...

Il y a une question que l'on sait pas...

A niveau de gouvernement c'est des commentaires, on dit que c'est bien de le faire, mais ça ne fait pas partie du programme, évaluer ça ne fait pas partie des acquis qu'on attend chez l'élève c'est ça fait partie.

Si l'inscrivent comme ça va être, et les profs des maths sont pas formés pour faire ça, qui va le faire ? Je ne sais pas. Il faut que tout le monde le fasse mais...

Je pense que la base c'est déjà dans les ESPE, dans les formations des enseignants. Si les enseignants eux mêmes ont reçu un enseignement d'histoire des sciences ou d'histoire des maths, on va espérer que ça va passer quand même à travers leur enseigner. Mais oui, ça pose des questions parce que on est là pour faire des maths avant tout aussi.

Entretiens avec des étudiants

Annexe G.10 : Entretien S1

29 Mars 2018

S1 (étudiant du MEEF)

Université de Lille

Quelle est votre parcours académique ?

J'ai commencé par une licence sciences pour l'ingénieur avec spécialisation en génie civil architectural et urbain, donc j'ai eu beaucoup tout ce qui est urbanisme et mécanique des structures. Ensuite j'ai voulu faire un master génie civil et je me suis loupé à cause de la méthode numérique pour la mécanique. Je comprenais rien et j'avais en tout six, et c'est éliminatoire. Du coup j'ai arrêté les études j'ai travaillé dans des fast-foods dans un restaurant, et ensuite j'ai repris mes études en master directement parce que j'avais ma licence et je me suis inscrit en master meef en 2015.

C'est en 2015-2016 que je valide une partie de mon master 1 et j'ai eu le CAPES, et l'année suivante j'ai validé à la dernière UE qui me manquait en master 1.

En fait dans ma deuxième année de master 1, tous les matins on avait un examen de cinq heures le mercredi matin, de 8 heures à 13 heures. Ensuite, moi j'allais chez un ancien professeur de prépa que me donnais des cours de maths pour que je puisse valider cette UE. Et en fait ce sont les profs qui ont validé l'UE parce que dans mon premier an, j'avais à peu près entre 0 et 3 aux examens et l'année suivante j'avais entre 7 et 10 pour les mêmes examens. Donc oui, ils ont vu que je m'étais investi je m'étais amélioré, tout ça... J'étais motivé et du coup ils vont validé l'UE. Alors que je devais avoir 8 de moyenne.

Dans le questionnaire, vous dites que vous avez déjà eu des expériences avec l'histoire des mathématiques. Pouvez-vous en dire un peu plus ?

En fait quand j'étais au collège et au lycée, il y a eu un prof qui tenait absolument à nous parler de l'histoire des maths quand on y avait un nouveau théorème, un nouveau personnage qui rentrait dans nos connaissances, qui appartenait à l'univers des mathématiques. Et nous parlait un peu de l'histoire de ce personnage. Plutôt que nous balancer « ah, voilà le théorème des gendarmes » il nous disait d'où venait ce théorème.

Comment l'enseignant a-t-il fait cela ? sous forme d'une petite histoire ou d'une anecdote ?

C'est ça, et c'est toujours intéressant. Le théorème de Fermat, on avait une petite histoire. C'est toujours appréciable qu'on nous donne pas comme ça l'info...

Là c'était au lycée, mais dans l'université pas du tout. Parce que j'étais en génie civil et du coup, il y avait une partie maths, et en mathématiques c'était des maths pures. On faisait que des maths il n'y a pas eu un seul moment où ça a été l'histoire des maths. La première fois où j'ai eu une histoire des maths c'était avec Rossana. Et récemment avec monsieur Djebbar lors de sa conférence, c'était une conférence vraiment intéressante. Je l'ai envoyé un mail en fait, il nous avait dit que si on voulait recevoir son pdf, qu'on pouvait lui envoyer un mail, et du coup je lui ai envoyé un. C'était sur les phases arabes de l'algèbre.

Selon vous, quels avantages l'histoire peut-elle vous apporter, en tant qu'étudiant et ensuite en tant qu'enseignant ?

Moi c'est surtout la curiosité des mathématiques, en fait. Parce que je trouve ça très intéressant. Par exemple, la construction d'un pentagone régulier, c'est pas quelque chose qu'on va nous enseigner nulle part et pourtant savoir que c'est à partir du triangle d'or, je n'avais jamais entendu parler jusqu'à que de moi même, je m'intéresse pour le CAPES. Et moi je trouve que l'histoire des mathématiques connaît ce genre d'information. Ça peut être qu'un plus, quand on passe à l'oral du CAPES si on est sur un théorème dont on connaît un petit peu le mathématicien qui a construit ou démontré, enfin, moi je trouve que c'est un plus. Du coup on peut montrer qu'on a une culture mathématique et qu'on pourra la transmettre à nos élèves plus tard. Et puis ça permet de ne pas faire que des mathématiques, de faire justement une petite parenthèse, de prendre dix minutes, un quart d'heure, pour dire « voilà, même si on est dans les maths on va faire un peu d'histoire », pour casser un petit peu le rythme en cours.

Pourquoi pensez-vous que c'est positif ?

C'est justement de savoir sortir de son cocon des mathématiques. Par exemple, si on prend les intégrales par partie, c'est très bien de savoir toutes les faire, mais c'est bien de savoir d'où ça peut venir. Parce que ça reste très abstrait. Moi je trouve que pour le coup, les intégrales, quand on apprend ça au lycée c'est complètement abstrait. Je trouve que c'est encore plus abstrait même que la philosophie.

Et du coup pour pas perdre certains élèves... c'est des maths... du coup qu'ils puissent savoir d'où ça peut venir, pourquoi on en est venu à créer les intégrales, dans quel objectif... moi je trouve que ça peut être franchement intéressant.

Pythagore à la base il avait... Les grecs avaient la corde à 13 noeuds pour vérifier qu'ils avaient des murs perpendiculaires et ils ne s'étaient pas amusés à faire un triangle « tiens ! je vais essayer de voir quelle mesure peut faire ce côté là du triangle », il y a une recherche avant, il y avait une logique derrière. C'est pas faire des maths pour faire des maths.

Enfin, là où c'est bénéfique en tant qu'étudiant c'est notamment pour le CAPES et ensuite pour sa propre culture.

Dans le CAPES il y a une partie d'histoire?

Non, pas forcément. Mais en fait dans le CAPES on a un oral où on doit présenter... c'est le deuxième oral qu'on présente comme si on était face à des élèves en général. Et quand on est face à des élèves, je trouve ça bien de donner un aspect historique si on peut le faire, et du coup parler deux, trois minutes pour dire au jury « j'ai une certaine culture mathématique » c'est toujours bien.

Moi, je pense que j'ai eu une bonne note à mon oral des CAPES parce que je suis tombé sur un thème de géométrie et du coup j'ai parlé de la construction du pentagone régulier *via* le triangle d'or, et je pense que ça ils ont beaucoup apprécié. Parce que c'est ce qu'on appelle la culture mathématique, j'avais jamais vu ça avant que je prépare le CAPES.

Qu'est-ce que la culture mathématique pour vous ?

Pour moi la culture mathématique c'est pas la connaissance de divers théorèmes, mais c'est plutôt la provenance. Pourquoi on est venu à trouver tels éléments à démontrer, tels théorèmes, ou comment les mathématiciens sont venus à faire des recherches sur certains éléments. Pour moi où il y a une partie de la culture mathématique reste appartient à l'histoire. C'est pas juste des maths... Ça c'est plus pour la recherche.

Quel type de difficulté avez-vous rencontré dans le cours d'histoire, et au moment de vouloir partager avec leurs élèves ?

Alors, je vais prendre l'exemple de la conférence de monsieur Djebbar : c'est trop d'information d'un coup et on ne peut pas retenir. Mais on prend des notes et du coup quand je reçois l'information,

pour moi ce qui est dur c'est de retenir tout et de pas l'oublier. Mais quand je veux ensuite en parler aux élèves, justement je retourne dans mes notes et j'essaie de réapprendre ce qu'on m'a donné comme information pour la retransmettre. Et face aux élèves je vais d'abord réapprendre cette partie historique que je ne connais pas encore, parce que c'est ma première année, et du coup c'est pas une notion que j'apprends la première fois, en fait. Ensuite l'expliquer avec les bons termes, ne pas se tromper dans le vocabulaire, dans le nom des mathématiciens...

Vous avez fait un exposé dans le cours d'histoire ? De quoi s'agissait-il ?

Au tout début, oui. Alors, ma partie c'était sur le développement du carré. Un grand carré que tu separes en triangles. En fait moi, j'avais mis l'hypothèse « est ce que ça fonctionne en volume ? Est ce que ça fonctionne avec les cubes ? » mais pas du tout. Ça était ma partie, montrer que le raisonnement qui marchait pour des carrés et qu'on peut séparer dans les triangles, ça marche pas au niveau du cube. Mais c'était pas un épisode historique. C'était pas du tout ça.

On était cinq à faire le truc et c'était notre camarade qui était plus axé sur l'histoire, et du coup moi j'ai voulu sortir de ça pour pas faire que ça et de montrer un exemple et dire que « si jamais vous pensiez que ça marchait dans les volumes et ben non, ça marche pas ».

Avez-vous déjà travaillé avec des textes historiques ? Que pensez-vous de travailler avec ce type de materiel dans le cours de mathématiques ?

Non, je n'ai pas eu l'expérience, mais je pense pas faire ça avec des élèves de collège parce qu'il y aura le problème de la langue, de la lecture qui pour certains élèves sera impossible, en fait. Parce que le problème c'est que en ce moment au collège on a encore beaucoup [*d'élèves*] qui ont du mal à lire, qui ont du mal également à écrire. Alors, si on leur donne même un format à 5, un texte à lire, déjà rien qu'en voyant le truc, ils vont s'arrêter. Certains vont même pas essayer et d'autres qui ont de la peine à lire, ben... quand moi je considérerais qui devraient avoir fini de le lire, ça se trouve qu'ils seront qu'à la moitié, et du coup... ou alors il faudrait rétrécir vraiment l'extrait historique, vraiment que ce soit un tout petit truc, tout petit texte. Huit lignes maximum mais pas au-delà.

Après c'est le problème du vocabulaire aussi, parce que il y aura beaucoup de mots compliqués et puis le fait que ça sera pas écrit comme le français de maintenant, du coup. Si on prend par exemple les poésies de La Fontaine, si on prend les originaux, ce n'a pas rien à voir mais, notamment en terme de conjugaison c'est pas la même chose sur certain temps qu'aujourd'hui.

Quels autres éléments pourraient être intéressants à ajouter au cours d'histoire ?

Moi je trouve que ce qui peut être bien dans l'histoire des maths par exemple, ça serait... En fait le souci c'est que on a deux UE différentes qui pourraient se regrouper en une seule, en fait. Parce que les unes se complètent avec les autres, et par exemple en histoire des mathématiques, moi je trouverais ça bien, quand sur une notion mathématique qu'on verrait au collège ou au lycée essayer de faire un début de séquence avec l'histoire des mathématiques. Essayer d'approcher une notion mathématique du secondaire donc de faire de la didactique avec l'histoire des mathématiques. Et je me dis que ça peut être franchement bien. Or là, le problème c'est qu'on est vraiment concentré sur l'histoire des mathématiques en général, et du coup vis-à-vis de notre futur travail, qui va être enseigner les mathématiques dans le secondaire, bah... je trouve que ça ne s'adapte pas forcément, en fait. Et je me dis que ça peut être vraiment intéressante de dire, voilà... Plutôt que de faire des exposés sur ce qu'on a vu précédemment ou autre chose, que un groupe essaie de trouver une partie *historique des mathématiques* par rapport à une notion mathématique, et d'essayer de s'en servir pour que ça devienne quelque chose de didactique pour transmettre à l'élève. Tu vois ce que je veux dire ?

Ça dépend vraiment du public visé. Parce que si on prend la conférence de monsieur Djebbar, elle était très bien et en tant que conférence c'est normal qu'il y aient pas réellement de didactique et que ce soit vraiment concentré sur l'histoire. Pour une conférence c'était très bien, mais après nous devant des élèves... Où là c'est en dessous de néophytes encore, dans le sens où vraiment ils découvrent cette matière là, les mathématiques. Je trouve ça bien pour ceux qui sont un peu bloqué sur les maths, bah... de faire un aspect historique, mettre dans le contexte et pour essayer de raccrocher certains élèves par l'histoire, pour qui s'intéressent à la notion mathématique.

En quelle année du collège travaillez-vous ?

J'ai les 5e et 4e, ils ont entre 12 à 14 ans. Ils commencent surtout les 4e avec le théorème de Pythagore par exemple il y en a qui registre pas du tout.

Annexe G.11 : Entretien S2

11 avril 2018

S2 (étudiant du DU)

Université de Lille

Pourrais-tu te présenter et me raconter ton parcours académique ?

J'ai fait un parcours de classes préparatoires au départ. Ensuite j'ai eu l'ENS de Cachan au département de mathématiques. Là on avait une formation générale j'avais pas trop cherché l'enseignement. On a fait des stages de recherche très tôt, j'ai passé l'agrégation au troisième année. Quatrième année j'ai essayé un autre domaine, la finance, ne m'a pas plu. J'ai essayé ensuite un doctorat, pareil. Je voulais un domaine qui s'éloigne un peu des mathématiques fondamentales, donc un domaine plus physique, chimie, thermo statistiques. Finalement j'ai eu la première année, mais je préfère me lancer pour une carrière d'enseignement, j'ai demandé à réintégrer dès que possible, le statut d'agrégé, donc depuis janvier je suis au lycée Albert Châtelet de Douai et là ça fait trois mois que j'ai commencé avec deux classes de seconde. J'ai pu poursuivre le programme de la collègue précédente : statistiques, analyses de données, fonction affine, probabilité, vecteurs et la géométrie dans l'espace. Par rapport à l'histoire des mathématiques et un peu pluridisciplinarité dans le cadre du dossier professionnel effectif, il faut faire une activité avec une collègue. Moi j'ai fait avec une collègue d'histoire qui partage une seconde avec moi. On a essayé de construire une activité dans la continuité du cours sur l'architecture, la peinture et le nombre d'or. Donc ils [*les élèves*] avaient vu notamment le nombre d'or, la définition, l'utilisation dans les tableaux, dans le Parthénon et donc je suis parti des monuments qu'ils avaient étudié. Moi ça me permettait de traiter les notions de géométrie dans l'espace en tout ce qui est volume, représentation de perspectives cavalières... Et ensuite autour du nombre d'or faire une étude mathématiques un peu plus poussée, pour partir des définitions géométriques, rapport de distance égale à phi, et ensuite montrer quels sont les solutions d'une équation du second degré. Ça permettait après de faire un petit exercice d'introduction au chapitre second degré.

Ça c'est depuis le début de l'année, puis janvier on fera l'expérience d'enseignement. J'avais déjà eu une expérience d'enseignement auparavant en licence.

Avec les collègues on parle beaucoup ils souhaitaient effectivement une collaboration entre les différentes disciplines. Une collaboration d'histoire et français notamment.

Aussi par rapport aux chapitres qui sont faits, moi je le fais après en mathématiques. Puisque les progressions pour les élèves soient optimales. Il y a une demande aussi des élèves, notamment pour

les mathématiques, qui posent souvent la question « à quoi sert la notion abstraite ». Quand ils voient que sont des applications directes en architecture, en peinture ou plus généralement comment les théorèmes finalement les plus simples de Pythagore... qui sont utilisés et après qui s'ils continuent mathématiques qui seront la source de preuves de résultats plus pousser, pour eux c'est une motivation supplémentaire, un intérêt qui leur permet d'aller plus loin dans la réflexion.

En tant qu'élève du secondaire, as-tu eu l'expérience de travailler une notion de maths d'après l'histoire ?

Il y avait des petites choses au collège et au lycée. On avait étudié des petites choses comme ça. Dans le programme de seconde aussi sur l'art et l'architecture. Donc il y avait eu déjà des nous faire chercher à nous en tant qu'élèves, voilà. On faisait un petit exposé, une petite réflexion autour de ces notions, voir l'évolution aussi. Comment un objet a des applications à la fois en géométrie, en arithmétique... J'avais un professeur au lycée qui travaillait aussi sur les représentations, les croquis... après c'était difficile d'intégrer dans le programme ces réflexions, puisque c'était quand même, des choses très puissants à démontrer. Mais les enseignants, dans mon expérience ont toujours d'autres moyens, s'étaient souvent sur les mathématiques et l'architecture. Il y avait le plus de liens et qui permettra aux élèves d'intéresser lorsqu'ils n'arrivaient pas à rentrer trop dans l'abstraction. Les expériences ou des activités, des petits exercices. Les manuels on propose beaucoup, après il faut laisser les activités qui prennent souvent une heure avec le professeur ou les élèves doivent faire preuve d'une réflexion chez eux. Donc on peut en proposant de devoir maison... Géométrie dans l'espace, prendre des monuments, leur faire regarder les volumes, notamment les pyramides avec l'érosion comment la quantité, le volume de pierre diminue... donc, ce sont des petits exercices qu'ils peuvent réaliser très rapidement. Après s'ils veulent rentrer dans les exercices plus poussés, ils peuvent... Après c'est difficile, ils ont beaucoup de matières, donc soit y aurait finalement une séquence construite intégralement avec les différents collègues mais c'est très difficile... Il faudrait une progression, nous sommes dans le cadre de la formation de l'ESPE ou nos tuteurs ou conseillers, ils peuvent nous proposer une progression spirale. C'est à dire, les notions introduit progressivement, et trouver un lien entre les différents partis soit en géométrie ou en analyse, ou statistiques ou probabilité. On s'attendrait finalement à une séquence en spirale, ce type de progression à l'ensemble des disciplines. En physique aussi il y a des outils dont ils [*les élèves*] ont besoin, en dérivation... voilà. Donc essayer, c'est pas juste sur l'histoire des mathématiques, mais voilà. Dans ma carrière d'enseignant j'ai essayé de faire au maximum dès

début d'année, avec les collègues, de voir la progression qui compte faire et pouvoir proposer des activités comme ça.

Quelles difficultés as-tu rencontrées dans la planification de ce type d'activités avec l'histoire ?

Alors la difficulté c'est trouver les outils théoriques qui vont servir dans la progression du chapitre puisque on n'est pas juste dans l'activité qui est intéressante. On doit suivre quand même les programmes et un certain nombre de notions, donc arriver à trouver les outils théoriques dans l'activité. Qui ne soit pas trop compliqué à leur niveau, et trouver un lien, effectivement, une activité qui permet d'avoir une petite réflexion. Dans la vie de tous les jours... sur une réflexion qu'on a souvent « à quoi ça va nous servir » et quand ils voient que finalement ce sont des choses simples et que les grands mathématiciens ont parti de ça pour faire un petit théorème plus puissant, ça les intéresse.

Pourquoi est-ce important pour toi ?

Par rapport aux élèves, par rapport à la théorie de l'apprentissage pour les élèves. Quand ils ont du plaisir à apprendre pour eux on voit que les notions sont assimilés beaucoup plus vite. Les calculs de volume, le calcul de représentation des perspectives cavalières, ils ont cherché soit dans leurs manuels, soit sur internet, des monuments. Donc après qu'on fait des cavaleries, calcul de volume, les représentations perspectives cavalières ils ont su faire, donc je suppose qu'ils vont arriver à adapter très rapidement, ça c'est vraiment. Le plaisir qu'ils prennent à faire l'activité influence directement leur capacité d'assimiler plus facilement les notions. Après bien sûr, il faut quand même des choix didactique et pédagogique et ça dépend du public, des élèves de chacun, mais déjà l'intérêt qu'ils vont porter à l'activité.

Donc pour toi, le but est d'intéresser les élèves ?

Pour nous c'est l'assimilation à la fois de la notion et si possible une démarche de raisonnement. Ce qu'on ne leur apprend pas uniquement des résultats mais que c'est une démarche de raisonnements qui seront adaptés plus tard. La démarche du raisonnement mathématique c'est vraiment l'objectif du programme, il y a des notions de base et surtout une démarche de démonstration qu'ils doivent acquérir tout au long du collège, tout au long du lycée, pour pouvoir après poursuivre dans le supérieur ceux qui souhaitent vraiment la démarche mathématiques à tout niveau. Mais quand il y a

des objets, ils peuvent chercher les vies des mathématiciens, ils voient comment ils ont évolué et comment leurs travaux, leur discipline... Et c'est pluridisciplinaire, il y a des maths, des physiciens mathématiciens souvent c'est lié. En peinture aussi...

Comment le savoir et les démarches de raisonnements sont similaires pour les disciplines.

Quelles sont les différentes dimensions que l'on peut travailler à partir de l'histoire ?

C'est une démarche, mais une démarche de démonstration, là j'essaie vraiment qu'ils changent leur vision des mathématiques, c'est pas uniquement un enchaînement de calcul c'est un enchaînement d'arguments. Alors en second ça passe souvent par un enchaînement de calcul pour montrer un résultat, mais finalement la démarche argumentative c'est là même qui retrouveront en français lors des dissertations des paragraphes argumentés ou en histoire, un jour.

Donc cette démarche de démonstration qui est basé sur des théories mathématiques on peut la retrouver dans les différentes disciplines. Après les lacunes ou les facilités face au raisonnement on les voit, on essaie de cerner les difficultés des élèves. Ça permet aussi de voir si c'est un problème de rédaction, donc là si c'est un problème de formulation, certains ils comprennent, on voit qu'ils ont compris l'exercice mais ils n'arrivent pas à le formuler. Quand on connaît les élèves on peut savoir plus ou moins s'ils ont compris. Après j'essaie de leur apprendre quand ils vont être évalués, quand ils vont être lus, quel est-ce qu'ils écrivent sur leur copie. Ça ne signifie pas mathématiquement ce qu'ils veulent montrer souvent. Il y a ça à travailler, par rapport aux objectifs de chaque exercice c'est conçu dans cette assimilation des notions au départ, mais après progressivement les montrer que tout raisonnement, si les bases d'analyse, des raisonnements sont solides, ils sauront le faire sur des notions qu'ils ne connaissent pas et ça c'est l'activité là pour le second degré.

J'avais pas défini ce qu'est une équation du second degré, ils connaissent qu'une équation, je n'ai pas défini les solutions du second degré et sur un exemple j'ai trouvé un enchaînement de questions me permettant de leur montrer que « voilà le nom phi, est l'unique solution positive de telle équation ». Donc après même si en second ils ont pas tous les théorèmes, ils peuvent traiter ce genre d'exercice.

En ce qui concerne le cours d'histoire des mathématiques de ce semestre : dans quels aspects ou dimensions cela t'a fait réfléchir ?

Alors nous en tant qu'enseignants des mathématiques, quand on a un niveau universitaire, on voit l'évolution des mathématiciens, notamment en étudiant les éléments d'Euclide sur le début, les prémices des réflexions avec les connaissances qu'on a, on peut saisir finalement l'évolution de la

pensée des mathématiciens, c'est à dire, la puissance commence à évoluer, comment ensuite on est passé aux démonstrations, dès conjectures et l'esprit : conjectures – démonstration. Ils sont proposés aux élèves sur des cas simples : faire une conjecture et ensuite démontrer. Et cette démarche, c'est la démarche du chercheur, plus tard. Donc lire les textes fondateurs des mathématiciens donne des pistes de formulations d'enseignement, de choix didactique pour essayer de faire assimiler les idées aux élèves. Indépendamment de l'intérieur en mathématiques, je veux dire, des auteurs et du cours d'histoire des mathématiques.

Nous pour l'intégrer après dans notre pratique enseignante on peut choisir des passages, comment il est passé de la conjecture à la démonstration. On peut s'en inspirer pour essayer d'amener les élèves à cette démarche.

Annexe G.12 : Entretien S3

12 avril 2018

S3 (étudiant de DU)

Université de Lille

Pourrais-tu te présenter et me raconter ton parcours académique ?

Alors, j'ai un profil très français donc je suis passé le baccalauréat en France sur la région lilloise. Je suis rentré en classe préparatoire aux grandes écoles d'ingénieurs pendant deux ans et je suis accepté au bout de deux ans à l'école centrale de Nantes, où je vais faire trois ans. Et en fait, pour passer le concours j'ai dû faire un travail sur une technologie -les piles à combustible- c'est plutôt physique et ingénierie, des voitures à hydrogène, c'est le moteur qui remplacerait le moteur à combustion. Ça m'a plu tout de suite, je me souviens, je me suis dit « ça s'est super bien, et en plus c'est évident que quand j'aurai fini mes études tout le monde roulera avec une voiture à piles à combustible ». Enfin... voilà, quand on a 18 ans, 19 ans on a des grands rêves.

En sorties d'écoles d'ingénieurs 22, 23 ans je pars à Londres à faire une thèse sur des matériaux de piles à combustible et j'ai fini en 2007-2008 la partie expérimentale et je dois commencer à écrire mon rapport parce que je n'ai pas écrit pendant les trois ans, voilà... et puis je cherche un boulot à côté. La crise... donc les piles à combustible, on oublie. Je pars dans les énergies renouvelables pendant 6, 7 ans. Je ne suis plus sur Londres et finalement je travaille pour une start up. Je ne suis pas payé donc voilà. Je m'ai dis « il faut que je rentre ». Parce que je donnais des cours du soir à des élèves qui suivait le lycée Français à Londres. Là, c'est assez intéressant parce qu'au final je me rends compte que ce sont des élèves qui ont un manque de confiance, ou la plupart. J'ai commencé par faire des cours de français, à les tout petit. J'ai vite arrêté parce que c'était pas pour moi. Après j'ai pu faire physique et maths. D'abord au collège puis au lycée et puis c'est quelque chose qui est assez intéressant mais j'ai tendance à... en fait, en deux séances on voit rapidement, l'élève et moi, si on va faire l'année ensemble ou pas. C'est à dire qu'ils choisissent mais je choisis aussi, un élève qui travaille pas, ça m'intéresse pas, je perds mon temps. Donc, finalement je travaille sur cette dynamique là et comme je ne suis toujours pas payé, je rentre en France et là je rentre sur Lille où j'enseigne en école d'ingénieur. Je propose de faire des cours en anglais de mécanique des fluides, thermodynamique, etc, les écoles « ah, oui l'anglais c'est bien », donc ça passe bien auprès de la direction. Auprès des élèves non. Ça passe pas... Donc c'est un peu bizarre parce qu'en fait on me demande à donner des cours mais j'ai pas appris à être enseignant en fait. J'ai appris à être un tuteur et la plupart du temps c'est d'essayer de comprendre comment l'élève fonctionne et je m'adapte à

l'élève. Là avec 300 élèves je donne mon cours au tableau. À la fin je dépose mon stylo, je m'en vais, voilà, j'ai pas de relation. Puis j'ai pas de temps plein donc je passe le concours pour être prof de physique, je passe le capes, je passe l'agrégation, je passe le capes de maths au cas où. Je loupe le capes de physique et je vais au capes de maths en disant « je m'en fous » et je l'ai [rires].

Alors j'arrive et en fait « tu seras enseignant en collège ». Donc, je passe de cours en anglais, des élèves de 22, 23 ans en école d'ingénieurs, à cours de mathématiques des élèves de 6e... voilà. Au moins [les élèves ils ont] 10, 11 ans et puis le 4e ils ont 12, 13 ans. C'est une nouvelle dynamique, ils sont 30 dans les classes, je les regarde, je connais leur prénom, des autres je connaissais pas, voilà. Et puis, en fait, je passe mon temps, je prépare un cours, j'arrive, le cours marche super ou fonctionne pas, je me demande « pourquoi » et en fait c'est là où je travaille à enseigner.

D'après ce que tu m'as dit, tu as une longue expérience académique. Est-ce que l'un des professeurs que tu as rencontrés a déjà mentionné « l'histoire des mathématiques » ou « l'histoire des sciences » ?

Alors, cet esprit là, en fait, je l'ai plus... En école d'ingénieur et en classes préparatoires c'était vraiment du cours appliqué, on était dans les équations on était dans l'expérience, voilà. De temps en temps si tu as un mathématicien ou un physicien, ça permet de cadrer un peu au cours des siècles : la gravitation c'est plutôt le 17e, c'est pas le 19e. Mais toute cette histoire là, finalement je l'ai eu parce que j'ai continué à lire, j'ai fait ma thèse. En lisant pour ma thèse je lisais aussi des articles très poussée, mais je passais aussi du temps à lire... pas forcément de la vulgarisation parce que je pense que c'est encore un stade un peu au dessus des livres, voilà. Expliquer les maths et la physique sans forcément sortir l'armada des équations et « on est parti, on va résoudre » ça j'aimais bien 17-18 ans, j'aime toujours mais c'est vrai que ça peut être aussi un peu pas inquiétant, mais il y a certaines personnes qui n'aiment pas finalement cette longue mathématiques.

Donc c'est finalement par la lecture de livres.

As-tu préparé une activité avec l'histoire des mathématiques pour tes élèves ?

En fait à un moment on a fait la division égyptienne, mais la multiplication égyptienne... En fait, ce qui se passait c'est qu'avec ma classe de 6e en début d'année j'avais 29 élèves. 27 élèves qui ont pu dire étaient « normaux » et puis j'avais deux élèves qui ont des problèmes d'apprentissage.

Donc ces deux élèves qui étaient dans ma classe on leur a fait faire des tests et on nous a dit « bah, en fait, ces deux élèves n'ont pas le niveau... ». Il fallait aller encore un stade plus loin, où on parle

d'un handicap. Donc on était avec des élèves qui vraiment se lançaient dans les exercices du genre 135×243 , j'avais 27 élèves qu'ils se mettaient avec des rythmes plus ou moins différents. Mais là ces deux élèves ça marchait pas... donc la division égyptienne, la multiplication égyptienne « on n'apprend pas toutes les tables opératoires mais uniquement le table de deux » c'est un petit peu plus abordable.

J'ai expliqué aux élèves et je les ai montré, je suis passé une séance, plus une autre séance d'approfondissement en groupe, où il y avait la moitié de la classe, juste sur la division égyptienne. Et puis j'avais aussi fait la multiplication japonaise avec des traits, comme ça il n'y avait pas d'opérations en fait.

Et au final ça a mis du temps parce que finalement on l'apprend à la française, on l'apprend à l'européenne est donc là c'est quelque chose qu'ils maîtrisent. Ils ont mis du temps à comprendre, mais à la fin j'avais 27 élèves qui savait faire la division égyptienne, la multiplication japonaise ou la normale, et j'avais deux élèves qui ne savaient toujours pas quoi faire.

Ce que j'avais essayé de faire avec ces demoiselles, finalement je me rendais compte que... j'ai essayé mais ça marchait toujours pas. Donc c'est là où j'ai pu utiliser le cours. Pas forcément des explications qu'on a vu en classe. Je sais qu'avec les 4e on voyait le théorème de Pythagore, donc ça par contre, qui a une explication géométriques avec les trois carrés, et j'aime pas parce qu'on voit pas... Moi ce que je préfère c'est celle de Roosevelt¹². On découpe le triangle et on construit deux carrés, on fait apparaître. Et finalement, moi, ça me parle plus, je l'ai fait et j'étais super content. À la fin je me suis dit « ils vont voir l'égalité de Pythagore, là c'est évident elle se voit ». Je fais des essais, après de là, à dire que ça fonctionne, pas forcément.

Quelles difficultés as-tu rencontrées dans la réflexion et la planification de ces séances ?

La difficulté finalement non parce que on l'a fait en cours. Et là je me suis dit que ça pourrait fonctionner. En fait j'ai suivi le coup et je me suis dit « tiens, je vais retenir, je vais essayer de comprendre bien comment ça fonctionne, le refaire à la maison. Parce que au finale quand on le fait « oui, j'ai compris » et puis...

La première fois que j'ai fait la division égyptienne je voulais faire un essai « uh là... ça marche pas ». Je l'avais pas forcément bien préparé. Avec le théorème de Pythagore je l'avais bien travaillé, donc ça allait. Mais je suis pas forcément dans les détails.

J'ai une classe en 4e où j'essaie de couper le superflu, en fait, si je me met un petit peu trop dans les détails c'est « uf... on colle plus ». Donc là j'aurais voulu dire « voilà, vous voyez, ça c'est une

¹² Nous n'avons pas trouvé cette référence.

technique été fait par Roosevelt » mais plutôt à la fin, pour le remettre dans le cadre. Mais on est allé tellement lentement on a galéré pour trouver la surface d'un carré...

Penses-tu que travailler avec l'histoire peut t'apporter quelque chose de positif ?

Je trouve que souvent ce sont les techniques qui ont permis de trouver les points sur lesquels on veut étudier. Donc de temps en temps ça sert à rien de réinventer la roue, c'est comme ça qu'on l'a trouvé. Ça me paraissent être des chemins, surtout des chemins visuels. En fait, avec les triangles qui bougeaient dans Pythagore. Finalement je me disais « on visualise, on fait quelque chose de concret ». Alors que le $a^2 + b^2 = c^2$, je l'ai écrit quatre mois plus tard, quand je faisais le calcul en littérale, avec des lettres et ça ne les parlait pas forcément.

Je pense que j'ai forcé la conclusion pour approcher les deux résultats, je pense que j'aurais pu rester une semaine à regarder les carrés. Donc non, c'est pas naturel, ce qui paraît naturel pour moi ne l'est pas pour mes élèves.

Par contre l'objectif pour les divisions égyptienne c'était vraiment de se dire « là on a des élèves qui peuvent pas ou ne pourront jamais connaître les tables de multiplication de 8, de 9, c'est trop difficile pour elles de visualiser, de comprendre ces concepts là », donc effectuer tout par la division par deux, ça paraissait intéressant. Mais finalement au lieu de faire que de la division, on faisait des multiplication par 2, ensuite on faisait des additions, donc on mélangeait pas mal de choses. Et alors là pour elles c'était plusieurs techniques opératoires en même temps et c'est pas forcément évident. L'objectif c'était de les aider en leur permettant d'avoir une autre technique. Mais encore une fois, j'ai réussi à faire en sorte que 27 ou 25 élèves comprennent ce qu'on était en train de faire, mais les deux autres élèves étaient toujours en difficulté. Et j'ai passé beaucoup de temps à faire ça, alors que j'aurais pu continuer.

Avec ces élèves là, je me suis senti vraiment avec un nuage devant les yeux... quoi que je fasse elles m'ont regardé soit des sourires, soit à me regarder mais j'avais l'impression de leur faire perdre du temps...

Dans le cours d'histoire des maths, il y a beaucoup de choses que j'ai retrouvé, parce que dans la lecture anglosaxon -je lis essentiellement des livres en anglais en mathématiques et en physique- il y a beaucoup plus de parties historiques. Alors soit une fois qu'on parle des groupes de Galois, on avait droit à l'histoire de Galois, voilà. Ça c'est un classique. Mais finalement toutes ces histoires là je les ai eu à travers les livres. De temps en temps je les lis et voilà « ah tiens, je l'ai bien retenue ».

Là, dans le cours, je redécouvrais des choses, elles sont intéressantes. Par exemple, la méthode qu'on a utilisé pour démontrer que la longueur d'un carré et sa diagonale était de grandeur

incommensurable, moi ça me paraît d'autant plus belle, parce que je suis plutôt géomètre que algébriste. Mais je sais aussi que étant donné les coupes que l'on a fait en géométrie ça parleraient certainement moins à des élèves que ça peut me parler, avec l'enseignement que j'ai eu de la géométrie. Parce que je faisais plus de géométrie quand j'étais élève que ce que je fais avec mes élèves. On a coupé la partie géométrie, on a réduit.

Ça devient très opératoire finalement si on admet. Et pour moi c'est plus difficile à retenir...

J'ai l'impression qu'on se dit « bon, finalement pas tous les élèves vont devenir géomètres », oui bien sûr. Mais pour moi c'est pas la meilleure méthode. Après reste un choix, et là on est en train de faire des choix, en fait. Je trouve que mes élèves ont beaucoup plus de probabilités statistiques que ça je faisais.

Et par rapport à l'histoire, est ce que tu te trouves que ça peut t'aider ?

Moi je trouve que c'était mon meilleur cours de l'année. C'est le cours qui j'ai préféré. Je trouvais ça intéressant. Après, encore une fois, il y a eu des chapitres où je me suis dit « oui, bon, ça j'ai déjà lu » et puis lorsqu'on a commencé à faire la géométrie non-euclidienne, je me suis dit « ah, tiens, quelque chose intéressant » et puis on n'est pas allé trop loin parce que finalement on a montré la différence. Donc voilà, c'est plus une partie historique.

Parce que finalement de tous les cours, on veut nous montrer pleins de choses, mais on fait du saupoudrage, on commence on se dit « tiens, ça pourrait être intéressant » et voilà, c'est fini.

Dans la plupart des cours, le problème que je retrouve est que la méthode très française dans lequel on arrive, on nous explique quelque chose, on nous donne des documents sur place, et par moments on passe une demi-heure à lire le document. On n'aurait pu l'avoir lu avant l'arrivée en cours ? Est ce que ça aurait été fait par l'ensemble des élèves ? Encore une fois je pense que non, mais pour moi c'est la seule façon de rajouter en plus.

Alors, en tant que positif, cela m'a donné par exemple, la démonstration géométrique des deux grandeurs incommensurable des deux longueurs du carré. Finalement on peut le faire sous forme géométrique alors que la seule façon que j'avais avant de le démontrer c'était passé avec une décomposition des facteurs premiers. Finalement on a transformé un problème de géométrie en un problème arithmétique en fait. Il y a d'autres aspects, mais je me sens vraiment -quand je suis prof de maths- enseignant de mathématiques. Il y a des aspects culturels mais pour moi, c'est la culture générale. Et bien sûr, le fait d'en faire ça me permettrait finalement, d'accrocher sur cette partie de culture soit général soit des mathématiques qui est aussi importante. Mais c'est vrai que c'est pas

celle qui me parle le plus. Pour moi la culture générale c'est de la curiosité, c'est pas le prof de maths ou n'importe lequel. Il faut aller lire d'autres choses et se renseigner...

Toutes les parties du calcul différentiel du XVIIIe siècle avec Leibniz et Newton, tout ce qui a permis de mettre en place toute la mécanique classique, ça c'est très intéressant. Mais c'est d'autant plus intéressant quand on connaît très bien la partie mathématiques, la partie physique. En fait pour moi, l'histoire des maths c'est finalement le moyen de se dire « bon, voilà vous avez finalement les maths, regardez pourquoi on a pu aller si loin en physique ».

C'est un moment intéressant mais j'ai l'impression que ça devient très intéressant avec des élèves qui ont à la fois des outils mathématiques et physique. Au moins dans d'autres sciences qui sont plus importants pour pouvoir discuter. Avec des collégiens j'ai l'impression de mettre des paillettes, prononcer des mots, Gauss, « comptez-moi les nombres de 1 à 1000 », mais voilà.

Par contre j'étais très intéressé parce que à un moment je les avais lancé sur une activité [*aux élèves*] est pas mal d'élèves en difficulté. J'ai dit à tout le monde à un moment où ceux qui avaient terminé je le dis « bon, écoutez pour les élèves de 6e comptez-moi la somme de 1 à 10.000 ». Et le 6e ne pense pas la calculatrice. Et pour le 4e j'avais choisi une autre activité assez similaire où je me suis retrouvé dans la même situation. Je me suis dit « bon, s'ils connaissent Gauss, ils ont une idée de la façon dont pourraient faire, sinon amusez vous bien ». Les 4e « monsieur, il y pas de problème, on prendra la calculatrice » .

En fait c'est un élève de 6e qui a trouvé la réponse pour 1 à 1000. Et pas le meilleur élève de mathématiques, alors est ce qu'il a connu quelque chose sur Gauss. Je n'ai pas forcément l'impression pour le profil socioculturel de sa famille, mais c'est l'un des élèves qui arrive à avoir des idées. Il n'arrive pas à les appliquer quand on est en devoir, mais de temps en temps, il a des idées. Si je pouvais avoir eu cette idée là à dix ans j'aurais été fier de moi même.

Dans un premier temps je leur pose un problème bien connu en histoire des mathématiques sans forcément dire « allez attention, on sort la banderole histoire des mathématiques, et voilà, Gauss, neuf ans » surtout avec l'histoire qui a été réécrite pour créer le mythe, le personnage, voilà.

Il y a aussi une histoire des sciences qui est très nationaliste qu'il faut savoir aussi lire, en mettant une distance. J'ai pas forcément envie de rentrer dans l'histoire un peu trop belle de mathématiques, de certains mathématiciens, voilà. Des temps en temps j'aime bien lancer un problème, et à la fin, « mais monsieur, on n'y arrive pas », pour répondre « ça tombe bien, en fait ça fait 300 ans qu'on cherche la solution, et il n'y en a pas trop la solution de ce problème. Bah, non... en mathématiques on connaît pas tout ». Ça par contre ça les coupe, parce que finalement en mathématiques on le dit « il y a un problème, il y a une solution, il faut qu'on trouve la solution » voilà.

En fait c'est vrai que je me concentre sur la partie mathématique, mais je pense que en fonction de l'auditoire je choisirai les parties de l'histoire que j'aurais envie de leur donner : Gauss, génie à 9 ans... en effet je leur donne des problèmes historiques mais pas forcément avec la partie romanesque de l'histoire. Je fais des sélections, je fais des découpes.

Annexe G.13 : Entretien S4

18 avril 2018

S4 (étudiant du MEEF)

Université de Lille

Pourrais-tu te présenter et me raconter ton parcours académique ?

J'ai eu mon bac S, ensuite je suis parti en première année en médecine, c'était pour faire plaisir aux parents. Après j'ai vu que j'aimais pas trop, et je suis parti en maths, mais en cours d'année, donc je n'ai pas validé. L'année suivante je refais une L1 en maths je l'ai eu. Après je suis parti à Lille 1, en Mass [Mathématiques Appliquées et Sciences Sociales], c'est des maths avec de l'économie. Donc L2 je l'ai validé. Après je suis parti en L3 toujours Mass, mais je ne l'ai pas eu, donc je suis parti en L3 maths et je ne l'ai pas eu. Je suis revenu en L3 Mass, donc j'ai fait un peu partout.

Ensuite bah... j'ai hésité entre le master enseignement et le master finance. J'ai hésité entre les deux et après je me suis dit « au niveau de la qualité de vie, pour le temps libre, pour se consacrer à soi ou à sa famille » et j'ai décidé d'aller faire un master enseignement. Et c'est un métier qui m'attirait beaucoup déjà. Là je suis en master 2 d'enseignement.

Au cours de ta carrière universitaire, as-tu suivi un autre cours d'histoire ou est-ce la première fois ?

Je pouvais, c'était en L3 maths, mais je ne l'ai pas pris le cours d'histoire, j'ai pris une option de mathématiques, mais y avait le choix. Donc... Oui, c'est la première fois.

Et une expérience au cours de laquelle on a parlé de l'histoire des mathématiques ou des sciences ?

L'histoire... pas du tout. Non, parce qu'en fait dans n'importe quelle formation en maths ils parlent pas d'histoire, ils disent simplement la personne qui a fait le théorème et après c'est tout. Mais ils parlent pas du tout comment ils ont arrivé là, qu'est ce qu'il a fait penser à ça. La démarche de la personne, en fait. Ils en parlent pas du tout. Ils trouvent pas d'utilité, voilà. C'est une histoire à raconter c'est tout.

Tu as déjà proposé une activité à laquelle tu as pensé depuis l'histoire ?

Non, pas encore mais je compte le faire l'année prochaine. Si jamais je suis au lycée -parce que ça dépend des collèges et lycées- et en fonction de ce que je dois parler -là, j'ai 5e et j'ai commencé à parler de Pythagore, c'était pour le mémoire. Je sais que pour les classes de 4e c'est dans le programme, donc quand je vais en parler, je vais l'introduire : qui c'était et pourquoi il en est arrivé là. Pour donner un sens au théorème, pour pas que ce soit juste une formule.

En fait ce qui m'intéresse c'est de montrer les problèmes de l'époque, comment quelqu'un a réussi à le contourner, à passer à travers en fait.

Pourquoi penses-tu que l'histoire pourrait être intéressante pour les élèves ?

Ce qui serait intéressant c'est de remettre la situation de l'époque, leur faire un petit travail pendant une demi-heure et qu'ils essaient de trouver, comme si c'étaient eux à l'époque de Pythagore.

Et après on y voit où ça bloque et qu'ils comprennent l'importance de ces travaux. L'importance pour l'époque avant, et l'évolution qui s'a fait depuis ça. Comment ça à évolué pour en arriver jusqu'à aujourd'hui.

Penses-tu que les élèves pourraient avoir des difficultés à travailler avec l'histoire ?

Pour moi déjà le mettre en place. Parce que en fait, le problème c'est que c'est impossible de le faire tout le temps, je ne pense pas... Moi je vois le programme que je dois faire, je pense que je pourrais le faire trois - quatre fois par année. On va dire maximum deux fois par trimestre. Parce qu'après ça prendra beaucoup, trop de temps. Je pense que je perdrais plusieurs heures en fait, et je sais pas. J'ai pas assez d'expérience en voir combien de temps j'ai besoin pour faire le programme correctement. Donc maximum je dirais, vu ce que j'ai fait jusqu'à présent je dirais 2 fois par trimestre.

Après pour la mise en place... ça peut être difficile de les intéresser. Il faut qu'ils accrochent, en fait. Parce que sinon ils vont se dire « bon... on écoute c'est tout », ils vont pas regarder derrière. Pour les inciter il faudrait mettre lors de l'interrogation de vitesse une question dessus. Pas une évaluation, mais enfin... sur les devoirs surveillés, 2 ou 3 points dessus pour l'histoire.

Comptes-tu le faire en utilisant des textes historiques ?

Non, non. Je ne peux pas faire ça, non parce que je me mets à la place des élèves, je pense que ça va pas les intéresser parce que ce genre de choses c'est à la personne d'aller ouvrir le livre est d'aller

chercher elle même. Il faut pas lui imposer, il faut que ça vienne d'elle même. Moi je donne l'envi et s'ils veulent vraiment regarder, c'est a eux d'ouvrir le livre... Je pense que leur imposer, copier, coller c'est pas bon.

Quels aspects positifs le cours d'histoire t'a-t-il laissés ?

Il fallait m'interroger pendant le cours parce que... j'ai un peux oublié c'est vrai. Mais moi ce qui m'intéressait c'était de voir pourquoi ils avaient besoin de trouver, enfin, d'avancer par rapport à un problème de l'époque sur lesquels ils bloquaient. C'est ça qui m'intéresse, mais la pour l'instant dans les cours que j'ai suivi, j'ai pas trop retrouvé ça en fait. C'était plus une histoire qu'on raconte. C'est pas l'aspect que je souhaite réellement réutiliser pour plus tard en fait, c'est plus de la culture générale au niveau de l'histoire des mathématiques.

Il faudrait que le cours... Il faut pas que ça soit une histoire, il faut qu'on raconte pourquoi, comment ils ont arrivé là, etc. Il faut pas juste raconter les propositions d'Euclide : 1, 2, 3, 4 et voilà. Il faut dire pourquoi, comment, il faut expliquer en fait, un peu plus approfondie. Si c'est juste pour dire ce qu'il a fait, je peux aller le chercher dans un livre. C'est m'expliquer pourquoi, c'est ça le plus important. J'étais là pour écouter mais je n'arrivais pas à voir l'objectif final.

Que penses-tu que l'histoire des mathématiques peut t'apporter en tant qu'enseignant de mathématiques ?

Je pense de la culture. Si le cours il expliquait vraiment le « pourquoi », je pense que ça m'orienterais pour plus tard, pour savoir comment le réinvestir dans les cours que je ferais aux élèves.

Je pense qu'on devrait faire un cours en utilisant l'histoire des maths ou qu'on présente un problème de l'époque. On le mette face aux élèves et ils essaient de chercher eux mêmes. En général ils vont pas trouver vu que c'est très compliqué. On les aide, ils trouvent, et après on fait le cours, des exercices et ensuite on essaye de leur parler d'un problème qui ressemble mais d'aujourd'hui. Pour qu'ils développent leur envie de chercher en fait. Parce que en mathématiques « chercher » je pense que c'est la compétence la moins développée. Chercher, modéliser, calculer, représenter, tout ça et je pense que chercher c'est la plus difficile à développer. Peut-être commencer au collège en leur donnant des problèmes par exemple « aujourd'hui on n'arrive pas à faire ça, et ça à votre avis comment on pourrait faire ? ». Et comme ça, ça les laisse réfléchir, est-ce que c'est eux qui seront grandes demain et pourraient peut-être trouver la solution. Donc à les intéresser plus.

Je pense qu'il est très important de montrer cette évolution des mathématiques. Je pense que c'est très important de le faire parce qu'aujourd'hui les élèves quand ils pensent en mathématiques c'est « ah non, c'est mathématiques », c'est quelque chose qu'ils subissent en fait, sans avoir commencé c'est déjà très difficile. Alors qu'il y a d'autres matières où pour eux c'est plus facile comme l'anglais ou le français.

On peut connecter à partir de l'histoire et à partir d'exemples. Par exemple avec les probabilités, qu'on commence au collège, on peut leur faire montrer : si on joue un jeu de cartes, on donne des règles, on essaie de voir quelle est la meilleure stratégie. Donc ils vont dire « bah, moi je pense que c'est ça, ça et ça », et après si on regarde un modèle et on va utiliser les probabilités pour montrer qui a raison, quel est le modèle le plus rentable. Je pense que là ça va les intéresser. Est ce que c'est un cas concret en la réalité ? Donc là, ce peut être avec un jeu de cartes. Après il faut parler de choses qu'ils aiment de toute façon... c'est juste ça. Je pense qu'il faut des exemples pertinents qui leur parlent. Pas juste prendre des exemples standards comme dans les années précédentes, il faut que ça évolue avec son temps en fait. Si on reste dans le passé, ça va pas les intéresser. Je parle pas du passé de l'histoire, mais comment on enseignait avant, c'est plus comment on enseigne aujourd'hui, ça change, le public c'est plus le même.

Annexe G.14 : Entretien S5

18 avril 2018

S5 (étudiant de DU)

Université de Lille

Ce quel ton parcours académique ?

Alors moi au départ j'ai un diplôme d'ingénieur. J'ai fini l'école d'ingénieurs, derrière j'ai fait l'école de journalisme de Lille en section scientifique, journaliste scientifique. Et donc pendant cette période là j'ai eu un peu de cours d'histoire des sciences, épistémologie à Lille 1. J'ai exercé en tant que journaliste pendant 15 ans, j'ai eu besoin de faire autre chose. Donc j'ai passé le CAPES de maths parce que il y avait l'option informatique qui arrivait, c'était la première fois l'année dernière. Honnêtement je pensais qu'en maths j'avais pas le niveau, comme j'ai fait de l'informatique en école d'ingénieur je pensais que ça me permettrait d'avoir plus facilement le CAPES.

Et avant cette expérience, pendant ton parcours scolaire, as-tu eu d'autres expériences avec l'histoire des mathématiques ou des sciences ?

Non, c'est pas le genre des choses qu'on faisait à mon époque au lycée, je sais pas si on le fait un peu plus aujourd'hui. Dans les programmes ça n'apparaît pas, mais moi cette année je suis au lycée mais en tout cas, il y a des livres où ça apparaît comme les manuels scolaires... moi j'en ai un qui est très bien pour le 2e, donc soit je le lis avec les élèves, soit je leur demande de lire chez eux.

Je sais que c'est la première année que tu travailles comme enseignant, mais as-tu déjà eu l'occasion de préparer une activité historique ? Cela t'intéresse ?

Alors oui, ça m'intéresse. Je trouve ça intéressant mais c'est pas ma spécialité... voilà. C'est intéressant parce que c'est un autre aspect aussi. En tout cas pour les maths c'est un autre moyen de raccrocher les élèves, une porte d'entrée intéressante. Là, j'ai fait les probabilités avec mes 1e, voilà. J'ai créé un exercice avec deux personnages : Blaise et Pierre (Pascal et de Fermat), le but était qu'ils trouvent de qui s'agissait, voilà. Il y avait un problème, on voulait savoir si le jeu tel qu'il était proposé était favorable aux joueurs. C'est de poser la question, des questions qui sont posées historiquement et pour moi c'était une porte d'entrée intéressante. Après est ce que ça marche bien ? Pas forcément, mais ça donne quelque chose en plus, c'est pas juste « on fait des maths pour faire

des maths ». Il y a des gens qui se sont posés des problèmes avant nous, qu'ont essayé de les résoudre, qu'ont développé des méthodes pour les résoudre, et aujourd'hui grâce à ça on a des méthodes qu'on peut utiliser, qu'on peut enseigner pour résoudre d'autres problèmes plus compliqués.

Que penses-tu que cela peut apporter aux élèves ?

En tout cas, de mon expérience d'élève par rapport à ce que je fais avec mes élèves, je pense que nous on avait pas du tout cette notion historique. C'est à dire qu'on apprenait des choses qu'on savait pas de quoi il s'agissait, on savait pas à quoi ça se référait exactement. On avait l'impression que voilà, les maths c'étaient ça, et il n'y avait pas d'aspect justement historique. Là, ça que j'ai trouvé intéressant c'est de montrer « oui, voilà, il y a eu une évolution, à telle époque on s'est posé des questions, du coup on a construit des outils pour essayer de répondre à ces questions et donc il y a une évolution des mathématiques ».

Le fait de présenter une activité avec des éléments d'histoire t'a-t-il causé des difficultés ?

Alors, moi je suis resté à très bas niveau, ça n'a pas été très loin. C'est vraiment des petits exercices que j'ai donné, que j'ai rattaché à des aspects historiques, voilà. Il y a des choses que j'ai l'impression que ça a moins bien marché. Les identités remarquables de manière géométrique, j'ai pas l'impression que les élèves ils ont bien compris tout... et bien accroché à ça, mais voilà. Là je suis vraiment dans ma première année d'enseignement, je me dis « j'essaie des choses » si ça marche bien tant mieux si ça marche pas, tant pis, après j'essaierai une autre chose.

Quelle contribution le cours d'histoire a-t-il apportée à vos études ?

D'une part j'ai trouvé que pour DU il y avait des gens qui sont censés ne jamais avoir fait d'histoire des sciences, j'ai trouvé que c'était pas adapté. Je pense que c'est parti un peu trop haut, parce qu'il y avait des notions que je comprenais parce que j'avais fait l'histoire des sciences avant, dans mes études à la fac. Mais il y en a, je le comprends, ils ont été largués du début parce que ça faisait référence à des choses, qu'ils connaissaient pas. Par exemple tout ce qui est justement l'épistémologie, le fait qui a eu différents courants de l'histoire des sciences avec différentes manières de voir les choses... D'ailleurs il y avaient des notions ou même des repères historiques que les gens n'avaient pas forcément.

Moi je me suis accroché au début, le cours d'histoire en soit c'était intéressant, mais à un moment très vite ce qui s'est passé c'est que ça resté trop un cours d'histoire et ça rattachait pas assez à ce qu'on pouvait faire avec nos élèves. C'est à dire, moi j'aurais trouvé ça intéressant si on avait eu un cours d'histoire mais que à chaque fois on nous donne des clés en nous disent « ah, ben, voilà cette chose vous pouvez le faire avec vos élèves. Voilà comme on pourrait le faire avec vos élèves ».

Ce soit que en plus d'histoire des sciences ou d'histoire des maths, qu'il y ait un aspect didactique en fait. Alors on l'a abordé un petit peu en didactique, mais pour le coup je pense qu'en DU, on s'attend des choses plus pratiques. Je pense que c'est ce qui a manqué dans ces cours...

Quel type de réflexion t'a permis de faire le cours ?

Ce qui était intéressant c'était de voir des notions que je connaissais pas forcément. Au début on avait beaucoup travaillé là dessus sur l'aspect nombre au sein des différentes civilisations, représentation des nombres etc. Les grecs par exemple qui utilisaient que des lettres, c'est vrai que si je le savais je l'avais pas intégré forcément. Ben... voilà, ce genre de choses c'étaient intéressant. Mais quand on a fait tous les livres de géométrie, le côté systématique ça a été trop. Je pense qu'il aurait vraiment fallu, encore une fois, qu'on pointe sur des choses qu'on pouvait faire avec nos élèves. On a même fait des choses de géométrie non-euclidienne, c'est un truc qu'on amènera jamais aux élèves.

Donc tu penses que le cours d'histoire devrait être plus lié à l'enseignement. Selon toi, quels sont les différents aspects que l'histoire des mathématiques pourrait te permettre de travailler ?

Ce qui me paraît important c'est de montrer qu'il y a de l'humain derrière les mathématiques qui sont une matière qui est généralement quelque chose de très abstrait, très désincarné, je dirais presque. Donc de remettre des mathématiciens derrière, de dire « voilà on met l'humain, il y a quand même une activité humaine derrière ». C'est une activité intellectuelle, pour le coup la tendance actuelle c'est de dire « il faut faire de plus en plus de choses en lien avec le quotidien, etc » je dis « ok, mais il faut pas oublier aussi que les maths c'est une activité intellectuelle en tant que tel ». Donc on a la satisfaction de se poser des problèmes, d'essayer de les résoudre et ça doit pas être perdue de vue.

La deuxième chose mais qui est aussi intéressante, c'est effectivement de se dire « un problème il peut y avoir différentes méthodes, différentes solutions, différents types selon les époques ou peut

importe, différentes réponses, différentes formes ». D'ailleurs j'ai fait un exercice avec mes élèves en 2e, je leur disais « voilà, je vous donne un exercice, vous pouvez le faire, et ce qu'on a fait dans le chapitre actuel (c'était sur les vecteurs), mais vous pouvez le faire avec ce que vous avez appris au collège » et donc un élève m'a trouvé six méthodes différentes. Donc ça pour dire histoire des maths ça peut être intéressant aussi pour montrer voilà, un problème on peut lui apporter différentes manières de le résoudre en fonction des époques en fonction des outils.

Quelles difficultés pourrais-tu rencontrer quand tu penses à une activité à partir de l'histoire ?

La première chose c'est qu'il faut trouver les problèmes qui s'y prêtent, c'est à dire « voilà, j'ai un problème historique que je peux faire sans difficulté avec mes élèves ». Après une fois qu'on a le problème et qu'on sait comment le traiter avec les élèves, je pense pas qu'il y a de difficulté particulière. C'est vraiment la transcription du problème historique en quelque chose que les élèves puissent comprendre aujourd'hui qui me paraît la grosse difficulté. De trouver le problème historique de le transcrire aujourd'hui pour que les élèves puissent le comprendre et le manipuler. Après ça reste un problème comme les autres...

Il y a un autre aspect que j'aborde qui est pas tout à fait l'histoire des maths, mais quand même, qui est lié à l'étymologie des termes qui sont utilisés. C'est aussi un moyen de leur dire « il y a bien un sens », parce que bizarrement j'ai plusieurs élèves que s'ils ont choisi de faire des maths « parce qu'il y a pas besoin de rédiger ». Alors j'essaie d'expliquer que si, justement en maths il faut rédiger et le vocabulaire est très particulier et très précis. Donc d'aborder par l'étymologie « vecteur » par exemple, par expliquer d'où ça vient etc, ça permet aussi de leur dire « voilà, en maths il y a une histoire donc il y a des termes qu'ont été forgés pour les mathématiques et ont un sens bien précis ».

Mais bon, dans les programmes ça n'apparaît pas...

Annexe G.15 : Entretien S6

8 Mai 2019

S6 (étudiant DU)

Université de Lille

Ce quel ton parcours académique ?

Au lycée j'ai fait une filière scientifique. J'ai pris l'option svt [*Sciences de la Vie et de la Terre*] parce que à l'époque je m'entendais pas forcément avec la professeure de mathématiques, mais voilà. Après j'ai toujours été très très bon en mathématiques dès la primaire. Ensuite juste après le baccalauréat, je suis rentré dans une école d'infographie. J'ai fait le dessin pendant un an, mais au bout de l'année je me voyais pas dans ce métier là. Du coup je suis rentré en classes préparatoires aux grandes écoles et donc c'était maths – physique, principalement maths, voilà. C'était très bien. Et après je suis rentré en école d'actuariat, c'est des statistiques appliquées aux assurances et à la finance, voilà. Un actuaire c'est un peu un expert comptable dans le statistique. Ça non plus ça m'a pas plu, du coup. Donc j'avais commencé une licence L3 en actuariat, j'ai arrêté et l'année suivante je suis rentré en L3, classique, retour au système universitaire, voilà.

J'avais dans l'idée de passer l'agrégation directement sans passer par le CAPES. Je suis rentré en master en mathématiques recherche et c'est pas bien passé pour différentes raisons, des problèmes de santé, etc. J'ai complètement raté ce premier année, du coup je me suis dit « je vais passer le CAPES d'abord et ensuite l'agrégation » du coup je suis rentré en master 1, master MEEF. J'ai préparé le CAPES, je l'ai eu très facilement, et ensuite j'ai demandé un report de stage pour préparer l'agrégation. J'ai fait un master 2 de préparation à l'agrégation et tout s'est bien passé, je l'ai eu, voilà. Et cette année je me suis retrouvé en stage à Lille et en DU, pour entrer dans le métier de professeur.

As-tu eu une influence familiale ou environnementale sur ton choix de mathématiques ?

Moi ça a été très jeune que les maths ça m'attirait. En primaire je disais « oui, je veux être prof de maths » et c'est marrant parce que à l'université j'ai tout fait pour ne pas devenir prof de maths, et finalement... voilà.

Dans ma famille on est plutôt du milieu scientifique, des ingénieurs, mon père est ingénieur, mon frère est ingénieur, mon grand père était ingénieur. Oui, il y avait quand même une culture

scientifique naturelle, voilà... en mathématiques spécifiquement il n'y a pas, je suis vraiment hors du l'eau, plus intéressé par les mathématiques.

Pendant ton parcours, as-tu eu l'influence d'un ouvrage de référence en mathématiques ou pourquoi pas, de l'histoire des mathématiques ?

Alors, effectivement mon parrain est professeur de mathématiques, effectivement il y a un professeur de mathématiques dans la famille. Du coup, lui il m'a offert quand j'étais au collège, je crois, une bd [*bandes dessinées*]. Une petite bd de vulgarisation sur les mathématiques et surtout sur les quatre mathématiciens. Il y a Euclide, Pythagore, Thales et un quatrième¹³...

Du coup ça m'a assez soutenu dans la vulgarisation des mathématiques et pour trouver un intérêt. Surtout l'introduction que je trouve assez génial sur pourquoi on étudie les maths à l'école. Ça parle d'un élève qui tous les ans dit à son prof de mathématiques « mais, monsieur pourquoi, ça sert à rien les mathématiques », pour le déstabiliser, parce que il aime pas les mathématiques. Une année il tombe sur un professeur qui lui explique pourquoi il étudie les mathématiques et ça m'avait beaucoup inspiré du coup. Bien plus tard il y a un livre qui s'appelle... C'est une professeure d'histoire qui explique son parcours dans l'éducation nationale et qu'est ce qui la motive à être professeure, elle avait demandé démissionner et puis elle est revenue dans l'éducation nationale... une professeure d'histoire¹⁴. Ces deux livres qui m'ont marqué sur mon envie d'enseigner et d'enseigner les mathématiques.

Alors maintenant vous faites le stage...

Oui... Là je suis au collège, dans une classe de 6e et une classe de 5e à Lomme, en éducation prioritaire, ça se passe globalement bien, c'est pas non plus l'idéal, les élèves sont pas silencieux et et acharnés de mathématiques mais ça se passe plutôt bien. Après c'est un peu le genre de public, parce que j'ai déjà encadré en colonie de vacances. Je suis animateur, j'ai fait beaucoup de colonies de vacances, voilà. J'étais aussi assistant sanitaire, du coup je connais bien le monde de la jeunesse de l'encadrement et on m'a beaucoup dit que c'était très différent de l'enseignement, mais en fait, je trouve pas beaucoup, vraiment. La relation qu'on a avec les élèves elle ressemble assez à la relation qu'on a avec les jeunes qui partent en colonie de vacances. Après oui c'est un peu plus détendu en

¹³ « Maths en Bulles – Thalès, Pythagore, Euclide et Archimède » de Stéphane Favre-Bulle, en 2004, aux éditions ellipses

¹⁴ « Prof jusqu'au bout des ongles » de Julie Van Rechem, en 2015, aux éditions Stock.

colonie de vacances, évidemment... Du coup, je me suis tout de suite trouvé à l'aise devant une classe.

Pour entrer dans le sujet de l'histoire, quel type de contribution penses-tu qu'elle t'a donné ?

Alors, pour nous en tant que professeurs, on est à la demande des choses concrètes et applicables en classe et c'était pas du tout le cas du cours d'histoire cette année. Au final on s'a désintéressé du cours d'histoire, de ce qui se passe...

On sent bien un travail de chercheur bien plus que d'enseignant vulgarisateur et du coup, potentiellement, c'était intéressant pour notre culture générale, mais là, en l'occurrence en stage, on avait besoin de solutions à proposer à nos élèves et pour nous rendre plus efficaces dans notre préparation de cours.

Cette année c'était vraiment la recherche de textes et d'explications sur les méthodes mathématiques anciens et ça peut être intéressant.

Ça qui serait intéressant c'est de partir des programmes de mathématiques et de certains points, voir l'apporte historique sur ça pour éclairer un point, pour donner un nouveau point de vue sur ce sujet... L'évolution des connaissances sur ce thème ou des choses comme ça, voilà. Apporter de l'histoire sur un point du programme et non pas partir d'un sujet quelconque et parler de l'histoire des mathématiques sur ce sujet. Si ce sujet, il est pas rattaché à nos programmes ça va être très difficile d'en parler en classe, en fait. Ça peut très bien être pertinent pour un club de mathématiques mais en classe si ça parle pas du programme on va très vite le mettre de côté, voilà.

Du coup en troisième année de licence de mathématiques, c'était à Sein-et-Marne, j'avais fait un genre de séminaires, de conférences, mais c'étais une matière « histoire des mathématiques » et qui reprenait effectivement de différents thèmes. C'était globalement sur la démonstration, c'était une option de cours mais on était une vingtaine d'élèves devant un prof et en fait, toutes les semaines, invitait un intervenant qui présentait un sujet sur la démonstration en mathématiques à une certaine époque ou sur un certain sujet, voilà. On ait eu comment on démontrait en Chine, comment on démontrait en Grèce, comment on démontrait à la renaissance, voilà. Sur des exemples et des textes et ça c'était très pertinent. Ça nous faisait réfléchir sur l'évolution de la réflexion en mathématiques et qu'on voyait un lien entre mathématiques et philosophie, mais c'était très intellectuel et pas du tout orienté sur l'enseignement pour le coup... Encore une fois, voilà. J'ai eu deux cours différents mais toujours assez éloigné de ce qu'on recherche nous, en tant que professeurs de maths.

Et si on pense à un cours d'histoire des mathématiques un peu plus près de l'enseignement et des programmes, quel type de potentialités ce cours pourrait-il avoir dans la formation des enseignants selon toi ?

Par exemple il y a un sujet très classique où on peut parler d'histoire des mathématiques, c'est sur la numération. La numération égyptienne, les symboles qui représentent différentes quantités et ça peut être très pertinent justement d'aborder ce sujet de la numération pour les 6e et voir 5e. Et donc de ce sujet là, des programmes, apporter, oui « effectivement, en Égypte on comptait de telle manière, en Grèce plus tard, on comptait de telle manière ». On peut faire par exemple, une activité juste de reconnaissance de deux nombres par des symboles différents indoarabes ou par exemple essayer du passer sur un petit programme de conversion entre différentes numérations. Parler plus tard de la base, ça peut être très intéressant, voilà. Il y a plein de choses comme ça qui peuvent être apportées mais à partir d'un sujet des programmes, apporter ses connaissances historiques aux étudiants professeurs.

Alors... Je pense que ça nous apporte une meilleure maîtrise du sujet parce que connaître l'histoire ça apporte une confiance en soi, et puis même, un intérêt différent et un point de vue, une approche différente. Et aussi ça permet aux élèves de s'y intéresser, ceux qui aiment bien l'histoire ou voilà... ils peuvent bien se dire « ah, oui, mais on pensait différemment, avant il y a eu une évolution de la pensée » voilà, et raccrocher les élèves d'une autre manière que purement mathématique. Essayer de montrer aussi des liens entre les matières que les élèves ne perçoivent pas forcément, là en l'occurrence entre les mathématiques et l'histoire et qu'ils puissent aussi plus s'intéresser à un sujet en mathématiques. Pour moi c'est les deux intérêts à inclure l'histoire dans les mathématiques.

Tu dis que tu as eu de la difficulté d'intégrer l'histoire dans tes cours, as-tu quand même réussi à faire une activité inspirée dans l'histoire ?

Alors, par exemple, la numération en 6e, voilà. J'ai fait quelques exercices sur, effectivement, différentes représentations des nombres, sur des symboles égyptiens, je sais pas si c'était vraiment tout à fait consistant historiquement, mais... Des petites choses comme ça... Mes élèves, ils ont été plutôt intéressés, parce que faire un petit peu des maths différentes compter différemment c'était intéressant, de penser différemment... Ce que je dis c'est voir l'évolution de la pensée en mathématiques. Certains y trouvent un intérêt, donc ça marche. Et là, vu qu'on a essayé de compter différemment, ils ont trouvé un intérêt, c'est pas mal.

J'ai abordé aussi un petit peu Descartes, quand on a parlé des repères cartésien, j'ai expliqué qui il était tout simplement, et après voilà c'est un peu limité à cette histoire en mathématiques, donc c'est un peu dommage...

J'ai mis ça en place cette année mais c'est sûr que les prochaines je le mettrai aussi en place, demander des minis-exposés, je verrais bien ça... simplement connaître un peu plus l'histoire des mathématiques.

As-tu un livre de référence pour planifier ces activités ?

Pas vraiment, à part les classiques, numérations différentes, égyptienne ou babylonienne... je trouve, les ressources en histoire des mathématiques, il y en a sûrement plein, mais sont pas forcément accessibles facilement et on ne nous les proposent pas forcément. L'enseignant d'histoire des mathématiques cette année nous a proposé quelques références aussi... Dans les livres, s'il y a des explications historiques c'est des petits cadres très rapides sur un petit sujet ou sur un mathématicien, mais c'est très superficielle, quoi... Il n'y a pas des choses vraiment développées et approfondies sur l'histoire des mathématiques et je sais pas, une progression d'activités sur différentes choses par rapport à l'histoire de mathématique. J'en ai jamais eu, il y en a peut-être, mais j'en ai jamais eu.

D'élaborer des choses disons intéressants, des interdisciplinaires, il faut plus le créer soi-même que essayer de les trouver, ça c'est clair.

Et pour créer une telle activité, quelles pourraient être les difficultés ?

Alors... la grosse difficulté c'est d'être sûr de ses sources historiques et si on veut travailler en interdisciplinaire avec les collègues d'histoire-géographie, le réel problème c'est que les collègues d'histoire-géographie, je suis pas sûr qu'ils soient très renseignés sur l'histoire des mathématiques. En plus, le sujet mathématiques ce n'est pas le sujet préféré des historiens... Ça peut nous poser problème voilà, pour être pertinent et consistant.

On peut dire que cette difficulté est d'ordre plutôt pratique. Crois-tu qu'il peut aussi y avoir des difficultés théoriques ?

Je sais pas, peut-être que un autre objectif vraiment c'est que les élèves maîtrisent des outils mathématiques et des concepts mathématiques et qu'on ne nous demande pas du tout de parler

d'histoire des mathématiques... Là je suis au collège, et on voit très peu la référence à l'histoire de maths, c'est pas demandé de parler d'histoire des mathématiques ou très peu. Du coup on voit ça comme très secondaire et c'est encore un côté pratique. On voit ça comme très secondaire par rapport au programme et déjà qu'on doit se presser d'avance sur des sujets, s'étendre sur un sujet d'histoire des mathématiques, ça demande... voilà, une vraie volonté et préparation.

Le problème c'est que on a souvent peur de perdre du temps sur un sujet, et de se retrouver en difficulté en fin d'année à tout faire rapidement. On manque toujours de temps...

On essaie de leur enseigner des outils mathématiques et des concepts, enfin... voilà, une pratique. Résoudre des exercices et... intégrer l'histoire dans des exercices c'est pas forcément évident parce que c'est quand même, notre rôle principal en tant que professeur de mathématiques, de les mener à résoudre des exercices, des problèmes et aussi après en tirer les structures et savoir les réappliquer en d'autres choses. Et du coup tous les sujets ou tous les concepts qu'on veut aborder, on veut les transformer en exercice, et l'histoire de mathématiques, l'intégrer en exercice et pas forcément très facile. Le coup de la numération, ce qui est intéressant, c'est que c'est très facile à faire. Voilà on change d'un nombre à un autre, écrire un nombre romain en arabe, c'est très facile à mettre en exercice. D'autres sujets d'histoire des mathématiques, les transformer en exercices, c'est pas forcément évident, surtout au niveau collège et lycée, voilà. Quand je repense à ce que j'ai vu sur la démonstration en licence, parler de la démonstration et de la philosophie des mathématiques et de l'évolution de la pensée, la formalisation des mathématiques, c'est un sujet qu'on peut très bien parler, faire des trucs probablement très intéressant en supérieur, mais en collège ou en lycée c'est très difficile d'aborder.

Du coup c'est peut-être aussi qu'on n'a pas assez d'expertise pour retrouver un sujet d'histoire correspondant aux programmes. Et c'est pour ça que ça pouvait être très intéressant d'avoir un cours d'histoire des mathématiques pour justement trouver quelqu'un qui connaisse bien l'histoire des mathématiques pour trouver les sujets d'histoire qui se rattache très facilement à notre programme.

D'ailleurs pour le master en général, le master MEEF, il n'y a pas de pédagogie ou de psychologie, donc du coup j'ai abordé ça dans mon dossier. Je me suis dit « bon, il faut se former sur ça, je sais que c'est important ». Je me dis que c'est vraiment important, mais... je prends l'excuse du dossier pour voir réellement de formation sur la cognition...

Même dans le référentiel des compétences du professeur, du bo [*bulletin officiel*] de juillet 2013¹⁵, on est décalé sur ça, il y a « connaître l'évolution psychologique des enfants »... Mais sur la

¹⁵ <https://www.education.gouv.fr/cid73215/le-referentiel-de-competences-des-enseignants-au-bo-du-25-juillet-2013.html>

psychologie de l'enfant, on n'a jamais vu ça... Je comprends pas comment on ose mettre ça en compétences évaluées alors que c'est jamais enseigné à l'ESPE...

Par exemple, parler de l'IREM ça c'est surtout fait en fin d'année. Alors, oui ils ont fait leurs publicités de l'IREM c'est très bien, mais un peu tard... Moi justement sur ma première partie de mon mémoire j'ai parlé de l'enseignement des nombres négatifs en 5e, et le l'article sur lequel je me suis reposé le plus, c'est un article de l'IREM, s'appelle « Enseigner les nombres relatifs au collègue »¹⁶. Il faisait justement la liste des difficultés, et en plus, qui parlait de l'histoire des mathématiques, très pertinente. Comment les nombres négatifs sont apparus petit à petit dans l'utilisation des mathématiques qui au départ on avait du mal à les intégrer et qui ont fait en sorte de changer la question pour qu'on ait plus besoin des nombres négatifs... C'était très intéressant voilà, une liste d'erreurs typiques qui sont surmontables. Et donc justement une liste de conseils pour s'éviter ces erreurs, et une liste d'exercice qui font travailler ces erreurs, voilà.

On est pas forcément assez encouragé à trouver des ressources, j'ai l'impression que chacun... C'est très informel en fait. On ne nous a pas appris à rechercher... Il n'y a pas une procédure disons « officiel » même si ça poserait problème aussi, le fait de donner une ressource disons « officiel obligatoire »... Voilà, si c'était une liste de suggestions peut être... J'ai pas trouvé qu'on a insisté dessus. Alors oui, effectivement on parle de canopée¹⁷ mais on a parlé très vite, du réseau, que en plus -ce qui est gravissime- c'est que c'est souvent des ressources payant. On paye... ça fait partie de l'éducation nationale et c'est plein de ressources pédagogiques très diverses qui peuvent être très riches mais là, il y a plein de choses qui sont payantes, pas tout, je pense, mais voilà. Il y a des bibliothèques, j'ai l'impression que c'est très gros, très important. Moi je me suis un peu intéressé et voilà, le premier problème sur lequel je me suis buté « c'est payant ». Autant l'IREM voilà, tout est gratuit et enfin les ressources sont vraiment à disposition et tout...

¹⁶ http://www.univ-irem.fr/exemple/reperes/articles/73_article_497.pdf

¹⁷ <https://www.reseau-canope.fr/>

Annexe G.16 : Entretien S7

22 mai 2019

S7 (étudiant de MEEF)

Université de Lille

Ce quel ton parcours académique ?

En fait j'ai adoré les mathématiques, j'étais plutôt à l'aise et dès qu'on apprend les mathématiques, on n'a pas besoin de les apprendre par cœur, c'est ça qui était sympa aussi. Au collège je me souviens pas si on a fait du coup sur l'histoire des mathématiques... peut-être qu'on en a fait, mais souvenirs... je n'ai aucun. Au lycée, pareil les maths ça allée aussi et on a fait les nombres incommensurables. Donc on a vu ça avec notre prof mais c'était pas dans les cours de mathématiques, mais c'était en accompagnement personnalisé. C'est un créneau exprès pour justement un peut diverger des mathématiques élémentaires, voilà. Et ensuite en L1 on n'a pas eu de filières histoire des mathématiques, on en a eu une qui s'était ouverte en L2. Donc, je l'ai choisi parce que ça m'avait intéressé. Comme j'étais persuadée de vouloir être prof, j'ai trouvé ça légitime en tant que prof de connaître l'histoire des mathématiques. Parce que on peut avoir des élèves qui peuvent justement se poser la question, être un peu curieux « d'où viennent les mathématiques ? » pour ça, légitime. Et puis ça peut rendre aussi des activités assez ludiques et plus intéressantes donc je voulais en apprendre un peu plus là-dessus. J'ai même acheté un livre d'ailleurs. C'est du genre « l'histoire des mathématiques pour les nuls », c'est un gros gros bouquin, des mathématiques dans l'antiquité, les mathématiques à telle époque, etc.

Cette année on lui a demandé à la prof de l'histoire des maths de varier un petit peu, c'est à dire de plutôt partir sur créer une activité ensemble et l'incorporer l'histoire des mathématiques. Donc ça a un peu changé, là on a vraiment travaillé sur des activités, on s'y est tous mis. En plus, des fois c'était sympa parce que quand on faisait une belle activité, on avait envie de la faire en classe, donc on perdait pas notre temps. Après c'est vrai que la formation histoire des mathématiques je la trouve intéressante mais on n'a pas pris le temps du coup, dans notre cursus, pour vraiment l'approfondir.

Tu parles de l'histoire comme d'une application et aussi comme un savoir en soi, pourrais-tu argumenter un peu plus ?

Par curiosité et aussi par application, pour justement rendre les activités ludiques. Donc intéressantes pour les enfants. C'est toujours intéressant de se dire « voilà, je suis en cours de

mathématiques mais j'apprends pas que des mathématiques comme ça, sans comprendre pourquoi. J'apprends des mathématiques parce que j'ai l'envie de savoir d'où ça vient, j'ai envie de savoir pourquoi on en est là aujourd'hui » et je trouve ça plus intéressant. On donne un intérêt à l'activité, encore plus que le scolaire.

Quels aspects penses-tu qu'il est possible de développer chez les élèves ?

Surtout la curiosité. Forcément s'ils sont curieux ils vont être motivés à faire l'activité pour en apprendre plus. Donc forcément ils vont avoir l'envie d'apprendre plus, de faire l'activité et sans s'en rendre compte... le côté mathématique que l'enseignant veut apprendre, le côté vraiment discipline, l'élève va le travailler mais sans s'en rendre compte. Parce qu'il va être intéressé par tout ce qui est histoire des mathématiques autour. On l'intéresse par le contexte et sans s'en rendre compte, comme ça, l'élève travaille les mathématiques.

Que penses-tu qui peut être positif pour la formation des enseignants ?

C'est quand même intéressant, on n'enseigne les mathématiques à des enfants si on n'est même pas capable de leur donner la provenance des mathématiques et son pourquoi. On s'intéressait aux maths, c'est quand même, paradoxal... C'est légitime pour un enseignant en mathématiques de connaître l'histoire des mathématiques. Par exemple avec les 6e et 5e ont fait plus les nombres babyloniens, la naissance des nombres, l'écriture des nombres en basse 60. On peut peut-être ouvrir l'esprit critique des élèves en leur ouvrant l'idée que peut-être qu'il y a plusieurs mathématiques il n'y a pas qu'une. Peut-être que là on travaille plus en base 10, mais peut-être que dans d'autres civilisations il y a une autre possibilité.

Dans les activités que tu as proposées inspirées de l'histoire, quels étaient les objectifs ?

J'avais un peu montré l'histoire des nombres dans certaines civilisations et après j'ai dit « vous voyez, nous on travail dans une certaine base. Pour nous les nombres 1, 2, 3 c'est cela etc. Mais pour d'autres civilisations ça n'a pas toujours été le cas, ils ont travaillé avec d'autres nombres ». Donc du coup, ça avait bien marché.

Quel type de matériel ou de livres as-tu utilisé ?

Un vidéoprojecteur, je les avait fait dessiner les clous, c'était des travaux en groupe et ils devaient écrire un certain nombre ou alors trouver justement quel est le nombre pour nous.

As-tu rencontré des difficultés dans la planification de cette activité ?

Quand on construit une activité il faut être sûr que déjà ce soit pas trop dure, qu'il y a un chemin que tous les élèves puissent la faire, après prévoir une tâche plus complexe pour les élèves qui sont à l'aise qu'ils s'ennuient. Il y a toujours ce genre d'élève. Ensuite avant de balancer, je veux dire l'activité, il faut la mener. Ça veut dire « comment je vais donner envie à mes élèves », déjà quand je leur donnerai la feuille de la lire, et ensuite d'essayer de les intéresser.

Quel genre de livres as-tu utilisé ?

Du coup, j'ai trouvé sur un site internet, mais... j'ai aussi utilisé quelque chose de l'IREM, je ne me souviens pas exactement. Je tape sur internet et puis je trouve les sites les plus intéressants et les plus fiables aussi forcément... mais j'ai pas de site... Après l'IREM de Lille, l'IREM de Grenoble, etc, ils reviennent souvent, mais...

J'ai fait aussi -j'en ai fait une activité, j'ai oublié- j'ai travaillé sur les nombres. Ranger les nombres, entre croissant ou décroissant et du coup au lieu de le lancer une liste longue comme ça, aléatoirement et leur demander de les ranger, j'ai pris la date de naissance des différents mathématiciens, mais qu'ils devaient les ranger dans l'ordre croissant ou décroissant. Et du coup forcément « ah, c'est qui lui ? ». Et du coup ils devaient faire aussi des petites recherches, c'était comme ça. Leur donner au moins une idée de quelques mathématiciens importants qui vont eux voir dans leur scolarité.

Alors tu as lu le programme de mathématiques des autres années...

Par exemple Pythagore, en 6e et 5e je sais qu'ils vont pas le voir cette année, mais je me dis « l'année prochaine s'ils entendent le théorème de Pythagore ils vont savoir que c'est pas un nom aléatoire, c'est quelqu'un qui a créé le théorème ».

Que penses-tu du cours « histoire des mathématiques » en général ?

Il manque le lien justement entre l'histoire des maths et notre formation qui est vers l'enseignement. On écoute de l'histoire des maths mais on sait pas comment l'utiliser à la rigueur...

Ça serait sympa d'avoir des idées, ça justement il faudrait nous donner ces idées là et nous former pour faire ce genre d'activités. Par exemple dans tel chapitre qu'est ce que je peux utiliser dans l'histoire des maths, comment je peux faire le lien justement avec mon chapitre, il y a plein de choses à prendre en compte et c'est vrai que c'est dur, c'est un travail.

Je pense fortement que je vais m'inscrire à une formation paf pour justement commencer, continuer ma formation.

Annexe G.17 : Entretien S8

22 mai 2019

S8 (étudiant de MEEF)

Université de Lille

Pourrais-tu te présenter et me parler de ton parcours académique ?

En fait, depuis le collège, je savais déjà que je voulais être prof de maths. Donc j'ai fait un bac scientifique, ensuite j'ai fait deux ans prepa, parce que je voulais pas tout de suite aller en fac. J'ai fait prépa maths au lycée Châtelet, ensuite j'ai fait ma L3 à Lille 1, et j'ai fait mes deux ans de master. Aujourd'hui je suis enseignante stagiaire dans un collège, près de Douai. J'attends ma titularisation.

Tout au long de ton parcours scolaire, as-tu déjà eu un peu d'histoire des mathématiques ? As-tu été intéressée peut-être ?

Pas vraiment, j'étais trop concentrée dans mes études. En fait, je m'intéressais à rien puisque j'étais vraiment dans les mathématiques, surtout en prepa et L3. Quand on a eu le master, on a eu un peu d'histoire des maths.

Quel genre de contribution penses-tu que le cours d'histoire t'a laissé ?

En fait, moi je trouve ça intéressant quand même, que avant d'enseigner par exemple un théorème, on enseigne l'histoire du théorème, de la personne qui l'a créé mais... je trouve que on ne fait pas assez. Donc j'ai pas trop d'idées, on n'a pas appris à le faire. Et que dans les programmes du collège il y en a pas énormément où la mettre en place, sinon je pense qu'au lycée ça devient plus intéressant quand même.

On a créé une activité pour les collégiens, alors j'en ai fait un tout petit peu au début d'année c'est ce qu'on fait souvent quand même en histoire. C'est la numérotation grecque. On a fait une activité qui a regroupé la numération grecque, égyptienne et puis romaine.

Et pourquoi as-tu trouvé ça intéressant ?

En fait avant de connaître notre numération à nous, il faudrait que les élèves puissent comprendre les autres numérations pour aussi les comparer et voir que la nôtre est peut être un peu plus simple que celle des égyptiennes par exemple ou bien romaines, etc.

Et quels types d'objectifs ont été proposés pour cette activité ?

Un premier pas c'était de comprendre la numération, ensuite écrire avec la numération -chaque numération donc égyptienne, romaine et chinoise- et ensuite le dernier objectif c'était de donner les difficultés de chacune, les avantages de chacune et aussi de comparer avec d'autres numérations.

Et as-tu pu le proposer dans tes cours ?

Alors, on était à 3 dans le groupe et comme la numération c'est le premier chapitre de l'année j'ai pas pu mettre en place encore cette activité a mes élèves, mais par contre au tout début d'année j'ai proposé une activité avec les chiffres romains. Mais ça ils connaissent... mais c'est plus intéressant quand même de proposer d'autres numérations que ce qu'on connaît. Parce qu'on connaît la numération romaine et puis on connaît notre numération. Je pense que je la mettrai en place avec d'autres élèves de 6e.

A chaque présentation quand même on peut présenter quand est-ce qu'elle a été fait, quand elle a été utilisée, et là il y a une partie historique, les élèves peuvent la lire.

As-tu des livres de référence ?

En fait j'ai cherché dans tous mes livres, j'en ai beaucoup, j'ai cherché mais il n'y a pas beaucoup de points historiques. Je ne me souviens plus où j'aurais pu le lire...

Et en ce qui concerne le cours, sur quoi as-tu pu réfléchir ?

Bah... il me semble qu'il n'y a pas eu assez de liens. C'est ça qui manque dans ce cours. Parce que ok, on voit ça, mais pourquoi ? Comment on va l'utiliser ? Comment le mettre en place ? Ça serait plus intéressant, parce que nous arrivons pas a voir comment on va le mettre en place, avec nos classes c'est difficile, même si c'est pour les lycéens, un jour peut-être...

Tu m'as dit que l'histoire t'intéressait. Quel autre aspect des mathématiques penses-tu qu'il est possible de montrer aux élèves en utilisant l'histoire ?

On peut aussi montrer l'évolution. Parfois j'ai aussi étudié comment les mathématiciens communiquaient le savoir avant, leurs théorèmes... ils passaient par des lettres et puis après en des correspondances et ensuite certains modifiaient, d'autres modifiaient... voilà. Un ensemble a créé le théorème, c'est quand même intéressant de savoir comment ils faisaient.

Pourquoi cet aspect des mathématiques devrait-il être intéressant pour les élèves ?

Pour leur montrer que en travaillant ensemble on peut progresser, chacun peut apporter ce qu'il connaît. Je pense que mes élèves ne savent pas ça... parce que moi même je le savais pas. Du coup dans le cours d'histoire des maths dans le premier semestre j'ai étudié un article sur les correspondances.

Annexe G.18 : Entretien S9

27 mai 2019

S9 (étudiant de DU)

Université de Lille

Peux-tu te présenter et me raconter ton parcours académique ?

J'ai eu mon bac il y a déjà douze ans, après j'ai travaillé. J'ai un diplôme technique en informatique, j'ai travaillé là dedans, ça ne m'a pas plu. Je suis venu ici sans spécialement savoir que je me dirigerai vers les maths dans l'enseignement. Je me suis pris la licence la plus générique et petit à petit ça s'est restreint sur l'astronomie et sur les maths. Comme pour l'astronomie j'aurais dû partir à Paris, j'ai choisi les maths. Le deuxième année de master s'est orienté à la préparation à l'agrégation et la recherche, et j'avais plus les réductions jeunes -parce que j'avais dépassé la limite d'âge- c'était compliqué dans le vide... « on va être prof parce qu'il faut qu'un salaire arrive rapidement » et donc c'est comme ça que je me suis retrouvé prof, pas du tout prévu à la base. J'ai passé l'agrégation il y a deux ans...

Alors en ce moment, tu fais le stage ?

Oui, oui. Mais j'ai fait des remplacements tous les deux mois déjà avant... j'étais deux mois dans un lycée, deux mois dans un autre et ça m'a permis de bien voir, me confirmer l'idée... je me disais ça, mais je me suis frotté à plein publics différents soit par le cadre socio-économique de la zone, le type de classe que c'était.

De toutes façons je me dis, que je prends ce qu'on va me donner avec les affectations, a priori avec l'agrégation il y a plus de chance qu'ils m'envoient plus vers des lycées que vers des collèges.

Au cours de ton parcours scolaire ou dans ton milieu familial, as-tu déjà eu une expérience avec l'histoire des mathématiques ?

J'étais pas particulièrement le plus assidu des élèves quand j'étais au lycée, on dira que je me contentais du minimum pour pas qu'on m'embête, donc... j'ai vraiment pas plus que ça comme souvenir... Surtout la partie universitaire, avec une certaine curiosité sur des petites anecdotes sur certaines choses plus que de rentrer dans le détail de certaines choses. Même si ça m'a pas empêché de via de documentaires, audio, vidéo ou des bouquins, de lire des trucs à côté. Quand je préparais

l'agrégation et j'en avais marre de bosser sur un bouquin hyper technique, pour faire un petit break, j'allais prendre dans les bouquins historique et feuilleter 2, 3 trucs. Mais par curiosité, sur un peu tout, je veux dire en termes de chronologie de Pythagore jusqu'à Gödel. Plus de vulgarisation et d'amusement mathématiques que véritablement d'histoire des maths en dur, on va dire. Ce serait comme les bouquins de Matts Parker, il intervient régulièrement sur la chaîne Numberphile. C'est plus la façon dont il présente les histoires que vraiment sur la petite anecdote amusante. Par exemple sur le bouquin qui est sorti a pas longtemps, c'est presque une liste d'erreurs mathématiques, j'ai trouvé ça très amusant, j'ai déjà pioché deux, trois trucs et mes élèves, surtout avec les secondes, et c'est hyper génial. Il y a des élèves qui clairement « on passe d'histoire des maths » mais, ça me fait relativiser des petites erreurs qui font juste sur leurs cahiers...

C'est plus sur des choses récentes, j'ai pas le souvenir de ce bouquin rentrer avant le 20e... ne pas y avoir beaucoup d'avant, 19e du coup... mais c'est pas d'histoire des maths, c'est plus autour des erreurs d'implémentation de maths appliquées plus que l'histoire des maths en particulier.

Tu me dis que tu fais des commentaires, des petites anecdotes historiques, as-tu réussi à faire une activité dans laquelle tu t'appuies sur l'histoire ?

C'est plutôt vraiment par l'approche anecdotique, ça peut être quelque chose que se construit pour arriver à ça, même si certaines anecdotes ont un peu la légende. Par exemple quand je travaille sur les suites avec les premières et qu'il fallait arriver à la somme des termes on arrive vite sur l'anecdote à moitié légende sur Gauss quand il était enfant.

J'essaye d'en inclure ce soit sur le propre histoire des maths ou d'autres choses, quand on est sur une grosse séquence où il y a quelque chose de assez lourde, pour détendre l'atmosphère et faire une petite pause...

Après, j'ai quelques idées sur certaines choses, mais c'est des choses que je n'ai pas encore pu implémenter.

Quand j'aurai en terminal et qu'il faudra avoir l'initiation aux nombres complexes, avec la réforme que a eu... pourquoi pas, je me dis rentrer un peu plus dans le détail de la dérivation par exemple. Je pense que c'est un domaine où l'historique peut venir plus naturellement.

Pourquoi crois-tu que l'intégration d'éléments historiques peut être positive ?

On sait que c'est des choses sur lesquelles on a réfléchi au cours du temps et que c'est pas juste, on leur balance des choses théoriques qu'ils ont appliqué. Même si techniquement dans les examens du

bac on cherche juste à savoir faire appliquer des choses mais qu'ils aient un petit peu de recul par rapport à ce qu'ils font.

Je n'ai jamais vu de choses construites là dessus, par le moment je reste sur des anecdotes...

Après... cette année j'ai des élèves qui sont pas en scientifique, mais qui sont assez curieux et qui sont restés après d'une séance où on venait de voir le discriminant avec le second degré et ils se demandaient « est ce qu'il y a des formules comme ça pour de x^3 et des autres ? » et tout ça. On se retrouve à changer un petit peu là dessus.

Pour y arriver j'ai commencé avec une activité d'introduction, c'était pas proprement liées à l'histoire des maths mais c'était lié aux méthodes presque algorithme babylonien qui avait été fait avec des cas bien particulier, le rectangle qu'on ensemble avec un carré avec des valeurs qui restent positives pour que ça garde le sens géométrique qu'il soit liés mais ça avait été fait détaché du contexte historique. Je leur ai pas mis en avant tous ça... C'était plus pour amener petit à petit et après le généraliser. Pour montrer aussi que c'est pas juste une formule qui est sortie de nul part...

Et sur quelle base as-tu créé cette activité ? Une activité déjà préparée auparavant, un livre...

C'est juste que j'avais vu une vidéo et juste à partir de ces petites vidéos, j'ai fait des réadaptation à ma sauce... et que les petites généralisations successives ensuite puissent aussi tenir avec... pour les élèves qui s'en sortent un peu mieux et qui réussissent à avancer un peu plus vite.

Quels types de sources utilises-tu pour planifier tes activités ?

Pour tout ce qui est contenu formel, les ressources académiques, les programmes, les différents livres surtout avec la réforme on a récupéré un paquet monumentale des livres... il y a déjà beaucoup de choses qui sont là dedans et ça permet de récupérer entre les bouquins s'il y a plusieurs choses qui apparaissent.

Après ça reprendre sur des choses de ma culture générale de probabilités, de quelques livres que j'ai feuilleté là, de recherches sur Internet, informations que je trouve dans ma formation, je me dis « je peux le garder ». De toute façon, je m'autorise le droit à l'erreur là dedans. Si jamais il y a une petite erreur ou un truc qui peut être mal compris, mal à un point près de ma part, je me dis « encore c'est pas trop grave, tant que ça les aide à comprendre ce je veux leur faire comprendre ».

Penses-tu que la réalisation d'une activité inspirée dans l'histoire présente des difficultés au moment de la planification ?

Ben... ça a été pas trop mal reçu quand il y a des choses comme ça, parce qu'après c'est aussi lié à des choses qu'en général je fais en groupe où ils sont en l'eau, et naturellement ils sont contents quand c'est des séances un petit peu particulière comme ça qui ont lieu. Et donc j'ai pas eu de souci particulier avec ça... ça fait quelque chose de différent.

En ce qui concerne le cours de master, cela t'a-t-il donné des idées ?

La forme ne me correspondait pas vraiment... il y a beaucoup de choses qui ont été vues en fait que j'ai besoin de reprendre plus ou moins consciemment mais au final c'est plus des choses que j'ai vues de façon informelle avec d'autres enseignants, que j'ai eu au cours du cursus...

Quel type de choses ?

Par exemple, j'ai une chose qui m'avait assez marqué sur un cours de géométrie euclidienne. Ça avait été quand le professeur avait montré des démonstrations purement euclidiennes, de certaines formules d'aire ou de volume qui sont vues en géométrie. Sûrement que ça me disent absolument rien, je les ai appris par cœur et le principe que un cube on peut le découper en trois et que ça fait un cône et c'est pour ça qu'il y a un tiers qui apparaît dans le cône... avec le principe de Cavalieri qu'on peut mettre la boule à côté... je me suis dit, « c'est à suivre en tout cas, c'est très clair à suivre ». Et il y a une certaine beauté géométrique dans la façon dont les choses seraient arrangés. Et ça pour le coup j'étais certain ne jamais l'avoir vu avant, vraiment ça me disais absolument rien.

Après... j'ai pas eu encore l'occasion de le faire parce que c'est pas dans le programme des classes que j'ai cette année, mais clairement c'est quelque chose de très intéressant. Et encore quand on a vu l'intégration du coup, il y a le jacobienne qui fait qu'il y a le coefficient qui apparaît et du coup ça marche ! Mais... c'est pas pareil.

Tu dis que tu n'as pas été très réceptif au cours d'histoire... qu'est-ce qui peut être intéressant à travailler dans un cours de ces caractéristiques ?

Ça dépend aussi de ça qu'est vue et puis y en a qui sont beaucoup plus réceptifs. J'ai beaucoup de trucs sur Tycho Brahe parce que je suis passionné d'astronomie et le fait qu'il ait inventé la parallaxe on va dire qu'il ait su développer ce truc là. Et il y a plein de choses passionnantes mais ce qui me fait m'intéresser à la personne, c'est le côté qu'il a perdu son nez dans un duel au sabre avec son

frère. C'est le côté amusant qui attire l'attention et qui permet ensuite de.... je sais que moi je suis très réceptifs à ça, s'il y a le petit truc qui a tendu, qui amène à ça...

C'est pour ça, quand j'ai parlé de l'exemple sur les suites de Gauss, qu'ils avaient utilisé la formule : « jamais j'ai vu ça » « mais si, le truc que l'allemand il a trouvé à 8 ans ». Ils l'ont dit comme ça et voilà... Ils ont un lien par rapport à celle qui a été fait. Moi, je suis réceptif à ça, du coup je sais que je vais pouvoir leur transmettre par rapport à ça. Mais après pour un cours de façon formelle s'est pas particulièrement la façon de gérer vers les plein de petites choses comme ça. Sur moi c'est quelque chose qui fonctionne bien et c'est ça que j'essaie de retransmettre un peu aux élèves, c'est pour ça que pour le moment ça est resté sur de l'anecdotique.

Ça reste la même idée de leur donner un peu de recul, c'est pas juste des formules qui quelqu'un a trouvé. C'est pour les élèves c'est pas juste qu'ils ont des formules et qu'on leur demande de connaître des théorèmes par cœur, et de savoir bien appliquer des formules. Savoir repérer que là il faut utiliser telles méthodes. C'est pour qu'ils aient un petit peu de ressentir... même si au final il n'y a pas particulièrement de miracle. Par exemple quand j'ai travaillé avec le 1e et qu'on parle de la loi de Bernoulli, ça vaut le coup de dire un mot sur la famille Bernoulli. C'est pour qu'ils voient le mot d'où il arrive... surtout quand il y a une nouvelle notion, quelque chose qui est pas évident. Donc j'essaie de me rattacher à ça, vraiment l'idée c'est de détacher l'élève de sa tâche, pour qu'il soit pas juste « un singe savant » qui se contente d'apprendre... il y a beaucoup qui sont très stressés juste du principe de faire une erreur, et qui n'essayent pas. C'est pour les faire relativiser avec ça.

J'ai senti qu'après leur avoir raconté de petites choses comme ça, ils sont rassurés. Au moins ils sont plus bloqués avant d'écrire quelque chose quand ils tentent un truc. Ça c'est aussi dans un gros travail que j'ai fait avec eux sur le fait que dans les maths c'est pas « on écrit la bonne réponse du premier coup, c'est qu'on a faux 50 fois avant de réussir ».

Parce que tu crois que cette idée existe toujours ?

Le problème c'est que les maths historiquement a toujours été vu, en tout cas en France, comme une domaine hyper sélectif, quelqu'un qui est bon en maths pour être bon en tout, est comment dire... n'importe quoi qui a été fait avec les maths modernes dans les années 70, qui a encore plus perturbé... ça se passait encore plutôt le moment où il y en avait qui réussissait plus à comprendre ce qui se passe et ça a mené sur certaines générations le fait d'être... « on n'est pas bons en maths, c'est pas grave, on n'est pas bon en maths, ça sert à rien d'essayer, ça arrive, il y en a qui sont comme ça ». Chez certains il y a presque une certaine fierté « oui, j'étais pas bon en maths, c'était pas mon truc. Voilà. Mais c'est tout, c'est pas grave » alors que j'ai pas l'impression qui quelqu'un

qui était pas bon en histoire, que jamais su retenir une date, dont « je connais rien du tout en histoire, je sais pas mettre l'Italie où l'Allemagne sur une carte de l'Europe » c'est pas un truc qui ressort, alors que pour les maths... à mon avis ça vient du fait que c'était perçu comme ultra sélectif et que l'affolante abstraction qui a été fait dans les maths modernes, ça a fait qu'on a perdu de monde. On perd encore aujourd'hui, parce que là, ça peut être les parents qui mettent la pression sur les enfants qui sont encore là...

J'ai pas fait forcément d'histoire, mais par exemple, des trucs de géométrie avec la racine carrée que c'est pas juste une touche sur la calculatrice, de leur montrer par exemple avec le cercle... leur amener des exemples géométriques à défaut que l'on comprenne et qu'on réutilise, leur montrer des petites choses comme ça, surtout c'est pour ça que j'aime beaucoup mettre de la géométrie...

De toute façon, pour ceux qui vont continuer, on est obligé de mettre la démonstration très théorique et effectivement on est en maths, on en fait. Mais une fois de temps en temps ...

Quels types de références utilises-tu ?

Rien de particulier. Moi j'ai pas systématiquement sur le même site pour piocher, j'ai l'idée, je cherche l'idée, je vois ce qui ressort à plusieurs endroits. En tout cas en terme de recherche, après je suis de quelques chaînes youtube qui sont de maths, je cherche pas l'information mais dès qu'il y a un truc nouveau qui arrive, je regarde... ça arrive parfois c'est lié à ça. C'est pas dans quelque chose que je fais, c'est pas une recherche active en tout cas. Si ça arrive je prends et souvent je me dis « tant mieux je pourrais leur montrer ça » mais c'est pas fait par une recherche active parce que c'est déjà pour moi que je regarde.

As-tu vu les nouveaux programmes ?

Ah oui, oui. De toute façon on a pas trop le choix, puisque les 2es que j'ai cette année techniquement, le prochaine année pour la rentrée en 1e, il faut qu'ils aient vu le programme qui rentre en 2e l'année prochaine donc, déjà il a fallu adapter en cours d'année, ce qui c'était pas le plus évident mais bon...

Et que penses-tu de la partie d'histoire ajoutée ?

Bah... concrètement qu'est-ce qu'on en fait ? Parce que ça était dans les programmes : histoire des maths, mais concrètement qu'est ce qu'on fait ?

Le problème c'est que logiquement quand on construit des structures pour le lycée en tout cas, l'idée c'est à défaut de leur donner de la culture générale et leur apprendre les méthodes et tout ça, on sait qu'ils ont l'objectif du bac au bout. On n'a aucune idée de ce à quoi doit ressembler, on ne connaît pas encore le programme de terminale, donc c'est on est encore au point mais qu'est-ce qu'on en fait ? Est ce que l'on garde du point de vue illustratif, anecdotique, est ce qu'il faut vraiment qu'il y a un truc formelle dessus... on sait pas.

Annexe H : Âges par cycles et option dans l'enseignement secondaire uruguayen

L'enseignement secondaire en Uruguay					
Cycle de Base (CB)				Baccalauréat Diversifié (BD)	
1°	2°	3°	4°	5° Sciences sociales et humaines	6° Social humaniste
					6° Social économique
				5° Biologique	6° Sciences biologiques
					6° Sciences agricoles
				5° Scientifique	6° Physique mathématique
				5° Art et expression	6° Mathématiques et design
6° Art et expression					
12-13 ans	13-14 ans	14-15 ans	15-16 ans	16-17 ans	17-18 ans

Tableau H.1 : Âges par cycles et option dans l'enseignement secondaire uruguayen. Informations du site <<https://www.ces.edu.uy/>>

Annexe I : Entretiens en Uruguay

Entretiens avec des enseignants et des formateurs

Annexe I.1 : Entretien UE1

5 de diciembre de 2018

UE1

IPA, Uruguay

Me gustaría que te presentaras, que contaras tu trayectoria y porqué elegiste estudiar matemática.

Mirá, en parte porque creo que en el fondo siempre desconfié. Cuando iba a liceo en bachillerato sobretodo, que en la matemática había algo que no me estaban diciendo, que había una cosa más linda y no me estaban diciendo y que teníamos que hacer aquellos cursos horripilantes. Pero básicamente por eso, y porque era bastante inútil en otras cosas y me costaba mucho más redactar un párrafo de algo, que las cosas de matemática.

Y ¿por qué formación docente y no otra carrera?

Estaba la presión ahí, tengo dos hermanos mayores, uno veterinario y otro es médico y mis viejos esperaban de mí un ingeniero. Pero también vi que ingeniería no me interesaba. Lo que me guió fue lo que me gustaba.

¿Tuviste algún profesor de referencia, que te haya marcado ?

No, me parece que la referencia central fue mi vieja que era maestra, por ese lado me parece que vi que en eso de enseñar y aprender es que había una cuestión interesante. Nadie... los orígenes más lejanos son esos : en casa, mi viejo era la chacra y mi vieja, maestra. Y entre esos dos tipos de laburo me quedaba claro cual prefería.

En tu trayectoria como estudiante ¿tuviste alguna experiencia con historia de las matemáticas?

Mirá, no los tengo acá pero no se si viste los libros de Baldor¹⁸, son tres libros enormes, que si los miro ahora me resultan horripilantes, pero eran unos libros que tenían partes en colores, y al principio de cada capítulo tenían un párrafo referido a un matemático. Y yo en cuarto¹⁹ del liceo siempre me enganchaba con esos párrafos iniciales. Después el libro tenía 400 ejercicios de lo mismo pero siempre esos párrafos iniciales me enganchaban. Se veían cosas referidos a un matemático, a su obra... y así. Del liceo fue lo que me enganchó a cosas referidas a la historia.

Después cuando empecé el IPA iba mucho a la feria Tristan Narvaja, iba comprando libros de cosas de historia, pero que leía por mi cuenta. En esa época no había ninguna referencia a nada de la historia... yo soy del plan 86. El Boyer por ejemplo, yo no sé pero creo que en segundo o tercero del IPA ya lo tenía. Un libro que me gustaba leer... Igual siempre leí cosas de historia de la matemática, pero como quien lee revista "gente". Leía porque me interesaba, pero eso no tenía ninguna utilidad para ningún curso del IPA ni de nada.

¿Pensás que la historia modificó alguna de las concepciones que tenías sobre la matemática?

Sí, me parece que fue como una formación en paralelo esta cuestión de la historia. Como toda cuestión autodidacta uno va muy desordenado. De leer cosas de filosofía de la matemática, estuve casado quince años con una profesora de filosofía así que teníamos como esa zona en comun, y a ella le gustaba la parte lógica o la historia de la ciencia... Pero bueno es muy desordenado todo. La sensación que tengo es que fue como ir teniendo una visión paralela que no la tenía en los cursos del IPA. Sí, ir haciendo un recorrido no oficial, de lo que iba aprendiendo. Pero en general no lo pensaba ni para las clases, ni mientras estudiaba no lo pensaba para planificar una clase. Era una cuestión de gusto personal y de intriga personal.

Y ¿en qué momento pensás que eso empezó a tener una influencia en tu rol docente?

En general siempre di cursos de geometría en el liceo, y ahí poco a poco iba metiendo cosas que tuvieran que ver con la historia, pero que eran cosas puntuales siempre. También me parece que en los primeros años de profesor, había poco margen, o yo lo viví así, yo más bien sentía que tenía que hacer más o menos lo que hacían los profesores más viejos. Esa presión la sentía, después estaba el examen y no podías salirte mucho del libreto. Así que todo lo que agregaras tampoco servía a los

¹⁸ Baldor, J. A. (1978). *Aritmética: teórico-práctica, con 7008 ejercicios y problemas* (No. 512 B353A 2007.). Cultural Centroamericana.

¹⁹ 15-16 anos.

efectos del examen. Todos esos agregados, eran agregados que no se evaluaban después. Pero desconfío que también eso podría ser interesante para los estudiantes, porque cada tanto me cruzo con alumnos de hace veintipico de años, que me dicen “me acuerdo de las clases en quinto y sexto de que hablamos cosas de historia” y ni yo me acordaba... A algunos les quedó ese recuerdo y ni yo me acordaba que había esas cosas metidas allí. Pero siempre como excepciones me parece.

O sea eso que te decía al principio, yo había vivido esa cuestión de que en la matemática siempre me habían ocultado un poco, para que te hagas la idea de lo horrible que fue mi experiencia en bachillerato, el libro que se usaba era el de Osin. Yo lo sigo odiando cada vez con más fundamentos. Para mí era inhumano era la matemática moderna, aquella serie de propiedades y propiedades. Era lo peor de lo peor... yo lo viví como que me estaban ocultando algo, y bueno en el momento que fui profesor empecé a mechar cosas de lo que a mí me gustaba. Y me parece que a medida que voy envejeciendo, me voy liberando más y haciendo lo que a mí me gusta. Si tiene que ver con el programa o no tiene que ver con el programa, ya cada vez me importa menos.

¿Podrías hablarme de las ventajas y desventajas de trabajar con historia?

En secundaria creo que siempre que metí estas cuestiones fue porque siempre está la pregunta en los chiquilines “¿para qué me sirve o cómo va a ser evaluado? ¿Va para el escrito o va para el examen?”. Entonces para sacar esa presión en general, lo planteo “a ver esto no va para ningún escrito, esto no va para ningún examen, tiene que ver solamente con encarar esta situación y ver qué pasa. A ver si nos enganchamos con eso”. El balance... me parece que es como bastante “burbuja”, porque son experiencias puntuales en el medio de la nada. Y en general, me parece que en algunos casos, se logran enganchar con esa situación. Y resolver esa situación concreta que puede tener cosas de historia. Son experiencias que son más bien “burbujas” me parece, experiencias sueltas a lo largo de un curso.

Cuando trabajás así ¿usás algún tipo de recurso en particular?

En general lo que trato de rescatar es algún problema. Algún problema para trabajarlo en clase, antes lo contextualizaba un poco yo, pero ahora con Internet ese laburo lo hago un poquito a posterior, después de pensar el problema. Se puede buscar una primera información en Internet y encontrar montones de cosas, lo buscamos en clase con el celular, lo vamos leyendo y comentando ahí. Antes tenías que buscar el cañón y yo que sé, siempre es un lío! Ya me desmoralizo antes...

Lo que hago en esas situaciones es tratar de llevar un problema concreto que tenga su origen en algo histórico y a partir de ahí continuo.

La cuestión central me parece, y me pasa también con los gurises en el IPA, es que hay cero conciencia de que existe una historia. Con la matemática en el liceo, la mayoría de los estudiantes salvo alguna rara excepción, la matemática está ahí, está ahí en el presente, en eso que está en el libro, o en lo dice el profesor, pero no tiene ninguna historia, ni nada de eso. Surgió como del huevo y en el presente. En el curso de geometría hacemos un listado de preguntas para el oral y hay preguntas que incluyen “tales familias de poliedros, ¿cuándo surgieron?” poliedros platónicos, arquimedianos (que ya te da casi el periodo por como se llaman!), y los tipos te preguntan “pero ¿tengo que saber en qué siglo se crearon?” Se pueden aprender otras propiedades y cosas pero aprenderse o averiguar en qué siglo se crearon los poliedros, les parece algo que no corresponde al curso o les molesta tener que averiguar eso. Bueno “Pitágoras, ¿de qué siglo es?”, “Y eso ¿lo tengo que saber?”. Aprender una demostración o un recíproco no les molesta, eso lo tienen asumido, lo otro les choca...

¿A qué pensás que se debe esa reacción?

Yo creo que toda la vida vieron la matemática como de cuentas y fórmulas, y que nunca la matemática tuvo algún dato de estos, me parece que responde a eso. Lo que me extraña es que les parezca natural que la matemática sea esa cosa descolgada y sin enganche con nada. Una veta de las matemáticas es hacerse preguntas de la nada y tratar de responderlas, pero hay otra veta que me parece que tiene su origen en preguntas concretas de la vida práctica y en tratar de responderlas. Eso otro lo ven medio descolgado. Esas preguntas les molestan.

En cuarto todo el mundo declara que sí, que le gustaría saber cosas de historia, pero en cuarto es otro el lío, me parece... declaran que les gustaría saber algo sobre esos orígenes, pero la dificultad está en cómo enterarse de ese surgimiento, algo como “me gustaría pero si me lo contaran en 5 minutos. Si lo tengo que hacer yo, ya es otro laburo”.

Y ¿por qué te parece que es importante para un docente?

Por muchos motivos, a los efectos de un profesor, me parece que tratar de ver la matemática que uno va a enseñar en el liceo como una actividad más del hombre. Como la literatura, la filosofía, la pintura o el pensamiento científico, y que esto de la matemática encaja como una cosa más dentro del pensamiento científico. De ver el mundo desde cierto ángulo, que hay otras maneras de encarar

el mundo. En la enseñanza oficial la ciencia tiene un buen lugar. Así que como primera cosa, tratar de ver que es una actividad humana bastante reciente si se quiere. Si pensás en la ciencia moderna 1500, 1600 años y si pensás en la matemática es un poquito más. Con los griegos que es lo que mas se parece a lo nuestro, 2000, 3000 años y si vas a un poquito más atrás, los egipcios 5000 años... que en el desarrollo de lo humano es algo muy reciente. Es el último segundito... y en ese último segundito, sí, la ciencia ha tenido su relevancia.

Así que como primera cosa es tratar de ver que la matemática tiene que ver con una manera de pensar el mundo y qué tiene que ver con nuestra forma de vivir hoy en día. La tecnología centralmente está muy vinculada al desarrollo de la ciencia. Hay cosas tecnológicas que no son posibles sin que haya habido una indagación científica previa.

A la hora de ver a un profesor, a su formación o que después le pueda servir como fondo para sus clases. Me parece que nosotros nos vamos mucho en los detalles de la matemática y que las cosas grandes nos las perdemos. Hay diez mil detalles de propiedades y subpropiedades, y está bien, pero ¿esto esta dentro de qué? Lo que hay de fondo es tratar de hallar y calcular el área de una cosa, o trazar la tangente de una curva, pero las preguntas grandes nunca aparecen. Siempre vamos al detalle y nunca a lo que motiva todo eso.

Otra cosa es ver que la matemática que uno ve no es lineal, la matemática escrita aparece bien ordenada, el axioma, el teorema, el ejercicio, como aparecen en los libros... Y que eso pasó en la historia, y que para tal problema hubo distintas respuestas y que esas respuestas son aproximaciones a la cosa. Entonces ver que hay más de una respuesta, distintas respuestas, para un mismo problema me parece que es saludable. Porque eso después en una clase me parece que... A ver, que yo lo veo también en mi historia personal, al principio cuando iba a una clase, yo hacía la gran demagogia de “a ver como pensaste este problema” y en el fondo estaba convencido que mi respuesta era la respuesta y era mejor. Me llevó años después que salí del IPA, asumir que esas distintas respuestas que daban los alumnos, eran tan sensatas como la mía y eso me permitió liberarme y empezar a aprender en las clases “Pero... esa respuesta que está dando este pibe, hasta está más alucinante que la que tengo yo” y la que tengo yo capaz que la lei en un libro así que la respuesta mía no tiene nada.

Y ahí se me hizo muchísimo más interesante la clase, en cuanto a aprender. Capaz que sí, cuando llevás una situación a la clase, una respuesta tenés. O capaz que leíste más de una, pero las respuestas que surgen en la clase son respuestas, parciales, de casos particulares, que me parece, habilitan a conocer la cabeza de un estudiante o como piensa la matemática un estudiante, que está alucinante.

Eso es lo que yo más aprendo, al menos “mira este tipo como se le ocurrió pensar esto, que yo aunque viviera tres vidas no se me ocurriría”. Porque ya tenés otra experiencia que te cuadrícula, de alguna manera, o que te acota. Porque más o menos la cabeza de cada uno, no sé, a mí al menos siempre va por caminos parecidos, los recursos que tengo para pensar son un poco acotados. Y que eso también pasa en la historia...

Creo que la cuestión central es ver que la matemática fue y es una cuestión en construcción, con cuestiones del presente seguramente... A mí me resulta más complicado, entro a la página del instituto de matemáticas leo los títulos y no los pueden entender. Pero con cosas de la historia, algunos problemas más viejos uno se puede entrenar, cualquier estudiante de matemática o del liceo. Y de rescatar esas dos vetas: la teórica y la más práctica en los orígenes de los problemas de la matemática.

Ver que las cosas tuvieron un desarrollo y que ese desarrollo es tan impreciso como lo impreciso de las ideas que pueden surgir en una clase de matemática y que puede haber muchas respuestas.

Después también está todo lo que tiene que ver con algunos tipos que dedicaron su vida, que eran matemáticos o científicos, también tiene eso de la época en que vivieron, el contexto, que los tenían, o sea que es cuestión de ver la matemática como una actividad más.

Me sirve también a veces para preguntar, frente a ciertas propiedades “bueno a ver, ¿cómo podemos fundamentar esto?” Y hay demostraciones, que hace tres mil años las usamos y seguimos repitiendo. “Ah, pero entonces este tipo era alguien interesante al que se le ocurrió esa idea” porque después pasaron 3000 años y surgió una segunda idea o una tercera. “Pero ¿por qué hace 2000 años que seguimos repitiendo la misma demostración de Euclides?” Ah, bueno entonces eso fue una idea realmente genial, porque si no surgieron otras alternativas...

Yo al menos cuando iba al IPA me parecía que muchos profesores eran geniales, después con el tiempo me percaté que lo genial del tipo era que había leído el libro que yo no tenía, y que el libro estaba reproduciendo la demostración de un matemático en determinado momento. Pero eso nunca nadie me lo dijo, yo tuve que caer en la cuenta de lo que el profesor hacía... Uno se preguntaba “¿cómo se le ocurrió esta idea al tipo para hacer esta demostración?” La pregunta de siempre de los alumnos “a mí nunca se me va a ocurrir esa idea”. Es que es natural que a uno no se le ocurran esas ideas porque a veces hay ideas que se le ocurrieron a ciertos tipos que fueron creativos, y que pasaron años trabajando sobre lo mismo.

En el libro de poliedros que armamos con Vero, metimos la demostración de Cauchy de la relación de Euler. Empezamos por esto que es una idea que engloba todos los poliedros convexos, es una idea grande que yo aunque pueda vivir ocho vidas de corridas quédate tranquila que no se me va a ocurrir. Rescatar grandes ideas me parece que también está bueno, que no invalida todo lo que uno

pueda pensar en la clase. Nosotros capaz que casos particulares si podemos pensar, y hay ciertos tipos que frente a ciertos problemas tuvieron unas ideas que están alucinantes y que está bueno reconocérselas. Esa idea es alucinante, no es una demostración más que pasa como surgida de la nada y que hasta capaz, alguno se queda con la idea de que fue al profesor al que se le ocurrió.

¿Tenés alguna actividad puntual que quieras contar un poco? Sobretudo me interesa conocer los objetivos.

No sé a vos que te tocó en suerte cuando hiciste geometría y si había geometría del espacio. Yo si te confieso, cuando hice geometría, año 86, a mí geometría del espacio me parecía horrible, era una serie de teoremas que a mi me costaban, yo me los memoricé, las demostraciones me las aprendí de memoria básicamente. En aquel momento les encontré una lógica por necesidad, pero no le encontraba ningún sentido aprenderme toda aquella serie de cosas. Con Vero nos percatamos que de que los gurises no tenían ni idea de lo que era un prisma, y empezamos a tratar de mechar cosas de poliedros. Como año a año armábamos fichas, unos años después se convirtieron en esos dos libritos que usamos para el curso. Ahí ya aparecen poliedros platónicos, poliedros arquimedianos, poliedros de Johnson... La guía es un hilo histórico, en ese libro lo que guía es la relación de Euler, ir viendo en cada familia, hacer una tabla, y el defecto angular del poliedro. Son las dos cosas que van guiando el librito violeta. Y termina al final con la demostración de Cauchy, de la relación de Euler.

Pero la guía fue histórica, ir pensando actividades para cada situación. El otro libro es como una continuación de cada capítulo del anterior. Trabajamos tal cual en clase lo que está ahí. Es la guía de esa parte del curso.

La idea que queda después me parece, es que más allá que acabamos haciendo el desarrollo, a ellos la parte histórica es lo que más les molesta. De la parte histórica ¿qué queda?, no te sabría decir... más bien queda una molestia me parece [risas]. Yo creo que le ven más la utilidad cuando están en Introducción en la didáctica²⁰, en donde tienen que pensar alguna actividad para proponer en un curso.

Ustedes saben que esas actividades tienen algo histórico, pero ¿está explícito eso para ellos? ¿Y esa cuestión del cómo podría yo aplicarlo después en un futuro rol docente?

²⁰ Discipline de deuxième année.

En primer año está explícito, pero me parece que el efecto es casi inexistente, porque en primero no tienen el lío de una clase y de lo que van a enseñar después, centralmente están colocados desde el lugar de “bueno, tengo que aprender estas cosas, tengo que salvar este curso y para eso tengo la molestia aprenderme ciertas cosas” y es todavía muy lejano.

En cuarto me parece que es distinto porque en general son estudiantes que ya están trabajando, que tienen el grupo de la práctica, gente que trabaja dando clases ya. Entonces ahí es natural, a la hora de hacer algo, de leer algo de historia, ya casi que lo piensan directamente. Yo incluso también les digo, “a ver, si quieren pensar algo en general todo bien, pero si quieren pensarlo para una clase en concreto, en los grupos que tengan, genial”. Entonces ahí me parece que ya lo ven naturalmente, como al revés. Ahí ven casi todo en cómo lo pueden aterrizar. Y a veces como trabajan en equipo y cada uno tiene distintos años, lo piensan en primero, segundo, tercero... “¿cómo podemos llevar esto a esos distintos cursos?”.

Y también el lío de “bueno, pero para tal situación, ¿qué hay de historia de esto?” yo no tengo ni idea que exista nada... Y ahí se plantea el lío exactamente al revés.

En los libros de historia también hay cosas más trilladas sobre algunas nociones y otras no, sobre todo no hay.

¿Qué tipo de materiales o que recursos utilizan ellos cuando arman las actividades?

Ahora en Internet están el Rey Pastor, el Babini, hay montones de libros de historia, el Morris Kline, que están online así que es lo más práctico. Porque también he visto que ir a la biblioteca, no van, y en la biblioteca no hay mucho más de lo que pueden encontrar en Internet.

Lo primero como referencias, es ir a ver esas “biblias” de la historia. En general me preguntan si tengo alguna cosa más y a veces tengo y les presto.

En la última década ha habido montones de biografías o de libros de divulgación, que sí, que me parece que los estudiantes de cuarto se enganchan con esas cosas de divulgación y le ven cierta posibilidad de darles ideas para armar alguna cosa.

En eso me parece que ha ayudado bastante... Y también que se consiga todo en Internet.

En la guía se ven más cosas en concreto, vas a ver que más o menos tratamos de que todas tuvieran un marco histórico general sobre las ciencias y después sobre la matemática en concreto, y actividades. Tratamos de que tuvieran ese esquema. Después, a la hora de trabajar en clase, no sé Gustavo como lo trabaja, pero yo trato de decirles “esos problemas en concreto, vamos a pensarlos hoy en día, y comparar lo que podemos pensar hoy en día con el conocimiento que tenemos de un estudiante de cuarto, y cuando sea posible con cómo se pensó en la historia”.

¿La guía se orienta a aprender historia como disciplina o también a hacer una simetría respecto a lo que ellos pueden trabajar con sus alumnos?

Yo lo tomo como que el propio estudiante de cuarto vive la experiencia de pensar un problema. Es a lo que yo aspiro que hagan después. Es decir que cada uno con sus alumnos se dé la posibilidad de vivir así también parte de las clases. Frente a ciertos problemas “vamos a pensar eso nosotros y ver qué nos sale”. Después que eso tenga una respuesta y que el profesor seguramente la conoce, bueno, siempre hay tiempo para contarla. La idea es “vamos a enfrentarnos a esta situación como de la nada, con lo que tenemos en la cabeza y tratar de pensarla”, que salga o no, no sé, pero a los estudiantes seguramente se les ocurran montones de ideas, y hay que abrir la posibilidad de que el estudiante de cuarto tire sus ideas.

Yo quedé alucinado este año con cómo un estudiante de cuarto que ya tiene varios años estudiando matemática, a la hora de tirar sus propias ideas se le complica bastante. O sea que me parece que el esquema de los cursos de matemática, es el esquema de seguir el libro: definición, teorema y aplicación. Y más o menos si es así el esquema, ya sabés que para resolver este ejercicio tenés que aplicar estas cosas de este capítulo. Pero a la hora de hacer frente al problemita, que muchos pueden ser planteados a un estudiante de secundaria, los tipos tienen las mismas dificultades o más que el estudiante secundaria, en el sentido de no animarse a decir algo.

El estudiante de secundaria capaz que es más desinhibido y dice “se me ocurre esto, se me ocurre aquello otro” son más libres para hablar que el estudiante del IPA, que no dice mucho.

O sea que la función es doble: que traten de enterarse un poco de la historia, pero también de vivenciar la cosa, vivenciar haciendo el problema de la nada.

Cuesta un poco, después que empiezan a ver que se trata de eso, de pensar juntos... pero al principio nadie quiere mostrar lo que no sabe, o los líos que tienen para expresarse, y un prejuicio de lo que yo pueda pensar capaz... Pero me parece que la dificultad central es pensar libremente una situación. Ese me parece el lío central, y que la historia sirva también para ubicar el problema y en donde se dio ese problema, si con los griegos, en qué siglo... pero ubicarlo también al estudiante de cuarto “bueno a ver, yo frente a esto tengo estos líos” que es una manera de vivenciar qué lío puede haber tenido el que lo pensó por primera vez. Y a su vez, vivenciar que se coloca en el lugar del estudiante cuando vayan a dar clase.

Yo en el fondo creo que las cosas van decantando a través del tiempo. Imagino que para algunos es como si no hubiera existido el curso de historia y no les dejará nada. Y algunos otros que van haciendo algún enganche, que rescaten algo.

Annexe I.2 : Entretien UE2

6 de diciembre de 2018

UE2

IPA, Uruguay

Me gustaría que te presentaras, que contaras tu trayectoria y porqué elegiste estudiar matemática.

Mi nombre Mónica Olave, soy profesora de matemática egresada del Instituto de Profesores Artigas. Tengo una maestría y un doctorado en didáctica de la matemática o matemática educativa. La parte de historia fue una formación autodidacta, hace de más de 20 años que me puse a leer por mi cuenta, de interesarme en el tema y en todos estos años he seguido leyendo.

¿De dónde surge este interés particular por la historia?

Curiosidad. En los cursos en donde hice mi formación nunca vi... Tanto en el liceo, en donde podrían haberme contado alguna historia... Antes de ponerme a leer historia, cuando yo empecé a dar clases y tenía que hablar de Descartes, o tenía que presentar algo de Descartes, el sistema cartesiano, por ejemplo, yo buscaba quién era Descartes, qué hacía, y hacía un cuento... y de repente cuando tenía que dar los sistemas de numeración, trataba de ubicar en algún lugar cómo habían surgido, simplemente para estar alerta a las preguntas que te hacen los gurises y tener una respuesta.

¿Tenías en ese momento algún libro de referencia?

Si, el de Mariano Perero, *Historias e historias de la matemáticas*²¹. Él era un docente uruguayo de matemática, le gustaba la historia de la matemática, y contar anécdotas... y en el prólogo dice “yo me encuentro muchas veces con los alumnos y me dicen que de matemáticas no se acuerdan nada, pero sí de las historias que contaba en clase sobre los matemáticos, etc...”. Lo leí y aluciné, y mientras tanto también iba comprando la colección Nivola²². Después encontré el Boyer, encontré una cantidad... Las discusiones entre Laplace y Fermat, las cartas que se mandaban. Y mi matemático favorito... Euler.

²¹ Perero, M. (1994). *Historia e historias de matemáticas* (No. 510.9 P437h). México, MX: Edit. Iberoamericana.

²² Colección la matemática en sus personajes - biografías de los grandes matemáticos.

¿Y cuándo decidiste estudiar matemática?

Cuando yo tenía 17 años, los hijos de los amigos de mis padres eran todos más chicos, y yo en matemática era buena, entonces los ayudaba, y ahí empecé como a dar “clases particulares” y me encantaba explicar. No me preguntes porqué, pero me encantaba explicar. Y años estuve explicándoles a los que iban creciendo. Después me puse a dar clases particulares para ganar un poco de dinero. Y no sabía que existía el IPA, que existía el profesorado de matemática. Para mí el que daba matemática había estudiado en la universidad matemática y podía enseñar matemática en secundaria. Que fueron los profesores que yo tuve, un estudiante de arquitectura avanzado que le faltaba una materia para recibirse, etcétera... Entonces mi idea era la universidad. Hice economía y a los 3 o 4 años, salí desfavorida y me enteré ahí que existía el IPA y me fascinó “ésto es lo mío”. En el primer año, cuando me paré delante de una clase, en didáctica, me dije “ésto es lo mio”.

En formación docente, comencé cuando empecé a hacer la maestría. Cuando ya estaba avanzada la maestría y vi que había otro mundo, y que lo que yo había tenido de didáctica era la nada, vi que había un mundo que yo no conocía.

Descubrí que la didáctica problematiza la matemática para llevar a la clase, entonces ahí con Yacir, fuimos y nos anotamos en una de esas listas. Quedamos ahí con buen puntaje y pudimos elegir un grupo. Y de a poco fui dejando secundaria, no todo porque en el privado sigo trabajando desde hace 27 años.

Y ¿por qué empezaste con el curso de historia?

Primero empezamos Mario, Cristina, yo... todos los que habíamos estudiado didáctica, vimos que la parte epistemológica era importante, la parte de rescatar los ambientes del momento, ¿por qué surgen nociones en tres lugares distintos cuando no había Internet? y todo eso. Empezamos a luchar para que aparezca historia de la matemática en los planes del IPA y entonces cuando surgió un cambio de planes, con Mario armamos el programa.

¿Con qué objetivos?

Podés hacer una mezcla hermosa. Viste el programa de 5° científico, matemática 2, que cuando lo pusieron nunca lo entendí, estuve cinco años y le encontré un hilo conductor con la historia, no cronológico. A medida que iba necesitando encontré como podía enganchar sucesiones con límites,

con cálculo de áreas, que son distintas etapas. Paso por el cálculo de áreas de Arquímedes, por los pitagóricos con los números poligonales, toda una cantidad cosas... después paso por Riemann... todo eso mezclado. Cuando armamos el programa de historia, armamos lo que pudimos con lo que sabíamos hace 10 años. No hemos hablado todavía de cambio de plan porque todavía no se sabe que va a pasar. Están con que no quieren la Universidad de Educación... Pero creo que se puede hacer por temas, por momentos...

En formación docente yo trabajo en didáctica 1, los estudiantes llegan con muy poca matemática porque no han aprobado *Fundamentos de matemática*, ni Geometría... y entonces ahí tengo que enseñar matemática y ahí meto argumentos históricos. Por ejemplo en resolución de ecuaciones, los problemas de los egipcios, cómo verbalmente con distintos registros los puedo trabajar. En este momento trabajo con este registro, pero después puede que lo haga con otro.

Utilizo ecuaciones y sistemas de ecuaciones porque si les ponés $2x + 3y = 6$ y preguntás si tiene solución, y te responden “falta otra”. Entonces ahí empiezo y tomo cosas de la historia.

Y cuando trabajás en un caso puntual como este, ¿qué tipo de recursos usás?

Por ejemplo los mandó leer el libro de *Fundamentos*, los mando buscar en Internet. Este año lo que hicimos como parcial, fue que hicieran un vídeo explicando algún aspecto de la resolución de sistemas de ecuaciones y surgieron cosas interesantísimas. Uno hizo un trabajo sobre la solución, la importancia de la verificación y otros tomaron cosas de historia. Con problemas en lenguaje verbal y no una traducción al álgebra, sino como un razonamiento también verbal. Cosas interesantes que habíamos trabajado en historia, y algunos usaron eso.

¿Qué tipo de dificultades encontrás al momento de pensar y planificar actividades desde un punto de vista histórico?

En mi trabajo ya tenemos el libro que escribimos con Mario de historia, “Gente en obra” algunas cosas de ahí saco para el curso de didáctica, pero ya no en ese orden.

Cuando daba historia, el primer año seguí el libro a rajatabla porque era la primera vez, que fue en el 2011 porque está en cuarto, y entonces era la primera generación que llegaba a cuarto con historia. En la segunda generación empecé a buscar los intereses de los estudiantes. Empezamos a trabajar con cosas como cuadrados mágicos, ellos descubrían que la estructura era la misma de matrices, y empezamos a buscar : cómo surgen, de dónde surgen... Y ahí el trabajo era ya más basado en sus intereses, ellos buscaban, eran grupos chicos. Cuando ellos me planteaban una

inquietud yo tenía que venir a leer a mi casa, a buscar material porque no todo lo tenía. Y todo eso llevaba trabajo pero como a mí me gusta, descubría cosas.

El tiempo de preparación puede ser visto como una dificultad ¿capaz?

Bueno, pero cuando te gusta, te gusta. Tengo a favor que me gusta, me siento a leer historia de la matemática y me olvido. Enseñarles a leer también la historia la matemática, enseñarles a descubrir qué hay detrás de eso. Porque a mí una cosa que me preocupa es que ellos resuelven, hacen matemática y no saben por qué, ni nada... Siempre pregunto “¿qué hay atrás, qué hay atrás?”, pero no “este hizo esto y el de atrás hizo esto” que puede ser el camino de ida o de vuelta o mezclado, que ellos vayan buscando y que traigan. Y surgen cosas preciosas porque ellos van descubriendo por qué hacen las cosas, que no es casual. Y el tiempo que llevé.

Cuando descubren que las geometrías no euclidianas surgieron todas a la misma vez, en distintos lugares, los estudiantes se preguntan cómo se comunicaban, van descubriendo las dificultades de la época y las ventajas que tienen ahora que tienen la información... y cómo buscar información que no sea falsa. Todo eso también lo trabajamos con las computadoras... Y ahora que tienen el celular es fácil. Cómo la geometría y el álgebra estaban mezcladas, y que el álgebra no es sólo letras. Y cómo se dan cuenta que eso también es álgebra y lo que hacían los egipcios para resolver ecuaciones era álgebra, porque si traduzco eso verbal a las letritas de ahora es una ecuación que resuelvo sin “pasar al otro lado” sino que sumo a ambos miembros o resto o dividido. Y encuentran un sentido a todo eso. Y que no tiene que ser todo letras y mecánico.

Y ya que hablás de esta posibilidad que ofrece la historia ¿qué otras potencialidades te parece que puede tener para los estudiantes?

Primero porque se dan cuenta de que no es casualidad. Por ejemplo cuando ven número real, estudian las propiedades y la axiomática... y no tiene sentido, pero cuando lo ven desde otro lugar y no desde el álgebra “de letras” se dan cuenta... “Claro, si yo lo puedo razonar sin necesidad de memorizar...” y se dan cuenta de cómo explicarlo de otra manera, porque ellos mismos lo expresan... “Ah, pero esto lo podés decir así...” y no es que den una clase con historia pero se están basando en esa historia o en esos ejemplos que trabajamos, para ver otras formas de explicar. Y les encanta.

Y ven también como se han equivocado, los errores que han tenido los matemáticos. Actualmente, que no sé cuántos artículos en las revistas especializadas la mitad tienen errores... Y no lo pueden

creer porque para ellos la matemática es perfecta y ya está hecha y armada. Y está en construcción... y que todos participaron y trabajaron en conjunto. Creo que también une, bueno los grupos eran chicos pero se formaban equipos e investigaban. Investigaban más de lo que yo les pedía. Y te traían desafíos a vos...

Me puse a estudiar con ellos las fluxiones de Newton, porque yo nunca lo había estudiado, porque bueno, estaba Leibniz. Ahí aprendí con ellos.

¿Qué objetivos te proponés en el curso en formación docente?

Para mi, tratar de humanizar la clase de matemáticas, que en general es árida para muchos estudiantes, y no sé si tiene que ver con la historia de la matemática, para mi sí.

Esos tipos tan maravillosos que tienen teoremas con su nombre también se equivocaron, entonces que se permita errar en la clase, permite que los estudiantes tengan confianza en errar y que no pase nada. Antes uno tenía pánico de intervenir porque “si digo algo mal me van a censurar” o con la cara, o con algún comentario, o con algo. Ir a la clase descontracturados, sabiendo que se pueden equivocar. Muchos tienen la sensación de que no, y cuando les mostrás que Euler, Weierstrass, Bolzano o quien sea, también se equivocaron... Yo trato de ver siempre “esto estuvo acertado y se mantiene hasta hoy así”. Siempre pongo en duda de que esté terminado. “Y esto ¿era correcto? No, pero vino otro y lo arregló”. Ver que están construyendo y que sus alumnos no van a repetir la historia porque hay cosas que ya están superadas pero también están construyendo. Yo lo que trato de transmitirles es que la matemática que construyen sea lo más parecido a la matemática de los matemáticos. Que es una matemática distinta. Y ver que es humana y que fueron personas como ellos las que la construyeron. Creo que eso hace que la clase sea más humana.

Ellos después me invitan a los exámenes de cuarto²³ y te das cuenta que hay cambios, y que algunos no saben cómo hacerlo...

En el parcial yo le dejo que cada uno elija el tema, o el matemático, o lo que sea que le guste, y luego que planifique una clase usando la historia como recurso didáctico. Surgen cosas divinas y algunas que no son tan divinas, pero hacen el esfuerzo y muchos usan ese recurso que para mí es importantísimo.

¿Por qué no es la misma matemática?

²³ Examen final de didactique des mathématiques.

Vamos al nivel nuestro del IPA: lo que te enseñan no es la matemática de los matemáticos. Los matemáticos cuando presentan la matemática no hay dibujitos, no hay una cosa u otra. Se la presentan a otros matemáticos o a equipos diferentes con ramas de especialidad diferente. Y esa matemática no es la que va a formación docente ni a ninguna universidad. La podés estudiar en facultad de ciencias, de repente. Entonces esa matemática que ves es la más próxima posible a la matemática de los matemáticos. Vas construyendo y viendo cosas que se aproximan. Y en el liceo mucho más, que se parezca lo más posible. Por ejemplo el teorema de identidad de polinomios si uno le pregunta a los alumnos “cuando un polinomio es igual a otro?” te responden “cuando tienen los mismos números y tienen el mismo grado” ese no es el teorema de identidad de polinomios pero es lo que ellos construyeron. Pero lo más parecido que hay con otras formas de decirlo, está bien, y no tienen que ser igualito. Yo qué sé quién fue el primer matemático que lo escribió y cómo lo escribió, yo sé la versión que me contaron a mí.

El libro del cálculo de Apostol, o de Spivak, o de Linés, es una trasposición de ese conocimiento para que pueda entenderlo un estudiante que tiene 20 años, después podrá estudiar otra cosa.

Ustedes realizaron una investigación con Mario y Cristina, sobre las concepciones de los estudiantes de formación docente con respecto a la matemática ¿qué me podés contar al respecto?

Mi visión de lo que pasa en las clases de matemática en el IPA, es que los docentes tiran una cantidad de cosas, como me tiraron a mí, y bueno después “arreglate”. Salvo el curso de Mario y el curso de Verónica de geometría, y lo que está haciendo Verónica ahora con topología, las clases son las mismas que las que tuve yo y tuviste vos en bachillerato, en facultad y en el IPA. Es una cosa árida en el que uno se va metiendo y con el tiempo vas “agarrando la onda”. Magistral, expositiva... en la que te vas adaptando.

Lo que queríamos ver era si había algún cambio en las concepciones sobre lo que es la matemática y lo que es aprender matemática, para los gurises del IPA. Armamos una clase usando la historia como recurso para fundamentos, otra para geometría y otra para análisis. Les encantó pero no hubo grandes cambios, porque cuando volvías a hacer las preguntas de otra manera volvía a surgir la idea de que la matemática ya está hecha, etc... Y ellos construyeron, hicieron cosas... O sabían y no sabían los por qué...

Por ejemplo en la propuesta de *Análisis*²⁴, a partir de tres definiciones de máximo y distintos gráficos, cuales cumplían las definiciones y cual tenía la mayor cantidad de funciones que la

²⁴ Discipline de deuxième année.

cumplían. Que es la última definición, la que usamos ahora. Se les pidió de acuerdo a lo que venían dando, que ellos dieran una definición de máximo y tomamos la de Fermat, que era sólo con [funciones] polinómicas y las bonitas... Y ellos veían que al utilizar nuevas definiciones, cada vez se iban ampliando más las posibilidades y les encantó y entendieron, pero después cuando hicimos la entrevista posterior “bueno, lo que está bien es ésto, lo otro está todo mal”. No pudieron relativizar que en esa época con esas funciones la definición funcionaba perfecto...

Estuvo interesante porque les gustó, se entusiasmaron y participaron, pero cuando vas a los resultados, no hubo grandes cambios de concepción.

Queríamos que ellos vieran que la matemática estaba en construcción... que iba cambiando con el tiempo. Lo que era una demostración en una época y cómo va cambiando el paradigma de lo que es una demostración. En una época era mostrar, o como decía Euler “cómo esto se cumple y esto también se cumple, esto también se cumple”, en algunos aspectos, en otro tenía demostraciones...

En *Fundamentos* cuando di la clase, trabajé completando los cuadrados. Primero con un ejemplo y después que ellos generalizaran, salvando las distancias de los negativos... dijeron “claro, es lo que hacemos!” recién se dieron cuenta de esa demostración... Nunca habían visto, se maravillaron y uno dijo “Claro, el cuadrado! Por eso es al cuadrado, y al cubo, porque formás un cubo” era como que habían descubierto algo, eso es maravilloso. No se le olvida más, porque él lo vivió.

¿Cuál era el objetivo?

A ver, porque esto empezó con un cuestionario: “Resuelve esta ecuación” era una ecuación de segundo grado que después apareció en la secuencia didáctica.

Se les daba un fragmento sacado de un libro de medicina, que decía algo sobre curarse al sol “al que le duele la rodilla, si el sol sale...”: una receta. Otro fragmento era : “antes de la batalla, eche una gota de agua al aceite y si se separan de tal forma ganará la batalla”: una receta. Y después si $ax^2 + bx + c$ con a distinto de 0, entonces x es igual a $-b \dots$ “¿qué ven de diferencia en esas tres?” Eran tres recetas. Para que ellos vieran que era lo mismo que el que decía “si hecho una gota de agua al aceite...”. Pero a la última no la veían como una receta, sino como la fórmula.

Luego venía la clase en donde se empezaba a desglosar todo eso y como después ellos resolvieron ecuaciones sin aplicar la fórmula, completando el cuadrado físico.

Al principio ignoramos los negativos, después se habló de los negativos y se vio que funciona... y después hablamos de qué eso son recetas. El objetivo era que se dieran cuenta que... Para mí la historia sirve para eso, para darte cuenta que atrás hay cosas y que funcionan no mágicamente,

como ellos lo ven, sino que funciona porque hay cosas que se van cumpliendo. Hubo etapas en las que se puede reconocer que está bien, es rápido y funciona.

¿Esto se hace explícito con los estudiantes?

No, no. Al final. Ellos lo llevan a la parte pictórica y de transformaciones, que esas transformaciones son las mismas de la demostración que ellos habían hecho. En la época esa no existían las “x” y nada de esto, entonces era “la cosa”... Pero en primer año no se hace explícito, sobre todo en cuarto año.

Se habló de que “la fórmula que ustedes usan tiene un fundamento surge de algún lado”, primero leí una pequeña historia de quién era Al-Khwarizmi, qué hacía y que descubrió seis ecuaciones distintas, que ahora es una sola... después cuando aparece el álgebra recién se empieza a tratar de escribir y después se pierde todo. Eso sí se habló, pero no mucho más.

Cuando llegás a cuarto año que ya sabes que tienen matemática, didáctica, prácticas y estás con el curso de historia, es necesario hacer eso explícito...

Ellos en general estando en cuarto tienen siempre una sensación de que el profesor tiene que saber todo. Tiene que tener todas las respuestas “tú quieres tener todas las respuestas, tienes que tomar un concepto que vas a enseñar y desgranarlo para entenderlo vos. Así vas a tener mejores herramientas para poder contestar esas preguntas, si deshacés ese concepto y vas buscando qué le dio origen, porqué, cómo...”, “Ah, esto está vinculado con esto”... ver todos esos vínculos te hace pararte con más seguridad. Para mí sabés, pero no solo si sabés matemática, para mí no alcanza con saber solo matemática para trabajar en secundaria. Me parece que necesitás más herramientas y si no sabés una respuesta, decís “para la clase que viene te la averiguo porque en este momento no tengo la respuesta”. Y una forma de ver, para mí es investigando históricamente qué pasó con este conocimiento, esa es mi visión, mi vínculo con la clase.

No sé si en los estudiantes quede la idea de que a la historia la pueden usar como a mí me parece que habría que usarla en secundaria, yo creo que esa historia de la matemática que hay en el IPA es una ventana que se abre, y una ventana metodológica también: ¿cómo investigo tal tema? ¿Cómo lo desgrano y cómo lo vuelvo a construir? Porque lo tengo que construir yo primero de nuevo, porque yo ya tengo una construcción cuadradita, entonces yo tengo que volver a construir, porque a lo mejor no construyo lo mismo que ya tenía.

De lo que más te hablan cuando hablan de su práctica es de la inseguridad que tienen, del miedo de que les hagan preguntas que no sepan contestar. O cuando vos vas y los ves dar clase, cómo se hacen los sordos cuando les hacen una pregunta que no saben contestar. Entonces eso lo discutimos

mucho y bueno “si no las sé [a las respuestas] las voy a buscar. ¿Cómo la busco?” Y en historia creo que hacemos una parte del camino, que completa parte del camino que se hace en didáctica, porque historia quedó dentro de la rama didáctica.

Porque hay tres pilares : didáctica como práctica docente, análisis del discurso e historia de la matemática y las didácticas. Entonces creo que eso completa.

Estábamos con esa idea en la cabeza de agregar el curso de historia y nos habíamos enterado de que en el plan anterior no había historia porque los que lo hicieron dijeron “Acá ¿quién puede dar historia? ¿Nadie? Entonces no la ponemos” y nosotros queríamos que fuera fuerte, que los estudiantes vieran que eso te hace construir cosas.

Y ya que estuviste en el comité de discusión ¿por qué la decisión de que esté al final de la carrera y no al principio?

Ah... yo creo que tienen que saber matemática, bastante matemática. Yo creo que para poder explicar los porqué de eso acabado, que ellos ven como acabado, tienen que saber algo de matemática. Por eso se puso en cuarto pero además porque había cupos, tantas horas para la matemática pura, tantas horas para la didáctica y práctica docente, y tantas horas para las ciencias de la educación. Pero a parte consideramos que tenían que saber matemática, cómo consideramos que en didáctica si van a hacer una práctica en quinto científico, tiene que tener salvado el curso de análisis.

Una de las cosas que se habla en clase de historia y que yo lo vinculo mucho con la didáctica, no puedo evitarlo, es que ellos tienen que tratar de que los alumnos disfruten, y ellos disfrutan. Si vos te parás ahí y no lo disfrutás “estás en el horno” y creo que la historia ayuda al disfrute porque podés entender, las ideas originarias son complicadas pero son sencillas, y sencillas de ver y humanizas. Y les das alas para que ellos también puedan inventar. Disfrutar tanto como alumno y como profesor, si no lo disfrutás dedícate a otra cosa.

Annexe I.3 : Entretien UE3

12 de diciembre de 2018

UE3

IPA, Uruguay

Me gustaría que te presentaras, que contaras tu trayectoria y porqué elegiste estudiar matemática.

Mi nombre es Gustavo soy egresado del Instituto de Profesores Artigas, egresé en el 2001. Hice una maestría en enseñanza de las ciencias exactas y naturales con opción en matemáticas en la Universidad Nacional del Comahue, en Argentina. La maestría la terminé, si no recuerdo mal en 2011. Actualmente estoy haciendo un doctorado en enseñanza de la matemática en México, en el IPN (Instituto Politécnico Nacional).

En cuanto a mi desarrollo como docente, he dado clases en secundaria y en magisterio, pero actualmente solo estoy trabajando en formación de profesores, acá en el IPA. Doy clases en el curso de *Fundamentos de la matemática*, un curso del 1° año, *Análisis I* que es un curso del 2° año e *Historia de la matemática* que es curso de 4° año.

¿En qué momento empezaste a interesarte por la historia de la matemática?

Mirá... que me gusta la historia de la matemática hace muchos años, antes de ingresar a trabajar en formación docente, siendo profesor de secundaria. Yo creo que puedo marcar un antes y un después, de haber leído “El teorema del loro”²⁵. No es que mi interés haya comenzado ahí, pero digamos que a partir de la lectura de ese libro me di cuenta de que podía incorporar muchos de los pasajes que aparecían, en mi clase de secundaria. Entonces cuando lo leí, como soy medio previsor en cuanto a hacer las cosas y siempre me parece que las tengo que hacer ahora, a medida que iba leyendo fui seleccionando un montón de partes de la novela que me parecía, de acuerdo a los programas de secundaria, que podía introducir parte de esos fragmentos.

Una vez que tuve grupos a mi cargo donde las cosas que yo había seleccionado se prestaban según los temas que se trabajaban en ese curso, fui haciendo aparecer esos fragmentos en mis clases. Entonces había como una dificultad, que era cómo trabajar la historia de la matemática en la clase. Porque quería ir un poco más allá de la anécdota típica del profesor que sencillamente mencionó un

²⁵ Guedj, D. (2000). *Teorema del Loro*. Anagrama.

nombre, una fecha de nacimiento y muerte, y un lugar geográfico, y no trasciende de eso. Quería ver cómo hacerlo, porque en realidad mi formación no hacía que yo me sintiera cómodo a la hora de exponer algo que tuviera que ver con historia, más allá de que fuera de matemática. No me sentía muy cómodo.

Entonces mi preocupación era “¿cómo hago para introducir en la clase algo que tenga que ver con historia de la matemática que vaya más allá de la anécdota?”. Lo que se me ocurrió que era una manera de empezar, fueron esos fragmentos. Los pasé en un documento, los imprimí y se los pasé a mis estudiantes. Entonces lo que les proponía a ellos es que leyeran para la próxima clase ese material que era de 2 o 3 carillas. Yo consideraba que el texto era bastante ameno entonces los chiquilines en general lo podían comprender.

Tuve una experiencia muy linda en primer año²⁶ en el momento que tuve que trabajar con número natural, me metí con el tema sistemas de numeración, porque me gustaba, más allá de que estuviera o no en el programa. Me empecé a interesar en el tema de sistema de numeración y me pareció que el primer año era un buen ámbito para trabajarlo. Les presente a los chiquilines un fragmento de la novela de 2 o 3 páginas, donde aparecía un poco de historia sobre el 0 y la importancia que tenía. Muy vinculado con el sistema decimal posicional. Entonces les pedía a los chiquilines que lo leyeran, que marcaran y subrayaran las ideas que les parecían más importantes, que buscaran en el diccionario las palabras que no conocían. A la clase siguiente yo lo que hacía era comentar un poco el texto con ellos, en la medida de lo posible, puesto que me sentía un poco limitado por el propio texto. Es decir, no sentía que tuviera mucho más para aportar que lo que el texto me había proporcionado. Pero de todas formas yo quería abrir un camino, “esto es algo que yo quiero explotar y si tengo que comenzar haciendo esto que es bastante pobre, voy a comenzar haciendo esto porque es lo que puedo hacer”. Y de hecho lo hice.

Particularmente lo que sentí con primer año, es que a medida que iba transcurriendo el tiempo los chiquilines podían ir jerarquizando las ideas. Al principio del año subrayaban todo, y después a medida que iba transcurriendo el año, eran capaces de jerarquizar algunas cosas sobre otras. No digo que sea únicamente el trabajo exclusivo de la clase de matemática, obviamente tenían otras asignaturas como idioma español o historia, pero bueno, me parece que trabajábamos en el mismo sentido. Si bien no fue un trabajo coordinado, había un aporte que aunaba el trabajo que otras asignaturas eventualmente podían estar desarrollando.

Particularmente con ese texto que te conté de la historia del 0, lo que hice fue contarles a los chiquilines sobre ese sistema de recuento que utilizaban los incas, los quipu. Les conté cómo se formaban, etcétera. Entonces les pedí para la clase siguiente que ellos establecieran el recuento de

²⁶ Alumnos de 11-12 años.

por lo menos 3 o 4 objetos, utilizando esos quipus, de modo tal que por lo menos en uno de esos recuentos apareciera el 0.

Entonces ellos trajeron lo que habían hecho y estuvo interesante porque hubo dos formas de representar el 0 : a través de un espacio vacío y a través de una cuenta especial o de una marca especial. Y eso era muy acorde a lo que se hablaba en la novela, Guedj decía como que “la ausencia había sido marcada con una presencia” entonces el 0 había dejado de ser un espacio libre para ocupar un lugar, pasó a ser un símbolo, a ocupar un lugar oficial en el mundo de los números. Entonces en esas dos formas de representar el 0, había una cuestión medio primitiva que era ese espacio libre, y una cuestión más evolucionada que era ya representar el 0 con un nuevo símbolo.

Entonces me pareció que la historia de la matemática jugó un rol que no se limitaba solamente a ir a la clase y hacer comentarios sobre alguna anécdota histórica, había ocupado un lugar importante en la clase. Los estudiantes a partir de eso habían hecho algo, habían producido un cierto conocimiento, ya había ocupado otro lugar. Así fue que comencé a trabajar con la historia de la matemática y que me empecé a interesar por eso en la época en que era profesor de secundaria.

Y vos en tu formación durante el liceo o el IPA ¿habías tenido un curso de historia o alguna mención, una clase en la que un profesor utilizara la historia y que te llamara la atención ?

Historia de la matemática seguro que no, porque al plan al que pertenezco no tenía esta disciplina. Con respecto a si algún profesor hizo alguna mención, yo creo que las mediciones que siempre recibí eran anécdotas. Algunas ridículas que nunca encontré documentadas en ningún lado como por ejemplo la de que Cauchy robaba a sus estudiantes sus trabajos, y ese tipo de cosas y no mucho más. No tengo presente... Lo que sí recuerdo fue en un congreso cuando era estudiante, un profesor que dio unas charlas en la facultad de ingeniería sobre historia de la matemática, a partir de las cuales se elaboraron unos manuales en donde aparecían las distintas charlas que esta persona había dado. Te lo cuento porque ya había un cierto interés siendo estudiante del profesorado por la historia la matemática, no sé exactamente cuándo comienza pero tengo como pequeñas pistas.

¿Cómo pensaste en dar el curso de historia de la matemática en el IPA?

Me ayudó a tomar la decisión el haber hecho con Mario Dalcín, las guías para el curso de historia de la matemática para los cursos semipresenciales. Eso me dio una idea de lo que podría llegar a hacer en el curso de historia. Esa fue una buena experiencia porque me dio ánimos para más

adelante tomar el curso. En realidad no fue inmediatamente después de la guía porque no tuve la oportunidad pero cuando la tuve, lo tomé.

¿Cuáles son los objetivos con respecto al curso, siendo que los estudiantes son futuros docentes?

Te cuento un poco para que te hagas una idea, ya que no pudiste presenciar las clases, de cómo transcurren las clases de historia de la matemática. El curso de historia de la matemática es un curso panorámico, o sea que tenés una mirada general y sin profundizar demasiado en nada. Empezando desde la antigüedad hasta la modernidad. Yo lo que hago es dar la clase utilizando presentaciones en power point, todo el año llevo el proyector. Lo que hago es que cada vez que cambio de periodo histórico, por ejemplo, paso de la antigüedad a la edad media, lo que hago es presentarles al comienzo de la clase un video que hable sobre la historia general. Para eso utilizo unos videos que encontré en Internet que me parecieron muy amigables, muy amenos, que los terminé comprando por que los quería tener. Al principio estaban las versiones completas pero después desaparecieron. Entonces los terminé comprando porque me parecía que era una buena inversión. La serie se llama "Exploradores de historia". entonces lo que hago es pasarles el video que es como una introducción al periodo histórico en el que vamos a trabajar, porque me parece que es una mirada interesante, y yo no me siento cómodo abordando aspectos de la historia general en clase.

Hay varias cosas. Por mi forma de ser, siento que para hablar de algo tengo que hablar con solvencia, entonces no puedo ir más o menos, si no tengo solvencia en el tema prefiero no abordarlo y ciertamente no tengo conocimiento en historia. Mis conocimientos en historia son muy pobres entonces he optado por presentar un video, una mirada general bastante amena, agradable de hecho los chiquilines se entretienen bastante. Son videos de 15 minutos. Luego lo que hago es contarles algunas cosas que tienen que ver estrictamente con la historia de la matemática, ya metiéndonos en el tema, y a medida que voy avanzando, lo que hago es proponerles distintas actividades y problemas sacados del contexto histórico. Ocupo gran parte de la clase en eso. Los chiquilines allí se enfrentan a problemas que no tienen ni idea de cuáles son las herramientas matemáticas que tienen que usar. Les resultan situaciones problemáticas y aunque muchos de ellos ya han pasado por muchos cursos de matemática, de todas formas se enfrentan a problemas que estrictamente desde el punto de vista matemático no son demasiado complejos pero los complica bastante.

Me gusta enfrentarlos a esa situación donde, por un lado, no saben cuál es la herramienta -quizás no haya una única herramienta- para resolver el problema, ponerlos en situación del estudiante de secundaria, que se enfrenta... y que vivan un poco esa sensación de sentirse que tienen que idear

una manera de resolver el problema y que no tienen de antemano indicado explícitamente cuál es la herramienta que les sirve para resolverlo. Me parece que como futuros docentes, ponerse en esa situación, es interesante para hacer un acto metacognitivo, donde uno comienza a pensar para uno mismo cuáles son las estrategias que está poniendo en juego, cuáles son las dificultades que está encontrando a la hora de resolver esos problemas. Me parece que ese acto metacognitivo ayuda a entender un poco el proceso por el cual atraviesan sus futuros alumnos. Me parece que ayuda a comprenderlos mejor. Entonces les propongo esas actividades en medio de eso que yo voy contando sobre la historia de la matemática y ellos van resolviendo distintos problemas a lo largo de la clase. También les pido, sobre todo al principio del año, que entreguen actividades, les propongo algunos problemas que voy sacando también, qué tienen que ver con el desarrollo que voy haciendo del curso. Entonces tienen que mandar un ejercicio resuelto, lo resuelven en grupo. Son ejercicios que muchas veces les resultan bastante difíciles. Por ejemplo hay un primer ejercicio que creo que es después de haber visto el sistema de numeración sumerio, que es que identifiquen cuál es la condición para que una fracción en sistema sexagesimal tenga expresión decimal finita. Bueno, es algo que les resulta bastante complejo. Identificarlo en base diez, no lo saben. Una vez que lo encuentran en base diez tratan de ver si en base 60 es algo análogo, lo descubren, formalizarlo les cuesta. Son actividades que muchas veces son difíciles pero bueno... les hago muchas devoluciones. Les mando la actividad, me la devuelven, si les falta algo, les hago comentarios, y así. No les gusta mucho al principio, pero se van acostumbrando a la dinámica. Y es el mismo tipo de dinámica que utilizo en los parciales.

¿Cómo viven los estudiantes estas actividades?

Yo creo que sigo el espíritu de Mónica y Mario, los profesores que tuvieron el curso en los primeros años de la asignatura, y es tener presente que van a ser futuros profesores de matemática y entonces que la historia de la matemática tenga un impacto en la clase de secundaria. Hay un nudo bastante fuerte entre lo que voy a hacer de la clase de historia de la matemática... la clase está bastante pensada para el tipo de alumno que tengo. Es una clase que está dirigida a futuros profesores, eso lo tengo muy en cuenta. Entonces las actividades que presento muchas de ellas pueden ser planteadas en secundaria, no todas porque algunas son difíciles, pero muchas de ellas pueden ser para secundaria. Está muy claro como hacer la transposición didáctica. Entonces no, no aparece en la clase o después en la devolución que me hacen a fin de año, no aparece el “¿cómo yo puedo aplicar esto luego en la clase de secundaria?”, porque digamos que lo viven clase a clase con el tipo de actividades que yo propongo.

Yo creo que cada vez más en la formación de profesores se está pensando en el perfil de egreso del estudiante de profesorado. Y esto creo que ha cambiado con el tiempo, quiero decir... Si bien creo que estamos en un proceso, y todavía no hemos llegado a lo que yo entendería como ideal, me parece que empezamos a tomar conciencia de que, por ejemplo, por decirte algo más allá del curso de historia, las asignaturas específicas de matemática, se empieza a pensar que el estudiante que tenemos se va dedicar a enseñar matemática. Que hay un conocimiento específico para ese estudiante, futuro profesor, que no es el de la matemática pura, el centro no puede ser el de la matemática pura. Creo que se está elaborando un discurso que cuesta muchísimo pero que de a poco se empieza a percibir. Es un discurso que empieza a establecer la diferencia entre el profesor que enseña matemática en facultad de ciencias y el profesor que enseña matemática acá en el IPA, por ejemplo. Creo que empezamos a elaborar un discurso propio y ver que tenemos que tener un discurso propio. Creo que la fuerte influencia que ha tenido la didáctica en los últimos años en la formación de profesores nos ha hecho conscientes de que nuestra función como profesores de matemática en el instituto va más allá de enseñar matemática. Hay un discurso pedagógico que me parece que tenemos que tener presente a la hora de trabajar con estos estudiantes. Y hay una especie de empoderamiento, en el sentido de que empezamos a aceptar que nuestro discurso vale, y que el otro discurso que ha prevalecido hasta no hace muchos años, es un discurso que no se adecua totalmente para el trabajo en la formación de profesores. Yo creo que de a poco estamos tomando conciencia de eso y elaborando un discurso propio. Me parece algo bastante importante, estoy pensando en darte algún ejemplo... Hubo una época en la que parecía que la formalidad lo era todo, y de repente estábamos muy atados a esa formalidad, perdiendo el vínculo con lo que estamos haciendo que era formar a futuros profesores de matemática. Y me parece que empezamos a visualizar que los énfasis quizás, haya que situarlos en otros lugares.

Yo soy bastante optimista en relación a los avances que hemos logrado, son lentos... pero hay avances. Lo que les digo a mis estudiantes es “Ustedes cuando salgan del IPA, van a tener bueno o malo, un curso de historia que genera una base, para que luego si tienen la oportunidad de agarrar el curso de historia ya tienen una base de la cual partir.” Y no es lo mismo que partir de cero. Partís con un bagaje de conocimientos mínimos, por lo menos, y que a partir de eso vos puedas darle vuelo a la asignatura. Tenemos que aceptar y no ponernos impacientes...

¿Qué competencias, habilidades o características particulares, puede llegar a desarrollar un futuro docente a partir del curso de historia?

Capaz que tiene vínculo con los objetivos o vínculo con el “porqué la historia de la matemática en la enseñanza de la matemática?”. Bueno, desde lo más trillado que sería que la historia de la matemática te permite situarte en un cierto contexto histórico, social y cultural, y te permite poder pensar a esos conceptos matemáticos que estás viendo, como obra de seres humanos. Y ahí me gusta pensar en una idea de Edgar Morin²⁷, que desarrolla en “La cabeza bien puesta” que es que se ha priorizado a lo largo de la historia la separación en detrimento de la unión, y el análisis en detrimento de la síntesis. La ciencia genera eso. Para estudiar la física, la química, etcétera, se disgrega la realidad en pequeñas porciones y se estudian esas pequeñas porciones. Entonces dice que es una prioridad de la educación ver qué cosa reúne esas partes. Tenemos que ver cómo generar la síntesis, cómo reunir los elementos que la ciencia ha disgregado para su estudio. Y yo creo que la historia de la matemática, puede tener esa función: ayudar a unir las partes y poder apreciar esos conceptos que aparecen en la clase de matemática como ingrátidos, flotando, los podés reunir y ver como parte de un todo, parte de una realidad, de esa realidad histórica en la que está inmerso y que la historia tiene para aportar. Ese es un primer aporte que yo creo que tiene la historia la matemática.

Después particularmente para el futuro profesor, me parece que puedes ayudar a entender eventuales dificultades con las que se puede enfrentar un estudiante al enfrentar determinados conceptos, que hoy por hoy, están planteados de una forma llana, como puede ser el concepto de número entero que a la humanidad le ha costado tantos siglos apropiarse de ese conocimiento. Y que mucho más que el número complejo. Y es raro, porque en realidad si mirás los programas está dado el número natural, número entero, siguiendo un desarrollo que no respeta lo histórico. Te hace quizás, perder perspectiva y pensar que desde el punto de vista histórico, la apropiación de los enteros ha sido bastante más sencilla que la de los números complejos. En realidad una vez que se empieza a trabajar con los números complejos, la formalización no lleva tanto tiempo como el de número entero. Entonces la historia te da una perspectiva que te permite estar atento a las eventuales dificultades y obstáculos con los que se pueden enfrentar los estudiantes. Entonces desde ahí aporta. También aporta desde el momento en que te puede ayudar a entender cómo se construye el conocimiento matemático. Ese conocimiento que los matemáticos construyen de una forma un poco caótica, con idas y venidas. Te permite entender que la construcción del conocimiento matemático es bastante distinta a cómo se presenta luego en un libro de texto. Me parece que esos son elementos que aporta la historia de la matemática y que hay que explotar como profesores de matemáticas.

²⁷ Morin, E. (1999). *La cabeza bien puesta* (Vol. 22). Buenos Aires: Nueva Visión.

¿Tenés algún ejemplo concreto de tu clase en donde dejes explícita esta característica de construcción?

No sé si en la clase tengo algún ejemplo de eso. No sé si en lo que trabajo en la clase, aparece. Sí aparece porque es una de las exigencias del parcial que les pido que hagan. Sinceramente tendría que pensar detenidamente si en la clase se da alguna instancia donde quede evidenciado eso, si te digo la verdad, me parece que no. Sí queda evidenciado en ese primer parcial, porque es uno de los requisitos que exijo. Ese parcial me lo mandan y están esas idas y venidas que te decía antes, donde yo busco que los muchachos puedan rescatar eso de lo que están estudiando, del tema que hayan elegido. Uno de los requisitos del primer parcial es que elijan un tema matemático para abordar su desarrollo desde el punto de vista histórico. Cuando eligen el tema les pidió que tengan en cuenta los contenidos matemáticos que están presentes en la enseñanza media, porque después en el segundo parcial van a retomar el tema para hacer una secuencia de actividades que tengan en cuenta el primer parcial. Eso es clave, y ahí está el anclaje todo el tiempo en secundaria.

Entonces les marco como muy importante que “el trabajo debe mostrar las vicisitudes que atravesó la construcción del contenido matemático elegido y debe poner de manifiesto la forma particular en que se construye el conocimiento matemático”. Porque lo que no quiero, e insisto mucho desde la primera clase, es que sea como una colección de datos como podríamos encontrar en wikipedia. Lo que quiero es que hagan un rastreo de forma tal que vayan viendo cuales fueron justamente las distintas dificultades y cómo se construyó ese conocimiento que han decidido abordar.

Salen muy buenos trabajos, por ejemplo este año trabajaron trigonometría. Creo que muchos trabajos logran evidenciar eso de un modo muy contundente, y para mi es muy satisfactorio que logren hacer eso.

A lo largo del curso voy insistiendo muchas veces en esto, no sé si les doy ejemplos concretos... Lo que evito conscientemente es darles alguno de los trabajos de años anteriores, porque si bien quedaría muy explícito lo que busco, me parece que los condiciono de una forma que no quiero, porque veo que todo el tiempo me entregan trabajos que se disparan para lugares distintos y no quiero generar un único formato. Pero manejo algunas pautas que quiero que respeten y hago especial énfasis. Pero más allá del discurso no doy ejemplos, de qué sería... Capaz que pongo más no-ejemplos que ejemplos, como las que acabo de decir: no quiero una colección de datos, que no quiero cuestiones en general cronológicas, donde digan que sucedió en cada época y nada más. Sino que haya una preocupación por ver cómo se construyó ese conocimiento con el que están trabajando.

¿Qué materiales utilizan para la elaboración de esos trabajos?

En realidad tampoco los guío demasiado, pero utilizan... quizás dependiendo del tema que elijan puedo sugerirles algún libro concretamente. Me gusta mucho la colección Nivola, los usos mucho para sacar cosas para la clase. Consultan libros muy clásicos como el Boyer, que el abordaje para un futuro profesor de matemáticas no me parece demasiado interesante. Capaz que para un investigador sí, pero para un futuro profesor de matemática no me parece interesante.

Buscan bastante en Internet, artículos que estén vinculados con el tema, entonces encuentran estudios interesantes, les muestro que mirando en la bibliografía, si les pareció interesante, los lleva a otros artículos y así van construyendo el material.

Y vos ¿qué recursos usás en tus clases?

Los recursos académicos que utilizo, las fuentes son los artículos y libros. También hay unos videos de un español, que hace divulgación, “Universo matemático”, utilizo uno en donde se presenta la inconmensurabilidad y los pitagóricos. Después varios libros que he consultado. Al principio uso el libro de Mario y Mónica “Gente en obra” que abarca hasta los griegos, entonces gran parte de ese periodo les recomiendo que vayan siguiendo las lecturas y a medida que vamos avanzando, van siguiendo las lecturas. Yo creo que les gusta cómo está presentado el libro, les resulta interesante. La primera parte del curso la estructuro en función de ese libro, más allá de que he buscado y con el tiempo he ido incorporando a medida que me he encontrado cosas que tenían que ver con lo que yo trabajaba en ese periodo. Esa primera parte está estructurada con ese libro. Después he utilizado el libro “Dancing número”, que me resultaba muy interesante, es un libro viejo del 47. Pero me parece que hace observaciones muy agudas e inteligentes. He utilizado el libro de Beckmann²⁸ que se llama “Historia de pi” y después algunos artículos por ejemplo uno de Crespo, Farfán y Lezama, que se llama “Algunas características de las argumentaciones en la matemática en escenarios sin influencia aristotélica” ese lo he utilizado para hablar sobre el 0 cuando trabajamos en Egipto. Muchísimos... Acá hay algunos artículos que tienen que ver con la didáctica de la matemática, por ejemplo un artículo de Hanna. He tratado también de incorporar algunas cuestiones que tienen que ver con la didáctica de la matemática, siempre pensando desde el lugar de futuros profesores de matemática, en cómo hacer en algunos momentos una discusión didáctica de lo que estamos trabajando. La pertinencia didáctica de lo que estamos trabajando, para luego abordarlo en secundaria.

²⁸ Beckmann, P. (1993). *A History of pi*. Barnes & Noble Publishing.

Ahí particularmente recuerdo por ejemplo, de esas pruebas visuales de las que Hanna habla y las contraponen a las pruebas que prueban, y pruebas que explican, y entonces ver alguna prueba visual. En el libro de Nelsen que se llama “Proofs without words”²⁹, ahí tengo una prueba visual, una igualdad que habitualmente se demuestra por inducción completa y donde se van formando prismas rectos, etcétera... digamos que visualmente se demuestra esa igualdad. Entonces ahí les propongo discutir la pertinencia de ese trabajo en secundaria y ahí es que recurro a Hanna para hablar de las pruebas que explican y las pruebas que prueban.

También me gusta introducir algún texto literario. Muchas veces he hecho cosas que me interesaban y que no eran directamente necesarias en el curso. Por ejemplo alguna cuestión de historia de la matemática en el curso de sexto³⁰ que de repente después cuando vine al IPA, y tuve el curso de *Análisis I* era más pertinente y se puede trabajar con más profundidad. Ahora me pasa de repente con esos textos literarios en el curso de historia que me parecen interesantes. Por ejemplo cuando trabajo sistemas de numeración hay un texto de Borges, que se llama “Funes el memorioso” entonces ahí aparece una cuestión que tiene que ver con los sistemas de numeración y que van más allá de una mera asignación de palabras al número. No es estrictamente necesario pero me parece que aporta en algún sentido. Quizás más adelante si efectivamente existe un curso de Literatura y Matemática sea más pertinente para ese curso que para este...

¿En qué sentido decís que aporta?

Bueno como te decía, el libro de Morin me marcó bastante. Me parece que hay que tratar de unificar no podemos pensar las asignaturas como campos estancos. Me parece que ser profesor de matemática no implica enseñar solamente matemática, me parece que vincular con las otras asignaturas naturaliza la existencia de las otras asignaturas al mismo tiempo que naturaliza la tuya. En el sentido de que si yo hablo de literatura en la clase de matemática, naturaliza la literatura como un bien común, como un bien cultural común. Y que está bueno acceder a eso. Entonces no es que “yo sé de matemática” y entonces lo único importante es la matemática. No, lo importante es el bagaje cultural que me va a brindar el liceo. Y desde ahí es que voy a tratar de adquirir ese capital cultural o tratar de mostrar que hay algo para aprender que es importante y que va más allá de la matemática, y me parece bien integrar literatura o hacer comentarios que tienen que ver con el idioma español. No creo en el tipo que lo único que sabe es sobre su asignatura, y me molesta más todavía aquella persona que se jacta de lo que sabe con exclusividad. Quiero decir que parece como

²⁹ Nelsen, R. B. (1993). *Proofs without words: Exercises in visual thinking* (No. 1). MAA.

³⁰ Élèves de 17 à 18 ans.

que sabe de eso por qué lo único importante para saber es eso. Me parece que mostrar esa apertura al conocimiento, desde mi rol como profesor de matemática, donde no voy a enseñar literatura, lo tengo clarísimo. Como tampoco creo que tenga que enseñar historia de la matemática en secundaria, la tengo que usar como un recurso. Me parece que ese es el rol del profesor de matemática de secundaria, usar distintos recursos: usar como recurso la historia de la matemática, el texto literario si lo creo apropiado...

¿Qué dificultad encontrás al momento de la planificación vos como docente del curso de historia?

Creo que la dificultad a la que me enfrento es la gran extensión que tiene el curso. Es difícil, porque tenés que tener una mirada general y esa mirada general tuviste que procurártela de forma autónoma. Porque no ha habido otros cursos de historia de la matemática que te acercaran. Entonces hay un trabajo autodidacta que es bastante complejo, que es extenso... En medio del trabajo diario, porque no solamente enseñé historia de la matemática, es algo más entre los otros cursos que son también demenciales y extensos. La dificultad es cómo tener una visión medianamente global del asunto como para poder presentarle algo a los estudiantes. Y ahí voy haciendo como puedo... entre las lecturas que ya tenía previas al curso, que traté de recopilar, lo que fuimos viendo cuando armamos las guías para el semipresencial y más o menos con eso puedo organizar algo.

Algo de lo que no hablamos, es por qué utilizar historia de la matemática en la clase de matemática y otra es cómo presentar la historia de la matemática. Y las respuestas pueden ser varias, desde utilizar la historia de la matemática como un relato matemático que digamos puede reducirse simplemente a la anécdota, qué es lo que he vivido yo como estudiante. El profesor que te cuenta una anécdota sobre un matemático, o el profesor que para enseñar el teorema de Pitágoras te dice aproximadamente cuando nació y cuando murió y que era griego, que vivió en Samos, pero no mucho más.

Yo creo que hay que trascender esa forma de utilizar la historia de la matemática en clase, que por ahí va la exigencia que yo les propongo a los estudiantes en el primer parcial, que trasciendan la anécdota, la mera revisión biográfica de los personajes. Y ahí el tema de la construcción del conocimiento que te decía hoy. Me parece que hay que trascender ese relato histórico anecdótico y complementarlos con otras cosas. Complementarlos con actividades y problemas que están sacados de la historia de la matemática. Capaz que el mayor énfasis a lo largo de mi curso es ese... Y creo que aún más, se puede utilizar la historia de la matemática para generar una secuencia de actividades que sitúan al estudiante en un lugar similar por el que atravesaron distintos personajes.

Y esto, para poder vivenciar de alguna forma las dificultades que tuvo la creación de un cierto conocimiento.

El año pasado con unas estudiantes del curso de historia que habían trabajado número irracional escribimos un artículo para la revista “Reloj de agua”. Ellas habían trabajado con los números irracionales y yo había visualizado que había algo interesante. No es que el trabajo particularmente sobresaliera, sino que año a año me encuentro con trabajos que estaría buenísimo tener el tiempo como para escribir un artículo.

La idea de ese artículo fue presentar una serie de actividades donde se situaba al estudiante en una situación similar a la de los pitagóricos antes de enfrentarse con los segmentos inconmensurables. Entonces proponerles distintas actividades donde parecía que era suficiente con los números racionales para medir cualquier segmento y entonces una vez establecida esa creencia presentarles una situación, una actividad en donde se veía qué el proceso que antes habían empleado para encontrar un segmento común que midiera a los segmentos originales (eso está sacado del libro de Mónica y Mario), la idea era utilizar ese mismo recurso con dos segmentos inconmensurables usando un archivo de Geogebra. Entonces iban repitiendo ese procedimiento y veían que lo podían continuar indefinidamente, que nunca encontraban un segmento que fuera una unidad común. Entonces enfrentarlos al mismo nivel de desconcierto, análogo al que se podrían haber enfrentado los pitagóricos cuando encontraron que había segmentos inconmensurables. Entonces la historia de la matemática ahí te aporta para construir una secuencia de actividades y presentar esa secuencia de actividades en la clase de matemática. Ahí hay otra forma de poder llevar historia de la matemática a la clase.

Vos das los cursos de *Análisis I* y de *Fundamentos de la matemática* ¿en esos cursos introducís aspectos históricos?

En *Análisis* lo que hago es que cuando trabajamos el tema series, ahí vemos el punto de vista histórico o algunas dificultades a las que se enfrentaron los matemáticos a la hora de trabajar con series. Eso como relato, porque actividad ahí creo que hay poca. Hasta que al final aparece la serie de la suma de los inversos de los cuadrados perfectos, que fue Euler quien terminó por encontrar cuánto valía. Y ahí tengo la actividad donde les propongo a los estudiantes algunas pautas para que encuentren esa suma. La primera vez que lo hice, incluso les comenté a grandes rasgos cuál había sido la idea para encontrar la suma.

Después en *Análisis* creo que he aprovechado un poco más la historia de la matemática que en *Fundamentos*, no te digo que tenga demasiada presencia pero dos o tres veces en el año...

En *Fundamentos*, creo que las referencias son más del tipo de relato. Tenemos una actividad en el libro que tiene conexión con historia de la matemática donde usamos un pasaje de un libro que el autor es Milacanta, pero lo que hace es escribir sobre un libro de otro matemático indio. Entonces aparece una técnica que usó para encontrar la suma de los n primeros números naturales, y ahí hay una referencia histórica con una actividad. En el libro aparecen varias referencias históricas con actividades, me acuerdo otra de los pitagóricos y los números poligonales, eso...

En número complejo que salió en el último libro que sacamos, en la parte 2, hay mucho de historia de la matemática. Es más te diría que el capítulo de número complejo se desarrolla teniendo bastante en cuenta cómo fue la historia de la construcción del concepto. Lo que a mí me pasa es que después es tan exigente en términos de contenido el curso, que recorto muchísimo y en muchos de esos recortes están estas cuestiones. En algunas de ellas les pido que hagan las actividades pero no las trabajo en clase, o no todos los años. Los relatos históricos son más comunes pero eso no lo considero como un trabajo más profundo de historia en donde sacamos conclusiones... De repente eso falta o no le dedicó el tiempo que debería eso es cierto...

Yo creo que en general el estudiante de matemática, y más en esos cursos duros, agradece un poco salirse de esa rigurosidad. Yo creo que les gusta, en general...

En los libros pienso que Mónica ha marcado su impronta, dándole una marca no solo didáctica, sino también a vinculado muchos de los conceptos con su historia y a puesto muchas actividades vinculadas con esos conceptos.

Es cierto que en la clase no le doy la relevancia que podría darle... Por ejemplo en el tema complejos este año por primera vez tengo el libro para esta segunda parte del curso, porque salió ahora. El tema complejos está como muy atravesado por lo histórico. Pero es el tema que cuando no tengo tiempo, como este año, prefiero que lo preparen los estudiantes. Me parece que entre todos los temas es un poco más accesible, entonces tampoco lo trabajé en clase. Los comentarios que me hicieron es que les resultó muy ameno y que por cómo está propuesto en el libro es un tema que habilita a que ellos lo preparen solos. Pero sí, tiene una fuerte impronta de historia de la matemática ese tema. Y en el libro está bastante marcada la presencia. Obvio siempre se puede hacer más y mejor pero al menos está presente el aspecto didáctico y la historia de la matemática.

Annexe I.4 : Entretien UD1

18 de diciembre de 2018

UD1

IPA, Uruguay

Me gustaría que te presentaras, que contaras tu trayectoria y porqué elegiste estudiar matemática.

Mi nombre es Federico de Olivera, mi formación completa, soy licenciado en estadística, tengo una maestría en ingeniería matemática y un doctorado en matemática. Algún otro cursillo extras pero siempre en el área de probabilidad. La ingeniería matemática es dentro del área de probabilidad, volcado hacia las aplicaciones básicamente. Con detalles de análisis por así decirlo, pero probabilidad no se separa del análisis...

¿Y experiencia en docencia?

Trabajé en UTU³¹ desde el 2000 al 2004, fueron mis inicios. Te lo digo cronológicamente que es más fácil: arranqué en el 2000 dando clases en la UTU, 2001 di clases en ciencias económicas, y después en el 2004 empecé a trabajar en el CERP³² de Maldonado, el 2006 fue cuando había terminado de aprobar el concurso de efectividad y vine a trabajar en el IPA. Trabajé hasta el 2011 donde me fui al CERP del Este.

En tu elección por hacer matemática ¿hubo alguna influencia particular?

A ver, a nivel liceal me iba bien en matemática, pero en aquellos tiempos me gustaba mucho la poesía y demás, literatura y cosas del estilo pero no me gustaba como los profes de literatura me exigían que se repitiera determinado pensamiento que yo no lo creía. Y eso me hizo volcarme a la matemática, al área científica. Básicamente me iba bien y está muy asociado que a uno le vaya bien y que le guste. Y me terminó copando, como quien dice...

³¹ Université du travail de l'Uruguay.

³² Centre régional des enseignants.

Y vos en tu formación durante el liceo o en la universidad ¿tuviste alguna mención, una clase en la que un profesor utilizara la historia?

Específicamente ahora no me acuerdo... tuve un profesor de matemática que era muy bueno, de la vieja escuela, y en algún momento creo que algún pasaje histórico, como anecdótico contaba. Pero creo que no, en la formación en sí, no mucho más que eso.

¿Qué quiere decir para vos la “vieja escuela”?

La vieja escuela... No tanto como se enseña ahora, con análisis de didáctico, con planteamiento de problemas, o lo que sea. En la vieja escuela el profesor escribe los teoremas en el pizarrón y uno escribe a mano y copia. Digo la “vieja escuela”, algunos me criticarán por eso, yo lo pienso como la vieja escuela [risas]. No quiero decir que esté bien o mal, no hago juicio de valores, pero sin duda que es la más tradicional. El profesor dando su clase magistral y los estudiantes copiando, y después la parte de práctico, el profesor sentado y uno tratando de resolver y si tiene alguna duda, va y le pregunta.

¿Cuándo pensaste en elegir historia de la matemática para dar el curso?

Bueno en realidad fue como un descarte, me da un poco de vergüenza pero es la realidad... Yo trabajo en el CERP del este y soy efectivo allá, soy efectivo en cualquier materia por un concurso que hubo. Algunos estudiantes se me acercaron unos años atrás, diciendo que estaban muy descontentos con el curso que daba otro colega, y me entusiasmaron para darlo. Ellos ya me conocían de dar las materias más tradicionales como *Probabilidad* o *Topología*, o cosas de *Análisis* y tenían cierta confianza conmigo y me insistieron. El primer año la tomé como experiencia, si bien me gustaba la historia también fue como una obligación para ponerme a estudiar, una herramienta para hacer eso. La tomé y encaré por ese lado. Ese fue mi primer acercamiento.

Como dice un amigo “el primer año que uno da un curso, es malo. El segundo es bueno, y el tercero tendría que cambiar de curso para seguir retroalimentando ese ciclo”. Bueno, este es el 4° año que lo doy.

Igual mis cursos todos los años han sido distintos, ese es uno de mis grandes objetivos. No quiero hacer dos años lo mismo, y más en un curso de este estilo que se presta para eso. El primer año fue un curso más tradicional, lo preparé, busqué materiales y cosas... me terminé inclinando por seguir más de cerca el libro de Eladio Saez, estaba interesante. Uno de los objetivos que también planteo

en el curso es no quedarme en la primera mitad, para mí obligatoriamente hay que superar la barrera de 1.400 o el 1.500 en historia de la matemática.

¿Qué destacás de ese periodo?

Creo que es una matemática más viva y es más real, más actual y sigue siendo historia porque ya te enfrentas al concepto de límite y cosas del estilo, y no solamente a jugar con el “triangulito”. Que está bueno, tiene sus virtudes o con Bhaskara, pero... como que no. Historia no es eso, la evolución matemática no es solo eso. En muchos de los cursos que he visto de historia que se hacen en el profesorado, es mucha geometría, un poquito de Bhaskara, que ni siquiera se le llamaba así, pero bueno, y listo, término el curso. Capaz que mi formación matemática me impulsa más a seguir de largo y obviamente me enfrento a cosas que ni yo sé, pero no es estudiar lo matemático, es estudiar el contexto y tratar de llegar hasta mediados de 1900...

Entonces uno de los objetivos de pasar esa frontera es trabajar desde una matemática más viva...

Exactamente, yo diría eso. Una historia más viva, más actual, que involucre problemas más cotidianos también, cosas más reales que se puedan palpar... No sé, hoy en día cualquier estudiante toca un celular...

Por ejemplo este año trabajamos con análisis de películas. A ver, voy en orden. El primer curso lo hice más tradicional, agarré un libro y expuse más cronológicamente, con un práctico que los chiquilines tenían que resolver en el contexto histórico. Tenían que posicionarse y tratar de resolver los ejercicios. Pero era un enfoque más tradicional también. Segundo año decidí cambiar y propuse hacer un seminario. Entonces lo que hicimos fue que agarramos el libro de Ángel Ruiz³³, historia y filosofía de las matemáticas, creo. Y básicamente lo que hicimos fue repartir los capítulos y cada uno iba exponiendo un resumen y planteando discusiones. También de ese lado, sin incorporarse todavía y la parte de formación docente.

El siguiente año, el tercero tenía dos estudiantes a las que conocía de mucho tiempo. Tenía un gran problema y era que esas dos estudiantes debían las materias de primero aún. E historia de la matemáticas está en cuarto, entonces no podía atacar mucho el abordaje matemático porque iban a hacer agua por todos lados, y tampoco era el objetivo de trabajarlo en el curso porque no había tiempo. Entonces lo que propuse fue construir una línea de tiempo y empezamos a trabajar en ese

³³ Ruiz Zúñiga, Á. (2003). Historia y filosofía de las matemáticas. *San José: EUNED*.

sentido. Trabajamos con un programa, tiki-toki³⁴ se llama, es una línea de tiempo en línea y tridimensional, que se va moviendo. Nosotros lo diseñamos aprovechando las dimensiones para movernos geográfica y temporalmente. Se trabajó en el programa y tenían un carril para cada continente, estaba la línea del tiempo, y otro carril que era la parte docente que era “actividades en el contexto de cada cosa planteada para secundaria, para educación media”. Y bueno trabajamos durante ese año siguiendo el Eladio Saez también y alguna otra cosa que teníamos que completar. Y al final del año tratamos de llevarlo a los pasillos del CERP, y se pegó a lo largo de los pasillos.

Y estaba muy bueno, allí hay muchas conclusiones para sacar, y una es la gran influencia occidental que tenemos en la historia, porque se veía que la parte occidental estaba repleta, sobre todo en el periodo del 1400 hasta ahora, y después había huecos... pero bueno estaba interesante. Filmamos un video al final, sobre ellas contando un poco sobre el proceso... como una muestra didáctica. Y el último año que fue este, no sabía que hacer, quería cambiar para no repetir y me enganché con esto de las películas y tratar de hacer un análisis de las películas en el contexto histórico. Hicieron muy buenos trabajos, también eran tres estudiantes...

Y vuelvo con lo que te decía, hoy un estudiante cualquiera tiene un celular. Y bueno, trabajando con una de las películas “La máquina de Turing”, hicimos una pequeña máquina de Turing, para sumar creo, con papeles nada más que van deslizándose y de hecho lo pusimos en práctica para los estudiantes de 1° de introducción a la didáctica, y quedaron recopados con eso. Eran todos ceros y unos, y como los iba sumando... son problemas de matemática y también mezclado un poco con la informática son bastante estimulantes me parece.

Y a parte de intentar mostrar una matemática más real ¿te proponés otros objetivos?

Siempre es un abanico de cosas y lo que trato es de ver algunas aplicaciones de la matemática, cómo se vincula, y que ellos también lo vinculen un poco más a secundaria. Que ellos puedan motivar y meter problemas, y trabajar temas en base a algunos problemas que puedan surgir de historia.

Esto de las películas que trabajamos ahora, abre otra puerta porque también hay toda una estructura, un marco teórico para trabajar películas en clase. Y si además las películas tienen contexto histórico y te dejan meter cosas, para mí fue muy bueno. Hicieron un video final [los estudiantes] un resumen de las actividades, qué película, qué fragmento... Cada uno trabajó cinco películas, básicamente con un análisis, en un video de 2 o 3 minutos que van exponiendo.

³⁴ <https://www.tiki-toki.com/>

El problema es que puede pasar que una película te llame la atención “mira esta puede estar buena para trabajar tal tema” y no...

En el curso tampoco fuimos cronológicamente, encontrábamos una película, mirábamos un pedazo, ellos la miraban después completa, analizábamos, discutíamos, cada uno armaba alguna actividad, y así saltamos de Turing a Ágora y así... Entonces el hilo conductor del curso fueron más las películas que la cronología. Y estuvo interesante. Tuvimos un punto de arranque en los capítulos de la BBC³⁵, en realidad miramos esos videos, y eso nos motivaba a destacar los temas relevantes que aparecían, qué autores aparecían, para después buscar películas, o referentes a qué.

Cuando buscamos a veces era “ah, encontré tal cosa” e íbamos haciendo una carpeta, de atrás para adelante y entonces vas viendo los vínculos también.

¿Y las evaluaciones parciales como las trabajás?

El primer parcial fue la presentación de trabajos escritos de análisis didáctico de algunas películas, que ellos hicieron. Y el segundo parcial fue la entrega de este video con todo el esquema. Todo lo que tenía pendiente de sus clases, todo el análisis que ya habían hecho y completado de lo que faltaba del primer parcial y demás. El producto final, que fue lo que consideré como parcial, fue el video.

¿Por qué te parece positivo un curso de historia para la formación docente?

Bueno, tiene muchas virtudes, pero hay varias formas de encarar la pregunta. Tener un curso aislado de historia de la matemática puede tener sus cosas positivas, separado del resto de las materias. Uno se puede dedicar más a hacer este tipo de cosas didácticas y dedicar más tiempo, los estudiantes están más descongestionados y no están perseguidos por aprobar en parciales haciendo cuentas.

Porque la otra versión es que este mismo curso de historia puede estar volcado a los otros cursos de matemática. Yo puedo estar dando *Probabilidad y Estadística* y puedo tomarme una semana para decir “vamos a analizar una película, y vamos a hacer esto de historia a ver cómo evolucionó la probabilidad” y lo puedo hacer en análisis y en otras matemáticas.

Yo no tengo mucha experiencia en didáctica y esas cosas, pero me parece una buena herramienta tener el curso porque, por tradición, en los cursos específicos [de matemática] no se trabaja prácticamente nada de historia, o si se trabaja la historia se hace desde otro punto de vista, que

³⁵ Série télévisée produite par la BBC. Présenté par le Professeur Marcus Du Sautoy.

capaz que yo también la trabajaba así, hasta que empecé a decir el cuentito para que me sirva de puntapié.

¿Qué tipo de habilidad puede desarrollar la historia en el futuro profesor de matemática?

Bueno, yo creo que toman herramientas, se genera esa capacidad, ese conocimiento, de preparar clases más vivas, que tengan que ver con la realidad de la matemática. Si lo pones como un problema, los problemas hasta son más difíciles, te hacen razonar muchísimo más, un problema con letra capaz, o ver lo que hicieron en el contexto histórico. La historia me hace ver la matemática más viva, más del ser humano... yo hasta que llegue a facultad y creo que años después de la facultad, a la matemática la veía aislada del ser humano, era eso que estaba perfecto ahí, y nosotros tratábamos de entenderlo. Y bueno, capaz al empezar yo a hacer un poco de matemática, me di cuenta de que estaba leyendo teoremas de hacía tres años, y yo mismo estaba tratando de demostrar un teorema que nadie demostró, y ahí uno empieza a ver un poco de esa dinámica.

Cuando hablabas de la historia desde el otro punto de vista, historia en las clases de matemática ¿vos trabajás con historia en tu clase de matemática?

En realidad no lo trabajo como yo digo que debería trabajarse. Sigo haciendo un pequeño cuento o alguna pequeña cosa... Claro, tengo que hacer un cambio de chip y lo reconozco, pero todavía no lo he hecho. Lo que pasa es que uno está perseguido, “tengo tales contenidos, entonces más o menos tengo cubrir tal cosa, sino cubro tanto, bueno está, pero tengo este margen” y ves a los chiquilines se trancan en un ejercicio y en otro... entonces tenés una semanita que decides “bueno acá podría mostrarles en topología la película del metro de Argentina³⁶” que sirve para enganchar cosas. Y de hecho vos decís, “pero están trancados en los ejercicios, van a pedir mucho más un práctico”. Los ponés a hacer ejercicios y están felices, y esa semana que podías hacer eso, se pasó haciendo ejercicios... Y esa dinámica te lleva a que de historia contás anécdotas muy al pasar, de cositas. Haber dado el curso de historia me sirve para las otras clases por eso, porque tengo también cómo para hacer pequeños cuentos, surgimientos en probabilidad, cuestiones más de aleatoriedad, de donde surge el dado y los problemas que hubo, Pascal y cosas del estilo, pero no es... Hay un equilibrio que todavía no logro congeniar, estoy en el debe.

¿Y qué es lo que te gustaría hacer?

³⁶ Moebius est un film de science-fiction argentin de 1996 réalisé par Gustavo Mosquera R.

Hacerlo más real, meterme mucho más, capaz que... pero es complicado, por el tiempo disponible. Pero a ver, saquemos la barrera del tiempo que uno tiene disponible, me gustaría un curso más vivo, empezar a trabajar temas a partir de problemas históricos, ir viendo cómo hicieron para resolverlo en la evolución histórica, y capaz que si tienen algún otro conocimiento de *Análisis*, como le erraron, y qué errores conceptuales hicieron por seguir por tal camino. De hecho hasta 1900 y poco no se creía que la probabilidad era una rama de la matemática, entonces ahí podés mostrar que es más real, más continuo, más vivo. Para mí sería mucho más emocionante...

Igual ahora estoy atacando varios frentes, porque estoy en un grupo de investigación en didáctica, con Daniela y Luciana, y entonces también me puse a analizar cosas del estilo. Y por ejemplo en mi propio curso tradicional de probabilidad, en un momento hice un clic y dije “les voy a proponer otro tipo de problemas a los chiquilines, a ver cómo reaccionan”.

¿Con qué dificultades te encontraste al pensar el curso de historia?

Capaz la dificultad que noto es mi falta de formación en cualquiera de los dos ámbitos esos: el didáctico, para saber cómo encarar mejor todo un curso de historia de la matemática hacia el lado de la matemática educativa, y el histórico, porque en realidad no tuve ningún curso de nada, son más experiencias. Capaz que como virtud de mi formación, que también se tiene que reconocer me parece, es la parte de la formación matemática, porque me enfrento a cualquier concepto y lo puedo atacar bien.

Con respeto a los materiales no tenés problemas entonces, con fuentes históricas no trabajás, ¿no?

No, no... básicamente son esos textos varios que te comenté. Depende un poco de cómo haya armado el curso, ahora fue con las películas y nos inclinamos mucho a las películas. Antes prácticamente no había trabajado películas, no sé que proyecto haremos el año que viene y a qué me enfrentaré... Conseguir películas fue bastante limitante y fuentes específicas de historia... no... yo mismo me pongo una barrera... porque conseguir cualquier cosa me resulta difícil. Cuando estuve investigando en matemática pura, conseguir artículos ya me cuesta muchísimo, que tenés que conseguir una suscripción de tal revista y tenés que hacer trámites para que te paguen y cuesta 100 dólares un artículo... no quiero imaginarme...

Te lo pregunto porque hay alguno repositorios gratuitos en Internet y hay mucho material.

Bueno... no, no, todavía no he atacado por ese lado. Uno de los proyectos que tenía, y creo que la historia me permite tener esa cintura de mezclar abordajes, como la educación por proyectos. Y uno de los proyectos que quería hacer con los estudiantes, pero el año pasado no me siguieron y por eso terminamos en las películas, es atacar una cuestión regional. Por ejemplo Atlántida, y decir “bueno, vamos a estudiar Atlántida” desde lo geográfico, lo físico y mezclar el curso de historia acá en Atlántida. Y seguramente vamos a tener limitantes porque ya quisimos hacer un proyecto de esos. E ir a la intendencia a ver registros históricos de qué pasó, cómo se escribió, dónde están los planos de... eso es muy tedioso. Son horas y no conseguís nada o no te pueden dar...

Annexe I.5 : Entretien UD2

10 de diciembre de 2018

UD2

IPA, Uruguay

Me gustaría que te presentaras, que contaras tu trayectoria y porqué elegiste estudiar matemática.

Mi nombre es Alejandra, tengo 61 años, soy profesora de matemática egresada del Instituto de Profesores Artigas, hice una licenciatura en didáctica que no terminé de defender la tesis, en la Universidad Católica del Valparaíso, pero sí terminé una licenciatura en educación en la Universidad Católica acá en Uruguay. Di clases en la enseñanza media, y en el instituto de formación docente. Estuve un tiempo de coordinadora del profesorado de matemática de la Universidad de Montevideo. Y actualmente estoy dando clases en la Universidad Católica.

¿Cómo elegiste la carrera de profesora de matemática?

En realidad siempre dije que iba a ser maestra. Cuando terminé el bachillerato empecé facultad de química porque mi mejor amiga hacia facultad de química, y ella después siguió medicina. Y yo me quedé en facultad de química. Pero no tuve suerte, así que como mi primera idea era hacer profesorado y siempre me gustó la enseñanza hice el profesorado. Y de hecho después me dediqué a la parte de la didáctica que también me parece fascinante.

En tu trayectoria ¿tuviste alguna aproximación con la historia de la matemática, algún recuerdo de una clase?

No, no. En la época que yo hice el IPA tenía historia de la ciencia, y el profesor eran sumamente aburrido. De todas maneras me parecía interesante las cosas que había, algo aprendí. Después hice un curso en la Universidad Católica, un posgrado en educación tuve materia que creo que era de epistemología, y ahí recién me empecé a enganchar con toda la parte de la historia de las ciencias. Además antes de empezar a dar clases en el IPA di clases en un colegio que trabajaba con el bachillerato internacional. Y ellos tenían una materia relacionada con la epistemología y la historia de la ciencia. Y una vez nos pidieron, a un profesor y a mi, que hiciéramos una charla sobre “qué es

la matemática”, “ por qué la matemática” y a partir de ahí, me empecé a interesar por la historia de la ciencia. Me compré unos libros como “qué es esa cosa llamada ciencia”³⁷, empecé más que nada por la parte de epistemología. Cuando surgió la posibilidad de dar clases de historia ahí ya entré...

Cuando comenzaste en formación docente con el curso de historia de la matemática ¿qué objetivos buscabas?

Una de las cosas que yo pretendía era que los estudiantes vieran a lo largo de la historia, el por qué hoy ellos estudian eso que estudian, cómo ha surgido y cuál ha sido la evolución que han sufrido ciertas nociones, y en algunos casos que no habían evolucionado nada, que se seguía trabajando en las mismas cosas. Algo que me parece fascinante es cuando uno empieza a estudiar Euclides, y que la demostración de que los números primos es similar a la que actualmente se trabaja. Pasan siglos y siglos, y es algo que se mantiene intacto. Sin embargo hay otras cosas que van evolucionando, y por otro lado, también hubo errores que se fueron corrigiendo. Algo que les hago notar es que en matemática una teoría nueva mejora la que estaba antes, corrige y sigue adelante, mientras que en las ciencias parecería como que no es tan así. Entonces a mí lo que me interesaba es que ellos vieran la evolución de las cosas, el por qué tenían que estudiar lo que tenían que estudiar y que lo que ellos en ese momento estaban viendo, tomó mucho tiempo para concretarlo. Además de que con pocos elementos se podían hacer cosas maravillosas. Y mostrarles que ellos en clase con muy pocas cosas (si otros, muchos siglos atrás lo pudieron hacer) ellos en clase, podrían hacerlo. Por otro lado muchas veces les decía que en clase ellos podían hacer una especie de mini comunidad matemática, que investigaran o se pusieran a buscar algunas cosas, para generar ese nuevo conocimiento a partir de la historia.

¿En tu clase hacés esta invitación a la utilización de la historia explícitamente?

Una de las cosas que trabajaba con ellos en clase de historia y después les decía que ellos lo podían hacer, es esto de las fracciones unitarias de los egipcios. Si bien es rebuscado, me parecían interesantes esas tablas. Muchas veces les llevaba esas tablas de las fracciones y les preguntaba “qué les parece que es esto?”. Entonces discutíamos sobre lo que hacían y cómo usaban esas fracciones unitarias y qué actividades se podían hacer para mostrar efectivamente ese trabajo de fracciones. En otros momentos si algo me parecía interesante pero no terminaba de entender,

³⁷ Chalmers, A. F., Villate, J. A. P., Máñez, P. L., & Sedeño, E. P. (2000). *¿ Qué es esa cosa llamada ciencia?* (No. Q175 C3218 2000). Madrid: siglo XXI.

igualmente lo proponía para discutir entre todos “no entendí bien por dónde va esta demostración, a ver a ustedes qué les parece” y de repente pasabas una clase entera tratando de ver o desentrañar una demostración o ver cómo habían llegado a ciertos resultados. Porque muchas veces te aparecen los resultados pero no sabés cuál fue todo el proceso que hubo antes.

¿Cuáles han sido las dificultades que se te han presentado al momento de planificar una clase para este curso?

El tema de los materiales. Por ejemplo, yo porque sé francés tenía mucho material en francés, pero me implicaba que muchas veces tenía que hacer una traducción del material.

El problema de los recursos materiales, usaba “El teorema del loro” o “El teorema de Fermat” o libros de divulgación... Después también usé los de Nivola³⁸, que sacaron toda esa colección... Pero me parecía que en algunos casos eran bastante biográfico, te presentaban una época, después te presentaban una serie de cosas, pero me parece que te presentaban lo que querían y no lo que uno a veces buscaba. Entonces lo más difícil era no tener los materiales.

Para ellos tampoco porque cuando les pedías que hicieran los trabajos, buscaban en Internet, pero tampoco hay tanto... Entonces tenías que moverte con el Boyer, el Colette³⁹ y alguna otra cosa...

Hubo un año que hicimos geometrías no euclidianas y estuvo buenísimo, y además me empezó a gustar, ellos también se pusieron a buscar cosas, y terminamos demostrando cualquier otra cosa.

La dificultad era que cada clase que preparaba me llevaba horas y horas, y asimismo cuando llegaba a clase me generaba un estrés porque no sabía si estaba bien preparada, si me iban a salir bien, si me iban a dar los tiempos... me encantaba y yo disfrutaba muchísimo preparando las clases, pero me generaba estrés porque no sabía si les iba a interesar. Además ellos no leen mucho... Yo lo que hice fue que ellos preparen los temas y los presenten. Yo les dije “elijan el tema que quieran, pero tienen que presentar el tema después”. Justamente se encontraban con el mismo problema que tenía yo, de no encontrar materiales... Porque en el IPA tenés un Boyer (si había) y un Collette...

El tema del material es complicado, no leen mucho, yo tampoco les pedía que leyeran, por eso opté por hacerlos preparar un tema. Más allá del trabajo final. Yo lo que hacía para la evaluación era que prepararan un tema, que no fuera el mismo del primer parcial, elegir un matemático o tratar de hacer la epistemología del concepto matemático. Y en la segunda parte del trabajo quería que buscaran un problema o un teorema, y que vean cuál había sido la evolución de ese problema o la demostración de su teorema. Cómo se había generado y qué era lo que pasa hoy en día.

³⁸ https://www.nivola.com/listado_libros.php?idcol=2

³⁹ Collette, J. P. (1991). *Historia de las matemáticas 1*.

Yo les pedía cuatro cosas para la evaluación: trabajar sobre un matemático, no en la biografía sino en algo específicamente que hubiera hecho ese matemático.

El segundo parcial era este problema o teorema, y después tenían que presentar un tema que podría estar vinculado con el último, no con el primer parcial. Y después lo que más trabajo me dio y que no terminaban de entender, y ahí es porque me parece que falta mucha formación en de investigación, es una ficha de lectura, una síntesis de alguno de los materiales que ellos habían usado. Me parece que ellos no tienen por qué seguir trabajando en investigación, pero sentarse a escribir una ficha de lectura es elemental, pero para ellos era como pedirles, no sé... Recién en el plan nuevo tienen algo sobre investigación.

¿Qué buscás que se despierte en el futuro docente cuando preparás una actividad?

Yo creo que tenía dos o tres objetivos principalmente. Lograr que la clase sea más una clase dinámica y ponerlos a trabajar a ellos, que no sea yo quien expusiera tanto. Una motivación para trabajar en clase. Otro objetivo era que ellos vieran el legado histórico de una actividad, que aunque para ellos era conocida quizás no conocían el contexto de surgimiento ni las condiciones, así como que quizás, en ese momento se usaba para otra cosa. Por ejemplo las tablas babilónicas que en realidad no se sabía si el objetivo era de entretenimiento para los niños, si era para transmitir conocimientos o dar clases... no se tenía muy claro. Sin embargo eran un conjunto de problemas que ellos trabajaban en sus clases. Entonces la idea era que los estudiantes conocieran la historia que había atrás de los problemas.

Por otro lado el tercer objetivo era que ellos también tuvieran actividades para llevar después a sus clases y hacer de alguna manera, la reproducción de lo que se había hecho. Darles el puntapié inicial o la motivación para que ellos después buscaran...

Que también la matemática es algo dinámico. Muchas veces les pregunto en la clase de historia y les propongo que ellos les pregunten a sus alumnos “a ver ¿qué opinan ellos sobre si la matemática es inventada o está en la naturaleza?”

En el curso de *Didáctica I*, para empezar a mostrar qué es la matemática, trabajamos con una de las cartas del libro de Stewart⁴⁰, justamente porque habla de las distintas miradas o las distintas posturas y ahí vos generaba una cantidad de discusiones buenísimas y los de primero con la lectura de esa carta quedaban sorprendidos “nunca me hubiera imaginado” llegaban a 1º año del IPA y así, “nunca me hubiera imaginado que pudiera existir todo este mundo” era un descubrimiento total.

La idea es que hay algo más, no es que todo surgió de la nada.

⁴⁰ Stewart, I., & Sanz, J. G. (2006). *Cartas a una joven matemática*. Crítica.

¿Por qué te parece importante que ellos puedan transmitir estas ideas en sus clases?

Me parece que la visión que predomina a nivel educativo o a nivel del sistema es que la matemática es una cosa estática que está toda hecha, que no se sabe de dónde salió. A mí me parece que es importante que tengan una visión de una matemática como construcción social, que ellos vean que es una construcción social que no es una cosa tan: “dos más dos es cuatro”. Me interesa que vean que la matemática ha evolucionado, y va a seguir evolucionando, cuestionarse el cómo fue que evolucionó... mostrar que es una cosa dinámica que sigue evolucionando y que la gente investiga y trabaja en eso.

Los libros de texto no ayudan tampoco...

Entonces con respecto a materiales, a parte de los libros que me comentaste ¿usás algo más?

En algún momento quise proponer una película “Ágora” pero no, la verdad que no me daban los tiempos, me hubiera gustado hacer algo pero no. Inclusive también con “el hombre conocía el infinito” porque después me metí a hacer un curso de estos propuestos por la Asociación Thales en España, de cine y matemática, y ahí estaban... me hubiera gustado trabajar con algunas de esas películas.

Annexe I.6 : Entretien UD3

15 de diciembre 2018

UD3

IPA, Uruguay

Para comenzar la entrevista, sería interesante que te presentaras y que describieras por qué has decidido estudiar matemática.

Mi nombre es Matilde Marín soy profesora de matemática egresada en el 2001 del centro regional de profesores del este. Trabajo en secundaria desde ese año y en formación docente desde el 2010. El por qué decidí matemática, matemática siempre me encantó. Capaz que no por las razones que me gusta ahora, pero siempre me gustó. Como un desafío como algo que te hace trabajar la cabeza. Me iba muy bien también en el liceo, luego empecé con ciencias económicas, antes de la docencia. Las materias que estaban vinculadas con las matemática era en las que me iba mejor, aquellas que eran más humanísticas me costaban un poco más, por ejemplo, economía que era como historia de las teorías económicas. Después abandoné porque extrañaba mucho mi casa y mi familia, yo soy de Maldonado, y tenía que estudiar en Montevideo... Entonces quise volver pero quise seguir estudiando algo, y una opción era de los exámenes libres pero la carrera no era lo que yo esperaba. Al tiempo apareció acá en el centro regional de profesores del este la carrera de profesora de matemática y comencé. Me fue muy bien además tenía buena base de la facultad y me gustaban mucho también las materias de educación. Egresé en el 2001 era el plan de tres años que era intensivo, de ocho de la mañana hasta las cinco o seis de la tarde todos los días.

¿Tuviste alguna influencia familiar, de amigos, algún hecho concreto que te llevó a elegir tus estudios?

No, no, nadie de mi familia era docente de matemática y mi mamá era profesora de corte y confección pero no, nunca me motivó ni me dijo nada la docencia. No tengo además ningún otro familiar que haya sido docente de secundaria ni nada. Sí cuando estaba en facultad yo les daba clases de contabilidad a mis compañeros, porque me iba muy bien y me gustaba darles clase. y les iba bien a ellos, aprendían o sea que ahí, la docencia empezó a aparecer. La carrera de docencia sí me colmó si me gustó, el año de práctica lo disfruté muchísimo.

¿En algún momento de tu formación, tuviste contacto con historia de la matemática?

En secundaria no recuerdo ningún aspecto de la historia de matemática, que se mencionara, salvo algún comentario sobre Cauchy y el plagio, pero era como un chiste una cosa así. Cuando hice facultad si tenía un profesor que se llamaba Juan Antonio Moretti que siempre comenzaba los temas haciendo una pequeña introducción un poco histórica un poco fantasiosa pero que te como que te iba metiendo en el tema. Algo así como que usaba la historia de la matemática como entrada al tema. Como entrada me refiero a este autor⁴¹ que habla de entrada, plato principal y postre. Bueno este profesor, ningún otro. En formación docente teníamos una profesora que de vez en cuando nos hacía un comentario sobre algo matemático, más que nada como anecdótico, nada que uno pudiera apreciar realmente la evolución de determinados contenidos a través de la historia. Esos comentarios por más que no pasarán de ser anecdóticos a mí me gustaban, me atrapaban como alumna. Tampoco recuerdo en la formación que nos hayan recomendado de un libro...

¿Piensas que la historia de la matemática puede ayudarte en tu tarea docente?

En mis clases de secundaria predominantemente como entrada y como postre, nunca como plato principal. Como entrada para introducir un tema, y como postre lo utilizo para cerrar el tema y poder contar un poco de dónde surgió eso pero también no pasa de lo anecdótico. Debo reconocer que capaz que es una una falla que todavía tengo, porque no logro trabajarlo como plato principal. Lo que pasa es que como plato principal lo trabajo en formación docente, porque la historia es el centro del curso.

El tema de la historia de la matemática predominantemente lo usaba más en ciclo básico, cuando voy a presentar trigonometría o Pitágoras, trabajábamos sistemas de numeración, entonces ya podemos vincular otras cuestiones y demás.

¿Piensas que has adquirido algún tipo de competencia profesional gracias a la historia de la matemática?

Me parece que es un buen recurso didáctico, usado con ese fin. Permite variar las clases, o sea, no quiere decir que en todas las clases use historia de la matemática, pero sí como algo atractivo. Por ejemplo cuando fui a trabajar cónicas en sexto de arquitectura⁴² les mostraba un poquito de una película que se llama “Ágora”, dónde Hipatia de Alejandría llega a determinar que la órbita terrestre

⁴¹ Man-Keung Siu y Costantinos Tzanakis, “History of Mathematics in Classroom Teaching - Appetizer? Main course? Or Dessert?”, *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 3, núm. 1-2, pp. v-x

⁴² Dernière année de lycée, 17-18 ans.

es elíptica. Entonces muestro determinados fragmentos que me parecen interesantes para que ellos vean que el conocimiento no está acabado que en realidad « ¿de donde surgía esa idea? ¿Por qué llegaron a eso? ». Eso permite incluir el uso de otros recursos distintos, además de la inclusión de la historia.

¿Qué tipo de materiales usás? Por ejemplo fuentes históricas o videos...

Fuentes históricas usamos en el curso de historia la matemática pero fuera del curso prácticamente no uso fuentes históricas. Videos sí, porque hoy están muy al alcance de la mano, entonces uno puede recurrir incluso para trabajar Eratóstenes. Hay diferentes tipos de videos que también los analizamos en la clase de historia. Vemos cuál de ellos es más adecuado para trabajar en el aula. Porque hay algunos que son mas aburridos... A mí los videos de cosmos de Carl Sagan me encantan, pero a los chiquilines... Además de trabajar determinados contenidos matemáticos discutimos sobre qué videos nos parecen más adecuados. Hay otros videos que están muy atractivos pero les hemos detectado errores. Entonces tampoco nos sirve...

En el curso de historia sí usamos fuentes históricas, obviamente libros también, usamos el Collette, el de Moris Klein y el de Boyer.

¿Qué objetivos te has planteado al trabajar desde una perspectiva histórica?

Uno de los objetivos es lograr un abordaje de los contenidos de una manera diferente a la tradicional, mostrar que ese contenido surge de algo, surge por algo, ha evolucionado de tal manera. Por ejemplo el tema de la numeración, para llegar a los números que conocemos actualmente en realidad pasaron por ciertas mutaciones a lo largo de la historia. Las diferentes civilizaciones los usaban para lo que les parecía más adecuado en su momento. Los conceptos han evolucionado, entonces para que ellos [los estudiantes] vean eso. Me parece que los acerca a entender el porqué, la idea de dónde surge y el cómo.

¿Qué tipo de dificultades has encontrado al utilizar historia de la matemática en tus cursos?

Tengo casi 20 años en la docencia, pero igual sigo considerando el tiempo un tirano. Porque hoy además tenemos un montón de dificultades, no es que antes no se atendieran, pero ahora son más explícitas. Hay alumnos a los que tenés que dedicarle más tiempo, tenés el chico disléxico, el que tiene dificultades de aprendizaje de determinada índole, que tiene trastorno de déficit atencional... y

tenés que atender todas las individualidades en un grupo que va de entre 20 y 40 alumnos, y a veces uno no les acerca el contenido de la manera que más le gustaría sino que a veces uno tiene que ahorrar tiempo y termina haciendo sus clases un poco tradicionales. Y trabajar con historia a veces requiere de... no digo que un esfuerzo mayor, porque es una inversión de tiempo, pero... Igual que el tema resolución de problemas, igual que un montón de cuestiones que tampoco son la panacea para que el chiquilín aprenda, pero así la historia matemática también ayuda a la comprensión de los temas. A veces, uno en el apuro o en el « tengo que terminar tal tema en tal tiempo » termina cayendo en la rutina de lo tradicional.

Entretiens avec des étudiants

Annexe I.7 : Entretien US1

19 de diciembre 2018

US1

IPA, Uruguay

¿Podrías contar tu trayectoria escolar?

En el liceo hice humanístico y economía en el plan viejo. Hice el liceo militar, porque quería hacer aviación. Me gusta la matemática, me di cuenta que había elegido mal el humanístico, y me metí en el IPA porque me gustaba la matemática pero no tanto porque me gustara enseñar. Descubrí la vocación con el paso del tiempo, con didáctica II, me di cuenta que era buena en eso...

¿En algún momento de tu trayectoria en secundaria tuviste experiencia con la historia de la matemática?

Creo que en 3^o⁴³, tengo un vago recuerdo de cuándo vimos Thales, y el tema de las sombras de las pirámides. Pero no algo fuerte...

¿Y porqué el interés en la historia antes del curso?

Lo que pasa es que en didáctica se hace bastante hincapié, en didáctica II. El primer o segundo parcial es “la historia de la matemática en el aula”. Elegís un tema de matemática y después buscas un marco histórico, y siempre pensando en trabajar después en secundaria. En el segundo parcial una de las partes es esa.

Se presentan los trabajos en la “feria matemática”, entonces en la didáctica I se presentan juegos, la didáctica II es un póster, en este caso con historia, y la didáctica III depende del profesor. En didáctica te motivan bastante para que uses la historia como recurso pedagógico.

Por ejemplo en los libros, en los Santillana⁴⁴ aparecen cosas de historia.

¿Qué tipo de historia ves en estos libros?

⁴³ Élèves âgés de 14 - 15 ans.

⁴⁴ Editorial en la que se publican libros para secundaria.

Por ejemplo el sistema de numeración egipcio aparece. Actividades como para trabajar sistemas de numeración en 1^{o45}. El teorema de Thales también está. Son como una introducción al tema para despertar el interés de los alumnos. Como un relato histórico y después proponés alguna actividad que tenga que ver con eso.

¿Qué otro tipo de material es sugerido?

Hay un libro, el Boyer, puede ser? Ese lo trabajamos a full en historia, cuando tuvimos que profundizar. Según el tema que elegíamos teníamos que profundizar en historia y matemática.

¿Y cómo se hace esa profundización?

Buscábamos en libros, veníamos a la biblioteca, buscábamos en libros e investigaciones. Sabíamos que había problemas en el papiro de Rhind, después en uno de los chinos... fue muy complicado conseguir material de eso. Y buscamos en Internet, pero ahí tuvimos algunos problemas porque no se podía citar la fuente, no era confiable, así que no la pudimos usar.

Entonces ¿han trabajado con artículos escritos por historiadores de la matemática o de la ciencia?

Capaz que el profesor ponía, me acuerdo que siempre traía las citas pero no me acuerdo...

Y ¿cómo era la dinámica del curso de historia?

El profesor hacía una introducción con un video para presentar el contexto histórico. Por ejemplo: “Mesopotamia”. Entonces es un video de todo, es corto pero intenso. Después propone actividades de matemática en la historia. Usa también un libro “Gente en obra”, y saca ejercicios de ahí. Lo que estuvo más lindo de la clase de historia de la matemática, es que hacíamos matemática. Eso era lo más importante. El profesor tiene solvencia matemática, entonces siempre se prestaba para determinadas discusiones a nivel matemático pero con disparadores históricos muy potentes.

¿Te acordás de algún ejemplo?

⁴⁵ Élèves âgés de 11 - 12 ans.

Me acuerdo cuando empezamos a trabajar con números primos, unas conjeturas, empezamos a demostrar cosas en plena clase de historia, que uno se imagina que una clase de historia es como un cuento, como hacía fulano y mengano, y no. Eran cosas para pensar bastante potentes. Después también me acuerdo de cuando unos compañeros trabajaron el concepto de integrabilidad y derivabilidad, de como fue que se fueron ensamblando y eso también fue bastante potente. Todo lo histórico con lo matemático. Ahora como que se ven juntas las dos nociones, pero se desarrollaron de manera separada.

¿Qué tipo de características puede desarrollar la historia en un profesor de matemática?

En mi caso, el cómo se fueron desarrollando determinados conceptos en “la cabeza del hombre” históricamente, y como uno después lo quiere meter en la clase de otra manera. Creo que si se pudiese en algunos temas, respetar ese desarrollo histórico a la hora de enseñar determinado concepto, quizás lo estaríamos haciendo más intuitivo, en el sentido de que históricamente se dio así, y por algo se dio así, y no al revés. A veces uno quiere enseñar pero al revés, todo pronto, acabado, terminado y en realidad no se dio así. Ir con esa construcción creo que aporta bastante.

Creo que antes consideraba a la historia de la matemática como algo anecdótico, algo para adornar la clase. Antes pensaba que era “Te cuento una historia para que la clase sea más entretenida y después seguimos con ecuaciones”, como una excusa. Que no creo que esté mal, porque yo también veces lo hago, pero pensar actividades desde la historia no es una tarea fácil.

Es como te digo, a veces la parte más fácil es llevar una pequeña historia que tenga matemática, pero de ahí a poder elaborar actividades interesantes matemáticamente, pero metiendo la historia en sí... Eso es como muy difícil. Por ejemplo, para el segundo parcial nosotros elegimos el tema proporcionalidad. Todos teníamos 1° en la practica docente. Y claro... pensar actividades que tuvieran sentido desde lo histórico, eso nos rompió la cabeza. Y en distintos países, los chinos, Egipto, en varios lugares, y eso llevarlo a la clase.

¿Y cómo lo pensaron? ¿De dónde sacaron el material?

Ah bueno, eso de la primera parte del año, ya habíamos hecho todo un desarrollo de la proporcionalidad, pasamos por los mayas, egipcios, babilonios, chinos... hasta que llegamos a Grecia, y no pudimos seguir porque era demasiado. Y entonces con ese material teníamos que

elaborar actividades que utilizaran ese contexto. Pero que no fuera a contar una historia y poner después una actividad. Que fuera realmente como lo hacían ellos.

Entonces el material ya lo tenían preparado desde antes...

Si usamos libros, investigaciones como tesis...

¿Por qué les parece importante el tema proporcionalidad?

Porque esta en el programa pero además porque no se trabaja demasiado, al menos no lo hemos visto...

¿Y llegaron a aplicar esa actividad?

Algo... pero no llegué mucho. La expectativa es que se motivaran. Yo estoy segura de que los alumnos se hubieran prendido a todas las actividades, no me dio el tiempo de hacerlas todas, pero creo que la otra compañera si lo hizo. Es algo diferente a ellos les gusta.

¿Qué les parece que puede potenciar en los alumnos?

Ver la relación entre la matemática y la historia, no solamente matemática o historia sino la mezcla. La cultura en general, que no somos solo número, es como un todo, algo integral. Y me parece que dar esos espacios, trabajar con historia, trabajar con un cuento, con una obra literaria y poder integrar esas cosas en la clase, enriquece la asignatura.

Para un profesor es importante porque...

Te voy a contar. Yo trabajé en un colegio en el que había una profesora que se había recibido hace mucho tiempo ya, y volvió al IPA a cursar historia de la matemática. Estaba fascinada, porque no estaba en su programa. La cursó con Mario, se iba a la clase a aplicar lo que aprendía, tenía un 1°. Me acuerdo que estaba haciendo historia y sacaba muchos recursos para su clase, además lo estaba haciendo por placer, nosotros teníamos la evaluación ahí [risas], ella estaba muy contenta, deslumbrada como que había descubierto algo nuevo.

¿Qué les pareció lo más complicado al momento de sentarse a pensar o a planificar una actividad con historia?

Como enganchar todo, que quede bien organizado y no solo como una excusa o un cuento, que quede entrelazado con el tema que estábamos trabajando. Eramos cuatro haciendo el parcial y nos llevó tiempo pensar todas las actividades, quedó buenísimo el trabajo. Y el profesor nos corregía todo, entonces era un trabajo más exigente todavía.

Y los chiquilines ¿como reaccionan?

Yo por ejemplo, llevé un libro la otra vez, y me decían “estamos en matemática, no en literatura, profe”, donde tengan que leer mucho, que para ellos “mucho” es media carilla, ya te dicen que no tiene nada que ver. Pero les gusta, tenía unos alumnos que me pidieron “traenos esos problemas”, claro, eran como un cuentito y ellos querían eso.

¿Pros y contras de la influencia de la historia?

Yo creo que todos pros. A mi me dejó cosas super buenas, contras no... Hay que aplicarlo cuanto más se pueda, lo que pasa es que hay que tener tiempo. Porque hay que estudiar la parte histórica y sentirse seguro, para después crear las actividades. Pero está buenísimo después de este curso tener esa capacidad de verlo de otro lado y poder integrar más actividades.

En las disciplinas específicas, en las matemáticas ¿vieron algún ejemplo de utilización de la historia?

En probabilidad y estadística el profesor venía a veces con algún cuentito. Me acuerdo que trabajaba con algún tipo de anécdotas. Pero no, en ninguna materia algo preparado desde la historia. Cuando vos tenés un curso que está bueno te abre la cabeza, después depende de cada uno para profundizar y si estás interesado.

Este año, en análisis del discurso, tuvimos muy pocas clases porque no teníamos profesor. Y el profe tomó el curso al final. Entonces fue un curso muy corto, y lo que nos hacía hacer que estaba bueno, era que nos ponía un problema y nos hacía escribir las preguntas que nos íbamos haciendo en el medio. Entonces me acuerdo que un día trabajamos juntos porque no había nadie de mi grupo, y yo empecé a decir todo lo que se me ocurría y él “pará, pará, lo que dijiste recién hay que

anotarlo”. Después cuando te ponías a leer las preguntas que te habías hecho en el medio, daba para salir para cualquier lado. Ya sea para demostrar si eso que funcionaba era cierto o no, y porqué, en todas esas preguntas y ese proceso de detenerse tiene para mí una conexión con el desarrollo histórico de los conceptos matemáticos. Porque me parece que uno ve el proceso de cómo llegas a la respuesta, y no ves directamente la respuesta. Y nos pasaba a nosotros mismos eso... Vos querés decir como lo encontraste y el profesor quería que contaras el proceso, no la respuesta final. Y eso estaba muy bueno. También en los libros de geometría hay bastante de historia...

Por ejemplo el profe de historia cuando nos puso uno de los problemas, y nos pedía que explicáramos algunas cosas, después nos decía “a ver, si yo fuera un alumno de 1° de liceo eso no lo entiendo” y había que explicar todo, porque sino no daba por terminada la actividad. Y eso era muy difícil. Pero tenía razón porque no era para nosotros, era pensando en nuestros alumnos.

Annexe I.8 : Entretien US2

26 de diciembre de 2018

US2 (Por email)

Parte 1: Presentación y recorrido académico

Para comenzar la entrevista, sería interesante que te presentaras y que describieras porqué has decidido estudiar matemática.

Más precisamente:

- *¿Podrías explicar por qué elegiste estudiar matemática?*
Influyeron los profesores que tuve en el liceo. Además me gustaba la sensación de superación que sentía cada vez que aprendía algo nuevo y me costaba mucho, me sentía muy bien cuando lograba entenderlo.
- *¿Tuviste alguna influencia familiar, de amigos, algún hecho concreto que te llevó a elegir tus estudios?*
No.
- *¿Y porqué decidiste dedicarte a la enseñanza?*
Mi elección tiene que ver con mi propia historia en donde algunos profesores fueron personas claves de mi vida. Me gustó la idea de poder ser ese “alguien” para alguien más.

Parte 2: L’historia de la matemática en su formación

¿En algún momento de tu formación, tuviste contacto con la historia de la matemática? ¿Recuerdas algún curso en el cual el profesor hiciera referencia a un episodio histórico, algún libro, película, etc, a partir de la cual hayas quedado interesado? ¿ Podrías considerar esta experiencia como positiva?

No recuerdo haber tenido contacto con la historia de la matemática en el liceo. Creo que haber visto algo en los libros cuando estudiaba pero no prestaba atención: no era lo que se evaluaba.

Parte 3: Influencia en la formación como docente

Si pensamos en tu formación como docente: ¿qué tipo de contribución piensas haber obtenido del curso de historia de la matemática?

Más precisamente:

- *¿De qué manera piensas que la historia de la matemática puede influenciar en tu formación? ¿Consideras que la historia de la matemática tiene algún tipo de potencialidad que puede ser explotada en favor de la formación de los docentes de matemática?*

La mayor influencia que tuvo en mi fue la de entender que el desarrollo de la matemática no se dio en el orden en que lo enseñan en el liceo, tampoco tan rápido. Eso me ayudó a entender por qué a veces los estudiantes entienden que hay “pasos mágicos” o cosas que simplemente “son así”.

También fue a través de la historia de la matemática que conocí otras formas de resolver problemas que hoy en día no se usan.

Considero que la mayor potencialidad está en la adaptación de los problemas a ejercicios didácticos que se puedan plantear en clase, para quitar la idea de la matemática difícil o la idea de “¿esto para qué me sirve?”

- *¿Piensas que la historia de la matemática ha influenciado en la manera en cómo ves la matemática actualmente?*

La mayor influencia ha sido la de entender que llegar hasta donde estamos hoy fue un proceso extenso, en donde participaron muchas personas. Me ayudó a ver el trabajo que hay detrás de cada Teorema o axioma.

- *¿Podrías explicar un caso concreto en el que identifiques un cambio en tus propias concepciones?*

Creo que el mayor cambio en mi concepción de la matemática fue: la matemática como herramienta de poder. Me vino a la mente el descubrimiento de los números irracionales y el tabú que se generó. El difundir este conocimiento afectaba intereses que estaban por fuera de la matemática. Hoy en día sigue pasando lo mismo, leer un gráfico, entender una estadística o la probabilidad de ganar una lotería, entender la conveniencia de pedir un préstamo y, yendo más lejos, entender la relación entre lo que puede –por ejemplo- hacer un celular y lo que necesito de un celular: Son todas cuentas que alguien que maneja las matemáticas hace en su cabeza y logra entender la información objetiva que hay en cada caso, sin embargo quien no entiende mucho puede verse engañado y percibir una realidad “alterada” que influye en las decisiones que toma.

Parte 4: Concepciones sobre las potencialidades de la historia de la matemática

¿Piensas que la historia de la matemática puede ayudarte en algún aspecto, pensando en tu tarea docente?
--

Más precisamente:

- *¿Piensas que has adquirido algún tipo de competencia profesional gracias a la historia de la matemática?*

Como ya lo dije, la mayor competencia que he rescatado es la de entender que para los estudiantes muchas veces la matemática es “mágica”. Por lo que intento agregar en mis planificaciones algún tipo de introducción, alguna actividad que genere la perplejidad de “no lo puedo resolver” y entonces la nueva herramienta tenga interés. Estas introducciones pueden tener que ver o no con el desarrollo histórico de lo que se esté trabajando.

- ¿Piensas utilizar historia de la matemática en tus clases?

Cuando el tema/tiempo lo permite, la introducción al tema está directamente relacionada con el desarrollo histórico, intentando con esto que aprendan un poco de lo que yo aprendí.

Parte 5: Las dificultades de la utilización de historia de la matemática

¿Qué tipo de dificultades podrías encontrar si decides utilizar historia de la matemática en tus cursos?
--

Más precisamente:

- ¿Qué dificultades prácticas y teóricas?

La mayor dificultad es el tiempo, el programa curricular que es muy extenso y la forma en que están organizados los grupos. Los grupos están organizados por edad y no por “destreza matemática”. Para mí dentro de un mismo nivel, debería separarse, al igual que se hace con los idiomas, por subgrupos según el nivel de matemática. Porque es muy difícil proponer algo que entienda alguien a quien le cuesta mucho la matemática y a la vez que sea un reto para quienes tienen gran facilidad. Sumado a esto, todo debe hacerse en un corto lapso de tiempo.

Para poder utilizar historia de la matemática en mis cursos debería tener más tiempo o menos temas por año. Porque creo que incluir la historia de la matemática como un párrafo antes de una actividad no aporta. Me gustaría incluir la historia de la matemática como un método de experimentación, de “vayan con una escuadra y un metro y averigüen la altura del edificio”. Pero eso lleva mucho tiempo.

Otra dificultad actual que encuentro es la falta de interés por parte de los estudiantes. Todo está en Internet y esto los engaña creyendo que no necesitan saber nada porque todo lo pueden buscar. En ciclo básico tengo que poner una operación combinada en el pizarrón, pedirle que la resuelvan utilizando la calculadora y verificar que a la gran mayoría les da mal porque no separan términos, para hacerles entender que no alcanza con que todo “esté ahí”, hay que saber usar las herramientas y para eso hay que saber aunque sea un poco.

Muchísimas gracias por tu valiosa colaboración.

Annexe I.9 : Entretien US3

13 de diciembre de 2018

US3

IPA, Uruguay

¿Podrías presentarte y contarme tu trayectoria escolar?

En el liceo hice la orientación científico ingeniería, después fui a la facultad de química. Estuve tres años y terminé un curso de auxiliar hospitalaria, como para irme con algo y trabajar. Después ingresé al IPA ahora ya me quedan seis materias para recibirme.

Durante tu trayectoria educativa ¿tuviste algún acercamiento con la historia?

Tuve una profesora muy buena en el liceo, que me dejó muchas cosas, pero de historia, no... mas que leer yo por mi cuenta alguna cosa que me interese.

Y el curso de historia ¿cómo se fue desarrollando?

Fue corto porque al comienzo no teníamos profesor, y bueno por suerte tomó Mario. El curso estuvo muy bueno, nos dividimos por temas, uno iba dando la clase y Mario nos iba guiando, como investigando en lo que nos llamaba la atención, lo que nos interesaba dentro de todo esto que hablábamos que es demasiado amplio. Entonces por ahí fue el yendo el curso... Era investigar también un poco “¿De dónde leo esto? ¿Dónde busco el material?”. Mario llegó un día con un montón de libros, cargado... de su biblioteca.

Y las dinámicas de la clase ¿cómo se desarrollaban?

Yo creo que por ser un curso corto fue un poco atípico. Básicamente es eso, íbamos tomando temas y dando clases entre todos. Siempre con el orden cronológico que nos interesaba.

¿Cuáles eran los objetivos de este tipo de dinámica?

De repente nos metíamos en problemas que nos interesaban, problemas matemáticos. Y cada tema lo teníamos que llevar a alguna cuestión de aula.

¿Podrías describirme alguna de esas actividades?

Por ejemplo yo tenía que presentar Diofanto y nos metimos con las ecuaciones diofánticas. El abordaje fue “qué condición tiene que cumplir una ecuación para ser diofántica?”. En realidad si no lo estudiaste te cuesta... Entonces es como pensarlo desde otro lado. Después cosas que te llaman la atención, curiosidades, algunas tablas con cuestiones históricas para mostrarle a los chiquilines.

¿Por qué te parece que eso puede ser interesante?

Curiosidad para que el chiquilin del liceo se motive, se involucre con el tema que sea. Pitágoras por ejemplo, un detalle anecdótico, que no esté en el contenido tampoco. Algo que sirva como un llamador para motivar.

Después había cosas que vimos en el curso que yo no tenía ni idea, también matemáticamente nada, y preguntarse “de dónde sale esto?”, hay casos en donde se puede seguir el hilo.

¿Cómo pensás que eso puede influir en tu clase después?

Uno como docente tiene que conocer todo, entonces me parece que es un área en la que estamos bastante flacos, no? Si no fuera por esta materia, uno lo pasa de largo. A ver, uno es crítico y quiere superarse pero hay cosas que te las salteas, quieras o no... Como para tener cultura general de todo, de repente los alumnos te preguntan algo y vos quedas en blanco... Eso por un lado, y después para utilizarla como herramienta didáctica esta buena. Tenés que usarla bien, porque de repente no vale la pena y es mas un bulto que otra cosa.

¿Por qué te parece importante como herramienta didáctica?

Es que depende mucho del tema y del enfoque de cada cuestión, hay muchas maneras de abordarlo. Como una curiosidad o mismo en un problema, contar la historia de algo...

¿Lo trabajaste en tu clase este año?

Bueno con Thales, con el tema de las pirámides, “bueno y esto porqué y cómo surgió... y bueno había una persona y su sombra, etc...” por ahí al chiquilin le interesa. Bueno, no es tanto historia, bueno si, es historia pero...

Es como “de dónde, cómo surgió esto...” como respuesta a preguntas. Y si la historia te plantea un interrogante, se puede responder que esto sirvió para poder solucionar tal cosa, para qué sirve. Si bien hoy no se ve tan clara esa necesidad, en ese momento era vital. Es una explicación que le da sentido a esos cálculos que de repente algún estudiante que está mirando la luna y se pierde, capaz que le puede interesar un poco más.

¿Qué características te parece que un docente desarrolla cuando aprende historia?

Cuando trabajamos en taller, damos clases en grupos y surge algo y nos compenetramos con ese algo y de repente saltamos a cualquier cosa. Surgió este problema y pasamos horas, “y qué pasaría si tal cosa?” y ahí se nos bifurcaba... se nos abría un abanico de donde no podías salir. Una cosa interesante pero era algo difícil... teníamos libertad, ya sabíamos que la cuestión se podía ir para cualquier lado.

¿Y qué te parece ese tipo de dinámicas?

Está bueno porque responde a nuestros interés también. Y te ayuda a abrir un poco la cabeza, a nuevas preguntas dentro de un problema que ya estaba cuadrado, digamos... ya estaba hecho.

Eso como estudiante ¿no? Y como profe ¿qué te genera eso?

Y bueno, es la idea de tener una clase así. Yo espero poder tener una clase en la que los estudiantes se involucren de tal manera en que pase todo eso, que se abra... ese problema que es un poco estructurado lo podamos abrir y ver desde distintos enfoques que les interesan a los chiquilines.

Por el ejemplo en el curso de análisis es como más concreta la situación, no te podés mover mucho. A uno le cuesta más capaz...

¿Y qué te deja entonces esa experiencia?

De esta experiencia en comparación con una clase tradicional, es eso de aplicarlo al aula. Como estar mucho más en la línea de fuego... En clase mismo, si bien no es con estudiantes y era como

“bueno... y ahora qué, cómo, para dónde...” que si yo fuera estudiante pasivo, capaz que preferiría una clase con más contenidos de historia. Igual también lo hablamos, porque el hecho de que este curso fue corto, hicimos todo lo mejor posible para llevarlo adelante. Pero después quedó claro que aunque hubiéramos hecho todo el curso completo, en el transcurso de nuestra vida, nuestra carrera era cuestión nuestra leer lo que nos interese y seguir profundizando. Eso dependía de cada uno, y el curso sirve mas bien como disparador.

Todo esto está como para mostrarte y después bueno vos en tu vida vas a tener tiempo para elegir y que puedas elegir. Que está claro, dentro del periodo de parciales y pocas clases, por más que te lo quieran meter, es complicado... Mejor algo corto así, pero que nos sirva como profe, esa me parece que fue la idea.

¿Y qué beneficios le ves, entonces?

Desestructurarme. Yo soy muy cuadradita... eso lo tengo claro y he aprendido mucho, he evolucionado bastante, pero en ese sentido, a mí personalmente me sirve. Eso de preguntar constantemente... y de llevarlo al aula.

Nosotros hicimos nuestro trabajo sobre los tres problemas griegos, y bueno ahí hay un montón de posibles soluciones fuera de lo que es la geometría euclidiana. Yo no tenía ni idea, por ejemplo. Y eso te hace pensar que un problema tiene un montón de soluciones, primero que yo no conocía y que no es única la solución. Capaz trabajar eso con los estudiantes.

También trabajamos en didáctica con eso, con problemas de final abierto, que cada uno tenga su respuesta y sea válida.

¿Te parece que eso es importante?

Si, claro me encantó, eso en didáctica estuvo buenísimo. Porque cada uno tenía su respuesta, todos estaban involucrados, todos sabían que tenían que contestar, aunque sea algo sencillo. De lograr que estén todos enfocados en este tipo de dinámicas, con problemas abiertos. Eso me pasó en tercero [curso didáctica]. Por ejemplo cuando trabajamos con Pitágoras en vez de darles el problema clásico, les decíamos “tenemos un triángulo rectángulo de lados a , b y c , que cada uno diga qué medidas deben tener a , b y c para que sea rectángulo”. Entonces cada uno podía inventar su propio triángulo de la medida que quisiera.

Está también el tema decirle “no” al alumno, “eso no es correcto” y ahí al alumno lo perdiste... Se nubla... y con esto de que la matemática es un cuco. Tengo varios casos de esos que venían

asustados y con esto empezaron a hablar un poco. Yo creo que esta dinámica habilita la voz de los estudiantes.

El trabajo con la historia me gustó, las geometrías no euclidianas nos costaron bastante, algunas cosas eran difíciles de digerir matemáticamente. Las biografías, conocer personajes capaz que no... no es tan interesante. Las mujeres en la matemática, su presencia en la historia, y mas por todo lo que estamos viviendo ahora⁴⁶... y porque todos los que conocemos son hombres. Al menos la mayoría de los estudiantes es lo que conocen... Habían [mujeres] pero están escondidas, tapadas, si no buscas un poquito no aparecen.

Y sobre los recursos ¿con qué tipo de materiales trabajaron en historia?

Trabajamos con los libros de cada tema que íbamos dando. Mario nos traía libros, en papel y en la web. Trabajabamos con los libros que nos traía Mario e los que encontrabamos en Internet, intentamos encontrar artículos académicos o un libro con autores serios... no cualquier cosa.

¿En algún momento llegaron a trabajar con fuentes históricas?

Ah... bueno, como esas tablas que te decía... algunos compañeros traían fotos del tema que les tocaba “bueno, esto era el original...” pero como para mostrar.

Por ejemplo con Diofanto que el lenguaje... Porque yo te lo explico ahora y te pongo la simbología de ahora. Pero estaba toda esa simbología sincopada⁴⁷ que era en realidad cómo escribía Diofanto. Eso sí, mostrarlo, mostrar que en ese momento era escritura y no era simbología como ahora. Digamos como un pasaje previo a la escritura de ahora.

El trabajo de los tres problemas griegos ¿lo pensaron para trabajar en qué año?

En ciclo básico⁴⁸, porque buscamos la adaptación para cada problema griego. Hubo uno que lo pensamos como para bachillerato⁴⁹ pero después dijimos que no, porque nos estábamos metiendo en un problema... pero se puede. Sin embargo pudimos adaptar los tres problemas para ciclo básico.

⁴⁶ Il fait référence au mouvement féministe en Uruguay et en Amérique Latine.

⁴⁷ L'algèbre syncopée est la deuxième phase du développement historique de l'algèbre, caractérisée par l'utilisation d'abréviations pour incognito, bien que les calculs aient été entièrement décrits en langage naturel.

⁴⁸ Le cycle de base est suivi par des élèves de 12 à 14 ans.

⁴⁹ Le baccalauréat est le deuxième cycle du lycée : 4ème, 5ème et 6ème année, et les élèves ont entre 15 et 18 ans.

Bajarlo un poco a Tierra, no la duplicación del cubo, sino empezar a trabajar con el cuadrado... A otro nivel.

¿Y cuál era el objetivo en concreto de la actividad?

Bueno... era calcular, eran objetivos matemáticos en relación con estos problemas griegos. Presentarlos... Pero si, las actividades involucraban matemática, no los separamos. Pero si, claro, estaba ahí el tema de la duplicación del cubo que lo traíamos después como parte histórica. Objetivos matemáticos e históricos... En nuestro caso era también ponerse en el lugar de una persona de esa época, en ese momento, que tenía esto y esto para resolver. Entonces “ponete en el lugar, qué harías tu?”

¿Te pareció muy difícil la planificación de esa actividad?

Era toda la cuestión histórica y como lo trabajaría en un aula. La preparación histórica era larga, esta bueno que el tema lo preparás en equipo, porque conversás y va saliendo. Cuando son tres o cuatro ya cambia, si lo tengo que hacer sola me hubiera costado más. Creo que a todos nos pasaría lo mismo. Al trabajarlo con mis compañeros me parece que fluyó, si es complicado de por sí, porque no estamos acostumbrados y entonces hay que practicarlos. La primera vez que lo hacés te cuesta mucho más.

¿Qué dificultades encontraste para esa planificación?

Bueno, cómo enganchar la historia con el contenido específico... como conectarlo para que sea significativo, porque sino, vengo y les hago un cuentito. Ahí viene el desafío, de que sea significativo.

Entonces el material que utilizaban era sobretodo libros e Internet... ¿la biblioteca?

No, la verdad que a la biblioteca no fui... Hay muchos temas que no hay material tampoco, es difícil mismo en Internet. Me acuerdo que unos compañeros hicieron algo de arco capaz, y no había nada, tuvieron que buscar en alguna biblioteca...

En algún momento trabajamos con un libro que estaba en portugués y algunas cosas en inglés también.

Annexe I.10 : Entretien US4

13 diciembre 2018

US4

IPA, Uruguay

En primer lugar te pido que te presentes y me cuentes un poco tu trayectoria escolar.

Fui al liceo departamental de Maldonado, después vine a Montevideo a estudiar, y estuve haciendo otras cosas. Hice un año en el IPA, estuve en facultad de ciencias un año (matemática) y bueno, hace unos años volví al IPA a estudiar y estoy terminando la carrera.

Este año hice el curso de historia, junto con el de ADME⁵⁰ y la práctica docente. Fue mi primera experiencia como docente. No es una situación muy común porque los profesores (los estudiantes para profesores), empiezan a dar clases desde antes.

¿En algún momento durante tu formación en secundaria, en la universidad o en el IPA, tuviste alguna experiencia con historia de las matemáticas antes del curso?

Si, recuerdo cosas muy puntuales. En el liceo con aquellos profesores viejos del IPA, había uno que nos contaba historias, donde habían surgido las cuestiones de geometría métrica. De matemática B que era en ese momento.

Ah ¿una especie de cuentos? ¿O cómo eran esas historias?

Y... no. Bueno, nos contaba de los axiomas de Euclides y de la época, y de cómo surgió y esas cosas... Y después en el IPA, Vasallo [un formador], en *Álgebra I* un par de veces también nos empezó la clase como con un cuento "miren paso esto, surgió este problema, se planteó así, se planteó así" y así fue desarrollando la clase: Fantástico. Para mi fue como wauu (gesto de apertura de pensamiento), blown mind! Este... fue impresionante. Esas cosas que te impactan ¿viste?

¿Te acordás algo puntal de lo que haya hablado?

Mmm... no. [Risas] Era algo de isometrías, pero... no me acuerdo...

⁵⁰ Analyse du discours mathématique scolaire.

Entonces fue simplemente como una anécdota, un contar algo. No más allá de eso.

Yo no sé si lo de Vasallo no fue como una cosa de... no solamente contar la historia sino también ir mostrando cómo se fue desarrollando ¿no? Que es un poquito más, porque estas en formación docente.

¿Por qué es un poquito más?

Y porque... yo creo que una de las cosas que se logró en este curso de historia de la matemática, que logró Mario [docente del curso] fue que nosotros viviéramos el proceso de ir desarrollando los temas matemáticos desde la misma ignorancia, digamos, desde la que partieron las personas que se enfrentaron a eso. O desde el mismo conocimiento... Eso te posiciona en un lugar diferente respecto a los chiquilines a los que vos les estás dando clase. Y respecto también a comprender la historia del conocimiento en si mismo, de cómo se fue desarrollando, en qué situación estaban esas personas, y cómo en realidad sabían muchísimas cosas en determinado momento que nosotros ahora no las sabemos porque hemos cortado camino, que no esta mal. Lo interesante es cómo se desarrolló eso, por muchos lados ¿no?

¿Y por qué decís que te posiciona en un lugar diferente con respecto a los estudiantes de secundaria?

Porque... justamente para permitirles a ellos ese proceso de descubrimiento. Mario por ejemplo, nos hizo anotar todo lo que se nos iba ocurriendo respecto a distintos problemas que fuimos trabajando.

Su forma de abordar los problemas: “Bueno miren, surgió este problema en la antigüedad ¿cómo habrán hecho para resolverlo? Porque ellos tenían estas herramientas”. Y no pararse desde el : “quiero que me den la respuesta” sino desde : “yo tampoco sé cómo se hace. Recorramos el camino que haya que recorrer. Y observemos y aprendamos sobre el camino que se recorrió”.

Hay un libro que creo que es de Rey Pastor⁵¹, que dice que se erigió todo un edificio y se sacaron los andamios. Vos ves el edificio ya armado. Pero no ves lo que permitió construirlo. Mario nos permitió tomar contacto con eso. En una cosa muy “taller”, muy práctica, nos permitió tomar contacto con ese desarrollo de la matemática.

⁵¹ Rey Pastor, J., Babini, J. (1984). *Historia de la Matemática*.

¿En qué sentido eso es importante para un profesor de matemática?

Es más de una cosa. Por un lado para entender que ese proceso de descubrimiento, de algo que ya fue descubierto, ya fue analizado, ya fue estructurado, cada uno lo tiene que hacer personalmente. Pero además por otro lado y también poder enseñarle a los chiquilines, que el conocimiento no es algo acabado, que está ahí. “Miren, esto es así. Copien, definición. Tal cosa, tal cosa, tal cosa.” No. El conocimiento no es eso. Es una construcción humana que tiene muchísimas aristas, que tiene que ver con muchas cosas, que se selecciona, que se ha desarrollado de determinada forma y que está en construcción. Y que ellos pueden ser parte de esa construcción. Y yo junto todas las materias de este año porque no puedo evitarlo ¿no? Por ejemplo con las herramientas que nos dio Cristina [formadora de la disciplina didáctica] yo creo que logré hacer que los chiquilines [en la práctica docente] en muchas oportunidades pudieran elegir caminos.

Por ejemplo no es: “Resuelve este sistema de ecuaciones” sino “Plantea un sistema de ecuaciones que tenga solución 2 y 3”. No es en la parte de historia eso, pero... “Plantea una situación que se resuelva a partir de un sistema de ecuaciones” son cosas que hacen que ellos puedan crear el problema y resolverlo. Utilizando las herramientas, aprendiendo la matemática que el liceo te pide que aprendan ¿no?

Estoy pensando en algo de historia... pero no. Yo recién ahora tuve el curso hace muy poco.

Entonces la experiencia que tienes es como estudiante.

Si, como estudiante.

Igualmente me interesa ver la perspectiva que te ofrece el curso de historia.

Es que yo uní las herramientas de este año fantásticamente. Cristina [formadora] nos pasó unas técnicas de discusión en la clase. Toda la clase participa y eso te permite construir algo más parecido a un taller, en el sentido de que “vamos a ver qué pasa acá. Realmente a ver qué pasa”. No es: “vamos a resolver un sistema de ecuaciones y nos tiene que dar de solución 2 y 3”. Sino “¿Qué podemos hacer acá? ¿Qué se te ocurre a vos?” Y tomamos todas las ideas que surgen en serio, y no únicamente para buscar el resultado. Eso es fantástico. Y eso es algo que está en las herramientas que nos dio Cristina y está el ejemplo de Mario de “vamos a ver que surge en la clase”.

Claro, vos lo vivenciaste ahí.

¡Sí! “Y que pasaría si este mismo problema lo planteamos en un... ¿octaedro? Ah claro no, acá esto se cumple, pero acá no, porque...” “A ver, dibujalo”. Y... taller! Ir viendo. Desarrollando la matemática, digamos. Y algo de eso era mi pretensión por lo menos, hacer eso en clase. Utilizando estas otras técnicas de Cristina.

Claro... yo no tengo mucha experiencia ¿no? Era mi primer año. Eso también ordenaba la clase, generaba otras cosas además. Generaba mucho mayor nivel para mí, porque eran técnicas de tomar lo que el estudiante dice, pedirle que lo repita, si es algo que vos querés resaltar o si no lo entendiste, o si ves que el estudiante no lo entendió. Por que el hecho de decir, el hecho de no decir "porque esto es así" y lo pasamos para el otro lado, hagamos matemática, pensemos, analicemos la situación, tengamos todos claro cuál es la situación, que es lo que tenemos que resolver. Por ejemplo los chiquilines se reían en determinado momento porque yo les preguntaba: "Lucas ¿te animas a explicarnos que tenemos que hacer en la actividad? ¿Leíste lo que decía?" “Ay no profe, no se.” “Bueno leela, ahora te animas a explicar?” “Fulano, te animas a repetir lo que dijo Lucas?” y lo decían distinto siempre. Te lo planteas, cuando te lo dicen así, es increíble. Es impresionante.

Poder decirlo bien, con esa dinámica, e ir generando que ellos vayan diciendo como es, digamos.

Me pasó el día del examen de didáctica, que di signo de una función cuadrática. Ellos, cuando dibujé el signo “Miren lo que se hace, se copia el eje de las x y se pone acá el signo que tienen las imágenes”. Y lo trabajamos de tal forma en la clase, naturalmente. Y eso que era un tema abstracto, muy teórico, digamos. Ellos me dijeron “acá es positivo, acá es negativo”. No es exactamente con historia, pero sí se refiere a la construcción individual y a la construcción colectiva, que para mí es importante también.

Otra cosa: leyendo a los griegos por ejemplo, en historia, y a muchos otros que no tienen tanto renombre, vos vas viendo que entre ellos se fueron desafiando para ir resolviendo determinadas cosas. Y lo que hizo uno, el otro lo agarró y pensó otra cosa y todo es así. La construcción del conocimiento, del arte, de la cultura y de todo. No es algo individual sino algo colectivo. Eso es algo que me quedó de estudiar historia, que me parece que está bueno.

¿Tenés algún libro de referencia de historia que te haya marcado, una película o alguna otra cosa?

Mario nos pasó muchos libros. Y nosotros en el trabajo que hicimos utilizamos el de Rey Pastor. Son tipo manuales, un libro de texto. El de Rey Pastor, uno de Keynes, otro más que utilizamos pila y después...

¿Qué temas trabajaron?

Sobre los tres problemas griegos. Mario nos prestó un libro sobre la trisección del ángulo. Es comiquísimo! Es de un ingles que lo escribió para que se dejaran de intentar “a ver, ya se sabe que no se puede hacer” y mostró varias formas en la que se había hecho, que también te muestra como a la gente le gusta hacer matemáticas. Como a las personas les interesa y les ha interesado toda la vida. Es fascinante! Y no puede ser que no la veamos de otra forma.

En la visita Cristina justamente me dijo “estas son las clases que demuestran que a los chiquilines les gusta hacer matemática, que a los adolescentes se les puede enseñar matemática” uno de los chiquilines me dijo “Profe vio que yo me di cuenta como era antes de que usted lo dijera?”.

¿Qué te parece que se desarrolla cuando trabajás así?

Yo creo que lo que pasa es que se desarrolla la esencia humana ¿no? Como toda adquisición cultural, genera autoestima, genera motivación para ser un ser humano más íntegro. Genera una incorporación de algo tan intangible pero que nos permite ver el mundo de otra forma, tener otro tamiz por el cual pasar el mundo ¿no? Y que todo el bagaje cultural, nos hace humanos. En particular en matemática, porque “Profe, nunca me había salido, yo pensaba que no podía adquirir estos conocimientos”. Y en realidad, tener claro nosotros, como profesores de matemática, que todos los seres humanos somos capaces de adquirir ese conocimiento y desarrollarlo, poder apropiarnos de él, para mí es un punto de partida para lograrlo.

Entender nosotros, como docentes, qué la matemática ha sido así, que genera ese tipo de resistencia pero que también genera ese entusiasmo, mis estudiantes no odiaban matemática...

Esa noción de construcción, de colaboración colectiva, de discusión. De problemas que nadie resolvió y tomarlos como un desafío, son características que trabajaste en esta clase de historia y que fueron quizás parte de tu clase. ¿Cómo pensás que eso lo podés integrar en un futuro?

Conectando los distintos conocimientos... En la clase de matemática, nosotros no hablamos solo de matemática, los profesores hicimos una obra de teatro, por ejemplo. Porque vos estás con personas a las que les llegás de distintas formas. No es una cuestión de si aprenden o no aprenden matemática: ellos aprenden matemática, pero capaz que aprenden mucho mejor si vos incluís algo de historia o

un desafío. A todos nos interesan cosas distintas pero es una pata más y es algo que permite entender que el conocimiento de la humanidad no está estructurado así, está estructurado así en este momento, de esta forma. Como en otro momento estaba estructurado de otra forma. Para mí es poder integrar la mayor cantidad de cosas que se pueda enseñando matemática. Tomar todas las herramientas que se puedan para poder incorporarlas en la clase. Con esto de literatura, lo tomamos para dar media, mediana y moda.

Estas enseñando otras cosas además, como tomar decisiones en diferentes situaciones. Construir argumentos también, y mostrar cómo la matemática en la vida real no es solamente “tengo la gráfica dio esto”, sino que es pensar.

Hablando de la literatura pero la historia también te permite justamente ver que hubo distintos caminos para llegar a las mismas cosas.

¿Qué dificultad te parece que podrías enfrentar trabajando con historia?

Había una parte que era la historia de los problemas, qué planteos o discusiones hubo, qué consecuencias se plantearon al desarrollo de esos problemas. Pero además sí, al final planteábamos una secuencia para todo primer ciclo.

¿Y qué te parece que puede ser la dificultad para implementar una actividad así?

Nosotros no llegamos a implementarla. Pero creo que la dificultad es la estructura de los planes de secundaria. Los temas que se pueden pensar no se adaptan a la estructura de los programas. Además de que todo lo que quieras implementar, tenés que estudiar, tenés que aprender, dedicarte a estudiar los temas... pero eso ya está en nuestro “ser docente”, tenés que hacerlo, es parte de tu trabajo. Tenés que saber desde donde se abordó, como se transpone didácticamente, la historia es parte de eso. Lo que pasa es que en realidad muchas veces los tiempos no dan. Es una realidad material.

¿Cómo se organizaron a nivel de materiales para realizar esta actividad?

Mario nos prestó mucho material de historia de la matemática. No creo que haya tanto material de historia para aplicarlo a la enseñanza. Son cosas distintas me parece...

El libro “Gente en obra”⁵², es aplicable, es accesible, tiene algo de eso de pasar la historia a la enseñanza.

⁵² Dalcín, M., Olave (2012) *Gente en Obra. Historia interactiva de los orígenes de la Matemática*. Editorial: Ediciones Palindromo. Montevideo, Uruguay.

Annexe I.11 : Entretien US5

18 de diciembre 2018

US5

IPA, Uruguay

En principio te pido que te presentes y me cuentes tu trayectoria escolar.

Mi nombre es Stefani Fleitas, yo hice el ciclo básico lo hice en el liceo 17, después seguí en el Miranda, para el bachillerato con la opción medicina. Y después de muchos años hice el IPA pero antes hice otras cosas. Empecé medicina y me di cuenta que no estaba preparada para eso. Cuando íbamos a hacer las prácticas y la gente muriendo... hiere mi sensibilidad...

De ahí me fui a administración, trabajé 4 años en administración, y después cuando vine al IPA me anoté en matemática e inglés. En realidad siempre ayudé a mi sobrina y las amigas que estaban en el liceo, con los exámenes, con inglés, con todo... Y las chiquilinas me dijeron “¿por qué no sos profesora?” y yo me dije “¿por qué no?”. Y empecé el IPA como a los 26 años, igual siempre estuve haciendo cosas... empecé en el 2013. El año pasado hice materias de cuarto, entre esas hice historia de la matemática, didáctica, filosofía, física... pero me quedan las tres específicas de tercero y el resto de cuarto.

El curso de historia de la matemática lo hice este año, que fue algo medio breve porque estábamos sin profesor y empezamos a mitad de año... Fue super interesante pero fue cortito para mi gusto, hubiese sido mucho mejor si hubiese sido un curso normal. Tuvimos que hacer super acelerado todo, y las horas se nos iban un poco... Empezamos en junio...

Vos en tanto alumna, en el liceo o ya formación docente ¿tuviste algún curso en el que apareciera algo de historia de la matemática?

En el liceo no... en formación docente en análisis y en geometría. La profesora de análisis [Mariela Rey] “bajaba muchas cosas a tierra” y Mario en geometría... tiene un montón de libros e historias en los libros, y es fantástico eso. Entonces ya en 1° con Mario y en 2° con Mariela, vi algo...

¿Te acordás de alguna clase o concepto particular que se haya trabajado?

En geometría lo que hacíamos por ejemplo, era tirar la situación, toda la introducción de la situación, la época, todos los conocimientos que tenían a mano, los conocimientos que manejaban, y

a partir de ahí nosotros teníamos que tratar, con esas herramientas de resolverlo, de llegar a lo mismo o de comparar el perímetro de la circunferencia de los egipcios con los babilonios...

¿Cómo eran las dinámicas de trabajo en la clase de historia de la matemática?

Bueno como fue medio cortito nos juntamos con unos compañeros para elegir qué íbamos a estudiar como equipo y que trabajo íbamos a presentar, qué tema nos interesaba. Y ahí propusimos algunas opciones. Con mi equipo elegimos la ecuación de segundo grado según los árabes. Y nos focalizamos en el trabajo de al-Jwarizmi y leímos en portugués y buscamos un montón de material... Y en las clases Mario traía propuestas y hacíamos lo mismo: trabajábamos, pensábamos como podíamos resolver como lo podían resolver ellos [los árabes en el pasado]. Después había clases que las preparaban determinados compañeros, se planteaban desafíos, se discutía. Aparte de las consultas puntuales de los trabajos, era clase abierta y discusión.

¿Vos ves una cierta herramienta para trabajar después en tus clases? ¿Cómo pensás ese doble rol de estudiante del curso y después vos como docente de matemática?

A ver... yo estoy dando clases hace tres años, no tengo una gran experiencia, pero de a poco voy integrando cada vez más cosas. Lo que he logrado por ejemplo en 1° es trabajar con los enteros a partir de la historia, eso lo logré y funcionó muy bien con los chiquilines. Con 2° toda la parte de los árabes, la “cosa” y “la cosa más la cosa” y les gustó mucho. Yo creo que eso les arraigó un poco más qué es esa “x” que la mueven, la traen, la llevan. Y en 3° con Pitágoras, con Thales, con todo...

Cuando hablás de enteros ¿a qué te refieres en el primer año?

La parte de enteros porque ellos lo tomaban como plata negativa, plata positiva... Entonces, si vos les traés toda una situación y les contextualizás eso, ellos mismos dicen “son números negativos, son números positivos”. Ellos mismos los definen a partir de esas situaciones o historias en las que están contextualizados los problemas.

Y ¿qué materiales usás como para darte ideas con los ejercicios y hacer este tipo de planificación?

Y yo busco en Internet, busco mucho y ahora están todas las publicaciones de tesis y artículos, y bueno de ahí voy sacando cosas, fragmentos que me sirven y me los armo como puedo. Y todo lo que les doy, se lo doy con la fuente, porque me parece importante.

¿Trabajás con imágenes, con películas, con fuentes históricas...?

En 3° si... este año que hicimos este trabajo de los árabes para las ecuaciones de segundo grado, yo les dí las páginas del libro, como para que ellos las armaran y las resolvieran, y eso funcionó. Eso lo saqué del libro que nos dio Mario. Guardé lo que me parece más interesante y lo usé después.

Películas he visto acá... en introducción a la didáctica, yo como alumna. Vi la de Fermat⁵³ y Cartas a una joven matemática⁵⁴, ah es un libro! Pero vi otra película entonces, no me acuerdo... Pero esa sí la vi, pero no las he usado.

Lo que sí hice este año, cuando trabajamos con probabilidad y estadística, vimos la película “El código enigma”, y a medida que avanzaba la película la íbamos parando para discutir de lo que iba pasando... La vimos ahora, casi a fin de año y ya habíamos dado casi todo el programa. Además algunos de los alumnos se sentían identificados con ciertos pasajes en donde al protagonista era un poco raro, y había partes de violencia cuando era chiquito, con problemas sociales...

Y ¿qué te han parecido tan positivas las experiencias que has tenido como docente con la historia?

Y porque los engancha más, no es lo mismo decirles “esto es el teorema de Pitágoras y esta es la fórmula”, me parece que por lo menos tiene más sentido lo que les estamos diciendo. Por ejemplo este año los de 3° cuando vimos las ternas pitagóricas, yo les mandé que investigaran en la historia a quién se le ocurrió, porqué se les llama así, si habían otro tipo de ternas que se pueden calcular... Y ahí vinieron, no digo todos, pero muchos vinieron con la fórmula de los babilónicos. Ellos buscaron, trajeron, incluso le preguntaron al profesor de historia. Comprobaron cosas que dimos en el tema Pitágoras, y decían “lo hacía con la cuerquita” y yo no los había dicho nada... lo investigaron ellos. Me parece que es más llevadera la clase y lo que tienen que hacer.

¿Te parece que hay alguna otra una otra característica se puede desarrollar en una clase cuando uno trabaja con historia?

⁵³ “La chambre de Fermat” film (2007) des réalisateurs espagnols Piedrahita et Sopena.

⁵⁴ Stewart, I., & Sanz, J. G. (2006). *Cartas a una joven matemática*. Crítica.

No se... yo creo que ellos incorporan esa información, se acuerdan, no es algo descartable. Algo les tiene que quedar ahí de eso.

Y ¿qué dificultades has tenido para planificar este tipo de actividades?

No, en realidad es muy difícil... Me han pasado las dos cosas... Si me propongo que este tema lo tengo que introducir de alguna manera para que no sea aburrido, capaz algo de historia y ahí busco... y pruebo: si en una clase funciona o si puedo mejor algo lo hago, y si no funcionó, no me arriesgo...

Y a veces los chiquilines preguntan y a partir de una pregunta “sabés qué, para la clase que viene te lo traigo”. Y ahí a partir de alguna duda también... He tenido varios alumnos curiosos.

Pero es muy difícil, porque yo no tengo la menor idea de historia, porque yo siendo estudiante la ignoré por completo siempre. Era el 6⁵⁵ para no irme a examen, porque no entendía nada en historia. Recién en el IPA me empezó a interesar al menos esa parte de investigar y buscar...

¿Te parece que la inclusión de historia de la matemática en el plan ha sido importante para tu formación?

Y sí porque yo aprendí muchísimo. Capaz por el tipo de curso que fue y no que se haya parado alguien a darnos clases y sacar apuntes. Eso es un problema en sí... La parte de investigar, de discutir y presentar lo que yo hice y otra vez discutir, y “no te creo nada”... yo creo que eso es lo que enriquece. Y cómo se presentó el curso, intensivo... Capaz que no tocamos todos los temas, que hubiese estado bueno. A parte seguíamos enganchados en cosas y nos mandábamos informaciones, estuvo bueno. Fue interesante como se presentó.

Y ¿qué tipo de habilidades te parece que puede desarrollar en un profesor de matemática?

Yo creo que lo que busco ahora, que lo empecé a experimentar, es tratar de generar la discusión. Y que se justifiquen y que se crean. Y en cierta medida, pude lograr algo. Y eso les despierta interés, porque no es que están sentados mirando el pizarrón. Y creo que es de lo que me gustaría para el año que viene, meterlo en más de un tema. Abrir un poco la discusión, que ellos tengan la capacidad de transmitir lo que piensan y justificar lo que piensan... que se sientan parte de la clase, pero

⁵⁵ Note acceptable minimale.

bueno cuando planteas otra dinámica, la clase cambia. A los de 1° les hago muchas propuestas de problemas abiertos con todas las respuestas correctas. Entonces un equipo arma una propuesta para presentar en la clase, que la clase lo evalúe... Tuve visitas de compañeros que me dijeron “qué bien trabajan tus alumnos, discuten pero con sentido” y me gustaría tener continuidad de eso.

Entonces para la planificación me dijiste que en general buscás información en Internet...

Si, hay libros que tienen reseñas puntuales pero son muy chiquitas. Son más datos biográficos... Igualmente yo tengo libros de historia de formación docente, de Mario, de Verónica... Hay uno que es el de “Las preguntas de Arquímedes” ese está buenísimo, yo he sacado pila de cosas de ahí y se las doy. Y después en Internet... y algún libro puntual que tengo.

Capaz que alguna clase concreta que recuerdes en donde puedas indicarme características positivas y negativas...

Puede ser lo de los árabes, nosotros para la clase del curso de historia, presentamos algunas actividades en base al libro y a los ejercicios, para proponérselos a ellos [a los estudiantes de secundaria]. En esa planificación se ponía un ejemplo y después distintos problemas “¿cómo los resolverías vos en esa época, sin saber nada de la ecuación de segundo grado?”. Y lo bueno fue que todos trabajaron, todos. No todos pudieron llegar a resolverlo de la manera que se esperaba. Pero todos trabajaron y demostraron interés. Porque le llevás algo diferente. A parte ellos te piden saber si realmente es verdad: “No, profesora vos lo inventaste” Eso es lo que me parece más positivo, qué es lo que más rescato de las actividades así. Y lo negativo es que algunos se confundieron muchísimo. Hay una cuestión de abstracción, que aunque a algunos de ellos los pongas en equipo, les cuesta muchísimo. Y en ese sentido, yo sentí que no pude abarcar con todos los niveles... con todas las capacidades... Para algunos alumnos estuvo buenísimo y para otros era algo incomprensible. No contemplé las adecuaciones...

Y te parece que el tiempo que te lleva a hacer la planificación es un tiempo normal?

Te lleva más tiempo, pero capaz es hasta que me acostumbre... Ya para la próxima voy a bajar un poco el nivel de dificultad y poner alguna aclaración para que no se pierdan, y después ver que los que puedan ir a más, que vayan a más. Igual esa planificación nos costó un montón, Mario nos la

devolvió un montón de veces... Pero está bien porque al momento de aplicarla salió bien. La crítica es que el enfoque no tendría que haber sido para todos el mismo...

Es que con historia le das sentido a un montón de cosas, y ahora hace unos años hay más materiales...

Annexe I.12 : Entretien US6

18 de diciembre de 2018

US6

Instituto de Profesores Artigas

¿Podría explicar por qué elegiste estudiar matemáticas?

Sin lugar a dudas en mi trayecto educativo (primaria y secundaria) tuve un desempeño destacado en Matemática, y eso siempre me permitió pensar en una carrera con esta orientación. También hubo otras asignaturas en las que tuve gran desempeño y además me gustaban, como por ejemplo Astronomía o Literatura, sin embargo nunca vi en ellas un futuro laboral cierto.

Obviamente siempre hay influencias, yo entré a la escuela sabiendo sumar, restar y multiplicar gracias a que mi hermana (que era una alumna brillante) me enseñaba todo antes. Ella es ahora profesora de Física y también me facilitó información que terminó por ser decisiva a la hora de elegir una carrera. No es menos cierto que en 5to Año tuve un grandioso profesor (Mario Dalcín) que me permitió tomarle el gusto a esta hermosa profesión. Al terminar el liceo inicié paralelamente la Licenciatura y el Profesorado en Matemáticas, por demasiadas cosas que no voy a detallar ahora me incliné por la labor docente.

Finalmente quiero explicar mi sinuoso camino por formación docente, inicié cursando en el IPA en los años 2007 a 2009 1er y 2do año, para luego volver en 2013 a comenzar 3er año. En esos años estaba dedicado a otras ocupaciones por fuera de la enseñanza y no cursaba con mucha disciplina. Recién en 2014 comencé a trabajar como docente y vi necesario el hecho de terminar la carrera pero por distintos motivos (mudanzas, horarios, viajes) recién en 2017 y 2018 retomé estudios de 3er y 4to año en el CERP del Este.

¿En algún momento de tu formación tuviste contacto con la historia de la matemática? ¿han sido positivas estas experiencias?

En el liceo muy esporádicamente teníamos acceso a información sobre historia de la matemática, en general presentado de manera incorrecta. De hecho hasta 5to Año siempre aprendí a resolver problemas de forma casi mecánica. Recién en bachillerato y teniendo cursos teóricos (como parte de un grupo de orientación científica) comienzo a recordar algunas reseñas históricas apropiadas en el curso de “Matemática B” (la geometría métrica en la Antigua Grecia).

Cuando comencé el Profesorado (plan anterior al 2008) increíblemente no había un curso dedicado a la historia de la matemática, eso por suerte se ha corregido, sin embargo creo que debería estar en el primer o segundo año de la carrera. Ya en formación docente es más probable que aparezcan anécdotas sobre pequeñas cuestiones históricas de la matemática. Recuerdo que Julio Vasallo (Álgebra I) dedicó un módulo de 3hs a la historia de la resolución de ecuaciones (2do grado, 3er grado, 4to grado, etc) y fue una verdadera rareza en mis incontables años de formación, una clase inolvidable. En 2018 cursé la asignatura historia de la matemática, aunque muchos de sus contenidos ya no fueron una novedad para mí. Es que hace ya cinco años que trabajo como docente y mi inquietud por demostrar a los alumnos esta faceta de la matemática ya estaba presente en mí, y de hecho me había obligado a investigar por mí mismo. Fue el único curso en que se me pidió que realizara tareas que incluyeran la historia de la matemática.

Debo señalar que desde siempre he reflexionado muy profundamente en el desarrollo del hombre, a todo nivel. Me apasiona por tanto el desarrollo histórico de la matemática en la perspectiva de la teoría del conocimiento y la epistemología.

¿Cuáles son las contribuciones del curso de historia de la matemática?

Conocer la historia de la matemática nos permite humanizar este gran campo del conocimiento. En muchas ocasiones se estudia la matemática de forma muy abstracta y no se permite a los estudiantes contextualizar aquello que están aprendiendo. Debemos estar preparados para no cometer este error, a tal efecto el curso de historia de la matemática es sumamente útil.

Como ya dije, en mi actividad docente había descubierto con anterioridad al actual curso de historia de la matemática su importante implementación en el aula y habiendo encontrado diversos materiales audiovisuales de calidad referidos a ella me decidí a crear un blog⁵⁶ para reunir dicho material, elaborando actividades para los estudiantes.

¿Cómo te beneficia el conocimiento histórico de la matemática en tu labor docente?

Los alumnos nunca olvidan una buena historia. Pero hay que tener cuidado, es importante presentar apropiadamente esta historia para que finalmente sea significativa para el estudiante. Pasa algo parecido con los chistes, si lo contás mal no se ríe nadie.

Como ya mencioné la historia de la matemática nos permite humanizarla, esto significa presentar a los matemáticos de las distintas épocas como personas no idealizadas, con sus

⁵⁶ calculoque.blogspot.com.uy

pensamientos brillantes pero también con sus defectos, con sus intereses científicos pero también con sus conflictos. Cuando el alumno interioriza esto naturaliza la idea de que no es imposible que él pueda ser parte de esa rica historia de la matemática o que al menos vale la pena conocerla.

Los problemas famosos de la matemática (los que ya se resolvieron y los que aún no) también permiten llevar al aula otro carácter de la matemática que muchas personas desconocen: que la matemática, así como todo el conocimiento humano, es inacabada. Habitualmente en las clases se proponen problemas de solución única, a la cual se llega utilizando artilugios aprendidos con anterioridad en el curso, sin embargo aquellos problemas famosos de la historia de la matemática nos han obligado a crear nuevas herramientas, nuevas teorías, etc. Asimismo el mensaje que le llega al alumno no es que la matemática es un perfecto y ordenado palacio sagrado en el cual él como inexperto tiene más chance de equivocarse que de mejorarlo, sino que se introduce en el estudiante la noción de que la matemática es una construcción permanente donde mañana él puede ayudar en la obra de la matemática.

Por último existen muchos resultados matemáticos que al presentarlos a través de su propia historia evidencian su importancia, esto no siempre ocurre. Por tanto podría decir que en general conocer la historia detrás de un conocimiento nos permite visualizar mejor su importancia y su aplicación práctica.

¿Cuáles son las dificultades de utilizar la historia de la matemática?

En el arte de la enseñanza siempre es difícil lo mismo: presentar las cosas de forma apropiada, en la dosis justa y en el momento correcto para que el alumno lo incorpore naturalmente. Entonces lo difícil es elegir qué historias vamos a contar, cómo las vamos a incluir y que no queden flotando dentro del curso, más bien que siempre formen parte de las unidades temáticas como una parte esencial de la matemática. Nuestros cursos de Didáctica suelen estar orientados a desarrollar otras habilidades en los docentes de matemática, no en la capacidad de contar historias.

Otra dificultad podría encontrarse en el desconocimiento del contexto histórico. Quizás los docentes de matemática distamos mucho de ser expertos en historia y si bien conocemos a Pitágoras, Euclides y Arquímedes, cuando hablamos de ellos nos introducimos en un mundo raro para nosotros: la Antigua Grecia. Sería óptimo que si uno lleva al aula una historia contextualizada en la India durante el siglo X tenga una noción básica de qué pasaba en ese lugar y en ese momento. Es una oportunidad para seguir aprendiendo y para trabajar en coordinación con un docente de historia.

Annexe J : Classification des catégories par sous-domaine des enseignants et formateurs français

CME*France

Catégorie	Fréquence	Sous-domaine CME	Justification	Exemple
<i>Objectifs</i>				
M1) Les mathématiques en tant que construction humaine, vivante et en constante évolution.	5	CHM	[...] il existe une sorte de connaissance du contenu qui n'est ni commune ni spécifique. Elle n'est pas directement déployée dans l'enseignement, mais elle soutient un type de conscience, de sensibilité, de disposition qui informe, oriente et encadre culturellement la pratique pédagogique.	<i>[...] l'intérêt à l'histoire des maths, pour la formation des profs, c'est pour leur montrer que les maths, d'abord n'arrivent pas toutes seules. Telle théorie n'est pas arrivée toute construite dans les manuels. Il y a bien fallu que quelqu'un... (D5)</i>
M2) La cohérence interne et l'enchaînement de la discipline, ainsi que le fait qu'il n'y a pas de vérité absolue.	4	CHM	[...] il existe une sorte de connaissance du contenu qui n'est ni commune ni spécifique. Elle n'est pas directement déployée dans l'enseignement, mais elle soutient un type de conscience, de sensibilité, de disposition qui informe, oriente et encadre culturellement la pratique pédagogique.	<i>[...] les convaincre qui a pas qu'une vérité. [...] Je prends du temps là-dessous et donc sur le fait qu'ils puissent exister plusieurs parallèles à une droite donnée passant pour un point donné [...] (D5)</i>
M3) Encourage la lecture, la curiosité, la motivation et le repos entre deux passages techniques.	4	CHM	[...] il existe une sorte de connaissance du contenu qui n'est ni commune ni spécifique. Elle n'est pas directement	<i>[...] une chose qu'on fait très peu en mathématiques c'est d'abord la lecture.[...] Ça c'est la première chose pour moi :</i>

			déployée dans l'enseignement, mais elle soutient un type de conscience, de sensibilité, de disposition qui informe, oriente et encadre culturellement la pratique pédagogique.	<i>l'approche du texte. (E2)</i>
M4) Connaître les mathématiques ne suffit pas, il est nécessaire d'avoir une connaissance plus large, par exemple connaître les programmes de mathématiques.	4	CHM	Une vision large et capacité d'établir un lien entre les sujets mathématiques.	<i>[...] les professeurs de mathématiques ont été des bons élèves en mathématiques mais ça c'est pas suffisant pour enseigner. Pour enseigner il faut beaucoup plus que ça, il faut avoir une idée de comment les mathématiques sont une pensée, de comment se développent, etc. (E1)</i>
M5) Source des problèmes et identification des obstacles épistémologiques.	2	CE	[...] capacité d'un enseignant à anticiper les difficultés et les motivations des élèves par rapport au sujet proposé.	<i>ça qu'on apprend en histoire, en épistémologique en général, c'est que effectivement il y a des difficultés, il y a des moments de rupture des connaissances elles sont là on peut pas les gommé. Ils sont inhérents aux mathématiques. (E1)</i>
M6) Liens entre les élèves « perdus » ou moins intéressés.	1	CE	[...] capacité d'un enseignant à anticiper les difficultés et les motivations des élèves par rapport au sujet proposé.	<i>Et ça peut accrocher aux élèves qui ont perdu pied avec les mathématiques, parce que les mathématiques sont pendues comme ça à l'air, et ça c'est catastrophique. (E1)</i>
M7) Déclencheur du dépaysement épistémologique, empathie,	4	CE	[...] capacité d'un enseignant à anticiper	<i>Quant à la principale</i>

modestie et surprise.			les difficultés et les motivations des élèves par rapport au sujet proposé.	<i>vertu de l'histoire des mathématiques, c'est le dépaysement, ça veut dire que tu vas pas injecter dans un texte tes connaissances. Tu essayes de le lire tel qu'il était écrit et de voir la manière d'envisager les choses. Ça veut dire que tu te mets dans la situation où tu vas très proche de quelqu'un qui commence. Et tu te mets enfin, du côté de l'élève (E1)</i>
M8) Rôle de l'enseignement des mathématiques dans la société, différentes versions des mathématiques, rigueur et compréhension.	3	CHM	Une vision large de la discipline est nécessaire.	<i>[...] c'est leur faire comprendre que le finalité de l'enseignement joue sur le contenu de l'enseignement. Et que l'enseignement mathématique n'est pas hors sol par rapport à la société : a une finalité particulière. (E3)</i>
M9) Repenser les pratiques d'enseignement.	3	CP	Connaître les programmes conçus pour l'enseignement à un niveau donné, la variété des matériels pédagogiques disponibles.	<i>Je pense que c'est indispensable pour les profs de travailler l'histoire des mathématiques, mais c'est pas parce qu'on a travaillé des textes qu'on va les proposer à nos élèves ou à nos étudiants. Ça se passe à un autre niveau peut être, ça change leur façon de voir les mathématiques. Moi j'en propose aux étudiants stagiaires, pour travailler sur leur façon de voir les mathématiques. (E2)</i>
Difficultés				

T1) Trouver le texte historique approprié.	3	CC	Connaître les méthodes et les procédures les plus appropriées pour l'enseignement de connaissances spécifiques.	<i>La difficulté c'est déjà de choisir un sujet qui soit en même temps, un sujet qui concerne le thème enseigné, qui montre des bons exemples pour montrer comme les choses se sont construites. Donc il faut trouver des textes, des jalons (E1)</i>
T2) Manque d'habitudes de lecture, de débat et de compréhension des textes du côté des élèves.	6	CE	Connaître les difficultés des élèves.	<i>[...] je exposais et ensuite je leur demandais pour la séance suivante de lire des textes, et ont commencé par la lecture. Et ils savent pas lire. Ils savent pas rattraper les idées. (E3)</i>
T3) Accès aux documents (source, langue, temps disponible).	1	CC	Connaissance qui « comporte des tâches telles que le choix du matériel, les exemples à proposer... »	<i>[...] le l'accès aux documents authentiques, ce qui posait des problèmes de langue, on se sentait handicapé par le fait que personne ne parlé allemand. (D2)</i>
T4) Hétérogénéité dans la formation des élèves.	4	CE	Connaître les difficultés des élèves.	<i>il y a plusieurs cas extrêmes une étudiante qui a suivi la dernière année de mon cours de licence et qui est très curieuse, qui lit beaucoup. [...] Dans le même groupe il y a quelqu'un qui a une licence pas scientifique et qui a passé le CAPES interne. Donc sa culture mathématique et vraiment au collège [...] (D5).</i>
T5) Activités accessibles et liées au programme.	3	CP	Requiert une connaissance du programme et de la	<i>[...] on ne pourrait pas avec des élèves lire à</i>

			variété du matériel pédagogique disponible.	<i>Euclide, parce que tout s'enchaîne, donc pour arriver à un résultat intéressant il faudrait lire beaucoup de textes et c'est compliqué à lire. En plus, le structure ne ressemble pas du tout à ce texte qu'on produit actuellement. (D4)</i>
T6) « Blocage » en général algébrique.	1	CE	Capacité d'un enseignant à anticiper les difficultés des élèves.	<i>Par moment on est plus du mal avec les enseignants parce qu'ils sont plus déjà bloqués. (D3)</i>
T7) Anachronisme ou simplification d'un épisode historique.	2	CMS	Sont des connaissances mathématiques spécifiques.	<i>Cet aspect de dépaysement, est extrêmement important pour les enseignants et pour surtout pas, faire d'anachronisme quand on lis un texte. (E1)</i>
T8) Volume horaire du programme, aucune obligation ou évaluation d'enseigner avec une perspective historique.	3	CP	Requiert une connaissance du programme et de la variété du matériel pédagogique disponible.	<i>C'est pas que je sois contre, c'est que les volumes horaires le permettent pas (D5)</i>
T9) Ne pas savoir comment intégrer cette type de perspective dans le cours de mathématiques.	2	CC	Connaissance qui « comporte des tâches telles que le choix du matériel, les exemples à proposer... »	<i>[...] tout le monde dit « il faut le faire » mais les enseignants sont pas formés pour le faire, pas du tout et ça pose des questions parce que si c'est anecdotique, voilà... (D6)</i>
Comment				
P1) Lecture de textes historiques.	4	CMS	Sont des connaissances mathématiques spécifiques.	<i>[...] tous ces cours là c'étaient basés sur les lectures de textes.(E1)</i>

P2) Problèmes ouverts dans l'introduction des sujets ou analyser différentes démonstrations et erreurs.	5	CMS	Sont des connaissances mathématiques spécifiques.	<i>[...] j'ai proposé des textes où des résolutions étaient fausses. Donc voir une sorte d'esprit critique et pas prendre tout de suite ça comme quelque chose de juste. (E2)</i>
P3) Anecdotes et simplifications.	3	CMS	Sont des connaissances mathématiques spécifiques.	<i>Quand on veut présenter ça à un enfant, à un collégien, à un lycéen, on ne peut pas tout de suite le mettre au niveau recherche d'un thésard, ça n'est pas possible, on est bien obligé de simplifier. (D1)</i>
P4) Intégrer l'histoire sans faire référence à l'épisode historique et nourrir ses propres conceptions.	4	CMS/CE	Sont des connaissances mathématiques spécifiques / Capacité d'un enseignant à anticiper les difficultés des élèves.	<i>[...] il y a l'aspect, moi je lit, je m'informe pour voir où sont les obstacles. Parce que si on a mis du temps à passer de ça à ça, c'est bien qu'il y a des difficultés. (D4)</i>

Tableau J.1 : Classification des catégories par sous-domaine des enseignants et formateurs français.

Annexe K : Connaissances Mathématiques pour l'enseignement des étudiants stagiaires français

1. La CME de l'étudiant stagiaire S1

Sous-domaine de la CME	Catégorie
CE	M6, T2
CC	T9
CP	-
CMS	-
CHM	M1, M2, M3, M4, [P5]

Tableau K.1 : Catégories par sous-domaine de S1

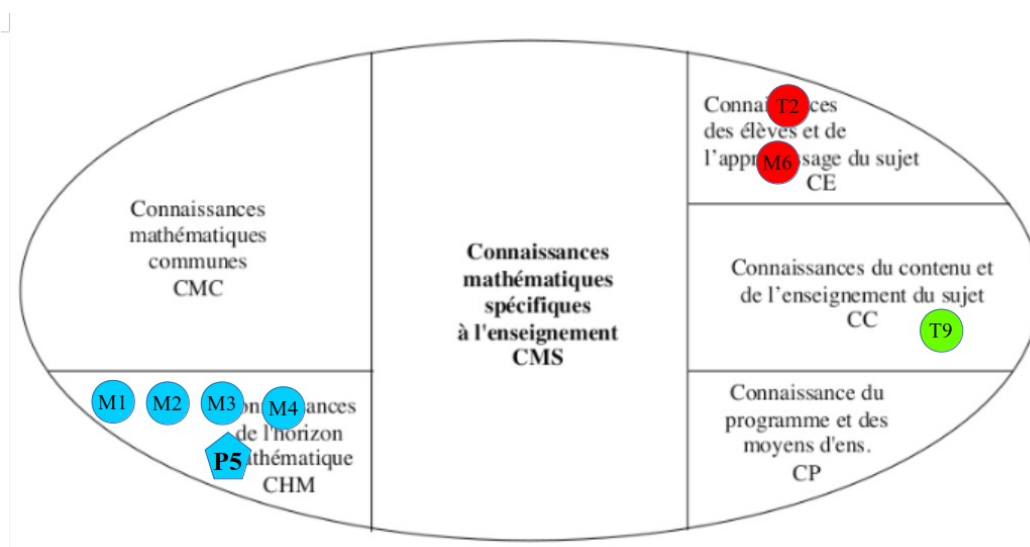


Figure K.1 : CME de S1

Les connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet – CE (M6, T2)

L'histoire peut accrocher les élèves « perdus » et les intéresser aux notions mathématiques tout au long de l'histoire. L'une des difficultés possibles de l'utilisation de textes historiques en plus d'être présentés dans une langue française ancienne est que les élèves n'ont pas l'habitude de lire. Le stagiaire propose l'option d'un texte extrêmement court.

Les connaissances du contenu et de l'enseignement du sujet – CC (T9)

Le stagiaire exprime comme difficulté, le manque d'expérience dans la régulation du rythme de la classe.

La connaissance de l'horizon mathématique – CHM (M1, M2, M3, M4, [P5])

Il y a une histoire derrière chaque théorème, et connaître sa provenance fait partie de la culture. L'histoire peut éveiller la curiosité des élèves et servir de stratégie pour introduire d'autres savoirs dans la classe de mathématiques ou pour changer le rythme de la classe.

Le stagiaire affirme qu'une certaine culture mathématique est bien accueillie par le tribunal du CAPES et qu'il la considère également comme un bien personnel.

2. La CME de l'étudiant stagiaire S2

Sous-domaine de la CME	Catégorie
CE	M6
CC	-
CP	M9, T5, P6
CMS	P1, P2
CHM	M1, M2, M3

Tableau K.2 : Catégories par sous-domaine de S2

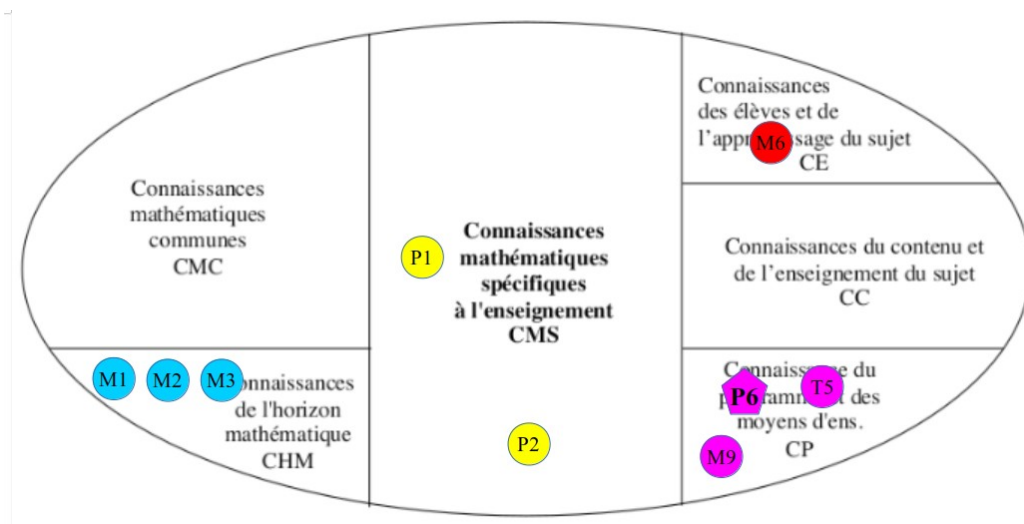


Figure K.2 : CME de S2

Les connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet – CE (M6)

Le stagiaire affirme que les enseignants utilisent diverses ressources pour mobiliser les élèves, et l'histoire peut en être une de plus.

Les connaissances du programme et des moyens d'enseignement – CP (M9, T5, P6)

Le cours d'histoire des mathématiques et les livres fondateurs de la discipline peuvent donner des indices sur la formulation de l'enseignement et le choix didactique. Cependant, l'utilisation des textes historiques est difficile au secondaire parce qu'il est nécessaire qu'ils soient liés au programme. Notamment, raconte son expérience pluridisciplinaire avec d'autres collègues, montrant un intérêt pour les sujets abordés au niveau secondaire et les liens possibles avec le cours de mathématiques.

Les connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement – CMS (P1, P2)

Le stagiaire exprime que l'histoire est importante pour sa propre formation et ensuite pour l'intégrer dans les cours et pour s'inspirer des exemples et des procédures. Il donne un exemple qui lie le nombre d'or et l'équation du second degré.

La connaissance de l'horizon mathématique – CHM (M1, M2, M3)

Le stagiaire s'intéresse à ce que ses élèves soient capables de relier les mathématiques abstraites à la vie quotidienne. Elle s'intéresse aussi à ce que ses élèves connaissent des aspects de la vie des mathématiques, de l'évolution des notions et des concepts, ainsi que de la discipline. Il essaie aussi d'enseigner à ses élèves que les mathématiques ne sont pas seulement une chaîne de calculs, mais aussi d'arguments.

3. La CME de l'étudiant stagiaire S3

Sous-domaine de la CME	Catégorie
CE	M6, P4
CC	-
CP	M9, T5
CMS	T7, P4
CHM	M1, M2, M3, [P5]

Tableau K.3 : Catégories par sous-domaine de S3

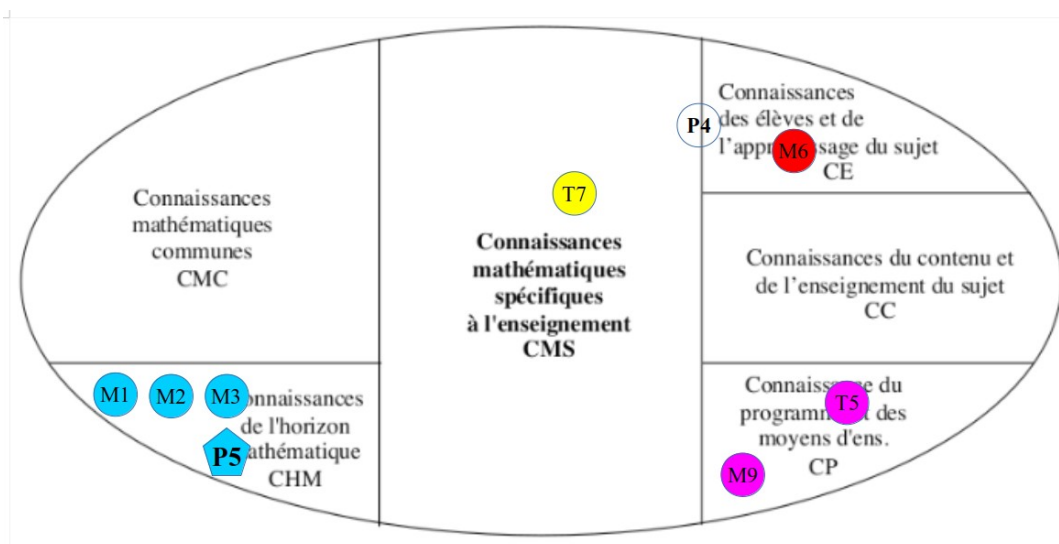


Figure K.3 : CME de S3

Les connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet – CE (M6, P4)

Le stagiaire affirme que l'histoire des mathématiques peut être utilisée comme une ressource pour motiver et intéresser les élèves qui se sentent « perdus » par rapport au cours. En intégrant l'histoire dans ses cours, il essaie de ne pas tomber dans une version déformée de l'histoire, mais plutôt d'introduire des problèmes d'origine historique.

Les connaissances du programme et des moyens d'enseignement – CP (M9, T5)

Le stagiaire fait référence à des aspects qui, dans la pratique, sont évidents pour l'enseignant et non pour les élèves. Ainsi, travailler avec l'histoire nous permet de repenser nos pratiques.

L'une des difficultés rencontrées est le temps investi dans ces activités sans avoir la certitude d'obtenir de bons résultats.

Les connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement – CMS (T7, P4)

Pour ce stagiaire, il est plus intéressant mathématiquement d'introduire l'histoire des mathématiques si les élèves ont des outils mathématiques et physiques plus avancés. Il est ainsi possible de travailler avec des problèmes historiques sans recourir à des histoires simplifiées ou déformées.

La connaissance de l'horizon mathématique – CHM (M1, M2, M3, [P5])

Dans son expérience, il a essayé de montrer à ses élèves que les mathématiques sont en construction, qu'il y a des conjectures encore sans démonstration. Il motive aussi ses élèves en stimulant leur curiosité. Mais il s'intéresse aussi à cultiver une partie de cette culture mathématique qu'il ne peut partager avec ses élèves.

4. La CME de l'étudiant stagiaire S5

Sous-domaine de la CME	Catégorie
CE	T2
CC	T9
CP	T5
CMS	P1, P2
CHM	M1, M3

Tableau K.4 : Catégories par sous-domaine de S5

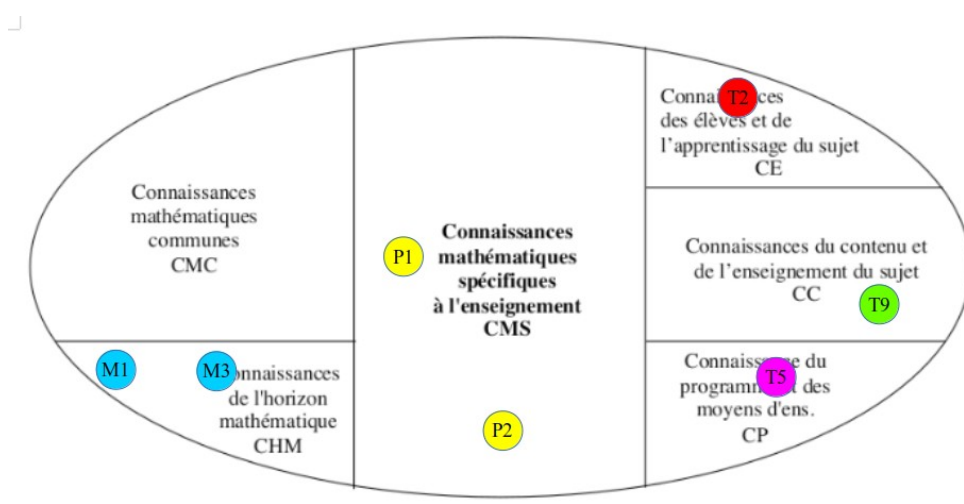


Figure K.4 : CME de S5

Les connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet – CE (T2)

Le stagiaire exprime la difficulté qui peut représenter la compréhension et la manipulation d'un texte historique.

Les connaissances du contenu et de l'enseignement du sujet – CC (T9)

Stagiaire a essayé de travailler avec quelques exercices mais c'est sa première année d'expérience et il se déclare comme « essayant ».

Les connaissances du programme et des moyens d'enseignement – CP (T5)

Sa principale préoccupation est de trouver des problèmes historiques qui peuvent être faits par les élèves, sans difficulté.

Les connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement – CMS (P1, P2)

Le stagiaire déclare lire en classe le manuel scolaire contenant des informations historiques ou bien demande aux élèves de le faire. Il n'utilise pas de textes historiques, cependant, il croit qu'un problème historique offre la possibilité de voir différentes méthodes, solutions et réponses.

La connaissance de l'horizon mathématique – CHM (M1, M3)

Le stagiaire déclare qu'il est intéressé à montrer qu'il y a une activité humaine derrière les mathématiques et que cela peut motiver les élèves car l'histoire offre « quelque chose de plus » que de faire des mathématiques.

5. La CME de l'étudiant stagiaire S6

Sous-domaine de la CME	Catégorie
CE	M5
CC	T3, T9
CP	T8, [P6]
CMS	T7, P3
CHM	M1, M4

Tableau K.5 : Catégories par sous-domaine des S6

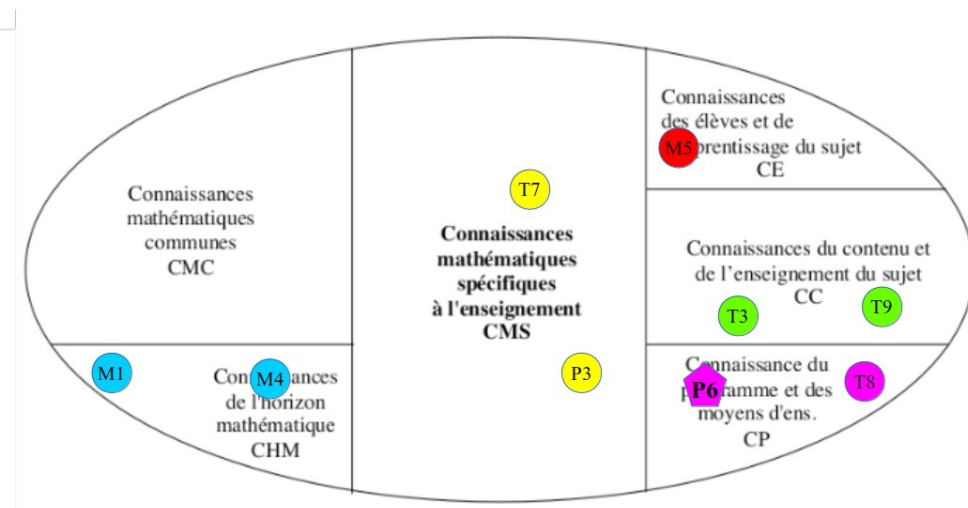


Figure K.5 : CME de S6

Les connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet – CE (M5)

Le stagiaire fait référence à l'importance de connaître les difficultés rencontrées historiquement en ce qui concerne le niveau du cours dans lequel il travaille. Il juge également pertinent de disposer d'une liste possible d'erreurs typiques des élèves et de conseils pratiques pour surmonter ces difficultés.

Les connaissances du contenu et de l'enseignement du sujet – CC (T3, T9)

Ce stagiaire est le seul qui se réfère à l'accès aux ressources historiques comme une difficulté quand il s'agit d'intégrer l'histoire dans la classe. En même temps, il déclare qu'il n'a pas assez d'expérience pour trouver les sujets historiques liés aux programmes des cours.

Les connaissances du programme et des moyens d'enseignement – CP (T8, [P6])

Le stagiaire affirme qu'au niveau du collège, il n'est pas requis de travailler avec l'histoire des mathématiques, et c'est pour cette raison que les enseignants la considèrent comme un contenu secondaire qui demande volonté et préparation. Il exprime également que le temps consacré au programme est exigeant, ce qui n'offre pas la possibilité d'intégrer des éléments qui ne sont pas obligatoires. Une des possibilités de travailler avec l'histoire des mathématiques est de le faire avec d'autres collègues, de façon interdisciplinaire. Notamment avec l'enseignant d'histoire-géographie.

Les connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement – CMS (T7, P3)

Le stagiaire fait remarquer que dans les manuels de l'enseignement secondaire, il y a des références superficielles à des sujets ou des mathématiques, et qu'il n'a pas vu une progression des activités en rapport avec l'histoire. En ce qui concerne son expérience, il dit qu'il a travaillé avec de petits exercices ou des informations biographiques.

La connaissance de l'horizon mathématique – CHM (M1, M4)

Le stagiaire cherche à montrer à ses élèves une évolution de la pensée mathématique. Il manifeste qu'en tant qu'enseignant, l'histoire offre une sécurité dans la matière à enseigner et un point de vue différent.

6. La CME de l'étudiant stagiaire S7

Sous-domaine de la CME	Catégorie
CE	-
CC	-

CP	-
CMS	P1
CHM	M2, M3, M4

Tableau K.6 : Catégories par sous-domaine de S7

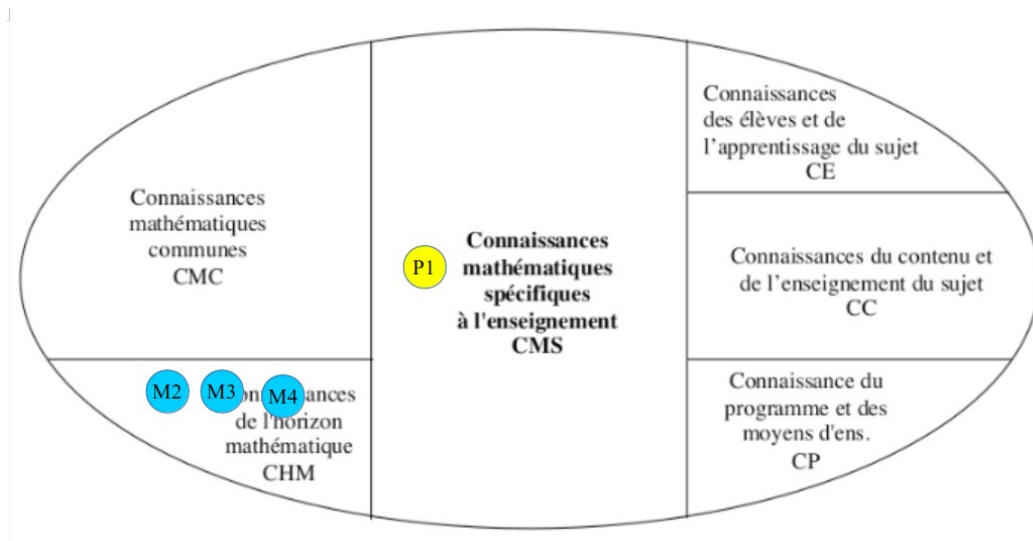


Figure K.6 : CME de S7

Les connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement – CMS (P1)

Ce stagiaire déclare rechercher du matériel sur Internet, trouve généralement des articles des IREM.

La connaissance de l'horizon mathématique – CHM (M2, M3, M4)

Le stagiaire affirme que l'un des objectifs du travail avec l'histoire des mathématiques est d'offrir aux élèves la possibilité de connaître différents types de numérotation, et donc de voir qu'il existe différents types de mathématiques. Il cherche à motiver la curiosité des élèves et affirme que s'ils sont curieux, ils seront plus intéressés à faire les activités. Il affirme également que la connaissance de l'histoire des mathématiques est légitime pour un enseignant, par exemple pour répondre à des questions sur l'origine des notions et concepts mathématiques. Il exprime également le fait d'avoir utilisé l'information historique comme lien entre les différents sujets du programme d'études.

7. La CME de l'étudiant stagiaire S8

Sous-domaine de la CME	Catégorie
CE	M7
CC	T9
CP	-
CMS	P1, P3
CHM	M1, M2

Tableau K.7 : Catégories par sous-domaine de S8

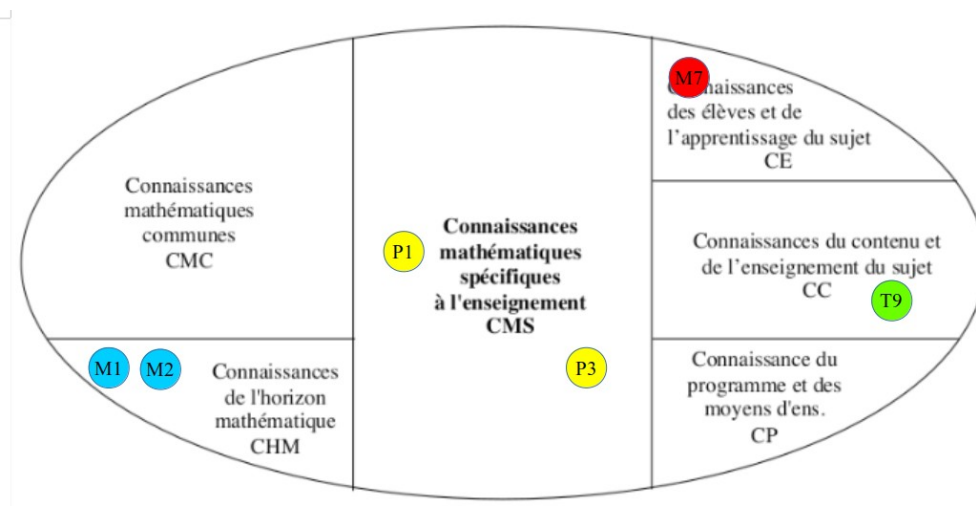


Figure K.7 : CME de S8

Les connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet – CE (M7)

Le stagiaire reconnaît qu'avant le cours d'histoire, il n'avait pas douté que les mathématiques s'étaient développées collectivement. C'est pourquoi il déclare que le travail d'équipe en classe lui permet de montrer ces aspects à ses élèves.

Les connaissances du contenu et de l'enseignement du sujet – CC (T9)

L'une des difficultés de l'intégration de l'histoire est qu'il n'a pas appris à le faire et qu'il ne voit pas assez de place pour le faire dans les programmes du collège.

Les connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement – CMS (P1, P3)

Ce stagiaire recourt à ses livres de mathématiques qui ont quelques informations historiques. Il déclare son intérêt à connaître les éléments historiques des concepts qui vont se développer dans le cours.

La connaissance de l'horizon mathématique – CHM (M1, M2)

Le stagiaire commente l'importance de montrer la construction des mathématiques et l'interaction entre les mathématiques, ce qui produit une évolution collective de la discipline. Il présente également l'exemple des différentes numérotations, avec lesquelles il peut expliquer pourquoi choisir la numérotation actuelle.

8. La CME de l'étudiant stagiaire S9

Sous-domaine de la CME	Catégorie
CE	M7, P4
CC	-
CP	-
CMS	P2, P3, P4
CHM	M1, M2, M3, M4, [P5]

Tableau K.8 : Catégories par sous-domaine de S9

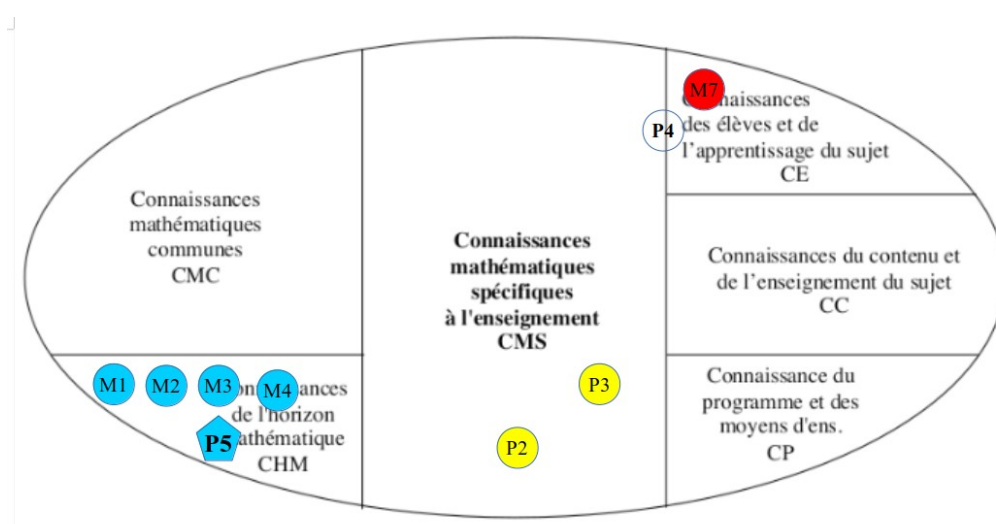


Figure K.8 : CME de S9

Les connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet – CE (M7, P4)

Le stagiaire affirme que, comme dans son expérience personnelle, l'histoire des mathématiques peut attirer les élèves par des commentaires ou de petites anecdotes et des informations spécifiques. Cependant, il déclare aussi avoir utilisé des épisodes historiques sans y faire référence, en prenant des éléments pour expliquer les étapes et en arriver à une généralisation.

Les connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement – CMS (P2, P3, P4)

Le stagiaire a utilisé des erreurs commises par des mathématiciens historiquement reconnus, pour montrer aux élèves que la possibilité d'erreur est toujours là, que les mathématiques ne s'écrivent pas sans se tromper dès la première fois. Cependant, il affirme aussi que ces histoires qu'il raconte ne vont pas au-delà de l'anecdotique.

La connaissance de l'horizon mathématique – CHM (M1, M2, M3, M4, [P5])

Le stagiaire manifeste l'intérêt de travailler avec l'histoire pour montrer la cohérence des résultats ou pour faire une pause dans le cours. Il insiste également sur le fait que l'histoire des mathématiques l'intéresse afin de cultiver sa propre culture générale.

Annexe L : Classification des catégories par sous-domaine des enseignants et formateurs uruguayens

CME*Uruguay

Catégorie	Fréquence	Sous-domaine CME	Justification	Exemple
<i>Objectifs</i>				
A1) Contre une mathématique cachée, dénuée de sens, aride, pour donner des réponses aux élèves.	2	CHM	[...] il existe une sorte de connaissance du contenu qui n'est ni commune ni spécifique. Elle n'est pas directement déployée dans l'enseignement, mais elle soutient un type de conscience, de sensibilité, de disposition qui informe, oriente et encadre culturellement la pratique pédagogique.	<i>[...] soudain quand je devais donner les systèmes de numérotation, je cherchais à savoir où ils avaient surgi, simplement pour être alerte aux questions que les élèves posent et avoir une réponse. (UE2)</i>
A2) Les mathématiques ont de l'histoire et leur histoire est attrayante. Les mathématiques sont une activité humaine et les mathématiciens font aussi des erreurs. Il faut faire des mathématiques.	4	CHM	Principales idées et structures disciplinaires.	<i>La question centrale me semble, et cela m'arrive aussi avec les étudiants de l'IPA, qu'il n'y a aucune conscience qu'il y a une histoire. (UE1)</i>
A3) Souligner l'effort humain et le génie.	1	CHM	Este tipo de connaissance soutient un type de conscience, de sensibilité, de disposition qui informe, oriente et encadre culturellement la pratique pédagogique.	<i>Sauver de grandes idées me semble être une bonne chose aussi, et cela n'invalide pas tout ce à quoi on peut penser en classe. (UE1)</i>
A4) Les mathématiques en tant qu'activité humaine.	4	CHM	Principales idées et structures disciplinaires.	<i>Le savoirs que les mathématiciens construisent d'une</i>

				<i>manière quelque peu chaotique, avec d'aller-retours. (UE3)</i>
A5) Vivre l'expérience de faire mathématiques et ressentir de l'empathie.	3	CE	[...] capacité d'un enseignant à anticiper les difficultés et les motivations des élèves par rapport au sujet proposé.	<i>J'aime les affronter dans cette situation où, d'une part, ils ne savent pas quel est l'outil [...], pour résoudre le problème, pour les mettre dans la situation de l'élève du secondaire. (UE3)</i>
A6) Connaître des réponses différentes.	2	CMS	Avoir un répertoire de différents types d'exemples, de contre-exemples et de non-exemples fait partie de ce sous-domaine.	<i>[...] voir qu'il y a plus d'une réponse, des réponses différentes au même problème me semble sain. (UE1)</i>
A7) L'histoire peut unir des parties du savoir qui ont été fragmentées, offrant des formes alternatives de travail en classe, contribuant ainsi à renforcer la sécurité du futur enseignant.	2	CP	Connaître « l'ensemble des programmes conçus pour l'enseignement à un niveau donné, la variété des matériels pédagogiques disponibles par rapport à ces programmes ».	<i>[...] la réalité est désintégrée en petites portions et ces petites portions sont étudiées. Donc [Edgar Morin] dit que c'est une priorité de l'éducation de voir ce qui rassemble ces parties. Et je crois que l'histoire des mathématiques peut avoir cette fonction [...] (UE3)</i>
A8) L'histoire pour savoir quels sont les obstacles et les difficultés qui ont existé et que les élèves peuvent avoir.	1	CE	[...] capacité d'un enseignant à anticiper les difficultés et les motivations des élèves par rapport au sujet proposé.	<i>[...] l'histoire nous donne une perspective qui nous permet d'être attentifs aux difficultés et aux obstacles que les élèves peuvent rencontrer. (UE3)</i>
Comment				

B1) Anecdotes, histoires, bulles.	4	CHM	Principales idées et structures disciplinaires.	<i>[...] cette dynamique nous amène à raconter des anecdotes historiques de façon très sporadique. Avoir donné le cours d'histoire est utile pour les autres cours à cause de cela, parce que j'ai aussi comment faire des petites histoires (UD1)</i>
B2) Fil rouge.	2	CHM	[...] capacité d'établir un lien entre les sujets mathématiques tout au long du plan d'études.	<i>[...] je suis passée cinq ans et j'ai trouvé un fil avec l'histoire, pas chronologique. (UE2)</i>
B3) Aucune évaluation.	1	CP	Connaître « l'ensemble des programmes conçus pour l'enseignement à un niveau donné, la variété des matériels pédagogiques disponibles par rapport à ces programmes ».	<i>[...] pour se débarrasser de cette pression en général, je dis : « Voyons, ce n'est pas pour un test, ce n'est pas pour l'examen, ce n'est que pour faire face à cette situation et pour voir ce qui se passe. » (UE1)</i>
B4) Des problèmes.	1	CC/CMS	Connaissance qui « comporte des tâches telles que le choix du matériel, les exemples à proposer... » / Avoir un répertoire de différents types d'exemples, de contre-exemples et de non-exemples...	<i>[...] essayer d'apporter un problème spécifique qui a son origine dans quelque chose d'historique. (UE1)</i>
B5) Histoire des mathématiques comme porte d'entrée à la recherche et lien avec le secondaire.	2	CE	Penser les contenus de l'histoire des mathématiques dans le but de promouvoir la recherche, en articulant ce que les élèves savent et ce qu'ils ne savent pas.	<i>[...] je crois que l'histoire des mathématiques dans l'IPA est une fenêtre qui s'ouvre, et une fenêtre méthodologique aussi : comment étudier un tel sujet, comment le démêler et comment le reconstruire. (UE2)</i>

B6) L'évaluation de l'histoire des mathématiques comme discipline dans la formation des enseignants.	2	CMS/CP	Il mobilise les deux sous-domaines, d'une part il demande d'élaborer des travaux spécifiques de la discipline et d'autre part un lien avec les programmes du secondaire.	<i>[...] la première partie est qu'ils choisissent un thème mathématique pour aborder leur développement du point de vue historique. Lorsqu'ils choisissent le sujet, il leur a demandé de tenir compte du contenu mathématique présent au secondaire, car plus tard dans la deuxième partie, ils reviendront sur le sujet pour faire une séquence d'activités qui tiennent compte de la première partie. (UE3)</i>
B7) Problèmes sans connaître les outils.	2	CMS	Sont des connaissances mathématiques spécifiques.	<i>Ce que je fais, c'est leur dire des choses qui ont strictement à voir avec l'histoire des mathématiques, ce qui nous fait déjà entrer dans le sujet, et à mesure que j'avance, ce que je fais, c'est proposer différentes activités et différents problèmes sortis du contexte historique. (UE3)</i>
B8) Avec audiovisuel.	2	CP	Requiert une connaissance du programme et de la variété du matériel pédagogique disponible.	<i>[...] nous avons trouvé un film, nous avons regardé un morceau, ils l'ont regardé entier après, nous avons analysé, nous avons discuté, chacun armé une activité, et ainsi de suite nous sommes passés de Turing à Agora (UD1)</i>
Difficultés				
C1) Les mathématiques sont étudiées de façon structurée et si l'histoire ne compte pas pour l'évaluation, les élèves sont	1	CE	Connaître les motivations des élèves.	<i>[Les étudiants] peuvent apprendre d'autres propriétés et d'autres</i>

contrariés d'avoir à l'étudier.				<i>choses, mais pour apprendre ou chercher dans quel siècle les polyèdres ont été créés, il leur semble quelque chose qui ne correspond pas au cours. (UE1)</i>
C2) Hétérogénéité.	1	CE	Connaître les difficultés des élèves.	<i>[...] il faut s'occuper de toutes les individualités d'un groupe de 20 à 40 élèves, et parfois on n'aborde pas le contenu comme on le voudrait le plus. (UD3)</i>
C3) Temps de préparation et programmes de mathématiques très vastes.	3	CP	Connaître l'ensemble des programmes conçus pour l'enseignement à un niveau donné.	<i>Ce qui m'arrive, c'est qu'en termes de contenu, le cours [Bases des mathématiques] est tellement exigeant que je coupe beaucoup. (UE3)</i>
C4) Extension des cours, vision globale et formation autodidacte.	2	CHM/CMS	Une vision large de la discipline et des connaissances spécifiques sont nécessaires.	<i>[...] cette vision générale il faut la chercher de façon autonome. Parce qu'il n'y a pas eu d'autres cours d'histoire des mathématiques. (UE3)</i>
C5) Les ressources matérielles ne sont pas toujours accessibles et il n'existe pas non plus d'histoire des mathématiques pour chaque sujet mathématique.	2	CP	Connaître les programmes conçus pour l'enseignement à un niveau donné, la variété des matériels pédagogiques disponibles.	<i>[...] il me semble qu'ils nous présentent ce qu'ils veulent et non ce que nous on a besoin. Le plus dur, c'est donc de ne pas avoir les bons matériaux. (UD2)</i>
C6) Temps de préparation et problèmes de lecture.	2	CC/CE	Connaître les méthodes et les procédures les plus appropriées pour l'enseignement de connaissances	<i>[...] chaque séance que je préparais me prenait des heures et des heures [...]. De plus, ils ne lisent pas beaucoup...</i>

			spécifiques / Connaître les difficultés des élèves.	(UD2)
Matériaux				
D1) Livres de divulgation, biographies, classiques d'histoire des mathématiques, audiovisuels.	3	CP	Connaître les programmes conçus pour l'enseignement à un niveau donné, la variété des matériels pédagogiques disponibles.	<i>Je peux marquer un avant et un après, après avoir lu Le théorème du perroquet. [...] je sélectionnais beaucoup de parties du roman qui me semblaient, d'après les programmes secondaires, pouvoir introduire une partie de ces fragments. (UE3)</i>
D2) Livres classiques, livres de divulgation et livres destinés à la formation des enseignants.	6	CP	Connaître les programmes conçus pour l'enseignement à un niveau donné, la variété des matériels pédagogiques disponibles.	<i>Dans le cours d'histoire, nous utilisons des sources historiques, évidemment aussi des livres, nous utilisons Collette, Moris Klein et Boyer. (UD3)</i>
D3) Audiovisuels.	3	CP	Connaître les programmes conçus pour l'enseignement à un niveau donné, la variété des matériels pédagogiques disponibles.	<i>Il y a aussi quelques vidéos d'un espagnol, qui fait de la divulgation, « Univers Mathématique » j'en utilise une où l'incommensurabilité et les Pythagoriciens sont présentés. Aussi une série intitulée Explorateurs de l'histoire. (UE3)</i>

Tableau L.1 : Classification des catégories par sous-domaine des enseignants et formateurs uruguayens.

Annexe M : Connaissances Mathématiques pour l'enseignement des étudiants stagiaires uruguayens

1. La CME de l'étudiant stagiaire US2

Sous-domaine de la CME	Catégorie
CE	B5, C1, C2
CC	-
CP	B3, C3
CMS	A6
CHM	A1, A4

Tableau M.1 : Catégories par sous-domaine de US2.

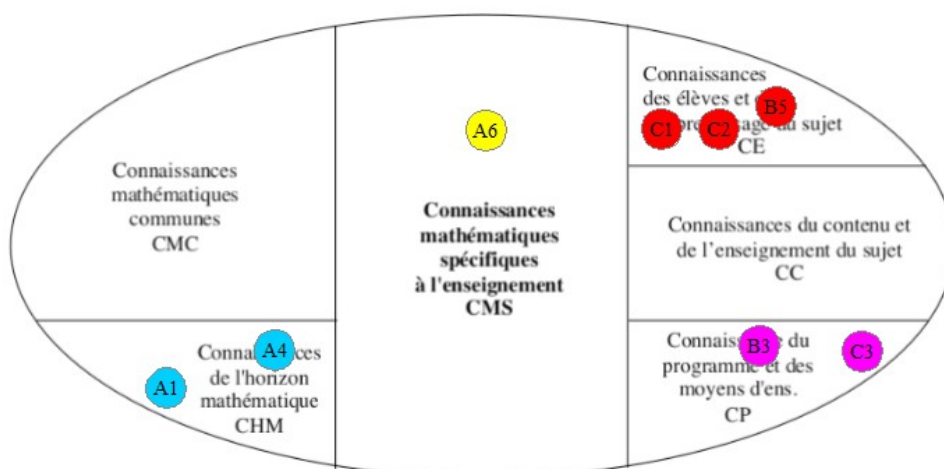


Figure M.1 : Catégories par sous-domaine de la CME de US2

Les connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet – CE (B5, C1, C2)

L'étudiant reconnaît que pour de nombreux élèves, les mathématiques peuvent être présentées d'une manière quelque peu magique, sans trop d'explications, et il essaie donc d'intégrer les problèmes qui expliquent l'origine des notions. Les difficultés qu'il rencontre lorsqu'il veut travailler dans une perspective historique sont liées aux élèves : d'une part, ils sont habitués à une certaine structure mathématique qui ne correspond pas à une perspective historique et ces changements peuvent provoquer certaines résistances et désintérêt. D'autre part, l'hétérogénéité du groupe fait que

le stagiaire doit considérer différents niveaux de difficulté en fonction des compétences mathématiques des élèves.

Les connaissances du programme et des moyens d'enseignement – CP (B3, C3)

Au cours de sa période d'études secondaires, l'étudiant affirme qu'il ne s'intéressait pas aux sujets historiques parce qu'il n'était pas évalué par ce genre d'activités. Dans son rôle d'enseignant, il déclare qu'il a besoin de plus de temps que le programme ne l'indique, ou moins de matières requises par an, pour pouvoir se consacrer à leur préparation dans une perspective historique.

Les connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement – CMS (A6)

L'étudiant reconnaît avoir trouvé d'autres façons de résoudre les problèmes appris grâce à l'histoire des mathématiques.

La connaissance de l'horizon mathématique – CHM (A1, A4)

L'étudiant reconnaît avoir compris que les mathématiques sont le fruit d'un long processus auquel de nombreuses personnes ont participé, mais aussi que les élèves considèrent qu'il y a des étapes « magiques » dans les explications. L'histoire des mathématiques l'a aidé, par exemple, à comprendre la complexité sociale et historique qui existe derrière l'énoncé d'un théorème, et aussi que les connaissances mathématiques représentent l'acquisition d'un certain type de pouvoir.

2. La CME de l'étudiant stagiaire US3

Sous-domaine de la CME	Catégorie
CE	A5, B5, C1
CC	-
CP	A7, D2
CMS	A6, B7
CHM	A1, A2

Tableau M.2 : Catégories par sous-domaine de US3.

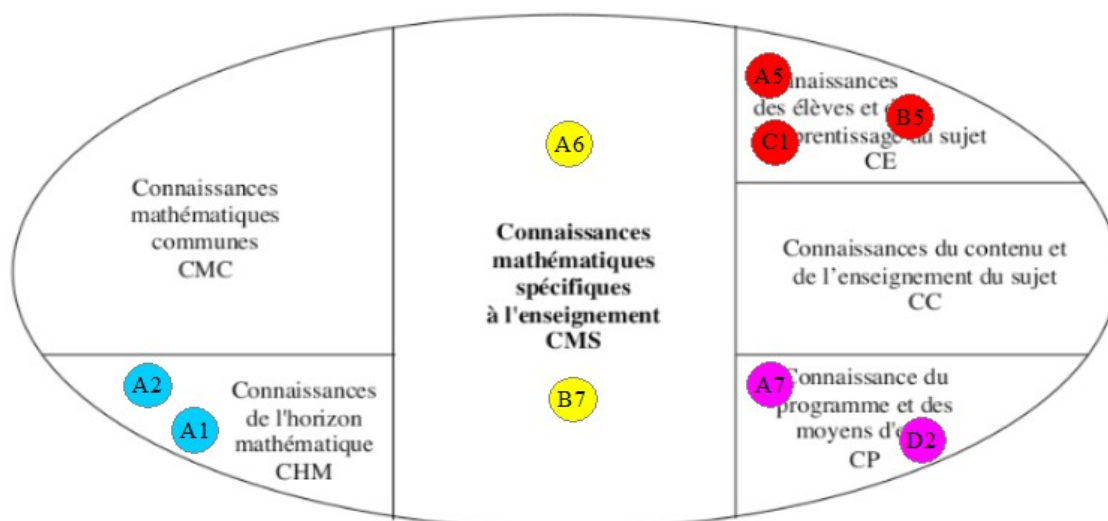


Figure M.2 : Catégories par sous-domaine de la CME de US3

Les connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet – CE (A5, B5, C1)

Pour cet étudiant, c'était un excellent apprentissage de préparer un travail d'équipe en utilisant des notions tirées de l'histoire des mathématiques et en réfléchissant à des activités pour les élèves du secondaire. Il valorise également le fait d'avoir la liberté de penser au problème. En ce sens, il déclare que le cours d'histoire a servi de motivation et d'ouverture à une nouvelle façon de voir les mathématiques. Il affirme que la principale difficulté est d'établir le lien entre le contenu historique et le niveau du secondaire sans que cela ne devienne une anecdote.

Les connaissances du programme et des moyens d'enseignement – CP (A7, D2)

L'étudiant exprime son insécurité sur des sujets qu'il ne maîtrise pas et qu'il doit enseigner à ses élèves. L'histoire, en ce sens, contribue à leur culture générale, en particulier elle le permet de sauver le rôle des femmes mathématiques qui ont été invisibles à travers l'histoire. Ce type de connaissances renforce la confiance du futur enseignant dans les questions de culture générale. L'étudiant déclare avoir utilisé fondamentalement des livres d'histoire ou des sources historiques comme moyen d'apprentissage dans le cours d'histoire des mathématiques.

Les connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement – CMS (A6, B7)

En ce qui concerne les connaissances spécifiques, l'étudiant déclare avoir appris à analyser un problème et à trouver différentes solutions, toutes valables. Il déclare que cette ouverture aux différentes solutions lui permet de travailler de la même manière avec ses élèves, en acceptant les différentes possibilités.

La connaissance de l'horizon mathématique – CHM (A1, A2)

L'étudiant affirme que l'histoire des mathématiques peut l'aider à répondre à la question « à quoi servent les mathématiques » et les notions à étudier, tout en stimulant la motivation et l'intérêt des élèves.

3. La CME de l'étudiant stagiaire US4

Sous-domaine de la CME	Catégorie
CE	A5, B5
CC	-
CP	A7, C3, D2
CMS	-
CHM	A2, A4

Tableau M.3 : Catégories par sous-domaine de US4.

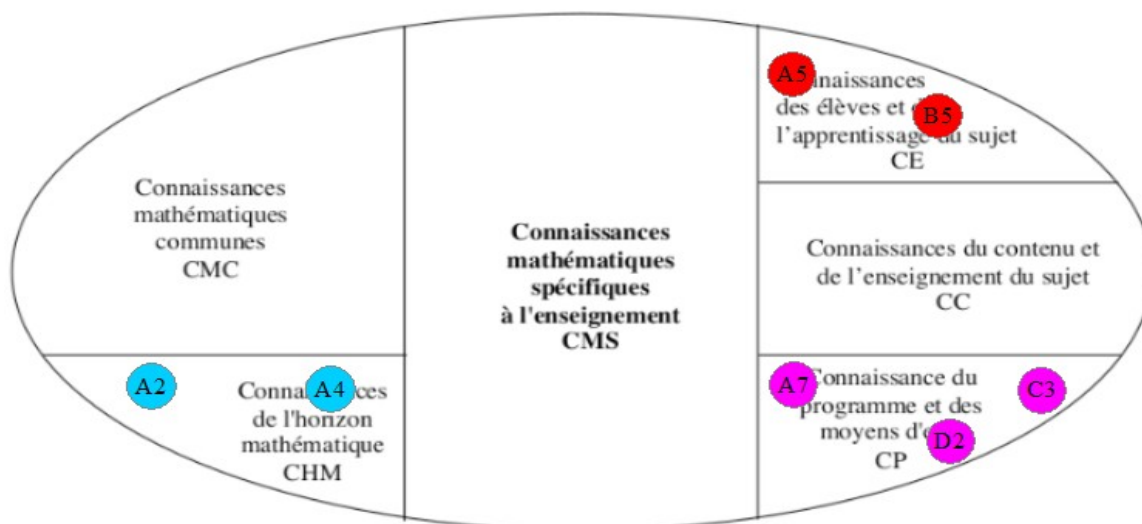


Figure M.3 : Catégories par sous-domaine de la CME de US4

Les connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet – CE (A5, B5)

L'étudiant affirme que le fait d'avoir étudié et vécu un processus de développement mathématique, les place dans un lieu différent par rapport aux élèves et aux contenus mathématiques à enseigner. Ce positionnement différent s'obtient avec des activités dans lesquelles l'élaboration de séquences de travail pour proposer dans un certain niveau du secondaire, est nécessaire.

Les connaissances du programme et des moyens d'enseignement – CP (A7, C3, D2)

L'élève déclare qu'une enseignante ou un enseignant de mathématiques ne devrait pas connaître exclusivement les mathématiques. En ce sens, l'histoire des mathématiques, la littérature et tout autre aspect qui nous enrichit culturellement peuvent être une ressource pertinente pour travailler en classe de mathématiques. L'élève affirme que la structure actuelle des programmes de mathématiques au secondaire rend difficile l'intégration de ce type de perspective. En ce qui concerne le matériel à utiliser pour approfondir les sujets historiques, plusieurs ouvrages d'histoire des mathématiques se distinguent, de même qu'un livre conçu pour les enseignants.

La connaissance de l'horizon mathématique – CHM (A2, A4)

L'élève affirme que l'histoire des mathématiques lui a permis de comprendre les mathématiques comme une activité humaine qui se développe avec le temps. Cette compréhension l'a aidé à garder à l'esprit qu'il doit aussi enseigner cet aspect culturel et collectif des mathématiques à ses élèves.

4. La CME de l'étudiant stagiaire US5

Sous-domaine de la CME	Catégorie
CE	B5, C2
CC	B4
CP	D1, D3
CMS	B4
CHM	A2

Tableau M.4 : Catégories par sous-domaine de US5.

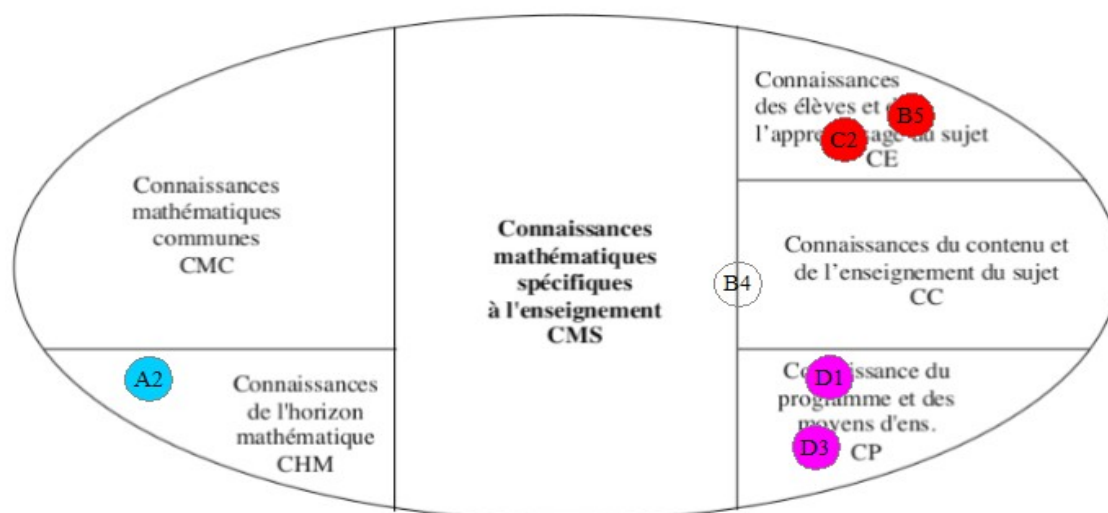


Figure M.4 : Catégories par sous-domaine de la CME de US5

Les connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet – CE (B5, C2)

Afin d'approfondir dans des matières historiques, l'étudiant manifeste avoir fait des recherches dans diverses sources et avoir senti le soutien du professeur du cours d'histoire des mathématiques. Cette expérience permet de penser à des activités basées sur l'histoire pour les élèves du secondaire. Cependant, la difficulté rencontrée dans leur rôle d'enseignant a été l'hétérogénéité des élèves. Face à l'hétérogénéité de ses élèves, le stagiaire s'intéresse à proposer différentes approches de l'activité.

Les connaissances du programme et des moyens d'enseignement – CP (D1, D3)

L'étudiant déclare que plusieurs des livres qu'il utilise ne contiennent que des informations historiques ponctuelles et que d'autres ont été conçus dans une perspective historique pour travailler dans le secondaire. Déjà dans son rôle d'étudiant au cours de sa carrière, il dit avoir regardé quelques films et documentaires, bien qu'il n'ait pas encore utilisé cette ressource dans ses salles de classe.

Les connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement – CMS et les connaissances du contenu et de l'enseignement du sujet – CC (B4)

A partir des travaux sur des problèmes spécifiques de mathématiques tirés de l'histoire, le stagiaire se propose de débattre avec ses élèves pour qu'ils acquièrent la capacité de justifier.

La connaissance de l'horizon mathématique – CHM (A2)

L'étudiant propose d'introduire historiquement quelques sujets pour intéresser les étudiants et s'ils posent des questions, il est également possible d'apporter les réponses dans la classe suivante.

5. La CME de l'étudiant stagiaire US6

Sous-domaine de la CME	Catégorie
CE	C1
CC	-
CP	D1
CMS	-
CHM	A2, A4, B1

Tableau M.5 : Catégories par sous-domaine de US6.

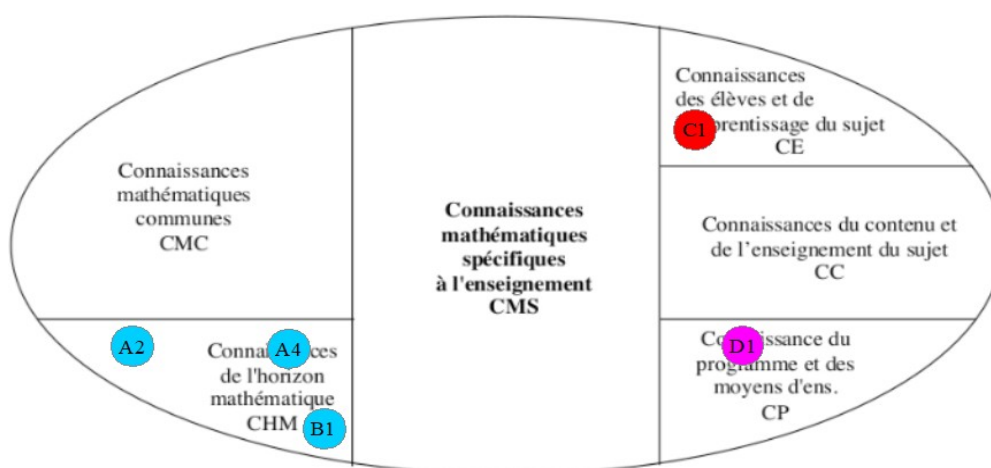


Figure M.5 : Catégories par sous-domaine de la CME de US6

Les connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet – CE (C1)

L'étudiant déclare que la principale difficulté de travailler avec l'histoire des mathématiques est le choix des sujets et comment les intégrer, car il est important qu'ils ne soient pas dissociés du cours. La deuxième difficulté est le manque de connaissances historiques.

Les connaissances du programme et des moyens d'enseignement – CP (D1)

L'étudiant déclare avoir réalisé un blog rassemblant le matériel audiovisuel et cherchant à créer des activités pour les étudiants.

La connaissance de l'horizon mathématique – CHM (A2, A4, B1)

L'étudiant affirme que l'enseignement des mathématiques est abstrait et que le cours d'histoire des mathématiques est utile parce qu'il peut aider aux élèves à mieux comprendre cette discipline.

Cette compréhension est soutenue en contextualisant les mathématiques et en les considérant comme une construction permanente et humaine. Les anecdotes seraient un moyen de rapprocher l'histoire des élèves.

Annexe N : Intégration des catégories de la CME*France et de la CME*Uruguay

Tableau d'intégration des catégories de la CME*France et de la CME*Uruguay

Sous-domaine de la CME	Catégories françaises	Catégories uruguayennes	Représentation
CE	M5) Source des problèmes et identification des obstacles épistémologiques. « L'histoire peut permettre de trouver justement des problèmes qui vont permettre de surmonter ces difficultés. [...] On peut trouver dans l'histoire de mathématiques des problèmes qu'on va ensuite poser aux élèves. » (E1)	A8) L'histoire pour savoir quels sont les obstacles et les difficultés qui ont existé et que les élèves peuvent avoir. « L'histoire nous donne une perspective qui nous permet d'être attentifs aux difficultés et aux obstacles que les élèves peuvent rencontrer » (UE3)	M5
	M6) Liens entre les élèves « perdus » ou moins intéressés. « Et ça peut accrocher aux élèves qui ont perdu pied avec les mathématiques » (E1)		M6
	M7) Déclencheur du dépaysement épistémologique, empathie, modestie et surprise. « tu te mets enfin, du côté de l'élève, de l'élève pensant, c'est ça qu'il faut apprendre, l'histoire des mathématiques nous permet de voir ça. Cet aspect de dépaysement, est extrêmement important pour les enseignants » (E1)	A5) Vivre l'expérience de faire mathématiques et ressentir de l'empathie. « J'aime les affronter dans cette situation où, d'une part, ils ne savent pas quel est l'outil -il n'y a peut-être pas un seul outil- pour résoudre le problème, pour les mettre dans la situation de l'élève du secondaire » (UE3)	M7
	T2) Manque d'habitudes de lecture, de débat et de compréhension des textes chez les élèves. « je exposais et ensuite je leur demandais pour la séance suivante de lire des textes, et ont commencé par la lecture. Et ils savent pas lire. Ils savent pas rattraper les idées ». (E3)	C6) Temps de préparation et problèmes de lecture. « j'aimais beaucoup préparer le cours, mais j'ai généré du stress car je ne savais pas si ils allaient être intéressés. De plus, ils ne lisent pas beaucoup... » (UD2)	T2
	T4) Hétérogénéité dans la formation des élèves. « Pour les futurs profs de maths, en histoire des maths. Déjà la première difficulté c'est leur hétérogénéité » (D5)	C2) Hétérogénéité. « il faut s'occuper de toutes les individualités d'un groupe de 20 à 40 élèves » (UD3)	C2
	T6) « Blocage » en général algébrique. « Par moment on est plus du mal avec les enseignants parce qu'ils sont plus déjà	C1) Les mathématiques sont étudiées de façon structurée et si l'histoire ne compte pas pour l'évaluation, les élèves sont	C1

	bloqués » (D3)	contrariés d'avoir à l'étudier. « il me semble que le schéma des cours de mathématiques est le schéma de suivi du livre : définition, théorème et application. Et plus ou moins si le schéma est comme ça, on sait que pour résoudre cet exercice on doit appliquer ces choses de ce chapitre » (UE1)	
	P4) Intégrer l'histoire sans faire référence à l'épisode historique et nourrir ses propres conceptions. « Tu peux faire aussi une activité que toi, tu sais que c'est historique, mais ils ne savent pas. » (E2)		P4
		B5) Histoire des mathématiques comme porte d'entrée à la recherche et lien avec le secondaire. « Je ne sais pas si les élèves ont l'idée que l'histoire peut être utilisée comme je pense qu'elle devrait l'être dans le secondaire, je crois que l'histoire des mathématiques dans l'IPA est une fenêtre qui s'ouvre » (UE2)	B5
CC	T1) Trouver le texte historique approprié. « La difficulté c'est déjà de choisir un sujet qui soit en même temps, un sujet qui concerne le thème enseigné » (E1)		T1
	T3) Accès aux documents (source et langue). « l'accès aux documents authentiques, ce qui posait des problèmes de langue, on se sentait handicapé par le fait que personne ne parlé allemand. » (D2)		T3
	T9) Ne pas savoir comment intégrer cette type de perspective dans le cours de mathématiques. « L'approche de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants, est une question qui se pose aujourd'hui. Tous les rapports, tout le monde dit « il faut le faire » mais les enseignants sont pas formés pour le faire » (D6)		T9
		B4) Des problèmes. « Ce que je fais dans ces situations, c'est essayer d'apporter un problème spécifique qui a son origine dans quelque chose d'historique » (UE1)	B4

		<p>C6) Temps de préparation et problèmes de lecture.</p> <p>« j'aimais beaucoup préparer le cours, mais j'ai généré du stress car je ne savais pas si ils allaient être intéressés. De plus, ils ne lisent pas beaucoup... » (UD2)</p>	C6
CP	<p>M9) Repenser les pratiques d'enseignement.</p> <p>« Je pense que c'est indispensable pour les profs de travailler l'histoire des mathématiques [...] Moi j'en propose aux étudiants stagiaires, pour travailler sur leur façon de voir les mathématiques » (E2)</p>		M9
	<p>T5) Activités accessibles et liées au programme.</p> <p>« moi j'étais amené souvent à donner des activités qui étaient en dehors du programme. [...] c'était pas directement lié au contenu que je devais enseigner » (E2)</p>		T5
	<p>T8) Volume horaire du programme, aucune obligation ou évaluation d'enseigner avec une perspective historique.</p> <p>« C'est pas que je sois contre, c'est que les volumes horaires le permettent pas » (D5)</p>	<p>B3) Aucune évaluation.</p> <p>« Voyons, ce n'est pas pour un test, ce n'est pas pour l'examen, ce n'est que pour faire face à cette situation et pour voir ce qui se passe. Voyons si on peut s'y intéresser ». (UE1)</p>	T8
		<p>C3) Temps de préparation et programmes de mathématiques très vastes.</p> <p>« Ce qui m'arrive, c'est qu'en termes de contenu, le cours [Bases des mathématiques] est tellement exigeant que je coupe beaucoup et, dans beaucoup de ces coupes, il y a ces activités. » (UE3)</p>	
	<p>[P6] L'histoire des mathématiques favorise l'interdisciplinarité.</p> <p>« Essayer de montrer aussi des liens entre les matières que les élèves ne perçoivent pas forcément, là en l'occurrence entre les mathématiques et l'histoire et qu'ils puissent aussi plus s'intéresser à un sujet en mathématiques. » (S6)</p>	<p>A7) L'histoire peut unir des parties du savoir qui ont été fragmentées, offrant des formes alternatives de travail en classe, contribuant ainsi à renforcer la sécurité du futur enseignant.</p> <p>« je crois que l'histoire des mathématiques peut avoir cette fonction : pour aider à unir les parties et être capable d'apprécier les concepts qui apparaissent en classe de mathématiques en apesanteur, flottants, on peut les rassembler et les voir comme faisant partie d'un tout, d'une réalité, de cette réalité historique dans laquelle elles sont immergées</p>	[P6]

		(UE3). »	
		B8) Avec audiovisuel. « Ce que je fais, c'est donc passer la vidéo qui est comme une introduction à la période historique » (UE3)	B8
		C5) Les ressources matérielles ne sont pas toujours accessibles et il n'existe pas non plus d'histoire des mathématiques pour chaque sujet mathématique. « Et aussi le problème de « bien, mais pour une telle situation, qu'en est-il de l'histoire de ceci », « Je n'ai aucune idée qu'il y a quelque chose »... Et là le problème est exactement l'inverse. (UE1) »	C5
		D1) Livres de divulgation, biographies, classiques d'histoire des mathématiques, audiovisuels. « Le livre de Mariano Perero, Historia e historia de las matemáticas [...] J'ai acheté aussi la collection Nivola. Puis j'ai trouvé le Boyer, j'ai trouvé beaucoup. Les discussions entre Laplace et Fermat, les lettres qui ont été envoyées. (UE2)	D1
		D2) Livres classiques, livres de divulgation et livres destinés à la formation des enseignants. « Dans le cours d'histoire, nous utilisons des sources historiques, évidemment aussi des livres, nous utilisons Collette, Moris Klein et Boyer. » (UD3)	D2
		D3) Audiovisuels. « Le fil rouge du cours était alors plus les films que la chronologie. [...] Nous avons un point de départ dans quelques épisodes de une série de la BBC » (UD1)	D3
CMS	T7) Anachronisme ou simplification d'un épisode historique. « Cet aspect de dépaysement, est extrêmement important pour les enseignants et pour surtout pas, faire d'anachronisme quand on lis un texte. » (E1)		T7

	<p>P1) Lecture de textes historiques.</p> <p>« [...] tous ces cours là c'étaient basés sur les lectures de textes. Forcément, c'est obligé parce que c'est en lisant de texte qu'on apprend l'histoire de mathématiques. » (E1)</p>		P1
	<p>P2) Problèmes ouverts dans l'introduction des sujets ou analyser différentes démonstrations et erreurs.</p> <p>« [...] j'ai proposé des textes où des résolutions étaient fausses. Donc voir une sorte d'esprit critique et pas prendre tout de suite ça comme quelque chose de juste. » (E2)</p>	<p>A6) Connaître des réponses différentes.</p> <p>« voir qu'il y a plus d'une réponse, des réponses différentes au même problème me semble sain. [...] Voir que les choses ont évolué et que cette évolution est aussi imprécise que l'imprécision des idées qui peuvent surgir dans un cours de mathématiques » (UE1)</p> <p>B4) Des problèmes.</p> <p>« Ce que je fais dans ces situations, c'est essayer d'apporter un problème spécifique qui a son origine dans quelque chose d'historique » (UE1)</p> <p>B7) Problèmes sans connaître les outils.</p> <p>« Les étudiants y sont confrontés à des problèmes qu'ils n'ont aucune idée des outils mathématiques qu'ils doivent utiliser. » (UE3)</p>	A6, B7
	<p>P3) Anecdotes et simplifications.</p> <p>« C'était plus souvent une petite introduction courte ou une remarque, qu'un travail. [...] Quand on veut présenter ça à un enfant, à un collégien, à un lycéen, on ne peut pas tout de suite le mettre au niveau recherche d'un thésard, ça n'est pas possible, on est bien obligé de simplifier. » (D1)</p>		P3
	<p>P4) Intégrer l'histoire sans faire référence à l'épisode historique et nourrir ses propres conceptions.</p> <p>« Tu peux faire aussi une activité que toi, tu sais que c'est historique, mais ils ne savent pas. » (E2)</p>		P4
		<p>B6) L'évaluation de l'histoire des mathématiques comme discipline dans la formation des enseignants.</p> <p>« ils choisissent un thème mathématique pour aborder leur développement du point de vue historique. Lorsqu'ils choisissent le</p>	B6

		<p>sujet, il leur a demandé de tenir compte du contenu mathématique présent au secondaire » (UE3)</p>	
		<p>C4) Extension des cours, vision globale et formation autodidacte.</p> <p>« Je pense que la difficulté à laquelle je suis confronté est l'extension du cours. C'est difficile, parce qu'il faut avoir une vue d'ensemble et cette vision générale il faut la chercher de façon autonome. » (UE3)</p>	C4
CHM	<p>M1) Les mathématiques en tant que construction humaine, vivante et en constante évolution.</p> <p>« C'est pas seulement le savoir tels que nous on a trouvé et puis qu'on redige pour le faire comprendre à nos élèves, c'est le savoir telle qu'il était quand les gens l'ont inventé. » (E2)</p>	<p>A4) Les mathématiques en tant qu'activité humaine.</p> <p>« pour les besoins d'un enseignant, il me semble nécessaire de voir les mathématiques qu'on va enseigner au collège et au lycée comme une activité de plus de l'homme. Comme la littérature, la philosophie, la peinture ou la pensée scientifique » (UE1)</p>	M1
	<p>M2) La cohérence interne et l'enchaînement de la discipline, ainsi que le fait qu'il n'y a pas de vérité absolue.</p> <p>« montrer que c'est un sujet historique qui a énormément d'influence sur le développement des mathématiques avec des jalons précis » (D1)</p>	<p>A2) Les mathématiques ont de l'histoire et leur histoire est attrayante. Les mathématiques sont une activité humaine et les mathématiciens font aussi des erreurs. Il faut faire des mathématiques.</p> <p>« Ces merveilleux hommes qui ont des théorèmes avec leurs noms avaient aussi tort, puis se permettre d'errer dans la salle de classe permet aux élèves d'avoir confiance en eux et de commettre des erreurs sans que rien ne se passe. » (UE2)</p>	M2
	<p>M3) Encourage la lecture, la curiosité, la motivation et le repos entre deux passages techniques.</p> <p>« [...] une chose qu'on fait très peu en mathématiques c'est d'abord la lecture. » (E2)</p>	<p>A1) Contre une mathématique cachée, dénuée de sens, aride, pour donner des réponses aux élèves.</p> <p>« quand je devais donner les systèmes de numérotation, je cherchais à savoir où ils avaient surgi, simplement pour être alerte aux questions que les élèves posent et avoir une réponse. » (UE2)</p>	A1
	<p>M4) Connaître les mathématiques ne suffit pas, il est nécessaire d'avoir une connaissance plus large, par exemple connaître les programmes de mathématiques.</p> <p>« les professeurs de mathématiques ont été</p>		M4

	des bons élèves en mathématiques mais ça c'est pas suffisant pour enseigner. » (E1)		
	M8) Rôle de l'enseignement des mathématiques dans la société, différentes versions des mathématiques, rigueur et compréhension. « c'est leur faire comprendre que le finalité de l'enseignement joue sur le contenu de l'enseignement. Et que l'enseignement mathématique n'est pas hors sol par rapport à la société » (E3)		M8
	[P5] Apprendre l'histoire des mathématiques à des fins personnelles. « Il y a des aspects culturels mais pour moi, c'est la culture générale. » (S3)		P5
		A3) Souligner l'effort humain et le génie. « Sauver de grandes idées me semble être une bonne chose aussi, et cela n'invalide pas tout ce à quoi on peut penser en classe. » (UE1)	A3
		B1) Anecdotes, histoires, bulles. « cette situation particulière qui peut avoir des choses d'histoire sont des expériences qui sont plutôt des « bulles », il me semble, des expériences qui se perdent tout au long d'un cours. » (UE1)	B1
		B2) Fil rouge. « Tu as vu le programme du 5e scientifique, mathématiques 2 [...] je suis passée cinq ans et j'ai trouvé un fil avec l'histoire, pas chronologique. » (UE2)	B2
		C4) Extension des cours, vision globale et formation autodidacte. « Je pense que la difficulté à laquelle je suis confronté est l'extension du cours. C'est difficile, parce qu'il faut avoir une vue d'ensemble et cette vision générale il faut la chercher de façon autonome. » (UE3)	C4

*Tableau N.1 : Intégration des catégories de la CME*France et de la CME*Uruguay.*

BIBLIOGRAPHIE

Les textes officiels

ARRÊTÉ du 1er juillet 2013 relatif au référentiel des compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation. NOR: MENE1315928A. Disponible sur : <www.legifrance.gouv.fr> (Consulté le 27/05/2019)

A.N.E.P. (2015) ORDENANZA N°45, Estatuto del funcionario docente. (Aprobado por Acta N°68, Resolución N°9 de fecha 20 de diciembre de 1993, complementado y modificado por las Resoluciones del Consejo Directivo Central a agosto de 2015) <<https://www.anep.edu.uy>>

LOI n°89-486 du 10 juillet 1989 d'orientation sur l'éducation. Disponible sur : <<http://www.education.gouv.fr/cid101274/loi-d-orientation-sur-l-education-n-89-486-du-10-juillet-1989.html>> (Consulté le 23/02/2019)

LOI n° 2013-595 du 8 juillet 2013 d'orientation et de programmation pour la refondation de l'école de la République. Disponible sur : <www.legifrance.gouv.fr> (Consulté le 23/02/2019)

ORDONNANCE n°59-45 du 6 janvier 1959 portant prolongation de la scolarité obligatoire de 14 à 16 ans et réforme par un décret du même jour (n°59-57) l'organisation du système éducatif avec la création des collèges d'enseignement général <<https://www.legifrance.gouv.fr>> (Consulté le 12/03/2019)

DÉCRET n°63-793 du 3 août 1963, extension des procédures d'observation et d'orientation à toutes les classes du premier cycle. Création des collèges d'enseignement secondaire et des collèges d'enseignement technique <<https://www.legifrance.gouv.fr>> (Consulté le 12/03/2019).

Bibliographie

Abd-El-Khalick, F., & Lederman, N. G. (2000). The influence of history of science courses on students' views of nature of science. *Journal of Research in Science Teaching: The Official Journal of the National Association for Research in Science Teaching*, 37(10), 1057-1095.

Abd-El-Khalick, F. (2013). Teaching with and about nature of science, and science teacher knowledge domains. *Science & Education*, 22(9), 2087-2107.

Bachelet, R. (2012). Analyse et traitement de données: validité et fiabilité. Lille: Ecole Centrale de Lille. Retrieved from http://rb.ec-lille.fr/l/Analyse_de_donnees/Methodologie_Validite_et_Fiabilite.html

Ball, D., Thames, M. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special?. *Journal of teacher education*, 59(5), 389-407.

- Ball, D. & Bass, H. (2009). *With an eye on the mathematical horizon: Knowing mathematics for teaching to learners' mathematical futures*. Universitätsbibliothek Dortmund.
- Barbin, E. (2010). Epistemologie et histoire dans la formation mathématique. *Reperes-IREM*, 80, 74–86.
- Barbin, É., Bénard, D., & Moussard, G. (Eds.). (2018). *Les mathématiques et le réel: expériences, instruments, investigations*. Presses Universitaires de Rennes.
- Beltran, M., Saito, F., & Trindade, L. (2014). *História da Ciência para formação de professores*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 101–118. Brazil.
- Blum, W., Artigue, M., M., M. Mariotti, R. Sträßer & M. Van den Heuvel-Panhuizen. 2019. *Traditions européennes en didactique des mathématiques*. 1re éd. Lieu de publication non identifié] : SPRINGER. Consulté février 2019. <<https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2F978-3-030-05514-1.pdf>>
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in mathematics* (Didactique des mathématiques, 1970-1990). (N. Balacheff & M. Cooper & R. Sutherland & V. Warfield, Trans.).
- Camacho, A. (2006). Socioepistemología y prácticas sociales. *Educación Matemática*, 18(1), 133-160.
- Cantoral, R. (2002). La sensibilidad a la contradicción: Un estudio sobre la noción de logaritmo de números negativos y el origen de la variable compleja. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 15(1), 35–42.
- Cantoral, R. & Farfán, R. M. (2003). Matemática Educativa: Una visión de su evolución. *RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 6(1), 27-40. <<https://www.clame.org.mx/relime/200302a.pdf>>
- Carrillo, J., & Contreras, L. C. (1995). Un modelo de categorías e indicadores para el análisis de las concepciones del profesor sobre la matemática y su enseñanza. *Educación matemática*, 7(03), 79-92.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique*. Grenoble: La pensée sauvage.
- Chiancone Castro, A. (1997). Los matemáticos uruguayos, una historia de migraciones. *Redes*, 4(10). Récupéré en janvier, 2019 : <https://www.redalyc.org/pdf/907/90711303008.pdf>
- Ciccioli, V., & Sgreccia, N. (2017). Formación en geometría analítica para futuros profesores. Estudio de caso basado en el MKT. *Educación matemática*, 29(1), 141-170.
- Clark, K. M. (2012). History of mathematics: Illuminating understanding of school mathematics concepts for prospective mathematics teachers. *Educational Studies in Mathematics*, 81(1), 67-84.
- Clivaz, S. (2011). Des mathématiques pour enseigner, analyse de l'influence des connaissances mathématiques d'enseignants vaudois sur leur enseignement des mathématiques à l'école primaire. Education. Université de Genève, 2011.

- Combessie, J. (2010). *La méthode en sociologie*. Paris: La découverte.
- Coppé, S. (2007). La préparation des séances en classe par les stagiaires en fin de formation: un exemple de résistances et de changements dans les pratiques. In *La statistique dans l'enseignement PLC2 & Les résistances et les changements dans les pratiques d'enseignement en formation initiale: actes du 14e colloque de la CORFEM* (pp. 165-181).
- Coppé, S., & Veillard, L. (2009). Mobilisation de connaissances antérieures lors de la préparation d'une leçon de mathématiques par des jeunes professeurs stagiaires. In *Où va la didactique comparée? 1er colloque international de l'ARCD* (pp. 55-68).
- Coppé, S. (2011). La réforme de la formation des enseignants en France en 2010. *Petit x*, Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques (Grenoble), (85), 53-71.
- Cullen, C. (2009). *Entrañas éticas de la identidad docente*. (pp. 113-125). Buenos Aires, Argentina : La Crujía.
- Dalcin, M., Ochoviet, C., & Olave, M. (2017). *Un estudio de las creencias de los estudiantes de profesorado sobre la matemática y sus orígenes: qué puede aportar la historia de la matemática en la formación inicial*. Recuperado de ISBN (en línea): 978-9974-91-715-6
- De Vittori, T., & Loeuille, H. (2009). Former des enseignants à l'histoire des sciences: Analyse et enjeux d'une pratique en mathématiques. *Petit x*, (80), 5-22.
- Dossey, J. A. (1992). The nature of mathematics: Its role and its influence. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 39, 48.
- Ernest, P. (1989). The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: A model. *Journal of education for teaching*, 15(1), 13-33.
- Espinoza, L. & Cantoral, R. (2010). Una propuesta metodológica para estudios sociohistóricos: el caso de la Teoría de funciones de Lagrange. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (Vol. 23, pp. 889-898). México D. F.: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C.
- Fauvel, J., & van Maanen, J. (Eds.). (2000). *History in mathematics education: The ICMI study* (Vol. 6). Springer Science & Business Media. The Netherlands, University of Groningen.
- Fernández, L. (2006), How to analyze qualitative data ? *Butlletí LaRecerca*, 6, 1-13.
- Ferreira, M. C. N., Ribeiro, M., & Ribeiro, A. J. (2017). Conhecimento matemático para ensinar Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. *Zetetike*, 25(3), 496-514.
- Flores Martínez, P. (1995) Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Evolución durante las prácticas de enseñanza. Thèse de doctorat non publiée. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada.
- Flores Martínez, P. (2004). Creencias y concepciones de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje: evolución durante las prácticas de enseñanza. *Recuperado Marzo, 19*.

Fregueiro, A. (2014). *Usos y resignificación del número real en la obra matemática de René Descartes* (Master dissertation). Instituto Politécnico Nacional Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada Unidad Legaria, México.

Gispert, H. (2008). *L'enseignement des mathématiques au XXe siècle dans le contexte français*. Paris, France.: *CultureMATH*. <http://culturemath.ens.fr>

Godino, J. (2010). Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina tecnocientífica. *Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada*. Recuperado de <https://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos_teoricos/perspectiva_ddm.pdf> Consulté février, 2019

Gooday, G., Lynch, J., Wilson, K., & Barsky, C. (2008). Does science education need the history of science?. *Isis*, 99(2), 322–330.

GRE6. Grupo de reflexión sobre educación (2013). Doc. No. 6 Para repensar la formación docente. Montevideo.

Guacaneme, E. A. (2010). ¿ Qué tipo de Historia de las Matemáticas debe ser apropiada por un profesor?. *Revista Virtual Educyt*, 2, 1-13.

Guacaneme, E. (2016). *Potencial formativo de la historia de la teoría euclidiana de la proporción en la constitución del conocimiento del profesor de matemáticas* (Doctoral dissertation). Universidad del Valle, Colombia.

Guillemette, D. (2015). *L'histoire des mathématiques et la formation des enseignants du secondaire: sur l'expérience du dépaysement épistémologique des étudiants* (Doctoral dissertation, Université du Québec à Montréal).

Guillemette, D. (2017). History of mathematics in secondary school teachers' training: towards a nonviolent mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 96(3), 349-365.

Hoover, M., Mosvold, R., Ball, D. L., & Lai, Y. (2016). Making progress on mathematical knowledge for teaching. *The Mathematics Enthusiast*, 13(1), 3-34.

Instituto Nacional de Estadística (2011). *Resultados del Censo de Población 2011: población, crecimiento y estructura por sexo y edad*. <http://www.ine.gub.uy/documents/10181/35289/analisispais.pdf/cc0282ef-2011-4ed8-a3ff-32372d31e690>

Jakobsen, A., Thames, M. H., & Ribeiro, C. M. (2013). Delineating issues related to horizon content knowledge for mathematics teaching. In *Proceedings of the Eight Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 3125-3124).

Jankvist, U. T. (2009). A categorization of the “whys” and “hows” of using history in mathematics education. *Educational studies in Mathematics*, 71(3), 235–261.

Jankvist, U. T. (2013). History, applications, and philosophy in mathematics education: HAPh—A use of primary sources. *Science & Education*, 22(3), 635–656.

Jankvist, U. T. (2015). Teaching history in mathematics education to future mathematics teacher educators. In *CERME 9-Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1825-1831).

Kermen, I., & Izquierdo-Aymerich, M. (2017). Connaissances professionnelles didactiques des enseignants de sciences: un thème de recherche encore récent dans les recherches francophones. *RDST. Recherches en didactique des sciences et des technologies*, (15), 9-32.

Kim, D. J., Choi, S., & Lim, W. (2017). Sfard's Commognitive Framework as a Method of Discourse Analysis in Mathematics. *World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Mathematical, Computational, Physical, Electrical and Computer Engineering*, 11(11), 462-466.

Lecourt, D. (1999). L'enseignement de la philosophie des sciences. *Rapport au ministre de l'Éducation Nationale, de la Recherche et de la Technologie*, 1314. <<http://media.education.gouv.fr/file/94/7/5947.pdf>>

Le portail des IREM (2000-2019) <http://www.univ-irem.fr/spip.php?rubrique160>

López Mazz, José M. (2018). Sangre indígena en Uruguay. Memoria y ciudadanías post nacionales. *Athenea Digital*, 18(1), 181-201. <https://doi.org/10.5565/rev/athenea.2235>

Ma, L. (2009). *Saber e ensinar: Matemática elementar*. Lisboa: Gradiva.

Margolinas, C., Coulange, L., & Bessot, A. (2005). What can the teacher learn in the classroom?. In *Beyond the Apparent Banality of the Mathematics Classroom* (pp. 205-234). Springer, Boston, MA.

Margolinas, C. (2014). Connaissance et savoir. Concepts didactiques et perspectives sociologiques?. *Revue française de pédagogie. Recherches en éducation*, (188), 13-22. Consulté le 02 janvier 2018. URL : <http://journals.openedition.org/rfp/4530> ; DOI : 10.4000/rfp.4530

Matthews, M. R. (1994). Historia, filosofía y enseñanza de las ciencias: la aproximación actual. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 12(2), 255-277.

Ministerio de Educación y Cultura (2014). *A 140 años de la educación del pueblo: Aportes para la reflexión sobre la educación en el Uruguay*. Montevideo. Disponible en <https://www.mec.gub.uy/innovaportal/file/11078/1/mec-140-anios-educacion-pueblo.pdf>

Mizony, M. (2005). Contributions to the Joint Finnish-French Conference « Teaching mathematics: beyond the PISA survey » Paris 6 - 8 octobre 2005 <http://smf.emath.fr/VieSociete/Rencontres/France-Finlande2005/ResumeConferences.html>

Montiel, G., & Buendía, G. (2012). Un esquema metodológico para la investigación socioepistemológica: ejemplos e ilustraciones. *Metodología en matemática educativa: visiones y reflexiones*, 61-88.

Moyon, M., & Tournès, D. (2018). *Passerelles. Enseigner les mathématiques par leur histoire au cycle 3*. France : ARPEME.

Muñoz, M., Contreras, L., Carrillo, J., Rojas, N., Montes, M., & Climent, N. (2015). Conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): un modelo analítico para el estudio del conocimiento del profesor de matemáticas. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 18 (3), 589–605.

NCTM (1991). Professional standards for teaching mathematics. Reston: Va. National Council of Teachers of Mathematics.

Ng, D., Mosvold, R., & Fauskanger, J. (2012). Translating and adapting the mathematical knowledge for teaching (MKT) measures: The cases of Indonesia and Norway. *The Mathematics Enthusiast*, 9(1), 149-178.

Pereira, A. & Saito, F. (2018). Os instrumentos matemáticos na interface entre História e ensino de matemática: compreendendo o Cenário nacional nos últimos 10 anos. En A. Pereira (Presidencia). *III Seminário Cearense de História da Matemática*. Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Ceará.

Radford, L. (2011). Vers une théorie socioculturelle de l'enseignement-apprentissage: La théorie de l'objectivation. *Éléments*, 1, 1-27.

Radford, L. (2018). Algunos desafíos encontrados en la elaboración de la Teoría de la Objetivación. *PNA*, 12(2), 61-80.

Ravinet, P. (2009). Chapitre 17. La construction européenne et l'enseignement supérieur. In *Politiques européennes* (pp. 353-368). Presses de Sciences Po (PFNSP).

Saito, F., & Dias, M. (2013). InteRaymond, D. (1998). La notion de « pedagogical content knowledge ». PERFORMA collégial, document de l'Assemblée générale, AG9798-3-8, 2, 1-16.

Reuter Y., Cohen-Azria C., Daunay B. *et al.*, *Dictionnaire des concepts fondamentaux des didactiques*. De Boeck Supérieur, « Hors collection », 2013, 300 pages. ISBN : 9782804169107. DOI : 10.3917/dbu.reute.2013.01. URL : <https://www-cairn-info.ressources-electroniques.univ-lille.fr/dictionnaire-des-concepts-fondamentaux-des-didacti--9782804169107.htm>

Robert, A. (2001). Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant. *Recherches en didactique des mathématiques*, 21(1), 57-80.

Robert, A. (2005). Sur la formation des pratiques des enseignants de mathématiques du second degré. *Recherche & formation*, 50(1), 75-89.

Rojas, N., Flores, P., & Carrillo, C. (2013). Caracterización del conocimiento matemático para la enseñanza de los números racionales. *Avances de investigación en Educación Matemática*, (4), 47-64.

Ruiz-Olarría, A., Bosch, M. & Gascón, P. (2017). El conocimiento pedagógico del contenido y las praxeologías matemáticas para la enseñanza. En Cirade, G., Artaud, M., Bosch, M., Bourgade, J.-P., Chevallard, Y., Ladage, C. & Sierra, T. A. (Éds). *Évolutions contemporaines du rapport aux mathématiques et aux autres savoirs à l'école et dans la société*. <https://citad4.sciencesconf.org>

rface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. *Ciência & Educação*, 19(1), 89–111.

Saito, F. (2018). A pesquisa histórica e filosófica na educação matemática. *Eventos Pedagógicos*, 9(2), 604-618.

Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard educational review*, 57(1), 1-23.

Sistema Único Nacional de Formación Docente (SUNFD). Plan Nacional Integrado de Formación Docente (2008) Disponible en www.anep.edu.uy

Siu, M. (2004). No, I don't use history of mathematics in my class: Why?. In F. Furinghetti, S. Kaijser, & C. Tzanakis (Eds.) *Proceedings HPM 2004 & ESU 4 – Revised edition* (pp. 268–277). Iraklion, Greece: University of Crete.

Smestad, B., Jankvist, U. T., & Clark, K. (2014). Teachers' mathematical knowledge for teaching in relation to the inclusion of history of mathematics in teaching. *Nordic Stud Math Educ*, 19(3-4), 169-183.

Sosa, L., Carrillo, J. (2010). Caracterización del conocimiento matemático para la enseñanza (MKT) de matrices en bachillerato. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T.A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 569-580). Lleida: SEIEM.

Tatto, M. T., Lerman, S., & Novotná, J. (2009). Overview of teacher education systems across the world. In *The professional education and development of teachers of mathematics* (pp. 15-23). Springer, Boston, MA.

Thompson, A. (1992). Teacher's beliefs and conceptions: a synthesis of the research. En D.A. Grouws, (Ed.), *Handbook on mathematics teaching and learning*. (pp. 127-146). New York: Macmillan.

Torres, L., Guacaneme, E., & Arboleda, L. (2014). La Historia de las Matemáticas en la formación de profesores de Matemáticas. *Quipu*, 16(2), 203–224.

Valero, P. (1997). Une vision de la didactique des mathématiques en France.

Van der Maren, J. (1996). *Méthodes de recherche pour l'éducation*. Presses de l'Université de Montréal et de Boeck.

Vilatte, J. (2007). L'entretien comme outil d'évaluation. *Laboratoire Culture & Communication Université d'Avignon*.