

Mémoire présenté en vue de l'obtention de  
l'Habilitation à Diriger des Recherches  
de l'Université de Lille I

# **Fatigue des matériaux métalliques : quelques contributions à une approche dissipative**

ERIC CHARKALUK

Laboratoire de Mécanique de Lille  
CNRS UMR 8107  
boulevard Paul Langevin  
59655 Villeneuve d'Ascq cedex, France  
e-mail: eric.charkaluk@univ-lille1.fr

Soutenu le 14 décembre 2006 devant le jury composé de:

Présidente :	Mme. Suzanne DEGALLAIX	Professeur, Ecole Centrale de Lille
Rapporteurs :	M. André CHRYSOCHOOS	Professeur, Université de Montpellier II
	M. Habibou MAÏTOURNAM	Professeur, Ecole Polytechnique
	M. Luc RÉMY	Directeur de Recherche CNRS, Ecole des Mines de Paris
Membres :	M. Géry DE SAXCÉ	Professeur, Université de Lille I
	M. Samuel FOREST	Directeur de Recherche CNRS, Ecole des Mines de Paris
	M. Djimédo KONDO	Professeur, Université de Lille I

*"When applied to the microstructure, there is a hope that the concepts of  
endurance limit and shakedown are related  
and that fatigue failure can be related to energy dissipated  
in idealized material when shakedown does not occur."*

Daniel C. Drucker, 1963

*"Le seul véritable voyage, le seul bain de Jouvence,  
ce ne serait pas d'aller vers de nouveaux paysages, mais d'avoir d'autres yeux . . ."*

Marcel Proust, 1923

à Ky, André et Andrei



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>9</b>
1.1	De l'échelle micro- à l'échelle macroscopique : les observations . . . . .	10
1.2	Des contraintes aux déformations : la modélisation . . . . .	14
1.3	Une alternative : l'étude de la dissipation . . . . .	16
1.4	Objectif : vers une approche unifiée en fatigue . . . . .	19
<b>2</b>	<b>Un lien entre fatigue à grand et faible nombre de cycles</b>	<b>23</b>
2.1	L'approche multiéchelle de Dang Van . . . . .	23
2.2	Dissipation, adaptation et accommodation . . . . .	26
2.3	De la nécessité de l'endommagement à l'échelle des grains . . . . .	32
2.4	Une procédure expérimentale originale . . . . .	41
2.5	Vers l'échelle macroscopique . . . . .	43
2.6	Conclusions et perspectives . . . . .	47
<b>3</b>	<b>Un indicateur de dommage en fatigue thermomécanique</b>	<b>55</b>
3.1	Approche globale de dimensionnement . . . . .	55
3.2	Modélisation du comportement cyclique du matériau . . . . .	56
3.3	Estimation des durées de vie . . . . .	66
3.4	Conclusions et perspectives . . . . .	72
<b>4</b>	<b>Perspectives</b>	<b>75</b>
<b>5</b>	<b>Annexes</b>	<b>77</b>
5.1	Homogénéisation : schéma auto-cohérent . . . . .	77
5.2	Cadre usuel de la Thermodynamique des Processus Irréversibles (TPI) . . . . .	78



# Préambule

Il est bien connu que les deux principes de la thermodynamique conduisent d'une part, à la conservation de l'énergie dans un système fermé, et d'autre part, à une dissipation positive, liée à toutes les irréversibilités à l'intérieur de ce système. La fatigue des matériaux et des structures est une parfaite illustration de ces deux principes : si on sollicite cycliquement une structure, et plus particulièrement une éprouvette, dans une enceinte adiabatique, au-delà d'un certain seuil de chargement, la température à l'intérieur de cette enceinte va s'élever. Cet effet est lié à la dissipation provoquée, entre autres, par les mécanismes de plasticité et d'endommagement cycliques pouvant conduire à l'amorçage et la propagation d'une ou plusieurs fissures de fatigue. Le mémoire présenté ici apporte quelques contributions à une telle analyse *dissipative* du phénomène de fatigue.

Le résumé des travaux est divisé en trois chapitres.

Dans le premier chapitre, le cadre général d'étude et l'intérêt pour une telle approche dissipative sont introduits. On y présente les observations connues des mécanismes d'endommagement par fatigue, en partant d'une échelle microscopique, les modèles généralement utilisés dans le cadre du dimensionnement de structures à la fatigue et les résultats, anciens et récents, permettant de justifier un tel cadre dissipatif.

Le deuxième chapitre est consacré à l'étude de la fatigue à grand nombre de cycles et à son lien possible avec la fatigue à faible nombre de cycles. Pour cela, l'approche multiéchelle, désormais classique, de DANG VAN est rappelée, et étendue à l'étude de la dissipation, en s'appuyant sur les concepts, encore trop peu connus et utilisés, d'adaptation et d'accommodation. La confrontation des résultats théoriques avec de nombreux résultats expérimentaux issus de la littérature montre la justesse de ce cadre. Cependant, le développement d'une approche purement dissipative bute sur le rôle joué par la contrainte moyenne sur le phénomène de fatigue. Cette influence de la contrainte moyenne, simplement postulée dans la plupart des modèles de fatigue existants, a été reconsidérée en introduisant des mécanismes d'endommagement à l'échelle des bandes de glissement persistantes. Des résultats expérimentaux permettent alors de consolider ce nouveau critère de fatigue à grand nombre de cycles.

Le troisième chapitre étend la notion de dissipation mécanique aux cas des chargements thermomécaniques en fatigue à faible nombre de cycles. Cette extension est faite en vue du dimensionnement de structures industrielles, ce qui requiert une approche globale, allant de l'étude du chargement à l'estimation de la durée de vie, en passant par le comportement inélastique des matériaux considérés. Le choix de la loi de comportement ainsi que son implémentation numérique sont discutés. Les critères usuels en fatigue oligocyclique sont présentés et l'énergie dissipée par cycle se révèle être un bon indicateur de l'endommagement, permettant d'estimer les durées de vie et les zones fissurées des structures étudiées. Cette approche globale a été appliquée avec succès, entre autres, aux cas des collecteurs d'échappement et à celui des culasses diesel.

L'approche multiéchelle introduisant des mécanismes d'endommagement à l'échelle des grains, développée dans le cadre de la fatigue à grand nombre de cycles, a, par ailleurs, donné lieu à de nouveaux développements en mécanique de la rupture ductile. Ces développements ne seront cependant pas détaillés dans ce manuscrit.

Une grande partie des résultats présentés ont été obtenus en collaboration étroite avec différents collègues. J'aimerais premièrement remercier ici deux personnes, indissociables selon moi, André BIGNONNET et Ky DANG VAN, qui m'ont fait entrer de plein pied dans le monde de la recherche et de ses applications industrielles. Mes pensées vont également vers mon ami Andrei CONSTANTINESCU, compagnon de la première heure, auquel je dois l'essentiel de ma formation à la recherche et une grande part de ma passion pour celle-ci. Merci enfin à de nombreuses personnes, dont la rencontre a permis d'ajouter de nombreuses pierres à cet édifice : Laetitia VERGER, Jean-Jacques THOMAS, Vincent MONCHIET, Laurence BODELOT, Laurent SABATIER, Philippe DUFRENOY, Géry DE SAXCÉ et Djimédo KONDO.

# Chapitre 1

## Introduction

Historiquement, *l'étude de la fatigue a d'abord été macroscopique* et les raisons en sont multiples. Il est admis que c'est l'accident du train "Paris-Versailles" le 11 mai 1842, qui fit plus d'une cinquantaine de morts et fut lié à la rupture en deux endroits de l'essieu avant de la locomotive, qui a constitué l'origine des études du phénomène de fatigue. Pour étudier ce phénomène, Wöhler [59] entreprit pour le compte de l'industrie ferroviaire allemande des essais systématiques en flexion alternée sur des essieux. Les courbes établies par Wöhler relient l'amplitude de contrainte appliquée en fonction du nombre de cycles à rupture et mettent ainsi en évidence la notion de limite de fatigue, limite en dessous de laquelle il n'y a pas de risque de rupture par fatigue. *Macroscopique* donc, car il s'agit d'abord d'une locomotive et de son essieu. *Macroscopique* ensuite, car les essais sont réalisés sur des essieux et les contraintes sont alors calculées par les règles de la théorie des poutres. *Macroscopique* encore, car, à cette échelle, l'essieu se comporte de manière élastique. *Macroscopique* enfin, car c'est la rupture de l'essieu qui est le critère de ruine. L'observation d'une telle courbe de Wöhler a conduit alors à diviser conventionnellement l'étude de la fatigue en deux domaines : la fatigue à faible nombre de cycles (oligocyclique, LCF en anglais) et la fatigue à grand nombre de cycles (polycyclique, HCF en anglais). Ce second domaine peut encore être séparé schématiquement en deux : endurance illimitée d'une part et endurance limitée d'autre part, cette dernière correspondant à la zone de transition entre fatigue oligocyclique et polycyclique (cf. figure 1.1). Il s'agit alors d'une séparation des domaines de fatigue par les durées de vie observées. Par ailleurs, après l'établissement des premières analyses de Wöhler, la mise en évidence d'un certain nombre d'effets a été établie, sans pour autant en établir la cause : l'effet bénéfique ou néfaste de la contrainte moyenne [27, 28] pour une même amplitude de sollicitation ou encore l'influence du trajet de chargement [29] par rapport à un chargement uniaxial. C'est certainement parce que la cause n'est pas macroscopique ! En effet, la rupture par fatigue est *le résultat de phénomènes microscopiques* complexes qui apparaissent sous sollicitations cycliques et le principal mécanisme responsable de l'amorçage d'une fissure, commun à l'ensemble des domaines de fatigue, est *l'apparition et le développement spatial de déformations inélastiques dans les grains*, dues essentiellement aux mouvements des dislocations. Plutôt que les durées de vie, la différence principale entre les régimes oligocyclique et polycyclique est l'échelle concernée par le développement de ces déformations inélastiques. En *fatigue polycyclique*, elles sont présentes uniquement à l'échelle *mesoscopique* des grains alors qu'en *fatigue oligocyclique*, elles peuvent être observées à la fois à l'échelle des grains mais également à l'échelle *macroscopique* de l'éprouvette, comme le schématise la figure 1.2.

Précisons enfin que l'ensemble de ces études s'intéresse à *l'amorçage d'une fissure* qu'il convient de définir précisément, puisque cette notion dépend fortement de l'échelle d'observation et d'étude. Dans le cas présent, il s'agit de l'amorçage d'une fissure à l'échelle d'un grain, se propageant alors dans

quelques grains voisins. Cela correspond au stade I de la fatigue décrit par Forsyth [26]. En introduisant le vocabulaire qui sera utilisé par la suite, l'amorçage correspond ainsi, dans ce contexte, à l'apparition d'une fissure de la taille du Volume Élémentaire Représentatif (VER tel que défini dans Bornert et al. [3] par exemple).

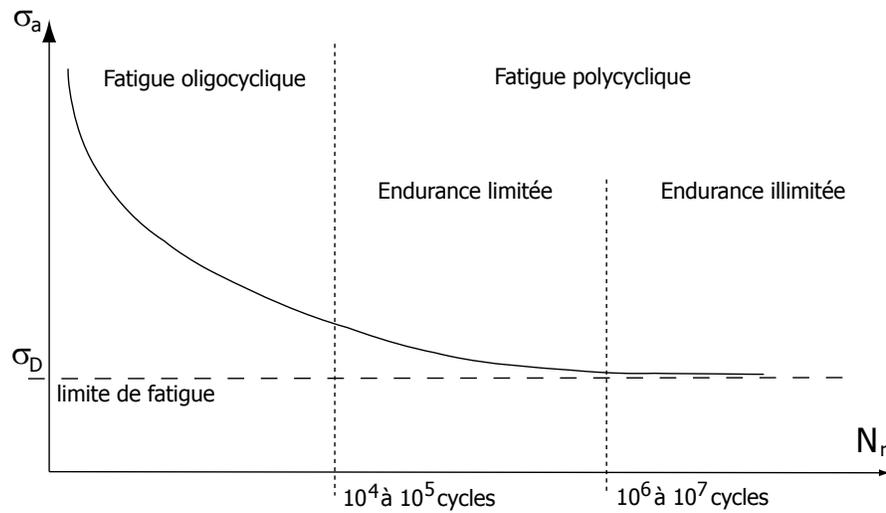


FIG. 1.1 – Représentation schématique de la courbe de Wöhler définissant les domaines de fatigue oligocyclique et polycyclique.

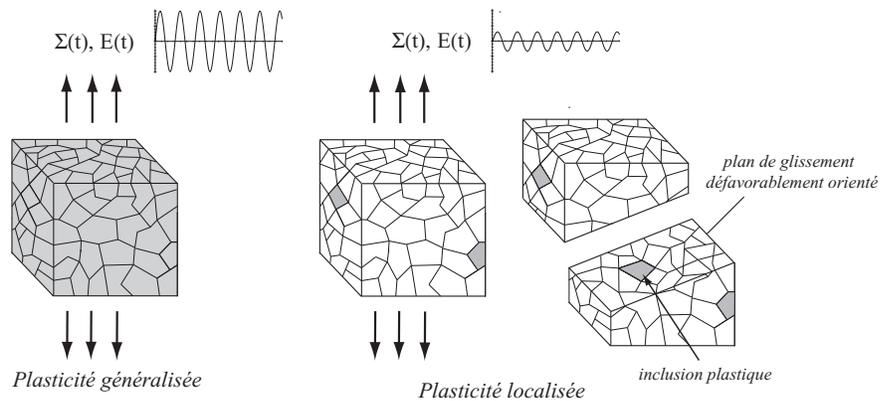


FIG. 1.2 – Plasticité développée macroscopiquement en fatigue oligocyclique et plasticité à l'échelle mesoscopique en fatigue polycyclique.

## 1.1 De l'échelle micro- à l'échelle macroscopique : les observations

Avant de poser le cadre de modélisation retenue, il convient de décrire convenablement les mécanismes conduisant au phénomène de fatigue et d'amorçage de fissures en démarrant des échelles les

plus fines, au sens de la mécanique des milieux continus, aux échelles les plus grandes qui seront celles de l'ingénieur. Pour cela, nous allons considérer un VER qui sera, dans notre cas, un agrégat polycristallin. Isolons d'abord un grain de ce VER : sous sollicitations cycliques, il se comportera comme un monocristal. Nous pouvons alors nous appuyer sur de nombreuses études antérieures pour décrire le comportement en fatigue de tels monocristaux. Une fois cette description effectuée, il sera plus aisée d'étudier qualitativement le comportement des polycristaux sous chargements cycliques. Nous pourrons alors décrire le passage de la fatigue à grand nombre de cycles, à la fatigue à faible nombre de cycles à l'échelle de ce VER.

### Comportement en fatigue des monocristaux

Nous nous limitons essentiellement dans cette partie aux métaux du type CFC développant des mécanismes de plasticité (systèmes de glissement, comportement cyclique) plus aisés à décrire et à modéliser, comme l'indiquent de nombreuses références bibliographiques (cf. la synthèse de Suresh [55], les articles de référence de Magnin et al. [42, 43] et la récente synthèse de Lukás et Kunz [37]). Une grande partie des résultats expérimentaux obtenus sur monocristaux CFC sont issus d'essais cycliques à déformation plastique imposée et à température constante, réalisés sur du cuivre pur. Lors de sollicitations cycliques à déformation plastique imposée, Winter [57] a mis en évidence un comportement à deux phases (cf. figure 1.3) : un durcissement initial dû à l'accumulation des dislocations primaires (formation de la matrice) puis une phase de saturation avec la présence d'un plateau. Cette seconde phase correspond à l'apparition de lignes de glissement persistantes en surface et à la création de bandes de glissement persistantes (BGP) à coeur, conséquence de la localisation de la déformation. Ces méca-

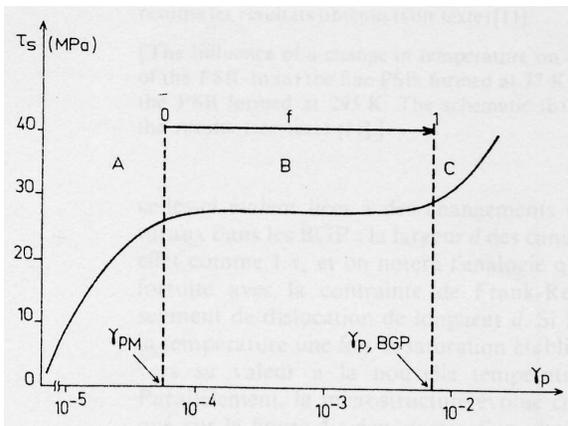


FIG. 1.3 – Comportement à deux phases durcissement-saturation d'un monocristal sollicité cycliquement à déformation plastique imposée [43], d'après Winter [57].

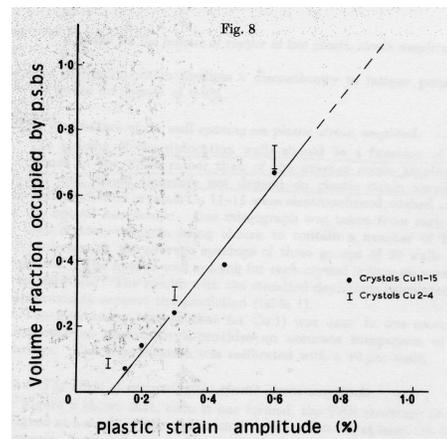


FIG. 1.4 – Fraction volumique de PSB augmentant linéairement avec le glissement plastique [57].

nismes ont été largement décrit par Mughrabi et al. [47]. Le glissement est ainsi localisé dans ces bandes, dont il est montré que la fraction volumique augmente linéairement avec le glissement plastique [57], ce qu'indiquent les figures 1.4 et 1.5. Dans le cas de ces cristaux purs, Laird [35] a alors observé que l'on pouvait relier la limite de fatigue à l'apparition de ces BGP. Cela suppose maintenant de décrire le mécanisme d'amorçage de fissure à l'échelle d'un grain et cette tâche n'est, a priori, pas aisée. En effet, ces mécanismes de glissement dans les grains de surface font apparaître des lignes de glissement

qui conduisent à la création d'une rugosité de surface liée aux mécanismes d'intrusion/extrusion décrits initialement par Forsyth [26] et exhaustivement par Lin et Lin [36] et Mughrabi et al. [47, 23]. Il est alors montré que les fissures s'amorcent en surface, au sein des bandes de glissement ou à l'interface BGP/matrice [9, 39, 40, 1, 2] (cf. figures 1.6 et 1.7). La propagation dans le stade I de la fatigue se fait donc d'abord dans les PSB [37]. Cependant, aucun consensus ne semble se dégager sur les mécanismes d'endommagement à l'origine de cet amorçage. Les causes les plus évidentes sont la déformation importante dans les bandes de glissement [9] et le fort gradient de dislocations qui y est présent [39]. La concentration en lacunes y est par ailleurs de l'ordre de  $10^{-4}$ , ces lacunes étant créées par un mécanisme d'annihilation de dislocations, cause vraisemblable de l'irréversibilité du comportement cyclique de ces grains. Ainsi, Essmann et al. [23] ont proposé un modèle de création et de croissance de défauts ponctuels afin d'expliquer la formation des intrusions/extrusions. Nous reviendrons sur cette proposition dans le chapitre 2. Nous pouvons simplement conclure de toutes ces études que l'amorçage de fissures dans les grains sollicités cycliquement trouve son origine dans l'activité plastique localisée dans des bandes de glissement situées dans les grains de surface.

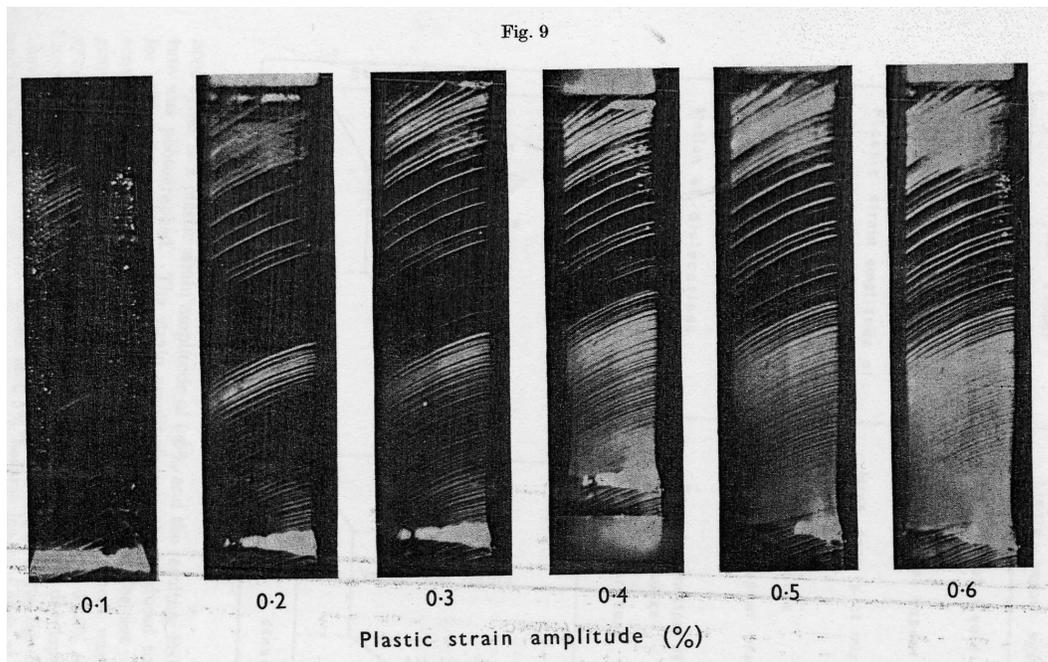


FIG. 1.5 – Augmentation de la densité de bandes de glissement en surface de l'éprouvette sollicitée en fonction de la déformation plastique appliquée [57].

### Comportement en fatigue des polycristaux

Dans le cas du polycristal, un tel monocristal se trouve entouré d'autres cristaux dont l'orientation cristalline sera différente, comme l'indiquent des analyses réalisées au moyen de figures d'attaque chimique ou par EBSD (Electron Back-Scattering Diffraction) par exemple. Dans le cas du glissement simple (un seul système de glissement est activé dans chaque grain), ces variations d'orientation peuvent être décrites par la distribution du facteur de Schmid, rendant compte du rapport entre le cisaillement obtenu sur le système activé (loi de Schmid) et la contrainte appliquée au bord du VER. Récemment, Sauzay [50] a

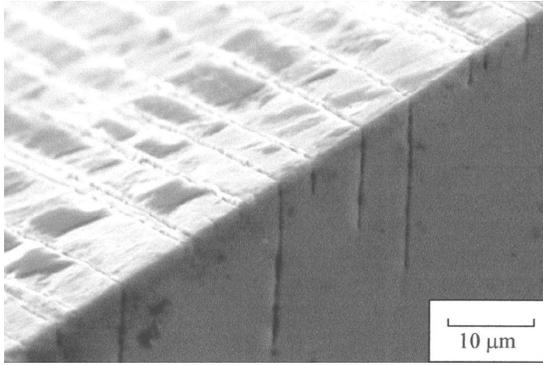


FIG. 1.6 – Coupe d'une éprouvette de cuivre montrant des intrusions et extrusions et les fissures se propageant en suivant ces dernières [2].

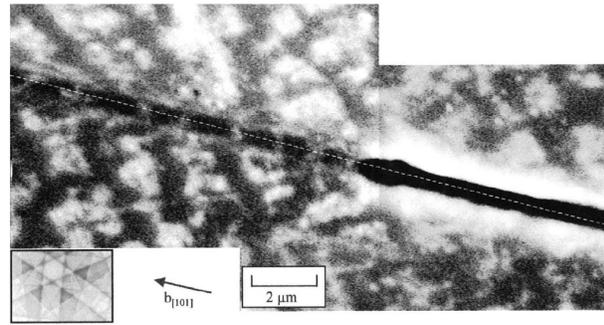


FIG. 1.7 – Fissure se propageant en suivant une bande de glissement dont on distingue la structure en échelle [2].

effectué une synthèse de quelques analyses montrant l'évolution du pourcentage de grains en surface de polycristaux de cuivre présentant des PSB, en fonction du chargement appliqué (cf. figure 1.8). Ces résultats, issus de [48] et [58], montrent que, selon le niveau de chargement appliqué, on peut passer d'une situation où la proportion de grains qui plastifient se trouve très faible par rapport aux grains demeurant élastiques, à une situation de plasticité généralisée à l'ensemble du volume étudié.

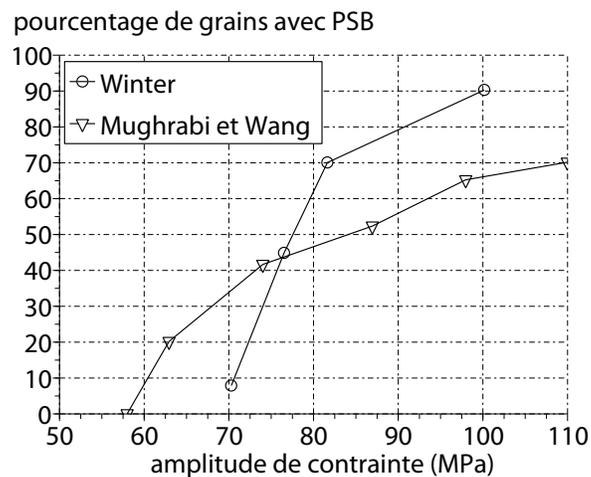


FIG. 1.8 – Evolution du pourcentage de grains en surface de polycristaux de cuivre présentant des PSB, en fonction du chargement appliqué [50].

### La fatigue des structures : un phénomène multiéchelle

Ainsi, il est maintenant possible de décrire schématiquement, dans le cas du polycristal sous chargement cyclique, le comportement du VER, dépendant du niveau de sollicitation et d'autres facteurs (température, environnement, ...). Ceci constitue le cadre d'étude retenu dans la suite du chapitre, dans

lequel on distinguera les différentes situations suivantes :

- le niveau de chargement est suffisamment faible pour que l'on puisse considérer un glissement simple et que la limite d'élasticité en cisson ne soit à aucun moment dépassée : une réponse élastique est obtenue dans l'ensemble des grains et aucune bande de glissement n'est observable en surface. La réponse macroscopique, au bord du VER, sera, alors, elle-même élastique.
- le niveau de chargement est faible. La limite d'élasticité en cisson peut alors être dépassée dans certains grains qui se comporteront alors tel que décrit dans le paragraphe concernant les monocristaux. A la surface de ces grains, des bandes de glissement peuvent être observées (cf. [50, 15]). Ce comportement élastoplastique hétérogène, dépendant de l'orientation des grains sollicités, a été quantifié récemment par Korsunsky et al. [33] par diffraction de neutrons dans un acier austénitique 316L : certains grains présentent une réponse (quasi)élastique alors que d'autres plastifient cycliquement. Cependant, si cette plasticité reste confinée dans quelques grains en faible nombre, la réponse macroscopique au bord du VER peut rester apparemment élastique.
- le niveau de chargement devient plus important et cela a alors deux conséquences : le nombre de grains qui plastifient devient plus important (cf. la figure 1.8) et le glissement peut être multiple. La plasticité n'est alors plus confinée, se généralise dans tout le VER, et le comportement macroscopique devient lui-même élastoplastique.

Ainsi, même si les mécanismes d'endommagement en fatigue polycyclique et oligocyclique sont fondés sur des mécanismes physiques identiques, dans le premier cas, sous faibles charges, le comportement macroscopique du VER demeure élastique alors que, dans le second cas, sous charges plus importantes, ce comportement devient plastique. C'est ce constat qui a essentiellement guidé jusqu'à aujourd'hui la recherche de "critères" de fatigue dans ces deux domaines.

## 1.2 Des contraintes aux déformations : la modélisation

Comme l'ont défini Dang Van et Maitournam [17], un critère de fatigue est un outil permettant de distinguer parmi tous les trajets de chargement ceux qui sont endommageants de ceux qui ne le sont pas, au sens de l'amorçage d'une fissure macroscopique (c'est à dire, à l'échelle du VER). Précisons alors la distinction entre fatigue polycyclique et oligocyclique.

Comme nous l'avons rappelé au chapitre précédent, en fatigue polycyclique, à l'échelle mesoscopique, l'expérience montre que les déformations plastiques cycliques se localisent dans des bandes de glissement, entraînant des phénomènes d'intrusions et extrusions, et un premier stade de fissuration démarrant selon des plans de *cisaillement maximal*. Par ailleurs, la *contrainte moyenne* a une forte influence, favorisant ou non, selon sa valeur et son signe, l'amorçage d'une fissure, même si son rôle à l'échelle mesoscopique n'est pas encore bien compris. Ainsi, dans le domaine de l'endurance illimitée, les critères macroscopiques ont été généralement bâtis à partir de ces deux grandeurs : cisaillement maximal et pression hydrostatique. On peut par exemple citer les critères de Sines [52, 51] et de Crossland [14] qui considèrent le plan octaédral comme plan de cisaillement maximal et portent alors sur l'amplitude de  $\sqrt{J_2}$ , notée  $\sqrt{J_{2a}}$ , où  $J_2$  est le second invariant du déviateur du tenseur des contraintes, et sur la valeur moyenne ou maximale de la pression hydrostatique  $\sigma_h$ . Leurs conditions d'endurance illimitée sont données par :

$$\sqrt{J_{2a}} + a_s \sigma_{h,m} \leq b_s$$

pour Sines et

$$\sqrt{J_{2a}} + a_c \sigma_{h,max} \leq b_c$$

pour Crossland. Les constantes  $a_s$ ,  $b_s$ ,  $a_c$  et  $b_c$  sont des caractéristiques du matériau, identifiées généralement à partir d'essais de flexion répétée ou alternée et de torsion alternée. Ces critères d'endurance peuvent donc être résumés sous forme d'une fonction  $f$  telle que :

$$f(\sqrt{J_{2a}}, \sigma_h) \leq 0$$

c'est à dire que  $f$  ne dépend que du tenseur des contraintes  $\sigma$ . Soulignons ici que la relation linéaire entre le cisaillement et la pression hydrostatique est *postulée*.

En fatigue oligocyclique, la plasticité cyclique est macroscopique et un raisonnement uniquement fondé sur la notion de contrainte est impossible. On préfère plutôt considérer les *déformations plastiques cycliques* macroscopiques. Par ailleurs, la *contrainte moyenne* a la même influence, favorisant ou non, selon sa valeur et son signe, l'amorçage d'une fissure. Ainsi, l'approche désormais classique de Manson [44] et Coffin [11] fait uniquement appel à la notion d'amplitude de déformation plastique  $\Delta\varepsilon^p$  telle que :

$$\Delta\varepsilon^p \cdot N_r^\beta = c$$

où  $\Delta\varepsilon^p$  est l'amplitude de déformation plastique, définie ici sous une sollicitation uniaxiale,  $N_r$  est le nombre de cycles à rupture et  $\beta$  et  $c$  sont des paramètres dépendants du matériau. De la même manière, afin de rendre compte de l'influence de la contrainte moyenne, Smith, Topper et Watson [53] ont défini une fonction  $f$  dépendant de l'amplitude de déformation totale  $\Delta\varepsilon$  et de la contrainte maximale  $\sigma_{max}$  telle que

$$f = \sqrt{\sigma_{max} \cdot \Delta\varepsilon \cdot E}$$

où  $E$  est le module de Young. Cette fonction  $f$  permet à ces auteurs de regrouper dans un diagramme bi-logarithmique ( $\log(f)$ ,  $\log(N_r)$ ) des résultats obtenus lors d'essais isothermes à contraintes moyennes nulles, positives ou négatives et ce pour des éprouvettes réalisées dans différents matériaux (aciers, alliages d'aluminium, alliages de titane). On peut donc résumer ces approches en fatigue oligocyclique sous forme d'une fonction  $f$  telle que :

$$N_r = f(\Delta\varepsilon^p, \sigma_{max})$$

c'est à dire que  $f$  dépend à la fois du tenseur des contraintes  $\sigma$  et du tenseur des déformations  $\varepsilon$ .

Ainsi, même si les mécanismes de déformation et d'endommagement sont sensiblement les mêmes à toutes les échelles, selon les domaines de sollicitations, des approches en contrainte ou en déformation sont utilisées et il semble a priori difficile de les départager. Or, un certain nombre de problèmes rencontrés en fatigue des structures ne permet pas d'appliquer simplement l'une ou l'autre de ces approches. On peut citer le cas de l'endurance limitée, comprise entre les domaines d'application des critères définis en fatigue polycyclique ou oligocyclique. Ici, si la plasticité n'est pas macroscopique, l'hypothèse de glissement simple et de plasticité confinée dans quelques grains n'est plus valable. On peut également penser aux structures qui subissent des sollicitations thermomécaniques quelques milliers de fois (moteurs, turbines, outils de mise en forme, ...). La simple notion d'amplitude de déformation plastique, définie initialement dans un cadre uniaxial isotherme, n'est pas généralisable dans ces conditions où la température est variable : si la limite d'élasticité diminue avec la température, l'allongement à rupture, lui, augmente généralement, traduisant ainsi une plus grande ductilité et donc une meilleure accommodation de la déformation. Enfin, le cas des disques de freins, subissant à la fois des sollicitations thermomécaniques relativement faibles (freinages *normaux*) un très grand nombre de fois et des sollicitations thermomécaniques relativement élevées (freinages *incidentels*) un faible nombre de fois, représente la situation la plus complexe : cumul d'endommagement en fatigue oligocyclique et polycyclique anisotherme.

### 1.3 Une alternative : l'étude de la dissipation

Ces quelques exemples justifient de rechercher une voie alternative aux approches classiques en fatigue développées en contrainte ou en déformation, permettant d'analyser des situations plus complexes de manière unifiée. La voie historiquement ouverte par Farren et Taylor [25], mettant en évidence l'importance du travail plastique durant la déformation des métaux sous chargement monotone, mérite alors d'être pleinement explorée. Ces auteurs ont mis quantitativement en évidence la puissance mécanique dissipée lors d'un essai quasi-statique de traction et le ratio  $\gamma$  entre la part stockée dans le matériau et celle dissipée sous forme de chaleur. Cette dernière part entraîne alors une variation de température de l'éprouvette testée. Dans le prolongement de ces travaux historiques sous sollicitations monotones, on peut citer ceux de Chrysochoos [10] formulant un cadre thermodynamique et des expériences associées mettant en évidence les variations du ratio  $\gamma$ . Dans le cas des chargements cycliques, la première

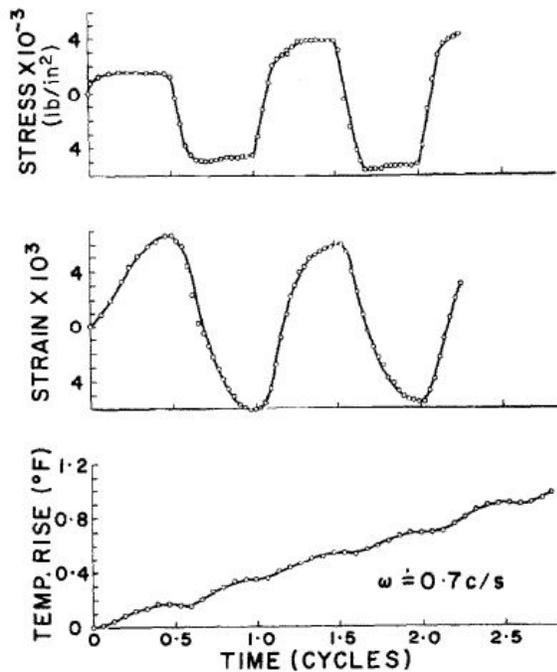


FIG. 1.9 – Evolution de la température d'une éprouvette en aluminium sollicitée en torsion, au cours des premiers cycles de sollicitation [20].

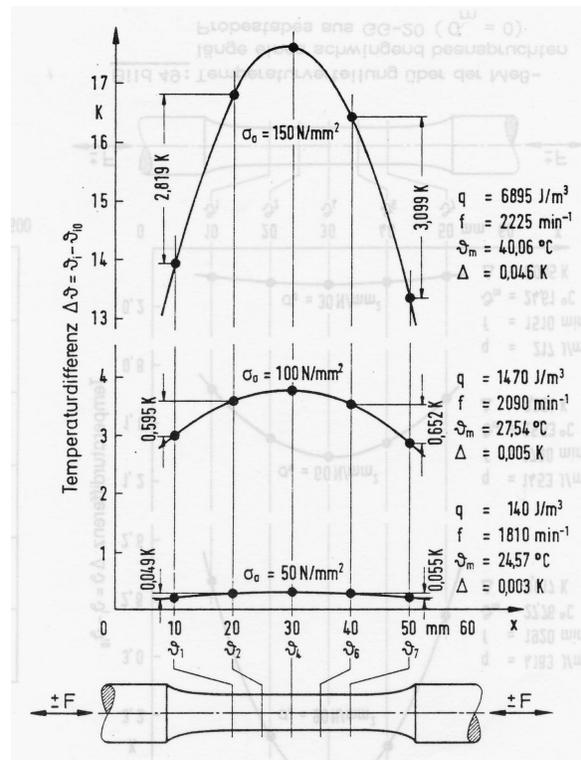


FIG. 1.10 – Distribution de la température le long d'une éprouvette en acier inoxydable (X10CrNiMoTi 18 10), sollicitée en traction alternée [54], et ce pour différentes amplitudes de sollicitation.

contribution majeure est certainement celle de Dillon [18, 19, 20, 21] et concerne la torsion cyclique de tubes en cuivre et en aluminium. Dans [20], deux effets sont mis en évidence et correspondent aux figures 1.9 et 1.11 : les couplages thermoélastique (refroidissement lors de la traction et chauffage lors de la compression) et thermoplastique (dissipation positive entraînant une augmentation constante de la température). Cependant, aucun lien ne semble établi entre les observations effectuées, le cadre proposé

en thermoélasticité non linéaire ou en thermoplasticité et le phénomène de fatigue. Dans le cadre de la fatigue à grand et faible nombre de cycles d'un acier inoxydable et d'une fonte grise, une étude particulièrement exhaustive effectuée par Stärk [54] a établi une correspondance entre régimes dissipatifs et niveau de sollicitation appliqué. Certaines observations méritent alors être précisées :

- de manière similaire à Dillon, une augmentation constante de la température est observée, comme l'indique la figure 1.12. Jusqu'à une certaine valeur de chargement, un état asymptotique est atteint, dépendant du niveau de sollicitation.
- une fois l'état asymptotique atteint, le champ thermique dans l'éprouvette dépend du niveau de sollicitation appliqué (cf. figure 1.10). Dans le cas de faibles sollicitations, la température est (quasi) uniforme et proche de la température initiale. Cela est vraisemblablement dû à une plasticité localisée dans quelques grains qui conduit donc à une distribution de sources de chaleur réparties dans l'éprouvette. Par conduction, la température s'uniformise et l'essentiel des échanges se fait avec l'environnement extérieur par convection. Dans le cas de fortes sollicitations, un gradient thermique est observé avec une température maximale au centre de l'éprouvette. Cette fois, la plasticité est généralisée ce qui conduit à une source de chaleur (quasi)uniforme. L'essentiel des échanges se fait avec l'environnement extérieur par convection et avec les mors par conduction.

Même si les analyses de Stärk permettent de relier la notion de limite de fatigue avec la dissipation thermique observée durant un chargement cyclique, c'est cependant Luong [38] qui a certainement proposé pour la première fois un cadre thermodynamique permettant d'établir cette relation, en s'appuyant sur des résultats expérimentaux obtenus par thermographie infrarouge. La figure 1.13 illustre ce résultat, montrant que le changement de régime dissipatif, observé aux environs de 380 MPa pour une limite d'endurance estimée par la méthode Staircase à 399 MPa, avec un écart-type de 41 MPa, correspond au passage entre endurance illimitée et limitée. Faisant suite à ce résultat, de nombreuses études ont été réalisées en vue de vérifier ce lien sur d'autres matériaux (on peut en particulier citer celles de Fargione et al. qui ont traité le cas de nombreux aciers [24] et Krapez et Pacou sur les alliages d'aluminium [34]). Plus récemment, l'équipe de Liaw a repris un cadre similaire à celui de Luong en étudiant plusieurs alliages d'usage aéronautique [30, 31, 32] en fatigue à grand et faible nombre de cycles. Les observations effectuées rejoignent ainsi celles de Stärk [54] (gradients thermiques, comportement thermique cyclique, ...).

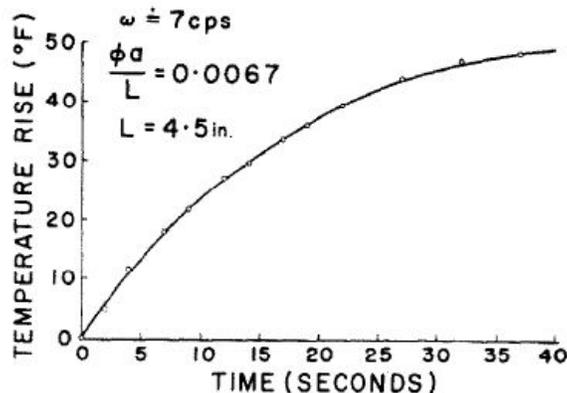


FIG. 1.11 – Evolution de la température en fin de cycle d'une éprouvette en aluminium sollicitée en torsion [20].

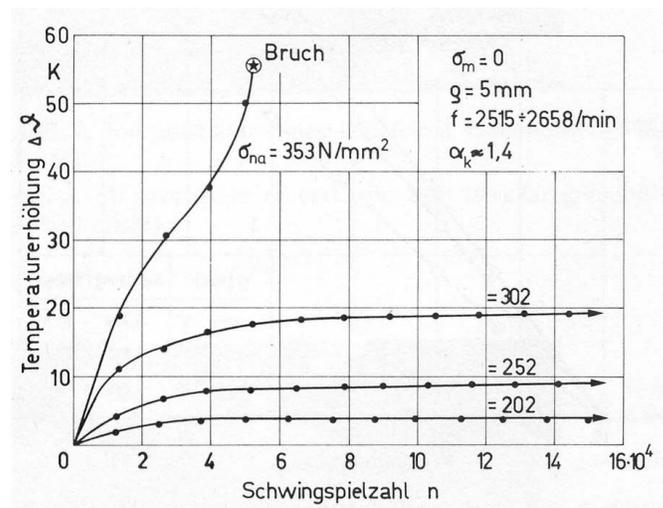


FIG. 1.12 – Evolution de la température d'une éprouvette en acier inoxydable (X10CrNiMoTi 18 10) sollicitée en traction alternée [54].

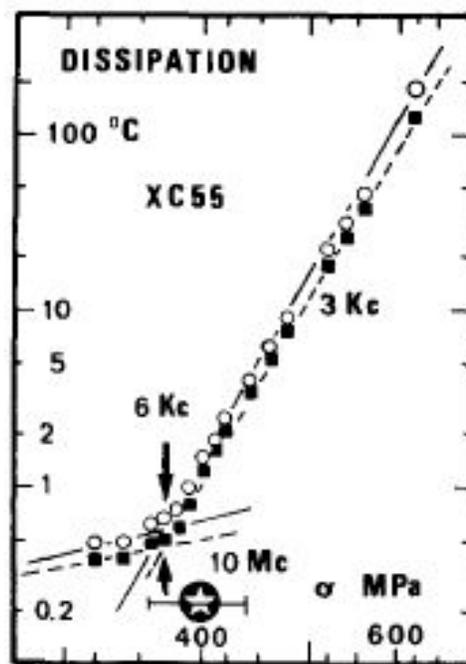


FIG. 1.13 – Courbe, obtenue par Luong [38], montrant le changement de régime dissipatif lors du passage de la limite d'endurance pour une éprouvette en acier XC55 sollicitée en flexion rotative. La limite d'endurance a été estimée par la méthode Staircase à 399 MPa, avec un écart-type de 41 MPa.

## 1.4 Objectif : vers une approche unifiée en fatigue

Ces différentes études, ainsi que des études plus récentes [4, 22], montrent qu'il existe bien un lien entre le phénomène de fatigue (qu'il apparaisse sous faibles ou fortes sollicitations), la thermoplasticité et la dissipation mécanique. Cette notion de dissipation mécanique, liée à un cadre thermodynamique adapté, semble pouvoir permettre de définir une approche unifiée en fatigue [13, 6]. Quelques contributions à cette unification constituent le chapitre 2 de ce mémoire.

La première étape consiste, d'une part, à réinterpréter en terme de dissipation mesoscopique [6, 7] l'approche multiéchelle en endurance illimitée proposée par Dang Van [16] et étendue par Papadopoulos [49]. D'autre part, afin de rendre compte de l'effet de la contrainte moyenne, un simple postulat reliant cisaillement et pression hydrostatique n'est plus suffisant. Les travaux récents de Monchiet [46, 45] montrent alors que l'introduction d'un endommagement, correspondant à l'amorçage et la propagation de micro-fissures au sein des bandes de glissement persistantes, permet de s'affranchir de ce postulat. Le critère de fatigue polycyclique obtenu alors, généralise celui proposé initialement par Dang Van [16] et permet de rendre compte de nombreux résultats issus de la littérature. On montrera alors que des essais originaux peuvent permettre, à terme, de consolider ce cadre théorique.

La seconde étape vers une unification suppose de s'intéresser à la fatigue oligocyclique où le travail plastique est un paramètre d'endommagement couramment utilisé et peut être directement relié à la dissipation mécanique. La seconde partie du chapitre 2 précisera un cadre permettant un lien entre dissipation et endommagement en fatigue oligocyclique et de nombreux résultats expérimentaux issus de la littérature [8] seront analysés.

L'extension aux sollicitations thermomécaniques peut alors être envisagée et fait l'objet du chapitre 3. Une approche de dimensionnement s'appuyant sur la notion de dissipation mécanique a déjà été appliquée dans le cas de structures industrielles telles que des pièces moteurs issues de l'industrie automobile [5, 12, 56]. L'ensemble de cette approche sera présenté et on y discutera en particulier le choix de la loi de comportement ainsi que son implémentation numérique [41].

## Références

- [1] J. Ahmed, A. J. Wilkinson, and S. G. Roberts. Study of dislocation structures near fatigue cracks using electron channelling contrast imaging technique (ECCI). *J. of Micros.*, 195(3):197–203, 1999.
- [2] J. Ahmed, A. J. Wilkinson, and S. G. Roberts. Electron channelling contrast imaging characterization of dislocation structures associated with extrusion and intrusion systems and fatigue cracks in copper single crystals. *Phil. Mag. A*, 81(6):1473–1488, 2001.
- [3] M. Bornert, T. Bretheau, and P. Gilormini. *Homogénéisation en mécanique des matériaux, Tome 1, matériaux aléatoires élastiques et milieux périodiques*. Hermès Sciences, 2001.
- [4] T. Boulanger. *Analyse par thermographie infrarouge des sources de chaleur induites par la fatigue des aciers*. Phd thesis, spécialité : mécanique, Université de Montpellier II, France, 2004.
- [5] E. Charkaluk, A. Bignonnet, A. Constantinescu, and K. Dang Van. Fatigue design of structures under thermomechanical loadings. *Fat. Fract. Engng. Mat. Struct.*, 25(12):1199–1206, 2002.
- [6] E. Charkaluk and A. Constantinescu. Dissipation and fatigue damage. *MP Materialprüfung*, 46(10):524–530, 2004.
- [7] E. Charkaluk and A. Constantinescu. Estimation of thermoplastic dissipation in high cycle fatigue. *C.R. Mécanique*, 334(6):373–379, 2006.
- [8] E. Charkaluk and A. Constantinescu. A thermodynamical discussion of fatigue. 2006. submitted.

- [9] A. S. Cheng and C. Laird. Fatigue life behavior of copper single crystals. part I: Observations of crack nucleation. *Fat. Engng. Mat. Struct.*, 4:331–341, 1981.
- [10] A. Chrysochoos. Bilan énergétique en élastoplasticité grandes déformations. *J. Méca. Th. A*, 4(5):589–614, 1985.
- [11] L. F. Coffin. A study of the effects of cyclic thermal stresses on a ductile material. *Trans. ASME*, 53-A76:931–950, 1953.
- [12] A. Constantinescu, E. Charkaluk, G. Lederer, and L. Verger. A computational thermomechanical fatigue design method : application to exhaust manifolds. *Int. J. Fat.*, 26(8):805–818, 2004.
- [13] A. Constantinescu, K. Dang Van, and H. Maïtournam. A unified approach for low and high cycle fatigue based on shakedown concepts. *Fat. Frac. Engng. Mat. Struct.*, 26(6):561–568, 2003.
- [14] B. Crossland. Effects of large hydrostatic pressures on torsionnal fatigue strenght of an alloy steel. In London Institution of Mechanical Engineers, editor, *Proc. Int. Conf. Fatigue of Metals*, pages 138–149, 1956.
- [15] P. Cugy and A. Galtier. Microplasticity and temperature increase in low carbon steels. In A. F. Blom, editor, *Proc. 8th Int. Fatigue Congress - 3-7 june 2002*, pages 549–556. EMAS, Barnsley, 2002.
- [16] K. Dang Van. Sur la résistance à la fatigue des métaux. *Sciences Technique Armement*, 47(3), 1973.
- [17] K. Dang Van and H. Maïtournam. *Fatigue polycyclique des structures*. E.N.S.T.A., 2002. cours MS 202-203.
- [18] O. W. Dillon. An experimental study of the heat generated during torsional oscillations. *J. Mech. Phys. Solids*, 10:235–244, 1962.
- [19] O. W. Dillon. A nonlinear thermoelasticity theory. *J. Mech. Phys. Solids*, 10:123–131, 1962.
- [20] O. W. Dillon. Coupled thermoplasticity. *J. Mech. Phys. Solids*, 11:21–33, 1963.
- [21] O. W. Dillon. The heat generated during the torsional oscillations of copper tubes. *Int. J. Solids Structures*, 2:181–204, 1966.
- [22] C. Doudard. Détermination rapide des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles à partir d’essais d’échauffement. Phd thesis, spécialité : Mécanique, Ecole Normale Supérieure de Cachan, France, 2004.
- [23] U. Essmann, U. Gosele, and H. Mughrabi. A model of extrusions and intrusions in fatigued metals. i: Point-defects production and the growth of extrusions. *Phil. Mag. A*, 44(2):405–426, 1981.
- [24] G. Fargione, A. Geraci, G. La Rosa, and A. Risitano. Rapid determination of the fatigue curve by the thermographic method. *Int. J. Fatigue*, 24:11–19, 2002.
- [25] W. S. Farren and G. I. Taylor. The heat developped during plastic extension of metals. *Proc. Royal Soc. A*, 107:422–451, 1925.
- [26] P.J.E. Forsyth. *The physical basis of metal fatigue*. Blackie and Son, Ltd., 1969.
- [27] H. Gerber. Bestimmung des zulassigen spannungen in eisen-konstruktionen. *Zeit. Bayer. Architekten Ing.-Vereins*, 6:101–110, 1874.
- [28] J. Goodman. *Mechanics applied to engineering*. Longmans Green, London, 1899.
- [29] H.J. Gough and H.V. Pollard. The strength of metals under combined alternating stress. *Proc. Inst. Mech. Engrg.*, 131:3–18, 1935.
- [30] L. Jiang, C. R. Brooks, P. K. Liaw, H. Wang, C. J. Rawn, and D. L. Klarstrom. High frequency metal fatigue: the high-cycle fatigue behavior of ULTIMET alloy. *Mat. Sci. Engng. A*, 314:162–175, 2001.
- [31] L. Jiang, H. Wang, P. K. Liaw, C. R. Brooks, and D. L. Klarstrom. Characterization of the temperature evolution during high-cycle fatigue of the ULTIMET superalloy; experimental and theoretical modeling. *Met. Mat. Trans. A*, 32A:2279–2296, 2001.
- [32] L. Jiang, H. Wang, P. K. Liaw, C. R. Brooks, and D. L. Klarstrom. Temperature evolution during low-cycle fatigue of ULTIMET alloy: experiment and modeling. *Mech. Mat*, 36:73–84, 2004.
- [33] A. M. Korsunsky, K. E. James, and M. R. Daymond. Intergranular stresses in polycrystalline fatigue: diffraction measurement and self-consistent modelling. *Eng. Frac. Mech.*, 71:805–812, 2004.
- [34] J. C. Krapez and D. Pacou. Thermography detection of early thermal effects during fatigue tests of steel and aluminum samples. In *AIP conference proceedings*, volume 615, pages 1545–1552, 2002.
- [35] C. Laird. The fatigue limits of metals. *Mat. Sci. Engng.*, 22:231–236, 1976.

- [36] T. H. Lin and S. R. Lin. Micromechanics theory of fatigue crack initiation applied to time-dependent fatigue. In *Fatigue mechanisms - ASTM STP 675*, pages 707–728, 1979.
- [37] P. Lukas and L. Kunz. Role of persistent slip bands in fatigue. *Phil. Mag.*, 84(3-5):317–330, 2004.
- [38] M. P. Luong. Infrared thermographic scanning of fatigue in metals. *Nucl. Engng. and Design*, 158:363–376, 1995.
- [39] B.T. Ma and C. Laird. Overview of fatigue behavior in copper single crystals - I. surface morphology and stage I crack initiation sites for tests at constant strain amplitude. *Acta Metall.*, 37(2):325–336, 1989.
- [40] B.T. Ma and C. Laird. Overview of fatigue behavior in copper single crystals - II. population, size distribution and growth kinetics of stage I cracks for tests at constant strain amplitude. *Acta Metall.*, 37(2):337–348, 1989.
- [41] V. Magnier, E. Charkaluk, C. Bouby, and G. de Saxcé. Bipotential versus return mapping algorithms: implementation of non-associated flow rules. In B.H.V. Topping, G. Montero, and R. Montenegro, editors, *Proceedings of The Eighth International Conference on Computational Structures Technology (las Palmas de Gran Canaria, september 12-15, 2006)*. Civil-Comp Press, Stirlingshire, 2006. CDRom, paper 68, 17 pages.
- [42] T. Magnin, J. Driver, J. Lepinoux, and L. P. Kubin. Aspects microstructuraux de la déformation cyclique dans les métaux et alliages C.C. et C.F.C. - I. : consolidation cyclique. *Rev. Phys. Appl.*, 19:467–482, 1984.
- [43] T. Magnin, J. Driver, J. Lepinoux, and L. P. Kubin. Aspects microstructuraux de la déformation cyclique dans les métaux et alliages C.C. et C.F.C. - II. : saturation cyclique et localisation de la déformation. *Rev. Phys. Appl.*, 19:467–482, 1984.
- [44] S. S. Manson. Behaviour of materials under conditions of thermal stresses. Technical Report TN 2933, N.A.C.A., 1953.
- [45] V. Monchiet, E. Charkaluk, and D. Kondo. A micromechanical approach in high cycle fatigue. In *9th International Conference in Fatigue (Fatigue 2006), Atlanta, may 2006*, 2006. CDRom, No. FT261, 9 pages.
- [46] V. Monchiet, E. Charkaluk, and D. Kondo. A plasticity-damage based micromechanical modelling in high cycle fatigue. *C.R. Mécanique*, 334(2):129–136, 2006.
- [47] H. Mughrabi, F Ackermann, and K. Herz. Persistent slip bands in fatigued face-centered and body-centered cubic metals. In *Fatigue mechanisms - ASTM STP 675*, pages 69–105, 1979.
- [48] H. Mughrabi and R. Wang. Cyclic stress-strain response and high-cycle fatigue behaviour of copper polycrystals. In P. Lukas and J. Polak, editors, *Basic Mechanisms in Fatigue of Metals*. Elsevier, Amsterdam, 1988.
- [49] I. V. Papadopoulos. *Fatigue polycyclique des métaux : une nouvelle approche*. Phd thesis, spécialité : Mécanique, Ecole des Ponts et Chaussées, France, 1987.
- [50] M. Sauzay. Effet de l’anisotropie élastique cristalline sur la distribution des facteurs de Schmid à la surface des polycristaux. *C.R. Méca*, 334(6):353–361, 2006.
- [51] G. Sines and G. Ohgi. Fatigue criteria under combined stresses or strains. *J. Engng. Mat. tech.*, 103:82–90, 1981.
- [52] G. Sines and J.L. Waisman. *Metal fatigue*. McGraw Hill, 1959.
- [53] K. N. Smith, P. Watson, and T. H. Topper. A stress-strain function for the fatigue of metals. *J. Mater.*, 5(4):767–778, 1970.
- [54] K. F. Stärk. *Thermometrische Untersuchungen zum zyklischen Verformungsverhalten metallischer Werkstoffe*. Phd thesis, Universität Stuttgart, Deutschland, 1980.
- [55] S. Suresh. *Fatigue of materials*. Cambridge University Press, Cambridge, 1991.
- [56] J. J. Thomas, L. Verger, A. Bignonnet, and E. Charkaluk. Thermomechanical design in the automotive industry. *Fat. Fract. Engng. Mater. Struct.*, 27:887–895, 2004.
- [57] A. T. Winter. A model for the fatigue of copper at low plastic strain amplitude. *Phil. Mag.*, 30(4):719–738, 1974.
- [58] A. T. Winter, O. B. Pedersen, and K. V. Rasmussen. Dislocation microstructures in fatigued copper polycrystals. *Acta Met.*, 29:735–748, 1981.

- [59] A. Wöhler. Report on tests of the königl. niederschleesisch-märkkischen eisenbahn made with apparatus for the measurement of the bending and torsion of railway axles in service (in german). *Zeitsch. Bauwesen*, 8:642–651, 1858.

## Chapitre 2

# Un lien entre fatigue à grand et faible nombre de cycles

### 2.1 L'approche multiéchelle de Dang Van

De manière à déterminer les liens possibles entre dissipation mécanique et endommagement par fatigue, nous avons besoin d'un cadre d'étude simple afin de représenter schématiquement les principaux mécanismes de la fatigue des métaux, tels que décrits dans le chapitre 1. Retenons en principalement que l'évolution des grains au sein de polycristaux soumis à des chargements cycliques complexes, se traduit, jusqu'au début de l'endommagement, par une série de mécanismes physiques : bandes de glissement localisées, plasticité cyclique locale au sein de Bandes de Glissement Persistantes (BGP), microfissures au sein de ces BGP et enfin, amorçage d'une fissure macroscopique. En se basant sur ces observations et sur la théorie de la fatigue des métaux d'Orowan [75], Dang Van [21] a proposé un cadre mécanique théorique d'étude de la fatigue à grand nombre de cycles. Cette théorie a été plus tard enrichie par le travail de Papadopoulos [76]. Nous allons commencer par présenter les hypothèses de travail retenues.

1. Les mécanismes à l'échelle des grains contrôlent les mécanismes d'endommagement par fatigue et une description mécanique réalisée à cette *échelle mesoscopique* doit permettre une analyse pertinente du phénomène de fatigue.
2. En négligeant les effets de texture, la plupart des matériaux métalliques comme les aciers, les alliages d'aluminium ou de cuivre sont des agrégats de cristaux cubiques ayant des orientations distribuées de manière aléatoire. C'est la raison pour laquelle, à l'échelle macroscopique, ces matériaux sont considérés *homogènes* et *isotropes*, même si ce n'est pas le cas, localement, à l'échelle mesoscopique.
3. Parmi tous ces grains, certains sont *favorablement orientés* par rapport au chargement et facilitent une *plasticité cyclique* conduisant à l'apparition de bandes de glissement localisées et à l'amorçage de fissures.
4. Lorsque le chargement imposé entraîne une amplitude de contrainte proche de la limite de fatigue, les contraintes macroscopiques sont, elles, généralement faibles comparées à la limite d'élasticité. *Les déformations plastiques macroscopiques sont alors négligeables.*
5. En s'inspirant de la figure 1.3, on peut émettre l'hypothèse que l'amplitude des contraintes locales dans un grain favorablement orienté par rapport au chargement croît dans un premier temps avant d'atteindre une saturation à une valeur notée  $\tau_s$ . Winter [89] a alors montré pour des éprouvettes en

cuivre que les BGP commencent à se former lorsque l'amplitude de contrainte atteint cette valeur à saturation. On peut alors assimiler  $\tau_s$  à une *limite de fatigue*.

6. Enfin, l'observation des boucles d'hysteresis non symétriques par rapport à l'origine et non stabilisées (cf. figure 2.1) obtenues sur des monocristaux de cuivre permet de conclure à l'existence d'un *écrouissage cinématique et isotrope* dans les grains sollicités.

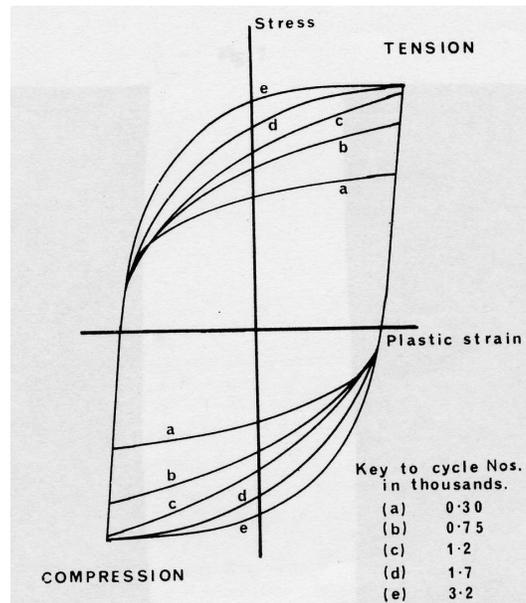


FIG. 2.1 – Boucles d'hysteresis obtenues sur un monocristal de cuivre [89] montrant le caractère cinématique et isotrope de l'écrouissage.

### Relations entre grandeurs macro- et mesoscopiques

Considérons ainsi un VER au sein d'une structure, VER dont le comportement macroscopique est supposé élastique dans le cas de la fatigue à grand nombre de cycles, et, dans lequel la plasticité est localisée au niveau d'un grain, considéré alors comme une inclusion plastique dans une matrice élastique. Cette approche repose sur les hypothèses suivantes :

- le comportement cyclique de ce grain peut se résumer à une évolution en deux stades de sa limite d'élasticité, suivant ici les conclusions de Winter [89] (cf. figure 1.3),
- un passage micro-macro permet de relier les champs mécaniques aux deux échelles,
- l'endurance illimitée correspond à un état adapté élastiquement à l'échelle mesoscopique, dont la limite est caractérisée par  $\tau_s$ .

Nous noterons dans la suite  $\Sigma$  et  $\sigma$  les tenseurs de contrainte macro- et mesoscopique et  $E$  and  $\varepsilon$  les tenseurs de déformation macro et mesoscopique. Le lien entre les échelles macroscopique et mesoscopique peut être obtenu sous différentes hypothèses et un cadre possible d'étude est celui du schéma auto-cohérent, décrit en annexe 5.1, et dont les déformations plastiques macroscopiques sont négligées ici. L'hypothèse retenue par Dang Van et Papadopoulos correspond ainsi au cas particulier du modèle de *Lin-Taylor* [59, 85] et suppose l'égalité des tenseurs de déformation  $E$  and  $\varepsilon$ , i.e. la matrice impose sa déformation à l'inclusion. Dans le cas de ce modèle, si l'inclusion et la matrice sont isotropes et ont les

mêmes caractéristiques élastiques, la relation suivante est obtenue entre les tenseurs de contrainte meso et macroscopique :

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\Sigma} - 2\mu \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^p = \boldsymbol{\Sigma} + \boldsymbol{\rho} \quad (2.1)$$

où  $\boldsymbol{\varepsilon}^p$  est le tenseur des déformations plastiques mesoscopiques.  $\mu$  représente le module de Lamé et  $\boldsymbol{\rho}$  est le tenseur des contraintes résiduelles mesoscopiques.

Plutôt que de choisir un critère de plasticité de Schmid, Papadopoulos [76] a pris l'hypothèse qu'un volume élémentaire représentatif est composé de cristaux *moyens* gouvernés par un critère de plasticité de von Mises et par des lois d'écroutissage isotrope et cinématique. La fonction de charge à l'échelle *mesoscopique* est alors définie par :

$$f = \frac{1}{2} (\boldsymbol{s} - \boldsymbol{x}) : (\boldsymbol{s} - \boldsymbol{x}) - (r + \sigma_y)^2$$

où  $\boldsymbol{s}$  est la partie déviatorique du tenseur des contraintes  $\boldsymbol{\sigma}$ ,  $\boldsymbol{x}$  est le tenseur des contraintes associé à l'écroutissage cinématique,  $r$  est la variable d'écroutissage isotrope et enfin,  $\sigma_y$  est la limite d'élasticité initiale.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x} &= c \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^p \\ \dot{r} &= g \cdot \dot{p} \end{aligned} \quad (2.2)$$

avec  $c$ , le module d'écroutissage,  $\dot{p} = \sqrt{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p}$ , la vitesse de déformation plastique cumulée. En prenant en compte l'équation (2.1), cette fonction de charge mesoscopique peut alors s'écrire :

$$f = \frac{1}{2} (\boldsymbol{S} - (2\mu + c)\boldsymbol{\varepsilon}^p) : (\boldsymbol{S} - (2\mu + c)\boldsymbol{\varepsilon}^p) - (r + \sigma_y)^2$$

où  $\boldsymbol{S}$  est la partie déviatorique du tenseur des contraintes macroscopique  $\boldsymbol{\Sigma}$ .

### Adaptation élastique et limite de fatigue

Papadopoulos [76] généralise alors l'idée de limite de fatigue en associant l'endommagement par fatigue et le concept d'adaptation élastique de la manière suivante : *quelque soit le chargement périodique, la limite de non amorçage de fissure dans un VER correspond à la limite d'adaptation,  $k_{lim}$ , à l'échelle mesoscopique d'un grain défavorablement orienté par rapport à l'axe de sollicitation.*

Posant  $\boldsymbol{z} = (2\mu + c)\boldsymbol{\varepsilon}^p$  et considérant le théorème d'adaptation de Mélan généralisé par Mandel [64, 74], Papadopoulos [76] montre alors qu'il existe un état d'adaptation si :

$$\forall t \geq t_0, \frac{1}{2} ((\boldsymbol{S}(t) - \boldsymbol{z}^*(t)) : (\boldsymbol{S}(t) - \boldsymbol{z}^*(t))) < (r^* + \sigma_y)^2,$$

et, dans le cas où  $r^*$  et  $\boldsymbol{z}^*$  peuvent être considérés suffisamment petits. Dans l'espace des déviateurs des contraintes macroscopiques,  $\boldsymbol{z}^*$  est le centre et  $k^* = \sqrt{2}(r^* + \sigma_y)$  le rayon de la plus petite hypersphère circonscrite à la courbe décrite par le tenseur  $\boldsymbol{S}(t)$  qui correspond au trajet de chargement macroscopique.

Reprenant une forme de critère obtenue par Dang Van [21], le critère de fatigue de Papadopoulos se résume alors à :

$$k^* + \alpha \sigma_{h,max} \leq \beta. \quad (2.3)$$

où  $\sigma_{h,max}$  est la pression hydrostatique maximale durant le trajet de chargement, la relation linéaire entre cisaillement et pression hydrostatique étant postulée<sup>1</sup>. On peut remarquer que  $\sigma_h$  est égale à la

1. Par postulée, on entend ici qu'elle n'est pas obtenue à partir d'un raisonnement micromécanique. En fait, cette linéarité a été observée par Dang Van dans les cas de trajets de chargement radiaux ou affines traités dans sa Thèse d'Etat [21] en comparaison avec les essais disponibles alors. Elle a été conservée ensuite par Papadopoulos comme étant une première approximation.

pression hydrostatique macroscopique  $\Sigma_h$ . La représentation graphique pratique de ce critère correspond à la figure 2.2. Par ailleurs, il est possible de montrer [76], compte tenu de l'inéquation 2.3, que :

$$k_{lim} = \frac{-\alpha\sigma_{h,m} + \beta}{\alpha + \frac{k^*}{\sigma_{h,a}}} \frac{k^*}{\sigma_{h,a}}$$

où  $\sigma_{h,m}$  et  $\sigma_{h,a}$  sont respectivement la moyenne et l'amplitude de la pression hydrostatique et  $k_{lim} = k_s$ , la contrainte de saturation du grain telle que définie par Winter [89], maintenant définie au sens de von Mises. Les approches de Dang Van et Papadopoulos étant rappelées, voyons maintenant leur écriture en terme de dissipation plastique.

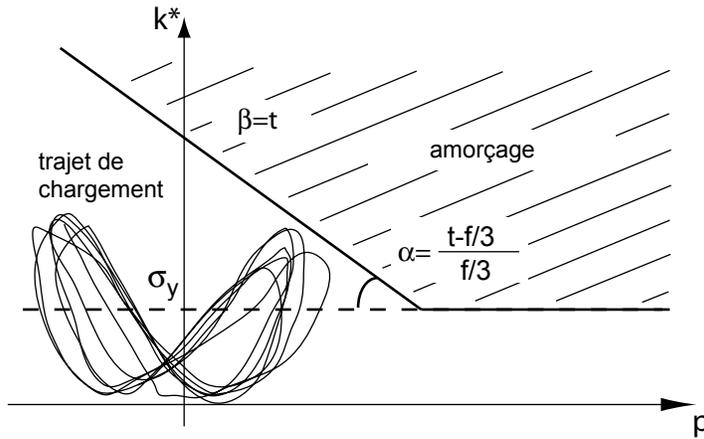


FIG. 2.2 – Représentation graphique du critère de fatigue à grand nombre de cycles de Papadopoulos.  $t$  et  $f$  sont respectivement les limites de fatigue en torsion et en flexion alternée.  $\sigma_y$  est la limite d'élasticité en traction du cristal sollicité.

## 2.2 Dissipation, adaptation et accommodation

### L'approche de Dang Van et la dissipation mécanique [11]

Le VER considéré jusqu'ici, dans le cas de la fatigue à grand nombre de cycles, est du type matrice-inclusion et seule celle-ci est élastoplastique. Jusque-là, la loi d'interaction choisie correspond au schéma de Lin-Taylor et le critère de plasticité dans l'inclusion est celui de von Mises. Dans ce qui va suivre, on va généraliser l'écriture aux schémas auto-cohérents présentés en annexe 5.1, ce qui permettra d'étendre le cadre aux modèles de Sachs et Kröner. Si on étudie alors la dissipation plastique au sein de ce VER, elle correspond intégralement à la dissipation plastique  $d_p$  dans l'inclusion :

$$d_p = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p$$

En considérant l'approche de Papadopoulos (cf. figure 2.2), on a pu préciser un premier cadre dissipatif en fatigue à grand nombre de cycles [11].

Si  $k^* \leq \sigma_y$ , aucune plasticité n'apparaît à l'échelle de ce grain. Ainsi,

$$k^* \leq \sigma_y \Leftrightarrow d_p = 0 \quad (2.4)$$

Si  $k^* \leq k_{lim}$ , le grain tend vers un état élastiquement adapté : il n'y pas d'amorçage de fissure. Dans ce cas, comme le rappelle Nguyen [73], le travail plastique cumulé est borné :  $d_p$  tend vers zero avec le nombre de cycles de chargement, c'est pourquoi,

$$k^* \leq k_{lim} \Leftrightarrow \lim_{N \rightarrow +\infty} d_p = 0 \text{ ou } \int_0^{+\infty} d_p dt \leq +\infty \quad (2.5)$$

Enfin, si  $k^* > k_{lim}$ , le critère de Papadopoulos indique qu'il y a amorçage de fissures et, en considérant la plasticité cumulée comme indicateur de l'endommagement, l'approche de Papadopoulos [76] permet de déterminer le nombre de cycles à amorçage.

Le théorème d'accommodation de Halphen pour les structures élastoplastiques possédant un écrouissage cinématique [40] indique que, sous un chargement périodique, les champs mécaniques d'une telle structure tendent vers un état périodique. Si  $k^* > k_{lim}$ , la contrainte tend vers la valeur  $k_s$  et la part isotrope de l'écrouissage a atteint sa saturation et demeure alors constante. Seule demeure donc la part cinématique linéaire de l'écrouissage qui implique, en conséquence du théorème de Halphen, après  $N_{ac}$  cycles, qu'un grain défavorablement orienté tend vers un état plastiquement accommodé où le travail plastique cyclique  $\Delta w$  est constant. Alors,

$$k^* > k_{lim} \text{ and } N > N_{ac} \Leftrightarrow \Delta w = \int_{cycle} \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p dt = \int_{cycle} d_p dt = \text{constante} \quad (2.6)$$

Ces trois conclusions (2.4), (2.5) et (2.6) sont représentées graphiquement sur les figures 2.3 et 2.4, issues de [11] où l'on distingue clairement les différents régimes dissipatifs dépendants du niveau de sollicitation appliqué. L'élasticité correspond en effet à un travail plastique nul, l'adaptation conduit à un travail plastique cumulé borné et l'accommodation, à un travail plastique cumulé non borné, ce qu'illustre la figure 2.3. Un raisonnement à partir de l'énergie dissipée par cycle atteint à l'état asymptotique conduit alors à distinguer deux régimes dissipatifs, comme le montre la figure 2.4. Le cadre d'étude étant ainsi résumé, il reste à définir un moyen de le conforter quantitativement. Or la "mesure" de la dissipation ne peut se faire qu'indirectement, en considérant celle-ci comme un terme source de chaleur, et donc, par la mesure des variations de température induites. Cela nécessite l'utilisation du cadre de la Thermodynamique des Processus Irréversibles (TPI), résumé en annexe 5.2, et plus spécialement de l'équation couplée de la chaleur obtenue via les premier et second principes de la thermodynamique. Des premières estimations de la dissipation à l'échelle mésoscopique sont alors possibles.

### Premières estimations théoriques de la dissipation à l'échelle mésoscopique [12, 13]

On considère maintenant un VER du type matrice-inclusion, dont le comportement de l'inclusion et de la matrice est elastoplastique (cf. annexe 5.1). Les grains qui plastifient au sein de ce VER, représentés par l'inclusion, ont une fraction volumique  $f_v$ , difficilement estimable. En revanche, la fraction  $f_s$  de grains qui plastifient en surface est une donnée possible à obtenir à partir de l'estimation de la fraction de surface de l'éprouvette couverte par des bandes de glissement, comme l'indiquent, entre autres, les résultats de Cugy et Galtier [20] correspondant à la figure 2.5, dans le cas d'essais de traction alternée. Pour simplifier, on considère, en première approximation, que  $f_v$  peut être assimilée à  $f_s$ . L'énergie libre d'Helmholtz  $\Psi$  est alors décomposée en deux parties :  $\Psi_{in}$  associée à l'inclusion, de fraction volumique

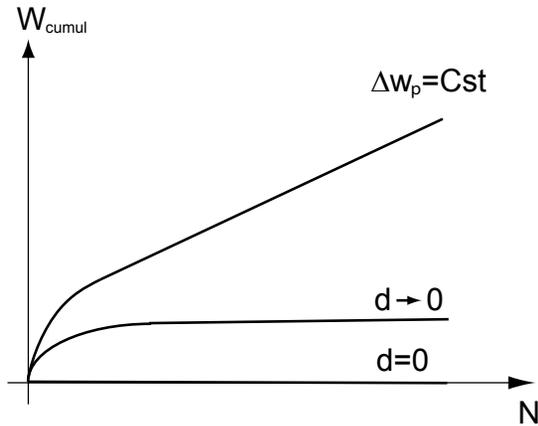


FIG. 2.3 – Evolution théorique du travail plastique cumulé  $W_{cumul}$  : élasticité, adaptation élastique et accommodation plastique.

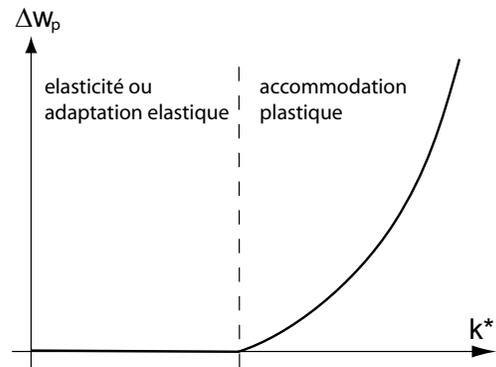


FIG. 2.4 – Evolution théorique de l'énergie dissipée par cycle en fonction du chargement macroscopique (dans le cas d'un chargement uniaxial).

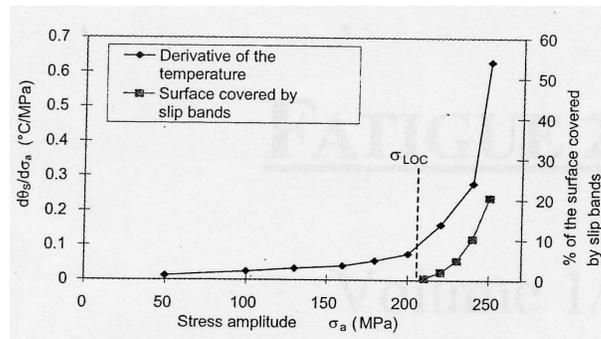


FIG. 2.5 – Evolution de  $f_s$  en fonction du niveau de sollicitation appliqué, dans le cas d'essais de traction alternée sur un acier S355 [20]. La limite d'endurance macroscopique du matériau est  $\sigma_D = 235$  MPa.

$f_v$ , et  $\Psi_{mat}$  associée à la matrice, de fraction volumique  $(1 - f_v)$ . En reprenant le cadre de la TPI ainsi que celui des schémas auto-cohérents présentés respectivement en annexes 5.2 et 5.1, on obtient l'équation de la chaleur suivante :

$$\rho C \dot{\theta} - \text{div}(\mathbf{k} \cdot \vec{\text{grad}}(T)) = r_{th} + \Phi - \alpha T \text{tr} \dot{\Sigma} - 9K \alpha^2 T \dot{T} \quad (2.7)$$

avec :

$$\Phi = f_v \left[ \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p + \left( 2\mu(1-b)(2-b) - \frac{2}{3}c \right) \boldsymbol{\varepsilon}^p : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p + (1-b) (\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p + \dot{\boldsymbol{\sigma}} : \boldsymbol{\varepsilon}^p) \right]$$

où  $\rho$  est la densité,  $C$  la chaleur spécifique,  $T$  la température absolue,  $\theta = T - T_0$ ,  $r_{th}$  la distribution de sources de chaleur externes,  $\mathbf{k}$  le tenseur d'ordre deux de conductivité thermique,  $\alpha$  le coefficient de dilatation thermique et  $3K = 3\lambda + 2\mu$  le module de compressibilité isotrope. Dans cette equation (2.7), Les termes sources sont situés dans le terme de droite :  $r_{th}$  est une source extérieure et  $\Phi$  est la puissance intrinsèque macroscopique. Les deux derniers termes correspondent au couplage thermoélastique dépendant du chargement macroscopique appliqué.

Cette équation a été résolue dans le cas particulier d'essais de traction-compression alternés et en l'absence de sources extérieures ( $r_{th} = 0$ ). Le cas traité correspond à des essais de traction sur un acier Dual Phase réalisés à une fréquence de 50 Hz et à des amplitudes de contraintes de 180, 250 et 300 MPa par Boulanger [6]. L'éprouvette est une plaque mince, dans laquelle le phénomène de conduction est considéré isotrope ( $\mathbf{k} = k\mathbf{I}$ ). Les résultats obtenus par Stärk [83] montrent que, sous faibles charges, la température peut être considérée uniforme dans l'éprouvette. Nous pouvons alors accepter, afin de simplifier les calculs numériques, l'estimation des échanges thermiques, faite, pour cette raison, par Boulanger [6] (cf. également Chrysochoos [18] pour plus de détails):

$$-\text{div}(\mathbf{k} \text{grad} \theta) \simeq \rho C \frac{\theta}{\tau_{eq}}$$

où  $\tau_{eq}$  est une constante représentative des échanges thermiques de l'éprouvette avec l'environnement, par convection avec l'air ambiant et les mors. L'équation couplée de la chaleur (2.7) peut alors être simplifiée et être résolue numériquement avec un schéma explicite en temps pour la température, les incréments de déformation plastique ayant été calculés au préalable par un schéma implicite de type retour radial (les détails peuvent être trouvés dans [12]).

Premièrement, si on compare les courbes mesoscopiques obtenues avec les différents schémas (cf. figures 2.6 et 2.7), on voit immédiatement sur la figure 2.6 que le schéma de Sachs prévoit des déformations plastiques très importantes dans les grains, ce qui est naturel dans le cas de chargement en contrainte imposée et avec l'hypothèse prise de plasticité (presque)parfaite (la valeur choisie pour le module d'écrouissage est très faible). Dans le cas des modèles de Lin-Taylor et Kröner, les courbes mesoscopiques, correspondant à la figure 2.7, sont tout à fait similaires; les valeurs de contraintes sont semblables et les déformations sont du même ordre de grandeur. Ainsi, en observant les figures 2.8 et 2.9, on peut conclure que, dans le cas présent, seul les modèles de Kröner et Lin-Taylor permettent d'obtenir des résultats qualitativement cohérents avec les résultats expérimentaux [24, 83, 60, 31, 26]. En effet, on observe, sur la figure 2.8, une augmentation de la température au cours des cycles, qui tend vers un état asymptotique, conformément à ce qu'indique par ailleurs la figure 2.3. En outre, la figure 2.9 met bien en évidence la réponse thermoélastique observée par [6, 27] avec une amplitude de température d'environ  $\approx 0.3K$  par cycle. Les prédictions quantitatives sont également relativement satisfaisantes pour ce niveau de chargement : une augmentation de la température moyenne comprise entre  $0.7K$  et  $1.4K$  au cours des cycles, selon le modèle, ce qui est l'ordre de grandeur des observations expérimentales de Boulanger [7].

Une comparaison directe de la valeur de la température moyenne stabilisée obtenue par simulation numérique avec les résultats obtenus par Boulanger [7] est présentée sur la figure 2.10, figure qui peut être comparée à la figure 2.4. Ces résultats indiquent ainsi qualitativement une bonne cohérence entre le cadre théorique proposé et, à la fois, les résultats numériques et les observations expérimentales. Une relative concordance quantitative est également observée sur la figure 2.10 pour de faibles niveaux de chargement; cependant, l'écart entre simulation et expérience augmente nettement lorsque le chargement devient plus important, ce qui est sans doute dû à l'estimation très approximative de la fraction volumique  $f_v$  à partir des résultats de Cugy et Galtier [20]. Notons cependant qu'au delà de la limite d'endurance macroscopique, le régime dissipatif obtenu correspond à l'endurance limitée et, progressivement, à la fatigue oligocyclique. Les hypothèses de glissement simple et de plasticité localisée, prises entre autres dans cette première étude, sont alors très restrictives et peu représentatives du comportement local. La fatigue oligocyclique doit alors être analysée avec d'autres hypothèses qui correspondent à la plasticité macroscopique à l'échelle du VER. Ce sera l'objet du paragraphe 2.5.

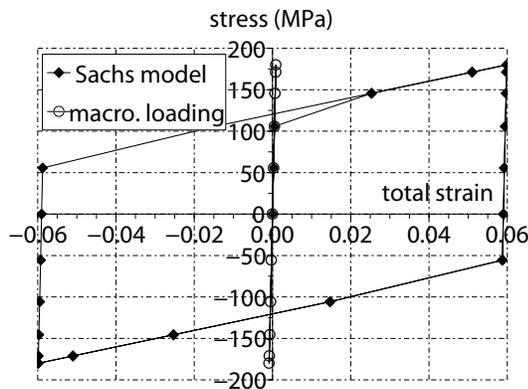


FIG. 2.6 – Courbes contraintes-déformations correspondant au chargement macroscopique élastique et à la réponse mesoscopique élastoplastique dans le cas du modèle de Sachs.

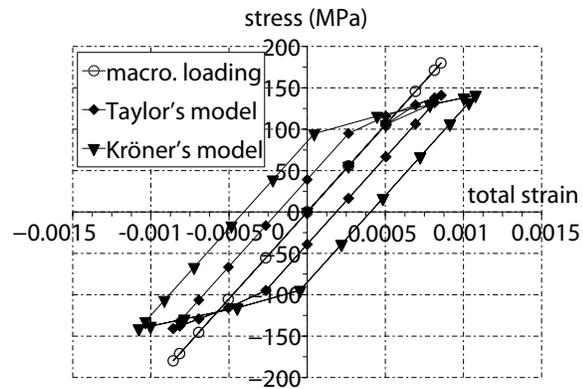


FIG. 2.7 – Courbes contraintes-déformations correspondant au chargement macroscopique élastique et à la réponse mesoscopique élastoplastique dans le cas des modèle de Kröner and Lin-Taylor.

Par ailleurs, l'extrême sensibilité des résultats de cette première estimation de la dissipation à l'échelle mesoscopique au schéma d'homogénéisation montrent que les choix effectués pour le comportement local ainsi que pour la loi d'interaction reliant les champs de contraintes meso et macroscopique sont primordiaux. On verra plus en détail dans la suite de ce manuscrit l'influence du schéma d'homogénéisation sur la formulation d'un critère de fatigue à l'échelle macroscopique (cf. paragraphe 2.3).

Enfin, les hypothèses faites dans cette première approche quant au comportement dissipatif sont entièrement liées à la plasticité et à l'érouissage. En aucun cas, ce cadre ne permet de rendre compte d'une influence de la contrainte moyenne en fatigue, pourtant rapportée depuis longtemps dans la littérature, comme cela a été souligné dans l'introduction. De plus, on peut se poser la question de l'influence de la contrainte moyenne sur la dissipation cyclique? Les seules données disponibles, à notre connaissance, sont celles issues des récents travaux de Doudard [26] et Boulanger [6], ainsi que de Cugy et Galtier [20]. Ces données représentent l'évolution de la température stabilisée en fonction de la charge, pour différentes contraintes moyennes, de manière similaire à la courbe 2.10. En particulier, les résultats de Cugy et Galtier [20], présentés sur la figure 2.11, issus de mesures par thermocouples, ne font pas apparaître d'influence notable de la contrainte moyenne pour des chargements alternés (rapports de charge infé-

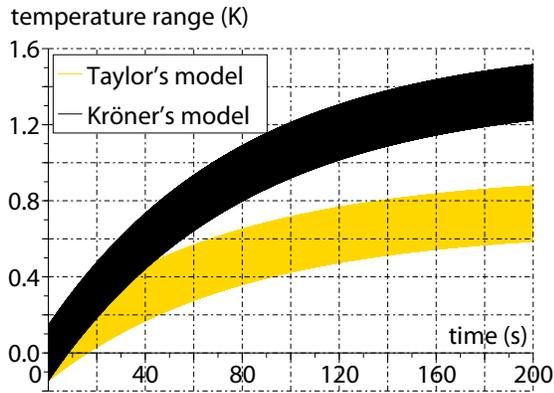


FIG. 2.8 – Evolution de l'amplitude de température durant le chargement cyclique pour le modèle de Kröner et de Lin-Taylor et pour une amplitude de contrainte de 180MPa.

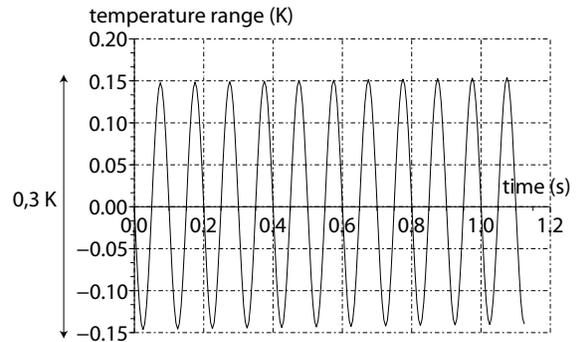


FIG. 2.9 – Evolution de l'amplitude de température durant les dix premiers cycles pour le modèle de Kröner : la réponse sinusoïdale est due au couplage thermoélastique.

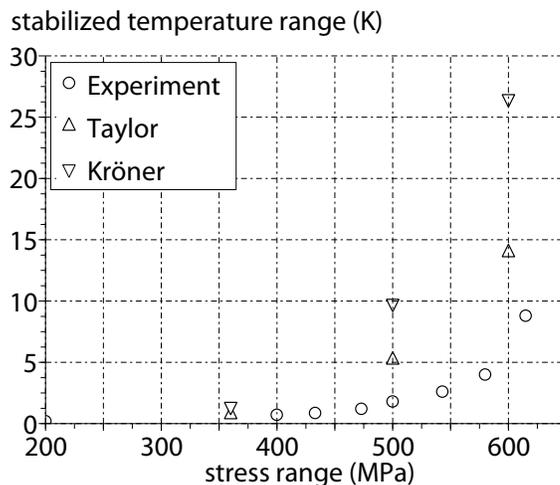


FIG. 2.10 – Evolution de la température moyenne stabilisée en fonction de l'amplitude de chargement. Les données expérimentales proviennent de Boulanger [7]

rieurs à 0). Seul le chargement ondulé de traction, à  $R_\sigma = 0.1$ , fait apparaître un effet, lié, pour les auteurs, non pas à la contrainte moyenne positive, mais plutôt au dépassement de la limite d'élasticité lors de la phase de traction. Les résultats de Doudard [26] et Boulanger [6], reportés sur la figure 2.12, présentent ce même effet et vraisemblablement pour les mêmes raisons. En effet, dans ce dernier cas, un rapport de charge nul entraîne une contrainte maximale de l'ordre de 400-500 MPa, ce qui est supérieur à la limite d'élasticité conventionnelle annoncée ( $Re_{0,2\%} \simeq 360 \text{ MPa}$ ). Il est donc difficile de trancher quant à un effet de la contrainte moyenne avec ces seuls résultats. Notons toutefois que la température stabilisée n'est qu'une donnée macroscopique, liée certes à la dissipation locale, mais qui en moyenne les effets. Si la contrainte moyenne a effectivement un effet sur la dissipation locale, c'est alors, d'une part, à cette échelle que la dissipation doit être évaluée expérimentalement, et ce sera l'objet du paragraphe 2.4,

et, d'autre part, cela nécessite d'en cerner et modéliser les causes à cette échelle également, ce qui fait l'objet du paragraphe suivant.

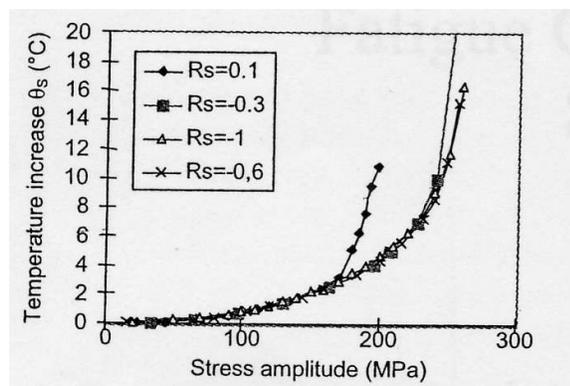


FIG. 2.11 – Evolution de la température moyenne stabilisée en fonction de l'amplitude de chargement et du rapport de charge, pour un acier S355. Les données expérimentales proviennent de Cugy et Galtier [20].

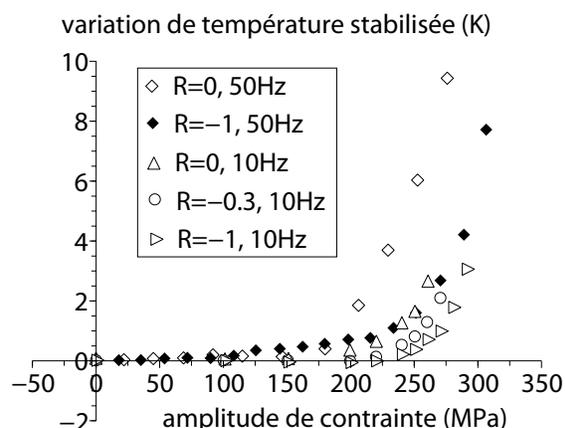


FIG. 2.12 – Evolution de la température moyenne stabilisée en fonction de l'amplitude de chargement et du rapport de charge, pour un acier DP60. Les données expérimentales à 10 Hz proviennent de Doudard [26], et celles à 50 Hz de Boulanger [7].

## 2.3 De la nécessité de l'endommagement à l'échelle des grains

Comme il a été rappelé dans l'introduction, les premières observations du rôle dit "de la contrainte moyenne" en fatigue sont anciennes et restent macroscopiques : dans un diagramme de Wöhler, une contrainte moyenne positive diminue, généralement, les durées de vie observées à contrainte moyenne nulle et l'inverse est observé à contrainte moyenne négative. Ces observations sont alors, la plupart du temps, représentées dans des diagrammes contrainte moyenne-amplitude de contrainte faisant apparaître des courbes d'endommagement équivalent, à iso-durée de vie [35, 37]. Les critères de fatigue à grand nombre de cycles établis depuis une cinquantaine d'années ont traduit ces observations en considérant une relation linéaire entre le rôle joué par l'amplitude de cisaillement macroscopique [19, 81] ou mesoscopique [21, 76] et la pression hydrostatique maximale ou moyenne au cours d'un cycle de fatigue<sup>2</sup>. Si la traduction du rôle joué par cette contrainte moyenne semble délicate, c'est que, d'une part, son rôle à l'échelle des grains est méconnu et, d'autre part, les modèles de plasticité utilisés pour décrire les déformations cycliques observées à l'échelle meso ou macroscopique ne dépendent généralement que de la partie déviatorique du tenseur des contraintes, et non de sa partie sphérique.

Cependant, on néglige ici le fait que le phénomène de plasticité cyclique observé à l'échelle des grains s'accompagne progressivement d'endommagement localisé sous forme de micro-fissures le long des BGP jusqu'à l'amorçage de fissures macroscopiques (cf. les observations rapportées dans [15, 62, 63,

2. D'autres approches font encore intervenir la contrainte normale au plan de cisaillement considéré, à la place de la pression hydrostatique.

1, 2)). Ainsi, l'intégration d'une plasticité couplée à l'endommagement à l'échelle des grains a été effectuée récemment [56, 33] en vue de la définition d'un critère de fatigue susceptible de mettre en évidence le rôle joué par la contrainte moyenne. Cependant, le cadre proposé pour la modélisation de l'endommagement repose sur l'utilisation d'une variable d'endommagement  $d$ , scalaire ou tensorielle, introduite de manière similaire aux travaux antérieurs de Kachanov [49], et ne reposant pas sur la description de mécanismes physiques particuliers. De plus, dans le cas du modèle proposé par Lemaitre [56], l'hypothèse qu'aucune plasticité à l'échelle des grains ne se développe sous la limite d'endurance macroscopique va à l'encontre, par exemple, des résultats expérimentaux de Cugy et Galtier [20] (cf. figure 2.5).

Les travaux de thèse de V. Monchiet [66] ont pour objectif d'introduire, dans l'approche multiéchelle de Dang Van et Papadopoulos, des mécanismes d'endommagement au sein des BGP. Ces travaux ont été inspirés par ceux d'Essmann et al. [30, 29], afin de rendre compte de l'amorçage et la croissance de micro-fissures le long de ces bandes de glissement.

### Plasticité cyclique et endommagement à l'échelle des grains [68, 71]

Le formalisme proposé par Dang Van et Papadopoulos (cf. paragraphe 2.1) est repris ici, toujours dans le cas où seul un système de glissement est activé par grain. Le plan de glissement est alors caractérisé par une normale unitaire  $n$  et une direction de glissement  $m$ . Ces deux vecteurs permettent de définir le tenseur d'ordre deux  $\Delta = n \otimes m = \frac{1}{2}(n \otimes m + m \otimes n)$ . On reprend, de plus, l'hypothèse première de Dang Van, reprise par Papadopoulos dans des travaux ultérieurs [77], à savoir que le critère de plasticité à l'échelle du grain est celui de Schmid et non, comme dans les paragraphes précédents, celui de von Mises. On peut écrire ce critère sous la forme suivante :

$$f = |\tau - x| - \tau_0 - R \quad (2.8)$$

$\tau$  représente le cisaillement sur le plan de glissement :  $\tau = \sigma : \Delta$ ;  $\tau_0$  est la limite d'élasticité en cisaillement.  $x$  et  $R$  sont les variables associées à l'écrouissage, considéré ici respectivement cinématique linéaire et isotrope linéaire ou non linéaire. Selon Essmann [29], la localisation de la déformation à l'intérieur des BGP s'accompagne d'un mécanisme d'annihilation de dislocations produisant, entre autres, des lacunes, donc des défauts ponctuels. Cependant, il est difficile, voire impossible, de dire si cette production de lacunes se traduit directement ensuite par la formation de micro-fissures à l'échelle des PSB. On peut toutefois fonder un modèle d'endommagement à l'échelle des PSB sur la cinétique de production et de croissance de lacunes en émettant l'hypothèse que l'amorçage et la croissance de micro-fissures sont liées à la présence de lacunes.

Un modèle phénoménologique de production de défauts ponctuels par annihilation de dislocations a été ainsi proposé par Essmann [30]. En introduisant alors les densités de dislocation,  $\rho_p$ , et d'annihilation,  $\rho_a$  :

$$\rho_p = \rho_0 k_a p; \quad \rho_a = \rho_0 \{k_a p - 1 + \exp(-k_a p)\} \quad (2.9)$$

où  $p$  représente la plasticité cumulée. Comme le mécanisme d'annihilation de dislocations n'est pas irréversible (les défauts ponctuels peuvent s'annihiler mutuellement), une loi d'évolution de la densité de défauts ponctuels  $\dot{\rho}_d$  est introduite :

$$\dot{\rho}_d = \dot{\rho}_a - k_e \rho_d \dot{p} \quad (2.10)$$

Suivant Essmann [29], on suppose que tous les défauts ponctuels sont des lacunes. On note alors  $V_0$ , le volume occupé par ces lacunes et, intégrant (2.10) et prenant en compte (2.9), la porosité associée au

mécanisme de production de lacunes,  $\eta_a$ , est donnée par

$$\eta_a(p) = V_0 \rho_d = \frac{A_0 k_a}{k_e (k_a - k_e)} \left\{ k_a \{1 - \exp(-k_e p)\} - k_e \{1 - \exp(-k_a p)\} \right\} \quad (2.11)$$

avec  $k_e$  une constante et  $A_0 = V_0 \rho_0$ . Pour de grandes valeurs de  $p$ ,  $\eta_a$  atteint une limite  $\eta_a^s = A_0 k_a / k_e$  : il y a un équilibre entre production et annihilation de défauts ponctuels.

Introduisons la porosité totale à l'échelle du grain :

$$\eta = \eta_a + \eta_g \quad (2.12)$$

où  $\eta_g$  est la porosité associée au mécanisme de croissance de défauts. On considère ainsi que ces mécanismes d'endommagement irréversibles, entraînant la création de lacunes, conduisent à l'apparition de microfissures le long des BGP et introduisent des changements de volumes à l'échelle des BGP. Ainsi, la déformation plastique à l'échelle des grains peut être décomposée sous la forme suivante,  $\mathbf{I}$  étant le tenseur identité du second ordre :

$$\varepsilon^p = \gamma^p \mathbf{\Delta} + \varepsilon_h^p \mathbf{I} \quad (2.13)$$

où la déformation plastique volumique  $\varepsilon_h^p$ , due à la croissance de défauts, déduite de la conservation de la masse, est donnée par :

$$\eta_g = 1 - \exp(-3\varepsilon_h^p) \quad (2.14)$$

On propose alors de décrire par une loi de Rice et Tracey, la croissance des défauts au sein des BGP. Cependant, une difficulté surgit quant à l'adaptation du critère de Rice et Tracey, formulé pour une matrice de von Mises, au cas de la plasticité cristalline. Une première approche, développée dans [66], consiste à remplacer le matériau monocristallin, régi par la loi de Schmid, par un matériau équivalent de von Mises. Ceci suppose implicitement que l'activité plastique autour de la cavité est isotrope. Toutefois le comportement plastique monocristallin se caractérise par du glissement sur un nombre fini de plans, induisant ainsi une anisotropie. Une seconde approche plus précise concerne le remplacement du monocristal par un matériau équivalent régi par le critère de Hill, de sorte à prendre en compte cette anisotropie plastique des grains [66, 70]. Le principe variationnel de Rice et Tracey [78], pour la détermination de la loi de croissance de la cavité, implique la minimisation d'une fonctionnelle  $Q(\dot{\varepsilon}^p)$  faisant intervenir la dissipation mesoscopique. Celle-ci dépend, dans notre cas, de  $\dot{\varepsilon}_{eq}^p$ , le taux de déformation plastique équivalent au sens de Hill, défini par  $\dot{\varepsilon}_{eq}^p = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}^p : \mathbb{H} : \dot{\varepsilon}^p}$ . Dans le cas d'une anisotropie cubique,  $\mathbb{H}$  peut se mettre sous la forme  $\mathbb{H} = h_a \mathbb{K}_a + h_b \mathbb{K}_b$ , où  $\mathbb{K}_a$  et  $\mathbb{K}_b$  sont des tenseurs d'ordre quatre définis par :

$$\begin{aligned} \mathbb{K}_a &= \mathbb{L} - \mathbb{J}; & \mathbb{K}_b &= \mathbb{I} - \mathbb{L}; & \text{avec :} \\ \mathbb{L} &= e_1 \otimes e_1 \otimes e_1 \otimes e_1 + e_2 \otimes e_2 \otimes e_2 \otimes e_2 + e_3 \otimes e_3 \otimes e_3 \otimes e_3 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Soit encore :

$$\begin{aligned} H_{11} &= H_{22} = H_{33} = \frac{2}{3} h_a \\ H_{12} &= H_{13} = H_{23} = -\frac{1}{3} h_a \\ H_{44} &= H_{55} = H_{66} = h_b \end{aligned} \quad (2.16)$$

Sans rentrer plus avant dans les détails, la loi de croissance obtenue est alors la suivante :

$$\dot{\varepsilon}_h^p = \frac{1}{2p_1(1-p_2)\sqrt{3}} \eta \sinh \left\{ \frac{\sqrt{3} \sigma_h}{2p_1 \tau_0} \right\} \dot{p} \quad (2.17)$$

où  $\sigma_h = \text{tr}\sigma/3$  et  $p_1$  et  $p_2$  sont deux paramètres, directement issus de l'analyse micromécanique, rendant compte de l'anisotropie, tels que :

$$p_1 = \sqrt{\frac{3}{5} \frac{2h_a + 3h_b}{2h_a + h_b}}; \quad p_2 = \frac{2h_a^2 + h_b^2}{2(2h_a + h_b)(2h_a + 3h_b)} \quad (2.18)$$

Notant  $d_h$ , le taux de déformation plastique hydrostatique, la figure 2.13 montre l'évolution de ce taux, normalisé par la déformation plastique cumulée en fonction de la pression hydrostatique et ce, dans le cas isotrope et dans le cas anisotrope pour deux valeurs limites du rapport d'anisotropie,  $h_b/h_a = 0$  et  $h_b/h_a = +\infty$ ,  $h_a$  et  $h_b$  étant liés à l'anisotropie.

Un critère local de non amorçage de fissure de fatigue au sein des PSB peut alors être écrit en considérant une valeur critique de porosité,  $\eta_c$  correspondant idéalement à une taille critique de fissure à l'interface BGP/matrice :

$$\eta_a + \eta_g < \eta_c \quad (2.19)$$

En raison de (2.13), ce critère de non amorçage de fissure dépend alors *explicitement* du cisaillement local  $\tau$  et de la pression hydrostatique  $\sigma_h$ .

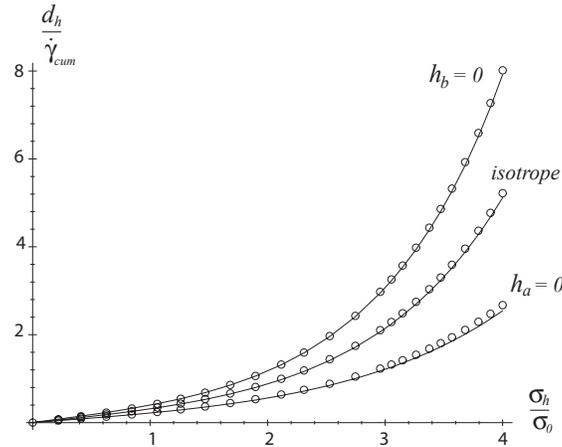


FIG. 2.13 – Diagramme de  $d_h/\dot{\gamma}_{cum}$  en fonction de  $\sigma_h/\sigma_0$ .

### Détermination du critère de fatigue macroscopique et illustration

Suivant le raisonnement de Dang Van, l'adaptation élastique à l'échelle du grain est une première condition *nécessaire* de non amorçage de fissure. Le critère (2.19) constitue une condition suffisante [70]. La condition d'adaptation ( $p$  bornée) permet alors de réaliser un certain nombre de simplifications [70] et une expression locale du critère de non amorçage, traduction de (2.19), est la suivante :

$$A_0(k_a p - 1 + \exp(-k_a p)) + 3\varepsilon_h^p < \eta_c \quad (2.20)$$

Comme  $p$  and  $\varepsilon_h^p$  sont définis à l'échelle du grain, un schéma d'homogénéisation est nécessaire en vue de transcrire le critère (2.20) à l'échelle macroscopique. Pour cela, le schéma autocohérent, précisé en annexe 5.1, est repris et conduit aux relations suivantes :

$$\tau = \Sigma : \Delta - 2\mu^*\gamma^p; \quad \sigma_h = \Sigma_h - 3k^*\varepsilon_h^p \quad (2.21)$$

avec  $\mu^* = \mu(1 - b)$ ,  $k^* = k(1 - a)$ . Le modèle de Lin-Taylor correspond alors aux conditions  $a = b = 0$  et le modèle de Sachs à  $a = b = 1$ . Ce schéma est par ailleurs étendu au cas anisotrope [66] en s'appuyant sur les résultats de Bui [8], considérés récemment par Cano et al. [9]. Dans le cas général, les différentes variables peuvent être calculées par intégration numérique. Certains cas sont cependant accessibles analytiquement et, en particulier, les chargements affines pour lesquels  $\Sigma(t) = \Sigma_a \sin(\omega t) + \Sigma_m$ . Sans détailler l'ensemble des cas traités dans [70], on peut citer celui de la torsion alternée avec une pression hydrostatique moyenne ( $\Sigma_m = \Sigma_{h,m} \mathbf{1}$ ). Pour le modèle de Lin-Taylor, une résolution numérique des équations précédentes montre que, pour des valeurs modérées de la pression,  $\varepsilon_h^p$  atteint un état de saturation correspondant à  $\dot{\varepsilon}_h^p = 0$ . On a alors  $\sigma_{h,m} = \Sigma_{h,m} - 3k\varepsilon_h^p = 0$  et  $\exp(-k_a p)$  peut être négligée. Une expression analytique du critère de non amorçage peut alors être obtenue :

$$A_0 k_a p + \frac{\Sigma_{h,m}}{k} < A_0 + \eta_c \quad (2.22)$$

Dans le cas d'un écrouissage isotrope linéaire, on obtient l'expression suivante :

$$\frac{T_a}{\tau_0} + \alpha \frac{\Sigma_{h,m}}{\tau_0} < \beta; \quad \text{avec : } \alpha = \frac{R_0}{A_0 k_a k}; \quad \beta = \frac{R_0}{A_0 k_a \tau_0} \left\{ \eta_c + A_0 \left\{ 1 + \frac{\tau_0 k_a}{R_0} \right\} \right\} \quad (2.23)$$

$\beta\tau_0$  correspond alors à la limite de fatigue en torsion alternée. Avec la même hypothèse sur la loi d'écrouissage et le même schéma d'homogénéisation, cette expression correspond exactement au critère proposé par Dang Van [21], reliant de manière linéaire cisaillement et pression hydrostatique. Le critère proposé par V. Monchiet en est donc une généralisation, en lui procurant également une base micromécanique. En analysant ces premiers résultats théoriques, on peut souligner les aspects suivants :

- la démarche consistant à introduire des mécanismes d'endommagement à l'échelle des bandes de glissement, associée à un passage micro-macro, permet de rendre compte explicitement, à l'échelle macroscopique, de l'influence de la contrainte moyenne sur l'amorçage de fissures,
- le critère proposé rend également compte de la non influence d'un cisaillement moyen, conforme aux observations expérimentales [81],
- les schémas d'homogénéisation ont une forte influence sur la forme finale du critère de fatigue, le modèle de Kröner donnant systématiquement des résultats compris entre les deux autres modèles. On peut noter que le modèle de Sachs, dans cette première approche, donne des résultats physiquement incohérent dans le cas des pressions négatives.
- la loi d'écrouissage a également une forte influence sur la forme finale du critère de fatigue, l'écrouissage isotrope non-linéaire permettant de mieux représenter l'effet "saturé" de la contrainte moyenne en compression, tendant vers la limite d'adaptation.

Cependant, quelques limitations sont notées pour ce premier modèle :

- le critère proposé est indépendant d'une pression hydrostatique alternée. Ceci a été mis en évidence notamment dans les comparaisons avec les résultats expérimentaux en flexion-torsion [38]
- la loi de croissance de l'endommagement ne dépend pas de la loi d'écrouissage à l'échelle des BGP et ceci entraîne des incohérences, en particulier avec l'utilisation du modèle de Sachs.

Ces deux remarques ont justifié d'introduire un couplage entre l'endommagement et la plasticité dans l'expression de la fonction de charge; ces développements, inspirés des travaux de Gurson [39], sont résumés au paragraphe suivant.

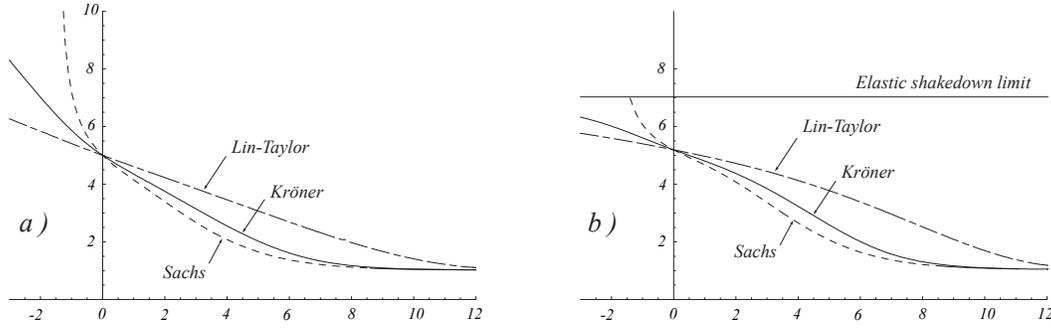


FIG. 2.14 – Application du critère de fatigue dans le cas particulier d'une torsion alternée avec une pression moyenne. La courbe représente  $T_a/\tau_0$  fonction de  $\Sigma_{h,m}/\tau_0$ , dans deux cas de loi d'érouissage a) isotrope linéaire, b) isotrope non linéaire [68].

### Apport d'un couplage plasticité–endommagement [69, 70]

Afin de coupler plasticité et endommagement à l'échelle des grains et des bandes de glissement, une adaptation de la démarche proposée par Gurson [39] (dans le contexte de la mécanique de la rupture ductile) a été effectuée, en tenant compte des travaux de Leblond et al. [55] étendant la fonction de charge proposée par Gurson aux cas des matériaux érouissables. La démarche est similaire à celle du paragraphe précédent, concernant l'adaptation du critère de Rice et Tracey : remplacement du matériau monocristallin, régi par la loi de Schmid, par un matériau équivalent de von Mises et prise en compte de l'anisotropie par un critère de Hill. Les développements qui ont alors été effectués dans le cadre de la thèse [66] ont conduit à la fonction de charge suivante :

$$f = \left( \frac{\mathbf{B} : \Delta}{\tau_d} \right)^2 + 2\eta \cosh \left\{ \frac{\sqrt{3} B_h}{2p_1 \tau_h} \right\} - 1 - \eta^2 \quad (2.24)$$

où  $p_1$  caractérise à nouveau l'anisotropie et  $\tau_d$  et  $\tau_h$  correspondent aux variables d'érouissage isotrope. Le tenseur  $\mathbf{B}$  est déduit du schéma autocohérent, en tenant compte de l'érouissage :

$$\mathbf{B} = \mathbb{A} : \Sigma - \mathbb{C}^* : \varepsilon^p - \mathbf{X}$$

où  $\mathbb{A}$  est le tenseur de localisation d'ordre 4. Le terme  $\mathbb{C}^* : \varepsilon^p$  est alors comparable à un terme d'érouissage cinématique si bien que l'on peut introduire  $\mathbf{X}^*$  tel que :

$$\mathbf{B} = \mathbb{A} : \Sigma - \mathbf{X}^* \text{ avec } \mathbf{X}^* = \mathbb{C}^* : \varepsilon^p + \mathbf{X}$$

La transposition de la loi de plasticité et d'endommagement à l'échelle macroscopique consiste donc tout simplement à remplacer l'érouissage cinématique réel  $\mathbf{X}$  par un érouissage apparent  $\mathbf{X}^*$ . Cet érouissage cinématique dépend du choix du modèle d'homogénéisation (Sachs, Lin-Taylor et Kröner). Notons qu'il possède une partie déviatorique mais également une partie sphérique liée à l'endommagement (cf. equation (2.13)). La loi de normalité s'écrit alors :

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma} \Rightarrow \begin{cases} \dot{\gamma}^p = 2\dot{\lambda} \frac{\mathbf{B} : \Delta}{\tau_d^2} \\ \dot{\varepsilon}_h^p = \dot{\lambda} \frac{f}{\sqrt{3}p_1\tau_h} \sinh \left\{ \frac{\sqrt{3} B_h}{2p_1 \tau_h} \right\} \end{cases} \quad (2.25)$$

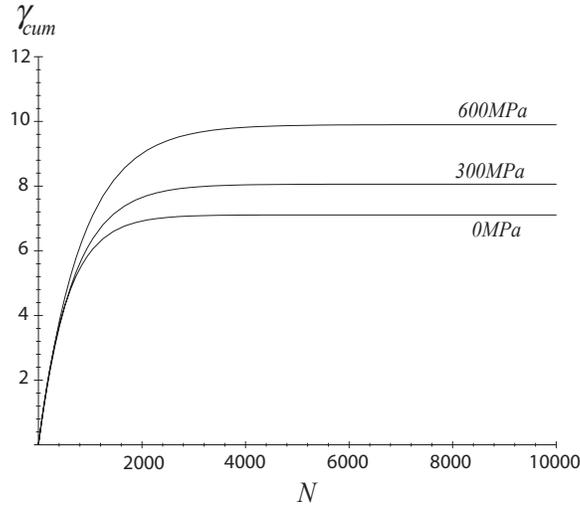


FIG. 2.15 – Valeur du glissement plastique cumulé,  $\gamma_{cum}$ , en fonction du nombre de cycle  $N$ , pour le modèle de Kröner. Comparaison du modèle non couplé pour  $\Sigma_a : \Delta = 200MPa$  et  $\Sigma_{h,a} = 0MPa, 300MPa, 600MPa$ .

$\dot{\Lambda}$  est le multiplicateur plastique déduit de la première relation de (2.25) :

$$\dot{\Lambda} = \dot{\gamma}^p \frac{\tau_d^2}{2\mathbf{B} : \Delta} = \dot{\gamma}_{cum} \frac{\tau_d^2}{2|\mathbf{B} : \Delta|} \quad (2.26)$$

La loi d'évolution de la déformation plastique de volume,  $\varepsilon_h^p$ , est alors obtenue en remplaçant, dans (2.25), le multiplicateur plastique par son expression (2.26) :

$$\dot{\varepsilon}_h^p = \eta \frac{1}{2\sqrt{3}p_1} \frac{\tau_d^2}{\tau_h |\mathbf{B} : \Delta|} \sinh \left\{ \frac{\sqrt{3} B_h}{2p_1 \tau_h} \right\} \dot{\gamma}_{cum}$$

Cette équation peut sembler relativement proche de l'équation (2.17) mais la nouvelle loi de croissance obtenue possède deux différences fondamentales : le couplage fort avec la plasticité, via la fonction de charge, puis le terme  $\frac{\tau_d^2}{\tau_h |\mathbf{B} : \Delta|}$  et l'influence des écrouissages isotropes et cinématiques. Si on étudie alors des trajets purement alternés, on peut remarquer que l'amplitude de pression hydrostatique intervient cette fois sur le critère, comme l'indique la figure 2.15 qui montre l'influence de cette amplitude sur la déformation plastique cumulée  $\gamma_{cum}$ . Par ailleurs, la figure 2.16 illustre l'effet de ce couplage sur la surface de charge à l'état adapté. Dans le cas de l'approche non couplée, présentée dans le paragraphe précédent, cette surface de charge ne dépend pas, par construction, de la pression hydrostatique. En revanche, dans le cas de l'approche couplée, on voit nettement cette influence. Si on considère une pression hydrostatique moyenne non nulle, le critère de fatigue est représenté sur les figures 2.17 et 2.18, dans le plan  $\Sigma_{h,m}/\tau_0, \max(\Sigma_a : \Delta)/\tau_0$  pour deux valeurs du module d'écrouissage cinématique  $c$ . On note que les différences observées pour les différents schémas (Sachs, Lin-Taylor et Kröner) sont particulièrement atténuées par rapport à celles obtenues à partir du modèle non couplé. En particulier, pour le schéma de Sachs, les résultats obtenus à partir du nouveau critère sont physiquement plus cohérents que ceux obtenus à partir du critère correspondant au modèle non couplé. Ceci illustre à nouveau l'importance du rôle de l'écrouissage sur la croissance des cavités. Les améliorations apportées par l'approche

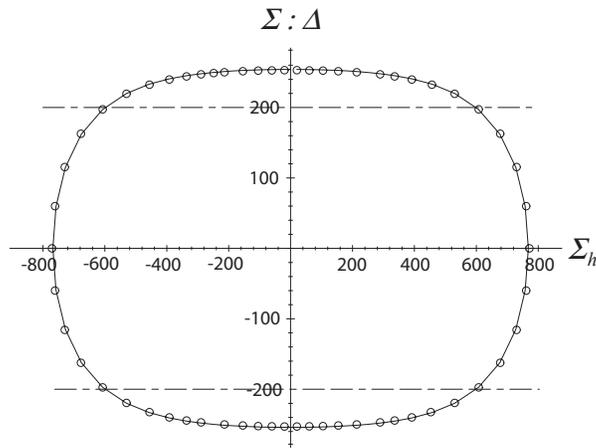


FIG. 2.16 – Surface de charge à l'état adapté pour un chargement purement alterné,  $\Sigma_{h,m}/\tau_0 = 600\text{MPa}$ ,  $\Sigma_a : \Delta/\tau_0 = 200\text{MPa}$ . Surface exacte (cercles) et surface approchée pour le modèle couplé (ligne continue) et pour le modèle non couplé (lignes interrompue).

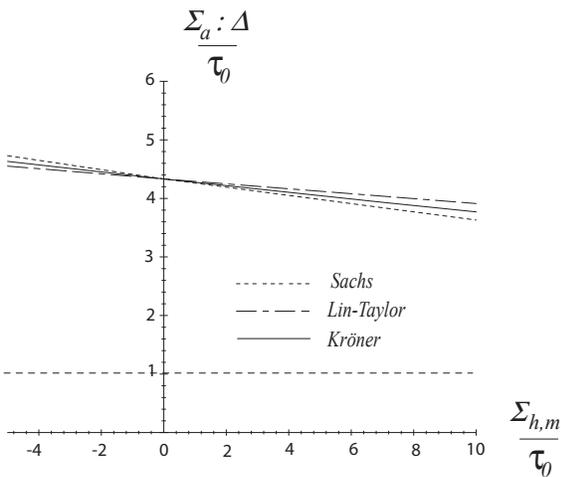


FIG. 2.17 – Critère de fatigue dans le plan  $\Sigma_{h,m}/\tau_0$ ,  $\Sigma_a : \Delta/\tau_0$  pour  $c = 2000\text{MPa}$ .

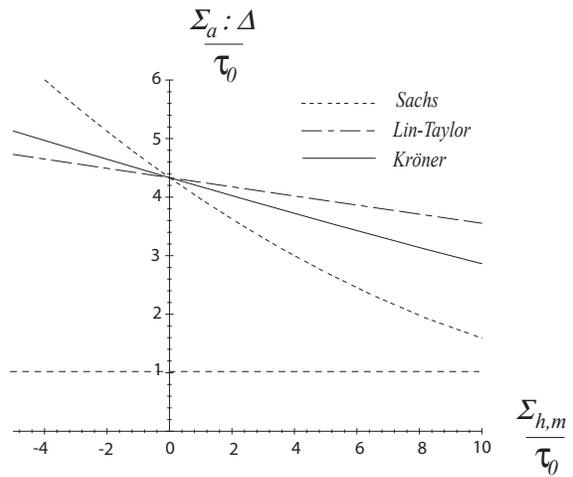


FIG. 2.18 – Critère de fatigue dans le plan  $\Sigma_{h,m}/\tau_0$ ,  $\Sigma_a : \Delta/\tau_0$  pour  $c = 400\text{MPa}$ .

couplant plasticité et endommagement à l'échelle d'un grain sont parfaitement illustrées sur les figures 2.19 et 2.20 qui proposent des comparaisons avec les essais de flexion-torsion alternée de Gough et Pollard [38]. On peut constater l'écart entre les modèles couplé et non couplé, en remarquant que le modèle couplé améliore les prédictions du critère de Dang Van. En résumé, l'application du critère de fatigue

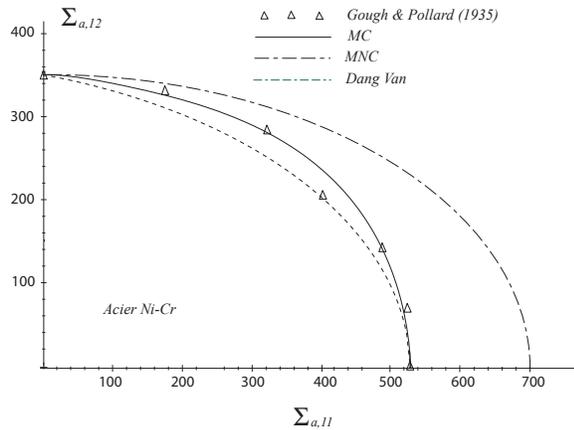


FIG. 2.19 – Comparaison du critère de fatigue des modèles couplé (MC) et non couplé (MNC) avec les résultats expérimentaux de Gough et Pollard (flexion-torsion alternée, acier Ni-Cr) [38].

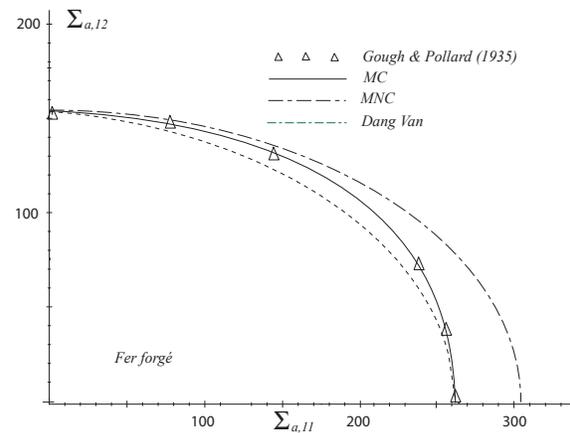


FIG. 2.20 – Comparaison du critère de fatigue des modèles couplé (MC) et non couplé (MNC) avec les résultats expérimentaux de Gough et Pollard (flexion-torsion alternée, fer forgé) [38].

polycyclique, proposé sur la base de ces développements, aux trajets macroscopiques affines, montre l'importance du couplage entre plasticité et endommagement. Le critère proposé permet notamment de rendre compte de l'effet de la pression hydrostatique alternée, et la prise en compte de l'écroutissage dans la loi de croissance des cavités permet d'obtenir des résultats physiquement plus cohérents pour le schéma de Sachs. Enfin la comparaison entre les prédictions théoriques et des données expérimentales de la littérature confirme les bonnes capacités prédictives du critère proposé. Malgré ces bonnes performances, le critère, dans sa forme actuelle, souffre encore de certaines limitations dont, en particulier, son incapacité à rendre compte des données correspondant à des sollicitations déphasées. En effet, les résultats existants de flexion-torsion non proportionnelle, décrits dans [72], mettent en évidence la non influence du déphasage sur la résistance à la fatigue dans ce cas précis, ce qui n'est pas le cas avec l'approche développée, comme le montre la figure 2.21. Cette incapacité n'est pas liée, nous semble-t-il, à la modélisation de l'endommagement, mais plutôt à l'approche de type plan critique inspirée des travaux de Dang Van [21]. Une première piste d'amélioration pourrait consister à étendre cette approche en s'inspirant des travaux de Papadopoulos [77]. Il s'agirait alors de raisonner, non plus sur le grain le plus défavorablement orienté par rapport aux axes de chargement, mais sur un VER contenant une répartition aléatoire de grains plastiques. Une autre limitation des développements qui ont été effectués provient de la géométrie de microcavités considérées. En effet, les observations rapportées au premier chapitre indiquent que les mécanismes d'endommagement sont, pour une grande part, liés à la croissance de microfissures à l'interface BGP-matrice. La prise en compte des effets de forme de cavités nécessite le développement de nouvelles formulations des critères de plasticité développés en rupture ductile, dans le prolongement de ceux de Gologanu [36] par exemple, dans le cas des matériaux anisotropes et des cavités ellipsoïdales (prolate/oblate). Ce travail a été entamé [71, 67] mais l'application au critère de fatigue reste à effectuer.

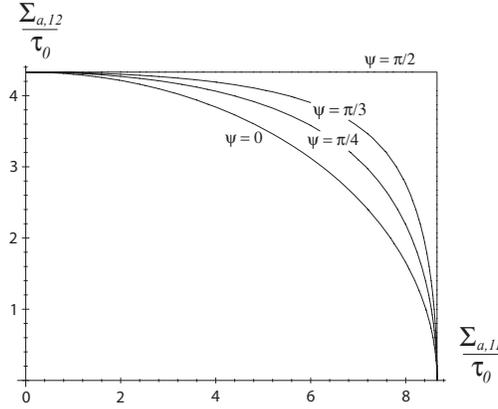


FIG. 2.21 – Critère de fatigue dans le cas d'une flexion-torsion déphasée, obtenu avec le modèle non couplé. La forte influence du déphasage n'est pas en accord avec les résultats expérimentaux rappelés dans [72].

Par ailleurs, il faut également souligner les modifications qu'apportent cette approche dans la formulation de la dissipation intrinsèque mesoscopique  $\Phi$ . Afin de simplifier son expression, limitons-nous au cas de l'approche non couplée. On peut alors facilement montrer que, dans le cas d'un écrouissage cinématique linéaire et d'un écrouissage isotrope, tels qu'ils apparaissent dans (2.8) :

$$\Phi = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - c\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - R\dot{p}$$

où  $c$  est le module d'écrouissage cinématique. Prenant en compte l'expression (2.13) de la déformation plastique, on trouve que :

$$\Phi = \tau\dot{\gamma}^p + 3\sigma_h\dot{\varepsilon}_h^p - c\gamma^p\dot{\gamma}^p - R\dot{p} \quad (2.27)$$

où  $\dot{\gamma}^p$  est donné par la loi de normalité, de même que  $\dot{p}$  et  $\dot{\varepsilon}_h^p$  est donnée, dans le cas de l'approche non couplée, par la relation (2.17). Notons que  $\Phi$  peut être définie de manière similaire dans le cas de l'approche couplée. On peut alors remarquer que l'effet de la contrainte moyenne est directement obtenu par l'intermédiaire de la pression hydrostatique  $\sigma_h$ , présente également dans l'expression de  $\dot{\varepsilon}_h^p$ . Sans aller plus loin dans l'immédiat, la nouvelle approche développée, outre les bonnes capacités prédictives déjà soulignées, permettra sans doute de rendre compte de l'effet de la contrainte moyenne dans une approche purement dissipative en fatigue à grand nombre de cycles, comme le montre l'expression 2.27.

Ces premières études théoriques à l'échelle d'un VER montrent l'importance d'une quantification expérimentale des champs mécaniques locaux afin, d'une part, d'y confronter les schémas d'homogénéisation ainsi que les lois de comportement utilisées en vue d'un changement d'échelle et, d'autre part, afin de mettre en évidence les différents régimes dissipatifs prévus théoriquement (adaptation élastique ou accommodation plastique à l'échelle des grains).

## 2.4 Une procédure expérimentale originale

Comme cela a déjà été souligné, les résultats expérimentaux en terme de variations de température issus de la littérature et présentés jusqu'à maintenant sont généralement macroscopiques : soit ils sont

obtenus par l'utilisation de thermocouples (en considérant par exemple, comme Doudard [26] que la température est homogène dans l'éprouvette et en utilisant alors un seul thermocouple), soit ils sont issus de thermographie infrarouge avec une zone utile de l'ordre du centimètre carré, et, dans le cas de Boulanger [6], pour une fenêtre d'acquisition de  $120 \times 64$  pixels, une résolution de  $0,2 \text{ mm}^2$  par pixel. Dans tous les cas, l'information obtenue correspond alors à une moyenne sur plusieurs grains ou une moyenne sur le VER. Dans le cas des mesures de champs cinématiques (déplacements et déformations), des données locales, à l'échelle des grains, sont, quant à elles, obtenues depuis plusieurs années dans différentes équipes de recherche. On peut citer les travaux de Doumalin et al. [28] ou ceux de Lagattu et al. [54], tous deux couplés avec l'utilisation d'un microscope électronique à balayage (MEB). Cependant, dans ce cas précis, rares sont les mesures obtenues avec une caméra optique, hors MEB.

L'enjeu est donc ici double :

1. effectuer des mesures de champs cinématiques et thermiques à l'échelle des grains d'un polycristal à l'aide d'une caméra optique et d'une caméra de thermographie infrarouge, lors d'un essai réalisé sous sollicitations cycliques,
2. réaliser ces mesures simultanément, sur la même zone d'étude.

C'est l'objectif des travaux de thèse engagés en 2004 par L. Bodelot, qui supposent un certain nombre de précautions et de prérequis, si on souhaite s'intéresser à l'échelle du VER et des grains.

La première précaution consiste à choisir un matériau présentant, entre autres, une taille de grain adaptée à la résolution des caméras optique et infrarouge et une diffusivité adaptée à la fréquence d'acquisition infrarouge. L'acier 316L a ainsi été choisi, également pour la bonne connaissance de son comportement, à la fois monotone et cyclique, acquise au fil des ans par de très nombreuses équipes de recherche, dont celle de S. Degallaix, au L.M.L. [52, 16]. En particulier, des études de grossissement de grains déjà menées auparavant [82] devraient permettre d'obtenir une taille souhaitée de l'ordre de  $100 \mu\text{m}$ .

En effet, le premier prérequis est l'obtention d'une résolution la plus élevée possible. Dans le cas de la thermographie infrarouge, la fenêtre d'acquisition est de  $320 \times 240$  pixels, ce qui permet d'atteindre une résolution d'environ  $30 \mu\text{m}^2$  avec l'objectif choisi, soit une dizaine de pixels par grain. Dans le cas de la caméra optique, la fenêtre d'acquisition est de  $1368 \times 1024$  pixels, ce qui permet d'atteindre une résolution d'environ  $7-10 \mu\text{m}^2$ , soit une centaine de pixels par grain. La zone d'étude retenue est alors d'un peu moins d'un centimètre carré.

La seconde précaution suppose de pouvoir effectuer de l'intercorrélation d'images optiques d'une part, et de pouvoir passer des degrés de luminance (DL) à des températures d'autre part. Dans le premier cas, il est alors nécessaire que l'image obtenue offre une large gamme de niveaux de gris, se rapprochant d'un mouchetis tel que fréquemment obtenu à l'échelle macroscopique par projection de peinture. Cependant, à cette résolution, cette simple technique n'est pas utilisable. Dans le second cas, le passage des DL aux températures, lié à la technique infrarouge, suppose d'utiliser une surface d'émissivité connue. Le plus simple consiste alors à obtenir une surface noire la plus uniforme possible. Ces deux contraintes, mouchetis et uniformité, semblent incompatibles. Cependant, des études préliminaires ont permis l'obtention d'un revêtement compatible, comme l'indiquent les figures 2.22 et 2.23. En effet, on obtient à température ambiante, sans charge, un écart de DL, et donc une non uniformité relative de 0,3 % (cf. figure 2.22) et on observe sur la figure 2.23 un histogramme de niveaux de gris proche de ceux obtenus avec un mouchetis conventionnel. La tenue mécanique de ce revêtement a, par ailleurs, été vérifiée lors d'essais de traction.

Le second pré-requis concerne la géométrie d'éprouvette. Afin de pouvoir considérer un comportement thermique de surface représentatif du volume, les mêmes choix que Boulanger [6] et Doudard [26]

ont été faits : éprouvettes plates et épaisseur faible. Cela suppose cependant des chargements cycliques, et, en particulier des rapports de charge, ne conduisant pas à un flambage de l'éprouvette.

La plateforme expérimentale développée rend possible le couplage des mesures optique et infrarouge au moyen d'un filtre miroir, permettant la transmission des rayonnements infrarouges et la réflexion des rayonnements visibles. Les premiers essais sont en cours de réalisation et les résultats semblent très prometteurs [4]. Ils devraient sans doute apporter de nombreuses informations et réponses aux questions soulevées dans les paragraphes précédents. De plus, à court terme, des mesures d'orientation cristalline par EBSD (Electron Back-Scattering Diffraction) seront réalisées en vue de les corrélérer avec les observations et mesures effectuées, de manière similaire aux récents travaux de Manonukul et al. [65] couplant EBSD, observation de l'endommagement par MEB, modèles polycristallins et calculs par éléments finis.

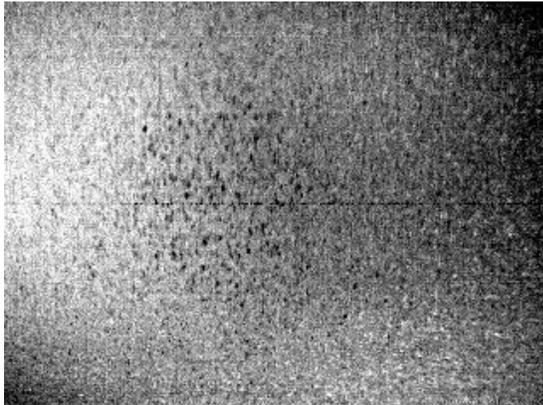


FIG. 2.22 – Image de la zone utile de l'éprouvette obtenue par thermographie infrarouge. Cette image est obtenue à température ambiante, sans charge et conduit à un écart de DL, et donc à une non uniformité relative de 0,3 %

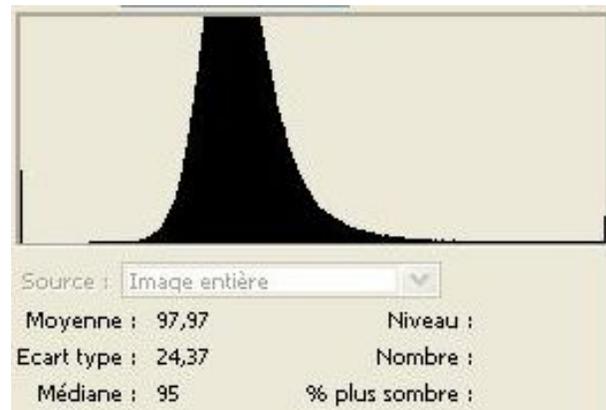


FIG. 2.23 – Histogramme de niveaux de gris obtenu à partir de la caméra optique, conforme aux mou-chetis conventionnels.

## 2.5 Vers l'échelle macroscopique

Jusqu'ici, nous avons considéré le cadre de la fatigue à grand nombre de cycles en étudiant un VER du type matrice-inclusion. Ce VER était macroscopiquement élastique et l'inclusion, élastoplastique, de fraction volumique  $f_v$ . Nous avons vu dans le paragraphe 2.2 que l'approche dissipative doit permettre l'étude de la transition de la fatigue polycyclique à la fatigue oligocyclique. C'est ce dernier cas que nous allons maintenant considérer, pour lequel la plasticité est généralisée dans l'ensemble du VER. Le comportement est alors macroscopiquement élastoplastique. Dans les paragraphes précédents, nous avons analysé de manière théorique le comportement dissipatif à l'échelle locale, nous avons apporté des réponses quant au rôle joué par la contrainte moyenne et nous avons présenté les essais nécessaires pour conforter les différentes hypothèses retenues. Cependant, le développement d'une approche multiéchelle dans le cas de la fatigue oligocyclique est plus délicate. Nous ne sommes plus dans le cas de la plasticité confinée et le passage des champs mesoscopiques aux champs macroscopiques supposerait des tech-

niques d'homogénéisation non linéaires, sous chargements cycliques, qui demeurent encore aujourd'hui un problème ouvert [5]. C'est un point que nous aborderons dans les travaux futurs et dans cette partie, nous allons simplement considérer, dans l'immédiat, une loi de comportement élastoplastique à l'échelle macroscopique, définie dans le cadre des matériaux standards généralisés [41]. Les différents aspects abordés dans le cadre de la fatigue à grand nombre de cycles vont être maintenant étudiés en fatigue oligocyclique pour laquelle de nombreux résultats expérimentaux sont disponibles dans la littérature. Nous allons ainsi commencer par reprendre l'équation de la chaleur présentée en annexe 5.2 afin d'en obtenir une résolution simplifiée dans le cas d'une source de chaleur, correspondant à la dissipation plastique, considérée uniforme dans le VER. Nous tâcherons alors de vérifier si les hypothèses prises permettent de retrouver un certain nombre de résultats expérimentaux.

### Cadre d'étude

Nous nous trouvons maintenant dans le cas où la plasticité est macroscopique. En reprenant le cadre de la Thermodynamique des Processus Irreversibles présenté en annexe 5.2, l'équation de la chaleur est alors la suivante :

$$\rho C \dot{T} - \text{div}(\mathbf{k} \cdot \vec{\text{grad}}(T)) = r_{th} + \boldsymbol{\Sigma} : \dot{\mathbf{E}}^p - \mathbf{A} : \dot{\mathbf{E}}^p - \alpha T \text{tr}(\dot{\boldsymbol{\Sigma}}) - 9K\alpha^2 T \dot{T} \quad (2.28)$$

Le premier terme du membre de gauche correspond à l'absorption ou la désorption de chaleur et le second, aux échanges thermiques par conduction. En prenant une hypothèse d'isotropie pour le matériau, le tenseur de conduction thermique est  $\mathbf{k} = k \cdot \mathbf{I}$ , où  $\mathbf{I}$  correspond au tenseur identité du second ordre. Le premier terme de droite correspond aux sources extérieures de chaleur. Dans le cas d'essais de fatigue oligocyclique réalisés à température ambiante, on peut considérer ce terme nul,  $r_{th} = 0$ . Les deux termes suivants définissent la dissipation intrinsèque  $\Phi$  :

$$\Phi = \boldsymbol{\Sigma} : \dot{\mathbf{E}}^p - \mathbf{A} : \dot{\mathbf{E}}^p$$

Les travaux de Taylor [32, 86] sont sans doute les premiers qui se sont intéressés à la conversion d'énergie durant la déformation d'un métal et le lien possible avec la dissipation intrinsèque. Ainsi, les variations de température furent mesurées durant des essais de traction monotone réalisés sur différents métaux, et le ratio  $\gamma$  entre la dissipation intrinsèque  $\Phi$  et la puissance plastique  $\boldsymbol{\Sigma} : \dot{\mathbf{E}}^p$  a été estimé. Les résultats obtenus montrent alors que ce ratio peut être considéré constant et compris entre 0.8 et 0.9. Cependant, Chrysochoos [17] sur de l'AU4GT4 et, plus récemment, Kamlah et Haupt [50], ont montré que ce ratio  $\gamma$  dépend du matériau et du chargement : pour des polycristaux (des aciers par exemple), ce ratio peut atteindre une valeur minimale proche de 0.6 pour de faibles niveaux de déformation avant de croître à nouveau. De plus, de récentes expériences réalisées à très hautes vitesses de déformation [79] montrent également que ce ratio  $\gamma$  dépend du chargement.

Dans le cas de chargements cycliques, à notre connaissance, les principaux résultats étudiant la dissipation mécanique en fatigue oligocyclique sont ceux de Wong et Kirby sur un alliage d'aluminium 6061-T6 [90] et Harvey et al. sur un nickel 270 [45] et sur un alliage d'aluminium 1100 [44, 43]. Ces auteurs concluent en revanche à un ratio  $\gamma$  quasi-constant, proche de 0,8 pour le nickel et dans l'intervalle [0.8-0.95] pour les différents alliages d'aluminium. C'est la raison pour laquelle nous allons considérer, *en première approximation*, que la partie de la puissance dissipée stockée dans le matériau est négligeable comparée à la puissance plastique :  $|\boldsymbol{\Sigma} : \dot{\mathbf{E}}^p| \gg |\mathbf{A} : \dot{\mathbf{E}}^p|$ . Finalement, comme les termes de couplage thermoélastique, correspondant aux deux derniers termes de droite de l'équation (5.4), entraînent uniquement des variations réversibles de température, nous ne les prendrons pas en compte dans la résolution

de l'équation. Il n'y donc plus de couplage fort entre champs mécaniques et thermiques : la dissipation plastique est considérée comme une simple source de chaleur.

En conséquence, en considérant un cas purement uniaxial et sous toutes ces hypothèses, l'évolution de la température au cours du temps peut être déduite de la résolution de l'équation suivante :

$$\rho C \dot{T} - \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \Sigma : \dot{E}^p \quad (2.29)$$

Pour être capable de résoudre cette équation aux dérivées partielles sans intégration numérique, nous avons besoin d'une hypothèse supplémentaire sur le terme source, correspondant à la dissipation plastique. Pour cela, nous pouvons tout d'abord considérer que la source est uniforme dans l'éprouvette. Cette hypothèse n'est pas trop forte puisque la plasticité est généralisée dans toute la partie utile et l'hypothèse prise la considère simplement uniforme. La seconde hypothèse propose de considérer la moyenne de la dissipation sur un cycle au lieu de la dissipation instantanée (on peut, pour cela, s'inspirer de la figure ?? qui correspond à la variation de la dissipation dans l'inclusion plastique, durant un cycle, et dont la valeur moyenne  $\Sigma : \dot{E}^p$  est nulle). Même si la réponse thermique transitoire de l'éprouvette peut être différente, la réponse asymptotique doit être semblable. Alors, en notant  $f$  la fréquence d'essai et sous toutes ces hypothèses, l'équation (2.29) devient :

$$\rho C \dot{T} - \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \Delta w \cdot f \quad (2.30)$$

où  $\Delta w \cdot f = \frac{1}{T} \int_{cycle} \Sigma : \dot{E}^p dt = \overline{\Sigma : \dot{E}^p}$  est la puissance dissipée par cycle, supposée constante. En considérant le problème unidimensionnel - i.e. le champ de température  $T$  dépend seulement de  $x$ , la position longitudinale dans l'éprouvette, et  $t$ , le temps - une éprouvette de longueur  $2L$ , un champ de température initial  $T(x,0) = T_0$ , des conditions aux limites thermiques telles que  $T(-L,t) = T(L,t) = T_0$  et en négligeant les échanges thermiques par convection, l'équation précédente (2.30) admet une solution asymptotique quand  $t \rightarrow \infty$  égale à

$$T(x=0, t \rightarrow \infty) = T_0 + \frac{\Delta w \cdot f \cdot L^2}{2k} \quad (2.31)$$

où  $k$  est la conductivité thermique<sup>3</sup>. Dans ce cas, l'énergie plastique dissipée par cycle dépend linéairement de l'augmentation de température dans l'éprouvette qui peut être mesurée indirectement par thermographie infrarouge ou par thermocouples. Ainsi, dans une éprouvette soumise à un chargement mécanique cyclique, en régime stationnaire, l'énergie dissipée plastiquement par cycle peut être déduite de :

$$\Delta w = \frac{2k \cdot \Delta T_{stab}}{f \cdot L^2} \quad (2.32)$$

Il est alors possible d'estimer l'énergie dissipée à partir de résultats d'essais calorimétriques et de comparer les valeurs obtenues avec des énergies dissipées déduites de boucles d'hystérésis expérimentales. C'est l'objectif du prochain paragraphe.

---

3. Dans ce cas, la distribution de température est parabolique, ce qui correspond aux observations de Stärk [83] et à la figure 1.10

### Résultats expérimentaux et analyse [11, 13]

Depuis les premiers travaux de Dillon [23, 25] et Stärk [83], de nombreux travaux ont été conduits afin d'analyser l'évolution du comportement thermique d'une éprouvette durant des essais de fatigue. Les travaux de Luong [60, 61], Boulanger [7, 6] et Doudard [26, 27] ont déjà été cités dans le cadre de la fatigue à grand nombre de cycles (cf. paragraphe 2.2). Dans le cadre de la fatigue oligocyclique, on peut citer les travaux des équipes de Liaw [57, 47, 91, 88, 14, 48], Risitano [53, 31] et Eifler [80, 84]. L'aspect commun à toutes ces études est l'obtention des variations de température en fonction du chargement et du nombre de cycles de sollicitation. Cela autorise la détermination de l'énergie dissipée par cycle en utilisant la relation (2.32), sous réserve de connaître les trois paramètres suivants : la conductivité du matériau  $k$ , la longueur de l'éprouvette  $2L$  et la fréquence des essais  $f$ . La longueur de l'éprouvette correspond à la longueur incluant la zone utile et la zone de raccordement comme cela a été discuté par Jiang et al. [46], par respect des conditions aux limites imposées dans (2.30).

Un certain nombre de résultats publiés en terme de variations de température sous sollicitation cyclique a été analysé et cinq études ont semblé exploitables [13] : des essais de fatigue oligocyclique sur un superalliage Haynes HR120 [42, 14, 48], des essais de fatigue à grand et faible nombre de cycle sur un superalliage Udimet [47, 48], des essais de fatigue à grand nombre de cycles sur un acier C70 [31] et enfin des essais de fatigue à grand nombre de cycles sur un acier SAE 4140 [84]. Les essais ont été réalisés à charge ou déformation imposée et à différents rapports de charge. Pour chaque matériau, les paramètres associés à la relation (2.32) ont été déterminés. La figure 2.24 présente la synthèse de ces résultats. On peut y observer tout d'abord les résultats obtenus pour l'alliage Udimet, pour deux rapports de charge, ce qui semble avoir une influence sur l'énergie dissipée par cycles, pour une même durée de vie. Cependant, les résultats obtenus à  $R_\sigma = 0,05$  par Jiang et al. [47] mettent en évidence un phénomène de rochet prononcé, qui, certes, entraîne une variation de température, mais que l'on ne peut pas directement attribuer à une accommodation cyclique associée à l'effet d'une contrainte moyenne. Les résultats obtenus ensuite sur les aciers C70 et SAE 4140 mettent en évidence, a priori, pour une même durée de vie, une dissipation moindre par rapport aux deux superalliage HR120 et Udimet. Cependant, les variations de température estimées, et donc les énergies dissipées, sont très faibles et peuvent entraîner des erreurs de mesure importantes. Ce point est conforté par la figure 2.25. Il semble, en effet, intéressant maintenant de comparer ces énergies dissipées par cycle calculées à partir de mesures de variations de température, et ce en utilisant la relation (2.32), avec des énergies dissipées par cycle calculées à partir de boucles d'hysteresis expérimentales. Dans une étude précédente [87], des résultats expérimentaux en fatigue à faible nombre de cycles provenant de la littérature ont été synthétisés en terme d'énergies dissipées par cycle. Ces résultats d'essais de fatigue correspondent à différents travaux : Chaboche et al. [10] pour un acier 316L avec  $R_\varepsilon = -1$ ,  $R_\varepsilon = 0$  and  $R_\sigma = -1$ , Lieurade [58] pour un acier 35NCD16 avec  $R_\varepsilon = -1$ , Dias [22] pour un acier 80C4 steel avec  $R_\varepsilon = -1$  et Koh [51] pour un acier inoxydable NiCr (2.2Ni-1Cr-0.5Mo-0.1V). Tous ces essais ont été réalisés à température ambiante. La figure 2.25 présente l'ensemble de ces résultats en terme d'énergie dissipée par cycle  $\Delta w$  fonction des nombre de cycles à rupture. On peut observer une certaine homogénéité des résultats obtenus pour les aciers 316L, quelque soit le rapport de charge, 35NCD16, 80C4 et NiCr pour les rapports négatifs. Cependant, pour ce dernier acier, au-delà de 1000 cycles, une apparente forte chute de la dissipation est observée. L'auteur fait remarquer que les boucles d'hysteresis sont très étroites entraînant une difficile estimation de l'énergie dissipée par cycle. La figure 2.26 présente ainsi la comparaison entre les résultats de la figure 2.24 et de la figure 2.25. Si les matériaux étudiés dans les deux cas ne sont malheureusement pas les mêmes, un certain nombre d'observations peuvent cependant être faites. Tout d'abord, les résultats obtenus par les deux méthodes (variations de température et boucles d'hysteresis) sont relativement cohérents en terme

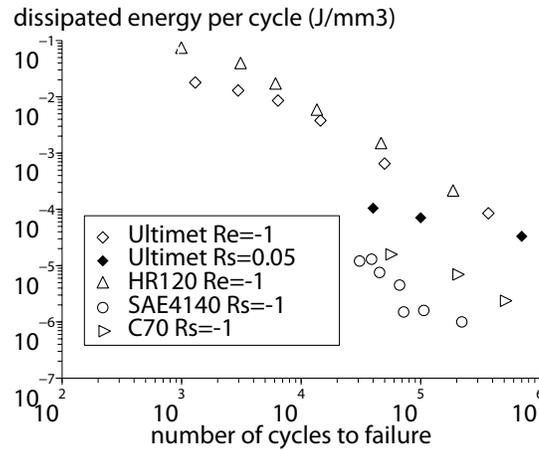


FIG. 2.24 – Energies dissipées par cycle en fonction du nombre de cycles à rupture [13], estimées à partir des mesures de variations de température et de la relation (2.32).  $Re$  désigne le rapport de charge lors d'essais à déformation imposée et  $Rs$  le rapport de charge lors d'essais à charge imposée

de quantité d'énergie dissipée et couvrent une plage de durée de vie allant de quelques cycles à un million de cycles. Cela confirme qu'une approche dissipative permet de traiter un domaine large de fatigue. Quant à l'effet d'une contrainte moyenne, notons que lorsque les essais sont réalisés à charge imposée, à durée de vie limitée, un phénomène de rochet est souvent observé entraînant des mécanismes de rupture différents et, lorsque qu'ils sont réalisés à déformation imposée, une relaxation de la contrainte moyenne est généralement induite en cours d'essai. Notons également que le cas des trajets non proportionnels a déjà été abordé sous l'angle de l'énergie dissipée par cycle par Garud [34], dont les résultats correspondent à la figure 2.27. On peut remarquer que l'ensemble des essais se trouve encadré par les essais de torsion et de traction. L'effet du déphasage est donc notable sur la dissipation plastique. Garud a proposé de pondérer, dans l'expression de l'énergie dissipée par cycle, les termes liés au cisaillement de manière différente des termes liés à la contrainte normale. Cependant, ce simple traitement ne paraît pas satisfaisant et justifie, que ce soit pour le rôle de la contrainte moyenne ou celui du déphasage, une introduction des mécanismes d'endommagement dans la modélisation, telle qu'elle a pu être faite dans le cadre des travaux de V. Monchiet présentés au paragraphe 2.3. Ce sera l'objet de futurs travaux.

## 2.6 Conclusions et perspectives

Dans ce chapitre, un cadre dissipatif permettant d'étudier la fatigue des métaux, indépendamment du domaine de sollicitation, a été proposé. Il est inspiré des travaux de Dang Van en fatigue à grand nombre de cycles et repose sur les notions d'adaptation et d'accommodation. Les études théoriques réalisées à l'échelle mesoscopique, comparées à des résultats expérimentaux existants, ont permis de montrer le bien fondé de cette approche. Afin de pouvoir rendre compte de l'effet d'une contrainte moyenne sur l'endommagement par fatigue, de nouvelles propositions, reposant sur des mécanismes d'endommagement à l'échelle des BGP, ont été faites. Elles ont conduit à l'expression d'un nouveau critère de fatigue polycyclique multiaxial. Afin de consolider ces approches à l'échelle mesoscopique, des essais couplant simultanément mesures de champs thermique et cinématique sont en cours de mise

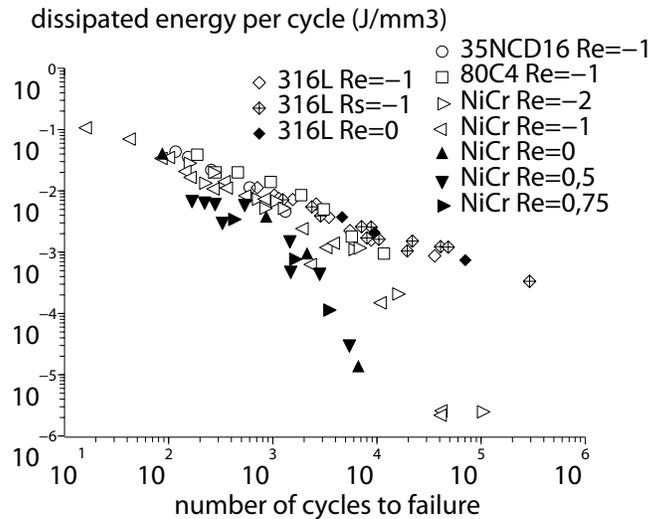


FIG. 2.25 – Energies dissipées obtenues directement à partir de boucles d’hysteresis en fonction du nombre de cycles à rupture (Chaboche et al. [10] pour le 316L, Lieurade [58] pour le 35NCD16, Dias [22] pour le 80C4, Koh [51] pour le NiCr).  $R_e$  correspond à un ratio  $R_\epsilon$  et  $R_s$  à un ratio  $R_\sigma$ .

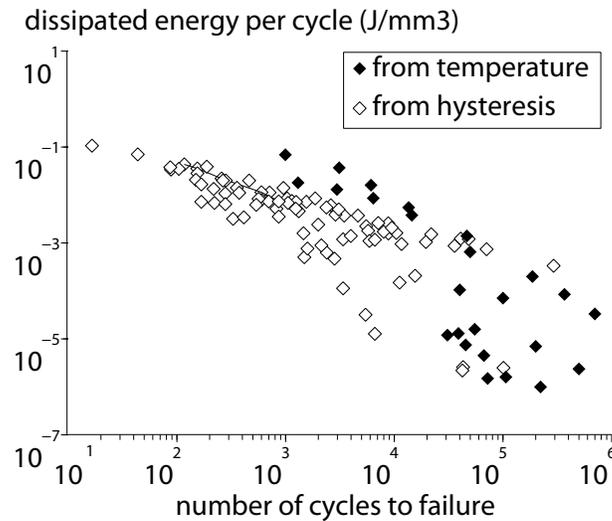


FIG. 2.26 – Comparaison entre les énergies dissipées obtenues directement à partir de boucles d’hysteresis (Chaboche et al. [10] pour le 316L, Lieurade [58] pour le 35NCD16, Dias [22] pour le 80C4, Koh [51] pour le NiCr) ou à partir de mesures de variations de température (Jiang et al. [47, 48] pour l’Ultimet, He, Jiang, Chen et al. [42, 14, 48] pour l’alliage HR120, Fargione [31] pour le C70 et Starke [84] pour l’acier SAE 4140).  $R$  correspond à un ratio  $R_\epsilon$  et  $R_s$  à un ratio  $R_\sigma$ .

en place et les premiers résultats semblent prometteurs. Enfin, il a été montré que l’extension de ce cadre à la fatigue oligocyclique est possible.

L’ensemble des travaux présentés dans ce chapitre ouvrent de nombreuses perspectives, couplant expérimentation, modélisation et simulation numérique.

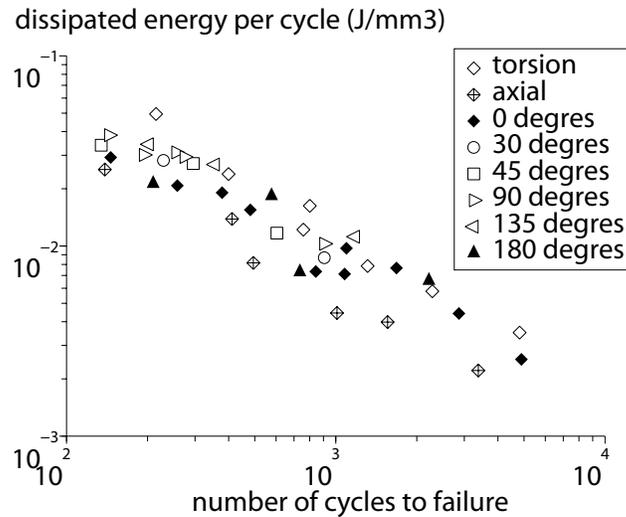


FIG. 2.27 – Résultats d’essais de traction-torsion, proportionnels ou non, en terme d’énergie dissipée par cycle [34]

Les résultats obtenus par V. Monchiet, et en particulier les nouvelles propositions de critères de fatigue [70], nécessitent d’être confortés expérimentalement. Comme cela a été souligné, la prise en compte des trajets de chargements déphasés et aussi de la contrainte moyenne demeurent deux problèmes largement ouverts dans le domaine de la fatigue. Il reste, certes, à exploiter pleinement l’ensemble des données expérimentales actuellement disponibles dans la littérature mais celles-ci sont insuffisantes. En effet, si les trajets de chargements déphasés ont été relativement bien traités de manière exhaustive dans le domaine de la fatigue oligocyclique, ce n’est pas le cas en fatigue à grand nombre de cycles. Plusieurs difficultés techniques se posent en effet : d’une part, la fréquence élevée nécessaire afin de conserver des temps d’essais raisonnables et, d’autre part, la réalisation d’essais sous pression interne et/ou externe, relativement rares actuellement, permettant d’atteindre des niveaux importants de pression hydrostatique. Il reste donc maintenant à étudier la faisabilité de tels essais en fatigue à grand nombre de cycles. Il reste également à reprendre le couplage plasticité-endommagement à l’échelle des BGP proposé par V. Monchiet, exprimé dans un cadre dissipatif (cf. expression 2.27). En effet, le cadre actuel, reposant uniquement sur des mécanismes de plasticité, ne permet pas de rendre compte de l’effet d’une contrainte moyenne. Il semble donc important d’explorer cette voie qui permettrait alors également de repenser les critères de fatigue oligocyclique, dont les dernières propositions postulent une relation linéaire entre énergie dissipée et pression hydrostatique [3]. Mais cela réclame également des essais à différentes échelles, permettant de confronter le cadre dissipatif proposé et les critères de fatigue développés, avec des résultats expérimentaux. D’une part, à l’échelle d’un VER et des grains le composant, une plateforme expérimentale est en cours d’élaboration afin d’effectuer des mesures couplées de champs thermiques et cinématiques dans la même zone d’étude, lors d’essais sous chargements cycliques ; une telle plateforme n’a pas d’équivalent, à notre connaissance, actuellement (cf. paragraphe 2.4). Comme nous l’avons déjà souligné, les mesures de champs thermiques sont obtenues par thermographie infrarouge, avec une résolution de l’ordre de  $30 \mu\text{m}^2$  par pixel et les champs cinématiques, par caméra optique et autocorrélation d’images avec une résolution de l’ordre de  $7\text{-}10 \mu\text{m}^2$  par pixel. Les premiers résultats obtenus sont très encourageants et cela devrait permettre alors de vérifier, dans un premier temps, un certain nombre d’hypothèses prises sur le comportement cyclique à cette échelle et sur la dissipation associée.

## Références

- [1] J. Ahmed, A. J. Wilkinson, and S. G. Roberts. Study of dislocation structures near fatigue cracks using electron channelling contrast imaging technique (ECCI). *J. of Micros.*, 195(3):197–203, 1999.
- [2] J. Ahmed, A. J. Wilkinson, and S. G. Roberts. Electron channelling contrast imaging characterization of dislocation structures associated with extrusion and intrusion systems and fatigue cracks in copper single crystals. *Phil. Mag. A*, 81(6):1473–1488, 2001.
- [3] S. Amiable, S. Chapuliot, A. Constantinescu, and A. Fissolo. A comparison of lifetime prediction methods for a thermal fatigue experiment. *Int. J. Fat.*, 28(7):692–706, 2006.
- [4] L. Bodelot, L. Sabatier, E. Charkaluk, and P. Dufrenoy. Approche dissipative multi-échelle de la fatigue polycyclique d'un acier monphasé. In *Colloque National Mecamat, Aussois, 21-26 janvier 2007*, 2006. submitted.
- [5] M. Bornert, T. Bretheau, and P. Gilormini. *Homogénéisation en mécanique des matériaux, Tome 1, Comportements non linéaires et problèmes ouverts*. Hermès Sciences, 2001.
- [6] T. Boulanger. *Analyse par thermographie infrarouge des sources de chaleur induites par la fatigue des aciers*. Phd thesis, spécialité : mécanique, Université de Montpellier II, France, 2004.
- [7] T. Boulanger, A. Chrysochoos, C. Mabru, and A. Galtier. Calorimetric analysis of dissipative and thermoelastic effects associated with the fatigue behavior of steels. *Int. J. Fat.*, 26:221–229, 2004.
- [8] H. D. Bui. Etude de l'évolution de la frontière du domaine élastique avec écrouissage et relations de comportement élastoplastique des métaux cubiques. Phd thesis, Université Paris VI, 1969.
- [9] F. Cano, A. Constantinescu, and H. Maïtournam. Critère de fatigue polycyclique pour des matériaux anisotropes : application aux monocristaux. *C. R. Mécanique*, 332(2):115–121, 2004.
- [10] J. L. Chaboche, H. Kaczmarek, and P. Raine. Sur les effets d'interaction de l'écrouissage et l'endommagement dans l'acier 316L. *Rech. Aérospatiale*, (3):177–196, 1980.
- [11] E. Charkaluk and A. Constantinescu. Dissipation and fatigue damage. *MP Materialprüfung*, 46(10):524–530, 2004.
- [12] E. Charkaluk and A. Constantinescu. Estimation of thermoplastic dissipation in high cycle fatigue. *C.R. Mécanique*, 334(6):373–379, 2006.
- [13] E. Charkaluk and A. Constantinescu. A thermodynamical discussion of fatigue. 2006. submitted.
- [14] L. J. Chen, P. K. Liaw, H. Wang, Y. H. He, R. L. McDaniels, L. Jiang, B. Yang, and D. L. Klarstrom. Cyclic deformation behavior of Haynes HR-120 superalloy under low-cycle fatigue loading. *Mech. Mat.*, 36:85–98, 2004.
- [15] A. S. Cheng and C. Laird. Fatigue life behavior of copper single crystals. part I: Observations of crack nucleation. *Fat. Engng. Mat. Struct.*, 4:331–341, 1981.
- [16] M. Choteau, P. Quaegebeur, and S. Degallaix. Modelling of baushinger effect by various constitutive relations derived from thermodynamical formulation. *Mech. Mat.*, 37(11):1143–1152, 2005.
- [17] A. Chrysochoos. Bilan énergétique en élastoplasticité grandes déformations. *J. Méca. Th. A*, 4(5):589–614, 1985.
- [18] A. Chrysochoos and H. Louche. An infrared image processing to analyse the calorific effects accompanying strain localisation. *Int. J. Engng. Science*, 38:1759–1788, 2000.
- [19] B. Crossland. Effects of large hydrostatic pressures on torsionnal fatigue strenght of an alloy steel. In London Institution of Mechanical Engineers, editor, *Proc. Int. Conf. Fatigue of Metals*, pages 138–149, 1956.
- [20] P. Cugy and A. Galtier. Microplasticity and temperature increase in low carbon steels. In A. F. Blom, editor, *Proc. 8th Int. Fatigue Congress - 3-7 june 2002*, pages 549–556. EMAS, Barnsley, 2002.
- [21] K. Dang Van. Sur la résistance à la fatigue des métaux. *Sciences Technique Armement*, 47(3), 1973.
- [22] A. A. M. Dias. Etude des mécanismes de fatigue thermique et modélisation du phénomène dans le cas de matériaux pour cylindres de laminoir à chaud. Thèse, Doctorat es-Sciences Physique et Chimie, université Paris-Sud, 1985.

- [23] O. W. Dillon. An experimental study of the heat generated during torsional oscillations. *J. Mech. Phys. Solids*, 10:235–244, 1962.
- [24] O. W. Dillon. Coupled thermoplasticity. *J. Mech. Phys. Solids*, 11:21–33, 1963.
- [25] O. W. Dillon. The heat generated during the torsional oscillations of copper tubes. *Int. J. Solids Structures*, 2:181–204, 1966.
- [26] C. Doudard. Détermination rapide des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles à partir d’essais d’échauffement. Phd thesis, spécialité : Mécanique, Ecole Normale Supérieure de Cachan, France, 2004.
- [27] C. Doudard, S. Calloch, P. Cugy, A. Galtier, and F. Hild. A probabilistic two-scale model for high-cycle fatigue life predictions. *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, 28:279–288, 2005.
- [28] P. Doumalin, M. Bornert, and J. Crépin. Caractérisation de la répartition de la déformation dans les matériaux hétérogènes. *Méca. Ind.*, 4:607–617, 2003.
- [29] U. Essmann, U. Gosele, and H. Mughrabi. A model of extrusions and intrusions in fatigued metals. i: Point-defects production and the growth of extrusions. *Phil. Mag. A*, 44(2):405–426, 1981.
- [30] U. Essmann and H. Mughrabi. Annihilation of dislocations during tensile and cyclic deformation and limits of dislocation densities. *Phil. Mag. A*, 40(6):731–756, 1979.
- [31] G. Fargione, A. Geraci, G. La Rosa, and A. Risitano. Rapid determination of the fatigue curve by the thermographic method. *Int. J. Fatigue*, 24:11–19, 2002.
- [32] W. S. Farren and G. I. Taylor. The heat developed during plastic extension of metals. *Proc. Royal Soc. A*, 107:422–451, 1925.
- [33] L. Flacelière. Contribution à la modélisation du dommage en fatigue multiaxiale d’un acier C36 - confrontation à l’expérience. Thèse, Université de Poitiers, spécialité : Mécanique, 2004.
- [34] Y. S. Garud. A new approach to the evaluation of fatigue under multiaxial loadings. *J. Engng. Mat. Tech.*, 103:118–125, 1981.
- [35] H. Gerber. Bestimmung des zulässigen spannungen in eisen-konstruktionen. *Zeit. Bayer. Architekten Ing.-Vereins*, 6:101–110, 1874.
- [36] M. Gologanu and J. B. Leblond. Approximate models for ductile metals containing non-spherical voids - case of axisymmetric prolate ellipsoidal cavities. *J. Mech. Phys. Solids*, 41(11):1723–1754, 1993.
- [37] J. Goodman. *Mechanics applied to engineering*. Longmans Green, London, 1899.
- [38] H.J. Gough and H.V. Pollard. The strength of metals under combined alternating stress. *Proc. Inst. Mech. Engrg.*, 131:3–18, 1935.
- [39] A. L. Gurson. Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth: Part I-Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Media. *J. Eng. Mater. Technol.*, 99:2–15, 1977.
- [40] B. Halphen. L’accommodation des structures élastoplastiques à écrouissage cinématique. *C.R. Ac. des Sciences-série A*, 283(10):799–802, 1976.
- [41] B. Halphen and Q. S. Nguyen. Sur les matériaux standards généralisés. *J. Mécanique*, 14(1):39–631, 1975.
- [42] Y. H. He, L. J. Chen, P. K. Liaw, R. L. McDaniels, C. R. Brooks, R. R. Seeley, and D. L. Klarstrom. Low-cycle fatigue behavior of Haynes HR-120 alloy. *Int. J. Fat.*, 24:931–942, 2002.
- [43] D. P. Harvey II and R. J. Bonenberger. Detection of fatigue macrocracks in 1100 aluminium from thermo-mechanical data. *Eng. Frac. Mech.*, 65:609–620, 2000.
- [44] D. P. Harvey II and R. J. Bonenberger. Influence of flow stress on damage accumulation in 1100 aluminium subjected to cyclic straining. *J. Mat. Sci. Lett.*, 19:2189–2192, 2000.
- [45] D. P. Harvey II, R. J. Bonenberger, and J. M. Wolla. Effects of sequential cyclic and monotonic loadings on damage accumulation in nickel 270. *Int. J. Fatigue*, 20(4):291–300, 1998.
- [46] L. Jiang, C. R. Brooks, P. K. Liaw, H. Wang, C. J. Rawn, and D. L. Klarstrom. High frequency metal fatigue: the high-cycle fatigue behavior of ULTIMET alloy. *Mat. Sci. Engng. A*, 314:162–175, 2001.
- [47] L. Jiang, H. Wang, P. K. Liaw, C. R. Brooks, and D. L. Klarstrom. Characterization of the temperature evolution during high-cycle fatigue of the ULTIMET superalloy; experimental and theoretical modeling. *Met. Mat. Trans. A*, 32A:2279–2296, 2001.

- [48] L. Jiang, H. Wang, P. K. Liaw, C. R. Brooks, and D. L. Klarstrom. Temperature evolution during low-cycle fatigue of ULTIMET alloy: experiment and modeling. *Mech. Mat.*, 36:73–84, 2004.
- [49] L. M. Kachanov. Time of the rupture process under creep conditions. *Izv Akad Nauk SSR, Otd Tekn Nauk*, 8:26–31, 1958.
- [50] M. Kamlah and P. Haupt. On the macroscopic description of stored energy and self heating during plastic deformation. *Int. J. Plast.*, 13(10):893–911, 1998.
- [51] S. K. Koh. Fatigue damage evaluation of a high pressure tube steel using cyclic strain energy density. *Int. J. Press. Vess. Piping*, 79:791–798, 2002.
- [52] T. Kruml, J. Polak, K. Obrtlík, and S. Degallaix. Dislocation structures in the bands of localised cyclic plastic strain in austenitic 316L and austenitic-ferritic duplex stainless steels. *Acta Mat.*, 45(12):5145–5151, 1997.
- [53] G. La Rosa and A. Risitano. Thermographic methodology for rapid determination of the fatigue limit of materials and mechanical components. *Int. J. Fatigue*, 22:65–73, 2000.
- [54] F. Lagattu, F. Bridier, P. Villechaise, and J. Brillaud. In-plane strain measurements on a microscopic scale by coupling digital image correlation and an in situ SEM technique. *Mat. Charac.*, 56:10–18, 2006.
- [55] J. B. Leblond, G. Perrin, and J. Devaux. An improved Gurson-type model for hardenable ductile metals. *Eur. J. Mech. A/Solids*, 14(4):499–527, 1995.
- [56] J. Lemaitre, J. P. Sermage, and R. Desmorat. A two scale damage concept applied to fatigue. *Int. J. Frac.*, 97:67–81, 1999.
- [57] P. K. Liaw, H. Wang, L. Jiang, B. Yang, J. Y. Huang, R. C. Kuo, and J. G. Huang. Thermographic detection of fatigue damage of pressure vessel steels at 1,000 Hz and 20 Hz. *Script. Mat.*, 42(4):389–395, 2000.
- [58] H. P. Lieurade. Comportement mécanique et métallurgique des aciers dans le domaine de la fatigue oligocyclique - Etudes des phénomènes et application à la croissance des fissures. Thèse, Doctorat es-Sciences Physiques, université de Metz, 1978.
- [59] T. H. Lin. Analysis of elastic and plastic strains of a FCC crystal. *J. Mech. Phys. Solids*, 5:143, 1957.
- [60] M. P. Luong. Infrared thermographic scanning of fatigue in metals. *Nucl. Engng. and Design*, 158:363–376, 1995.
- [61] M. P. Luong. Fatigue limit evaluation of metals using an infrared thermographic technique. *Mech. Mat.*, 28:155–163, 1998.
- [62] B.T. Ma and C. Laird. Overview of fatigue behavior in copper single crystals - I. surface morphology and stage I crack initiation sites for tests at constant strain amplitude. *Acta Metall.*, 37(2):325–336, 1989.
- [63] B.T. Ma and C. Laird. Overview of fatigue behavior in copper single crystals - II. population, size distribution and growth kinetics of stage I cracks for tests at constant strain amplitude. *Acta Metall.*, 37(2):337–348, 1989.
- [64] J. Mandel, J. Zarka, and B. Halphen. Adaptation d'une structure élastoplastique à écrouissage cinématique. *Mech. Res. Communications*, 4(5), 1977.
- [65] A. Manonukul and F. P. E. Dunne. High- and low-cycle fatigue crack initiation using polycrystal plasticity. *Proc. Roy. Soc. Lond. A.*, 460:1881–1903, 2004.
- [66] V. Monchiet. *Contributions à la modélisation micromécanique de l'endommagement et de la fatigue des métaux ductiles*. Phd thesis, spécialité : Mécanique, Université de Lille I, 2006.
- [67] V. Monchiet, E. Charkaluk, and D. Kondo. An improvement of Gurson and GLPD models of porous materials by using Eshelby-like trial velocity fields. 2006. submitted.
- [68] V. Monchiet, E. Charkaluk, and D. Kondo. A micromechanical approach in high cycle fatigue. In *9th International Conference in Fatigue (Fatigue 2006), Atlanta, may 2006*, 2006. CDRom, No. FT261, 9 pages.
- [69] V. Monchiet, E. Charkaluk, and D. Kondo. A micromechanical model for high cycle fatigue incorporating plasticity and damage mechanisms. In *Sixth European Solid Mechanics Conference, Budapest, August, 2006*, 2006. accepted.
- [70] V. Monchiet, E. Charkaluk, and D. Kondo. A plasticity-damage based micromechanical modelling in high cycle fatigue. *C.R. Mécanique*, 334(2):129–136, 2006.
- [71] V. Monchiet, C. Gruescu, E. Charkaluk, and D. Kondo. Approximate yield criteria for anisotropic metals with prolate or oblate voids. *C.R. Mécanique*, 334(7):431–439, 2006.

- [72] F. Morel, T. Palin-Luc, and C. Froustey. Comparative study and link between mesoscopic and energetic approaches in high-cycle multiaxial fatigue. *Int. J. Fat.*, 23:317–327, 2001.
- [73] Q. S. Nguyen. *Stability and non linear solid mechanics*. J. Wiley and Son, 2000.
- [74] Q.S. Nguyen. On shakedown analysis in hardening plasticity. *J. Mech. Phys. Solids*, (51):101–125, 2003.
- [75] E. Orowan. Theory of the fatigue of metals. *Proc. Royal Soc.*, 171:79–106, 1939.
- [76] I. V. Papadopoulos. *Fatigue polycyclique des métaux : une nouvelle approche*. Phd thesis, spécialité : Mécanique, Ecole des Ponts et Chaussées, France, 1987.
- [77] I. V. Papadopoulos. Exploring the high-cycle fatigue behaviour of metals from the mesoscopic scale. *J. Mech. Behav. Mat.*, 6(2):93–118, 1996.
- [78] J. R. Rice and D. M. Tracey. On a ductile enlargement of voids in triaxial stress fields. *J. Mech. Phys. Solids*, 17:201–217, 1969.
- [79] P. Rosakis, A. J. Rosakis, G. Ravichandran, and J. Hodowany. A thermodynamic internal variable model for the partition of plastic work into heat and stored energy. *J. Mech. Phys. Solids*, 48:581–607, 2000.
- [80] M. Schelp and D. Eifler. Evaluation of the HCF-behavior of 42CrMoS4 by means of strain, temperature and electrical measurements. *Mat. Sci. Engng. A*, 319-321:652–656, 2001.
- [81] G. Sines and J.L. Waisman. *Metal fatigue*. McGraw Hill, 1959.
- [82] A. Soussan. *Influence conjointe de l'azote et de la taille de grain sur la plasticité monotone des aciers inoxydables austénitiques Z2CND17-12*. Phd thesis, Université de Lille, 1989.
- [83] K. F. Stärk. *Thermometrische Untersuchungen zum zyklischen Verformungsverhalten metallischer Werkstoffe*. Phd thesis, Universität Stuttgart, Deutschland, 1980.
- [84] P. Starke, F. Walther, and D. Eifler. PHYBAL-a new method for lifetime prediction based on strain, temperature and electrical measurements. *Int. J. Fat.*, 28:1028–1036, 2006.
- [85] G. I. Taylor. Plastic strains in metals. *J. Inst. Metals*, 62:307, 1938.
- [86] G. I. Taylor and H. Quinney. The latent heat remaining in a metal after cold working. *Proc. Royal Soc. London A*, 143(849):307 – 326, 1934.
- [87] L. Verger, E. Charkaluk, and A. Constantinescu. A macroscopic crack initiation criterion in multiaxial thermomechanical fatigue. In M. de Freitas, editor, *6th International Conference on Biaxial and Multiaxial Fatigue and Fracture, Lisbonne, june 2001*, pages 867–874. IST Lisbon, 2001.
- [88] H. Wang, L. Jiang, Y. H. He, L. J. Chen, P. K. Liaw, R. R. Seeley, and D. L. Klarstrom. Infrared imaging during low-cycle fatigue of HR-120 alloy. *Met. Mat. Trans. A*, 33A:1287–1292, 2002.
- [89] A. T. Winter. A model for the fatigue of copper at low plastic strain amplitude. *Phil. Mag.*, 30(4):719–738, 1974.
- [90] A. K. Wong and G. C. Kirby III. A hybrid numerical/experimental technique for determining the heat dissipated during low cycle fatigue. *Engng. Fract. Mech.*, 37(3):493–504, 1990.
- [91] B. Yang, P.K. Liaw, H. Wang, L. Jiang, J.Y. Huang, R.C. Kuo, and J.G. Huang. Thermographic investigation of the fatigue behavior of reactor pressure vessel steels. *Mat. Sci. Engng. A*, 314:131–139, 2001.



## Chapitre 3

# Un indicateur de dommage en fatigue thermomécanique

Remarquons que les résultats du chapitre précédent nous ont amené à considérer des durées de vie allant de quelques centaines de cycles à plusieurs centaines de milliers de cycles. En outre, les résultats de Luong [20, 21], Boulanger [3] ou encore Doudard [17] sont obtenus dans le cas de l'endurance (limitée et illimitée). Le cadre dissipatif proposé permet donc d'aborder l'ensemble des domaines de fatigue, à faible ou grand nombre de cycles.

Cependant, jusque là, nous nous sommes intéressé aux sollicitations cycliques effectuées à "température ambiante". Il reste cependant à étudier l'extension à la fatigue thermomécanique, pour laquelle les sollicitations sont appliquées à températures variables et élevées. Il faut rappeler que toute l'approche développée jusque là repose, pour l'instant, sur une seule grandeur mécanique, la densité d'énergie dissipée par cycle,  $\Delta w = \int_{\text{cycle}} \sigma : \dot{\epsilon}^p dt$ . Il semble donc intéressant de vérifier l'intérêt que peut avoir cette grandeur pour des chargements complexes. Est-elle un bon indicateur du niveau d'endommagement d'une structure par fatigue? Le cas de la fatigue thermomécanique semble intéressant de ce point de vue, et a été étudié dans le cadre du dimensionnement de pièces moteur de l'industrie automobile : culasses en alliage d'aluminium et collecteurs d'échappement en fonte [6, 7, 15, 35]. Cela a nécessité la mise en oeuvre d'une approche globale de dimensionnement, allant de l'étude du chargement au choix d'un indicateur d'endommagement. Plusieurs contributions ont ainsi été apportées à cette approche tant du point de vue de la modélisation du comportement du matériau [11, 37, 28, 2, 10] que de celle de l'endommagement [8, 9, 36]. Le cas des collecteurs d'échappement et de la fonte SiMo sera plus particulièrement développé. Les principaux résultats vont maintenant être détaillés après une courte introduction.

### 3.1 Approche globale de dimensionnement

Dans l'industrie mécanique et en particulier dans l'industrie automobile, la mise en oeuvre de calculs prédictifs est devenue indispensable afin d'éviter la réalisation d'un trop grand nombre de prototypes, de diminuer les temps de conception et donc les coûts. Il est alors impératif que ces calculs puissent s'intégrer dans un schéma de développement en apportant les réponses souhaitées - c'est à dire, la tenue en service de la pièce est-elle garantie ou non? - avant la réalisation d'un prototype physique. Nous allons illustrer ici cette démarche prédictive dans le cas de deux pièces automobiles soumises à des sollici-

tations thermomécaniques : la culasse et le collecteur d'échappement. Les géométries sont complexes, particulièrement dans le cas de la culasse, le chargement thermique est instationnaire et la prédiction de la tenue en service est ainsi assez délicate.

Une telle démarche de dimensionnement repose sur trois points : le chargement, le comportement mécanique du matériau et l'endommagement sous sollicitations cycliques. Ces trois aspects sont liés entre eux : le chargement et le comportement du matériau apportent la réponse mécanique de la structure et celle-ci va permettre de déterminer la durée de vie de la structure par l'intermédiaire d'un indicateur de l'endommagement. Une approche de dimensionnement de structures ne peut alors se concentrer sur un seul des trois aspects ; elle doit être menée de manière *globale* en veillant à conserver une certaine homogénéité des outils développés et en garantissant une bonne robustesse de l'ensemble de la démarche, comme nous l'avons rappelé dans [5]. Les hypothèses qui semblent importantes et/ou essentielles en vue de proposer une telle démarche ont été détaillées dans [5, 6] et les choix suivants ont été effectués :

- Dans les études qui ont été menées, les aspects liés aux *chargements thermomécaniques* ont été traités par des ingénieurs disposant d'un savoir-faire et d'un bon retour d'expérience dans ce domaine. Généralement, les calculs thermiques sur structures ont été comparés à des mesures par thermocouples, thermographie infra-rouge, pyrométrie, afin de valider la démarche et de recalibrer, si nécessaire, les données d'entrée. Même si l'ensemble de l'approche de dimensionnement est très sensible à ces données, nous considérons ainsi la modélisation du chargement qui a été réalisée comme optimale au vue de l'état de l'art dans ce domaine et donc comme une donnée d'entrée figée.
- Le choix de la loi de comportement qui a été réalisé dans le cadre de l'approche développée repose sur deux points essentiels :
  - la nécessité d'un modèle de comportement simple mais cependant représentatif du comportement cyclique du matériau dans la structure. Dans ce contexte, deux hypothèses sont prises : le découplage du comportement, du vieillissement éventuel et de l'endommagement, et l'identification des paramètres de la loi de comportement sur les cycles stabilisés obtenus expérimentalement,
  - une implémentation dans un code de calcul par éléments finis utilisant un algorithme d'intégration numérique de la loi de comportement suffisamment robuste et stable afin de permettre des grands pas d'intégration.
- En terme de modélisation de l'endommagement, il a paru intéressant, dans le présent contexte, de se tourner vers une approche paramétrique (mettant en relation des grandeurs mécaniques et les durées de vie de la structure) et plus spécifiquement énergétique, aisée à mettre en œuvre et, a priori, généralisable aux sollicitations anisothermes.

## 3.2 Modélisation du comportement cyclique du matériau

### Matériaux et essais de caractérisation

Les matériaux étudiés sont :

- dans le cas des collecteurs d'échappement, une fonte à graphite sphéroïdal contenant du silicium et du molybdène et dénommée SiMo. Sa composition est donnée dans le tableau 3.1,
- dans le cas des culasses, un alliage d'aluminium AS7G0,3 traité T7. Sa composition est donnée dans le tableau 3.2.

Afin de stabiliser les caractéristiques mécaniques de l’alliage d’aluminium, la culasse subit un traitement thermique T7 après la coulée. Ce traitement consiste en une homogénéisation à 540°C afin de dissoudre les précipités, une trempe et enfin un revenu à 200°C durant lequel les précipités cohérents Mg<sub>2</sub>Si sont formés.

Les structures étudiées, en fonte ou en alliage d’aluminium, subissent des cycles thermomécaniques entre l’ambiante et une température maximale (typiquement 800°C pour les fontes et 250°C pour les alliages d’aluminium) dépassant  $0,5 T_f$ ,  $T_f$  étant la température de fusion. Par ailleurs, dans le cas des culasses en alliage d’aluminium AS7G0,3 traité T7, lors des maintiens en température, l’alliage subit un phénomène de vieillissement qui se traduit, entre autres, par une chute de la résistance mécanique. Par exemple, la limite d’élasticité conventionnelle  $Re_{0,2}$  à la température ambiante est divisée par un facteur 5 entre l’état initial et l’état vieilli [38]. Contrairement aux alliages AS7U3G T6 ou T7 [33, 26] pour lesquels l’état vieilli asymptotique dépend du temps et de la température, l’état vieilli asymptotique est ici unique et ne dépend que du temps [35].

élément	C	Si	Mo	Mg	Ni
% masse	3.47	3.86	0.63	0.22	0.56

TAB. 3.1 – composition en masse de la fonte SiMo.

élément	Si	Cu	Mn	Mg
% masse	7	≤ 0.01	≤ 0.03	0.3

TAB. 3.2 – composition en masse de l’alliage d’aluminium AS7G0,3.

La caractérisation du comportement mécanique à différentes températures passe par des essais isothermes uniaxiaux, permettant de solliciter à température constante un élément de volume représentatif du matériau. Dans le cas présent, ces essais sont de deux types : traction-relaxation-recouvrance (TRR) et fatigue oligocyclique<sup>1</sup> [9]. Les essais TRR sont effectués à différentes vitesses de déformation, demeurant constantes durant un même essai, et à différentes températures afin de couvrir, dans la mesure du possible, une gamme de sollicitations représentative du contexte pièce. Ils se décomposent en une phase de traction à vitesse de déformation constante, un maintien à déformation maximale pendant un temps  $t_{\text{maintien}}$  et un retour à déformation nulle (cf. figure 3.1). Ces cycles sont répétés jusqu’à l’obtention d’un cycle (pseudo)stabilisé. Les essais de fatigue oligocyclique, quant à eux, sont réalisés dans la même gamme de température que les essais TRR, à amplitudes de déformation imposées, à vitesse de déformation constante, et généralement à déformation moyenne nulle. L’ensemble de ces essais permet de choisir le modèle de comportement et d’en identifier les paramètres associés à chaque température. Les principales observations communes aux deux matériaux étudiés sont les suivantes :

- une quasi-stabilisation du comportement après une courte phase transitoire d’adoucissement ou de durcissement cyclique (cf. figures 3.2 et 3.3),
- une viscosité importante entraînant une forte relaxation des contraintes à hautes températures (cf. figure 3.5),

1. Ces essais ont été, pour la plupart, réalisés au LMPM (Poitiers) et dans quelques laboratoires industriels.

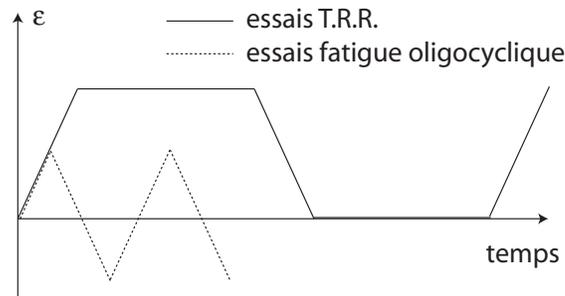


FIG. 3.1 – Représentation schématique des essais de caractérisation, traction-relaxation-recouvrance (TRR) et fatigue oligocyclique.

- une forte influence de la température sur les caractéristiques mécaniques ; par exemple la limite d'élasticité conventionnelle de la fonte SiMo est divisée par trois entre 400°C et 800°C.

Il faut par ailleurs souligner que l'importante influence de la vitesse de sollicitation, observée pour la fonte sur la figure 3.4, ne l'a pas été pour l'alliage d'aluminium.

Le passage d'une démarche uniaxiale isotherme sur éprouvette à une démarche multiaxiale anisotherme sur structure n'étant pas immédiate, afin de découpler la multiaxialité et l'aspect anisotherme du chargement, des essais uniaxiaux anisothermes, sollicitant un élément de volume mécaniquement et thermiquement de manière homogène, sont nécessaires. Ceux-ci permettent, entre autres, de valider dans le cas des températures variables la démarche adoptée pour le choix du modèle de comportement et pour l'identification des paramètres associés, i.e. une identification des paramètres pour chaque température. Les difficultés de réalisation de tels essais sont essentiellement liées à la maîtrise de la sollicitation thermique permettant d'obtenir des gradients pratiquement nuls dans la partie utile de l'éprouvette (cf. Remy [29]) et de tels essais ont été réalisés ici dans le cas de l'alliage d'aluminium<sup>2</sup>. Enfin, la démarche

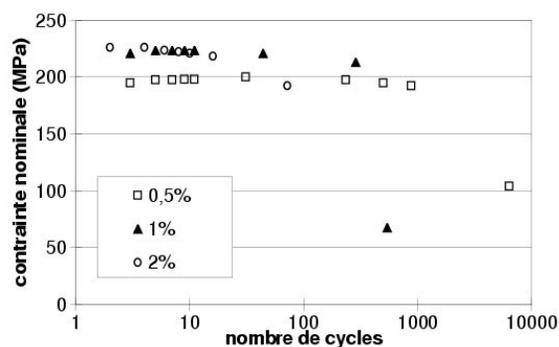


FIG. 3.2 – Comportement cyclique de la fonte SiMo à 600 degrés. Les essais sont réalisés à amplitude de déformation imposée.

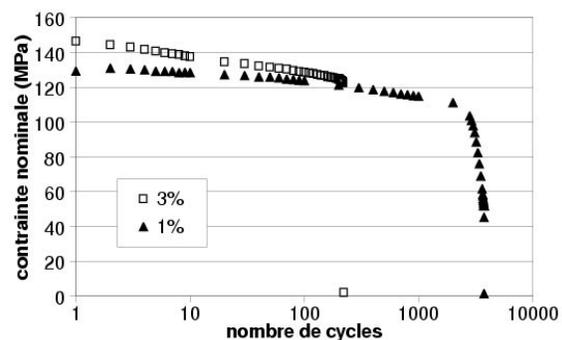


FIG. 3.3 – Comportement cyclique de l'alliage d'aluminium, vieilli, à 200 degrés. Les essais sont réalisés à amplitude de déformation imposée.

uniaxiale nécessite une validation dans un cadre multiaxial simple mais représentatif du contexte pièce (élément de volume soumis à des champs thermiques hétérogènes). En effet, nous ne sommes plus dans

2. Ces essais ont tous été réalisés au Centre des Matériaux de l'Ecole des Mines de Paris.

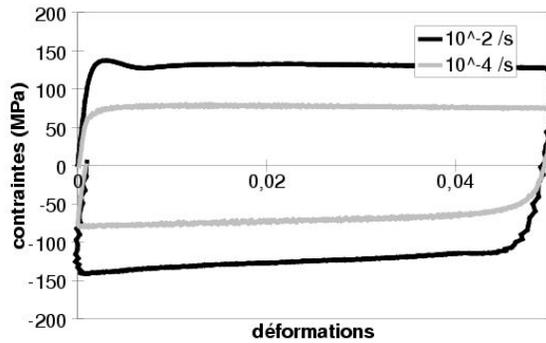


FIG. 3.4 – Résultats d'essai de traction-relaxation-recouvrance (TRR) sur la fonte SiMo mettant en évidence l'effet de la vitesse de déformation (ici  $10^{-4}$  et  $10^{-2} \text{ s}^{-1}$ ) à  $700 \text{ °C}$

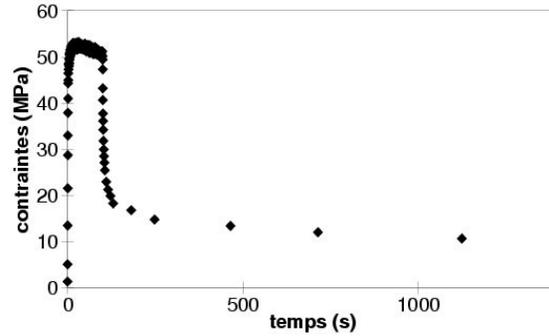


FIG. 3.5 – Résultats d'essai de traction-relaxation-recouvrance (TRR) sur la fonte SiMo mettant en évidence l'effet de la relaxation des contraintes à  $800 \text{ °C}$ .

un cas où des sollicitations mécaniques et thermiques sont imposées simultanément (ce qui est le cas des essais précédents) mais avec une sollicitation cyclique uniquement thermique induisant, au travers des conditions aux limites mécaniques, de la raideur de la structure ainsi que de l'hétérogénéité des champs thermiques, la réponse mécanique (multiaxiale) de la structure. Pour cela, des essais de fatigue thermique sur éprouvette cylindrique avec un gradient thermique important, très proches de ceux développés par Coffin [12], sont réalisés. Les éprouvettes bridées sont chauffées par effet Joule (voir la présentation du montage sur la figure 3.6). Au cours d'un cycle, la température maximale varie de  $40 \text{ °C}$  à  $300 \text{ °C}$  ou  $700 \text{ °C}$  (respectivement pour l'AS7G0,3 et la fonte GS SiMo) avec une vitesse de chauffage de  $20 \text{ °C/s}$ . La température maximale est atteinte dans une région d'approximativement 10 mm de longueur au centre de l'éprouvette, et le gradient spatial maximal est de  $30\text{-}40 \text{ °C/mm}$ . Le principe de cet essai est détaillé dans [5]. Le champ de déformation  $y$  est biaxial comme l'indiquent les résultats expérimentaux des figures 3.8 et 3.9, ce champ ayant été obtenu par intercorrélation d'images [28] en collaboration avec F. Hild. En outre, dans le cas des culasses, des essais sont menés sur une culasse monocylindre (cf. figure 3.7) dont la face flamme, correspondant à la figure 3.10, et plus spécialement son pontet inter-sièges, est chauffée par chalumeau, afin de se rapprocher de la pièce industrielle. Peu de données sont alors mesurables, si ce n'est quelques températures par thermocouples, la déformée finale du pontet intersiège (cf. figure 3.11) et le nombre de cycle avant fissuration de ce pontet.

### Choix et écriture des modèles de comportement

Les observations effectuées à partir des essais isothermes permettent le choix d'un modèle de comportement. D'une part, les essais TRR montrent qu'à basse température, ces matériaux possèdent un comportement essentiellement élastoplastique (peu de relaxation de contrainte, peu de fluage), tandis qu'à haute température, ce comportement devient fortement visqueux (contrainte limite en fin de relaxation quasi nulle). Un modèle de comportement viscoplastique est donc nécessaire afin de rendre compte de ces deux phénomènes. D'autre part, les essais de fatigue oligocyclique montrent une très faible consolidation-déconsolidation cyclique, avec une rapide stabilisation du comportement. Ces observations justifient l'hypothèse d'un comportement mécanique indépendant de l'endommagement et autorisent également à choisir la réponse stabilisée pour l'identification des paramètres des modèles, en négligeant par ailleurs la part isotrope de l'écroutissage. Une première hypothèse raisonnable consiste alors

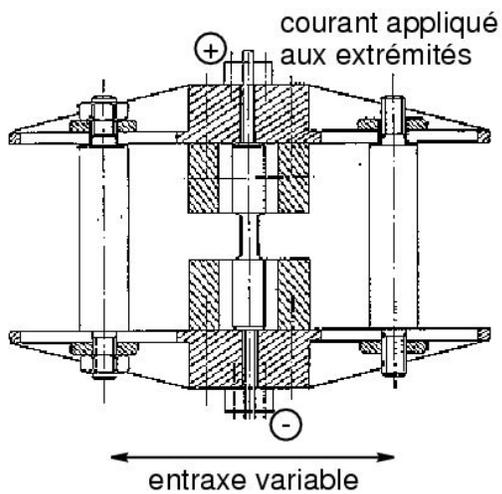


FIG. 3.6 – Principe de l'essai de fatigue avec gradient thermique



FIG. 3.7 – Schéma de la culasse mono-cylindre.

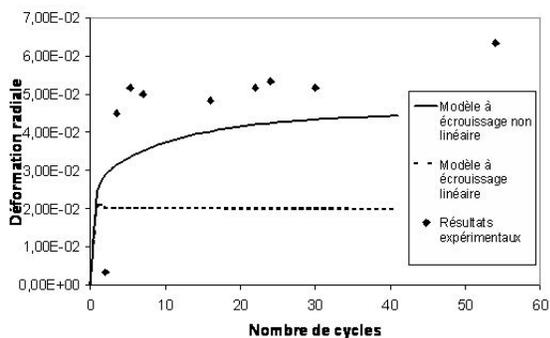


FIG. 3.8 – Détermination de l'évolution des déformations axiales dans l'éprouvette de fatigue thermique, en fin de cycle de sollicitation, par intercorrélation d'images [28].

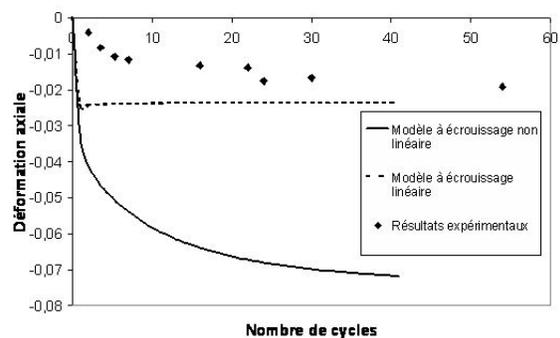


FIG. 3.9 – Détermination de l'évolution des déformations radiales dans l'éprouvette de fatigue thermique, en fin de cycle de sollicitation, par intercorrélation d'images [28].



FIG. 3.10 – Face flamme de la culasse monocylindre

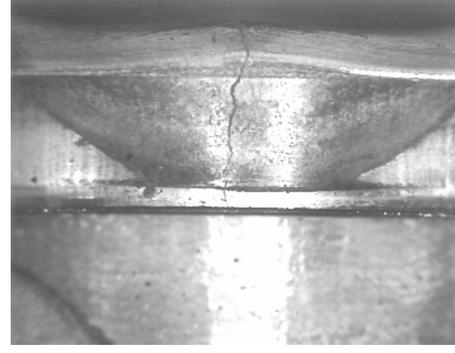


FIG. 3.11 – Déformation résiduelle du pontet intersiège et fissuration traversante.

à considérer une loi d'écoulement purement cinématique. Ensuite, afin de rendre compte de l'influence de la vitesse de sollicitation sur le comportement mécanique, une viscosité non linéaire est choisie. Enfin, l'état unique de vieillissement observé sur l'alliage d'aluminium permet de découpler le comportement et le vieillissement et de ne caractériser que deux états du matériau : l'état initial et l'état vieilli. Dans ces deux états, il est également possible de choisir la réponse stabilisée pour l'identification des paramètres.

Deux modèles de comportement ont alors été étudiés et correspondent aux comportements suivants [11, 2] : élastoviscoplasticité à écoulement cinématique d'une part (modèle *unifié*) et viscoélasticité non linéaire associée à élastoplasticité à écoulement cinématique d'autre part (modèle *bicouche*). Pour les deux modèles, la fonction de charge  $f$ , choisie pour décrire l'inélasticité, correspond au critère de von Mises :

$$f = J_2(\mathbf{A}) - \sigma_y$$

où  $J_2(\mathbf{A}) = \sqrt{\frac{3}{2} (\mathbf{A} : \mathbf{A})}$  et les lois d'écoulement inélastiques des deux modèles s'écrivent sous la forme suivante :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{in} = \gamma \cdot \frac{\mathbf{A}}{\sqrt{\mathbf{A} : \mathbf{A}}} \quad (3.1)$$

où  $\gamma \geq 0$  et  $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^{in}$  est la partition de la déformation totale en partie élastique et inélastique.

Pour le modèle viscoplastique unifié, présenté sur la figure 3.12, la déformation inélastique notée  $\boldsymbol{\varepsilon}^{vp}$  est définie par l'équation (3.1) avec :

$$\mathbf{A} = \text{dev}(\boldsymbol{\sigma}) - \mathbf{X} ; \quad \gamma^{vp} = \sqrt{\frac{3}{2}} \left\langle \frac{J_2(\mathbf{A}) - \sigma_y}{\eta} \right\rangle^m \quad (3.2)$$

où  $\mathbf{X}$  correspond à la variable d'écoulement cinématique telle que  $\dot{\mathbf{X}} = \frac{2}{3} H \dot{\boldsymbol{\alpha}}$ . Dans le cas du modèle unifié, deux lois d'écoulement ont été utilisées, l'une linéaire et l'autre non linéaire :

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\alpha}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} \\ \dot{\boldsymbol{\alpha}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} - \frac{\gamma}{H} \mathbf{X} \dot{p} \end{cases} \quad (3.3)$$

où  $\dot{p}$  correspond à la déformation viscoplastique cumulée.  $H$  est le module d'écoulement et  $\gamma$  est associé au terme de rappel non linéaire. Le tenseur des contraintes s'écrit alors  $\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{vp})$ , avec  $\mathbb{C}$  le tenseur des modules élastiques.

Pour le modèle bicouche, l'état interne est défini par deux déformations inélastiques,  $\varepsilon^p$  associée à la partie élastoplastique et  $\varepsilon^v$  associée à la partie viscoélastique. Comme le montre le modèle rhéologique de la figure 3.13, le tenseur des contraintes s'écrit  $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^p + \boldsymbol{\sigma}^v = \mathbb{C}^p : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p) + \mathbb{C}^v : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^v)$ , somme des contributions de chacune des branches;  $\mathbb{C}^p$  et  $\mathbb{C}^v$  sont les tenseurs d'ordre quatre des modules élastiques de chaque composante du modèle. Les termes de la loi d'écoulement 3.1, dans le cas d'un écrouissage cinématique linéaire, s'écrivent alors respectivement :

$$\begin{cases} \mathbf{A}^p = \mathbf{dev}(\boldsymbol{\sigma}^p) - \frac{2}{3}H \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^p \\ \gamma^p \end{cases} \quad \begin{cases} \mathbf{A}^v = \mathbf{dev}(\boldsymbol{\sigma}^v) \\ \gamma^v = \sqrt{\frac{3}{2}} \left( \frac{J_2(\mathbf{A}^v)}{\eta} \right)^m \end{cases} \quad (3.4)$$

où le multiplicateur plastique  $\gamma^p$  est défini par la condition de cohérence  $\dot{f} = 0$ , définissant l'écoulement plastique.

Par ailleurs, les dissipations intrinsèques associées à chacun des modèles prennent les formes suivantes :

$$\Phi_u = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} - \mathbf{X} : \dot{\boldsymbol{\alpha}} \quad (3.5)$$

dans le cas du modèle unifié et :

$$\Phi_{bi} = \boldsymbol{\sigma}^p : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - \mathbf{X} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p + \boldsymbol{\sigma}^v : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^v \quad (3.6)$$

dans le cas du modèle bicouche.

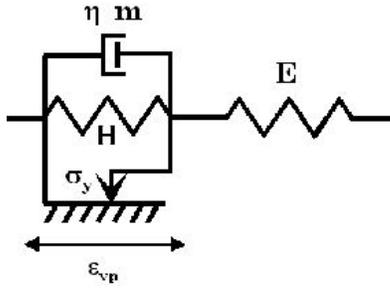


FIG. 3.12 – Modèle rhéologique correspondant au modèle viscoplastique unifié.

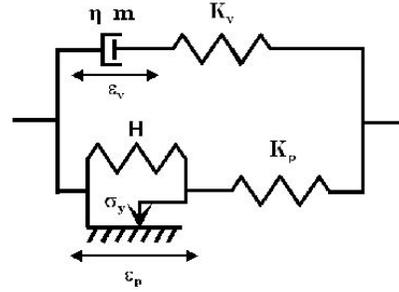


FIG. 3.13 – Modèle rhéologique correspondant au modèle viscoplastique bicouche.

### Identification des paramètres et implémentation numérique

L'utilisation de ces différents modèles de comportement nécessite une identification de leurs paramètres constitutifs. Cette identification a été réalisée initialement à partir des essais uniaxiaux isothermes (TRR) en estimant directement, dans la mesure du possible, chaque paramètre ou couple de paramètres (modules par une technique des moindres carrés, paramètres visqueux à partir de la relation contrainte relaxée/vitesse de déformation, ...) et, par la suite, en minimisant une fonctionnelle coût, notée  $\mathcal{J}$ , correspondant à une distance entre courbes expérimentales et courbes simulées, en utilisant différentes techniques d'optimisation. Ces développements sont essentiellement dûs à Constantinescu [14]. On peut retenir de cette phase d'identification les aspects suivants :

- un fort couplage est observé entre la limite d'élasticité, l'écrouissage et la viscosité. Cela entraîne la formation de vallées de minima [37] rendant la minimisation délicate (cf. figure 3.14). En effet,

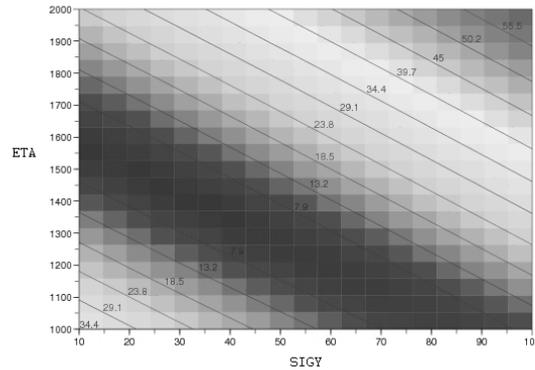


FIG. 3.14 – Vallée de minima due aux couplages entre paramètres liés à la plasticité et paramètres liés à la viscosité. Les lignes de niveau correspondent à un niveau d'erreur calculé à partir de la fonctionnelle coût  $\mathcal{J}$ . Ces lignes de niveau convergent vers une vallées de minima qui correspond à la zone sombre de la figure.

des algorithmes utilisant le gradient de la fonctionnelle  $\mathcal{J}$  par exemple, comme la technique de BFGS, permettent de descendre rapidement dans ces vallées mais cependant, ne permettent pas d'y rechercher un optimum puisque le gradient y est pratiquement nul. Les travaux de Vigot [39]<sup>3</sup>, que j'ai encadré en stage, ont montré récemment que les algorithmes génétiques permettent d'éviter cette difficulté et convergent plus efficacement vers un minimum "absolu". Les figures 3.15 à 3.18 permettent ainsi de visualiser, dans ce cas l'évolution de la répartition de la population de paramètres au cours des générations. Un point représente donc un individu (couple de paramètre) et l'ensemble des points représente la population. Pour des raisons évidentes de représentation graphique, seul un couple de paramètres est tracé, la limite d'élasticité  $\sigma_y$  et la viscosité  $\eta$ .

- en raison de la présence de cette vallée et de cette indétermination éventuelle, et en raison également de la simplicité des modèles utilisés, l'unique utilisation d'essais isothermes dans l'identification ne permet pas forcément de bien représenter le comportement anisotherme et met en évidence des réponses différentes pour les deux modèles de comportement décrits plus hauts (cf. figure 3.19). Des essais anisothermes uniaxiaux semblent alors nécessaires, dans ce cas, dès la phase d'identification, ce que nous avons pu montrer dans [37] (cf. figure 3.20).

L'étape suivante concerne l'implémentation numérique des modèles dans un code de calcul par éléments finis. Dans le cas présent, il s'agit d'Abaqus/Standard et de sa sous-routine UMat. Celle-ci possède comme variables d'entrée, entre autres, en début d'incrément  $n + 1$ , l'incrément du tenseur de déformation totale et l'ensemble des variables calculées à l'instant  $n$ . Il s'agit alors de déterminer le tenseur des contraintes à l'incrément  $n + 1$  ainsi que l'opérateur tangent cohérent. Pour cela, la performance de différents algorithmes d'intégration en temps, explicites (Euler, Runger-Kutta d'ordre 2) et implicite, a tout d'abord été évaluée [11]. Un schéma implicite, utilisant la technique du retour radial proposée par Nguyen [25] et ensuite par Simo et al. [30], a finalement été retenu. Ce schéma permet d'obtenir une convergence rapide et une réponse mécanique inconditionnellement stable (voir par exemple nos publications [2, 15] pour les détails de l'implémentation qui a été réalisée). Cette technique du retour radial est parfaitement adaptée, implicitement, aux lois de plasticité associées faisant partie de la classe

3. Stage effectué de septembre 2005 à Février 2006 au LML.

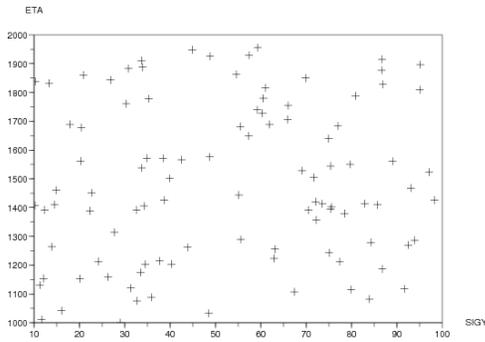


FIG. 3.15 – Population à la génération initiale [39].

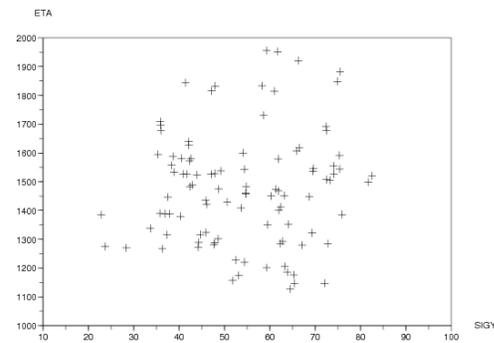


FIG. 3.16 – Population à la 5ème génération.

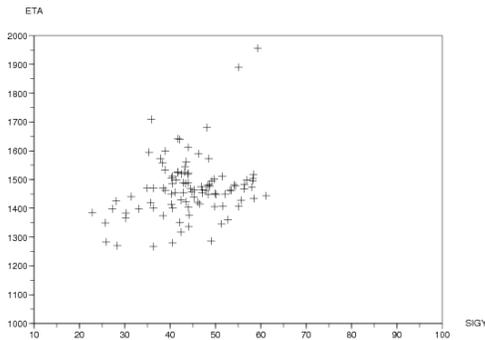


FIG. 3.17 – Population à la 10ème génération.

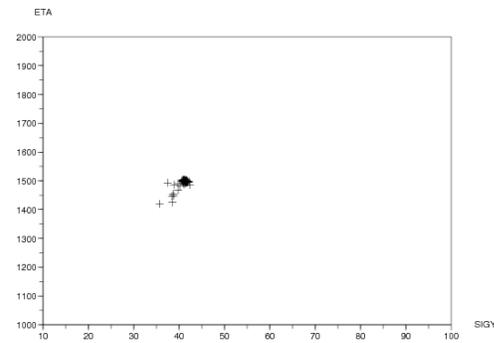


FIG. 3.18 – Population à la 25ème génération. L'algorithme a permis de converger vers le minimum de la vallée représentée sur la figure 3.14.

des Matériaux Standards Généralisés (MSG) [19, 25], même si son utilisation dans le cas de lois non associées est possible. Il nous a alors récemment semblé intéressant de comparer le cadre des Matériaux Standards Implicites proposé par de Saxcé [16], introduisant la notion de bipotentiel, plus adaptée aux lois non associées, à ce cadre des MSG et du retour radial. Ce travail a été mené, dans un premier temps, dans le cas de la plasticité et de la loi d'écroutissage non linéaire correspondant à l'équation 3.3. Deux conclusions remarquables peuvent être faites [22] :

- que ce soit par la technique du retour radial ou par l'utilisation de la forme incrémentale du bipotentiel, l'équation implicite obtenue, permettant de déterminer l'incrément de déformation plastique, est rigoureusement la même.
- en revanche, l'opérateur tangent obtenu dans les deux cas est différent. Celui issu de la dérivation de l'incrément de contrainte par rapport à l'incrément de déformation total (retour radial) est en effet compris dans l'opérateur obtenu par dérivation du bipotentiel incrémental, qui possède, lui, un certain nombre de termes supplémentaires. Cette différence d'opérateur tangent reste ainsi à approfondir afin d'évaluer pleinement les performances de l'une ou l'autre méthode.

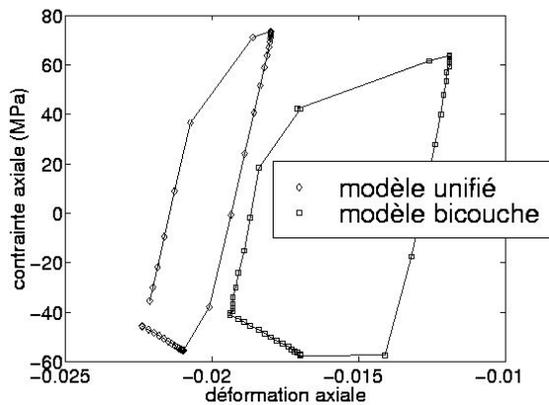


FIG. 3.19 – Identification des paramètres à partir des essais isothermes (TRR) et comparaison des réponses obtenus avec les deux modèles de comportement dans le cas de l'essai de fatigue thermique [37].

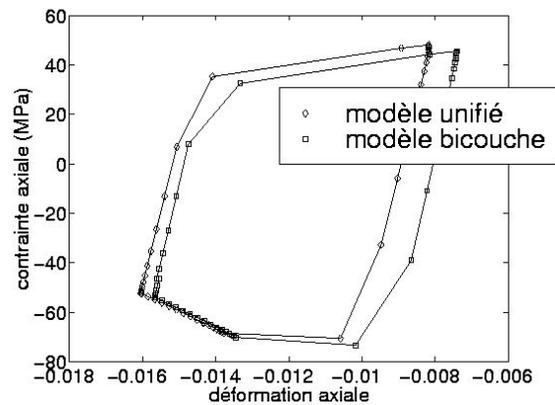


FIG. 3.20 – Identification des paramètres à partir des essais isothermes (TRR) et anisothermes et comparaison des réponses obtenus avec les deux modèles de comportement dans le cas de l'essai de fatigue thermique [37].

Une fois le modèle de comportement implémenté dans le code de calcul, nous avons effectué des simulations numériques sur structures complexes dont l'objectif est de déterminer la réponse mécanique (pseudo)stabilisée de la structure et c'est elle qui va nous servir à définir la durée de vie. Même si elles sont utilisées ici, les méthodes incrémentales classiques ne sont pas les plus performantes pour déterminer cette réponse, puisqu'elles nécessitent le calcul de tous les cycles intermédiaires afin d'atteindre le cycle stabilisé. Des méthodes existent aujourd'hui qui permettent de déterminer directement cette réponse stabilisée, telles que les méthodes simplifiées de Zarka<sup>4</sup> dans certains cas restrictifs, ou encore les méthodes cycliques directes développées initialement en plasticité et étendues en viscoplasticité [23].

### Résultats sur structures élémentaires

Un certain nombre de résultats numériques obtenus, soit sur éprouvette de fatigue thermique, soit dans le cas de la culasse monocylindre, peuvent maintenant être commentés. Tout d'abord, les deux lois d'écrouissage, linéaire et non linéaire, ont été comparées, dans le cas de la simulation de l'essai de fatigue thermique [2]. On montre alors que le cycle limite est tout à fait similaire dans les deux cas, donnant une valeur d'énergie dissipée par cycle comparable. Cependant, la comparaison avec les résultats obtenus par intercorrélation d'images [28], correspondant aux figures 3.21 et 3.22, mettent en évidence un écart important avec les résultats expérimentaux quant à l'évolution de la déformation obtenue en fin de cycle. Cette conclusion se trouve malheureusement renforcée par le calcul de la culasse monocylindre [2] : les déformées résiduelles, extrapolées à partir des résultats numériques, sont cent fois moindre que celles obtenues expérimentalement.

D'une manière générale, l'ensemble des calculs qui a pu être réalisé sur structures élémentaires ou sur structures "industrielles", amène aux conclusions suivantes :

- les lois simples choisies, possédant uniquement un écrouissage cinématique linéaire ou non linéaire, sous réserve d'une identification correcte de leurs paramètres, permettent de déterminer

4. Un rappel de cette méthode, ainsi que de sa mise en oeuvre, est effectué dans [1]

”raisonnablement” bien le cycle contraintes-déformations pseudo-stabilisé d’une structure soumise à un chargement cyclique thermomécanique. Les estimations des durées de vie, qui seront présentées dans le paragraphe suivant, confortent cette conclusion, par ailleurs délicate à tirer, car la détermination expérimentale de ces cycles est impossible sur les structures industrielles. Cette conclusion est encore renforcée par les récents résultats obtenus par Amiable et al. [1].

- ces lois ne permettent cependant pas de représenter correctement, entre autres, deux aspects : un éventuel rochet (visco)plastique et le couplage fluage/relaxation observé durant les maintiens en température (cf. figure 3.23). C’est ce que montrent les résultats que nous avons obtenus et qui sont présentés dans [2, 10]. Il faut, pour cela, enrichir, d’une part la loi de comportement par un raffinement des lois d’érouissage, en introduisant entre autres une part isotrope non linéaire, et d’autre part la base de données expérimentales utilisée pour l’identification. Un exemple récent est présenté par Bucher [4] qui utilise une loi unifiée à 9 paramètres et une base expérimentale composée d’essais d’érouissage-relaxation cycliques et d’essais anisothermes.

Malgré ces réserves et remarques, par rapport à l’objectif qui était fixé initialement, à savoir l’estimation de durées de vie en fatigue thermomécanique, les lois choisies, l’identification de leurs paramètres et leur implémentation numérique a donné des résultats satisfaisants qui sont maintenant présentés.

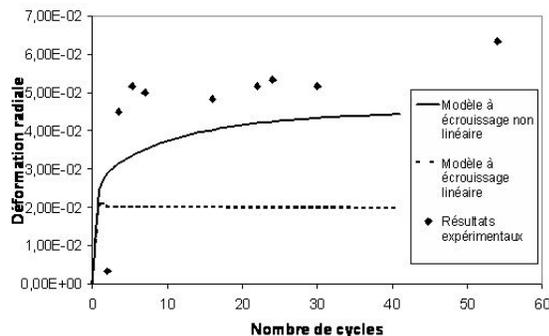


FIG. 3.21 – Comparaison de l’évolution des déformations axiales dans l’éprouvette de fatigue thermique, en fin de cycle de sollicitation, par intercorrélation d’images [28], avec la loi d’érouissage linéaire et enfin avec la loi non linéaire [2].

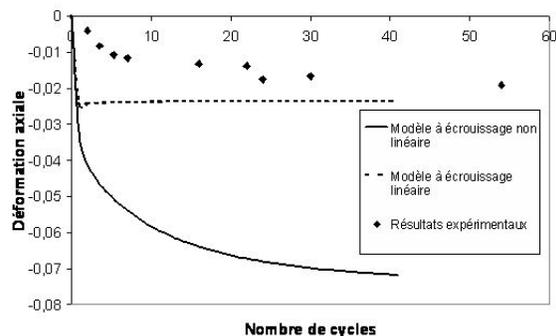


FIG. 3.22 – Comparaison de l’évolution des déformations radiales dans l’éprouvette de fatigue thermique, en fin de cycle de sollicitation, par intercorrélation d’images [28], avec la loi d’érouissage linéaire et enfin avec la loi non linéaire [2].

### 3.3 Estimation des durées de vie

#### Vers une approche énergétique

Dans les choix effectués au début de ce chapitre, nous avons indiqué notre préférence pour une approche paramétrique de prédiction de durées de vie, celle-ci mettant en relation une fonction  $\Phi$ , représentative de l’endommagement de la structure, et  $N_r$ , la durée de vie de celle-ci. Précisons d’abord ce que supposent ces deux notions. Une interprétation intéressante du comportement cyclique du matériau en fatigue oligocyclique a été présentée par Skelton [31]. Si on observe une courbe représentant la variation

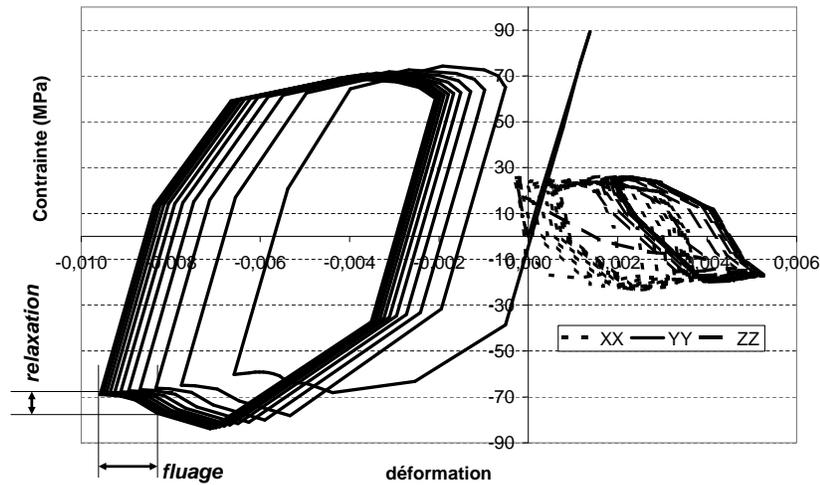


FIG. 3.23 – Cycles contrainte-déformation obtenus numériquement dans la zone critique d'une culasse, tirés de [38]. On peut voir sur le cycle principal, correspondant à la direction du pontet, le phénomène de fluage-relaxation obtenu durant le maintien à température imposé.

de la charge en fonction du nombre de cycles durant un essai de fatigue oligocyclique, on peut observer plusieurs phases caractéristiques (cf. figure 3.24) :

- la première phase correspond à un durcissement ou un adoucissement rapide du matériau. A la fin de cette phase, notée  $N_{sat}$ , le comportement mécanique est stabilisé.
- de  $N_{sat}$  à  $N_r$ , une fissure va s'amorcer et se propager. Dans le cas des matériaux utilisés dans ces études, on peut remarquer qu'elle n'a réellement d'effet sur la structure que lorsque  $N = N_{tan}$ . Entre  $N_{sat}$  et  $N_{tan}$ , la réponse mécanique est quasi-stable. A partir de  $N_{tan}$ , l'effort chute brusquement : c'est la *ruine* de l'éprouvette.

Cette ruine de l'éprouvette, définie à  $N_{tan}$ , correspond à la rupture d'un VER et donc à l'amorçage d'une fissure macroscopique à l'échelle de la structure, ce qui en constitue sa ruine [6].

Cette même figure 3.24 indique que, comme dans le cas de l'identification des paramètres des lois de comportement choisies, la fonction  $\Phi$  peut être déterminée à  $N_{sat}$ , correspondant à la stabilisation du comportement mécanique. Il reste maintenant à définir une fonction  $\Phi$  qui doit répondre à plusieurs critères :

- être représentative de l'endommagement en fatigue thermomécanique oligocyclique,
- être définie dans un contexte multiaxial et à température variable.

Comme nous l'avons souligné dans [15], la plupart des critères classiques en fatigue oligocyclique isotherme prennent la forme suivante :

$$\Phi(\varepsilon, \varepsilon^p, \sigma, \dots) N_r^\beta = c \quad (3.7)$$

où  $N_r$  désigne le nombre de cycle à rupture et  $\beta$  et  $c$  sont des constantes dépendant du matériau.  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon^p$ ,  $\sigma$  sont les valeurs des champs mécaniques durant un cycle stabilisé. Pour les critères de Manson-

Critère	$\Phi$
<i>Manson-Coffin</i>	$\Delta\varepsilon^p$
<i>Smith-Watson-Topper</i>	$\sqrt{E\sigma_{max}\Delta\varepsilon}$
<i>Ostergren</i>	$(\sigma_{max}\Delta\varepsilon)\nu^{\beta(k-1)}$

TAB. 3.3 – Quelques critères en fatigue oligocyclique

Coffin [24, 12], Smith-Watson-Topper [32] et Ostergren [27], la fonction  $\Phi$  est explicitée dans le tableau 3.3. Les quantités  $\Delta\varepsilon^p, \Delta\varepsilon, \sigma_{max}$  correspondent respectivement à l'amplitude de déformation plastique, de déformation totale et la contrainte maximale sur le cycle.  $E$  est le module de Young et  $\nu$  est la fréquence de sollicitation.  $\beta$  et  $k$  sont des paramètres dépendant du matériau et, généralement, de la température. L'extension de ces critères, de sollicitations isothermes à des chargements thermomécaniques,

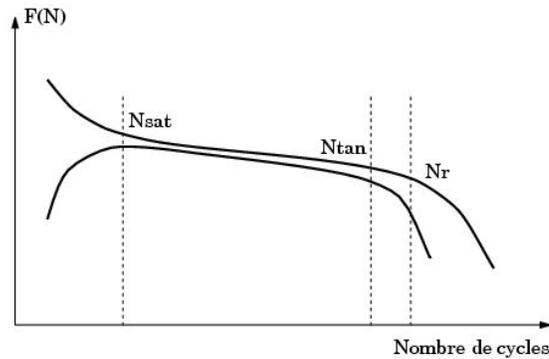


FIG. 3.24 – Schématisation du comportement cyclique des matériaux étudiés : déconsolidation/consolidation, stabilisation, rupture.

a été jusqu'ici effectuée généralement sous les hypothèses suivantes :

- afin de tenir compte de la multiaxialité des champs mécaniques, des déformations plastiques ou totales équivalentes sont calculées, de manière similaire à la contrainte équivalente au sens de von Mises,
- afin de prendre en compte l'effet de la température, une rationalisation des grandeurs mécaniques calculées par rapport à une caractéristique mécanique à la même température est souvent utilisée [34].

Cependant, cette seconde hypothèse n'a pas véritablement de sens physique, comme nous avons pu le commenter dans [5, 9]. En effet, l'utilisation d'une amplitude de déformation plastique déterminée à partir d'une réponse obtenue à température variable n'aurait de sens uniquement si, à une même amplitude correspondait une même durée de vie, quelque soit la température, ce qui n'est pas le cas généralement [9, 13].

### La densité d'énergie dissipée par cycle

Par rapport aux remarques précédentes, la densité d'énergie dissipée semble bien adaptée au contexte de la fatigue thermomécanique. Cette variable mécanique est capable de prendre en compte le trajet de

chargement multiaxial  $(\sigma, \varepsilon)$  dans ce contexte anisotherme. En vue de l'analyse d'une structure, on définit la densité d'énergie dissipée par cycle en un point  $M(\underline{x})$  par :

$$\Delta w(\underline{x}) = \int_{cycle} \boldsymbol{\sigma}(\underline{x}) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(\underline{x}) dt$$

scalaire définissable à partir des tenseurs de contrainte et de déformation (prenant donc en compte les aspects multiaxiaux) indépendamment de la température. La courbe de dimensionnement est définie en utilisant les résultats expérimentaux d'essais de fatigue oligocyclique. L'énergie dissipée par cycle  $\Delta w_{sat}$  est déterminée au cycle stabilisé  $N_{sat}$ , pour chaque essai effectué, pour les différentes amplitudes de déformation imposées et les différentes températures. L'effet de la température est en outre faible sur les durées de vie dans le cas de la fonte GS SiMo [9] et dans le cas de l'AS7G0,3 [38]. On obtient alors la relation suivante, indépendante de la température :

$$\Delta w_{sat} N_r^\gamma = C$$

En plus des différents essais réalisés en vue de la caractérisation du matériau (TRR et fatigue oligocyclique), des essais thermomécaniques ont été réalisés sur des prototypes de collecteurs d'échappement et de culasses, en vue de la validation de la démarche de dimensionnement. Ces essais correspondent soit à des essais d'endurance sur un banc d'essai moteur, soit à des essais spécifiques sur un banc dédié à la validation des collecteurs d'échappement. Dans les deux cas, les cycles thermiques appliqués correspondent à des conditions sévères de démarrage-arrêt du véhicule (l'essai moteur est, par exemple, réalisé à puissance et à charge maximales). La température maximale atteinte varie alors entre 20°C et 240°C ou 700°C (respectivement pour l'AS7G0,3 et la fonte GS SiMo). Il est important de remarquer que la température n'est pas distribuée uniformément dans la pièce et que certaines zones ne dépassent jamais 100°C à 200°C comme par exemple la majeure partie de la culasse (seule la *face flamme* se trouvant face au piston est fortement sollicitée thermiquement) ou la bride du collecteur d'échappement. La vitesse de chauffage est d'environ 10°C/s. Ces essais présentent l'intérêt d'obtenir sur la pièce un chargement tout à fait représentatif. Les résultats des calculs simulant numériquement ces essais ont alors montré la multiaxialité des champs mécaniques locaux [6]. Les figures 3.25 et 3.26 montrent ainsi le chargement non proportionnel obtenu dans le cas de l'éprouvette de fatigue thermique présentée auparavant, et le chargement proportionnel obtenu dans la zone critique d'un collecteur d'échappement.

La dernière étape consiste alors maintenant à déterminer les zones endommagées ainsi que les durées de vie des éprouvettes et des prototypes, à partir des résultats de la simulation numérique. Les calculs de structure réalisés avec le code Abaqus/Standard utilisent l'un ou l'autre des modèles de comportement présentés précédemment et le calcul est effectué sur plusieurs cycles de chargement jusqu'à l'obtention d'un cycle quasi-stabilisé. La densité d'énergie dissipée obtenue alors a été utilisée afin d'estimer les durées de vies des éprouvettes de fatigue thermique, des collecteurs et des culasses. A l'issue du calcul de structure, on cherchera donc les zones où cette densité d'énergie est maximale et le critère de dimensionnement devient :

$$\max_{\underline{x}} \Delta w(\underline{x}) N_r^\gamma = C \quad (3.8)$$

La figure 3.27 représente la comparaison entre durées de vie expérimentales et estimées pour l'ensemble des essais de fatigue oligocyclique isothermes, de fatigue thermique sur éprouvettes et de fatigue thermomécanique sur collecteurs d'échappement (des résultats similaires sont obtenus sur les culasses [38, 36, 35]). D'une part, pratiquement tous les points se trouvent dans une bande de dispersion d'un facteur  $\pm 2,5$ , dispersion assez courante en fatigue oligocyclique. Ce critère permet donc bien de dimensionner des structures complexes comme les collecteurs d'échappement ou les culasses. D'autre part,

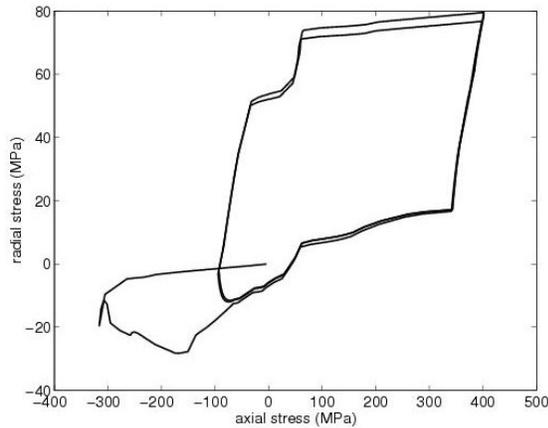


FIG. 3.25 – *Chargement non proportionnel obtenu dans le cas de l'éprouvette de fatigue thermique présentée sur la figure 3.6 [6].*

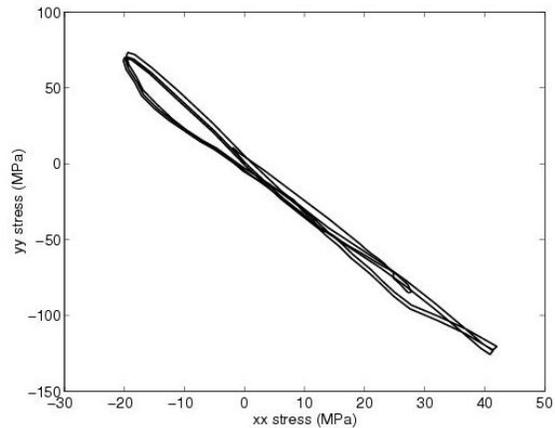


FIG. 3.26 – *Chargement proportionnel obtenu dans la zone critique d'un collecteur d'échappement [6].*

sur la figure 3.28, on peut remarquer un bon accord entre zones fissurées lors des essais et zones prédites par le calcul, en utilisant le critère 3.8. Il faut souligner que dans le cas de cette pièce souvent géométriquement complexe, ces zones ne sont pas toujours ni les plus chaudes, ni celles présentant les contraintes maximales [15]. Il faut ajouter que la définition de l'amorçage sur la structure est délicate car l'essai n'est arrêté que peu souvent. Il n'est pas rare alors d'observer une fissure de taille plus importante que celle ayant servi de critère de ruine lors de la construction de la courbe de dimensionnement. Enfin, dans le cas de la culasse, ce n'est pas la prédiction de la zone fissurée qui constitue la difficulté, puisque celle-ci correspond presque toujours au pontet inter-sièges pour lequel les températures et les déformations sont maximales, mais bien la prédiction de la durée de vie. Cette démarche de dimensionnement est utilisée avec succès depuis quelques années dans les bureaux d'étude de PSA Peugeot Citroën. Une remarque peut cependant être faite. Sur la figure 3.27, quelques points issus de calculs de structure se trouvent à la limite de la bande de dispersion. Ces points correspondent à des résultats où la contrainte moyenne de la réponse mécanique obtenue est non nulle. Or, la courbe de dimensionnement a été définie à partir d'essais de fatigue oligocyclique à déformation moyenne nulle qui entraîne généralement une contrainte moyenne quasi-nulle. Il n'est donc pas surprenant que l'on observe ici un effet de la contrainte moyenne. L'inconvénient d'une approche de dimensionnement uniquement fondée sur la dissipation plastique est ainsi la non prise en compte de cette contrainte moyenne. Des propositions existent : l'approche d'Ellyin et Golos [18], associant à cette énergie dissipée plastiquement une part d'énergie élastique, le critère d'Ostergren [27] associant la contrainte maximale à l'amplitude de déformation ou encore la prise en compte uniquement d'une partie de l'énergie dissipée pour laquelle la contrainte est positive (effet d'ouverture de fissures) [4]. Cependant, ces propositions restent des partitions relativement arbitraires d'une grandeur initialement intrinsèque qu'est l'énergie dissipée. Récemment, Amiable [1] a proposé une combinaison linéaire de l'énergie dissipée plastiquement et de la pression hydrostatique maximale  $\Sigma_{h,max}$ , dans une forme proche du critère de Dang Van en fatigue à grand nombre de cycle :

$$(\max_x \Delta w(\underline{x}) + \alpha \Sigma_{h,max}) N_r^\gamma = C$$

Cette proposition a permis d'obtenir d'excellentes prédictions dans le cas des essais de fatigue thermique SPLASH réalisés au CEA, pour lesquels il a été montré numériquement que la réponse mécanique est

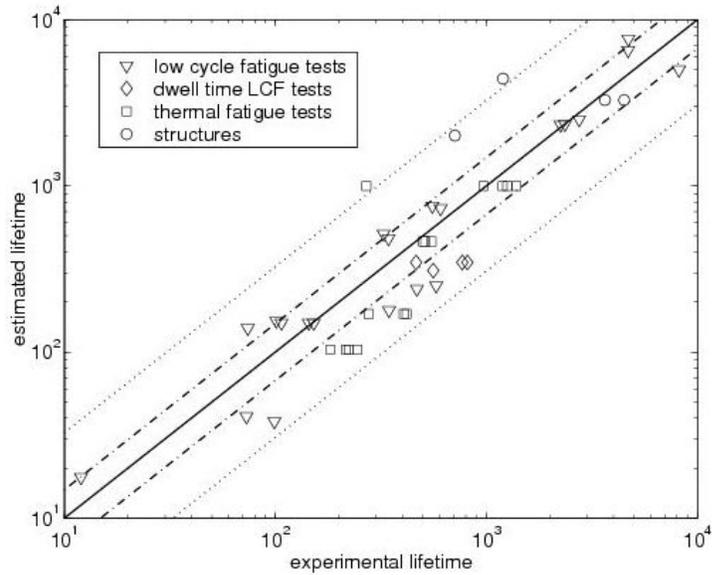


FIG. 3.27 – Résultats obtenus pour différents types d’essais (éprouvette et structure) pour la fonte GS SiMo [6]. Les énergies dissipées, dans le cas des essais de fatigue thermique et des structures, sont obtenues par calcul de structures. On remarque que l’ensemble des points est compris dans une bande de dispersion de durées de vie de plus ou moins 2,5.

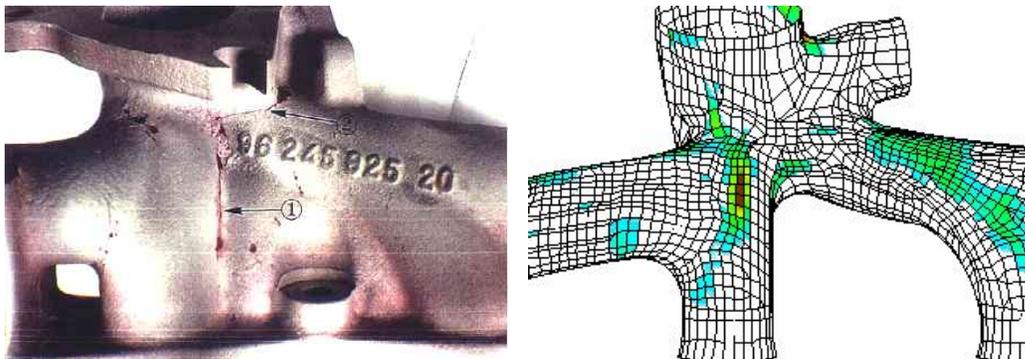


FIG. 3.28 – Collecteur fissuré après essai et prédiction de la zone de fissuration sur la paroi interne du collecteur [6].

biaxiale avec un taux de triaxialité non nul et variant au cours du temps. Il demeure que cette combinaison linéaire est postulée et que la prise en compte de la contrainte moyenne en fatigue oligocyclique et thermomécanique demeure un domaine de recherche ouvert, pour lequel la voie ouverte par V. Monchiet, en fatigue polycyclique, pourrait apporter des éléments de réponse.

### 3.4 Conclusions et perspectives

Dans ce chapitre, une méthode globale de dimensionnement des structures à la fatigue thermomécanique a été présentée. Deux lois de comportement simples et un critère de fatigue thermomécanique, utilisant l'énergie dissipée par cycle comme indicateur de l'endommagement, ont été proposés. Les aspects liés au couple caractérisation/identification des lois de comportement ont été illustrés et les résultats obtenus montrent, entre autres, l'intérêt des algorithmes génétiques ainsi que la nécessité d'essais anisothermes dans la démarche d'identification. La confrontation entre les résultats numériques et les essais sur structures élémentaires met en évidence une bonne détermination de la réponse cyclique mais montre, par ailleurs, la limite de ces lois simples pour la représentation des phénomènes de fluage-relaxation au cours du temps. Des calculs sur différentes structures industrielles soumises à des chargements thermomécaniques cycliques ont été réalisés et la durée de vie a été estimée en utilisant ce critère énergétique. Cette démarche semble alors transposable à toute structure soumise à la fatigue thermomécanique et donne des résultats relativement satisfaisants.

Cependant, certains aspects méritent de plus amples développements.

La démarche de caractérisation et d'identification des lois de comportement viscoplastiques peut, semble-t-il, être optimisée. Deux voies peuvent être explorées : l'utilisation des algorithmes génétiques, qui a montré ses performances dans un cas précis, et qui devrait être systématisée et la réalisation d'essais de caractérisation plus riches. En effet, les simples essais TRR ne permettent pas de faire apparaître ce phénomène de fluage-relaxation simultanés, observé sous chargement thermique. Des essais cycliques isothermes comportant une phase de fluage sous charge dépendant du temps, par exemple, pourraient être envisagés. Dans tous les cas, afin de mieux représenter ce phénomène, des modèles de comportement plus "riches", tout en restant simples, sont à recommander.

Enfin, comme cela a déjà été noté dans la conclusion du chapitre précédent, la simple utilisation de l'énergie dissipée par cycle ne permet pas de prendre en compte l'effet de la contrainte moyenne. Dans le domaine de la fatigue thermomécanique, le cas des chargements thermique et mécanique hors-phase et en-phase est intéressant de ce point de vue, puisqu'ils entraînent des mécanismes d'endommagement différents, entraînant des durées de vie elles-mêmes différentes. Il semble, encore une fois, qu'en s'inspirant de la démarche proposée par V. Monchiet en fatigue à grand nombre de cycles, introduisant des mécanismes d'endommagement aux petites échelles, qu'il soit possible de revoir les approches énergétiques en fatigue oligocyclique à température constante ou variable, en obtenant une nouvelle expression de la dissipation intrinsèque.

### Références

- [1] S. Amiable, S. Chapuliot, A. Constantinescu, and A. Fissolo. A comparison of lifetime prediction methods for a thermal fatigue experiment. *Int. J. Fat.*, 28(7):692–706, 2006.
- [2] A. Aouameur and E. Charkaluk. Influence du modèle d'érouissage sur la réponse cyclique anisotherme d'une structure 3D. In CSMA, editor, *Actes du 5ème colloque national en calcul des structures, Giens, may 2001*, pages 343–350. Teknea, 2001.
- [3] T. Boulanger. *Analyse par thermographie infrarouge des sources de chaleur induites par la fatigue des aciers*. Phd thesis, spécialité : mécanique, Université de Montpellier II, France, 2004.
- [4] L. Bucher. Etude de l'endommagement en fatigue thermique des aciers inoxydables F17TNb et R20-12 pour application automobile. Phd thesis, spécialité : Sciences et génie des matériaux, Ecole des Mines de Paris, 2004.

- [5] E. Charkaluk. *Dimensionnement des structures à la fatigue thermomécanique*. Phd thesis, spécialité : mécanique, Ecole Polytechnique, France, 1999.
- [6] E. Charkaluk, A. Bignonnet, A. Constantinescu, and K. Dang Van. Fatigue design of structures under thermomechanical loadings. *Fat. Fract. Engng. Mat. Struct.*, 25(12):1199–1206, 2002.
- [7] E. Charkaluk, A. Bignonnet, and J. J. Thomas. Dimensionnement des structures à la fatigue thermomécanique dans l'industrie automobile. *Méca. Ind.*, 5:27–40, 2004.
- [8] E. Charkaluk and A. Constantinescu. Energie dissipée et dimensionnement en fatigue thermomécanique. In *14ème Congrès Français de Mécanique, Toulouse, august 1999*, 1999. CDRom, No. 884, 8 pages.
- [9] E. Charkaluk and A. Constantinescu. Energetic approach in thermomechanical fatigue for silicon molybdenum cast-iron. *Materials at High Temperatures*, 17(3):373–380, 2000.
- [10] E. Charkaluk and E. Le Dantec. Comportement en fluage d'une structure complexe : cas d'un carter cylindres en alliage d'aluminium. In A. Bignonnet, M. Potier-Ferry, M. Bonnet, editor, *Actes du 6ème colloque national en calcul des structures, Giens, may 2003*, volume 2, pages 59–66. Ecole Polytechnique, 2003.
- [11] E. Charkaluk, L. Verger, A. Constantinescu, G. Lederer, and C. Stolz. Lois de comportement viscoplastiques anisothermes pour calculs cycliques sur structures. In D. Guédra-Degeorges, P. Ladevèze, and M. Raous, editors, *Actes du 4ème colloque national en calcul des structures, Giens, may 1999*, pages 575–580. Teknea, 1999.
- [12] L. F. Coffin. A study of the effects of cyclic thermal stresses on a ductile material. *Trans. ASME*, 53-A76:931–950, 1953.
- [13] L. F. Coffin. Fatigue at high temperatures. In *Fatigue at Elevated Temperatures - ASTM STP 520*, pages 5–34, 1973.
- [14] A. Constantinescu. Calcul des structures : problèmes d'identification et de fatigue. Habilitation à diriger des recherches, Université de Paris VI, France, 2005.
- [15] A. Constantinescu, E. Charkaluk, G. Lederer, and L. Verger. A computational thermomechanical fatigue design method : application to exhaust manifolds. *Int. J. Fat.*, 26(8):805–818, 2004.
- [16] G. de Saxcé. Une généralisation de l'inégalité de Fenchel et ses applications aux lois constitutives. *C.R. Ac. des Sciences – série II*, t314:125–129, 1992.
- [17] C. Doudard. Détermination rapide des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles à partir d'essais d'échauffement. Phd thesis, spécialité : Mécanique, Ecole Normale Supérieure de Cachan, France, 2004.
- [18] F. Ellyin and K. Golos. Multiaxial fatigue damage criterion. *J. Engng. Mat. Tech.*, 113, 1988.
- [19] B. Halphen and Q. S. Nguyen. Sur les matériaux standards généralisés. *J. Mécanique*, 14(1):39–631, 1975.
- [20] M. P. Luong. Infrared thermographic scanning of fatigue in metals. *Nucl. Engng. and Design*, 158:363–376, 1995.
- [21] M. P. Luong. Fatigue limit evaluation of metals using an infrared thermographic technique. *Mech. Mat.*, 28:155–163, 1998.
- [22] V. Magnier, E. Charkaluk, C. Bouby, and G. de Saxcé. Bipotential versus return mapping algorithms: implementation of non-associated flow rules. In B.H.V. Topping, G. Montero, and R. Montenegro, editors, *Proceedings of The Eighth International Conference on Computational Structures Technology (las Palmas de Gran Canaria, september 12-15, 2006)*. Civil-Comp Press, Stirlingshire, 2006. CDRom, paper 68, 17 pages.
- [23] H. Maïtournam, B. Pommier, and J. J. Thomas. Détermination de la réponse asymptotique d'une structure anélastique sous chargement thermomécanique cyclique. *C.R. Mécanique*, 330:703–708, 2002.
- [24] S. S. Manson. Behaviour of materials under conditions of thermal stresses. Technical Report TN 2933, N.A.C.A., 1953.
- [25] Q. S. Nguyen. On the elastic plastic initial-value problem and its numerical integration. *Int. J. Num. Meth. Engng.*, 11:817–832, 1977.
- [26] E. Nicouveau-Bourles. *Etude expérimentale et numérique du vieillissement d'un alliage d'aluminium. Application aux culasses automobiles*. Phd thesis, spécialité : Sciences et génie des matériaux, Ecole des Mines de Paris, France, 1999.

- [27] W. J. Ostergren. A damage function and associated failure equations for predicting hold time and frequency effects in elevated temperatures. *J. Test. Eval.*, 4(5):327–339, 1976.
- [28] B. Pommier, F. Hild, and E. Charkaluk. Analyse d'un essai de fatigue thermique par corrélation d'images. In Y. Berthaud, M. Cottron, J.C. Dupré, F. Morestin, J.J Ortheu, and V. Valle, editors, *Photomécanique 2001*, pages 359–366. GAMAC, 2001.
- [29] L. Remy. Thermal and thermal-mechanical fatigue of superalloys - a challenging goal for mechanical tests and models. In K.T. Rie and P.D. Portella, editors, *Low Cycle Fatigue and Elasto-Plastic Behaviour of Materials*, pages 119–130. Elsevier, 1998.
- [30] J. C. Simo and T. J. R. Hughes. *Computational inelasticity*. Springer-Verlag, 1998.
- [31] R. P. Skelton. Energy criterion for high temperature low cycle fatigue. *Mat. Sci. Tech.*, 7:427–439, 1991.
- [32] K. N. Smith, P. Watson, and T. H. Topper. A stress-strain function for the fatigue of metals. *J. Mater.*, 5(4):767–778, 1970.
- [33] T. Smith, H. Maier, H. Sehitoglu, E. Fleury, and J. Allison. Modelling high-temperature stress-strain behavior of cast aluminum alloys. *Met. Mat. Trans.*, 30A:133–146, 1999.
- [34] S. Taira. Relationship between thermal fatigue and low-cycle fatigue at elevated temperature. In *Fatigue at Elevated Temperature - ASTM STP 520*, pages 20–101, 1973.
- [35] J. J. Thomas, L. Verger, A. Bignonnet, and E. Charkaluk. Thermomechanical design in the automotive industry. *Fat. Fract. Engng. Mater. Struct.*, 27:887–895, 2004.
- [36] L. Verger, E. Charkaluk, and A. Constantinescu. A macroscopic crack initiation criterion in multiaxial thermomechanical fatigue. In M. de Freitas, editor, *6th International Conference on Biaxial and Multiaxial Fatigue and Fracture, Lisbonne, june 2001*, pages 867–874. IST Lisbon, 2001.
- [37] L. Verger, A. Constantinescu, and E. Charkaluk. On the simulation of large viscoplastic structures under anisothermal loadings. In Murakami and Ohno, editors, *IUTAM Creep in Structures*. Kluwer, april 2000.
- [38] L. Verger, A. Constantinescu, and E. Charkaluk. Thermomechanical fatigue design of aluminium components. In L. Rémy and J. Petit, editors, *Fatigue-Temperature Interaction, ESIS Publication 29, Proceedings of the 9th Spring Meeting of the SF2M, Paris, may 2001*, pages 293–302. Elsevier Sciences, 2002.
- [39] V. Vigot. Etude du comportement d'une famille d'alliage AlSi à haute température. Rapport de stage, Université de Technologie de Compiègne, 2006.

## Chapitre 4

# Perspectives

L'objectif principal, et ambitieux, de ces travaux de recherche est de définir un cadre dissipatif permettant de traiter, de manière unifiée, l'ensemble des domaines concernés par la fatigue : sollicitations variables dans le temps, d'amplitudes faibles ou importantes, à température constante ou variable. Nous espérons ainsi avoir déjà apporté quelques contributions à cette démarche. Si nous parlons de sollicitations variables dans le temps au sens large, c'est que la réalité est loin des simples chargements mécaniques sinusoïdaux : chargements mécaniques multiaxiaux d'amplitudes variables dans le temps, couplages fatigue oligocyclique/fatigue polycyclique, chargements thermo-mécaniques, couplages physico-chimiques, ...

La démarche que nous proposons nous semble alors essentielle pour deux raisons.

Tout d'abord, les lois de cumul d'endommagement restent, pour l'instant, essentiellement fondées sur la notion de contrainte. Elles ne sont donc pas transposables à la réalité complexe qui vient d'être décrite. Or, une approche dissipative peut permettre d'intégrer, sous réserve d'une modélisation des mécanismes physiques d'endommagement, ces types de couplages ou de cumuls. Le cas du freinage, par exemple, où l'on observe un cumul entre l'endommagement par fatigue oligocyclique et par fatigue polycyclique, à températures variables, nous semble un cas d'application intéressant.

Ensuite, la prise en compte des couplages thermo-physico-chimiques en fatigue est souvent délicate car elle fait intervenir des grandeurs "non-mécaniques". Il semble cependant qu'un cadre thermodynamique, plus large que celui proposé ici, soit bien adapté à ces couplages, en faisant apparaître, par exemple, le concept d'enthalpie largement utilisés en chimie et lié à la quantité de chaleur. Cette démarche trouve alors, de fait, de nombreuses applications mais suppose un lien fort avec des collègues chimistes et métallurgistes que nous comptons développer. On peut alors citer le cas, par exemple, de la fiabilité des micro-systèmes électroniques faisant intervenir cette complexité des couplages multiphysiques.

Ainsi, pour aborder ces deux problématiques, plusieurs voies méritent d'être explorées.

La première s'appuie sur une démarche de caractérisation de l'endommagement par fatigue, aux échelles pertinentes. Aux plus petites échelles, celles du VER, elle s'appuie, bien entendu, sur le couplage de mesures de champs qui nous semble intéressant à poursuivre, mais également sur la compréhension des mécanismes aux échelles inférieures s'appuyant sur la Microscopie Electronique à Balayage ou à Transmission par exemple, en faisant appel aux compétences reconnues dans ce domaine. A l'échelle de la structure, cela suppose le développement d'essais multiaxiaux permettant de mieux cerner, par exemple, l'effet du déphasage et de la contrainte moyenne en fatigue

La seconde s'appuie sur la notion de dissipation endommageante. En effet, considérer la dissipation intrinsèque, ce n'est que prendre en compte la part dissipée en chaleur. Elle est, certes, un effet de l'en-

dommagement mais pas la cause. Pour définir cette notion, il nous semble indispensable de reprendre le cadre théorique proposé dans ce mémoire en fatigue polycyclique, faisant suite aux travaux de V. Monchiet, pour l'étendre à d'autres domaines de sollicitations et d'autres mécanismes d'endommagement.

Ce projet est ambitieux, certes, mais, sous réserve de l'aborder à plusieurs et de manière complémentaire, il peut certainement apporter de nombreuses réponses à des problèmes actuellement ouverts dans le domaine de la fatigue des matériaux et des structures.

## Chapitre 5

# Annexes

### 5.1 Homogénéisation : schéma auto-cohérent

Dans le cas d'un VER composé d'une inclusion élastoplastique plongée dans une matrice élastoplastique sous des conditions de plasticité confinée, le schéma auto-cohérent de Kröner-Eshelby permet d'établir une première approximation des contraintes locales et généralise les modèles de Sachs et de Lin-Taylor. Ces rappels se trouvent dans [4] et sont généralisés au cas des matériaux anisotropes par Cano et al. [2]. Les différentes hypothèses retenues sont les suivantes :

- *Lin-Taylor* suppose l'égalité des déformations meso- et macroscopique :  $\varepsilon = \mathbf{E}$ . C'est l'hypothèse retenue dans les critères de Dang Van [3] et Papadopoulos [5].
- *Sachs* suppose l'égalité des contraintes meso- et macroscopique :  $\sigma = \Sigma$
- *Kröner* suppose que :

$$\sigma = \Sigma - \mathbb{C} : (\mathbb{I} - \mathbb{P} : \mathbb{C}) : (\varepsilon^p - \mathbf{E}^p)$$

où  $\mathbb{C}$  et  $\mathbb{P}$  sont respectivement les tenseurs du quatrième ordre des modules élastiques et de Hill. Dans le cas particulier d'une inclusion sphérique,  $\mathbb{P}$  vaut :

$$\mathbb{P} = \frac{a}{3K} \mathbb{J} + \frac{b}{2\mu} \mathbb{K} \quad \text{avec :} \quad a = \frac{3K}{3K + 4\mu} \quad \text{et} \quad b = \frac{6}{5} \frac{K + 2\mu}{3K + 4\mu}$$

où  $\mathbb{J} = \frac{1}{3} \mathbf{I} \otimes \mathbf{I}$  et  $\mathbb{K} = \mathbb{I} - \mathbb{J}$  avec  $\mathbb{I}$  le tenseur identité du quatrième ordre.

Dans tous les cas abordés dans ce mémoire, on suppose le même comportement élastique dans la matrice et l'inclusion. La relation entre les champs de contrainte meso- et macroscopiques peut alors s'écrire sous une forme générale :

$$\sigma = \Sigma - \mathbb{C}^* : (\varepsilon^p - \mathbf{E}^p) = \Sigma + \rho^* \tag{5.1}$$

où  $\rho^*$  correspond au champ de contraintes résiduelles mesoscopique.

Les trois cas particuliers (Lin-Taylor, Sachs et Kröner) sont alors obtenus pour les formes suivantes de  $\mathbb{C}^*$  :

- pour Lin-Taylor,  $\mathbb{C}^* = \mathbb{C}$ ,
- pour Sachs,  $\mathbb{C}^* = 0$  et,
- pour Kröner,  $\mathbb{C}^* = \mathbb{C} : (\mathbb{I} - \mathbb{P} : \mathbb{C})$ .

Dans le cas d'un comportement élastique isotrope avec une plasticité définie classiquement comme purement déviatorique, on peut remarquer que :

$$tr(\boldsymbol{\sigma}) = tr(\boldsymbol{\Sigma}) \quad \boldsymbol{\rho}^* = -\mathbb{C}^* : (\boldsymbol{\varepsilon}^p - \mathbf{E}^p) = -2\mu(1-b)(\boldsymbol{\varepsilon}^p - \mathbf{E}^p) \quad (5.2)$$

où  $b = 1$  pour le modèle de Sachs et  $b = 0$  pour le modèle de Lin-Taylor.

## 5.2 Cadre usuel de la Thermodynamique des Processus Irréversibles (TPI)

En se reportant à de nombreux ouvrages dont Besson et al. [1], le cadre de la Thermodynamique des Processus Irréversibles (TPI) permet d'obtenir l'équation de la chaleur couplant le champ de température et les champs mécaniques locaux. En définissant une énergie libre  $\Psi$  dépendant des variables d'état  $\alpha_j$ , ( $j = 1, 2, \dots, n$ ), cette équation de la chaleur peut être écrite sous la forme suivante :

$$\rho C \dot{T} = r_{th} + \text{div}(\mathbf{k} \cdot \vec{\text{grad}}(T)) + \left( \boldsymbol{\Sigma} : \dot{\mathbf{E}} + \rho T \frac{\partial^2 \Psi}{\partial T \partial \alpha_j} \dot{\alpha}_j - \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha_j} \dot{\alpha}_j \right) \quad (5.3)$$

où  $\rho$  est la densité,  $C$  la chaleur spécifique,  $T$  la température absolue,  $r_{th}$  la distribution de sources de chaleur externes,  $\mathbf{k}$  le tenseur d'ordre deux de conductivité thermique et le produit  $\boldsymbol{\Sigma} : \dot{\mathbf{E}}$  est la puissance des efforts intérieurs.  $\mathbf{E}$  est le tenseur des déformations macroscopiques, i.e. au bord d'un VER, et  $\boldsymbol{\Sigma}$  est le tenseur des contraintes macroscopiques.

Il est important de remarquer que cette expression de l'équation de la chaleur (5.3) est complètement indépendante d'un choix particulier de loi de comportement. On trouve alors l'expression de la dissipation intrinsèque  $\Phi$  :

$$\Phi = \boldsymbol{\Sigma} : \dot{\mathbf{E}} - \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} \dot{\alpha}$$

qui prend en compte l'apport d'énergie mécanique et la partie stockée dans le matériau, associée à un terme de couplage thermomécanique  $\rho T \frac{\partial^2 \Psi}{\partial T \partial \alpha} \dot{\alpha}$ .

### Plasticité à l'échelle macroscopique

En se plaçant dans le cas d'un comportement élastoplastique à l'échelle macroscopique, et, par souci de simplification, avec un écrouissage cinématique linéaire, les variables d'état sont alors  $\mathbf{E}^e$  et  $\mathbf{E}^p$  et leurs forces thermodynamiques associées,  $\boldsymbol{\Sigma}$  le champ de contrainte et  $\mathbf{X}$  le tenseur de contraintes associé à l'écrouissage cinématique. On considère, de plus, uniquement un couplage thermoélastique (le terme thermoplastique est souvent négligeable si ce n'est lors de changements de phase) et une décomposition additive du tenseur des déformations  $\mathbf{E} = \mathbf{E}^e + \mathbf{E}^p$ . Dans le cas de d'une élasticité isotrope et de la thermomélasticité, toutes deux linéaires, l'énergie libre d'Helmholtz prend la forme suivante:

$$\rho \Psi(T, \mathbf{E}^e, \mathbf{E}^p) = \frac{1}{2} \left( \lambda \text{tr}(\mathbf{E}^e)^2 + 2\mu \text{tr}(\mathbf{E}^{e2}) \right) - (3\lambda + 2\mu)\alpha\theta \text{tr}(\mathbf{E}^e) + \frac{1}{3}c \text{tr}(\mathbf{E}^{p2}) + \frac{C\theta^2}{2T_0}$$

où  $\theta = T - T_0$ ,  $\lambda$  et  $\mu$  sont les coefficients de Lamé,  $c$  est le module d'écrouissage cinématique et  $\alpha$  est le coefficient de dilatation thermique, l'équation (5.3) devient :

$$\rho C \dot{T} = r_{th} + \text{div}(\mathbf{k} \cdot \vec{\text{grad}}(T)) + \rho T \frac{\partial^2 \Psi}{\partial T \partial \mathbf{E}^e} : \dot{\mathbf{E}}^e + \boldsymbol{\Sigma} : \dot{\mathbf{E}}^p - \mathbf{X} : \dot{\mathbf{E}}^p \quad (5.4)$$

Le premier terme de droite de cette équation,  $r_{th}$ , est lié à l'existence de sources de chaleur. Le second terme gouverne le transfert de chaleur par conductivité thermique. Le troisième terme correspond au couplage thermoélastique qui conduit à une conversion réversible entre énergie mécanique et thermique. On peut finalement reconnaître dans le dernier terme de droite la puissance plastique  $d_p = \Sigma : \dot{\mathbf{E}}^p$  et un terme correspondant à une partie stockée dans l'écroutissage  $d_s = \mathbf{X} : \dot{\mathbf{E}}^p$ . Ces deux derniers termes associés forment la dissipation intrinsèque  $\Phi$  définie comme :

$$\Phi = \Sigma : \dot{\mathbf{E}}^p - \mathbf{X} : \dot{\mathbf{E}}^p$$

Après simplification, le terme de couplage thermoélastique s'écrit :

$$\rho T \frac{\partial^2 \Psi}{\partial T \partial \mathbf{E}^e} : \dot{\mathbf{E}}^e = -\alpha T \operatorname{tr}(\dot{\Sigma}) - 9K\alpha^2 T \dot{T}$$

où  $3K = 3\lambda + 2\mu$  est le module de compressibilité isotrope.

### Plasticité à l'échelle mesoscopique

On se place maintenant dans le cas d'un VER du type matrice-inclusion. On considère que l'inclusion admet un comportement élastoplastique avec un écroutissage cinématique, linéaire par souci de simplification et que la matrice est élastoplastique parfaite. Les variables d'état sont alors  $\mathbf{E}^e$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}^e$  et  $\boldsymbol{\varepsilon}^p$  et leurs forces thermodynamiques associées,  $\Sigma$  et  $\boldsymbol{\sigma}$  les champs de contrainte macro- et mesoscopique et  $\boldsymbol{x}$  le tenseur de contraintes associé à l'écroutissage cinématique. En considérant que l'énergie libre d'Helmholtz  $\Psi$  peut être décomposée en deux parties,  $\Psi_{mat}$  associée à la matrice, de fraction volumique  $(1 - f_v)$  et  $\Psi_{in}$  associée à l'inclusion, de fraction volumique  $f_v$ , on a :

$$\Psi_{in} = \Psi_{in}(T, \boldsymbol{\varepsilon}^e, \boldsymbol{\varepsilon}^p) \quad \Psi_{mat} = \Psi_{mat}(T, \mathbf{E}^e)$$

Dans le cas d'une élasticité isotrope et de la thermomélasticité, toutes deux linéaires, l'énergie libre d'Helmholtz  $\Psi_{mat}$  prend la forme suivante dans la matrice :

$$\rho \Psi_{mat}(T, \mathbf{E}) = \frac{1}{2} (\lambda \operatorname{tr}(\mathbf{E}^e)^2 + 2\mu \operatorname{tr}(\mathbf{E}^e{}^2)) - (3\lambda + 2\mu)\alpha\theta \operatorname{tr}(\mathbf{E}^e) + \frac{C\theta^2}{2T_0}$$

et, de même dans l'inclusion plastique :

$$\rho \Psi_{in}(T, \boldsymbol{\varepsilon}^e, \boldsymbol{\varepsilon}^p) = \frac{1}{2} (\lambda \operatorname{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^e)^2 + 2\mu \operatorname{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^e{}^2)) - (3\lambda + 2\mu)\alpha\theta \operatorname{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^e) + \frac{1}{3}c \operatorname{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^p{}^2) + \frac{C\theta^2}{2T_0}$$

Les champs de déformation étant, par hypothèse, homogènes dans la matrice et dans l'inclusion, comme celles-ci ont des fractions volumiques respectivement égales à  $(1 - f_v)$  et  $f_v$ , on peut considérer, en première approximation, que :

$$\mathbf{E}^p = f_v \boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (5.5)$$

En reprenant l'équation (5.3) et en intégrant les expressions de  $\Psi_{mat}$  et  $\Psi_{in}$ , on obtient alors l'équation couplée suivante :

$$\begin{aligned} \rho C_v \dot{\theta} = & r_{th} + \operatorname{div}(\mathbf{k} \cdot \vec{\operatorname{grad}}(T)) + \Sigma : \dot{\mathbf{E}} - (1 - f_v) \left( \Sigma : \dot{\mathbf{E}}^e + \alpha T \operatorname{tr}(\dot{\Sigma}) + 9K\alpha^2 T \dot{T} \right) \\ & - f_v \left( \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e + \frac{2}{3}c \boldsymbol{\varepsilon}^p : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p + \alpha T \operatorname{tr}(\dot{\boldsymbol{\sigma}}) + 9K\alpha^2 T \dot{T} \right) \end{aligned}$$

Comme  $tr(\dot{\boldsymbol{\sigma}}) = tr(\dot{\boldsymbol{\Sigma}})$  (cf. relation (5.2)), cette équation se simplifie et conduit à :

$$\rho C_v \dot{\theta} - \text{div}(\mathbf{k} \cdot \vec{\text{grad}}(T)) = r_{th} - \alpha T \text{tr}(\dot{\boldsymbol{\Sigma}}) - 9K\alpha^2 T \dot{T} + \boldsymbol{\Sigma} : \dot{\boldsymbol{E}}^p + f_v \left[ \boldsymbol{\Sigma} : \dot{\boldsymbol{E}}^e - \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e - \frac{2}{3} c \boldsymbol{\epsilon}^p : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p \right] \quad (5.6)$$

Le premier terme source, à droite de l'égalité, correspond à une source extérieure que l'on va considérer nulle par la suite. La somme des second et troisième terme correspond au couplage thermoélastique. Les derniers termes de droite correspondent à la dissipation intrinsèque  $\Phi$  :

$$\Phi = \boldsymbol{\Sigma} : \dot{\boldsymbol{E}}^p + f_v \left[ \boldsymbol{\Sigma} : \dot{\boldsymbol{E}}^e - \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e - \frac{2}{3} c \boldsymbol{\epsilon}^p : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p \right] \quad (5.7)$$

La simplification de cette équation dépend alors des relations entre  $\boldsymbol{\Sigma}$  et  $\boldsymbol{\sigma}$ , ce qui suppose le choix d'un schéma d'homogénéisation, tel que, par exemple, le schéma autocohérent proposé au paragraphe 5.1

## Références

- [1] J. Besson, G. Cailletaud, J. L. Chaboche, and S. Forest. *Mécanique non linéaire des matériaux*. Hermès, 2001.
- [2] F. Cano, A. Constantinescu, and H. Maïtournam. Critère de fatigue polycyclique pour des matériaux anisotropes : application aux monocristaux. *C. R. Mécanique*, 332(2):115–121, 2004.
- [3] K. Dang Van. Sur la résistance à la fatigue des métaux. *Sciences Technique Armement*, 47(3), 1973.
- [4] V. Monchiet, E. Charkaluk, and D. Kondo. A plasticity-damage based micromechanical modelling in high cycle fatigue. *C.R. Mécanique*, 334(2):129–136, 2006.
- [5] I. V. Papadopoulos. *Fatigue polycyclique des métaux : une nouvelle approche*. Phd thesis, spécialité : Mécanique, Ecole des Ponts et Chaussées, France, 1987.