



Université Lille 2
Droit et Santé



Institut d'Orthophonie
Gabriel DECROIX

MEMOIRE

En vue de l'obtention du
Certificat de Capacité d'Orthophonie
présenté par :

Sandrine HERSENT

soutenu publiquement en juin 2011 :

**(Re) présentation de problèmes mathématiques:
Influence de la présentation,
pour la compréhension d'énoncés, de problèmes
auprès d'enfants du CE2 à la 5^{ème}.**

MEMOIRE dirigé par :

BEDNAREK Monique, Orthophoniste en libéral à Evin-Malmaison

Lille – 2011

Remerciements

Je remercie avant tout ma famille - et particulièrement mes parents - qui m'ont soutenue, aidée et conseillée pendant toutes mes années d'études mais aussi lors de l'élaboration de mon mémoire.

Je tiens à remercier ma maître de mémoire, Mme Bednarek pour son aide, ses conseils et sa bienveillance à mon égard quant à la relecture de mon mémoire.

J'adresse un grand merci aux directeurs des deux écoles qui m'ont accueillie : M. Lheureux de l'École primaire Sainte Marie et M. Destruy du Collège Notre Dame de France ; ainsi qu'aux enseignants du CE2 à la 5^{ème} pour toute la gêne occasionnée pendant de nombreuses semaines scolaires lors des passations de problèmes avec leurs élèves.

Merci surtout à tous les élèves qui ont participé à l'épreuve de compréhension puis à la passation des divers problèmes avec beaucoup de patience et de bonne volonté et sans qui, aujourd'hui mon travail n'aurait pu voir le jour.

Je remercie aussi les deux élèves avec troubles du calcul qui ont accepté de résoudre les problèmes qui leur ont été proposés.

Je remercie aussi toutes les personnes qui, de près ou de loin, se sont associées à la réussite de mon travail.

Résumé :

La résolution de problèmes mathématiques est parfois un obstacle chez les jeunes élèves durant leur scolarité. Tout d'abord parce qu'ils doivent en comprendre l'énoncé puis trouver un calcul à effectuer pour répondre à la question posée.

Notre mémoire s'est intéressé à l'influence de la présentation des énoncés de problèmes mathématiques, pour des élèves scolarisés du CE2 à la 5^{ème}. Il s'agissait de vérifier si une modalité de présentation (écrite, imagée ou manipulable) était bénéfique par rapport aux deux autres. Le but du travail était d'étudier la façon dont les enfants résolvent des problèmes mathématiques au travers des compétences arithmétiques et des compétences géométriques.

Une évaluation a tout d'abord permis de sélectionner des enfants (9 par classe) de niveaux de compréhension différents. Puis, des problèmes leur ont été présentés. Les résultats obtenus par ces élèves ont été comparés de façon à vérifier l'évolution et la rapidité d'accès aux connaissances tout au long du cursus scolaire.

Le raisonnement des enfants a aussi été pris en compte car certains problèmes nécessitaient une recherche ou la représentation d'un schéma.

Suite aux résultats, des pistes de rééducation ont été proposées dans le but d'aider les thérapeutes prenant en charge des patients atteints de troubles du calcul.

Mots-clés :

Problèmes mathématiques. Enfants (CE2 à la 5^{ème}). Présentation des énoncés. Types d'énoncés. Structure additive. Structure multiplicative. Pistes de rééducation.

Abstract :

Solving mathematical problems is sometimes a barrier for young students during their schooling. First of all, they must understand the terms, make a calculation to answer to the question.

Our report has focused on the influence of the presentation of terms in mathematical problems, for students enrolled in primary school. This was to check whether a modality of presentation (written, pictorial or manipulated) was better than another. The aim of this work was to compare how children solve mathematical problems, both on arithmetic skills and on geometric skills.

The first evaluation permits to select children of different levels of understanding. Then, problems were presented to the selected children. The results obtained by students were compared in order to check the progress and speed of access to knowledge during their schooling.

The arguments of the children were also taken into account because some problems require a research or a representation of a plan.

Following the results, tracks for remediation have been proposed in order to help therapists who take charge of persons with disorder in arithmetic.

Keywords :

Mathematical problems. Children (primary school). Presentation of terms. Types of terms. Additional structure. Multiplicative structure. Tracks for remediation.

Table des matières

Introduction.....	9
Contexte théorique, buts et hypothèses.....	12
1.Le développement de la pensée cognitive selon Piaget.....	13
1.1.Stade de l'intelligence sensorimotrice (0 – 2 ans).....	13
1.2.Stade des opérations concrètes (2 à 11-12 ans).....	14
1.2.1.Intelligence pré opératoire ou symbolique: de 2 à 7 ans.....	14
1.2.2.Intelligence opératoire concrète: de 7 à 11-12 ans.....	15
1.2.2.1.Les conservations.....	15
1.2.2.2.Structure de classification, de sériation et de nombre.....	16
1.3.Stade de l'intelligence opératoire formelle (11-12 ans à 16 ans).....	17
2.L'acquisition du nombre.....	17
2.1.Définition.....	17
2.2.Acquisition de la structure de classification.....	18
2.3.Acquisition de la notion de sériation.....	20
2.4.Conservation du nombre.....	20
2.5.Aptitudes nécessaires à l'acquisition du nombre.....	21
2.5.1.Capacités perceptivo – motrice.....	21
2.5.2.Logique.....	22
2.5.3.Espace et structuration spatiale.....	22
2.5.4.Temps.....	23
2.5.5.Le symbolisme et le langage.....	23
3.Critiques de Piaget.....	23
3.1.Critique de la notion de stade.....	23
3.2.Existence de compétences précoces du bébé.....	24
3.3.Rôle du milieu social et environnemental :.....	24
3.4.Apport du langage :.....	24
3.5.Le nombre comme outil « cognitif ».....	25
4.Construction du nombre.....	25
4.1.Acquisition de la chaîne numérique verbale.....	26
4.2.Processus de quantification.....	27
4.3.Relation entre comptage et cardinalité, chez les enfants de 2 à 8 ans.....	29
4.4.Émergence des outils mathématiques.....	30
4.5.Le concept de nombre :.....	31
5.Les problèmes.....	32
5.1.Définitions.....	33
5.2.Caractéristiques des problèmes.....	34
5.3.Compétences en mathématique à l'école.....	35
5.4.Résoudre un problème mathématique.....	36
5.4.1.Étapes indispensables lors de la résolution de problèmes.....	37
5.4.2.Facteurs entrant en jeu lors de la résolution de problèmes.....	38
5.4.2.1.Les modalités de présentation.....	38
5.4.2.2.La formulation.	38
5.4.2.3.La mémoire.	39
5.4.2.4.La représentation associée au problème.....	39
5.4.2.5.Difficulté des calculs.....	40
5.4.2.6.Présence de mots inducteurs d'une opération.....	40
5.4.2.7.Taille et configuration des nombres.....	40

5.4.2.8. Influence de l'environnement et du sujet.....	40
5.4.2.9. Le terme « problème mathématique ».....	40
5.5. Classification sémantique des problèmes.....	41
5.5.1. Problèmes à structure additive.....	41
5.5.1.1. Classification de Riley et al. (1983).....	41
5.5.1.2. Classification de Vergnaud (1982).....	42
5.5.1.3. Procédures de résolution.....	43
5.5.1.3.1. Les additions.....	43
5.5.1.3.2. Les soustractions.....	44
5.5.2. Problèmes de type multiplicatif.....	44
5.5.2.1. Isomorphisme de mesure.....	44
5.5.2.2. Produit de mesures.....	45
5.5.2.3. Proportion multiple.....	45
6. Dyscalculie.....	46
6.1. Définition.....	46
6.2. Données épidémiologiques.....	47
6.3. Nature des troubles.....	48
6.4. Étiologie des dyscalculies.....	48
6.5. Troubles associés à la dyscalculie.....	49
6.6. Classification des dyscalculies.....	49
7. Bilan mathématique.....	51
8. Principaux tests.....	52
8.1. UDN II, construction et utilisation du nombre (Meljac, Lemmel, 1999).....	52
8.2. Tedi math, test diagnostique des compétences de base en mathématique (Van Nieuwenhoeven et al, 2001).....	53
8.3. Zareki-R, Batterie pour l'évaluation du traitement des nombres et du calcul chez l'enfant (Dellatolas, Von Aster, 2006).....	54
8.4. ECPN, Épreuve conceptuelle de résolution de problèmes numériques (CIMETE, 1995).....	54
9. Hypothèses.....	55
Sujets et méthodes.....	57
1. Présentation de l'E.CO.S.SE.....	58
1.1. Objectif d'évaluation:.....	58
1.2. Descriptif de l'épreuve :.....	59
1.3. Consignes:.....	59
2. Protocole d'évaluation.....	60
2.1. Les problèmes :.....	61
2.1.1. Problèmes proposés en École primaire: aux CE2, CM1, CM2.....	61
2.1.1.1. Problèmes écrits :.....	61
2.1.1.2. Problèmes imagés :.....	63
2.1.1.3. Problèmes manipulables :.....	66
2.1.2. Problèmes proposés au Collège : aux 6ème – 5ème.....	69
2.1.2.1. Problèmes écrits :.....	69
2.1.2.2. Problèmes imagés.....	70
2.1.2.3. Problèmes où les élèves doivent représenter le schéma.....	72
2.2. Modalités de passation des problèmes.....	75
2.2.1. Passation en primaire : CE2, CM1, CM2.....	75
2.2.2. Passation au Collège : 6ème – 5ème.....	77
2.3. Résolution des problèmes.....	77
2.3.1. Problèmes proposés à l'école primaire: CE2, CM1, CM2.....	77

2.3.1.1.Problèmes de structure additive:.....	77
2.3.1.2.Problèmes de structure multiplicative :.....	83
2.3.1.3.Problème géométrique, sans calcul.....	84
2.3.2.Problèmes proposés au Collège : 6ème - 5ème.....	85
2.3.2.1.Problèmes de structure additive :.....	85
2.3.2.2.Problèmes de structure multiplicative :.....	88
2.3.2.3.Problème géométrique, sans calcul.....	90
2.4.Évaluation des réponses.....	91
Résultats.....	93
1.Présentation de la population.....	94
1.1.Élèves du primaire : CE2, CM1, CM2.....	94
1.1.1.Élèves du CE2 :.....	94
1.1.2.Élèves du CM1 :.....	95
1.1.3.Élèves du CM2 :.....	96
1.2.Élèves du Collège : 6ème, 5ème.....	96
1.2.1.Élèves de 6ème :.....	97
1.2.2.Élèves de 5ème :.....	98
2.Résultats à l'école primaire.....	98
2.1.Temps de résolution des problèmes :.....	98
2.1.1.Problèmes écrits.....	99
2.1.2.Problèmes imagés.....	99
2.1.3.Problèmes manipulables.....	100
2.2.Résultats aux problèmes.....	101
2.2.1.Comparaison des problèmes 1 (écrit, imagé, manipulable).....	101
2.2.2.Comparaison des problèmes 2 (écrit, imagé, manipulable).....	102
2.2.3.Comparaison des problèmes 3 (écrit, imagé, manipulable).....	103
2.2.4.Comparaison des problèmes 4 (écrit, imagé, manipulable).....	104
2.2.5.Comparaison des problèmes 5 (écrit, imagé, manipulable).....	105
2.2.6.Comparaison des problèmes 8 (écrit, imagé).....	106
2.2.7.Problèmes imagés : n°6, n°7 et n°9.....	106
3.Résultats au Collège.....	107
3.1.Temps de résolution des problèmes :.....	107
3.1.1.Problèmes écrits.....	108
3.1.2.Problèmes imagés.....	108
3.1.3.Problèmes nécessitant une représentation schématique.....	109
3.2.Résultats aux problèmes.....	110
3.2.1.Problèmes écrits.....	110
3.2.2.Problèmes imagés.....	111
3.2.3.Problèmes avec représentation schématique.....	112
Discussion.....	114
1.Résultats.....	115
2.Difficultés - critiques.....	117
3.Analyse des résultats principaux.....	118
3.1.Les types d'énoncé.....	118
3.2.Modalité d'énoncé.....	121
3.3.Place de la question et de l'inconnue.....	123
3.4.Temps de résolution au collège et en primaire.....	125
3.5.Comparaison avec des enfants présentant des troubles du calcul.....	127
3.6.Pistes de rééducation.....	127

Conclusion	129
Bibliographie	133
Annexes	138
Annexe n°1 : Autorisation parentale de consentement de participation à une étude.	139
Annexe 2 : Liste des items de l'E.CO.S.SE.....	140
Annexe n°3 : Problèmes écrits présentés en école primaire.....	142
Annexe n°4 : Problèmes imagés présentés en école primaire.....	144
Annexe n°5 : Problèmes manipulables présentés en école primaire.....	149
Annexe n°6 : Problèmes écrits présentés au Collège.....	152
Annexe n°7 : Problèmes imagés présentés au Collège.....	153
Annexe n°8 : Problèmes présentés au Collège avec demande de représentation d'un schéma.....	156
Annexe n°9 : Tableaux des résultats obtenus à l'épreuve de l'E.CO.S.SE.....	158
Annexe n° 10 : Temps de résolution des problèmes au primaire.....	161
Annexe n°11 : Résultats aux problèmes 1.....	167
Annexe n°12 : Résultats aux problèmes 2.....	169
Annexe n°13 : Résultats aux problèmes 3.....	171
Annexe n°14 : Résultats aux problèmes 4.....	173
Annexe n°15 : Résultats aux problèmes 5.....	175
Annexe n°16 : Résultats aux problèmes 8.....	177
Annexe n°17 : Résultats au problème 6.....	179
Annexe n°18 : Résultats au problème 7.....	181
Annexe n°19 : Résultats au problème 9.....	183
Annexe n° 20 : Temps de résolution des problèmes au collège.....	185
Annexe n° 21 : Résultats des problèmes écrits au collège.....	189
Annexe n° 22 : Résultats des problèmes imagés au collège.....	192
Annexe n° 23 : Résultats des problèmes avec représentation d'un schéma au collège.....	195

Introduction

La théorie de Piaget sur le développement de l'intelligence est une référence dans le domaine mathématique. Il a été le premier à introduire la notion de nombre chez les enfants et à donner un âge d'acquisition des diverses connaissances.

Lorsque Piaget (1967, cité par Ménissier, 2010b) parle de « sujet épistémique », il désigne les caractéristiques communes aux individus d'un même niveau de développement. L'évolution de ce sujet correspond donc au développement des structures de la connaissance.

Il ne réduit pas l'individu à un « sujet psychologique » car, pour lui, la psychologie individuelle n'a rien à voir dans la construction des connaissances.

Selon lui, l'origine de la pensée humaine se construit progressivement lors des contacts entre le sujet et le monde environnant.

Depuis plusieurs décennies, grâce aux progrès techniques (IRM, scanner, ...), certaines de ses hypothèses ont été critiquées et remplacées. Les recherches ont permis d'obtenir de meilleures connaissances de l'enfant et de sa maturation cérébrale.

Pour résoudre un problème mathématique, il est nécessaire que l'enfant en ait compris l'énoncé. C'est de cette compréhension qu'aboutira ou non la solution au problème proposé. Si la solution est fautive, il s'agira alors de trouver la raison de cet échec.

La notion de problèmes mathématiques est difficile à mettre en place chez certains jeunes patients. Bien souvent, on catégorise des enfants comme « nuls » en mathématiques avant même de connaître la cause à leur échec.

L'acquisition du nombre est fonction de chacun des enfants et celle-ci influencera donc les possibles progrès en résolution de problèmes.

Le but de ce mémoire est de comparer comment les enfants résolvent des problèmes mathématiques, selon que l'on s'adresse à des élèves « tout-venant » ou à d'autres avec troubles logicomathématiques. De plus, les données ont été élaborées avec des difficultés variées, des modalités différentes et contiennent un lexique plus ou moins complexe.

Après avoir sélectionné des enfants dans diverses classes, allant du CE2 à la 5^{ème}, une variété importante de problèmes mathématiques leur a été proposée en vue de leur résolution. Il a donc été fait en sorte que ces problèmes fassent travailler tout autant les compétences arithmétiques que les compétences géométriques.

L'analyse des résultats devra permettre de proposer des pistes de rééducations possibles. Mais il ne faut pas oublier que chaque enfant a sa propre personnalité et ses propres difficultés. Comme l'écrit Ménissier (2010c), le thérapeute devra donc « appréhender l'enfant dans sa globalité, dans sa complexité ».

Contexte théorique, buts et hypothèses

1. Le développement de la pensée cognitive selon Piaget.

On ne peut parler de l'acquisition mathématique sans évoquer les recherches de Piaget et de ses collaboratrices (Piaget et Szeminska, 1941; Piaget et Inhelder, 1959).

Piaget soutient que, grâce à ses diverses actions, le sujet construit ses propres connaissances et que les modes d'organisation successifs des opérations intellectuelles, que tout un chacun utilise, fondent les normes logicomathématiques.

Pour Piaget, l'adaptation intellectuelle est achevée lorsqu'il y a un équilibre entre le mécanisme d'assimilation (il y a incorporation d'éléments du milieu à la structure du sujet) et le mécanisme d'accommodation (lorsqu'il y a modification de cette structure selon les modifications du milieu).

Piaget distingue un ensemble d'étapes dans le développement de chaque enfant qu'il va appeler « stade ». Pour lui, chacune de celles-ci résulte de la précédente grâce à un processus intégratif.

1.1. Stade de l'intelligence sensorimotrice (0 – 2 ans).

C'est par sa rencontre avec les expériences quotidiennes que le bébé va élaborer les notions d'objet, d'espace, de temps et ainsi construire son intelligence future.

Dès les premiers mois de vie, l'enfant va élaborer des schèmes d'action, c'est à dire qu'il va prendre ce qu'il y a de commun aux répétitions de ses actions et qu'il va essayer de les généraliser.

Le comportement réflexe du nourrisson sera donc répété en raison d'un résultat intéressant. C'est ce qu'on appelle « la réaction circulaire ».

Entre 1 et 4 mois, l'enfant aura une réaction émotionnelle lors de la disparition de son objet, mais il ne le recherchera pas. C'est la réaction circulaire primaire.

Entre 4 et 8 mois, il commencera à acquérir une coordination entre la vision d'un objet et sa préhension. C'est la réaction circulaire secondaire.

Vers 8-9 mois, il y aura coordination des schèmes secondaires et application de ceux-ci aux situations nouvelles. L'enfant va coordonner intentionnellement certains

schèmes pertinents pour atteindre un but fixé. C'est le début de la permanence objective.

Ensuite, vers 11-12 mois, il va essayer de faire varier les résultats de ses répétitions, c'est la réaction circulaire tertiaire.

Vers 18 mois, il va inventer des moyens nouveaux par combinaison mentale. On est à un carrefour entre l'intelligence pratique et la pensée symbolique. A partir de ce moment, il sera capable de diriger sa recherche par sa représentation mentale.

La fonction symbolique sera acquise chez l'enfant, lorsqu'on observera : l'imitation différée, le jeu symbolique, le dessin, l'image mentale et le langage.

Au cours de ce stade, il peut résoudre des problèmes pratiques au moyen d'actions sensorimotrices et cela même avant l'apparition du langage.

1.2. Stade des opérations concrètes (2 à 11-12 ans).

1.2.1. Intelligence pré opératoire ou symbolique: de 2 à 7 ans.

Au cours de ce stade, la représentation symbolique doit être construite ; l'enfant doit logiquement voir mentalement ce qu'il évoque.

Pendant la période pré – conceptuelle (de 2 à 4 ans), l'enfant acquiert le langage et se construit un système d'images. On verra donc se développer une pensée imagée et entièrement subjective. Il va reconstruire le monde sur le plan représentatif et à partir de lui-même. La pensée de l'enfant repose sur des pré – concepts qui évoquent des réalités particulières et correspondent aux expériences de chacun. Pour sortir de son égocentrisme, l'enfant devra devenir capable de se décentrer.

Entre 5 et 7 ans, il entre dans une période intuitive. Il va affirmer tout le temps sans jamais démontrer. Il a une intelligence pré – logique, il ne raisonne pas et répond intuitivement. Dans cette période, l'enfant va penser ce qu'il va voir et ne va pas dépasser les données de sa perception. Sa pensée est irréversible.

C'est à ce stade qu'apparaît la fonction sémiotique. L'enfant va donc utiliser des signes, des symboles, le langage. Il se produira alors une explosion lexicale.

1.2.2. Intelligence opératoire concrète: de 7 à 11-12 ans.

L'intelligence opère sur le concret sans pouvoir envisager d'hypothèses. On est dans des activités de classement, sériation, dénombrement des objets et connaissance de leurs propriétés (opérations logicomathématiques, pour Piaget).

L'intuition de l'enfant va se transformer en pensée opératoire et réversible.

A partir de 7 ans, l'enfant accède à une conservation de type opératoire qui provoque la reconnaissance de l'équivalence, même s'il y a présence d'une déformation configurale.

1.2.2.1. Les conservations.

Dans « La genèse du nombre chez l'enfant », Piaget (1941) montre que les conservations des quantités « continues et discontinues » ne sont pas, d'emblée, considérées comme constantes par les enfants. Ils peuvent passer par trois étapes successives avant d'aboutir à la conservation : la non conservation, la conservation non assurée ou non généralisée et la conservation affirmée.

Il en est de même pour la mise en place de la correspondance terme à terme : au départ, il n'y aura pas de correspondance ni d'équivalence puis, il y aura correspondance intuitive et enfin, la correspondance opératoire sera affirmée.

L'acquisition de la conservation des diverses propriétés s'effectue selon une chronologie bien définie. Un enfant devient conservant lorsqu'il comprend que quelque chose se conserve lors d'une transformation.

A ce stade, plusieurs types de conservations sont élaborées, celles-ci vont servir d'indice dans l'achèvement de la structure opératoire. Piaget va parler « d'ordre génétique » pour ces opérations infra-logiques.

Il y a tout d'abord conservation physique (de la substance, du poids, du volume physique), puis conservation spatiale (de la longueur, de la surface, du volume spatial), et enfin conservation numérique (de la quantité).

Ces schèmes de conservation s'acquièrent en même temps que vont s'élaborer des structures logicomathématiques de classe, de relation, de nombre.

Selon Sinha et Carabine (1981, cité par Fayol, 1990) : « ... les tâches de conservation sont d'excellents moyens d'analyse du développement de la compétence communicative ».

Pour Inhelder (1963) : « l'activité cognitive de l'enfant devient opératoire à partir du moment où elle acquiert une mobilité telle qu'une transformation perçue par le sujet

dans le monde physique peut être annulée en pensée par une action orientée en sens inverse ».

1.2.2.2. Structure de classification, de sériation et de nombre.

Structure de classification :

Définition :

L'opération de classification nécessite la coordination de la compréhension (définir le critère commun) et de l'extension (envisager l'ensemble des éléments d'une classe). Cette opération mentale implique que la pensée de l'enfant doit extraire les propriétés communes et les coordonner.

On effectue une classification lorsque l'on veut classer des éléments. On groupe alors les objets selon leurs critères communs.

Même si, dans le langage courant, les enfants utilisent les quantificateurs « tous », « quelques », l'acquisition de la structure d'inclusion engendrée par leur relation logique n'est pas acquise avant 8 ans.

Opération de sériation :

Définition :

La sériation est une relation entre des éléments qui consiste à les ranger selon leurs différences ordonnées.

La sériation est une relation d'ordre définie par :

- La réflexivité ou l'anti réflexivité
- L'anti symétrie
- La transitivité.

Piaget relève trois stades dans l'évolution de la relation de sériation chez l'enfant :

Tout d'abord, l'enfant échoue à l'épreuve de sériation;

Ensuite, il réussit par tâtonnements empiriques qui l'obligent à recommencer.

Et enfin, l'enfant réussit. Il peut même intercaler des objets. Pour accéder à ce niveau, il doit avoir acquis une certaine réversibilité de la pensée.

Le nombre :

Définition :

Le nombre est une construction mentale, il se définit par le nombre de quelque chose.

D'un point de vue mathématique, le nombre est un élément d'un ensemble de nombres représentés par un système d'écriture, un système de position.

Avant 7 ans, l'enfant n'accède pas encore à la notion opératoire du nombre. Mais après cet âge, l'utilisation des structures de classification et de sériation lui permettront d'y parvenir.

1.3. Stade de l'intelligence opératoire formelle (11-12 ans à 16 ans).

Piaget (1955) infirme que « Le possible se manifeste simplement sous la forme d'un prolongement du réel ou des actions excentrées sur la réalité », mais qu'au contraire « le réel se subordonne au possible ».

L'enfant arrive à une pensée hypothético – déductive : la déduction logique ne s'effectue plus sur le réel, mais sur des hypothèses. Il peut alors manier les concepts abstraits.

A partir de l'adolescence, les enfants ont la possibilité d'émettre des hypothèses logiques afin de résoudre des problèmes. A l'âge adulte, les expériences vécues complètent sa structure logique grâce à des schèmes plus complexes et à une connaissance augmentée.

2. L'acquisition du nombre.

2.1. Définition.

D'un point de vue ontogénétique, Piaget (1941) a mis en évidence la notion de nombre chez l'enfant. L'évolution de la quantification chez le jeune sujet s'effectue selon le schème suivant :

- Brute : c'est la première quantification de l'enfant.
- Intensive : l'enfant acquiert la notion d'égalité et de différence, la correspondance terme à terme.
- Extensive : l'enfant acquiert la notion d'unité. Il sait ce qu'est un nombre et il va pouvoir l'utiliser.

Le nombre a deux aspects :

- Un aspect cardinal : les éléments sont conçus comme des unités équivalentes les unes aux autres et cependant comme distinctes ; leurs différences existant dans le fait qu'on peut les sérier, les ordonner.
- Un aspect ordinal : il s'agit ici, d'une série dont les termes, tout en se succédant selon une relation d'ordre qui leur assigne leur rang respectif, sont également des unités équivalentes les unes aux autres susceptibles d'être réunies cardinalement.

Les nombres finis sont à la fois ordinaux et cardinaux, ils sont des classes emboîtées dans une relation d'ordre.

Pour Piaget (1941), chez l'enfant, il y a acquisition du concept de nombre vers 6-7 ans car les tâches de conservation, sériation et d'inclusion sont réussies à cet âge.

2.2. Acquisition de la structure de classification.

L'opération de classification nécessite un équilibre entre les processus mentaux de compréhension et d'extension.

Piaget (1959) précise la notion d'appartenance chez l'enfant qui évolue en fonction du développement cognitif de celui-ci :

- L'appartenance schématique : par son activité, l'enfant va constituer des classes.
- L'appartenance partitive : l'enfant va commencer à distinguer une partie d'un objet (partie – tout).
- L'appartenance inclusive : l'enfant comprend l'appartenance à des groupes (ex : les poissons sont des animaux).

Piaget (1959) distingue deux classifications:

- La classification additive: elle est le résultat d'une activité de réunion de sous classes pour former un tout. Il y a addition de critères.
- La classification multiplicative : elle est le résultat d'une opération de classification consistant à envisager plusieurs classifications en même temps dans la réalité.

Classification additive :

2 à 5 ans	5 à 7 ans	Vers 8 ans
<u>Collections figurales :</u>	<u>Collections non figurales :</u>	<u>Inclusions des classes et classifications hiérarchiques :</u>
<ul style="list-style-type: none"> Organise les éléments selon des configurations spatiales : → réalise selon le perçu. Aspect perceptif pour ébaucher un classement. Absence de sens donné aux quantificateurs « tous » et « quelques ». 	<ul style="list-style-type: none"> Perte de la disposition spatiale. Manque de coordination entre les diverses collections et la hiérarchie inclusive. Évolution en plusieurs stades: → petites collections sans critère unique avec résidu, → petites collections sans critère unique sans résidu, → petites collections avec critère unique, → subdivision des collections. Emploi du quantificateur « tous ». 	<ul style="list-style-type: none"> Constitue la classe. <ul style="list-style-type: none"> Regroupe des sous collections en une seule. Divise une seule collection en plusieurs sous ensembles. Peut anticiper le résultat.
⇒ Non coordination de l'extension et de la compréhension.	⇒ Progrès dans la coordination de la compréhension et de l'extension.	⇒ Coordonne l'extension et la compréhension.
<u>Classification</u> : en cours d'acquisition <u>Inclusion</u> : non acquise <u>Sérialion</u> : non acquise	<u>Classification</u> : acquise <u>Inclusion</u> : en cours d'acquisition <u>Sérialion</u> : non acquise	<u>Classification</u> : acquise <u>Inclusion</u> : acquise → Compréhension de l'existence des classes nulles, des classes uniques, → Intégration de la notion de classes complémentaires. <u>Sérialion</u> : acquise

Classification multiplicative :

Dans cette étape, l'enfant doit imaginer que plusieurs classifications peuvent coexister. Il y a plusieurs étapes d'évolution.

- Les collections figurales : l'aspect perceptif prime, l'enfant ne considère les critères que séparément.

- Les classes multiplicatives : l'enfant anticipe et envisage deux ou trois critères simultanément et les coordonne entre eux. Les classes nulles ou avec un critère sont plus difficiles à mettre en place.

Les classes additives et multiplicatives se construisent en même temps ; la même structure opératoire s'applique à un ou à plusieurs critères.

2.3. Acquisition de la notion de sériation.

Dans l'organisation des nombres, la sériation permet de structurer la succession des nombres, de les comparer 2 à 2, de les situer dans la suite ordonnée de 0 à l'infini, de découvrir le procédé pour passer de l'un à l'autre. On peut sérier des objets selon différents critères qui sont de nature perceptive, mais on peut également les sérier de façon temporelle ou quantitative.

Évolution de la structure de sériation :

A ce niveau, l'enfant comprend qu'il y a un ordre pour ranger. Piaget (1941) définit 3 stades :

- L'absence de série.
- La construction de couples ou trios juxtaposés, mais l'enfant ne réussit pas de série ordonnée.
- La réussite en utilisant une méthode opératoire : l'enfant acquiert la notion de réversibilité, il a la capacité d'anticipation. Il peut prendre en compte deux critères à la fois dans le cadre de sériations multiplicatives.

2.4. Conservation du nombre.

Définition:

La structure de conservation est essentielle à toute activité de raisonnement et permet de construire une pensée abstraite et réversible.

Il existe différentes étapes dans la construction de chaque schème de conservation :

- La non conservation : toute déformation de la série à reproduire n'aboutit pas à la conservation.
- La semi conservation : l'enfant va hésiter.

- La conservation confirmée : l'enfant a la possibilité d'anticiper, de revenir en arrière. Selon Piaget (1941), l'enfant arrive à cette logique de conservation vers 7-8 ans, car à cet âge, l'enfant aurait développé une pensée opératoire et logique.

Conservation des quantités numériques :

La correspondance terme à terme permet la mise en place de la conservation des quantités numériques et donc du nombre. A chaque élément d'un premier ensemble, l'enfant doit faire correspondre un élément du deuxième ensemble.

Piaget (1941) définit trois stades dans l'évolution de la correspondance terme à terme :

- Stade 1 : l'enfant construit une ligne identique de jetons sans espacement entre eux, il y a équivalence figurale.
- Stade 2 : l'enfant exerce une correspondance terme à terme qui débouche sur une absence de conservation lorsqu'il y a destruction de la correspondance visuelle.
- Stade 3 : la conservation devient numérique. A ce stade, l'enfant parvient à l'idée opératoire du nombre en s'appuyant sur des structures opératoires: structures logiques de classification, de sériation, de conservation.

Pour Piaget (1941), la pensée opératoire du nombre existe chez l'enfant vers 7-8 ans. C'est donc à cet âge qu'il sera capable de différencier, de classer divers éléments.

2.5. Aptitudes nécessaires à l'acquisition du nombre.

2.5.1. Capacités perceptivo – motrice.

Pour Piaget (1941), les capacités précoces passent par des informations spatiales.

- La perception visuelle qui a un rôle dans la construction de l'espace, dans la mise en place des structures logiques, de classification.
- L'exploration sensori – motrice qui permet les opérations de tris, de rangement, d'appariement, de sériation. L'exploration est tout d'abord globale, puis elle s'affine.

2.5.2. Logique.

La notion de logique évolue chez l'enfant par une décentration. On va vers quelque chose de plus en plus abstrait et qui va utiliser le langage.

La logique a un rôle dans la mise en place des structures logico – mathématiques et des structures à caractère infra logique. Elle permet à l'enfant d'arriver à la notion de permanence de l'objet.

2.5.3. Espace et structuration spatiale.

Évolution de la construction de l'espace : c'est l'étendue qui entoure les objets et la représentation de cette étendue. On peut en distinguer trois formes :

- L'espace topologique ou sensorimoteur : l'enfant n'a pas de représentation de l'espace, il le crée avec ce qu'il a. L'enfant découvre cet espace en considérant les rapports topologiques entre les objets (rapport de voisinage, rapport de séparation, rapport d'ordre, rapport d'entourage, rapport de continuité).
- L'espace projectif : dans cet espace, l'enfant commence à situer les objets par rapport à lui, les uns par rapport aux autres.
- L'espace métrique ou euclidien : l'enfant coordonne les objets entre eux par rapport à un axe de coordonnées stables. Cet espace permet la découverte des formes, des notions d'échelle, de distance, ...

Évolution de la structuration spatiale : c'est la capacité à se situer et s'orienter dans l'environnement, la capacité de situer les objets, de construire un monde réel ou imaginaire.

Selon Piaget et Inhelder (1972), en fonction de son âge, l'enfant, va se situer dans l'espace vécu, dans l'espace perçu ou dans l'espace conçu.

- L'espace vécu est l'espace de l'action et du mouvement. Il correspond au stade du développement moteur (entre 0 et 2 ans), puis à la période pré-opératoire (de 2 ans à 6-7 ans).
- L'espace perçu se situe entre 6 et 11 ans. Dans celui-ci, les espaces euclidien et projectif, dérivés de l'espace topologique, se constituent parallèlement l'un à l'autre. L'enfant va pouvoir expérimenter.

- L'espace conçu se développe généralement à partir de 11 ans. L'enfant va accéder à une logique formelle et l'espace ainsi considéré obéira à des règles précises qui abandonneront l'observation ou la représentation.

Rôle de l'espace dans l'acquisition mathématique : il sert pour la géométrie, les sériations, la lecture et l'écriture des nombres, le calcul,

2.5.4. Temps.

Petit à petit, l'enfant va prendre conscience du déroulement du temps. Il en découlera une décentration progressive.

Évolution de la structuration temporelle : c'est la capacité de percevoir et d'ajuster son action aux diverses composantes du temps, de se situer dans le temps, de s'organiser dans le temps. On parle de temps vécu, de temps perçu.

La succession temporelle qui existe au niveau de la comptine intervient aussi au niveau de l'acquisition des mathématiques : dans la notion de nombre, dans les opérations mathématiques, dans les problèmes, dans le dénombrement.

L'enfant doit comprendre la succession des figures dans le temps.

2.5.5. Le symbolisme et le langage.

Le symbolisme permet d'expliquer les relations absentes. Le langage est l'activité symbolique la plus élevée nécessaire pour accéder à l'abstraction essentielle dans l'apprentissage du calcul.

3. Critiques de Piaget.

3.1. Critique de la notion de stade.

Selon Meljac (1991), l'acquisition des compétences mathématiques va se faire sur des bases hiérarchiques, alors que d'autres se feront davantage de façon interdépendante les unes par rapport aux autres.

L'enfant a la capacité d'inhiber tout ce qui lui vient au niveau perceptif. Les acquisitions logiques peuvent être très différentes d'un enfant à un autre.

Houdé (2005) critique, lui aussi, le « modèle de l'escalier » de Piaget car la nouvelle psychologie de l'enfant a montré que des bébés étaient dotés de capacités

cognitives complexes, de connaissances logiques et mathématiques. Il affirme que le développement de l'intelligence est parsemé d'erreurs de logique et de biais perceptifs et que, de plus, elle n'évolue pas de façon linéaire mais avec des retours en arrière.

3.2. Existence de compétences précoces du bébé.

Il existe des compétences précoces du bébé que Piaget a ignorées : les compétences au niveau du regard (le bébé regarderait plus longtemps un événement impossible), il perçoit la régularité – l'irrégularité, l'égalité – la différence.

De récentes recherches en psychologie ont montré que les bébés pouvaient discriminer des quantités au moins égales à 3 ; qu'ils étaient capables d'apparier des collections selon leur taille; qu'il leur était possible de manipuler des quantités. Le bébé posséderait donc un sens du nombre qui est antérieur à l'âge du langage, c'est à dire qui serait acquis avant 2 ans.

3.3. Rôle du milieu social et environnemental :

Piaget relève peu de différences d'un enfant à l'autre, alors que le milieu social dans lequel il est baigné joue un rôle primordial sur ses propres connaissances. L'enfant peut obtenir un bénéfice positif des confrontations sociales qu'il peut avoir avec ses semblables s'il possède un certain niveau de potentiel cognitif. L'intelligence de l'enfant résulte de son interaction avec le monde extérieur mais aussi grâce aux échanges sociaux qu'il a avec celui-ci.

3.4. Apport du langage :

Dans son ouvrage « La genèse du nombre chez l'enfant », Piaget (1941) voulait montrer que la construction de la notion de nombre ne dépendait pas du langage mais des aspects opératifs (c'est-à-dire relatif aux actions de tous les niveaux et aux opérations) de la pensée.

Il a donc sous estimé le rôle du langage lors de la construction des premières habiletés numériques. Selon lui, les habiletés arithmétiques des enfants, concernant l'addition et la soustraction, dérivent de leurs habiletés du dénombrement.

Piaget bannissait la comptine numérique alors qu'actuellement elle est très utilisée pour l'apprentissage du nombre à l'école.

Le langage aide à la fonction symbolique. L'enfant va élaborer des images mentales qui lui sont propres et les associer à des images sonores qui vont ensuite lui permettre d'obtenir une image conceptuelle.

Pour Ménissier (2010c), Piaget a donné une mauvaise interprétation aux réponses de l'enfant car celui-ci n'a peut être pas posé les bonnes questions. Mais comment savoir si la question que l'on pose est compréhensible pour l'enfant?

3.5. Le nombre comme outil « cognitif ».

Piaget a fondé le nombre sur la logique. Or de récents travaux (Tollesfrud-Anderson et al., 1991, cité par Bideaud et al, 1991) montrent que les jeunes enfants possèdent très tôt la notion de nombre mais que la notion logique du nombre n'apparaît pas avant l'âge de 8 ans.

Houdé (2005) a démontré, avec son équipe, que ce n'est pas le nombre qui pose problème aux enfants, mais la capacité à inhiber la stratégie perceptive inadéquate. Au niveau cérébral, ce sera sans doute, le cortex préfrontal qui sélectionnera certaines connaissances au profit d'autres, et ainsi permettra à l'enfant de se développer.

4. Construction du nombre.

Définition:

Du point de vue mathématique, le nombre est un élément d'un ensemble de nombres. Ce dernier est représenté par un système d'écriture organisé en sous-ensemble (les entiers naturels, les entiers relatifs, les rationnels, les réels et les complexes).

Le système numérique français est très complexe. Camos, dans « la cognition mathématique chez l'enfant » (2006) montre que ce système repose sur une lexicalisation pour les nombres allant de 0 jusque 16 (on associe à une cardinalité une dénomination et une seule); puis sur une syntaxe codant des relations additives

(de 17 jusqu'à 69) et sur une autre codant des relations multiplicatives (valable pour le nombre 80 et les multiples des centaines, des milliers, ...).

Les deux dernières syntaxes s'associant pour encore accroître la difficulté (s'agissant ici de la suite des nombres de 81 à 99).

La double façon de les décomposer ajoute de l'ambiguïté pour les enfants ne maîtrisant pas la suite orale et écrite des nombres.

Par exemple: $87 = 80 + 7$ ou $[4 \times 20] + 7$

4.1. Acquisition de la chaîne numérique verbale.

Dans « L'enfant et le nombre », Fayol (1990) reprend l'étude de Deloche et Seron (1987, cité par Fayol, 1990) qui ont mis en évidence que le lexique des mots-nombres était limité et s'organisait ainsi :

Trois classes ordonnées :

les unités de un à neuf;

les particuliers de onze à seize;

les dizaines de dix à soixante. En Belgique et en Suisse, on leur ajoute septante et nonante.

Deux classes non ordonnées :

les multiplicateurs : cent, mille, million, ...

les autres : et, zéro.

On remarque que les unités ont chacune des noms bien spécifiques, que les particuliers et les dizaines sont des formes contractées d'un radical correspondant à l'unité de même rang et qu'en plus, il y a ajout du suffixe « ze » pour les particuliers, et du suffixe « a(e)nte » pour les dizaines.

Très tôt, l'enfant utilise la suite numérique. La syntaxe permet de construire tous les nombres. Il y a des combinaisons de type additif, multiplicatif et mixte.

Avant 99, on trouve surtout des règles additives : seul « quatre-vingts » correspond à une combinaison multiplicative. A partir de 100, la juxtaposition peut correspondre tantôt à une logique additive (ex : cent trente-cinq), tantôt à une logique multiplicative (ex: six cents), tantôt à une combinaison des deux (ex: trois mille deux cent quarante-deux).

La chaîne numérique verbale est acquise chez l'enfant entre 2 et 6 ans, mais elle varie beaucoup d'un enfant à l'autre.

La construction de la suite numérique verbale se fait en 3 étapes :

- Conventiionnelle et stable : les premiers éléments du début reviennent toujours et correspondent à ce que produisent les adultes.
- Non conventiionnelle et stable : la séquence se reproduit à l'identique d'un essai à l'autre.
- Non conventiionnelle et non stable : la séquence change d'un essai à l'autre, mais sans être entièrement aléatoire.

Pour Fuson et al. (1982), la classification de la suite numérique verbale s'effectue en 4 étapes :

- **Au niveau du chapelet** : l'enfant apprend « par cœur » une totalité unique. A ce niveau, les enfants n'ont pas encore de représentation sémantique. Ici, le mot-nombre signifie la configuration.
- **Au niveau de la chaîne insécable** : les mots sont individualisés, mais l'enfant ne peut compter à partir d'un nombre quelconque. Il va repartir de un à chaque comptage. Le mot-nombre signifie le comptage.
- **Au niveau de la chaîne sécable** : l'enfant peut compter à partir de n'importe quel nombre, quel qu'en soit le point de départ. A ce niveau, il y a développement de la flexibilité dans l'emploi de la suite numérique.
- **Au niveau de la chaîne terminale** : les mots-nombres sont individualisés totalement, l'enfant peut les dénombrer. Il pourra alors résoudre des tâches impliquant des additions et des soustractions.

Fayol, dans « L'enfant et le nombre » (1990) se demande si les diverses recherches sur la chaîne numérique ne montreraient pas un lien entre la résolution de problèmes additifs et soustractifs et les procédures mobilisables dans la chaîne verbale.

Il faut aussi soulever le problème de l'acquisition de la chaîne écrite car le transcodage n'est pas chose facile pour les enfants.

4.2. Processus de quantification.

Les processus de quantification déterminent la numérosité d'un ensemble d'objets. Trois processus en sont distingués :

Le dénombrement : c'est un processus de quantification essentiel pour pouvoir quantifier, il permet de développer le concept de nombre.

Pour Camos (2006), le dénombrement est une correspondance terme à terme des éléments d'une collection avec les éléments de la suite conventionnelle des noms de nombres. Il permet d'assigner une valeur numérique à la collection et d'en effectuer la comparaison.

Gallistel et Gelman (1978) ont mis en évidence des capacités indispensables : les enfants possèdent 5 principes innés du comptage :

- Le principe de correspondance terme à terme : chaque élément de la collection à dénombrer est associé à un mot-nombre et à un seul.
- Le principe d'ordre stable : la liste des mots-nombres constitue une liste ordonnée à chaque comptage.
- Le principe de cardinalité : le mot-nombre utilisé pour désigner le dernier élément d'une collection représente le cardinal de celle-ci.
- Le principe d'abstraction : l'hétérogénéité des éléments n'a pas d'impact sur leur dénombrement.
- Le principe de non pertinence de l'ordre : l'ordre dans lequel sont dénombrés les éléments n'influence pas le cardinal de la collection, pourvu que le principe de correspondance terme à terme soit respecté.

Pour qu'il y ait dénombrement, l'enfant doit mettre en œuvre :

- Le pointage des objets;
- L'énonciation des mots-nombres;
- La coordination et la synchronisation des deux.

Cependant, il convient de faire très attention, car même si les enfants répètent le dernier mot-nombre énoncé, ils n'ont pas forcément accès au principe de cardinalité, ils peuvent vouloir imiter l'adulte.

Des études plus récentes (Benoît et al, 2004, cité par Camos, 2006) montrent que la cardinalité ne serait acquise qu'avec le subitizing et non avec le dénombrement.

Le subitizing : c'est un processus perceptif de quantification rapide et sûr qui permet d'appréhender des petites quantités (inférieures à 4-5 éléments). Le nombre ne permet pas de quantifier. L'enfant apprend à nommer plutôt qu'à quantifier.

Selon Gelman et Gallistel (1978), le subitizing serait une forme primitive de dénombrement.

D'autres auteurs pensent que le subitizing relèverait plus d'un processus d'estimation.

L'estimation : il s'agit d'une évaluation globale et rapide de la taille d'un ensemble.

Pour Camos (2006), la numérosité serait évaluée par une simple relation entre des quantités physiques (le produit de l'aire visuelle par la densité des objets).

Camos (2006) prouve qu'il est important pour les apprentissages mathématiques que la chaîne numérique verbale et les processus de quantification soient bien acquis par les enfants. C'est à partir de leurs habiletés de dénombrement que ceux-ci trouveront des stratégies lors des résolutions d'opérations arithmétiques.

4.3. Relation entre comptage et cardinalité, chez les enfants de 2 à 8 ans.

D'après Fuson dans « Les chemins du nombre » (1991), les enfants utilisent et comprennent progressivement les mots-nombres dans 7 contextes différents :

⇒ Trois relèvent des mathématiques :

- Le contexte cardinal : le mot-nombre fait référence à la totalité d'un ensemble d'entités discrètes. L'enfant pourra utiliser le comptage digital.
- Le contexte ordinal : le mot-nombre fait référence à un élément au sein d'une collection d'éléments ordonnés et décrit la position relative de cet élément.
- Le contexte de mesure : le mot-nombre réfère à une quantité continue et indique combien d'unités lui correspondent.

⇒ Quatre renvoient aux outils culturels :

- Le contexte de séquence : il s'agit de la récitation ordonnée des mots-nombres.
- Le contexte de dénombrement : les mots-nombres sont mis en correspondance un à un avec des éléments.
- Le contexte symbolique : il y a émission d'un mot-nombre isolé, sans autre renseignement.

- Le contexte non numérique : il s'agit de numéros mémorisés tels que : les numéros de téléphone, les lignes d'autobus, les codes postaux, ...

Le comptage joue un rôle important dans la construction du nombre, mais il ne suffit pas à fonder la compréhension du nombre. Lorsqu'il y a transformation, la pensée opératoire va bien au-delà du comptage et de l'appariement.

4.4. Émergence des outils mathématiques.

Additions et soustractions :

Siegler (1987, cité par Barrouillet, 2006) a travaillé sur les opérations, il a essayé de mettre en place des stratégies dans les résolutions d'opérations chez l'enfant. Il a trouvé 5 stratégies pour l'addition :

- La manipulation et le comptage d'objets.
- Le comptage sur les doigts.
- Le comptage verbal.
- La décomposition.
- La récupération directe du résultat en mémoire.

Il a également mis en évidence des stratégies équivalentes pour les soustractions : séparer de, ajouter à partir de, apparié, comptage inverse.

Il a été démontré que vers 4-5 ans, l'enfant pouvait utiliser le comptage verbal, mais qu'il avait également recours au comptage sur les doigts.

Multiplications et divisions :

Pour les multiplications, les recherches ne montrent pas qu'il y a des procédures de comptage comme pour les additions et les soustractions. Les multiplications simples sont apprises « par cœur » grâce aux tables et la récupération du résultat se fait directement en mémoire. Certaines tables de multiplication sont mieux maîtrisées que d'autres (par exemple : la table du 2 et celle du 5), ceci relève du lien étroit que les enfants font entre l'addition et la multiplication.

De récentes études montrent que la résolution de la division s'appuie sur le recours à la multiplication (Campbell, 1997, cité par Barrouillet, 2006).

Résolutions de problèmes :

Pour comprendre un problème, il faut s'en construire une représentation soit par particularisation d'un schéma, soit par construction d'une représentation de la situation.

La formulation, la modalité de présentation, le type de problème ont un impact sur les enfants.

Pour arriver à la notion de problème et aux premiers outils mathématiques, l'enfant devra mettre en place la chaîne numérique verbale.

4.5. Le concept de nombre :

Pour Vergnaud (1991a), dans « Les chemins du nombre », le concept de nombre est soutenu par deux idées principales :

Le cardinal (il mesure des quantités discrètes),

L'addition (elle donne au nombre des propriétés distinctives).

Dans la construction du concept de nombre, deux critères sont importants :

La cardinalisation (quand les enfants répètent le dernier mot-nombre dans un dénombrement, quand ils sont capables de répondre à la question « Combien? », sans recompter).

L'acquisition de la théorie de la mesure ($\text{Card } A \cup B = \text{Card } A + \text{Card } B$).

Ce théorème est vérifié lorsque les enfants ne recomptent pas le tout ($A \cup B$) après avoir compté chaque partie (A et B), c'est à dire s'ils comptent en avant à partir du cardinal de la première collection, autant de pas qu'il y a d'éléments dans la deuxième collection.

Vergnaud (1991a) va donc établir un schéma type d'addition : dans ce cas, l'enfant va faire l'union et compter le tout, compter chacune des parties et opérer sur les nombres trouvés ($\text{Card } A \cup B$).

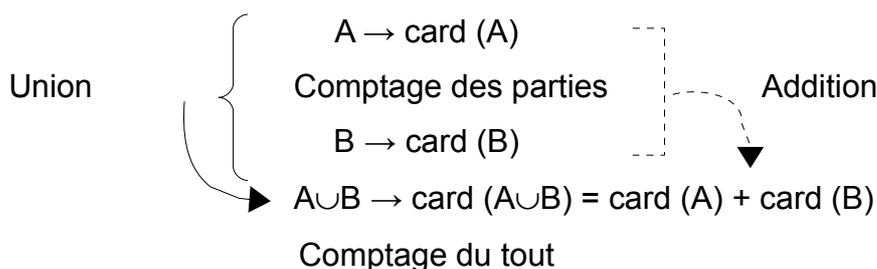


Figure 1 : Schéma type d'addition selon Vergnaud.

Pour Vergnaud (1991a), la construction d'un homomorphisme est un puissant moyen d'enrichissement des connaissances.

Cependant, un autre prototype d'addition a été mis en évidence par d'autres chercheurs dont Gelman et Gallistel (1978). Ils utilisent des situations diachroniques où l'addition est conçue comme une quantité qui s'accroît.

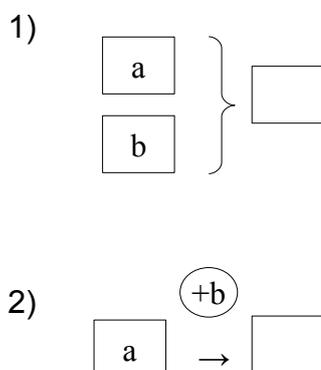


Figure 2 : Schéma prototype de l'addition selon Gelman et Gallistel

La soustraction, elle, est conçue au départ comme une quantité qui décroît.

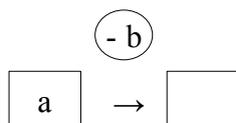


Figure 3 : Schéma prototype de la soustraction selon Gelman et Gallistel

Ces schémas montrent que l'enfant peut, très tôt, être confronté aux transformations positives ou négatives. Mais ce n'est que vers l'âge de 6-7 ans, en se retrouvant face à des situations, qu'ils devront utiliser des combinaisons de transformations. Celles-ci se retrouveront dès lors que les enfants résoudre des problèmes mathématiques.

5. Les problèmes.

Les problèmes tiennent une place très importante dans la vie quotidienne. Nous sommes sans cesse confrontés à des énoncés à caractère mathématique.

Ex : J'ai deux frères et une sœur.

Il est cinq heures et quart.

Afin de résoudre un problème mathématique ou tout autre type de problème, il est primordial de bien lire et de comprendre l'énoncé. Celui-ci comporte, en général, des nombres et implique ou non, un calcul menant à une résolution.

Lorsque l'on parle de problème arithmétique, il ne faut pas oublier que le langage y joue un rôle primordial. Dans un énoncé, l'auteur utilise des mots du langage et souhaite que l'enfant trouve la solution demandée en mettant en place des procédures (cognition). Pour comprendre ce problème, l'enfant devra mettre en relation les données contenues dans l'énoncé de celui-ci.

A l'heure actuelle, les problèmes font partie intégrante des apprentissages scolaires et sont également prônés lors des évaluations. Ils doivent permettre de développer les compétences logiques et raisonnées de l'enfant.

5.1. Définitions.

- Dictionnaire d'Orthophonie (2004) :

Problème : question à résoudre par des méthodes logiques et rationnelles, dans le domaine scientifique, à partir de données qui constituent l'énoncé du problème.

- Dictionnaire Hachette (1991) :

Problème : exercice scolaire consistant à répondre à une question posée d'après un ensemble de données, dans une science.

- Stella Baruk (1992) :

Problème : question à résoudre à partir d'un certain nombre de données qui en constituent l'énoncé, et dont le but est sa résolution.

- Michelle Bacquet et al. (1996) :

Pour cette orthophoniste, le problème doit permettre à l'enfant de transmettre des connaissances, d'apprendre à raisonner, de permettre l'évaluation.

Bacquet, dans « Le tour du problème » (1996), définit les objectifs du problème comme devant permettre :

- l'application de connaissances théoriques;

- l'acquisition de mécanismes;
- la découverte;
- le contrôle du niveau logicomathématique;
- le développement de l'esprit de recherche.

L'enfant devra donc bénéficier d'un stock lexical assez solide, d'une bonne maîtrise logique, d'un registre de langue assez élaboré s'il veut résoudre correctement des problèmes mathématiques.

5.2. Caractéristiques des problèmes.

Dans « Le tour du problème » (Bacquet et al, 1996), Decour nous fournit une composition du problème comportant diverses caractéristiques:

- Le contexte : souvent le problème est lié au contexte scolaire. Ici, seront notés les personnages, le lieu, l'histoire,...
- Le schéma général : un problème est présenté de façon courte, aérée, illustrée. Puis une mise en situation est proposée pour aider à la résolution, il peut s'agir de petites histoires. Les enfants ont besoin de leur implicite culturel afin de décortiquer au mieux le problème.
- La question finale : elle décide du choix de la solution et de la forme de la réponse.

La place de la question dans l'énoncé est très importante. Elle influence la résolution du problème : ainsi si la question est posée en tête d'énoncé, les résultats sont meilleurs.

- Les données numériques : elles sont transcrites en chiffres et servent aux calculs.
- Le lexique : l'enfant doit faire attention à tous les mots et verbes contenus dans l'énoncé. Le lexique, utilisé en mathématique, est différent de celui utilisé dans le langage courant (ex : « et » perd sa valeur discursive pour devenir un indice d'addition)
- La syntaxe : dans un énoncé de problème, l'auteur utilise une phrase par idée, il n'y a pas de redondance et peu de connecteurs.
- Le temps : le déroulement temporel du langage courant est l'inverse du déroulement temporel de la pensée logique. A l'intérieur d'un problème,

les actions ont leur propre chronologie : l'ordre d'énonciation des actions peut être différent de la chronologie de ces actions.

➤ La logique : il peut exister trois aspects logiques différents dans un énoncé :

- La logique de la langue, qui est soumise à des mouvements discursifs;
- La logique des propositions;
- La logique opératoire, qui permet de déduire des opérations suite à la compréhension des enchaînements du texte.

➤ Les symboles : ils ont une place prépondérante en mathématique.

L'élève devra découvrir ce nouveau langage symbolique.

Les énoncés écrits des problèmes peuvent se présenter sous la forme :

D'un texte injonctif : la demande d'action ou de réponse est formulée : la consigne peut être un ordre ou une question.

D'écrits informatifs, narratifs ou descriptifs sur des supports divers.

5.3. Compétences en mathématique à l'école.

Lors de son parcours scolaire, l'enfant doit acquérir des compétences dans la résolution de problèmes.

Dans le BO n°0 du 20 février 2008 (Ministère de l'éducation nationale, 2008a), les enfants, à la fin du cycle 3, doivent être capables :

- De résoudre des problèmes relevant des quatre opérations et faisant intervenir divers objets mathématiques : nombres, mesures, schémas, figures géométriques.
- D'organiser des informations numériques ou géométriques, de justifier et d'apprécier la vraisemblance du résultat.
- De lire, d'interpréter et de construire des représentations.

Le BO n°6 du 28 août 2008 (Ministère de l'éducation nationale, 2008b), concernant le programme mathématique au Collège, nous fournit les objectifs suivants pour la résolution de problèmes :

Pour les élèves de 6^{ème} :

- Mettre en place les principaux raisonnements qui permettent de reconnaître et traiter les situations de proportionnalité,

- Initier les élèves à l'utilisation et à l'interprétation de données sous diverses formes (tableaux, graphiques...).
- Consolider le sens des opérations, développer le calcul mental, le calcul à la main et l'utilisation raisonnée des calculatrices, conforter et étendre la connaissance des nombres décimaux,
- Savoir choisir l'écriture appropriée d'un nombre suivant la situation, choisir une unité appropriée.
- Percevoir l'ordre de grandeur d'un nombre.
- Compléter leur connaissance des propriétés des figures planes et des solides.
- Maîtriser des techniques de construction.

Pour les élèves de 5^{ème}, les objectifs sont les mêmes qu'en classe de 6^{ème} mais ils se trouvent renforcés.

Les problèmes doivent amener l'enfant à utiliser ses connaissances, à mieux comprendre le fonctionnement du nombre. Il est donc recommandé d'appliquer les problèmes à la vie réelle du sujet. Il est normalement plus facile de résoudre un problème qui est proche du vécu de l'enfant qu'un problème qui s'en éloigne et dont il ne verrait pas l'intérêt.

Malgré cela, la résolution de problème reste très difficile pour certains enfants. Nous allons donc mener notre étude sur les facteurs qui entrent en jeu dans la compréhension du problème et sur les façons de résoudre ces problèmes ceci afin d'élucider les raisons de l'échec des enfants.

5.4. Résoudre un problème mathématique.

Toute résolution de problèmes nécessite l'intervention de la compréhension de son énoncé, qui se fait :

- A partir des caractéristiques du texte : le vocabulaire, les formes syntaxiques et lexicales, la structure grammaticale complexe (sachant que ...), la progression de l'information, les organisateurs logiques et temporels.
- A partir des connaissances du lecteur.
- Par la construction ou la modification d'un modèle mathématique.

5.4.1. Étapes indispensables lors de la résolution de problèmes.

La résolution de problèmes mathématiques nécessite la mise en place d'étapes importantes par lesquelles chaque enfant va passer :

- La traduction du problème qui permet de voir si l'enfant a bien compris le texte. Cette traduction dépend des connaissances acquises par l'enfant. A-t-il bien compris le vocabulaire? L'organisation du texte est-elle bien maîtrisée? A-t-il correctement cerné la question?

Souvent, afin d'aider l'enfant dans sa résolution de problèmes, les adultes lui conseillent de représenter celui-ci sous la forme d'un schéma. L'activation et l'élaboration de ce schéma permettent une meilleure intégration des informations et aident à la mise en œuvre de sa résolution.

- L'intégration du problème : l'enfant devra bénéficier d'une bonne représentation mentale qui lui permettra de pouvoir identifier la nature de l'inconnue et de trouver les informations pertinentes.

- La planification des actions : l'enfant devra faire des hypothèses, hiérarchiser les étapes. Il aura à anticiper.

- L'exécution des calculs : lorsque l'enfant aura choisi sa stratégie, il devra trouver la solution en exécutant le calcul adapté. L'action permettra la mise en œuvre de connaissances opératoires.

L'enfant devra donc :

Lire l'énoncé et lui donner du sens : ce qui sous-entend de sa part qu'il doit posséder une certaine maîtrise de la langue orale et écrite mais aussi posséder un bon niveau de décodage, un lexique suffisant et une bonne analyse des éléments de l'énoncé.

Avoir des compétences mathématiques : c'est à dire disposer de notions et d'outils mathématiques adéquats et les utiliser.

Avoir des compétences transversales : réaliser le passage d'informations grâce à des reformulations orales ou écrites.

Lors des résolutions de problèmes, l'enseignant ou le thérapeute devra essayer de comprendre le raisonnement de l'enfant, sa démarche, son cheminement. Certains enfants seront plus méthodiques et donc plus lents, alors que d'autres abandonneront dès la présentation de l'énoncé. Pour certains enfants en difficulté,

une formulation plus explicite de l'énoncé, un déplacement de la question permettront une meilleure compréhension de celui-ci.

5.4.2. Facteurs entrant en jeu lors de la résolution de problèmes.

De nombreux facteurs entrent en jeu lors de la résolution de problèmes, tels que :

5.4.2.1. Les modalités de présentation.

Ces diverses présentations (texte, schéma, dessin, ...) doivent plus ou moins aider l'enfant dans sa résolution.

Le matériel manipulable doit améliorer les performances en résolution, essentiellement pour les problèmes de type additif. Cette représentation soulage la mémoire de travail qui est alors disponible pour traiter les informations, planifier les actions, exécuter le calcul.

Lorsque l'énoncé est partiellement imagé ou imagé en totalité, cette illustration permettra de faciliter le traitement sémantique des données, soulagera la charge cognitive.

Les énoncés totalement écrits sont, en général, les plus difficilement résolus par les enfants ayant des difficultés de compréhension. Ils élaboreront, pour ceux-ci, des représentations différentes qui augmenteront leur charge cognitive.

5.4.2.2. La formulation.

Selon la formulation des énoncés, les enfants auront plus ou moins de difficulté à résoudre les problèmes.

Les énoncés respectant la chronologie, les problèmes à état final inconnu seront plus facilement accessibles que les problèmes où l'inconnu est l'état initial.

Des modifications, portant sur la formulation lexicale des énoncés, entraînent des différences au niveau des performances.

La place de la question joue donc un rôle primordial:

- Les questions placées en tête d'énoncé améliorent les performances à tous les types de problèmes.
- Les questions placées en fin d'énoncé diminuent les performances car les enfants vont rechercher une inconnue finale. Ils tenteront de simplifier l'énoncé et donc échoueront lors de la traduction de celui-ci.

Systématiquement, quand il y a des transformations, les performances sont, là aussi, variables. Le placement de la transformation avant la mention de l'état doit améliorer les performances de l'enfant. Les problèmes dont les transformations et la question sont posées en début d'énoncé permettent d'augmenter la réussite des sujets.

Selon De Corte et Verschaffel (1987, cité par Fayol, 1990), « la mise en actes » des données par le sujet s'effectue selon l'ordre de présentation de celles-ci mais aussi selon la structure sémantique sous-jacente.

Il serait alors intéressant de reformuler les énoncés de problèmes de façon plus explicite afin que les enfants en aient une meilleure compréhension et ainsi obtiennent de meilleurs résultats.

5.4.2.3. La mémoire.

Elle permet le maintien des résultats intermédiaires.

Selon la modalité de présentation du problème, la mémoire sera utilisée de façon plus ou moins intensive. Moins elle est chargée cognitivement, plus elle sera efficace.

5.4.2.4. La représentation associée au problème.

Le schéma que peut produire l'enfant provient d'un ensemble de connaissances abstraites qui sont déjà structurées dans sa mémoire. Ces schémas vont donc évoluer selon les situations rencontrées par le sujet.

La théorie des schémas proposée par Kintsch et Greeno (1985 cité par Coquin et al, 2006) montre que, pour chaque problème, le sujet sélectionne un « schéma » qui correspond à l'organisation relationnelle des données. Ceci va lui permettre ensuite de résoudre le problème. Cette théorie permet d'expliquer que, lorsque la question est placée en tête d'énoncé, le sujet active directement le schéma correct et effectue ainsi rapidement les calculs.

Cependant, si le schéma adéquat n'est pas trouvé, le sujet aura alors recourt à une autre représentation, celle du « modèle mental » (Staub et Reusser, 1995, cité par Coquin et al, 2006). Ce modèle renvoie à une représentation de la situation, il prend en compte la façon dont les événements se sont déroulés. Il est apparu lors de récentes recherches que des changements infimes dans la formulation d'un

problème pouvaient donner lieu à des stratégies de résolution très différentes. Ces auteurs concluent que pour résoudre un problème arithmétique, les sujets doivent activer un schéma stocké en mémoire et bénéficier d'une représentation d'un modèle mental.

5.4.2.5. Difficulté des calculs.

La lecture d'un énoncé de problème implique généralement la mise en œuvre d'une opération arithmétique. La difficulté réside alors dans le fait que certains enfants n'arrivent pas à trouver les opérations à effectuer et n'accèdent pas aux calculs.

Certains enfants ne posent pas correctement les opérations. Ils alignent mal les nombres (par exemple, lors d'additions où le chiffre des dizaines du premier nombre est placé au dessus du chiffre des centaines du second).

5.4.2.6. Présence de mots inducteurs d'une opération.

Chaque problème présente de façon plus ou moins implicite l'opération à effectuer par l'enfant. L'emploi de termes comme « et », « ôter », « fois », ... sont autant de mots difficiles d'accès pour certains enfants.

5.4.2.7. Taille et configuration des nombres.

Plus les nombres présents dans le problème seront élevés, plus la résolution de celui-ci sera difficile car le calcul sera d'autant plus complexifié. Il en est de même pour les nombres décimaux par rapport aux nombres entiers.

5.4.2.8. Influence de l'environnement et du sujet.

Cette influence viendra du milieu social et culturel dans lequel l'enfant évolue. Les caractéristiques propres au sujet influencent aussi la résolution de problèmes. Selon la charge cognitive qu'il peut mettre en œuvre, il aura alors plus de difficultés.

5.4.2.9. Le terme « problème mathématique ».

Certains enfants sont décontenancés lorsque l'enseignant emploie le terme de « problème mathématique à résoudre ». De ce fait, généralement et volontairement le terme « problème » sera remplacé par « énigme à trouver ». Cette appellation est

moins traumatisante pour les enfants, que ceux-ci éprouvent des difficultés ou non. Il est plus intéressant de passer pour un détective dans une recherche d'indices que de rester un enfant en quête d'une opération à calculer.

Tous ces facteurs ont une grande influence sur la compréhension du problème ou sur la mise en place d'une action destinée à le résoudre. Selon la façon dont l'enfant perçoit ce qu'il a lu, ce qu'il a vu, ce qu'il a compris, la solution du problème pourra être bien différente d'un enfant à l'autre.

Les données recueillies montrent que l'influence de la sémantique et de la formulation des problèmes s'exerce par le biais de la représentation que l'enfant construit. Il va donc élaborer un « modèle mental » de la situation écrite.

5.5. Classification sémantique des problèmes.

5.5.1. Problèmes à structure additive.

Il existe différents types de problèmes additifs, mais Fayol, dans « L'enfant et le nombre » (1990), nous en présente deux différents.

5.5.1.1. Classification de Riley et al. (1983).

La classification la plus complète concernant ce type de problème est celle de Riley, Greeno et Heller (1983, cité par Fayol, 1990). Ces auteurs ont pris en compte les relations sémantiques mais aussi l'opération mise en jeu et l'identité de l'élément inconnu. Ils dégagent trois grands ensembles de problèmes représentés dans les tableaux suivants :

Types de problèmes	Inconnue
Les problèmes type « changement », qui impliquent au moins une transformation temporelle appliquée à un état initial et aboutissant à un état final.	L'état final
	La transformation additive ou soustractive
	L'état initial
Les problèmes type « combinaison », qui concernent des situations statiques et non des transformations.	Le total
	L'état initial
Les problèmes type « comparaison », qui comparent des situations statiques à l'aide de formules : plus de / moins de.	L'état final
	La transformation
	L'état initial

Les problèmes type « égalisation », qui sont un intermédiaire entre les problèmes de type changement et ceux de type comparaison.	
---	--

Tableau 1 : Catégorisation des problèmes selon Riley, Greeno et Heller (1983)

La validité de cette classification a été vérifiée car des problèmes de même type donnent lieu à des réussites décalées dans le temps : les problèmes à comparaison et ceux dont l'inconnue est l'état initial sont plus complexes à résoudre.

Comme Riley et al. (1983, cité par Coquin, 2006), De Corte et Verschaffel (1991, cité par Coquin, 2006) ont montré que les problèmes nécessitant la même opération arithmétique mais appartenant à des catégories sémantiques différentes sont de niveaux de difficultés différentes. Les sujets sont donc influencés par le type de problème et la localisation de l'inconnue.

5.5.1.2. Classification de Vergnaud (1982).

Vergnaud (1982, cité par Fayol, 1990) a, quant à lui, proposé une classification conceptuelle, qui ne considère ni l'action, ni l'opération à effectuer. Il distingue donc :

- Le calcul arithmétique qui renvoie aux opérations arithmétiques.
- Le calcul relationnel qui nécessite des opérations de pensée. Il y a deux aspects importants dans ce calcul : le fait de composer des relations et de saisir la réciproque d'une relation.

En ne considérant que le calcul relationnel, Vergnaud isole six catégories de relations selon trois types principaux de concepts : la mesure, les transformations temporelles et les relations statistiques.

Le tableau ci-dessous répertorie les catégories ainsi que les sous-classes correspondantes.

Types de problèmes	Sous classes
Composition de 2 mesures : $\left. \begin{array}{l} a \\ b \end{array} \right\} c \rightarrow a + b = c$	X a 6 billes. Y a 4 billes. Ils ont ensemble 10 billes. Les enfants pourront choisir entre une addition ou une soustraction.
Transformation reliant 2 mesures : état-transformation- état. Problème type « changement ». $\begin{array}{ccc} & \text{c} & \\ & \circ & \\ a & \rightarrow & b \end{array}$	X avait 17 billes. Il en a perdu 4. Il en a maintenant 13. Les enfants pourront choisir entre une addition ou une soustraction.

Relation statique entre 2 mesures : état-relation-état. Problème type « comparaison ».	X a 8 billes. Il a 5 billes de plus que Y. Y a 3 billes.
Composition de 2 transformations. $\square \xrightarrow{a} \square \xrightarrow{b} \square$	X a gagné 6 billes. Puis il a perdu 9 billes. En tout, il a perdu 3 billes.
Transformation entre 2 relations statiques.	X devait 6 billes à Y. Il lui en donne 4. X doit encore 2 billes à Y.
Composition de 2 relations statiques.	X a 7 billes de plus que Y. Y a 3 billes de moins que Z. X a 4 billes de plus que Z.

Tableau 2 : Catégorisation des problèmes selon Vergnaud (1982)

5.5.1.3. Procédures de résolution.

Ces diverses procédures sont extraites de « L'enfant et le nombre » de Fayol (1990). Il s'est appuyé sur les travaux de Carpenter (1985, cité par Fayol, 1990) et de Carpenter et Moser (1983, cité par Fayol, 1990) pour établir ces tableaux.

5.5.1.3.1. Les additions.

Trois groupes en ont été distingués concernant leur résolution de problèmes. Ces procédures suivent l'évolution de l'enfant :

- La plus primitive réunit physiquement au moins deux ensembles. L'enfant va tout compter en commençant par un, même si le cardinal de chaque composante est connu. L'utilisation des doigts pour dénombrer chaque collection pourra être utilisée par le sujet. Il s'agit donc d'une « imitation » de la situation décrite dans l'énoncé.
- La procédure suivante repose sur le comptage sans simulation physique de la réunion. L'enfant compte à partir du cardinal du premier ou du plus grand des deux termes fournis dans l'énoncé. Cependant, il doit conserver la trace du nombre d'étapes déjà parcourues au cours du comptage, pour s'arrêter dès l'atteinte du résultat. L'enfant va encore pouvoir utiliser ses doigts.
- La procédure la plus évoluée, la plus rapide et la plus efficace est la récupération directe en mémoire des faits numériques stockés en mémoire à long terme.

5.5.1.3.2. Les soustractions.

Les procédures de résolution de problèmes ayant recours aux soustractions sont les suivantes :

- Séparer de : l'enfant fabrique l'ensemble le plus grand, enlève le plus petit et compte ensuite ce qui reste. Cette procédure équivaut à compter en arrière à partir du plus grand des termes en ôtant par pas de un de sorte que le dernier nombre fourni est la réponse.
- Séparer jusqu'à : ici, les éléments sont enlevés du plus grand ensemble jusqu'à ne laisser que le nombre correspondant au plus petit des deux termes fournis. Cela revient à compter en arrière jusqu'à.
- Addition : l'enfant part de la plus petite des quantités fournies et va jusqu'à la plus grande en augmentant par pas de un. Le nombre d'éléments ajoutés donne la réponse. Cette procédure peut s'effectuer par des manipulations ou par comptage mental.
- Mise en correspondance des éléments des ensembles puis dénombrement de ceux qui restent. Cette procédure n'est applicable qu'avec la présence physique des objets .
- Choix : l'enfant utilise soit la procédure « séparé de », soit celle « d'addition », selon les données fournies.
- Récupération directe en mémoire à long terme des faits numériques.

5.5.2. Problèmes de type multiplicatif.

Dans ce cas, les problèmes seront résolus à l'aide d'une multiplication ou d'une division. Vergnaud (1991b) a distingué 3 formes de relations mises en cause :

5.5.2.1. Isomorphisme de mesure.

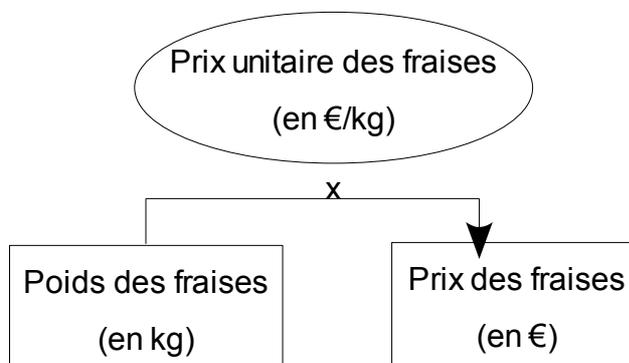
Cette procédure consiste en une proportion simple et directe entre deux mesures. Il y a ici 3 grandeurs. Elle décrit donc un grand nombre de problèmes de la vie quotidienne tels que :

- Le partage égal. Un exemple peut être sous la forme : « Emma veut partager ses tartelettes avec ses 2 amies. Sa mère lui a donné 6 gâteaux. Combien de gâteaux vont avoir chacune des trois petites filles? »
- La vitesse constante, la densité constante sur une ligne, ...

Avec cette procédure, la résolution du problème peut s'effectuer de plusieurs façons. Par exemple, pour le problème suivant concernant un achat de fraises:

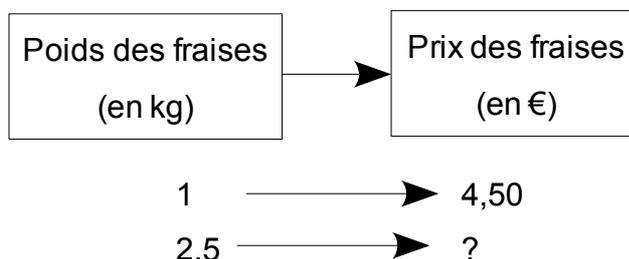
- On peut multiplier une grandeur par la grandeur quotient pour en obtenir l'autre :

Prix des fraises = poids des fraises x prix unitaire des fraises.



- On peut comparer 2 valeurs d'une même grandeur par leur rapport et multiplier la valeur correspondante de l'autre grandeur par ce rapport scalaire pour obtenir l'autre : il s'agit alors de la règle de 3.

Prix des 2,5kg de fraises = $(2,5 \times 4,50)/1$



5.5.2.2. Produit de mesures.

Il consiste en une composition de deux mesures dans une troisième.

Il concerne principalement des problèmes avec des calculs d'aire, de volume, des problèmes physiques.

Tel l'exemple suivant : « Une piscine a une aire de 150m^2 . Pour la remplir, il faut 320m^3 d'eau. Quelle est la hauteur moyenne de l'eau? »

5.5.2.3. Proportion multiple.

Dans ce cas, une mesure est proportionnelle à deux mesures différentes.

Un exemple : « Une famille de 3 personnes veut passer 15 jours dans une auberge. Le prix par personne et par jour est de 70€. A combien va s'élever la dépense? ».

Les performances et les stratégies utilisées par les enfants, tant dans les problèmes additifs que dans les problèmes soustractifs, sont fonction de la structure du problème et du niveau sémantique mis en œuvre dans l'énoncé.

Après avoir vu les différents types de problèmes ainsi que les difficultés de résolution que peuvent avoir certains enfants, nous allons maintenant parler de la dyscalculie ou trouble de l'apprentissage de l'arithmétique, ses classifications ainsi que les troubles associés.

6. Dyscalculie.

6.1. Définition.

Les définitions concernant la dyscalculie sont nombreuses.

Kosc (1974, cité par Barrouillet, 2006) a été le premier à la définir comme « un trouble structurel des habiletés mathématiques dont l'origine est génétique ou liée à un problème congénital et qui se présente sans trouble des fonctions mentales ».

Temple (1992, cité par Barrouillet, 2006) la présente comme « un trouble des compétences numériques et des habiletés arithmétiques qui se manifeste chez des enfants d'intelligence normale, ne présentant pas de déficits neurologiques acquis ».

DSM IV : la dyscalculie est un trouble arrivant précocement. Dans le DSM IV, le trouble du calcul est classé parmi les troubles d'apprentissages.

Les aptitudes arithmétiques, évaluées par des tests standardisés, passés de façon individuelle, sont nettement au-dessous du niveau escompté (retard d'au moins 2 ans), compte-tenu de l'âge chronologique du sujet, de son niveau intellectuel (mesuré par des tests) et d'un enseignement approprié à son âge.

Cette perturbation interfère de façon significative avec la réussite scolaire ou les activités de la vie courante faisant appel aux mathématiques.

S'il existe un déficit sensoriel, les difficultés en mathématiques dépassent celles habituellement associées à celui-ci.

CIM 10 : la dyscalculie est un trouble spécifique de l'acquisition de l'arithmétique.

Il y a une altération spécifique des performances en arithmétique (la note obtenue au test standardisé se situe à au moins 2 écarts-types en dessous du niveau escompté), non imputable exclusivement à un retard mental global ou à une scolarisation inadéquate.

L'altération concerne la maîtrise des éléments de base du calcul : addition, soustraction, multiplication et division.

Dictionnaire d'orthophonie (2004) : il y a un dysfonctionnement dans les domaines de la logique, de la construction des nombres et des opérations sur ces nombres. De plus, les sujets atteints ont aussi des difficultés de raisonnement et d'utilisation des outils logiques et mathématiques, mais ils ne présentent pas de déficit intellectuel.

Certains auteurs préfèrent utiliser le terme de « trouble de la structuration du raisonnement logicomathématiques » à celui de « dyscalculie ».

Des études récentes montrent que les enfants ayant des difficultés d'apprentissage en arithmétique présentent aussi d'autres difficultés telles que des : troubles d'apprentissage du langage écrit, troubles attentionnels, Cependant, la dyscalculie peut aussi se présenter de façon isolée.

Ces définitions ont toutes en commun: les difficultés en mathématiques, la spécificité du trouble et des troubles causés par un dysfonctionnement cérébral.

6.2. Données épidémiologiques.

Le taux de prévalence de la dyscalculie dans la population scolaire fluctue beaucoup selon les auteurs : de 3,6% à 7,7%. Ceci provient du choix dans la sélection des enfants lors de ces diverses recherches.

Les statistiques montrent que les enfants présentant des difficultés en lecture sont trois fois plus nombreux que ceux présentant des difficultés en arithmétique. Cependant, il est à relever que bon nombre d'enfants ayant des difficultés en arithmétique peuvent aussi avoir des difficultés en lecture.

Il est également à souligner que les troubles du calcul touchent dans une même proportion les garçons et les filles.

Les recherches ont aussi montré qu'il existait une contribution génétique.

6.3. Nature des troubles.

Les troubles dont souffrent ces enfants affectent les aspects conceptuels mais aussi les aspects procéduraux des activités de calcul et de comptage. La mémorisation des faits numériques sera aussi soumise à rude épreuve.

Signes d'appel :

- Difficultés scolaires. Les sujets peuvent confondre les signes opératoires.
- Difficultés à un niveau conceptuel. Dans ce cas, les enfants présentent un retard de développement dans les procédures de comptage. Les sujets dyscalculiques persistent dans l'utilisation de stratégies primitives lors de résolution d'additions et de soustractions et ce, pendant plus de temps que les enfants « normo - calculateurs ».
- Difficultés à récupérer des faits numériques en mémoire. Chez les enfants dyscalculiques, les réponses en mémoire seront plus souvent fausses.
- Mauvaise compréhension des principes de dénombrement.
- Difficultés dans les calculs complexes, comme la résolution des opérations posées ou celle des problèmes à énoncés verbaux.
- Difficultés dans la résolution des opérations impliquant des grands nombres et l'utilisation de retenues.
- Difficultés dans les résolutions de problèmes.
- Difficultés dans les activités de transcodage : écrit / chiffres arabes.
- Déficits dans la mise en place des structures logicomathématiques.
- Difficultés dans les tâches de la vie quotidienne comme : compter sa monnaie, lire l'heure sur une montre analogique.

6.4. Étiologie des dyscalculies.

Il y a 2 courants de pensée (Butterworth, 2005, cité par Barrouillet, 2006) :

- Le premier est la manifestation secondaire à un déficit cognitif plus général ou élémentaire : déficit de la mémoire de travail, trouble des habiletés visuo-spatiales.
- Le second est le trouble primaire lié au dysfonctionnement d'un système neuro-anatomique spécifique aux traitements numériques. L'enfant naît avec une capacité à reconnaître et manipuler les nombres. Dans ce

courant, les études (Dehaene et al, 2004) ont établi que la dyscalculie serait liée à une désorganisation des neurones de la région intrapariétale du cortex. Il y aurait, de ce fait, une réduction de la quantité de matière grise du cerveau de cette région.

6.5. Troubles associés à la dyscalculie.

Ils peuvent en être la cause ou être associés à la dyscalculie :

- Trouble d'apprentissage du langage oral ou écrit.
- Trouble de l'attention, hyperactivité.
- Syndrome de l'hémisphère droit.
- Atteintes chromosomales : syndrome de Turner, syndrome de l'X fragile.
- Troubles neurologiques : Spina bifida, syndrome de Gerstman, prématurité.

Les causes de la dyscalculie restent indéterminées. La dyscalculie s'explique par une conjonction de divers facteurs.

6.6. Classification des dyscalculies.

Tout comme il existe différentes définitions de la dyscalculie, il en va de même pour les classifications.

<p>Classification de Kosc (1974, cité par Barrouillet, 2006):</p> <p>Elle fonctionne sur le modèle anatomo – clinique.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Dyscalculie verbale. - Dyscalculie lexicale et graphique : correspond à une alexie et à une agraphie pour les nombres. - Dyscalculie practognosique : difficulté dans la manipulation, la coordination des mots-nombres. - Dyscalculie idéognosique : difficulté à comprendre les relations mathématiques. - Dyscalculie opérationnelle : difficulté au niveau du sens des opérations.
--	--

<p>Classification de Badian (1983, cité par Barrouillet, 2006):</p> <p>Elle fonctionne sur le modèle anatomo – clinique.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Alexie ou agraphie des nombres : incapacité à lire et écrire des nombres, difficulté dans le transcodage : pour passer des chiffres écrits aux chiffres arabes. - Acalculie développementale : difficultés au niveau des faits arithmétiques, difficultés de mémorisation. - Dyscalculie spatiale : difficultés visuo – spatiales. - Dyscalculie attentionnelle : difficulté au niveau de la rétention des faits arithmétiques (fautes dans les tables de multiplication).
<p>Classification de Temple (1992, cité par Barrouillet, 2006):</p> <p>Elle se base sur l'architecture cognitive de McLoskey, Caramazza et Basili.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Dyscalculie du traitement numérique : difficultés dans le traitement des symboles numériques ou des mots. - Dyscalculie des faits numériques : incapacité à acquérir les tables d'addition et de multiplication. - Dyscalculie procédurale : difficulté à planifier et exécuter les étapes de calcul.
<p>Classification de Mazeau (1999) :</p> <p>Elle se base sur des processus sous – jacents dysfonctionnels.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Dyscalculie raisonnementale : difficulté avec les classes, les sériations, dans l'écriture des nombres. - Dyscalculie spatiale : difficultés dans la technique de pose, échec en géométrie. La capacité logique et le raisonnement sont conservés. - Dyscalculie linguistique : difficulté dans la comptine numérique.

<p>Classification de Von Aster (2000, cité par Barrouillet, 2006):</p> <p>Elle s'appuie sur le modèle du « triple code » de Dehaene :</p> <p>code analogique (représentation sémantique de la magnitude du nombre, donne le sens du nombre) ;</p> <p>code verbal (activités de comptage, l'enfant doit énoncer le nombre) ;</p> <p>code visuel (écritures en chiffres arabes).</p>	<p>- Dyscalculie générale : difficultés dans presque tous les domaines de l'activité numérique. Dysfonctionnement au niveau cérébral.</p> <p>- Dyscalculie verbale : dysfonctionnement du code verbal, difficulté dans la mise en route des routines de comptage.</p> <p>- Dyscalculie de sous type arabe : difficulté pour lire et écrire les nombres en chiffres arabes.</p>
--	--

La dyscalculie étant un trouble très spécifique, elle touche les fondements du nombre, sa représentation, la quantité, la mémoire.

7. Bilan mathématique.

Lors du bilan, on évalue : l'importance du trouble, l'atteinte des notions élémentaires et on dégage le profil cognitif de l'enfant.

<p>1. Analyse des structures logiques.</p>	<p><u>Logique des classes</u> : capacités de l'enfant à discriminer un critère, à en changer. Lui demander une classification spontanée, puis changer de critère. Regarder si l'enfant possède une flexibilité de pensée : collections figurales / non figurales.</p> <p><u>Inclusion de classes</u> : commencer par poser des questions sur l'inclusion des lapins et des animaux. Si l'enfant n'arrive pas en abstrait, dessiner des oiseaux et des lapins. Demander à l'enfant de mettre en place une inclusion. L'enfant ne peut comprendre cette notion avant 8-9 ans.</p> <p><u>Logique des relations</u> : sériation des bâtonnets de Piaget : il doit faire un escalier avec des bâtonnets. Épreuve du bonhomme de Jaulin. Œufs gigognes.</p>
--	---

1. Analyse des structures logiques (suite).	Cercles de Jaulin. Épreuve des bandes. <u>Conservation des quantités numériques</u> : l'enfant peut-il argumenter? Tester la conservation spatiale, au niveau des surfaces. Épreuve des jetons : mettre en correspondance les lignes de jetons. Accepte-t-il les changements?
2. Analyse de la quantification.	Dénombrement : Vérifier s'il synchronise l'énonciation des mots-nombres avec le pointage. Estimation des quantités. Comparaison des quantités.
3. Analyse de la comptine numérique.	A l'oral (fin CP, l'enfant est au niveau de la chaîne terminale), à l'écrit (passage à la dizaine, à la centaine, aux milliers), le transcodage (passer du chiffre arabe à l'écrit).
4. Les opérations.	Proposer différents types d'opérations en calcul mental, en les posant. Noter les stratégies utilisées par l'enfant.
5. Résolution de problèmes.	Vérifier s'il a des difficultés dans la compréhension d'énoncés, lors de la mise en place du calcul, ...
6. L'espace.	Espace topologique (figure de Rey, cubes de Kohs), épreuves de représentation mentale, épreuves psychométriques.
7. Le temps.	L'enfant est-il capable de se repérer dans le temps?
8. Le langage.	Façon dont l'enfant comprend : autant, plus, moins; s'il comprend la phrase active / passive.
9. Le symbolisme.	L'enfant peut-il utiliser les symboles?

8. Principaux tests.

8.1. UDN II, construction et utilisation du nombre (Meljac, Lemmel, 1999).

Cette batterie a trouvé son élaboration à partir des théories piagésiennes du développement de l'intelligence : conservation, inclusion, sériation,Évaluation de la pensée logique chez l'enfant, de l'argumentation fournie par l'enfant.

Population : enfants de 4 à 11 ans.

Elle est composée de 8 épreuves inspirées des expériences de Piaget et de 8 épreuves originales centrées sur l'étude des premières notions logicomathématiques. Cette batterie est constituée d'une série de situations-problèmes variées. Ce test permet d'explorer les capacités de compréhension et d'utilisation de notions en rapport avec la construction et l'utilisation du nombre :

- Conservation : conservation des quantités discontinues, conservation de la substance, conservation du poids, conservation des longueurs, dissociation poids – volume.
- Logique élémentaire : classification, sériation, inclusion, transitivité.
- Utilisation du nombre : inférences quantitatives, cartes de jetons, les poupées, comparaisons, épreuve E.
- Origine spatiale : ficelle, bandes de papier.
- Connaissances scolaires : acquisition de savoirs transmis par les apprentissages.

8.2. Tedi math, test diagnostique des compétences de base en mathématique (Van Nieuwenhoeven et al, 2001)

Cette batterie intègre les acquis de la théorie piagétienne du nombre et les apports de la neuropsychologie et de la psychologie cognitive.

Population: enfants de MS à la fin du primaire.

6 domaines de compétences numériques sont examinés :

- Comptage : évalue la maîtrise de la séquence numérique verbale et détermine le niveau d'acquisition et d'élaboration de la chaîne numérique.
- Dénombrement : évalue les 5 principes de Gelman et Gallistel.
- Compréhension du système numérique : système numérique arabe, système numérique oral, système en base 10, transcodage.
- Opérations logiques sur les nombres : sériation numérique, classification numérique, conservation, inclusion numérique, décomposition additive.
- Opérations arithmétiques : opérations avec support image, opérations avec énoncé arithmétique, opérations avec énoncé verbal, connaissances conceptuelles.

- Estimation de la grandeur : comparaison de patterns de points dispersés, grandeur relative.

8.3. Zareki-R, Batterie pour l'évaluation du traitement des nombres et du calcul chez l'enfant (Dellatolas, Von Aster, 2006)

Elle est inspirée des travaux de neuropsychologie. L'enfant est situé par rapport à sa classe d'âge.

Population: enfants de 6 à 11ans, du CP au CM2.

Elle se compose de 12 épreuves :

- Dénombrement de points.
- Comptage oral à rebours.
- Dictée de nombres.
- Calcul mental oral.
- Lecture de nombres.
- Positionnement de nombres sur une échelle verticale.
- Répétition de chiffres.
- Comparaison de 2 nombres présentés oralement.
- Estimation visuelle de quantités.
- Estimation qualitative de quantités en contexte.
- Problèmes arithmétiques présentés oralement.
- Comparaison de 2 nombres écrits.

8.4. ECPN, Épreuve conceptuelle de résolution de problèmes numériques (CIMETE, 1995).

Les épreuves proposées permettent de repérer les démarches que les enfants peuvent mettre en œuvre : comment l'enfant utilise-t-il le nombre et quelle en est sa conception.

Population : enfants de 4 à 9ans.

Elle se compose de 9 épreuves réparties en 4 blocs :

- Évaluer des quantités : l'enfant peut-il dénombrer? Le dernier mot-nombre est-il repéré comme le cardinal? Quelles procédures utilise-t-il? Utilise-t-il spontanément le nombre pour décrire la situation.

- Comparer des quantités : l'enfant comprend-il le sens de « plus que, plus, le plus »? Quelles procédures utilise-t-il? Peut-il justifier ses réponses?
- Égaliser 3 collections : l'enfant peut-il mettre en place plusieurs stratégies? Utilise-t-il le nombre pour associer un mot-nombre aux collections?
- Quantifier la relation d'ordre.
- Rechercher l'état initial d'une transformation.
- Trouver une transformation négative.

9. Hypothèses:

Les hypothèses que nous essaierons de démontrer lors de la discussion sont les suivantes :

Hypothèse 1 : Il existe une modalité d'énoncé (écrite, manipulable, imagée) plus simple pour les enfants, selon leur niveau scolaire.

D'après Fayol (1990), la modalité manipulable est la modalité la plus simple. Mais normalement, plus les enfants grandissent et moins ils l'utilisent car elle est longue à appliquer pour trouver le résultat.

Hypothèse 2 : La façon dont la question ou le problème est posé influence la compréhension de celui-ci.

Les questions directes permettent-elles une réponse plus aisée que les questions mélangées au texte?

Hypothèse 3 : Le type de problème (structure additive, multiplicative) porte préjudice à certains niveaux scolaires.

Au CE2, les élèves ont appris les calculs multiplicatifs mais savent-ils mettre en relation les problèmes et les programmes opératoires ?

Lorsqu'il est possible d'utiliser les deux structures, les enfants préfèrent-ils résoudre le problème avec la structure la plus simple ou avec la structure la plus complexe ?

Hypothèse 4 : Pour les problèmes identiques en primaire et au collège, les collégiens ayant réussi sont plus rapides à répondre que les enfants du primaire.

Avec l'augmentation du niveau des connaissances, les enfants du Collège doivent réussir les problèmes donnés en primaire. Le temps imparti pour leur résolution doit également être plus rapide.

Hypothèse 5 : Les enfants ayant des troubles du calcul éprouvent plus de difficulté que les enfants « tout-venant » lors de la résolution des divers problèmes.

Il sera intéressant de comparer la façon dont les problèmes sont résolus, selon le niveau des enfants. Y a-t-il une réelle différence entre la représentation chez des enfants « tout-venant » par rapport à celle des enfants ayant des troubles logico-mathématiques?

Dans cette première partie, nous nous sommes attachés à expliquer le développement de la pensée de l'enfant, qui évolue tout au long de sa croissance, avec notamment, l'acquisition et la construction du nombre. Puis, nous avons étudié les problèmes avec leurs caractéristiques, les étapes nécessaires à leur résolution, les facteurs entrant en jeu et les diverses procédures de résolution. Les recherches ont montré que les procédures de résolution de problèmes adoptées par les enfants sont très variées. L'accès au comptage mental lève un certain nombre de difficultés mais l'accès à la simulation par des actions joue un rôle primordial.

Ensuite, nous nous sommes intéressés à la dyscalculie ou trouble de l'acquisition de l'arithmétique, à ses définitions, à la nature des troubles que l'on peut retrouver chez les enfants, ainsi qu'aux diverses classifications qui existent.

Nous avons exposé les points à vérifier lors d'un bilan mathématique et les principaux tests existant.

Dans une deuxième partie, nous allons montrer comment les enfants du primaire et du collège ont été sélectionnés. Puis nous nous intéresserons aux problèmes qui leur ont été présentés et nous expliquerons les procédures de résolution attendues. En effet, les problèmes constituent un bon moyen pour comprendre le raisonnement des enfants et pour permettre de percevoir les erreurs qu'ils peuvent commettre.

Dans la troisième partie, nous exposerons les résultats obtenus par les divers élèves et nous tenterons de trouver des pistes de rééducation qui puissent servir aux thérapeutes lors de leurs séances auprès des patients suivis en orthophonie pour des troubles du calcul.

Sujets et méthodes

Dans le cadre de notre mémoire d'orthophonie, nous nous sommes intéressés aux enfants des classes du CE2 à la 5ème.

Afin d'avoir accès à une population d'enfants scolarisés, une demande d'autorisation de présence au sein des écoles a été formulée auprès de l'Inspectrice de circonscription. Après accord, une rencontre avec le Chef d'établissement de l'École primaire Sainte Marie ainsi qu'avec le Préfet des études du Collège Notre Dame de France a été organisée. Suite à leurs réponses positives, une demande d'autorisation parentale de consentement de participation à une étude a été remise aux parents des enfants des classes de CE2, CM1, CM2, 6ème et 5ème (Cf Annexe 1 p 139).

Sur cette autorisation, les parents devaient mentionner les différents suivis en orthophonie de leurs enfants.

Après réception des accords parentaux, les évaluations des enfants ont pu commencer.

Cette évaluation a été réalisée avec le test l'E.CO.S.SE, de Lecocq (1996).

Le travail portait sur la vérification du niveau de compréhension orale des enfants de manière à obtenir un échantillonnage d'enfants comportant des niveaux de compréhension différents afin de leur faire passer l'épreuve des résolutions de problèmes.

1. Présentation de l'E.CO.S.SE.

L'E.CO.S.SE est une épreuve inspirée du T.R.O.G (Test for Reception Of Grammar) de Bishop (1983). Elle a subi quelques modifications pour être adaptée au français.

1.1. Objectif d'évaluation:

Cette épreuve sert à évaluer et comparer la compréhension d'énoncés en modalité auditive (compréhension d'écoute) et visuelle (lecture).

Son âge d'application s'étend de 4 à 12 ans, sachant qu'il y a un étalonnage pour des enfants allant jusqu'à la 5ème.

La passation de l'épreuve s'effectue avec 23 blocs de 4 énoncés illustrant une, parfois deux structures syntaxiques (Cf Annexe 2 p 140-141).

1.2. Descriptif de l'épreuve :

Le thérapeute contrôle les connaissances lexicales de l'enfant, puis il lui lit ou lui fait lire une phrase d'un des blocs. Ce n'est qu'après qu'il lui présente la planche où figurent 4 dessins dont l'un illustre la situation évoquée par l'énoncé, les autres représentant les pièges lexicaux ou grammaticaux.

L'enfant doit désigner un seul des dessins.

La vérification de la connaissance du vocabulaire comporte 51 mots répartis en : 10 verbes ; 7 adjectifs ; 1 adverbe ; 33 noms.

L'épreuve suit un ordre de complexité croissant au fur et à mesure des phrases, allant du syntagme nominal (déterminant + nom), jusqu'aux phrases relatives complexes (avec, sur, dans, lequel, dont).

1.3. Consignes:

A l'oral :

Une fois la phrase cible prononcée, l'examineur présente une feuille contenant 4 dessins parmi lesquels le sujet doit choisir en pointant avec le doigt l'un des quadrants.

Pour les 1ers blocs, les éléments distracteurs sont destinés à contrôler la solidité des connaissances lexicales. Pour les phrases dont la structure syntaxique est simple, une image illustre la réalisation de l'action ainsi que sa non réalisation, les deux autres constituant des distracteurs lexicaux. Pour les structures plus compliquées, il est possible de construire des dessins présentant une même situation dans 4 états différents. Les énoncés ne doivent pas être répétés.

La première partie de l'épreuve consiste en une vérification du vocabulaire.

Consigne : le thérapeute explique à l'enfant que les énoncés sont présentés ; qu'il faut d'abord bien faire attention pour les comprendre et qu'ensuite, il pourra choisir le dessin qui correspond à la phrase entendue.

Les réponses sont notées sur la feuille de correction.

Suite à la passation des items, des enfants de niveaux de compréhension différents (forts, moyens, faibles) ont été sélectionnés. Lorsqu'il y avait trop d'enfants par niveau, un tirage au sort a été effectué par des enfants de maternelle. Cette

sélection devait permettre de comparer les moyens mis en œuvre par des enfants de niveaux divers pour réaliser des résolutions de problèmes.

2. Protocole d'évaluation.

Dans cette partie, seuls les enfants répondant aux critères d'inclusion suivants ont pu résoudre les problèmes proposés :

- Enfants scolarisés en 3^{ème} cycle du primaire,
- Enfants scolarisés en 6^{ème}, 5^{ème},
- Enfants n'ayant jamais été suivis en orthophonie,
- Enfants sélectionnés suite à l'épreuve de l'E.CO.S.SE.
- Enfants n'ayant jamais redoublé.

Les principales variables étudiées dans le mémoire sont les suivantes :

➤ Impact de la présentation des problèmes :

Il a été étudié à travers 3 présentations, pour les élèves du primaire :

- 6 énoncés écrits : texte écrit, comme présenté la plupart du temps en classe.
- 9 énoncés partiellement imagés : un énoncé écrit est accompagné d'un dessin ou d'un schéma. Le schéma, aidé d'un texte, est souvent un moyen de présentation des problèmes. Dans certains cas, il permet d'aboutir plus rapidement à la solution.
- 5 énoncés manipulables : un énoncé écrit est accompagné d'un matériel mis à la disposition de l'enfant, dans le but de faciliter sa résolution.

Certains énoncés sont présentés dans les 3 modalités, afin de comparer si l'une des présentations est plus rapidement exécutée; et si, lorsque les enfants n'ont pas réussi la modalité écrite, une autre modalité permet la résolution. Les mêmes problèmes ont été résolus par les enfants à des dates différentes.

Nous pourrions vérifier si l'adage « un dessin vaut mieux qu'un long discours » se vérifie pour tous les problèmes proposés ou uniquement pour les problèmes les plus complexes.

Pour les collégiens, deux présentations nous serviront à étudier l'impact de la présentation des problèmes sur leur réussite :

- 4 énoncés écrits,
- 8 énoncés partiellement imagés : le schéma est : soit donné avec un texte écrit, soit à représenter par les élèves.

➤ Types de problèmes :

Les types de problèmes ayant été proposés sont les suivants :

- Égalisation.
- Changement.
- Comparaison.
- Combinaison.
- Isomorphisme de mesure.
- Produit de mesure.

D'autres variables ont aussi été prises en compte telles que : la longueur de l'énoncé, l'effet du lexique, la difficulté du calcul numérique. Mais il faudra aussi s'intéresser aux caractéristiques personnelles du sujet.

2.1. Les problèmes :

Parmi les problèmes suivants, certains sont extraits du mémoire de Barenton (2003). Mais suite aux critiques qu'elle avait formulées, certains énoncés ont été modifiés.

D'autres sont extraits de matériels pédagogiques du niveau CM (Résolution de problèmes – Construire le raisonnement, Éditions Jocatop ; 1000 problèmes de Lucas, Rosa ; Point d'Interrogation de Ménissier).

Enfin, certains ont été créés en suivant le programme scolaire du niveau CM.

2.1.1. Problèmes proposés en École primaire: aux CE2, CM1, CM2

2.1.1.1. Problèmes écrits :

Problème 1: (extrait du mémoire de Barenton, 2003). Cf Annexe 3-1 p 142

Anatole a cueilli des tulipes dans son jardin.
Il les a toutes distribuées. Il en a donné 5 à sa femme et 7 à sa fille.
Combien de tulipes a-t-il cueillies dans son jardin ?

Nous sommes en présence d'un problème de structure additive et de type changement. L'inconnue est l'état initial.

Ce problème a aussi été présenté en modalité imagée et manipulable.

Problème 2: (extrait du mémoire de Barenton, 2003) : les données ont été actualisées par rapport à la ville de passation de l'épreuve.

Cf Annexe 3-2 p 142

A Abbeville, dans la rue Chabaille, il y a 300 habitants. Dans la rue voisine, séparée de la 1^{ère} par un jardin public, il y a 560 habitants.

Combien de personnes doivent venir en plus dans la rue Chabaille pour qu'il y ait le même nombre d'habitants dans les deux rues ?

Le problème est de structure additive et de type égalisation. L'inconnue est la transformation. Ce problème contient une syntaxe plus complexe que pour les autres problèmes présentés. Il en sera tenu compte lors de l'analyse des résultats.

Problème 3: Cf Annexe 3-3 p 142

Paul, jeune viticulteur, voudrait savoir combien de litres d'eau il utilise, chaque jour, pour arroser sa vigne.

Chaque matin, Paul verse 50 arrosoirs. Et il sait que son arrosoir a une contenance de 12L.

Peux-tu aider Paul ?

Il s'agit d'un problème de structure multiplicative et de type isomorphisme de mesure. L'inconnue est l'état final. Dans cet énoncé, la question est placée en tête, ce qui permettra d'analyser, de comparer comment les enfants repèrent ce qui est demandé. Une autre difficulté va concerner les enfants du CE2 qui, en début d'année, n'ont pas encore appris les calculs multiplicatifs à deux chiffres.

Ce problème a aussi été présenté en modalité imagée et manipulable. Dans ce dernier, les données ont été modifiées.

Problème 4: (extrait du mémoire de Barenton, 2003, avec modification des données).

Cf Annexe 3-4 p 142

Lucie a deux pommiers dans son verger.

Dans le 1^{er}, il y a 10 pommes et dans le 2nd, il y en a 15.

Dans quel arbre y a-t-il le plus de pommes ?

Combien de pommes y a-t-il en plus ?

Il s'agit d'un problème de structure additive et de type comparaison.

Problème 5: (extrait du CD « Point d'Interrogation », Ménissier, 2002).

Cf Annexe 3-5 p 143

La fleuriste met des lys dans le bouquet qu'elle prépare pour Manon. Combien ?

La fleuriste prépare un bouquet composé de 22 fleurs. Elle met 5 roses et 12 œillets dans le bouquet.

Il s'agit d'un problème de structure additive et de type combinaison. La complexité de ce problème vient du fait que la question est placée en tête d'énoncé, mais aussi de la connaissance de l'inclusion de classes.

Problème 8: Cf Annexe 3-8 p 143

Combien mesure le tour d'un carré de 3cm de côté ?

Il s'agit d'un problème de géométrie, de structure multiplicative et de type isomorphisme de mesure.

2.1.1.2. Problèmes imagés :

Les problèmes 1b, 2b, 3b, sont similaires aux problèmes 1, 2, 3 présentés en modalité écrite, mais un schéma est associé au texte écrit. Les données n'ont pas été modifiées, ce qui devait permettre de comparer les différences de vitesse de résolution et aussi de voir si des échecs à une modalité étaient résorbés par d'autres présentations.

Problème 1b : Cf Annexe 4-1b p 144

La 1^{ère} image représente un jardinier devant un champ de tulipes. La 2^{ème} représente le jardinier, sa femme tenant 5 tulipes et sa fille tenant 7 tulipes. Le texte de l'énoncé est le même que celui présenté dans la modalité écrite.

Problème 2b : Cf Annexe 4-2b p 144

A partir du dessin ci-dessus, peux-tu calculer combien de personnes doivent venir en plus dans la rue Chabaille pour qu'il y ait le même nombre d'habitants dans les deux rues?

Celui-ci est schématisé par deux rues (rue Chabaille et rue de Thuison) sur lesquelles ont été écrits le nombre d'habitants. L'énoncé écrit est légèrement différent de celui présenté lors de la modalité écrite, dans le sens où les données sont écrites sur le schéma.

Problème 3b : Cf Annexe 4-3b p 145

Paul, viticulteur, voudrait savoir combien de litres d'eau il utilise, chaque jour.

Pour arroser sa vigne, Paul verse 50 arrosoirs comme celui dessiné sur le schéma ci-dessus.

Peux-tu aider Paul ?

Ce problème est accompagné d'un schéma où figure un viticulteur portant un arrosoir de 12L. Le texte accompagnant ce schéma contient la question, toujours placée en tête, et la 2^{ème} donnée.

Problème 4b : Cf Annexe 4-4b p 145

Dans quel arbre y a-t-il le plus de pommes ?
Combien de pommes y a-t-il en plus ?

L'énoncé, est ici, composé de deux questions simples. Le schéma associé représente deux pommiers sur lesquels sont dessinés des pommes. Dans le n°1, il y en a 10 et dans le n°2, il y en a 15. Les enfants doivent compter eux-mêmes le nombre de pommes dans chaque arbre, ceci permet de comparer les processus de dénombrement ainsi que le balayage visuel de chacun.

Problème 5b : (extrait du mémoire de Barenton, 2003, avec modification des nombres).

Cf Annexe 4-5b p 145

$$\begin{array}{c} \boxed{} + 6 + 3 + \boxed{} \\ \underbrace{\hspace{10em}} \\ = 23 \end{array}$$

Il s'agit d'un problème de structure additive et de type combinaison.

Il bénéficie d'une représentation imagée originale. Il est uniquement composé de ce schéma. Il est juste demandé aux enfants de trouver deux nombres pour compléter celui-ci.

Problème 6 : Cf Annexe 2-6 p 146

Alexandre et Guillaume vont se balader.
Ils quittent le village de Cayeux sur mer en direction du phare de Brighton. Ils passent ensuite près d'un étang et voient deux hommes dans un canot. Ils longent le terrain de football, puis rentrent au village.
Choisis le bon schéma, puis calcule la distance parcourue.

Il s'agit d'un problème de structure additive et de type changement. L'inconnue est l'état final.

Ce problème est accompagné de quatre plans. L'enfant, après avoir écouté l'énoncé, devra sélectionner le plan qui lui semble correct et effectuera ensuite les calculs.

Problème 7 : Cf Annexe 4-7 p 147

La longueur du pas de Pascal mesure 0,60m.
Il compte 250 pas de son domicile à l'école.
Il parcourt ce chemin 4 fois par jour.
Quelle distance en mètres a-t-il parcourue à la fin de la journée ?
Choisis le bon schéma, puis réponds à la question.

Il s'agit d'un problème de structure multiplicative et de type isomorphisme de mesure. L'inconnue est l'état final.

Ce problème ressemble au précédent, dans le sens où il est accompagné de 4 schémas. Là encore, l'enfant devra sélectionner le plan qui lui semble correct, expliquer son choix et effectuer ensuite les calculs. La difficulté, dans cet énoncé, vient du fait qu'il y a deux calculs multiplicatifs à réaliser.

Problème 8b : Cf Annexe 4-8b p 148

Combien mesure le tour du carré dessiné ci-dessous ?

Ce problème est le même que celui présenté en modalité écrite, mais la donnée du côté sans unité (3), est uniquement marquée sur le schéma. Sont aussi notés les angles droits.

Problème 9 : Cf Annexe 4-9 p 148

Quelle figure correspond aux consignes suivantes :

- 1) Trace un rectangle ABCD de 5cm de longueur et 1,5cm de largeur.
- 2) Marque un point E tel que $AE = 2\text{cm}$.
- 3) Trace le segment EF, de 1,5cm de longueur, parallèle à AD.
- 4) Trace le cercle de centre E passant par le point F.
- 5) Trace le segment DE et marque le point H, point qui coupe le cercle et le segment DE.
- 6) Trace le segment CE et marque le point I, point qui coupe le cercle et le segment CE.
- 7) Trace le segment HI.

Ce problème concerne des mesures géométriques, aucun calcul n'est demandé. Parmi les 3 plans proposés, un seul convient. L'enfant devra dire pourquoi il ne choisit pas les deux autres. Ce type de problème permet de vérifier l'utilisation des instruments de mesure, mais aussi de connaître le raisonnement de l'enfant. Le but était de comparer les argumentations des enfants.

Il faut noter que les mesures de nombres décimaux avec une règle ne sont pas encore vues au début du CE2.

2.1.1.3. Problèmes manipulables :

Les problèmes 1, 3 et 4 ont été présentés en modalité manipulable, mais les données ont été légèrement modifiées car les passations entre la modalité imagée et la modalité manipulable ont été rapprochées, et nous ne voulions pas d'effet d'apprentissage.

Le problème 2, trop complexe à présenter en modalité manipulable, a bénéficié d'un énoncé plus simple.

Problème 1c : Cf Annexe 5-1c p 149

Anatole a cueilli des tulipes dans son jardin.
Il les a toutes distribuées. Il en a donné 6 à sa femme et 4 à sa fille.
Combien de tulipes a-t-il cueillies dans son jardin ?
Aide-toi des images pour résoudre cette énigme.

Le matériel consistait à placer devant l'enfant un jardinier, sa femme et sa fille avec, à leurs pieds, des tulipes découpées. Certaines tulipes étaient seules, d'autres, par lot de 3.

Problème 2c: Cf Annexe 5-2c p 149

Marie donne 25 bonbons à Jeanne qui n'en avait pas. Lucie a 7 bonbons.
Combien Lucie doit-elle en avoir en plus, pour qu'elle ait le même nombre de bonbons que Jeanne ?
Aide-toi des jetons pour résoudre cette énigme.

Le problème est de structure additive et de type égalisation. L'inconnue est la transformation. Cet énoncé est accompagné de jetons blancs représentant les bonbons de Marie et de jetons bleus représentant ceux de Lucie.

Problème 3c: Cf Annexe 5-3c p 150

Paul, viticulteur, voudrait savoir combien de litres d'eau il utilise, chaque jour, pour arroser sa vigne.
Chaque matin, Paul verse 20 arrosoirs comme ceux-ci.
Peux-tu aider Paul ?

Avec ce problème, les enfants ont à leur disposition un dessin représentant des arrosoirs dont la contenance de 12L est écrite. Ici, sont présentés plus d'arrosoirs (25) que l'énoncé n'en contient.

Problème 4c : Cf Annexe 5-4c p 150

Dans ce problème, deux pommiers ont été dessinés. Dans le 1^{er}, 13 pommes découpées ont été placées et dans le 2^{ème}, on en a mis 12. Le but était de vérifier si,

lors du dénombrement, les enfants utilisent les pommes et s'ils font une correspondance terme à terme.

Lucie a deux pommiers dans son verger.
 Dans quel arbre y a-t-il le plus de pommes ?
 Combien de pommes y a-t-il en plus ?

Problème 5c : Cf Annexe 5-5c p 151

Manon a, en tout, 19 jetons de 2 couleurs différentes.
 On sait qu'elle a au minimum 5 jetons blancs, et au minimum 5 jetons bleus.
 Peux-tu aider Manon à compléter sa collection ?
 Utilise les jetons proposés pour résoudre cette question.

Ce problème est de structure additive et de type combinaison. L'énoncé est assez complexe pour des élèves du primaire, mais la manipulation doit pouvoir le rendre accessible. Des jetons de 2 couleurs sont fournis aux enfants.

Dans le tableau ci-après sont répertoriés les problèmes proposés aux élèves du primaire ainsi que leurs présentations:

	Numéro du problème	Présentation	Place de l'inconnue
Changement	1	Écrit	État initial
	1b	Imagé	
	1c	Manipulable	
	6	Imagé	État final
	8	Écrit, géométrie	
	8b	Imagé, géométrie	
Égalisation	2	Écrit	Transformation
	2b	Imagé	
	2c	Manipulable	
Comparaison	4	Écrit	
	4b	Imagé	
	4c	Manipulable	

Combinaison	5	Écrit	État initial
	5b	Imagé	
	5c	Manipulable	
Isomorphisme de mesure	3	Écrit	État final
	3b	Imagé	
	3c	Manipulable	
	7	Imagé	

Récapitulatif des problèmes présentés en école primaire.

2.1.2. Problèmes proposés au Collège : aux 6^{ème} – 5^{ème}

Pour ce qui concerne les problèmes présentés aux collégiens, certains (problèmes 5 et 7) étaient identiques ou très ressemblants (problèmes 4 et 13) à ceux présentés à l'école primaire. Les buts étant alors de comparer les temps de résolution, qui devaient être plus rapides au Collège, les raisonnements des enfants des divers niveaux et vérifier si, tout au long du cursus scolaire, le raisonnement s'améliorait.

2.1.2.1. Problèmes écrits :

Problème 1 : Cf Annexe 6-1 p 152

Anatole a installé 3 interrupteurs et 10 prises électriques dans 3 pièces de sa maison.

Il avait déjà dans son atelier 63m de fil électrique, et il a acheté un rouleau de 100m de fil électrique.

A la fin de son installation, il restera à Anatole 25m de fil électrique.

Quelle longueur de fil Anatole utilise-t-il pour réaliser son installation électrique ?

Il s'agit d'un problème de structure additive et de type changement. L'énoncé et le lexique sont simples, certaines données sont inutiles.

Problème 2 : Cf Annexe 6-2 p 152

C'est un problème de structure additive et de type combinaison.

Mme Durand a acheté un nouveau lave-linge.
La livraison de celui-ci est gratuite.
L'électricien demande 66€ pour effectuer l'installation électrique du lave-linge. Le plombier demande 132€ pour effectuer l'installation de la tuyauterie.
Mme Durand paie en tout 807€.
Combien coûte le nouveau lave-linge de Mme Durand ?

Problème 3 : Cf Annexe 6-3 p 152

Paul, jeune viticulteur, voudrait savoir combien de litres d'eau il utilise, chaque jour, pour arroser sa vigne.
Chaque matin, Paul verse 50 arrosoirs. Et il sait que son arrosoir a une contenance de 12L.
Peux-tu aider Paul ?

Ce problème est de structure multiplicative et de type isomorphisme de mesure. Il a aussi été proposé en primaire, ce qui permettra de comparer les temps de résolution entre les différentes classes.

Problème 8 : Cf Annexe 6-8 p 152

Quelle est la surface (ou l'aire) d'un rectangle ayant pour longueur : 12,5cm et pour largeur : 3,2cm ?

Il s'agit d'un problème de structure multiplicative et de type produit de mesures. La difficulté de celui-ci concerne la connaissance des calculs d'aire et la multiplication de nombres décimaux.

2.1.2.2. Problèmes imagés.

Problème 5: Cf Annexe 7-5 p 153

Ce problème est de structure multiplicative et de type isomorphisme de mesure. Il est identique à celui présenté aux enfants de l'école primaire (Cf problème 7p 65). Le but est de vérifier l'argumentation des différents enfants et ainsi de dégager les réponses le plus souvent formulées.

La longueur du pas de Pascal mesure 0,60m.
Il compte 250 pas de son domicile à l'école.
Il parcourt ce chemin 4 fois par jour.
Quelle distance en kilomètres a-t-il parcourue à la fin de la journée ?
Choisis le bon schéma, puis réponds à la question.

Problème 6 : Cf Annexe 7-6 p 154

Quatre étapes du Tour de France se déroulent dans les Alpes.
La 1^{ère} étape conduit les coureurs de St Etienne à Grenoble en 245km.
La 2^{ème} étape emmène les coureurs de Grenoble à Courchevel. Cette étape compte 65km de plus que celle de la veille.
Le 3^{ème} jour, les coureurs vont de Courchevel à Morzine, cette étape est longue de 190km.
La dernière étape va de Morzine à Annecy. Elle est moins longue de 15km que celle de la veille.
Quelle est la distance totale parcourue par un cycliste au cours de ces 4 étapes ?
Choisis le bon plan et effectue les calculs.

Ce problème est de structure additive et de type changement. L'inconnue est l'état final. L'énoncé est accompagné de 4 plans dont un seul correspond à ce qui est écrit. Ici, il faut faire attention aux termes : « de plus que, moins longue que » qui vont faire sélectionner un plan plutôt qu'un autre.

Problème 7 : Cf Annexe 7-7 p 155

Ce problème concerne des mesures géométriques et n'implique aucun calcul. Il est identique à celui présenté aux enfants de l'école primaire (Cf problème 9 p 66). Ce type de problème permet de vérifier l'utilisation des instruments de mesure, mais aussi de connaître le raisonnement de l'enfant. Étant posé en primaire et au collège, les objectifs étaient de comparer les argumentations des enfants ainsi que leurs temps de résolution.

Quelle figure correspond aux consignes suivantes :

- 1) Trace un rectangle ABCD de 5cm de longueur et 1,5cm de largeur.
- 2) Marque un point E tel que $AE = 2\text{cm}$.
- 3) Trace le segment EF, de 1,5cm de longueur, parallèle à AD.
- 4) Trace le cercle de centre E passant par le point F.
- 5) Trace le segment DE et marque le point H, point qui coupe le cercle et le segment DE.
- 6) Trace le segment CE et marque le point I, point qui coupe le cercle et le segment CE.
- 7) Trace le segment HI.

Problème 13 : Cf Annexe 7-13 p 155

$$\begin{array}{c}
 \boxed{} + 55 + 42 + \boxed{} \\
 \underbrace{\hspace{10em}} \\
 = 232
 \end{array}$$

Il s'agit d'un problème de structure additive et de type combinaison. Ce problème ressemble au problème 5b proposé aux élèves du primaire. Seuls les nombres ont été modifiés afin d'obtenir des calculs plus complexes. Il est juste demandé aux enfants, à partir de cette présentation, de trouver deux nombres pour compléter le schéma.

2.1.2.3. Problèmes où les élèves doivent représenter le schéma.

Problème 4 : Cf Annexe 8-4 p156

Manon possède 23 jetons de 2 couleurs différentes.

On sait qu'elle a au minimum 6 jetons rouges, et au minimum 3 jetons verts.

Peux-tu aider Manon à compléter sa collection ?

Fais un schéma pour t'aider à résoudre cette énigme.

Ce problème est de structure additive et de type combinaison. L'énoncé étant assez complexe, il est demandé de faire un schéma. Cet énoncé ressemble au problème 5c donné au niveau primaire, mais proposé en modalité manipulable à ce niveau de scolarité.

Problème 10 : Cf Annexe 6-10 p 156

Un transporteur a déposé au bord du fossé une palette de 6 lots de 12 tubes de drainage d'une longueur de 3 mètres chacun.

Quelle longueur de fossé pourra-t-on drainer avec cette palette ?

Effectue un schéma avant de résoudre le problème.

Ce problème est de structure multiplicative et de type isomorphisme de mesure. L'énoncé contient un lexique pouvant être complexe pour certains enfants. Des explications sur le terme « drainer » sont données selon les demandes.

Problème 11 : Cf Annexe 8-11 p 157

La famille de François va très souvent au cinéma. Sa mère note les dépenses :

1^{ère} semaine : $\frac{1}{4}$ du budget est consacré au cinéma,

2^{ème} semaine : $\frac{1}{3}$ du budget est consacré au cinéma,

3^{ème} semaine : $\frac{1}{6}$ du budget est consacré au cinéma,

Que reste-t-il pour la 4^{ème} semaine ?

Représente la situation exposée par un schéma.

Ce problème est de structure additive et de type combinaison. La complexité de cet énoncé résulte de la faculté à représenter la situation par un schéma et dans le calcul des fractions. Si les élèves ne savent pas comment le réaliser, il leur est conseillé de faire un « camembert ». De plus, dans les données, le montant du budget en euros n'est pas fourni.

Problème 12 : Cf Annexe 8-12 p 157

Pascal décide d'aller de son domicile jusqu'à son village de vacances en voiture. Il parcourt alors 805 km.

Malheureusement, arrivé sur place, il se rend compte qu'il a oublié sa feuille de réservation. Il doit donc refaire un aller-retour pour pouvoir profiter de son séjour.

Quelle distance Pascal a-t-il parcourue, pour profiter de ses vacances au village ?

Trace un schéma représentant la situation.

Ce problème est de structure multiplicative et de type isomorphisme de mesure.

La difficulté, dans cet énoncé, viendra du fait qu'il ne faut pas oublier de compter l'aller pour revenir au village de vacances.

Un problème 9 (Cf Annexe 8-9 p 156) avait été proposé au premier élève de 6^{ème} et au premier élève de 5^{ème} vus en évaluation, mais le temps excessif passé à sa résolution a fait qu'il n'a pas été présenté aux autres élèves.

Dans le tableau ci-dessous sont répertoriés les problèmes proposés aux élèves du Collège ainsi que leurs présentations:

	Numéro du problème	Présentation
Changement	1	Écrit
	6	Imagé
Combinaison	2	Écrit
	4	Schéma demandé
	11	Schéma demandé
	13	Imagé
Isomorphisme de mesure	3	Écrit
	5	Imagé
	10	Schéma demandé
Produit de mesure	12	Schéma demandé
	8	Écrit

Récapitulatif des problèmes présentés au collège.

2.2. Modalités de passation des problèmes.

Chaque problème est présenté en haut d'une feuille de format A4. L'enfant bénéficie d'une feuille blanche où il note ses divers calculs les uns à la suite des autres. Les énoncés des problèmes sont laissés jusqu'à ce qu'il finisse ses opérations.

2.2.1. Passation en primaire : CE2, CM1, CM2.

Les épreuves, (problèmes 6, 7 et 9) où l'enfant doit exposer ses arguments quant à ses choix, sont enregistrées sur dictaphone. Pour les autres problèmes, les réponses sont notées directement lors de la passation de l'enfant.

Le temps de résolution de chaque problème est chronométré. Ceci permettra une comparaison entre les mêmes problèmes présentés de façon écrite, imagée et manipulable.

Consignes :

Les problèmes sont présentés aux enfants en suivant la consigne suivante :
« Je vais te lire un petit problème. Je te le laisse pour que tu puisses le relire si tu en as envie. Je te demande ensuite de répondre à la question qui est posée ».
Les problèmes sont présentés, un à un, en suivant cette consigne. Les demandes de justification permettent de comprendre comment l'enfant a raisonné pour résoudre le problème. Il peut arriver que certains enfants ne sachent pas expliquer leur raisonnement. On respecte alors leur choix en ne les questionnent pas trop.

Matériel :

Pour les modalités imagées et écrites, l'enfant a uniquement besoin d'un crayon pour écrire ses différents calculs.

Pour le problème 9, une règle est fournie afin de leur permettre de vérifier les mesures.

Pour la modalité manipulable, divers matériels sont proposés à l'enfant :

➤ Problème 1c :

Sont placés devant l'enfant: un jardinier, sa femme et sa fille. Des tulipes découpées (au nombre de 17) sont mises en bas de page, de façon à représenter un jardin. Afin

d'augmenter la charge cognitive des enfants, certaines tulipes sont seules et d'autres sont groupées par 3.

Si l'enfant réussit à trouver la solution grâce au matériel, on lui demande alors : « Quelle opération tu aurais pu faire? ».

➤ Problème 2c :

Ici, trois filles sont présentées à l'enfant : Marie, Jeanne et Lucie. Les bonbons sont représentés par des jetons. 25 bonbons sont donnés à Marie et 7 à Lucie. L'enfant n'a pas à compter les jetons car nous lui disons que les quantités placées sont celles de l'énoncé.

L'enfant a, à sa disposition, d'autres jetons qu'il peut utiliser.

Si l'enfant réussit à trouver la solution avec le matériel, il convient de lui demander : « Quelle opération aurais-tu pu faire? ».

➤ Problème 3c :

Pour ce problème, l'enfant a devant lui des arrosoirs de contenance notée 12L.

➤ Problème 4c :

Pour ce problème, les pommes sont déjà placées sur les pommiers. L'enfant a la possibilité de les faire bouger lors du dénombrement.

S'il donne directement le résultat, lui demander : « Quel calcul as-tu fait pour trouver ce résultat? ».

➤ Problème 5c :

Ici, l'enfant a, à sa disposition, des jetons blancs et des jetons bleus. La quantité de jetons donnés est bien supérieure au total des jetons du problème.

Si l'enfant est bloqué, lui relire l'énoncé en insistant bien sur les valeurs données.

Si l'enfant réussit à trouver la solution avec le matériel, lui demander : « quelle opération aurais-tu pu faire? ». S'il ne parvient pas à donner de réponse, ne pas insister car ce problème est très difficile pour les élèves du primaire.

2.2.2. Passation au Collège : 6^{ème} – 5^{ème}.

Les épreuves, (problèmes 5, 6 et 8) où l'élève doit exposer ses arguments quant à ses choix, sont enregistrées sur dictaphone. Pour les autres problèmes, les réponses sont notées directement lors de la passation de l'enfant.

Le temps de résolution de chaque problème étant chronométré, ceci permettra une comparaison entre les élèves des deux classes sélectionnées.

Consignes :

Le 1^{er} problème est présenté aux enfants en suivant la consigne suivante :

« Je vais te présenter 12 problèmes, de difficultés variées. Je te laisse lire chacun dans ta tête et lorsque tu auras fini de lire, je déclencherai le chronomètre pour évaluer ton temps de résolution ».

Les problèmes sont ensuite présentés, un à un, en suivant la consigne suivante: « Maintenant que tu as réussi le premier problème, tu vas pouvoir passer au suivant ». Les demandes de justification permettent de comprendre comment l'enfant a raisonné pour résoudre le problème. Il peut arriver que certains enfants ne sachent pas expliquer leur raisonnement, dans ce cas, on ne leur posera pas trop de questions.

Matériel :

Aucun matériel n'est nécessaire au collège. Les élèves devront avoir un crayon pour écrire leurs réponses.

Pour le problème 8, une règle est fournie afin de permettre aux élèves de vérifier les mesures.

2.3. Résolution des problèmes.

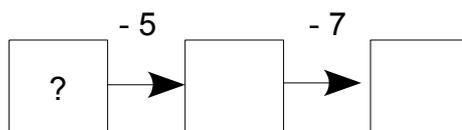
2.3.1. Problèmes proposés à l'école primaire: CE2, CM1, CM2.

2.3.1.1. Problèmes de structure additive:

Problèmes 1 et 1b : Cf Annexe 3-1 p142 et 4-1b p144

Ces énoncés correspondent à des problèmes de type changement. Ici, une notion temporelle entre en jeu car le personnage a cueilli des fleurs, il ne les possède donc plus dans son jardin. On part d'un état initial (le nombre de tulipes) pour aboutir à un

état final. L'enfant devra donc partir de l'état final, effectuer des relations inverses et aboutir à l'état initial attendu.



La procédure attendue, pour la modalité écrite tout comme pour la modalité imagée, sera une addition.

Soit « A », le nombre de tulipes de la femme et « B » le nombre de tulipes de la fille.

$\text{Card}(A) = 5$ et $\text{Card}(B) = 7$ donc $\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B) = 5 + 7 = 12$.

L'enfant devra nous dire que le jardinier a cueilli 12 tulipes.

Problème 1c : Cf Annexe 5-1c p149

La seule différence entre cette modalité manipulable et celles précédentes est que le jardinier a cueilli 4 tulipes pour sa femme et 6 pour sa fille.

La procédure attendue sera aussi une addition :

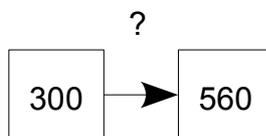
$\text{Card}(A) = 4$ et $\text{Card}(B) = 6$ donc $\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B) = 4 + 6 = 10$.

L'enfant devra nous dire que le jardinier a cueilli 10 tulipes.

Problèmes 2 et 2b : Cf Annexe 3-2 p142 et 4-2b p144

Ces énoncés correspondent à des problèmes de type égalisation. Les élèves doivent trouver un nombre d'habitants à ajouter dans une rue pour qu'il y ait le même nombre d'habitants dans deux rues proches.

Ce problème a pour inconnue la transformation entre deux relations statiques, que sont les deux nombres d'habitants de chaque rue.



La procédure attendue sera une soustraction.

Soit « A », le nombre d'habitants dans la rue Chabaille; « A ∪ B », le nombre d'habitants dans la rue voisine; « B », le nombre d'habitants à ajouter.

$\text{Card}(A \cup B) = 560$ et $\text{Card}(A) = 300$, on a alors $\text{Card}(B) = \text{Card}(A \cup B) - \text{Card}(A)$.

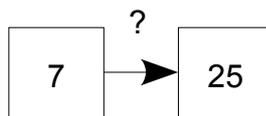
$\text{Card}(B) = 560 - 300 = 260$.

L'enfant devra nous dire qu'il faut 260 habitants en plus dans la rue Chabaille pour avoir le même nombre d'habitants dans les deux rues.

Problème 2 c: Cf Annexe 5-2c p149

Cet énoncé correspond à un problème de type égalisation. Les nombres donnés dans l'énoncé permettent une manipulation aisée des jetons fournis. Les élèves doivent trouver un nombre de bonbons à ajouter à Lucie pour qu'elle ait le même nombre de bonbons que Jeanne.

Là encore, l'inconnue est la transformation entre deux relations statiques, que sont les deux quantités de bonbons.



La procédure attendue sera une soustraction.

Soit « A », le nombre de bonbons de Lucie ; « A ∪ B », le nombre de bonbons de Marie ; « B », le nombre de bonbons à ajouter.

$\text{Card}(A \cup B) = 25$ et $\text{Card}(A) = 7$, on a alors $\text{Card}(B) = \text{Card}(A \cup B) - \text{Card}(A)$.

$\text{Card}(B) = 25 - 7 = 18$.

L'enfant devra nous dire qu'il faut 18 bonbons en plus à Lucie pour avoir le même nombre de bonbons que Jeanne.

Problèmes 4, 4b et 4c: Cf Annexe 3-4 p 142, 4-4b p 145 et 5-4c p 150.

Ces énoncés correspondent à des problèmes de type comparaison. Les élèves doivent comparer deux relations statiques que sont les deux quantités de pommes dans chaque arbre.

Dans la présentation écrite, l'enfant devra comparer deux quantités de pommes (10 et 15), ce qui lui permettra de répondre à la 1^{ère} question « Dans quel arbre y a-t-il le plus de pommes? ». Puis il effectuera un calcul pour déterminer le nombre de pommes qu'il y a en plus (c'est la 2^{ème} question).

Dans les présentations imagée et manipulable, l'enfant devra dénombrer, sur chaque dessin, le nombre de pommes dans le 1^{er} arbre puis dans le second arbre afin de répondre à la 1^{ère} question. Il comparera ensuite les valeurs trouvées pour répondre à la 2^{ème} question.

La procédure attendue pour ces problèmes sera une soustraction.

Dans les modalités écrite et imagée, la réponse à la 1^{ère} question est : « Il y a plus de pommes dans le pommier 2 » ; dans la modalité manipulable, « Il y a plus de pommes dans le pommier 1 ».

Soit « A », le nombre de pommes dans le pommier 1 et « B », le nombre de pommes dans le pommier 2 (pour les modalités écrite et imagée).

Card (A) = 10 et Card (B) = 15, on a alors Card (B) – Card (A) = 15 – 10 = 5.

L'enfant devra répondre qu'il y a 5 pommes en plus dans le pommier 2 (pour les modalités écrite et imageable)

Soit « A », le nombre de pommes dans le pommier 1 et « B », le nombre de pommes dans le pommier 2 (pour la modalité manipulable).

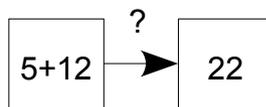
Card (A) = 13 et Card (B) = 12, on a alors Card (A) – Card (B) = 13 – 12 = 1.

L'enfant devra répondre qu'il y a 1 pomme en plus dans le pommier 1 (modalité manipulable).

Problème 5 : Cf Annexe 3-5 p 143

Cet énoncé correspond à un problème de type combinaison. Une difficulté dans celui-ci provient de l'inclusion de la classe des fleurs. Les enfants devront savoir que : les lys, les roses et les œillets sont des fleurs.

Ici, deux états statiques (le nombre de roses et le nombre d'œillets) ainsi que l'état final (le nombre de fleurs) sont donnés. L'enfant doit chercher un autre état statique non fourni qui est le nombre de lys contenus dans le bouquet.



Pour résoudre ce problème, une soustraction sera attendue.

Soit « A », le nombre de fleurs déjà présent dans le bouquet (roses + œillets) ; « B », le nombre de lys et « A∪B », le nombre total de fleurs contenues dans celui-ci.

Card (A∪B) = Card (A) + Card (B), donc Card (B) = Card (A∪B) – Card (A)

Card (B) = 22 – (5+12) = 5.

L'enfant devra répondre que la fleuriste met 5 lys dans le bouquet de Manon.

Problème 5b : Cf Annexe 4-5b p 145

Cet énoncé correspond à un problème de type combinaison. Dans ce problème imagé, deux états statiques ainsi que l'état final sont donnés. L'enfant doit chercher deux états statiques manquants. Ce problème appartient à une catégorie de problèmes complexes car il ne s'agit pas de chercher un état final. De plus, l'enfant a

la possibilité de fournir plusieurs réponses car il n'y a pas qu'un seul résultat possible.

Pour résoudre ce problème, une soustraction sera attendue.

Soit Card (A) = 6, Card (B) = 3 et Card (E) = 23.

Card (E) = Card (A) + Card (B) + Card (C) + Card (D).

Donc Card (C) + Card (D) = Card (E) – Card (A) – Card (B) = 23 – 6 – 3 = 14.

Les solutions que pourront donner les enfants devront correspondre à la combinaison de valeurs dont la somme sera égale à 14.

Les résultats possibles sont les suivants. Ils sont au nombre de quinze :

- | | | |
|----------|---------|----------|
| • 0 + 14 | • 5 + 9 | • 10 + 4 |
| • 1 + 13 | • 6 + 8 | • 11 + 3 |
| • 2 + 12 | • 7 + 7 | • 12 + 2 |
| • 3 + 11 | • 8 + 6 | • 13 + 1 |
| • 4 + 10 | • 9 + 5 | • 14 + 0 |

L'enfant devra donner une réponse se situant dans ce tableau. Il est possible de proposer plusieurs solutions. Il en sera alors tenu compte lors de la notation des problèmes.

Problème 5c : Cf Annexe 5-5c p 151

Cet énoncé correspond à un problème de type combinaison. Cet énoncé est présenté en modalité manipulable du fait de sa complexité ainsi, les enfants, en manipulant les jetons des 2 couleurs doivent comprendre plus facilement ce qui est demandé. De plus, la question n'est pas clairement posée, il est demandé « d'aider Manon à compléter sa collection ». Les enfants doivent en conclure qu'il faut calculer un nombre de jetons blancs et un nombre de jetons bleus.

On peut représenter l'énigme de la façon suivante :

$$\begin{array}{c} \boxed{5+?} \quad + \quad \boxed{5+?} \\ \underbrace{\hspace{10em}} \\ 19 \end{array}$$

Schématisé de cette façon, ce problème ressemble beaucoup au précédent.

Pour le résoudre, une soustraction sera donc attendue.

Soit Card (A) = 5, Card (B) = 5 et Card (E) = 19.

Card (E) = Card (A) + Card (B) + Card (C) + Card (D).

Donc Card (C) + Card (D) = Card (E) – Card (A) – Card (B) = 19 – 5 – 5 = 9.

Les solutions que pourront donner les enfants devront correspondre à la combinaison de valeurs dont la somme sera égale à 9.

Les résultats possibles sont les suivants. Ils sont au nombre de dix :

- | | | |
|---------|---------|---------|
| • 0 + 9 | • 4 + 5 | • 8 + 1 |
| • 1 + 8 | • 5 + 4 | • 9 + 0 |
| • 2 + 7 | • 6 + 3 | |
| • 3 + 6 | • 7 + 2 | |

L'enfant devra donner une réponse se situant dans ce tableau. Il est possible de citer plusieurs solutions. Il en sera alors tenu compte lors de la notation des problèmes.

Problème 6: Cf Annexe 3-6 p 146

Cet énoncé correspond à un problème de type changement. Il est différent des autres car les enfants ont à faire, ici, un choix parmi plusieurs plans proposés. Un seul plan correspond à l'énoncé. Ils devront expliquer leur choix en argumentant le mieux possible.

Le calcul à effectuer concerne un état final. Le problème n'est donc pas difficile à réaliser à partir du moment où le plan est correctement choisi.

Nous pouvons résumer cette énigme comme ceci :

village départ → phare → étang → terrain de foot → village départ

L'enfant devra choisir le plan 2. Il devra nous expliquer que le plan 1 n'est pas correct car le phare et l'étang ont été inversés ; que le plan 3 ne correspond pas à l'énoncé car il n'y a pas de retour au village et que le plan 4 montre que toutes les directions partent du village.

Pour résoudre ce problème, une addition sera attendue.

Soit « A », la distance entre le village départ et le phare; « B », celle entre le phare et l'étang; « C », celle entre l'étang et le terrain de foot; « D », celle entre le terrain de foot et le village départ.

Card (E) = Card (A) + Card (B) + Card (C) + Card (D) = 1200 + 1600 + 1000 + 500

Card (E) = 4300m.

L'enfant devra répondre qu'Alexandre et Guillaume parcourent 4300 mètres pour effectuer la balade.

2.3.1.2. Problèmes de structure multiplicative :

Problèmes 3, 3b et 3c : Cf Annexe 3-3 p 142, 4-3b p 145 et 5-3c p 150.

Ces énoncés correspondent à des problèmes de type isomorphisme de mesure. L'enfant devra calculer un état final, à savoir, une quantité de litres d'eau utilisée pour arroser une vigne, sachant que l'arrosoir a une contenance de 12L.

		Problèmes 3 et 3b	Problème 3c
Nombre d'arrosoirs	1	50	20
Contenance (en L)	12	?	?

La procédure attendue sera une multiplication.

L'enfant fera : $50 \times 12 = 600\text{L}$ pour les problèmes 3 et 3b.

Il calculera : $20 \times 12 = 240\text{L}$ pour le problème 3c.

Il devra nous dire que Paul a utilisé 600 litres (ou 240 litres) d'eau pour arroser sa vigne.

Problème 7 : Cf Annexe 3-7 p 147

Cet énoncé correspond à un problème de type isomorphisme de mesure.

Ici, les enfants devront choisir le plan correspondant à l'énoncé parmi les 4 proposés.

Un seul est correct. Ils devront essayer d'argumenter leur choix.

Le calcul à effectuer concerne un état final. Cependant, ce problème est complexe dans le sens où il y a deux opérations à effectuer pour répondre à la question.

En résumant l'énoncé proposé, on obtient le plan C car il y est bien noté 250 pas de 0,60m chacun et les 4 trajets sont représentés. Le plan A ne correspond pas à l'énoncé car il n'y a qu'un trajet aller-retour représenté. Le plan B n'est pas correct puisque sur celui-ci, les pas mesurent 4m. Pour le plan D, il est noté 60 pas de 0,40m chacun.

Dans l'argumentation de ce problème, il sera tenu compte des diverses propositions suggérées par les élèves. S'ils expliquent les autres plans, leurs remarques seront notées.

Pour résoudre ce problème, une multiplication sera attendue.

Nombre de pas	1	250	} x 0,6
Longueur (en m)	0,6	?	

x 250

L'enfant fera : $250 \times 0,60 = 150\text{m}$

Or, comme il y a 4 trajets, il devra ensuite calculer : $150 \times 4 = 600\text{m}$.

La réponse de l'enfant sera : Pascal a parcouru 600 mètres à la fin de la journée.

Problème 8 – 8b: Cf Annexe 3-8 p 143 et 4-8b p 148.

Cet énoncé correspond à un problème de type isomorphisme de mesure.

Il n'est pas compliqué puisque l'inconnue est l'état final, et normalement, les propriétés du carré sont vues avant l'entrée au CE2.

La différence entre la modalité écrite et la modalité imagée est la mesure du côté dont l'unité est notée sur la modalité écrite.

La procédure attendue sera une multiplication ou une addition selon le niveau des enfants.

Nombre de côtés	1	4	} x 3
Longueur (en cm)	3	?	

x 4

L'enfant fera : $3 \times 4 = 12\text{ cm}$ ou $3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 12\text{ cm}$.

Il devra nous répondre que le tour du carré mesure 12 cm (12 est accepté lorsque l'unité n'est pas donnée).

2.3.1.3. Problème géométrique, sans calcul.

Problème 9 : Cf Annexe 4-9 p 148

Dans ce problème, seules les diverses argumentations proposées par les élèves seront évaluées.

Trois figures sont présentées aux enfants. Après lecture de l'énoncé, ils devront nous expliquer pourquoi deux d'entre elles ne correspondent pas à celui-ci.

Parmi les arguments attendus, nous voulons au moins qu'un élément corresponde à chaque figure.

- La figure B n'est pas correcte car :
 AE ne mesure pas 2cm.
 E n'est pas le centre du cercle passant par le point F.
 Le cercle ne passe pas par le point F.
- La figure C ne correspond pas à l'énoncé car :
 Le segment [DE] n'est pas tracé, c'est le segment [AF] qui est tracé.
 Le segment [CE] n'est pas tracé, c'est le segment [BF] qui est tracé.

2.3.2. Problèmes proposés au Collège : 6ème - 5ème.

2.3.2.1. Problèmes de structure additive :

Problèmes 1 : Cf Annexe 6-1 p 152

Cet énoncé correspond à un problème de type changement.

L'enfant devra calculer une transformation, ce qui peut poser quelques difficultés. De plus, les questions intermédiaires n'étant pas posées, il devra tout d'abord calculer la quantité de fil électrique possédée avant de répondre à la question concernant la longueur de fil utilisée.

La procédure attendue sera tout d'abord une addition.

Soit « A », la longueur de fil électrique restante; « B », la longueur de fil achetée; « C », la longueur de fil restante après installation.

$$\text{On a : Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B) = 63 + 100 = 163.$$

Anatole a donc 163m de fil électrique.

Le deuxième calcul concernera une soustraction :

$$\text{On aura alors : Card}(E) = \text{Card}(A \cup B) - \text{Card}(C) = 163 - 25 = 138$$

L'élève devra répondre qu'Anatole a utilisé 138m de fil pour réaliser son installation électrique.

Problème 2 : Cf Annexe 6-2 p 152

Cet énoncé correspond à un problème de type combinaison.

L'enfant devra calculer une transformation. Il aura tout d'abord à trouver à combien s'élèvent les factures de l'électricien et du plombier en effectuant une addition.

Soit « A », le tarif de l'électricien; « B », le tarif du plombier; « C », le prix total de la dépense.

$$\text{On a : Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B) = 66 + 132 = 198$$

Mme Durand a dépensé 198€ pour l'électricité et la plomberie.

Le deuxième calcul sera une soustraction :

$$\text{On aura alors : Card (E) = Card (C) - Card (A \cup B) = 807 - 198 = 609}$$

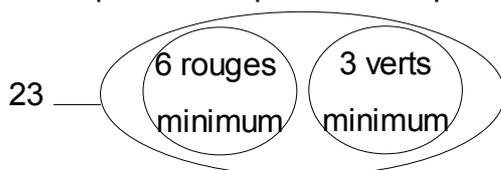
L'élève devra répondre que le nouveau lave-linge de Mme Durand coûte donc 609€.

Problème 4 : Cf Annexe 8-4 p 156

Cet énoncé correspond à un problème de type combinaison. Il ressemble au problème 5b proposé en École primaire (Cf problème 5b p 80-81), sauf que dans ce cas, il était représenté sous la forme d'un schéma.

L'enfant doit chercher deux états statiques manquants, sachant qu'il connaît deux autres états statiques ainsi que l'état final. Ce problème appartient à une catégorie de problème complexe. Il est donc demandé aux élèves de faire un schéma dont le but est de les aider à résoudre plus facilement cette énigme.

Par exemple, nous pouvons représenter le problème par le schéma suivant :



Cette représentation permettra de comprendre certains raisonnements. De plus, on comparera les vitesses de résolution pour cette modalité avec celles du primaire.

La procédure de résolution attendue sera celle qui a été détaillée lors du problème 5b présenté aux élèves de l'École primaire (Cf. Problème 5b p 81).

Les résultats possibles sont les suivants. Ils sont au nombre de quinze :

- | | | |
|----------|---------|----------|
| • 0 + 14 | • 5 + 9 | • 10 + 4 |
| • 1 + 13 | • 6 + 8 | • 11 + 3 |
| • 2 + 12 | • 7 + 7 | • 12 + 2 |
| • 3 + 11 | • 8 + 6 | • 13 + 1 |
| • 4 + 10 | • 9 + 5 | • 14 + 0 |

L'enfant devra donner une réponse se situant dans ce tableau. Il est possible de proposer plusieurs solutions. Il en sera alors tenu compte lors de la notation des problèmes.

Problème 6 : Cf Annexe 7-6 p 154

Il s'agit d'un problème de type changement.

L'inconnue concerne un état final. Les étapes du parcours cycliste sont semées d'embûches lexicales. Deux termes peuvent être ambigus pour les élèves : « de plus que », « moins longue que ».

Nous pouvons résumer cet énoncé comme ceci :

1^{ère} étape : 245km; 2^{ème} étape : 245 + 65 km; 3^{ème} étape : 190km; 4^{ème} étape : 190 – 15 km.

L'élève devra choisir le plan 1. Il devra nous expliquer que la 2^{ème} étape des autres plans ne correspond pas à ce qui est indiqué dans l'énoncé (245 – 65 = 180km).

Pour résoudre cette énigme, une addition sera attendue.

Soit A, la distance parcourue lors de la 1^{ère} étape ; B, celle de la 2^{ème} étape ; C, celle de la 3^{ème} étape et D, celle de la 4^{ème} étape.

Card (E) = Card (A) + Card (B) + Card (C) + Card (D) = 245 + 310 + 190 + 175

Card (E) = 920 km.

L'élève devra répondre que les cyclistes ont parcouru 920 km au cours des 4 étapes.

Problème 11 : Cf Annexe 8-11 p 157

Il s'agit d'un problème de type combinaison.

L'énoncé peut être vu comme complexe par les collégiens car les calculs de fractions, ayant des dénominateurs différents, ne sont pas encore maîtrisés.

Pour cela, les élèves en difficulté des classes de 6^{ème} ont reçu une aide lors de la résolution des fractions, à partir du moment où ils notaient l'opération qu'ils désiraient calculer.

Une autre difficulté dans ce problème réside dans la réalisation d'un schéma résumant l'énoncé.

La procédure attendue sera, dans un premier temps, une addition afin de calculer la part de la dépense lors des trois premières semaines.

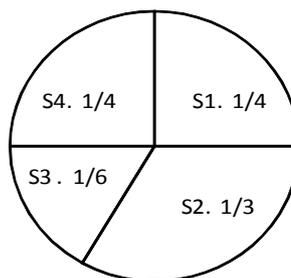
$$1/4 + 1/3 + 1/6 = 3/12 + 4/12 + 2/12 = 9/12 = 3/4$$

En second temps, l'élève devra effectuer une soustraction pour calculer la part du budget restante : $1 - 3/4 = 1/4$

Il devra enfin répondre que pour la 4^{ème} semaine, il reste 1/4 du budget.

Le schéma attendu peut être du style :

S1 représente la semaine 1,
 S2 représente la semaine 2,
 S3 représente la semaine 3,
 S4 représente la semaine 4.



Problème 13 : Cf Annexe 7-13 p 155

Il s'agit d'un problème de type combinaison.

Ce problème ressemble au problème 5b proposé en école primaire (Cf problème 5b p 80-81); mais aussi au problème 4 proposé au collège (Cf problème 4 p 86).

Ici, un schéma sert de donnée, permettant ainsi une résolution assez rapide de l'énigme.

Pour résoudre ce problème, une soustraction sera attendue.

Soit Card (A) = 55, Card (B) = 42 et Card (E) = 232.

Card (E) = Card (A) + Card (B) + Card (C) + Card (D).

Donc Card (C) + Card (D) = Card (E) – Card (A) – Card (B) = 232 – 55 – 42 = 135.

Les solutions attendues devront correspondre à la combinaison de valeurs dont la somme sera égale à 135.

Face au nombre conséquent de réponses, elles ne sont pas détaillées ici.

Les résultats possibles sont les suivants :

- 100 – 35;
- 3 – 132;
- 52 – 83, ...
- 134 – 1;
- 5 – 130;

L'élève a la possibilité de fournir plusieurs réponses. Il en sera alors tenu compte lors de la notation des problèmes.

2.3.2.2. Problèmes de structure multiplicative :

Problème 3 : Cf Annexe 6-3 p 152

Cet énoncé correspond à un problème de type isomorphisme de mesure.

Étant identique à celui présenté en École primaire, il n'est pas détaillé ici (Cf problème 3 p 83).

Le temps de résolution mis par les collégiens sera comparé au temps mis par les élèves de l'école primaire, dans le but de démontrer que les collégiens sont plus rapides que les écoliers.

Problème 5 : Cf Annexe 7-5 p 153

Cet énoncé correspond à un problème de type isomorphisme de mesure.

Ce problème est identique à celui présenté en École primaire (Cf problème 7 p 83-84), à la différence près qu'au collège, les élèves doivent calculer une distance en kilomètres et au niveau primaire, cette mesure sera donnée en mètres.

La reprise de l'unité correspondante sera notée lors de la notation du problème.

Les temps de résolution mis pour les collégiens et les élèves du primaire seront comparés, de façon à vérifier la diminution du temps de résolution en fonction de l'évolution du niveau.

Problème 8 : Cf Annexe 6-8 p 152

Il s'agit d'un problème de type produit de mesure.

Le calcul d'une aire étant une formule connue, nous noterons surtout la justesse d'application de la formule.

La procédure attendue sera une multiplication.

L'élève calculera : $12,5 \times 3,2 = 40 \text{ cm}^2$.

Il devra répondre que l'aire du rectangle est de 40 cm^2 .

Problème 10 : Cf Annexe 8-10 p 156

Il s'agit d'un problème de type isomorphisme de mesure.

L'inconnue concerne un état final. L'élève devra, tout d'abord, calculer la longueur d'un lot de 12 tubes de drainage avant de calculer la longueur de fossé que l'on peut drainer avec les 6 lots de tubes.

Les procédures attendues seront des multiplications.

Pour calculer la longueur de 12 tubes de drainage, il faudra faire :

$$12 \times 3 = 36 \text{ m}$$

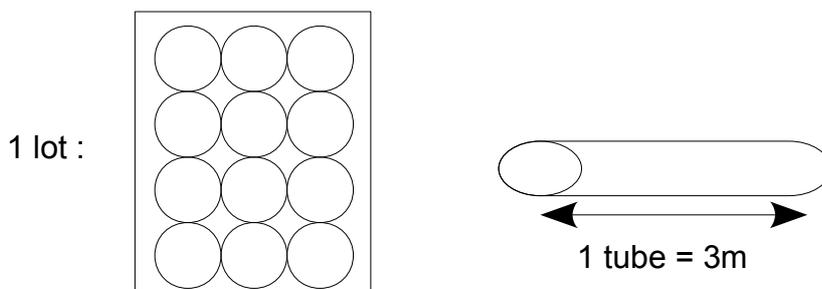
Puis, comme il y a 6 lots de tubes, l'enfant sera amené à calculer :

$$36 \times 6 = 216 \text{ m}$$

L'élève devra dire que l'on peut drainer 216 mètres de fossé avec la palette.

Un schéma est demandé lors de la résolution de ce problème afin d'essayer de comprendre le raisonnement de l'élève. Selon les annotations fournies, plus ou moins de points pourront être donnés. Ainsi, pour avoir le maximum de points, il faudra avoir représenté : au moins 1 lot de 12 tubes, ainsi qu'un tube mesurant 3m. S'il y a moins d'informations, la notation sera moindre.

Le schéma suivant est un bon exemple :



Problème 12 : Cf Annexe 8-12 p 157

Il s'agit d'un problème de type isomorphisme de mesure.

L'inconnue concerne un état final. L'élève devra calculer un aller-retour auquel il ajoutera un aller simple pour revenir au village de ses vacances.

La procédure attendue sera une multiplication.

$$805 \times 3 = 2415 \text{ km}$$

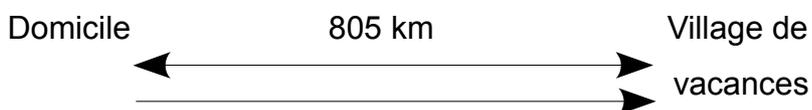
Il sera aussi possible d'effectuer le calcul suivant :

$$805 \times 2 + 805 = 2415 \text{ km}$$

L'élève devra répondre que Pascal a parcouru 2415 km pour profiter de ses vacances au village.

Un schéma est aussi demandé lors de la résolution de ce problème afin de comparer les raisonnements divers des élèves.

Un schéma attendu peut être le suivant :



2.3.2.3. Problème géométrique, sans calcul.

Problème 7 : Cf Annexe 7-7 p 155

Ce problème est identique à celui présenté en École primaire (Cf problème 9 p 84-85).

Ici, seules les diverses argumentations proposées par les élèves seront évaluées. Les temps de résolution entre les divers niveaux seront comparés.

2.4. Évaluation des réponses

Les réponses de chaque élève sont répertoriées dans un tableau. Pour chaque problème, les critères suivants sont notés : la classe, le niveau de l'enfant, le temps de résolution, la procédure utilisée, le résultat et le raisonnement.

Le critère procédure est noté « O » s'il est correct et « N » s'il est incorrect.

Une argumentation est régulièrement demandée pour nous aider à analyser le raisonnement de l'enfant et aussi, peut être à comprendre certaines erreurs.

Un point est compté pour chaque résultat correct ainsi que pour chaque opération. Cependant, pour les argumentations, lorsque les élèves donnent plus d'informations $\frac{1}{2}$ point supplémentaire leur est donné.

Nous obtenons donc les résultats suivants :

- Pour les temps de résolution des divers problèmes :

Moyenne des temps de résolution aux problèmes écrits : Mécrits,

Moyenne des temps de résolution aux problèmes imagés : Mimagés,

Moyenne des temps de résolution aux problèmes manipulables : Mmanip.

- Pour les résultats aux problèmes :

Note de résultats aux problèmes écrits : Rés-E,

Note de résultats aux problèmes imagés : Rés- I,

Note de résultats aux problèmes manipulables : Rés- M.

- Pour les procédures utilisées :

Note de procédure des problèmes écrits : Pro-E,

Note de procédure des problèmes imagés : Pro-I,

Note de procédure des problèmes manipulables : Pro-M.

- Pour les raisonnements et arguments fournis :

Note de raisonnement des problèmes écrits : Rais-E,

Note de raisonnement des problèmes imagés : Rais-I,

Note de raisonnement des problèmes manipulables : Rais-M.

Vu le nombre d'enfants de l'échantillon sélectionné, les résultats ont été regroupés par niveau de compréhension (Bon, Moyen, Faible), pour chaque classe.

Dans cette partie, nous avons détaillé les problèmes proposés aux élèves selon les trois modalités définies précédemment. Nous avons ensuite développé les procédures de résolution attendues pour ces problèmes.

Dans ce nouveau chapitre, nous allons présenter les caractéristiques générales de la population sélectionnée, suite à la passation de l'épreuve de compréhension de l'E.CO.S.SE.

Puis, nous exposerons les résultats obtenus pour chaque niveau scolaire, et en fonction des niveaux de compréhension des enfants, de façon à pouvoir proposer des pistes de rééducation orthophonique.

Résultats

1. Présentation de la population.

L'épreuve de sélection de l'E.CO.S.SE (Lecocq, 1999) a permis de choisir 9 enfants « tout-venant », ayant des niveaux de compréhension différents (bon, moyen, faible), dans chaque classe allant du CE2 à la 5^{ème}.

Pour chaque niveau scolaire, les 3 enfants ayant eu les résultats les plus faibles ainsi que les 3 ayant eu les résultats les plus élevés ont été sélectionnés. Pour les 3 élèves de niveau de compréhension moyen, un calcul de médiane a été effectué.

Les résultats (en écart-type) à cette épreuve sont notés en annexe (Cf Annexe 9 p 158 à 160).

Deux élèves suivis, en orthophonie, pour des « troubles du calcul » ont rejoint la population.

1.1. **Élèves du primaire : CE2, CM1, CM2.**

Ci dessous, sont répertoriées les caractéristiques de la population sélectionnée à l'École primaire :

	CE2	CM1	CM2	Total
Nombre de filles	5	4	4	13
Nombre de garçons	4	5	5	14
Moyenne d'âge à la date de l'évaluation	8ans 2mois	9ans 3mois	10ans 3mois	9ans 3mois
Nombre de cas	9	9	9	27

Tableau I : Élèves du primaire sélectionnés.

1.1.1. **Élèves du CE2 :**

Les résultats des élèves du CE2 obtenus après passation de l'épreuve de l'E.CO.S.SE sont les suivants :

	Ages	Scores	Niveau de compréhension
D	8ans 5mois	-1,15 σ	Faible
J 1	8ans 1mois	-1,15 σ	
Y	7ans 9mois	-1,36 σ	
C	8ans 3mois	-0,31 σ	Moyen
E 1	7ans 10mois	-0,31 σ	
I	8ans 9mois	-0,31 σ	
É 2	8ans 3mois	0,53 σ	Bon
J 2	7ans 11mois	0,95 σ	
V	8ans 2mois	0,74 σ	

Tableau II : Scores des élèves du CE2 sélectionnés.

Les principales difficultés rencontrées par tous les élèves concernent :

Les relatives en « que », celles en « qui » et les complexes (dans lequel, dont, sur lequel) qui montrent une faiblesse dans l'inclusion de classes ;

La coréférence ambiguë du pronom (par exemple : « Le monsieur regarde la vache que poursuit le chat ») ;

Les élèves de niveau faible montrent aussi quelques difficultés avec la compréhension des termes topologiques (devant, derrière, ...) qui ne semblent pas maîtrisés; ainsi qu'avec le superlatif d'infériorité et la voix passive ;

Les élèves de niveau moyen seraient plus embêtés dans la compréhension de phrases avec pronom (par exemple : « La dame le porte »).

Et les élèves d'un bon niveau montrent des signes de faiblesse avec le superlatif d'infériorité.

1.1.2. Élèves du CM1 :

Les résultats des élèves du CM1 obtenus après passation de l'épreuve de l'E.CO.S.SE sont les suivants :

	Ages	Scores	Niveau de compréhension
E a	9ans 3mois	-0,64 σ	Faible
G	9ans 2mois	-0,85 σ	
T	9ans 4mois	-0,64 σ	
E b	9ans	-0,004 σ	Moyen
F	9ans 5mois	-0,004 σ	
M	9ans	-0,004 σ	
A	9ans 2mois	0,85 σ	Bon
V a	9ans 9mois	1,06 σ	
V b	9ans 2mois	1,27 σ	

Tableau III : Scores des élèves du CM1 sélectionnés.

Les principales difficultés rencontrées par tous les élèves concernent :

Les relatives en « que » et celles complexes (dans lequel, dont, sur lequel) qui montrent que l'inclusion de classes n'est pas encore maîtrisée pour ces élèves ;

La coréférence ambiguë du pronom (par exemple : « Le garçon regarde l'éléphant parce qu'il est gros ») ;

Les élèves des niveaux faible et moyen montrent aussi quelques difficultés avec les adjectifs ordinaux (la troisième).

Et les élèves de niveau faible ont plus de problèmes avec la phrase « le cercle dans l'étoile est jaune ».

1.1.3. Élèves du CM2 :

Les résultats des élèves du CM2 obtenus après passation de l'épreuve de l'E.CO.S.SE sont les suivants :

	Ages	Scores	Niveau de compréhension
A	10ans 1mois	-1,72 σ	Faible
G	10ans 7mois	-1,99 σ	
PA	10ans 5mois	-2,27 σ	
CA	10ans	-0,64 σ	Moyen
CB	10ans 3mois	-0,64 σ	
MA	10ans 6mois	-0,36 σ	
L	10ans 7mois	0,99 σ	Bon
MB	10ans	0,99 σ	
PB	9ans 10mois	1,27 σ	

Tableau IV : Scores des élèves du CM2 sélectionnés.

Les principales difficultés rencontrées par tous les élèves concernent :

Les relatives en « que » et celles complexes (dans lequel, dont, sur lequel) qui indiquent que l'inclusion de classes n'est pas efficace pour ces élèves ;

Les enfants des niveaux faible et moyen rencontrent aussi des problèmes avec :

La coréférence ambiguë du pronom (parce que, bien que);

L'effacement ou le remplacement de relative (par exemple : « Le garçon poursuivant le cheval est gros »);

Les relatives en « qui ».

Les élèves d'un niveau de compréhension faible ont aussi des difficultés à comprendre les adjectifs ordinaux (la troisième), ainsi que la voix passive.

1.2. Élèves du Collège : 6^{ème}, 5^{ème}.

Ci dessous, sont répertoriées les caractéristiques de la population sélectionnée au Collège :

	6 ^{ème}	5 ^{ème}	Total
Nombre de filles	3	3	6
Nombre de garçons	6	6	12
Moyenne d'âge à la date de l'évaluation	11ans 4mois	12ans 2mois	11 ans 9 mois
Nombre de cas	9	9	18

Tableau V : Élèves du collège sélectionnés.

A ces 18 collégiens, sont ajoutées deux adolescentes suivies en orthophonie pour des difficultés logico-mathématiques :

- Em (âgée de 12ans 5mois), élève de 6^{ème}, prise en charge depuis Avril 2010 ;
- Et, Se (âgée de 13ans 8mois), élève de 5^{ème}, prise en charge depuis Mai 2005.

1.2.1. Élèves de 6^{ème} :

Les résultats des élèves de 6^{ème} obtenus après passation de cette épreuve sont les suivants :

	Ages	Scores	Niveau de compréhension
AA	11ans	-1,57 σ	Faible
MA	10ans 11mois	-1,29 σ	
PA	11ans	-2,12 σ	
AB	11ans 2mois	-0,47 σ	Moyen
MB	11ans 10mois	-0,47 σ	
R	11ans 1mois	-1,02 σ	
C	11ans 8mois	0,19 σ	Bon
PB	11ans 4mois	0,36 σ	
T	11ans 9mois	0,08 σ	

Tableau VI : Scores des élèves de 6^{ème} sélectionnés.

Les principales difficultés rencontrées par tous les élèves concernent :

Les relatives en « que » et les relatives complexes (dans lequel, dont, sur lequel) qui indiquent une maîtrise imparfaite de l'inclusion de classes ;

La coréférence ambiguë du pronom (parce que, bien que) ;

Ainsi que les adjectifs ordinaux (la troisième, la dernière).

Les élèves des niveaux faible et moyen éprouvent aussi quelques difficultés dans l'utilisation correcte des termes topologiques (devant, derrière, ...) qui ne semblent pas maîtrisés. Ils ont aussi plus de problèmes dans la compréhension des phrases lorsqu'il y a remplacement de la relative.

De plus, les collégiens de niveau faible auraient aussi des difficultés avec les superlatifs et les comparatifs.

1.2.2. Élèves de 5^{ème} :

Les résultats des élèves de 5^{ème} obtenus après passation de cette épreuve sont les suivants :

	Ages	Scores	Niveau de compréhension
G	12ans 10mois	-1,07 σ	Faible
H 1	12ans 1mois	-1,38 σ	
L 1	12ans 5mois	-1,38 σ	
A 1	12ans 10mois	0,16 σ	Moyen
H 2	12ans 6mois	-0,77 σ	
S	12ans 1mois	-0,77 σ	
A 2	11ans 1mois	1,08 σ	Bon
L 2	11ans 11mois	0,77 σ	
N	12ans	1,08 σ	

Tableau VII : Scores des élèves de 5^{ème} sélectionnés.

Les principales difficultés rencontrées par tous les élèves concernent :

Les relatives en « que » et les relatives complexes (dans lequel, dont, sur lequel) qui précisent que l'inclusion de classes n'est pas maîtrisée par tous les collégiens ;

La coréférence ambiguë du pronom (parce que, bien que) ;

Les résultats aux blocs concernant la voix passive et les adjectifs ordinaux nous indiquent que les collégiens de niveaux faible et moyen ne maîtrisent encore que très mal ces connaissances.

2. Résultats à l'école primaire.

Nous allons, en tout premier lieu, présenter les temps de résolution obtenus, par les enfants des différentes classes, concernant les problèmes mathématiques leur ayant été proposés. Puis, nous nous attarderons sur les résultats des divers problèmes.

2.1. Temps de résolution des problèmes :

Les temps de résolution obtenus par les élèves dans les divers niveaux de compréhension sont répertoriés ci après. Sont différenciés les problèmes écrits des problèmes imagés ou encore des problèmes manipulables. Les résultats plus

détaillés concernant les enfants de chaque niveau sont donnés en annexe (Cf Annexe n°10 p 161 à 166).

2.1.1. Problèmes écrits.

Ci dessous, sont notées les moyennes des temps de résolution (en secondes) pour chaque problème écrit présenté aux élèves des 3 classes du primaire.

	CE2				CM1				CM2			
	Bon	Moyen	Faible	Mécri- ts CE2 (s)	Bon	Moyen	Faible	Mécri- ts CM1 (s)	Bon	Moyen	Faible	Mécri- ts CM2 (s)
Pb 1	31s	33s	42s	35s	25s	20s	22s	23s	9s	35s	37s	27s
Pb 2	51s	55s	78s	61s	35s	69s	42s	48s	19s	37s	64s	40s
Pb 3	76s	85s	105s	89s	53s	90s	100s	81s	46s	45s	41s	44s
Pb 4	39s	41s	45s	41s	29s	31s	27s	29s	22s	38s	38s	33s
Pb 5	94s	94s	97s	95s	55s	75s	52s	61s	23s	55s	52s	43s
Pb 8	48s	71s	85s	68s	27s	31s	25s	28s	11s	13s	23s	16s
Moy totale	56s	63s	75s	65s	37s	53s	45s	45s	22s	37s	42s	34s

Tableau VIII : Temps de résolution des problèmes écrits.

Nous remarquons que selon le niveau de compréhension des enfants, la rapidité d'exécution des problèmes écrits est meilleure lorsqu'ils ont des capacités de compréhension d'un niveau plus élevé. De plus, la rapidité des élèves pour résoudre des problèmes croît en même temps que l'on avance dans les dernières classes du cycle.

2.1.2. Problèmes imagés.

Ci dessous, sont notées les moyennes des temps de résolution (en secondes) pour chaque problème imagé présenté aux élèves des 3 classes du primaire.

	CE2				CM1				CM2			
	Bon	Moyen	Faible	Mima- gés CE2 (s)	Bon	Moyen	Faible	Mima- gés CM1 (s)	Bon	Moyen	Faible	Mima- gés CM2 (s)
Pb 1b	26s	35s	38s	33s	21s	30s	19s	24s	9s	11s	14s	11s
Pb 2b	64s	81s	85s	77s	21s	48s	36s	35s	14s	17s	35s	22s
Pb 3b	93s	93s	100s	95s	47s	81s	64s	64s	30s	55s	48s	44s
Pb 4b	61s	39s	75s	58s	41s	71s	49s	54s	41s	43s	61s	48s
Pb 5b	54s	67s	50s	57s	47s	66s	87s	67s	23s	24s	72s	40s
Pb 6	169s	184s	163s	172s	116s	150s	132s	133s	96s	91s	114s	100s

Pb 7	181s	209s	225s	205s	272s	263s	117s	217s	142s	130s	142s	138s
Pb 8b	25s	35s	63s	41s	16s	18s	65s	33s	8s	12s	18s	12s
Pb 9	331s	375s	451s	386s	239s	198s	199s	212s	237s	187s	229s	218s
Moy totale	112s	124s	139s	125s	91s	103s	85s	93s	67s	63s	81s	70s

Tableau IX : Temps de résolution des problèmes imagés.

Nous observons que, généralement, les élèves, en avançant dans le niveau de scolarité plus élevé du cycle, ont des temps de résolution plus rapides que ceux de niveaux inférieurs. Nous constatons, encore une fois, que la moyenne des temps de résolution des problèmes imagés est plus lente lorsque les enfants ont un plus faible niveau de compréhension.

Nous remarquons aussi que, pour les problèmes demandant une argumentation, quant au choix du plan ou d'un schéma correct (problèmes 6, 7, 9), les temps moyens de résolution de ceux-ci sont augmentés, quel que soit le niveau de scolarité.

Le problème de géométrie (problème 9) a, lui aussi, été assez long à résoudre. Cependant, nous notons une diminution du temps mis pour sa résolution, au fur et à mesure de l'avancée dans les dernières classes du cycle.

2.1.3. Problèmes manipulables.

Ci après, sont notées les moyennes des temps de résolution (en secondes) pour chaque problème manipulable présenté aux élèves des 3 classes du primaire.

	CE2				CM1				CM2			
	Bon	Moyen	Faible	Mmanip CE2 (s)	Bon	Moyen	Faible	Mmanip CM1 (s)	Bon	Moyen	Faible	Mmanip CM2 (s)
Pb 1c	22s	43s	43s	36s	12s	10s	24s	15s	7s	10s	31s	16s
Pb 2c	63s	56s	74s	64s	29s	58s	46s	44s	14s	21s	48s	28s
Pb 3c	84s	57s	45s	62s	29s	51s	33s	38s	25s	42s	34s	34s
Pb 4c	50s	32s	47s	43s	35s	45s	38s	40s	39s	62s	45s	49s
Pb 5c	135s	82s	132s	116s	75s	148s	95s	106s	83s	78s	81s	81s
Moy totale	71s	54s	68s	64s	36s	63s	47s	49s	34s	43s	48s	41s

Tableau X : Temps de résolution des problèmes manipulables.

L'analyse des résultats montre que la moyenne des temps de résolution diminue tout au long du cycle des approfondissements.

Mais, une analyse par niveau de compréhension montre que, selon les problèmes à effectuer, les manipulations réalisées par les enfants peuvent prendre plus ou moins de temps. Ce qui permet de penser que chacun a un raisonnement différent face à la difficulté.

2.2. Résultats aux problèmes.

Nous allons maintenant, de façon générale, présenter les résultats obtenus par les divers groupes lors des résolutions de problèmes.

Les tableaux détaillés des résultats individuels sont placés en annexes.

2.2.1. Comparaison des problèmes 1 (écrit, imagé, manipulable).

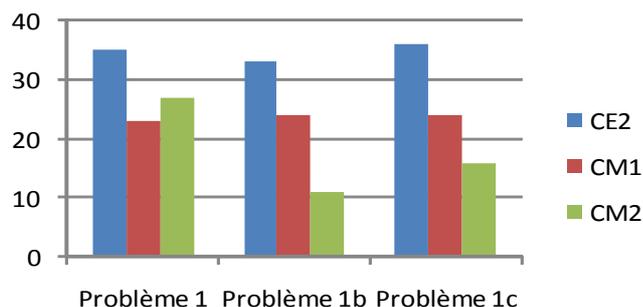
Dans le tableau ci après sont répertoriées les notes totales obtenues, par niveau de compréhension, pour les enfants du CE2 et pour le problème 1 présenté selon les trois modalités.

Problèmes 1	Écrit			Imagé			Manipulable		
	Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure
Faible	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3
Moyen	Rés-E : 2/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3
Bon	Rés-E : 2/3	Rais-E: 2/3	Pro-E: 2/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3
TOTAL général CE2	Rés-E1: 7/9	Rais-E1: 8/9	Pro-E1: 8/9	Rés-I1: 9/9	Rais-I1: 9/9	Pro-I1: 9/9	Rés-M1 : 9/9	Rais-M1: 9/9	Pro-M1: 9/9

Tableau XI : Résultats des problèmes 1 au CE2.

Nous constatons que les enfants du niveau de compréhension le plus faible ne font, pour ces problèmes, aucune erreur contrairement aux enfants des autres niveaux. Ces derniers ont plus de difficultés avec le problème présenté en modalité écrite. Les résultats faibles (Rés-E1) sont liés à des erreurs de calcul.

Les résultats des élèves des classes de CM1 et de CM2 sont placés en annexe (Cf Annexe n°11 p 167-168) car aucune erreur n'a été décelée.



Graphique 1 : Temps de résolution des problèmes 1.

Ce graphique montre que la modalité imagée a été la plus rapidement résolue au dépend des autres modalités.

2.2.2. Comparaison des problèmes 2 (écrit, imagé, manipulable).

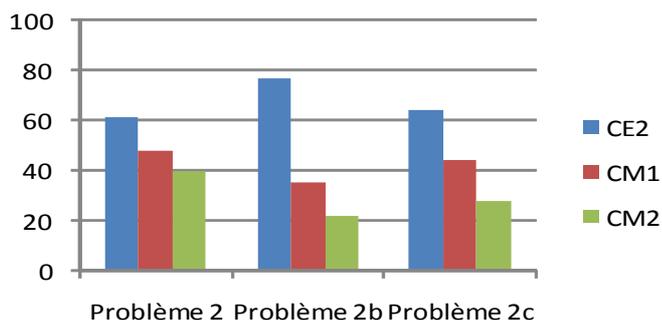
Dans le tableau ci après sont répertoriées les notes totales obtenues, par niveau de compréhension, pour les enfants du CE2 et pour le problème 2 présenté selon les trois modalités.

Problèmes 2	Écrit			Imagé			Manipulable		
	Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure
Faible	Rés-E : 2/3	Rais-E: 2/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 2/3	Rais-I: 2/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 2/3	Rais-M: 2/3	Pro-M: 2/3
Moyen	Rés-E : 1/3	Rais-E: 1/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3
Bon	Rés-E : 2/3	Rais-E: 2/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 2/3	Rais-I: 2/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 2/3	Pro-M: 3/3
TOTAL général CE2	Rés-E1: 5/9	Rais-E1: 5/9	Pro-E1: 9/9	Rés-I1: 7/9	Rais-I1: 7/9	Pro-I1: 9/9	Rés-M1 : 8/9	Rais-M1: 7/9	Pro-M1: 8/9

Tableau XII : Résultats des problèmes 2 au CE2.

Nous constatons que les enfants du CE2 ont mieux réussi ce problème présenté en modalité imagée. Par contre, en modalité écrite, leurs difficultés de compréhension ont erroné leurs raisonnements et ont affaibli leurs résultats.

Les résultats des élèves des classes de CM1 et de CM2 sont placés en annexe (Cf Annexe n°12 p 169-170) car les résolutions n'ont pas posé trop de difficulté. Seuls deux élèves ont échoué sur la présentation imagée et un seul sur la présentation manipulable. Ces trois élèves ont, semble-t-il, eu des difficultés dans la compréhension de l'énoncé et ont donc utilisé une structure additive. L'ajout d'un schéma a influencé négativement la résolution du problème, pour ces enfants.



Graphique 2 : Temps de résolution des problèmes 2.

Ce graphique montre que la modalité imagée a été la plus rapidement résolue par les enfants des niveaux CM, mais que les élèves du CE2 ont préféré la modalité écrite.

2.2.3. Comparaison des problèmes 3 (écrit, imagé, manipulable).

Dans le tableau ci après sont répertoriées les notes totales obtenues, par niveau de compréhension, pour les enfants du CE2 et pour le problème 3 présenté selon les trois modalités.

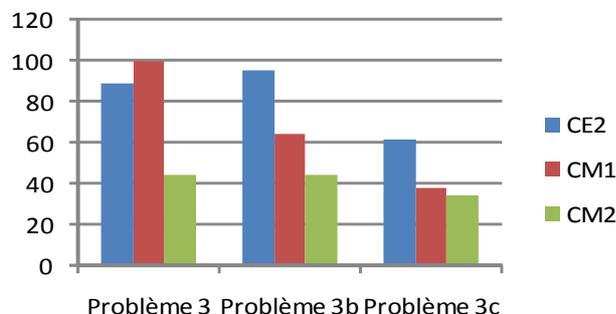
Problèmes 3	Écrit			Imagé			Manipulable		
	Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure
Faible	Rés-E : 1/3	Rais-E: 1/3	Pro-E: 1/3	Rés-I : 1/3	Rais-I: 2/3	Pro-I: 2/3	Rés-M: 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3
Moyen	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 2/3	Rais-I: 2/3	Pro-I: 2/3	Rés-M: 2/3	Rais-M: 2/3	Pro-M: 2/3
Bon	Rés-E : 1/3	Rais-E: 1/3	Pro-E: 1/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3
TOTAL général CE2	Rés-E1: 5/9	Rais-E1: 5/9	Pro-E1: 5/9	Rés-I1: 6/9	Rais-I1: 7/9	Pro-I1: 7/9	Rés-M1 : 8/9	Rais-M1: 8/9	Pro-M1: 8/9

Tableau XIII : Résultats des problèmes 3 au CE2.

Nous remarquons que la modalité manipulable est bien utile pour ce groupe d'enfants du CE2, et surtout, qu'elle permet d'utiliser la procédure de résolution adéquate à ce style de problème. Ces élèves ont eu beaucoup de difficultés à trouver la bonne opération (à savoir, une multiplication) lors de la présentation en modalité écrite. Le fait d'avoir eu d'autres modalités de présentation a permis d'accéder à un schéma mental et ainsi d'activer le bon calcul.

Les résultats des élèves des classes de CM1 et de CM2 sont placés en annexe (Cf Annexe n°13 p 171-172). Un élève de CM1, de niveau de compréhension

faible, n'a pas réussi à résoudre ce problème, quelle que soit la modalité. Nous pouvons supposer qu'il ne maîtrise pas encore certaines notions mathématiques. Ici, il ne semble pas avoir acquis la structure multiplicative et préfère utiliser la structure additive. Au CM2, quelques erreurs de calcul sont notées.



Graphique 3 : Temps de résolution des problèmes 3.

Nous remarquons que la modalité manipulable est la plus rapidement résolue, pour toutes les classes. Elle a aussi été la plus réussie.

2.2.4. Comparaison des problèmes 4 (écrit, imagé, manipulable).

Dans le tableau ci après sont répertoriées les notes totales obtenues, par niveau de compréhension, pour les enfants du CE2 et pour le problème 4 présenté selon les trois modalités.

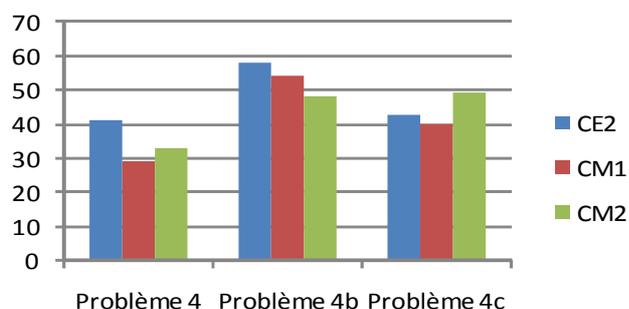
Problèmes 4	Écrit			Imagé			Manipulable		
	Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure
Faible	Rés-E : 2/3	Rais-E : 5/6	Pro-E : 2/3	Rés-I : 2/3	Rais-I : 5/6	Pro-I : 2/3	Rés-M : 2/3	Rais-M : 5/6	Pro-M : 2/3
Moyen	Rés-E : 1/3	Rais-E : 4/6	Pro-E : 1/3	Rés-I : 3/3	Rais-I : 6/6	Pro-I : 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M : 6/6	Pro-M : 3/3
Bon	Rés-E : 1/3	Rais-E : 4/6	Pro-E : 1/3	Rés-I : 3/3	Rais-I : 6/6	Pro-I : 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M : 6/6	Pro-M : 3/3
TOTAL général CE2	Rés-E1 : 4/9	Rais-E1 : 13/18	Pro-E1 : 4/9	Rés-I1 : 8/9	Rais-I1 : 17/18	Pro-I1 : 8/9	Rés-M1 : 8/9	Rais-M1 : 17/18	Pro-M1 : 8/9

Tableau XIV : Résultats des problèmes 4 au CE2.

Nous remarquons que les modalités imagée et manipulable sont mieux réussies que la modalité écrite, pour tous les niveaux scolaires. Dans l'énoncé écrit, la comparaison des deux quantités de pommes n'a pas été comprise par quelques élèves de ce niveau qui ont de ce fait additionné les quantités données.

C'est le cas d'une élève de CE2 qui a échoué à la 2^{ème} question posée (concernant le nombre de pommes qu'il y a en plus) quelle que soit la modalité présentée.

Les résultats des élèves des classes de CM1 et de CM2 sont placés en annexe (Cf Annexe n°14 p 173-174). Pour le CM2, ce sont les élèves inclus dans le niveau moyen qui ont eu le plus de difficulté à résoudre ces problèmes. Chacun de ces trois élèves a échoué dans une des modalités, ce qui montre que chaque enfant raisonne bien différemment. Là encore, le terme « y en a-t-il en plus » a été complexe à comprendre puisque les élèves ont calculé une somme de pommes.



Graphique 4 : Temps de résolution des problèmes 4.

Le graphique montre que les enfants mettent moins de temps à accéder à la solution avec la modalité écrite. Ce qui semble normal puisqu'ils n'ont pas besoin de dénombrer les pommes.

2.2.5. Comparaison des problèmes 5 (écrit, imagé, manipulable).

Dans le tableau ci après sont répertoriées les notes totales obtenues, par niveau de compréhension, pour les enfants du CM1 et pour le problème 5 présenté selon les trois modalités.

Problèmes 5	Écrit			Imagé			Manipulable		
	Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure
Faible	Rés-E : 1/3	Rais-E : 1/3	Pro-E : 1/3	Rés-I : 3/3	Rais-I : 3/3	Pro-I : 3/3	Rés-M : 2/3	Rais-M : 2/3	Pro-M : 2/3
Moyen	Rés-E : 1/3	Rais-E : 1/3	Pro-E : 1/3	Rés-I : 3/3	Rais-I : 3/3	Pro-I : 3/3	Rés-M : 2/3	Rais-M : 0/3	Pro-M : 2/3
Bon	Rés-E : 2/3	Rais-E : 2/3	Pro-E : 2/3	Rés-I : 3/3	Rais-I : 3/3	Pro-I : 3/3	Rés-M : 2/3	Rais-M : 1/3	Pro-M : 2/3
TOTAL général CM1	Rés-E1 : 4/9	Rais-E1 : 4/9	Pro-E1 : 4/9	Rés-I1 : 9/9	Rais-I1 : 9/9	Pro-I1 : 9/9	Rés-M1 : 6/9	Rais-M1 : 3/9	Pro-M1 : 6/9

Tableau XV : Résultats des problèmes 5 au CM1.

Les problèmes 5 ont montré une certaine difficulté de réalisation pour la plupart des enfants, quel que soit leur niveau scolaire et leur niveau de compréhension. Cependant, la modalité imagée s'est avérée la mieux réussie par la majorité des

élèves. La modalité écrite a été la plus échouée, mais ceci peut aussi s'expliquer par la complexité de l'énoncé de ce problème.

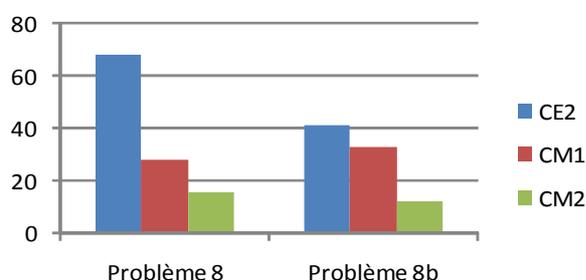
Les résultats des élèves des classes de CE2 et de CM2 sont situés en annexe (Cf Annexe n°15 p 175-176). Les principales difficultés ont concerné le raisonnement des enfants, qui, pour la plupart ont trouvé le résultat mais n'ont pas réussi à expliquer l'opération effectuée.

2.2.6. Comparaison des problèmes 8 (écrit, imagé).

Les résultats des élèves des classes de CE2, CM1 et CM2 sont situés en annexe (Cf Annexe n°16 p 177-178). La modalité écrite a été la mieux résolue par l'ensemble des élèves.

Pour les élèves du CE2, nous constatons que la figure les a perturbés, car les résultats sont plus faibles que pour la modalité écrite.

Les erreurs de procédure relevées chez les enfants du niveau CM1 sont causées par l'utilisation d'une structure additive au dépend de la structure multiplicative. Pour les niveaux CM, les modalités écrites et imagées montrent les mêmes résultats.



Graphique 5 : Temps de résolution des problèmes 8.

Nous constatons que lorsqu'un schéma est associé au texte, la résolution du problème est plus rapide. Cependant, les réponses ne sont pas forcément correctes.

2.2.7. Problèmes imagés : n°6, n°7 et n°9.

Ces problèmes nécessitent une argumentation de la part de chaque élève. Le but est de choisir le schéma résumant correctement l'énoncé. Ensuite, un calcul est demandé à l'enfant.

Les résultats de tous les élèves, pour le problème 6 sont donnés en annexe (Cf Annexe n°17 p 179-180). Nous constatons que le problème est assez bien réussi

dans la mesure où les enfants ont choisi le bon plan, car le calcul concernant un état final est assez simple. Les erreurs commises lors des arguments proviennent de l'absence de retour au village. Dans chaque classe, 1/3 des enfants n'a pas choisi le plan adéquat et a donc échoué lors du calcul.

Pour le problème 7, les résultats des élèves sont placés en annexe (Cf Annexe n°18 p 181-182). Ci-dessous sont inscrites les notes totales obtenues par les élèves du CM2. Ce problème appartient à une catégorie de problème assez complexe, surtout pour les enfants du CE2, car il nécessite deux calculs multiplicatifs.

Problèmes 7 - CM2	Imagé		
	Résultats	Arguments	Procédure
Faible	Rés-I : 0/3	Rais-I: 6,5/9	Pro-I: 3/3
Moyen	Rés-I : 1/3	Rais-I: 8,5/9	Pro-I: 3/3
Bon	Rés-I : 3/3	Rais-I: 8/9	Pro-I: 3/3
TOTAL général	Rés-I1: 4/9	Rais-I1: 23/27	Pro-I1: 9/9

Tableau XVI : Résultats du problème 7 au CM2.

Nous remarquons une certaine difficulté à argumenter le choix du schéma choisi lorsque l'énoncé est complexe. Cependant, la plupart des enfants ont donné au moins 2 arguments sur les 3 permettant la sélection du plan correct (les 4 trajets : 18/27 enfants; le pas de 0,60m : 20/27 enfants; les 250 pas : 14/27 enfants).

Les résultats du problème 9 sont mis en annexe (Cf Annexe n°19 p 183-184). Ils montrent que, pour tous les niveaux, les élèves peuvent donner des arguments afin de sélectionner un plan. Ceux-ci sont placés en annexe (Cf Annexe n°19 p 184). Nous notons que les principaux arguments donnés sont : la longueur AE mesure 1,5cm (et non 2cm) et le segment [DE] n'est pas tracé. Quelques enfants d'un niveau plus élevé nous ajoutent que : E n'est pas le centre du cercle.

3. Résultats au Collège.

3.1. Temps de résolution des problèmes :

Les temps de résolution mis par les enfants de chaque niveau, pour chaque problème, ont été placés en annexe (Cf Annexe n°20 p 185 à 188).

3.1.1. Problèmes écrits.

Ci-dessous sont notés les temps de résolution, pour les problèmes de modalité écrite, pour les enfants suivis en orthophonie pour des troubles du calcul.

Problèmes écrits	Pb 1	Pb 2	Pb 3	Pb 8	Moy totale (s)
Em (6 ^{ème})	75	109	24	49	64s
Se (5 ^{ème})	98	86	38	61	71s

Tableau XVII : Temps de résolution des problèmes écrits (Em et Se).

Ci-dessous, sont notées les moyennes des temps de résolution (en secondes) pour chaque problème écrit présenté aux élèves des classes du Collège.

	6ème				5ème			
	Bon	Moyen	Faible	Mécrits 6 ^{ème} (s)	Bon	Moyen	Faible	Mécrits 5 ^{ème} (s)
Pb 1	87	130	48	88	48	51	128	76
Pb 2	67	49	43	53	50	55	52	56
Pb 3	24	28	23	25	25	24	48	32
Pb 8	62	73	59	64	75	46	65	62
Moy totale	60s	70s	43s	58s	50s	47s	72s	57s

Tableau XVIII : Temps de résolution des problèmes écrits au collège.

Nous remarquons que la moyenne des temps de résolution des problèmes écrits reste la même en 6^{ème} et en 5^{ème} (environ 58s). Selon le niveau de compréhension des enfants, la rapidité d'exécution des problèmes écrits fluctue beaucoup. En 6^{ème}, les enfants de niveau de compréhension faible sont les plus rapides, alors qu'en 5^{ème}, ils sont les plus lents.

Nous constatons que les enfants suivis pour des troubles du calcul ont des résultats similaires aux enfants « tout-venant », avec toutefois une augmentation des temps de résolution qui est surtout visible pour Se.

3.1.2. Problèmes imagés.

Ci-dessous sont notés les temps de résolution, pour les problèmes de modalité imagée, des enfants suivis en orthophonie pour des troubles du calcul.

Problèmes imagés	Pb 5	Pb 6	Pb 7	Pb 13	Moy totale (s)
Em (6 ^{ème})	145	182	120	114	140s
Se (5 ^{ème})	144	294	190	170	200s

Tableau XIX : Temps de résolution des problèmes imagés (Em et Se).

Ci-dessous, sont notées les moyennes des temps de résolution (en secondes) pour chaque problème imagé présenté aux élèves des classes du Collège.

Écrits	6ème				5ème			
	Bon	Moyen	Faible	Mécrits 6 ^{ème} (s)	Bon	Moyen	Faible	Mécrits 5 ^{ème} (s)
Pb 5	125	130	116	123	186	163	145	164
Pb 6	223	195	178	199	217	134	182	177
Pb 7	142	152	192	162	174	185	170	176
Pb 13	45	73	143	87	54	63	92	70
Moy totale	134s	138s	157s	143s	157s	137s	147s	147s

Tableau XX : Temps de résolution des problèmes imagés au collège.

Les résultats obtenus par les enfants « tout-venant » montrent que les enfants des deux niveaux sont, en moyenne, aussi rapides les uns que les autres (environ 145s). En 6^{ème}, nous notons que ce sont les enfants de faible niveau de compréhension qui sont les plus lents, alors qu'en 5^{ème}, ce sont les enfants bénéficiant d'un bon niveau.

En ce qui concerne les enfants avec trouble du calcul, seule Se voit une augmentation de ses temps de résolution. Em, quant à elle, met, en moyenne, le même temps que les enfants « tout-venant ».

3.1.3. Problèmes nécessitant une représentation schématique.

Ci-dessous sont notés les temps de résolution, pour les problèmes de modalité imagée, des enfants suivis en orthophonie pour des troubles du calcul.

Problèmes	Pb 4	Pb 10	Pb 11	Pb 12	Moy totale (s)
Em (6 ^{ème})	83	228	438	72	205s
Se (5 ^{ème})	161	104	353	60	170s

Tableau XXI : Temps de résolution des problèmes demandant un schéma.

Ci-dessous, sont notées les moyennes des temps de résolution (en secondes) pour chaque problème nécessitant un schéma présenté aux élèves des classes du Collège.

	6ème				5ème			
	Bon	Moyen	Faible	Mécrits 6 ^{ème} (s)	Bon	Moyen	Faible	Mécrits 5 ^{ème} (s)
Pb 4	175	140	134	150	147	171	155	158
Pb 10	99	129	120	116	98	104	109	104

Pb 11	200	288	259	249	175	212	247	211
Pb 12	64	46	77	62	100	64	60	75
Moy totale	134s	151s	147s	144s	130s	138s	143s	137s

Tableau XXII : Temps de résolution des problèmes demandant une représentation.

Pour ces problèmes nécessitant une représentation, nous observons que les élèves de 5^{ème} sont globalement un peu plus rapides que ceux de 6^{ème}. En 5^{ème}, la moyenne des temps de résolution diminue avec l'augmentation du niveau de compréhension. En 6^{ème}, les enfants des niveaux moyen et faible obtiennent presque le même temps de résolution (en moyenne : 149s), alors que les enfants d'un bon niveau vont en moyenne aussi vite que les 5^{ème}.

Cependant, les enfants suivis pour des troubles du calcul présentent plus de difficultés pour ce style de présentation.

Nous constatons que chaque enfant possède un raisonnement propre et lors des prises en charge, il est nécessaire de le prendre en compte.

3.2. Résultats aux problèmes.

Nous allons maintenant, de façon générale, présenter les résultats obtenus par les divers groupes lors des résolutions de problèmes.

Les tableaux détaillés des résultats individuels sont placés en annexes.

3.2.1. Problèmes écrits.

Le tableau ci-après reprend les résultats obtenus, pour les problèmes écrits, par les élèves suivis en orthophonie.

Écrits	6ème : Em				5ème : Se			
	Résultats	Raisonnement	Procédure	Total	Résultats	Raisonnement	Procédure	Total
Pb 1	1	1	O	3/3	0	0	O	1/3
Pb 2	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3
Pb 3	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3
Pb 8	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3

Tableau XXIII : Résultats aux problèmes écrits (Em et Se).

Les résultats des élèves du collège, concernant les problèmes écrits, sont situés en annexe (Cf Annexe n°21 p 189 à 191).

Les problèmes de structure additive (problèmes 1 et 2) et de structure multiplicative (problèmes 3 et 8), présentés en modalité écrite, ne présentent pas de difficulté particulière pour les élèves de 5^{ème}. Cependant, les élèves de 6^{ème} sont assez gênés par les calculs multiplicatifs de nombres décimaux qui ne semblent pas encore maîtrisés.

Nous constatons aussi que les résultats des élèves suivis en orthophonie sont les mêmes que ceux obtenus par des enfants « tout-venant ».

3.2.2. Problèmes imagés.

Le tableau ci-après reprend les résultats obtenus, pour les problèmes imagés, par les élèves suivis en orthophonie.

Imagés	6ème : Em				5ème : Se			
	Résultats	Raisonnement	Procédure	Total	Résultats	Raisonnement	Procédure	Total
Pb 5	0	2,5	O	3,5/5	0	1,5	O	2,5/5
Pb 6	1	2	O	4/4	0	1	O	2/4
Pb 7	1	1	/	2/2	1	1	/	2/2
Pb 13	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3

Tableau XXIV : Résultats des problèmes imagés (Em et Se).

Les résultats des élèves du collège, concernant les problèmes imagés, sont situés en annexe (Cf Annexe n°22 p 192 à 194).

Tous ces problèmes montrent une amélioration des performances en 5^{ème}, tant du point de vue des calculs que du raisonnement. Nous constatons aussi que les problèmes sont globalement bien réussis et les explications fournies correspondent à ce qui était attendu.

Ci après, sont notés les résultats au problème 6 pour les élèves de 6^{ème} et 5^{ème}.

Problème 6	6ème			5ème		
	Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure
Total Faible	Rés-E :0/3	Rais-E: 6/6	Pro-E:3/3	Rés-M :2/3	Rais-M: 4/6	Pro-M: 3/3
Total Moyen	Rés-E :1/3	Rais-E: 3/6	Pro-E:3/3	Rés-M: 3/3	Rais-M: 6/6	Pro-M: 3/3
Total Bon	Rés-E :1/3	Rais-E: 6/6	Pro-E:3/3	Rés-M :3/3	Rais-M: 6/6	Pro-M: 3/3
TOTAL général	Rés-E1 : 2/9	Rais-E1: 15/18	Pro-E1: 9/9	Rés-M1: 8/9	Rais-M1: 16/18	Pro-M1: 9/9

Tableau XXIV : Résultats du problème 6.

Ces résultats montrent que le problème 6 (problème de type « changement ») est assez bien réussi. Cependant, les plus jeunes font des erreurs lors du calcul additif.

Le problème 5 (problème de type « isomorphisme de mesure ») montre la difficulté, encore présente au collège, d'effectuer deux multiplications successives. Nous remarquons que la plupart des enfants ont donné au moins 2 arguments sur les 3 permettant la sélection du plan correct (les 4 trajets : 16/18 élèves; le pas de 0,60m : 17/18 élèves; les 250 pas : 14/18 élèves). Cependant, certains n'ont pas trouvé le plan correct mais ont effectué le bon calcul.

Le problème 13 (problème de type « combinaison ») ne pose pas de difficulté particulière. Les résultats majoritairement donnés sont : 100 et 35 (33,33%), 134 et 1 (16,67%), 3 et 132 (11,11%).

Le problème 9 (problème de géométrie) montre que les principaux arguments donnés sont les mêmes que ceux fournis par les élèves du primaire, à savoir : la longueur AE mesure 1,5cm (et non 2cm) et le segment [DE] n'est pas tracé.

Nous constatons que les résultats des élèves présentant des troubles du calcul sont les mêmes que ceux obtenus par des enfants « tout-venant ». Em obtient même de meilleurs résultats du point de vue du raisonnement que Se.

3.2.3. Problèmes avec représentation schématique.

Le tableau ci-après reprend les résultats obtenus par les élèves étant suivis en orthophonie, pour les problèmes demandant la représentation d'un schéma.

	6ème: Em				5ème : Se			
	Résultats	Raisonnement	Procédure	Total	Résultats	Raisonnement	Procédure	Total
Pb 4	1	0,5	O	2,5/3	1	0,5	O	2,5/3
Pb 10	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3
Pb 11	1	0	O	2/3	1	0	O	2/3
Pb 12	1	1	O	3/3	0	0	O	1/3

Tableau XXV : Résultats aux problèmes demandant un schéma (Em et Se).

Les résultats des élèves du collège, concernant ces problèmes, sont situés en annexe (Cf Annexe n°23 p 195 à 197).

Là encore, nous observons une amélioration des performances en 5^{ème}, tant du point de vue des calculs que de celui du raisonnement.

Les résultats montrent que les problèmes de type combinaison (problèmes 4 et 11) ont été assez difficilement compris par les élèves, essentiellement par les plus jeunes ainsi que ceux ayant des difficultés de compréhension. Mais une cause à cet échec peut être la difficulté de créer un problème simple pour ce type d'énoncé.

Les problèmes de type isomorphisme de mesure (problèmes 10 et 12) n'ont pas semblé difficiles pour la plupart des élèves.

La difficulté principale de ces problèmes a surtout résidé dans la représentation d'un schéma. La création d'un dessin a permis aux élèves d'explorer leur imaginaire, mais il a parfois été difficile d'obtenir un dessin cohérent avec l'énoncé.

Nous remarquons, encore une fois, que les enfants avec troubles du calcul s'en sortent assez bien avec la représentation schématique et la résolution des problèmes. Ils obtiennent les mêmes résultats que ceux des enfants « tout-venant ».

Les problèmes proposés aux enfants des classes du CE2 à la 5^{ème} ont permis d'obtenir quelques pistes quant à la façon dont ils peuvent raisonner devant un énoncé de problème mathématique. Mais chaque enfant étant unique, chaque raisonnement l'est aussi, même si des similitudes peuvent apparaître.

De plus, les résultats ont montré que même si un enfant ne possède pas le raisonnement adéquat, il peut correctement résoudre l'énigme.

Dans ce mémoire, nous avons noté que certaines modalités et certains types d'énoncés étaient meilleurs que d'autres. Nous avons également pu constater que plus l'enfant grandit, plus la manière dont il aborde le problème se modifie. Ainsi, ceci va également se traduire par une baisse significative des temps de résolution des problèmes.

Discussion

Après avoir présenté les résultats des enfants pour chaque problème et dans chaque modalité étudiée (écrite, imagée et manipulable), nous allons effectuer un rappel des principaux résultats obtenus, selon les hypothèses formulées dans le chapitre « Contexte théorique » (page 55-56).

Puis, nous expliquerons les difficultés que nous avons rencontrées avant de détailler les principaux résultats concernant la validation ou non des hypothèses posées.

Ce mémoire fait suite au mémoire de Barenton (2003). Cependant, quelques modifications ont été apportées suite aux remarques qu'elle avait soulevées.

Les résultats obtenus, après la passation des problèmes, auprès des élèves de toutes les classes ont montré que chacun raisonne avec ses propres particularités. Cependant, nous pouvons dégager quelques réflexions:

- Sur le type de présentation à privilégier;
- Sur la lisibilité des termes à employer;
- Sur les principales difficultés rencontrées.

1. Résultats.

Les évaluations menées auprès des enfants de l'école primaire et des collégiens montrent l'impact de la présentation des énoncés sur la résolution des problèmes.

D'après notre étude, la modalité imagée serait plus efficace que la modalité manipulable dans la majorité des problèmes proposés. Lorsque l'énoncé est en modalité imagée, la représentation mentale est activée. Nous notons alors :

- Une diminution effective du temps de résolution;
- Une démarche plus facilement élaborée;
- Un accès aux calculs plus juste.

Cependant, plus les enfants acquièrent de connaissances générales et plus la modalité écrite devient accessible sans la nécessité de requérir à une représentation imagée ou manipulable.

Suite aux résultats généraux sur les diverses modalités, on remarque que lorsque les enfants ont la possibilité d'avoir les trois présentations d'un même énoncé, les problèmes échoués en modalité écrite sont normalement réussis en modalité imagée et/ou manipulable.

Les types d'énoncés les plus facilement résolus sont ceux de structure additive et en particulier, les problèmes de type changement.

Ceux de type égalisation et de type combinaison sont beaucoup plus difficiles.

Les problèmes de structure multiplicative, de type isomorphisme de mesure, sont assez complexes pour les élèves les plus jeunes, mais au fur et à mesure des apprentissages, la résolution devient meilleure.

Il en résulte cependant que, selon la présentation utilisée, là encore, certains de ces énoncés sont plus rapidement accessibles ou plus difficiles d'accès. Globalement, les enfants des niveaux les plus faibles ont plus de difficultés avec les problèmes dont l'énoncé est plus complexe.

Les problèmes où l'inconnue concerne un état final sont aussi plus facilement résolus par la plupart des enfants que ceux où l'inconnue est en état initial, ou lorsqu'il s'agit de trouver une transformation.

Nous remarquons que pour des enfants du CE2, lorsque la question est en tête d'énoncé avec une inconnue en état final, cela pose plus de souci de compréhension que lorsque la question est à la fin de l'énoncé. Non seulement, la place de l'inconnue joue un rôle primordial dans un énoncé mais il en est de même pour la place de la question.

Globalement, nous observons que les questions où l'inconnue est en état final sont mieux résolues que lorsque l'inconnue est en état initial, mais ceci n'est pas vérifiable dans tous les énoncés.

Les comparaisons des temps de résolution des différentes classes nous confortent dans notre hypothèse et nous montrent que les collégiens obtiennent généralement de meilleurs temps et ont une argumentation plus recherchée quant il s'agit d'expliquer un choix. Cependant, certains problèmes (de type combinaison) n'ont pas été proposés dans la même modalité entre les enfants du primaire et ceux du collège afin de ne pas perturber les plus jeunes. C'est le cas du problème de type combinaison : problème 5c en primaire et problème 4 au collège.

Pour d'autres problèmes, nous avons observé un temps assez similaire entre les divers niveaux.

La comparaison des résultats obtenus entre les enfants « tout-venant » et ceux suivis en rééducation ne nous a pas permis de conclure sur une remarque, puisque trop peu d'enfants suivis en orthophonie ont pu être vus.

2. Difficultés - critiques.

Suite à la création des problèmes et à la réalisation de mon mémoire, quelques critiques peuvent être formulées quant à :

- La passation des épreuves au sein des écoles,
- Les problèmes créés, en rapport avec le programme scolaire,
- Les questions posées aux enfants afin d'étoffer leur argumentation.

Au niveau des demandes d'autorisation parentale, distribuées dans les classes du CE2 à la 5^{ème}, certains parents répondaient par la négative quant à la prise en charge de leur enfant par l'orthophoniste, alors qu'en questionnant celui-ci, il affirmait le contraire. Ces élèves ont donc été évalués, mais leurs résultats au test de l'E.CO.S.SE n'ont pas été pris en compte lors de l'analyse.

Les élèves étant évalués au sein de l'école, les rencontres ont été espacées compte tenu des absences des enseignants, des élèves malades, des évaluations de périodes réalisées au sein des classes (alors que les enseignants connaissaient le jour réservé aux passations) et des mauvaises conditions climatiques (enfants absents pour cause de verglas, de fortes chutes de neige, ...).

Au niveau du test de l'E.CO.S.SE, il a été présenté en totalité aux élèves du collège. Il aurait été intéressant de ne présenter ce test qu'à partir du bloc J (bloc à partir duquel on peut commencer le test après 7ans), afin de gagner du temps lors de la passation de celui-ci.

Une critique peut être apportée au problème 2c (problème en modalité manipulable) présenté aux élèves de l'école primaire: on apporte à l'enfant un nombre de jetons qu'il n'a, de ce fait, pas besoin de compter. Ceux-ci étaient directement posés sur la table. Il aurait été intéressant, pour ceux ayant utilisé le matériel de leur proposer un

nombre de jetons supérieur à celui de l'énoncé pour vérifier le comptage, mais ce n'était pas le but de ce mémoire.

Une autre critique que l'on peut faire, par rapport aux divers problèmes présentés, c'est qu'il n'y a aucun problème nécessitant un calcul utilisant une division ou un partage. Il aurait été intéressant d'ajouter cette opération afin d'avoir une vision des résultats des enfants « tout-venant » pour toutes les opérations qu'ils peuvent rencontrer lors des problèmes effectués en classe.

Certains problèmes présentés nécessitaient une argumentation assez détaillée car chaque enfant devait sélectionner un plan et expliquer son choix. Cependant, devant le stress de certains, nous avons préféré ne pas poser trop de questions. Il aurait peut être été intéressant, de réussir à les questionner en leur donnant des pistes, mais les réponses auraient alors été faussées.

Pour le problème 4 (problème de type combinaison) présenté aux collégiens, il aurait peut être été intéressant de le proposer en modalité manipulable. A ce moment là, les élèves auraient pu, tout comme les enfants du primaire, aboutir plus rapidement au résultat, car la représentation de l'énoncé a posé quelques difficultés pour une grande partie des élèves de 6^{ème}. Ensuite, une comparaison entre les deux modalités et avec les résultats obtenus en primaire auraient permis de mieux comprendre le raisonnement des collégiens.

3. Analyse des résultats principaux.

3.1. Les types d'énoncé.

A l'école primaire, il y a une influence des temps de résolution selon la présentation et le type d'énoncé.

- Pour la modalité écrite, les temps les plus longs sont obtenus pour les problèmes de type isomorphisme de mesure (71s en moyenne), puis pour ceux de type combinaison (66s en moyenne), et enfin pour ceux de type égalisation (50s en moyenne); quelles que soient les classes.

Dans cette modalité, les problèmes les plus rapidement résolus sont ceux de type changement (environ 33s) et ceux de type comparaison (environ 34s). Au contraire, les résultats montrent que le problème de type changement est le mieux résolu.

- Pour la modalité imagée, les temps de résolution les plus longs sont obtenus pour les problèmes de type isomorphisme de mesure (environ 68s de moyenne, pour le problème 4). Puis, selon les classes, les moyennes fluctuent. Au CE2, les temps de résolution des problèmes de type égalisation sont les plus longs (environ 77s) ; au CM1, ce sont les problèmes de type combinaison (environ 67s) ; et au CM2, ce sont les problèmes de type comparaison (environ 48s). Au CM2, la structure de sériation est donc mise en place, les enfants peuvent comparer deux quantités.

Mais, pour toutes les classes, les problèmes les plus rapidement résolus sont ceux de type changement. Une diminution du temps de résolution est visible en fonction des classes (CE2 : 37s, CM1 : 28s, CM2 : 12s).

- Pour la modalité manipulable, les problèmes les plus rapidement résolus sont ceux de type changement (environ 23s). Les problèmes de type combinaison, assez complexes, montrent un temps de résolution assez long (environ 101s), quelle que soit la classe. Les autres types de problèmes ne présentent pas de difficultés et sont résolus en moyenne assez rapidement (environ 44s).

Les résultats aux modalités imagées et manipulables, pour les enfants de l'école primaire, ne montrent pas de préférence quant à une modalité. Les problèmes sont bien résolus dans chacune.

Au collège, on note également une influence des temps de résolution selon la présentation et le type d'énoncé. Mais il faut aussi savoir qu'au collège, la plupart des problèmes demandaient soit une explication quant à un choix, soit une représentation schématique. Ceci pouvait amener l'élève à privilégier un type d'énoncé plutôt qu'un autre plus complexe.

- Pour la modalité écrite, le problème le plus rapidement et le plus correctement résolu est celui de type isomorphisme de mesure (environ 29s). Le problème de type changement est le plus long (environ 82s). Le problème de type produit de mesure obtient un temps de résolution assez long car le calcul multiplicatif de nombres décimaux s'avère un peu compliqué à effectuer. Aucun type de problème ne semble poser de difficulté dans cette modalité.

- Pour la modalité imagée, le problème le plus rapidement résolu est celui de type combinaison (environ 79s), mais il ne demande aucune explication de la part des élèves. Là où les élèves de 5^{ème} ont perdu le plus de temps, c'est lors de l'argumentation du choix du plan correct. Pour les problèmes nécessitant une argumentation, celui de type isomorphisme de mesure a été le plus rapide (environ 144s), mais les résultats obtenus par les élèves ont montré la difficulté du calcul. Le plus long ayant été le problème de type changement (environ 188s), mais la difficulté a surtout résidé dans le calcul additif.

- Pour les problèmes où il est demandé une représentation, les plus rapides sont ceux de type isomorphisme de mesure (environ 89s). Les problèmes de type combinaison, plus complexes, ont montré une augmentation du temps moyen de résolution, surtout pour celui concernant une combinaison de fraction (environ 230s). Les collégiens ont eu plus de difficulté à résoudre le problème de type produit de mesure car il nécessitait un rappel d'un calcul d'aire qui avait, semble-t-il, quelque fois été oublié. Tout comme les élèves du primaire, ils sont aussi plus embêtés avec les problèmes de type isomorphisme de mesure.

Les résultats obtenus montrent que, quel que soit le niveau et l'énoncé proposé, plus l'enfant acquiert de connaissances et meilleurs sont ses résultats. Les enfants ayant un bon niveau de compréhension sont généralement les plus rapides et réussissent mieux à résoudre les problèmes.

Nous remarquons que les temps de résolution des problèmes diminuent avec l'augmentation du niveau des connaissances, ce qui montre que plus les enfants acquièrent de capacité de raisonnement et mieux ils sont dotés pour leur avenir.

Cependant, ces temps de résolution ne sont ni synonymes de réussite ni synonymes d'échec chez les enfants. Certains auront besoin de plus de temps de réflexion pour aboutir au bon résultat alors que d'autres, auront des difficultés à répondre à la question posée et perdront alors un temps conséquent. La rapidité d'exécution d'un problème ne va pas de pair avec la résolution correcte de celui-ci.

Ces résultats nous prouvent que chaque enfant a une capacité de raisonnement qui lui est propre et qu'il doit être à même de l'utiliser pour le faire évoluer.

Fayol (« L'enfant et le nombre », 1990) avait montré qu'à partir du CE2, les enfants récupèrent les faits numériques directement en mémoire. C'est ce que l'on note

lorsque l'on compare le mode de résolution du problème concernant un calcul de périmètre. Les élèves vont soit utiliser un calcul additif soit un calcul multiplicatif.

Les expériences de Fayol ont aussi montré qu'il est impossible de classer les énoncés selon les niveaux car tout au long du cursus scolaire, des modifications apparaissent. Nous avons tout de même noté que les problèmes de type changement sont les mieux résolus par les enfants du primaire. Au niveau des collégiens, les principales difficultés ont concerné les calculs au sein des énoncés, mais pas le type d'énoncé.

L'hypothèse concernant le type de problème est donc validée. Nous obtenons bien une pénalisation de certains niveaux scolaires selon le type d'énoncé présenté.

Selon le niveau scolaire des enfants, les résultats aux divers problèmes ont montré que l'acquisition de la structure multiplicative n'est pas encore bien maîtrisée au CE2. Il faut aussi noter que ces mêmes élèves ont vu les calculs multiplicatifs mais ne savent pas encore bien les utiliser dans les situations de problèmes.

Lorsqu'il est possible d'utiliser les deux structures (additive et multiplicative), les enfants de niveau faible auront plus tendance à privilégier la structure la plus simple pour eux. Alors que dans les niveaux supérieurs, ils choisiront la structure la plus adaptée à la question.

3.2. Modalité d'énoncé.

L'analyse des types de problème et des structures utilisées par les élèves a montré que selon chaque niveau, les résultats sont différents et fluctuent selon les faits numériques que ceux-ci ont en mémoire.

Les problèmes de type changement qui nécessitent un calcul additif sont globalement les mieux réussis à l'école primaire. Au collège, ce sont les problèmes de type isomorphisme de mesure qui sont généralement les mieux résolus.

En ce qui concerne la modalité d'énoncé la plus simple, selon le niveau scolaire des enfants, nous avons remarqué qu'elle variait selon les moyennes des temps de résolution et selon les résultats obtenus.

Au niveau des temps de résolution, à l'école primaire, la modalité imagée obtient les meilleurs scores (CE2 : 60s; CM1: 46s; CM2 : 30s). Puis, la modalité écrite arrive ensuite. La modalité manipulable est la plus lente pour les enfants du niveau CM. Elle ne semble plus adaptée dans la résolution des problèmes.

Au niveau des résultats, les modalités permettant un meilleur accès aux résultats sont les modalités imagées et manipulables. Les comparaisons sont surtout visibles au niveau des résultats des élèves du CE2, car les divers problèmes présentés en modalité manipulable sont globalement tous réussis. Mais plus les élèves grandissent et plus les résultats sont équivalents dans les trois modalités, avec toutefois des erreurs encore présentes lors de la modalité écrite.

La résolution du problème 4 en modalité écrite, par les élèves du primaire (problème de type comparaison), a posé quelques difficultés. La difficulté de compréhension de l'énoncé n'a pas permis la résolution du problème pour les plus jeunes, surtout pour les élèves de CE2. Cependant, ce problème ne devait pas être très difficile à comprendre à part le terme « y a-t-il en plus ». Cette énigme a été mieux résolue dans les autres modalités présentées.

Au CM2, la modalité écrite fournit les meilleurs résultats. Cependant, devant la complexité de certains énoncés écrits, la modalité imagée donne, à ce moment là, de meilleurs résultats.

Lorsque le problème est présenté en modalité écrite et imagée (problèmes 8 et 8b), c'est dans la modalité écrite que l'on obtient les résultats les plus justes et dans un temps plus court.

Au niveau de l'école primaire, le dessin aurait un impact sur la rapidité de compréhension de la consigne, et il permettrait aussi une plus grande facilité dans la résolution des problèmes.

Au niveau des élèves du collège, nous observons de meilleurs résultats et un temps moyen de résolution plus rapide lorsque les problèmes sont présentés en modalité écrite. Ceci peut être lié au fait qu'aucune demande d'explication n'est nécessaire avec ces problèmes. Les élèves de 5^{ème} réussissent correctement tous les problèmes présentés, quelle que soit la modalité.

En comparant les énoncés avec schéma à tracer et ceux en modalité imagée, nous remarquons que les temps de résolution sont les mêmes (environ 140s), ce qui montre que le fait d'analyser un schéma ou de le représenter nécessite le même laps de temps. Cependant, le fait de tracer une représentation perturbe certains enfants et provoque des erreurs lors des opérations à effectuer.

Au niveau du collège, nous notons que la présentation imagée n'est pas toujours bénéfique et n'implique pas la réussite d'un problème, contrairement à ce qui s'est passé à l'école primaire.

L'hypothèse concernant l'existence d'une modalité d'énoncé plus simple pour les enfants, selon leur niveau scolaire est donc validée.

Nous sommes donc d'accord avec Fayol (« L'enfant et le nombre », 1990), qui constatait que la modalité manipulable était la modalité la plus simple, pour les enfants de niveau CE2. Cependant, avec des enfants de niveau CM2, le type de présentation influence moins la réussite aux problèmes. La plupart des élèves du CM2 réussissent les problèmes présentés, quelle que soit la modalité utilisée. La manipulation devient donc accessoire lorsque l'enfant acquiert de nouvelles connaissances. Un des avantages de la modalité imagée est qu'elle permet de soulager la charge cognitive de l'enfant en lui présentant directement un schéma qu'il n'est pas obligé de se créer mentalement.

Un inconvénient de la modalité manipulable est l'augmentation conséquente du temps de résolution mis par les enfants. Avec les contraintes scolaires actuelles, où les programmes sont chargés, il est primordial de ne pas perdre trop de temps avec des activités. Le « toujours plus vite » nuit à la manipulation dans les classes et à la non représentation des faits. Il en résulte donc une réussite et une compréhension du problème amoindries voire erronées.

Nous remarquons que pour notre population, les résultats obtenus au collège montrent que les élèves de 6^{ème} sont sensibles à la présentation des énoncés, alors que les élèves de 5^{ème} réussissent tous les types de problèmes. Ce qui prouve que les élèves, lors de la première année du collège, conservent des mécanismes acquis à l'école primaire.

3.3. Place de la question et de l'inconnue.

Les divers problèmes présentés permettaient d'avoir une multitude d'énoncés de données combinant des questions placées en tête ou en fin d'énoncé. De plus, l'inconnue concernait soit un état initial, soit un état final, soit une transformation.

A l'école primaire, les résultats montrent que lorsque la question est placée à la fin de l'énoncé, les élèves la comprennent mieux et obtiennent donc de meilleurs

résultats. Ces résultats sont les mêmes, que l'inconnue concerne un état initial, final ou une transformation.

Cependant, lorsque la question est placée en tête d'énoncé, là, la résolution du problème pose plus de souci aux enfants car ils ne voient pas la question et se demandent alors ce qu'il faut faire (exemple : problème 5, à l'école primaire). Ces difficultés ne s'améliorent pas que l'inconnue soit positionnée en état initial ou qu'elle soit positionnée en état final.

Pour les collégiens, la question a toujours été placée à la fin de l'énoncé. Seules les places des inconnues ont été étudiées. Ici, nous remarquons que les problèmes où l'inconnue est en état initial ont posé plus de difficulté aux élèves. Les autres positions (état final et transformation) n'ont pas semblé compromettre la bonne compréhension de l'énoncé.

Notre hypothèse concernant l'influence de la compréhension selon la place de la question ou de l'inconnue est aussi validée, quel que soit le niveau scolaire.

Les résultats de notre mémoire ne sont pas les mêmes que ceux obtenus par Fayol et Abdi (1987, cité par Fayol, 1990) qui trouvaient que : les questions placées en tête d'énoncé amélioreraient les performances alors que celles placées en fin d'énoncé les diminueraient. Nous, nous constatons le contraire, pour les élèves de l'école primaire. Les problèmes, où la question est placée en fin d'énoncé, sont plus facilement résolus par la majorité des enfants testés.

De plus, Fayol et Abdi montraient que, pour leur population d'enfants de l'école primaire, les problèmes à état final inconnu étaient plus facilement accessibles que les problèmes à état initial inconnu. Les résultats de notre étude concernant les élèves du collège vont bien dans ce sens, mais, pour les élèves de l'école primaire, les résultats ne montrent pas de réelle différence entre les différentes places des inconnues.

Il existerait donc un impact de la formulation sur les performances globales des enfants. Il faudra donc veiller à ce que les enfants comprennent bien la question, et peut être préférer une question positionnée à la fin d'un énoncé plutôt que positionnée en tête. Il est aussi intéressant de demander oralement aux enfants ce qu'ils ont compris de la demande du problème.

3.4. Temps de résolution au collège et en primaire.

Notre étude nous a permis de pouvoir comparer les temps de résolution entre les enfants de l'école primaire et ceux du collège, car certains problèmes ont été donnés dans les mêmes modalités à tous ces niveaux.

D'autres problèmes, non identiques, mais proches seront comparés. Les résultats devront alors être pris avec précaution.

Le problème de type isomorphisme de mesure (problème 3 en primaire et 3 au collège) a montré une nette diminution du temps moyen de résolution entre les 5 niveaux (89s au CE2; 25s en 6^{ème}). Nous constatons même que les élèves de 5^{ème} (32s) ont été plus lents que les 6^{ème} (25s). Les résultats montrent que ce problème est bien résolu par tous les enfants. Seuls les élèves du CE2 ont eu des difficultés à choisir l'opération correcte.

Un autre problème de type isomorphisme de mesure (problème 7 en primaire et 5 au collège) a aussi montré que les élèves du collège sont plus rapides dans la résolution (moyenne de 144s de temps de résolution au collège contre 187s en primaire). Là encore, nous remarquons que les élèves de 5^{ème} (164s) sont plus lents que les élèves du CM2 (138s) lors de la résolution de ce problème. Il semble qu'ils aient plus réfléchi aux arguments à donner et ont, de ce fait, perdu du temps. Lorsque nous comparons les résultats et les arguments fournis, nous remarquons que les jeunes enfants ont eu beaucoup plus de difficulté à donner au moins un argument alors que, dans les niveaux supérieurs, deux sont généralement donnés.

Un problème de géométrie (problème 9 en primaire et problème 7 au collège) a été donné aux 5 niveaux. Nous notons, une nouvelle fois, une nette diminution du temps moyen de résolution pour les élèves du collège (169s contre 272s en primaire). En général, ils ont trouvé beaucoup plus rapidement les explications aux schémas non corrects, alors qu'à l'école primaire, les enfants se sont attardés sur le premier schéma qui était le plan correct.

Du point de vue des résultats, les seules différences concernent le nombre d'arguments fournis, qui est plus important au collège.

L'hypothèse sur la rapidité de résolution des problèmes identiques en primaire et au collège est donc validée.

Les problèmes suivants n'ont pas été présentés de façon similaire au collège et à l'école primaire, mais les énoncés étant proches, nous allons analyser les résultats.

Un problème de type combinaison (problème 5b en primaire et problème 13 au collège) a été donné aux 5 niveaux. La différence entre ces deux problèmes vient du fait que les nombres ont été augmentés au collège, mais la procédure de résolution était la même. Là, nous constatons que les enfants du primaire ont été plus rapides à effectuer la soustraction (54s en moyenne contre 78s au collège). Les élèves du collège ont perdu beaucoup de temps car ils ont cherché à placer deux nombres identiques, ce qui n'était pas demandé.

Un autre problème de type combinaison (problème 5c en primaire et problème 4 au collège) a permis de comparer les divers niveaux. La différence entre ces deux problèmes vient du fait que le problème 5c est présenté en modalité manipulable et le problème 4 demandait la représentation d'un schéma.

Pour ce problème, nous remarquons que les enfants de l'école primaire ont bien schématisé l'énoncé grâce aux jetons fournis, mais que les élèves du collège n'ont pas réussi à reproduire à l'écrit la manipulation qu'ils auraient réalisée. Les enfants de l'école primaire ont eu accès plus rapidement que les collégiens à une représentation mentale de l'énoncé, mais ont eu beaucoup de difficulté à expliquer leur raisonnement.

Un problème de type changement (problème 6 en primaire et problème 6 au collège) a montré que les calculs additifs, réalisés par les enfants à l'école primaire, sont effectués en moins de temps que des calculs similaires donnés aux élèves du collège (135s contre 188s). En plus du temps mis pour effectuer une addition, les collégiens ont aussi proposé une argumentation plus détaillée que les enfants de l'école primaire.

3.5. Comparaison avec des enfants présentant des troubles du calcul.

L'étude comparative avec des enfants suivis pour des troubles du calcul n'a pas donné entièrement satisfaction car trop peu d'enfants ont pu être vus.

Les deux élèves du collège ayant effectué les problèmes ont montré des résultats similaires à ceux obtenus au collège. Mais, lorsqu'il était demandé une argumentation ou la justification d'un choix, les temps de résolution se sont trouvés augmentés. Ce qui montre que ces deux élèves ont eu besoin de plus de temps pour activer une représentation mentale et l'appliquer au problème demandé.

Notre étude a surtout porté sur des enfants « tout-venant », sur la façon dont chacun peut réagir face à un problème. Les résultats obtenus montrent que les deux élèves ayant des troubles du calcul réussissent à obtenir les mêmes résultats que les collégiens sélectionnés.

Notre hypothèse montrant que les enfants suivis pour des troubles du calcul ont plus de difficultés que les enfants « tout-venant » lors de la résolution de problèmes, n'est donc pas validée.

Un autre but de notre mémoire était d'essayer de proposer des pistes de rééducation, suite aux résultats des diverses passations de problèmes, pour des enfants suivis en orthophonie.

3.6. Pistes de rééducation.

Les résultats aux divers problèmes et selon les 5 niveaux (du CE2 à la 5^{ème}) montrent que chaque enfant a un raisonnement particulier.

Cependant, il est important de noter que, pour la plupart des élèves de notre sélection, la modalité d'énoncé la plus simple est celle imagée. La modalité manipulable sera aussi à utiliser lorsque le caractère imagé posera souci aux élèves. De plus, il est aussi essentiel de toujours demander à l'enfant de formuler la question posée car la non compréhension de celle-ci influencera le choix d'une mauvaise opération.

La rééducation orthophonique va donc s'orienter principalement sur la compréhension des problèmes. Le thérapeute devra :

- Travailler la compréhension des énoncés écrits,
- Avoir recours à d'autres modalités de présentation lorsqu'une n'est pas efficace,

- Travailler des problèmes dont la structure est additive car elle nécessite la compréhension de l'inclusion de classes. Il faudra veiller à ne pas commencer par des problèmes de type égalisation ou combinaison et préférer des problèmes de type changement, plus simples d'accès pour les enfants.
- Travailler sur la représentation mentale des problèmes, de façon à ce que les jeunes comprennent le but d'un énoncé.
- Au niveau du collège, il sera aussi intéressant de travailler sur la représentation écrite d'un énoncé de problème, afin d'aider chaque enfant et ainsi alléger sa charge cognitive.

D'autres notions sont aussi à travailler en rééducation :

La notion de nombre : il s'agira de passer du concret à l'abstrait. On pourra, par exemple, créer des devinettes. Il est intéressant de laisser l'enfant construire son matériel. On travaillera alors la notion de classes, de critères.

L'inclusion de classes : On constate qu'elle peut être difficile à installer. On commencera par travailler la classe additive. Il sera intéressant de travailler avec du matériel manipulable, tel que des objets-animaux. On peut aussi utiliser des tableaux à double entrée pour travailler les classes multiplicatives.

La structure de sériation : On demandera à l'enfant de faire des comparaisons deux à deux, de comparer les éléments tous à un, mais également l'élément un à tous.

L'organisation spatiale : on veillera à la correcte acquisition des termes topologiques et à leur utilisation concrète avec des objets ou avec l'enfant lui-même.

Il ne faut cependant, pas oublier que chaque enfant a sa propre personnalité, ses propres difficultés et il faudra donc « appréhender l'enfant dans sa globalité, dans sa complexité » (Ménissier, 2010c).

Conclusion

Même si la théorie de Piaget reste une référence dans le domaine mathématique, elle est de plus en plus critiquée car elle n'explique pas tous les troubles du calcul rencontrés. A l'heure actuelle, les recherches ont montré que des processus mentaux intervenaient lors de la résolution de problèmes.

Le but de ce mémoire était de montrer qu'il y avait un impact de la présentation des énoncés sur la résolution des problèmes. Ceci s'est vérifié au niveau de l'école primaire. On a alors remarqué une diminution du temps de résolution des problèmes ainsi qu'un meilleur choix dans les calculs.

Nous avons aussi noté que le temps de résolution des problèmes variait selon la modalité de présentation, mais aussi selon le type d'énoncé.

A l'école primaire, les énoncés de structure additive, essentiellement les problèmes de type changement, sont les mieux réussis par tous les niveaux. Alors que les problèmes de structure multiplicative et de type isomorphisme de mesure sont les plus échoués.

Au collège, ce sont les problèmes de type isomorphisme de mesure qui sont les mieux résolus, alors que les problèmes de structure multiplicative et de type produit de mesure sont les plus difficilement résolus.

Nous avons aussi constaté que ce n'est pas parce que le temps de résolution d'un problème est court qu'il est correctement résolu. Pour certains, il s'agit d'une fuite avant de passer au problème suivant.

Globalement, nous notons que plus les enfants acquièrent de connaissances et meilleurs sont leurs résultats.

L'étude de différentes modalités de présentation nous a permis de montrer que la modalité imagée semblait la plus adéquate à mettre en place lorsque les enfants ont des difficultés de compréhension. Cette représentation permet de soulager la charge cognitive qu'ont les enfants.

Le caractère imagé d'un problème semble être la présentation ayant le plus d'impact sur la résolution des problèmes. Il apparaît comme le meilleur moyen d'aide à la résolution et à la représentation de la situation dans les énoncés de problèmes arithmétiques. La modalité manipulable sera à mettre en place lorsqu'il y aura échec de la présentation imagée.

Au niveau du collège, il est intéressant de noter que la représentation d'un schéma en rapport avec un énoncé arithmétique pose quelques difficultés. La représentation mentale du problème n'est pas aussi évidente qu'on pourrait le croire. Pour des énoncés complexes, le fait de pouvoir représenter la situation par un schéma n'est pas prioritaire, les élèves vont préférer effectuer un calcul.

Lorsque nous avons étudié la place de la question et de l'inconnue, nous avons observé que, contrairement à Fayol, notre sélection d'enfants scolarisés en école primaire a mieux résolu les problèmes où la question est placée en fin d'énoncé, plutôt que ceux où elle est placée en début d'énoncé. Cependant, tout comme Fayol, nous constatons que les énoncés où l'inconnue est en état final sont les mieux résolus par la majorité des enfants.

En ce qui concerne les temps de résolution des problèmes identiques présentés à l'école primaire et au collège, nous observons que généralement, les collégiens les résolvent mieux et plus vite. Cependant, quelques résultats montrent que les collégiens ont aussi tendance à plus réfléchir afin de proposer de meilleurs arguments quant à leurs choix. Nous sommes donc rassurés, plus les enfants augmentent dans le cursus scolaire et meilleurs ils deviennent dans la résolution des problèmes.

Les résultats concernant les enfants suivis pour troubles du calcul nous suggèrent qu'ils se situent au même niveau que les enfants « tout-venant », car les résultats obtenus sont à peu près les mêmes. Mais nos résultats sont à prendre avec précaution car nous n'avons pu présenter les problèmes qu'à deux élèves.

En conclusion, nous pouvons dire que la résolution de problèmes joue un rôle essentiel dans l'activité mathématique. Elle est au cœur des apprentissages scolaires à l'école primaire. Cependant, résoudre un problème impose souvent de reconstruire les implicites de l'énoncé. Les dessins, les schématisations sont des représentations de la situation qui peuvent être travaillées pour aider l'élève à se construire une représentation correcte du problème. C'est grâce à ces représentations qu'on limite la charge cognitive des jeunes, qu'ils soient des patients ou des enfants « tout-venant ».

C'est par ses expériences que l'enfant va progresser. Il faudra donc travailler la flexibilité mentale avec lui et surtout, le laisser évoluer à son rythme. Le thérapeute devra mettre l'enfant en position telle qu'il puisse découvrir ou inventer le problème. Le patient doit essayer d'apprendre par lui même avant que le rééducateur ne lui donne une solution.

Il serait intéressant de poursuivre ce mémoire en proposant les problèmes issus de ce travail et de les présenter à d'autres enfants suivis pour des troubles du calcul, puis à des enfants suivis pour des troubles d'acquisition du langage écrit, afin de comparer s'ils utilisent le même raisonnement ou s'ils possèdent d'autres spécificités.

Bibliographie

BACQUET M., GUERITTE-HESS B. (1982), *Le nombre et la numération. Pratique de rééducation*, Paris : ISOSCEL.

BACQUET M., DECOUR CI., GUERITTE-HESS B., POUJOL G., SOULIE M. (1996), *Le tour du problème*, Montreuil : Éditions du Papyrus.

BARENTON CI. (2003), *(Re)présentation de problèmes : étude de l'importance de la présentation d'un problème auprès d'enfants âgés de 8ans 6mois à 11ans 6mois pris en charge en rééducation orthophonique*, Mémoire d'orthophonie, Université de Lille II.

BARROUILLET P., CAMOS V. (2006), *La cognition mathématique chez l'enfant*, Marseille : Solal.

BARUK S. (1992), *Dictionnaire de mathématiques élémentaires*, Paris : Seuil.

BIDEAUD J., MELJAC CI., FISCHER J-P. (1991), *Les chemins du nombre*, Lille : Presses Universitaires de Lille.

BRIN F., COURRIER C., LEDERLE E., MASY V (2004). *Dictionnaire d'Orthophonie*, Isbergues, Orthoédition.

CIMETE, Compétences et incompétences en mathématiques chez les enfants présentant des troubles exceptionnels (1995), *ANAE hors série Dyscalculies*, 58-63.

COQUIN D., THEVENOT C., VERSCHAFFEL L. (2006), « La résolution de problèmes » in : BARROUILLET P., CAMOS V., *La cognition mathématique chez l'enfant*, Marseille : Solal.

DEHAENE S., MOLKO N., WILSON A. (2004), Neurosciences: « 1-Dyscalculie, le sens perdu des nombres ; 2-Compter sur les doigts, une étape nécessaire », *La recherche*, n°379, 2-49.

DELLATOLAS G., VON ASTER M. (2006), ZAREKI-R, Batterie pour l'évaluation du traitement des nombres et du calcul chez l'enfant, Paris : ECPA.

Dictionnaire HACHETTE (1991), Paris.

DOLLE J-M. (1997, 3^{ème} édition), *Pour comprendre Jean Piaget*, Paris : Dunod.

DSM IV (1996), *Manuel diagnostique et statistique des troubles mentaux*, 4^{ème} édition, Paris : Masson.

DUQUESNE F. (2003), « L'ECPN : des situations-problèmes pour évaluer les principales fonctions du nombre », *GLOSSA, Les cahiers de l'U.N.A.D.R.E.O*, n°83, 1-17.

FAYOL M. (1990), *L'enfant et le nombre, du comptage à la résolution de problèmes*, Neuchâtel - Paris : Delachaux et Niestlé.

FUSON K.C. (1991), « Relation entre comptage et cardinalité chez les enfants de 2 à 8ans » *in* : BIDEAUD J., MELJAC Cl., FISCHER J-P., *Les chemins du nombre*, Lille : Presses Universitaires de Lille.

FUSON K.C., RICHARDS J., BRIARS D.J. (1982), The acquisition and elaboration of the number word sequence. In C.J Brainerd (Ed.), *Children's logical and mathematical cognition : Progress in cognitive developmental research*, New York : Springer – Verlag.S, 33-92.

GALLISTEL C.R., GELMAN R. (1978), *The child's understanding of number*, Cambridge : HUP.

HOUDE O. (2005), L'enfant et son développement, « Se développer, c'est apprendre à inhiber », *La recherche*, n°388, 74-77.

INHELDER B. (1963), *Le diagnostic du raisonnement chez les débiles mentaux*, Neuchâtel – Paris : Delachaux et Niestlé, V.

LECOCQ P. (1996). *E.CO.S.SE : Épreuve de compréhension syntaxico-sémantique*. Villeneuve d'Ascq : Presses universitaires du Septentrion.

LUCAS J. et J.L, ROSA J. (2010), *1000 problèmes CM*, Paris : Hachette éducation.

MAZEAU M. (1999), Aspects cliniques des dyscalculies chez l'enfant, *Rééducation orthophonique*, n°199, 113-129.

MELJAC Cl. (1991), « De quelques variantes imprévues apportées au scénario de la construction du nombre » *in* : BIDEAUD J., MELJAC Cl. et FISCHER J-P., *Les chemins du nombre*, Lille : Presses universitaires de Lille.

MELJAC Cl., LEMMEL G. (1999), *UDN II : Construction et utilisation du nombre*, Paris : ECPA.

MENISSIER A. (2002), *Point d'interrogation : Résolution de problèmes additifs et soustractifs*, CD, Isbergues : Orthoédition.

MENISSIER A. (2010a), « Piaget d'hier et d'aujourd'hui. 1^{ère} partie: Piaget d'hier », *L'orthophoniste*, n°297, 19-26.

MENISSIER A. (2010b), « Piaget d'hier et d'aujourd'hui. 2^{ème} partie: Piaget d'aujourd'hui », *L'orthophoniste*, n°299, 19-26.

MENISSIER A. (2010c), « Piaget d'hier et d'aujourd'hui. 3^{ème} partie: Piaget d'aujourd'hui », *L'orthophoniste*, n°300, 19-26.

Ministère de l'Éducation Nationale (2008a). « Nouveaux programmes de l'école primaire, projet soumis à consultation ». *BO N°0, 20 février 2008, Hors – série*, 1-34.

Ministère de l'Éducation Nationale (2008b). « Programmes du collège, programmes de l'enseignement de mathématiques ». *BO N°6, 28 Août 2008*, 1-39.

NOEL M-P. (2005), *La dyscalculie, trouble du développement numérique de l'enfant*, Marseille : Solal.

PIAGET J. et INHELDER B. (1955), *De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent*, Paris : PUF, 220.

PIAGET J. et INHELDER B. (1959), *La genèse des structures logiques élémentaires : classifications et sériations*, Neuchâtel - Paris : Delachaux et Niestlé.

PIAGET J. et INHELDER B. (1972), *La Représentation de l'espace chez l'enfant*, Paris : PUF.

PIAGET J. et SZEMINSKA A. (1941, 1991 – 7^{ème} édition), *La genèse du nombre chez l'enfant*, Neuchâtel - Paris : Delachaux et Niestlé.

VAN HOUT A., MELJAC Cl., FISHER J-P. (2005, 2^{ème} édition), *Troubles du calcul et dyscalculie chez l'enfant*, Paris : Masson.

VAN NIEUWENHOEVEN C., GREGOIRE J., NOEL M.P. (2001), *Tedi math, test diagnostique des compétences de base en mathématique*, Paris : ECPA.

VERGNAUD G (1991a), « L'appropriation du concept de nombre : un processus de longue haleine » in : BIDEAUD J., MELJAC Cl. et FISCHER J-P., *Les chemins du nombre*, Lille : Presses universitaires de Lille.

VERGNAUD G. (1991b), *L'enfant, la mathématique et la réalité : problèmes de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire* (4^{ème} édition), Berne : Peter Lang.

Site internet :

Fondation Jean Piaget, Piaget et l'épistémologie par M-F Legendre. [site consulté le : 03-03-2011], www.fondationjeanpiaget.ch/fjp/site/oeuvre/index_notions_7.php.

Annexes

Annexe n°1 : Autorisation parentale de consentement de participation à une étude.

AUTORISATION PARENTALE DE CONSENTEMENT DE PARTICIPATION A UNE ETUDE

Dans le cadre de mon mémoire d'orthophonie (réalisé à l'Université de Lille2), je souhaite évaluer des enfants du CE2 à la 5^{ème}, afin de comparer leurs stratégies de raisonnement lors de la résolution de problèmes mathématiques.

Après avoir rencontré Messieurs Lheureux et Destruy, et en avoir obtenu leur accord respectif, je m'adresse à vous, afin de vous présenter mon projet.

Pour réussir ce lourd travail, j'ai besoin de sélectionner des enfants de différents niveaux afin d'avoir un profil hétérogène lors du traitement des résultats.

Une évaluation individuelle d'une durée d'environ 30 minutes, me permettra d'arriver à ces fins.

Les enfants sélectionnés passeront les épreuves de résolution de problèmes. Il s'agira, pour chaque enfant du primaire, de résoudre environ 15 problèmes et pour les collégiens, environ 10 problèmes.

Les commentaires des enfants seront enregistrés sur dictaphone afin de garder en mémoire leur réflexion lors de la résolution des divers problèmes. Cette passation pourra être plus ou moins longue selon le niveau des enfants.

Etant soumise au secret médical, les résultats ne seront divulgués ni aux parents, ni aux enseignants. Les enfants pourront changer leur prénom, s'ils le souhaitent.

Un document écrit concernant « l'autorisation parentale de consentement de participation à une étude » est joint à ce document, afin d'obtenir la participation des enfants.

La participation de l'enfant ne fera l'objet d'aucune rétribution.

Je vous remercie de votre participation.

Pour toute précision supplémentaire concernant cette étude, merci de me contacter ou de laisser un message sur mon répondeur téléphonique au 06.10.30.51.25.

M. Lheureux ou M. Destruy seront à même de prendre également toute question ayant rapport à ce sujet.

Dans le cadre de son mémoire d'orthophonie (réalisé à l'Université de Lille 2), Mademoiselle Hersent m'a proposé de faire participer mon enfant à une étude dont l'objectif est d'étudier les capacités de raisonnement pour des enfants allant du CE2 à la 5^{ème} face à des énoncés de problèmes mathématiques.

J'ai reçu les informations précisant les modalités de déroulement de cette étude (partie gauche de la feuille) et exposant notamment les éléments suivants :

- On demandera à mon enfant de résoudre des problèmes mathématiques.
- Sa participation ne fera l'objet d'aucune rétribution.
- Les données recueillies ne seront pas divulguées.

Nom du responsable légal :

Nom – Prénom de l'enfant :

Date de naissance de l'enfant :

Classe :

Autorise mon enfant à être vu en entretien dans le cadre du mémoire d'orthophonie de Melle Hersent qui s'intitule : « Influence de la présentation, pour la compréhension d'énoncés, de problèmes auprès d'enfants du CE2 au CM2 et auprès de collégiens de 6^{ème} - 5^{ème}. »

Merci de préciser si votre enfant est suivi en orthophonie et pour quelles difficultés :

Fait à :

Le :

Signatures :

Du père :

de la mère :

de l'enfant :

Annexe 2 : Liste des items de l'E.CO.S.SE

BLOCS ITEMS		D1	D2	D3	D4	Err Blocs	Cumul.
A12	La chaussure		2				
A21	L'oiseau	1					
A33	Le peigne			3			
A44	La pomme				4		
B11	Long	1					
B22	Grand		2				
B32	Rouge		2				
B43	Noir			3			
C13	Le garçon court			3			
C24	La grande tasse				4		
C32	Le chien est assis		2				
C41	La balle est rouge	1					
D12	Manger		2				
D23	Cueillir			3			
D31	Etre assis	1					
D44	Courir				4		
E13	Le garçon ne court pas			3			
E24	Le chien ne boit pas				4		
E32	La fille ne saute pas		2				
E41	Le chien n'est pas assis	1					
F11	Non seulement l'oiseau est bleu mais la fleur aussi	1					
F22	La boîte est à la fois grande et bleue		2				
F32	Non seulement la fille est assise mais le chat aussi		2				
F43	La dame porte à la fois à boire et à manger			3			
G11	Le garçon saute par dessus la boîte	1					
G24	La fille est assise sur la table				4		
G33	L'homme mange une pomme			3			
G43	La dame porte un sac			3			
H14	La fille pousse le cheval				4		
H23	Le garçon poursuit le mouton			3			
H32	L'homme poursuit le chien		2				
H44	La vache pousse la dame				4		
I14	Ils sont assis sur la table				4		
I22	La vache les regarde		2				
I32	Ils sont en train de sauter par dessus le mur		2				
I41	L'éléphant les porte	1					
J12	Les chats regardent la balle		2				
J21	Le garçon se tient debout sur les chaises	1					
J33	Les garçons cueillent les pommes			3			
J43	La fille laisse tomber les tasses			3			
K11	La boîte est rouge mais pas la chaise	1					
K24	Le chat est grand mais pas noir				4		
K32	Le cheval est debout mais pas le garçon		2				
K42	Le garçon est assis mais ne mange pas		2				
L14	Elle est assise sur la chaise				4		
L21	La dame le porte	1					
L33	Il est assis dans l'arbre			3			
L44	Le cheval la regarde				4		
M11	Ni le chien ni la balle ne sont marron	1					

Annexe n°3 : Problèmes écrits présentés en école primaire.

Problème 1:

Anatole a cueilli des tulipes dans son jardin.
Il les a toutes distribuées. Il en a donné 5 à sa femme et 7 à sa fille.
Combien de tulipes a-t-il cueillies dans son jardin ?

Problème 2:

A Abbeville, dans la rue Chabaille, il y a 300 habitants. Dans la rue voisine, séparée de la 1^{ère} par un jardin public, il y a 560 habitants.
Combien de personnes doivent venir en plus dans la rue Chabaille pour qu'il y ait le même nombre d'habitants dans les deux rues ?

Problème 3:

Paul, jeune viticulteur, voudrait savoir combien de litres d'eau il utilise, chaque jour, pour arroser sa vigne.
Chaque matin, Paul verse 50 arrosoirs. Et il sait que son arrosoir a une contenance de 12L.
Peux-tu aider Paul ?

Problème 4 :

Lucie a deux pommiers dans son verger.
Dans le 1^{er}, il y a 10 pommes et dans le 2nd, il y en a 15.
Dans quel arbre y a-t-il le plus de pommes ?
Combien de pommes y a-t-il en plus ?

Problème 5 :

La fleuriste met des lys dans le bouquet qu'elle prépare pour Manon. Combien ?

La fleuriste prépare un bouquet composé de 22 fleurs. Elle met 5 roses et 12 œillets dans le bouquet.

Problème 8:

Combien mesure le tour d'un carré de 3cm de côté ?

Annexe n°4 : Problèmes imagés présentés en école primaire.

Problème 1b:



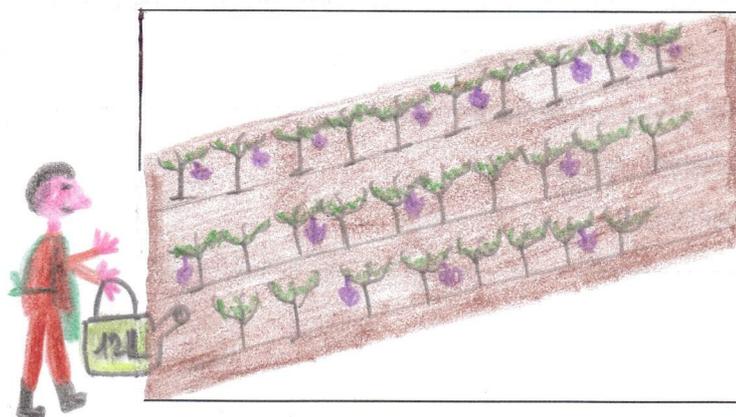
Anatole a cueilli des tulipes dans son jardin.
Il les a toutes distribuées. Il en a donné 5 à sa femme et 7 à sa fille.
Combien de tulipes a-t-il cueillies dans son jardin ?

Problème 2b:



A partir du dessin ci-dessus, peux-tu calculer combien de personnes doivent venir en plus dans la rue Chabaille pour qu'il y ait le même nombre d'habitants dans les deux rues?

Problème 3b:

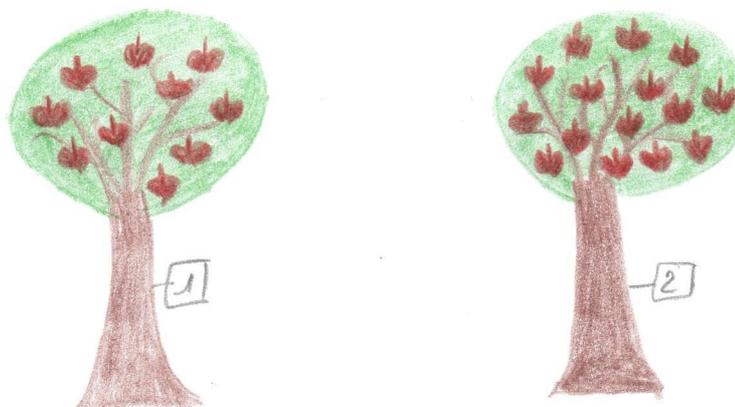


Paul, viticulteur, voudrait savoir combien de litres d'eau il utilise, chaque jour.

Pour arroser sa vigne, Paul verse 50 arrosoirs comme celui dessiné sur le schéma ci-dessus.

Peux-tu aider Paul ?

Problème 4b:



Dans quel arbre y a-t-il le plus de pommes ?
Combien de pommes y a-t-il en plus ?

Problème 5b :

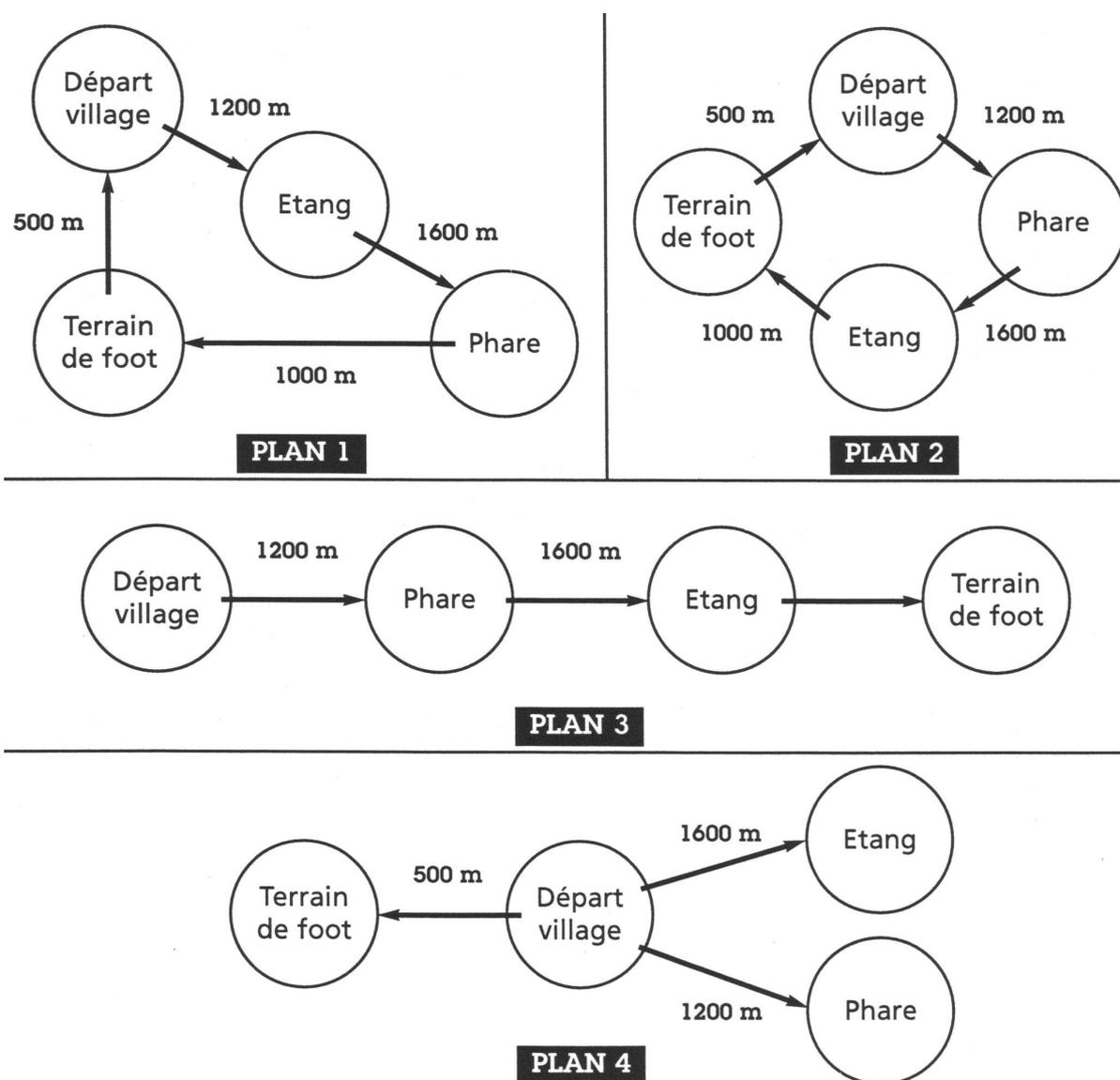
$$\underbrace{\square + 6 + 3 + \square}_{= 23}$$

Problème 6:

Alexandre et Guillaume vont se balader.

Ils quittent le village de Cayeux sur mer en direction du phare de Brighton. Ils passent ensuite près d'un étang et voient deux hommes dans un canot. Ils longent le terrain de football, puis rentrent au village.

Choisis le bon schéma, puis calcule la distance parcourue.



Problème 7:

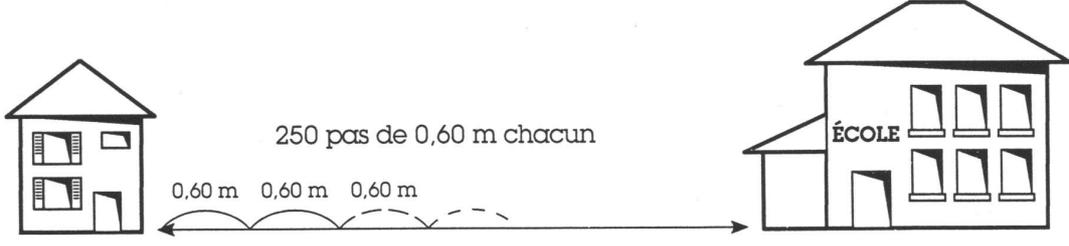
La longueur du pas de Pascal mesure 0,60m.

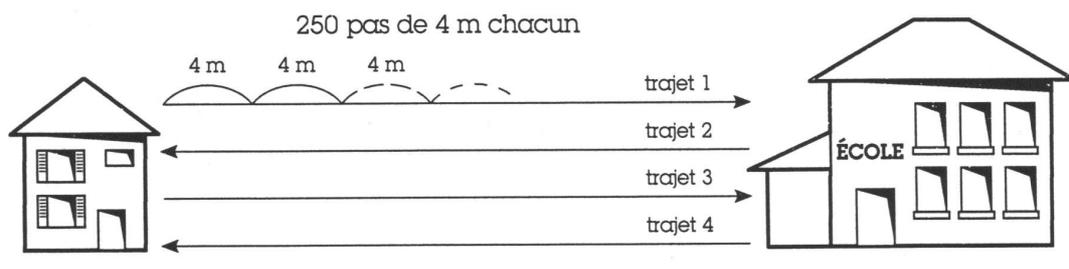
Il compte 250 pas de son domicile à l'école.

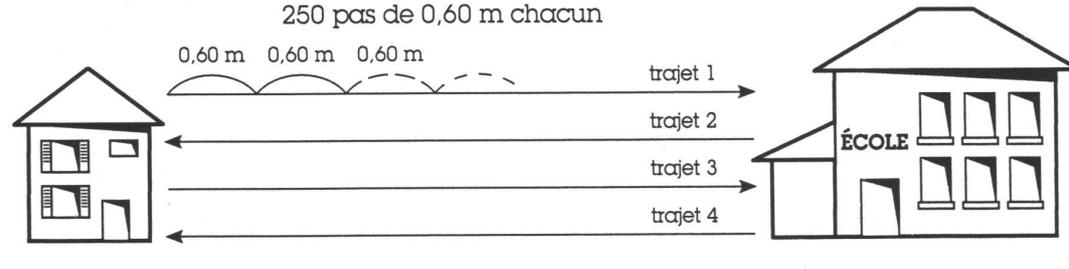
Il parcourt ce chemin 4 fois par jour.

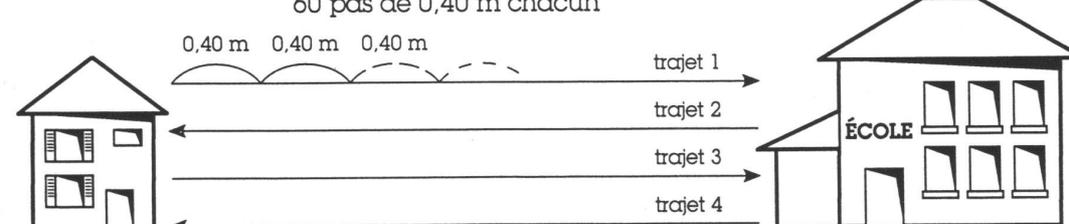
Quelle distance en mètres a-t-il parcourue à la fin de la journée ?

Choisis le bon schéma, puis réponds à la question.

a) 

b) 

c) 

d) 

Problème 8b :

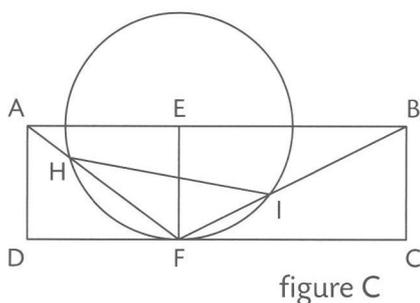
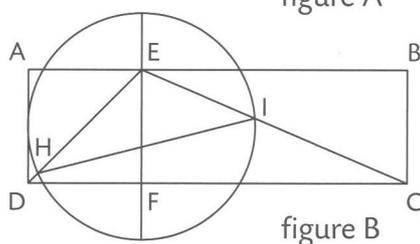
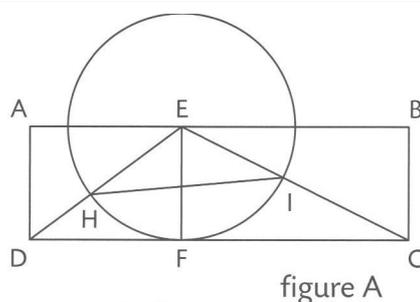
Combien mesure le tour du carré dessiné ci-dessous ?



Problème 9 :

Quelle figure correspond aux consignes suivantes :

- 1) Trace un rectangle ABCD de 5cm de longueur et 1,5cm de largeur.
- 2) Marque un point E tel que $AE = 2\text{cm}$.
- 3) Trace le segment EF, de 1,5cm de longueur, parallèle à AD.
- 4) Trace le cercle de centre E passant par le point F.
- 5) Trace le segment DE et marque le point H, point qui coupe le cercle et le segment DE.
- 6) Trace le segment CE et marque le point I, point qui coupe le cercle et le segment CE.
- 7) Trace le segment HI.



Annexe n°5 : Problèmes manipulables présentés en école primaire.

Problème 1c :

Anatole a cueilli des tulipes dans son jardin.
Il les a toutes distribuées. Il en a donné 6 à sa femme et 4 à sa fille.
Combien de tulipes a-t-il cueillies dans son jardin ?
Aide-toi des images pour résoudre cette énigme.



Problème 2c :

Marie donne 25 bonbons à Jeanne qui n'en avait pas. Lucie a 7 bonbons.

Combien Lucie doit-elle en avoir en plus, pour qu'elle ait le même nombre de bonbons que Jeanne ?

Aide-toi des jetons pour résoudre cette énigme.

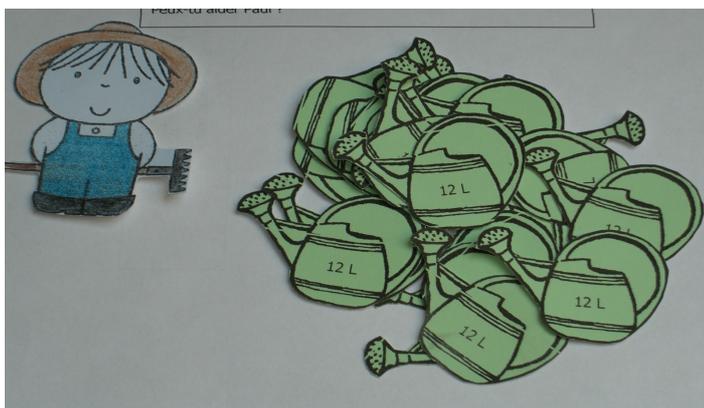


Problème 3c :

Paul, viticulteur, voudrait savoir combien de litres d'eau il utilise, chaque jour, pour arroser sa vigne.

Chaque matin, Paul verse 20 arrosoirs comme ceux-ci.

Peux-tu aider Paul ?

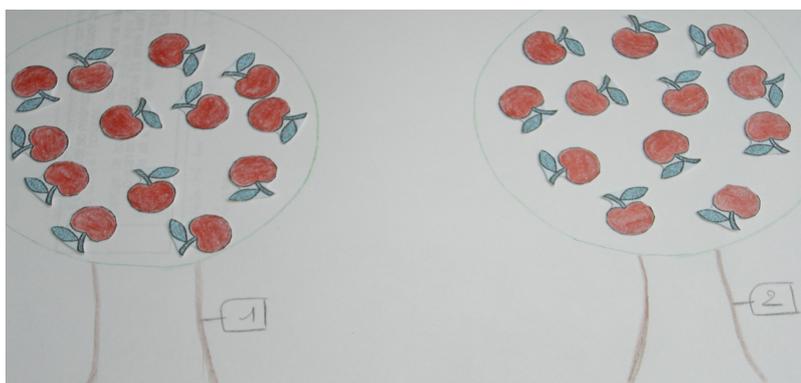


Problème 4c :

Lucie a deux pommiers dans son verger.

Dans quel arbre y a-t-il le plus de pommes ?

Combien de pommes y a-t-il en plus ?



Problème 5c :

Manon a, en tout, 19 jetons de 2 couleurs différentes.

On sait qu'elle a au minimum 5 jetons blancs, et au minimum 5 jetons bleus.

Peux-tu aider Manon à compléter sa collection ?

Utilise les jetons proposés pour résoudre cette question.



Annexe n°6 : Problèmes écrits présentés au Collège.

Problème 1:

Anatole a installé 3 interrupteurs et 10 prises électriques dans 3 pièces de sa maison.

Il avait déjà dans son atelier 63m de fil électrique, et il a acheté un rouleau de 100m de fil électrique.

A la fin de son installation, il restera à Anatole 25m de fil électrique.

Quelle longueur de fil Anatole utilise-t-il pour réaliser son installation électrique ?

Problème 2 :

Mme Durand a acheté un nouveau lave-linge.

La livraison de celui-ci est gratuite.

L'électricien demande 66€ pour effectuer l'installation électrique du lave-linge. Le plombier demande 132€ pour effectuer l'installation de la tuyauterie.

Mme Durand paie en tout 807€.

Combien coûte le nouveau lave-linge de Mme Durand ?

Problème 3 :

Paul, jeune viticulteur, voudrait savoir combien de litres d'eau il utilise, chaque jour, pour arroser sa vigne.

Chaque matin, Paul verse 50 arrosoirs. Et il sait que son arrosoir a une contenance de 12L.

Peux-tu aider Paul ?

Problème 8 :

Quelle est la surface (ou l'aire) d'un rectangle ayant pour longueur : 12,5cm et pour largeur : 3,2cm ?

Annexe n°7 : Problèmes imagés présentés au Collège.

Problème 5:

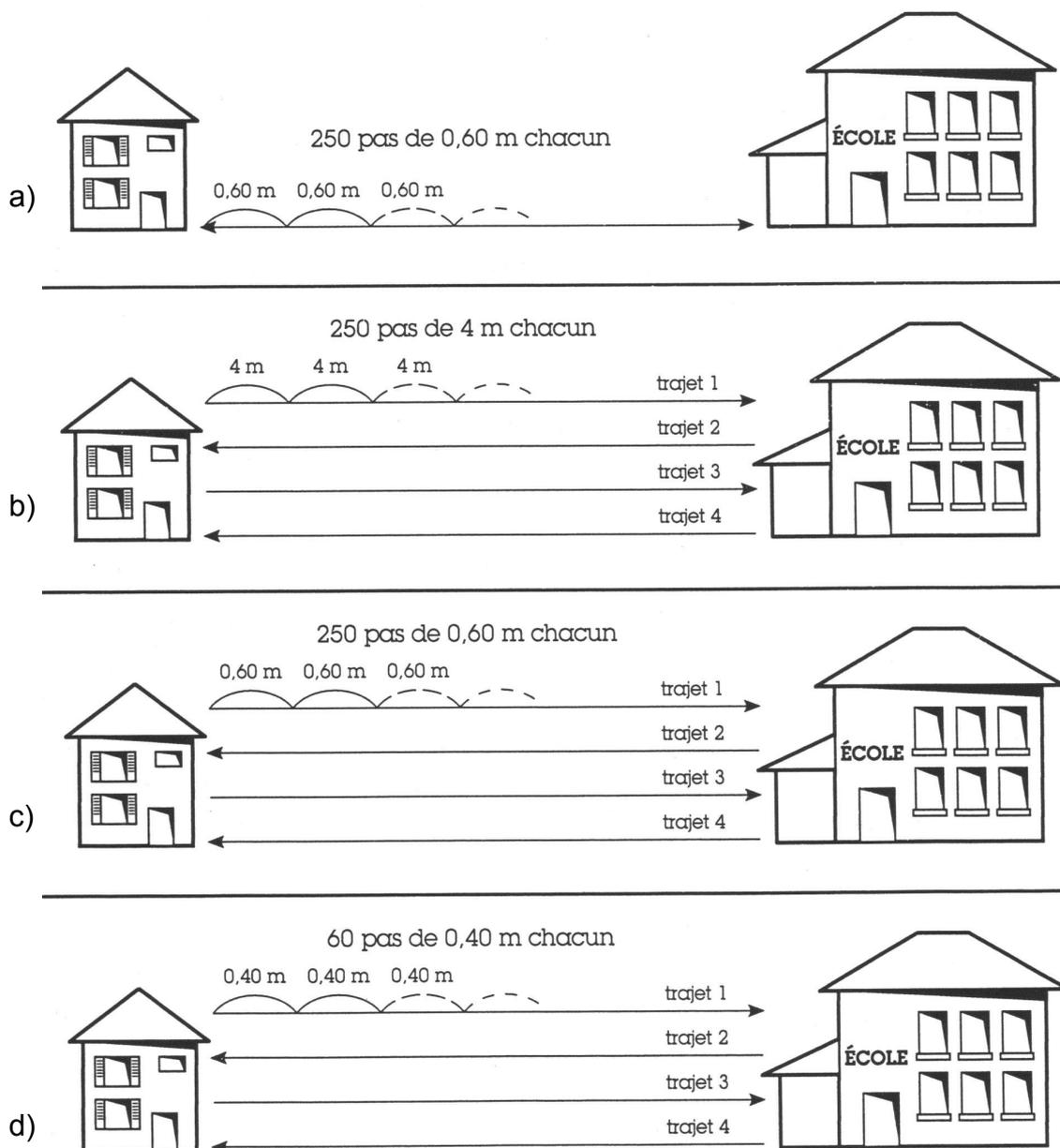
La longueur du pas de Pascal mesure 0,60m.

Il compte 250 pas de son domicile à l'école.

Il parcourt ce chemin 4 fois par jour.

Quelle distance en kilomètres a-t-il parcourue à la fin de la journée ?

Choisis le bon schéma, puis réponds à la question.



Problème 6:

Quatre étapes du Tour de France se déroulent dans les Alpes.

La 1^{ère} étape conduit les coureurs de St Etienne à Grenoble en 245km.

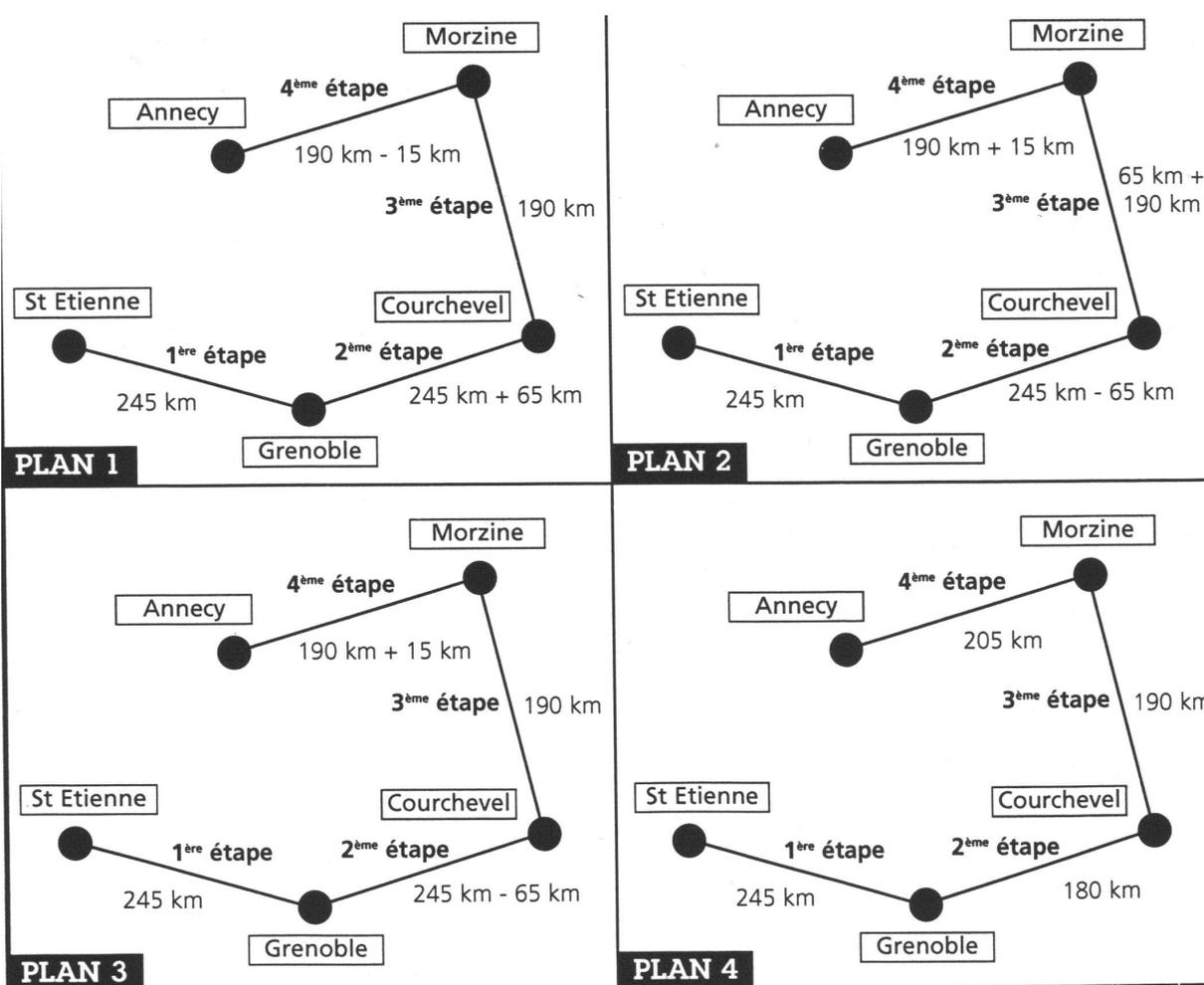
La 2^{ème} étape emmène les coureurs de Grenoble à Courchevel. Cette étape compte 65km de plus que celle de la veille.

Le 3^{ème} jour, les coureurs vont de Courchevel à Morzine, cette étape est longue de 190km.

La dernière étape va de Morzine à Annecy. Elle est moins longue de 15km que celle de la veille.

Quelle est la distance totale parcourue par un cycliste au cours de ces 4 étapes ?

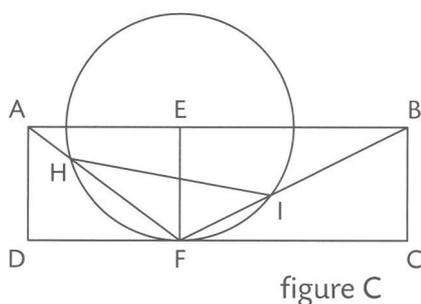
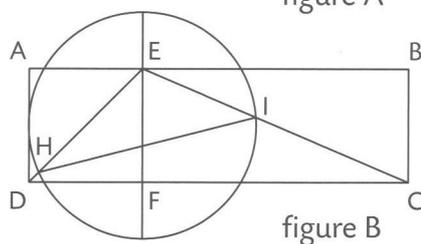
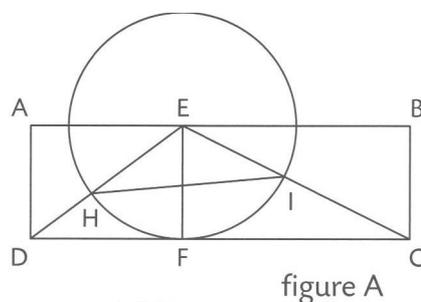
Choisis le bon plan et effectue les calculs.



Problème 7 :

Quelle figure correspond aux consignes suivantes :

- 1) Trace un rectangle ABCD de 5cm de longueur et 1,5cm de largeur.
- 2) Marque un point E tel que AE = 2cm.
- 3) Trace le segment EF, de 1,5cm de longueur, parallèle à AD.
- 4) Trace le cercle de centre E passant par le point F.
- 5) Trace le segment DE et marque le point H, point qui coupe le cercle et le segment DE.
- 6) Trace le segment CE et marque le point I, point qui coupe le cercle et le segment CE.
- 7) Trace le segment HI.



Problème 13 :

$$\boxed{} + 55 + 42 + \boxed{}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{= 232}$$

Annexe n°8 : Problèmes présentés au Collège avec demande de représentation d'un schéma.

Problème 4 :

Manon possède 23 jetons de 2 couleurs différentes.
On sait qu'elle a au minimum 6 jetons rouges et au minimum 3 jetons verts.
Peux-tu aider Manon à compléter sa collection ?
Fais un schéma pour t'aider à résoudre cette énigme.

Problème 9 :

En suivant les consignes données, construis les figures géométriques suivantes :

- a) Trace un carré ABCD de 10cm de côté.
- b) Place les points F, G, H et E, respectivement, milieux des segments [AB], [BC], [CD] et [DA].
- c) Place le point I, milieu du segment [AE] ; le point J, milieu du segment [ED] ; le point K, milieu du segment [DH] et le point L, milieu du segment [HC].
- d) Relie les points I et G ; les points J et G ; les points F et L et enfin, les points F et K.
- e) Trace en pointillés, les diagonales du carré ABCD, elles se croisent en O.
- f) Trace le cercle de centre O et de rayon OI.
- g) Relie les points E et B puis les points E et C.
- h) Relie les points H et G puis les points H et E.

Problème 10 :

Un transporteur a déposé au bord du fossé une palette de 6 lots de 12 tubes de drainage d'une longueur de 3m chacun.
Quelle longueur de fossé pourra-t-on drainer avec cette palette ?
Effectue un schéma avant de résoudre le problème.

Problème 11 :

La famille de François va très souvent au cinéma. Sa mère note les dépenses :

1^{ère} semaine : $\frac{1}{4}$ du budget est consacré au cinéma,

2^{ème} semaine : $\frac{1}{3}$ du budget est consacré au cinéma,

3^{ème} semaine : $\frac{1}{6}$ du budget est consacré au cinéma,

Que reste-t-il pour la 4^{ème} semaine ?

Représente la situation exposée par un schéma.

Problème 12:

Pascal décide d'aller de son domicile jusqu'à son village de vacances en voiture. Il parcourt alors 805 km.

Malheureusement, arrivé sur place, il se rend compte qu'il a oublié sa feuille de réservation. Il doit donc refaire un aller-retour pour pouvoir profiter de son séjour.

Quelle distance Pascal a-t-il parcourue, pour profiter de ses vacances au village ?

Trace un schéma représentant la situation.

Annexe n°9 : Tableaux des résultats obtenus à l'épreuve de l'E.CO.S.SE.

CE2 :

σ	-1,36	-1,15	-0,94	-0,31	-0,1	0,11	0,32	0,53	0,74	0,95	Σ
Nb	1	4	1	3	3	2	1	3	1	1	20
Fréq	5%	20%	5%	15%	15%	10%	5%	15%	5%	5%	100%
Σ Fréq	5%	25%	30%	45%	60%	70%	75%	90%	95%	100%	

Les élèves sélectionnés sont :

- Pour le niveau FAIBLE : celui ayant obtenu : $-1,36\sigma$. Puis une sélection a eu lieu pour en trouver deux parmi ceux ayant eu : $-1,15\sigma$.
- Pour le niveau MOYEN, la médiane est à $-0,31\sigma$. Les trois enfants ayant obtenu cette note ont été sélectionnés.
- Pour le BON niveau : ceux ayant obtenu : $0,95\sigma$ et $0,74\sigma$. Puis une sélection a eu lieu pour trouver le 3^{ème} enfant parmi ceux ayant obtenu $0,53\sigma$.

CM1 :

σ	-0,85	-0,64	-0,43	-0,22	-0,004	0,21	0,42	0,63	0,85	1,06	1,27	Σ
Nb	1	3	3	5	4	1	5	3	3	1	1	30
Fréq	3,3%	10%	10%	16,7%	13,3%	3,3%	16,7%	10%	10%	3,3%	3,3%	100%
Σ Fréq	3,3%	13,3%	23,3%	40%	53,3%	56,7%	73,3%	83,3%	93,3%	96,7%	100%	

Les élèves sélectionnés sont :

- Pour le niveau FAIBLE : celui ayant obtenu : $-0,85\sigma$. Puis une sélection a eu lieu pour en trouver deux parmi ceux ayant eu : $-0,64\sigma$.
- Pour le niveau MOYEN, la médiane est à $-0,004\sigma$. Une sélection a eu lieu pour trouver trois enfants parmi les quatre ayant eu cette note.
- Pour le BON niveau : ceux ayant obtenu : $1,27\sigma$ et $1,06\sigma$. Puis une sélection a eu lieu pour trouver le 3^{ème} enfant parmi ceux ayant obtenu $0,85\sigma$.

CM2 :

σ	-2,27	-1,72	-1,45	-1,18	-0,91	-0,64	-0,36	-0,09	0,18	0,45	0,72	0,99	1,27	Σ
Nb	2	1	1	2	3	4	1	5	1	3	1	2	1	27
Fréq	7,4%	3,7%	3,7%	7,4%	11,1%	14,8%	3,7%	18,5%	3,7%	11,1%	3,7%	7,4%	3,7%	100%
Σ Fréq	7,4%	11,1%	14,8%	22,2%	33,3%	48,1%	51,9%	70,4%	74,1%	85,2%	88,9%	96,3%	100%	

Les élèves sélectionnés sont :

- Pour le niveau FAIBLE : ceux ayant obtenu : $-2,27\sigma$ et $-1,72\sigma$.
- Pour le niveau MOYEN, la médiane est à $-0,36\sigma$. L'élève ayant eu cette note a été sélectionné. Puis, un tirage au sort a eu lieu pour trouver trois enfants parmi les quatre ayant obtenu $-0,64\sigma$.
- Pour le BON niveau : ceux ayant obtenu : $1,27\sigma$ et $0,99\sigma$.

6^{ème} :

σ	-2,67	-2,12	-1,57	-1,29	-1,02	-0,47	-0,19	0,08	0,36	Σ
Nb	1	1	1	1	2	2	4	1	1	14
Fréq	7,1%	7,1%	7,1%	7,1%	14,3%	14,3%	28,6%	7,1%	7,1%	100%
Σ Fréq	7,1%	14,3%	21,4%	28,6%	42,9%	57,1%	85,7%	92,9%	100%	

Les élèves sélectionnés sont :

- Pour le niveau FAIBLE : ceux ayant obtenu : $-2,67\sigma$; $-2,12\sigma$ et $-1,57\sigma$.
- Pour le niveau MOYEN, la médiane est entre $-1,02\sigma$ et $-0,47\sigma$. Un tirage au sort a eu lieu pour trouver trois enfants parmi les quatre ayant eu ces notes.
- Pour le BON niveau : ceux ayant obtenu : $0,36\sigma$ et $0,08\sigma$. Puis un tirage au sort a eu lieu pour trouver un enfant parmi les quatre ayant eu $-0,19\sigma$.

5^{ème}.

σ	-1,38	-1,07	-0,77	0,16	0,46	0,77	1,08	Σ
Nb	2	1	2	1	1	1	2	10
Fréq	20%	10%	20%	10%	10%	10%	20%	100%
Σ Fréq	20%	30%	50%	60%	70%	80%	100%	

Les élèves sélectionnés sont :

- Pour le niveau FAIBLE : ceux ayant obtenu : $-1,38\sigma$ et $-1,07\sigma$.
- Pour le niveau MOYEN, la médiane est à $-0,77\sigma$. Les élèves ayant eu cette note ont été sélectionnés, ainsi que celui ayant eu $0,16\sigma$.
- Pour le BON niveau : ceux ayant obtenu : $1,08\sigma$ et $0,77\sigma$.

Annexe n° 10 : Temps de résolution des problèmes au primaire.

Problèmes écrits :

CE2 :

Problèmes écrits	Pb 1	Pb 2	Pb 3	Pb 4	Pb 5	Pb 8	Moy totale (s)
D	40	120	103	38	53	145	83,2s
J 1	45	70	127	64	104	30	73,3s
Y	40	45	84	32	134	79	69s
Mécrits faibles (s)	41,7s	78,3s = 1min 18s	104,7s = 1min 45s	44,7s	97s = 1min 37s	84,7s = 1min 25s	75,2s = 1min 15s
C	50	60	100	30	159	80	79,8s
E 1	20	45	90	35	46	108	57,3s
I	30	59	64	57	78	26	52,3s
Mécrits moyens (s)	33,3s	54,7s	84,7s = 1min 25s	40,7s	94,3s = 1min 34s	71,3s = 1min 11s	63,2s = 1min 3s
E 2	45	70	82	53	72	65	64,5s
J 2	16	35	54	47	151	57	60s
V	33	48	93	16	59	21	45s
Mécrits bons (s)	31,3s	51s	76,3 = 1min 16s	38,7s	94s = 1min 34s	47,7s	56,5s
Mécrits	35,4s	61,3s = 1min 11s	88,6s = 1min 29s	41,3s	95,1s = 1min 35s	67,9s = 1min 8s	64,9s = 1min 5s

Temps de résolution des problèmes écrits au CE2.

CM1 :

Problèmes écrits	Pb 1	Pb 2	Pb 3	Pb 4	Pb 5	Pb 8	Moy totale (s)
E a	21	42	186	18	20	15	50,3s
G	28	45	63	40	62	31	44,8s
T	17	38	52	23	75	28	38,8s
Mécrits faibles (s)	22s	41,7s	100,3s = 1min 40s	27s	52,3s	24,7s	44,7s
E b	28	74	165	20	72	47	67,7s
F	15	16	47	33	57	16	30,7s
M	18	117	57	40	96	30	59,7s
Mécrits moyens (s)	20,3s	69s = 1min 9s	89,7s = 1min 30s	29,1s	75s	31s	52,7s

A	14	25	38	40	52	22	31,8s
V a	27	60	60	37	56	37	46,2s
V b	35	19	60	11	58	23	34,3s
Mécrits bons (s)	25,3s	34,7s	52,7s	29,3s	55,3s	27,3s	37,4s
Mécrits	22,6s	48,4s	80,9s = 1min 21s	29,1s	60,9s	27,7s	44,9s

Temps de résolution des problèmes écrits au CM1.

CM2 :

Problèmes écrits	Pb 1	Pb 2	Pb 3	Pb 4	Pb 5	Pb 8	Moy totale (s)
Antonin	70	129	61	48	51	10	61,5s
Gauthier	17	34	39	53	68	35	41s
Pierre	23	30	23	13	36	24	24,8s
Mécrits faibles (s)	36,7s	64,3s	41s	38s	51,7s	23s	42,4s
Claire	30	39	56	63	59	17	44s
Charlotte	49	24	26	28	57	8	32s
Margaux	26	49	53	24	48	14	35,7s
Mécrits moyens (s)	35s	37,3s	45s	38,3s	54,7s	13s	37,2s
Lonna	11	16	62	36	25	6	26s
Mehdi	10	34	50	22	32	21	28,2s
Pierrick	6	8	25	8	12	6	10,8s
Mécrits bons (s)	9s	19,3s	45,7s	22s	23s	11s	21,7s
Mécrits	26,9s	40,3s	43,9s	32,8s	43,1s	15,7s	33,8s

Temps de résolution des problèmes écrits au CM2.

Problèmes imagés :

CE2 :

Problèmes imagés	Pb 1b	Pb 2b	Pb 3b	Pb 4b	Pb 5b	Pb 6	Pb 7	Pb 8b	Pb 9	Moy totale (s)
D	58	153	67	69	54	176	174	71	474	144s
J 1	40	40	116	123	61	125	201	55	279	115,6s
Y	15	61	117	33	35	187	300	64	600	156,9s
Mimagés faibles (s)	37,7s	84,7s = 1min 25s	100s = 1min 40s	75s = 1min 15s	50s	162,7s = 2min 43s	225s = 3min 45s	63,3s = 1min 3s	451s = 7min 31s	138,8s = 2min 19s
C	32	93	85	36	76	180	227	32	387	127,6s
E 1	21	58	117	44	42	194	183	63	320	115,8s
I	52	92	77	37	84	182	217	11	418	130s
Mimagés moyens (s)	32,9s	81s	93s = 1min 33s	39s	67,3s = 1min 7s	185,3s = 3min 5s	209s = 2min 29s	35,3s	375s = 6min 15s	124,4s = 2min 4s
E 2	42	54	91	79	34	180	182	33	348	115,9s
J 2	22	78	98	46	73	181	180	23	300	111,2s
V	14	60	89	59	54	146	180	20	345	107,4s
Mimagés bons (s)	26s	64s	92,7s	61,33s = 1min 11s	53,7s	169s = 2min 49s	180,7s = 3min 1s	25,3s	331s = 5min 31s	111,5s = 1min 51s
Mimagés	32,9s	76,6 = 1min 17s	95,2s	58,4s	57s	172,3 = 2min 52s	204,9s = 3min 25s	41,3s	385,7s = 6min 26s	124,9s = 2min 5s

Temps de résolution des problèmes imagés au CE2.

CM1 :

Problèmes imagés	Pb 1b	Pb 2b	Pb 3b	Pb 4b	Pb 5b	Pb 6	Pb 7	Pb 8b	Pb 9	Moy totale (s)
E a	17	10	59	31	35	129	86	10	135	56,9s
G	26	72	72	82	82	141	68	165	240	105,3s
T	14	25	60	35	144	126	197	20	221	93,6s
Mimagés faibles (s)	19s	35,7s	63,7s = 1min 4s	49,3s	87s = 1min 27s	132s = 2min 12s	117s = 1min 57s	65s = 1min 5s	198,7s = 3min 19s	85,3s = 1min 25s

E b	61	66	144	63	52	140	394	16	350	142,9s
F	12	13	28	106	98	155	173	19	105	78,8s
M	18	66	72	45	47	155	223	20	140	87,3s
Mimagés moyens (s)	30,3s	48,3s	81,3s = 1min 21s	71,3s = 1min11s	65,7s = 1min 6s	150s = 2min 30s	263,3s= 4min 23s	18,3s	198,3s= 3min 18s	103s = 1min 43s
A	9	12	23	30	25	68	210	16	325	79,8s
V a	26	31	33	55	81	115	184	10	178	79,2s
V b	29	19	86	39	36	165	422	23	215	114,9s
Mimagés bons (s)	21,3s	20,7s	47,3s	41,3s	47,3s	116s = 1min 56s	272s= 4min32s	16,3s	239,3s = 3min 59s	91,3s = 1min 31s
Mimagés	23,6s	34,9s	64,1s = 1min 4s	54s	66,7s = 1min 7s	132,7 = 2min 13s	217,4s= 3min 37s	33,2s	212,1s = 3min 32s	93,2s = 1min 33s

Temps de résolution des problèmes imagés au CM1.

CM2 :

Problèmes imagés	Pb 1b	Pb 2b	Pb 3b	Pb 4b	Pb 5b	Pb 6	Pb 7	Pb 8b	Pb 9	Moy totale (s)
Antonin	18	35	55	51	45	150	179	17	240	87,8ss
Gauthier	13	56	63	90	140	131	173	24	165	95s
Pierre	10	15	25	42	30	60	74	12	283	61,2s
Mimagés faibles (s)	13,7s	35,3s	47,7s	61s	71,7s	113,7s = 1min 54s	142s = 2min 22s	17,7s	229,3s = 3min 49s	81,3s = 1min 21s
Claire	11	17	22	66	32	92	114	12	161	58,6s
Charlotte	11	15	94	31	19	90	133	14	79	54s
Margaux	12	18	48	32	22	90	144	9	320	77,2s
Mimagés moyens (s)	11,3s	16,7s	54,7s	43s	24,3s	90,7s = 1min 31s	130,3s = 2min 10s	11,7s	186,7s = 3 min 7s	63,3s = 1min 3s
Lonna	11	13	25	44	17	101	185	11	240	71,9s
Mehdi	9	19	11	42	31	138	139	6	240	70,6s
Pierrick	6	10	55	38	21	48	102	6	230	57,3s
Mimagés bons (s)	8,7s	14s	30,3s	41,3s	23s	95,7s	142s = 2min 22s	7,7s	236,7s = 3min 57s	66,6s = 1min 7s
Mimagés	11,2s	22s	44,2s	48,4s	39,7s	100s = 1min 40s	138,1s = 2min 18s	12,3s	217,6s = 3min 38s	70,4s = 1min 10s

Temps de résolution des problèmes imagés au CM2.

Problèmes manipulables :

CE2:

Problèmes manipulables	Pb 1c	Pb 2c	Pb 3c	Pb 4c	Pb 5c	Moy totale (s)
D	20	120	39	41	106	65,2
J 1	84	45	51	50	154	76,8
Y	26	56	45	49	135	62,2
Mmanip faibles (s)	43,3s	73,7s = 1min 14s	45s	46,7s	131,7s = 2min 12s	68,07s = 1min 8s
C	57	111	72	38	110	77,6
E 1	40	27	34	30	60	38,2
I	32	29	65	27	77	46
Mmanip moyens (s)	43s	55,7s	57s	31,7s	82,3s = 1min 22s	53,9s
E 2	26	68	103	57	115	73,8
J 2	15	31	93	49	143	66,2
V	25	90	55	45	148	72,6
Mmanip bons (s)	22s	63s = 1min 3s	83,7 = 1min 24s	50,3s	135,3s = 2min 15s	70,7s = 1min 11s
Mmanip	36,1s	64,1s = 1min 4s	61,9s = 1min 2s	42,9s	116,4s = 1min 56s	64,28s = 1min 4s

Temps de résolution des problèmes manipulable au CE2.

CM1:

Problèmes manipulables	Pb 1c	Pb 2c	Pb 3c	Pb 4c	Pb 5c	Moy totale (s)
E a	25	27	33	28	44	31,4
G	37	70	28	67	187	77,8
T	10	41	38	20	55	32,8
Mmanip faibles (s)	24s	46s	33s	38,3s	95,3s	47,3s
E b	7	84	38	37	288	90,8
F	10	14	18	59	67	33,6
M	13	75	97	40	90	63
Mmanip moyens (s)	10s	57,7s	51s	45,3s	148,3s = 2min 28s	62,5s = 1min 3s

A	8	12	23	29	93	33
V a	22	29	25	48	88	42,4
V b	7	47	38	28	45	33
Mmanip bons (s)	12,3s	29,3s	28,7s	35s	75,3s = 1min 15s	36,1s
Mmanip	15,4s	44,3s	37,6s	39,5s	106,3s = 1min 46s	48,6s

Temps de résolution des problèmes manipulable au CM1.

CM2 :

Problèmes manipulables	Pb 1c	Pb 2c	Pb 3c	Pb 4c	Pb 5c	Moy totale (s)
Antonin	30	70	35	68	95	59,6s
Gauthier	54	36	57	42	86	55s
Pierre	10	37	11	25	61	28,8s
Mmanip faibles (s)	31,3s	47,7s	34,3s	45s	80,7s	47,8s
Claire	11	23	17	51	63	33s
Charlotte	10	14	74	51	69	43,6s
Margaux	8	26	35	84	103	51,2s
Mmanip moyens (s)	9,7s	21s	42s	62s = 1min 2s	78,3s = 1min 18s	42,6s
Lonna	10	18	24	42	87	36,2s
Mehdi	6	7	36	26	90	33s
Pierrick	5	17	14	48	73	31,4s
Mmanip bons (s)	7s	14s	24,7s	38,7s	83,3s = 1min 23s	33,5s
Mmanip	16s	27,6s	33,7s	48,6s	80,8s	41,3s

Temps de résolution des problèmes manipulable au CM2.

Annexe n°11 : Résultats aux problèmes 1.

Classe de CE2:

Problèmes 1 CE2		Écrit			Imagé			Manipulable			Total par enfant
		Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	
Faible	D	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	J 1	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	Y	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3	
Moyen	C	0	1	O	1	1	O	1	1	O	8/9
	E 1	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	I	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	Total	Rés-E : 2/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3	
Bon	É 2	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	J 2	0	0	N	1	1	O	1	1	O	6/9
	V	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	Total	Rés-E : 2/3	Rais-E: 2/3	Pro-E: 2/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3	
TOTAL général		Rés-E1: 7/9	Rais-E1: 8/9	Pro-E1: 8/9	Rés-I1: 9/9	Rais-I1: 9/9	Pro-I1: 9/9	Rés-M1 : 9/9	Rais-M1: 9/9	Pro-M1: 9/9	

Résultats des problèmes 1 au CE2.

Classe de CM1 :

Problèmes 1 CM1		Écrit			Imagé			Manipulable			Total par enfant
		Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	
Faible	E a	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	G	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	T	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3	

Moyen	E b	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	F	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	M	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3	
Bon	A	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	V a	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	V b	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3	
TOTAL général		Rés-E1: 9/9	Rais-E1: 9/9	Pro-E1: 9/9	Rés-I1: 9/9	Rais-I1: 9/9	Pro-I1: 9/9	Rés-M1 : 9/9	Rais-M1: 9/9	Pro-M1: 9/9	

Résultats des problèmes 1 au CM1.

Classe de CM2 :

Problèmes 1 CM2		Écrit			Imagé			Manipulable			Total par enfant
		Résultat s	Raisonnement	Procédure	Résultat s	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	
Faible	A	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	G	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	PA	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3	
Moyen	CA	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	CB	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	MA	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3	
Bon	L	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	MB	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	PB	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3	
TOTAL général		Rés-E1: 9/9	Rais-E1: 9/9	Pro-E1: 9/9	Rés-I1: 9/9	Rais-I1: 9/9	Pro-I1: 9/9	Rés-M1 : 9/9	Rais-M1: 9/9	Pro-M1: 9/9	

Résultats des problèmes 1 au CM2.

Annexe n°12 : Résultats aux problèmes 2.

Classe de CE2:

Problèmes 2 CE2		Écrit			Imagé			Manipulable			Total par enfant
		Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	
Faible	D	0	0	O	0	0	O	0	0	N	2/9
	J 1	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	Y	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	Total	Rés-E : 2/3	Rais-E: 2/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 2/3	Rais-I: 2/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 2/3	Rais-M: 2/3	Pro-M: 2/3	
Moyen	C	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	E 1	0	0	O	1	1	O	1	1	O	7/9
	I	0	0	O	1	1	O	1	1	O	7/9
	Total	Rés-E : 1/3	Rais-E: 1/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3	
Bon	É 2	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	J 2	0	0	O	0	0	O	1	1	O	5/9
	V	1	1	O	1	1	O	1	0	O	8/9
	Total	Rés-E : 2/3	Rais-E: 2/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 2/3	Rais-I: 2/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 2/3	Pro-M: 3/3	
TOTAL général		Rés-E1: 5/9	Rais-E1: 5/9	Pro-E1: 9/9	Rés-I1: 7/9	Rais-I1: 7/9	Pro-I1: 9/9	Rés-M1 : 8/9	Rais-M1: 7/9	Pro-M1: 8/9	

Résultats des problèmes 2 au CE2.

Classe de CM1 :

Problèmes 2 CM1		Écrit			Imagé			Manipulable			Total par enfant
		Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	
Faible	E a	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	G	1	1	O	0	0	O	1	1	O	7/9
	T	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 2/3	Rais-I: 2/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3	

Moyen	E b	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	F	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	M	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3	
Bon	A	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	V a	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	V b	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3	
TOTAL général		Rés-E1: 9/9	Rais-E1: 9/9	Pro-E1: 9/9	Rés-I1: 8/9	Rais-I1: 8/9	Pro-I1: 9/9	Rés-M1 : 9/9	Rais-M1: 9/9	Pro-M1: 9/9	

Résultats des problèmes 2 au CM1.

Classe de CM2 :

Problèmes 2 CM2		Écrit			Imagé			Manipulable			Total par enfant
		Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	
Faible	A	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	G	1	1	O	0	0	O	1	1	O	7/9
	PA	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 2/3	Rais-I: 2/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3	
Moyen	CA	1	1	O	1	1	O	0	0	N	6/9
	CB	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	MA	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 2/3	Rais-M: 2/3	Pro-M: 2/3	
Bon	L	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	MB	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	PB	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3	
TOTAL général		Rés-E1: 9/9	Rais-E1: 9/9	Pro-E1: 9/9	Rés-I1: 8/9	Rais-I1: 8/9	Pro-I1: 9/9	Rés-M1 : 8/9	Rais-M1: 8/9	Pro-M1: 8/9	

Résultats des problèmes 2 au CM2.

Annexe n°13 : Résultats aux problèmes 3.

Classe de CE2:

Problèmes 3 CE2		Écrit			Imagé			Manipulable			Total par enfant
		Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	
Faible	D	0	0	N	1	1	O	1	1	O	6/9
	J 1	0	0	N	0	1	O	1	1	O	5/9
	Y	1	1	O	0	0	N	1	1	O	6/9
	Total	Rés-E : 1/3	Rais-E: 1/3	Pro-E: 1/3	Rés-I : 1/3	Rais-I: 2/3	Pro-I: 2/3	Rés-M: 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3	
Moyen	C	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	E 1	1	1	O	0	0	N	0	0	N	3/9
	I	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 2/3	Rais-I: 2/3	Pro-I: 2/3	Rés-M: 2/3	Rais-M: 2/3	Pro-M: 2/3	
Bon	É 2	0	0	N	1	1	O	1	1	O	6/9
	J 2	0	0	N	1	1	O	1	1	O	6/9
	V	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	Total	Rés-E : 1/3	Rais-E: 1/3	Pro-E: 1/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3	
TOTAL général		Rés-E1: 5/9	Rais-E1: 5/9	Pro-E1: 5/9	Rés-I1: 6/9	Rais-I1: 7/9	Pro-I1: 7/9	Rés-M1 : 8/9	Rais-M1: 8/9	Pro-M1: 8/9	

Résultats des problèmes 3 au CE2.

Classe de CM1 :

Problèmes 3 CM1		Écrit			Imagé			Manipulable			Total par enfant
		Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	
Faible	E a	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	G	0	0	N	0	0	N	0	0	N	0/9
	T	1	1	O	0	1	O	1	1	O	8/9
	Total	Rés-E : 2/3	Rais-E: 2/3	Pro-E: 2/3	Rés-I : 1/3	Rais-I: 2/3	Pro-I: 2/3	Rés-M: 2/3	Rais-M: 2/3	Pro-M: 2/3	

Moyen	E b	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	F	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	M	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3	
Bon	A	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	V a	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	V b	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3	
TOTAL général		Rés-E1: 8/9	Rais-E1: 8/9	Pro-E1: 8/9	Rés-I1: 7/9	Rais-I1: 8/9	Pro-I1: 8/9	Rés-M1 : 8/9	Rais-M1: 8/9	Pro-M1: 8/9	

Résultats des problèmes 3 au CM1.

Classe de CM2 :

Problèmes 3 CM2		Écrit			Imagé			Manipulable			Total par enfant
		Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	
Faible	A	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	G	0	1	O	1	1	O	1	1	O	8/9
	PA	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	Total	Rés-E : 2/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3	
Moyen	CA	0	1	O	1	1	O	1	1	O	8/9
	CB	0	0	O	0	0	N	1	1	O	4/9
	MA	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	Total	Rés-E : 1/3	Rais-E: 2/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 2/3	Rais-I: 2/3	Pro-I: 2/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3	
Bon	L	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	MB	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	PB	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3	
TOTAL général		Rés-E1: 6/9	Rais-E1: 8/9	Pro-E1: 9/9	Rés-I1: 8/9	Rais-I1: 8/9	Pro-I1: 8/9	Rés-M1 : 9/9	Rais-M1: 9/9	Pro-M1: 9/9	

Résultats des problèmes 3 au CM2.

Annexe n°14 : Résultats aux problèmes 4.

Classe de CE2:

Problèmes 4 CE2		Écrit			Imagé			Manipulable			Total par enfant
		Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	
Faible	D	0	1	N	0	1	N	0	1	N	3/12
	J 1	1	2	O	1	2	O	1	2	O	12/12
	Y	1	2	O	1	2	O	1	2	O	12/12
	Total	Rés-E : 2/3	Rais-E: 5/6	Pro-E: 2/3	Rés-I : 2/3	Rais-I: 5/6	Pro-I: 2/3	Rés-M: 2/3	Rais-M: 5/6	Pro-M: 2/3	
Moyen	C	1	2	O	1	2	O	1	2	O	12/12
	E 1	0	1	N	1	2	O	1	2	O	9/12
	I	0	1	N	1	2	O	1	2	O	9/12
	Total	Rés-E : 1/3	Rais-E: 4/6	Pro-E: 1/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 6/6	Pro-I: 3/3	Rés-M: 3/3	Rais-M: 6/6	Pro-M: 3/3	
Bon	É 2	0	1	N	1	2	O	1	2	O	9/12
	J 2	0	1	N	1	2	O	1	2	O	9/12
	V	1	2	O	1	2	O	1	2	O	12/12
	Total	Rés-E : 1/3	Rais-E: 4/6	Pro-E: 1/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 6/6	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 6/6	Pro-M: 3/3	
TOTAL général		Rés-E1: 4/9	Rais-E1: 13/18	Pro-E1: 4/9	Rés-I1: 8/9	Rais-I1: 17/18	Pro-I1: 8/9	Rés-M1 : 8/9	Rais-M1: 17/18	Pro-M1: 8/9	

Résultats des problèmes 4 au CE2.

Classe de CM1 :

Problèmes 4 CM1		Écrit			Imagé			Manipulable			Total par enfant
		Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	
Faible	E a	1	2	O	1	2	O	1	2	O	12/12
	G	0	1	N	1	2	O	1	2	O	9/12
	T	1	2	O	1	2	O	1	2	O	12/12
	Total	Rés-E : 2/3	Rais-E: 5/6	Pro-E: 2/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 6/6	Pro-I: 3/3	Rés-M: 3/3	Rais-M: 6/6	Pro-M: 3/3	

Moyen	E b	1	2	O	1	2	O	1	2	O	12/12
	F	1	2	O	0	1	N	1	2	O	9/12
	M	1	2	O	1	2	O	1	2	O	12/12
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 6/6	Pro-E: 3/3	Rés-I : 2/3	Rais-I: 5/6	Pro-I: 2/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 6/6	Pro-M: 3/3	
Bon	A	1	2	O	1	2	O	1	2	O	12/12
	V a	1	2	O	1	2	O	1	2	O	12/12
	V b	1	2	O	1	2	O	1	2	O	12/12
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 6/6	Pro-E: 3/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 6/6	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 6/6	Pro-M: 3/3	
TOTAL général		Rés-E1: 8/9	Rais-E1: 17/18	Pro-E1: 8/9	Rés-I1: 8/9	Rais-I1: 17/18	Pro-I1: 8/9	Rés-M1 : 9/9	Rais-M1: 18/18	Pro-M1: 9/9	

Résultats des problèmes 4 au CM1.

Classe de CM2 :

Problèmes 4 CM2		Écrit			Imagé			Manipulable			Total par enfant
		Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	
Faible	A	1	2	O	1	2	O	1	2	O	12/12
	G	1	2	O	1	2	O	1	2	O	12/12
	PA	1	2	O	1	2	O	1	2	O	12/12
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 6/6	Pro-E: 3/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 6/6	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 6/6	Pro-M: 3/3	
Moyen	CA	0	0	N	1	2	O	1	2	O	8/12
	CB	1	2	O	1	2	O	1	2	O	12/12
	MA	0	1	N	1	2	O	0	1	N	5/12
	Total	Rés-E : 1/3	Rais-E: 3/6	Pro-E: 1/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 6/6	Pro-I: 3/3	Rés-M: 2/3	Rais-M: 5/6	Pro-M: 2/3	
Bon	L	1	2	O	1	2	O	1	2	O	12/12
	MB	1	2	O	1	2	O	1	2	O	12/12
	PB	1	2	O	1	2	O	1	2	O	12/12
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 6/6	Pro-E: 3/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 6/6	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 6/6	Pro-M: 3/3	
TOTAL général		Rés-E1: 7/9	Rais-E1: 15/18	Pro-E1: 7/9	Rés-I1: 9/9	Rais-I1: 18/18	Pro-I1: 9/9	Rés-M1: 8/9	Rais-M1: 17/18	Pro-M1: 8/9	

Résultats des problèmes 4 au CM2.

Annexe n°15 : Résultats aux problèmes 5.

Classe de CE2:

Problèmes 5 CE2		Écrit			Imagé			Manipulable			Total par enfant
		Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	
Faible	D	0	0	N	1	1	O	1	0	O	5/9
	J 1	0	0	N	0	1	O	1	0	O	4/9
	Y	0	0	N	1	1	O	0	0	N	3/9
	Total	Rés-E : 0/3	Rais-E: 0/3	Pro-E: 0/3	Rés-I : 2/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M: 2/3	Rais-M: 0/3	Pro-M: 2/3	
Moyen	C	0	1	O	0	1	O	1	0	O	6/9
	E 1	0	0	N	1	1	O	1	0	O	5/9
	I	0	0	N	1	1	O	1	0	O	5/9
	Total	Rés-E : 0/3	Rais-E: 1/3	Pro-E: 1/3	Rés-I : 2/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M: 3/3	Rais-M: 0/3	Pro-M: 3/3	
Bon	É 2	0	0	N	1	1	O	1	0	O	5/9
	J 2	0	0	N	1	1	O	1	0	O	5/9
	V	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	Total	Rés-E : 1/3	Rais-E: 1/3	Pro-E: 1/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 1/3	Pro-M: 3/3	
TOTAL général		Rés-E1: 1/9	Rais-E1: 2/9	Pro-E1: 2/9	Rés-I1: 7/9	Rais-I1: 9/9	Pro-I1: 9/9	Rés-M1 : 8/9	Rais-M1: 1/9	Pro-M1: 8/9	

Résultats des problèmes 5 au CE2.

Classe de CM1 :

Problèmes 5 CM1		Écrit			Imagé			Manipulable			Total par enfant
		Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	
Faible	E a	1	1	O	1	1	O	1	1 (+1/2)	O	9/9
	G	0	0	N	1	1	O	0	0	N	3/9
	T	0	0	N	1	1	O	1	1	O	6/9
	Total	Rés-E : 1/3	Rais-E: 1/3	Pro-E: 1/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M: 2/3	Rais-M: 2/3	Pro-M: 2/3	

Moyen	E b	0	0	N	1	1	O	0	0	N	3/9
	F	0	0	N	1	1	O	1	0	O	5/9
	M	1	1	O	1	1	O	1	0	O	8/9
	Total	Rés-E : 1/3	Rais-E: 1/3	Pro-E: 1/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M: 2/3	Rais-M: 0/3	Pro-M: 2/3	
Bon	A	1	1	O	1	1	O	0	0	N	6/9
	V a	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	V b	0	0	N	1	1	O	1	0	O	5/9
	Total	Rés-E : 2/3	Rais-E: 2/3	Pro-E: 2/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M: 2/3	Rais-M: 1/3	Pro-M: 2/3	
TOTAL général		Rés-E1: 4/9	Rais-E1: 4/9	Pro-E1: 4/9	Rés-I1: 9/9	Rais-I1: 9/9	Pro-I1: 9/9	Rés-M1: 6/9	Rais-M1: 3/9	Pro-M1: 6/9	

Résultats des problèmes 5 au CM1.

Classe de CM2 :

Problèmes 5 CM2		Écrit			Imagé			Manipulable			Total par enfant
		Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	
Faible	A	0	0	N	1	1	O	1	1	O	6/9
	G	0	0	N	1	1	O	1	1	O	6/9
	PA	1	1	O	1	1	O	1	1 (+1/2)	O	9/9
	Total	Rés-E 1/3	Rais-E: 1/3	Pro-E: 1/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3	
Moyen	CA	0	0	N	1	1	O	0	0	N	3/9
	CB	0	0	N	1	1	O	1	1	O	6/9
	MA	1	1	O	1	1	O	1	0	O	8/9
	Total	Rés-E : 1/3	Rais-E: 1/3	Pro-E: 1/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M: 2/3	Rais-M: 1/3	Pro-M: 2/3	
Bon	L	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	MB	1	1	O	1	1	O	1	1	O	9/9
	PB	1	1	O	1	1	O	1	1 (+1/2)	O	9/9
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3	
TOTAL général		Rés-E1: 5/9	Rais-E1: 5/9	Pro-E1: 5/9	Rés-I1: 9/9	Rais-I1: 9/9	Pro-I1: 9/9	Rés-M1: 8/9	Rais-M1: 7/9	Pro-M1: 8/9	

Résultats des problèmes 5 au CM2.

Annexe n°16 : Résultats aux problèmes 8.

Classe de CE2:

Problèmes 8 CE2		Écrit			Imagé			Total par enfant
		Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	
Faible	D	1	1	O	0	0	N	3/6
	J 1	1	1	O	0	0	N	3/6
	Y	0	0	N	0	0	N	0/6
	Total	Rés-E : 2/3	Rais-E: 2/3	Pro-E: 2/3	Rés-I : 0/3	Rais-I: 0/3	Pro-I: 0/3	
Moyen	C	1	1	O	1	1	O	6/6
	E 1	1	1	O	0	0	N	3/6
	I	1	1	O	1	1	O	6/6
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 2/3	Rais-I: 2/3	Pro-I: 2/3	
Bon	É 2	1	1	O	1	1	O	6/6
	J 2	1	1	O	1	1	O	6/6
	V	1	1	O	1	1	O	6/6
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	
TOTAL général		Rés-E1: 8/9	Rais-E1: 8/9	Pro-E1: 8/9	Rés-I1: 5/9	Rais-I1: 5/9	Pro-I1: 5/9	

Résultats des problèmes 8 au CE2.

Classe de CM1 :

Problèmes 8 CM1		Écrit			Imagé			Total par enfant
		Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	
Faible	E a	1	1	O	1	1	O	6/6
	G	0	0	N	1	1	N	2/6
	T	1	1	O	1	1	N	5/6
	Total	Rés-E : 2/3	Rais-E: 2/3	Pro-E: 2/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 1/3	

Moyen	E b	1	1	N	0	0	N	2/6
	F	1	1	O	1	1	O	6/6
	M	1	1	O	1	1	N	5/6
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 2/3	Rés-I : 2/3	Rais-I: 2/3	Pro-I: 1/3	
Bon	A	1	1	O	1	1	O	6/6
	V a	1	1	O	1	1	O	6/6
	V b	1	1	N	1	1	O	5/6
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 2/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	
TOTAL général		Rés-E1: 8/9	Rais-E1: 8/9	Pro-E1: 6/9	Rés-I1: 8/9	Rais-I1: 8/9	Pro-I1: 5/9	

Résultats des problèmes 8 au CM1.

Classe de CM2 :

Problèmes 8 CE2		Écrit			Imagé			Total par enfant
		Résultats	Raisonnement	Procédure	Résultats	Raisonnement	Procédure	
Faible	A	1	1	O	1	1	O	6/6
	G	1	1	O	1	1	O	6/6
	P A	1	1	N	1	1	O	5/6
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 2/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	
Moyen	C A	1	1	O	1	1	O	6/6
	C B	1	1	O	1	1	O	6/6
	M A	1	1	O	1	1	O	6/6
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	
Bon	L	1	1	O	1	1	O	6/6
	M B	1	1	O	1	1	O	6/6
	P B	1	1	O	1	1	O	6/6
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	Pro-I: 3/3	
TOTAL général		Rés-E1: 9/9	Rais-E1: 9/9	Pro-E1: 8/9	Rés-I1: 9/9	Rais-I1: 9/9	Pro-I1: 9/9	

Résultats des problèmes 8 au CM2.

Annexe n°17 : Résultats au problème 6.

Classe de CE2:

Problème 6 CE2		Imagé			Total par enfant
		Résultats	Arguments	Procédure	
Faible	D	0	1	O	2/5
	J 1	1	2	O	4/5
	Y	0	0	O	1/5
	Total	Rés-I : 1/3	Rais-I: 3/9	Pro-I: 3/3	
Moyen	C	1	3	O	5/5
	E 1	1	3	O	5/5
	I	1	3	O	5/5
	Total	Rés-I : 3/3	Rais-I: 9/9	Pro-I: 3/3	
Bon	É 2	0	0	O	1/5
	J 2	1	3	O	5/5
	V	1	3	O	5/5
	Total	Rés-I : 2/3	Rais-I: 6/9	Pro-I: 3/3	
TOTAL général		Rés-I1: 6/9	Rais-I1: 18/27	Pro-I1: 9/9	

Résultats du problème 6 au CE2

Classe de CM1:

Problème 6 CM1		Imagé			Total par enfant
		Résultats	Arguments	Procédure	
Faible	E a	0	1	O	2/5
	G	1	2	O	4/5
	T	0	1	O	2/5
	Total	Rés-I : 1/3	Rais-I: 4/9	Pro-I: 3/3	
Moyen	E b	0	3	O	4/5
	F	1	3	O	5/5
	M	1	3	O	5/5
	Total	Rés-I : 2/3	Rais-I: 9/9	Pro-I: 3/3	
Bon	A	1	3	O	5/5
	V a	1	1	O	3/5
	V b	1	3	O	5/5
	Total	Rés-I : 3/3	Rais-I: 7/9	Pro-I: 3/3	
TOTAL général		Rés-I1: 6/9	Rais-I1: 20/27	Pro-I1: 9/9	

Résultats du problème 6 au CM1

Classe de CM2:

Problème 6 CM2		Imagé			Total par enfant
		Résultats	Arguments	Procédure	
Faible	A	1	3	O	5/5
	G	1	3	O	5/5
	P A	1	2	O	4/5
	Total	Rés-I : 3/3	Rais-I: 8/9	Pro-I: 3/3	
Moyen	C A	0	1	O	2/5
	C B	0	1	O	2/5
	M A	0	0	O	1/5
	Total	Rés-I : 0/3	Rais-I: 2/9	Pro-I: 3/3	
Bon	L	1	3	O	5/5
	M B	1	3	O	5/5
	P B	1	3	O	5/5
	Total	Rés-I : 3/3	Rais-I: 9/9	Pro-I: 3/3	
TOTAL général		Rés-I1: 6/9	Rais-I1: 19/27	Pro-I1: 9/9	

Résultats du problème 6 au CM2

Annexe n°18 : Résultats au problème 7.

Classe de CE2:

Problème 7 CE2		Imagé			Total par enfant
		Résultats	Arguments	Procédure	
Faible	D	0	0,5	N	0,5/5,5
	J 1	0	2	O	3/5,5
	Y	0	0	N	0/5,5
	Total	Rés-I : 0/3	Rais-I: 2,5/9	Pro-I: 2/3	
Moyen	C	0	2	N	2/5,5
	E 1	0	3	O	4/5,5
	I	0	3	O	4/5,5
	Total	Rés-I : 0/3	Rais-I: 8/9	Pro-I: 2/3	
Bon	É 2	0	0,5	N	0,5/5,5
	J 2	0	0,5	N	0,5/5,5
	V	1	3	O	5,5/5,5
	Total	Rés-I : 1/3	Rais-I: 4/9	Pro-I: 1/3	
TOTAL général		Rés-I1: 1/9	Rais-I1: 14,5/27	Pro-I1: 5/9	

Résultats du problème 7 au CE2

Classe de CM1:

Problème 7 CM1		Imagé			Total par enfant
		Résultats	Arguments	Procédure	
Faible	E a	0	2,5	N	2,5/5,5
	G	0	1	N	1/5,5
	T	0	1,5	N	1,5/5,5
	Total	Rés-I : 0/3	Rais-I: 5/9	Pro-I: 0/3	
Moyen	E b	0	2	O	3/5,5
	F	0	2	N	2/5,5
	M	1	3	O	5,5/5,5
	Total	Rés-I : 1/3	Rais-I: 7/9	Pro-I: 2/3	
Bon	A	0	1,5	O	2,5/5,5
	V a	1	3	O	5/5,5
	V b	1	2,5	O	4,5/5,5
	Total	Rés-I : 2/3	Rais-I: 7/9	Pro-I: 3/3	
TOTAL général		Rés-I1: 3/9	Rais-I1: 19/27	Pro-I1: 5/9	

Résultats du problème 7 au CM1

Classe de CM2:

Problème 7 CM2		Imagé			Total par enfant
		Résultats	Arguments	Procédure	
Faible	A	0	3	O	4/5,5
	G	0	0,5	O	1,5/5,5
	P A	0	3	O	4/5,5
	Total	Rés-I : 0/3	Rais-I: 6,5/9	Pro-I: 3/3	
Moyen	C A	0	3	O	4/5,5
	C B	0	2,5	O	3,5/5,5
	M A	1	3	O	5,5/5,5
	Total	Rés-I : 1/3	Rais-I: 8,5/9	Pro-I: 3/3	
Bon	L	1	2	O	4/5,5
	M B	1	3	O	5,5/5,5
	P B	1	3	O	5/5,5
	Total	Rés-I : 3/3	Rais-I: 8/9	Pro-I: 3/3	
TOTAL général		Rés-I1: 4/9	Rais-I1: 23/27	Pro-I1: 9/9	

Résultats du problème 7 au CM2

Annexe n°19 : Résultats au problème 9.

Classe de CE2:

Problème 9 CE2		Imagé		Total par enfant
		Résultats	Arguments	
Faible	D	1	0,5	1,5/2
	J 1	1	1	2/2
	Y	1	1	2/2
	Total	Rés-I : 3/3	Rais-I: 2,5/3	
Moyen	C	1	1	2/2
	E 1	1	1	2/2
	I	1	0,5	1,5/2
	Total	Rés-I : 3/3	Rais-I: 2,5/3	
Bon	É 2	1	1	2/2
	J 2	1	1	2/2
	V	1	0	1/2
	Total	Rés-I : 3/3	Rais-I: 2/3	
TOTAL général		Rés-I1: 9/9	Rais-I1: 7/9	

Résultats du problème 9 au CE2

Classe de CM1:

Problème 9 CM1		Imagé		Total par enfant
		Résultats	Arguments	
Faible	E a	1	0,5	2,5/2
	G	1	0,5	1,5/2
	T	1	1	2/2
	Total	Rés-I : 3/3	Rais-I: 2/3	
Moyen	E b	1	1	2/2
	F	0	0,5	0,5/2
	M	1	0,5	1,5/2
	Total	Rés-I : 2/3	Rais-I: 2/3	
Bon	A	1	0,5	1,5/2
	V a	1	1	2/2
	V b	1	1	2/2
	Total	Rés-I : 3/3	Rais-I: 2,5/3	
TOTAL général		Rés-I1: 8/9	Rais-I1: 6,5/9	

Résultats du problème 9 au CM1

Classe de CM2:

Problème 9 CM2		Imagé		Total par enfant
		Résultats	Arguments	
Faible	A	1	0,5	1,5/2
	G	1	0,5	1,5/2
	P A	1	1	2/2
	Total	Rés-I : 3/3	Rais-I: 2/3	
Moyen	C A	0	1	1/2
	C B	1	0,5	1,5/2
	M A	1	1	2/2
	Total	Rés-I : 2/3	Rais-I: 2,5/3	
Bon	L	1	1	2/2
	M B	1	1	2/2
	P B	1	1	2/2
	Total	Rés-I : 3/3	Rais-I: 3/3	
TOTAL général		Rés-I1: 8/9	Rais-I1: 7,5/9	

Résultats du problème 9 au CM2

	CE2	CM1	CM2	Total
AE = 1,5cm	J 1 ; Y ; C ; E 1 ; I ; E 2.	E a ; T ; V a ; A ; V b	P A ; C A ; M A ; M B ; P B.	16/27
[DE] n'est pas tracé ou [CE] n'est pas tracé	D ; J 1 ; Y ; C ; E 1 ; E 2.	G ; T ; E b ; V b.	P A ; A ; M A ; M B ; L ; P B.	16/27
H coupe pas [DE] ou I coupe pas [CE]	J 2.	F ; V a.	G ; C A ; C B.	6/27
E n'est pas le centre du cercle		E b.	L.	2/27
F n'appartient pas au cercle	J 2.	M.		2/27
Aucun argument	V.			1/27

Arguments fournis au problème 9

Annexe n° 20 : Temps de résolution des problèmes au collège.

Problèmes écrits :

6^{ème} :

Problèmes écrits	Pb 1	Pb 2	Pb 3	Pb 8	Moy totale (s)
AA	67	53	38	72	58s
MA	37	43	12	43	34s
PA	39	32	20	61	38s
Mécrits faibles (s)	48s	43s	23s	59s	43s
AB	67	42	13	32	39s
MB	45	45	38	56	46s
R	278	60	32	130	125s
Mécrits moyens (s)	130s	49s	28s	73s	70s
C	97	84	27	75	71s
PB	145	88	32	70	84s
T	20	29	13	40	26s
Mécrits bons (s)	87s	67s	24s	62s	60s
Mécrits	88s	53s	25s	64s	58s

Temps de résolution des problèmes écrits en 6^{ème}.

5^{ème} :

Problèmes écrits	Pb 1	Pb 2	Pb 3	Pb 8	Moy totale (s)
G	47	33	29	57	42s
H 1	43	50	19	53	41s
L 1	295	72	96	86	137s
Mécrits faibles (s)	128s	52s	48s	65s	73s

A 1	53	52	28	44	44s
H 2	40	74	27	59	50s
S	60	73	17	35	46s
Mécrits moyens (s)	51s	66s	24s	46s	47s
A 2	36	33	15	54	35s
L 2	54	67	27	49	49s
N	54	51	33	122	65s
Mécrits bons (s)	48s	50s	25s	75s	50s
Mécrits	76s	56s	32s	62s	57s

Temps de résolution des problèmes écrits en 5^{ème}.

Problèmes imagés :

6^{ème} :

Problèmes imagés	Pb 5	Pb 6	Pb 7	Pb 13	Moy totale (s)
AA	103	180	210	97	148s
MA	117	201	146	147	153s
PA	127	153	220	184	171s
Mécrits faibles (s)	116s	178s	192s	143s	157s
AB	73	122	165	76	109s
MB	196	317	75	60	162s
R	121	146	217	82	142s
Mécrits moyens (s)	130s	195s	152s	73s	138s
C	159	307	127	48	160s
PB	147	272	190	64	168s
T	68	89	108	23	72s
Mécrits bons (s)	125s	223s	142s	45s	134s
Mécrits	123s	199s	162s	87s	143s

Temps de résolution des problèmes imagés en 6^{ème}.

5^{ème} :

Problèmes imagés	Pb 5	Pb 6	Pb 7	Pb 13	Moy totale (s)
G	93	159	140	29	105s
H 1	137	177	200	85	150s
L 1	204	209	168	161	186s
Mécriers faibles (s)	145s	182s	170s	92s	147s
A 1	143	128	170	70	128s
H 2	154	138	265	39	149s
S	191	136	120	80	132s
Mécriers moyens (s)	163s	134s	185s	63s	137s
A 2	151	135	135	34	114s
L 2	149	203	180	65	149s
N	257	312	206	63	209s
Mécriers bons (s)	186s	217s	174s	54s	157s
Mécriers	164s	177s	176s	70s	147s

Temps de résolution des problèmes imagés en 5^{ème}.

Problèmes où le schéma est à créer :

6^{ème} :

Problèmes	Pb 4	Pb 10	Pb 11	Pb 12	Moy totale (s)
AA	75	135	186	69	116s
MA	158	106	261	48	143s
PA	170	119	329	113	183s
Mécriers faibles (s)	134s	120s	259s	77s	147s
AB	208	93	323	32	164s
MB	97	104	300	56	139s
R	116	191	241	49	149s
Mécriers moyens (s)	140s	129s	288s	46s	151s

C	183	75	132	32	105s
P B	213	124	307	131	194s
T	129	99	160	29	104s
Mécrits bons (s)	175s	99s	200s	64s	134s
Mécrits	150s	116s	249s	62s	144s

Temps de résolution des problèmes avec schéma à produire en 6^{ème}.

5^{ème} :

Problèmes	Pb 4	Pb 10	Pb 11	Pb 12	Moy totale (s)
G	218	74	211	45	137s
H 1	139	113	232	50	133s
L 1	109	141	297	85	158s
Mécrits faibles (s)	155s	109s	247s	60s	143s
A 1	137	149	278	41	151s
H 2	233	98	226	76	158s
S	143	64	133	75	104s
Mécrits moyens (s)	171s	104s	212s	64s	138s
A 2	217	115	170	110	153s
L 2	150	92	151	83	119s
N	75	87	205	108	119s
Mécrits bons (s)	147s	98s	175s	100s	130s
Mécrits	158s	104s	211s	75s	137s

Temps de résolution des problèmes avec schéma à produire en 5^{ème}.

Annexe n° 21 : Résultats des problèmes écrits au collège.

Problème 1 :

Problème 1		6ème				5ème				
		Résultats	Raisonnement	Procédure	Total 6ème	Résultats	Raisonnement	Procédure	Total 5ème	
Faible	AA	0	1	O	2/3	0	1	O	2/3	G
	MA	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	H 1
	PA	0	0	N	0/3	1	1	O	3/3	L 1
	Total	Rés-E : 1/3	Rais-E: 2/3	Pro-E: 3/3		Rés-M : 2/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3		
Moyen	AB	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	A 1
	MB	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	H 2
	R	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	S
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3		Rés-M: 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3		
Bon	C	1	1	O	3/3	0	0	N	0/3	A 2
	P B	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	L 2
	T	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	N
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3		Rés-M : 2/3	Rais-M: 2/3	Pro-M: 2/3		
TOTAL général		Rés-E1: 7/9	Rais-E1: 8/9	Pro-E1: 9/9		Rés-M1: 7/9	Rais-M1: 8/9	Pro-M1: 8/9		

Résultats du problème 1

Problème 2 :

Problème 2		6ème				5ème				
		Résultats	Raisonnement	Procédure	Total 6ème	Résultats	Raisonnement	Procédure	Total 5ème	
Faible	AA	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	G
	MA	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	H 1
	PA	0	0	N	0/3	0	0	O	1/3	L 1
	Total	Rés-E : 2/3	Rais-E: 2/3	Pro-E: 2/3		Rés-M : 2/3	Rais-M: 2/3	Pro-M: 3/3		
Moyen	AB	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	A 1
	MB	0	1	O	2/3	1	1	O	3/3	H 2
	R	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	S

	Total	Rés-E : 2/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3		Rés-M: 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3		
Bon	C	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	A 2
	P B	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	L 2
	T	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	N
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3		Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3		
TOTAL général		Rés-E1: 7/9	Rais-E1: 8/9	Pro-E1: 8/9		Rés-M1: 8/9	Rais-M1: 9/9	Pro-M1: 9/9		

Résultats du problème 2

Problème 3 :

Problème 3		6ème				5ème				
		Résultats	Raisonnement	Procédure	Total 6ème	Résultats	Raisonnement	Procédure	Total 5ème	
Faible	AA	1	1	O	3/3	0	1	O	2/3	G
	MA	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	H 1
	PA	0	0	N	0/3	1	1	O	3/3	L 1
	Total	Rés-E : 2/3	Rais-E: 2/3	Pro-E: 2/3		Rés-M : 2/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3		
Moyen	AB	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	A 1
	MB	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	H 2
	R	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	S
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3		Rés-M: 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3		
Bon	C	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	A 2
	P B	0	1	O	2/3	1	1	O	3/3	L 2
	T	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	N
	Total	Rés-E : 2/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3		Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3		
TOTAL général		Rés-E1: 7/9	Rais-E1: 8/9	Pro-E1: 8/9		Rés-M1: 8/9	Rais-M1: 9/9	Pro-M1: 9/9		

Résultats du problème 3

Problème 8 :

Problème 8		6ème				5ème				
		Résultats	Raisonnement	Procédure	Total 6ème	Résultats	Raisonnement	Procédure	Total 5ème	
Faible	AA	0	1	O	2/3	0	1	O	2/3	G
	MA	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	H 1
	PA	0	0	N	0/3	1	1	O	3/3	L 1
	Total	Rés-E: 1/3	Rais-E: 2/3	Pro-E: 2/3		Rés-M : 2/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3		
Moyen	AB	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	A 1
	MB	0	1	O	2/3	1	1	O	3/3	H 2
	R	0	1	O	2/3	1	1	O	3/3	S
	Total	Rés-E : 1/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3		Rés-M: 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3		
Bon	C	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	A 2
	P B	0	0	N	0/3	1	1	O	3/3	L 2
	T	0	0	N	0/3	1	1	O	3/3	N
	Total	Rés-E : 1/3	Rais-E: 1/3	Pro-E: 1/3		Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3		
TOTAL général		Rés-E1: 3/9	Rais-E1: 6/9	Pro-E1: 6/9		Rés-M1: 8/9	Rais-M1: 9/9	Pro-M1: 9/9		

Résultats du problème 8

Annexe n° 22 : Résultats des problèmes imagés au collège.

Problème 5 :

Problème 5		6ème				5ème				
		Résultats	Raisonnement	Procédure	Total 6ème	Résultats	Raisonnement	Procédure	Total 5ème	
Faible	AA	1	1,5	O	3,5/5	0	2,5	O	3,5/5	G
	MA	1	3	O	5/5	1	2	O	4/5	H 1
	PA	0	2,5	O	3,5/5	0	2,5	N	2,5/5	L 1
	Total	Rés-E : 2/3	Rais-E : 7/9	Pro-E : 3/3		Rés-M : 1/3	Rais-M : 7/9	Pro-M : 2/3		
Moyen	AB	0	1,5	O	2,5/5	0	2,5	O	3,5/5	A 1
	MB	0	3	O	4/5	1	3	O	5/5	H 2
	R	1	3	O	5/5	1	3	O	5/5	S
	Total	Rés-E : 1/3	Rais-E : 7,5/9	Pro-E : 3/3		Rés-M : 2/3	Rais-M : 8,5/9	Pro-M : 3/3		
Bon	C	0	1,5	N	1,5/5	1	2,5	O	4,5/5	A 2
	PB	0	3	O	4/5	1	3	O	5/5	L 2
	T	0	2,5	O	3,5/5	1	2	O	4/5	N
	Total	Rés-E : 0/3	Rais-E : 7/9	Pro-E : 3/3		Rés-M : 3/3	Rais-M : 7,5/9	Pro-M : 3/3		
TOTAL général		Rés-E1 : 4/9	Rais-E1 : 21,5/27	Pro-E1 : 9/9		Rés-M1 : 6/9	Rais-M1 : 23/27	Pro-M1 : 8/9		

Résultats du problème 5

Problème 6 :

Problème 6		6ème				5ème				
		Résultats	Raisonnement	Procédure	Total 6ème	Résultats	Raisonnement	Procédure	Total 5ème	
Faible	AA	0	2	O	3/4	0	0	O	1/4	G
	MA	0	2	O	3/4	1	2	O	4/4	H 1
	PA	0	2	O	3/4	1	2	O	4/4	L 1
	Total	Rés-E : 0/3	Rais-E : 6/6	Pro-E : 3/3		Rés-M : 2/3	Rais-M : 4/6	Pro-M : 3/3		
Moyen	AB	0	0	O	1/4	1	2	O	4/4	A 1
	MB	1	2	O	4/4	1	2	O	4/4	H 2
	R	0	1	O	2/4	1	2	O	4/4	S
	Total	Rés-E : 1/3	Rais-E : 3/6	Pro-E : 3/3		Rés-M : 3/3	Rais-M : 6/6	Pro-M : 3/3		

Bon	C	0	2	O	3/4	1	2	O	4/4	A 2
	P B	0	2	O	3/4	1	2	O	4/4	L 2
	T	1	2	O	4/4	1	2	O	4/4	N
	Total	Rés-E : 1/3	Rais-E: 6/6	Pro-E: 3/3		Rés-M : 3/3	Rais-M: 6/6	Pro-M: 3/3		
TOTAL général		Rés-E1: 2/9	Rais-E1: 15/18	Pro-E1: 9/9		Rés-M1: 8/9	Rais-M1: 16/18	Pro-M1: 9/9		

Résultats du problème 6

Problème 7 :

Problème 7		6ème			5ème			
		Résultats	Raisonnement	Total 6ème	Résultats	Raisonnement	Total 5ème	
Faible	AA	1	1	2/2	1	1	2/2	G
	MA	1	1	2/2	1	1	2/2	H 1
	PA	1	1	2/2	1	1	2/2	L 1
	Total	Rés-E: 3/3	Rais-E: 3/3		Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3		
Moyen	AB	1	0	1/2	1	1	2/2	A 1
	MB	1	0	1/2	1	1	2/2	H 2
	R	1	1	2/2	1	1	2/2	S
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 1/3		Rés-M: 3/3	Rais-M: 3/3		
Bon	C	1	1	2/2	1	1	2/2	A 2
	P B	1	0,5	1,5/2	1	1	2/2	L 2
	T	1	1	2/2	1	0	1/2	N
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 2,5/3		Rés-M : 3/3	Rais-M: 2/3		
TOTAL général		Rés-E1: 9/9	Rais-E1: 6,5/9		Rés-M1: 9/9	Rais-M1: 8/9		

Résultats du problème 7

Arguments proposés au problème 7:

	6 ^{ème}	5 ^{ème}	Total
AE = 1,5cm	AA ; MA ; MB ; R ; C.	G ; H 1 ; L 1 ; H 2 ; A 1 ; S ; A 2 ; N.	13/18
[DE] n'est pas tracé ou [CE] n'est pas tracé	AA ; PA ; MA ; R ; C ; P B ; T.	G ; H 1 ; L 1 ; H 2 ; A 1 ; S ; L 2 ; A 2.	15/18
H coupe pas [DE] ou I coupe pas [CE]		N.	1/18
E n'est pas le centre du cercle	T.		1/18
F n'appartient pas au cercle	PA.	L 2.	2/18
Aucun argument	AB.		1/18

Problème 13 :

Problème 13		6 ^{ème}				5 ^{ème}				
		Résultats	Raisonnement	Procédure	Total 6 ^{ème}	Résultats	Raisonnement	Procédure	Total 5 ^{ème}	
Faible	AA	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	G
	MA	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	H 1
	PA	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	L 1
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3		Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3		
Moyen	AB	0	0	N	0/3	1	1	O	3/3	A 1
	MB	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	H 2
	R	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	S
	Total	Rés-E : 2/3	Rais-E: 2/3	Pro-E: 2/3		Rés-M: 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3		
Bon	C	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	A 2
	PB	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	L 2
	T	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	N
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3		Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3		
TOTAL général		Rés-E1: 8/9	Rais-E1: 8/9	Pro-E1: 8/9		Rés-M1: 8/9	Rais-M1: 9/9	Pro-M1: 9/9		

Résultats du problème 13

Annexe n° 23 : Résultats des problèmes avec représentation d'un schéma au collège.

Problème 4 :

Problème 4		6ème				5ème				
		Résultats	Raisonnement	Procédure	Total 6ème	Résultats	Raisonnement	Procédure	Total 5ème	
Faible	AA	0	0	N	0/3	1	1	O	3/3	G
	MA	1	0,5	O	2,5/3	1	0,5	O	2,5/3	H 1
	PA	0	0	N	0/3	1	0,5	O	2,5/3	L 1
	Total	Rés-E : 1/3	Rais-E : 0,5/3	Pro-E : 1/3		Rés-M : 3/3	Rais-M : 2/3	Pro-M : 3/3		
Moyen	AB	1	0,5	O	2,5/3	1	0	O	2/3	A 1
	MB	0	0	N	0/3	1	0,5	O	2,5/3	H 2
	R	1	0,5	O	2,5/3	1	0,5	O	2,5/3	S
	Total	Rés-E : 2/3	Rais-E : 1/3	Pro-E : 2/3		Rés-M : 3/3	Rais-M : 1/3	Pro-M : 3/3		
Bon	C	1	1	O	3/3	1	0,5	O	2,5/3	A 2
	PB	1	0,5	O	2,5/3	1	0,5	O	2,5/3	L 2
	T	1	0,5	O	2,5/3	1	1	O	3/3	N
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E : 2/3	Pro-E : 3/3		Rés-M : 3/3	Rais-M : 2/3	Pro-M : 3/3		
TOTAL général		Rés-E1 : 6/9	Rais-E1 : 3,5/9	Pro-E1 : 6/9		Rés-M1 : 9/9	Rais-M1 : 5/9	Pro-M1 : 9/9		

Résultats du problème 4

Problème 10 :

Problème 10		6ème				5ème				
		Résultats	Raisonnement	Procédure	Total 6ème	Résultats	Raisonnement	Procédure	Total 5ème	
Faible	AA	1	2	O	4/4	1	2	O	4/4	G
	MA	0	0	N	0/4	1	2	O	4/4	H 1
	PA	0	0	N	0/4	0	1	O	2/4	L 1
	Total	Rés-E : 1/3	Rais-E : 2/6	Pro-E : 1/3		Rés-M : 2/3	Rais-M : 5/6	Pro-M : 3/3		

Moyen	AB	0	0	N	0/4	1	2	O	4/4	A 1
	MB	1	2	O	4/4	1	2	O	4/4	H 2
	R	0	0,5	O	1,5/4	1	1,5	O	3,5/4	S
	Total	Rés-E : 1/3	Rais-E: 2,5/6	Pro-E: 2/3		Rés-M: 3/3	Rais-M: 5,5/6	Pro-M: 3/3		
Bon	C	1	2	O	4/4	1	2	O	4/4	A 2
	P B	1	1	O	3/4	1	2	O	4/4	L 2
	T	1	1	O	2/4	1	1,5	O	3,5/4	N
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 4/6	Pro-E: 3/3		Rés-M : 3/3	Rais-M: 5,5/6	Pro-M: 3/3		
TOTAL général		Rés-E1: 5/9	Rais-E1: 8,5/18	Pro-E1: 6/9		Rés-M1: 8/9	Rais-M1: 16/18	Pro-M1: 9/9		

Résultats du problème 10

Problème 11 :

Problème 11		6ème				5ème				
		Résultats	Raisonnement	Procédure	Total 6ème	Résultats	Raisonnement	Procédure	Total 5ème	
Faible	AA	1	0	O	2/3	1	0	O	2/3	G
	MA	1	0	O	2/3	1	1	O	3/3	H 1
	PA	1	0	O	2/3	0	0	O	1/3	L 1
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 0/3	Pro-E: 3/3		Rés-M : 2/3	Rais-M: 2/3	Pro-M: 3/3		
Moyen	AB	1	0,5	O	2,5/3	1	1	O	3/3	A 1
	MB	1	0,5	O	2,5/3	1	1	O	3/3	H 2
	R	1	0	O	2/3	1	1	O	3/3	S
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 1/3	Pro-E: 3/3		Rés-M: 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3		
Bon	C	1	0,5	O	2,5/3	1	1	O	3/3	A 2
	P B	1	0	O	2/3	1	1	O	3/3	L 2
	T	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	N
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 1,5/3	Pro-E: 3/3		Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3		
TOTAL général		Rés-E1: 9/9	Rais-E1: 2,5/9	Pro-E1: 9/9		Rés-M1: 8/9	Rais-M1: 8/9	Pro-M1: 9/9		

Résultats du problème 11

Problème 12:

Problème 12		6ème				5ème				
		Résultats	Raisonnement	Procédure	Total 6ème	Résultats	Raisonnement	Procédure	Total 5ème	
Faible	AA	0	1	O	2/3	1	1	O	3/3	G
	MA	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	H 1
	PA	0	0	N	0/3	1	1	O	3/3	L 1
	Total	Rés-E : 1/3	Rais-E: 2/3	Pro-E: 2/3		Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3		
Moyen	AB	0	0	O	1/3	1	1	O	3/3	A 1
	MB	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	H 2
	R	0	0	O	1/3	1	1	O	3/3	S
	Total	Rés-E : 1/3	Rais-E: 1/3	Pro-E: 3/3		Rés-M: 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3		
Bon	C	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	A 2
	P B	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	L 2
	T	1	1	O	3/3	1	1	O	3/3	N
	Total	Rés-E : 3/3	Rais-E: 3/3	Pro-E: 3/3		Rés-M : 3/3	Rais-M: 3/3	Pro-M: 3/3		
TOTAL général		Rés-E1: 5/9	Rais-E1: 6/9	Pro-E1: 8/9		Rés-M1: 9/9	Rais-M1: 9/9	Pro-M1: 9/9		

Résultats du problème 12

(Re)présentation de problèmes mathématiques :
Influence de la présentation, pour la compréhension d'énoncés,
de problèmes auprès d'enfants du CE2 à la 5^{ème}.

Sandrine HERSENT

1 volume : 197 pages

Discipline : Orthophonie

Résumé :

La résolution de problèmes mathématiques est parfois un obstacle chez les jeunes élèves durant leur scolarité. Tout d'abord parce qu'ils doivent en comprendre l'énoncé puis trouver un calcul à effectuer pour répondre à la question posée.

Notre mémoire s'est intéressé à l'influence de la présentation des énoncés de problèmes mathématiques, pour des élèves scolarisés du CE2 à la 5^{ème}. Il s'agissait de vérifier si une modalité de présentation (écrite, imagée ou manipulable) était bénéfique par rapport aux deux autres. Le but du travail était d'étudier la façon dont les enfants résolvent des problèmes mathématiques au travers des compétences arithmétiques et des compétences géométriques.

Une évaluation a tout d'abord permis de sélectionner des enfants (9 par classe) de niveaux de compréhension différents. Puis, des problèmes leur ont été présentés. Les résultats obtenus par ces élèves ont été comparés de façon à vérifier l'évolution et la rapidité d'accès aux connaissances tout au long du cursus scolaire.

Le raisonnement des enfants a aussi été pris en compte car certains problèmes nécessitaient une recherche ou la représentation d'un schéma.

Suite aux résultats, des pistes de rééducation ont été proposées dans le but d'aider les thérapeutes prenant en charge des patients atteints de troubles du calcul.

Mots-clés :

Problèmes mathématiques. Enfants (CE2 à la 5^{ème}). Présentation des énoncés. Types d'énoncés. Structure additive. Structure multiplicative. Pistes de rééducation.

Abstract :

Solving mathematical problems is sometimes a barrier for young students during their schooling. First of all, they must understand the terms, make a calculation to answer to the question.

Our report has focused on the influence of the presentation of terms in mathematical problems, for students enrolled in primary school. This was to check whether a modality of presentation (written, pictorial or manipulated) was better than another. The aim of this work was to compare how children solve mathematical problems, both on arithmetic skills and on geometric skills.

The first evaluation permits to select children of different levels of understanding. Then, problems were presented to the selected children. The results obtained by students were compared in order to check the progress and speed of access to knowledge during their schooling. The arguments of the children were also taken into account because some problems require a research or a representation of a plan.

Following the results, tracks for remediation have been proposed in order to help therapists who take charge of persons with disorder in arithmetic.

Keywords :

Mathematical problems. Children (primary school). Presentation of terms. Types of terms. Additional structure. Multiplicative structure. Tracks for remediation.

MEMOIRE dirigé par : **BEDNAREK Monique**, Orthophoniste en libéral