



Université Lille 2
Droit et Santé



Institut d'Orthophonie
Gabriel DECROIX

MEMOIRE

En vue de l'obtention du
Certificat de Capacité d'Orthophonie
présenté par :

Carine ANGLADE et Camille RABOU

soutenu publiquement en juin 2014 :

**Troubles logico-mathématiques et
aménagements pédagogiques :
Protocole d'analyse de facilitations en résolution de
problèmes chez les collégiens**

MEMOIRE dirigé par :

Dominique BACIOCCHI, Orthophoniste à Saint Gaudens

Loïc GAMOT, Orthophoniste à Auchel

Lille – 2014

Remerciements

Nous tenons tout d'abord à remercier nos deux maîtres de mémoire , Loïc Gamot et Dominique Baciocchi pour nous avoir soutenues comme ils l'ont fait tout au long de notre travail, pour nous avoir accordé leur confiance.

Nous remercions particulièrement nos maîtres de stages, Laurelle Lassalle et ses associées, Karine Henry, Sandrine Russo, pour leur aide, leur investissement, leur bienveillance à notre égard.

Nous voulons également remercier chaleureusement Anne Lafay pour tout le temps qu'elle nous a accordé, pour ses conseils ainsi que sa gentillesse.

Nous tenons évidemment à remercier les adolescents qui ont manifesté de l'intérêt pour notre étude au point de vouloir y participer, ainsi que le principal du collège de Vielmur-Sur-Agoût pour son aide.

Un grand merci à nos proches pour nous avoir aidées à réaliser les études qui nous tenaient à cœur, pour leur présence et leur soutien tout au long de ces quatre années, et ce même en étant à l'autre bout de la France.

Résumé :

La résolution de problèmes arithmétiques est une tâche très présente au cours de la scolarité des enfants, surtout au collège. C'est un processus complexe qui fait appel à de nombreux mécanismes cognitifs. De ce fait, les enfants souffrant de troubles du raisonnement logico-mathématique présentent bien souvent de grosses difficultés dans ce domaine. De plus, c'est souvent la plainte principale lorsqu'un bilan logico-mathématique est demandé.

Notre mémoire a pour but de créer un protocole d'analyse de certaines facilitations que l'on peut proposer à des adolescents souffrant de troubles du raisonnement logico-mathématique, au collège, en résolution de problèmes. Suite à nos lectures issues de la psychologie cognitive, nous avons choisi cinq facilitations à analyser et créé des problèmes adaptés à chaque niveau scolaire et à chaque facilitation.

Les collégiens tout-venant à qui nous avons proposé les problèmes créés ont relativement bien réussi, sans aide. En testant ce protocole sur six élèves suivis en orthophonie pour troubles du raisonnement logico-mathématique, nous avons pu nous rendre compte de l'efficacité de certaines facilitations cognitives. En effet, tous ont pu résoudre les problèmes proposés grâce à l'énoncé sous support imagé, à la manipulation ou encore au problème à étapes. Une facilitation ne s'est pas avérée efficace (problème présenté dans l'ordre chronologique de l'énoncé dans la modalité écrite).

Ce matériel nous semblerait donc être un bon outil destiné aux orthophonistes pour proposer des aménagements pédagogiques efficaces aux collégiens ayant des troubles du raisonnement logico-mathématique.

Mots-clés :

Cognition, mathématiques, résolution de problèmes, test, adolescent (12-18 ans), aménagements pédagogiques.

Abstract :

Mathematical problem solving is a very important activity in children's studies, particularly in middle school. It's a complex process that requires a lot of cognitive mechanisms. So, children with logical-mathematical reasoning disorders have huge difficulties in this area. Furthermore, it's often the main complaint when logical-mathematical assessment is requested.

The goal of our report is to create an analysis of some exercises that we can offer to teenagers that are suffering from logical-mathematical problem solving disorders in middle school. Following our readings from cognitive psychology, we chose five exercises to analyze and we created problems according to each grade level and each exercise.

We offered premade problems to random middle school students and they were relatively successful, without help. Testing this protocol on six students, followed by speech therapy for logical-mathematical disorders, we became aware of the effectiveness of some cognitive exercises. Indeed, all were able to solve the problems with illustrated statements, manipulations, or step problems. One exercise was not effective (the problem presented in chronological order in a written modality).

This material seems to us to be a good tool for speech therapists to provide effective instructional accommodations for middle school students with logical-mathematical reasoning disorders.

Keywords :

Cognition, mathematics, problems solving, test, teenager (12-18 years old), instructional accommodations.

Table des matières

Introduction	1
Contexte théorique, buts et hypothèses	4
1. Définitions et généralités.....	5
1.1. Définitions généralistes.....	5
1.1.1. Psychologie cognitive.....	5
1.1.2. Cognition.....	6
1.1.3. Mathématiques.....	6
1.1.4. Raisonnement.....	6
1.2. Généralités sur les problèmes mathématiques.....	6
1.2.1. Définitions.....	6
1.2.2. Caractéristiques d'un énoncé de problème verbal.....	7
2. Résolution de problèmes.....	9
2.1. Étapes de résolution.....	9
2.1.1. La traduction du problème.....	9
2.1.2. L'intégration du problème.....	10
2.1.3. La planification de la solution.....	10
2.1.4. L'exécution de la solution.....	11
2.1.5. L'autocontrôle de la solution.....	12
2.2. Typologie des problèmes.....	12
2.2.1. Classification scolaire.....	12
2.2.2. Classification sémantique.....	13
2.2.2.1. Les problèmes à structure additive.....	13
2.2.2.2. Les problèmes à structure multiplicative.....	16
3. Mécanismes cognitifs mis en jeu.....	18
3.1. Les mécanismes cognitifs.....	18
3.1.1. La compréhension.....	18
3.1.1.1. Les théories dans la compréhension de texte.....	18
3.1.1.2. Compréhension de texte et résolution de problèmes.....	19
3.1.2. Le raisonnement.....	19
3.1.2.1. Raisonnements certains : déductifs.....	19
3.1.2.2. Raisonnement incertain.....	19
3.1.2.3. Raisonnement analogique.....	20
3.1.2.4. Raisonnement hypothético-déductif.....	20
3.1.3. La mémoire.....	21
3.1.3.1. La mémoire à long terme.....	21
3.1.3.2. La mémoire de travail.....	21
3.1.3.2.1. Description.....	21
3.1.3.2.2. Mémoire de travail et résolution de problèmes.....	21
3.1.3.3. La théorie de la charge cognitive.....	22
3.1.4. Les habiletés mathématiques.....	23
3.1.5. Les fonctions exécutives.....	23
3.2. Les théories.....	23
3.2.1. La théorie des schémas.....	23
3.2.2. La théorie des modèles mentaux (Johnson-Laird, 1983).....	24
3.2.3. Modèle de situation (Van Dijk et Kintsch, 1983).....	25
4. Difficultés des collégiens et influence de divers facteurs.....	26
4.1. Difficultés des élèves.....	26
4.1.1. Erreurs liées au langage mathématique.....	26
4.1.1.1. Un vocabulaire mal assimilé.....	26
4.1.1.2. Les choix lexicaux de l'énoncé.....	27

4.1.1.3.L'implicite dans les énoncés	28
4.1.1.4.Décalage entre langage usuel et langage mathématique.....	29
4.1.1.5.Problème de congruence sémantique.....	29
4.1.2. Erreurs liées à la succession des étapes de résolution.....	30
4.1.2.1.La représentation de la situation-problème.....	30
4.1.2.2.L'amorce de la procédure.....	31
4.1.2.3.La gestion de la procédure.....	31
4.1.2.4.L'effectuation des calculs.....	32
4.1.2.5.L'énonciation claire de la solution du problème posé.....	32
4.1.3. Erreurs liées à l'individu.....	32
4.1.3.1.Le contrat didactique.....	32
4.1.3.2.L'affectif.....	32
4.2. Influence de divers facteurs.....	33
4.2.1. Facteurs intrinsèques à l'énoncé.....	33
4.2.1.1.La présentation de l'énoncé.....	33
4.2.1.2.La catégorie du problème.....	34
4.2.1.3.La formulation de l'énoncé.....	35
4.2.2. Facteurs intrinsèques au solutionneur.....	36
4.2.2.1.Le caractère plus ou moins familier de la situation.....	36
4.2.2.2.L'anxiété	36
4.2.3. Facteurs intrinsèques à l'énoncé et au solutionneur.....	37
4.2.3.1.Les références notionnelles mises en jeu.....	37
4.2.3.2.La présence de données inutiles.....	37
4.2.3.3.La complexité du texte.....	37
5. Buts et hypothèses.....	38
Sujets, matériel et méthode.....	39
1. Méthodologie.....	40
1.1. Choix des facilitations.....	40
1.1.1. Listing.....	40
1.1.2. Choix.....	41
1.2. Réalisation du matériel.....	42
1.2.1. Choix et élaboration des problèmes mathématiques.....	42
1.2.2. Adaptation des problèmes pour chaque facilitation.....	42
1.2.3. Création des livrets de passation	43
1.3. Passations.....	43
1.3.1. Demandes d'autorisations parentales.....	43
1.3.2. Phase de « validation ».....	43
1.3.3. Phase d' « expérimentation ».....	44
2. Sujets.....	46
2.1. Population « contrôle ».....	46
2.1.1. Critères d'inclusion et d'exclusion.....	46
2.1.2. Contexte et lieux de passations.....	46
2.2. Population pathologique.....	46
2.2.1. Critères d'inclusion et d'exclusion.....	46
2.2.2. Contexte et lieux de passations.....	46
2.2.3. Présentation des patients	47
2.2.3.1. Tamara (voir Annexe 3).....	47
2.2.3.2. Baptiste (voir Annexe 4).....	47
2.2.3.3. Simon (voir Annexe 5).....	47
2.2.3.4. Elisa (voir Annexe 6).....	47
2.2.3.5. Eloïse (voir Annexe 7).....	48
2.2.3.6. Lara.....	48

3. Matériel.....	48
3.1. Objectifs généraux du protocole.....	48
3.2. Présentation du matériel créé.....	49
3.2.1. Les problèmes sélectionnés et créés.....	49
3.2.1.1. Problèmes Niveau 1.....	49
3.2.1.2. Problèmes niveau 2.....	51
3.2.2. Les éléments manipulables.....	53
3.2.2.1. La monnaie.....	53
3.2.2.2. Les personnages, objets et étiquettes.....	53
3.2.3. Les planches.....	53
3.2.3.1. Les planches énoncé.....	53
3.2.3.2. Les planches dessin.....	54
3.2.4. Le livret de passation.....	54
Résultats.....	55
1. Résultats de la population « contrôle ».....	56
1.1. Résultats aux problèmes.....	56
1.1.1. Les enfants scolarisés en sixième.....	56
1.1.2. Les enfants scolarisés en cinquième.....	56
1.1.3. Les enfants scolarisés en quatrième.....	56
1.1.4. Les enfants scolarisés en troisième.....	57
1.2. Réponses aux questions.....	57
2. Résultats des patients.....	57
2.1. Tamara.....	57
2.2. Baptiste.....	58
2.3. Simon.....	59
2.4. Elisa.....	60
2.5. Eloïse.....	62
2.6. Lara.....	63
Discussion.....	65
1. Rappels.....	66
2. Critiques méthodologiques et problèmes rencontrés.....	66
3. Discussion des résultats et validation des hypothèses.....	68
Conclusion.....	72
Bibliographie.....	74
Liste des annexes.....	80

Introduction

La résolution de problème peut être définie comme « le traitement cognitif visant à aller d'une situation initiale vers une situation cible en l'absence de solution évidente » (OCDE, 2013). Intéressons-nous aux exercices proposés dans le PISA (Protocole International pour le Suivi des Acquis des élèves) qui ne sont donc pas stricto sensu des problèmes de mathématiques. L'OCDE (Organisation de Coopération et de Développement Economiques) évalue par ce biais, la capacité d'adolescents de 15 ans à résoudre des problèmes concrets "que l'on rencontre presque tous les jours au XXI^e siècle", compétence devenue nécessaire dans le monde professionnel. Les français obtiennent de meilleurs résultats en résolution de problèmes qu'en mathématiques.

Pour Barrouillet (2008), les problèmes mathématiques constituent un enjeu pédagogique majeur car d'une part, ils sont le lieu privilégié de mise en œuvre de toutes les connaissances numériques. D'autre part, ils sont le vecteur d'enseignement et d'évaluation de toutes les notions et habiletés arithmétiques. De plus, c'est l'activité qui pose le plus de problèmes aux enfants dans tous les pays d'Europe. Il est fréquent que la difficulté en résolution de problème soit citée parmi les plaintes lorsqu'une évaluation orthophonique des troubles du raisonnement logico-mathématique est demandée. En effet, c'est une activité éminemment complexe car elle se situe au confluent de plusieurs domaines, notamment le langage écrit (lecture, compréhension de texte), le raisonnement et les capacités de mise en liens. La résolution de problèmes mobilise également des compétences mathématiques (connaissances numériques, algorithmes de calcul), les fonctions exécutives pour contrôler l'activité et ses résultats au fur et à mesure. La résolution de problème laisse part à l'intuition et à la créativité puisqu'il peut y avoir plusieurs façons de faire pour parvenir à la solution du problème.

Il existe le PAS-TA mis en place par l'Education Nationale, qui est un Projet d'Accueil Spécifique pour les élèves pour lesquels un diagnostic de Troubles des Apprentissages a été posé. Au-delà de la différenciation pédagogique, il s'agit d'adapter, d'aménager l'offre éducative et pédagogique en fonction des besoins spécifiques des élèves. (Voir annexe 1) Toutefois, ces aménagements pédagogiques nous semblaient peu développés dans le cadre de la résolution de problèmes mathématiques.

L'objet de notre travail est de créer un protocole d'analyse de facilitations en résolution de problèmes afin de proposer des aménagements pédagogiques concrets et efficaces à mettre en place au collège pour des élèves en difficulté.

En nous plaçant dans le courant de la psychologie cognitive, nous définirons d'abord notre cadre d'étude avant de nous consacrer à la tâche de résolution de problèmes. Puis, nous nous pencherons sur les mécanismes cognitifs mis en jeu lors de cette tâche et nous verrons enfin les difficultés rencontrées par les adolescents et les facteurs influençant la réussite en résolution de problèmes mathématiques.

Notre partie pratique détaillera les différentes étapes du protocole que nous avons créé. Nous avons d'abord rencontré des adolescents tout-venant dans le but d'avoir un référentiel ; puis, nous avons soumis notre protocole à des collégiens suivis en orthophonie afin d'analyser la pertinence des facilitations issues de la littérature chez les adolescents.

Ensuite, il conviendra de présenter les résultats que nous avons recueillis.

Enfin, nous vérifierons nos hypothèses, discuterons nos résultats en référence à la théorie. Nous préciserons les apports cliniques de notre travail mais aussi ses limites.

Contexte théorique, buts et hypothèses

1. Définitions et généralités

Pour ce mémoire, nous avons décidé de nous placer dans le cadre de la psychologie cognitive, qui nous semblait plus adaptée à notre sujet. En effet, les chercheurs cognitivistes « veulent comprendre le traitement de l'information dans toute sa complexité par le sujet, sans se limiter à saisir les seules composantes opératoires » (Grégoire, 1996, p.30). Nous allons donc dans cette partie, définir d'abord brièvement la psychologie cognitive, puis la cognition, les mathématiques et enfin le raisonnement. Ensuite, nous définirons le problème et verrons ses caractéristiques.

1.1. Définitions généralistes

1.1.1. Psychologie cognitive

➤ Définition du dictionnaire d'orthophonie (2006)

« [Cette discipline] a pour objet l'étude des mécanismes de pensée grâce auxquels s'élabore la connaissance, depuis la perception, la mémoire et l'apprentissage jusqu'à la formation des concepts et du raisonnement logique. Elle distingue les représentations (connaissances déclaratives) des processus qui opèrent sur ces représentations (connaissances procédurales).»

➤ Selon J. GREGOIRE (1996)

« La psychologie cognitive apparaît aujourd'hui comme une référence théorique importante pour le praticien soucieux de comprendre le sujet apprenant. »

Les postulats : La théorie cognitive s'appuie sur trois postulats :

- L'existence des processus mentaux qui peuvent être étudiés rigoureusement.
- L'être humain traite l'information qu'il reçoit de façon active : il sélectionne, met en relation, calcule, ...
- La possibilité d'évaluer ce traitement en fonction du temps de réponse et de sa précision. Ainsi, en comparant les temps de réponse à différents stimuli, il sera possible d'estimer les processus mentaux mis en jeu par le sujet.

En résolution de problèmes verbaux : Les chercheurs cognitivistes prennent en compte :

- la coordination des différentes connaissances par le sujet (mathématiques, linguistiques, factuelles)
- les représentations et les types de connaissances utilisées par le sujet.

Les théories cognitives : Selon Retschitzki (1996), cité par Grégoire (1996) en psychologie cognitive, « une théorie est un système conçu pour résumer et systématiser divers faits connus et faire des prédictions au sujet de phénomènes à découvrir. »

1.1.2. Cognition

D'après Bertrand et Garnier (2005), le terme « cognition » désigne l'ensemble des activités et des processus qui élaborent, organisent, utilisent et modifient les représentations mentales [...]. Plus généralement, la cognition se définit donc comme « l'ensemble des activités intellectuelles et des processus qui se rapportent à la connaissance. »

1.1.3. Mathématiques

« Science qui étudie par le moyen du raisonnement déductif les propriétés d'êtres abstraits (nombres, figures géométriques, fonctions, espaces, etc) ainsi que les relations qui s'établissent entre eux » Dictionnaire Larousse Poche (2013)

1.1.4. Raisonnement

Balacheff (1988) pour qui le « raisonnement » désigne l'activité intellectuelle, la plupart du temps non explicite, de manipulation d'informations pour produire, à partir de données, de nouvelles informations.

Maintenant que nous avons abordé toutes les définitions généralistes de notre cadre d'étude, nous allons nous concentrer sur notre sujet, les problèmes.

1.2. Généralités sur les problèmes mathématiques

1.2.1. Définitions

Dictionnaire d'orthophonie : « question à résoudre par des méthodes logiques et rationnelles, dans le domaine scientifique, à partir de données qui constituent l'énoncé du problème. »

Auteurs :

- Vergnaud (1986) : « Par problème, il faut entendre, dans le sens large que lui donne le psychologue, toute structuration dans laquelle il faut découvrir des relations, développer des activités d'exploration, d'hypothèses et de vérification pour produire une solution »
- Descaves (1992) : Un problème peut se définir comme la « représentation qu'un système cognitif construit à partir d'une tâche, sans disposer immédiatement d'une procédure admissible pour atteindre un but »
- De Corte, Verschaffel et Van De Ven (2001) : « un problème arithmétique à énoncé verbal peut être défini comme une description verbale d'une situation-problème dans laquelle une ou plusieurs questions sont posées. La ou les réponses à ces questions peuvent être fournies grâce à l'application d'opérations mathématiques aux données numériques disponibles dans l'énoncé du problème. [...] La tâche de l'individu confronté au problème est de donner une réponse numérique à la question par usage explicite et exclusif des quantités données par le texte et des relations mathématiques inférées du texte entre ces quantités. »

Nous nous appuyerons sur cette dernière définition car c'est celle qui nous semble la plus complète. Qui plus est, c'est la plus récente.

Maintenant que nous avons défini le problème, nous allons présenter ses principales caractéristiques.

1.2.2. Caractéristiques d'un énoncé de problème verbal

Selon Ménissier dans une formation en ligne (suivie en novembre 2013), un énoncé de problème verbal, c'est :

- Un lexique réduit, qui utilise des termes inducteurs d'opérations mathématiques
- Des données numériques, souvent transcrites dans le code numéral arabe
- Une ou plusieurs questions généralement placées en fin d'énoncé
- Une sériation des informations permettant l'émergence de procédures de résolution
- Une organisation des phrases qui repose sur des implicites.

Nous allons nous pencher sur la linguistique des énoncés de problèmes arithmétiques en développant plusieurs aspects :

- Aspects lexico-sémantiques :

Nous allons montrer que le langage mathématique a sa spécificité. A titre d'exemples : en mathématiques, à un signifié ne correspond qu'un seul signifiant, et inversement. Dans le langage usuel, on relève davantage d'ambiguïté. Prenons les mots « inverse » et « opposé » qui sont synonymes dans le langage usuel mais bien distincts en mathématiques.

Si l'on s'intéresse au mot « multiplier », celui-ci est employé dans la langue courante mais n'est autre qu'une représentation d'une notion mathématique. A l'inverse, le mot « distribuer » est compris par les élèves car ils vivent cette situation au quotidien (la distribution des copies), mais ce n'est pas pour autant qu'ils font le lien avec la division en mathématiques.

→ Plusieurs études (dont Fayol, 1990), ont montré que modifier le lexique utilisé dans l'énoncé conduit à des procédures de résolution différentes.

- Aspects morpho-syntaxiques

Decour (1993) : les énoncés de problèmes sont courts et la syntaxe est simplifiée. Contrairement à la langue quotidienne, l'énoncé contient « une phrase par idée, pas de redondance, très peu de connecteurs logiques ou chronologiques et quasiment pas de recherche stylistique »

Clément et al. (1999, cité par Alexandre, 2001) : la voix active est plus utilisée que la voix passive, on trouve souvent des phrases simples sans subordonnée ainsi que des propositions principales suivies d'une expansion (compléments circonstanciels de temps, de lieu) et de nombreux pronoms.

Enfin, la temporalité d'un énoncé est particulière : l'ordre d'énonciation est souvent différent du déroulement temporel réel.

Les énoncés verbaux constituant les problèmes mathématiques ont fait l'objet de nombreuses études menées par divers auteurs depuis quelques années et nous intéressent encore à ce jour. Dans cette partie, nous allons évoquer les étapes de résolution d'un problème avant de présenter les différentes typologies des problèmes que nous recensons.

2. Résolution de problèmes

Afin de résoudre un problème verbal, il est tout d'abord nécessaire de mettre en place trois types de lecture simultanés :

- Lecture narrative : il faut imaginer, se représenter l'histoire racontée dans l'énoncé du problème, en faisant appel à son vécu ou à ses connaissances.
- Lecture informative : à partir de l'histoire imaginée et comprise, il faut chercher les informations et les organiser.
- Lecture prescriptive : il faut déterminer la nature du problème posé. Il faut sélectionner les informations et les traiter à partir de la consigne donnée.

Selon Descaves (1992), résoudre un problème de mathématiques consiste à comprendre l'énoncé et à construire une représentation, à le mathématiser et à le mettre en signes, à mettre en œuvre des stratégies et des procédures de résolution : construire un algorithme et l'exécuter.

2.1. Étapes de résolution

Pour résoudre un problème, d'après Ménissier (2004), le solutionneur effectue les cinq étapes qui suivent.

2.1.1. La traduction du problème

Une bonne traduction nécessite la mise en œuvre d'opérations cognitives élémentaires :

- Identification des objets et des relations
- Reconnaissance des termes lexicaux
- Jugement d'appartenance catégorielle
- Distinction entre quantité continue et discontinue
- Inférence perceptive immédiate intervenant à des degrés divers selon la présentation des données (oral, écrit, image, schéma, avec des objets manipulables...)

Pour ce faire, deux sortes de connaissances sont nécessaires :

- Des *connaissances linguistiques* : pour permettre l'application de composants cognitifs tels que le décodage, l'accès lexical, l'analyse syntaxique et sémantique des éléments du texte
- Des *connaissances factuelles* : par exemple, savoir qu'un sapin est un arbre.

Il est nécessaire de décoder les mots dans les énoncés de problème : il faut comprendre et traiter trois grandes catégories d'objets mathématiques :

- Les nombres entiers, décimaux ou rationnels
- Les quatre opérations mathématiques : addition, soustraction, multiplication, division, avec leur signe.
- Les relations avec l'utilisation des termes comme « égal à », « différent de », « plus petit que », « plus grand que », et les symboles et des verbes marquant les fonctions (ajouter, enlever, retrancher, multiplier ou diviser...)

2.1.2. L'intégration du problème

Les diverses propositions du problème doivent converger en une représentation cohérente sous forme de modèle mental.

Si le solutionneur repère dès le début de l'énoncé la catégorie à laquelle appartient le problème, il peut sélectionner et activer en mémoire à long terme (MLT) le schéma élaboré sur des expériences antérieures. Sinon, il doit opérer un traitement par données successives.

La difficulté d'un problème ne dépend pas de l'opération arithmétique à effectuer mais de la structure sémantique du problème, c'est-à-dire du mécanisme compréhension/interprétation des énoncés.

2.1.3. La planification de la solution

Dans un problème, par définition, la solution n'est pas disponible dans l'énoncé et doit être construite mentalement. Pour cela, le solutionneur doit gérer des procédures de résolution comme, par exemple, faire des essais, formuler des hypothèses ou chercher à résoudre des sous-buts. La confrontation entre les résultats produits et le ou les buts recherchés, pourra même entraîner des

ajustements, des réorientations, voire une reconstruction de la situation-problème. Résoudre un problème, c'est avant tout être capable d'évaluer le résultat de son action. Le solutionneur a donc construit une unité de connaissances, une stratégie de résolution, afin d'atteindre la solution. Mais cette élaboration sera appropriée ou non selon l'étendue de ses connaissances antérieures. Celles-ci peuvent être envisagées sous un double aspect :

- Le déroulement des actions qui doit indiquer leur mode de réalisation, leur exécution.
- Le résultat de ses actions, c'est-à-dire l'état auquel elles aboutissent. Le solutionneur doit pouvoir anticiper ce résultat afin de choisir l'action adéquate qui permettra de trouver ce résultat : la coordination des opérations mentales doit donc en premier lieu intégrer l'inconnue à trouver.

L'organisation interne dépend fortement de la nature de la tâche et des contraintes de fonctionnement. Pour planifier des actions, il faut construire et utiliser des « représentations anticipatrices hiérarchisées pour guider l'activité »

Anticiper, c'est construire une représentation qui précède l'exécution de la solution. Pour cela, le solutionneur doit repérer la pertinence des informations de l'énoncé puis effectuer des relations entre les éléments de départ et les sous-buts recherchés. Une fois construite, il faut utiliser cette représentation. Les relations alors construites deviennent fonctionnelles : elles révèlent la stratégie en déterminant les procédures employées.

2.1.4. L'exécution de la solution

Une fois la stratégie choisie, il faut trouver la solution en exécutant le calcul adéquat ; autrement dit, affecter les données numériques de l'énoncé aux bonnes instances du schéma puis effectuer le calcul choisi : soit en récupérant en mémoire certains faits arithmétiques connus, soit en utilisant des procédures qui permettent de trouver le nombre recherché.

2.1.5. L'autocontrôle de la solution

Tout au long du processus de résolution, le solutionneur est censé exercer un contrôle sur les actions entreprises.

Lors de cette dernière étape, le solutionneur peut vérifier l'adéquation entre le résultat de la procédure utilisée et son projet initial. Il peut aussi vérifier si sa réponse est plausible ou non.

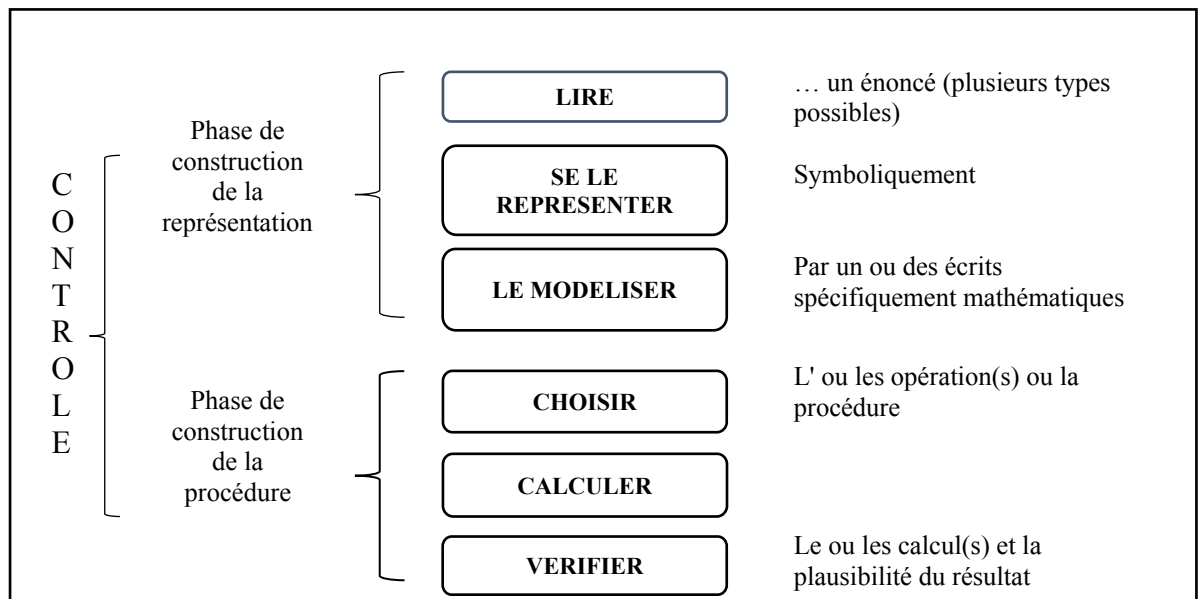


Figure 1: Modèle de Descaves (1992)

2.2. Typologie des problèmes

2.2.1. Classification scolaire

Les problèmes de mathématiques peuvent être classés selon plusieurs critères :

- En fonction de la forme des énoncés : texte, tableau, texte et image, texte et document, support verbal écrit ou oral, associé ou non à la manipulation d'objets.
- En fonction des objectifs pédagogiques qui ne sont d'ailleurs pas nécessairement exclusifs les uns des autres. On distingue :
 - Les *problèmes d'approche ou de découverte*
 - Les *situations-problèmes*, destinées à engager les élèves dans la construction de nouvelles connaissances

-
- Les *problèmes de réinvestissement*, destinés à permettre aux élèves l'utilisation de connaissances déjà étudiées.
 - Les *problèmes d'approfondissement*, destinés à permettre aux élèves l'extension du champ d'utilisation d'une notion déjà étudiée
 - Les *problèmes d'évaluation* qui permettent de faire le point sur la manière dont les connaissances sont maîtrisées
 - Les *problèmes ouverts*, destinés à mettre l'élève en situation de recherche
 - Les *problèmes complexes*, dans lesquels les élèves doivent utiliser conjointement plusieurs catégories de connaissances.

Il est à noter qu'un même énoncé peut relever de plusieurs catégories. C'est le moment où il est proposé ainsi que les connaissances initiales des élèves qui détermineront l'objectif pédagogique de cet énoncé et sa catégorie.

- En fonction des notions mathématiques : selon que le problème recoure à de la proportionnalité, des pourcentages, des fractions ou toute autre notion mathématique.

2.2.2. Classification sémantique

2.2.2.1. Les problèmes à structure additive

Classification de RILEY, GREENO et HELLER (1983)

Ces auteurs ont pris en compte les relations sémantiques décrivant un type donné de situation, ainsi que l'opération mise en jeu et l'identité de l'élément inconnu.

Trois grands ensembles de problèmes se dégagent de cette taxonomie :

- Problèmes de type changement (réunion ou séparation) : ils impliquent la survenue d'au moins une transformation temporelle appliquée à un état initial et aboutissant à un état final. L'inconnue concerne l'état final, la transformation ou l'état initial. La transformation peut être additive ou soustractive.
- Problèmes de type combinaison : ils mettent en jeu des situations statiques et non des transformations. L'inconnue concerne le total ou l'une des parties.
- Problèmes de type comparaison : ils font intervenir des quantités statiques mais avec mise en relation par le biais d'expressions du type « plus que/moins

que ». L'inconnue peut concerner la différence entre les deux quantités, l'ensemble comparé ou le référent.

Ex : Paul a 5 billes. Jean a 3 billes. Combien Paul a-t-il de billes de plus que Jean ?

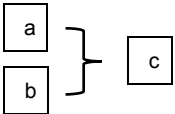
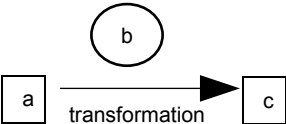
On peut aussi évoquer les problèmes de type égalisation qui sont un intermédiaire entre les problèmes de type changement et ceux de type comparaison.

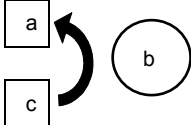
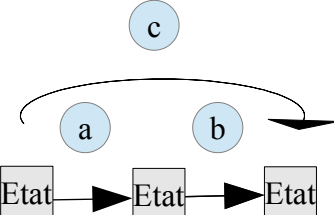
Classification de VERGNAUD (1982)

Vergnaud dissocie :

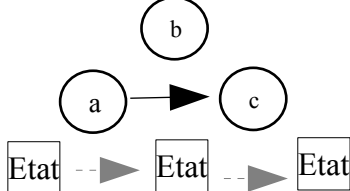
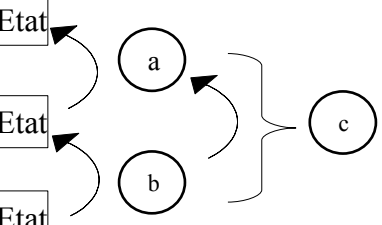
- Le calcul arithmétique qui renvoie aux opérations arithmétiques
- Le calcul relationnel qui nécessite des opérations de pensée. Deux aspects importants dans ce calcul : le fait de composer des relations et de saisir la réciproque d'une relation.

Vergnaud isole six catégories de relations selon trois principaux types de concepts : la mesure, les transformations temporelles et les relations statiques.

COMPOSITION DE MESURES	EXEMPLES	CLASSES DE PROBLEMES
<p>Deux mesures se composent en une troisième. L'opération porte sur des états (pas de déroulement temporel)</p>  <p>Les nombres sont des naturels</p>	<p>Un bouquet est composé de 8 tulipes et 7 roses. Combien y a-t-il de fleurs ?</p> <p>Une classe est composée de 27 élèves dont 14 garçons. Combien y a-t-il de filles ?</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Recherche de la composée connaissant les deux mesures élémentaires 2. Chercher une partie connaissant la composée et l'autre partie
ETAT – TRANSFORMATION – ETAT	EXEMPLES	CLASSES DE PROBLEMES
<p>Une opération opère sur une mesure pour donner une autre mesure (il y a un déroulement temporel)</p> 	<p>Léa est sur la case 17 du plateau de jeu de l'oie. Elle doit reculer de 5 cases. Sur quelle case va-t-elle tomber ?</p> <p>Léa était sur la case 17 et se trouve maintenant sur la case 12. De combien de cases a-t-elle reculé ?</p> <p>Léa vient de reculer de 5 cases et se trouve maintenant sur la case 12. De quelle case est-elle partie ?</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Recherche de l'état final connaissant l'état initial et la transformation 2. Recherche de la transformation connaissant l'état initial et l'état final 3. Recherche de l'état initial connaissant l'état final et la transformation

ETAT – RELATION – ETAT	EXEMPLES	CLASSES DE PROBLEMES
<p>Un état est lié à un autre état par une relation statique (pas de déroulement temporel)</p> 	<p>Alice a 4 billes et Nathan a 7 billes. Combien de billes Nathan a-t-il de plus qu'Alice ?</p> <p>Alice a 4 billes. Nathan a 3 billes de plus qu'Alice. Combien de billes Nathan a-t-il ?</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Trouver la relation connaissant les deux mesures élémentaires 2. Trouver une des deux mesures élémentaires connaissant l'autre et la relation
COMPOSITION DE TRANSFORMATIONS	EXEMPLES	CLASSES DE PROBLEMES
<p>Deux transformations se composent en une troisième (déroulement temporel)</p> 	<p>Paul joue une partie de billes et il perd 5 billes. Il joue une deuxième partie et il gagne 8 billes. Combien a-t-il gagné (ou perdu) de billes au cours des deux parties ?</p> <p>Paul joue deux parties de billes. A la première, il perd 4 billes. Au cours des deux parties, il a gagné 3 billes. A-t-il gagné des billes à la seconde partie ? Si oui, combien ?</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Trouver la composée connaissant les deux transformations élémentaires 2. Trouver une des deux transformations élémentaires connaissant l'autre et la composée.

Les deux catégories de relations suivantes sont moins utilisées que celles évoquées au-dessus.

ETAT RELATIF – TRANSFORMATION – ETAT RELATIF	EXEMPLES	CLASSES DE PROBLEMES
<p>Une transformation opère sur un état relatif pour donner un autre état relatif (déroulement temporel)</p> 	<p>Jacques doit 8 billes à Paul, il lui en rend 5. Combien de billes Jacques doit-il encore à Paul ?</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Connaissant l'état relatif initial et la transformation, trouver l'état relatif final 2. Connaissant l'état relatif composé et un état relatif élémentaire, trouver l'autre
COMPOSITION D'ETATS RELATIFS	EXEMPLES	CLASSES DE PROBLEMES
<p>Deux états relatifs se composent en un troisième (pas de déroulement temporel)</p> 	<p>Jacques doit 8 billes à Paul, Paul lui en doit 5. Combien de billes Jacques doit-il à Paul ?</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Connaissant les deux états relatifs élémentaires, trouver le composé 2. Connaissant l'état relatif initial et final, trouver la transformation 3. Connaissant la transformation et l'état relatif final, trouver l'état relatif initial.

2.2.2.2. Les problèmes à structure multiplicative

Classification de VERGNAUD (1983)

La structure mathématique des problèmes relevant du champ conceptuel multiplicatif peut s'analyser en quatre grandes classes :

<p>Les problèmes de proportionnalité simple et directe</p>	<p><u>Problèmes de quatrième proportionnelle :</u></p> <p>Trois nombres sont connus, il faut trouver le quatrième.</p> <p><i>Quatre dictionnaires identiques pèsent 10 kg. Combien pèsent 14 dictionnaires</i></p>	<p><u>Problèmes à questions successives :</u></p> <p>Il faut chercher plusieurs « quatrièmes proportionnelles » ; les résultats dépendent les uns des autres.</p> <p><i>Sachant que 100 grammes de fromage coûtent 8 euros, quel sera le prix pour 200g, 450g, 75g, 375 ?</i></p>	<p><u>Problèmes de comparaison :</u></p> <p>Nécessitent la mise en relation de deux parties composant un tout.</p> <p><i>Dans une classe de 20 élèves, 12 élèves aiment le football. Dans une autre de 30 élèves, 15 déclarent aimer le football. Y a-t-il une classe dans laquelle on aime plus le football que dans l'autre?</i></p>
<p>Les problèmes de proportionnalité simple composée</p>	<p>Ils font intervenir la composition de deux ou plusieurs relations de proportionnalité simple.</p> <p><i>Avec 100 kg de blé, on fait 75 kg de farine et avec 25 kg de farine, on fait 30 kg de pain. Quelle est la masse de blé nécessaire pour faire 450 kg de pain ?</i></p>		

La difficulté de ce type de problèmes réside :

- D'une part, dans l'organisation des données à mettre en relation
- D'autre part, dans le choix et la combinaison des résultats intermédiaires

<p>Les problèmes de proportionnalité multiple</p>	<p>Une grandeur est simultanément proportionnelle à plusieurs grandeurs.</p> <p><i>Un employé travaille depuis 12 ans dans la même entreprise. Il reste au bureau 7 heures par jour. Il travaille 5 jours par semaine et gagne 25 euros de l'heure. Combien auront gagné cinq employés pour une période de sept ans de travail à temps plein ?</i></p>
--	--

La résolution de ces problèmes nécessite des raisonnements plus complexes qui impliquent la mobilisation des raisonnements utilisés dans des situations de proportionnalité simple. Ils ne sont pas à aborder à l'école primaire.

<p align="center">Les problèmes de comparaison multiplicative de mesure</p>	<p><u>Problème de type « produit de mesures »</u> : l'unité de mesure de l'une des grandeurs est le produit des unités de mesures des deux autres grandeurs. Il s'agit d'une proportion double.</p> <p><i>Quelle est l'aire de ce rectangle de 5 cm de longueur sur 3 cm de largeur ?</i></p> <p>(L'aire de ce rectangle est proportionnelle à sa longueur (si la largeur est fixée) et à sa largeur (si la longueur est fixée))</p>
--	--

Modèle de GREER (1997)

Cet auteur distingue :

- *Situations psychologiquement commutatives* : le multiplicateur et le multiplicande ne peuvent être distingués. Par exemple « Aire d'un rectangle de 3m de long et de 2m de large »
- *Situations psychologiquement non commutatives* : le multiplicateur et le multiplicande peuvent être distingués l'un de l'autre : le multiplicateur est conceptualisé comme opérant sur le multiplicande pour produire le résultat. Par exemple « 3 enfants ont chacun 4 oranges »

Modèle de THEVENOT (2009) :

Elle prend en compte le nombre d'étapes du problème à résoudre et affirme que les problèmes arithmétiques verbaux à plusieurs étapes peuvent être résolus par différentes stratégies, contrairement à ceux à une seule étape. Chez l'adulte, ces stratégies vont dépendre des caractéristiques des problèmes telles que leur formulation ou la taille des nombres utilisés dans le texte et également des caractéristiques des individus telles que leur capacité en mémoire de travail. Ces caractéristiques jouent un rôle dans la manière dont les individus vont se représenter mentalement la situation décrite dans le problème.

Plusieurs auteurs ont proposé diverses typologies de problèmes selon leur cadre d'étude. Mais pour résoudre un problème, quel qu'il soit, il est nécessaire d'effectuer plusieurs étapes. C'est au travers de ces étapes que nous allons étudier les mécanismes cognitifs mis en jeu.

3. Mécanismes cognitifs mis en jeu

Plusieurs mécanismes cognitifs sont mis en jeu lors de la résolution de problèmes arithmétiques : la compréhension, le raisonnement, la mémoire, les habiletés mathématiques et les fonctions exécutives.

Plusieurs auteurs ont tenté de mettre en évidence les différents processus mentaux mis en jeu, en proposant diverses théories. Encore aujourd'hui, ils ne s'accordent pas tous. La « théorie des schémas » a longtemps été la théorie cognitive dominante au niveau des processus de compréhension de texte (ou d'énoncés de problèmes). Cependant, aujourd'hui, elle est contestée par certains auteurs qui préfèrent parler de « théorie des modèles mentaux » ou « modèles de situation ».

3.1. Les mécanismes cognitifs

3.1.1. La compréhension

3.1.1.1. Les théories dans la compréhension de texte

Selon Blanc et Brouillet (2005), il existe trois générations de théories dans la compréhension d'un texte.

La première génération s'est intéressée au « produit de la compréhension ». Le sujet construit en mémoire une représentation (« réseau d'événements, d'états et de faits, connectés par des relations ») de la situation décrite dans le texte lu.

La deuxième génération s'intéresse aux processus mis en jeu dans la compréhension. Ainsi, elle prend en compte les ressources attentionnelles (ou mémoire de travail). Celles-ci sont limitées. Quatre facteurs influent sur la production d'une inférence :

- Les contraintes du texte
- Les connaissances antérieures,
- Les ressources attentionnelles,
- Les standards de cohérence

La troisième génération s'est demandé quels étaient les mécanismes qui conduisaient à une représentation en mémoire. Ainsi, ils ont mis en évidence le rôle des ressources attentionnelles.

3.1.1.2. Compréhension de texte et résolution de problèmes

Selon Kintsch et Greeno (1985), un énoncé de problème n'est qu'une forme de texte particulière. Les capacités de lecture et de compréhension de texte devraient donc être de bons prédicteurs des performances en résolution de problèmes arithmétiques verbaux. Cette hypothèse a été validée par deux études : l'une menée par De Corte et Verschaffel (1985) et Cummins, Kintsch, Reusser et Weimer (1988) ; l'autre par Kail et Hall (1999) qui concluent que la compréhension du langage écrit des problèmes verbaux est une première étape nécessaire à la construction du modèle mathématique lui-même nécessaire à l'accomplissement des calculs.

3.1.2. Le raisonnement

Nous pouvons lister ici de façon non exhaustive les types de raisonnement présentés dans la formation intitulée Bilan de la cognition mathématique animée par Mugnette Cardonnet-Caman en 2012.

3.1.2.1. Raisonnements certains : déductifs

Le raisonnement déductif peut fonctionner sous forme de table de vérité ; c'est un mode de raisonnement expert. Il est identifié comme un mode de raisonnement convergent (si les prémisses sont vraies, alors la conclusion est vraie), il y a une solution unique. Ce mode de raisonnement applique un cas général à un cas particulier.

Dans cette catégorie, il y a d'une part, le raisonnement propositionnel marqué par des connecteurs logiques tels que « et » (conjonction), « ou » (disjonction inclusive ou exclusive), « non » (négation), « si et seulement si » (bi-conditionnelle).

D'autre part, il y a le raisonnement catégorique qui utilise des quantificateurs « aucun, tous les, certains, beaucoup, ... »

3.1.2.2. Raisonnement incertain

Il s'agit du raisonnement inductif. Celui-ci permet de transférer à un objet général des connaissances acquises sur un objet particulier. Il est identifié comme étant un raisonnement divergent ; il a un rôle majeur dans la créativité et l'expertise. Le raisonnement inductif permet d'inférer une règle à partir de données.

Deux composantes :

- identifier la régularité entre les cas connus
- projeter cette régularité sur des cas non connus

C'est une affirmation et non une hypothèse : une constatation aboutit à une conclusion. La limite de l'induction est la démonstration d'un contraire, de la fausseté de la conclusion. « Tous les A observés sont des B donc tous les A sont B ».

C'est un raisonnement très utilisé, il correspond à la situation expérimentale. Trouver l'intrus, les suites logiques où il faut trouver la règle pour parvenir à la solution constituent des activités qui nécessitent l'induction.

3.1.2.3. Raisonnement analogique

Le raisonnement par analogie identifie les structures ou les fonctions correspondantes dans des données déjà vues (objets, événements...) pour les transposer. Il repose donc sur l'induction de propriétés, il permet de traiter la cible (situation mal ou pas connue) sur le modèle de la source (situation connue). Prenons l'exemple de la complétion de phrase comme suit « Chaussure est à pied ce que gant est à ... », « main » étant la réponse attendue.

L'analogie est considérée actuellement comme un outil efficace dans la résolution créative de problème (Holyoak et Thagard, 1995).

Il y a également le raisonnement transductif, propre aux très jeunes enfants, qui est un mode de raisonnement, de particulier à particulier.

3.1.2.4. Raisonnement hypothético-déductif

Le raisonnement par abduction permet d'expliquer un phénomène, une observation à partir de certains faits ou lois. Les hypothèses sont émises pour expliquer le phénomène ; elles seront confirmées ou infirmées par la suite. Il s'agit d'émettre une hypothèse, de la tester, de réévaluer et de réajuster ensuite. C'est le raisonnement médical, celui du diagnostic.

Enfin, il est à noter que la métalogue s'acquiert à l'âge de 11 ans. Il s'agit de la capacité que l'enfant a de rendre conscients ses raisonnements et d'amener des justifications à ses raisonnements.

3.1.3. La mémoire

La mémoire va jouer un rôle essentiel dans la création de la représentation que le sujet va se faire de l'énoncé du problème. On va distinguer la mémoire à long terme et la mémoire à court terme, support de la mémoire de travail (nous allons nous intéresser à celle-ci).

3.1.3.1. La mémoire à long terme

La mémoire à long terme a une capacité illimitée. Elle comprend la mémoire épisodique (mémoire des événements biographiques), la mémoire sémantique (les connaissances sur le monde qui nous entoure) et la mémoire procédurale (qui comprend tous nos apprentissages inconscients).

Elle joue donc un rôle en résolution de problèmes arithmétiques car elle stocke les faits arithmétiques, les modèles de résolution, ... Ainsi, les enfants qui n'auront pas stocké suffisamment de faits en mémoire à long terme surchargeront leur mémoire de travail.

De plus, si le sujet a déjà stocké en mémoire à long terme certains résultats d'additions, de multiplications, ... la charge mentale en résolution de problèmes arithmétiques sera allégée.

3.1.3.2. La mémoire de travail

3.1.3.2.1. Description

La mémoire de travail est un système à capacité limitée. Selon le modèle de Baddeley et Hitch (1974), elle se compose de deux systèmes : l'administrateur central et les systèmes esclaves avec la boucle phonologique et le calepin visuo-spatial. Le rôle principal de l'administrateur central est de contrôler et coordonner les systèmes esclaves. Il est relié à l'attention. Au niveau des systèmes esclaves, la boucle phonologique va stocker et manipuler les informations verbales tandis que le calepin visuo-spatial se charge des informations codées sous forme visuelle et spatiale.

3.1.3.2.2. Mémoire de travail et résolution de problèmes

La mémoire de travail a donc un grand rôle en résolution de problème car elle est reliée à l'attention. Elle va maintenir en mémoire des informations contenues

dans l'énoncé et les traiter. Elle est donc très sollicitée dans la construction des modèles mentaux (Thévenot et Perret, 2009). D'après Barrouillet et Camos (2001), cette représentation doit être maintenue en mémoire de travail. Ainsi, un déficit de la mémoire de travail entraînerait une mauvaise compréhension de texte. Ceci a été démontré par Yuill, Oakhill & Parkin (1989) cités par Barrouillet et Camos (2001).

De plus, Swanson, Cooney & Brock (1993) cités par Barrouillet et Camos (2001) mettent l'accent sur la relation entre mémoire de travail et résolution de problèmes à énoncés verbaux. Ainsi, la difficulté en résolution de problèmes peut être due à une difficulté d'inhibition des informations non pertinentes des énoncés. (Passolunghi, Cornoldi & De Liberto, 1993, cités par Barrouillet et Camos, 2001). Cependant, d'après Barrouillet et Camos, ce ne serait pas la seule source des difficultés car la résolution de problèmes implique beaucoup d'activités (compréhension, résolution d'opération, ...) sensibles à la mémoire de travail.

3.1.3.3. La théorie de la charge cognitive

La théorie de la charge cognitive (Sweller et Chandler, 1991 cités par Dupays et Didierjean 2012) se base sur le modèle cognitif « classique » avec la mémoire de travail (limitée) et la mémoire à long terme (illimitée).

Dans cette théorie, la mémoire de travail va élaborer des schémas qui permettront de faire des liens entre plusieurs éléments pour en faire un tout et ainsi aider à la lutte contre la surcharge cognitive. Ces schémas vont donc organiser, traiter et structurer les informations stockées en mémoire.

Deux processus vont donc rentrer en jeu lors de la résolution de problèmes : la recherche de la solution du problème et l'élaboration des schémas se basant sur nos connaissances. (Paas et Van Merriënboer, 1994, cités par Dupays et Didierjean, 2012). Si la mémoire de travail est insuffisante, on aura donc une surcharge cognitive.

Donc si on diminue la charge cognitive liée à la recherche de solution, en jouant sur le mode de présentation de l'énoncé par exemple, on laisserait plus de ressources cognitives pour l'apprentissage.

3.1.4. Les habiletés mathématiques

Une étude (1997) a été menée par Devidal, Fayol et Barouillet. Ils ont montré que l'effet du niveau en calcul est significatif : « les bons calculateurs réussissent mieux que les faibles calculateurs en résolution de problèmes. (74% vs 59%) »

Abedi et Lord (2001) ont utilisé des problèmes écrits tirés du NAEP (national Assessment of Educational Progress) pour évaluer le rendement des élèves. Leurs résultats suggèrent que le niveau d'habileté mathématique est un facteur majeur dans la réussite en résolution de problèmes écrits mais que ce facteur ne peut expliquer qu'une partie des erreurs des élèves.

3.1.5. Les fonctions exécutives

Les fonctions exécutives ont un rôle important en résolution de problème. En effet, plusieurs fonctions sont essentielles :

- La planification : Elle implique des capacités d'anticipation pour appliquer les stratégies les plus appropriées en résolution de problèmes.
- L'inhibition : Elle va permettre de sélectionner les informations pertinentes (présentes dans l'énoncé ou issues de nos connaissances) et d'empêcher que des informations non pertinentes n'entrent en mémoire de travail (et donc perturbent la résolution de problèmes)
- La flexibilité : Grâce à elle, le sujet peut passer d'une représentation mentale à une autre, pour modifier sa façon de voir. Elle est dépendante de l'inhibition.

3.2. Les théories

3.2.1. La théorie des schémas

La théorie des schémas permet de rendre compte des processus mis en jeu en compréhension et au niveau de la construction d'une représentation lors de la lecture de texte, ou, dans notre cas, d'un énoncé de problème.

Escarabajal (1988) définit la compréhension comme « l'instanciation d'un schéma d'interprétation qui décrit les connaissances relationnelles. » Pour elle, lors de la résolution d'un problème, la compréhension de l'énoncé serait un « processus de reconnaissance » qui consisterait à associer le problème à un problème déjà connu. L'enfant va lire l'énoncé et récupérer dans sa mémoire un schéma particulier. Les données du problème vont alors se mettre en relation et l'enfant va pouvoir

résoudre le problème. Si l'enfant n'a pas de schéma approprié, il va utiliser un « schéma élémentaire » qu'il a en mémoire.

Le schéma se définit comme étant « un ensemble de variables connectées par des liens qui sont soit des relations, soit des opérations. » (Escarabajal, 1988)

3.2.2. La théorie des modèles mentaux (Johnson-Laird, 1983)

Pour élaborer sa théorie, Johnson-Laird s'est basé sur l'hypothèse selon laquelle « pour comprendre et anticiper le réel, l'esprit humain élaborerait des représentations mentales miniatures qui lui permettent d'en simuler le fonctionnement. » (Kenneth Craik, 1943, cité par Thévenot et Perret, 2009)

Ainsi, les modèles mentaux se définissent comme des « représentations internes analogiques de situations réelles ou imaginaires » (Thévenot et Perret, 2009). Contrairement aux schémas, un modèle mental adapté va être construit en mémoire de travail quand la situation se présente. La mémoire à long terme va aussi être utilisée dans cette théorie, pour la compréhension et la reconnaissance de ce qui est écrit, mais il n'y a pas de cadres pré-construits stockés.

Donc, en résolution de problèmes arithmétiques verbaux, une représentation (modèle mental) va être construite par l'enfant. Lorsqu'un modèle est déjà mis en place, il va être difficile de construire un modèle alternatif qui mène à la même solution que le premier, car c'est une action coûteuse cognitivement. (Thévenot et Perret, 2009)

De plus, des études (Nunes, Schliemann et Carraher, 1993, cités par Fayol, Thévenot et De Vidal, 2005) ont montré que lorsque l'énoncé fait référence à une situation familière, celui-ci sera mieux réussi. En effet, les situations décrites seront plus significatives pour l'enfant et il aura des connaissances préalables. Ainsi, le modèle mental s'élaborera plus facilement. De la même façon, les situations abstraites seront plus difficiles à résoudre. (Johnson-Laird, Legrenzi et Sonino-Legrenzi, 1972)

Dans les problèmes à plusieurs étapes, des études ont montré que la structure de la représentation mentale que le sujet se fait du problème influe sur la manière dont le problème sera résolu. (De Corte & Verschaffel, 1985 ; Hudson, 1983 ; Moreau & Coquin-Viennot, 2003 ; Riley & Greeno, 1988 cités par Thévenot, 2008). La stratégie qui va être utilisée pour résoudre le problème va être celle qui est induite par l'énoncé, même si elle est plus compliquée qu'une autre (Thévenot,

2005).

Des études ont également souligné le rôle bénéfique des illustrations en résolution de problèmes, au niveau de la mémoire et de la compréhension des énoncés. En se basant sur la théorie des modèles mentaux, Gyselinck (1996) a démontré que les illustrations aident à la construction des modèles mentaux. Cela a été démontré par Schnotz et al. (2002) à travers le modèle d'acquisition de connaissances à partir de textes et d'illustrations. En effet, il est plus rapide et plus facile pour le sujet de construire un modèle mental à partir d'une illustration que d'un texte.

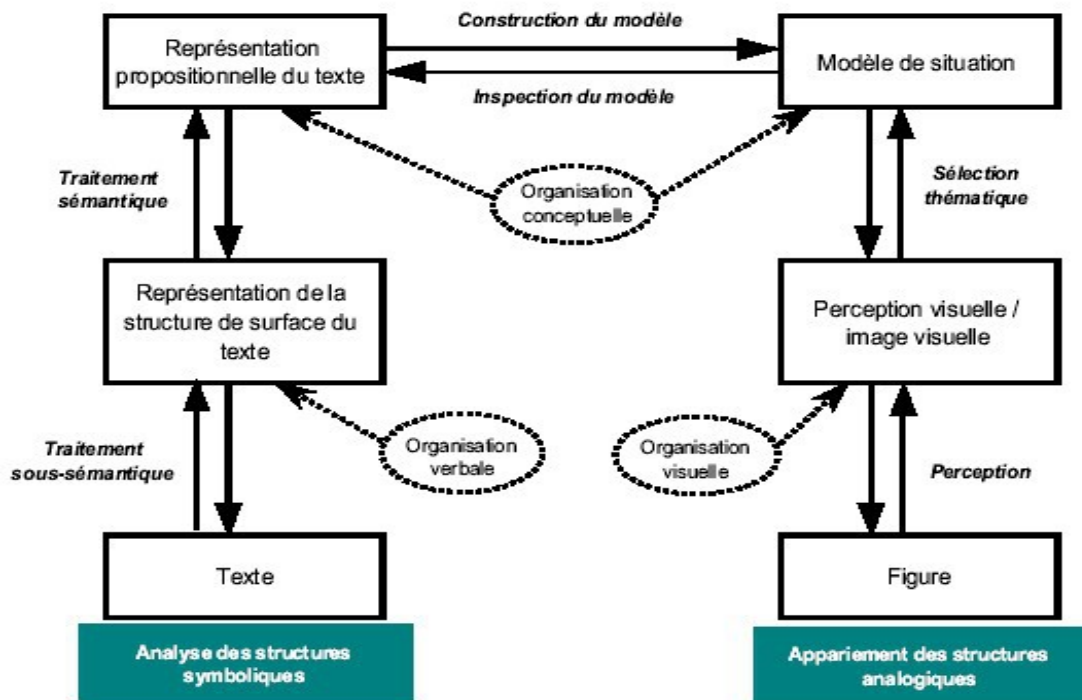


Illustration 1: Le modèle d'acquisition de connaissances à partir de textes et d'illustrations (Schnotz et al., 2002)

3.2.3. Modèle de situation (Van Dijk et Kintsch, 1983)

Dans ce modèle décrit par Van Dijk et Kintsch (1983), le sujet doit élaborer une « double représentation » pour comprendre et résoudre un problème : il ne doit plus seulement se construire une représentation mentale du contenu du texte (de la macrostructure, organisée autour d'objets et de relations) mais doit aussi intégrer ses propres connaissances requises pour la résolution du problème.

Ainsi, le modèle de la situation décrite par le texte est possible quand les

connaissances de l'individu sont intégrées à la représentation mentale.

Selon De Viviès (1999), les connaissances que le sujet utilise lors de la résolution d'un problème sont très importantes. De plus, le contexte dans lequel il va les utiliser pour arriver à la solution finale a un rôle central.

La psychologie cognitive a donc proposé plusieurs théories pour comprendre comment on résout un problème arithmétique, la plus récente reposant sur la construction de modèles mentaux. De plus, nous avons vu que plusieurs mécanismes cognitifs sont nécessaires pour résoudre un problème (raisonnement, mémoire, ...). Grâce à cela, nous allons pouvoir analyser les difficultés qui peuvent en découler chez les élèves et ce qui peut influencer la réussite de la résolution d'un problème.

4. Difficultés des collégiens et influence de divers facteurs

4.1. Difficultés des élèves

Les performances des enfants chutent de 10 à 30 % entre la résolution des opérations arithmétiques et la résolution d'un problème impliquant strictement les mêmes opérations (Carpenter et al. 1980).

4.1.1. Erreurs liées au langage mathématique

Comprendre un énoncé, c'est avant tout comprendre la signification d'un texte écrit dans un langage spécifique : celui des mathématiques. Ce simple exercice de compréhension représente une réelle difficulté pour certains élèves. Nous allons tenter d'en comprendre les raisons.

4.1.1.1. Un vocabulaire mal assimilé

Beaucoup d'élèves semblent avoir des difficultés à intégrer le vocabulaire propre aux mathématiques dans la mesure où il est peu ou pas utilisé dans la langue quotidienne et leur paraît artificiel.

Prenons un exemple cité par Ménissier dans une formation en ligne suivie en novembre 2013 sur Magie-Mots. Les élèves qui rencontrent la locution «réduire au même dénominateur entier positif les quotients» vont appliquer la technique sans mettre de sens sur ce qu'ils font.

Enfin, des mots comme « pièce », « chacun », « ensemble », « l'un », sont déterminants dans la mathématisation de l'énoncé et pourtant leur sens n'est pas toujours saisi par les élèves.

4.1.1.2. Les choix lexicaux de l'énoncé

Selon Perroz (1999-2000), la mise en scène de la situation influera la résolution du problème. En effet, si celle-ci est trop fournie par souci de rendre l'énoncé vraisemblable, cela aura pour effet d'alourdir voire de cacher les informations essentielles, et entraver de ce fait la compréhension.

Prenons l'énoncé suivant extrait de Objectif calcul, (1988), p. 74.:

« Une bonne affaire

Paul et son papa se rendent chez le garagiste pour faire changer les 4 pneus de la voiture. Chaque pneu coûte 285 F. Paul fait rapidement le calcul pour trouver le montant de la dépense. Et toi, as-tu trouvé ?

Le papa de Paul n'est pas content. Il trouve la somme trop élevée. C'est alors que le garagiste en souriant, lui propose l'affaire suivante : « D'accord, je vous fais cadeau des pneus, mais... sur chaque roue il y a 4 boulons. Quand je remplacerai le premier boulon, vous me donnerez 1 F, au 2ème boulon, vous me donnerez 2 F, au 3ème, 4 F et ainsi de suite en doublant le prix de chaque boulon revissé. »

Paul et son père réfléchissent, se concertent... et refusent la proposition en riant. Si tu fais toi aussi les calculs tu comprendras pourquoi ils n'ont pas accepté ! »

Ce problème est rédigé dans un style narratif, pour donner une apparence concrète et plus réelle au problème. Mais cela rend l'énoncé assez lourd, et il devient plus difficile pour l'élève de repérer les éléments pertinents. Il peut d'autre part être déstabilisé par le titre s'il ne comprend pas l'ironie.

La formulation de l'énoncé de manière trop inattendue déstabilisera l'adolescent.

Prenons le problème suivant tiré du même manuel (p. 113) au chapitre des "Divisions et fractions" :

« A l'occasion d'un salon du livre, Julie et Joan disposent d'une heure pour visiter des ateliers de leur choix. Julie décide d'aller voir l'atelier « Illustration » et l'atelier « Reliure », et de passer le même temps dans chaque atelier. De son côté, Joan a l'intention de visiter quatre ateliers en restant également le même temps dans chaque atelier. Combien de temps resteront-ils dans chacun des ateliers ? »

L'énoncé n'est pas simple à interpréter pour les élèves, car les informations permettant de résoudre les deux sous problèmes (le temps passé par Julie dans chaque atelier d'une part, celui passé par Joan dans chaque atelier d'autre part) ne sont pas données de la même manière. Dans un cas, le nombre d'atelier choisi est donné, ce qui rend le calcul immédiat. Dans l'autre, c'est le nom des ateliers qui est donné. L'information pertinente est bien évidemment que Julie souhaite assister à deux ateliers, mais il faut la déduire du texte. Ce choix lexical masque le parallélisme des deux situations, et peut avoir des répercussions sur la compréhension de l'énoncé.

4.1.1.3. L'implicite dans les énoncés

Les problèmes de compréhension d'un énoncé viennent parfois d'un vide dans cet énoncé. C'est souvent le cas dans des problèmes de fractions ou de proportionnalités, où certains points perçus comme évidents par l'auteur ne sont pas précisés. Or, cette évidence est relative, et dépend d'une certaine culture que les élèves n'ont pas systématiquement acquise.

Prenons le cas du problème de proportionnalité qui suit : « *Le 8 décembre, Chloé met de petites bougies sur sa fenêtre selon une tradition lyonnaise.*

Elle a constaté que sa bougie mesure 2 mm de moins en étant allumée pendant 10 minutes. Sa bougie mesure 4 cm. Combien de temps restera-t-elle éclairée ? »

Dans ce problème, on s'attend à ce que l'élève devine que la bougie fond à vitesse constante.

Dans d'autres problèmes, même en étudiant le contexte, le choix peut se révéler difficile. Prenons par exemple l'énoncé suivant :

« *Un tiers des fleurs d'un massif sont des roses et la moitié sont rouges. Combien y a-t-il de roses rouges ? ».*

Dans cet énoncé on peut aussi bien comprendre que la moitié des fleurs sont rouges, ou que la moitié des roses le sont. Seule la question permet de déterminer le choix à faire : dans un des cas, on ne pourrait pas répondre.

4.1.1.4. Décalage entre langage usuel et langage mathématique

La non compréhension du langage mathématique employé dans l'énoncé entrave la réussite de la résolution du problème. En effet, certains mots peuvent avoir une signification différente, en langage mathématique, de celle du langage usuel. La confusion entre les différents sens du mot entraîne alors des erreurs.

Prenons le cas de « et » et « ou », deux connecteurs dont l'utilisation dans les énoncés de problèmes est la source de bien des erreurs chez les élèves. (Davy E. et al, 2001).

En effet, le mot « et », dans le langage usuel, peut avoir deux sens : « et puis », ou bien « à la fois ». En mathématiques, il a le second sens : il correspond à l'intersection de deux ensembles. Mais les élèves lui attribuent parfois le premier sens, celui qu'ils connaissent le mieux. Ainsi, en réponse à une question du type « parmi les nombres suivants, quels sont ceux qui sont divisibles par 9 et 5 », quelques élèves établiront deux listes : celle des nombres divisibles par 5, et celle des nombres divisibles par 9.

De même, le mot « ou » est difficile à interpréter par les élèves car il peut avoir deux sens : un sens inclusif ou un sens exclusif. En langage courant, c'est le sens exclusif que l'on utilise le plus. Or en mathématiques, « ou » a un sens inclusif, ce qui crée des difficultés chez les élèves.

4.1.1.5. Problème de congruence sémantique

Duval (1988) parle de congruence des représentations *lorsque la mise en correspondance terme à terme des unités signifiantes de chacun des deux registres de représentation en jeu dans un énoncé de problème est possible et suffisante pour assurer l'activité cognitive de conversion.*

Il propose d'identifier trois facteurs de congruence :

- l'identité ou la non-identité entre la polarisation des indicateurs sémantiques (verbes « gagner ou perdre », expressions « plus que » ou « moins que ») présents dans l'énoncé et ceux présents dans la phrase de solution ;
- la présence ou l'absence de termes antonymiques (comme gagner/perdre) au sein d'un même énoncé ;
- la correspondance entre l'ordre d'apparition des données numériques dans l'énoncé et l'ordre d'apparition de ces mêmes données dans l'opération (correspondance de l'ordre ou inversion).

ENONCE	OPERATIONS
Aujourd'hui, il fait 3 degrés à Troyes et 12 degrés à Nice. Il fait plus chaud à Nice qu'à Troyes. De combien de degrés ?	$12 - 3 = ?$
Organisation énonciative : 3 \longrightarrow 12 Indicateur sémantique : « plus qu' »	Organisation opérative : 12 \longrightarrow 3 Signe de l'opération : -

⇒ **Non congruence, conversion difficile.**

4.1.2. Erreurs liées à la succession des étapes de résolution

4.1.2.1. La représentation de la situation-problème

Plusieurs erreurs possibles à ce niveau selon Favrat (1986) notamment :

- Se créer une représentation mentale erronée en raison de la présence de mots inducteurs mal compris comme « chaque », « ajoute », « chacun », « ensemble », « x d'entre eux » ou encore à cause de la formulation de la question.
- Ne pas parvenir à faire des rapprochements avec des expériences, scolaires ou sociales ; ce qui pourrait s'expliquer par une faiblesse de la MLT ou encore des difficultés à faire du lien avec les apprentissages.
- Ne pas parvenir à retenir toutes les informations ou indices successifs. Ce qui pourrait mettre en évidence un déficit de la MCT (mémoire à court terme), des difficultés de lecture, de compréhension, de tri des données quand elles sont trop nombreuses.

Olivier Renaut (1990) dit que des difficultés peuvent émerger pour résoudre un problème parce que des éléments font obstacle à une jonction entre la lecture d'un énoncé et une structure de résolution. Il évoque notamment le manque de familiarité: le solutionneur peut ne pas parvenir à se représenter la situation proposée car

l'énoncé est trop loin de ses préoccupations ou en inadéquation avec ses connaissances du monde, ce qui générera des réponses hors-sujet.

4.1.2.2. L'amorce de la procédure

Plusieurs cas de figure peuvent avoir lieu selon Favrat (1986).

Tout d'abord, l'adolescent peut faire un mauvais choix de procédure dans le cas où le sens des opérations n'est pas maîtrisé.

Aussi, les calculs peuvent être effectués au hasard, sans signification apparente : l'adolescent utilisera alors tous les nombres présents dans l'énoncé sans s'occuper du sens.

Une autre possibilité est qu'il ne sélectionnera pas les données pertinentes quand l'énoncé contiendra des données surabondantes ou encore, il ne fera pas de remarques dans le cas où des données pourraient être manquantes pour la résolution du problème.

4.1.2.3. La gestion de la procédure

Les adolescents peuvent ne pas utiliser les bonnes données ou encore ne pas comprendre les relations entre les données et de ce fait, mal organiser les éléments. Ils peuvent aussi se précipiter ou avoir un raisonnement insuffisant.

Ainsi, il y aura selon Favrat (1986) :

- des erreurs de transformation des nombres ou pas de transformation préalable des nombres avant de faire l'opération (kg → g) : prenons le problème suivant : « *Je veux acheter 650g de viande de porc sachant qu'elle vaut 19,90€ le kilo. Combien dois-je payer ?* » Pour résoudre ce problème, il faut mettre les données à la même unité (kg ou g),
- une absence de calculs intermédiaires
- pas de vérification (plausibilité, ordre de grandeur, ...) . Prenons l'exemple d'un solutionneur qui ne serait pas étonné de trouver un résultat absurde et de formuler une phrase réponse telle que « un enfant mettra 36 heures pour aller acheter du pain et une bouteille d'eau à vélo. »

4.1.2.4. L'effectuation des calculs

Les adolescents peuvent comprendre le sens de l'énoncé du problème et le restituer avec leurs propres mots sans pour autant être capables de le mathématiser. Prenons l'exemple des pourcentages : ils comprennent qu'une remise de 30% sur un objet correspond à 30% de réduction sur le prix de base. Toutefois, ils ont des difficultés à le mathématiser pour obtenir l'opération suivante : prix de base - $(30/100 \times \text{le prix de base})$

Aussi, selon Favrat (1986), certains ont des lacunes dans la pose des calculs en colonne, que ce soit avec ou sans retenue. La virgule est source de difficultés supplémentaires.

4.1.2.5. L'énonciation claire de la solution du problème posé

Selon Favrat (1986), les adolescents peuvent avoir des difficultés d'ordre métalogique, c'est-à-dire pour signifier ce qu'ils cherchent, expliquer comment ils s'y sont pris. C'est pourquoi, la rédaction d'une solution est souvent vécue comme un supplément de travail formel.

4.1.3. Erreurs liées à l'individu

4.1.3.1. Le contrat didactique

C'est « l'ensemble des comportements spécifiques de l'enseignement qui sont attendus de l'élève et l'ensemble des comportements de l'élève qui sont attendus de l'enseignant » (Brousseau, 1993, cité par Monti et Plourdeau, 2003, p.40). Par conséquent, certains élèves vont choisir l'opération en rapport avec la dernière opération travaillée selon Favrat (1986).

Aussi, la procédure de résolution pourra être choisie uniquement en pensant que c'est ce qu'attend le professeur alors que dans un autre contexte, l'élève n'aurait pourtant pas choisi cette technique.

4.1.3.2. L'affectif

L'habillage des énoncés de problème, les connaissances pragmatiques activées peuvent entraver les processus de résolution (Alexandre, 2001).

Maintenant que nous avons évoqué et explicité les difficultés que peuvent éprouver nombre d'adolescents en résolution de problèmes, nous allons étudier l'influence de différents facteurs dans cette dernière partie.

4.2. Influence de divers facteurs

4.2.1. Facteurs intrinsèques à l'énoncé

La difficulté des problèmes verbaux ne tient pas uniquement dans le traitement des opérations mais principalement dans la compréhension de la situation-problème. Selon Riley, Greeno et Heller, 1983, à opération identique, certains problèmes sont plus difficiles que d'autres.

Plusieurs facteurs intrinsèques à l'énoncé entrent en jeu dans la réussite du problème.

4.2.1.1. La présentation de l'énoncé

- Le mode de présentation: texte, schéma, carte, graphique, dessin

L'impact de la modalité de présentation de l'énoncé a fait l'objet de diverses études qui ont montré que :

- La modalité « *énoncé verbal avec éléments manipulables* » doit améliorer les performances en résolution de problèmes dans la mesure où cette modalité de présentation soulage la mémoire de travail qui est donc davantage disponible pour traiter les informations, planifier les actions, exécuter le calcul choisi.
- Les modalités « *énoncé écrit avec support imagé* » et « *énoncé entièrement imagé* » facilitent le traitement sémantique des données et soulagent la charge cognitive selon Denis (1982).
- La modalité « *énoncé écrit seul* » n'aide pas les adolescents ayant des difficultés de compréhension, de représentation mentale et de généralisation.

- La place de la question

D'après une étude menée par Fayol, Devidal et Barouillet (1997), le placement en tête de la question entraîne une amélioration des scores pour tous les sujets, quels que soient leur niveau de performance en lecture et en calcul.

Le placement en tête de la question est facilitateur car la question est organisatrice. Cela permet donc un traitement particulier de l'énoncé : dès l'amorce de la lecture, il y a activation (ou élaboration) d'une représentation mentale de la situation de type schéma (Kintsch et Greeno (1985), Mayer (1985) et Rumelhart (1980)).

Cela permettrait également, par identification précoce de la situation problème, d'utiliser les données numériques au cours même de la lecture ; le sujet n'aurait pas à les stocker en mémoire de travail, non plus que les termes servant à identifier la situation afin d'effectuer les calculs après lecture de la question. Les risques de surcharge de la mémoire de travail en seraient diminués, d'où l'amélioration des performances (Fayol et al, 1987).

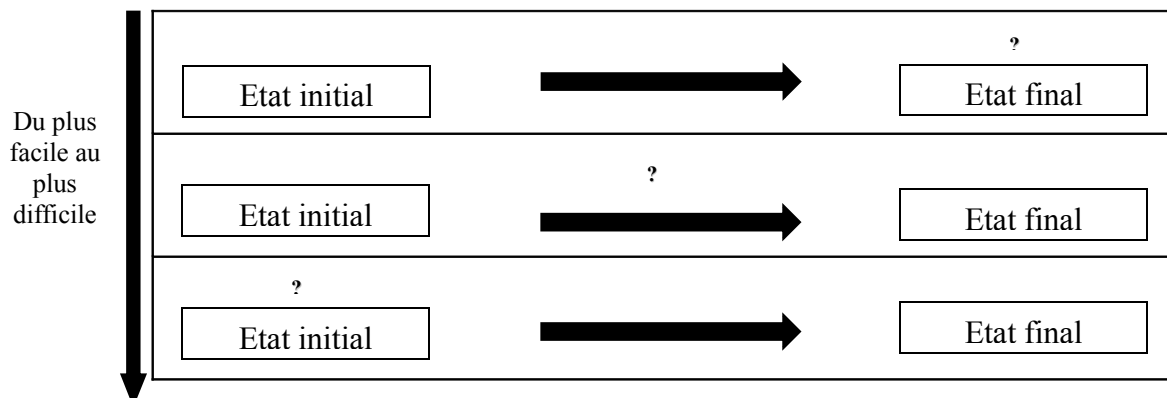
4.2.1.2. La catégorie du problème

- Les notions mathématiques :

Selon les notions mathématiques intégrées à la tâche de résolution de problème, cette dernière sera plus ou moins bien effectuée. En effet, selon que l'énoncé de problème renvoie à la proportionnalité, aux fractions ou à une autre notion, il faudra au préalable que la notion mathématique soit intégrée et maîtrisée afin de l'utiliser pour résoudre un problème mathématique.

- La nature de l'inconnue :

Une échelle de niveau de difficulté a été objectivée.



- La typologie du problème :

Les problèmes statiques sont plus difficiles que les problèmes dynamiques. Prenons l'exemple de ces deux problèmes :

1. « Jean avait 8 billes. Il en a donné 5 à Paul. Combien Jean a-t-il de billes, maintenant ? » (problème de changement)

2. « Jean a 8 billes ? Paul a 5 billes. Combien Jean a-t-il de billes de plus que Paul ? (problème de comparaison)

Entre 5 et 8 ans, le problème 1 sera mieux réussi que le problème 2.

Les problèmes inconsistants sont plus difficiles que les problèmes consistants (pour lesquels « de plus » engendre une addition et « de moins » engendre une soustraction).

1. « Jean a 8 billes. Paul a 5 billes de moins. Combien Paul a-t-il de billes ? »

2. « Jean a 3 billes. Il a 5 billes de moins que Paul. Combien Paul a-t-il de billes ? »

Ce sont deux problèmes de comparaison mais le premier sera mieux réussi entre 5 et 8 ans.

4.2.1.3. La formulation de l'énoncé

- L'habillage du texte

La thématique développée dans un problème se réfère généralement à des situations du réel. Mais Baruck citée par Ménissier (2004) parle de « l'irréalité des réalités » des énoncés, qui pour l'enfant, ne renvoient le plus souvent à aucune expérience personnelle susceptible de servir d'étayage au processus d'intégration de la situation-problème.

Or, d'après Ménissier, une bonne traduction dépend avant tout de ce que l'on connaît au préalable.

- Le respect de la chronologie

De Corte et Verschaffel (1987) ont montré que la présentation des éléments de l'énoncé dans leur ordre de survenue augmentait le taux de réussite chez les enfants. Ainsi, les énoncés dont les événements respectent la chronologie assurent de meilleurs résultats.

- Le lexique:

Le lexique utilisé dans un énoncé influe sur la procédure de résolution et peut être source de difficultés. En cause notamment les éléments qui suivent :

Nous pouvons mentionner le vocabulaire polysémique, qui n'est pas toujours spécifique aux mathématiques. Prenons l'exemple du mot « doubler » qui peut signifier « dépasser » ou « multiplier par deux » selon le contexte.

Nous pouvons également évoquer les termes ou expressions relationnels, qui soulèvent de grandes difficultés à tout âge mais particulièrement chez les plus jeunes. Hudson (1983) a montré qu'un problème du type « Il y a 5 oiseaux et 3 vers. Combien y a-t-il d'oiseaux de plus que de vers ? », réussi par 17% chez des enfants de maternelle, l'est à 83% s'il est formulé comme suit « il y a 5 oiseaux et 3 vers. Combien d'oiseaux ne mangeront pas de vers ? »

Cela tient sans doute en partie au fait que certains termes relationnels ne sont pas compris et/ou interprétés de manière non-relationnelle.

4.2.2. Facteurs intrinsèques au solutionneur

4.2.2.1. Le caractère plus ou moins familier de la situation

Brissiaud (1984) dit que deux types de connaissances extra-linguistiques entrent en jeu pour saisir le sens de l'énoncé : les connaissances générales sur le monde et les connaissances pragmatiques directement liées au contexte de la situation-problème décrite.

Avoir des connaissances préalables permet à l'élève de construire une représentation mentale valide, donc d'éviter des réponses incohérentes.

Prenons le problème suivant : « 354 élèves vont au cinéma en bus. Un bus dispose de 65 sièges, Combien faut-il de bus pour que tous les élèves aillent au cinéma en même temps ? » $354/65 = 5,44$. Beaucoup d'élèves donneront cette réponse sans arrondir au-dessus alors qu'on ne peut pas avoir des dixièmes et des centièmes de bus.

4.2.2.2. L'anxiété

Plusieurs travaux ont été menés notamment par Cates et Rhymer (2003) sur l'effet de l'anxiété face aux mathématiques sur le rendement des élèves.

D'une part, le problème proposé à l'élève a déjà été résolu de nombreuses fois, ce qui peut constituer un facteur d'anxiété. Il faut que l'élève entre dans un jeu où il accepte de chercher un problème dont il sait que d'autres détiennent la solution. D'autre part, le temps est forcément compté pour l'élève et ce peut être frustrant pour celui qui ne parvient pas à résoudre le problème dans le temps imparti, alors que d'autres y sont parvenus.

4.2.3. Facteurs intrinsèques à l'énoncé et au solutionneur

4.2.3.1. Les références notionnelles mises en jeu

L'étude de la multiplication peut inciter l'élève à mobiliser cette opération même dans un problème qui ne le nécessite pas. Par ailleurs, si l'élève n'a pas acquis les notions mathématiques pures telles que la proportionnalité, les pourcentages, il lui sera impossible de mobiliser ces connaissances pour résoudre le problème qui lui sera proposé. Un autre cas possible est que l'élève soit capable d'effectuer toutes les opérations et d'appliquer la mécanique des notions mathématiques sans pour autant qu'elles fassent sens et sans pour autant savoir les utiliser à bon escient pour résoudre un problème.

4.2.3.2. La présence de données inutiles

Selon Muth (1991), les élèves réussissent moins bien les problèmes où des données numériques inutiles sont ajoutées. La présence de données inutiles va rendre la tâche plus difficile à l'adolescent. En effet, cela lui demandera un plus grand effort de lecture et nécessitera de trouver ce qui est pertinent pour résoudre le problème tout en inhibant le superflu.

De plus, pour certains, il peut être difficile de remettre en cause un énoncé, quelque chose d'écrit et de juger de son utilité ou non.

4.2.3.3. La complexité du texte

La formulation de l'énoncé influe directement sur la résolution du problème, Quand les phrases sont complexes, cela nécessite un effort de compréhension important. Des formules conditionnelles comme « sachant que » sont plus compliquées à saisir pour l'élève.

Les mots inducteurs contre-intuitifs sont source de difficultés pour les élèves. Il s'agit par exemple du mot « plus » dans un problème nécessitant un calcul soustractif. Mayer et Hegarty (1996), ont montré que les étudiants adultes lisent plus lentement et commettent plus d'erreurs avec les problèmes dont les termes relationnels (plus que/moins que) ne correspondent pas directement aux opérations arithmétiques.

5. Buts et hypothèses

Nous avons vu précédemment que beaucoup de facteurs entrent en jeu dans la tâche de résolution de problèmes arithmétiques, tant au niveau de l'individu (que ce soit au niveau cognitif, exécutif, de la motivation, ...) qu'au niveau du problème lui-même (au niveau verbal, de l'habillage, ...). Ainsi, lorsqu'il y a échec à une tâche de résolution de problème, il est souvent difficile d'en préciser son ou ses origines.

Plusieurs théories issues de la psychologie cognitive ont tenté de décrire l'ensemble des mécanismes cognitifs mis en œuvre lors d'une tâche de résolution de problèmes mathématiques. Certains auteurs ont mis en évidence l'efficacité de moyens facilitateurs en résolution de problèmes. Ceux-ci permettent de diminuer la charge cognitive et ainsi de faciliter la résolution.

De plus en plus, on demande aux orthophonistes d'éclairer les enseignants sur les meilleurs aménagements pédagogiques à proposer aux élèves en difficulté. En effet, les orthophonistes sont habilités à proposer ces aménagements pour aider au mieux l'élève dans sa scolarité.

C'est pourquoi, dans le cadre de ce mémoire, nous tentons de créer un protocole de résolution de problèmes pour aider les orthophonistes à trouver, facilement et rapidement, des facilitateurs cognitifs adaptés à chaque collégien souffrant de troubles logico-mathématiques.

Ce protocole sera créé à partir de l'analyse de certains facilitateurs cognitifs proposés dans la littérature scientifique, testés auprès d'élèves de collège, avec ou sans difficulté logico-mathématiques.

Nos hypothèses sont les suivantes :

Hypothèse 1 : Les collégiens tout-venant réussissent les problèmes proposés sans facilitation.

Hypothèse 2 : L'utilisation de facilitateurs en résolution de problèmes, tels que décrits dans la littérature, permettrait d'améliorer les capacités en résolution de problèmes chez des collégiens en difficulté logico-mathématique.

Hypothèse 3 : ce protocole serait un bon outil, à destination des orthophonistes, pour identifier facilement les facilitateurs.

Sujets, matériel et méthode

1. Méthodologie

Le but de ce mémoire est donc de créer un protocole d'analyse de facilitations efficaces que l'on peut proposer en résolution de problèmes chez des collégiens souffrant de trouble du raisonnement logico-mathématique dans le cadre d'aménagements pédagogiques.

Plusieurs étapes sont nécessaires à la création du protocole : choix des facilitations à proposer à partir de nos lectures théoriques, choix des problèmes selon les niveaux de classe à partir de manuels scolaires, création de tout le matériel nécessaire.

Nous testerons ensuite ce protocole auprès de collégiens, suivis ou non en orthophonie.

1.1. Choix des facilitations

1.1.1. Listing

En premier lieu, nous avons listé toutes les facilitations en résolution de problèmes trouvées dans la littérature. Ce qui nous donne la liste suivante :

- Nature de l'inconnue : Quand l'inconnue se situe sur l'état final du problème, celui-ci est plus facile à résoudre que si l'inconnue porte sur la transformation ou l'état initial.
- Question au début : En plaçant la question au début de l'énoncé, cela aiderait l'enfant à le résoudre (aide à la planification).
- Ordre chronologique : Quand l'énoncé du problème est présenté dans l'ordre chronologique, cela aide à la représentation mentale de l'enfant.
- Manipulation : La manipulation aide l'enfant dans sa représentation mentale et cela soulage sa charge cognitive.
- Énoncé sous support imagé : il va permettre de faciliter le traitement sémantique des données, il aide à la construction des modèles mentaux, en soulageant la mémoire et en favorisant la compréhension.
- Problème avec des étapes intermédiaires : Cela aide l'enfant à construire sa représentation mentale pour résoudre le problème.
- Absence de données inutiles : En supprimant les données inutiles, on diminue la charge cognitive des élèves.
- Explication du lexique : Cela va aider à la compréhension des énoncés écrits.

-
- Caractère concret de l'énoncé : plus un énoncé est concret, plus il sera facile à résoudre pour le collégien.
 - Caractère familier de l'énoncé : un énoncé relatant une situation connue pour l'enfant va favoriser sa réussite au problème.

1.1.2. Choix

Après ce listing, il a été nécessaire de faire un choix.

Nous avons écarté le critère de la nature de l'inconnue car cela nous semblait difficile à proposer comme adaptation au collège. Ainsi, pour tous les problèmes sélectionnés, l'inconnue portera sur l'état final.

La question au début nous a semblé aussi être une facilitation difficile à analyser compte-tenu du déroulement de notre protocole : nous ne pouvions pas présenter un énoncé à un enfant pour ensuite lui proposer à nouveau le même avec juste pour modification, le changement de la place de la question. Cela ne nous semblait pas pertinent.

Pour le caractère concret et familier de l'énoncé, nous avons choisi de faire deux niveaux par classe. Le niveau 1 est un énoncé avec une situation familière à chaque enfant (repas au restaurant). Le niveau 2 sera moins familier et plus abstrait (impression de photos).

Nous avons donc retenu six facilitations :

- Explication du lexique : Nous le proposerons à l'oral, uniquement si l'adolescent nous demande une explication des termes incompris.
- Retrait des données inutiles : Seulement dans certains problèmes car tous ne contiennent pas de données inutiles.
- Problème présenté dans l'ordre chronologique.
- Problème présenté sous support imagé.
- Problème présenté avec manipulation d'objets.
- Problème avec des étapes intermédiaires.

1.2. Réalisation du matériel

1.2.1. Choix et élaboration des problèmes mathématiques

Nous avons tout d'abord choisi deux problèmes issus du manuel scolaire Mathématiques Triangle de Hatier pour les 6ème (2009) . Nous les avons choisis selon plusieurs critères. Il fallait :

- Qu'ils soient imageables et manipulables
- Que l'un deux fasse référence à une situation familière pour des collégiens, et soit concret. L'autre devait être moins familier et plus abstrait.
- Qu'ils puissent intégrer les notions apprises dans les niveaux supérieurs (pourcentages, fractions, ...), pour qu'on puisse les adapter aux autres classes.
- Qu'ils fassent appel aux quatre signes opératoires lors de sa résolution.
- Que plusieurs étapes soient nécessaires pour le résoudre.
- Que la nature de l'inconnue porte sur l'état final.

Une fois les deux problèmes de 6e sélectionnés, nous les avons adaptés à chaque classe. Pour cela, nous avons sélectionnés des problèmes de chaque niveau, et les avons adaptés avec l'histoire du niveau de 6e. Cela nous donne finalement huit problèmes, deux niveaux par classe.

1.2.2. Adaptation des problèmes pour chaque facilitation

Nous avons ensuite créé les supports facilitateurs pour chaque problème.

Pour la facilitation « problème dans l'ordre chronologique », nous avons remanié les énoncés de façon à ce que l'histoire soit racontée dans l'ordre chronologique et enlevé les données inutiles.

Pour la facilitation « énoncé sous forme d'image », nous avons conçu, sous forme de dessin ou de bande dessinée, des images illustrant les énoncés.

Pour la facilitation « problème avec manipulation d'objets », nous avons créé de la monnaie (pièces et billets), des personnages, des étiquettes de prix, des objets...

Pour la facilitation « problème avec étapes intermédiaires », nous avons gardé le problème initial et avons ajouté plusieurs questions correspondant aux étapes nécessaires à la résolution du problème (pour guider le raisonnement de l'enfant).

1.2.3. Création des livrets de passation

Pour faciliter les passations de notre protocole, nous avons créé des livrets de passation. Il y en a un par niveau.

1.3. Passations

Nous avons testé notre matériel auprès de douze collégiens tout-venant, à Vielmur-sur-Agoût, dans le Tarn (trois par niveau de classe) et de six collégiens suivis en orthophonie, à Léguevin et Plaisance-du-Touch, en Haute-Garonne (trois scolarisés en 5^e, deux en 4^e et un en 3^e).

La passation est individuelle et anonyme. Nous avons effectué les passations à deux expérimentateurs dans la mesure du possible compte-tenu de la distance géographique et de nos stages.

1.3.1. Demandes d'autorisations parentales

Cf. Annexe 2:

Nous avons pris contact avec le principal du collège René Cassin à Vielmur Sur Agoût (81) afin de composer un panel de collégiens volontaires « contrôles ».

Nous avons également rédigé une demande d'autorisation à destination des parents d'adolescents suivis en orthophonie pour troubles du raisonnement logico-mathématique.

1.3.2. Phase de « validation »

Cette phase s'effectue avec les collégiens tout-venant et permet de s'assurer de l'adéquation du matériel créé par rapport au niveau de scolarité correspondant. De plus, elle nous permet de vérifier la clarté des énoncés et la cohérence de la progression de ceux-ci.

Nous proposons à chaque élève les deux problèmes de leur niveau scolaire, sans facilitation. Tout d'abord le niveau 1. Dans le cas où l'élève réussit, nous passerons au niveau 2. Dans le cas contraire, nous lui proposerons le problème niveau 2 correspondant au niveau inférieur à sa classe.

Nous nous attendons à ce que la majorité des élèves réussissent les deux problèmes correspondant à leur niveau de scolarité afin de valider les énoncés proposés.

1.3.3. Phase d' « expérimentation »

Cette phase s'effectue auprès de collégiens suivis en orthophonie pour troubles du raisonnement logico-mathématique. Son but premier est d'analyser la pertinence des facilitations choisies pour aider l'adolescent dans sa tâche de résolution de problèmes mathématiques. En second lieu, elle permet de cerner les difficultés rencontrées par les patients au fil de cette tâche. Grâce à cela, nous pourrons par la suite identifier les aménagements pédagogiques efficaces.

Les passations se déroulent de la manière suivante :

Nous proposons tout d'abord le problème de niveau 1 sans facilitation au patient.

Nous demandons à ce dernier de le lire (lecture silencieuse ou à voix haute au choix) et de nous restituer ce qu'il a compris. Si le patient relit l'énoncé, le laisser faire puis lui cacher l'énoncé et lui demander de nous expliquer avec ses propres mots ce qu'il a compris. Ainsi nous aurons une première idée de la compréhension du patient.

Nous le laissons ensuite résoudre le problème en lui demandant de bien noter toute sa démarche pour que nous puissions voir son raisonnement au fur et à mesure. S'il réussit, nous passons au niveau 2. S'il échoue seulement à cause des calculs, nous lui proposons la calculatrice et le notons dans le livret de passation. S'il échoue au niveau de la compréhension ou du raisonnement, nous proposons la première facilitation. Si elle n'est pas aidante, nous passons à la deuxième et ainsi de suite. Si l'élève est trop en difficulté lors du premier niveau, nous lui proposerons, en deuxième problème, le niveau 2 correspondant à sa classe inférieure.

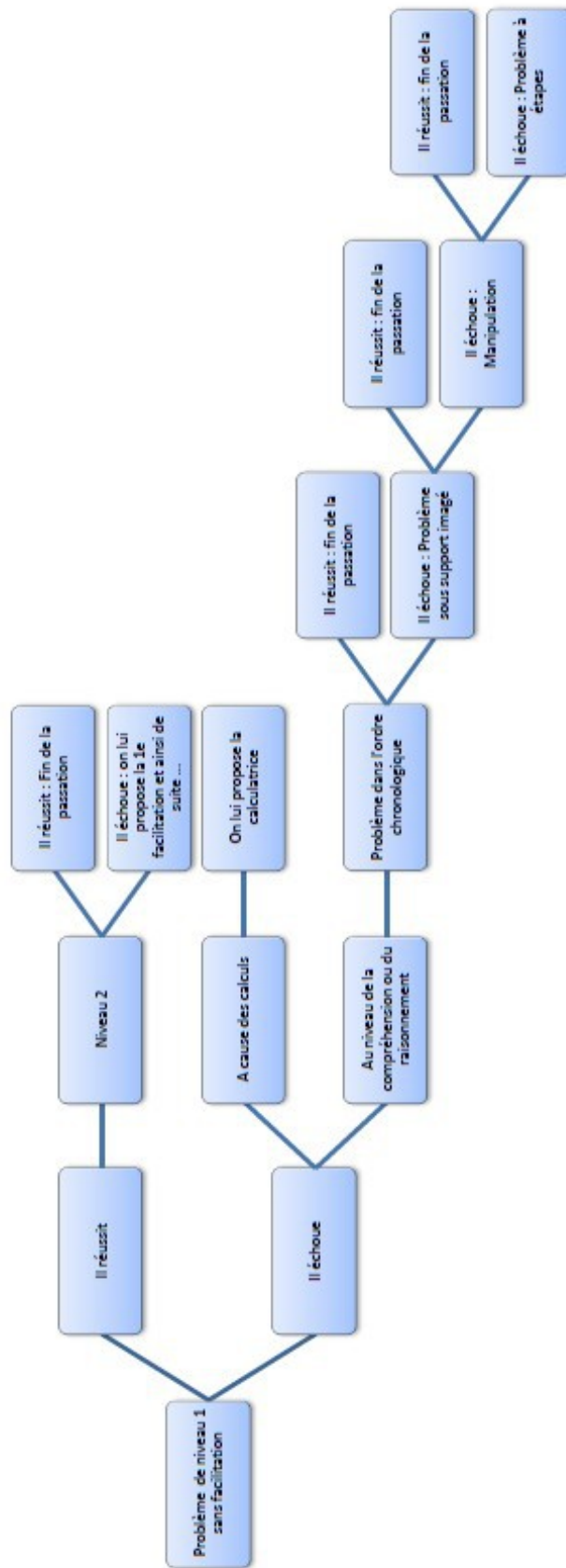


Illustration 2: Arbre décisionnel pour la passation du protocole

2. Sujets

2.1. Population « contrôle »

2.1.1. Critères d'inclusion et d'exclusion

Nous avons donc sélectionné des enfants dans un collège (collège René Cassin, Vielmur-Sur-Agoût, Tarn).

Pour cela, il fallait que les élèves n'aient pas de difficulté particulière en mathématiques et qu'ils ne soient pas suivis en orthophonie pour cette raison. Nous n'avons pas fait de sélection en fonction de leur niveau en mathématiques.

Nous avons choisi de prendre trois élèves par niveau de classe, ce qui fait donc douze élèves « contrôles ».

2.1.2. Contexte et lieux de passations

Toutes les passations ont eu lieu dans l'enceinte du collège. Elles se déroulaient lors des heures d'étude des collégiens.

2.2. Population pathologique

2.2.1. Critères d'inclusion et d'exclusion

Nous avons choisi des patients scolarisés de la 5^e à la 3^e. Pour pouvoir participer à notre étude, il fallait qu'ils soient suivis en orthophonie pour troubles du raisonnement logico-mathématique objectivés par la batterie logico-mathématique pour adolescents d'E. Métral. Cependant, il ne fallait pas qu'ils souffrent de trouble sensoriel ou de déficience intellectuelle.

Ainsi, notre population se compose de six collégiens souffrant de trouble du raisonnement logico-mathématique.

2.2.2. Contexte et lieux de passations

Les passations ont été réalisées, pour la majorité, au sein du cabinet d'orthophonistes à Léguevin et à Plaisance-Du-Touch (Haute-Garonne). Quelques-unes ont eu lieu au domicile du patient.

2.2.3. Présentation des patients

2.2.3.1. Tamara (voir Annexe 3)

Tamara, en 4e, est suivie depuis un an pour trouble du raisonnement logico-mathématique. Elle présente des difficultés au niveau du raisonnement qui n'est pas hypothético-déductif, or cela est nécessaire pour les apprentissages au collège. Elle a des difficultés sur les plans de l'abstraction, de la généralisation et au niveau du calcul et des notions mathématiques. Toutefois, il est à noter qu'elle comprend le sens de chaque opération.

2.2.3.2. Baptiste (voir Annexe 4)

Baptiste, en 4e, est suivi depuis 2011 en orthophonie. Il a redoublé son CP. L'abstraction commence à émerger même si la manipulation peut encore être nécessaire. Au niveau du nombre et de la numération, il a un niveau fin primaire pour les nombres entiers, la numération décimale n'est pas comprise et la numération fractionnaire n'est pas maîtrisée. Il se raccroche à ses apprentissages scolaires en séance d'orthophonie sans en comprendre le sens mais essaye de plus en plus de faire des liens avec la réalité. Il présente des difficultés massives en résolution de problèmes car il est perdu dans la chronologie et les différentes étapes du problème. Il est en difficulté avec certains mots faisant appel à la logique mathématique (« 4 fois moins, 3 fois plus »...).

2.2.3.3. Simon (voir Annexe 5)

Simon, en 5e, est suivi pour troubles du raisonnement logico-mathématique, mais aussi pour trouble du langage écrit, depuis septembre 2009. Ses difficultés portent sur le raisonnement, la planification, la numération décimale et les fractions. En résolution de problèmes, il a des difficultés de compréhension et d'analyse de l'énoncé, il omet des étapes.

2.2.3.4. Elisa (voir Annexe 6)

Elisa, en 5e, est suivie depuis septembre 2013 en orthophonie. Elle présente un retard au niveau des acquisitions mathématiques. Elle ne maîtrise pas la numération de position et a, de ce fait, d'importantes difficultés au niveau du

transcodage. Les fractions ne sont pas comprises et les calculs sont difficiles. Elle n'a pas encore accès à l'abstraction et à la généralisation et donc pas un raisonnement hypothético-déductif. Lors des épreuves de résolution de problèmes, elle n'analyse pas l'énoncé et omet des étapes de résolution.

2.2.3.5. Eloïse (voir Annexe 7)

Eloïse, en 3e, est suivie en orthophonie pour des difficultés au niveau de la compréhension et surtout concernant la compréhension de l'implicite. Elle va bientôt bénéficier d'un bilan des troubles du raisonnement logico-mathématique. Elle a des difficultés pour faire des liens. De plus, elle a un gros manque de confiance en elle. La résolution de problèmes constitue une tâche difficile pour elle car elle se perd dans l'énoncé et dans le fil des procédures à réaliser pour résoudre un problème à étapes notamment.

2.2.3.6. Lara

Elle est en 5e. Elle est suivie pour des troubles logico-mathématiques. L'implicite n'est souvent pas compris. Elle comprend globalement les énoncés de problèmes mais ses difficultés portent sur la mathématisation de ceux-ci. De plus, si la résolution de problèmes simples est fragile mais possible, celle de problèmes à plusieurs étapes lui est impossible sans être guidée. Nous n'avons pas eu accès à son bilan orthophonique.

3. Matériel

3.1. Objectifs généraux du protocole

Notre premier objectif a été de créer un matériel à destination des collégiens permettant d'identifier les aménagements pédagogiques en résolution de problèmes.

Notre deuxième objectif a été que ce matériel soit simple d'utilisation et assez rapide à faire passer et à coter.

Notre troisième objectif a été que ce matériel puisse permettre de trouver à quel niveau dans la tâche de résolution de problèmes, les adolescents éprouvent des difficultés.

Nous voulions aussi que notre matériel fournisse quelques pistes de rééducation aux orthophonistes.

Le but ultime était de tester l'efficacité des facilitations en résolution de problèmes issues de la littérature.

3.2. Présentation du matériel créé

Nous avons décidé, afin de faciliter la passation du protocole, d'utiliser un code couleur. Ainsi, tous les énoncés pour les 6e seront en rouge, ceux pour les 5e en bleu, pour les 4e en vert et pour les 3e en orange. De plus, les énoncés seront notés 1 pour niveau 1 et 2 pour niveau 2. Enfin, l'énoncé sans facilitation sera noté A, l'ordre chronologique B, l'image C et le problème à étapes D. Les éléments manipulables sont répertoriés dans un classeur par classe et par niveau.

	Sans facilitation	Ordre chronologique	Image	Manipulation	Étapes
Niveau 1	Planche 1A	Planche 1B	Planche 1C	Pochettes	Planche 1D
Niveau 2	Planche 2A	Planche 2B	Planche 2C	Pochettes	Planche 2D

3.2.1. Les problèmes sélectionnés et créés

Tous les problèmes que nous avons proposés sont à étapes. Ils font tous appel aux 4 opérations. De plus, l'inconnue porte sur l'état final.

3.2.1.1. Problèmes Niveau 1

Niveau 1 pour les élèves scolarisés en 6ème

« Quatre amis s'offrent un dîner au restaurant en prenant un menu à 28€ chacun et une boisson à douze euros ensemble après avoir gagné 236€ au loto.

Sachant qu'ils se partagent la somme restante équitablement, combien aura chacun d'eux ? »

La seule modification apportée est le nombre 12 transcrit en lettres. La question est à la fin de l'énoncé et est conditionnelle, c'est-à-dire qu'elle est introduite par une formule du type « sachant que ». La structure syntaxique n'est donc pas simple à comprendre et les termes « chacun », « ensemble » et « équitablement » doivent être compris pour résoudre ce problème.

Niveau 1 pour les élèves scolarisés en 5ème

« *Quatre amis s'offrent un dîner au restaurant. Ils ont le choix entre :*

- *Formule A : entrée + plat + dessert + 1 verre de vin pour 33€*
- *Formule B : entrée + plat + dessert pour vingt-huit euros + une bouteille de vin qu'ils se partageront à 16,40€*

Pour s'offrir ce dîner, ils utiliseront leur cagnotte commune gagnée au loto qui s'élève à 236,80€.

En choisissant la formule la plus avantageuse et en se partageant la somme restante de façon équitable à la fin du dîner, quel montant restera-t-il à chacun ? »

Nous avons ajouté un choix à faire entre deux formules, ce qui nécessite une étape implicite : il faut choisir la formule la plus avantageuse et pour ce faire, il faut calculer les deux et les comparer. Et enfin, il faudra répondre à la question du problème qui se trouve à la fin de l'énoncé. Nous avons également ajouté des nombres décimaux.

Niveau 1 pour les élèves scolarisés en 4ème

« *Quatre amis gagnent au loto. Ils consacrent $\frac{2}{5}$ de leur gain pour jouer au tennis et 25% de la somme restante pour aller au théâtre. Ils décident d'aller au restaurant en prenant un menu à 30,5€ chacun et une bouteille de vin à 18€ pour tous.*

Sachant que leur gain s'élevait à 380€, peuvent-ils inviter un autre ami au restaurant ? »

Pour ce niveau, nous avons ajouté des données numériques sous forme de fractions. Il y a une chronologie imposée à respecter pour résoudre le problème correctement. La question finale est conditionnelle car introduite par la formule « sachant que » et suggère de façon implicite un calcul et une comparaison à faire. Il faut répondre correctement à chaque étape du problème pour que le résultat soit juste à la fin.

Niveau 1 pour les élèves scolarisés en 3ème

« *Vianney, 9 ans, sa petite sœur et ses parents hésitent entre deux restaurants :*

« La Bonne Fourchette » propose un menu à 35€ avec, pour trois menus achetés, le 4^e à -30%.

« Le Couteau d'Or » propose quant à lui un menu à 36€ avec 25% de remise pour les moins de 10 ans

En choisissant le restaurant le plus économique pour eux, pourront-ils laisser un pourboire de 10% au serveur, sachant que les parents ont un budget de 140€ ? »

Pour ce niveau, nous avons ajouté des données chiffrées supplémentaires (les âges des enfants). De plus, il faut choisir entre deux restaurants, qui proposent tous deux des offres.

Il ne faut pas oublier les âges des enfants (y compris se rappeler que la sœur est plus petite que le frère) pour effectuer les calculs. Ensuite, il faut comprendre le terme « économique » et comparer les deux prix obtenus après calculs. La condition est exprimée à la fin de la question de l'énoncé. Dans ce problème, nous avons ajouté des pourcentages.

3.2.1.2. Problèmes niveau 2

Niveau 2 proposé aux élèves scolarisés en 6ème

« Un journal spécialisé dans la photo numérique souhaite étudier le coût du tirage d'une photo 9x13 cm avec une imprimante sur du papier spécial photo.

Voici les informations dont il dispose :

- *15 feuilles de papier de format A4 coûtent 12€*
- *Une cartouche d'encre, qui coûte 32€, permet d'imprimer 25 feuilles de format A4*
- *On peut imprimer 4 photos 9x13 cm sur une feuille A4*

On tire 300 photos. Quel est le coût du tirage d'une photo ? »

Ce problème contient des données spécifiques à un domaine (celui du numérique) et il faut que l'adolescent sélectionne les données pertinentes.

Les étapes à faire pour résoudre ce problème ne sont pas spécifiées, c'est à l'adolescent de faire le lien entre les informations données et la question finale.

Niveau 2 proposé aux élèves scolarisés en 5ème

« Un journal spécialisé dans la photo numérique souhaite étudier le coût du tirage d'une photo 9 x 13 cm avec une imprimante sur du papier spécial photo. Voici les informations dont il dispose :

- *15 feuilles de papier format A4 coûtent 16€. Il dispose d'une remise de 25%.*
- *une cartouche d'encre coûte 40€ mais il a une taxe de 20%. elle permet d'imprimer 25 feuilles de format A4.*

-
- *On peut imprimer 4 photos 9 x13 cm sur une feuille A4*

On tire 300 photos. Quel est le coût du tirage d'une photo ? »

Pour ce niveau, nous avons ajouté des pourcentages et les termes de « remise » et de « taxe », inducteurs d'opération.

Niveau 2 proposé aux élèves scolarisés en 4ème :

« Le maire du village sort un magazine mensuel pour les habitants. Pour cela, il dispose d'un budget attribué par le Conseil Général. Le maire consacre un tiers de ce budget pour l'impression avec une imprimante sur du papier spécial photo. Puis il utilisera 30% de la somme restante pour payer ses employés. Enfin, il décide d'investir 1/6 de ce qu'il lui reste dans la publicité.

Quel bénéfice est réalisé par le maire chaque mois sachant que son budget pour l'année 2014 s'élève à 999€ ? »

Pour ce niveau, nous avons introduit des termes comme « mensuel », « budget », « bénéfice ». Dans cet énoncé s'alternent des écritures fractionnaires et des pourcentages. La chronologie est imposée par l'énoncé et il faut la respecter pour parvenir à la solution. La question finale demande de trouver un résultat pour chaque mois avec une condition budgétaire donnée pour une année. On suppose donc que son bénéfice mensuel est constant.

Niveau 2 proposé aux élèves scolarisés en 3ème:

« Les employés d'un journal spécialisé dans la photo numérique souhaitent étudier le coût du tirage de 300 photos 9 x 13 cm avec une imprimante sur du papier spécial photo. Ils se demandent s'il est intéressant de prendre l'abonnement au magasin. Voici les informations dont ils disposent :

1) Formule classique :

- *15 feuilles de papier format A4 coûtent 12€.*
- *Une cartouche d'encre coûte 32€*

2) Abonnement :

- *La carte vaut 20€*
- *Ils bénéficient d'une remise par rapport à la formule classique de 10% sur le premier paquet de 100 photos, 15% sur le deuxième, 20% sur le troisième, et ainsi de suite jusqu'au dixième qui est offert.*

Informations :

- *On peut imprimer 25 feuilles de format A4 avec une cartouche d'encre*
- *On peut imprimer 4 photos 9 x 13 cm sur une feuille A4»*

Pour ce niveau, il faut choisir entre deux formules et pour comparer les deux, il faut deviner plusieurs étapes intermédiaires. Il faut comprendre qu'il faut comparer la formule avec abonnement et la formule classique. Il faut donc calculer la formule classique en premier.

3.2.2. Les éléments manipulables

Cf. Annexe 8

3.2.2.1. La monnaie

Nous avons créé des billets et des pièces qui soient le plus conforme possible à la réalité.

Valeur des billets	500,00 €	100,00 €	50,00 €	20,00 €	10,00 €	5,00 €
Nombre de billets	1	4	3	7	7	4

Valeur des pièces	2,00 €	1,00 €	50 cents	20 cents	10 cents	5 cents	2 cents	1 cent
Nombre de pièces	3	3	2	3	3	3	3	3

3.2.2.2. Les personnages, objets et étiquettes.

Nous avons créé les personnages et les différents objets nécessaires pour mettre en scène le problème, sur du carton plume. Nous avons aussi imprimé des étiquettes pour les prix afin que l'adolescent puisse les placer correctement.

Nous les avons ensuite rangés dans des pochettes en les répertoriant par classe (de la 6ème à la 3ème) et par niveau (1 et 2) de problème afin d'en faciliter l'utilisation par l'orthophoniste.

3.2.3. Les planches

3.2.3.1. Les planches énoncé

Cf. Annexe 9

Nous avons créé au total, 6 planches énoncé par classe.

3.2.3.2. Les planches dessin

Cf. Annexe 10

Pour les planches dessin, nous avons procédé de la manière suivante.

Sur la forme, notre objectif était tout d'abord, qu'elles soient attrayantes pour l'adolescent, qu'il ait envie de la regarder et de l'analyser. Concernant le fond, nous voulions diminuer la charge cognitive de l'adolescent en faisant en sorte que l'énoncé du problème sous forme imagée, contienne le moins de texte possible et seulement les données importantes.

Pour les énoncés niveau 1, l'objectif était que l'adolescent visualise le problème en ayant sous les yeux les personnages au restaurant, avec leur budget affiché, ainsi que le prix des éléments commandés au restaurant. L'énoncé est repris sous forme de dialogues entre les personnages.

Pour les énoncés niveau 2, l'objectif était de sélectionner les données les plus importantes et de limiter la quantité de texte pour que l'adolescent n'ait qu'à piocher les infos pertinentes une à une.

Pour certaines planches, notamment celles destinées aux enfants de 4ème, la chronologie est indiquée car la planche dessin a été construite à la façon d'une bande dessinée.

3.2.4. Le livret de passation

Cf. Annexe 11

Les quatre livrets contiennent :

- Les consignes de passation
- Les problèmes avec énoncé écrit
- Leur résolution
- Les différentes étapes de résolution du problème à observer chez le collégien.

De plus, il y est indiqué l'ordre de notre protocole et les planches à donner aux patients. Enfin, il contient des tableaux récapitulatifs permettant de voir rapidement quelles facilitations aident l'adolescent et à quel moment de la résolution du problème.

Résultats

1. Résultats de la population « contrôle »

Dans cette partie, nous allons aborder les résultats obtenus.

Nous allons tout d'abord rapporter les résultats aux problèmes des collégiens tout-venant, avec une synthèse de leurs ressentis sur l'épreuve. Ceux-ci ont été choisis au hasard (trois par niveau de classe), sans critère de sexe, ou de niveau en mathématiques.

Ensuite, nous détaillerons les passations du protocole des six patients. Il s'agit de quatre filles et deux garçons collégiens, suivis en orthophonie pour troubles logico-mathématiques.

1.1. Résultats aux problèmes

1.1.1. Les enfants scolarisés en sixième

Le niveau 1 de 6e a été réussi sans mal par tous.

Le niveau 2 leur a été un peu plus difficile car un des collégiens n'a pas compris certains termes (par exemple : photo 9 x 13 cm). Après lui avoir expliqué les termes inconnus, il a réussi à résoudre le problème.

1.1.2. Les enfants scolarisés en cinquième

Cela a été plus difficile pour les 5e. En effet, dans le niveau 1, la notion de « formule » n'était pas claire pour tous. Certains pensaient qu'une formule valait pour les quatre amis et ne comptaient qu'une formule pour tous. Dans ce cas, une reformulation leur était proposée.

Dans le niveau 2, certains n'avaient pas encore appris les pourcentages. Dans ce cas, on les retirait. De plus, les notions de « taxe » et de « remise » n'étaient pas toujours connues. Une explication leur était alors fournie.

1.1.3. Les enfants scolarisés en quatrième

Nous n'avons retrouvé aucune difficulté, ni pour le niveau 1, ni pour le 2. Les élèves ont tous réussi.

1.1.4. Les enfants scolarisés en troisième

Les problèmes n'ont pas été très difficiles à résoudre pour les élèves. Seuls les pourcentages étaient difficiles pour certains, car ils ne les avaient pas revus dans l'année en cours (ils les avaient appris l'année précédente et ne s'en souvenaient pas).

1.2. Réponses aux questions

Lors des passations aux collégiens, nous leur posons quelques questions afin qu'ils nous donnent leurs avis.

Ils ne sont pas habitués à résoudre des problèmes de ce genre au collège (ils font peu de problèmes, et quand ils en font, il y a moins d'étapes pour arriver au résultat final). Seuls les élèves de 3e étaient plus habitués car il y avait des problèmes de ce type au brevet blanc.

Ils ont trouvé en général que le niveau 1 est plus facile que le niveau 2. Seule une élève de 5e a trouvé le niveau 2 plus facile.

Les élèves ont trouvé les énoncés clairs. Seuls les élèves de 5e ont été gênés par certains termes qui leur étaient peu connus.

2. Résultats des patients

Nous présenterons les résultats des patients sous forme de tableaux à double entrée. Nous noterons (+) lorsque la tâche est réussie, (-) lorsqu'elle est échouée.

2.1. Tamara

Problème 1 :

Etapes Facilitations	Compréhension	Raisonnement	Choix de l'opération	Calculs
Sans facilitation	+	+	+	-

Tamara réussit très bien à résoudre le problème. Seul le calcul des opérations a échoué. Nous la laissons donc utiliser la calculatrice.

Problème 2 : Nous le lui proposons le niveau 2 de 4e.

Etapes Facilitations	Compréhension	Raisonnement	Choix de l'opération	Calculs
Sans facilitation	+	- Elle confond ce que le maire dépense et ce qu'il lui reste	+	-
Ordre chronologique	+	- Idem	+	-
Image	+	- Idem	+	-
Manipulation	+	+	+	-

Tamara commet une erreur dans son raisonnement. La présentation du problème dans l'ordre chronologique des actions, ainsi que le support imagé ne sont pas aidants. C'est grâce à la manipulation (billets et pièces) qu'elle parvient à résoudre le problème.

Les difficultés de Tamara portent donc plutôt sur les calculs. La compréhension est bonne. On retrouve aussi des difficultés dans le raisonnement mais seulement sur le niveau 2 qui décrit une situation plus abstraite. Dans ce cas, la manipulation est aidante.

2.2. Baptiste

Problème 1 :

Etapes Facilitations	Compréhension	Raisonnement	Choix de l'opération	Calculs
Sans facilitation	- Il pense que les amis prennent une bouteille de vin chacun et n'est pas sûr que 380€ soit le gain des amis.	+	+	- Il commet des erreurs sur les pourcentages et les fractions.
Ordre chronologique	-	+	+	-
Image	-	+	+	-
Manipulation	+	+	+	-

Baptiste commet des confusions dans la compréhension de l'énoncé mais le raisonnement qui en découle est juste. Il ne sait pas faire les calculs fractionnaires et

ne sait pas calculer les pourcentages.

Le problème dans l'ordre chronologique et l'image ne l'aident pas. C'est grâce à la manipulation qu'il va corriger ses erreurs. Nous lui laissons la calculatrice.

Problème 2 : Nous lui proposons le niveau 2 de 4e.

Etapes Facilitations	Compréhension	Raisonnement	Choix de l'opération	Calculs
	Sans facilitation	-	Pas testé	Pas testé
Ordre chronologique	-	Pas testé	Pas testé	Pas testés
Image	+	+	+	-

Comme Baptiste n'a vraiment pas compris le problème, nous lui proposons directement le problème dans l'ordre chronologique. Comme il n'aide pas, nous passons à l'image. Grâce à elle, il comprend ce qu'il doit faire et résout le problème. Ainsi, ici, seule la facilitation « problème sous support imagé » a permis à Baptiste de résoudre le problème.

2.3. Simon

Problème 1 :

Etapes Facilitations	Compréhension	Raisonnement	Choix de l'opération	Calculs
	Sans facilitation	- Il demande ce qu'est une formule, ne comprend pas que les amis sont quatre.	-	-
Ordre chronologique	-	-	-	-
Image	+ Il arrive à comprendre que les amis sont quatre.	- Il compte une bouteille de vin à chaque ami.	-	-
Manipulation	+	+ Il comprend que c'est une bouteille de vin pour tous et pose la bonne opération.	+	- Il sait faire les additions mais pas les soustractions. Il connaît mal ses tables de multiplication.

En présentation standard, Simon ne comprend pas l'énoncé. La facilitation par la chronologie ne l'aide pas. Grâce à l'image, il réussit à se représenter la situation mais n'arrive toujours pas à poser les bonnes opérations. C'est avec la manipulation qu'il va avoir le bon raisonnement et comprendre quelles opérations poser. Cependant il n'arrive pas à les résoudre, nous lui laissons alors utiliser la calculatrice.

Problème 2 : Nous lui proposons le niveau 2 de 6e.

Facilitations \ Etapes	Compréhension	Raisonnement	Choix de l'opération	Calculs
Sans facilitation	- Il nous dit qu'il ne comprend pas ce qu'il faut faire	Pas testé	Pas testé	Pas testés
Ordre chronologique	-	Pas testé	Pas testé	Pas testés
Image	+	-	- Il procède par tâtonnement et ne pose pas d'opération	-
Manipulation	+	-	-	-
Etapes	+	+	+	+

Concernant Simon, nous remarquons donc tout d'abord qu'il y a un problème de compréhension. Sans facilitation, les deux énoncés ne sont pas compris. C'est grâce à l'image qu'il va réussir à se représenter les situations proposées.

Le problème de niveau 2 étant plus abstrait et représentant une situation moins familière pour lui, il a besoin des étapes de résolution pour le guider.

2.4. Elisa

Problème 1

Facilitations \ Etapes	Compréhension	Raisonnement	Choix de l'opération	Calculs
Sans facilitation	-	-	Pas testé	Pas testés
Ordre chronologique	-	Pas testé	Pas testé	Pas testés
Image	+	-	Pas testé	Pas testés

Manipulation	+	<p style="text-align: center;">+</p> <p>Mais elle commet des erreurs de manipulation (ne prend pas les bonnes sommes d'argent). Elle n'ose pas se servir des objets, nous lui proposons donc de faire à sa place ce qu'elle nous dit de faire.</p>	+	+
--------------	---	--	---	---

Nous pouvons déduire de cette résolution qu'il y a tout d'abord un défaut de compréhension du problème et la représentation mentale ne semble pas totalement efficiente. Elisa n'analyse pas la situation problème suffisamment et se lance directement dans les calculs sans savoir à quoi ils correspondent. C'est grâce à l'image qu'elle comprend la situation et grâce à la manipulation qu'elle peut résoudre le problème.

Problème 2 : Comme le niveau 1 de 5^e semble déjà difficile pour elle, nous lui proposons le niveau 2 de 6^e.

Etapes Facilitations	Compréhension	Raisonnement	Choix de l'opération	Calculs
Sans facilitation	-	-	-	Pas testés
Ordre chronologique	-	-	-	Pas testés
Image	+	<p style="text-align: center;">-</p> <p>Elle arrive à trouver quelques données. « On peut imprimer 300 photos avec 75 feuilles »</p>	-	-
Manipulation	+	<p style="text-align: center;">-</p> <p>Cela ne l'aide pas à trouver ce qu'il lui manque à résoudre</p>	-	-
Problème à étapes	+	<p style="text-align: center;">+</p> <p>Elle procède par tâtonnement : « 1 paquet de feuilles coûte 15€, 2 paquets 30, ... Il faut 5 paquets »</p>	+	<p style="text-align: center;">-</p> <p>Elle calcule de tête. Elle ne sait pas poser les divisions.</p>

Nous remarquons ici qu'il y a un déficit de représentation mentale (l'image l'aide à comprendre ce que représente ses calculs) et une non maîtrise du sens des opérations et des techniques opératoires, notamment pour les divisions.

2.5. Eloïse

Problème 1 :

Facilitations \ Etapes	Compréhension	Raisonnement	Choix de l'opération	Calculs
	Sans facilitation	+	+	+

Eloïse arrive à résoudre le problème sans facilitation. Elle comprend l'énoncé, a un bon raisonnement et pose les bonnes opérations. Cependant, son niveau en calcul mental est faible.

Problème 2 :

Facilitations \ Etapes	Compréhension	Raisonnement	Choix de l'opération	Calculs
	Sans facilitation	+	- Comme il y a trop de données, elle se perd dans son raisonnement	-
Ordre chronologique	+	-	-	-
Image	+	+ Cela l'aide à trier les informations importantes et à structurer son raisonnement.	+	+

Dans le niveau 2, elle comprend ce qu'elle doit chercher mais se perd entre toutes les données présentes dans le texte. Le problème présenté dans l'ordre chronologique ne l'aide pas.

Lorsqu'elle voit l'image, elle arrive à cerner les éléments pertinents et arrive

sans mal à résoudre le problème. Cependant, la résolution est coûteuse en temps.

2.6. Lara

Problème 1

Facilitations \ Etapes	Compréhension	Raisonnement	Choix de l'opération	Calculs
	Sans facilitation	+	+ Elle commet quand même plusieurs erreurs mais s'autocorrige sans qu'on le lui dise	+

Au début, Lara restitue l'histoire avec ses propres mots ce qui atteste d'une bonne compréhension de l'énoncé. Cependant, lors de la résolution, elle commet plusieurs erreurs (compte un seul menu pour quatre par exemple). Elle arrive à s'autocorriger même quand on ne lui dit pas qu'elle a commis une erreur. Elle parvient à résoudre le problème, même si elle doit être guidée pour faire la division. Elle n'a pas la technique opératoire pour la division, tant avec des nombres entiers que décimaux.

Problème 2

Facilitations \ Etapes	Compréhension	Raisonnement	Choix de l'opération	Calculs
	Sans facilitation	-	-	Pas testé
Ordre chronologique	-	Pas testé	Pas testé	Pas testés
Image	+	+	- Elle n'a pas la notion de proportionnalité et fait donc par tâtonnement	- Elle ne sait pas diviser un nombre plus petit par un plus grand.

Au début, elle ne comprend pas du tout ce qu'elle doit faire. On lui propose donc directement l'énoncé dans l'ordre chronologique. Cela ne l'aide pas.

Nous lui proposons donc l'image. Elle réussit à résoudre le problème. Cependant, la notion de proportionnalité n'est pas acquise. Elle procède donc par

tâtonnement pour trouver le nombre de feuilles et de cartouches nécessaires. De plus, elle avait besoin de confirmation après chaque étape pour être sûre qu'elle faisait la bonne opération. On relève donc un grand manque de confiance en elle ainsi qu'une maîtrise partielle du sens des opérations. Les calculs ne sont pas toujours pas réussis.

Tous les patients sont parvenus à résoudre les problèmes grâce aux facilitations que nous leur avons proposées. De plus, nos observations lors de ces résolutions concordent avec les bilans et axes thérapeutiques de leur orthophoniste.

Discussion

1. Rappels

Nos résultats ont permis de montrer que, chez les collégiens tout-venant, l'utilisation de facilitations n'était pas nécessaire, hormis l'explication de quelques termes pour certains. Tous ont réussi à résoudre les problèmes proposés, même ceux qui se disaient en difficulté en mathématiques.

Pour les patients, nous avons remarqué que certaines facilitations étaient vraiment aidantes, telles que le problème sous support imagé ou encore la manipulation. D'autres ne se sont pas avérées aidantes comme le problème dans l'ordre chronologique. Ainsi, nous avons pu voir quelles facilitations étaient utiles auprès des adolescents rencontrés, mais nous ne pouvons pas généraliser les résultats que nous avons obtenus.

2. Critiques méthodologiques et problèmes rencontrés

Dans cette première sous-partie, nous allons soulever plusieurs points de notre travail, faisant l'objet de critiques sur le plan méthodologique.

Tout d'abord, pour ce mémoire, il a fallu nous inscrire dans un champ théorique unique. Nous avons choisi celui de la psychologie cognitive, qui se concentre sur les mécanismes cognitifs et qui nous semblait de ce fait, adapté à notre sujet. Pour autant, nous sommes bien conscientes des travaux de Piaget dans le domaine du raisonnement, du développement de l'intelligence de l'enfant et dans l'étude des structures logiques. Ce courant de pensée nous a donc manqué pour l'analyse des termes lexicaux incompris par les adolescents, qui renvoient à des structures logiques.

Par conséquent, nous avons œuvré dans la mise en place de différentes formes d'aides sans travailler sur les types de raisonnement auprès des collégiens suivis en orthophonie pour troubles logico-mathématiques. Cependant, l'intérêt de ce choix est que notre protocole ne se veut pas comme un test orthophonique pour situer les difficultés des patients et aboutir sur un plan de rééducation. Le but de notre travail a davantage été d'aider l'orthophoniste à cibler les difficultés de l'adolescent et de chercher comment l'aider à ce niveau-là, afin de proposer au

collège, le lieu d'apprentissage, d'éducation, des aménagements pédagogiques réalisables et efficaces.

Concernant les problèmes adaptés, nous pouvons constater la présence de certaines formulations pouvant être ambiguës. Nous pensons notamment à l'énoncé pour les 5ème (niveau 1) où certains ont pu croire que 33€ était le prix du verre de vin et non de la formule A tout entière.

Par ailleurs, nous avons dû limiter notre travail à une certaine tranche d'âge. Nous avons choisi de nous consacrer aux collégiens, car peu de tests orthophoniques en logico-mathématiques leur sont destinés. De plus, c'est au collège que les difficultés antérieures se cristallisent et c'est bien souvent lors de cette période, qu'une plainte orthophonique est exprimée. Enfin, c'est au collège que tous les enseignements concrets sont vus et censés être acquis. Une fois au lycée, les apprentissages sont davantage abstraits et portent sur des algorithmes de calculs, des mécanismes à appliquer. Ainsi, il nous semblait plus judicieux de nous focaliser sur le collège bien que ce type de protocole pourrait être intéressant à réaliser pour des élèves de primaire.

Enfin, nous avons pris soin de tester nos énoncés auprès de collégiens tout-venant, de tout niveau en mathématiques et volontaires. En revanche, il peut être perçu comme regrettable que nous n'ayons pas testé également les facilitations sur des élèves en difficultés en mathématiques mais non suivis en orthophonie pour troubles logico-mathématiques. En effet, nous avons pu attester de la concordance entre les problèmes créés et le niveau attendu des collégiens tout-venant. Nous avons également pu évaluer l'efficacité de facilitations auprès d'une population pathologique, mais nous n'avons pas évalué les ressentis d'élèves en difficultés en mathématiques à l'égard des facilitations que nous proposons.

Nous n'avons pas prévu d'étalonner notre matériel auprès d'une population pathologique cette année, ni de diffuser notre protocole aux orthophonistes en exercice pour avoir leurs ressentis, mais nous avons toutefois voulu tester nos facilitations auprès d'adolescents suivis en orthophonie pour troubles du raisonnement logico-mathématique et nous regrettons ne pas avoir eu d'adolescents en 6ème.

Dans cette seconde sous-partie, nous allons évoquer les problèmes que nous avons rencontrés tout au long de notre travail, point par point.

La première difficulté que nous avons rencontrée a été de réussir à garder le même habillage, la même histoire pour tous les énoncés de problème et ce, de la 6ème à la 3ème. Pour ce faire, il fallait que nos deux problèmes initiaux piochés dans un manuel scolaire de mathématiques de 6ème, traitent de faits connus par tous les élèves, de la 6ème à la 3ème. De plus, pour y parvenir, nous avons dû adapter les problèmes de 6ème aux classes supérieures en complexifiant chaque fois davantage en nous basant sur les programmes scolaires.

La seconde difficulté a été que les problèmes choisis et ceux adaptés et créés par la suite, soient possibles à imaginer et à jouer avec des éléments manipulables. Or, ce n'est pas le cas de tous les problèmes issus des manuels scolaires.

Cette dernière difficulté nous amène à la critique méthodologique suivante ; notre protocole fonctionne uniquement sur ce type de problèmes et non sur ceux pour lesquels il suffit d'appliquer une méthode rigoureusement mathématique, un algorithme de calcul.

Aussi, si l'on se concentre sur les problèmes que nous avons insérés dans notre protocole, nous sommes forcées de constater, que notre choix a été restreint par souci de temps de passation et de temps de cotation pour l'orthophoniste. En effet, nous n'avons pas testé de problèmes dans lesquels l'inconnue porte sur l'état initial ni de problèmes impossibles à résoudre.

3. Discussion des résultats et validation des hypothèses

Notre **première hypothèse** était la suivante : les collégiens tout-venant réussissent les problèmes proposés sans facilitation.

La validation de cette hypothèse est à nuancer. En effet, pour certains collégiens, nous avons eu recours à l'explication de certains termes ou certaines notions mathématiques. Pour les 6^e, nous avons dû expliquer ce qu'était une photo 9x13 cm. Pour les 5^e, nous avons dû plusieurs fois expliquer les notions de « formule », « remise », « taxe » qui n'étaient pas claires pour eux. De plus, certaines notions mathématiques, comme les pourcentages, n'étaient pas acquises.

Cependant, une fois l'énoncé bien compris et les notions non acquises enlevées (les pourcentages), les élèves n'ont eu aucune difficulté pour résoudre les problèmes.

Notre seconde hypothèse était : L'utilisation de facilitateurs en résolution de problèmes, tels que décrits dans la littérature, permettrait d'améliorer les capacités en résolution de problèmes chez des collégiens en difficulté logico-mathématique.

Beaucoup d'auteurs issus de la psychologie cognitive ont mis en évidence l'effet bénéfique de certains facilitateurs cognitifs en résolution de problèmes. Nous en avons retenues quatre et nous les avons proposées aux élèves en difficulté quand cela était nécessaire.

Problème présenté dans l'ordre chronologique : De Corte et Verschaffel (1987), ont montré que la présentation des éléments de l'énoncé dans leur ordre de survenue augmentait le taux de réussite chez les enfants. Ainsi, les énoncés dont les événements respectent la chronologie assurent de meilleurs résultats.

Lors de notre expérimentation, nous n'avons pas retrouvé ces résultats. En effet, aucun patient n'a été aidé par le problème énoncé dans l'ordre chronologique.

Problème sous support imagé : Plusieurs études ont été menées sur les effets bénéfiques d'un problème présenté sous support imagé. En effet, les modalités « *énoncé écrit avec support imagé* » et « *énoncé entièrement imagé* » doivent faciliter le traitement sémantique des données et soulager la charge cognitive. De plus, selon la théorie des modèles mentaux, Gyselinck (1996) a démontré que les illustrations aident à la construction des modèles mentaux, en soulageant la mémoire et en aidant à la compréhension des énoncés.

Nous avons bien retrouvé le rôle bénéfique du problème sous support imagé dans notre expérimentation. En effet, plusieurs patients ont été aidés quand on leur proposait l'image (Baptiste, Simon, Elisa et Lara). Cela les aidait à la compréhension et il est possible que cela ait soulagé leur mémoire de travail.

Problème avec éléments manipulables : Selon des études, cela doit améliorer les performances en résolution de problèmes dans la mesure où cette modalité de présentation soulage la mémoire de travail qui est donc davantage disponible pour traiter les informations, planifier les actions, exécuter le calcul choisi (donc au niveau des fonctions exécutives).

Encore une fois, cette facilitation s'avère aidante pour plusieurs patients (Tamara, Baptiste, Simon, Elisa).

Problèmes avec étapes intermédiaires : Dans les problèmes à plusieurs étapes, des études ont montré que la structure de la représentation mentale que le sujet se fait du problème influe sur la manière dont le problème sera résolu. (De Corte & Verschaffel, 1985 ; Hudson, 1983 ; Moreau & Coquin-Viennot, 2003 ; Riley & Greeno, 1988 cités par Thévenot et Perret, 2009). La stratégie qui va être utilisée pour résoudre le problème va être celle qui est induite par l'énoncé (Thévenot, 2005). Ainsi, en proposant les étapes au patient, on va l'aider à créer la structure de la représentation mentale.

Nous ne sommes arrivées à cette étape qu'avec deux patients seulement. Mais cela a été aidant. Les deux fois, les patients sont parvenus à résoudre le problème, quand l'image et la manipulation n'avaient pas abouti à la résolution du problème.

Nous pouvons donc dire que la **deuxième hypothèse** est validée : tous les patients souffrant de troubles logico-mathématiques que nous avons rencontrés ont réussi à résoudre les problèmes proposés grâce aux facilitations.

Ce protocole nous a aidé à cerner les difficultés de chaque patient. Tamara a plus de difficultés sur les calculs et sur les problèmes plus abstraits (niveau 2). Ainsi, nous pouvons lui proposer des aménagements pédagogiques adaptés comme la calculatrice. Baptiste a plus de difficultés au niveau de la compréhension de l'énoncé sous forme verbale et les calculs. C'est pourquoi l'image et la manipulation vont l'aider à résoudre les problèmes. Grâce à ce protocole, nous avons pu observer que Simon et Elisa sont en difficulté à plusieurs niveaux : compréhension de l'énoncé écrit, raisonnement et calcul. C'est pourquoi plusieurs facilitations sont nécessaires pour qu'enfin, ils parviennent à résoudre les problèmes.

Ainsi, nous pensons qu'en effet, ce protocole serait un bon outil à destination des orthophonistes pour identifier facilement les facilitateurs nécessaires à chaque collégien en difficultés (**hypothèse 3**). Cependant, il n'a pas été testé auprès d'orthophonistes en exercice, la validation est donc à nuancer.

L'intérêt orthophonique de notre travail réside dans le fait, qu'au moyen d'un seul outil, il nous est possible d'observer les compétences de l'adolescent sur le plan logique, du raisonnement et des acquisitions arithmétiques. De plus, comme la résolution de problèmes est souvent la plainte principale exprimée lors d'un bilan

logico-mathématique, notre protocole permet aux orthophonistes de proposer des aménagements pédagogiques à mettre en place au collège. En effet, on peut proposer par exemple :

- L'utilisation de la calculatrice, ou privilégier le raisonnement au résultat lors de la notation en cas de difficultés en numération et en calculs.
- La reformulation ou l'explication sous forme de schéma lorsque les difficultés portent plutôt sur la compréhension ou la lecture.
- L'emploi de phrases courtes, l'absence de données inutiles et la chronologie marquée par des connecteurs logiques et non par des temps verbaux lorsque le patient a un déficit de la mémoire de travail ou une mauvaise représentation mentale.
- L'explicitation des étapes intermédiaires à effectuer dans le problème en cas de faiblesse du raisonnement.
- L'utilisation de matériel manipulable pour mettre du sens sur les notions mathématiques lors d'un déficit d'abstraction et de généralisation, ou lorsque le raisonnement hypothético-déductif n'est pas encore atteint.

Conclusion

La résolution d'un problème mathématique est une tâche complexe qui fait appel à de nombreux mécanismes cognitifs et plusieurs étapes sont nécessaires pour arriver à la réussite de cette tâche. Ainsi, nous retrouvons de grosses difficultés en résolution de problèmes chez les enfants souffrant de troubles du raisonnement logico-mathématique.

Beaucoup d'auteurs issus de la psychologie cognitive, en référence à des modèles théoriques précis (tels que la théorie des schémas par exemple), ont suggéré que certains facilitateurs cognitifs permettent d'aider les élèves dans cette tâche.

Partant de ces constats théoriques, nous avons créé un protocole visant à repérer les erreurs des collégiens en résolution de problème et à proposer des facilitateurs cognitifs pour les aider dans cette tâche.

Nous avons vérifié l'effet bénéfique de ces facilitateurs chez des collégiens suivis en orthophonie pour troubles logico-mathématiques. En effet, les patients testés ont tous réussi les problèmes proposés grâce à plusieurs facilitations : explication des termes, problème sous support imagé, problème avec éléments manipulables, problème à étapes. Ces facilitations aidaient à la compréhension de l'énoncé (qui n'était pas toujours compris quand il était présenté sous forme visuo-verbale), à la création d'une représentation mentale. Ainsi, la charge cognitive de l'enfant diminuait quand on lui présentait l'énoncé sous une autre forme. Il pouvait ainsi résoudre le problème plus facilement. Cependant, la présentation du problème dans l'ordre chronologique que l'on pensait facilitatrice ne s'est pas avérée aidante.

Une étude parallèle, effectuée chez des collégiens « contrôle », a été menée pour valider le fait que des collégiens qui ne sont pas en difficulté en mathématiques n'ont pas besoin de facilitation pour réussir des problèmes mathématiques. Mais cela n'est pas aussi évident pour certains collégiens. En effet, quelques-uns ont eu besoin d'explication de termes et de notions mathématiques pour arriver à résoudre les problèmes proposés.

Notre protocole serait un bon outil à destination des orthophonistes pour repérer facilement et rapidement les difficultés des élèves et ainsi leur proposer des aménagements pédagogiques adaptés au collège. Il serait intéressant de poursuivre cette étude en proposant ce protocole aux orthophonistes, ou encore en mettant en place des aménagements pédagogiques pour attester de leur utilité.

Bibliographie

-
- ABEDI J. et LORD C. (2001). The Language Factor in Mathematics Tests. *Applied Measurement in Education*, 14(3), 219-234.
- ALEXANDRE C. (2001). *Rôle de la compréhension de l'implicite dans l'échec électif en situation de résolution de problème arithmétique*. Mémoire d'orthophonie de l'Université Victor Ségalen, Bordeaux.
- BADDELEY A.D. et HITCH G. (1974) « Working memory », in G. Bower (Ed.) *The psychology of learning and motivation*, vol. 8, New York : Academic Press, 47-90
- BALACHEFF N (1988) Une étude des processus de preuve en mathématique chez des élèves de Collège. Thèse, université Joseph Fourier de Grenoble.
- BARROUILLET P. et CAMOS V. (2006). *La cognition mathématique chez l'enfant*. Marseille : Solal.
- BARROUILLET P. et CAMOS V. (2001). Developmental increase in working memory span : Resource sharing or temporal decay ? *Journal of Memory and Language*. 45. pp. 1-20
- BERTRAND A, GARNIER P-H (2005). *Psychologie cognitive*. Jeunes Editions
- BLANC N. et BROUILLET D. (2005). *Comprendre un texte, l'évaluation des processus cognitifs*. Paris : In Press
- BRATSCHI E. et MANET I. (2006) *Analyse des compétences à l'œuvre dans la résolution d'un problème arithmétique*. Mémoire d'orthophonie. Université Claude Bernard Lyon 1
- BRIN F. (2006) *Dictionnaire d'orthophonie*. Ortho-Edition
- BRISSIAUD R. (1984). *Comment font-ils? l'écolier et le problème de mathématiques* (Vol. 4). Paris. Institut national de recherche pédagogique.
- BROUSSEAU G. (1993). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 4, 165-198
- BRUN J. (1990) *La résolution de problèmes arithmétiques : bilans et perspectives*. Math Ecole n°141
- CARDONNET-CAMAIN M. (2012). Bilan de la cognition mathématique. Toulouse (formation)
- CARPENTER et al. (1980). Solving verbal problems : results and implications for National Assessment. *Arithmetic Teacher*, 28, p 8-12
- CATES G.L. et RHYMER K.N. (2003) Examining the Relationship Between Mathematics Anxiety and Mathematics Performance: An Instructional Hierarchy Perspective. *Journal of Behavioral Education*, 12(1), 23-34.
- CLAVIER Y. (1988) Objectif calcul Cours Moyen 2. Hatier p. 74

-
- CLEMENT E. (2005). Compréhension et résolution de problème : que nous apprennent les difficultés de l'apprenant. *Rééducation orthophonique*, 223, 239-250
- COSTERMANS J. (1998). *Les activités cognitives. Raisonnement, décision et résolution de problèmes*. Bruxelles : De Boeck
- CRAIK K. (1943). *The nature of explanation*. Cambridge : Cambridge University Press.
- CUMMINS et al. (1988) The rôle of understanding in solving word problems. *Cognitive Psychology* , 20, 405-438.
- DAVY E. et al, (2001) L'utilisation du « et » et du « ou » en mathématiques, *REPERES –IREM*, n°42, p 45-58.
- DE CORTE ET VERSCHAFFEL (1985) Beginning first graders initial representation of arithmetic word problems. *Journal of Mathematical Behavior*,4, 3-21.
- DE CORTE & VERSCHAFFEL (1987). The effect of semantic structure on first graders' strategies for solving addition and subtraction word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, 363-381.
- DE CORTE, VERSCHAFFEL, VAN DE VEN (2001). Improving text comprehension strategies in upper primary school children : A design experiment. *British Journal of Educational Psychology*, 71(4), 531-559
- DECOUR C. (1993) Approche linguistique des énoncés ou « donne ta langue au chat... » In Bacquet M. , Poujol G., Soulié M., Decour C. et Guéritte-Hess B. (Eds), *Le tour du problème* (pp. 77-111). Brive : Papyrus.
- DENIS M. (1982). Représentation imagée et résolution de problèmes. *Revue française de pédagogie*. Volume 60. pp. 19-29.
- DEPP (DIRECTION DE L'ÉVALUATION, DE LA PROSPECTIVE, ET DE LA PERFORMANCE) (2014). PISA 2012 en résolution de problèmes : meilleure réussite et moins d'inégalités. *Note d'information n°8*.
- DEVIDAL M., FAYOL M. et BARROUILLET P. (1997). Stratégies de lecture et résolution de problèmes arithmétiques. *L'année psychologique*. Volume 97, n°1. pp. 9-31
- DE VIVIES X. (1999). Point de vue et type de représentation des règles : deux niveaux de difficulté pour la résolution de problèmes. *L'année psychologique*. Volume 99, n°2. pp. 271-293
- DESCAVES A. (1992) *Comprendre des énoncés, résoudre des problèmes*. Paris :Hachette éducation.
- DUPAYS A. et DIDIERJEAN A. (2012). Impact du mode d'organisation de la tâche en résolution de problèmes sur la réussite et l'apprentissage. Résolution de problèmes et apprentissage. *Psychologie française*. 57. pp. 1-15

-
- DUVAL (1988) Écarts sémantiques et cohérence mathématique : Introduction aux problèmes de congruence, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives (IREM de Strasbourg)*, volume 1, p 7-25.
- ESCARABAJAL M.C (1988). Schémas d'interprétation et résolution de problèmes arithmétiques. *Revue française de pédagogie*. Volume 82. pp. 15-21
- EYNARD-BONTEMPS A, LAISNEY et SIBARI H (2006) Difficultés des élèves face à un énoncé mathématique : origines et solutions. Mémoire IUFM Montpellier.
- FAVRAT J.F. (1986) *Vers un apprentissage méthodique de la résolution de problèmes*.
- FAYOL M. (1990), *L'enfant et le nombre, du comptage à la résolution de problèmes*, Neuchatel - Paris : Delachaux et Niestle.
- FAYOL M., THEVENOT C. & DEVIDAL M. (2005). *Approche neuropsychologique et développementale des difficultés de calcul chez l'enfant*. Marseille : Solal.
- GREER (1997) Understanding of arithmetical operations as models of situations. In Sloboda J.A, Rodgers D : *Cognitive Processes in Mathematics*. Oxford : Clarendon Press, 60-80
- GREGOIRE J. (1996). *Évaluer les apprentissages : les apports de la psychologie cognitive*. Paris : De Boeck
- GYSELINCK V. (1996). Illustrations et modèles mentaux dans la compréhension de textes. *L'année psychologique*. Vol. 96. n°3. pp. 495-516
- HERSENT S. (2011) *(Re)présentation de problèmes mathématiques : Influence de la présentation, pour la compréhension d'énoncés, de problèmes auprès d'enfants du CE2 à la 5ème*. Institut Gabriel Decroix Lille
- HOLYOAK K.J. & THAGARD P. (1995). *Mental leaps : Analogy in creative thought*. MIT Press, Cambridge, MA. 10
- HUDSON T. (1983). Correspondences and numerical differences between disjoint set. *Child Development*. 54. pp. 84-90
- JOHNSON-LAIRD P.N. (1983) *Mental model : Towards a cognitive science of language, inference, and consciousness*. Cambridge : Cambridge University Press.
- JOHNSON-LAIRD P.N., LEGRENZI P. & SONINO-LEGRENZI M. (1972). Reasoning and a sense of reality. *British Journal of Psychology*. Vol. 63, Issue 3, pp. 395-400.
- KAIL R., HALL L.K. (1999). Sources of developmental change in children's word problem performance. *Journal of Educational Psychology*, 91, 660-668.
- KINTSCH, GREENO (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological review*, 92, 109-129.
- LAROUSSE (2013) Dictionnaire Larousse Poche. Broché
- MANTE M. et CHAPIRON G. (2009) Triangle mathématiques. Manuel de 6è. Hatier

-
- Mayer R. E. (1985) Mathematical ability, in R. J. Sternberg (Edit.), *Human abilities*, San Francisco, Freeman, 127-150.
- MAYER & HEGARTY (1996). The process of understanding mathematical problems. In R.S. sternberg et T. Ben Zee (Eds.), *The nature of mathematical thinking. Mahwah* : Lawrence Erlbaum Associates
- MENISSIER A, (2004). « Rééduquer les troubles du calcul, l'analyse des situations-problèmes » In *L'état des connaissances Livret calcul 7*. Paris Signes Editions
- MONTI B et POLOURDEAU C. (2003) *Opérations mentales en résolution de problèmes*. Caen : CRDP.
- MOREAU S. & COQUIN-VIENNOT D. (2003). Comprehension of arithmetic word problem by fifth-grade pupils : representation and selection of information. *British Journal of Educational Psychology*. 73. pp. 109-121
- MUTH, D. K. (1991). The effects of cuing on middle school students' performance on word problems containing extraneous information. *Journal of Educational Psychology*, 83(1), 173-174.
- NUNES T., SCHLIEMANN A.D. & CARRAHER D.W. (1993). *Street Mathematics and School Mathematics*. Cambridge : Cambridge University Press
- PAAS F.G.W.C. & VAN MERRIENBOER J.J.G. (1994). Instructional control of cognitive load in the trainig of complex cognitive tasks. *Educational Psychology Review*. 6(4). pp. 351- 371.
- PASSOLUNGI M.C., CORNOLDI C. & DE LIBERTO S. (1999). Working memory and intrusions of irrelavant information in a group of specific poor problem solvers. *Memory and cognition*. 27(5). pp. 779-790.
- PERROZ P. (1999-2000) Des problèmes dans les énoncés. Comment sont structurés les textes des problèmes numériques à l'école élémentaire, *Grand N*, n°66, p55-70.
- RENAUT O. (1990). *Le problème et l'enseignement des Mathématiques*. CRDP Dijon
- RETSCHITZKI J. (1996). « Apports et limites de la psychologie cognitive à l'analyse des procédures de calculs et de résolution de problème par des élèves. » In : Grégoire J. *Evaluer les apprentissages : les apports de la psychologie cognitive*. Paris : De Boeck
- RILEY M.S., GREENO J.G. Et HELLER J.I. (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. In H.P. Ginsburg (Eds.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-196). New-York : Academic Press.
- RILEY M.S. & GREENO J.G. (1988). Developmental analysis of understanding language about quantities and of solving problems. *Cognition and Instruction*. 5. pp. 49-101

-
- RUMELHART D. E. (1980) Schemata the building blocks of cognition, in R. J. Spiro, B. C. Bruce et W. F. Brewer (Edit.), *Theoretical issues in reading comprehension : Perspectives from cognitive psychology, linguistics, artificial intelligence, and education*, Hillsdale (NJ), Lawrence Erlbaum, 33-58.
- SCHNOTZ W., BANNERT W. & SEUFERT T. (2002). Towards an integrative view of text and picture comprehension : Visualization effects on the construction of mental models. In A. Graesser, J. Otero & J.A . Leon (Eds.), *The Psychology of science text comprehension*. pp. 385-416. Hillsdale : Erlbaum
- SWANSON H-L., COONEY J. & BROCK S. (1993). The influence of working memory and classification ability on children's word problem solution. *Journal of Experimental Child Psychology*. 55. pp. 374- 395
- SWELLER J. et CHANDLER P. (1991). Evidence for cognitive load theory. *Cognition and instruction*. 8(4). pp. 351- 362.
- THEVENOT C. et PERRET P. (2009). Le développement du raisonnement dans la résolution de problèmes : l'apport de la théorie des modèles mentaux. *Développements*. N°2. pp. 49-56
- THEVENOT C. (2008). Représentations mentales et stratégies de résolution de problèmes arithmétiques verbaux chez les enfants de CM2. *L'année psychologique*. 108. pp. 617-630
- VAN DIJK T.A. & KINTSCH W. (1983). *Strategies of Discourse Comprehension*. New York : Academic Press
- VERGNAUD (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In T.P. Carpenter J.M Moser et T.A Romberg (Eds.). *Addition and subtraction : a cognitive perspective*. Hillsdale : Erlbaum
- VERGNAUD (1983). Multiplicative structures. In R. Lesh et M. Landau (Eds.) *Acquisition of mathematic concepts and processes*. New-York : Academic Press
- VERGNAUD (1986) Psychologie du développement cognitif et didactique des Mathématiques. *Revue Grand*, 38
- YUILL N., OAKHILL J. & PARKIN A. (1989). Working memory, comprehension ability and the resolution of text anomaly. *British Journal of Psychology*. Vol. 80, Issue 3. pp. 351-361.

Liste des annexes

Liste des annexes :

Annexe n°1 : Le PAS TA.

Annexe n°2 : Demandes d'autorisations parentales.

Annexe n°3 : Bilan Tamara.

Annexe n°4 : Bilan Baptiste .

Annexe n°5 : Bilan Simon.

Annexe n°6 : Bilan Elisa.

Annexe n°7 : Bilan Eloïse.

Annexe n°8 : Manipulation.

Annexe n°9 : Planches énoncés.

Annexe n°10 : Planches dessins.

Annexe n°11 : Livrets de passation.