



*Département d'Orthophonie  
Gabriel DECROIX*

# MEMOIRE

En vue de l'obtention du  
Certificat de Capacité d'Orthophonie  
présenté par :

**Estelle VANDEN BOSCH**

soutenu publiquement en juin 2018 :

## **Création du manuel explicatif et de fiches d'exploitation de l'outil mathématique KHIPU Compléments**

**Manipulation, compréhension et acquisition des  
décompositions additives et soustractives de 2 à 10 dans le  
cadre de la rééducation des troubles de la cognition  
mathématique**

MEMOIRE dirigé par :

**Élodie HEUGEBAERT**, Orthophoniste, Libérale, Bailleul  
**Antonella NOTA**, Orthophoniste, Libérale, Strombeek-Bever

Lille – 2018

---

## **Remerciements**

Je remercie tout particulièrement mes maîtres de mémoire, Mme Heugebaert Elodie et Mme Nota Antonella, pour leur disponibilité, leurs conseils avisés, leur confiance et leur investissement dans ce projet.

Je tiens également à remercier mes collègues, Cécile Rigault, Emmanuel Chrétien et Valentine Deslandes, qui ont travaillé respectivement sur les KHIPUS 100, Pythagore et 10. Nos nombreux échanges et nos soutiens mutuels m'ont permis de travailler plus sereinement tout au long de ces deux années.

Merci aussi à Mme Fragnon pour avoir accepté d'être lectrice de ce mémoire.

Enfin, je remercie chaleureusement ma famille et mes amis qui m'ont soutenue durant toute la durée de mes études et plus particulièrement durant cette dernière année.

---

## **Résumé :**

Le domaine de la cognition mathématique est en plein essor. Les recherches sont récentes. Il existe donc peu de matériels de rééducation se basant sur les dernières avancées scientifiques et testés auprès d'enfants dyscalculiques. Antonella Nota a créé en 2009 un outil pédagogique mathématique en cinq parties appelé « KHIPU ». L'une de ces parties, KHIPU Compléments, permet la manipulation, la compréhension et l'acquisition des décompositions additives et soustractives de 2 à 10. Ces décompositions sont utiles à la résolution d'additions et de soustractions au-delà de 10. Le but de ce mémoire est de créer un manuel d'explications ainsi que des fiches d'exploitation de cet outil, à destination des orthophonistes pour leur fournir un matériel innovant et pertinent dans la prise en charge de la dyscalculie. Notre hypothèse est que le manuel et les fiches d'activités mettront en lumière l'intérêt de l'outil KHIPU Compléments et aideront à la prise en charge des troubles de la cognition mathématique. Les fiches visent à soulager la mémoire de travail, déficitaire chez les dyscalculiques, et apportent une manière innovante d'aborder ces décompositions. Ce travail a permis d'aboutir à un manuel de 13 pages ainsi qu'à 18 fiches d'exploitation. Bien que ce mémoire ait permis de rendre compte de l'intérêt du KHIPU Compléments dans la prise en charge des dyscalculies développementales et ait mis en lumière ses apports et ses limites, il sera nécessaire de tester et valider le matériel ultérieurement afin de s'assurer de sa pertinence.

## **Mots-clés :**

cognition mathématique, création, décompositions additives et soustractives, enfant, rééducation

---

**Abstract :**

The field of mathematical cognition is booming. Researches in this domain are recent. Therefore, there is not much rehabilitation equipment based on the latest scientific advances and that have been tested with children with dyscalculia. In 2009, Antonella Nota created a mathematical teaching tool, divided into five parts, called "KHIPU". One of these parts, 'KHIPU Compléments', enables the manipulation, comprehension, and acquisition of additive and subtractive decompositions from 2 to 10. These decompositions are useful for solving additions and subtractions beyond 10. The aim of this dissertation is to create an explanatory manual, and also exploitation sheets for this tool, intended for speech therapists in order to provide them with innovative and relevant material in treatment of dyscalculia. Our hypothesis is that the handbook and activity sheets will highlight the value of the 'KHIPU Compléments' tool and help in the treatment of mathematical cognition impairment. These activity sheets are designed to relieve the working memory, which is deficient in people with dyscalculia, and provide an innovative way of approaching these mathematical decompositions. This work resulted in a 10-page manual and 18 exploitation sheets. Although this dissertation has permitted us to realize the importance of 'KHIPU Compléments' in the treatment of developmental dyscalculia and has highlighted its contributions and limitations, it will be necessary to test and validate the material in due course, in order to ensure its relevance.

**Keywords :**

mathematical cognition, creation, additive and subtractive decompositions, child, reeducation

---

# Table des matières

<b>Introduction.....</b>	<b>1</b>
<b>Contexte théorique, buts et hypothèses.....</b>	<b>2</b>
1. Du Khipu Inca à l'outil KHIPU.....	2
1.1. Histoire et origine du KHIPU.....	2
1.2. L'outil mathématique KHIPU.....	3
1.3. KHIPU Compléments.....	3
1.3.1. Structure.....	3
1.3.2. Fonctionnement.....	6
2. Les stratégies de résolution d'additions ou de soustractions.....	7
2.1. Classifications des stratégies.....	7
2.2. Modèle de distribution des associations.....	8
3. La dyscalculie développementale.....	9
3.1. Définitions et classifications.....	9
3.1.1. Kosc (1974).....	9
3.1.2. Badian (1983).....	10
3.1.3. Temple (1992).....	10
3.1.4. Von Aster (2000).....	10
3.2. Critères diagnostiques.....	11
3.3. Prévalence.....	12
3.4. Comorbidités et troubles associés.....	12
3.5. Déficits cognitifs numériques.....	13
4. Spécificités et intérêts du KHIPU.....	13
4.1. Pré-requis à l'utilisation du KHIPU Compléments.....	13
4.2. Spécificités.....	14
4.3. Intérêts.....	15
4.4. Un outil innovant.....	16
5. Buts.....	17
6. Hypothèses.....	17
<b>Méthode.....</b>	<b>18</b>
1. Principes généraux.....	18
2. Progression des fiches d'activités.....	19
<b>Résultats.....</b>	<b>22</b>
<b>Discussion.....</b>	<b>24</b>
1. Synthèse des résultats.....	24
2. Apports.....	24
3. Limites.....	25
3.1. Compétences cognitives sous-jacentes nécessaires.....	25
3.2. Préalables mathématiques.....	27
3.3. Critiques du mémoire.....	27
4. Perspectives orthophoniques.....	28
<b>Conclusion.....</b>	<b>29</b>
<b>Bibliographie.....</b>	<b>30</b>

# Introduction

Concernant la prise en charge des troubles de la cognition mathématique (anciennement troubles du raisonnement logico-mathématique), la conception piagétienne constructiviste est la plus répandue actuellement en France. Selon cette théorie, le nombre se construit tout au long de l'enfance par stades successifs. La sériation, la classification, la conservation et l'inclusion seraient des pré-requis à la construction du nombre. Bien qu'encore très ancrée chez les orthophonistes, cette théorie a été remise en cause et une conception plus cognitiviste de l'acquisition du nombre s'impose petit à petit dans le monde de la rééducation mathématique (Content, 2017). Depuis la nouvelle réforme des études en 2013, la formation initiale des orthophonistes a évolué : elle permet un enseignement de la cognition mathématique plus complet et se basant sur les dernières recherches dans ce domaine. Des formations continues voient le jour également, grâce par exemple à Anne Lafay, orthophoniste et docteure en médecine expérimentale. Comme ces avancées sont récentes, il existe actuellement peu d'études sur les méthodes de prise en charge de la dyscalculie et sur l'efficacité de celles-ci. De plus, il existe peu de matériels de rééducation spécifiques à la dyscalculie. En tant qu'orthophonistes et au vu de ces nouvelles découvertes, il paraît donc nécessaire d'avoir à notre disposition des outils de rééducation innovants et efficaces.

Antonella Nota, orthophoniste en Belgique, a imaginé et créé en 2009 un outil pédagogique mathématique en cinq parties appelé « KHIPU ». Cet outil tient son nom du khipu Inca d'Amérique du Sud. Ce projet, plus précisément le KHIPU 1x10, soit la première dizaine du KHIPU 100, permettant l'acquisition des 10 premiers nombres a fait l'objet d'un mémoire en sciences de l'éducation (Université catholique de Louvain-la-Neuve, 2015) réalisé par Sylvie Vanderyse, professeure des écoles. Une autre partie, KHIPU 10, a été expérimentée de décembre 2015 à juin 2016 dans trois classes (classe d'accueil, petite section et grande section) et puis de septembre 2016 à juin 2017 dans deux classes (classe d'accueil et grande section) de l'école maternelle des Pagodes à Laeken, en Belgique.

Notre mémoire a pour objectif de créer un manuel d'utilisation d'une des cinq parties du KHIPU : le « KHIPU Compléments ». Nous avons également créé des fiches d'exploitation de l'outil à destination des orthophonistes pour les accompagner dans la prise en charge de la dyscalculie. Dans un futur mémoire d'orthophonie, il sera question de valider scientifiquement l'outil. Trois autres mémoires d'orthophonie sont également soutenus cette année sur les KHIPUS 10, 100 et Pythagore. L'objectif final étant de s'assurer de l'efficacité et de la pertinence de cet outil.

Dans un premier temps, nous nous intéresserons à l'origine, à la structure puis au fonctionnement de l'outil. Ensuite, nous rappellerons les stratégies de résolution d'opérations utilisées chez les enfants puis nous reviendrons sur les critères diagnostiques de la dyscalculie développementale, sa prévalence, ses comorbidités ainsi que les déficits cognitifs numériques associés. Par la suite, nous nous intéresserons aux spécificités du KHIPU et à son intérêt dans la prise en soin des troubles de la cognition mathématique. Après avoir explicité les buts et hypothèses de notre mémoire, nous décrirons la méthodologie employée ainsi que le résultat de cette réflexion. Enfin, nous terminerons par les apports et les limites de cet outil.

# Contexte théorique, buts et hypothèses

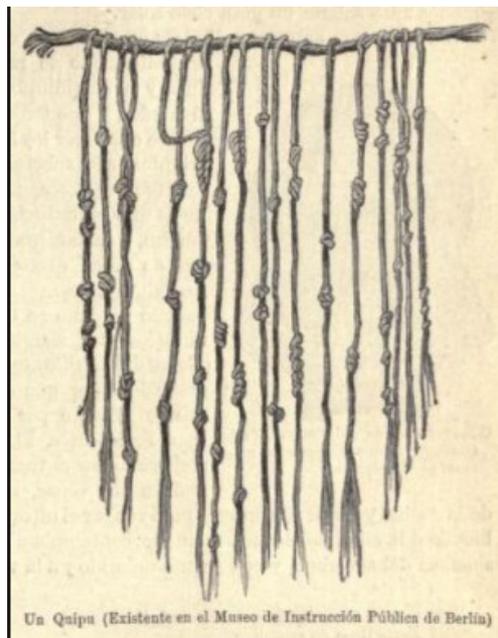
## 1. Du Khipu Inca à l'outil KHIPU

### 1.1. Histoire et origine du KHIPU

Le mot khipu (ou quipu) est originaire des Andes, en Amérique du Sud, et signifie « nœud » en Quechua. C'est principalement entre 1438 et 1525 que la civilisation Inca a développé et utilisé cet outil pour garder une trace de toutes les informations importantes liées à la vie du peuple. Ces informations pouvaient être des données quantitatives, comme par exemple les tenues des comptes ou le recensement de la population mais il pouvait également s'agir d'autres types d'informations de nature historique, généalogique ou même des chansons (Urton, 1998).

Le khipu Inca (Image 1) est composé d'une corde principale horizontale sur laquelle sont attachées des cordes secondaires de laine ou de coton colorées et composées de différents nœuds. Ces nœuds ont une valeur numérique liée à leur forme et à leur position sur la corde. Le système numérique était un système décimal, tout comme le nôtre. Seules quelques personnes, appelées les khipukamayoqs, étaient capables de lire et d'utiliser les khipus. Selon Urton (1998), ces khipus possédaient certainement un système syntaxique et sémantique complexe.

N'ayant aucune trace écrite de cette civilisation, il semble raisonnable de penser que ce peuple ne maîtrisait pas de système d'écriture tel que nous le connaissons aujourd'hui. Les khipus étaient comme des « livres » contenant diverses informations « lues » avec les mains (modalité haptique) et avec les yeux (modalité visuelle).



**Image 1 – Khipu Inca - Photo de Patrick Gray**  
<https://www.flickr.com/photos/136041510@N05/24338977000>

Nous savons aujourd'hui que les khipus servaient à calculer et à stocker de nombreuses informations. Cependant, la signification et l'utilisation exactes de cet outil restent encore à découvrir (Magdalena, 2014).

## **1.2. L'outil mathématique KHIPU**

L'outil mathématique KHIPU, qui tient son nom du khipu Inca mais qui a un fonctionnement différent, est un outil évolutif constitué de cinq parties permettant la construction et l'intégration des connaissances mathématiques acquises normalement entre 3 ans ½ et 12 ans.

Voici ci-dessous les cinq parties du KHIPU :

KHIPU 10 est destiné aux enfants de 3 ans ½ à 6 ans et permet de créer une ligne mentale de 0 à 10, d'engrammer la correspondance terme à terme et de développer le sens du nombre (Cfr Mémoire de Deslandes V.).

KHIPU Compléments est destiné aux enfants de 6 à 7 ans. Il permet la manipulation et la compréhension des décompositions additives et soustractives de 2 à 10. Il est le sujet du présent mémoire.

KHIPU 100 est destiné aux enfants de 6 à 8 ans et permet le passage de la première dizaine et des dizaines successives. Il amorce également la multiplication et la division de 0 à 100. Il aide l'enfant à inférer une représentation mentale de la magnitude et inculque une ligne mentale numérique. (Cfr Mémoire de Rigault C.).

KHIPU 1000 est destiné aux enfants de 8 à 12 ans et représente un abaque de 0 à 1000. Il aide à inférer le système en base 10 et permet de visualiser les opérations cognitives de l'emprunt ou report en mathématique.

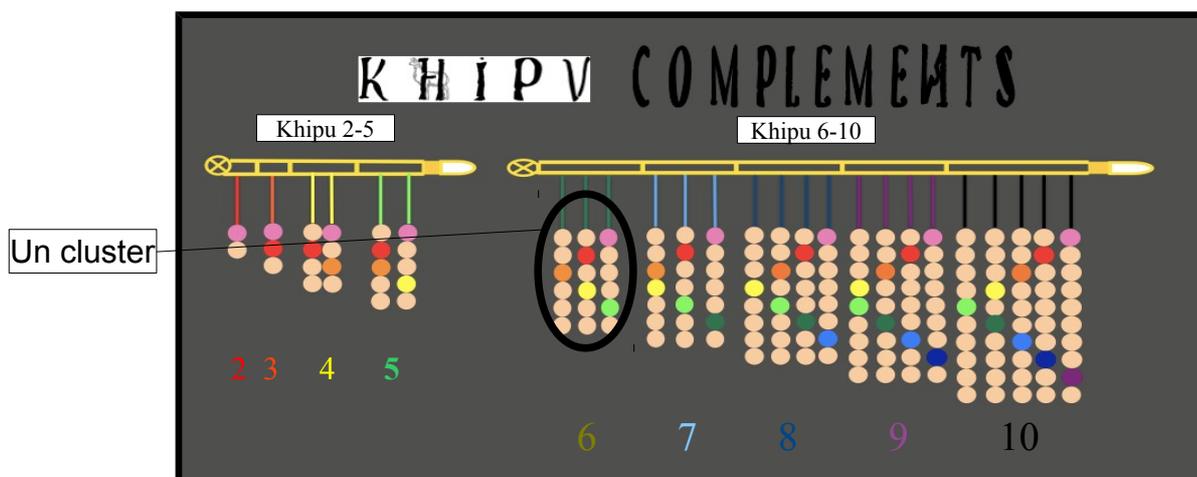
KHIPU Pythagore est destiné aux enfants de 7 à 12 ans et vise la mémorisation des tables de multiplication. Il aide à créer des liens forts entre les opérands et le « nœud » réponse d'une opération (ex :  $6 \times 4 = 24$ ) (Cfr mémoire de Chrétien E.).

## **1.3. KHIPU Compléments**

### **1.3.1. Structure**

KHIPU Compléments (Image 2) est un outil qui structure les décompositions additives (ex :  $5 = 1+4$  et  $2+3$ ) et soustractives (ex :  $5 - 1 = 4$  ;  $5 - 4 = 1$ ) de 2 à 10, cruciales pour le passage de la première dizaine. En effet, la compréhension de ces décompositions est nécessaire pour résoudre des opérations au-delà de 10. Par exemple, pour résoudre  $26-9$ , il est utile de savoir que  $9 = 6+3$  et donc que  $9-6 = 3$  mais aussi  $6+\dots = 9$  ou  $\dots +6 = 9$ . On peut donc résoudre plus rapidement et efficacement  $26-9$  en faisant  $26-6-3$ . Une autre stratégie possible est :  $26-9 = 26-(10-1) = 26-10+1$ . Les décompositions à 10 sont alors utilisées.

KHIPU Compléments peut être manipulé par les enfants tout-venant à partir de 6/7 ans. C'est un outil en deux parties distinctes, KHIPU 2-5 (6 fils) concernant les nombres de 2 à 5 et KHIPU 6-10 (19 fils) concernant les nombres de 6 à 10.



**Image 2.** Structure du KHIPU Compléments. Nota Antonella.

Chacune des deux parties du KHIPU Compléments comporte une corde principale de couleur or sur laquelle sont attachés des fils de couleurs différentes.

KHIPU Compléments est composé de 9 clusters ou groupes correspondant aux nombres de 2 à 10 (9 clusters = 9 nombres). Chaque cluster est composé de n fils d'une même couleur. Chaque couleur de fil détermine un nombre selon le code couleur ci-dessous :

- rose = 1
- rouge = 2
- orange = 3
- jaune = 4
- vert clair = 5
- vert foncé = 6
- bleu clair = 7
- bleu foncé = 8
- violet = 9
- noir = 10

Ce code couleur, reprenant les couleurs de l'arc-en-ciel, est très important. Il sert de véritable « colonne vertébrale » à toutes les parties du KHIPU. Il est à noter que les complémentaires dont un des éléments est le zéro (ex :  $9+0 = 9$ ) ne sont pas représentés. Cela engendrerait une confusion. En effet, dans la structure de cet outil, une seule perle est à comprendre comme étant le même terme dans l'opération de complémentarité, pour les nombres pairs (ex : sur le premier fil vert foncé du cluster 6, la perle de couleur orange correspond au nombre 3. Cette configuration signifie que  $6=3+3$ ).

Les perles de couleur neutre (couleur saumon sur l'image) servent à structurer la perception cognitivo-visuo-spatiale. La neutralité de leur couleur permet à l'utilisateur du

KHIPU de centrer son attention sur les perles de couleur uniquement. Ainsi, seules les informations utiles sont saillantes.

Chaque fil de couleur contient autant de perles que le nombre associé selon le code couleur défini ci-avant. Soit le fil rouge contient 2 perles parce qu'il renseigne le nombre 2. Un fil orange contient 3 perles parce qu'il renseigne le nombre 3. Un fil jaune contient 4 perles parce qu'il renseigne le nombre 4 et ainsi de suite.

Le KHIPU se lit de gauche à droite. Le premier fil rouge à gauche représente les décompositions additives et soustractives du nombre 2. Le deuxième fil représente les décompositions du nombre 3. Il est orange. Les 3ème et 4ème fils jaunes renseignent les décompositions du nombre 4 et ainsi de suite jusqu'aux décompositions du nombre 10 renseignées par les fils noirs (tout à droite sur le schéma).

Les perles se comptent de haut en bas, en partant de la corde principale. Sur le premier fil vert clair par exemple, on comptera  $1+1+1+1+1=5$  (chaque perle ayant une valeur numérique de « 1 ») ou bien l'on énumérera la chaîne numérique verbale 1,2,3,4,5 pour obtenir la cardinalité de l'ensemble des perles, c'est-à-dire le dernier nombre cité « 5 ». Ainsi, chaque position sur le fil renvoie à une cardinalité « provisoire » de l'ensemble des perles. En effet, la troisième perle par exemple, renseigne la cardinalité « 3 » des trois premières perles de la série. Lorsque l'on énumère la série « 1,2,3,4,5 », la troisième perle a une valeur positionnelle de « 3 » mais une valeur numérique de « 1 ».

Les nombres pairs et impairs sont directement repérables grâce au nombre de perles de couleur sur le premier fil de chaque groupe. Pour les nombres pairs, le premier fil du cluster ne contient qu'une seule perle de couleur. Ce premier fil renseigne le double (ou tie). Par exemple pour le cluster 6, le double est  $3+3$ . Le premier fil de ce cluster ne contient qu'une seule perle de couleur, la 3ème, qui est orange. Pour les nombres impairs, le premier fil du cluster contient deux perles de couleur. Cette différence mathématique pair/impair est donc directement perceptible via le design renvoyé par le cluster. La forme générée par la séquence de perles de couleur sera tantôt « angulaire » (en blanc sur l'image 3) en cas de nombre pair tantôt « arrondie » (en bleu) en cas de nombre impair.

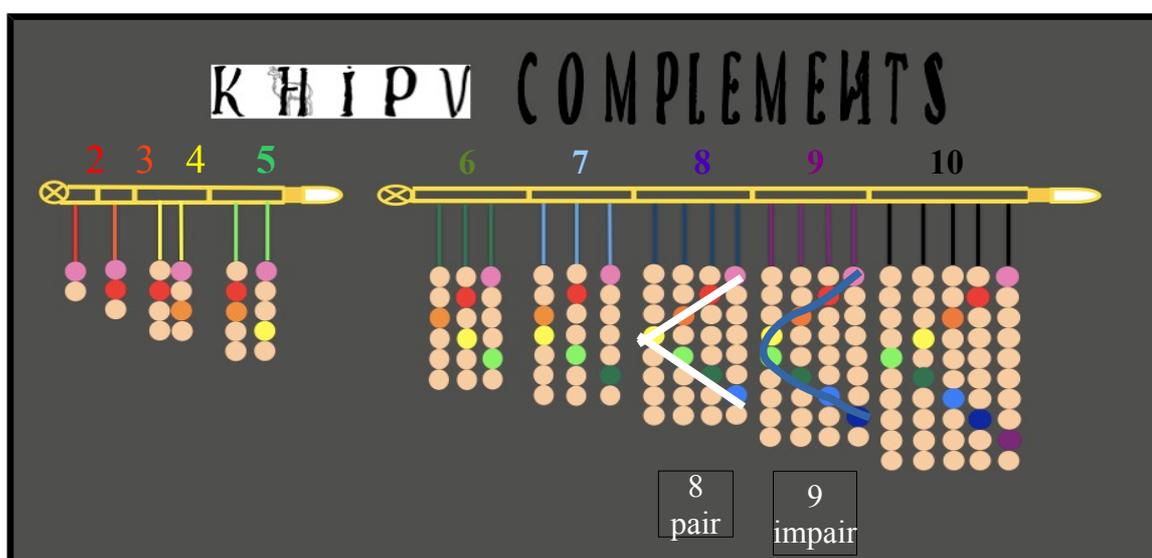


Image 3 – Schéma d'un KHIPU Compléments

Afin d'expliquer la structure du KHIPU Compléments et l'organisation des fils et des perles, prenons un exemple avec le cluster 6. Nous considérons que la perle de couleur sur le premier fil est appelée  $n$ . Cette perle correspond au nombre 3. Sur le second fil, les deux perles de couleur correspondent aux valeurs  $n+1$  et  $n-1$  soit respectivement 4 et 2. Sur le troisième fil, les deux perles de couleur correspondent aux valeurs  $n+2$  et  $n-2$  soit respectivement 5 et 1. Ce design particulier rend donc compte visuellement, grâce aux perles de couleur, des processus d'incréméntation (+1) et de décrémentation (-1) à partir de la perle  $n$ .

### 1.3.2. Fonctionnement

KHIPU Compléments se lit de gauche à droite et de haut en bas. Nous commencerons d'abord par travailler sur le nombre 2 puis le nombre 3 et ainsi de suite. Dans chaque cluster, les perles se comptent de haut en bas, de la corde vers l'extrémité du fil.

Concernant les décompositions additives, prenons l'exemple du nombre 4. Pour le premier fil, il n'y a qu'une seule perle de couleur, la perle rouge correspondant au nombre 2. Il faut donc faire  $2+2$  pour obtenir le résultat 4. Sur le deuxième fil, les perles de couleur sont la perle rose (=1) et orange (=3), cela veut dire qu'il faut additionner 1 et 3 pour obtenir le résultat 4. Ce design rend compte également de la commutativité de l'addition car il n'y a qu'un seul fil pour la décomposition suivante : «  $4=3+1/1+3$  ».

#### Les décompositions additives du nombre 4 :

- 1er fil jaune :  $2 + 2 = 4$
- 2ème fil jaune :  $1 + 3 = 4$   
 $3 + 1 = 4$

Concernant les décompositions soustractives, il suffit de soustraire la valeur de la première perle de couleur (présente sur le fil choisi) du nombre correspondant à la couleur du fil (ou dudit cluster choisi) pour obtenir la valeur de la deuxième perle de couleur. De la même manière, nous obtenons la valeur de la première perle de couleur en soustrayant la valeur de la deuxième perle de couleur au nombre correspondant au cluster. Par exemple, pour le deuxième fil jaune (=4), nous pouvons faire  $4 - 1 = 3$  ainsi que  $4 - 3 = 1$ .

#### Les décompositions soustractives du nombre 4 :

- 1er fil :  $4 - 2 = 2$
- 2ème fil :  $4 - 3 = 1$   
 $4 - 1 = 3$

En conclusion, chaque fil est ainsi associé à une configuration représentant l'entièreté du problème.

De par son design particulier, les liens logiques sont directement visibles. Sa structure visuo-spatio-temporelle favorise ainsi la mémorisation, la force d'association et le seuil d'activation de ces petites additions et soustractions. Sa création se base sur un principe d'économie et de pertinence afin de soulager la mémoire de travail des enfants. Ainsi, seules les informations pertinentes ont été codées.

## **2. Les stratégies de résolution d'additions ou de soustractions**

### **2.1. Classifications des stratégies**

Siegler & Robinson (1982) ont identifié quatre types de stratégies permettant la résolution de problèmes arithmétiques chez des enfants tout-venant entre 4 et 7 ans. Les trois premières stratégies sont directement perceptibles, elles sont appelées stratégies primaires :

- Stratégie de comptage sur les doigts : l'enfant utilise physiquement ses doigts en verbalisant une par une les unités de l'opération pour atteindre le résultat (ex :  $2 + 3 = 1+1+1+1+1$ ).
- Stratégie des doigts : l'enfant utilise ses doigts levés sans verbaliser.
- Stratégie du comptage verbal : l'enfant compte verbalement (ou en faisant simplement bouger ses lèvres) jusqu'à atteindre le résultat de l'opération sans utiliser ses doigts.
- Stratégies de récupération : les résultats des problèmes sont directement récupérés en mémoire à long terme. Cette dernière catégorie est la moins coûteuse en temps et en énergie, elle est par conséquent privilégiée par les enfants en grandissant.

Pour une série d'opérations arithmétiques à résoudre, les enfants n'utilisent pas toujours la même stratégie. L'étude menée par Siegler et Robinson a montré que 23 % des enfants emploient deux stratégies différentes, 30 % en utilisent trois et 27 % ont eu recours aux quatre stratégies.

Il n'existe donc pas une seule manière correcte et efficace de résoudre une addition ou une soustraction. Les différences interindividuelles sont à prendre en compte.

Huit ans après Siegler et Robinson, Pesenti et Seron (2000) ont identifié sept stratégies différentes utilisées par les enfants à partir de 4 ans pour résoudre une addition ou une soustraction :

- Stratégie des doigts (à partir de 4 ans) : l'enfant lève les doigts correspondant à chaque unité additionnée mais répond sans comptage apparent.
- Comptage sur les doigts à partir de 1 (à partir de 4 ans) : chaque chiffre du problème est représenté par les doigts, l'enfant compte en commençant par 1.

- Comptage verbal à partir de 1 (à partir de 4 ans) : l'enfant compte à voix haute sans utiliser ses doigts.
- Devinette (à partir de 4 ans) : l'enfant dit avoir deviné la réponse.
- Récupération en mémoire (à partir de 4 ans) : l'enfant récupère directement la réponse en mémoire à long terme.
- Stratégie du minimum (à partir de 5 ans) : l'enfant débute son comptage avec le plus grand des deux opérands puis ajoute un par un le contenu du deuxième opérande.
- Décomposition (à partir de 5 ans) : l'enfant divise un problème en deux problèmes plus simples.

Les stratégies évoluent au fil du temps et les enfants tout-venant finissent par délaisser les stratégies les plus lentes et les moins fiables (ex : comptage sur les doigts) au profit des stratégies les moins coûteuses en terme de temps et d'énergie comme la récupération directe en mémoire à long terme, la stratégie du minimum ou la décomposition. En CP et CE1, la majorité des enfants emploient ces trois stratégies pour résoudre des additions et soustractions.

## **2.2. Modèle de distribution des associations**

Selon Ashcraft (1992), Delazer (2000) et Geary (1994), cités par Fayol (2008), il existerait trois types de connaissances arithmétiques. Tout d'abord, les connaissances conceptuelles qui sous-tendent une compréhension fine des concepts mathématiques. C'est par exemple savoir dire, sans application, si l'équation  $2+3$  est supérieure ou inférieure à  $6+2$ . Ensuite, les connaissances procédurales rassemblant notamment les procédures de comptage et les algorithmes de calcul. Enfin, les connaissances déclaratives réunissant tous les faits arithmétiques et tout ce qui est récupérable directement en mémoire à long terme.

Siegler & Shrager (1984) ont proposé un modèle tentant d'expliquer la résolution d'additions et de soustractions chez les enfants. Les auteurs sont partis du principe que des associations entre des problèmes arithmétiques (ex :  $3+4$ ) et des réponses possibles ou non (7 mais aussi 5, 6 etc.) se créent en mémoire à long terme. Ces associations peuvent être plus ou moins fortes. A force de répéter et d'entendre un problème avec sa réponse correcte, l'association en mémoire se renforce et l'information devient directement récupérable sans effort et sans erreur. Ces connaissances sont alors disponibles en mémoire déclarative.

Pour les problèmes n'ayant pas une force d'association assez élevée avec leurs réponses correctes, l'enfant utilisera alors la stratégie la plus efficace parmi un répertoire de stratégies disponibles dans sa mémoire procédurale.

Ce modèle, nommé modèle de distribution des associations, rend compte du développement typique des compétences arithmétiques. En effet la distribution des associations se modifiant avec l'apprentissage, l'enfant utilisera de plus en plus souvent la

récupération directe en mémoire à long terme et donnera ainsi plus souvent la bonne réponse et le plus rapidement possible.

D'autres auteurs, et notamment McCloskey, Harley & Sokol (1991), affirment de la même manière que les stratégies de résolutions d'opérations arithmétiques chez l'enfant évoluent en grandissant et seront presque exclusivement remplacées à l'âge adulte par des récupérations directes en mémoire à long terme.

Bien que les adultes récupèrent les faits arithmétiques le plus souvent directement en mémoire à long terme et sans erreur, l'étude de Lemaire, Fayol & Abdi (1991) a montré qu'il existe un effet de confusion associative entre des problèmes additifs et multiplicatifs. En effet, dans cette étude, les adultes sont plus lents pour rejeter l'opération «  $8 + 4 = 32$  » que pour rejeter l'opération «  $8 + 4 = 13$  » car «  $8 \times 4 = 32$  ». Cet effet apparaîtrait rapidement au cours de l'apprentissage et pourrait être inhibé, mais cette inhibition serait difficile chez des adolescents présentant un déficit des apprentissages numériques (Barrouillet et al., 1997 cités par Barrouillet et Camos, 2017).

Le modèle de distribution des associations et plus particulièrement la théorie selon laquelle il existerait une force d'association entre les opérands et le résultat d'une opération, renforcée en mémoire à long terme au fur et à mesure des présentations, a été remise en cause dans l'étude de Thevenot, Barrouillet & Fayol (2001). Dans cette étude, des problèmes arithmétiques (additions, soustractions ou comparaisons) étaient proposés. Le premier opérande apparaissait sur un écran (ex : 12) puis disparaissait pour laisser la place au deuxième (ex : 23) et enfin une réponse s'affichait. Les participants devaient dire si cette réponse était correcte ou non en fonction de la tâche demandée (addition, soustraction ou comparaison). Puis, un dernier nombre apparaissait sur l'écran. Les participants devaient dire si ce nombre faisait partie des deux premiers opérands de l'opération. Les auteurs ont observé un taux d'erreurs plus important dans le cas des opérations (additions ou soustractions) que dans le cas des comparaisons simples. Les auteurs ont ainsi suggéré que dans le cas d'opérations supposant une transformation des opérands grâce aux décompositions additives et/ou soustractives (ex :  $12 = 10 + 2$  donc  $23 + 12 = 23 + 10 + 2$ ), les traces mémorielles des opérands n'étaient pas préservées, contrairement aux opérands des comparaisons qui ne nécessitent pas de transformation.

### **3. La dyscalculie développementale**

#### **3.1. Définitions et classifications**

##### **3.1.1. Kosci (1974)**

Kosci (1974) définit la dyscalculie comme une « déficience des aptitudes à réaliser les opérations arithmétiques ». Il propose une classification de la dyscalculie en cinq catégories :

- Dyscalculie lexicale correspondant à des difficultés à lire les nombres.
- Dyscalculie graphique correspondant à des difficultés à écrire les nombres.

- Dyscalculie practognosique correspondant à des difficultés dans la manipulation des objets mathématiques.
- Dyscalculie idéognosique correspondant à des difficultés à comprendre les liens entre les concepts mathématiques.
- Dyscalculie opérationnelle correspondant à des difficultés dans la réalisation des opérations mathématiques.

### **3.1.2. Badian (1983)**

Badian (1983) réalise une classification de la dyscalculie en cinq groupes :

- Dyscalculie due à une aphasie avec alexie ou une agraphie des nombres.
- Dyscalculie due à des difficultés visuo-spatiales engendrant un mauvais positionnement des nombres.
- Anarithmétique : confusion entre les stratégies de calcul malgré une maîtrise des faits arithmétiques.
- Dyscalculie due à des difficultés attentionnelles engendrant oublis et difficulté à mémoriser les faits arithmétiques.
- Dyscalculie mixte correspondant à la réunion de deux ou plusieurs groupes.

### **3.1.3. Temple (1992)**

Temple (1992) définit la dyscalculie comme un « trouble des compétences numériques et des habiletés arithmétiques, se manifestant chez des enfants d'intelligence normale et qui ne présentent pas de déficit neurologique acquis. ».

En se basant sur le modèle modulaire de McCloskey, Caramazza & Basili (1985), il distingue trois types de troubles :

- Trouble du traitement des nombres, affectant le module « compréhension des nombres ».
- Trouble des faits arithmétiques, affectant le module « production des nombres ».
- Trouble des procédures de calcul, affectant le module « procédures de calcul ».

### **3.1.4. Von Aster (2000)**

Kucian & Von Aster (2014) définissent la dyscalculie développementale comme étant « un trouble spécifique des apprentissages affectant le développement des habiletés arithmétiques avec un taux de prévalence estimé entre 3 et 6 % ».

Von Aster (2000) propose une classification basée sur le modèle du triple code de Dehaene (Image 4) :

- Dyscalculie verbale : difficulté pour le comptage et la récupération des faits arithmétiques.
- Dyscalculie dite de « sous-type arabe » : difficulté pour lire et écrire les nombres arabes.
- Dyscalculie générale : difficulté portant sur tous les domaines de la cognition mathématique.

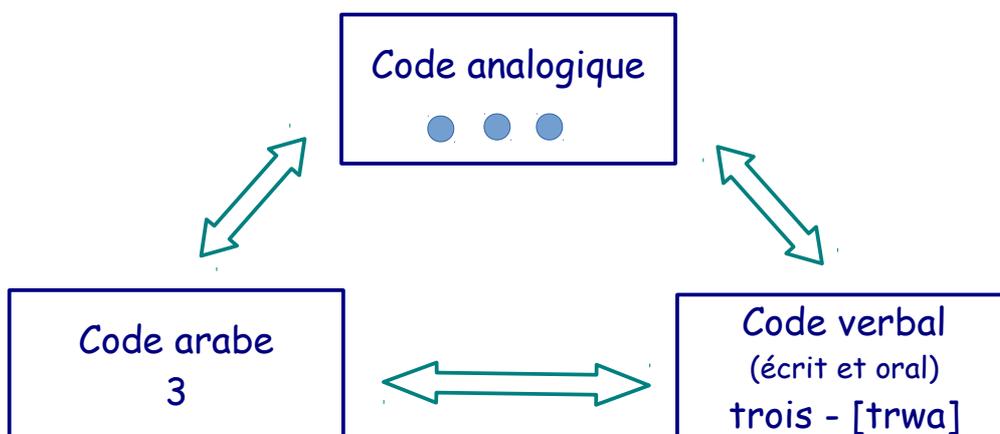


Image 4 – Modèle du Triple Code de Dehaene (1992)

### 3.2. Critères diagnostiques

Selon le DSM-V (Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders, 2013), les critères diagnostiques pour les troubles de la cognition mathématique sont :

- Des difficultés persistantes dans l'acquisition des mathématiques, et ce, malgré la prise de mesures éducatives et/ou rééducatives.
- Des résultats à des tests standardisés en passation individuelle à partir d'1,5 ET en dessous de la moyenne des enfants du même âge.
- Ces difficultés ne doivent pas être explicables par un trouble du développement intellectuel, un retard global de développement, par des troubles neurologiques, sensoriels ou par des troubles moteurs.
- Ces difficultés doivent interférer de manière significative avec la réussite scolaire ou professionnelle et dans les activités de la vie quotidienne.

Selon la version de 2008 de la CIM-10 (Classification Internationale des Maladies, 10ème édition), le trouble spécifique de l'acquisition de l'arithmétique se caractérise par une « altération spécifique des performances en arithmétique, non imputable exclusivement à un retard mental global ou à une scolarisation inadéquate. L'altération concerne la maîtrise des éléments de base du calcul : addition, soustraction, multiplication et division ».

### **3.3. Prévalence**

Le DSM-V (2013) estime à 1% le taux de prévalence du trouble spécifique de la cognition mathématique. Cependant, selon l'article de Butterworth (2000) sur la dyscalculie développementale, ce taux est estimé plutôt autour de 6% (entre 3,6% et 6,5%). Ostad (1997), estime à 10,9% le taux de prévalence concernant les difficultés mathématiques au sens large.

Il y aurait plus de femmes que d'hommes dyscalculiques mais il n'y a pas de consensus dans la littérature (Kucian & Von Aster, 2015). Le sex ratio est très proche de 1.

### **3.4. Comorbidités et troubles associés**

Fayol (2013) évoque comme comorbidité la plus fréquente, la dyslexie-dysorthographe. Environ 63% des enfants dyscalculiques auraient également un trouble de lecture (Lewis, Hitch & Walker, 1994 cités par Thevenot, 2017).

Le trouble du déficit de l'attention avec ou sans hyperactivité (TDA/H) est également une comorbidité fréquemment rencontrée. En effet, environ 25% des enfants avec un TDA/H auraient également un trouble d'acquisition des mathématiques (Mayes & Calhoun, 2006 cités par Thevenot, 2017).

Selon Lemonnier (2010), la dyscalculie est une comorbidité possible des troubles de l'acquisition des coordinations (TAC) ou dyspraxie développementale. Selon Vaivre-Douret (2016), le TAC est un « trouble du geste intentionnel qui vise un but à atteindre dont la planification et/ou la programmation du mouvement sont perturbées en amont de l'exécution du geste, essentiellement au niveau de l'intégration sensorimotrice et/ou visuo-spatiale. ».

Enfin, d'après le mémoire mené par Brun (2015), il existerait des difficultés dans l'acquisition des mathématiques chez les enfants avec Trouble Spécifique du Langage Oral (TSLO). Elle constate principalement des difficultés sur des épreuves de dictée de nombres, de lecture de nombres, de comparaison orale de nombres et de calcul mental oral. De la même manière, dans l'étude menée par Nys, Content & Leybaert en 2013, les auteurs ont comparé les résultats d'enfants dysphasiques et d'enfants tout-venant à des épreuves de calcul élémentaire exact et approximatif. Ils ont ainsi pu observer des performances moins bonnes aux épreuves de calcul exact chez les enfants dysphasiques par rapport au groupe contrôle. Concernant le calcul approximatif, les résultats étaient équivalents entre les enfants des différents groupes.

### 3.5. Déficits cognitifs numériques

Lafay, St-Pierre et Macoir (2017) ont montré que les enfants dyscalculiques présentent un déficit spécifique du sens du nombre sur les petites et les moyennes numérosités (de 1 à 9). Ils sont moins performants sur des tâches de jugement de nombres et de production de nombres analogiques pour les petites et moyennes numérosités. Au contraire, la dyscalculie n'affecte pas le système approximatif permettant le traitement de grandes quantités.

Cette étude a également montré que les enfants dyscalculiques sont moins bons dans les tâches symboliques de reconnaissance de nombres, suggérant un déficit spécifique du traitement des nombres symboliques dans les deux codes : arabe et verbal. L'accès au sens du nombre via les codes symboliques est donc déficitaire.

Enfin, les auteurs mettent en évidence un déficit d'accès à la ligne numérique mentale via les codes symboliques et non un déficit de la ligne numérique mentale en elle-même.

Selon le modèle du Triple Code (Image 5 - Dehaene, 1992), le profil des enfants dyscalculiques se manifesterait par un déficit du code analogique pour les petites numérosités jusqu'à 10, un déficit des codes symboliques arabe et verbal et un déficit d'accès au code analogique via les deux codes : arabe et verbal.

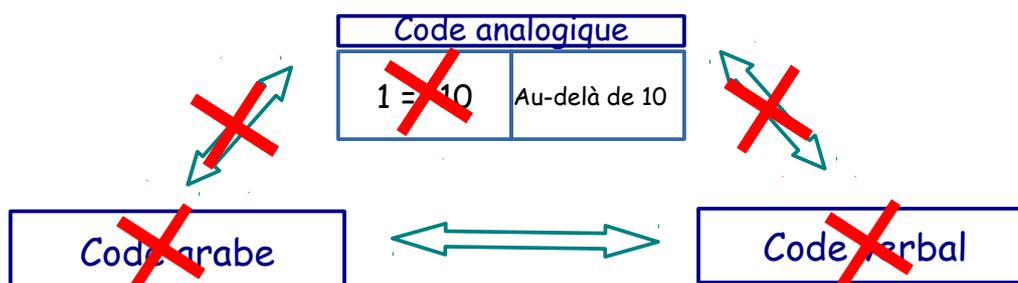


Image 5 – Modèle du Triple Code de Dehaene (1992)

## 4. Spécificités et intérêts du KHIPU

### 4.1. Pré-requis à l'utilisation du KHIPU Compléments

KHIPU Compléments est une des cinq parties du KHIPU. Avant son utilisation, il faudra que l'enfant ait manipulé le KHIPU 10 qui permet de créer une ligne mentale de 0 à 10, d'engrammer la correspondance terme à terme et de développer le sens du nombre. Cela lui permettra d'acquérir le code couleur, essentiel à la compréhension et à la manipulation du KHIPU Compléments.

Avec l'entrée dans le langage oral, l'enfant commence à apprendre la chaîne numérique verbale (un-deux-trois-quatre, etc). L'apprentissage complet de cette chaîne verbale va prendre plusieurs années, jusqu'à environ 7 ou 8 ans. Cette compétence est longue à être maîtrisée notamment parce qu'elle sollicite beaucoup la mémoire verbale. En effet, l'enfant doit mémoriser et maîtriser 25 primitives lexicales (un à dix, onze à seize et les dizaines de vingt à cent). La maîtrise de cette chaîne verbale est très importante car elle est nécessaire à

l'acquisition du dénombrement d'objets d'abord, et à l'apprentissage du calcul élémentaire ensuite (Content, 2017). Selon Gelman & Meck (1983), le dénombrement repose sur cinq grands principes : la correspondance terme à terme, le principe d'ordre stable, la notion de cardinalité, d'abstraction et le principe de non pertinence de l'ordre. Les enfants sont sensibilisés de manière implicite à ces notions avant l'entrée en maternelle et elles se développent tout au long des apprentissages scolaires. Ces compétences constituent des pré-requis à l'utilisation du KHIPU Compléments et seront par ailleurs abordées grâce au KHIPU 10.

La connaissance des signes mathématiques « + » et « - », du vocabulaire mathématique spécifique aux additions et soustractions comme « ajouter, soustraire, enlever, etc. », la notion de parité ainsi que le sens de l'addition et de la soustraction sont également des pré-requis à l'utilisation du KHIPU Compléments. Le système en base 10, utile pour la fiche d'activité n°18, devra être maîtrisé afin de manipuler des nombres au-delà de 10. Le KHIPU 100 permet justement d'aborder cette notion. L'utilisation concomitante des KHIPUS Compléments et 100 sera donc nécessaire.

La manipulation, la compréhension et l'acquisition des décompositions additives et soustractives, à l'aide du KHIPU Compléments, nécessiteront par ailleurs des capacités verbales, motrices et attentionnelles dans la norme.

## **4.2. Spécificités**

KHIPU Compléments sollicite la modalité visuo-spatiale et la dimension haptique. Tout d'abord, les quantités sont directement perceptibles. Le nombre 2 est représenté par deux perles, le nombre 10 par dix perles. Ainsi, visuellement, l'enfant se rend compte que « 2 » contient moins que « 10 ». Ensuite, la ligne numérique mentale représentant les nombres de gauche à droite est directement visible. KHIPU Compléments renforcerait donc l'activation mentale de cette ligne numérique. Enfin, le code couleur, qui fait le lien entre les différentes parties du KHIPU, suit l'enfant tout au long de son apprentissage et lui permet de faire correspondre une couleur à un nombre, c'est-à-dire une information visuelle à une information numérique. A force de manipulation, la simple vue de la couleur activerait chez l'enfant l'information numérique correspondante.

Le design particulier du KHIPU ne rend visibles que les informations pertinentes, c'est-à-dire les opérands des décompositions additives et soustractives (les perles de couleur). Le but étant de limiter les données redondantes et de faciliter la mémorisation. De plus, dans une étude de Fayol, Catier Hauville et Bouvier Pouch, (2017), il a été montré que la mémoire visuo-spatiale influe davantage que la dimension verbale sur les progrès en arithmétique chez les enfants de petite section de maternelle alors qu'elle entre moins en jeu chez les enfants de moyenne section de maternelle. Les progrès mathématiques portaient sur des résolutions de problèmes simples (additions et soustractions) et sur le cardinal de collections. Enfin, Lefevre et al. en 2010 cités par Fayol (2017) démontrent dans son étude l'importance de la manipulation et de la dimension spatiale pour l'apprentissage des mathématiques chez les enfants de 4 à 6 ans.

### 4.3. Intérêts

KHIPU Compléments permet de maîtriser les décompositions additives et soustractives, ce qui est une compétence essentielle pour la compréhension des nombres. Bien connaître le nombre, c'est par exemple pouvoir dire que 5, c'est 3 et encore 2. C'est comprendre que 3 et 2 sont inclus dans 5 et par conséquent que 5 comprend 3 et 2. C'est accéder au sens du nombre. Selon Brissiaud (2003), il est nécessaire d'enseigner aux enfants, dès le plus jeune âge, des stratégies de résolution d'additions et de soustractions efficaces et durables dans le temps. Il est donc pertinent d'inculquer aux enfants les stratégies se basant sur les décompositions des nombres de 2 à 10. De cette façon, les enfants délaisseront les stratégies dites de bas niveau ou primaires telles que le comptage sur les doigts. Stratégies dans lesquelles, selon Brissiaud, les enfants les plus fragiles s'enferment.

Cet outil permet aussi de soulager la mémoire de travail, sans cesse sollicitée lors des activités mathématiques, grâce à son design spécifique. En effet, les patients dyscalculiques auraient un déficit en mémoire de travail qui les empêcherait d'encoder et de récupérer les faits arithmétiques directement en mémoire.

La séquence des valeurs complémentaires d'un nombre placée dans un cluster de fils permet de visualiser un design (répété dans chaque cluster) d'incréméntation et de décréméntation numérique ( $n+1$  et  $n-1$ ) et renvoie soit l'image du symbole 'inférieur' ( $<$ ) pointu en cas de nombre pair soit l'image du symbole mathématique de l'inclusion ( $\subset$ ) de forme « arrondie » lorsqu'il s'agit d'un nombre impair. Cette perception visuo-spatio-temporelle est en soi une ressource mnémétique dans l'apprentissage des décompositions additives ou soustractives des nombres de 2 à 10 ainsi que pour les notions pair et impair. Elle renseigne directement l'identité particulière du cluster des dites perles. Elle augmente la force d'association (le seuil l'activation) des opérands.

A l'inverse, Thevenot (2017) fait l'hypothèse d'un défaut d'automatisation des procédures de calcul chez l'enfant dyscalculique plutôt qu'un déficit de mémoire de travail. En effet, l'étude menée par Barrouillet & Thevenot (2013) sur des personnes sans trouble de la cognition mathématique a montré que des opérations très simples (constituées d'opérands ne dépassant pas 4) n'étaient pas récupérées directement en mémoire comme nous le pensions. L'hypothèse est que les individus réalisent une procédure de calcul automatique et inconsciente pour ces petites additions. Les résultats de cette étude ont montré que le temps de résolution des opérations augmentait d'environ 15 ms à chaque incréméntation +1. Cette avancée scientifique sous-tend l'hypothèse d'un déficit de mémoire procédurale et non de mémoire déclarative.

Ostad (1997) a mené une étude sur des enfants du CP à la 5ème ayant des difficultés mathématiques (score en dessous du percentile 14). Ces enfants ont été suivis pendant deux ans. Cette étude a permis de mettre en évidence une différence développementale dans l'utilisation des stratégies de résolution d'additions par rapport aux enfants sans difficulté d'apprentissage des mathématiques. Les résultats ont montré que les enfants sans difficulté utilisaient de moins en moins de stratégies primaires (ex : comptage sur les doigts) et de plus en plus de stratégies de récupération au fur et à mesure qu'ils avançaient dans leur scolarité. A l'inverse, les enfants avec des difficultés utilisaient presque exclusivement des stratégies

primaires et ce, même en 5ème. Le matériel KHIPU pourrait pallier ce déficit stratégique en proposant à ces enfants une méthode peu coûteuse cognitivement et facile d'utilisation.

Nous savons que les connaissances déclaratives sont encodées en mémoire à long terme et qu'il peut exister une interférence entre elles. Par exemple, pour l'opération « 5+4 », l'information « 9 » est activée, mais également les informations « 10 », « 8 », etc. C'est ce que certains auteurs appellent l'effet de confusion associative (Lemaire, Fayol & Abdi, 1991).

KHIPU Compléments permet une représentation mentale visuelle et dynamique des décompositions additives et soustractives. Nous pouvons donc penser que cette structure particulière aidera les enfants à encoder de manière efficace ces décompositions en renforçant l'association entre les opérandes et le résultat de la décomposition. Selon le modèle de distribution des associations de Siegler & Shrager (1984), les informations deviendront alors disponibles directement en mémoire déclarative. Nous pouvons penser également que cela réduira l'effet de confusion associative.

KHIPU Compléments permet une représentation analogique du nombre grâce aux perles. Or, Brissiaud en 2003 a montré que ce type de code permettait une meilleure représentation du nombre qu'avec un code verbal. Cet outil pourrait donc permettre une meilleure compréhension du nombre.

#### **4.4. Un outil innovant**

Depuis une dizaine d'années, de nouveaux matériels de rééducation des troubles de la cognition mathématique voient le jour. Deux catégories se distinguent, d'une part les jeux de plateau ou activités sur table, d'autre part les logiciels informatiques.

Certains de ces matériels ont fait l'objet d'une validation scientifique, comme par exemple le logiciel « *La course aux nombres* » de l'Unité INSERM-CEA de Neuroimagerie (Wilson et Dehaene, 2004) qui a prouvé son efficacité dans l'acquisition des concepts numériques de base auprès d'enfants de 4 à 8 ans. Ce logiciel utilise des codes symboliques arabe et verbal au contraire du KHIPU Compléments qui utilise un code analogique des nombres.

Le matériel « *Tout compte fait* » d'Alain Ménessier (2007) permet, tout comme le KHIPU Compléments, de travailler sur les complémentaires de 10 mais en utilisant le code symbolique arabe et sans nécessairement de manipulation des quantités. Il s'agit d'exercices sur table.

Bien que de nouveaux matériels de rééducation aient vu le jour ces dernières années, ils restent peu nombreux et rares sont ceux qui permettent l'installation d'une compétence. Il s'agit la plupart du temps d'un entraînement de notions abordées antérieurement en séances.

L'outil mathématique KHIPU, dans son entièreté, se distingue de ces matériels sur plusieurs points.

Tout d'abord, au contraire d'un logiciel, il permet la manipulation réelle et physique des quantités, ce qui est essentiel à l'apprentissage d'une nouvelle notion (comme nous l'avons exposé plus haut). Ensuite, au contraire de jeux de plateau, qui passent souvent en revue plusieurs concepts en même temps, KHIPU tient dans les mains et donc peut être transporté partout. L'enfant pourra ainsi manipuler son KHIPU chez son orthophoniste mais également chez lui et à l'école.

C'est un outil qui sollicite la modalité visuo-spatiale et qui soulage par conséquent la mémoire de travail verbale. La plupart des matériels de rééducation utilisent des codes symboliques pour représenter les nombres alors que KHIPU utilise un code analogique innovant constitué de perles de couleur. Il permet néanmoins le passage aux autres codes de par les activités qui sont proposées.

Enfin, KHIPU est un outil évolutif. Il suivra l'enfant tout au long de sa scolarité et l'aidera à acquérir les concepts mathématiques de base.

## **5. Buts**

L'objectif de ce mémoire est de créer un manuel d'explication de l'outil « KHIPU Compléments » ainsi que des fiches d'exploitation de l'outil à destination des orthophonistes.

Le manuel détaillera la structure et le fonctionnement du matériel. Les fiches proposeront toutes les activités de rééducation nécessaires à la manipulation, la compréhension et l'acquisition des décompositions additives et soustractives de 2 à 10.

Nous envisagerons une progression d'activités allant de la plus simple à la plus complexe en terme d'apprentissage ou de rééducation des décompositions numériques. Les diverses activités auront pour ambition d'améliorer les compétences déclaratives et procédurales tout en renforçant les compétences conceptuelles.

## **6. Hypothèses**

Nous faisons l'hypothèse que le manuel et les fiches d'activités mettront en lumière l'intérêt de l'outil KHIPU Compléments et aideront à la prise en charge des troubles de la cognition mathématique.

Plus spécifiquement, nous faisons l'hypothèse que cet outil mathématique permettrait d'améliorer la compréhension des nombres et donc de renforcer les connaissances conceptuelles grâce à sa représentation visuo-spatiale et dynamique des nombres.

Nous pouvons penser également qu'à force de manipulation, les décompositions additives et soustractives des nombres de 2 à 10 s'enregistreraient en mémoire à long terme. Ainsi KHIPU Compléments permettrait d'enrichir les connaissances déclaratives de son utilisateur.

Une future étude scientifique sera nécessaire afin de valider nos hypothèses.

# Méthode

## 1. Principes généraux

Les fiches d'exploitation du KHIPU Compléments suivent une logique de progression particulière. Les activités ont été créées afin de faciliter la compréhension des différentes décompositions additives et soustractives. L'ordre des fiches doit donc être respecté.

Nous avons créé en tout 18 fiches mais ce nombre n'est pas limitatif. L'orthophoniste peut tout à fait créer des activités supplémentaires pour assurer la compréhension et l'acquisition des notions abordées. Le matériel est ainsi adaptable en fonction des capacités du patient.

La réalisation des fiches se base sur les derniers modèles théoriques et notamment sur le modèle du triple code de Dehaene (1992). Les activités proposées permettent ainsi le passage entre les différents codes c'est-à-dire entre le code analogique (les perles), le code verbal (écrit et oral) ainsi que le code arabe. L'exposition aux trois codes a pour but de faciliter le passage d'un code à un autre et donc de favoriser la compréhension et l'acquisition des nombres de 2 à 10.

Nous savons que les enfants dyscalculiques ont des capacités en mémoire de travail visuo-spatiale plus faibles que les enfants non dyscalculiques (Majerus, 2017). Plus spécifiquement, les enfants dyscalculiques auraient plus de difficultés à se représenter l'ordre sériel des informations à retenir. Selon Fayol (2017), il serait possible de pallier ces difficultés en inculquant aux enfants des stratégies mémorielles comme par exemple le fait de créer des images mentales ou bien de procéder à une auto-répétition des informations à retenir. Par contre, aucune étude ne prouve que les bénéfices d'un entraînement de la mémoire de travail se transfèrent sur des tâches académiques comme les mathématiques par exemple. Il serait donc plus utile de réduire la charge cognitive en mémoire de travail plutôt que de tenter d'améliorer les capacités de cette mémoire.

Les fiches d'activités de l'outil KHIPU Compléments ont été réalisées afin de permettre à son utilisateur de soulager la mémoire de travail. Toutes les informations sont visibles sur le KHIPU Compléments et tout nouvel élément écrit par l'enfant est visible tout au long de l'activité. Le but étant que l'enfant ne soit pas en surcharge cognitive et puisse être totalement disponible pour les nouveaux apprentissages.

Dans la méta-analyse de Carbonneau, Marley & Selig (2013) sur l'efficacité des méthodes de manipulation pour l'apprentissage des mathématiques, plusieurs éléments ont été mis en exergue. Tout d'abord, les auteurs avancent que les méthodes basées sur la manipulation sont plus efficaces chez les enfants de 3-6 ans et de 7-11 ans que sur les adolescents à partir de 12 ans. Ensuite, que la manipulation est plus efficace lorsqu'elle est accompagnée d'une guidance verbale par un adulte plutôt qu'en exploration libre uniquement. Enfin, il apparaît qu'il est plus efficace d'utiliser du matériel neutre plutôt que du matériel

proche de la réalité. Pour ce dernier point, notons que le KHIPU Compléments est constitué de perles, de couleur ou non, ce qui peut être considéré comme du matériel neutre.

Les fiches d'activités sont basées sur cette idée, c'est-à-dire que la manipulation favoriserait la compréhension et l'acquisition à long terme, durable des compétences enseignées. Ainsi, l'enfant pourra manipuler les perles, les fils, créer lui-même son propre KHIPU afin de lui permettre d'engrammer les nouvelles acquisitions. L'adulte laissera l'enfant observer et manipuler dans un premier temps puis le guidera grâce à des questions fermées et ouvertes.

Notre travail s'inspire également de la méthode pédagogique dite de Singapour pour l'enseignement des mathématiques au primaire (Lee et Hoe, 2016). Cette méthode a été élaborée suite à un constat. La ville de Singapour est, depuis 1995, à la première ou deuxième place au classement TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study). Ce classement international a lieu tous les quatre ans et évalue l'efficacité des méthodes éducatives mathématiques du monde entier. La méthode de Singapour vise un enseignement progressif des concepts mathématiques. Trois phases sont décrites pour permettre l'acquisition de ces concepts. Tout d'abord, l'étape concrète où l'enfant manipule des objets réels. Ensuite, l'étape imagée où les objets réels sont remplacés par des images. Et enfin, l'étape abstraite où les enfants manipulent chiffres et symboles. Chaque notion est ainsi expliquée et appliquée jusqu'à une totale compréhension et maîtrise. L'outil KHIPU Compléments se base sur ces trois principes de progression : concret, imagé, abstrait. L'enfant commencera tout d'abord par manipuler les nombres en touchant et déplaçant les perles et les fils de son KHIPU Compléments. Puis, il sera amené à travailler sur une représentation imagée de l'outil, qu'il aura lui-même dessiné pour faciliter sa mémorisation. Enfin, l'enfant se détachera du KHIPU Compléments concret et imagé car il se sera créé une représentation mentale robuste et fiable des décompositions additives et soustractives des nombres de 2 à 10.

## 2. Progression des fiches d'activités

Les 18 fiches créées permettront d'aborder les concepts mathématiques de parité des nombres pairs et de non parité des nombres impairs, de commutativité de l'addition, de non commutativité de la soustraction ainsi que d'incrémentement et de décrémentement de la chaîne numérique. Tout cela dans le but de favoriser la compréhension et l'acquisition des décompositions additives et soustractives de 2 à 10.

<b>Fiche 1</b>	Elle permet un rappel du code couleur, qui doit être maîtrisé avant la poursuite des activités. Cette fiche introduit le KHIPU Compléments 2-5. Elle a pour but la compréhension de la structure globale de l'outil. Il s'agit d'un échange de questions/réponses avec l'enfant afin qu'il se familiarise avec l'outil.
<b>Fiche 2</b>	Elle comporte des rappels de la fiche 1 et permet le transfert et la généralisation des apprentissages réalisés lors de la fiche 1, sur le KHIPU Compléments 6-10.

<b>Fiche 3</b>	Elle a pour objectifs la compréhension des décompositions additives $2=1+1$ et $3=2+1/1+2$ et de la prise de conscience de la parité de 2 et de la non parité de 3.
<b>Fiche 4</b>	Elle permet la compréhension de la décomposition soustractive $2-1=1$ et de sa visualisation sur le KHIPU Compléments 2-5.
<b>Fiche 5</b>	A l'instar de la fiche précédente, elle permet la compréhension des décompositions soustractives $3-1=2$ et $3-2=1$ ainsi que de leur visualisation sur le KHIPU Compléments 2-5.
<b>Fiche 6</b>	Elle a pour objectifs la compréhension des décompositions additives du nombre 4, la visualisation de la parité du nombre 4 sur le KHIPU Compléments 2-5 ainsi que la prise de conscience de la notion de commutativité de l'addition $1+3$ .
<b>Fiche 7</b>	Elle permet la compréhension des décompositions soustractives du nombre 4 ainsi que leur visualisation sur le KHIPU Compléments 2-5.
<b>Fiche 8</b>	Elle a pour buts la compréhension des décompositions additives du nombre 5, la visualisation de la non parité du nombre 5 sur le KHIPU 2-5 ainsi que de la prise de conscience de la notion de commutativité des additions $1+4$ et $2+3$ .
<b>Fiche 9</b>	Elle permet la compréhension des décompositions soustractives du nombre 5 ainsi que leur visualisation sur le KHIPU Compléments 2-5.
<b>Fiche 10</b>	Elle contient une synthèse des acquisitions réalisées sur le KHIPU Compléments 2-5 via le complètement de modèles imagés de l'outil mathématique.
<b>Fiche 11</b>	Elle concerne la création par l'enfant de son propre KHIPU Compléments 2-5. Cette activité a pour but la consolidation des connaissances en mémoire à long terme et permet à l'enfant d'investir personnellement et émotionnellement l'outil.
<b>Fiche 12</b>	Elle a pour objectifs la prise de conscience de l'alternance pair/impair et de l'incréméntation $+1$ dans la chaîne numérique ainsi que de la visualisation du design pair/impair sur le KHIPU Compléments 2-5.
<b>Fiche 13</b>	Elle permet la généralisation des acquisitions réalisées tout au long des 12 fiches précédentes (structure, fonctionnement, visualisation de la parité) avec le KHIPU Compléments 2-5, sur le KHIPU Compléments 6-10.
<b>Fiche 14</b>	Elle comporte une activité de complètement de modèles imagés représentatifs du KHIPU Compléments 6-10. Cette activité favorise la représentation visuelle du KHIPU Compléments en mémoire à long terme.
<b>Fiche 15</b>	Elle permet un rappel des décompositions additives des nombres de 2 à 10, la prise de conscience de l'incréméntation et de la décréméntation des opérandes ainsi que de la visualisation de ces incréméntations/décréméntations sur les KHIPU Compléments 2-5 et 6-10.
<b>Fiche 16</b>	Elle permet un rappel des décompositions soustractives des nombres de 2 à 10 ainsi que de la prise de conscience de l'incréméntation et de la décréméntation des opérandes.

<b>Fiche 17</b>	Elle a pour objectif un rappel des décompositions additives et soustractives de 2 à 10 et du lien entre elles.
<b>Fiche 18</b>	Elle a pour but la résolution d'additions et de soustractions au-delà de 10 à l'aide du KHIPU Compléments. Il s'agit d'un entraînement à la manipulation de l'outil.

# Résultats

Notre travail a abouti à la création de deux matériels.

Premièrement, le manuel explicatif de l'outil KHIPU Compléments constitué de 13 pages. Celui-ci comporte les explications sur l'origine et l'histoire du KHIPU, sur la structure et sur le fonctionnement de l'outil. Il est destiné aux orthophonistes et permet de comprendre comment l'outil a été élaboré et comment il fonctionne.

Deuxièmement, les 18 fiches d'exploitation de l'outil KHIPU Compléments. Chacune de ces fiches détaille une ou plusieurs activités qui permettent la découverte et l'intégration d'un concept mathématique. Ces fiches sont à destination des orthophonistes. Elles offrent une progression d'activités permettant la manipulation, la compréhension et l'acquisition des décompositions additives et soustractives de 2 à 10.

Comme dit dans la partie méthode, les fiches d'exploitation du KHIPU Compléments suivent une logique de progression particulière. L'ordre des fiches doit donc être respecté.

Chacune des fiches comporte différentes parties. Tout d'abord, les objectifs de la fiche sont décrits, ce qui permet à l'orthophoniste de savoir quels concepts mathématiques seront travaillés. Juste en dessous, nous précisons quelles compétences sont développées lors de la réalisation de l'activité (ou des activités) de la fiche. Il s'agira par exemple de compétences verbales, de capacités mnésiques ou encore motrices. Puis, dans une troisième partie, nous informons l'orthophoniste du temps nécessaire minimum à prévoir. Ensuite, nous spécifions le matériel nécessaire aux activités de la fiche. Enfin, nous explicitons le déroulement de l'activité. Celle-ci peut se découper en plusieurs sous-parties.

Concernant l'activité à réaliser, les consignes de l'adulte ainsi que les verbalisations attendues de l'enfant sont renseignées sur la fiche sous forme de tableaux afin d'en faciliter la lecture. Des photos ou dessins des manipulations attendues de l'enfant sont également proposés afin de rendre la fiche la plus claire possible et la plus agréable à lire.

L'orthophoniste sera ainsi guidé tout au long de la prise en charge grâce à cette structure redondante. Il pourra alors plus aisément accompagner l'enfant dans sa compréhension des décompositions additives et soustractives. La progression des activités aidera l'enfant à comprendre l'intérêt du matériel KHIPU Compléments dans la résolution d'opérations mathématiques, c'est-à-dire l'utilisation des décompositions comme stratégie efficace pour résoudre des additions et des soustractions au-delà de 10.

Voici un rappel des 18 fiches d'activités du KHIPU Compléments :

- **Fiche 1** : rappel du code couleur et introduction du KHIPU 2-5
- **Fiche 2** : introduction du KHIPU 6-10
- **Fiche 3** : découverte des décompositions additives des nombres 2 et 3
- **Fiche 4** : découverte de la décomposition soustractive du nombre 2
- **Fiche 5** : découverte des décompositions soustractives du nombre 3
- **Fiche 6** : découverte des décompositions additives du nombre 4
- **Fiche 7** : découverte des décompositions soustractives du nombre 4
- **Fiche 8** : découverte des décompositions additives du nombre 5
- **Fiche 9** : découverte des décompositions soustractives du nombre 5
- **Fiche 10** : synthèse des acquisitions – KHIPU 2-5
- **Fiche 11** : création du KHIPU 2-5
- **Fiche 12** : design pair/impair et incrémentation +1 – KHIPU 2-5
- **Fiche 13** : généralisation des acquisitions sur le KHIPU 6-10
- **Fiche 14** : complètement de modèles du KHIPU 6-10
- **Fiche 15** : visualisation de l'incrémentation et de la décrémentation – décompositions additives
- **Fiche 16** : visualisation de l'incrémentation et de la décrémentation – décompositions soustractives
- **Fiche 17** : récapitulatif des décompositions additives et soustractives
- **Fiche 18** : manipulation du KHIPU Compléments – additions et soustractions au-delà de 10

# Discussion

## 1. Synthèse des résultats

Notre mémoire portait sur la création d'un manuel explicatif et de fiches d'exploitation de l'outil mathématique KHIPU Compléments. Nous faisons l'hypothèse que le manuel et les fiches créés mettraient en lumière l'intérêt de l'outil KHIPU Compléments dans la prise en charge des troubles de la cognition mathématique.

Les résultats de ce travail ont permis d'aboutir à un manuel de 13 pages ainsi qu'à 18 fiches d'activités. Le manuel comporte les explications sur l'origine et l'histoire du KHIPU, sur la structure et sur le fonctionnement de l'outil. Il est destiné aux orthophonistes et permet de comprendre comment l'outil a été élaboré et comment il fonctionne. Les fiches, quant à elles, offrent une progression d'activités permettant la manipulation, la compréhension et l'acquisition des décompositions additives et soustractives de 2 à 10.

## 2. Apports

L'outil mathématique KHIPU Compléments semble être un matériel pertinent et innovant pour la rééducation des troubles de la cognition mathématique et particulièrement pour la manipulation, la compréhension et l'acquisition des décompositions additives et soustractives de 2 à 10.

Tout d'abord, c'est un outil apportant une stimulation multisensorielle. Il offre une stimulation visuelle via le code couleur et le design particulier de l'agencement des perles. Il procure également une stimulation haptique via la manipulation des perles et des fils. Enfin, les questions et verbalisations de l'adulte permettent une stimulation verbale autour des décompositions additives et soustractives.

Ensuite, c'est un matériel permettant la manipulation réelle et physique des quantités. En ce sens, il contribue à la stimulation du code analogique (Dehaene, 1992) et, via les verbalisations de l'adulte et les activités proposées, à renforcer les liens entre les trois codes, verbal, arabe et analogique.

Notons également que ce matériel soulagerait la mémoire de travail des enfants. Le design (répété dans chaque cluster) d'incrémentation et de décrémentation numérique ( $n+1$  et  $n-1$ ) renvoie soit l'image du symbole 'inférieur' ( $<$ ) pointu en cas de nombre pair soit l'image du symbole mathématique de l'inclusion ( $\subset$ ) de forme « arrondie » lorsqu'il s'agit d'un nombre impair. Cette perception visuo-spatio-temporelle est en soi une ressource mnémonique dans l'apprentissage des décompositions additives ou soustractives des nombres de 2 à 10 ainsi que pour les notions pair et impair. Elle renseigne directement l'identité particulière du cluster des dites perles. Elle augmente la force d'association ( le seuil d'activation ) des opérands.

En effet, les informations peuvent être « lues » directement en regardant le KHIPU. Au cours des apprentissages, les enfants pourront libérer leur mémoire de travail grâce aux informations visibles sur le KHIPU. Aucune information n'est redondante, ce qui soulagerait également la mémoire de travail. Par exemple, il n'y a qu'un seul fil pour les deux décompositions 1+3 et 3+1.

L'outil mathématique KHIPU Compléments est facile à transporter, léger et l'on ne risque pas de perdre des perles par exemple. Il est donc pratique à utiliser.

Enfin, l'outil mathématique KHIPU composé de KHIPU 10, KHIPU Compléments, KHIPU 100, KHIPU 1000 et KHIPU Pythagore est innovant car il est évolutif et peut être proposé très tôt dans la rééducation des difficultés mathématiques. Il suit l'enfant tout au long de ses apprentissages scolaires et concerne les acquisitions réalisées normalement à partir de la petite section de maternelle jusqu'en sixième environ. Toutes les parties du KHIPU fonctionnent selon le même principe et possèdent toutes le même code couleur. Nous pouvons donc penser que l'enfant qui aura appris à utiliser KHIPU 10 manipulera plus rapidement et facilement les autres parties du KHIPU.

### **3. Limites**

#### **3.1. Compétences cognitives sous-jacentes nécessaires**

La maîtrise des mathématiques fait appel à de nombreuses compétences telles que les habiletés visuo-spatiales, les capacités attentionnelles, langagières, la mémoire de travail, les fonctions exécutives et le raisonnement (Kucian & Von Aster, 2015). L'implication de ces nombreuses aptitudes explique la diversité des dyscalculies. En effet, les capacités mathématiques déficitaires seront différentes s'il s'agit d'une dyscalculie primaire ou bien si la dyscalculie est secondaire à telle ou telle difficulté.

D'autre part, cela explique le nombre important de comorbidités. La dyscalculie pure est donc rare. Elle peut être associée à d'autres troubles, comme un déficit d'attention, une dyslexie, une dysphasie ou encore une dyspraxie.

Cela étant, il semble complexe de créer un matériel de rééducation utile à tout type de dyscalculie. L'outil mathématique évolutif KHIPU a pour ambition de répondre aux besoins d'un maximum d'individus souffrant de troubles d'acquisition des mathématiques. Cependant, comme pour tous les autres matériels de rééducation, il est utopique de penser qu'il puisse convenir parfaitement à tous ces patients, compte tenu de leurs particularités individuelles, leurs éventuels troubles associés, leurs personnalité et motivation propres. Il est donc nécessaire que les orthophonistes adaptent, un minimum, l'utilisation de l'outil au profit de leur patient, en fonction de leur bilan initial.

Le matériel KHIPU Compléments nécessite un minimum de motricité fine afin de pouvoir manipuler l'outil et participer aux diverses activités proposées dans les fiches d'exploitation. Or, nous savons que la dyscalculie est une comorbidité possible des troubles

de l'acquisition des coordinations (TAC) ou dyspraxie développementale (Lemonnier, 2010). L'effort cognitif dû à la manipulation du KHIPU Compléments pourrait rendre l'enfant moins disponible aux apprentissages. Néanmoins, l'utilisation du KHIPU Compléments dans le cadre d'une dyspraxie développementale n'est pas à proscrire. En effet, l'outil reste intéressant grâce à sa représentation visuo-spatiale dynamique (code analogique, code couleur etc.). Une adaptation ou suppression de certaines activités comme la création du KHIPU Compléments par l'enfant sera alors nécessaire. Il faudrait donc tester l'efficacité de cet outil avec ce type de population, dans le cadre de mémoires ultérieurs.

La compréhension de la structure et du fonctionnement de l'outil mathématique KHIPU Compléments nécessite des capacités de raisonnement verbal et sollicite les fonctions exécutives. Il serait donc plus difficile de faire comprendre les principes du KHIPU Compléments à un enfant souffrant d'une limitation intellectuelle. Néanmoins, l'outil n'est pas destiné de prime abord à ce type de population mais bien aux enfants souffrant de dyscalculie. Or, nous avons vu plus haut qu'une intelligence située dans la norme était un des critères diagnostiques de la dyscalculie. Malgré cela, nous pourrions tester ultérieurement notre matériel afin de déterminer dans quelle mesure il est possible ou non de l'adapter afin qu'il puisse être bénéfique à ce type de population. Il pourrait par exemple être envisagé de n'utiliser que la première partie du KHIPU, soit le KHIPU 10. En effet, cette structure est plus simple. Elle renseigne moins d'informations que le KHIPU Compléments.

Les activités proposées dans les fiches d'exploitation requièrent un niveau d'attention et de concentration minimum pour permettre la réalisation des activités et la compréhension des notions abordées. Comme rappelé plus haut, le TDA/H est une des comorbidités fréquentes de la dyscalculie (Mayes & Calhoun, 2006 cités par Thevenot, 2017). Une adaptation des activités sera sans doute nécessaire avec ce type de population (fractionnement, répétition, allègement, etc.). Cependant, l'aspect esthétique rendant le KHIPU Compléments attrayant et ludique pourrait séduire ces enfants et canaliser leur attention. De plus, toute la manipulation requise dans les fiches d'activités s'écarte des activités scolaires de type « papier-crayon », souvent rejetées par les enfants car non plaisantes pour eux et source d'anxiété.

Enfin, les activités proposées dans les fiches d'exploitation sont étayées par des verbalisations de l'adulte. Il s'agit de questions ouvertes et fermées ainsi que de commentaires sur les activités et de synthèses des acquisitions réalisées. Des verbalisations sont également attendues de la part de l'enfant. Nous attendons de l'enfant qu'il soit capable d'exprimer ce qu'il voit et ce qu'il comprend lors des activités. De ce fait, un minimum de compétences lexicales et syntaxiques passives et expressives sont nécessaires au patient pour comprendre mais aussi exprimer ses idées. Or, nous savons qu'il existe un lien entre trouble spécifique du langage oral (TSLO) et dyscalculie (Nys, Content & Leybaert, 2013). Un enfant dyscalculique avec un TSLO aurait ainsi certainement plus de difficultés à comprendre l'outil et à expliquer ce qu'il comprend qu'un enfant sans TSLO. Néanmoins, ces difficultés seront présentes quel que soit le matériel choisi. Nous pouvons penser qu'un outil comme le KHIPU Compléments, qui est attrayant visuellement, qui soulage la mémoire de travail et qui suit l'enfant tout au long de ses acquisitions mathématiques, serait plus efficace qu'un autre matériel, même pour des enfants avec TSLO.

Bien que les profils des utilisateurs du KHIPU Compléments soient hétérogènes, l'outil mathématique KHIPU Compléments présente des atouts certains et des solutions d'adaptation quant à la prise en charge de tout type de dyscalculie.

### **3.2. Préalables mathématiques**

L'outil mathématique KHIPU Compléments fait partie de l'outil KHIPU au sens large comprenant les cinq parties décrites plus haut (KHIPU 10, KHIPU Compléments, KHIPU 100, KHIPU 1000 et KHIPU Pythagore). En ce sens, KHIPU Compléments n'a pas été imaginé et créé pour être manipulé isolément. L'outil fonctionne de concert avec les autres parties du KHIPU. Les cinq parties ne fonctionnent d'ailleurs pas toutes en stades successifs mais certaines de manière parallèle. Plus précisément, l'utilisation débute avec KHIPU 10 auquel succèdent KHIPU 100, KHIPU Compléments et KHIPU Pythagore, ces trois derniers pouvant être exploités en parallèle. Enfin, l'ordre d'utilisation de l'outil se termine par KHIPU 1000. En effet, certains apprentissages se feront à l'aide du KHIPU Compléments mais également de manière concomitante avec le KHIPU 100 (ex : la compréhension de la base 10 pour résoudre des additions ou soustractions au-delà de 10).

Cette particularité de l'outil crée sa force mais également sa faiblesse. Si l'on souhaite travailler sur les décompositions additives et soustractives avec un de nos patients et que l'on aimerait utiliser le KHIPU Compléments, il faudra au préalable lui faire découvrir et acquérir le code couleur à l'aide par exemple des fiches d'activités du KHIPU 10. Un travail préalable sera alors nécessaire. La maîtrise du code couleur pouvant prendre plusieurs séances selon les caractéristiques et la motivation du patient. Il se peut même que le patient ne comprenne pas tout de suite l'intérêt d'acquérir ce code couleur pour la suite de la prise en charge. Il faudra alors bien expliquer au patient et à ses parents l'intérêt rééducatif de notre démarche.

Un autre point important est que l'utilisation de cet outil nécessite certains pré-requis mathématiques comme la connaissance des signes opératoires mathématiques « + et - », le sens de l'addition et de la soustraction, la maîtrise du vocabulaire mathématique en rapport avec les additions et les soustractions (ex : enlever, séparer, ajouter, etc.) et la notion de parité. Cette particularité ne constitue pas nécessairement une limite de l'outil. Le sachant, l'orthophoniste pourra effectuer un travail préalable sur ces différents points.

Une dernière critique concerne l'outil en lui-même. Présenté tel quel, son utilisation n'est pas intuitive. L'outil KHIPU est indissociable de son manuel d'utilisation et de ses fiches d'activités. Sans eux, il ne serait pas possible de comprendre son fonctionnement et son utilité. La lecture du manuel et des fiches est donc un pré-requis indispensable à l'utilisation du KHIPU Compléments.

### **3.3. Critiques du mémoire**

Le présent mémoire apporte un éclairage sur les forces et faiblesses de l'outil mathématique KHIPU Compléments et sur son intérêt dans la prise en charge des troubles de la cognition mathématique. Cependant, nous n'avons pas pu tester nos hypothèses et les valider de manière rigoureuse sur un grand échantillon d'individus. En effet, cette validation

scientifique n'était pas l'objet de ce mémoire. Notre travail représentait l'étape préalable consistant en la création d'un matériel mûrement réfléchi et construit.

Il aurait été intéressant également de tester, ne serait-ce que sur un ou deux patients, nos fiches d'activités. Cela aurait pu nous donner des pistes d'améliorations et de réflexions supplémentaires. Nous aurons donc uniquement l'avis objectif de nos lecteurs, qui auront, le temps de la lecture du mémoire, manipulé l'outil.

## **4. Perspectives orthophoniques**

Ce mémoire a permis de se rendre compte du potentiel de l'outil mathématique KHIPU incluant KHIPU Compléments. Ce travail a abouti à un protocole de rééducation comportant un manuel et des fiches d'activités à destination des orthophonistes. Afin de valider notre hypothèse, une prochaine étude devra être réalisée afin d'évaluer la pertinence réelle de cet outil auprès d'enfants ayant des difficultés d'acquisition des mathématiques, en fixant différents critères d'inclusion et d'exclusion de la population sélectionnée.

Il pourrait également être intéressant de proposer des modifications de l'outil KHIPU Compléments lui-même ou simplement des fiches d'exploitation afin de rendre l'outil plus accessible aux enfants souffrant de dyspraxie développementale, de trouble spécifique du langage oral, de déficience intellectuelle ou encore de TDA/H. L'outil lui-même ainsi que les fiches d'exploitation pourront alors être améliorés grâce aux résultats de ces futures études.

Nous pouvons également penser aux enfants souffrant de cécité ou daltonisme. En effet, une déficience visuelle n'empêche malheureusement pas un trouble de la cognition mathématique associé. Nous pourrions alors imaginer la création d'un KHIPU Compléments tactile où le code couleur serait remplacé par un code tactile (ex : formes et/ou textures différentes) associé au code Braille sur chaque perle ou une (des) feuilles(s) A4 embossée(s) selon la structure intrinsèque de KHIPU Compléments.

## Conclusion

Ce mémoire avait pour objectif de créer un manuel d'explication et des fiches d'exploitation de l'outil mathématique KHIPU Compléments. Cet outil a pour ambition d'aider à la manipulation, la compréhension et l'acquisition des décompositions additives et soustractives de 2 à 10. Ces décompositions étant utiles à la résolution d'additions et de soustractions au-delà de 10.

Nous faisons l'hypothèse que ce matériel pouvait être pertinent et efficace dans la prise en soin des troubles de la cognition mathématique. En effet, il a été prouvé que les dyscalculiques ont des difficultés à retenir les faits arithmétiques et à résoudre des additions et des soustractions. Ils font plus d'erreurs de calcul, sont plus lents et utilisent plus de stratégies de résolution dites « primaires » comme le comptage sur les doigts. KHIPU Compléments, de par sa structure visuo-spatio-temporelle dynamique, apporterait aux enfants dyscalculiques des moyens innovants pour comprendre et retenir les décompositions additives et soustractives de 2 à 10.

De futures études devront être réalisées afin de tester notre matériel sur une population d'enfants tout-venant et d'enfants dyscalculiques. Ces études serviront également à apporter des améliorations à notre matériel ou à l'outil KHIPU Compléments lui-même.

## Bibliographie

- American Psychiatric Association (APA). (2013). Diagnostic and statistical manual of mental disorders DSM-5 (5e éd.). Arlington, VA : American Psychiatric Publishing.
- Badian, N.A. (1983). Arithmetic and nonverbal learning. *Progress in Learning Disabilities*, in Myklebust, H.R.(Ed.), V. 5., 235-264. New York : Grunt & Stratton.
- Barrouillet, P. et Camos, V. (2017). Mémoires et cognition mathématique. *Rééducation orthophonique : La cognition mathématique*, 269, 39-57.
- Barrouillet, P. & Thevenot, C. (2013). On the problem size effect in small additions : Can we really discard any counting-based account ? *Cognition*, 128, 35-44.
- Brissiaud, R. (2003). *Comment les enfants apprennent à calculer*. Retz, nouvelle édition.
- Brun, L. (2015). *Les impacts de la dysphasie sur la cognition mathématique chez des enfants du CP au CM2* (mémoire d'orthophonie, département d'orthophonie de la faculté de médecine Lille 2). Récupéré [le 30 avril 2018 ] du site de l'université : <http://pepite.univ-lille2.fr/notice/view/UDSL2-workflow-4165>
- Butterworth, B. (2000). *Developmental Dyscalculia*. Handbook of Mathematical Cognition, 455-467.
- Carbonneau, K.J., Marley, S.C. & Selig, J. P. (2013). A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, 105 (2), 380-400. DOI: 10.1037/a0031084
- CIM-10/ICD-10. (1993). Classification internationale des troubles mentaux et des troubles du comportement : dixième révision, OMS, éd.franç., Paris, Masson.
- Content, A. (2017). L'acquisition du nombre – Perspectives actuelles. *Rééducation orthophonique : La cognition mathématique*, 269, 125-141.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44, 1-42.
- Fayol, M. (18 Mars 2008). Du comptage aux faits arithmétiques : une approche cognitive de l'apprentissage. *Actes du séminaire sur la représentation du nombre chez l'enfant, 2007-2008. Clermont-Ferrand*. Récupéré du site du Collège de France : <http://www.college-de-france.fr>
- Fayol, M. (2013). *L'acquisition de nombre*. Que sais-je ? PUF, 2ème édition.
- Fayol, M. (2017). La mémoire de travail : une contrainte surmontable pour les apprentissages scolaires ? *A.N.A.E.*, 149, 459-466.
- Fayol, M., Catier Hauville, M.A. et Bouvier Pouch, F. (2017). Une approche longitudinale des tout-débuts de l'arithmétique. *Rééducation orthophonique : La cognition mathématique #2*, 270, 37-49.
- Gelman, R. & Meck, E. (1983). Preschooler's counting : Principles before skill. *Cognition*, 13, 343-359.

- Halberda, J. & Feigenson, L. (2008). Developmental Change in the Acuity of the « Number Sense » : The Approximate Number System in 3-, 4-, 5-, and 6- Year-Olds and Adults. *Developmental Psychology*, 44 (5), 1457-1465.
- Kosc, L. (1974). Developmental dyscalculia. *Journal of Learning Disabilities*, 7, 164-177.
- Kucian, K. & Von Aster, M. (2015). Developmental Dyscalculia. *European Journal of Pediatrics*, 174, 1-13.
- Lafay, A., St-Pierre, M.C. et Macoir, J. (2017). Déficiences numériques impliqués dans la dyscalculie développementale. *Rééducation orthophonique : La cognition mathématique*, 269, 79-93.
- Lee, P. Y. et Lee, N. H. (2016). *Méthode de Singapour – Enseigner les mathématiques au primaire*. Librairie des écoles.
- Lemaire, P., Fayol, M. & Abdi, H. (1991). Associative confusion effect in cognitive arithmetic : evidence for partially autonomous processes. *European Bulletin of Cognitive Psychology*, 11 (5), 587-604.
- Lemonnier, E. (2010). La psychopathologie de l'enfant dyspraxique. *Archives de pédiatrie*, 17, 1243-1248.
- Magdalena, E. M. (2014). *Wordless Writing of the Andes*. Récupéré du site de l'Université du Nouveau Mexique : <http://unm.academia.edu/Departments/Anthropology>
- McCloskey, M., Caramazza, A. & Basili, A. (1985). Cognitive mechanisms in number processing and calculation : Evidence from dyscalculia. *Brain and Cognition*, 4 , 171-196.
- McCloskey, M., Harley, W., & Sokol, S. M. (1991). Models of arithmetic fact retrieval: An evaluation in light of findings from normal and brain-damaged subjects. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 17 (3), 377-397.
- Majerus, S. (2017). Le rôle de la mémoire de travail dans les apprentissages et leurs troubles. *A.N.A.E.*, 149, 415-421.
- Nys, J., Content, A. & Leybaert, J. (2013). Impact of Language Abilities on Exact and Approximate Number Skills Development : Evidence From Children With Specific Language Impairment. *Journal of Speech Language and Hearing Research*, 56 (3), 956-970.
- Ostad, S.A. (1997). Developmental differences in addition strategies : a comparison of mathematically disabled and mathematically normal children. *British Journal of Educational Psychology*, 67, 345-357.
- Pesenti, M. et Seron, X. (2000). *Neuropsychologie des troubles du calcul : une introduction*. Ed. Solal, 85-118.
- Roy, A. et Lodenos, V. (2017). Fonctions exécutives et cognition mathématique, aspects cliniques et réalité scolaire. *Rééducation orthophonique : La cognition mathématique*, 269, 59-76.
- Siegler, R.S. & Robinson, M. (1982). The Development of Numerical Understandings. *Advances in Child Development and Behavior*, 16, 241-312.

- Siegler, R.S. & Shrager, J. (1984). Strategy choices in addition and subtraction : How do children know what to do ? *Origins of cognitive skills*, in C. Sophian (Edit.), Hillsdale, Lawrence Erlbaum, 229-293.
- Starkey, P., Spelke, E.S. & Gelman, R. (1990). Numerical abstraction by human infants. *Cognition*, 36, 97-127.
- Thevenot, C. (2017). La dyscalculie développementale vue comme un déficit d'automatisation des procédures de comptage. *Rééducation orthophonique : La cognition mathématique*, 269, 113-121.
- Thevenot, C., Barrouillet, P. & Fayol, M. (2001). Algorithmic solution of arithmetic problems and operands-answer associations in long-term memory. *The quarterly journal of experimental psychology*, 54A (2), 599-611.
- Urton, G. (1998). From Knots to Narrative : Reconstructing the Art of Historical Record Keeping in the Andes from Spanish Transcriptions of Inca Khipus. *Ethnohistory*, 45, 409-438.
- Vaivre-Douret, L. (2016). Dyspraxie développementale ou trouble de l'acquisition de la coordination (tac) : repérage, évaluation et indications thérapeutiques. *Enfances & Psy*, 71, 30-43.
- Von Aster, M. (2000). Developmental cognitive neuropsychology of number processing and calculation : varieties of developmental dyscalculia. *European Child & Adolescent Psychiatry*, V.9 (2), 45-59.
- Wilson, A. et Dehaene, S. (2004). La Course aux Nombres [logiciel]. Récupéré du site : <http://www.lacourseauxnombres.com>
- Xu, F., Spelke E.S. & Godart, G. (2005). Number sense in human infants. *Developmental Science*, 8 (1), 88-101.