

MEMOIRE

En vue de l'obtention du
Certificat de Capacité d'Orthophoniste
présenté par

Solène BOULESTEIX

soutenu publiquement en juin 2021

**Proposition d'évaluation de la comparaison analogique dans
un projet de création de batterie orthophonique de la
cognition mathématique**

MEMOIRE dirigé par

Sandrine MEJIAS, maître de conférences, Département d'Orthophonie Gabriel Decroix,
Université de Lille, Lille

Sophie FRAGNON, orthophoniste, Département d'Orthophonie Gabriel Decroix, Université de
Lille, Lille

Lille – 2021

Remerciements

Je tiens d'abord à remercier mes directrices de mémoire, Madame Mejias et Madame Fragnon d'avoir pris le temps de co-diriger ce mémoire. Je tiens à remercier tout particulièrement Madame Mejias pour ses conseils, sa disponibilité et sa bienveillance.

Un grand merci à Tom, et par extension à son professeur, enseignant la gestion interface homme-machine, d'avoir pris le temps de m'aider à élaborer le support informatisé de mon épreuve.

Je remercie chaleureusement mes maîtres de stage d'avoir pris le temps de m'accueillir et de m'avoir tant appris.

À mes amies de promotion, merci d'avoir été là, pour tous les bons moments et rires partagés pendant ces cinq années d'études.

Enfin, je remercie ma famille et mes proches de m'avoir soutenue et d'avoir cru en moi tout au long de mes études et pendant la rédaction de ce mémoire.

Résumé :

Le système numérique approximatif permet d'appréhender des grandes numérosités de manière approximative. Il semble se développer de manière innée et sa précision augmente avec l'âge. Ce système peut être évalué via une tâche de comparaison analogique. Certains auteurs mettent en évidence le lien entre déficit du système numérique approximatif et trouble d'apprentissage en mathématiques. Proposer une épreuve de comparaison analogique lors d'un bilan de cognition mathématique paraît donc important. Il existe cependant peu d'outils disponibles sur le marché évaluant le système numérique approximatif par le biais d'une épreuve de comparaison analogique. Nous avons ainsi effectué un état des lieux des différents outils proposant une épreuve de comparaison analogique. Nous avons alors comparé les épreuves entre elles. Cela nous a permis de voir les avantages et les limites de chacune. Nous avons ensuite élaboré notre propre épreuve de comparaison analogique sur un support informatisé. Cette épreuve comprend de nombreux items, avec dix ratios différents comprenant des grandes numérosités. Les intérêts de notre épreuve peuvent être mis en évidence grâce à la comparaison que nous avons faite avec les épreuves déjà existantes. Il reste néanmoins quelques limites à prendre en compte pour améliorer l'épreuve. Il faudra également valider et normer cette épreuve afin qu'elle puisse être intégrée dans une future batterie de cognition mathématique destinée aux orthophonistes.

Mots-clés :

Cognition mathématique, évaluation, système numérique approximatif, comparaison analogique

Abstract :

The approximate number system enables individuals to apprehend large numerosities in an approximate manner. It seems to develop in an innate manner and its precision increases with age. This system can be evaluated with a non-symbolic number comparison task. Some authors highlight the relationship between approximate number system and mathematical learning disorder. To propose a non-symbolic number comparison task during a mathematical cognition evaluation appears to be important. However, few tests exist and offer that type of task. Thus, we carried out a review of the different tests available offering a non-symbolic number comparison task. We compared the tasks with each other. It allowed us to see the advantages and limits of each. We then developed our own non-symbolic number comparison task on a computerized support. This test includes many items, with ten different ratios including large numerosities. The benefits of our task can be highlighted thanks to the comparison we did with the already existing tasks. There are still some limitations to take into account to improve the task. The validation and standardization will also have to be done in order for the test to be integrated in a future mathematical cognition battery designed for speech therapists.

Keywords :

Mathematical cognition, evaluation, approximate number system, non-symbolic number comparison

Table des matières

Introduction.....	1
Contexte théorique, buts et hypothèses.....	2
1. Les modèles cognitifs de référence.....	2
1.1. Le modèle du triple code de Dehaene (1992).....	2
1.2. Le modèle développemental de Von Aster et Shalev (2007).....	3
2. Le système numérique approximatif.....	4
2.1. Définition.....	4
2.2. L'évaluation de la précision du système numérique approximatif.....	5
2.3. Le développement du système numérique approximatif.....	6
2.4. Un système inné.....	6
2.4.1. Chez les animaux.....	6
2.4.2. Chez les nouveau-nés.....	7
2.4.3. Chez des adultes n'ayant pas reçu d'apprentissage formel en mathématiques.....	8
2.5. Le système numérique approximatif et les futures capacités mathématiques.....	9
2.5.1. Le système numérique approximatif comme prédicteur des futures capacités mathématiques.....	9
2.5.2. Le système numérique non prédicteur des futures capacités mathématiques.....	9
3. Le trouble d'apprentissage en mathématiques.....	11
3.1. Définition.....	11
3.1.1. Critères diagnostiques.....	11
3.1.2. Diagnostic différentiel.....	12
3.1.3. Prévalence.....	12
3.2. Hypothèses explicatives.....	12
3.2.1. Le déficit du sens du nombre.....	12
3.2.2. Le déficit de l'accès au sens du nombre.....	13
3.3. Le trouble d'apprentissage en mathématiques et le système numérique approximatif.....	13
4. Buts.....	14
Méthode.....	15
1. État des lieux des différents outils proposant une épreuve de comparaison analogique.....	15
2. Création d'une épreuve de comparaison analogique.....	16
2.1. Population cible.....	16
2.2. Matériel et procédure.....	16
Résultats.....	20
Discussion.....	23
1. État des lieux de la littérature et élaboration de l'épreuve.....	24
2. Intérêts de l'épreuve.....	26
3. Limites.....	27
Conclusion.....	29

Bibliographie.....	30
Liste des annexes.....	33
Annexe n°1 : Tableau de synthèse des outils évaluant le code analogique.....	33
Annexe n°2 : Feuille de passation de l'épreuve de comparaison analogique.....	33
Annexe n°3 : Tableau récapitulatif des outils évaluant les habiletés mathématiques.....	33

Introduction

Les nombres sont partout et nous les traitons en permanence au quotidien, même sans s'en rendre compte : choisir la file d'attente la moins longue dans un magasin, sélectionner la barquette contenant le plus de fruits au supermarché... Nous sommes capables d'appréhender les quantités numériques de manière précise, comme on nous l'a appris à l'école, via le comptage ou le dénombrement. Mais nous sommes aussi capables d'appréhender les quantités de manière approximative lorsqu'elles sont plus importantes et que nous ne pouvons pas les compter une à une, via l'estimation ou la comparaison (Feigenson et al., 2004).

Le sens du nombre est la capacité innée que nous avons à pouvoir manipuler les quantités numériques (Dehaene, 2001). Le sens du nombre sous-tend le système numérique approximatif (SNA), un système qui nous permet d'appréhender des grandes quantités de manière approximative (Feigenson et al., 2004). Ce système semble inné et présent chez de nombreuses espèces (Agrillo, 2015; Beran et al., 2015). Sa précision augmente avec l'âge (Halberda & Feigenson, 2008). Ce système numérique approximatif (et donc le sens du nombre) constitue ainsi une habileté numérique de base que l'être humain partage avec de nombreuses autres espèces et est supposé être très important pour l'apprentissage des mathématiques (Cai et al., 2018; Li et al., 2019). Il va donc être important de l'évaluer et de détecter d'éventuelles difficultés en bilan orthophonique de la cognition mathématique.

Le système numérique approximatif peut notamment être évalué par le biais d'une tâche de comparaison analogique (Halberda & Feigenson, 2008). Cela consiste par exemple à présenter au sujet deux ensembles de points pendant un temps très bref. Le sujet doit ensuite sélectionner l'ensemble qui contenait le plus de points. Il existe assez peu d'outils disponibles sur le marché qui évaluent le système numérique approximatif avec une tâche de comparaison analogique.

Ce mémoire s'inscrit dans un projet de création d'une batterie globale de la cognition mathématique, destinée aux orthophonistes et se basant sur le modèle du triple code (Dehaene, 1992). L'objectif de ce mémoire est de proposer une nouvelle épreuve de comparaison analogique qui pourra par la suite s'intégrer dans cette batterie. Nous allons pour cela nous appuyer sur les épreuves de comparaison analogique déjà existantes tout en prenant en compte différentes variables que nous estimons être importantes à contrôler dans notre propre épreuve.

Dans un premier temps, nous présenterons les modèles cognitifs qui nous ont servi de référence lors de ce mémoire, ainsi que les caractéristiques du système numérique approximatif. Nous présenterons également les critères du trouble d'apprentissage en mathématiques et les liens qui ont été faits entre ce trouble spécifique et le système numérique approximatif. Nous exposerons dans un second temps l'état des lieux que nous avons effectué concernant les différents outils existants qui évaluent le système numérique approximatif par le biais d'une épreuve de comparaison analogique. Nous présenterons ensuite l'épreuve de comparaison analogique que nous avons créée pour ce mémoire. Enfin, nous évoquerons les intérêts et les limites de notre épreuve de comparaison analogique.

Contexte théorique, buts et hypothèses

Dans cette partie théorique, nous allons présenter dans un premier temps les modèles cognitifs qui nous ont servi de cadre de référence, puis nous allons nous intéresser au système numérique approximatif et ses caractéristiques, que nous allons mettre en lien avec les troubles d'apprentissage en mathématiques.

1. Les modèles cognitifs de référence

Deux modèles cognitifs ont servi de cadre de référence pour la rédaction de ce mémoire, notamment pour l'élaboration de l'épreuve de comparaison analogique. Ces deux modèles sont présentés ci-dessous. Il existe d'autres modèles cognitifs en cognition mathématique mais qui ne correspondent pas aux principes que l'on souhaite suivre pour la construction de cette batterie d'évaluation de la cognition mathématique, et qui ne seront pas présentés ci-dessous.

1.1. Le modèle du triple code de Dehaene (1992)

Dehaene (1992) propose ce modèle, dans lequel les nombres peuvent être représentés sous la forme de trois codes différents : le code analogique, le code arabe et le code verbal (cf. Figure 1).

Le code analogique permet de se représenter et manipuler les numérosités (i.e., les quantités numériques), qui y sont représentées sous la forme d'une ligne numérique mentale sous-tendue par la loi de Weber-Fechner (Dehaene, 2003). Ce code est activé lors des activités sollicitant le sens du nombre, cette capacité que nous possédons tous et qui permet de comprendre et manipuler les quantités numériques (Dehaene, 2001), comme par exemple dans le cadre d'estimation ou de comparaison approximative de quantités. Le code analogique est également activé lorsque l'on doit accéder à la quantité liée à un code symbolique (i.e., arabe ou verbal). Le code arabe permet de manipuler les nombres représentés sous le code symbolique arabe. Ce code est activé lors de la lecture de nombres arabes ou lors de l'écriture de calculs en chiffres arabes. Le code verbal permet de manipuler les nombres verbaux, à l'oral comme à l'écrit. Ce code est activé dans des tâches numériques comme le comptage ou l'utilisation des faits arithmétiques (e.g., les tables d'addition et de multiplication).

Ces codes sont en interaction constante et chaque activité numérique permet d'activer un ou plusieurs codes via différents inputs et outputs. Une tâche d'estimation de quantités active le code analogique, et une tâche de lecture de nombres arabes active le code arabe en input et le code verbal en output par exemple.

Le code qui va plus particulièrement nous intéresser dans ce mémoire est le code analogique, puisque c'est le code qui sous-tend le système numérique approximatif et les tâches de comparaison analogique, que nous allons détailler plus précisément dans la suite de ce mémoire.

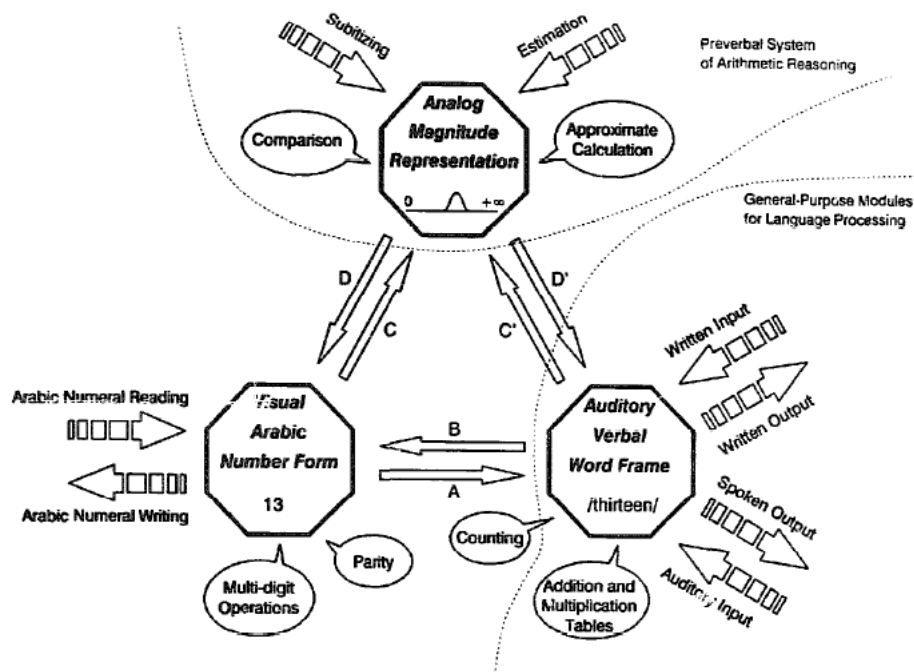


Figure 1. Modèle du triple code (issu de Dehaene, 1992).

1.2. Le modèle développemental de Von Aster et Shalev (2007)

Von Aster et Shalev (2007) ont proposé un modèle développemental de la représentation cognitive du nombre (cf. Figure 2). Ce modèle comprend quatre étapes successives et peut permettre de rendre compte du développement des apprentissages mathématiques des enfants tout-venant.

La première étape (« *step 1* ») correspond à la représentation des magnitudes et semble présente dès la prime enfance. L'enfant est capable de comparer approximativement dans cette étape. L'entrée à l'école et le début des apprentissages formels en mathématiques permettent ensuite à l'enfant de développer le système numérique verbal (« *step 2* »), puis le système numérique arabe (« *step 3* »). La compréhension et l'acquisition des nombres symboliques verbaux et arabes vont ensuite permettre à l'enfant de développer une représentation spatiale des nombres, sous forme de ligne numérique mentale (« *step 4* »).

Ce modèle permet ainsi de se rendre compte des différentes étapes développementales par lesquelles passe l'enfant, et permet de comprendre au vu des difficultés présentées par l'enfant quelle étape n'a pas été correctement mise en place et qui expliquerait ses difficultés. Par exemple, si la première étape semble ne pas s'être suffisamment développée, alors nous pouvons supposer que cela entraîne des difficultés pour les étapes ultérieures du développement de la représentation cognitive du nombre.

L'étape qui nous intéresse plus particulièrement ici est la première (« *step 1* »), car c'est dès celle-ci que l'enfant est en capacité de comparer des numérosités entre elles.

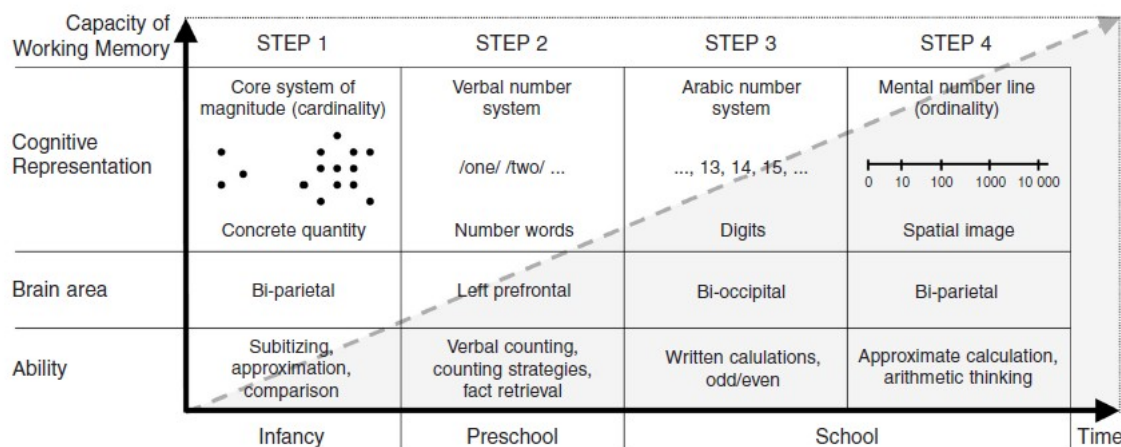


Figure 2. Modèle développemental de la cognition numérique à quatre étapes (issu de Von Aster et Shalev, 2007).

2. Le système numérique approximatif

Il existe deux systèmes numériques distincts permettant de se représenter le sens du nombre : le système numérique approximatif et le système numérique précis (Feigenson et al., 2004). Ces deux systèmes correspondent au code analogique dans le modèle du triple code de Dehaene (1992) et à la première étape dans le modèle développemental de Von Aster et Shalev (2007), mentionnés ci-dessus.

Nous nous concentrerons ici sur le système numérique approximatif, qui est un système présent chez de nombreuses espèces animales et qui semble se développer de manière innée chez l'être humain.

Dans les paragraphes suivants, nous allons présenter plus précisément ce système numérique approximatif et ses caractéristiques.

2.1. Définition

Le système numérique approximatif (SNA) permet d'appréhender des grandes numérosités de manière approximative, par le biais de deux capacités : l'estimation et la comparaison.

L'estimation renvoie à la capacité d'appréhender des grandes numérosités de façon rapide et approximative. Il s'agit par exemple de présenter un ensemble de 28 points à un sujet pendant un temps très bref, qui peut alors estimer combien de points lui ont été présentés sans toutefois être capable d'en déterminer le nombre exact.

La comparaison renvoie à la capacité de comparer deux ensembles de grandes numérosités de façon rapide. Il s'agit par exemple de choisir quel ensemble est le plus grand entre dix ou seize points.

Nous pouvons évaluer la précision du système numérique approximatif avec une tâche de comparaison analogique. Cette tâche consiste à présenter au sujet deux ensembles de stimuli pendant un temps limité. Les stimuli utilisés peuvent être visuels, auditifs ou

multimodaux (i.e., stimuli visuels et auditifs). Le sujet doit alors indiquer quel est l'ensemble le plus grand (i.e., celui qui contient le plus de stimuli).

Le système numérique approximatif peut aussi être évalué par le biais d'autres tâches (e.g., tâche d'estimation de points), mais nous nous focaliserons dans ce mémoire sur les tâches de comparaison analogique.

Le paragraphe ci-dessous présente les différentes façons qui permettent de mesurer la précision du système numérique approximatif, évaluée avec une tâche de comparaison analogique.

2.2. L'évaluation de la précision du système numérique approximatif

Lorsque nous effectuons une tâche de comparaison analogique entre deux numérosités, notre performance va dépendre du ratio entre les deux numérosités (plus grand ensemble/plus petit ensemble). Notre capacité à comparer des numérosités est ainsi sous-tendue par la loi de Weber, c'est-à-dire que c'est le ratio entre deux numérosités et non pas leur différence absolue qui détermine leur discriminabilité (Dehaene, 1997, cité dans Libertus et al., 2010). Il sera par exemple plus facile de comparer 8 vs. 12 (ratio de 2:3, différence absolue de 4) que 16 vs. 20 (ratio de 4:5, différence absolue de 4). Notre performance dans des tâches de comparaison analogique est donc ratio-dépendante. Nous pouvons évaluer la précision du système numérique approximatif en calculant le plus petit ratio discriminable par un individu.

La fraction de Weber permet également de mesurer la précision du système numérique approximatif. Elle correspond à la plus petite différence entre deux stimuli perçue par le sujet et est appelée w . Elle se calcule par la différence entre deux nombres divisée par le nombre le plus petit (i.e., $(x-y) / y$). Dans une tâche où il faut comparer 8 vs. 10 par exemple, la fraction de Weber (w) est égale à $(10-8) / 8 = .25$. Halberda et Feigenson (2008) ont cherché à déterminer la fraction de Weber à différents âges de développement. Pour cela, une tâche de comparaison analogique a été proposée à des participants âgés de trois, quatre, cinq et six ans ainsi qu'à des adultes. Deux tableaux contenant entre un et quatorze items ont été présentés aux sujets. Une voix enregistrée leur a ensuite demandé de choisir la plus grande des deux quantités. Après chaque essai, les participants ont reçu un feedback auditif leur indiquant si leur réponse était correcte ou non. Les variables continues ont été contrôlées. Les résultats montrent de meilleures performances avec l'âge et un effet de ratio significatif : plus le ratio est grand, meilleure est la performance. Cette étude a ainsi permis de déterminer les différentes fractions de Weber à différents âges de développement :

- à 6 mois, $w = 1.0$ (ratio de 1:2) ;
- à 9 mois, $w = .5$ (ratio de 2:3) ;
- à 3 ans, $w = .333$ (ratio de 3:4) ;
- à 4 ans, $w = .240$ (ratio de 4:5) ;
- à 5 ans, $w = .225$ (ratio de 5:6) ;
- à 6 ans, $w = .199$ (ratio de 5:6) ;
- à l'âge adulte, $w = .097$ (ratio de 10:11).

La discrimination de larges numérosités répond à deux effets, émanant de la loi de Weber : l'effet de distance et l'effet de taille (Gebuis & Reynvoet, 2015).

L'effet de distance correspond au fait que plus la distance entre deux numérosités est grande, plus il sera facile de les distinguer. Il sera par exemple plus facile de comparer 4 vs. 16 que 4 vs. 6.

La discrimination entre deux collections est également dépendante de l'effet de taille. En effet, plus les numérosités à traiter augmentent, plus il sera difficile de les discriminer. Les petites numérosités sont donc plus faciles à comparer que les grandes. Il sera par exemple plus facile de comparer 4 vs. 8 que 24 vs. 30.

Comme cela a été précisé dans les paragraphes ci-dessus, au fur et à mesure du développement de l'enfant, la capacité à comparer deux ensembles de numérosités s'affine et l'enfant devient capable de comparer des numérosités ayant entre elles un ratio de plus en plus petit.

2.3. Le développement du système numérique approximatif

Comme nous l'avons déjà vu avec l'étude de Halberda et Feigenson (2008), le système numérique approximatif se développe naturellement avec l'âge de l'enfant. L'enfant devient plus performant et est capable de comparer des numérosités de plus en plus proches.

Ainsi, le système numérique approximatif se développe au fil de l'âge et devient de plus en plus précis. Cette capacité se développe naturellement avec l'âge puisque en quelques mois un jeune enfant est capable de discriminer des numérosités plus rapprochées. Plus tard, l'exposition aux codes symboliques (i.e., les nombres arabes et verbaux) favorise le développement du système numérique approximatif et vice versa (Gilmore et al., 2010).

Plusieurs études ont montré que la précision du système numérique approximatif augmente avec l'âge (Halberda & Feigenson, 2008; Lipton & Spelke, 2004; Xu & Spelke, 2000). Elle atteint un niveau comparable à celui des adultes vers la pré-adolescence, longtemps après le début des apprentissages formels en mathématiques. Ainsi, les adultes sont capables de discriminer des numérosités présentant un ratio entre 9:10 et 10:11 (w entre .12 et .097) (Halberda & Feigenson, 2008).

Le niveau de précision du SNA se développe indépendamment du mode de présentation des stimuli, qu'ils soient auditifs, visuels ou multimodaux (Halberda & Feigenson, 2008).

2.4. Un système inné

Le système numérique approximatif semble inné. En effet, sa présence a pu être mise en évidence à la fois chez les animaux, chez les êtres humains (enfants comme adultes) et même chez les nouveau-nés. Ces derniers n'ont pourtant pas reçu d'apprentissage formel en mathématiques, tout comme les animaux, mais sont quand même capables d'appréhender les numérosités de manière approximative.

2.4.1. Chez les animaux

La capacité à discriminer des numérosités de manière approximative a été démontrée chez de nombreuses espèces animales non primates (pour une revue, voir Agrillo, 2015). Que ce soit lors de situations réelles (e.g., en situation de chasse) ou en laboratoires (dans le cadre

d'études scientifiques contrôlées), ces espèces sont capables de choisir la plus grande numérosité parmi plusieurs présentées (i.e., avec une tâche de comparaison analogique). Il peut s'agir par exemple de choisir de rejoindre le groupe le plus nombreux en cas d'attaque de prédateurs, ou choisir l'arbre contenant le plus de fruits.

Prenons l'exemple d'une étude sur la discrimination de larges numérosités chez les salamandres (Krusche et al., 2010). Trois types de stimuli ont été utilisés : des criquets réels, des criquets en vidéo et des criquets animés numériquement. Deux conditions ont été observées : 8 vs. 16 criquets (pour les trois types de stimuli) et 8 vs. 12 criquets (uniquement pour les criquets réels). On a regardé vers quel plat/écran les salamandres se dirigent pour tenter de manger les criquets. Les auteurs ont pu observer que les salamandres choisissent la plus grande quantité dans la condition 8 vs. 16 criquets (ratio de 1:2), lorsque les criquets sont réels ou présentés en vidéo. Les salamandres échouent cependant lorsqu'on leur présente des criquets sous forme d'images animées numériquement. Elles échouent également dans la condition 8 vs. 12 criquets réels (ratio de 2:3). Ces résultats indiquent que les capacités de discrimination de larges numérosités des salamandres sont ratio-dépendantes.

De nombreuses études ont également étudié la capacité des primates à comparer de grandes numérosités (pour une revue, voir Beran et al., 2015). Ainsi, Cantlon et Brannon (2006) ont pu comparer les performances de deux macaques rhésus et de onze adultes humains lors d'une tâche de comparaison analogique. On a présenté aux deux groupes une même tâche (i.e., sélectionner la plus petite ou la plus grande numérosité parmi deux ensembles de stimuli présentés), les numérosités allant de 2 à 30. Les variables continues telles que la densité, la surface et le périmètre des stimuli ont été contrôlées. Les auteurs ont pu mettre en évidence des performances similaires pour les deux groupes : l'exactitude et la latence de leurs réponses sont dépendantes du ratio entre les numérosités.

Les animaux semblent donc capables de discriminer deux ensembles de numérosités et ce, d'une manière similaire aux humains. En effet, leurs performances lors de tâches de comparaison analogique paraissent influencées par le ratio entre deux numérosités, tout comme les adultes humains. Nous retrouvons également cette influence du ratio lors de tâches de comparaison analogique chez les nouveau-nés, qui sont eux aussi capables de discriminer des numérosités malgré leur jeune âge.

2.4.2. Chez les nouveau-nés

Plusieurs études ont montré que la perception de grandes numérosités serait également présente chez les très jeunes enfants (Izard et al., 2009; Libertus & Brannon, 2010; Lipton & Spelke, 2004; Xu & Spelke, 2000).

Différentes études ont pu enregistrer cette information chez seize enfants de quelques heures (Izard et al., 2009), six mois (Libertus & Brannon, 2010; Lipton & Spelke, 2004; Xu & Spelke, 2000) et neuf mois (Lipton & Spelke, 2004). Ces enfants ont été testés pour savoir s'ils sont capables de percevoir les différences entre deux grandes numérosités. Lors de ces expériences, il y a d'abord eu une phase de familiarisation durant laquelle le bébé a été habitué à voir ou entendre certains stimuli. Lors de la phase de test, on a alors mesuré le temps de regard (Izard et al., 2009; Libertus & Brannon, 2010; Xu & Spelke, 2000) ou le

temps durant lequel l'enfant tourne la tête (Lipton & Spelke, 2004). Ces études ont pu mettre en évidence que les enfants regardent plus longtemps la nouvelle numérosité, plutôt que celle à laquelle ils ont été habitués, ou dans le cas de l'étude d'Izard et al. (2009), ils regardent plus longtemps la numérosité congruente avec le nombre de syllabes entendues.

À six mois, les nourrissons sont capables de discriminer 8 vs. 16 points et 4 vs. 8 points (ratio de 1:2) mais pas 8 vs. 12 points ou 4 vs. 6 points (ratio de 2:3). À neuf mois, ils sont cependant capables de discriminer 4 vs. 6 points et 8 vs. 12 points mais pas 4 vs. 5 points (Lipton & Spelke, 2004; Xu & Spelke, 2000). Les capacités de discrimination de grandes numérosités augmentent donc en précision avec l'âge et le développement.

Libertus et Brannon (2010) ont testé les mêmes enfants à six mois puis à neuf mois dans une tâche de discrimination de numérosités. Deux écrans ont été présentés simultanément à l'enfant. Un des écrans a affiché une numérosité changeante (e.g., dix ou vingt) et l'autre écran a toujours montré la même numérosité (e.g., dix). Le temps de regard des enfants pour l'un ou l'autre des écrans (et ainsi pour la numérosité changeante ou non) a été mesuré. Les auteurs ont montré que les différences interindividuelles lors de cette tâche sont stables lors de la première année de vie. En effet, les préférences des enfants à six mois (pour l'écran présentant la numérosité changeante ou non) sont restées les mêmes lorsque ceux-ci ont été testés trois mois après. À neuf mois les enfants ont également été testés par une tâche de mémoire à court terme visuelle : deux écrans ayant chacun deux carrés leur ont été présentés (avec un carré qui change de couleur et l'autre pas). Si une corrélation positive entre cette tâche et la tâche de discrimination de numérosités avait été observée, alors cela aurait signifié que les enfants auraient utilisé leurs capacités de mémoire à court terme dans les deux tâches, ce qui n'a pas été le cas ici.

Il est à préciser que la modalité de présentation des stimuli (ensemble de points, séquences auditives, séquences multimodales...) n'influence pas les performances de discrimination (Feigenson et al., 2004).

2.4.3. Chez des adultes n'ayant pas reçu d'apprentissage formel en mathématiques

La capacité à comparer des numérosités a également été démontrée au sein d'un groupe d'Indigènes d'Amazonie, les Mundurucu (Pica et al., 2004). Ces derniers ont la particularité de ne pas avoir de mots pour désigner les nombres allant au-delà de cinq. Pica et al. (2004) ont évalué les Mundurucu dans différentes tâches numériques. Lors des tâches de comparaison analogique de grandes quantités et de calculs analogiques approximatifs, les performances des Mundurucu sont similaires à celles des sujets contrôles français. Par contre, lors des tâches de calcul exact (soustraction analogique), la performance des Mundurucu est nettement inférieure à celle des sujets contrôles. On note tout de même des meilleurs résultats chez les Mundurucu ayant reçu un apprentissage arithmétique formel par rapport à ceux qui n'en ont pas bénéficié.

Le système numérique approximatif relève donc bien de compétences innées et indépendantes du langage. Le système numérique précis, quant à lui, qui permet d'appréhender les numérosités au-delà de trois-quatre, dépend du langage mais pas seulement. En effet les Mundurucu appréhendent de manière approximative les numérosités comprises

entre trois et cinq, alors qu'ils ont dans leur langue des mots-nombres associés à ces quantités. La comptine numérique et la prise de conscience qu'un mot-nombre équivaut à une quantité précise permettent donc de mieux appréhender les numérosités de manière exacte.

2.5. Le système numérique approximatif et les futures capacités mathématiques

De nombreuses études se sont intéressées au lien qui pouvait exister entre le système numérique approximatif et les futures compétences mathématiques, qui se développent avec le début de l'apprentissage formel en mathématiques. Certaines études rapportent que la précision au sein du système numérique approximatif, reflétée par les capacités de discrimination des individus comme rapporté dans les paragraphes ci-dessus, semble être en lien avec les futures capacités mathématiques des enfants. D'autres études ne retrouvent pas de lien significatif entre le système numérique approximatif et les capacités mathématiques des enfants.

2.5.1. Le système numérique approximatif comme prédicteur des futures capacités mathématiques

Plusieurs études ont fait l'hypothèse d'un lien prédicteur entre les compétences de comparaison analogique et les futures compétences en mathématiques (pour une revue, voir De Smedt et al., 2013; Feigenson et al., 2013). Halberda et al. (2008) ont testé 80 sujets chaque année de leurs 5 à leurs 11 ans avec des tâches arithmétiques classiques. Soixante-quatre d'entre eux ont ensuite passé l'épreuve de la Panamath (Halberda et al., 2008), une tâche de comparaison analogique lors de leur classe de troisième (9th grade). Les résultats montrent que la précision du système numérique approximatif, testée par le biais d'une tâche de comparaison analogique, est corrélée avec les performances aux tests mathématiques effectués antérieurement. Ainsi, les différences interindividuelles dans la précision du système numérique approximatif pourraient expliquer les différences interindividuelles dans les compétences mathématiques. D'autres études ont également observé un lien significatif entre système numérique approximatif et compétences mathématiques (Libertus et al., 2011, 2013; Mazzocco et al., 2011).

2.5.2. Le système numérique non prédicteur des futures capacités mathématiques

Si certaines études ont trouvé un lien significatif entre le système numérique approximatif et les futures capacités mathématiques comme vu précédemment, d'autres études n'ont cependant pas observé ce lien (De Smedt et al., 2013; Feigenson et al., 2013).

Ce contraste pourrait notamment s'expliquer par les différences de méthodologie observées entre les études. En effet, il n'existe pas encore de tâche de comparaison analogique standardisée, et les tâches diffèrent en terme de variables continues et de mesure des performances utilisées par exemple.

Hornung et al. (2014) ont testé des enfants en grande section de maternelle par le biais de tâches de mémoire de travail, de sens du nombre et de compétences numériques (nommées

par les auteurs « early number competence », qui réfère aux « connaissances conceptuelles et capacités procédurales qui nécessitent l'utilisation de nombres verbaux et de symboles pour une représentation exacte des nombres », p.1). Ils leur ont également administré des tâches d'intelligence fluide et de vocabulaire réceptif. Un an plus tard, à la fin du CP, trois tests de mathématiques ont été réalisés pour évaluer leurs capacités en arithmétique, en compétences géométriques et en estimation sur une ligne numérique. Les résultats indiquent que le sens du nombre et la mémoire de travail contribuent fortement mais indépendamment à l'ENC (early number competence) en maternelle. Cependant c'est cet ENC qui est le plus fortement prédicteur de la réussite des enfants aux tests mathématiques en CP.

Dans une autre étude, Xenidou-Dervou et al. (2017) ont comparé les performances d'enfants de grande section de maternelle, de CP et de CE1 dans des tâches de comparaison analogique et comparaison de nombres arabes. Ils leur ont également administré un test de QI (Quotient Intellectuel) et une tâche de mémoire de travail. Les résultats montrent que les deux tâches numériques, à savoir la comparaison analogique et la comparaison de nombres arabes, sont de meilleurs prédicteurs des futures compétences mathématiques des enfants en maternelle par rapport au QI et aux capacités de mémoire de travail. Cependant, les performances des enfants à la tâche de comparaison analogique ne se sont montrées que modérément prédictives des futures compétences mathématiques des enfants et uniquement en maternelle, tandis que la comparaison symbolique (i.e., comparaison de nombres arabes) s'est révélée un meilleur prédicteur des futures compétences mathématiques de manière générale, et pas seulement en maternelle.

Ainsi, de nombreuses études se sont intéressées à la relation entre le système numérique approximatif (ici plus précisément, la tâche de comparaison analogique), et le développement des futures compétences mathématiques des enfants. Les résultats qui en ont découlé n'ont pas été les mêmes dans toutes les études, certains observant un lien prédicteur et d'autres au contraire ne relevant pas de rôle prédicteur entre le système numérique approximatif et les futures compétences mathématiques. Il semblerait que le système numérique approximatif et plus particulièrement les compétences non-symboliques des enfants jouent un rôle important dans le développement des futures compétences mathématiques en maternelle. Cependant ce lien prédicteur semble s'atténuer lorsque les apprentissages formels en mathématiques commencent, les enfants maîtrisant de plus en plus les systèmes numériques symboliques.

Les diverses études présentées ci-dessus ont évalué les capacités des enfants tout-venant, mais qu'en est-il du trouble spécifique d'apprentissage en mathématiques ? Les enfants présentant ce type de trouble ont-ils des capacités différentes de leurs pairs concernant les tâches de comparaison analogique, et plus généralement les tâches faisant intervenir le sens du nombre ?

Dans les paragraphes qui suivent nous allons nous intéresser au trouble d'apprentissage en mathématiques et son lien avec le système numérique approximatif.

3. Le trouble d'apprentissage en mathématiques

Le trouble d'apprentissage en mathématiques est un trouble spécifique des apprentissages mathématiques. Son évaluation (bilan de la cognition mathématique) et sa prise en charge (rééducation des troubles de la cognition mathématique) font partie du champ de compétences des orthophonistes. Le terme « dyscalculie développementale » est également utilisé pour qualifier ce type de trouble. Nous avons choisi d'employer dans ce mémoire le terme de « trouble d'apprentissage en mathématiques », qui est le terme préférentiellement utilisé depuis la parution du DSM-V (American Psychiatric Association, 2015).

3.1. Définition

Le trouble d'apprentissage en mathématiques ne bénéficie pas actuellement de véritable consensus sur sa définition ou sur son origine. Nous le définissons ci-après d'après les critères du DSM-V (American Psychiatric Association, 2015).

3.1.1. Critères diagnostiques

Le trouble d'apprentissage en mathématiques fait partie des troubles spécifiques des apprentissages. Les critères suivants sont proposés pour le diagnostiquer :

A. Difficultés à apprendre et à utiliser des compétences scolaires ou universitaires, comme en témoigne la présence d'au moins un des symptômes suivants ayant persisté pendant au moins six mois, malgré la mise en place de mesures ciblant ces difficultés :

- Symptômes 1 et 2 : Concernent la lecture
- Symptômes 3 et 4 : Concernent l'orthographe
- Symptôme 5 : Difficultés à maîtriser le sens des nombres, les données chiffrées ou le calcul (e.g., compréhension médiocre des nombres, de leur ordre de grandeur et de leurs relations ; comptage sur les doigts pour additionner des nombres à un seul chiffre au lieu de se souvenir de tables d'addition comme les pairs le font ; se perd au milieu des calculs arithmétiques et peut être amené à changer de méthode)
- Symptôme 6 : Difficultés avec le raisonnement mathématique (e.g., grandes difficultés à appliquer des concepts ou des méthodes mathématiques pour résoudre les problèmes).

B. Performances scolaires perturbées nettement en dessous du niveau escompté pour l'âge chronologique du sujet et ce de manière quantifiable (confirmé par des tests de niveau standardisés administrés individuellement et une évaluation clinique complète). Cela interfère significativement sur les performances scolaires, universitaires ou professionnelles ou sur les activités de la vie quotidienne.

C. Début des difficultés au cours de la scolarité primaire (mais peuvent ne pas se manifester entièrement si les demandes scolaires ne dépassent pas les capacités limitées du sujet).

D. Les difficultés ne peuvent pas être mieux expliquées par :

- Un handicap intellectuel
- Une acuité visuelle ou auditive non corrigée
- Des troubles neurologiques ou mentaux

- Un trouble psychosocial
- Un manque de maîtrise de la langue d'enseignement
- Un enseignement pédagogique inadéquat. (American Psychiatric Association, 2015, p.76)

3.1.2. Diagnostic différentiel

L'existence d'une déficience intellectuelle, d'un trouble sensoriel ou neurologique exclut la présence d'un trouble d'apprentissage en mathématiques, ce dernier étant un trouble spécifique des apprentissages.

Il va également être important de distinguer le trouble spécifique d'apprentissage en mathématiques d'un retard d'apprentissage en mathématiques. Le trouble d'apprentissage en mathématiques est un trouble spécifique des apprentissages mathématiques, durable dans le temps et sévère. Le retard d'apprentissage en mathématiques est marqué par des difficultés non pathologiques et transitoires, qui peuvent être dues à un environnement peu stimulant, un enseignement inadapté, une absence scolaire prolongée ou encore une phobie scolaire (Haberstroh & Schulte-Körne, 2019). Il va donc être primordial lors d'un bilan de cognition mathématique de bien mener son anamnèse et de bien analyser les résultats de l'évaluation afin de différencier ces deux sources de difficultés, qui peuvent pourtant se manifester de manière identique.

3.1.3. Prévalence

Le trouble d'apprentissage en mathématiques affecterait entre 6 et 10 % de la population (Butterworth, 2010, cité dans Feigenson et al., 2013).

3.2. Hypothèses explicatives

Comme expliqué précédemment, il n'existe actuellement pas de consensus en ce qui concerne l'origine du trouble d'apprentissage en mathématiques. Deux hypothèses explicatives ont cependant été proposées afin d'essayer d'expliquer son origine (pour une revue, voir Lafay et al., 2015).

3.2.1. Le déficit du sens du nombre

La première hypothèse (Wilson & Dehaene, 2007) suggère un déficit du sens du nombre, au niveau du code analogique selon le modèle du triple code (Dehaene, 1992). Les auteurs émettent l'hypothèse que ce déficit serait dû à un dysfonctionnement du sillon intrapariétal, zone cérébrale activée lors des activités sollicitant le sens du nombre. Cela peut se traduire par des difficultés à comparer ou estimer des grandes quantités analogiques, à traiter de manière précise des petites quantités sans recourir au comptage (i.e., le subitizing) ou encore à placer un nombre sur une ligne numérique.

3.2.2. Le déficit de l'accès au sens du nombre

La deuxième hypothèse (Rousselle & Noël, 2007; Rubinsten & Henik, 2005) suggère un déficit de l'accès au sens du nombre via les codes symboliques. Cette hypothèse a été émise suite aux études ayant mis en évidence chez des enfants présentant un trouble d'apprentissage en mathématiques des performances déficitaires en comparaison symbolique mais pas en comparaison analogique. Ce déficit peut notamment se traduire par des difficultés à comparer des nombres arabes ou oraux.

Ces deux hypothèses tentent donc de fournir une explication concernant l'origine cognitive des troubles observés chez des patients présentant un trouble d'apprentissage en mathématiques, de manière différente. Il pourrait ainsi exister différents types de personnes présentant un trouble d'apprentissage en mathématiques, ayant chacun des profils cognitifs différents.

Il apparaît donc nécessaire d'évaluer le code analogique et le sens du nombre lors d'un bilan de cognition mathématique, car ce sont des habiletés numériques de base qui, si elles sont déficitaires, pourraient expliquer l'origine des troubles d'apprentissage en mathématiques. Selon Lafay et al. (2015), l'évaluation du traitement des codes analogiques et symboliques est ainsi indispensable pour mettre en évidence un trouble spécifique d'apprentissage en mathématiques.

Une épreuve de comparaison analogique pourra par exemple permettre d'évaluer le sens du nombre en lui-même et une épreuve de comparaison de nombres arabes pourra évaluer l'accès à ce sens du nombre via le code symbolique arabe dans le cas où la première épreuve est réussie.

Les paragraphes suivants présentent le lien qui existe entre le trouble d'apprentissage en mathématiques et le système numérique approximatif. Les appellations qualifiant le trouble spécifique des apprentissages en mathématiques étant diverses, certains auteurs parlent de dyscalculie, mais cela réfère bel et bien au trouble d'apprentissage en mathématiques.

3.3. Le trouble d'apprentissage en mathématiques et le système numérique approximatif

Plusieurs études se sont intéressées aux performances des enfants ayant un trouble d'apprentissage en mathématiques sur des tâches de comparaison analogique afin d'évaluer l'intégrité de leur système numérique approximatif (pour une revue, voir Lafay et al., 2015).

Piazza et al. (2010) ont été les premiers à montrer que l'acuité du nombre est déficitaire chez les enfants dyscalculiques. Dans cette étude, un groupe d'enfants dyscalculiques ont effectué une tâche de comparaison analogique. Les variables continues ont été contrôlées. Leurs performances ont été comparées avec un autre groupe d'enfants tout-venant appariés au niveau de l'âge et du quotient intellectuel. Les résultats montrent que les enfants dyscalculiques ont un retard de cinq ans par rapport aux enfants tout-venant du même âge concernant leurs capacités d'acuité du nombre, mesurées par une tâche de comparaison analogique.

Dans une autre étude, Bugden & Ansari (2016) ont testé un groupe d'enfants dyscalculiques et un groupe d'enfants tout-venant à l'aide de la Panamath, test de comparaison analogique proposé par Halberda et al. (2008). Les essais ont pu être soit congruents (e.g., la taille des points est plus grande pour la numérosité la plus grande), soit incongruents (e.g., la taille des points est plus grande alors qu'il s'agit de la plus petite numérosité). Cela permet d'indiquer si le sujet traite uniquement les numérosités présentées ou si ses décisions sont influencées par les propriétés visuo-spatiales des stimuli. Les résultats montrent que les enfants dyscalculiques commettent beaucoup plus d'erreurs dans la tâche de comparaison analogique par rapport à leurs pairs lorsque la taille des points n'est pas congruente avec leur numérosité (e.g., la taille des points bleus est plus petite que la taille des points jaunes alors qu'il y a plus de points bleus en quantité). Les capacités de mémoire de travail visuo-spatiale ont également joué un rôle dans la réussite de la tâche. En effet, des corrélations significatives ont été observées entre les performances à la Panamath, mesurées avec la fraction de Weber (w) et la mémoire de travail visuo-spatiale. Ainsi, un enfant avec une faible mémoire de travail visuo-spatiale présente de moins bonnes performances à la Panamath lors des essais incongruents. Au final, une tâche de comparaison analogique comme la Panamath ne permet pas de rendre compte exclusivement de l'intégrité du système de représentation approximatif du nombre. La précision du système numérique approximatif dépend également des capacités de perception visuo-spatiale et de la mémoire de travail visuo-spatiale. En effet, lorsqu'il faut déterminer parmi deux ensembles de points lequel possède le plus de points, il faut non seulement traiter les numérosités présentées, mais aussi la position et la taille des points dans l'espace de l'écran, et ce dans un laps de temps limité. De nombreuses variables sont donc à prendre en compte et à traiter dans ce genre de tâche.

La nature des difficultés liées au système numérique approximatif chez les personnes présentant un trouble d'apprentissage en mathématiques n'est pas encore consensuelle. Le système numérique approximatif reste tout de même important à évaluer lors d'un bilan de cognition mathématique, afin de détecter d'éventuelles difficultés au niveau du sens du nombre.

4. Buts

Le but de ce mémoire sera de participer à la construction d'une nouvelle batterie de cognition mathématique basée sur le modèle du triple code (Dehaene, 1992) et plus précisément de créer une épreuve concernant la comparaison analogique.

L'objectif de cette épreuve sera d'évaluer la précision du système numérique approximatif par le biais d'une tâche de comparaison analogique. À l'issue de l'analyse des résultats de l'épreuve, nous devrons pouvoir connaître la précision du système numérique approximatif avec le score obtenu par le sujet. Nous allons également pouvoir savoir si l'accès au système numérique approximatif est automatisé et rapide avec le temps de réponse du sujet.

Méthode

Dans cette partie, nous allons présenter dans un premier temps l'état des lieux que nous avons effectué sur les outils évaluant le système numérique approximatif avec une tâche de comparaison analogique. Cette démarche a été faite en vue de faire le point sur les différents outils existants et comparer les caractéristiques de leur épreuve de comparaison analogique. Dans un second temps, nous allons présenter les caractéristiques de l'épreuve de comparaison analogique que nous avons créée.

1. État des lieux des différents outils proposant une épreuve de comparaison analogique

Nous avons effectué un état des lieux des différents outils existants permettant d'évaluer le système numérique approximatif via une tâche de comparaison analogique. Nous avons pour cela recensé les différents tests et batteries évaluant des habiletés mathématiques dont nous avons connaissance grâce à nos stages cliniques et aux cours de l'UE 5.3 Cognition mathématique. Nous avons complété ces données en utilisant des moteurs de recherche comme Google Scholar, PubMed ou Lillocat. Enfin, la lecture de revues de littérature (Lafay et al., 2014; Lafay & Cattini, 2018) a permis de vérifier nos informations et éventuellement de les compléter.

Les critères d'inclusion suivants ont été retenus pour l'établissement de notre état des lieux :

- Outil actuellement disponible (à l'achat ou mis à disposition en ligne gratuitement) ;
- Outil proposant au moins une épreuve de comparaison analogique.

Les critères d'exclusion étaient les suivants :

- Outil n'étant actuellement plus disponible, afin de faciliter nos recherches et analyses ;
- Outil ne comprenant pas d'épreuve de comparaison analogique.

Nous avons identifié lors de nos recherches plusieurs types d'outils permettant d'évaluer les compétences mathématiques chez les enfants et les adultes : questionnaires parentaux, échelles d'intelligence, batteries générales contenant un ou plusieurs sous-tests mathématiques et batteries spécifiques de cognition mathématique. Notre première recherche nous a permis d'identifier dix outils. En regardant de plus près le contenu des épreuves et en appliquant nos critères d'inclusion et d'exclusion, nous avons finalement sélectionné cinq outils (cf. Annexe A1).

2. Création d'une épreuve de comparaison analogique

Nous avons créé une épreuve de comparaison analogique, que nous allons présenter ci-dessous.

2.1. Population cible

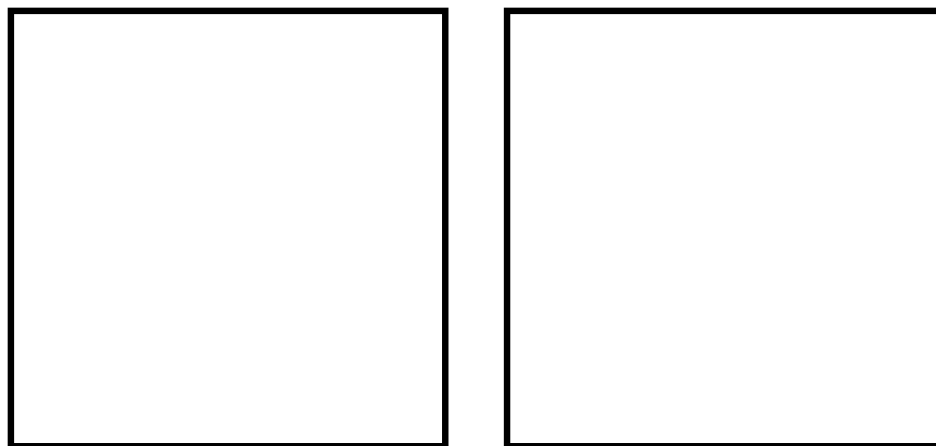
L'épreuve de comparaison analogique que nous avons créée s'adresse à une tranche d'âge assez large. Elle peut en effet être proposée à des enfants dès la maternelle, à partir de quatre ans, jusqu'à des personnes d'âge adulte. Le but est effectivement de pouvoir identifier d'éventuels déficits du code analogique et du sens du nombre le plus précocement possible.

2.2. Matériel et procédure

Notre épreuve de comparaison analogique est informatisée. Le site a été développé avec Visual Studio Code (2015). Les langages informatiques suivants ont été utilisés : HTML, CSS et JavaScript. Aucune connexion à Internet n'est nécessaire pour faire passer l'épreuve.

L'épreuve consiste à présenter au sujet deux ensembles de points pendant 750 ms. La modalité de réponse est motrice : le sujet doit désigner l'ensemble de points le plus grand (i.e., celui contenant le plus de points) en cliquant avec la souris ou le pavé tactile de l'ordinateur sur le carré à gauche ou à droite selon où se situe le plus grand ensemble selon lui.

La consigne est la suivante : « Vous allez voir apparaître deux ensembles de points. Vous devrez ensuite trouver quel était l'ensemble de points le plus grand. Cliquez sur « bleu » s'il y avait plus de points bleus ou sur « rouge » s'il y avait plus de points rouges. ». Elle est affichée sur la page d'accueil du site de notre épreuve de comparaison analogique et reste à l'écran tant que l'on n'a pas cliqué sur le bouton « Commencer le test », situé juste en dessous de la consigne (cf. Figure 3).



Vous allez voir apparaître deux ensembles de points.
Vous devrez ensuite trouver quel était l'ensemble de points le plus grand.
Cliquez sur "bleu" s'il y avait plus de points bleus ou sur "rouge" s'il y avait plus de points rouges.

Commencer le test

Figure 3. Page d'accueil du site de l'épreuve de comparaison analogique.

Après la première page présentant la consigne, quand le sujet ou l'expérimentateur clique sur le bouton « Commencer le test », l'épreuve de comparaison analogique commence (cf. Figure 4).

Deux carrés apparaissent alors, l'un à gauche contenant un ensemble de points bleus, l'autre à droite contenant un ensemble de points rouges (cf. Figure 5). Les carrés font 50 % de la hauteur de la fenêtre du navigateur. Les stimuli (i.e., les ensembles de points) restent affichés à l'écran pendant 750 ms.

L'écran de réponse est ensuite automatiquement affiché. Le sujet clique sur la case carrée « bleu » s'il pense qu'il y avait plus de points bleus, ou sur la case carrée « rouge » s'il pense qu'il y avait plus de points rouges. Ce temps de réponse est mesuré à partir du moment où l'écran de réponse s'affiche.

Une fois que le sujet (ou l'expérimentateur) a cliqué sur une des cases, l'item suivant s'affiche automatiquement. Il y a un temps de latence de 250 ms entre chaque item. Le reste de l'épreuve se déroule exactement de la même façon, avec le même temps d'affichage des stimuli et l'écran de réponse qui s'affiche juste après.

Après que tous les items ont été présentés, un bouton « Afficher les résultats » apparaît. Il suffit de cliquer dessus pour voir les résultats de l'épreuve. Tous les items sont détaillés, avec pour chacun la réponse (« correct » ou « incorrect ») et le temps de réponse du sujet. À la fin de la liste de tous les items, le nombre total de bonnes réponses, le taux de réussite (en %) et le temps de réponse moyen sont indiqués.

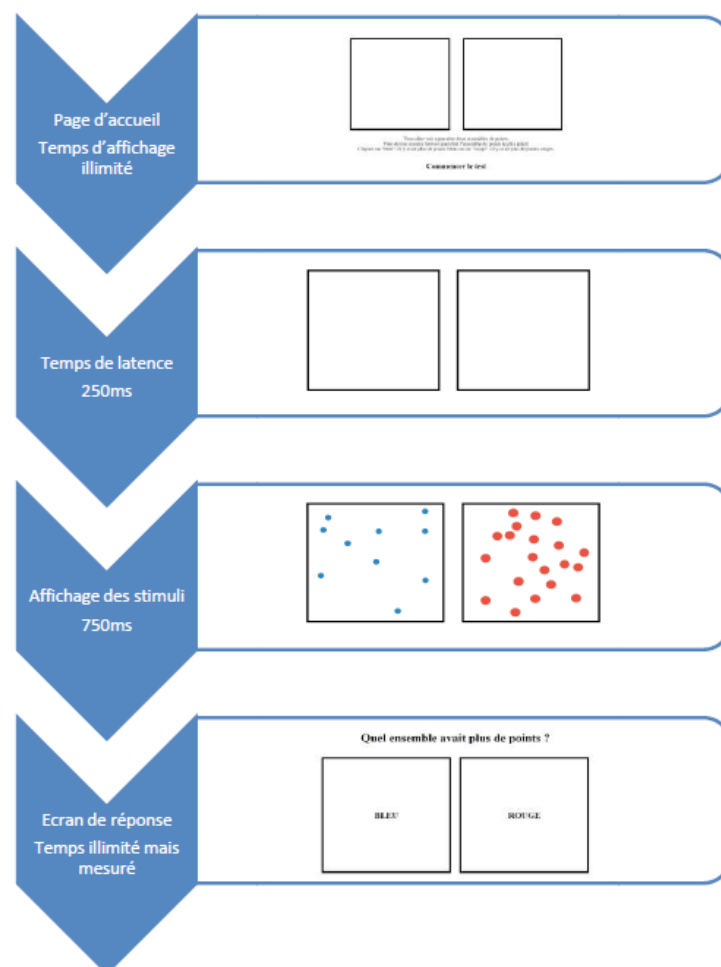


Figure 4. Déroulé temporel de notre épreuve de comparaison analogique.

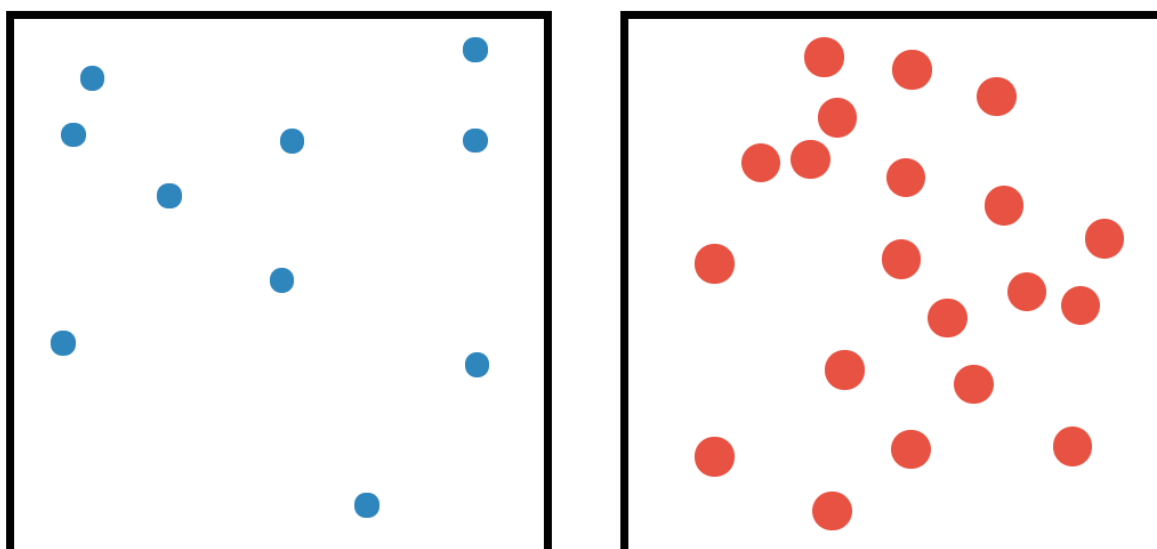


Figure 5. Exemple d'item de l'épreuve de comparaison analogique (ici, item n°1 ; 10 vs. 20 ; ratio de 1:2).

Notre épreuve de comparaison analogique contient 40 items, avec des numérosités allant de 5 à 44. Dix ratios différents ont été utilisés (de 1:2 à 10:11). Chaque ratio comprend quatre items (cf. Tableau 2).

Tableau 2. Ratios utilisés dans notre épreuve et leurs items correspondants.

Ratio	Items
1:2	5 vs. 10 ; 8 vs. 16 ; 10 vs. 20 ; 15 vs. 30
2:3	8 vs. 12 ; 10 vs. 15 ; 16 vs. 24 ; 20 vs. 30
3:4	6 vs. 8 ; 12 vs. 16 ; 15 vs. 20 ; 18 vs. 24
4:5	8 vs. 10 ; 16 vs. 20 ; 20 vs. 25 ; 24 vs. 30
5:6	5 vs. 6 ; 10 vs. 12 ; 20 vs. 24 ; 25 vs. 30
6:7	6 vs. 7 ; 12 vs. 14 ; 18 vs. 21 ; 24 vs. 28
7:8	7 vs. 8 ; 14 vs. 16 ; 21 vs. 24 ; 28 vs. 32
8:9	8 vs. 9 ; 16 vs. 18 ; 24 vs. 27 ; 32 vs. 36
9:10	9 vs. 10 ; 18 vs. 20 ; 27 vs. 30 ; 36 vs. 40
10:11	10 vs. 11 ; 20 vs. 22 ; 30 vs. 33 ; 40 vs. 44

L'ordre de passation des items a été randomisé à l'aide d'un générateur de tirage au sort en ligne (dcode.fr/tirage-au-sort). Les items (et leurs ratios correspondants) sont donc affichés de manière aléatoire. La place de la plus grande quantité (i.e., la réponse correcte) a également été randomisée. Elle est située à gauche pour la moitié des items (i.e., vingt items) et à droite pour l'autre moitié (i.e., vingt items). La disposition des points se fait automatiquement de manière aléatoire à chaque passation de l'épreuve.

Dans notre épreuve, les points peuvent être de deux tailles différentes. La taille des points n'est pas fixe et change selon les ordinateurs que l'on utilise pour faire passer l'épreuve. Soit ils font 2,5 % de la hauteur de la fenêtre du navigateur, soit ils font 4 % de la hauteur de la fenêtre du navigateur. La taille des points peut être congruente ou incongruente avec la numérosité (cf. Figures 6 et 7). 50 % des items (i.e., vingt items) ont une taille congruente avec la numérosité : le plus grand ensemble de points a des points plus gros que le plus petit ensemble de points. 50 % des items (i.e., les vingt autres items) ont une taille incongruente avec la numérosité : le plus petit ensemble de points a des points plus gros que le plus grand ensemble de points.

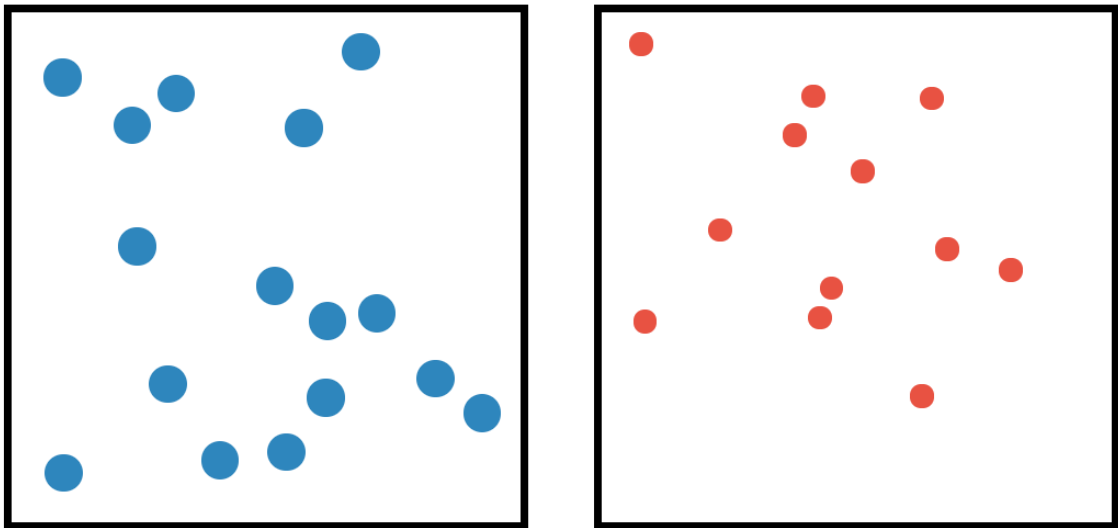


Figure 6. Exemple d'item où la taille est congruente avec la numérosité (item n°18, 16 vs 12, ratio de 3:4).

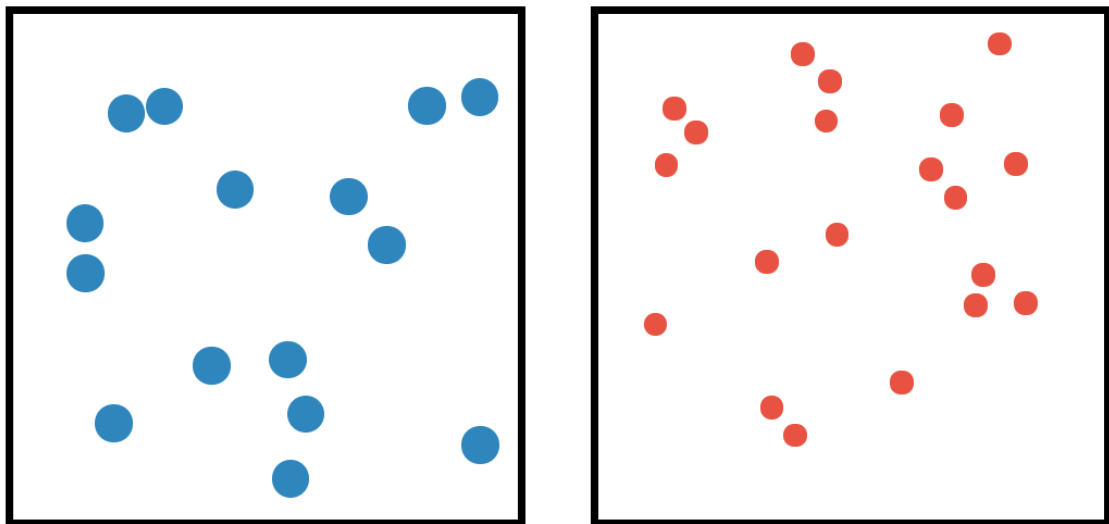


Figure 7. Exemple d'item où la taille est incongruente avec la numérosité (item n°22, 15 vs 20, ratio de 3:4).

À la fin de l'épreuve, le sujet obtient deux types de résultats : le score (nombre de bonnes réponses/nombre total d'items) et le temps de réponse moyen. La cotation des items est binaire : le sujet a un point si sa réponse est correcte, ou aucun point si sa réponse est

incorrecte. Le score maximum est de 40/40. Le temps de réponse pour chaque item est mesuré, ce qui nous donne à la fin de l'épreuve un temps de réponse moyen.

Les résultats, que ce soit le score obtenu ou le temps de réponse, sont calculés automatiquement et affichés à la fin de l'épreuve. Ils ne sont cependant pas enregistrables, c'est pourquoi nous avons créé une feuille de passation qui permet de noter manuellement les résultats du sujet et ainsi les conserver (cf. Annexe A2).

Résultats

Dans cette partie, nous allons présenter les résultats de notre état des lieux portant sur les outils permettant d'évaluer le système numérique approximatif par le biais d'une tâche de comparaison analogique. Nous allons également comparer les différents outils retenus avec l'épreuve que nous avons créée.

Il existe différents outils évaluant les compétences mathématiques des enfants : questionnaires parentaux, échelles d'intelligence, batteries générales avec un ou plusieurs sous-tests mathématiques et des batteries évaluant spécifiquement les compétences mathématiques (cf. Annexe A3). Seules ces dernières comportent des épreuves de comparaison analogique. Plus précisément, sur les 25 batteries identifiées évaluant spécifiquement les compétences mathématiques, seulement 5 proposent une épreuve de comparaison analogique, ce qui correspond à 20 %.

Les recherches effectuées lors de notre état des lieux des outils existants ont permis d'identifier cinq outils dont les informations factuelles sont présentées dans le tableau ci-dessous. Les outils sont classés par ordre croissant d'âge de passation.

Tableau 3. Informations factuelles des outils existants proposant une épreuve de comparaison analogique.

Nom de l'outil	Auteurs	Date de publication	Éditeur	Âge /classe de passation
Panamath	Halberda et al.	2008	Disponible gratuitement en ligne	3-85 ans
Tedi-Math	Van Nieuwenhoven et al.	2001	ECPA	MSM-CE2
Numeracy Screener	Nosworthy et al.	2013	Disponible gratuitement en ligne	GSM-CE2
Tedi-Math Grands	Noël & Grégoire	2015	ECPA	CE2-5ème
Examath 8-15	Lafay & Helloin	2016	HappyNeuron	CE2-3ème

Le tableau 3 nous montre que parmi les cinq outils retenus, deux ne sont pas spécifiquement destinés aux orthophonistes et sont accessibles à tous en ligne. Il s'agit de la Panamath (Halberda et al., 2008) et du Numeracy Screener (Nosworthy et al., 2013). Il existe

donc trois batteries de cognition mathématique qui proposent une épreuve de comparaison analogique, mais aussi d'autres épreuves évaluant différentes compétences mathématiques : la Tedi-Math (Van Nieuwenhoven et al., 2001), la Tedi-Math Grands (Noël & Grégoire, 2015) et l'Examath 8-15 (Lafay & Helloin, 2016).

Parmi les cinq outils présentés ici, seuls deux se destinent aux jeunes enfants à partir de la maternelle jusqu'au CE2 : la Tedi-Math (Van Nieuwenhoven et al., 2001) et le Numeracy Screener (Nosworthy et al., 2013). La Tedi-Math Grands (Noël & Grégoire, 2015) et l'Examath 8-15 (Lafay & Helloin, 2016) visent quant à eux les plus grands, du CE2 au collège. La Panamath (Halberda et al., 2008) est le seul outil destiné à une large tranche d'âge, et administrable aussi bien aux jeunes enfants qu'aux adolescents ou aux adultes. Au total, trois outils permettent la passation d'une épreuve de comparaison analogique aux enfants de maternelle, mais seul un (datant de 2001, la Tedi-Math) s'intègre dans une batterie globale de cognition mathématique spécifiquement destinée aux orthophonistes.

Le tableau ci-dessous présente les caractéristiques de l'épreuve de comparaison analogique proposée par chaque outil, ainsi que celles de l'épreuve que nous avons élaborée.

Tableau 4. Comparatif des caractéristiques des épreuves de comparaison analogique entre les outils existants et l'épreuve créée.

Nom de l'outil	Mode de passation	Nombre d'items	Numérosités utilisées	Ratios	Temps de réponse mesuré
Panamath	Informatisé	Variable selon les paramètres	Variable	Variable	Oui
Tedi-Math	Papier	2 sur des grandes numérosités/6	7, 8, 12, 15	7:12 ; 8:15	Non
Numeracy Screener	Papier-crayon	56 (+ 9 d'essai)	1 à 9	.11 à .89	Oui
Tedi-Math Grands	Informatisé	48	6 à 18	1:2 ; 2:3 ; 3:4 ; 4:5 ; 5:6 ; 6:7 ; 7:8 ; 8:9	Non
Examath 8-15	Informatisé	12	5 à 13	1:2 ; 3:4 ; 5:6 ; 6:7 ; 7:8 ; 7:10 ; 7:11 ; 8:9 ; 8:13 ; 9:10 ; 10:11	Oui
<i>Notre épreuve</i>	<i>Informatisé</i>	<i>40</i>	<i>5 à 44</i>	<i>1:2 ; 2:3 ; 3:4 ; 4:5 ; 5:6 ; 6:7 ; 7:8 ; 8:9 ; 9:10 ; 10:11</i>	<i>Oui</i>

Le tableau 4 montre que sur les cinq outils retenus, trois proposent leur épreuve de comparaison analogique sur un support informatisé, dont deux s'intègrent dans une batterie

globale de cognition mathématique. L'épreuve que nous avons créée se fait également passer sur un support informatisé. Les deux outils restants proposent une épreuve sur un support papier, avec pour le Numeracy Screener (Nosworthy et al., 2013) l'utilisation d'un crayon qui est nécessaire. Ces deux outils sont à destination des enfants plus jeunes dès la maternelle (cf. Tableau 3).

Si l'on s'intéresse au nombre d'items proposés par chaque épreuve, on peut voir qu'il varie beaucoup selon les outils. La Tedi-Math (Van Nieuwenhoven et al., 2001) et l'Examath 8-15 (Lafay & Helloin, 2016) proposent moins de vingt items, avec seulement deux items concernés par les grands numérosités pour la Tedi-Math et douze items pour l'Examath 8-15. Le nombre d'items dans la Panamath (Halberda et al., 2008) peut varier selon les paramètres que l'expérimentateur sélectionne, mais il est par défaut supérieur à vingt items. Le Numeracy Screener (Nosworthy et al., 2013) et la Tedi-Math Grands (Noël & Grégoire, 2015) proposent quant à eux un grand nombre d'items, bien supérieur à vingt. C'est également le cas de notre épreuve, qui propose quarante items.

Les numérosités utilisées sont très différentes d'un outil à l'autre. Dans les épreuves de comparaison analogique, des numérosités supérieures à cinq sont souvent utilisées, comme il s'agit d'évaluer le système numérique approximatif. Ainsi tous les outils que nous avons retenus utilisent des numérosités supérieures ou égales à cinq, sauf le Numeracy Screener (Nosworthy et al., 2013), qui propose aussi des numérosités de un à quatre. Notre épreuve propose également des numérosités supérieures à cinq. Nous remarquons cependant que dans tous les outils (sauf la Panamath où les paramètres sont personnalisables et donc variables), les numérosités ne vont pas au-delà de vingt. Ce n'est pas le cas de notre épreuve, où les numérosités utilisées vont jusqu'à 44.

Les ratios utilisés sont quant à eux variables selon les outils. On note cependant que le ratio le plus simple, à savoir 1:2, est présent dans quatre outils sur cinq : la Panamath (Halberda et al., 2008) même si cela peut changer selon les paramètres, le Numeracy Screener (Nosworthy et al., 2013), la Tedi-Math Grands (Noël & Grégoire, 2015) et l'Examath 8-15 (Lafay & Helloin, 2016). Ce ratio a également été utilisé dans notre épreuve. D'autres ratios utilisés sont communs à différentes épreuves, comme 3:4 que l'on retrouve dans le Numeracy Screener, la Tedi-Math Grands, l'Examath 8-15 mais aussi dans notre épreuve. Le plus petit ratio (i.e., le plus difficile) retrouvé dans la plupart des épreuves est 8:9, qui est utilisé dans le Numeracy Screener, la Tedi-Math Grands, l'Examath 8-15 et notre épreuve.

Le temps de réponse, c'est-à-dire le temps que met le sujet à sélectionner l'ensemble de stimuli le plus grand, n'est pas mesuré dans toutes les épreuves proposées par les outils retenus. Deux outils, à savoir la Panamath (Halberda et al., 2008) et l'Examath 8-15 (Lafay & Helloin, 2016), mesurent avec exactitude le temps de réponse des participants (i.e., le temps moyen par item réussi). Le Numeracy Screener (Nosworthy et al., 2013) tient aussi compte du temps mis par le sujet à réaliser l'épreuve mais de manière différente puisqu'il s'agit de réaliser l'épreuve en un temps limité (deux minutes pour les grandes sections de maternelle et une minute pour les CP, CE1 et CE2). Notre épreuve permet elle aussi de mesurer le temps de réponse du sujet, item par item et en moyenne sur l'ensemble de l'épreuve. Ce temps de réponse est mesuré à partir du moment où l'écran de réponse s'affiche jusqu'à ce que le sujet

clique sur un des deux boutons de réponse. Les autres outils, à savoir la Tedi-Math (Van Nieuwenhoven et al., 2001) et la Tedi-Math Grands (Noël & Grégoire, 2015) ne mesurent pas le temps de réponse des participants.

Ainsi, une même tâche de comparaison analogique peut présenter de nombreuses caractéristiques différentes d'un outil à l'autre. Elle peut être présentée sous modalité papier-crayon ou informatisée. Certains proposent peu d'items, d'autres ne mesurent pas le temps de réponse, etc. Toutes les épreuves présentées ci-dessus sont donc différentes, et il convient de sélectionner l'outil qui nous semble le plus approprié pour évaluer les capacités d'un patient en particulier.

Discussion

L'objectif principal de ce mémoire était de réfléchir à l'élaboration d'une épreuve de comparaison analogique, qui s'intègre dans le cadre d'un projet de création d'une batterie de cognition mathématique. Nous avons pour cela commencé par faire un état des lieux des différents outils proposant une épreuve de comparaison analogique. Étudier ces outils et les analyser nous a permis de mieux comprendre comment se présentent les épreuves de comparaison analogique. Cela nous a également aidée à en extraire les informations pertinentes et celles moins pertinentes quant à l'élaboration de notre propre épreuve de comparaison analogique.

Nous avons ensuite pu élaborer une épreuve de comparaison analogique, destinée à évaluer la précision du système numérique approximatif. Cette épreuve consiste à présenter au sujet deux ensembles de points pendant 750 ms. Il doit ensuite choisir quel ensemble de points parmi les deux présentés est le plus grand (i.e., celui qui contient donc le plus de points).

Notre épreuve comprend 40 items, avec des numérosités allant de 5 à 44, et 10 ratios différents, allant de 1:2 à 10:11. Le score (i.e., le nombre de réponses correctes) et le temps de réponse sont calculés automatiquement à partir du moment où l'écran de réponse s'affiche jusqu'à ce que le sujet clique sur un des boutons de réponse. Les résultats sont ensuite affichés à la fin de l'épreuve.

L'ordre des items (i.e., l'ordre dans lequel les paires de stimuli sont présentées au sujet), la place des stimuli (à gauche ou à droite de l'écran) et la taille des points ont été contrôlés. La taille des points peut être congruente ou incongruente avec la numérosité.

Dans les paragraphes suivants, nous allons présenter comment notre épreuve de comparaison analogique a été élaborée et expliciter nos choix. Nous allons ensuite présenter les intérêts de notre épreuve. Enfin, nous allons aborder les limites de notre épreuve de comparaison analogique.

1. État des lieux de la littérature et élaboration de l'épreuve

Avant d'élaborer notre épreuve de comparaison analogique, nous avons réalisé un état des lieux des outils disponibles proposant une épreuve de comparaison analogique. Cela nous a ensuite permis de guider nos décisions quant à l'élaboration de notre propre épreuve de comparaison analogique.

Afin d'évaluer la précision du système numérique approximatif, nous avons choisi d'élaborer une épreuve de comparaison analogique. Il s'agit en effet d'une épreuve assez classique pour évaluer le système numérique approximatif et plus globalement le code analogique. Notre épreuve de comparaison analogique consiste à comparer deux ensembles de points, une tâche généralement utilisée dans ce type d'épreuve.

Nous avons tout d'abord choisi de proposer notre épreuve de comparaison analogique sur un support informatisé et non pas sur un support papier. En effet, le support papier, comme proposé dans le Numeracy Screener (Nosworthy et al., 2013) ou la Tedi-Math (Van Nieuwenhoven et al., 2001) ne permet pas de laisser au sujet les stimuli durant un temps donné très bref (i.e., moins d'une seconde) ou encore de mesurer le temps de réponse du sujet avec exactitude.

L'utilisation d'un support informatisé nous permet ainsi de contrôler certaines variables avec exactitude et de mesurer précisément les temps de réponse du sujet. Cela permet également d'obtenir les résultats automatiquement, ce qui permet un gain de temps considérable dans l'interprétation des résultats.

Comme nous souhaitions évaluer la précision du système numérique approximatif, nous avons choisi d'utiliser uniquement des grandes numérosités comme stimuli. En effet, l'utilisation de petites numérosités (i.e., de un à quatre) sollicite plutôt le subitizing, cette capacité à appréhender de manière exacte et immédiate les petites numérosités et aurait plutôt évalué le système numérique précis (Feigenson et al., 2004). C'est pour cela que nous avons choisi d'utiliser des numérosités supérieures ou égales à cinq. Cela n'est pas toujours le cas dans les autres épreuves existantes de comparaison analogique, où des petites numérosités sont parfois incluses. C'est le cas du Numeracy Screener (Nosworthy et al., 2013), qui utilise des numérosités de un à neuf. Si d'autres outils comme la Tedi-Math Grands (Noël & Grégoire, 2015) ou l'Examath 8-15 (Lafay & Helloin, 2016) utilisent elles aussi des numérosités supérieures à quatre, elles n'utilisent pas de numérosités supérieures à vingt. Cela peut paraître assez limité car le nombre d'items ou de ratios utilisés se retrouve restreint. En effet, il n'existe pas une infinité de combinaisons possibles en utilisant uniquement des numérosités de cinq à vingt.

Une fois que nous avons établi les numérosités à utiliser, nous voulions que notre épreuve évalue plusieurs ratios. En effet, comme nous l'avons vu dans la partie théorique, la réussite aux tâches de comparaison analogique dépend notamment des ratios utilisés. Plus le ratio entre deux quantités est grand, plus il est facile de comparer ces quantités entre elles. Nous avons donc utilisé des grands ratios (e.g., 1:2), qui sont généralement détectables dès la

petite enfance (Halberda & Feigenson, 2008; Xu & Spelke, 2000). Comme mis en évidence dans la partie « Résultats », ce genre de ratio est souvent utilisé dans les épreuves de comparaison analogique. Nous avons également utilisé des plus petits ratios (e.g., 9:10), car c'est principalement avec eux que nous allons pouvoir connaître le niveau de précision du SNA du sujet. En effet, les plus petits ratios sont plus difficiles à discriminer. Si un sujet réussit tous les items liés à un même ratio, alors nous pouvons calculer le niveau de précision de son SNA à partir de ce ratio. En utilisant des ratios plus petits donc plus compliqués, le sujet est mis plus en difficulté et nous pouvons calculer le niveau de précision du SNA, qui sera plus ou moins important selon les réponses du sujet. Nous avons utilisé des ratios allant jusqu'à 10:11, car il s'agit du plus petit ratio discriminable par les adultes (Halberda & Feigenson, 2008).

Notre épreuve doit également contenir suffisamment d'items, pour obtenir des résultats plus fiables. Il est recommandé de proposer au moins vingt items lorsque l'on élabore une épreuve (Beech & Harding, 1994), ce que nous avons respecté dans notre épreuve puisqu'elle contient quarante items. Dans les outils déjà existants, seuls le Numeracy Screener (Nosworthy et al., 2013) et la Tedi-Math Grands (Noël & Grégoire, 2015) proposent eux aussi plus de vingt items dans leur épreuve de comparaison analogique.

En effet, si nous ne proposons que peu d'items (e.g., dix), il va falloir interpréter les résultats avec plus de précaution. Cela s'applique d'autant plus avec une épreuve de comparaison analogique comme la nôtre, où le choix de réponse est binaire. Si le sujet répond au hasard, il a ainsi 50 % de chances d'obtenir une réponse correcte. C'est pour cela que nous avons proposé plusieurs items par ratio. Il va en effet être important de tester plusieurs fois le même ratio afin de bien pouvoir l'évaluer et voir s'il peut être détecté par le sujet. C'est également le cas dans l'épreuve de la Tedi-Math Grands (Noël & Grégoire, 2015), où chaque ratio contient huit items. Certains ratios des épreuves de l'Examath 8-15 (Lafay & Helloin, 2016) et du Numeracy Screener (Nosworthy et al., 2013) sont testés par le biais de plusieurs items mais ce n'est pas systématique. Cela signifie que lorsque le ratio n'est proposé que par le biais d'un seul item, on ne peut pas savoir si le sujet a véritablement réussi à comparer les deux ensembles de stimuli ou non. Proposer plusieurs items par ratio permet ainsi de connaître les capacités du sujet avec un peu plus de précision, ce qui est d'autant plus important lorsque le sujet a une chance sur deux de cliquer sur le bon bouton pour avoir une réponse correcte.

Nous avons voulu contrôler des variables continues lors de l'élaboration de notre épreuve (e.g., taille des points, surface utilisée, etc.). En effet, les propriétés visuo-spatiales des stimuli semblent influencer les décisions des sujets lorsqu'il s'agit de choisir l'ensemble contenant le plus de points : cette prise de décision ne s'appuie pas seulement sur les informations numériques perçues mais également sur les informations visuo-spatiales, les deux étant étroitement liées.

Nous souhaitons contrôler deux variables : la taille des points et la surface totale occupée. Deux conditions pouvaient ainsi être établies :

- Pour 50% des essais, la surface occupée par les points est la même pour les deux ensembles de points, mais la taille des points n'est pas la même.
- Pour 50% des essais, la taille des points est la même pour les deux ensembles de points, mais la surface occupée par les points n'est pas la même.

Pour chaque condition :

- 50% des items sont congruents : la taille des points/la surface totale est plus grande pour l'ensemble de points le plus grand (et donc plus petite pour l'ensemble de points plus petit).
- 50% des items sont incongruents : la taille des points/la surface totale est plus petite pour l'ensemble de points le plus grand (et donc plus grande pour l'ensemble de points plus petit).

Au final, seule la taille des points a pu être contrôlée dans notre épreuve. 50 % des items ont une taille congruente avec la numérosité (i.e., les points les plus nombreux en quantité sont plus gros) et 50 % des items ont une taille incongruente avec la numérosité (i.e., les points les plus nombreux en quantité sont plus petits). La surface totale occupée par les points n'est pas contrôlée du fait de méconnaissances techniques liées au contrôle de cette variable.

Grâce à l'état des lieux que nous avons effectué, nous avons pu élaborer notre propre épreuve de comparaison analogique. Nous avons pour cela comparé les principales caractéristiques des épreuves de comparaison analogique déjà existantes, ce qui nous a aidée à choisir de façon plus éclairée les variables que nous souhaitions prendre en compte et ainsi proposer l'épreuve la plus pertinente possible.

2. Intérêts de l'épreuve

L'épreuve que nous avons créée permet d'évaluer la précision du système numérique approximatif avec une tâche de comparaison analogique. Si l'on se réfère au modèle du triple code (Dehaene, 1992), nous nous situons donc dans le code analogique. Comme vu dans la partie théorique, le code analogique est celui qui semble sous-tendre le sens du nombre, cette capacité que nous possédons à pouvoir manipuler les numérosités. Notre épreuve permet ainsi d'évaluer l'intégrité du sens du nombre et de détecter un éventuel déficit du sens du nombre. Cela est d'autant plus important quand on sait qu'une des hypothèses explicatives concernant l'origine des troubles d'apprentissage en mathématiques est celle d'un déficit du sens du nombre (Wilson & Dehaene, 2007). Si l'épreuve de comparaison analogique est échouée, nous pouvons donc suspecter un éventuel trouble d'apprentissage en mathématiques, en lien avec cette hypothèse mais aussi avec le modèle développemental de Von Aster et Shalev (2007), où la représentation des magnitudes se situe au *step 1* et précède les autres étapes de représentation cognitive du nombre.

Les tâches évaluant le système numérique approximatif (comme la comparaison analogique) peuvent être proposées très tôt aux enfants (Xu & Spelke, 2000), mais aussi à des animaux (Agrillo, 2015; Beran et al., 2015), qui sous certaines conditions vont être capables de discriminer deux ensembles de stimuli. Une épreuve de comparaison analogique évalue donc des habiletés numériques de base et permet de connaître le niveau de précision du SNA du sujet, qui va être très important pour le bon déroulement et la suite des apprentissages mathématiques.

Nous pouvons également souligner le fait qu'il s'agit d'une épreuve présentée totalement sous le code analogique. Les enfants à qui l'on peut faire passer ce genre d'épreuves n'ont ainsi pas forcément l'impression d'être « évalués en mathématiques »,

comparativement à des épreuves de calcul ou de lecture de nombre par exemple. Ces dernières, faisant intervenir les codes symboliques, sont souvent l'objet de la plainte initiale amenant à demander un bilan de cognition mathématique et peuvent être sources de stress et d'échec chez les enfants. Ainsi, proposer une épreuve de comparaison analogique permet également de mettre l'enfant en confiance avant d'aborder des notions plus compliquées pour lui.

L'épreuve que nous avons créée s'adresse à une large tranche d'âge, et peut être proposée à des enfants à partir de quatre ans, voire avant, jusqu'à des personnes adultes. En effet, un des intérêts principaux de l'épreuve de comparaison analogique que nous avons créée est le fait de pouvoir la proposer à des enfants dès la maternelle, tout en pouvant évaluer ces enfants avec d'autres épreuves issues d'une même batterie. Il est effectivement très important de pouvoir évaluer les enfants le plus tôt possible, afin de détecter d'éventuels troubles d'apprentissage en mathématiques et ainsi de débiter une prise en charge orthophonique de manière précoce. Parmi les tests qui proposent une épreuve de comparaison analogique, il en existe assez peu qui sont administrables à des jeunes enfants. Dans les batteries de cognition mathématique destinées aux orthophonistes, seule la Tedi-Math (Van Nieuwenhoven et al., 2001) permet d'évaluer des enfants à partir de la moyenne section de maternelle. Les deux autres outils permettant d'évaluer de jeunes enfants, le Numeracy Screener (Nosworthy et al., 2013) et la Panamath (Halberda et al., 2008), sont disponibles en ligne gratuitement mais ne s'intègrent pas dans une batterie évaluant de manière globale la cognition mathématique.

Notre épreuve propose donc une tâche certes classique de comparaison analogique, où il faut comparer deux ensembles de points, mais nous avons voulu contrôler plusieurs variables et ainsi éviter les inconvénients éventuellement présents dans les épreuves de comparaison analogique existantes. Ainsi, notre épreuve contient de nombreux items, des numérosités et des ratios variés. Le temps d'affichage des stimuli est strictement le même pour tous les items. Le temps de réponse est mesuré avec exactitude. Les scores sont calculés automatiquement, ce qui résulte en un gain de temps pour l'expérimentateur. En nous basant sur les épreuves et outils déjà existants, nous avons essayé de combiner les avantages des uns tout en évitant les inconvénients que pouvaient en présenter d'autres.

3. Limites

Notre épreuve de comparaison analogique est encore en cours d'élaboration et présente un certain nombre de limites, que nous allons exposer ci-dessous.

Tout d'abord, cette épreuve est censée s'intégrer au sein d'une batterie globale de cognition mathématique, destinée aux orthophonistes. Cette batterie de cognition mathématique se veut la plus complète et exhaustive possible. L'épreuve que nous avons ici élaborée devra donc être harmonisée pour correspondre à la présentation de la batterie. En effet notre épreuve fonctionne grâce à un site .html, son utilisation va devoir par la suite être attachée et intégrée à la batterie plus globale. Cela permettra notamment au support informatisé de notre épreuve d'être perfectionné par un professionnel informaticien.

En effet, il reste encore certains aspects techniques à améliorer. Ainsi la modalité de réponse motrice, où le sujet doit cliquer sur un des deux carrés (« bleu » ou « rouge ») peut entraîner une perte de temps au décours de l'épreuve, la manipulation de la souris ou du pavé tactile peut augmenter le temps de réponse du sujet, ce qui peut jouer en sa défaveur au niveau des scores obtenus. Changer la modalité de réponse, en demandant au sujet d'appuyer sur des touches par exemple, pourrait permettre de pallier ce temps de réponse allongé.

De plus les items s'enchaînent rapidement au sein de l'épreuve, le sujet doit donc avoir de bonnes capacités d'attention soutenue. Cela peut entraîner une fatigabilité plus importante chez le sujet, en particulier pour les plus jeunes.

Lors de l'élaboration de notre épreuve, nous avons voulu contrôler des variables continues. Nous avons d'abord voulu utiliser des logiciels permettant de contrôler automatiquement ces variables continues, comme celui récemment développé par Guillaume et al. (2020). Nous n'avons cependant pas pu avoir accès à ce générateur. Nous avons donc essayé de contrôler les variables continues manuellement. Nous souhaitons principalement contrôler deux variables : la taille des points et la surface totale occupée.

Si nous avons pu contrôler la taille des points, cela n'a pas été le cas pour la surface totale occupée. Nos capacités en informatique ne nous ont pas permis de contrôler cette variable. Ainsi les sujets qui passent notre épreuve pourraient être plus facilement influencés par les variables continues, ce qui signifie que notre épreuve comporte des biais plus importants qu'une épreuve ayant contrôlé plus précisément ces variables. Cela est d'autant plus important quand on sait que les personnes présentant un trouble d'apprentissage en mathématiques sont plus aisément influencées par les variables continues (Bugden & Ansari, 2016).

On sait cependant que les variables continues sont fortement intriquées avec la numérosité, et qu'elles ne peuvent pas être toutes contrôlées. Il est donc important de garder cela en tête lors de la passation de l'épreuve et de l'interprétation des résultats.

Enfin, l'épreuve que nous avons élaborée est actuellement la même quel que soit l'âge du sujet. Pour rappel, cette épreuve a vocation à être proposée aux enfants dès la maternelle, et s'intègre dans le cadre d'un bilan de cognition mathématique plus global. Elle peut donc paraître assez longue pour les plus petits. Elle comporte en effet 40 items, dont la difficulté (qui dépend du ratio) n'est pas croissante, mais aléatoire. Ainsi certains items peuvent être trop difficiles pour les plus jeunes enfants (e.g., 27 vs. 30, ratio de 9:10 ou 40 vs. 44, ratio de 10:11). Il pourrait donc être pertinent d'adapter l'épreuve selon l'âge du sujet, et proposer une version plus courte pour les plus jeunes par exemple.

L'ordre des items a été randomisé, ce qui signifie que leur difficulté n'est pas croissante. Nous n'avons pas non plus proposé de critères d'arrêt. Si nous souhaitons proposer une épreuve adaptée à l'âge du sujet, cela pourrait également être envisagé.

Conclusion

L'objectif de ce mémoire était de proposer une nouvelle épreuve de comparaison analogique afin d'évaluer la précision du système numérique approximatif. L'élaboration de cette épreuve s'inscrit dans le cadre d'un projet de création d'une nouvelle batterie de cognition mathématique destinée aux orthophonistes.

Nous avons pour cela réalisé un état des lieux de la littérature concernant les différents outils existants proposant une épreuve de comparaison analogique. Nous avons ensuite analysé les outils retenus, ce qui nous a permis d'en voir les avantages et les inconvénients. Cet état des lieux nous a ainsi aidée à élaborer notre propre épreuve de comparaison analogique, en se basant sur ce que nous jugions pertinent et important dans les différents outils analysés.

Nous avons ensuite pu élaborer notre épreuve de comparaison analogique sur un support informatisé, ce qui nous a permis de contrôler un certain nombre de variables (temps d'affichage, taille des points, calcul automatique des résultats, etc.).

Nous avons comparé les caractéristiques de chaque outil retenu afin de mettre en évidence ce qui pouvait manquer et donc être utile dans notre épreuve de comparaison analogique.

Notre épreuve de comparaison analogique reste encore à être perfectionnée, notamment au niveau du contrôle des variables continues. Il faudrait également que la présentation visuelle soit harmonisée avec le reste des épreuves qui composeront notre batterie de cognition mathématique. Enfin, notre épreuve devra par la suite être validée et normée auprès d'une large population d'enfants et d'adultes tout-venant.

Bibliographie

- Agrillo, C. (2015). Numerical and arithmetic abilities in non-primate species. Dans R. Cohen Cadosh & A. Dowker (eds.), *The Oxford Handbook of Numerical Cognition* (pp. 214-236). Oxford Library of Psychology.
- American Psychiatric Association. (2015). *DSM-5-Manuel diagnostique et statistique des troubles mentaux*. Elsevier Masson.
- Beech, J. R., Harding, L. (1994). *Tests, mode d'emploi : Guide de psychométrie*. ECPA.
- Beran, M. J., Perdue, B. M., & Evans, T. A. (2015). Monkey mathematical abilities. Dans R. Cohen Cadosh & A. Dowker (eds), *The Oxford Handbook of Numerical Cognition* (pp. 237-256). Oxford Library of Psychology.
- Bugden, S., & Ansari, D. (2016). Probing the nature of deficits in the 'approximate number system' in children with persistent developmental dyscalculia. *Developmental science*, 19(5), 817-833.
- Butterworth, B. (2010). Foundational numerical capacities and the origins of dyscalculia. *Trends in Cognitive Sciences*, 14(12), 249-265.
- Cai, D., Zhang, L., Li, Y., Wei, W., & Georgiou, G. K. (2018). The role of approximate number system in different mathematics skills across grades. *Frontiers in psychology*, 9, 1733.
- Cantlon, J. F., & Brannon, E. M. (2006). Shared system for ordering small and large numbers in monkeys and humans. *Psychological science*, 17(5), 401-406.
- De Smedt, B., Noël, M.-P., Gilmore, C., & Ansari, D. (2013). How do symbolic and non-symbolic numerical magnitude processing skills relate to individual differences in children's mathematical skills? A review of evidence from brain and behavior. *Trends in Neuroscience and Education*, 2(2), 48-55.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44(1-2), 1-42.
- Dehaene, S. (1997). *The number sense : How the mind creates mathematics*. Oxford University Press.
- Dehaene, S. (2001). Précis of the number sense. *Mind & language*, 16(1), 16-36.
- Dehaene, S. (2003). The neural basis of the Weber–Fechner law : A logarithmic mental number line. *Trends in cognitive sciences*, 7(4), 145-147.
- Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in cognitive sciences*, 8(7), 307-314.
- Feigenson, L., Libertus, M. E., & Halberda, J. (2013). Links between the intuitive sense of number and formal mathematics ability. *Child development perspectives*, 7(2), 74-79.
- Gebuis, T., & Reynvoet, B. (2015). Number representations and their relation with mathematical ability. Dans R. Cohen Cadosh & A. Dowker (eds), *The Oxford Handbook of Numerical Cognition* (pp. 257-267). Oxford Library of Psychology.

- Gilmore, C. K., McCarthy, S. E., & Spelke, E. S. (2010). Non-symbolic arithmetic abilities and mathematics achievement in the first year of formal schooling. *Cognition*, 115(3), 394-406.
- Guillaume, M., Schiltz, C., & Van Rinsveld, A. (2020). NASCO : A new method and program to generate dot arrays for non-symbolic number comparison tasks. *Journal of Numerical Cognition*, 6(1), 129-147.
- Haberstroh, S., & Schulte-Körne, G. (2019). The diagnosis and treatment of dyscalculia. *Deutsches Ärzteblatt International*, 116(7), 107.
- Halberda, J., & Feigenson, L. (2008). Developmental change in the acuity of the "Number Sense": The Approximate Number System in 3-, 4-, 5-, and 6-year-olds and adults. *Developmental psychology*, 44(5), 1457.
- Halberda, J., Mazocco, M. M., & Feigenson, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature*, 455(7213), 665-668.
- Hornung, C., Schiltz, C., Brunner, M., & Martin, R. (2014). Predicting first-grade mathematics achievement: The contributions of domain-general cognitive abilities, nonverbal number sense, and early number competence. *Frontiers in Psychology*, 5, 272.
- Izard, V., Sann, C., Spelke, E. S., & Streri, A. (2009). Newborn infants perceive abstract numbers. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 106(25), 10382-10385.
- Krusche, P., Uller, C., & Dicke, U. (2010). Quantity discrimination in salamanders. *Journal of Experimental Biology*, 213(11), 1822-1828.
- Lafay, A., & Helloin, M. C. (2016). *Examath 8-15, batterie informatisée d'examen des habiletés mathématiques*. HappyNeuron.
- Lafay, A., Saint-Pierre, M.-C., & Macoir, J. (2015). Revue narrative de littérature relative aux troubles cognitifs numériques impliqués dans la dyscalculie développementale : Déficit du sens du nombre ou déficit de l'accès aux représentations numériques mentales? *Canadian Psychology/Psychologie canadienne*, 56(1), 96.
- Lafay, A., & Cattini, J. (2018). Analyse psychométrique des outils d'évaluation mathématique utilisés auprès des enfants francophones. *Canadian Journal of Speech-language Pathology & Audiology (CJSLP)*, 42(2), 127-144.
- Lafay, A., Saint-Pierre, M.-C., & Macoir, J. (2014). L'évaluation des habiletés mathématiques de l'enfant : Inventaire critique des outils disponibles. *Glossa*, 116, 33-58.
- Li, J., Zhou, X., & Lindskog, M. (2019). Approximate Number System and Mathematics. *Frontiers in psychology*, 10, 2084.
- Libertus, M. E., & Brannon, E. M. (2010). Stable individual differences in number discrimination in infancy. *Developmental science*, 13(6), 900-906.
- Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschool acuity of the approximate number system correlates with school math ability. *Developmental science*, 14(6), 1292-1300.

- Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2013). Is approximate number precision a stable predictor of math ability? *Learning and individual differences*, 25, 126-133.
- Lipton, J. S., & Spelke, E. S. (2004). Discrimination of large and small numerosities by human infants. *Infancy*, 5(3), 271-290.
- Mazzocco, M. M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschoolers' precision of the approximate number system predicts later school mathematics performance. *PLoS one*, 6(9), 1-8.
- Noël, M.-P., & Grégoire, J. (2015). *TediMath Grands, Test diagnostique des compétences de base en mathématiques du CE2 à la 5e*. ECPA.
- Nosworthy, N., Bugden, S., Archibald, L., Evans, B., & Ansari, D. (2013). A two-minute paper-and-pencil test of symbolic and nonsymbolic numerical magnitude processing explains variability in primary school children's arithmetic competence. *PloS one*, 8(7), 1-12.
- Piazza, M., Facoetti, A., Trussardi, A. N., Berteletti, I., Conte, S., Lucangeli, D., Dehaene, S., & Zorzi, M. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition*, 116(1), 33-41.
- Pica, P., Lemer, C., Izard, V., & Dehaene, S. (2004). Exact and approximate arithmetic in an Amazonian indigene group. *Science*, 306(5695), 499-503.
- Rousselle, L., & Noël, M.-P. (2007). Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities : A comparison of symbolic vs non-symbolic number magnitude processing. *Cognition*, 102(3), 361-395.
- Rubinsten, O., & Henik, A. (2005). Automatic activation of internal magnitudes : A study of developmental dyscalculia. *Neuropsychology*, 19(5), 641.
- Van Nieuwenhoven, C., Grégoire, J., Noël, M. P. (2001). Tedi-Math. *Test diagnostique des compétences de base en mathématiques*. ECPA.
- Visual Studio Code (1.54) [Logiciel]. (2015). code.visualstudio.com
- Von Aster, M. G., & Shalev, R. S. (2007). Number development and developmental dyscalculia. *Developmental Medicine & Child Neurology*, 49(11), 868-873.
- Wilson, A. J., & Dehaene, S. (2007). Number sense and developmental dyscalculia. *Human behavior, learning, and the developing brain: Atypical development*, 2, 212-237.
- Xenidou-Dervou, I., Molenaar, D., Ansari, D., van der Schoot, M., & van Lieshout, E. C. (2017). Nonsymbolic and symbolic magnitude comparison skills as longitudinal predictors of mathematical achievement. *Learning and Instruction*, 50, 1-13.
- Xu, F., & Spelke, E. S. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, 74(1), B1-B11.

Liste des annexes

Annexe n°1 : Tableau de synthèse des outils évaluant le code analogique

Annexe n°2 : Feuille de passation de l'épreuve de comparaison analogique

Annexe n°3 : Tableau récapitulatif des outils évaluant les habiletés mathématiques