

MÉMOIRE

En vue de l'obtention du
Certificat de Capacité d'Orthophoniste
présenté par

Claire VAN VLIERBERGHE

qui sera soutenu publiquement en juin 2021

**Création d'une batterie d'évaluation de la cognition
mathématique (BCM) :
Proposition d'une épreuve de résolution de problèmes
arithmétiques verbaux**

MEMOIRE dirigé par

Sophie FRAGNON, Orthophoniste, Wingles

Sandrine MEJIAS, Enseignant chercheur, Université de Lille

Lille – 2021

Remerciements

Je voudrais tout d'abord adresser toute ma reconnaissance aux directrices de ce mémoire, Mesdames Sophie FRAGNON et Sandrine MEJIAS, pour leur patience, leur disponibilité et surtout leurs judicieux conseils, qui ont contribué à alimenter ma réflexion.

Je désire aussi remercier les professeurs du Département d'Orthophonie de l'Université de Lille, qui m'ont fourni les outils nécessaires à la réussite de mes études universitaires.

Un grand merci à mes proches, amis et maîtres de stages qui m'ont apporté leur soutien moral et intellectuel tout au long de ma démarche.

Résumé :

La Batterie d'évaluation de la Cognition Mathématique (BCM) est un outil diagnostique en cours de création au sein du Département d'Orthophonie de l'Université de Lille. Elle a pour objectif de permettre une évaluation approfondie de l'ensemble des compétences numériques et mathématiques, en s'appuyant sur des modèles théoriques cognitivistes reconnus, notamment sur celui du « triple code » (Dehaene et Cohen, 1995). Le but de ce mémoire était de proposer une épreuve de résolution de problèmes arithmétiques qui pourrait intégrer ce nouvel outil. Afin d'alimenter la réflexion autour de la création des items, 11 épreuves de résolution de problèmes ainsi qu'un corpus de 58 énoncés issus de ces outils et de manuels scolaires ont été analysés. Grâce à l'étude des programmes de mathématiques, une synthèse des acquisitions attendues en fonction du niveau scolaire a également été proposée. Elle fait le lien entre le domaine de la résolution de problèmes et celui du calcul. L'épreuve qui a été créée comporte 31 items pouvant être proposés à partir du niveau CP. Elle est constituée d'énoncés verbaux de problèmes additifs et multiplicatifs, présentant des situations familières et dont la complexité linguistique et numérique a été contrôlée. Pour chaque item, différents types de réponses et facilitations peuvent être proposés. Cette épreuve pourrait permettre d'évaluer les compétences de résolution de problèmes de manière plus isolée et de mieux en distinguer les différentes étapes. Par la suite, l'épreuve devra être validée lors d'un pré-test avant d'être administrée à plus grande échelle afin de procéder à sa normalisation.

Mots clés :

Orthophonie – Évaluation – Diagnostic - Cognition mathématique – Test – Problèmes arithmétiques – Problèmes verbaux

Abstract :

The Mathematical Cognition assessment Battery (MCB) is a diagnostic tool being created within the Lille Speech and Language Department of Lille University. Its objective is to allow a thorough evaluation of all numerical and mathematical skills, based on recognized cognitive theoretical models, and in particular on the "triple-code" model (Dehaene et Cohen, 1995). The aim of this dissertation was to propose a sub-test for the evaluation of arithmetic problem solving that could integrate this new tool. As food for thought around the creation of items, 11 problem solving tests as well as a corpus of 58 word problems from these tools and from school books were analyzed. Thanks to the study of the mathematics school programs, a synthesis of the expected acquisitions according to the school level was also proposed. It makes the link between the problem solving and the calculation domains. The test that has been created here includes 31 items that can be proposed from first grade. It is composed of addition and multiplication word problems presenting familiar situations and whose linguistic and numerical complexity has been controlled. For each item, different types of answers and facilitations can be proposed. This test could enable to assess problem-solving skills in a more isolated way and to better distinguish the different stages of the process. Subsequently, the test will have to be validated during a pre-test before being administered on a larger scale in order to proceed with its standardization.

Keywords :

Speech therapy – Assessment – Diagnosis – Mathematical cognition – Test – Arithmetic problems – Word problems

Table des matières

Introduction.....	1
Contexte théorique, buts et hypothèses	3
.1. Évolution de la démarche orthophonique d'évaluation de la cognition mathématique	3
.2. Les modèles théoriques	3
.2.1. Le modèle du triple code (Dehaene & Cohen, 1992, 1995).....	3
.2.2. Un modèle développemental de la cognition mathématique (Von Aster & Shalev, 2007)	4
.3. La résolution de problèmes	5
.3.1. Typologies des problèmes	5
.3.2. Modèles de résolution de problèmes	7
.4. Facteurs influençant la résolution de problèmes.....	8
.4.1. Facteurs liés aux caractéristiques du problème	8
.4.2. Facteurs liés aux compétences et caractéristiques individuelles.....	10
.5. Troubles des apprentissages et résolution de problèmes	11
.5.1. Trouble spécifique des apprentissages en mathématiques (dyscalculie)	11
.5.2. Trouble développemental du langage	12
.6. Buts et hypothèses	12
Méthode	13
.1. Synthèse des outils existants.....	13
.1.1. Population.....	13
.1.2. Procédure.....	13
.1.3. Constats	14
.2. Analyse des items verbaux de problèmes additifs existants	14
.2.1. Méthode.....	14
.2.2. Constats	15
.3. Analyse des programmes scolaires	16
.4. Élaboration d'une épreuve de résolution de problèmes à énoncés verbaux.....	17
.4.1. Caractéristiques des items créés.....	17
.4.2. Ordre de présentation des items	19
.4.3. Déroulement de la passation et cotation de l'épreuve	19
.4.4. Matériel	20
Résultats.....	21
.1. Analyse des tests existants et de l'épreuve créée	21
.2. Analyse des items de problèmes additifs à énoncés verbaux existants et des items créés	22
.2.1. Analyse de la structure sémantique des problèmes	22
.2.2. Analyse de la complexité linguistique des énoncés	22
.2.3. Analyse de la complexité numérique des énoncés et de l'interaction entre leurs aspects linguistiques et numériques.....	23
Discussion.....	24
.1. Contrôle des facteurs de complexité.....	24
.1.1. Contrôle de la complexité liée à la compréhension et à la modélisation des problèmes	24
.1.2. Contrôle de la complexité arithmétique	25
.2. Meilleure compréhension du fonctionnement du patient.....	26
.2.1. Évaluation de l'ensemble des catégories et sous-catégories de problèmes.....	26
.2.2. Proposition d'autres formats et contenus de réponses	26
.2.3. Modalités d'entrée et de sortie	28
.2.4. Incohérence sémantique	29
Conclusion.....	29

Bibliographie	31
Liste des annexes.....	35
Annexe 1 : Schématisation de la classification des problèmes additifs proposée par Riley et al. (1983) 37	
Annexe 2 : Schématisation de la classification des problèmes multiplicatifs proposée par Ménissier (2011).....	38
Annexe 3 : Synthèse des outils évaluant la cognition mathématique	39
Annexe 4 : Synthèse des outils évaluant la résolution de problèmes.....	41
Annexe 5 : Codebook du tableau de synthèse des outils évaluant la résolution de problèmes.....	42
Annexe 6 : Analyse des items verbaux de problèmes additifs issus des outils existants et de manuels scolaires.....	43
Annexe 7 : Codebook du tableau d'analyse des items verbaux de problèmes additifs.	46
Annexe 8 : Proposition d'une épreuve d'évaluation de la résolution de problèmes à énoncés verbaux 47	
Annexe 9 : Consignes et exemple de tableau de présentation des résultats obtenus aux items de type additif	50

Introduction

Les mathématiques sont omniprésentes et valorisées dans nos sociétés modernes, que ce soit dans le champ scolaire, professionnel, ou social (Fayol, 2018). Néanmoins, en France, les performances des élèves dans ce domaine sont en baisse. Selon le rapport CEDRE de 2019, 54,4% des élèves se trouvent en difficulté en fin de CM2, contre 42,4 % en 2014 (Ministère de l'Éducation Nationale de la Jeunesse et des Sports, 2020). De plus, 6% des enfants présentent des troubles persistants d'apprentissage en mathématiques (Van Nieuwenhoven et al., 2019). Au cours de la scolarité, ces difficultés peuvent se multiplier et entraîner une spirale d'échecs, voire une phobie des mathématiques. Il paraît donc crucial d'agir le plus tôt possible auprès des enfants en difficulté et, si nécessaire, de proposer une prise en charge orthophonique. Le but sera alors de limiter les répercussions de ces troubles sur leurs apprentissages, de soutenir leurs acquisitions, voire de proposer certaines compensations, afin de faciliter leur intégration dans la société.

Le champ des mathématiques étant très vaste, deux enfants aux performances globales faibles peuvent présenter des profils mathématiques très différents et auront donc des besoins particuliers. L'objectif de l'évaluation en orthophonie est d'identifier la nature et l'origine des difficultés du patient, afin de poser un diagnostic et de bâtir un projet thérapeutique permettant d'intervenir de manière différenciée et spécifique. Pour cela, et au regard de la plainte initiale, il sera nécessaire de conduire une évaluation approfondie des forces et faiblesses de l'enfant en mathématiques, en s'appuyant sur des outils fiables et permettant une analyse fine de ses capacités. Dans le champ de la cognition mathématique, encore peu d'outils couvrent l'ensemble des domaines et des tranches d'âge. Tous ne sont pas standardisés et normalisés, et ils se placent dans des cadres théoriques assez différents.

Ce mémoire s'inscrit dans un projet de conception d'une nouvelle batterie d'évaluation de la cognition mathématique. Celle-ci a pour objectif de permettre l'évaluation de l'ensemble des domaines mathématiques, en couvrant la plus large tranche d'âge possible, tout en étant ancrée dans la théorie actuelle. Elle propose de se baser sur des modèles théoriques cognitivistes tels que le modèle dit du « triple code » (Dehaene & Cohen, 1995). Dans ce mémoire, nous nous intéresserons plus particulièrement à l'évaluation de la résolution de problèmes arithmétiques. Un problème se présente généralement sous la forme d'une situation décrite par un énoncé verbal et conduisant à la formulation d'une question. Une réponse numérique est attendue et sera découverte en extrayant les données pertinentes du texte pour les intégrer dans un ou plusieurs algorithmes opératoires (Levain & Didierjean, 2017). Les performances des élèves sont particulièrement faibles en résolution de problèmes (Fayol et al., 2005). Toutefois, les compétences dans ce domaine semblent être le meilleur prédicteur à l'âge scolaire de l'emploi et du salaire à l'âge adulte. Cela peut être expliqué par l'importance accordée à la résolution de problèmes tout au long de la scolarité et par le déficit persistant qu'elle peut constituer, même lorsque que les compétences en arithmétique sont satisfaisantes (Ménissier, 2011). Pour Ménissier (2016), la maîtrise de la numération, du système décimal ou encore des algorithmes de calcul, ne suffiraient pas à assurer une progression dans le domaine de la cognition mathématique. Pour lui, « comprendre le nombre n'est pas suffisant, il faut savoir l'utiliser et étendre le champ d'un calcul à des situations de problèmes plus élaborées » (Ménissier, 2016, p.46). La résolution de problèmes peut donc être considérée comme une tâche de mise en pratique et de généralisation des acquis mathématiques. Bien qu'elle soit majoritairement introduite par un énoncé verbal, pouvant rendre la situation évoquée moins réaliste, cette activité fait le lien entre les compétences mathématiques apprises à l'école et la résolution de problèmes dans la

vie réelle. Il paraît donc légitime que les orthophonistes interviennent dans ce domaine. D'ailleurs, plusieurs méthodes d'intervention en résolution de problèmes ont été identifiées comme ayant des données probantes (Germain Colombiès & Lafay, 2020). Pouvoir objectiver des difficultés de résolution de problèmes est d'autant plus pertinent que celles-ci apparaissent parmi les critères des troubles spécifiques des apprentissages définis par le DSM-5 (American Psychiatric Association, 2015). L'évaluation de la résolution de problèmes, couplée aux données du patient et à ses résultats aux autres épreuves du bilan de cognition mathématique, permet donc également d'alimenter la réflexion hypothético-déductive sur laquelle repose le diagnostic orthophonique.

La tâche de résolution de problèmes fait appel à de nombreuses fonctions : la perception, la mémoire, la compréhension, le raisonnement mais aussi à une fonction de contrôle tout au long de l'activité, afin de réorienter la démarche choisie et de réinterpréter l'énoncé en fonction des résultats obtenus (Ménissier, 2011). Pour élaborer une représentation mathématique qui permettra de résoudre le problème, le sujet doit se construire une représentation de la situation et des liens existant entre les actions, les objets et les relations évoquées (Fagnant, cité dans Noël & Karagiannakis, 2020). Cette représentation peut être construite mentalement ou par analogie, grâce aux expériences antérieures de résolution de problèmes présentant une structure similaire. Fayol et al. (2005) ont étudié les facteurs de difficultés de résolution de problèmes et différencient d'une part ceux qui sont liés aux caractéristiques de la tâche elle-même de ceux qui sont liés aux caractéristiques individuelles du solutionneur d'autre part. Daroczy et al. (2015) ont quant à eux proposé une synthèse des facteurs de complexité linguistique et numérique.

Au sein de ce projet, nous sommes un groupe d'étudiants dont l'objectif est de concevoir les épreuves de cette nouvelle batterie d'évaluation de la cognition mathématique. Ce mémoire participe au développement des épreuves de résolution de problèmes de cet outil.

Avant de concevoir cette épreuve, nous avons au préalable étudié l'offre actuelle. Nous avons produit une synthèse des épreuves existantes qui évaluent cette tâche et analysé plus précisément des items issus d'outils d'évaluation orthophoniques et de manuels scolaires. Après avoir consulté les programmes scolaires des cycles 2 et 3, nous avons également produit une synthèse des acquisitions attendues dans les domaines de la résolution de problèmes et du calcul, en fonction du niveau scolaire.

Nous avons constaté que peu des épreuves existantes permettent d'évaluer l'ensemble des catégories de problèmes et les étapes sous-jacentes de la tâche. De plus, plusieurs d'entre elles proposent des énoncés qui présentent des facteurs de complexité linguistique et arithmétique qui conditionnent la réussite. Nous avons donc voulu élaborer une épreuve exhaustive en termes de catégories de problèmes et proposant plusieurs formats et contenus de réponse. Elle est composée d'énoncés verbaux qui évoquent des scénarios proches du quotidien et dont la complexité linguistique et arithmétique a été maîtrisée.

En préambule de cet exposé, nous évoquerons l'évolution de la démarche orthophonique dans l'évaluation de la cognition mathématique ainsi que les modèles de traitement et de développement du nombre afin de préciser le cadre théorique dans lequel s'inscrit ce projet. Par la suite, nous étudierons plus en détails la résolution de problèmes, les classifications et les modèles qui tentent de la caractériser ainsi que les facteurs influençant sa réussite. Nous finirons en nous penchant davantage sur les troubles des apprentissages ayant un impact sur l'acquisition des compétences mathématiques et notamment celles impliquées dans la résolution de problèmes.

Contexte théorique, buts et hypothèses

.1. Évolution de la démarche orthophonique d'évaluation de la cognition mathématique

En avril 2018, la nomenclature générale des actes d'orthophonie a été modifiée par l'avenant 16 à la convention nationale des orthophonistes (République Française, 2017). Le « bilan de la dyscalculie et des troubles du raisonnement logico-mathématique » devient le « bilan de la cognition mathématique ». Cette modification ne relève pas d'une simple question de terminologie. Elle reflète un changement dans la conceptualisation du développement du nombre. Le terme « logico-mathématique » fait référence aux théories piagésiennes selon lesquelles le nombre serait un invariant abstrait (c'est-à-dire qu'il ne dépend pas de la forme dans laquelle il survient), qui se construirait tardivement, vers l'âge de 5-7 ans (Fayol, 2018).

La « cognition mathématique » renvoie aux théories issues de la neuropsychologie cognitive, science qui s'intéresse à la compréhension du fonctionnement du cerveau, en étudiant les liens existant entre les déficits observés chez les patients et les lésions cérébrales qu'ils présentent. Certains travaux se sont penchés sur l'acalculie, trouble acquis du traitement des nombres et du calcul. Des études de cas ont permis de postuler que les compétences mathématiques reposeraient non pas sur une capacité sous-jacente unique (comme le supposaient les théories piagésiennes) mais sur un système cognitif possédant une architecture modulaire (Fayol, 2018). Chaque module fonctionnel pouvant être touché de manière isolée ou associée, cette approche permet de décrire des profils d'atteintes très différents et d'expliquer les dissociations observées. Des études en neuro-imagerie ont également permis d'identifier une aire fonctionnelle cérébrale, le sillon intrapariétal, qui serait à l'origine de capacités numériques innées et présentes précocement chez les bébés (Habib, 2011). Il serait spécialisé dans le traitement approximatif des quantités et, au moins en partie, à la base du développement des aptitudes mathématiques plus élaborées. Ces découvertes ont participé à l'élaboration de modélisations théoriques et ont fait évoluer l'évaluation orthophonique des compétences mathématiques.

La démarche actuellement préconisée n'est donc plus seulement de tester les performances observables des sujets, mais plutôt d'évaluer les compétences sous-jacentes aux habiletés mathématiques, au moyen d'outils d'évaluation standardisés (Van Nieuwenhoven et al., 2019). C'est grâce à une démarche hypothético-déductive, qui s'appuie sur l'analyse des erreurs, la mise en relation des résultats aux différentes épreuves et des éléments anamnestiques, que nous pouvons localiser les éventuels déficits. Ainsi, il est possible de comprendre la nature des troubles et de formuler des hypothèses diagnostiques afin d'élaborer des projets thérapeutiques personnalisés pour chaque patient. Or, c'est en se référant à des modèles théoriques que nous pouvons examiner les mécanismes sous-jacents et donc que les tâches d'évaluation doivent être élaborées.

.2. Les modèles théoriques

.2.1. Le modèle du triple code (Dehaene & Cohen, 1992, 1995)

C'est dans une perspective anatomo-fonctionnelle que le modèle du « triple code » a été pensé (Fayol, 2018). D'après celui-ci, les nombres peuvent être manipulés mentalement dans trois types de représentations : la représentation visuelle des nombres arabes (« visual arabic number form »), la

représentation orale des nombres verbaux (« verbal word frame ») et la représentation analogique de la magnitude (« analogue magnitude representation »), schématisées sur la Figure 1 (Dehaene & Cohen, 1995, p. 85). Cette dernière correspondrait à une représentation non symbolique des quantités numériques, s'organisant sur une ligne de nombres mentale et orientée, appelée « ligne numérique mentale ». Chacun de ces codes de représentation du nombre (inscrits dans les octogones sur la figure) est associé à des processus de traitement du nombre (indiqués dans les bulles) et des circuits neuroanatomiques particuliers. Grâce à une communication entre ces différentes représentations, tout nombre rencontré peut être traduit en interne en un code adapté à la tâche demandée (ces processus de traduction sont représentés par les flèches fines).

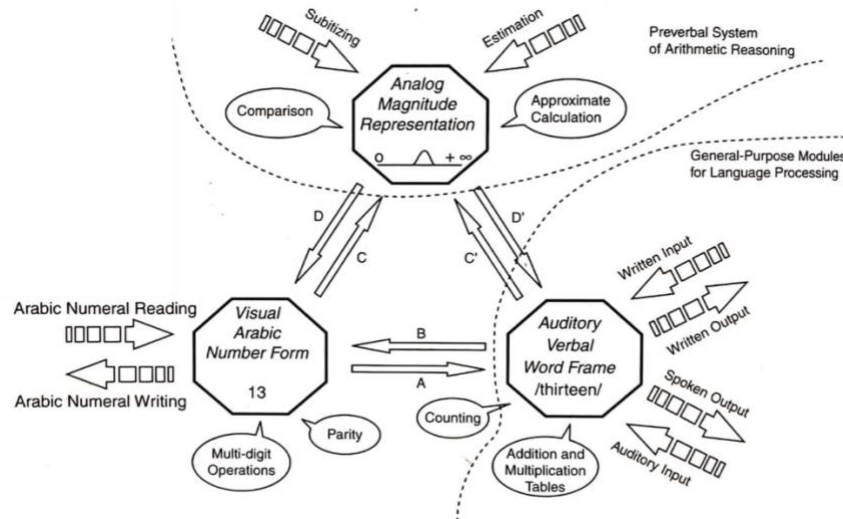


Figure 1. Schématisation du modèle du triple code (d'après Dehaene, 1992)

2.2. Un modèle développemental de la cognition mathématique (Von Aster & Shalev, 2007)

Par ailleurs, un modèle hiérarchique d'acquisition du nombre en quatre étapes (Figure 2) a été proposé par Von Aster et Shalev (2007). D'après celui-ci, la représentation de la magnitude cardinale, qui fournit des capacités préverbaux innés de représentation et de manipulation mentale des quantités (étape 1), serait une condition préalable au développement des représentations symboliques verbale et arabe (étapes 2 et 3). Celles-ci seraient alors acquises par l'apprentissage d'associations entre une quantité perçue et un code symbolique permettant de s'y référer. Le développement de ces codes constituerait lui-même une condition préalable à la construction de la ligne numérique mentale, considérée comme une représentation ordinale acquise du nombre qui servirait d'appui au raisonnement arithmétique. En parallèle, le développement numérique serait également dépendant de l'augmentation des capacités de mémoire de travail (indiquée par la flèche discontinue sur la figure).

Ce modèle permet d'envisager différentes trajectoires de développement pathologique, en fonction des étapes auxquelles les dysfonctionnements apparaissent et de leurs causes. Il peut notamment permettre de différencier un trouble primaire qui s'expliquerait par l'existence d'une vulnérabilité génétique, provoquant un échec de l'étape 1 et induisant l'apprentissage de mots-nombres dépourvus de signification, d'un trouble secondaire qui découlerait par exemple de la présence d'un trouble du langage, freinant l'association entre les grandeurs numériques non-verbales et leur symbolisation linguistique.

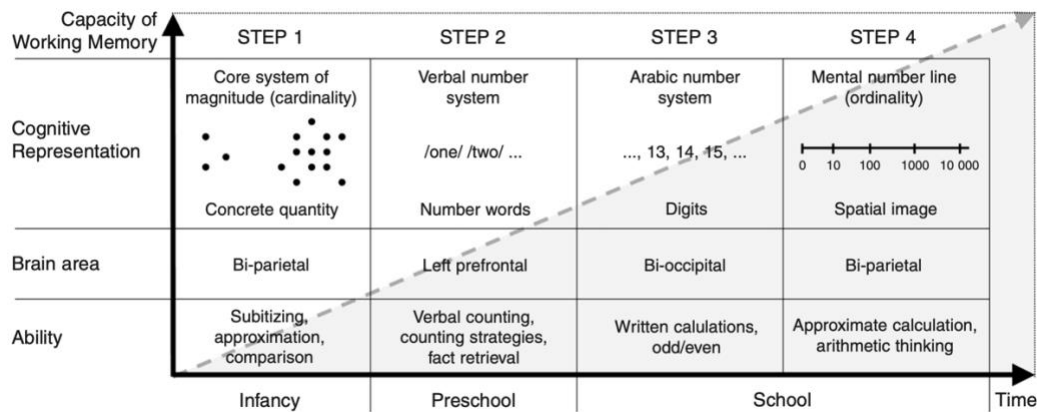


Figure 2. Modèle de développement de la cognition numérique en quatre étapes (d'après Von Aster & Shalev, 2007)

.3. La résolution de problèmes

Afin de mieux appréhender les enjeux de la tâche de résolution de problèmes, nous allons ici nous pencher sur différentes classifications et modèles qui ont tenté de décrire les problèmes arithmétiques.

.3.1. Typologies des problèmes

Pour intervenir auprès d'un patient dans le domaine de la résolution de problèmes, il faudrait entre autres avoir préalablement évalué et analysé ses compétences sur l'ensemble des classes et types de problèmes (Ménissier, 2011). Nous allons donc chercher à en étudier les différentes classifications.

.3.1.1. Classifications des problèmes additifs

Plusieurs typologies des problèmes additifs ont été suggérées. Celle proposée par Vergnaud (cité dans Ménissier, 2011) ne considère ni l'action, ni l'opération à effectuer. L'auteur différencie les notions de mesure (soit la valeur d'un état), de transformation temporelle et de relation statique :

- Composition de mesures : deux mesures se composent pour donner une mesure ;
- Transformation de mesures : une transformation opère sur une mesure pour donner une mesure ;
- Comparaison de mesures : une relation relie deux mesures ;
- Composition de transformations : deux transformations se composent pour donner une relation ;
- Transformation de relations : une transformation opère sur une relation pour donner une relation ;
- Composition de relations : deux relations se composent pour donner une relation (Ménissier, 2011, p. 86)

Riley et al. (1983) ont quant à eux défini quatre grandes catégories de problèmes additifs en fonction des relations sémantiques, caractérisant la situation décrite dans le problème. Ils ont également pris en compte l'identité de l'inconnue et le type d'opération à employer. Des exemples illustrant ces différentes catégories ont été proposés en Annexe 1. Les deux premières traitent des situations dynamiques alors que les suivantes exposent des situations statiques :

- Les problèmes de type « changement » : une quantité initiale subit une transformation additive ou soustractive qui traduit l'augmentation ou la diminution de cette quantité. L'inconnue peut être l'état initial, la valeur de la transformation, ou l'état final.

- Les problèmes de type « égalisation » : deux quantités sont décrites et l'une doit connaître une transformation additive ou soustractive pour devenir égale à l'autre. L'inconnue est la différence entre la quantité initiale et la quantité désirée.
- Les problèmes de type « combinaison » : deux quantités doivent être combinées pour former un ensemble. L'inconnue peut être la valeur combinée ou un des sous-ensembles.
- Les problèmes de type « comparaison » (Riley et al., 1983, p. 160) : deux quantités sont comparées. L'inconnue est la quantité comparée, la quantité référente, ou la différence.

.3.1.2. Classifications des problèmes multiplicatifs

Les problèmes peuvent aussi amener à la manipulation d'opérations de type multiplication et division. Différentes typologies ont également été proposées pour cet ensemble de problèmes.

Greer (1992) a soumis une catégorisation en fonction du type de quantités impliquées : entiers positifs, fractions ou décimales. Hardiman et Mestre (1989) ont différencié les quantités extensives (E), désignant des ensembles d'objets ou de mesures, et les quantités intensives (I), représentant la mise en rapport de deux quantités extensives. Sur la base de cette distinction et des aspects textuels des problèmes, ils ont défini quatre types de problèmes. Les problèmes de Calcul impliquent de déterminer une quantité totale d'unités alors que les problèmes de Comparaison supposent la comparaison de deux ensembles ou d'un ensemble à son évolution dans le temps. Ils sont tous deux de type $E_1 \times I = E_2$. Les problèmes de Combinaison sont de type $E_1 \times E_2 = E_3$ et peuvent par exemple refléter le calcul d'une aire, tandis que les problèmes de Conversion, de type $I \times I$, ont généralement pour but de convertir des unités ou d'exprimer une nouvelle relation.

Ménissier (2011) s'est quant à lui appuyé sur les travaux de Vergnaud et a proposé d'analyser les problèmes aux structures multiplicatives selon quatre classes :

- La proportionnalité simple et directe : quatre quantités, appartenant à deux domaines de grandeur, sont liées par une relation multiplicative. Trois d'entre elles sont connues et il faut rechercher la quatrième. Lorsqu'une des quantités est égale à un, généralement elle n'est pas mentionnée explicitement et seules deux quantités sont indiquées dans l'énoncé. L'inconnue à rechercher peut alors être la quantité d'unités, la valeur d'une unité (valeur unitaire) ou la valeur totale de l'ensemble (valeur multipliée). Des exemples d'énoncés sont donnés en Annexe 2. Dans le cas contraire, l'énoncé peut faire référence à la valeur d'un multiple de l'unité (rapport fonctionnel implicite) ou à la relation multiplicative qui lie les deux domaines de grandeurs (rapport fonctionnel explicite, ex. calcul de vitesse).
- La comparaison multiplicative des grandeurs : deux quantités, appartenant à un même domaine de grandeur, sont liées par un rapport scalaire (opérateur sans dimension) qui peut s'exprimer par une relation multiplicative (de type « x fois plus ») ou par une relation de division (de type « x fois moins »). L'inconnue recherchée peut être la grandeur inférieure, la grandeur supérieure ou le rapport scalaire qui existe entre eux.
- La proportionnalité simple composée : au moins trois quantités, appartenant à des domaines de grandeur différents, sont mises en lien par la composition de deux relations de proportionnalité simple, entre la première et la deuxième grandeur d'une part, et entre la deuxième et la troisième grandeur d'autre part. Une troisième relation de proportionnalité entre la première et la dernière grandeur peut également être déduite. La recherche de l'inconnue peut concerner la première grandeur, la première ou la deuxième relation de proportionnalité, ou la relation composée.
- La proportionnalité multiple (Ménissier, 2011, pp. 98-107) : une grandeur est simultanément proportionnelle à plusieurs grandeurs. On peut différencier ici les problèmes de type

« produit de mesure » de ceux de type « proportion double ». L'inconnue peut être le produit de ces grandeurs (la grandeur-produit), une des grandeurs ou la relation unitaire, qui ne peut être recherchée que dans le cas de la proportion double. Par exemple, si l'on doit calculer le coût total d'un séjour à l'hôtel, la relation unitaire correspondrait au prix par personne et par nuit. En revanche, elle est toujours égale à un dans un produit de mesure (ex. calcul de l'aire d'un rectangle).

.3.2. Modèles de résolution de problèmes

Avant d'appréhender l'évaluation de la résolution de problèmes, il semble crucial de prendre conscience des différents processus nécessaires à cette tâche et des étapes qui la composent. Dans le domaine de la cognition mathématique, plusieurs modèles de traitement et de développement du nombre ont été élaborés. Toutefois, la littérature sur la résolution de problèmes semble se développer en parallèle de celle sur la cognition mathématique. De ce fait, ces modèles paraissent difficiles à adapter à la recherche sur les problèmes (Daroczy et al., 2015).

On peut considérer que la résolution d'un problème fait appel à deux grands types d'activités (Fayol et al., 2005). La première consisterait à modéliser puis à « arithmétiser » la situation qu'il décrit. Cette interprétation conduirait en second lieu à la création ou à sélection de procédures de résolution puis à leur exécution. Kintsch & Greeno (1985) se sont inspirés de leurs travaux sur la compréhension de textes et des travaux de Riley et al. (1983) concernant les connaissances sémantiques du solutionneur sur les problèmes arithmétiques, pour proposer un modèle de compréhension des problèmes. Les processus généraux de compréhension de problèmes seraient similaires à ceux de compréhension de textes mais les expériences de résolution entraîneraient l'acquisition de stratégies de compréhension spécialisées. Elles permettraient la construction de représentations mentales adaptées à l'application d'opérations mathématiques. D'après leur théorie, l'étape de compréhension et de modélisation du problème nécessiterait l'élaboration de deux types de représentations. Une représentation conceptuelle de la signification du texte (appelée base de texte) serait coordonnée à une seconde représentation (appelée modèle de situation ou modèle de problème) qui ne contiendrait que les informations nécessaires à la résolution du problème. Cette dernière serait construite grâce à l'élaboration d'inférences fondées sur la base de texte et sur les connaissances du sujet, concernant notamment les problèmes arithmétiques, qui correspondraient à des schémas de problème. La mobilisation d'un schéma de problème fournirait un cadre de résolution, guidant l'intégration des données du problème et induisant l'exécution de procédures adaptées (Levain & Didierjean, 2017). Pour certains auteurs, avant l'élaboration de ces procédures, un autre niveau de représentation serait préalablement nécessaire. Lors de la lecture de l'énoncé, le traitement des informations linguistiques aboutirait à la construction d'un modèle mental (ou modèle épisodique de situation) permettant de se créer une représentation des agents, actions et relations existant entre les entités du problème. Pour Johnson-Laird (cité dans Thévenot & Perret, 2009, p.50) les modèles mentaux seraient des « représentations internes analogiques de situations réelles ou imaginaires » qui simulent les propriétés des objets réels et les relations qui les lient. On pourrait confronter ces modèles à celui du « triple code » de Dehaene et Cohen (1995) et assimiler cette traduction du problème au transcodage d'un énoncé utilisant les codes symboliques (verbal et arabe) en une représentation analogique interne, puis en une équation employant des nombres arabes pour le résoudre.

Les schémas de problèmes seraient acquis par détection des similitudes entre les problèmes déjà rencontrés afin d'en dégager différentes catégories (Levain & Didierjean, 2017). Ils reflèteraient l'acquisition d'une expertise et faciliteraient la résolution de problèmes familiers. Les problèmes rarement rencontrés, pour lesquels aucun schéma n'est disponible, impliqueraient davantage

l'élaboration d'un modèle mental (Fayol et al., 2005). Finalement, on considère aujourd'hui que ces modèles coexisteraient. La résolution de problèmes pourrait donc à la fois impliquer l'élaboration progressive d'une représentation particulière de la situation en mémoire de travail et la récupération en mémoire à long terme d'un schéma de problème qui guiderait sa résolution.

Finalement, Van Nieuwenhoven et al. (2019) ont proposé un modèle de résolution de problèmes qui associe les modèles existants et où la modélisation tient une place importante.

Ce modèle comporte huit étapes :

1. *Décoder le problème* : il s'agirait de modéliser la situation à partir des informations de l'énoncé, associées aux connaissances conceptuelles (c'est-à-dire les connaissances sur le monde) et expériences personnelles du solutionneur ;
2. *Anticiper le résultat* : ce qui consisterait notamment à identifier ses propriétés et à en faire une estimation. Celle-ci servirait de point de comparaison avec le résultat obtenu lors de l'étape de vérification ;
3. *Identifier le type de problème* : en identifiant les similitudes entre sa structure mathématique et celle des problèmes déjà résolus ;
4. *Planifier les étapes qui mènent à la solution et les stratégies à mettre en œuvre* ;
5. *Exécuter les calculs nécessaires* : après avoir transcodé chaque étape en une opération ;
6. *Vérifier la pertinence de la démarche mise en œuvre et la justesse des calculs* ;
7. *Interpréter le résultat mathématique ou donner du sens au résultat mathématique* ;
8. *Communiquer la solution* (Van Nieuwenhoven et al., 2019, p.109)

.4. Facteurs influençant la résolution de problèmes

La résolution de problèmes étant une tâche complexe à multiples étapes, de nombreux facteurs vont influencer le choix de la procédure employée et la découverte du résultat. Parmi eux, on peut différencier des facteurs propres aux caractéristiques du problème et des facteurs propres au solutionneur, que nous exposerons ci-dessous.

.4.1. Facteurs liés aux caractéristiques du problème

.4.1.1. Catégorie sémantique du problème

Tout d'abord, la catégorie sémantique du problème, en référence à la classification de Riley et al. (1983) décrite précédemment, pourrait avoir plus d'incidence sur la difficulté que les opérations à exécuter (Fayol et al., 2005 ; Gamo et al., 2011). Une étude conduite auprès d'enfants de la maternelle au CE2 a notamment permis de constater des taux de réussite assez différents entre des problèmes pouvant être résolus par la même opération mais appartenant à des catégories sémantiques différentes (Riley et al., 1983). Même s'ils requièrent la même opération, leur structure sémantique suscite l'utilisation de stratégies variées et induisent différents types d'erreurs (Verschaffel et al., 2015). Deux hypothèses ont été formulées pour tenter d'expliquer cette variabilité de difficulté (Riley et al., 1983). La première propose que cette difficulté relève, chez les plus jeunes, d'un manque de connaissance des schémas d'actions qui sont induits par la structure sémantique du problème et qui sont nécessaires à sa résolution. Plus particulièrement, les problèmes de type « comparaison » apparaissent notamment plus difficiles que les autres problèmes additifs, d'autant plus pour les plus jeunes. Ils requerraient une procédure relativement complexe et moins directe. D'autres études vont à l'encontre de cette hypothèse. L'une d'entre elle a montré que quasiment tous les enfants (d'âge préscolaire jusqu'au CP) pouvaient fournir une réponse correcte à des problèmes de comparaison lorsque l'énoncé était

formulé de manière à mettre en avant leur structure sémantique (Hudson, cité dans Riley et al., 1983). Ces résultats ont ainsi permis de supposer que cette difficulté liée à la catégorie du problème ne relèverait pas simplement d'une moindre maîtrise des schémas d'action correspondants. Elle dépendrait davantage de l'acquisition des schémas de problèmes qui permettent de déduire la structure du problème et de se représenter les relations qui lient les quantités présentes dans l'énoncé de façon à ce qu'elles coïncident avec les procédures de résolution qui sont à la disposition de l'enfant.

.4.1.2. Identité de l'inconnue

L'étude de Riley et al. (1983) a également montré un impact important de l'identité de l'inconnue, soit la quantité inconnue à rechercher. Elle donnerait lieu à une variabilité de difficulté entre des problèmes additifs de même catégorie sémantique. La complexité augmenterait lorsque l'inconnue serait l'état initial pour les problèmes de changement, un des sous-ensembles pour les problèmes de combinaison et la quantité référente pour les problèmes de comparaison.

.4.1.3. Formulation sommaire et stéréotypée de l'énoncé

Comme nous l'avons introduit précédemment, la formulation de l'énoncé agirait également sur la difficulté d'un problème. Elle conditionnerait la modélisation du problème et serait responsable de différences de performance pour des problèmes de même catégorie sémantique (Gamo et al., 2011). Des travaux conduits suite à l'étude de Riley et al. (1983) ont dévoilé que la formulation de l'énoncé pouvait être davantage source de difficulté que la sémantique du problème (Fayol et al., 2005). Cette difficulté serait en partie imputable à la quantité restreinte d'informations fournies et au caractère stéréotypé des énoncés. Le contenu épuré des énoncés réduirait les possibilités de mise en relation avec les expériences et les connaissances du solutionneur, qui influencent pourtant la compréhension en lecture (Giasson, 2018). D'ailleurs, les énoncés présentant des situations familières et significatives pour le lecteur seraient mieux compris, d'autant plus qu'ils faciliteraient l'élaboration du modèle mental (Fayol et al., 2005). De plus, on peut penser que les énoncés au contenu sommaire et stéréotypé sont moins explicites et estimer que leur compréhension nécessite d'effectuer davantage d'inférences. Les inférences nécessaires à la compréhension d'un texte peuvent être décrites selon plusieurs dimensions Lefebvre et al. (2012). On peut notamment distinguer les inférences qui sont fondées sur le texte, et qui permettraient de déduire les relations qui lient les différentes propositions, de celles qui sont basées sur les connaissances du lecteur. La résolution des problèmes formulés de manière sommaire nécessiterait en particulier de produire des inférences dites « présumées », notamment pour déduire l'état initial d'un problème lorsque qu'il n'est pas clairement mentionné (De Corte et al., 1985 ; Kintsch & Greeno, 1985). Par exemple, dans l'énoncé « Joe gagne 3 pommes. Maintenant, il a 5 pommes. Combien de pommes avait Joe au départ ? », afin de construire une représentation adéquate de la situation, l'enfant doit présumer que Joe avait déjà quelques pommes avant d'en gagner trois de plus.

.4.1.4. Complexité linguistique et arithmétique

Daroczy et al. (2015) ont proposé une revue des aspects linguistiques et numériques qui contribuent à la difficulté d'un problème. Concernant la complexité linguistique, ils ont distingué les facteurs structurels des facteurs sémantiques (ex. présence de contenu non pertinent pour la résolution). Parmi les facteurs structurels intervenant au niveau de la micro-structure de l'énoncé (soit au niveau des mots et des phrases), ils ont évoqué les propriétés quantitatives (ex. nombre et longueur des mots, des phrases, etc.), les propriétés linguistiques (ex. fréquence des mots, etc.), et la structure des phrases. Au niveau de la macro-structure (structure du discours), ils ont notamment abordé les

critères de présentation des quantités dans leur ordre d'utilisation ainsi que de placement initial de la question qui seraient facilitants puisqu'ils permettraient une meilleure intégration des informations contenues dans l'énoncé et influenceraient le choix de la procédure (Fayol et al., 2005). En ce qui concerne la complexité numérique, ils ont décrit des facteurs en lien avec les propriétés des nombres (ex. parité, magnitude, nombre de chiffres, etc.) et le type d'opération.

Pour finir, c'est l'addition de ces facteurs et leurs interactions qui détermineraient la difficulté d'un problème. La difficulté des problèmes à plusieurs étapes pourrait non seulement être expliquée par leur complexité arithmétique accrue mais aussi par leurs énoncés généralement plus longs, démultipliant les vecteurs de complexité linguistique.

.4.1.5. Incohérence sémantique

Finalement, une incohérence entre les termes lexicaux employés dans l'énoncé et l'opération mathématique qui y correspond pourrait également influencer la réussite. En effet, les marqueurs linguistiques et le lexique employé pourraient compromettre la compréhension du problème et conduire à la sélection d'une procédure inadaptée. C'est notamment le cas des termes relationnels tels que « plus que » (Fayol et al., 2005) ou de certains verbes comme « donner » qui peuvent induire à tort une addition lors du choix de l'opération (Ménissier, 2011).

.4.2. Facteurs liés aux compétences et caractéristiques individuelles

.4.2.1. Compétences langagières orales et écrites

Différentes études mettant en évidence des différences inter-individuelles ont également permis d'identifier des facteurs de réussite propres au solutionneur (Fayol et al., 2005). Le meilleur facteur prédictif se trouverait être la compétence de compréhension écrite de textes. En effet, comme nous l'avons vu précédemment, cette activité demande d'abord de comprendre l'énoncé, et fait donc premièrement appel aux compétences langagières. D'ailleurs, on a pu constater que les élèves ayant des difficultés de résolution de problèmes, isolées ou associées à des difficultés de calcul, obtenaient des résultats inférieurs à ceux présentant uniquement des difficultés de calculs et que, parmi les prédicteurs cognitifs étudiés, celui qui les différenciaient le plus étaient les compétences langagières (évaluées à partir de tâches de complétion de phrases, de compréhension orale et de lexique), et de reconnaissance de mots écrits (Fuchs et al., 2008). Les problèmes étant souvent présentés à l'écrit, des compétences suffisantes en lecture paraissent effectivement nécessaires afin d'accéder à la compréhension de l'énoncé et à la construction d'une représentation de la situation.

.4.2.2. Compétences mathématiques

La maîtrise des opérations viendrait ainsi en second lieu pour prédire la réussite (Fayol et al., 2005). En outre, une étude longitudinale a permis d'observer une évolution des stratégies employées par les enfants pour résoudre des problèmes additifs, au cours des années de primaire (Carpenter & Moser, 1984). Progressivement, les stratégies informelles, de type manipulation d'objets ou comptage verbal, seraient remplacées par des stratégies mentales, comme l'utilisation des faits arithmétiques. D'autre part, ils ont pu constater que les élèves les plus âgés et les plus compétents sont capables d'adapter leurs stratégies et de choisir des procédures qui reflètent moins la structure sémantique du problème mais qui permettent d'appliquer des calculs plus directs. La capacité à résoudre un problème dépendrait donc aussi des connaissances conceptuelles et procédurales des opérations, qui sont nécessaires à la mise en place d'un plan d'actions adapté et efficace (Verschaffel et al., 2015).

.4.2.3. Compétences mnésiques et fonctions exécutives

L'impact de la capacité de la mémoire de travail (verbale et numérique) fait quant à elle moins consensus. Toutefois, certains auteurs défendent son importance dans la résolution de problèmes, que ce soit lors de la construction d'un modèle de problème tout au long de la lecture de l'énoncé ou de l'intégration des données pertinentes du présent problème à un schéma de problème déjà rencontré et conservé en mémoire à long terme, puis dans l'exécution des calculs (Fuchs et al., 2008). D'autre part, les fonctions exécutives seraient nécessaires tout au long de la tâche, en particulier pour inhiber les informations non pertinentes, planifier les étapes de la résolution et faire preuve de flexibilité si les stratégies utilisées ne mènent pas à un résultat cohérent (Moret & Mazeau, 2019).

.5. Troubles des apprentissages et résolution de problèmes

.5.1. Trouble spécifique des apprentissages en mathématiques (dyscalculie)

La dernière version du Manuel diagnostique et statistique des troubles mentaux (DSM-5, American Psychiatric Association, 2015) décrit la « dyscalculie » au sein des troubles spécifiques des apprentissages (TSAp). Ces derniers sont définis par des difficultés qui persistent depuis au moins 6 mois, malgré la mise en place de mesures ciblées. Ils peuvent s'exprimer sous la forme d'un TSAp en mathématiques, se manifestant par des « difficultés à maîtriser le sens des nombres, les données chiffrées ou le calcul » (Critère A.5) ou par un trouble du « raisonnement mathématique » avec par exemple « de grandes difficultés à appliquer des concepts ou des méthodes mathématiques pour résoudre les problèmes » (Critère A.6). Les TSAp se traduiraient par des aptitudes nettement inférieures au niveau attendu, compte tenu de l'âge et du niveau d'éducation. Ils peuvent interférer significativement avec la réussite scolaire, professionnelle et les activités de la vie quotidienne, en particulier si aucune adaptation n'est mise en place. Ces troubles ne peuvent être mieux expliqués par d'autres étiologies (ex. troubles secondaires à des déficits intellectuels, sensoriels, neurologiques, etc.). Mazeau (2005) précise que les TSAp sont le symptôme visible d'un trouble cognitif sous-jacent. Elle parle d'« atteintes électives » marquées par des dissociations entre des fonctions déficitaires et des fonctions préservées voire surinvesties. Actuellement, il n'y a pas de réel consensus concernant l'origine de la « dyscalculie » primaire. Deux hypothèses ont été formulées concernant la nature des déficits numériques en cause et permettent d'en distinguer deux types de profils (Lafay et al., 2015). La première est en faveur d'un déficit du sens du nombre, c'est-à-dire de la capacité à appréhender les quantités, que ce soit de manière précise à partir de petites quantités ou de manière approximative avec des grandes quantités. La seconde décrit un déficit d'accès au sens du nombre par le biais des représentations symboliques (et notamment du code arabe). Les troubles d'apprentissages des mathématiques dits secondaires, peuvent quant à eux être occasionnés par des désordres cognitifs tels qu'un déficit de mémoire de travail, du traitement visuo-spatial ou encore de l'attention (Rubinsten & Henik, 2009). Au départ, troubles primaires et secondaires se manifestent différemment mais au cours du développement de l'enfant, ils peuvent progressivement se traduire par des comportements similaires.

On comprend que les personnes présentant ces troubles risquent de rencontrer des difficultés dans la résolution de problèmes. En témoigne une expérimentation conduite auprès d'enfants de différents niveaux scolaires qui a montré une stagnation des performances dans cette activité chez les enfants ayant un développement arithmétique « déficient » (Ostad, 1998). Cette stagnation était corrélée à la persistance de procédures primitives de résolution d'opérations (de type manipulation).

.5.2. Trouble développemental du langage

Ce terme a été proposé par un groupe d'experts pour tenter de pallier le manque de consensus dans la terminologie des troubles du langage (Maillart, 2018). Il réunit des profils différents allant de l'équivalent d'un retard de langage à celui d'un trouble spécifique du langage oral.

De nombreux travaux ont montré que le trouble spécifique du langage est souvent associé à des difficultés d'apprentissages numériques pouvant affecter la chaîne numérique verbale, le dénombrement (en lien avec la gêne que représente l'utilisation des mots nombres dans les tâches de comptage) et, par la suite, le calcul et la compréhension du système positionnel du code arabe (Noël et al., 2018). Les enfants présentant ce trouble seraient donc naturellement susceptibles de rencontrer des difficultés dans la compréhension des énoncés de problèmes mais également dans la manipulation des quantités et l'exécution des opérations nécessaires à l'obtention du résultat. Plus spécifiquement, les compétences phonologiques auraient un rôle important à jouer dans le développement numérique et seraient un des prédicteurs des compétences mathématiques (Noël et al., 2018). Celles-ci interviendraient dans l'acquisition des capacités numériques de base (en particulier dans le développement de la chaîne numérique verbale), des capacités de comptage (ex. avant, à rebours ou partir d'un nombre donné, etc.) et de lecture de nombres arabes (Krajewski & Schneider, 2009). La dyslexie pouvant notamment être caractérisée par de faibles capacités phonologiques, cela peut expliquer que des compétences faibles en mathématiques (concernant surtout le comptage et la récupération des faits arithmétiques) aient également été retrouvées chez des enfants dyslexiques n'étant initialement pas affectés par un trouble mathématique. Qui plus est, les enfants présentant cette comorbidité auraient des compétences mathématiques d'autant plus faibles que ceux ayant un trouble arithmétique isolé (Fayol et al., 2005).

.6. Buts et hypothèses

La batterie que nous concevons s'inscrit dans une approche cognitiviste, ce qui lui permettra de fournir une vision modulaire du fonctionnement du patient, afin d'identifier les compétences sous-jacentes à l'origine de la difficulté observée et de guider la pose du diagnostic. Elle se fonde sur un modèle théorique reconnu, celui du « triple code » de Dehaene et Cohen (1995), donnant lieu à une organisation et une analyse des épreuves en fonction des modalités d'entrée et de sortie des tâches.

Le but de ce mémoire est d'élaborer une proposition d'épreuve de résolution de problèmes qui intégrera cette nouvelle batterie d'évaluation de la cognition mathématique. Cette épreuve pourra être proposée face à une plainte concernant directement la résolution de problèmes ou pour évaluer la capacité d'un patient à raisonner, grâce à la mise en pratique des compétences mathématiques révélées au cours du bilan. L'évaluation de la résolution de problèmes, couplée aux données du patient et à ses résultats aux autres épreuves, permet d'alimenter la réflexion hypothético-déductive sur laquelle repose le diagnostic orthophonique. Dans cette optique, les performances à l'épreuve de résolution de problème devront être comparées aux résultats aux épreuves évaluant le sens du nombre (soit les épreuves évaluant le traitement des quantités analogiques et la ligne numérique mentale), l'accès au sens du nombre via les codes verbaux et arabes, le transcodage, les compétences arithmétiques (notamment la connaissance du sens des opérations, les compétences de calcul, et la connaissance des faits arithmétiques) ainsi que le raisonnement verbal et non-verbal. De cette manière, et en référence aux définitions proposées par le DSM-5, il sera notamment possible de conclure sur la présence d'un trouble du raisonnement mathématique associé ou non à un trouble d'apprentissage des mathématiques de type primaire ou secondaire. Une évaluation de la compréhension du lexique

mathématique peut quant à elle permettre de déterminer si les éventuelles difficultés de résolution de problèmes relèvent davantage d'un trouble langagier.

Comme nous l'avons illustré au cours de cet exposé, la résolution de problèmes est une activité complexe qui fait appel à de nombreuses capacités et dont la difficulté peut relever de facteurs et déficits divers. D'après Ménissier (2011), la prise en charge de la résolution de problèmes doit reposer sur une analyse des capacités du sujet face à chaque classe et chaque type de problème, en prenant en compte la nature et les caractéristiques de chaque problème, et la manière dont le sujet se comporte face à la situation proposée. Aussi, dans le cadre de ce mémoire, nous avons pour objectif de concevoir une épreuve de résolution de problèmes exhaustive qui favorise une évaluation fine et l'identification des composantes sous-jacentes à l'origine du dysfonctionnement potentiel. Elle doit, d'une part, permettre une analyse quantitative des compétences testées, afin d'objectiver et de quantifier les difficultés de résolution de problèmes. D'autre part, cette proposition d'épreuve vise à rendre possible une analyse qualitative qui permette de comprendre à quelles étapes de résolution, pour quelles catégories de problèmes et dans quelles modalités de présentation et de réponse se manifestent les difficultés. Les items développés dans ce mémoire visent plus particulièrement à évaluer la résolution de problèmes verbaux aux énoncés explicites, présentant des situations simples, significatives et similaires, et dont la complexité linguistique et numérique a été maîtrisée. Ainsi, on peut penser que la réussite de ces items serait moins dépendante des capacités de compréhension, modélisation de la situation, et de calcul. Si l'on se réfère au modèle proposé par Van Nieuwenhoven et al. (2019), on peut supposer qu'ils permettent donc d'évaluer plus précisément les étapes d'identification du type de problème et de planification des étapes et stratégies menant à la solution.

Méthode

.1. Synthèse des outils existants

.1.1. Population

Ce mémoire s'intéressant particulièrement à la résolution de problèmes, seuls les outils proposant des épreuves évaluant ce domaine ont été abordés dans cette synthèse. Les outils proposant une évaluation de la cognition mathématique mais pas de la résolution de problèmes ont été étudiés et mentionnés par les autres étudiants du projet (cf. Annexe 3). Nous avons consulté les tests disponibles à la testothèque du Département d'Orthophonie de Lille et sur nos terrains de stage. L'objectif de cette synthèse étant d'analyser le contenu et les caractéristiques des épreuves, les outils pour lesquels nous n'avons pas pu avoir accès au manuel et au protocole de passation n'ont pas été inclus (ECHAS ; Simonart, 1998, Peda 1C ; Simonart, 1998b, Keymaths 3 ; Connolly, 2008, ERLA ; Legeay et al., 2009). Nous avons jugé que leur description aurait été trop sommaire, rendant l'analyse et la comparaison aux autres épreuves impossibles. Nous avons ainsi répertorié onze outils, dont sept évaluant spécifiquement les habiletés mathématiques chez les enfants ou chez les adultes, deux batteries générales et deux échelles d'intelligence comportant des sous-tests mathématiques.

.1.2. Procédure

Dans un premier temps, nous avons consulté les manuels et protocoles des différents outils et avons examiné leurs épreuves de résolution de problèmes. Nous les avons décrits en relevant l'identité des auteurs, leur orientation théorique, la date de publication mais aussi le nombre et les types de

problèmes proposés (en nous appuyant sur les classifications des problèmes additifs de Riley et al. (1983) et des problèmes multiplicatifs de Ménissier (2011) présentées précédemment). Les classifications de problèmes étant nombreuses, nous avons choisi d'utiliser celles-ci dans l'objectif de tendre vers l'adoption d'un langage commun car elles semblent être les plus reprises pour typer les problèmes. De plus, les catégories de problèmes proposées par Riley et al. (1983) ayant été assez largement étudiées, cela nous a permis de nous appuyer sur les données de la littérature, concernant notamment la complexité portée par la catégorie du problème et par la nature de son inconnue. Nous avons organisé ces informations dans un tableau (cf. Annexe 4) de façon à pouvoir les confronter entre elles. Afin de mieux comparer ces épreuves, nous avons défini d'autres critères que nous avons également insérés dans ce tableau. Les modalités d'entrée et de sortie de la tâche (en référence au modèle du « triple code » de Dehaene et Cohen, (1995) ainsi que le format (ex. évocation, désignation, etc.) et le contenu de la réponse (ex. résultat, opération à effectuer, etc.) ont été spécifiés. Nous avons aussi indiqué si une justification du patient et le temps de réponse sont pris en compte. Les qualités psychométriques de ces outils ont également été étudiées. L'ensemble des variables analysées et la manière dont elles ont été codées ont été répertoriés dans un document annexe afin de faciliter la lecture du tableau (cf. Annexe 5). Finalement, des moyennes et des proportions ont été calculées pour l'ensemble des variables analysées afin d'évaluer leur répartition au sein de ces tests.

.1.3. Constats

Au cours de cette analyse, nous avons constaté que seuls deux outils proposent plus de vingt items de résolution de problèmes (WISC-III ; Wechsler, 1996, et Examath 8-15 ; Lafay & Helloin, 2016), correspondant au nombre minimum d'items recommandé pour assurer la fidélité de l'épreuve (soit sa capacité à fournir des résultats constants, indépendamment des conditions de passation). Certains outils proposent un nombre très limité d'items : six pour Zareki-R (Dellatolas & Von Aster, 2006) et un seul pour la BENQ (Prévost-Tarabon & Villain, 2014). La proportion moyenne de sous-catégories de problèmes évaluées est de 44%. Seuls trois outils évaluent plus de la moitié des sous-catégories évoquées : la WISC-III, Tedi-math « grands » (Noël & Grégoire, 2015) et Examath 8-15.

La majorité de ces outils prennent en compte l'exactitude du résultat numérique (90%) mais seulement quatre sur les onze étudiés évaluent l'adéquation de l'opération employée pour la résolution et donc le sens des opérations (36%). Certains outils proposent des types de réponses moins conventionnels, comme la désignation des données manquantes ou de celles qui sont pertinentes pour résoudre le problème (27%), la désignation ou l'invention d'une question qui corresponde à l'énoncé (27%), ou l'invention d'une situation correspondant aux données du problème (BL-M ; Métral, 2008). Plusieurs épreuves incitent à l'analyse qualitative en demandant par exemple au patient d'expliquer sa démarche (ex. Zareki-R) ou simplement en ayant prévu un encart réservé aux commentaires (ex. Exalang 8-11 ; Thibault et al., 2012). Examath 8-15 est le seul outil à prendre en compte la justification de la démarche dans la cotation. Pour finir, quatre épreuves prennent en compte le temps de réponse (36%). La WISC-III et la WAIS (Wechsler, 1968) ont défini un temps de réponse limité, alors que Zareki-R et le TLC 2 (Bout-Forester & Depoorter, 2005) proposent un chronométrage.

.2. Analyse des items verbaux de problèmes additifs existants

.2.1. Méthode

Avant d'élaborer une proposition d'épreuve de résolution de problèmes et de créer les items qui la composeront, nous avons préalablement examiné un corpus d'items de problèmes. Ce corpus est

composé d'énoncés verbaux de type additif, issus de cinq des outils analysés précédemment (Tedi-math (Van Nieuwenhoven et al., 2001), Tedi-math « grands », Zareki-R, B-LM et Examath 8-15), soit 38 items, et de 20 problèmes additifs provenant de deux manuels scolaires (Maths en mots CE1-CE1 ; Brégeon, 2008, Maths en mots CM1-CM2 ; Brégeon, 2007). Au cours de notre exposé, nous avons mis en évidence différents facteurs qui peuvent influencer les performances de résolution de problèmes, en lien avec les caractéristiques du problème ou les caractéristiques individuelles du solutionneur. L'objectif ici était donc de mieux apprécier la façon dont sont conçus les énoncés qui sont soumis aux enfants au cours de leur scolarité et lors d'une évaluation orthophonique. Pour ce faire, nous avons construit un tableau d'analyse qui reprend les facteurs de difficulté liées aux caractéristiques des problèmes qui ont été établis précédemment (cf. Annexe 6). Un document annexe a été créé afin de décrire la liste des données récoltées ainsi que la manière dont ces variables ont été codées (cf. Annexe 7). Des moyennes et des proportions ont été calculées pour l'ensemble des variables analysées afin d'évaluer leur répartition en fonction des outils.

.2.2. Constats

Au vu des données de la littérature concernant les facteurs de complexité des problèmes qui ont été présentées au cours de cet exposé, nous avons choisi d'étudier les sous-catégories de problèmes additifs et les types d'inconnues représentés au sein de ces items, conformément aux classifications présentées supra. Seul Examath 8-15 propose à la fois quasiment toutes les sous-catégories de problèmes additifs (sauf ceux de type « Égalisation ») et tous les types d'inconnues correspondants.

La quantité d'informations implicites contenues dans les énoncés a aussi été analysée. Pour ce faire, nous avons proposé une estimation du nombre d'inférences nécessaires à leur compréhension. Selon les outils, la moyenne du nombre d'inférences nécessaires par énoncé varie de 0,83 pour les plus explicites (Tedi-maths « grands ») à 2,86 pour les moins explicites (Examath 8-15).

Nous avons également étudié la complexité linguistique et arithmétique de ces items et nous sommes appuyée sur la méta-analyse de Daroczy et al. (2015) afin de déterminer les variables sur lesquelles baser cette analyse. Au sujet des facteurs structurels qui influencent la complexité linguistique des énoncés, nous avons relevé le nombre et la longueur des phrases ainsi que le nombre de mots peu fréquents (en fonction du niveau scolaire ciblé par les items et en s'appuyant sur les données d'eManulex ; Ortega & Lété, 2010). La structure des phrases a été étudiée grâce à l'analyse de la longueur des groupes nominaux et de la présence de structures morphosyntaxiques complexes. Concernant ces facteurs, les outils ayant obtenu le plus d'indicateurs au-dessus des moyennes calculées pour l'ensemble du corpus sont Examath 8-15 (4), la B-LM (3) et Maths en mots CM1-CM2 (3). La structure du discours a quant à elle été caractérisée par l'ordre de présentation des données numériques et le placement de la question. 71% des énoncés présentent les données numériques dans leur ordre d'utilisation et seuls 2% d'entre eux proposent la question en position initiale. De plus, nous avons relevé le nombre de distracteurs linguistiques et numériques pour caractériser la complexité sémantique de ces items. Des distracteurs sémantiques sont présents en moyenne dans 25% des énoncés et dans au moins 50% des items pour Examath 8-15 et la B-LM. On trouve des distracteurs numériques dans 17% des problèmes étudiés, et dans la moitié des énoncés de la B-LM.

Concernant la complexité numérique, les propriétés des nombres ont été décrites par leur taille, leur parité ainsi que par l'utilisation mixte de nombres à un ou plusieurs chiffres. On peut constater que les manuels scolaires emploient de plus grands nombres que les tests (allant jusqu'à plusieurs milliers, voire millions) et que parmi les tests, la B-LM et Tedi-math « grands » utilisent davantage de grands nombres que les autres (dont certains compris entre 100 et 999). Cependant, l'utilisation

mixte de nombres à un ou plusieurs chiffres est plus importante parmi les tests que parmi les manuels. De plus, la parité des nombres n'est respectée que dans 23% des items.

Enfin, nous avons relevé la présence d'incohérences sémantiques entre certains termes lexicaux employés dans les énoncés et les opérations à utiliser pour résoudre le problème. Ce type d'incohérence est présente dans 28% des items du corpus.

.3. Analyse des programmes scolaires

Il paraît assez complexe de savoir quels types de problèmes un enfant a déjà expérimentés dans son quotidien. Néanmoins, il paraît pertinent de s'intéresser aux programmes scolaires de manière à proposer des items adaptés aux compétences attendues des patient testés. En effet, on évalue des apprentissages en proposant des situations de problèmes car il s'agit un grand classique de l'enseignement en mathématiques. Le but est de savoir à quels types de problèmes les enfants ont déjà été confrontés en fonction de leur niveau scolaire. Nous avons donc pris connaissance des attendus de fin d'année et des repères annuels de progression en mathématiques du cycle 2 et du cycle 3, consultés sur le site « Éduscol » (Ministère de l'Éducation nationale, de la Jeunesse et des Sports, 2021). Nous nous sommes également intéressée aux repères concernant les compétences de calcul. Une synthèse des nouvelles acquisitions qui sont principalement attendues à chaque niveau a été réalisée (cf. Tableau 1). Dès le début du CP, les élèves commencent à résoudre des problèmes additifs. Les calculs utilisant la multiplication ne sont pas mentionnés dans les attendus de fin de CP mais les problèmes multiplicatifs sont tout de même introduits en troisième période de cette année. L'écriture mathématique n'est pas encore utilisée avec ce type de problèmes, qui sont alors résolus grâce à la manipulation et à l'utilisation de l'addition itérée. Au cours de la scolarité, les propositions et les stratégies employées s'étoffent, en concordance avec les nouvelles compétences de calcul acquises.

Tableau 1. Synthèse des nouvelles acquisitions attendues dans les domaines de la résolution de problèmes et du calcul en fonction du niveau scolaire.

	Taille des nombres	Nombre d'étapes	Catégories de problèmes	Compétences de calcul acquises en parallèle
CP	< 100	1 ou 2	<u>Additifs</u> : résolus par utilisation de schémas et d'écritures mathématiques	<u>Calcul mental</u> : addition avec retenues ; soustraction sans retenues <u>Calcul en ligne</u> : addition et soustraction de deux ou trois nombres, avec retenues.
	< 30	1	<u>Multiplicatifs</u> : de type partage équitable ou groupement ; résolus par manipulations et additions itérées	<u>Calcul posé</u> : addition de deux ou trois nombres, avec retenues.
CE1	< 1000	1 ou 2	<u>Additifs et multiplicatifs</u> : impliquant des grandeurs (ex. longueur, prix, etc.) <u>Multiplicatifs</u> : résolus par additions itérées, par utilisation des premières tables et de la multiplication par 10.	<u>Calcul mental</u> : multiplication (tables de 2, 3, 4, 5 et multiplication par 10 d'un nombre inférieur à 100). <u>Calcul posé</u> : soustraction.
CE2	< 10 000	1, 2 ou 3	<u>Additifs et multiplicatifs</u> : résolus par utilisation de schémas et d'écritures mathématiques	<u>Calcul mental et en ligne</u> : multiplication (tables de 6, 7, 8 et 9 et multiplication par 100 et 1000) ; division euclidienne par un nombre à un chiffre et par des nombres comme 10, 25, 50, 100. <u>Calcul posé</u> : multiplication d'un nombre à deux ou trois chiffres par un nombre à un ou deux chiffres.

	Taille des nombres	Nombre d'étapes	Catégories de problèmes	Compétences de calcul acquises en parallèle
CM1	< 1 million	Plusieurs étapes	<u>Additifs et multiplicatifs</u> : impliquant des nombres décimaux et des fractions simples. <u>Multiplicatifs</u> : situations de proportionnalité (ex. recettes).	<u>Calcul mental</u> : multiplication et division d'un nombre décimal par 10. <u>Calcul posé</u> : division euclidienne ; addition et soustraction avec des nombres décimaux.
CM2	< 1 milliard	Plusieurs étapes	<u>Additifs et multiplicatifs</u> : Impliquant des nombres ayant jusqu' à trois décimales. <u>Multiplicatifs</u> : Introduction des pourcentages dans des cas simples, en lien avec les fractions d'une quantité (ex. 25% pour le quart).	<u>Calcul mental</u> : multiplication et division d'un nombre décimal par 10, 100 et 1000 ; multiplication par 5 et 50. <u>Calcul posé</u> : division avec quotient décimal ; multiplication et division d'un nombre décimal par un nombre entier.
6^{ème}	< 1 milliard	Plusieurs étapes	<u>Multiplicatifs</u> : Généralisation de l'utilisation des pourcentages à des situations plus variées ; utilisation explicite du coefficient de proportionnalité.	<u>Calcul mental</u> : multiplication de nombres entiers et décimaux par 0,1 et 0,5. <u>Calcul posé</u> : multiplication de deux nombres décimaux.

4. Élaboration d'une épreuve de résolution de problèmes à énoncés verbaux

L'objectif visé autour de la conception de cette épreuve était de proposer un outil exhaustif, et qui permette de mieux isoler les compétences de résolution de problèmes, afin de pouvoir les objectiver de manière plus spécifique. En effet, nous avons pu constater qu'aucun test ne propose d'une part l'ensemble des types de problèmes, et d'autre part, des items verbaux dont les caractéristiques permettent de limiter les facteurs de difficulté qui ne sont pas directement liés aux compétences de résolution de problèmes. Lors de l'élaboration de cette épreuve, nous avons donc choisi de contrôler la complexité linguistique ainsi que la complexité arithmétique de nos énoncés verbaux. Nous souhaitons ainsi que les scores obtenus à cette épreuve puissent davantage refléter la modélisation de la situation problème, la planification des étapes de résolution et le choix des opérations adéquates que les compétences langagières ou la maîtrise des calculs en tant que telles. Le but étant que la comparaison des résultats de cette épreuve aux autres résultats du bilan permette notamment de mieux distinguer un trouble du raisonnement d'un trouble du calcul ou du sens nombre. De plus, nous avons souhaité construire une épreuve qui permette de mieux discerner les différentes étapes de résolution d'un même problème (en référence au modèle de Van Nieuwenhoven et al., 2019) afin de pouvoir déterminer laquelle ou lesquelles dysfonctionnent en cas d'échec. Nous pensons que ces informations aideraient à mieux orienter l'intervention qui pourrait être proposée par la suite.

4.1. Caractéristiques des items créés

4.1.1. Modalités d'entrée et de sortie de la tâche

Nous avons créé des énoncés verbaux qui seront présentés à l'écrit. Une version orale pourra être proposée au patient si sa lecture n'est pas fonctionnelle. L'objectif ici est de limiter les contraintes liées aux compétences langagières orales et écrites et de soulager la mémoire de travail. Dans la version écrite des énoncés, les nombres sont présentés dans le code verbal écrit. Ainsi, les nombres devront être traités dans le même code (verbal) que les énoncés soient présentés à l'oral ou à l'écrit.

Plusieurs modalités de sortie sont proposées en fonction des types de réponses attendues (détaillées par la suite). Les nombres devront ainsi être employés dans leur représentation verbale, arabe voire analogique (en référence au modèle du « triple code » de Dehaene et Cohen, 1995).

.4.1.2. Situations simples et énoncés explicites

Nous avons construit des situations simples qui peuvent facilement être rapportées à une expérience vécue. Ainsi, elles devraient être plus significatives et plus facilement comprises (Fayol et al., 2005 ; Giasson, 2018). Les situations sont très similaires entre elles puisqu'elles reprennent toutes le contexte d'un jeu de billes. De plus, les énoncés ont été formulés de manière explicite, en s'inspirant des formulations proposées dans l'étude de De Corte et al. (1985). Les inférences nécessaires à la compréhension, basées sur le texte et sur les connaissances personnelles du sujet, ont été maîtrisées. Nous avons notamment évité l'emploi d'anaphores et rendu le lien entre les phrases explicite grâce aux temps des verbes et à l'utilisation de connecteurs. Nous avons également limité les présuppositions, par exemple en rendant explicites les situations initiales des problèmes de « Transformation ». Si l'on se réfère au modèle de problème décrit par Kintsch et Greeno (1985), on peut penser que l'élaboration de la base de texte et des inférences devraient être facilitées et que la modélisation du problème dépendrait donc davantage de la mobilisation des schémas de problèmes stockés en mémoire à long terme grâce aux expériences passées de résolution de problèmes.

.4.1.3. Catégories de problèmes et nature de l'inconnue

Lors de la création des items, nous nous sommes appuyée sur les catégorisations de problèmes proposées par Riley et al. (1983) et Ménissier (2011), sur lesquelles nous avons basé notre analyse des items existants. Nous avons proposé l'ensemble des sous-catégories de problèmes additifs et multiplicatifs qu'elles décrivent ainsi que tous les types d'inconnues qui en dépendent. Le but était d'élaborer une proposition à la fois exhaustive, qui permette d'évaluer l'efficacité des divers schémas de problèmes qui sont à disposition du patient, et qui offre différents niveaux de complexité. En effet, nous avons vu précédemment que les types de problèmes et d'inconnues amènent des degrés de difficulté divers puisqu'ils influencent la performance et le choix des stratégies de résolution.

.4.1.4. Complexité linguistique des énoncés

Au cours de la formulation des énoncés, nous avons proposé la maîtrise des facteurs structurels et sémantiques qui participent à leur complexité linguistique. Nous avons ainsi veillé à contrôler les indicateurs qui ont été étudiés lors de l'analyse des items existants, soit le nombre et la longueur des phrases, le niveau de fréquence du lexique entrant dans les énoncés, la longueur des groupes nominaux, le nombre de structures morphosyntaxiques complexes (telles que les syntagmes prépositionnels, l'utilisation de la voie passive ou les propositions subordonnées). Puisque nous avons également pour souhait de proposer des items à la formulation explicite, l'objectif n'était pas de réduire ces indicateurs au minimum au risque d'obtenir des énoncés stéréotypés, mais plutôt de composer avec ces différents critères. Lorsque cela était nécessaire, nous avons par exemple préféré augmenter le nombre de phrases d'un énoncé, plutôt que leur longueur, si cela permettait de réduire le nombre d'inférences nécessaires et de faciliter la compréhension du problème.

Concernant la structure du discours, les données numériques ont été présentées suivant leur ordre d'utilisation dans la majorité des items. Cependant, le placement initial de la question n'a pas été exploité. N'ayant pas été observée dans les problèmes scolaires, nous avons pensé que cette présentation inhabituelle aurait pu déstabiliser les patients lors de l'évaluation. Nous avons jugé que ce paramètre pourrait plutôt être proposé comme facilitation en phase d'intervention, si le patient rencontre des difficultés à intégrer les données du problème et à sélectionner une procédure adaptée.

Enfin, nous avons choisi de ne pas intégrer de distracteurs linguistiques ou numériques afin de faciliter l'extraction des données pertinentes pour la résolution, toujours dans l'objectif de faciliter l'élaboration du modèle de problème.

.4.1.5. Complexité numérique des énoncés

Afin de contrôler la complexité numérique de nos items, nous avons pris le parti de limiter la contrainte liée à la taille des nombres. Nous n'avons employé que des nombres entiers inférieurs à 10 pour les problèmes additifs et inférieurs à 30 pour les problèmes multiplicatifs. De plus, les problèmes additifs reprennent tous les mêmes nombres. Pour les items additifs, nous avons choisi de respecter la parité des nombres puisqu'elle influence l'exécution de l'addition et de la soustraction, mais pas de la multiplication (Daroczy et al., 2015). L'utilisation mixte des nombres à un ou plusieurs chiffres a été limitée, au moins pour les problèmes additifs, car il existerait des différences majeures dans le traitement de ces nombres, qui seraient liées à des représentations numériques différentes.

.4.1.6. Interaction entre les facteurs linguistiques et numériques

La présence d'incohérences sémantiques entre les indices verbaux présents dans le texte et l'opération à utiliser pour résoudre le problème est un critère que nous avons choisi de faire varier au sein de nos items. Pour ce faire, nous avons opté pour l'utilisation de verbes dont la sémantique traduit explicitement la relation mathématique sous-jacente (« gagner » et « perdre ») mais qui peuvent induire le patient en erreur s'il a tendance à utiliser une stratégie de traduction directe de l'énoncé en une équation mathématique (Daroczy et al., 2015). Par exemple, dans l'item n°6 « *Léo avait des billes. Puis, il a gagné deux billes de plus. Maintenant, Léo a six billes. Combien de billes avait Léo au départ ?* » le terme « gagné » traduit une augmentation et pourrait induire à tort l'utilisation d'une addition. Ce phénomène peut également être induit par les termes relationnels (ex. « plus que », « moins que », etc.). Il est retrouvé de manière moins marquée parmi les énoncés de type multiplicatif.

.4.2. Ordre de présentation des items

L'ordre de présentation des items a été déterminé afin de proposer une gradation de la difficulté en fonction des facteurs de complexité suivants : catégorie et sous-catégorie de problème, complexité de l'inconnue, présence d'une incohérence sémantique. Les problèmes de type additif seront proposés avant les problèmes de type multiplicatif, qui sont plus complexes. En effet, au cours de la scolarité, c'est dans cet ordre que les opérations correspondantes sont acquises (l'addition et la soustraction avant la multiplication et la division) et que ces types de problèmes sont introduits.

Les pourcentages de réussite aux différents types de problèmes additifs selon l'étude de Riley et al. (1981, cité par de Riley et al., 1983) ont également été pris en compte. Lors de cette étude, les participants devaient résoudre les problèmes en utilisant la manipulation, qui a un effet facilitateur. Pour déterminer les items de départ en fonction du niveau scolaire, nous nous sommes donc davantage fondée sur les données du niveau précédent. Par exemple, l'item de départ choisi pour le niveau CE1 est l'item 6 car ce type de problème a obtenu un taux de réussite de 78% chez les élèves de CP tandis que les types de problèmes correspondant aux items précédents ont été réussis par 100% d'entre eux.

Afin de déterminer l'ordre de présentation des items de problèmes multiplicatifs, nous nous sommes également appuyée sur les sous-catégories mentionnées dans les manuels scolaires et dans les documents présentant les attendus de fin d'année pour chaque niveau du cycle 2 et 3.

.4.3. Déroulement de la passation et cotation de l'épreuve

Pour commencer, le patient écoute la consigne générale de l'épreuve. Puis, les énoncés sont administrés. Ils sont proposés à l'écrit et peuvent être écoutés si nécessaire. Des réécoutes sont possibles si le patient le demande. Trois types de réponses peuvent être proposés. Premièrement, le patient est invité à répondre à la question du problème. On attend alors qu'il évoque oralement le

résultat numérique. Une feuille et un crayon sont laissés à sa disposition et pourront servir de support au raisonnement (ex. si besoin d'écrire des calculs, de faire des schémas, etc.). Aucune demande explicite n'est cependant formulée dans ce sens. L'évaluateur observe simplement si le patient les utilise et comment. Dans tous les cas, le patient doit communiquer sa réponse oralement à l'évaluateur, qui la saisit à l'ordinateur. Si le résultat est correct, le patient obtient un point et l'item suivant lui est proposé. Dans le cas contraire, ou en l'absence de réponse, le patient est invité à désigner le calcul qu'il faut réaliser pour répondre à la question. Il doit alors choisir parmi cinq réponses : « $6 + 2$ », « $6 - 2$ », « 6×2 », « $6 \div 2$ » ou « je ne sais pas ». Le patient obtient un point s'il désigne la bonne réponse. Sinon, on lui propose alors de représenter la situation du problème grâce à la manipulation de quantités analogiques. Si la manipulation qui est produite correspond à la situation du problème, le patient obtient un point. Puis l'item suivant est administré. Les temps de réponse sont chronométrés.

Nous nous sommes inspirée de tests existants afin de concevoir notre épreuve de manière à adapter les items à administrer à chaque patient, et notamment de l'EVIP (Échelle de vocabulaire en images Peabody ; Dunn et al., 1993). Nous avons ainsi déterminé des critères de départ et d'arrêt. La passation débute à l'item correspondant au niveau scolaire du patient. Puis, l'épreuve est stoppée si le patient échoue lors de l'évocation du résultat numérique pour trois items de suite. Si les résultats numériques évoqués aux trois premiers items sont incorrects, l'évaluateur administre les énoncés précédents en remontant les items, jusqu'à ce que le patient fournisse le bon résultat pour trois items successifs. Puis, la passation est reprise à la suite des trois premiers items, et sera stoppée après trois échecs consécutifs de l'évocation du résultat.

Afin de faciliter l'analyse des résultats, des sous-scores pourront être calculés en fonction du type de réponse (évocation du résultat, désignation du calcul adéquat, manipulation), des catégories voire des sous-catégories de problèmes, de la complexité portée par la nature de l'inconnue (inconnue simple ou complexe) et de la présence ou non d'incohérences sémantiques. Un exemple de tableau de scores qui pourrait être envisagé est présenté en Annexe 9.

.4.4. Matériel

La batterie sera accessible depuis une plateforme de soin en ligne. Le support informatique permettra de préenregistrer les consignes et les énoncés. De plus, la manipulation pourra ainsi être proposée de manière informatisée. Le patient devra déplacer différents éléments à l'écran pour représenter la situation du problème (personnages, billes, paquets, voire des étiquettes « jour »). De cette manière, les passations pourront être standardisées.

La cotation pourra être entièrement ou partiellement informatisée. L'évocation de la réponse numérique, saisie par l'évaluateur, et la désignation de l'équation pourront être cotées automatiquement. Ainsi, les temps de passation et de cotation seront optimisés. De plus, la fidélité inter-juges sera favorisée, c'est-à-dire que l'on ne devrait quasiment pas observer de variabilité de cotation entre les évaluateurs pour ces formats de réponses. La manipulation pourrait cependant être jugée et cotée par l'évaluateur, puisque la cotation automatique paraît ici plus difficile à envisager. Un encart sera prévu pour noter les observations faites au cours de l'épreuve (ex. nombreuses demandes de répétition, emploi d'une stratégie de calcul mental, écrit ou de comptage, etc.). L'ensemble des énoncés pourrait être mis à disposition de l'évaluateur, en version imprimée ou dans une fenêtre réservée à la cotation, afin qu'il puisse s'y référer plus facilement et y inscrire des annotations qui serviront à l'analyse qualitative (ex. entourer un terme ou un nombre qui a été mal compris). De la même manière, une liste des réponses numériques correctes et des exemples de manipulations adéquates y sera présentée afin de guider l'évaluateur dans la cotation des items.

Résultats

1. Analyse des tests existants et de l'épreuve créée

Le Tableau 3.1. présente les principaux paramètres étudiés et leur répartition parmi les outils étudiés. Le Tableau 3.2. expose la représentation de ces mêmes paramètres au sein de l'épreuve créée. Le nombre moyen d'items par épreuve pour les outils analysés est de 13. L'épreuve que nous avons conçue comporte 31 items s'adressant aux enfants et adolescents de niveau CP à 6^{ème} et plus.

Tableau 3.1. Résultats de l'analyse des outils d'évaluation proposant une épreuve de résolution de problèmes : proportions et moyennes des paramètres analysés calculés pour l'ensemble des outils.

Modalités d'entrée				Modalités de sortie				Format de réponse		Contenu de la réponse				
A	NVO	NVE	NA	A	NVO	NVE	NA	Évoc.	Dési.	Sit.	Don.	Qu.	Op.	Résul.
18%	82%	18%	91%	9%	82%	0%	27%	82%	36%	9%	27%	27%	36%	91%

Notes. A : Analogique. NVO : Nombres verbaux oraux. NVE : Nombres verbaux écrits NA : Nombres arabes. Dési. : Désignation. Évoc. : Évocation. Sit. : Situation. Don. : Donnée. Qu. : Question. Op. : Opération. Résul. : Résultat.

Tableau 3.2. Résultats de l'analyse de l'épreuve créée : Présence des différents paramètres analysés.

Modalités d'entrée				Modalités de sortie				Format de réponse		Contenu de la réponse				
A	NVO	NVE	NA	A	NVO	NVE	NA	Évoc.	Dési.	Sit.	Don.	Qu.	Op.	Résul.
0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1

Notes. A : Analogique. NVO : Nombres verbaux oraux. NVE : Nombres verbaux écrits NA : Nombres arabes. Dési. : Désignation. Évoc. : Évocation. Sit. : Situation. Don. : Donnée. Qu. : Question. Op. : Opération. Résul. : Résultat.

L'épreuve que nous avons créée est la seule à proposer les deux formats de réponse analysés (évocation, verbale ou sous forme de manipulation, et désignation) et à cibler différents contenus de réponse (résultat, opération et situation) à chaque item. Certains problèmes multiplicatifs, pour lesquelles la désignation de l'opération n'a pas été proposée, font toutefois exception. C'est également la seule épreuve à proposer une réponse dans chacun des codes de représentation du nombre (code analogique, verbal et arabe) et à chaque item. Un exemple d'item créé est présenté dans le Tableau 4. L'épreuve complète est présentée en Annexe 8.

Tableau 4. Item n°1 correspondant à l'item de départ du niveau CP : Problème additif de type « Changement » avec l'inconnue portant sur l'état final.

N° d'item	Énoncé	Réponses
1 (CP)	Léo avait six billes. Puis, il a gagné deux billes de plus. Combien Léo a-t-il de billes maintenant ?	1. <u>Résultat</u> : 8 2. <u>Désignation</u> : 6 + 2 ; 6 – 2 ; 6 x 2 ; 6 ÷ 2 ; ne sais pas 3. <u>Manipulation</u> : donne 6 billes à Léo, ajoute 2 billes à Léo

Notes. Ch+ : Problème de type « Changement » traduisant une augmentation de la quantité. Add. : Problème impliquant une addition. Final : Inconnue portant sur l'état final

.2. Analyse des items de problèmes additifs à énoncés verbaux existants et des items créés

.2.1. Analyse de la structure sémantique des problèmes

Les résultats obtenus lors de l'analyse de la structure sémantique des items existants et créés sont présentés dans le Tableau 5. L'épreuve que nous avons conçue propose l'ensemble des catégories et sous-catégories de problèmes et tous les types d'inconnues correspondants (simples et complexes). La proportion d'items à inconnue complexe n'a pas été calculée pour les problèmes multiplicatifs car nous avons moins de données objectives pour établir une catégorisation de leurs inconnues en fonction de leur complexité.

Tableau 5. Résultats de l'analyse de la structure sémantique des items de problème existants (issus d'outils diagnostiques et de manuels scolaires) et des items additifs et multiplicatifs créés (BCM) : proportions de sous-catégories proposées, moyennes du nombre d'items par sous-catégorie et proportion d'items à inconnue complexe en fonction des tests et ouvrages.

	Sous-catégories* représentées	Nombre d'items par sous-catégorie	Items à inconnue complexe
Tedi-math	25%	5	50%
Tedi-math (grands)	100%	1	67%
Zareki-R	50%	3	67%
B-LM	50%	2	33%
Examath 8-15	75%	4,67	64%
Maths en mots CE1-CE2	100%	2,5	30%
Maths en mots CM1-CM2	50%	4,5	80%
BCM (+)	100%	4	56%
BCM (x)	100%**	4,5	/

* d'après la typologie des problèmes additifs de Riley et al. (1983)

** d'après la typologie des problèmes multiplicatifs de Ménissier (2011)

.2.2 Analyse de la complexité linguistique des énoncés

Les résultats de l'analyse de la complexité linguistique des items existants et des items que nous avons créés sont présentés dans le Tableau 6. Pour la quasi-totalité des facteurs de complexité étudiés, les items de problèmes additifs que nous avons élaborés obtiennent des résultats inférieurs aux moyennes calculées pour le corpus d'items analysés. Seul le nombre moyen de phrases est légèrement supérieur. Parmi les résultats obtenus pour nos items de problèmes multiplicatifs, certains sont supérieurs aux moyennes totales retrouvées lors de l'analyse des items existants. Ces résultats ont davantage été présentés à titre indicatif car l'analyse d'items que nous avons réalisée et les moyennes que nous avons obtenues concernent uniquement des problèmes additifs.

Les moyennes obtenues à partir des estimations du nombre d'inférences nécessaires à la résolution des problèmes que nous avons créés sont inférieures à toutes les moyennes retrouvées lors de l'analyse des items existants. La différence est significative entre la moyenne obtenue pour Tedi-math, B-LM, Examath 8-15 et celle pour nos items ($p < 0,05$ obtenue au test de Wilcoxon-Mann-Whitney) mais pas pour Zareki-R, Tedi-math (grands).

Tableau 6. Résultats de l'analyse de la complexité linguistique des items de problème existants (issus d'outils diagnostiques et de manuels scolaires) et des items créés (BCM) : proportions et moyennes des différents paramètres analysés en fonction des tests et ouvrages.

	Propriétés quantitatives		Propriétés linguistiques	Structure des phrases		Structure du discours		Contenu non pertinent		Inférences
	Nombre de phrases	Longueur des phrases	Nombre de mots peu fréquents	Longueur max. des groupes nominaux	Structures morpho-syntaxiques complexes	Ordre des données numériques	Placement de la question	Présence de distracteurs linguistiques	Présence de distracteurs numériques	
	Moy.	Moy.	Moy.	Moy.	Moy.	Prop.	Prop.	Moy.	Moy.	Moy.
Tedi-math	3,13	6,38	0,13	2,13	0,88	75%	0%	0%	0%	2
Tedi-math (grands)	3,83	8,56	0,67	3,17	1,83	100%	17%	17%	17%	0,83
Zareki-R	3,33	5,74	0,17	2,17	0,50	83%	0%	0%	0%	1,50
B-LM	2,75	12,75	1,25	5,25	1,75	50%	0%	50%	50%	2,67
Examath 8-15	3,36	10,87	0,21	5,14	4,64	71%	0%	71%	0%	2,86
Maths en mots CE1-CE2	2,90	11,15	1	3,80	1,60	80%	0%	30%	30%	1,10
Maths en mots CM1-CM2	3,22	10,98	0,50	4,30	1,90	40%	0%	10%	20%	1,40
Totale	3,22	9,49	0,56	3,70	1,87	71%	2%	25%	17%	1,77
BCM (+)	3,25	6,82	0	2,56	0,88	81%	0%	0%	0%	0,63
BCM (x)	3,60	7,86	0	4,07	3,33	47%	0%	0%	0%	0,40

Notes. Max. : Maximum. Moy. : Moyenne. Prop. : Proportion.

2.3 Analyse de la complexité numérique des énoncés et de l'interaction entre leurs aspects linguistiques et numériques

Les résultats de l'analyse des facteurs de complexité numérique et de la présence d'incohérences sémantiques sont présentés dans le Tableau 7.

Tableau 7. Résultats de la complexité numérique (des items de problème issus d'outils diagnostiques, de manuels scolaires, et des items créés) ainsi que de l'interaction entre leurs aspects linguistiques et numériques : proportions des paramètres analysés en fonction des tests et ouvrages.

	Propriétés des nombres						
	Taille des nombres				Utilisation mixte de nombres à un ou plusieurs chiffres	Parité des nombres	Incohérence sémantique
	[0 ; 9]	[10 ;99]	[100 ; 999]	≥ 1000			
Tedi-math	100%	0%	0%	0%	0%	38%	25%
Tedi-math (grands)	0%	83%	17%	0%	0%	33%	50%
Zareki-R	100%	33%	0%	0%	33%	17%	33%
B-LM	75%	75%	25%	0%	25%	0%	0%
Examath 8-15	64%	64%	0%	0%	29%	14%	29%
Maths en mots CE1-CE2	0%	70%	60%	11%	0%	40%	20%
Maths en mots CM1-CM2	0%	70%	40%	20%	0%	20%	40%
Totale	48%	56%	20%	4%	12%	23%	28%
BCM (+)	100%	0%	0%	0%	0%	100%	38%
BCM (x)	100%	40%	0%	0%	40%	53%	13%

Les nombres employés dans nos items de problèmes additifs et multiplicatifs ont une numérosité moins importante que dans la plupart des épreuves analysées. La proportion d'items avec des nombres pairs est plus importante. Toutefois, la proportion d'énoncés employant à la fois des nombres à un chiffre et des nombres à plusieurs chiffres parmi nos items multiplicatifs est supérieure à celles retrouvées pour les items de problèmes additifs existants.

Parmi nos items, la proportion d'énoncés de problèmes additifs comportant une incohérence sémantique est supérieure à la moyenne retrouvée lors de l'analyse des items existants.

Discussion

Ce mémoire est destiné à la création d'une épreuve de résolution de problèmes qui intégrera une nouvelle batterie d'évaluation de la cognition mathématique. La résolution de problèmes est une tâche complexe qui fait appel à de nombreuses capacités. Elle fait notamment intervenir des compétences de compréhension langagière, de raisonnement, de calcul, de mémoire de travail et à des compétences exécutives. Lors d'un bilan de la cognition mathématique, si l'on souhaite évaluer la résolution de problèmes en proposant d'emblée des énoncés alliant de nombreux facteurs de complexité, on s'expose à plusieurs risques. Même si certaines compétences mathématiques ont été évaluées en amont afin de déterminer si l'épreuve de résolution de problème peut être proposée, notamment les compétences de calculs et la connaissance du sens des opérations, le premier risque est de mettre le patient en échec. Le second est de ne pas pouvoir conclure sur l'origine de cet échec si trop de facteurs de complexité s'entremêlent et que seul le résultat numérique est pris en compte.

Or, au cours de l'analyse des outils d'évaluation proposant des épreuves de résolution de problèmes, nous avons constaté que beaucoup d'entre elles proposent une réponse ciblant le résultat numérique, mais assez peu proposent d'autres contenus de réponses. D'autre part, plusieurs d'entre elles proposent des énoncés assez complexes d'un point de vue linguistique (ex. phrases longues, structures morphosyntaxiques complexes, présence de distracteurs, etc.) ou arithmétique. De plus, tous ne sont pas exhaustifs en termes de catégories de problèmes proposées. Finalement, chacun de ces outils comporte certains avantages mais aucun d'entre eux ne rassemble tous ces critères.

Aussi, nous nous sommes donné pour objectif d'élaborer une épreuve qui réponde à l'ensemble de ces critères. Notre but était que cette épreuve incite les évaluateurs à ne pas s'arrêter à observer le nombre d'échecs ou de réussites. Nous souhaitons qu'elle permette d'aller plus loin dans la compréhension du fonctionnement du patient et des compétences qu'il a acquises, afin qu'elle fournisse des informations pertinentes pour l'analyse des résultats du bilan et pour la construction du projet thérapeutique, si une rééducation est nécessaire. Nous avons ainsi construit une épreuve qui permette de lever certaines contraintes, afin d'évaluer les compétences de résolution de problèmes de manière plus spécifique, et qui propose certaines facilitations pour tenter de différencier les étapes qui sont efficaces de celles qui ont besoin d'être soutenues.

.1. Contrôle des facteurs de complexité

.1.1. Contrôle de la complexité liée à la compréhension et à la modélisation des problèmes

La compréhension et la modélisation d'un problème tiennent une place déterminante dans sa résolution (Fayol et al., 2005 ; Van Nieuwenhoven et al., 2019). En les facilitant, nous avons pensé que notre épreuve permettrait d'observer plus spécifiquement les étapes suivantes d'identification du

type de problème et de planification des étapes qui mènent à la solution (sélection des procédures et des stratégies adéquates) en référence au modèle proposé par Van Nieuwenhoven et al. (2019).

En plus d'avoir contrôlé les facteurs de complexité linguistiques de nos énoncés, dont les indicateurs sont effectivement inférieurs aux moyennes retrouvées lors de l'analyse du corpus d'items existants, nous avons limité le nombre d'inférences nécessaires à leur compréhension, et avons obtenu une moyenne significativement inférieure à trois des cinq épreuves étudiées.

De plus, nous souhaitions créer des problèmes familiers de par leur structure sémantique et pour lesquels des schémas de problèmes ont pu être stockés en mémoire à long terme grâce aux expériences répétées de résolution de problèmes. En effet, les sous-catégories de problèmes que nous proposons sont bien représentées dans les manuels scolaires que nous avons étudiés (100% des problèmes additifs Maths en mots CE1-CE2). Nous avons également choisi des situations proches du quotidien afin qu'elles soient significatives et puissent ainsi servir d'étayage au processus d'intégration de la situation problème (Ménissier, 2011). Ces situations sont également très similaires entre elles.

Ainsi, nous avons obtenu des items de problèmes familiers, présentant des situations significatives et étant formulés de manière explicite. La modélisation de ces problèmes devrait être facilitée et ils devraient pouvoir être résolus grâce aux connaissances acquises lors des expériences de résolution, c'est-à-dire la mobilisation des schémas de problèmes. Par ailleurs, si l'épreuve créée ici est réussie, on pourrait souhaiter évaluer plus amplement les compétences de modélisation, grâce à des situations plus élaborées et plus différentes entre elles. Dans ce but, la création d'une épreuve supplémentaire pourrait être envisagée. Elle proposerait des énoncés de problèmes plus complexes, dont les énoncés seraient moins explicites et pourraient contenir des distracteurs. Cela permettrait de tester la capacité des patients à élaborer un modèle de problème en extrayant uniquement les informations pertinentes à la découverte de la solution, comme le décrivent Kintsch et Greeno (1985).

.1.2. Contrôle de la complexité arithmétique

Afin que la réussite de nos items ne repose pas majoritairement sur l'exécution des calculs, nous avons décidé de contrôler leur complexité numérique. Pour tous les problèmes additifs, les nombres employés sont pairs et inférieurs à 10. Nous avons fait le choix d'utiliser les mêmes nombres pour tous les items car nous souhaitions que la variabilité dépende le moins possible du calcul à effectuer. Toutefois, si les items ne s'avéraient pas assez discriminants (c'est-à-dire qu'ils ne permettraient pas de distinguer les individus en fonction de leur niveau de compétence) on pourrait tout de même envisager de faire varier ces nombres, tout en gardant le même ordre de grandeur.

De la même manière, les nombres employés dans les problèmes multiplicatifs sont très similaires d'un item à l'autre. Cependant, la proportion d'entre eux à employer des nombres à un et à plusieurs chiffres est supérieure à celle retrouvée pour le corpus d'items additifs que nous avons analysé. Puisqu'il existe des différences importantes de traitement entre les nombres à un ou plusieurs chiffres, nous avons choisi de n'utiliser que des nombres à un chiffre dans nos items additifs. Cependant, ce paramètre devient plus difficile à appliquer avec des items multiplicatifs puisque le résultat d'une multiplication, même de deux nombres à un chiffre, dépasse rapidement 10.

Nous aurions également pu choisir d'utiliser la taille des nombres comme critère de gradation de la complexité des items et donc d'augmenter progressivement les numérosités employées. En consultant les programmes scolaires, nous avons d'ailleurs constaté que les nombres impliqués dans les problèmes proposés à l'école se complexifient au cours de la scolarité. Cependant, notre but n'était pas d'évaluer les compétences de calcul en elles-mêmes mais plutôt la capacité du patient à sélectionner une équation qui traduise les relations existant entre les événements présentés, et qui permette de découvrir le résultat attendu.

.2. Meilleure compréhension du fonctionnement du patient

.2.1. Évaluation de l'ensemble des catégories et sous-catégories de problèmes

Puisque nous souhaitons que notre épreuve soit exhaustive, nous avons proposé l'ensemble des sous-catégories de problèmes additifs et multiplicatifs décrits par les classifications de Riley et al. (1983) et de Ménissier (2011). D'ailleurs, pour Ménissier (2011) la prise en charge de la résolution de problèmes doit reposer sur une analyse des capacités du sujet face à chaque classe et chaque type de problème. Cette exhaustivité permet également d'apporter différents niveaux de difficulté à notre épreuve. Qui plus est, ces deux caractéristiques favorisent la validité de contenu d'une épreuve (c'est-à-dire son aptitude à couvrir le domaine que l'on veut évaluer et pour lequel il a été conçu). Cela lui procure également un nombre important d'items, ce qui représente également un critère de fidélité pour un test et permet une analyse diagnostique plus pointue. Toutefois, nous avons conscience que cette exhaustivité est relative, puisqu'elle dépend des classifications que nous avons choisies d'exploiter. De plus, le nombre important d'items pourrait rendre l'épreuve assez longue. Cependant, grâce aux critères de départ et d'arrêt, tous les items ne seront pas proposés à chaque patient et la durée pourra donc être réduite.

L'ordre de présentation de nos items a été déterminé en fonction des données de la littérature concernant la complexité des sous-catégories de problèmes, et des types de problèmes que nous avons retrouvés dans les programmes et manuels scolaires selon le niveau. Toutefois, cet ordre pourra être adapté en fonction des résultats des passations réalisées lors du pré-test, qui permettra l'analyse et la validation des items. Cela concerne d'autant plus les problèmes multiplicatifs car nous avons moins d'éléments issus de la littérature pour déterminer une gradation des items en fonction de la complexité des différentes sous-catégories de problèmes. Nous nous sommes donc davantage reposée sur la consultation des programmes scolaires pour ces énoncés. De la même manière, les critères de départ et d'arrêt pourront être ajustés si nécessaire, puisque nous avons choisi assez arbitrairement le nombre de trois items pour déterminer après combien d'échecs consécutifs la passation s'arrêterait.

.2.2. Proposition d'autres formats et contenus de réponses

Dans cette épreuve, nous avons pris le parti de ne pas simplement demander au patient d'évoquer le résultat numérique. Nous avons proposé différents formats et contenus de réponse. Le but était non seulement de proposer des facilitations en cas d'échec, mais aussi d'évaluer l'efficacité des étapes sous-jacentes de résolution. Ainsi, nous espérons que cette épreuve permettra de mieux déterminer l'origine du dysfonctionnement, et notamment s'il apparaît lors de la modélisation de la situation, du choix de la stratégie et des procédures de résolution ou de l'exécution des calculs.

Cette idée fait suite à notre questionnement concernant l'intégration d'une demande de justification. À première vue, la justification pourrait permettre d'observer le cheminement du patient dans la résolution du problème et ainsi, de mieux comprendre si la difficulté relève de l'utilisation fonctionnelle des compétences arithmétiques nécessaires à la résolution d'un problème ou de modélisation de la situation. Cependant, une demande de justification libre et sans indications précises de cotation spécifiant le contenu attendu de la réponse peut risquer de ne pas apporter d'informations supplémentaires à l'examineur. De plus, nous avons pensé que certains patients pourraient être compétents dans la tâche et ne pas parvenir pour autant à expliquer précisément leur démarche de manière à ce que nous puissions conclure sur le fonctionnement des différentes étapes. Nous avons donc décidé d'envisager une alternative qui permette de mieux cadrer ces contenus de réponse.

.2.2.1. Désignation du calcul à effectuer

Premièrement, en cas d'échec de l'évocation du résultat, nous avons imaginé proposer la désignation du calcul à exécuter pour résoudre le problème. Ce format de réponse apporte une facilitation par rapport à l'évocation puisque le patient ne doit plus fournir la réponse par lui-même mais faire un choix parmi plusieurs propositions. Cet effet facilitateur a d'ailleurs été objectivé au cours d'une étude visant la résolution de problèmes multiplicatifs (De Corte et al., 1988). De plus, cette désignation permet d'évaluer la capacité à choisir le calcul adapté, indépendamment de la capacité à le résoudre. Si l'on compare la résolution d'un problème à un transcodage, il s'agirait ici d'évaluer la traduction du code verbal en code arabe. Cette désignation apporte donc des éléments pour déterminer si l'échec observé lors de l'évocation du résultat tient d'une faiblesse de l'étape de sélection ou de l'étape d'exécution du calcul. Toutefois, nous avons conscience des limites que présente ce mode de réponse. D'abord, nous admettons que le patient pourrait répondre au hasard et obtenir une réponse correcte sans que celle-ci ne reflète réellement ses compétences. Cependant, nous présumons que le nombre important d'items et la possibilité de répondre « je ne sais pas » devraient limiter l'effet du hasard. Ensuite, nous supposons qu'un patient présentant une contrainte visuo-attentionnelle ou d'impulsivité pourrait être désavantagé. Qui plus est, les propositions sont identiques d'un item à l'autre et ne se différencient que par le signe opératoire. Pour finir, certains des items de problèmes multiplicatifs ne proposent pas la désignation de l'opération adéquate car ils peuvent être résolus par de multiples équations. Par exemple l'item n°20 « *Léo gagne deux paquets de billes par jour. Dans un paquet, il y a six billes. Léo a joué pendant trois jours. Combien de billes Léo a-t-il gagné en tout ?* » peut être résolu en effectuant « $6 + 6$ » puis « $12 + 12 + 12$ », « 6×2 » puis « 12×3 », « 2×3 » puis « 6×6 » ou encore « $6 \times 2 \times 3$ ».

.2.2.2. Manipulation

Deuxièmement, si la désignation est également échouée, nous avons pensé proposer une manipulation sous forme informatisée afin d'attester la construction d'une représentation mentale analogique de la situation, correspondant au modèle mental décrit dans la littérature. En demandant au patient de déplacer des éléments à l'écran pour représenter l'histoire du problème, nous avons supposé que l'évaluateur obtiendrait des informations sur sa capacité à comprendre et modéliser le problème. On peut se demander si ces informations ne pourraient pas être apportées par une épreuve de problèmes analogiques, qui devrait d'ailleurs être proposée dans cette batterie. Seulement, dans une telle épreuve, il n'est pas nécessaire d'effectuer la traduction d'un énoncé verbal en une représentation analogique interne. C'est justement l'efficacité de ce transcodage, nécessaire à la résolution d'un problème verbal, que nous souhaitons pouvoir observer ici.

Nous avons envisagé la proposition de la manipulation pour tous les items (en cas d'échec de l'évocation du résultat et de la désignation de l'équation) et à tous les âges. Cependant, nous avons conscience qu'au fur et à mesure des items, la représentation de la situation grâce à la manipulation devient moins évidente et univoque. C'est notamment le cas pour certains problèmes multiplicatifs, et particulièrement pour ceux traduisant une double relation de proportionnalité (ex. item n°29 : « *Un groupe de trois enfants a joué pendant deux jours. Chaque enfant a gagné six billes par jour. Au total, combien de billes a gagné le groupe d'enfants ?* ») où le nombre de billes est à la fois proportionnel au nombre d'enfants et au nombre de jours. Pour ce type de problème, nous avons tout de même proposé des exemples de manipulations adéquates dans la liste des réponses attendues. Néanmoins, si pour ces items les manipulations s'avéraient trop rarement réussies lors des passations, elles pourraient finalement n'être proposées que pour les problèmes additifs, et les premiers problèmes multiplicatifs par exemple (soit les problèmes de type « proportionnalité simple et directe »). D'autre

part, arrivés au collège, les élèves ont été habitués à raisonner grâce à l'utilisation d'équations mathématiques et ne sont plus familiers à l'utilisation de la manipulation. On peut donc imaginer qu'ils pourraient être en difficulté avec ce format de réponse. Si cette hypothèse se confirmait et que les patients de niveau avancé proposaient des manipulations aberrantes lors des passations, il pourrait alors être envisagé de ne plus demander de manipulation à partir d'un certain niveau scolaire.

.2.2.3. Conditions de proposition de la désignation et de la manipulation

D'autre part, nous nous sommes interrogée sur les conditions de proposition de ces différents types de réponses. Une première possibilité aurait été de proposer systématiquement la désignation et la manipulation, en plus de l'évocation du résultat, pour explorer le bon fonctionnement des différentes étapes. La seconde possibilité que nous avons envisagée était de considérer que si le résultat est correct, alors les étapes sous-jacentes ont été efficaces. Ainsi, nous ne proposerions les autres types de réponses qu'en facilitation lorsque le résultat est incorrect, à la manière d'autres tests orthophoniques. C'est notamment le cas d'EVALO 2-6 (Évaluation du Langage Oral de 2 à 6 ans, Coquet et al., 2009) et d'EVALEO 6-15 (Évaluation du Langage Écrit et du Langage Oral de 6 à 15 ans, Launay et al., 2018) qui, dans leurs épreuves de dénomination, proposent une ébauche phonémique et une demande de répétition lorsque le mot est incorrect ou mal prononcé. Finalement, notre choix s'est porté sur cette deuxième option afin d'éviter que l'épreuve ne soit trop longue. De plus, nous avons pensé que si les étapes sous-jacentes ne sont pas totalement efficaces, des échecs finiront par être observés sur les items plus complexes. C'est donc à ce moment-là que la proposition de la désignation, voire de la manipulation, permettront d'évaluer plus précisément ces étapes.

Nous nous sommes également questionnée à propos du moment auquel proposer ces facilitations. Nous avons imaginé les présenter immédiatement après l'évocation du résultat lorsque celui-ci est incorrect. Toutefois, en fonction de ce qui sera observé lors des pré-tests, d'autres possibilités pourront être envisagées. On pourrait par exemple, à la manière de l'épreuve de dénomination d'EVALEO 6-15, présenter les items en ne demandant d'abord que le résultat (toujours en respectant les critères de départ et d'arrêt). Puis, on présenterait à nouveau les items qui ont été échoués et on demanderait de désigner l'opération. On présenterait une dernière fois les items où la désignation n'a pas été réussie non plus pour proposer la manipulation. Nous n'avons pas choisi cette possibilité d'emblée car nous avons jugé qu'elle serait chronophage et redondante. Cependant, elle pourrait être envisagée s'il s'avérait que notre procédure fait comprendre au patient qu'il a commis une erreur et le pousse à modifier sa stratégie en ne désignant pas l'opération qu'il aurait utilisée.

.2.3. Modalités d'entrée et de sortie

Dans cette épreuve, nous avons choisi de proposer des items de problèmes à énoncés verbaux. Pour certains auteurs, la difficulté des énoncés verbaux tient au fait que la présentation verbale des problèmes rend les situations abstraites et décontextualisées. Pourtant, c'est dans cette modalité que les compétences de raisonnement nécessaires à la résolution de problèmes dans le réel sont généralement entraînées. On peut considérer que présentée verbalement, cette tâche est peu écologique car une telle situation ne sera pas rencontrée par ce biais dans le quotidien. Nous pensons tout de même que l'on peut être exposé à ce cas, notamment si la situation problème est rapportée par une personne extérieure et que l'on souhaite anticiper le résultat avant qu'il ne se réalise (par exemple si l'on veut anticiper le coût d'un séjour à partir du prix par jour et par personne).

De plus, lors de notre analyse des énoncés verbaux existants, nous avons constaté que les énoncés verbaux sont souvent formulés de manière stéréotypée et présentent de nombreux facteurs de complexité linguistique. La difficulté de ces énoncés pourrait donc être liée au manque de contrôle

de ces facteurs et pas seulement à la présentation verbale en elle-même. Ainsi, nous avons pris le parti de proposer des énoncés verbaux dont la complexité linguistique a été contrôlée.

Puisque nos items pourront être présentés à l'oral et à l'écrit, nous avons dû choisir dans quel code nous allions amener les nombres dans la version écrite de nos énoncés (en référence au modèle du « triple code » de Dehaene et Cohen, 1995). Nous avons envisagé deux alternatives. La première était de respecter une configuration classique et d'employer le code arabe, comme dans la majorité des problèmes verbaux. La seconde était d'utiliser le code verbal écrit. Nous avons opté pour cette seconde configuration afin que les nombres soient amenés par le même code dans les énoncés oraux et écrits. Ainsi, le transcodage qui doit être effectué pour réaliser la tâche est le même. Toutefois, nous avons conscience que ce choix peu conventionnel pourrait déconcerter les patients.

D'autre part, nous devons décider dans quelle modalité de sortie l'évocation du résultat allait être demandée. Initialement, nous ne voulions pas imposer de modalité de réponse au patient, afin qu'il puisse utiliser celle qui est la moins contraignante pour lui. Cependant, nous avons pensé que cadrer la modalité de réponse rendrait les passations plus standardisées. Nous avons donc dû choisir entre une réponse orale (code verbal oral) ou écrite (code arabe). Demander une réponse en code arabe aurait eu pour avantage de ne pas changer de code de représentation du nombre entre l'évocation du résultat et la désignation du calcul. Cela aurait permis de s'assurer que la facilitation apportée par cette deuxième réponse tient bien au changement de format (évocation puis désignation) et non au changement de modalité (code verbal oral puis code arabe). Nous avons tout de même opté pour une réponse orale car nous avons jugé qu'elle permettrait de modérer le temps de passation de l'épreuve.

.2.4. Incohérence sémantique

Une incohérence sémantique entre les indices verbaux présents dans l'énoncé du problème et l'opération à effectuer pour le résoudre se manifeste dans 56% de nos items. Nous pensons que la comparaison entre les scores obtenus aux items présentant ou non ce type d'incohérence pourrait permettre de déterminer si le patient utilise une stratégie de traduction directe du problème en une équation mathématique (en se concentrant sur les nombres et les indices verbaux) ou s'il s'appuie sur l'élaboration d'un modèle de problème, lui permettant de sélectionner une procédure adaptée. Nous pensons que cette distinction pourrait fournir des informations intéressantes sur le fonctionnement du patient, d'autant plus si une intervention est proposée par la suite. On peut envisager la résolution d'un problème comme le transcodage d'un énoncé verbal en une représentation analogique interne, elle-même transcodée en une équation mathématique employant le code arabe. On pourrait alors penser que les patients qui échouent à ces items sont susceptibles de transcoder directement le code verbal en code arabe sans passer par la construction d'une représentation analogique interne. Mais peut-être que certains patients pourraient bien modéliser la situation de ces items et pour autant ne pas parvenir à utiliser une procédure adéquate, reposant par exemple sur le principe de réversibilité des opérations qui permet de retrouver l'état initial en utilisant l'opération inverse à celle traduite par l'énoncé. De ce fait, si un patient échoue systématiquement aux items présentant ce type d'incohérence, il sera particulièrement intéressant d'analyser les manipulations qu'il a produites pour ces mêmes items, afin de déterminer si la modélisation de la situation est efficace.

Conclusion

Ce mémoire s'inscrit dans un projet de conception d'une batterie d'évaluation de la cognition mathématique à destination des orthophonistes. Elle s'appuie sur des fondements théoriques cognitivistes et notamment sur le modèle du triple code de Dehaene et Cohen (1995). L'objectif de

ce mémoire était d'élaborer une proposition d'épreuve de résolution de problèmes verbaux qui pourrait intégrer ce nouvel outil diagnostique.

Afin de construire notre épreuve en nous appuyant sur des fondements théoriques solides, nous avons tout d'abord exploré la littérature du domaine de la résolution de problèmes. Nous avons notamment étudié les modèles et les classifications qui ont été proposés pour décrire cette activité, ainsi que les facteurs qui influencent les performances de résolution. Pour alimenter notre réflexion, nous avons produit une synthèse des épreuves de résolution de problèmes existantes et analysé un corpus d'énoncés verbaux issus d'outils diagnostiques et de manuels scolaires. Ainsi, nous avons appréhendé la manière dont sont conçus les problèmes auxquels les patients que nous recevons ont pu être confrontés. L'objectif était également d'étudier l'offre actuelle en termes d'outils d'évaluation de la résolution de problèmes, afin de déterminer quels manques nous pouvions tenter de combler et quels allaient être les apports de notre épreuve pour la pratique clinique. Nous avons également étudié les programmes scolaires de mathématiques et produit une synthèse des acquisitions attendues à chaque niveau, en faisant le parallèle entre les domaines de la résolution de problèmes et du calcul. Le but était d'avoir une meilleure connaissance des compétences qui ont été stimulées et qui peuvent donc être attendues, afin d'adapter les items proposés en fonction du niveau scolaire du patient.

Grâce à nos analyses, nous avons constaté que peu d'épreuves proposent l'ensemble des catégories de problèmes étudiées, tout en permettant d'évaluer les étapes sous-jacentes de la tâche et de maîtriser les facteurs de complexité linguistique et arithmétique qui conditionnent la réussite. Nous avons donc décidé de créer une épreuve qui tente de répondre à ces critères.

Ainsi, nous avons conçu 31 items comprenant des énoncés verbaux de type additif et multiplicatif et s'adressant aux enfants et aux adolescents à partir du CP. Ils évaluent l'ensemble des sous-catégories de problèmes, en référence aux classifications de Riley et al. (1983) et de Ménissier (2011), et des types d'inconnues (simples et complexes) qui y correspondent. Ces énoncés présentent des situations proches du quotidien et semblables d'un énoncé à l'autre. Ils sont formulés de manière explicite et impliquent des calculs simples et très similaires entre les items. De cette façon, la compréhension et la modélisation de la situation, ainsi que l'exécution des calculs devraient être relativement facilités, et la résolution devrait davantage dépendre du choix du calcul adéquat. De plus, afin de mieux distinguer la réussite de ces différentes étapes de résolution, nous avons proposé plusieurs formats et contenus de réponse. Le patient devra d'abord évoquer le résultat numérique du problème, puis, en fonction de sa réussite, il pourra être amené à désigner le calcul à effectuer ou à représenter la situation du problème grâce à une manipulation informatisée. Finalement, différents sous-scores seront calculés et le temps de réponse sera chronométré. La résolution de problèmes étant une activité complexe et multifactorielle, nous aspirions à ce que de cette manière, notre proposition d'épreuve permette à l'évaluateur d'être mieux guidé dans l'analyse des productions du patient. Ainsi, nous espérons que les résultats de cette épreuve fourniront des informations utiles qui permettront d'alimenter la démarche diagnostique et d'orienter les interventions qui pourront être proposées, notamment dans le domaine de la résolution de problèmes.

Par la suite, les items que nous avons conçus devront être révisés et validés au cours d'un pré-test. Des passations auprès d'un petit échantillon d'individus conduiront alors à de premiers ajustements, puis leur administration sur un échantillon important et représentatif de la population, permettra d'effectuer des analyses statistiques (notamment pour calculer leur indice de difficulté et leur pouvoir discriminant). Une fois que les items auront été ajustés et validés, la version définitive de l'épreuve pourra être administrée à plus grande échelle afin de procéder à son étalonnage.

Bibliographie

- American Psychiatric Association. (2015). *DSM-5-TR : Manuel diagnostique et statistique des troubles mentaux* (J. D. Guelfi & M. A. Crocq, Trad., 5^e éd.). Elsevier Masson.
- Aubin, G., Roy, A., Guillery-Girard, B., & Mayor-Dubois, C. (2018). *Neuropsychologie de l'enfant : Approches cliniques, modélisations théoriques et méthodes*. De Boeck Supérieur.
- Bout-Forester, N., & Depoorter, H. (2005). *TLC 2. Test Lillois de Calcul 2*. Ortho Édition.
- Brégeon, J.-L. (2007). *Maths en mots CM1-CM2*. Bordas.
- Brégeon, J.-L. (2008). *Maths en mots CE1-CE2*. Bordas.
- Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(3), 179-202. <https://doi.org/10.2307/748348>
- Connolly, A. J. (2008). *Test KeyMath 3 Diagnostic assessment*. Pearson.
- Coquet, F., Ferrand, P., & Roustit, J. (2009). *ÉVALO 2-6. Évaluation du développement du langage oral chez l'enfant de 2 ans 3 mois à 6 ans 3 mois*. Ortho Édition.
- Daroczy, G., Wolska, M., Meurers, W. D., & Nuerk, H.-C. (2015). Word problems : A review of linguistic and numerical factors contributing to their difficulty. *Frontiers in Psychology*, 6, 348. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.00348>
- De Corte, E., Verschaffel, L., & Van Coillie, V. (1985). Influence of rewording verbal problems on children's problem representations and solutions. *Journal of Educational Psychology*, 77(4), 460-470. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.77.4.460>
- De Corte, E., Verschaffel, L., & Van Coillie, V. (1988). Influence of number size, problem structure, and response mode on children's solutions of multiplication word problems. *The Journal of Mathematical Behavior*, 7(3), 197-216.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44(1), 1-42. [https://doi.org/10.1016/0010-0277\(92\)90049-N](https://doi.org/10.1016/0010-0277(92)90049-N)
- Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition*, 1(1), 83-120.
- Dellatolas, G., & Von Aster, M. (2006). *Zareki-R : batterie pour l'évaluation du traitement des nombres et du calcul chez l'enfant*. ECPA.
- Dunn, L. M., Theriault-Whalen, C. M., & Dunn, L. M. (1993). *Échelle de vocabulaire en images Peabody (EVIP)*. Psycan.
- Fayol, M. (2018). *Que sais ? : L'acquisition du nombre* (3^e éd., Vol. 3941). Presses Universitaires de France. <https://www.cairn.info/l-acquisition-du-nombre--9782130799894.htm>
- Fayol, M., Thévenot, C., & Devidal, M. (2005). La résolution de problèmes. Dans M.-P. Noël, *La dyscalculie : Trouble du développement numérique de l'enfant* (pp. 193-221). Solal.
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Stuebing, K., Fletcher, J. M., Hamlett, C. L., & Lambert, W. (2008). Problem solving and computational skill : Are they shared or distinct aspects of mathematical cognition? *Journal of Educational Psychology*, 100(1), 30-47. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.100.1.30>
- Gamo, S., Taabane, L., & Sander, E. (2011). Rôle de la nature des variables dans la résolution de problèmes additifs complexes. *L'Année Psychologique*, 4(4), 613-640. <https://doi.org/10.4074/S0003503311004015>
- Germain Colombiès, C., & Lafay, A. (2020). Effet des interventions en résolution de problèmes à énoncé verbal chez les adolescents ayant un trouble des apprentissages ou des difficultés en

mathématiques : Revue de littérature systématique. *Canadian Psychology/Psychologie canadienne*. <https://doi.org/10.1037/cap0000202>

- Giasson, J. (2018). *La compréhension en lecture* (3^e éd.). De Boeck Supérieur.
- Greer, B. (1992). Multiplication and division as models of situations. Dans D. A. Grouws, *Handbook of research on mathematics teaching and learning : A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 276-295). Macmillan Publishing Co, Inc.
- Habib, M. (2011). Neurologie des activités numériques et du calcul : Un survol historique et anatomique. Dans V. Brun, F. George-Poracchia, & M. Habib, *Calcul et dyscalculies. Des modèles à la rééducation* (pp. 1-15). Elsevier Masson.
- Hardiman, P. T., & Mestre, J. P. (1989). Understanding multiplicative contexts involving fractions. *Journal of Educational Psychology*, 81(4), 547-557. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.81.4.547>
- Kintsch, W., & Greeno, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review*, 92(1), 109-129. <https://doi.org/10.1037/0033-295X.92.1.109>
- Krajewski, K., & Schneider, W. (2009). Exploring the impact of phonological awareness, visual-spatial working memory, and preschool quantity-number competencies on mathematics achievement in elementary school : Findings from a 3-year longitudinal study. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103(4), 516-531. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2009.03.009>
- Lafay, A., Saint-Pierre, M.-C., & Macoir, J. (2015). Revue narrative de littérature relative aux troubles cognitifs numériques impliqués dans la dyscalculie développementale : Déficit du sens du nombre ou déficit de l'accès aux représentations numériques mentales? *Canadian Psychology/Psychologie canadienne*, 56(1), 96-107. <https://doi.org/10.1037/a0037264>
- Launay, L., Maeder, C., Roustit, J., & Touzin, M. (2018). *EVALEO 6-15. Évaluation du langage écrit et du langage oral de 6 à 15 ans*. Ortho Édition.
- Lefebvre, P., Bruneau, J., & Desmarais, C. (2012). Analyse conceptuelle de la compréhension inférentielle en petite enfance à partir d'une recension des modèles théoriques. *Revue des sciences de l'éducation*, 38(3), 533-553. <https://doi.org/10.7202/1022711ar>
- Lefebvre, P., Bruneau, J., & Desmarais, C. (2030). Analyse conceptuelle de la compréhension inférentielle en petite enfance à partir d'une recension des modèles théoriques. *Revue des sciences de l'éducation*, 38(3), 533-553. <https://doi.org/10.7202/1022711ar>
- Legeay, M. P., Morel, L., & Voye, M. (2009). *Mallette ERLA (Exploration du Raisonnement et du Langage Associé)*. Cogilud.
- Levain, J.-P., & Didierjean, A. (2017). Problèmes multiplicatifs, proportionnalité et théorie des champs conceptuels. *Rééducation orthophonique*, 269, 145-160.
- Maillart, C. (2018). L'apprentissage du langage chez des enfants présentant un trouble développement du langage (TDL). Dans A. Roy, B. Guillery-Girard, G. Aubin, & C. Mayor, *Neuropsychologie de*

l'enfant. Approches cliniques, modélisations théoriques et méthodes (pp. 68-93). De Boeck Supérieur.

- Mazeau, M. (2005). Troubles cognitifs, Déficience Mentale, Troubles Spécifiques des Apprentissages : Un mot peut en cacher un autre. *Contraste*, N° 22-23(1), 187-207.
- Ménissier, A. (2011). Analyser, comprendre et travailler les problèmes arithmétiques. Dans V. Brun, F. George-Poracchia, & M. Habib, *Calcul et dyscalculies. Des modèles à la rééducation* (pp. 79-129). Elsevier Masson.
- Ménissier, A. (2016). Avec Lucie, sur le chemin des écoliers... (Ou comment agrandir le domaine de validité des schèmes pertinents). *Glossa*, 120, 44-74.
- Métral, E. (2008). *Malette B-LM*. Orthopratric.
- Ministère de l'Éducation Nationale de la Jeunesse et des Sports. (2020). *Cedre 2008-2014-2019 Mathématiques en fin d'école : Des résultats en baisse*. <https://www.education.gouv.fr/cedre-2008-2014-2019-mathematiques-en-fin-d-ecole-des-resultats-en-baisse-306336>
- Ministère de l'Éducation nationale, de la Jeunesse et des Sports. (2021). *Attendus de fin d'année et repères annuels de progression du CP à la 3e*. éducol. <https://eduscol.education.fr/137/attendus-de-fin-d-annee-et-reperes-annuels-de-progression-du-cp-la-3e>
- Moret, A., & Mazeau, M. (2019). *Le syndrome dys-exécutif chez l'enfant et l'adolescent : Répercussions scolaires et comportementales* (2^e éd.). Elsevier Health Sciences.
- Noël, M.-P., Attout, L., Crollen, V., De Visscher, A., & Rousselle, L. (2018). La dyscalculie développementale : À l'interface de l'orthophonie et de la neuropsychologie. Dans A. Roy, B. Guillery-Girard, G. Aubin, & C. Mayor, *Neuropsychologie de l'enfant. Approches cliniques, modélisations théoriques et méthodes* (pp. 43-67). De Boeck Supérieur.
- Noël, M.-P., & Karagiannakis, G. (2020). *Dyscalculie et difficultés d'apprentissage en mathématiques* (1^{re} éd.). De Boeck Supérieur.
- Noël, M.-P., & Grégoire, J. (2015). *Tedi-maths grands. Test diagnostique des compétences de base en mathématiques*. ECPA.
- Ortega, É., & Lété, B. (2010). *eManulex : Electronic version of Manulex and Manulex-infra databases*. <http://www.manulex.org>
- Ostad, S. A. (1998). Developmental Differences in Solving Simple Arithmetic Word Problems and Simple Number-fact Problems : A Comparison of Mathematically Normal and Mathematically

- Prévost-Tarabon, C., & Villain, M. (2014). *BENQ: Batterie d'évaluation des nombres au quotidien*. Ortho Édition.
- République Française. (2017). *Avis relatif à l'avenant n° 16 à la convention nationale organisant les rapports entre les orthophonistes et l'assurance maladie, signée le 31 octobre 1996* (JORF N° 0251). <https://www.legifrance.gouv.fr/jorf/id/JORFTEXT000035880652>
- Riley, M., Greeno, J., & Heller, J. (1983). Development of Children's Problem-Solving Ability in Arithmetic. Dans *The Development of Mathematical Thinking* (pp. 152-196). Academic Press.
- Rubinsten, O., & Henik, A. (2009). Developmental Dyscalculia : Heterogeneity might not mean different mechanisms. *Trends in Cognitive Sciences*, 13(2), 92-99.
<https://doi.org/10.1016/j.tics.2008.11.002>
- Simonart, G. (1998a). *ECHAS. ÉCHelle des Apprentissages Scolaires*. ATM.
- Simonart, G. (1998b). *PEDA 1C. Tests pédagogiques de premier cycle primaire*. ATM.
- Thévenot, C., & Perret, P. (2009). Le développement du raisonnement dans la résolution de problèmes : L'apport de la théorie des modèles mentaux. *Développements*, 2(2), 49-56.
<https://doi.org/10.3917/devel.002.0049>
- Thibault, M.-P., Helloin, M.-C., Lenfant, M. (2009). *Exalang 11-15. Batterie informatisée pour l'examen du langage oral, du langage écrit et des compétences transversales chez le collégien*. Orthomotus.
- Thibault, M.-P., Lenfant, M., & Helloin, M.-C. (2012). *Exalang 8-11. Bilan informatisé pour l'examen du langage et des compétences transversales chez l'enfant de 8 à 11 ans*. Orthomotus.
- Van Nieuwenhoven, C., Noël, M.-P., & Grégoire, J. (2001). *Tedi-maths. Test diagnostique des compétences de base en mathématiques*. ECPA.
- Van Nieuwenhoven, C., Vriendt, S. D., & Hanin, V. (2019). *L'enfant en difficulté d'apprentissage en mathématiques : Pistes de diagnostic et supports d'intervention* (2e éd.). De Boeck Supérieur.
- Verschaffel, L., Depaepe, F., & Dooren, W. V. (2015). Individual Differences in Word Problem Solving. *The Oxford Handbook of Numerical Cognition*, 953-974.
<https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780199642342.013.040>
- Von Aster, M. G., & Shalev, R. S. (2007). Number development and developmental dyscalculia. *Developmental Medicine & Child Neurology*, 49(11), 868-873. <https://doi.org/10.1111/j.1469-8749.2007.00868.x>
- Wechsler, D. (1968). *Échelle d'intelligence de Wechsler pour adultes*. ECPA.
- Wechsler, D. (1996). *Échelle d'intelligence de Wechsler pour enfants et adolescents, 3ème édition (WISC-III)*. ECPA.

Liste des annexes

Annexe 1 : Schématisation de la classification des problèmes additifs proposée par Riley et al. (1983).

Annexe 2 : Schématisation de la classification des problèmes multiplicatifs proposée par Ménissier (2011).

Annexe 3 : Synthèse des outils évaluant la cognition mathématique.

Annexe 4 : Synthèse des outils évaluant la résolution de problèmes.

Annexe 5 : Codebook du tableau de synthèse des outils évaluant la résolution de problèmes.

Annexe 6 : Analyse des items verbaux de problèmes additifs issus des outils existants et de manuels scolaires.

Annexe 7 : Codebook du tableau d'analyse des items verbaux de problèmes additifs.

Annexe 8 : Proposition d'une épreuve d'évaluation de la résolution de problèmes à énoncés verbaux

Annexe 9 : Consignes et exemple de tableau de présentation des résultats obtenus aux items de type additif