

# MEMOIRE

En vue de l'obtention du  
Certificat de Capacité d'Orthophoniste  
présenté par

**Matthieu BARDET**

soutenu publiquement en septembre 2021

## **Création d'une batterie d'évaluation de la cognition mathématique : proposition d'épreuves de calcul**

MEMOIRE dirigé par

**Sandrine MEJIAS**, Maître de conférences, Université de Lille, Lille

**Sophie FRAGON**, Orthophoniste, Wingles

Lille – 2021

---

## **Résumé :**

L'évaluation des troubles des apprentissages mathématiques nécessite l'utilisation de tests normés, répondant à des standards psychométriques et reposant sur des modèles théoriques récents. Après une analyse critique des outils existants pour l'évaluation du calcul, chez l'enfant et l'adulte, nous proposons de répondre aux besoins ainsi identifiés par la conception d'épreuves sur les modalités analogique et verbale du calcul. Afin d'évaluer le calcul approché en tant que compétence précoce, l'épreuve sera proposée en modalité analogique pure : dans une tâche d'estimation arithmétique, le patient devra répondre à l'opération analogique proposée en générant un nuage de points à l'aide du clavier de l'ordinateur. Les faits arithmétiques, quant à eux, seront évalués en modalité orale, avec une mesure du temps de réponse. Des critères de discrimination des items seront également proposés, sur la base de temps de réponse expérimentaux pour l'addition et de degrés d'interférence pour la multiplication. Proposer des épreuves permettant de cibler des compétences spécifiques est un enjeu pour l'évaluation orthophonique afin de permettre la pose d'un diagnostic précis à l'issue de cette évaluation.

## **Mots-clés :**

cognition mathématique, évaluation, arithmétique, calcul approché, faits arithmétiques

## **Abstract :**

The evaluation of mathematical learning disorders requires the use of standardized tests that meet psychometric standards and are based on recent theoretical models. After a critical analysis of existing tools for the evaluation of calculation in children and adults, we propose to respond to the identified needs by designing tests on the analogical and verbal modalities of calculation. In order to evaluate approximate calculation as an early skill, the test will be proposed in pure analogical mode: in an arithmetic estimation task, the patient will have to answer to the proposed analogical operation by generating a dot array using the computer keyboard. The arithmetic facts will be evaluated in oral mode, with a measurement of the response time. Criteria for discriminating items will also be proposed, based on experimental response times for addition and degrees of interference for multiplication. Proposing tests that target specific skills is a challenge for speech-language pathology assessment in order to allow a precise diagnosis to be made at the end of this assessment.

## **Keywords :**

mathematical cognition, evaluation, arithmetic, approximate calculation, arithmetic facts

---

# Table des matières

|                                                                                                               |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Introduction.....</b>                                                                                      | <b>1</b>  |
| <b>Contexte théorique, buts et hypothèses.....</b>                                                            | <b>2</b>  |
| 1. Modélisation du calcul.....                                                                                | 2         |
| 1.1. Répartition des compétences arithmétiques selon les trois systèmes de représentation du Triple Code..... | 2         |
| 1.2. Deux conceptions du calcul approché.....                                                                 | 3         |
| 1.3. Aspect développemental.....                                                                              | 3         |
| 2. Évaluation du calcul : État des lieux des outils existants.....                                            | 4         |
| 2.1. Recensement des outils existants.....                                                                    | 5         |
| 2.2. Catégories retenues pour l'analyse comparative des outils.....                                           | 6         |
| 2.3. Analyse critique des outils d'évaluation du calcul.....                                                  | 7         |
| 2.3.1. Opérations analogiques.....                                                                            | 8         |
| 2.3.2. Calcul approché.....                                                                                   | 10        |
| 2.3.3. Modalité verbale du calcul.....                                                                        | 11        |
| 2.3.4. Calcul mental.....                                                                                     | 12        |
| 2.3.5. Modalité arabe du calcul.....                                                                          | 13        |
| 2.3.6. Stratégies de résolution et connaissances conceptuelles.....                                           | 14        |
| 3. Buts et hypothèses.....                                                                                    | 15        |
| <b>Méthode : conception des épreuves.....</b>                                                                 | <b>15</b> |
| 1. Évaluation du calcul approché.....                                                                         | 16        |
| 1.1. Modalité d'entrée.....                                                                                   | 16        |
| 1.2. Modalité de réponse.....                                                                                 | 17        |
| 1.3. Choix des items.....                                                                                     | 17        |
| 1.4. Cotation proposée.....                                                                                   | 17        |
| 2. Évaluation des faits arithmétiques.....                                                                    | 18        |
| 2.1. Modalité d'entrée.....                                                                                   | 18        |
| 2.2. Modalité de réponse.....                                                                                 | 18        |
| 2.3. Choix des items.....                                                                                     | 18        |
| 2.4. Cotation proposée.....                                                                                   | 19        |
| <b>Résultats.....</b>                                                                                         | <b>19</b> |
| <b>Discussion.....</b>                                                                                        | <b>22</b> |
| 1. Évaluation analogique.....                                                                                 | 22        |
| 2. Évaluation des faits arithmétiques.....                                                                    | 23        |
| <b>Conclusion.....</b>                                                                                        | <b>26</b> |
| <b>Bibliographie.....</b>                                                                                     | <b>27</b> |
| <b>Liste des annexes.....</b>                                                                                 | <b>32</b> |
| Annexe n°1 : Évaluation du calcul au sein des outils d'évaluation des mathématiques.....                      |           |
| Annexe n°2 : Inventaire des épreuves de calcul sous la représentation analogique.....                         |           |
| Annexe n°3 : Inventaire des épreuves de calcul sous la représentation verbale, hors calcul mental.....        |           |
| Annexe n°4 : Inventaire des épreuves de calcul mental.....                                                    |           |
| Annexe n°5 : Inventaire des épreuves de calcul sous la représentation arabe, hors calcul mental.....          |           |

# Introduction

Les troubles des apprentissages des mathématiques sont définis comme des difficultés à maîtriser le sens des nombres, les faits arithmétiques, le calcul ou encore le raisonnement mathématique. Celles-ci interfèrent significativement avec les performances scolaires ou professionnelles du patient et ses activités quotidiennes (American Psychiatric Association, 2013). Dans la littérature scientifique, les auteurs s'accordent aujourd'hui sur l'existence d'une hétérogénéité dans les profils des personnes présentant ces difficultés, selon les troubles cognitifs qui en sont à l'origine : certaines difficultés pourraient être expliquées par un trouble cognitif général ou par un déficit purement numérique comme le sens du nombre ou l'accès à celui-ci via les représentations symboliques (pour une revue, voir Lafay et al., 2015b; Noël et al., 2013). Plus spécifiquement dans le domaine du calcul, de Visscher et Noël (2014a) ont mis en évidence que des difficultés de mémorisation des faits arithmétiques pouvaient être expliquées par une hyper-sensibilité aux interférences entre les différents items à mémoriser.

Les compétences en calcul peuvent être décomposées suivant trois représentations numériques (Dehaene, 1992) : deux représentations symboliques dépendant d'un apprentissage et auxquelles sont rattachées les compétences en calcul exact et une représentation analogique porteuse du sens du nombre. C'est à cette représentation des magnitudes que sont associées les compétences en calcul approché qui se développeraient tardivement, une fois l'enfant capable de se construire une représentation abstraite de la numérosité grâce à ses acquis symboliques (von Aster & Shalev, 2007). Pourtant, le calcul approché est lui aussi conçu selon différentes approches (Rousselle & Noël, 2008) : tantôt appréhendé comme une perception de la magnitude du résultat estimé d'une opération, le calcul serait alors considéré comme une faculté précoce ; tantôt abordé comme l'application de différentes stratégies simplificatrices (Siegler & Booth, 2005), il nécessiterait alors davantage d'expérience. La première approche semble ne reposer que sur la représentation analogique, alors que la seconde ferait également appel à des compétences symboliques.

Compte tenu de l'hétérogénéité des profils des personnes présentant des troubles des apprentissages des mathématiques, il est essentiel de pouvoir évaluer les compétences en calcul selon chacune de ces représentations numériques de manière indépendante. Après avoir resitué les différentes composantes du calcul dans les modèles théoriques récents, nous réaliserons une revue critique des outils permettant actuellement d'évaluer le calcul sur les nombres entiers à la lumière de ces modèles théoriques. A partir des besoins identifiés lors de cette analyse, nous tenterons alors d'y répondre en proposant des épreuves évaluant le calcul analogique et les faits arithmétiques. Enfin, ces propositions d'épreuves seront discutées en lien avec les données théoriques présentées précédemment.

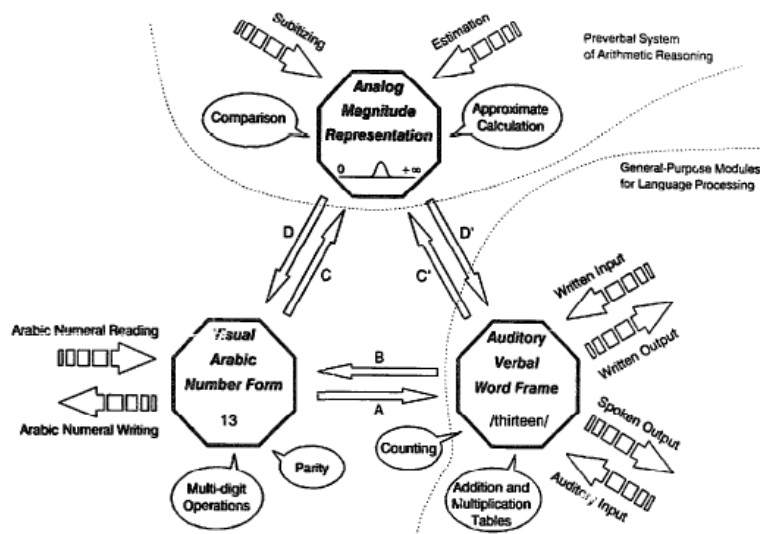
# Contexte théorique, buts et hypothèses

## 1. Modélisation du calcul

Dans cette première partie, nous proposons une répartition des compétences impliquées dans les tâches de calcul selon le modèle du Triple Code (Dehaene, 1992), modèle faisant le plus consensus à ce jour parmi les modèles neurofonctionnels actuels. Ce modèle ayant été développé à partir de l'étude de personnes adultes, des compléments y seront apportés pour rendre compte de l'aspect développemental des compétences arithmétiques (Kaufmann et al., 2011).

### 1.1. Répartition des compétences arithmétiques selon les trois systèmes de représentation du Triple Code

Selon Dehaene (1992, p.6), « calculer, c'est prévoir par manipulation symbolique le résultat d'un acte de regroupement ou de partitionnement physique sans avoir à l'exécuter ». Cette manipulation peut s'opérer au travers de codes symboliques, que sont les représentations auditive verbale et visuelle arabe du nombre, ou selon une représentation abstraite des quantités : la représentation analogique. La répartition des différentes compétences de calcul selon ces trois représentations est synthétisée dans le modèle du Triple Code, repris dans la figure 1 (Dehaene, 1992).



**Figure 1 : Représentation schématique du modèle du Triple Code (issu de Dehaene, 1992).**

Au code verbal sont rattachés les faits arithmétiques (ex. tables de multiplication, doubles en addition et additions simples), stockés en mémoire à long terme comme des enchaînements verbaux. C'est également sur cette modalité que reposent la chaîne numérique et les procédures de comptage, faisant appel elles aussi au langage. Les premières stratégies arithmétiques basées sur le comptage (Groen & Parkman, 1972) peuvent donc être associées à cette représentation du nombre.

Le code arabe regroupe les stratégies de calcul nécessitant davantage de capacités visuo-spatiales, impliquant le signe symbolique et le système positionnel : les calculs à plusieurs chiffres, la pose des opérations et l'agencement spatial des données, la gestion des retenues ou encore les algorithmes de résolution.

Le calcul exact repose sur ces deux codes symboliques, et il est d'ailleurs nécessaire de réaliser mentalement des allers-retours entre ceux-ci pour la résolution de calculs complexes (Dehaene, 1992).

Le code analogique, quant à lui, correspond à la représentation des quantités. Si le subitizing permet la réalisation de calculs exacts sur de très petites quantités, les compétences arithmétiques en modalité analogique relèvent davantage des compétences du système numérique approximatif (SNA) : le calcul approché, permettant de donner une estimation d'un résultat de calcul.

## **1.2. Deux conceptions du calcul approché**

Cette compétence en calcul approché est mise en évidence par l'observation de patients cérébrolésés, présentant une dissociation entre les compétences de calcul exact et de calcul approché. Un des exemples les plus frappants est la description du patient N.A.U. (Dehaene & Cohen, 1991), ayant perdu toutes ses compétences exactes en traitement du nombre et en calcul, mais capable d'approximations : N.A.U. n'avait apparemment accès qu'à une approximation des magnitudes des nombres. Dans le domaine du calcul, N.A.U. était incapable de résoudre des additions, soustractions, ou multiplications simples, mais parvenait à rejeter des résultats d'additions clairement fausses, comme «  $2 + 2 = 9$  », ou de sélectionner le résultat le plus probable à des problèmes d'additions (ex. «  $12 + 6 = 20$  ou  $10$  ? »).

La nature de ces approximations dans le domaine du calcul est vue selon deux approches (pour une revue, voir Rousselle & Noël, 2008) : la première, selon laquelle le calcul approché consisterait à réaliser globalement une estimation de la grandeur du résultat du calcul (*sense of magnitude strategy*, que nous évoquerons par la suite comme l'*estimation arithmétique*), et la seconde qui reviendrait à utiliser différentes stratégies simplificatrices, comme arrondir les opérandes, avant de réaliser l'opération pour y parvenir (*computational estimation strategy*, que nous mentionnerons en tant que *stratégie de calcul approché*). Rousselle et Noël (2008) considèrent que ces deux conceptions coexistent, mais que nous ne les utilisons pas dans les mêmes situations. Dans une tâche de production, où une seule réponse doit être fournie, la stratégie de calcul approché serait la plus adaptée, alors que pour une tâche de vérification, le recours à la magnitude via l'estimation arithmétique serait privilégié (Ganor-Stern, 2018; Rousselle & Noël, 2008).

## **1.3. Aspect développemental**

von Aster et Shalev (2007) proposent un modèle développemental de la cognition numérique à quatre étapes : le sens du nombre serait présent chez l'homme dès sa naissance, en tant qu'appréhension de la magnitude, et lui servirait de fondement à l'acquisition des codes verbaux, puis arabes, et aux processus arithmétiques associés. Ce n'est que plus tard que sa représentation analogique sera réellement mature, avec la construction de la ligne numérique mentale permettant une représentation abstraite du nombre. Cette ligne numérique mentale semble être fondamentale pour la pensée arithmétique et le calcul mental (von Aster & Lorenz, 2013).

Dans ce modèle, le calcul approché n'apparaît qu'en dernière étape, supposant un processus de maturation nécessaire à son développement. Pourtant, des capacités d'addition approchée ont pu être observées chez le jeune enfant, déjà capable de comprendre qu'ajouter des items à une collection en augmentait la numérosité (ex. Gelman & Tucker, 1975; Gilmore et al., 2007). Par ailleurs, de telles capacités ont pu être observées chez l'animal (ex. Rumbaugh et al., 1987, cités dans Dehaene, 1992), laissant supposer que ces capacités pourraient se développer précocement, sans pré-requis symboliques.

Le développement des compétences en calcul exact fait lui aussi débat : concernant l'addition par exemple, plusieurs stratégies sont tour à tour adoptées par l'enfant qui passe de stratégies basées sur le comptage à de la récupération en mémoire. Au cours du développement, l'enfant jongle entre ces différentes stratégies, optant pour la plus rapide, et c'est progressivement la récupération en mémoire qui prendrait le dessus (Dehaene, 1992). Certains auteurs considèrent en effet qu'au cours du développement, l'enfant glisse progressivement de ce dénombrement vers une récupération des faits arithmétiques dans la mémoire à long terme (ex. Groen & Parkman, 1972, cités dans Barrouillet & Thevenot, 2013). Plus récemment, Thevenot, Uittenhove et Prado (2016) ont montré que la montée en compétences dans le domaine du calcul (notamment en addition) serait davantage liée à une automatisation des procédures de dénombrement, facilitant la progression sur la ligne numérique mentale. L'effet de taille, en calcul, se traduit en effet par un temps de réponse corrélé avec le produit des opérandes, ou avec le carré de leur somme, à l'exception notable des *doubles* (ou *ties*), c'est-à-dire les calculs où les deux opérandes sont identiques (ex. «  $4 + 4$  »). Pour ces doubles, le temps de réponse n'augmente que très peu en fonction de la taille des opérandes, ce qui s'explique chez l'adulte par leur récupération directe dans la mémoire à long terme (Thevenot, Uittenhove, et al., 2016).

A la lumière de cette répartition des différentes compétences impliquées dans les tâches de calcul, nous proposons dans le paragraphe suivant un état des lieux des outils d'évaluation ciblant le calcul.

## **2. Évaluation du calcul : État des lieux des outils existants**

Afin de prendre la mesure du matériel existant actuellement pour évaluer les compétences en calcul chez l'enfant et l'adulte, nous avons recensé les tests évaluant les habiletés mathématiques édités à ce jour, ou ayant été édités par le passé (par abus de langage, nous appellerons « test » tout outil d'évaluation, quelles que soient ses qualités psychométriques). Cet état des lieux permettra ainsi d'avoir une idée de la place qu'occupe l'évaluation du calcul parmi l'ensemble des habiletés mathématiques, et quelles en sont les composantes incontournables.

Nous présenterons donc les outils recensés et les catégories retenues pour en réaliser l'analyse comparative. Cette analyse critique nous permettra par la suite de définir les principes retenus pour l'évaluation du calcul dans la future batterie d'évaluation de la cognition mathématique.

## 2.1. Recensement des outils existants

Une recherche a été réalisée parmi les principaux éditeurs de tests orthophoniques (ex. les Éditions du Centre de Psychologie Appliquée (ECPA), HappyNeuron, Ortho Édition), mais aussi de manière plus globale dans la littérature (Lafay et al., 2014; Lafay & Cattini, 2018) en recensant des batteries d'évaluation des troubles des apprentissages, des tests spécifiques d'évaluation des compétences mathématiques ainsi que des batteries et tests d'évaluation des fonctions cognitives chez l'adulte (ex. chez l'adulte cérébrolésé, ou dans le cadre du dépistage de démences). La synthèse ainsi réalisée dresse un état des lieux des différentes formes d'évaluation des habiletés mathématiques existantes. Cette recherche a par la suite été complétée par les tests de notre connaissance, éventuellement disponibles en testothèque ou accessibles par d'autres moyens. Cinquante-six outils d'évaluation ont ainsi été recensés.

Parmi ces tests, le PASAT (Paced Auditory Serial Addition Task) a été exclu de l'analyse, bien que faisant intervenir des additions simples : sous l'apparence d'une tâche de fluence arithmétique, ce test évalue en réalité la combinaison de plusieurs composantes cognitives comme la vitesse de traitement de l'information, la mémoire de travail, l'attention soutenue ou la capacité d'inhibition d'une réponse automatique (Gronwall, 1977). De même, les six subtests mathématiques intégrés aux échelles d'intelligence ne sont interprétables qu'au sein d'indices d'intelligence plus globaux. Ces épreuves n'ont donc pas pour finalité l'évaluation des compétences en mathématiques proprement dites et ont donc été écartées de cette étude. En revanche, quatre batteries d'évaluation du langage oral ont été conservées dans la mesure où elles intégraient des subtests évaluant des habiletés logiques ou mathématiques selon leurs auteurs. Parmi les outils langagiers, seul le Test des Concepts de Base de Boehm (BOEHM-3) a été retiré de l'analyse. En effet, son auteur a pour objectif d'évaluer avec ce test la connaissance des concepts de base importants pour le développement du langage et de la pensée de l'enfant. L'évaluation de concepts mathématiques n'y figurent donc qu'à ce titre. Le Test d'Acquisitions Scolaires en mathématiques (TAS) (Riquier, 1997) ne nous a pas été disponible. Par manque d'informations, il n'a donc pas pu être analysé. Enfin, deux questionnaires faisaient partie de l'inventaire initial. La recherche réalisée sur ce type d'outils n'étant pas exhaustive, ils n'ont été intégrés à l'analyse que de manière qualitative. Au final, 45 outils ont donc été analysés.

Les outils d'évaluation des compétences mathématiques peuvent être classés en différentes catégories, selon qu'ils évaluent les compétences scolaires ou cognitives en général, ou spécifiquement les habiletés mathématiques. Par ailleurs, les épreuves proposées sont adaptées à la population ciblée par l'évaluation. Il paraît donc important de séparer les tests s'adressant à une population pédiatrique, dont les compétences sont en développement, des tests adressés à des adultes.

Sur les 45 outils recensés, pour lesquels une évaluation des mathématiques est mentionnée, 69 % d'entre eux s'intéressent au calcul. La majorité des batteries généralistes prend en compte le calcul dans leur évaluation : cela représente 58 % des batteries d'évaluation des apprentissages ou tests pédagogiques, et 50 % des évaluations généralistes chez les adultes. Ce taux s'élève à 71 % des tests évaluant spécifiquement les mathématiques chez les enfants et 100 % chez les adultes (cf. Annexe 1 pour le détail de cette analyse : Évaluation du calcul au sein des outils d'évaluation des mathématiques).

## 2.2. Catégories retenues pour l'analyse comparative des outils

Afin d'analyser plus en détails les épreuves de calcul, il nous a paru important de les regrouper selon les compétences ciblées par chacune de ces évaluations et de comparer ainsi les épreuves sur des compétences analogues. Idéalement, une classification des épreuves selon les trois représentations du Triple Code (Dehaene, 1992) permettrait d'analyser des domaines bien distincts, mais en réalité, rares sont les tâches portant spécifiquement sur une seule de ces représentations.

Certains choix ont donc dû être réalisés pour adapter cette classification :

- Ont été considérées comme portant sur le **code analogique** les épreuves dont la modalité d'entrée ou de sortie était sous forme analogique. De même, les évaluations du calcul approché entrent dans cette catégorie.
- Sous le **code verbal**, sont rattachés les faits arithmétiques, opérations dont les résultats sont récupérés directement en mémoire, et les épreuves de calcul reposant sur des compétences verbales comme le comptage.
- Les épreuves de calcul mental font appel à un traitement verbal à partir des faits arithmétiques et sollicitent donc également la modalité verbale. Cependant, le calcul mental complexe nécessite la manipulation de chiffres appartenant à différentes classes du système décimal (ex. unités et dizaines) sans rentrer dans le simple champ des faits arithmétiques. Il se retrouve ainsi à la fois dans les modalités verbale et arabe. Le **calcul mental** a donc fait l'objet d'un traitement spécifique.
- La **modalité arabe**, quant à elle regroupe les opérations nécessitant une maîtrise du système positionnel, le calcul posé et le traitement des symboles arithmétiques.
- D'autres compétences ont également été rencontrées : il s'agit des stratégies utilisées lors de la réalisation de ces opérations (ex. procédure algorithmique de suppression d'un zéro dans la division par dix) et des connaissances conceptuelles des opérations (ex. commutativité, réversibilité). Elles font l'objet d'une dernière catégorie dont l'analyse restera qualitative dans ce mémoire.

Certains des tests recensés ne nous ont pas été accessibles et les informations trouvées dans la littérature étaient insuffisantes pour nous permettre d'en réaliser une analyse détaillée sur la simple base des intitulés des épreuves. Ils ont donc été exclus de l'analyse réalisée par domaine : Wechsler Individual Achievement Test, Fourth Edition (WIAT-4) (Wechsler, 2020), Épreuve de positionnement en cycles 2 et 3 (EPOCY 2-3) (Zanga, 2011), KeyMath™ 3, édition canadienne (Connolly, 2008), TempoTest Automatiseren (TTA) (De Vos, 2010), Protocole du calcul élémentaire (Ménissier, 2003), Difficultés en mathématiques, évaluation et rééducation (Koppel, 1998), les Tests Différentiels d'Aptitudes DAT Next Generation (Pearson TalentLens) et Protocole d'évaluation de l'acalculie chez les personnes aphasiques (Godo & Maricic, 2005).

Les tableaux 1 et 2 présentent la proportion d'outils investiguant ces différentes modalités du Triple Code, avec les nuances exposées précédemment. Le détail des épreuves est précisé dans les annexes 2 à 5.

**Tableau 1 . Répartition des outils investiguant chacune des modalités du Triple Code.**

| Outils d'évaluation des habiletés mathématiques | Domaine évalué  |      |             |       |            |       |
|-------------------------------------------------|-----------------|------|-------------|-------|------------|-------|
|                                                 | code analogique |      | code verbal |       | code arabe |       |
|                                                 | nb              | %    | nb          | %     | nb         | %     |
|                                                 | 9               | 39 % | 23          | 100 % | 21         | 91 %  |
| <b>Enfants</b>                                  |                 |      |             |       |            |       |
| Batteries généralistes                          | 0               | 0 %  | 5           | 100 % | 5          | 100 % |
| Tests spécifiques                               | 5               | 45 % | 11          | 100 % | 10         | 91 %  |
| <b>Adultes</b>                                  |                 |      |             |       |            |       |
| Evaluations généralistes                        | 0               | 0 %  | 2           | 100 % | 2          | 100 % |
| Tests spécifiques                               | 4               | 80 % | 5           | 100 % | 4          | 80 %  |

**Tableau 2 . Répartition des outils investiguant chacune des modalités du Triple Code en isolant le calcul mental.**

| Outils d'évaluation des habiletés mathématiques | Domaine évalué  |      |                            |      |                                 |      |                      |       |                                                    |      |
|-------------------------------------------------|-----------------|------|----------------------------|------|---------------------------------|------|----------------------|-------|----------------------------------------------------|------|
|                                                 | code analogique |      | code verbal                |      |                                 |      |                      |       | code arabe                                         |      |
|                                                 |                 |      | <i>faits arithmétiques</i> |      | <i>autres épreuves verbales</i> |      | <i>calcul mental</i> |       | <i>opérations posées et symboles arithmétiques</i> |      |
|                                                 | nb              | %    | nb                         | %    | nb                              | %    | nb                   | %     | nb                                                 | %    |
|                                                 | 9               | 39 % | 8                          | 35 % | 7                               | 30 % | 19                   | 83 %  | 14                                                 | 61 % |
| <b>Enfants</b>                                  |                 |      |                            |      |                                 |      |                      |       |                                                    |      |
| Batteries généralistes                          | 0               | 0 %  | 1                          | 20 % | 1                               | 20 % | 12                   | 80 %  | 4                                                  | 80 % |
| Tests spécifiques                               | 5               | 45 % | 6                          | 55 % | 5                               | 45 % | 8                    | 73 %  | 5                                                  | 45 % |
| <b>Adultes</b>                                  |                 |      |                            |      |                                 |      |                      |       |                                                    |      |
| Évaluations généralistes                        | 0               | 0 %  | 0                          | 0 %  | 1                               | 50 % | 2                    | 100 % | 1                                                  | 50 % |
| Tests spécifiques                               | 4               | 80 % | 1                          | 20 % | 0                               | 0 %  | 4                    | 80 %  | 4                                                  | 80 % |

Si les outils d'évaluation font la part belle aux composantes symboliques du calcul, seuls 39 % d'entre eux examinent la représentation analogique. Au-delà de ce simple constat quantitatif, il est intéressant de sonder le contenu des épreuves pour se rendre compte de ce qu'elles mesurent réellement, en comparaison avec ce qu'en disent parfois leurs auteurs.

### 2.3. Analyse critique des outils d'évaluation du calcul

Nous proposons dans ce paragraphe une analyse des différentes épreuves proposées par les outils d'évaluation du calcul dans chacun des domaines évoqués précédemment. Nous

entendons ici par « épreuve » un subtest d'un outil d'évaluation. Pour un même outil, plusieurs épreuves peuvent donc être proposées.

### **2.3.1. Opérations analogiques**

Sous le terme d'opération analogique, nous évoquerons ici les calculs pour lesquels l'entrée (i.e. l'opération à résoudre) ou la sortie (i.e. la réponse à donner) est proposée sous forme concrète, c'est-à-dire qu'elle ne fait pas intervenir les codes symboliques.

Parmi les onze épreuves évaluant les opérations analogiques, seules trois d'entre elles proposent à la fois une modalité d'entrée et de sortie ne faisant pas intervenir les représentations symboliques du nombre. Ainsi, les opérations protonumériques proposées dans la progression du subtest de calcul mental de MathEval (Heremans, 2011) permettent de s'affranchir des symboles numériques pour évaluer les capacités rudimentaires d'addition de l'enfant. Les opérations analogiques y sont présentées sous forme d'animations : pour évaluer l'opération «  $2 + 1$  » de manière analogique, deux papillons apparaissent à gauche de l'écran et vont ensuite se cacher derrière une maison. Un nouveau papillon apparaît alors à son tour, du côté droit de l'écran avant de passer lui aussi derrière la maison. L'enfant doit ensuite annoncer combien de papillons se cachent à présent derrière la maison. Ce système de « boîte noire » permet ainsi d'éviter toute tentative de dénombrement ; une réponse symbolique, sous forme de nombre verbal oral, est alors attendue dans un premier temps. En cas d'échec, une détection d'incongruité lui sera proposée, selon la même animation, permettant ainsi de s'affranchir de la contrainte symbolique : en fin d'animation, la maison disparaît pour faire apparaître les papillons cachés derrière ; l'enfant doit alors dire si le nombre de papillons qui s'y trouvent lui semble cohérent ou non. Ces items analogiques sont cependant limités à deux opérations concrètes (correspondant aux opérations avec une entrée sous forme analogique et une réponse attendue en nombre verbal oral), puis deux opérations protonumériques (avec pour modalité de sortie la détection d'incongruité).

Au subtest des poupées de l'épreuve d'évaluation de la construction et de l'utilisation du nombre (UDN-II) (Meljac & Lemmel, 1999) ou dans l'épreuve similaire du Bilan Logico-Mathématique (B-LM) (Métral, 2008), l'enfant doit aller chercher le nombre d'accessoires nécessaires à chacune des poupées (la quantité requise d'accessoires, correspondant au double du nombre de poupées, est inférée par l'exemple : l'évaluateur enfle deux bottes à une des poupées et invite ensuite l'enfant à aller chercher la quantité de bottes nécessaires pour chausser toutes les poupées). Cela permet une approche implicite de la multiplication. Bien que l'objectif visé par ses auteurs soit le recours au nombre dans sa dimension symbolique pour résoudre le problème proposé, il est à déplorer que toute estimation perceptive globale soit analysée comme un échec et ne soit donc pas exploitée davantage : cette estimation pourrait en effet donner de précieuses informations sur les compétences en calcul approché de l'enfant.

Ces tests proposent également des épreuves de calculs où les auteurs tentent de s'affranchir des codes symboliques en demandant à l'enfant une réponse concrète au calcul formulé à l'oral. Le patient doit résoudre ces opérations par la manipulation de bâchettes, l'utilisation des doigts ou de jetons. Ces épreuves permettent également d'appréhender la compréhension qu'a l'enfant des opérations mais laissent une trop grande place aux explications verbales exigées en complément. Ainsi, un enfant qui serait capable de résoudre intuitivement un calcul par manipulation sans savoir l'expliquer ne pourrait pas valider l'item. Enfin, la deuxième épreuve de combinatoire du B-LM propose également une approche de la

multiplication par distribution. Cinq types de vêtements sont proposés à l'enfant, avec quatre coloris possibles ; il doit alors dire combien de vêtements différents peuvent être conçus. Sans faire explicitement allusion à la multiplication, cette épreuve évalue son émergence. Le support imagé venant illustrer la consigne verbale permet une entrée analogique, mais la réponse attendue est bien symbolique puisque l'enfant doit fournir sa réponse sans avoir recours au dessin. Ces épreuves, testant le sens des opérations, seraient finalement à rapprocher davantage des problèmes verbaux, ce qui expliquerait la forte sollicitation des compétences verbales.

Dans le test diagnostique des compétences de base en mathématiques (TEDI-MATH) (Van Nieuwenhoven et al., 2001), les illustrations de l'épreuve d'opérations avec support imagé permettent de soulager la mémoire de travail. Les additions proposées peuvent ainsi être résolues par un simple dénombrement des items illustrés, que l'enfant a en permanence sous les yeux. Les soustractions demandent davantage de capacités d'abstraction dans la mesure où seul le premier opérande est représenté. Cependant, compte tenu de la scénarisation des opérations proposée par ses auteurs (ex. « Sur la table, il y a sept pêches. Si les enfants en mangent trois, combien restera-t-il de pêches ? »), ces items pourraient être considérés comme des problèmes verbaux dont l'état initial serait illustré.

L'épreuve d'opérations analogiques de l'Examath (Lafay & Helloin, 2016) permet quant à elle d'évaluer les quatre opérations sans les énoncer, selon une présentation analogique où des pingouins entrent ou sortent d'un igloo. Si cette épreuve permet d'avoir une idée de la compréhension intuitive qu'a l'enfant des opérations, ses limites résident dans la rapidité du défilement des items proposés et le détail des illustrations risquant d'interférer sur le plan attentionnel : le temps d'apparition des pingouins semble parfois trop court pour permettre un dénombrement exact à un enfant dont les procédures de comptage ne seraient pas automatisées (ex. «  $9 - 2$  »). Or, une réponse verbale est attendue, et l'ensemble des points n'est attribué que si l'enfant donne le résultat exact. La contradiction entre l'investigation des compétences précoces annoncée et les exigences de l'épreuve est cependant nuancée par l'existence de points intermédiaires, lorsque le total annoncé ne correspond pas au résultat exact de l'opération mais en respecte le sens (ex. pour une soustraction, si le résultat fourni est bien inférieur au premier opérande). Par ailleurs, en évaluation dynamique, ses auteurs préconisent de proposer à un patient qui serait en échec sur cette épreuve de fournir une réponse par manipulation d'objets. Cela permettra de s'assurer que des difficultés de traitement du code verbal ne sont pas à l'origine de ce problème (Lafay & Helloin, 2016). Sur la forme, la richesse des illustrations (ex. la décoration intérieure de l'igloo), si elle joue un rôle de renforçateur par son aspect ludique, peut pénaliser les enfants dont l'attention est la plus labile.

Dans cette batterie, d'autres épreuves arithmétiques sont également proposées dans le module d'évaluation des habiletés numériques de base : si la configuration des dés n'est pas automatisée chez l'enfant évalué, l'épreuve d'identification de collections peut effectivement être considérée comme portant sur le code analogique. L'enfant doit en effet dénombrer le nombre total de points figurant sur plusieurs cartes, ces cartes portant chacune un à six points présentés dans la configuration canonique des dés. A l'inverse, dans l'épreuve de production de collections, l'enfant doit sélectionner les cartes – parmi une réserve de cartes présentant un à six points - lui permettant d'arriver à un total de points correspondant au nombre arabe qui lui aura été présenté. Dans les deux cas, l'enfant réalise alors des additions, soit à partir d'une présentation analogique pour fournir une réponse numérique verbale, soit à partir d'un

nombre arabe qu'il doit traduire en une quantité analogique de points. Les stratégies de dénombrement terme à terme, considérées comme immatures, étant pénalisées, ces épreuves seront étudiées en tant qu'épreuves de calcul mental, supposant un traitement symbolique des configurations de dés.

### 2.3.2. Calcul approché

Parmi tous les outils pédiatriques d'évaluation de la cognition mathématique existant à ce jour, seul l'Examath (Lafay & Helloin, 2016) s'intéresse à l'évaluation du calcul approché chez l'enfant à partir de la 6<sup>ème</sup>. Face à onze opérations (trois additions, trois soustractions, cinq multiplications), le patient doit juger si un résultat est possible ou non, sans avoir à le calculer (ex. « est-ce que 302 est une réponse possible pour  $53 + 249$  ? » ; ou « est-ce que 80 est une réponse possible pour  $10 + 20 + 30 + 40$  ? »). Un temps de réponse moyen est également calculé. Selon Rousselle et Noël (2008), les enfants présentant un trouble des apprentissages en mathématiques seraient effectivement plus lents dans leur résolution de calculs approchés, mais pourraient également avoir davantage recours aux procédures de calcul exact, par manque de confiance en eux. En se réfugiant ainsi dans le calcul exact, qui leur est plus familier, ils auraient alors besoin d'un temps de réponse plus conséquent (Rousselle & Noël, 2008). L'indication du temps de réponse fournit donc une information importante en complément de l'exactitude. Parmi les onze items proposés, l'item «  $5 \times 153 = 760$  », considéré comme impossible, peut poser question. Avec une marge d'erreur de 0,6 % par rapport à 765, le résultat exact de l'opération, on évalue en réalité ici une stratégie particulière : une ébauche de calcul exact, consistant en un calcul des unités du résultat attendu permettrait d'invalidier le résultat (la proposition ne finissant pas par 5), alors qu'une estimation plus grossière du résultat mènerait à un échec. Or, c'est précisément la compétence que vise à évaluer cette épreuve.

Dans MathEval, la recherche d'incongruité sur les opérations protonumériques aurait pu solliciter les compétences de calcul approché. Cependant, la réponse erronée que l'enfant doit écarter ne diffère du résultat exact que d'une unité, ce qui suppose donc de la part de l'enfant un calcul exact.

Chez l'adulte, l'évaluation du calcul approché est bien plus présente au sein des outils évaluant spécifiquement les mathématiques : 80 % de ces outils s'intéressent à l'exploration du code analogique, qui se fait alors systématiquement via une épreuve de calcul approché, avec une entrée en code arabe et une réponse attendue verbale.

La batterie d'évaluation du traitement des nombres et du calcul chez l'adulte (EC301) (Dellatolas et al., 2001) et le Test Lillois de Calcul (TLC2) (Bout-Forestier et al., 2008) l'évaluent selon la même approche : des opérations sont présentées au patient, écrites en ligne. Il doit alors choisir parmi quatre résultats celui qui lui semble être le plus proche du résultat exact de l'opération. Aucune des propositions ne correspond exactement au résultat de l'opération, mais la plus proche du résultat exact se situe systématiquement à moins de 10 % de celui-ci. Parmi les autres propositions, certaines sont impossibles et correspondent parfois à une autre opération construite à partir des mêmes opérandes (par exemple, 245 est un résultat impossible pour l'addition  $531 + 286$  dans la mesure où il est inférieur à chacun des termes de l'opération, mais il correspond au résultat de la soustraction  $531 - 286$ ).

Sur le même principe, l'outil d'évaluation clinique des aptitudes numériques (ECAN) (Auzou et al., 2013) propose deux résultats par addition : l'un avec une différence d'une unité par rapport à la somme exacte des opérandes, l'autre davantage éloigné de la solution exacte.

Enfin, dans la batterie d'évaluation des nombres au quotidien (BENQ) (Prévost-Tarabon & Villain, 2014), le patient doit calculer approximativement le montant total correspondant à une liste de commissions. Sa réponse est alors valorisée en fonction de la distance par rapport au montant exact.

### **2.3.3. Modalité verbale du calcul**

Sur la modalité verbale, trois tests proposent d'explorer le comptage par pas, revenant à des additions ou soustractions répétées, et correspondant aux premières stratégies de résolution de multiplications : le Numerical (Test neurocognitif pour l'apprentissage du nombre et du calcul) (Gaillard, 2000) et le TEDI-MATH (Van Nieuwenhoven et al., 2001) évaluent ainsi le comptage par pas de deux, trois et dix en sens croissant. Chez l'adulte, parmi les tests de dépistage de troubles cognitifs neurodégénératifs (dossier TCND) proposés en consultation mémoire au Centre Hospitalier Régional Universitaire de Lille, des soustractions simples sont soumises au patient sous forme de comptage par pas de trois en sens décroissant. Le TEDI-MATH explore aussi une autre stratégie de calcul à travers son épreuve de décomposition additive, auquel le patient aurait accès après avoir acquis le principe d'inclusion numérique (Piaget et Szeminska, cité dans Van Nieuwenhoven et al., 2001).

L'approche du Kortrijkse RekenTest Revisie (KRT) (Baudonck et al., 2006) dans l'exploration de la modalité verbale du calcul est intéressante, mais les auteurs ne vont pas au bout de leur démarche : des calculs sont proposés en remplaçant les symboles arithmétiques par leur équivalent verbal (ex. « plus, moins ») ou leur signification (ex. « déduisez, augmentez ») mais les chiffres arabes ont été conservés dans les énoncés. Il en est de même pour l'item « J'ai 17. J'ajoute 15. Je trouve : » de la Batterie de tests scolaires de langage, lecture et mathématiques (BATELEM-R) (Savigny, 2001) présenté à l'écrit et dont la réponse est attendue en code arabe.

Les faits arithmétiques correspondent aux opérations dont les résultats sont récupérés directement en mémoire. Il s'agit donc des opérations issues des tables de multiplication de 1 à 9, et des additions dont les opérandes sont inférieurs ou égaux à 10. Dans certains tests, les divisions et soustractions correspondant aux opérations inverses des multiplications et additions décrites précédemment entrent également dans ce champ.

Parmi les onze épreuves annonçant une évaluation des faits arithmétiques, six proposent des épreuves avec une contrainte sur le temps de réponse. Cette information temporelle apporte des indices sur la stratégie utilisée par l'enfant, permettant de départager l'utilisation de procédures de calcul précis d'une réponse plus automatique, témoignant de l'encodage du fait arithmétique en mémoire. Il est cependant à déplorer que ces épreuves ne soient proposées qu'à partir d'un support écrit, où l'énoncé est donc transmis en code arabe. Les épreuves informatisées du test diagnostique des compétences de base en mathématiques pour les enfants du CE2 à la 5<sup>ème</sup> (TEDI-MATH Grands) (Noël & Grégoire, 2015) calculent un temps de réponse pour la résolution de listes de vingt calculs, portant sur les multiplications et les soustractions. L'Examath (Lafay & Helloin, 2016) propose une épreuve de jugement d'opérations, où l'enfant doit apprécier l'exactitude de résultats proposés à des calculs

simples, en moins de quatre secondes. Un temps de réponse moyen est alors calculé sur les items réussis. L'enfant doit également résoudre oralement des listes de calculs sur les quatre opérations en une minute. Selon Lafay et al. (2015a), le Tempo Test Rekenen (TTR) (De Vos, 1992) dont ils ont réalisé l'étalonnage franco-qubécois permet d'évaluer le calcul sous contrainte temporelle en s'intéressant à la fois aux calculs les plus simples, qui peuvent être résolus par récupération directe du résultat en mémoire, et aux calculs plus complexes nécessitant le recours à des procédures de calcul. La mesure du temps est cependant commune et ne permet donc pas de séparer l'évaluation des faits arithmétiques des autres items qui relèvent davantage du calcul mental. Sur le même principe, le CMC (Calcul Mental Collectif) (Heremans, 2011) évalue les quatre opérations, en proposant 35 calculs par type d'opération à résoudre par écrit en une minute.

Seuls trois tests proposent une évaluation des faits arithmétiques en modalité purement verbale : l'EDA (Evaluation des fonctions cognitives et apprentissages) (Billard & Touzin, 2012), l'UDN-II et l'EC301. Ce dernier évalue en parallèle les mêmes items avec une entrée en code arabe, permettant ainsi une comparaison des deux modalités d'entrée. Le B-LM, quant à lui, ne s'intéresse aux faits arithmétiques que dans sa grille d'anamnèse.

Des épreuves comme celles de la Batterie Rapide d'Evaluation des Fonctions Cognitives (BREV) (Billard et al., 2002) ou de la NADL (Numerical Activities of Daily Living) (Semenza et al., 2014), proposant des calculs simples en modalité orale pure, pourraient être considérées comme évaluant les faits arithmétiques. Mais leurs auteurs les présentent comme des épreuves de calcul mental. Elles seront donc analysées comme telles dans le paragraphe suivant.

#### **2.3.4. Calcul mental**

Les épreuves de calcul mental ne recouvrent pas la même réalité selon les tests. Certains tests évaluent dans ces épreuves une récupération directe du résultat en mémoire, notamment chez les patients les plus jeunes. D'autres proposent des calculs mentaux plus complexes sollicitant davantage la mémoire de travail lors du recours aux stratégies de calcul. Le calcul mental s'oppose habituellement au calcul posé. Ces épreuves sont classiquement proposées à l'oral (pour 38 % des épreuves de calcul mental) ou avec un énoncé en code arabe posé en ligne (ce qui représente 58 % des épreuves, avec une réponse écrite pour dix d'entre eux et orale pour les cinq autres) ; deux d'entre elles combinant ces deux modalités (Matheval et TLC2) afin de soulager la mémoire de travail. Les tests pédagogiques de premier cycle primaire (PEDA-1C) (Simonart, 1998) et le TLC2 (Bout-Forestier et al., 2008) apportent en complément une contrainte sur le temps de réponse : le premier en validant uniquement les réponses fournies en moins de 5 secondes ; le second en passant à l'item suivant après 1 minute, ce qui témoignerait d'un temps de latence considérable chez le patient cérébrolésé.

Le logiciel Matheval (Heremans, 2011), quant à lui, propose une évaluation dynamique du calcul mental, s'ajustant aux réponses de l'enfant. En cas d'échec aux opérations abstraites (ex. «  $2 + 3$  »), l'enfant sera alors évalué sur des situations concrètes (ex. « Suppose qu'il y a deux bonbons dans une boîte. Si on ajoute un bonbon dans la boîte, combien de bonbons cela fait-il en tout ? »), puis sur des opérations analogiques. Ce principe de logiciel expert permet de s'ajuster plus précisément au niveau de l'enfant et d'avoir une idée de ses capacités émergentes. Le nombre restreint d'items en cas d'échec laisse cependant peu de place à l'inattention.

Certains tests proposent également des calculs lacunaires (ex. «  $\dots + 3 = 6$  » dans TEDI-MATH (Van Nieuwenhoven et al., 2001)). Au-delà de l'évaluation des faits arithmétiques, ceux-ci font davantage intervenir la mémoire de travail et les fonctions exécutives : la flexibilité et l'inhibition sont nécessaires pour passer d'une opération à l'opération inverse, mais aussi la planification (ex. «  $13 \dots = 6 + 3$ , à compléter par un signe opératoire et un nombre » dans le PEDA-1C (Simonart, 1998b), ou encore «  $(\dots - \dots) \times 2 = 30$  » dans l'échelle d'apprentissages scolaires primaires (ECHAS) (Simonart, 1998a)).

Enfin, d'autres approches moins classiques sont également rencontrées : l'Examath propose ainsi dans ses épreuves de dénombrement et calcul une évaluation des stratégies de calcul mental à partir des configurations canoniques des dés. Les stratégies de regroupement et l'utilisation des faits arithmétiques connus permettront au patient de gagner en efficacité dans ces tâches. L'épreuve de la BENQ propose un calcul de monnaie. Cette épreuve relève davantage des procédures de comptage par pas de dix ou de vingt, sans intervention des retenues, et pourrait en ce sens être considérée comme une épreuve verbale.

### 2.3.5. Modalité arabe du calcul

En dehors du calcul mental complexe, les épreuves proposées pour évaluer la représentation arabe du calcul sont en grande majorité des épreuves de calcul posé (71 % des épreuves portant sur le code arabe). Parmi les treize épreuves de calculs posés en colonnes, certains tests comme la BREV (Billard et al., 2002), la BATELEM-R (Savigny, 2001) ou le TLC2 (Bout-Forestier et al., 2008) proposent un calcul déjà posé pour s'affranchir des contraintes visuo-spatiales. Pour le TEDI-MATH Grands (Noël & Grégoire, 2015), le patient dispose d'un quadrillage comme aide à la pose de son opération qui fait partie des critères évalués, comme c'est également le cas dans l'Examath (Lafay & Helloin, 2016). Le B-LM (Métral, 2008), de son côté, propose une évaluation dynamique en adaptant les calculs aux difficultés rencontrées par l'enfant : en cas de difficultés de gestion des retenues sur le premier item, le calcul proposé par la suite est construit de manière à ce qu'il n'y ait pas de retenues à gérer; si le problème rencontré concerne l'alignement des opérandes lors de la pose de l'opération, tous les opérandes du calcul suivant auront le même nombre de chiffres, pour éviter un décalage spatial éventuel. Deux tests proposent en complément une épreuve de calculs posés en lignes. Ces épreuves ont été distinguées des épreuves de calcul mental dont les opérations sont parfois proposées à l'écrit, posées en ligne, dans la mesure où elles faisaient appel à des stratégies de résolution reposant sur le système décimal. Dans l'épreuve de TEDI-MATH Grands, certains calculs peuvent être résolus par application d'une simple procédure algorithmique de suppressions de zéros dans des divisions par 10 et ses puissances (ex. «  $30\ 600 : 100$  »). Numerical (Gaillard, 2000) propose des liens entre opérations où la résolution d'une première opération permet de résoudre plus facilement les suivantes (ex. «  $70 + 60 =$  », suivie de «  $270 + 60 =$  », elle-même suivie de «  $60 + 570 =$  » : la distribution des dizaines étant équivalente, seules les centaines sont à recalculer).

Seules cinq épreuves concernent les symboles opératoires. Ceux-ci sont proposés en modalité d'entrée sous le code arabe dans les tâches de dénomination de l'UDN-II et de l'EC301 (dénomination des signes présentés à l'écrit dans le code arabe), et au travers de la tâche de décision lexicale du TLC2 (reconnaissance des symboles arithmétiques parmi d'autres symboles distracteurs). A l'inverse, les symboles arabes sont attendus en sortie des tâches d'écriture sous dictée de signes arithmétiques de l'EC301 et de désignation de signes opératoires du TLC2, toutes deux proposées sur une entrée verbale.

Enfin, une épreuve explore la compréhension du système décimal à travers la décomposition additive de nombres : dans l'épreuve de décomposition additive de l'Examath, le patient doit trouver parmi plusieurs propositions celle qui correspond à une décomposition en base 10 du nombre cible (ex. Parmi ces propositions, clique sur l'autre façon d'écrire « 7794 » : «  $7 + 7 + 9 + 4$  », «  $700 + 70 + 90 + 4$  », «  $77 + 94$  » ou «  $7000 + 794$  » ?). Le développement des stratégies s'appuyant sur les décompositions canoniques permettent en effet de gagner en efficacité dans la résolution de calcul, par rapport à une réalisation mentale des algorithmes de résolution de calculs posés. En cas des difficultés sur ce type d'épreuve, une aide serait alors nécessaire pour permettre à l'enfant de développer un répertoire de stratégies qu'il pourrait ensuite mobiliser lors des activités de calcul mental (Lafay & Helloin, 2016).

### 2.3.6. Stratégies de résolution et connaissances conceptuelles

Les stratégies de résolution des calculs, intervenant à partir du moment où l'opération dépasse le simple champ des faits arithmétiques, sont explorées dans différents tests : sans forcément être exhaustif sur le répertoire stratégique de résolution des opérations, la BATELEM-R propose par exemple un calcul appelant une stratégie de regroupement des compléments à dix («  $9 + 4 + 6 + 1$  »). Comme évoqué précédemment, les épreuves de calculs posés en ligne du TEDI-MATH Grands et de Numerical font appel à des stratégies reposant sur le système positionnel. Enfin, le NADL propose des opérations faisant intervenir 0 ou 1, classiquement résolues par l'application de règles non arithmétiques (ex. « ajouter zéro à un nombre revient à conserver ce nombre à l'identique »).

Dans les épreuves d'identification ou de production d'une collection de l'Examath (Lafay & Helloin, 2016), l'analyse qualitative des résultats permettrait selon ses auteurs de repérer l'utilisation de stratégies, telles que le regroupement de compléments à dix. Or, de telles stratégies nécessitent une relative automatisation des faits arithmétiques, par exemple, alors que ces épreuves sont censées évaluer des stratégies de base. Ces tâches font d'ailleurs intervenir des processus cognitifs plus élaborés tels que la planification.

Enfin, certains tests proposent une évaluation des connaissances conceptuelles des opérations (ex. la commutativité : « si tu sais que  $29 + 66 = 95$ , est-ce que ça t'aide pour faire  $66 + 29$  ? » ou la réversibilité : « si tu sais que  $23 + 44 = 67$ , est-ce que ça t'aide pour faire  $67 - 44$  ? » dans TEDI-MATH (Van Nieuwenhoven et al., 2001) ; la distributivité : « si  $94 \times 17 = 1589$ , penses-tu que  $(90 \times 17) + (4 \times 17) = 1598$  ? » dans TEDI-MATH Grands (Noël & Grégoire, 2015)).

Nombre d'outils sont à disposition pour évaluer les compétences en calcul, mais rares sont ceux qui couvrent l'ensemble des représentations numériques. Par ailleurs, peu d'entre eux répondent aux standards psychométriques requis pour poser un diagnostic de trouble des apprentissages des mathématiques (Lafay & Cattini, 2018). De plus, un compromis est à trouver entre l'exploration fouillée des domaines de la cognition mathématique et le nombre d'items pour chaque rubrique, pour tenir compte des contraintes de temps liées à l'évaluation orthophonique.

### 3. Buts et hypothèses

Ce mémoire a pour objectif de proposer des subtests de calculs s'appuyant sur le modèle du Triple Code de Dehaene (1992) et qui seront intégrés à une future batterie d'évaluation de la cognition mathématique. Dans le cadre de ce projet, nous nous concentrerons sur les représentations analogique et verbale du calcul.

Avant même de maîtriser les codes symboliques, les enfants sont capables de réaliser des estimations arithmétiques grâce à leur système numérique approximatif (SNA) (Gilmore, 2015). Afin d'évaluer les opérations analogiques, en tant que compétences précoces, il est donc impératif de s'affranchir complètement des représentations symboliques. Par ailleurs, dans la mesure où ces compétences font intervenir le SNA, la réponse attendue à chacune de ces opérations ne pourra pas se limiter à un résultat unique, correspondant au résultat exact de l'opération. Il conviendra donc de déterminer un intervalle acceptable pour chaque réponse, ou de calculer la précision moyenne des réponses du participant par rapport aux résultats-cible afin de la comparer aux résultats obtenus par une population d'étalonnage.

Un échec sur ces opérations se caractériserait donc par une précision trop faible dans les résultats fournis. Nous nous attendrions à ce que des difficultés sur cette épreuve se répercutent dans les épreuves plus élaborées de calcul exact.

En ce qui concerne les faits arithmétiques, en utilisant des items de multiplication à degré d'interférence plus ou moins fort, le pouvoir discriminant des items devrait permettre de séparer les enfants avec ou sans trouble des apprentissages des mathématiques.

Sur les additions simples, en revanche, une compensation devrait être possible par les processus de comptage. La différence entre les individus compétents ou non devrait alors davantage se manifester au travers des temps de réponse : la récupération en mémoire ou un processus de comptage automatisé permettraient en effet aux individus les plus compétents de fournir une réponse plus rapide.

### Méthode : conception des épreuves

Compte tenu des réserves émises concernant les outils d'évaluation des compétences mathématiques actuellement disponibles – notamment du point de vue du calcul – il nous semble nécessaire d'y répondre en concevant des épreuves couvrant les trois représentations numériques selon le modèle du Triple Code (Dehaene, 1992). Cette partie concerne la conception des épreuves sur les codes analogique et verbal. Pour chaque épreuve, nous présenterons dans un premier temps les modalités d'entrée et de sortie proposées, puis la réflexion dans le choix des items et la cotation proposée.

Les différentes composantes du calcul reposent sur des bases cérébrales distinctes et peuvent être atteintes sélectivement (Dehaene et al., 2003; Dehaene & Cohen, 1991; Kaufmann et al., 2011). Il apparaît donc nécessaire de les évaluer indépendamment, afin d'identifier avec précision les compétences du patient et ses déficits éventuels dans le domaine du calcul. Afin de ne pas épuiser le patient en multipliant les épreuves et d'optimiser le temps d'évaluation, il est important de se recentrer sur les compétences de base.

Ainsi, nous proposons de cibler l'évaluation sur les domaines suivants :

- le calcul approché, qui sera évalué en modalité purement analogique afin de favoriser une estimation de la magnitude ;
- la récupération des faits arithmétiques, pour lesquels une mesure d'un temps de réponse permettra d'apprécier si l'enfant a recours à d'autres stratégies de calcul exact en compensation.

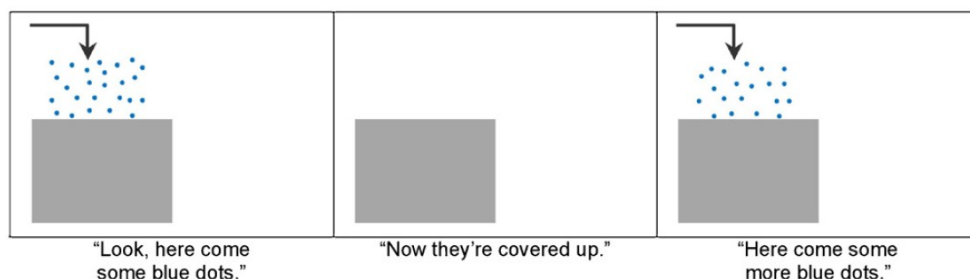
## 1. Évaluation du calcul approché

Cette évaluation sera informatisée. Les opérations proposées pour l'évaluation analogique du calcul correspondent à des additions et multiplications à deux opérandes.

### 1.1. Modalité d'entrée

Pour évaluer les habilités d'estimation arithmétique, les items seront présentés sous forme analogique. Ainsi, chaque opérande sera présenté sous la forme d'un nuage de points généré à partir du programme NASCO (Guillaume et al., 2020). Ce programme permet la génération de tableaux comprenant un nombre donné de points tout en contrôlant certains paramètres perceptifs : la taille des points (IS : *Item Size*), l'aire totale occupée par ces points (TA : *Total Area*), la taille de l'enveloppe correspondant au plus petit polygone convexe englobant l'ensemble des points (CH : *Convex Hull*) et le taux moyen d'occupation de l'espace (MO : *Mean Occupancy*). Pour un nombre  $N$  donné, ces paramètres sont liés deux à deux par la relation  $N = TA / IS = CH / MO$ . Seuls deux de ces paramètres perceptifs pourront donc être contrôlés simultanément lorsque  $N$  évoluera. Par exemple, si l'on souhaite contrôler la taille des points et la taille de l'enveloppe convexe lors d'une augmentation de la numérosité, en multipliant  $N$  par un facteur  $k$ ,  $IS$  et  $CH$  resteront constants, mais  $TA$  et  $MO$  seront impactés :  $k \times N = k \times (TA / IS) = (k \times IS) / TA = k \times (CH / MO) = CH / (1/k \times MO)$

Pour l'addition, les nuages de points correspondant à chaque opérande apparaîtront tour à tour à l'écran avant de disparaître derrière un cache, suivant une animation similaire à celle proposée par McNeil et al. (2011) représentée sur la figure 2 : en phase initiale, seul le cache est visible au centre de l'écran. Un premier nuage de points est alors affiché à l'écran, puis se déplace jusqu'à disparaître derrière le cache. Le deuxième nuage de points apparaît ensuite pour disparaître à son tour derrière le même cache. Le participant doit alors estimer combien de points se trouvent désormais derrière ce cache.



**Figure 2 : Extrait de l'animation proposée par McNeil et al. (2011) pour un problème d'addition non symbolique.**

Pour la multiplication, un récipient, d'abord transparent fera office de cache : le nuage de points, correspondant au premier facteur apparaît puis se déplace jusque dans le récipient ; les points sont alors toujours visibles. Le récipient devient ensuite opaque, masquant désormais les points qu'il contient. D'autres récipients, identiques au premier, apparaissent alors (le nombre de récipients correspond au multiplicateur). En considérant que chaque récipient contient le même nombre de points, le participant doit alors estimer le nombre total de points contenus par l'ensemble de ces récipients.

## 1.2. Modalité de réponse

La réponse du participant sera également présentée sous la forme d'un nuage de points, qu'il générera grâce aux touches «  $\rightarrow$  » et «  $\leftarrow$  » du clavier. Un appui continu sur la touche «  $\rightarrow$  » permettra d'augmenter le nombre de points affichés, proportionnellement à la durée de maintien de la touche appuyée. Sur ce même principe, la touche «  $\leftarrow$  » permettra d'en diminuer la quantité.

## 1.3. Choix des items

Les opérations ont été générées de manière aléatoire, grâce à la fonction ALEA.ENTRE.BORNES( ) du tableur. Le tableau 3 récapitule les bornes retenues pour les différents items de l'épreuve. Pour chacun des groupes de quatre items ainsi constitués, les paramètres perceptifs des nuages de points affichés en entrée seront contrôlés deux à deux, alternativement. Dans la génération du nuage de points en sortie, les paramètres qui auront été contrôlés en entrée varieront alors, et inversement. Ainsi, le participant ne pourra pas s'appuyer de manière fiable sur des données perceptives pour fournir ses réponses.

**Tableau 3. Critères retenus pour la génération des items de calcul approché.**

| <b>Additions</b>       |                       |                       |
|------------------------|-----------------------|-----------------------|
|                        | Opérande 1 ( $N_1$ )  | Opérande 2 ( $N_2$ )  |
| 4 items                | $5 \leq N_1 \leq 20$  | $5 \leq N_2 \leq 20$  |
| 4 items                | $5 \leq N_1 \leq 20$  | $21 \leq N_2 \leq 51$ |
| 4 items                | $21 \leq N_1 \leq 51$ | $5 \leq N_2 \leq 20$  |
| 4 items                | $21 \leq N_1 \leq 51$ | $21 \leq N_2 \leq 51$ |
| 4 items                | $51 \leq N_1 \leq 75$ | $51 \leq N_2 \leq 75$ |
| <b>Multiplications</b> |                       |                       |
|                        | Opérande 1 ( $N_1$ )  | Opérande 2 ( $N_2$ )  |
| 20 items               | $3 \leq N_1 \leq 12$  | $5 \leq N_2 \leq 51$  |

## 1.4. Cotation proposée

La cotation reposera sur l'étalonnage de l'épreuve. Les réponses du participant seront comparées à l'ensemble des réponses des participants de son niveau scolaire, en fonction de leur éloignement par rapport au résultat exact de l'opération. Aucune réponse n'est interdite a priori, en dehors des réponses ne respectant pas le sens de l'opération proposée.

## 2. Évaluation des faits arithmétiques

Cette épreuve sera également informatisée afin de permettre l'enregistrement d'un temps de réponse, item par item. Les opérations proposées pour l'évaluation des faits arithmétiques correspondent à des additions et multiplications à deux opérandes, chaque opérande n'étant composé que d'un chiffre.

### 2.1. Modalité d'entrée

Les faits arithmétiques étant mémorisés comme des enchaînement verbaux, chaque opération sera proposée à l'oral, en ayant été enregistrée au préalable pour une meilleure fidélité inter-juge. L'opération est donc énoncée par l'ordinateur. Afin de soulager la mémoire de travail du patient, elle sera également affichée à l'écran en code arabe.

### 2.2. Modalité de réponse

La réponse sera fournie par le patient à l'oral, et retranscrite par l'examineur. Afin de ne pas perturber le temps de réponse par un éventuel délai de saisie, un appui sur la barre d'espace, facilement accessible par l'examineur, sera réalisé au moment où le patient fournira sa réponse. A la suite de la saisie du résultat, un nouvel appui sur la barre d'espace permettra de passer à l'item suivant.

### 2.3. Choix des items

Les problèmes d'addition sont classés en deux catégories : les *ties*, impliquant deux fois le même opérande (ex. «  $3 + 3$  ») et les *non-ties*, problèmes dont les opérandes sont différents. A partir des données détaillées de Bagnoud et al. (2021), disponibles sur le site Open Science Framework (OSF) (doi:<https://doi.org/10.17605/osf.io/etgbs>), deux séries de onze problèmes ont été extraits sur les *non-ties* en fonction du temps de réponse des enfants de troisième année primaire, dégagant ainsi un premier groupe d'items résolus rapidement, et un second groupe pour lequel le temps de résolution des calculs était plus conséquent chez les enfants de troisième année primaire. Nous avons alors appliqué un test de Mann-Whitney pour données indépendantes (via le site BiostaTGV) pour nous assurer que les temps de réponse moyens entre ces deux groupes restaient significativement différents pour les patients plus âgés. Parmi les *ties*, les huit opérations ayant le temps de réponse le plus court en troisième année primaire ont été retenus.

Dans l'épreuve de multiplications, nous avons utilisé la mesure de poids d'interférence proposée par De Visscher et Noël (2014b) pour extraire deux groupes de quinze items : en considérant les tables de multiplication de 2 à 9, apprises dans cet ordre, un poids d'interférence a été calculé pour chaque opération en fonction des chiffres de ses opérandes, de ceux contenus dans son résultat, et de leurs apparitions dans les opérations apprises précédemment (ex. l'opération «  $3 \times 8 = 24$  » partage le 8, le 2 et le 4 avec l'opération «  $2 \times 4 = 8$  », chaque chiffre étant considéré de la même manière, qu'il apparaisse comme unité ou comme dizaine. Ces deux opérations ont donc en commun les associations de chiffres « 2 & 4 », « 2 & 8 » et « 4 & 8 ». La somme de toutes les paires de chiffres communes avec les opérations apprises avant «  $3 \times 8$  » permet d'obtenir le degré d'interférence de cette opération.). Ainsi, le premier groupe est composé des opérations dont le degré d'interférence est le plus faible, l'autre regroupe celles dont le poids d'interférence est le plus fort. Un test de

Mann-Whitney pour données indépendantes a permis là-aussi de contrôler la différence significative du poids d'interférence entre ces deux groupes.

## 2.4. Cotation proposée

En tant qu'épreuve de calcul exact, une seule réponse sera acceptée pour chaque opération, correspondant au résultat exact de l'opération. Un temps de réponse sera également calculé pour chaque item.

## Résultats

Le tableau 4 présente le détail des items de l'épreuve de calcul approché, ainsi que les données perceptives contrôlées en entrée et en sortie pour chacun d'eux.

**Tableau 4 . Épreuve de calcul approché.**

| Additions |                                 |                                 |          |                                 |    |    |    |           |    |    |    |
|-----------|---------------------------------|---------------------------------|----------|---------------------------------|----|----|----|-----------|----|----|----|
| item      | Opérande 1<br>(N <sub>1</sub> ) | Opérande 2<br>(N <sub>2</sub> ) | Résultat | Paramètres perceptifs contrôlés |    |    |    |           |    |    |    |
|           |                                 |                                 |          | en entrée                       |    |    |    | en sortie |    |    |    |
|           |                                 |                                 |          | IS                              | TA | MO | CH | IS        | TA | MO | CH |
| 1         | 18                              | 10                              | 28       |                                 | x  |    | x  | x         |    | x  |    |
| 2         | 7                               | 15                              | 22       | x                               |    |    | x  |           | x  | x  |    |
| 3         | 15                              | 14                              | 29       |                                 | x  | x  |    | x         |    |    | x  |
| 4         | 6                               | 11                              | 17       | x                               |    | x  |    |           | x  |    | x  |
| 5         | 6                               | 22                              | 28       |                                 | x  |    | x  | x         |    | x  |    |
| 6         | 17                              | 25                              | 42       | x                               |    |    | x  |           | x  | x  |    |
| 7         | 10                              | 30                              | 40       |                                 | x  | x  |    | x         |    |    | x  |
| 8         | 8                               | 22                              | 30       | x                               |    | x  |    |           | x  |    | x  |
| 9         | 39                              | 17                              | 56       |                                 | x  |    | x  | x         |    | x  |    |
| 10        | 46                              | 20                              | 66       | x                               |    |    | x  |           | x  | x  |    |
| 11        | 27                              | 13                              | 40       |                                 | x  | x  |    | x         |    |    | x  |
| 12        | 25                              | 6                               | 31       | x                               |    | x  |    |           | x  |    | x  |
| 13        | 47                              | 45                              | 92       |                                 | x  |    | x  | x         |    | x  |    |
| 14        | 34                              | 40                              | 74       | x                               |    |    | x  |           | x  | x  |    |
| 15        | 22                              | 39                              | 61       |                                 | x  | x  |    | x         |    |    | x  |
| 16        | 50                              | 29                              | 79       | x                               |    | x  |    |           | x  |    | x  |
| 17        | 73                              | 68                              | 141      |                                 | x  |    | x  | x         |    | x  |    |
| 18        | 55                              | 62                              | 117      | x                               |    |    | x  |           | x  | x  |    |
| 19        | 64                              | 52                              | 116      |                                 | x  | x  |    | x         |    |    | x  |
| 20        | 69                              | 60                              | 129      | x                               |    | x  |    |           | x  |    | x  |

| Multiplications |                                 |                                 |          |                                 |    |    |    |           |    |    |    |
|-----------------|---------------------------------|---------------------------------|----------|---------------------------------|----|----|----|-----------|----|----|----|
| item            | Opérande 1<br>(N <sub>1</sub> ) | Opérande 2<br>(N <sub>2</sub> ) | Résultat | Paramètres perceptifs contrôlés |    |    |    |           |    |    |    |
|                 |                                 |                                 |          | en entrée                       |    |    |    | en sortie |    |    |    |
|                 |                                 |                                 |          | IS                              | TA | MO | CH | IS        | TA | MO | CH |
| 1               | 12                              | 27                              | 324      |                                 | x  |    | x  | x         |    | x  |    |
| 2               | 5                               | 22                              | 110      | x                               |    |    | x  |           | x  | x  |    |
| 3               | 10                              | 24                              | 240      |                                 | x  | x  |    | x         |    |    | x  |
| 4               | 4                               | 17                              | 68       | x                               |    | x  |    |           | x  |    | x  |
| 5               | 5                               | 15                              | 75       |                                 | x  |    | x  | x         |    | x  |    |
| 6               | 12                              | 12                              | 144      | x                               |    |    | x  |           | x  | x  |    |
| 7               | 12                              | 5                               | 60       |                                 | x  | x  |    | x         |    |    | x  |
| 8               | 10                              | 38                              | 380      | x                               |    | x  |    |           | x  |    | x  |
| 9               | 7                               | 16                              | 112      |                                 | x  |    | x  | x         |    | x  |    |
| 10              | 7                               | 22                              | 154      | x                               |    |    | x  |           | x  | x  |    |
| 11              | 3                               | 32                              | 96       |                                 | x  | x  |    | x         |    |    | x  |
| 12              | 10                              | 41                              | 410      | x                               |    | x  |    |           | x  |    | x  |
| 13              | 3                               | 26                              | 78       |                                 | x  |    | x  | x         |    | x  |    |
| 14              | 4                               | 30                              | 120      | x                               |    |    | x  |           | x  | x  |    |
| 15              | 7                               | 26                              | 182      |                                 | x  | x  |    | x         |    |    | x  |
| 16              | 6                               | 51                              | 306      | x                               |    | x  |    |           | x  |    | x  |
| 17              | 9                               | 21                              | 189      |                                 | x  |    | x  | x         |    | x  |    |
| 18              | 5                               | 23                              | 115      | x                               |    |    | x  |           | x  | x  |    |
| 19              | 3                               | 28                              | 84       |                                 | x  | x  |    | x         |    |    | x  |
| 20              | 10                              | 37                              | 370      | x                               |    | x  |    |           | x  |    | x  |

Les items retenus pour l'évaluation des faits arithmétiques sont présentés dans les tableaux 5 et 6 :

**Tableau 5. Liste des items de l'épreuve de faits arithmétiques - addition, classés par type d'opération et selon leur temps de réponse en troisième année primaire.**

| Type<br>d'opération | Opération | Temps de réponse (ms)   |                       |                   |                   |                   |         |
|---------------------|-----------|-------------------------|-----------------------|-------------------|-------------------|-------------------|---------|
|                     |           | Début 1 <sup>er</sup> P | Fin 1 <sup>er</sup> P | 3 <sup>er</sup> P | 4 <sup>er</sup> P | 5 <sup>er</sup> P | Adultes |
| <i>tie</i>          | 1 + 1     | 1 708                   | 1 426                 | 1 070             | 981               | 892               | 743     |
| <i>tie</i>          | 2 + 2     | 2 295                   | 1 629                 | 1 144             | 1 058             | 978               | 742     |
| <i>tie</i>          | 3 + 3     | 2 499                   | 1 665                 | 1 147             | 1 066             | 970               | 942     |
| <i>tie</i>          | 4 + 4     | 2 878                   | 2 110                 | 1 163             | 1 107             | 967               | 778     |
| <i>tie</i>          | 5 + 5     | 1 806                   | 1 498                 | 1 174             | 1 131             | 1 017             | 796     |
| <i>tie</i>          | 6 + 6     |                         |                       | 1 807             | 1 416             | 1 202             | 952     |
| <i>tie</i>          | 7 + 7     |                         |                       | 3 118             | 1 911             | 1 280             | 901     |
| <i>tie</i>          | 9 + 9     |                         |                       | 2 520             | 1 690             | 1 280             | 1 163   |
| <i>non-tie A</i>    | 3 + 2     | 3 503                   | 3 025                 | 1 653             | 1 438             | 1 168             | 798     |
| <i>non-tie A</i>    | 4 + 2     | 4 452                   | 3 608                 | 2 333             | 1 754             | 1 524             | 940     |
| <i>non-tie A</i>    | 5 + 2     | 4 184                   | 3 043                 | 2 061             | 1 863             | 1 539             | 849     |
| <i>non-tie A</i>    | 4 + 3     | 4 987                   | 4 483                 | 2 703             | 2 248             | 1 809             | 1 023   |
| <i>non-tie A</i>    | 6 + 2     | 4 416                   | 3 477                 | 2 255             | 2 021             | 1 732             | 942     |
| <i>non-tie A</i>    | 7 + 2     | 4 369                   | 2 936                 | 2 458             | 2 040             | 1 672             | 1 009   |
| <i>non-tie A</i>    | 6 + 3     | 5 106                   | 4 069                 | 2 477             | 1 916             | 1 624             | 1 063   |
| <i>non-tie A</i>    | 5 + 4     | 5 300                   | 4 677                 | 2 415             | 1 924             | 1 736             | 984     |
| <i>non-tie A</i>    | 8 + 2     | 4 214                   | 3 017                 | 2 053             | 1 546             | 1 335             | 922     |
| <i>non-tie A</i>    | 6 + 4     | 5 589                   | 4 594                 | 2 779             | 2 052             | 1 683             | 951     |
| <i>non-tie A</i>    | 7 + 3     | 5 157                   | 3 541                 | 2 805             | 1 929             | 1 490             | 939     |

| Type<br>d'opération | Opération | Temps de réponse (ms)   |                       |                   |                   |                   |         |
|---------------------|-----------|-------------------------|-----------------------|-------------------|-------------------|-------------------|---------|
|                     |           | Début 1 <sup>er</sup> P | Fin 1 <sup>er</sup> P | 3 <sup>er</sup> P | 4 <sup>er</sup> P | 5 <sup>er</sup> P | Adultes |
| <i>non-tie B</i>    | 7 + 4     |                         |                       | 3 783             | 3 029             | 2 384             | 1 618   |
| <i>non-tie B</i>    | 8 + 4     |                         |                       | 3 838             | 2 884             | 2 283             | 1 290   |
| <i>non-tie B</i>    | 7 + 5     |                         |                       | 4 493             | 3 771             | 3 025             | 1 687   |
| <i>non-tie B</i>    | 8 + 5     |                         |                       | 4 076             | 3 434             | 2 806             | 1 885   |
| <i>non-tie B</i>    | 7 + 6     |                         |                       | 5 007             | 3 535             | 2 946             | 2 158   |
| <i>non-tie B</i>    | 9 + 5     |                         |                       | 3 432             | 2 560             | 2 197             | 1 510   |
| <i>non-tie B</i>    | 8 + 6     |                         |                       | 4 788             | 4 028             | 3 513             | 2 030   |
| <i>non-tie B</i>    | 9 + 6     |                         |                       | 4 052             | 2 949             | 2 385             | 1 543   |
| <i>non-tie B</i>    | 8 + 7     |                         |                       | 5 335             | 4 265             | 3 358             | 2 162   |
| <i>non-tie B</i>    | 9 + 7     |                         |                       | 4 300             | 3 178             | 2 551             | 1 818   |
| <i>non-tie B</i>    | 9 + 8     |                         |                       | 4 651             | 3 547             | 2 575             | 1 724   |

Dans la catégorie des *non-ties*, le groupe A correspond aux opérations dont le temps de réponse en troisième année primaire était le plus court. Le groupe B contient les opérations dont la résolution leur a demandé le plus de temps. Pour chaque classe à partir de la troisième année primaire jusqu'à la catégorie des adultes, un test de Mann-Whitney appliqué aux temps de réponse nécessaires pour la résolution des opérations de ces deux groupes A et B a confirmé l'écart significatif des temps de réponse, avec une p-valeur < .001 obtenue pour chaque groupe d'individus.

De la même manière, pour les multiplications, un test de Mann-Whitney appliqué aux valeurs des poids d'interférence, entre le groupe « à faible degré d'interférence » et le groupe « à degré d'interférence élevé » confirme un écart significatif sur ces valeurs entre les deux groupes, avec une p-valeur < .001.

**Tableau 6. Liste des items de l'épreuve de faits arithmétiques - multiplication, classés selon leur poids d'interférence.**

| Groupe à faible degré d'interférence |                         | Groupe à degré d'interférence élevé |                         |
|--------------------------------------|-------------------------|-------------------------------------|-------------------------|
| Opération                            | degré<br>d'interférence | Opération                           | degré<br>d'interférence |
| 2 x 2                                | 0                       | 4 x 9                               | 9                       |
| 2 x 3                                | 0                       | 5 x 8                               | 9                       |
| 3 x 3                                | 0                       | 7 x 8                               | 9                       |
| 2 x 5                                | 0                       | 3 x 4                               | 10                      |
| 2 x 4                                | 1                       | 4 x 6                               | 11                      |
| 3 x 5                                | 2                       | 6 x 8                               | 11                      |
| 2 x 6                                | 3                       | 3 x 7                               | 13                      |
| 5 x 5                                | 3                       | 3 x 8                               | 13                      |
| 2 x 7                                | 4                       | 6 x 9                               | 13                      |
| 6 x 6                                | 4                       | 4 x 7                               | 17                      |
| 4 x 4                                | 5                       | 7 x 9                               | 17                      |
| 5 x 6                                | 6                       | 8 x 8                               | 17                      |
| 5 x 7                                | 6                       | 8 x 9                               | 19                      |
| 5 x 9                                | 6                       | 6 x 7                               | 22                      |
| 9 x 9                                | 6                       | 4 x 8                               | 25                      |

Ces propositions d'épreuves seront discutées au chapitre suivant.

# Discussion

L'analyse des outils existants concernant l'évaluation des habiletés arithmétiques chez l'enfant et l'adulte a permis d'identifier des besoins dans l'évaluation de ces compétences. L'objectif de ce mémoire était donc d'y répondre en concevant des épreuves d'évaluation du calcul reposant sur le modèle du Triple Code (Dehaene, 1992). Il semble bon de mentionner que la répartition des compétences selon trois représentations numériques distinctes reste théorique. En réalité, les études de neuro-imagerie mettent en évidence des recouvrements dans les zones cérébrales impliquées dans chacune de ces tâches (voir par ex. Arsalidou & Taylor, 2011). En particulier, Campbell (2015) a montré qu'il pouvait exister une composante arabe des faits arithmétiques. Compte tenu des différences inter-individuelles, il nous a néanmoins paru important d'évaluer séparément les représentations analogique et verbale en accord avec ce modèle, adapté à la multiplicité des profils existant dans le domaine des habiletés mathématiques. Deux épreuves ciblant l'addition et la multiplication ont ainsi été proposées, l'une permettant d'évaluer les compétences de calcul approché, l'autre évaluant les faits arithmétiques. Ces épreuves restant purement théoriques, les hypothèses initiales de la recherche n'ont pas pu être éprouvées. Nous discuterons néanmoins des différents critères retenus dans ces épreuves et de leurs limites, ainsi que leur implication pour la pratique orthophonique.

## 1. Évaluation analogique

Dans l'épreuve proposée pour l'évaluation de la modalité analogique du calcul, un des enjeux était de s'assurer que la compétence évaluée était bien le calcul approché. Le coût cognitif impliqué par une tâche peut en effet avoir une influence sur le choix, conscient ou non, de l'utilisation du calcul exact ou approché : Rousselle et Noël (2008) rapportent que le gain de temps chez les personnes avec difficultés en mathématiques ne serait pas suffisant pour qu'ils privilégient l'utilisation du calcul approché. Proposer cette épreuve en modalité purement analogique (en entrée et en sortie) permet ainsi d'encourager tous les participants à avoir recours à l'estimation arithmétique, quel que soit leur niveau. Inversement, une entrée symbolique aurait pu influencer le participant à avoir davantage recours aux stratégies de calcul approché sollicitant le calcul exact une fois les opérandes arrondis, par exemple.

Une telle épreuve permettrait donc d'évaluer le SNA dans le domaine du calcul. Selon Libertus et al. (2013), la précision du SNA à un âge pré-scolaire serait prédicteur des compétences ultérieures en mathématiques. Par conséquent, cette épreuve présenterait également un intérêt en terme de dépistage, en permettant d'identifier des enfants « à risque » dès la maternelle. Cependant, les résultats de l'étude de Lafay (2016) comparant les résultats de 24 enfants dyscalculiques et de 37 enfants sans difficultés mathématiques sur des tâches analogiques remettent en cause l'intérêt d'une évaluation du SNA en mettant en avant des difficultés plus marquées sur le système numérique exact (SNE) chez ces enfants dyscalculiques : ils présentent en effet des difficultés dans le traitement précis de petites quantités analogiques, mais sont moins en difficultés pour traiter approximativement des grandes numérosités.

Pouvoir démontrer le caractère précoce des compétences en calcul approché permettrait toutefois d'en justifier leur évaluation. Au contraire, dans le cas d'un développement plus

tardif de cette compétence, comme suggéré par von Aster et Shalev (2007) dans leur modèle développemental de la cognition numérique, les patients en échec sur cette épreuve pourraient en réalité avoir d'autres déficits préalables dans le développement de leurs compétences numériques qui les empêcheraient de développer celle-ci. Il serait alors nécessaire d'évaluer les compétences en amont pour connaître l'origine du déficit. Seul l'étalonnage de cette épreuve chez des patients dès le plus jeune âge permettra de répondre à cette problématique. Dans l'hypothèse où le caractère précoce de cette habileté arithmétique serait confirmé, une défaillance à l'épreuve de calcul approché devrait alors signer un déficit au niveau du calcul exact, ce qui pourrait être confirmé en étudiant la corrélation entre les scores obtenus à cette épreuve et une épreuve de calcul exact. A l'issue de cette évaluation, la rééducation pourrait alors cibler particulièrement le SNA. Une étude portant sur 20 enfants de CM2 en grandes difficultés mathématiques a en effet montré qu'un entraînement alliant SNE et SNA, notamment à travers l'estimation de résultats d'opérations sur une ligne numérique, permettait une amélioration des compétences en calcul plus conséquente qu'un entraînement basé uniquement sur le calcul exact. Par ailleurs, l'effet d'un tel entraînement ne se limite pas au calcul, mais impacte également d'autres domaines mathématiques (Vilette et al., 2010).

En modalité purement analogique, le calcul approché est classiquement évalué à travers une tâche de comparaison (ex. McNeil et al., 2011; Pica et al., 2004). Le patient doit alors comparer sa réponse au calcul analogique proposé à une nouvelle quantité proposée au format analogique. La modalité de réponse par génération d'une quantité est plus complexe à mettre en œuvre sur l'aspect pratique, notamment pour contrôler les paramètres matériels pouvant impacter le temps de réponse (ex. la vitesse de défilement permettant d'atteindre le nombre de points souhaité par le participant). Néanmoins, cette modalité de réponse permettrait d'aller au-delà d'une réponse binaire et de renseigner davantage sur la représentation mentale des quantités.

Compte tenu des contraintes techniques liées à la production de réponses en modalité analogique, cette épreuve ressemble finalement davantage à un protocole de recherche qu'à une épreuve d'évaluation dans le cadre d'un bilan orthophonique. Ces contraintes peuvent expliquer la rareté de l'évaluation du calcul analogique. Il conviendra de vérifier que les réponses sont bien reproductibles d'un poste informatique à l'autre, afin de garantir une bonne fidélité inter-juges. S'assurer de son apport en terme de diagnostic sera par ailleurs essentiel pour que cette épreuve conserve sa place au sein d'une batterie d'évaluation des mathématiques.

## **2. Évaluation des faits arithmétiques**

Si ce que recouvre l'appellation de fait arithmétique dans le champ de la multiplication fait consensus, en regroupant les tables de multiplication classiquement enseignées dans le cursus scolaire, le périmètre est moins clair dans le domaine de l'addition. L'hypothèse, jusque-là consensuelle d'une récupération directe des petites additions en mémoire à long terme est aujourd'hui remise en question (Thevenot & Barrouillet, 2020), notamment en raison de l'effet de taille mis en évidence par Barrouillet et Thevenot (2013) dans les très petites additions (dont les opérandes vont de 1 à 4) laissant supposer que ces résultats

pourraient être obtenus rapidement par une automatisation des processus de comptage (Thevenot, Barrouillet, et al., 2016).

Nous avons considéré dans cette étude les additions simples à un chiffre, allant donc de «  $1 + 1$  » à «  $9 + 9$  », en ne conservant que les opérations dont le plus grand des termes était positionné en premier afin d'éviter une manipulation mentale de ces opérands avant une éventuelle récupération en mémoire.

Une des difficultés de l'évaluation des faits arithmétiques est de pouvoir s'assurer du pouvoir discriminant de cette épreuve. En ce qui concerne les problèmes d'addition, le pourcentage moyen de réponses correctes aux problèmes d'additions avec des opérands à un chiffre est supérieur à 80 % quel que soit l'âge des participants selon les résultats de Bagnoud et al. (2021). Afin de retenir un critère discriminant, notre attention s'est donc focalisée sur les temps de réponse, dont l'évolution est significative d'une classe d'âge à l'autre.

Sur les *ties*, un effet de taille devrait être observable chez les participants les plus jeunes sur les quatre premiers items («  $1 + 1$  » à «  $4 + 4$  ») et signer une immaturité dans le processus d'apprentissage de ces doubles s'il est retrouvé chez les plus grands (à partir de la troisième année primaire). Ils font donc l'objet d'une catégorie à part.

Au sein des *non-ties*, les problèmes impliquant 1 parmi leurs opérands (autrement dit, les *problèmes de type + 1*) ont été écartés, compte tenu de leur spécificité. Bagnoud et al. (2021) ont en effet montré par l'analyse de potentiels évoqués que la réponse à ces *problèmes de type + 1* diffèrait des autres types de problèmes. Cette différence pourrait être expliquée par leur mode de résolution, permettant une réponse plus rapide. Les *problèmes de type + 1* sont résolus les plus rapidement, avec un temps de réponse inférieur à trois secondes dès le début de la première année primaire. La solution à ces problèmes serait en effet trouvée par application d'une règle non arithmétique consistant à énoncer le nombre venant juste après l'opérande différent de 1 dans la chaîne numérique.

Parmi les problèmes résolus le plus rapidement par les enfants de troisième année primaire, «  $9 + 2$  » a été exclu du périmètre retenu car il s'agissait du seul problème dont la somme dépassait 10 et qu'il n'avait donc pas été proposé aux enfants de première année primaire. En revanche, les problèmes «  $6 + 4$  » et «  $7 + 3$  », qui ne figuraient pas parmi les douze premiers ont été joints à cette liste A d'items faciles. Les compléments à 10 (sommes d'opérands dont le résultat est égal à 10) sont en effet souvent vus eux aussi comme ayant un statut particulier, bien que le sujet de leur possible récupération en mémoire fasse débat (voir par exemple Chen & Campbell, 2018; Thevenot & Barrouillet, 2020) : Il nous paraissait néanmoins intéressant de pouvoir les évaluer dans cette épreuve. La liste A ainsi constituée pourra donc être proposée aux enfants dès le cours préparatoire. Dans les données expérimentales de Bagnoud et al. (2021), ces enfants n'ont en effet été évalués que sur les petits problèmes, dont la somme n'excède pas 10. Tous les *ties* leur seront cependant proposés.

La répartition des items dans les listes A (items faciles) et B (items plus difficiles) a été faite sur la base des temps de réponse obtenus en troisième année primaire. Ces temps de réponse évoluant jusqu'à l'âge adulte d'un facteur allant de 0.33 à 0.54, il a fallu s'assurer que le classement n'était pas remis en cause d'une classe d'âge à l'autre. Les tests de Mann-Whitney réalisés, affichant une p-valeur  $< .001$ , confirment que les deux groupes d'items A et B restent significativement distincts, sur la base des temps de réponse obtenus, quelle que soit la classe des participants.

Il conviendra de garder en tête que les items de cette épreuve de faits additifs ont été sélectionnés sur la base de données expérimentales réalisées dans des conditions particulières : ces expériences ont été menées en Suisse, avec une présentation en code arabe des faits arithmétiques. L'éventuel impact culturel ou celui de la modalité d'entrée seront donc à surveiller lors de l'étalonnage, afin de confirmer le caractère discriminant des items. Idéalement, un surplus d'items serait à proposer en phase d'étalonnage afin qu'une sélection soit possible en fonction du pouvoir discriminant des items obtenu lors de cette phase.

Concernant la multiplication, le pouvoir discriminant de nos items repose sur la théorie des interférences de De Visscher et Noël (2014a, 2014b). Bien qu'elle n'ait pas été confirmée par l'analyse des potentiels évoqués sur les petits nombres (opérandes allant de 1 à 5) (Bagnoud et al., 2021), cette théorie avait été validée à partir de données expérimentales. L'analyse des réponses de 44 étudiants de premier cycle universitaire à des problèmes de multiplication (Campbell, 1997; cité dans De Visscher & Noël, 2014b) mettait effectivement en évidence une corrélation entre la vitesse et la précision des réponses obtenues sur ces opérations et leur poids d'interférence, permettant ainsi de prédire en partie les scores obtenus au-delà de l'effet de taille des opérations. Ce résultat avait également été confirmé sur les performances de 126 enfants de la troisième à la cinquième année primaire, essentiellement sur les temps de réponse (De Visscher & Noël, 2014b). Parmi les personnes présentant des troubles des apprentissages mathématiques, cette sensibilité aux interférences est particulièrement retrouvée chez les patients rencontrant des difficultés spécifiques dans le domaine des faits arithmétiques, pouvant survenir dès leur phase d'encodage (De Visscher et al., 2015).

S'agissant de la récupération des faits arithmétiques, certains auteurs mentionnent l'existence d'un effet d'amorce (ex. Campbell, 1987). Ainsi, un résultat sera trouvé plus facilement si l'opération correspondante est présentée une deuxième fois. Mais ce résultat risquera aussi d'être donné en réponse à un problème proche quand il aura été vu précédemment. Afin d'éviter tout biais lié à cet effet d'amorce, les items devront être proposés suivant un ordre identique pour tous les participants. Cet ordre pourra toutefois être établi de manière aléatoire, afin de répartir les différents types d'opérations pour le subtest d'additions (*ties*, *non-ties* A et B), et les opérations de degré d'interférence plus ou moins élevé pour le subtest de multiplications.

Une fois les difficultés objectivées dans le domaine des faits arithmétiques, une analyse qualitative des erreurs permettra de donner une première idée de l'origine de ces difficultés : un problème au niveau de l'encodage sera suspecté dans le cas d'un nombre trop restreint de réponses, alors que l'on s'orientera plutôt vers un problème de récupération des faits arithmétiques si les réponses sont erronées mais appartiennent à la table de l'un des opérandes (Noël & Karagiannakis, 2020). Des épreuves complémentaires peuvent malgré tout s'avérer nécessaires pour confirmer ces hypothèses, comme une tâche de jugement d'appartenance aux tables et une tâche de vérification de calculs, avec des résultats justes, ou des résultats faux appartenant ou non aux tables de multiplication d'un des opérandes. Cette distinction entre difficultés d'encodage ou de récupération des faits arithmétiques permettra de mieux cibler la rééducation par la suite, en revenant à une vision conceptuelle des tables de multiplications ou en réalisant un travail plus spécifique sur les interférences, par exemple (Noël & Karagiannakis, 2020).

## Conclusion

Afin de nous appuyer sur le modèle du Triple Code dans l'analyse des outils d'évaluation du calcul, nous avons réparti ces épreuves selon les différentes représentations numériques proposées par ce modèle, dans la mesure du possible. Cette analyse critique a permis d'identifier des besoins, notamment au niveau de l'évaluation des représentations analogiques et verbales du calcul.

Parmi les outils d'évaluation des habiletés mathématiques existant à ce jour, aucun n'évalue le calcul approché en modalité analogique. S'apparentant à un protocole de recherche, une telle évaluation permettrait néanmoins de renseigner sur les capacités précoces du patient au niveau arithmétique. L'intervention orthophonique pourra ainsi être ajustée aux difficultés avérées du patient. Par ailleurs, rares sont les outils évaluant les faits arithmétiques de manière isolée, en proposant une mesure du temps de réponse qui est un indicateur supplémentaire sur les stratégies utilisées par le patient. Les épreuves proposées dans ce mémoire permettent de répondre à ces problématiques. Dans le projet plus large de conception d'une batterie d'évaluation de la cognition mathématique, d'autres épreuves devront être développées en complément, pour couvrir notamment la représentation arabe du calcul.

Compte tenu des contraintes de l'évaluation orthophonique, il est impératif de pouvoir aller à l'essentiel et de proposer des épreuves permettant d'évaluer spécifiquement ces compétences arithmétiques. Une évaluation ainsi ciblée permettra de cerner précisément le déficit éventuel et d'y répondre le plus fidèlement possible. La phase d'étalonnage sera cruciale pour permettre à ces épreuves de répondre aux standards psychométriques indispensables dans la pose de diagnostic de trouble des apprentissages mathématiques.

## Bibliographie

- American Psychiatric Association. (2013). DSM-5 : Diagnostic and statistical manual of mental disorders (5th ed). American Psychiatric Publishing.
- Arsalidou, M., & Taylor, M. J. (2011). Is  $2+2=4$ ? Meta-analyses of brain areas needed for numbers and calculations. *NeuroImage*, 54(3), 2382-2393. <https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2010.10.009>
- Auzou, P., Driollet, C., Ferrandon, A., & Ozsancak, C. (2013). L'acalculie chez les patients cérébrolésés : Normalisation et validation d'un outil d'évaluation (ECAN). *Annals of Physical and Rehabilitation Medicine*, 56, e86. <https://doi.org/10.1016/j.rehab.2013.07.091>
- Bagnoud, J., Dewi, J., Castel, C., Mathieu, R., & Thevenot, C. (2021). Developmental changes in size effects for simple tie and non-tie addition problems in 6- to 12-year-old children and adults. *Journal of Experimental Child Psychology*, 201, 104987. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2020.104987>
- Bagnoud, J., Dewi, J., & Thevenot, C. (2021). Differences in event-related potential (ERP) responses to small tie, non-tie and 1-problems in addition and multiplication. *Neuropsychologia*, 153, 107771. <https://doi.org/10.1016/j.neuropsychologia.2021.107771>
- Barrouillet, P., & Thevenot, C. (2013). On the problem-size effect in small additions : Can we really discard any counting-based account? *Cognition*, 128(1), 35-44. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2013.02.018>
- Baudonck, M., Debusschere, A., Dewulf, B., Samyn, F., & Vercaemst, V. (2006). KRT-R 2006. Kortrijkse Rekentest Revisie ou test de calcul de Courtrai révisé. Kortrijk (Courtrai), Belgique : Revalidatiecentrum Overleie.
- Billard, C., & Touzin, M. (2012). Evaluation Des fonctions cognitives et des Apprentissages de 4 à 11 ans. Isbergues, France : Ortho Édition.
- Billard, C., Vol, S., Livet, M. O., Vallée, L., & Gillet, P. (2002). The BREV neuropsychological test: Part I. Results from 500 normally developing children. *Developmental Medicine & Child Neurology*, 44(6), 391-398. <https://doi.org/10.1111/j.1469-8749.2002.tb00833.x>
- Bout-Forestier, N., Depoorter, H., Pavy, M. L., San Filippo, V., Lefeuvre, M., & Rousseaux, M. (2008). Test Lillois de Calcul 2. Isbergues, France : Ortho Édition.
- Campbell, J. I. D. (1987). Network interference and mental multiplication. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 13(1), 109-123. <https://doi.org/10.1037/0278-7393.13.1.109>
- Campbell, J. I. D. (2015). How Abstract is Arithmetic ? Dans R. Cohen Kadosh et A. Dowker (dir.). In *The Oxford handbook of numerical cognition* (p. 140-157). Oxford : University of Oxford. <https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780199642342.013.024>
- Chen, Y., & Campbell, J. I. D. (2018). "Compacted" procedures for adults' simple addition : A review and critique of the evidence. *Psychonomic Bulletin & Review*, 25(2), 739-753. <https://doi.org/10.3758/s13423-017-1328-2>
- Connolly, A. J. (2008). KeyMath™ 3 édition canadienne. San Antonio, TX : Pearson.

- De Visscher, A., & Noël, M.-P. (2014a). Arithmetic facts storage deficit: The hypersensitivity-to-interference in memory hypothesis. *Developmental Science*, 17(3), 434-442. <https://doi.org/10.1111/desc.12135>
- De Visscher, A., & Noël, M.-P. (2014b). The detrimental effect of interference in multiplication facts storing: Typical development and individual differences. *Journal of Experimental Psychology: General*, 143(6), 2380-2400. <https://doi.org/10.1037/xge0000029>
- De Visscher, A., Szmalec, A., Van Der Linden, L., & Noël, M.-P. (2015). Serial-order learning impairment and hypersensitivity-to-interference in dyscalculia. *Cognition*, 144, 38-48. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2015.07.007>
- De Vos, T. (1992). *Tempo Test Rekenen*. Berkhout, Pays-Bas : Nijmegen.
- De Vos, T. (2010). *TempoTest Automatiseren*. Boom Test Uitgevers.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44(1), 1-42. [https://doi.org/10.1016/0010-0277\(92\)90049-N](https://doi.org/10.1016/0010-0277(92)90049-N)
- Dehaene, S., & Cohen, L. (1991). Two mental calculation systems: A case study of severe acalculia with preserved approximation. *Neuropsychologia*, 29(11), 1045-1074. [https://doi.org/10.1016/0028-3932\(91\)90076-K](https://doi.org/10.1016/0028-3932(91)90076-K)
- Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology*, 20(3), 487-506. <https://doi.org/10.1080/02643290244000239>
- Dellatolas, G., Deloche, G., Basso, A., & Claros-Salinas, D. (2001). Assessment of calculation and number processing using the EC301 battery: Cross-cultural normative data and application to left- and right-brain damaged patients. *Journal of the International Neuropsychological Society*, 7(7), 840-859. <https://doi.org/10.1017/S1355617701777077>
- Gaillard, F. (2000). *Numerical: Test neurocognitif pour l'apprentissage du nombre et du calcul*. Lausanne, Suisse : Signes Ed.
- Ganor-Stern, D. (2018). Do exact calculation and computation estimation reflect the same skills? Developmental and individual differences perspectives. *Frontiers in Psychology*, 9, 1316. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.01316>
- Gelman, R., & Tucker, M. F. (1975). Further Investigations of the Young Child's Conception of Number. *Child Development*, 46(1), 167-175. <https://doi.org/10.2307/1128845>
- Gilmore, C. (2015). Approximate arithmetic abilities in childhood. Dans R. Cohen Kadosh et A. Dowker (dir.). *The Oxford handbook of numerical cognition* (p. 309-329). Oxford: University of Oxford. <https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780199642342.013.006>
- Gilmore, C., McCarthy, S. E., & Spelke, E. S. (2007). Symbolic arithmetic knowledge without instruction. *Nature*, 447(7144), 589-591. <https://doi.org/10.1038/nature05850>
- Godo, M.-L., & Maricic, H. (2005). Élaboration d'un protocole d'évaluation de l'acalculie chez les personnes aphasiques [Mémoire pour le certificat de capacité d'Orthophoniste]. Université de Lyon.
- Groen, G. J., & Parkman, J. M. (1972). A chronometric analysis of simple addition. *Psychological Review*, 79(4), 329-343. <https://doi.org/10.1037/h0032950>

- Gronwall, D. M. A. (1977). Paced auditory serial-addition task : A measure of recovery from concussion. *Perceptual and motor skills*, 44(2), 367-373.
- Guillaume, M., Schiltz, C., & Rinsveld, A. V. (2020). NASCO : A new method and program to generate dot arrays for non-symbolic number comparison tasks. *Journal of Numerical Cognition*, 6(1), 129-147. <https://doi.org/10.5964/jnc.v6i1.231>
- Heremans, M. (2011). MathEval Dépistage de la dyscalculie [<https://sites.google.com/site/testmatheval/>]. <https://sites.google.com/site/testmatheval/>
- Kaufmann, L., Wood, G., Rubinsten, O., & Henik, A. (2011). Meta-analyses of developmental fMRI studies investigating typical and atypical trajectories of number processing and calculation. *Developmental Neuropsychology*, 36(6), 763-787. <https://doi.org/10.1080/87565641.2010.549884>
- Koppel, H. (1998). Difficultés en mathématiques, évaluation et rééducation. Neuilly-Plaisance, France : Papyrus.
- Lafay, A. (2016). Déficits cognitifs numériques impliqués dans la dyscalculie développementale [Thèse de doctorat, Université de Laval]. <https://corpus.ulaval.ca/jspui/handle/20.500.11794/26755>
- Lafay, A., & Cattini, J. (2018). Analyse psychométrique des outils d'évaluation mathématique utilisés auprès des enfants francophones. *Canadian Journal of Speech-Language Pathology & Audiology | CJSPLA Revue Canadienne d'Orthophonie et d'audiologie | RCOA*.
- Lafay, A., & Helloin, M.-C. (2016). Examath 8-15, batterie informatisée d'examen des habiletés mathématiques. Grenade, France : HappyNeuron.
- Lafay, A., St-Pierre, M.-C., & Macoir, J. (2014). L'évaluation des habiletés mathématiques de l'enfant : Inventaire critique des outils disponibles. *Glossa*, 116, 33-58.
- Lafay, A., St-Pierre, M.-C., & Macoir, J. (2015a). Validation franco-qubécoise du Tempo Test Rekenen pour l'évaluation des habiletés mathématiques auprès d'enfants de 8-9 ans. *Glossa*, 118, 27-39.
- Lafay, A., St-Pierre, M.-C., & Macoir, J. (2015b). Revue narrative de littérature relative aux troubles cognitifs numériques impliqués dans la dyscalculie développementale : Déficit du sens du nombre ou déficit de l'accès aux représentations numériques mentales? [Narrative review of literature on digital cognitive disorders involved in developmental dyscalculia: Deficit number sense or lack of access to mental digital representations?]. *Canadian Psychology/Psychologie canadienne*, 56(1), 96-107. <https://doi.org/10.1037/a0037264>
- Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2013). Is Approximate Number Precision a Stable Predictor of Math Ability? *Learning and Individual Differences*, 25, 126-133. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2013.02.001>
- McNeil, N. M., Fuhs, M. W., Keultjes, M. C., & Gibson, M. H. (2011). Influences of problem format and SES on preschoolers' understanding of approximate addition. *Cognitive Development*, 26(1), 57-71. <https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2010.08.010>
- Meljac, C., & Lemmel, G. (1999). Construction et Utilisation du Nombre (2e éd.). Paris, France : Édition du Centre de Psychologie Appliquée.
- Ménissier, A. (2003). Les variations stratégiques chez l'enfant dans le calcul d'additions et de soustractions élémentaires. *Glossa*, 83, 20-33.

- Métral, E. (2008). Mallette B-LM cycle II. Orthopratric.
- Noël, M.-P., & Grégoire, J. (2015). Test diagnostique des compétences de base en mathématiques pour les enfants du CE2 à la 5ème (Édition du Centre de Psychologie Appliquée). Paris, France : Édition du Centre de Psychologie Appliquée.
- Noël, M.-P., & Karagiannakis, G. (2020). Dyscalculie et difficultés d'apprentissage en mathématiques : Guide pratique de prise en charge. De Boeck Supérieur.
- Noël, M.-P., Rousselle, L., & Visscher, A. (2013). La dyscalculie développementale : À la croisée de facteurs numériques spécifiques et de facteurs cognitifs généraux. *Developpements*, n° 15(2), 24-31.
- Pica, P., Lemer, C., Izard, V., & Dehaene, S. (2004). Exact and Approximate Arithmetic in an Amazonian Indigene Group. *Science*, 306(5695), 499-503.
- Prévost-Tarabon, C., & Villain, M. (2014). B.E.N.Q. Batterie d'Evaluation du Nombre au Quotidien. Isbergues, France : Ortho Édition.
- Riquier, M. (1997). Test d'Acquisitions Scolaires en mathématiques. Paris, France : Édition du Centre de Psychologie Appliquée.
- Rousselle, L., & Noël, M.-P. (2008). Mental arithmetic in children with mathematics learning disabilities : The adaptive use of approximate calculation in an addition verification task. *Journal of Learning Disabilities*, 41(6), 498-513. <https://doi.org/10.1177/0022219408315638>
- Savigny, M. (2001). BATELEM-R. Batterie d'épreuves pour l'école élémentaire. Paris, France : Édition du Centre de Psychologie Appliquée.
- Semenza, C., Meneghello, F., Arcara, G., Burgio, F., Gnoato, F., Facchini, S., Benavides-Varela, S., Clementi, M., & Butterworth, B. (2014). A new clinical tool for assessing numerical abilities in neurological diseases : Numerical activities of daily living. *Frontiers in Aging Neuroscience*, 6. <https://doi.org/10.3389/fnagi.2014.00112>
- Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2005). Development of numerical estimation : A review. In *Handbook of Mathematical Cognition* (p. 197-212).
- Simonart, G. (1998). PEDA 1C. Tests pédagogiques de premier cycle primaire. Braine-le-château, Belgique : Eurotests édition.
- Thevenot, C., & Barrouillet, P. (2020). Are small additions solved by direct retrieval from memory or automated counting procedures? A rejoinder to Chen and Campbell (2018). *Psychonomic Bulletin & Review*, 27(6), 1416-1418. <https://doi.org/10.3758/s13423-020-01818-4>
- Thevenot, C., Barrouillet, P., Castel, C., & Uittenhove, K. (2016). Ten-year-old children strategies in mental addition : A counting model account. *Cognition*, 146, 48-57. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2015.09.003>
- Thevenot, C., Uittenhove, K., & Prado, J. (2016). La dyscalculie et l'automatisation des procédures de calcul. *Développements: revue interdisciplinaire du développement normal et pathologique*, 9-17.

- Van Nieuwenhoven, C., Grégoire, J., & Noël, M.-P. (2001). Tedi-Math. Test diagnostique des compétences de base en mathématiques. Paris, France : Édition du Centre de Psychologie Appliquée.
- Vilette, B., Mawart, C., & Rusinek, S. (2010). L'outil « estimateur », la ligne numérique mentale et les habiletés arithmétiques. *Pratiques Psychologiques*, 16(2), 203-214. <https://doi.org/10.1016/j.prps.2009.10.002>
- von Aster, M., & Lorenz, J. H. (2013). Rechenstörungen bei Kindern : Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik. Vandenhoeck & Ruprecht.
- von Aster, M., & Shalev, R. (2007). Number development and developmental dyscalculia. *Developmental Medicine and Child Neurology*, 49(11), 868-873. <https://doi.org/10.1111/j.1469-8749.2007.00868.x>
- Wechsler, D. (2020). Wechsler Individual Achievement Test, Fourth Edition (4th ed.). Pearson.
- Zanga, A. (2011). EPOCY 2-3—Épreuve de positionnement en cycles 2 et 3. ECPA par Pearson. <https://www.pearsonclinical.fr/epocy-2-3-epreuve-de-positionnement-en-cycles-2-et-3>

## Liste des annexes

**Annexe n°1 : Évaluation du calcul au sein des outils d'évaluation des mathématiques**

**Annexe n°2 : Inventaire des épreuves de calcul sous la représentation analogique**

**Annexe n°3 : Inventaire des épreuves de calcul sous la représentation verbale, hors calcul mental**

**Annexe n°4 : Inventaire des épreuves de calcul mental**

**Annexe n°5 : Inventaire des épreuves de calcul sous la représentation arabe, hors calcul mental**