

DEPARTEMENT ORTHOPHONIE
FACULTE DE MEDECINE
Pôle Formation
59045 LILLE CEDEX
Tél : 03 20 62 76 18
departement-orthophonie@univ-lille.fr



 Université
de Lille

 **ufr35**  faculté
de médecine

MEMOIRE

En vue de l'obtention du
Certificat de Capacité d'Orthophoniste
présenté par

Mylène RAMANI

soutenu publiquement en septembre 2022

Bilan de Cognition Mathématique : Création d'une tâche permettant d'évaluer la ligne numérique mentale

MEMOIRE dirigé par :

Sophie FRAGNON, Orthophoniste, Wingles, et Enseignante, Département d'orthophonie,
Université de Lille

Sandrine MEJIAS, Maître de Conférences, Département d'orthophonie, Université de Lille,
SCALab

Lille – 2022

Remerciements

Je tiens à remercier toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à l'accomplissement de ce projet, et qui m'ont soutenue tout au long de ces cinq années d'études.

Merci à Madame Mejias et Madame Fragnon pour leur accompagnement en tant que directrices de mémoire, leur disponibilité et leur patience.

Merci à Valentine, pour l'aide apportée à la réalisation du support informatisé et son soutien sans faille.

Merci à Marie-Pierre, Céline, Amélie, Matisse, et Manon pour leurs relectures.

Merci à mes maîtres de stage pour la qualité de leurs conseils, leurs encouragements et la transmission de leur savoir.

Merci à mes proches, famille et ami.e.s, de m'avoir encouragée, soutenue et épaulée à chaque instant durant ces années.

Résumé :

L'évaluation des habiletés mathématiques constitue une nécessité pour les orthophonistes qui sont amenés à diagnostiquer le trouble des apprentissages mathématiques, et disposent de peu d'outils d'évaluation. A partir de ce postulat, le projet de création d'une nouvelle batterie d'évaluation de la cognition mathématique est né. Ce présent mémoire s'inscrit dans la continuité d'un travail réalisé précédemment afin de proposer une tâche d'estimation sur ligne numérique. La ligne numérique mentale est une représentation mentale des quantités sous forme d'échelle de la chaîne numérique. Elle permet de manipuler les informations numériques et de comparer rapidement des quantités. Elle serait habituellement horizontale et orientée de gauche à droite mais pourrait être inversée et manipulée grâce aux apprentissages. Un déficit d'accès à ces représentations numériques mentales serait mis en cause dans le trouble des apprentissages mathématiques. Ainsi, la tâche d'estimation sur ligne numérique est une épreuve fréquemment utilisée pour évaluer l'accès aux représentations numériques mentales. Au cours de ce travail, nous avons résumé les épreuves d'estimation sur ligne numérique proposées dans des outils d'évaluation existants. Ensuite, nous avons proposé un questionnaire afin d'interroger les données théoriques décrites antérieurement et définir certains critères pour concevoir notre tâche. Enfin, nous avons informatisé l'ébauche d'une tâche d'estimation sur lignes numériques horizontales et verticales. Pour intégrer une batterie d'évaluation de la cognition mathématique, cette épreuve devrait être soumise à une standardisation et une normalisation.

Mots-clés :

Cognition mathématique, ligne numérique mentale, évaluation, tâche d'estimation, ligne numérique verticale

Abstract :

The assessment of mathematical skills is a necessity for speech-language therapists. Though they are called upon to diagnose mathematical learning disorder, they have few assessment tools at their disposal. Based on this assumption, the project creation of a new battery for evaluating mathematical cognition was born. This memoir is a continuation of a previous work to propose a number line estimation task. The mental number line is a mental representation of quantities in the form of a numerical chain scale. It allows to manipulate numerical information and to quickly compare quantities. It is usually horizontal and oriented from left to right but can be reversed and manipulated through learning. A deficit in access to these mental numerical representations would be implicated in the mathematical learning disorder. Thus, the number line estimation task is a test frequently used to evaluate the access to mental numerical representations. In the course of this work, we detailed numerical line estimation tests proposed in existing assessment tools. Then, we proposed a survey in order to query the theoretical data previously described and to define some criteria to design our task.. Finally, we computerized the draft of a horizontal and vertical number line estimation task. In order to include a battery for the assessment of mathematical cognition, this task would have to undergo standardization and normalization.

Keywords :

Mathematical cognition, mental number line, evaluation, estimation task, vertical number line

Table des matières

Introduction.....	1
Contexte théorique, buts et hypothèses.....	2
1. Le Trouble des Apprentissages Mathématiques en lien avec la ligne numérique mentale.....	2
1.1. Critères diagnostiques du Trouble des Apprentissages Mathématiques.....	2
1.2. Les différentes hypothèses de l'origine du Trouble des Apprentissages Mathématiques.....	2
2. La ligne numérique mentale.....	3
2.1. Histoire et définition.....	3
2.2. Modélisations de la ligne numérique mentale.....	3
2.2.1. Le modèle du Triple Code de Dehaene.....	3
2.2.2. Le modèle développemental de von Aster et Shalev et une représentation dynamique.....	4
2.3. Une représentation spatiale à l'origine de la ligne numérique mentale.....	5
2.3.1. La correspondance entre le nombre et l'espace.....	5
2.3.2. L'orientation de la ligne numérique mentale.....	6
2.4. Evolution de la ligne numérique mentale.....	7
2.5. Les compétences impliquées dans la représentation de la ligne numérique mentale.....	9
2.5.1. Les compétences mathématiques.....	9
2.5.2. Les compétences autres.....	10
3. Evaluation de la ligne numérique mentale.....	11
3.1. Lien entre ligne numérique mentale et tâche de ligne numérique.....	11
3.2. La tâche d'estimation sur ligne numérique.....	12
4. Objectifs du mémoire.....	13
Méthode.....	13
1. Recensement du matériel d'évaluation existant.....	13
2. Questionnaire.....	14
2.1. Objectifs.....	14
2.2. Elaboration et choix des questions.....	14
2.3. Critères de sélection et diffusion.....	14
3. Critères à définir pour une épreuve de ligne numérique.....	15
3.1. Orientation.....	15
3.2. Bornage et graduation.....	15
3.3. Modalités d'entrée et de sortie.....	15
3.4. Cotation.....	16
4. Informatisation de l'épreuve.....	16

Résultats	17
1. Résumé des outils d'évaluation de la LNM existants	17
2. Résultats issus du questionnaire.....	17
2.1. Profil des participants.....	17
2.2. Représentation des quantités	17
2.3. Orientation de la LNM.....	17
2.4. Nombres négatifs sur la LNM.....	18
3. Epreuve de ligne numérique proposée	19
Discussion	21
1. Analyse critique des épreuves existantes	21
2. Une tâche d'estimation sur lignes numériques horizontales et verticales.....	22
2.1. Apport de la ligne numérique verticale	22
2.2. Choix de présentation.....	24
2.2.1. Type de ligne	24
2.2.2. Bornage	25
2.2.3. Modalités d'entrée et de sortie	25
2.2.4. Items et consigne.....	26
2.2.5. Perspectives futures.....	26
3. Apports et limites du support informatisé.....	27
4. Qualités psychométriques	27
Conclusion	28
Bibliographie.....	29
Liste des annexes	36
Annexe n°1 : Modèle du Triple Code de Dehaene (1992).....	36
Annexe n°2 : Modèle développemental de von Aster et Shalev (2007)	36
Annexe n°3 : Modèle développemental dynamique de la modularisation du traitement des nombres et des capacités de calcul de von Aster (2000).....	36
Annexe n°4 : Exemples de séquences spatialisées perçus par les personnes synesthètes	36
Annexe n°5 : Représentation d'une échelle logarithmique comparée à une échelle linéaire	36
Annexe n°6 : Exemple d'une épreuve de placement de quantité sur ligne numérique bornée de 0 à 100.....	36
Annexe n°7 : Questionnaire	36
Annexe n°8 : Captures d'écran de la tâche d'estimation sur ligne numérique	36
Annexe n°9 : Inventaire des épreuves d'estimation sur ligne numérique.....	36

Introduction

La compréhension des mathématiques paraît essentielle dans la société actuelle où les nombres sont omniprésents et ce, dès le plus jeune âge, au sein même de la cour de l'école : mesurer la distance entre deux billes, échanger le bon nombre de cartes, comparer des quantités de bonbons... Ces compétences cognitives sont, pour certaines, innées ou acquises très jeune. Parmi les habiletés numériques qui se développent chez l'enfant, l'existence d'une ligne numérique mentale (LNM) semble apparaître précocement. Elle permettrait de posséder une bonne représentation des quantités et se consoliderait au fur et à mesure des apprentissages et de la maturation cérébrale.

Lorsque les habiletés mathématiques ne se développent pas de manière efficiente chez certains enfants, on peut observer des difficultés mathématiques se traduisant par un Trouble des Apprentissages Mathématiques (TAM). Ce trouble se répercute sur les apprentissages scolaires de manière générale et les activités quotidiennes s'il n'est pas décelé et pris en soin à temps. Selon les chercheurs, le TAM, aussi appelé dyscalculie, toucherait 1 à 10% des enfants d'âge scolaire. Il apparaît primordial de disposer d'outils cliniques standardisés et normés pour permettre aux orthophonistes de poser un diagnostic plus aisément. Selon Lafay et Cattini (2018), malgré l'existence de plusieurs outils sur le marché, peu d'entre eux répondent aux standards psychométriques. Seules certaines épreuves permettent de tester la LNM qui, pourtant, représente un des domaines essentiels à évaluer puisqu'un problème d'accès à cette LNM pourrait être en cause dans le TAM selon certains auteurs (Geary & al., 2008 ; Rousselle & al., 2004). Nous expliquerons donc la pertinence de constituer une nouvelle tâche destinée à évaluer la LNM.

Ce travail s'inscrit dans un projet de création d'une nouvelle batterie d'évaluation de la cognition mathématique et dans la continuité d'un travail antérieur réalisé par Berrut (2021). Ce mémoire a permis de proposer différents éléments permettant de constituer une tâche d'estimation sur ligne numérique horizontale. Il constitue une base à notre travail. L'objectif principal de notre mémoire est de participer à la création de cette tâche en y ajoutant des éléments pertinents, comme une tâche d'estimation sur ligne numérique verticale, et en informatisant une ébauche de la tâche d'estimation sur ligne numérique.

Au travers du contexte théorique, nous réunirons d'abord les informations pertinentes de l'origine du TAM en lien avec la LNM. Nous développerons, ensuite, les éléments importants concernant la LNM et la manière dont il est possible de l'évaluer. Pour créer une nouvelle tâche, nous commencerons par rappeler les conclusions proposées au sein du mémoire réalisé précédemment, puis nous proposerons un questionnaire. Il permettra d'interroger les éléments évoqués au sein du contexte théorique et d'affiner nos choix pour réaliser notre tâche. Après avoir défini les critères pour concevoir notre tâche, nous en construirons une ébauche informatisée. Nous conclurons notre travail par une argumentation justifiant nos différents choix comme l'ajout d'une tâche d'estimation sur lignes numériques verticales en plus des lignes numériques horizontales.

Contexte théorique, buts et hypothèses

1. Le Trouble des Apprentissages Mathématiques en lien avec la ligne numérique mentale

On distingue la dyscalculie du retard d'apprentissage des mathématiques. A l'heure actuelle, de multiples acceptions existent concernant la dyscalculie. Ce terme, parfois utilisé à mauvais escient (Roux, 2020), fait l'objet de débats. C'est pour cela que nous préférons, ici, parler de Trouble des Apprentissages Mathématiques (TAM), terme adopté par le Manuel diagnostique et statistique des troubles mentaux (DSM-5 ; American Psychiatric Association, 2015).

1.1. Critères diagnostiques du Trouble des Apprentissages Mathématiques

Dans le DSM-5 (American Psychiatric Association, 2015), le TAM est décrit comme un trouble persistant et spécifique du développement des habiletés numériques et des apprentissages mathématiques. Selon cette classification, plusieurs critères sont à observer pour poser un diagnostic de TAM : les difficultés se manifestent durant les premières années de scolarité, subsistent dans le temps, demeurent malgré les interventions et interfèrent avec les activités de la vie scolaire et quotidienne. D'autre part, le trouble ne peut être expliqué par tout autre handicap (intellectuel, déficit sensoriel, troubles neurologiques ou mentaux, carence pédagogique...). Les difficultés rencontrées par les personnes présentant un TAM sont multiples et peuvent concerner, entre autres, le stockage des faits arithmétiques en mémoire à long terme, la réalisation des procédures de calculs, sans oublier le défaut de représentation mentale des nombres.

1.2. Les différentes hypothèses de l'origine du Trouble des Apprentissages Mathématiques

De nombreuses recherches ont eu lieu pour comprendre l'origine du TAM. L'hypothèse d'une origine primaire a été explorée : Wahl et Wahl (2020) soutiennent que le TAM pourrait être causé par un déficit des aires cérébrales réservées au traitement du nombre. Le segment horizontal du sillon intrapariétal pourrait notamment faire l'objet de perturbations. C'est dans cette zone que serait localisé le sens du nombre défini par la capacité innée à se représenter les quantités de manière approximative. De nombreux autres auteurs pensent que le TAM découlerait d'un déficit du sens du nombre (voir par exemple Butterworth, 2005 ; Wilson & Dehaene, 2007). Selon d'autres auteurs, le TAM résulterait d'un déficit d'accès au sens du nombre, autrement dit d'un déficit d'accès aux représentations numériques mentales via les codes symboliques (Geary & al., 2008 ; Rousselle & al., 2004). Lafay et ses collègues (2017) précisent que les enfants présentant un TAM auraient des compétences efficaces dans le traitement des représentations analogiques (ex. sous forme de billes). Néanmoins, ils auraient des difficultés à traiter les représentations visuelles arabes (ex. « 2 »).

L'origine du TAM pourrait être, par ailleurs, secondaire à un autre trouble. Certains auteurs évoquent l'hypothèse d'une hypersensibilité à l'interférence (voir par exemple De Visscher & Noël, 2013) : les différents faits arithmétiques pourraient créer des interférences et ainsi, empêcher l'encodage de l'information en mémoire de travail qui permet le maintien temporaire de l'information

pour la traiter et la manipuler. Elle sous-tend la mémorisation des faits arithmétiques, qui semble ralentie ou totalement gênée dans le TAM. Enfin, Rourke et Finlayson (1978), cités dans Noël et ses collègues (2018), mettent en cause le déficit visuo-spatial. En effet, la maîtrise des concepts mathématiques exige de posséder des compétences spatiales efficaces. Il est possible d'évaluer ce déficit par une épreuve d'estimation sur ligne numérique.

En résumé, l'origine du TAM pourrait soit être directement liée à une perturbation de la LNM, primaire ou secondaire à un trouble (i.e. visuospatial), soit liée à un déficit d'accès à cette LNM par l'intermédiaire des codes symboliques et plus précisément du code arabe (i.e. accès au sens du nombre). Voyons précisément les données théoriques à notre disposition concernant la LNM.

2. La ligne numérique mentale

La « ligne numérique mentale » (Dehaene, 1992) est une métaphore employée pour décrire les représentations mentales des nombres et, plus précisément, des quantités.

2.1. Histoire et définition

Introduite au cours des années 60, la LNM est une représentation sous forme d'échelle mentale de la chaîne numérique. Elle serait orientée de gauche à droite naturellement mais pourrait être inversée par apprentissage. Elle permet de manipuler les informations numériques (von Aster & Shalev, 2007). La LNM intervient dans l'identification d'un nombre par rapport au nombre adjacent (von Aster et Shalev, 2007) et, ainsi, dans la comparaison rapide des quantités (Dehaene, 2009). Les quantités, aussi appelées magnitudes, y sont représentées sous forme de nombres arabes avec des jalons souvent plus marqués (i.e. les dizaines et les centaines). Les petites magnitudes seraient surreprésentées par rapport aux grandes ayant un espace moins grand entre elles. Cet espace s'agrandirait au fur et à mesure que les nombres augmentent. Comme nous le développerons par la suite, la LNM serait compressible. Elle pourrait devenir linéaire et être réajustée grâce aux connaissances acquises en mathématiques. Enfin, la LNM serait représentée de différentes manières selon les individus : elle peut notamment varier en couleur, luminosité, et forme. Elle n'est pas nécessairement semblable à une ligne droite. Plusieurs facteurs comme la mémoire de travail, le langage, l'environnement et la motricité sont impliqués dans sa maturation.

2.2. Modélisations de la ligne numérique mentale

Au cours du XXe siècle, la naissance du courant cognitiviste a permis de réaliser de nombreuses recherches pour tenter d'expliquer le développement du nombre chez l'enfant. Il s'agissait de défendre l'étude du mental plutôt que celle des comportements. Ainsi, différents modèles sont nés de ces recherches, explicitant le traitement du nombre et des quantités, et modélisant la LNM. Deux principaux modèles sont présentés ici : le modèle du triple code de Dehaene (1992), et le modèle développemental de von Aster et Shalev (2007). Aussi, nous présenterons brièvement la modélisation dynamique de la modularisation du traitement des nombres de von Aster (2000).

2.2.1. Le modèle du Triple Code de Dehaene

A travers son modèle du Triple Code (1992 ; cf. Annexe 1), Dehaene a décrit les différentes

représentations numériques et les régions cérébrales impliquées dans le traitement du nombre (Dehaene & Cohen, 1998). Ce traitement numérique est représenté par trois grands pôles : analogique, arabe et verbal.

Le code analogique correspond à la faculté innée de traiter les magnitudes. Il comprend des connaissances sémantiques sur les quantités numériques (Dehaene & Cohen, 1998). Le segment horizontal du sillon intrapariétal serait la région principale impliquée dans les tâches numériques, notamment dans le traitement des quantités (Dehaene & al., 2003 ; von Aster & Shalev, 2007). Les processus qui sous-tendent cette représentation non symbolique sont le subitizing (capacité innée à identifier des petites quantités sans recourir au comptage), le calcul approximatif, l'estimation et la comparaison de quantités. Ce type de tâches requiert un modèle mental de magnitudes approximatives apparenté à une LNM (Dehaene, 1992). La représentation analogique serait donc liée à la LNM (Fayol, 2018). Cette représentation peut être identifiée au « sens du nombre » qui se traduit par la capacité à posséder des représentations numériques mentales et à pouvoir manipuler les informations numériques au travers d'une LNM (Dehaene, 2010). La découverte fondamentale de ces auteurs repose donc sur l'existence de la représentation analogique des nombres. Les autres codes de ce modèle ne peuvent expliquer à eux seuls les capacités de quantification et d'approximation. Seule la représentation analogique est retrouvée chez l'enfant préverbal et l'animal qui possèdent ces capacités de quantification et d'approximation. Feigenson, et ses collègues (2004) identifient deux systèmes de base directement liés au code analogique : le Système Numérique Approximatif (SNA), qui permet d'appréhender les grandes quantités de manière approximative et le Système Numérique Précis (SNP), qui sous-tend le traitement exact et rapide des petites quantités.

Le code visuel arabe est le fait d'associer un symbole numérique (ex. « 2 ») à la quantité correspondante. Cette représentation sous-tend le calcul écrit et le jugement de parité, autrement dit le fait de savoir si un nombre est pair ou impair (Dehaene & Cohen, 1998).

Le code verbal permet d'associer une étiquette verbale orale ou écrite (ex. /dø/ ; « deux ») à la quantité correspondante. Il permet ainsi le stockage des faits arithmétiques comme la mémorisation des tables de multiplication par exemple (Dehaene & Cohen, 1998). Le code verbal est également mobilisé dans le comptage et le calcul mental simple. Ces deux représentations (arabe et verbale) sont symboliques et asémantiques : elles ne permettent pas de mettre du sens sur ce qu'elles représentent sans avoir recours à un apprentissage formel.

Dans le modèle du Triple Code, chaque représentation du nombre est indépendante mais communique avec les autres ce qui permet le transcodage. Ce processus admet la possibilité pour l'individu de passer d'un code à un autre. Par exemple, pour passer du code arabe au code analogique, la modalité d'entrée « 2 » pourra être représentée sur la LNM par la quantité correspondante. Le transcodage reste néanmoins possible sans représentation intermédiaire de la quantité, par le biais d'une voie asémantique.

2.2.2. Le modèle développemental de von Aster et Shalev et une représentation dynamique

Le modèle développemental de von Aster et Shalev (2007 ; cf. Annexe 2) reprend les concepts décrits par Dehaene dans le modèle du Triple Code (1992), en respectant une hiérarchie en quatre

étapes. Von Aster et Shalev (2007) ont également choisi de décrire les aires cérébrales impliquées dans chaque processus évoqué. Les dysfonctionnements neuropsychologiques suspectés dans le TAM seraient ainsi mis en lumière à travers ce modèle.

Le premier palier désigne la capacité innée et centrale à se représenter les quantités, nécessaire pour accéder aux étapes ultérieures (von Aster & Shalev, 2007). Le deuxième palier représente la capacité à passer d'une représentation analogique des nombres (palier 1) à une représentation des nombres sous forme de mots verbaux oraux ou écrits (palier 2). Le troisième palier indique la capacité à se représenter les quantités par le biais de nombres arabes. Enfin, le quatrième palier révèle l'existence d'une LNM qui se développerait en dernier lieu, après acquisition des systèmes précédemment cités. Von Aster & Shalev (2007) soutiennent que les capacités précoces de traitement des quantités (palier 1) diffèrent des représentations numériques mentales via la LNM (palier 4). Autrement dit, les capacités de subitizing ou de comparaison ne sous-tendent pas directement l'existence de la LNM. Celle-ci se façonnerait petit à petit, grâce au développement du système de traitement de la magnitude dans un premier temps, puis des systèmes numériques verbal et arabe, et également avec le concours des expériences et des apprentissages propres à chacun.

Par ailleurs, von Aster (2000) a aussi établi une représentation développementale dynamique de la modularisation du traitement des nombres et des capacités de calcul (cf. Annexe 3). A partir du modèle du Triple Code (Dehaene, 1992), von Aster affirme que les trois modules apparaissent et s'élaborent à différentes étapes du développement. Ce modèle concède une représentation plus nette de la maturation de la LNM qui s'étoffe et se développe grâce aux apprentissages symboliques à l'école primaire et grâce à l'expérience à l'âge adulte.

Ces trois modèles en regard les uns des autres permettent de comprendre, d'une part, les mécanismes fonctionnels impliqués dans le traitement sémantique des quantités numériques (Dehaene & Cohen, 1998) et, d'autre part, le développement linéaire dans lequel ces mécanismes s'inscrivent. Il semble alors pertinent d'utiliser ces représentations du traitement numérique pour élaborer une épreuve de bilan dans le domaine de la cognition mathématique, et plus précisément une épreuve évaluant la LNM.

2.3. Une représentation spatiale à l'origine de la ligne numérique mentale

De nombreuses études mettent en évidence l'existence d'une dimension spatiale à l'origine de la métaphore de la LNM. Nous expliquerons la découverte de l'effet SNARC ainsi que les études portant sur le même type de processus (i.e. l'association d'un nombre à un emplacement dans l'espace) puis nous décrirons les différentes orientations possibles de la LNM.

2.3.1. La correspondance entre le nombre et l'espace

L'effet SNARC (Spatial Numerical Association of Response Codes) est l'association systématique entre nombre et espace. Dehaene et ses collègues (1993) ont réalisé des expériences auprès d'enfants au cours desquelles un nombre entre 0 et 9 leur était présenté à l'écran et ils devaient déterminer si le nombre était pair ou impair en appuyant manuellement sur une touche à gauche ou à droite. Ces expériences ont montré que les mains pouvaient être disposées de manière à ce que la main gauche appuie sur le bouton de gauche et la main droite appuie sur le bouton de droite mais

qu'elles pouvaient également être croisées. Ce n'est pas la main elle-même qui joue un rôle mais bien l'emplacement dans l'espace. En mesurant le temps de réaction, les chercheurs ont démontré que lorsqu'il s'agissait de juger de la parité des petits nombres, la réponse à gauche était plus rapide et lorsqu'il s'agissait de juger de la parité des grands nombres, la réponse à droite était plus rapide, pour les personnes issues de milieux occidentaux. Par ailleurs, il faut considérer la taille relative des nombres et non pas leur taille absolue. Dans cette expérience, les nombres vont de 0 à 9. Ainsi, les plus grands nombres sont 7, 8 et 9 et suscitent une réponse vers la droite. Si l'expérience comprenait des nombres allant de 0 à 100, les nombres 7, 8 et 9 susciteraient une réponse vers la gauche car ils seraient considérés comme petits par rapport à 100. Selon Dehaene et ses collègues (1993), l'effet SNARC, qui est rapide et non conscient, supposerait une correspondance directe entre la représentation des nombres sur une ligne numérique mentale et l'emplacement des réponses.

Cette hypothèse est toutefois contestée par plusieurs auteurs. Santens et Gevers (2008) ont montré à travers leurs expériences que l'association spatiale-numérique des codes de réponse n'existait pas seulement horizontalement. Ils ont remplacé le système bimanuel gauche/droite par un système unimanuel « proche/loin » : les participants devaient évaluer la magnitude d'un nombre (1, 4, 6 ou 9) par rapport à une norme prédéfinie (5), en déplaçant leur index droit sur un clavier d'ordinateur vers un emplacement proche ou éloigné. Les petits nombres étaient associés à une réponse proche, tandis que les grands nombres étaient associés à une réponse éloignée. Les mêmes observations ont été faites avec des réponses « bas/haut » dans la dimension verticale : une réponse manuelle basse est plus rapide pour les petits nombres et une réponse manuelle haute est plus rapide pour les grands nombres (Ito & Hatta, 2004). Néanmoins, cette expérience a été réalisée sur un plan transversal ce qui signifie que les réponses sont considérées comme des réponses « proche/loin » et non pas « bas/haut » (Holmes, 2012). Les réponses « précision/puissance » sur une poignée composée d'une prise fine et d'une prise large fournissent le même type de résultats : l'agrippement de la prise précision est plus rapide pour les petits nombres et l'agrippement de la prise puissance est plus rapide pour les grands nombres (Lindemann, & al., 2007). Ainsi, les petits nombres sont codés telle une polarité négative et les grands nombres telle une polarité positive (Santens & Gevers, 2008). L'effet SNARC n'exprimerait pas une corrélation directe entre la représentation des nombres sur la LNM et la localisation des réponses. Il y aurait une étape supplémentaire permettant de coder au préalable un nombre comme petit et un nombre comme grand. Ensuite, la représentation des quantités serait associée à une réponse localisée dans l'espace. Ces effets révèlent, tout de même, la présence d'une corrélation entre nombre et espace.

2.3.2. L'orientation de la ligne numérique mentale

La littérature fait état d'une LNM horizontale et continue, souvent orientée de gauche à droite, dont les quantités sont représentées sous leur forme arabe. Mais, selon les individus, la représentation mentale de la LNM varie (von Aster, 2007). Elle peut notamment différer en fonction de facteurs synesthésiques : la couleur, la luminosité, et la forme (von Aster, 2007). Son orientation peut également changer.

La synesthésie est définie par un phénomène d'association perpétuelle de perceptions provenant de domaines sensoriels différents. Par exemple, il peut s'agir de l'association d'un nombre arabe et d'une expérience colorée. Un cas particulier de représentation de la LNM existe chez les personnes synesthètes. Elle serait représentée sous forme de séquences spatialisées (cf. Annexe 4)

automatiques, consistantes et suivraient une configuration particulière (Cytowic & Eagleman, 2009). Des auteurs ont étudié l'effet SNARC chez les personnes synesthètes. Certaines dont la représentation de la LNM diffère voient l'effet SNARC s'inverser (Price & Mentzoni, 2008) tandis qu'il est similaire au groupe contrôle chez d'autres (Piazza & al., 2006). Cette divergence de résultats s'explique par le fait que les éléments culturels et environnementaux ont une même influence chez les synesthètes et les non synesthètes (Piazza & al., 2006).

Par ailleurs, les nombres pourraient également être associés à l'espace de manière verticale (Dehaene, 2010). Une étude réalisée par Holmes (2012) a permis d'évaluer de la manière la plus pure possible l'existence d'une organisation verticale. Elle a été réalisée en deux expériences : la première consistait à étudier la représentation verticale seule puis à la comparer à la représentation horizontale, et la seconde consistait à rechercher quel type de situation pouvait influencer la représentation verticale. Cette étude a montré des résultats peu significatifs sur la prédominance d'une représentation horizontale par rapport à une représentation verticale lors d'une situation spontanée. L'étude a, par ailleurs, montré qu'il est possible d'organiser les nombres verticalement lorsqu'ils sont conceptualisés en tant que magnitudes. Ici, une amorce était donnée aux participants (ex. les étages d'un bâtiment) ce qui engendrait une représentation numérique verticale du bas vers le haut (Holmes, 2012). Cette étude suggère que la dimension horizontale seule n'est pas dominante chez tous les individus. Une autre étude réalisée par Simms et ses collègues (2013) avait pour objectif d'examiner s'il existait une différence de précision lors de l'estimation d'un nombre sur une ligne numérique horizontale et sur une ligne numérique verticale. Les résultats ont montré qu'à partir de six ou sept ans, il n'y a aucune différence de traitement en fonction de l'orientation de la ligne numérique. Les informations seraient stockées dans le sillon intrapariétal de la même manière que la ligne numérique soit horizontale ou verticale.

Pour résumer, une autre représentation numérique mentale semble être possible. La dimension horizontale ne serait pas la seule représentation existant chez tous les individus malgré sa dominance. D'une part, les personnes synesthètes possèdent des représentations qui peuvent être assimilées à des séquences spatialisées et d'autre part, lorsqu'un contexte est prédéfini, le type de représentation numérique peut influencer l'orientation de la LNM (ex. les étages d'un bâtiment). Enfin, lorsqu'une tâche d'estimation sur ligne numérique est proposée à des enfants de six ou sept ans, il semble que l'orientation verticale n'ait aucune influence sur leurs réponses.

2.4. Evolution de la ligne numérique mentale

Moyer et Landauer (1967) ont observé deux effets notables rendant compte de l'existence et de l'organisation de la LNM : l'effet de taille et l'effet de distance. L'effet de taille signifie qu'il est plus aisé de discriminer des petites numérosités que des grandes sur la LNM, à écart identique (ex. on distinguera plus facilement 8 et 9 que 1023 et 1024). En effet, sur la LNM, les petits nombres seraient surreprésentés par rapport aux plus grands qui se trouveraient, de ce fait, compressés vers la droite (Siegler & Booth, 2004). Ainsi, le temps de réaction devient plus long lorsqu'il s'agit de grands nombres car ceux-ci paraissent plus proches sur la LNM étant compressés (cf. Annexe 5). L'effet de distance est décrit comme la facilité à discriminer deux numérosités éloignées sur la LNM en comparaison à deux numérosités proches (ex. on distinguera plus facilement 3 et 6 que 5 et 6). Cet effet s'observe pour des numérosités supérieures à trois. Moyer et Landauer (1967) évoquent

l'existence d'un continuum analogique.

La LNM est une représentation mentale des magnitudes présente dès l'âge de 5 ans (Chillier, 2002). Elle mature avec le temps grâce aux apprentissages et en fonction de l'expérience (von Aster & Shalev, 2007). Ainsi, dans les prémices, on parle d'une ligne numérique logarithmique (Siegler & Booth, 2004) lorsque la représentation mentale des petits nombres prend une place plus importante que la représentation des plus grands, qui se trouvent alors compressés à droite. La loi de Weber-Fechner¹ permet d'expliquer, en psychophysique, la relation entre une sensation mentale et la grandeur physique d'un stimulus². Elle spécifie que le seuil de discrimination entre deux stimuli est constant et augmente progressivement selon l'intensité du stimulus (Dehaene, 2003). Dans le domaine des mathématiques, la différenciation de deux quantités numériques résulte du rapport entre ces quantités. Ainsi, la représentation mentale des quantités est soumise à la compression logarithmique à mesure que les quantités augmentent. Plus les nombres sont grands, plus ils sont difficiles à discriminer sur la LNM, comme dans l'effet de taille.

Avec l'âge, la représentation mentale des quantités va progressivement devenir linéaire (Siegler & Booth, 2004). Comme le montrent le modèle en quatre paliers de von Aster et Shalev (2007) et le modèle dynamique de von Aster (2000), des compétences sociales se mettent en place et deviennent des piliers à la construction de la LNM. Cette dernière gagne progressivement en précision en parallèle du développement des différentes compétences mathématiques. D'abord, le système basique de la magnitude favorise les capacités d'estimation et de comparaison. Puis, le développement du système numérique verbal permet de faire émerger les mots-nombres et le comptage. Enfin, le développement du système numérique arabe permet de lire et écrire les nombres arabes et d'effectuer des calculs. L'ensemble de ces compétences participe à la précision de la LNM avec les années. Les intervalles entre les nombres deviennent égaux, les représentations mentales se régularisent (Siegler & Booth, 2004 ; Siegler & Opfer, 2003). Une tâche d'estimation sur une ligne numérique bornée proposée à des enfants a montré que l'échelle logarithmique était préférentiellement adoptée par les élèves de maternelle, l'échelle linéaire par les élèves de CE1, alors que les élèves de CP oscillaient entre ces deux échelles (Siegler & Booth, 2004). Une constatation similaire est observée entre des élèves de niveaux supérieurs et des adultes (Siegler & Booth, 2004). Toutefois, l'aspect logarithmique ne disparaît pas totalement, et parallèlement, l'aspect linéaire ne le remplace pas entièrement. On parle plutôt d'une concomitance entre les deux. Selon la situation, l'un ou l'autre de ces aspects sera utilisé (Dehaene, 2010). Lors d'une évaluation objective, il est possible d'observer, à l'épreuve d'estimation sur ligne numérique, des résultats montrant une forme logarithmique et non linéaire, suggérant une altération des représentations mentales des quantités (Van Herwegen & al., 2008). L'étude réalisée par Simms et ses collègues (2013) a permis de prouver que le passage d'une LNM logarithmique à une LNM linéaire est plus rapide lorsqu'il s'agit d'une représentation horizontale de la LNM que lorsqu'il s'agit d'une représentation verticale.

Par ailleurs, selon certaines études, les nombres négatifs pourraient être représentés sur la LNM lorsque celle-ci se développe mais cette hypothèse fait débat. Fischer et Rottmann (2005) ont

¹ L'intensité de la sensation perçue répond à la formule suivante : $I = k \cdot \log_{10}(S)$ (I=intensité de la sensation, S=grandeur du stimulus, k=constante, log=fonction logarithme en mathématiques).

² Par exemple, lorsque l'on pèse un objet A de 1kg et un objet B de 1,1kg, le seuil différentiel est de 0,1kg. La capacité à discriminer, par la sensation mentale, le poids des deux objets est faible.

réalisé une étude afin de démontrer ou de réfuter l'existence d'un effet SNARC sur les nombres négatifs. Les résultats montraient un traitement différent des nombres négatifs par rapport aux nombres positifs car les performances des participants étaient très variables. Par ailleurs, Ganor-Stern (2012) a proposé une tâche de comparaison numérique avec des nombres positifs, des fractions et des nombres négatifs. Un effet de distance a été observé entre les nombres positifs et les fractions mais pas entre les nombres positifs et les nombres négatifs. Ces résultats suggèrent que les fractions sont représentées sur le même continuum que les nombres positifs puisqu'ils représentent des quantités tangibles contrairement aux nombres négatifs (Ganor-Stern, 2012). Plus récemment, Zhang et You (2012) ont réfuté ces observations et ont conclu que les nombres négatifs seraient représentés à gauche du 0 sur la LNM lorsqu'ils sont traités par rapport à leur valeur relative et représentés comme les nombres positifs lorsqu'ils sont traités par rapport à leur valeur absolue. Cette dernière étude montre que la maturation de la LNM permettrait une représentation des nombres négatifs (Zhang & You, 2012).

2.5. Les compétences impliquées dans la représentation de la ligne numérique mentale

Comme le stipulent les modèles de von Aster et Shalev (2007) et de von Aster (2000), le développement de la LNM se façonne grâce au développement des compétences numériques de base. Nous détaillerons, ici, le développement des compétences mathématiques conjoint au développement de la LNM et les compétences qui concernent d'autres domaines, tels que la cognition, le langage, l'environnement et la motricité.

2.5.1. Les compétences mathématiques

Le développement de la LNM serait corrélé au développement d'autres compétences mathématiques (voir par exemple Fayol, 2018). Plusieurs études ont montré le lien entre la LNM et les habiletés numériques précoces comme le comptage, l'estimation et la comparaison de quantités, ou le calcul approximatif (pour une revue, voir Tam & al., 2019). D'autres études ont montré le lien entre la LNM et les faits arithmétiques (Siegler & Ramani, 2009 ; Thompson & Opfer, 2011). La LNM représente un support sur lequel s'appuyer pour favoriser l'encodage, le stockage et la récupération d'éléments numériques (Siegler & Ramani, 2009). Une LNM mature améliorera davantage la capacité à récupérer les faits arithmétiques. Un lien existe également entre les représentations numériques mentales et la résolution de problèmes (Gerstern & al., 2017 ; Tam & al., 2019). La LNM servirait de médiateur entre les compétences spatiales et la formulation d'une phrase mathématique utile à la résolution de problèmes (Tam & al., 2019). Enfin, la LNM serait associée aux compétences en calcul (voir par exemple Booth & Siegler, 2006 ; Siegler & Ramani, 2009). Une étude réalisée à partir de l'outil « Estimateur » a permis de montrer la relation entre représentations mentales des quantités et représentations verbales du calcul (Vilette et al., 2010). L'outil est représenté sous forme d'une ligne numérique physique bornée de 0 à 100. Vingt élèves de CM2 ont été répartis en deux groupes : un groupe expérimental s'entraînant avec l'outil « Estimateur » aux additions et soustractions, et un groupe contrôle s'entraînant par le biais de jeux informatiques. Les résultats ont suggéré des compétences de calcul améliorées grâce à l'entraînement sur l'outil, ce qui semble confirmer la relation entre ligne numérique et calcul (Vilette et al., 2010). La LNM pourrait, par ailleurs, être liée à la division lors d'une tâche d'estimation sur ligne numérique (Ashcraft & Moore, 2012 ; Rouder & Geary, 2014 ; cités dans Noël & Karagiannakis, 2020). En effet, pour positionner

un nombre sur une ligne numérique, un individu sera plus performant s'il considère l'échelle dans son entièreté et la divise en fonction du nombre à placer. Par exemple, pour le nombre 8 à positionner sur une échelle allant de 0 à 20, il sera plus aisé de diviser l'échelle en deux pour placer 10 en premier lieu et ensuite placer le nombre 8.

L'existence de la LNM serait donc essentielle pour développer la pensée arithmétique et les compétences en calcul mental (von Aster & Lorenz, 2013). Le passage d'une représentation logarithmique de la LNM à une représentation linéaire serait associé à une meilleure mémoire numérique (Thompson & Siegler, 2010). D'autres compétences peuvent également être associées à la LNM.

2.5.2. Les compétences autres

Les compétences cognitives telles que la mémoire de travail et l'attention semblent jouer un rôle important sur le développement de la LNM. Une étude a été réalisée auprès d'un patient présentant une lésion cérébrale gauche, avec négligence droite dans la représentation de l'espace et négligence gauche sur la LNM. Les résultats ont montré qu'une mémoire de travail verbale efficace basée sur la position pourrait être cruciale dans la réalisation de tâches numériques dont on considère habituellement la représentation mentale des magnitudes comme purement spatiale (van Dijck & al., 2011). En outre, de nombreuses expériences révèlent le rôle particulier de l'attention visuospatiale permettant aux individus de se déplacer sur la LNM (voir par exemple Cattaneo & al., 2009 ; Mathieu & al., 2016 ; Thevenot, 2018).

Le langage, ou le code verbal, tel que le décrit Dehaene (1992) dans le modèle du Triple Code, joue un rôle essentiel dans la construction de la LNM. Le modèle développemental de von Aster et Shalev (2007) indique l'existence d'une progression nécessaire à la maturation de la LNM. Ainsi, le palier 2 fait référence aux connaissances numériques verbales nécessaires pour le comptage. Ce palier est essentiel au développement de la LNM. D'autre part, la langue, définie comme le système de communication propre à un pays, peut influencer la LNM par sa transparence ou son opacité. Par exemple, certains pays d'Asie disposent de langues transparentes et régulières contrairement à la langue française qui est décrite comme opaque. L'apprentissage des mots-nombres est ainsi facilité ce qui rendrait la compréhension et la manipulation des nombres simplifiées lorsque la langue usitée est transparente (Alsawaie, 2010). Néanmoins, les meilleures compétences en mathématiques des enfants asiatiques s'expliqueraient davantage par le système d'éducation, l'environnement et les éléments culturels que par la transparence de la langue (Vasilyeva & al., 2015 ; cités dans Berrut, 2021).

Le sens de lecture et d'écriture aurait une influence sur la représentation de la LNM comme le suggère l'effet SNARC (Dehaene et al., 1993). Pour le démontrer, Dehaene et ses collègues (1993) ont comparé les performances de Français ayant appris à lire de gauche à droite aux performances d'étudiants d'origine iranienne ayant appris à lire de droite à gauche. L'effet SNARC s'inversait chez les Iraniens ayant immigré en France depuis peu de temps. Toutefois, l'effet SNARC était comparable aux Français chez les Iraniens vivant en France depuis de nombreuses années. Ces résultats suggèrent que les facteurs culturels et environnementaux influenceraient davantage la représentation de la LNM au sens de lecture lui-même. Par exemple, une étude réalisée par Pitt & Casasanto (2014) auprès d'Américains a permis de montrer que le comptage sur les doigts en partant de la gauche admettait

un effet SNARC habituel (réponse à gauche pour les petits nombres et réponse à droite pour les grands nombres) alors qu'il s'inversait pour la majeure partie des participants s'entraînant à compter en partant de la droite.

La motricité est également une compétence impliquée dans le développement de la LNM. Des études ont révélé le lien entre les doigts et les compétences numériques. Les doigts peuvent servir lors des apprentissages à l'école et parfois encore à l'âge adulte pour représenter et communiquer des quantités mais également pour effectuer des calculs (pour une revue, voir Susini & al., 2016). D'autres études montrent une implication des mouvements corporels sur la LNM. Les résultats des différentes expériences ont montré que l'apprentissage était meilleur avec une dimension corporelle même si la différence entre les deux entraînements était peu significative (Link & al., 2013 ; cités dans Noël & Karagiannakis, 2020). La dimension haptique montre de meilleurs résultats de performances d'apprentissage chez les jeunes enfants (Crollen & al., 2019 ; cités dans Noël & Karagiannakis, 2020).

3. Evaluation de la ligne numérique mentale

Le DSM-5 (2015) stipule qu'un enfant en difficulté dans le domaine des mathématiques doit bénéficier d'une évaluation objective. Selon les critères psychométriques définis par Lafay et Cattini (2018), aucun des tests existants ne montre une qualité de 100% quant aux valeurs psychométriques. Seuls cinq tests atteignent un score de validation de plus de 75%. Ainsi, les résultats de leur étude démontrent que, malgré l'existence de nombreux tests sur le marché, peu d'entre eux possèdent un pouvoir discriminant permettant la pose d'un diagnostic.

3.1. Lien entre ligne numérique mentale et tâche de ligne numérique

Au regard de l'hypothèse du déficit d'accès au sens du nombre, une épreuve de ligne numérique semble opportune. En effet, le placement des nombres sur une ligne numérique physique semble être directement lié aux représentations mentales des quantités (Booth et Siegler, 2006 ; Siegler & Opfer, 2003). Les recherches ont montré que les enfants présentant un TAM connaissaient des difficultés à placer les nombres arabes ou écrits sur une ligne numérique (Booth & Siegler, 2006 ; Siegler & Booth, 2004). Au sein d'une batterie d'évaluation de la cognition mathématique, cette épreuve permettrait de participer à la pose d'un diagnostic de TAM. De plus, nous savons désormais que posséder des représentations numériques mentales efficaces faciliterait la maîtrise des habiletés numériques globales, notamment des procédures de calcul (voir par exemple Fayol, 2018 ; Schneider et al., 2009). Une étude a permis de révéler une corrélation entre les performances à la ligne numérique et les performances aux additions (Booth & Siegler, 2008). La LNM sert également de base pour résoudre des problèmes, comprendre et se représenter les quantités (Gersten & al., 2017 ; Zhu & al., 2017). Le degré de linéarité des réponses des enfants est corrélé avec ses performances dans un test global de mathématiques (Siegler & Booth, 2004). Les tâches d'estimation sont ainsi fortement corrélées avec les compétences globales en mathématiques (Schneider & al., 2018). Plus les capacités à estimer sont élevées, plus la mémoire de travail sera efficace, et meilleures seront les performances en comptage et en arithmétique (Siegler & Booth, 2004). Enfin, l'accès à la linéarité développerait les performances en mathématiques, notamment chez les enfants issus de milieux défavorisés (Siegler & Ramani, 2009). Ces éléments témoignent de l'importance d'inclure une tâche d'estimation sur ligne numérique au sein du Bilan de Cognition Mathématique.

3.2. La tâche d'estimation sur ligne numérique

La tâche classiquement proposée dans les batteries de tests disponibles mais également dans l'enseignement scolaire (Lemonidis, 2020) est donc la tâche de placement de nombres sur une ligne numérique physique (cf. Annexe 6). La littérature fait état de deux grandes catégories de lignes numériques pouvant faire l'objet de tâche d'évaluation : les lignes horizontales et les lignes verticales. Ces lignes peuvent être bornées : elles possèdent deux extrémités identifiées numériquement ou non (ex. 0-10). Elles peuvent être non bornées : elles possèdent une borne de base (classiquement, un zéro) et un repère éloigné de la borne, identifié numériquement (ex. 2), afin de pouvoir estimer la longueur de la ligne numérique pour placer la quantité demandée. Ces lignes peuvent également être graduées (i.e. marquées de repères à intervalles réguliers ou irréguliers) ou vierges (i.e. sans repère entre les deux extrémités). Pour évaluer les capacités d'estimation, Siegler et Booth (2004) ont mené des expériences auprès de groupes d'âges différents. Les lignes présentées étaient bornées et vierges avec des extrémités allant de 0 à 10, de 0 à 100 et de 0 à 1000. Il s'agissait pour les sujets de situer des quantités sous forme de nombres arabes (ex. 8). Cette méthode d'évaluation serait universelle.

Cette tâche permet d'évaluer le pourcentage absolu d'erreurs, le degré de linéarité de la ligne numérique et les stratégies employées (Marcon & Lafay, 2019). Avec les apprentissages et l'expérience, les estimations des enfants s'affinent et sont plus précises sur les lignes numériques courtes. Ils montreraient une meilleure performance pour les échelles allant de 0 à 10 que pour les échelles allant de 0 à 1000 (Siegler & Opfer, 2003). C'est pourquoi sur une ligne numérique 0-10, le taux d'erreur absolu représente 14% chez les enfants en fin de première année contre 4% à la fin de la deuxième année (Pettito, 1990 ; cité dans Noël & Karagiannakis, 2020). Sur une ligne numérique 0-1000, le taux d'erreur absolu est de 20% chez les enfants en deuxième année contre 7% chez les enfants de sixième et 1% chez les adultes (Siegler & Opfer, 2003). Le placement d'une quantité sur une ligne numérique physique révélerait de manière immédiate les représentations numériques mentales du patient (Booth & Siegler, 2006) : si la position indiquée du nombre est éloignée de la position attendue, on suspectera un défaut de la structure de la LNM et ainsi, de la représentation analogique ou de l'accès à la représentation analogique. Si le sens du nombre n'est pas assimilé par l'enfant, les estimations sur les lignes numériques physiques seront altérées (Chillier, 2002). Les modèles de Dehaene (1992) et de von Aster et Shalev (2007) permettent de cibler précisément les processus atteints.

Pour élaborer une tâche de ligne numérique, il est nécessaire de réunir les valeurs psychométriques les plus fiables. La validité, la sensibilité et la fidélité doivent être respectées. La validité d'un test signifie qu'un test mesure réellement ce qu'il est censé mesurer. La sensibilité d'un test psychométrique correspond à la capacité de discrimination d'un test entre les individus. Elle représente le pouvoir discriminant ou classant du test. La fidélité signifie que les résultats ne doivent pas varier au sein d'une population donnée. Pour vérifier cette mesure, il faut procéder à un test-retest après un temps donné. Il est également essentiel d'éviter les biais, qui mènent à des erreurs de résultats lors d'expériences. Enfin, le test doit faire l'objet d'une normalisation, c'est-à-dire qu'un étalonnage doit être établi, afin que les résultats au test puissent être comparés à une norme.

4. Objectifs du mémoire

L'objectif principal de ce mémoire est de participer à la création d'une tâche de ligne numérique, destinée à intégrer le futur Bilan de Cognition Mathématique.

Pour ce faire, nous nous appuyerons sur les éléments pertinents du précédent mémoire réalisé par Berrut (2021). Les épreuves d'estimation sur ligne numérique existantes et les critères pertinents à l'élaboration d'une telle tâche seront résumés. Comme aide supplémentaire, nous proposerons un questionnaire destiné aux individus tout-venants souhaitant y répondre afin d'éclaircir les interrogations qui demeurent au sein de la littérature (ex. l'orientation de la LNM) et afin de guider nos choix pour l'élaboration d'une nouvelle tâche d'estimation sur ligne numérique. Selon les résultats du questionnaire, les hypothèses possibles seraient que, d'une part, il existe plusieurs types de représentations mentales de la LNM et, d'autre part, que les nombres négatifs y soient représentés. Après avoir rassemblé les critères sélectionnés, nous créerons une ébauche informatisée de cette tâche. Cette ébauche pourra être améliorée et finalisée afin d'effectuer d'éventuelles premières passations, à travers de futurs travaux.

Méthode

Nous allons maintenant expliquer comment ont été définis les critères permettant de concevoir notre tâche informatisée d'estimation sur lignes numériques horizontales et verticales. Nous avons d'abord recensé les outils d'évaluation de la LNM existants grâce au travail réalisé par Berrut (2021). Nous avons ensuite conçu un questionnaire pour enrichir les informations théoriques concernant les représentations numériques mentales des individus. Enfin, nous avons synthétisé les critères nécessaires à la création d'une épreuve de ligne numérique.

1. Recensement du matériel d'évaluation existant

Afin de recenser les outils d'évaluation d'ores et déjà à disposition des orthophonistes, nous avons consulté le mémoire réalisé par Berrut (2021). Les tableaux en annexes du mémoire font état de 49 outils d'évaluation incluant en partie l'évaluation des compétences mathématiques. Parmi ces 49 outils, 25 évaluent les compétences mathématiques de manière spécifique (Berrut, 2021). Pour compléter ces informations, nos recherches ont permis de d'identifier un nouvel outil d'évaluation des compétences mathématiques. Il en existe donc désormais 26. Parmi eux, les étalonnages s'étendent de quatre ans à l'âge adulte mais la plupart sont destinés à l'évaluation des compétences mathématiques des enfants. Dix-huit outils sur 26 requièrent une passation papier-crayon. Deux outils proposent une modalité mixte et quatre sont informatisés.

Berrut (2021) rapporte trois outils comprenant une tâche semblable à une tâche d'estimation sur ligne numérique. Du plus ancien au plus récent, il existe Numerical : test neurocognitif pour l'apprentissage du nombre et du calcul (Gaillard, 2000), Zareki-R : batterie pour l'évaluation des nombres et du calcul (von Aster & Dellatolas, 2005), et Examath 8-15 : batterie informatisée d'examen des habiletés mathématiques (Lafay & Helloin, 2016). Nous en avons relevé un autre, le test MathEval : dépistage de la dyscalculie (Heremans, 2011). Aussi, la batterie d'évaluation la plus récente est l'Examath 5-8 : batterie informatisée d'examen des habiletés mathématiques chez l'enfant de 5 à 8 ans (Lafay & Helloin, 2021). Ces cinq outils s'appuient sur les fondements théoriques de la

neuropsychologie et de la psychologie cognitive. Ils évaluent les compétences numériques des enfants de la grande section de maternelle (GSM) à la 3ème. Le test MathEval et les batteries Examath 8-15 et Examath 5-8, outils les plus récents, sont tous les trois informatisés.

2. Questionnaire

La recherche de données théoriques réalisée au début de ce travail a soulevé plusieurs questions. Les représentations numériques mentales semblent ne pas être les mêmes chez tous les individus.

2.1. Objectifs

Nous avons souhaité diffuser un questionnaire (cf. Annexe 7) pour compléter les éléments théoriques à notre disposition et comprendre comment les individus se représentent mentalement les quantités. Les objectifs de ce questionnaire informatisé étaient les suivants :

- Savoir si une LNM peut être décrite par les répondants ;
- Savoir si elle peut être manipulée, c'est-à-dire si les répondants peuvent changer la représentation de leur LNM en fonction de l'orientation et du sens ;
- Savoir si une représentation des nombres négatifs sur la LNM est possible.

Le but final de ce questionnaire était d'affiner nos critères pour concevoir notre tâche d'estimation sur ligne numérique.

2.2. Elaboration et choix des questions

Notre questionnaire anonyme a été conçu sur la plateforme informatisée LimeSurvey, permettant aux membres de l'Université de Lille de créer des enquêtes. Nous souhaitions proposer un format permettant aux sondés de répondre directement via un lien au moment voulu. La plateforme permet un mode de recueil rapide et identique pour tous les répondants. Les réponses sont enregistrées directement sur la plateforme, en ligne, et visibles par l'auteur du questionnaire. LimeSurvey offre, par ailleurs, une représentation des réponses sous forme de graphiques permettant une visualisation précise des réponses.

Le choix des questions a été défini afin de répondre aux objectifs précédemment cités. Nous avons cherché à connaître les différentes représentations possibles de la LNM d'individus de tout âge et de tout milieu. Pour optimiser la compréhension de certaines questions, nous avons ajouté les définitions des mots « nombre » et « quantité ». Les choix de réponses pour les questions à réponse unique suivaient le plus souvent un format de type échelle de Likert (tout à fait d'accord, plutôt d'accord, ni d'accord ni pas d'accord, plutôt pas d'accord, pas du tout d'accord). Les autres questions permettaient une réponse ouverte courte ou longue.

2.3. Critères de sélection et diffusion

Notre questionnaire était destiné à toute personne souhaitant y répondre, sans limite d'âge et sans diplôme nécessaire. Aucun critère d'exclusion n'a été défini. Toutefois, nous pouvons affirmer que les enfants ne sachant pas encore lire ne pouvaient participer à l'enquête et nous pouvons supposer que pour les enfants en âge de lire ou non, la compréhension de certaines questions était trop difficile.

Ce questionnaire, s'adressant à toutes les personnes qui souhaitaient y répondre, a été largement diffusé sur le réseau social Facebook et par le biais de nos messageries électroniques de manière plus ciblée. La période de recueil des réponses s'est étendue sur deux semaines.

3. Critères à définir pour une épreuve de ligne numérique

Des critères spécifiques à la création d'une tâche de ligne numérique ont été relevés tels que la présentation de la ligne, les modalités d'entrée et de réponse, les items, et la cotation de l'épreuve.

3.1. Orientation

Fréquemment, les tâches d'estimation sur ligne numérique sont présentées sous formes d'échelles horizontales ou verticales. Au cours de son travail, Berrut (2021) a exposé la pertinence de proposer une ligne numérique horizontale. La littérature fait, effectivement, état de nombreux travaux prouvant l'existence de représentations mentales sous forme de ligne numérique horizontale orientée de gauche à droite. Trois outils d'évaluation proposent des échelles horizontales et deux outils d'évaluation proposent des échelles verticales. Pour notre part, nous avons souhaité proposer une tâche mixte : des échelles horizontales et des échelles verticales.

3.2. Bornage et graduation

Les lignes numériques peuvent être bornées ou non bornées, et graduées ou vierges. L'estimation sur ligne numérique non bornée rendrait compte de manière directe de la représentation de la LNM, tandis que l'estimation sur ligne numérique bornée serait efficace pour l'influence qu'elle a sur les autres compétences mathématiques. La tâche d'estimation sur une ligne numérique non bornée représenterait une mesure plus spécifique de la représentation des nombres entiers contrairement à la tâche d'estimation sur une ligne numérique bornée (Cohen & Blanc-Goldhammer, 2011). La tâche de ligne numérique bornée serait liée à d'autres concepts numériques, voire corrélée (Booth et Siegler, 2008 ; Siegler et Ramani, 2009). Les stratégies proportionnelles spécifiques à la tâche de ligne numérique bornée seraient liées à d'autres compétences mathématiques (Link, 2014). Les lignes numériques non bornées suscitent, toutefois, des estimations plus logarithmiques que les lignes numériques bornées (Kim & Opfer, 2016). L'estimation sur ligne numérique non graduée, ou vierge, est plus classiquement utilisée pour évaluer l'accès à la LNM. Seule la batterie Zareki-R (von Aster & Dellatolas, 2005) fait état de lignes graduées. Il paraît pertinent de proposer pour notre tâche d'estimation sur ligne numérique des échelles vierges bornées et non bornées.

3.3. Modalités d'entrée et de sortie

La tâche d'estimation sur ligne numérique a pour principal but de déterminer les capacités d'accès aux représentations numériques mentales via les codes symboliques. L'hypothèse d'un déficit d'accès à ces représentations est d'ailleurs mise en cause dans l'origine du TAM (Geary & al., 2008 ; Rousselle & al., 2004). Les modalités d'entrée utilisées pour ce type de tâche sont le code arabe et le code verbal en interaction avec le code analogique. Selon le modèle de von Aster et Shalev (2007), en regard du modèle du Triple Code de Dehaene (1992), le code verbal est acquis avant la scolarité et le code arabe quelque temps après l'entrée dans la scolarité. La présentation des items a une

influence sur la solidité du lien de corrélation entre une tâche d'estimation sur ligne numérique bornée et les autres habiletés mathématiques. Le code arabe permettrait une meilleure corrélation que le code verbal oral et le code mixte (verbal oral et arabe), et le code analogique permettrait la corrélation la moins efficace (Schneider et al., 2018 ; cités dans Berrut, 2021). Par ailleurs, une présentation des nombres sous forme mixte favoriserait la capacité d'estimation chez les enfants en classe de CP et une présentation des nombres sous forme verbale favoriserait la capacité d'estimation chez les enfants de CE2 (Meyer & Vilette, 2012 ; cités dans Berrut, 2021). Habituellement, le format papier-crayon impose une modalité de sortie en code arabe et analogique. Les supports informatisés nécessitent plus fréquemment une modalité de sortie en code analogique uniquement. Il semble intéressant de proposer des modalités d'entrée sous format arabe, verbal oral et mixte et une modalité de sortie analogique.

3.4. Cotation

Pour une tâche d'estimation sur ligne numérique, il est nécessaire d'évaluer la précision et le temps de réponse. Plusieurs types de cotation existent pour mesurer la précision. La mesure la plus utilisée dans les tâches d'estimation est l'écart entre position correcte et position donnée. D'autres tâches utilisent pour cotation le nombre de réponses correctes, le coefficient directeur de la droite et l'erreur quadratique moyenne (Berrut, 2021). Le Percent Absolute Error³ (PAE) permet de calculer la distance moyenne entre une position numérique réelle et une position numérique estimée, sur l'échelle de la ligne numérique (Siegler & Booth, 2004). Un pourcentage bas signifie une précision numérique efficiente tandis qu'un pourcentage élevé signifie une estimation éloignée de la position numérique réelle (Marcon & Lafay, 2020). Il est aussi intéressant de mesurer la linéarité de la représentation mentale des quantités (Marcon & Lafay, 2020). En effet, les enfants présentant un TAM possèdent une représentation logarithmique plus durablement que les enfants au développement typique (Geary & al., 2008). Il est donc pertinent de mesurer cette linéarité et de la faire apparaître sous forme de graphique. Un graphique linéaire signifie une précision numérique efficiente (Marcon & Lafay, 2020). La mesure du temps est également essentielle pour analyser les performances d'un individu car le temps de réponse peut être long malgré une précision efficiente, ce qui signifiera un défaut d'automatisme dans le domaine évalué. Ces analyses quantitatives devront être appariées à des analyses qualitatives.

4. Informatisation de l'épreuve

Dans la continuité du travail réalisé par Berrut (2021), une ébauche de l'épreuve a été informatisée afin de modéliser une tâche d'estimation sur lignes numériques horizontales et verticales (cf. Annexe 8). Ne possédant pas les compétences pour coder un site web, nous avons choisi un logiciel facile à manipuler, accessible gratuitement et permettant de réaliser des interactions : le logiciel Microsoft PowerPoint©. Nous avons construit les différentes étapes interactives dans un ordre prédéterminé : choix du niveau scolaire en fonction d'un futur étalonnage, consigne, choix de la ligne numérique, item d'exemple, et tâche d'estimation sur ligne numérique. Nous n'avons pas choisi de développer toutes les possibilités. Nous nous sommes concentrée sur un seul niveau scolaire

³ Le PAE répond à la formule suivante : $([\text{estimation-quantité cible à estimer}] / \text{échelle d'estimation de la ligne}) \times 100$. Par exemple, on demande à un individu d'estimer l'emplacement du nombre 57 sur une ligne 0-100. Si la position choisie est 45, le PAE sera calculé $([57-45]/100) \times 100$ soit 12%.

afin de montrer un exemple de l'aspect d'une tâche d'estimation sur ligne numérique informatisée. Nous avons sélectionné les lignes numériques qui nous semblaient les plus pertinentes à développer mais aussi les items en fonction de la ligne numérique choisie et de la modalité d'entrée.

Résultats

Les résultats de ce travail s'inscrivent dans un projet plus global de création du Bilan de Cognition Mathématique et dans la continuité du travail réalisé par Berrut (2021). Dans cette partie, les outils d'évaluation de la LNM existants seront résumés, les réponses du questionnaire seront analysées et une tâche d'estimation sur lignes numériques horizontales et verticales sera proposée.

1. Résumé des outils d'évaluation de la LNM existants

En Annexe 9, un tableau résume les caractéristiques des outils existants proposant une tâche semblable à une tâche d'estimation sur ligne numérique. Dans ce tableau, conçu à l'aide des recherches de Berrut (2021), nous trouvons la tranche d'âge concernée par le test, la modalité de passation, le nom de l'épreuve ou des épreuves, les modalités d'entrée et de sortie, le nombre d'items, le pourcentage d'items par rapport à la longueur totale de l'échelle, et la mesure de cotation utilisée.

2. Résultats issus du questionnaire

Nous avons recueilli 122 réponses d'individus tout-venants, au total.

2.1. Profil des participants

Parmi les 122 répondants, 96 sont des femmes (79%) et 26 sont des hommes (21%). L'âge des répondants s'étend de 12 à 68 ans. La part des répondants ayant de 24 à 27 ans représente 39%. Tous les répondants ont pour langue maternelle le français et ont appris à lire de gauche à droite.

2.2. Représentation des quantités

Environ 84% des répondants indiquent qu'ils sont capables de visualiser des magnitudes afin de savoir laquelle est la plus importante (soit des réponses « tout à fait d'accord » ou « plutôt d'accord » selon l'échelle de Likert). A l'inverse, 13% des répondants estiment qu'ils n'en sont pas capables (soit des réponses « plutôt pas d'accord » ou « pas du tout d'accord » selon l'échelle de Likert). Pour décrire leur perception des magnitudes, 35% des répondants évoquent spontanément une ligne numérique ou une notion d'ordre croissant avec un emplacement dans l'espace (généralement gauche/droite mais parfois aussi bas/haut). D'autres évoquent la perception d'éléments (42%), de volumes (11%), ou le savoir grâce aux apprentissages (11%).

2.3. Orientation de la LNM

Quatre questions ont été posées pour connaître les différentes représentations possibles de la LNM chez les individus. Environ 28% des répondants sont tout à fait d'accord pour dire qu'ils visualisent spontanément une LNM lorsqu'ils imaginent des quantités et environ 25% sont plutôt d'accord (au total, cela représente 53% des participants). Sur les 118 personnes répondant à la

question suivante, 95 décrivent une LNM horizontale orientée de gauche à droite telle que décrite dans la littérature. Les 23 autres (soit environ 19%) décrivent un autre type de représentation. Deux personnes décrivent une LNM horizontale orientée de droite à gauche. Trois personnes décrivent une LNM verticale orientée de bas en haut. Deux personnes décrivent une LNM diagonale orientée de gauche/bas à droite/haut dont une avec une notion de profondeur. Une personne décrit une LNM transversale (proche/lointain). Quatre personnes décrivent une LNM mixte horizontale/verticale (ex. horizontale de gauche à droite jusqu'à 20 puis verticale de bas en haut). Deux personnes expriment leur capacité à percevoir une LNM horizontale pour un type de mesure (ex. distance) et une LNM verticale pour un autre type de mesure (ex. étapes de la vie). Quatre personnes décrivent une LNM semblable à des séquences spatialisées (ex. alternance de sens vertical/horizontal et d'orientation gauche/droite et bas/haut ; courbes avec bonds entre les jalons ; cercles). Une personne n'est pas capable de décrire une LNM et quatre réponses sont difficiles à interpréter (ex. ligne non décrite, nombres rotatifs en 3D ; ligne verticale de gauche à droite).

Plusieurs répondants parlent de « zoom » sur les grands nombres. On parle de nombres « plus rapprochés pour les grands et plus éloignés pour les petits ». Pour certains il est impossible de percevoir après un nombre x (ex. après 50), tandis que pour d'autres, la LNM est infinie et peut être représentée par une flèche continue pour indiquer la notion d'infini. Des répondants décrivent une couleur pour chaque nombre ou une couleur pour la ligne. D'autres se représentent les magnitudes sur des balles, des bouteilles ou une maison pour le zéro. Quelques personnes évoquent des petits nombres rétrécis par rapport aux grands et des jalons plus marqués ou de couleur différente. La LNM est parfois représentée comme apprise à l'école (ex. frise sur le mur jusqu'à 30, puis retour à la ligne à chaque dizaine). Un répondant évoque le lien entre LNM et compétences en calcul (« les chiffres ronds sont plus saillants pour faire des calculs plus rapidement »).

Sur les 118 répondants, environ 61% affirment pouvoir manipuler leur LNM (i.e. la changer de sens et/ou d'orientation) : environ 28% sont tout à fait d'accord et environ 33% sont plutôt d'accord. La plupart des répondants peuvent manipuler la LNM de manière verticale, si elle était décrite comme horizontale. Un grand nombre de répondants peuvent manipuler dans le sens (horizontal, vertical ou diagonal) et l'orientation souhaités (droite/gauche, haut/bas...). Selon les réponses des participants, une manipulation de la LNM est possible dans les situations quotidiennes suivantes : altitude, profondeur, douleur, température, cuisine (verre doseur), calcul, argent, âge, hauteur, distance, dates, nombres négatifs.

2.4. Nombres négatifs sur la LNM

Deux questions ont été posées pour identifier la possibilité de représentation des nombres négatifs. Environ 52% des répondants sont tout à fait d'accord pour dire qu'ils visualisent des nombres négatifs sur la LNM. La majorité des participants perçoivent les nombres négatifs avant le zéro, soit à gauche, en bas, à droite ou au-dessus. Pour un répondant, la LNM de nombres positifs disparaît pour laisser place à la LNM de nombres négatifs dans un ordre croissant de gauche à droite. Pour un autre, les nombres négatifs sont situés « au même endroit » que les nombres positifs. Un dernier exprime qu'ils n'ont « pas de position particulière ».

3. Epreuve de ligne numérique proposée

A partir des résultats de Berrut (2021), nous proposons une tâche informatisée d'estimation sur lignes numériques horizontales et verticales.

Les tableaux 1 et 2 réfèrent les différents types de lignes numériques pouvant être proposées pour chaque niveau, de la petite section de maternelle (PSM) à la 3ème.

Tableau 1. Répartition des types de lignes numériques horizontales en fonction des niveaux.

	Ligne numérique horizontale										
	Bornée						Non bornée				
	0-10	0-20	0-100	0-1000	-100 +100	-1000 +1000	0-10	0-20	0-100	0-1000	-100 +100
PSM	x	x					x	x			
MSM	x	x	x				x	x			
GSM	x	x	x				x	x			
CP	x	x	x				x	x	x		
CE1		x	x					x	x		
CE2		x	x	x				x	x		
CM1		x	x	x				x	x		
CM2		x	x	x				x	x	x	
6ème		x	x	x				x	x	x	
5ème			x	x	x	x			x	x	x
4ème			x	x	x	x			x	x	x
3ème			x	x	x	x			x	x	x

Tableau 2. Répartition des types de lignes numériques verticales en fonction des niveaux.

	Ligne numérique verticale							
	Bornée				Non bornée			
	0-10	0-20	0-100	0-1000	0-10	0-20	0-100	0-1000
CP	x				x			
CE1	x	x			x	x		
CE2		x				x		
CM1		x				x		
CM2		x	x			x	x	
6ème		x	x			x	x	
5ème			x	x			x	x
4ème			x	x			x	x
3ème			x	x			x	x

Les tableaux 3 et 4 réfèrent les items sélectionnés en fonction du type de ligne numérique et de la modalité d'entrée. Pour chaque ligne, il est possible de sélectionner une modalité d'entrée : arabe, verbale orale, ou mixte. Les modalités d'entrée en codes arabe et mixte sont proposées à partir du CP. La modalité d'entrée mixte est proposée uniquement pour les lignes numériques 0-20 et 0-100. La modalité verbale n'est pas proposée pour les lignes numériques bornée -1000+1000 et non bornée -100+100. A partir du travail de Berrut (2021), nous avons sélectionné huit items dont un item d'exemple (le premier).

Tableau 3. Répartition des items en fonction du type de ligne numérique bornée et de la modalité d'entrée.

Ligne numérique bornée						
	Horizontale					
	Verticale					
	0-10	0-20	0-100	0-1000	-100 +100	-1000 +1000
A	5 ; 1, 2, 3, 6, 7, 8, 9	10 ; 1, 2, 3, 6, 8, 13, 15	53 ; 7, 14, 23, 26, 60, 88, 99	117 ; 32, 142, 268, 346, 451, 820, 902	-6 ; -98, -67, - 47, -39, 11, 60, 86	101 ; -924, -899, - 450 -341, 15, 292, 580
VO	2 ; 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	6 ; 2, 3, 4, 9, 13, 16, 19	20 ; 4, 17, 30, 34, 48, 74, 85	262 ; 12, 78, 179, 346, 435, 674, 879	-87 ; -65, -50, - 46 -17, 25, 39, 98	
M	9 ; 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8	1 ; 2, 3, 6, 10, 11, 14, 19	5 ; 8, 10, 27, 54, 73, 86, 98			

Note. A : arabe ; VO : verbal oral ; M : mixte.

Tableau 4. Répartition des items en fonction du type de ligne numérique non bornée et de la modalité d'entrée.

Ligne numérique non bornée					
	Horizontale				
	Verticale				
	0-10 (référence 2)	0-20 (référence 1)	0-100 (référence 5)	0-1000 (référence 100)	-100 +100
A	8 ; 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9	3 ; 2, 5, 6, 7, 10, 13, 16	23 ; 3, 15, 10, 36, 51, 67, 93	30 ; 58, 127, 176, 352, 404, 699, 946	-1 ; -96, -68, -46, - 35, 13, 19, 25
VO	6 ; 1, 3, 4, 5, 7, 8, 9	5 ; 3, 4, 6, 8, 13, 15, 18	11 ; 8, 17, 21, 37, 52, 64, 99	111 ; 33, 194, 234, 275, 463, 558, 929	
M	1 ; 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	2 ; 3, 5, 6, 9, 13, 14, 19	2 ; 8, 24, 30, 33, 58, 66, 90		

Note. A : arabe ; VO : verbal oral ; M : mixte.

La tâche informatisée se présente sous forme de diaporama interactif sur le logiciel Microsoft PowerPoint®. La première page est constituée de neuf choix présentant les niveaux. Certains choix comportent deux niveaux lorsque les mêmes lignes numériques sont proposées. Nous avons choisi de modéliser le niveau CE2/CM1. Lorsque nous cliquons sur ce choix, une consigne apparaît à l'écran et est énoncée par l'ordinateur : « Tu vas voir une ligne droite à l'écran. Tu vas devoir placer le chiffre que tu vois ou que tu entends en cliquant sur la ligne. Nous allons faire un exemple. ». La consigne peut être réécoutée. Un menu apparaît avec plusieurs choix : ligne numérique horizontale bornée 0-20, 0-100, 0-1000, ligne numérique horizontale non bornée 0-20, 0-100, ligne numérique verticale bornée 0-20, ligne numérique verticale non bornée 0-20. Pour chaque choix, nous pouvons sélectionner « Lancer les exemples ». Selon le choix, une ligne numérique apparaît. La présentation se veut épurée avec des couleurs sobres. Trois choix apparaissent pour sélectionner la modalité d'entrée : « V » pour code verbal oral, « A » pour code arabe ou « M » pour code mixte.

Pour répondre, l'enfant clique avec le curseur sur la position estimée, ou pose son doigt sur la position estimée si l'écran est tactile. S'il ne peut pas le faire seul, l'enfant pointe la position estimée avec son doigt ou un objet fin et l'examineur clique à l'emplacement pointé le plus fidèlement possible. La modalité de sortie est le code analogique.

Nous proposons de mesurer le temps de réponse ainsi que la précision de l'estimation en calculant le PAE. Les résultats sont visibles sous forme de scores bruts.

Discussion

A travers cette discussion, nous justifierons tous les éléments qui ont permis de définir nos choix. Les épreuves d'estimation sur ligne numérique existantes feront l'objet d'une analyse critique et serviront à déterminer les critères pour concevoir notre tâche. Les choix de la présentation de notre tâche seront également justifiés.

1. Analyse critique des épreuves existantes

Plusieurs critères sont intéressants à considérer et à analyser pour créer une tâche d'estimation sur ligne numérique. Les outils d'évaluation existants nous ont permis d'orienter nos choix plus facilement.

Les fondements théoriques sur lesquels s'appuient les outils d'évaluation peuvent, en partie, expliquer la sélection des épreuves au sein de ces outils. Nous remarquons que peu d'outils comprennent une épreuve d'estimation sur ligne numérique. Cela peut s'expliquer par le fait que peu d'entre eux s'inscrivent dans le cadre d'une approche neuropsychologique et cognitive.

La modalité de passation est un critère important à prendre en compte. Les outils d'évaluation les plus anciens, le test Numerical (Gaillard, 2000) et la batterie Zareki-R (von Aster & Dellatolas, 2005) sont tous deux en format papier-crayon. Cette modalité possède ses limites : besoin de matériels (ex. copies, crayons, gabarits de mesure), cotation longue, mesure du temps de réponse inexacte ou inexistante. Ces tests sont considérés comme anciens, puisque de nombreuses études ont été réalisées depuis leur parution. Le test MathEval (Heremans, 2011), la batterie Examath 8-15 (Lafay & Helloin, 2016), et la batterie Examath 5-8 (Lafay & Helloin, 2021) sont, eux, informatisés. A l'heure actuelle, un support informatisé semble plus pertinent du point de vue pragmatique (aucun matériel nécessaire hormis un ordinateur ou une tablette tactile, transport facile), du point de vue de la temporalité (automaticité du calcul des scores, enregistrements immédiats, résultats en temps réel), du point de vue de l'évaluation (capacité de mesure du temps de réponse).

Les qualités psychométriques jouent un rôle essentiel pour prouver qu'un outil d'évaluation est de bonne qualité. L'outil doit être standardisé, valide, fidèle et être construit conformément à des normes. Lafay et Cattini (2018) ont recensé tous les outils d'évaluation des compétences mathématiques afin d'en faire une analyse psychométrique détaillée selon les critères définis. Les résultats suggèrent un pourcentage de critères validés pour chaque outil d'évaluation : le test MathEval (Heremans, 2011) obtient un score de 43%, le test Numerical (Gaillard, 2000) et la batterie Zareki-R (von Aster & Dellatolas, 2005) obtiennent un score de 48% et la batterie Examath 8-15 (Lafay & Helloin, 2016) obtient un score de 67%. Ces scores donnent une indication relative. La batterie Examath 5-8 (Lafay & Helloin, 2021) n'a pu faire l'objet de cette étude au vu de la récence de sa parution. Toutefois, nous pouvons imaginer un score similaire ou supérieur à celui de la batterie Examath 8-15 (Lafay & Helloin, 2016), élaborée par les mêmes conceptrices. Sur la base de ces

observations, nous nous sommes inspirée de ces deux dernières batteries d'évaluation pour concevoir notre épreuve.

Le nombre d'items et la cotation sont importants à définir pour concevoir une tâche d'estimation sur ligne numérique. D'après l'analyse de Berrut (2021), les outils d'évaluation nous apprennent qu'il est préférable de présenter plus de six items par subtest et de disposer d'une méthode de cotation fine, telle que le PAE, pour discriminer de manière plus efficace les performances.

La présentation des lignes varie selon l'outil d'évaluation. Le test Numerical (Gaillard, 2000) et la batterie Zareki-R (von Aster & Dellatolas, 2005) proposent tous deux uniquement des échelles verticales. Le test MathEval (Heremans, 2011), la batterie Examath 8-15 (Lafay & Helloin, 2016), et la batterie Examath 5-8 (Lafay & Helloin, 2021) proposent des échelles horizontales uniquement. Aucun de ces outils ne propose une présentation mixte. Au travers de notre travail, nous avons souhaité apporter cette présentation mixte en proposant à la fois des lignes numériques horizontales et des lignes numériques verticales.

2. Une tâche d'estimation sur lignes numériques horizontales et verticales

Suite aux résultats apportés par Berrut (2021), nous avons sélectionné, modifié ou ajouté des éléments nous paraissant pertinents et essentiels à la conception d'une nouvelle tâche d'estimation sur ligne numérique. D'abord, nous justifierons notre choix d'ajouter une tâche d'estimation sur ligne verticale à la proposition de tâche d'estimation sur ligne horizontale de Berrut (2021). Ensuite, nous argumenterons nos choix de critères.

2.1. Apport de la ligne numérique verticale

Nous sommes partie du postulat qu'il n'existait pas une seule et unique représentation de la LNM chez tous les individus, et ainsi, qu'une tâche d'estimation sur ligne horizontale ne prenait pas en compte la diversité de représentations de la LNM pour tous les individus. Cette hypothèse a été confirmée grâce aux résultats de notre questionnaire.

De nombreuses études soutiennent que la LNM serait représentée sous la forme d'une échelle orientée de gauche à droite naturellement. Toutefois, les modèles de von Aster (2000) et von Aster et Shalev (2007) illustrent parfaitement la progression, l'évolution, la maturation de la LNM au fil des années. Les représentations numériques mentales, associées à la LNM, s'étoffent. Ainsi, la LNM pourrait être inversée et être réajustée par apprentissage. Nous savons que la LNM est représentée de différentes manières selon les individus (variation de la couleur, de la luminosité, de la forme). Elle n'est pas nécessairement semblable à une ligne droite ordinaire (von Aster & Shalev, 2007). Nous savons également que les facteurs culturels ont une influence sur l'orientation de la ligne (ex. le fait de s'entraîner à compter avec les doigts de droite à gauche a une influence sur l'effet SNARC). Par ailleurs, l'effet SNARC suggère un lien direct entre les réponses manuelles « gauche/droite » et l'orientation de la LNM. Or, cette hypothèse a été plusieurs fois réfutée. A travers d'autres études, plusieurs auteurs ont montré que la dimension « gauche/droite » n'était pas le seul mapping possible. Les réponses « bas/haut » (Ito & Hatta, 2004), « proche/lointain » (Santens & Gevers, 2008) et «

précision/ puissance » (Lindemann, & al., 2007) sont également possibles. Ces réponses signifient que les petits nombres sont représentés par une polarité négative et que les grands nombres sont représentés par une polarité positive (Santens & Gevers, 2008). Ainsi, les réponses spatiales liées à la représentation mentale des quantités seraient modifiables et adaptables. Enfin, le cas particulier de la synesthésie remet en doute cette orientation unique de la LNM de gauche à droite. Les études suggèrent que chez les personnes synesthètes, la représentation de la LNM serait semblable à des séquences spatialisées sous forme de courbes ou de cercles et orientées de gauche à droite ou de droite à gauche, par exemple. Ces éléments montrent que la LNM ne possède pas une représentation unique chez tous les individus, elle peut varier d'une personne à une autre.

Afin de recueillir des arguments supplémentaires, un questionnaire destiné à des individus tout-venants a été conçu. Nous avons obtenu 122 réponses, ce qui constitue une donnée statistiquement probante. En regard des éléments théoriques, les résultats ont permis d'apporter des indications sur les représentations numériques mentales individuelles et plus particulièrement sur l'orientation de la LNM et la présence ou non de nombres négatifs sur la LNM. Les résultats ont, tout d'abord, permis de saisir la difficulté des individus à prendre conscience des images mentales qu'ils pouvaient percevoir des quantités. Nous avons relevé 35% des répondants étant capables de décrire ce qui s'apparente à une LNM spontanément. La majorité des réponses (42%) révèlent une représentation analogique lorsqu'ils visualisent des quantités (bâtons, points...). Des questions guidées sur la représentation de la LNM ont permis de révéler l'existence dominante d'une représentation horizontale de gauche à droite et d'isoler 23 personnes sur 118, possédant une représentation différente de celle habituellement décrite dans la littérature. Il est intéressant de constater qu'environ 19% possèdent une représentation de la LNM horizontale de droite à gauche, verticale, diagonale, mixte ou pouvant s'apparenter à des séquences spatialisées. Ces réponses suggèrent qu'une diversité dans la représentation mentale des nombres existe. Par ailleurs, 61% des répondants affirment avoir la faculté d'orienter la LNM différemment sur sollicitation. Des questions complémentaires ont été ajoutées pour connaître la langue maternelle des répondants et la langue dans laquelle ils avaient appris à lire. Ces questions permettaient de comprendre si le sens de lecture pouvait influencer l'orientation de la LNM, comme le suggéraient les expériences réalisées par Dehaene et ses collègues (1993). Ici, tous les participants ont appris à lire de gauche à droite, avec pour langue maternelle le français. Pourtant, 19% des répondants ne possèdent pas une représentation horizontale de gauche à droite telle que décrite classiquement. Ces résultats semblent confirmer l'hypothèse selon laquelle la LNM serait davantage influencée par des facteurs culturels (voir par exemple Pitt & Casasanto, 2014). Nous pouvons d'ailleurs constater que plusieurs participants évoquent la façon dont ils ont appris les nombres sur une ligne numérique physique (ex. « Comme je l'ai appris à l'école » ; « Je m'imagine toujours une frise que j'avais apprise en CP. Je ne sais pas pourquoi mais elle est toujours restée ancrée dans ma tête. Et je la visualise »). Nous pouvons ajouter qu'un enfant de 12 ans a participé à cette enquête et a indiqué qu'il était capable de manipuler la LNM dans tous les sens. La participation d'un enfant de 6 ans aurait été intéressante pour indiquer si une telle observation était constatée. Les données sociologiques récoltées ont permis de connaître le genre des participants, leur âge, leur niveau d'étude, et leur niveau estimé en mathématiques. Les personnes ayant décrit une LNM différente de celle habituellement décrite dans la littérature peuvent être de genre féminin ou masculin, l'âge s'étend de 19 à 61 ans, la plupart possèdent un niveau d'étude supérieur à un bac+2 et quelques-uns ont un diplôme inférieur au baccalauréat, le niveau en mathématiques est considéré en majorité comme « ni bon, ni mauvais », « bon » ou « très bon », une

seule personne considère son niveau comme mauvais. Ces différents critères ne semblent pas avoir une influence significative sur l'orientation de la LNM.

Simonin (2015) a également proposé un outil d'évaluation de la LNM. A travers une de ses hypothèses expérimentales, elle suggérait que la ligne numérique horizontale serait davantage typique des représentations numériques mentales que la ligne numérique verticale. Or, les résultats ont montré une moyenne d'erreurs relatives plus basse pour la ligne numérique verticale que pour la ligne numérique horizontale. Cela suggère que la relation entre les représentations numériques internes et la ligne numérique physique ne serait pas directe.

Ces différents arguments ont orienté notre choix d'ajouter une ligne numérique verticale à la tâche d'estimation sur ligne numérique horizontale initialement prévue.

2.2. Choix de présentation

Nous souhaitons proposer une large possibilité de sous-épreuves possibles sans obligation de passation pour l'examineur.

2.2.1. Type de ligne

Nous avons conservé les propositions de lignes numériques horizontales de Berrut (2021) avec les mêmes étendues : lignes numériques bornées de 0 à 20, de 0 à 100, de 0 à 1000, de -100 à +100, de -1000 à +1000 et lignes numériques non bornées de 0 à 20, de 0 à 100, de 0 à 1000, de -100 à +100. Berrut (2021) a choisi ces critères en fonction des activités présentées au sein du système scolaire. Ainsi, le cycle 1 (de la PSM à la GSM) permet aux enfants l'apprentissage des nombres jusqu'à dix (Ministère de l'éducation nationale, de la jeunesse et des sports, 2020 ; cité dans Berrut, 2021). Afin d'augmenter la difficulté, Berrut (2021) proposait une étendue supérieure à ce qui est habituellement travaillé à l'école maternelle (0-20). Toutefois, nous avons choisi d'ajouter des lignes numériques bornées et non bornées de 0 à 10. D'une part, car l'orthophoniste qui évalue les compétences mathématiques est généralement amené à recevoir des individus porteurs de difficultés importantes. D'autre part, car les enfants montreraient de meilleures performances sur les lignes numériques allant de 0 à 10 (Siegler & Opfer, 2003). Par ailleurs, nous avons conservé la proposition de lignes de 0 à 100 à partir de la MSM qui seraient parfois présentées dès ce niveau (Siegler & Booth, 2004 ; cités dans Berrut, 2021). Sur le même principe, les lignes numériques de 0 à 1000 peuvent être proposées dès le CE2, et les lignes numériques avec des nombres négatifs dès la 5ème.

Sur la base des mêmes étendues, nous avons proposé la tâche d'estimation sur ligne numérique verticale à partir du CP. En effet, la LNM s'étoffe avec les années et peut être inversée et réajustée avec les apprentissages. Il nous a donc semblé pertinent de proposer la ligne verticale au début des apprentissages formels. Nous avons souhaité proposer une difficulté progressive comme pour les lignes numériques horizontales. Pour ne pas multiplier les propositions, nous avons réduit le plus possible le nombre de sous-épreuves de lignes numériques verticales et proposé seulement l'essentiel. Cette sous-épreuve serait utile pour donner une indication quant à la possible maturation de la LNM de l'enfant.

Des lignes numériques comprenant des nombres négatifs sont également proposées dans la tâche. L'étude de Zhang et You (2012) a montré que les nombres négatifs seraient représentés à gauche du 0 sur la LNM (i.e. sur le même continuum que les nombres positifs) lorsqu'ils sont traités par rapport à leur valeur relative et représentés comme les nombres positifs (i.e. sur un continuum indépendant) lorsqu'ils sont traités par rapport à leur valeur absolue. Notre questionnaire a permis d'apporter des informations supplémentaires dans le sens de cette étude. Plus de la moitié des répondants sont tout à fait d'accord pour dire qu'ils visualisent des nombres négatifs sur la LNM. Pour la plupart, les nombres négatifs se situent avant le zéro. Cette observation est comparable au traitement de la valeur relative des nombres négatifs puisqu'il s'agit d'un unique continuum. Par ailleurs, un répondant affirme que la ligne de nombres positifs disparaît pour ne visualiser que les nombres négatifs sur une ligne de gauche à droite. Cette observation est comparable au traitement de la valeur absolue des nombres négatifs.

2.2.2. Bornage

La tâche d'estimation sur une ligne numérique non bornée représenterait une mesure plus spécifique de la représentation des nombres entiers contrairement à la tâche d'estimation sur une ligne numérique bornée (Cohen & Blanc-Goldhammer, 2011). La tâche de ligne numérique bornée serait liée à d'autres concepts numériques, voire corrélée (Booth et Siegler, 2008 ; Siegler et Ramani, 2009). Ce seraient les stratégies proportionnelles spécifiques à la tâche de ligne numérique bornée qui seraient liées à d'autres compétences mathématiques (Link, 2014). Toutefois, les lignes numériques non bornées suscitent des estimations plus logarithmiques que les lignes numériques bornées (Kim & Opfer, 2016). Il nous a ainsi semblé pertinent de conserver ces deux types de lignes numériques, en accordant une attention particulière aux lignes numériques non bornées qui sont à la fois plus représentatives des représentations numériques mentales mais à la fois plus à risque de donner des estimations logarithmiques.

2.2.3. Modalités d'entrée et de sortie

La littérature portant sur l'approche cognitive affirme que l'origine du TAM viendrait d'un déficit de l'accès aux représentations numériques mentales par le biais des codes symboliques (Geary & al., 2008 ; Rousselle & al., 2004). Les difficultés porteront, par exemple, sur la comparaison ou l'estimation de nombres verbaux ou arabes (Lafay & Cattini, 2018). A partir de ce postulat, une épreuve de ligne numérique dont les nombres sont présentés sous formes verbale et/ou arabe semble pertinente.

La modalité d'entrée sous forme mixte est proposée uniquement pour les lignes numériques 0-20 et 0-100. En effet, cette modalité favoriserait la capacité d'estimation chez les enfants en classe de CP, il semble donc pertinent de ne pas la proposer pour les lignes numériques proposées aux niveaux supérieurs. Ainsi, pour les lignes numériques 0-1000 proposées à partir du CE2 et les lignes -100+100 et -1000+1000 proposées à partir de la 5ème, la modalité mixte n'est pas proposée. La modalité verbale, quant à elle, n'est pas proposée pour les lignes numériques bornée -1000+1000 et non bornée -100+100. Une présentation des nombres sous forme verbale favoriserait la capacité d'estimation chez les enfants de CE2, il semble donc pertinent de ne pas la proposer pour les lignes numériques proposées aux niveaux supérieurs.

La tâche que nous proposons requiert une réponse sous forme analogique uniquement. Autrement dit, la réponse nécessite de situer un nombre par rapport à un autre de manière analogique et non pas de dire ou d'écrire le nombre attendu. Deux outils d'évaluation, sur les cinq proposant une tâche d'estimation sur ligne numérique, requièrent une réponse sous formes analogique et arabe. En proposant cette modalité, d'autres compétences sont sollicitées, comme le transcodage (passage du code analogique au code arabe). Si la personne évaluée présente des difficultés de transcodage, la performance à l'épreuve d'estimation sur ligne numérique pourrait être biaisée et l'évaluateur n'en déduira pas la cause sous-jacente.

2.2.4. Items et consigne

Dans sa proposition d'exemple de tâche d'estimation sur ligne numérique horizontale, Berrut (2021) a réuni un nombre important d'items. Le nombre d'items a été choisi en fonction de l'étendue de la ligne : 10 items pour les lignes 0-20, 20 items pour les lignes 0-100, 30 items pour les lignes 0-1000, 40 items pour les lignes -100 à 100 et 60 items pour les lignes -1000 à 1000. Parmi ces items, il nous a fallu faire une sélection pertinente, le but étant d'éviter la redondance. Ces items ont été classés par degré de difficulté (facile, moyen, difficile) d'après leur valeur, et leur proximité à des repères numériques importants. Pour chaque ligne, nous avons choisi de sélectionner huit items dont un item d'exemple. En effet, selon Berrut (2021), un nombre de six items ne suffirait pas à distinguer les différences interindividuelles. Pour chaque type de ligne numérique, nous avons donc sélectionné huit items dont quatre définis comme faciles, trois définis comme moyens, et un défini comme difficile afin de faire varier la difficulté. L'item d'exemple a été sélectionné parmi les items dits faciles. Pour différencier les représentations linéaires des représentations logarithmiques de la LNM, des études affirment qu'il faudrait proposer davantage d'items présents dans le tiers inférieur de l'échelle (Siegler & Booth, 2004 ; cités dans Berrut, 2021). Ainsi, les items ont été répartis de façon à ce que 50% se trouvent dans le tiers inférieur de la ligne numérique et 50% dans les deux tiers supérieurs de la ligne numérique.

Il nous semblait pertinent de proposer les mêmes items pour lignes horizontales comme pour lignes verticales pour ne pas multiplier les propositions. Dans la tâche proposée, les items apparaissent dans un ordre aléatoire, ce qui permet d'éviter l'encodage des nombres en mémoire. Par ailleurs, la mémoire de travail étant souvent impactée chez les enfants présentant un TAM (Fayol, 2018), il semble que la présentation des mêmes items pour les deux types de lignes numériques n'ait pas d'influence. Une épreuve issue d'un autre domaine de la cognition mathématique pourrait être proposée entre lignes horizontales et lignes verticales pour ne pas risquer un encodage en mémoire.

2.2.5. Perspectives futures

Afin d'être la plus exhaustive possible, nous avons proposé un grand nombre de sous-épreuves. Pour intégrer cette tâche dans une batterie de cognition mathématique, il serait probablement nécessaire de proposer les lignes numériques qui nous paraissent les plus essentielles. En effet, si nous estimons qu'une batterie d'évaluation doit considérer un grand nombre de domaines pour être la plus complète possible, de nombreuses sous-épreuves au sein des domaines rendraient la passation chronophage. Nous partons ainsi du principe qu'aucune sous-épreuve ne serait obligatoire à la passation. La tâche d'estimation sur ligne verticale resterait également optionnelle. Elle pourrait permettre de cibler une plus large population puisque, comme évoqué, tout un chacun ne possède pas

une LNM horizontale orientée de gauche à droite. Elle pourrait également constituer un élément d'analyse qualitative faisant état de la possible maturation de la LNM chez les enfants : si l'estimation sur lignes horizontales est réussie mais pas l'estimation sur lignes verticales, nous pourrions supposer que le développement de l'enfant ne permet pas encore de manipuler la LNM ; si l'estimation sur lignes verticales est réussie mais pas l'estimation sur lignes horizontales, nous pourrions supposer que l'enfant évalué possède une représentation différente de celle décrite dans la littérature mais aussi qu'il lui est difficile de manipuler la LNM. De plus, la présentation de la tâche se voulait neutre pour convenir aussi bien aux enfants qu'aux adultes. Si cette tâche est, plus tard, proposée à un plus large public (adultes), il serait nécessaire d'ajouter une consigne (vouvoiement, vocabulaire plus élaboré).

3. Apports et limites du support informatisé

Pour obtenir une fidélité suffisante, le support informatisé présente une bonne alternative au support papier pour que la consigne soit énoncée de la même manière, avec la même intonation, la même voix, la même vitesse pour tous, mais aussi pour que la cotation soit plus rapide avec des scores calculés automatiquement. Une informatisation de la tâche permet de calculer les temps de réponse de manière plus exacte qu'avec un support papier, la mesure au chronomètre étant moins précise. Avec les compétences informatiques dont nous disposons, nous n'avons pas pu calculer directement le PAE et faire apparaître le tableau graphique montrant le degré de linéarité. Toutefois, ces mesures restent les plus pertinentes pour une analyse quantitative fine et précise (Marcon & Lafay, 2019).

La présentation des tâches se veut la plus claire et la plus neutre possible pour ne pas surcharger la personne évaluée d'informations visuelles. La consigne peut être répétée pour ne pas provoquer une surcharge de la mémoire de travail qui montre souvent des capacités limitées dans le cas d'un TAM (Fayol, 2018). Concernant la modalité de réponse, nous suggérons que l'enfant donne notamment une réponse avec le curseur. Nous aurions aimé proposer un curseur spécifique sous forme de petit trait vertical pour les lignes horizontales et un curseur sous forme de petit trait horizontal pour les lignes verticales. Si l'écran n'est pas tactile, et si l'enfant ne manipule pas la souris de l'ordinateur, l'idée de pointage avec un stylo (Lafay & Helloin, 2021) nous semblait pertinente. Tout objet fin et/ou pointu pourrait convenir pour pointer précisément la position souhaitée. Cela implique toutefois une réponse indirecte car reproduite par l'examineur et pourrait constituer un biais.

Les limites du support informatisé nous semblent minimales. Ils peuvent concerner l'accès : toutes et tous les orthophonistes ne disposent peut-être pas d'un ordinateur permettant une évaluation informatisée. L'écran ne rend pas la manipulation possible alors que la dimension haptique offre une perspective intéressante dans les apprentissages (Link & al., 2013 ; Crollen & al., 2019 ; cités dans Noël & Karagiannakis, 2020). Nous aurions ainsi aimé proposer une dimension haptique dans notre épreuve.

4. Qualités psychométriques

Les qualités psychométriques de notre tâche ne peuvent être évaluées à ce jour, celle-ci n'ayant pas fait l'objet d'une standardisation et d'une normalisation. Toutefois, les données scientifiques, les résultats du travail de Berrut (2021) et nos recherches permettent d'espérer des qualités psychométriques suffisantes. La tâche que nous avons créée peut espérer répondre à certains critères

psychométriques exposés dans la revue de Lafay et Cattini (2018). La validité de contenu indique que l'épreuve s'appuie sur des fondements théoriques actuels. Notre épreuve se basant sur la neuropsychologie et la psychologie cognitive qui ont fait l'objet de nombreuses études, semble posséder des bases théoriques récentes et solides. La fidélité inter-juges signifie que l'examineur qui a administré et corrigé le test n'a aucune influence sur les résultats de l'enfant. Le support informatisé permet, d'une part, que les consignes et les items donnés soient lus par l'ordinateur afin d'éviter la variation et, d'autre part, que la cotation soit automatisée permettant d'écarter les biais de cotation.

De nombreux critères restent non évaluables en l'état actuel de la conception de l'épreuve (ex. la standardisation, la sensibilité et la spécificité, les normes...). Une proposition aboutie de notre tâche pourrait permettre d'effectuer un étalonnage en conditions réelles pour affiner et améliorer les différents éléments proposés.

Conclusion

Notre travail fait suite à un précédent mémoire portant sur l'évaluation de la ligne numérique mentale. L'objectif de ce mémoire était de rechercher les critères nécessaires à la construction d'une tâche d'estimation sur ligne numérique et d'en suggérer un exemple. Le but n'était pas de créer une tâche dans son entièreté mais de fournir assez d'éléments pour faciliter une création. Notre projet s'inscrit dans la continuité du travail réalisé par Berrut (2021). Nous avons cherché à compléter les propositions faites pour créer une tâche pouvant s'intégrer à une batterie de cognition mathématique informatisée. D'abord, nous avons détaillé les épreuves d'estimation sur ligne numérique proposées dans des outils d'évaluation existants. Ensuite, nous avons établi un questionnaire constituant un support à notre argumentation. D'autre part, nous avons fourni des éléments nécessaires à la conception de la tâche. Enfin, nous avons informatisé une ébauche de notre tâche. Le questionnaire conçu a permis de récolter 122 réponses et d'identifier 19% de participants possédant une représentation mentale des nombres différente de l'orientation gauche/droite telle que décrite dans la littérature. A partir de ces données et de nos recherches, nous avons choisi d'intégrer à la tâche des lignes numériques verticales en supplément des lignes numériques horizontales. Une partie de la tâche d'estimation que nous proposons a été informatisée dans le but de fournir une représentation partielle de la tâche et de pouvoir possiblement l'intégrer à une batterie d'évaluation de la cognition mathématique. Nous avons fourni assez d'éléments pour proposer une tâche destinée aux enfants de la petite section de maternelle à la 3ème. Toutefois, nous nous sommes focalisée sur les niveaux CE2/CM1. Nous avons sélectionné les items pour chaque type de ligne (horizontale et verticale, bornée et non bornée de 0 à 10, de 0 à 20, de 0 à 100, de 0 à 1000, de -100 à +100 et de -1000 à +1000) avec des modalités d'entrée en codes arabe, verbal oral et mixte (code arabe et code verbal oral). Pour mesurer les scores, il nous paraissait pertinent de calculer le PAE, le temps de réponse ainsi que le degré de linéarité. La tâche d'estimation sur ligne numérique que nous avons proposée constitue une ébauche et pourrait être améliorée sur différents aspects (présentation du support informatisé, sélection des niveaux, nombre de lignes numériques proposées et modalité d'entrée). Pour achever intégralement la création de cette tâche d'estimation sur ligne numérique, il serait nécessaire d'effectuer une passation initiale auprès du public concerné. Cela permettrait d'obtenir de bonnes qualités psychométriques : une standardisation, une validité suffisante, une fidélité et une normalisation.

Bibliographie

- American Psychiatric Association. (2013). DSM-5: Diagnostic and statistical manual of mental disorders (5th ed). American Psychiatric Publishing
- Alsawaie, O. (2010). Language Influence on Children's Cognitive Number Representation. *School Science and Mathematics, 104*, 105-111.
- Ashcraft, M. H., & Moore, A. M. (2012). Cognitive processes of numerical estimation in children. *Journal of Experimental Child Psychology, 111*(2), 246-267.
- Berrut, H. (2021). Proposition d'évaluation de la ligne numérique mentale dans un projet de création de bilan orthophonique de la cognition mathématique [mémoire]. Université de Lille.
- Booth, J., & Siegler, R. (2006). Developmental and individual differences in pure numerical estimation. *Developmental psychology, 42*, 189-201.
- Booth, J., & Siegler, R. (2008). Numerical Magnitude Representations Influence Arithmetic Learning. *Child development, 79*, 1016-1031.
- Butterworth B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of child psychology and psychiatry, and allied disciplines, 46*(1), 3-18.
- Cattaneo, Z., Silvanto, J., Pascual-Leone, A., & Battelli, L. (2009). The role of the angular gyrus in the modulation of visuospatial attention by the mental number line. *NeuroImage, 44*(2), 563-568.
- Chillier, L. (2002). La ligne numérique et les codages du nombre chez l'enfant. Dans J. Bideaud et H. Lehalle (dir.), *Le développement des activités numériques chez l'enfant* (p. 127-147). Paris : Hermès.
- Cohen, D.J., & Blanc-Goldhammer, D. (2011). Numerical bias in bounded and unbounded number line tasks. *Psychonomic Bulletin & Review, 18*, 331-338.
- Crollen, V., Noel, M.-P., Honoré, N., Degroote, V., & Collignon, O. (2019). Investigating the respective contribution of sensory modalities and spatial disposition in numerical training. *Journal of experimental child psychology, 190*, 104729.
- Cytowic, R. E., & Eagleman, D. (2009). *Wednesday is indigo blue : Discovering the brain of synesthesia*. MIT Press.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition, 44*(1-2). 1-42.
- Dehaene, S., Bossini, S., & Giraux, P. (1993). The mental representation of parity and number magnitude. *Journal of Experimental Psychology: General, 122*(3), 371-396.

- Dehaene, S., & Cohen, L. (1998). Chapter 22—Levels of Representation in Number Processing. Dans B. Stemmer & H. A. Whitaker (Éds.), *Handbook of Neurolinguistics* (p. 331-341). Academic Press.
- Dehaene, S. (2003). The neural basis of the Weber-Fechner law: a logarithmic number line. *Cognitive Sciences*, 7(4), 145-147.
- Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2003). Three Parietal Circuits for Number Processing. *Cognitive Neuropsychology*, 20(3-6), 487-506.
- Dehaene, S. (2009). Origins of Mathematical Intuitions. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 1156(1), 232-259.
- Dehaene, S. (2010). *La bosse des maths, 15 ans après*. Paris : Odile Jacob.
- De Visscher, A. & Noël, M.- P. (2013). A case study of arithmetic facts dyscalculia caused by a hypersensitivity-to-interference in memory. *Cortex*, 49(1), pp. 50-70.
- Fayol, M. (2018). Chapitre II. Quantifier. *Que sais-je?*, 3e éd., 39-72.
- Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core Systems of Number. *Trends in cognitive sciences*, 8, 307-314.
- Fischer, M., & Rottmann, J. (2005). Do negative numbers have a place on the mental number line. *Psychology Science*, 47, 22-32.
- Gaillard, F. (2000). *Numerical : Test neurocognitif pour l'apprentissage du nombre et du calcul*. Actualités Psychologiques.
- Ganor-Stern, D. (2012). Fractions but not negative numbers are represented on the mental number line. *Acta Psychologica*, 139(2), 350-357.
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L., & Byrd-Craven, J. (2008). Development of Number Line Representations in Children With Mathematical Learning Disability. *Developmental Neuropsychology*, 33(3), 277-299.
- Gersten, R., Schumacher, R.F., & Jordan, N.C. (2017). Life on the number line: Routes to understanding fraction magnitude for students with difficulties learning mathematics. *Journal of learning disabilities*, 50(6), 655–657.
- Gimbert, F. (2016). *L'appréhension des quantités par la vision ou le toucher : son développement et son rôle dans les apprentissages numériques chez l'enfant* [Thèse de doctorat]. Université de Grenoble.

- Gimbert, F., Gentaz, E., & Mazens, K. (2013). Évaluation d'entraînements multisensoriels de préparation aux apprentissages numériques chez les enfants scolarisés en grande section de maternelle. *A.N.A.E*, 123(1), 1-8.
- Heremans, M. (2011). *MathEval Dépistage de la dyscalculie*.
- Holmes, K. J. (2012). Orienting Numbers in Mental Space : Horizontal Organization Trumps Vertical. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 65(6), 1044-1051.
- Ito, Y., & Hatta, T. (2004). Spatial structure of quantitative representation of numbers: Evidence from the SNARC effect. *Memory & Cognition*, 32(4), 662-673.
- Kim, D., & Opfer, J.E. (2016). A Unified Framework for Bounded and Unbounded Numerical Estimation. *Developmental Psychology*, 53, 1088–1097.
- Lafay, A., & Cattini, J. (2018). Analyse psychométrique des outils d'évaluation mathématique utilisés auprès des enfants francophones. *Canadian Journal of Speech-Language Pathology and Audiology*, 42, 127-144.
- Lafay, A. & Helloin, M.C. (2016). *EXAMATH 8-15 : Batterie informatisée d'examen des habiletés mathématiques*. Happyneuron.
- Lafay, A. & Helloin, M.C. (2021). *EXAMATH 5-8 : Batterie informatisée d'examen des habiletés mathématiques chez les enfants de 5 à 8 ans*. Happyneuron.
- Lafay, A., Saint-Pierre, M.-C., & Macoir, J. (2017). The Mental Number Line in Dyscalculia: Impaired Number Sense or Access From Symbolic Numbers? *Journal of Learning Disabilities*, 50(6), 672-683.
- Lemonidis, C., & Gkolfos, A. (2020). *Number line in the history and the education of mathematics*. 33, 36-56.
- Lindemann, O., Abolafia, J. M., Girardi, G., & Bekkering, H. (2007). Getting a grip on numbers: numerical magnitude priming in object grasping. *J Exp Psychol Hum Percept Perform*, 33(6), 1400-1409.
- Link, T., Moeller, K., Huber, S., Fischer, U., & Nuerk, H.-C. (2013). Walk the number line – An embodied training of numerical concepts. *Trends in Neuroscience and Education*, 2(2), 74–84.
- Link, T., Huber, S., Nuerk, H.-C., & Moeller, K. (2014). Unbounding the mental number line—New evidence on children's spatial representation of numbers. *Frontiers in Psychology*, 4.
- Marcon, L., & Lafay, A. (2019). Troubles des apprentissages en mathématiques et ligne numérique : revue systématique de la littérature. *Glossa*, 124, 34-52.

- Marcon, L., & Lafay, A. (2020). *Intervention mathématique à l'aide du logiciel informatique DéCaLigne ciblant la ligne numérique et le calcul chez les enfants ayant un trouble des apprentissages en mathématiques*. 128, 27-52.
- Mathieu, R., Gourjon, A., Couderc, A., Thevenot, C., & Prado, J. (2016). Running the number line : Rapid shifts of attention in single-digit arithmetic. *Cognition*, 146, 229-239.
- Meert, G. (2010). Quand le rapport de deux nombres naturels ouvre sur le continu : Étude comportementale du traitement de la magnitude des fractions chez l'enfant et l'adulte [Thèse de doctorat]. Université de Louvain.
- Meyer, S. & Vilette, B. (2012). *Les codes symboliques et la rééducation des troubles du calcul chez l'enfant* [communication orale]. Congrès de la Société Française de Psychologie, Montpellier.
- Montefinese, M., & Semenza, C. (2018). Number line estimation and complex mental calculation : Is there a shared cognitive process driving this two tasks ? *Cognitive processing*, 19(4), 495-504.
- Moyer, R. S., & Landauer, T. K. (1967). Time required for judgements of numerical inequality. *Nature*, 215(5109), 1519–1520.
- Noël, M.-P., Attout, L., Crollen, V., Visscher, A. D., & Rousselle, L. (2018). Chapitre 3. La dyscalculie développementale : À l'interface de l'orthophonie et de la neuropsychologie. In *Neuropsychologie de l'enfant* (p. 43-67). De Boeck Supérieur.
- Noël, M.-P. & Karagiannakis, G. (2020). *Dyscalculie et difficultés d'apprentissage en mathématiques*. 1re Edition.
- Noël, M.-P., Rousselle, L., & Visscher, A. D. (2013). La dyscalculie développementale : À la croisée de facteurs numériques spécifiques et de facteurs cognitifs généraux. *Developpements*, n° 15(2), 24-31.
- Pasqualotto, A., Taya, S., & Proulx, M.J. (2014). Sensory deprivation : Visual experience alters the mental number line. *Behavioural Brain Research*, 261(1), 110-113.
- Petitto, A. L. (1990). Development of Numberline and Measurement Concepts. *Cognition and Instruction*, 7(1), 55-78.
- Piazza, M., Pinel, P., & Dehaene, S. (2006). Objective correlates of an unusual subjective experience: A single-case study of number-form synaesthesia. *Cognitive neuropsychology*, 23(8), 1162–1173.
- Pitt, B., & Casasanto, D. (2014). Experiential Origins of the Mental Number Line. *Proceedings of the Annual Meeting of the Cognitive Science Society*, 36(36).

- Pitt, B., & Casasanto, D. (2016). Reading experience shapes the mental timeline but not the mental number line. *Proceeding of the Annual Meeting of the Cognitive Science Society*, 2753-2758.
- Price, M. C., & Mentzoni, R. A. (2008). Where is January? The month-SNARC effect in sequence-form synaesthetes. *Cortex; a journal devoted to the study of the nervous system and behavior*, 44(7), 890–907.
- Reinert, R.M., Huber, S., Nuerk, H.C., & Moeller, K. (2015). Multiplication facts and the mental number line : evidence from unbounded number line estimation. *Psychological Research*, 79(1), 95-103.
- Rouder, J.N., & Geary, D.C. (2014). Children's cognitive representation of the mathematical number line. *Developmental science*, 17, 525-36 .
- Rourke, B. P., & Finlayson, M. A. J. (1978). Neuropsychological significance of variations in patterns of academic performance : Verbal and visual-spatial abilities. *Journal of Abnormal Child Psychology*, 6(1), 121-133.
- Rousselle, L., Palmers, E., & Noel, M.-P. (2004). Magnitude comparison in preschoolers : What counts? Influence of perceptual variables. *Journal of experimental child psychology*, 87, 57-84.
- Roux, M.-O. (2020). Pour un usage raisonné du terme « dyscalculie ». *Enfances Psy*, 86(2), 142-151.
- Santens, S. & Gevers, W. (2008). The SNARC effect does not imply a mental number line. *Cognition*, 108, 263-270.
- Schneider, M., Grabner, R. & Paetsch, J. (2009). Mental Number Line, Number Line Estimation, and Mathematical Achievement: Their Interrelations in Grades 5 and 6. *Journal of Educational Psychology*, 101(2), 359-372.
- Schneider, M., Merz, S., Stricker, J., De Smedt, B., Torbeyns, J., Verschaffel, L., & Luwel, K. (2018). Associations of number line estimation with mathematical competence: A meta-analysis. *Child development*, 89(5), 1467-1484
- Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child development*, 75(2), 428-444.
- Siegler, R. S. & Opfer, J. E. (2003). The development of numerical estimation: evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychological Science*, 14, 237-243.
- Siegler, R.S., & Ramani, G.B. (2009). Playing linear number board games—but not circular ones—improves low-income preschoolers’ numerical understanding. *Journal of Educational Psychology*, 101, 545-560.
- Simms, V., Muldoon, K. & Towse, J. (2013). Plane thinking : Mental representations in number line

- estimation as a function of orientation, scale, and counting proficiency. *Journal of Experimental Child Psychology*, 115(3), 468-480
- Simonin, A. (2015). La ligne numérique mentale chez les enfants de 8 à 12 ans : proposition d'un outil d'évaluation [mémoire]. Université de Franche-Comté.
- Susini, J.-F., Pons, O., Guedin, N., & Thevenot, C. (2016). *Danse-doigts, jeu de motricité fine*.
- Tam, Y. P., Wong, T. T.-Y., & Chan, W. W. L. (2019). The relation between spatial skills and mathematical abilities : The mediating role of mental number line representation. *Contemporary Educational Psychology*, 56, 14-24.
- Thevenot, C. (2018). La résolution d'additions simples par procédures de comptage automatisées. *ANAE*, 156(1), 1-7.
- Thompson, C. A., & Opfer, J. E. (2011). Learning Linear Spatial-Numeric Associations Improves Accuracy of Memory for Numbers. *Frontiers in Psychology*, 7, 24.
- Thompson, C. A., & Siegler, R. S. (2010). Linear numerical magnitude representations aid children's memory for numbers. *Psychological Science*, 21, 1274-1281.
- van Dijck, J.-P., Gevers, W., Lafosse, C., Doricchi, F., & Fias, W. (2011). Non-spatial neglect for the mental number line. *Neuropsychologia*, 49(9), 2570-2583.
- van Herwegen, J., Ansari, D., Xu, F., & Karmiloff-Smith, A. (2008). Small and large number processing in infants and toddlers with Williams syndrome. *Developmental science*, 11(5), 637-643.
- Vasilyeva, M., Laski, E. V., Ermakova, A., Lai, W.-F., Jeong, Y., & Hachigian, A. (2015). Reexamining the language account of cross-national differences in base-10 number representations. *Journal of Experimental Child Psychology*, 129, 12-25.
- Vilette, B., Mawart, C., & Rusinek, S. (2010). L'outil « estimateur », la ligne numérique mentale et les habiletés arithmétiques. *Pratiques Psychologiques*, 16(2), 203-214.
- von Aster M. (2000). Developmental cognitive neuropsychology of number processing and calculation: varieties of developmental dyscalculia. *European child & adolescent psychiatry*, 9 Suppl 2, II41-II57.
- von Aster, M. & Dellatolas, G. (2005). *ZAREKI-R : Batterie pour l'évaluation du traitement des nombres et du calcul*. ECPA.
- von Aster, M., & Lorenz, J. H. (2013). *Rechenstörungen bei Kindern : Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik*. Vandenhoeck & Ruprecht.

- von Aster, M. & Shalev, R. (2007). Number development and developmental dyscalculia. *Developmental Medicine & Child Neurology*, 49(11), 868-873.
- Wahl, G., & Wahl, M. (2020). Chapitre III. La dyscalculie. *Que sais-je?*, 34-48.
- Wilson, A. J., & Dehaene, S. (2007). Number Sense and Developmental Dyscalculia. *Human Behavior, Learning and the Developing Brain: Atypical Development*, 2. 212-237.
- Zhang, Y., & You, X. (2012). Extending on the mental number line : How do negative numbers contribute ?. *Perception*, 41(11), 1323-1335.
- Zhu, M., Cai, D., & Leung, A. W. S. (2017). Number Line Estimation Predicts Mathematical Skills : Difference in Grades 2 and 4. *Frontiers in Psychology*, 8.

Liste des annexes

Annexe n°1 : Modèle du Triple Code de Dehaene (1992)

Annexe n°2 : Modèle développemental de von Aster et Shalev (2007)

Annexe n°3 : Modèle développemental dynamique de la modularisation du traitement des nombres et des capacités de calcul de von Aster (2000)

Annexe n°4 : Exemples de séquences spatialisées perçus par les personnes synesthètes

Annexe n°5 : Représentation d'une échelle logarithmique comparée à une échelle linéaire

Annexe n°6 : Exemple d'une épreuve de placement de quantité sur ligne numérique bornée de 0 à 100

Annexe n°7 : Questionnaire

Annexe n°8 : Captures d'écran de la tâche d'estimation sur ligne numérique

Annexe n°9 : Inventaire des épreuves d'estimation sur ligne numérique