

N^o D'ORDRE :

3.

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE LILLE

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES,

Par M. H. TRANNIN.

1^{re} THÈSE. — MESURES DES INTENSITÉS RELATIVES DES DIVERSES RADIATIONS
CONSTITUTIVES DES SOURCES LUMINEUSES.

2^o THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 14 avril devant la Commission d'examen.

MM. VIOLETTE, *Président.*

TERQUEM, }
BOUSSINESQ, } *Examineurs.*

LILLE,
IMPRIMERIE L. DANIEL,
rue Nationale, 93.

—
1877.

ACADÉMIE DE DOUAI.



FACULTÉ DES SCIENCES DE LILLE.



MM.

DOYEN VIOLLETTE, professeur de chimie générale et appliquée.

PROFESSEUR HONORAIRE. HANRIOT.

| | | | |
|-----------------------|---|----------------------------------|--|
| PROFESSEURS | } | GOSSELET | Géologie et Minéralogie. |
| | | TERQUEM | Physique. |
| | | BOUSSINESQ | Mathématiques pures. |
| | | SOUILLART | Mécanique. |
| | | DARESTE DE LA CHAVANNE | Zoologie et Botanique, <i>professeur titulaire.</i> |
| | | GIARD | Zoologie et Botanique, <i>professeur suppléant.</i> |

CHARGÉ DE COURS. . . . CH. BARROIS Géologie.

SECRÉTAIRE ROULLIER.

PREMIÈRE THÈSE.

PHOTOMÉTRIE.

MESURE DES INTENSITÉS RELATIVES

DES DIVERSES RADIATIONS
CONSTITUTIVES DES SOURCES LUMINEUSES,

Par HENRI TRANNIN.

HISTORIQUE.

Le but de ce travail est d'exposer les principes d'une méthode photométrique permettant de mesurer les intensités relatives des diverses radiations qui constituent les sources lumineuses. Avant d'entrer dans l'exposé de mes propres recherches, je crois devoir résumer succinctement les différents travaux de photométrie qui, reposant sur l'application des lois de la polarisation de la lumière, ont des points communs avec la méthode que j'ai employée.

Arago. — Le premier travail que j'ai à signaler est celui d'Arago⁽¹⁾ qui, en 1833 publia la méthode qu'il

(1) Œuvres complètes, X, p. 150.

avait employée pour vérifier la loi de Malus, loi qui, à cette époque, pouvait encore laisser des doutes.

En 1850, Arago présenta à l'Académie des Sciences une série de mémoires dans lesquels, après avoir fait connaître complètement ses méthodes, il indiqua les diverses applications qu'il en avait tirées.

Dans un premier mémoire⁽¹⁾, Arago démontra expérimentalement la loi de Malus et justifia par quelques applications l'importance qu'il attachait à la vérification de cette loi.

Dans un deuxième mémoire⁽²⁾, Arago décrit la méthode photométrique qui lui avait permis de vérifier les formules de Fresnel relatives à la réflexion et à la réfraction de la lumière. Il établit une table des quantités de lumières réfléchies et réfractées sous des incidences comprises entre 90° et $63^\circ 22'$, par une lame de glace à faces parallèles.

Dans un troisième mémoire⁽³⁾, Arago détermina les quantités de lumière réfléchie et réfractée sous les incidences comprises entre $63^\circ 22'$ et 0° , et put ainsi prolonger la table jusqu'à l'incidence normale. Après avoir mesuré la perte de lumière à la surface des métaux, il montra que, dans l'acte de la réflexion totale, contrairement à l'opinion de Bouguer, la perte de lumière n'est pas appréciable. Arago termina ce long mémoire par une étude de la sensibilité de son polariscope.

Dans les quatrième, cinquième et sixième mémoires⁽⁴⁾, ce savant physicien fit usage de la loi de Malus, qu'il avait démontrée expérimentalement, pour déterminer l'éclat relatif des bords et du centre du soleil, ainsi que l'intensité de la lumière atmosphérique dans le voisinage de cet astre. Il aborda l'étude photométrique de la lumière

(1) Comptes-rendus, XXX, p. 305.

(2) Id. id. 365.

(3) Id. id. 425.

(4) Id. id. 425, 489, 617.

envoyée par les étoiles, exposa la méthode de graduation de son polarimètre et décrivit les instruments qu'il avait imaginés pour mesurer l'intensité des couleurs, et particulièrement l'intensité du bleu atmosphérique.

Dans un septième et dernier mémoire⁽¹⁾, Arago « expliqua les principes de la méthode qui conduit à la détermination de la hauteur des nuages isolés, en se fondant sur les phénomènes de la polarisation » et termina l'importante série de ses publications sur la photométrie par une étude de la lumière cendrée et de la lumière de Jupiter et de ses satellites.

Beer. — En 1851⁽²⁾, Beer publia un travail sur l'absorption des rayons rouges par la cordiérite. Sa méthode consistait à examiner le cristal taillé sous forme de plaques, à travers un tube renfermant deux spaths dont on pouvait croiser plus ou moins les sections principales. On amenait ainsi à l'égalité les images ordinaire et extraordinaire, et on déduisait de l'angle trouvé le rapport des coefficients d'absorption des rayons ordinaires et extraordinaires. Cette méthode qui obligeait l'observateur à comparer deux images voisines et de forme circulaire, ne donna que des résultats peu précis.

Le même auteur fit connaître l'année suivante⁽³⁾ une méthode photométrique, à l'aide de laquelle il détermina les coefficients d'absorption spécifiques de diverses substances dissoutes dans l'eau. Beer employait pour cela deux sources lumineuses dont les rayons polarisés à angle droit se réfléchissaient sur des miroirs d'acier, et venaient ensuite éclairer les deux moitiés adjacentes d'un diaphragme circulaire. On rendait les deux parties du diaphragme également lumineuses en tournant convenablement un nicol placé à l'oculaire de l'instrument;

⁽¹⁾ Comptes-rendus, XXX, p. 757.

⁽²⁾ Poggendorff's Annalen, LXXXIV, p. 37.

⁽³⁾ Poggendorff's Annalen, LXXXVI, p. 78.

l'angle que faisait alors la section principale de ce prisme avec les plans primitifs de polarisation permettait de calculer le rapport des intensités des deux faisceaux. Les substances absorbantes étaient placées entre l'une des sources lumineuses et l'appareil photométrique. Cette méthode était plus précise que la précédente, à cause de la contiguité des deux images qu'il s'agissait de ramener à l'égalité. On sait, en effet, que, dans ce cas, la ligne de séparation des deux champs lumineux s'efface complètement, lorsque l'égalité est atteinte. Cette disparition constitue un caractère susceptible d'être apprécié par l'œil avec une grande précision ⁽¹⁾.

Bernard. — Dans une thèse ⁽²⁾ sur l'absorption de la lumière par les milieux non cristallisés, F. Bernard décrit une méthode photométrique basée, comme la précédente, sur la comparaison de deux images voisines dont on peut faire varier à volonté les intensités. Chacun des deux faisceaux lumineux polarisés et analysés séparément par leur passage à travers deux nicols dont on peut mesurer les angles de croisements avec les plans primitifs de polarisation, vient former son image sur une des moitiés d'un diaphragme circulaire que l'on regarde à l'aide d'une lunette de Galilée.

Des verres absorbants de couleurs convenables donnent à ces deux faisceaux la même teinte et rendent plus exacte et plus facile l'appréciation de l'égalité lumineuse des deux moitiés du diaphragme.

L'auteur vérifia à l'aide de cet appareil les lois générales de l'absorption de la lumière mono-chromatique par les corps colorés, lois qui sont représentées, comme on le sait, par une formule exponentielle.

En 1853 ⁽³⁾, le même auteur donna la description d'un

(1) Jamin. — Mémoires sur la réflexion métallique.

(2) Bernard. — Thèse présentée à la Faculté des Sciences de Bordeaux; Annales de physique et de chimie, 8^e série, t. XXXV, p. 395.

(3) Comptes-rendus, XXXVI, p. 728.

nouvel appareil qui, construit par M. Duboscq, spécialement pour l'étude de l'absorption, diffère de celui dont je viens d'exposer le principe, par la suppression d'une des sources lumineuses. On a, avec cette disposition, le grand avantage de n'avoir plus à tenir compte des variations de l'intensité relative des deux lumières. Dans la même note, Bernard décrit un autre instrument plus simple et dans lequel le double système de nicols est remplacé par un nicol unique suivi d'un prisme biréfringent. Le nicol polarise le faisceau lumineux qui se divise ensuite dans le prisme biréfringent en deux autres faisceaux dont les intensités sont entre elles dans le même rapport que le carré du sinus de l'angle des sections principales du nicol et du prisme, est au carré du cosinus du même angle. Ces deux faisceaux lumineux suivent des routes différentes et n'arrivent sur le diaphragme où l'œil les compare, qu'après avoir traversé les milieux absorbants soumis à l'expérience. Cette disposition simplifie beaucoup le maniement de l'appareil.

Bernard ⁽¹⁾ appliqua encore la loi de Malus à l'étude de la polarisation atmosphérique. Son appareil se composait essentiellement d'un prisme biréfringent et d'un nicol; à l'aide d'un biquartz de Soleil, on place la section principale du prisme dans le plan de polarisation partielle du point du ciel examiné; puis, après avoir enlevé le biquartz, on amène les deux images du diaphragme à l'égalité par une rotation convenable du nicol. Il y a à tenir compte d'une cause d'erreur provenant de l'inégale perte de lumière que subissent, aux surfaces d'entrée et de sortie du prisme biréfringent, les rayons polarisés dans des plans perpendiculaires. Une observation préalable, effectuée sur de la lumière parfaitement neutre, permet de connaître la valeur de la correction que l'on doit faire subir à toutes les observations.

(1) Comptes-rendus, **XXIX**, 775.

Babinet. — En 1853, Babinet ⁽¹⁾ fit connaître une méthode photométrique qu'il avait imaginée dans le but de comparer les intensités des sources lumineuses et spécialement celles des becs de gaz. Les deux faisceaux à comparer étaient polarisés à angle droit, l'un par son passage à travers une pile de glace et l'autre par sa réflexion à la surface de cette même pile.

Les deux faisceaux réunis traversaient ensuite un polariscope de Soleil formé, comme l'on sait, d'un biquartz et d'un nicol; on était averti de l'égalité des deux faisceaux par l'absence complète des couleurs des lames de quartz.

Cette méthode est susceptible d'une grande précision parce qu'elle ramène la comparaison de deux faisceaux lumineux à l'observation d'un phénomène que l'œil reconnaît très-exactement, c'est-à-dire la disparition complète des colorations complémentaires d'un biquartz.

De la Provostaye et Desains. — En 1854 ⁽²⁾, ces deux physiciens comparèrent les intensités lumineuses qu'émettent les différents corps portés à la même température. Une lame de platine, en partie recouverte du corps réduit en poudre dont on voulait mesurer le pouvoir émissif relativement à celui du platine, était chauffée au rouge, soit par un courant électrique qui la traversait, soit à l'aide du jet d'une éolipyle placée derrière la lame.

On observait cette lame à travers un prisme biréfringent et un nicol que l'on tournait jusqu'à ce que l'image ordinaire du platine incandescent parût avoir le même éclat que l'image extraordinaire de la partie recouverte par le corps réduit en poudre.

Jamin. ⁽³⁾ — Sous ce titre « Optique et Peinture », M. Jamin publia en 1857 dans la *Revue des Deux Mondes*,

(1) Comptes-rendus, XXXVII, 774.

(2) Id. XXXVIII, 977.

(3) *Revue des Deux Mondes*, février 1857.

un article dans lequel il décrit un photomètre destiné à mesurer les intensités relatives des parties plus ou moins éclairées des tableaux. Construit antérieurement à 1855 par H. Soleil, sur les indications de l'auteur⁽¹⁾, ce photomètre se distinguait de ceux qui lui étaient antérieurs par la précision des mesures qu'il permettait d'obtenir; dans cet appareil, les faisceaux lumineux qu'il s'agissait de comparer, traversaient successivement un prisme biréfringent, un analyseur et un polariscope de Savart. Le prisme biréfringent donnait deux images ordinaire et extraordinaire de chacun des deux faisceaux et superposait en outre l'image ordinaire de l'un des faisceaux à l'image extraordinaire de l'autre faisceau; on tournait le nicol jusqu'à ce que les franges disparussent, et alors les deux faisceaux avaient des intensités égales.

La grande sensibilité du polariscope de Savart, donnait à cet appareil une très-grande exactitude; aussi voyons-nous depuis, d'autres physiciens employer dans leurs appareils les plus précis le même polariscope.

Wild. — M. Wild, directeur de l'Observatoire de Berne, publia de 1858 à 1866, différents mémoires sur la photométrie et sur la transparence de l'air. Le principe des appareils qu'il décrit repose sur le même principe que le photomètre de M. Jamin, c'est-à-dire la superposition de deux faisceaux polarisés à angle droit et l'examen du faisceau résultant au moyen d'un polariscope de Savart.

Dans le premier appareil⁽²⁾, décrit par cet auteur, les faisceaux émanés des deux sources lumineuses étaient polarisés à angle droit par une pile de glace fixe qui réfléchissait l'un de ces faisceaux et transmettait l'autre. Ces faisceaux réunis traversaient alors le polariscope de Savart qui avait été modifié en vue d'obtenir des franges

(1) *Cosmos*, X, 232.

(2) *Poggendorff's Annalen*, XCIV, 235.

plus fines et partant plus nettes. Le faisceau lumineux qui devait traverser la pile de glace fixe rencontrait auparavant une autre pile de glace mobile dans un plan perpendiculaire au plan d'incidence de la pile fixe ; c'est en inclinant plus ou moins la pile mobile qu'on donnait aux deux faisceaux des intensités égales ; les franges disparaissaient alors.

La difficulté d'obtenir de bonnes piles de glace, la graduation longue et délicate de la pile mobile, et par-dessus tout, le maniement compliqué de l'appareil quand les sources lumineuses émettaient de la lumière polarisée, obligèrent l'auteur à abandonner cette disposition.

Le second appareil décrit par M. Wild ⁽⁴⁾ ne diffère essentiellement du photomètre de M. Jamin que par la position différente du prisme polariseur et par un système de prismes à réflexion totale destinés à juxtaposer les faisceaux lumineux à leur entrée dans l'appareil. En outre, le prisme biréfringent a été remplacé par un rhomboèdre de spath.

Quand les faisceaux lumineux soumis à l'expérience sont primitivement polarisés, il faut, tout d'abord, déterminer pour chacun d'eux la direction du plan de polarisation partielle et la proportion de lumière polarisée. Dans ce but l'appareil reçoit un nouveau rhomboèdre de spath placé entre les sources lumineuses et le prisme polariseur, et de plus, on peut faire tourner tout l'appareil autour de son axe de façon à amener la section principale du spath dans le plan de polarisation partielle du faisceau examiné. M. Wild a déterminé avec exactitude les coefficients de transparence du spath et du quartz suivant que les faisceaux lumineux qui traversent ces cristaux sont polarisés dans la section principale ou dans un plan rectangulaire. Il résulte des ex-

(4) Poggendorff's Annalen, CXVIII, 193.

périences de M. Wild que si on tient compte des réflexions inégales que subissent les faisceaux ordinaire et extraordinaire, à l'entrée et à la sortie du spath, le partage d'un faisceau lumineux ne suit pas exactement la loi de Malus. Pour le quartz dont le pouvoir biréfringent est beaucoup plus faible que celui du spath, on peut négliger cette cause d'erreur.

Dans des travaux publiés en 1867⁽¹⁾ et 1868⁽²⁾, M. Wild appliqua sa méthode photométrique à l'étude de la transparence de l'air; il montra que l'on peut mesurer le coefficient de transparence de ce gaz en se servant de tubes de quelques mètres de longueur seulement, et étudia l'influence de la pression, de l'humidité et des matières en suspension sur la valeur de ce coefficient.

Zollner. — En 1866⁽³⁾, M. Zollner donna la description d'un photomètre basé sur la comparaison des deux moitiés d'un diaphragme circulaire recevant sur une des moitiés les rayons directs d'une des sources lumineuses, et sur l'autre moitié les rayons de l'autre source lumineuse, dont on pouvait faire varier à son gré l'intensité. Pour cela, les rayons de cette dernière, avant d'arriver sur le diaphragme, étaient réfléchis sous l'angle de polarisation par une glace noire et n'arrivaient à l'œil qu'après avoir traversé un nicol placé entre le diaphragme et la loupe de l'oculaire. Les rayons lumineux qui étaient polarisés par réflexion subissant seuls l'influence du prisme de nicol, on faisait tourner le nicol jusqu'à ce que les deux moitiés du diaphragme parussent avoir la même intensité.

M. Zollner⁽⁴⁾ a depuis modifié son appareil en polarisant à angle droit les deux faisceaux lumineux avant

(1) Poggendorff's Annalen, CXXXIV, 568.

(2) Id CXXXV, 99.

(3) Id C, 381.

(4) Id. CIX, 244

leur arrivée sur le diaphragme ; de cette façon les deux faisceaux étaient tous deux modifiés suivant la loi du carré du cosinus en traversant le nicol oculaire ; on pouvait, par une rotation convenable de ce prisme, les amener à l'égalité. L'auteur a spécialement étudié comment varie l'intensité lumineuse d'un fil de platine porté au rouge par un courant électrique, quand on fait croître l'intensité du courant. M. Zollner est encore l'auteur d'une méthode photométrique destinée à mesurer les intensités lumineuses des étoiles.

Otto Hâgen. — Reprenant les travaux de Beer sur l'absorption inégale qu'exercent les cristaux biréfringents colorés sur les rayons ordinaire et extraordinaire, M. Otto Hâgen s'entoura de toutes les précautions propres à assurer l'exactitude de ces déterminations délicates. Son procédé photométrique ne diffère de celui de Beer que par la juxtaposition exacte des deux faisceaux lumineux que l'on compare et par la position du cristal dans l'appareil ; les faisceaux lumineux sont de plus rigoureusement définis par leurs longueurs d'onde.

Becquerel. — Dans ses recherches ⁽¹⁾ sur l'intensité de la lumière émise par les corps phosphorescents, M. Ed. Becquerel fut conduit à imaginer un appareil photométrique, qui lui permit de comparer entre elles les radiations des corps soumis à l'insolation.

Plus tard, le même physicien étudia les intensités des corps portés à des températures élevées et donna une forme définitive à son appareil photométrique.

Les deux faisceaux lumineux à comparer traversent séparément chacun un système de deux nicols polariseur et analyseur, dont la position relative est déterminée par des cercles divisés ; ils viennent ensuite for-

(1) Becquerel. — La lumière, ses œuvres, ses effets ; t. 1, p. 75.

mer au plan focal de l'oculaire les images des corps dont ils émanent, et c'est là que l'œil les compare.

On tourne alors les nicols analyseurs, jusqu'à ce que les intensités des deux images paraissent égales.

Dove. — En 1861 ⁽¹⁾ ce physicien publia la description d'une méthode photométrique dont le principe a été indiqué pour la première fois par Pouillet ⁽²⁾. Un négatif sur verre est placé sur le porte-objet d'un microscope polarisant et est éclairé de bas en haut par des rayons lumineux polarisés dont on peut faire varier à son gré l'action sur l'œil à l'aide de la rotation du nicol oculaire. En outre, le cliché est éclairé aussi de haut en bas par la lumière diffuse du jour qui arrive de tous côtés, et cette dernière lumière, étant à l'état naturel, n'est pas modifiée par le nicol analyseur.

Les premiers rayons, ceux qui sont polarisés, donnent une image négative; les autres, au contraire, une image positive. Quand par la rotation convenable du nicol oculaire, ces deux images ont la même intensité, toute apparence de dessin disparaît. On conçoit maintenant que si on éclaire la plaque de verre par le bas successivement avec les deux luminaires que l'on veut comparer, l'éclairement par le haut restant sensiblement constant pendant une expérience, les intensités des deux luminaires seront proportionnelles aux carrés des cosinus des angles qu'aura occupés successivement le nicol, pour amener la disparition des dessins tracés sur la plaque de verre.

Dans ces dernières années, différents travaux ont été publiés sur la photométrie; M. Chacornac ⁽³⁾ a repris la détermination des intensités lumineuses des étoiles par

(1) Poggendorff's Anna'en, CXIV, p. 145.

(2) Comptes-rendus, XXXV, p. 373.

(3) Comptes-rendus, LVIII, p. 657.

une méthode basée également sur la loi de Malus. M. Glan⁽¹⁾ a étudié l'absorption de la lumière par les milieux isotropes colorés à l'aide du photomètre de Babinet. M. Crookes⁽²⁾ a décrit une méthode de comparaison des sources lumineuses dont le principe est encore la disparition des couleurs dans le faisceau résultant de la superposition de deux faisceaux polarisés à angle droit. Enfin M. Trépied⁽³⁾, tenant compte des hauteurs des étoiles au-dessus de l'horizon, de la transparence de l'air et de l'éclairement du ciel, a déterminé les intensités lumineuses des étoiles par la méthode d'extinction due à Arago.

Ce résumé rapide des diverses applications de la loi de Malus à la mesure des intensités lumineuses, nous permet maintenant de classer les méthodes photométriques en deux groupes bien distincts : Dans le premier, les faisceaux lumineux, toujours séparés, viennent former sur la rétine des images différentes. L'observation doit, dans ce cas, comparer deux champs lumineux voisins, et en faire varier les intensités jusqu'à ce qu'ils paraissent également éclairés. Les photomètres d'Arago, de Beer, Bernard, de la Provostaye et Desains, Chacornac, Zollner, Otto Hagen et Becquerel, sont basés sur ce principe. Dans le second groupe, les deux faisceaux lumineux à comparer après avoir été polarisés à angle droit, sont réunis ensemble, de manière à ne plus former qu'un seul faisceau en général partiellement polarisé. Ce faisceau arrive à l'œil après avoir traversé un polariscope qui décèle la plus petite quantité de lumière polarisée. L'œil n'a donc à considérer dans cette méthode que la disparition de couleurs ou de lignes isochromatiques, disparition qu'il apprécie avec la plus grande exactitude. A ce groupe se rattachent certains appareils d'Arago, et

(1) Poggendorff's Annalen, CXLI, p. 58.

(2) Philosophical Magazine (4), XXXVII, p. 227.

(3) Comptes-rendus, LXXXII, 557

les photomètres de Babinet, Jamin, Wild, Crookes et Glan.

INTRODUCTION.

La méthode dont l'exposition fait l'objet de ce travail, se rattache à ce dernier groupe ; elle a pour but principal l'étude des sources lumineuses colorées. On sait que la comparaison de deux lumières de couleurs tant soit peu différentes, la flamme du gaz, par exemple, et la flamme d'une lampe à huile, sans tirage, présente les plus grandes difficultés ; si on opère cette comparaison par une des méthodes dans lesquelles l'œil doit juger l'égalité de deux champs lumineux éclairés chacun par une des lumières colorées soumises à l'expérience, l'indécision est considérable et dépasse souvent $1/60^e$ du rapport des intensités. [On atteint une exactitude plus grande quand les deux faisceaux lumineux, polarisés à angle droit et superposés comme dans les méthodes de MM. Babinet, Jamin, Wild, etc., traversant un polariscope qui produit dans l'œil des couleurs ou des lignes isochromatiques dont la disparition correspond à l'égalité des intensités des faisceaux lumineux. Il faut toutefois remarquer que les lignes isochromatiques ne disparaissent jamais complètement, quand les sources lumineuses n'émettent pas des lumières de même composition spectrale.]

Les physiciens qui se sont occupés de ces déterminations, emploient le plus souvent, pour faciliter la comparaison des sources lumineuses, des verres ou des liquides colorés monochromatiques qui, enlevant aux deux lumières certaines radiations, leur donnent à peu près la même couleur. Il est très-difficile de connaître

l'importance des modifications subies par des faisceaux lumineux complexes, en traversant les milieux colorés, aussi la mesure des intensités est-elle entachée d'inexactitude.

Si on considère la mesure des intensités lumineuses à un point de vue général, il est évident d'abord que l'œil peut établir une comparaison exacte entre deux sources lumineuses de même nature, telles que deux lumières blanches ou deux radiations de même longueur d'ondulation. Mais si les lumières émettent des radiations d'intensités et de qualités différentes, en d'autres termes, si les lumières ont des compositions spectrales différentes, le jugement de l'œil est frappé d'indécision et ne peut rien apprendre sur les intensités objectives des lumières soumises à l'expérience.

La solution complète du problème de la comparaison de deux sources lumineuses différemment colorées exigerait que l'on connût les points suivants⁽¹⁾ : Détermination de l'intensité de la *sensation* résultant de l'action sur le sens visuel de chaque radiation, en fonction de la force vive et de la durée des oscillations de cette radiation ; détermination de l'intensité de la *sensation* résultant de la composition des *sensations* partielles produites par chacune des radiations. Ce problème, qui ressort en grande partie du domaine de la physiologie, ne peut pas être abordé actuellement avec les connaissances que nous possédons.

Fraunhofer⁽²⁾ a tenté de comparer entre elles les intensités des diverses radiations d'une même source lumineuse ; mais ses expériences n'ont pas donné de résultats concordants à cause d'une circonstance importante que les travaux postérieurs à ceux de cet illustre physicien ont fait connaître, c'est-à-dire l'influence de l'intensité absolue des couleurs sur leur intensité subjective.

(1) Optique physiologique, par Helmholtz, p. 411, 419, 433.

(2) *Fraunhofer*. — *Gilbert's Annalen*, LVI, 297.

Restreignant le problème général de la comparaison des sources lumineuses colorées, j'ai cherché à mesurer les intensités relatives des radiations de même nature prises dans deux lumières différentes. Supposons, par exemple, que l'on veuille comparer la lumière rougeâtre émise par une lampe à huile brûlant sans tirage, avec la lumière blanche d'une lampe carcel, on décomposera chacune de ces lumières en leurs radiations spectrales constitutives, et on comparera chacune des couleurs simples de l'une des lumières avec les mêmes couleurs de l'autre⁽¹⁾. La connaissance des intensités relatives des mêmes radiations simples dans deux sources lumineuses différentes quelconques, peut être d'une grande utilité dans l'étude de certaines questions. Ainsi, la comparaison des éléments constitutifs des différents luminaires employés dans l'éclairage, le tracé des courbes d'absorption des milieux colorés, la recherche de la loi qui lie les intensités lumineuses des radiations aux températures des corps qui les émettent, sont autant de problèmes que la méthode que je propose permettra d'aborder avec facilité.

PREMIÈRE PARTIE.

DESCRIPTION DE LA MÉTHODE.

Je décompose les rayons lumineux émanés des sources à comparer en leurs radiations simples à l'aide d'un

(1) La méthode que j'ai expérimentée ne s'applique qu'aux lumières dont les spectres sont continus, et qui sont produites par la combustion des substances hydrocarbonées généralement employées dans l'éclairage et par les corps solides incandescents, tels que le platine porté au rouge, la chaux de la lumière Drummond, les charbons des lampes électriques, la lumière solaire, etc.

prisme dispersif, et je produis dans les spectres des bandes d'interférence qui disparaissent dans la partie commune aux deux spectres quand, en une région déterminée, les radiations de même longueur d'ondulation ont la même intensité. Pour cela les rayons des deux lumineux A et B (*fig. 1*) sont dirigés par des prismes à

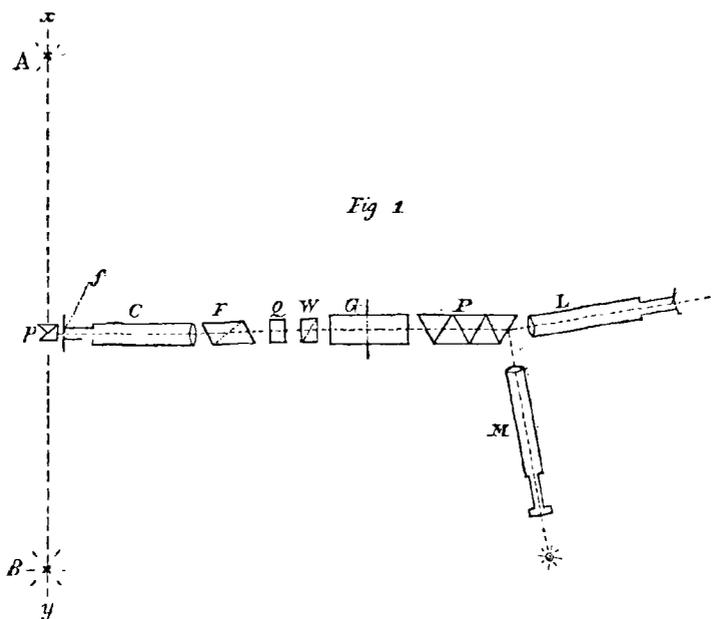


Fig 1

réflexion totale p sur la fente du collimateur C d'un spectroscope; les rayons de la lumière A éclairent la moitié inférieure de la fente et les rayons de B, la moitié supérieure. On aperçoit alors dans la lunette L du spectroscope deux spectres lumineux (*fig. 2*) placés l'un au-

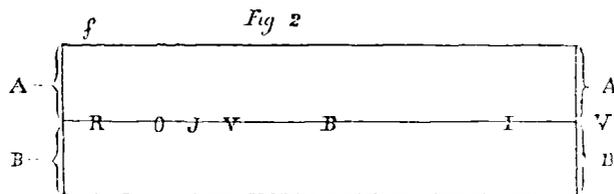


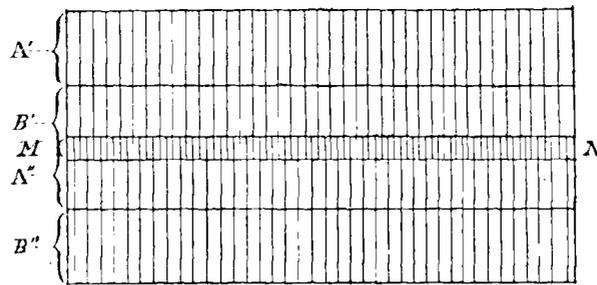
Fig 2

dessus de l'autre, le spectre supérieur correspondant

aux rayons de la lumière A, et le spectre inférieur, aux rayons de la lumière B⁽¹⁾.

Entre le collimateur C et le prisme dispersif P du spectroscope (*fig. 1*) sont placées les pièces suivantes : un prisme de Foucault F, une lame de quartz Q taillée parallèlement à l'axe, et un prisme de Wollaston W. Le prisme de Foucault polarise dans un plan horizontal les rayons lumineux émanés des deux parties de la fente et rendus parallèles par la lentille du collimateur ; le quartz parallèle à l'axe introduit une différence de marche considérable entre les deux faisceaux ordinaire et extraordinaire qui s'y forment ; le prisme de Wollaston joue un double rôle analogue à celui du prisme biréfringent du photomètre de M. Jamin ; il ramène dans deux plans rectangulaires toutes les vibrations lumineuses et de plus dédouble les images de chacune des moitiés de la fente qui doivent se former au plan focal de l'objectif. Les conditions nécessaires pour la production des spectres cannelés par la méthode de MM. Fizeau et Foucault sont ainsi réalisés.

Fig. 3.



Au lieu des deux spectres A et B de la *fig. 2*, on voit alors dans la lunette quatre spectres cannelés (*fig. 3*) A', B' polarisés dans le plan horizontal et A'', B'', pola-

¹⁾ La comparaison directe des diverses radiations communes aux deux spectres comporte peu de précision, ainsi que cela résulte des travaux de M. Vierordt.

Poggendorff's Annalen, CXL, p. 172.

risés dans le plan vertical. A cause de la rectangularité des plans de vibrations des rayons lumineux qui constituent ces deux systèmes de spectres, les maxima brillants des bandes d'interférence de A' et de B' seront sur le prolongement des minima des bandes de A'' et de B'', et inversement; de plus, les deux systèmes coïncideront en partie, par suite de l'angle de duplication du prisme de Wollaston. La partie M N commune aux deux spectres B' et A'' est formée par la superposition de deux systèmes de bandes d'interférence provenant chacun d'une des lumières soumises à l'expérience et ces systèmes alternent l'un avec l'autre; c'est en obtenant la disparition complète de ces bandes que je juge de l'égalité des radiations en chaque région du spectre.

Je fais varier les intensités des faisceaux lumineux, soit en changeant les distances des lumières à la fente, soit en interposant entre le prisme de Wollaston et le prisme dispersif, un prisme de Foucault qui peut par une rotation convenable de sa section principale, ramener toujours à l'égalité les deux faisceaux lumineux polarisés à angle droit, issus du prisme de Wollaston.

En un point quelconque de la partie M N commune aux deux spectres A'' et B', on a toujours deux radiations de même longueur d'onde, provenant chacune d'une des lumières A et B et dont les intensités sont, en représentant par I et I' les intensités de ces radiations à la fente, et par *i* et *s* les angles que font les sections principales de la lame cristalline et du prisme de Wollaston avec le plan de polarisation primitif:

$$(A'') \quad I \left[\cos.^2 s + \sin. 2 i \sin. 2 (i-s) \sin.^2 \pi \frac{O-E}{\lambda} \right],$$

et

$$(B'') \quad I' \left[\sin.^2 s - \sin. 2 i \sin. 2 (i-s) \sin.^2 \pi \frac{O-E}{\lambda} \right];$$

Par suite de la disposition de l'appareil, *s* était tou-

jours égal à 90° et i à 45° ; en réduisant on obtient pour la valeur des intensités :

$$(A'') \quad I \sin.^2 \pi \frac{O-E}{\lambda},$$

et

$$(B') \quad I' \cos.^2 \pi \frac{O-E}{\lambda}.$$

Les faisceaux A'' et B' étant superposés, on a pour l'intensité résultante :

$$I \sin.^2 \pi \frac{O-E}{\lambda} + I' \cos.^2 \pi \frac{O-E}{\lambda}.$$

Supposons $I > I'$; les maxima des bandes brillantes auront lieu quand la différence de marche sera égale à un multiple impair de la demi-longueur d'onde et leur valeur sera égal à I ; les minima auront lieu au contraire quand la différence de marche sera un multiple pair de la demi-longueur d'onde et auront pour intensité I' .

Si on fait $I = I'$, la somme des intensités est constante quelle que soit la différence de marche, et l'œil ne perçoit plus dans la portion considérée de la partie commune MN qu'un éclat uniforme.

Dans cette méthode, comme dans celles de MM. Babinet, Jamin, Wild, l'œil n'a plus à comparer directement deux surfaces voisines éclairées chacune par une des deux lumières observées; il doit simplement constater la présence ou la disparition des bandes, et l'on sait que ces sortes de phénomènes sont susceptibles d'être appréciés avec une bien plus grande exactitude.

J'analyse de cette manière toute l'étendue des spectres, région par région, prenant toujours comme caractère de l'égalité de deux radiations, la disparition des bandes dans la région correspondante.

Pour amener à l'égalité les radiations de certaines lon-

guez d'onde, provenant chacune d'une des moitiés de la fente, j'ai employé deux modes de mesure différents ; le premier consiste dans le rapprochement ou l'éloignement d'une des lumières, le second dans l'emploi d'un prisme de Foucault analyseur.

Premier mode de mesure (variations des distances).

Le premier mode de mesure que j'ai employé consistait à faire varier les distances des lumières à la fente, jusqu'à ce que j'obtinsse successivement la disparition des franges dans les diverses parties du spectre. Le rapport des carrés des deux lumières à la fente, donnait, dans chaque cas, le rapport des radiations examinées. Les deux lumières A et B étaient placées sur un banc x, y (*fig. 1*), à des distances de la fente f qui étaient mesurées à l'aide d'échelles divisées, fixées à ce banc.

Les rayons lumineux, dirigés suivant l'axe de l'instrument, par deux petits prismes p à réflexion totale placés l'un au-dessus de l'autre devant la fente, traversent, comme il a été dit, successivement la lentille C du collimateur, le polariseur F, le quartz Q et le prisme de Wollaston W, et ne pénètrent ensuite dans les prismes P dispersifs et la lunette, qu'après avoir passé à travers une lame de glace G convenablement inclinée, qui a pour but de compenser l'inégalité introduite dans les intensités des deux faisceaux lumineux polarisés à angle droit au sortir du prisme de Wollaston, par suite de leur réflexion sur les faces du prisme dispersif.

Supposons, en effet, que des radiations rouges, par exemple, provenant des sources A et B aient la même intensité en arrivant sur la fente ; ces deux groupes de rayons lumineux se divisent chacun au sortir du prisme de Wollaston, en deux nouveaux groupes d'égale intensité et polarisés à angle droit. Les faisceaux A' et B' (*fig. 3*) sont polarisés dans le plan horizontal, et les

faisceaux A'' et B'', dans le plan vertical; de plus, ces quatre faisceaux ont des intensités égales.

Suivons les deux faisceaux B' et A'', qui doivent se superposer en partie dans la portion MN, commune aux deux spectres.

L'intensité du faisceau A'', polarisé dans le plan vertical, et, par conséquent, perpendiculairement au plan d'incidence du prisme dispersif, étant représentée par 1, deviendra, en pénétrant dans ce prisme :

$$\frac{\sin. 2 i \sin. 2 r}{\sin.^2 (i + r) \cos.^2 (i - r)};$$

en désignant par *i* et *r* les angles d'incidence et de réfraction; le prisme étant placé au minimum de déviation, le faisceau subira encore la même perte au sortir du prisme, et son intensité sera :

$$\left[\frac{\sin. 2 i \sin. 2 r}{\sin.^2 (i + r) \cos.^2 (i - r)} \right]^2. \quad (a)$$

L'intensité du faisceau B', polarisé dans le plan d'incidence, prendra la valeur :

$$\frac{\sin. 2 i \sin. 2 r}{\sin.^2 (i + r)}$$

en entrant dans le prisme; à la sortie, l'intensité sera :

$$\left[\frac{\sin. 2 i \sin. 2 r}{\sin.^2 (i + r)} \right]^2. \quad (b)$$

Les deux groupes de radiations A'' et B', qui avaient encore des intensités égales au sortir du prisme de Wollaston, ont maintenant, par suite de leurs passages à travers le prisme dispersif, des intensités différentes dont le rapport est égal à :

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{\cos.^2 (i - r)}. \quad (c)$$

On voit que ce rapport n'est pas constant et qu'il augmente avec la réfrangibilité des diverses radiations. C'est pour compenser l'inégalité introduite entre les deux faisceaux A'' et B' par le prisme dispersif, que j'ai placé une lame de glace entre le prisme de Wollaston et le prisme dispersif (*fig. 1*).

Lame correctrice. — Dans mes premières expériences, j'ai employé, ainsi que je viens de l'exposer, pour corriger l'influence du prisme dispersif, une lame de glace mobile autour d'un axe horizontal, et placée sur le trajet des rayons lumineux à la suite du prisme de Wollaston.

Je vais montrer que, quelle que soit la valeur du rapport $\frac{a}{b}$, il y a toujours une inclinaison i de la lame qui introduit entre les deux faisceaux une inégalité de sens contraire à celle qui est due au prisme dispersif.

Représentons encore par l les intensités des deux radiations B' et A'' à leur sortie du prisme de Wollaston, par i l'angle d'incidence des rayons sur la lame, et par r l'angle de réfraction à l'intérieur, l'intensité du faisceau A'' polarisé dans le plan vertical, c'est-à-dire dans le plan d'incidence, deviendra, en pénétrant dans la lame :

$$u = \frac{\sin. 2 i \sin. 2 r}{\sin.^2 (i + r)},$$

et à la sortie :

$$u^2 = \left[\frac{\sin. 2 i \sin. 2 r}{\sin.^2 (i + r)} \right]^2$$

si l'on néglige les faisceaux secondaires dus aux réflexions multiples à l'intérieur de la lame.

Comme ces faisceaux secondaires ont des intensités assez considérables, relativement aux erreurs d'observations que comporte la méthode, il y a lieu d'en tenir compte. Or, on sait que si on représente par u l'intensité

du faisceau réfracté, l'intensité a_1 du faisceau émergent et résultant de la superposition du faisceau direct et des divers faisceaux réfléchis à l'intérieur d'une lame de glace est donnée par la formule :

$$a_1 = \frac{u}{2-u}.$$

Nous aurons donc pour l'intensité totale du faisceau A'', à la sortie de la lame :

$$a_1 = \frac{\frac{\sin. 2 i \sin 2 r}{\sin.^2 (i+r)}}{2 - \frac{\sin. 2 i \sin. 2 r}{\sin.^2 (i+r)}} = \frac{\sin. 2 i \sin 2 r}{2 \sin.^2 (i+r) - \sin. 2 i \sin. 2 r}.$$

Le faisceau B' polarisé dans le plan horizontal nous donnera de même :

$$b_1 = \frac{\frac{\sin. 2 i \sin. 2 r}{\sin.^2 (i+r) \cos.^2 (i-r)}}{2 - \frac{\sin. 2 i \sin 2 r}{\sin.^2 (i+r) \cos.^2 (i-r)}} = \frac{\sin. 2 i \sin. 2 r}{2 \sin.^2 (i+r) \cos.^2 (i-r) - \sin. 2 i \sin. 2 r}.$$

Le rapport $\frac{a_1}{b_1}$ doit être égal à l'inverse du rapport $\frac{a}{b}$, afin de détruire l'inégalité introduite par le prisme dispersif, on aura donc :

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{b}{a}.$$

En remplaçant a_1 et b_1 par leurs valeurs, on a successivement :

$$\frac{b}{a} = \frac{\frac{\sin. 2 i \sin. 2 r}{2 \sin.^2 (i+r) - \sin. 2 i \sin. 2 r}}{\frac{\sin. 2 i \sin. 2 r}{2 \sin.^2 (i+r) \cos.^2 (i-r) - \sin. 2 i \sin. 2 r}},$$

$$\frac{b}{a} = \frac{2 \sin.^2 (i+r) \cos.^2 (i-r) - \sin. 2 i \sin. 2 r}{2 \sin.^2 (i+r) - \sin. 2 i \sin. 2 r},$$

$$= \frac{\sin.^2 i \cos.^2 i + \sin.^2 r \cos.^2 r}{\sin.^2 i \cos.^2 r + \sin.^2 r \cos.^2 i}.$$

En divisant par :

$$\sin.^2 r,$$

et en remarquant que :

$$\frac{\sin.^2 i}{\sin.^2 r} = n^2,$$

on obtient :

$$\frac{b}{a} = \frac{n^2 \cos.^2 i + \cos.^2 r}{n^2 \cos.^2 r + \cos.^2 i}$$

et enfin

$$\frac{b}{a} = \frac{n^4 - n^4 \sin.^2 i + n^2 - \sin.^2 i}{n^4 - 2 n^2 \sin.^2 i + n^2};$$

d'où l'on tire :

$$\sin.^2 i = \frac{\left(n^4 + n^2 \right) \left(1 - \frac{b}{a} \right)}{n^4 + 1 - 2 n^2 \frac{b}{a}}. \quad (4)$$

J'ai déterminé, à l'aide de l'égalité (c) (p. 21), les valeurs que pouvait prendre le rapport $\frac{a}{b}$ pour les radiations extrêmes, le prisme étant formé d'un flacon renfermant du sulfure de carbone et d'un angle réfringent de 60°;

(4) J'ai déterminé les indices de réfraction de la lame de glace pour les rayons rouges et les rayons violets, à l'aide de la méthode indiquée par M. Jamin dans son mémoire sur la polarisation métallique. On sait que cette méthode consiste à faire réfléchir par la lame de verre un faisceau primitivement polarisé dans l'azimut 45°, et à chercher ensuite l'incidence i pour laquelle le faisceau est encore complètement polarisé. L'azimut A du nouveau plan de polarisation et l'angle d'incidence étant donné par l'expérience, on calcule alors l'angle r par la formule :

$$\text{Tang. } r = \frac{\text{Tang. } (45^\circ - A)}{\text{Tang. } i};$$

connaissant i et r , on en déduit la valeur de n pour la radiation considérée.

Pour les rayons rouges (raie B) on trouve :

$$\frac{a}{b} = \frac{0,8529}{0,6401} = 1,3325;$$

d'où l'on déduit :

$$\frac{b}{a} = 0,75048.$$

Cette valeur transportée dans la formule (1) donne pour l'angle d'incidence :

$$i_r = 55^\circ 29' 55''.$$

Pour corriger l'influence du prisme dispersif, la lame correctrice doit donc faire avec les rayons rouges issus du prisme de Wollaston un angle de $55^\circ 29' 55''$.

Si on fait le même calcul pour les rayons violets (raie H) on trouve que l'angle d'incidence doit être égal à

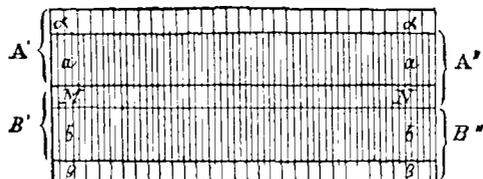
$$i_v = 58^\circ 47' 20''.$$

On ne peut évidemment pas calculer pour les différentes régions du spectre la position que doit occuper la lame pour compenser les inégalités introduites par le prisme dispersif; les calculs seraient trop longs et trop nombreux, et on n'aurait pas, d'ailleurs, la certitude d'atteindre dans chaque cas l'inclinaison convenable. En outre, le prisme dispersif devrait être amené chaque fois au minimum de déviation. Dans ces conditions, la méthode de correction précédemment décrite serait d'une utilité bien restreinte, si par la disposition même de l'appareil on n'avait un moyen absolument exact de placer la lame, sans calcul et sans tâtonnement, dans la position qu'elle doit occuper, pour neutraliser complètement les inégalités introduites par le prisme dispersif entre les radiations observées.

Dans la *fig. 3*, j'ai supposé pour simplifier que l'angle de duplication du prisme de Wollaston était tel que les spectres B' et A'' seuls fussent en partie superposés; en

réalité, il n'en est pas ainsi. L'angle de duplication étant très-faible, le spectre A' (fig. 4) est superposé en partie

Fig. 4.



avec le spectre A''. de même B' est superposé en partie avec B''; c'est encore dans la partie moyenne M N que coïncident les systèmes de bandes provenant des faisceaux A'' et B', et que l'on doit rendre égaux successivement dans chaque région du spectre, par la variation des distances des lumières à la fente. La superposition des systèmes A' et A'' forme une bande $a a$, constituée en chaque point par des radiations de mêmes réfrangibilités, émises par la même lumière A et dont les bandes d'interférence alternent les unes avec les autres. Il en est de même des faisceaux B' et B'' qui forment une bande semblable $b b$. Nous avons vu que le but de la lame correctrice était de compenser l'inégalité introduite par le prisme dispersif entre les intensités des faisceaux lumineux polarisés à angle droit à leur sortie du prisme de Wollaston; or, cette inégalité sera absolument annulée quand, pour des radiations déterminées, les bandes d'interférence disparaîtront entièrement dans la portion des bandes $a a$ et $b b$ correspondants à cette radiation.

L'ensemble des spectres présente alors l'aspect suivant : En haut, on voit un spectre cannelé $\alpha \alpha$ dont les bandes noires sont absolument obscures et correspondent au faisceau lumineux A' provenant de la lumière A et polarisé dans le plan horizontal; au-dessous du spectre $\alpha \alpha$ on voit la bande $a a$ formée, comme nous l'avons dit plus haut, par les faisceaux A' et A'' polarisés à angle droit. Cette bande ne présente que des maxima

et des minima peu intenses et qui doivent disparaître successivement dans les diverses régions du spectre quand la lame correctrice est convenablement inclinée.

Au-dessous de ces spectres se trouve la bande moyenne MN dans laquelle se fait la comparaison proprement dite des intensités lumineuses des diverses radiations émises par les sources A et B. Au-dessous de cette bande est placée la bande bb qui, comme aa , est formée par les faisceaux B' et B'' provenant de la lumière B et polarisés à angle droit. Les franges d'interférence disparaissent simultanément dans les bandes aa et bb . Enfin, à la partie inférieure, on voit un spectre $\beta\beta$ à minima obscurs formé seulement par le faisceau B''.

On peut, à la rigueur, se passer de la lame correctrice en faisant deux observations successives après avoir fait tourner le prisme de Wollaston de 180° autour de son axe.

Soient en effet I et I_1 , les intensités des deux radiations semblables émises par les lumières A et B placées respectivement aux distances D et D_1 de la fente.

L'intensité à la fente des radiations venant de A sera $\frac{I}{D^2}$ et l'intensité des radiations venant de B, $\frac{I_1}{D_1^2}$. Chacun de ces faisceaux A et B vient se dédoubler dans le prisme de Wollaston et former les faisceaux A', A'' et B', B''. Considérons seulement les deux faisceaux A'' et B' polarisés à angle droit qui viennent former dans la lunette, après leur passage dans le prisme dispersif, la bande commune MN aux divers spectres. Ces faisceaux ont subi la même perte d'intensité en traversant les différentes pièces de l'appareil qui précèdent le prisme dispersif; leurs intensités pourront être représentées par $K \frac{I}{D^2}$ et $K \frac{I_1}{D_1^2}$. Le prisme dispersif agit différemment sur chacun de ces faisceaux; représentons par $f(i)$ l'action de ce prisme sur le faisceau A'' polarisé verticalement, et par $\varphi(i)$

l'action sur le faisceau B' polarisé horizontalement, les intensités deviendront finalement :

$$K \frac{I}{D^2} f(i) \text{ et } K \frac{I_1}{D_1^2} \varphi(i).$$

Quand les bandes d'interférence disparaissent dans la région des spectres occupée par ces radiations, les intensités sont égales et l'on a :

$$K \frac{I}{D^2} f(i) = K \frac{I_1}{D_1^2} \varphi(i). \quad (1)$$

Si on tourne alors le prisme de Wollaston de 180° , autour de son axe, le faisceau A sera polarisé dans le plan horizontal et son intensité sera $K \frac{I}{D^2} \varphi(i)$; de même, le faisceau B polarisé sur le plan vertical aura maintenant pour intensité $K \frac{I_1}{D_1^2} f(i)$, les franges apparaissent maintenant dans la partie moyenne MN où se fait la comparaison; pour la faire disparaître, il faudra changer la distance d'une des lumières B, par exemple, à la fente, et on aura encore, quand l'égalité des intensités sera atteinte :

$$K \frac{I}{D^2} \varphi(i) = K \frac{I_1}{D_1'^2} f(i). \quad (2)$$

Multiplions l'une par l'autre les égalités (1) et (2), nous aurons :

$$\frac{I^2}{D^4} = \frac{I_1^2}{D_1^2 D_1'^2};$$

ou

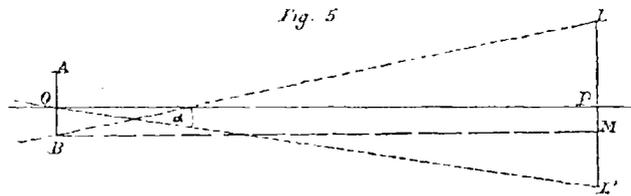
$$\frac{I}{I_1} = \frac{D^2}{D_1 D_1'}.$$

Cette disposition doit être employée quand les lumières observées ont peu d'intensité. Le prisme de Wollaston est alors placé dans une monture spéciale qui permet de le faire tourner exactement de 180° autour de son axe.

Diamètre apparent des sources lumineuses. — Dans cette méthode de mesure par les variations des distances, comme dans les méthodes analogues, il est nécessaire, qu'après avoir traversé la fente, la lumière émise par chacune des lumières, tombe intégralement sur la lentille de collimateur.

En effet, la fente à cause de ses faibles dimensions, joue ici le rôle de la petite ouverture des chambres obscures simples, et les rayons qui la traversent, forment sur la lentille une image renversée du corps lumineux. Si cette image par suite des dimensions trop grandes de la flamme, ou de la distance trop petite de la lumière à la fente, ne tombe pas entièrement sur la lentille, l'intensité des faisceaux lumineux qui sont reçus dans l'appareil après avoir traversé la lentille du collimateur, n'augmente plus, par le rapprochement de cette lumière; on n'est plus, dans ce cas, dans les conditions indispensables, pour la mesure des intensités lumineuses. Je vais calculer, pour mon appareil, le diamètre apparent maximum des lumières vues de la fente, diamètre qui ne devra jamais être dépassé.

Représentons (*fig. 5*) par LL' l'ouverture de la lentille



du collimateur, par PO la distance focale principale et par AB la hauteur totale de la fente; AO , est la moitié supérieure de la fente éclairée par l'une des lumières, et OB la moitié inférieure éclairée par la deuxième lumière, les lignes BL et OL' représentent les rayons les plus divergents que la lentille peut recevoir de la partie OB

de la fente ; l'angle α formé par les lignes BL et OL' sera donc l'angle maximum que pourra sous-tendre la lumière vue de la fente, si on veut que tous les rayons qui traversent la fente OB tombent sur la lentille.

L'angle α est égal à la somme des angles LBM et POL'.

Or,

$$\begin{aligned} \text{Tang. } \alpha &= \text{Tang. (LBM + POL')} \\ &= \frac{\text{Tang. LBM} + \text{Tang. POL'}}{1 - \text{Tang. LBM} \text{Tang. POL'}}. \end{aligned}$$

Si on représente par R le demi-diamètre LP de la lentille, par h la hauteur de la demi-fente OB et la distance focale OP par L, on a

$$\text{Tang. LBM} = \frac{R + h}{L},$$

et

$$\text{Tang. POL'} = \frac{R}{L},$$

d'où l'on déduit :

$$\text{Tang. } \alpha = \frac{\frac{R + h}{L} + \frac{R}{L}}{1 - \frac{(R + h) R}{L^2}} = \frac{L(2R + h)}{L^2 - R^2 - R h}. \quad (a)$$

Dans mon appareil,

$$\begin{aligned} R &= 12 \text{ mill. } 5 \\ L &= 270 \text{ } \\ h &= 2 \text{ } \end{aligned}$$

En transportant ces valeurs dans la formule précédente, on trouvera :

$$\alpha = 6^\circ 8'.$$

Voici aux différentes distances de la fente, les hauteurs que les lumières ne doivent pas dépasser :

| | |
|---------------------|----------|
| à 25 cent. | 29 mill. |
| à 50 » | 56 » |
| à 75 » | 72 » |
| à 1 mètre | 107 » |

Si on fait dans la formule (a) $h = 0$, α' sera l'angle maximum que pourront sous-tendre les lumières dans le plan horizontal. En effectuant les calculs, on trouve : $\alpha' = 5^{\circ}4'$

Deuxième mode de mesure. — Distances constantes des lumières. — Prisme analyseur.

La méthode que je viens de décrire présente l'inconvénient d'exiger des sources lumineuses de petites dimensions ; quand on emploie des sources très-intenses et en même temps peu étendues comme la lumière Drumont ou une spirale de fil de platine portée au blanc par un courant, on peut faire varier les distances dans des limites étendues et obtenir de bons résultats par cette méthode. Mais dans le cas le plus fréquent, les sources lumineuses employées dans l'éclairage ordinaire présentent presque toutes des dimensions assez considérables et peu d'éclat ; on est donc obligé, pour obtenir des spectres intenses, de rapprocher les lumières, et la méthode n'est plus applicable. J'ai rendu, dans ce cas, les distances des sources lumineuses à la fente constantes, et j'ai fait varier les intensités des faisceaux au sortir du prisme de Wollaston à l'aide d'un prisme analyseur.

Pour cela, un prisme de Foucault, taillé de façon que ses faces d'entrée et de sortie soient normales aux rayons

qui les traversent, est monté au centre d'un cercle divisé, sur lequel une alidade solidaire du prisme indique l'angle de la section principale avec la ligne des zéros qui est verticale.

Comme dans la disposition précédente, supposons que la moitié supérieure de la fente soit éclairée par les rayons de la lumière B et la moitié inférieure par les rayons de la lumière A, et que les intensités d'une certaine radiation commune aux deux lumières soient, à la fente, I_1 et I . Le faisceau provenant de A, donnera au sortir du prisme de Wollaston les deux faisceaux A' et A'' polarisés à angle droit et dont les intensités égales entre elles peuvent être représentées par KI . Le faisceau provenant de B, donnera de même les deux faisceaux B' et B'' polarisés à angle droit et dont les intensités égales seront KI_1 .

En traversant le prisme de Foucault dont la section principale fait un angle α avec la section principale du prisme de Wollaston, ces quatre faisceaux deviendront :

$$\begin{array}{l} A \left\{ \begin{array}{l} A' = KI \cos.^2 \alpha \\ A'' = KI \sin.^2 \alpha \end{array} \right. \\ B \left\{ \begin{array}{l} B' = KI_1 \cos.^2 \alpha \\ B'' = KI_1 \sin.^2 \alpha \end{array} \right. \end{array}$$

Ces nouveaux faisceaux sont maintenant polarisés tous les quatre dans le plan perpendiculaire à la section principale du Foucault; il en résulte que le prisme dispersif ne peut plus introduire entre eux la moindre inégalité d'intensité; ces faisceaux viennent donc former dans la lunette des images spectrales, dont les intensités sont respectivement proportionnelles aux intensités qu'ils avaient en quittant le Foucault. La portion moyenne MN où se fait la comparaison est encore formée par la superposition partielle des systèmes A'' et B'; quand les franges d'interférence disparaîtront dans une région déterminée de ces spectres, les radiations correspondantes

auront la même intensité et l'on aura en ce point : $A'' = B'$
ou :

$$K I \sin.^2 \alpha = K I_1 \cos.^2 \alpha$$

d'où

$$\frac{I_1}{I} = \text{Tang.}^2 \alpha.$$

Quand on fait tourner le prisme de Foucault au-delà des positions pour lesquelles l'égalité est atteinte dans la partie moyenne, on voit les spectres A'' et B'' polarisés dans le même plan avant leur passage dans l'analyseur augmenter d'intensité; et les spectres A' et B' s'effacer au contraire peu à peu. Si on continue le mouvement, ces derniers spectres reprennent leur intensité maxima tandis que les spectres A'' et B'' disparaissent à leur tour.

Dans cette méthode, les faisceaux lumineux qui sortent de l'analyseur pour traverser le prisme dispersif sont tous polarisés dans le même plan, qui est le plan perpendiculaire à la section principale du Foucault; la réfraction à l'entrée et à la sortie du prisme dispersif ne peut plus dès lors introduire d'inégalité entre les différentes espèces de faisceaux, puisqu'ils sont tous ramenés à vibrer dans le même plan, et par conséquent les mesures ne peuvent être entachées d'inexactitude de ce côté; mais il y a un autre inconvénient à éviter, c'est la variation générale des intensités de tous les spectres quand on tourne le prisme de Foucault.

On sait, en effet, que si l'on désigne par i et r les angles d'incidence et de réfraction des rayons lumineux qui pénètrent dans le prisme dispersif et par α l'angle du plan de polarisation avec le plan d'incidence, les formules de Fresnel donnent pour l'intensité R du faisceau réfracté :

$$R = \sin. 2 r \sin. 2 i \left(\frac{\cos.^2 \alpha}{\sin.^2 (i+r)} + \frac{\sin.^2 \alpha}{\sin.^2 (i+r) \cos.^2 (i-r)} \right).$$

Sous le minimum de déviation et pour les angles de 60° et 30° , valeurs extrêmes que ne dépasse pas α , on trouve :

$$R_{60} = 0,70.$$

$$R_{30} = 0,79.$$

Pour une rotation de la section principale égale à 30° , les intensités de tous les faisceaux varient donc dans le même rapport que 0,70 et 0,77 soit à peu près comme 0,885 : 1.

On peut parer à cet inconvénient en interposant entre le prisme de Foucault et le prisme dispersif une lame épaisse de spath, taillée parallèlement à l'axe et qui ramène à l'état naturel les faisceaux polarisés. Cette lame est collée contre la face de sortie du prisme de Foucault, de telle façon que sa section principale fasse un angle de 45° avec celle de Foucault.

Les spectres lumineux ont alors des intensités qui ne dépendent plus de la position du plan de polarisation, et leurs intensités restent constantes.

Pertes de lumière dues à ces deux méthodes.

1° Dans la méthode de mesure par la variation des distances, les deux faisceaux lumineux égaux à la sortie du prisme de Wollaston subissent de nouvelles pertes de lumière par leurs passages à travers la lame de verre correctrice, et à travers le prisme dispersif.

Les intensités des radiations rouges des faisceaux A'' et B' polarisés à angle droit deviennent au sortir du prisme 0,8529 et 0,64; la lame correctrice agit en sens inverse, en faisant subir à A'' et B' de nouvelles modifications d'intensité respectivement égales à 0,64 et 0,8529; ces deux faisceaux sont alors égaux tous deux à $0,8529 \times 0,64 = 0,544$.

La perte de lumière due à cette méthode est donc égale à $1 - 0,544 = 0,456$ soit 45,6 p. % pour le rouge.

2° Dans la deuxième méthode de mesure, les deux faisceaux que nous supposons, pour simplifier, encore égaux au sortir du prisme de Wollaston, subissent des pertes plus considérables que dans la première méthode; les pertes résultent du passage de la lumière à travers le prisme de Foucault, la lame de spath et le prisme dispersif.

L'angle des prismes constitutifs du Foucault dont je me suis servi est de 40° , et ses faces d'entrée et de sortie sont normales à la direction des rayons lumineux.

Suivons le rayon polarisé dans le plan vertical.

| | | |
|-----------|---|---|
| PRISME | { | Intensité de la composante extraordinaire après que le faisceau a franchi la surface d'entrée $A_1 = 0,5 \times 0,9614$ |
| DE | | Après les deux réflexions partielles sur les surfaces intérieures. $A_2 = 0,5 \times 0,9614 \times 0,9185^2$ |
| FOUCAULT | | Après la sortie du prisme . . . $A_3 = 0,5 \times 0,9614^2 \times 0,9185^2$ |
| LAME | { | Après les deux réflexions normales : |
| DE SPATH. | | $A_4 = 0,5 \times 0,9614^2 \times 0,9185^2 \times 0,950^2$ |
| PRISME | { | Après le passage à travers le prisme dispersif : |
| DISPERSIF | | $A_5 = 0,5 \times 0,9614^2 \times 0,9185^2 \times 0,950^2 \times 0,745$ |

En effectuant les calculs, on trouve que l'intensité du faisceau transmis a une valeur égale à :

$$A_5 = 0,265.$$

Par cette méthode la perte de lumière est donc égale à $1 - 0,265 = 0,735$ soit 73,5 p. %.

Ces divers nombres ont été calculés pour les rayons jaunes, par les formules de la réflexion cristalline.

Quoique la première méthode absorbe moins de

lumière que la seconde, elle présente des inconvénients qui font que je l'ai moins souvent employée⁽¹⁾.

Dans tout ce qui précède, j'ai toujours supposé que la plaque de quartz parallèle à l'axe, et dans laquelle les faisceaux lumineux contractent cette différence de marche qui se traduit dans les spectres par les bandes d'interférence, n'introduisait par la réflexion aucune inégalité entre les faisceaux ordinaire et extraordinaire qui s'y forment.

J'ai cherché également à voir si le prisme de Wollaston agissait de la même manière sur les deux faisceaux lumineux qui s'y forment par dédoublement et qui en sortent polarisés à angle droit. Dans ce but, le prisme de Wollaston pouvait tourner de 180° autour de son axe, de telle façon que le faisceau A, qui était polarisé, dans la première position du prisme, dans le plan vertical, devint polarisé dans le plan horizontal, dans la deuxième position du prisme. On mesurait l'angle α , qui amenait chaque fois la disparition des bandes d'interférence; et on trouva que cet angle restait absolument constant.

Le prisme de Wollaston n'introduit donc aucune différence d'intensité entre les deux faisceaux lumineux qui s'y forment.

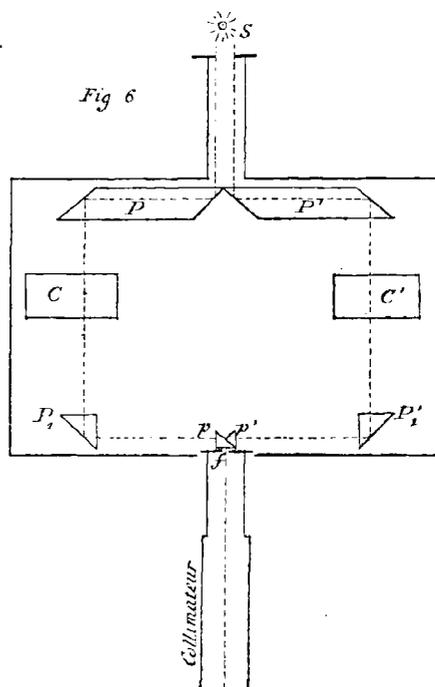
(1) Dans les expériences de MM. Fizeau et Foucault sur les interférences de deux rayons présentant une grande différence de marche, le prisme dispersif était placé immédiatement après la lame biréfringente, l'analyseur étant à l'oculaire de la lunette. Dans ces conditions, les deux rayons ordinaire et extraordinaire étaient polarisés dans les azimuts $+ 45^\circ$ et $- 45^\circ$ par rapport au plan d'incidence du prisme dispersif, et le degré d'ellipticité produit par la lame biréfringente était altéré par le passage des rayons à travers le prisme. Le calcul de la position que devait occuper la lame correctrice, dans ce cas, est très-complicé et dépend d'une équation du 4^e degré; aussi était-ce par tâtonnement que les illustres physiciens plaçaient la lame dans la position convenable.

Dans la disposition que j'ai adoptée, les plans de polarisation des faisceaux lumineux sont ramenés par le prisme de Wollaston, qui joue le rôle d'analyseur, dans les plans principaux du prisme dispersif; l'ellipticité ne peut plus être altérée et la lame compense simplement l'inégalité introduite entre les faisceaux lumineux par le prisme dispersif.

Réglage de l'appareil.

Lumières.— Les lumières doivent être placées exactement à la même hauteur, et perpendiculairement à l'axe de l'appareil; les rayons lumineux, après leur réflexion sur les petits prismes $p p'$ à réflexion totale placés devant la fente, doivent tomber complètement sur la lentille du collimateur. Si les lumières doivent occuper des distances variables, il est essentiel de s'assurer, ainsi qu'on l'a vu plus haut (page 29), que tous les rayons qui ont traversé la fente viennent former les images totales des corps lumineux sur la lentille.

Certaines expériences ont été faites avec une seule lumière (*fig. 6*) placée sur le prolongement de l'axe de l'appareil; le faisceau lumineux arrive, dans ce cas, sur deux parallépipèdes $P P'$, à réflexion totale, qui divisent ce faisceau en deux autres égaux et les renvoient sur deux prismes $P_1 P'_1$, sur lesquels ces faisceaux se réfléchissent dans la direction des petits prismes $p p'$ de la fente; entre les parallépipèdes PP' et les prismes $P_1 P'_1$, on peut interposer des cuves CC' contenant les solutions ou les corps dont on veut étudier l'absorption.



Fente.— La fente doit être placée verticalement et ses bords doivent être exactement parallèles entre eux. Cette

condition est *indispensable*, puisque la comparaison des diverses intensités est basée sur la superposition des deux moitiés de la fente, qui doivent, par conséquent, avoir chacune des éclats uniformes dans toute leur hauteur. Pour régler ce parallélisme, je me suis servi avec avantage des franges de diffraction que l'on aperçoit, quand on regarde une ligne lumineuse brillante, à travers la fente; les franges de diffraction sont parallèles entre elles, quand les bords de la fente ont partout exactement la même largeur.

La fente est placée ensuite au foyer principal de l'objectif du collimateur.

Prisme de Wollaston. — Le prisme de Wollaston étant seul en place, entre le collimateur et la lunette, on voit alors une image double de la fente. Quand la section principale du prisme de Wollaston est exactement parallèle à la fente, les deux images sont en partie superposées; dans le cas contraire, les deux images se détachent nettement l'une à côté de l'autre. Un mouvement de rappel est disposé pour opérer ce réglage avec la plus grande précision. On ne saurait apporter trop de soins à cette opération, car le moindre défaut de coïncidence des deux images introduit dans les spectres une confusion telle, que toute mesure devient impossible; de plus, les bandes paraissent obliques dans la partie moyenne MN, où se fait la comparaison des intensités, et ne disparaissent plus complètement.

Prisme de Foucault polariseur. — Le polariseur est ensuite placé dans sa monture de façon qu'il éteigne complètement l'une des images de la fente, l'image ordinaire, par exemple; sa section principale se trouve alors dans un plan parallèle à la fente, et les rayons qui traversent ce prisme sont polarisés dans le plan horizontal. Il faut avoir soin, en outre, que l'axe du prisme soit bien centré, afin d'éviter dans les spectres,

ces bandes d'interférences en éventail, provenant des anneaux transmis qui se forment dans la lame d'air du prisme de Foucault.

Lame de quartz. — La lame de quartz parallèle à l'axe est placée normalement sur le trajet des rayons lumineux, et sa section principale doit faire un angle de 45° avec le plan vertical ; pour placer la lame dans cette position, on a tracé à la surface un trait de diamant qui fait avec la direction de l'axe un angle de 45° ; ce trait, vu directement doit être parallèle à la fente. Il est bon que la section principale de lame soit placée le plus exactement possible dans cette direction, car c'est dans cette situation que les franges d'interférence ont la plus grande intensité.

Prisme de Foucault analyseur. — On règle la position de ce prisme dans sa monture, de façon que l'une des deux images de la fente disparaisse complètement lorsque le zéro du vernier coïncide avec le zéro ou le 90° de la division du cercle gradué. Il est important que la rotation du prisme ne décentre pas les faisceaux lumineux qui le traversent ; s'il en était autrement, les mesures seraient encore exactes, mais les diverses radiations ne resteraient pas en coïncidence avec les mêmes divisions du micromètre. Quand les prismes de Foucault décentrent les images, cela peut tenir à ce que les deux parties prismatiques n'ont pas exactement le même angle, mais le plus souvent les deux prismes ont tourné légèrement l'un par rapport à l'autre, et leur ensemble constitue alors une sorte de diasparomètre d'un angle réfringent très-faible, qui suffit néanmoins pour décentrer les images quand on fait tourner ce prisme.

La lame de spath est fixée à la monture mobile du prisme de Foucault, de manière que sa section principale soit à 45° de celle du prisme ; l'épaisseur de cette lame est égale à 10 millimètres.

Prismes dispersifs.— Dans mes premières expériences, j'ai employé d'abord deux prismes flacons renfermant du sulfure de carbone; la perte de lumière considérable que la réflexion sur les surfaces de ces prismes occasionne, m'a forcé à renoncer à ces prismes qui présentent en outre beaucoup d'autres inconvénients. J'ai finalement adopté un prisme d'Amici tiré d'un grand spectroscopie à vision directe; ce prisme disperse fortement les faisceaux lumineux, présente l'avantage d'absorber peu de lumière et d'être d'un emploi commode.

Lunette.— La lunette et le collimateur font partie d'un excellent goniomètre de M. Brünner, leurs distances focales sont égales toutes deux à 270 mill.

L'objectif qui m'a donné les meilleurs résultats grossit six fois; la lunette est mobile autour d'un axe perpendiculaire à l'axe optique, afin que l'on puisse toujours amener le réticule sur les régions spectrales que l'on veut étudier. Un diaphragme percé d'une très-petite ouverture a été placé dans l'intérieur de la lunette, à l'endroit où se forment les images des spectres; de cette manière, l'œil n'est pas gêné par les rayons étrangers à l'observation et la sensibilité devient plus grande. L'oculaire porte un œilleton percé d'une ouverture beaucoup plus petite que la pupille afin de rendre les intensités des divers spectres indépendantes de la position de l'œil.

Lorsqu'on examine un objet lumineux à l'aide d'une lunette de Rochon, ou d'une lunette dont l'objectif est double comme l'héliomètre de Bouguer, les intensités des deux images ne conservent pas la même valeur, suivant qu'on élève l'œil ou qu'on l'abaisse; l'une des images s'affaiblit et l'autre image au contraire, gagne en intensité⁴. J'ai fait disparaître cette cause d'inexactitude dans mon appareil, en faisant usage d'un prisme de Wollaston possédant un angle de duplication très-faible et en diaphragmant convenablement l'œilleton.

J'ai fait construire un certain nombre de prismes de divers angles, afin d'étudier l'influence de l'angle de duplication sur l'exactitude des mesures; j'ai constaté que le diaphragme doit être d'autant plus petit que le prisme sépare davantage les pinceaux lumineux, et que la meilleure disposition consistait dans l'emploi d'un prisme ayant un angle de duplication de $12' 43''$ avec un diaphragme de 4 millimètres de diamètre.

Il est indispensable que les surfaces qui terminent les différentes pièces placées entre le collimateur et la lunette soient travaillées avec la plus grande perfection.

On conçoit que si ces surfaces qui sont au nombre de douze, sans compter les faces du prisme dispersif, n'étaient pas absolument planes, les images des spectres seraient confuses et ne permettraient pas d'effectuer des mesures exactes. Il y a là une grande difficulté d'exécution qui a été parfaitement vaincue par les constructeurs.

DEUXIÈME PARTIE.

EXPÉRIENCES.

Épreuves préliminaires. — Avant de faire l'exposé des diverses déterminations que j'ai effectuées à l'aide de la méthode photométrique qui fait le sujet de ce travail, je rapporterai d'abord les épreuves auxquelles j'ai soumis mon appareil, dans le but de me rendre compte de l'influence de certaines circonstances sur la précision des mesures. J'ai déterminé d'abord la largeur la plus

convenable qu'il importait de donner aux bandes d'interférence; puis, j'ai comparé entre eux les deux modes de mesure que j'ai décrits précédemment, la variation des intensités par le changement des distances, et la variation des intensités par le prisme de Foucault analyseur. J'ai ensuite mesuré pour les différentes régions du spectre et pour différentes intensités, les coefficients de précision correspondants.

Ces recherches préliminaires décrites, je rappellerai les principales déterminations que j'ai faites, pour connaître: 1^o les intensités relatives des radiations constitutives des diverses sources lumineuses; 2^o pour montrer l'usage qu'on peut faire de cette méthode dans l'étude de l'absorption de la lumière par les milieux colorés.

Largeur des bandes d'interférence. — J'ai d'abord cherché à déterminer quelle était la largeur des bandes d'interférence qui donnait aux mesures la plus grande exactitude. Pour cela je fis usage de diverses lames cristallines de quartz ou de spath qui donnaient, suivant leurs épaisseurs, des bandes plus ou moins rapprochées. Toutes les autres circonstances étant d'ailleurs identiques, je fis avec chacune de ces lames vingt fois la même détermination des intensités relatives de deux radiations déterminées et de même longueur d'onde, provenant des sources lumineuses A et B; des écarts des déterminations isolées sur la moyenne, je déduisis le coefficient de précision ou module de convergence, correspondant à chacune de ces lames. La comparaison des coefficients de précision permet de décider quelle est l'épaisseur la plus convenable que doit avoir la lame biréfringente. Avant d'entrer dans le détail de ces expériences, je crois devoir rappeler en peu de mots ce qu'on appelle coefficient de précision d'une série d'observations.

Coefficient de précision ⁽¹⁾.— Quand on répète plusieurs fois la même observation dans des circonstances aussi près d'être identiques que possible, on obtient généralement des résultats différents. On sait que la valeur qui se rapproche le plus de la valeur exacte inconnue est la moyenne arithmétique de toutes les valeurs données par l'expérience, et que cette moyenne est d'autant plus près de la valeur exacte que les observations ont été plus nombreuses. Si on fait la différence de chacune des valeurs partielles avec la moyenne, on obtient une série d'erreurs, qui, au premier abord, ne paraissent obéir à aucune loi; mais à mesure que le nombre des observations augmente, on observe que les erreurs les plus petites sont les plus nombreuses; le calcul et l'expérience s'accordent à montrer que les erreurs se répartissent toujours suivant la loi de possibilité exprimée par la formule :

$$y = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 x^2},$$

dans laquelle h représentant un paramètre variable avec la nature des observations, y exprime la probabilité d'une erreur de grandeur x .

Pour une espèce déterminée d'observations, l'expression :

$$P_a = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \int_0^a e^{-h^2 x^2} dx$$

représente la probabilité qu'une erreur x soit comprise entre les limites 0 et a , en sorte qu'il y a à parier P_a contre $1 - P_a$ qu'une erreur quelconque prise au hasard est plus petite en valeur absolue que a ; en d'autres termes, sur m observations, on trouvera un nombre $m P_a$ d'erreurs plus petites que a et un nombre $m (1 - P_a)$ d'erreurs plus grandes que a .

Dans une seconde série d'observations faites dans des

(1) Liagre. — Calcul des probabilités et théorie des erreurs. — Bruxelles, 1852 (p. 178).

conditions différentes, la probabilité $P_{a'}$ qu'une erreur x' soit comprise entre les limites 0 et a' sera de même :

$$P_{a'} = \frac{h'}{\sqrt{\pi}} \int_0^{a'} e^{-h'^2 x'^2} dx'.$$

Posons $hx = h'x' = t$, ce qui est toujours possible puisque x et x' ne sont déterminées que par la condition de ne pas dépasser en valeur absolue a et a' . Les deux expressions précédentes deviendront, en remarquant que les limites supérieures de t sont ah et $a'h'$:

$$P_a = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{ah} e^{-t^2} dt$$

et

$$P_{a'} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{a'h'} e^{-t^2} dt.$$

Ces expressions seront égales si l'on fait :

$$ah = a'h',$$

et comme on a de plus $hx = h'x'$, on en déduit

$$\frac{a}{x} = \frac{a'}{x'}.$$

En d'autres termes, il y aura dans la première série d'observations autant d'erreurs x entre 0 et a , qu'il y aura d'erreurs x' entre 0 et a' dans la deuxième série d'observations.

La relation $hx = h'x'$ indique que les grandeurs des erreurs possibles x et x' sont en raison inverse des constantes h et h' , et les observations seront d'autant plus exactes que x et x' seront plus petits et h et h' plus grands. La constante h mesure donc la précision d'une série d'observations; on lui donne le nom de *module de convergence* ou de *coefficient de précision*.

On démontre que, pour calculer h , on doit employer la formule suivante :

$$h = \sqrt{\frac{n}{2 \sum e^2}}$$

n étant le nombre des observations et $\sum e^2$ la somme des carrés des erreurs.

Voici, comme exemple de la disposition du calcul, une série de dix observations destinées à la détermination des intensités relatives des radiations comprises entre les divisions 140 et 130 du micromètre et provenant de deux sources identiques placées à des distances égales de la fente.

Dans la première colonne sont inscrits les angles α du prisme de Foucault analyseur; dans la deuxième, les tangentes; dans la troisième, les carrés des tangentes, dont la somme divisée par le nombre des observations donne l'intensité moyenne; dans la quatrième colonne sont portées les différences de chacune des intensités et de leur moyenne; dans la cinquième les carrés de ces erreurs ou différences dont la somme est utilisée pour le calcul du coefficient de précision relatif à cette série.

SÉRIE B — 11

Micromètre 140 à 130, $\lambda = 0,000575$ (orangé).

| α | Tang. α | Tang. ² α | e | e^2 |
|---|--|-----------------------------|-----------------------|----------|
| 45° | 1,00000 | 1,0000 | — 0,00196 | 0,000004 |
| 45° 43' | 1,00759 | 1,0152 | + 0,01324 | 175 |
| 45° 6' | 1,00350 | 1,0070 | + 0,00504 | 25 |
| 44° 51' | 0,99498 | 0,9894 | — 0,01256 | 158 |
| 44° 54' | 0,99652 | 0,9930 | — 0,00896 | 80 |
| 45° | 1,00000 | 1,0000 | — 0,00196 | 4 |
| 45° 10' | 1,00583 | 1,0117 | + 0,00976 | 95 |
| 45° 3' | 1,00175 | 1,0035 | + 0,00154 | 2 |
| 45° 3' | 1,00175 | 1,0034 | + 0,00144 | 2 |
| 44° 57' | 0,99826 | 0,9964 | — 0,00556 | 31 |
| | $\frac{\sum \text{Tang.}^2 \alpha}{n} = 1,00196$ | | $\sum e^2 = 0,000576$ | |
| $h = \sqrt{\frac{n}{2 \sum e^2}} = \sqrt{\frac{10}{2 \times 0,000576}}$ | | | | |

Les coefficients de précision d'une série d'observations étant ainsi définis, on peut alors comparer les diverses dispositions expérimentales au point de vue des avantages qu'elles présentent, en mesurant pour chacune d'elles les coefficients de précision qui leur sont relatifs.

Influence de l'épaisseur des lames biréfringentes.

Les lames cristallines que j'ai successivement essayées étaient les suivantes :

- | | | | |
|-----|---|-------------------------|-------------------------|
| (A) | lame de quartz de | 20,127 ^{mill.} | d'épaisseur. |
| (B) | lame de quartz de | 9,9975. | |
| (C) | lame de spath de | 4,004. | |
| (D) | id. | 2,003. | |
| (E) | id. | 1,001. | |
| (F) | id. | 0,530, | légèrement défectueuse. |
| (G) | prismes de quartz à épaisseurs variables. | | |

Les épaisseurs de ces lames ont été mesurées exactement au sphéromètre. Le parallélisme de l'axe aux surfaces a été vérifié pour chaque lame par la méthode de M. H. Soleil.

Pour obtenir une plus nombreuse série d'épaisseurs, j'ai associé les différentes lames en duplication parallèle ou croisée; les lames prismatiques constituaient en outre un système à épaisseurs variables permettant d'obtenir toutes les épaisseurs comprises entre 4 mill. et 7 mill. Ces dernières lames étaient renfermées dans une monture métallique disposée comme les compensateurs des saccharimètres et graduée directement en mill. d'épaisseur. Pour faire cette graduation, je disposai la double lame prismatique placée dans sa monture sur le miroir inférieur d'un appareil de Norremberg, et je neutralisai la lame de quartz B de 10 mill. d'épaisseur et dont la section principale était placée à 90° de la section des lames prismatiques, en faisant mouvoir les prismes en sens

inverse jusqu'à ce que la teinte noire caractéristique d'une lame d'épaisseur nulle apparût dans le champ de l'instrument. Les prismes de quartz traversés deux fois par la lumière avaient en ce moment une épaisseur moitié de celle de la lame B; je marquai 5 mill. en ce point.

En procédant d'une manière analogue avec d'autres lames, j'obtins, pour un nouveau point de l'échelle, l'épaisseur 6 mill. 118; la distance de ces deux points était de 15 mill. 5 correspondant à une épaisseur de quartz de 1 mill. 118; par conséquent, un millimètre de quartz équivalait à un déplacement relatif de 13 mill. 864 des deux prismes.

L'échelle fut ensuite divisée en $1/10^{\circ}$ de mill. d'épaisseur de quartz, c'est-à-dire en parties égales à 1 mill. 3864. Les épaisseurs utilisables pouvaient varier de 3 mill. jusqu'à 7 mill.

Pour connaître le coefficient de précision que chacun des systèmes de bandes d'interférence permet d'apporter dans les mesures, je fis avec chaque lame, pour les mêmes radiations, une série de vingt observations.

Dans le tableau suivant se trouvent les coefficients de précision correspondant à chaque épaisseur de quartz ou de spath. La première colonne contient la désignation des lames, le signe — indiquant que les sections principales sont croisées et que l'on a à prendre la différence des épaisseurs de ces lames; la deuxième colonne contient les épaisseurs; la troisième, le nombre de franges m comprises entre les raies D et A calculés par la formule : $m = E \left[\frac{r_o - r_e}{\lambda} - \frac{r'_o - r'_e}{\lambda'} \right]$, dans laquelle E est l'épaisseur de la lame biréfringente, r_o et r_e les indices de réfraction ordinaire et extraordinaire de la radiation dont la longueur d'onde est λ , et r'_o et r'_e les indices correspondants de la radiation λ' .

Dans la quatrième colonne sont portées les intensités moyennes résultant de chacune des séries de vingt obser-

vations; dans la cinquième colonne, les coefficients de précision et enfin dans la sixième les observations relatives à chacune de ces séries.

TABLEAU II.

Micromètre de 170 à 160. $\lambda = 0,000605$ (orangé).

| | Désignation. | E | m | $h = \sqrt{\frac{n}{2 \Sigma e^2}}$ | Observations. |
|-----------|--------------|--------|--------|-------------------------------------|--|
| | | mill. | | | |
| QUARTZ. | A + B + G | 35,425 | 55,75 | 80 | Les bandes sont visibles, mais peu nettes. |
| | A + B.... | 30,425 | 47,80 | 93 | |
| | A + B - G | 25,425 | 39,90 | 80 | |
| | A + G.... | 25, " | 39,68 | 94 | Les bandes sont très-nettes. |
| | A..... | 20, " | 31,74 | 123 | |
| | A - G.... | 15, " | 23,80 | 130 | |
| | B + G.... | 15, " | 23,80 | 135 | |
| | B..... | 10, " | 15,87 | 140 | Id. |
| | B - G.... | 5, " | 7,93 | 144 | Id. |
| | G..... | 3, " | 4,76 | 80 | Les bandes paraissent obliques |
| C + D + E | 7, " | 233,33 | - | Id. | |
| SPATH. | C + D.... | 6, " | 199,99 | - | On ne voit rien, même avec l'oculaire N° 2, grossissant 12 fois. |
| | C + E.... | 5, " | 166,66 | - | |
| | C..... | 4, " | 133,32 | - | On aperçoit les franges avec l'oculaire N° 2. |
| | C - E.... | 3, " | 99,99 | 36 | |
| | D..... | 2, " | 66,66 | 60 | |
| | E..... | 1, " | 33,33 | 68 | Bandes confuses, visibles. Assez nettes. |
| | F..... | 0,500 | 16,68 | 91 | Peu nettes. Très-confuses mais visibles |

Il ressort, de ce tableau, que les coefficients de précision des séries dans lesquelles la différence de marche était obtenue avec les lames de quartz, sont beaucoup plus élevés que ceux des séries dans lesquelles on employait les lames de spath; cela peut tenir au grand pouvoir biréfringent du spath qui est vingt fois plus grand que celui du quartz et à la difficulté de travailler une matière aussi tendre. A moins donc de posséder des lames de spath travaillées avec une très-grande perfection, il est préférable de prendre le quartz pour produire les différences de marche. En outre, avec ce dernier cristal, la perte par réflexion est à peu près la

même pour le rayon polarisé dans le plan de la section principale, et pour le rayon polarisé perpendiculairement, ce qui n'existe pas pour le spath, comme je l'ai fait remarquer précédemment.

Si on examine maintenant l'influence de l'épaisseur de quartz sur la précision des mesures, toutes les autres conditions étant d'ailleurs les mêmes dans ces diverses expériences, on constate que les épaisseurs qui donnent les coefficients de précision les plus élevés sont comprises entre 10 mill. et 15 mill. Au-dessus de 15 mill. les bandes sont trop serrées et l'œil éprouve une certaine difficulté à les séparer; si cependant on augmente le grossissement de l'oculaire, les bandes deviennent beaucoup plus visibles, mais elles perdent un peu de leur netteté.

Au-dessous de 10 mill. d'épaisseur, les bandes ne sont pas assez serrées, et il semble qu'elles ne disparaissent jamais complètement; la lame B, de 10 mill., est celle qui a toujours donné les meilleurs résultats; elle n'a, d'ailleurs, aucun défaut.

Ces déterminations ont toutes été faites dans la partie rouge du spectre qui commence au 160^e trait du micromètre jusqu'au 170^e.

| | |
|--|-------------------------|
| Le 160 ^e trait correspond à | $\lambda = 0,000599,5,$ |
| le 170 ^e id. | $\lambda = 0,000611.$ |

La longueur d'onde moyenne de cette région du spectre est égale à $\lambda = 0,000605,5.$

Il est possible que cette épaisseur constante de 10 mill. ne convienne pas également pour les différentes régions du spectre, à cause de l'inégale dispersion du prisme pour les radiations extrêmes; les bandes étant très-serrées dans le rouge et bien moins dans le violet. Je me propose de déterminer, par des recherches ultérieures, quelle est la largeur des bandes d'interférence qu'il convient de prendre pour les différentes parties du spectre.

*Influence de la longueur d'onde et de l'intensité
sur le coefficient de précision.*

En faisant les déterminations que comporte la comparaison des diverses radiations de deux lumières différentes, j'ai reconnu que les séries que j'obtenais en vue d'établir une valeur aussi exacte que possible des intensités, étaient loin de présenter le même degré de précision dans toutes les parties du spectre. Ainsi, aux environs de la raie D, dans la partie la plus lumineuse du spectre, les angles ne diffèrent jamais les uns des autres de plus de 7 à 8 minutes; dans le rouge, au contraire, ou dans le bleu, les différences atteignent quelquefois 45 minutes et même un degré.

D'autre part, le coefficient de précision relatif à une radiation déterminée n'est pas constant quand les intensités absolues des lumières varient.

Il était donc important de déterminer : 1^o le coefficient propre à chacune des parties du spectre pour une lumière d'intensité donnée ; 2^o de rechercher la relation qui existe entre les intensités d'une radiation donnée et le coefficient de précision.

Je fis dans ce but les expériences suivantes :

1^o Variation des coefficients de précision avec les longueurs d'ondes.

Pour déterminer le coefficient de précision relatif à chaque région du spectre, je plaçai à une distance de la fente égale à 12 c. 5 une lampe de Drummond devant l'ouverture de l'appareil à prisme (*fig. 6*), spécialement destiné à l'étude de l'absorption; le faisceau lumineux émané de la lampe se divisait en deux faisceaux égaux qui venaient ensuite éclairer les moitiés inférieure et supérieure de la fente. Les petites variations possibles d'intensité se produisant alors de la même manière dans les deux faisceaux, les intensités relatives des mêmes

radiations de ces deux faisceaux conservaient toujours la même valeur.

Je déterminai alors, pour chaque région du spectre, l'intensité relative des radiations correspondantes, à l'aide d'une série de vingt observations dont les écarts sur leur moyenne servirent à calculer le coefficient de précision relatif à ces radiations. Cette opération fut répétée de 10 en 10 divisions du micromètre. J'obtins ainsi le tableau suivant; la première et la seconde colonne contiennent les divisions du micromètre; la troisième, la longueur d'onde moyenne correspondante; la quatrième, la moyenne des intensités de chacune des vingt observations qui constituent chaque série; enfin, la cinquième, le coefficient de précision correspondant.

TABLEAU III.

Distance de la lumière à la fente : D = 12 cent. 5. I = 1.

| Couleurs. | Micromètre. | λ en millions de millim. | $\Sigma \text{Tang.}^2 \alpha$ | $h = \sqrt{\frac{20}{2 \Sigma e^2}}$ | Observations. |
|-----------|-------------|--|--------------------------------|--------------------------------------|---|
| | | | n | | |
| Rouge.... | 240 à 230 | 705 | 4,01060 | 6,95 | Les franges se voient difficilement. |
| | 230 à 220 | 687 | 4,00110 | 14,6 | |
| | 220 à 210 | 670 | 0,99741 | 23,5 | |
| | 210 à 200 | 655 | 4,00660 | 33,6 | |
| | 200 à 190 | 641 | 4,00282 | 49,9 | |
| Orangé... | 190 à 180 | 630 | 4,00255 | 67,6 | |
| | 180 à 170 | 617 | 4,00254 | 83,° | |
| | 170 à 160 | 605 | 4,00120 | 152,2 | |
| | 160 à 150 | 593,5 | 0,99810 | 140,° | |
| Jaune.... | 150 à 140 | 584 | 4,00288 | 122,5 | |
| | 140 à 130 | 575 | 4,00196 | 93,° | |
| | 130 à 120 | 566 | 0,99917 | 79,° | |
| | 120 à 110 | 557 | 0,99767 | 62,° | |
| | 110 à 100 | 549 | 4,00280 | 52,4 | |
| Vert..... | 100 à 90 | 542,5 | 4,00174 | 41,3 | |
| | 90 à 80 | 535 | 0,99512 | 34,9 | |
| | 80 à 70 | 528 | 0,99833 | 26,8 | |
| | 70 à 60 | 522 | 4,00134 | 23,7 | |
| | 60 à 50 | 516 | 0,99944 | 19,2 | |
| Bleu..... | 50 à 40 | 510 | 4,00456 | 17,9 | |
| | 40 à 30 | 504,5 | 4,00000 | 13,6 | |
| | 30 à 20 | 499 | 4,00746 | 9,93 | |
| | 20 à 10 | 494 | 4,00074 | 8,52 | |
| | 10 à 0 | 489 | 0,99333 | 5,76 | Les franges se voient difficilement. On juge plutôt les intensités par la comparaison des spectres supérieurs et inférieurs. |

Il résulte de l'examen de ce tableau que les coefficients de précision sont variables dans les diverses parties du spectre ; qu'en allant du rouge vers le violet, les coefficients augmentent de valeur rapidement, pour atteindre leur maximum dans l'orangé, puis qu'ils diminuent, d'abord assez vite, et plus lentement ensuite, pour venir prendre dans le violet des valeurs aussi faibles que dans le rouge.

2° Variation des coefficients de précision avec l'intensité.

Dans les déterminations précédentes, la source de lumière était à 12 c.5 de la fente ; je portai cette distance à 25 c., et l'intensité lumineuse diminua dans le rapport de 4 à 1 ; je fis alors de nouvelles déterminations des coefficients de précision ; mais, pour ne pas multiplier outre mesure les expériences, les déterminations ne portèrent que sur six régions différentes du spectre.

Les résultats sont rapportés dans le tableau N° IV. Je procédai exactement de la même manière pour les distances 37c.5, 50 c. et 75 c. de la source lumineuse à la fente, et j'obtins ainsi, pour les mêmes radiations que précédemment, de nouveaux coefficients de précision correspondant à des intensités 1/9, 1/16, 1/36 (Tableaux V, VI et VII).

TABLEAU IV.

Distance de la lumière : D = 25 cent. I = 1/4.

| Couleurs. | Micromètre. | λ en million ^{es} de millim. | $\frac{\Sigma \text{Tang.}^2 \alpha}{n}$ | $h = \sqrt{\frac{n}{2 \Sigma e^2}}$ | Observations. |
|-------------|-------------|---|--|-------------------------------------|------------------------|
| Rouge..... | 210 à 200 | 655 | 1,0037 | 40,2 | |
| Orangé.... | 170 à 160 | 605 | 1,0040 | 158,2 | |
| Jaune..... | 130 à 120 | 566 | 0,9983 | 83,3 | |
| Vert..... | 90 à 80 | 535 | 1,0032 | 38,4 | |
| Vert bleu.. | 60 à 50 | 516 | 1,0062 | 40,2 | |
| Bleu..... | 30 à 20 | 499 | 1,0346 | 5,2 | Observation difficile. |

TABLEAU V.

Distance de la lumière : $D = 37^{\text{cent}}5$. $I = 1/9^{\circ}$.

| Couleurs. | Micromètre. | λ en million ^{es} de millim. | $\frac{\Sigma \text{Tang.}^2 \alpha}{n}$ | $h = \sqrt{\frac{n}{2 \Sigma e^2}}$ | Observations. |
|-------------|-------------|---|--|-------------------------------------|-----------------|
| Rouge..... | 210 à 200 | 655 | 1,0450 | 35,° | Peu de lumière. |
| Orangé.... | 170 à 160 | 605 | 1,0225 | 140,25 | |
| Jaune..... | 130 à 120 | 566 | 1,0315 | 58,° | |
| Vert..... | 90 à 80 | 535 | 1,0230 | 33,° | |
| Vert bleu.. | 60 à 50 | 516 | 1,0235 | 12,° | |
| Bleu..... | 30 à 20 | 499 | 1,0210 | 6,04 | |

TABLEAU VI.

Distance de la lumière : $D = 50$ cent. $I = 1/16^{\circ}$.

| Couleurs. | Micromètre. | λ en million ^{es} de millim. | $\frac{\Sigma \text{Tang.}^2 \alpha}{n}$ | $h = \sqrt{\frac{n}{n \Sigma e^2}}$ | Observations. |
|-------------|-------------|---|--|-------------------------------------|------------------------|
| Rouge..... | 210 à 200 | 655 | 1,0230 | 22,3 | Observation impossible |
| Orangé.... | 170 à 160 | 605 | 1,0335 | 103,° | |
| Jaune..... | 130 à 120 | 566 | 1,0115 | 45,3 | |
| Vert..... | 90 à 80 | 535 | 1,0023 | 26,° | |
| Vert bleu.. | 60 à 50 | 516 | 1,0400 | 8,14 | |
| Bleu..... | 30 à 20 | 499 | . | . | |

TABLEAU VII.

Distance de la lumière : $D = 75$ cent. $I = 1/36^{\circ}$.

| Couleurs. | Micromètre. | λ en million ^{es} de millim. | $\frac{\Sigma \text{Tang.}^2 \alpha}{n}$ | $h = \sqrt{\frac{n}{2 \Sigma e^2}}$ | Observations. |
|------------|-------------|---|--|-------------------------------------|------------------------|
| Rouge..... | 210 à 200 | 655 | 0,999 | 12,33 | Observation difficile. |
| Orangé.... | 170 à 160 | 605 | 0,996 | 89,25 | |
| Jaune..... | 130 à 120 | 566 | 0,989 | 24,35 | |
| Vert..... | 90 à 80 | 535 | 0,982 | 10,30 | |

Il résulte de ces observations que les coefficients de précision varient peu, si on les compare aux changements

des intensités lumineuses; ainsi, nous voyons que le coefficient relatif aux rayons jaunes conserve une valeur égale aux $\frac{2}{3}$ de sa valeur primitive, quand, au contraire, les intensités lumineuses ont varié dans le rapport de 16 à 1. En outre, la variation n'est pas toujours dans le même sens; c'est ce qui est indiqué par le deuxième tableau, qui contient, pour une intensité lumineuse quatre fois plus faible que dans le premier tableau, des coefficients de précision cependant plus élevés.

Il y a probablement, pour chacune des radiations, une certaine intensité lumineuse qui correspond à un maximum de précision; si l'intensité est trop considérable, l'œil fatigué perd en partie la faculté de juger les différences d'intensité, et le coefficient de précision diminue de valeur; si l'intensité est trop faible, au contraire, l'œil ne saisit plus facilement les différences d'intensités des bandes, et les mesures sont également moins précises.

Il serait intéressant de rechercher l'existence et la valeur de ce maximum, que les conceptions théoriques de M. Helmholtz et les derniers travaux de M. Delbœuf font prévoir; je me propose de reprendre cette étude par une méthode plus rapide que celle dont je me suis servi dans les déterminations précédentes.

Courbes des coefficients de précision.

J'ai dressé la courbe de la précision des mesures dans les différentes parties du spectre, en prenant pour ordonnées les coefficients de précision, et pour abscisses les longueurs d'ondes. La courbe (1) (pl. II) correspond aux déterminations du tableau III; les autres courbes (2) (3) (4) (5) correspondent aux tableaux IV, V, VI et VII, et ne comprennent que quelques points qui suffisent néanmoins à montrer combien varient peu les coefficients de précision, en comparaison des variations considérables des intensités lumineuses.

Comparaison des deux méthodes de mesure au point de vue de la précision des résultats.

Première méthode par les variations des distances.

Deux lampes à pétrole, à mèches plates, sont placées sur le banc des lumières, l'une à une distance invariable de 25 c., l'autre sur le chariot mobile; les distances de cette dernière à la fente étaient lues directement sur une échelle divisée.

Les faisceaux lumineux envoyés par les lumières étaient entièrement reçus par la lentille du collimateur, lors même que la distance la plus petite de la lampe à la fente était de 18 cent. La lame biréfringente avait 20 mill. d'épaisseur et donnait naissance à des spectres cannelés d'une grande pureté. Il y avait évidemment à se préoccuper dans cette expérience de la fixité des intensités lumineuses des deux lumières; or, il est impossible de répondre de leur constance en raison des nombreuses causes qui peuvent changer l'éclat des flammes. Pour parer à cet inconvénient, je vérifiai, avant chaque nouvelle série d'expériences, les intensités relatives des radiations jaunes, afin de pouvoir effectuer les corrections nécessaires dans le cas où l'une des intensités aurait varié⁽¹⁾.

On a ainsi déterminé les coefficients de précision de six radiations différentes, et chaque résultat a été calculé d'après dix observations :

TABLEAU VIII.

| Couleurs. | Micromètre. | $h = \sqrt{\frac{n}{2 \sum e^2}}$ |
|-------------------|-------------|-----------------------------------|
| Rouge orangé... | 210 à 200 | 30,9 |
| Jaune orangé. . . | 170 à 160 | 124,6 |
| Jaune. | 130 à 120 | 65,2 |
| Vert. | 90 à 80 | 30,3 |
| Vert bleu. | 70 à 60 | 40,• |
| Bleu. | 50 à 40 | 15,3 |

(1) J'indiquerai plus loin (page 64) le mode de correction employé.

Deuxième méthode de mesure. — Prisme de Foucault analyseur.

Les deux lampes à pétrole étant placées dans les mêmes conditions que précédemment et à des distances de la fente, égales toutes deux, à 25 centimètres; la lame correctrice fut remplacée par le prisme de Foucault analyseur muni de la lame de spath. On fit alors six nouvelles séries de dix observations chacune, dont les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

TABLEAU IX.

| Couleurs. | Micromètre. | $h = \sqrt{\frac{n \bullet}{2 \Sigma e^2}}$ |
|-----------------|-------------|---|
| Rouge orangé... | 210 à 200 | 33,15 |
| Jaune orangé... | 170 à 160 | 418,43 |
| Jaune..... | 130 à 120 | 61,38 |
| Vert..... | 90 à 80 | 28,45 |
| Vert bleu..... | 70 à 60 | 21,2 |
| Bleu..... | 50 à 40 | 17,• |

Ainsi qu'on peut le voir en comparant les coefficients de précision relatifs aux mêmes radiations, dans les deux tableaux, les deux méthodes donnent à peu près les mêmes résultats et ne présentent pas de différences systématiques; on peut donc regarder ces deux méthodes de mesures comme à peu près équivalentes au point de vue de l'exactitude des résultats; sous le rapport de la commodité et de la rapidité des déterminations, la seconde méthode est bien préférable à la première, car on n'a pas à s'occuper de neutraliser chaque fois, par la lame de correction, l'inégalité introduite entre les deux spectres par le prisme dispersif; aussi, dans les mesures que je vais rapporter, je me suis toujours servi de la deuxième méthode.

*Mesure des intensités relatives des radiations constitutives
de diverses sources lumineuses.*

Tout en comparant deux lumières dont les intensités sont différentes dans les diverses parties du spectre, j'ai voulu me rendre compte de l'incertitude dont est affectée chacune des valeurs moyennes des intensités données par l'expérience. Il faut pour cela considérer ce qu'on est convenu d'appeler l'erreur probable du résultat moyen. Je crois devoir rappeler en peu de mots ce qui est relatif à cette erreur⁽¹⁾.

Parmi toutes les erreurs possibles que présente une série d'observations, il en est une qui a une valeur telle que le nombre des erreurs qui la surpassent en valeur absolue, est égal au nombre des erreurs qui ont une valeur moindre; c'est l'erreur pour laquelle l'intégrale P_a (p. 44) acquiert la valeur $\frac{1}{2}$. Il y a alors un contre un à parier que l'erreur d'une observation isolée ne la surpasse pas; sa probabilité a donc pour valeur $\frac{1}{2}$. Cette erreur qui partage en deux portions numériquement égales la série des erreurs rangées par ordre de grandeur, se nomme généralement l'erreur probable; on la désigne quelquefois aussi sous le nom d'erreur médiane.

Cournot a dressé la table des valeurs de l'intégrale P_a en prenant pour argument la limite $ah = l = \rho$, cet argument étant ordinairement représenté par la lettre ρ . La valeur de ρ qui vérifie l'intégrale $\frac{1}{2}$ est égale à 0,477. On a d'ailleurs $\rho = ah$; donc l'erreur a , qui est l'erreur dont la probabilité est $\frac{1}{2}$ et qu'on désigne habituellement par ε , est égale à

$$a = \varepsilon = \frac{\rho}{h} = \frac{0,477}{h}.$$

(1) Liagre, *loco citato*, p. 181.

L'erreur probable ϵ d'une observation isolée prise au hasard dans une série d'observations s'obtiendra donc en divisant le nombre 0,477 par le coefficient de précision relatif à cette série.

Si maintenant on considère, au lieu de l'erreur probable ϵ d'une observation isolée, l'erreur probable y du résultat moyen, on démontre que cette erreur probable y est proportionnelle à ϵ et inversement proportionnelle à la racine carrée du nombre des observations qui ont concouru à établir la valeur du résultat moyen.

On aura donc pour n observations :

$$y = \frac{\epsilon}{\sqrt{n}} = \frac{0,477}{h\sqrt{n}}.$$

Si, dans cette formule, on remplace h par sa valeur (page 44),

$$h = \sqrt{\frac{n}{2 \Sigma e^2}}$$

on obtient

$$y = \frac{\rho}{n} \sqrt{2 \Sigma e^2}.$$

Le résultat moyen d'une série d'observations étant

$$\frac{\Sigma \text{tang.}^2 \alpha}{n},$$

il y a un contre un à parier que cette valeur ne diffère pas de la valeur réelle d'une quantité plus grande en plus ou en moins que celle qui est exprimée par

$$y = \frac{\rho}{n} \sqrt{2 \Sigma e^2}.$$

La valeur probable de la détermination sera par conséquent égale à

$$\frac{\Sigma \text{Tang.}^2 \alpha}{n} \pm \frac{0,477}{n} \sqrt{2 \Sigma e^2}$$

Ceci posé, j'ai déterminé les intensités relatives des diverses radiations constitutives des sources lumineuses généralement employées dans l'éclairage. Je vais décrire succinctement les diverses expériences que j'ai faites dans ce but, en insistant surtout sur celles qui me donnèrent les résultats les plus importants.

Bec de gaz à cheminée en verre (bec Bengel) et lampe à huile modérateur.

Le gaz était brûlé à l'aide d'un bec Bengel dont le débit, mesuré par un compteur très-sensible, était approximativement de 120 litres à l'heure, avec une pression de 4 mill. d'eau. Les expériences étaient faites dans la matinée, car dans l'après-midi et surtout dans la soirée, les variations de pression sont fréquentes, et les intensités lumineuses varient à chaque instant.

Le bec était placé à 40 cent. de la fente; la flamme avait environ 12 cent. de hauteur.

La lampe modérateur, alimentée avec de l'huile de colza bien épurée, brûlait parfaitement à blanc. La mèche, de 2 cent. de diamètre, était récemment coupée, et la flamme avait 3 cent. 1/2 de hauteur. La consommation de la lampe était de 17 grammes à l'heure; sa distance à la fente était de 33 cent.

Dans ces conditions, les franges ou bandes d'interférence disparaissaient complètement dans la région jaune du spectre comprise entre les divisions 140 et 150 du micromètre, quand la section principale de l'analyseur faisait un angle de 45° avec le plan vertical. Les intensités des radiations jaunes émises par les deux sources lumineuses avaient alors la même valeur au plan focal de la lunette de l'appareil. Comme les intensités des deux sources lumineuses

peuvent varier pendant la durée assez longue d'une étude complète du spectre, je vérifiais de temps en temps la valeur de l'angle qui amenait la disparition des bandes dans le jaune (de 140 à 150 du micromètre). J'ai constaté que cet angle était de 45° sans écarts sensibles. Il n'y eut donc aucune correction à effectuer dans cette série d'expériences.

Les intensités des diverses radiations émises par la lampe sont comparées successivement aux intensités des radiations de même réfrangibilité de la lumière du gaz, prises comme unités. Dans les tableaux suivants, je rapporte complètement la disposition des calculs nécessaires pour établir la valeur des intensités relatives des différentes radiations.

TABLEAU X.

Micromètre 230 à 240. $\lambda = 0,000705$. (*Rouge extrême*).

| α | Tang. α | Tang ² α . | e | e^2 | Moyenne des carrés des tangentes : |
|---|----------------|------------------------------|--------|----------|---|
| 45° 4' | 1,0023 | 1,0046 | 0,0116 | 0,000135 | $\frac{\Sigma \text{Tg}^2 \alpha}{10} = 1,01617$ soit 1,016. |
| 44° 34' | 0,9878 | 0,4857 | 0,0405 | 1640 | |
| 45° 43' | 1,0253 | 1,9710 | 0,0348 | 1211 | Somme des carrés des erreurs : |
| 45° 56' | 1,0331 | 1,0670 | 0,0508 | 2581 | |
| 44° 48' | 0,9930 | 0,9860 | 0,0301 | 906 | $\Sigma e^2 = 0,014714$. |
| 44° 14' | 0,9736 | 0,9478 | 0,0684 | 4679 | |
| 45° 15' | 1,0087 | 1,0175 | 0,0013 | 2 | Erreur probable y est donnée par la formule : |
| 45° 59' | 1,0349 | 1,0712 | 0,0550 | 3025 | |
| 45° 32' | 1,0188 | 1,0363 | 0,0201 | 400 | $y = \frac{\rho}{n} \sqrt{2 \Sigma e^2} = 0,00821$ dans laquelle $\rho = 0,477$, et $n = 10$. |
| 45° 4' | 1,0023 | 1,0046 | 0,0116 | 135 | |
| $\frac{\Sigma \text{tang}^2 \alpha}{n} = 1,01617$ | | $\Sigma e^2 = 0,014714$ | | | |
| $\frac{r}{R} = 1,016 \pm 0,008$. | | | | | |

TABLEAU XI.
Micromètre 220 à 230. $\lambda = 0,000687$. (ROUGE).

| α | Tang. α | Tang. ² α | e | e^2 | | |
|---|----------------|-----------------------------|--------|----------|--|--|
| 45° 4' | 1,0023 | 1,0046 | 0,0090 | 0,000081 | $\frac{\Sigma \text{Tang.}^2 \alpha}{n} = 1,0136.$ $\Sigma e^2 = 0,006209.$ $y = 0,00534.$ | |
| 44° 45' | 0,9943 | 0,9830 | 0,0305 | 936 | | |
| 45° 20' | 1,0117 | 1,0235 | 0,0099 | 98 | | |
| 45° | 1,0000 | 1,0000 | 0,0135 | 185 | | |
| 45° 39' | 1,0250 | 1,0460 | 0,0324 | 1049 | | |
| 45° 15' | 1,0087 | 1,0175 | 0,0039 | 15 | | |
| 44° 58' | 0,9988 | 0,9976 | 0,0160 | 256 | | |
| 44° 37' | 0,9867 | 0,9740 | 0,0395 | 1578 | | |
| 45° 33' | 1,0194 | 1,0400 | 0,0264 | 697 | | |
| 45° 42' | 1,0250 | 1,0500 | 0,0354 | 1324 | | |
| $\frac{\Sigma \text{Tang.}^2 \alpha}{n} = 1,0136$ | | $\Sigma e^2 = 0,006209$ | | | | |
| $\frac{r_1}{R_1} = 1,0136 \pm 0,00534.$ | | | | | | |

TABLEAU XII.
Micromètre 160 à 170. $\lambda = 0,000605$. (JAUNE orange).

| α | Tang. α | Tang. ² α | e | e^2 | | |
|--|----------------|-----------------------------|--------|----------|--|--|
| 45° 12' | 1,0070 | 1,0143 | 0,0090 | 0,000081 | $\frac{\Sigma \text{tang.}^2 \alpha}{n} = 1,0527.$ $\Sigma e^2 = 0,000590.$ $y = 0,00134.$ | |
| 45° 6' | 1,0035 | 1,0073 | 0,0020 | 4 | | |
| 44° 59' | 0,9994 | 0,9988 | 0,0064 | 42 | | |
| 44° 55' | 0,9960 | 0,9921 | 0,0132 | 176 | | |
| 45° 3' | 1,0018 | 1,0036 | 0,0016 | 2 | | |
| 45° 10' | 1,0058 | 1,0116 | 0,0063 | 40 | | |
| 45° 12' | 1,0070 | 1,0143 | 0,0090 | 81 | | |
| 45° 2' | 1,0012 | 1,0024 | 0,0028 | 8 | | |
| 44° 56' | 0,9977 | 0,9955 | 0,0098 | 97 | | |
| 45° 11' | 1,0064 | 1,0130 | 0,0077 | 59 | | |
| $\frac{\Sigma \text{Tang.}^2 \alpha}{n} = 1,00527$ | | $\Sigma e^2 = 0,000590$ | | | | |
| $\frac{j}{J} = 1,00527 \pm 0,00134.$ | | | | | | |

TABLEAU XIII.
Micromètre 30 à 40. $\lambda = 0,000545$. (Bleu).

| α | Tang. α | Tang. ² α | e | e^2 | |
|---|----------------|-----------------------------|-------|----------|--|
| 44° 49' | 0,9936 | 0,987 | 0,003 | 0,000006 | $\frac{\Sigma \text{Tang.}^2 \alpha}{n} = 0,9900.$ |
| 45° | 1,0000 | 1,000 | 0,010 | 10 | |
| 45° 35' | 1,0205 | 1,040 | 0,050 | 2500 | $\Sigma e^2 = 0,011614.$ |
| 44° 15' | 0,9742 | 0,950 | 0,040 | 1600 | |
| 44° 2' | 0,9653 | 0,935 | 0,055 | 3025 | $y = 0,0073.$ |
| 45° 32' | 1,0188 | 1,038 | 0,048 | 2304 | |
| 44° 23' | 0,9787 | 0,958 | 0,032 | 1024 | |
| 44° 39' | 0,9879 | 0,976 | 0,014 | 196 | |
| 45° 19' | 1,0099 | 1,020 | 0,030 | 900 | |
| 44° 58' | 0,9988 | 0,997 | 0,007 | 49 | |
| $\frac{\Sigma \text{Tang.}^2 \alpha}{n} = 0,9900$ | | $\Sigma e^2 = 0,011614$ | | | |
| $\frac{b}{B} = 0,9900 \pm 0,0073.$ | | | | | |

TABLEAU XIV.
Micromètre 20 à 30. $\lambda = 0,000494$. (Bleu).

| α | Tang. α | Tang. ² α | e | e^2 | |
|---|----------------|-----------------------------|--------|----------|--|
| 45° 41' | 1,0210 | 1,048 | 0,0592 | 0,003504 | $\frac{\Sigma \text{Tang.}^2 \alpha}{n} = 0,9888.$ |
| 44° 24' | 0,9793 | 0,959 | 0,0298 | 888 | |
| 45° 18' | 1,0105 | 1,021 | 0,0322 | 1036 | $\Sigma e^2 = 0,018928.$ |
| 44° 3' | 0,9674 | 0,935 | 0,0528 | 2787 | |
| 45° 54' | 1,0319 | 1,054 | 0,0752 | 5655 | $y = 0,0093.$ |
| 43° 49' | 0,9595 | 0,921 | 0,0678 | 4596 | |
| 44° 54' | 0,9945 | 0,993 | 0,0042 | 17 | |
| 44° 35' | 0,9855 | 0,974 | 0,0178 | 316 | |
| 44° 57' | 0,9982 | 0,996 | 0,0072 | 52 | |
| 44° 42' | 0,9896 | 0,979 | 0,0088 | 77 | |
| $\frac{\Sigma \text{Tang.}^2 \alpha}{n} = 0,9888$ | | $\Sigma e^2 = 0,018928$ | | | |
| $\frac{b_1}{B_1} = 0,9888 \pm 0,0093.$ | | | | | |

Le tableau XV résume les divers résultats précédents.

TABLEAU XV.

| Micromètre. | λ | Couleur. | Intensités relatives. |
|-------------|-----------|------------------|-----------------------|
| 230 à 240 | 0,000705 | Extrême rouge. | 1,016 \pm 0,008 |
| 220 à 230 | 0,000687 | Rouge. | 1,013 \pm 0,006 |
| 160 à 170 | 0,000605 | Jaune orangé. | 1,005 \pm 0,001 |
| 30 à 40 | 0,000545 | Bleu. | 0,990 \pm 0,007 |
| 20 à 30 | 0,000494 | D ^o . | 0,988 \pm 0,009 |

Il résulte de ce tableau que le rapport des intensités des radiations rouges et jaunes émises par la lampe à huile à celles qu'émet le bec de gaz est supérieur à l'unité ; le rapport des intensités des radiations bleues est, au contraire, inférieur à l'unité. Les différences sont peu considérables ; elles sont cependant d'un ordre beaucoup plus élevé que les erreurs probables. On peut donc considérer la flamme du gaz comme plus chaude que la flamme de la lampe à huile, puisque cette dernière émet relativement à l'autre source plus de rayons rouges et moins de rayons bleus.

Bec de gaz et chandelles de suif.

Pour obtenir une intensité lumineuse plus considérable, on a placé à la suite les unes des autres quatre chandelles de suif dont les mèches étaient fréquemment coupées. On les avait renfermées dans une sorte de cage en verre qui les préservait de l'agitation de l'air et empêchait la vacillation des flammes.

Dans la comparaison des lumières du gaz et de l'huile, il n'y avait pas lieu, comme je l'ai fait remarquer, de s'occuper des variations insensibles des intensités de ces sources lumineuses ; mais avec des lumières aussi variables que celles des chandelles, il était nécessaire de contrôler

fréquemment le pouvoir lumineux. La lumière du gaz ne variant pas sensiblement d'intensité, ainsi que je m'en suis assuré directement, lorsqu'on opère à certaines heures de la matinée, je comparai l'intensité des radiations jaunes émises par les chandelles, aux radiations de même réfrangibilité du gaz dont les intensités étaient prises comme unités.

Le bec de gaz étant à une distance de la fente égale à 35 cent., et la position moyenne des quatre chandelles à environ 19 cent., le rapport des intensités des radiations jaunes était égal à 1 quand les mèches étaient récemment coupées; l'analyseur faisait alors un angle de 45° avec le plan vertical. Cette égalité durait environ trois minutes; alors les franges d'interférence apparaissaient peu à peu dans la région jaune, et pour les faire disparaître, l'analyseur devait tourner d'un angle d'autant plus considérable, que les mèches étaient coupées depuis un temps plus éloigné. J'ai dû tenir compte des variations continuelles, quoique généralement assez lentes, de l'intensité de ces lumières que je voulais comparer à la lumière du gaz.

Pour cela, avant de commencer la série des déterminations relatives à une région quelconque du spectre, on prenait par quelques mesures les intensités relatives des rayons jaunes dans les deux lumières; puis on procédait aux déterminations dans la région du spectre considérée. Les déterminations faites, on mesurait de nouveau les intensités relatives des rayons jaunes. Si les intensités de ces rayons avaient des valeurs peu différentes avant et après les mesures relatives aux radiations spécialement étudiées, on prenait la moyenne de ces deux intensités et on faisait la correction.

Si, au contraire, les nombres différaient notablement l'un de l'autre, on rejetait la série des déterminations obtenue dans ces conditions défectueuses, et on recommençait.

Désignons par J et R les intensités invariables des rayons jaunes et rouges de la lumière du gaz, et par j et r

les intensités des mêmes rayons de la lumière des chandelles quand, l'éclairage étant convenable, le rapport des intensités des rayons jaunes des deux lumières est égal à 1. Désignons également par j' et r' les intensités des rayons jaunes et rouges quand la lumière des chandelles a changé d'intensité.

On peut admettre que le rapport $\frac{j}{r}$ des intensités des radiations jaunes et rouges émises par une même lumière est constant, quelle que soit la valeur absolue des intensités, pourvu que ces intensités soient comprises dans des limites très-resserrées.

On pourra donc écrire :

$$\frac{j}{r} = \frac{j'}{r'} = k, \quad \text{et} \quad \frac{J}{R} = K.$$

L'expérience donne, en outre, les rapports :

$$\frac{j'}{J} = a, \quad (1) \quad \text{et} \quad \frac{r'}{R} = b. \quad (2)$$

On a, de plus, par suite de la disposition expérimentale :

$$\frac{j}{J} = 1. \quad (3)$$

Il s'agit de trouver la valeur du rapport $\frac{r}{R} = x$. (4)

Divisant les équations (4) par (3), et (2) par (1), on obtient :

$$x = \frac{r J}{R j} \quad \text{et} \quad \frac{b}{a} = \frac{r' J}{R j'}$$

d'où l'on tire, en remarquant que $\frac{r}{j} = \frac{r'}{j'}$:

$$x = \frac{b}{a}.$$

Il faut donc, pour effectuer la correction due au changement d'intensité de la lumière des chandelles, diviser le

nombre b donné par l'expérience pour l'intensité relative de la radiation étudiée, par l'intensité relative a des rayons jaunes.

Avant de commencer une série d'expériences, on mesurait cinq fois l'angle α relatif aux rayons jaunes; on en prenait la moyenne, puis on procédait à la mesure des angles sous lesquels se produisait la disparition des franges dans la région du spectre considérée. Après avoir effectué ces déterminations, on mesurait de nouveau cinq fois l'angle relatif aux rayons jaunes. Si ces deux séries de cinq mesures différaient très-peu, on en prenait la moyenne et on calculait le rapport $\frac{j'}{j}$ en élevant au carré la tangente de cet angle moyen.

Pour être absolument rigoureux, il aurait fallu prendre, au lieu du carré de la tangente de l'angle moyen, la moyenne des carrés des tangentes de chacun des angles obtenus par l'expérience; mais, comme ces angles diffèrent généralement très-peu les uns des autres (à cause de la grande sensibilité de l'œil dans le jaune), j'ai cru pouvoir adopter sans inconvénients ce mode de calcul plus rapide,

Voici les nombres que j'ai obtenus en vue du calcul de l'intensité relative des rayons verts :

Micromètre 90 à 100. $\lambda = 0,0005425$. (*Vert*).

Angles ayant amené la disparition des franges dans le jaune.

| Avant les déterminations des intensités dans le vert : | Après les déterminations des intensités dans le vert : |
|---|---|
| 44° 55' | 44° 40' |
| 44° 52' | 44° 53' |
| 44° 43' | 44° 51' |
| 44° 55' | 44° 46' |
| 44° 49' | 44° 48' |
| <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> | <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> |
| Angle moyen. 44° 48' 8 | Angle moyen. 44° 47' 6 |

Les deux angles moyens diffèrent très-peu l'un de l'autre; on peut donc admettre que les déterminations faites dans le vert n'ont été influencées par aucune varia-

tion du pouvoir lumineux des chandelles. La moyenne des deux séries est

$$\beta = 41^{\circ} 48' 2, \text{ soit } 41^{\circ} 48'.$$

Or,

$$\text{Tang. } 41^{\circ} 48' = 0,993$$

et

$$\text{Tang}^2 41^{\circ} 48' = 0,986,$$

valeur du coefficient par lequel il faut diviser le nombre donné par l'expérience pour l'intensité relative des rayons verts.

Dans la détermination actuelle, par exemple, on a trouvé pour la valeur de l'intensité relative $\frac{v'}{V}$ des rayons verts le nombre 0,9732. En divisant ce nombre par 0,9860, on trouve la valeur cherchée $\frac{v}{V} = 0,98713$.

TABLEAU XVI.

Bec de gaz et lumière des chandelles de suif.

| Micromètre. | λ | β | Coefficient de correction. | Intensités données par l'expérience. | Intensités corrigées. |
|-------------|-----------|---------|----------------------------|--------------------------------------|-----------------------|
| 230 à 240 | 0,000705 | 44° 55' | 0,9942 | 1,0018 | 1,021 ± 0,018 |
| 210 à 220 | 670 | 44° 47' | 0,9850 | 1,0014 | 1,016 ± 0,006 |
| 190 à 200 | 644 | 44° 32' | 0,9777 | 0,9777 | 1,010 ± 0,002 |
| 170 à 180 | 617 | 43° 2' | 1,0023 | 1,0084 | 1,005 ± 0,001 |
| 150 à 160 | 593 | 43° 3' | 1,0056 | 1,0057 | 0,979 ± 0,001 |
| 130 à 140 | 575 | 43° | 1,0000 | 0,995 | 0,995 ± 0,001 |
| 110 à 120 | 537 | 44° 53' | 0,9942 | 0,986 | 0,991 ± 0,002 |
| 90 à 100 | 512 | 44° 43' | 0,9850 | 0,9732 | 0,987 ± 0,003 |
| 70 à 80 | 523 | 44° 30' | 0,9857 | 0,9472 | 0,980 ± 0,005 |
| 50 à 60 | 516 | 43° 25' | 0,9600 | 0,9380 | 0,976 ± 0,008 |
| 30 à 40 | 504 | 44° 15' | 0,9500 | 0,9347 | 0,972 ± 0,010 |
| 10 à 20 | 494 | 44° 21' | 0,9555 | 0,9172 | 0,959 ± 0,015 |

Dans ce tableau, les intensités des radiations émises par le bec de gaz ont été prises pour unités. On peut s'assurer que l'intensité relative des diverses radiations

émises par les deux lumières sont différentes suivant la place qu'elles occupent dans le spectre. Les radiations jaunes (180 à 170 du micromètre) ayant la même intensité dans les deux lumières, les radiations rouges dominent dans la lumière des chandelles, et les radiations bleues, dans la lumière du bec de gaz.

J'ai dressé la courbe des intensités relatives des diverses radiations émises par ces deux sources lumineuses, en prenant pour ordonnées les valeurs trouvées par l'expérience et multipliées par 1,000, et pour abscisses les longueurs d'ondes correspondantes (pl. III, courbe N° 1).

Lampe de Drummond et lampe à huile brûlant sans tirage.

La lampe de Drummond était placée à 50 cent. de la fente, et la lampe à huile à 10 cent. Cette dernière était une ancienne lampe à bec et à mèche de coton simplement tordue; l'huile était du colza épuré, brûlant parfaitement dans les lampes modérateurs. Les intensités varièrent beaucoup pendant les expériences; aussi fut-on obligé de faire des corrections nombreuses qui ont pu diminuer, dans une certaine mesure, la précision des résultats.

TABLEAU XVII.

| Micromètre. | Intensités relatives. | Observations. |
|-------------|-----------------------|---|
| 240 à 230 | 4,03458 ± 0,02042 | |
| 220 à 210 | 4,02245 ± 0,00538 | |
| 200 à 190 | 4,01365 ± 0,00253 | |
| 180 à 170 | 4,00499 ± 0,00200 | |
| 160 à 150 | 4,00000 ± 0,00140 | |
| 140 à 130 | 0,99400 ± 0,00173 | |
| 120 à 110 | 0,98821 ± 0,00274 | |
| 100 à 90 | 0,97647 ± 0,00456 | |
| 80 à 70 | 0,97034 ± 0,00634 | |
| 60 à 50 | 0,97519 ± 0,01930 | Cette série a été faite dans de mauvaises conditions. |
| 40 à 30 | 0,95385 ± 0,01034 | |
| 20 à 10 | 0,93226 ± 0,01834 | |

La courbe des intensités relatives des diverses radiations (pl. III, courbe N° 2) montre que si on donne aux intensités des rayons jaunes (160 à 150 du micromètre) la même valeur dans les deux lumières, toutes les radiations situées en-deçà des radiations jaunes sont plus intenses que dans celle de la lampe Drummond; au-delà des rayons jaunes c'est l'inverse qui se produit.

J'ai comparé encore entre elles les sources lumineuses suivantes : le gaz et la bougie; le gaz et la lampe à pétrole, et enfin la lumière du soleil et le gaz. Les deux premières séries présentent peu d'intérêt, à cause de l'égalité presque complète des diverses radiations de ces sources; quant à la comparaison du bec de gaz Bengel, avec la lumière solaire, j'étais dans les conditions d'installation défectueuses et je me propose de reprendre ces expériences dans de meilleures conditions.

*Mesure de l'absorption exercée par un liquide coloré
sur les différentes radiations.*

Une des applications les plus importantes de cette méthode photométrique serait d'établir pour chaque substance absorbante les coefficients numériques d'absorption pour les diverses radiations.

Comme exemple de cet emploi de la méthode, je rapporterai les déterminations faites avec la dissolution de chromate neutre de potasse. Je me suis servi pour cela de l'appareil à prismes (*fig. 6*), décrit précédemment. Le liquide coloré était placé dans une cuve formée par des lames de glace traversées normalement par les rayons lumineux. Comme source lumineuse disposée devant l'ouverture de l'appareil, j'ai employé la flamme d'une lampe à pétrole, à mèche plate et éclairant par la tranche, flamme qui donne ainsi une lumière très-intense et d'une largeur modérée.

Pour éliminer les diverses pertes d'intensité que subit le faisceau lumineux en se réfléchissant sur les parois de la cuve, j'ai placé sur le trajet du rayon lumineux non modifié par l'absorption une autre cuve exactement pareille à celle qui contenait la dissolution de chromate et remplie d'eau distillée. Théoriquement, à cause de la différence des indices de réfraction de la dissolution saline et de l'eau, la perte d'intensité par réflexion n'est pas exactement la même dans les deux cas; mais l'erreur qui en résulte est de beaucoup inférieure aux erreurs d'observations.

Les deux cuves ayant été remplies toutes deux d'eau distillée, la disparition des bandes dans la partie moyenne MN des spectres était obtenue pour un angle égal à $44^{\circ}58'$, correspondant à l'intensité relative 0,9977. L'eau de l'une des cuves fut alors remplacée par une dissolution saturée de chromate neutre parfaitement limpide, et on fit les observations qui servirent à construire le tableau suivant :

TABLEAU XVIII.

| Micromètre. | Intensités relatives. |
|-------------|-----------------------|
| 240 à 230 | 0,8210 ± 0,01400 |
| 230 à 220 | 0,8935 ± 0,00540 |
| 220 à 210 | 0,9137 ± 0,00490 |
| 210 à 200 | 0,9710 ± 0,00300 |
| 200 à 190 | 0,9759 ± 0,00205 |
| 190 à 180 | 0,9774 ± 0,00148 |
| 180 à 170 | 0,9760 ± 0,00072 |
| 170 à 160 | 0,9755 ± 0,00139 |
| 160 à 150 | 0,9748 ± 0,00205 |
| 150 à 140 | 0,9568 ± 0,00240 |
| 140 à 130 | 0,8325 ± 0,00220 |
| 130 à 120 | 0,7474 ± 0,00243 |
| 120 à 110 | 0,2500 ± 0,00800 |
| 110 à 100 | 0,0325 ± 0,00343 |
| 100 à 90 | |
| 90 à 80 | |
| 80 à 70 | |
| 70 à 60 | |
| 60 à 50 | |
| 50 à 40 | |
| 40 à 30 | |

Ce tableau montre que l'absorption est appréciable de 240 à 210, très-faible de 210 à 100, et enfin qu'elle prend une valeur rapidement croissante de 100 à 40 et qu'au delà de 40 les intensités lumineuses des radiations sont complètement nulles.

Perte de lumière par réflexion normale.

J'ai cherché, en vue de justifier l'exactitude de ma méthode, à vérifier la formule de Fresnel relative à la réflexion normale d'un faisceau lumineux par des lames de glace. Pour cela, j'ai interposé une des cuves de glace sur le passage d'un des faisceaux lumineux, et j'ai déterminé la perte de lumière causée par les quatre réflexions normales des rayons lumineux sur les surfaces d'entrée et de sortie des glaces.

Avant l'interposition de la cuve les intensités des rayons jaunes des deux faisceaux lumineux étaient entre elles comme 1 : 1,0039 \pm 0,001; après interposition des deux glaces de la cuve, on trouva que le rapport des intensités était comme 1 : 0,83149 \pm 0,0009225.

Le rapport des intensités des deux faisceaux avant et après l'interposition de la cuve est donc :

$$\frac{1,0039}{0,83149} = \frac{1,0000}{0,8283}$$

Comme les faisceaux lumineux se sont réfléchis quatre fois, il faut pour obtenir l'intensité du faisceau après une seule réflexion extraire la racine 4^e de 0,8283; on obtient ainsi :

$$\sqrt[4]{0,8283} = 0,95399.$$

La perte de lumière est égale pour une seule réflexion

à $1 - 0,95399 = 0,04601$ avec une erreur probable égale à $0,000554$.

La perte de lumière est donc d'après l'expérience photométrique

$$P = 0,04601 \pm 0,000554.$$

La formule de Fresnel calculée pour l'indice de réfraction $n = 1,5421$ donne une valeur de la perte égale à

$$F = 0,0455.$$

Ces résultats ne diffèrent que de $0,0005$, quantité très-faible et du même ordre de grandeur que les erreurs d'observations.

CONCLUSIONS.

Dans ce travail, j'ai décrit une nouvelle méthode photométrique ayant pour objet la comparaison des intensités relatives des radiations constitutives des diverses sources lumineuses. Cette méthode est fondée sur la décomposition spectrale des lumières et sur la comparaison des radiations de même réfrangibilité à l'aide de bandes d'interférence qui disparaissent quand ces radiations ont la même intensité.

La méthode de comparaison des intensités lumineuses par les variations des distances a été trouvée équivalente, au point de vue de la précision des mesures, à la méthode dans laquelle un analyseur amène les faisceaux lumineux à posséder la même intensité.

Les mesures ne présentent pas la même exactitude dans les différentes régions du spectre; très-précises dans la région jaune, elles sont affectées d'une indécision

qui croit rapidement à mesure qu'on s'éloigne de la partie moyenne. L'appréciation par une seule observation de la disparition des bandes d'interférence dans le jaune ne comporte guère qu'une erreur égale à $1/315$ de la valeur du rapport des intensités des deux radiations, tandis que dans le rouge ou le bleu cette même erreur peut atteindre $1/40$. J'ai déterminé, pour chaque région, les coefficients de précision correspondants. L'influence de l'intensité absolue de la lumière est beaucoup moins grande qu'on pourrait le supposer *à priori*; ainsi, quand les intensités lumineuses varient dans le rapport de 1 à 36, les valeurs des coefficients de précision ne varient que dans le rapport de 1 à 1,5.

Les radiations émises par différentes sources lumineuses ont été comparées entre elles; les lumières émises par les corps lumineux à températures peu élevées, contiennent, comme on pouvait le prévoir, relativement plus de rayons rouges et moins de rayons bleus que les sources lumineuses plus chaudes; c'est ce que caractérisent, d'ailleurs, les courbes qui représentent les intensités relatives des diverses radiations.

La détermination numérique des courbes d'absorption produite par les milieux colorés constitue une des applications les plus importantes de cette méthode photométrique. Comme exemple de cet emploi, j'ai rapporté les déterminations faites avec une dissolution de chromate neutre de potasse.

J'ai soumis la méthode photométrique qui fait l'objet de ce travail à la vérification des formules de Fresnel sur la réflexion normale; j'ai trouvé une identité aussi complète que possible entre les résultats et les formules déduites de la théorie.

Vu et approuvé.

Lille, le 22 février 1877.

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

CH. VIOLLETTE.

Permis d'imprimer.

Le Recteur de l'Académie de Douai,

FLEURY.

SECONDE THÈSE.



PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

1° Spectroscopie.

2° Saccharimétrie.

Vu et approuvé.

Lille, le 22 février 1877.

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

CA. VIOLETTE.

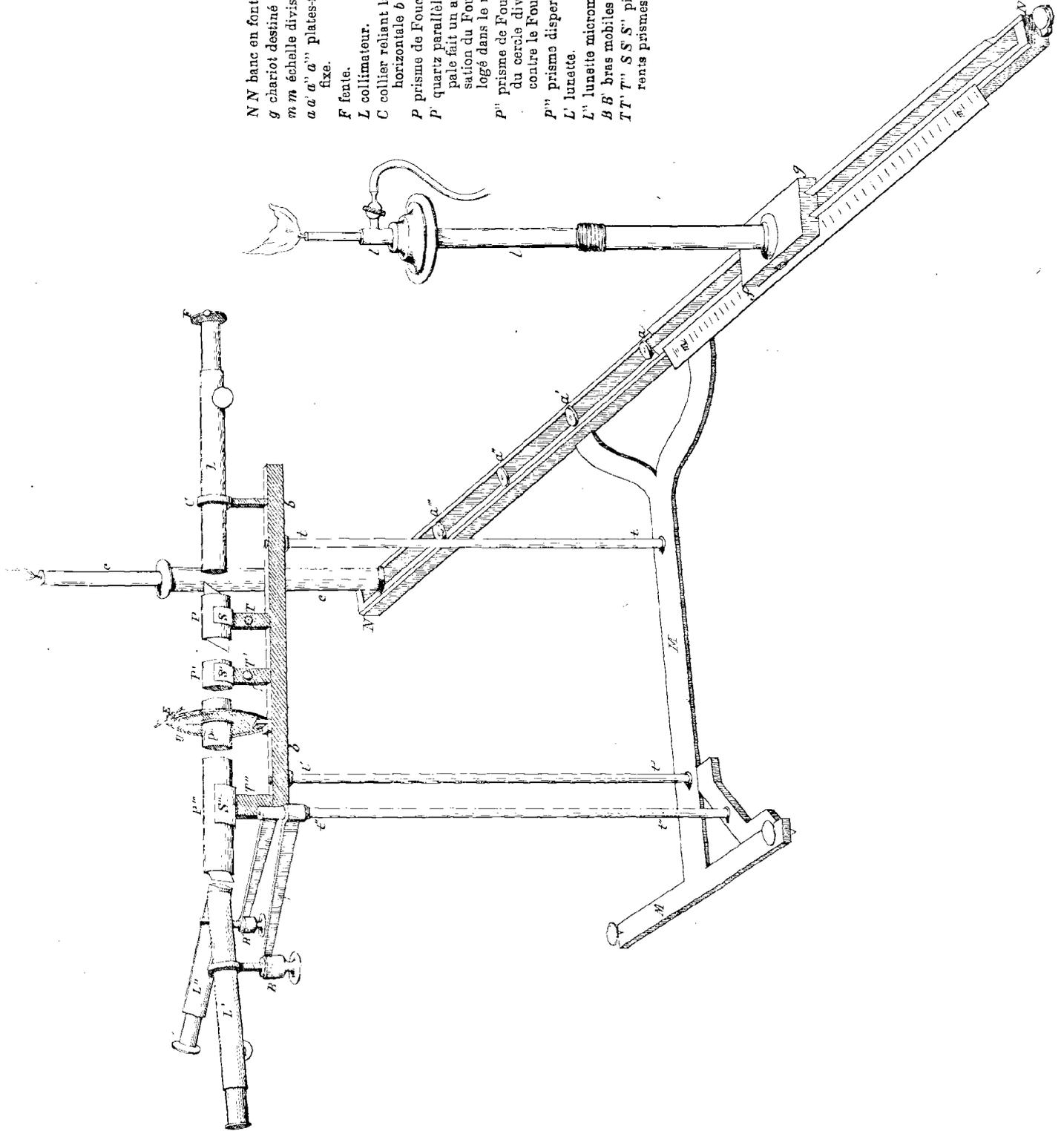
Permis d'imprimer.

Le Recteur de l'Académie de Douai,

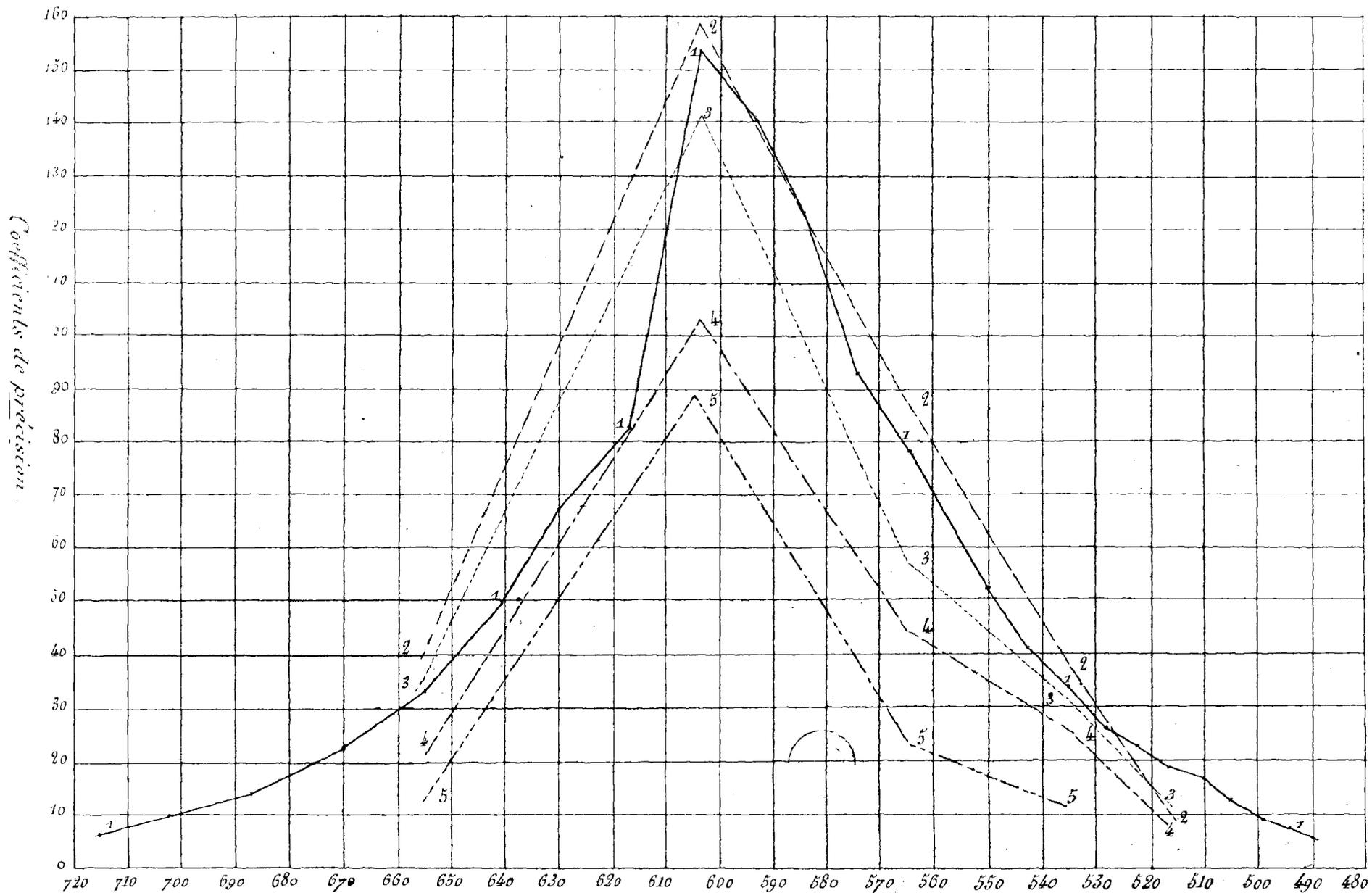
FLEURY.

LÉGENDE.

- NN* banc en fonte.
- g* chariot destiné à porter la lumière mobile.
- m m* échelle divisée.
- a a' a'' a'''* plates-formes destinées à porter la lumière fixe.
- F* fente.
- L* collimateur.
- C* collier reliant la lunette du collimateur à la règle horizontale *b b*.
- P* prisme de Foucault.
- P'* quartz parallèle à l'axe et dont la section principale fait un angle de 45° avec le plan de polarisation du Foucault; le prisme de Wollaston est logé dans le même tube que le quartz.
- P''* prisme de Foucault analyseur mobile, au centre du cercle divisé *U*; la lame de spath est collée contre le Foucault.
- P'''* prisma dispersif.
- L'* lunette.
- L''* lunette micrométrique.
- B B* bras mobiles portant les lunettes.
- T T' T'' S S' S''* pièces servant à supporter les différents prismes.



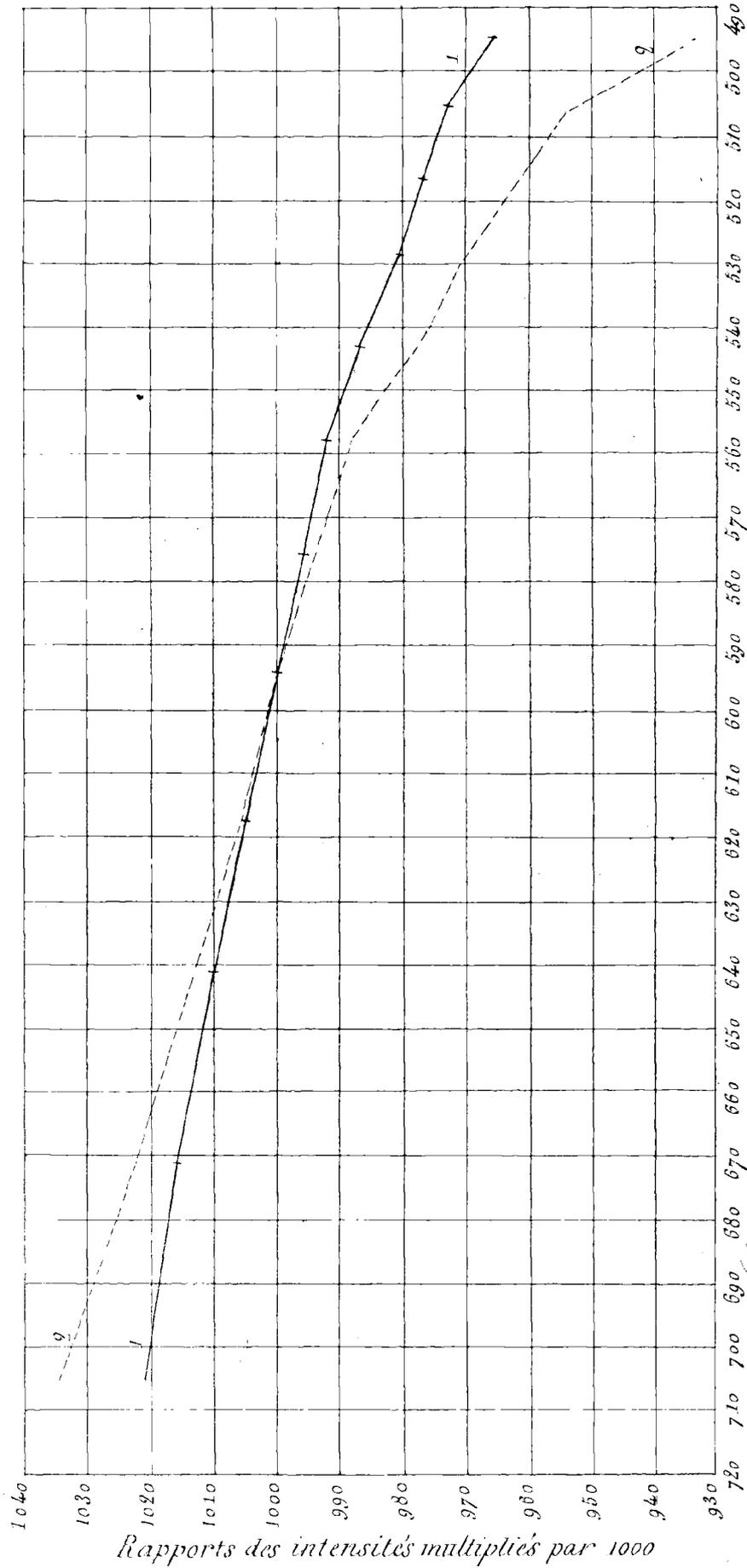
COURBES DES COEFFICIENTS DE PRECISION.



| | | | |
|-------|--------------|------------|--------|
| — | Courbes N° 1 | Intensités | 1 |
| - - - | " | N° 2 | " 1:4 |
| · · · | " | N° 3 | " 1:9 |
| - · - | " | N° 4 | " 1:16 |

Longueurs d'ondes en Millionnièmes de millimètre

COURBES DES INTENSITÉS RELATIVES DES DIVERSES RADIATIONS
DE DEUX SOURCES LUMINEUSES



Rapports des intensités multipliés par 1000

Longueurs d'ondes en millimètres

Chandelles et bec de gaz Bregel.

Lampe à huile canettienne et Lampe Drummond