55376
1946
1

N° D'ORDRE :
67

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE LILLE

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

ROGER DEHORS
Licencié ès Sciences. Ingénieur E. S. E.

1re **THÈSE.** — CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE LA DÉMULTIPLICATION DE FRÉQUENCE FERROMAGNÉTIQUE.

2e **THÈSE.** — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 18 Mars 1946 devant la Commission d'examen.

MM. PAUTHENIER.. *Président.*
ROUELLE..... } *Examinateurs.*
ROIG..... }
ARNOULT..... }

BIBLIOTHÈQUE
LILLE
UNIVERSITAIRE

PARIS
MASSON ET Cie, ÉDITEURS
LIBRAIRES DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE
120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN
—
1946

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE LILLE

PERSONNEL

MM.

Doyen..... PRUVOST, Professeur de Géologie et Minéralogie.

Assesseur..... ROUELLE, Professeur de Physique et Electricité industrielles.

Professeurs honoraires..
CHATELET.
FOSSE.
PASCAL.
PAUTHENIER.
BÉGHIN.
CHAZY.
PARISELLE.
FLEURY.
SWYNGEDAUW.
MALAQUIN.
JOUNIAUX.
BERTRAND.
CHAUDRON.
CAU.
MAZET.

Maître de Conférences honoraire..
QUINET.

Professeurs..

GAMBIER.....	Calcul différentiel et intégral.
LERICHE.....	Géologie générale et Géographie physique.
DEHORNE.....	Zoologie générale et appliquée.
KAMPE DE FÉRIET.	Mécanique des fluides.
CHAPELON.....	Analyse supérieure et Calcul des probabilités.
GALLISSOT.....	Mathématiques appliquées et Astronomie.
DOLLÉ.....	Hydrogéologie, Hygiène de l'eau et du sol.
DUPARQUE.....	Pétrographie générale et appliquée.
LEFEBVRE.....	Chimie appliquée et Chimie de la houille.
HOCQUETTE.....	Botanique générale et appliquée.
WIEMANN.....	Chimie générale et Chimie organique.
FRANÇOIS.....	Chimie P. C. B.
DECARRIÈRE.....	Chimie et physico-chimie industrielles.
ROIG.....	Physique générale.
ARNOULT.....	Radioélectricité générale.

Professeurs sans chaire...

HEIM DE BALSAC.	Zoologie.
CORSIN.....	Paléobotanique et Paléontologie houillère.
DAVARD.....	Chimie.

Maîtres de conférences...

MARTINOT-LAGARDE..	Mécanique des fluides.
MICHEL.....	Chimie appliquée et Métallurgie générale.
MATHIEU.....	Physique générale.
DELOFFRE.....	Chimie agricole et Botanique P. C. B.
BAYEN.....	Physique générale.
DECUYPER.....	Mathématiques appliquées.

Chargés de cours...

LELONG.....	Mécanique rationnelle et expérimentale.
WATERLOT.....	Géologie générale et géographie physique.

Chef du Secrétariat..
Mlle BLANCARD DE LERY.

A MA FEMME

A MES PARENTS

A Monsieur le Professeur Edmond ROUELLE

Témoignage de profonde gratitude.

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE LA DÉMULTIPLICATION DE FRÉQUENCE FERROMAGNÉTIQUE [1]

Par ROGER DEHORS

Ingénieur E. S. E. Licencié ès Sciences. Diplômé d'études supérieures de physique.

INTRODUCTION

Les courants qui prennent naissance dans un circuit composé de résistances, de condensateurs et de bobines à noyau de fer, sous l'action d'une force électromotrice sinusoïdale, sont régis par un système d'équations différentielles non linéaires. Dans le calcul, s'introduisent en effet des éléments fonctions complexes de l'intensité.

Il est donc pratiquement difficile, voire impossible, de déterminer *a priori* les courants transitoires et permanents qu'engendrera une force électromotrice donnée.

De plus, l'expérience montre que dans certains cas plusieurs régimes permanents sont possibles, qui dépendent notamment des conditions dans lesquelles se trouve le circuit à l'instant de l'enclenchement.

Certains de ces régimes ont lieu à la fréquence fondamentale f : il s'agit de la ferrorésonance, phénomène maintenant bien connu. Les autres sont relatifs à des courants de fréquence nf, le facteur n pouvant être entier ou fractionnaire, supérieur à l'unité : il s'agit alors de la multiplication de fréquence, phénomène qui a déjà des applications; ou encore inférieur à l'unité dans le cas de la démultiplication de fréquence. Cette dernière question, qui a été jusqu'à présent moins étudiée, fait l'objet du présent travail.

Pour expérimenter de tels circuits et interpréter physiquement leur comportement, il est nécessaire de les décomposer en éléments simples, au premier rang desquels se présente le circuit comportant en série une capacité, une inductance à noyau de fer, et une résistance.

[1] Un exemplaire plus détaillé de cette thèse, format in-4, 129 pages dactylographiées, 84 figures, a été déposé au Service de Documentation du Centre National de la Reeherche Scientifique, 18, rue Pierre Curie, Paris (V^e) pour y être microfilmé (Référence du *Bulletin analytique du Service de Documentation* : 7-16.512).

Nous nous occuperons exclusivement de l'étude de ce circuit élémentaire et nous limiterons nos recherches au cas de la démultiplication non fractionnaire (1) pour des fréquences fondamentales appartenant à la gamme industrielle.

CHAPITRE PREMIER

Aperçu historique.

La démultiplication de fréquence ferromagnétique semble avoir été découverte, en 1924, par M. Kurt Heegner (I) (2) qui établit que des phénomènes d'auto-excitation peuvent prendre naissance au cours des oscillations forcées des systèmes couplés quand ceux-ci comprennent une bobine à noyau de fer.

Il utilise deux circuits oscillants comportant chacun une self sans fer importante, accordés sur des fréquences de rapport entier n et couplés inductivement par une même bobine à noyau de fer. Le noyau de cette bobine est soumis dans la plupart des cas à un champ produit par un courant continu. Il obtient, en alimentant le premier circuit à la fréquence f pour laquelle il est accordé, un courant de fréquence nf dans le second, et réciproquement, mettant ainsi en évidence le phénomène de démultiplication.

Il étudie en outre un certain nombre de montages relativement complexes dans lesquels il obtient des subharmoniques de parité quelconque, et dont l'amorçage se produit spontanément au cours de la variation continue d'un des paramètres dont dépendent les circuits. Comme cas particulier de ces montages, il expérimente le circuit élémentaire série (II) dans lequel il observe, en faisant usage de la préaimantation en courant continu, le subharmonique de rang 2 et exceptionnellement celui de rang 3, ces oscillations persistant dans certains cas après suppression du champ continu. Il fait remarquer qu'il s'agit là d'un cas d'excitation non spontanée.

Ses calculs, relatifs aux échanges d'énergie qui s'opèrent entre les divers harmoniques et la source, l'hystérésis étant négligée et les courants rendus quasi sinusoïdaux par accord de la capacité et de l'inductance sans fer, démontrent la possibilité de l'entretien des subharmoniques. Mais ils ne donnent pas l'explication physique du phénomène.

Ce fut en 1926, qu'en France MM. Fallou et Mauduit (IV) au cours

(1) C'est-à-dire avec $\frac{1}{n}$ entier.

(2) Les chiffres romains entre parenthèses renvoient au tableau bibliographique situé à la fin de l'ouvrage.

d'essais d'interrupteurs à haute tension observèrent fortuitement le phénomène dans le circuit du type série (fig. 1). Au cours de leurs expériences et de celles que Fallou reprit en laboratoire (VI), seul le subharmonique de rang 3 fut entretenu en régime permanent. Fallou en tire le principe d'un démultiplicateur de fréquence, le circuit d'utilisation étant branché pour cela aux bornes du condensateur par l'intermédiaire d'un transformateur adaptateur.

Comme les oscillations à basse fréquence ne se produisent pas spontanément, Fallou indique un procédé d'usage facile pour amorcer le phénomène : il consiste à mettre momentanément la self en court-circuit au moyen de l'interrupteur K puis à ouvrir le court-circuit. C'est l'oscillation transitoire consécutive à cette opération qui donne naissance au subharmonique.

Mais Fallou mentionne que l'expérience n'est réalisable que si la fréquence fondamentale de l'oscillation libre est égale à un sous-

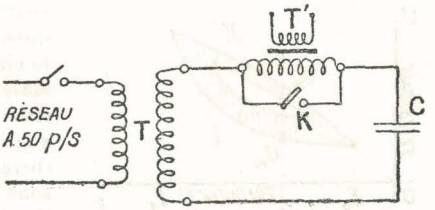

Fig. 1. — Montage de Fallou pour l'entretien du subharmonique 3 ; T, transformateur d'alimentation ; T', transformateur haute tension dont l'enroulement HT joue le rôle de bobine à noyau de fer; C, capacité des câbles d'une ligne; K, interrupteur d'amorçage.

multiple de celle de la source, soit plus exactement si la condition $L_0C\left(\frac{\omega}{n}\right)^2 = 1$ se trouve réalisée, L_0 représentant la valeur de l'inductance de la bobine sur la première partie, supposée rectiligne, de sa caractéristique de magnétisme, et n l'ordre de démultiplication. Or, comme l'a montré expérimentalement M. Rouelle en 1927 (VII), cette égalité de résonance n'est qu'une condition limite, le fonctionnement du système n'étant subordonné qu'à des inégalités.

En 1926, Blondel (III) établit que la réversibilité du multiplicateur de fréquence, ainsi démontrée expérimentalement, était mathématiquement évidente.

M. Rouelle, en 1927 (VII), étudiant la ferrorésonance dans le circuit élémentaire série est mis en présence du phénomène en basse tension. Il en entreprend une étude détaillée et réussit à observer les subharmoniques de rangs 2, 3 et 5. Il détermine expérimentalemen leurs conditions limites d'entretien, ainsi que l'influence de la tension, de la fréquence d'alimentation, et de la résistance du circuit. Il en déduit des familles de courbes fermées (VIII) donnant une idée générale des conditions dans lesquelles peut être entretenu le phéno-

mène (fig. 2). Ses expériences lui prouvent alors que les zones d'existence des subharmoniques d'ordre impair, dans le plan « tensions-fréquences (pour $n = 3$ et $n = 5$) sont limitées, lorsque la résistance est faible (VII et VIII) par les conditions de résonance :

$$\begin{cases} (L_0 + N)C\left(\frac{\omega}{n}\right)^2 = 1 \\ (L_1 + N)C\left(\frac{\omega}{n}\right)^2 = 1 \end{cases}$$

dans lesquelles L_0 et L_1 représentent les inductances de la bobine sur les deux parties supposées rectilignes de la caractéristique de magnétisme et N l'inductance apparente de la source. Il s'ensuit que pour un circuit de constantes données, le phénomène ne peut exister qu'entre deux valeurs F_0 et F_1 de la fréquence (fig. 2).

L'auteur indique en outre (VIII) qu'en se rapprochant des condi-

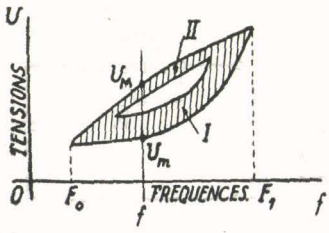

Fig. 2. — Courbes de M. Rouelle représentant les variations des tensions critiques en fonction de la fréquence pour le circuit élémentaire série. Allure normale observée avec des tôles d'acier au silicium. Le fonctionnement n'est stable que pour les tensions et fréquences correspondant aux points intérieurs à la zone hachurée.

U_M et U_m, tensions critiques supérieure et inférieure correspondant à la fréquence f.

tions les plus favorables à la charge (par un récepteur shuntant le condensateur), il a pu réaliser un débit supérieur à 300 watts (1). Mais l'un des effets d'une augmentation de la charge, comme d'ailleurs celui d'une augmentation de la résistance en série est de rapprocher entre elles les courbes critiques, ce qui diminue l'étendue du domaine d'existence du subharmonique.

En 1928, M. Rouelle (IX) démontre qu'en utilisant n démultiplicateurs élémentaires du type série, il est possible de transmettre de l'énergie d'un réseau monophasé de fréquence f à un réseau de fréquence f/n polyphasé. Il décrit, en outre, un montage permettant de relier, entre eux, deux réseaux monophasés de fréquences différentes.

En 1928, également, M. Hueter (XI) dans une thèse présentée à Darmstadt, s'occupe de la question dans le cadre général du change-

(1) Cette puissance est à comparer avec celles qui avaient été mises en jeu par M. Heegner (quelques watts) et Fallou (17 watts) sur des bobines plus petites.

ment de fréquence, et sur des circuits plus complexes. Il réussit également à transformer de la haute fréquence monophasée en basse fréquence polyphasée.

La même année encore, M. Rouelle (X) publie une note relative à une nouvelle catégorie de multiplicateurs de fréquence dans lesquels on peut obtenir l'amorçage spontané d'oscillations de fréquence supérieure, égale ou inférieure à celle de la source.

M. Janovsky (XII), en 1929, utilise pour la réduction de la fréquence un système destiné à l'élévation de la fréquence : son montage dérive de celui de M. Heegner par fusion du primaire et du secondaire sur le noyau de fer. Il explique le phénomène en se basant sur le fait connu que la bobine peut être assimilée à un interrupteur qui s'ouvre ou se ferme suivant l'induction imposée au métal, et fait ainsi passer par chocs l'énergie du premier au second circuit.

Rien n'est publié ensuite jusqu'en 1936, date à laquelle M. Rouelle (XIII) expose les résultats d'une étude systématique sur le circuit élémentaire série. Pour obtenir des ordres de démultiplication élevés il a recours aux alliages spéciaux utilisés dans les multiplicateurs de fréquence, idée qui lui avait été suggérée par les études théoriques de Blondel citées ci-dessus. L'auteur réussit alors à entretenir en régime permanent la série complète des subharmoniques impairs de 3 à 15 inclus. Mais il remarque qu'avec de tels matériaux magnétiques, l'oscillation stable aux hautes tensions (fig. 2) est difficile à entretenir. De plus, la zone à basse tension est subdivisée en domaines étroits, chacun d'eux correspondant à une forme d'onde ; entre ces domaines l'entretien est impossible.

Il critique dans ce travail les méthodes d'amorçage antérieures, qui sont inaptes à produire une oscillation d'amplitude suffisante lorsqu'on doit opérer sous une tension d'alimentation très réduite, et décrit un nouveau procédé d'application plus générale. Il sature le noyau de la bobine non plus à l'aide de la source d'alimentation elle-même, mais par une source auxiliaire G_1 de fréquence égale ou inférieure. Il fait observer cependant que, dans la recherche de subharmoniques d'ordre supérieur, les conditions d'amorçage ne sont déterminables que par tâtonnements, ce qui rend les essais extrêmement longs.

Son montage lui a permis en outre la synchronisation harmonique de l'alternateur principal et de l'alternateur auxiliaire G_1. Enfin sa méthode d'amorçage lui a révélé l'existence possible de subharmoniques d'ordre fractionnaire, stables à l'intérieur de domaines très étroits.

En 1937, les Américains, MM. Butler et Concordia (XIV) examinant divers problèmes pratiques relatifs à la mise en série de capacités destinées à réduire la chute inductive de tension, étudient en particulier la ferrorésonance et la démultiplication de fréquence dans

le circuit élémentaire série. Ils donnent, pour la première fois à notre connaissance, une explication physique de la démultiplication dans ce circuit simple. Cette explication, qui est sommaire, repose sur le fait que la capacité conserve sa charge aussi longtemps que l'inductance instantanée de la bobine est élevée, ce qui peut couvrir plusieurs périodes de la source; mais ils ne démontrent pas la possibilité du régime permanent subharmonique.

L'expérience leur révéla que la fréquence du courant obtenu varie dans le même sens que l'amplitude de la tension appliquée, et ce fait fut confirmé mathématiquement au moyen de l'analyseur différentiel.

Ils étudient, en outre, au moyen de cet analyseur l'influence d'une résistance shuntant la capacité. Ils en déduisent que ce montage s'oppose en partie à la production de courants anormaux et prévoient la mise en service automatique de la résistance dès que les conditions du circuit deviennent favorables à la production de ces courants.

Ils font remarquer qu'aucune solution analytique satisfaisante de la question n'a pu encore, à cette date, être donnée, et estiment cependant qu'il y aurait grand intérêt à connaître les conditions propres à donner naissance à ces courants anormaux, de façon à pouvoir les éviter dans les installations de plus en plus nombreuses comportant des capacités en série.

Le processus physique du phénomène ne fut vraiment éclairci que lorsque M. Rouelle (XV), en 1938, le rattacha dans sa forme la plus simple au régime libre du circuit isolé, supposé non amorti.

Pour ce faire, il assimile également la bobine à noyau de permalloy à un disjoncteur qui s'ouvre ou se ferme suivant que le flux est inférieur ou supérieur en valeur absolue au flux Φ_c qui définit le coude de la caractéristique. Et, le premier, il donne une formule quantitative régissant le phénomène. En réduisant la caractéristique de magnétisme à deux éléments rectilignes, le premier étant pratiquement vertical, il calcule la tension aux bornes du condensateur, et cela dans le régime le plus simple où les oscillations revêtent une forme très voisine de celle qu'on observerait dans le régime libre du système isolé non amorti.

Enfin, la même année, les Américains MM. Travis et Weygandt (XVI) produisent une étude relativement approfondie sur le circuit élémentaire série. Ils définissent en premier lieu le problème théorique envisageant comme objectif le calcul des courants subharmoniques. Ils développent une solution analytique approximative (basée également sur une caractéristique réduite à deux droites ; ils négligent en outre constamment les pertes du circuit, et la capacité pendant les impulsions de courant). Leur méthode de calcul décomposant la période du subharmonique en plusieurs parties, leur permet

d'une part, de suivre de près le phénomène dans ses phases successives, d'autre part, de prédéterminer *grosso modo* trois types possibles d'oscillations. De plus, ils font une comparaison satisfaisante de certains de leurs calculs avec ceux que donne automatiquement l'analyseur différentiel.

Nous estimons que leurs développements analytiques, bien que poussés, ont surtout un intérêt qualitatif; ils aboutissent à des équations entre grandeurs instantanées qui leur permettent certes de construire, en fonction du temps, les courbes de variation des intensités, tension et flux, mais ne les conduisent pas à des formules pratiquement utilisables, fournissant les valeurs efficaces de ces grandeurs.

La même méthode de décomposition de la période subharmonique est utilisée par M. Guerbilsky (XVI *bis*) dans l'étude d'un démultiplicateur à lampes triodes. Cet auteur émet l'opinion que l'apparition de termes sous-multiples est due en ferrorésonance au fait que le système a plus d'une détermination.

C'est ainsi que se présentait le problème de la démultiplication de fréquence ferromagnétique lorsque nous l'avons abordé. Nous en entreprîmes en mai 1938 l'étude systématique sur les conseils de M. Rouelle qui nous assigna l'objectif suivant, limité au circuit élémentaire série :

1° Rechercher une méthode d'amorçage susceptible de réduire les tâtonnements des expériences.

2° Etudier l'entretien et la stabilité au voisinage des tensions critiques extrêmes U_m et U_M et expliquer le mécanisme du phénomène au voisinage de U_M.

3° Evaluer, en fonction des constantes du circuit, les valeurs critiques des paramètres au delà desquelles l'entretien n'est plus possible (principalement U_m et U_M).

4° Rechercher si des subharmoniques non encore observés sont susceptibles d'entretien, notamment ceux de rang pair, supérieur à 2, qui n'avaient encore jamais pu être obtenus en régime permanent.

C'est ce travail exécuté dans le laboratoire de l'Institut Electromécanique de Lille qui fait l'objet de l'exposé suivant, dont certaines parties ont été résumées dans les *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences* (XVII, XVIII et XIX).

Nous tenons à remercier tout spécialement ici, M. E. Rouelle, Directeur de l'Institut Electromécanique de Lille, pour l'aide et les précieux conseils qu'il nous a prodigués pendant toute la durée de nos recherches.

Nous remercions également M. Pauthenier, Directeur du Laboratoire Haute Tension de Bellevue, pour nous avoir accueilli dans ses locaux en 1940-1941, ainsi que pour son aide, et pour le bienveillant

intérêt qu'il a porté à nos recherches pendant cette période, et qu'il nous témoigne encore actuellement en acceptant la présidence de notre jury de Thèse.

Nos remerciements vont enfin à M. Quevron, Directeur des Laboratoires de Bellevue, pour les facilités qu'il nous a accordées en 1940-1941, et également aux services de ces laboratoires qui ont bien voulu se charger de la construction de certains de nos appareils de recherches.

CHAPITRE II

Partie préliminaire.

A. — **Mécanisme physique du phénomène sous sa forme la plus simple.** — M. Rouelle (XIII) a établi que dans le circuit série dont la bobine est enroulée sur un noyau d'acier ordinaire ou spécial, les tensions critiques extrêmes auxquelles se produit le désamorçage d'un subharmonique varient en fonction de la fréquence conformément aux courbes de la figure 2.

Quand le point figuratif du régime se déplace à l'intérieur de la zone délimitée par ces courbes $U = f(f)$, on peut observer — en dehors toutefois des intervalles où l'entretien est impossible, que l'on appellera pour faciliter le langage : « intervalles d'absence » — des formes d'onde très diverses sur l'évolution desquelles M. Rouelle a donné des indications. Nos expériences ont révélé que la plus simple de ces formes d'ondes se situe au voisinage immédiat de la tension critique inférieure, et pour des fréquences assez éloignées des fréquences limites F_0 et F_1.

La forme d'onde que revêt le phénomène dans cette région se prête d'autant mieux à la recherche d'une explication physique que les conditions suivantes sont mieux remplies : 1° Noyau en acier spécial à caractéristique de magnétisme très fortement coudée ; 2° Résistance du circuit réduite au minimum ; 3° Pertes par hystérésis et courants de Foucault négligeables.

Le phénomène se rapproche alors beaucoup du régime libre du circuit isolé, régime que nous étudions ci-dessous en guise de préliminaire.

1. Régime libre du circuit isolé. — Servons-nous de l'exposé fait par M. Rouelle à ce sujet (XV). Considérons le circuit fermé constitué par le condensateur et la bobine à noyau de fer.

Supposons d'abord remplies les conditions ci-dessus, la résistance réduite à zéro, et choisissons un noyau de permalloy (1) ; la caracté-

(1) Alliage de fer et de nickel comportant de 45 à 80 o/o de Ni.

ristique peut alors se réduire à deux éléments rectilignes le premier étant pratiquement vertical.

L'inductance instantanée de la bobine $l = \frac{d\Phi}{di}$ (Φ étant le flux total à travers les spires) admet dans la partie centrale située entre les valeurs $-\Phi_c$ et $+\Phi_c$ correspondant aux coudes une valeur infiniment grande L_0 et pendant la saturation une valeur très faible L_1.

Une telle bobine peut donc être comparée approximativement à un interrupteur qui s'ouvre ou se ferme automatiquement suivant que le flux est inférieur ou supérieur en valeur absolue au flux Φ_c. L'équation du circuit est : $l\frac{di}{dt} + u_c = 0$ avec $u_c = \frac{q}{c}$.

Supposons qu'à l'époque zéro le flux ait atteint, en croissant, la

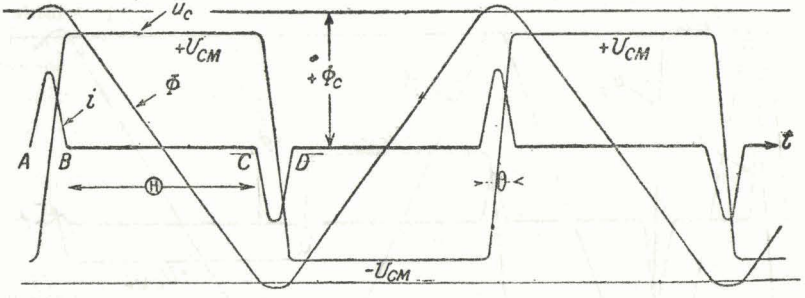

Fig. 3. — Courbes $i = f(t)$, $\Phi = f(t)$, $u_c = -u_s = f(t)$ dans le régime libre du circuit oscillant non amorti à noyau de permalloy.

valeur $+\Phi_c$ et qu'à cet instant la tension aux bornes de la bobine soit égale à $U_{CM} > 0$ (soit aux bornes de la capacité : $-U_{CM}$) ; il se produit immédiatement une décharge oscillante de période $2\pi\sqrt{CL_1}$, mais limitée à une seule alternance de sinusoïde AB (de durée $\theta = \pi\sqrt{CL_1}$) puisque le circuit est automatiquement ouvert au moment où le courant redevient nul (fig. 3).

Après cette impulsion, l'énergie initiale s'est conservée intégralement puisqu'on a négligé toutes les pertes ; elle se retrouve sous forme potentielle dans la capacité mais la tension u_c a changé de signe et pris la valeur positive U_{CM}. Elle conserve ensuite cette valeur puisque l'inductance l est devenue L_0 égale à l'infini. La loi de variation du flux est alors donnée par $-U_{CM} = \frac{d\Phi}{dt}$. L'intégration donne $\Phi = \Phi_c - U_{CM}t$, montrant que le flux décroît linéairement. Il atteint la valeur $-\Phi_c$ au bout d'un temps :

$$BC = \theta = \frac{2\Phi_c}{U_{CM}}. \qquad (1)$$

Il se produit à cette époque, une nouvelle décharge CD en sens inverse qui redonne à la tension sa valeur initiale.

Puisqu'on a négligé toutes les pertes, le même processus se reproduit indéfiniment, l'intensité, le flux et la tension évoluant comme le montrent les graphiques de la figure. La période τ du phénomène est égale à $2(\Theta + \theta)$.

En raison de la petitesse de L_1, θ peut être négligé devant Θ intervalle de deux impulsions (1). Il vient alors :

$$\tau = 2\Theta = \frac{4\Phi_c}{U_{CM}} . \qquad (2)$$

La période est donc, en première approximation, inversement proportionnelle à la charge initiale de la capacité.

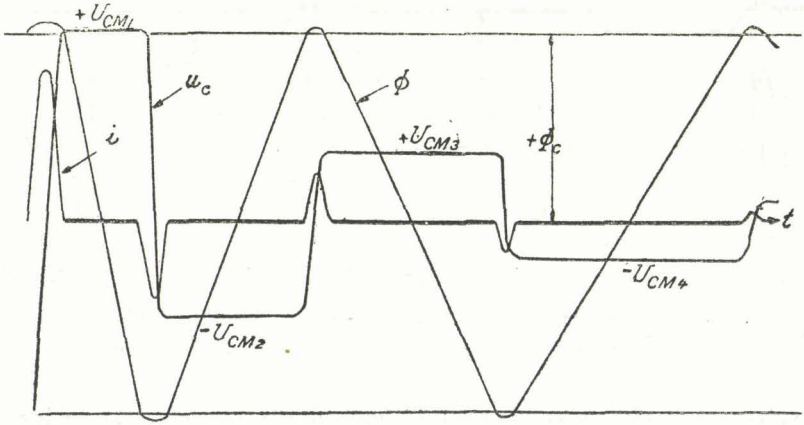

Fig. 4. — Courbes $i = f(t)$, $\Phi = f(t)$ et $u_c = f(t)$ dans le régime libre du circuit oscillant à noyau de permalloy lorsque l'amortissement n'est plus négligeable (Résistance inférieure à la résistance critique).

Ce régime libre, sans pertes, étant purement hypothétique on n'observe en réalité qu'une décharge « entrecoupée » à impulsions de plus en plus faibles (fig. 4) qui constitue un régime amorti dont la période augmente à mesure que l'amplitude décroît, conformément à la formule (2).

L'expérience confirme entièrement cette théorie. Nous l'avons étendue à des matériaux magnétiques variés.

2. Démultiplication de fréquence au voisinage de la tension critique inférieure (n impair). — Si l'on fait agir maintenant dans le circuit une f. e. m. sinusoïdale : $e = E\sqrt{2}\sin(\omega t + \psi)$ d'amplitude

(1) Il convient naturellement pour cela que U_{CM} ne soit pas trop élevé.

et de fréquence convenables, il est possible d'entretenir le régime libre à une fréquence sous-multiple de celle de la source.

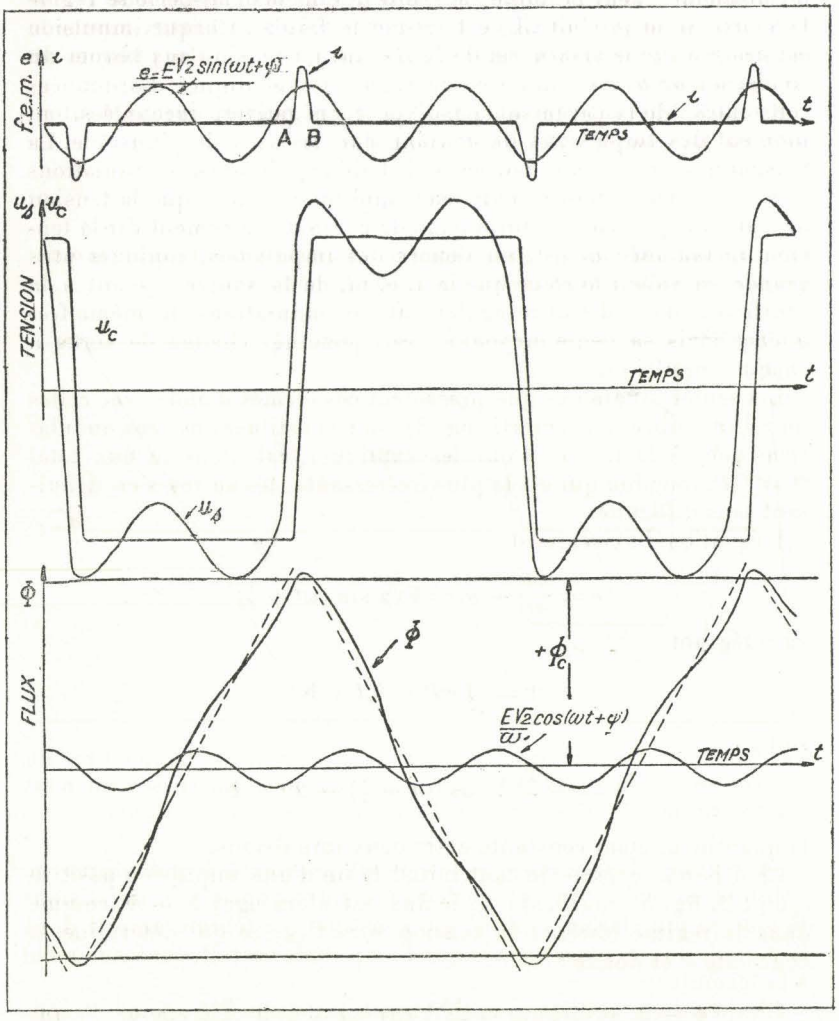

Fig. 5. — Variations de e, i, u_c, u_s et Φ en fonction du temps lorsque le subharmonique 3 est amorcé. La courbe du flux est construite graphiquement au moyen de l'équation 3, page 12.

L'onde de courant au voisinage immédiat de la tension critique U_m comporte une seule impulsion par demi-période du subharmonique. Toujours dans les mêmes hypothèses, l'onde d'intensité (fig. 5) rap-

pelle celle du régime libre non amorti : les impulsions sont alternativement positives et négatives ; elles ont la forme d'une alternance de sinusoïde (dont la durée est faible devant la demi-période T/2 de la source si le produit CL_1 est lui-même faible). Chaque impulsion est centrée sur le maximum de la f. e. m. La tension aux bornes du condensateur u_c est composée de segments rectilignes d'ordonnées constantes alternativement positives et négatives, raccordées, au moment des impulsions de courant, par des arcs de sinusoïde. La tension $u_s = e - u_c$ aux bornes de la bobine présente des ondulations à la fréquence imposée, mais leur amplitude est telle que la tension ne s'annule qu'à chaque impulsion de courant (autrement dit la tension instantanée u_c est, en dehors des impulsions, toujours plus grande en valeur absolue que la f. e. m. de la source). Quant à la courbe du flux, elle offre également des ondulations de même fréquence mais sa pente moyenne (trait ponctué) change de signe à chaque impulsion.

Les seules différences que présentent ces formes d'onde avec celles du régime libre non amorti (fig. 3) sont constituées par ces ondulations dues à la f. e. m. Pour les expliquer, calculons le flux total $\Phi = f(t)$, fonction qui est la plus intéressante, les autres s'en déduisant sans difficultés.

L'équation du circuit est :

$$e = \frac{d\Phi}{dt} + u_c = \mathrm{E}\sqrt{2}\,\sin(\omega t + \psi)$$

en intégrant :

$$\Phi = \int e\,dt - u_c t + \mathrm{K}$$

soit :

$$\Phi = -\frac{\mathrm{E}\sqrt{2}}{\omega}\cos(\omega t + \psi) - u_c t + \mathrm{K},$$

la quantité u_c étant constante entre deux impulsions.

Choisissons comme instant initial la fin d'une impulsion positive (point B, fig. 5, courbe de i), le flux est alors égal à $+\Phi_c$ comme dans le régime libre, et la tension $u_c = \mathrm{U_{CM}}$, ce qui détermine la constante k et donne :

$$\Phi = +\Phi_c - \mathrm{U_{CM}}t - \frac{\mathrm{E}\sqrt{2}}{\omega}\cos(\omega t + \psi) + \frac{\mathrm{E}\sqrt{2}}{\omega}\cos\psi. \qquad (3)$$

Le flux décroît (1) en suivant une sinusoïde de pulsation ω, portée par une droite de pente $-\mathrm{U_{CM}}$.

(1) Cette équation (3) du flux entre les impulsions a été utilisée également par MM. Travis et Weigandt (XVI).

L'intensité étant nulle entre $+\Phi_e$ et $-\Phi_c$, le condensateur conserve sa charge $+U_{CM}$ jusqu'au moment où le flux atteignant la valeur $-\Phi_c$, l'impulsion négative fait passer la tension u_c de $+U_{CM}$ à $-U_{CM}$.

Le phénomène se reproduit ensuite en sens inverse jusqu'à la fin de la période $\tau = n\mathrm{T}$ du subharmonique. Les ondulations dues à la f. e. m. appliquée, et qui affectent les courbes de Φ et de u_S ne peuvent se répercuter sur les fonctions i et u_c puisque la charge se maintient constante entre deux impulsions.

Dans ce régime hypothétique à pertes nulles, la f. e. m. se superposerait donc simplement au régime libre, sans altérer les charges et décharges successives. La seule condition à respecter lierait entre elles la fréquence de la source et la tension maximum aux bornes du condensateur (c'est cette tension U_{CM} qui fixe en quelque sorte, la période propre du système isolé).

On devrait, en effet, avoir, toujours en négligeant la durée de l'impulsion devant l'intervalle Θ de deux décharges (1) :

$$\tau = 2\Theta = \frac{4\Phi_c}{U_{CM}} = n\mathrm{T},$$

la période du subharmonique couvrant n périodes fondamentales, ce qui donne finalement :

$$U_{CM} = \frac{4\Phi_c}{n\mathrm{T}} = \frac{4f\Phi_c}{n} . \qquad (4)$$

En fait, même s'il n'y avait aucune perte, un tel régime serait impossible à cause des échanges d'énergie qui s'opèrent forcément entre la source et le circuit aux moments où le courant diffère de zéro. Comme le circuit dissipe de l'énergie, on en déduit que la source compense cette perte pendant l'impulsion. Il se produit le fait remarquable qu'à ce moment le circuit reçoit une quantité d'énergie juste suffisante pour que la décharge « entrecoupée » du condensateur ne soit pas amortie.

Et comme l'a indiqué M. Rouelle (XV), suivant que cette énergie fournie par la source tend à devenir insuffisante ou excessive, l'amplitude de la tension u_c tend à diminuer ou à croître, et les variations de τ qui en résultent modifient le déphasage de i par rapport à e, opérant ainsi une auto-régulation qui assure la stabilité.

B. — **Mécanisme de la production des impulsions et de la variation du flux dans un cas quelconque.** — Supposons que, prenant le circuit dans des conditions données, nous désirions connaître l'évolution du

(1) Voir : 1. *Régime libre, équation* 2.

flux, la position et la grandeur des impulsions de courant après l'instant initial. Cet instant initial pourra être le début d'un régime transitoire donnant ou non naissance à un régime permanent de fréquence quelconque, ou encore une époque quelconque d'un tel régime permanent. Les calculs suivants résolvent le problème.

Si la force électromotrice appliquée au circuit est :

$$e = E\sqrt{2}\sin \omega t \qquad (1)$$

l'équation générale du flux entre deux impulsions est .

$$\Phi = -\frac{E\sqrt{2}}{\omega}\cos \omega t \pm U_{CM}t + K.$$

U_{CM} est la valeur absolue de la tension aux bornes de la capacité ; on prendra le signe + devant cette quantité après une impulsion négative.

Supposons qu'à l'instant initial t_0 prenne fin une impulsion, négative par exemple. Le condensateur possède la charge $-CU_{CM}$ et le flux égale $-\Phi_c$, ce qui détermine la constante K. La valeur instantanée du flux à partir de t_0 est alors :

$$\Phi = -\Phi_c + U_{CM}(t - t_0) + \frac{E\sqrt{2}}{\omega}\cos \omega t_0 - \frac{E\sqrt{2}}{\omega}\cos \omega t. \qquad (2)$$

Au temps t_1 le flux atteint la valeur $+\Phi_c$. Une impulsion positive prend naissance qui dure, supposons-le, jusqu'à l'époque t_2. La loi de variation devient alors : $\Phi = -\frac{E\sqrt{2}}{\omega}\cos \omega t - U'_{CM}t + k'$, en supposant ici qu'il y a eu inversion de polarité aux bornes de C, ce qui n'est pas toujours le cas, le condensateur pouvant ne subir qu'une décharge partielle.

La détermination de K' fournit l'équation :

$$\Phi = +\Phi_c - U'_{CM}(t - t_2) + \frac{E\sqrt{2}}{\omega}\cos \omega t_2 - \frac{E\sqrt{2}}{\omega}\cos \omega t \qquad (3)$$

qui donne la loi de variation jusqu'à l'impulsion suivante, négative, de durée t_3t_4, et ainsi de suite. Il est à remarquer que si, entre deux impulsions, la valeur de la tension u_c est forte les deux impulsions seront rapprochées. Dans le cas contraire, il pourra s'écouler plusieurs périodes de la source entre deux impulsions.

Le calcul précédent ne permet pas de trouver l'évolution du flux pendant les impulsions. Dans ces intervalles, où la variation est du reste faible à cause de la saturation, il conviendra de traiter le problème de l'enclenchement du circuit, de self constante L_1, sur la

source alternative avec les conditions initiales définies par les courbes précédentes soit, par exemple, au temps t_1 :

$$u_c = + U_{CM}\Phi = + \Phi_c.$$

Remarque. — Si l'on désire seulement évaluer les époques des impulsions successives, et non suivre l'évolution du flux entre celles-ci, la construction des courbes $\Phi(t)$ données par les équations telles que 2 et 3 peut être avantageusement remplacée par celle de la

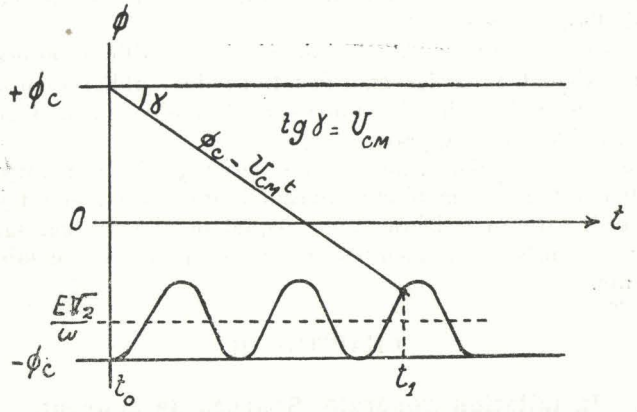

Fig. 6. — Graphique permettant la détermination plus simple de l'époque de l'impulsion. La figure est tracée dans le cas particulier où $t_0 = 0$.

figure 6 où l'on étudie non plus l'intersection de Φ avec Φ_c mais celle de la droite $\Phi_c - U_{CM}(t - t_0)$ avec la courbe plus facile à construire, d'ordonnée :

$$- \Phi_c + \frac{E\sqrt{2}}{\omega} \cos \omega t_0 - \frac{E\sqrt{2}}{\omega} \cos \omega t.$$

Les considérations de ce paragraphe sont tout à fait générales et applicables à n'importe quel régime du circuit envisagé, régimes transitoires ou permanents, régimes à la fréquence fondamentale ou à une fréquence quelconque.

La méthode de calcul exposée permet, dans un cas numérique déterminé, de calculer entièrement les variations du flux, de l'intensité et de la tension aux bornes du condensateur.

C. — **Programme des recherches.** — Il nous a paru indispensable, en premier lieu, de rechercher un procédé d'amorçage souple et susceptible de réduire la durée des essais.

Une fois ce procédé trouvé, et le phénomène mieux asservi, nous

avons choisi pour l'analyser les formes d'onde les plus simples, c'est-à-dire celles qu'on observe au voisinage des tensions critiques extrêmes, et pour des valeurs aussi réduites que possible de l'amortissement. Le permalloy avec sa caractéristique très fortement coudée et ses pertes minimes était tout indiqué pour ce début d'étude.

Cet alliage offrant de plus l'avantage de permettre l'analyse mathématique nous avons pu établir des relations quantitatives fondamentales entre les paramètres dont dépend le phénomène.

Nous avons ensuite voulu mettre en évidence l'influence considérable de l'amortissement.

Il nous a paru intéressant aussi de déceler les différences essentielles qui existent entre les manifestations des subharmoniques des deux parités, et de rechercher une explication physique de l'entretien des oscillations de rang pair.

Enfin, pour compléter, nous avons désiré généraliser notre étude en l'étendant à des matériaux magnétiques divers, allant jusqu'à l'acier ordinaire au silicium, pour lequel le phénomène, sans que son essence même soit modifiée, revêt des caractères notablement différents.

CHAPITRE III

Installation générale. Sources de courant. Montage et appareils.

Le schéma théorique du montage principal est représenté sur la figure 7. Ses différents éléments peuvent être modifiés d'une expérience à l'autre. Ce sont :

— la source G alimentant le circuit oscillant C, B, R_a par l'intermédiaire du transformateur abaisseur T ;

— la bobine à noyau de fer B, la capacité C et la résistance additionnelle réglable R_a, ces éléments étant disposés en série avec un ampèremètre A et un shunt d'oscillographe *s* ;

— le dispositif primitif d'amorçage K, constitué par un interrupteur en série avec une résistance, l'ensemble étant placé aux bornes de la bobine. Ce dispositif utilisé par nous au début de nos recherches a été remplacé par la suite, dans la plupart des cas, par un appareil spécial qui en raison de son importance fera l'objet d'un chapitre distinct (chapitre V).

A. — Description des machines constituant la source de courant. — Nos recherches ayant eu lieu à l'Institut Electromécanique nous avons pu utiliser un certain nombre de machines et d'appareils réunis par M. Rouelle pour ses recherches déjà citées.

La source de courant G se compose d'un générateur de forte puissance relativement à la puissance demandée par nos essais, associé à un régulateur à induction. Pour des tensions inférieures à 100 V, ce qui est le cas général, ce régulateur est lui-même relié à un transformateur abaisseur T. Cet ensemble équivaut à une source d'impédance très faible fournissant une tension réglable dans de larges limites.

A défaut de machines monophasées de caractéristiques convenables, nous avons utilisé un régulateur à induction triphasé de 20 kVA sous 200 V (tension composée) associé pour des fréquences industrielles soit à un alternateur A, triphasé, de 12,5 kVA, 220 V (Société

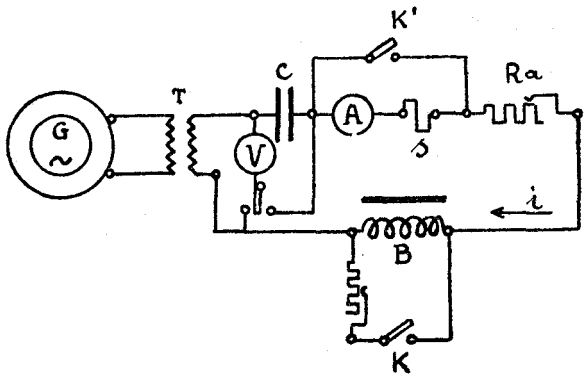

Fig. 7. — Schéma de principe du montage principal.

G, alternateur de f. e. m. sinusoïdale. — T, transformateur abaisseur. — B, bobine à noyau de fer. — C, condensateur réglable. — R_a, résistance réglable. — *s*, shunt d'oscillographe. — K, interrupteur d'amorçage. — K', protection de l'ampèremètre et de l'oscillographe, l'alternateur peut être remplacé par un régulateur à induction alimenté par le réseau triphasé et débitant en monophasé.

Alsacienne), soit au réseau urbain (200 V entre phases, 50 périodes par seconde). Pour des fréquences comprises entre 75 et 200 le régulateur a été relié à un alternateur B, triphasé de 3,75 kVA, 200 V (Société Alsacienne). Ces deux alternateurs sont calés sur le même arbre, et entraînés par un moteur à courant continu excité séparément, et dont la vitesse est réglable dans de larges limites. Leur force électromotrice est sinusoïdale.

Le transformateur, du type monophasé à enroulements multiples, de puissance 4 kVA, permet par un choix convenable du rapport de transformation et du couplage des bobines homologues (en parallèle ou en série) de se placer dans les meilleures conditions possibles, et notamment de réduire dans chaque cas, au maximum, le courant

fourni par la source. Cette réduction diminue la chute de tension réactive, composée surtout d'harmoniques supérieurs car le courant est très déformé. Grâce à ces précautions la tension instantanée se confondra pratiquement avec la force électromotrice et restera bien sinusoïdale. Dans le texte nous emploierons, de ce fait, indifféremment les termes « force électromotrice » et « tension appliquée ».

B. — **Réglage et mesure de la tension appliquée au circuit.** — Le réglage de la tension s'effectue en général de façon continue par décalage du rotor du régulateur à induction, et exceptionnellement en agissant sur le rhéostat d'excitation de l'alternateur (régulateur interposé ou non). Il convient, en effet, de saturer cette machine de façon à réduire sa chute réactive de tension.

La mesure de la tension est faite au moyen d'un voltmètre à cadre mobile à redresseur à multiples sensibilités et dont les indications sont indépendantes de la fréquence dans les limites de nos expériences.

C. — **Réglage et mesure de la fréquence.** — La vitesse de l'alternateur est réglable : de 0 à 1 000 t. : min. par modification du champ d'une génératrice à excitation indépendante, alimentant l'induit du moteur ; de 1 000 à 1 800 t. : min. par action directe sur le courant inducteur du moteur alimenté sous tension normale par un réseau continu. L'alternateur A étant hexapolaire la fréquence peut ainsi varier progressivement de 0 à 90 périodes par seconde. L'alternateur B comportant 18 pôles permet ensuite de pousser jusqu'à 270.

Le groupe convertisseur est très stable ; les variations brusques de puissance dues à l'amorçage ou au décrochage des subharmoniques n'étant en général que de très faible valeur vis-à-vis des puissances normales, il n'en résulte pas de variation de fréquence gênante.

L'indicateur de fréquence utilisé est un milliampèremètre à redresseur (1) placé sur la table même d'expériences et relié aux bornes d'un micro-alternateur à aimant permanent calé sur l'arbre des alternateurs. Quant à la fréquence du réseau, elle est mesurée sur un fréquence-mètre à lames vibrantes gradué de 44 à 56 cycles par seconde.

D. — **Mesure de la tension aux bornes du condensateur et de l'intensité efficace.** — La tension aux bornes du condensateur doit être obligatoirement mesurée au moyen d'un voltmètre de très faible consommation, de façon à ne pas altérer le régime observé par shuntage de la capacité, voire dans certains cas à ne pas supprimer totalement l'entretien (2).

(1) La déviation totale soit 5 mA, correspond à une vitesse de 2 000 t. : min.

(2) Voir chapitre VI (Annexe).

Faute de disposer d'un voltmètre électrostatique assez sensible, nous nous sommes servi pour la mesure de U_c du voltmètre à redresseur employé pour la mesure de la tension de la source.

Or la tension instantanée u_c est composée généralement d'ondes pratiquement rectangulaires. Comme le voltmètre à redresseur dévie proportionnellement à la valeur moyenne de la tension redressée, et qu'il est gradué sous tension sinusoïdale, si l'on désire la tension de crête U_{CM}, qui se confond d'ailleurs avec la tension efficace pour une telle fonction, il convient de multiplier la lecture par l'inverse du facteur de forme de la fonction sinusoïdale, soit par :

$$\frac{2\sqrt{2}}{\pi} = 0{,}9 \ (^1).$$

Le dispositif ampèremétrique peut être mis hors circuit par fermeture de l'interrupteur K' (fig. 7) soit lorsqu'on désire réduire au maximum la résistance du circuit oscillant, soit lorsqu'on désire protéger les appareils au moment de l'amorçage (²), soit encore lorsqu'on veut les soustraire rapidement aux surintensités accidentelles. Ces surintensités dangereuses ne sont pas rares, surtout lorsque à résistance faible on s'approche de la tension au coude U_S, le régime de ferrorésonance à fort courant pouvant se substituer brusquement au phénomène étudié.

E. — **Observation et relevé des formes d'onde.** — L'observation des formes d'onde a d'abord été faite au moyen d'un oscillographe Blondel construit par « Siemens et Halske ». Cet appareil comporte trois équipages bifilaires amortis à l'huile de ricin. Chaque boucle de mesure peut être utilisée soit à l'inscription d'une courbe d'intensité par montage en dérivation aux bornes d'un shunt réglagle (³), soit à celle d'une courbe de tension, par montage en série avec une résistance réglable.

Nous avons utilisé ensuite un oscilloscope cathodique d'un maniement plus simple et permettant d'opérer dans le circuit des réglages plus rapides. Nous lui avons associé un commutateur électronique qui nous a permis d'examiner en fonction du temps les courbes de deux des quatre grandeurs u, u_c, u_s et i.

(¹) Sous une tension quelconque il faudrait encore multiplier la lecture par le facteur de forme de cette nouvelle fonction pour obtenir la tension efficace.

(²) Au moment du shuntage de la self, en effet, l'impédance du circuit peut devenir très faible.

(³) Le shunt réglable est inséré dans le secondaire d'un transformateur de courant employé principalement pour l'isolement des circuits ; ce transformateur n'introduit pas d'erreur appréciable dans l'inscription des courbes.

Il est intéressant, en outre (notamment pour l'identification rapide du subharmonique), d'observer sur l'écran les courbes de Lissajous obtenues en appliquant aux deux paires de plaques déflectrices, d'une part la tension u (fréquence fondamentale), d'autre part une des trois autres grandeurs (fréquence du subharmonique).

Néanmoins l'appareil de Blondel, plus fidèle, continua d'être utilisé pour les relevés d'oscillogrammes où la précision qu'il offre est bien supérieure à celle de l'oscillographe cathodique.

F. — **Description du circuit oscillant.** — Les trois éléments B, C, R_a réglables dans des limites étendues sont, dans chaque essai, adaptés au but poursuivi.

Nous avons, en outre, dans certaines expériences, ajouté au circuit une inductance sans fer de faible valeur (inférieure à 0,5 Henry) destinée à augmenter la pente de la caractéristique de magnétisme dans la région saturée.

1. Bobine d'inductance. — Nous nous sommes servi de cinq inductances déjà utilisées par M. Rouelle. Leurs dimensions géométriques et leur construction sont sensiblement identiques, mais leurs noyaux sont de natures différentes. Nous les désignerons par les notations : PB, PC, Mγ, Si et Am.

Les deux premières bobines PB et PC sont enroulées sur des tôles de 35/100 de permalloy (résistivité $\rho = 50$ microhms-cm. environ) founies par la Société « Le Matériel Téléphonique ». L'inductance Si, du même fournisseur, comporte un noyau en alliage spécial au silicium ($\rho = 55$ $\mu\Omega$-cm.). La bobine Mγ, provenant des « Aciéries d'Imphy » est enroulée sur des tôles d'alliage gamma (1) ($\rho \simeq 80$ $\mu\Omega$-cm.). Enfin la bobine AM est construite sur des tôles extra-supérieures pour transformateurs ($\rho \simeq 55$ $\mu\Omega$-cm.).

Des précisions sur les qualités magnétiques de ces divers alliages seront données à l'endroit utile.

Afin de permettre un certain réglage des caractéristiques magnétiques et des inductances de ces bobines, chacune d'elles est en fait constituée par trois bobines élémentaires identiques comportant chacune deux enroulements portés par le même noyau. Ce noyau est constitué par un tore de tôles annulaires empilées. Le bobinage a été fait avec 300 tours de fil double ; il y a donc 600 spires réparties en deux enroulements qui sont pratiquement identiques. Avec ce circuit magnétique fermé et sans joint, et des enroulements soigneusement

(1) Ces bobines ayant été, depuis leur construction, soumises à des conditions mal définies de température et d'efforts mécaniques, nous ne pouvons garantir que leurs propriétés magnétiques correspondent actuellement à celles des alliages initiaux.

serrés, il n'y a pas de fuites magnétiques à craindre. Cette qualité, que nous avons contrôlée, simplifie beaucoup le raisonnement et le calcul. Naturellement la disposition des deux enroulements entraîne l'existence d'une certaine capacité entre eux, mais aux fréquences basses auxquelles nous opérons, il n'est pas utile d'en faire état.

La spécification de ces bobines élémentaires est la suivante :

Diamètre extérieur et intérieur des anneaux : 78 et 51 mm.

Epaisseur des tôles : 3 à 4/10 de millimètre.

Nombre de tôles par bobine : 27 à 43 (suivant la nature du métal).

Poids des tôles : 268 g.

Nature et diamètre du fil : cuivre 12/10 mm., 2 couches coton.

Poids de la bobine achevée (gansée et vernie) : 850 g. environ.

2. Condensateurs. — Les condensateurs utilisés sont du type industriel de la Société Anonyme des Condensateurs de Trévoux, constitués par des feuilles de métal et de papier enroulées sur des supports tubulaires rigides et le tout noyé dans l'huile. La batterie est constituée de façon qu'on puisse régler la capacité de 10 à 600 μF par sauts de 10 à 20 μF environ. Ces condensateurs sont isolés pour une tension de service de 380 V. Leurs pertes, très faibles pourront être négligées dans tous les calculs que nous effectuerons.

3. Résistances additionnelles. — Elles sont de deux sortes : les premières sont constituées par des rhéostats à plots en fil de maillechort; les secondes par des résistances en boîtiers.

Les unes et les autres peuvent être réglées de dixième en dixième d'ohm, de zéro à quelques centaines d'ohms. Leur self-inductance est négligeable.

CHAPITRE IV

Mesure des constantes du circuit oscillant.

A. — **Mesure de la capacité.** — La mesure de la capacité a été faite en courant sinusoïdal par la méthode classique utilisant les indications simultanées d'un ampèremètre, d'un voltmètre, et d'un fréquence-mètre.

B. — **Mesure des résistances.** — Les résistances additionnelles utilisées sont évaluées à la température ordinaire, soit par la méthode d'Ohm, soit au pont industriel.

La résistance effective de la source sera dans tous les cas négligeable et les pertes des condensateurs extrêmement faibles; si bien que la résistance effective du circuit complet aura pour valeur celle de la

bobine augmentée des résistances ohmiques diverses mises en série.

La résistance effective R_b de la bobine qui reste seule à évaluer peut être considérée comme la somme de la résistance ohmique r et de la résistance complémentaire r_c qui dépend de l'intensité (les variations de température étant faibles le terme r peut être considéré comme constant).

Les relations quantitatives que nous établissons dans la suite de ce travail sont surtout valables pour l'alliage de permalloy pour lequel es pertes dans le fer sont minimes; les pertes dans les enroulements seront également très faibles, vu la fréquence et le diamètre utilisés. Le terme r_c est donc petit devant R_b, ce qui nous permettra de le négliger lorsque la résistance ohmique totale sera élevée, et dans certains cas de négliger ses variations lorsque cette résistance sera réduite.

Nous avons profité de ces circonstances pour ne faire qu'une estimation approximative de la résistance par un procédé qui a pour base la méthode du wattmètre et de l'ampèremètre. Cette façon d'opérer est d'ailleurs justifiée par le fait que la résistance effective est une quantité qui ne s'introduit dans les calculs qu'au moyen d'hypothèses elles-mêmes peu rigoureuses.

Le montage alimenté sous tension sinusoïdale est réalisé conformément au schéma classique permettant l'évaluation de la résistance effective par le quotient $\frac{W}{I^2}$ de la puissance totale dissipée dans la bobine par le carré de l'intensité efficace. Comme le déphasage est très élevé, il convient d'utiliser un wattmètre du type de celui qui sert habituellement dans la méthode d'Epstein-Armagnat (1); pour ce wattmètre la correction due à la consommation du fil fin est indispensable.

Pour le permalloy, la résistance varie peu à partir d'une valeur relativement faible de l'intensité, et la résistance complémentaire est faible vis-à-vis de la résistance ohmique.

Il est essentiel de faire observer que pour une même fréquence de la f. é. m., et une même intensité efficace, la valeur de la résistance effective qui entre en jeu dans le régime fondamental de la bobine seule et en démultiplication n'est pas la même en raison d'une part de la différence des formes d'onde de l'intensité et d'autre part de la différence des fréquences du courant. Néanmoins, dans le régime le plus simple de démultiplication, c'est-à-dire à la limite inférieure de tension et pour un faible amortissement, les formes d'onde sont très

(1) Le wattmètre dont nous avons disposé pour cette mesure, construit par les « Ateliers Carpentier » est conçu pour dévier totalement pour $\cos \varphi = 0{,}2$ lorsque I et U atteignent leurs valeurs nominales.

voisines, ce qui nous a permis d'établir une certaine correspondance entre les valeurs des résistances des deux régimes.

En effet, si l'inductance présente une caractéristique très coudée, l'onde de courant qui parcourt la bobine dans le régime fondamental est composée d'impulsions de faible durée par rapport à la période de la source si la saturation n'est pas trop élevée et chacune d'elles peut être assimilée à une alternance de sinusoïde.

De même, en démultiplication, au voisinage de la tension limite inférieure les impulsions sont sensiblement des alternances de sinusoïde. Si l'on admet que la forme d'onde est la même dans les deux cas (impulsions de même durée θ et de même intensité maximum) la résistance effective doit être la même également, mais l'intensité efficace est différente en raison de la différence des nombres d'impulsions par seconde dans les deux régimes.

Dans le régime fondamental on a, pour l'intensité efficace :

$$I^2 = \frac{2}{T}\int_0^{\theta} i^2 dt \text{ (une impulsion par demi-période).}$$

Dans le régime subharmonique on a :

$$I'^2 = \frac{2}{nT}\int_0^{\theta} i^2 dt \text{ (une impulsion toutes les } n \text{ demi-périodes).}$$

Il vient $I'^2 = \frac{I^2}{n}$. Les intensités efficaces correspondant à une même impulsion donc à une même résistance effective sont par conséquent dans le rapport $\sqrt{n}$.

Pour trouver la résistance effective dans un cas de démultiplication où l'intensité efficace est I, et la fréquence de la source f, il suffit donc de multiplier I par $\sqrt{n}$, et de chercher sur le graphique $R = f(I)$ tracé à la même fréquence f, la valeur de la résistance qui correspond à cette nouvelle intensité.

Nota : Dans le cas où la fréquence f' de la source qui alimente le démultiplicateur est différente de la fréquence f à laquelle a été relevée la courbe $R = f(I)$, il est nécessaire de multiplier I par le facteur $\sqrt{\frac{fn}{f'}}$.

C. **Mesure des grandeurs magnétiques.** — 1. Conventions relatives a la courbe de magnétisme. — Les bobines utilisées, dépourvues de fuites, sont entièrement définies du point de vue magnétique lorsqu'on connaît le nombre de spires et la courbe de magnétisme du noyau $\varphi = f(i)$. Nous ferons constamment usage du flux total $\Phi = n\varphi$, ce qui conduit en définitive à la seule connaissance du flux total en fonction du courant.

Nous remplacerons dans tous les cas envisagés, la courbe de magnétisme réelle par une caractéristique théorique, s'en écartant aussi peu que possible et composée de deux éléments rectilignes. Ce procédé est d'une application facile pour le permalloy (qui notamment présente très peu d'hystérésis). Néanmoins pour plus de précision, on peut considérer sur cette caractéristique trois parties utiles (fig. 8) :

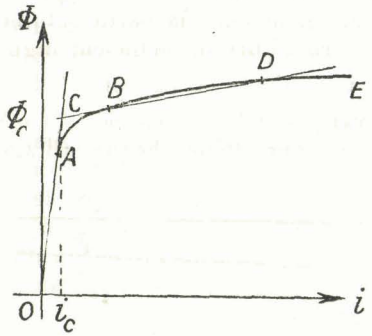

Fig. 8. — Caractéristique de magnétisme du permalloy. L'ensemble des deux droites OC, OD constitue la caractéristique théorique que l'on substitue à la précédente.

La première OA de pente élevée permettra de définir l'inductance L_0 en régime non saturé. Le coude AB, peu étendu, sera remplacé par les segments rectilignes AC et BC prolongeant les droites OA et DB dont l'intersection C définira, par ses coordonnées, le flux au coude Φ_c et le courant au coude i_c. La partie BD, limitée en D par le courant maximum du régime considéré, est pratiquement confondue avec la corde BD. La pente de cette corde définira l'induction L_1 en régime saturé.

En définitive, nous introduirons dans notre texte les quatre quantités Φ_c, i_c, L_0, L_1 mais trois d'entre elles dont L_1 suffiront à caractériser la bobine... tout au moins en première approximation (En effet, les trois termes Φ_c, i_c, L_0 sont liés par la relation $\Phi_c = L_0 i_c$).

Remarque. — Si l'on place en série avec la bobine une inductance sans fer, la self L_1 dans la région saturée se trouve augmentée d'autant, alors que L_0, vu sa grandeur, est pratiquement inchangée.

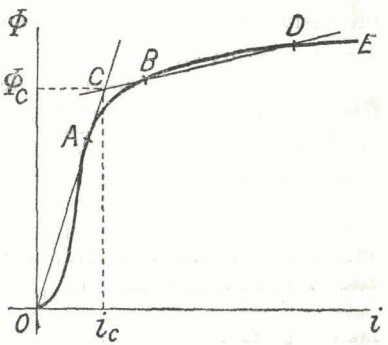

Fig. 9. — Caractéristique de première aimantation des tôles ordinaires et caractéristique théorique correspondante OCD.

Les conventions précédentes s'appliqueraient moins aisément aux aciers ordinaires. Comme nous aurons l'occasion de nous occuper un peu de ceux-ci, nous étendons nos définitions à ces matériaux de la façon suivante, en négligeant encore l'hystérésis (et opérant sur le lieu des sommets des cycles successifs) :

Soit, figure 9, la courbe de première aimantation du métal considéré, décomposée comme la précédente (1) : La tangente OA dont le point de contact servira d'origine au coude permet de définir, par sa pente, le coefficient L_0. L'arc BD, correspondant à la partie saturée réellement utilisée est remplacé par la corde BD de coefficient angulaire L_1.

2. Relevé de la caractéristique statique Φ (i). — Ce relevé a été fait au fluxmètre par la méthode classique. Pour chaque alliage

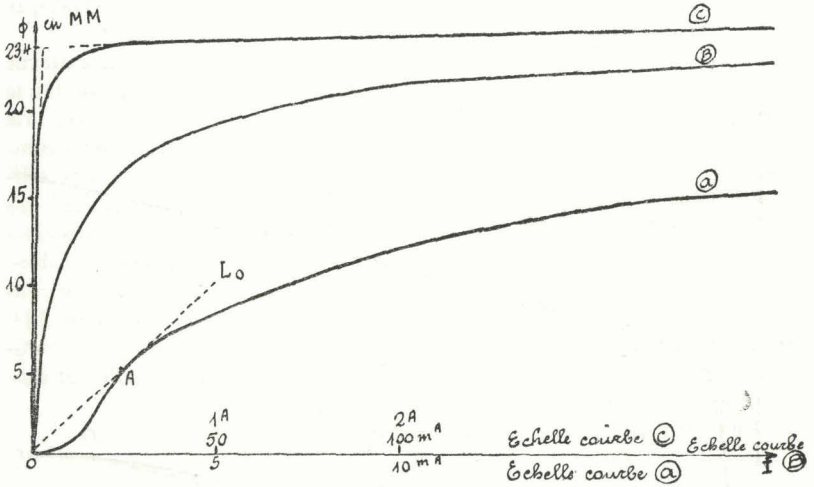

Fig. 10. — Courbe de magnétisme de la bobine PB relevée au fluxmètre (lieu des sommets des cycles d'hystérésis). Il y a trois échelles pour les abscisses qui correspondent aux trois parties *a*, *b*, *c*. Une intensité de 100 mA est relative à un champ magnétique de 1,86 œrsted.

utilisé nous avons déterminé le lieu des sommets des cycles d'hystérésis d'amplitude croissante. Nous ne représenterons ici (fig. 10) que celui qui correspond à la bobine PB (tous ses éléments de 300 spires étant couplés en série). On vérifiera que la partie saturée peut être confondue avec une droite sur une grande longueur.

3. Tracé de la caractéristique U (I) de la bobine sous tension sinusoïdale. — Nous appelons ainsi la courbe tension-courant relevée en appliquant à l'inductance une tension sinusoïdale (généralement

(1) Dans ce cas, le point B, limite du coude, est assez mal défini. La courbure de la caractéristique avant le maximum de perméabilité a été exagérée à dessein.

à 50 périodes), et en notant les valeurs que prennent simultanément la tension et le courant efficaces.

Cette courbe (fig. 11) d'un relevé plus facile, et d'allure analogue à la précédente dépend de la résistance effective de la bobine, et n'est intéressante que si cette grandeur est faible devant l'inductance. Elle nous a permis l'évaluation de Φ_c et de L_1 selon un procédé exposé plus loin.

Dans le montage qui sert à son relevé, le voltmètre, placé en aval, doit présenter une faible consommation (type à redresseur par

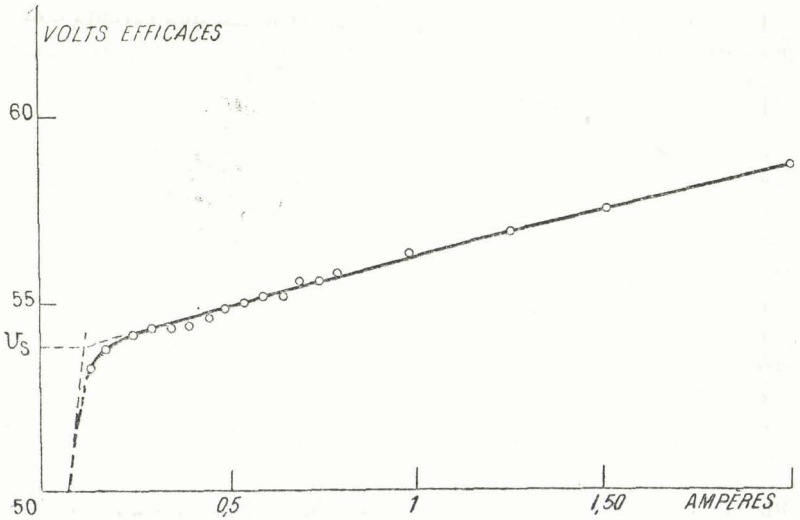

Fig. 11. — Caractéristique U (I) sous tension sinusoïdale ($f = 49{,}75$) de l'inductance PB.

exemple). La résistance de l'ampèremètre doit être faible afin que la tension appliquée à la bobine soit réellement sinusoïdale.

Nous avons encore pu substituer à la courbe obtenue deux éléments de droite, ce qui a permis de définir une « tension au coude » U_s qui, nous le verrons, est en rapport direct avec le flux au coude Φ_c.

4. Détermination du flux Φ_c au coude de la caractéristique. — 1° *A partir de la courbe statique* Φ (i). — La définition du flux Φ_c faite au paragraphe C ne donne lieu à aucune ambiguïté s'il s'agit d'un alliage comme le permalloy : Il suffit pour évaluer Φ_c de prolonger vers le coude, les deux branches rectilignes de la caractéristique. On peut du reste remarquer que cette valeur de Φ_c ne diffère pas sensiblement de l'ordonnée à l'origine de la droite à laquelle on a assimilé la branche saturée.

2° *A partir de la caractéristique « tension-courant »* (fig. 11). — Si l'on suppose que la chute de tension active est négligeable, ce qui est bien le cas au coude, on peut écrire :

$$u = U_S\sqrt{2}\sin\omega t = \frac{d\varphi_c}{dt}$$

d'où pour la valeur maximum du flux sinusoïdal,

$$\Phi_c = \frac{U_S\sqrt{2}}{\omega}.$$

Le résultat numérique obtenu par ce procédé est, aux erreurs d'expériences et de graphique près, le même que le précédent, ce qui justifie, pour le permalloy l'approximation admise.

La détermination de Φ_c par ce moyen est très rapide.

5. DÉTERMINATION DE L'INDUCTANCE L_0 EN RÉGIME NON SATURÉ. — Le coefficient L_0 défini au paragraphe C s'évalue en mesurant sur la caractéristique relevée statiquement la pente maximum de la droite OM passant par l'origine et par un point courant M de la première partie de la caractéristique.

6. DÉTERMINATION DE L'INDUCTANCE L_1 EN RÉGIME SATURÉ. — *Premier procédé.* — L'inductance L_1, correspondant à la branche saturée peut être déterminée à partir du même graphique $\Phi(i)$, mais comme ce coefficient qui s'introduit constamment dans nos calculs a une grande importance, il vaut mieux l'évaluer avec plus d'exactitude en construisant séparément la branche saturée par la méthode de Rowland.

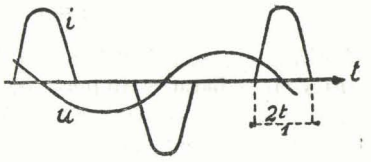

Fig. 12. — Courbes de la tension et du courant pour une valeur de U efficace supérieure à U_S.

On part d'une intensité supérieure à celles qui interviennent dans les expériences de démultiplication, et l'on provoque des variations de flux successives jusqu'au coude de la caractéristique. L'hytérésis étant négligeable pour le permalloy le résultat est le même que l'on opère par décroissance ou croissance du flux.

Il y a un écart considérable entre les ordres de grandeur des deux coefficients L_1 et L_0 : leur rapport est supérieur à 11 000, ce qui justifie l'assimilation de la bobine à un interrupteur.

Deuxième procédé. — La méthode précédente s'étant révélée longue et délicate, nous lui préférons un procédé basé sur les propriétés de la courbe U(I) tracée sous tension sinusoïdale. Ce procédé qui n'est vraiment applicable qu'à des matériaux analogues au permalloy, permet avec des moyens réduits — un ampèremètre et un voltmètre

suffisent — la mesure de la self-inductance instantanée d'une bobine dans la région saturée de sa caractéristique.

La bobine, supposée dénuée de résistance et de pertes, est alimentée par une tension sinusoïdale. L'onde de courant, si l'on dépasse la tension au coude U_s se compose d'impulsions centrées sur les zéros de la tension, les maxima de courant étant en retard sur ceux de la différence de potentiel aux bornes (fig. 12).

1° *Calcul de la largeur des impulsions de courant.* — Dans le régime inter-impulsions on peut écrire, en prenant pour origine des temps le zéro de la tension :

$$u = U\sqrt{2}\ \sin \omega t = \frac{d\Phi}{dt}. \qquad (1)$$

En intégrant, et écrivant qu'aux époques t_1 et $T/2 - t_1$ les valeurs respectives du flux sont $-\Phi_c$ et $+\Phi_c$ (fig. 12) il vient l'expression :

$$\Phi_c = \frac{U\sqrt{2}}{\omega} \cos \omega t_1 \qquad (2)$$

d'où l'on tire la largeur de l'impulsion :

$$2t_1 = \frac{2}{\omega} \text{Arc cos} \frac{\omega \Phi c}{U\sqrt{2}}. \qquad (3)$$

Lorsque l'impulsion disparaît par défaut de tension l'on se trouve au coude de la caractéristique et l'on a :

$$t_1 = 0, \qquad \Phi_c = \frac{U_s\sqrt{2}}{\omega} \qquad (4)$$

résultat déjà trouvé (§ 4, 2°), qui permet la détermination de Φ_c par une simple lecture de tension. Pratiquement, en raison de la courbure de la caractéristique cette évaluation se fera plutôt par extrapolation de la branche saturée (comme au § 4, 1°).

2° *Calcul de l'intensité efficace et de la self inductance L_1.* — Pendant l'impulsion négative par exemple, on peut écrire puisque l'amortissement est nul :

$$u = L_1 \frac{di}{dt} = + U\sqrt{2} \sin \omega t. \qquad (5)$$

L'intégration donne :

$$i = -\frac{U\sqrt{2}}{\omega L_1} \cos \omega t + K.$$

En écrivant qu'à l'instant $t = -t_1$ le courant est nul, on trouve tous calculs faits :

$$i = \frac{U\sqrt{2}}{\omega L_1} (\cos \omega t_1 - \cos \omega t),$$

expression qui montre que l'impulsion est constituée par la partie supérieure d'une alternance de sinusoïde.

Le maximum de courant qui a bien lieu pour $t = 0$ a pour valeur absolue :

$$I_M = \frac{U\sqrt{2}}{\omega L_1}(1 - \cos \omega t_1). \qquad (6)$$

L'intensité efficace correspondante s'évalue par le calcul classique, en observant que l'expression de i ne vaut que dans l'intervalle $2t_1$:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt} = \frac{U}{\omega L_1 \sqrt{\pi}}[2\omega t_1(2 + \cos 2\omega t_1) - 3 \sin 2\omega t_1]^{1/2}. \qquad (7)$$

On tire de là :

$$L_1 = \frac{U}{\omega I \sqrt{\pi}}[2\omega t_1(2 + \cos 2\omega t_1) - 3 \sin 2\omega t_1]^{1/2}. \qquad (8)$$

Par conséquent le coefficient L_1 est connu (1) lorsqu'on lit sur les appareils de mesure les quantités U et I, t_1 étant par ailleurs calculé par les équations 3 et 4.

Afin de simplifier les calculs numériques, on peut, quand l'angle $2\omega t_1$ est faible, remplacer cos $2\omega t_1$ et sin $2\omega t_1$ par leurs développements en série (2). La formule 8 devient alors :

$$L_1 = \frac{8\pi U}{I}\left(\frac{f^3 t_1^5}{15}\right)^{1/2}. \qquad (9)$$

3° *Application et contrôle du procédé.* — Pour appliquer ce procédé de mesure à une bobine construite il suffit de relever dans les conditions précisées plus haut la branche saturée de la courbe U(I) qui fournit par une extrapolation facile le terme $\omega\Phi_c$. Ensuite on choisit sur la courbe un point qui par ses coordonnées permet le calcul de la largeur $2t_1$ de l'impulsion (équation 3) et de L_1 (équation 8 ou 9). Ce choix est conditionné par les considérations suivantes :

a) Il convient de se placer loin du coude de façon que la self-inductance moyenne pendant l'impulsion se confonde le mieux possible avec la pente de la branche saturée. *b*) Il est bon, si l'on utilise la formule réduite (9) de ne pas exagérer la valeur de I, le calcul reposant sur une impulsion de largeur faible.

(1) Dans un projet de bobine c'est la caractéristique de magnétisme qui serait connue ; on en tirerait les valeurs de L_1 et de Φ_c et l'on pourrait ensuite déterminer par la formule 7 le courant efficace qui prend naissance sous l'action d'une certaine tension appliquée.

(2) Cette dernière façon d'opérer revient à substituer pendant la durée de l'impulsion un segment de droite à l'arc de sinusoïde de la tension ; l'impulsion affecterait alors la forme d'un arc de parabole.

Ces deux conditions sont sensiblement remplies si l'on choisit un point tel que l'arc ωt_1 soit de l'ordre d'une quinzaine de degrés par exemple.

Nous avons fait le contrôle de la méthode sur plusieurs inductances évaluées par ailleurs par d'autres procédés. Les résultats obtenus en appliquant la formule réduite 9 sont satisfaisants. Notamment l'écart constaté pour la bobine PB est inférieur à 4 o/o.

D. **Résultats des mesures effectuées.** — 1° Bobine PB. — L'erreur possible dans l'évaluation de la résistance effective est de l'ordre de 2 o/o.

Les résultats des mesures des grandeurs magnétiques caractérisant cette bobine sont les suivants :

$$\Phi_c = 24{,}3\,\text{MM.}\,; \qquad i_c \cong 6\,\text{mA}\,; \qquad L_0 \cong 40\,\text{H}\,; \qquad L_1 = 4{,}6\,\text{mH}.$$

Il convient d'associer à ces valeurs les courbes de magnétisme des figures 10 et 11.

Les quantités qui nous serviront le plus dans la suite sont :

— le flux Φ_c que nous estimons connu à 1 o/o près...

— l'inductance L_1 plus mal connue car elle est déterminée par le calcul du coefficient angulaire d'un élément de courbe pas tout à fait rectiligne, est mesurée à 5 o/o près. Elle dépend du reste de l'intensité maximum et doit en principe être évaluée dans chaque cas particulier.

Tableau II

Comparaison des caractéristiques des bobines d'alliages divers.

Bobine	PB	PC	Si	AM	Mγ
Tension au coude Us à 50 c : s.	54 V	65 V	101 V	103 V	55,5 V
Flux Φ_c	24,3 MM	29 MM	41,3 MM	40 MM	20,5 MM
Induction correspondante	8 900 G	10 600 G	14 800 G	11 600 G	7 000 G
L_0	41,7 H	15 mH	9,72 H	5,38 H	1,25 H
L_1	4,9 mH	13 H	56,3 mH	63,8 mH	71 mH
Rapport L_0/L_1	8 500	870	172	85	17,5
Angle des deux éléments rectilignes (1).	93°	96°	100°	101°	110°
Résistance ohmique r	2,195 Ω	2,46 Ω	2,56 Ω	2,56 Ω	2,55 Ω
Résistance complémentaire r_c (2).	0,805 Ω	1,14 Ω	8,34 Ω	11,24 Ω	6,85 Ω
Surface du cycle d'hystérésis	2,25 cm²	8,25 cm²	20,5 cm²	21 cm²	43,9 cm²

(1) Pour mesurer cet angle, les caractéristiques statiques ont été amenées par un changement de l'échelle des ordonnées à présenter même induction au coude.

(2) r_c a été évalué, pour une même intensité efficace (0,60 A), par une mesure de puissance sous tension sinusoïdale à 50 c : s.

2° Autres bobines. — Le tableau de comparaison n° II résume les mesures faites sur l'ensemble des bobines utilisées. Certains des chiffres ne sont qu'approximatifs en raison de la définition imparfaite des quantités mesurées et des erreurs assez importantes entachant les mesures et les déterminations graphiques.

CHAPITRE V

Méthodes d'amorçage des oscillations subharmoniques.

En général le phénomène n'apparaît pas spontanément dans les circuits où on peut l'observer et il est nécessaire d'employer une manœuvre spéciale pour l'amorcer.

Certains circuits relativement complexes se prêtent néanmoins à l'excitation spontanée d'oscillations libres. Ils ont été décrits par M. Heegner en 1924 (I) et par M. Rouelle en 1928 (X). Les subharmoniques qu'on peut obtenir sont de parité quelconque ; leur amorçage se produit spontanément au cours de la variation continue d'un des paramètres dont dépendent les circuits.

Mais la complexité de ces montages altère fortement la forme d'onde des oscillations entretenues et rend leur théorie physique moins accessible. Aussi avons-nous préféré rechercher une méthode d'amorçage pour notre circuit. Il convient de rappeler que M. Heegner y a réalisé l'amorçage non spontané du subharmonique d'ordre 2 en faisant usage, comme ci-dessus, d'une aimantation préalable en courant continu (II). Mais l'ordre 3 n'a été obtenu par lui que fortuitement par décrochage du subharmonique de rang 2. Dans ce même circuit il a été également constaté (VII) l'apparition de subharmoniques par modification continue d'une des constantes du circuit, à partir du régime de ferrorésonance mais cet amorçage est également exceptionnel.

A. **Procédés antérieurs d'amorçage.** — Dans le circuit élémentaire série pour lequel nous laisserons de côté la préaimantation en couran continu, les procédés d'amorçage proposés par différents auteurs sont tous basés sur le principe d'une ample oscillation transitoire saturan momentanément le noyau de la bobine. Nous les rappellerons succinctement ci-dessous :

Procédé a. — En ce qui concerne les faibles ordres de démultipli cation ($n = 2$ ou $n = 3$) la simple fermeture de l'interrupteur du circuit oscillant a été indiquée par M. Rouelle (VII). Le subharmonique s'accroche à coup sûr par cette manœuvre si l'on prend le soin de régler au préalable les conditions initiales, notamment la tension

aux bornes du condensateur au moyen d'une source de courant continu.

Procédé b. — Le procédé le plus ancien est celui de MM. Falou et Mauduit (IV) qui consiste à mettre momentanément la bobine en court-circuit, ce qui a pour effet de charger le condensateur à la tension de la source. Si l'ouverture du court-circuit a lieu au moment où le courant s'annule, la tension est maximum au condensateur, le courant et la tension simultanément nuls pour la self, on se trouve alors dans les conditions les plus favorables à l'amorçage. Comme M. Rouelle l'a indiqué (XIII), il est nécessaire pour des valeurs élevées de la tension, de la capacité ou de la fréquence d'adjoindre à l'interrupteur shuntant la self, une résistance destinée à réduire le courant pendant le premier temps de l'opération (fig. 13 *b*).

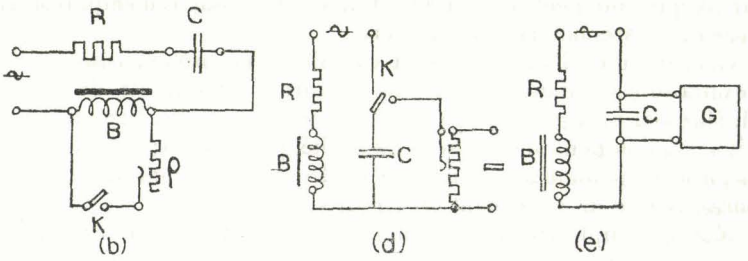

Fig. 13. — Schéma de principe des procédés *b*, *d*, *e*.

b, méthode de Fallou ;

d, le condensateur est chargé au moyen d'une source de courant continu ;

e, le condensateur reçoit une impulsion émanant du générateur auxiliaire G.

Procédé c. — Inversement, dans le cas où la tension de la source est très faible, M. Rouelle a expérimenté la méthode déjà décrite (XIII) dont les résultats sont plus satisfaisants. Il applique momentanément aux bornes de la bobine ou d'une fraction de celle-ci une tension de fréquence suffisamment basse pour produire la saturation ; ce procédé nécessite naturellement le réglage de la force électromotrice de la source auxiliaire.

B. **Inconvénients de ces procédés.** — Mais, sauf dans des cas exceptionnels, aucune de ces méthodes n'est vraiment satisfaisante, en ce sens qu'elles demandent toutes, pour l'obtention d'un subharmonique donné, de nombreux tâtonnements ou des réglages délicats qui prolongent inutilement les essais. Parmi les tâtonnements prennent place notamment ceux résultant de ce que la phase de la tension à l'instant de la manœuvre est indéterminée, si bien qu'il est quasi

impossible de réussir l'amorçage plusieurs fois consécutives. Il est évident, en effet, que l'instant de cette manœuvre influe notablement sur la forme et l'amplitude de l'oscillation transitoire et partant, sur la réussite de l'opération. MM. Fallou et Mauduit (IV) indiquent bien qu'il est nécessaire d'opérer dans leur montage au moment où la tension aux bornes du condensateur est maximum mais n'en précisent pas le moyen.

L'idéal serait de pouvoir régler systématiquement l'instant du début de l'oscillation d'amorcement et de pouvoir ensuite le maintenir si la manœuvre réussit.

La méthode *a* (M. Rouelle) avec réglage des conditions initiales (instant d'enclenchement, tension aux bornes du condensateur, flux rémanent) permet bien de réaliser le régime désiré, une fois déterminées les conditions favorables. Mais elle ne dispense pas des tâtonnements qui prennent beaucoup de temps si l'on opère avec le matériel décrit par l'auteur dans sa thèse (1). Pour le réglage de l'époque d'enclenchement M. Rouelle utilise un interrupteur automatique dont la fermeture est provoquée par un disque à trous entraîné par un moteur synchrone.

De plus, comme on l'a vu, dans un autre ordre d'idées, les procédés *a* et *b* ne sont pas aptes à provoquer l'amorçage sur toute la plage de f. e. m. où le subharmonique peut être entretenu (cas de la méthode de MM. Fallou et Mauduit au voisinage de la tension critique inférieure).

Quant à l'exploration, pour un circuit et une fréquence donnés d'un certain domaine de tensions dans lequel on a prévu l'entretien possible de subharmoniques, elle est longue et incertaine. Surtout si les manœuvres successives se répètent au hasard quant à la phase, il est très possible même avec beaucoup d'attention et de patience de laisser passer le phénomène. Ceci se produit principalement lorsque le subharmonique n'est stable que sur une bande étroite de tensions comme il arrive avec des alliages à caractéristique très coudée, et certains rangs de démultiplication (n élevé ou pair).

C. **Principe des nouveaux procédés.** — Quelle que soit la méthode choisie, comme il est nécessaire de répéter la manœuvre, nous rendons cette répétition automatique, l'opérateur gardant pendant ce temps l'initiative du réglage de divers paramètres dont la phase. Il laisse ensuite cette phase constante pour une série de manœuvres tandis qu'il règle l'amplitude de l'oscillation d'amorcement. Ce prin-

(1) E. Rouelle. Contribution à l'étude expérimentale de la ferrorésonance. Thèse Lille (1934). *R. G. E.*, **36**, p. 715-738, 763-780, 795-819 et 841-858.

cipe a été appliqué au procédé *b* ainsi qu'aux deux nouvelles méthodes suivantes (fig. 13, *d*, *e*) à savoir :

Procédé d. — Le condensateur étant chargé préalablement au moyen d'une source de courant continu, on le décharge sur le circuit oscillant, lequel est soumis au même instant à la tension de la source alternative.

Procédé e. — Même principe, mais la charge s'opère en appliquant au condensateur une impulsion de courant émanant d'un générateur auxiliaire, sans que soit rompu le contact avec la source principale.

Nous avons expérimenté ces deux nouvelles méthodes de la façon suivante.

D. **Réalisation.** — Afin de produire la répétition automatique et régulière indiquée, nous avons construit un générateur d'impulsions à tubes à gaz (1) qui permet d'engendrer des impulsions de courant dont on peut régler avec facilité et dans des limites étendues, la fréquence, la durée, l'amplitude et la phase (Ce générateur d'impulsions peut être utilisé à d'autres fins que la démultiplication de fréquence).

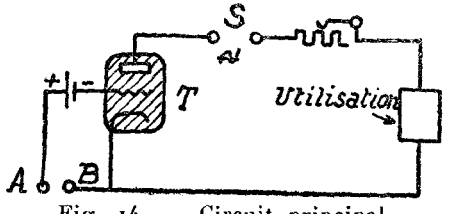

Fig. 14. — Circuit principal du générateur d'impulsions.

S, source alternative fournissant l'énergie des impulsions.

T, thyratron, interrupteur synchrone.

AB, bornes où l'on applique la polarisation variable de la grille.

1. DESCRIPTION DU GÉNÉRATEUR D'IMPULSIONS. — Soit S la source sinusoïdale destinée à fournir l'énergie des impulsions de courant lancées dans le condensateur du circuit oscillant. Elle est placée en série avec l'utilisation (fig. 14) une résistance de réglage et un thyratron T qui joue le rôle d'interrupteur.

Attaquons en AB la grille de ce tube, déjà polarisée négativement au moyen d'une tension continue, par des impulsions de tension de très courte durée, à la fréquence $\frac{f}{p}$, toutes de même signe et d'amplitude suffisante pour provoquer la décharge. Supposons que celle-ci se produise à l'époque α (fig. 15), elle prend fin sensiblement au zéro de tension si le circuit est peu inductif et se répète à la fréquence $\frac{f}{p}$, ce qui donne au courant dans le circuit d'utilisation la

(1) R. DEHORS. *C. R. Acad. des Sc.*, **213** (1941), 233.

forme représentée sur la figure (cas de $p = 2$ [1]) et d'un récepteur purement résistant).

L'arc s'éteignant au zéro de tension, la durée $\alpha\beta$ de l'impulsion ne dépend que de la phase des impulsions primaires attaquant la grille. Quant à l'amplitude, elle est fonction de la tension de la source et des caractéristiques du circuit d'utilisation.

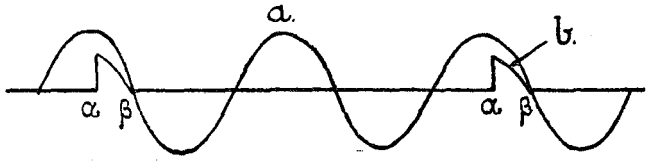

Fig. 15.

Courbe *a* : tension de la source S ;
Courbe *b* : courant qu'elle produit, composé d'impulsions toutes de même signe prenant fin aux zéros de tension.

C'est un autre thyratron T' monté en « base de temps » (fig. 16) qui est chargé de fournir les impulsions primaires. Nous rappellerons en quelques lignes le principe de ce système devenu classique [2] :

Le condensateur C de capacité réglable, se charge lentement à travers les résistances R et R' et se décharge brusquement sur le tube T' et la résistance ρ lorsque le potentiel de grille atteint la valeur critique. La polarisation de cette grille est la résultante de deux tensions : la première R'*i* proportionnelle au courant de charge ; la deuxième est une tension de synchronisation à la fréquence f de la source principale.

La décharge du condensateur se produit au moment où le potentiel critique de grille est atteint. Pour permettre le réglage de la phase de cette décharge par rapport à la tension de la source S, on a intercalé entre celle-ci et la grille un petit déphaseur D'. On est ainsi maître de la durée $\alpha\beta$ des impulsions principales. Leur fréquence $\frac{f}{o}$ varie si l'on agit sur la capacité C et sur la résistance R [3].

Quant à la phase des impulsions principales nous la réglons en intercalant entre la source principale *et l'ensemble* des circuits des thyratrons un déphaseur convenable D.

(1) En fait, comme il sera expliqué plus loin, dans l'application prévue p est beaucoup plus élevé.

(2) Voir par exemple : D. M. DUINKER. *Revue Technique Philips*, 1 (1936), 11.

(3) Procédé utilisé dans les oscillographes cathodiques.

La figure 16 représente le montage complet de ce générateur d'impulsions qui a été réalisé aux laboratoires du Centre de la Recherche Scientifique à Bellevue. On y trouve, en plus des deux tubes précités, une lampe à trois électrodes dont le rôle sera indiqué en fin de chapitre.

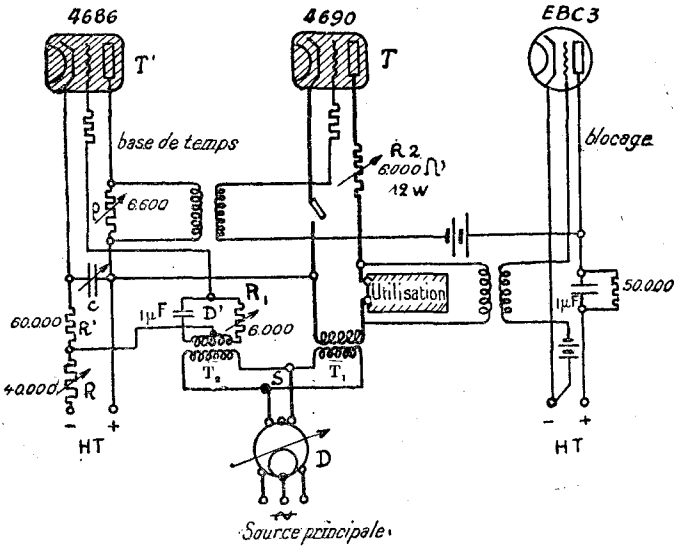

Fig. 16. — Schéma simplifié du générateur d'impulsions associé au déphaseur à induction D.

Le montage réel comporte deux tubes 4.690 montés en parallèle pour réaliser un débit plus important. Le circuit principal (tube T) est reproduit séparément figure 14.

Aux bornes marquées « Utilisation » sont connectées les armatures du condensateur du circuit oscillant étudié.

Le déphaseur D, intercalé entre la source principale et le générateur d'impulsions par l'intermédiaire du transformateur T_1 (1) est du type « à induction », triphasé, alimenté par ses trois phases statoriques et débitant sur une seule phase du rotor.

2. Réglage des impulsions d'amorcement. — Pour régler la fréquence des impulsions d'amorcement, on agit sur la capacité variable du circuit base de temps et sur le rhéostat R = 40 000 ohms.

(1) Ce transformateur est un élévateur destiné à fournir la haute tension anodique du tube T.

Pour modifier la durée de chaque impulsion on agit sur la résistance $R_1 = 6\,000\ \Omega$ du déphaseur D' intercalé dans le circuit de grille du même tube. Ce déphaseur constitué par un transformateur à prise médiane secondaire alimentant en série une capacité de 1 μF et la résistance R_1 permet d'obtenir une variation de phase de 130° environ à 50 périodes par seconde, ce qui s'est révélé largement suffisant.

Le réglage de l'amplitude s'opère par le jeu du rhéostat R_2 (6 000 ohms, 12 watts) en série avec l'utilisation et l'anode des tubes 4 690. Avec ces deux thyratrons montés en parallèle il est possible d'atteindre un courant de crête de 1,5 A et une intensité moyenne de 20 mA. Il va de soi que pour un démultiplicateur ferromagnétique plus puissant on serait conduit à choisir de plus gros tubes; certains thyratrons admettent un courant de crête de 75 A et une intensité moyenne de 12 A : la marge est donc très grande et le dispositif est d'une application générale.

Enfin, la phase des impulsions d'amorcement se règle au moyen du déphaseur à induction précité qui permet une variation de 0 à 360°.

E. — **Mise en œuvre. Blocage automatique du générateur.** — Les impulsions successives émanant du générateur sont utilisées pour produire la répétition de l'une des manœuvres indiquées. Nous nous sommes limité aux procédés *b*, *d*, *e* décrits plus haut. La cadence des impulsions doit être assez lente pour permettre au régime permanent de s'établir dans le circuit oscillant entre deux d'entre elles (cet établissement peut couvrir de nombreuses périodes de la source).

Afin d'éviter à l'opérateur la sujétion de suspendre le fonctionnement du générateur dès qu'un subharmonique est amorcé — ce qui nécessiterait l'observation attentive de l'onde de courant et une cadence très lente des impulsions — nous avons confié à un tube triode amplificateur EBC 3 (fig. 16) le soin de bloquer le générateur dès que les oscillations provoquées dans le circuit principal tendent à devenir durables.

Ce blocage automatique est obtenu en appliquant un signal dû à ces oscillations à la grille de la triode. Il est pratique de choisir comme signal une différence de potentiel proportionnelle à la tension aux bornes de la capacité du circuit oscillant. Le signal provoque des oscillations dans le circuit anodique; la composante continue qui en dérive est utilisée pour polariser très négativement la grille des thyratrons 4 690 et empêcher tout réallumage de ces tubes.

Inversement, si les oscillations se décrochent, le blocage cesse et les opérations d'amorçage reprennent.

Il reste à exposer la façon d'utiliser les impulsions pour produire les commutations annoncées.

Dans le procédé *b* (court-circuit momentané aux bornes de la bobine, fig. 13, *b*) on a substitué à l'interrupteur simple K un relais électro-

magnétique à « contact-travail », c'est-à-dire dont le contact se ferme lorsqu'on excite l'enroulement : c'est l'impulsion, de caractéristiques réglables, émanant du générateur G qu'on lance dans le bobinage de l'électro-aimant ; elle a pour effet de shunter momentanément la self, jusqu'au moment où le ressort du relais rappelle la palette mobile. A cet instant le condensateur se décharge sur le circuit oscillant.

Dans le procédé *d* (condensateur chargé par une source de courant continu), c'est un relais inverseur unipolaire K qui sous l'effet de l'impulsion permet à la capacité de se charger. La décharge suit immédiatement sur le « contact-repos ».

Ces perfectionnements apportés aux procédés *b* et *d* nous ont

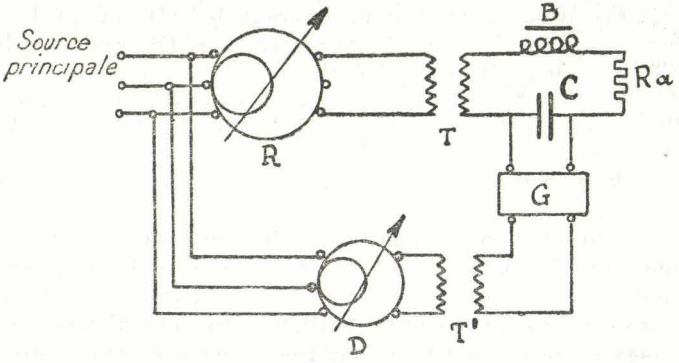

Fig. 17. — Schéma d'ensemble de l'installation réduit aux organes principaux.

R, Régulateur ; T, transformateur abaisseur; $BR_\alpha C$, circuit oscillant ; G, générateur d'impulsions ; T', transformateur ; D, déphaseur à induction.

donné déjà des résultats satisfaisants. Le second procédé surtout est intéressant car il présente en plus l'avantage d'être valable aux tensions voisines de la limite inférieure d'entretien, puisque l'oscillation d'amorcement est alors quasi indépendante de la tension alternative. Cependant, bien qu'on ait pris la précaution de produire des impulsions d'amorcement de très forte intensité par rapport au courant nominal du relais (1), il existe une incertitude sur l'époque de la décharge ; cette époque dépend, en effet de la constante de temps « globale » (électrique et mécanique) du contacteur. Au reste, la constante mécanique est assez importante du fait que la coupure de l'arc côté continu impose une course assez grande à la palette mobile (d'autant plus qu'en raison de la faible durée de la charge une forte tension continue est nécessaire).

(1) On a pu se le permettre en raison de la lente cadence des impulsions.

C'est au procédé *e*, qu'en définitive nous nous sommes fixé (fig. 17) ; nous nous affranchissons là de tout dispositif mécanique en chargeant la capacité directement par l'impulsion. Pour cela nous réunissons simplement les bornes du condensateur à la sortie du générateur d'impulsions. Deux dérivations s'offrent alors à l'impulsion de courant, l'une constituée par la capacité, l'autre par le reste du circuit. La self B jouant le rôle de bobine de choc, le courant passe par le condensateur et le charge ; un instant très court après, la bobine se sature et provoque la décharge sur le circuit oscillant en amorçant le subharmonique si les conditions sont favorables. Le processus se renouvelle tant que l'opération n'a pas été efficace.

On pourrait craindre que le générateur, branché en permanence sur le circuit principal, ne trouble, entre deux décharges, le régime propre de ce circuit. Il n'en est rien puisque le thyratron de sortie 4 690 offre dans ce laps de temps une impédance pratiquement infinie. Par contre, si le blocage de ce tube réalisé manuellement ou automatiquement, n'intervenait pas après l'amorçage il est bien évident que l'impulsion qui suivrait une décharge fructueuse pourrait détruire le subharmonique amorcé.

F. — **Résultats obtenus par l'application du procédé** *e*. — Le réglage du rémanent n'entrant pas dans le cadre de la méthode, le subharmonique ne s'accroche pas à coup sûr à chaque manœuvre ; néanmoins les résultats que nous avons obtenus sont excellents, comme on en jugera par la statistique comparée que nous avons faite des probabilités d'amorçage, en appliquant successivement cette méthode et le procédé initial de MM. Fallou et Mauduit (1) :

L'étude ayant porté sur un circuit à permalloy, pour le subharmonique de rang 5 (2) et quelques valeurs de la tension de la source, les pourcentages respectifs de décharges fructueuses du condensateur ont été de 89 et de 23.

Pour explorer le domaine d'un subharmonique donné entre U_m et U_M, à fréquence constante, et déceler ainsi tous les domaines intermédiaires nous usons du processus suivant :

Le circuit étudié étant relié normalement à la source et d'autre part au générateur d'impulsions (fig. 17), on met en route celui-ci. Au cours de quelques essais préliminaires, et pour quelques valeurs de la tension un peu plus élevées que la limite inférieure (calculée au moyen d'une des formules que nous avons pu établir (voir chapitre VI

(1) Rappelons que le procédé Fallou laisse également de côté le réglage du rémanent.

(2) Nous n'avons pas choisi $n = 3$, cet harmonique étant en général trop facile à amorcer par un procédé quelconque.

« Relations quantitatives ») on règle la cadence des impulsions d'amorcement au chiffre de une par seconde environ qui convient bien en général. L'amplitude et la phase de ces impulsions sont également réglées de façon à obtenir le maximum d'amorçages du subharmonique désiré.

Il est commode d'observer les résultats obtenus pendant ces réglages sur l'écran de l'oscilloscope cathodique, en appliquant aux deux paires de plaques, la tension de la source d'une part, la tension aux bornes du condensateur d'autre part. Les figures de Lissajous ainsi obtenues permettent l'identification rapide du subharmonique amorcé.

Ces réglages préliminaires étant faits, on augmente progressivement la force électromotrice E de la source jusqu'à la limite du domaine à explorer. Pour chaque valeur de E on doit faire varier, en principe, la phase jusqu'à l'amorçage éventuel. Toutefois, nous avons constaté que la phase optimum de ces impulsions d'amorcement est quasi indépendante de n et de E, ce qui réduit en général l'expérimentation — une fois cette phase déterminée — à la seule variation de la force électromotrice. C'est ainsi que, par exemple, avec la bobine PB, nous avons pu observer à la fréquence 50, par simple variation de E les cinq subharmoniques d'ordres 2, 3, 4, 5 et 7.

Il est clair que le dispositif de blocage automatique rend cette exploration aisée ; de plus, il permet d'opérer plus rapidement qu'à la main. En outre si des variations fortuites et passagères de la tension ou de la fréquence (1) provoquent le décrochage, le générateur se remet en action en moins d'une seconde, en vue du réamorçage. L'expérimentateur peut donc faire ses observations ou ses mesures sans se préoccuper du maintien des oscillations qu'il étudie.

G. — **Résultats nouveaux dus à l'application du procédé.** — Grâce à ce nouveau procédé, l'étude du phénomène est grandement facilitée, notamment pour ce qui concerne le cas important des alliages à caractéristique fortement coudée, dont la multiplicité et l'étroitesse des domaines d'entretien ont été signalées en 1936 par M. Rouelle (XIII). L'amélioration du dispositif expérimental nous a permis l'obtention et l'exploration de ces étroits domaines avec moins de tâtonnements et plus de souplesse. En particulier, avec le permalloy nous avons pu entretenir et étudier l'oscillation stable, aux tensions supérieures, des subharmoniques 2, 3 et 5.

En outre, il nous a été donné avec ce même alliage d'entretenir, en régime stable, le subharmonique 4 jamais obtenu à notre connaissance jusqu'à ce jour dans un circuit de ce type. Nous ne l'avons observé que dans un domaine de tensions extrêmement étroit ce qui explique sans doute qu'il n'ait jamais été décelé.

(1) Pendant la guerre de telles variations furent fréquentes.

CHAPITRE VI

Etude du phénomène au voisinage de la tension critique inférieure d'entretien (cas d'une résistance faible).

A. — **Position de la question.** — C'est au voisinage immédiat de la tension U_m déjà définie, et pour des valeurs aussi réduites que possible de la résistance, que nous nous plaçons dans l'étude suivante. Ce choix est justifié par la forme simple que revêt l'onde de courant dans ces conditions.

C'est à ce niveau que, moyennant certaines hypothèses, nous avons pu établir des relations quantitatives régissant le phénomène (XVII). Les calculs ont été établis à deux degrés d'approximation que nous examinerons successivement. Nous confronterons ensuite les résultats des expériences avec les résultats théoriques.

B. — **Considérations théoriques. Etablissement de relations quantitatives.** — 1. PREMIER STADE D'APPROXIMATION. — Les grandeurs que nous voulons évaluer sont : la tension de la source, U_m, la tension aux bornes de la capacité U_c, et le courant I.

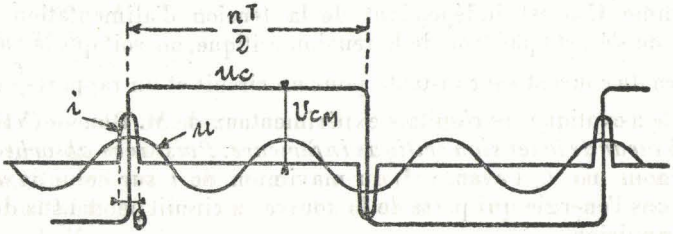

Fig. 18. — Limite inférieure : u, onde de la tension de la source ; i, onde de courant ; u_c, onde rectangulaire de la tension aux bornes du condensateur.

1° *Tension aux bornes du condensateur entre deux impulsions.* — L'oscillation entretenue au voisinage de U_m peut être assimilée, en première approximation, au régime libre (1) supposé non amorti du circuit étudié (fig. 18).

L'onde de la tension u_c aux bornes du condensateur est sensible-

(1) Partie préliminaire, chapitre II.

ment rectangulaire; l'amplitude, égale environ à la valeur efficace, est donnée par la formule suivante (1) :

$$U_{CM} = \frac{4\Phi fc}{n} \ (10^{-8} \text{ V}). \tag{1}$$

2° *Intensité du courant.* — Pendant l'impulsion de durée $\theta = \pi\sqrt{CL_1}$ l'intensité est conditionnée par les valeurs de C et de L_1. L'amplitude du courant s'obtient en écrivant qu'au moment où la tension u_c change de signe, l'énergie du condensateur est passée entièrement dans la self, soit :

$$1/2CU_{CM}^2 = 1/2L_1I_m^2,$$

d'où :

$$I_m = U_{CM}\sqrt{\frac{C}{L_1}}. \tag{2}$$

L'intensité efficace sera :

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{2\theta}{nT}} = I_m\sqrt{\frac{\theta}{nT}} \tag{3}$$

ce qui peut s'écrire en remplaçant I_m et θ par leurs valeurs :

$$I = U_{CM}\left(\frac{\pi Cf}{n}\sqrt{\frac{C}{L_1}}\right)^{1/2}. \tag{4}$$

Comme U_{CM} est indépendant de la tension d'alimentation tant qu'on ne s'écarte pas trop de la tension critique, on voit que la valeur efficace du courant est constante pour un circuit et un rapport $\frac{f}{n}$ donnés. Cela explique les résultats expérimentaux de M. Rouelle (VII).

3° *Valeur de la tension critique inférieure. Puissance absorbée.* — Désignons par t_m l'avance (2) du maximum de i sur celui de u; et calculons l'énergie qui passe de la source au circuit pendant la durée de l'impulsion.

Soit $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$, la tension aux bornes du circuit et $i = I_m\cos\beta(t + t_m)$ avec $\beta = \frac{\pi}{\theta}$, l'expression de l'intensité pendant le temps θ.

L'énergie dissipée dans le circuit est égale à :

$$W = \int_{-t_m-\frac{\theta}{2}}^{-t_m+\frac{\theta}{2}} uidt = U\sqrt{2} \times I_m \int_{-t_m-\frac{\theta}{2}}^{-t_m+\frac{\theta}{2}} \cos\omega t \cos\beta(t + t_m)dt.$$

(1) Chapitre II, formule 4.

(2) Nous démontrerons plus loin qu'il s'agit bien d'une avance.

L'intégration conduit au résultat :

$$W = \frac{4U\theta I_m}{\pi\sqrt{2}\left(1 - 4\frac{\theta^2}{T^2}\right)} \cos\frac{\pi\theta}{T} \cos\omega t_m. \qquad (5)$$

Si l'on suppose l'impulsion suffisamment courte pour que l'on ait : $\frac{\theta}{T} \leqslant 1/10$ (autrement dit, si elle couvre au plus 1/5 de l'alternance [1] de tension) on peut écrire avec une précision supérieure au 1/100 :

$$W = \frac{4U\theta I_m}{\pi\sqrt{2}} \cos\omega t_m. \qquad (6)$$

Remarquons que cette expression peut s'écrire :

$$W = U\sqrt{2}\cos\omega t_m \times \frac{2}{\pi} I_m \times \theta$$

qui montre que l'énergie est la même que si la tension était constante et égale à sa valeur instantanée au moment où i est maximum.

La puissance absorbée par le circuit dans ces conditions, en tenant compte qu'il se produit deux impulsions pendant n périodes, est donnée par :

$$P = \frac{2W}{nT} = \frac{8U\theta I_m}{\pi T n\sqrt{2}} \cos\omega t_m. \qquad (7)$$

L'énergie fournie par la source pendant la durée de l'impulsion devant compenser les pertes, on a, en désignant par R la résistance effective, et en tenant compte de la relation (3) :

$$W = \frac{4U\theta I_m}{\pi\sqrt{2}} \cos\omega t_m = RI^2 \frac{nT}{2} = \frac{R\theta I m^2}{2} \qquad (8)$$

on tire de là :

$$U = \frac{\pi R I_m}{4\sqrt{2}\cos\omega t_m}, \qquad (8\ bis)$$

qui peut s'écrire en se référant à (1) et (2).

$$U = \frac{\pi R f \Phi_c \sqrt{\frac{C}{L_i}}}{n\sqrt{2}\cos\omega t_m}. \qquad (8\ ter)$$

Cette formule montre qu'à toute variation de U correspond une variation de même sens de t_m. A une avance nulle du courant sur la

(1) Pour $\theta/T = 1/3$ l'énergie réelle est encore égale aux 9/10 de celle qui correspond à la formule 5.

tension, correspond la valeur minimum de U compatible avec l'entretien soit :

$$U_m = \frac{\pi R f \Phi c}{n\sqrt{2}} \sqrt{\frac{C}{L_1}} \text{ (1)}. \qquad (9)$$

L'autorégulation du système se conçoit donc aisément : lorsque l'on fait décroître la tension efficace, l'impulsion de grandeur constante se déplace vers le maximum de la tension instantanée pour recevoir l'énergie constante dont elle a besoin. Arrivée au maximum, toute nouvelle diminution de U entraîne le décrochage.

4° *Etude théorique du déphasage des impulsions de courant et de la stabilité au voisinage de la tension critique inférieure.* — On peut se demander pourquoi une augmentation de tension au voisinage de U_m provoque — si la résistance effective est faible — une avance de l'impulsion plutôt qu'un retard, car dans les deux cas les raisonnements précédents sont valables. Montrons d'abord qu'un déphasage en avance correspond bien à un régime stable :

Supposons en effet que dans ces conditions il se produise une variation $\Delta I_m > 0$ accidentelle de la valeur du courant maximum de l'impulsion sinusoïdale. La quantité d'électricité transportée durant l'impulsion s'accroît et provoque une augmentation de la tension U_{CM} qui suit, d'où résulte une tendance à la diminution de la période de la fonction u_c; l'impulsion suivante se produit donc plus tôt, c'est-à-dire que l'avance t_m croît. La tension moyenne de la source dans l'intervalle θ est plus faible, ce qui tend à réduire le courant et est favorable à un retour aux conditions initiales.

Pour être plus rigoureux, il convient de remarquer que la réduction du courant ne s'opère dès la deuxième impulsion que si l'on ne se trouve pas trop près de la tension critique, plus exactement si la nouvelle avance t'_m n'est pas trop faible. En effet, au moment de la deuxième impulsion, tout se passe comme si l'on avait aux bornes du condensateur une tension $U'_{CM} + U'_\mu$, U'_μ désignant la tension moyenne de la source dans l'intervalle θ ; et si l'impulsion est très voisine du maximum de tension, la diminution de la tension

(1) L'expression 9 peut également s'écrire :

$$U_m = \frac{U_{CM}\pi R}{2\sqrt{2}R_c},$$

R_c étant la résistance critique d'amortissement $2\sqrt{\frac{L_1}{C}}$. Le déphasage pour une tension U s'obtiendrait par la relation :

$$\cos \omega t_m = \frac{U_m}{U}.$$

moyenne $U'_\mu - U_\mu$ peut être moindre que l'augmentation $U'_{CM} - U_{CM}$.

S'il en est ainsi, à la deuxième impulsion l'intensité croît encore. La troisième impulsion prend une avance encore plus grande et se place par conséquent à un endroit où la tension de la source peut être assez diminuée pour que le courant décroisse ; sinon il croît moins et diminuera fatalement à l'une des impulsions suivantes.

Inversement si ΔI_m est négatif, la tension u_c décroît après la première impulsion, ce qui retarde la seconde et la situe plus près du maximum de u. Ce fait tend à accroître I_m ce qui est favorable à un retour à l'équilibre primitif. Au voisinage immédiat de la tension critique, l'avance t_m est presque nulle, si bien qu'une diminution accidentelle du courant peut provoquer le décrochage ; la stabilité est alors précaire.

Montrons maintenant qu'un retard conduirait à un régime instable :

Si $\Delta I_m > o$ la deuxième impulsion se déplace vers des tensions plus fortes. Comme la tension U_{CM} s'est également accrue le courant augmente encore. Au contraire si $\Delta I_m < o$ l'impulsion se déplace vers les faibles tensions ce qui tend à diminuer l'intensité.

Il est ainsi prouvé que seul un déphasage en avance de l'impulsion est possible, ce que confirme l'expérience (1).

2. Deuxième stade d'approximation. — 1° *Tension aux bornes du condensateur entre deux impulsions.* — On peut tenir compte, dans une certaine mesure, de la durée des impulsions pour le calcul de U_{CM}. Pour cela, remplaçons dans l'expression (1), écrite sous la forme :

$$U_{CM} = \frac{2\Phi_c}{\frac{n}{2f}}$$

la durée $\frac{n}{2f}$, intervalle de deux impulsions successives, par la valeur plus exacte : $\Theta = \frac{n}{2f} - \theta$.

La durée θ étant ici un terme correctif, nous l'évaluons approximativement en assimilant, comme plus haut, l'impulsion à une alternance de sinusoïde, ce qui conduit à la nouvelle expression :

$$U_{CM} = \frac{2\Phi_c}{\frac{n}{2f} - \pi\sqrt{CL_1}} \simeq \frac{4f\Phi_c}{n}\left(1 + \frac{2\pi f}{n}\sqrt{CL_1}\right). \qquad (10)$$

2° *Intensité du courant.* — En seconde approximation, on peut tenir compte de l'influence de l'amortissement sur la forme de l'im-

(1) On pourrait par des raisonnements analogues montrer qu'une élévation de la tension de la source produit bien une avance de l'impulsion.

pulsion et par suite sur les expressions de I_m, I et U_m. Nous n'envisagerons que le cas de l'entretien critique (l'impulsion est alors centrée sur le maximum de la tension u).

Le calcul n'est possible que si l'on suppose l'impulsion de durée suffisamment courte pour que l'on puisse assimiler la source alternative, dans cet intervalle, à une source de courant continu. Si l'on se fixe par exemple une durée d'impulsion inférieure à un quart de l'alternance fondamentale, la tension instantanée u dans cet intervalle varie au maximum de 2 o/o.

La self jouant le rôle d'un interrupteur qui se ferme lorsque le flux atteint la valeur Φ_c, le problème de l'impulsion se réduit à celui

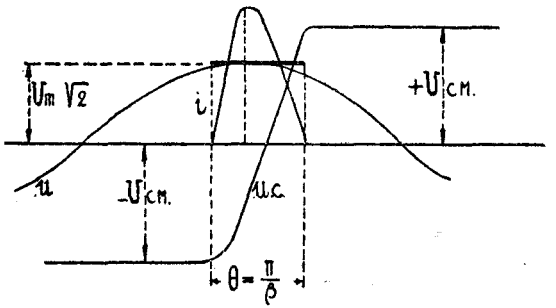

Fig. 19. — Variation des tensions u et u_c, et du courant i pendant la durée θ de l'impulsion, dans le cas d'un amortissement non négligeable.

de l'enclenchement sur une source de force électromotrice $U_m\sqrt{2}$ d'un circuit oscillant d'inductance constante L_1 dont le condensateur porte une charge initiale $-CU_{CM}$ (fig. 19).

Les équations, à la base du calcul, sont les suivantes :

$$\begin{cases} U_m\sqrt{2} = L_1 \frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{c} & (11) \\ i = \frac{dq}{dt}\,. & (12) \end{cases}$$

Leur solution générale est, si l'amortissement est faible :

$$\begin{cases} q = Ae^{-\alpha t}\sin(\beta t - \varphi) + CU_m\sqrt{2} & (13) \\ i = Ae^{-\alpha t}[\beta\cos(\beta t - \varphi) - \alpha\sin(\beta t - \varphi)] & (14) \end{cases}$$

avec :

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \frac{R}{2L_1} \\ \beta &= \left(\frac{1}{CL_1} - \frac{R^2}{4L_1^2}\right)^{1/2} \end{aligned}\right\} \qquad (15)$$

Les constantes A et φ se déterminent en posant qu'à l'instant initial :

$$t = o \qquad q = -CU_{CM} \qquad i = o$$

ce qui donne :

$$\operatorname{tg}\varphi = -\frac{\beta}{\alpha} \qquad A = \frac{C}{\sin\varphi}\left[U_m\sqrt{2} + U_{CM}\right]$$

d'où la valeur instantanée du courant pendant l'impulsion de durée $\theta = \frac{\pi}{\beta}$:

$$i = -C\alpha\,\frac{U_{CM} + U_m\sqrt{2}}{\sin\varphi\cos\varphi}\,e^{-\alpha t}\sin\beta t \qquad (16)$$

et sa valeur maximum :

$$I_m = (U_{CM} + U_m\sqrt{2})\,e^{\frac{\alpha\varphi}{\beta}}\sqrt{\frac{C}{L_i}}\,. \qquad (17)$$

Quant à la valeur efficace, elle s'obtient par l'intégration classique étendue à une demi-période subharmonique :

$$I = \left[\frac{2}{nT}\int_0^{\frac{nT}{2}} i^2 dt\right]^{1/2} = (U_{CM} + U_m\sqrt{2})\left[\frac{Cf}{Rn}\left(1 - e^{-\frac{2\alpha\pi}{\beta}}\right)\right]^{1/2}. \qquad (18)$$

3° *Valeur de la tension critique inférieure.* — On a enfin, pour exprimer que la tension aux bornes du condensateur a la même valeur absolue U_{CM}, après comme avant l'impulsion :

$$\int_0^{\theta} i dt = 2CU_{CM}\ (^1) \qquad \text{avec :} \qquad \theta = \frac{\pi}{\beta}$$

d'où l'on tire après intégration :

$$U_m = \frac{U_{CM}}{\sqrt{2}}\,\frac{1 - e^{-\frac{\alpha\pi}{\beta}}}{1 + e^{-\frac{\alpha\pi}{\beta}}} = \frac{U_{CM}}{\sqrt{2}}\,\operatorname{th}\frac{\alpha\pi}{2\beta}\,. \qquad (19)\ (^2)$$

Remarques. — *a*) On peut vérifier que pour un amortissement très faible la formule (19) se confond avec l'expression (9) du premier stade d'approximation. Elles donnent du reste pratiquement le même résultat jusqu'à $\frac{R}{R_c} = 0{,}25$.

(1) On obtiendrait le même résultat en écrivant que la puissance perdue dans la résistance effective est égale à la puissance $\int uidt$ fournie par la source.

(2) La relation (19) peut encore être écrite sous la forme :

$$U_m = \frac{U_{CM}}{\sqrt{2}}\,\operatorname{th}\frac{\pi\lambda}{2\sqrt{1-\lambda^2}} \qquad \text{avec :} \qquad \lambda = \frac{R}{R^c}\,.$$

b) Le rapport :

$$\frac{U_{CM}}{U_m\sqrt{2}} = \coth\frac{\alpha\pi}{2\beta} \tag{20}$$

est indépendant de la fréquence et de l'ordre de démultiplication. Il ne dépend que des constantes L_1, C, R du circuit. Pour une résistance très faible, ce rapport est élevé, ce qui signifie, puisque U_{CM} est quasi indépendante de l'amortissement, qu'il suffit alors d'une valeur minime de la tension de la source pour assurer l'entretien.

c) Lorsque R atteint la valeur critique $R_c = 2\sqrt{\frac{L_1}{C}}$ où nous verrons que les formules ci-dessus sont encore grossièrement applicables, l'expression $\text{th}\frac{\alpha\pi}{2\beta}$ prend la valeur unité et l'on a alors :

$$U_{CM} = U_m\sqrt{2}$$

ce qui signifie que dans ces conditions le condensateur se charge à la fin de l'impulsion (de durée pratiquement limitée bien que β soit nul) à la tension $U_m\sqrt{2}$ que présente la source à ce moment. L'expérience confirme ce résultat.

4° *Limites de validité des formules établies.* — Pour que les formules établies ci-dessus soient applicables il convient que la durée de l'impulsion soit faible devant une demi-période de la source. Si l'on se fixe, comme plus haut, une durée d'impulsion inférieure à $\frac{T}{8}$ il est possible de calculer les limites entre lesquelles peuvent varier les divers paramètres pour satisfaire à cette condition.

La durée de l'impulsion est :

$$\theta = \frac{\pi}{\beta} = \pi\left(\frac{1}{CL_1} - \frac{R^2}{4L_1^2}\right)^{-1/2}$$

Indépendamment de l'inégalité fondamentale :

$$R < 2\sqrt{\frac{L_1}{C}}, \tag{21}$$

le calcul montre que la condition $\theta < \frac{T}{8}$ résolue par rapport à chacune des quatre grandeurs R, C, L_1, f, donne successivement :

$$R < 2\left(\frac{L_1}{C} - 64\pi^2 f^2 L_1^2\right)^{1/2} \tag{22}$$

condition devant laquelle s'efface l'inégalité (21) :

$$C < 4L_1(R^2 + 256\pi^2 L_1^2 f^2)^{-1} \tag{23}$$

$$\frac{1-(1-64\pi^2 f^2 C^2 R^2)^{1/2}}{128\pi^2 f^2 C} < L_1 < \frac{1+(1-64\pi^2 f^2 C^2 R^2)^{1/2}}{128\pi^2 f^2 C} \tag{24}$$

condition associée à $f < \frac{1}{8\pi CR}$ et enfin :

$$f < \frac{1}{8\pi}\left(\frac{1}{CL_1} - \frac{R^2}{4L_1^2}\right)^{1/2} \qquad (25)$$

Remarques. — On voit directement sur l'expression de θ que la durée de l'impulsion varie dans le même sens que les paramètres R et C. Il est facile d'établir qu'elle varie aussi dans le même sens que L_1 sauf pour :

$$L_1 < \frac{CR^2}{2}.$$

Pour cette valeur remarquable en effet (double de celle qui correspond à l'amortissement critique) la largeur θ de l'impulsion passe par un minimum égal à πCR.

C. — **Contrôle expérimental des relations quantitatives.** — M. Rouelle avait déjà constaté la proportionnalité de U_{CM} et de U_m à $\frac{1}{n}$ et cela jusqu'à l'ordre $n = 15$, pour les rangs impairs.

De notre côté, nous avons fait une comparaison d'ensemble des résultats théoriques qui précèdent aux valeurs expérimentales, cette comparaison portant sur les deux stades d'approximation.

1. Conditions d'expérience. — Les conditions d'expérience ont été choisies eu égard aux hypothèses ayant servi de base à nos calculs.

Pour cela nous avons choisi la bobine PB (1). Les pertes de cette bobine étant minimes, la résistance du circuit se réduit presque à la résistance ohmique que nous avons rendue d'ailleurs aussi faible que possible pour le contrôle des formules de première approximation.

Pour les formules du 2e groupe nous avons pu nous écarter un peu de la résistance minimum du circuit, tout en restant naturellement au-dessous de l'amortissement critique R_c au delà duquel les formules ne sont plus valables. Nous joindrons la valeur de R_c aux chiffres de chaque expérience.

Enfin l'impulsion doit être de durée assez courte pour que la tension instantanée de la source puisse être considérée comme constante dans cet intervalle et égale à sa valeur maximum. Pour prédéterminer les conditions expérimentales compatibles avec cette exigence l'on s'est servi des considérations théoriques exposées plus haut. Nous nous sommes néanmoins écarté de cette règle dans une certaine mesure afin d'embrasser un champ plus vaste.

(1) Nous verrons au chapitre XII quelques expériences faites sur des alliages moins spéciaux.

Un grand nombre d'expériences ont été réalisées pour des combinaisons variées des paramètres C, L_1, R et Φ_c.

Elles nous ont montré que le phénomène suit de façon très approchée la théorie établie dans le cadre que nous venons de définir.

Au préalable, nous avons vérifié qu'au voisinage de U_m l'impulsion est bien en avance sur le maximum de la tension. De plus, dans la même région nous avons bien observé la quasi-constance du courant et de la tension U_c malgré la variation importante de la phase (1) (voir par exemple le cas du tableau III où à une variation de 10 o/o de U correspondent les variations respectives de 1,2 o/o et 4 o/o de I. et de U_c).

TABLEAU III

Chiffres montrant la quasi-constance de I *et de* U_c *efficaces (donc de* U_{CM}*) lorsque* U *tend vers la limite inférieure* U_m*, malgré la variation de la phase (non figurée).*

Constantes du circuit : Bobine PB6 ; C = 201 μF ; L = 4,6 mH ; Résistance additionnelle 0,4 Ω.

F	U volts	I ampère	U_c volts
49,9	6,53	1,64	20,1
»	6,22	1,635	19,8
»	6,02	1,63	19,5
»	5,92	1,62	19,3

Afin de contrôler les relations quantitatives établies nous avons réalisé 15 expériences, chacune d'elles portant sur une combinaison distincte des paramètres (tableau IV).

Ceux-ci ont été choisis entre les limites suivantes que nous nous sommes efforcé de prendre aussi larges que possible à savoir :

Pour la capacité C : 46,9 à 426 μF soit une variation de 1 à 9 environ.

Pour l'inductance L_1 : 1,15 à 12,10 mH soit une variation de 1 à 10 environ.

Pour la résistance R : 1,66 à 6,00 Ω soit une variation de 1 à 3,5 environ.

Pour le flux Φ_c : 8,10 à 24,3 MM soit une variation de 1 à 3 environ.

La fréquence a été de l'ordre de 50 dans la plupart des cas et supérieure à 120 pour les autres. Quant à l'ordre de démultiplication *n*, il

(1) Dans la formule 8 *ter* on voit que $\frac{\Delta t_m}{t_m} \gg \frac{\Delta U}{U}$.

a été pris égal à 3 dans les 11 premières expériences, à 5 et 7 pour les suivantes.

Dans chaque cas, après amorçage du subharmonique dans le domaine inférieur et réduction de la tension appliquée, nous avons mesuré immédiatement avant le décrochage : la fréquence f, la tension limite inférieure U_m (1), la tension U_{CM} aux bornes de la capacité (2) et l'intensité efficace I.

Nous avons calculé ensuite les quantités U_{CM}, U_m et I au moyen des relations 1, 9 et 4 du premier stade d'approximation, puis mis en évidence les écarts relatifs entre les valeurs expérimentales et les valeurs provenant du calcul approché.

Enfin, nous avons fait la même opération pour les formules de deuxième approximation 15, 19 et 18, et comparé cette fois la tension calculée U_{CM} (formule 15) à la tension U'_{CM} résultant de la mesure corrigée en tenant compte de la durée de l'impulsion.

En effet, si l'on tient compte de cette durée, la tension u_c doit être vue comme une onde trapézoïdale (grande base $\frac{n}{2f}$, petite base $\frac{n}{2f} - \theta$) dont le facteur de forme est égal à : $\frac{1}{1 - \frac{\pi f}{n}\sqrt{CL_1}}$ en se bornant à assimiler l'impulsion à une demi-sinusoïde de durée $\theta = \pi\sqrt{CL_1}$. Il convient donc de multiplier la lecture au voltmètre (3) par le facteur :

$$\frac{2\sqrt{2}}{\pi}\,\frac{1}{1 - \frac{\pi f}{n}\sqrt{CL_1}} \simeq \frac{2\sqrt{2}}{\pi}\left(1 + \frac{\pi f}{n}\right)\sqrt{CL_1} \qquad (26)$$

c'est ainsi que l'on a obtenu la valeur U'_{CM} du tableau.

2. Résultats du contrôle expérimental des relations quantitatives et discussion. — Pour mieux nous rendre compte de l'exactitude de la théorie établie, évaluons les erreurs maximum commises dues à l'évaluation imparfaite des quantités f, Φ_c, C, L_1, R.

1er stade. — Le calcul d'erreurs a été fait d'abord pour les formules de première approximation (1, 9 et 4).

(1) Pour effectuer cette mesure de U_m il est indispensable, dans certains cas, de supprimer toute résistance voltmétrique aux bornes de la capacité. La présence de cette résistance entraînerait une mesure approchée par excès.

(2) En fait, c'est la tension efficace U_C qui est déduite de l'indication du voltmètre à redresseur d'où l'on tire U_{CM} en supposant l'onde rectangulaire, et U'_{CM} comme indiqué ci-dessous.

(3) Cf. chap. III, § D.

TABLE

Comparaison des résult

Numéro de l'expérience			1	2	3	4	5	6
Ordre de démultiplication : n.			3	3	3	3	3	3
Valeurs des paramètres du circuit (bobines PB) :								
	C en μF.		201	201	201	426	94,4	201
	L en mH.		4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	3,(
	Φ_c en MM.		24,3	24,3	24,3	24,3	24,3	16,2
	R en Ω.		3,1	4,09	6	2,9	3,33	2,(
	$R_c = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$		9,56	9,56	9,56	6,57	13,93	7,8
	$\frac{\theta}{T/2}$		0,316	0,330	0,382	0,487	0,211	0,2
Résultats d'expérience	f		49,3	49,4	49,4	49,5	49,5	49,5
	U_m en V.		6,22	7,6	10,71	10,41	4,03	3,8
	U_{CM} en V.		17,7	17,8	17,9	18,2	17,1	11,
	U'_{CM} en V.		18,4	18,5	18,8	19,5	17,7	11,(
	I en A.		0,8	0,805	0,78	1,56	0,425	0,5
Formules de 1re approximation	U_m		5,77	7,62	11,10	7,87	4,25	3,5
	U_{CM}		16,05	16,05	16,05	16,05	16,05	10,(
	I		0,75	0,75	0,75	1,315	0,424	0,5
	Ecart relatif sur (en o/o)	U_m	— 7	0	+ 4	—34	+ 5,5	— 7,5
		U_{CM}	— 9,5	—10	—10	—12,5	— 6	— 4,5
		I	— 6	— 7	— 4	—15,5	0	— 1,5
Formules de 2e approximation	U_m		6,25	7,75	10,7	8,43	4,58	3,9
	U_{CM}		17,6	17,7	17,7	18,35	17,15	11,5
	I		0,815	0,794	0,767	1,34	0,433	0,5
	Ecart relatif sur (en o/o)	U_m	+ 0,5	+ 1,5	0	—19	+13,5	+ 2
		U_{CM}	— 4,5	— 4,5	— 4,5	— 6	— 3	— 1,5
		I	+ 2	— 1,5	— 1,5	—14	+ 4	+ 2,5

éoriques et expérimentaux.

7	8	9	10	11	12	13	14	15
3	3	3	3	3	5	5	5	7
426	426	426	94,4	46,9	426	225	94,4	426
3,07	1,535	1,15	12,1	1,15	4,6	3,07	3,07	4,6
16,2	8,1	12,15	24,3	12,15	24,3	16,2	16,2	24,3
2,22	1,66	1,91	4,48	1,86	3,10	3,42	3,42	3,26
5,37	3,80	3,29	22,6	9,90	6,57	7,40	11,4	6,57
0,395	0,280	0,203	0,335	0,260	0,500	0,750	0,570	0,495
49,4	49,4	49,4	49,1	168,5	49,1	128	158,5	49,1
6,07	2,40	4,26	4,28	6,42	5,24	8,08	8,37	3,32
11,6	5,78	8,70	17,5	29,6	10,4	16,57	22,3	7,30
12,30	6,03	8,97	18,5	30,9	10,85	19	23,5	7,52
1,085	0,568	0,815	0,365	1,215	0,610	0,86	0,9	0,345
4,92	2,59	5,15	4,95	5,68	5,01	8,55	6,86	3,38
10,66	5,34	8,03	16,0	27,3	9,56	16,6	20,40	6,85
0,969	0,575	0,93	0,332	1,12	0,607	1,16	0,84	0,366
19	+ 7,5	+21	+ 15,5	— 11,5	— 4,5	+ 6	— 18	+ 14
8	— 7,5	— 7,5	— 8,5	— 7,5	— 8	— 6,5	— 8,5	— 6
10,5	+ 1	+12,5	— 9,0	— 8	— 0,5	+ 3,5	— 6,5	+ 9
5,21	2,58	4,92	3,90	6,27	5,06	9	7,52	3,71
11,92	5,79	8,63	17,80	29,6	10,4	18,8	22,9	7,30
1,03	0,57	0,93	0,365	1,21	0,633	1,015	0,92	0,374
14	+ 7,5	+15,5	— 9	— 2,5	— 3,5	+ 11,5	— 10	+ 12
3	— 4	— 4	— 4	— 4	— 4	— 1	— 3,5	— 3
5	0	+14	0	0	+ 4	+ 18	+ 1	+ 8,5

Il nous a conduit aux expressions suivantes :

$$\frac{\Delta U_{CM}}{U_{CM}} \leqslant \frac{\Delta f}{f} + \frac{\Delta \Phi_c}{\Phi_c} \qquad (1')$$

$$\frac{\Delta U_m}{U_m} \leqslant \frac{\Delta f}{f} + \frac{\Delta \Phi_e}{\Phi_c} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta L_1}{L_1}\right) \qquad (9')$$

$$\frac{\Delta I}{I} \leqslant \frac{3}{2}\frac{\Delta f}{f} + \frac{\Delta \Phi_c}{\Phi_c} + \frac{3}{4}\frac{\Delta C}{C} + \frac{1}{4}\frac{\Delta L_1}{L_1}. \qquad (4')$$

A l'inspection des inégalités 1', 9' et 4' on voit que les erreurs maximum commises ne dépendent pas des valeurs particulières des quantités mesurées. Il suffit donc d'évaluer la limite supérieure de l'erreur pour l'ensemble des cas expérimentés. Par ailleurs, la mesure directe de chaque grandeur est entachée d'une erreur que nous estimons être égale au plus à :

$$\varepsilon_{U_{CM}} = 1 \text{ o/o sur } U_{CM} \,(^1)$$
$$\varepsilon_{U_m} = 0{,}4 \text{ o/o sur } U_m$$
$$\varepsilon_I = 1 \text{ o/o sur I.}$$

De cette façon, si la théorie était parfaite elle ne pourrait être confirmée qu'aux degrés suivants d'approximation :

Ecart possible sur U_{CM} :

$$\nu_{U_{CM}} \leqslant \underset{\downarrow}{\frac{\Delta f}{f}} + \underset{\downarrow}{\frac{\Delta \Phi_c}{\Phi_c}} + \underset{\downarrow}{\varepsilon_{U_{CM}}}$$
$$0{,}5 \text{ o/o} \quad 1 \text{ o/o} \quad 1 \text{ o/o} \qquad \text{soit } \nu_{U_{CM}} \leqslant 2{,}5 \text{ o/o}$$

Ecart possible sur U_m :

$$\nu_{U_m} \leqslant \underset{\downarrow}{\frac{\Delta f}{f}} + \underset{\downarrow}{\frac{\Delta \Phi_c}{\Phi_c}} + \underset{\downarrow}{\frac{\Delta R}{R}} + \underset{\downarrow}{\frac{1}{2}\frac{\Delta C}{C}} + \underset{\downarrow}{\frac{1}{2}\frac{\Delta L_1}{L_1}} + \underset{\downarrow}{\varepsilon_{U_{CM}}}$$
$$0{,}5 \quad 1 \quad 2 \quad 0{,}5 \quad 2{,}5 \quad 0{,}4$$

soit environ $\nu_{U_m} \leqslant 7$ o/o.

Ecart possible sur I :

$$\nu_I \leqslant \underset{\downarrow}{\frac{3}{2}\frac{\Delta f}{f}} + \underset{\downarrow}{\frac{\Delta \Phi_c}{\Phi_c}} + \underset{\downarrow}{\frac{3}{4}\frac{\Delta C}{C}} + \underset{\downarrow}{\frac{1}{4}\frac{\Delta L_1}{L_1}} + \underset{\downarrow}{\varepsilon_I}$$
$$0{,}75 \quad 1 \quad 0{,}75 \quad 1{,}25 \quad 1$$

soit $\nu_I \leqslant 4{,}75$ o/o.

(1) L'erreur systématique due à ce que l'on assimile dans cette mesure de première approximation, l'onde de u_e à une série de rectangles, n'est pas comptée dans $\varepsilon_{U_{CM}}$.

Si l'on compare ces trois écarts possibles aux écarts réels observés entre théorie et expérience (tableau IV) on se rend compte facilement dans chaque cas du degré d'imperfection de la théorie émise.

Et, si l'on englobe les 15 expériences en un cas unique pour lequel les écarts observés sont les moyennes des écarts relatifs à l'ensemble des expériences on peut dresser le bilan approximatif suivant :

Moyenne des valeurs absolues des écarts « théorie-expérience »	Ecarts maximum dus aux erreurs d'expérience (v)	Ecarts minimum dus à l'imperfection de la théorie
11,5 o/o sur U_m	7 o/o	$11{,}5 - 7 = 4{,}5$ o/o
8 » » U_{CM}	2,5 »	$8 - 2{,}5 = 5{,}5$ »
8,5 » » I	4,75 »	$8{,}5 - 4{,}75 = 3{,}75$ »

Concluons donc, *grosso modo*, que dans l'ensemble la théorie serait vérifiée à 4,5 o/o prés avec des appareils de mesure parfaits et dans les conditions les plus favorables.

Ce résultat est satisfaisant pour un premier degré d'approximation.

2e stade. — Nous devrions appliquer les mêmes principes de calculs d'erreurs aux formules 15, 19 et 18, du deuxième stade d'approximation. Cependant remarquons que :

1° En ce qui concerne la tension U_{CM} (formule 15) que l'on doit comparer à la tension U'_{CM} (formule 26) les deux étant corrigées pour la même cause (la correction est du reste faible) on peut admettre que l'écart possible est le même que précédemment soit :

$$v_{U_{CM}} \leqslant 2{,}5 \text{ o/o}.$$

La moyenne des valeurs absolues des écarts étant de 3,5 o/o, il en résulte que la théorie est vérifiée *grosso modo* à 1 o/o près, ce qui est très satisfaisant.

2° Le calcul de $\frac{\Delta I}{I}$ est compliqué et l'application du résultat très longue. L'erreur faite dépend en effet, cette fois, des valeurs numériques que prend la quantité mesurée dans chaque cas particulier, si bien que le calcul devrait être fait à chaque fois. Nous n'avons pas jugé utile de faire cette évaluation.

On peut néanmoins remarquer que la moyenne des valeurs absolues des écarts « théorie-expérience » pour cette quantité est très améliorée par le passage du premier au second stade d'approximation (8,5 à 5 o/o).

3° Le calcul d'erreur à partir de l'expression 19 soit :

$$U_m = \frac{U_{CM}}{\sqrt{2}} \operatorname{th} \frac{\alpha\pi}{2\beta}$$

conduit à :

$$\frac{\Delta U_m}{U_m} \leqslant \frac{\Delta f}{f} + \frac{\Delta \Phi_c}{\Phi_c} + \frac{\alpha\pi}{\beta^3 \operatorname{sh} \frac{\alpha\pi}{\beta}} \left[(\alpha^2 + \beta^2) \left(\frac{\Delta R}{R} + \frac{1}{2} \frac{\Delta C}{C} \right) + \left(\frac{\alpha^2 + 3\beta^2}{2} \right) \frac{\Delta L}{L} \right].$$

Cette limite supérieure est assez facilement calculable mais elle varie un peu avec le cas envisagé. Elle est au moins égale à la moyenne des valeurs absolues des écarts « théorie-expérience » (soit 8 o/o). Cette erreur accidentelle explique dans une large mesure les écarts anormaux constatés (cas 4, 5, 7, 9 et 13).

3. Conclusion. — Avant de clore cette étude sur la limite inférieure dans le cas de R faible, nous insisterons sur le fait que dans le choix des paramètres d'expérience, nous nous sommes écarté volontairement de façon notable des conditions idéales dans lesquelles la théorie devrait être exactement vérifiée. En particulier, la durée de l'impulsion de courant atteint dans certaines expériences la moitié de la demi-période de la tension appliquée (1), et même davantage (ce qui explique en partie certains écarts importants).

Malgré cela, nous avons constaté que les formules approchées vérifient la théorie de façon satisfaisante. Elles permettent, par leur simplicité de faire des déterminations rapides de nature à guider l'expérimentateur dans la recherche d'un subharmonique donné.

Si l'on désire plus de précision on aura recours aux formules de deuxième approximation, un peu plus complexes, mais serrant de beaucoup plus près le phénomène (erreur de 3 à 4 o/o inférieure en moyenne).

Dans le cas de caractéristiques moins coudées que celle du permalloy nous avons vérifié (2) que la théorie établie s'applique encore approximativement, et que le deuxième groupe de formules peut rendre d'appréciables services.

ANNEXE

Influence d'une résistance shuntant le condensateur.

Nous nous proposons d'étudier les modifications subies par le phénomène lorsque le condensateur est shunté par une résistance. C'est le cas par exemple d'une résistance voltmétrique placée à ses

(1) C'est le cas de combinaisons 4, 12, 13, 14 et 15.

(2) Cette vérification fera l'objet d'un paragraphe du chapitre XII.

bornes, ou d'un circuit d'utilisation purement ohmique, ou encore d'un condensateur imparfait présentant une résistance de fuites constante.

A. — **Etude théorique du phénomène au voisinage de la tension critique inférieure.** — Nous décomposerons encore l'étude en deux parties correspondant aux deux phases habituelles c'est-à-dire entre les impulsions de courant et pendant ces impulsions.

1. PÉRIODE « INTER-IMPULSIONS ». — Entre deux impulsions le condensateur se décharge partiellement sur la résistance ρ placée à ses bornes.

Si U_{CM1}, désigne la tension initiale, la différence de potentiel suit la loi :

$$u_c = U_{CM1} \times e^{-\frac{t}{C\rho}} . \qquad (1)$$

L'évolution du flux entre deux impulsions se trouve évidemment altérée par cette perte de charge.

On a successivement :

$$u = u_c + \frac{d\Phi}{dt} = U\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\Phi = \int u dt - \int u_c dt = -\frac{U\sqrt{2}}{\omega} \cos(\omega t + \varphi) - U_{CM1} C\rho e^{-\frac{t}{C\rho}} + K.$$

Plaçons-nous par exemple initialement à la fin d'une impulsion négative ($\Phi = -\Phi_c$).

L'équation du flux entre l'impulsion négative et l'impulsion positive est alors :

$$\Phi = -\Phi_c + \frac{U\sqrt{2}}{\omega} \cos\varphi - \frac{U\sqrt{2}}{\omega} \cos(\omega t + \varphi) + C\rho U_{CM1} \left(1 - e^{-\frac{t}{C\rho}}\right). \qquad (2)$$

La droite $U_{CM}t$ sur laquelle se portait la courbe ondulée due à la force électromotrice de la source est remplacée par une courbe de forme exponentielle : $C\rho U_{CM1}\left(1 - e^{-\frac{t}{C\rho}}\right)$, dont la concavité est tournée vers les flux négatifs (1).

L'onde de la tension u_c revêt l'aspect de la figure 20, la quantité u_c décroissant entre deux impulsions de la valeur U_{CM1} à une

(1) On pourra remarquer l'analogie intéressante avec le circuit base de temps « classique » (Comparer $\Phi = f(t)$ à la variation, dans le circuit à relaxation, de la tension de polarisation de grille ; seulement, dans ce dernier, la source a uniquement un rôle de synchronisation).

valeur U_{CM2}. Comme l'on doit avoir égalité des aires ABCD et AB'C'D correspondant respectivement aux cas $\rho \neq \infty$ et $\rho = \infty$ il est nécessaire que l'inégalité :

$$U_{CM1} > U_{CM} > U_{CM2} \tag{3}$$

soit satisfaite, U_{CM} ayant, comme on le sait, la valeur $\frac{4f\Phi_c}{n}$.

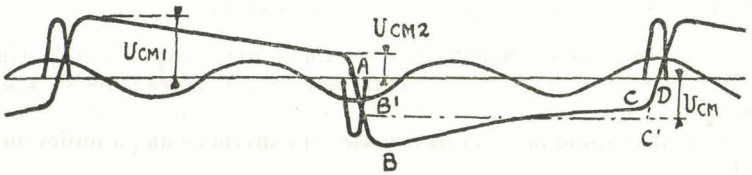

Fig. 20. — Ondes de u, i et u_c ; la tension u^c oscille entre les deux valeurs U_{CM1} et U_{CM2}. Pour $\rho = \infty$ on aurait au contraire constance de u_c entre les deux impulsions ($u_c = U_{CM}$).

Il est facile d'ailleurs d'exprimer les quantités U_{CM1} et U_{CM2} en fonction de U_{CM}. En effet, en négligeant les termes sinusoïdaux de l'équation 2 et écrivant qu'au temps $t = \frac{nT}{2} = \frac{n}{2f}$ le flux a varié de $2\Phi_c$ soit :

$$2\Phi_c = C\rho U_{CM1}\left(1 - e^{-\frac{n}{2fC\rho}}\right)$$

$$U_{CM1} = \frac{2\Phi_c}{C\rho(1-e^{-\eta})} = \frac{U_{CM}\eta}{1-e^{-\eta}} \tag{4}$$

en posant $\eta = \frac{n}{2fC\rho}$.

La tension U_{CM2} est évaluée au moyen de l'équation (1) dans laquelle on fait $t = \frac{n}{2f}$:

$$U_{CM2} = U_{CM1}e^{-\frac{n}{2fC\rho}} = \frac{2\Phi_c}{C\rho}\frac{e^{-\eta}}{1-e^{-\eta}} = U_{CM}\frac{\eta}{e^{\eta}-1} \tag{5}$$

Les expressions (4) et (5) confirment l'inégalité (3) posée *a priori*.

2. Impulsions de courant. — Le calcul ci-dessous est basé sur les mêmes hypothèses et il est conduit suivant les mêmes principes qu'en l'absence de la résistance de shuntage (deuxième stade d'approximation, § B, 2).

Le courant principal i se divise en deux courants d'intensités i_c et i', répondant aux équations :

$$i = i_c + i' \qquad i_c = \frac{dq}{dt} \qquad i' = \frac{q}{C\rho}.$$

La tension constante appliquée pendant l'impulsion positive par exemple a pour valeur $U'_m\sqrt{2}$, U'_m désignant la tension limite inférieure pour $\rho \neq \infty$. Elle répond à l'égalité :

$$U'_m\sqrt{2} = L_1 \frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{c}$$

soit, en remplaçant i par sa valeur en fonction de q :

$$U'_m\sqrt{2} = L_1 \frac{d^2q}{dt^2} + \left(\frac{L_1}{C\rho} + R\right)\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}\left(1 + \frac{R}{\rho}\right). \qquad (6)$$

Si la résistance ρ n'est pas très élevée on voit quelle a pour effet principal d'augmenter l'amortissement du circuit dans l'intervalle étudié. La tension limite inférieure dans ces conditions sera donc d'autant plus élevée que ρ sera moins grand.

Pour évaluer l'intensité et la tension nous supposerons afin de simplifier les calculs que le courant i' est négligeable devant le courant principal pendant la durée de l'impulsion. L'équation du circuit sera donc identique à celle que nous avions pour $\rho = \infty$ soit :

$$U'_m\sqrt{2} = L_1 \frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}. \qquad (7)$$

Seule la tension limite inférieure et les tensions U_{CM1} et U_{CM2} différentes de U_{CM} apportent une modification dans les calculs.

On trouvera évidemment :

$$i = -C\alpha \frac{U_{CM2} + U'_m\sqrt{2}}{\sin\varphi\cos\varphi} e^{-\alpha t} \sin\beta t \qquad (8)$$

$$I_m = (U_{CM2} + U'_m\sqrt{2}) e^{\frac{\alpha\varphi}{\beta}} \sqrt{\frac{C}{L_1}} \qquad (9)$$

$$I = (U_{CM2} + U'_m\sqrt{2})\left[\frac{Cf}{Rn}\left(1 - e^{-\frac{2\alpha\pi}{\beta}}\right)\right]^{1/2}. \qquad (10)$$

Pour évaluer U'_m nous exprimons que, au temps $t = \frac{\pi}{\beta}$, la charge du condensateur devient $q = CU_{CM1}$. Il vient ainsi :

$$U'_m = \frac{U_{CM1} - U_{CM2} e^{-\frac{\alpha\pi}{\beta}}}{\sqrt{2}\left(1 + e^{-\frac{\alpha\pi}{\beta}}\right)}. \qquad (11)$$

Cette valeur est plus élevée que celle de U_M. En effet :

$$\frac{U'_m}{U} = \frac{U_{CM1} - U_{CM2} e^{-\frac{\alpha\pi}{\beta}}}{U_{CM}\left(1 - e^{-\frac{\alpha\pi}{\beta}}\right)} = \frac{\eta}{1 - e^{-\frac{\alpha\pi}{\beta}}}\left(\frac{1}{1 - e^{-\eta}} - \frac{1}{e^{\eta} - 1} e^{-\frac{\alpha\pi}{\beta}}\right)$$

et comme $\eta = \frac{n}{2fC\rho}$ est petit :

$$\frac{U'_m}{U_m} = \frac{1}{1 - e^{-\frac{\alpha\pi}{\beta}}}\left(\frac{1}{1 - \frac{\eta^2}{2}} - \frac{1}{1 + \frac{\eta^2}{2}} e^{-\frac{\alpha\pi}{\beta}}\right)$$

expression plus grande que l'unité.

De l'examen de ce résultat et de l'équation (6) il paraît donc y avoir deux raisons pour que la résistance ait pour effet d'augmenter la tension limite inférieure : l'expression (11) devrait donc être approchée par défaut.

B. — **Etude expérimentale.** — Notre contrôle expérimental a porté sur la quantité U'_m dans les conditions suivantes :

Bobine PB; $C = 201\ \mu F$; $f = 49{,}8$; $R = 3{,}1\ \Omega$.

Nous avons choisi pour la résistance ρ de shuntage les valeurs ∞, 1 000 et 500 Ω et obtenu ces résultats que l'on peut comparer à ceux que fournit le calcul :

ρ	U'_m expérimental	U'_m calculé	Ecart en o/o
500	8,04 volts	7,20 volts	— 10,5
1 000	7,14 »	6,38 »	— 10,6
∞	6,14 »	6,22 »	+ 1,3

Nous avons en outre étudié expérimentalement les variations de la tension limite inférieure et de l'intensité efficace lorsque ρ prend des valeurs beaucoup plus faibles (1). Ces expériences ont

(1) Ceci est à rapprocher du fonctionnement en démultiplicateur de fréquence tel que l'avait envisagé Fallou (VI). Cf. p. 4 (Récepteur shuntant le condensateur).

donné lieu aux courbes représentées sur la figure 21. La théorie établie n'est évidemment plus valable, le courant dans la résistance de shuntage prenant une valeur élevée, mais on peut remarquer que la tension U_m croît d'abord lentement puis de plus en plus vite lorsque ρ décroît. Nous avons par ailleurs trouvé que, représentée en fonction de la perdittance, elle affecte une allure linéaire sur une grande longueur.

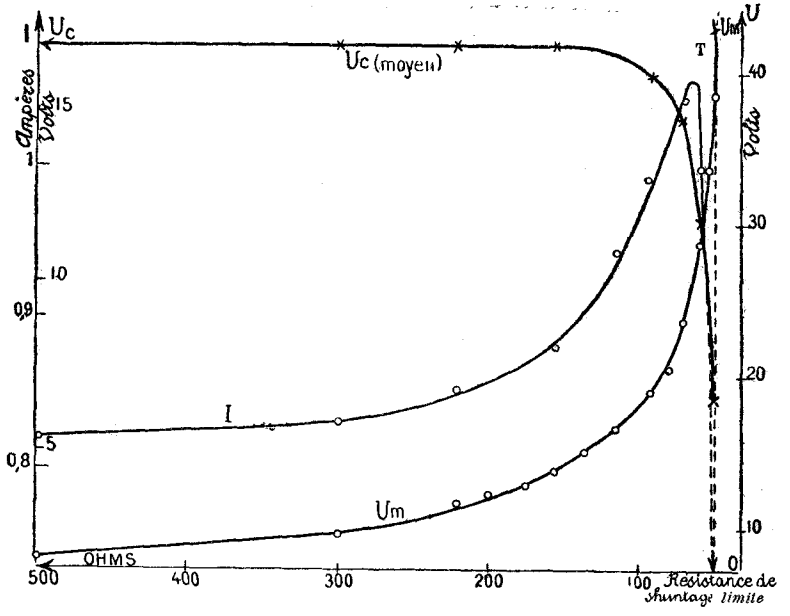

Fig. 21. — Variations de U_m, U_c moyen, et I lorsque ρ prend des valeurs faibles (U_c moyen a été obtenu en multipliant la lecture faite au voltmètre par $\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$ (cf. chap. III, § D).

Le maximum de I est dû à la valeur relativement élevée que prend d'abord le courant i', et au fait que la tension U_c tend ensuite rapidement vers des valeurs très faibles lorsque U_m rejoint, en T, la tension critique supérieure U_m (On pourra comparer avec la courbe correspondante : chap. X, fig. 48).

Enfin nous avons observé que lorsque la résistance de shuntage devient faible le phénomène devient très comparable à ce qu'il est lorsque la résistance en série est élevée (M. Rouelle (VIII)).

CHAPITRE VII

Etude de la limite inférieure pour un amortissement élevé.

L'étude de deuxième approximation du chapitre précédent, dans laquelle il a été tenu compte de l'amortissement, nous a déjà montré dans quel sens se modifiait le phénomène lorsque la résistance augmente.

Le calcul a indiqué notamment que cette augmentation a pour effet d'accroître la durée de l'impulsion : pour un amortissement élevé, il ne sera plus possible de négliger cette durée et d'admettre, dans cet intervalle, la constance de la tension instantanée.

Le calcul a montré également que la tension critique inférieure croît, et que le courant diminue. Cette diminution de l'intensité est naturellement concomitante d'une décroissance de la tension aux bornes du condensateur, si bien que le rapport $\frac{U_{CM}}{U}$ devenant plus faible il n'est plus possible de négliger l'effet de la source dans le calcul de U_{CM}. De plus, les formules établies ne sont plus valables lorsque la résistance dépasse la valeur critique.

A. **Analyse expérimentale.** — L'expérience, au voisinage de U_m, pour R élevée, révèle les points suivants :

— L'onde d'intensité se compose cette fois de deux impulsions par demi-période subharmonique, l'impulsion principale étant précédée

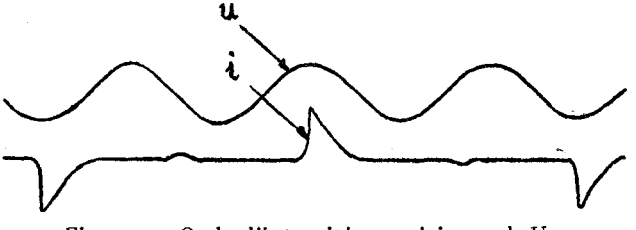

Fig. 22. — Onde d'intensité au voisinage de U_m pour un amortissement élevé ($n = 3$).

Conditions de l'expérience :

Bobine PB ; C = 100 μF ; R = 58,1 Ω ; f = 50 ; U_m = 34,3 V ; U_{CM} = 12,05 V.

d'une impulsion de même signe de faible amplitude sensiblement centrée sur un zéro de tension (fig. 22).

— L'impulsion principale présente cette fois un retard, sur le

maximum de tension correspondant (sur l'oscillogramme de la fig. 22 il est visible que la majeure partie de l'impulsion se trouve placée à droite de ce maximum).

— Lorsque le phénomène tend à disparaître par diminution progressive de la tension, la petite impulsion s'éteint progressivement, tandis que l'impulsion principale se déplace légèrement dans le sens des avances en augmentant un peu d'amplitude.

B. **Interprétation des faits expérimentaux.** — Ces caractères s'expliquent de la façon suivante :

Reprenons l'équation qui donne la valeur du flux en fonction du temps entre deux impulsions, soit :

$$\Phi = -\Phi_c + U_{CM}t + \frac{E\sqrt{2}}{\omega}\cos\psi - \frac{E\sqrt{2}}{\omega}\cos(\omega t + \psi)$$

avec une force électromotrice égale à : $e = E\sqrt{2}\sin(\omega t + \psi)$.

La figure 38 représente cette équation un peu avant que Φ n'atteigne la valeur $+\Phi_c$. Cette valeur est atteinte au point A où se produit une impulsion qui, admettons-le provisoirement, est d'amplitude et de durée suffisamment faibles pour qu'on puisse négliger ses répercussions : en d'autres termes la tension U_{CM} n'est pas altérée, et le flux continue à évoluer suivant la même loi. Il diminue donc après le point A pour croître ensuite et atteindre de nouveau $+\Phi_c$ au point B où nous supposerons que se produit l'impulsion principale. La tension u_c s'inverse alors, passant de $+U_{CM}$ à $-U_{CM}$ et le flux décroît de $+\Phi_c$ à $-\Phi_c$ en suivant la même loi.

Si ces hypothèses sont valables, la petite impulsion doit se produire aux environs d'un maximum du terme $-\frac{E\sqrt{2}}{\omega}\cos(\omega t + \psi)$ c'est-à-dire près d'un zéro décroissant (1) de la f. e. m. L'impulsion principale doit avoir lieu au voisinage du zéro croissant du terme $-\frac{E\sqrt{2}}{\omega}\cos(\omega t + \psi)$ donc au maximum de e suivant.

L'expérience confirme ces hypothèses comme le montre en particulier l'oscillogramme précédent.

Le calcul numérique conduit selon les principes définis dans la partie préliminaire (II, § B) montre du reste : 1° que l'impulsion A est de faible amplitude et de courte durée en raison de la position voisine d'un zéro de tension ; 2° que l'impulsion B a lieu (en négligeant l'effet de la petite impulsion sur la valeur intermédiaire de u_c) au voisinage du maximum de la tension.

Il est alors possible d'expliquer les modifications de l'onde d'inten-

(1) Pour alléger l'exposé, je désignerai, sous ce vocable, l'époque où la fonction s'annule en décroissant.

sité au cours d'une diminution de tension à partir d'une valeur un peu supérieure à U_m :

a) *La petite impulsion diminue et disparaît.* — En effet, si l'on néglige la variation de U_c consécutive à la petite impulsion, donc la variation de pente de la droite $U_{CM}t$ (fig. 23 et 24) le début de l'im-

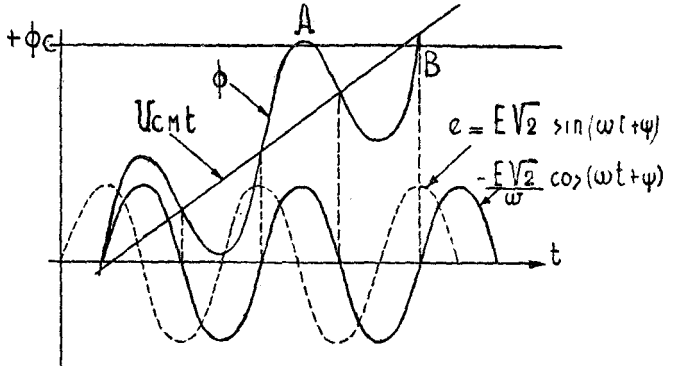

Fig. 23. — Variation du flux et de ses termes composants peu avant les deux impulsions positives A et B.

pulsion A se déplace, vers la droite, lorsque U diminue. Le calcul numérique montre bien que l'amplitude de l'impulsion décroît.

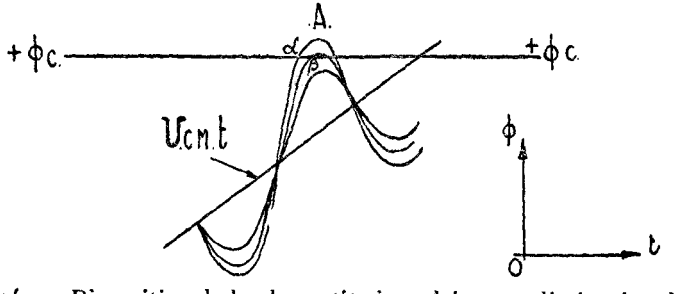

Fig. 24. — Disparition de la plus petite impulsion par diminution de tension. Les trois courbes tracées pour le flux correspondent à trois valeurs voisines de la tension. Lorsque celle-ci décroît le début de l'impulsion A passe de α à β, puis l'impulsion disparaît totalement.

Et il est évident, sur la figure 24 que lorsque le début de l'impulsion atteint le maximum de la courbe du flux, cette impulsion disparaît.

b) L'expérience révèle en outre que pendant cette disparition pro-

gressive de la petite impulsion, *l'impulsion principale prend une certaine avance*. Il y a deux raisons pour cela :

1° La pente de la droite $U_{CM}t$ qui avait diminué un peu après A par suite de la perte de charge du condensateur, doit augmenter progres-

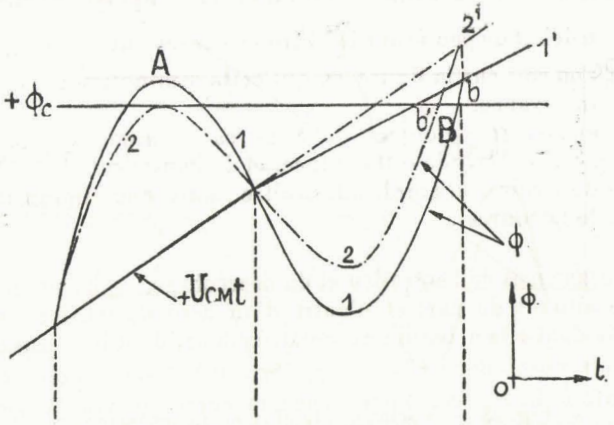

Fig. 25. — Effet du changement de pente de la droite $U_{CM}t$ sur la phase du début de l'impulsion principale B.

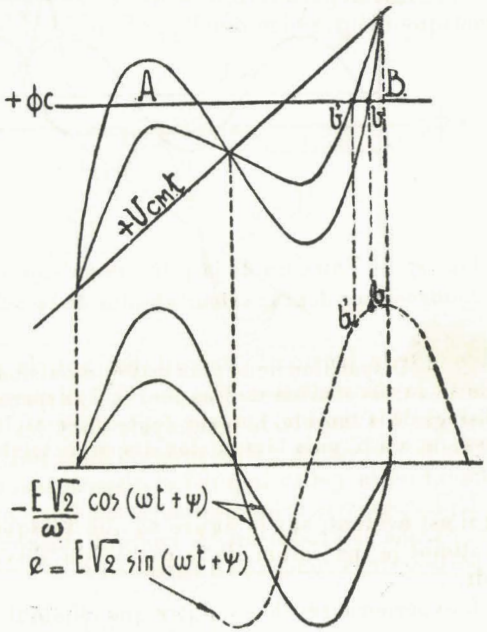

Fig. 26. — Courbes destinées à montrer qu'une diminution de tension provoque une avance du début *b* de l'impulsion principale B. On a supposé ici, pour faciliter l'analyse, que la pente de la droite $U_{CM}t$ est constante dans l'intervalle AB.

sivement donc tendre à provoquer plus tôt l'impulsion principale. Sur la figure 40 il est visible en effet que lorsque la courbe du flux passe de la position 1 à la position 2, la droite $U_{CM}t$ passe de 1' à 2' et le début de l'impulsion B subit l'avance bb'.

2° La tension de la source diminuant, et l'impulsion principale B ayant son début un peu avant le « zéro croissant » du terme $-\frac{E\sqrt{2}}{\omega}\cos(\omega t + \psi)$ on voit sur la figure 26 que cette diminution provoque également une avance.

Les deux effets s'ajoutent donc. Le calcul numérique montrerait du reste, que du fait de cette avance, et de l'augmentation de u_c l'impulsion doit voir son amplitude croître (malgré la diminution de la tension de la source).

C. **Mécanismes de l'entretien et du décrochage.** — La petite impulsion se situant de part et d'autre d'un zéro de tension emprunte l'énergie dont elle a besoin au condensateur, dont la tension tombe en valeur absolue de U_{CM} à U'_{CM} (fig. 27). L'impulsion principale emprunte à la source, outre l'énergie correspondant à ses pertes, l'énergie fournie à la petite impulsion par le condensateur.

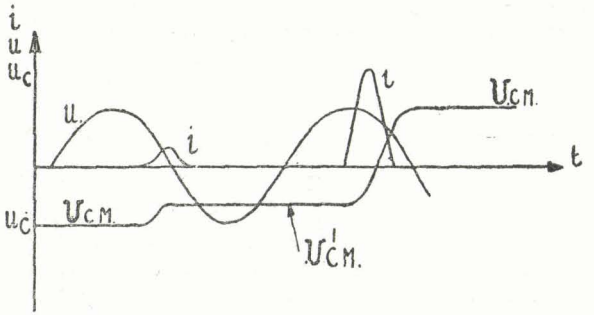

Fig. 27. — Entretien de la petite impulsion par la perte de charge du condensateur dont la valeur absolue de la tension passe de U_{CM} à U.

Lorsque la tension U décroît (fig. 27), la petite impulsion s'éteignant, la dénivellation $U_{CM} - U'_{CM}$ disparaît. Il reste davantage d'énergie à l'impulsion principale dont les besoins augmentent du fait de sa croissance ; il se produit donc une compensation jusqu'au moment où la petite impulsion disparaissant tout à fait, seul l'effet de déphasage vers le maximum de tension pourrait permettre l'entretien. Si cela se produisait, le courant augmenterait encore ainsi que les pertes. Or la condition d'entretien :

$$\int u i dt = R \int i^2 dt$$

impose que l'énergie fournie par la source doive croître comme i^2, c'est-à-dire que u croisse comme i, ce qui ne paraît pas possible, du moins à partir d'un certain décalage.

L'examen oscillographique révèle en effet que le décrochage survient au moment même de la disparition de la petite impulsion.

Remarque : les décalages t_m de l'impulsion principale pour R faible et R élevé étant de signes contraires, il est naturel de penser que pour une certaine valeur de l'amortissement l'impulsion reste centrée sur le maximum de la tension. L'expérience confirme ce fait.

Le décrochage doit alors se produire suivant le processus ci-après : Quand U décroît, la petite impulsion disparaît progressivement tandis que la grande croît grâce à l'énergie que lui restitue la petite par l'intermédiaire du condensateur. Mais à partir du moment où la grande impulsion subsiste seule, son amplitude, conditionnée par les valeurs de U qui décroît et de U_{CM} qui reste constant, ne varie sensiblement pas en raison de la grande valeur de U_{CM} vis-à-vis de U. Dans ces conditions, ses pertes quasi constantes ne peuvent plus être compensées par l'énergie $\int uidt$ et l'entretien n'est plus possible.

CHAPITRE VIII

Etude sommaire du phénomène au voisinage de la tension critique supérieure.

Dans le domaine des hautes tensions, les subharmoniques sont plus malaisés à amorcer surtout si leur rang n est élevé et la caractéristique très coudée (1) ; leur entretien est aussi plus difficile en général que dans le domaine des basses tensions. Cela tient au fait déjà signalé par M. Rouelle (XIII) que la bande supérieure est très étroite dans ces conditions.

Les difficultés d'amorcement croissent encore si l'amortissement du circuit est faible : Dans ce cas en effet, la tension critique supérieure est très voisine de la tension de chavirement du régime de ferrorésonance si bien qu'un mauvais réglage de l'impulsion d'amorcement engendre le régime fondamental à forte intensité, au lieu du subharmonique désiré.

A ces difficultés expérimentales, qui rendent les tâtonnements

(1) Il s'agit toujours des subharmoniques impairs ; pour $n = 2$ il est aussi très difficile d'obtenir la limite supérieure ; pour $n = 4$ nous n'avons pu l'observer encore. L'étude de ces subharmoniques sera faite au chapitre XI.

nombreux et les essais très longs, viennent s'ajouter de multiples difficultés d'analyse et d'interprétation dues aux formes variées que revêt, en régime permanent, l'onde d'intensité dans cette région.

A. Analyse expérimentale sommaire. — 1. Valeur de la tension critique supérieure. Amorcement du subharmonique a son voisinage. — Nous avons remarqué le fait suivant très important pour l'obtention de la bande supérieure : D'une façon générale la valeur efficace de la tension critique supérieure est légèrement plus faible que celle de la tension U_s de même fréquence qui appliquée à la bobine seule provoquerait le début de la saturation.

Cette observation nous a largement facilité l'amorcement du subharmonique dans le domaine supérieur. Voici la méthode qui en découle et qui réussit d'autant mieux que le rang n du subharmonique est plus faible.

1° Appliquer au circuit oscillant dans lequel on aura inséré une résistance assez forte (1), une tension de quelques « pour cent » inférieure à la tension U_s repérée au préalable.

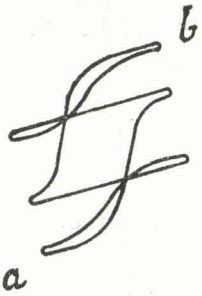

Fig. 28. — Oscillogramme montrant l'aspect de la courbe de Lissajous $u_c = f(u)$ au voisinage de la tension critique supérieure (conditions expérimentales de l'oscillogramme suivant, fig. 29). La forme est ici symétrique.

2° Mettre en route le dispositif manuel ou automatique d'amorcement.

3° Diminuer progressivement la différence de potentiel. Il arrive un moment où les oscillations provoquées par les décharges successives d'amorcement se fixent à la fréquence désirée ; on se trouve alors dans le domaine supérieur d'existence. Puis le dispositif d'amorcement étant bloqué, il suffit pour se rapprocher de la limite supérieure, d'augmenter la tension avec précautions. Si l'on désire étudier le phénomène avec un amortissement aussi faible que possible, il est nécessaire de diminuer la résistance du circuit à mesure que l'on augmente la tension de la source. Cette opération est extrêmement délicate dans bien des cas, et un certain entraînement est nécessaire pour parvenir au résultat sans décrochage, et sans provoquer le régime fondamental à fort courant. Les manœuvres sont facilitées si l'on observe pendant l'opération, à l'oscilloscope cathodique les déformations de la courbe de Lissajous $u_c = f(u)$ (fig. 28). Si, en effet, pendant ce réglage, on diminue trop la résistance, à

(1) Dans l'état actuel de nos recherches il n'est pas possible de préciser davantage.

tension constante, cette courbe présente un aspect très caractéristique (1) et ses branches ont tendance à osciller. On est ainsi prévenu qu'il est nécessaire d'élever la tension pour éviter le décrochage.

2. Description sommaire du phénomène en régime permanent. — Au voisinage de la tension critique supérieure U_M et pour un amortissement faible du circuit, la demi-période de courant se compose de n impulsions alternativement positives et négatives, sensiblement centrées sur les zéros successifs de la tension. Nous avons principalement étudié le cas de $n = 3$ plus accessible à l'expérience, mais il semble bien que les observations ci-dessus soient générales.

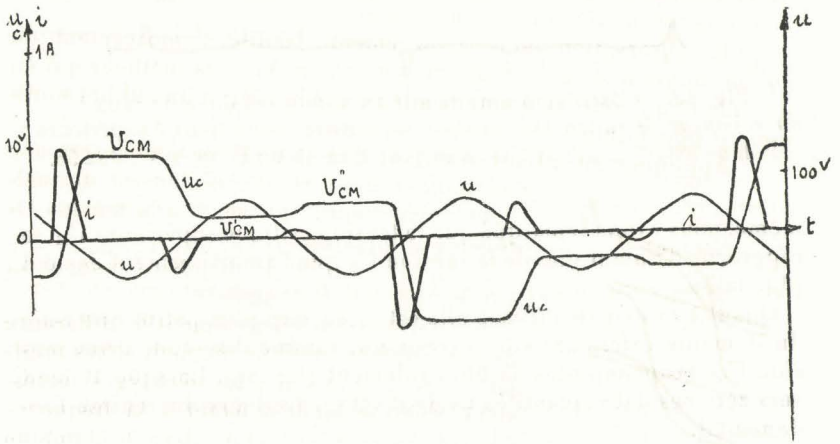

Fig. 29. — Aspect du phénomène, pour $n = 3$, au voisinage de la tension critique supérieure.

Conditions d'expérience : Bobine PB ; $C = 66\ \mu F$; $R = 63\ \Omega$; $U = 44$ V ($U_M = 48$ V).

A titre d'exemple, nous donnons figure 29 un certain aspect du phénomène pour $n = 3$. Nous observons en suivant l'onde d'intensité pendant une demi-période subharmonique trois impulsions d'amplitude décroissante, la troisième étant, dans bien des cas, à peine perceptible surtout si la résistance est forte. Pour $n = 5$ nous avons observé deux impulsions prépondérantes, les trois autres étant de très faible amplitude (fig. 30).

Ce qui distingue au point de vue forme d'onde du courant, le subharmonique du régime fondamental à faible intensité correspondant, c'est que les impulsions du premier sont très différentes les

(1) Les deux boucles extrêmes *a* et *b* deviennent dissymétriques, le subharmonique s'entachant d'une oscillation d'ordre pair.

unes des autres en amplitude ; comme celles du second, elles sont sensiblement centrées sur les zéros de la tension.

Si l'on diminue R, tout en augmentant la tension pour se maintenir au voisinage de U_M, les impulsions deviennent progressivement moins différentes les unes des autres et tendent vers celles du régime fondamental, avec lesquelles elles se confondraient pour $R = o$ et seraient alors rigoureusement centrées sur les zéros de tension. De

Fig. 30. — Oscillogramme relatif au subharmonique de rang 5 au voisinage de la tension critique supérieure. Conditions d'expérience : Bobine PB, $C = 215\ \mu F$; $R = 20{,}7\ \Omega$; $U = 45$ V ; $U_c \cong 2$ V ; $f = 50$.

même, nous avons remarqué que la tension critique supérieure U_M se rapproche d'autant plus de la tension U_S que l'amortissement devient plus faible.

Quant à l'intensité efficace elle est beaucoup plus petite que celle du domaine inférieur ; elle correspond, comme il se doit, à une tension U_{CM} beaucoup plus faible également (*fig.* 29). Lorsque R tend vers zéro ces deux quantités tendent vers les valeurs du régime fondamental.

B. **Etablissement d'une relation approchée donnant la valeur de la tension limite supérieure dans le cas d'un faible amortissement.** — Adaptons aux conditions du domaine supérieur le diagramme utilisé pour illustrer et expliquer le fonctionnement du démultiplicateur au voisinage de la tension critique inférieure.

Il est basé sur l'équation approchée suivante :

$$\Phi = -\Phi_c + U_{CM}t + \frac{U\sqrt{2}}{\omega}\cos\psi - \frac{U\sqrt{2}}{\omega}\cos(\omega t + \psi).$$

A la limite inférieure, étant donnée la faible valeur relative de u il est visible que l'époque des impulsions dépend principalement du coefficient U_{CM}, c'est-à-dire de la charge du condensateur entre deux impulsions.

Au voisinage de la tension limite supérieure, au contraire, les rôles sont inversés ; la pente U_{CM} est très faible, l'amplitude de la sinusoïde est forte. A chaque demi-période de la source nous trouvons une impulsion, ce qui signifie qu'une seule alternance de ten-

sion se trouve comprise entre les deux droites $\Phi = \pm \Phi_c$. Les impulsions sont, cette fois, déclenchées principalement par le terme :

$$\frac{U\sqrt{2}}{\omega} \cos(\omega t + \psi).$$

En première approximation, nous négligeons la quantité $U_{CM}t$ devant les autres ; comme les impulsions se produisent aux zéros de la tension on voit facilement que $\psi = 0$; le double de l'amplitude de la cosinusoïde $\frac{U\sqrt{2}}{\omega} \cos \omega t$ est donc égal à la distance des deux droites $\pm \Phi_c$, ce qui donne $U_M = \frac{\omega \Phi_c}{\sqrt{2}}$ (puisque ces conditions ne sont réalisées qu'à la limite supérieure).

On voit ainsi qu'en première approximation la tension limite supérieure ne doit dépendre que de la fréquence et du flux au coude de la caractéristique. Elle se confond bien, moyennant les hypothèses admises, avec la tension U_S au coude de la caractéristique $U = f(I)$ obtenue en soumettant la bobine directement à la tension de la source. En fait, la tension de chavirement de ferrorésonance ayant une valeur un peu inférieure, dans ces conditions, à la quantité $\frac{\omega \Phi_c}{\sqrt{2}}$ la tension critique supérieure sera nécessairement plus petite que cette tension, ce qui explique d'ailleurs la difficulté expérimentale signalée au début de ce chapitre.

C. **Contrôle expérimental de la relation établie.** — Nous avons fait un grand nombre d'expériences dans le but de vérifier la formule établie ci-dessus.

Elles ont porté sur le permalloy, pour des combinaisons variées des paramètres, choisis entre les larges limites suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} f : 15 \text{ à } 115 \ c/s ; \\ C : 88 \text{ à } 523 \ \mu F ; \\ L_1 : 1 \text{ à } 48 \ mH ; \\ \Phi_c : 8 \text{ à } 47 \text{ MM} ; \\ R : 1 \text{ à } 20 \ \Omega. \end{array} \right.$$

Le facteur n de démultiplication fut égal à 3 pour la plupart des expériences, à 5 et à 2 pour les autres. Un certain nombre de cas ont été consignés dans le tableau n° V où nous avons en outre porté l'écart relatif entre la valeur théorique et la valeur expérimentale :

$$\varepsilon = \frac{U_{MT} - U_M}{U_M} \times 100.$$

Un examen de ce tableau montre que cet écart dépasse rarement 10 o/o et qu'il est d'autant plus faible, en général, que n et R sont petits et que L_1, C et ω sont élevés.

TABLEAU V

Comparaison des valeurs théorique et expérimentale de U_M pour un noyau en permalloy (Bobine PB), et des constantes diverses du circuit.

Numéro de l'expérience	Ordre n de démulti-plication	Inductance L_1 en mH	Flux Φ_c en MM	Capacité C en µF	Résistance effective R approxi-mative en ohms	Fréquence f	Valeur U_M théorique en V	Valeur U_M expérimentale en V	Ecart en o/o
1	2	4,60	24,3	198	11,0	49,7	53,6	50,9	+ 5,3
2	3	»	»	523	3,0	50	54	52,8	+ 2,3
3	»	»	»	408	3,0	»	»	52,6	+ 2,7
4	»	»	»	298	»	»	»	51,7	+ 4,4
5	»	»	»	88	»	»	»	50	+ 8,0
6	»	3,06	16,20	298	2,0	»	36	34	+ 5,9
7	»	1,53	8,10	»	1,0	»	18	16,7	+ 7,8
8	»	14,20	24,3	300	4.45	49,4	53,3	53,4	— 0,2
9	»	48,0	»	523	8,90	50	54	53	+ 1,8
10	»	»	»	276	»	»	»	54,6	— 1,1
11	»	»	»	144	»	»	»	52,3	+ 3,2
12	»	4,60	»	523	3,0	15	16,2	15	+ 8
13	»	»	»	»	»	75	81	81	0
14	»	»	»	»	»	115	124	127	— 2,4
15	»	»	»	398	10	50	54	52,9	+ 2,1
16	»	»	»	398	15	»	54	51,8	+ 4,2
17	5	»	»	198	3,0	»	»	50,5	+ 6,9
18	»	»	»	»	10	»	»	49,1	+ 9,1
19	»	»	»	»	20	»	»	45,9	+ 17,6
20	»	»	»	523	3,0	»	»	52	+ 3,9
21	»	»	»	»	»	95	102,5	99,5	+ 3

CHAPITRE IX

Etude détaillée du phénomène au voisinage de la tension critique supérieure.

Le phénomène, au voisinage de la tension limite supérieure se trouve fortement altéré par le régime fondamental à faible intensité, qui, à cet endroit, correspondant au coude de la caractéristique, présente une amplitude relative assez forte (1). Il convient de faire d'abord un examen théorique sommaire de ce régime, limité toujours au cas du permalloy.

A. — **Régime fondamental (de faible intensité) pour une résistance nulle du circuit.** — Dans ce régime, et pour une résistance négligeable, l'expérience montre que l'onde d'intensité se compose d'impulsions de forme quasi sinusoïdale centrées sur les zéros de la tension.

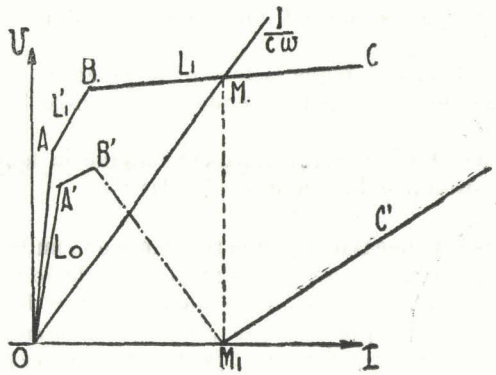

Fig. 31. — Introduction du coefficient L'_1 intermédiaire entre L_0 et L_1 par assimilation de la caractéristique à un ensemble de 3 éléments rectilignes. La caractéristique de ferrorésonance a été construite en OA'B'C' à partir de la courbe précédente, et de la droite caractérisant la chute de tension dans la capacité (la résistance effective du circuit est supposée négligeable).

Pour analyser ce qui se passe, il est nécessaire d'assimiler la caractéristique de magnétisme à trois éléments rectilignes de pentes respectives L_0, L'_1 et L_1 (fig. 31).

(1) L'inductance instantanée de la bobine prend ici des valeurs intermédiaires entre L_0 et L_1.

L'onde d'intensité dépend de la valeur de la tension appliquée. Nous ne considérerons que le cas où L_0 est supposé infini, et la tension suffisante pour mettre en jeu la self L_1', mais trop faible pour que L_1 intervienne.

Le raisonnement déjà utilisé en l'absence de condensateur nous conduit pendant les impulsions à poser l'équation :

$$L_1' \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{c} = u = -U\sqrt{2}\omega t,$$

en assimilant dans ces intervalles l'arc de sinusoïde de la tension appliquée à un segment de droite. La solution conduit à :

$$i = Q\beta \cos(\beta t + \varphi) - CU\sqrt{2} \qquad \text{avec} \qquad \beta = \frac{1}{\sqrt{CL_1'}}.$$

L'impulsion est donc encore constituée par la partie supérieure d'une alternance de sinusoïde comme pour $C = \infty$; (Cf. IV, C, 6, 2°). Sa largeur dépend cette fois des deux termes β et ω.

Si l'on détermine sa durée $2t_1$ et la tension U_{CM}, on en déduira les constantes Q et φ et le courant sera ainsi parfaitement connu. On verrait que :

— L'amplitude croît lorsque la tension augmente.

— La charge conservée par le condensateur entre les impulsions croît également.

— L'intensité et la charge s'annulent lorsque la tension devient inférieure à l'ordonnée du coude A' (fig. 31).

B. — **Régime fondamental pour une résistance non nulle du circuit.** — Si la résistance du circuit est différente de zéro, la source fournit de l'énergie. Le calcul et l'expérience montrent que les impulsions deviennent dyssymétriques. De plus, elles se décalent dans le sens des avances. Ce dernier point serait facile à démontrer par des considérations énergétiques (Il en est de même, du reste, si la capacité est infinie, mais dans ce cas, comme il n'y a plus d'oscillations propres du circuit, l'amplitude du courant est moins élevée, toutes choses égales par ailleurs).

La présence de la résistance n'apporte de perturbation notable que pendant l'impulsion puisque, le reste du temps, le courant est nul ; le diagramme fondamental du flux n'est donc pas altéré de façon appréciable.

C. — **Régime subharmonique pour un amortissement faible.** — 1. Processus physique du phénomène. — Lorsque l'amortissement est faible, l'expérience révèle que non seulement les impulsions successives du subharmonique sont alternativement positives et négatives,

mais que les charges successives du condensateur présentent aussi cette propriété (fig. 32 *c*).

La démultiplication, synchronisation du régime libre sur le régime fondamental, apparaît comme une combinaison de ces deux régimes. Comme la tension de la source présente ici une valeur élevée, la décharge entrecoupée du condensateur en est très affectée.

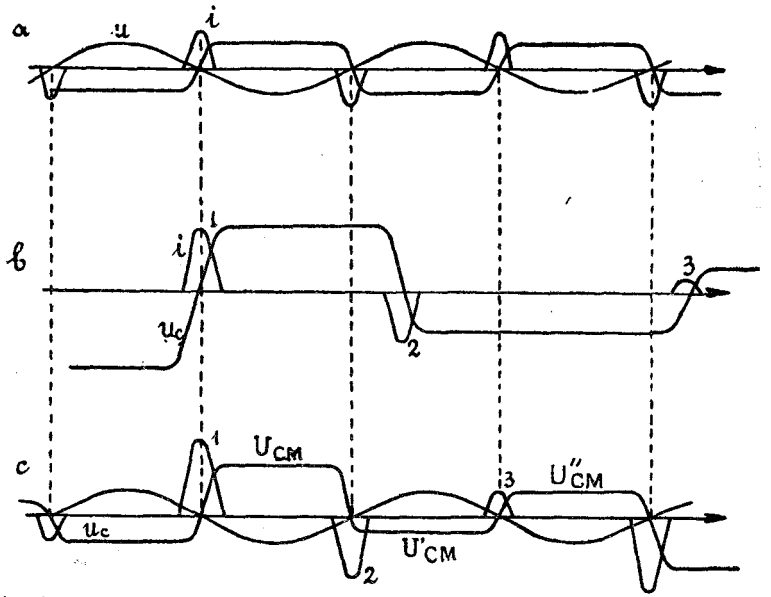

Fig. 32. — Représentation schématique comparative du régime fondamental (courbes *a*), du régime libre (courbe *b*), et du régime subharmonique (courbes *c*) pour un amortissement faible (Les échelles de *u* et *u* sont très différentes).

Nous avons montré dans l'étude sommaire (chap. VII, § B) que le rapport $\frac{U_c}{U_M}$ étant faible à ce niveau, c'est la tension de la source qui, par les variations de flux qu'elle engendre, déclenche les impulsions de courant à chaque demi-période fondamentale, au voisinage du zéro de tension. Tout se passe, *grosso modo*, pendant ces impulsions de courte durée, comme si une source de f. e. m., affectant la forme visible sur la figure 33, était enclenchée aux instants A, B, C, D, etc. sur un circuit de constantes L_1CR, le condensateur portant une charge initiale dépendant de l'instant considéré.

Si l'on peut appliquer le principe de superposition dans les intervalles AB, CD, etc., l'intensité de démultiplication doit s'obtenir en

sommant à tout instant les intensités dues respectivement à la décharge libre et à la f. e. m. e.

L'onde d'intensité i_c de décharge libre, limitée à trois alternances aurait la forme bien connue (fig. 33). Les variations brusques de l ont pour effet d'entrecouper cette décharge mais n'affectent pas ses alternances successives.

Nous supposerons pour simplifier que ces alternances sont sinusoïdales ainsi que celles dues à e. Nous négligerons aussi les légères différences de largeurs d'impulsions et de phases, en supposant les impulsions des deux régimes centrées sur les zéros de la tension.

Moyennant ces conditions, si l'on additionne à chaque instant les

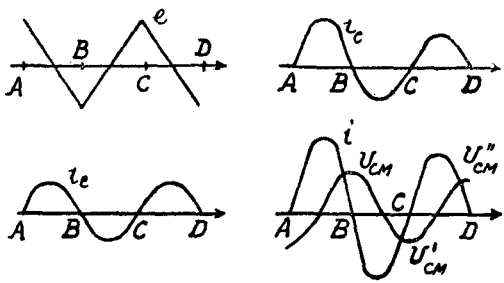

Fig. 33. — Synthèse des ondes de i et de u_c (R faible). Pour clarifier la figure, les régimes inter-impulsions n'ont pas été représentés et les intervalles des impulsions successives ont été juxtaposés.

courants i_c et i_e on obtient la courbe de i. Et, par des intégrations simples de la forme

$$U_{CM} - U''_{CM} = \int_{AB} i dt,$$

on peut trouver les variations correspondantes de u_c.

Les deux courbes $i = f(t)$ et $u_c = f(t)$ rendent bien compte des ondes observées (fig. 32) et expliquent notamment que la tension U'_{CM} consécutive à la deuxième impulsion puisse être plus faible en valeur absolue que la tension U''_{CM} consécutive à la troisième.

Cette façon d'envisager le phénomène est très grossière et ne permettrait pas d'expliquer comment le train de trois alternances peut se reproduire. Mais on peut remarquer qu'en raison de la petitesse du rapport $\frac{U_c}{U_M}$, l'amplitude de chaque impulsion dépend beaucoup des valeurs que prend u dans cet intervalle et par conséquent de l'époque à laquelle commence la décharge (1). Pour que la grande

(1) Au contraire, près de U_m, limite inférieure, l'amplitude dépendait surtout de la tension U_{CM}.

impulsion, qui permet au phénomène de se reproduire, puisse suivre une charge CU''_{CM} d'assez faible valeur, il est nécessaire que son début soit plus éloigné du zéro de tension que ne le sont les débuts des deux autres : ceci est bien conforme à l'expérience. On peut donc admettre qu'il se produit à ce moment une excitation par choc du circuit, qui se renouvelle toutes les n demi-périodes fondamentales.

2. Evolution du phénomène par augmentation de tension. — La courbe précédente (fig. 32 *c*) a été tracée près de la tension critique. Lorsqu'on augmente de quelque pour cent, et progressivement, la

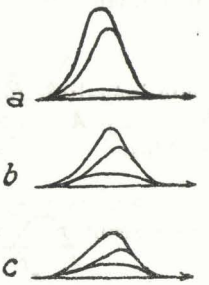

Fig. 34. — Evolution des trois impulsions de la demi-période lorsqu'on élève la tension au voisinage de U_M (R faible). Nous avons représenté seulement les trois impulsions positives, telles que nous les avons observées à l'oscilloscope cathodique après les avoir amenées en coïncidence par un réglage convenable du balayage.

tension appliquée, on observe une déformation très grande des ondes, la position des impulsions restant sensiblement la même (fig. 34).

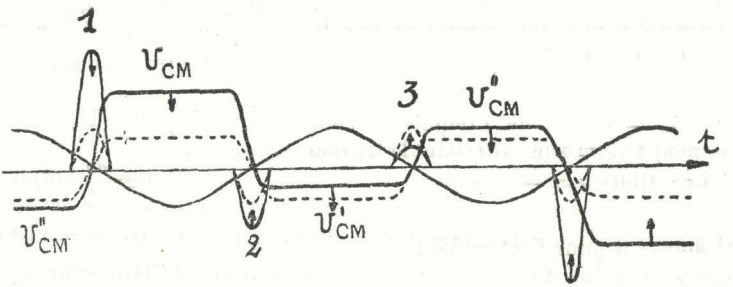

Fig. 35. — Formes d'onde du phénomène et du régime fondamental qui lui succède aussitôt après le décrochage (régime fondamental en pointillé). Les flèches indiquent dans quels sens se produisent les déformations consécutives à une augmentation de la tension. L'amortissement est faible (Les variations de phase du début des impulsions ne sont pas représentées).

Sur la figure 35 nous avons rapporté au même axe des temps les ondes du phénomène et celles du régime fondamental qui lui succède immédiatement après le décrochage. L'expérience montre

que les premières tendent progressivement vers les secondes jusqu'à la tension critique. A ce moment une discontinuité se produit, qui est d'autant plus nette que l'amortissement est plus élevé. Quant à U_{CM}, U'_{CM}, U''_{CM}, on constate que la première et la troisième de ces valeurs absolues diminuent, alors que la deuxième augmente.

Pendant cette variation, on observe en outre un retard notable du début des deux premières impulsions alors que la phase de leur fin n'est pratiquement pas altérée. Si t_1 représente l'avance du début de l'impulsion sur le zéro voisin de la tension, on a pu constater pour ces deux impulsions que :

$$\left| \frac{\Delta t_1}{t_1} \right| \geqslant \left| \frac{\Delta U}{U} \right|.$$

Cette inégalité, qui est fondamentale comme on le verra par la suite, sera justifiée théoriquement (3-4°) après certains calculs indispensables.

3. Interprétations des faits expérimentaux. — 1° Montrons d'abord, en négligeant la résistance et la tension initiale U_C, qu'un retard du début de l'impulsion conduit toutes choses égales par ailleurs, à une diminution de l'amplitude. Pour cela, considérons encore le problème de l'impulsion en supposant toujours celle-ci suffisamment brève (fig. 36). Les équations sont encore :

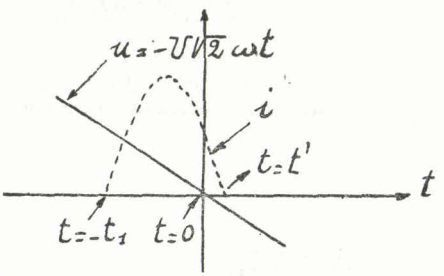

Fig. 36. — Calcul de l'impulsion pour $R = 0$; $U_{CM} = 0$ en assimilant la tension à une droite $u = -U\sqrt{2}\omega t$.

$$L'_1 \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{c} = -U\sqrt{2}\omega t \qquad (1)$$

$$i = \frac{dq}{dt} \qquad (2)$$

qui donnent pour l'intensité :

$$i = Q\beta \cos(\beta t + \varphi) - CU\omega\sqrt{2} \qquad (3)$$

avec :

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{CL'_1}}. \qquad (4)$$

L'enclenchement fictif se fait à l'époque $t = -t_1$ (avec $t_1 > 0$) ; à ce moment $i = 0$, $q = 0$; ces conditions initiales déterminent les constantes φ et Q.

Le maximum de courant qui a lieu à l'instant :

$$t_m = -t_1 + \frac{1}{\beta} \operatorname{Arc\,tg}\, \beta t_1 \tag{5}$$

a pour valeur :

$$I_m = CU\sqrt{2}\omega\left(\sqrt{1 + \beta^2 t_1^2} - 1\right). \tag{6}$$

Cette quantité diminue bien lorsque le début de l'impulsion se déplace vers l'origine des temps. Le lieu du sommet de l'impulsion passe par cette origine. Quant à t', époque du deuxième zéro de i, on trouve pour elle, l'impulsion étant symétrique :

$$t' = -t_1 + \frac{2}{\beta} \operatorname{Arc\,tg}\, \beta t_1. \tag{7}$$

Elle est positive dans l'intervalle que nous considérons et passe par un maximum pour $t_1 = \frac{1}{\beta}$.

Il en résulte qu'à des variations importantes de l'époque d'enclenchement autour de cette valeur ne correspondent que de faibles variations de l'époque t' du deuxième zéro.

2° Toujours en négligeant la résistance, mais cette fois admettant une certaine tension initiale U_c au condensateur, de valeur faible devant U, comme c'est le cas près de la tension critique supérieure, nous avons trouvé des résultats voisins, la charge initiale du condensateur n'introduisant dans les calculs qu'un terme correctif de faible valeur. Dans ces conditions théoriques, le maximum de l'impulsion peut se produire à droite de l'origine des temps. De toute façon, que t_m soit positif ou négatif, sa valeur :

$$t_m = -t_1 + \frac{1}{\beta} \operatorname{Arc\,tg}\left(\beta t_1 + \frac{\beta U_c}{U\omega\sqrt{2}}\right) \tag{8}$$

est toujours très faible et n'est pratiquement pas mesurable sur les oscillogrammes.

Quant au maximum de la quantité t', le terme correctif l'affecte très peu, si bien que les résultats essentiels du cas précédent ($U_c = 0$) restent valables et confirment l'expérience de façon satisfaisante, quant à la forme et à la variation de l'impulsion sous l'effet d'une modification légère de la tension appliquée.

Le calcul de la charge finale du condensateur conduit à :

$$q' = C(U_c - 2U\sqrt{2}\omega t_m) \tag{9}$$

elle peut donc être plus ou moins élevée que la charge initiale CU_c suivant que t_m est négatif ou positif. Elle est égale à cette charge si l'impulsion est centrée sur le zéro de tension. Ces derniers résultats s'avèrent d'ailleurs évidents si l'on considère la loi de conservation de l'énergie.

3° Les calculs précédents supposent U constant. La variation que l'on fait subir à cette quantité est en effet très faible dans l'intervalle considéré, et relativement bien inférieure à celle de t_1 (1). Nous admettrons donc que les résultats du calcul s'appliquent sans changement à ce cas (2).

4° Justifions maintenant l'inégalité :

$$\left|\frac{\Delta t_1}{t_1}\right| \geqslant \left|\frac{\Delta U}{U}\right|,$$

posée au § C, 2.

On sait, qu'entre une impulsion négative et une impulsion positive, le flux suit la loi (3) ;

$$\Phi = -\Phi_c + U_{CM}(t - t_0) + \frac{E\sqrt{2}}{\omega}\cos\omega t_0 - \frac{E\sqrt{2}}{\omega}\cos\omega t,$$

t_0 désignant l'époque de l'impulsion négative (largeur des impulsions négligée). Cette équation, mise sous la forme :

$$\Phi_c + \frac{E\sqrt{2}}{\omega}\cos\omega t = -\Phi_c + U_{CM}(t - t_0) + \frac{E\sqrt{2}}{\omega}\cos\omega t_0$$

peut se représenter par la construction de la figure 37 dans laquelle nous avons tenu compte de la petitesse du rapport $\frac{U_{CM}}{U_M}$.

Evaluons la variation ΔU_{CM} consécutive à une variation ΔU :

$$\operatorname{tg}\alpha = U_{CM} = \frac{2\Phi_c - 2\frac{U\sqrt{2}}{\omega}}{T/2}$$

$$\Delta U_{CM} = -\frac{2\sqrt{2}}{\pi}\Delta U = -0{,}9\,\Delta U.$$

(1) Par exemple, sur l'oscillogramme de la figure 34, la tension varie de 5 o/o, Δt_1 n'y est pas mesurable mais Δt_m est décelable, et l'équation 5 donne $\left|\frac{\Delta t_m}{\Delta t_1}\right| < 1$.

(2) Du reste, il est facile de montrer que l'inégalité :

$$\left|\frac{\Delta t_1}{t_1}\right| \geqslant \left|\frac{\Delta U}{U}\right|$$

entraînerait

$$U\sqrt{2}\omega t_1 > (U + \Delta U)\sqrt{2}\omega(t_1 - \Delta t_1)$$

qui indique que la tension u à l'époque $-(t_1 - \Delta t_1)$ est plus petite qu'à l'époque $-t_1$. Et cette diminution de la tension instantanée au début de l'impulsion agit forcément dans le sens d'une diminution de courant.

(3) Equation 2 du chapitre II, § B.

Comme U_{CM} est bien inférieur à U, il vient :

$$\frac{\Delta U_{CM}}{U_{CM}} \gg \frac{\Delta U}{U}.$$

Cette diminution importante de U_{CM} (constatée expérimentalement) provoque un retard Δt_1 d'où résulte, comme le montrent les calculs précédents, une réduction de l'amplitude du courant.

Cette réduction s'accorde d'ailleurs très bien avec celle de U_{CM} puisque dans la durée de l'impulsion on doit avoir :

$$2U_{CM} = \int idt.$$

5° Il est plus difficile d'expliquer complètement le processus de la déformation de l'onde subharmonique telle que l'a révélée l'expérience (fig. 35). Nous admettrons que l'élévation de tension ΔU provoque

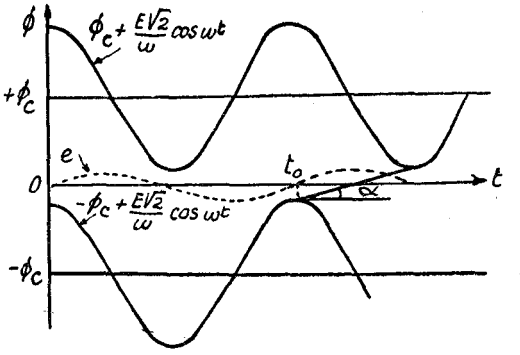

Fig. 37. — Construction relative à l'évaluation de la variation ΔU_{CM} consécutive à une augmentation de U.

une variation du « choc » lors de la première impulsion, variation qui se répercute sur les impulsions suivantes en s'atténuant de telle façon que les inégalités suivantes soient satisfaites :

$$\Delta U_{CM} > \Delta U'_{CM} > \Delta U''_{CM} \qquad (10)$$

La diminution de U_{CM} l'emporte alors sur l'augmentation de U'_{CM} ce qui explique la décroissance de l'impulsion 2 [puisque $\int_{(2)} idt = C(U_{CM} - U'_{CM})$]. Le même raisonnement appliqué aux autres impulsions montre bien que la 3e doit croître et la 1re décroître.

D. Régime subharmonique pour un amortissement élevé. Effet d'une augmentation de résistance. — Lorsqu'on fait croître la résistance du circuit en diminuant conjointement la tension de façon à se maintenir au voisinage de la limite supérieure, le phénomène se transforme comme le montre la figure 38. On y voit de haut en bas, l'évolution des trois impulsions positives d'une période subharmonique lorsque la tension diminue et que R augmente.

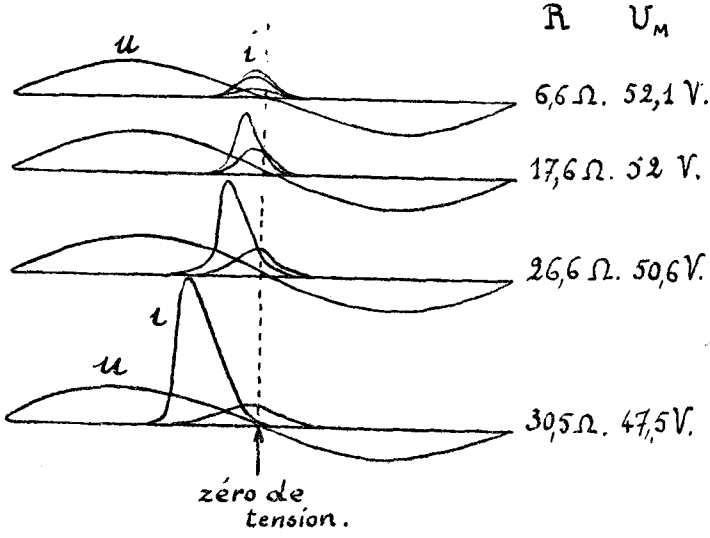

Fig. 38. — Modification des impulsions positives d'une période subharmonique lorsque R varie au voisinage immédiat de U_M. Les impulsions positives de la période ont été amenées au même endroit par un choix convenable de la fréquence de balayage de l'oscillographe.
(Cette figure est formée de la juxtaposition de quatre photographies).

On a constaté ainsi les faits suivants :

1° L'intensité efficace augmente : ceci résulte de l'ampleur qu'acquiert l'impulsion principale. Les deux autres au contraire diminuent d'amplitude ; la troisième même arrive à disparaître complètement.

2° L'impulsion principale se déplace vers les temps négatifs et devient nettement dyssymétrique. Le supplément d'énergie exigé par l'augmentation d'amplitude est ainsi compensé par l'effet du décalage (1).

(1) Dans une certaine mesure du moins : il se produit là un phénomène analogue à celui étudié au chapitre sur la tension critique inférieure (VII, § C) ; il y a également un certain transfert de l'énergie entre la première et la deuxième impulsion.

3° La tension u_c (non représentée) ne change plus de signe à chaque impulsion, mais seulement au cours de l'impulsion principale (se reporter à la figure 29 ou à la figure 40 suivant que la 3e impulsion existe ou non).

On voit que le phénomène présente encore certains points communs avec le régime fondamental : outre la déformation qu'elle fait subir à l'impulsion, l'augmentation de résistance décale celle-ci dans le sens des avances. Mais les impulsions successives sont plus différentes les unes des autres que pour R faible ; la décharge « entrecoupée » est plus amortie.

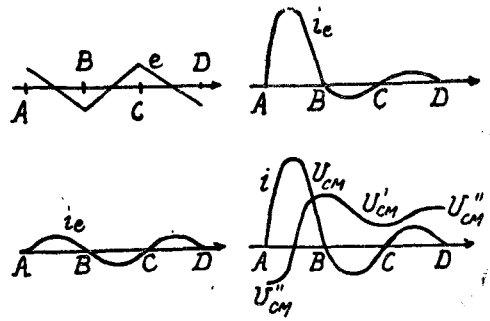

Fig. 39. — Synthèse des ondes de i et de u_c (R moyen). Régimes inter-impulsions non représentés.

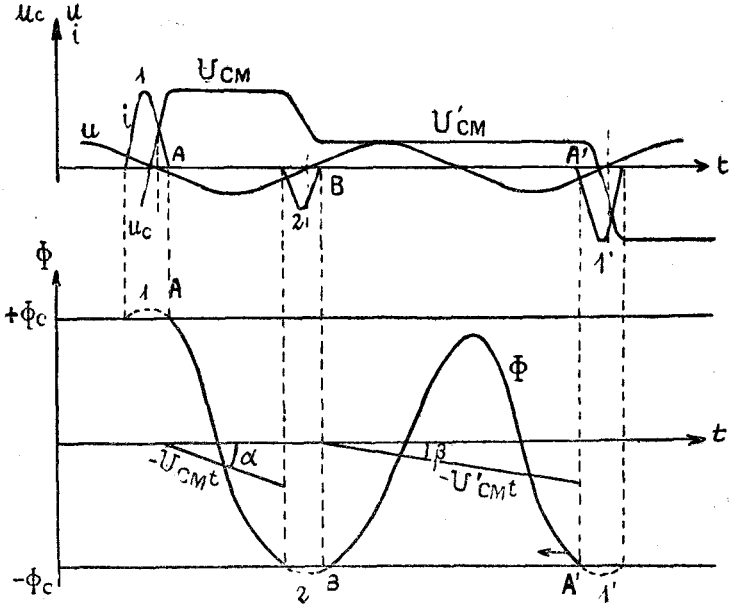

Fig. 40. — Allure du phénomène pour un amortissement élevé. La troisième impulsion n'existe plus ; la charge du condensateur se conserve de B à A'.

N. B. — Les échelles de u et u_c sont différentes.

D'ailleurs, bien que l'impulsion principale soit plus décalée, le principe de superposition peut encore grossièrement être appliqué comme il a été fait pour R faible, ce que montre la figure 37 établie suivant les mêmes règles que la figure 33.

Dans ce régime, la deuxième impulsion a une amplitude relative bien plus faible, de telle sorte que la décharge du condensateur qui s'effectue à ce moment n'est que partielle. La troisième impulsion, quand elle existe, est encore plus amortie et son effet est très réduit : elle renforce simplement un peu la charge du condensateur. En la négligeant on a l'aspect de la figure 40. La tension aux bornes du condensateur conserve son signe pendant la demi-période subharmonique, et subit seulement une décroissance au moment de l'impulsion 2. Le diagramme de la variation correspondante de φ est représenté sur la figure, ainsi que les pentes α et β des axes des éléments successifs de sinusoïde.

On peut expliquer grossièrement l'évolution du phénomène lorsque R augmente, de la façon suivante :

Toujours en négligeant l'impulsion 3, supposons que l'impulsion 2 diminue d'amplitude, ainsi que cela se produit sur la figure 38 et étudions l'effet de cette diminution (en négligeant aussi la variation de U_M qui est faible) :

U'_{CM}, et par suite β, augmentent (fig. 40) ; le point A' prend de l'avance. L'impulsion 1' (ou 1) se produisant plus tôt son amplitude est plus forte. Ceci n'entraîne pas forcément une augmentation de U_{CM}. En effet, ce qui croît, c'est la quantité :

$$C(U'_{CM} + U_{CM}) = \int idt.$$

On constate que U_{CM} décroît [1] tandis que U'_{CM} croît, l'augmentation de celle-ci étant plus élevée que la diminution de celle-là ; U_{CM} décroissant, l'impulsion 2 se produit plus tardivement, son amplitude décroît, ce qui justifie *a posteriori* le point de départ de notre raisonnement.

On voit bien ainsi que le phénomène, lorsque la résistance croît, tend vers la forme qu'il revêt à la tension critique inférieure pour R élevé (voir chapitre VII, § A et oscillogramme de la figure 22).

Lorsque la résistance croît les tensions critiques supérieure et inférieure tendent l'une vers l'autre pour se confondre pour une valeur R_D au delà de laquelle la démultiplication n'existe plus. Pour chaque valeur de R inférieure à cette limite, il y a deux tensions critiques et le domaine d'entretien dans le système de coordonnées « tensions-

[1] Au reste le calcul numérique de l'impulsion 1 le montrerait.

résistances » se trouve à l'intérieur d'une courbe représentée figure 51 (chap. X, § B).

Si l'on modifie simultanément R et U pour maintenir le point M sur cette courbe on trouve successivement en faisant décroître U ;

— le régime fondamental pour R = o avec 3 impulsions égales ;

— le subharmonique 3 pour R faible avec 3 impulsions inégales ;

— le subharmonique 3 pour R élevé avec 2 impulsions inégales ;

— le subharmonique 3 pour R élevé à la limite inférieure avec deux impulsions très inégales, la grande se situant à droite du maximum de la tension.

— le subharmonique 3 pour R faible présentant une seule impulsion centrée sur le maximum de U.

On tend enfin vers le régime libre théorique, non amorti, qui se produirait pour U = o.

E. **Entretien du subharmonique au voisinage de la tension critique supérieure et mécanisme du décrochage.** — Chaque impulsion comporte deux parties $\alpha\beta$ et $\beta\gamma$ situées de part et d'autre du zéro de tension. Du reste, quel que soit le régime envisagé, subharmonique, fondamental ou régime libre nous avons vu que ces deux parties deviennent de plus en plus différentes l'une de l'autre lorsque la résistance croît.

La première partie de l'impulsion correspond à un passage de l'énergie dans le sens source-démultiplicateur. Au contraire, dans la deuxième partie, une fraction de cette énergie est restituée au réseau. La différence de ces deux énergies correspond évidemment aux pertes du système et à la variation d'énergie potentielle.

On a par conséquent pour l'ensemble des impulsions d'une demi-période :

$$\underbrace{\int_{\alpha_1}^{\beta_1} ui\,dt + \int_{\alpha_2}^{\beta_2} ui\,dt + \int_{\alpha_3}^{\beta_3} ui\,dt}_{\text{énergie positive}} + \underbrace{\int_{\beta_1}^{\gamma_1} ui\,dt + \int_{\beta}^{\gamma_2} ui\,dt + \int_{\beta_3}^{\gamma_3} ui\,dt}_{\text{énergi négative}}$$

$$= \underbrace{\int_{\alpha_1}^{\gamma_1} \mathrm{R}i^2 dt + \int_{\alpha_2}^{\gamma_2} \mathrm{R}i^2 dt + \int_{\alpha_3}^{\gamma_3} \mathrm{R}i^2 dt.}_{\text{pestes du démultiplicateur}}$$

En outre, pendant la durée d'une demi-période subharmonique l'impulsion principale fait passer de l'énergie de la source à l'impulsion suivante, par l'intermédiaire de la capacité. En effet il se produit dans l'intervalle $\alpha\gamma$ (fig. 41) un accroissement de l'énergie potentielle du condensateur qui passe de la valeur : $1/2\ C(U''_{CM})^2$ à $1/2\ C(U_{CM})^2$.

Puisque, à la fin de la demi-période subharmonique la tension aux bornes du condensateur retrouve la valeur U''_{CM}, cet accroissement

d'énergie sert à compenser une fraction des pertes suivantes (2e et 3e impulsions).

Dans le cas de deux impulsions par exemple (cas de R élevé) les relations énergétiques sont évidemment :

$$\int_{\alpha_1}^{\gamma_1} Ri^2dt + \tfrac{1}{2}C(U_{CM}^2 - U_{CM}'^2) = \int_{\alpha_1}^{\gamma_1} uidt.$$

$$\int_{\alpha_2}^{\gamma_2} Ri^2dt - \tfrac{1}{2}C(U_{CM}^2 - U_{CM}'^2) = \int_{\alpha_2}^{\gamma_2} uidt.$$

L'impulsion principale doit donner naissance à un appel d'énergie plus élevé que celui que nécessiteraient les pertes du système dans cet

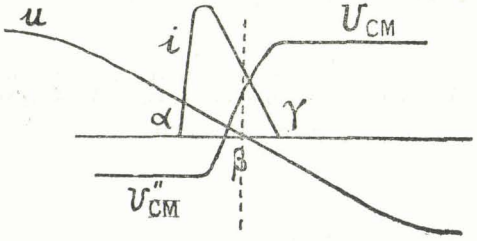

Fig. 41. — Variations de u, i, u_c pendant l'impulsion principale. La source dans cet intervalle fournit l'énergie nécessaire à la perte Joule et accroît l'énergie potentielle du condensateur.

intervalle. Cette impulsion doit donc avoir sa majeure partie située bien avant le zéro de la tension. Au contraire l'impulsion 2 qui reçoit, outre l'énergie provenant de la source, celle qui émane du condensateur, est moins déportée vers les temps négatifs. L'expérience confirme ces résultats théoriques (oscillogrammes figure 38).

Quant à la troisième impulsion, lorsqu'elle existe, elle est d'amplitude très faible, sensiblement centrée sur le zéro de tension correspondant. Elle ne demande ni ne fournit d'énergie appréciable et l'on peut la négliger sans risque d'erreur de principe.

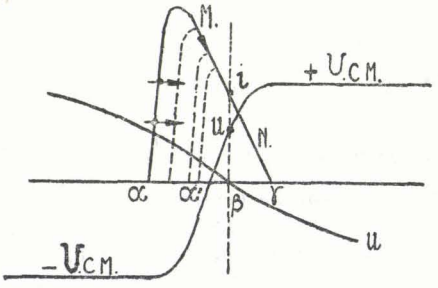

Fig. 42. — Schéma de la déformation de l'impulsion principale lorsque la tension croît au voisinage de U_M.

Pour expliquer la façon dont se produit le décrochage par excès de tension nous distinguerons deux cas :

1° *Amortissement élevé.* — Dans ce cas l'impulsion principale est prépondérante et ses variations sont grandes lorsque la tension

augmente très peu au voisinage de la tension critique U_M. Nous négligerons la 2e impulsion (se reporter à la figure 38 qui montre dans ce cas combien les deux impulsions sont différentes en amplitude).

Lorsque la tension croît, toutes choses égales par ailleurs, l'amplitude de l'impulsion principale diminue rapidement selon la loi schématiquement représentée figure 42. Le premier zéro se déplace vers la droite et l'impulsion diminue en largeur et amplitude, le deuxième zéro restant sensiblement fixe (1), ainsi que le côté MN.

La deuxième impulsion étant négligée le condensateur prend avant et après l'intervalle $\alpha\gamma$ des charges égales et opposées. On peut écrire alors :

$$\underset{(1)}{\int_\alpha^\beta} Ri^2dt + \underset{(2)}{\int_\beta^\gamma} Ri^2dt = \underset{(3)}{\int_\alpha^\beta} uidt + \underset{(4)}{\int_\beta^\gamma} uidt.$$

Le deuxième zéro (point γ), et la pente MN étant fixes les sommes 2 et 4 sont sensiblement constantes (la tension varie peu). Soit W la somme de ces énergies perdues par le circuit ; il vient :

$$\int_\alpha^\beta uidt - \int_\alpha^\beta Ri^2dt = W > 0.$$

Pour que l'entretien se fasse il est donc nécessaire que : l'énergie fournie par la source entre α et β soit supérieure à celle qui est perdue sous forme de chaleur pendant le même temps (2).

Le décrochage survient lorsque le début de l'impulsion atteint un certain point α' tel que l'on ait encore :

$$\int_{\alpha'}^\beta uidt = \int_{\alpha'}^\beta Ri^2dt + W$$

W apparaît en somme comme la différence invariable de deux quantités qui diminuent constamment. Il est donc fatal que le décrochage se produise avant que $\int_\alpha^\beta Ri^2dt$ ne s'annule.

Il en résulte accessoirement que l'impulsion limite $\alpha'N\gamma$ doit avoir son maximum avant le zéro β de la tension.

Si la résistance était nulle, il n'en serait plus ainsi car l'on aurait constamment :

$$\int_\alpha^\beta uidt = -\int_\beta^\gamma uidt.$$

(1) Rappelons que cette quasi-fixité a été démontrée littéralement pour $R = 0$. Elle pourrait être vérifiée ici sur un cas numérique.

(2) Quant à l'énergie $\frac{1}{2} L_1 i^2$ emmagasinée dans la self à l'instant β elle compense W et $\frac{1}{2} C(U_{CM}^2 - u^2)$.

Mais on sait qu'alors le subharmonique serait remplacé par le régime fondamental. On conçoit ainsi la façon dont doit se déformer l'impulsion limite lorsque la résistance décroît. L'amplitude diminue lorsque R décroît et les pentes latérales de l'impulsion tendent à devenir égales en valeur absolue. Pour R = o l'impulsion est de faible grandeur et symétrique.

2° *Amortissement moyen.* — Dans ce cas, la deuxième impulsion cesse d'être négligeable alors que la troisième peut l'être en première approximation. Les deux impulsions principales sont situées

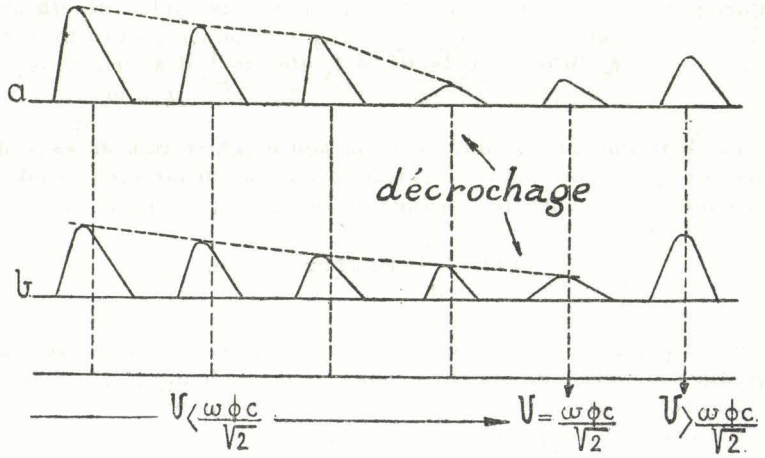

Fig. 43. — Evolution de l'impulsion au voisinage de la tension au coude ; *a* : R élevé, décrochage brusque ; *b* : R faible, décrochage plus progressif.

toutes deux sensiblement de la même façon par rapport au zéro de la tension, leur maximum étant placé un peu avant celui-ci.

On peut montrer que les relations énergétiques restent les mêmes quoique étendues à deux impulsions. Un raisonnement analogue au précédent montre que le décrochage peut être rattaché aux mêmes causes. Mais le circuit absorbant moins d'énergie les maxima des impulsions ont, à la valeur critique, une abscisse plus voisine du zéro de tension.

La figure 43 représente schématiquement le mécanisme de la disparition des impulsions lorsque la tension tend vers la valeur U_M. On y voit l'évolution d'une seule impulsion dans le cas d'un amortissement élevé, puis dans celui d'un amortissement faible.

Dans ce dernier cas, il y a peu de discontinuité entre les régimes

subharmonique et fondamental, ce qui explique pourquoi la formule $U_M = \frac{\omega \Phi_c}{\sqrt{2}}$ y est mieux satisfaite.

Remarques. — *a*) Si U continue à croître après le décrochage, les impulsions — cette fois toutes identiques — croissent de nouveau sans discontinuité dans le cas de R élevé, et avec un brusque changement de régime dans le cas de R faible (période de chavirement de la ferrorésonance).

b) Le décrochage à la limite inférieure de tension, où le phénomène est voisin du régime libre, se produit toujours brusquement, quelle que soit R, sans diminution préalable de l'intensité efficace. Au contraire le décrochage par excès de tension, se produit toujours après une diminution importante de l'intensité ; il a lieu brusquement si R est élevée, plus progressivement si elle est faible.

Or l'on a vu que les caractères du phénomène au voisinage de la tension limite supérieure se rapprochent d'autant plus de ceux du régime libre que la résistance est plus élevée. Il est intéressant de remarquer que c'est précisément dans ce cas que le décrochage ressemble par un de ses aspects à celui de la limite inférieure. Au contraire, si R est faible le phénomène est voisin des oscillations forcées du régime fondamental.

F. **Influence des paramètres au voisinage de la tension limite supérieure.** — Nous décomposerons les paramètres variables en trois groupes :

— la fréquence et le flux Φ_c au coude de la caractéristique ;
— la résistance, la capacité et l'inductance L_1 en régime saturé ;
— l'inductance L_0 dans la première partie de la caractéristique.

1. Influence de la fréquence et du flux Φ_c. — Ces deux paramètres dont l'influence s'exerce surtout dans les intervalles interimpulsions ont un effet considérable.

Comme il a été indiqué, les impulsions dépendent au premier chef des points d'intersection de la courbe sinusoïdale du flux :

$$\frac{U\sqrt{2}}{\omega} \cos(\omega t + \psi) \text{ et des deux droites } \pm \Phi_c.$$

Comme on doit avoir $U < \frac{\omega \Phi_c}{\sqrt{2}}$ il est visible qu'à tension constante, égale à la valeur U_M, une diminution des quantités ω ou Φ_c provoque le décrochage. Pour conserver les oscillations il convient donc de produire des variations en sens inverse de ces deux facteurs.

Nous avons fait varier séparément ω et Φ_c et vérifié la proportionnalité correspondante de U_M conformément à la formule établie. Ce contrôle, qui a été fait pour une résistance du circuit aussi faible

que possible s'est étendu de 15 à 130 périodes par seconde avec $n = 3$, puis de 50 à 90 périodes ($n = 5$), et enfin de 4 à 24 méga-maxwells ($n = 3$), l'ensemble ayant porté sur la bobine PB enroulée sur permalloy. Il complète celui des cas isolés du tableau V. Nous n'avons pas jugé utile de reproduire la totalité des résultats expérimentaux.

2. Influence de la résistance, de la capacité et de l'inductance L_1. — Contrairement aux précédents, les paramètres R, C, L_1 n'interviennent de façon directe que pendant les impulsions de courant, et leur influence sur la valeur de U_M est relativement faible. Ils agissent en effet sur l'ampleur de l'impulsion, donc en définitive sur la charge U_{CM} du condensateur qui est, on le sait, un facteur d'importance secondaire près de la tension critique supérieure.

Supposons que les impulsions soient grandes, donc les variations de charge fortes, le terme $U_{CM}t$ de l'équation du flux :

$$\Phi = -\Phi_c + U_{CM}t + \frac{U\sqrt{2}}{\omega}\cos\psi - \frac{U\sqrt{2}}{\omega}\cos(\omega t + \psi)$$

n'est plus négligeable et a pour effet de substituer à la sinusoïde unique envisagée au chapitre VIII, § B une suite d'arcs de sinusoïde s'étendant chacun sur T/2, dont les axes sont inclinés alternativement dans un sens et dans l'autre, comme les droites $\pm U_{CM}t$.

Un certain aspect du phénomène, notamment celui qu'il présente juste au moment du décrochage sera donc atteint pour une tension de la source plus faible, en d'autres termes on peut conclure que l'expression $U_M = \frac{\omega\Phi_c}{\sqrt{2}}$ sera, dans ces conditions, approchée par excès, ce qui est bien conforme à l'expérience.

Remarque. — Le raisonnement ci-dessus n'est qu'approximatif ; en fait, en raison de la dissemblance des trois impulsions de la demi-période subharmonique, les valeurs correspondantes de la tension U_{CM} ne sont pas identiques, mais si l'on reste dans le cas de R faible, leurs signes sont alternativement positifs et négatifs et les pentes des droites $U_{CM}t$ sont telles qu'elles inclinent les portions de sinusoïdes du flux dans un sens qui contribue à diminuer la valeur de la tension critique supérieure.

Dans le cas de R élevé, il est possible de ne considérer qu'une impulsion et qu'une valeur de U_{CM} ; on voit bien qu'une augmentation de U_{CM} agit dans le même sens qu'un accroissement de la tension de la source.

L'influence de la charge du condensateur ayant été ainsi mise en évidence, nous allons montrer maintenant celle des trois paramètres R, C, L_1 et essayer de l'expliquer.

1° *Influence de la résistance.* — La figure 44 donne l'aspect de la

variation de la tension critique supérieure lorsque la résistance varie.

La décroissance de U_M est d'abord très faible et très sensiblement linéaire (la tension critique, dans le cas de la figure 65 variant à peine de 2 o/o pour 10 ohms). Elle est plus rapide au voisinage du coude.

On vérifie par extrapolation que pour une résistance nulle du circuit la tension limite supérieure se confondrait avec la tension

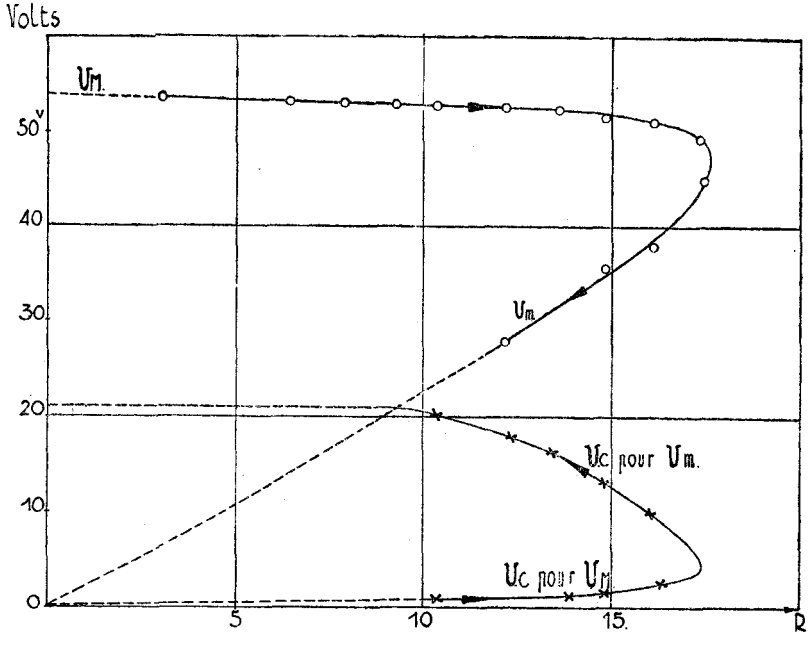

Fig. 44. — Variations des tensions critiques U_M et U_m en fonction de la résistance ; variations correspondantes de U_c (tenir compte du sens de parcours indiqué par les flèches).
Conditions : bobine PB ; C = 398 μF ; f = 50.

$U_s = \frac{\omega \Phi_c}{\sqrt{2}}$ au coude de la caractéristique U(I) de la bobine seule à la même fréquence.

En diminuant R après le coude, nous avons relevé une partie de la branche descendante relative à la tension critique U_m.

Il est intéressant de suivre les variations concomitantes de la tension efficace U_c, qui donnent une idée de la petitesse des quantités U_{CM}, U'_{CM}, U'_{CM} devant la tension U_M.

La figure 44 représente, tracée à la même échelle, cette courbe $U_c = f(R)$. Le lecteur remarquera que la branche supérieure de cette

caractéristique correspond à la branche inférieure de la courbe précédente et *vice-versa*. Une augmentation de la résistance se traduit, en raison de l'importance relative que prend l'impulsion principale, par une augmentation de la tension aux bornes de la capacité et cette augmentation entraîne, nous l'avons vu, une diminution de la tension U_M.

2° *Influence de la capacité.* — a) *Cas d'une résistance faible.* — L'expérience montre qu'une diminution de capacité comme une augmentation de résistance provoque un accroissement d'amplitude. La quantité d'électricité mise en jeu pendant l'impulsion augmente ; il s'ensuit que la tension U_{CM} croît ce qui entraîne finalement une diminution de la tension de décrochage.

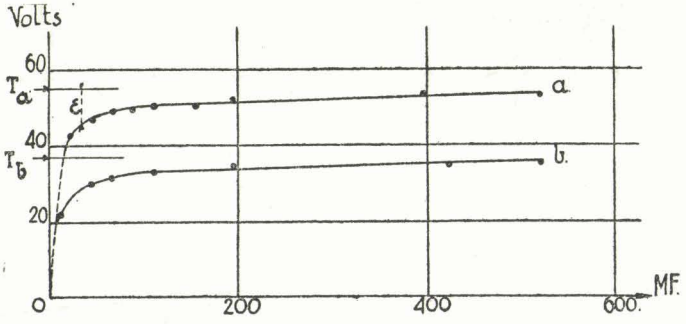

Fig. 45. — Variation de la tension critique supérieure en fonction de la capacité (résistance faible).

a) pour $\Phi_c = 24{,}3$ MM ; $L_1 = 4{,}6$ *m*H ; $R = 3\ \Omega$; *b*) pour $\Phi_c = 16{,}2$; $L_1 = 3{,}06$; $R = 2\ \Omega$; les valeurs de U_M données par la formule théorique $U_M = \frac{\omega \Phi_c}{\sqrt{2}}$ sont représentées en T_a et T_b.

Lorsque la capacité tend vers l'infini le condensateur ne conserve plus entre les impulsions que de très faibles charges, le régime tend vers le régime fondamental et la tension critique U_M tend vers U_S.

Les courbes de la figure 45 montrent l'influence de la capacité sur la tension U_M pour deux inductances différentes. On voit qu'au-dessus d'une certaine capacité l'influence de C est minime : Ainsi une variation de 100 à 500 μF n'entraîne qu'une variation de l'écart ε des valeurs expérimentale et théorique de 7 o/o à 1 o/o environ alors que pour de faibles capacités, inférieures à 100 μF l'influence est très grande et les courbes semblent tendre rapidement vers l'origine des coordonnées.

b) *Cas d'une résistance élevée.* — Influence de la capacité sur le domaine d'entretien dans le système « tensions-résistances ».

Si l'on augmente la résistance, on constate qu'il est nécessaire, pour maintenir le régime, de diminuer conjointement la capacité. Ce fait s'explique si l'on se souvient que ces deux opérations agissent dans le même sens sur la valeur de U_M.

Il est plus intéressant, dans cette étude de prendre pour variable indépendante R et pour paramètre C. En effet, traçons expérimenta-

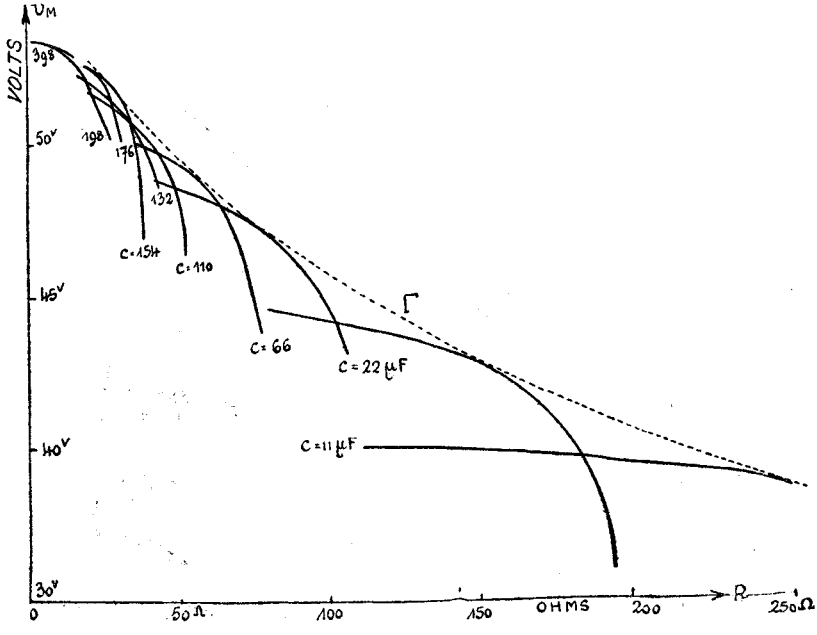

Fig. 46. — Famille de courbes représentant les variations de la limite U_M à fréquence constante ($f = 50$), inductance constante (PB) en fonction de la résistance, le paramètre capacité variant de 11 à 398 μF.

Chaque caractéristique est limitée à gauche par l'apparition de la ferrorésonance à fort courant, à droite par une impossibilité d'accrocher le subharmonique.

La courbe enveloppe Γ est la limite générale du domaine. Chaque point de cette enveloppe pourrait être obtenu par variation simultanée de R et de C en suivant la loi RC = constante.

lement pour une bobine donnée, la famille des courbes $U_M = f(R)$ relatives à des valeurs diverses du paramètre C (fig. 46), en maintenant la fréquence constante. On constate que l'enveloppe de ces courbes répond approximativement à la loi CR = constante.

Cette loi empirique peut être intéressante à exploiter. En effet, elle permettrait connaissant l'enveloppe, de déterminer, pour une bobine,

une résistance et une fréquence données, le maximum maximorum de la tension d'entretien et la capacité correspondante.

3° *Influence de l'inductance* L_1. — De même que la résistance et la capacité, la self L_1 (région saturée) ne modifie que fort peu la valeur de la tension critique, du moins lorsque l'on reste éloigné des cas extrêmes.

L'expérience montre que l'ampleur de l'impulsion diminue, lorsque l'inductance croît (1). On doit donc être en présence, puisque $\int idt$ décroît, d'une diminution de la tension U_c et par conséquent d'un accroissement de la tension critique.

L'expérience révèle en effet une augmentation de U_m ; cette augmentation est légère.

3. Influence de l'inductance L_0. — L'inductance L_0 présente une valeur très élevée (de l'ordre de 40 henrys pour la bobine PB). Il n'est pas possible pratiquement de la modifier sans changer également la valeur du flux Φ_c (cela en couplant les bobines élémentaires de façon différente).

Il nous paraît donc plus indiqué de renvoyer cette étude à celle des bobines à caractéristiques moins coudées pour lesquelles L_0 de valeur plus faible peut être modifiée en passant d'un métal à un autre.

CHAPITRE X

Vue d'ensemble du phénomène.

A. — **Courbes caractéristiques.** — Nous avons étudié :

— la courbe des tensions critiques en fonction de la résistance,

— la courbe des tensions critiques en fonction de la fréquence,

— la courbe de la tension en fonction de l'intensité pour un circuit, une fréquence et un subharmonique donnés.

1. Caractéristique des tensions critiques en fonction de la résistance. — Lorsque l'on prend R comme paramètre variable, les tensions auxquelles le phénomène peut être observé sont toutes comprises pour un subharmonique donné, entre l'axe des U et une courbe MDO (*fig.* 47). Cette courbe est constituée aux tensions élevées par une branche descendante presque horizontale relative à U_M et à la partie inférieure par une branche ascendante relative à U_m, les deux étant raccordées par un coude plus ou moins prononcé définissant une résistance limite R_D correspondant à une tension U_D.

(1) C'est l'inverse de ce qui se passe au voisinage de la limite inférieure.

A l'intérieur de la surface OMDO se situe une courbe MD'O de même allure que la précédente dans les limites de laquelle il est impossible d'entretenir le subharmonique. Entre les deux, se trouve le domaine d'existence qu'il est possible de parcourir sans désamorçage par des modifications simultanées de la résistance et de la tension.

On voit donc que pour une valeur donnée de la résistance inférieure à R_D, il y a deux intervalles de tension à l'extérieur desquels l'entretien n'est pas possible. Celui relatif aux hautes tensions est très exigu ce qui explique les difficultés que l'on éprouve à l'amorçage dans cette région, et justifie le procédé qui consiste à réaliser d'abord celui-ci pour une résistance élevée (le domaine s'élargit quand R croît).

Comme l'a indiqué M. Rouelle (XIII), le domaine inférieur peut se subdiviser lui-même en plusieurs bandes, dans le cas où la caractéristique de magnétisme est fortement coudée et la puissance dissipée minime (cas du permalloy). Par conséquent, pour une résistance inférieure à R_D, on observe, par augmentation progressive de la tension, un certain nombre « d'intervalles d'absence », le plus large $T'T_1$ correspondant à la courbe MD'O.

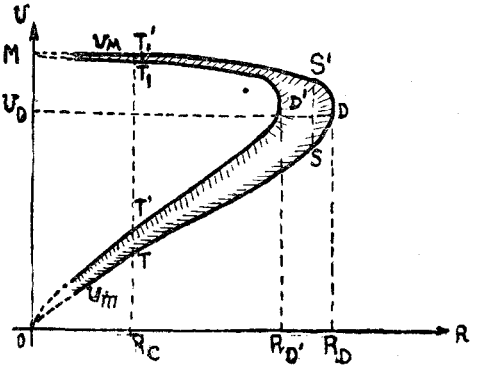

Fig. 47. — Courbes limites principales $U = f(R)$. La partie hachurée correspond au domaine d'existence du subharmonique.

Le graphique de la figure 48 est relatif à une série d'expériences faites sur la bobine PB à noyau de permalloy. Les branches de la caractéristique extérieure U(R) sont sensiblement rectilignes jusqu'au voisinage du coude qui correspond à une résistance beaucoup plus élevée que la résistance critique d'amortissement ($R_c = 9\Omega$ dans le cas étudié). La branche inférieure présente un point d'inflexion qui semble se situer au voisinage de cette résistance critique.

Lorsque le point figuratif du régime se déplace sur la courbe extérieure, l'onde d'intensité se déforme considérablement (comme indiqué au chapitre IX, § D, fig. 38 : voir également ici la fig. 51).

L'intensité efficace décroît constamment lorsqu'on fait croître la tension, passant progressivement de la valeur du courant en régime libre non amorti à celle du régime fondamental non amorti. La valeur efficace U_c de la tension aux bornes de la capacité varie natu-

rellement dans le même sens sauf cependant aux faibles tensions de la source. La figure 48 donne une idée des variations concomitantes de I et de U_c sur la branche inférieure. Sur la branche supérieure les deux quantités n'ont pu être mesurées en raison de leur petitesse, mais leur examen oscillographique montre bien que la décroissance

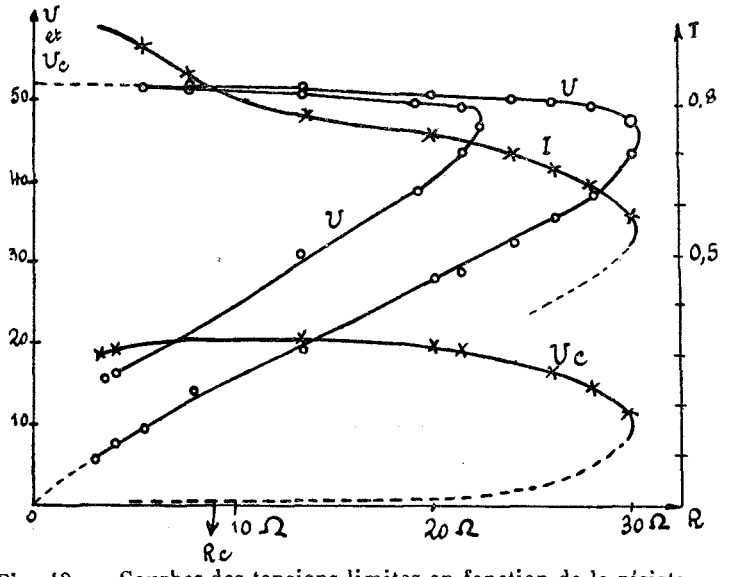

Fig. 48. — Courbes des tensions limites en fonction de la résistance.

Caractéristiques de I et de U_c correspondant au régime critique à la limite inférieure de tension.

Conditions : Bobine PB ; $C = 232\ \mu F$; $f = 50$.

se poursuit jusqu'à des valeurs presque nulles lorsque R tend vers zéro.

Il est intéressant de remarquer que les deux courbes délimitant le domaine inférieur de tension ne paraissent pas concourantes pour des résistances faibles du circuit.

2. Caractéristique des tensions critiques en fonction de la fréquence. — Lorsqu'on fait varier la fréquence, les tensions critiques U_m et U_M varient conformément aux courbes de la figure 49. La branche supérieure de la courbe limite est sensiblement rectiligne. Comme nous l'avons vu (chap. IX, § E 2°) elle est d'autant plus voisine de la droite $U_s = \frac{\omega\Phi_c}{\sqrt{2}} = \pi f \Phi_c \sqrt{2}$ que la résistance du circuit est plus faible. La branche inférieure d'allure parabolique rejoint la précé-

dente pour une certaine fréquence f_1, au delà de laquelle l'entretien est impossible.

Cette fréquence limite est inférieure à celle qui est donnée par la relation $CL_1\left(\frac{\omega}{n}\right)^2 = 1$ indiquée par M. Rouelle dans le cas d'une résistance en série négligeable (VIII). Ce résultat est en accord avec le phénomène de résorption qui se produit lorsque R augmente.

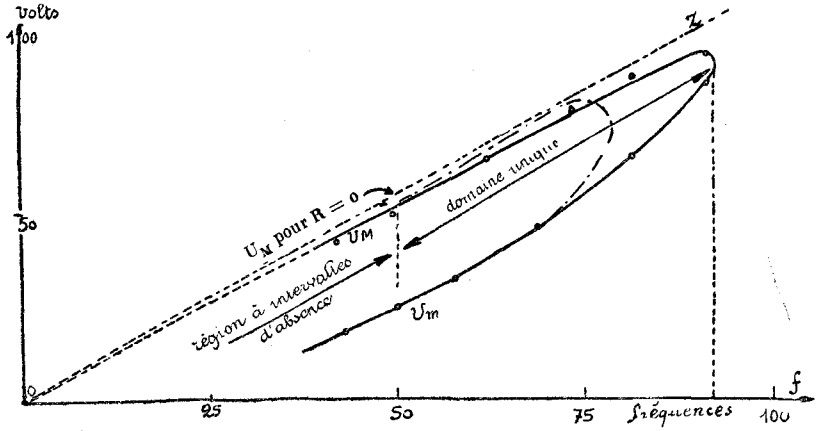

Fig. 49. — Caractéristique des tensions limites en fonction de la fréquence pour la bobine PB dans les conditions suivantes : C = 88 μF ; R = 38 Ω.

La courbe en traits mixtes se rapporte à une valeur de L_1 sensiblement multipliée par 10.

3. Caractéristique de la tension en fonction de l'intensité a l'intérieur du domaine d'entretien. — Nous avons étudié les variations de la tension efficace en fonction de l'intensité pour un circuit et une fréquence donnés entre U_m et U_M.

Si l'on opère avec une résistance assez élevée on passe sans décrochage d'une limite à l'autre (régimes alignés sur le segment SS, fig. 47). Sinon, on obtient successivement les régimes des domaines inférieur et supérieur (segments TT' et T_1T_1').

Le graphique de la figure 50 renseigne sur les variations correspondantes de U et I pour diverses valeurs de la résistance totale du circuit choisi (1). Outre ces variations, nous avons représenté, à titre

(1) Certaines de ces courbes ont été relevées également par M. Aretz. *Elektrotechnische Zeitschrift*, **57** (12-3-36), 305-310. Cet auteur les rattachait au régime de ferrorésonance, mais M. Rouelle (XIII) démontra ensuite qu'elles appartenaient à la démultiplication de fréquence.

de comparaison, la caractéristique U(I) de la bobine seule et une courbe U(I) de ferrorésonance correspondant à la même capacité que pour le subharmonique.

Comme nous l'avons constaté pour le régime critique, en suivant la courbe limite extérieure U(R) (fig. 48) on constate que l'intensité

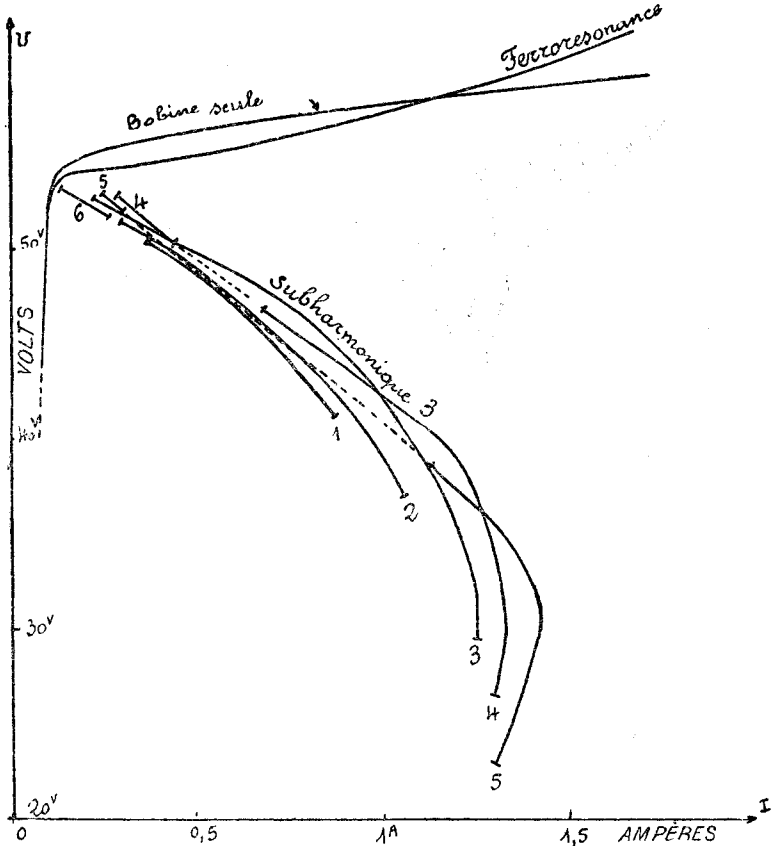

Fig. 50. — Caractéristiques tension-courant :

U(I) à la fréquence fondamentale 50 p. p. sec. sans condensateur.
U(I) de ferrorésonance avec R = 16,1 Ω ; C = 398 μF.
U(I) du subharmonique 3 avec C = 398 μF.

Courbe 1 : R = 16,1 Ω
» 2 : R = 14,0 »
» 3 : R = 12,1 »
» 4 : R = 10,2 »
» 5 : R = 9,2 »
» 6 : R = 3,1 »

efficace du courant subharmonique décroît beaucoup lorsque U augmente. On voit sur la figure 5o que cette intensité tend, surtout pour une résistance faible du circuit, vers celle du courant au coude de la caractéristique U(I) du régime fondamental (1). Ceci est naturel puisque dans cette région le phénomène perd peu à peu ses caractères et se rapproche de ce régime.

Les discontinuités des caractéristiques U(I) correspondent aux intervalles d'absence ; en plus de ces discontinuités, on peut noter que certaines parties restreintes des courbes sont relatives à des régimes où l'ordre du subharmonique passe brusquement ou progressivement de la valeur étudiée à une valeur fractionnaire.

B. — **Transformation de l'onde de courant, pour un circuit donné lorsque l'on fait croître la tension efficace entre les deux valeurs critiques U_m et U_M.** — Nous n'étudierons cette transformation du phénomène qu'à l'intérieur de la zone où il n'y a pas de décrochage, la résistance du circuit est donc assez élevée (comprise entre les valeurs $R_{D'}$ et R_D fig. 47). Cette variation correspond du reste à une variation de l'intensité efficace comparable à celle qui est représentée sur la figure 5o, courbe 2 par exemple.

A la limite inférieure U_m, comme la résistance est élevée nous observons une large impulsion de forte amplitude décalée en arrière sur le maximum de u.

Dès que la tension devient un peu supérieure à U_m une deuxième impulsion (par demi-période subharmonique) apparaît, de signe contraire à l'impulsion principale et sensiblement centrée sur un zéro de tension. On constate un léger déplacement concomitant de l'impulsion principale dans le sens des retards et une diminution d'amplitude.

La tension continuant à croître, la petite impulsion augmente d'amplitude. L'impulsion principale continue à se déplacer dans le même sens en diminuant d'amplitude. Cette décroissance l'emporte sur l'augmentation précédente si bien que l'intensité efficace diminue, comme le montrait d'ailleurs la figure 5o.

Enfin, à la tension critique supérieure U_M les deux impulsions de la demi-période sont plus voisines en grandeur et toutes deux sensiblement centrées sur les zéros de la tension. L'impulsion positive présente néanmoins, condition nécessaire à l'entretien, une partie plus importante située du côté de même signe de la tension.

Pour une résistance faible du circuit, les formes d'onde sont plus variées, et l'on irait, par augmentation de la tension, d'une impul-

(1) La partie basse des courbes U(I) présente un maximum du courant visible sur les courbes 4 et 5 ; ce maximum peu accentué a été cité par M. Rouelle (VIII et XIII).

sion unique, centrée sur le maximum de u et de grande amplitude à 3 impulsions de faible amplitude, centrées sur des zéros de tension,

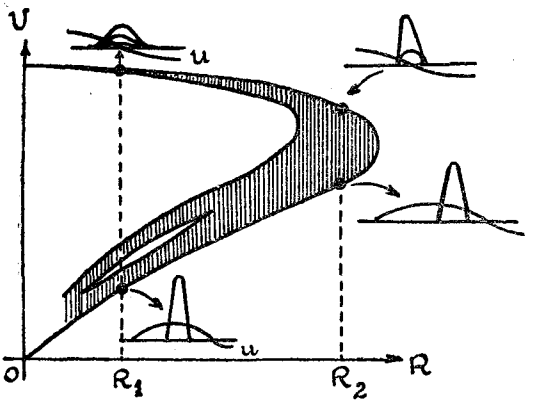

Fig. 51. — Modification du nombre, de la forme et de la phase des impulsions par variations de R, de R_2 à R_1. Pour faciliter l'exécution du schéma les impulsions de même signe d'une période subharmonique ont été amenées en coïncidence.

en passant par tous les domaines intermédiaires à chacun desquels correspond une forme d'onde particulière (fig. 51).

CHAPITRE XI

Subharmoniques d'ordre pair.

Aucun subharmonique pair autre que 2 n'avait été observé, à notre connaissance, au début de nos recherches. C'est en 1941 que nous pûmes obtenir le subharmonique de rang 4, lors de la mise en œuvre de notre nouvelle méthode d'amorçage (1). Le présent chapitre est consacré à l'étude de ces deux subharmoniques.

A. — **Subharmonique de rang 2.** — 1. Aspect du phénomène a la limite inférieure de tension U_m. — Au voisinage de U_m le phénomène revêt l'aspect de l'oscillogramme de la figure 52. On y remarque immédiatement une dissymétrie des ondes du courant et de la tension u_c qui n'existe pas pour n impair. Les deux impulsions sont

(1) MM. Fallou et Mauduit (IV) ont annoncé avoir observé les subharmoniques de rangs 2, 3 et 4, mais d'après une correspondance inédite adressée à M. Rouelle, il ressort que les subharmoniques pairs n'avaient pas été obtenus en régime permanent stable.

d'amplitudes et de durées inégales et ne sont pas séparées par des temps égaux. On peut montrer que les deux tensions U_{CM1} et U_{CM2} aux

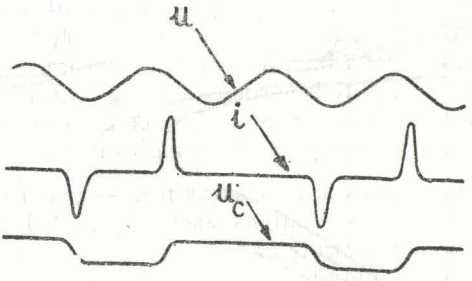

Fig. 52. — Oscillogramme relatif au subharmonique d'ordre 2. Conditions d'expérience :

Bobine PB ; $C = 201\ \mu F$; $R = 3{,}10\ \Omega$; $f = 49{,}3$.

$U = 16{,}7$ V ; $I = 1{,}68$ A ; $U_c = 28{,}2$ V (valeurs efficaces).

bornes du condensateur sont inversement proportionnelles aux temps correspondants. En effet, les variations de flux entre les impulsions étant égales, il vient (fig. 53) :

$$\int_{\beta}^{\alpha'} u_c dt = -\int_{\beta'}^{\alpha} u_c dt$$

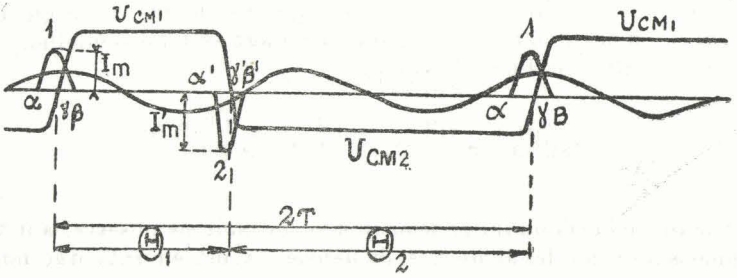

Fig. 53. — Subharmonique de rang 2 au voisinage de la tension critique inférieure (cas d'une résistance faible). L'impulsion 1 est un peu en avance sur le maximum de u, l'impulsion 2 en avance sur le zéro. Leurs surfaces sont évidemment égales.

c'est-à-dire :

$$U_{CM1} \times \overline{\beta\alpha'} = U_{CM2} \times \overline{\beta'\alpha}.$$

Et, si l'on néglige la durée des impulsions on peut écrire :

$$\left| \frac{U_{CM2}}{U_{CM1}} \right| = \frac{\theta_1}{\theta_2},$$

Θ_1 et Θ_2 désignant respectivement les intervalles $\gamma\gamma'$ et $\gamma'\gamma$ séparant les zéros de la fonction u_c.

Nous avons vérifié expérimentalement l'exactitude de cette proportion. De plus, nous avons remarqué que le rapport des tensions U_{CM2} et U_{CM1} est voisin de 3/5. Ceci entraîne $\Theta_1 = 3/8nT$ et $\Theta_2 = 5/8nT$, soit 3T/4 et 5T/4 vérifiables sur l'oscillogramme de la figure 53.

Quant au flux, on voit facilement, par analogie avec ce qui se passe pour n impair, qu'il varie encore selon une courbe sinueuse de faible amplitude enroulée sur une courbe en dents de scie, mais cette fois les deux tensions U_{CM1} et U_{CM2} étant inégales cette dernière courbe est composée de triangles non isocèles.

2. Mécanisme de l'entretien, et stabilité au voisinage de U_m. — Ecrivons les relations énergétiques habituelles en considérant les ondes de la figure 53.

Pendant l'impulsion 1, placée presque au centre de l'alternance de tension, l'apport d'énergie est élevé. Il est égal à :

$$\int_\alpha^\beta ui\,dt = \int_\alpha^\beta Ri^2\,dt + \tfrac{1}{2}C(U_{CM1}^2 - U_{CM2}^2).$$

Par contre, l'amplitude de cette impulsion est plus faible, ses pertes seront moindres que celles de la deuxième (1). Dans ces conditions, l'impulsion 1 est, pourrait-on dire, essentiellement « productrice » ; au contraire l'impulsion 2, recevant moins d'énergie en raison de sa position et en dissipant davantage serait essentiellement « consommatrice ». Pour elle on a :

$$\int_{\alpha'}^{\beta'} ui\,dt + \tfrac{1}{2}C(U_{CM}^2 - U_{CM2}^2) = \int_{\alpha'}^{\beta'} Ri^2\,dt.$$

(1) Il est facile d'ailleurs de démontrer ce qui précède en assimilant les impulsions 1 et 2 à des alternances de sinusoïde d'amplitude I_m et I'_m décalées par rapport au centre de l'alternance de tension des quantités t_m en avance et t'_m en arrière, respectivement (avec $t_m < t'_m$) et en se servant notamment de l'équation approximative (6) du chapitre VI, § B, 1-3°.

On trouve pour le rapport des énergies perdues :

$$\frac{R\int_\alpha^\beta i^2\,dt}{R\int_{\alpha'}^{\beta'} i^2\,dt} = \frac{I_m}{I'_m} < 1$$

et pour le rapport des énergies venant de la source dans les mêmes intervalles :

$$\frac{\int_\alpha^\beta ui\,dt}{\int_{\alpha'}^{\beta'} ui\,dt} \simeq \frac{\Theta I_m \cos\omega t_m}{\Theta I'_m \cos\omega t'_m} \simeq \frac{\cos\omega t_m}{\cos\omega t'_m} > 1.$$

Le circuit reçoit encore l'énergie par chocs, chaque fois que l'interrupteur fictif se ferme, mais c'est surtout la première impulsion qui permet l'entretien. Cette énergie qui vient de la source est entièrement amortie à l'époque β', mais la charge résiduelle U_{CM2} du condensateur à ce moment, qui est d'assez faible valeur, permet un nouveau choc au bout d'un temps Θ_2 assez long par rapport à Θ_1. Ainsi se trouve confirmée une remarque de M. Rouelle (XIII) selon laquelle le subharmonique 2 correspond à l'entretien d'un train de deux alternances pendant le temps 2T.

Quant à la stabilité à cet endroit, on peut l'expliquer ainsi :

Supposons qu'une diminution accidentelle du courant se produise pendant la première impulsion $\alpha\beta$; la charge U_{CM1} décroît, ce qui retarde l'impulsion 2. L'amplitude de cette impulsion diminue alors pour deux raisons : charge initiale du condensateur moindre et tension de la source moindre. Le condensateur prend donc une charge U_{CM2} plus faible qui retarde l'impulsion 1, ce qui est favorable à une augmentation de l'intensité à cet endroit, et tend à rétablir l'équilibre primitif.

Le même raisonnement appliqué à une augmentation accidentelle de courant pendant l'impulsion 1 aboutirait à une conclusion analogue.

3. Limite supérieure de tension U_M. — Au voisinage de U_M, tension limite supérieure, le phénomène revêt le même aspect d'ensemble que pour n impair mais la dissymétrie des ondes subsiste (fig. 54). Les oscillations disparaissent également après une diminution notable d'amplitude sans changement de phase appréciable. La bande des tensions d'entretien à ce niveau est extrêmement étroite et il est difficile de relever un oscillogramme.

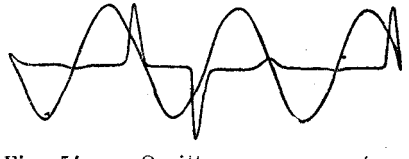

Fig. 54. — Oscillogramme représentant le subharmonique 2 au voisinage de la tension limite supérieure; Bobine PB ; C = 225 μF ; R = 12 Ω. f = 48,3 p. : sec. ; U = 50 V ; I = 0,35 A.

En raison de la position des impulsions sur les zéros de la tension u, la formule établie pour n impair soit :

$$U_M = \frac{\omega \Phi_c}{\sqrt{2}}$$

est encore valable, ce que nous avons vérifié expérimentalement (tableau V, chap. VIII).

B. — **Subharmonique de rang 4. Analyse expérimentale.** — Nous n'avons pu entretenir le subharmonique 4 que dans un étroit domaine

de tensions, et cela au voisinage de ce qui semble être la tension limite inférieure.

Deux séries d'expériences ont été effectuées, l'une à fréquence variable, de 30 à 80 cycles par seconde, l'autre à la fréquence 50 pour une capacité variant de 110 à 200 μF.

La bobine utilisée est l'inductance PB habituelle ; la résistance en série est de l'ordre de quelques ohms. Les domaines de variation affectent la forme d'étroits fuseaux.

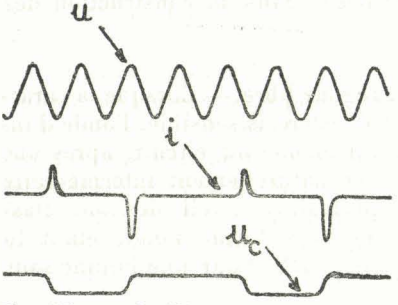

Fig. 55. — Oscillogramme représentant le subharmonique 4 entretenu dans un circuit à noyau de permalloy.

Bobine PB ; $C = 176\ \mu F$; $R = 6{,}8\ \Omega$; $f = 49{,}2$; $U = 9{,}78$ V ; $U_c = 13{,}9$ V ; $I = 0{,}465$ A.

Nota. — Le sens du courant a été inversé par erreur.

Il ressort de ces expériences que ce subharmonique est difficile à amorcer et à entretenir ; le domaine le plus large observé au cours de nos essais n'est que de 3/5 V environ, la tension appliquée étant d'une douzaine de volts et la fréquence égale à 63 cycles par seconde.

Le phénomène, dans toutes ces expériences, revêt sensiblement l'aspect que montre l'oscillogramme de la fig. 55. A part une impulsion à peine visible, on peut dire que l'onde d'intensité présente, comme pour $n = 2$, deux impulsions par période, très différentes l'une de l'autre, chacune d'elles étant placée devant une alternance de même signe de la tension. Les deux tensions U_{CM1} et U_{CM2} aux bornes de la capacité sont par suite inégales ; l'une couvre sensiblement sept quarts de période et l'autre neuf. Par suite on constate que le rapport de ces tensions est voisin de 7/9. L'entretien paraît donc pouvoir s'expliquer comme pour $n = 2$, les phases des impulsions se présentant de la même façon.

CHAPITRE XII

Extension des résultats à des bobines à noyaux d'alliages divers.

Les résultats expérimentaux exposés au cours des précédents chapitres, les explications physiques qui en ont été données et les relations quantitatives qui en ont découlé, ne concernent en principe que des

noyaux magnétiques à caractéristique fortement coudée et à faibles pertes.

Afin d'étudier l'altération du phénomène et l'application des formules trouvées lorsqu'on s'écarte de ces conditions, nous avons entrepris un certain nombre d'essais sur des alliages divers allant du permalloy (bobine PB utilisée dans toutes les expériences qui précèdent) jusqu'aux tôles d'acier utilisées dans la construction des transformateurs de puissance.

A. Modification des caractères du régime libre. — Lorsque la caractéristique n'est plus très coudée et l'hystérésis sensible, l'onde d'intensité qui suit la fermeture sur lui-même du circuit, après une certaine charge du condensateur, est naturellement intermédiaire entre l'onde d'intensité relative au permalloy et celle des tôles classiques pour transformateurs, cette dernière forme d'onde étant du reste encore très éloignée de la même courbe pour une bobine sans fer (1).

Pour analyser les modifications qui se produisent avec de tels noyaux il convient de considérer successivement l'influence de la courbure de la caractéristique et celle de l'hystérésis.

1° *Influence de la courbure de la caractéristique.* — Une courbe de magnétisme telle que celle de la bobine Si, par exemple, présente les caractères suivants :

a) un courant relativement important en régime non saturé ;

b) un rapport $\frac{L_0}{L_1}$ plus faible que pour le permalloy ;

c) un coude s'étendant sur une large plage d'intensité.

L'effet du courant en période non saturée est de décharger partiellement le condensateur entre les impulsions, donc d'amortir plus vite l'oscillation en espaçant les décharges successives.

Une diminution du rapport $\frac{L_0}{L_1}$ a pour effet de réduire l'amplitude du courant pendant l'impulsion par rapport au courant inter-impulsions (en vertu notamment de la formule :

$$I_m = U_{CM} \sqrt{\frac{C}{L_1}} \text{ (2)}).$$

Un large coude rend plus progressives l'apparition et la disparition de l'impulsion. Les raccords de celle-ci avec les éléments de l'onde d'intensité qui l'entourent présentent par conséquent un plus grand rayon de courbure.

La figure 56 illustre ce qui précède : elle permet de comparer les

(1) Voir E. Rouelle. Thèse, Chap. XII, p. 63.

(2) Formule 2, chap. VI, § B, 2°.

ondes de i et u_c pour le permalloy avec ce qu'elles sont pour la bobine Si dans le cas où l'on néglige l'hystérésis.

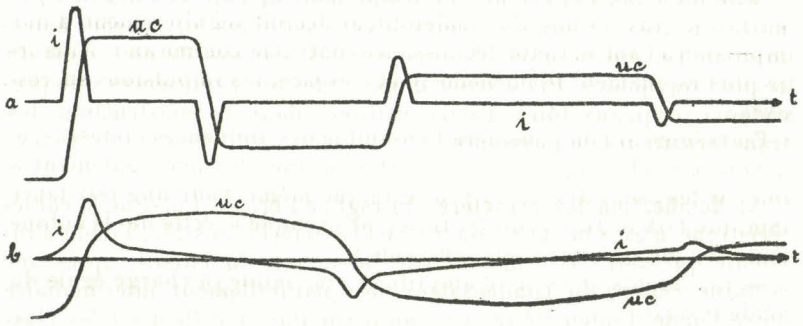

Fig. 56. — Influence de la courbure de la caractéristique de magnétisme sur les oscillations du régime libre : *a*) cas du permalloy ; *b*) cas des tôles ordinaires.

2° *Influence de l'hystérésis.* — Supposons que la caractéristique soit très coudée mais que l'hystérésis soit importante, le cycle ayant l'allure simplifiée que lui prête la figure 57. Le point figuratif du régime à l'instant t se déplace, par exemple, depuis la position M_0

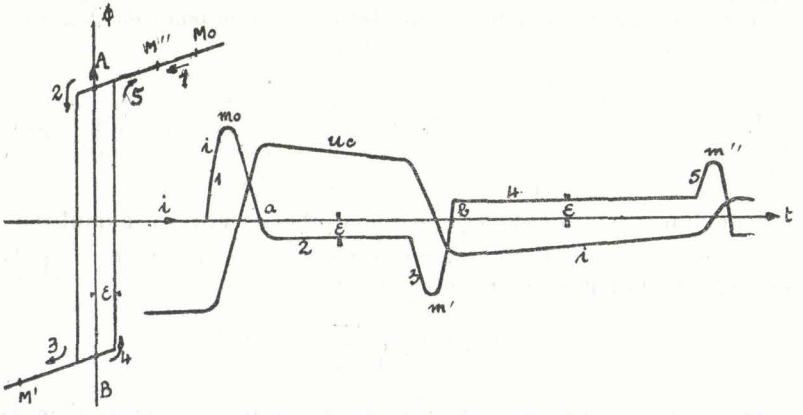

Fig. 57. — Influence de l'hystérésis sur les oscillations du régime libre (Les numéros repères des deux parties de la figure se correspondent).

en régime saturé, jusqu'à M″, point voisin, en suivant le trajet indiqué par des flèches, soit $M_0M''AM'BM''$, trajet qui correspond à un cycle complet, en passant d'une impulsion positive à une autre impulsion positive d'amplitude moindre.

L'onde d'intensité correspondante suit la courbe $m_0 am'bm''$ en traversant l'axe des temps aux points a et b. L'intensité inter-impulsion présentant alors une valeur ε alternativement positive et négative, la tension u_c aux bornes du condensateur décroît régulièrement d'une impulsion à l'autre. Cette décroissance contribue comme au 1° à amortir plus rapidement le phénomène et à espacer les impulsions successives.

En résumé si l'on considère l'ensemble des influences ci-dessus, et si l'on se rend compte que les pertes accrues tendent également à amortir les oscillations, on peut dire que même pour une résistance ohmique faible du circuit (réduite par exemple à celle de la bobine seule) on aura les caractères suivants :

— les impulsions sont d'amplitude plus faible (à charge égale du condensateur) ;

— elles s'écartent notablement de l'alternance de sinusoïde de durée $\pi\sqrt{CL_1}$;

— le courant inter-impulsions a une valeur non négligeable ; il a le signe de l'impulsion qui lui succède ;

— la charge du condensateur décroît entre les impulsions successives, amortissant ainsi plus rapidement les oscillations.

B. — **Modification des ondes de démultiplication de fréquence au voisinage de la tension limite inférieure U_m.** — 1. Partie théorique. — L'étude précédente permet de prévoir ce qui se passera en démultiplication de fréquence près de U_m :

Le courant inter-impulsions pourra ne plus être négligeable à cause de la courbure de la caractéristique et surtout de l'hystérésis. La tension u_c aux bornes du condensateur diminuera de ce fait entre deux impulsions successives (1).

L'impulsion ne naîtra plus brusquement mais sera raccordée au courant inter-impulsions par un arc de courbe de durée en rapport avec l'étendue du coude de la caractéristique. Il en résultera pour u_c un passage moins rapide d'une valeur positive à une valeur opposée, et la courbe représentant cette quantité pourra s'éloigner beaucoup de la série de rectangles à laquelle on l'avait assimilée dans le cas du permalloy.

La valeur plus élevée de l'inductance dans la région saturée provoquera — à capacité égale — des impulsions de plus longue durée (formule : $\theta = \pi\sqrt{CL_1}$) et d'amplitude moindre. Enfin, les pertes plus

(1) La charge du condensateur diminuera entre les impulsions d'une façon analogue à ce qui produisait avec le condensateur shunté par une résistance (Chap. VI, annexe).

élevées de la bobine contribueront encore à étaler l'impulsion et à réduire son amplitude.

Dans l'ensemble on pourrait dire qu'avec de tels alliages les impulsions seront plus étalées et d'amplitude moindre par rapport à l'intensité inter-impulsions. De plus, le caractère entrecoupé du courant disparaissant, il est à prévoir que le phénomène sera plus stable, ne revêtira plus les formes d'onde variées du permalloy et ne présentera plus les nombreux intervalles d'absence que l'on observait avec ce métal (1).

Par contre, le fait que le subharmonique de rang 3 est plus stable et couvre un plus large domaine paraît expliquer qu'il est plus difficile d'obtenir les ordres de démultiplication plus élevés, l'oscillation d'amorcement provoquant plus facilement $n = 3$. En plus de cette gêne expérimentale, il paraît y avoir une impossibilité théorique d'entretenir des ordres élevés lorsque le courant coercitif a une grande valeur : en effet, la perte de charge du condensateur entre des impulsions très espacées (du moins près de U_m) peut ne plus permettre au flux d'atteindre la valeur Φ_c.

On peut se rendre compte enfin de l'influence qu'aura sur le champ d'existence du phénomène le rapport $\frac{L_0}{L_1}$ des inductances en régime non saturé et saturé.

En effet, les résultats expérimentaux de M. Rouelle (VIII) nous permettent d'écrire (si la résistance est faible) :

$$L_1 C \left(\frac{\omega_1}{n}\right)^2 = L_0 C \left(\frac{\omega_0}{n}\right)^2$$

ce qui donne pour le rapport des fréquences limites :

$$\frac{f_1}{f_0} = \frac{\omega_1}{\omega_0} = \sqrt{\frac{L_0}{L_1}}.$$

Le tableau ci-dessous donne les valeurs de ce rapport pour les différentes bobines utilisées. On voit que sa variation est considérable lorsque l'on passe du permalloy aux tôles ordinaires et aux tôles Mγ.

Bobine	Rapport $\frac{L_0}{\quad}$	Rapport $\frac{f_1}{f_0}$
PB	8 500	92
PC	870	29,50
Si	172	13,1
Am	85	9,2
Mγ	17,5	4,18

(1) E. Rouelle (XIII).

2. Partie expérimentale. — Les nombreuses expériences que nous avons réalisées ont confirmé ces caractères. Le phénomène observé dans le cas de ces alliages à caractéristique moins coudée et présentant plus d'hystérésis (1) est plus stable dans l'ensemble et ses aspects moins variés. Au surplus, il est moins facile de le calculer en raison de la difficulté que l'on éprouve à définir de façon satisfaisante les constantes L_1 et R de la bobine.

Nous avons cependant tenté d'étendre à ces alliages les formules établies plus haut concernant les valeurs U_m et U_M des tensions critiques extrêmes. Pour cela nous avons fait un certain nombre d'expériences portant sur les bobines PC, Si, Am et Mγ.

Le flux au coude Φ_c a été évalué pour chacune d'elles une fois pour toutes, alors que l'inductance L_1 et la résistance effective R, toutes deux fonctions de l'intensité, ont été déterminées par approximations successives. La quantité L_1 a été fixée pour chaque cas expérimenté après quelques approximations, en se basant sur la valeur maximum du courant, évaluée au moyen de la formule du deuxième stade d'approximation du chapitre VI. Il est du reste important de noter que, sauf pour la bobine PC encore enroulée sur du permalloy, seules les formules les plus approchées ont été utilisées, le premier stade d'approximation s'étant révélé tout à fait inapplicable. La deuxième quantité R a été fixée également pour chaque cas, après quelques approximations en se basant sur la valeur efficace du courant, qu'il suffit de calculer grossièrement par la formule du premier stade (2).

Le tableau VI relatif à la limite inférieure de tension donne un aperçu des expériences réalisées et des écarts que présentent entre elles les valeurs théoriques et les valeurs expérimentales.

On constatera que les écarts relatifs sont élevés pour ce qui concerne la valeur de U_m ; ils le sont moins pour les quantités U_{CM} et I. Les résultats d'ensemble s'avèrent franchement mauvais pour la bobine Mγ comme on pouvait s'y attendre à l'examen de sa caractéristique de magnétisme.

Le tableau VII permet de comparer également les valeurs de la tension limite supérieure U_M, fournies d'une part au moyen de la formule établie au chapitre VIII, § B, et d'autre part, expérimentalement. On constatera que les écarts sont moins élevés que pour U_m, la tension U_M n'étant fonction que des deux quantités ω et Φ_c mieux définies que les termes L_1 et R qui entrent dans le calcul de la tension limite inférieure.

D'une façon générale, on peut donc dire que la théorie du phéno-

(1) Les courants de Foucault peuvent encore être négligés dans une première approximation.

(2) Se reporter aux méthodes de calcul de R indiquées au chap. IV, § B.

Tableau VI

Contrôle des relations quantitatives concernant la tension critique inférieure pour des noyaux magnétiques divers.

Numéro de l'expérience		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Indicatif de la bobine		PC	PC	PC	Si	Si	AM	AM	Mγ	Mγ
Ordre de démultiplication		3	3	5	3	3	3	3	3	3
Valeurs des paramètres	Φ_c en MM.	29	29	29	41,3	41,3	40	40	20,5	20,5
	L_1 en mH.	7,78	8,7	8,3	36,0	45,7	42,0	46,0	45,0	43,0
	C en μF	201	94,4	426	426	201	426	201	426	201
	R en Ω	3,10	4,20	3,10	3,75	5,40	4,66	5,00	3,75	7,20
Résultats d'expérience et de calcul	Fréquence	49,1	49	51,2	50	50,2	50,3	50,3	49,5	49,5
	U_m mesurée en V	7,44	4,08	6,27	16	8,44	17	8,74	9,25	7,87
	U_m calculée	6,0	5,01	5,12	10,55	8,08	12,42	7,4	5,10	5,25
	Ecart relatif en o/o	— 19,4	+ 22,8	— 18,4	— 34	— 4,3	— 27	— 15,3	— 45	— 33,2
	U_{CM} mesurée en V	20,6	20,2	12,8	40,5	36	39,6	35,5	18,8	15,7
	U'_{CM} valeur corrigée	21,9	21,2	13,15	48,8	41,75	48,5	41,3	23,1	18,1
	U_{CM} calculée	21,7	20,8	13,5	46,7	40,5	48,5	39,8	24,7	19,4
	Ecart relatif en o/o	— 1	— 1,9	+ 2,7	— 4,3	— 3	0	— 3,6	+ 6,9	+ 7,2
	I mesurée en A	0,875	0,41	0,685	2,335	1,085	2,375	1,065	1,075	0,44
	I calculée	0,895	0,463	0,685	2,29	1,06	2,29	1,05	1,15	0,51
	Ecart relatif en o/o	+ 2,3	+ 12,9	0	— 1,9	— 1,35	— 3,6	— 1,41	+ 7	+ 15,9

TABLEAU VII

Contrôle de la formule $U_M = \frac{\omega \Phi_c}{\sqrt{2}}$ *(tension limite supérieure) pour des bobines d'alliages divers.*

Numéro de l'expérience	Ordre *n* de démultiplication	Bobine	Inductance L_1 en mH	Flux Φ_c en MM	Capacité C en µF	Résistance effective R en Ω	Fréquence *f*	Valeur U_M théorique	Valeur U_M expérimentale	Ecart en o/o
1	3	PB	4,8	24,3	144	8,9	50	54	52,3	+ 3,2
2	3	PC	15	29	523	4,1	49,5	63,8	63,1	+ 1,1
3	»	»	15	29	298	4,1	49,5	63,8	61,9	+ 3,1
4	»	»	15	29	88	4,1	49,5	63,8	57,3	+ 11,4
5	»	»	10	19,6	298	2,9	50	43,7	40,2	+ 8,7
6	»	»	5	9,67	298	1,7	50	21,5	18,8	+ 14,4
7	»	Si	56,3	41,3	523	11,5	49,5	90,8	99,2	— 8,4
8	»	»	56,3	41,3	298	11,5	49,5	90,8	94,9	— 4,3
9	»	AM	63,8	40	523	14,5	50	89	99	— 10,1
10	»	»	63,8	40	298	14,5	50	89	96,7	— 8,0
11	»	Mγ	71	20,5	523	10	49,5	45	48,4	— 7,0

Nota. — Les valeurs attribuées aux paramètres L_1 et R ne sont que des ordres de grandeur à cause de leur définition imprécise (elles n'interviennent du reste pas dans le calcul de U_M).

mène au voisinage des deux tensions extrêmes s'applique encore à ces alliages, et en particulier aux tôles pour transformateurs, et que les calculs qu'elle permet conduisent à l'ordre de grandeur des quantités mesurées.

Il en est de même pour le subharmonique d'ordre 2. Les différences que l'on peut constater sur les oscillogrammes par rapport au noyau de permalloy (fig. 52) sont les mêmes que celles que l'on observe pour n impair.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Au début de nos recherches aucun travail systématique n'avait été entrepris sur la démultiplication de fréquence ferromagnétique, exception faite pour les études de M. Rouelle. Ces dernières nous ont servi de base pour l'analyse du phénomène dans le circuit oscillant du type série.

La nouvelle méthode d'amorçage, au moyen d'un générateur d'impulsions de notre conception, outre qu'elle nous a facilité et rendu plus rapides les expériences, nous a permis d'obtenir de nouveaux domaines d'existence, notamment celui des hautes tensions avec un noyau de permalloy. Elle nous a révélé en outre, en régime stable, un nouveau subharmonique pair, celui de rang 4. Ainsi, se trouve établie de façon définitive la possibilité de l'entretien, en régime stable, de subharmoniques de parité quelconque, et cela sans aimantation préalable du noyau.

Nos études sur la tension critique inférieure U_m ont abouti, d'une part, à éclaircir encore le mécanisme physique du phénomène, d'autre part, à établir des relations quantitatives complétant celles de M. Rouelle. La vérification expérimentale de ces relations, à quelques pour cent près, a confirmé de façon certaine la théorie du phénomène à ce niveau, où la forme d'onde est relativement simple. Nous avons donné, en outre, les raisons de la stabilité des oscillations, pour une valeur de la tension légèrement supérieure à la tension critique.

Au voisinage de la tension de désamorçage U_M, où les oscillations s'éloignent beaucoup plus du régime libre, nous avons donné une relation approchée concernant la valeur de U_M. Il y a été fait une analyse expérimentale détaillée du phénomène, mettant en évidence l'influence des divers paramètres. La théorie approchée que nous avons proposée semble expliquer les diverses formes d'onde que l'on rencontre à ce niveau.

Entre les deux tensions critiques U_m et U_M, les domaines d'existences sont multiples si la caractéristique de magnétisme est fortement coudée et les pertes du circuit minimes, et les formes d'onde

sont très variées ; nous nous sommes limité à l'étude des courbes des tensions limites : U(R) et U(*f*), et entre les tensions extrêmes, au relevé des courbes U(I) pour des amortissements variés.

Après avoir mis en relief les différences essentielles entre les manifestations des subharmoniques des deux parités, nous avons proposé pour le rang 2, une explication physique au voisinage de la limite inférieure de tension.

Enfin, nous avons généralisé notre étude en l'étendant à des matériaux magnétiques variés, et montré que les relations quantitatives établies, concernant U_m et U_M sont encore applicables *grosso modo*, lorsque la caractéristique de magnétisme s'éloigne de la forme simple à laquelle nous l'avions assimilée dans le cas du permalloy.

BIBLIOGRAPHIE

(I) KURT HEEGNER. — Sur les phénomènes d'auto-excitation dans les systèmes à superposition troublée. *Zeitschrift für Physik*, **29** (2-9-24), 91-109.

(II) KURT HEEGNER. — Sur les systèmes à superposition troublée. *Zeitschrift für Physik*, **33** (18-5-25), 85-112.

(III) A. BLONDEL. — Sur la réversibilité des multiplicateurs de fréquence à noyau de fer. *C. R. Académie des Sciences*, **182** (1-2-26), 297-299.

(IV) J. FALLOU et A. MAUDUIT. — Entretien d'une oscillation libre non sinusoïdale par résonance de l'un de ses harmoniques. *C. R. Académie des Sciences*, **182** (1-2-26), 312-313.

(V) A. MAUDUIT. — A propos d'essais effectués sur des interrupteurs à résistance de choc. *R. G. E.*, **19** (12-6-26), 937-942.

(VI) J. FALLOU. — Démultiplicateurs statiques de fréquence. *R. G. E.*, **19** (19-6-26), 987-991.

(VII) E. ROUELLE. — Sur le démultiplicateur de fréquence ferromagnétique. *C. R. Académie des Sciences*, **185** (19-12-27), 1450 1452.

(VIII) E. ROUELLE. — Sur quelques propriétés du démultiplicateur de fréquence. *C. R. Académie des Sciences*, **186** (23-1-28), 224.

(IX) E. ROUELLE. — Sur l'emploi du démultiplicateur de fréquence ferromagnétique comme multiplicateur de phases. *C. R. Académie des Sciences*, **186** (11-6-28), 1603.

(X) E. ROUELLE. — Sur une nouvelle catégorie de multiplicateurs de fréquence ferromagnétiques. *C. R. Académie des Sciences*, **187** (2-7-28), 39.

(XI) ERNST HUETER. — Contribution au problème du changement de fréquence. *Habilitationschrift* (Darmstadt) (1928), thèse de 40 pages.

(XII) JANOVSKY. — Abaissement de la fréquence au moyen d'une bobine à noyau de fer. *Zeitschrift für Hochfrequenztechnik*, **34** (7-1929), 81 87.

(XIII) E. ROUELLE. — Quelques nouvelles expériences de démultiplication de fréquence dans un circuit oscillant à noyau de fer. *R. G. E.*, **40** (26-12-36), 811-819.

(XIV) J. W. Butler et Concordia. — Analyse de problèmes d'application de capacités en série. *Electrical Engineering* (6-1937), 975-988.

(XV) E. Rouelle. — Relaxation, synchronisation et démultiplication de fréquence. Discussion du rapport de M. Yves Rocard. *Bulletin S. F. E.* (3-1938), 236-240.

(XVI) J. Travis et C. N. Weigandt. — Subharmoniques dans des circuits comportant une réactance à noyau de fer. *Electrical Engineering*, **57** (8-1938), 423-431.

(XVI *bis*) Guerbilsky. — Sur la démultiplication de fréquence. *Actualités Scient. et Industrielles*, n° 843. Paris (1939). Editions Hermann et Cie.

(XVII) Dehors et E. Rouelle. — Sur quelques relations quantitatives régissant le fonctionnement du démultiplicateur de fréquence ferromagnétique. *C. R. Académie des Sciences*, **210**, (3-1 40), 44.

(XVIII) R. Dehors. — Générateur d'impulsions (de fréquence, d'amplitude et de phase réglables). *C. R. Académie des Sciences*, **213** (11-8-41), 233.

(XIX) R. Dehors. — Application du générateur d'impulsions à l'amorçage d'oscillations subharmoniques dans un circuit oscillant du type série. *C. R. Académie des Sciences*, **216** (3-43), 407.

TABLE DES MATIÈRES

Pages

Introduction 1

I. — *Aperçu historique* 2

II. — *Partie préliminaire* 8

A. — Mécanisme physique du phénomène sous sa forme la plus simple 8

B. — Mécanisme général de la production des impulsions et de la variation du flux 13

C. — Programme des recherches 15

III. — *Installation générale. Sources de courant. Montage et appareils* 16

A. — Description des machines constituant la source de courant 16

B. — Réglage et mesure de la tension appliquée au circuit . 18

C. — Réglage et mesure de la fréquence 18

D. — Mesure de la tension aux bornes du condensateur et de l'intensité efficace. 18

E. — Observation et relevé des formes d'onde. 19

F. — Description du circuit oscillant 20

IV. — *Mesure des constantes du circuit oscillant* 21

A. — Mesure de la capacité 21

B. — Mesure des résistances 21

C. — Mesure des grandeurs magnétiques 23

D. — Résultats des mesures effectuées 30

V. — *Méthodes d'amorçage des oscillations subharmoniques* . . 31

A. — Procédés antérieurs d'amorçage 31

B. — Inconvénients de ces procédés 32

C. — Principe des nouveaux procédés 33

D. — Réalisation. 34

E. — Mise en œuvre. Blocage automatique du générateur . . 37

F. — Résultats obtenus par l'application du procédé *e* . . . 39

G. — Résultats nouveaux dus à l'application du procédé . . 40

Pages

VI. — *Etude du phénomène au voisinage de la tension critique inférieure (cas d'une résistance faible)* 41

A. — Position de la question 41
B. — Considérations théoriques. Etablissement de relations quantitatives 41
C. — Contrôle expérimental des relations quantitatives. . . 49

Annexe. — Influence d'une résistance shuntant le condensateur . . 56

A. — Etude théorique du phénomène au voisinage de la tension critique inférieure 57
B. — Etude expérimentale. 60

VII. — *Etude de la limite inférieure pour un amortissement élevé* . 62

A. — Analyse expérimentale 62
B. — Interprétation des faits expérimentaux 63
C. — Mécanismes de l'entretien et du décrochage 66

VIII. — *Etude sommaire du phénomène au voisinage de la tension critique supérieure* 67

A. — Analyse expérimentale sommaire. 68
B. — Etablissement d'une relation approchée donnant la valeur de la tension limite supérieure dans le cas d'un faible amortissement. 70
C. — Contrôle expérimental de la relation établie. 71

IX. — *Etude détaillée du phénomène au voisinage de la tension critique supérieure* 73

A. — Régime fondamental (de faible intensité) pour une résistance nulle du circuit. 73
B. — Régime fondamental pour une résistance non nulle du circuit 74
C. — Régime subharmonique pour un amortissement faible . 74
D. — Régime subharmonique pour un amortissement élevé. Effet d'une augmentation de résistance 82
E. — Entretien du subharmonique au voisinage de la tension critique et mécanisme du décrochage. 85
F. — Influence des paramètres au voisinage de la tension limite supérieure 89

X. — *Vue d'ensemble du phénomène.* 94

A. — Courbes caractéristiques 94
B. — Transformation de l'onde de courant, pour un circuit donné lorsqu'on fait croître la tension efficace entre les deux valeurs critiques U_m et U_M 99

XI. — *Subharmoniques d'ordre pair* 100

A. — Subharmonique de rang 2 100
B. — Subharmonique de rang 4 103

Pages

XII. — *Extension des résultats à des bobines à noyaux d'alliages divers* 104

A. — Modification des caractères du régime libre. 105

B. — Modification des ondes de démultiplication de fréquence. 107

Conclusion générale 112

Tableau bibliographique 113

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Applications des thyratrons dans l'industrie et au laboratoire.

VU ET APPROUVÉ :

Lille, le 9 Mars 1946.

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

P. PRUVOST.

VU ET PERMIS D'IMPRIMER :

Lille, le 9 Mars 1946.

Le Recteur de l'Académie de Lille.

A. DUEZ.

DÉPÔT LÉGAL : 1946, 4e TRIMESTRE, N° D'ORDRE 493, MASSON ET Cie, ÉDITEURS, PARIS.
BARNÉOUD FRÈRES ET Cie, IMPRIMEURS (31.0566). LAVAL. N° 577. — 12-1946.