

# THÈSES

*présentées à la*

**FACULTÉ DES SCIENCES  
DE L'UNIVERSITÉ DE LILLE**

*pour obtenir le titre d'Ingénieur-Docteur*

par

**RÉMY POLAERT**



*1<sup>ère</sup> Thèse : Étude et mise au point d'un admittancemètre automatique, à commande électronique.*

*2<sup>me</sup> Thèse : Méthode des graphes de transfert. Applications à l'étude des réseaux électriques.*

*Soutenues le 27 Janvier 1961, devant la COMMISSION D'EXAMEN*

M. R. DEHORS *Président*

M. R. GABILLARD *Examineurs*

M. A. LEBRUN *»*

Doyen Honoraire : M. PRUVOST

Professeurs honoraires : MM. ARNOULT, BEGHIN, CAU, CHAPELLON, CHAUDRON, CORDONNIER, DECARRIERE, DEHORNE, DOLLE, FLEURY, P. GERMAIN, LAMOTTE, LELONG, Mme LELONG, MM. MAZET A. MICHEL, NORMANT, PARISELLE, PASCAL, PAUTHENIER ROUBINE, WIEMANN, ZAMANSKY.

Professeurs :

MM. LEFEBVRE, Doyen et Professeur de Chimie Appliquée et Chimie de la Houille  
ROUELLE, Assesseur, Professeur de Physique et Electricité Industrielles  
BONNEMAN-BEMIA, Professeur de Chimie et Physico-chimie Industrielles  
BONTE, Professeur de Géologie Appliquée  
CORSIN, Professeur de Paléobotanique  
DECUYPER, Professeur de Mathématiques  
DEFRETIN, Professeur de Zoologie  
M. DEHEUVELS, Professeur d'Analyse Supérieure et Calcul des Probabilités  
DEHORS, Professeur de Physique Industrielle  
DELATTRE, Professeur de Géologie  
Melle DELWAULLE, Professeur de Chimie Minérale  
MM. DESCOMBES, Professeur de calcul différentiel et intégral  
DURCHON, Professeur de Zoologie  
GABILLARD, Professeur de Radioélectricité et Electronique  
J. GERMAIN, Professeur de Chimie générale et Chimie organique  
GLACET, Professeur de Chimie  
HEIM de BALSAC, Professeur de Zoologie  
HOCQUETTE, Professeur de Botanique Générale et appliquée  
KAMPE de FERIET, Mécanique des Fluides  
KOURGANOFF, Professeur d'Astronomie  
LEBEGUE, Professeur de Botanique  
MARTINOT-LAGARDE, Professeur de Mécanique des fluides  
PARREAU, Professeur de Mathématiques  
POITOU, Professeur d'Algèbre Supérieure  
ROIG, Professeur de Physique Générale  
ROSEAU, Professeur de Mécanique rationnelle et expérimentale  
WATERLOT, Professeur de Géologie houillère

Professeurs sans Chaire :

MM. HEUBEL, Professeur de Chimie  
LEBRUN, Professeur de Radioélectricité et Electronique  
Melle MARQUET, Professeur de Mathématiques  
MM. MONTREUIL, Professeur de Chimie Biologique  
PEREZ, Professeur de Physique  
SAVARD, Professeur de Chimie Générale  
TILLIEU, Professeur de Physique  
TRIDOT, Professeur de Chimie Appliquée

.../...

Maitres de Conférences :

MM. BOUISSET, Maitre de Conférences de Physiologie animale  
CERF, Maitre de Conférences de Mathématiques  
Melle CHAMPY, Maitre de Conférences de Mathématiques  
MM. GONTIER, Maitre de Conférences de Mécanique des Fluides  
GUILBERT, Maitre de Conférences de Physique  
LACOMBE, Maitre de Conférences de Mathématiques  
Melle LENOBLE, Maitre de Conférences de Physique  
MM. LINDER, Maitre de Conférences de Botanique  
LUCQUIN, Maitre de Conférences de Chimie minérale  
LURCAT, Maitre de Conférences de Physique  
MARION, Maitre de Conférences de Chimie  
MAUREL, Maitre de Conférences de Chimie  
POLVECHE, Maitre de Conférences de Géologie  
SCHAELE, Maitre de Conférences de Zoologie  
VIVIER, Maitre de Conférences de Zoologie  
WERTHEIMER, Maitre de Conférences de Physique

Secrétaire de la Faculté :

Mme BOUCHEZ

A MA MERE

Nous avons réalisé ce travail au Laboratoire de Radio-  
Electricité et Electronique de la Faculté des Sciences de Lille.

Nous remercions particulièrement Monsieur le Professeur  
Gabillard, Directeur de ce laboratoire, pour les conseils qu'il  
nous a apportés au cours de notre étude.

Nos remerciements vont aussi à Monsieur Le Professeur  
Lebrun qui a stimulé notre travail.

Nous tenons à remercier Monsieur le Professeur Dehors  
pour l'intérêt qu'il a témoigné à notre sujet.

Nous remercions aussi tous nos camarades pour l'aide  
qu'ils ont pu nous apporter.

ETUDE ET MISE AU POINT  
D'UN ADMITTANCEMETRE AUTOMATIQUE  
A COMMANDE ELECTRONIQUE

<u>PLAN</u>	<u>Page</u>
I - <u>Introduction</u> .....	I
I,1 sujet .....	I
I,2 choix du Pont - Critères .....	3
I,3 rappel des Méthodes conventionnelles ....	8
2 - <u>Réalisations des Ponts de mesures</u> .....	I2
2,1 comparateur d'admittances type Sauty Y ..	I2
2,2 comparateur à Injections variables .....	2I
3 - <u>Automatisation</u> .....	30
3,1 principes .....	30
3,2 réalisation de l'automatisme .....	40
4 - <u>Conclusion</u> .....	60
5 - <u>Bibliographie</u> .....	6I

## I - INTRODUCTION

### I, I -- Sujet

Le but poursuivi dans notre recherche étant de mettre au point un Pont de mesure d'admittance complexe à affichage automatique des composantes conductance et susceptance, de l'inconnue, il nous a paru indispensable de préciser dans une première partie les qualités du dispositif de mesure, exigées en vue d'un fonctionnement automatique. Ces conditions posées, nous choisirons parmi l'éventail des dispositifs traditionnels de mesure celui qui nous semble le plus approprié à notre sujet. Ce choix nous a conduit alors à deux réalisations pratiques : la première étant une adaptation particulière du Pont de Sauty, la seconde un peu plus originale, que nous avons appelée Pont à injection variable.

Dans une seconde partie, nous avons envisagé les problèmes particuliers de la marche automatique d'un Pont à deux variables. Après avoir proposé trois méthodes d'automatisation nous décrivons l'appareillage que nous avons réalisé, en précisant ses différentes caractéristiques.

### Limitation du sujet

Pour éliminer toute ambiguïté, précisons tout de suite que tous nos efforts ont porté sur des dispositifs d'équilibre de Pont

En effet, depuis quelques années il est apparu certains dispositifs à mesure rapide basés sur des principes très différents :

- mesure de l'amplitude et de la phase de la tension aux bornes de l'impédance inconnue par comparaison avec la tension aux bornes d'une résistance fixe, au moyen d'amplificateurs différentiels. Cette mesure rapide exige néanmoins deux réglages manuels. (I)

---

(I) Impédancemètre BF Rochar

- mesure de la variation de fréquence d'un oscillateur lors de l'introduction d'une susceptance dans le circuit oscillant. Ce genre d'appareil mesure directement la composante imaginaire seule de l'inconnue. Il est inapte à la mesure des impédances à faible coefficient de qualité (2).

Notre but est d'obtenir un appareil de précision utilisant une méthode de zéro et constituant un système asservi en boucle fermée avec contrôle de la valeur affichée.

Précisons encore le sujet en soulignant qu'il ne sera question ici que de circuits à constantes localisées et que nous n'envisageons pas les mesures à des fréquences supérieures à 10 MHz.

Nous souhaitons aussi obtenir un appareil de mesure valable dans une bande de fréquence assez large et surtout à réponse rapide, utilisant uniquement des dispositifs électroniques à l'exclusion de réglage nécessitant le mouvement de pièces mécaniques.

---

(2) D C Meter Textronix type E30

## I,2 - Choix du pont - Critères

### I,2I - Constitution générale

Les potentiomètres enregistreurs constituent un exemple devenu classique de pont de mesure automatique à une variable. Ces appareils d'un emploi très sûr peuvent être adaptés à de multiples usages : mesure de tension, de résistance, de capacité, de température, mais ces appareils sont inaptes à mesurer l'évolution rapide d'un phénomène, à cause de l'inertie importante de l'équipage mobile.

Notre premier propos ici est d'éliminer tout dispositif comportant une partie mécanique : moteur, curseur, capacité variable potentiomètre. L'ensemble "Pont et Automatisation" sera entièrement électronique

### I,22 - Orthogonalité

D'autre part l'appareil de mesure prévu doit afficher la mesure de deux variables distinctes :

soit	composante réelle	de l'inconnue	$Z = R + jX$ en impédance
	composante imaginaire		$Y = G + jB$ en admittance
soit	module		
	argument		

Pour que la recherche de l'équilibre soit rapide, il est indispensable que le pont soit orthogonal, c'est-à-dire que le réglage d'une variable ne dérègle pas celui de l'autre et vice-versa.

L'orthogonalité dépend essentiellement de la constitution des branches du pont : elle se traduit par le fait qu'on obtient deux conditions d'équilibre rigoureusement indépendantes l'une de l'autre.

I,23 - Large bande

Une qualité supplémentaire sera sa possibilité de travailler correctement dans une plage de fréquence suffisamment large pour permettre des mesures dynamiques, en fonction de la fréquence.

Nous verrons que ce fonctionnement à large bande se heurte à de nombreuses difficultés.

I,24 - Éléments étalons

Le dispositif envisagé ne comportera pas d'éléments étalons fixes, mais il faudra les remplacer par des éléments présentant les mêmes qualités : stables dans le temps, fidèles, reproductibles, précis, indépendants de la fréquence, indépendants de la température.

I,25 - Sensibilité

La sensibilité d'un pont est définie par le rapport entre la tension de sortie et la tension d'entrée, nous allons étudier les facteurs de sensibilité dans le cas tout à fait général d'un pont formé de quatre impédances  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$ .

Le schéma ci-dessous fig 1 indique les notations adoptées " $Z_5$ " est l'impédance du détecteur.

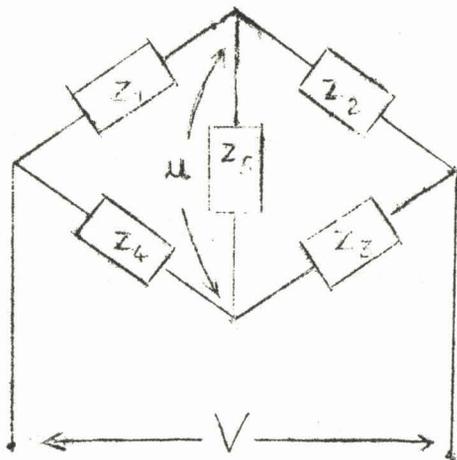


Fig 1

En supposant l'impédance d'entrée négligeable devant les autres impédances, exprimons la tension de sortie  $u$  en fonction de la tension du générateur  $V$ .

$$u = Z_5 i_5 \quad \text{le théorème de thévenin donne : } i_5 = \frac{U}{Z + Z_5}$$

$U$  et  $Z$  tension et impédance entre A et B en l'absence de  $Z_5$

$$U = V \left( \frac{Z_I}{Z_I + Z_2} - \frac{Z_4}{Z_3 + Z_4} \right) = V \frac{(Z_I Z_3 - Z_2 Z_4)}{(Z_I + Z_2) \cdot (Z_3 + Z_4)}$$

$$Z = \frac{Z_3 Z_4}{Z_3 + Z_4} + \frac{Z_I Z_2}{Z_I + Z_2}$$

$$u = \frac{Z_5 V (Z_I Z_3 - Z_2 Z_4)}{Z_5 (Z_I + Z_2) (Z_3 + Z_4) + Z_I Z_2 (Z_3 + Z_4) + Z_3 Z_4 (Z_I + Z_2)}$$

Etudions la sensibilité dans le cas simple où l'impédance  $Z_5$  est infinie.

$$\text{il reste } S = \frac{u}{V} = \frac{Z_I Z_3 - Z_2 Z_4}{(Z_I + Z_2) (Z_3 + Z_4)}$$

supposons remplie la condition d'équilibre  $Z_I Z_3 - Z_2 Z_4 = 0$

et donnons à  $Z_4$  un accroissement  $-\Delta Z_4$

$$\text{la sensibilité devient } S = \frac{Z_2 \cdot \Delta Z_4}{(Z_I + Z_2) (Z_3 + Z_4)}$$

appelons  $A = \frac{Z_I}{Z_2} = \frac{Z_4}{Z_3}$  tête de pont

$$\sigma = \frac{\Delta Z_4}{Z_4} \quad \text{déréglage}$$

il vient 
$$S = \frac{Z_2 \Delta Z_4}{(I + \frac{Z_I}{Z_2})(I + \frac{Z_4}{Z_3}) Z_2 Z_3} = \frac{\Delta Z_4}{(I + A)^2 Z_3} = \frac{\sigma A}{(I + A)^2}$$

Dans la sensibilité, on voit apparaitre 2 termes :

- I facteur caractéristique du Pont utilisé :  $F = \frac{A}{(I + A)^2}$
- I facteur de dérèglement :  $\sigma$

I,261 - Etude de F

a) A réel - Si le pont est du type Pont de Wheastone - (Sauty) - le maximum de F est obtenu pour  $\frac{dF}{dA} = 0$  c'est-à-dire si  $I - A^2 = 0$

soit  $A = I$  et alors  $F = \frac{I}{4}$

b) A imaginaire - S'il s'agit d'un Pont quadrature (Maxwell...)

on peut mettre A sous la forme  $A = \pm jA_0$

le module de F est  $|F| = \frac{A_0}{I + A_0^2}$

ce module est maximum pour  $I - A_0^2 = 0$  soit  $A_0 = I$

et dans ce cas  $|F| = \frac{I}{2}$

Dans les deux cas, on retrouve la même condition pour obtenir la sensibilité maximum : à savoir rapport de la tête de Pont égal à I :

$$A = \frac{Z_I}{Z_2} = \frac{Z_4}{Z_3} = I$$

I,262 - Etude de  $\sigma$

$$\sigma = \frac{\Delta Z_4}{Z_4}$$

A priori on peut écrire :  $Z_4 = R + jX$  Appelons  $Q = \frac{X}{R}$

Supposons un déséquilibre de R seulement

$$\sigma = \frac{\Delta R}{R + jX} = \frac{\Delta R}{R \sqrt{I + Q^2}}$$

Supposons un déséquilibre en X seul

$$\sigma = \frac{\Delta X}{R + jX} = \frac{\Delta X}{X \sqrt{I + \frac{I}{Q^2}}}$$

En conclusion, si Q est grand la sensibilité est bonne en réactance, mais mauvaise en résistance, et inversement.

Donc un Pont n'est jamais universel ; il faut l'adapter au type de mesure à effectuer.

Ces calculs de sensibilité permettent de prévoir la sensibilité du détecteur à utiliser, connaissant le type de Pont utilisé et la tension à l'entrée.

Ces quelques remarques permettent de dégager les caractéristiques du dispositif de mesure que nous recherchons

- élimination des parties mécaniques
- stabilité dans le temps
- large bande
- orthogonalité
- sensibilité

### I,3 - Rappel des METHODES traditionnelles de Mesure

d'impédance ou d'admittance

Dans l'éventail des appareils de mesure d'impédance nous pouvons dégager trois méthodes fondamentales de mesure à savoir :

- a) Méthode de résonance
- b) Méthode de transmission
- c) Méthode de comparaison

Nous allons passer en revue ces trois méthodes et leurs principaux types d'application : ce qui nous permettra ensuite de choisir celui qui répondra le mieux à notre propos.

#### I,3I - Méthode de Résonance

La version la plus courante est celle du Q mètre : circuit résonnant série ou parallèle.

Elle ne répond pas à notre besoin pour plusieurs raisons :

- ce n'est pas une méthode de zéro. Au contraire elle se ramène à la recherche de la surtension d'un circuit : celle-ci se manifeste par un maximum ou un minimum de tension, dont l'acuité dépend du coefficient de qualité d'un circuit résonnant.
- la sensibilité est très mauvaise pour les circuits à fortes pertes
- elle ne traduit pas les éléments de l'impédance en ses composantes

Elle exige l'emploi de formules de conversion ou d'abaques

- à chaque mesure, elle exige un tarage du voltmètre à lampe et du courant injecté. Sous une version différente : déformation des qualités d'un circuit autosonnant, elle peut être utilisée avantageusement pour la détermination directe des composantes imaginaires seules : L ou C (L - C meter type 130 de tektronix)

Mais sous cette forme la fréquence de mesure n'est pas définie.

I,32 - Méthode de transmission

Ici se placent tous les Ponts de mesure habituels, à l'exception du Pont de Sauty qui utilise une méthode de comparaison. Citons parmi les applications les plus connues, les Ponts de Maxwell, Pont de Hay, Pont de Schéring, Pont à résonnance, Pont universel Z Y, Pont double T.

Le pont à résonnance, le pont de Schéring et le pont double T font intervenir la fréquence de travail dans les équations d'équilibre ces ponts ne sont pas à proprement parler des ponts à large bande car, par la nature même des équations, l'équilibre ne peut être obtenu que pour une seule fréquence. A l'équilibre, ils constituent un excellent filtre pour la fréquence de travail, mais laissent passer toutes les fréquences latérales en particulier les fréquences harmoniques du générateur.

Le pont de Maxwell en mesure d'impédance et son homologue en mesure d'admittance le pont de Hay présentent des équations d'équilibre où la fréquence n'intervient pas explicitement, mais en fait ces deux ponts reviennent à comparer une capacité à une self, or une self est toujours une grandeur fonction de la fréquence, et par conséquent l'équilibre de ces ponts varie avec la fréquence. Pour la même raison le pont universel Z Y constitué uniquement de résistances et de capacités n'est véritablement à large bande que dans la mesure en admittance des capacités.

Le pont "double T" présente deux avantages importants :

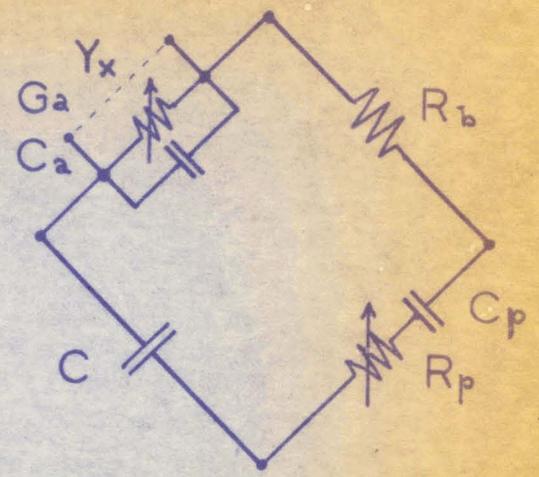
- il ne comporte aucun transformateur d'adaptation, ni à l'entrée, ni à la sortie.
- les deux réglages sont obtenus au moyen de deux capacités pures ayant un point à la masse;

En appelant "orthogonalité" la propriété d'un pont de présenter ses deux réglages indépendants l'un de l'autre, on observe que seul le pont de Schéring n'est pas orthogonal.

Pont ZY en mesure de Y

$$G_x = G_{a1} - G_{a2}$$

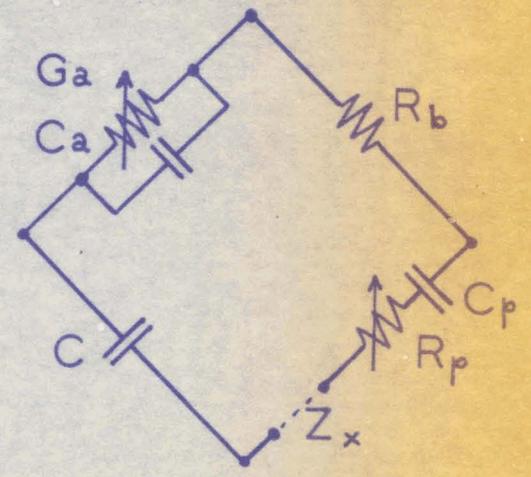
$$B_x = \frac{C \cdot \omega (R_{p2} - R_{p1})}{R_b}$$



Pont ZY en mesure de Z

$$R_x = R_{p1} - R_{p2}$$

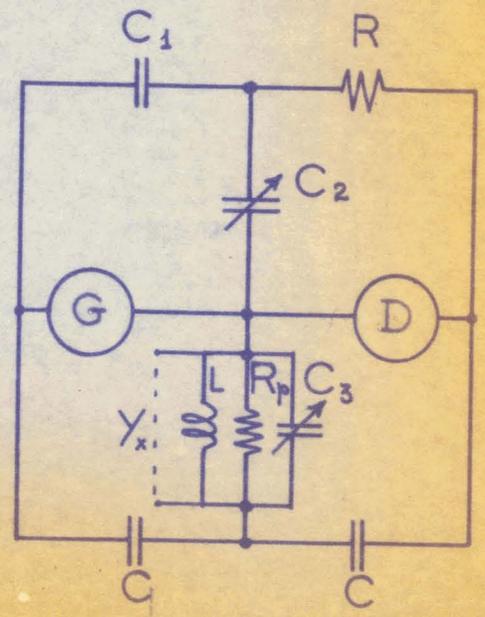
$$X_x = \frac{R_b}{C \cdot \omega} (G_{a1} - G_{a2})$$



Pont "Double T"

$$G_x = R \cdot \frac{C_2^2 \cdot \omega^2 \cdot \Delta C_2}{C_1}$$

$$B_x = -\omega \cdot \Delta C_3$$



### I,33 - Méthode de comparaison

La méthode de comparaison est appliquée essentiellement dans le pont de Sauty sous la forme série pour les mesures en impédance, et sous la forme parallèle pour les mesures en admittance.

Outre la simplicité et la symétrie du schéma, ce type présente plusieurs avantages :

- les équations d'équilibre ne font pas intervenir la fréquence : il fonctionne correctement à large bande.

- les réglages des deux paramètres sont indépendants : il est orthogonal.

- Les équations donnent directement la valeur des deux composantes sous la forme désirée :

$R + jX$  en impédance

$G + jB$  en admittance

- les éléments étalons peuvent être mesurés, vérifiés, extérieurement au pont.

- le facteur de sensibilité du pont  $F$  est bien déterminé, il ne dépend pas de l'inconnue à mesurer : le coefficient  $A$  (cf. plus haut) est réel et égal au rapport de la tête de pont  $F = \frac{I}{4}$  au maximum si le pont est symétrique.

c'est à dire si  $A = I$

En pratique, il subsiste, comme nous le verrons, plusieurs difficultés d'ordre technique :

- nécessité d'utiliser un transformateur de mesure

- réalisation des éléments étalons, conductance et capacité, sous une forme purement électronique.

- compensation des éléments parasites créant des dissymétries.

Une autre méthode de comparaison à trois voies (voir schéma Fig 6) nous a permis d'éliminer la sujétion d'éléments étalonnés variables. Cette méthode compose les courants traversant des admittances

étalons fixes alimentés par des amplificateurs de gain réglable : il ne s'agit plus à proprement parler d'un pont d'admittances mais plutôt d'un comparateur de courants.

Ce rappel de quelques notions fondamentales des dispositifs de mesure nous a permis de mieux situer notre problème et de justifier notre choix : la méthode de comparaison.

Partant de ce principe général, nous allons maintenant décrire les deux réalisations pratiques auxquelles nous avons été amené :

- comparateur du type Sauty parallèle
- comparateur à injection variable.

## 2 - Réalisation des Ponts de mesure

### 2,I - Description du Comparateur d'admittances

Pour la réalisation de ce comparateur, nous avons profité des travaux de Monsieur Lebrun qui a mis au point une gamme de comparateur du type Pont de Sauty, spécialement adaptés à la mesure des diélectriques.

D'autre part, nous avons profité d'études antérieures pour la réalisation des commandes électroniques de la conductance étalon (I) et de la capacité étalon (2)

### 2,II - Principe - Caractéristiques générales

C'est un comparateur en pont de Sauty parallèle, voir le schéma Fig N° 2

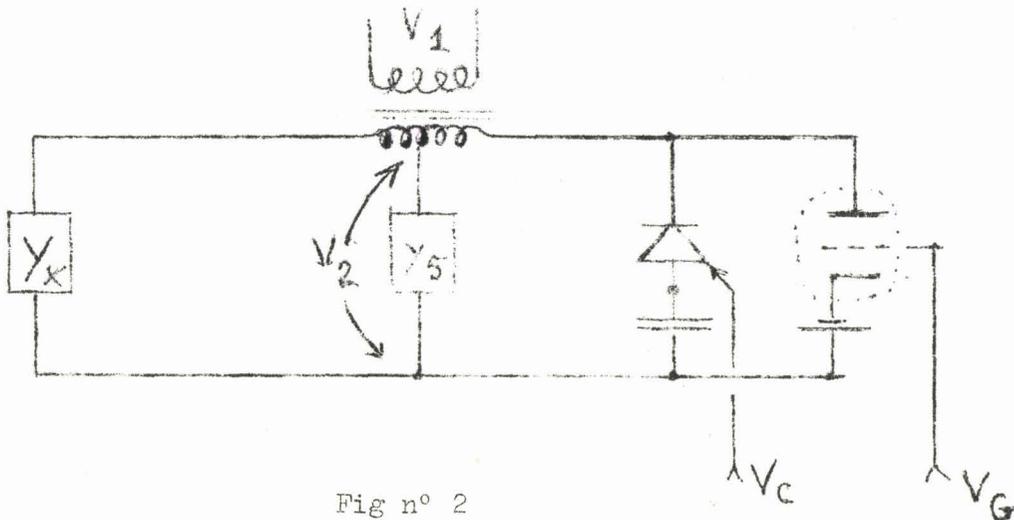


Fig n° 2

Les éléments de référence sont choisis de façon à pouvoir être commandés par des tensions électriques :

---

(1) Diplôme d'Etudes Supérieures de M. Tonnerre Ing. I. D. N.

(2) Diplôme d'Etudes Supérieures de M. Louage Ing. I. C. A. N.

en conductance : conductance interne d'un tube triode commandée par sa tension de grille.

en susceptance : capacité présentée par une diode Varicap commandée par sa tension de polarisation.

C'est un pont à large bande ; il fonctionne parfaitement de 50 kHz à 5 MHz.

L'équation d'équilibre s'obtient directement à partir de la formule générale :  $Y_I Y_3 = Y_2 Y_4$

Si l'on suppose le pont parfaitement symétrique, l'équilibre est obtenu lorsque  $G + jC\omega = G_X + jC_X\omega$   
soit directement  $G = G_X$      $C = C_X$

La symétrie est un idéal jamais atteint. Voyons l'influence des différentes causes de dissymétrie et la façon de rendre leurs effets négligeables.

2, I2 - Influence des impédances parasites

Le schéma théorique simplifié (voir Fig N° 3) permet de calculer très simplement la tension de sortie

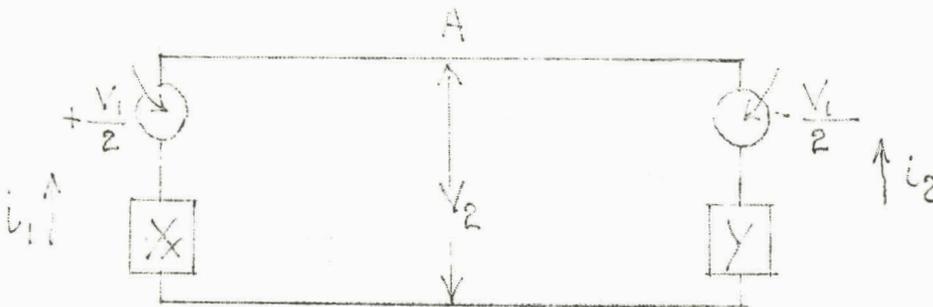


Fig n° 3

$$V_2 = \frac{V_I}{2} \frac{Y}{(Y + Y_X)} - \frac{V_I}{2} \frac{Y_K}{(Y + Y_X)} = \frac{V_I (Y - Y_X)}{2 (Y + Y_X)}$$

or à l'équilibre  $V_2 = 0$  donc  $Y = Y_X$

pour un faible dérèglement :  $-\Delta Y_X$

la tension de sorite du pont est  $\frac{V_2}{V_I} = \frac{\Delta Y_X}{4 Y_X}$

Le schéma réel est plus complexe (voir fig N° 4)

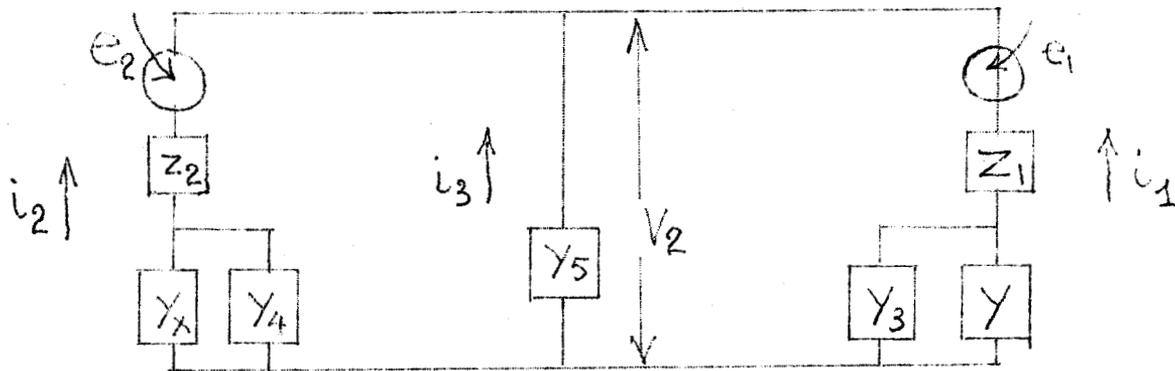


Fig. n° 4

il faut introduire l'impédance interne des générateurs de tension, l'impédance de fuite entre primaire et secondaire, la self des connexions, les capacités parasites en parallèle sur les bras du pont, l'impédance du détecteur, la dissymétrie des tensions fournies par le transformateur.

Exprimons que la somme des trois courants est toujours nulle

$$i_I + i_2 + i_3 = 0$$

$$\frac{e_I - V_2}{Z_I + \frac{I}{Y + Y_3}} + \frac{e_2 - V_2}{Z_2 + \frac{I}{Y_X + Y_4}} - \frac{V_2}{Z_5} = 0$$

Supposons le pont équilibré  $V_2 = 0$

il vient l'égalité 
$$\frac{e_I}{Z_I + \frac{I}{Y + Y_3}} = \frac{-e_2}{Z_2 + \frac{I}{Y_4 + Y_X}}$$

si l'on veut que cette condition soit remplie lorsque  $Y = Y_X$

$$e_I = -e_2$$

il faut l'identité de tous les membres  $Z_I = Z_2$

$$Y_3 = Y_4$$

ce qui suppose un transformateur parfaitement symétrique. Toutefois, si  $Y_3 \neq Y_4$  on pourra compenser cette dissymétrie par l'étalonnage ultérieur du comparateur. Par contre si  $Z_I \neq Z_2$  il n'y a aucun espoir de compenser ; à moins de provoquer la même dissymétrie sur les tensions et sur les admittances soit par exemple :

$$e_I = -\alpha e_2$$

$$Z_I = \alpha Z_2$$

$$(Y + Y_3) = \frac{I}{\alpha} (Y_4 + Y_X)$$

Par conséquent, pour que le pont soit valable, la symétrie doit être soignée : il est bon aussi de minimiser l'effet des impédances  $Z_I$  et  $Z_2$  en les rendant aussi faibles que possible devant 
$$\frac{I}{Y + Y_3}$$

L'impédance  $Z_5$  n'intervient jamais dans la condition d'équilibre ; elle intervient seulement dans la sensibilité.

Le schéma de la Fig. N° 2 est le schéma réel du pont où l'on a pu rendre négligeables les impédances de fuite et les causes de dissymétrie ; dans ce cas la tension de sortie est donnée par le calcul de la sensibilité cf. paragraphe I,26

$$\frac{V_2}{V_I} = \frac{I}{2} \frac{(\Delta G_x + j\Delta B_x)}{(2(G + jB) + Y_5)}$$

L'impédance du détecteur  $Z_5$  intervient pour diminuer la sensibilité. Il y a donc lieu de choisir l'impédance  $Z_5$  la plus élevée ; d'autre part, cette impédance doit maintenir les bras du pont au potentiel 0 au point de vue continu ; en pratique cette impédance  $Z_5$  est constituée par une self de choc de bonne qualité.

### 2,13 - Caractéristiques du transformateur

Le transformateur d'entrée du comparateur est un transformateur C. C. P. R. I. H. à noyaux de ferrite 4 B.

Le primaire comprend 17 spires ; le secondaire est symétrique et comporte deux demi-enroulements de 3 spires. L'impédance  $R_I + jL_I\omega$  est inférieure à 4  $\Omega$ . Plusieurs précautions ont été prises pour assurer la symétrie et rendre négligeables les inductances parasites.

Les enroulements sont faits au moyen de fils rigides pour éviter toute déformation mécanique et permettre d'obtenir la symétrie des spires.

Les enroulements primaire et secondaire sont très soigneusement isolés entre eux et par rapport à la masse. Pour éviter toute influence électrique entre le primaire et le secondaire on a placé un blindage très efficace : le primaire d'une part et le secondaire d'autre part, sont logés à l'intérieur de tores en cuivre reliés à la masse.

2,14 - Étalonnage de la conductance

Pour une tension plaque et une température de cathode données la conductance interne d'un tube triode est bien déterminée.

Nous avons essayé		une triode EC 955	chauffée à 5,9 volts
		une triode EC 81	

Des études antérieures ont montré que la capacité anode-cathode a une valeur constante (4 pF), indépendante du point de polarisation, de la fréquence et de la température.

L'étalonnage du pont en conductance est obtenu en plaçant sur le bras de mesure des résistances "DACO" étalonnées à 1 %.

Les mesures effectuées sont résumées dans les tableaux N° 1 et 2. Les courbes d'étalonnage en conductance donnent la valeur de la conductance en fonction de la tension appliquée à la grille. Chaque courbe d'étalonnage est valable pour la fréquence à laquelle elle a été établie : il est donc nécessaire de tracer plusieurs courbes à différentes fréquences. On observe facilement sur le graphique (voir courbes N° 1 et 2) que ces courbes ne présentent pas de différences sensibles tant que la conductance est supérieure à  $2 \mu\Omega$  (soit  $R > 500 k$ ). Des deux tubes essayés, le tube triode EC 81 s'avère le meilleur, les courbes sont plus régulières et moins dispersées.

Pour ce tube la limite supérieure de conductance est  $100 \mu\Omega$  la limite inférieure est atteinte lorsque le tube est au "cut-off". On remarque aussi que si la fréquence reste inférieure à 5 MHz les différences entre courbes restent faibles ~~même pour les faibles~~ même pour les faibles conductances. Par contre la courbe à 10 MHz diverge lorsque la conductance devient inférieure à  $2 \mu\Omega$

En conclusion : la conductance interne d'un tube EC 81 peut être considérée comme un élément de référence satisfaisant pour un

- |             |  |                                  |
|-------------|--|----------------------------------|
| comparateur |  | - large variation de conductance |
|             |  | - faible capacité parasite       |
|             |  | - bonne reproductibilité         |

# ETALONNAGE EN CONDUCTANCE

$$V_g = F \left[ G, F \right]$$

V<sub>g</sub> Tension de polarisation  
 G Conductance  
 F Frequence

TABLEAU I Triode RC 955

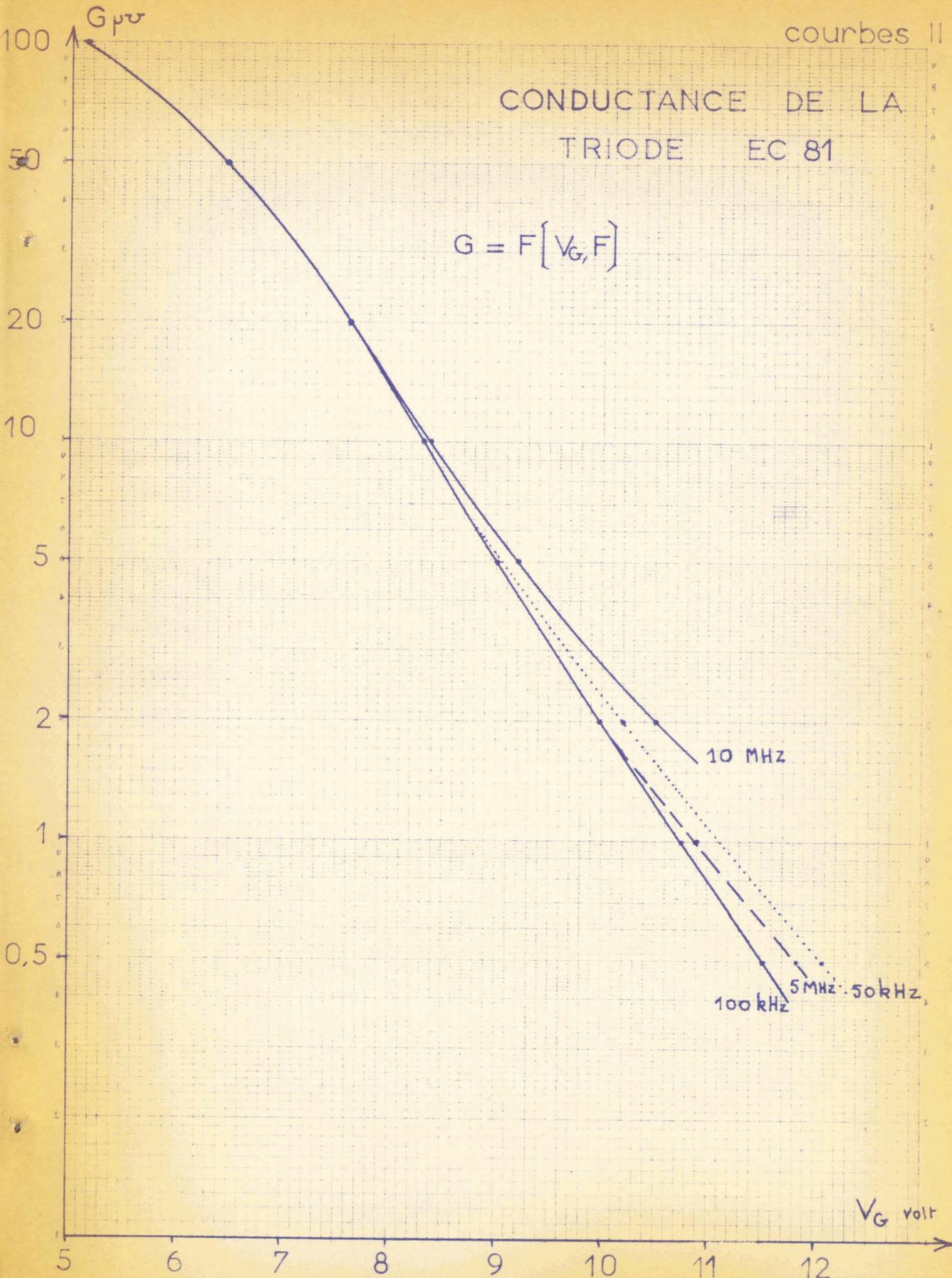
G <sub>μv</sub> \ F	75 kHz	300kHz	500kHz	1 MHz	3 MHz	5 MHz
50	2,85	2,85	2,85	2,85	2,85	2,85
20	3,80	3,80	3,80	3,78	3,80	3,80
10	4,20	4,20	4,20	4,20	4,20	4,20
5	4,60	4,60	4,60	4,60	4,55	4,60
2	5,00	5,00	4,99	4,95	4,95	5,05
1	5,30	5,30	5,22	5,20	5,20	5,70
0,5	5,55	5,45	5,50	5,45	5,70	X
0,2	5,90	5,88	5,75	5,82	X	X

TABLEAU II Triode EC 81

G <sub>μv</sub> \ F	50 kHz	100 kHz	1MHz	5 MHz	10MHz
100	5,2	5,2	5,2	5,15	5,1
50	6,6	6,6	6,5	6,6	6,5
20	7,7	7,7	7,7	7,7	7,6
10	8,5	8,5	8,5	8,5	8,4
5	9,2	9	9	9,1	9,2
2	10,1	10	10	10	10,5
1	10,9	10,8	11	10,9	12
0,5	12	11,4	11,5	11,9	12

# CONDUCTANCE DE LA TRIODE EC 81

$$G = F(V_G, F)$$



BOUCHERON-LEPAGE 1941-1942

BOUCHERON-LEPAGE 1941-1942

Il subsiste un défaut : légère variation de la conductance en fonction de la fréquence ; variation d'autant plus accentuée que la fréquence est plus élevée et que la conductance est plus faible.

2,15 - Etalonnage de la Susceptance

Nous avons essayé deux types de diodes à capacité variable

- la Semicap 50 20
- la Varicap V 58

La capacité apparente d'une diode polarisée dans le sens non-passant est bien définie en fonction de la valeur de la polarisation. On a relevé les caractéristiques  $C^{pF} = f(V_c)$

(voir tableau N° 3 et 4 )  
graphique N° 3 et 4

tableau 3

$$C = f(V_c)$$

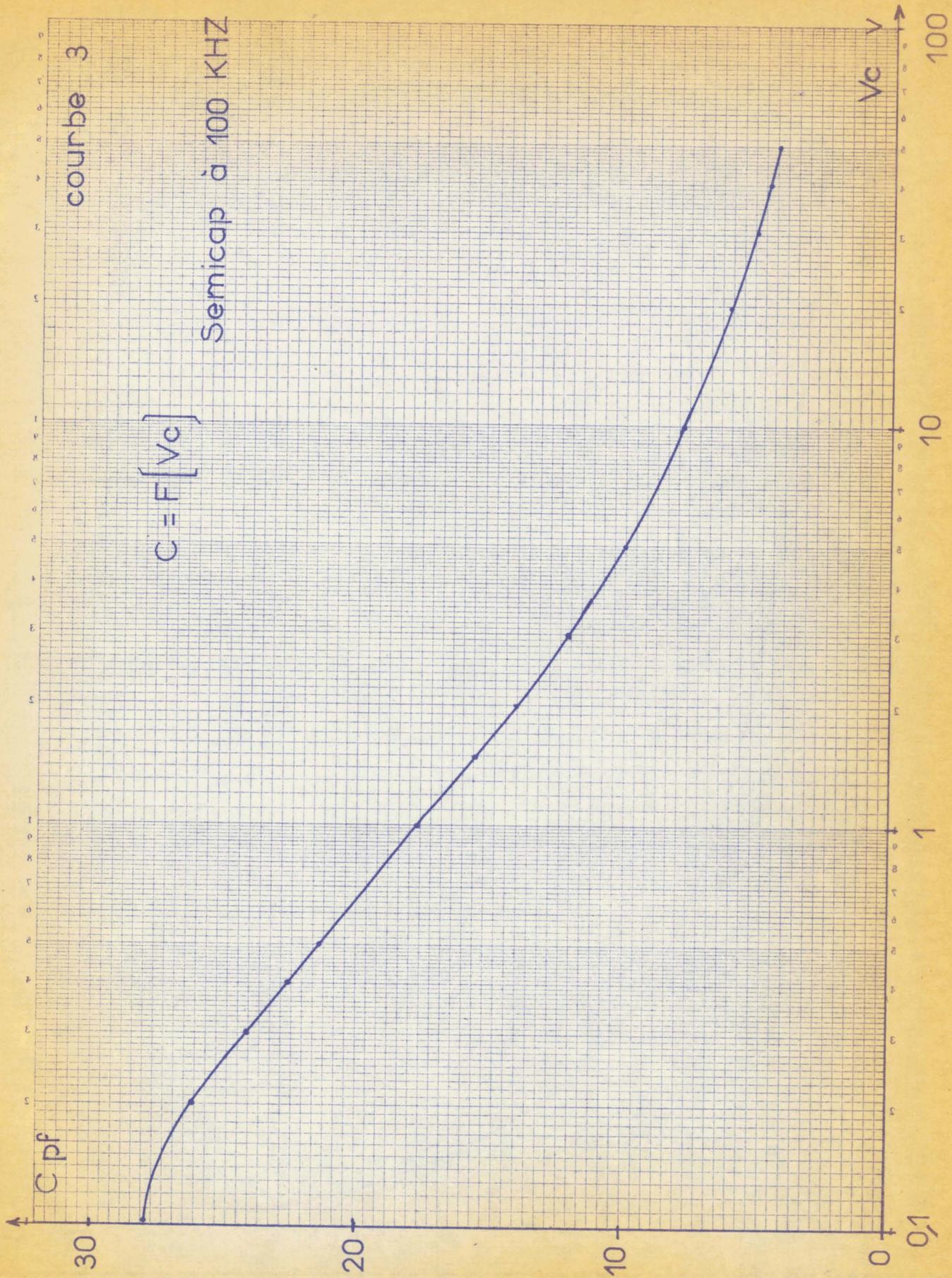
Semicap à 100 kHz

Volt	$V_c$	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1	3	5	10	30	50
$p^F$	C	27,7	26	22,5	20,3	18,8	17,6	12	10	8	6	4,4

tableau 4

Varicap à 100 kHz

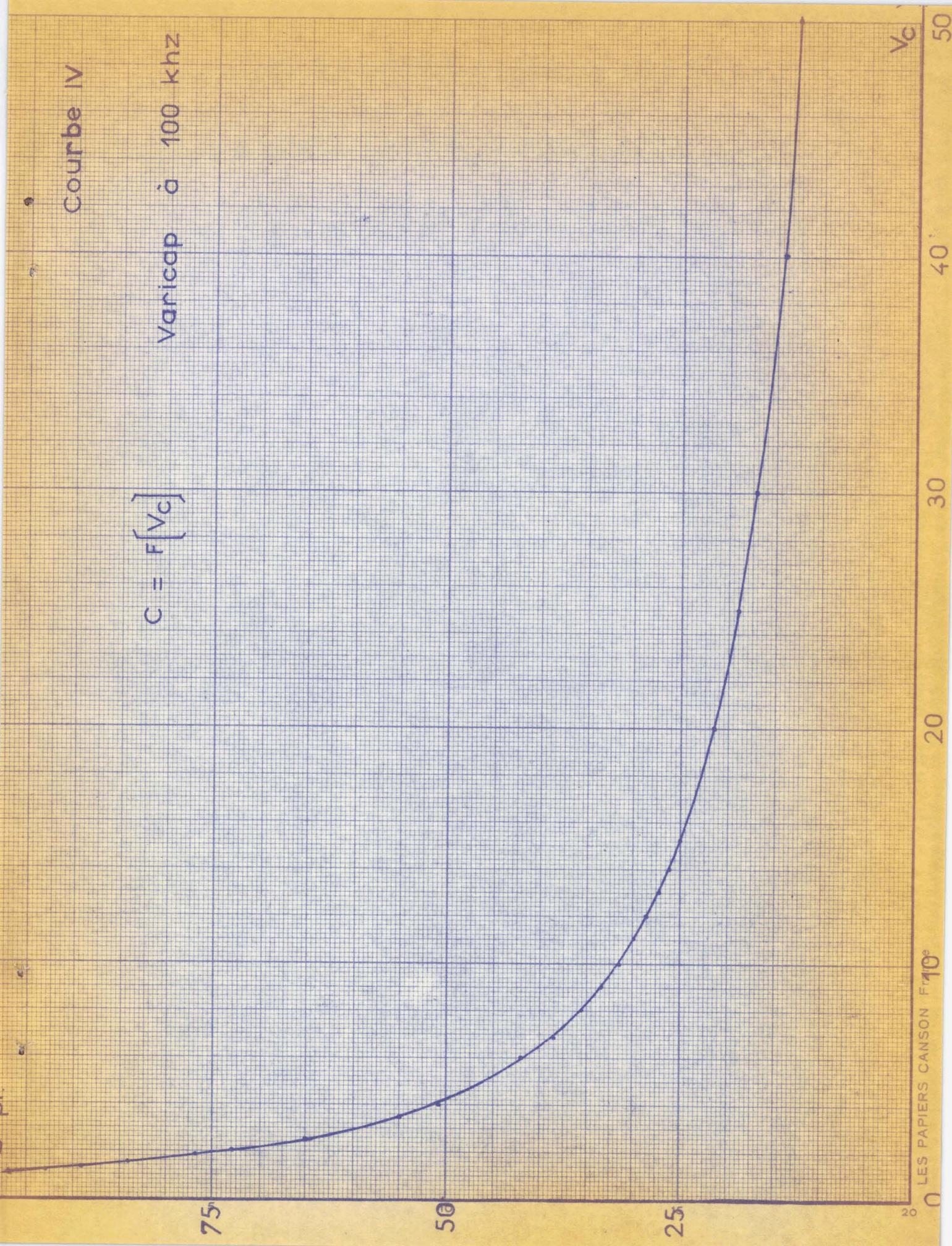
Volt	$V_c$	1	2	3	4	6	8	10	15	20	30	50
$p^F$	C	95	73	59	52	42	36	32	25	22	17	13



Courbe IV

$$C = F[V_C]$$

Varicap à 100 khz



La plage de variation en capacité est assez étroite, les mesures de capacité opérées à différentes fréquences depuis 50kHz jusqu'à 60 MHz avec différents appareils : "double T", "Q meter", et "comparateur IR II" montrent une très faible dispersion inférieure aux erreurs de mesure. A la précision des mesures, la capacité présentée par la diode ne dépend pas de la fréquence d'utilisation.

Limites de fonctionnement linéaire

Lorsque la tension continue de polarisation est faible, la valeur de crête de la tension alternative  $V_{off} \cdot \sqrt{2}$  peut atteindre momentanément la tension continue  $V_c$  et perturber le fonctionnement. (C'est d'ailleurs pour cette raison que les mesures au Q metre ne pouvaient être faites en dessous de  $V_c = 5^V$  ; car au moment de la résonance la surtension était de 2 ou 3<sup>V</sup> efficaces suivant la valeur du Q).

tableau 5

Variation de l'admittance de la diode Semicap en fonction de l'amplitude de la tension alternative appliquée à ses bornes.

$$V_{polarisation} = 0,1^V \text{ continu}$$

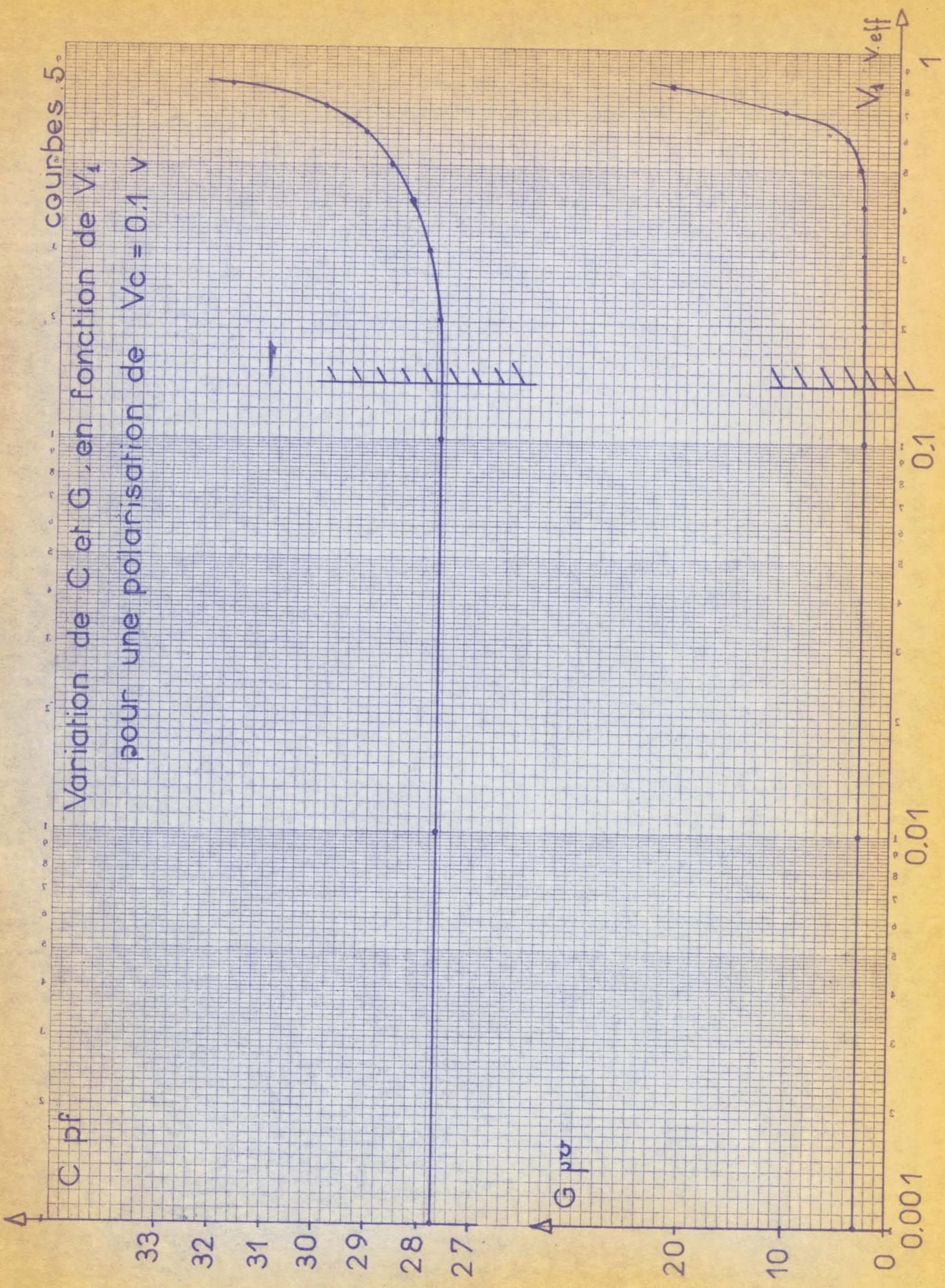
$V_{off}$	0,001	0,01	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
Cpf	27,75	27,72	27,72	27,77	27,92	28,23	28,63	29,12	30,39	32,27
G	3	3	3	3	3	3	3,5	7	19	23

Les mesures ont été faites directement sur le comparateur. La tension appliquée à l'entrée peut descendre à une valeur très faible (1 m Voff) tout en recueillant une tension suffisante à la branche détecteur.

Les graphiques N° 5 donnent pour la diode Semicap à la fréquence de 1 MHz, et pour une tension de polarisation de 0,1<sup>V</sup>

5. courbes

Variation de C et G, en fonction de  $V_A$ ,  
pour une polarisation de  $V_C = 0.1$  V



continue appliquée à la diode, les courbes de variation de C et de G en fonction de l'amplitude de la tension alternative.

Ces courbes indiquent clairement que si la tension de crête atteint et dépasse la tension de polarisation, les valeurs de C et G ne sont plus des constantes mais dépendent de l'amplitude de la tension alternative ; la capacité et la conductance augmentent rapidement avec cette tension alternative.

L'inconvénient principal de la diode réside surtout dans le fait qu'elle présente en plus de la variation de capacité (effet utile) une faible conductance (parasite) qui dépend elle aussi de la polarisation.

Néanmoins, lorsque la tension de polarisation est supérieure à 3<sup>V</sup> la conductance parasite de la diode Varicap est extrêmement faible et pratiquement pas mesurable, elle est inférieure à 0,1  $\mu\Omega$  à la fréquence de 100 kHz

Dans la réalisation définitive, la diode choisie est la Varicap V 58 : elle présente une variation utile de 50 pF et son coefficient de qualité est excellent.

## 2,16 - Gammaes utiles de fonctionnement

Pour que les mesures soient précises à mieux que 1 %, il faut se plier à deux conditions,

- 1) appliquer une tension de polarisation supérieure à 3<sup>V</sup>
- 2) mesurer des conductances supérieures à 1  $\mu\Omega$  (c'est-à-dire résistance inférieure à 1 mégohm)

Si on adopte ces limites, on en déduit immédiatement les gammes de mesure

- en capacité	minimum	13 pF		
	maximum	60 pF		
- en conductance	minimum	1 $\mu\Omega$ soit	R =	1 M $\Omega$
	maximum	100 $\mu\Omega$ soit	R =	10 k $\Omega$

2,2 - Comparteur à injections variables

2,2I - Principe

Nous avons décrit, dans les pages précédentes, un comparateur d'admittances à deux bras. La condition d'équilibre s'obtenait en écrivant que la somme des deux courants arrivant en noeud A (voir fig. 3) était nulle. Partant de cette remarque, nous avons étudié les possibilités d'un pont effectuant la somme de trois courants (voir fig 6) les éléments de comparaison G et B sont fixes ; c'est un pont à injections variables car l'équilibre est obtenu en réglant l'amplitude des tensions injectées :

$e_1$  sur la conductance G

$e_2$  sur la susceptance B

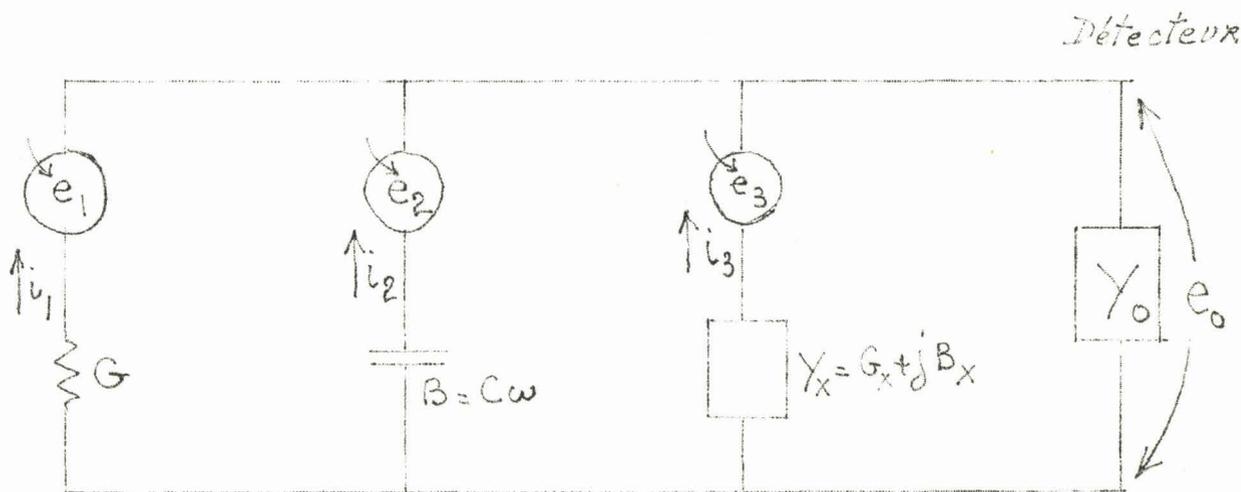


Fig 6

A l'ensemble d'équations I valables pour le Pont de Sauty nous avons substitué l'ensemble II correspondant au pont à injections variables.

$$\text{I} \\ i_I + i_2 = 0$$

$$e_I(G + jB) - e_I(G_X + jB_X) = 0$$

$$\begin{cases} G_X = G \\ B_X = B \end{cases}$$



Fig 3 bis

éléments variables G et B

équilibre indépendant de \$e\_I\$

$$\text{II} \\ i_I + i_2 + i_3 = 0$$

$$(I) e_I G + jB e_2 + Y_X e_3 = 0$$

$$(2) \begin{cases} G_X = -G e_I / e_3 \\ B_X = -B e_2 / e_3 \end{cases}$$

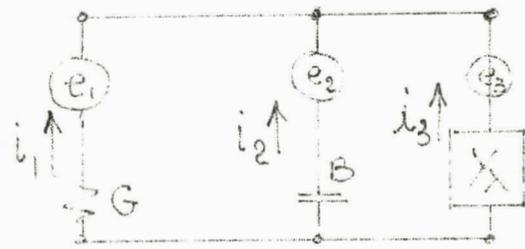


Fig 7

Éléments variables \$e\_I\$ et \$e\_2\$

éléments constants G, C et \$e\_3\$

2,22 - Propriétés

- Comme le Pont de Sauty, il est orthogonal et l'équation d'équilibre est indépendante de la fréquence.

- Il ne comporte pas de réglage mécanique : l'accord est obtenu en faisant varier électroniquement l'amplitude des tensions \$e\_I\$ et \$e\_2\$.

- L'affichage de la mesure est simple : l'amplitude \$e\_3\$ étant maintenue à une valeur rigoureusement constante, deux voltmètres mesurant \$e\_I\$ et \$e\_2\$ pourront être gradués directement en conductance et en susceptance.

- En inversant la phase des tensions  $e_1$  et  $e_2$  il est possible de mesurer respectivement des conductances et susceptances négatives.

2,23 - Sensibilité

Appelons  $e_o$  la tension recueillie par le détecteur

$Y_o$  l'admittance d'entrée de celui-ci

L'application du théorème de Millman au schéma de la fig. 6 donne

$$(3) \quad e_o = \frac{Gc_1 + jBc_2 + Y_X c_3}{G + jB + Y_X + Y_D}$$

à l'équilibre

$$e = 0 \quad \text{soit} \quad \begin{cases} G e_1 = -G_X e_3 \\ B e_2 = -B_X e_3 \end{cases} \quad (2')$$

supposons, au voisinage de l'équilibre, des accroissements

$\Delta G_X$  de la conductance inconnue  
et  $\Delta C_X$  de la susceptance inconnue

la tension de sortie s'écrit

$$(4) \quad e_o = \frac{(\Delta G_X + j \Delta B_X) e_3}{G + G_X + j(B + B_X) + Y_D}$$

la sensibilité relative en conductance (pour  $\Delta B_X = 0$ ) sera

$$\frac{e_o/e_3}{\Delta G_X/G_X} = \frac{G_X}{G + G_X + j(B + B_X) + Y_D}$$

Ceci montre que la sensibilité en conductance est d'autant meilleure que la conductance est plus élevée mais cela au détriment de la sensibilité en susceptance, et vice-versa.

Par ailleurs, la sensibilité sera d'autant meilleure que l'admittance d'entrée du détecteur  $Y_0$  sera plus faible.

## 2,24 - Conditions de validité des mesures

Cette méthode de mesure est valable si les trois conditions suivantes sont satisfaites.

- a) les trois tensions  $e_1$ ,  $e_2$  et  $e_3$  doivent être rigoureusement en phase
- b) les éléments étalons  $G$  et  $C$  doivent être des éléments purs
- c) les générateurs de tension  $e_1$ ,  $e_2$  et  $e_3$  doivent avoir une impédance interne négligeable devant celle de l'inconnue  $I/Y_X$  et des éléments étalons :

a) La première condition apparaît clairement à l'examen de la condition d'équilibre (I)

$$G e_1 + j B e_2 + (G_X + j B_X) e_3 = 0 \quad (1)$$

Si les vecteurs représentant  $e_1$ ,  $e_2$  et  $e_3$  ne sont pas colinéaires il sera impossible d'effectuer l'identification des termes réel et imaginaire comme il est écrit en (2)

b) Les éléments étalons doivent être des éléments purs. Supposons, par exemple, que la conductance  $G$  présente une capacité parasite  $C'$

La condition d'équilibre devient :

$$\left[ G + j C' \omega \right] e_I + j B e_2 + \left[ G_X + j B_X \right] e_3 = 0$$

l'identification des termes imaginaires fait apparaître

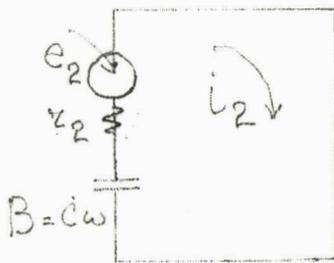
$$B_X = - \frac{B e_2 + C' \omega e_I}{e_3}$$

la mesure est faussée car la détermination de la susceptance fait intervenir à la fois  $e_I$  et  $e_2$ . Un raisonnement identique s'appliquerait à la susceptance étalon  $C$

c) Les générateurs de tension doivent avoir une impédance interne négligeable.

donnons au générateur de tension  $e_2$  une résistance interne  $r_2$

Le courant  $i_2$  dans cette maille sera



$$i_2 = \frac{e_2}{r_2 + \frac{1}{jB}}$$

$$i_2 = \frac{\left( r_2 - \frac{1}{jB} \right) e_2}{r_2^2 + \frac{1}{B^2}}$$

Portons cette valeur de  $i_2$  dans l'expression (I) et identifions les termes à partie réelle.

$$G_X = - \frac{G e_I}{e_I} - \frac{r_2 e_2}{\left( r_2^2 + \frac{1}{B^2} \right) e_3}$$

Cette fois encore, la détermination de la conductance fait intervenir  $e_I$  et  $e_2$

(Cette troisième condition n'est pas nécessaire pour la première maille " $e_I$ ,  $r_I$  et  $G$ " si  $r_I$  et  $G$  sont des termes réels purs).

2,25 - Description technique

La fig N° 8 donne le schéma électrique. Les tensions d'amplitude variable  $e_1$  et  $e_2$  sont obtenues par l'intermédiaire de tubes 6F 85 dont on fait varier la pente en agissant sur la tension de polarisation : voir la courbe de variation de la pente  $s = f(V_g)$  courbe 6

- La cathode est mise à la ~~mesure~~ masse
- la grille-écran est connectée directement au + de l'alimentation continue.
- La charge de plaque est une résistance de  $2\text{ k}\Omega$ .

Ces trois dispositions permettent d'obtenir un étage amplificateur présentant à 100 kHz un déphasage inférieur à  $\frac{1}{100}$  radian.

Cet amplificateur est suivi d'un étage à charge cathodique tel que l'impédance de sortie  $r$  soit la plus faible possible : avec le tube 6CC 189 nous obtenons  $r \leq 100\ \Omega$

Pour ce second étage, le déphasage peut être négligé jusqu'à des fréquences très élevées (15 MHz).

L'amplitude de la tension appliquée à l'entrée de la pentode 6F 85 doit être assez faible pour éviter des distorsions dues à la courbure des caractéristiques.

Le troisième générateur de tension  $e_3$  est constitué par l'enroulement secondaire d'un transformateur à noyau en ferrite 3 A rapport  $\frac{1000}{50}$  : un blindage entre primaire et secondaire évite les impédances de fuite. L'impédance vue du secondaire est inférieure à  $4\ \Omega$  à toutes les fréquences de 100 Hz à 100 kHz.

2,26 - Gammes de mesure

Les gammes de mesure correspondent aux limites imposées par les trois conditions indiquées précédemment au paragraphe 2,24.

a) Les générateurs de tension doivent être rigoureusement en phase. Ceci fixe les limites extrêmes de fréquence de 20 hz à 100 kHz avec le montage utilisé.

b) Les étalons de Conductance et de susceptance doivent être des éléments purs,

or, la conductance est matérialisée par une résistance réelle présentant une capacité parasite

de même la susceptance est constituée par une capacité réelle dont l'angle de perte n'est pas rigoureusement nul.

Pour éviter toutes erreurs de lecture nous nous imposons

$$\frac{B}{10} < G < 10 B$$

c) Le générateur de tension  $e_2$  a une résistance interne  $r_2$  égale à 100  $\Omega$ .

Pour respecter la troisième condition il faut admettre

$$\frac{I}{B} > 1000 r_2$$

soit  $B < \frac{I}{10^5}$

ou  $C < \frac{I}{2\sqrt{F} 10^5}$

Les gammes utilisables sont indiquées dans le tableau ci-dessous :

SCHEMA ELECTRIQUE DU PONT

A INJECTIONS VARIABLES

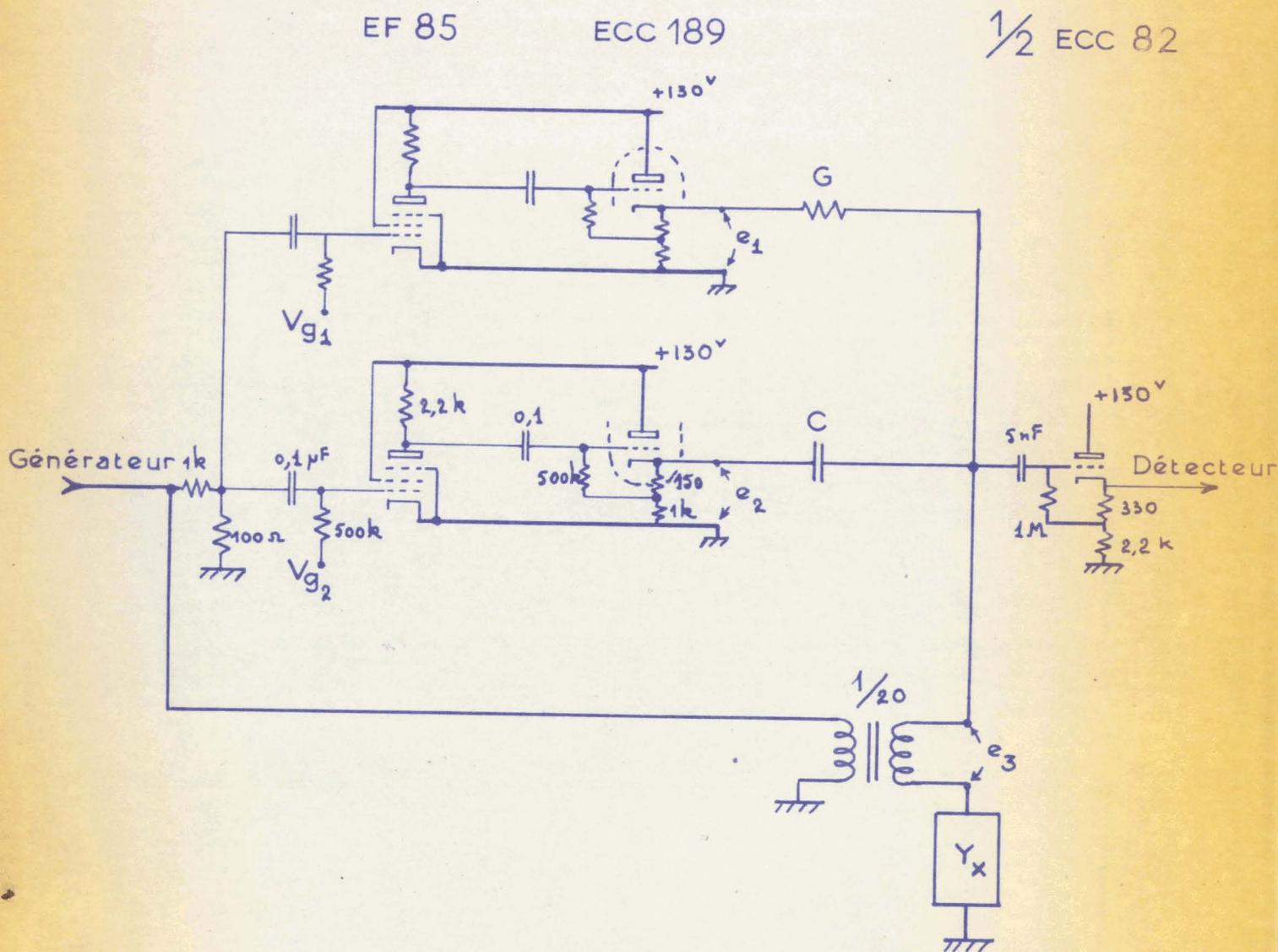


FIG. 8

GAMMES DE CAPACITE

	InF 10nF	100pF à InF	1OpF à 100pF	IpF à 1OpF	0,1pF à IpF
	GAMMES DE RESISTANCE	2 kΩ à 20kΩ	a	a'	a''
20 kΩ à 200kΩ			b	b'	b''
200 kΩ à 2MΩ				c	c'

Les gammes a b et c sont valables à 1 kHz  
 a' b' et c' " " à 10 kHz  
 a'' b'' et c'' " " à 100 kHz

dans chaque cas, la précision est limitée par la précision de la mesure des tensions injectées ( $< 1\%$ ) en dehors de ces gammes la mesure peut faire apparaître des erreurs non négligeables sur l'une ou l'autre variable.

2,27 - Etalonnage

L'étalonnage est indépendant de la fréquence. Les courbes montrent que la variation de la conductance est une fonction linéaire de la tension  $e_I$  ( $e_3$  étant maintenue à une valeur constante), de même pour la susceptance ; la courbure initiale correspond à la caractéristique de la diode placée en détection.

2,28 - Conclusion

Ce Pont à injections variables présente plusieurs avantages

- souplesse de fonctionnement.
- étendue des gammes de fréquence et d'admittance
- linéarité des courbes d'étalonnage

courbes 6

Pentode EF 85

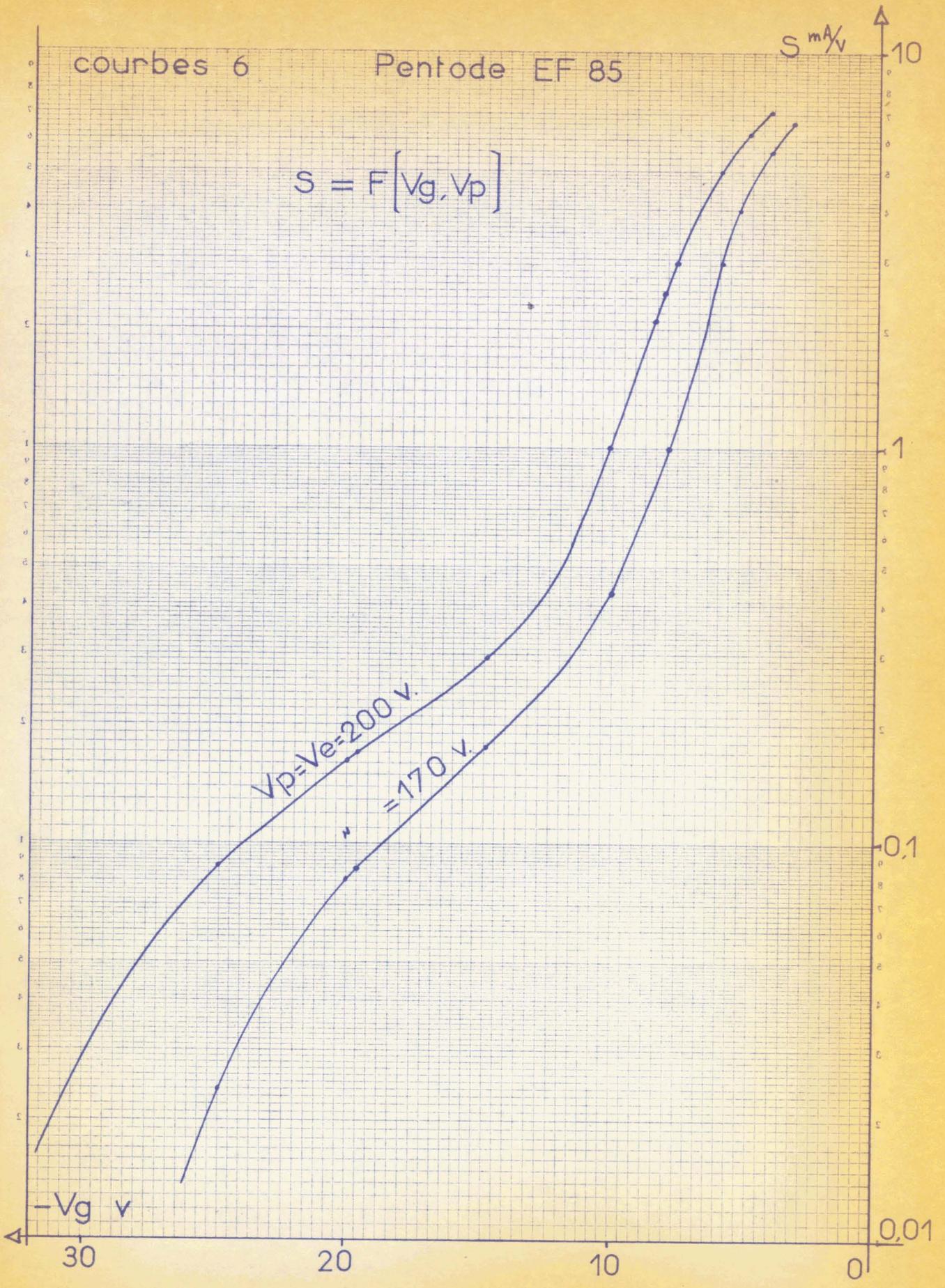
$S \text{ mA/V}$

$$S = F[V_g, V_p]$$

$V_p = V_e = 200 \text{ v.}$

$" = 170 \text{ v.}$

$-V_g \text{ v}$

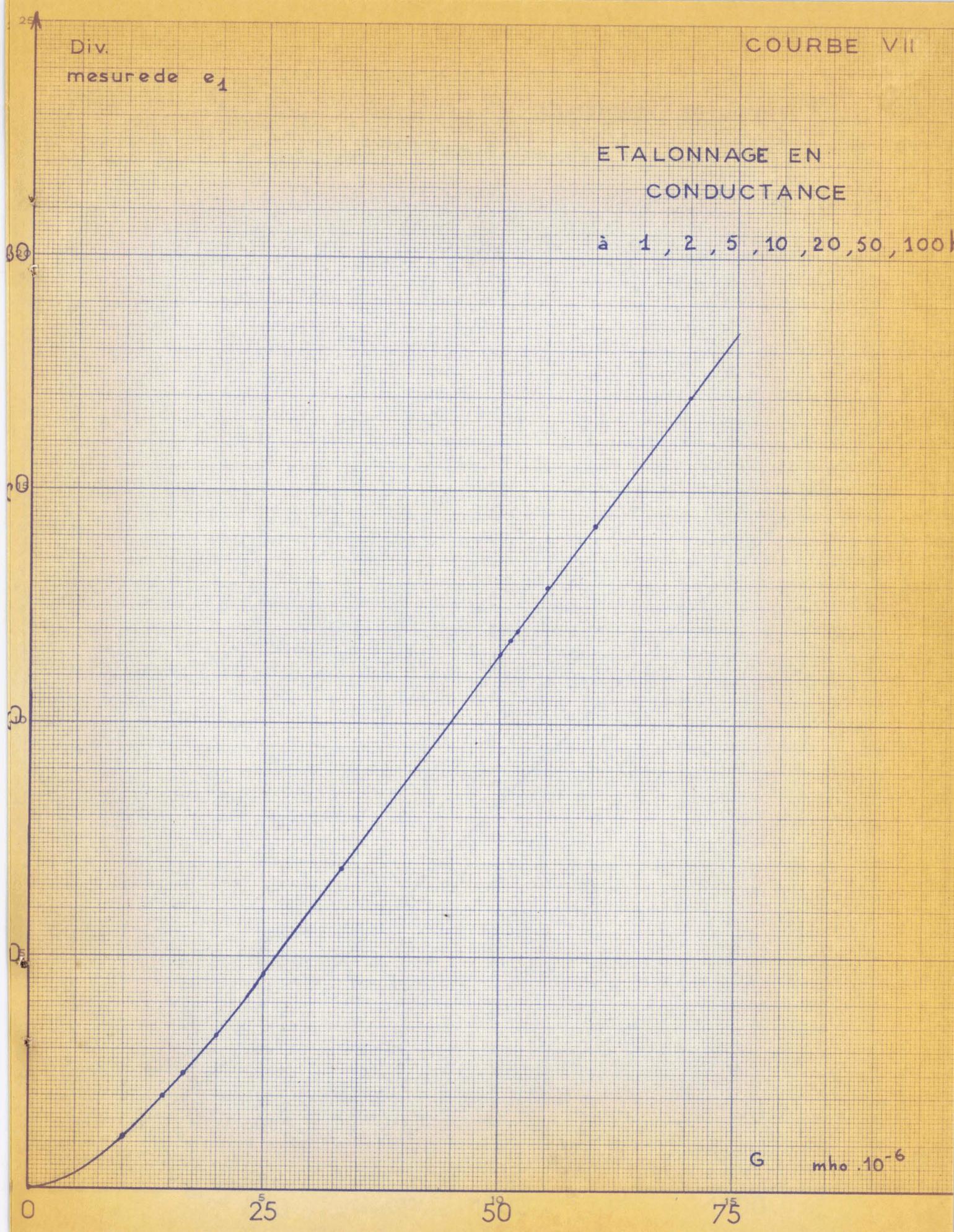


Div.  
mesure de  $e_1$

COURBE VII

ETALONNAGE EN  
CONDUCTANCE

à 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100

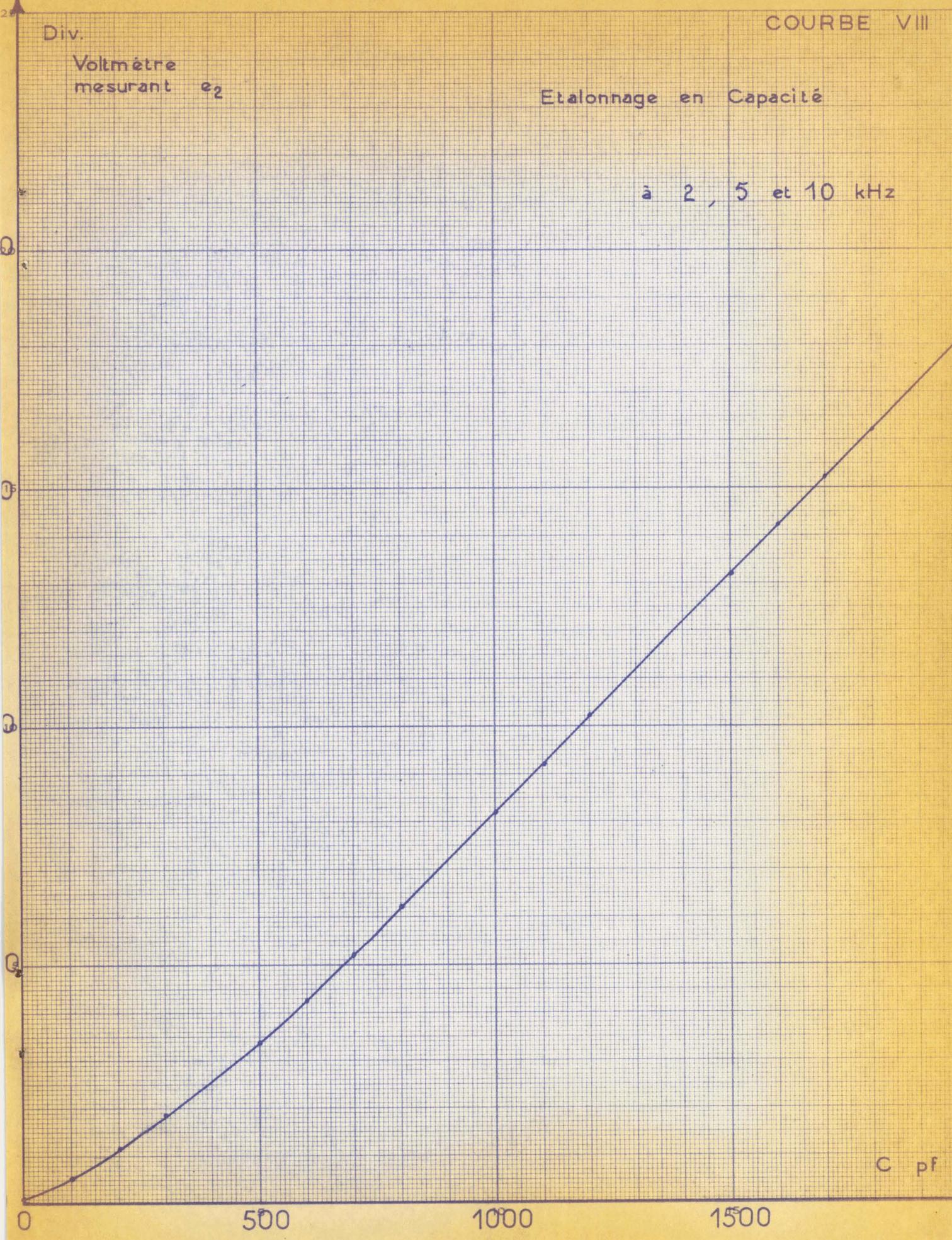


G mho · 10<sup>-6</sup>

Div.  
Voltmètre  
mesurant  $e_2$

Etalonnage en Capacité

à 2, 5 et 10 kHz



C pf

### 3 - FONCTIONNEMENT AUTOMATIQUE

#### D'UN PONT A DEUX VARIABLES

#### 3,I - Principes

Nous avons examiné trois principes de base pour la mesure automatique d'une admittance complexe.

- dispositif à bouclage direct
- dispositif à détection d'amplitude du signal d'erreur
- dispositif à détection d'amplitude et de phase

#### 3,II - Dispositif de mesure à bouclage direct

3,III - Les calculateurs analogiques nous ont rendu familier le schéma des inverseurs de tension, des diviseurs de potentiels parfaits utilisant des amplificateurs opérationnels à grand gain formés sur l'entrée comme l'indique le schéma (voir fig N° 9)

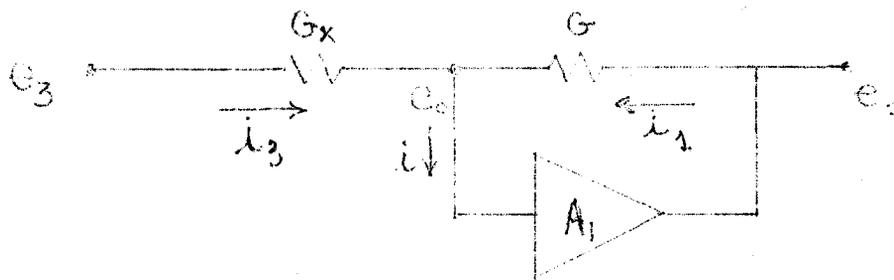


Fig N° 9

Si l'amplificateur A possède un gain très élevé, réel, négatif et si son impédance d'entrée est très grande,  $i = 0$

$$A_I = -\infty \quad A_I = \frac{e_I}{e_0} \quad \text{si } e_I \text{ n'est pas } \infty$$

$$e_0 = 0 \quad \text{et dans ce cas extrême } i_3 + i_I = 0$$

$$G_X e_3 + G e_I = 0 \quad G_X = -\frac{e_I}{e_3} \cdot G$$

Le même calcul est valable si nous plaçons des capacités  $G_X$  et  $C$  à la place de  $G_X$  et de  $G$  (voir fig. N° 10)

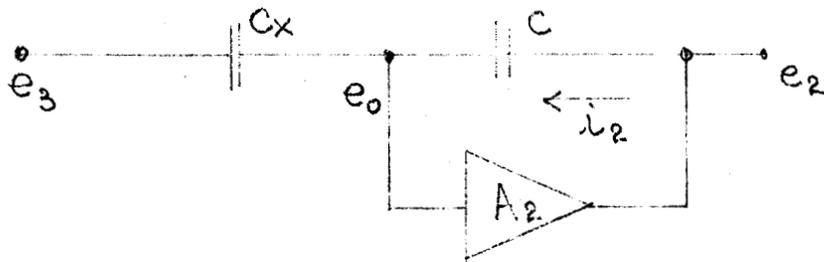


Fig. N° 10

$$\text{soit } C_X = - \frac{e_2}{e_3} C$$

Dans les deux figures N° 9 et N° 10 le potentiel  $e_0$  était nul. Donc il paraît légitime d'associer en parallèle les deux admittances  $G_X$  d'une part et  $jC_X$  d'autre part. Ceci nous donne le schéma N° II où l'inconnue est  $Y_X$

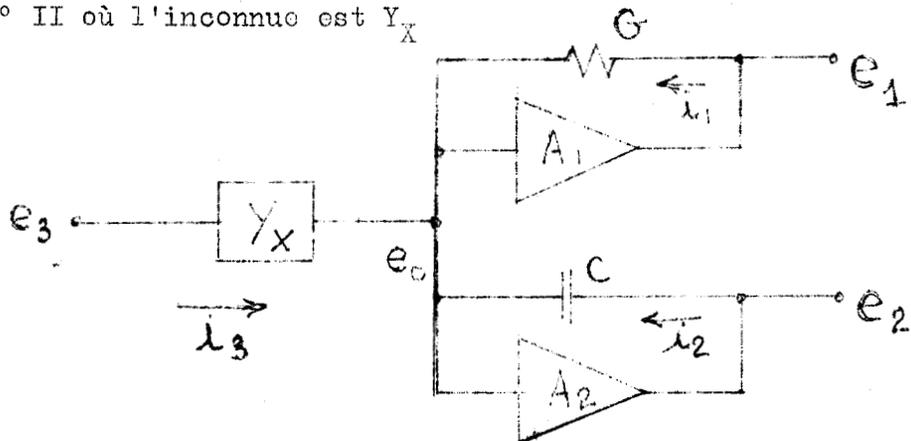


Fig N° II

La somme des courants est nulle au point  $e_0$ , ceci nous donne l'équation (I)

$$(e_3 - e_0) Y_X + (e_1 - e_0) Y_I + (e_2 - e_0) Y_2 = 0 \quad (I)$$

avec les notations

$$Y_X = G_X + jB_X$$

$$Y_I = G \quad (2)$$

$$Y_2 = jB$$

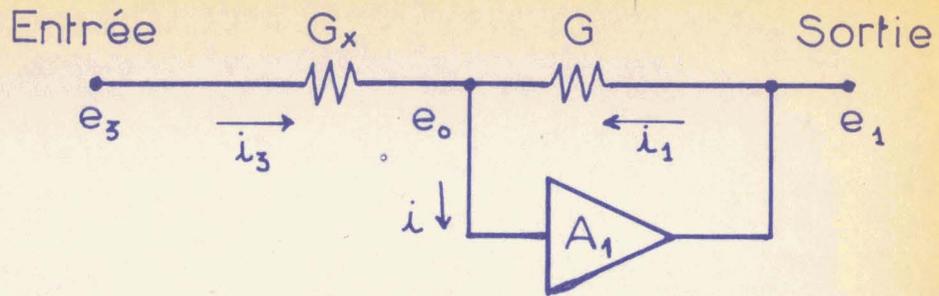


Fig. 9

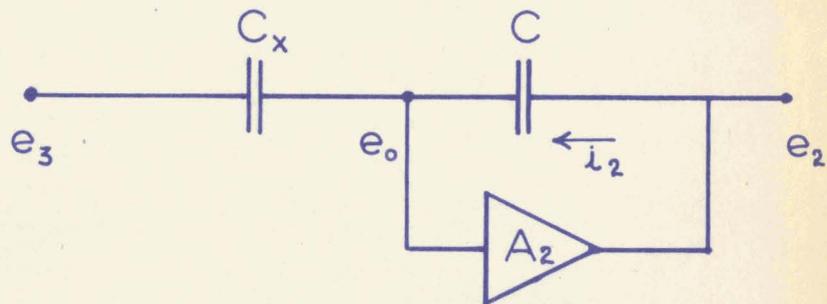


Fig. 10

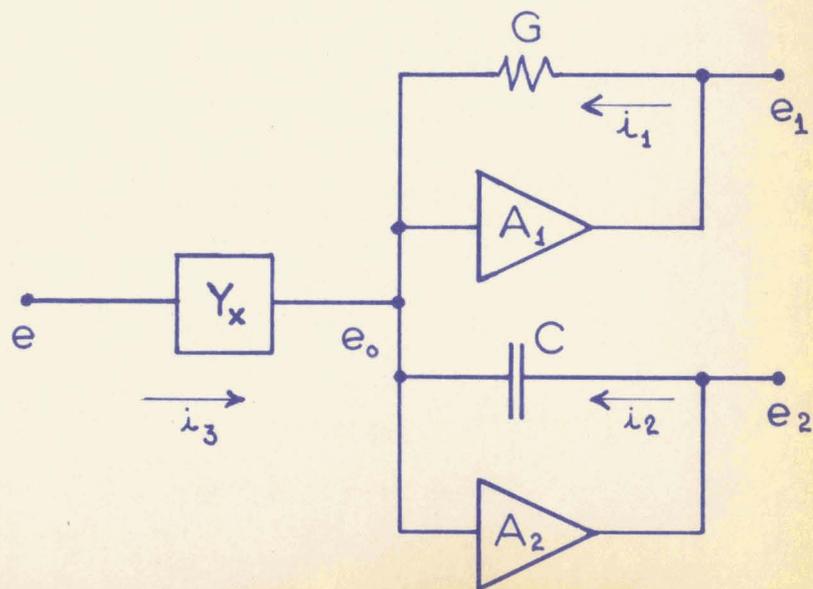


Fig. 11

nous obtenons les équations

$$\left. \begin{aligned} G_X &= - \frac{e_1}{e_3} G \\ C_X &= - \frac{e_2}{e_3} C \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ces deux équations sont identiquement les mêmes que celles du pont à injection variable.

Cet ensemble constituerait donc à la fois un pont de mesure et son équilibrage automatique (tension  $e_0$  nulle) et il suffirait de placer des voltmètres en  $e_1$  et en  $e_2$  pour lire les composantes de l'admittance inconnue.

En fait tout ceci suppose que la tension  $e_0$  est nulle et que ce fonctionnement est stable. Nous allons démontrer que ce système est stable, mais qu'il ne sépare pas les composantes de l'admittance inconnue.

3,II2 - Stabilité - Pour discuter la stabilité nous devons cette fois tenir compte du fait que le gain des amplificateurs n'est pas infini, mais a une valeur complexe que nous écrirons sous la forme simplifiée (valable pour un amplificateur à un seul tube).

$$A_I = - \frac{A'}{1 + \tau_I P} \quad \text{de même} \quad A_2 = - \frac{A''}{1 + \tau_2 P} \quad (4)$$

$A'$  gain statique : c'est un nombre réel positif

$\tau_I$  constante de temps de l'amplificateur  $A_I$

mêmes définitions pour  $A''$  et  $\tau_2$

Dans ce cas, nous pouvons exprimer la valeur de  $e_0$  et nous dirons que l'ensemble est stable si  $e_0$  ne prend pas de valeurs infinies

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= A_I e_0 \\ e_2 &= A_2 e_0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

portons ces valeurs dans l'équation initiale (I)

$$e_3 Y_X - e_0 Y_X + A_I e_0 Y_I - e_0 Y_I + A_2 e_0 Y_2 - e_0 Y_2 = 0$$

$$\text{soit } \frac{e_0}{e_3} = \frac{Y_X}{Y_I + Y_2 + Y_X - A_I Y_I - A_2 Y_2} \quad (6)$$

il y aura stabilité si le dénominateur ne présente pas de racine à partie réelle positive.

Avec les notations adoptées en (2) et (4) le dénominateur s'écrit  $Y_X = G_X + C_X p$   $Y_2 = Cp$

$$G + Cp + G_X + C_X p + \frac{A'G}{I + \tau_I p} + \frac{A''Cp}{I + \tau_2 p} \quad (7)$$

appliquons le critère de Routh : ordonnons l'équation (7)

$$\left[ (C_X + C) \tau_I \tau_2 \right] p^3 + \left[ A''C \tau_I + (G_X + G) \tau_I \tau_2 + (C_X + C) (\tau_I + \tau_2) \right] p^2 + \left[ A' \tau_2 G + A''C + (G_X + G) (\tau_I + \tau_2) \right] p + \left[ A'G + G_X + G \right] = 0$$

elle est de la forme  $a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0$

dans notre cas, nous avons dressé le tableau suivant :

$a_0$	$a_2$	$0$	avec $b_I = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}$
$a_1$	$a_3$	$0$	
$b_I$	$0$		$c_I = a_3$
$c_I$	$0$		
$0$			

$$b_I = \frac{A''C_I + (G_X + G)\tau_I\tau_2 + (C_X + C)(\tau_I + \tau_2) \left\{ A'G_2 + A''C + (G_X + G)(\tau_I + \tau_2) \right\} - (C_X + C)\tau_I\tau_2 \left[ A'G + G_X + G \right]}{A''C\tau_I + (G_X + G)\tau_I\tau_2 + (C_X + C)(\tau_I + \tau_2)}$$

$$c_I = a_3 = A'G + G_X + G$$

Le critère de Routh dit que le système est stable si tous les termes de la première colonne du tableau sont positifs :

$$a_0, a_I, b_I \text{ et } c_I$$

toutes les lettres employés représentent des grandeurs essentiellement réelles et positives :

donc  $a_0, a_I$  et  $c_I$  sont positifs

de plus  $b_I$  est également toujours positif car au numérateur le premier terme entre  $\{ \}$  est toujours supérieur au second si on suppose que les gains statiques  $A'$  et  $A''$  sont suffisamment grands.

Donc si les gains des amplificateurs sont négatifs, et grands en valeur absolue, le système est bien stable.

### 3, III3 - Valeur de $e_I$ et $e_2$

En (6) nous avons écrit la vraie valeur de  $e_0$ . Cela nous permet d'exprimer la valeur de  $e_I$  et  $e_2$

$$\text{soit } \frac{e_I}{e_3} = \frac{A_I Y_X}{Y_I + Y_2 + Y_X - A_I Y_I - A_2 Y_2} \neq - \frac{Y_X}{Y_I + \frac{A_2}{A_I} Y_2} \quad (9) \text{ si } A_I \text{ et } A_2 \text{ sont grands}$$

$$\frac{e_2}{e_3} = \frac{A_2 Y_X}{Y_I + Y_2 + Y_X - A_I Y_I - A_2 Y_2} \neq - \frac{Y_X}{Y_2 + \frac{A_I}{A_2} Y_I} \quad (10)$$

Ces équations montrent que le dispositif imaginé ne sépare absolument pas les composantes réelles et imaginaires  $G_X + jB_X$  de l'admittance inconnue  $Y_X$ , car  $e_1$  et  $e_2$  dépendent tous les deux à la fois de  $G_X$  et de  $B_X$ . Ce résultat montre que le système est inapte à la mesure automatique de deux variables contrairement à ce que laissait prévoir l'équation initiale. (3)

3,I2 - Dispositif d'équilibrage automatique fonction de  
l'amplitude du signal d'erreur

3,I2I - C'est le procédé le moins original en ce sens qu'il consiste à reproduire fidèlement les hésitations de l'opérateur qui cherche à équilibrer un pont de mesure dont il ne connaît pas la constitution interne :

Nous allons analyser les différentes opérations de cet expérimentateur imaginaire : il a à sa disposition un tableau comprenant :

I commande à gain, sensibilité du détecteur

I indicateur d'amplitude de l'erreur

I bouton de commande pour la partie réelle R de l'inconnue

I bouton de commande pour la partie imaginaire I de l'inconnue.

Analyse des opérations à effectuer

- placer l'inconnue aux bornes de mesure
- régler le gain pour que l'indicateur ne soit pas saturé
- essayer la commande R

3 possibilités I) l'erreur augmente... agir sur R en sens inverse

2) l'erreur diminue... agir sur R dans le même sens jusqu'à obtention d'un minimum

3) l'amplitude de l'erreur ne bouge pas sensiblement passe par un minimum, changer, passer à la commande on I

- augmenter le gain

- essayer la commande I

(mêmes opérations)

- augmenter le gain
- essayer la commande R...

... et le cycle continue pour maintenir constamment l'équilibre du pont.

L'opérateur humain est très lent à faire cette série d'opérations. Mais les éléments de commutation, de basculement à tubes électroniques ont des performances telles qu'on puisse envisager de les utiliser en vue d'une recherche systématique d'un minimum. Le seul intérêt de cette méthode réside dans le fait qu'elle conduit infailliblement à l'équilibre du pont sans tenir compte de sa constitution interne, de la fréquence et qu'elle peut être adaptée à mille autres usages...

### 3,I22 - Fonctionnement (voir fig. I2)

L'inverseur R-I (réel-imaginaire) est commandé par la bascule R-I

L'inverseur P-N (positif-négatif) par la bascule P-N

les interrupteurs  $\left\{ \begin{array}{l} R \text{ et } N \text{ d'une part} \\ P \text{ et } N \text{ d'autre part} \end{array} \right.$  sont toujours en opposition.

A l'instant initial supposons P et R fermés : le pont, n'étant pas réglé, envoie une tension d'erreur ; celle-ci est amplifiée puis détectée en tension positive : l'amplification est réglée par un contrôle automatique de gain (C. A. G.) Cette tension positive passe à travers P et R, elle est intégrée pour donner la tension de commande de la variable réelle  $V_R = + \int R dt$ . Cette augmentation de R provoque une variation de la tension détectée. Si cette tension diminue, l'action se poursuit ; si cette tension passe par un état stationnaire et augmente, une tension est transmise, dérivée, mise en forme d'impulsion pour déclencher la bascule EJ (Eclés-Jordan) P-N. Celui-ci inverse la commande des interrupteurs P et N. Le cycle continue avec une tension  $-\int R dt$ ... Ensuite au second passage par un minimum l'E J P-N bascule à nouveau entraînant cette fois le basculement de l'E J R-I pour opérer le réglage de la variable I.

PRINCIPE DE L'AUTOMATISME A BASCULES

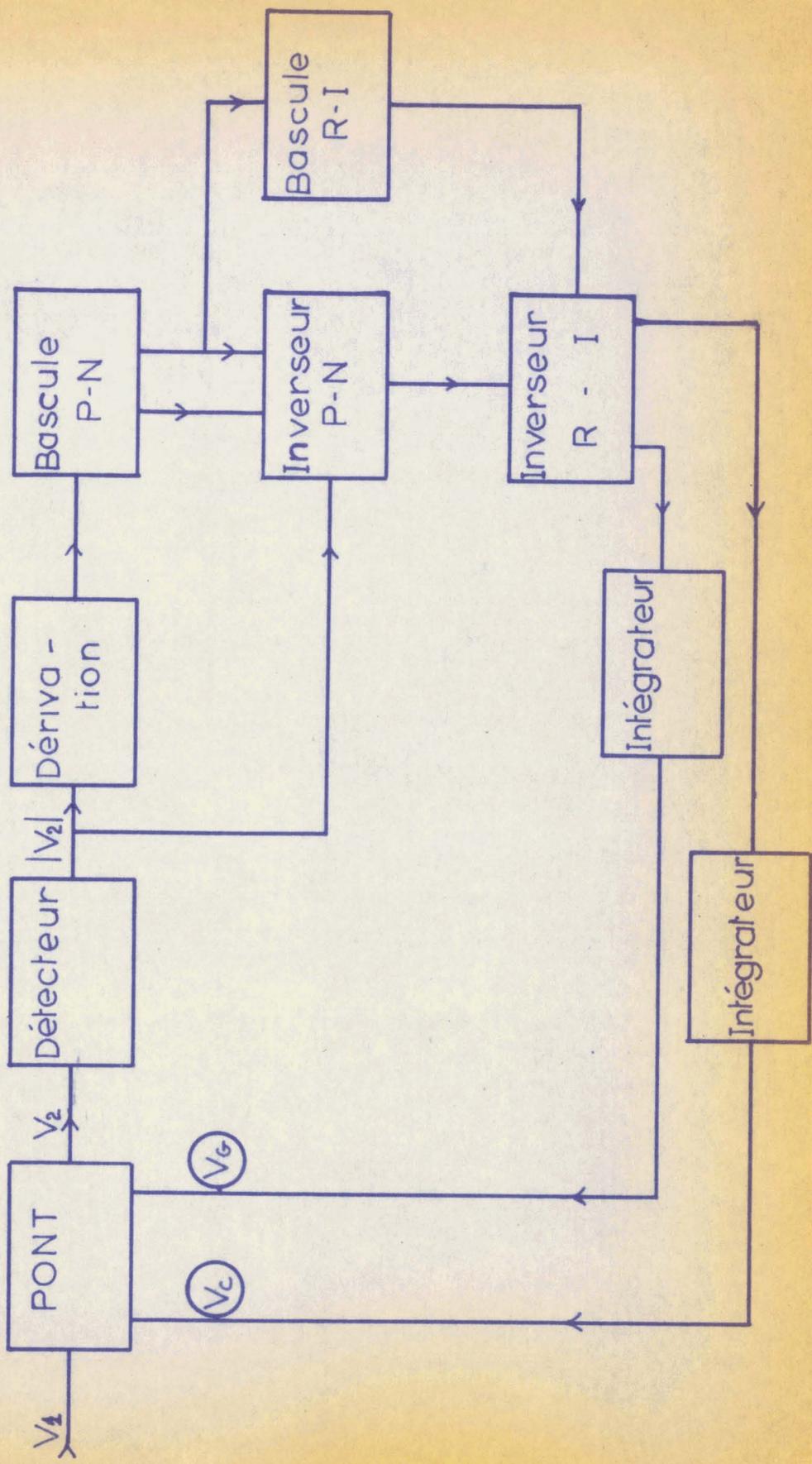


FIG. 12

Au fur et à mesure que le réglage s'opère, la tension d'erreur diminue mais le gain augmente pour améliorer la précision. Il subsiste toujours une instabilité qui prédispose l'appareil à rechercher l'équilibre.

L'ensemble dérivateur et Ecclès--Jordan a été réalisé : il est absolument insensible à toutes impulsions négatives ; il déclenche à toute impulsion positive dont la pente est supérieure ou égale à  $4.400 \text{ V/sec.}$

Ceci a été mesuré avec une tension alternative :

à 50 HZ il fallait une tension eff. de 10 v

à 10 kHz il fallait une tension eff. de 0,05 v

Dans les 2 cas, on trouve la même valeur.

Les essais n'ont pas été menés plus loin dans cette voie, car parallèlement les essais menés sur le dispositif à équilibrage continu, fonction de l'amplitude et de la phase, donnaient des résultats brillants de rapidité et de précision. Mais il serait bon de revenir sur cette méthode à programme qui, mis à part son fonctionnement discontinu, présente de grands avantages ; elle peut s'adapter à n'importe quel type de pont, orthogonal ou non, à la recherche d'un maximum ou d'un minimum elle est indépendante de la fréquence et de la phase du signal.

### 3,13 - Dispositif d'équilibre automatique fonction de l'amplitude et de la phase du signal d'erreur

#### Principe

Le signal d'erreur contient implicitement quatre informations : à savoir que le déséquilibre provient :

soit d'une augmentation de la partie réelle

soit d'une diminution de la partie réelle

soit d'une augmentation de la partie imaginaire

soit d'une diminution de la partie imaginaire

PRINCIPE DE L'AUTOMATISME

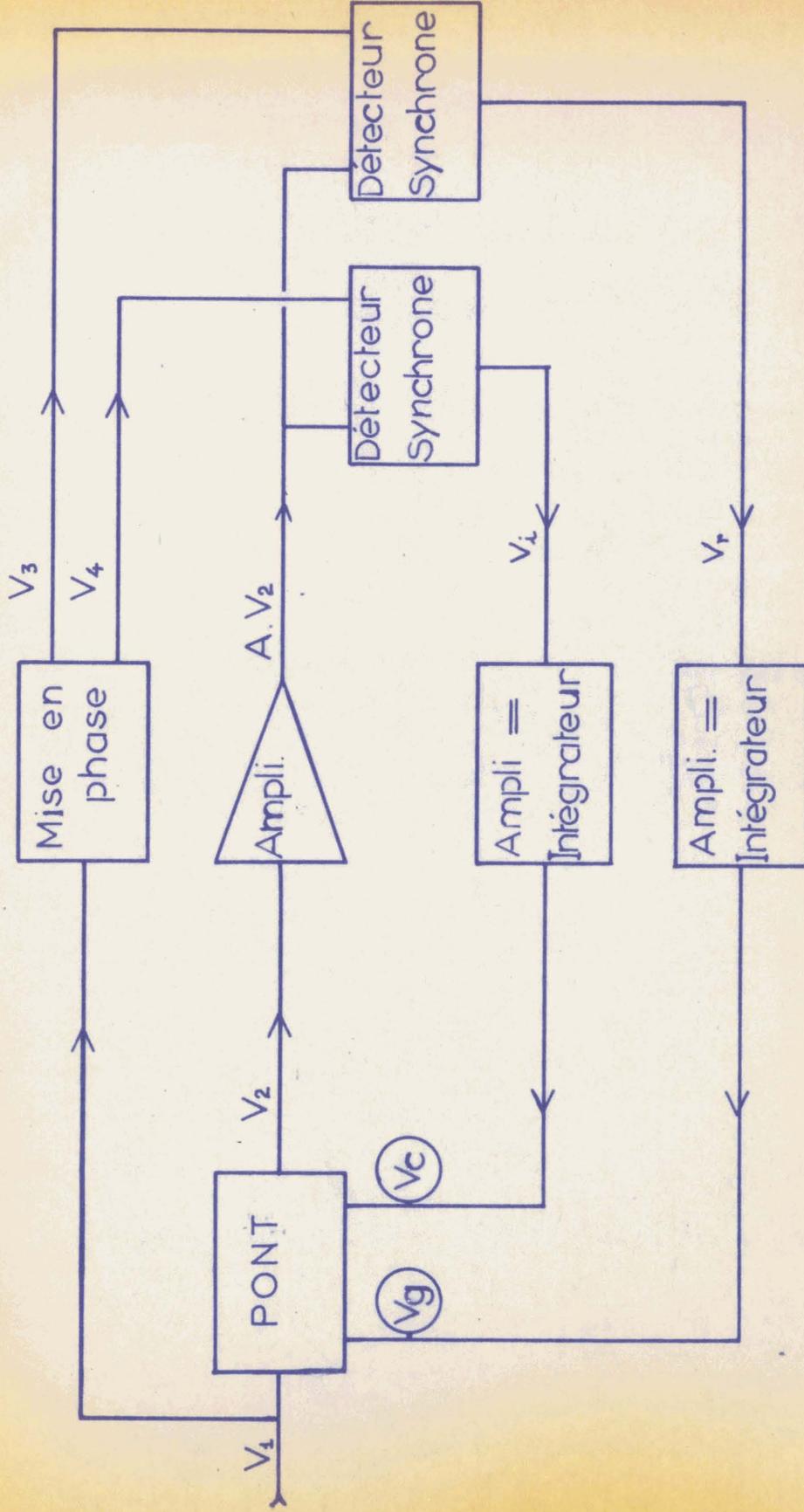


Fig. 13

De façon générale, si le pont est orthogonal, nous pouvons écrire :  $V_2 = V_I (\Delta R + j\Delta I) e^{j\varphi}$

on appelant  $\Delta R$  déséquilibre de la partie réelle

$\Delta I$  déséquilibre de la partie imaginaire

$e^{j\varphi}$  indiquant que la tension de sortie a subi une rotation de phase " " par rapport à la tension d'entrée.

La valeur de cet angle "  $\varphi$  " dépend de la constitution interne du pont au moment de l'équilibre.

Comme il est indiqué sur le schéma de principe N° 13 la séparation des composantes réelle et imaginaire du signal d'erreur s'obtient au moyen des détecteurs synchrones.

Pour ces détecteurs synchrones, les tensions de référence  $V_3$  et  $V_4$  sont obtenues au moyen du circuit de mise en phase de telle sorte que :

$$\begin{aligned} V_3 &= k V_I e^{j\varphi} \\ V_4 &= k V_I e^{j(\varphi + \pi/2)} \end{aligned}$$

L'un des détecteurs est sensible uniquement au déséquilibre de la partie réelle "  $\Delta R$  " et délivre une tension "  $V_r$  "

De même l'autre détecteur est sensible à la composante imaginaire "  $\Delta I$  " et délivre une tension "  $V_i$  "

Ces tensions "  $V_r$  " et "  $V_i$  " sont ensuite amplifiées en continu et intégrées de façon convenable pour fournir les tensions de commande : respectivement "  $V_g$  " et "  $V_c$  "

L'ensemble est ainsi reformé sur lui-même de façon à annuler la tension d'erreur "  $V_2$  ".

Cette méthode ramène le problème de l'équilibrage automatique à celui de deux systèmes asservis agissant séparément et simultanément sur les deux composantes.

Sur ce principe nous avons réalisé une admittance-mètre automatique dont nous allons détailler la constitution et les caractéristiques principales : gammes de mesure, sensibilité, stabilité, précision et rapidité de réponse.

3,2 - Réalisation de l'automatisation

3,2I - Description

La description qui va suivre concerne un ensemble fonctionnant à la fréquence de 100 kHz. On peut envisager un dispositif analogue pour une autre fréquence ou même pour une large gamme de fréquence.

Le pont est le comparateur en pont de Sauty, décrit plus haut ; mais le circuit a été légèrement modifié de telle sorte que la rotation de phase " $\phi$ " soit nulle quelle que soit la valeur de l'inconnue à mesurer.

Sur le schéma de la fig. I4 appelons :

$Y_X = G_X + jB_X$  admittance inconnue

$C$  = capacité variable (diode Varicap)

$Y_d = G_d + j \left( C_d \omega - \frac{I}{L_d \omega} \right)$  circuit bouchon à l'entrée du détecteur

$L_d$  = self d'accord

$G$  = conductance variable (triode)

$C_f$  = capacité fixe de comparaison

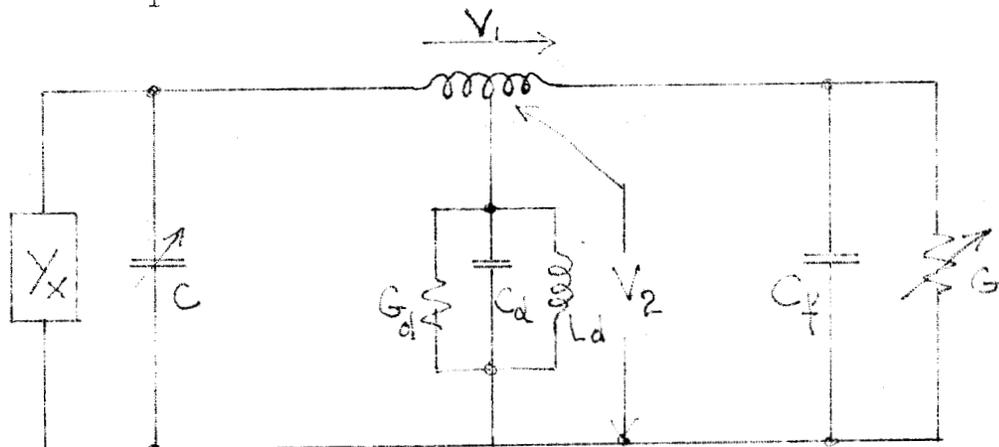


Fig. N° I4

Le schéma du pont laisse apparaître que la mesure de la conductance se fait par comparaison  $G_X = G$  tandis que la mesure de la susceptance se fait par substitution

$$C_X + C = C_f$$

Cette disposition permet d'obtenir une très grande sensibilité en mesure de conductance et en même temps d'éliminer toute variation de phase " $\varphi$ "

En effet, dans ce cas, la sensibilité du pont s'exprime par l'équation :

$$\frac{V_2}{V_I} = \frac{I}{2} \frac{G_X + j B_X}{G_X + G_D + G + j \left[ B_D + (C_X + C + C_f)\omega \right]}$$

à l'équilibre du pont  $C_X + C = C_f$  et le terme imaginaire du dénominateur s'écrit :

$$- \frac{I}{Ld\omega} + 2 C_f \omega + C_d \omega$$

ce terme est devenu indépendant de la susceptance inconnue ; et par un réglage convenable des capacités " $C_f$ " et " $C_d$ " il est possible d'annuler ce terme imaginaire. à 100 kHz

$$Ld (C_d + 2 C_f) \omega^2 = I$$

L'angle " $\varphi$ " s'annule en même temps, et cette condition est réalisée quel que soit le dipole mesuré.

Les tensions de référence sont définies par

$$V_3 = k V_I e^{j\varphi}$$

$$V_4 = k' V_I e^{j(\varphi + \pi/2)}$$

Le circuit de mise en phase devient rudimentaire ;

La tension " $V_3$ " n'est autre que la tension " $V_I$ " elle-même tandis que " $V_4$ " est obtenue par l'intermédiaire d'un circuit "résistance capacité" tel qu'à la fréquence de 100 kHz la tension  $V_4$  soit en quadrature avec  $V_I$

Les détecteurs synchrones sont du type classique: détecteurs en anneaux ; ils engendrent les tensions de correction " $V_r$ " et " $V_i$ "

" $V_r$ " proportionnel au déséquilibre réel

" $V_i$ " proportionnel au déséquilibre imaginaire

pour des raisons de stabilité et de précision, que nous allons étudier plus loin, il est nécessaire d'amplifier en continu et d'intégrer ces tensions " $V_r$ " et " $V_i$ " pour obtenir les tensions de commande du pont " $V_g$ " et " $V_c$ ".

### 3,22 - Mise en équation du système asservi

L'automatisme comporte deux grandeurs d'entrées : les composantes réelle et imaginaire de l'admittance à mesurer, respectivement  $G_X$  et  $B_X$ , et deux grandeurs de sortie : les tensions affichant la mesure  $V_G$  et  $V_C$

Pour des questions d'homogénéité dans les formules, il est intuitif de faire correspondre à chaque valeur de  $G_X$  et  $B_X$  les tensions  $V_{go}$  et  $V_{co}$  qui donneraient l'équilibre rigoureux.

La correspondance est donnée par les courbes d'étalonnage

$$G = f(V_G)$$

$$C = f(V_C)$$

Tout au long de la chaîne nous avons deux grandeurs non indépendantes : pour mettre le système en équation, nous utilisons

la notation matricielle :

- $V_{go}$   
 $V_{co}$  : grandeurs d'entrée correspondant à l'inconnue à mesurer
- $V_g$   
 $V_c$  : grandeurs de sortie donnant l'équilibre du pont et l'affichage de la mesure
- $V'_2$   
 $V''_2$  : composantes réelle et imaginaire de la tension de déséquilibre du pont  $V_2$
- $V_r$   
 $V_i$  : tensions de correction obtenues après détection synchrone

Conformément aux notations de la fig. I5

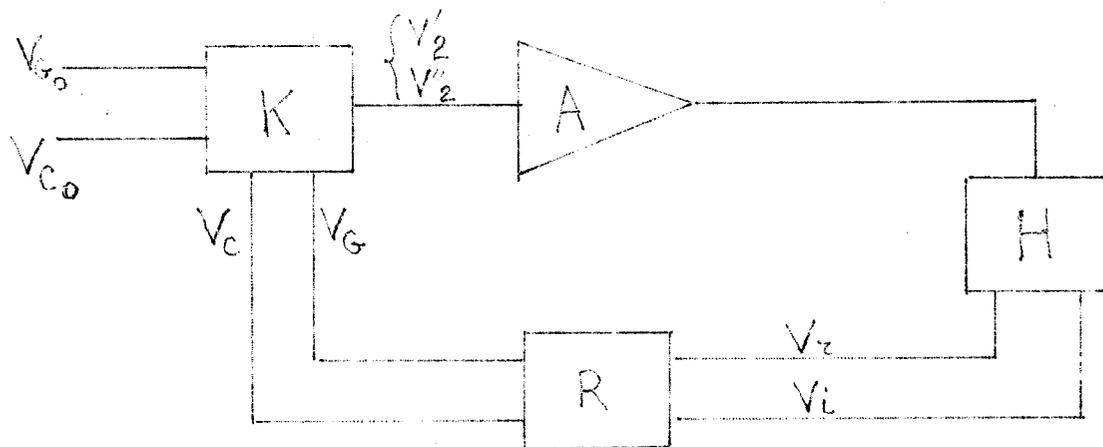


Fig. N° I5

nous écrivons les relations valables si au voisinage de l'équilibre les phénomènes suivent des fonctions linéaires.

$$(I) \quad \begin{pmatrix} V'_2 \\ V''_2 \end{pmatrix} = K \begin{pmatrix} V_{Go} \\ V_{Co} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} V_G \\ V_c \end{pmatrix}$$

$$(2) \begin{pmatrix} V_r \\ V_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H \\ A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V'_2 \\ V''_2 \end{pmatrix}$$

$$(3) \begin{pmatrix} V_G \\ V_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_r \\ V_i \end{pmatrix}$$

l'étude consiste à faire apparaître la matrice  $\begin{pmatrix} G \end{pmatrix}$  telle que

$$(4) \begin{pmatrix} V_G \\ V_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{Go} \\ V_{Co} \end{pmatrix}$$

en combinant les équations (1) (2) (3) nous obtenons

$$(5) \begin{pmatrix} V_G \\ V_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K \\ R \\ H \\ A \end{pmatrix} \left[ \begin{pmatrix} V_{Go} \\ V_{Co} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} V_G \\ V_C \end{pmatrix} \right]$$

soit

$$\begin{pmatrix} V_G \\ V_C \end{pmatrix} \left[ \begin{pmatrix} I \\ + \\ \begin{pmatrix} K \\ R \\ H \\ A \end{pmatrix} \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} K \\ R \\ H \\ A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{Go} \\ V_{Co} \end{pmatrix}$$

d'où la matrice recherchée

$$(6) \begin{pmatrix} G \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K \\ R \\ H \\ A \end{pmatrix} \left[ \begin{pmatrix} I \\ + \\ \begin{pmatrix} K \\ R \\ H \\ A \end{pmatrix} \end{pmatrix} \right]^{-1} = \begin{pmatrix} N \end{pmatrix} \left[ \begin{pmatrix} I \\ + \\ \begin{pmatrix} N \end{pmatrix} \end{pmatrix} \right]^{-1}$$

Pour alléger les calculs nous adopterons les notations suivantes :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} N \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} K \\ R \\ H \\ A \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} M \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} I \\ + \\ \begin{pmatrix} N \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} W \end{pmatrix} &= \left[ \begin{pmatrix} I \\ + \\ \begin{pmatrix} N \end{pmatrix} \end{pmatrix} \right]^{-1} \end{aligned}$$

l'équation (6) s'écrit  $\|G\| = \|N\| \|W\|$

Exprimons  $\|N\|$ ,  $\|M\|$  et  $\|W\|$  en fonction des éléments réels du circuit.

a) le pont opère la transformation  $\|K\|$  telle que

$$V'_2 = k' \cdot (V_{g0} - V_g)$$

$$V''_2 = k'' \cdot (V_{c0} - V_c)$$

soit

$$\|K\| = \begin{vmatrix} k' & 0 \\ 0 & k'' \end{vmatrix}$$

b) l'amplificateur alternatif introduit une multiplication par

$$A = \frac{a}{1 + \tau p} \text{ des deux composantes } V'_2 \text{ et } V''_2$$

en appelant  $a$  gain statique de l'amplificateur

$\tau$  sa constante de temps

c) les détecteurs synchrones fournissent des tensions de correction

$V_r$  et  $V_i$  telles que :

$$V_r = A (V'_2 \cos \varphi' + V''_2 \sin \varphi')$$

$$V_i = A (-V'_2 \sin \varphi'' + V''_2 \cos \varphi'')$$

en appelant, conformément au diagramme de la f'g. I6

$\varphi'$  déphasage entre  $V'_2$  et  $V_3$

$\varphi''$  déphasage entre  $V''_2$  et  $V_4$

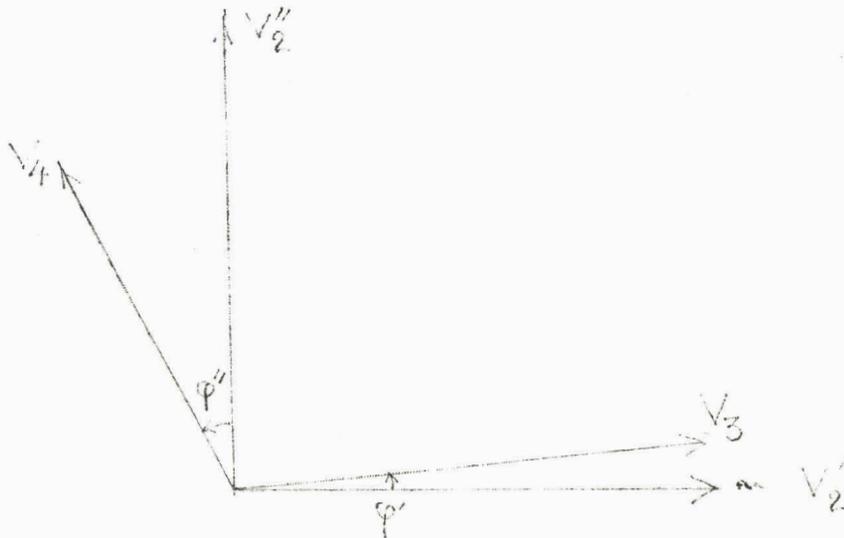


Fig. N° 16

On rappelle que

$$V_3 = K V_I e^{j\varphi'}$$

$$V_4 = K V_I e^{j(\varphi'' + \frac{\pi}{2})}$$

$V_I$  = tension d'alimentation du pont.

nous en déduisons la matrice  $\|H\|$

$$\|H\| = \begin{vmatrix} \cos \varphi' & \sin \varphi' \\ -\sin \varphi'' & \cos \varphi'' \end{vmatrix}$$

d) Pour les amplificateurs continus et les intégrateurs nous écrivons

$$V_g = R' V_r = \frac{r'}{1 + \tau' p} V_r$$

$r'$  gain statique de l'amplificateur continu

$\tau'$  sa constante d'intégration

de même  $V_c = R'' V_i = \frac{r''}{I + \tau'' p} V_i$

d'où  $\| R \| = \begin{vmatrix} R' & 0 \\ 0 & R'' \end{vmatrix}$

l'expression de  $\| N \|$  en fonction des éléments donne

(7)  $\| N \| = A \begin{vmatrix} R' k' \cos \varphi' & R' k'' \sin \varphi' \\ - R'' k' \sin \varphi'' & R'' k'' \cos \varphi'' \end{vmatrix}$

nous en déduisons  $\| M \|$

(8)  $\| M \| = \begin{vmatrix} I + A R' k' \cos \varphi' & A R' k'' \sin \varphi' \\ - A R'' k' \sin \varphi'' & I + A R'' k'' \cos \varphi'' \end{vmatrix}$

Le déterminant de cette matrice est

$\Delta = I + AR'k' \cos \varphi' + AR''k'' \cos \varphi'' + A^2 R'R''k'k'' \cos \varphi' \cos \varphi'' + A^2 R'R''k'k'' \sin \varphi' \sin \varphi''$

(9)  $\Delta = I + AR'k' \cos \varphi' + AR''k'' \cos \varphi'' + A^2 R'R''k'k'' \cos (\varphi' - \varphi'')$

De là, nous pouvons déterminer la matrice  $\| W \|$

(10)  $\| W \| = \frac{I}{\Delta} \begin{vmatrix} I + A R''k'' \cos \varphi'' & - A R' k'' \sin \varphi' \\ + A R'' k' \sin \varphi'' & I + A R' k' \cos \varphi' \end{vmatrix}$

nous aboutissons au résultat : les paramètres  $\varepsilon_{II}, \varepsilon_{I2}, \varepsilon_{2I}, \varepsilon_{22}$  de la matrice de transfert  $\| G \|$

expriment  $\begin{vmatrix} V_g \\ V_c \end{vmatrix}$  en fonction de  $\begin{vmatrix} V_{go} \\ V_{co} \end{vmatrix}$

$$(II) \quad \begin{aligned} \varepsilon_{II} &= \frac{A R' k' \cos \varphi' + A^2 R' R'' k' k'' \cos (\varphi' - \varphi'')}{\Delta} \\ \varepsilon_{I2} &= \frac{A R' k'' \sin \varphi'}{\Delta} \\ \varepsilon_{2I} &= \frac{-A R'' k' \sin \varphi''}{\Delta} \\ \varepsilon_{22} &= \frac{A R'' k'' \cos \varphi'' + A^2 R' R'' k' k'' \cos (\varphi' - \varphi'')}{\Delta} \end{aligned}$$

A titre indicatif, nous avons retrouvé rigoureusement les mêmes résultats mais de façon plus élégante et plus rapide en appliquant la méthode des graphes de transfert.

Rappelons les relations entre les différentes tensions agissant à l'intérieur du système asservi.

$$\begin{aligned} V'_2 &= k' (V_{g0} - V_g) & V''_2 &= k'' (V_{c0} - V_c) \\ V_r &= A (V'_2 \cos \varphi' + V''_2 \sin \varphi') & V_i &= A (-V'_2 \sin \varphi'' + V''_2 \cos \varphi'') \\ V_g &= R' V_r & V_c &= R'' V_i \end{aligned}$$

De ces relations, nous déduisons la forme du graphe correspondant.

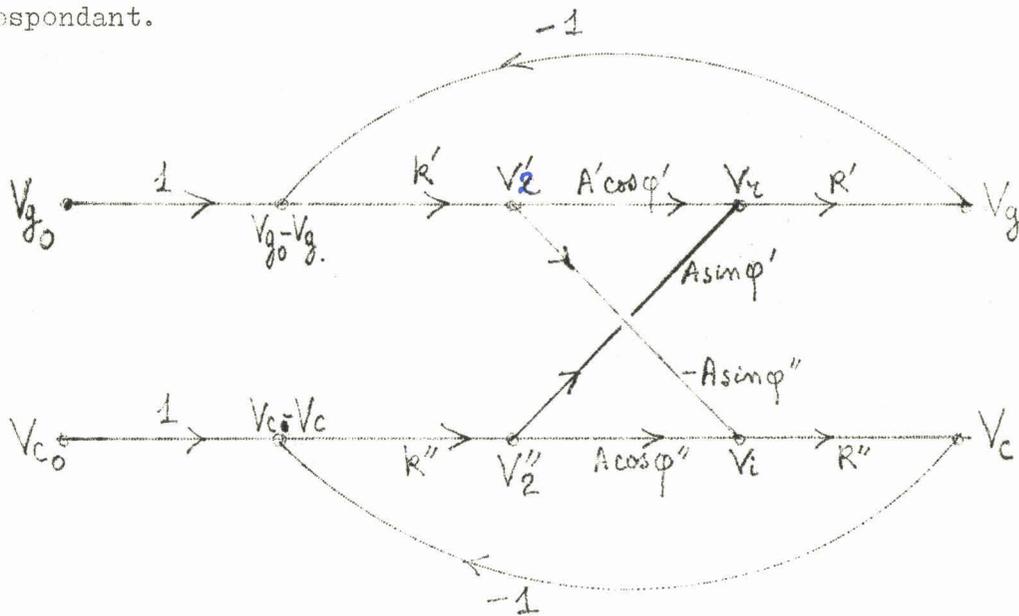


Fig 17

GRAPHE DE TRANSFERT

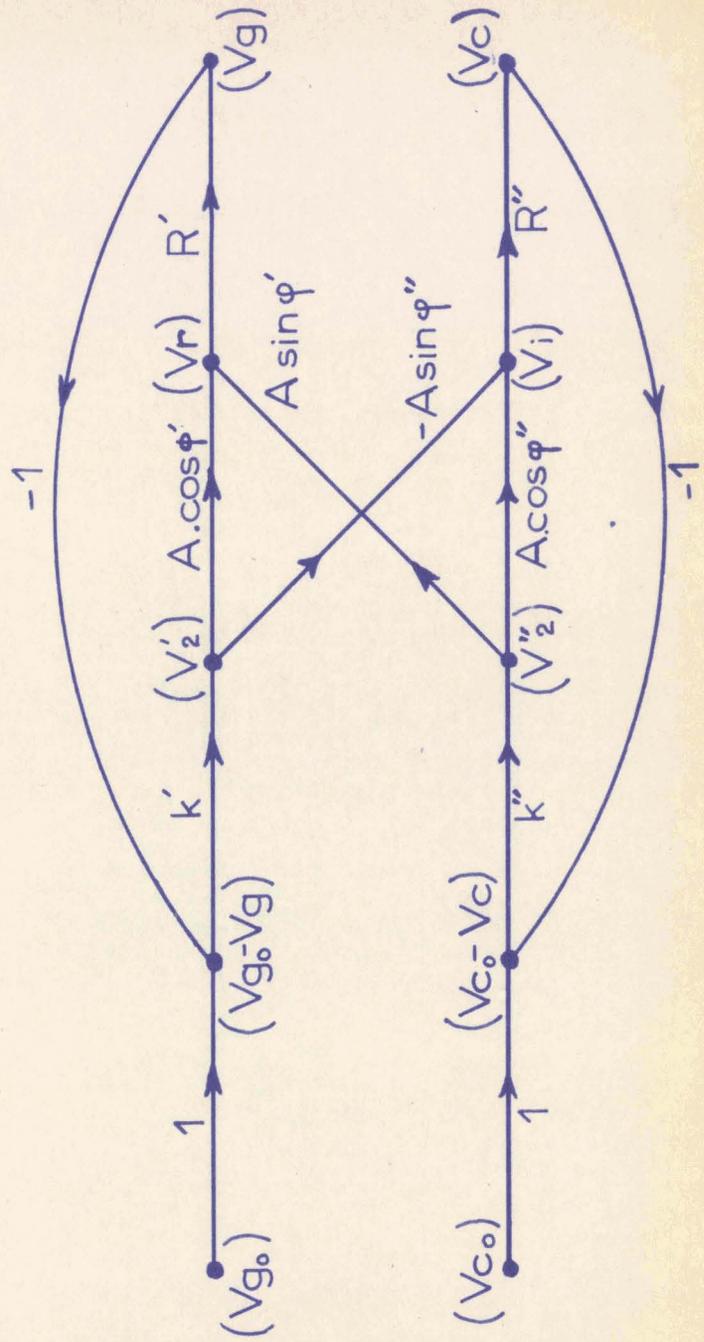


Fig. 17

l'application de la formule générale des graphes donne directement les coefficients de la matrice de transfert G

$$(I2) \quad G_{mn} = \frac{\sum_K G_K \cdot \Delta_K}{\Delta}$$

en appelant  $G_{mn}$  : transmittance entre deux sommets m n du graphe considéré

$G_K$  : gain de la  $K^{\text{ième}}$  chaîne primaire allant de m à n

$\Delta$  : déterminant du graphe ( \* )

$$\Delta = I - \sum_q P_{q1} + \sum_q P_{q2} - \sum_q P_{q3}$$

$\Delta_K$  : valeur de  $\Delta$  pour la partie du graphe ne touchant pas à la chaîne primaire K, appelé aussi cofacteur de la chaîne primaire K

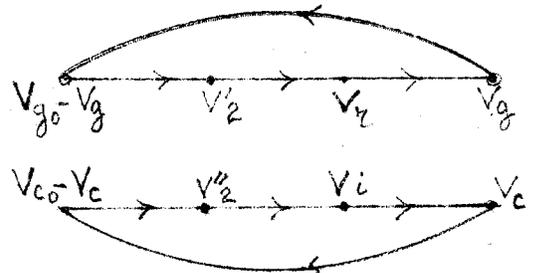
$P_{qr}$  : produit des gains des q combinaisons possibles des r boucles qui ne se touchent pas

A titre de vérification, nous pouvons exprimer directement la valeur de  $g_{II}$

$$\frac{V_g}{V_{g0}} = g_{II} = \frac{A k' \cos \varphi' R' (I + A k'' R'' \cos \varphi'') + A^2 k' k'' R' R'' \sin \varphi' \sin \varphi''}{I - A R' k' \cos \varphi' + A k'' R'' \cos \varphi'' + A^2 R' k' k'' R' \sin \varphi' \sin \varphi'' + A^2 R' R'' k' k'' \cos \varphi' \cos \varphi''}$$

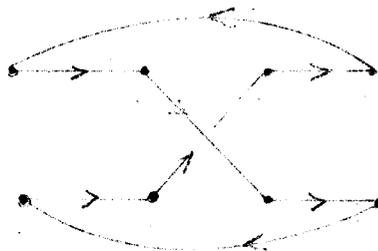
avec  $P_{II} = - k' A \cos \varphi' R'$

$P_{2I} = - k'' A R'' \cos \varphi''$

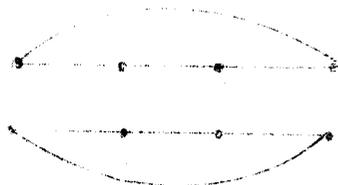


( \* ) Par une coïncidence des notations le déterminant du graphe se trouve être également le déterminant de la matrice  $\| M \|$

$$P_{3I} = - A^2 R'' k'' k' R' \sin \phi' \sin \phi''$$



$$P_{I2} = A^2 R' R'' k' k'' \cos \phi' \cos \phi''$$



$$G_I = A k' R' \cos \phi'$$



$$G_2 = A^2 k' k'' R' R'' \sin \phi' \sin \phi''$$



$$\Delta_I = I - P_{2I}$$

$$\Delta_2 = I$$

Pour discuter la précision et la rapidité de réponse, il est nécessaire d'exprimer aussi l'erreur du système  $\|E\|$

$$(I3) \quad \begin{bmatrix} (V_{go} - V_g) \\ (V_{co} - V_c) \end{bmatrix} = \|E\| \begin{bmatrix} V_{go} \\ V_{co} \end{bmatrix}$$

En appliquant la méthode des graphes, nous obtenons les quatre coefficients de l'erreur

$$e_{11} = \frac{V_{Go} - V_G}{V_{Go}} = \frac{I + A R'' k'' \cos \varphi''}{\Delta}$$

$$e_{12} = \frac{V_{Go} - V_G}{V_{co}} = \frac{-A k'' R' \sin \varphi''}{\Delta}$$

$$e_{21} = \frac{V_{co} - V_c}{V_{Go}} = \frac{A k' R'' \sin \varphi''}{\Delta}$$

$$e_{22} = \frac{V_{co} - V_c}{V_{co}} = \frac{I + A R' k' \cos \varphi'}{\Delta}$$

Ce résultat avait déjà été trouvé en (10)

car  $\|E\| \equiv \|W\|$

on effet d'après (5) 
$$\begin{pmatrix} (V_{Go} - V_G) \\ (V_{co} - V_c) \end{pmatrix} = \|N\| - I \begin{pmatrix} V_G \\ V_c \end{pmatrix}$$

d'après (6) 
$$\begin{pmatrix} V_G \\ V_c \end{pmatrix} = \|N\| \|W\| \begin{pmatrix} V_{Go} \\ V_{co} \end{pmatrix}$$

(13') donc 
$$\begin{pmatrix} (V_{Go} - V_G) \\ (V_{co} - V_c) \end{pmatrix} = \|W\| \begin{pmatrix} V_{Go} \\ V_{co} \end{pmatrix}$$

### 3,23 - Discussion de la stabilité

La stabilité d'un système en boucle fermée est assurée lorsque son équation caractéristique ne contient aucune racine à partie réelle positive.

Dans notre cas, il faut vérifier que le déterminant  $\Delta$  défini en (9) satisfait à la condition indiquée.

Développons le déterminant en tenant compte des définitions

$$A = \frac{a}{I + \tau p} \quad R' = \frac{r'}{I + \tau' p} \quad R'' = \frac{r''}{I + \tau'' p}$$

$$(I4) \Delta = I + \frac{a}{(I + \tau p)} \frac{r'}{(I + \tau' p)} \frac{k' \cos \varphi'}{(I + \tau p)} + \frac{a}{(I + \tau p)} \frac{r''}{(I + \tau'' p)} \frac{k'' \cos \varphi''}{(I + \tau'' p)}$$

$$+ \frac{a^2}{(I + \tau p)^2} \frac{r'}{(I + \tau' p)} \frac{r''}{(I + \tau'' p)} \frac{k' k'' \cos (\varphi' - \varphi'')}{(I + \tau'' p)}$$

Le numérateur de ce déterminant est égal à

$$(I5) \Delta_N = \tau^2 \tau' \tau'' p^4 + \left[ \tau^2 (\tau' + \tau'') + 2 \tau \tau' \tau'' \right] p^3$$

$$+ \left[ \tau^2 + \tau' \tau'' + 2 \tau (\tau' + \tau'') + a \tau \tau'' r' k' \cos \varphi' + a \tau \tau' r'' k'' \cos \varphi'' \right] p^2$$

$$+ \left[ \tau' + \tau'' + 2 \tau + a r' \cos \varphi' (\tau + \tau'') + a r'' k'' \cos \varphi'' (\tau + \tau') \right] p$$

$$+ I + a r' k' \cos \varphi' + a r'' k'' \cos \varphi'' + a^2 r' r'' k' k'' \cos (\varphi' - \varphi'')$$

nous l'écrivons sous la forme

$$\Delta_N = a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + a_4$$

Pour exprimer les conditions de stabilité, nous appliquons le critère de Routh en faisant les deux simplifications suivantes

- à l'intérieur de la bande passante de la chaîne d'asservissement les gains sont très élevés

$$a r' \text{ et } a r'' \gg I$$

- La constante de temps de l'amplificateur alternatif  $\tau$  négligeable devant celle des intégrateurs  $\tau'$  et  $\tau''$

formons le tableau

$a_0$	$a_2$	$a_4$	0
$a_I$	$a_3$	0	
$b_I$	$b_2$	0	
$c_I$	0		
$d_I$			

avec 
$$b_I = \frac{a_I a_2 - a_0 a_3}{a_I}$$

$$b_2 = a_4$$

$$c_I = \frac{b_I a_3 - a_I b_2}{b_I}$$

$$d_I = b_2 = a_4$$

tous les coefficients de la première colonne doivent être positifs pour que la stabilité soit assurée.

$a, r', r'', k', k'', \tau, \tau',$  et  $\tau''$  étant des constantes réelles positives

nous avons  $a_0$  toujours positif

$a_I$  " "

$a_4$  est positif si

$$\begin{cases} \cos \phi' > 0 \\ \cos \phi'' > 0 \\ \cos (\phi' - \phi'') > 0 \end{cases} \quad (I6)$$

le numérateur de  $b_I$  est égal à

$$b_{IN} = \left[ \tau^2(\tau' + \tau'') + 2\tau\tau'\tau'' \right] \left[ \tau^2 + \tau'\tau'' + 2\tau(\tau' + \tau'') + ar'k' \cos \varphi' \tau' \tau'' \right. \\ \left. + ar''k'' \tau' \tau'' \cos \varphi'' \right] \\ - \tau^2 \tau' \tau'' \tau' + \tau'' + 2\tau + ar'k' \cos \varphi' (\tau + \tau'') + ar''k'' \cos \varphi'' (\tau + \tau')$$

avec les approximations admises précédemment on constate que  $b_{IN}$  est positif si les conditions (I6) sont satisfaites

le dénominateur de  $b_I$  est égal à  $a_I$  qui est toujours positif.

L'expression complète de  $C_I$  serait fastidieuse mais nous pouvons écrire

$$C_I = \frac{\frac{a_I a_2 - a_0 a_3}{a_I} \times a_3 - a_I b_2}{b_I}$$

Lorsque les conditions (I6) sont satisfaites,  $b_I > 0$  pour étudier le signe il reste à savoir si

$$a_I a_2 a_3 - a_0 a_3^2 - a_I^2 b_2 \quad \text{est positif}$$

or, ceci est vérifié lorsque les gains  $ar'$  et  $ar''$  sont très élevés.

En conclusion, la stabilité est assurée si les trois conditions suivantes sont vérifiées :

$$\begin{aligned} - \pi/2 < \varphi' < + \pi/2 \\ - \pi/2 < \varphi'' < + \pi/2 \\ - \pi/2 < \varphi' - \varphi'' < + \pi/2 \end{aligned} \quad (I6')$$

3,24 - Etude de la précision et de la rapidité de réponse

L'expression de l'erreur du système asservi est donnée par la matrice  $\| E \|$  calculée précédemment.

Pour le calcul de la précision nous ferons les mêmes approximations que pour l'étude de la stabilité  $\| ar' \text{ et } ar'' \gg I$

$$\tau \ll \tau' \text{ ou } \tau''$$

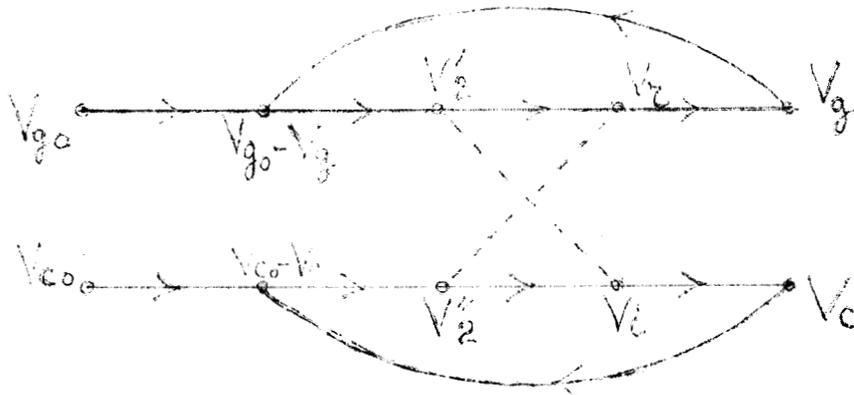
il vient

$$\| E \| = \begin{vmatrix} \frac{(I + \tau'p) \cos \varphi''}{ar'k' \cos (\varphi' - \varphi'')} & - \frac{(I + \tau''p) \sin \varphi''}{ar''k' \cos (\varphi' - \varphi'')} \\ \frac{(I + \tau'p) \sin \varphi''}{ar'k'' \cos (\varphi' - \varphi'')} & \frac{(I + \tau''p) \cos \varphi'}{ar''k'' \cos (\varphi' - \varphi'')} \end{vmatrix}$$

Les coefficients  $e_{12}$  et  $e_{21}$  font apparaître que l'interaction entre la conductance et la susceptance sera nulle à la condition essentielle  $\varphi' = \varphi'' = 0$

Ce résultat était d'ailleurs prévisible intuitivement à priori.

Dans ce cas idéal, les deux systèmes asservis sont rigoureusement indépendants l'un de l'autre comme il est visible sur le graphe de transfert.



les liaisons  $V'_2$  et  $V_1$  et  $V''_2$   $V_r$  sont coupées

Conclusion

Les erreurs dans la mesure en conductance et en susceptance sont inversement proportionnelles aux gains respectifs.

$$a r' k' \quad \text{et} \quad a r'' k''$$

Les constantes de temps sont respectivement  $\tau'$  et  $\tau''$

Rappelons enfin que toute cette étude (stabilité, précision) n'est valable qu'au voisinage d'un équilibre donné ; en particulier les paramètres  $k'$  et  $k''$  sont extrêmement variables d'un point de fonctionnement à un autre, cela provient de ce que les fonctions  $G = f(V_g)$  et  $C = f(V_g)$  ne sont pas linéaires.

nous avons déterminé les valeurs extrêmes de  $k'$  et  $k''$

$$\text{pour } G = 100 \text{ mho} \quad k' = 60 \cdot 10^{-3}$$

$$G = 1 \text{ mho} \quad k' = 1,6 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{pour } C = 75 \text{ pF} \quad k'' = 25 \cdot 10^{-3}$$

$$C = 15 \text{ pF} \quad k'' = 0,5 \cdot 10^{-3}$$

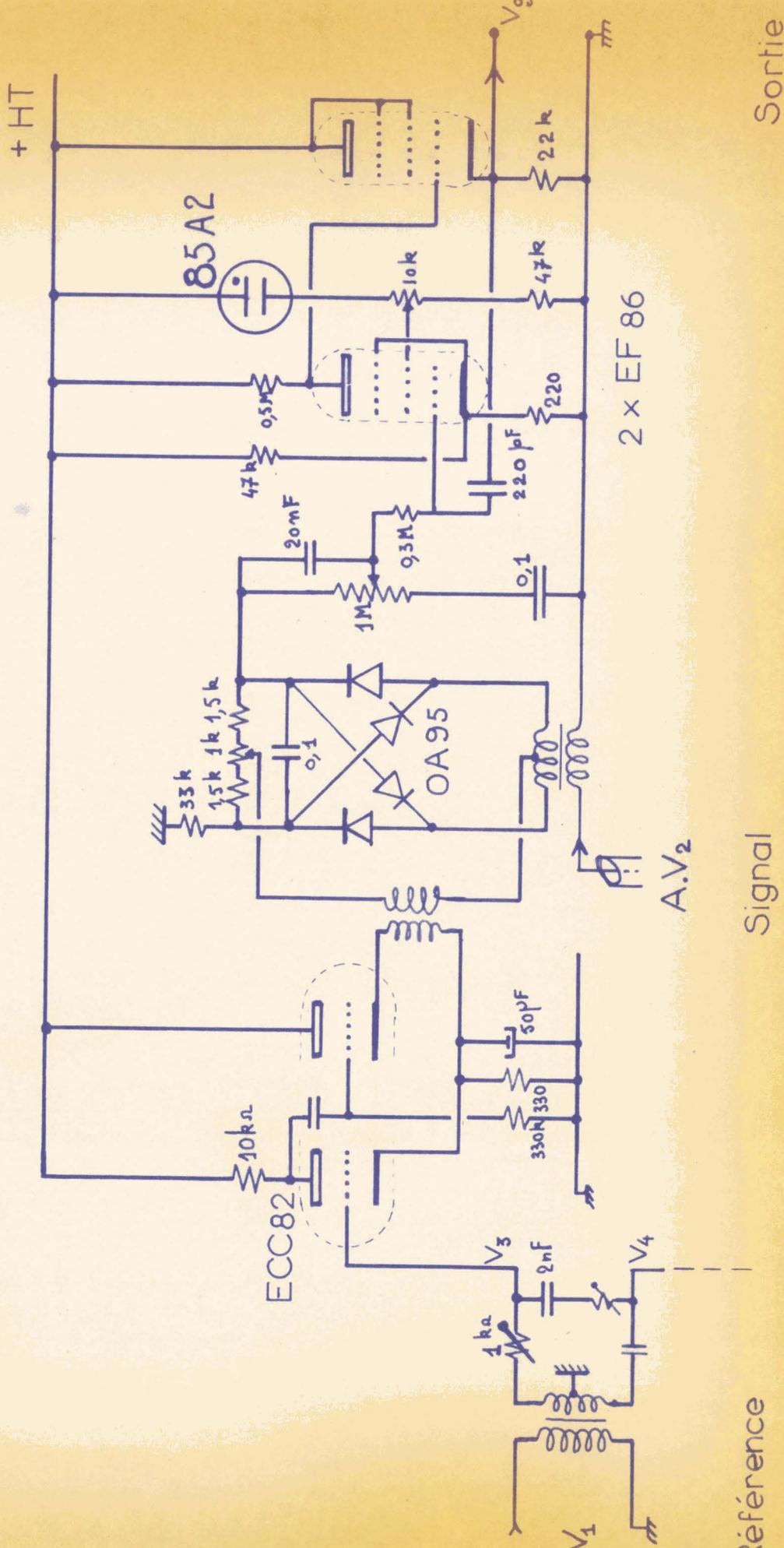
C'est à cause de ces larges variations des paramètres  $k'$  et  $k''$  qu'il est difficile de concilier les deux critères de performances : précision et rapidité de réponse, avec la stabilité pour tous les cas de fonctionnement.

La rapidité de réponse est limitée par la constante de temps nécessaire au fonctionnement des détecteurs synchrones : la séparation des variables par ces détecteurs n'est valable que si leur constante de temps est supérieure à la période du signal alternatif utilisé.

Sur l'appareil réalisé, nous avons mesuré les grandeurs caractéristiques :

# Schéma électrique de la boucle d'asservissement

en Conductance



Référence

Mise en phase

Détection synchrone

Amplificateur continu

Intégrateur

Signal

Sortie

$$\begin{aligned} a &= 10^5 \\ \tau &= 60 \cdot 10^{-6} \text{ sec} \\ \tau' &= 200 \\ \tau'' &= 200 \\ \tau' &= 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ sec} \\ \tau'' &= 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ sec} \end{aligned}$$

(Il a été impossible de mesurer directement le gain des chaînes ouvertes ar'k' et ar''k'' les gains étant beaucoup trop élevés)

Nous en déduisons les valeurs maximales de l'erreur en conductance

$$e_g \leq 3 \cdot 10^{-5}$$

en susceptance

$$e_c \leq 10^{-4}$$

Il s'agit bien entendu ici des erreurs de la boucle d'asservissement. Les erreurs de mesure semblent donc essentiellement constituées par les erreurs d'étalonnage de la conductance et de la susceptance de comparaison (voir paragraphe 2,14 et 2,15)

D'autre part, à cause de la non linéarité dont notre analyse n'a pas pu tenir compte, les erreurs réelles sont probablement supérieures aux valeurs théoriques données ici.

### 3,25 - Caractéristiques d'Utilisation

Dans ce dernier paragraphe nous indiquons les caractéristiques d'utilisations :

- contrôle de circuit de mise en phase
- étalonnage
- essai de fréquence

3,251 - Le bon fonctionnement exige que les deux variables soient correctement séparées (c'est-à-dire  $\phi' = \phi'' = 0$ ) Pour opérer ce réglage nous avons deux méthodes.

- si la chaîne d'asservissement n'est pas fermée nous faisons apparaître simultanément deux figures de Lissajous sur un écran d'oscilloscope

la première formée par  $V_3$  et  $V_2$  - trace supérieure

la seconde formée par  $V_4$  et  $V_2$  - trace inférieure

ce sont les oscillogrammes indiqués plus loin (a, b)

oscillogramme :

a) Le pont est déséquilibré en conductance seulement

$V_3$  en phase avec  $V_2$

$V_4$  en quadrature avec  $V_2$

b) Le pont déséquilibré en susceptance seulement

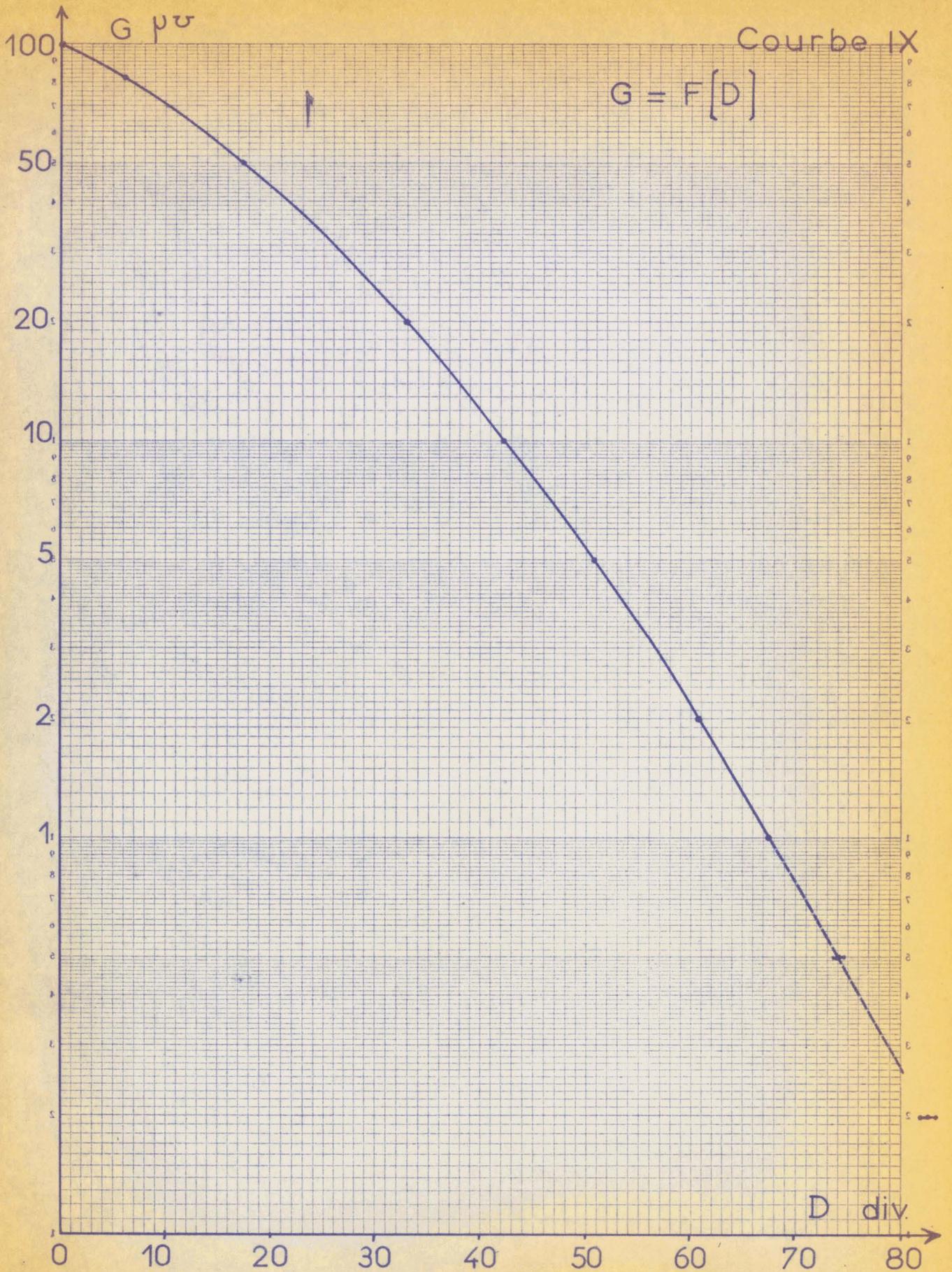
$V_3$  en quadrature avec  $V_2$

$V_4$  en phase avec  $V_2$

- si la chaîne d'asservissement est fermée, régler  $\phi'$  et  $\phi''$  pour que l'interaction entre les deux systèmes asservis soit nulle : par exemple appliquer un signal rectangulaire en  $V_{go}$  et régler  $\phi''$  pour que les variations de  $V_c$  soient nulles ... et vice-versa.

3,252 - Les étalonnages suivants (voir courbes N° 10 et <sup>9</sup>11) ont été faits directement sur un enregistreur en plaçant sur le bras de mesure des conductances et capacités connues avec précision. Nous constatons que l'erreur du servomecanisme est inférieure à l'épaisseur du tracé et que la reproductibilité des mesures est excellente.

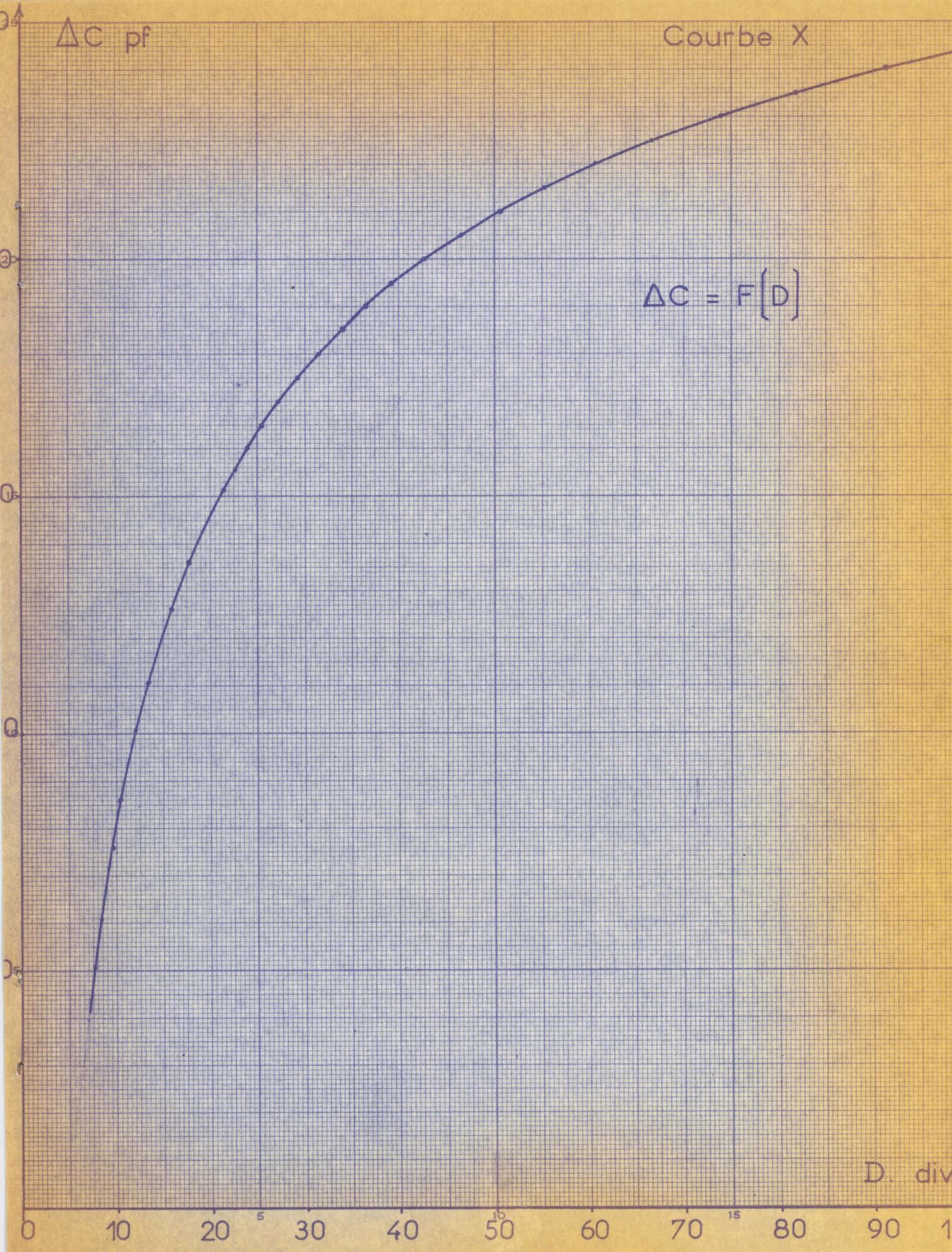
3,253 - Rapidité de Réponse - La rapidité de réponse est très variable elle dépend du point de fonctionnement,



$\Delta C$  pf

Courbe X

$$\Delta C = F(D)$$



D. div

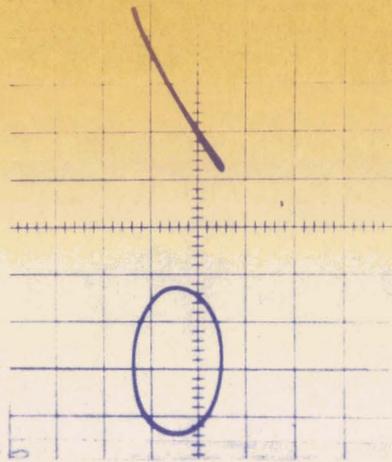
Les oscillogrammes suivants (c, d, e, f, g, h, i, j,) donnent la réponse du pont à des signaux rectangulaires

de conductance - trace inférieure

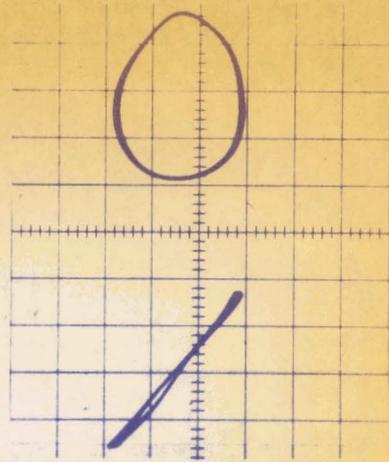
de capacité - trace supérieure

La fréquence de répétition est de 500 hz, sur les oscillogrammes un carreau = 0,5 milliseconde ; temps de réponse = 0,3 milliseconde

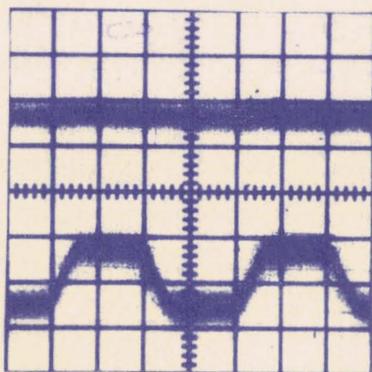
- c) variation en crête de la conductance
- d) variation en crête de la susceptance
- e) courbe c, lorsque le gain A est trop élevé : amorçage des oscillations (pompage)
- f) courbe d, lorsque le gain est trop élevé
- g) courbe c, lorsque le gain est trop faible : le temps de montée augmente
- h) courbe c, avec  $\phi'' \neq 0$  : la susceptance subit les variations de la conductance
- i) courbe d, avec  $\phi' \neq 0$  : la conductance subit les variations de la susceptance
- j) courbe d, amplificateur continu saturé.



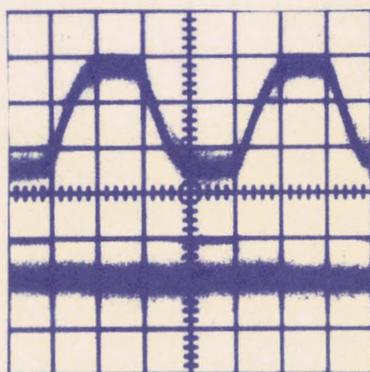
a



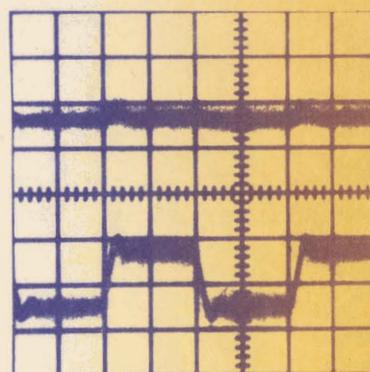
b



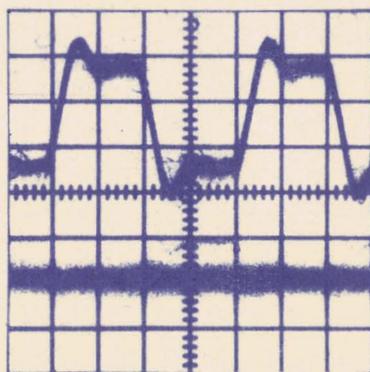
c



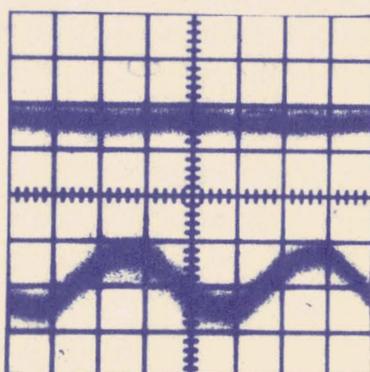
d



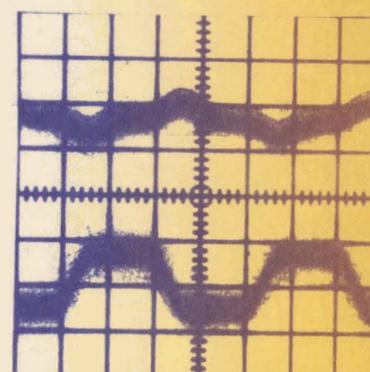
e



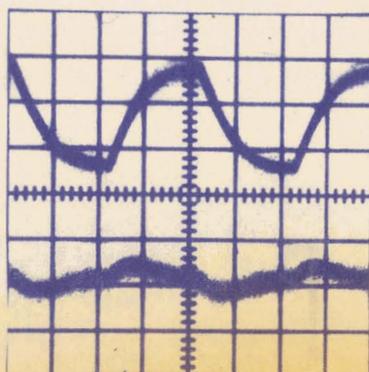
f



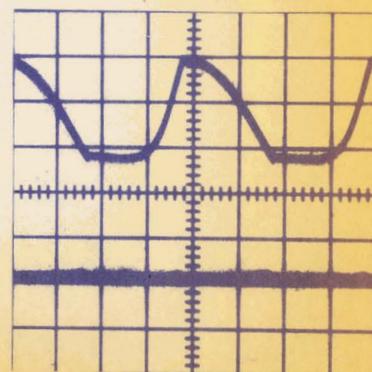
g



h



i



j

4 - CONCLUSION

Notre étude a montré la possibilité de mesure automatique rapide d'admittance au moyen d'un comparateur en Pont de Sauty où l'on a remplacé les étalons de conductance et de capacité par des commandes électroniques de conductance et de capacité.

Plusieurs projets sont en vue afin d'améliorer les gammes de mesures, la bande de fréquence ( \* ) et la rapidité de réponse.

Mais ces projets d'extension dépendent des applications pratiques, des phénomènes à étudier.

En effet, l'intérêt essentiel de ces ponts automatiques n'est pas seulement de faire plus rapidement des mesures que l'on sait déjà effectuer en laboratoire avec des ponts à commande manuelle et de substituer à des mesures point par point un enregistrement continu des deux composantes de l'admittance d'une cellule de mesure.

Son principal intérêt est de permettre l'étude de phénomènes transitoires rapides qu'il a été jusqu'ici impossible de mettre en évidence et d'ouvrir ainsi dans le domaine des diélectriques un nouveau champ de recherches.

---

( \* ) Le pont spécifié pour la fréquence de 100 kHz fonctionne déjà correctement de 70 kHz à 300 kHz.

5 - Bibliographie -

- A. Lebrun et R. Liebaert -Comparateur d'admittances pour les fréquences comprises entre 0,1 Hz et 200 MHz . Arch. Sc. C.R. du 7éme coll.Ampère p.I4
- F. Louage -D.E.S. Lille 1960
- A. Tonnerre -D.E.S. Lille 1958
- J.C. Gille - F. Decaulne -Théorie et technique des asservissements -Dunod 1956
- M. Pellegrin -Méthode moderne d'étude des systèmes asservis -Dunod 1960
- E. Fromy -Mesure en Radiotechnique Dunod 1953 p.123-213
- E. Cassagnol et Y. Chow -Ondes Electriques Sept. 1960 p.617-623
- S.J. Mason -Feedback Theory-Proc.IRE vol. 41 p.1144-56 Sept. 53
- S.J. Mason -Feedback Theory -Proc.IRE vol.44 p.920-926 Jt 56
- R. Gabillard et R. Polaert -Note sur un admittancemètre automatique -coll.Ampère Pise 1960

S E C O N D E   T H E S E

=====

Propositions données par la Faculté

=====

Etude et applications de la méthode des graphes ~~et~~ de transfert

Vu et approuvé

Lille, le 12 janvier 1961

Le Doyen de la Faculté des Sciences de LILLE

H. LEFEBVRE

Vu et permis d'imprimer

Lille, le 17 Janvier 1961

Le Récuteur de l'Académie de LILLE

G. DEBEYRE