50376
1961
56

50376
1961
56

U N I V E R S I T E D E L I L L E

FACULTE des SCIENCES

DIPLOME D'ETUDES SUPERIEURES

DE SCIENCES PHYSIQUES

Jean C O R T O I S

I°) Sujet : Aspects collectif et individuel de la Résonance géante (Effet Photonucléaire).

2°) Sujet : Proposition donnée par la Faculté

Présenté le Janvier 1961 devant le Jury d'examen .

Président : M.TILLIEU

Examinateurs : M.WERTHEIMER

M.LURÇAT

BIBLIOTHEQUE INTERUNIVERSITAIRE
SECTION DE SCIENCES
LILLE

I - INTRODUCTION -

La première réaction photonucléaire a été mise en évidence par Goldhaber et Chadwick (1) en 1934 . Ces auteurs avaient prévu qu'on pourrait obtenir un effet analogue à l'effet photoélectrique des atomes en bombardant les noyaux par des rayons γ d'énergie supérieure à l'énergie de liaison des particules susceptibles d'être expulsées . En effet en irradiant du Dentérium par les rayons γ du Th C" dans une chambre d'ionisation, ils observent une ionisation produite par les protons émis ; ils écrivent la réaction :

$$ {}^{2}_{1}D + h\nu = {}^{1}_{1}H + {}^{1}_{0}n + Q $$

Depuis cette découverte le nombre d'expériences sur l'effet photonucléaire a été sans cesse en augmentant.

On peut distinguer (2) trois périodes dans le développement de l'étude de ces réactions étroitement liées à l'accroissement des moyens techniques utilisés .

- La première période de 1934 à 1937 durant laquelle les photodesintégrations sont provoquées par les rayons γ des radio éléments naturels . C'est à cette période que correspond la desintégration du dentérium ; les renseignements fournis ont eu une grande importance théorique car le noyau du denterium étant constitué de 2 particules seulement , le calcul assez simple peut être mené jusqu'au bout : le denton a dans la physique nucléaire un rôle analogue à l'atome d'hydrogène dans la physique atomique -

- La deuxième période va de 1937 à 1941 ; on utilise les γ produits dans les réactions nucléaires - les rayons γ ainsi formés ont une énergie plus grande que ceux dûs aux radioéléments naturels - Les plus intéressants de ces rayonnements sont ceux fournis lors de la capture de protons par une cible -

C'est ainsi qu'ont été réalisées les photodésintégrations de ${}^{63}Cu$: $\left[{}^{63}Cu\ (\gamma, n)\ {}^{62}Cu\right]$, la photofission de l'uranium , celle du thorium et la mesure des sections efficaces correspondantes .

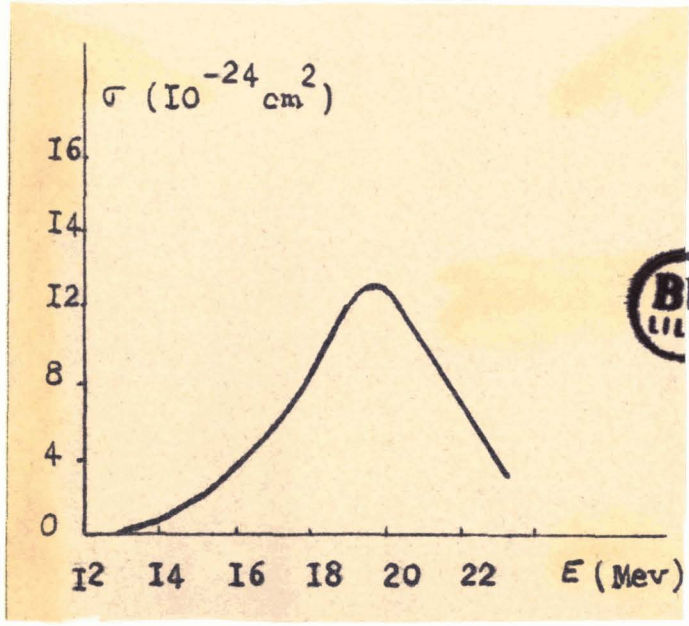
En 1944 Hirzel et Waefler (3) étudient les réactions $[\gamma, p]$ provoquées sur le silicium , le Titane, le chrome, ils mesurent les sections efficaces relatives par rapport à la section efficace de la réaction $\left[{}^{63}Cu\ (\gamma, n)\ {}^{62}Cu\right]$ et trouvent que les réactions $[\gamma, p]$ ont une probabilité beaucoup plus grande qu'on ne le prévoit par la théorie du noyau composé . Ces études ont été faites en mesurant la radioactivité des noyaux résultants ; mais dans bien des cas, des réactions de ce type conduisent à des noyaux stables , c'est pourquoi on utilise les émulsions photographiques pour mettre en évidence le proton émis - De même dans certains cas, on peut, avec la même technique mettre en évidence les autres particules émises, c'est ainsi qu'une plaque soumise au rayonnement γ du lithium montre des étoiles à 3 branches dues à la photodésintégration du carbone en 3 particules .

- Dans la troisième période à partir de I944 on utilise des rayons X produits par les bétatrons et synchrotons . Ces nouvelles techniques ont été rendues indispensables par le fait que les γ résultant de désintégrations nucléaires permettaient uniquement l'étude des photodésintégrations à des énergies fixes . On ne pouvait pas faire varier d'une façon continue l'énergie du rayonnement . Betatrons et synchrotrons permettent d'obtenir des spectres continus de rayonnement électromégnétique à partir du freinage des électrons. Ces appareils ont en outre d'autres intérêts : les intensités des radiations émises sont beaucoup plus grandes et on peut obtenir une canalisation plus soignée . Cependant ils présentent une difficulté importante : c'est la connaissance imparfaite de la forme du spectre des radiations émises, les spectres diffèrent notablement du spectre calculé .
Quoiqu'il en soit les accélérateurs d'électrons ont permis une étude beaucoup plus poussée de l'effet photonucléaire . La découverte décisive fut faite en 1947 par Baldwin et Klaiber (4) .

Ils trouvèrent que la courbe donnant la section efficace de nombreuses réactions photonucléaires en fonction de l'énergie des photons incidents , présente la forme d'une courbe de résonance dont le maximum se trouve aux alentours de 20 Mev et dont la largeur est de plusieurs Mev - C'est à cause de cette largeur importante que ce phénomène a reçu le nom de résonance géante. Cette forme de courbe a conduit à l'introduction d'une nouvelle définition du rendement de la réaction photonucléaire : la section efficace intégrée :

$$\sigma_{int} = \int_0^{\infty} \sigma(E)\, dE \qquad (I)$$

l'unité étant 10^{-24} Mev - cm^2



BU LILLE

Fig. 1 - section efficace pour la réaction (γ, n) pour Si .

II - PROPRIETES DE LA RESONANCE GEANTE

A - LARGEUR.

Nous avons vu que c'est à la largeur de la courbe de résonance que ce phénomène devait son nom. En effet dans les autres réactions nucléaires la section efficace, en fonction de l'énergie des particules incidentes, présente également un ou plusieurs maxima mais ceux-ci sont étroits (de l'ordre de quelques Kev)
Ainsi qu'en témoigne par exemple la section efficace de la diffusion des neutrons par le soufre en fonction de l'énergie des neutrons incidents -

BU LILLE

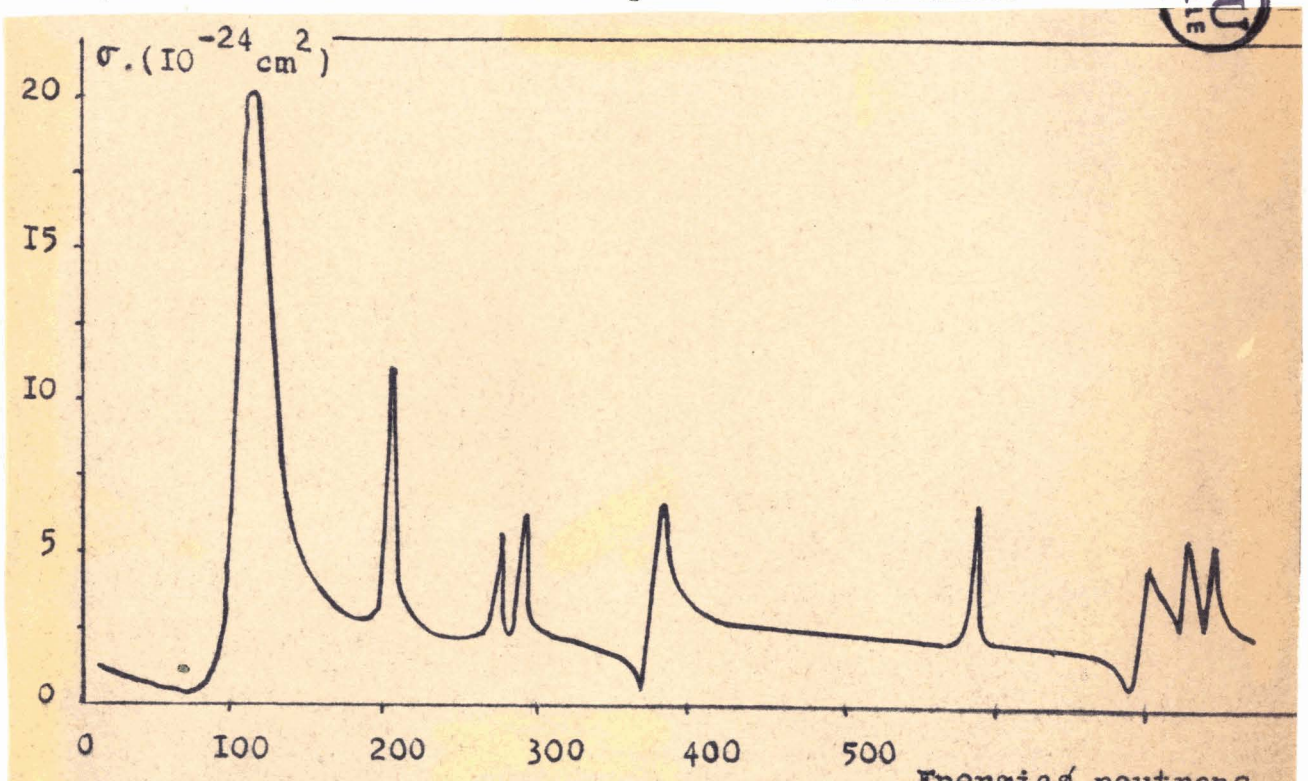


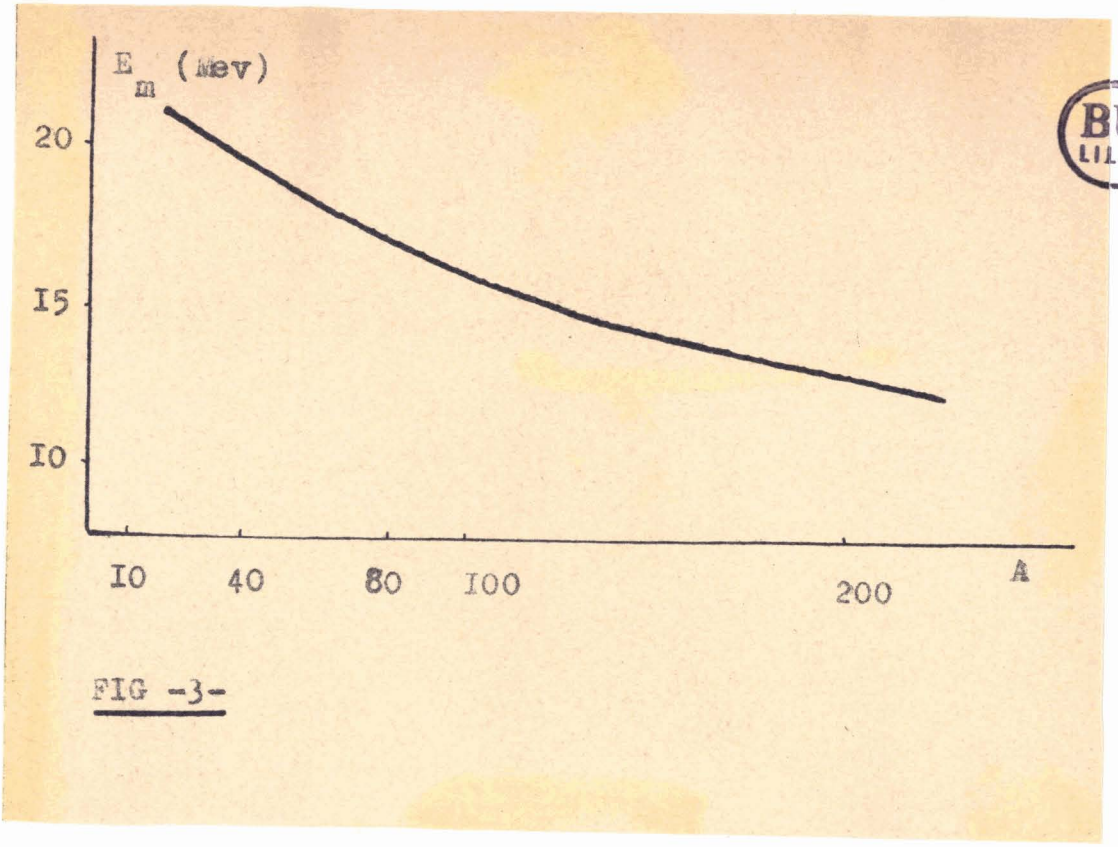
FIG -2- Section efficace de diffusion des neutrons par ^{32}S en fonction de l'énergie des neutrons incidents [5]

En gros, dans la réaction photonucléaire, la largeur de la courbe est décroissante quand A - nombre total de nucléons augmente .

En fait cette décroissance est irrégulière comme nous le verrons plus loin .

B - Variation de l'Energie E_m du maximum.

D'un noyau à ses voisins immédiats, l'énergie E_m du maximum varie très lentement . Autre différence avec les autres réactions nucléaires où les maxima sautent brusquement, sans continuité apparente, d'une valeur à une autre différente, en passant d'un noyau à un noyau voisin .



BU LILLE

FIG -3-

III - CARACTERE DIPOLAIRE DE LA RESONANCE GEANTE.

La résonance géante est de nature dipolaire, c'est à dire que parmi toutes les ondes multipolaires en lesquelles on peut décomposer le rayonnement électromagnétique incident : dipolaires, quadrupolaires, octupolaires ...etc..., électriques et magnétiques, seule l'onde dipolaire électrique intervient d'une façon importante dans le phénomène et ce - comme nous le verrons - dans la bande des énergies comprises entre 14 et 21 Mev , c'est à dire dans la quasi totalité des cas.

L'argument le plus fort en faveur du caractère dipolaire est l'accord avec la valeur expérimentale de la section efficace intégrée de la valeur théorique calculée en partant de cette hypothèse .

Autrement dit on calcule l'expression

$$\int_0^{\infty} \sigma_{abs}(E)\, dE \qquad (1)$$

σ_{abs} étant la valeur théorique de la section efficace d'absorption par le noyau du rayonnement dipolaire incident.

Pour évaluer cette intégrale il faut d'abord calculer la section efficace d'absorption du γ en fonction de l'énergie de ce dernier . Or d'après la définition de la section efficace d'une réaction nucléaire σ_{abs} est égale au quotient de la probabilité de l'absorption du rayonnement électromagnétique par le flux de celui-ci.

On peut calculer la probabilité d'absorption par la théorie des perturbations (6) -

L'équation de Schrödinger du noyau placé dans le champ électromagnétique est :

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H \psi \qquad (2)$$

avec $H = H_0 + \lambda V(x,\vec{p},t)$ (3)

H_0 étant l'hamiltonien du noyau quand il n'y a pas interaction avec le rayonnement électromagnétique.

λV est le terme introduit par la perturbation (ici le rayonnement) λ est une constante non nulle .

La manière la plus générale d'exprimer la fonction d'onde ψ est de l'écrire comme une combinaison linéaire des fonctions :

$U_n(x,y,z) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} E_n^0 t\right)$ où E_n^0 est la $n^{ième}$ valeur propre de H_0 .

Alors $\psi = \sum_n C_n(t)\, U_n\, e^{-\frac{i}{\hbar} E_n^o t}$ (4)

les C_n sont uniquement fonctions du temps (ils seraient constants en l'absence de perturbation).

En remplaçant ψ par son expression dans l'équation de Schrödinger et en simplifiant on obtient :

$$i\hbar \sum_n \dot{C}_n(t)\, U_n\, e^{-\frac{i}{\hbar} E_n^o t} = \lambda \sum_n C_n\, V\, U_n\, e^{-\frac{i}{\hbar} E_n^o t} \qquad (5)$$

En multipliant les 2 membres de cette égalité par

$$U_m^*(x,y,z)\; e^{+\frac{i}{\hbar} E_m^o t} \qquad (6)$$

et en intégrant l'expression obtenue dans tout l'espace on obtient en utilisant les propriétés de normalisation et d'orthogonalité de

$U_m(x,y,z)$:

$$i\hbar\, \dot{C}_m(t) = \lambda \sum_n C_n(t)\, e^{\frac{i}{\hbar}(E_m^o - E_n^o)t}\, V_{mn} \qquad (7)$$

avec :

$$V_{mn} = \int U_m^*(xyz)\, V\, U_n(xyz)\, dx\, dy\, dz \qquad (8)$$

Or initialement le noyau est dans un état stationnaire s déterminé soit :

$$\psi = C_S\, U_S\, e^{-\frac{i}{\hbar} E_S^o t} \qquad (9)$$

Donc avec une excellente approximation, pour calculer C_m , on suppose que jusqu'à l'instant $t = t_o$ où l'onde rencontre le noyau , tous les C_n sont nuls sauf un seul C_S , qu'on prendra égal à l'unité -

Alors (7) devient :

$$i\hbar\, \dot{C}_m = \lambda\, e^{\frac{i}{\hbar}(E_m^o - E_S^o)t}\, V_{mS} \qquad (10)$$

$$C_m = -\frac{i}{\hbar}\lambda \int_{t_o}^{t} e^{\frac{i}{\hbar}(E_m^o - E_S^o)t} \times V_{ms}(t)\, dt \qquad (11)$$

On sait que $|C_m|^2$ est la probabilité pour que le noyau soit dans l'état "m" ; d'après (II) cette probabilité est nulle à l'instant $t = t_o$, on en conclut donc que $|C_m|^2$ est la probabilité de transition de l'état

"S" à l'état "m" pendant le temps ($t - t_o$) -

Pour calculer (11) il faut connaître V_{ms} . On sait que l'hamiltonien H d'un système de particules chargées placé dans un champ électromagnétique dérivant d'un potentiel vecteur $\vec{A}$, s'obtient en remplaçant , dans l'hamiltonien non perturbé H_o , chacune des impulsion $\vec{p}$ des particules chargées par $\vec{p} + \frac{e}{c}\vec{A}$ -

Donc ici, pour une particule chargée ,

$$H = \frac{1}{2m}\left(\vec{p} + \frac{e}{c}\vec{A}\right)^2 = H_o - \frac{e}{2mc}\left(\vec{A}.\vec{p} + \vec{p}.\vec{A}\right) + \frac{e^2}{2mc^2} A^2 \qquad (12)$$

Nous pouvons négliger le terme du second degré en A car le champ électromagnétique ne produit qu'une petite perturbation comparativement à l'énergie H_o du noyau non excité.

Par ailleurs, avec une bonne approximation on peut considérer l'onde incidente comme une onde plane se déplaçant dans la direction x . $\vec{A}$ est donc normal à la direction du déplacement de l'onde .

alors :

$$A = A_z = A_o e^{i(kx - \omega t)} + A_o e^{-i(kx - \omega t)} \qquad (13)$$

avec k nombre d'onde égal à $\frac{2\pi}{\lambda} = 1/\lambda\!\!\!^-$

λV_{ms} est donc donné par :

$$-\frac{e}{2mC}\int U_m^* \left(\vec{A}.\vec{p}+\vec{p}.\vec{A}\right) U_s \, d\tau \qquad (14)$$

$\vec{A}.\vec{p} + \vec{p}.\vec{A} = 2 A p_z$ car les composantes sur x et y sont nulles .

d'où :

$$\lambda V_{ms} = -\frac{e}{mc}\left[A_o e^{-i\omega t}\int U_m^* \, p_z e^{ikx} \, u_S \, d\tau + A_o e^{i\omega t}\int U_m^* \, p_z e^{-ikx} \, U_S \, d\tau\right] \qquad (15)$$

Le premier terme du second membre de (15) s'écrit :

$$-\frac{e}{mc} A_o e^{-i\omega t} \alpha_{mS} \qquad (16)$$

avec $\alpha_{mS} = \int U^*_m \, p_z \, e^{ikx} \, U_S \, d\tau$ (17)

La quantité conjuguée de cette expression (16) est :

$$-\frac{e A_o}{mc} \int U_m \, p_z^* \, e^{-ikx} \, U_S^* \, d\tau \qquad (18)$$

on remplace p_z par $-i\hbar \frac{\partial}{\partial z}$, on intègre par parties, la partie intégrée s'annule , il reste :

$$-\frac{e}{mc} A_o \int U^*_S \, p_z \, e^{-ikx} \, U_m \, dt . \qquad (19)$$

d'où $\lambda V_{mS} = -\frac{e}{mc} A_o \left[\alpha_{mS} \, e^{-i\omega t} + \alpha^*_{Sm} \, e^{i\omega t} \right]$ (20)

On peut maintenant calculer C_m à partir de (11).

$$C_m = -\frac{e}{mC} A_o \left[\alpha_{mS} F(\omega) + \alpha^*_{Sm} F(-\omega) \right] \qquad (21)$$

avec $F(\omega) = \exp\left[\frac{i}{\hbar}(E^o_m - E^o_S - \hbar\omega)t\right] \dfrac{1 - e^{\frac{-i}{\hbar}(E^o_m - E^o_S - \hbar\omega)(t-t_o)}}{E^o_m - E^o_S - \hbar\omega}$ (22)

on intègre de t_o à t, t_o étant l'instant où l'onde rencontre le noyau -

Dans l'expression (21) le terme $F(-\omega)$ oscille et ne produit qu'une petite correction par rapport au terme en $F(\omega)$ qui est grand.

La probabilité de transition est donc :

$$|C_m|^2 = \frac{e^2}{m^2c^2} A_o^2 \, |\alpha_{ms}|^2 \, |F(\omega)|^2 \qquad (23)$$

L'intensité de la radiation, c'est à dire la puissance transportée par l'onde à travers une surface unité, est donnée par le vecteur de Poynting :

$$I = \frac{c}{4\pi} (\vec{\mathcal{E}} \wedge \vec{\mathcal{H}}) \qquad (24)$$

avec $\vec{\mathcal{E}} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ et $\vec{\mathcal{H}} = \overrightarrow{\mathrm{rot}\, A}$

Or $\vec{A} = \vec{A}_o \left[e^{i(kx - \omega t)} \right] + \vec{A}_o^* \left[e^{-i(kx - \omega t)} \right]$

D'où $\vec{\mathcal{E}} = \frac{i\omega}{C} \left[\vec{A}_o e^{i(kx - \omega t)} - \vec{A}_o^* e^{-i(kx - \omega t)} \right]$ (25)

Dans le vide : $|\vec{\mathcal{E}}| = |\vec{\mathcal{H}}|$ et $\vec{\mathcal{E}}$ et $\vec{\mathcal{H}}$ sont normaux, aussi $|\vec{\mathcal{E}} \wedge \vec{\mathcal{H}}| = |\vec{\mathcal{E}}|^2$

D'où :

$$I = \frac{2\omega^2}{C} \cdot \frac{A_o^2}{4\pi} - \frac{\omega^2}{4\pi C}\left[A_0^2 e^{2i(kx-\omega t)} - A_o^{*2} - 2i\,(kx - \omega t) \right] \qquad (26)$$

La moyenne du second terme est nulle , aussi on a, en moyenne :

$$I = \frac{2\omega^2}{C} \cdot \frac{A_o^2}{4\pi} \qquad (27)$$

$$A_o^2 = \frac{2c\pi}{\omega^2} I \qquad (28)$$

Pour achever de calcul de $|C_m|^2$, on calcule $|F(\omega)|^2$.

$$|F(\omega)|^2 = 4 \frac{\sin^2\left[(E^o_m - E^o_S - \hbar\omega)\frac{t-t_o}{2\hbar}\right]}{(E^o_m - E^o_S - \hbar\omega)^2}$$

D'où la probabilité de transition en substituant (28 et (29) dans (23)

$$|C_m|^2 = \frac{8\pi e^2}{m^2 C \omega^2} \frac{I\,|\alpha_{mS}|^2}{(E^o_m - E^o_S - \hbar\omega)^2} \sin^2\left[\frac{E^o_m - E^o_S - \hbar\omega(t-t_o)}{2\hbar}\right] \qquad (30)$$

En fait le rayonnement électromagnétique incident n'est pas rigoureusement monochromatique, son spectre a une largeur finie autour de la fréquence centrale $\omega_o = \frac{E^o_m - E^o_S}{\hbar}$. L'intensité I du faisceau est donc fonction de la fréquence - soit I (ω) l'intensité dans la bande (ω , $\omega + d\omega$) , la probabilité totale de transition est donc : (31)

$$\int |C_m|^2 d\omega = \frac{8\pi e^2}{m^2 c} \int_0^\infty \frac{I(\omega)\,|\alpha_{mS}|^2}{\omega^2 (E^o_m - E^o_S - \hbar\omega)^2} \sin^2\left[\frac{E^o_m - E^o_S - \hbar\omega}{2\hbar}(t-t_o)\right] d\omega$$

(31) devient : avec $\omega_o = \frac{E^o_m - E^o_S}{\hbar}$

$$\frac{8\pi e^2}{m^2 c} \int_0^\infty \frac{I(\omega)\,|\alpha_{mS}|^2}{\hbar^2 \omega^2} \frac{\sin^2\left[(\omega-\omega_o)\frac{t-t_o}{2}\right]}{(\omega-\omega_o)^2} d\omega \qquad (32)$$

Si on trace la courbe représentative de f^2 avec

$$f^2 = \frac{\sin^2 \left[(\omega - \omega_0) \frac{t - t_0}{2} \right]}{(\omega - \omega_0)^2} \qquad (33)$$

on voit qu'elle présente un maximum très aigu pour $\omega = \omega_0$ -

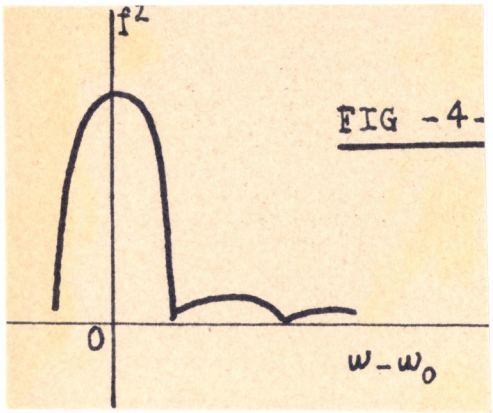


FIG -4-

La principale contribution à l'intégrale (32) vient donc de la région étroite autour de $\omega = \omega_0$ et on peut considérer $\frac{I(\omega)\,|\alpha_{mS}|^2}{\omega^2}$ comme une constante avec $\omega = \omega_0$

Il reste à intégrer (33) On remarque que pour $\omega = o$ l'aire comprise sous la courbe est négligeable , de même pour ω négatif . Donc on peut intégrer de $-\infty$ à $+\infty$ en faisant une erreur tout à fait négligeable.

Posons : $\frac{\omega - \omega_0}{2}(t - t_0) = y \qquad (34)$

$$\int_0^{\infty} f^2(\omega)\, d\omega \simeq \frac{t - t_0}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^2 y}{y^2}\, dy = \frac{t - t_0}{2} \cdot \pi \qquad (35)$$

d'où (32)

$$|C_m|^2 = \frac{4\pi^2 e^2}{m^2 c \hbar^2} \frac{t - t_0}{\omega_0^2} I(\omega_0) \left|\alpha_{mS}\right|^2 \qquad (36)$$

Nous allons maintenant évaluer $\left|\alpha_{mS}\right|^2$

$$\alpha_{mS} = \int U_m^* p_z e^{ikx} U_S \, d\tau \qquad (37)$$

Développons e^{ikx} en série :

$$e^{ikx} = 1 + ikx - \frac{k^2}{2} x^2 + \ldots\ldots\ldots \qquad (38)$$

Dans ce dévelpppement le premier terme correspond au rayonnement dipolaire , le second au rayonnement quadripolaire, etc.... Comme nous étudions le rayonnement dipolaire nous ne garderons que le I° terme .

ainsi $\alpha_{mS} = \int U_m^* \; p_z \; U_S \; dxdydz \qquad (39)$

Comme en fait l'absorption du rayonnement est due à l'ensemble des protons du noyau il semblerait que nous devions prendre pour p_z la composante sur z de la somme des impulsions des protons :

$$p_z = \left| \sum_{k=1} p_{kz} \right|$$

p_{kz} étant la composante sur z de la quantité de mouvement du $k^{ième}$ proton et

comme $\int U_m^* \, p_z \, U_s \, d\tau = i\omega_o \times m \int U_m^* \, z \, U_s \, d\tau$ (40)

il semblerait que :

$$e^2 \left| \alpha_{ms} \right|^2 = \omega_o^2 m^2 \left| ez_{ms} \right|^2 \qquad (41)$$

avec $z = \sum_{k=1}^{Z} z_k$

Cependant l'élément de matrice ainsi défini représente 2 processus bien distincts ; l'absorption du rayonnement par le noyau agissant comme un tout , comme une particule de charge Ze et l'absorption (proprement nucléaire) du rayonnement par le mouvement interne du noyau . Pour se borner à l'étude du second phénomène , le seul qui nous intéresse, nous devons remplacer z_k , coordonnée du $k^{ième}$ proton , par la coordonnée de ce proton par rapport au centre de gravité :

$$\xi_k = z_k - \frac{1}{A} \sum_{n=1}^{A} z_n \qquad (42)$$

Donc $\sum_{k=1}^{Z} z_k$ doit être remplacé par $\sum_{K=1}^{Z} \xi_k$ et le moment dipolaire $ez = e \sum_{k=1}^{Z} z_k$ par :

$$e \sum_{K=1}^{Z} \xi_K = e \sum_{K=1}^{Z} z_K - e \frac{Z}{A} \sum_{n=1}^{A} z_n = e\left(1 - \frac{N}{Z}\right) \sum_{k=1}^{Z} z_K - e \frac{Z}{A} \sum_{n=Z+1}^{A} z_n \qquad (43)$$

Ce moment dipolaire relatif peut encore s'écrire

$$e\,z = \sum_{n=1}^{A} e'_n \, z_n \qquad (44)$$

où e'_n est la "charge effective " qui vaut $e' = e \frac{N}{A}$ pour les protons

(45) $e' = -e \frac{Z}{A}$ pour les neutrons

En substituant (41) dans (36) on trouve une probabilité de transition par unité de temps :

$$P = \frac{\left| C_m \right|^2}{t - t_o} = \frac{4\pi^2}{c\hbar^2} \, I(\omega_o) \times \left| e\,z_{ms} \right|^2 \qquad (46)$$

supposons la largeur ΔE du faisceau beaucoup plus grande que la distance moyenne D_1 entre 2 niveaux (il s'agit uniquement des niveaux accessibles par transitions dipolaires) - D_1 est fonction de l'énergie E_S des niveaux finaux .

Alors ce qui intervient en fait c'est la probabilité de transition P' non vers un niveau mais vers un groupe de niveaux, au nombre de :

$$\frac{\Delta E}{D_I} \qquad (47)$$

la probabilité P' est :

$$P' = \langle P_{mS} \rangle_{moy} \frac{\Delta E}{D_1} \qquad (48)$$

où $\langle P_{ms} \rangle_{moy}$ est la probabilité de transition moyenne ;

l'intensité du faisceau (dans ω , $\omega + d\omega$) est $I(\omega)\, d\omega$

donc le nombre de photons par cm^2, par S est $\frac{I(\omega)\, d\omega}{\hbar\omega}$

et pour l'ensemble du faisceau , de largeur ΔE , le nombre de photons est : (par cm^2 par S.)

$$\frac{I(\omega_0) \frac{\Delta E}{\hbar}}{\hbar \omega_0} \qquad (49)$$

la section efficace (pour le faisceau considéré, de largeur ΔE) est donc :

$$\sigma = \frac{P'}{\frac{I(\omega_0)\Delta E}{\hbar^2 \omega_0}} = \frac{\langle P_{ms} \rangle_{moy} \hbar^2 \omega_0}{I(\omega_0)\, D_1} \qquad (50)$$

Donc d'après l'équation (46)

$$\sigma = \frac{4\pi^2}{c} \frac{\omega_0}{D_1} \langle |e Z_{ms}|^2 \rangle \qquad (51)$$

C'est la section efficace d'absorption d'un γ de fréquence ω_0 , avec passage sur un groupe de niveaux voisins d'énergie de E_S (avec $E_S - E_m \sim \hbar\omega_0$)

(51) peut s'écrire :

$$\sigma = \langle \sigma_{mS} \rangle_{moy} \qquad (52)$$

où $\sigma_{ms} = \frac{4\pi^2}{c} \frac{\omega}{D_1(E_s)} |eZ_{ms}|^2 = \frac{4\pi^2}{c} \frac{E_s - E_m}{\hbar} \frac{1}{D_1(E_s)} |eZ_{ms}|^2$

or les règles de somme nous permettent de calculer

$$\sum_S (E_S - E_m) \, |e Z_{ms}|^2 \quad \text{c'est à dire à un facteur près}$$

$$\sum_S \sigma_{ms} \, D_1(E_S) \qquad (53)$$

Quand nous avons à calculer l'expression $\sum_S \sigma_{ms} f(E_s)$, nous la remplaçons par une intégrale :

$$\int \langle \sigma_{mS} \rangle f(E_S) \, N(E_S) \, dE_S \qquad (54)$$

où $N(E_S)\,dE_S$ est le nombre de niveaux accessibles par transitions dipolaires dans la bande d'énergie $= (E_S\,,\ E_S + d\,E_S)$ Donc :

$$N(E_S) = \frac{1}{D_1(E_S)} \qquad (55)$$

Donc avec $f(E_S) = D(E_S)$ on remplacera (53) par l'intégrale :

$$\int \langle \sigma_{mS} \rangle \; dE_S = \int \sigma \, dE \qquad (56)$$

Par ailleurs, pour établir la règle de somme, on part de la relation

$$z_k \; p_{k'} - p_{k'} z_k = i\hbar \; \delta_{kk'} \qquad \text{soit :}$$

$$\sum_m \left[z_k(sm) \; p_{k_z}(ms) - p_{k_z}(sm) \; z_k(ms) \right] = i\hbar\,\delta_{kk'} \qquad (57)$$

et de la seconde relation :

$$p_{k_z}(s,m) = \frac{iM\,(E^o_m - E^o_S)}{\hbar} \; z_k(S,m) \qquad (58)$$

avec M masse du nucléon

En portant (58) dans (57) , en remplaçant z_k par $e'_k \; z_{k'}$

on trouve en effectuant les sommations sur l'indice k :

$$\sum_m (E^o_m - E^o_s) \left| e Z_{ms} \right|^2 = \frac{\hbar^2}{2M} \sum_{k=1}^{A} e'^2_k = \frac{\hbar^2}{2M} \frac{NZ}{A} e^2 \qquad (59)$$

Donc : $$\int_0^\infty \sigma \, dE = e \sum_s \sigma_{ms} D_1(E_s) = 2\pi^2 \frac{e^2}{\hbar c} \frac{NZ}{A} \frac{\hbar^2}{M} \qquad (60)$$

$$= 2\pi^2 \frac{e^2}{\hbar c} \frac{NZ}{A} \left(\frac{\hbar}{Mc}\right)^2 Mc^2$$

$$= 0{,}058 \frac{NZ}{A} \; 10^{-24} \; \text{Mev} - \text{cm}^2 \qquad (61)$$

On trouve que cette valeur est inférieure DE 30 à 50% à celle donnée par la mesure expérimentale de l'aire sous la courbe σ . Levinger et Bethe (7) ont montré que la somme réelle était environ deux fois supérieure en faisant intervenir les forces d'échanges de Majorama entre protons et neutrons . Malgré ceci l'aire donnée par la règle de somme ainsi modifiée est encore légèrement inférieure à l'aire expérimentale . Cette différence vient des sommes dues à la transition dipolaire magnétique et aux autres transitions multipolaires, sommes très petites aux alentours de 20 Mev. On peut faire la même étude avec le dipôle magnétique et la quadrupole électrique . On constate alors qu'aux alentours de 14 - 15 Mev les sections efficaces d'absorption pour ces deux vibrations ont des ordres de grandeur comparables à celle de la vibration dipolaire électrique , mais dès 16 Mev c'est l'absorption dipolaire électrique qui est de loin la plus forte.

c'est ce que montre la figure 5 (8) , la contribution de l'absorption dipolaire électrique au phénomène de résonance géante y est frappante.

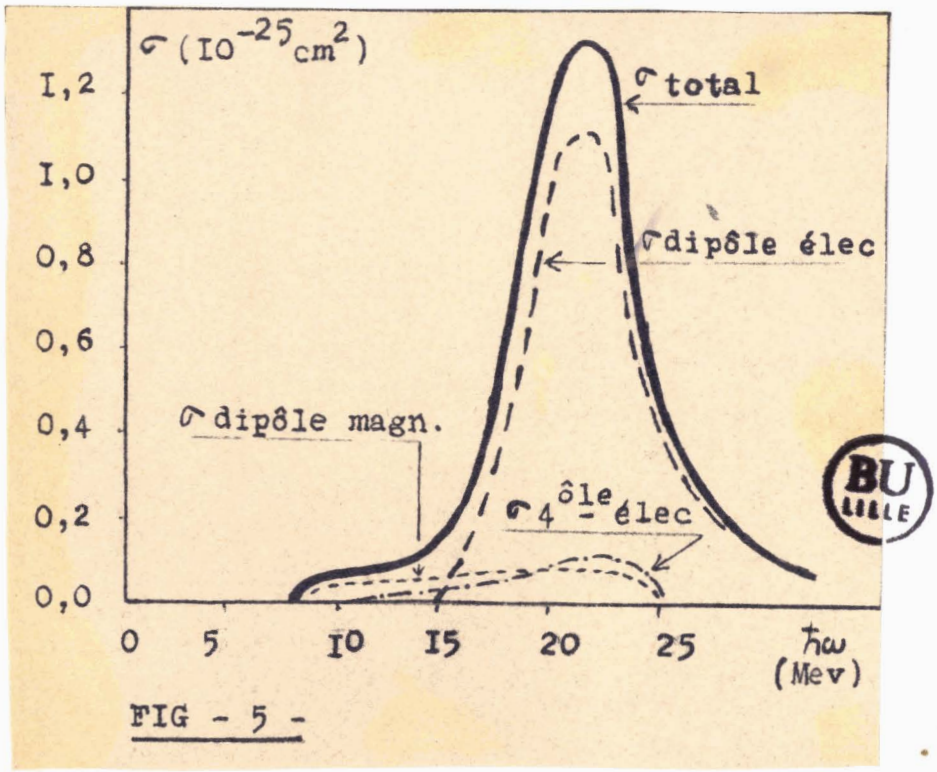


FIG - 5 -

BU LILLE

IV - L'EXPLICATION DE LA RESONANCE GEANTE PAR UN MODE DE MOUVEMENT COLLECTIF DU NOYAU

1 - La fréquence de Résonance .

Le fait que l'énergie E_m de la résonance géante varie lentement et régulièrement avec A , nombre de nucléons , nous incite à considérer ce phénomène comme conséquence d'un mouvement collectif . Par exemple le photon γ , absorbé, excite le noyau dans lequel l'ensemble des protons et l'ensemble des neutrons oscillent dans deux sens opposés - (oscillations dipolaires).

Nous nous proposons d'abord d'étudier le théorie classique de H.Steinwedel et J.H.D. Jensen (9) -

(Il y a une grande analogie entre cette explication classique et celle des "rayons restants " après plusieurs réflexions successives dans les cristaux ioniques, ou celle du mouvement d'un plasma gazeux) -
Nous partons de quatre hypothèses toutes justifiées expérimentalement

a) - On admet que la densité nucléaire - nombre de nucléons par unité de volume - est constante - Cette supposition est correcte puisque , comme l'a montré Feenberg (10) , la compressibilité de la matière nucléaire est très faible.

Donc $\rho_0 = \rho_p + \rho_n = c^{ste}$ (62)

densité totale = densité protons + densité neutrons

b) - La forme du noyau reste invariable - Cette hypothèse est également correcte et sera justifiée à postériori par la faible amplitude obtenue pour l'oscillation -

L'oscillation dipolaire consistera donc - d'après les hypothèses a et b - en variations locales et opposées des densités protonique et neutronique - c'est à dire :

$$\rho_p = \rho_p^o + \eta(\vec{r}, t) \qquad \rho_n = \rho_n^o - \eta(\vec{r}, t) \qquad (63)$$

ρ_p^o et ρ_n^o étant, au repos , les densités des protons et des neutrons - ou densités statiques -

c) - Ces densités statiques sont uniformes dans tout le volume .
Par conséquent :

$$\rho_p^o = \frac{Z}{A}\rho_o \qquad \rho_n^o = \frac{N}{A}\rho_o \qquad (64)$$

la densité totale ρ_o se calculant aisément :

$$\rho_o = \frac{A}{\text{volume du noyau}} = \frac{3\,A}{4\,\pi\,R^3} = \frac{3\,A}{4\,\pi\,r_o^3\,A} = \frac{3}{4\,\pi\,r_o^3} \qquad (65)$$

puisque $R = r_o\,A^{+\frac{1}{3}}$ avec $r_o = 1{,}35.10^{-13}$ cm

d) - Les "forces de rappel" s'opposant à l'accroissement local de ρ_p et de ρ_n peuvent se calculer à partir de la densité d'énergie ε, fonction de l'excès local de neutrons $\rho_n^o - \rho_p^o$ -

En effet, d'après la formule semi empirique de Weiszäcker , l'énergie du noyau est :

$$E = -\,u_v\,A + 4\,u_\tau\,\frac{(N-Z)^2}{A} + 4\,U_c\,Z\,(Z-1)\,A^{-\frac{1}{3}} + U_S\,A^{2/3} \qquad (66)$$

le terme principal étant l'énergie de volume $-u_v\,A$ avec $u_v \cong 14$ Mev ,

les autres termes sont des corrections :

$4\,u_c\,Z(Z-1)\,A^{-1/3}$ l'énergie coulombienne avec $u_c \cong 0{,}146$ Mev

$U_S\,A^{2/3}$ l'énergie de surface analogue à la tension superficielle d'une goutte liquide avec $u_S \cong 13{,}1$ Mev et enfin le terme

$4\,u_\tau\,\frac{(N-Z)^2}{A}$ énergie de symétrie avec $u_\tau \cong 18{,}1$ Mev seule cette correction dépend de l'excès de neutrons.

Il faut voir l'origine de l'énergie de symétrie dans le caractère d'échange des forces nucléaires - plus précisément de la force de Ma jorana qui échange les positions de 2 nucléons mais non leurs spins .

La force de Majorana est attractive entre 2 particules dont le changement de positions n'altère pas la fonction d'onde du noyau - ces 2 particules forment une paire symétrique - (elles sont sur le même niveau d'éner gie) -

Elle est répulsive entre deux particules quand la paire qu'elles forment est antisymétrique ; or les noyaux ayant plus de neutrons que de protons ont des paires antisymétriques, d'après le Principe de Pauli, et par conséquent leur énergie de liaison est moins grande que celle du noyau symétrique -

Par nucléon l'énergie de symétrie est $E' = 4\,u_\tau\,\left(\frac{N-Z}{A}\right)^2$. (67)

Du point de vue de la théorie classique que nous allons développer, on doit considérer cette énergie par nucléon comme étant l'intégrale d'une densité d'énergie locale

$$\varepsilon = \rho_o\,E' \qquad (68)$$

puisque les forces nucléaires sont à courte portée -

Faisons d'abord le calcul pour l'équilibre ; d'après (64)

$$\rho_n^o - \rho_p^o = \frac{N-Z}{A} \qquad (69)$$

soit $$\rho_n^o - \rho_p^o = \frac{N - Z}{A} \qquad (70)$$

et $$\mathcal{E} = \rho_o \; E' = 4\, u_\tau \frac{(\rho_n^o - \rho_p^o)^2}{\rho_o} \qquad (71)$$

Maintenant quand il y a oscillation dipolaire :

$$\mathcal{E} = 4u_\tau \frac{(\rho_n - \rho_p)^2}{\rho_o} \qquad (72)$$

mais d'après (62) : $$\mathcal{E} = 4 u_\tau \frac{(\rho_o - 2\rho_p)^2}{\rho_o} \qquad (73)$$

$$\mathcal{E} = 4 u_\tau \frac{(\rho_o - 2\rho_p^o - 2\eta)^2}{\rho_o} \qquad (74)$$

une fois énoncées les hypothèses a) b) c) de départ nous pouvons considérer le noyau comme composé de deux fluides incompressibles et lui appliquer les équations classiques de l'hydrodynamique -

soient $\vec{v}_p$ et $\vec{v}_n$ les vitesses des protons et des neutrons en un point donné -

Supposons qu'en tout point la densité totale est constante :

$$\rho_p \vec{v}_p + \rho_n \vec{v}_n = 0 \qquad (75)$$

Introduisons la vitesse relative $\vec{v} = \vec{v}_p - \vec{v}_n$ (76)

et la densité réduite $\rho_{red} = \dfrac{\rho_p \rho_n}{\rho_o}$ (77)

Pour le fluide protonique l'équation de continuité s'écrit :

$$\mathrm{div}\,(\rho_p \vec{v}_p) + \frac{\partial \rho_p}{\partial t} = 0 \qquad (78)$$

(75) s'écrit $$\frac{\vec{v}_p}{\frac{1}{\rho_p}} = \frac{-\vec{v}_n}{\frac{1}{\rho_n}} = \frac{\vec{v}_p + \vec{v}_n}{\frac{1}{\rho_p} + \frac{1}{\rho_n}} = \rho_{red} \vec{v} \qquad (79)$$

L'équation générale du mouvement d'un proton ou d'un neutron est :

$$M \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = - \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial \rho_p^2} \overrightarrow{\mathrm{grad}}\, \rho_p + e \vec{\mathcal{E}} \qquad (80)$$

M étant la masse du nucléon .

e la charge du proton

$\mathcal{E}$ le champ électrique dû aux protons .

On peut montrer (Steinwedel - Danos) que l'influence de $\mathcal{E}$ est faible et peut être négligée - (11)

Nous sommes donc amenés à résoudre les deux équations :

(78) qui s'écrit grâce à (79)

$$-\frac{\partial \rho_p}{\partial t} = \mathrm{div}\ (\rho_{red}\ \vec{v}) \qquad (81)$$

et $M\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \rho_p^2}\ \overrightarrow{\mathrm{grad}}\ \rho_p \qquad (82)$

(8I) s'écrit : $-\frac{\partial(\rho_p^0 + \eta(\vec{r},t))}{\partial t} = \mathrm{div}\left(\frac{\rho_p^0 \rho_n^0}{\rho_0} - \frac{\eta \rho_p^0}{\rho_0} + \frac{\eta \rho_n^0}{\rho_0} - \frac{\eta^2}{\rho_0}\right)\vec{v}$

ρ_p^0 ne dépend pas du temps d'après l'hypothèse 4.

les 2° et 3° termes de la divergence sont négligeables et il est donc correct de se borner aux termes linéaires en η et v

(83) devient donc : $-\dot{\eta} = \mathrm{div}(\rho_{red}^0\ v) \qquad (84)$

avec $\rho^0_{red} = \frac{\rho_n^0\ \rho_p^0}{\rho_0} = \frac{NZ}{A^2}\rho_0 \qquad (85)$

de même (82) s'écrit en remarquant que

$$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \rho_p^2} = \frac{8\,u_\tau}{\rho_0} \simeq \frac{120\ \mathrm{Mev}}{\rho_0} \qquad (86)$$

$$M\dot{\vec{v}} = -\frac{8u_\tau}{\rho_0}\ \overrightarrow{\mathrm{grad}}(\rho_p^0 + \eta\ (r,\ t)) \qquad (87)$$

$$M\dot{\vec{v}} = -\frac{8u_\tau}{\rho_0}\ \overrightarrow{\mathrm{grad}}\ \eta \qquad (88)$$

Nous allons éliminer $\vec{v}$ entre (88) et (8I) de manière à ce que notre unique variable soit η

d'après (84) $\ddot{\eta} = -\rho^0_{red}\ \mathrm{div}\ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \qquad (89)$

et grâce à (88) $\ddot{\eta} = \rho^0_{red}\ \frac{8\,u_\tau}{\rho_0\ M}\mathrm{div}.\overrightarrow{\mathrm{grad}}\ \eta \qquad (90)$

soit : $\ddot{\eta} = u^2\ \Delta\eta \qquad (9I)$

avec $u^2 = \frac{\rho^0_{red}}{\rho_0}.\frac{8u_\tau}{M} = \frac{8\ u_\tau}{M}.\frac{NZ}{A^2} \qquad (92)$

u est la vitesse de propagation des ondes dipolaires considérées

on trouve $\frac{u}{c} \simeq \frac{I}{\sqrt{23}}$ donc u est assez faible vis à vis de la vitesse de la lumière.

Seules les premières oscillations dipolaires (celles dont les fréquences sont les plus faibles) nous intéressent . Or leurs longueurs d'onde sont de l'ordre du diamètre du noyau ; par ailleurs les ondes électromagnétiques de même fréquence ont une longueur d'onde grande par rapport aux dimensions du noyau d'après la valeur de $\frac{u}{c} \sim \frac{1}{(23)^{1/2}}$

Envisageons maintenant les conditions aux limites : à la surface du noyau la composante radiale de la vitesse des nucléons est nulle, donc également celle de v et d'après (88) cette condition équivaut à

$$\frac{\partial \eta}{\partial r} = 0 \qquad \text{pour } r = r_0 \; A^{1/3} \qquad (93)$$

Ce genre d'oscillations a été étudié par Rayleigh qui trouvait pour l'équation (91) assortie de la condition aux limites ci-dessus une solution de la forme :

$$\eta = e^{i\omega y} \; y(x) \; \cos\theta \qquad (94)$$

avec $x = \frac{r}{\Lambda}$ et $\Lambda = \frac{u}{\omega_0}$ = longueur d'onde réduite .

à la fréquence la plus basse : $\Lambda = \Lambda_0$

$$\frac{R}{\Lambda_0} = 2{,}08 \qquad \Lambda_0 = \frac{R}{2{,}08} = \frac{r_0 \, A^{1/3}}{2{,}08} \qquad (95)$$

la fréquence de l'oscillation est donc :

$$\omega_0 = \frac{u}{\Lambda_0} = 2{,}08 \, \frac{u}{R} \; , \; u^2 = \frac{NZ}{A^2} \cdot \frac{8 \, u \, \tau}{M}$$

soit l'énergie d'oscillation

$$\hbar \omega_0 = \sqrt{\frac{4 \; ZN}{A^2}} \; \frac{60}{(A)^{1/3}} \text{ Mev} \qquad (96)$$

- le facteur $\left(\frac{4ZN}{A^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ étant de l'ordre de l'unité -

Pour connaître la valeur de cette théorie en ce qui concerne l'énergie de résonance , on a tracé les deux courbes expérimentales suivantes :

I°) courbe : abscisses : A
ordonnée : l'énergie de résonance E_m .

2°) courbe : ordonnée : valeurs relatives rapportées à Ta^{181} : $\frac{\omega_0}{\omega_{0\,Ta^{181}}}$

BU LILLE

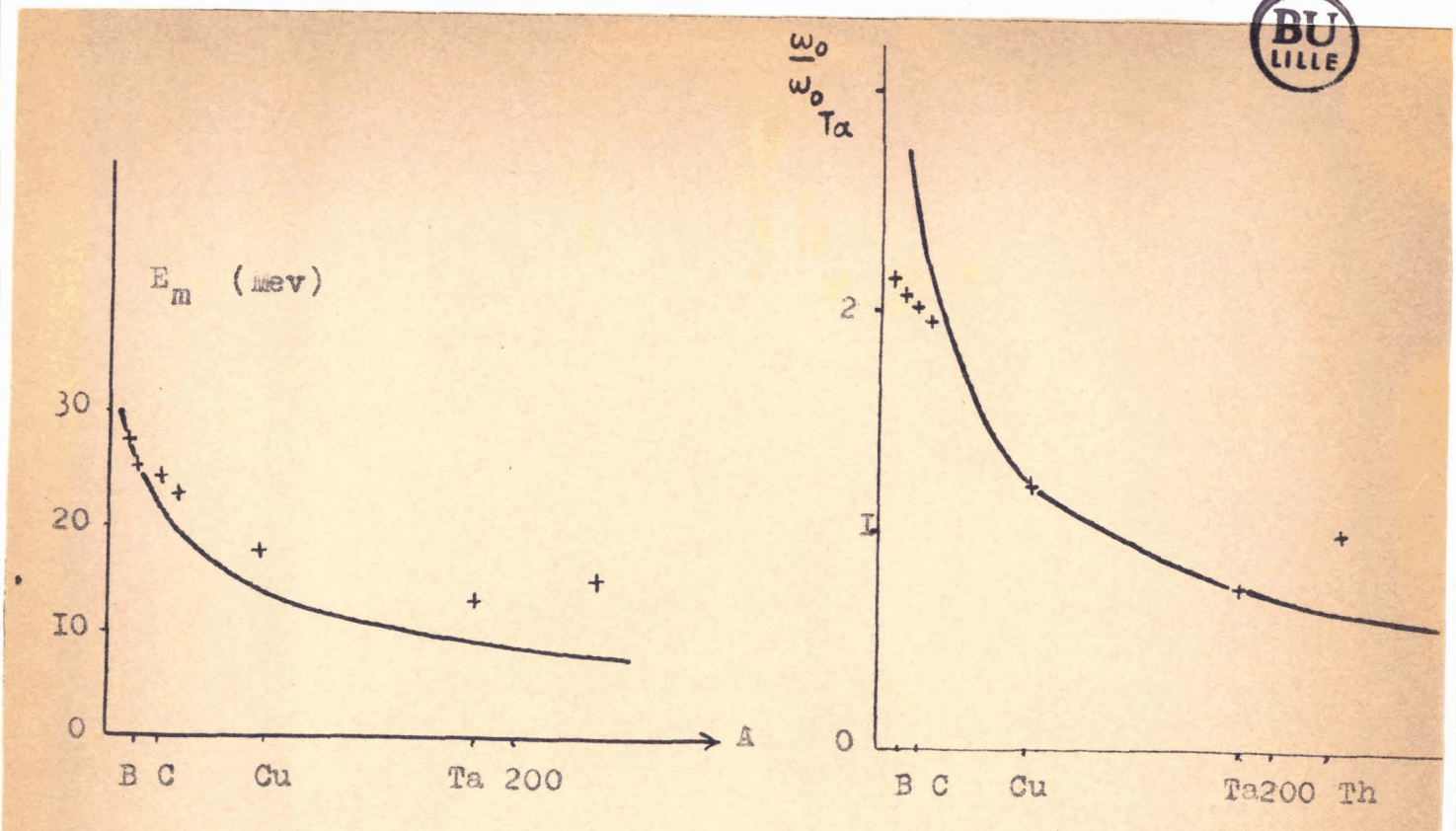


FIG -6- Les croix représentent les valeurs expérimentale

On remarque que les fréquences de résonance calculées par la méthode classique ci-dessus, sans paramètre arbitraire , sont environ 30% plus faibles que celles données par l'expérience et ce, pour les éléments lourds , or c'est justement pour les éléments lourds que l'influence des Harmoniques - que nous avons négligée - est la plus sensible - (voir la discussion suivant l'équation (92) .

De même toujours du côté des noyaux lourds, Pour Th et U la fréquence de résonance est relativement élevée comparativement à celle de Ta^{181} ceci est dû à l'augmentation de la probabilité de fission de ces noyaux -

Par contre la variation en fonction de A semble satisfaisante du côté des noyaux légers ($A \leqslant 20$) . En fait pour B et C la courbe théorique décroît plus vite que la courbe expérimentale . Mais il est vrai que pour les petits noyaux le "modèle de la goutte d'eau " n'est pas totalement valable et par conséquent l'accord de B et C avec l'expérience doit plutôt être considéré comme fortuit.

Remarquons que le calcul classique de l'amplitude maximum η sur la surface du noyau, amplitude correspondant à l'énergie de vibration $\hbar\omega_0$, nous donne :

$$\frac{\eta_{max}}{\rho_0} = 1.5 \; A^{-2/3} \qquad (97)$$

Donc même pour les noyaux légers, la perturbation de la densité est assez faible pour que l'utilisation de l'hydrodynamique linéaire soit légitime et qu'on n'ait pas besoin de traiter les courants se produisant dans le noyau comme des ondes de choc .

Cependant η_{max}/ρ_0 est assez important pour que l'écart de 30% signalé plus haut par rapport à l'expérience, soit attribué en premier lieu à

l'approximation linéaire -

- La section efficace

Nous allons maintenant calculer grâce à notre modèle classique la section efficace d'absorption .

Dans un champ électromagnétique de fréquence $\frac{\omega}{2\pi}$, l'équation du mouvement doit être complétée par un terme $e\,\mathcal{E}_s\,e^{i\omega t}$

Remarquons que la longueur d'onde du rayonnement électromagnétique étant beaucoup plus grande que les dimensions du noyau , nous pouvons considérer $\mathcal{E}_s$ comme une constante

Par ailleurs nous attribuerons l'amortissement du mouvement à un terme de frottement proportionnel à la vitesse relative

soit $-M\,\Gamma\,\vec{v}$ ce terme , où Γ est la constante de viscosité qu'on peut déterminer expérimentalement d'après la largeur de la raie, (12).

L'équation complète du mouvement est alors

$$M\,\dot{\vec{v}} + \frac{8u\tau}{\rho_0}\,\overrightarrow{\text{grad}}\,\eta + M\,\vec{v}\,\Gamma = e\,\vec{\mathcal{E}}_s\,e^{i\omega t} \qquad (98)$$

$$\dot{\vec{v}} + \frac{8u\tau}{\rho_0}\,\overrightarrow{\text{grad}}\,\eta + \vec{v}\,\Gamma = \frac{e}{M}\,\vec{\mathcal{E}}_s\,e^{i\omega t} \qquad (99)$$

assortie de la même équation de continuité (89)

$$\ddot{\eta} = -\rho^{o}_{red}\,\text{div}\,\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\frac{N\,Z}{A^2}\,\rho_0\,\text{div}\,\dot{\vec{v}}$$

la résolution de ce système donne un moment dipolaire oscillant :

$$\vec{d} = \vec{\mathcal{E}}_s\,e^{i\omega t}\,\frac{NZ}{A^2}\,\frac{e^2}{M}\,\frac{I}{(R/\lambda_0)^2 - 2}\,\frac{I}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\Gamma\omega} \qquad (100)$$

(en fait l'équation (100) n'est qu'approchée et n'est valable qu'aux environs de ω_0 première fréquence de résonance - les fréquences supérieures jouent un rôle et la valeur complète de d est :

$$\vec{d} = \frac{NZ}{A^2}\,\frac{e^2}{M}\,\vec{\mathcal{E}}_s\,e^{i\omega t}\sum_n \frac{I}{(R/\lambda_n)^2 - 2}\,\frac{I}{\omega_n^2 - \omega^2 + i\Gamma\omega}$$

Dans la suite nous négligerons ces fréquences supérieures.
Notons la similitude de l'équation du mouvement (99)
avec l'équation du mouvement de l'électron dans la théorie électromagnétique de la dispersion -

Comme dans cette théorie donc, la différence de phase φ entre le champ excitateur et le moment dipolaire résultant est donnée par

$$\sin^2\varphi = \frac{(\Gamma\omega)^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\Gamma\omega)^2} \quad \text{ou} \quad \text{tg}\,\varphi = \frac{\Gamma\omega}{\omega^2 - \omega_0^2} \qquad (101)$$

Par ailleurs nous savons que la puissance électromagnétique absorbée est égale au flux du vecteur de Poynting à travers une surface d'aire σ :

soit : $\mathcal{R}_e\left[\mathcal{E}_s^* \, d\right] = \sigma I$

(σ = section efficace d'absorption)

avec $I = \frac{c}{4\pi}\left|\mathcal{E}_s\right|^2$ module du vecteur de Poynting

(103)

soit $$\sigma = \frac{4\pi}{c}\,\frac{NZ}{A}\,\frac{e^2}{M}\,\frac{1}{(R/\lambda_0)^2-2}\,\frac{1}{\Gamma}\sin^2\varphi \quad (104)$$

qu'on écrit :

$$\sigma = 4\pi\,\frac{NZ}{A}\,\frac{m}{M}\,\frac{\hbar c}{e^2}\,\frac{I}{(R/\lambda_0)^2-2}\,\frac{mc^2}{\hbar\Gamma}\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2\sin^2\varphi \quad (105)$$

. l'aire comprise entre la courbe de résonance et l'axe des énergies est comme nous l'avons dit :

$$\int \hbar\sigma\, d\omega \quad (106)$$

$$= 4\pi\hbar\,\frac{NZ}{A}\,\frac{m}{M}\,\frac{\hbar c}{e^2}\,\frac{I}{(R/\lambda_0)^2-2}\,\frac{mc^2}{\hbar\Gamma}\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2\int\frac{(\Gamma\omega)^2\, d\omega}{(\omega^2-\omega_0^2)^2} \quad (107)$$

en faisant les approximations convenables ($\omega_0 \gg \Gamma$)

on a $\int_0^\infty \sin^2\varphi\, d\omega = \frac{\pi}{2}\Gamma$ donc

$$\int_0^\infty \sigma\, dE = 2\pi^2\,\frac{NZ}{A}\,\frac{m}{M}\,\frac{\hbar c}{e^2}\,\frac{I}{(R/\lambda_0)^2-2}\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2 mc^2 \quad (108)$$

numériquement : $6{,}5 \;\; A \;\; 10^{-27}\ cm^2 - Mev$ (109)

Pour un noyau moyen (A = 100) , la section efficace intégrée est d'après cette théorie :

$$0{,}65 \,.\, 10^{-24}\ Mev - cm^2 \quad (110)$$

Cette valeur est en accord avec l'expérience qui pour un tel noyau donne une valeur de l'aire comprise sous la courbe σ de l'ordre de 10^{-24} Mev-cm^2

3 - <u>La Largeur</u>

Une application intéressante de la théorie classique de steinwedel et Jensen nous est donnée par l'explication de la variation de la largeur de la résonance en fonction du nombre total de nucléons A des noyaux .

BU LILLE

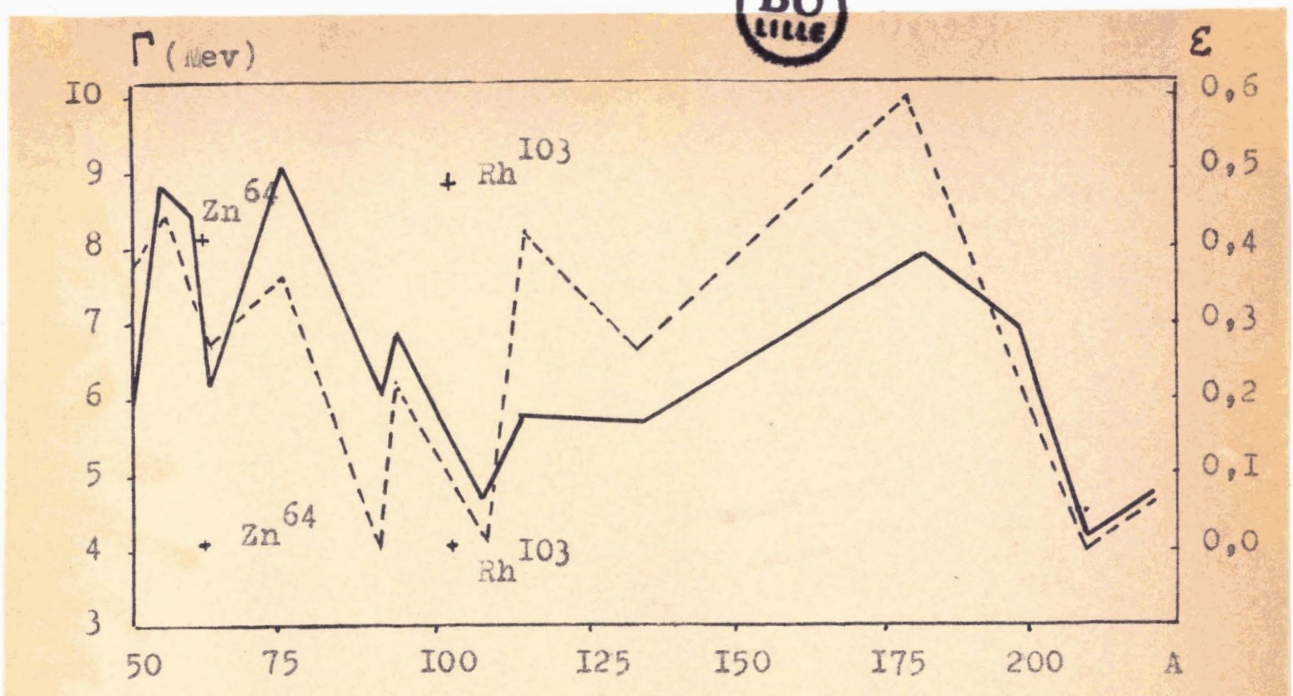


FIG -7- En pointillés : $\epsilon = f(A)$

En trait plein : $\Gamma = f'(A)$

La largeur Γ est maximum pour les noyaux ayant des moments quadrupolaires anormalement grands, c'est-à-dire pour les noyaux ayant une forme ellipsoïdale (13)

Remarque :
(On explique cette déformation du noyau de la manière suivante :
On admet que le noyau est formé de "couches " de nucléons ("couches" de 2-8-20-26... nucléons) formant le "coeur" du noyau dont la distribution de charges ρ ($\vec{r}$) est modifiée par l'interaction des nucléons extérieurs au "coeur" - il s'en suit une déformation du "coeur")

On considère le noyau non déformé comme une sphère de rayon R et de charge totale Ze homogène - quand il se déforme en un ellipsoïde de demi-axes a et b , ni son volume, ni sa charge totale n'ont changé - le moment quadrupolaire est alors donné par :

$$Q = \epsilon \frac{4}{5} Z R^2 \qquad (111)$$

ϵ étant l'excentricité $\frac{a-b}{R}$ et les termes en ϵ^2 étant négligés -

La mesure expérimentale de Q nous donne ϵ -

En portant sur un même graphique $\epsilon = f(A)$ et $\Gamma = f'(A)$

on remarque que l'analogie des 2 courbes est très nette

Or d'après la théorie de Steinwedel et Jensen :

$\hbar \omega_0 = E_m \simeq 60. A^{-1/3}$ Mev pour un noyau considéré comme une sphère

c'est à dire que

E_m est proportionnel à R^{-1} -

quand le noyau est un ellipsoïde, la résonance est dédoublée en 2 parties dont les énergies seront sensiblement proportionnelles à a^{-1} et b^{-1}

On peut grâce à l'expérience obtenir les valeurs de E_m ; Q , R d'où Δ E -

Posons Γ_0 largeur de la courbe de résonance pour un noyau dont le moment quadrupolaire est nul, en admettant l'égalité de Δ E et $\Delta\Gamma$; la largeur pour un noyau voisin déformé est $\Gamma = \Gamma_0 + \Delta\Gamma$

On peut ainsi comparer la largeur Γ calculée théoriquement à celle mesurée expérimentalement -
le tableau ci-dessous est obtenu de cette manière -

l'accord avec l'expérience est bon

Tableau I - Valeurs des excentricités et largeurs pour des noyaux ayant un grand moment quadrupolaire

Eléments		(Mev) n = 1		calculé	expérim.
$_{23}V^{51}$	0,38	1.6	4,2 (Ca^{40})	5.8	5.8
$_{25}Mn^{55}$	0,45	2.2	6.3 (Fe^{54})	8.5	8.8
$_{27}Co^{59}$	0,44	2,1	6.3 (Fe^{54})	8.4	8.4
$_{33}As^{75}$	0.35	0.8	6.3 (Fe^{54})	7.1	9.0
$_{49}I^{115}$	0.40	1.4	4,6 (Ag^{109})	6.0	5.8
$_{73}Ta^{181}$	0.59	3.4	5.7	9.1	7.9

(Ce dédoublement a d'ailleurs été par la suite mis en évidence de façon directe. C'est ainsi que la section efficace d'émission des Photoneutrons pour le Tantale présente très nettement les deux maxima caractéristiques .

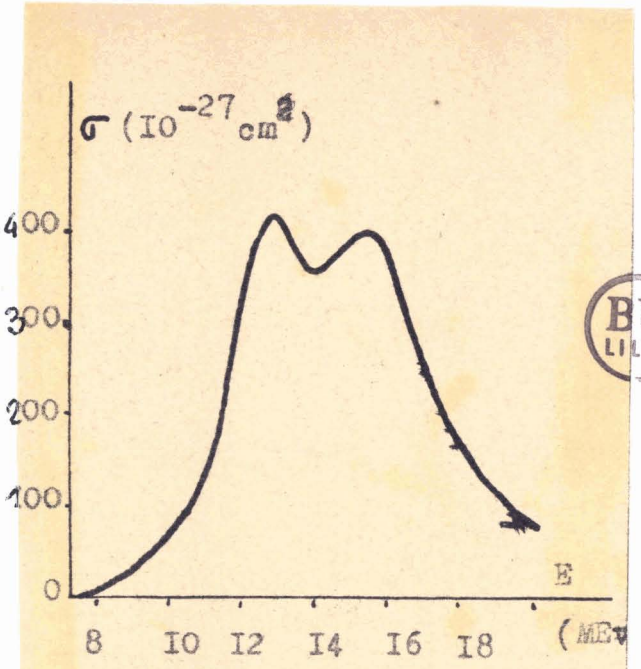


FIG -8- (I4)

BU LILLE

Mais lorsqu'on ne possède pas une résolution suffisante on ne sépare pas les deux résonances et on observe seulement une largeur importante pour ces noyaux

Si ΔE est la différence entre ces deux énergies :

alors $$\frac{\Delta E}{E_m} = \frac{b^{-I} - a^{-I}}{R^{-I}} \simeq \epsilon = \frac{5Q}{4ZR^2} \qquad (112)$$

V - L'EXPLICATION DE LA RESONANCE GEANTE PAR UN MODE DE MOUVEMENT COLLECTIF DU NOYAU (METHODE QUANTIQUE).

Dans la théorie de Steinwedel et Jensen exposée ci-dessus nous avons supposé que protons et neutrons se comportaient comme deux fluides compressibles dont la densité moyenne en chaque point était constante et également que la forme du noyau restait inchangée lors du mouvement collectif .

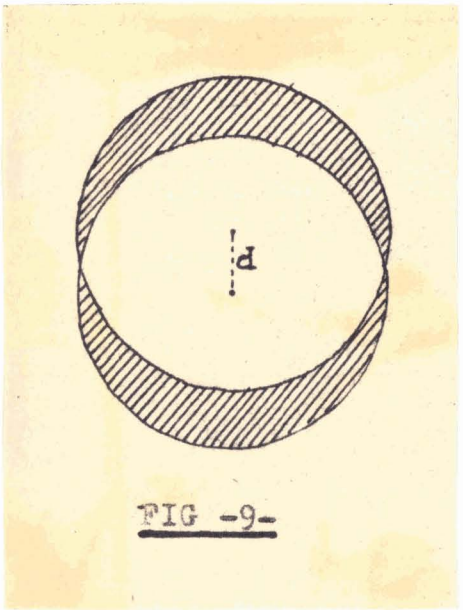


FIG -9-

Nous pouvons également considérer le noyau comme étant composé de 2 fluides incompressibles s'interpénétrant (3° modèle de Goldhaber et Teller) (12) ; lors de la vibration dipolaire il apparaîtra donc des régions où ces fluides seront séparés suivant la figure ci-contre.

Pour une distance d donnée des centres de gravité des protons et des neutrons le volume hachuré sera proportionnel à R^2 - Par ailleurs la force de rappel est proportionnelle au volume en question donc à R^2 , tandis que le terme de masse dû à la totalité des nucléons sera proportionnel au volume du noyau soit à R^3 - La fréquence de vibration variant comme la racine carrée du rapport de ces 2 quantités sera proportionnelle à $R^{+\frac{1}{2}}$

Ce résultat a été retrouvé par Myazima et Tamura (15) , (16) en utilisant la mécanique quantique et en reprenant une méthode de Tomonaga et Fujita (17) , (18)

On part de l'idée générale suivante : un mouvement réel quelconque est la superposition de différents modes normaux de mouvement.

1 - La notion de modes normaux.

Montrons sur un exemple l'intérêt des modes normaux.
Supposons une molécule triatomique linéaire représentée par le schéma ci-contre

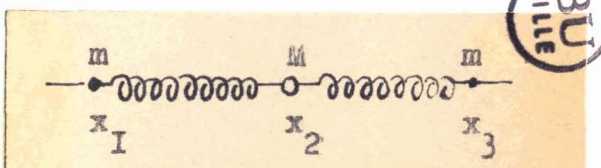


FIG -IO-

BU Lille

à l'équilibre les 2 atomes de masse m. sont symétriques par rapport à l'atome de masse M et séparés par la distance 2b.

Supposons que le potentiel se réduise à une somme de 2 termes :

$$V = \frac{k}{2}(x_2 - x_1 - b)^2 + \frac{k}{2}(x_3 - x_2 - b)^2$$

Introduisons les coordonnées relatives aux positions d'équilibre :

$$\eta_i = x_i - x_{oi}$$

avec $x_{o_2} - x_{o_I} = x_{o_3} - x_{o_2} = b$

L'énergie potentielle V se réduit à :

$$V = \frac{k}{2}(\eta_2 - \eta_I)^2 + \frac{k}{2}(\eta_3 - \eta_2)^2$$

De même on montre qu'on peut écrire l'énergie cinétique :

$$T = \frac{m}{2}(\dot{\eta}_I^2 + \dot{\eta}_3^2) + \frac{M}{2}\dot{\eta}_2^2$$

Comme pour les circuits Electriques nous sommes amenés à rechercher une solution de la forme : $\eta_i = C\, A_i \exp(i\omega t)$

C étant une constante pour les 3 atomes

En portant dans les Equations du mouvement on trouve :

$$\omega_I = 0 \qquad \omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \omega_3 = \sqrt{\frac{k}{m}\left(I + \frac{m}{M}\right)}$$

la fréquence ω_I nulle signifie que la molécule subit une translation d'ensemble .

Dans la vibration de pulsation ω_2 , M est fixe et les atomes de masse m seuls oscillent .

Dans la vibration de pulsation ω_3 les 3 atomes oscillent.

Le mouvement complexe de la molécule triatomique linéaire a donc été décomposé en 3 mouvements composants ou modes normaux linéaires -

Soit : une translation

une oscillation des 2 atomes m.

une oscillation des 3 atomes

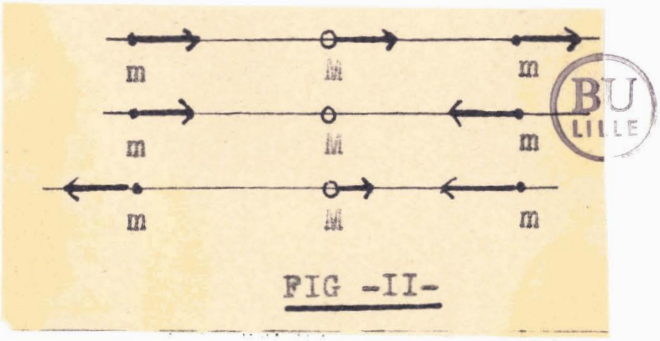


FIG -II-

BU LILLE

Pour déterminer complètement ces modes il resterait à calculer les amplitudes a_{ij} de chaque atome pour chaque mode

2 .- Etude du mode collectif de mouvement (théorie quantique)

Etudions le mode collectif de mouvement qui correspond à l'oscillation des protons par rapport aux neutrons.

Nous prendrons comme coordonnée collective la distance entre les centres de gravité des fluides protoniques et neutroniques conformément au modèle de Goldhaber et Teller - soit :

$$\xi = Z_P - Z_N \qquad (113)$$

Oz étant l'axe suivant lequel se réalise l'oscillation dipolaire -

Par ailleurs $Z_P = \sum_i^Z z_i/Z$ par définition du centre de gravité , les z_i étant les abscisses des protons et Z le nombre de protons dans le noyau.

De même pour les neutrons : $Z_N = \sum_i^N z_i/N$

la coordonnée ξ peut encore s'écrire :

$$\xi = \sum_i^A t_i z_i \qquad (114)$$

$$\text{Avec} \quad t_i = \frac{I - \tau_z^i}{2Z} - \frac{I + \tau_z^i}{2N} \qquad (115)$$

τ_z^i étant la composante sur z du spin isotopique du ième nucléon.

$\tau_z = 1$ pour le neutron

$\tau_z = -1$ pour le proton -

(nous employons la notation de Blatt et Weisskopf)

$\frac{I - \tau_z^i}{2}$ et $\frac{I + \tau_z^i}{2}$ sont respectivement l'opérateur "projecteur" de protons et l'opérateur "projecteur" de neutrons.

<u>remarque</u> - les 3 directions x y z des composantes du spin isotopique ne sont pas les 3 directions de l'espace ordinaire mais bien de l'espace de charge (ou espace de spin isotopique) - les composantes du spin isotopique ont les mêmes propriétés de commutation que celles du spin

supposons maintenant que l'interaction entre 2 nucléons est une combinaison d'interactions de Wigner et de Majorana et ce avec les intensités proportionnelles respectivement à (1 - x) et x.

L'équation de Schrödinger s'écrit :

$$H_o \Psi_o = E \Psi_o \qquad (116)$$

avec l'halmiltonien $H_o = -\sum_i \frac{I}{2m} \Delta_i + V$ (117)

et $V = \sum_{i<j} V_{ij}$ (II8)

où $V_{ij} = V_o (r_{ij}) (1 - x + x P^r_{ij})$ (119)

P^r_{ij} étant l'opérateur de changement de position de Majorana, il est défini par :

$$P^r_{ij} \Psi(r_I \sigma_2 r_2 \sigma_2) = \Psi(r_2 \sigma_I r_I \sigma_2) \qquad (120)$$

c'est à dire que les forces de Majorana intervertissent les positions et non les spins .

Mais $P^r_{ij} = - P^\sigma_{ij} P^\tau_{ij}$ (121)

P^σ_{ij} étant l'opérateur d'échange des spins $= \frac{1}{2} (I + \sigma_i \sigma_j)$

P^{τ}_{ij} l'opérateur d'échange des spins isotopiques .

$$P^{\tau}_{ij} = \frac{1}{2} (I + \tau_i \tau_j) \qquad (122)$$

d'où $$P^{r}_{ij} = - P^{\sigma}_{ij} \frac{I + \tau_i \tau_j}{2} \qquad (123)$$

$\tau_i \tau_j$ est un produit scalaire et s'écrit

$$\tau_i \tau_j = \tau^i_x \tau^j_x + \tau^i_y \tau^j_y + \tau^i_z \tau^j_z \qquad (124)$$

ξ étant fonction de τ^i_z et τ^j_z, il y aura commutation entre ξ et le troisième terme de (124), les 2 premiers termes du 2° membre ne commuteront pas avec ξ

L'énergie potentielle du noyau s'écrit : $V = \sum_{i<j} V_{ij}$

avec $V_{ij} = V_o (r_{ij}) (1 - x + x P^{r}_{ij})$

soit en tenant compte de (123) :

$$V_{ij} = V_o \left(I - x - x P^{\sigma}_{IJ} \frac{I + \tau^i_x \tau^j_x + \tau^i_y \tau^j_y + \tau^I_z \tau^j_z}{} \right)$$

Définissons

$$\sum_{i<j} V^{(o)}_{ij} = \sum_{i<j} V_o (r_{ij}) \left[I - x - x P^{\sigma}_{ij} \frac{I + \tau^i_z \tau^j_z}{2} \right]^2 \qquad (125)$$

$$\sum_{i<j} V^{(I)}_{ij} = - \sum_{i<j} V_o (r_{ij}) x P^{\sigma}_{ij} \frac{\tau^i_x \tau^j_y + \tau^i_y \tau^j_y}{2} \qquad (126)$$

Et l'hamiltonien H_o s'écrit grâce à (125) et (126)

$$H_o = - \sum_i \frac{\hbar^2}{2m} \Delta_i + \sum_{i<j} V^{(o)}_{ij} + \sum_{i<j} V^{(I)}_{ij} \qquad (127)$$

Dans cette expression seul

$\sum_{i<j} V^{(o)}_{ij}$ commute avec ξ -

Nous nous proposons comme but final la décomposition complète de l'halmiltonien en 2 parties, l'une correspondant au mouvement collectif des particules et l'autre à leur mouvement intrinsèque c'est à dire le mouvement non cohérent qui se produit entre les particules - mouvement qui n'entre pas en jeu dans l'explication du phénomène de résonance géante.

Pour simplifier nous considérerons un modèle à 2 dimensions

Introduisons une coordonnée supplémentaire α et son impulsion conjuguée β , toutes deux indépendantes des variables des particules (Par définition $\{\alpha, \beta\} = i\hbar$) -

Comme l'Hamiltonien H_o de notre noyau est fonction seulement des coordonnées des particules et de leurs impulsions , tandis que les opérateurs α et β sont supposés être indépendants de ces variables, l'introduction de α et β dans notre Hamiltonien ne produit aucun changement - Cependant au lieu d'avoir 2 A variables de position :

x_1 , y_1 ,..... x_A , y_A, nous en avons $2A + I$

: x , y ..... , x_A , y_A , α C'est à dire que notre

système aura un degré de liberté de plus que le système initial - Nous devons en conséquence imposer une condition subsidiaire afin que le système reste identique au système primitif . Le plus simple est de poser

$$\alpha \psi_0 = 0 \qquad (128)$$

ψ_0 étant prise à priori comme fonction de α , x_i , y_i

Il est évident que le fait d'admettre que ψ_0 soit fonction de α également , ne modifie pas la valeur de ψ_0 puisque pour les fonctions d'onde intéressantes on a d'après la condition subsidiaire $\alpha = o$

Transformons canoniquement H_0 en H_1 tel que $H_1 = U_1^{-1} \cdot H_0 \, U_1$ avec

$$U_1 = \mathrm{Exp}\left(\frac{i}{\hbar} \xi \beta\right) \qquad (129)$$

Transformons d'abord la partie cinétique T_0 de H_0

$$T_0 = \frac{1}{2m} \sum_i p_{z_i}^2$$

$$T_1 = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \beta \sum_k t_k z_k\right) \frac{1}{2m} \sum_i p_{z_i}^2 \exp\left(\frac{i}{\hbar} \beta \sum_k t_k z_k\right) \qquad (130)$$

la transformée de la somme étant la somme des transformées, on va d'abord effectuer la transformation de $p_{z_i}^2$ et sommer ensuite sur l'indice i

$$T_{1_i} = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \beta \sum_k t_k z_k\right) \frac{1}{2m} p_{z_i}^2 \exp\left(\frac{i}{\hbar} \beta \sum_k t_k z_k\right)$$

or $$U_1^{-1} p_{z_i}^2 U_1 = U_1^{-1} p_{z_i} U_1 U_1^{-1} p_{z_i} U_1 = \left(U_1^{-1} p_{z_i} U_1\right)^2$$

Donc la transformée de $p_{z_i}^2$ est le carré de la transformée de p_{z_i}

Donc il suffit de chercher la transformée de p_{z_i} soit :

$$\exp\left(-\frac{i}{\hbar} \beta \sum t_k z_k\right) p_{z_i} \exp\left(\frac{i}{\hbar} \beta \sum t_k z_k\right)$$

Dans les exponentielles les termes n'ayant pas l'indice i commutent et il reste :

$$\exp\left(-\frac{i}{\hbar} \beta t_i z_i\right) p_{z_i} \exp\left(\frac{i}{\hbar} \beta t_i z_i\right)$$

or

$$[p_{z_i}, U_1] = p_{z_i} U_1 - U_1 p_{z_i} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial z_i} U_1$$

$$p_{z_i} U_1 = U_1 p_{z_i} - i\hbar \frac{\partial}{\partial z_i} U_1 = U_1 p_{z_i} + \left(\frac{\partial}{\partial z_i} \beta \xi\right) U_1$$

d'où $$U_1^{-1} p_{z_i} U_1 = p_{z_i} + \frac{\partial}{\partial z_i}(\beta \xi) = p_{z_i} + \beta t_i$$

soit $$T_1 = \frac{1}{2m} \sum_i \left(p_{z_i} + \beta t_i\right)^2 \qquad 131)$$

ce qu'on écrit après développement :

$$T_1 = \frac{1}{2m} \sum_i \left(p_{z_i}^2 + \beta^2 t_i^2 + 2 p_{z_i} \beta t_i\right)$$

$$= \frac{1}{2m}\sum_i p_{z_i}^2 + \frac{1}{2m}\beta^2 \sum_i t_i^2 + \beta/m \sum_i p_{z_i} t_i$$

où $$\sum_i t_i^2 = \sum_i \left(\frac{1-\tau_z^i}{2Z} - \frac{1+\tau_z^i}{2N} \right)^2$$

$$= \sum_i \frac{1+\tau_z^{i\,2} - 2\tau_z^i}{4Z^2} + \sum_i \frac{1+\tau_z^{i\,2} + 2\tau_z^i}{4N^2} - 2\sum \frac{(1-\tau_z^i)(1+\tau_z^i)}{4ZN}$$

$\tau_z^{i\,2} = 1$ par ailleursil est évident que d'après la définition des opérateurs d'échange de protons et de neutrons le troisième terme de la somme ci-dessus est nul d'où

$$\sum_i t^2_i = \frac{Z}{Z^2} + \frac{N}{N^2} = \frac{A}{NZ} \qquad (132)$$

On va maintenant rechercher l'impulsion π conjuguée de ξ (π devant être de la forme K $\sum t_k p_h$ avec K = constante et satisfaire la relation de commutation $(\xi, \pi) = i\hbar$

$(\xi, \pi) = (\xi\pi - \pi\xi)$ mais pour $i \neq k$ il y a commutation d'où $(\xi, \pi) =$

$$K \sum_K t^2_k (z_k p_{z_k} - p_{z_k} z_k) = i\hbar K \sum_K t^2_k$$

$$= i\hbar K \frac{A}{N^2} \qquad (133)$$

Pour qu'il y ait la relation de commutation canonique $(\xi, \pi) = i\hbar$, il faut donc que $K = \frac{NZ}{A}$

d'où $$\pi = \frac{NZ}{A} \sum_i t_i p_{z_i} \qquad (134)$$

D'où en se servant de (132) (133) et (134)

$$T_1 = \frac{1}{2m}\sum_i p^2_{z_i} + \frac{A}{NZm}\pi\beta + \frac{A}{2NZm}\beta^2 \qquad (135)$$

Effectuons maintenant la transformée de l'énergie potentielle -

$\sum_{i<j} V^{(0)}_{ij}$ reste invariant -

Etablissons la transformée de $\sum_{i<j} V^{(1)}_{ij}$

$$V^{(1)}_{ij} = -x V_0(r_{ij}) P^\sigma_{ij} (\tau^i_x \tau^j_x + \tau^i_y \tau^j_y)$$

seule la partie $\tau^i_x \tau^j_x + \tau^i_y \tau^j_y$ subira une transformation

seuls les termes d'indice i et j ne commuteront pas, il restera :

$$\exp\left[-\frac{i}{\hbar}\beta(t_i z_i + t_j z_j)\right](\tau^i_x \tau^j_x + \tau^i_y \tau^j_y)\exp\left[+\frac{i}{\hbar}\beta(t_i z_i + t_j z_j)\right]$$

Envisageons l'exposant de l'exponentielle :

$$-\frac{i}{\hbar}\beta\left[\left(\frac{1-\tau_z^i}{2Z}-\frac{1+\tau_z^i}{2N}\right)z_i+\left(\frac{1-\tau_z^j}{2Z}-\frac{1+\tau_z^j}{2N}\right)z_j\right]$$

Dans la transformation, les termes ne contenant pas de τ_z vont commuter, il suffit donc de garder

$$\frac{i}{\hbar}\beta\left[\left(\frac{\tau_z^i}{2Z}+\frac{\tau_z^i}{2N}\right)z_i+\left(\frac{\tau_z^j}{2Z}+\frac{\tau_z^j}{2N}\right)z_j\right]$$
$$=\frac{i}{2\hbar}\beta\frac{A}{NZ}\left(\tau_z^i z_i+\tau_z^j z_j\right)$$

Il suffit donc d'effectuer :

$$\exp\left(-\frac{iK'}{2}\left(\tau_z^i z_i+\tau_z^j z_j\right)\right)\left(\tau_x^i\tau_x^i+\tau_y^i\tau_y^j\right)\exp(+\cdots$$

avec $K' = \beta/\hbar \cdot A/NZ$

ou encore :

$$\left[\exp\left(-\frac{iK'}{2}\tau_z^i z_i\right)\tau_x^i\exp\left(\frac{iK'}{2}\tau_z^i z_i\right)\right]\left[\exp\left(-\frac{iK'}{2}\tau_z^j z_j\right)\tau_x^j\exp\left(\frac{iK'}{2}\tau_z^j z_j\right)\right]$$
$$+\left[\exp\left(-\frac{iK'}{2}\tau_z^i z_i\right)\tau_y^i\exp\left(\frac{iK'}{2}\tau_z^i z_i\right)\right]\left[\exp\left(-\frac{iK'}{2}\tau_z^j z_j\right)\tau_y^j\exp\left(\frac{iK'}{2}\tau_z^j z_j\right)\right]$$

or on sait que :

$$\exp\left(i\frac{\tau_z^i}{2}\varphi\right)\tau_x\exp\left(-i\frac{\tau_z^i}{2}\varphi\right)=\tau_x^i\cos\varphi-\tau_y^i\sin\varphi$$
$$\exp\left(i\frac{\tau_z^i}{2}\varphi\right)\tau_y\exp\left(-i\frac{\tau_z^i}{2}\varphi\right)=\tau_x^i\sin\varphi+\tau_y^i\cos\varphi$$

avec ici $\varphi = K'z_i$ ou $K'z_j$

on obtient en remplaçant les produits comportant des exponentielles par les sommes correspondantes et en effectuant un développement limité au 2° degré en $(z_i - z_j)$

$$U_1^{-1}\left(\tau_x^i\tau_x^j+\tau_y^i\tau_y^j\right)U_1=\left(\tau_x^i\tau_x^j+\tau_y^i\tau_y^j\right)+$$
$$+\left(\tau_x^i\tau_y^j-\tau_x^j\tau_y^i\right)\beta A\cdot\frac{1}{NZ\hbar}\left(z_i-z_j\right)-$$
$$-\frac{1}{2}\left(\tau_x^i\tau_x^j+\tau_y^i\tau_y^j\right)\left(\frac{A}{NZ}\right)^2\cdot\beta^2\cdot\frac{1}{\hbar^2}\left(z_i-z_j\right)^2+\cdots\cdots$$

D'où finalement pour $U_1^{-1}V_{ij}^{(1)}U_1$:

$$V_{ij}^{(1)}-xV_0(r_{ij})P_{ij}^{\sigma}\frac{A}{NZ}\left(z_i-z_j\right)\left(\tau_x^i\tau_y^j-\tau_x^j\tau_y^i\right)\frac{\beta}{\hbar}-$$
$$-\frac{1}{2}V_{ij}^{(1)}\left(\frac{A}{NZ}\right)^2\left(z_i-z_j\right)^2\beta^2/\hbar^2+\cdots\cdots \qquad (136)$$

Par conséquent la transformée de H_0 :

$$H_1=T_1+\sum_{i<j}V_{ij}^{(0)}+\sum_{i<j}U_1^{-1}V_{ij}^{(1)}U_1$$

a pour valeur (en se limitant au 2° ordre en $(z_i - z_j)$

$$H'_o + \frac{A}{NZm}\pi\beta + \frac{A}{2NZm}\beta^2 + \sum_{i<j} V_{ij}^{(1)} -$$
$$- x \sum_{i<j} V_o(r_{ij}) \frac{A}{NZ} P_{ij}^{\sigma}(z_i - z_j)(\tau_x^i \tau_y^j - \tau_y^i \tau_x^j)\frac{\beta}{\hbar} -$$
$$- \frac{1}{2}\left(\frac{A}{NZ}\right)^2 \sum_{i<j} V_{ij}^{(1)}(z_i - z_j)^2 \beta^2/\hbar^2 \qquad (137)$$

avec $H'_o = \frac{1}{2m}\sum_i p_{z_i}^2 + \sum_{i<j} V_{ij}^{(o)}$

le 5ème terme de l'expression (137) contient la sommation d'un facteur linéaire $(z_i - z_j)$ et peut être négligé vis à vis des autres termes.

Afin de montrer plus nettement que l'Hamiltonien est fonction de α , nous allons réaliser une deuxième transformation canonique

$$\Psi_1 \longrightarrow \Psi_2 \quad \text{avec} \quad U_2 \Psi_1 = \Psi_2$$

et $U_2 = \exp\left(-i/\hbar \cdot \pi\alpha\right)$

alors $H_1 \longrightarrow H_2 = U_2^{-1} H_1 U_2$.

En utilisant la méthode de calcul exposée en détail dans la première transformation canonique on trouve :

$$H_2 = \left[\!\left[\frac{A}{2NZm}\beta^2 + \frac{i^2}{2\hbar^2}\left[\pi\left[\pi, \sum_{i<j} V_{ij}^{(o)}\right]\right]\alpha^2 \right]\!\right] +$$
$$+ \left[H'_o - \frac{A}{2NZm}\pi^2 \right] +$$
$$+ \sum_{i<j} \left[\!\left[V_{ij}^{(1)} + \frac{i}{\hbar}\left[\pi, V_{ij}^{(1)}\right]\alpha + \frac{i^2}{2\hbar^2}\left[\pi, \left[\pi, V_{ij}^{(1)}\right]\right]\alpha^2 \right]\!\right] -$$
$$- x\left(\frac{A}{NZ}\right)^2 \sum_{i<j} \left[\!\left[V_{ij}^{(1)}(z_i - z_j)^2 + \frac{i}{\hbar}\left[\pi, V_{ij}^{(1)}(z_i - z_j)^2\right]\alpha + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{i^2}{2\hbar^2}\left[\pi, \left[\pi, V_{ij}^{(1)}(z_i - z_j)^2\right]\right]\alpha^2 \right]\!\right] (\beta - \pi)^2 \qquad (138)$$

le premier terme de (138) a la forme de l'hamiltonien d'un oscillateur harmonique-

Les autres termes représentent l'interaction du mode collectif avec la partie incohérente du mouvement des nucléons et le mouvement incohérent lui-même c'est à dire les collisions entre les nucléons .

Par ailleurs si nous remplaçons le coefficient de α^2 par sa valeur moyenne prise sur le mouvement interne, nous pouvons calculer la fréquence de l'oscillation dipolaire c'est à dire l'énergie de résonance E_m .

Fujita a fait ce calcul pour x = o

Soit $f(\vec{K})$ la transformée de Fourier de $V_o(\vec{r}_{mn})$

Calculons le coefficient de α^2 dans l'expression (138) - c'est

$$\frac{i^2}{2\hbar^2}\left[\pi\left[\pi\,,\sum_{m<n} V^{(o)}_{mn}\right]\right]$$

Comme x = o :

$$V^{(o)}_{mn} = V_o(\vec{r}_{mn}) = \int f(\vec{K})\exp\left[i\vec{K}(\vec{r}_m-\vec{r}_n)\right]d\vec{K}$$

Par ailleurs : $\pi = -i\hbar\,\frac{NZ}{A}\sum_i \tau_i\frac{\partial}{\partial z_i}$

puis , se servant de la relation

$$\left[\frac{\partial}{\partial z}\,,G\right] = \frac{\partial G}{\partial z}$$

avec ici $G = f(\vec{K})\exp\left[i\vec{K}(\vec{r}_m-\vec{r}_n)\right]$

on montre que :

$$\left[\pi\,,\sum_{m<n} V^{(o)}_{mn}\right] = \hbar\sum_{m<n}\int i f(\vec{K})\,K_z\exp\left[i\vec{K}(\vec{r}_m-\vec{r}_n)\right]d\vec{K} \quad (139)$$

Puisque le coefficient de α^2 est :

$$-\sum_{m<n}\int f(\vec{K})\,K_z^2\exp\left[i\vec{K}(\vec{r}_m-\vec{r}_n)\right]d\vec{K} \quad (140)$$

la valeur moyenne de cette expression est :

$$-\sum_{m<n}\int f(\vec{K})\,K_z^2\left\langle\exp\left[i\vec{K}(\vec{r}_m-\vec{r}_n)\right]\right\rangle d\vec{K} \quad (141)$$

or par définition :

$$\left\langle\exp\left[i\vec{K}(\vec{r}_m-\vec{r}_n)\right]\right\rangle = 1/V^2\iint e^{i\vec{K}(r_m-r_n)}\,dV_m\,dV_n \quad (142)$$

où V estle volume du noyau de rayon $R = r_o\,A^{1/3}$

et les dV des éléments de volume entourant chaque particule.

(On suppose la densité uniforme dans le noyau) -

En calculant l'intégrale (142) , on obtient la valeur moyenne du coefficient de α^2 prise sur le mouvement interne :

$$-\frac{3\pi}{r_o^6}\int_0^\infty f(\vec{K})\left[\frac{R^2}{2}+\frac{R^2}{2}\cos 2\vec{K}R+\frac{I}{2K^2}-\frac{\cos 2\vec{K}R}{2K^2}-\frac{R}{\vec{K}}\sin 2\vec{K}R\right]d\vec{K} \quad (143)$$

On prend pour potentiel le potentiel de Yukawa :

$$V_o(r) = V_o\,e^{-\mu r}/\mu r \quad (144)$$

alors $f(\vec{K}) = \dfrac{V_o}{2\pi^2\mu(K^2+\mu^2)}$ (145)

avec les valeurs : $V_o = -51$ Mev.

$$\mu = \frac{1}{1,125}\,10^{13}\ \text{cm}^{-1}$$

Donc l'expression prend la forme

$$- \frac{3 V_0 A^{2/3}}{8 \mu^2 r_0^4} \left(1 - \frac{1}{\mu^2 R^2}\right) \qquad (146)$$

$$\text{et } E_m = \hbar \nu = \hbar \frac{1}{2 \mu r_0^2} \sqrt{\frac{3 V_0 A^{2/3}}{2 M} \left(\frac{1}{\mu^2 R^2} - 1\right)} \qquad (147)$$

La concordance avec l'expérience est montrée sur le graphique ci-dessous où les croix sont les résultats expérimentaux - la courbe correspond à une valeur de r_0 égale à : $1,35.10^{-13}$ cm

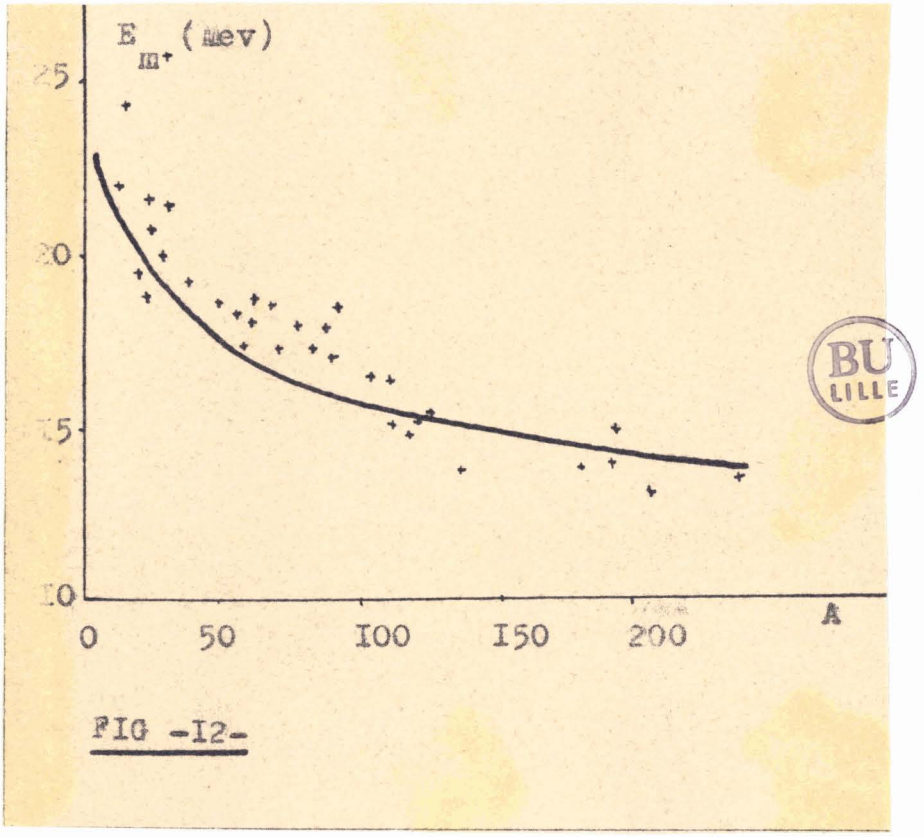


FIG -12-

BU LILLE

- l'accord avec l'expérience est bon.

VI - EXPLICATION PAR LE MODELE DES COUCHES

La première théorie de la résonance géante a été faite à l'aide du modèle collectif avec polarisation du noyau - modèle dans lequel la résonance correspond à une sorte d'oscillation des fluides protonique et neutronique l'un par rapport à l'autre.

Un tel modèle donne une bonne approximation de la valeur E_m de l'énergie de résonance, mais il ne dit rien de conforme à l'expérience sur la largeur Γ de la courbe donnant la section efficace de la réaction photonucléaire. Par ailleurs, jusque maintenant aucun calcul de E_m n'a été réalisé dans le cas où l'on introduit un terme d'échange (c'est à dire quand $x \neq o$ dans notre dernier calcul). or ce terme d'échange a une réalité physique importante - en le négligeant nous n'obtenons pas le même résultat pour la règle de somme a pliquée au moment dipolaire et pour la section efficace intégrée.

Une autre difficulté provient de l'émission "anormale de protons - en particulier pour les noyaux lourds - cette émiésion est mesurée par la section efficace de la réaction photonucléaire (γ, p) , elle est 10^4 fois plus forte qu'elle ne le serait si l'énergie d'excitation incidente se partageait également entre tous les nucléons . Pour lever cette difficulté il faut admettre que la théorie de Bohr du noyau composé ne s'applique pas obligatoirement et qu'il y a possibilité d'interaction directe par simple collision avec un photon - on a donc été amené à utiliser un autre modèle de noyau , le modèle des couches -

Dans ce modèle on suppose que les nucléons sont groupés en couches successives comme les électrons planétaires sont groupés autour du noyau dans le cas de l'atome - Ce modèle a été suggéré par de nombreuses particularités qualitatives - On a remarqué la grande stabilité de la particule α et du noyau d'oxygène O^{16} , ces 2 noyaux ont respectivement 2 protons et 2 neutrons et 8 protons et 8 neutrons . Cette propriété se généralise et les noyaux possèdant 2 - 8 - 20 - 28 - 50 - 82 ou 126 protons ou neutrons - ou les deux - sont particulièrement stables - Par ailleurs si un noyau ayant un tel nombre de protons possède une grande stabilité , ce noyau doit avoir de nombreux isotopes stables et c'est ce qu'on trouve en passant en revue les isotopes stables ; le nombre record d'isotopes stables est de 10 pour l'étain qui a z = 50 protons . Il en est de même si l'on compte le nombre de noyaux ayant un nombre N de neutrons donné , les 2 nombres maxima sont 7 pour N = 82 et 6 pour N = 50 -
on est donc amené à considérer les couches fermées pour 2 - 8 - 20 - 28 - 50 - 82 ou 126 nucléons -

Pour expliquer le phénomène de résonance géante à l'aide du modèle des couches on suppose qu'un proton ou qu'un neutron du noyau absorbe le photon incident et saute par une transition électrique dipolaire à la couche la plus proche de parité opposée [19] .

Par ailleurs, nous savons que pour que la section efficace intégrée soit égale au résultat de la règle de somme, il faut calculer celle-ci sur tous les nucléons - par conséquent , le phénomène de résonance géante ne peut s'expliquer en étudiant les seules transitions dipolaires des nucléons des couches non fermées .

Au contraire , ceux-ci étant beaucoup moins nombreux que les nucléons du "coeur" , c'est à ces derniers qu'est due l'action principale dans le phénomène . On suppose les A nucléons du noyau soumis à l'action d'un seul champ de forces central commun dérivant d'un potentiel .

on doit en fait se contenter des indications assez grossières que l'on a sur le champ moyen pour en tirer une forme du Potentiel - la plus simple à manier possible -

Pour un potentiel donné on peut calculer les niveaux d'énergie, puis les intensités des transitions entre ces différents niveaux .

C'est ainsi qu'en partant d'un puits de potentiel infini, la distribution des transition dipolaires électriques des protons se présente sous la forme suivante pour le plomb Pb^{208} -

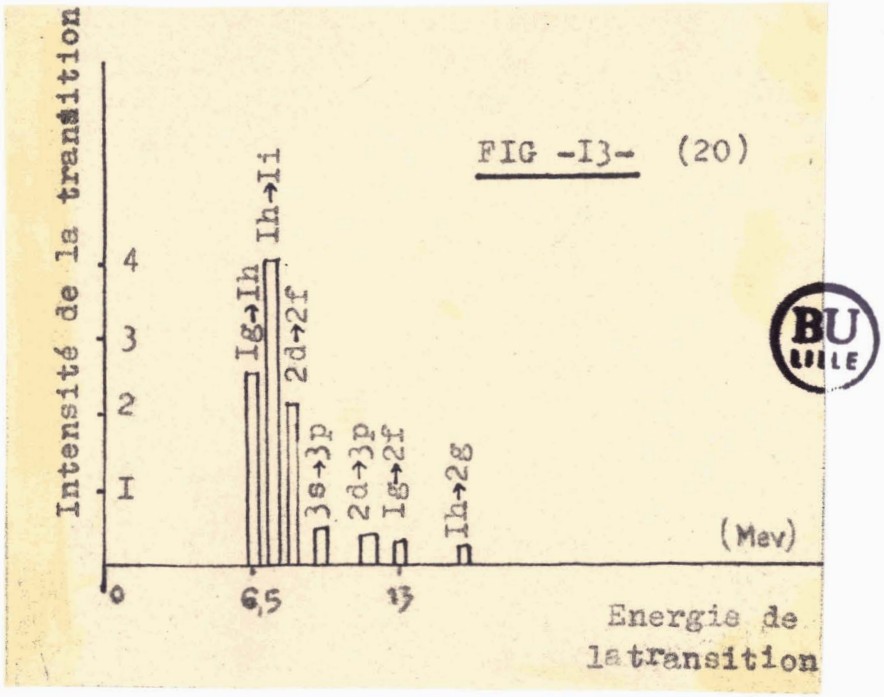


FIG -I3- (20)

BU LILLE

Pour un puits de potentiel de profondeur finie on obtient sensiblement les mêmes résultats ; le rapport des énergies de transition pour protons et neutrons est de 1,05 -

Par conséquent toutes les transitions E1 permises ont approximativement la même énergie , il y aura donc un maximum dans la section efficace d'absorption à cette énergie -

Envisageons maintenant la largeur Γ de la courbe -
La contribution la plus importante à la largeur vient des énergies différentes des diverses transitions possibles comme le montre la figure (cf. ci-dessus) Cette bande d'énergie est au plus égale à 3 Mev.

Par ailleurs il se peut que comme pour l'absorption d'un faisceau de neutrons , le noyau n'absorbe pas la totalité de l'onde incidente, qu'une partie se réfracte et interfère avec celle-ci . D'où un accroissement possible de la largeur (Wilkinson [19]) .

D'autre part nous avons vu que l'interaction des nucléons de la couche incomplète avec le "coeur " provoquait la déformation de celui-ci et le dédoublement de la résonance géante en deux maximums . Or ces 2 résonances sont proche l'une de l'autre : il y a empiètement et la largeur est augmentée comme nous l'avons souligné à propos de la théorie classique de Steinwedel et J H D Jensen -

Pour un noyau quelconque c'est à dire non entièrement formé de couches complètes de nucléons, la largeur est dûe à ces 3 effets . On trouve environ 6 è 7 Mev .

De cette manière semi-quantitative , nous obtenons un accord passable avec l'expérience .

VII - CONCLUSION ,

Jusqu'ici les théories collectives et individuelles de la résonance géante ont été présentées comme deux théories concurentes .

Nous allons montrer maintenant qu'elles sont en fait étroitement liées .(20) Dans le modèle des couches, et en prenant un potentiel central en r^2 ("potentiel d'oscillateur ") , l'hamiltonien du noyau est :

$$H = T_z + T_n + \frac{1}{2} k \left[\sum_i \vec{r}_i^{\,2} + \sum_j \vec{r}_j^{\,2} \right] \qquad (148)$$

où T_z et T_n sont les énergies cinétiques des protons et des neutrons respectivement Dans la partie potentielle, l'indice i indique les protons, l'indice j les neutrons .

Introduisons le vecteur position du centre de gravité du noyau

$$\vec{R} = \frac{1}{A} \left[\sum_i \vec{r}_i + \sum_j \vec{r}_j \right] = \frac{1}{A} Z \vec{R}_z + \frac{1}{A} N \vec{R}_N \qquad (149)$$

où $\vec{R}_n$ et $\vec{R}_z$ sont les vecteurs position des centres de gravité des neutrons et des Protons.

$$\vec{r} = \vec{R}_z - \vec{R}_n \quad \text{est la coordonnée relative} \qquad (150)$$

protons-neutrons .

Les impulsions conjuguées de ces 2 vecteurs sont respectivement

$$\vec{P} = \vec{P}_z + \vec{P}_N \qquad p = \frac{1}{A} (N \vec{P}_z - Z \vec{P}_n) \qquad (151)$$

l'Hamiltonien H prend alors la forme :

$$H = H_{Z_{int}} + H_{N_{int}} + \frac{1}{2} \frac{I}{AM} P^2 + \frac{1}{2} kAR^2 + \frac{A}{2NZM} p^2 + \frac{1}{2} k \frac{NZ}{A^2} r^2$$

$$H = H_{Z_{int}} + H_{N_{int}} + H_{c.d.g} + H_r \qquad (152)$$

Les termes $H_{Z_{int}}$ et $H_{N_{int}}$ ne sont fonctions que des variables qui caractérisent les protons et les neutrons respectivement

H_{cdg} n'est fonction que de R et P H_r uniquement de r et p .

Ces 4 parties de l'Hamiltonien commutent et la fonction d'onde du noyau est :

$$\Phi_1 = \psi_Z \; \psi_N \; \alpha_0(R) \; \beta_0(r) \qquad (153)$$

Φ_1 est la fonction d'onde quand le noyau est dans l'état fondamental.

Quand il aborde un photon , il y aura transition électrique dipolaire d'un nucléon .

Or à cause du recul du c.d.g. l'opérateur dipolaire Q n'est pas $e \sum_i r_i$ mais :

$$e \sum_i (r_i - R) = \frac{eNZ}{A} (R_Z - R_N) = \frac{eNZ}{A} r \qquad (154)$$

la fonction d'onde $\beta_0(r)$ prendra donc la val ur β_1 (r)

correspondant à l'état excité -

La fonction d'onde totale sera :

$$\Phi_1 = \psi_{Z_{int}} \chi_{N_{int}} \alpha_0(R) \beta_1(r) \qquad (155)$$

Elle représente le mouvement collectif d'oscillation dipolaire de tous les protons par rapport aux neutrons . (Les mouvements neutrons - neutrons et protons - protons n'étant pas perturbès) -

Donc la description de la résonance géante par le modèle des couches très simplifié que nous avons utilisé contient en fait le modèle collectif de Goldhaber et Teller :

quand le rayonnement électromagnétique est absorbé par le noyau lors d'une transition dipolaire, il se produit une combinaison linéaire d'excitations des particules qui correspond à l'excitation collective du noyau .

La description collective et celle due au modèle individuel étant contenues dans la même fonction d'onde dans l'effet photonucléaire , certains traits sont dûs à des phénomènes collectifs d'oscillation de tous les protons par rapport aux neutrons , cela n'excluant pas le fait que d'autres phénomènes découlent des nucléons individuels.

Ainsi le modèle de Wilkinson nous donne une réponse intéressante si nous lui demandons d'expliquer l'émission anormale des protons parce qu'il nous apprend que la probabilité avec laquelle les nucléons sont susceptibles d'être éjectés du noyau par simple collision avec un photon est loin d'être négligeable ; de même la largeur de la courbe pour les noyaux déformés due à l'interaction des nucléons de valence avec le coeur -

Par contre certains caractères de la résonance sont dûs au "coeur " et s'expliquent alors par le modèle collectif : oscillation du "coeur " : énergie E_m de résonance , collisions entre nucléons provoquant l'amortissement de la courbe et l'augmentation de la largeur .

BIBLIOTHEQUE INTERUNIVERSITAIRE
SECTION DE SCIENCES
LILLE

BIBLIOGRAPHIE

(I) Chadwick et Goldhaber - Nature I934, I34, 237

(2) Chastel - Journ Phys et Rad I953, I4, 56

(3) Hirzel et Waefler - Helv Phys Acta I947, 20, 373

(4) Baldwin et Klaiber - Phys Rev I947, 70, 259

(5) Blatt et Weisskopf - Theor nucl Phys (Wiley Edit) p468

(6) Bohm - Quantum Theory (Prentice Hall Edit) chap.I8

(7) Levinger et Bethe - Phys Rev I950, 78, II5

(8) Blatt et Weisskopf - Theor nucl Phys - p.656

(9) Steinwedel et Jensen - Z Naturforschung I950, 5a, 4I3

(I0) Feenberg - Rev Mod Phys I947, I9, 239

(II) Steinwedel et Danos - Z Naturf. I95I, 6a, 2I7

(I2) Goldhaber et teller - Phys Rev I948, 74, I046

(I3) Okamoto - Prog THeor Phys I956, I, I5

(I4) E.G Fuller - Congrés Phys nucl, Paris I958 (Dunod)p. 644

(I5) Myazima - Tamura -Prog Théor Phys I956, I5, 255

(I6) Tamura - Nuovo Cimento I956, 4, 7I3

(I7) Tomonaga - Prog Theor Phys I955 I3, 467

(I8) Fujita - Prog Theor Phys I956, I6, II2

(I9) Wilkinson - Physica I956, 22, I039

(20) Mayer et Jensen - Elem Theor ofnucl Shell Struct (Wiley) p. 53

(2I) Brink - Nuclear Physics I957, 4, 2I5

---

pages

I - Introduction..... 1

II - Propriétés de la Résonance Géante..... 3

a) Largeur

b) variation de l'énergie maximum

III - Caractère dipolaire de la résonance géante 5

IV - l'explication de la résonance géante par un mode de mouvement collectif du noyau

1) Fréquence de résonance 15

2) La section efficace..... 21

3) La largeur 22

V - Explication de la Résonance géante par un mode de mouvement collectif du noyau (Méthode quantique) 26

1) La Notion de modes normaux 26

2) Etude du mouvement collectif 27

VI - Explication par le modèle des couches 36

VII - Conclusion 39

Bibliographie 41