

THÈSES

50376
1962
1

50.376
1962
1

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE LILLE

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS-SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Jean, François POULIQUEN

licencié ès-sciences physiques — diplômé d'études supérieures

professeur à l'I.S.E.N.

(Laboratoire de l'Institut Supérieur d'Electronique du Nord — I.S.E.N.)

PREMIÈRE THÈSE



Diffraction à l'infini d'une onde lumineuse orthogonale à une onde ultrasonore
plane et progressive.

Calcul de l'intensité des raies du spectre par ordinateur électronique

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Soutenues le 6 avril 1962 devant la Commission d'examen.

MM. Jean ROIG

Président

Jean-Pierre PEREZ
Raymond WERTHEIMER
Jean-Claude HERZ

} Examineurs

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE LILLE

Doyen Honoraire : M. P. PRUVOST

Professeurs Honoraires :

MM. ARNOULT, BEGHIN, BROCHARD, CAU, CHAPELLON, CHAUDRON, CORDONNIER, DECARRIERE, DEHORNE, DOLLE, FLEURY, P. GERMAIN, LAMOTTE, LELONG, Mme LELONG, MM. MAZET, A. MICHEL, NORMANT, PARISELLE, PASCAL, PAUTHENIER, ROUBINE, WIEMANN, ZAMANSKY.

Doyen : M. PARREAU, Professeur de Mathématiques

Assesseur : M. ROUELLE, Professeur de Physique et Electricité Industrielles

	<u>Professeurs</u> :
MM. BONNEMAN-BEMIA	Chimie et Physico-Chimie industrielles
BONTE	Géologie appliquée
Mlle CHAMFY	Mathématiques
MM. CORSIN	Paléobotanique
DECUYPER	Mathématiques
DEFRETIN	Biologie marine
DEHEUVELS	Analyse supérieure et Calcul des Probabilités
DEHORS	Physique industrielle
DELATTRE	Géologie
Mlle DELWAULLE	Chimie minérale
MM. DESCOMBES	Calcul différentiel et intégral
DURCHON	Zoologie
GABILLARD	Radioélectricité et Electronique
GERMAIN	Chimie générale et Chimie organique
GLACET	Chimie
HEIM de BALSAC	Zoologie
HEUBEL	Chimie
HOCQUETTE	Botanique générale et appliquée
KAMPE de FERIET	Mécanique des fluides
LEBEGUE	Botanique
LEBRUN	Radioélectricité et électronique
MARION	Chimie
Mlle MARQUET	Mathématiques
MM. MARTINOT-LAGARDE	Mécanique des fluides
MONTREUIL	Chimie biologique
PEREZ	Physique
POITOU	Algèbre supérieure
ROIG	Physique générale
ROSEAU	Mécanique rationnelle et expérimentale
SAVARD	Chimie générale
TILLIEU	Physique
TRIDOT	Chimie appliquée
WATERLOT	Géologie houillère
WERTHEIMER	Physique

Maîtres de conférences :

MM. BACCHUS	Astronomie
BECART	Physique
BOURIQUET	Botanique
BOUISSET	Physiologie animale
CELET	Géologie
GONTIER	Mécanique des Fluides
HERZ	Mathématiques
LACOMBE	Mathématiques
Mlle LENOBLE	Physique
MM. LINDER	Botanique
LUCQUIN	Chimie minérale
LURÇAT	Physique
MAUREL	Chimie
MENNESSIER	Géologie
Mlle NAZE	Mathématiques
MM. POLVECHE	Géologie
PROUVOST	Géologie
SCHALLER	Zoologie
Mlle TAUREL	Physique

Maîtres de conférences :

M. VIVIER	Zoologie
-----------	----------

Chargés d'enseignement :

M. LIEBAERT	Radioélectricité
M. SCHILTZ	Physique

Secrétaire

Mme BOUCHEZ

A mes Parents

A ma Famille Religieuse

A. M. D. G. -

AVANT-PROPOS

Le présent travail a été effectué de 1957 à 1962 dans les Laboratoires et sous la direction de Monsieur Norbert SEGARD, Professeur à la Faculté Libre des Sciences de LILLE, Directeur de l'Institut Supérieur d'Electronique du Nord. Qu'il nous soit permis d'exprimer à Monsieur le Professeur Norbert SEGARD nos sentiments de très vive reconnaissance pour les conseils et les encouragements qu'il a bien voulu nous prodiguer.

Que Monsieur Jean ROIG, Professeur à la Faculté des Sciences de LILLE, Directeur de l'Institut de Physique, veuille bien trouver ici l'expression de notre profonde gratitude. C'est avec la plus grande sympathie qu'il a suivi ce travail et qu'il a accepté de présider le jury de thèse.

Nos remerciements vont aussi à Messieurs les Professeurs PEREZ et WERTHEIMER, de la Faculté des Sciences de LILLE, qui ont accepté d'être, pour cette thèse, nos examinateurs.

Il nous est agréable de dire à Messieurs ARSAC et HERZ combien nous leur sommes redevables pour les facilités qu'il nous ont données en nous permettant de réaliser nos calculs numériques sur machine électronique.

Qu'il nous soit enfin permis d'adresser nos remerciements à Monsieur le Doyen DELERUE comme à toute l'équipe des services de Physique et d'Electronique de Monsieur le Professeur SEGARD, et tout particulièrement à Messieurs DEFEBVRE - LEMAN - DELPORTE et COCQUEREZ qui, à des titres divers, nous ont apporté leur amicale collaboration.

SOMMAIRE

	Pages
1. INTRODUCTION	8
1.1. Principe	8
1.2. Hypothèses	8
1.3. Vérifications expérimentales de ces hypothèses	9
2. PRODUCTION DES ULTRASONS	10
2.1. Générateurs H.F.	10
2.1.1. Générateur H.F. de 500 W	10
2.1.2. Réglages	10
2.2. Projecteur ultrasonore	12
2.2.1. Le quartz et le support	12
2.2.2. Le carter	13
2.2.3. Le vase laboratoire	13
2.3. Etude d'un quartz comme dipôle électrique	13
2.3.1. Schéma équivalent d'un quartz chargé	13
2.3.2. Valeur de l'adaptation de l'impédance du quartz au générateur	16
2.3.3. Vers une adaptation d'impédance optima	16
3. ETUDE DES CHAMPS ULTRASONORES	18
3.1. Sonde piézoélectrique à quartz	18
3.1.1. Précédentes réalisations	18
3.1.2. Réalisation théorique et caractéristiques de notre sonde	18
3.1.3. Réalisation pratique	20
3.1.4. Entretien	21
3.1.5. Etude expérimentale de la sonde	21
3.1.6. Modifications apportées à cette sonde	23
3.2. Etude des champs ultrasonores	24
3.2.1. Conditions expérimentales de ces mesures	24
3.2.2. Mode de représentation	25
3.2.3. Mesures et réglage du parallélisme piston-quartz	25
3.2.4. Conclusions apportées par ces mesures	28
3.3. Sonde piézoélectrique à céramique	28
3.3.1. Caractéristiques de la céramique utilisée	29
3.3.2. Réalisation théorique et caractéristiques	29
3.3.3. Réalisation pratique	30
3.3.4. Entretien	31
3.3.5. Dispositif de déplacement de la sonde	31
3.3.6. Etude expérimentale de la sonde en présence d'U.S.	32
3.4. Nouvelle série de mesure sur les champs U.S. Enregistrements continus à forte puissance ultrasonore	33
3.4.1. Paramètres perturbant la reproductibilité des mesures	33
3.4.2. Dispositif automatique de commande des opérations	33
3.4.3. Relevé de champs ultrasonores	35
3.4.4. Essais sans résultats	36
3.4.5. Expériences concluantes	36
3.4.6. Conclusions	41

	Pages
4. REALISATION D'UN NOUVEAU MATERIEL	42
4.1. Le projecteur ultrasonore	42
4.1.1. Le bac	42
4.1.2. Le porte-quartz et le porte-électrode	42
4.1.3. Mesure de l'impédance du quartz dans son nouveau montage	44
4.2. Le générateur H.F.	45
4.2.1. Circuits électroniques	45
4.2.2. Adaptation de l'impédance du projecteur au générateur	48
4.2.3. Réglages du générateur et de l'adaptation d'impédance	50
5. NOUVELLE ETUDE DES CHAMPS ULTRASONORES	52
5.1. But de cette étude	52
5.1.1. Essais et résultats	52
5.1.2. Comparaisons	56
5.2. Effet de diaphragme devant le quartz	56
6. ETUDE THEORIQUE DETAILLEE DES PHENOMENES OPTIQUES	57
6.1. Trajectoire des rayons lumineux dans le bain ultrasonné	57
6.1.1. Hypothèses de départ	57
6.1.2. Equation du trajet d'un rayon lumineux	58
6.1.3. Trajet des rayons lumineux dans le bain ultrasonné	60
6.1.4. Remarque-Franges localisées en régime d'ondes stationnaires	61
6.2. Comparaisons avec un réseau classique	63
6.2.1. Analogies	63
6.2.2. Différences essentielles	64
6.3. Ordre des spectres et puissance ultrasonore	64
6.3.1. Relation entre l'ordre du spectre, les ordonnées d'incidence et d'émergence des rayons	64
6.3.2. Solution graphique du problème	65
6.4. Intensité des raies du spectre	67
6.4.1. Calcul du chemin optique le long d'un rayon lumineux	69
6.4.2. Calcul des positions d'incidence des rayons formant un spectre d'ordre donné	73
6.4.3. Calcul des positions d'émergence des rayons formant un spectre d'ordre donné	75
6.4.4. Calcul des bornes d'intégration	75
6.5. Calculs numériques	76
6.6. Remarque sur un cas litigieux	77
7. CALCULS NUMERIQUES PAR ORDINATEUR ELECTRONIQUE	81
7.1. Résolution de l'équation transcendante	81
7.1.1. Sous-programme sn (u,k)	81
7.1.2. Programme de résolution de l'équation transcendante	82
7.1.3. Cas de l'équation sans racine	84
7.1.4. Calculs annexes	85
7.2. Calcul des intégrales elliptiques	87
7.2.1. Modifications apportées au programme existant	87
7.2.2. Principes utilisés par ce programme	87
7.3. Calcul de l'intensité des raies d'un spectre	88
7.3.1. Calcul des différences de marche	88
7.3.2. Calcul de l'intensité des raies d'un spectre	90
7.3.3. Rapidité de ce calcul	91
8. ETUDE EXPERIMENTALE DES PHENOMENES OPTIQUES	92
8.1. Dispositif expérimental	92
8.1.1. Le banc d'optique	92
8.1.2. Disposition du matériel sur le banc d'optique	92
8.1.3. Réglages de ces dispositifs	93
8.2. Photographie des phénomènes et mesures	94
8.2.1. Photographie des spectres	95
8.2.2. Etalonnage du noircissement des films	95
8.2.3. Mesures du noircissement des films	95
8.3. Conditions expérimentales des mesures	95
8.4. Quelques résultats de ces mesures à titre d'exemple	97

	Pages
9. RESULTATS THEORIQUES ET EXPERIMENTAUX	99
9.1. Grandeurs physiques intervenant dans les calculs théoriques	99
9.1.1. Détermination de z	99
9.1.2. Mesure de Δn en fonction de la tension V_q appliquée au quartz	100
9.1.3. Problème concernant la correspondance entre l'expérience et la théorie ..	101
9.2. Résultats. Mode de présentation	101
9.3. Comparaisons entre résultats théoriques et expérimentaux	103
9.4. Comparaison avec la théorie de Raman et Nagendra Nath	103
10. INTERPRETATIONS ET CONCLUSIONS	107
10.1. Causes des raies manquantes dans le traitement géométrique ici développé	107
10.2. Autre cause possible de perturbation de l'intensité théorique des raies	108
10.3. Correction possible de la théorie géométrique ici proposée	109
10.4. Cas des ondes stationnaires	109

INTRODUCTION

1.1. PRINCIPE -

Une lame de quartz piézoélectrique de taille X excitée par une tension électrique alternative sinusoïdale produit une onde ultrasonore plane qui se propage dans un milieu liquide (eau) qui recouvre l'une des faces du quartz.

Après un parcours d'un décimètre environ cette onde ultrasonore est absorbée complètement (onde progressive).

Perpendiculairement à la direction de propagation de l'onde sonore tombe une onde lumineuse plane monochromatique. Cette dernière modifiée à cause des variations d'indice de réfraction dûes aux compressions alternatives des ultrasons donne dans le plan focal d'une lunette astronomique des images correspondant à de nombreux ordres. Le nombre et l'intensité de ces raies varient avec la tension électrique appliquée au quartz.

Ce phénomène observé pour la première fois en 1932 par Lucas et Biquard ainsi que par Debye et Séars a été, à cause probablement des résultats comparables à ceux donnés par un réseau gravé, appelé phénomène de diffraction de la lumière par une onde ultrasonore. Malgré cette dénomination nous ne retiendrons pas cette idée de diffraction pour expliquer ces phénomènes. Nous allons tenter de le faire uniquement en faisant appel aux déviations des rayons lumineux qui traversent ce milieu à indice variable et aux chemins optiques de ces rayons lumineux.

1.2. HYPOTHESES -

Nous ferons les hypothèses ci-dessous, afin de pouvoir mettre le problème en équation et lui donner une solution théorique ce qui constitue le but principal de ce travail.

1°) Nous admettrons que la vibration ultrasonore émise par le quartz est sinusoïdale ou en d'autres termes que les pressions instantanées p produites par le quartz sont de la forme :

$$p = p_0 + \Delta p \sin \omega t.$$

avec :

p_0 : pression moyenne ;

Δp : variation maxima de pression ;

ω : pulsation ultrasonore égale à celle de la tension alternative appliquée au quartz.

2°) Que la transmission de ces pressions alternatives par le milieu liquide se fait sans distorsion : les compressions et les dilatations sont transmises pareillement.

3°) Qu'il en résulte, comme le supposent tous ceux qui se sont occupés de ces phénomènes [1], que l'indice de réfraction du liquide est de la forme :

$$n = n_0 + \Delta n \sin \omega t$$

avec :

n_0 : indice moyen ;

Δn : variation maxima d'indice.

4°) Que l'absorbant est parfait et donc qu'aucune onde réfléchie ne revient sur le quartz émetteur.

5°) Que le quartz émet une onde plane, c'est-à-dire, qu'à chaque instant, dans un plan du

liquide parallèle à la surface du quartz en contact, toutes les vibrations émises sont en phase et leurs amplitudes constantes.

6°) Que, dans un milieu à indice variable progressivement et alternativement, dont le pas de variation est de l'ordre du mm et la fréquence celle du MHz, on peut admettre la validité de l'optique géométrique et les lois de réfraction de Descartes et partant négliger la diffraction.

1.3. VERIFICATIONS EXPERIMENTALES DE CES HYPOTHESES -

Nous avons admis que le quartz oscillait harmoniquement si le courant électrique qui le traversait était sinusoïdal. C'est pourquoi nous nous sommes efforcés d'éliminer le plus possible les distorsions harmoniques sur ce courant. (1°)

Nous n'avons pas vérifié la transmission fidèle des pressions ni surtout la forme de l'expression représentant l'indice de réfraction n : la concordance entre la théorie et l'expérience pouvant constituer une preuve à posteriori. (2° et 3°)

La qualité de l'absorption de l'onde ultrasonore par l'absorbant a été vérifiée expérimentalement par deux procédés différents : la sonde piézoélectrique et l'observation optique des plans d'ondes stationnaires, ce qui nous a permis de choisir entre plusieurs absorbants possibles à priori. (4°)

La planéité de l'onde émise par le quartz dans le liquide a été étudiée à l'aide de la sonde piézoélectrique ; l'obtention de cette planéité, d'ailleurs, constitue une partie importante du présent travail. (5°)

En ce qui concerne la validité de l'emploi exclusif de l'optique géométrique seule la concordance entre l'expérience et le calcul pourront la confirmer ou la nier. (6°)

II

PRODUCTION DES ULTRASONS

2.1. GENERATEURS H.F. -

2.1.1. Générateur H.F. de 500 W.

Un générateur puissant (fig. 9) construit au laboratoire pour exciter un projecteur ultrasonore de la S.C.A.M. (type L.) en vue d'effets chimiques nous a servi pour nos expériences. Il a d'ailleurs déjà fait l'objet d'un mémoire détaillé [2].

Le schéma (fig. 2) nous montre que le pilote est réalisé par une tétrode (6V6) montée avec un C.O. accordé dans le circuit de plaque couplé par mutuelle induction à la grille de commande. La polarisation de cette dernière est réglée automatiquement par un circuit R.C. classique. La tension d'écran ajustable est sérieusement découplée par une cellule en π . (C_1 , C_2 , et R_1). La self L d'accord munie d'une prise médiane permet, par commutation, de couvrir deux gammes :

0,4 à 0,5 MHz pour quartz de 7 mm d'épaisseur environ.

0,9 à 1,2 MHz pour quartz de 3 mm d'épaisseur environ.

Pour ce qui nous concerne, seule la seconde nous intéresse.

Prélevée aux bornes du C.O. de plaque la tension alternative attaque la grille de l'étage driver (807) polarisée par une tension ajustable parfaitement filtrée. Son circuit de plaque est constitué par un C.O. à coefficient de qualité constant (self et capacité variables). La grille-écran est polarisée par une tension stabilisée : (2 tubes 150 VR).

Aux bornes du circuit de plaque on dispose d'une tension alternative d'amplitude suffisante et sous impédance convenable pour alimenter la grille des deux triodes (250 TH) montées en parallèle. Un C.O. isole la polarisation continue réglable admise à ces grilles, de la tension alternative d'excitation. Un milliampèremètre A permet de connaître le courant de grille. Le voltmètre V mesure la tension de polarisation. Le choix de cette tension définit la profondeur d'excitation de la classe C des deux tubes de puissance. La puissance alternative est prélevée sur les plaques de ces deux tubes alimentées en parallèle (self L) par une tension continue redressée et filtrée variable de 0 à 3 000 V. Le réglage de cette tension permet de choisir la puissance H.F. de sortie. Cette puissance admise par l'intermédiaire d'une capacité de 1 000 pF attaque un autotransformateur adaptateur d'impédance : (75 spires de fil divisé enroulées sur un mandrin de 70 cm de haut et 23 cm de diamètre). Le choix de la prise médiane permet de régler l'adaptation d'impédance. Un noyau de ferrite au centre de la bobine augmente le flux qui la traverse. Le quartz est directement branché aux bornes de l'autotransformateur. Une résistance d'un demi-ohm environ est insérée dans le circuit. La d.d.p. prélevée à ses bornes permet de connaître le courant qui traverse le quartz et la forme de cette tension observée à l'oscilloscope cathodique est celle de ce courant. Un diviseur capacitif (4 pF, 400 pF) branché aux bornes de l'autotransformateur donne le centième de la tension qui alimente le quartz.

Pour faciliter les réglages, à forte puissance surtout, un petit circuit couplé à l'autotransformateur muni d'un détecteur alimentant un voltmètre, permet, par le maximum de tension, de connaître le maximum de courant traversant le quartz.

2.1.2. Réglages.

Après un temps de préchauffage de quelques minutes, à cause surtout des valves à vapeur de mercure de l'alimentation, on peut procéder à un premier réglage.

1°) On règle le pilote aux environs de la fréquence propre du quartz (0,960 MHz) par variation de la capacité d'accord du C.O. de plaque.

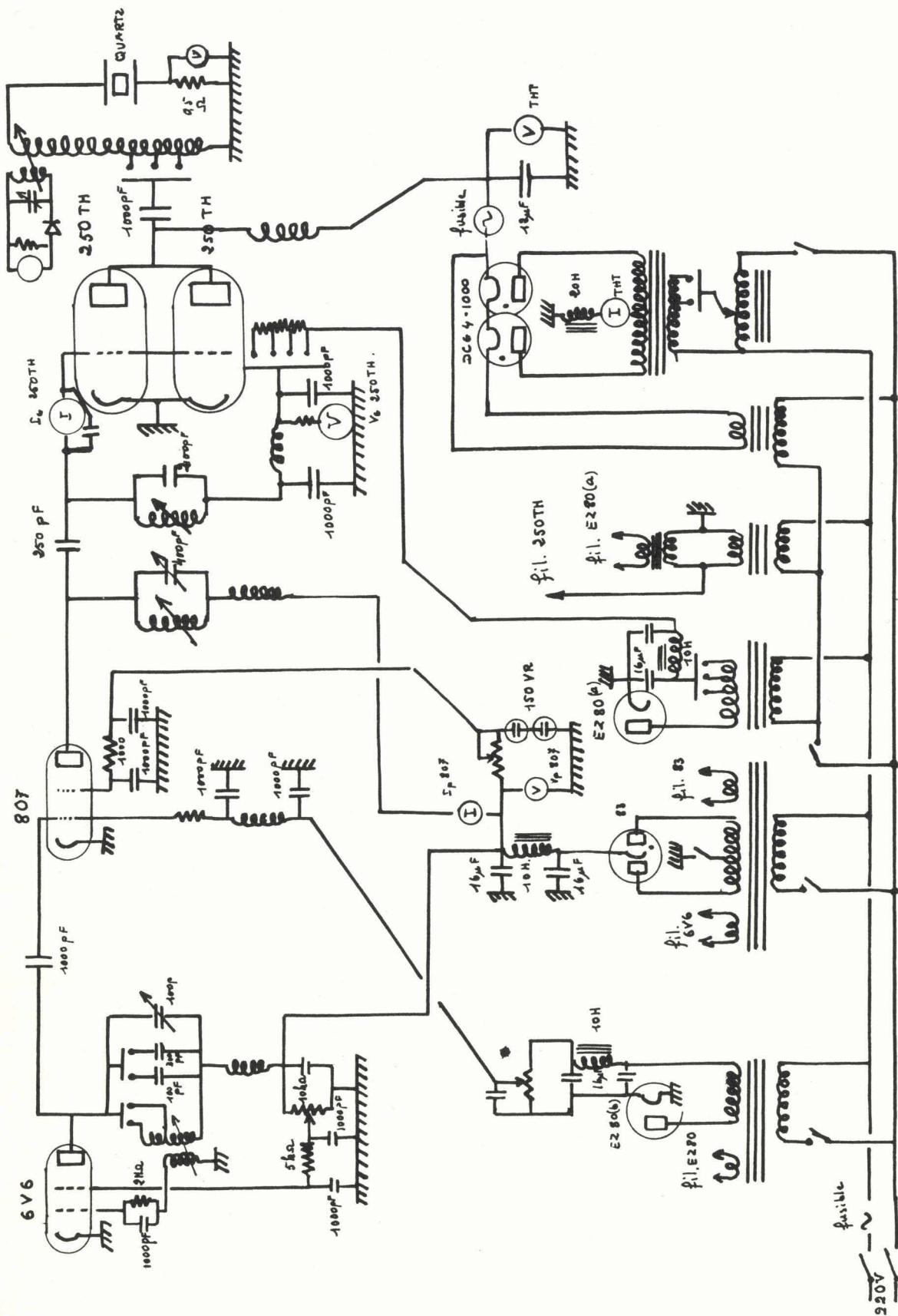


Figure 1

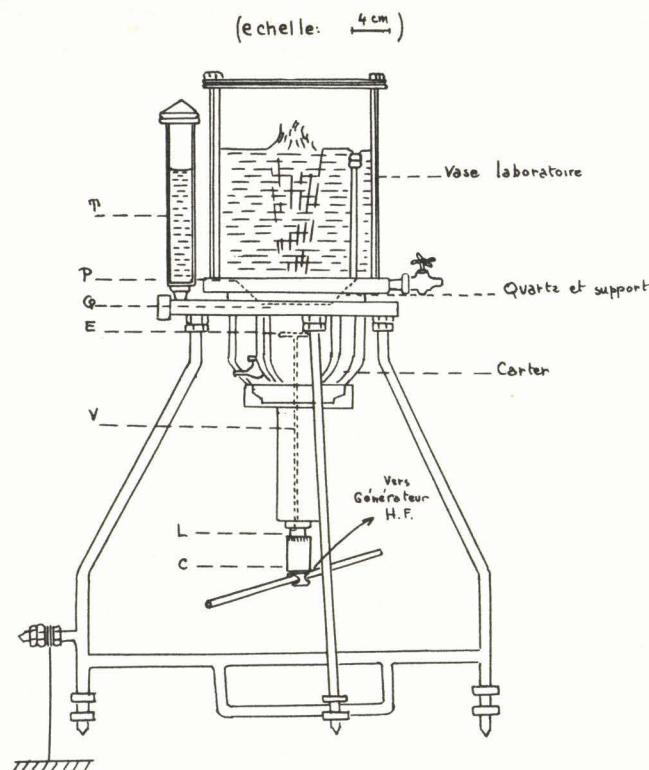


Figure 2 - Projecteur ultrasonore.

2°) On accorde le circuit bouchon de l'anode de la 807 ; on en perçoit l'accord par le minimum de courant anodique mesuré par un milliampèremètre du tableau de commande. (variation de C puis L).

3°) On règle enfin l'accord du C.O. de grille des tubes de puissance (250 TH) par variation de la self ; cet accord est obtenu pour le maximum de courant de grille donné par un autre milliampèremètre.

Ces accords préliminaires achevés on peut brancher la T.H.T. sur les anodes des tubes de puissance. On augmente progressivement la tension en surveillant le courant anodique de ces derniers qui ne doit pas, en fonctionnement normal, dépasser un repère porté par l'ampèremètre. Dès l'apparition du geyser dans le projecteur à U.S., on retouche légèrement la fréquence du pilote pour obtenir le maximum de ce geyser, ce qui correspond au maximum du courant traversant le quartz. On retouche ensuite tous les autres réglages précités.

Après la première demi-heure de fonctionnement normal, il est bon de refaire une dernière fois tous ces réglages, à cause d'une légère dérive en fréquence due à l'établissement de l'équilibre de température de tous les éléments de l'appareil.

2.2. PROJECTEUR ULTRASONORE. (fig. 2) -

Le quartz piézoélectrique vibrant est adapté de façon étanche sur le carter en contact avec l'eau à ultrasonner contenue dans le vase laboratoire.

L'ensemble est supporté par un robuste trépied à vis calantes relié électriquement à la masse.

2.2.1. Le quartz et le support.

Le quartz circulaire Q utilisé a environ 2,9 mm d'épaisseur. Son diamètre est de 60 mm ; en fait, le diamètre de la partie centrale vibrant est de 38 mm (diamètre de l'électrode H.F. inférieure).

Le disque de quartz est maintenu par un joint élastique en néoprène périphérique placé dans le plan nodal de vibration ; ainsi disposé, ce joint ne freine pratiquement pas les oscillations en

épaisseur du quartz, et, d'autre part, assure l'étanchéité entre le carter inférieur et le vase laboratoire supérieur. Ce joint souple, en s'écrasant, réalise la fixation du quartz.

L'ensemble joint-quartz s'adapte dans un anneau métallique vissé sur le porte quartz P, amovible, en forme de cuvette. Il se fixe sur le carter.

Pour éviter un court-circuit entre les deux faces du quartz par la tranche humide, il est nécessaire, avant montage, de le frotter soigneusement au benzène pur ainsi que le joint ; nous éliminons ainsi les corps gras ramenés par les doigts.

2.2.2. Le carter.

Le carter métallique est rempli de liquide isolant (pétrole distillé et desséché sur calcium). Il contient l'électrode H. T. (E.) (l'électrode de masse étant l'eau du vase laboratoire que l'on rend plus conductrice par addition d'un peu de chlorure de sodium). Ce carter est à la masse, puisque réuni au trépied et à l'armature métallique du vase ; de là l'importance d'utiliser un pétrole soigneusement desséché pour l'emplir, si l'on veut pouvoir employer une tension d'excitation importante sans risque de rupture du quartz.

On doit éviter au maximum la formation de bulles de cavitation dans le pétrole en le versant délicatement lors du remplissage et en le dégazant par un travail prolongé en régime moyen (12 à 24 heures). Ultérieurement nous avons amélioré cette technique en faisant le vide au-dessus du pétrole après remplissage ; en une dizaine de minutes le pétrole se trouvait totalement dégazé. On pouvait aussitôt travailler à pleine puissance sans risque de destruction du quartz et, de plus, on obtenait une stabilité accrue. L'électrode H. T. (E) est constituée par un disque métallique de 38 mm de diamètre ; la H. T. lui est amenée par une tige conductrice verticale V, entourée d'un tube isolant de silice, qui n'apparaît que par son extrémité inférieure C où l'on connecte la sortie du générateur H.F. Cette tige est en fait une vis à pas micrométrique ; on peut, en la tournant par son extrémité inférieure à l'aide d'un manche isolant si la H.F. est appliquée, régler la distance électrode-quartz ; cette distance peut être lue sur un limbe L gradué en dixièmes de mm, tournant autour d'une échelle graduée en mm (Principe du palmer).

L'énergie ultrasonore émise dans le vase laboratoire est maxima lorsqu'il y a réflexion sur l'électrode et retour en phase sur le quartz ; d'où la nécessité de régler la distance électrode-quartz.

2.2.3. Le vase laboratoire.

C'est un manchon cylindrique de pyrex serré dans une monture métallique. Il se fixe, au-dessus du porte-quartz, à l'aide de trois tiges filetées et écrous ; un joint plastique assure l'étanchéité.

Ses dimensions sont les suivantes :

hauteur : 20 cm ; diamètre : 15 cm ; capacité totale : 3,3 litres.

Un tube d'évacuation peut permettre le réglage de niveau du liquide.

2.3. ETUDE D'UN QUARTZ COMME DIPOLE ELECTRIQUE -

Le quartz se trouvant fortement amorti par les liquides qui l'entourent l'accord de fréquence relativement aigu qu'il présentait pour obtenir la puissance acoustique maxima nous étonnait. De plus la forme distordue des courants le traversant nous inquiétait ; pouvait-on admettre que, malgré cela, il oscillait harmoniquement ? C'est pourquoi nous avons étudié le comportement du quartz comme dipôle électrique afin de vérifier si l'adaptation d'impédance était bonne dans une large gamme de fréquence.

2.3.1. Schéma équivalent d'un quartz chargé.

A cause de l'amortissement important du quartz le schéma classique dû à Watanabe [3] n'est plus valable ou du moins représente mal les phénomènes à cause des valeurs inhabituelles que prennent ses éléments (fig. 3). Nous avons, en effet, de différentes façons, essayé de mettre en évidence une résonance de courant ou de tension ce qui a toujours été impossible [4]. Autrement dit, il semblerait qu'à priori, la branche L,C,R, du dipôle équivalent ne présentait plus de résonance à cause d'une augmentation de résistance de cette branche.

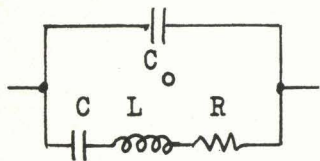


Figure 3

Par des mesures au Q-mètre (mesures basées sur l'amortissement et le désaccord apporté à un circuit oscillant par le branchement à ses bornes de l'impédance à étudier) nous avons déterminé les valeurs de l'impédance du quartz chargé dans la gamme de fréquences encadrant la fréquence propre du quartz non chargé déterminée par la méthode classique de la crevasse.

La difficulté à surmonter dans ce genre de mesure c'est la réflexion de l'onde ultrasonore sur la surface de séparation air-eau. En effet puisque la fréquence change, la longueur d'onde des ultrasons varie et la phase de l'onde renvoyée sur le quartz n'est pas constante. Il fallait donc pour faire des mesures comparables soit absorber l'onde incidente soit réajuster la phase de l'onde réfléchie de façon à se trouver toujours dans les mêmes conditions expérimentales.

Nous avons essayé sans succès, d'absorber l'onde incidente, ne disposant pas encore à l'époque de bon absorbant ; aussi nous avons préféré renvoyer l'onde réfléchie avec la même phase : ce qui a été réalisé en changeant légèrement le niveau de l'eau par un plongeur plus ou moins immergé et en réglant l'immersion du plongeur de façon que le coefficient de qualité du circuit du Q-mètre, amorti par le quartz chargé soit au minimum : ce qui correspondait à l'amortissement maximum du quartz ; dans ce cas, l'onde réfléchie est en opposition de phase avec l'onde émise.

Les résultats numériques sont représentés par les courbes des figures 4 et 5. Nous avons, en fait, tracé, en fonction de la fréquence, l'admittance du quartz chargé :

$$A = G + jB$$

Toutes les courbes situées à gauche correspondent à un quartz et celles de droite à un autre.

Les courbes (a) et (a₁) donnent les variations de la capacitance B en fonction de la fréquence qui sont, à la précision des mesures, indépendantes de la phase de l'onde réfléchie.

Les courbes (b), (b₁) et (c) traduisent les variations de la conductance en fonction de la fréquence.

courbe (b) : mesures sans absorbant, sans réglage de la phase de l'onde réfléchie ;

courbe (c) : trait plein : avec absorbant au-dessus de l'eau ; traits pointillés : avec le même absorbant à quelques centimètres du quartz ;

courbe (b₁) : en réglant la phase de l'onde réfléchie.

La figure (4) nous permet d'écrire en appelant x l'impédance de la self L et de la capacité C en série :

$$A = j\omega C_0 + \frac{1}{R + jx}$$

d'où :

$$G = \frac{R}{R^2 + x^2}$$

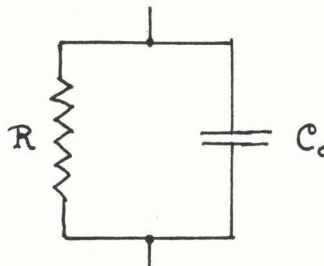
$$B = \omega C_0 - \frac{x}{R^2 + x^2}$$

Aux environs de la résonance propre du quartz x est petit vis à vis de R donc les expressions ci-dessus se réduisent à :

$$G \# \frac{1}{R}$$

$$B \# \omega C_0 - \frac{x}{R^2} \# \omega C_0$$

Donc, aux environs de la résonance propre du quartz, son schéma équivalent se réduit à :



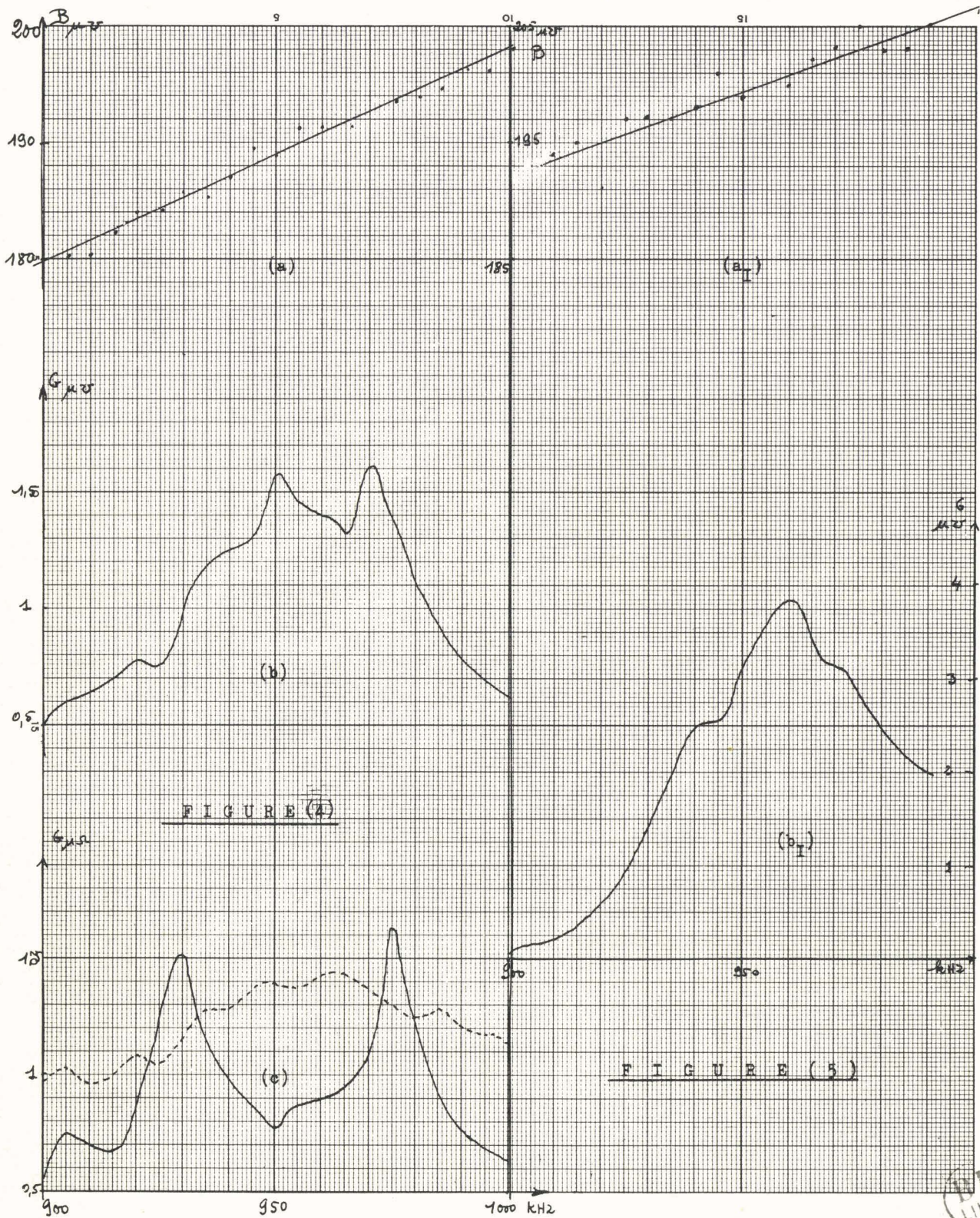


Figure 4

Figure 5

Les courbes expérimentales montrent que G varie avec la fréquence. Ces variations sont relativement faibles ; pour une variation de fréquence de 30 kHz G varie de 10 % environ.

2.3.2. Valeur de l'adaptation de l'impédance du quartz au générateur.

En partant de ce schéma équivalent il est facile de calculer le déphasage entre le courant et la tension :

$$\operatorname{tg} \varphi = - \frac{E}{G}$$

Ce qui donne, compte-tenu des valeurs numériques déduites des mesures précédentes de B et G :

$$- 87^\circ > \varphi > - 90^\circ$$

et indique un rendement déplorable.

Par contre la mesure directe du déphasage en faisant une figure de Lissajous avec le 1/100 de la tension admise au quartz et la tension prise aux bornes de la résistance d'un demi-ohm (courant cf. fig. 2) ne donne pas les mêmes résultats.

Pour être certain de nos mesures nous avons dû améliorer leur précision en insérant une ligne à retard variable dans le circuit reliant la résistance d'un demi-ohm à l'oscillographe cathodique, ce qui permet, par le choix du retard de réduire la figure à une droite si les tensions sont sinusoïdales. Comme le courant présentait une distorsion harmonique importante nous avons dû le filtrer avant de réaliser la figure de Lissajous. La ligne nous permettait aussi de déterminer, avant chaque mesure, le déphasage apporté par le filtre, déphasage évidemment fonction de la fréquence.

Les mesures assez reproductibles donnent pour φ une valeur relativement constante voisine de 45° .

Cette différence entre ces deux résultats s'est expliquée facilement en admettant que le transformateur d'adaptation d'impédance comportait une self de fuite importante qui compensait en partie la capacité C_o : ce qui s'est avéré exact par la mesure de cette self puisqu'en tenant compte de sa valeur nous retrouvons par le calcul un déphasage de 45° .

2.3.3. Vers une adaptation d'impédance optimale.

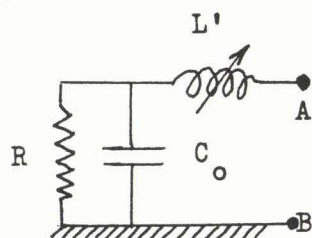


Figure 6

Le schéma de la figure 6 qui représente le quartz chargé (R et C_o) en série avec une self variable L' nous permet d'écrire l'impédance entre A et B :

$$Z = j \omega L' + \frac{R}{1 + j \omega R C_o}$$

d'où :

$$Z = \frac{R}{1 + \omega^2 R^2 C_o^2} + j \left(\omega L' - \frac{\omega R^2 C_o}{1 + \omega^2 R^2 C_o^2} \right)$$

Ce qui montre qu'en choisissant L' pour accorder le circuit (annuler le terme imaginaire) l'impédance apparaissant entre les bornes A et B est une résistance pure :

$$\frac{R}{1 + \omega^2 R^2 C_o^2}$$

et que, de plus, par ce procédé simple on réalise un abaissement important de cette impédance. En effet nos mesures donnent :

$$R = 200 \text{ k}\Omega \quad C_o = 37 \text{ pF} \quad \text{et} \quad F = 1 \text{ MHz}$$

avec : $\omega = 2 \pi F$.

Il en résulte que :

$$R_{AB} \# \frac{1}{\omega^2 R C_o^2} = 90 \Omega.$$

et cela avec une self L' de :

$$L' \# \frac{1}{\omega^2 C_o} = 675 \mu H.$$

Mais remarquons que si la self présente un coefficient de qualité de 300 -ce qui est déjà élevé- sa résistance série sera de 14Ω ; ce qui nous donne un rendement énergétique de l'adaptation de 87 %.

C'est en nous inspirant de cette idée quelque peu modifiée que nous réaliserons l'adaptation du quartz sur le nouveau générateur décrit plus loin.



ÉTUDE DES CHAMPS ULTRASONORES

Malgré les imperfections du matériel précédent qui vient d'être décrit, nous avons voulu, avant de le modifier, commencer à étudier les champs ultrasonores afin de faire, si possible, les modifications en une seule fois.

L'élément sensible choisi pour étudier leur forme fut un quartz. Des essais antérieurs avec une sonde thermique n'avaient donné que des résultats assez imprécis et l'inertie thermique de cette sonde rendait les mesures lentes.

3.1. SONDE PIEZOELECTRIQUE A QUARTZ [5] -

3.1.1. L'idée d'utiliser le quartz pour de telles mesures revient primitivement à Galitzine qui, dès 1912, avait réalisé des sismographes piézoélectriques.

En ce qui concerne plus précisément la mesure de pressions variables, l'idée initiale d'utiliser le quartz revient à P. Langevin [6] qui, en 1917, l'a employé pour la réception d'ondes ultrasonores de 40 kHz (repérage sous-marin).

Depuis, ces techniques ont été adaptées aux mesures les plus diverses : pression de gaz de combustion des poudres dans les canons, variations de pression dans les canalisations d'eau [7], efforts supportés par le matériel ferroviaire, pression artérielle [8] etc.

Le principe en est toujours le même : une lame de quartz piézoélectrique convenablement taillée est soumise à l'effort variable ; celui-ci développe à chaque instant, sur les faces normales à l'axe électrique, une quantité d'électricité proportionnelle ; la d.d.p. qui s'établit entre ses faces est amplifiée et reportée sur les plaques de déflexion verticale d'un oscillographe. La courbe observée suit fidèlement les variations de l'effort.

Supposons la lame de taille X et l'effort variable F(t) appliqué selon la normale à ses faces. A l'instant t, il se développe la quantité d'électricité :

$$Q = K.F(t). \quad (K \text{ module piézoélectrique})$$

Ces charges se répartissent sur l'ensemble des capacités du circuit de telle sorte que la d.d.p. qui en résulte, soit, à chaque instant :

$$\frac{Q}{C} = \frac{K.F(t)}{C}$$

où C est la capacité équivalente de l'ensemble, compte-tenu du quartz et des cables de liaison.

Si cette tension est amplifiée par un amplificateur de gain A on mesure :

$$\frac{K.F(t)}{C} \cdot A$$

3.1.2. Réalisation théorique et caractéristiques.

Le schéma théorique complet de la figure (7) ci-contre montre que la tension issue du quartz Q de taille X est appliquée sur la grille de commande d'une triode montée en cathode-follower. L'avantage d'un tel montage est, comme nous le verrons, de pouvoir obtenir une impédance d'entrée grande et une impédance de sortie faible.

Le quartz (1 cm × 1 cm × 0,35 cm) présente une capacité calculée de 1,1 pF.

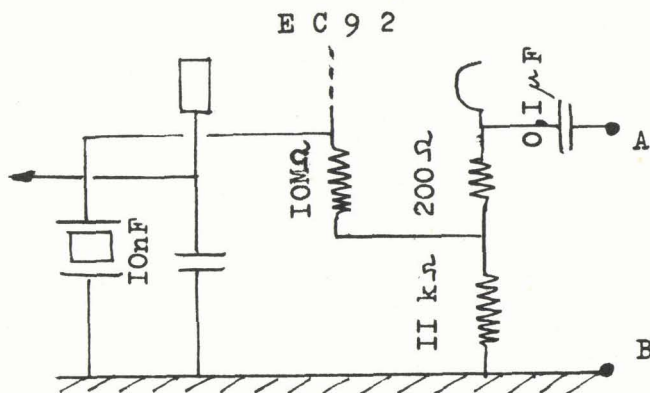


Figure 7

La lampe est une EC 92 ; on la fait travailler dans les conditions suivantes :

tension d'anode : 175 V.
polarisation de grille : - 1,5 V.
courant anodique : 7,5 mA.

Dans ces conditions le tube présente les caractéristiques suivantes :

résistance interne : $7,5 \cdot 10^3 \Omega$.
pente : 4,4 mA/V.
coefficient d'amplification : 33.

Les valeurs des éléments sont portées sur le schéma théorique.

Les charges électriques qui apparaissent sur le quartz se répartissent sur sa capacité $C = 1,1$ pf. et les capacités internes du tube et des liaisons qui, mesurées au Q-mètre s'élèvent à 10,5 pF.

La tension d'entrée V_e sur la grille du tube n'est donc en fait que la fraction $1,1/11,6 = 0,095$ de celle que les U.S. développent effectivement sur le quartz.

Le gain calculé et mesuré est de 0,93. Nous en concluons que la tension lue au voltmètre branché entre les bornes A et B du montage ne représente que la fraction : $(1,1/11,6) \times 0,93$ soit 0,0882 de la tension Q/C développée entre les électrodes du quartz lors de l'application d'un effort.

Si nous désignons par K le module piézoélectrique du quartz, par Δp l'amplitude des variations actives de pression que les U.S. y exercent, S sa surface utile, nous mesurons au voltmètre une tension efficace :

$$\frac{0,0882}{\sqrt{2}} \times \frac{KS\Delta p}{C}$$

Ce qui donne la valeur théorique :

$$\Delta U_{(volt)} = 1,25 \Delta p_{(atmosphère)}$$

L'impédance d'entrée calculée donne :

$$Z_e = \frac{R_g}{1 - A}$$

où R_g désigne la résistance de fuite de grille valant 10 MΩ et A le gain théorique de l'étage calculé en tenant compte de la capacité de 220 pF du câble blindé qui amène la tension au millivoltmètre Philips GM 6015 servant à faire la mesure.

On obtient les valeurs suivantes :

Résistance d'entrée : $13,7 \text{ M}\Omega$.

Capacité d'entrée shuntant cette résistance : $1/200 \text{ pF}$.

Le quartz est bien pratiquement peu amorti. La capacité ramenée ne joue aucun rôle, c'est l'originalité de notre montage.

L'impédance de sortie d'un tel montage est donnée en première approximation par l'inverse de la pente du tube, soit ici 220Ω environ.

3.1.3. Réalisation pratique.

Nous décrivons :

- la sonde proprement dite ;
- le dispositif mécanique permettant la prospection du champ.

1°) La sonde (fig. 8).

Le corps de sonde cylindrique a 17 cm de long ; il est adapté à l'extrémité d'un tube T.

Il comporte deux pièces concentriques de laiton C_1 et C_2 ; la pièce C_2 (diamètre extérieur : 28 mm) vient s'emboîter autour de la pièce C_1 (diamètre extérieur : 25,6 mm) et se visser, par sa partie supérieure V sur un pas solidaire de T ; afin d'assurer l'étanchéité, ce pas de vis est enduit d'"Hermétic". Un ressort est disposé entre C_1 et C_2 .

Le cylindre extérieur C_2 est fermé, à son autre extrémité, par un disque de laiton soudé au centre duquel est découpé un carré de 1 cm de côté ; c'est dans cette découpe que l'on place le quartz récepteur, de telle façon qu'il soit légèrement saillant vers l'extérieur. Il est collé latéralement et colmaté intérieurement par un bourrelet d'"Hermétic".

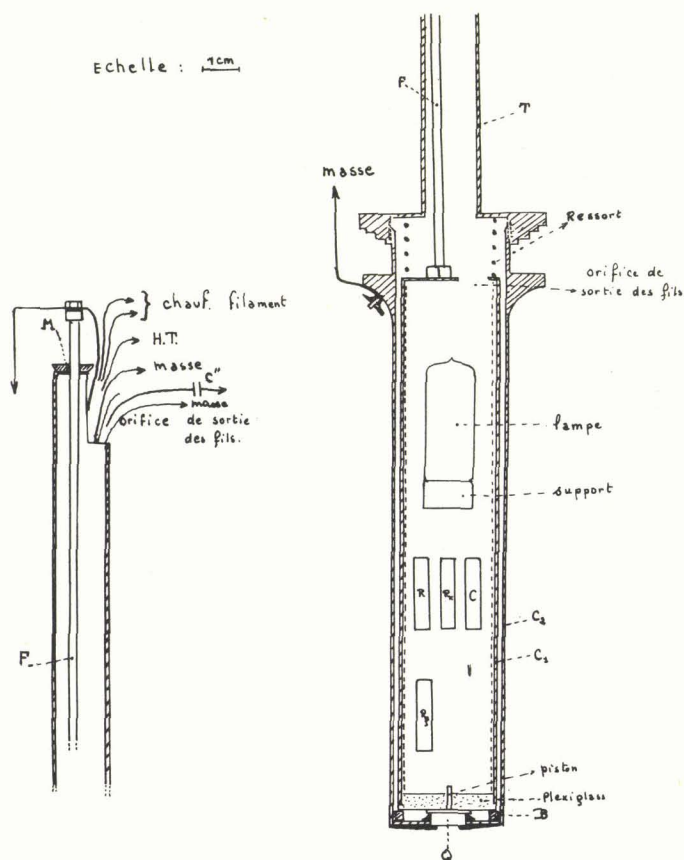


Figure 8 - Réalisation de la sonde à quartz.

Enfin, un revêtement de picéine est coulé extérieurement sur le tout, sauf au centre où l'on met le quartz à nu sur une surface circulaire de 8 mm de diamètre ; elle parfait l'étanchéité.

Lorsque la sonde est plongée dans l'eau, celle-ci joue le rôle d'électrode de masse.

Le cylindre intérieur C_1 contient le circuit adaptateur d'impédance :

- La lampe adaptatrice,
- les résistances de $10\text{ M}\Omega$, 200Ω et $11\text{ k}\Omega$,
- la capacité de 10 nF ,
- les connexions du chauffage filament et de la H.T. de polarisation de plaque,
- le câble de sortie H.F.

Sa paroi interne est tapissée d'une toile de verre siliconée pour assurer l'isolement électrique.

A son extrémité, un disque de laiton (diamètre : 12 mm) émerge du bouchon de fermeture en plexiglas : c'est l'électrode H.F., directement connectée à la grille de la lampe.

Lorsque la sonde est montée et réglée, cette électrode doit être appliquée sur la face interne du quartz ; pour éviter de décoller le quartz lors du réglage, la butée métallique B, circulaire, intérieure à C_2 , arrête C_1 dans sa descente.

Le tube ($L = 25\text{ cm}$, $d = 15\text{ mm}$) contient la tige filetée F qui la traverse de part en part et permet le réglage en hauteur de C_1 dans C_2 par manœuvre de l'écrou moleté M. Il contient également les fils de connexion d'entrée et le câble blindé de sortie.

On voit sur le schéma que les prises de masse ont été multipliées de façon à réduire au maximum les effets de radiation H.F.

Un relais de connexions permet de brancher facilement le chauffage et la H.T. fournis par deux blocs d'alimentation auxiliaires.

Le câble de sortie H.F. reporte la tension sur le voltmètre Philips.

2°) Le dispositif mécanique de prospection.

La figure 9 le montre.

Vu la longueur de la sonde il a fallu rehausser le niveau de suspension par le manchon N.

Le tube T est gradué en cm ; il est engagé dans le guide cylindrique G_2 et la vis V_1 permet de le fixer à hauteur moyenne. La vis V_2 (pas 0,75 mm) dont la pointe repose sur la pièce G_1 , permet un réglage fin en hauteur, notamment dans le cas des régimes d'ondes stationnaires.

La pièce G_1 comporte une plaque horizontale qui coulisse entre deux tringles graduées ; elle permet d'écarter plus ou moins la sonde du centre du faisceau ultrasonore.

Enfin le tout est adapté sur la plaque tournante S qui offre la possibilité d'effectuer les mesures dans tous les plans méridiens.

3.1.4. Entretien.

Après un fonctionnement de 5 ou 6 heures il est nécessaire de réparer le revêtement de picéine qui est détérioré sinon le quartz s'humidifie et les mesures sont faussées.

Le cylindre C_2 dévissé est chauffé avec précautions ; la picéine fondue se déshydrate ; puis elle coule en couche homogène sur toute la surface du quartz ; il est parfois nécessaire d'en rajouter un peu. Il est commode pour ce faire d'utiliser un gros fer à souder. Une fois refroidi il suffit de dégager le centre du quartz sur un diamètre de 8 mm à l'aide d'un canif. Cette surface dégagée est lavée au tétrachlorure de carbone.

Après durcissement de la picéine la sonde est remontée et on vérifie par quelques mesures que ses caractéristiques n'ont pas variés.

3.1.5. Etude expérimentale de la sonde.

- Nous avons d'abord vérifié, en faisant varier la capacité d'entrée de la sonde, que la tension ramenée sur la grille du tube était bien proportionnelle au rapport de la capacité propre du quartz ($1,1\text{ pF}$) sur la somme des capacités d'entrées. (cf. 3.1.2.) et cela pour trois régimes de fonctionnement de l'émetteur (T.H.T. = 200, 1 000 et 2 000 V).

Cette relation est vraie à faible puissance en absence d'ondes stationnaires (ondes renvoyées

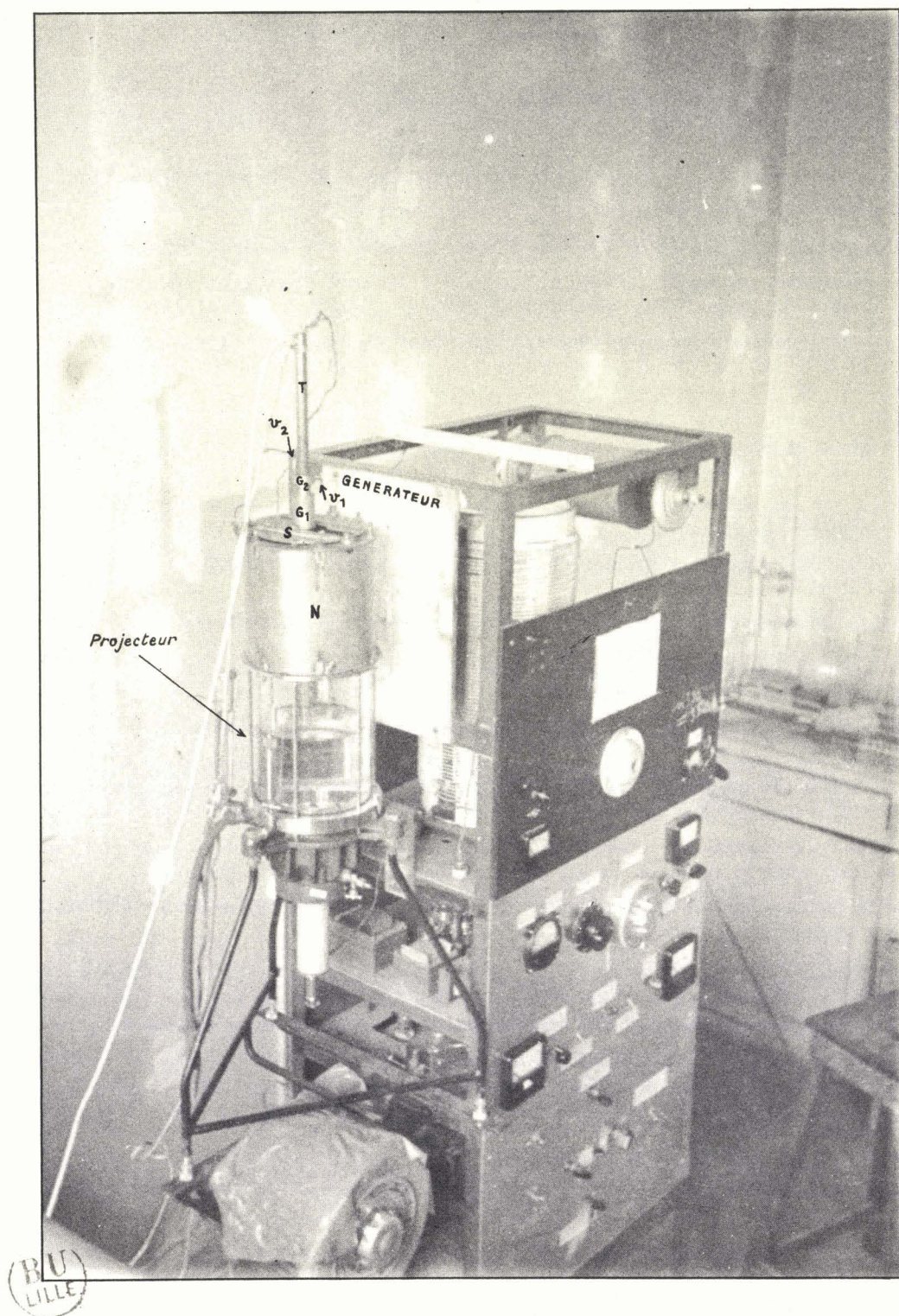


Figure 9

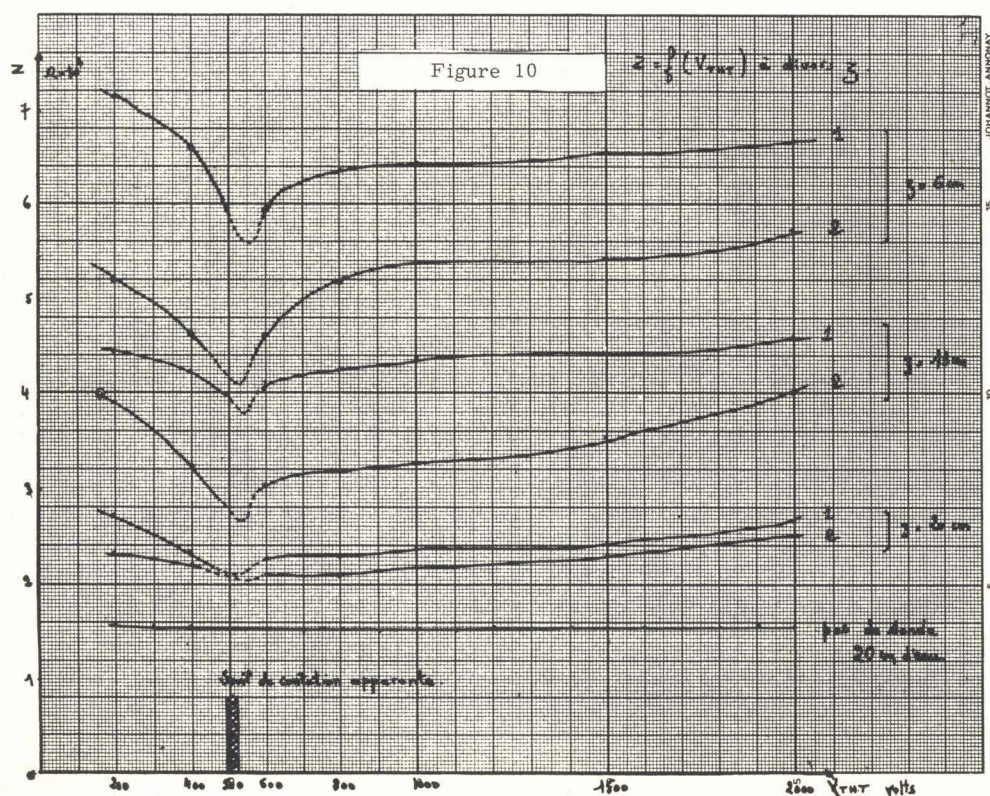
en opposition de phase sur le quartz émetteur). A forte puissance, en régime d'ondes stationnaires, à cause de la cavitation et des interactions émetteur-sonde elle cesse d'être vérifiée.

- Par interposition d'écrans absorbants d'épaisseur connue nous avons vérifié la linéarité de la réponse de la sonde.

- L'introduction de la sonde dans le champ ultrasonore entraîne, pour des distances adéquates, l'établissement d'ondes stationnaires, ce qui se traduit par des variations de courant H.F. traversant le quartz émetteur.

En d'autres termes, la sonde perturbe le champ qu'elle veut mesurer, perturbation qui se traduit par une fluctuation du courant H.F.

La grandeur qui illustre le mieux cette interdépendance est assurément l'impédance ($V_{H.F.}/I_{H.F.}$) en fonction de la tension T.H.T. et cela pour différentes valeurs, en paramètre, de la distance sonde-quartz : (fig. 10). Les courbes notées (1) correspondent au minimum de tension de sortie de la sonde et celles notées (2) au maximum de cette tension. On remarquera de plus qu'au seuil de cavitation les bulles d'air dégagées semblent isoler, en partie du moins, la sonde du quartz émetteur.



3.1.6. Modifications apportées à cette sonde.

Inconvénients.

- La tension de sortie de la sonde était une tension H.F. Il fallait donc blinder la sortie contre les champs électriques H.F. extérieurs intenses produits par le générateur très proche. C'était d'ailleurs le rôle du double blindage de laiton entourant la sonde.

- La lecture au voltmètre électronique était, de plus, rendue assez imprécise par des fluctuations. En effet, le champ ultrasonore arrivant sur la sonde était modulé par les fluctuations du liquide qui séparait la sonde du quartz émetteur.

Pour remédier à ces deux inconvénients, nous avons intégré ces fluctuations par des capacités, après avoir redressé par une diode la tension H.F. recueillie sur la cathode du tube. Cette

diode est d'ailleurs enfermée dans la sonde, afin de n'introduire avant détection, aucune tension H.F. parasite.

Avec cette modification, l'appareil de mesure est maintenant un voltmètre continu, à haute impédance d'entrée.

De plus, afin d'éviter toute introduction de tension H.F. parasite dans la sonde, le transformateur de chauffage filament a été précédé d'un filtre symétrique pour la H.F.

Nous avons aussi quelque peu modifié les valeurs numériques du montage cathodyne pour que, suivi de sa détection, il soit plus longtemps linéaire ; avec les valeurs portées sur le schéma de la figure (11) nous obtenons la linéarité jusque 15 V. d'entrée sur la grille du tube.

Nous avons évidemment vérifié, avant de faire des mesures, que la sonde sortie de l'eau, le voltmètre ne donnait aucune déviation.

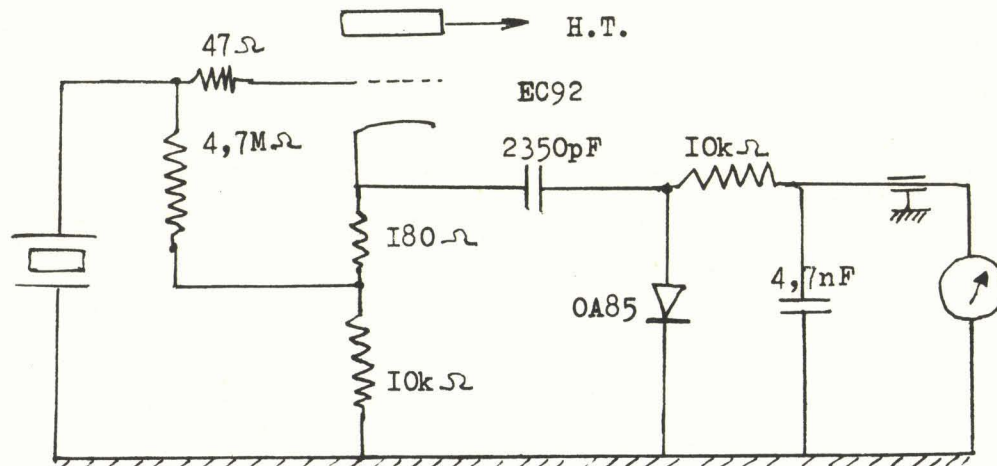


Figure 11

3.2. ETUDE DES CHAMPS ULTRASONORES -

Malgré les interactions de la sonde et du générateur nous avons cru pouvoir faire une étude qualitative valable de la forme des champs, afin de découvrir les paramètres qui les modifient en leur forme et leur intensité, en vue d'obtenir des champs conformes à nos hypothèses de départ.

3.2.1. Conditions expérimentales de ces mesures.

Les mesures antérieures nous ont montré l'influence et la perturbation de la cavitation ; c'est pourquoi nous avons cru bon d'éliminer, autant que possible, ce paramètre gênant, en dégazant l'eau avant de l'introduire dans le vase laboratoire.

Le dégazage s'effectuait en chauffant l'eau sous vide et en la maintenant à ébullition pendant une demi-heure environ puis en la laissant se refroidir aussi sous vide. Le vide était obtenu à l'aide d'une trompe à eau.

L'utilisation d'une telle eau éliminait pratiquement toutes les fluctuations que l'on remarquait avant sur les grandeurs mesurées : tension de sortie de la sonde surtout, courant H.F. traversant le quartz émetteur ($I_{H.F.}$).

Les variations de la tension de sortie de la sonde nous servaient d'ailleurs, comme critère de dégazage. En général, après une journée de travail il fallait recommencer le dégazage surtout si nous travaillions à forte puissance.

La prospection de quelques champs avec la sonde non encore munie du dispositif de détection avait montré que ceux-ci présentaient un palier relativement régulier lorsque la sonde était assez proche du quartz émetteur (6 cm). C'est donc dans ces régions que nous allons faire ces nouvelles prospections.

De plus les premières expériences sur la sonde ont montré que c'est dans le cas des ondes stationnaires (maximum de tension de sortie de la sonde (2)) que les défauts de ces champs étaient

amplifiés comparativement à ceux relevés dans le second cas (minimum de tension de sortie de la sonde (1)). Toutes nos mesures seront donc faites en réglant la position de la sonde pour avoir ce maximum. Ce procédé a, de plus, l'avantage de charger moins le quartz émetteur comme le montrent les courbes de la figure 10 puisque tous les tracés (2) se situent toujours en dessous des tracés (1).

Nos pointés seront effectués tous les 1/2 cm dans quatre directions A,B,C,D, repérées par rapport au générateur comme l'indique la figure (12) dans le sens 0 vers 1.

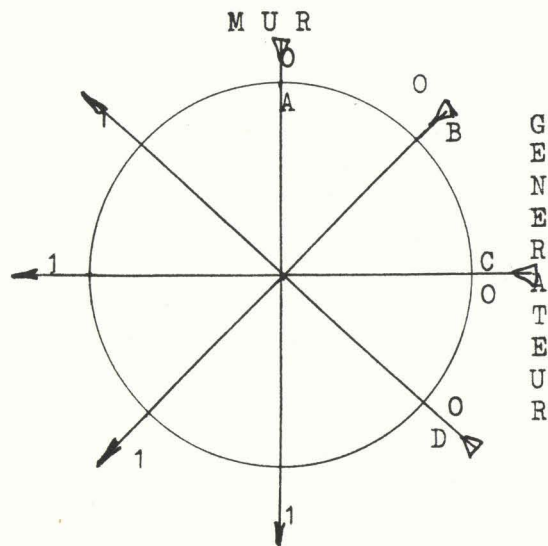


Figure 12

3.2.2. Mode de représentation.

Sur un plan à l'échelle 3, nous reportons les valeurs des tensions de sortie délivrées par la sonde. Puis, par interpolations proportionnelles, nous déterminons les points de cote ronde. En joignant ensuite tous ces points, nous obtenons la carte des champs ultrasonores ; ce sont, en fait, des isobares.

3.2.3. Mesures et réglage du parallélisme piston-quartz.

La première carte (fig. 13_a) révèle une tendance du quartz émetteur à fournir plus d'énergie à gauche qu'à droite ; c'est pourquoi nous avons essayé d'améliorer le réglage du parallélisme piston réflecteur(E)-quartz (cf. fig. 3).

La position de l'électrode-piston par rapport au carter et par conséquent par rapport au quartz fixé à celui-ci est déterminée par le serrage de six écrous A,B,C,D,E,F. (fig. ci-contre).

Nous avons essayé de faire varier le parallélisme méthodiquement :

a) en desserrant A d'un demi-tour et serrant D d'un demi-tour (fig. 13_b).

b) à partir de cette position, en serrant A d'un tour et desserrant D d'un tour (fig. 13_c).

c) en serrant F d'un demi-tour et desserrant B d'un demi-tour (fig. 13_d).

d) en desserrant F d'un tour et serrant B d'un tour (fig. 13_e).

Le procédé de réglage est toujours le même : nous réglons la fréquence F et la distance piston-quartz d par la hauteur du geyser et nous vérifions par variation de d que la tension de sortie de la sonde dans le geyser est maxima.

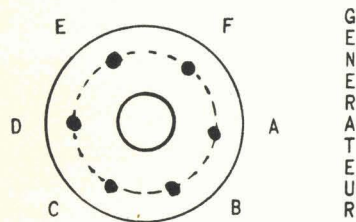


Figure 13

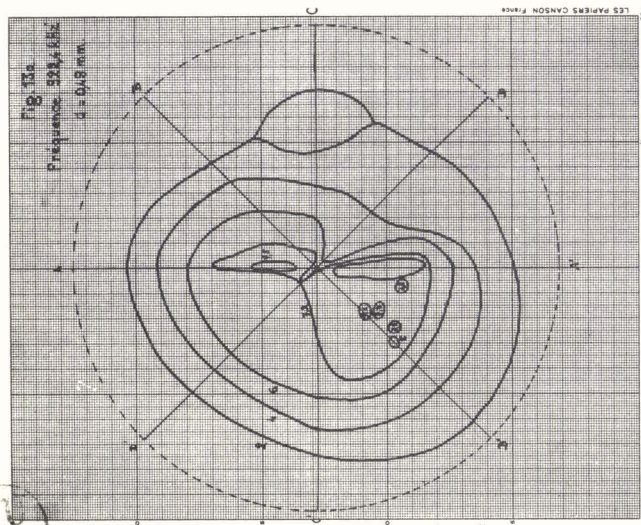


Figure 13_a

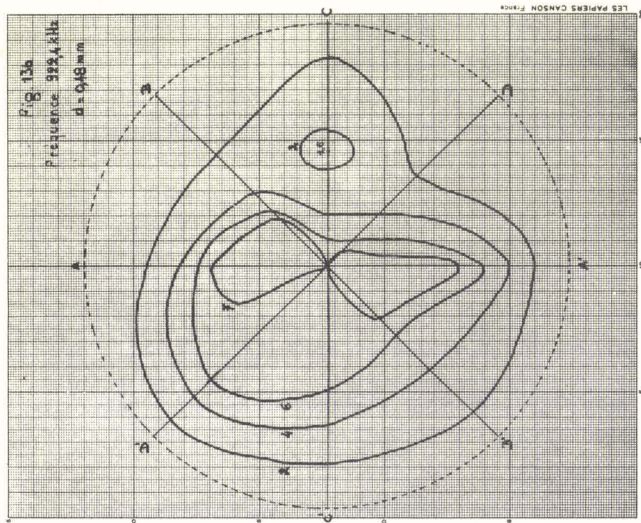


Figure 13_b

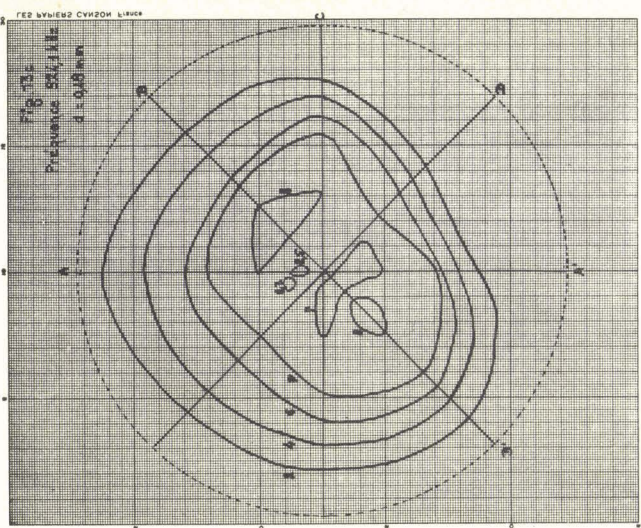


Figure 13_c

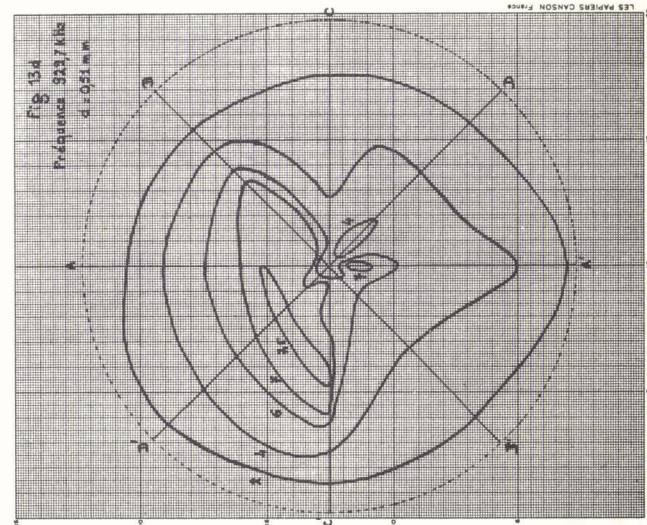


Figure 13_d

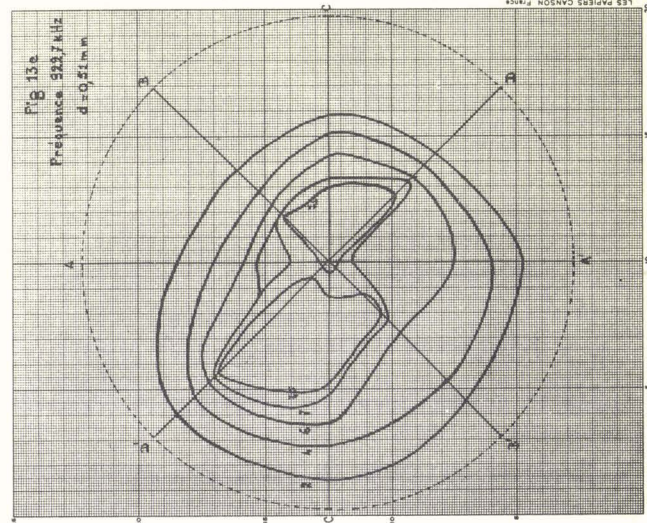


Figure 13_e

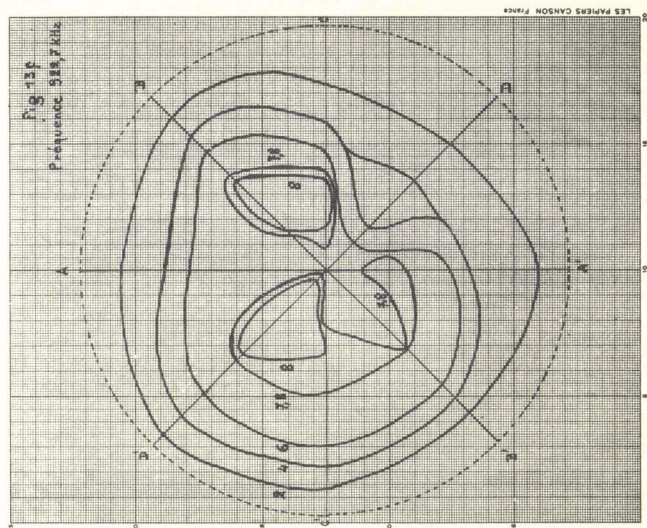


Figure 13_f

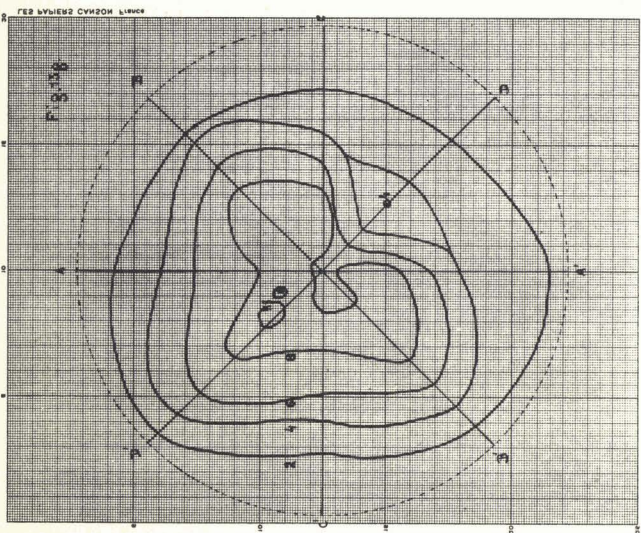


Figure 13g

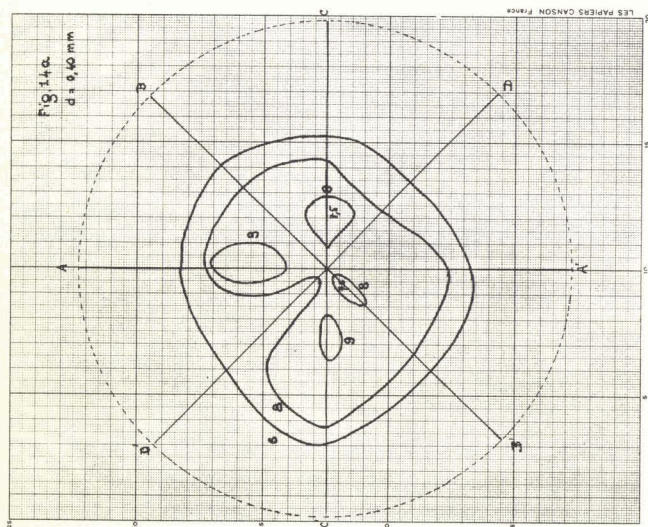


Figure 14a

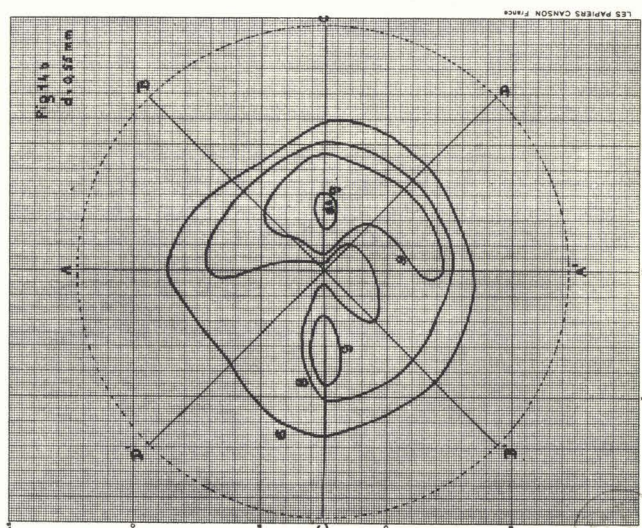


Figure 14b

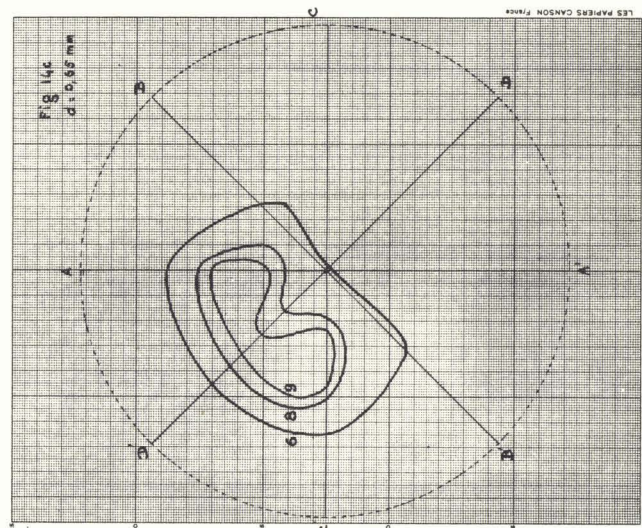


Figure 14c

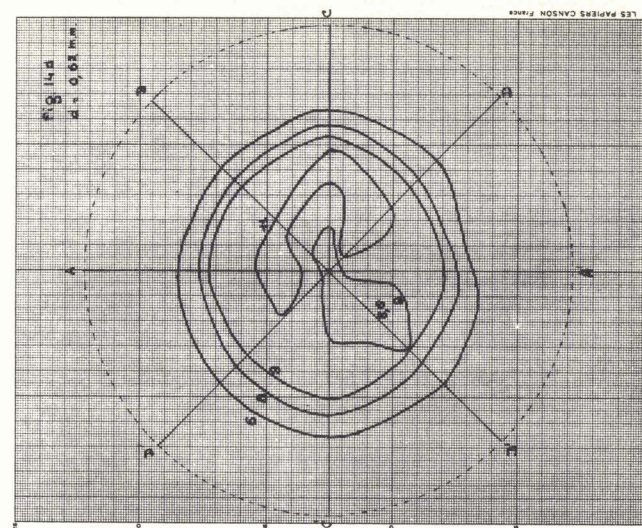


Figure 14d

Les fréquences ainsi que la distance d sont portées sur chaque dessin.

Des quatre cartes ($13_{b,c,d,e.}$) ainsi obtenues la meilleure est manifestement la 13_c . Nous avons cherché par action sur F et sur B à réobtenir une carte semblable (13_f). Cette carte semblait assez satisfaisante mais nous avons voulu refaire les mesures pour vérifier leur reproductibilité. Ce qui donne la carte (13_g) dont la forme générale est comparable à celle de (13_f).

Venant de recevoir un quartz qui avait été retaillé car son épaisseur présentait des irrégularités supérieures au μ , nous avons, en nous inspirant des précédentes mesures, utilisé une méthode un peu différente et légèrement plus rapide.

1°) Nous dégrossissons le réglage du parallélisme piston-quartz en emprisonnant une bulle d'air entre ces deux pièces ; puis nous nous arrangeons par serrage ou desserrage des six vis pour que cette bulle s'écrase régulièrement sur le quartz.

2°) Nous relevons ensuite une série de trois cartes.

- a) l'une à la distance optima d_0 (réglage de la hauteur du geyser) figure 14_a .
- b) une seconde avec $d < d_0$ figure 14_b .
- c) une dernière avec $d > d_0$ figure 14_c .

L'observation de la déformation des cartes, en les comparant, montre que le piston est incliné vers la droite. Nous remarquons de plus que les champs restent bons dans la direction B (cf. fig. 15). Il faut donc faire pivoter le piston autour de cette direction.

Après avoir fait les corrections indiquées sur la figure 15 nous relevons la carte 14_d qui se révèle excellente comparativement à toutes les autres obtenues jusqu'ici.

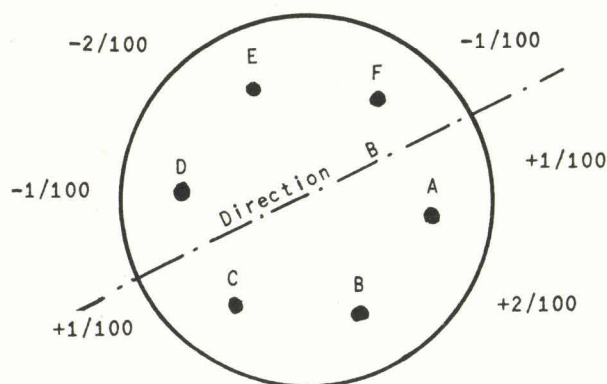


Figure 15

3.2.4. Conclusions apportées par ces mesures.

Cette présente étude nous indique, en plus d'une méthode de réglage du projecteur, les régions dans lesquelles les champs peuvent commencer à être considérés comme uniformes et dans lesquelles il faudra faire passer le faisceau lumineux pour obtenir les phénomènes optiques.

Cependant une question reste posée : celle de savoir si notre sonde par ses dimensions encore trop importantes ne perturbe pas trop les champs dont nous voulons relever la carte. C'est pourquoi nous avons cru bon de construire une autre sonde de mêmes caractéristiques électroniques mais dont l'élément sensible soit plus petit.

3.3. SONDE PIEZOELECTRIQUE A CERAMIQUE [9] -

Réduire la valeur de la surface active de l'élément piézoélectrique sensible dans un rapport r c'est réduire la capacité propre de cet élément dans le même rapport. Comme les capacités parasites ne peuvent pratiquement pas diminuer, la fraction de tension transmise sur la grille, et donc la sensibilité de la sonde, est réduite dans le rapport r . Ce qui montre la quasi impossibilité de réaliser notre projet à l'aide d'un quartz.

Nous nous sommes tournés vers le titanate de baryum, céramique à fort pouvoir inducteur spécifique ϵ et à fort module piézoélectrique K .

$$\epsilon_{(quartz)} = 4,5$$

$$\epsilon_{(titanate)} = 1\,100$$

$$K_{(quartz)} = 6,4 \cdot 10^{-8}$$

$$K_{(titanate)} = 389 \cdot 10^{-8} \text{ U.e.s.c.g.s.}$$

3.3.1. Caractéristiques de la céramique utilisée.

Elle a été fabriquée sur notre demande par la société "Quartz et Silice", avec comme caractéristiques principales :

- diamètre : 4 mm.
- fréquence de résonance : 1070,65 kHz, ce qui donne une épaisseur d'environ 2,5 mm. Fréquence pratiquement constante pour une température comprise entre 0 et 80°C.
- ϵ sensiblement constant entre 0 et 50°C.
- capacité de la céramique à 900 kHz : 24,5 pF.

3.3.2. Réalisation théorique et caractéristiques.

Le schéma théorique (fig. 16) est en tout semblable à celui de la première sonde. Afin de réduire au maximum ses dimensions, nous avons choisi un tube subminiature, la pentode 5636 que nous avons montée en triode. Ce tube fonctionne dans les conditions suivantes :

- tension d'anode : 100 V.
- tension d'alimentation : 196 V.
- polarisation de grille : -1,7 V.
- débit de l'alimentation : 8 mA.

Caractéristiques.

- Capacité d'entrée du tube et des liaisons : 11,8 pF.
- Rapport entre la tension développée par les U.S. sur la céramique et la tension admise sur la grille : 1/0,675.
- L'appareil de lecture de la tension redressée est un voltmètre L.T.R. à grande résistance interne : 200 000 Ω/V .
- Nous avons adjoint à la sonde un système diviseur de tension afin de pouvoir entrer sur la sensibilité 50 mV. d'un potentiomètre enregistreur Philips 4040/01. Les capacités incluses dans ce diviseur atténuent les fluctuations dues à la modulation du signal par les changements brusques d'impédance acoustique provoqués par le geyser.

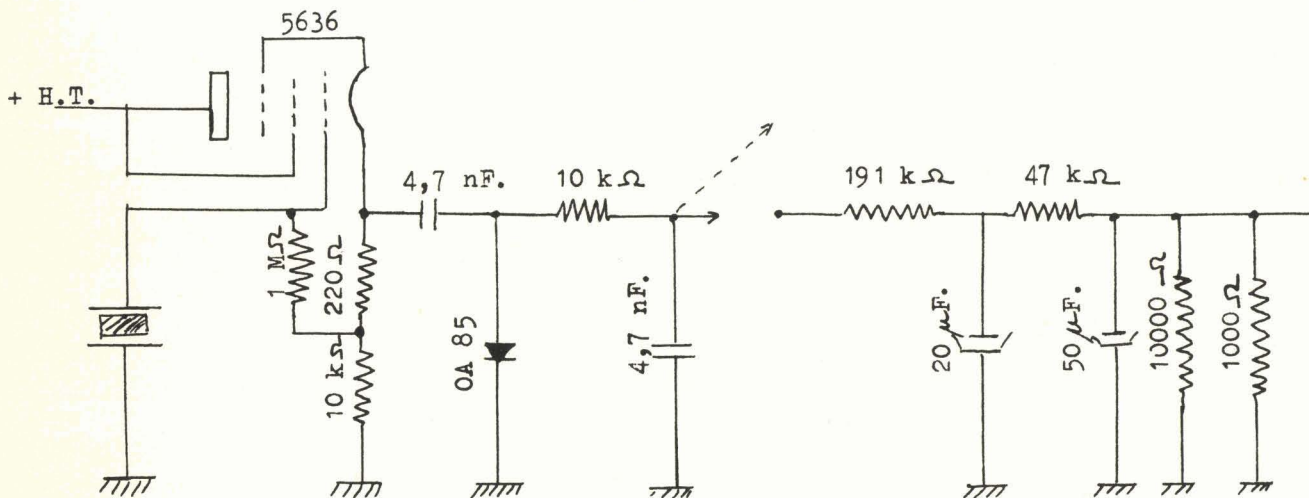


Figure 16

- Nous avons vérifié la réponse linéaire de la sonde jusque 15 V. d'entrée.
- Gain peu sensible aux variations de tension anodique.
- En reprenant les calculs du paragraphe 3.1.2. avec les nouvelles valeurs numériques nous trouvons :

$$\Delta U_{(Volt)} = 0,224 \Delta p_{(atmosphère)}$$

Résultat plus faible que celui de l'autre sonde mais du même ordre de grandeur.

- Si nous tenons compte du diviseur de tension et que les mesures sont faites au potentiomètre enregistreur nous aurons :

$$\Delta U_{(mV.)} = 6,7 \Delta p_{(atmosphère)}$$

3.3.3. Réalisation pratique.

Elle est représentée figure 17. Elle se compose d'un corps formé par un tube de cuivre et d'une tête où se trouve placée la céramique. Au point de vue mécanique, nous avons surtout veillé à obtenir un démontage très facile des éléments.

Dans le corps de la sonde, nous pouvons loger le dispositif amplificateur monté sur une plaquette isolante. La grille du tube est simplement réunie à un ressort qui vient s'appuyer sur la pièce (a). Toutes les connexions aboutissent à un bouchon logé dans la partie supérieure. Il est possible de démonter le dispositif amplificateur en très peu de temps ; éventuellement on pourrait le remplacer par un autre fixé sur une plaquette isolante identique.

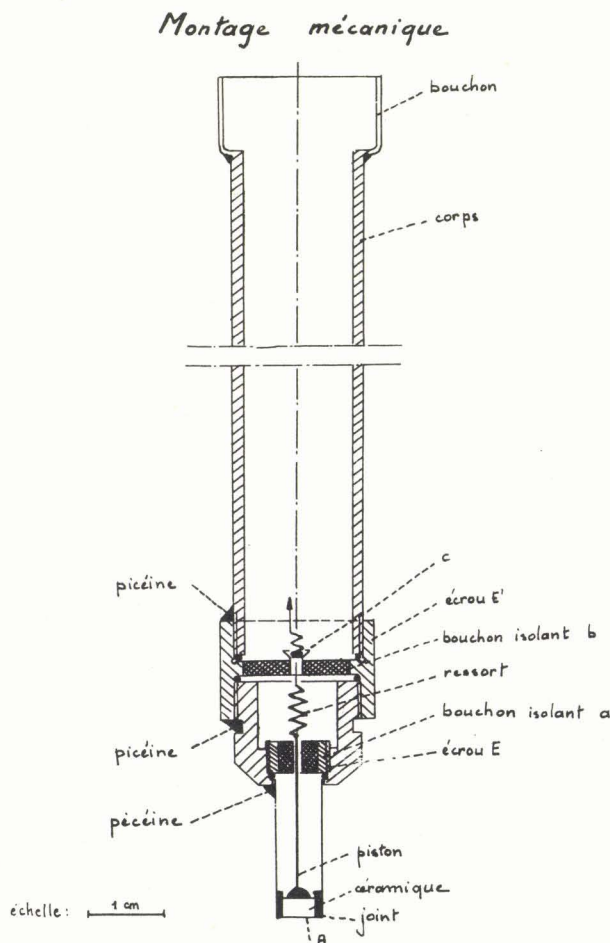


Figure 17

L'extrémité de la sonde est faite d'un assemblage de pièces exactement centrées. La céramique est maintenue dans un tube en aluminium par un joint de polystyrène. Le tube est lui-même fixé sur la sonde par un écrou E et, par le double écrou E', on adapte l'ensemble sur le corps de la sonde. Nous introduisons à chaque filetage un joint spécial dur pour assurer un bon serrage des pièces.

Le circuit électrique est formé par un piston métallique venant s'appuyer sur la face supérieure argentée de la céramique; il est maintenu par un bouchon isolant (a). Dans le bouchon isolant (b) est fixée une pièce (c) qui assure le contact avec la sonde.

Nous avons fait une petite étude du ressort qui assure le contact entre le piston et la céramique.

Il faut que la constante de rappel du ressort soit faible pour éviter l'amortissement des oscillations de la céramique. De plus lorsque la sonde est en position de prospection dans le champ ultrasonore, le niveau d'eau au-dessus de la céramique est environ de 20 cm au maximum. La céramique est alors soumise à une force hydrostatique de 2,5 g environ. Nous avons choisi un ressort qui exerce sensiblement la même force pour éviter toute déformation à la céramique.

3.3.4. Entretien.

Comme nous l'avons vu, le dispositif amplificateur se démonte aisément par l'extrémité supérieure.

Pour le montage de la céramique, on la dégraisse dans du tétrachlorure de carbone et on la fixe à l'intérieur du joint de polystyrène à l'aide d'une colle au plastique que l'on dépose aussi sur toute la face (A) de la céramique. Après séchage, on fait une légère ouverture dans la pellicule de plastique pour assurer le contact de la céramique avec l'eau. Il est à remarquer que cette pellicule n'absorbe pratiquement pas les ultrasons, vu sa faible épaisseur. D'autre part, la colle au plastique donne au joint de polystyrène une grande élasticité et la céramique peut vibrer aisément.

L'expérience a montré que les ultrasons à grande puissance sont capables de ronger le tube d'aluminium à tous les nœuds de vibrations : nous l'avons alors entouré d'une gaine de plastique.

Pour le montage de la céramique, une seule précaution est à prendre ; les pièces mécaniques sont toutes centrées et il suffit de monter la céramique perpendiculairement à l'axe de la sonde ; on y arrive aisément.

Nous avons pensé que les joints à chaque partie vissée assureraient facilement l'étanchéité, mais cela n'est pas vrai lorsqu'on utilise les ultrasons à haute puissance ; nous avons déposé une couche de picéine sur chaque partie vissée. Nous avons gagné beaucoup du point de vue étanchéité comparativement à la sonde précédente ; elle devait être démontée toutes les 6 heures ; pour cette seconde, il suffit de déposer une couche de colle au plastique après une trentaine d'heures de travail.

3.3.5. Dispositif de déplacement de la sonde.

L'ensemble du montage est représenté figure 18. Il a demandé une précision mécanique assez importante. En effet, nous voulions réaliser un déplacement mécanique automatique de la sonde de telle façon qu'elle reste parallèle au plan du quartz car tout décalage en hauteur de la sonde se traduit immédiatement par une variation du niveau d'énergie, étant donné la faible longueur d'onde des U.S.

Sur l'armature métallique du vase laboratoire, nous avons adapté un limbe de goniomètre gradué en degrés. Trois vis (a) fixées dans ce disque permettent de régler parfaitement son plan. Nous avons ainsi la possibilité de repérer tous les méridiens du champ ultrasonore.

Sur cette pièce est monté un châssis composé de deux barres cylindriques de translation réunies par deux plats de laiton. Les quatre vis (b) permettent de régler le parallélisme du plan du châssis et du plan du disque gradué.

Sur ces barres de translation se déplace le chariot métallique. Il repose sur une tige par l'intermédiaire d'un "V" et sur l'autre par une vis (c) nous aurons ainsi un guidage parfait par trois points. La vis (c) permet de régler le parallélisme du chariot avec les plans précédemment étudiés ainsi que la verticalité de la sonde.

Le déplacement du chariot est assuré par une vis de translation au pas de 6 ; un écrou d'entraînement la lie au chariot, mais étant libre dans une gorge, on a un démontage instantané. Une des extrémités de la vis est reliée par un flector à un compte-tours ; celui-ci permet de repérer exactement la position de la sonde dans le plan méridien. L'autre extrémité est liée par un accouplement élastique à un moteur synchrone (moteur S.A.P.M.I.) d'entraînement.

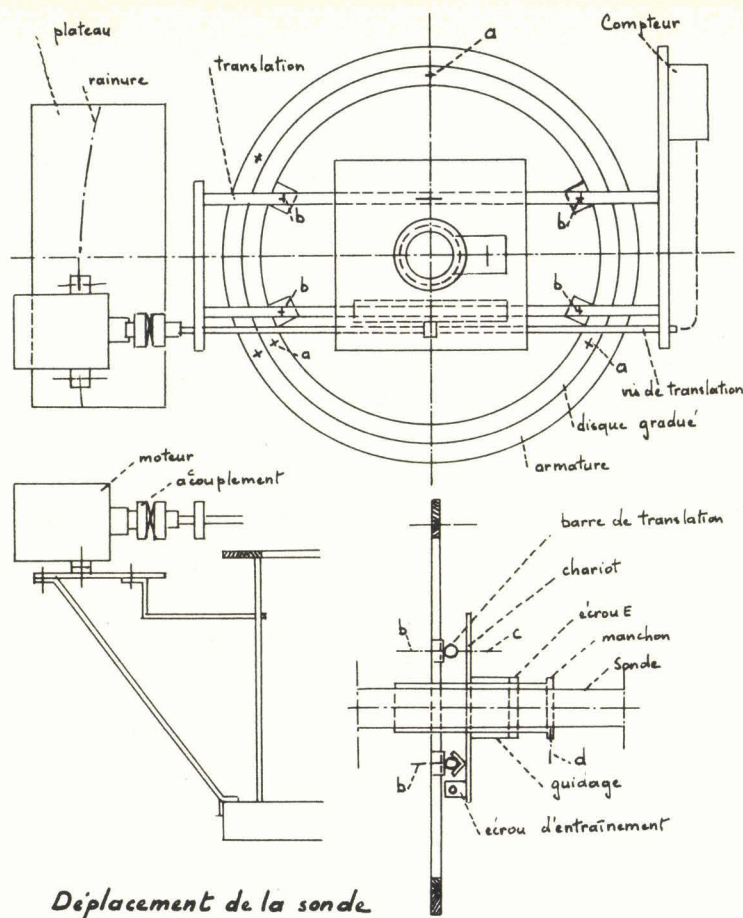


Figure 18

Sur le chariot est monté un dispositif permettant le déplacement vertical de la sonde. Un manchon fixé sur le chariot assure le guidage. Dans celui-ci coulisce un manchon fileté au pas de 8, fixé sur la sonde par une vis (d). Cette vis permet les grands déplacements de la sonde et l'écrou (e) assure le réglage fin. Nous avons réalisé les trois mouvements principaux nécessaires à l'étude des champs ultrasonores.

3.3.6. Etude expérimentale de la sonde en présence d'U.S.

Nous avons, avec cette nouvelle sonde, refait des études expérimentales comparables à celles effectuées avec la première.

- En faisant varier la capacité d'entrée, à position fixe de la sonde et à puissance constante du générateur nous avons vérifié que la tension ramenée sur la grille du tube était proportionnelle au rapport de la capacité propre de la céramique (24,5 pF) sur la somme des capacités d'entrée. Cette relation est vraie quels que soient le régime de travail (minimum de tension ou maximum de tension de sortie de la sonde) et la puissance émise par le générateur.

- L'interposition d'écrans minces de cuivre inclinés sur le faisceau ultrasonore produit, par réflexion d'une partie de l'onde, un affaiblissement du faisceau. En utilisant ce procédé nous avons pu nous rendre compte de la linéarité de la réponse de la sonde.

- Enfin nous avons étudié si la sonde, comme la précédente, réagissait sur l'émetteur. A une puissance quelconque donnée, le courant $I_{H.F.}$ traversant le quartz est constant, quelle que soit la position de la sonde dans le champ ultrasonore. Donc ici les courbes du type de celles représentées figure 10 se réduisent à une droite horizontale.

Ces quelques mesures montrent la supériorité de cette nouvelle sonde sur la première.

3.4. NOUVELLE SERIE DE MESURES SUR LES CHAMPS U.S. - ENREGISTREMENTS CONTINUS A FORTE PUISSANCE ULTRASONORE -

Nous nous proposons ici d'enregistrer la forme des champs ultrasonores à forte puissance d'une façon continue et non plus, comme précédemment, par points. Pour ce faire, nous avons étudié d'abord les différents paramètres influant sur la reproductibilité de ces enregistrements.

3.4.1. Paramètres perturbant la reproductibilité des mesures.

- Salinité de l'eau.

En effet, nous utilisons de l'eau distillée pour remplir le vase laboratoire dans lequel nous étudions les champs. Afin d'augmenter la conductibilité de cette eau (retour de masse) nous lui ajoutons du chlorure de sodium. Nous avons vérifié que le courant $I_{H.F.}$ traversant le quartz était indépendant de la salinité si cette eau contenait une quantité supérieure à 2 g de sel par litre.

- Réflexion de l'onde sur la surface air-eau.

Dès que nous utilisons un niveau d'énergie un peu élevé l'eau était agitée à la surface et cela créait de multiples fluctuations dans l'enregistrement.

Pour éliminer ces fluctuations, nous avons fixé à la sonde un écran absorbant constitué d'ouate plongeant dans l'eau puis nous avons vérifié qu'il ne réagissait pas d'une façon sensible sur l'émetteur.

- Gaz dissous dans l'eau et le pétrole.

C'est à partir de ce moment que nous avons dégazé le pétrole emplissant le carter. Dans cette nouvelle série de mesures nous avons utilisé une méthode différente de celle décrite précédemment pour le dégazage de l'eau. Nous nous contentions de faire le vide au-dessus du vase laboratoire pendant que nous poussions les ultrasons à la puissance maximum ; après une demi-heure de ce traitement l'eau était mieux dégazée que par le premier procédé. Il faut remarquer que ce dégazage se faisait en deux fois ; après la seconde libération de gaz nous pouvions arrêter l'opération.

Cette méthode avait l'avantage de n'échauffer que faiblement l'eau et d'éviter de procéder à un transvasement qui regazait toujours un peu le liquide.

- Influence de la hauteur de l'eau dans le vase.

Cette hauteur n'avait pratiquement aucune influence sur le comportement du quartz si nous avions soin que l'eau ne submerge pas l'ouate.

- Température de l'eau.

C'était ici le paramètre le plus gênant pour la reproductibilité de nos mesures. Si nous travaillions à forte puissance ultrasonore nous produisions des échauffements locaux qui faisaient varier la longueur d'onde des ultrasons : ce qui nécessitait un nouveau réglage de la distance sonde-quartz émetteur.

Une circulation d'eau froide ne résolvait pas complètement le problème car si elle refroidissait le milieu elle produisait des perturbations incohérentes supplémentaires que la sonde détectait. Il fallait donc arrêter le fonctionnement de la pompe qui brassait l'eau pour pouvoir faire nos relevés. C'est pourquoi nous avons pensé à un système automatique qui réaliserait les opérations suivantes :

- le déplacement de la sonde,
- la mise en marche et l'arrêt de la pompe,
- la mesure de la température afin de vérifier qu'elle n'a pas varié,
- la mesure du champ au point où la sonde est arrêtée.

3.4.2. Dispositif automatique de commande des opérations.

Pour limiter les échauffements locaux perturbateurs nous avons pensé ne laisser fonctionner les ultrasons que pendant la mesure des champs. Si ces derniers étaient arrêtés pendant l'écoulement de l'eau de refroidissement le brassage n'était pas suffisant pour obtenir un abaissement de température homogène ; c'est pourquoi, pendant tout le temps autre que celui de la mesure du champ, nous laissions les ultrasons fonctionner à faible puissance.

Découpage du temps.

Il est réalisé suivant le schéma de la figure 19.

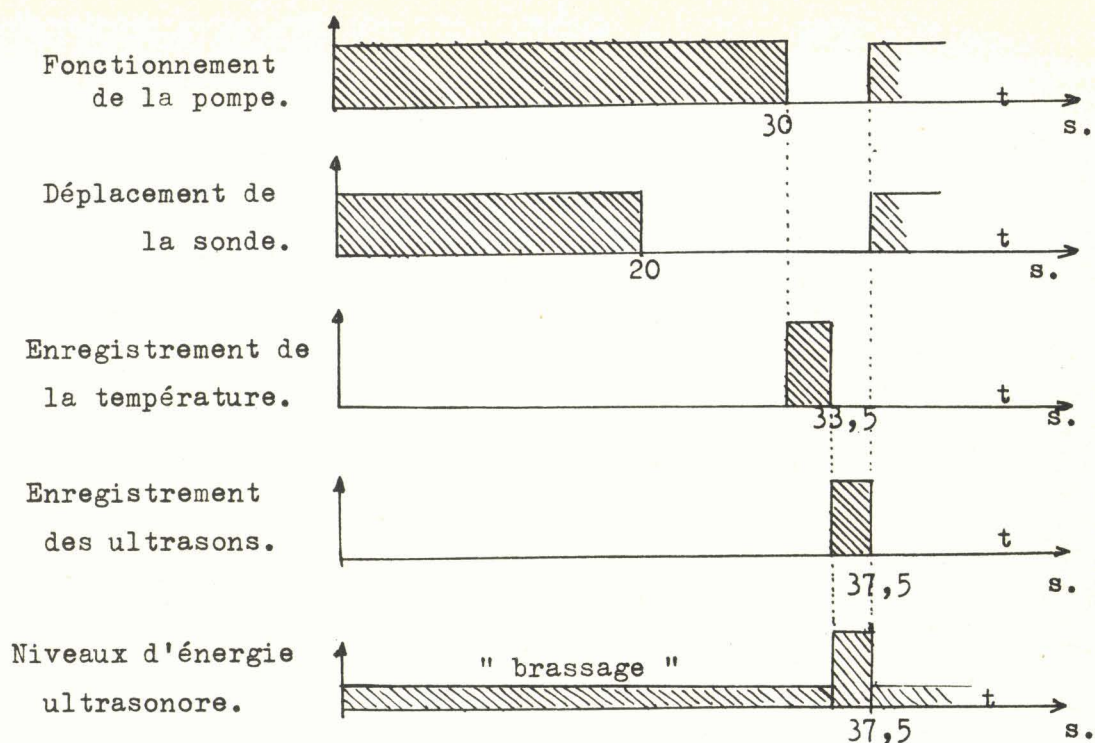


Figure 19

Fonctionnement du dispositif.

La mesure de la température s'effectuait à l'aide d'un thermomètre à thermistance réalisé conformément au schéma de la figure 20. Nous utilisons une thermistance de la Radiotechnique de $10\text{ k}\Omega$. Son étalonnage a été fait par comparaison à un thermomètre à mercure au $1/5$ de degré.

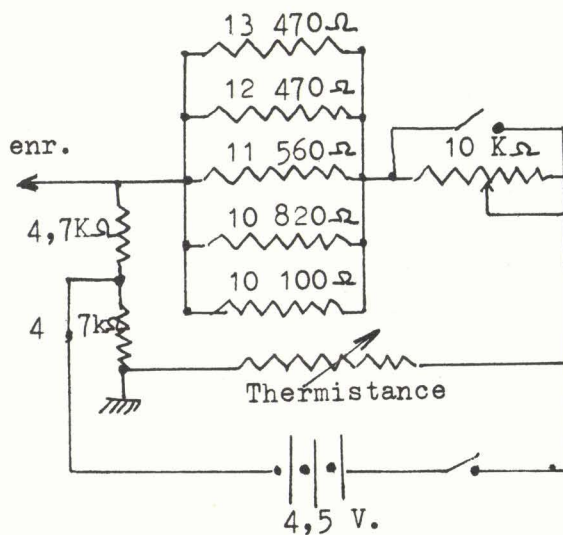


Figure 20

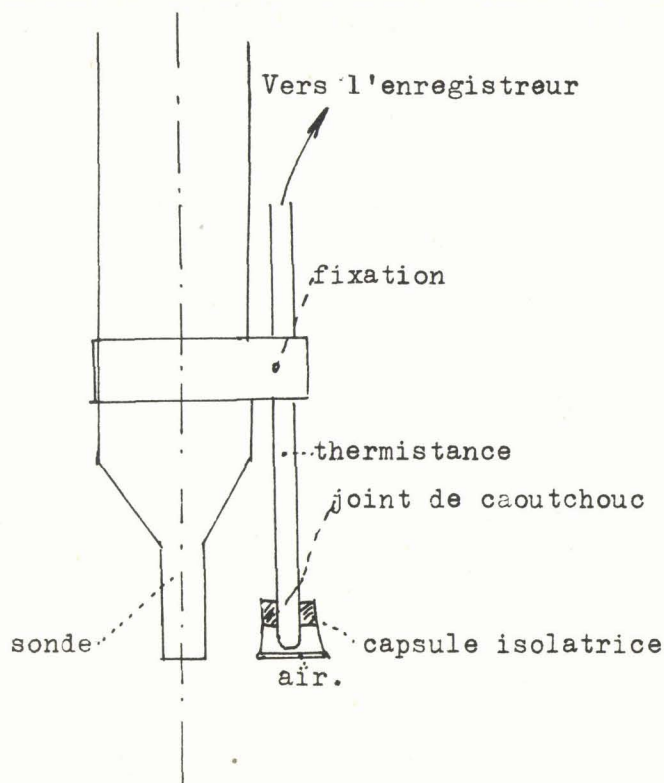


Figure 21

La thermistance était fixée, comme le montre la figure 21_a, très près de la céramique.

Le système électronique de commande automatique est réalisé selon le schéma de la figure 22.

Un multivibrateur formé de deux pentodes (E L 84) montées en triodes sert de base de temps à tout le système : (éléments A). Son tube (A_1) commande un double relai ($\alpha_1 - \beta_1$). L'élément (β_1) commande la mise en route de la pompe de refroidissement. L'élément (α_1) envoie une impulsion à la grille de l'univibrateur (B).

Sur le tube (A_2) du multivibrateur sont montés deux relais doubles ($\alpha_2 - \beta_2 - \gamma_2 - \delta_2$). L'élément (α_2) ferme le circuit enregistreur lors de l'enregistrement de la température et des U.S. L'élément (β_2) envoie une impulsion à la grille de l'univibrateur (C). Les éléments ($\gamma_2, \delta_2, \beta_3$) permettent d'appliquer au projecteur ultrasonore le niveau d'énergie désiré, celui de brassage ou celui enregistré.

Les univibrateurs ont été montés avec des tubes triode-pentodes (E C L 80). Le diviseur de tension reliant la plaque de la triode et le - H.T. maintient la grille de la pentode à un potentiel très négatif, ce qui bloque le tube. Les impulsions envoyées par le multivibrateur permettent de faire débiter les tubes (B_4) et (C_3) pendant un temps déterminé par la constante : $R_g.C$.

Le relai (α_4) commande le déplacement de la sonde grâce à l'alimentation du moteur de translation. L'élément (α_3) permet d'enregistrer soit la température, soit le niveau d'énergie ultrasonore.

Dans tous ces montages nous ferons appel à une source de haute tension stabilisée pour éviter tout déclenchement intempestif des relais. La source de polarisation des grilles des univibrateurs est une source séparée.

3.4.3. Relevé de champs ultrasonores.

cf. figures 23. La première (a) montre une étude de reproductibilité de ces enregistrements obtenus avec notre matériel. Les trois autres enregistrements 23_{b,c,d} représentent la forme des champs dans trois directions différentes écartées de 60°.

La courbe supérieure pratiquement rectiligne représente la température mesurée avant chaque relevé du champ. (chaque petite division correspond à 0,03 °C).

La courbe inférieure dessine la forme du champ dans le méridien décrit par la sonde dans son déplacement.

La forme de ces champs ne diffère pas essentiellement de celle qui a été obtenue dans les relevés antérieurs. Quelques détails supplémentaires apparaissent peut-être. Nous avons voulu relever aussi les champs à proximité immédiate du quartz mais, en fait, nous n'avons obtenu rien de bien reproductible et surtout de bien cohérent ; ceci était dû à une influence directe de l'électrode (E) alimentant le quartz émetteur sur la sonde. Nous nous sommes rendu compte de cette anomalie en laissant la sonde fixe dans les directions parallèles au quartz et en la déplaçant suivant la direction perpendiculaire. Nous observions alors une décroissance exponentielle rapide du signal de sortie de la sonde comme si nous avions à faire à une absorption anormale de l'eau, phénomène qui a cessé à partir du moment où nous avons mis un contact de masse extérieur sur la partie métallisée de la céramique comme l'indique la figure 21_b. Nous avons choisi un petit ressort comparable à celui qui appuie sur l'autre face pour réaliser ce contact.

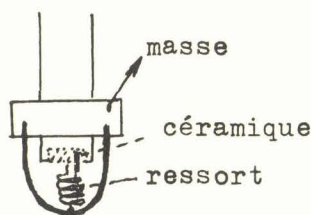


Figure 21_b

3.4.4. Essais sans résultats.

A très faible puissance les échauffements au sein du liquide sont très faibles et peuvent être négligés. Dans ces conditions il est possible de relever la forme des champs sans circulation d'eau avec un déplacement continu de la sonde. Nous n'avons rien obtenu d'essentiellement différent des relevés précédents.

Afin d'essayer d'améliorer la forme des champs, nous avons dressé le piston-électrode (E) qui n'était pas parfaitement plan à l'aide d'un marbre, puis nous l'avons repoli. En fait, nous n'avons remarqué aucune amélioration notable.

3.4.5. Expériences concluantes.

Nous avons pensé que la principale cause de perturbation des champs pouvait être la réflexion sur le piston (E) de l'onde ultrasonore et son retour sur le quartz ; c'est pourquoi nous avons vidé le carter de son pétrole. En effet, on sait qu'à cause des différences des produits ρv de l'air et du quartz- ρ masse volumique du milieu considéré et v vitesse des ultrasons dans ce même milieu - l'onde ultrasonore ne peut pratiquement pas sortir du quartz pour pénétrer dans l'air.

A partir de ce moment il n'était évidemment plus question de travailler à forte puissance sous peine de voir jaillir des étincelles entre le quartz et l'électrode (E).

Les premiers enregistrements nous ont révélé une nette amélioration de la forme des champs ultrasonores. L'enregistrement de la figure 24_a sur lequel nous avons porté la position du piston-électrode d'alimentation du quartz montre, aux accidents près, une certaine partie plane du champ ; cet enregistrement comporte deux courbes légèrement décalées : elles correspondent à deux passages successifs dans les mêmes conditions expérimentales : ce qui a l'avantage de montrer la reproductibilité de nos mesures.

La figure 24_b représente un enregistrement dans les mêmes conditions expérimentales mais selon un procédé quelque peu différent. Pendant le déplacement automatique de la sonde nous la déplaçons manuellement suivant la verticale autour d'une position fixe ce qui faisait varier un peu la distance sonde-quartz. Les amplitudes de ce mouvement étaient faibles, un demi-millimètre environ autour de la position fixe. Ce procédé avait l'avantage de nous donner la certitude que la sonde passait dans la position correspondant au maximum de tension de sortie ; en effet, les enregistrements de la figure 24_a pouvaient nous faire craindre que la sonde coupât les surfaces d'onde parce qu'elles n'étaient pas rigoureusement planes. Ce dernier enregistrement présentant une forme analogue aux précédents nous montra qu'il n'en était rien.

Nous avons pensé que les accidents nombreux qui bouleversaient la partie plane de nos champs étaient dus à des réflexions multiples des ultrasons sur les parois du vase laboratoire. C'est pourquoi nous avons entrepris de réaliser une chambre insonore en revêtant d'ouate toutes les parois du vase : ces revêtements ainsi que l'absorbant supérieur déjà existant avaient une épaisseur de 5 cm environ.

Ces modifications ont, en effet, amoindri les défauts comme le montre la figure 25. Il reste cependant une zone de perturbations : c'est la saignée dans l'absorbant supérieur pour laisser la sonde se déplacer. Afin de minimiser les réflexions qui pouvaient se produire à la surface de l'eau dans cette région non protégée nous avons entouré le corps de la sonde par une boule d'ouate :

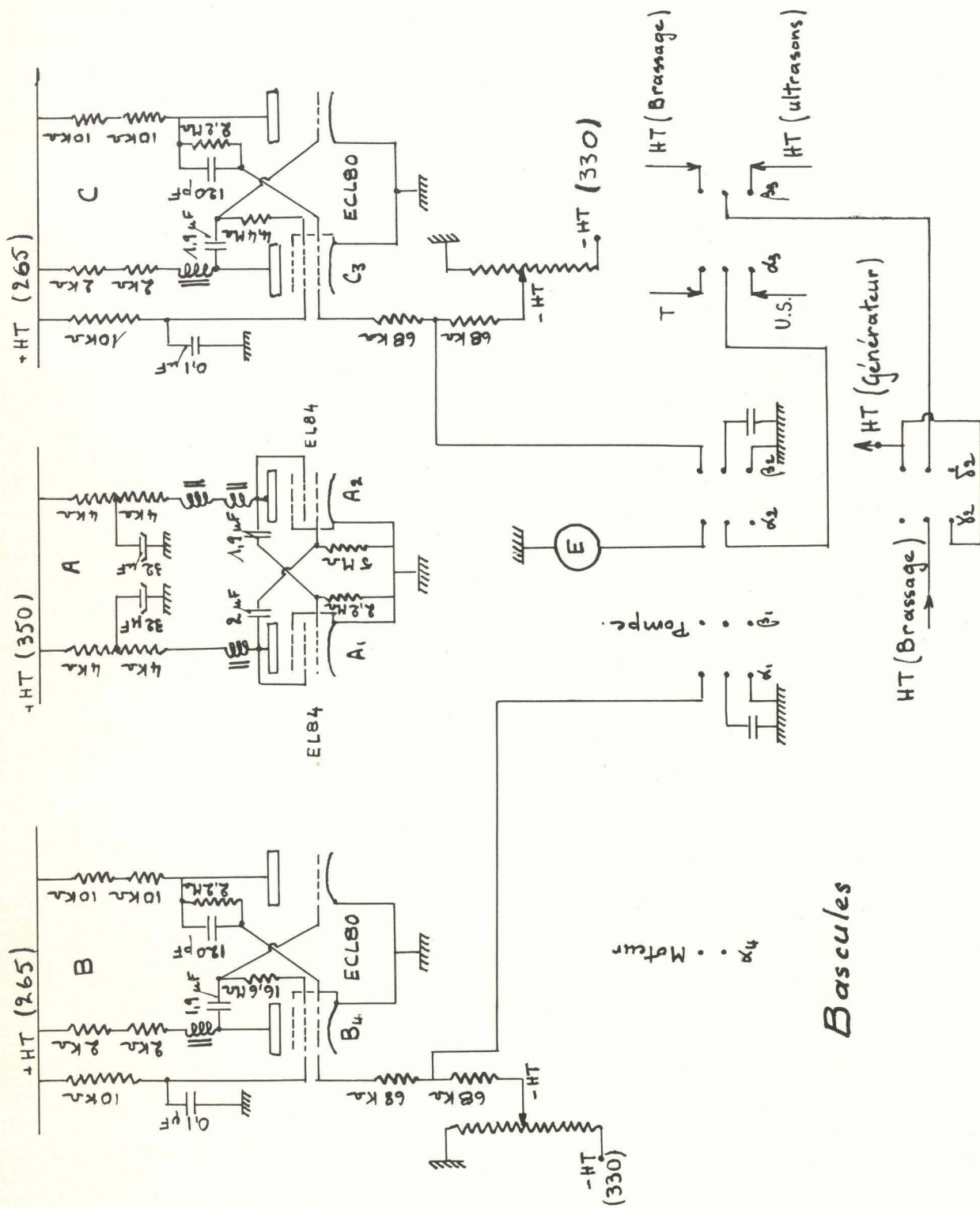
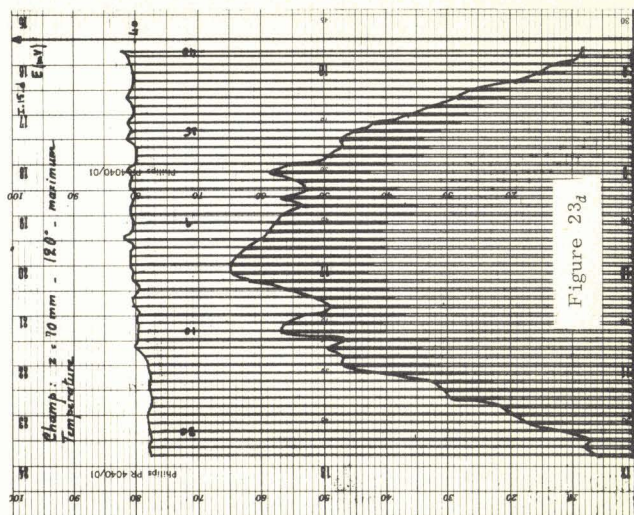
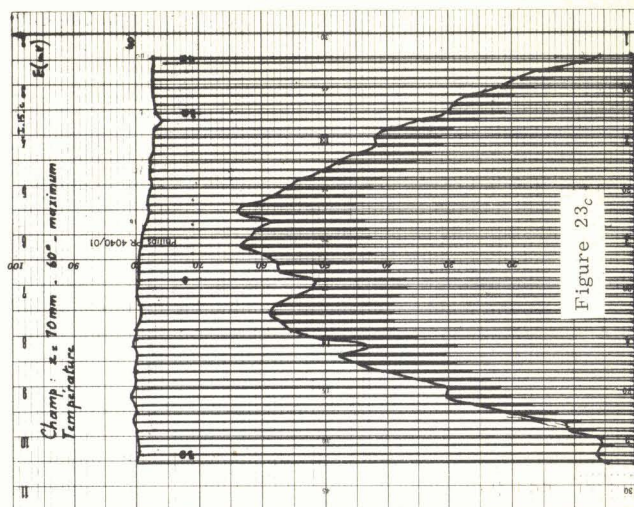
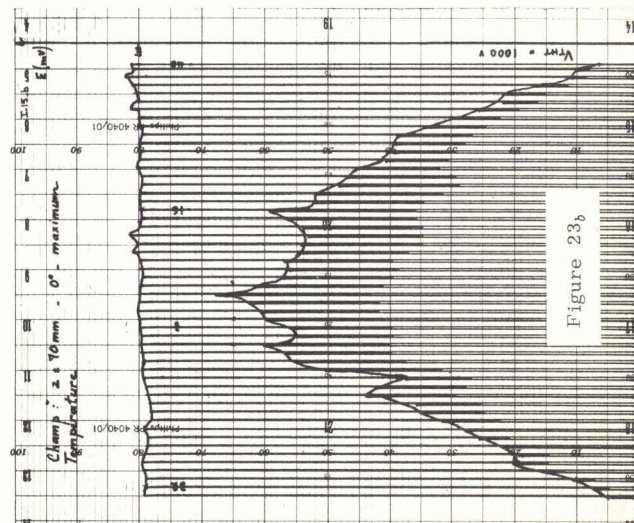
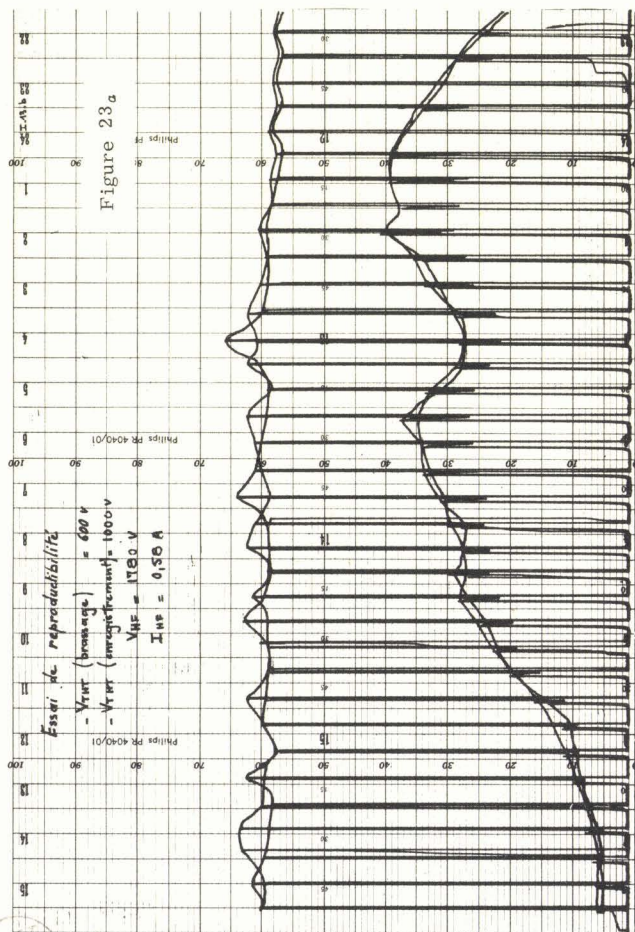
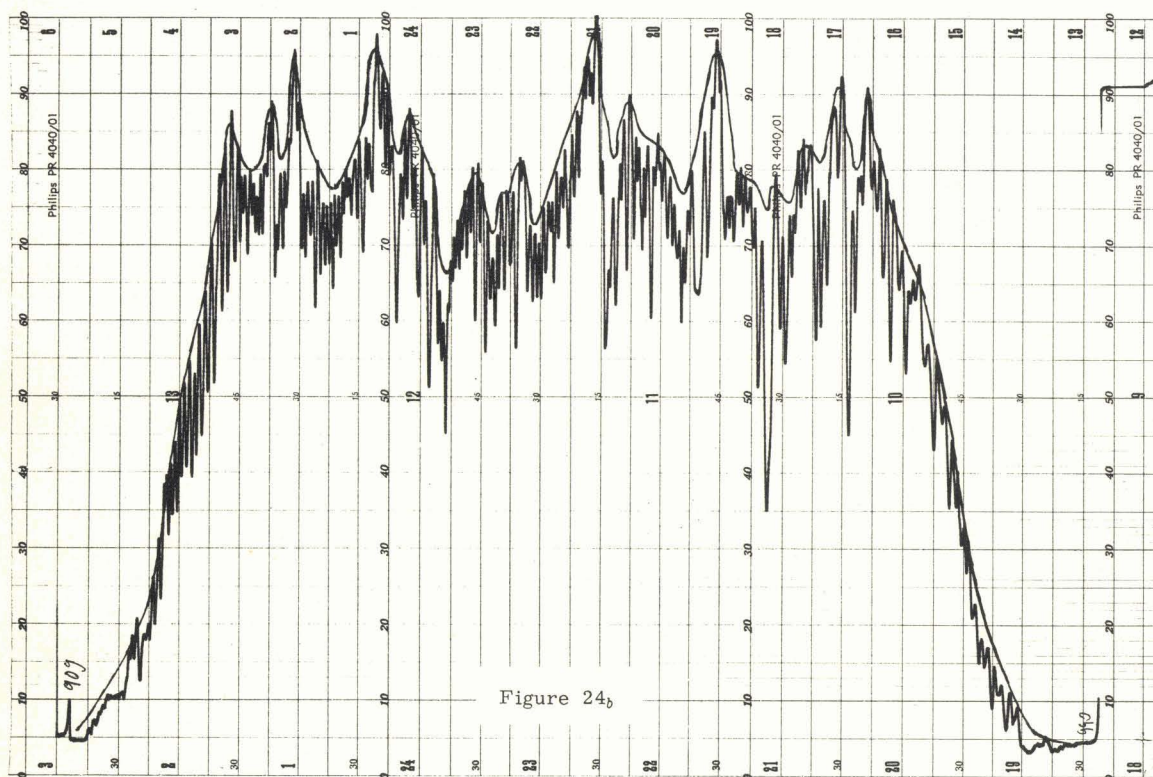
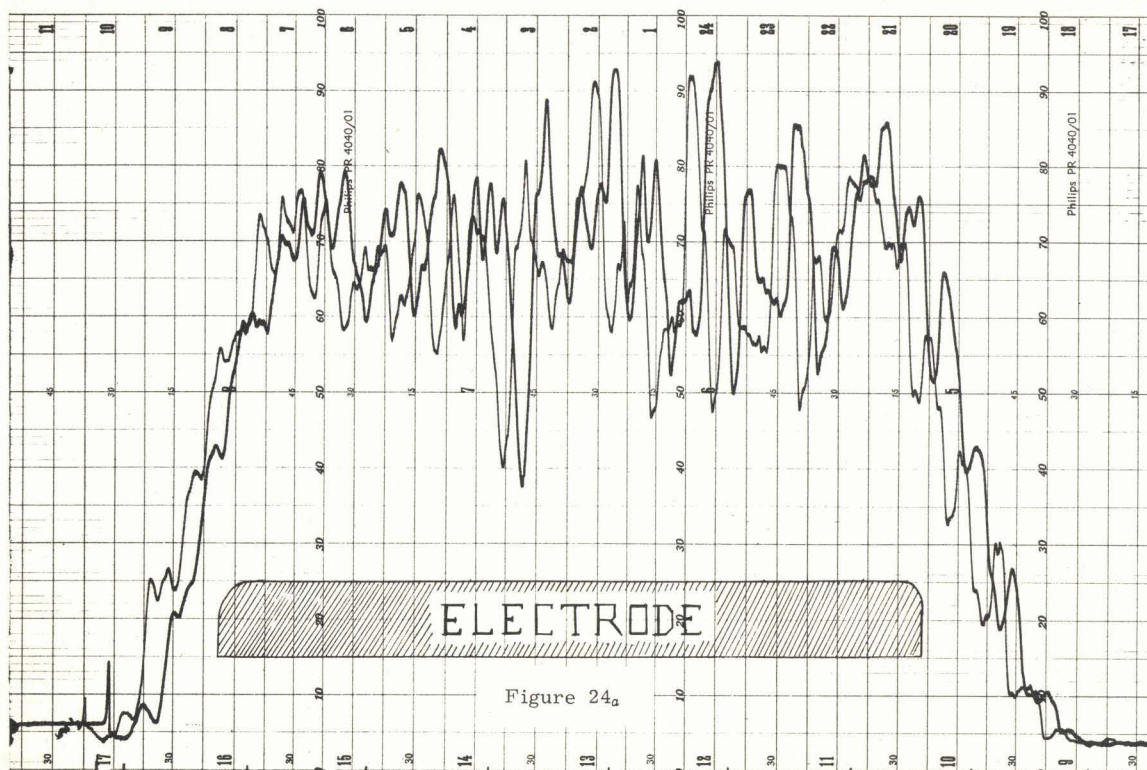
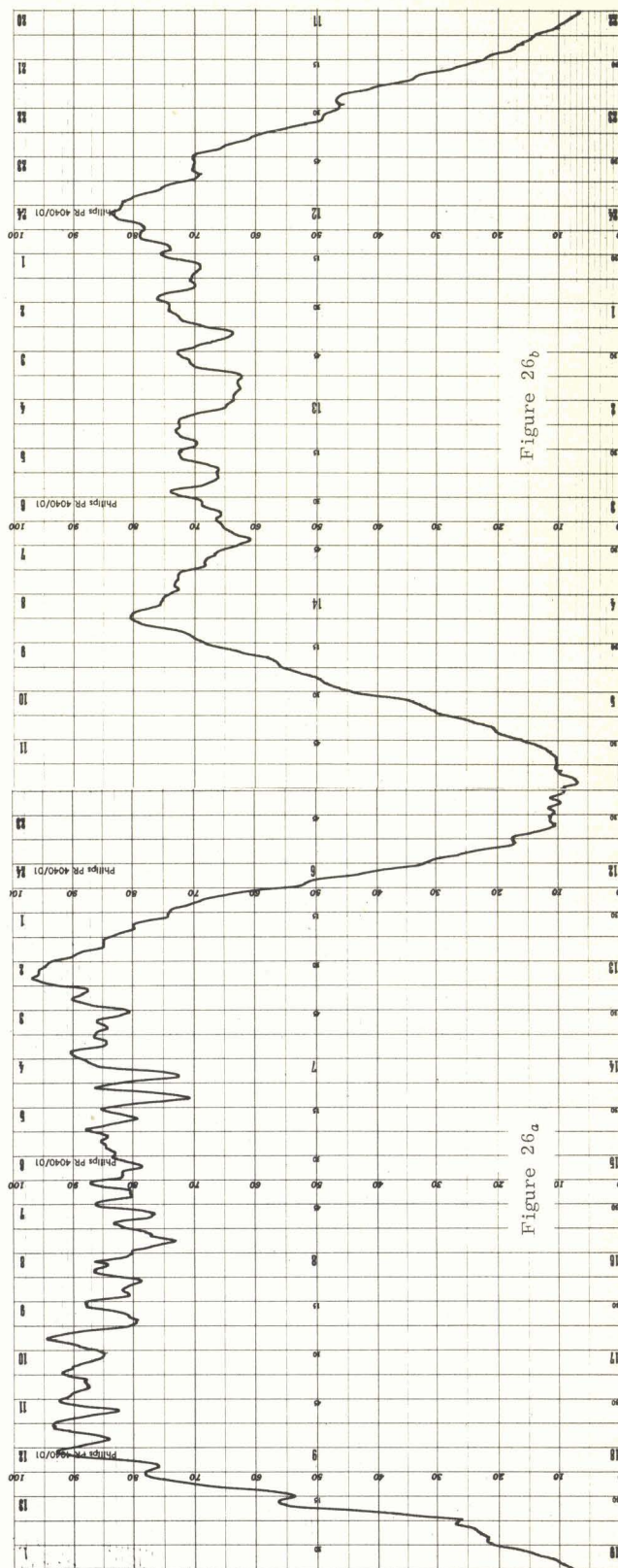
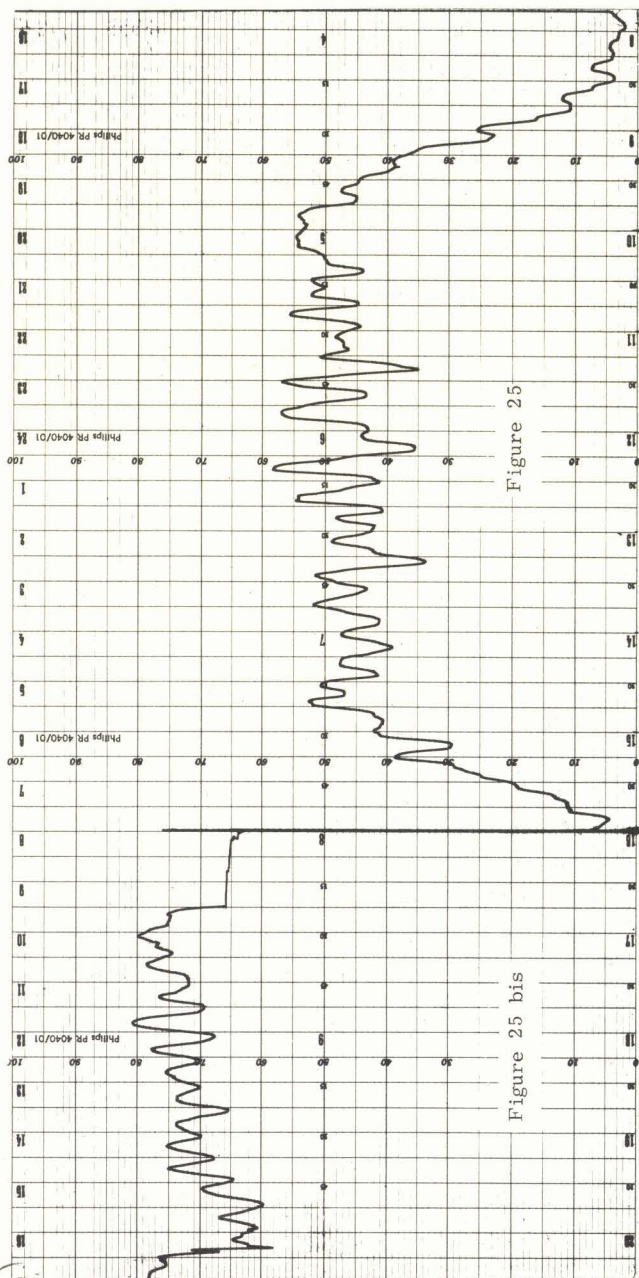


Figure 22







ceci avait l'inconvénient de limiter le déplacement de celle-ci. Nous avons pu ainsi étudier la partie centrale du champ et la figure 25 bis montre l'amélioration qui en résulte.

Pour éviter les réflexions parasites sur cette surface libre de l'eau nous avons aussi rempli la saignée de poudre de liège flottant sur la surface du liquide ; elle était entraînée avec la sonde qui se déplaçait. Les résultats obtenus en retirant la boule de ouate autour du corps de la sonde sont représentés à la figure 26_a et _b. Ces résultats sont fort comparables à ceux de la figure 25. La figure 26_a est un relevé du champ à 0,55 cm du quartz tandis que la figure 26_b correspond à la distance de 3,65 cm. La comparaison de ces deux figures montre qu'au fur et à mesure que l'on s'éloigne du quartz le champ devient moins plat (la largeur de la région plane est plus faible) ; l'énergie se rassemble au centre du faisceau : on a affaire à une focalisation de ce faisceau.

3.4.6. Conclusions.

Il ressort de toutes les études faites jusqu'ici que :

1°) Il serait bon de refaire un générateur mieux adapté au quartz et délivrant un courant beaucoup plus sinusoïdal que celui utilisé jusqu'à ce jour.

2°) De prévoir un vase laboratoire pour étudier les phénomènes optiques qui présenterait, comparé au précédent, les avantages suivants :

- Avoir la monture du quartz au ras du fond du vase de façon que le faisceau lumineux puisse passer le plus près possible du quartz puisque c'est dans cette région que les champs ultrasonores sont le plus uniformes.

- D'utiliser un piston légèrement plus large puisqu'il semble déterminer la largeur du champ.

- De prévoir un isolant électrique meilleur que l'air, ne touchant pas le quartz, capable d'empêcher les effluves de se produire entre celui-ci et l'électrode quand on augmente la tension admise au quartz.

- De présenter un renflement supérieur pour laisser passer l'absorbant supérieur qui, désormais sera fixé à la sonde et se déplacera avec elle.

- Enfin, il devra être muni de deux fenêtres parfaitement parallèles réalisées avec des glaces optiquement bonnes pour laisser passer le faisceau lumineux.

IV

RÉALISATION D'UN NOUVEAU MATÉRIEL

4.1. LE PROJECTEUR ULTRASONORE -

Les seules parties du projecteur de la S.C.A.M. qui nous aient servies furent le porte-quartz et l'anneau supérieur qui pressait le manchon de verre sur le reste du projecteur.

Le porte-quartz a été retourné de façon que la cuvette soit au-dessous et c'est dans celle-ci que s'introduirait l'électrode amenant la H.F. Nous avons pris cette disposition pour que le quartz arrive au ras du fond du bac. L'inconvénient mineur qui en a résulté fut que la rondelle fileté qui serre le quartz risquait de rouiller car, contrairement au reste de la pièce, elle n'est pas en acier inoxydable. C'est pourquoi nous avons dû la vernir.

Nous avons voulu nous servir de l'anneau supérieur du précédent projecteur car sur lui s'adaptait le système porte-sonde.

4.1.1. Le bac.

Il est construit entièrement en laiton. Les parois sont en tôle de 2 mm d'épaisseur et les fenêtres sont construites à partir de barres à section carrée (4 cm²). Le tout est soudé avec une brasure tendre à l'argent.

La figure 27_a présente un schéma de ce bac avec les cotes des différentes parties. On peut remarquer au sommet le renflement (R) pour laisser passer l'absorbant attendant à la sonde.

Afin d'augmenter la rigidité de l'ensemble, deux arcs-boutant ont été ajoutés à la plaque qui supporte le quartz et le porte-électrode.

L'assemblage des barres à section carrée est représenté figure 27_b. Les angles intérieurs de la mortaise ont été chanfreinés de façon que la brasure coule mieux entre les pièces. Les encadrements des fenêtres ont été soudés bruts, sur le reste du bac. C'est ensuite à la fraiseuse qu'ils ont été dressés puis évidés pour recevoir les glaces. Nous avons vérifié sur le marbre et au comparateur le parallélisme du fond des évidements sur lesquels reposeront les glaces. La variation de la distance de ces deux évidements est inférieure à 0,02 mm. Huit trous borgnes taraudés ont été percés dans ces encadrements pour recevoir les vis de fixation du cadre qui applique les glaces contre ces surfaces dressées. Ces glaces ont été découpées puis ajustées et chanfreinées à la meule "diamantine". Le chanfrein a été rempli d'un mastic mou spécialement conçu pour assurer l'étanchéité avant la fixation des cadres.

L'anneau supérieur prévu pour recevoir le porte-sonde a été fixé à l'aide de six boulons. Un joint étanche a été fixé à chaque tête de boulon. Entre l'anneau et le corps du bac un joint en caoutchouc est interposé. Son écrasement par le serrage dosé de ces six boulons permet de régler le plan de l'anneau parfaitement parallèle au plan du quartz ; comme dans le montage précédent nous utilisons un comparateur pour effectuer ce réglage. Il est possible de le réaliser avec des écarts de distance de quelques centièmes de mm près.

L'ensemble achevé est représenté sur la photographie de la figure 58.

4.1.2. Le porte-quartz et le porte-électrode. (cf. fig. 28).

Le porte-quartz (1) en matière plastique tournée du projecteur de la S.C.A.M. précédemment décrit a été, comme nous l'avons déjà dit, utilisé en le retournant. Il est fixé sur le fond du bac à l'aide de trois boulons de 6 que nous avons munis de rondelle creuse écrasant un joint de caoutchouc. Entre la pièce de plastique et le fond de laiton sont interposés deux joints de caoutchouc afin d'avoir une bonne étanchéité.

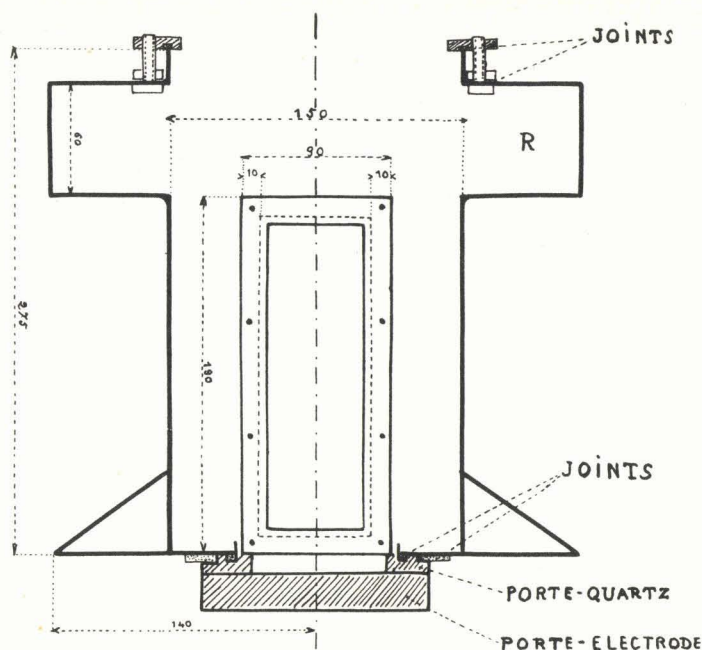


Figure 27_a

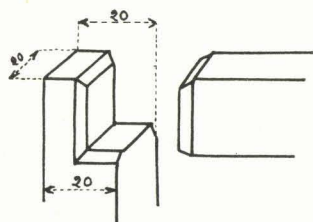


Figure 27_b

Sous le porte-quartz est fixé par les mêmes trois vis le porte-électrode (2) constitué d'un disque de plexiglas de 20 mm d'épaisseur évidé de trois trous (T). Ces trous servent à diriger l'électrode pour la mettre en place lors du montage.

L'électrode est formé de deux disques d'aluminium superposés. Le disque inférieur (3) est muni de trois petites cuvettes dans lesquelles s'appuient trois vis pointeau de 6 mm de diamètre. Ces dernières se vissent dans le disque de plexiglas et servent à régler le parallélisme électrode-quartz ; un contre-écrou permet de les bloquer. Un second disque de 50 mm de diamètre s'appuie sur le premier, tiré vers le bas par une tige qui traverse celui-ci, laquelle est fixée au porte-électrode par un ressort de rappel. Les faces en contact ont été parfaitement dressées au marbre d'ajustage. La face supérieure du disque voisin du quartz a, elle aussi, été dressée au marbre et polie à l'alumine. Finalement cette électrode a été coiffée d'un chapeau de téflon (5) qui a été tourné dans un cylindre de téflon de 60 mm de diamètre. Nous avons vérifié au marbre et au comparateur qu'il a bien une épaisseur constante dans sa partie située entre le quartz et l'électrode - 1 mm environ $\pm 0,02$ mm. Cette électrode a été réalisée en vue de pouvoir travailler avec une puissance relativement forte sans provoquer d'effluve entre l'électrode et le quartz.

Nous avons construit l'électrode en deux pièces afin de faciliter le réglage du parallélisme s'il se révélait difficile et très influant sur la forme des champs ultrasonores. Nous réaliserions trois cales calibrées de même épaisseur que nous introduirions par les trous (T) entre les deux électrodes puis nous serrerions les trois vis jusqu'à ce que l'ensemble touche le quartz. Il suffirait enfin d'extraire les trois cales calibrées. En fait, cette précaution n'a nullement été nécessaire. Nous avons procédé d'une façon légèrement différente et plus simple.

1°) Nous amenions l'électrode au contact du quartz puis nous dévissions chaque vis d'une même quantité - un tour par exemple -.

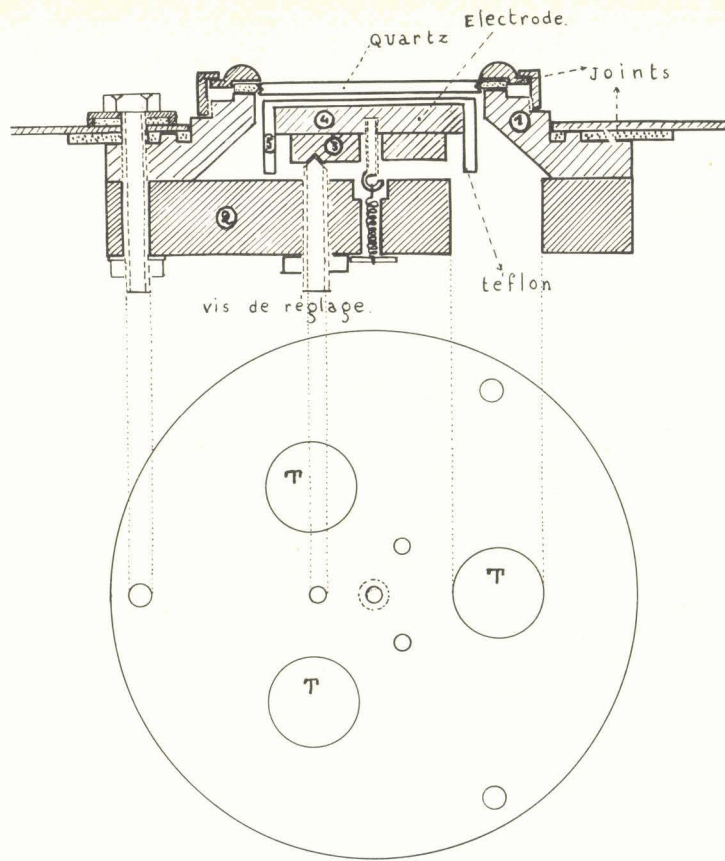


Figure 28

2°) Nous relevions à l'aide de la sonde la forme du champ ultrasonore : ce qui nous indiquait quelle vis il fallait retoucher.

L'arrivée de la tension H.F. se faisait par un fil relié par une cosse à l'une des vis de réglage précédentes.

4.1.3. Mesure de l'impédance du quartz dans son nouveau montage.

Ces mesures ont été faites avec le pont R.F.B. de la compagnie GENERAL RADIO que le laboratoire venait de recevoir et non comme précédemment au Q-mètre.

Ce pont mesure les impédances sous forme série - la résistance étant en série avec la réactance - Pour comparer nos nouveaux résultats aux précédents il faudra donc, par le calcul, repasser à la forme parallèle - la résistance étant en parallèle avec la réactance.

Nous avons préféré ce procédé au précédent car les mesures étaient beaucoup plus faciles. Les réflexions dues à la surface de séparation air-eau ne sont plus gênantes comme au Q-mètre. Une seule précaution était à prendre celle de ne point faire vibrer la table qui supportait le projecteur car les vibrations étaient transmises par l'eau au quartz ce qui perturbait les mesures. (effet microphonique).

La partie réactive de l'impédance ainsi mesurée est formée d'une capacité sensiblement constante de 40 pF. dans la gamme de 0,9 à 1,1 MHz. Par contre la partie résistive de l'impédance mesurée dans cette même gamme est variable avec la fréquence ; ces variations sont représentées figure 29.

Pour comparer nos résultats nous ferons nos calculs à la fréquence de 1 MHz. Les deux schémas ci-après nous permettent d'écrire :

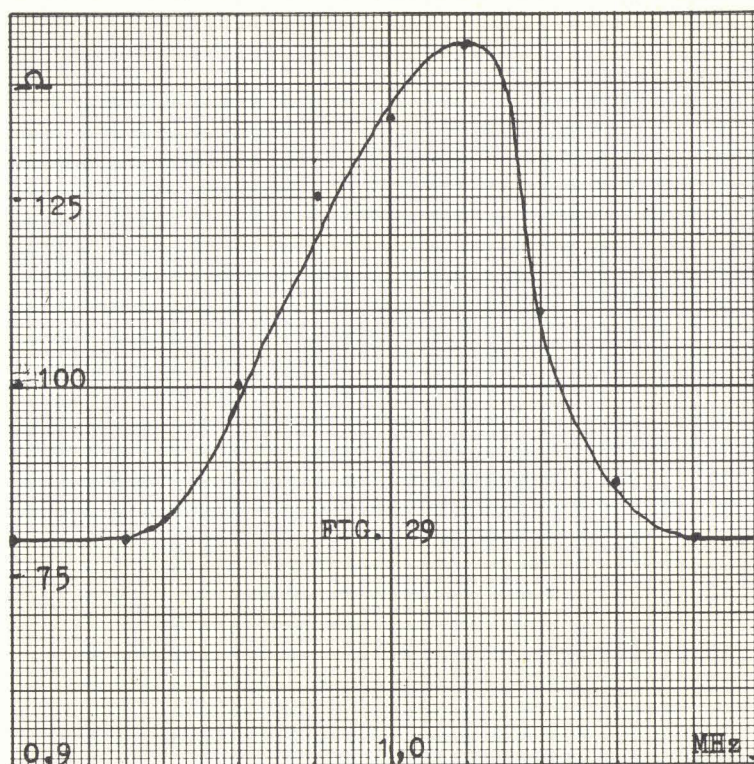
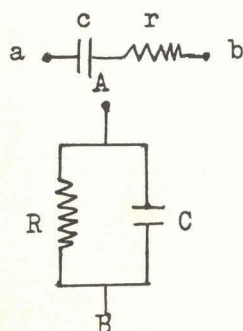


Figure 29



et :

$$Z_{ab} = r + 1/j\omega c = \frac{1 + j\omega cr}{j\omega c}$$

donc,

$$Y_{AB} = 1/R + j\omega C \quad \text{posons : } Y = 1/Z$$

$$Y = \frac{j\omega c}{1 + j\omega cr} = \frac{j\omega c (1 - j\omega cr)}{1 + \omega^2 c^2 r^2}$$

et finalement :

$$R = \frac{1 + \omega^2 c^2 r^2}{\omega^2 c^2 r} \# \frac{1}{\omega^2 c^2 r} \quad \text{et} \quad C \# c$$

puisque la quantité : $\omega^2 c^2 r^2$ est petite vis-à-vis de l'unité.

En prenant pour l'application numérique $r = 135 \Omega$ et $c = 40 \text{ pF}$. on trouve pour la résistance parallèle R : $R = 115\,000 \Omega$. C'est un résultat concordant avec les précédentes mesures, compte-tenu des modifications importantes que nous avons apportées dans le montage du quartz. (suppression du pétrole d'où modification de l'impédance acoustique).

4.2. LE GENERATEUR H.F. (cf. fig. 30) -

Pour supprimer les harmoniques nous avons choisi un montage push-pull classe C pour l'étage final. Comme nous disposions de tout un lot de tétrodes 807 nous avons utilisé ces tubes pour réaliser l'étage de puissance. Craignant que la puissance ainsi obtenue ne soit trop faible ($2 \times 40 \text{ W}$). nous avons doublé le nombre de ces tubes en les connectant par deux en parallèle.

4.2.1. Circuits électroniques.

Comme le précédent générateur, celui-ci comporte trois étages : oscillateur, driver et étage

de puissance. Ayant choisi pour l'étage final un montage symétrique nous avons cru bon de conserver cette symétrie tout au long du montage ; c'est pourquoi l'oscillateur et le driver sont eux aussi push-pull.

L'oscillateur utilise les deux triodes d'une ECC 82 (tubes a et b) dont les grilles G_a et G_b sont couplées respectivement aux plaques P_b et P_a par une capacité de 15 pF. Le circuit oscillant de plaque qui détermine la fréquence du pilote comporte une capacité variable isolée de la masse. Nous avons réalisé une alimentation anodique parallèle de façon à pouvoir, en cas de besoin, remplacer le C.O. par un quartz. La polarisation de grille est automatiquement réalisée par les résistances de 47 k Ω . Une self de choc a été ajoutée dans chaque circuit pour ne pas trop amortir le signal ramenée sur la grille.

Le driver dont le but est de fournir la puissance nécessaire sous l'impédance voulue aux grilles de l'étage final est réalisé par deux tubes pentodes EL 83. La polarisation est obtenue par un procédé analogue à celui de l'oscillateur. Nous avons inséré entre les deux cathodes un potentiomètre de 200 Ω dont le curseur est à la masse. Cette résistance variable non découplée introduit une contre-réaction. La position du curseur est choisie de façon que les tensions alternatives sur chaque plaque par rapport à la masse soient égales.

L'étage final construit avec des tubes tétrodes 807 assemblés par paires comporte une résistance découplée dans chaque cathode de façon à limiter les courants anodiques en cas de panne de l'oscillateur. Du point de vue alternatif les grilles de commande sont deux à deux en interconnection par les capacités de 5 nF. Par contre, la polarisation continue de chacune de ces grilles est séparée de manière à pouvoir, le cas échéant, rattraper les dissymétries entre les tubes. Elle est obtenue à l'aide du potentiomètre de 3 k Ω et de la résistance variable de 2 k Ω . Le potentiomètre permet de doser la polarisation d'un tube par rapport à l'autre et la résistance de 2 k Ω sert à fixer la polarisation du groupe des deux tubes. Remarquons que les résistances de 20 k Ω entre les grilles et la masse servent :

1°) à régulariser la charge des tubes précédents (EL 83) car la grille des 807 constitue, pendant une période, une charge variable puisque cet étage, comme les précédents d'ailleurs, travaille en classe C_2 . (de quelques milliers d'ohms à l'infini).

2°) à définir le potentiel alternatif de grille par rapport à la masse.

Les grilles-écrans sont alimentées de deux manières différentes suivant la puissance demandée à l'étage final.

1°) A faible puissance leur tension continue varie comme la tension de plaque car les tubes OA2 et OB2 sont éteints.

2°) A forte puissance ces grilles sont portées à un potentiel fixe de 250 V. environ ; autrement dit au-dessus d'une certaine valeur de la T.H.T. (550 V. environ), compte-tenu du débit de ces grilles, les tubes stabilisateurs s'allument et régulent la tension. Ces grilles-écrans sont, de plus, découplées pour chaque groupe de deux tubes au ras du support par une capacité de 20 nF. reliée aux cathodes. Les anodes sont réunies aux bornes d'un C.O. qui travaille chargé avec un coefficient de qualité variant de 15 à 30. Une prise médiane parfaitement découplée par 32 nF. est réunie à la T.H.T. variable. Aux bornes de ce C.O. est branché un transformateur à carcasse de ferrite qui réalise des sorties à basse impédance.

Alimentation. Les circuits de chauffage filament ont été multipliés de façon à éviter les interactions des étages. Une H.T. séparée alimente les étages oscillateur et driver. Une T.H.T. variable de 0 à 700 V. alimente l'étage final. Cette variation est obtenue au moyen d'un alternostat (AT) qui débite sur le transformateur élévateur (T_2).

Remarque.

Les deux premiers étages ont, en fait, été construits avec une commutation, non représentée sur le schéma, pour couvrir les gammes de fréquences :

- 0,5 à 1,1 MHz (gamme ici utilisée).
- 1 à 2,5 MHz.
- 2,5 à 5 MHz.

La commutation du premier étage effectue le remplacement des selfs d'accord du C.O. (fig. 31). Celle du second étage se fait en court-circuitant certaines parties non couplées entre-elles de la self d'accord (fig. 32).

Nous n'avons pas réalisé la commutation de l'étage final car nous ne disposions pas alors, pour la construction du transformateur de sortie, de ferrite capable de travailler au-dessus du MHz.

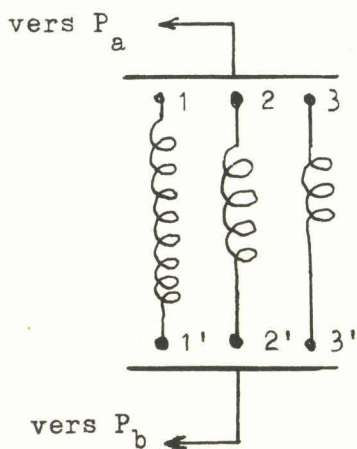


Figure 31

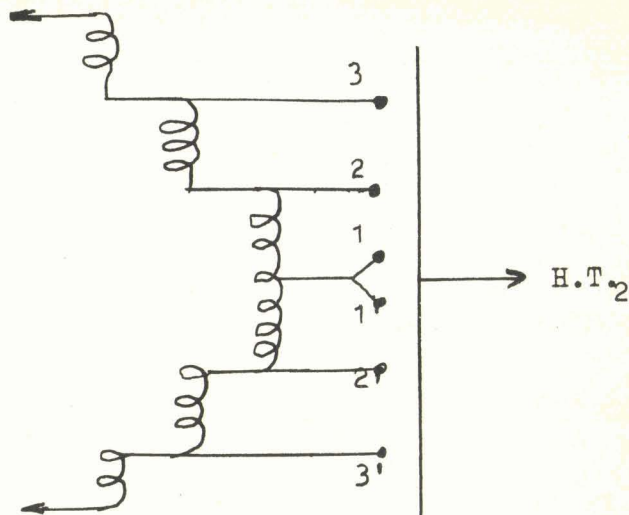


Figure 32

4.2.2. Adaptation de l'impédance du projecteur au générateur.

Si nous reprenons les calculs numériques du paragraphe 2.3.3. avec les valeurs caractéristiques mesurées de notre nouveau projecteur :

$$C_o = 40 \text{ pF.} \quad R = 115 \text{ } 000 \Omega \quad \text{à } 1 \text{ MHz.}$$

nous trouvons pour L' et la résistance série de cette self :

$$L' = 625 \text{ } \mu\text{H} \quad \text{et} \quad r = 13 \Omega$$

si on suppose 300 comme coefficient de qualité pour la self. Comme la résistance série du quartz est de 135Ω le rendement énergétique de l'adaptation est de :

$$\frac{135}{135 + 13} = 91 \%$$

Nous négligeons évidemment ici les rayonnements H.F. que pourrait occasionner la self.

Le problème qui reste à résoudre est d'ordre technique : construire une self de $625 \mu\text{H}$. présentant au MHz un coefficient de qualité de 300 et capable de supporter à ses bornes une différence de potentiel de plusieurs milliers de volts ; il faut, de plus, que cette self ne présente pas des dimensions trop considérables ce qui augmenterait ses pertes par rayonnement.

Quelques essais nous ont montré la difficulté du problème ; nous l'avons résolu par un biais, en modifiant quelque peu le mode d'adaptation précédent. Il consiste, en fait, à permuter self et capacité pour obtenir le montage représenté figure 33. Evidemment il est impossible de retirer la capacité C_o du quartz mais une self de valeur adéquate placée à ses bornes peut donner un dipôle équivalent à une self L'' .

L'impédance apparaissant entre les bornes a et b peut s'écrire :

$$Z_{ab} = 1/j\omega C + \frac{j\omega L''R}{R + j\omega L''}$$

ou encore :

$$Z_{ab} = \frac{\omega^4 L''^2 C^2 R - j\omega(\omega^2 L''^2 C + R^2 C - \omega^2 L'' C^2 R^2)}{\omega^2 C^2(\omega^2 L''^2 + R^2)}$$

si on accorde le circuit le terme imaginaire disparaît, ce qui a lieu pour la pulsation ω telle que :

$$\omega^2 = \frac{R^2}{(CR^2 - L'') L''} \# \frac{1}{CL''}$$

Dans ce cas l'impédance se réduit à :

$$Z_{ab} = \frac{R}{1 + Q^2}$$

en posant :

$$Q = \frac{R}{\omega L''}$$

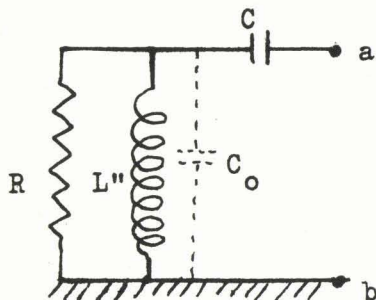


Figure 33

En admettant que la résistance parallèle de la self est cinq fois supérieure à la résistance parallèle du quartz soit 575 000 Ω on obtient un rendement énergétique de : 5/6 soit 82 %. Dans cette hypothèse la résistance R de la figure 33 a pour valeur : 100 000 Ω environ.

Si l'on veut ramener cette impédance à 70 Ω on obtient :

$$70 = \frac{100\,000}{1 + Q^2} \quad \text{d'où : } Q = 38.$$

La valeur de la self théorique s'en déduisant :

$$L'' = \frac{R}{\omega Q} = 420 \mu\text{H}.$$

Mais cette self est réalisée par une self réelle shuntée par la capacité C_0 . On a donc compte-tenu de la figure 34 :

$$Y = j\omega C_0 + 1/j\omega L$$

d'où :

$$Z = \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC_0} = j\omega L''$$

De cette dernière équation on tire :

$$L = \frac{L''}{1 + \omega^2 L'' C_0}$$

soit du point de vue numérique :

$$L = 250 \mu\text{H}.$$

Finalement on en déduit la valeur de la capacité d'accord et le coefficient de qualité de cette self.

$$C_0 = \frac{1}{\omega^2 L''} = 59 \text{ pF}.$$

et :

$$Q = \frac{R_L}{\omega L} = 365.$$

Nous remarquons que ce procédé a l'avantage de diminuer notablement la valeur de la self nécessaire ce qui facilitera sa réalisation pratique.

La self que nous avons construite possède 78 spires de fil divisé (400 brins de 5/100 de mm

de diamètre) ; c'est un bobinage du type "Gabion" de 100 mm de diamètre. A la fréquence de 1 MHz il présente une self 255 μ H et un coefficient de qualité de 300, légèrement faible pour nos calculs.

Le transformateur de sortie qui réunit le quartz ainsi adapté au générateur est constitué par 100 spires au primaire et 14 au secondaire ; nous avons prévu aussi des sorties à 11 spires et à 8 spires. En fait nous avons utilisé la sortie 14 spires ce qui correspond à une impédance ramenée de plaque à plaque de :

$$70 \times \left(\frac{100}{14} \right)^2 = 3\,500 \, \Omega.$$

L'impédance théorique calculée dans le projet graphique de l'étage de puissance nous avait donné une impédance d'environ 3 000 Ω . L'adaptation précédente est donc théoriquement valable.

Précisons que le circuit magnétique de ce transformateur est réalisé à l'aide de noyaux de la C.O.P.R.I.M. en ferroxcube 3C2 : un noyau en "U" et un en "I" de section carrée de 1 cm².

Le montage du quartz adapté est récapitulé à la figure 35. La capacité C est une capacité variable que nous avons immergée dans le pétrole afin d'éviter les effluves qui jaillissaient entre ses armatures à cause des fortes différences de potentiel à ses bornes.

Les capacités c_1 et c_2 représentent le diviseur capacitif Hewlett-Packard modèle 452 A qui nous a servi à mesurer la tension appliquée au quartz. Le rapport de ce diviseur est de 1/1 000.

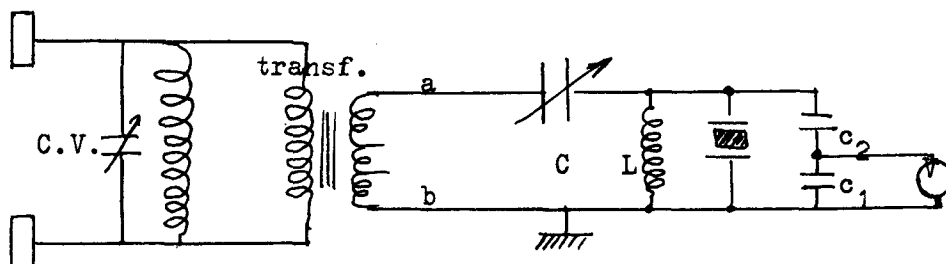


Figure 35

Les résultats pratiques de cette adaptation sont satisfaisants et la tension entre les points a et b notés sur le schéma ci-dessus est assez bien sinusoïdale ; remarquons que la forme de cette tension est aussi la forme du courant traversant le quartz, puisque l'impédance ramenée par ce mode d'adaptation est une résistance pure. De plus, pour les harmoniques, le circuit accordé LC présente une impédance beaucoup plus grande, ce qui diminue ces courants.

4.2.3. Réglages du générateur et de l'adaptation.

Ces réglages sont facilités par des circuits de mesures incorporés au générateur. Le milli-ampèremètre de gauche (cf. la photographie figure 36) nous permet de connaître par commutation (circuits de mesures non représentés sur la figure 30) :

- le courant des grilles-écrans des tubes (e) et (f).
- le courant des grilles-écrans des tubes (g) et (h).
- le courant cathodique des tubes (e) et (f).
- le courant cathodique des tubes (g) et (h).

Le milliampèremètre de droite mesure les tensions suivantes :

- la tension d'alimentation de l'oscillateur.
- la tension d'alimentation du driver.
- la tension de la source T.H.T. de 0 à 1 000 V.
- la tension de cette même source mais de 0 à 200 V.
- la tension des écrans des tétrodes 807.

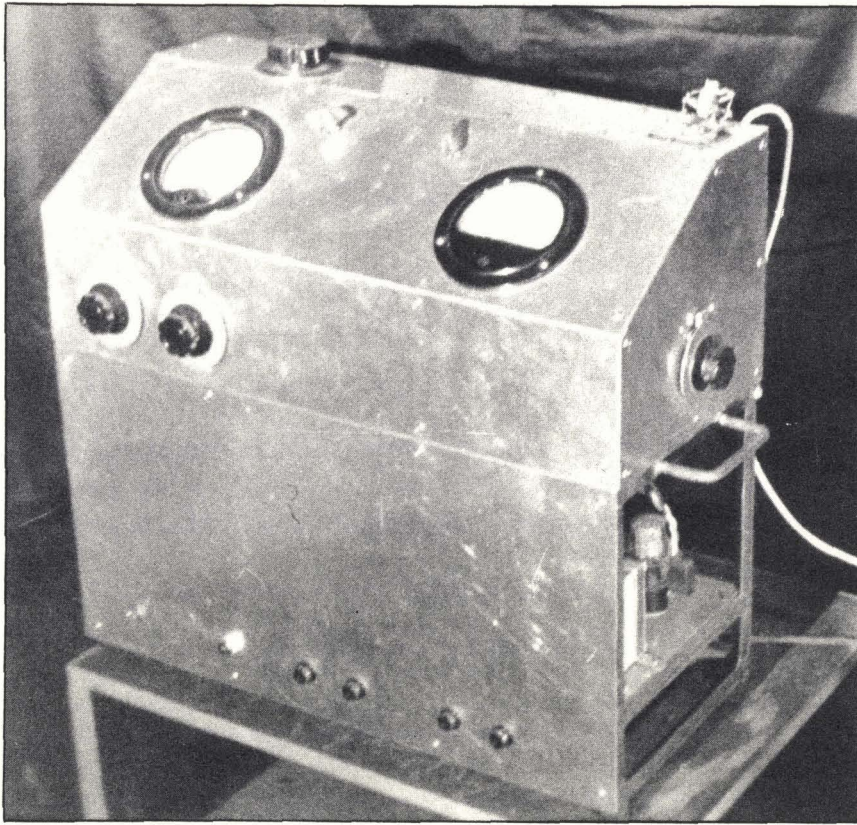


Figure 36

Ces mesures nous permettent, le cas échéant, de déceler le mauvais fonctionnement de certaines parties du générateur.

Après quelques minutes de chauffage, la T.H.T. étant à zéro

1°) on règle la fréquence du pilote sur la fréquence du quartz (1 MHz). La capacité variable CV_1 comporte un cadran à vernier, il suffit de porter sur ce cadran la valeur lue sur une courbe d'étalonnage.

2°) on accorde le second étage sur cette fréquence ; le maximum de courant grille de commande des tubes 807 mesuré par le maximum du courant cathodique indique cet accord.

3°) on débranche le quartz, on amène la T.H.T. vers 200 V. et on accorde le circuit CV_3 pour un minimum de courant cathodique ou ce qui revient au même pour un maximum de tension anodique. On reconnecte le quartz. Par variation de la capacité C on cherche le maximum de tension aux bornes du quartz : ce maximum est lu sur le voltmètre électronique branché aux bornes du diviseur capacitif. Ce procédé permet d'être certain que l'impédance ramenée est bien une résistance pure ; il est d'ailleurs facile de le vérifier en désaccordant légèrement le circuit CV_3 : la tension lue au voltmètre électronique ne doit pas croître.

4°) on vérifie enfin que les courants cathodiques des deux branches du push-pull sont sensiblement égaux ; on peut les ajuster un peu en jouant sur l'accord du driver.

V

NOUVELLE ÉTUDE DES CHAMPS ULTRASONORES

5.1. BUTS DE CETTE ÉTUDE -

Le relevé de quelques champs ultrasonores dans des conditions analogues à celles réalisées au paragraphe 3.4.5. nous permettrait :

1°) de voir si leur forme est toujours aussi régulière que celle des champs produits par le précédent projecteur ;

2°) de chercher parmi les corps susceptibles d'absorber les ultrasons ceux qui nous donneraient le meilleur résultat.

5.1.1. Essais et résultats.

1°) Pour relever le premier champ nous avons utilisé comme absorbant attaché à la sonde un disque de polystyrène expansé de 2 cm d'épaisseur au-dessous duquel était fixée une couche de 2 cm d'ouate. Nous obtenons l'enregistrement figure 37.

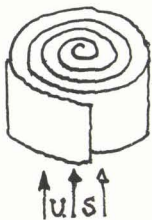
2°) Avant d'entreprendre le relevé de nouveaux champs, nous avons voulu refaire certaines études précédentes pour vérifier le comportement de la sonde vis-à-vis du nouveau projecteur et les réactions de l'absorbant et du niveau de l'eau sur la sonde.

Tous ces résultats sont portés sur l'enregistrement figure 38.

- a) Nous étudions le régime d'ondes stationnaires en déplaçant la sonde verticalement. Leurs amplitudes sont sensiblement constantes il n'y a donc pas d'influence directe de l'électrode d'alimentation du quartz sur la céramique.

- b) Puis nous laissons la sonde immobile et nous enregistrons sa réponse pour déceler l'amplitude des fluctuations dans le temps de l'émission ultrasonore. La première partie a été enregistrée avec un défilement du papier de 1 200 mm/H. et la seconde avec celui de 300 mm/H.

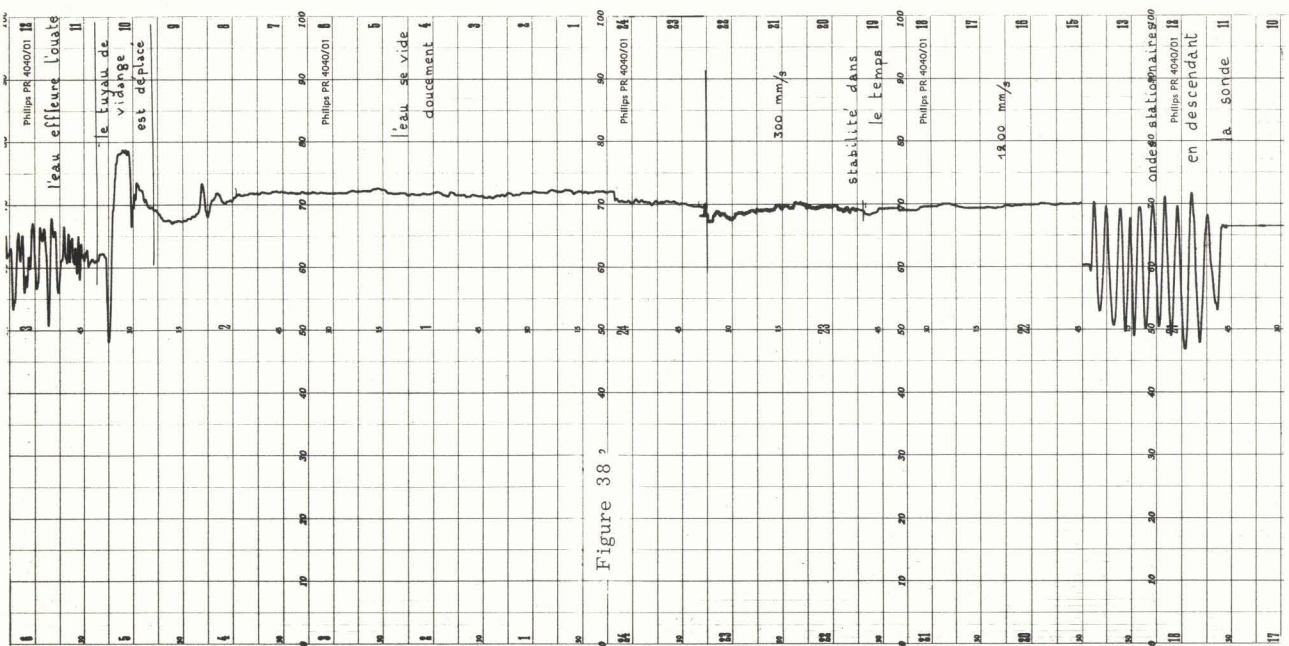
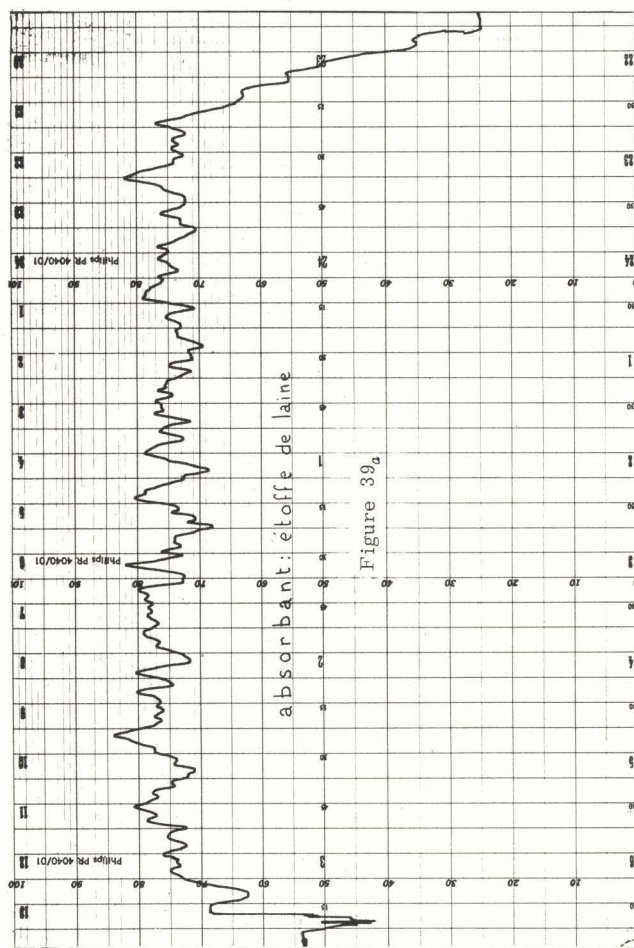
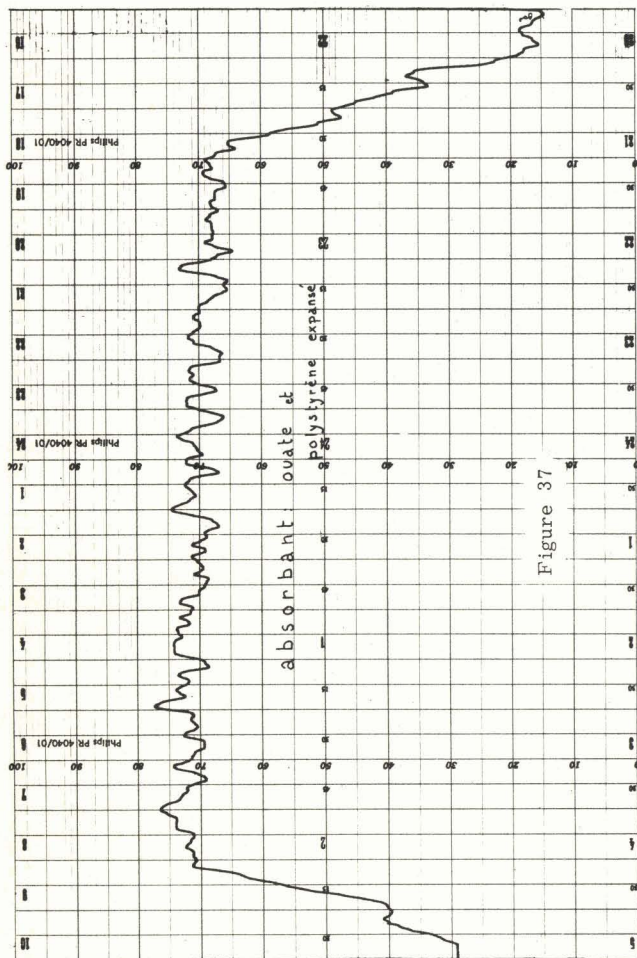
- c) Nous avons vidé lentement l'eau du bac afin d'étudier la réaction du niveau supérieur du liquide sur la sonde. Les réactions sont très faibles, excepté à partir du moment où l'absorbant n'est plus assez immergé ou cesse de l'être.

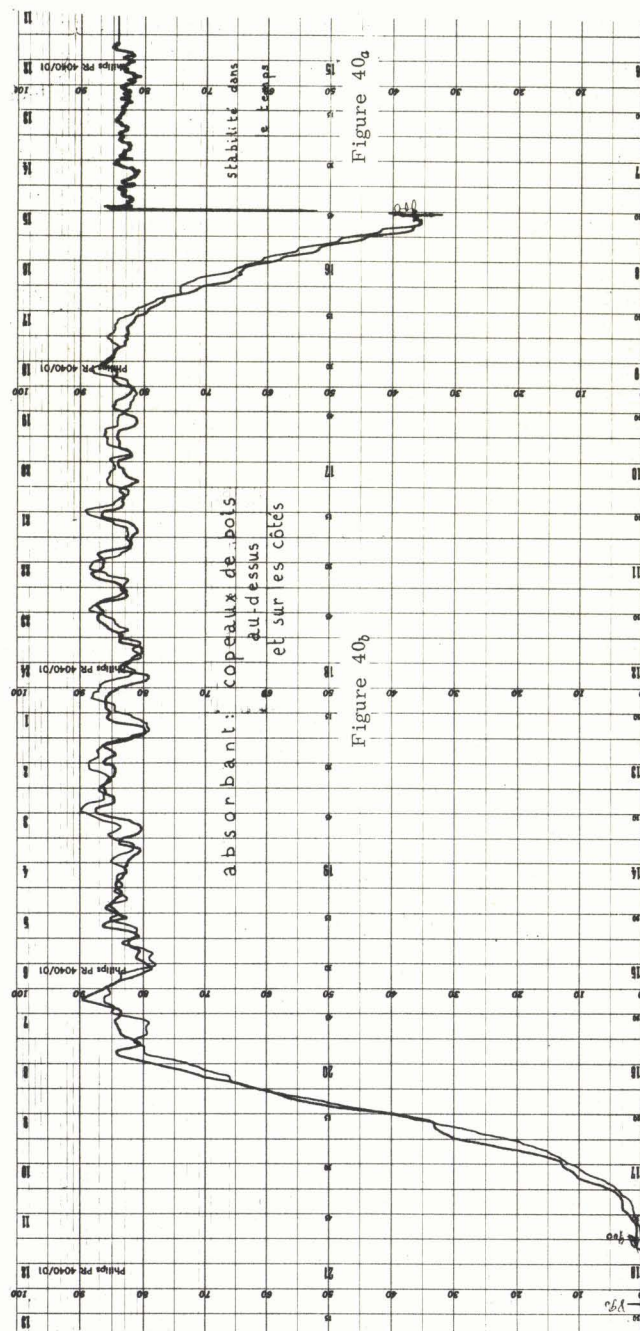
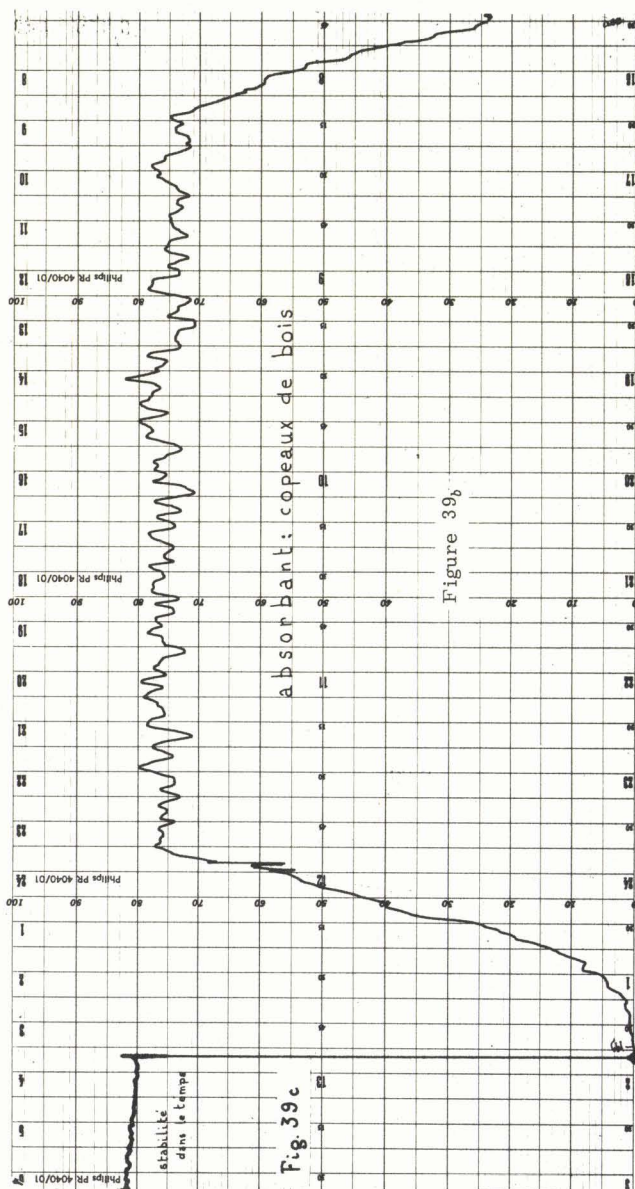


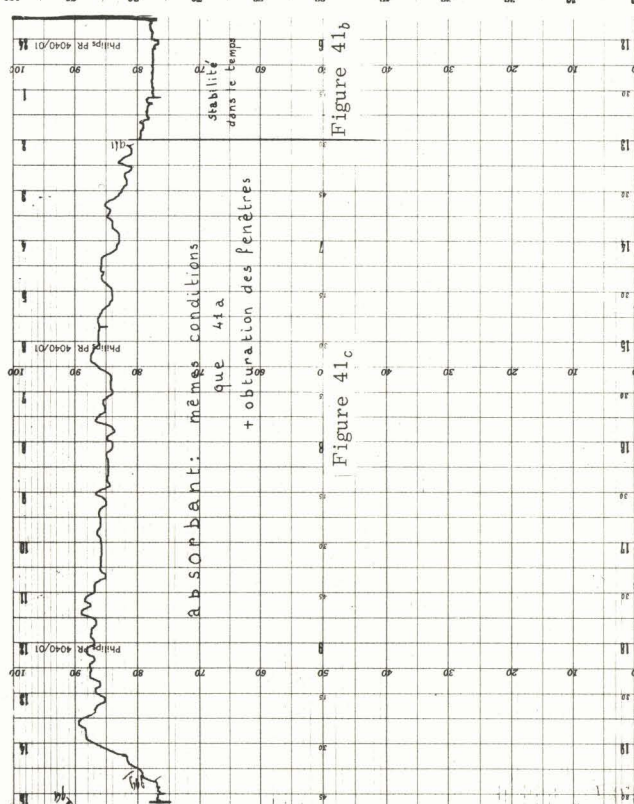
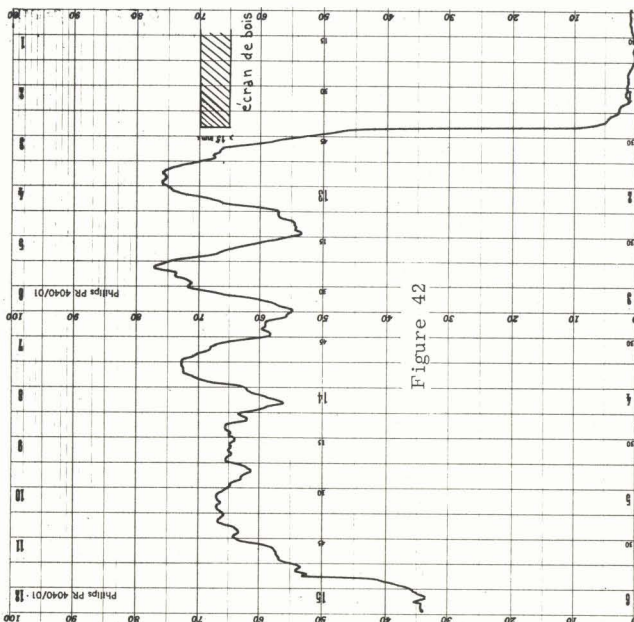
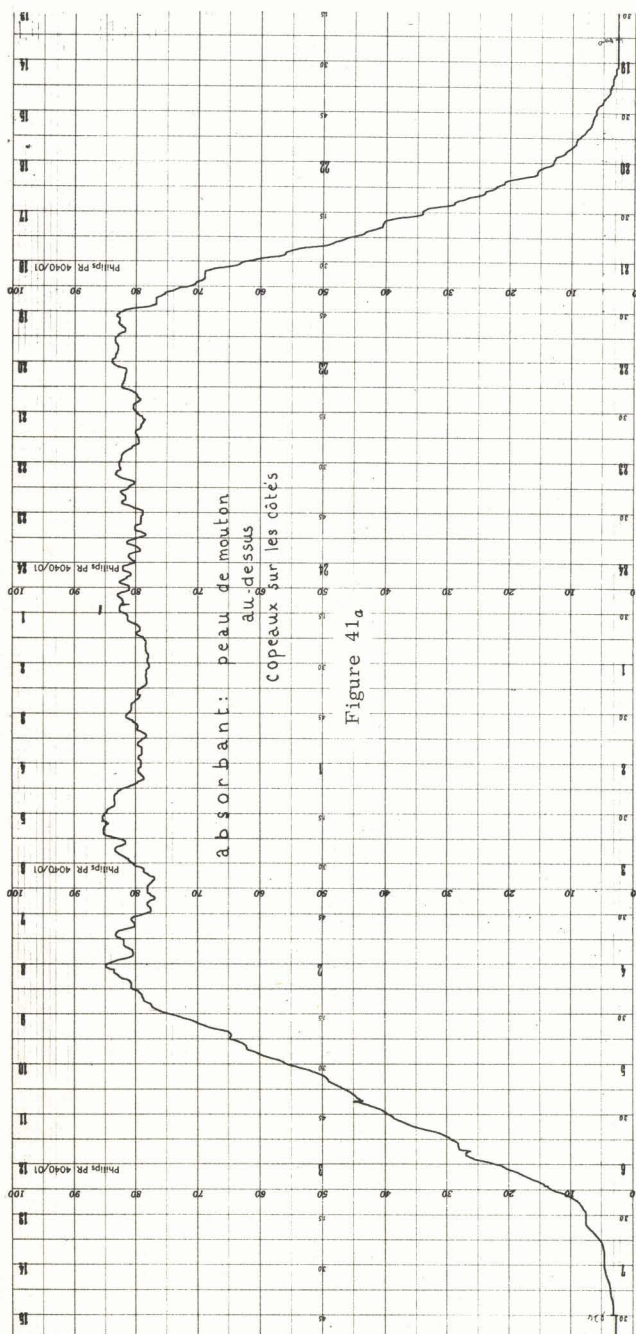
3°) Nous remplaçons le précédent absorbant par une étoffe de drap enroulée sur elle-même comme l'indique la figure ci-contre. Ce qui donne le relevé de la figure 39_a. Puis, exactement dans les mêmes conditions en remplaçant l'étoffe par des petits copeaux de bois (copeaux utilisés ordinairement pour l'emballage des marchandises) nous obtenons celui de la figure 39_b. Ces deux enregistrements sont suivis d'un contrôle de la stabilité (cf. fig. 39_c) de même durée que les enregistrements précédents.

4°) Nous avons ensuite revêtu l'intérieur du bac de petits copeaux de bois à l'exception des fenêtres. Deux enregistrements successifs sur le même papier (courbe en rouge et en noire sur l'original) montrent la reproductibilité des mesures (fig. 40_b). Ici aussi nous avons fait précéder ce relevé d'une petite étude de stabilité (cf. fig. 40_a).

5°) Finalement, en remplaçant l'absorbant attaché à la sonde par une peau de mouton à longs poils (mouton de Toscane), le reste du bac étant dans les conditions du 4°, nous obtenons l'enregistrement de la figure 41_a. Puis, nous obturons les fenêtres par une étoffe de coton, ce qui limite le déplacement de la sonde. Cet enregistrement partiel du champ est reproduit figure 41_c. Cette dernière étude a été précédée d'un enregistrement de la stabilité 41_b.







Tous ces enregistrements ont été faits avec la sonde à céramique se déplaçant à quelques centimètres du quartz émetteur - 4 à 5 cm - avec une tension de 200 V. environ alimentant l'étage final.

Remarquons aussi l'importance que nous avons attribué à l'enregistrement de la stabilité au cours de nos mesures. C'était, comme nous l'avons dit précédemment, un test de bon dégazage de l'eau remplissant le bac. En effet, si cette eau n'avait pas été convenablement dégazée, nous aurions eu des perturbations supplémentaires enregistrées que nous aurions pu identifier avec des réflexions parasites.

5.1.2. Comparaisons.

L'examen de tous ces enregistrements nous montre que les meilleurs absorbants ici utilisés sont la peau de mouton et, presque à égalité, les copeaux de bois ; on remarque aussi un certain intérêt à revêtir intérieurement le bac par un bon absorbant pour éliminer des ondes probablement renvoyées latéralement par la sonde.

5.2. EFFET DE DIAPHRAGME DEVANT LE QUARTZ -

Notre théorie pour expliquer les phénomènes optiques partira de l'hypothèse d'un champ à flancs parfaitement verticaux. C'est pourquoi nous avons pensé un instant diaphragmer ces champs afin, sinon de leur donner des flancs rigoureusement verticaux, du moins d'améliorer leur raideur.

Avec des conditions expérimentales comparables aux précédentes, nous avons placé devant le quartz un écran de bois de 1 cm d'épaisseur. Comme le montre la figure 42 le flanc du côté de ce diaphragme a gagné en raideur mais la présence de cet écran a, malheureusement, perturbé les parties jadis planes. C'est la raison pour laquelle nous avons renoncé à continuer nos investigations en ce sens. On peut remarquer au passage que nous avons affaire ici à un phénomène bien net de diffraction de Fresnel par le bord d'un écran.

VI

ÉTUDE THÉORIQUE DÉTAILLÉE DES PHÉNOMÈNES OPTIQUES ⁽¹⁾

Avant tout autre étude théorique nous nous proposons de calculer la marche des rayons lumineux au sein du liquide ultrasonné. Cette solution purement géométrique, bien qu'approximative, aura l'avantage de conduire à une solution très imagée des phénomènes ; représentation que ne donne pas la solution théoriquement plus rigoureuse partant de l'équation de Maxwell comme l'ont proposé R. Extermann et G. Wannier [10].

6.1. TRAJECTOIRE DES RAYONS LUMINEUX DANS LE BAIN ULTRASONNE -

6.1.1. Hypothèses de départ.

Dans un liquide soumis à des compressions adiabatiques créés par un quartz, à l'instant t et en un point M situé à une distance X de ce quartz, la pression est représentée par :

$$P = P_0 + \Delta P \cos \left(\omega t - \frac{2\pi X}{\Lambda} \right) \quad (1)$$

avec :

- P_0 = pression moyenne ;
- ΔP = amplitude maxima des variations de pression ;
- ω = pulsation des ultrasons.
- Λ = longueur d'onde des U.S. dans le liquide.

Comme nous l'avons dit précédemment, supposer que les pressions sont régies par l'équation (1), c'est admettre que les compressions et les dépressions sont transmises sans distorsion.

Dans un liquide soumis à de telles pressions, nous ferons comme R. Lucas [11] et tous ceux qui ont déjà étudié ce phénomène, l'hypothèse que l'indice de réfraction n varie suivant la loi :

$$n = n_0 + \Delta n \cos. \left(\omega t - \frac{2\pi X}{\Lambda} \right) \quad (2)$$

avec :

- n_0 = indice moyen du liquide ;
- Δn = amplitude maxima de variation de cet indice ;
- Λ = longueur d'onde des U.S. dans le liquide.

Si nous imaginons que l'observateur se déplace à la vitesse V des ultrasons, c'est-à-dire que le référentiel est lié au faisceau ultrasonore, nous pouvons poser pour la nouvelle valeur de x : (X étant l'ancienne). (cf. fig. 43)

$$X = Vt + x$$

donc :

$$\begin{aligned} n &= n_0 + \Delta n \cos. \left(\omega t - \frac{2\pi X}{\Lambda} \right) \\ &= n_0 + \Delta n \cos. \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi Vt}{VT} - \frac{2\pi x}{\Lambda} \right) \end{aligned}$$

(1) Pour faciliter la lecture de ce chapitre voir le dépliant en fin de volume.

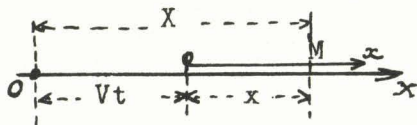


Figure 43

$$n = n_0 + \Delta n \cos. \frac{2 \pi x}{\Lambda} \quad (2 \text{ bis})$$

Physiquement cela signifie que, lié à notre référentiel mobile, nous voyons les valeurs des indices figées dans le temps ; leur répartition dans l'espace est représentée par la fonction (2) précédente. Ce qui revient à admettre que la vitesse de la lumière est infinie vis à vis de celle de l'onde ultrasonore.

Remarque.

Cas des ondes stationnaires.

Si nous admettons qu'il y a un maximum de pression aux abords du quartz et du réflecteur nous aurons aussi dans ces régions un maximum de variation d'indice de réfraction.

Sur le quartz l'indice variera comme : $\Delta n \sin \omega t$ et en un point M distant de X du quartz comme :

$$\Delta n \sin \left(\omega t - \frac{2 \pi X}{\Lambda} \right)$$

pour l'onde incidente et comme :

$$\Delta n \sin \left(\omega t - 2 \pi \frac{(2l - X)}{\Lambda} \right)$$

pour l'onde réfléchie. l désignant la distance réflecteur-quartz. (La réflexion se fait sans changement de signe puisque Δn est lié à ΔP).

En un point M distant de X du quartz l'indice variera donc à cause de l'onde incidente et de l'onde réfléchie comme :

$$\Delta n \left[\sin \left(\omega t - \frac{2 \pi X}{\Lambda} \right) + \sin \left(\omega t - 2 \pi \left(\frac{2l - X}{\Lambda} \right) \right) \right]$$

et si : $l = k\Lambda$ (k étant un entier) nous aurons :

$$\Delta n \sin \omega t. \cos \frac{2 \pi X}{\Lambda}$$

et finalement :

$$n = n_0 + \Delta n \sin \omega t. \cos \frac{2 \pi X}{\Lambda} \quad (3)$$

Dans ce cas, en faisant la même supposition que précédemment, il sera impossible d'éliminer le temps de la fonction (3). Mais remarquons que tous les calculs qui vont suivre seraient utilisables en remplaçant Δn par $\Delta n \sin \omega t$, mais dans un repère fixe.

6.1.2. Equation du trajet d'un rayon lumineux rapportée aux axes mobiles.

Nous considérons une tranche liquide soumise aux U.S. et nous désignons par i l'angle d'émergence sous lequel un rayon lumineux sort de cette tranche (cf. fig. 44).

La loi de réfraction pour des surfaces de séparation planes et parallèles nous permet d'écrire :

$$n \sin i = \text{Cte.}$$

d'où :

$$\sin i = \frac{\text{Cte.}}{n}$$

$$= \frac{\text{Cte}}{n_0 + \Delta n \cos \frac{2 \pi x}{\Lambda}}$$

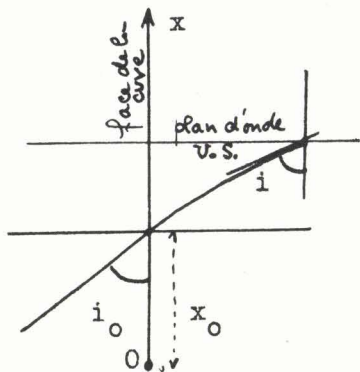


Figure 44

or lorsque le rayon pénètre dans la cuve :

$$i = i_0 \quad \text{et} \quad x = x_0$$

ce qui nous permet de calculer la valeur de la constante, et en remarquant que pratiquement $i_0 = 90^\circ$ c'est-à-dire $\sin i_0 = 1$ sa valeur devient :

$$n_0 + \Delta n \cos \frac{2\pi x}{\Lambda}$$

Il s'en suit que :

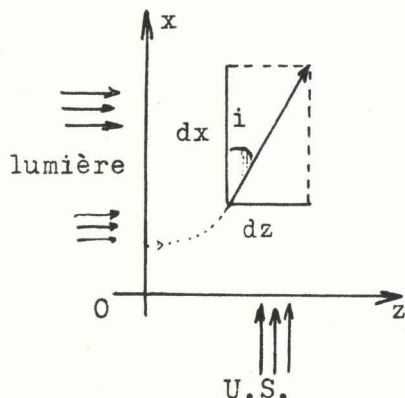


Figure 45

$$\sin i = \frac{n_0 + \Delta n \cos \frac{2\pi x_0}{\Lambda}}{n_0 + \Delta n \cos \frac{2\pi x}{\Lambda}}$$

ce qui impose $x \leq x_0$ puisque $\sin i \leq 1$.

En considérant la figure 45 nous pouvons écrire :

$$dz = \tan i \cdot dx$$

ou :

$$dz = \frac{1}{\pm \sqrt{\frac{1}{\sin^2 i} - 1}} dx$$

Dans ce qui suit nous prendrons le signe + : ce qui correspond à la moitié de la solution (partie inférieure de la figure 47).

Posons, pour alléger l'écriture :

$$2\alpha_0 = \frac{2\pi x_0}{\Lambda} \quad \text{et} \quad 2\alpha = \frac{2\pi x}{\Lambda}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sin^2 i} - 1 &= \frac{(n_0 + \Delta n \cos 2\alpha)^2}{(n_0 + \Delta n \cos 2\alpha_0)^2} - 1 = \frac{(n_0 + \Delta n \cos 2\alpha)^2 - (n_0 + \Delta n \cos 2\alpha_0)^2}{(n_0 + \Delta n \cos 2\alpha_0)^2} \\ &= \frac{2\Delta n n_0 (\cos 2\alpha - \cos 2\alpha_0) \left[1 + \frac{\Delta n}{2n_0} (\cos 2\alpha + \cos 2\alpha_0) \right]}{(n_0 + \Delta n \cos 2\alpha_0)^2} \end{aligned}$$

d'où :

$$dz = \frac{(n_0 + \Delta n \cos 2\alpha_0) dx}{\sqrt{2\Delta n n_0 (\cos 2\alpha - \cos 2\alpha_0)} \sqrt{1 + \Delta n / 2n_0 (\cos 2\alpha + \cos 2\alpha_0)}}$$

en négligeant les infiniments petits du second ordre on obtient :

$$\begin{aligned} dz &= \frac{(n_0 + \Delta n \cos 2\alpha_0)}{[1 + \Delta n / 4n_0 (\cos 2\alpha + \cos 2\alpha_0)] \sqrt{2\Delta n n_0 (\cos 2\alpha - \cos 2\alpha_0)}} dx \\ &= \frac{n_0 \left(1 + \frac{\Delta n}{n_0} \cos 2\alpha_0 \right) \left[1 - \frac{\Delta n}{4n_0} (\cos 2\alpha + \cos 2\alpha_0) \right]}{\sqrt{2\Delta n n_0 (\cos 2\alpha - \cos 2\alpha_0)}} dx \\ &= \frac{n_0 \left[1 + \frac{\Delta n}{4n_0} (3 \cos 2\alpha_0 - \cos 2\alpha) \right]}{\sqrt{2\Delta n n_0 (\cos 2\alpha - \cos 2\alpha_0)}} dx \end{aligned}$$

En fait nous pourrions négliger le terme $\Delta n / n_0$ puisque dans nos expériences il est toujours inférieur à $25 \cdot 10^{-6}$.

En ce cas l'équation différentielle des rayons lumineux se réduit donc à :

$$dz = \frac{dx}{\sqrt{2\Delta n/n_o (\cos 2\alpha - \cos 2\alpha_o)}} \quad (4)$$

ou en fonction de l'angle moitié :

$$\begin{aligned} \cos 2\alpha - \cos 2\alpha_o &= 2(\sin^2 \alpha_o - \sin^2 \alpha) \quad \text{si :} \quad \alpha \neq \alpha_o \neq 0 \\ &= 2 \sin^2 \alpha_o (1 - \sin^2 \alpha / \sin^2 \alpha_o) \end{aligned}$$

En posant : $u = \sin \alpha / \sin \alpha_o$ $u \leq 1$ puisque $\alpha < \alpha_o$

$$du = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha_o} \cdot (d\alpha/dx) \cdot dx = \frac{\pi}{\Lambda} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha_o} dx = \frac{\pi}{\Lambda} \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha_o} dx$$

d'où :

$$dx = \frac{\Lambda}{\pi} \frac{\sin \alpha_o}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \alpha / \sin^2 \alpha_o}} du \quad \text{si } k = \sin \alpha_o.$$

Finalement l'équation différentielle devient :

$$\frac{2\pi}{\Lambda} \sqrt{\frac{\Delta n}{n_o}} dz = \frac{du}{\sqrt{(1 - u^2)(1 - k^2 u^2)}}$$

Cette équation différentielle définit u comme une fonction elliptique de z . Quand x varie de x_o à x , c'est-à-dire u de 1 à u , l'équation devient :

$$\frac{2\pi}{\Lambda} \sqrt{\frac{\Delta n}{n_o}} z = \int_1^u \frac{du}{\sqrt{(1 - u^2)(1 - k^2 u^2)}}$$

ce qui peut s'écrire, afin d'utiliser les tables de Legendre :

$$\frac{2\pi}{\Lambda} \sqrt{\frac{\Delta n}{n_o}} z + \int_0^1 \frac{du}{\sqrt{(1 - u^2)(1 - k^2 u^2)}} = \int_0^u \frac{du}{\sqrt{(1 - u^2)(1 - k^2 u^2)}}$$

Si nous posons :

$$K = \int_0^1 \frac{du}{\sqrt{(1 - u^2)(1 - k^2 u^2)}}$$

nous pourrions écrire :

$$u = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_o} = \text{sn} \left(K + z \frac{2\pi}{\Lambda} \sqrt{\frac{\Delta n}{n_o}} \right)$$

Ce qui nous permettra de calculer :

$$\sin \alpha = \sin \alpha_o \cdot \text{sn} \left(K + z \frac{2\pi}{\Lambda} \sqrt{\frac{\Delta n}{n_o}} \right)$$

ou encore :

$$\sin \pi x / \Lambda = k \cdot \text{sn} \left(K + z \frac{2\pi}{\Lambda} \sqrt{\frac{\Delta n}{n_o}} \right) \quad (5)$$

Les valeurs de x sont calculables à l'aide des tables de Legendre qui donnent les valeurs de K pour diverses valeurs de k et les valeurs de u pour diverses valeurs de la quantité : $K + \xi$ avec :

$$\xi = z \frac{2\pi}{\Lambda} \sqrt{\frac{\Delta n}{n_o}}$$

6.1.3. Trajet des rayons lumineux dans le bain ultrasonné.

A l'aide des résultats précédents il sera facile de tracer point par point la marche des rayons lumineux dans le liquide ultrasonné ; il suffit de se fixer x_o , puis de prendre différentes valeurs de ξ ce qui permettra de calculer : $\text{sn}(K + \xi)$.

Nous ferons ce calcul en prenant successivement :

$$\xi = 0, K/4, K/2, 3K/4 \quad \text{et} \quad K.$$

d'où le tableau ci-après (fig. 46_{a, b}).

Rappelons que Legendre avait posé pour calculer ses tables : $k = \sin \vartheta$
c'est cette valeur de ϑ qui apparaît dans les tableaux suivants :

Figure 46_a

ϑ	0°	5°	10°	20°	30°	40°
K	1,570	1,573	1,582	1,620	1,685	1,786
ϑ	50°	60°	70°	80°	85°	90°
K	1,935	2,156	1,504	3,153	3,831	∞

Le deuxième tableau ci-dessous rassemble les valeurs numériques de α (ou $\pi x/\Lambda$) pour différentes valeurs de ξ en fonction du paramètre ϑ .

Figure 46_b

$z \sqrt{\frac{\Delta n}{n_0}} \cdot \frac{2\pi}{\Lambda} = \xi$		0	K/4	K/2	3 K/4	K
$\vartheta = 5^\circ$	$\pi x/\Lambda =$	5°	4°36'	3°32'	1°54'	0
$\vartheta = 10^\circ$	$\pi x/\Lambda =$	10°	9°12'	7°1'	3°50'	0
$\vartheta = 20^\circ$	$\pi x/\Lambda =$	20°	18°30'	14°13'	7°43'	0
$\vartheta = 30^\circ$	$\pi x/\Lambda =$	30°	27°48'	21°28'	11°43'	0
$\vartheta = 40^\circ$	$\pi x/\Lambda =$	40°	37°11'	28°55'	15°54'	0
$\vartheta = 50^\circ$	$\pi x/\Lambda =$	50°	46°41'	36°41'	20°26'	0
$\vartheta = 60^\circ$	$\pi x/\Lambda =$	60°	56°21'	45°0'	25°31'	0
$\vartheta = 70^\circ$	$\pi x/\Lambda =$	70°	66°17'	54°12'	31°42'	0
$\vartheta = 80^\circ$	$\pi x/\Lambda =$	80°	76°48'	65°22'	40°28'	0
$\vartheta = 85^\circ$	$\pi x/\Lambda =$	85°	82°32'	72°48'	47°49'	0
$\vartheta = 90^\circ$	$\pi x/\Lambda =$	90°	90°	90°	90°	90°

Les valeurs de ce tableau nous permettent de tracer les courbes de la figure 47 qui représentent le trajet des rayons lumineux au sein du bain ultrasonné. Nous retrouvons, par une méthode légèrement différente au départ, les courbes établies par R. Lucas et P. Biquard [11].

Il est évident, comme nous l'avons dit plus haut, que cette disposition des rayons lumineux n'est pas fixe dans l'espace mais se déplace à la vitesse de l'onde ultrasonore. (cf. 6.1.1.).

6.1.4. Remarque.

Franges localisées en régime d'ondes stationnaires.

A la remarque du paragraphe 6.1.1. nous avons attiré l'attention sur le fait que nos calculs précédents restent valables dans le cas des ondes stationnaires et que, dans les expressions obtenues, il suffit de remplacer Δn par $\Delta n \sin \omega t$. En d'autres termes, la profondeur de modulation de l'indice de réfraction, dans ce cas, est fonction du temps. De plus, puisque :

$$n = n_0 + \Delta n \sin \omega t \cdot \cos 2\pi X/\Lambda$$

la disposition des maxima et des minima de n est ici fixe dans l'espace. La répartition des rayons lumineux de la figure 47 toujours valable, est, elle aussi, fixe dans l'espace et ne se déplace plus comme précédemment à la vitesse des U.S. Il en résulte une focalisation lumineuse comme le montre la figure 48.

A chaque fois que $\pi X/\Lambda$ est multiple de π ($X = 0$ sur la figure 47) nous avons pour t donné une concentration lumineuse plus forte sur ces axes. En effet à un instant donné les rayons symétriques (1) et (1') ; (2) et (2') par rapport aux lignes de ventre de compression, convergent respec-

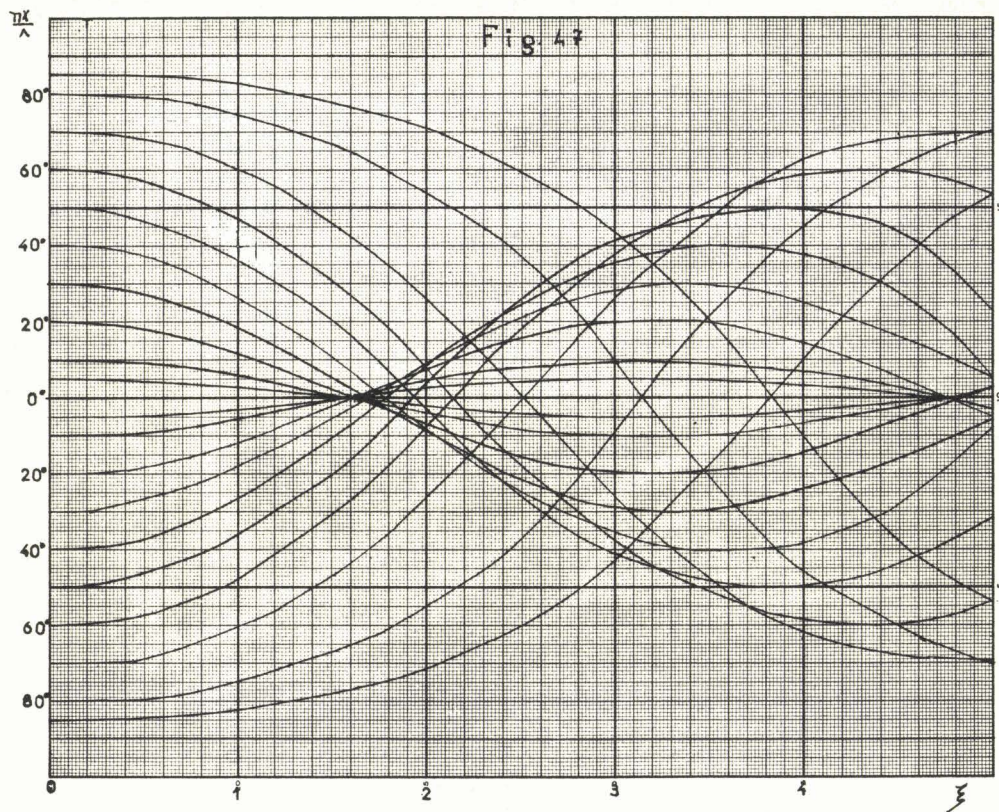


Figure 47

tivement aux points f_1 et f_2 . De même, tous les autres convergent sur les lignes de ventre de compression pour décrire des régions de plus forte luminosité comparables à des caustiques.

Ces caustiques sont réelles et lorsque l'on vise dans le plan (\mathcal{Q}) on observe des franges réelles. Par contre les rayons (1') et (2) et tous leurs homologues prolongés décrivent des caustiques virtuelles portées par les lignes des ventres de dépression. Si l'on vise, par exemple, dans le plan (\mathcal{Q}) on observe des franges virtuelles.

Puisqu'ici :

$$\xi = z \frac{2\pi}{\Lambda} \sqrt{\frac{\Delta n \sin \omega t}{n_0}}$$

ξ croît de 0 à une valeur maxima quand $\sin \omega t$ varie de 0 à 1. Cette valeur maxima a pour expression :

$$\xi_{\max} = z \frac{2\pi}{\Lambda} \sqrt{\frac{\Delta n}{n_0}}$$

A ces valeurs de ξ correspondent des positions de concentration lumineuse comprises entre z_1 et l'infini.

D'autre part, Δn instantané est négatif pour $\sin \omega t$ compris entre 0 et -1. En posant dans cet intervalle : $\Delta n' = -\Delta n \sin \omega t$ ($\Delta n' > 0$), l'expression (4) devient :

$$\frac{dz}{dx} = \frac{1}{\sqrt{-\frac{2\Delta n'}{n_0} \left(\cos \frac{2\pi x}{\Lambda} - \cos \frac{2\pi x_0}{\Lambda} \right)}} \quad (4')$$

Si nous faisons une translation des axes telle que :

$$x' = x + \Lambda/2$$

la fonction (4') reprend sa valeur primitive : le coefficient de :

$$\left(\cos \frac{2\pi x}{\Lambda} - \cos \frac{2\pi x_0}{\Lambda} \right)$$

est une quantité positive. Cette remarque nous montre que toutes les demi-périodes le lieu de ces concentrations lumineuses est décalé de $\Lambda/2$. Il est donc normal d'observer des maxima d'intensité comparables à des franges tous les $\Lambda/2$.

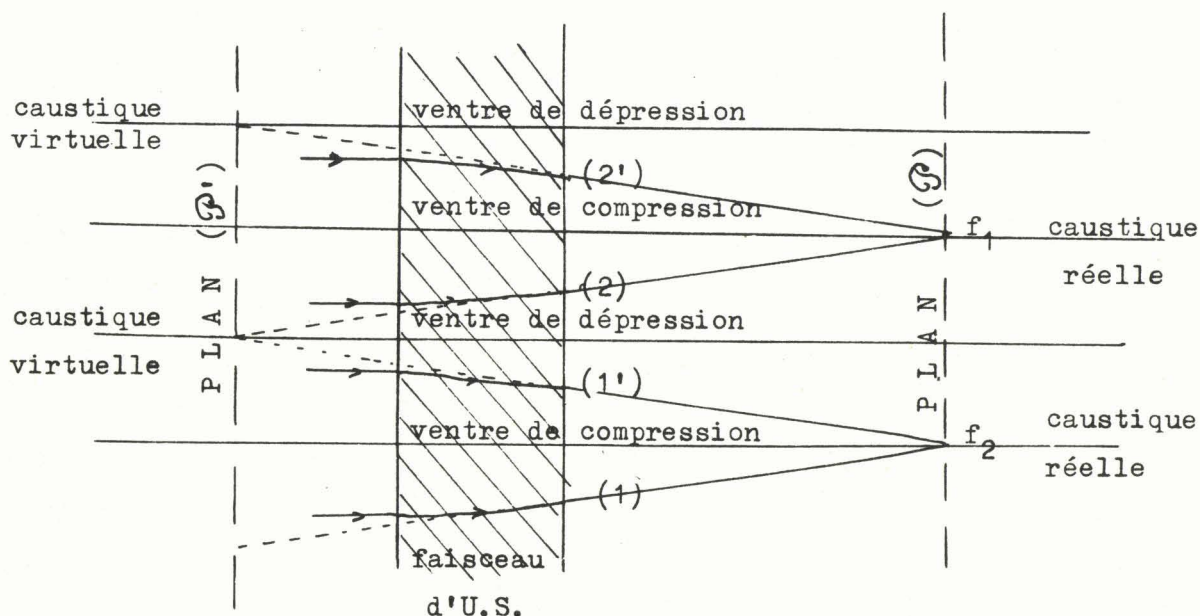


Figure 48

Ces phénomènes, étudiés dans un travail antérieur [12], nous ont donné une méthode commode pour vérifier si les ondes ultrasonores étaient progressives. En effet, il suffisait de mettre un réflecteur au-dessus du liquide au lieu de l'absorbant supérieur et de placer une petite lunette de visée -lunette de cathétomètre- dans la direction du faisceau lumineux émergent. Avec notre nouveau matériel, ces franges localisées, images des plans d'onde, étaient d'une netteté bien supérieure à celles obtenues dans le travail ci-dessus précité [12]. Puis nous remplacions le réflecteur par l'absorbant pour vérifier si les franges avaient disparu. En fait, une observation visuelle nous les laissait encore presque deviner : ce qui semblait indiquer qu'il subsistait encore un peu d'ondes stationnaires. Cependant, avec un absorbant de mauvaise qualité ou un bon absorbant mal disposé dans le bac ces franges redevenaient plus précises. Le procédé s'avérait donc particulièrement sensible pour déceler la présence des ondes stationnaires.

6.2. COMPARAISONS AVEC UN RESEAU CLASSIQUE -

6.2.1. Analogies.

A un instant donné, la disposition des rayons lumineux représentée par la figure 47 se retrouve identique tous les Λ . Il s'en suit que les rayons lumineux de même angle d'émergence sortent du bain en différents points équidistants de Λ et sont susceptibles de former un spectre dans le plan focal d'une lentille. Ces rayons lumineux suivent les mêmes chemins optiques et leur amplitude et leur phase sont les mêmes dans le plan de sortie de la cuve. Quant à la disposition lumineuse ce système optique est donc bien comparable à un réseau gravé sur verre dont le pas serait de Λ .

6.2.2. Différences essentielles.

Si la disposition lumineuse est itérative comme pour un réseau gravé, il faut cependant remarquer que le phénomène provoquant cette répartition est de nature différente ; il ne s'agit pas ici de diffraction de la lumière, mais principalement de réfraction de celle-ci dans un milieu à indice périodiquement variable. Nous pourrions plutôt parler d'un phénomène de mirages multiples où les images engendrées interfèrent entre-elles. C'est ce que la suite de cette théorie fera apparaître plus clairement encore.

Si nous voulons comparer ce système optique à d'autres systèmes classiques, il nous semble voisin du réseau de Michelson par la nature des phénomènes mais comparable, comme nous l'avons dit plus haut, au réseau de diffraction pour la disposition lumineuse. Cependant, comme nous allons le voir, contrairement à ce que l'on obtient chez ces derniers, la lumière pour un élément de surface n'est envoyée que dans des cônes très étroits et non dans toutes les directions.

6.3. ORDRE DES SPECTRES ET PUISSANCE ULTRASONORE -

Nous nous proposons ici de calculer la dépendance du nombre de raies obtenues avec la puissance ultrasonore dépensée dans le liquide. En fait, nous verrons qu'il est rattaché à cette dernière par l'intermédiaire des variations maxima Δn de l'indice de réfraction qui elles-mêmes sont fonction des variations de pression comme le montre la loi de Lorentz-Lorenz :

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{1}{\rho} = \text{Cte.}$$

avec ρ densité du milieu. En effet :

$$\Delta \rho = \rho_0 \mu \Delta P$$

(μ = coefficient de compressibilité du liquide).

La première relation donne par différentiation :

$$\frac{\Delta n}{n_0} = \frac{\Delta \rho}{\rho_0} \cdot \frac{(n_0^2 - 1)(n_0^2 + 2)}{6 n_0^2}$$

d'où :

$$\Delta n = \mu \Delta P \cdot \frac{(n_0^2 - 1)(n_0^2 + 2)}{6 n_0}$$

6.3.1. Relation entre l'ordre du spectre, les ordonnées d'incidence et d'émergence des rayons.

Soient :

p = l'ordre du spectre.

Φ = l'angle des rayons situés dans l'air sortant du réseau ou plus exactement de la cuve avec les plans d'onde ultrasonore.

Λ = la longueur d'onde des U.S. qui équivaut ici au pas du réseau.

λ = la longueur d'onde de la lumière incidente.

La relation classique des réseaux, lorsque la surface du réseau à l'incidence est une surface d'onde, donne :

$$\Lambda \sin \Phi = p \lambda$$

ou pratiquement, puisque Φ est petit :

$$\Phi = p \lambda / \Lambda \quad (6)$$

Pour $p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \pm p$ nous avons les valeurs correspondantes des angles Φ des rayons lumineux dans l'air qui donnent les maxima principaux des spectres d'ordre 0, 1, 2, ... etc.

Nous admettrons dans ce qui suit que p varie d'une façon continue de $-p$ à $+p$ mais que seules les valeurs entières de p donneront des rayons d'angle Φ d'émergence qui ne s'éteignent pas mutuellement.

Nous avons fait remarquer que les Φ représentaient les angles des rayons lumineux situés dans l'air.

Si nous appelons (cf. fig. 49) Φ' les angles correspondants dans le liquide à la sortie du faisceau ultrasonore, nous aurons :

$$\frac{\sin \Phi}{\sin \Phi'} = n_o$$

ou pratiquement, puisque les angles sont petits :

$$\frac{\Phi}{\Phi'} = n_o$$

La relation (6) précédente devient :

$$\Phi' = \frac{p}{n_o} \frac{\lambda}{\Lambda}$$

or nous savons que (4) donne l'angle Φ'

$$\operatorname{tg} \Phi' = \frac{dx}{dz} = \sqrt{2 \Delta n / n_o (\cos 2\alpha - \cos 2\alpha_o)}$$

et puisque Φ' représente un petit angle :

$$\Phi' \approx dx/dz = \sqrt{2 \Delta n / n_o (\cos 2\alpha - \cos 2\alpha_o)}$$

ou encore :

$$p/\sqrt{q} = \sqrt{2 (\cos 2\alpha - \cos 2\alpha_o)} \quad (7)$$

en posant :

$$q = \Delta n \cdot n_o \Lambda^2 / \lambda^2$$

6.3.2. Solution graphique du problème.

A l'aide des résultats précédents, il est facile maintenant de résoudre graphiquement le problème posé, selon la méthode utilisée avant nous par O. Nomoto [13]. Il suffit d'étudier les variations du rapport : p/\sqrt{q} en fonction de ξ pour différentes valeurs du paramètre α_o qui détermine le rayon d'entrée. Pour cela nous dressons les tableaux (A) et (B) des pages suivantes qui nous donnent respectivement : p/\sqrt{q} en fonction de x et α_o , et ξ en fonction de ces mêmes variables. Le premier est obtenu directement à partir de la formule (7) et le second par relevé de points sur la figure 47. Finalement ces tableaux se traduisent par la famille de courbes de la figure 50 à partir de laquelle nous pouvons tracer la courbe qui représente la fonction :

$$p = f(\alpha_o) \quad \text{avec} \quad \alpha_o = \pi x_o / \Lambda \quad (\text{cf. fig. 51})$$

pour une valeur choisie du paramètre : ξ .

Pour ce faire, il suffit de se fixer une valeur de q , laquelle est donnée expérimentalement. La forme de cette dernière courbe, représentée figure 51, est indépendante du paramètre q qui n'est qu'un facteur de proportionnalité fixant le nombre de franges (valeur du maximum de p). Par contre sa forme dépend de ξ . La dernière courbe a été construite pour : $q = 110$ et $\xi = 0,72$ à titre d'exemple. - Remarquons que ces valeurs sont grandes vis à vis de celles correspondant à nos expériences ultérieures.

La figure 51 nous montre le nombre de raies que comporte la figure de diffraction et les régions qui concourent à former chacune de ces raies. On remarquera de plus que dans un intervalle de Λ deux régions concourent à former un spectre d'ordre $+p$. Ainsi, par exemple, le spectre d'ordre $+15$ est produit par de la lumière entrant aux ordonnées x_o' et x_o'' telles que :

$$\pi x_o / \Lambda \equiv \alpha_o \neq 22^\circ \quad \text{et} \quad 72^\circ.$$

Désignons par α_1 et α_1' les rayons émergents provenant respectivement des régions où :

$$0 < \alpha_o < 50^\circ \quad \text{et} \quad 50^\circ < \alpha_o < 90^\circ.$$

Tous les rayons α_1 de même inclinaison sont distants de Λ ; de même pour les rayons α_1' mais

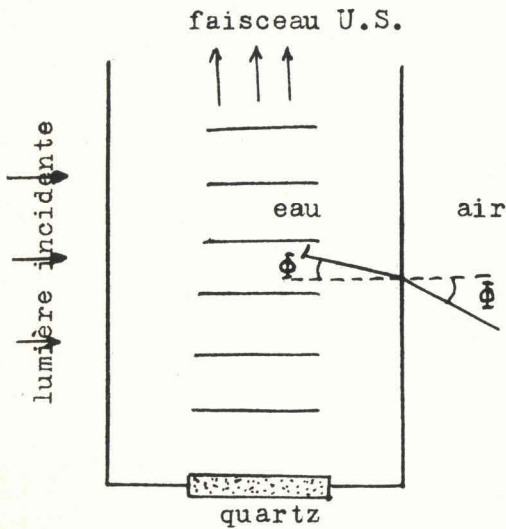


Figure 49

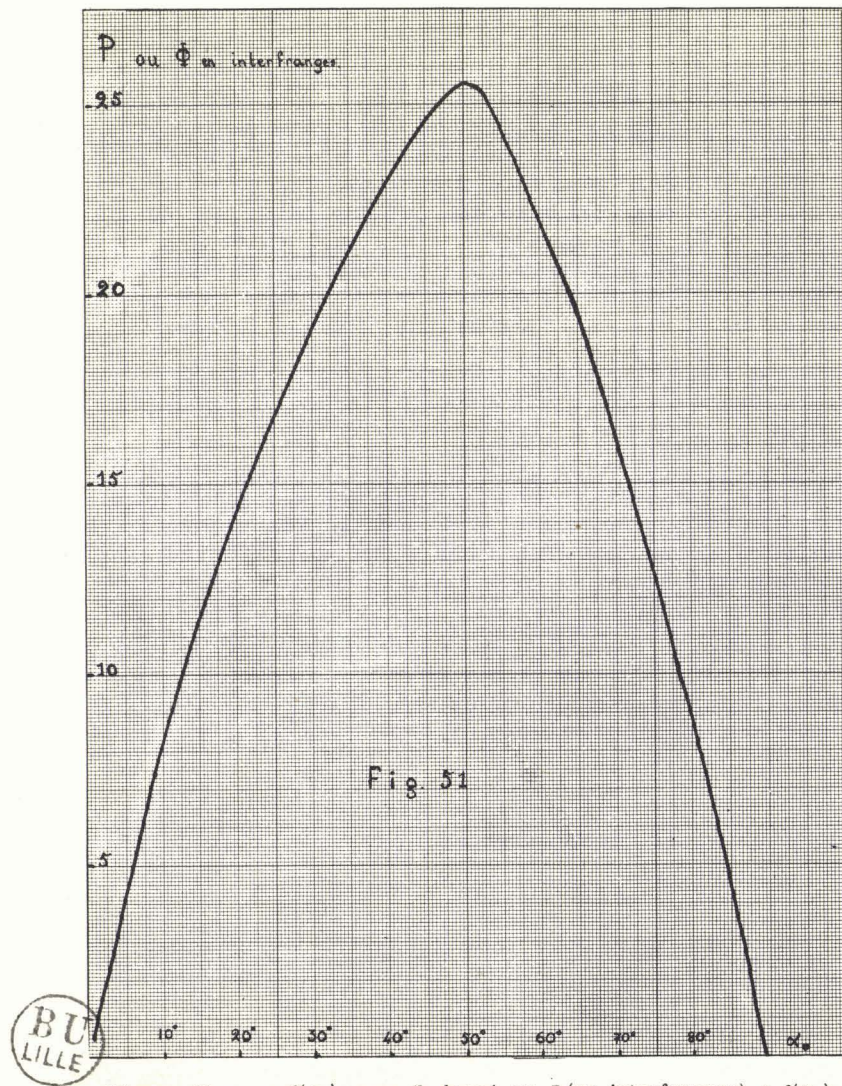
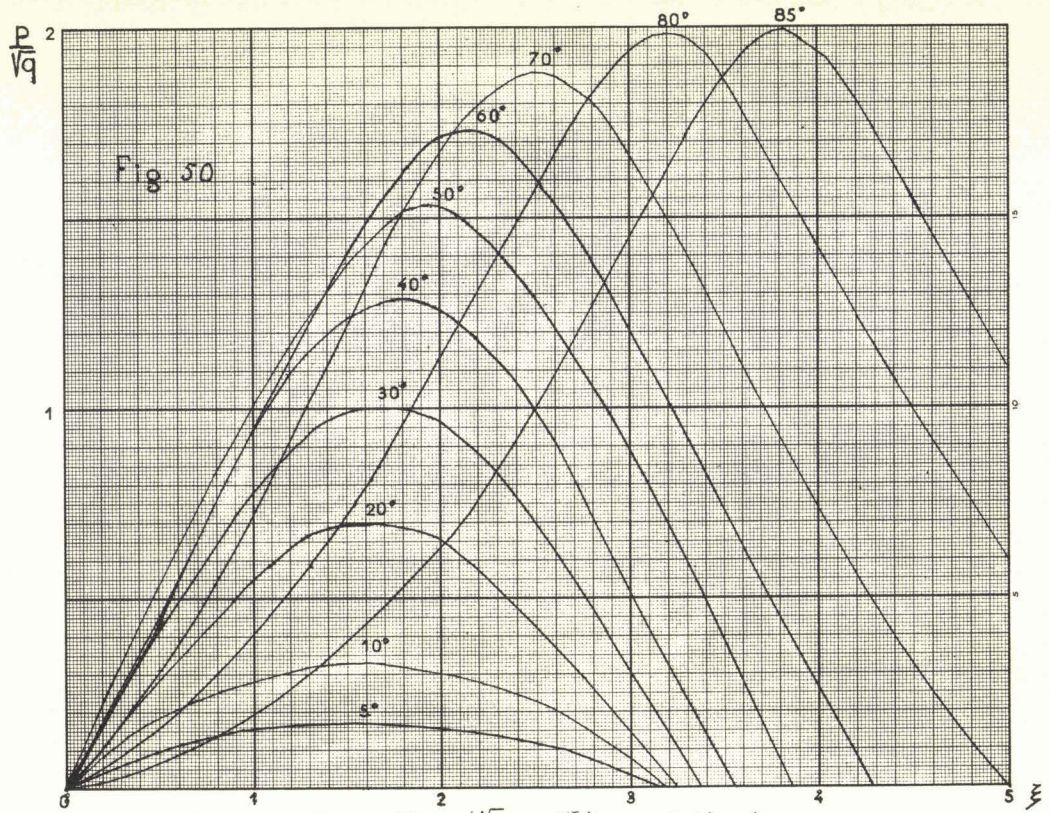


Figure 51 - $p = f(\alpha_0)$ pour ξ donné ou Φ (en interfranges) = $f(\alpha_0)$

la distance entre ces deux rayons émergents dépend de l'ordre du spectre. Le bain ultrasonné ne fonctionne donc pas comme un réseau unique mais plutôt comme deux réseaux de même pas dont les sillons gravés seraient décalés de λ - décalage qui varie, d'ailleurs, avec l'ordre du spectre considéré.

Tableau (A)
 p/\sqrt{q} en $f(\pi x_0/\lambda, \pi x/\lambda)$

$\frac{\pi x}{\lambda} \backslash \frac{\pi x_0}{\lambda}$	5°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	85°
0°	0,17	0,35	0,68	1	1,29	1,53	1,73	1,88	1,97	1,99
3°	0,14									
5°	0,00	0,30	0,66	0,99	1,27	1,52	1,72	1,87	1,96	1,985
8°		0,21								
10°		0,00	0,59	0,95	1,24	1,49	1,70	1,85	1,94	1,96
18°			0,29							
20°			0,00	0,73	1,09	1,37	1,59	1,75	1,85	1,87
27°				0,42						
30°				0,00	0,80	1,16	1,41	1,59	1,70	1,72
37°					0,45					
40°					0,00	0,83	1,16	1,37	1,49	1,52
46°						0,53				
50°						0,00	0,83	1,09	1,24	1,27
57°							0,43			
60°							0,00	0,73	0,95	0,98
68°								0,31		
70°								0,00	0,59	0,66
79°									0,16	
80°									0,00	0,30
85°										0,00

6.4. INTENSITE DES RAIES DU SPECTRE -

L'intensité délivrée par chacun de ces deux réseaux est fonction de l'ordre du spectre comme le montre intuitivement la figure 51. En effet, dans l'hypothèse d'une lumière incidente d'intensité constante quelle que soit l'abscisse x_0 l'énergie qui pénètre dans un élément Δx_0 aura pour valeur :

$$E \frac{\Delta x_0}{\lambda/2} \quad \text{ou} \quad 2E \Delta x_0 / \lambda$$

si on appelle E l'énergie pénétrant dans une bande de largeur $\lambda/2$.

Exprimons cela non en fonction de x_0 , mais de Φ afin de connaître l'énergie contenu dans un angle $\Delta\Phi$

$$\frac{2 E \Delta x_0}{\lambda \Delta\Phi} \cdot \Delta\Phi$$

ce qui devient, si les éléments tendent vers zéro :

$$\frac{2 E d\Phi}{\lambda \Phi' x_0}$$

Tableau (B)

 ξ en f($\pi x_0/\Lambda$, $\pi x/\Lambda$)

$\frac{\pi x}{\Lambda} \backslash \frac{\pi x_0}{\Lambda}$	5°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	85°
0°	1,57	1,58	1,62	1,68	1,78	1,93	2,15	2,50	3,15	3,80
3°	0,78									
5°	0	1,20	1,27	1,42	1,75	1,84	2,06	2,42	3,08	3,75
8°		0,60								
10°		0	1,10	1,34	1,52	1,74	1,96	2,32	3,00	3,68
18°			0,50							
20°			0	0,93	1,20	1,50	1,76	2,12	2,84	3,50
27°				0,50						
30°				0	0,84	1,20	1,51	1,90	2,64	3,30
37°					0,50					
40°					0	0,84	1,24	1,66	2,42	3,08
46°						0,50				
50°						0	0,86	1,38	2,12	2,80
57°							0,50			
60°							0	1,00	1,78	2,46
68°								0,50		
70°								0	1,30	2,04
79°									0,50	
80°									0	1,28
85°										0

Donc l'énergie recueillie dans un angle limité par les rayons de direction Φ_1 et Φ_2 sera donnée par l'intégrale :

$$\frac{2E}{\Lambda} \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} \frac{d\Phi}{\Phi'_{x_0}} \quad (8)$$

Il s'en suit que l'énergie recueillie dans des angles égaux varie suivant les régions comme l'inverse de la pente Φ'_{x_0} de la courbe 51 au point considéré.

Connaissant l'intensité des faisceaux lumineux qui vont concourir à former une raie d'ordre p il suffit maintenant, pour pouvoir les composer géométriquement, de calculer leur déphasage relatif.

Ce déphasage relatif entre ces deux groupes de rayons est dû aux différences de marche acquises par ceux-ci dans le liquide et dans l'air.

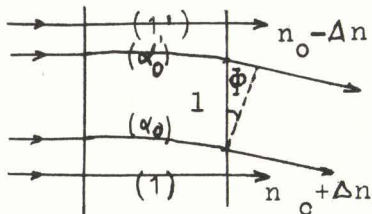


Figure 52

Le rayon (1) - région à indice fort - est en retard sur le rayon (1') cf. figure 52 puisque le chemin optique de (1) est plus grand que celui de (1'). Pour deux rayons quelconques (α_0) et (α'_0) nous comparerons toujours (α'_0) à (α_0). Si δ_1 et δ'_1 désignent les chemins optiques dans le liquide des rayons (α_0) et (α'_0) et δ_a et δ'_a les chemins optiques de ces mêmes rayons dans l'air, leur différence de marche relative sera :

$$\delta_1 - (\delta'_1 + 1 \sin \Phi)$$

$$\text{car } \delta_a - \delta'_a = -1 \sin \Phi$$

$$\text{or } \Phi = p\lambda/\Lambda \text{ et comme } \sin \Phi \approx \Phi$$

$$\delta_a - \delta'_a = -1 \Phi = -1 p\lambda/\Lambda$$

or $l = (\alpha_1' - \alpha_1) \Lambda / \pi$; $\alpha_1 = \pi x / \Lambda$, x ordonnée d'émergence du rayon considéré. Donc :

$$\delta_a - \delta_a' = - (\alpha_1' - \alpha_1) \lambda p / \pi$$

ou en longueur d'onde :

$$= - (\alpha_1' - \alpha_1) p / \pi$$

La différence de marche entre les rayons (α_o) et (α_o') a donc pour valeur en fraction de longueur d'onde :

$$\frac{(\delta_l - \delta_l')}{\lambda} - \frac{(\alpha_1' - \alpha_1) p}{\pi}$$

ou encore :

$$(\delta_l / \lambda + \alpha_1 p / \pi) - (\delta_l' / \lambda + \alpha_1' p / \pi) \quad (9)$$

Il reste donc théoriquement à calculer la valeur de δ_l pour achever de résoudre le problème du calcul de l'intensité des raies.

6.4.1. Calcul du chemin optique le long d'un rayon lumineux.

Nous nous proposons de calculer le chemin optique L le long d'un rayon lumineux représenté par l'équation différentielle (4) du paragraphe 6.1.2. Le long de ce rayon l'indice de réfraction varie selon la loi donnée par la relation (2 bis) du paragraphe précédent.

Cette grandeur L sera donnée par l'intégrale curviligne le long du contour (C) défini par le rayon :

$$L = \int_C n \, ds$$

avec ds l'élément d'arc de la courbe (C) :

$$\begin{aligned} ds^2 &= dx^2 + dz^2 \\ &= dz^2 (1 + dx^2/dz^2) \end{aligned}$$

or (4) nous donne la valeur de dx/dz donc :

$$\begin{aligned} n \, ds &= (n_o + \Delta n \cos 2\alpha) \sqrt{1 + 2 \Delta n / n_o (\cos 2\alpha - \cos 2\alpha_o)} \, dz \\ &\approx (n_o + \Delta n \cos 2\alpha) [1 + \Delta n / n_o (\cos 2\alpha - \cos 2\alpha_o)] \, dz \end{aligned}$$

ce qui revient à négliger : $(\Delta n / n_o)^2$ vis à vis de : $(\Delta n / n_o)$.

Toujours en éliminant les infiniments petits du second ordre, nous pouvons aussi écrire :

$$n \, ds \approx (n_o + \Delta n \cos 2\alpha_o + 2 \Delta n [\cos 2\alpha - \cos 2\alpha_o]) \, dz$$

d'où :

$$\begin{aligned} L &= \int_C (n_o + \Delta n \cos 2\alpha_o + 2 \Delta n [\cos 2\alpha - \cos 2\alpha_o]) \, dz \\ &= n_o z + \Delta n \cos 2\alpha_o z + 2 \Delta n \int_0^{z_1} (\cos 2\alpha - \cos 2\alpha_o) \, dz \end{aligned} \quad (10)$$

Remarque.

La formule précédente montre que le chemin optique comporte trois termes ayant une signification physique bien nette.

Le premier $n_o z$ est le terme principal et correspond au chemin optique pour une traversée de largeur z dans un milieu d'indice constant n_o . Le second : $\Delta n z \cos 2\alpha_o$ est un terme correctif qui tient compte de la variation d'indice du milieu mais qui ne fait pas intervenir la courbure du rayon lumineux. On rejoindrait par là la théorie de Raman et Nagendra Nath [14] qui admet en première approximation que les rayons lumineux ne sont pas déviés mais subissent seulement une modulation de phase. La littérature affirme en maints endroits que cette théorie n'est valable que pour de faibles traversées ultrasonores. (Ce qui, évidemment, limite la courbure des rayons). Enfin un troisième :

$$2 \Delta n \int_0^{z_1} (\cos 2 \alpha - \cos 2 \alpha_o) dz$$

qui reste à calculer et qui tient compte à la fois de la variation de l'indice et de la courbure des rayons lumineux.

Afin de calculer ce dernier terme nous allons le transformer en remplaçant dz par sa valeur tirée de (4). Nous supposons raisonner sur les rayons situés dans la partie supérieure de la figure 47 où dx et dz sont de signe contraire.

$$\begin{aligned} 2 \Delta n \int_0^{z_1} (\cos 2 \alpha - \cos 2 \alpha_o) dz &= 2 \Delta n \int_{x_1}^{x_0} \frac{(\cos 2 \alpha - \cos 2 \alpha_o)}{\sqrt{2 \Delta n / n_o (\cos 2 \alpha - \cos 2 \alpha_o)}} dx \\ &= \sqrt{2 \Delta n \cdot n_o} \int_{x_1}^{x_0} \sqrt{(\cos 2 \alpha - \cos 2 \alpha_o)} dx \\ &= 2 \sqrt{\Delta n \cdot n_o} \int_{x_1}^{x_0} \sin \alpha_o \sqrt{1 - \sin^2 \alpha / \sin^2 \alpha_o} dx \end{aligned}$$

Posons :

$$k = \sin \alpha_o = \sin \pi x_o / \Lambda \quad \text{et} \quad u = \frac{\sin \pi x / \Lambda}{\sin \pi x_o / \Lambda} = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_o}$$

d'où :

$$\begin{aligned} u &= (1/k) \sin \pi x / \Lambda \\ du &= (\pi / k \Lambda) \sqrt{1 - \sin^2 \pi x / \Lambda} dx = (\pi / k \Lambda) \sqrt{1 - \sin^2 \pi x_o / \Lambda} \cdot \frac{\sin^2 \pi x / \Lambda}{\sin^2 \pi x_o / \Lambda} dx \end{aligned}$$

donc :

$$dx = \frac{k \Lambda}{\pi} \frac{1}{\sqrt{1 - k^2 u^2}} du$$

L'intégrale devient :

$$2 \sqrt{\Delta n \cdot n_o} \frac{k^2 \Lambda}{\pi} \int_{u_1}^{u_0} \sqrt{\frac{1 - u^2}{1 - k^2 u^2}} du$$

Cette intégrale peut être ramenée à la somme de deux intégrales elliptiques. En effet :

$$\sqrt{\frac{1 - u^2}{1 - k^2 u^2}} = \frac{1 - u^2}{\sqrt{(1 - u^2)(1 - k^2 u^2)}}$$

or :

$$\begin{aligned} 1 - u^2 &= a(1 - k^2 u^2) - b \\ &= (a - b) - a k^2 u^2 \end{aligned}$$

donc :

$$a = 1/k^2 \quad \text{et} \quad b = \frac{1}{k^2} - 1$$

donc finalement :

$$\int_{u_1}^{u_0} \sqrt{\frac{1 - u^2}{1 - k^2 u^2}} du = 1/k^2 \int_{u_1}^{u_0} \sqrt{\frac{1 - k^2 u^2}{1 - u^2}} du - \left(\frac{1}{k^2} - 1\right) \int_{u_1}^{u_0} \frac{du}{\sqrt{(1 - u^2)(1 - k^2 u^2)}}$$

2^{de} espèce 1^{ère} espèce

En faisant subir à (4) les mêmes transformations que pour intégrer le troisième terme de L nous obtenons :

$$z = \int_{x_1}^{x_0} \frac{dx}{\sqrt{\frac{2 \Delta n}{n_o} \cdot 2 \sin^2 \frac{\pi x_o}{\Lambda} \left(1 - \frac{\sin^2 \pi x / \Lambda}{\sin^2 \pi x_o / \Lambda}\right)}}$$

$$z = \frac{\Lambda}{2\pi \sqrt{\frac{\Delta n}{n_0}}} \int_{u_1}^{u_0} \frac{du}{\sqrt{(1-u^2)(1-k^2u^2)}}$$

D'où :

$$\int_{u_1}^{u_0} \sqrt{\frac{1-u^2}{1-k^2u^2}} du = 1/k^2 \int_{u_1}^{u_0} \sqrt{\frac{1-k^2u^2}{1-u^2}} du - \left(\frac{1}{k^2} - 1\right) \frac{2\pi}{\Lambda} \sqrt{\frac{\Delta n}{n_0}} z$$

Ce qui finalement donne pour le troisième terme de l'expression du chemin optique :

$$\begin{aligned} 2\Delta n \int_0^{z_1} (\cos 2\alpha - \cos 2\alpha_0) dz &= 2\Lambda/\pi \sqrt{\Delta n n_0} \int_{u_1}^{u_0} \sqrt{\frac{1-k^2u^2}{1-u^2}} du - (2\Lambda/\pi) \sqrt{\Delta n n_0} (1-k^2) \frac{2\pi}{\Lambda} \sqrt{\Delta n/n_0} z \\ &= 2\Lambda/\pi \sqrt{\Delta n n_0} \int_{u_1}^{u_0} \sqrt{\frac{1-k^2u^2}{1-u^2}} du - 4\Delta n (\cos^2 \alpha_0) z \end{aligned}$$

Le chemin optique total a donc pour valeur :

$$L = n_0 z + \Delta n (\cos 2\alpha_0) z - 4\Delta n (\cos^2 \alpha_0) z + 2\Lambda/\pi \sqrt{\Delta n n_0} \int_{u_1}^{u_0} \sqrt{\frac{1-k^2u^2}{1-u^2}} du$$

ou encore :

$$L = n_0 z - \Delta n z (1 + 2 \cos^2 \alpha_0) + (2\Lambda/\pi) \sqrt{\Delta n n_0} \int_{u_1}^{u_0} \sqrt{\frac{1-k^2u^2}{1-u^2}} du$$

Remarque 1.

Proposons-nous de calculer les valeurs vers lesquelles tend la formule précédente lorsque α_0 tend vers $\pi/2$ et 0.

1°) $\alpha_0 \rightarrow \pi/2$.

L'équation (5) des rayons lumineux au sein du bain ultrasonné nous permet d'écrire quand $\alpha_0 = \pi x_0/\Lambda = \pi/2$, c'est-à-dire que $k = \sin \alpha_0 = 1$:

$$\sin \pi x/\Lambda = \operatorname{sn}(K + \xi) = \operatorname{cn} \xi / \operatorname{dn} \xi = 1$$

$$\text{donc : } \pi x/\Lambda = \pi/2 \quad \text{d'où} \quad x = x_0.$$

Il s'en suit qu'alors :

$$u = \sin \alpha / \sin \alpha_0 = 1$$

En ce cas on peut écrire :

$$\int_{\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_0}}^1 \sqrt{\frac{1 - \sin^2 \alpha_0 u^2}{1 - u^2}} du < \int_{\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_0}}^1 \frac{du}{\sqrt{1 - u^2}}$$

quelle que soit la valeur de α_0 . Or cette dernière intégrale tend vers zéro comme reste d'une intégrale convergente quand $\sin \alpha / \sin \alpha_0$ tend vers 1.

Il en résulte que la première tend aussi vers zéro et en ce cas :

$$L = n_0 z - \Delta n z$$

ce qui est physiquement évident.

2°) $\alpha_0 \rightarrow 0$.

Dans ce deuxième cas nous démontrerons d'abord la convergence de l'intégrale.

Puisque quel que soit α_0 :

$$\sqrt{\frac{1 - k^2 u^2}{1 - u^2}} \leq \frac{1}{\sqrt{1 - u^2}}$$

ce qui est indépendant de k :

$$\int_{\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_0}}^1 \sqrt{\frac{1 - k^2 u^2}{1 - u^2}} du = \int_{1/2}^1 \sqrt{\frac{1 - k^2 u^2}{1 - u^2}} du + \int_{\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_0}}^{1/2} \sqrt{\frac{1 - k^2 u^2}{1 - u^2}} du$$

Si nous considérons la première intégrale écrite au second membre nous pouvons écrire :

$$\int_{1/2}^1 \sqrt{\frac{1 - k^2 u^2}{1 - u^2}} du < \int_{1/2}^1 \frac{du}{\sqrt{1 - u^2}} = \pi/3$$

ce qui prouve qu'elle est convergente.

Quant à la seconde quelle que soit la valeur de k , pourvu que $\sin \alpha / \sin \alpha_0$ tende vers une limite finie autre que l'unité, est une intégrale ordinaire pour laquelle ne se pose aucune question de convergence. Il s'en suit que l'intégrale que nous voulons calculer est convergente et en ce cas la limite de la somme est égale à la somme des limites donc si $\alpha_0 \rightarrow 0$ ou $k \rightarrow 0$, il reste à calculer :

$$\lim_{\alpha_0 \rightarrow 0} \left(\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_0} \right) \alpha_0 \rightarrow 0 \quad \frac{du}{\sqrt{1 - u^2}}$$

Le calcul de la limite de la borne d'intégration est donné par l'équation (5) :

$$\sin \alpha / \sin \alpha_0 = \operatorname{sn} (K + \xi) = \operatorname{cn} \xi / \operatorname{dn} \xi$$

donc :

$$\lim (\sin \alpha / \sin \alpha_0) \alpha_0 \rightarrow 0 = \lim (\operatorname{cn} \xi / \operatorname{dn} \xi)_{\xi \rightarrow 0} = \cos \xi$$

et l'intégrale devient :

$$I = \int_{\cos \xi}^1 \frac{du}{\sqrt{1 - u^2}} = \frac{\pi}{2} - \arcsin (\cos \xi) \quad \text{avec : } 0 < \xi < \pi/2$$

donc :

$$I = \arccos (\cos \xi)$$

ou :

$$\cos I = \cos \xi$$

d'où $\xi = I$.

En ce cas le troisième terme de L devient donc :

$$\begin{aligned} \frac{2 \Lambda}{\pi} \sqrt{\Delta n n_0} \xi &= \frac{2 \Lambda}{\pi} \sqrt{\Delta n n_0} z \frac{2 \pi}{\Lambda} \sqrt{\frac{\Delta n}{n_0}} \\ &= 4 \Delta n z \end{aligned}$$

donc :

$$L = n_0 z + \Delta n z$$

ce qui est évident physiquement.

On vérifie par là que même si les fonctions utilisées ne sont pas définies pour $\alpha_0 = 0$ elles conduisent à la solution en passant aux limites.

Remarque 2.

Dans le problème qui nous occupe ce n'est pas le chemin optique du rayon lumineux traversant le faisceau ultrasonore qui nous intéresse mais la différence de marche entre les deux rayons lumineux qui, à l'intérieur d'une tranche liquide de hauteur $x = \Lambda$, contribuent à former le spectre d'ordre p . Dans le calcul de cette différence de marche le premier terme $n_0 z$ et la première partie du second $\Delta n z$ disparaîtront. Il nous suffit donc de calculer la quantité :

$$- 2 \Delta n z \cos^2 \alpha_0 + (2 \Lambda / \pi) \sqrt{\Delta n n_0} \int_{u_1}^{u_0} \sqrt{\frac{1 - k^2 u^2}{1 - u^2}} du \quad (11)$$

Ce qui nécessite de connaître α_1 et α_1' ainsi que α_0 et α_0' desquels il sera facile de calculer les bornes d'intégration u_1 et u_0 . Les valeurs α_0 et α_0' sont calculables graphiquement mais le procédé risque de manquer de précision ce qui modifiera les différences de marche entre les deux rayons et partant les intensités lumineuses, or une faible erreur sur cette différence de marche peut produire une forte variation sur les intensités. C'est la raison pour laquelle nous avons préféré calculer avec précision les valeurs de ces quantités.

6.4.2. Calcul des positions d'incidence des rayons formant un spectre d'ordre donné.

Ces valeurs seront fournies par le développement de l'équation (5) du paragraphe 6.1.2.

$$\sin \pi x / \Lambda = k. \operatorname{sn} \left(K + z \frac{2\pi}{\Lambda} \sqrt{\frac{\Delta n}{n_o}} \right) \quad (5)$$

Cette relation est valable pour x et z quelconques ; la position d'incidence est donnée par la détermination de k qui donne α_o et x_o .

En posant comme précédemment :

$$z \frac{2\pi}{\Lambda} \sqrt{\frac{\Delta n}{n_o}} = \xi$$

nous obtenons :

$$\sin \pi x / \Lambda = k \operatorname{cn} \xi / \operatorname{dn} \xi$$

compte tenu de la relation classique des fonctions elliptiques :

$$\operatorname{sn} (K + a) = \operatorname{cn} a / \operatorname{dn} a$$

ou encore puisque :

$$\begin{aligned} \operatorname{dn} a &= \sqrt{1 - k^2 \operatorname{sn}^2 a} \\ \sin \pi x / \Lambda &= \frac{k \operatorname{cn} \xi}{\sqrt{1 - k^2 \operatorname{sn}^2 \xi}} \end{aligned}$$

Comme les rayons à l'émergence formant le spectre d'ordre p vérifient l'équation (7) du paragraphe 6.3.1. nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} p^2 &= 2q (\cos 2\pi x / \Lambda - \cos 2\pi x_o / \Lambda) \\ &= 4q (\sin^2 \pi x_o / \Lambda - \sin^2 \pi x / \Lambda) \\ &= 4q \left(k^2 - \frac{k^2 \operatorname{cn}^2 \xi}{1 - k^2 \operatorname{sn}^2 \xi} \right) \\ p^2 (1 - k^2 \operatorname{sn}^2 \xi) &= 4q (k^2 - k^4 \operatorname{sn}^2 \xi - k^2 \operatorname{cn}^2 \xi) \\ 4q k^4 \operatorname{sn}^2 \xi - (4q + p^2) k^2 \operatorname{sn}^2 \xi + p^2 &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Equation qui nous donne :

$$k^2 = 1/2 [(1 + p^2/4q) \pm \sqrt{(1 + p^2/4q)^2 - p^2/(q \operatorname{sn}^2 \xi)}] \quad (13)$$

Pour que cette équation admette une solution il faut que :

$$(1 + p^2/4q)^2 \geq p^2/(q \operatorname{sn}^2 \xi)$$

ce qui, pour des valeurs q et ξ imposées par l'expérience, donne une limite supérieure à p - résultat trouvé antérieurement par le graphique de la figure (51) - En effet comme p et q représentent des grandeurs positives les solutions de cette inéquation sont :

$$1 + p^2/4q \geq p/\sqrt{q} \operatorname{sn} \xi$$

ou :

$$1 + p^2/4q \geq p/(-\sqrt{q} \operatorname{sn} \xi)$$

selon que $\operatorname{sn} \xi$ est positif ou négatif. Ces deux solutions peuvent être groupées en une seule :

$$\begin{aligned} 1 + p^2/4q &\geq p/\sqrt{q} |\operatorname{sn} \xi| \\ p^2/4q - p/\sqrt{q} |\operatorname{sn} \xi| + 1 &\geq 0 \end{aligned}$$

Les racines de cette dernière équation :

$$\begin{aligned} p &= 2q [1/\sqrt{q} \operatorname{sn} \xi \pm \sqrt{1/q \operatorname{sn}^2 \xi - 1/q}] \\ &= (2\sqrt{q}/|\operatorname{sn} \xi|) (1 \pm \operatorname{cn} \xi) \end{aligned}$$

donnent pour p deux intervalles possibles :

$$0 < p < (2\sqrt{q}/|\operatorname{sn} \xi|) (1 - \operatorname{cn} \xi) \quad \text{et} \quad (2\sqrt{q}/|\operatorname{sn} \xi|) (1 - \operatorname{cn} \xi) < p < +\infty$$

Mais en fait le dernier intervalle ne convient pas au problème car il faut avoir :

$$0 < k^2 < 1 ;$$

en effet l'équation (12) entraîne :

$$\begin{aligned} f(0) &= p^2 > 0 \\ f(1) &= 4q \operatorname{sn}^2 \xi - (4q + p^2) \operatorname{sn}^2 \xi + p^2 \\ &= p^2(1 - \operatorname{sn}^2 \xi) \\ &= p^2 \operatorname{cn}^2 \xi > 0 \end{aligned}$$

De plus la demi-somme $S/2$ des racines de l'équation du second degré (12) vaut :

$$\frac{4q + p^2}{8q} = 1/2 (1 + p^2/4q)$$

Premier intervalle. (cas du signe négatif).

Dans ce cas la plus grande valeur possible de p est : $2\sqrt{q} \frac{(1 - \operatorname{cn} \xi)}{\operatorname{sn} \xi}$ à laquelle correspond un maximum possible pour $S/2$ qui a pour valeur :

$$\begin{aligned} S/2 &= 1/2 \left(1 + \frac{(1 - \operatorname{cn} \xi)^2}{\operatorname{sn}^2 \xi} \right) \\ &= 1/2 \left(1 + \frac{1 - \operatorname{cn} \xi}{1 + \operatorname{cn} \xi} \right) \\ &= \frac{1}{1 + \operatorname{cn} \xi} \end{aligned} \quad \text{si } 0 < \operatorname{cn} \xi < 1$$

or cette quantité est toujours inférieure à l'unité donc dans ce cas les deux racines k' et k'' de l'équation (12) sont telles que :

$$0 < k' < S/2 < k'' < 1$$

Elles conviennent donc et nous retrouvons ici l'existence, dans une bande ultrasonnée de largeur Λ , de deux rayons concourant à former le spectre d'ordre p .

Second intervalle. (cas du signe positif).

Nous aurons alors :

$$\begin{aligned} S/2 &\geq 1/2 \left(1 + \frac{(1 + \operatorname{cn} \xi)^2}{\operatorname{sn}^2 \xi} \right) \\ S/2 &\geq \frac{1}{1 - \operatorname{cn} \xi} \end{aligned}$$

Ici cette expression est toujours supérieure à l'unité et les racines de (12) peuvent être rangées dans l'ordre suivant :

$$0 < 1 < k' < S/2 < k''$$

Ces racines, et partant ce second intervalle, ne conviennent pas à notre problème. Si $-1 < \operatorname{cn} \xi < 0$ les deux intervalles se permutent simplement et deviennent pour le premier :

$$0 < 1 < k' < S/2 < k''$$

et pour le second :

$$0 < k' < S/2 < k'' < 1.$$

En ce cas c'est le second intervalle qui convient au problème.

En choisissant l'ordre du spectre pour des conditions expérimentales qui fixent q et ξ

$$(q = \Delta n n_0 \Lambda^2 / \lambda^2 \quad \text{et} \quad \xi = z \frac{2\pi}{\Lambda} \sqrt{\Delta n / n_0})$$

il reste à résoudre l'équation transcendante (12). On pourra le faire par itération, en partant d'une valeur approchée de $\sin \xi$ qui, rappelons-le, est une fonction à la fois de ξ et du paramètre k . (Si on pose :

$$\xi = \int_0^u \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}}$$

on a par définition $\sin \xi = u$).

Remarque.

La formule (13) s'avère fort incommode pour les calculs numériques manuels ; il est facile de la transformer pour la rendre calculable par logarithmes.

Posons :

$$\sin \gamma = \frac{p}{\sqrt{q} (1 + p^2/4q) \sin \xi}$$

cette quantité est toujours inférieure à l'unité sinon (13) n'a pas de sens. Nous pouvons alors écrire (13) sous la forme :

$$\begin{aligned} k^2 &= 1/2 [(1 + p^2/4q) \pm (1 + p^2/4q) \cos \gamma] \\ &= 1/2 (1 + p^2/4q) (1 \pm \cos \gamma) \end{aligned}$$

donc :

$$\begin{aligned} k &= \sqrt{1 + p^2/4q} \cos \gamma / 2 \\ &= \sqrt{1 + p^2/4q} \sin \gamma / 2 \end{aligned} \quad (13')$$

ou :

Puisque : $k = \sin \pi x_0 / \Lambda$ il est facile alors de connaître x_0 .

6.4.3. Calcul des positions d'émergence des rayons formant un spectre d'ordre donné.

L'équation (7) peut se transformer en :

$$\begin{aligned} p^2/q &= 2 (\cos 2\pi x_1 / \Lambda - \cos 2\pi x_0 / \Lambda) \\ &= 4 (\sin^2 \pi x_0 / \Lambda - \sin^2 \pi x_1 / \Lambda) \end{aligned}$$

si x_1 désigne l'ordonnée du rayon émergent et x_0 celle du rayon incident.

De ces relations nous tirons :

$$\begin{aligned} \sin^2 \pi x_1 / \Lambda &= \sin^2 \pi x_0 / \Lambda - p^2/4q \\ &= k^2 - p^2/4q \\ &= k^2(1 - p^2/4qk^2) \end{aligned} \quad (14')$$

Et en posant μ un angle auxiliaire tel que :

$$\sin \mu = p/2 \sqrt{q} k$$

nous obtenons :

$$\sin \pi x_1 / \Lambda = k \cos \mu. \quad (14)$$

6.4.4. Calcul des bornes d'intégration de l'équation (11).

x_0 et x_1 calculés il est facile maintenant de préciser les bornes d'intégration de l'équation (11). En effet nous pouvons écrire :

$$\int_{u_1}^{u_0} = \int_{u_1}^{u_0} + \int_0^{u_0} = \int_0^{u_0} - \int_0^{u_1}$$

en rappelant que :

$$u = \frac{\sin \pi x / \Lambda}{\sin \pi x_0 / \Lambda}.$$

Comme pour établir ses tables L  gendre a posé :

$$u = \sin \varphi$$

nous calculerons les valeurs de φ correspondant à u_0 et u_1 .

Les définitions de u et de φ donnent immédiatement :

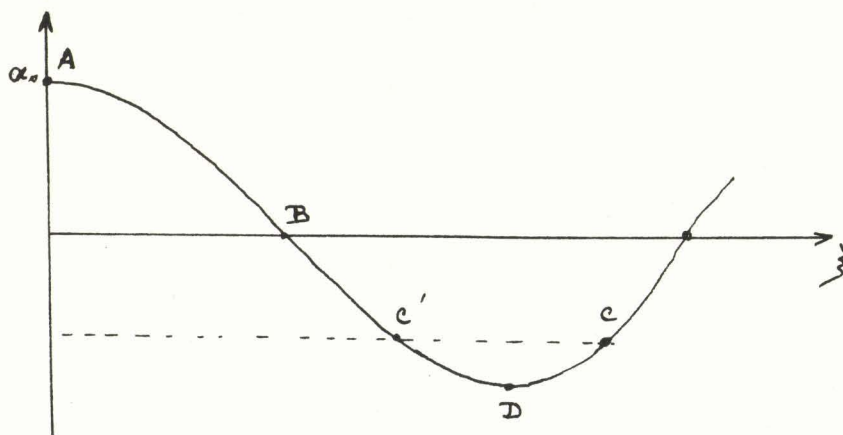
Si $x = x_0$ $u = 1$ et donc $\varphi_0 = \pi / 2$.

Si $x = x_1$ $\sin \varphi_1 = \frac{\sin \pi x_1 / \Lambda}{\sin \pi x_0 / \Lambda} = k \cos \mu / k$

donc :

$$\varphi_1 = \pi / 2 - \mu \quad (15)$$

Remarque.



Au cas où ξ de sortie est inférieure à ξ_0 la fonction $\xi = f(x)$ est uniforme et l'intégrale $\int_{u_1}^{u_0}$ peut être calculée en ne tenant compte que des valeurs x_0 et x_1 : c'est le cas de nos expériences puisque $\xi_{\text{maximum}} = 0,665 < 1,57$.

Mais si ξ de sortie est supérieur à ξ_0 deux problèmes se posent.

1  ) Au-delà de ξ_0 x devient négatif, la limite u_1 d'intégration change de signe et il faut calculer $L_{AB} + L_{BC}$, par exemple en prenant ce dernier chemin en valeur absolue.

2  ) Au-delà de ξ_0 la fonction $\xi(x)$ devient multiforme et les chemins optiques ne dépendent plus seulement de x_0 et x_{sortie} mais de toutes les valeurs intermédiaires. Ainsi pour calculer le chemin optique le long du rayon AC il faut évaluer :

$$L = L_{AB} + |L_{BD}| + |L_{DC}|$$

ce qui fait intervenir les limites correspondant à x_0 et x_{sortie} mais aussi x_0 et x_0 .

6.5. CALCULS NUMÉRIQUES -

Rappelons que les données physiques imposées par l'expérience sont :

Δn : variation maxima d'indice de réfraction dépendant de la puissance ultrasonore au moment de la photographie du spectre.

z : largeur du faisceau ultrasonore traversé par la lumière.
 n_0 : indice de réfraction moyen du liquide ultrasonné.
 Λ : longueur d'onde des U.S. dans le liquide.
 λ : longueur d'onde de la lumière monochromatique utilisée dans l'expérience.

Compte-tenu de tout ce que nous venons de dire dans ce chapitre, la marche à suivre pour calculer l'intensité des raies d'un spectre sera :

1°) A partir des valeurs numériques précédentes on calcule les paramètres ξ et q qui en dépendent directement.

2°) On prend $p = 1$.

3°) Comme $\sin \xi$ varie assez peu avec le paramètre k on résout l'équation (13) par la formule (13') à l'aide d'une valeur moyenne approchée de $\sin \xi$. Ce qui donne deux nouvelles valeurs de k plus exactes qui permettent de recommencer un nouveau calcul. Le procédé est assez convergent ; en deux ou trois fois on obtient une valeur de $\pi x_0/\Lambda$ à quelques secondes près.

4°) Connaissant $\pi x_0/\Lambda$, la valeur de $\pi x_1/\Lambda$ est calculée à partir des relations (14) puis, compte-tenu de ces résultats, l'équation (15) donne la valeur de φ_1 .

5°) On calcule maintenant la valeur de (11) pour chacun des "rayons" formant le spectre d'ordre p et finalement la valeur de la différence de marche $\delta_{p\lambda}$ en fraction de longueur d'onde lumineuse par l'expression (9).

6°) On recommence la précédente série de calculs pour toutes les valeurs entières possibles de p .

7°) En possession des angles caractérisant l'ordonnée des rayons correspondant à chacun des ordres on trace la courbe : $p = f(\alpha_0)$ comparable à celle représentée à la figure 51. De cette courbe, on déduit l'intensité des deux pinceaux lumineux qui forment le spectre d'ordre donné, par la mesure de l'inverse de sa pente aux points considérés. Soient I_1 et I_2 ces deux intensités.

8°) Finalement on détermine l'intensité résultante de chaque raie du spectre par composition géométrique de chaque paire de "rayons" à l'aide de la formule classique :

$$I_r = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \cos 2 \pi \delta_{p\lambda} \quad (16)$$

6.6. REMARQUE SUR UN CAS LITIGIEUX -

Le résultat simple exprimé par la formule (8) du début du paragraphe 6.4. soulève un problème : celui relatif au maximum de la courbe (51). En effet pour ce point $\Phi_{x_0}' = 0$ donc l'énergie recueillie dans cette région semble infinie comparativement à celle recueillie ailleurs. Evidemment, dans l'absolu, il est physiquement impossible que cette énergie dépasse l'énergie E entrant dans la bande de largeur $\Lambda/2$; mais on peut se demander si toute l'énergie E ne se retrouverait pas dans cette région, celle se trouvant ailleurs étant négligeable vis à vis de celle-là.

Calcul de la fonction $\Phi = f(x_0)$.

L'expression (12) nous permet d'écrire :

$$p^2 = 4q \frac{k^2 \sin^2 \xi - k^4 \sin^2 \xi}{1 - k^2 \sin^2 \xi}$$

et comme : $k = \sin \pi x_0/\Lambda$

$$= 4q \frac{\sin^2(\pi x_0/\Lambda) \cos(\pi x_0/\Lambda) \sin^2 \xi}{1 - \sin^2(\pi x_0/\Lambda) \sin^2 \xi}$$

d'où :

$$p = \sqrt{q} \frac{\sin 2(\pi x_0/\Lambda) \sin \xi}{\sqrt{1 - \sin^2(\pi x_0/\Lambda) \sin^2 \xi}} \quad \text{or} \quad \Phi = p \frac{\lambda}{\Lambda}$$

donc :

$$\Phi = \frac{\lambda}{\Lambda} \sqrt{q} \frac{\sin 2(\pi x_0/\Lambda) \sin \xi}{\sqrt{1 - \sin^2(\pi x_0/\Lambda) \sin^2 \xi}} \quad (17)$$

On se propose de calculer (8) d'une façon approchée vu la complexité de la formule (17).

Puisque la fonction $\Phi = f(x_0)$ a une dérivée Φ'_{x_0} qui s'annule pour $\Phi = \Phi_m$ la décomposition en série de Taylor autour de ce maximum sera de la forme :

$$\Phi = \Phi_m + \Phi'_0 \Delta x + \Phi''_{x_0} \frac{(\Delta x)^2}{2} + \dots \quad (18)$$

Φ''_{x_0} désignant la valeur de la dérivée seconde au point Φ_m . En se bornant à ces trois premiers termes, dont le second est nul, nous pouvons écrire :

$$(\Phi - \Phi_m) = \Phi''_{x_0} \frac{(\Delta x)^2}{2}$$

donc, aux environs du maximum :

$$\Phi'_{x_0} = \Phi''_{x_0} \Delta x$$

or (18) donne :

$$\Delta x^2 = \frac{2(\Phi - \Phi_m)}{\Phi''_{x_0}}$$

L'expression (8) se transforme donc en :

$$\frac{2E}{\Lambda} \int_{\phi_1}^{\phi_m} \frac{d\Phi}{\Phi''_{x_0} \sqrt{2(\Phi - \Phi_m)/\Phi''_{x_0}}} = \frac{2E}{\Lambda \sqrt{2\Phi''_{x_0}}} \int_{\phi_1}^{\phi_m} \frac{d\Phi}{\sqrt{\Phi - \Phi_m}} = \frac{4E}{\Lambda \sqrt{2\Phi''_{x_0}}} \left| \sqrt{\Phi - \Phi_m} \right|_{\phi_1}^{\phi_m}$$

Φ étant défini par la plus petite ouverture angulaire $\Delta\Phi$ que l'on puisse considérer et alors :

$$\Phi_1 - \Phi_m = \Delta\Phi$$

donc l'énergie calculée a pour expression :

$$\frac{4E}{\Lambda \sqrt{2\Phi''_{x_0}}} \sqrt{\Delta\Phi} \quad (19)$$

N.B. 1°) La dérivée première de l'expression (17) est déjà fort compliquée, il ne pourra être question d'en calculer la dérivée seconde. Le calcul, théoriquement faisable, serait d'ailleurs inexploitable numériquement. Pour en calculer la valeur numérique on pourra, aux environs du maximum approximer la fonction à une fonction du second degré :

$$\Phi = ax^2 + bx + c$$

A l'aide de trois points de la courbe choisis aux environs du maximum on calculera les coefficients de l'équation précédente. Il suffira de trouver la valeur de a puisque :

$$\Phi''_{x_0} = 2a$$

2°) L'intégrale (8) se calcule très bien si on admet que dans la région considérée, en excluant le maximum de Φ_m , Φ'_{x_0} est pratiquement constant ; l'énergie recueillie dans un angle $\Delta\Phi$ aura donc pour valeur :

$$\frac{2.E}{\Lambda \Phi'_{x_0}} \Delta\Phi \quad (20)$$

Quant à la valeur de Φ'_{x_0} elle pourra être calculée comme la pente de la courbe $\Phi = f(x_0)$ à partir des valeurs numériques obtenues antérieurement.

3°) La comparaison des formules (19) et (20) montre que les intensités des raies centrales du spectre sont proportionnelles à $\Delta\Phi$ tandis que la raie extérieure correspondant à Φ_m a une intensité proportionnelle à $\sqrt{\Delta\Phi}$.

Si $\Delta\Phi \ll 1$ l'intensité de cette dernière peut être beaucoup plus importante que les autres. Remarquons que si $\Delta\Phi \rightarrow 0$ l'intensité de cette dernière frange devient quand même extrêmement grande vis à vis des autres ; mais ce cas est hypothétique. En effet le $\Delta\Phi$ physiquement possible est défini par le pouvoir séparateur du système optique utilisé ; ce pouvoir séparateur dépend du diaphragme qui limite le faisceau lumineux pénétrant dans le bain ultrasonné ; plus l'ouverture est grande plus le nombre de raies du réseau ultrasonore est grand et plus le $\Delta\Phi$ est petit et par

conséquent plus la raie terminale du spectre devient intense comparativement aux autres si elle correspond au maximum de Φ_m . Jusqu'à ce moment on ne s'est pas occupé, dans ce raisonnement, du second réseau qui interfère avec le premier, mais remarquons cependant que pour la raie du spectre correspondant à Φ_m la différence de phase entre ces deux réseaux n'intervient pas puisqu'en ce point les deux réseaux sont confondus.

Ordre de grandeur de $\Delta\Phi$.

Admettons que la hauteur h du diaphragme d'ouverture soit de 16 mm (valeurs dans nos expériences) dans la direction des x (sens de propagation des U.S.). Si la lumière utilisée a pour longueur d'onde $\lambda = 0,546.10^{-3}$ mm et la longueur d'onde des ultrasons $\Lambda = 1,5$ mm la valeur angulaire de l'interfrange de la figure de diffraction sera :

$$i = \frac{\lambda}{\Lambda} = \frac{0,546.10^{-3}}{1,5} = 0,365.10^{-3} \text{ rd.}$$

La valeur angulaire du premier minimum correspondant aux franges de Fraunhofer dues à la lucarne d'entrée s'élève à :

$$\Delta\Phi = \frac{\lambda}{h} = \frac{0,546.10^{-3}}{16} = 0,034.10^{-3} \text{ rd.}$$

ce qui correspond à :

$$\Delta\Phi = \frac{0,0340}{0,365} = 0,093 \text{ interfrange.}$$

Remarquons que dans cet angle $\Delta\Phi$ nous recueillons 94 % de l'énergie.

Comparaison des intensités.

Compte-tenu des expressions (19) et (20), le rapport des intensités de ces deux types de raies est en admettant que l'intensité de la figure de diffraction est uniforme dans l'angle $\Delta\Phi$ (la figure de diffraction à la forme d'un crêneau) :

$$\frac{4E}{\Lambda\sqrt{2}\Phi'_{x_0}} : \frac{2E}{\Lambda\Phi'_{x_0}} = \frac{\sqrt{2}\Phi'_{x_0}}{\sqrt{\Phi''_{x_0}\Delta\Phi}}$$

En se référant à la figure 51 du cas traité en exemple, dans les spectres des premiers ordres on a :

$$\Phi'_{x_0} = \frac{10 i}{12^{\circ} 5} = 0,8 i$$

(les abscisses sont exprimées en degrés).

L'équation de la parabole qui approxime la courbe 51 aux environs du maximum rapportée à des axes rectangulaires passant par ce maximum se réduit à :

$$\Phi = -ax^2$$

avec :

$$a = -\Phi/x^2$$

Le graphique donne pour valeur de a :

$$|a| = \frac{1,5 i}{(7)^2} = 0,03 i$$

donc :

$$\Phi''_{x_0} = 2a = 0,06 i$$

Il en résulte, pour le rapport entre les intensités des pinceaux lumineux formant le spectre correspondant à Φ_m et les pinceaux formant les spectres centraux la valeur suivante :

$$\frac{\sqrt{2} \cdot 0,8}{\sqrt{0,06 \cdot 0,093}} = 17,3$$

Ce calcul approché montre bien que l'idée d'une raie extérieure dans laquelle toute l'énergie

serait concentrée est hypothétique si l'on tient compte de la diffraction de la lumière provoquée par le diaphragme d'entrée ; tout au plus, cette raie peut être, dans le cas favorable, plus lumineuse que les autres.

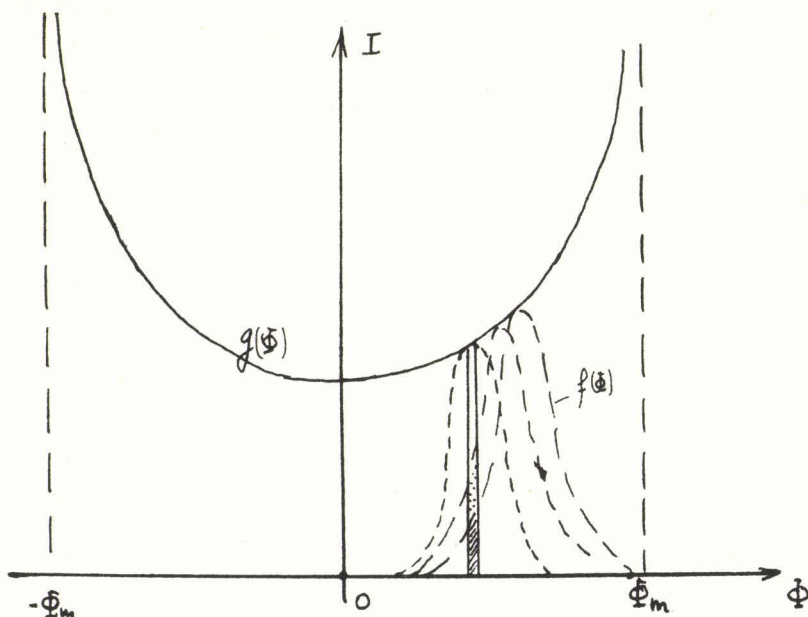
Il faut remarquer cependant que ce rapport de 17,3 est trop fort, compte-tenu de nos observations. Afin de nous placer dans des conditions plus voisines de nos expériences nous avons repris ce calcul pour une figure de diffraction correspondant à $\Delta n = 5.10^{-6}$ et $z = 50$ mm. Le rapport se réduit à 7,75 ; bien que plus faible ce rapport est encore trop élevé ; en effet le calcul que nous venons de faire ne donne qu'une borne supérieure de la valeur cherchée.

Pour traiter le problème avec plus de précision il faudrait :

- admettre que le diaphragme d'ouverture produit une répartition de lumière par diffraction représentable par une fonction $f(\Phi)$ qui est indépendante de la direction moyenne définie ici par l'ordre du spectre ;

- connaître dans un intervalle $(-90^\circ < \pi x/\Lambda < +90^\circ)$ la répartition de la lumière $g(\Phi)$ due aux phénomènes étudiés indépendamment de cette diffraction. Compte-tenu de cela l'intensité dans une direction donnée Φ_0 sera calculable par le produit de composition (cf. fig. ci-dessous) :

$$I(\Phi_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\Phi) f(\Phi_0 - \Phi) d\Phi$$



Sous cette forme il apparaît que pour toutes les valeurs de $|\Phi| > |\Phi_m|$ $g(\Phi)$ est nul ; il suffira donc de sommer de $-\Phi_m$ à $+\Phi_m$. On voit alors que pour Φ_0 voisin de Φ_m l'intensité résultante dépend beaucoup de la forme de $f(\Phi)$; plus cette fonction présente un pied large plus la valeur de $I(\Phi_0)$ sera faible vis à vis de la borne supérieure calculée plus haut.

VII

CALCULS NUMÉRIQUES PAR ORDINATEUR ÉLECTRONIQUE

Dans le chapitre précédent nous avons exposé, en plus de la théorie des phénomènes optiques, le procédé de calcul manuel qui en découlait logiquement.

Il est temps de faire remarquer cependant, que si ce procédé est exploitable, il est long et fastidieux à utiliser. La résolution de l'équation transcendante (13) par la méthode des approximations successives bien que le procédé soit très convergent, demande beaucoup de temps car il est nécessaire d'avoir une bonne précision sur ses racines sinon les bornes d'intégration de l'équation (15) seront fort imprécises. En outre, il est nécessaire de résoudre cette équation $2p$ fois pour le calcul d'une figure de p raies.

Le calcul des intégrales elliptiques donné par les tables de Légendre n'est pas immédiat à cause de la double interpolation puisque ces fonctions dépendent de la borne d'intégration φ et du paramètre k .

A partir de ces deux séries de résultats il reste encore à déterminer les intensités des faisceaux lumineux qui interfèrent en construisant les graphiques du type de celui représenté figure 51 et à faire tous les calculs annexes pour, finalement, obtenir l'intensité relative de chacune des raies de la figure.

Il est facile de comprendre avec ces remarques et en considérant la complexité des formules établies qu'il faille plusieurs jours de calcul pour obtenir les résultats concernant une figure de 7 ou 8 franges. Ce fut là la raison principale de notre choix de l'ordinateur électronique pour résoudre ce problème.

Grâce à sa rapidité de calcul il a été possible de chercher autour des valeurs expérimentales, dans la plage permise par l'imprécision des mesures, la valeur qui conduisait aux résultats les plus proches de la figure photographiée. Et même, nous avons calculé des figures ne correspondant pas à nos conditions expérimentales afin de pouvoir tracer des abaques donnant les intensités des raies des figures comportant de deux à six franges de part et d'autre de la frange centrale. On ne voit pas comment il eût été possible de mener pareille tâche par un procédé de calcul manuel.

Pour effectuer ces calculs nous nous sommes servis de l'ordinateur I.B.M. 650 à tambour magnétique et afin de gagner du temps sur la programmation nous avons employé une logique extérieure, en l'occurrence le système FLEX II (2.2.002) [15].

7.1. RESOLUTION DE L'EQUATION TRANSCENDANTE (12) -

Avant de se proposer la résolution d'une telle équation nous avons dû réaliser un sous-programme qui nous permettrait le calcul de la fonction $sn(\xi, k)$ vu qu'il n'existait pas dans la bibliothèque I.B.M. 650.

7.1.1. Sous-programme $sn(u, k)$.

Pour réaliser ce calcul nous nous sommes servis du développement en série de cette fonction en nous limitant aux termes en u^7 :

$$sn(u, k) = u - (1 + m) \frac{u^3}{3!} + (1 + 14m + m^2) \frac{u^5}{5!} - (1 + 135m + 135m^2 + m^3) \frac{u^7}{7!} \dots$$

avec : $m = k^2$ et $u = \xi$.

Nous avons légèrement modifié sa forme afin de séparer plus nettement les deux variables u et m ce qui permettrait de calculer plus rapidement une nouvelle valeur de $sn(u, m)$ dans le cas

où seul m aurait varié ; c'est, en effet, sous cette forme, comme nous le verrons au paragraphe suivant, que la résolution de l'équation (13) nous réclamera cette fonction. La série a donc été prise sous la forme suivante :

$$\operatorname{sn}(u, m) = A + Bm + Cm^2 + Dm^3$$

avec :

$$A = u - u^3/6 + u^5/120 - u^7/5040.$$

$$B = -u^3/6 + 14u^5/120 - 135u^7/5040.$$

$$C = u^5/120 - 135u^7/5040.$$

$$D = -u^7/5040.$$

Ainsi, lorsque u ne varie pas les coefficients A, B, C et D restent constants.

Enfin pour ne pas perdre de précision lorsque u devient voisin de l'unité et pour ne pas devoir prendre de nouveaux termes pour la série nous nous sommes limités à des valeurs de u inférieures à 0,5. Lorsque u devient supérieur à cette valeur nous l'avons ramené à lui être inférieur en le divisant par 2 autant de fois qu'il est nécessaire, puis à l'aide de la formule de duplication :

$$\operatorname{sn} 2u = \frac{2 \operatorname{sn} u \operatorname{cn} u \operatorname{dn} u}{1 - m \operatorname{sn}^4 u}$$

avec :

$$\operatorname{cn} u = \sqrt{1 - \operatorname{sn}^2 u} \quad \text{et} \quad \operatorname{dn} u = \sqrt{1 - m \operatorname{sn}^2 u}.$$

utilisée n fois, nous avons calculé la valeur de $\operatorname{sn}(u, m)$ cherchée. Tout ceci nous amène donc à l'organigramme de calcul représenté à la figure (53).

Afin de conserver la valeur de n une fois le calcul achevé nous avons muni la boucle de gauche de deux compteurs N_1 et N_2 ; le dernier servant au calcul et le premier à mémoriser la valeur de n avant l'utilisation de la formule de duplication ; le calcul achevé cette valeur sera reportée dans N_2 ce qui permettra de recommencer en x le calcul de $\operatorname{sn}(u, m)$ pour une même valeur de u et une autre valeur de m .

Pour vérifier la précision du procédé nous avons comparé tout une série de résultats avec ceux donnés par la petite table à cinq décimales de Milne et Thomson [16] ; chaque valeur calculée par la machine concordait avec celle de la table et, de plus, donnait toujours le sens exact de l'arrondi de la table. Le calcul est donc exact à 10^{-5} près et probablement à mieux que cela.

7.1.2. Programme de résolution de l'équation transcendante (12).

Nous avons tout d'abord modifié la forme de cette équation pour la rendre plus facile à résoudre par machine. Posant :

$$m = k^2$$

et :

$$a = 1 + p^2/4q$$

elle devient :

$$f(m) = 4qm(m-a) \operatorname{sn}^2(\xi, m) + p^2 = 0 \quad (12 \text{ bis})$$

Les seules valeurs de m qui nous intéressent sont celles comprises entre 0 et 1 puisque :

$$0 < k < 1$$

De plus $f(0) = p^2 > 0$ et $f(1) = p^2 \operatorname{cn}^2(\xi, m) > 0$ et ξ , imposé par les conditions expérimentales, est constant pour une figure donnée. Il s'en suit que dans la recherche de la solution nous ne ferons varier que m puisque ξ est imposé pour toute une figure. En fait, nous calculerons successivement, et dans cet ordre, les valeurs :

$$f(0), f(0,1), f(0,2) \dots \text{etc.}$$

jusqu'au moment où l'une de ces quantités sera négative. Puis si :

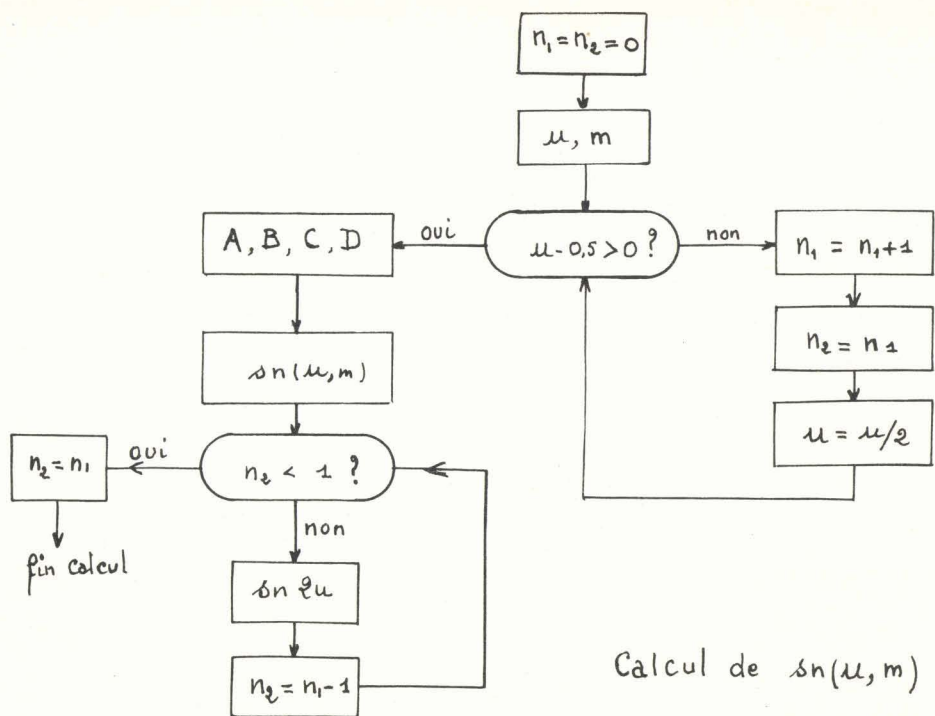


Figure 53

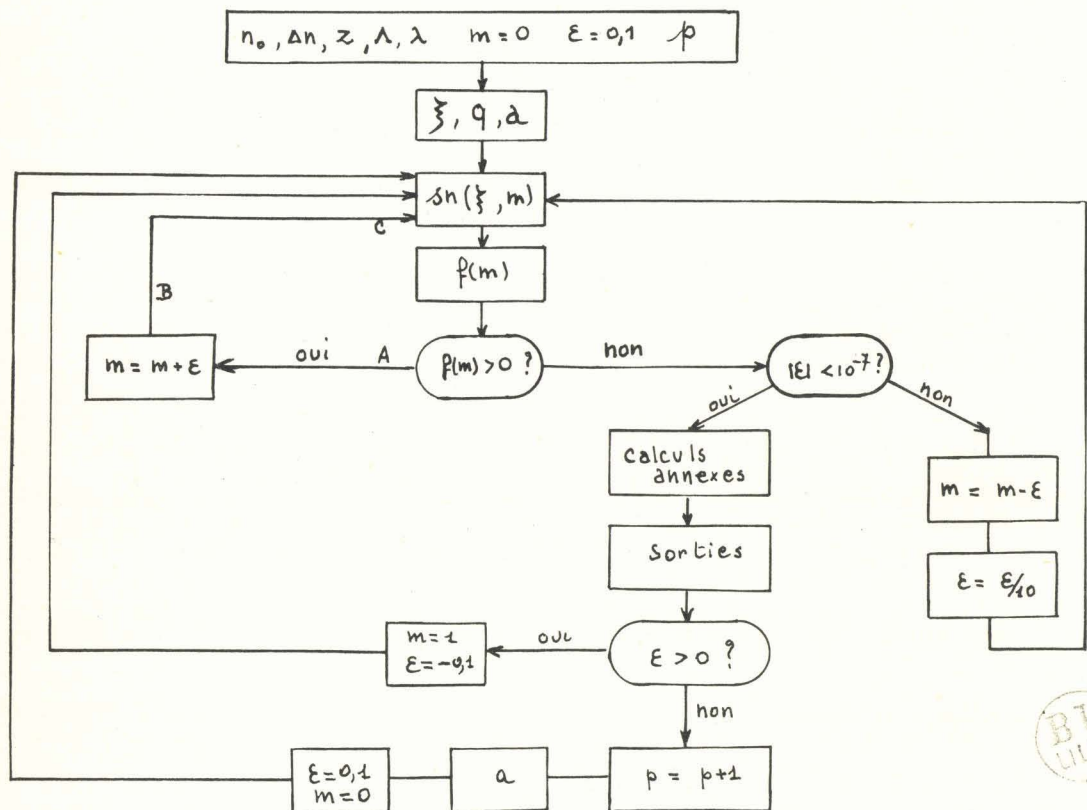


Figure 54

$$f(m_1) > 0 \quad \text{et} \quad f(m_2) < 0 \quad \text{avec : } m_1 - m_2 = 0,1$$

nous calculerons dans l'intervalle $[m_1, m_2]$ et dans cet ordre, les valeurs :

$$f(m_1 + 0,01), f(m_1 + 0,02), f(m_1 + 0,03) \dots \text{etc.}$$

jusqu'à ce que l'une de ces quantités change de nouveau de signe. Ce qui donnera encore deux valeurs de m telles que :

$$f(m') > 0 \quad \text{et} \quad f(m'') < 0 \quad \text{avec : } |m' - m''| = 0,01.$$

En divisant de nouveau le nouvel intervalle en dix parties et recommençant, nous pourrions encadrer à précision donnée, choisie à l'avance, la première racine.

Pour obtenir la seconde nous procéderons d'une façon analogue mais cette fois en partant de $m = 1$ et en progressant en sens inverse. Nous calculerons donc ici :

$$f(1), f(0,9), f(0,8), \dots \text{etc.}$$

jusqu'à ce que l'une de ces valeurs soit négative, puis, en divisant l'intervalle qui encadre la nouvelle racine en dix parties, nous recommencerons à calculer les $f(m)$ en débutant toujours par la valeur la plus forte de m et ainsi de suite jusqu'au moment où nous aurons la seconde racine à la précision choisie.

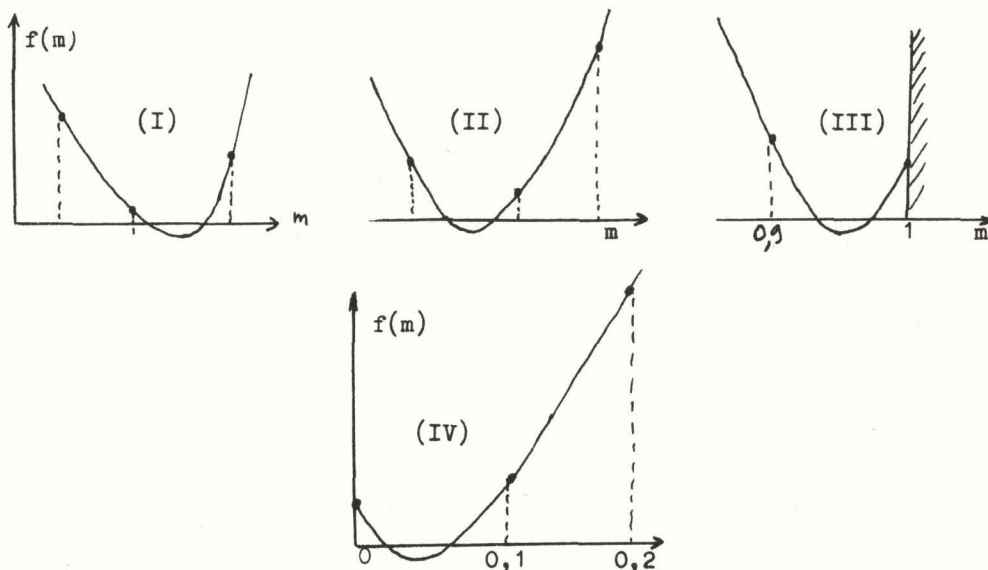
Toutes ces opérations nous amènent à l'organigramme de principe de la figure (54).

Nous remarquons entre autre, sur cet organigramme que nous obtenons chaque valeur de m en ajoutant ε à la valeur précédente de ce paramètre ; au départ $m = 0$ et $\varepsilon = 0,1$, puis à chaque fois que $f(m)$ devient négatif ε est divisé par 10. Pour chercher la seconde racine nous procédons de même en partant de $m = 1$ et de $\varepsilon = -0,1$. C'est par un test sur le signe de ε que nous déterminons l'état du calcul. A chaque fois que deux racines sont calculées p progresse d'une unité.

7.1.3. Cas de l'équation sans racine.

Le procédé que nous venons de décrire demande certaines améliorations pour fournir dans tous les cas toutes les racines de l'équation transcendante. La progression de p , comme nous venons de le voir, est facile ; mais la découverte de la non existence des racines l'est moins, surtout si l'on suppose qu'au pas d'analyse utilisé, entre deux valeurs successives m_1 et m_2 telles que : $f(m_1) > 0$ et $f(m_2) > 0$ il puisse exister des racines.

Si lors des calculs des dix valeurs $f(0), f(0,1) \dots f(0,9)$, aucun changement de signe n'a été rencontré, cela ne veut pas dire nécessairement qu'il n'y a pas de racine. En effet, en plus du cas sans racine nous pouvons nous trouver dans l'un des quatre cas ci-dessous puisque, comme nous l'avons montré au paragraphe 6.4.2., l'équation $f(m) = 0$ comporte au plus deux racines et que $f(0)$ et $f(1)$ sont positifs.



Les cas III et IV semblent fort improbables vu la forme des courbes du type de celle présentée figure 51. C'est par sécurité que nous avons résolu ces cas.

Pour savoir auquel de ces cas nous avons affaire il suffit de considérer les différences premières entre les dix valeurs de $f(m)$ calculées précédemment lors des dix passages par la boucle ABC (cf. fig. 54 ou 55). Ce qui nécessite :

1°) de compter les passages par cette boucle (compteur N_1) de façon à déclencher cette analyse après dix passages.

2°) d'enregistrer les dix valeurs de $f(m)$ dans les mémoires δ à $\delta + 9$.

3°) de calculer les différences premières.

Les cas suivants peuvent se produire :

a) Les différences premières ne changent pas de signe et sont toujours négatives ; nous sommes dans le cas représenté figure III. Il suffira pour cela d'explorer l'intervalle :

$$0,9 < m < 1$$

en le divisant en dix parties ; nous imposons :

$$m = 1 - 0,1 = 0,9 \quad \text{et} \quad \varepsilon = \varepsilon/10 = 0,01$$

puis repartons en séquence. (Branche DE).

b) La première différence première est positive ; c'est le cas de la figure IV. Pour savoir s'il s'agit de la première différence et non d'une autre, il faut avoir muni la branche FD réalisant le calcul de ces différences, d'un compteur (N_2). Pour analyser ce cas, il faut donner à m sa valeur initiale $m = 0$ soit : $m = (1 - 10\varepsilon)$ et diviser le pas ε par dix. Ceci est réalisé par la branche FG.

c) Les cas I et II apparaissent quand les différences premières passent du négatif au positif, mais ces deux cas ne sont pas départageables par notre procédé. Cela n'est pas gênant, il suffit de remarquer que la racine, si elle existe, se trouve toujours dans l'intervalle où la différence première change de signe ou dans l'intervalle précédent. Il faudra donc donner à m la valeur correspondant à la borne inférieure de l'intervalle précédant l'intervalle de changement de signe de la différence. m sera donc pris égal à : $(m + [(N_2) - 11] \varepsilon)$ où m , dans cette quantité entre parenthèses, désigne la valeur qu'il a avant de faire ce nouveau calcul et (N_2) le contenu du compteur N_2 . Le pas sera pris égal à $\varepsilon/5$ afin de couvrir entièrement l'intervalle considéré (Branche FH).

Avant de partir en séquence pour chacun de ces précédents cas, la machine teste la valeur de ε . Si $|\varepsilon| \leq 10^{-7}$ à cette précision demandée, l'équation n'a pas de racine ; le calcul est achevé. La machine perfore - 5040 pour valeur de m , valeur absurde que nous avons prise comme code pour nous indiquer que l'équation n'avait plus de racine. Finalement la machine lit une nouvelle carte perforée pour entrer les données d'un autre calcul.

Compte-tenu de toutes ces considérations l'organigramme précédent se modifie comme il est représenté figure 55.

Remarque.

Nous avons eu soin, avant un nouveau calcul, de remettre à zéro tous les compteurs sans oublier ceux que comporte le sous-programme $sn(\xi, k)$.

7.1.4. Calculs annexes.

A partir de : $m = k^2 = \sin^2 \alpha_0$ nous calculons, en radians et en degrés la valeur de α_0 et de α_1 ; cette dernière est obtenue au moyen de la formule (14') du paragraphe 6.4.3.

Enfin nous calculons aussi en degrés et en radians la borne d'intégration des intégrales elliptiques par transformation de la formule 15 : (cf. § 6.4.4.)

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_1 &= \operatorname{cotg} \mu \\ &= \sqrt{\frac{1 - \sin^2 \mu}{\sin^2 \mu}} \end{aligned}$$

$$\text{or : } \sin \mu = \frac{p}{2 \sqrt{qm}}$$

donc :

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\sqrt{4qm - p^2}}{p}$$

d'où :

$$\varphi_1 = \operatorname{arctg} \left[\frac{\sqrt{4qm - p^2}}{p} \right]$$

Finalement par des transferts adéquats nous amenons les valeurs de sortie dans les mémoires 101 à 114 lesquelles sont ensuite "perforées" sur cartes à raison de sept mots utiles par carte selon la disposition suivante :

1ère carte	Mots	1	2	3	4	5	6	7	8
	Grandeurs	référence	Δn	z	ξ	q	p	m	a
2ème carte	Mots	1	2	3	4	5	6	7	8
	Grandeurs	référence	k	$\underbrace{\varphi_1 \quad \alpha_0 \quad \alpha_1}_{\text{en radian}}$			$\underbrace{\alpha_0 \quad \alpha_1 \quad \varphi_1}_{\text{en degrés}}$		

En mot 1 se trouve une référence qui indique les mémoires dont le contenu est imprimé sur la carte.

Parmi ces valeurs certaines sont inutiles pour la suite ; elles ne servent que de contrôle pour la vérification manuelle de certains de ces calculs.

De plus nous avons pris soin de faire perforer à la sortie le 12 en position 1 et les signes plus afin que ces cartes puissent servir de cartes-entrée pour les calculs ultérieurs.

Remarque.

Pour la mise au point de ces programmes nous avons prévu avant de sortir d'une boucle des perforations supplémentaires d'analyse ; elles ont été supprimées dans le programme définitif que nous venons de décrire.

7.2. CALCUL DES INTEGRALES ELLIPTIQUE DE (11) -

7.2.1. Modifications apportées au programme existant.

Le programme pour calculer ce genre d'intégrale existait dans la bibliothèque IBM 650 [17]. Nous n'avons fait qu'adapter ce programme à nos besoins.

Ecrit en I.F.D.S. (Interpretive Floating Decimal System), il a fallu prévoir un petit programme en "langage machine" pour effectuer le passage de l'écriture des nombres en virgule flottante du système Flex II au système IFDS pour les entrées et du système IFDS au système Flex pour les sorties. De plus, par des transferts judicieux, nous avons amené certaines quantités de contrôle dans la bande de perforation du tambour magnétique de façon qu'elles figurent sur les cartes de sortie ainsi libellées :

carte 3	mot 1	mot 2	mot 3	mot 4	mot 5	mot 6	mot 7	mot 8
	170007	k	φ	$E_{\pi/2}$	E_{φ}	α_0	$F_{\pi/2}$	F_{φ}

Le mot 1 contient le nombre 170007 qui servira pour le code chargement dans le troisième calcul. Les quantités k , φ , α_0 servent à caractériser la carte.

Comme pour le précédent calcul les cartes sorties devront pouvoir servir de cartes entrées ce qui nous a obligé à faire perforer la case 12 en position 1 et tous les signes plus.

Remarquons que l'encombrement d'un tel programme nous empêchait de pouvoir l'utiliser en même temps qu'un autre programme écrit en langage Flex.

7.2.2. Principes utilisés par ce programme.

Selon les valeurs du paramètre k la méthode employée diffère quelque peu. Pour $k < 0,8$ on choisit la transformation de Landen qui fait décroître le module k tandis que pour $0,8 < k < 1$ c'est la transformation de Landen qui fait croître le module qui est utilisée.

L'auteur de ce programme justifie ce choix par une question de rapidité de convergence des séries obtenues.

7.3. CALCUL DE L'INTENSITE DES RAIES D'UN SPECTRE -

Nous sommes déjà en possession des valeurs de α_0, α_1 ainsi que de l'intégrale :

$$E(\varphi) = \int_{u_1}^{u_0} \sqrt{\frac{1 - k^2 u^2}{1 - u^2}} du \quad \text{de la formule 11 ;}$$

il reste donc à terminer le calcul de cette dernière formule compte-tenu de cette intégrale, à déterminer la différence de marche entre les deux "rayons" qui vont former le spectre d'ordre p par la formule (9). Ce calcul achevé, il reste à évaluer les intensités de ces rayons ; pour ce faire, nous approximerons la courbe 51 à une parabole dans la région considérée et l'inverse de la pente de la tangente à cette parabole au point étudié nous donnera l'intensité cherchée (cf. § 6.4.).

En possession de toutes ces données, il suffit enfin de calculer l'intensité résultante par la relation (16) pour toutes les valeurs de $p > 0$. En dernier lieu, il reste à déterminer l'intensité de la raie centrale (spectre d'ordre 0) ; comme pour les autres elle résulte de l'interférence de deux "rayons" : (cf. fig. 51) celui provenant de la région où $\alpha_0 = 0$ et celui de la région où $\alpha_0 = \pi/2$. L'intensité de ces deux rayons sera obtenue comme précédemment par l'inverse de la pente de la tangente à la courbe 51. Quant à la différence de marche puisque ces rayons ne sont pas déviés, elle est obtenue par la relation :

$$\delta_1 = 2 \Delta n z$$

7.3.1. Calcul des différences de marche (relation 9).

Les cartes sont classées par groupe de trois avant le calcul et leur ordre est vérifié à la tabulatrice. Cependant, pour déceler toute permutation ultérieure, nous avons prévu avant le début du calcul deux tests de vérification produisant un arrêt de la machine si les cartes ne sont pas dans l'ordre ou si elles ne correspondent pas à un même "rayon" lumineux. Cette vérification se fait pour les deux premières cartes par la comparaison du mot 7 de la première contenant m et du mot 2 de la seconde contenant k puisque : $k^2 = m$. Pour vérifier la cohérence des cartes 2 et 3 il suffit de remarquer l'identité des mots 2 de ces cartes.

Ces tests achevés, la machine calcule la valeur de l'expression (11) puis celle de la première parenthèse de la formule (9) dont elle conserve la valeur dans la mémoire 403 puis elle compte le nombre de passages dans la branche AB (compteur C_1). Si le nombre de passages est impair, après des changements d'adresse dont nous parlerons tout à l'heure, et la perforation de résultats pour le contrôle manuel des calculs, le cycle précédent est renouvelé. Mais cette fois le compteur indique 2 et la machine continue sur la branche BC. Après des changements d'adresse, des transferts et une perforation comparables à ceux de la boucle précédente, la machine ajoute une unité au contenu du compteur C_2 et finalement calcule la valeur de la formule (9) qu'elle stocke dans la mémoire 130. (Les valeurs suivantes seront mises dans les mémoires 131 à 179). Elle lit maintenant trois autres cartes ; c'est la comparaison entre les valeurs de ξ du groupe précédent et de ce nouveau groupe qui détermine la reprise en séquence - saut début calcul - ou la continuation - en CD - du calcul commencé relatif à une figure donnée.

Les changements d'adresse et les transferts sont combinés de façon que les valeurs des α_0 lues soient mises successivement dans les mémoires 900 à 949 et les α'_0 dans les mémoires 950 à 999. (cf. la notation du paragraphe 6.4.). Nous avons aussi eu soin de placer 0 et 90 respectivement dans les mémoires 900 et 950 ainsi que α_{0p} dans la mémoire suivant celle qui contient α_{0p} dans le groupe de mémoires de 900 à 949 et de même α_{0p} dans la mémoire suivant celle qui contient α'_{0p} dans le groupe de mémoires de 950 à 999. Ce qui donne la disposition suivante dans les mémoires :

$$0 \quad \alpha_{01} \alpha_{02} \alpha_{03} \dots \alpha_{0p} \alpha'_{0p} \dots$$

pour le groupe 900-949, (après α'_{0p} toutes les mémoires sont vides)

$$90 \quad \alpha'_{01} \alpha'_{02} \alpha'_{03} \dots \alpha'_{0p} \alpha_{0p} \dots$$

pour le groupe 950-999 (de même après α_{0p} toutes les mémoires sont vides).

Cette disposition de stockage sera utile pour approximer la courbe 51 à une parabole.

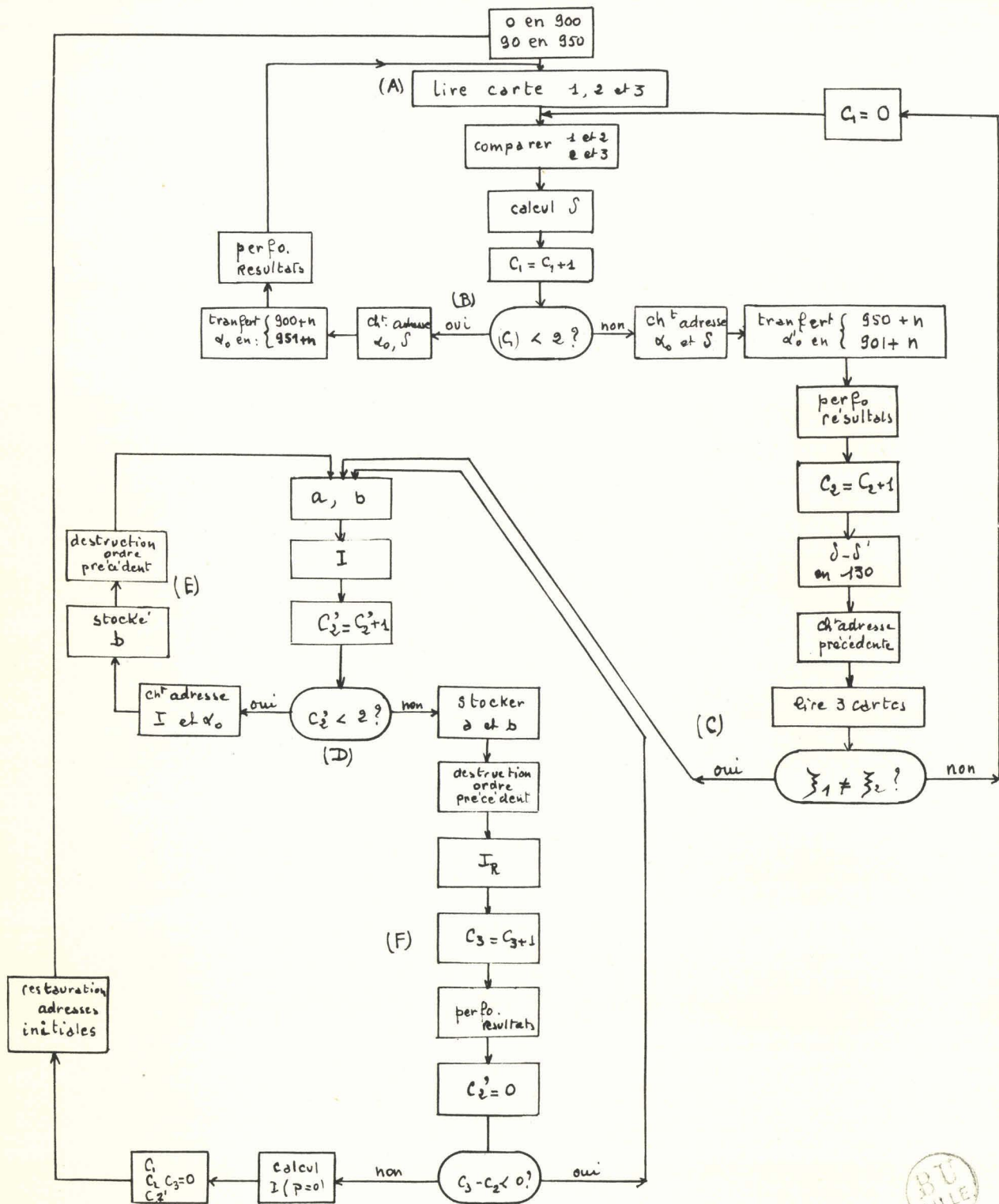


Figure 56

7.3.2. Calcul de l'intensité des raies d'une figure.

Le calcul de l'intensité des rayons composants d'un spectre d'ordre p donné est réalisé, comme nous l'avons dit au départ, en approximant la courbe 51 à une parabole.

Si la courbe 51 était une parabole nous pourrions écrire :

$$\begin{aligned} p &= ax_0^2 + bx_0 + c \\ p+1 &= ax_1^2 + bx_1 + c \\ p+2 &= ax_2^2 + bx_2 + c \end{aligned}$$

en désignant par x_0 , x_1 et x_2 les abscisses correspondant respectivement aux valeurs des ordonnées p , $p+1$ et $p+2$. Il en résulte :

$$\begin{aligned} a &= \frac{(x_0 + x_2 - 2x_1)}{(x_1^2 - x_1x_2 - x_1x_0 + x_0x_2)(x_2 - x_0)} \\ b &= \frac{-(x_0^2 + x_2^2 - 2x_1^2)}{(x_1^2 - x_1x_2 - x_1x_0 + x_0x_2)(x_2 - x_0)} \end{aligned}$$

En fait, ces valeurs de x_0 , x_1 , x_2 ne sont autres que les valeurs :

$$0 \quad \alpha_{01} \alpha_{02} \alpha_{03} \dots \alpha_{0p} \alpha_{0p} \quad (G)$$

et :

$$90 \quad \alpha_{01}' \alpha_{02}' \alpha_{03}' \dots \alpha_{0p}' \alpha_{0p}' \quad (G')$$

stockées dans les mémoires 900 à 999 comme nous l'avons détaillé plus haut.

La valeur du coefficient c n'a pas été calculée car il est inutile.

L'intensité en un point d'abscisse x_1 sera donnée par la relation :

$$1/I = 2ax_1 + b ;$$

x_0 , x_1 , x_2 seront pris successivement dans les groupes G et G' ci-dessus.

Lorsque toutes les valeurs α_0 sont entrées en mémoires et que les différences de marche sont calculées on arrive au point C de l'organigramme (fig. 56) pour calculer les valeurs de a et de b ainsi que l'intensité I_1 . A chaque passage ayant un ordre impair la machine retourne en C par la branche E. Elle y mémorise au premier passage et au premier seulement, la valeur de b puis elle effectue les changements d'adresse et les transferts nécessaires à la suite des calculs. Au contraire, à chaque passage d'ordre pair la machine s'en va dans la branche F où elle réalise le calcul de l'intensité de la raie de la figure compte-tenu de I_1 et de I_2 obtenu comme I_1 et de la différence de marche. Au premier passage dans la branche DF a et b sont mémorisés.

Le compteur C_2 sert à savoir si la machine doit aller en E ou F selon que son contenu est 1 ou 2. Le compteur C_3 dénombre les raies qui viennent d'être calculées ; quand le contenu des compteurs C_1 et C_3 sont égaux toutes les raies latérales ont été calculées, il ne reste plus que la raie centrale. Il est procédé d'une façon analogue ; les intensités I_1 et I_2 sont obtenues à partir des valeurs a et b conservées lors des premiers passages dans les branches DE et DF, par les relations :

$$\begin{aligned} 1/I_1 &= b & \text{puisque ici} & \quad \alpha_0 = 0 \\ 1/I_2 &= a.90 + b & \text{puisque ici} & \quad \alpha_0 = 90^\circ \end{aligned}$$

(Il est à noter que les deux valeurs de b utilisées dans ces deux formules sont différentes ; la première est celle enregistrée lors du passage en DE et la seconde est celle stockée au premier passage en DF).

A chaque fois qu'une raie est calculée la machine "perfore" le résultat ainsi que quelques autres relatifs à ce calcul qui serviront de contrôle. Quand une figure est achevée, avant de lire les autres données, toutes les adresses sont restaurées sous leur forme initiale. Toutes les opérations que nous venons de décrire sont résumées dans l'organigramme de la figure 56.

7.3.3. Rapidité de ce calcul par machine.

Les temps que nous allons donner ne sont que des ordres de grandeur vu qu'aucune mesure n'a été faite.

C'est le premier programme qui dure le plus longtemps ; dans cette résolution de l'équation transcendante il faut compter de 1,5 à 2 minutes par racine calculée soit un temps de 15 à 20 minutes pour un spectre de cinq raies latérales.

Le programme de calcul des intégrales elliptiques demande de 15 à 20 secondes par intégrale ce qui, pour le spectre précédent, réclame 3 minutes environ. Le dernier calcul ne demande guère plus de temps. Nous arrivons donc au total de 25 à 30 minutes environ.

VIII

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DES PHÉNOMÈNES OPTIQUES

8.1. DISPOSITIF EXPERIMENTAL. (cf. fig. 57_a) -

8.1.1. Le banc d'optique.

Nous avons choisi un tube cylindrique creux de fer de 5 cm de diamètre pour le réaliser ; cette forme a été retenue comme particulièrement intéressante pour sa grande résistance à la flexion et sa légèreté. Ce tube, long de six mètres environ, est fixé sur trois consoles métalliques scellées dans le mur à l'aide de crochets boulonnés de manière qu'il soit horizontal à 1,75 m du sol.

Sur ce tube coulisent des anneaux cylindriques fixés rigidement par deux vis pointeaux. Chaque anneau est muni d'un écrou soudé pour recevoir une barre à bout fileté sur laquelle se fixent les appareils.

8.1.2. Disposition du matériel sur le banc d'optique.

Elle est conforme au schéma de la figure 57_b.

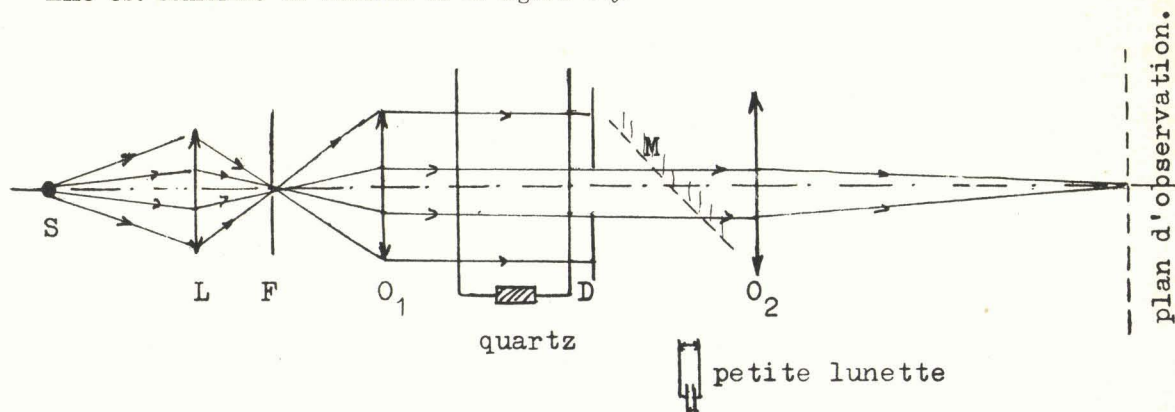


Figure 57_b

La source S lumineuse est une lampe à vapeur de mercure à haute pression (Mazda H.P. 300). L'élargissement des raies d'émission du mercure est ici peu gênant vu le faible pouvoir séparateur de notre réseau ultrasonore. L'image de la partie brillante de la lampe (tube de quartz) est formée sur la fente F à l'aide de la lentille L de 10 cm environ de distance focale.

La fente F est gravée sur gélatine (plaque photographique totalement noire) au moyen d'une lame à rasoir. Sa largeur est de l'ordre de $20\ \mu$. Elle est placée dans le plan focal d'un objectif photographique O_1 de 500 mm de distance focale et de $1/6$ d'ouverture afin d'obtenir une onde lumineuse plane (faisceau de rayons parallèles).

A une dizaine de cm de cet objectif se place le bac à ultrasons derrière lequel un diaphragme D rectangulaire limite les faisceaux lumineux. Finalement l'objectif O_2 d'une lunette astronomique ($f = 1500$ mm) donne, dans son plan focal, l'image de la fente ou le spectre étudié.

Nous avons laissé une trentaine de centimètres entre l'objectif de la lunette et le bac, de façon à pouvoir interposer un miroir M incliné à 45° sur le trajet des rayons lumineux, afin de les renvoyer perpendiculairement sur la petite lunette astronomique d'un cathétomètre ; ce procédé

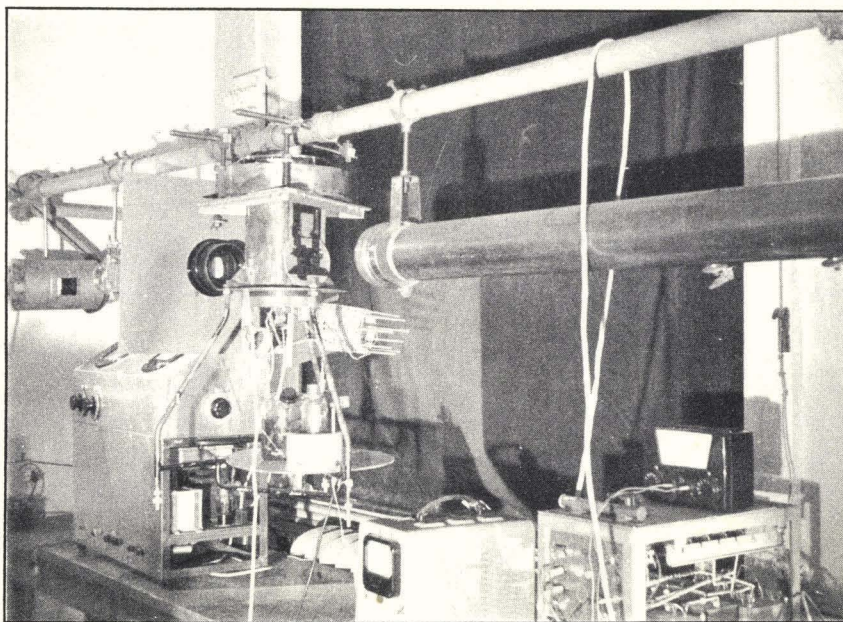
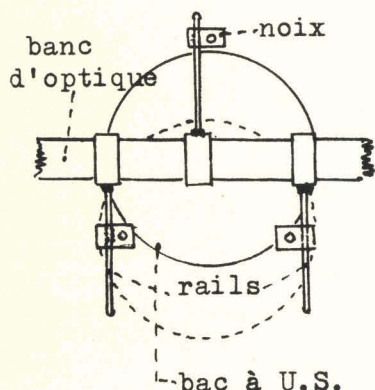


Figure 57_a

nous permet d'observer dans les différents plans situés soit devant soit derrière le bac ; nous utiliserons ce dispositif pour certains réglages.

La lumière employée devant être monochromatique nous avons disposé devant la fente F deux filtres de Wratten (n° 74) pour isoler la raie verte ; nous avons dû en mettre deux car un seul n'éliminait pas complètement la raie jaune.

Tous ces appareils, à l'exception du miroir, sont fixés rigidement sur le banc d'optique. Certains, afin de faciliter les réglages, sont munis de dispositifs réalisant des déplacements dans certaines directions. Ainsi la fente est portée par un support permettant des déplacements suivant les trois directions et la lunette astronomique est facilement réglable en hauteur et en direction.



Le bac à ultrasons est fixé sur trois tiges cylindriques horizontales perpendiculaires au banc d'optique par l'intermédiaire de trois noix qui peuvent coulisser sur ces trois tiges servant de rails ; cela permet le déplacement du bac pour l'introduction de la sonde avec un minimum de dérèglement ; cette opération est utile pour vérifier la planéité des champs avant la photographie des spectres. Trois tiges perpendiculaires aux précédentes et filetées suspendent le bac à ces rails et permettent le réglage de son horizontalité. (cf. la figure ci-contre et la photographie 58).

8.1.3. Réglages de ces dispositifs.

1°) Le tube cylindrique du banc d'optique qui porte tous les instruments est placé dans un plan horizontal en interposant des cales d'épaisseur voulue entre celui-ci et les consoles. Un niveau à bulle permet la vérification de cette horizontalité.

2°) Le porte-fente et les objectifs O_1 et O_2 (lunette astronomique sans oculaire) sont placés seuls sur le banc ; la fente fine sur gélatine est remplacée par une autre fente plus large.

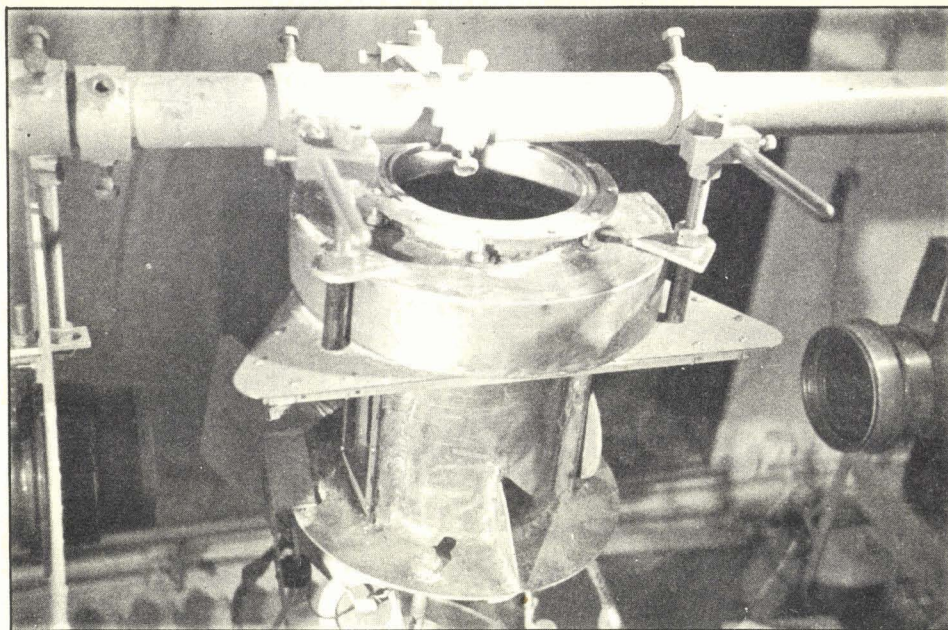


Figure 58

Ces appareils sont disposés de manière à obtenir une image nette de la fente à la même distance verticale du banc d'optique que la fente.

3°) L'oculaire de la lunette est remis et il est réglé de façon à viser à l'infini. (réglage repéré à l'avance).

4°) La position de la fente est réglée pour avoir une image nette de cette fente à l'aide de la lunette visant à l'infini.

5°) La lentille L est maintenant mise en place pour donner une image de la lampe sur la fente.

6°) Finalement, le bac à ultrasons est fixé au banc d'optique de manière que le faisceau lumineux passe le plus près possible du quartz émetteur et qu'il lui soit parallèle. Comme le quartz est parallèle aux bords supérieurs du bac, il suffira d'amener ceux-ci à l'horizontalité par serrage des tiges filetées de suspension pour effectuer ce réglage.

7°) Les réglages optiques sont affinés en s'arrangeant pour que la lumière réfléchiée par chaque optique soit renvoyée sur la précédente.

8°) Maintenant que tous les réglages optiques sont achevés, la fente large est remplacée par la fente fine. Il faudra retoucher légèrement la position de celle-ci pour réobtenir une image nette dans la lunette.

8.2. PHOTOGRAPHIE DES PHENOMENES ET MESURES -

Les ultrasons produisent des échauffements au sein de l'eau qui font varier la vitesse de propagation et partant la longueur d'onde ; il est donc bon de limiter la durée de la mesure de l'intensité des raies d'un spectre. Nous avons essayé de mesurer directement ces intensités à l'aide d'un photomultiplicateur donnant, comme une plaque photographique, une réponse logarithmique en fonction du flux lumineux, en utilisant un montage antérieurement réalisé dans notre laboratoire [18]. Le manque de sensibilité du dispositif s'est révélé être l'inconvénient majeur mais ce n'était pas le seul. Comme nous faisions, à l'aide d'un miroir tournant, défiler le spectre devant le photomultiplicateur, les intensités des raies étaient enregistrées successivement, ce qui avait le

désavantage de créer des dissymétries dans le spectre, dues peut-être en grande partie à ces échauffements. C'est pourquoi nous avons préféré une méthode de mesures simultanées de l'intensité des raies qui intégrerait ces petites fluctuations ; la méthode photographique résolvait simplement le problème.

8.2.1. Photographie des spectres.

Nous avons utilisé des films panchromatiques Gevaert de très haute rapidité (36° Scheiner). Le choix d'un tel film présentait de nombreux avantages. Son extrême rapidité permettait des poses brèves qui s'échelonnaient de quelques secondes à une vingtaine selon le nombre de raies du spectre. Au développement, l'emploi d'un révélateur lent (AGFA 14) nous a donné un "gamma" faible, ce qui permet une répartition convenable des dix échelons d'étalonnage du secteur tournant sur l'enregistrement (cf. fig. 60_b). Sa forme était aussi de beaucoup supérieure à celle des plaques photographiques. Tout d'abord elle permettait de faire toute une série de clichés dans les meilleures conditions de reproductibilité : même film, mêmes conditions de développement et rapidité de manœuvre. Ce film, de plus, nous a permis d'économiser le nombre des étalonnages.

8.2.2. Etalonnage du noircissement des films.

Nous avons utilisé une méthode classique qui emploie un secteur tournant de Zeiss, comportant dix échelons dont les angles d'ouverture suivent une progression géométrique de raison 1,40. Sa vitesse de rotation est choisie de 500 tours par minute, vitesse pour laquelle il a été montré que l'affaiblissement de l'effet photographique dû à l'exposition par éclairage intermittent n'existe pratiquement plus. Pour plus de détails sur ce secteur se référer à un travail antérieur [19].

Avant chaque cliché nous avons, secteur arrêté, pris une vue de la surface éclairée que diaphragmait le secteur tournant afin de vérifier l'homogénéité de sa brillance. C'est ce que nous appellerons la photographie du fond continu. Elle sert à corriger la courbe d'étalonnage si, en l'occurrence, son homogénéité n'est pas parfaite.

Pour pouvoir comparer les clichés du phénomène, du secteur tournant et du fond continu il est indispensable qu'ils soient pris avec le même temps de pose. De façon à obtenir des noircissements comparables sur le film de ces trois clichés nous nous sommes servis d'écrans opaques de noircissement connu.

8.2.3. Mesure du noircissement des films.

Un microphotomètre enregistreur du type Chalonge et Lambert, modifié en nos laboratoires, nous a servi à effectuer ce travail.

La source lumineuse était une lampe alimentée par une tension continue stabilisée et l'élément sensible un photomultiplicateur 931 A. La tension qu'il créait aux bornes d'une charge de 10 000 Ω était enregistrée par le moyen d'un potentiomètre-enregistreur PHILIPS (2 200 A/25 B).

Après une heure de préchauffage, la dérive de l'ensemble est pratiquement négligeable ; cependant nous avons toujours mesuré les noircissements du fond continu, du secteur tournant et des raies des spectres à étudier successivement, sans aucune attente entre ces enregistrements, afin d'éviter toute variation aléatoire possible.

8.3. CONDITION EXPERIMENTALES DES MESURES -

1°) Le bac est rempli d'eau dégazée et salée pour les raisons précédemment données.

2°) La fréquence du générateur est réglée à 1 MHz et les autres réglages sont contrôlés (driver, étage final, adaptation d'impédance).

3°) Nous vérifions ensuite que les champs ultrasonores sont restés plans. Ayant glissé le bac sur ses rails pour dégager son orifice supérieur nous montons le porte-sonde et la sonde de façon qu'elle explore les champs à l'endroit et dans la direction où les rayons lumineux vont le traverser. La suspension du bac ayant provoqué des flexions son plan supérieur n'est plus parfaitement parallèle au quartz ; nous n'avons donc pas pu faire un enregistrement comparable aux précédents mais une modification du procédé nous fournit le renseignement cherché.

La sonde a été déplacée manuellement en tournant la tige filetée d'entraînement, sa position a été repérée par l'intermédiaire du compteur. Nous avons réglé sa hauteur pour obtenir un maximum de tension de sortie de la sonde à chaque pointé ; cette tension continuait d'être enregistrée. Nous sommes passés plusieurs fois sur le même maximum avant chaque déplacement de la sonde. Les pointés ainsi obtenus se traduisent par la courbe de la figure 59. Sur cette figure les dimensions du quartz et de l'électrode ont été dessinées.

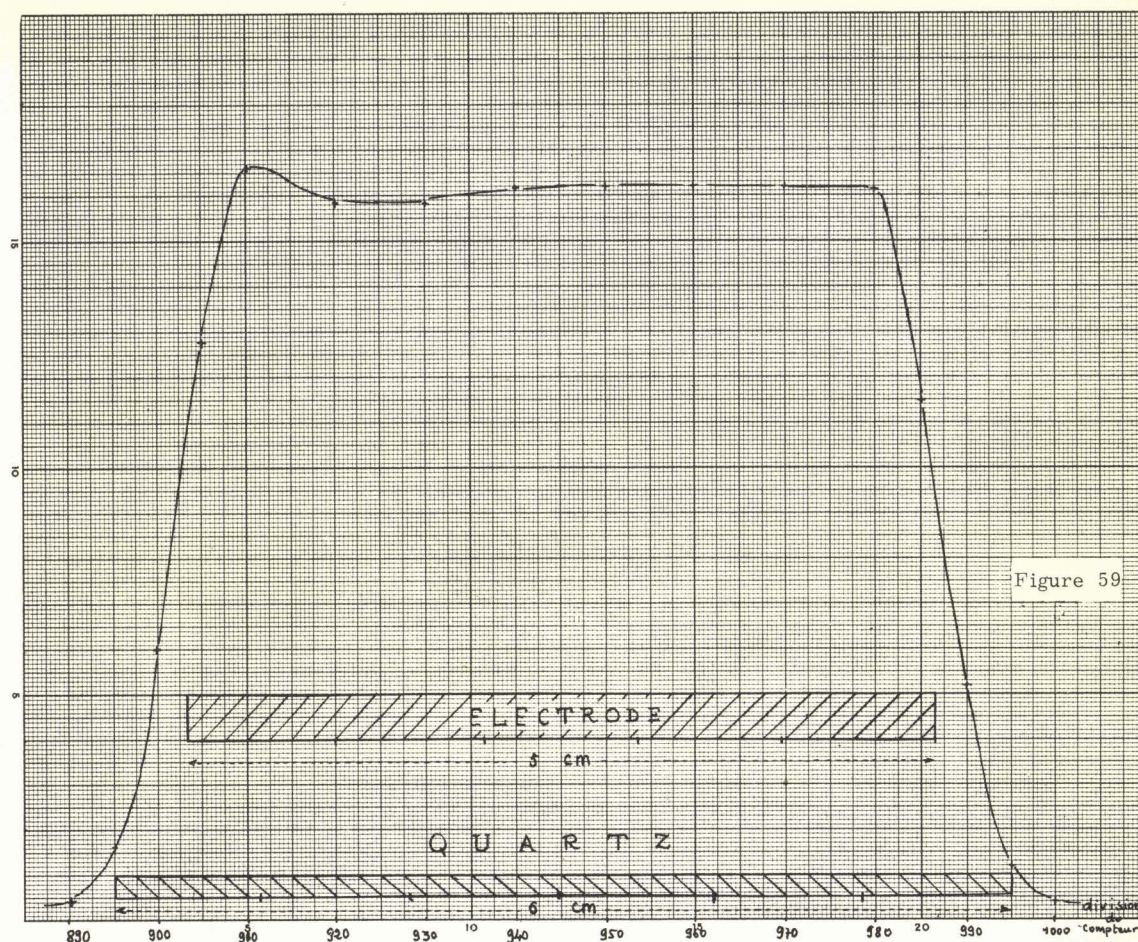


Figure 59

4°) La sonde ôtée et le bac repoussé à sa place, nous plaçons le miroir M sur le trajet lumineux, après le bac à ultrasons, comme le montre la figure 57. Puis, par déplacement du cathétomètre et de sa lunette, nous cherchons à viser sur le plan du diaphragme D. L'absorbant supérieur est retiré et remplacé par un réflecteur constitué par une plaque métallique plongée dans l'eau au-dessus du faisceau lumineux. Alors des raies fines apparaissent dans le plan focal de la lunette ; elles matérialisent, comme nous l'avons montré (cf. § 6.1.4.), les différents plans d'ondes stationnaires. Nous déplaçons le diaphragme de façon que ses bords horizontaux soient parallèles à ces raies ; nous définissons ainsi le nombre de paires de rayons concourant à former un spectre d'ordre p - ceci est comparable au nombre de rayures pour un réseau gravé -. Dans nos expériences le diaphragme est haut de 16 mm ce qui correspond à environ 10 longueurs d'ondes ultrasonores soit 20 des raies précédentes.

Ce réglage effectué, nous remplaçons le réflecteur par l'absorbant ; nous vérifions sa bonne disposition dans le bain par la disparition des raies fines, non seulement dans le plan du diaphragme, mais devant et derrière le bac ; à l'infini seulement les franges doivent subsister, ce sont celles que nous étudions ici. Contrairement aux premières d'ailleurs, leur nombre ne remplit pas le champ de la lunette et dépend de la puissance U.S. En fait, ces premières franges ne disparaissent pas totalement ; quand l'absorbant est bien disposé nous croirions encore les deviner dans la lunette.

5°) L'horizontalité du bac est vérifiée et retouchée si c'est nécessaire.

6°) Avant la photographie l'appareil fonctionne pendant une heure environ, à puissance moyenne, de manière que tout ait le temps de prendre son régime.

7°) Avant chaque cliché d'une figure la tension appliquée au quartz est mesurée par le diviseur capacitif. C'est cette tension qui caractérise chacun de nos spectres.

8°) Nous avons réalisé le cliché d'un fond continu et d'un secteur tournant toutes les deux ou trois photographies de spectres, les durées d'exposition étant toujours les mêmes. Comme sur

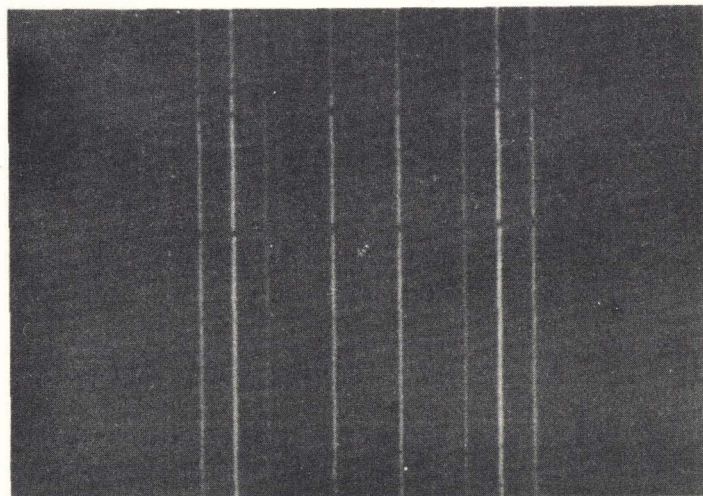
un même film il y avait au moins deux étalonnages, nous avons pu vérifier que les différences de mesures qu'ils donnaient étaient minimales.

Remarque.

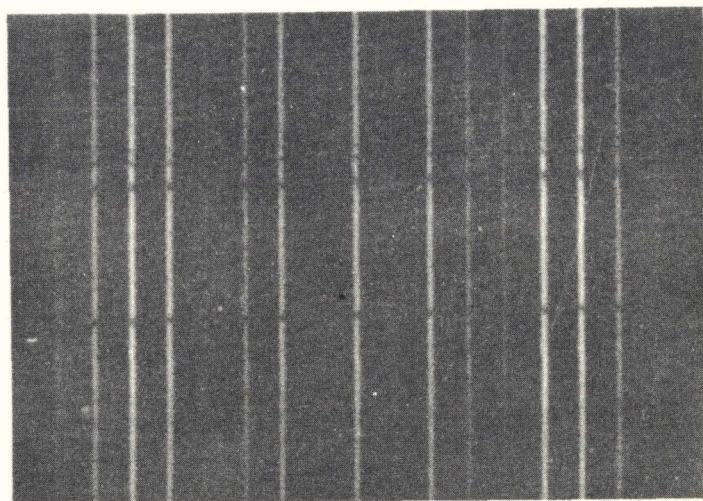
Nous avons photographié les figures correspondant aux extinctions successives de la raie centrale ; cela nous permettra d'obtenir une courbe d'étalonnage donnant V_q appliqué au quartz en fonction de Δn .

8.4. QUELQUES RESULTATS DE CES MESURES A TITRE D'EXEMPLE -

La figure 60 montre quelques clichés de spectre. On y remarquera la netteté des raies obtenues et le contraste entre ces raies et les interfranges, contraste qui apparaît encore plus nettement sur la figure 60_a représentant l'analyse d'un cliché au microphotomètre.

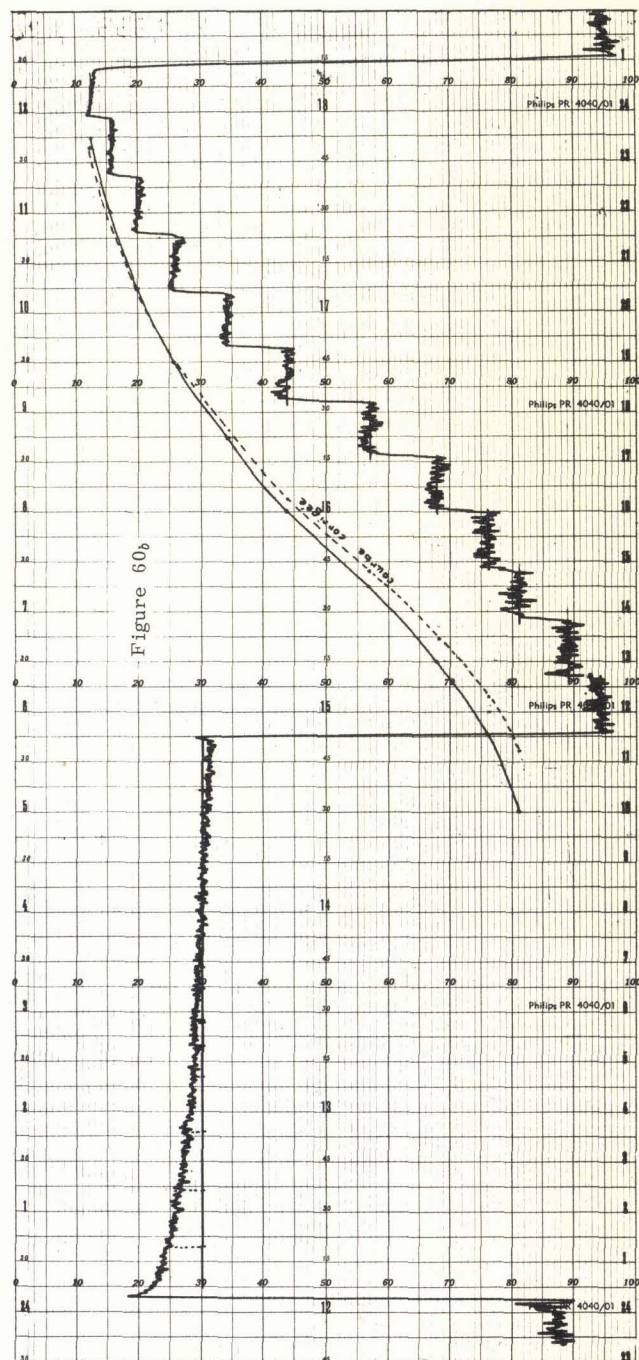
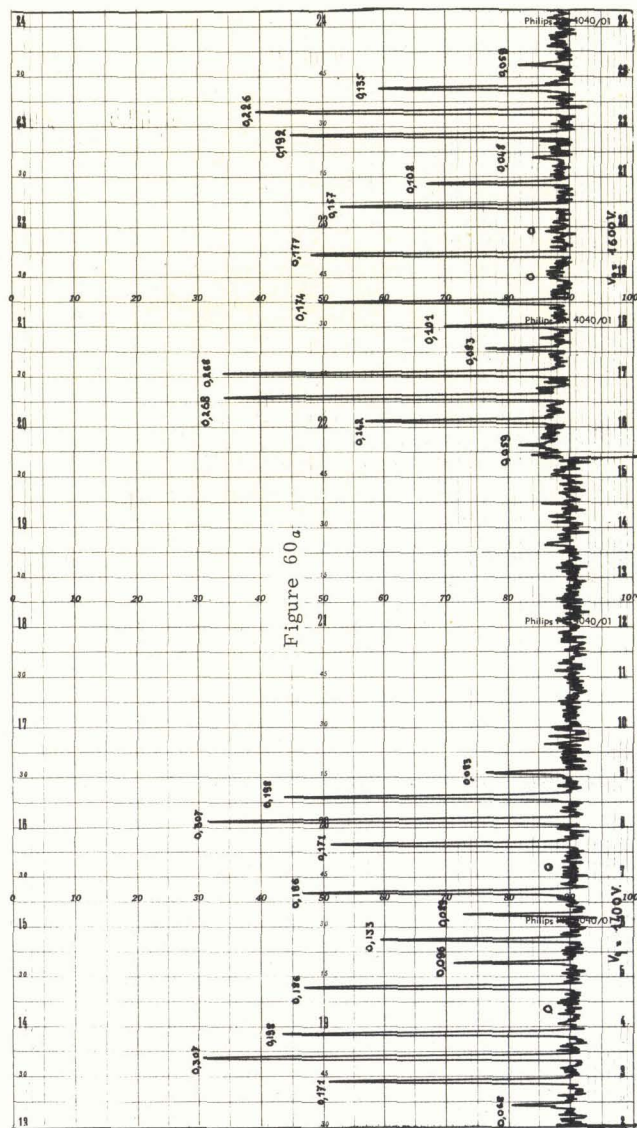


$V_q = 1\ 200\ V.$



$V_q = 1\ 600V.$

Figure 60



IX

RÉSULTATS THÉORIQUES ET EXPÉRIMENTAUX

9.1. GRANDEURS PHYSIQUES INTERVENANT DANS LES CALCULS THÉORIQUES -

Il résulte du chapitre 6 que les deux grandeurs qui interviennent dans les calculs théoriques sont les deux paramètres :

$$\xi = z \frac{2\pi}{\Lambda} \sqrt{\frac{\Delta n}{n_0}} \quad (\text{cf. 6.1.2.})$$

$$q = \Delta n n_0 \Lambda^2 / \lambda^2 \quad (\text{cf. 6.3.1.})$$

Pour calculer leur valeur il faudra connaître les grandeurs physiques :

$$\lambda, \Lambda, n_0, z \text{ et } \Delta n.$$

Les trois premières grandeurs sont connues d'avance :

λ , la longueur d'onde de la raie verte du mercure vaut :

$$0,54607 \cdot 10^{-3} \text{ mm.}$$

Λ , la longueur d'onde des ultrasons est facilement calculable par la relation classique :

$$\Lambda = \frac{\text{vitesse des U.S.}}{\text{fréquence H.F.}} = \frac{1497 \cdot 10^3}{10^6} = 1,497 \text{ mm.}$$

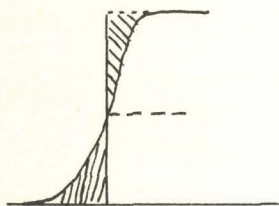
et n_0 pour l'eau remplissant le bac a pour valeur 1,333.

Seules les deux dernières grandeurs (z et Δn) sont beaucoup moins faciles à connaître.

9.1.1. Détermination de z .

C'est l'étude antérieure sur les champs qui va nous fournir cette grandeur z . Il suffit de se reporter à la figure 59 et de mesurer la largeur du champ relevé. Mais l'aspect de cette figure nous montre l'imprécision de cette mesure à cause des flancs inclinés de la courbe. Faut-il prendre la largeur du quartz (6 cm) correspondant à la base de la courbe ? C'est à priori prendre une valeur majorante. Faut-il, au contraire, prendre la valeur correspondante au plateau ? (4,25 cm). C'est assurément négliger les flancs inclinés et prendre une valeur minorante. La valeur la plus exacte est comprise entre ces deux valeurs mais laquelle choisir ? En fait, nous avons pris celle

correspondant à la valeur du diamètre du piston, c'est-à-dire 5 cm. Mais rien ne justifie un tel choix, si ce n'est que c'est le diamètre du piston et que cette valeur est bien comprise entre les deux valeurs extrêmes plus haut citées. Il eût peut-être mieux valu prendre la valeur moyenne entre 6 cm et 4,25 cm soit 5,125 cm ou encore faire une intégration graphique sur la courbe 59 et prendre la largeur correspondante à la hauteur H telle que les surfaces des parties hachurées de la figure ci-contre soient égales.



Pour ce qui regarde les intensités des spectres, nous verrons que cette imprécision sur z est peu gênante vu notre mode de détermination de Δn .

9.1.2. Mesure de Δn en fonction de la tension V_q appliquée au quartz.

Comme ceci a été remarqué plus haut (§ 8.3.) nous avons systématiquement photographié les spectres correspondant aux extinctions successives de la raie centrale. En effet, cette raie provient de rayons lumineux n'ayant subi aucune réfraction de la part du liquide. Pour ces rayons non déviés les uns ont traversé une région d'indice maxima ($n_0 + \Delta n$) et les autres une région d'indice minima ($n_0 - \Delta n$) ; il en résulte que, pour deux rayons qui vont interférer dans le plan focal de l'objectif O_2 , la différence de chemin optique a pour valeur :

$$2 \Delta n z.$$

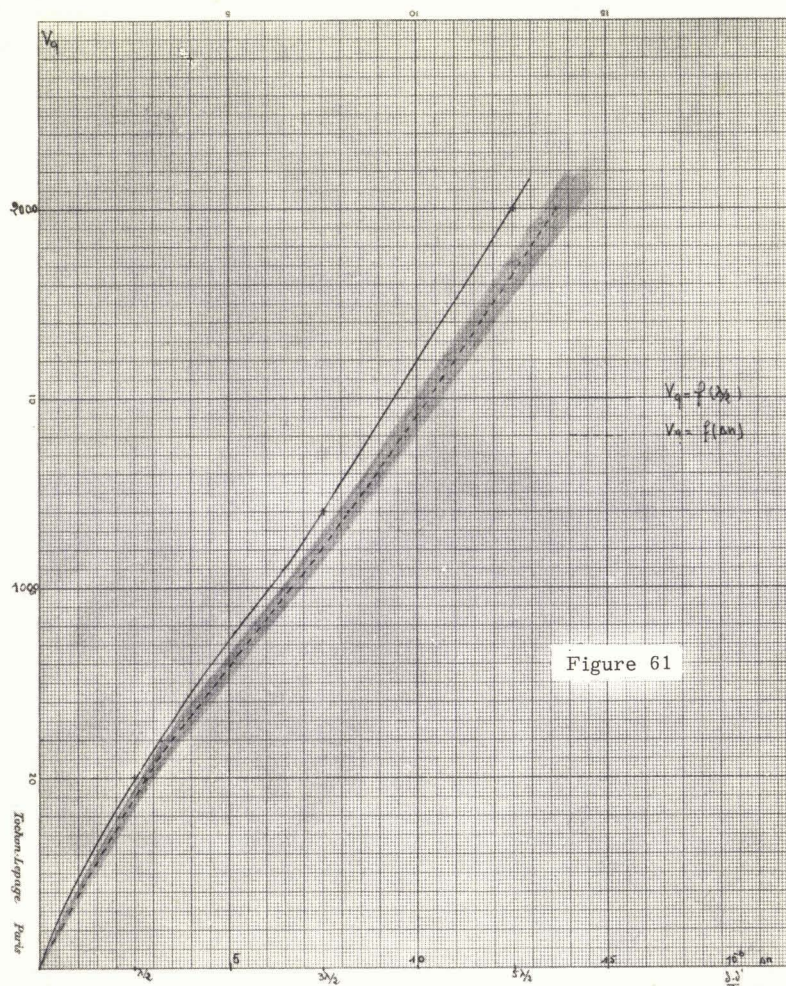
Si cette différence de marche vaut un nombre impair de fois la demi-longueur d'onde lumineuse cette raie centrale s'éteint ou pour le moins passe par un minimum. Connaissant la valeur V_q de la tension appliquée au quartz relative à ces extinctions, nous pourrions tracer la courbe V_q en fonction de $\lambda/2$; comme le montre la figure 61 cette courbe est voisine d'une droite (courbe en trait plein). De même puisque :

$$2 \Delta n z = k \lambda/2$$

nous pouvons calculer Δn en ces points et donc tracer la courbe qui représente V_q en fonction de Δn . (courbe en pointillés).

C'est cette dernière courbe qui nous permettra, connaissant V_q correspondant à chaque cliché, de déterminer la valeur de Δn correspondant à l'expérience.

Il est bon de remarquer que la précision sur la tension V_q mesurée à l'aide du diviseur capacitif de la compagnie HEWLETT-PACKARD (n° 452 A) est limitée comme l'indique le constructeur à 6 %. Ce qui, évidemment, crée une imprécision égale sur la courbe 61.



9.1.3. Problème concernant la correspondance entre l'expérience et la théorie.

Il résulte de cette méthode de détermination de z et Δn une double imprécision :

1°) L'imprécision sur z dont nous avons parlé plus haut et qui rejaillit sur Δn ;

2°) L'imprécision sur Δn qui provient de z et de l'imprécision de la courbe d'étalonnage de la figure 61. C'est pour cette raison que nous nous sommes proposés de faire varier les paramètres z et Δn au voisinage de leur valeur déterminée par la méthode précitée. Dans cette recherche nous avons voulu, au préalable, voir l'influence respective de ces deux paramètres. C'est pourquoi nous avons calculé l'intensité des spectres correspondant à différentes valeurs de Δn et z mais valeurs choisies telles que leur produit soit constant. Nous avons alors découvert que les résultats obtenus étaient, comme le montrent le tableau ci-dessous, pratiquement identiques dans la gamme des $\Delta n \cdot z$ correspondant à nos expériences.

$\Delta n = 4.10^{-6}$ $z = 50 \text{ mm}$	$\Delta n z = 2.10^{-4}$	I_0 20,70	I_1 19,53	I_2 20,1		
$\Delta n = 5.10^{-6}$ $z = 40 \text{ mm}$	id.	20,68	19,51	20,3		
$\Delta n = 6.10^{-6}$ $z = 50 \text{ mm}$	$\Delta n z = 3.10^{-4}$	I_0 29,24	I_1 6,83	I_2 6,44	I_3 18,1	
$\Delta n = 5.10^{-6}$ $z = 60 \text{ mm}$	id.	29,26	6,86	6,86	18,3	
$\Delta n = 15,1687.10^{-6}$ $z = 45 \text{ mm}$		I_0 0,066	I_1 14,69	I_2 14,87	I_3 15,78	I_4 0,356
$\Delta n z = 682,59.10^{-4}$		I_5 1,849	I_6 0,905	I_7 25,64		
$\Delta n = 13,6518.10^{-6}$ $z = 50 \text{ mm}$		I_0 0,080	I_1 14,68	I_2 15,02	I_3 15,83	I_4 0,290
$\Delta n z$ id.		I_5 1,98	I_6 0,892	I_7 25,53		
$\Delta n = 12,4108.10^{-6}$ $z = 55 \text{ mm}$		I_0 0,099	I_1 14,69	I_2 15,09	I_3 15,83	I_4 0,238
$\Delta n z =$ id.		I_5 2,112	I_6 0,884	I_7 25,35		

Cette remarque nous a facilité particulièrement la tâche. En effet, ce qui comptait n'était plus ni z ni Δn mais le produit $\Delta n \cdot z$. Or c'est par l'intermédiaire de cette grandeur que nous traçons notre courbe d'étalonnage. Il suffisait de se fixer approximativement z et d'en déduire Δn . Toute erreur sur z se trouvant automatiquement corrigée par une erreur opposée sur Δn n'influaient nullement sur l'intensité des raies calculées.

Seule une imprécision subsistait ; celle de V_q qui rejaillissait sur la courbe d'étalonnage. C'est pourquoi nous avons fait varier légèrement Δn autour de sa valeur donnée par cette courbe.

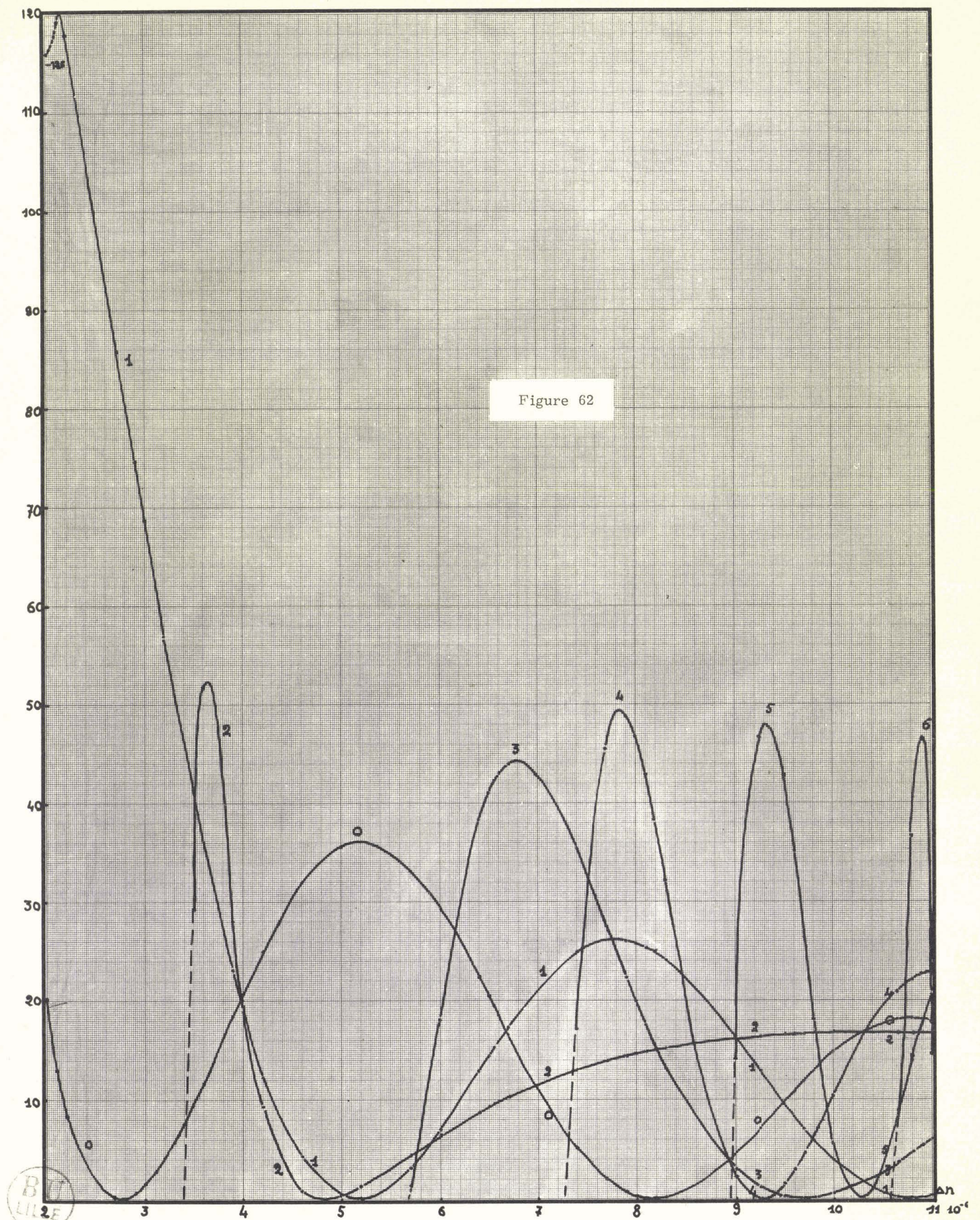
Cependant les quelques points ayant servis à la tracer ne semblaient nullement entachés de cette erreur ; mais ce n'est là qu'apparence ! En effet il existe une imprécision sur la détermination du minimum quasi nul de la raie centrale, indétermination qui rejaillit sur V_q . Donc même pour ces points il pourra être déterminé une légère variation de Δn sans outrance logique.

Remarque.

La partie ombrée autour de la courbe représentant V_q en fonction de Δn de la figure 61 correspond à la région dans laquelle peut se trouver Δn à cause des imprécisions dont nous venons de parler.

9.2. RESULTATS. MODE DE PRESENTATION -

Le grand nombre de calculs effectués en faisant varier Δn pour trouver les spectres théoriques qui coïncidaient le mieux avec les spectres expérimentaux ainsi que d'autres points calculés pour le besoin de la cause nous a permis de tracer le réseau de courbes de la figure 62 donnant pour chaque valeur de Δn les intensités relatives des différentes raies.



Nous nous sommes limités dans ces tracés à $\Delta n \leq 11.10^{-6}$ puisqu'après la coïncidence entre les spectres théoriques et expérimentaux est moins bonne. Ce réseau de courbes nous a parfois permis de déterminer la valeur de Δn donnant la meilleure coïncidence entre figure théorique et figure expérimentale.

La figure 63 présente les résultats sous une forme intéressante pour juger de la concordance entre la théorie et l'expérience. Les traits pleins verticaux représentent les valeurs calculées à la machine, les points cerclés donnent en correspondance les valeurs expérimentales qui ont été symétrisées en prenant la valeur moyenne des spectres de même ordre mais de signe opposé et les traits pointillés horizontaux indiquent les valeurs expérimentales réellement obtenues. Au-dessus de chaque figure la valeur de la tension V_q appliquée au quartz a été indiquée ainsi que la valeur de Δn utilisée dans le calcul théorique. Tous les spectres correspondant à ces figures ont été calculés en prenant 50 mm pour valeur de z .

La superposition des figures théoriques et des figures expérimentales a été obtenue en faisant coïncider deux spectres de même ordre convenablement choisis. Nous avons, lorsqu'elle n'était pas nulle pris la raie centrale, c'est le cas des figures correspondant aux tensions 1 000, 1 400 et 1 600 V. Pour les figures correspondant à 400 V, 600 V, 1 200 V et 2 000 V, nous avons préféré prendre le spectre d'ordre 1.

La figure correspondant à la première extinction de la raie centrale n'a pas été reproduite. Elle ne comportait qu'une raie théorique de part et d'autre de cette raie centrale et la coïncidence, quel que soit Δn , entre les spectres théorique et expérimental est toujours possible, ce qui, évidemment, ne présente aucun intérêt.

9.3. COMPARAISONS ENTRE RESULTATS THEORIQUES ET EXPERIMENTAUX -

L'observation détaillée de la figure 63 permet d'établir les points suivants :

1°) Il manque systématiquement des raies aux spectres calculés comparativement aux spectres expérimentaux. Pour des valeurs faibles de Δn inférieures à environ 4.10^{-6} il manque une raie latérale puis pour des valeurs supérieures il en manque constamment deux.

2°) La correspondance entre l'expérience et le calcul est bonne pour des valeurs de Δn comprises entre $3,5$ et $6,7.10^{-6}$ puis, au fur et à mesure que cette quantité augmente, la correspondance devient moins bonne. Pour Δn inférieur à $10,97.10^{-6}$ la plupart des raies coïncident, mais après les valeurs théoriques s'éloignent assez fortement des valeurs expérimentales pour la majorité des raies ; l'aspect général de la figure n'est plus même conservé comme le montre le spectre correspondant à $\Delta n = 13,65.10^{-6}$.

3°) Une observation plus attentive révèle, qu'en fait, les raies qui s'éloignent le plus de la valeur théorique sont toujours les raies paires et cela même pour les spectres à forte valeur de Δn .

9.4. COMPARAISON AVEC LA THEORIE DE RAMAN ET NAGENDRA NATH -

Raman et Nagendra Nath, admettant la marche rectiligne de la lumière à travers le bain, supposent que seule la phase de la lumière se trouve modifiée par la traversée de ce milieu à indice variable. Ils trouvent alors une amplitude a de modulation de phase de :

$$a = \frac{2\pi \Delta n z}{\lambda} \quad (\text{avec nos notations antérieures}).$$

et finalement une intensité I_p de la raie d'ordre p donnée par la relation :

$$I_p = C^2 J_p(a)$$

avec : C constante qui dépend de la lumière incidente et qui peut être ignorée pour le calcul de l'intensité des raies, et $J_p(a)$ fonction de Bessel d'ordre p .

A l'aide de ce résultat éminemment simple nous nous sommes proposés de calculer l'intensité des raies de nos figures. A partir des valeurs de Δn déjà utilisées dans le précédent calcul théorique il nous est facile de déterminer le paramètre a par la formule ci-dessus. Le tableau suivant donne les valeurs en correspondance avec $\Delta n.10^6$:

$\Delta n.10^6$	2,1	3,55	6,5	8,191	9,70	10,97	13,65
a	1,21	2,04	3,72	4,71	5,57	6,30	7,75

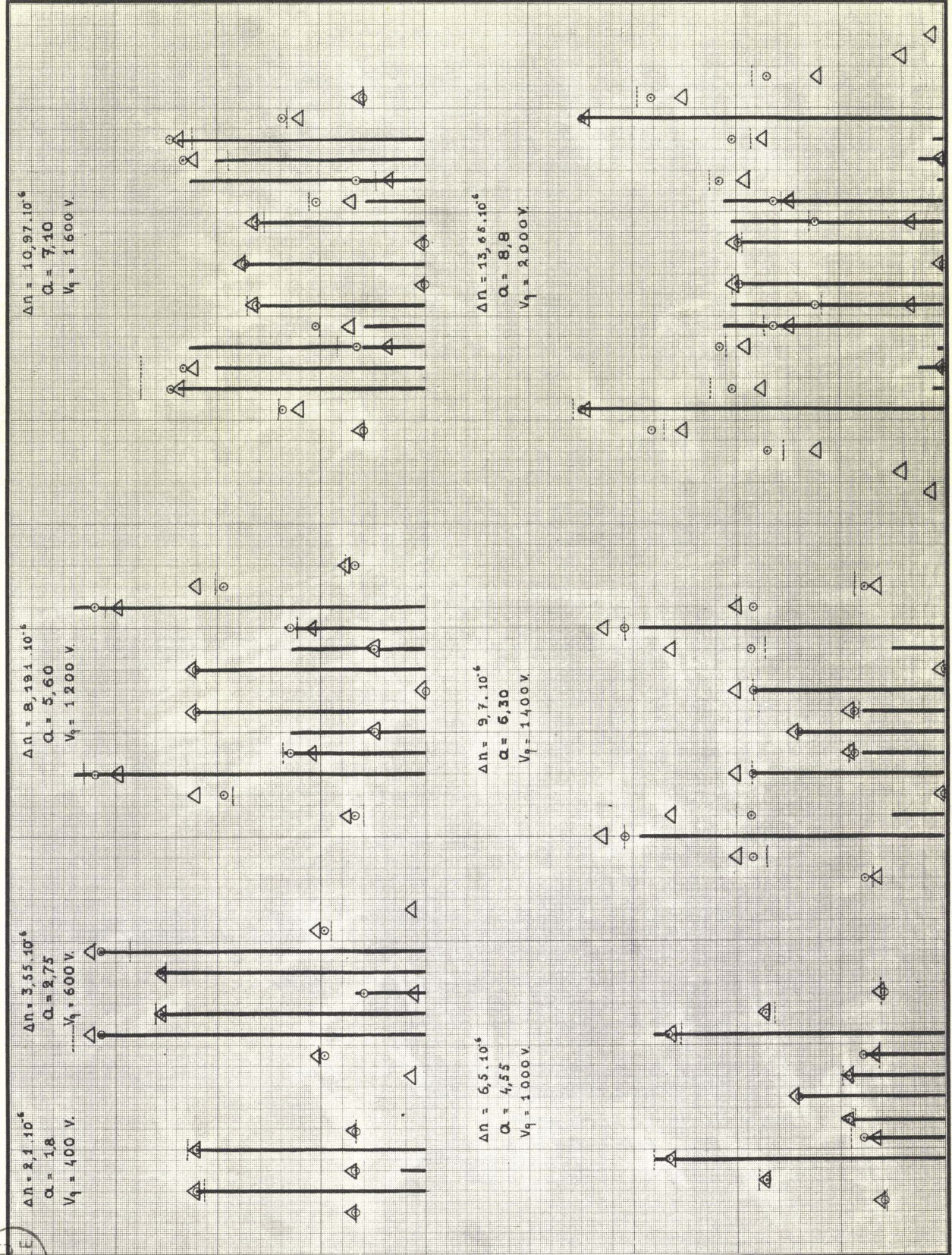


Figure 63

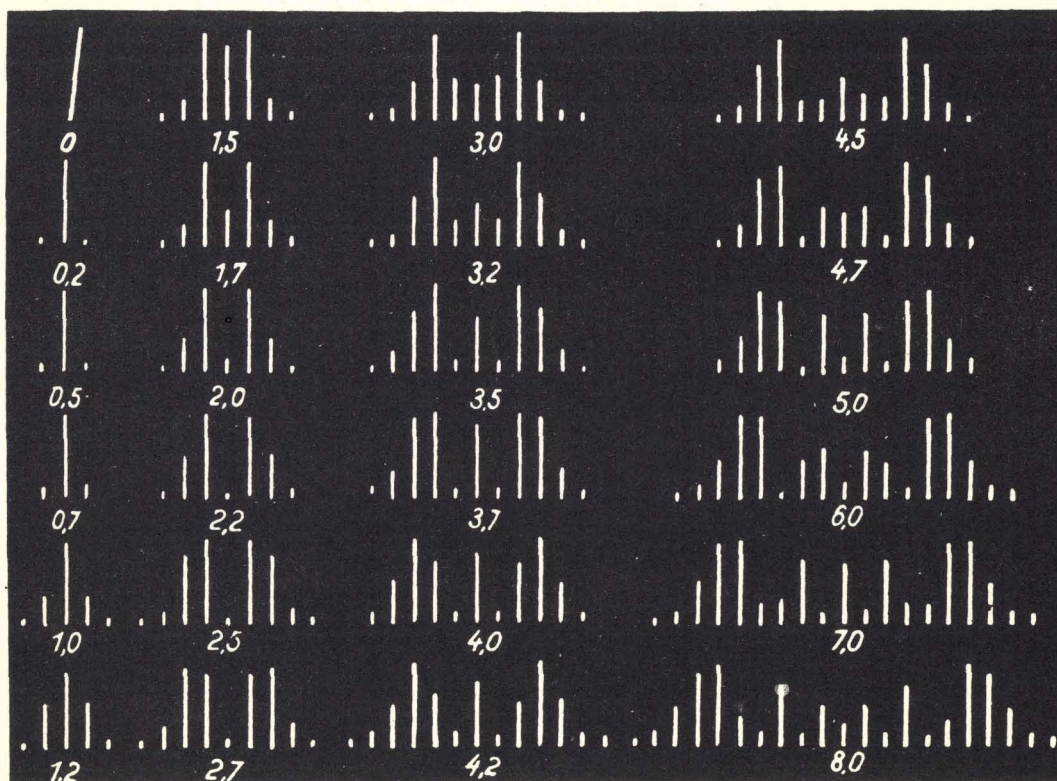


Figure 64

L'observation des figures de diffraction calculées par cette méthode (cf. fig. 64), figures que l'on trouve dans la littérature, montre qu'avec ces valeurs de a nos figures expérimentales n'ont rien de commun avec ces nouvelles valeurs théoriques. C'est pourquoi nous avons procédé autrement.

Nous avons, par tâtonnements, déterminé les valeurs de a qui donnaient des figures théoriques les plus approchantes de nos figures expérimentales ; cette opération a été facilitée en traçant J_p avec $p = 0, 1, \dots, 12$ à grande échelle sur papier millimétrique. La forme des courbes ainsi obtenues permettait de trouver presque immédiatement la valeur de a qui amènerait à la figure cherchée. Cette recherche a été, en outre, facilitée dans la majorité des cas, par les raies éteintes ; en effet, à une raie éteinte d'ordre p correspond une fonction $J_p(a) = 0$ d'où une valeur de a . Puis, à l'aide de ces valeurs de a portées sur un graphique en fonction de V_q , nous obtenons une droite qui nous permet de trouver toutes les autres valeurs de a pour les spectres sans raie éteinte.

Les résultats théoriques calculés par ce procédé sont représentés sur la figure 63 au moyen de petits triangles équilatéraux dont la base détermine la valeur calculée.

Jusqu'à 1 000 V. il semble y avoir une assez bonne concordance entre ces deux théories à la restriction près des raies extérieures. Cependant certaines de ces nouvelles valeurs théoriques semblent mieux s'ajuster sur les valeurs expérimentales que ne le font celles calculées par le traitement purement géométrique. C'est le cas, par exemple, pour les spectres d'ordre 2 de la figure correspondant à 1 200 V. et d'ordre 4 de celles correspondant à 1 600 et 2 000 V. Il faut remarquer, qu'à puissance ultrasonore croissante, la concordance de cette théorie avec l'expérience devient moins bonne. La figure correspondant à $V_q = 2\,000$ V. en est la preuve. Il est aussi intéressant de noter que les valeurs théoriques de certaines raies calculées par les deux théories concordent aussi mal avec l'expérience (spectre ± 4 pour $V_q = 1\,400$ V. et spectre ± 2 pour $V_q = 2\,000$ V.) ; cependant il faut observer que ces valeurs théoriques inadéquates encadrent la valeur expérimentale.

De plus, finalement, nous devons aussi attirer l'attention sur le fait que cette théorie, pourtant approchée, donne toujours le nombre expérimental de raies de la figure à l'exception, peut-être, de certaines trop peu intenses qui étaient sous le seuil de sensibilité de la plaque. Cette dernière remarque constitue une preuve que le manque de raies dans les figures calculées par le traitement géométrique n'est pas causé par la distorsion sur la transmission des pressions et partant que la loi de variation des indices de réfraction est bien, au moins pour les plus faibles puissances :

$$n = n_0 + \Delta n \cos (\omega t - 2 X/\Lambda)$$

cf. formule 2, comme nous l'avons supposé.

X

INTERPRÉTATIONS ET CONCLUSIONS

La confrontation, face à l'expérience, des deux précédentes théories approchées est, à notre avis, très instructive ; c'est pourquoi il eut été dommage de tirer des conclusions sans cette comparaison. Comme nous allons le voir ces deux théories s'éclairent mutuellement.

10.1. CAUSES DES RAIES MANQUANTES DANS LE TRAITEMENT GEOMETRIQUE. (THEORIE ICI DEVELOPPEE) -

Ces raies manquantes ne peuvent être mises sur le compte d'approximations trop fortes dans l'équation des trajets lumineux au sein du liquide. En effet, en se reportant au paragraphe 6.1.2. à l'équation différentielle (4) on remarque qu'elle est une solution approchée par défaut. De l'expression qui la précède, il est facile d'obtenir une solution approchée par excès en prenant $\Delta n/n_0$ comme valeur majorante du terme :

$$\Delta n/n_0 (3 \cos 2\alpha_0 - \cos 2\alpha).$$

En ce cas l'expression (4) est multipliée par le coefficient :

$$1 + \Delta n/n_0$$

et peut s'écrire :

$$dz = \frac{\sqrt{n_0 + 2\Delta n}}{\sqrt{2\Delta n(\cos 2\alpha_0 - \cos 2\alpha)}} dx$$

ce qui revient à augmenter n_0 de la quantité $2\Delta n$.

Evidemment si n_0 croît, les paramètres q et ξ croissent et avec eux le nombre de raies des figures ; mais cette quantité $2\Delta n$ est si faible (Δn vaut au maximum $13,4 \cdot 10^{-6}$) que dans la majorité des cas avec cette modification le nombre de raies ne peut augmenter. L'hypothèse d'approximations mathématiques trop importantes est donc à repousser ici.

En fait, ce défaut est inhérent à notre procédé d'étude qui ignore la diffraction propre du système optique. En effet, si nous considérons la forme de l'onde sortant du bain ultrasonné, sa trace se présente comme une courbe festonnée comparable à celle dessinée figure 65 dont les dimensions en abscisse ont été fortement dilatées.

Aux points d'inflexions i_1 et i_2 correspondent des rayons lumineux perpendiculaires à la tangente à la courbe en ces points (trajectoire orthogonale) qui forment avec Oz l'angle γ_m . Tous les autres rayons lumineux relatifs à cette onde forment un angle γ tel que :

$$\gamma < \gamma_m$$

Tous les rayons de même angle γ convergent au même point du plan focal de l'objectif O_2 ; autrement dit il n'y a de lumière que dans l'angle $AO_2B = 2\gamma_m$. Il ne peut donc être question de ren-

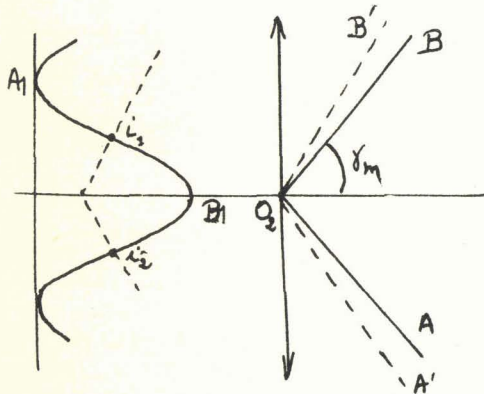


Figure 65

contrer des raies au-delà de celles correspondant aux directions O_2A et O_2B .

Ce raisonnement est entaché de toute l'approximation de l'optique géométrique. En effet, si la majeure partie de la lumière est contenue dans l'angle AO_2B on sait, qu'en fait, une certaine partie se retrouve à l'extérieur à cause des phénomènes de diffraction. C'est cette lumière qui se retrouve dans les raies latérales non calculées par notre procédé purement géométrique. Un calcul approché peut d'ailleurs nous donner la région dans laquelle nous aurons la majeure partie de cette lumière due à la diffraction.

Chaque portion A_1B_1 de surface d'onde (cf. fig. 65) est comparable à la superposition d'onde planes ayant des fronts d'onde de largeur a sensiblement égale à $\Lambda/2$; ce qui revient à superposer des ondes planes indéfinies en dimension, diaphragmées par une ouverture de largeur $\Lambda/2$. On aura pour chacune d'elle des franges de Fraunhofer dans le plan focal de O_2 . On sait que dans ces phénomènes classiques la valeur angulaire de la première interfrange -premier minimum nul- est donné par la relation :

$$i_0 = \lambda/a$$

Il en résulte que la direction correspondant à l'angle γ_m n'est plus la direction qui délimite le faisceau lumineux. Cette limite de la lumière géométrique -angle AO_2B - doit être remplacée par l'angle $A'O_2B'$ où les angles AO_2A' et BO_2B' sont égaux à : $i_0 = 2\lambda/\Lambda$.

Comme la direction correspondant au spectre maximum p_m calculé par notre théorie géométrique, est toujours intérieure à l'angle AO_2B nous pourrions avoir dans les angles AO_2A' et BO_2B' deux franges puisque l'interfrange vaut λ/Λ [cf. (6)] ; ce sont celles que nous observons dans chacune de nos figures expérimentales.

Il faut remarquer que théoriquement l'angle $A'O_2B'$ n'est pas, à vrai dire, la région dans laquelle se trouve toute la lumière, puisqu'en fait les directions O_2A' et O_2B' ont été définies à partir du premier maximum des phénomènes de Fraunhofer. Il semble donc possible qu'à l'extérieur de l'angle $A'O_2B'$ on puisse observer quelques autres franges d'intensité très faible comparative-ment à ces deux premières situées dans les angles AO_2A' et BO_2B' .

Enfin, il faut aussi attirer l'attention sur le fait que le raisonnement que nous venons de faire est valable pour chacune des raies géométriques calculées antérieurement et donc que chaque raie, à cause de la diffraction, peut réagir d'une façon notable sur ses deux voisins de droite et de gauche.

10.2. AUTRE CAUSE POSSIBLE DE PERTURBATION DE L'INTENSITE THEORIQUE DES RAIES -

Nous avons vu au paragraphe 6.3. que les variations d'indice de réfraction Δn étaient directement reliées aux variations de pression ΔP au sein du liquide ultrasonné par la relation :

$$\Delta n = \frac{(n_0^2 - 1)(n_0^2 + 2)}{6n} \mu \Delta P$$

Ceci nous permet de calculer les variations de pression ΔP compte-tenu des valeurs de Δn ; nous rappelons que μ coefficient de compressibilité adiabatique de l'eau est très sensiblement égal au coefficient de compressibilité isothermique qui, aux environs de $30^\circ C$. vaut $49 \cdot 10^{-6}$ par atmosphère.

($\mu = \frac{dV}{V dP}$). En prenant $n_0 = 4/3$ nous obtenons pour l'eau :

$$\Delta P = 2,7227 \Delta n / \mu$$

ce qui, pour notre plus grande valeur de Δn ($13,1 \cdot 10^{-6}$) donne :

$$\Delta P = 0,73 \text{ atmosphère.}$$

La pression instantanée n'est donc jamais nulle. Si l'eau est bien dégazée, les pressions et les dépressions doivent être, comme l'ont postulé nos hypothèses de départ, parfaitement transmises. Cependant si le dégazage n'est pas excellent aux dépressions maximales des bulles de gaz peuvent être libérées et provoquer un arrêt momentané de la transmission des pressions, effet qui cessera quand les pressions en ces endroits reprendront une valeur supérieure. Il serait donc possible par ce phénomène de provoquer une distorsion dans la transmission des pressions ; distorsion comparable à un écrêtage et donc faisant intervenir des harmoniques pairs.

Si l'eau ne contient aucun gaz dissous le même phénomène risque de se produire par vapo-

risation de l'eau au moment où au sein du liquide la pression devient nulle. On peut même se demander, en ce dernier cas, si l'eau ne pourrait pas transmettre des pressions négatives à cause de la faible durée des dépressions, auquel cas cette distorsion n'apparaîtrait que plus tard.

Si cette distorsion apparaissait, pour le faire cesser il devrait suffire d'augmenter la pression moyenne et donc d'appliquer au liquide une pression supérieure à la pression atmosphérique. C'est là probablement une modification à apporter au dispositif expérimental si, ultérieurement, nous sommes amenés à travailler avec des ΔP supérieurs.

L'aspect de nos spectres expérimentaux confronté à notre théorie géométrique et à celle de Raman et Nagendra Nath ne permet pas de conclure que ce phénomène de distorsion apparaît déjà ; les raies paires dont l'intensité théorique ne concorde pas avec l'expérience ne peuvent amener à cette conclusion vu que ces deux théories ne sont chacune, et dans un sens différent, qu'une approximation. Il faudrait donc pour pouvoir conclure que les dépressions sont mal transmises corriger l'une ou l'autre théorie en tenant compte soit de la diffraction - théorie géométrique - soit de la courbure des rayons - théorie de Raman et Nagendra Nath.

10.3. CORRECTION POSSIBLE DE LA THEORIE GEOMETRIQUE ICI PROPOSEE -

Il serait peut-être relativement facile de traiter le problème théorique un peu différemment dans sa troisième partie, pour tenir compte de la diffraction dont nous venons de parler. Nous supposerions qu'elle s'introduit principalement au moment où l'onde sort du bac ce qui, en d'autres termes, suppose que le traitement géométrique du trajet lumineux au sein du liquide reste valable. Il faudrait donc, compte-tenu des directions obtenues pour les rayons formant le spectre d'ordre p et des différences de marche acquises le long de ces rayons, connaître la loi qui régit les amplitudes et les phases des vibrations lumineuses sortant du bac. Finalement par une analyse de Fourier judicieuse on obtiendrait l'intensité des raies du spectre. Si ce traitement était conforme à l'expérience ce serait une preuve de la validité totale du trajet des rayons lumineux au sein du bain ultrasonné.

10.4. CAS DES ONDES STATIONNAIRES -

La formule (3) du paragraphe 6.1.1., si nous savons calculer convenablement l'intensité des spectres en ondes progressives, nous permet, selon une méthode dont nous avons parlé ailleurs (20), de calculer l'intensité des spectres en ondes stationnaires. En effet, il suffit comme nous le faisons remarquer de remplacer Δn par $\Delta n \sin \omega t$. A partir de la figure 62 donnant les intensités de tous les spectres en fonction de Δn on pourra construire une figure semblable en fonction du temps t à l'aide de la relation :

$$\Delta n' = \Delta n \sin \omega t.$$

Puis il suffira, si l'on désigne par $I_p(t)$ la famille des fonctions ainsi obtenues, fonction représentative de l'intensité de la raie d'ordre p à chaque instant, de calculer pour chaque valeur de p possible l'intégrale suivante :

$$\int_0^{T/4} I_p(t) dt \quad \text{avec } T \text{ période des U.S.}$$

Ce qui donnera les intensités relatives des raies en ondes stationnaires.

Remarque.

En ondes stationnaires Δn n'étant pas constant nous ne pourrions plus connaître sa valeur par la même méthode qu'en ondes progressives ; ici ce sera le nombre de raies de la figure qui, compte-tenu de la courbe 62, donnera la valeur de Δn maximum. Par contre la courbe 61 est devenue inutilisable car, pour une même tension appliquée au quartz, à cause des ondes réfléchies les Δn sont beaucoup plus grands qu'en ondes progressives. Avec des tensions faibles il sera d'ailleurs possible d'avoir un nombre important de raies et partant de grandes valeurs de Δn . C'est ce qui a été remarqué dans un travail antérieur [12] où nous passions de 20 à 70 raies selon le réglage du réflecteur et cela avec la même tension appliquée au quartz. En ce cas, il sera facile d'atteindre des pressions nulles et probablement d'observer des distorsions dans les transmissions de pressions.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Cf. les références bibliographiques portant les numéros [10], [11], [13] et [14].
- [2] P. VERHOYE D.E.S. - Faculté libre des sciences de Lille - 1956.
- [3] Y. WATANABE - Der piezoelektrische Resonator in Hochfrequenz-schwingungskreisen. - Elekt. Nachr. Techn. Bd 5 (1928) S. 45/64.
- [4] G. POSSELLE D.E.S. - Faculté libre des sciences de Lille et I.S.E.N. - 1960.
- [5] J. CASSETTE D.E.S. - Faculté libre des sciences de Lille et I.S.E.N. - 1958.
- [6] P. LANGEVIN - Procédés et appareils pour la production de signaux sous-marins. Brevet français n° 502 913 29 mai 1916.
- [7] et [8] A. LANGEVIN - Utilisation de l'effet piézoélectrique pour l'étude des efforts variables. Thèse Faculté des sciences de Paris.
- [9] M. VIRICEL D.E.S. - Faculté libre des sciences de Lille et I.S.E.N. - Décembre 1960.
- [10] R. EXTERMANN et G. WANNIER - Helv. phys. Act. 1936 337/339 et 520/532.
- [11] R. LUCAS et P. BIQUARD - J. de Phys. et Rad. oct. 1932 464/477.
- [12] B. TRENTESAUX D.E.S. - Faculté libre des sciences de Lille et I.S.E.N. - 1959.
- [13] O. NOMOTO - Bull. Kobayashi Inst. of Phys. Res. 1951 1 42.
- [14] RAMAN et NAGENDRA NATH - Proc. Ind. Acad. 1935 2 406/413.
- [15] FLEX II - 2.2.002. VN I.B.M. Bibliothèque 650.
- [16] Jacobian elliptic function tables. L.M. MILNE-THOMSON.
- [17] Elliptic integrals R. PEXTON R. CARPENTER 4.0.006. I.B.M. Bibliothèque 650.
- [18] E. DEFFONTAINES D.E.S. - Faculté libre des sciences de Lille et I.S.E.N. - 1958.
- [19] A. DEFEBVRE D.E.S. - Faculté libre des sciences de Lille - 1955.
- [20] a) POULIQUEN D.E.S. - Faculté libre des sciences de Lille - 1957.
- b) SEGARD N., POULIQUEN J., DEFFONTAINES E. - Diffraction de la lumière par une onde ultrasonore plane et progressive. Calcul de l'intensité des raies. C.R. Acad. des Sc. t.224 327/329 14 janv. 1957 et Ann. Soc. de Bruxelles t.70 n°IV p.223/231.
- c) SEGARD N., POULIQUEN J., POSSELLE G. - Schéma équivalent d'un quartz transducteur d'ultrasons chargé par une impédance liquide. C.R. Acad. des Sc. mars 1962.V.254 P.1744 /46.
- d) SEGARD N., POULIQUEN J., POSSELLE G. - Etude expérimentale d'un champ ultrasonore aux environs d'un quartz émetteur. - Procédé de réglage de ce transducteur. C.R. Acad. des Sc. mars 1962.V.254 P.1940/42.