

50.376

1962

10

50376

1962

10

UNIVERSITÉ DE LILLE

INSTITUT DE MÉCANIQUE DES FLUIDES

-:-:-

PROBLÈME I. M. F. L. N° 495 - S R

ESSAI DE RÉALISATION
DES CONDITIONS DU MILIEU ILLIMITÉ
EN SOUFFLERIE TRANSSONIQUE
ET ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DE L'ÉCOULEMENT PLAN
AUTOUR D'UN PROFIL D'AILE AVEC VITESSE SONIQUE AU LOIN



par

NGUYEN-VAN-QUY

Attaché de recherches au C. N. R. S.

LILLE, le 25 JUIN 1962

S O M M A I R E

-:-:-:-:-:-:-:-

L'objet de ce travail est de réaliser les conditions du milieu illimité dans une veine de soufflerie transsonique, puis d'y étudier, autour d'un profil d'aile, un écoulement du type mixte, partiellement subsonique et supersonique.

Dans les considérations théoriques, on fait les hypothèses générales suivantes : l'écoulement est permanent, continu et irrotationnel ; le champ des forces extérieures est négligeable ; le fluide est un gaz parfait non visqueux en évolution adiabatique réversible. On introduit au cours de l'étude d'autres hypothèses plus restrictives.

Sur le plan expérimental, on utilise une veine d'expérience de parois horizontales à fentes longitudinales et à perméabilité localement réglable, veine destinée à l'étude des écoulements transsoniques à deux dimensions.

On commence par résoudre le problème de la mesure du nombre de Mach d'approche, c'est-à-dire le nombre de Mach au loin en amont d'une maquette. On montre ensuite qu'à partir d'un jeu unique de maquettes étalons -une multiplicité à un paramètre- on peut réaliser approximativement les conditions du milieu illimité autour d'une maquette d'aile de profil quelconque, pour différentes incidences et pour différents nombres de Mach d'approche.

Les essais de vérification de cette mise au point de veine ont été effectués en écoulement critique : on entend par là que le nombre de Mach d'approche est égal à l'unité.

Ces mêmes essais ont permis de vérifier la similitude des écoulements critiques plans autour de profils minces, affins ; cette

.../...

.../...

similitude conduit à un perfectionnement du réglage de la veine d'expérience.

On étend ce procédé au cas des écoulements transsoniques par l'emploi de la similitude correspondante.

Pour des profils symétriques minces placés à l'incidence nulle en écoulement critique, on a montré que l'onde de choc visualisée au voisinage du bord de fuite, vérifie une équation unique ; cette équation, qui est exprimée avec des coordonnées réduites, est celle que l'on aurait à écrire s'il s'agissait simplement d'une famille de profils affins.

La veine transsonique une fois mise au point, on y a étudié l'écoulement critique plan autour d'un profil d'aile symétrique placé à l'incidence nulle.

On a observé qualitativement l'écoulement par striescope ; on a déterminé le champ du nombre de Mach par mesures de pression ; on a situé les positions des ondes de choc par dépôt de poussières sur une paroi latérale de la veine d'expérience et dans la partie décollée de la couche limite.

L'étude s'appuie en outre, sur les résultats théoriques déduits d'une solution homogène de l'équation d'Euler-Tricomi, et dans le voisinage d'un point singulier de cette solution.

On a mis en évidence et on a délimité approximativement le "domaine transsonique", c'est-à-dire la position supersonique de l'écoulement où, selon des prévisions théoriques, une petite perturbation a une influence vers l'amont subsonique.

Au loin, les formes prévues pour certaines lignes remarquables et les distributions de vitesse le long de ces lignes ont été vérifiées également.

Enfin, au cours de l'étude, on a eu l'occasion de vérifier la précision des hypothèses et des résultats par des recouvrements utilisant la relation de Prandtl et l'expression de l'angle de Mach.

.../...

3 - Essai de réalisation dans une veine de soufflerie transsonique des conditions du milieu illimité.

3. 1 - Hypothèse.

3. 2 - Référence du milieu illimité et réglage d'une veine transsonique pour les maquettes à profils homothétiques.

3. 3 - Résultats expérimentaux relatifs à une famille de maquettes, à profils homothétiques.

3. 4 - Réglage d'une veine transsonique pour une maquette à profil quelconque.

3. 5 - Résultats expérimentaux relatifs à deux familles de maquettes à profils homothétiques de formes quelconques.

3. 6 - Rôle de la perméabilité locale des parois d'une veine transsonique.

-:-:-:-

.../...

.../...

CHAPITRE II

Similitude des écoulements critiques plans pour une famille de profils minces et affins. Applications.

- 1 - Recherche directe d'une similitude des écoulements critiques, plans autour des profils d'aile minces et affins.
- 2 - Etablissement d'une relation entre deux champs homologues de nombre de Mach.
- 3 - Vérification expérimentale.
- 4 - Application à la réalisation dans une veine transsonique des conditions du milieu illimité pour les écoulements critiques.
- 5 - Extension aux écoulements transsoniques.
- 6 - Formes des ondes de choc et leur équation réduite unique au voisinage des profils d'aile minces, en écoulement critique, plan.

-:-:-:-

.../...

.../...

CHAPITRE III

Etude expérimentale de l'écoulement critique plan
autour d'un profil d'aile symétrique.

1 - Rappel de quelques résultats théoriques.

1. 1 - Propriétés des caractéristiques de l'équation
du potentiel de vitesse.
1. 2 - Ecoulement plan au voisinage du col d'une tuyère.
1. 3 - Ecoulement critique plan autour d'un profil d'aile.

2 - Introduction à l'étude expérimentale.

3 - Distributions du module de la vitesse le long de certaines
lignes remarquables. Détermination de la constante caractérisant
le profil d'aile.

3. 1 - Obtention expérimentale de la distribution du
module de la vitesse le long du choc, côté amont :
première détermination de la constante caractéri-
sant le profil d'aile.
3. 2 - Obtention expérimentale de la distribution du
module de la vitesse le long de la normale à l'axe
des abscisses, au point origine du repère : deu-
xième détermination de la constante caractérisant
le profil d'aile.
3. 3 - Expressions des distributions de vitesse au loin
le long des lignes remarquables.
 - a) normale à l'axe des abscisses, au point origine
du repère.
 - b) ligne sonique.

.../...

.../...

- c) frontière transsonique.
- d) ligne des cols.
- e) côté amont du choc.
- f) côté aval du choc.

- 4 - Formes au loin des lignes remarquables de l'écoulement et vérifications expérimentales.
 - 4. 1 - Vérification expérimentale de la forme prévue au loin pour le choc.
 - 4. 2.- Obtention de la frontière transsonique par mesure de pression et vérification de la forme prévue au loin.
 - 4. 3 - Obtention de la ligne des cols par mesure de pression et vérification de la forme prévue au loin.
 - 4. 4 - Forme prévue au loin pour la ligne sonique.
- 5 - Observation par strioscopie de l'écoulement critique plan autour d'un profil d'aile symétrique ; mise en évidence du domaine transsonique.
- 6 - Vérification de l'expression de l'angle de Mach local ; vérification de la direction de la vitesse au contact du profil d'aile.
- 7 - Vérification de la direction de la vitesse le long du choc au loin et du côté amont.
- 8 - Interprétation par le domaine hodographique, de quelques résultats obtenus dans le plan de l'écoulement.
- 9 - Comparaison de l'écoulement plan au col d'une tuyère et de l'écoulement critique plan autour d'un profil d'aile.

.../...

.../...

- 10 - Procédé de dépouillement des mesures de pression dans l'exploration d'un champ aérodynamique.
- 11 - Vérification expérimentale de la loi de Prandtl.
- 12 - Vérification expérimentale de la variation de pression à travers un choc.

-i-i-i-i-

CONCLUSION
BIBLIOGRAPHIE

-i-i-i-i-

.../...

.../...

NOTATIONS

-!-!-!-!-!-!-!-!-

NOTATIONS GÉNÉRALES

- c^* indice des conditions critiques.
 O indice des conditions génératrices ou de l'état du fluide au repos.
 $*$ indice des grandeurs réduites.
 ∞ indice des conditions au loin d'un profil d'aile.
 e épaisseur d'un profil d'aile.
 l corde d'un profil d'aile.
 h hauteur invariable de la section d'entrée d'une veine d'expérience transsonique ($h = 200$ mm pour le cas de la soufflerie sonique de l'I. M. F. L.).
 l/e allongement d'un profil d'aile.
 e/R obstruction produite par une maquette d'aile dans la veine d'expérience.
 a célérité locale du son.
 M nombre de Mach local.
 p pression statique locale.
 ρ masse volumique locale.
 T température absolue locale.
 U module de la vitesse locale.
 γ rapport des chaleurs spécifiques d'un gaz ($\gamma = 1,400$ pour l'air).
 x, y coordonnées d'un point du plan de l'écoulement.
 I.M.F.L. Institut de Mécanique des Fluides de l'Université de Lille.

.../...

.../...

C^{te} une constante.

\simeq sensiblement égal à.

-|-|-|-|-

.../...

.../...

CHAPITRE I

- A Position de la section d'entrée invariable d'une veine d'expérience transsonique et indice des grandeurs relatives à cette section.
- q Débit en masse à travers la section d'entrée invariable d'une veine d'expérience.
- m Indice des valeurs moyennes des grandeurs physiques dans la section d'entrée invariable d'une veine d'expérience.
- B Position de la prise de pression de référence dans le collecteur d'une soufflerie et indice des grandeurs relatives à la section droite au point B.
- S Une section droite courante du collecteur d'une soufflerie.
- σ Rapport d'une section droite courante du collecteur à la section d'entrée invariable de la veine d'expérience d'une soufflerie.

$$\psi(M_A, \sigma) = \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \quad ; \quad \rho \text{ et } M$$

sont relatifs à une section droite courante du collecteur d'une soufflerie.

$$\psi_1(M_A) = \frac{\rho_B}{\rho_0}$$

.../...

.../...

- σ sensibilité relative d'une prise de pression de référence dans le collecteur d'une soufflerie.
- p_c pression dans les cavités (chambres au-delà des grilles).
- \bar{P} maquette d'aile très petite à profil simple (losangique ou lenticulaire) ; son champ aérodynamique dans une veine d'expérience sert de référence du milieu illimité ; profil et dimensions adoptés pour l'expérience : profil losangique d'allongement 10, $e = 0,005 h$, $l = 0,05 h$.
- P maquettes d'aile à profil homothétique de celui de \bar{P} .
- \bar{R} périmètre d'un rectangle encadrant \bar{P} .
- R périmètre d'un rectangle encadrant P , homologue de \bar{R} dans une homothétie et de dimensions fixes : 1,12 h et 0,67 h.
- \varnothing maquettes d'aile à profil quelconque (différent de celui de P) ; profils adoptés pour l'expérience : profil losangique d'allongement 5 et profil lenticulaire d'allongement 10.
- k perméabilité des parois horizontales (les grilles) de la veine d'expérience de la soufflerie sonique de l'I. M. F. L.

-i-i-i-i-

:.../...

.../...

CHAPITRE II

u, v composantes de la vitesse locale.

$u' = u - U_\infty$

φ Potentiel de perturbation.

u, v Composantes de $\vec{\text{grad}} \varphi$.

$\underline{\delta}$ Echelles des grandeurs de la catégorie δ dans une similitude : $\underline{\delta} \cdot \delta$ est la grandeur homologue de δ .

δ Paramètre sans dimension caractérisant l'épaisseur d'un profil d'aile.

γ Ordonnée du profil d'aile.

$\gamma' = \gamma + 1$

\therefore Proportionnel à $\frac{1}{\delta}$ dans un phénomène à un autre phénomène semblable, c'est-à-dire ayant la même échelle que $\frac{1}{\delta}$.

$x_* = \frac{x}{\ell}$

$y_* = y \sqrt[3]{\frac{\delta}{\ell}}$ ($\delta = \frac{e}{\ell}$ pour un profil d'aile losangique ou lenticulaire).

$\frac{\omega}{\bar{P}}$ Demi-angle d'ouverture du bord d'attaque d'un profil d'aile losangique. Maquette d'aile très petite et à profil simple (losangique ou lenticulaire) ; son champ aérodynamique sert de référence du milieu illimité ; profil et dimensions adoptés pour l'expérience ; profil losangique, $e = 1 \text{ mm}$, $l = 10 \text{ mm}$.

P_1 Profil d'aile : $e = 3 \text{ mm}$, $l = 30 \text{ mm}$, homothétique de \bar{P} losangique.

P_2 Profil d'aile : $e = 2 \text{ mm}$, affin avec \bar{P} losangique et ayant la même corde que lui.

P Profil d'aile affin avec \bar{P} à profil simple.

ϱ Profil d'aile de forme quelconque.

\bar{R} Périmètre d'un rectangle encadrant \bar{P} .

.../...

.../...

- R Périmètre d'un rectangle encadrant P et homologue de \bar{R} dans une similitude.
- S_1, S_2 Deux similitudes soniques.
- P' Famille de profil d'aile losangique d'allongement 10.
- φ' Famille de profil d'aile lenticulaire d'allongement 10.
- φ'' Famille de profil d'aile losangique d'allongement 5.
- k Coefficient (de dimension d'une longueur à la puissance $\frac{1}{5}$) dans l'équation du choc au voisinage d'un profil d'aile et en écoulement critique plan.
- K Coefficient universel, sans dimension, dans l'équation réduite unique du choc au voisinage des profils d'aile et en écoulement critique plan.

-:-:-

.../...

.../...

CHAPITRE III

- $\phi(x, y)$ Potentiel de vitesse.
- u, v Composantes de $\vec{\text{grad}} \phi$.
- xoy Repère du plan de l'écoulement.
- uvw Repère du plan de l'hodographe.

NOTATIONS UTILISÉES DANS L'ÉCOULEMENT PLAN AU VOISINAGE DU COL D'UNE TUYÈRE :

- O Point sonique sur l'axe de la tuyère, origine du repère de l'écoulement.
- T Indice des grandeurs au point de référence sur l'axe de la tuyère et au voisinage du col ; point de référence adopté finalement ; le point O .

$\bar{u} = u - U_T$

$\bar{\varphi}(x_*, y_*)$ Potentiel réduit de perturbation.

$\bar{u}_*, v_* = \frac{\bar{u}}{U_c}, \frac{v}{U_c}$ composantes de $\vec{\text{grad}} \bar{\varphi}$.

ℓ Donnée expérimentale de dimension d'une longueur, $\frac{1}{\ell} = \frac{\partial \bar{u}_*(0,0)}{\partial x}$.

$x_* = \frac{x}{\ell}$

$y_* = \frac{y}{\ell}$

Δ Domaine de vérifications expérimentales des éléments au col de la tuyère, calculés à la première approximation.

NOTATIONS UTILISÉES DANS L'ÉCOULEMENT CRITIQUE PLAN AUTOUR D'UN PROFIL D'AILE :

- U Module de la vitesse.
- θ Angle orienté entre l'axe des abscisses et la vitesse.

$\psi(U, \theta)$ Fonction inconnue de l'équation de Tchapligne.

$u_* = \frac{U}{U_c}$

$\gamma = (\gamma + 1)^{\frac{1}{2}} (u_* - 1)$

.../...

.../...

- $\psi(\eta, \theta)$ Fonction inconnue (ou solution) de l'équation d'Euler-Tricomi.
- o Origine du plan de l'écoulement dans l'étude théorique.
- ω Bord d'attaque du profil d'aile ; origine du plan de l'écoulement, adoptée pour l'étude expérimentale ; point de vitesse nulle ; origine du plan de l'hodographe.
- Ω Régions situées à une distance infinie du profil d'aile dans le plan de l'écoulement ; point du plan de l'hodographe, représentatif des vitesses critiques à composante v nulle ; origine du plan η, θ .
- I, J Deux familles de caractéristiques en amont du choc (ou éléments de ces familles).
- I_1, I_2 Deux classes de caractéristiques de la famille I (ou éléments de ces classes).
- I Frontière transsonique, caractéristique séparant les deux classes I_1 et I_2 .
- C Point de rencontre de la ligne sonique avec le profil d'aile.
- F " " " de la frontière transsonique avec le profil d'aile.
- B " " " de la ligne des cols avec le profil d'aile.
- S " " " du choc avec le profil d'aile.
- C_1 Une constante positive caractérisant le profil d'aile (dépendant de la forme du profil d'aile) et ayant la dimension d'une longueur.
- $C_2 = 1,14 C_1$
- δ Un paramètre sans dimension prenant des valeurs positives ou nulle.
- L_1 Profil d'aile lenticulaire formé de deux arcs de cercle de même rayon : $e_1 = 2$ mm, $l_1 = 20$ mm.
- L_2 Profil d'aile lenticulaire, affin de L_1 : $e_2 = 6$ mm, $l_2 = 40$ mm.
- $x_* = \frac{x}{l}$
- $y_* = \frac{y}{l}$

.../...

.../...

$$C_{1*} = \frac{C_1}{l} \quad (C_{1*} = 0,0107 \text{ pour } L_1).$$

$$C_{2*} = \frac{C_2}{l} = 1,14 C_{1*}.$$

⊖ Angle orienté entre l'axe des abscisses et une ligne isomach supersonique droite.

θ_e Angle orienté entre l'axe des abscisses et la tangente en un point au profil d'aile.

$\alpha_e = \ominus - \theta_e$, angle entre la tangente au profil d'aile en un point et la ligne isomach supersonique droite rencontrant ce point.

$\alpha = \overset{+}{-} \arcsin \frac{1}{M}$, angle entre la vitesse et une caractéristique, angle de Mach pour le demi-plan $y_* \geq 0$.

β Angle aigu, non orienté, entre la vitesse amont et un choc plan oblique (ou la tangente au choc en un point).

D Domaine rectangulaire ($-22,5 \text{ mm} \leq y \leq 22,5 \text{ mm}$; $-25 \text{ mm} \leq x \leq 35 \text{ mm}$) dans lequel toutes les lignes isomach expérimentales sont obtenues avec précision.

- - - - -

.../...

.../...

- Figure 10 - Champs des lignes isomach autour des maquettes à profil lenticulaire d'allongement 10. Transition déclanchée de la couche-limite sur le profil d'aile. $M_\infty = 1$.
- 11 - Comparaison de deux champs des lignes isomach autour de la maquette à profil lenticulaire d'allongement 10, d'épaisseur $e = 3$ mm. Champs obtenus avec transition libre et transition déclanchée de la couche-limite sur le profil. $M_\infty = 1$.
 - 12A - Répartitions variable et uniforme de la perméabilité des grilles de la veine d'expérience, répartitions réalisées pour la maquette à profil losangique d'allongement 10, d'épaisseur $e = 4$ mm. $M_\infty = 1$.
 - 12B - Comparaison de deux champs des lignes isomach autour de la maquette à profil losangique d'allongement 10, d'épaisseur $e = 4$ mm dans la veine d'expérience à perméabilités variable et uniforme des grilles. $M_\infty = 1$.
 - 13 - Champs des lignes isomach autour des maquettes à profil losangique d'allongement 10 dans la veine d'expérience à perméabilité égale à 0,08 et uniforme des grilles. $M_\infty = 1$.
 - 14A - Schéma d'un profil d'aile losangique.
 - 14B - Schémas d'un profil d'aile étalon P et d'un profil d'aile quelconque Q.
 - 15A - Champ des lignes isomach autour du profil d'aile losangique \bar{P} ($e = 1$ mm ; $l = 10$ mm) : référence du milieu illimité en écoulement critique, pour les profils d'aile losangiques d'allongement 10. Transition libre de la couche-limite sur le profil.
 - 15B - Champ des lignes isomach autour du profil d'aile losangique Q_2 ($e = 2$ mm ; $l = 10$ mm). Transition libre de la couche-limite sur le profil. $M_\infty = 1$.
 - 16 - Courbes de vérification expérimentale de la similitude sonique.
 - 17 - Formes expérimentales des ondes de choc en écoulement critique plan et au voisinage des profils d'aile minces, symétriques.

.../...

.../...

- Figure 18 - Forme expérimentale en coordonnées réduites des ondes de choc en écoulement critique plan et au voisinage des profils d'aile minces, symétriques.
- 19 - Ecoulement au col d'une tuyère.
 - 20 - Caractéristiques de l'équation d'EULER-TRICOMI.
 - 21 - Schéma de l'écoulement critique plan autour d'un profil d'aile et schéma de l'image de cet écoulement dans le plan $\eta \Omega \theta$.
 - 22 - Courbe représentative de la correspondance entre la variable η et le nombre de MACH.
 - 23 - Champ partiel et expérimental des lignes isomach de l'écoulement critique plan autour du profil d'aile L_1 .
 - 24 - Courbes expérimentales de la distribution de la vitesse le long du choc, du côté amont (4 et 5). Courbes expérimentales des distributions du module de la vitesse sur les normales à l'axe des abscisses en ω , bord d'attaque du profil d'aile (2) et en deux points voisins (1 et 3).
 - 25 - Courbes représentatives du module des constantes dans les distributions du module de la vitesse sur les normales à l'axe des abscisses en ω , bord d'attaque du profil d'aile et en deux points voisins, en fonction des abscisses de ces trois points.
 - 26 - Lignes remarquables expérimentales de l'écoulement et leur forme prévue au loin.
 - 27 - Courbes de vérifications expérimentales des formes prévues au loin des lignes remarquables de l'écoulement.
 - 28 - Allure, observée par strioscopie, de quelques éléments de l'écoulement critique plan autour d'un profil d'aile lenticulaire.
 - 29 - Schéma définissant quelques angles.
 - 30A - Principaux éléments du domaine supersonique du plan de l'écoulement.

.../...

.../...

- Figure 30B - Images des principaux éléments du domaine supersonique dans le plan de l'hodographe.
- 31 - Distribution expérimentale du nombre de MACH sur le profil d'aile L_1 .
 - 32 - Répartition des prises de pression utilisées sur une paroi latérale de la veine d'expérience de la soufflerie sonique de l'I.M.F.L.
 - 33 - Deux courbes types du réseau des courbes expérimentales du nombre de MACH M en fonction de l'abscisse x_* pour des valeurs de l'ordonnée $y_* = Cte$ - Profil d'aile L_1 , $M_\infty = 1$.
 - 34 - Champ complet des lignes isomach et positions des chocs de l'écoulement critique plan autour du profil d'aile L_1 .
 - 35 - Schéma d'un choc plan oblique et des composantes tangentielles et normales des vitesses amont et aval.
 - 36 - Discontinuité de la vitesse sur le choc, au point de coordonnées $x_* = 2,725$, $y_* = 2,625$ - Profil d'aile L_1 , $M_\infty = 1$.
 - 37 - Discontinuité de la pression sur le choc, au point de coordonnées $x_* = 2,55$, $y_* = 2,25$ - Profil d'aile L_1 , $M_\infty = 1$.

.../...

INTRODUCTION

-!-!-!-!-!-!-

L'étude théorique des écoulements du type mixte, partiellement subsonique et supersonique, appelé couramment écoulements transsoniques, présente des difficultés notables d'ordre mathématique. La théorie ne donne actuellement que des indications pour résoudre les difficultés rencontrées dans ce domaine. Des études purement expérimentales sont nécessaires pour une durée encore imprévisible.

L'expérience est nécessaire aussi pour vérifier les résultats transsoniques théoriques et pour contribuer éventuellement à les clarifier.

Il est certain qu'il faut améliorer sans cesse les outils de l'expérience et préciser à chaque étape du progrès, dans quelle mesure les résultats expérimentaux acquis sont valables. On sait, en effet, que les écoulements transsoniques obtenus dans une veine d'expérience de soufflerie sont sensibles aux dimensions relatives des maquettes par rapport à celles de la veine, sensibles à la perméabilité c'est-à-dire du passage libre des parois de la veine etc ...

De grands efforts déployés depuis quinze années environ et dans le monde entier ont abouti à des améliorations sensibles des moyens d'expérience permettant, dans une certaine limite, une étude convenable des écoulements transsoniques. Les souffleries transsoniques modernes possèdent en général un grand nombre de paramètres de réglage et on les manipule suivant des règles empiriques plus ou moins satisfaisantes selon le degré d'habileté de l'expérimentateur.

En faisant suite à cette évolution, nous étudions, au chapitre premier, le problème de la mise au point d'une veine transsonique. Dans une veine d'expérience vide, réaliser un écoulement transsonique et mesurer le nombre de MACH uniforme dans la veine, sont des opérations

.../...

simples. Nous entendons par mise au point d'une veine transsonique, la réalisation autour d'une maquette, d'un écoulement stable du type mixte représentant le milieu illimité et la mesure précise du nombre de MACH d'approche c'est-à-dire le nombre de MACH au loin en amont de la maquette.

Une veine d'expérience une fois mise au point, il est naturel d'y étudier quelques écoulements du type mixte et de comparer les résultats expérimentaux à ceux que prévoit la théorie.

Pour connaître l'efficacité de notre procédé de réglage, nous mettons en parallèle nos résultats expérimentaux avec des résultats déjà vérifiés par ailleurs ; d'autre part, nous les comparons à des résultats théoriques récents.

Pour vérifier nos idées sur le procédé de réglage d'une veine transsonique, nous utilisons la veine d'expérience de la soufflerie sonique de l'I.M.F.L. et les écoulements critiques, écoulements dont le nombre de MACH d'approche est égal à l'unité, autour des profils d'aile formant plusieurs familles homothétiques. Certaines de ces familles sont affines entre-elles.

Nous profitons de l'occasion pour vérifier, au deuxième chapitre, la similitude des écoulements critiques plans autour des profils d'aile minces, affines. On sait que cette similitude sonique est un cas particulier de la similitude transsonique de KARMAN qui est déjà vérifiée. En général, la vérification a été faite sur les grandeurs mesurées le long des profils d'aile affines.

Vu notre but, nous vérifions la similitude sonique en des points homologues loin des profils d'aile. Nous lui cherchons ensuite des applications.

L'étude théorique de l'écoulement plan d'un fluide compressible au voisinage des conditions critiques prévoit l'existence d'une portion du domaine supersonique où une petite perturbation se propage vers l'amont jusqu'à la ligne sonique et de là, gagne tout le domaine

.../...

.../...

subsonique.

Dans un écoulement de type mixte, il ne serait donc plus vrai qu'une petite perturbation produite dans le domaine supersonique n'a d'influence que vers l'aval. On appelle "domaine transsonique" la portion supersonique en question. Il est limité en amont par la ligne sonique et en aval par une ligne dite "frontière transsonique".

Dans le cas de l'écoulement plan au voisinage du col d'une tuyère, G. GONTIER, par l'expérience, a mis en évidence le domaine transsonique et a déterminé sa frontière aval : il s'agit d'un écoulement interne.

En extension de ce travail, nous étudions expérimentalement, au troisième chapitre, l'écoulement critique plan autour d'un profil d'aile mince, symétrique et à l'incidence nulle : il s'agit d'un écoulement externe.

Au sujet de cet écoulement, des travaux théoriques, notamment ceux de F. FRANKL, déduits de l'équation approchée de TCHAPLIGUINE, soit l'équation d'EULER-TRICOMI, ont abouti à quelques résultats partiels qui, à notre connaissance, n'ont pas encore été vérifiés par l'expérience. Il s'agit de l'existence du domaine transsonique, des formes au loin de certaines lignes remarquables de l'écoulement et des distributions de vitesse le long de ces lignes.

Dans l'étude expérimentale, nous cherchons à vérifier ces résultats théoriques ou nous les utilisons pour analyser notre écoulement.

Enfin dans l'ensemble de notre travail, nous sommes amenés à faire des considérations et à donner des rappels théoriques. Ces considérations et rappels admettent un certain nombre d'hypothèses simplificatrices. Nous faisons les hypothèses générales suivantes :

- écoulement permanent, continu et irrotationnel,
- champ des forces extérieures négligeable,
- fluide non visqueux,

.../...

.../...

- fluide constitué par un gaz parfait,
- gaz en évolution adiabatique réversible.

Au cours de l'étude, nous introduisons d'autres hypothèses d'un genre plus particulier.

.../...

CHAPITRE I

Mesure du nombre de MACH d'approche et essai de réalisation des conditions du milieu illimité en soufflerie transsonique.

Une veine d'expérience transsonique doit remplir plusieurs conditions :

- a) permettre une variation continue et progressive du nombre de MACH d'approche, c'est-à-dire le nombre de MACH M_∞ au loin en amont d'une maquette ;
- b) ne pas présenter de blocage de l'écoulement (impossibilité des nombres de MACH d'approche subsoniques d'atteindre l'unité) lorsqu'une maquette est placée dans la veine d'expérience.
- c) ne posséder que des effets de parois, sinon nuls, du moins très réduits [1, p. 199 ; 3, p. 247 ; 14, p. 3] .

En vue de la réalisation de ces conditions, la soufflerie sonique de l'I.M.F.L. a été équipée d'une veine d'expérience de parois horizontales à fentes longitudinales et à perméabilité localement réglable, destinée à l'étude des écoulements plans [11 ; 4 a, p. 3] . La perméabilité d'une paroi est le rapport de la surface de passage libre à la surface totale de la paroi.

Ce chapitre commence par l'étude d'un problème préliminaire, celui de la mesure du nombre de MACH d'approche transsonique. Il est, en effet, indispensable de connaître avec précision à quel nombre de MACH au loin en amont d'une maquette, s'effectue un essai.

Nos prévisions d'un caractère théorique sur ce problème seront vérifiées avec des mesures expérimentales de M_∞ variant de 0,85 à 1.

Nous cherchons ensuite un procédé de réglage d'une veine d'expérience transsonique permettant de réaliser, autour d'une maquette d'aile à profil quelconque et à une incidence donnée, les conditions du milieu illimité correspondant à un nombre de MACH d'approche donné.

.../...

.../...

1.- Description sommaire de la veine d'expérience de la soufflerie
sonique de l'I.M.F.L.

La veine d'expérience de la soufflerie sonique de l'I.M.F.L. est de section rectangulaire. La section S_A invariable de l'entrée de la veine a une largeur de 40 mm et une hauteur $h = 200$ mm. La longueur de la veine est de 400 mm. Les deux parois horizontales supérieure et inférieure sont formées de deux assemblages de barres de laiton à section trapézoïdale appelés "grilles" (Fig.1). Les grilles, d'inclinaison réglable, permettent de compenser l'épaisseur de déplacement de la couche-limite des parois horizontales afin d'obtenir dans la veine d'expérience vide une répartition uniforme de vitesse et en veine occupée par une maquette de compenser le sillage de celle-ci.

Les espaces libres entre les barres sont appelés fentes. Les fentes de chaque paroi peuvent être obstruées plus ou moins et localement par un assemblage de languettes d'acier ayant la même section trapézoïdale que les fentes, appelé "contre-grille". Chaque contre-grille, déformable, permet de faire varier la perméabilité le long d'une grille et afin de réaliser au mieux les conditions du milieu illimité autour d'une maquette.

Dans les chambres au-delà des grilles, appelées "cavités" s'effectue l'écoulement dit "secondaire" de l'air qui a traversé les grilles. L'écoulement secondaire permet de compenser l'obstruction de la veine d'expérience ~~produite~~ par la maquette et évite ainsi le blocage de l'écoulement.

Chaque grille est prolongée vers l'aval par un volet d'orientation réglable. On peut utiliser ces volets pour établir un col sonique en aval de la veine d'expérience et stabiliser ainsi l'écoulement quand on y procède à des essais subsoniques. En pratique, ce col sonique aval est réalisé par deux petites bosses d'épaisseurs variables suivant le nombre de MACH d'approche M_∞ voulu, bosses

.../...

.../...

collées sur les grilles juste avant les volets. Cette manière de procéder permet un emploi plus souple des paramètres de réglage de la veine d'expérience.

Entre les volets et le diffuseur se trouve un prédiffuseur à orientation réglable. Le prédiffuseur forme avec les volets deux fentes d'auto-aspiration. L'air se déplace des cavités vers le prédiffuseur à travers ces fentes. La position adoptée pour le prédiffuseur est telle que la pression qui y règne soit inférieure à celle dans les cavités.

Le débit de l'écoulement secondaire est contrôlé par la perméabilité des grilles, par l'ouverture des fentes d'auto-aspiration et par la pression au bord de fuite des volets.

Entre le collecteur et les grilles se trouvent deux lames flexibles permettant de réaliser un col sonique à l'amont de la veine d'expérience et par suite d'obtenir dans la veine un écoulement supersonique.

Dans le cas d'essais en écoulement critique ($M_\infty = 1$) il n'existe ni en amont, ni en aval de la veine d'expérience, de col sonique pour stabiliser l'écoulement. Ces essais sont ainsi plus délicats que ceux des autres écoulements [4 b, p. 8 - 10] .

2.- Mesure du nombre de MACH d'approche transsonique dans une veine d'expérience.

Le nombre de MACH local dans la veine d'expérience d'une soufflerie à grande vitesse se mesure par la pression statique p correspondante et la pression génératrice p_0 dans la chambre de tranquillisation.

Dans l'hypothèse d'une détente adiabatique réversible et d'un gaz parfait, le premier principe de la thermodynamique donne :

$$\frac{p}{p_0} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}$$

.../...

.../...

où γ est le rapport des chaleurs spécifiques du gaz considéré.

En veine d'expérience vide, le nombre de MACH dans la veine est à peu près uniforme. C'est avec ce nombre de MACH que nous ferons l'étalonnage de certaines grandeurs servant à mesurer le nombre de MACH d'approche M_∞ lorsque la veine sera occupée par une maquette.

2.1 - Mesure du nombre de MACH d'approche par le débit en masse à travers la section d'entrée d'une veine d'expérience.

2.1.1. - Soit S_A , la section de sortie du collecteur, c'est-à-dire la section d'entrée d'une veine d'expérience transsonique. Elle est invariable (Fig.1). Les grandeurs physiques dans S_A sont supposées uniformes et sont affectées de l'indice A.

Soit q le débit en masse à travers S_A :

$$q = S_A \cdot \rho_A \cdot U_A$$

où ρ_A et U_A représentent respectivement la masse volumique et la vitesse dans S_A . Comme $M_A = \frac{U_A}{a_A}$, le débit en masse s'écrit :

$$q = S_A \cdot \rho_A \cdot M_A \cdot a_A$$

$$q = S_A \cdot M_A \cdot \frac{\rho_A}{\rho_0} \cdot \rho_0 \cdot \frac{a_A}{a_0} \cdot a_0 \quad (I.1)$$

où a représente la célérité du son, et l'indice 0 les conditions génératrices.

En tout point de l'écoulement on a les relations classiques

$$\frac{p}{p_0} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}} \quad (I.2a) \quad \text{et} \quad \frac{a}{a_0} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (I.2b)$$

En introduisant ces expressions dans (I.1), on obtient :

$$q_* = \frac{q}{S_A \rho_0 a_0} = \frac{M_A}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_A^2\right)^{\frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}$$

.../...

.../...

La dérivée de q_* par rapport à M_A s'écrit :

$$\frac{dq_*}{dM_A} = q_* \cdot \left[\frac{1}{M_A} - \frac{\gamma+1}{2} \cdot \frac{M_A}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_A^2} \right]$$

q_* étant toujours positif (ou nul pour $M_A = 0$, cas de l'immobilité), on a $\frac{dq_*}{dM_A} = 0$ pour

$$\frac{1}{M_A} - \frac{\gamma+1}{2} \cdot \frac{M_A}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_A^2} = 0 \quad \text{ou} \quad M_A = 1$$

Pour $\gamma > 1$, on obtient le tableau suivant qui donne la variation du débit réduit q_* en fonction de M_A ,

| M_A | 0 | 1 | $+\infty$ |
|---------------------|---|--|-----------|
| $\frac{dq_*}{dM_A}$ | 1 | 0 | 0 |
| q_* | 0 | $\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$ | 0 |

2.1.2. - En veine d'expérience vide, le nombre de MACH M_A correspondant à un certain débit q_* et supposé uniforme dans S_A , est égal au nombre de MACH uniforme dans la veine.

En veine d'expérience occupée par une maquette et dans l'éventualité où la présence de celle-ci ne perturbe pas les grandeurs physiques dans S_A , si M_A correspond au même débit q_* qu'en veine vide, M_A est égal au nombre de MACH uniforme dans la veine vide et nous disons que M_A est le nombre de MACH d'approche M_∞ .

En conclusion, pour des conditions génératrices données, à un débit en masse réduit q_* donné, correspondent deux nombres de MACH d'approche déterminés, l'un subsonique, l'autre supersonique et inversement (Fig.2).

.../...

.../...

La mesure du nombre de MACH d'approche M_{∞} consiste simplement à mesurer M_A uniforme dans la section invariable S_A d'entrée de la veine d'expérience.

2.1.3. - On peut tirer du tableau précédent deux autres conclusions plus générales :

a) Pour des conditions génératrices données, si les conditions au col sonique (en amont ou en aval de la veine d'expérience) restent invariantes, cependant pour faire croître le nombre de MACH d'approche, on peut faire croître la section du col sonique aval en écoulement subsonique, ou faire décroître la section du col sonique amont en écoulement supersonique.

b) Etant admis qu'indépendamment de l'obstruction produite par une maquette placée dans la veine d'expérience, il suffit de réaliser un certain débit en masse réduit q_* pour être assuré d'avoir un nombre de MACH d'approche ou bien subsonique, ou bien supersonique voulu, on arrive à la conclusion qu'un nombre de MACH d'approche donné peut être réalisé par différentes configurations de la veine d'expérience. Il suffit que la somme du débit en masse réduit de l'écoulement secondaire traversant les passages libres des parois (les grilles) et de celui de l'écoulement principal traversant le noyau de la veine d'expérience soit égale au débit total q_* correspondant au nombre de MACH d'approche donné.

2.1.4. - En veine d'expérience vide, les grandeurs physiques dans la section d'entrée S_A seraient uniformes si le collecteur convergeait lentement à la sortie et si S_A était loin du col sonique amont en cas d'écoulement supersonique. Expérimentalement, nous avons constaté que les grandeurs dans S_A ne sont pas uniformes dans le cas de la soufflerie sonique de l'I.M.F.L.

Soit p_m la pression moyenne dans S_A ; soient p_{∞}

.../...

.../...

et M_∞ , la pression et le nombre de MACH sensiblement uniformes dans la veine d'expérience vide. Si la pression était uniforme dans S_A , nous aurions $p_m = p_\infty$. En fait, nous avons

$$0,008 \leq \frac{p_\infty - p_m}{p_0} < 0,03$$

pour l'intervalle $0,85 < M_\infty < 1$.

Supposons qu'en veine d'expérience vide, les grandeurs physiques dans S_A soient uniformes. Lorsque la veine est occupée par une maquette, il existe quelques cas où la présence de celle-ci ne perturbe pas l'uniformité de l'écoulement dans S_A . C'est le cas d'un écoulement franchement supersonique. Dans un tel écoulement la maquette possède, ou bien une onde de choc attachée au nez de la maquette, ou bien une onde de choc détachée mais proche du nez de la maquette.

L'écoulement en amont de ce choc n'est pas perturbé par la maquette. C'est aussi le cas des écoulements transsoniques quand on possède une veine d'expérience très longue ou quand on expérimente sur des maquettes très petites par rapport aux dimensions de la veine d'expérience.

A la soufflerie sonique de l'I.M.F.L. et dans un écoulement critique, une maquette à profil losangique d'épaisseur e , et de corde l , en incidence nulle, d'allongement $\frac{l}{e} = 5$, présentant une obstruction de veine $\frac{e}{R} = 0,025$ et dont le milieu de la corde est à $7l$ (soit 175 mm) de la section d'entrée S_A de veine, perturbe déjà les grandeurs physiques dans celle-ci par le domaine subsonique en amont de la maquette.

En somme, que l'on soit dans le cas où l'écoulement n'est pas uniforme dans la section S_A en veine d'expérience vide ou seulement dans le cas où les grandeurs physiques dans S_A sont perturbées par une maquette, il est naturel que

.../...

.../...

l'on pense à utiliser la pression moyenne dans S_A pour mesurer le nombre de MACH d'approche.

2.2 - Mesure du nombre de MACH d'approche par l'étalonnage de la pression moyenne dans la section d'entrée d'une veine d'expérience.

Nous avons montré au paragraphe précédent que le débit en masse réduit q_* à travers la section d'entrée S_A invariable de la veine d'expérience et le nombre de MACH d'approche M_∞ sont liés par une relation. Pour voir si l'étalonnage de la pression moyenne p_m dans S_A en fonction de M_∞ est une opération possible, nous cherchons une relation entre p_m et q_* .

2.2.1 - Nous commençons par établir la relation entre la pression et le débit dans le cas simple où les grandeurs physiques dans S_A sont uniformes.

Le débit en masse à travers S_A est

$$q = S_A \cdot \rho_A \cdot U_A = S_A \cdot \rho_0 \cdot a_c \cdot \frac{p_A}{p_0} \cdot \frac{U_A}{a_c} \quad (I.3)$$

En tout point de l'écoulement, on a les relations classiques

$$\frac{a_c}{a_0} = \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (I.4)$$

où l'indice C désigne les conditions critiques,

$$U_*^2 = \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \left(1 - p_*^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) \quad (I.5)$$

où $U_* = \frac{U}{a_c}$ et $p_* = \frac{p}{p_0}$,

$$p_*^{\frac{1}{\gamma}} = p_* \quad (I.6)$$

où

$$p_* = \frac{p}{p_0} .$$

.../...

.../...

Si l'on tient compte de ces trois relations, (I.3) s'écrit

$$q_* = \frac{q}{S_A \rho_0 a_0} = \left(\frac{2}{\gamma-1}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \mu_{A*}^{\frac{1}{\delta}} \cdot \left(1 - \mu_{A*}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (I.7)$$

pour l'intervalle $1 \geq \mu_{A*} > 0$.

$\mu_{A*} = 1$ correspond à l'état du repos ($M_A = 0$).

Quand μ_{A*} tend vers zéro, M_A tend vers l'infini.

Le tableau suivant donne la variation de q_* en fonction de μ_{A*} ,

| | | | |
|--------------------------|---|--|---|
| μ_{A*} | 0 | $\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\delta}{\delta-1}}$ | 1 |
| $\frac{dq_*}{d\mu_{A*}}$ | + | 0 | - |
| q_* | 0 | $\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{-\frac{1}{2} \cdot \frac{\delta+1}{\delta-1}}$ | 0 |

Ce tableau est équivalent à celui du paragraphe I, 2.1.1, μ_{A*} et $M_A = M_\infty$ étant liés de façon biunivoque par la relation

$$\mu_{A*} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_A^2\right)^{\frac{\gamma}{\delta-1}}} \quad (I.8)$$

2.2.2 - Considérons maintenant le cas où les grandeurs physiques dans S_A ne sont pas uniformes en veine d'expérience vide et le cas où elles sont perturbées par la présence d'une maquette placée dans la veine.

Le débit en masse q à travers S_A a alors pour expression

$$q = S_A (\rho \cdot U)_m$$

.../...

.../...

où $(\rho.U)_m$ est la valeur moyenne dans S_A du produit $\rho.U$,

$$(\rho.U)_m = \frac{\rho_0 a_c}{h} \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \rho_*(y) \cdot U_*(y) dy.$$

h est la hauteur de la section S_A , les grandeurs physiques dans S_A sont supposées des fonctions continues de l'ordonnée y . En tenant compte des relations (I.4), (I.5) et (I.6), on arrive à l'expression suivante du débit réduit

$$\dot{q}_* = \frac{q}{S_A \rho_0 a_0} = \frac{1}{h} \left(\frac{2}{\gamma-1} \right)^{\frac{1}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} p_*^{\frac{1}{\gamma}} \left(1 - p_*^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)^{\frac{1}{2}} dy \quad (I.9)$$

Nous faisons l'hypothèse que la pression réduite locale dans S_A peut se mettre sous la forme

$$p_* = p_{m*} [1 + \varepsilon(y)] \quad (I.10)$$

où $\varepsilon(y)$ est petit devant l'unité et p_{m*} est la pression réduite moyenne dans S_A , $p_{m*} = \frac{1}{h \rho_0} \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} p(y) dy$.

p_{m*} est une constante pour une configuration déterminée de la veine d'expérience.

Si l'on prend la valeur moyenne de chacun des deux membres de (I.10), on trouve que la valeur moyenne ε_m de $\varepsilon(y)$ dans S_A est nulle.

On a, à la première approximation

$$p_*^{\frac{1}{\gamma}} = p_{m*}^{\frac{1}{\gamma}} \left(1 + \frac{\varepsilon}{\gamma} \right)$$

et

$$\left(1 - p_*^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(1 - p_{m*}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)^{\frac{1}{2}} (1 + K \varepsilon)^{\frac{1}{2}}$$

où

$$K = \frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{p_{m*}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}}$$

Si p_{m*} n'est pas voisin de l'unité, c'est-à-dire si

.../...

.../...

l'écoulement n'est pas voisin du repos, on a encore $K\varepsilon$ petit devant l'unité. Pour $\gamma \simeq 1,4$ (cas de l'air) et $f_{m*} \simeq 0,5$ (cas des écoulements transsoniques), on a K de l'ordre de $-1,3$.

On peut écrire $(1 + K\varepsilon)^{\frac{1}{2}} \simeq 1 + \frac{K}{2} \varepsilon$.

Dans l'approximation considérée ici, l'expression (I.9) devient

$$q_* = \frac{1}{h} \left(\frac{2}{\gamma-1} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot f_{m*}^{\frac{1}{\gamma}} \cdot \left(1 - f_{m*}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)^{\frac{1}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \left[1 + \left(\frac{1}{\gamma} + \frac{K}{2} \right) \cdot \varepsilon \right] dy$$

Nous avons signalé que

$$\varepsilon_m = \frac{1}{h} \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \varepsilon(y) \cdot dy = 0,$$

nous avons finalement, pour le débit q_* , l'expression

$$q_* = \left(\frac{2}{\gamma-1} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot f_{m*}^{\frac{1}{\gamma}} \cdot \left(1 - f_{m*}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (I.11)$$

Dans le cas où les grandeurs physiques dans S_A ne sont pas uniformes dans S_A en veine d'expérience vide comme dans le cas où ces grandeurs sont perturbées par la présence d'une maquette placée dans la veine, on possède, dans le cadre de nos hypothèses, une relation entre la pression réduite moyenne dans S_A et le débit en masse réduit à travers S_A .

Nous avons conclu au paragraphe I, 2.1.3 b qu'à chaque débit q_* donné, correspond un nombre de MACH d'approche M_∞ , ou bien supersonique, ou bien subsonique déterminé.

Il existe donc entre f_{m*} et M_∞ une relation, c'est-à-dire que l'étalonnage de f_{m*} en fonction de M_∞ est une opération possible.

Comme les relations (I.7) et (I.11) ont une même expression, la courbe d'étalonnage à réaliser sera voisine de la courbe

.../...

.../...

représentative de la relation (I.8).

Remarque - Dans les développements des binômes, si l'on retient les termes en ε^2 , on a pour $f_{m*} \simeq 0,5$, $\gamma = 1,4$ et $-0,1 \leq \varepsilon \leq 0,1$ l'expression suivante du débit

$$q_* \simeq \left(\frac{2}{\gamma-1}\right)^{\frac{1}{2}} f_{m*}^{\frac{1}{2}} \left(1 - f_{m*}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)^{\frac{1}{2}} (1 - 0,001).$$

2.2.3 - L'étalonnage de $f_{m*} = \frac{f_m}{f_0}$ en fonction de M_∞ se fait en veine d'expérience vide, on mesure $\frac{f_m}{f_0}$ dans S_A et on relève M_∞ qui est alors le nombre de MACH à peu près uniforme dans la veine d'expérience.

A la soufflerie sonique de l'I.M.F.L. où le gaz utilisé est de l'air, l'étalonnage de $\frac{f_m}{f_0}$ dans l'intervalle $0,85 < M_\infty < 1$ donne une courbe sensiblement linéaire au voisinage de $M_\infty = 1$. Cette courbe montre qu'il existe entre $\frac{f_m}{f_0}$ et M_∞ une correspondance biunivoque (fig.3).

Il reste à établir la portion de cette courbe correspondant aux valeurs de M_∞ supérieures à l'unité.

Cette courbe d'étalonnage peut servir à mesurer M_∞ quand la veine d'expérience est occupée par une maquette, à la condition que la présence de celle-ci ne perturbe que faiblement les grandeurs physiques dans la section d'entrée S_A de la veine. Pour lever cette restriction, on peut penser à étalonner une prise de pression dans le collecteur de la soufflerie pour mesurer le nombre de MACH d'approche.

2.3 - Mesure du nombre de MACH d'approche par l'étalonnage d'une prise de pression de référence dans le collecteur d'une soufflerie.

2.3.1 - Relation entre la pression de référence et le nombre de MACH d'approche.

Nous supposons que l'écoulement s'effectue par tranches et

.../...

.../...

qu'il est adiabatique réversible dans le collecteur.

Dans la première hypothèse M_A est uniforme dans la section d'entrée de veine S_A et égal au nombre de MACH d'approche M_∞ . Soit $\sigma = \frac{S}{S_A}$, le rapport d'une section droite courante du collecteur à la section invariable d'entrée de veine. Soient ρ et U la masse volumique et la vitesse uniformes dans la section S .

La conservation du débit en masse q donne

$$\begin{aligned} q &= \rho \cdot S \cdot U = \rho_A \cdot S_A \cdot U_A, \\ q &= \rho \cdot S \cdot M \cdot a = \rho_A \cdot S_A \cdot M_A \cdot a_A \end{aligned}$$

d'où σ peut s'écrire

$$\sigma = \frac{\rho_A \cdot M_A \cdot a_A}{\rho \cdot M \cdot a} = \frac{M_A}{M} \cdot \frac{\rho_A}{\rho_0} \cdot \frac{\rho_0}{\rho} \cdot \frac{a_A}{a_0} \cdot \frac{a_0}{a},$$

puis d'après les relations (I.2a) et (I.2b),

$$\sigma = \frac{M_A}{M} \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_A^2} \right)^{\frac{1}{2} \frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \quad (I.12).$$

Le nombre de MACH M dans une section courante^S du collecteur est donc une fonction de M_A et de σ . Il en est de même pour la pression p correspondant à M .

$$\frac{p}{p_0} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} = \psi(M_A, \sigma) \quad (I.13).$$

Si on place une prise de pression dans le collecteur en un certain point B (Fig.1), le rapport de section σ_B relatif à ce point est alors constant et la pression réduite au point B , soit $\frac{p_B}{p_0}$, devient une fonction du seul nombre de MACH M_A . On peut donc déterminer cette fonction en étalonnant avec la veine d'expérience vide la prise de pression au point B appelée prise de pression de référence. On obtient $\frac{p_B}{p_0} = \psi_1(M_A)$ avec $M_A = M_\infty$.

.../...

.../...

Si le point B est suffisamment loin de la section d'entrée de veine S_A pour que la pression p_B ne puisse être faussée par la présence d'une maquette placée dans la veine d'expérience, on peut penser que la fonction ψ_1 obtenue en veine vide reste déterminée lorsque celle-ci est occupée par une maquette, c'est-à-dire encore si la présence d'une maquette pourrait éventuellement entraîner une valeur de M_A différente de M_∞ , on a toujours cependant

$$\frac{p_0}{p_0} = \psi_1(M_\infty)$$

En pratique, ce n'est pas la pression p_0 que l'on mesure directement, mais la différence $p_0 - p_B$ pour avoir une meilleure précision en grandeur réduite [4 c, p. 12, 13]

2.3.2

2.3.2 - Comparaison des précisions des mesures de la pression de référence, mesures obtenues par divers procédés.

Evaluons le gain en précision de la mesure de la pression de référence p_0 quand on mesure, à la place de cette pression, la différence $p_0 - p_B$.

La pression p_0 se mesure par la lecture directe sur un manomètre vertical à eau ou à mercure de la différence $p_0 - p_a$. On désigne par p_a la pression atmosphérique.

Si ϵ est l'erreur commise sur p_0 . On a

$$\epsilon = d(p_0 - p_a) = dp_0$$

On suppose négligeable l'erreur commise sur p_a . ϵ est de l'ordre de 0,5 mm d'eau ou de mercure suivant le manomètre utilisé.

On mesure les grandeurs $p_0 - p_B$ et p_0 par les lectures directes sur un manomètre vertical à eau de la différence $p_0 - p_B$ ou de celle $p_a - p_B$. L'erreur commise sur ces mesures est $\beta = d(p_0 - p_B)$

.../...

.../...

$$\text{et } \beta = d(p_A - p_B) = dp_B$$

On a donné à l'erreur dp_B une valeur positive et a supposé dp_A négligeable. β est de l'ordre de 0,5 mm d'eau.

Soient ξ et η respectivement les erreurs commises, sur p_B/p_0 et sur $\frac{p_0 - p_B}{p_0}$. En posant $\mu = \frac{\varepsilon}{\beta}$, on a

$$\xi = d\left(\frac{p_B}{p_0}\right) = \left(1 + \mu \frac{p_B}{p_0}\right) \frac{\beta}{p_0} \quad \text{et} \quad \eta = d\left(\frac{p_0 - p_B}{p_0}\right) = \left(1 + \mu \frac{p_0 - p_B}{p_0}\right) \frac{\beta}{p_0}$$

On a supposé que les erreurs des différentes grandeurs s'ajoutent.

On réalise et étudie le rapport suivant

$$\frac{\xi}{\eta} = \frac{1 + \mu \frac{p_B}{p_0}}{1 + \mu \frac{p_0 - p_B}{p_0}} \quad (\text{I.14})$$

$\frac{p_0 - p_B}{p_0}$ est voisin de zéro et $\frac{p_B}{p_0}$ voisin de l'unité : à la prise B de pression adoptée dans le collecteur de la soufflerie de l'I.M.F.L. correspond $\sigma_B \approx 2,5$ (ou $M_B \approx 0,237$) ; pour cette valeur de σ_B et pour le nombre de MACH d'approche M_A variant de 0 à $+\infty$, $\frac{p_0 - p_B}{p_0}$ varie sensiblement de 0 à 0,04 et par suite $\frac{p_B}{p_0}$ varie de 0,96 à 1 (paragraphe I, 2.3.3).

Si p_0 est mesuré par un manomètre vertical à eau, on a $\varepsilon = \beta$ et par suite $\mu = 1$; dans ces conditions le rapport (I.14) est voisin de 2.

Si p_0 est mesuré par un manomètre vertical à mercure, μ est égal à la densité du mercure par rapport à l'eau, soit 13,6 ; dans ces conditions, le rapport (I.14) est voisin de 13.

.../...

.../...

Dans les deux cas, l'erreur commise sur $\frac{p_0 - p_B}{p_0}$ est nettement inférieure à celle commise sur $\frac{p_B}{p_0}$.

2.3.3 - Variation de la pression de référence en fonction du nombre de MACH d'approche.

On commence par calculer l'expression de

$$\frac{\partial}{\partial M_A} \left(\frac{p_0 - p}{p_0} \right) = \frac{\partial (1 - \psi)}{\partial M_A} = - \frac{\partial \psi (M_A, \sigma)}{\partial M_A}$$

On a

$$- \frac{\partial \psi}{\partial M_A} = - \frac{\partial \psi}{\partial M} \cdot \frac{\partial M}{\partial M_A} \quad (I.15)$$

De l'équation (I.13) on tire

$$\frac{d\psi}{dM} = - \gamma \frac{M}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{2\gamma-1}{\gamma-1}}} \quad (I.16)$$

et de l'équation (I.12) implicite en M

$$\frac{\partial M}{\partial M_A} = \frac{M}{M_A} \cdot \frac{1 - M_A^2}{1 - M^2} \cdot \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_A^2} \quad (I.17)$$

En portant (I.16) et (I.17) dans (I.15) on obtient :

$$- \frac{\partial \psi}{\partial M_A} = \gamma \frac{M^2}{1 - M^2} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \cdot \frac{1 - M_A^2}{M_A} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_A^2} \quad (I.18)$$

Lorsque la prise de pression de référence est placée en un point B déterminé dans le collecteur, on $\sigma = \sigma_B = \text{Cte}$,
 $p = p_B$ et $M = M_B$. Dans ces conditions, on a

$$\frac{d}{dM_A} \left(\frac{p_0 - p_B}{p_0} \right) = \frac{d(1 - \psi)}{dM_A} = - \frac{d\psi_1 (M_A)}{dM_A}$$

$$- \frac{d\psi_1}{dM_A} = \gamma \cdot f(M_B) \cdot \frac{1 - M_A^2}{M_A} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_A^2} \quad \text{avec}$$

.../...

.../...

$$f(M_B) = \frac{M_B^2}{1 - M_B^2} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_B^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \text{ d'après (I.18) .}$$

M_B ici n'est pas constant, mais lié à M_A par (I.12) dans laquelle $M = M_B$ et $\sigma = \sigma_B = \text{Cte}$. Cependant le point B étant dans le collecteur, on a toujours $0 < M_B < 1$ et par suite $f(M_B) > 0$. L'étude du signe de $-\frac{dY}{dM_A}$ se trouve ainsi simplifiée et on arrive au tableau suivant

| | | | |
|---|---|---------|-----------|
| M_A | 0 | 1 | $+\infty$ |
| $\frac{d}{dM_A} \left(\frac{p_0 - p_B}{p_0} \right)$ | + | 0 | - |
| $\frac{p_0 - p_B}{p_0}$ | 0 | Maximum | 0 |

Quand $M_A = 0$, le débit en masse $q = 0$, $p_B = p_0 = p_a$ (pression atmosphérique) et par suite $\frac{p_0 - p_B}{p_0} = 0$.

De la même façon, quand M_A tend vers $+\infty$, q tend vers zéro (paragraphe I, 2.1.1) et par suite $\frac{p_0 - p_B}{p_0}$ tend vers zéro.

Quand $M_A = 1$, $\frac{p_0 - p_B}{p_0}$ passe par un maximum. Pour la soufflerie sonique de l'I.M.F.L. l'expérience donne ce maximum égal à 0,03906 pour $\sigma_B \simeq 2,5$ ou $M_B \simeq 0,237$ (Fig.4).

2.3.4 - Sensibilité de la prise de pression de référence dans le collecteur.

Nous définissons la sensibilité relative d'une prise de

.../...

.../...

pression dans le collecteur par l'expression

$$\delta = \frac{1}{p_0 - p} \cdot \frac{\partial(p_0 - p)}{\partial M_A} = - \frac{1}{1 - \psi(M_A, \sigma)} \cdot \frac{\partial \psi(M_A, \sigma)}{\partial M_A} \quad (I.19)$$

soit d'après les relations (I.13) et (I.18) :

$$\delta = k \cdot \frac{M^2}{1 - M^2} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} - 1} \quad (I.20)$$

$$\text{où } k = \gamma \cdot \frac{1 - M_A^2}{M_A} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_A^2}$$

Nous nous proposons d'étudier comment cette sensibilité varie quand on déplace la prise de pression dans le collecteur, le nombre de MACH d'approche M_A ayant une valeur déterminée.

Lorsque M_A et M tendent vers l'unité, la sensibilité δ tend vers une limite finie. Mais dans ce procédé de mesure du nombre de MACH d'approche M_A , on suppose que la prise B de pression de référence n'est pas à l'entrée de la veine d'expérience, c'est-à-dire que M est toujours inférieur à M_A , ce qui entraîne la sensibilité δ tendant vers zéro quand M_A seul tend vers l'unité.

Cherchons maintenant comment varie δ quand M croît vers une valeur de M_A donnée, c'est-à-dire quand la prise B de pression se déplace dans le collecteur vers l'entrée de la veine d'expérience. Pour une valeur de M_A donnée, k est une constante. La figure 5 donne les allures des sensibilités δ , représentées par (I.20) et correspondant à différentes valeurs données à k , en fonction de M . En abscisse la correspondance entre les grandeurs M et σ est donnée par l'équation (I.12). On voit que pour $M_A < 1$

.../...

.../...

($M_A = 0,9$ sur la figure 5) la sensibilité σ croît constamment quand la prise B de pression est déplacée vers l'entrée de la veine d'expérience. Pour $M_A > 1$ ($M_A = 1,1$ sur la figure 5) il y a en amont de l'entrée de la veine un col sonique. On voit que le module $|\sigma|$ croît constamment quand la prise B de pression se déplace de l'amont du col vers celui-ci. σ décroît ensuite quand la prise B se déplace du col vers l'entrée de la veine. Quand la prise B tend vers le col, σ tend vers l'infini en module. Lorsque cette prise de pression est au col lui-même, si M_A a toujours la possibilité de varier car la section S_c du col peut varier, cependant la pression de référence f_B^r est égale à la pression critique f_c^r invariable (les conditions génératrices étant fixées) et la sensibilité σ est alors constamment nulle d'après sa définition (I.19).

2.3.5 - Choix de l'emplacement et courbe d'étalonnage de la prise de pression de référence.

L'emplacement de la prise B de pression de référence dans le collecteur doit être tel qu'elle soit assez proche de la section d'entrée S_A de la veine d'expérience pour avoir une bonne sensibilité des mesures et suffisamment loin de cette entrée de veine pour éviter l'influence éventuelle sur la pression f_B^r de référence, d'une maquette placée dans la veine d'expérience.

Pour le cas de la soufflerie sonique de l'I.M.F.L. nous avons placé la prise B de pression dans le collecteur en un point où le rapport $\sigma_B = \frac{S_B}{S_A}$ est égal à 2,535. La section S_B est alors à 365 mm de l'entrée S_A de la veine d'expérience, soit à une distance d'environ deux fois la hauteur de la section S_A . La vitesse dans S_B est à peu près égale au quart de celle dans la veine (Fig.1).

.../...

.../...

La figure 4 donne le graphique d'étalonnage de la prise B adoptée de pression de référence. Cette figure représente $\frac{p_o - p_B}{p_o}$ en fonction du nombre de MACH d'approche M_A variant de 0,85 à 1. L'étalonnage se fait en veine d'expérience vide et nous prenons pour M_A le nombre de MACH " M_{∞} " uniforme à 0,005 près dans la veine.

2.3.6 - Correction de la couche-limite dans le collecteur.

En tenant compte de l'influence de la couche-limite, nous désignons par σ'_B le rapport de sections efficaces, à savoir celui dans un écoulement adiabatique réversible donnerait en B la pression p'_B de référence.

Ce rapport est alors donné par (I.13) :

$$\frac{p'_B}{p_o} = \psi(M_A, \sigma'_B) \tag{I.21}$$

On peut donc calculer σ'_B quand on connaît M_A et $\frac{p_o - p_B}{p_o}$.

Examinons le rapport σ'_B dans un cas concret : soit E un point sur le graphique d'étalonnage de la figure 4, point de coordonnées $M_A = 0,906$ et $\frac{p_o - p_B}{p_o} = 0,03844$.

Pour ce couple de valeurs, (I.21) donne $\sigma'_B = 2,503$ alors que le rapport des sections géométriques était $\sigma_B = 2,535$.

En donnant à σ_B la valeur 2,503
 et à M_A les valeurs variant de 0,85 à 1,075, nous calculons, par (I.21), les valeurs correspondantes du rapport

$$\frac{p_o - p_B}{p_o}$$

La courbe expérimentale et la courbe calculée de $\frac{p_o - p_B}{p_o}$ en fonction de M_A se confondent pour les valeurs de M_A variant de 0,85 à 1, valeurs pour lesquelles l'expérience a été faite (Fig.4). Nous concluons qu'au moins pour ces valeurs de M_A , le rapport σ'_B de sections efficaces reste invariable.

.../...

.../...

2.3.7 - Partie utilisable de la courbe d'étalonnage de la prise de pression de référence.

Lorsque la prise de pression de référence est en un point B dans le collecteur, la sensibilité Δ s'écrit d'après (I.19) :

$$\Delta_B (M_A) = \frac{1}{p_0 - p_B} \cdot \frac{d(p_0 - p_B)}{dM_A}$$

d'où l'expression de la précision de la mesure du nombre de MACH d'approche :

$$dM_A = \frac{d(p_0 - p_B)}{p_0 - p_B} \cdot \frac{1}{\Delta_B (M_A)}$$

Pour l'intervalle $0,9 < M_A < 1,1$, la différence de pression $p_0 - p_B$ est représentée par une colonne d'eau d'environ 400 mm dont la lecture peut se faire à 0,5 mm près. La précision relative $\frac{d(p_0 - p_B)}{p_0 - p_B}$ de la grandeur $p_0 - p_B$ est donc de l'ordre de 0,00125. Considérons le cas de la soufflerie sonique de l'I.M.F.L., cas pour lequel la valeur adoptée du rapport σ_B est sensiblement égale à 2,5 (ou $M_B \approx 0,237$). Nous obtenons le tableau suivant :

| M_A | $ \Delta_B $ | dM_A |
|-------|--------------|--------|
| 0,9 | 0,3855 | 0,0033 |
| 1,1 | 0,3255 | 0,0039 |
| 0,95 | 0,1844 | 0,0068 |
| 1,05 | 0,1695 | 0,0074 |

.../...

.../...
 Dans ce tableau les valeurs du module $|\Delta_B|$ sont calculées à partir de la relation (I.20). Les deux premières peuvent être obtenues aussi à partir des courbes de la figure 5.

A mesure que M_A se rapproche de l'unité, le module $|\Delta_B|$ diminue et l'imprécision sur la mesure de M_A augmente. Si l'on désire avoir une imprécision inférieure à 0,01 sur les mesures de M_A , la courbe d'étalonnage de $\frac{f_0 - f_B}{f_0}$ en fonction de M_A n'est plus utilisable dans l'intervalle $0,95 < M_A < 1,05$ (Fig.4). En particulier, pour M_A égal à l'unité ou prenant des valeurs très voisines de l'unité, la précision des mesures de M_A devient extrêmement faible, la sensibilité de la prise de pression de référence devenant nulle ou presque nulle (paragraphe I, 2.3.4). La difficulté de mesure du nombre de MACH d'approche ayant ces valeurs sera résolue par le procédé même qui nous permettra de réaliser sensiblement les conditions du milieu illimité dans une veine de soufflerie transsonique.

3 - Essai de réalisation dans une veine de soufflerie transsonique des conditions du milieu illimité.

Nous cherchons pour une veine d'expérience transsonique destinée à l'étude des écoulements à deux dimensions, un procédé expérimental permettant de réaliser autour d'une maquette d'aile de profil quelconque et occupant une position quelconque, les conditions du milieu illimité correspondant à un nombre de MACH d'approche donné.

Pour vérifier nos idées sur ce procédé, nous faisons des essais avec la veine d'expérience décrite au paragraphe I, 1 et nous choisissons le cas le plus délicat, celui de l'écoulement critique correspondant au nombre de MACH d'approche égal à l'unité [11].

Ce cas présente des difficultés à cause de la grande sen-

.../...

sibilité de l'écoulement à l'égard des paramètres de réglage (paragraphe I, 1) et des difficultés de mesure précise du nombre de MACH d'approche (paragraphe I, 2.3).

3.1 - Hypothèses.

Il n'est pas certain du point de vue mathématique qu'un écoulement du type mixte, en partie subsonique et en partie supersonique, soit unique quand on se donne les conditions aux frontières [2, p. 8 - 20] .

G. GONTIER a essayé de préciser ce point expérimentalement. Cet essai s'est fait avec l'écoulement au voisinage du col d'une tuyère en réalisant certaines conditions aux frontières finales, toujours les mêmes et en explorant l'écoulement à partir de quelques cas simples de conditions aux frontières initiales différentes. Dans chaque cas on n'a observé qu'un seul régime d'écoulement [4 d, p. 174 - 175] .

Compte-tenu de ce résultat, notre procédé de réglage de la veine transsonique repose sur les deux hypothèses suivantes :
 H_1 - . L'écoulement étant supposé uniforme au loin en amont, nous admettons que, pour un profil de maquette et une incidence donnés, le champ de vitesse est déterminé d'une manière unique quand la répartition de pression est déterminée sur le périmètre d'un rectangle R encadrant la maquette et au voisinage de celle-ci. Dans ce paragraphe I, 3, nous entendons par pression, la pression réduite, c'est-à-dire le rapport de la pression locale à la pression génératrice.

H_2 - . Nous admettons aussi que pour un même nombre de MACH d'approche M_∞ nous avons autour de deux profils homothétiques, deux écoulements homothétiques.

3.2 - Référence du milieu illimité et réglage d'une veine transsonique pour les maquettes à profils homothétiques.

On commence par disposer dans une veine d'expérience une

.../...

.../...
 petite maquette \overline{P} ayant un profil simple : losangique ou lenticulaire et l'on règle cette veine (les grilles, les contre-grilles, les volets et le prédifuseur) de manière à obtenir, loin en amont et loin en aval de la maquette, à dix cordes environ, le nombre de MACH d'approche M_∞ que l'on s'est fixé.

On admet que la maquette \overline{P} est suffisamment petite (épaisseur $e = 0,005$, corde $l = 0,05 h$) pour que le champ de pression obtenu dans son voisinage soit celui du milieu illimité.

On procède ensuite à des essais avec d'autres maquettes P plus grandes, homothétiques de la maquette \overline{P} . Pour chacune d'elles, on règle la veine d'expérience de manière que la répartition de pression sur le périmètre du rectangle R soit la même que sur le périmètre du rectangle homologue (dans l'homothétie) \overline{R} encadrant la petite maquette \overline{P} : les dimensions fixes que nous avons adoptées pour R étaient $1,12 h$ et $0,67 h$.

Ayant réalisé les mêmes conditions le long de deux frontières homologues R et \overline{R} , on doit, suivant les hypothèses H_1 et H_2 , obtenir (à une homothétie ^{sur x et y} près) le même champ de pression. On le vérifie en comparant les champs observés autour de P et de \overline{P} . Si l'accord est bon, nous dirons que l'essai fait sur la maquette P correspond au milieu illimité et à la valeur de M_∞ observée pour la maquette \overline{P} .

3.3 - Résultats expérimentaux relatifs à une famille de maquettes à profils homothétiques.

Le profil des maquettes P (\overline{P} inclus) que nous avons expérimentées était losangique formé de quatre segments égaux de droite et d'allongement $\frac{l}{e} = 10$ ($e = 1, 2, 3, 4$ et 6 mm). Les maquettes présentent une incidence nulle par rapport à l'écoulement au loin. Nous prenons pour le nombre de MACH d'ap-

proche la valeur $M_\infty = 1$.

Nous laissons la transition de la couche-limite sur les maquettes se produire librement, ou bien nous la déclenchions en collant des fibres de laine sur le nez des maquettes.

Les champs de vitesse étaient déterminés par mesures de pression sur l'une des parois latérales de la soufflerie (paragraphe III, 10). Pour situer l'onde de choc qui prend naissance au bord de fuite du profil d'aile, nous observions sur l'une des parois latérales légèrement graissée, le dépôt, en aval du choc, de poussières en suspension dans l'air, dépôt provoqué par le décollement de la couche-limite.

La position d'un choc ainsi visualisée est confirmée par l'observation stroboscopique (paragraphe III, 10.2). Nous montrerons, en outre, qu'elle satisfait à la loi de PRANDTL (paragraphe III, 11) et aux relations de FRANKL prévues pour le choc dans un écoulement critique (Paragraphe III, 3.1 ; 3.3 f et 4.1).

Pour réaliser sensiblement la même répartition de pression sur les périmètres homologues R et \bar{R} , l'expérience a montré que, plus l'épaisseur de la maquette est grande, plus il faut diminuer la perméabilité des grilles au droit du bord de fuite (fig. 12A et B). Ceci s'explique du fait que la pression p_q dans les chambres au-delà des grilles (ou cavités) est supérieure à celle au voisinage du maître couple de la maquette. Pour éviter que l'air des cavités entre dans la veine d'expérience, il faut fermer les grilles à cet endroit.

A la précision où il a été possible de réaliser les conditions demandées sur les périmètres R , nous avons obtenu des champs de vitesse qui coïncident sensiblement (Fig. 6 et 7). L'accord est meilleur dans le domaine supersonique que dans le domaine subsonique. Les écarts, évalués en nombre de MACH,

.../...

sont de 0,01 à 0,03. Signalons ici que les portions des lignes isomach de valeurs $M \leq 1,03$, portions situées au-delà d'un certain voisinage \mathcal{D} des profils d'aile (Fig.32) ont été obtenues avec une précision moins bonne que celles des lignes isomach de valeurs $M > 1,03$ (Paragraphe III, 10.1 ; 10.4). Pour les maquettes, présentant à l'égard de la veine d'expérience une obstruction $\frac{e}{R} \leq 0,02$, les ondes de choc visualisées au bord de fuite des maquettes se superposent avec une très bonne précision ; à une distance de deux cordes, l'écart maximum n'est que d'un dixième de corde (Fig.6).

Pour des maquettes présentant une obstruction plus grande l'onde de choc se redresse et le champ supersonique se réduit (Fig.7). Nous estimons qu'alors, l'écoulement secondaire par auto-aspiration devient insuffisant et qu'un dispositif à aspiration auxiliaire permettrait d'obtenir une position convenable de l'onde.

Sauf en amont des maquettes où en général, les lignes isomach subsoniques ne sont pas connues avec une bonne précision et où les écarts sont, en outre, dus au fait que la couche de colle nécessaire pour maintenir les fibres de laine au nez des maquettes, arrondit le bord d'attaque et introduit des conditions aux frontières qui ne sont pas semblables, que la transition de la couche-limite sur les maquettes soit déclanchée ou non, le champ de vitesse est sensiblement le même (fig. 6, 7 et "11"). Ce fait résulte vraisemblablement de ce que les couches-limites des parois latérales sont turbulentes et que la turbulence s'étend à la couche-limite de la maquette. Nous n'avons d'ailleurs pas observé de chocs ayant franchement la forme d'un λ .

Pour chaque maquette P , le réglage de la veine d'expérience peut conduire à différentes configurations ; à chaque

.../...

.../...

configuration correspond une certaine valeur de la pression p_q dans les cavités : p_q est voisin de la pression à l'infini p_∞ correspondant à la valeur choisie de M_∞ mais il en diffère nettement ; pour une obstruction $\frac{e}{h} = 0,02$, nous avons observé une différence $p_q - p_\infty \approx 0,02 p_\infty$; cette différence de pressions varie d'ailleurs un peu selon l'emplacement de la prise de pression et selon la position donnée aux grilles, aux contre-grilles et aux volets.

3.4 - Réglage d'une veine transsonique pour une maquette à profil quelconque.

Un réglage déterminé d'une veine d'expérience ayant été obtenu pour une des maquettes homothétiques P , ce réglage donnera-t-il les conditions du milieu illimité, avec le même M_∞ , pour d'autres maquettes de même épaisseur ?

Dans l'affirmative, on aurait un procédé de réglage d'une veine d'expérience à partir d'un jeu unique de maquettes homothétiques, les maquettes P à profil simple qui serviraient de maquettes étalons. Nous allons raisonner sur le cas concret de la veine décrite au paragraphe I, 1.

Notre première idée a été que, pour une maquette Q de même épaisseur que telle maquette P , les conditions du milieu illimité seraient réalisées pour une même valeur de p_q , les mêmes positions des grilles, des volets et du prédiffuseur et des positions voisines des contre-grilles. C'est par un raisonnement schématique, comme si l'écoulement était par tranches, que cette idée a trouvé son origine. Le débit de l'écoulement secondaire doit être le même puisqu'il est, en gros, égal au produit de la vitesse à l'infini amont de la maquette, par la masse volumique correspondante et par la surface d'obstruction de la maquette. Ce débit est déterminé par les fentes d'auto-aspiration aval, par la pression p_q et

.../...

.../...

par la pression à la sortie de ces fentes.

Or les fentes restent les mêmes puisque les positions des volets et du prédiffuseur ne changent pas. La pression p_q est la même par hypothèse. La pression à la sortie des fentes est déterminée par la pression génératrice et par le rapport des sections effectives dans la veine au éol sonique aval ou amont et à la sortie des fentes ; ce rapport de sections est le même si on suppose que les sillages des deux maquettes P et Q sont équivalents. En même temps, le débit principal traversant le noyau de la veine est le même et par suite le débit total à travers la section d'entrée de la veine, est conservé. Comme le débit total détermine M_∞ (paragraphe I, 2.1.3), ce dernier est aussi conservé.

Il restait à justifier cette idée en comparant entre-eux les champs de vitesse d'une même famille et cela pour une ou plusieurs familles de maquettes homothétiques Q dont le profil est différent de celui des maquettes P .

3.5 - Résultats expérimentaux relatifs à deux familles de maquettes à profils homothétiques de formes quelconques.

Nos essais ont porté sur deux types de profil des maquettes Q : un profil losangique comme celui des maquettes P utilisées au paragraphe I, 3.3, mais d'allongement $\frac{l}{e} = 5$ au lieu de 10 (maquettes d'épaisseurs $e = 2$ et 4 mm) et un profil lenticulaire de même allongement 10 mais formé de deux arcs de cercle de même rayon au lieu de quatre segments de droite (maquettes d'épaisseurs $e = 2, 3, 4$ et 6 mm).

Pour chaque maquette Q , nous réglions d'abord la veine d'expérience comme il a été dit au paragraphe I, 3.2, avec une maquette P de même épaisseur que celle de Q . Puis, ayant placé la maquette Q dans la veine, nous observions la pression p_q et, éventuellement, nous modifions

.../...

.../...
 les contre-grilles pour obtenir la même valeur f_q : sur les six maquettes essayées, il n'a fallu modifier les contre-grilles que pour une seule maquette Q , celle de profil losangique d'épaisseur 4 mm, la modification nécessaire a d'ailleurs été très faible. Nous déterminions enfin les champs de vitesse par mesures de pression et nous comparions ces champs pour les différentes maquettes homothétiques.

La précision avec laquelle les champs coïncident est, pour les maquettes Q à profil losangique (fig.8), sensiblement la même que précédemment pour les maquettes P ; elle est nettement meilleure pour les maquettes à profil lenticulaire (Fig. 9, 10, et 11).

Signalons à ce sujet que les procédés d'usinage permettent de réaliser des maquettes homothétiques à profil lenticulaire avec une précision supérieure à celle des maquettes homothétiques à profil losangique.

Nous avons vérifié notre idée du paragraphe I, 3.4 en modifiant deux données essentielles, l'allongement et la forme du profil. Nous pensons qu'elle se trouverait justifiée pour toute modification du profil ; nous pensons donc que le réglage d'une veine transsonique effectué à partir d'un jeu unique de maquettes étalons homothétiques est un procédé à retenir pour réaliser sensiblement, à une valeur donnée de M_∞ , les conditions du milieu illimité autour d'une maquette à profil quelconque.

3.6 - Rôle de la perméabilité locale des parois d'une veine transsonique.

Pour avoir une idée de l'efficacité de la perméabilité locale des parois (les contre-grilles réglables) nous avons fait, avec des maquettes P , des essais où la perméabilité k des grilles restait uniforme : nous avons pris $k = 0,08$

.../...

qui correspond, en gros, à la moyenne des répartitions de k obtenues au cours de nos essais précédents (Fig.12A).

Relatif à la maquette P d'épaisseur $e = 4$ mm, nous avons comparé deux résultats correspondant l'un au cas de la perméabilité variable et l'autre à celui de la perméabilité constante (Fig.12B). D'un cas à l'autre, nous constatons que l'onde de choc, partant toujours du bord de fuite du profil, s'est notablement redressé. Une perméabilité locale déterminée des parois est donc nécessaire pour l'obtention d'une position convenable d'un choc. Par contre le champ de vitesse n'est sensiblement pas modifié jusqu'à une distance transversale de $15 e$ environ de part et d'autre du profil. Si la maquette présente à l'égard de la veine d'expérience une obstruction $\frac{e}{k} \leq 0,02$ et si on cherche à déterminer seulement la répartition de pression sur la maquette ou dans son proche voisinage, on peut donc simplifier le réglage de la veine en adoptant a priori une perméabilité constante des grilles.

Des essais toujours avec $k = 0,08$ sur d'autres maquettes P d'épaisseurs plus grandes ($e = 4,6$ et 8 mm), nous constatons que le champ des vitesses ne s'est toujours pas modifié sensiblement jusqu'à $7,5 e$ environ de part et d'autre du profil de la maquette, en revanche le choc toujours redressé s'est en outre déplacé du bord de fuite vers l'amont (Fig.13). Comme au paragraphe I, 3.3, nous pensons de nouveau que l'écoulement secondaire par auto-aspiration est insuffisant et qu'un dispositif à aspiration auxiliaire améliorerait la position du choc.

CHAPITRE II

SIMILITUDE DES ÉCOULEMENTS CRITIQUES PLANS POUR UNE FAMILLE DE PROFILS MINCES ET AFFINS. APPLICATIONS.

Nous avons appelé écoulement critique, un écoulement dont la vitesse au loin est égale à la célérité critique du son.

La similitude des écoulements critiques, dite plus court, similitude sonique, est un cas particulier de la similitude transsonique, cas où la condition, dite de Karman n'existe plus (7). Il est alors possible de comparer les écoulements autour des profils d'aile affins d'épaisseurs et de cordes différentes, écoulements ayant la même vitesse critique au loin et formés d'un même gaz.

A part cette remarque, les conditions et les résultats de similitude restent les mêmes. On a un paramètre en moins, celui relatif aux vitesses au loin. Pour illustrer la remarque ci-dessus et pour obtenir directement une solution contenant les seuls paramètres restants, nous nous proposons de faire l'étude qui suit.

RECHERCHE DIRECTE D'UNE SIMILITUDE DES ÉCOULEMENTS CRITIQUES, PLAN AUTOUR DES PROFILS D'AILE MINCES ET AFFINS.

1. 1 - Données générales du problème [12 a, p. 63].

On considère des écoulements plans, permanents, continus, irrotationnels et isentropiques réversibles, dans le cadre de la théorie des petites perturbations.

Soient u et v les composantes de la vitesse. En un point, la vitesse est $u = U_{\infty} + u'$; v .
 u' et v petits à l'égard de U_{∞} représentent la perturbation locale.

.../...

Les profils d'aile considérés seront minces, de faible courbure et de faible incidence, occupant des positions affines.

L'équation du profil d'aile peut s'écrire :

$$y = l \cdot \delta \cdot g\left(\frac{x}{l}\right) \quad (\text{II.1})$$

où l est la projection de la corde de référence sur ox , δ un paramètre petit devant 1, sans dimension, caractérisant l'épaisseur du profil d'aile et $g\left(\frac{x}{l}\right)$ une fonction sans dimension, comprise entre 0 et 1, déterminant une famille de profils d'aile affines.

1. 2 - Conditions aux limites du problème (12 a, p. 64)

Au loin : $u' = 0$; $v = 0$

Sur le profil d'aile, la vitesse doit être parallèle au profil :

pour

$$0 \leq \frac{x}{l} \leq 1 \quad (\text{II.2}) \quad \text{et} \quad y = \gamma \quad (\text{II.3}) ,$$

$$\frac{v}{u} = \frac{dy}{dx} = \delta \cdot g'\left(\frac{x}{l}\right) \quad \text{ou encore, } u \text{ étant voisin de } U_\infty :$$

$$v = U_\infty \cdot \delta \cdot g'\left(\frac{x}{l}\right) \quad (\text{II.4}) .$$

1. 3 - Equation approchée du potentiel de perturbation.

L'équation du potentiel de vitesse pour un gaz parfait non

visqueux et non pesant est

$$(u^2 - a^2) \frac{\partial u}{\partial x} + 2uv \frac{\partial u}{\partial y} + (v^2 - a^2) \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

avec

$$a^2 = a_\infty^2 - \frac{\gamma-1}{2} (2U_\infty u' + u'^2 + v^2)$$

a et a_∞ sont respectivement les célérités du son locale et au loin. Il vient selon la deuxième approximation classique [10, p. 202 - 205], quand u' et v sont petits et devant U_∞ et φ étant le potentiel de perturbation :

.../...

.../...

$$(1 - M_\infty^2) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = M_\infty^2 \cdot \frac{\gamma'}{U_\infty} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}$$

où $\gamma' = \gamma + 1$, $M_\infty = \frac{U_\infty}{a_\infty}$,

$$u' = u - U_\infty = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad (\text{II.5}) \quad \text{et} \quad v = \frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad (\text{II.6}) .$$

Pour les écoulements critiques, $M_\infty = 1$ et l'équation approchée du potentiel de perturbation se réduit à :

$$\frac{\gamma'}{U_\infty} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \quad (\text{II.7}) .$$

1. 5 - Etablissement des conditions et des résultats de similitude.

Supposons qu'on connaisse pour le problème posé, la solution avec telles données relatives aux fluides et telles conditions aux limites ; chercher une similitude, c'est chercher les relations entre les échelles de différentes catégories de grandeurs, de façon que, si l'on multiplie les données par telles échelles, on obtient la représentation d'un nouveau phénomène en multipliant les inconnues par telles autres échelles liées aux premières par les relations ci-dessus, dites équations de similitude [12 a, p. 65 - 66 ; 12 b, p. 3 - 7].

Partant de l'équation (II. 7) nous écrivons donc :

$$\frac{\underline{\gamma'} \cdot \underline{\gamma'}}{\underline{U_\infty} \cdot \underline{U_\infty}} \cdot \frac{\partial(\underline{\varphi} \cdot \underline{\varphi})}{\partial(\underline{x} \cdot \underline{x})} \cdot \frac{\partial^2(\underline{\varphi} \cdot \underline{\varphi})}{\partial(\underline{x} \cdot \underline{x})^2} = \frac{\partial^2(\underline{\varphi} \cdot \underline{\varphi})}{\partial(\underline{y} \cdot \underline{y})^2} \quad (\text{II. 8})$$

où les quantités soulignées sont des échelles constantes. La comparaison de (II. 8) à (II. 7) donne la première équation de similitude

$$\frac{\underline{\gamma'} \cdot \underline{\varphi}}{\underline{U_\infty} \cdot \underline{x^3}} = \frac{1}{\underline{y^2}} .$$

Pour simplifier l'écriture, nous écrivons chaque équation de similitude sans expliciter les échelles en utilisant le symbole :: avec le sens de "ont la même échelle que".

.../...

Ainsi l'équation précédente s'écrit :

$$\varphi :: \frac{U_{\infty} \cdot x^3}{\gamma' \cdot y^2} \quad (\text{II. 9})$$

Le paramètre δ étant petit, on fait l'approximation de confondre Y avec zéro de sorte que la condition aux limites (II. 3) n'entraîne aucune équation de similitude.

Les conditions (II. 2) et (II. 4) restantes imposent deux équations de similitude :

$$x :: l, \quad (\text{II. 10})$$

$$v :: \delta \cdot U_{\infty} \quad (\text{II. 11}).$$

Enfin, les relations (II. 5) et (II. 6) en imposent deux autres :

$$u' :: \frac{\varphi}{x} \quad (\text{II. 12})$$

$$v :: \frac{\varphi}{y} \quad (\text{II. 13}).$$

De ces cinq équations de similitude entre neuf échelles, celles des trois inconnues φ , u' , v et celles des six données $x, y, l, U_{\infty}, \delta, \gamma'$ on tire $5 - 3 = 2$ équations entre les échelles des données, c'est-à-dire deux conditions de compatibilité appelées conditions de similitude :

$$x :: l \quad (\text{II. 10})$$

$$y :: \frac{l}{\sqrt[3]{\gamma' \cdot \delta}} \quad (\text{II. 14})$$

et trois équations (résultats de similitude) donnant les échelles des inconnues en fonction de celles des données

$$\varphi :: U_{\infty} l \sqrt[3]{\frac{\delta^2}{\gamma'}} \quad (\text{II. 15})$$

.../...

.../...

$$u' :: U_{\infty} \sqrt[3]{\frac{\delta^2}{\delta'}} \quad (\text{II. 16})$$

$$v :: \delta \cdot U_{\infty} \quad (\text{II. 11}).$$

Quand les conditions de similitude sont réalisées, elles entraînent les résultats de similitude, si l'on admet l'unicité de la solution.

Il est à souligner que l'échelle de Y est différente de celle de y . On a $Y :: l \cdot \delta$ d'après (II. 1).

Les conditions et résultats de similitude ci-dessus peuvent être obtenus de cette façon :

des équations (II. 11) et (II. 13) on tire $y^2 :: \frac{\varphi^2}{\delta^2 \cdot U_{\infty}^2} \quad (\text{II. 17}).$

Si l'on tient compte de (II. 9) et (II. 10), la relation (II. 17) donne

$$\varphi^3 :: \frac{l^3 \cdot \delta^2 \cdot U_{\infty}^3}{Y'}$$

d'où le résultat (II. 15) soit $\varphi :: U_{\infty} l \sqrt[3]{\frac{\delta^2}{\delta'}}.$

Entenant compte de ce dernier résultat, on a :

$$y :: \frac{\varphi}{\delta \cdot U_{\infty}} \text{ ou (II.17) } :: \frac{l}{\delta} \sqrt[3]{\frac{\delta^2}{\delta'}} = \frac{l}{\sqrt[3]{\delta' \cdot \delta}} \quad \text{soit la condition (II. 14).}$$

Enfin (II. 12), (II. 10) et (II. 15) donnent :

$$u' :: \frac{\varphi}{x} :: \frac{\varphi}{l} :: U_{\infty} \sqrt[3]{\frac{\delta^2}{\delta'}} \quad \text{soit le résultat (II. 16).}$$

ETABLISSEMENT D'UNE RELATION ENTRE DEUX CHAMPS HOMOLOGUES DE NOMBRE DE MACH.

En général, l'étude en soufflerie donne la répartition du nombre de Mach. En vue de la vérification expérimentale de la similitude sonique, nous allons exprimer un résultat de similitude sonique avec la grandeur M .

.../...

.../...

Comme l'air est l'unique fluide des écoulements étudiés, nous prendrons l'unité comme échelle de la grandeur γ' .

M_∞ étant égal à l'unité, les conditions au loin sont les conditions critiques : $U_\infty = U_c$, $T_\infty = T_c$.

T désigne la température absolue.

Utilisons l'indice * pour désigner la vitesse réduite, rapport de la vitesse à la vitesse critique. Nous allons montrer que si u'_* et v'_* sont petits, on a pour les grandeurs locales u'_* et M la relation

$$u'_* \quad :: \quad M^2 - 1.$$

En effet, de la relation classique entre M^2 et U_*^2 , soit

$$M^2 - 1 = \frac{U_*^2 - 1}{1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} U_*^2} ,$$

on tire, quand U_*^2 est petit devant u_*^2

$$M^2 - 1 = \frac{u_*^2 - 1}{1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} U_*^2} = \frac{u_*^2 - 1}{\frac{T}{T_0}}$$

où T_0 est la température absolue d'arrêt.

Comme partout on est proche des conditions au loin, c'est-à-dire des conditions critique

$$\frac{T}{T_0} \approx \frac{T_c}{T_0} = \frac{2}{\gamma'}$$

d'où $M^2 - 1 \approx \frac{\gamma'}{2} (u_*^2 - 1)$ ou encore $M^2 - 1 :: u_*^2 - 1$

puisque $\gamma' :: 1$. En supposant que $u_*'^2$ soit petit devant l'unité, à la première approximation on a

$$u_*^2 = (1 + u_*')^2 \approx 1 + 2u_*'$$

$$u_*^2 - 1 :: 2u_*' .$$

On arrive ainsi à la relation annoncée $u_*' :: M^2 - 1$.

ici , Ainsi les conditions de similitude (II. 10) et (II. 14), soit

.../...

.../...

$$x :: l \quad (\text{II. 10})$$

et

$$y :: l \cdot \delta^{-\frac{1}{3}} \quad (\text{II. 18})$$

qui entraînent le résultat de similitude (II. 16), soit ici $u'_* :: \delta^{\frac{2}{3}}$, entraînent

$$M^2 - 1 :: \delta^{\frac{2}{3}} \quad (\text{II. 19}).$$

C'est à partir des conditions (II. 10) et (II. 18) et du résultat (II. 19) que nous allons vérifier la similitude sonique.

REMARQUE

La relation (II. 19) est valable partout dans les écoulements semblables, c'est-à-dire valable même pour les nombres de Mach d'approche M_∞ et apparaît alors comme une condition au loin.

Pour les écoulements critiques, les M_∞ homologues sont égaux à l'unité, cette condition disparaît. Pour les écoulements transsoniques les M_∞ homologues sont différents de l'unité, elle s'écrit $M_\infty^2 - 1 :: \delta^{\frac{2}{3}}$ et est appelée condition de similitude transsonique de Karman.

Nous verrons au § II.5 comment retrouver cette condition au loin en abordant le problème de similitude transsonique dans son ensemble.

VÉRIFICATION EXPÉRIMENTALE.

3. 1 - Soient deux profils d'aile affins ayant la même corde l , c'est-à-dire $l :: 1$. Désignons par les indices 1 et 2 les écoulements critiques plans autour de ces deux profils d'aile.

Les conditions de similitude (II. 10) et (II. 18) s'écrivent alors :

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{l}{l} = 1, \quad \frac{y_2}{y_1} = \delta^{-\frac{1}{3}}$$

.../...

.../...

Elles entraînent le résultat de similitude (II. 19) qui s'écrit

$$\frac{M_2^2 - 1}{M_1^2 - 1} = \delta^{2/3} .$$

La vérification se fait sur les écoulements critiques plans autour de deux profils d'aile losangiques \overline{P} et Q_2 . Chaque écoulement est représenté, du point de vue expérimental, par la famille de ses lignes isomach obtenue par mesure de pression (§ III, 10).

Le profil d'aile P a pour épaisseur $e_1 = 1 \text{ mm}$ et pour corde $l = 10 \text{ mm}$. L'indice 1 affecte les éléments du champ autour de \overline{P} .

Le profil d'aile Q_2 a pour épaisseur $e_2 = 2 \text{ mm}$ et pour corde $l = 10 \text{ mm}$. L'indice 2 affecte les éléments du champ autour de Q_2 .

L'équation du profil d'aile s'écrit :

$$y = \pm l \cdot \text{tg } \omega \cdot \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2} \right) \quad \text{pour } -\frac{l}{2} \leq x \leq 0$$

et

$$y = \pm l \cdot \text{tg } \omega \cdot \left(-\frac{x}{2} + \frac{1}{2} \right) \quad \text{pour } 0 \leq x \leq \frac{l}{2}$$

où ω est le demi-angle d'ouverture du bord d'attaque ou du bord de fuite (fig. 14 A) et $\text{tg } \omega$ représente δ dans l'équation (II. 1). On en déduit

$$\delta = \frac{\text{tg } \omega_2}{\text{tg } \omega_1} = 2$$

d'où $\delta^{2/3} \simeq 1,59$ et $\delta^{-1/3} \simeq 0,80$.

Les conditions de similitude sont alors :

$$x_2 = x_1, \quad y_2 = 0,80 y_1 .$$

Quand ces conditions sont réalisées, elles entraînent le résultat de similitude

$$M_2 = \sqrt{1,59 M_1^2 - 0,59} .$$

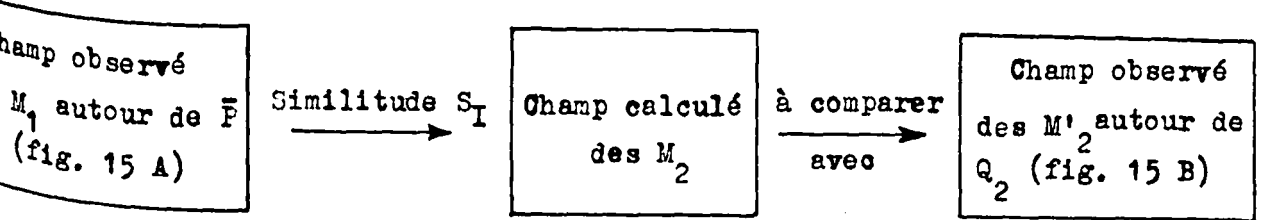
Appelons cet ensemble de conditions et de résultat, la similitude sonique S_I .

.../...

.../...

Nous réservons l'indice 2 seul pour le champ calculé par similitude à partir du champ observé autour de \bar{P} .

A l'indice 2, nous ajouterons l'indice prime pour désigner le champ observé autour de Q_2 .



Pour faire cette comparaison nous ne considérons que la partie irrotationnelle de l'écoulement c'est-à-dire en amont du choc. Cette condition est imposée par l'équation du potentiel de vitesse. Nous représentons le champ calculé des M_2 par les courbes $M_2 = f\left(\frac{x_2}{\ell}\right)$ numérotées 1, 2, 3, et 4 (fig. 16) pour quatre valeurs de $y_2 = c^{te}$ (4, 10, 16 et 28 mm) homologues des ordonnées $y_1 = c^{te}$ (5, 12,5; 20. et 35 mm). Les droites $y_1 = c^{te}$ coupent les lignes isomach du champ observé autour de \bar{P} en des points d'abscisses x_1 . Comme $x_2 = x_1$, les valeurs de $\frac{x_2}{\ell}$ de ces courbes et correspondantes aux valeurs calculées M_2 homologues de M_1 (nombres de Mach aux points d'intersection des droites $y_1 = c^{te}$ avec les lignes isomach M_1) sont lues directement sur le champ observé autour de \bar{P} .

Nous représentons le champ observé des M'_2 autour de Q_2 par quatre courbes $M'_2 = f\left(\frac{x'_2}{\ell}\right)$ numérotées 1', 2', 3' et 4' (fig. 16) pour des valeurs de $y'_2 = y_2 = c^{te}$. Les droites $y'_2 = y_2 = c^{te}$ coupent les lignes isomach du champ observé autour de Q_2 en des points d'abscisses x'_2 ; les valeurs de $\frac{x'_2}{\ell}$ de ces courbes sont lues sur le champ observé autour de Q_2 .

L'accord entre les courbes 1, 2, 3 et 1', 2', 3' a été bon et la similitude sonique est vérifiée à environ 0,02 sur le nombre de Mach local. L'accord entre les courbes 4 et 4' reste satisfaisant pour les valeurs de M supersonique; l'écart des nombres de Mach subsoniques est d'environ 0,03.

.../...

.../...

Ceci s'explique du fait que, loin des profils d'aile, (au-delà d'un certain voisinage \mathcal{D} des profils d'aile (fig. 32)) les lignes isomach subsoniques expérimentales sont obtenues avec une précision moins bonne que celles supersoniques (§§ III, 10. 1 ; 10. 4).

3. 2 - Soit à comparer deux écoulements critiques plans autour de deux profils d'aile affins n'ayant pas la même corde. Prenons par exemple, deux profils d'aile losangiques P_1 et Q_2 .

Le profil d'aile P_1 a pour épaisseur maximum $e_1 = 3\text{ mm}$ et pour corde $l_1 = 30\text{ mm}$. L'indice 1 affecte les éléments du champ autour de P_1 . Il est à noter qu'on va du profil d'aile P_1 au profil d'aile \bar{P} défini au paragraphe précédent par l'homothétie d'échelle $\frac{1}{3}$.

L'indice 2 affecte les éléments relatifs au profil d'aile Q_2 qui a été aussi défini au paragraphe précédent.

Appelons S_{II} , la similitude sonique qui fait passer de l'écoulement autour de P_1 à celui autour de Q_2 .

On peut la décomposer en une homothétie, celle qui fait passer du profil d'aile P_1 au profil d'aile \bar{P} et la similitude sonique S_I précédente.

En effet, dans le passage de l'écoulement autour de P_1 à celui autour de Q_2 , les conditions de similitude (II. 10) et (II. 18) s'écrivent

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{l}{l} = \frac{1}{3} \quad , \quad \frac{y_2}{y_1} = \frac{l}{l} \cdot \delta^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \times 0,80$$

Elles entraînent le résultat de similitude (II. 19) qui s'écrit

$$M_2 = \sqrt{1,59 M_1^2 - 0,59}$$

En comparant S_{II} à S_I , on voit que quand deux profils d'aile affins n'ont pas la même corde, cela entraîne dans les écoulements homologues, une homothétie pour les coordonnées x, y mais n'apporte rien de nouveau pour les nombres de Mach locaux car l'échelle de l n'apparaît pas dans le résultat de similitude.

.../...

.../...

REMARQUE

Au chapitre I, nous avons vérifié expérimentalement pour les écoulements critiques plans, l'hypothèse H_2 faite au § I, 3. 1 suivant laquelle, autour de deux profils d'aile homothétiques, on a deux écoulements transsoniques homothétiques. Cela constitue ici la vérification expérimentale du cas banal de la similitude sonique, celui où $\underline{d} = 1$ (§§ I, 4. 1 ; 4. 2 ; 4. 3).

APPLICATION A LA RÉALISATION DANS UNE VEINE TRANSSONIQUE DES CONDITIONS DU MILIEU ILLIMITÉ POUR LES ÉCOULEMENTS CRITIQUES.

Tandis qu'au § I, 3, nous avons résolu approximativement, à l'aide d'une famille de profils d'aile étalons homothétiques, la question de savoir comment régler une veine transsonique pour obtenir les conditions du milieu illimité correspondant à un nombre de Mach d'approche M_∞ déterminé, autour d'un profil d'aile quelconque à une incidence donnée. Ici, nous montrons que la similitude sonique permet une solution améliorée du même problème avec la restriction que le nombre de Mach d'approche M_∞ soit l'unité. Nous verrons par la suite que cette restriction peut être levée grâce à la similitude transsonique.

La similitude sonique permet d'une part, de vérifier pour une famille de profils d'aile affins placés dans une veine transsonique, si l'écoulement est critique et si le champ observé autour de ces profils d'aile correspond à celui du milieu illimité.

Comme au § I, 3. 2, le champ observé autour d'une maquette très petite \bar{P} de profil simple (losangique ou lenticulaire) nous sert de nouveau de référence du milieu illimité.

Pour le cas des profils d'aile losangiques, nous venons de vérifier au § II, 3. 1, à partir du champ de référence autour du profil losangique \bar{P} , que la configuration de la veine d'expérience réalisée pour le profil losangique Q_2 , permet l'obtention de l'écoulement critique en milieu illimité autour de ce dernier.

.../...

.../...

La similitude sonore permet, d'autre part, de ne plus se servir de l'approximation suivant laquelle le réglage d'une veine transsonique est indépendante de l'allongement $\frac{l}{e}$ du profil d'aile (§§ I, 3. 4 ; 3. 5).

En effet, à supposer que l'on ait à régler une veine d'expérience pour obtenir l'écoulement critique autour d'un profil d'aile Q quelconque, à une incidence donnée, d'épaisseur e et de corde l . Comme Q a un profil quelconque et peut être en incidence non nulle à l'égard de l'écoulement uniforme au loin, nous comprenons par l'épaisseur de Q celle qui obstrue la veine d'expérience (§ I, 3. 4) et par corde, la projection de la corde de référence de Q sur l'axe de la veine (fig. 14 B). On procède ensuite comme suit :

On réalise matériellement un profil d'aile P affin avec \bar{P} et ayant la même épaisseur e et la même corde l que Q (fig. 14 B).

On passe du profil \bar{P} (e_1, l_1) au profil P (e, l) par l'affinité d'échelles $\frac{l}{l_1} = \frac{l}{l_1}$ et $\frac{y}{y_1} = \frac{l}{l_1} \cdot \frac{\delta}{\delta_1}$ (§ II, 1. 4).

Comme on suppose que le profil \bar{P} est losangique ou lenticulaire, on a $\frac{y}{e_1} = \frac{e}{e_1}$.

En effet, les équations des profils d'aile losangique ou lenticulaire formé de deux arcs de cercle de même rayon, peuvent se mettre sous la forme (II. 1), dans laquelle $\delta = \frac{e}{l}$.

On place le profil d'aile P à une incidence nulle dans la veine d'expérience et on réalise la configuration de la veine de façon à obtenir autour de P un écoulement critique semblable à celui autour de \bar{P} .

Pour plus de détails, soit R le périmètre d'un rectangle encadrant le profil P et \bar{R} son homologue encadrant le profil \bar{P} . On va de \bar{R} à R par

conditions de similitude sonore (II. 10) et (II. 18) $\rightarrow R$

La veine d'expérience sera mise au point pour le profil d'aile P lorsque la répartition des nombres de Mach M sur R est réalisée de la façon suivante

.../...

.../...

Distribution de M sur R

résultat de similitude sonique (II. 19) : $M^2 \propto \delta^{2/3}$

Distribution de M sur R

Nous gardons l'approximation suivant laquelle le réglage de la veine transsonique ne dépend que de l'épaisseur et est indépendant de la forme du profil d'aile (§§ I, 3. 4 ; 3. 5) ; la veine d'expérience ainsi mise au point pour P, l'est aussi pour Q.

Comme P et Q ont la même corde l , dans le réglage décrit ci-dessus, de la veine transsonique, nous n'avons fait aucune hypothèse sur l'allongement $\frac{l}{c}$ des deux profils d'aile P et Q.

EXTENSION AUX ÉCOULEMENTS TRANSSONIQUES.

Ce qui vient d'être dit au § II, 4 peut être étendu aux écoulements transsoniques par application de la similitude transsonique.

5. 1 - Dans la similitude des écoulements transsoniques autour des profils d'aile minces affins, la quantité $1 - M_\infty^2$ représentant la condition au loin, n'est pas nulle et l'équation approchée du potentiel de perturbation donne une équation de similitude supplémentaire d'où une condition de similitude supplémentaire (§ II, 1. 3).

En effet, de l'équation approchée du potentiel de perturbation

$$\left[(1 - M_\infty^2) - \gamma' \frac{M_\infty^2}{U_\infty} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right] \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0$$

on tire deux équations de similitude

$$1 - M_\infty^2 \propto \gamma' \frac{M_\infty^2}{U_\infty} \frac{\varphi}{x} \quad \text{et} \quad (1 - M_\infty^2) \frac{\varphi}{x} \propto \frac{\varphi}{y^2}$$

d'où $1 - M_\infty^2 \propto \frac{x^2}{y^2}$ (II. 20) représentant l'équation de similitude supplémentaire,

et $\varphi \propto \frac{U_\infty \cdot x^3}{\gamma' \cdot y^2 \cdot M_\infty^2}$ qui n'est autre que l'équation de similitude (II. 9), M_∞^2 étant confondu avec l'unité.

.../...

.../...

Comme les équations de similitude (II. 10), (II. 11) et (II. 13) restent toujours valables, ce qui veut dire que les deux conditions de similitude (II. 10), (II. 14) et les trois résultats de similitude (II. 11) (II. 15) (II. 16) restent encore valables ici (§ II, 1). Il reste l'équation (II. 20) qui doit imposer une condition de similitude supplémentaire.

$$(II. 20) \text{ et } (II. 9) \text{ donnent } 1 - M_{\infty}^2 \quad :: \quad \frac{x^2}{y^2} \quad :: \quad \frac{\gamma' \cdot \varphi}{x \cdot U_{\infty}}$$

Si l'on tient compte de (II. 10) et (II. 15), cette dernière relation donne

$$1 - M_{\infty}^2 \quad :: \quad \frac{\gamma' \cdot \varphi}{l \cdot U_{\infty}} \quad :: \quad (\gamma' \cdot \delta)^{2/3}$$

d'où

$$\frac{\gamma' \cdot \delta}{(1 - M_{\infty}^2)^{3/2}} \quad :: \quad 1$$

qui est la condition de similitude supplémentaire dite de Karman.

En résumé, les conditions de similitude transsonique

$$x \quad :: \quad l, \quad y \quad :: \quad \frac{l}{\sqrt{\gamma' \cdot \delta}}, \quad \frac{\gamma' \cdot \delta}{(1 - M_{\infty}^2)^{3/2}} \quad :: \quad 1$$

entraînent les résultats de similitude transsonique

$$\varphi \quad :: \quad U_{\infty} \cdot l \cdot \sqrt[3]{\frac{\delta^2}{\gamma'}}, \quad u' \quad :: \quad U_{\infty} \cdot \sqrt[3]{\frac{\delta^2}{\gamma'}}, \quad v \quad :: \quad \delta \cdot U_{\infty}$$

Si la grandeur γ' reste la même pour les écoulements homologues, la condition de Karman entraîne l'impossibilité de comparer le même profil d'aile à des nombres de Mach d'approche M_{∞} différents ou des profils d'aile différents à un même M_{∞} [9, p. 257 - 258].

5. 2 - A supposer que l'on possède une suite de champs de référence du milieu illimité à savoir les champs autour du profil d'aile très petit P {§§ I, 3. 2 ; II, 4} correspondant à une suite de nombres de Mach d'approche $M_{1, \infty}$ transsoniques. On se propose de,

.../...

régler une veine d'expérience pour un profil d'aile quelconque $Q (e, l)$ et pour un nombre de Mach M_∞ donné.

Il suffit de nouveau de régler la veine pour un profil d'aile P affiné avec \bar{P} . Le profil d'aile P a la même épaisseur e , la même corde l et le même M_∞ que Q .

La première condition à réaliser est de conserver le rapport

$$\frac{\delta_1}{(1 - M_{1,\infty}^2)^{3/2}} = \frac{\delta}{(1 - M_\infty^2)^{3/2}} = \nu.$$

La grandeur γ' n'y figure pas, l'air étant l'unique fluide des écoulements homologues.

Les grandeurs δ , M_∞ relatives au profil P et δ_1 , relative au profil \bar{P} sont des données, conserver le rapport ν revient à choisir convenablement $M_{1,\infty}$, c'est-à-dire qu'il faut utiliser le champ de référence du milieu illimité autour de \bar{P} correspondant à $M_{1,\infty}$.

Le reste de la marche à suivre pour le réglage de la veine transsonique reste le même qu'au § II, 4 avec les mêmes conditions et résultat de similitude.

FORMES DES ONDES DE CHOC ET LEUR ÉQUATION RÉDUITE UNIQUE AU VOISINAGE DES PROFILS D'AILE MINCES, SYMÉTRIQUES EN ÉCOULEMENT CRITIQUE PLAN.

6. 1 - Nous examinons ici les ondes de choc obtenues dans les expériences décrites aux §§ I, 3. 3 ; 3. 5.

Rappelons les conditions de ces expériences :

Les profils d'aile sont losangiques formés de quatre segments égaux de droite ou lenticulaires formés de deux arcs de cercle de même rayon. Ils sont symétriques et présentent à l'égard de l'écoulement au loin une incidence nulle. Les écoulements autour de ces profils d'aile ont un même nombre de Mach d'approche M_∞ égal à l'unité. La veine d'expérience était réglée de façon qu'elle représente approximativement le milieu

.../...

.../..

illimité. Les positions des ondes de choc sont obtenues par dépôt de poussières sur une paroi latérale légèrement graissée de la veine d'expérience, dépôt provoqué par le décollement de la couche limite.

Nous ne considérons que les profils d'aile présentant à l'égard de la veine d'expérience une obstruction $\frac{e}{h} \leq 0,02$. Ce sont des cas où les positions des ondes de choc étaient considérées comme convenables (§ I, 4. 3).

Nous classons ces profils d'aile en trois familles suivant leur forme ou leur allongement $\frac{l}{e}$:

- Famille Q' : profil lenticulaire l'allongement 10 ($e = 2, 3, 4, mm$)
- Famille Q'' : profil losangique d'allongement 5 ($e = 2, 4 mm$)
- Famille P' : profil losangique d'allongement 10 ($e = 1, 2, 3, 4 mm$)

Les profils d'aile d'une même famille sont homothétiques. Ceux de la famille Q' ont une forme différente de ceux des famille P' et Q''. On passe des profils d'aile de la famille Q'' à ceux de la famille P' par une affinité.

Pour différencier les profils d'aile, nous affecterons les lettres P', Q', Q'' de deux chiffres ; le premier désigne l'épaisseur et le second, la corde du profil d'aile exprimées en mm.

Le problème est de déterminer expérimentalement, en écoulement critique plan, les formes des ondes de choc au voisinage de ces profils d'aile et de chercher leur équation réduite unique par l'emploi de coordonnées sans dimension.

6. 2 - On rapporte chaque ligne de choc expérimentale à un repère x_0, y_0 dont l'origine O_1 s'obtient en prolongeant le pied du choc jusqu'à la corde du profil d'aile. Cette origine se situe à une faible distance et en amont du bord de fuite, distance de l'ordre de $\frac{l}{10}$ (fig. 17). Avec de tels repères, l'expérience montre que les lignes de choc vérifient des équations de la forme $x = k \cdot y^{4/5}$ sur des distances de l'ordre de $\frac{l}{2}$ à $2l$ de part et d'autre du profil d'aile et suivant l'axe O_1, y_0 (fig. 17). Le coefficient k est une constante pour un profil d'aile déterminé et a la dimension d'une longueur à la puissance $\frac{1}{5}$. Pour des profils d'aile de même épaisseur et de même corde,

.../...

k est sensiblement indépendant de la forme des profils d'aile considérés. Pour chaque famille de profils d'aile homothétiques, k semble croissant avec l'épaisseur du profil. Cette propriété peut s'expliquer de la façon suivante : nous avons vérifié expérimentalement que l'on a, autour des profils d'aile homothétiques, des écoulements critiques homothétiques (§ I, 3. 3). Si l'échelle de l'homothétie est l , celle de k est alors $k = l^{1/5}$ et pour $l > 1$, on a $k > 1$.

Ce raisonnement permet de dire que les valeurs de k obtenues pour les profils $P'_{4.40}$ et $Q'_{4.40}$ sont un peu faibles (voir tableau). Ce qui fait penser que dans une veine transsonique où le débit secondaire se fait par auto-aspiration (§ I, 1), une obstruction de veine $\frac{e}{R} = 0.02$ commence déjà à avoir une influence sur la position de l'onde de choc. Cette observation rejoint celle sur l'insuffisance du débit secondaire par auto-aspiration, signalée aux §§ I, 3. 3 ; 3. 6.

6. 3 - En utilisant les coordonnées réduites $x_* = \frac{x}{l}$ et $y_* = \frac{y\sqrt{\delta}}{l}$ où $\delta = \frac{e}{l}$ pour les profils d'aile losangique et lenticulaire (§ II, 4), c'est-à-dire encore en appliquant aux coordonnées des lignes de choc étudiées les conditions de similitude sonique (II. 10) et (II. 18), on trouve pour ces lignes de choc une équation réduite unique $x_* = K \cdot y_*^{4/5}$. Le coefficient K est alors une constante universelle sans dimension.

Sa valeur peut être obtenue de deux façons :

- ou par le calcul à partir de la relation

$$K = k \cdot \left(\frac{l}{e^4}\right)^{1/5} \quad (\text{voir tableau}),$$

- ou par la représentation graphique des lignes de choc avec leurs coordonnées réduites x_* et y_* .

Cette représentation graphique donne à K une valeur moyenne égale à 1,55. Seul le choc du profil d'aile $Q'_{2.10}$ donne à K une valeur sensi-

.../...

.../...

blement différente. Il est à penser qu'il ne convient pas (fig. 18).

| Profil d'aile | en (mm) ^{$\frac{1}{5}$} | K calculé |
|---------------|---|-----------|
| P' 1 - 10 | 1, 36 | 1, 550 |
| P' 2 - 20 | 1, 52 | 1, 542 |
| P' 3 - 30 | 1, 62 | 1, 515 |
| P' 4 - 40 | 1, 58 | 1, 398 |
| Q' 2 - 20 | 1, 52 | 1, 542 |
| Q' 3 - 30 | 1, 65 | 1, 542 |
| Q' 4 - 40 | 1, 55 | 1, 372 |
| Q'' 2 - 10 | 1, 95 | 1, 890 |
| Q'' 4 - 20 | 1, 78 | 1, 508 |

.../...

.../...

CHAPITRE III

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DE L'ÉCOULEMENT CRITIQUE PLAN ATOUR D'UN PROFIL D'AILE SYMÉTRIQUE.

Nous étudierons à la soufflerie sonique de l'I. M. F. L.

l'écoulement critique plan autour d'un profil d'aile lenticulaire mince symétrique et à l'incidence nulle.

Notre étude s'appuie sur des résultats théoriques que nous allons rappeler. Il s'agit des propriétés des caractéristiques d'un écoulement plan supersonique de fluide compressible et des résultats concernant l'écoulement critique plan autour d'un profil d'aile, résultats déduits d'une solution homogène de l'équation du type mixte d'Euler-Tricomi et dans le voisinage d'un point singulier de cette solution.

L'écoulement plan au voisinage du col d'une tuyère sera aussi rappelé afin d'utiliser pour l'écoulement critique autour d'un profil d'aile, un certain nombre de vocables déjà employés et de comparer les phénomènes transsoniques se présentant dans les deux écoulements.

RAPPEL DE QUELQUES RÉSULTATS THÉORIQUES.1. 1 - Propriétés des caractéristiques de l'équation du potentiel de vitesse.

1. 1. 1. - L'équation du potentiel $\phi(x, y)$ de vitesse d'un écoulement plan, permanent, pour un gaz parfait non visqueux et non pesant en évolution adiabatique réversible, s'écrit

.../...

.../...

$$(u^2 - \alpha^2) \frac{\partial u}{\partial x} + 2uv \frac{\partial u}{\partial y} + (v^2 - \alpha^2) \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

avec

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad \text{et} \quad \alpha^2 = \alpha_0^2 - \frac{\gamma-1}{2} (u^2 + v^2) .$$

α et α_0 désignent respectivement la célérité du son locale et dans le fluide au repos. Cette équation rentre dans la classe des équations de Monge sans second membre. Elle est en outre, dans le cas simple où les coefficients de l'équation ne dépendent que de u et v [9, P. 24, 37 ; 4d, p. 73].

1. 1. 2. - Soient $\phi(\tau), x(\tau), y(\tau)$, trois fonctions définissant une courbe Γ qui admet en chacun de ses points un plan tangent représenté par deux fonctions $u(\tau), v(\tau)$.

On appelle multiplicité d'ordre un, l'ensemble de ces cinq fonctions du paramètre τ et support de cette multiplicité, la courbe Γ .

Le problème de Cauchy consiste à chercher le potentiel de vitesse $\phi(x, y)$ (ou encore à chercher le champ de vitesse $u(x, y), v(x, y)$) de l'écoulement par une correspondance ponctuelle entre le plan de l'écoulement xOy et la plan de l'hodographe uOv satisfaisant à l'équation étudiée et contenant une multiplicité donnée \mathcal{M} .

On appelle données de Cauchy ou conditions aux frontières, les conditions imposées par la multiplicité \mathcal{M} .

1. 1. 3. - On montre que le problème ainsi posé possède, en général, une solution et une seule. Dans le cas où il existe une infinité de solutions $\phi(x, y)$ (ou $u(x, y), v(x, y)$), contenant la multiplicité \mathcal{M} , on dit que cette dernière est une multiplicité caractéristique de l'équation étudiée [9, p. 24 - 32 ; 4 d, p. 73 - 75].

1. 1. 4. - Sur chaque surface intégrale $\phi(x, y)$, il y a deux familles simplement infinies de multiplicités caractéristiques [9, p. 27].

.../...

.../...

1. 1. 5. - Lorsque l'écoulement est supersonique, l'équation du potentiel de vitesse est du type hyperbolique et les multiplicités caractéristiques sont réelles [9, p. 29-38] :

a) La projection \mathcal{C} d'une multiplicité caractéristique (ou de son support) sur le plan xOy est appelée caractéristique du plan de l'écoulement.

L'image \mathcal{C}' d'une caractéristique dans le plan uOv est appelée caractéristique du plan de l'hodographe.

Il y a correspondance ponctuelle entre les courbes \mathcal{C} et \mathcal{C}' . La courbe \mathcal{C}' donne les variations simultanées de u et de v le long de la courbe \mathcal{C} (propriétés subsistant pour deux courbes homologues quelconques non caractéristiques) [9, p. 30].

Réaliser cette correspondance ponctuelle entre l'écoulement et son domaine hodographique à partir des conditions aux frontières données ou plus précisément, intégrer l'équation hyperbolique du potentiel de vitesse à partir des données de Cauchy le long d'un arc ouvert non caractéristique dans le plan de l'écoulement, n'est possible qu'à l'intérieur d'un domaine triangulaire fermé limité par l'arc ouvert et les deux caractéristiques du plan de l'écoulement de familles différentes issues des extrémités de l'arc (et un second domaine analogue formé par le deuxième couple de caractéristiques, si on considère l'autre côté de l'arc) [9, p. 32 ; 4 d, p. 79-80].

b) Du fait que les coefficients de l'équation du potentiel de vitesse ne dépendent que de u et v , les caractéristiques du plan de l'hodographe peuvent être déterminées une fois pour toutes, elles forment deux familles d'épicycloïdes, dites de Busemann, engendrées par roulement sans glissement du cercle de rayon $\frac{U_c}{2} \left(\sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} - 1 \right)$ sur le cercle de base de rayon U_c (vitesse critique) ; les épicycloïdes d'une même famille se déduisent l'une de l'autre par une rotation autour de l'origine ω . On passe d'une famille à l'autre par toute symétrie par rapport à une droite passant par le point ω [9, p. 39-42 ; 4 d, p. 77-78, 80-81].

.../...

.../...

c) La tangente en un point à une caractéristique du plan de l'écoulement de la première famille est normale à la tangente, au point homologue dans le plan de l'hodographe, à l'épicycloïde de la deuxième famille et inversement [4 d, p. 76-77].

d) La projection de la vitesse en un point sur la normale à une caractéristique du plan de l'écoulement, passant par ce point, est égale à la célérité locale du son, ou encore l'angle α entre la vitesse et une caractéristique du plan de l'écoulement a son module égal à l'angle de Mach [9, p. 38 ; 4 d, p. 76] : $\alpha = \pm \arcsin \frac{1}{M}$ (III.1).

e) Si une perturbation est créée en un point du plan de l'écoulement, les seules discontinuités possibles qui en résultent, ne peuvent se produire que sur les deux caractéristiques du plan de l'écoulement issues du point considéré [9, p. 32 ; 4 d, p. 76].

f) Toutes les fois que par un procédé quelconque, on a pu observer que l'une des deux familles de caractéristiques du plan de l'écoulement est constituée d'un faisceau de droites, u et v sont constant le long de chacune des droites du faisceau ; inversement, si u et v sont constants le long d'une caractéristique du plan de l'écoulement, celle-ci est une droite.

Dans un tel cas, le domaine hodographique de l'écoulement se réduit à une courbe unique.

On dit que l'écoulement se fait par ondes simples ; les lignes isomach et isoclines (lignes d'égale pente) du vecteur vitesse se confondent avec les caractéristiques droites du plan de l'écoulement [9, p. 36, 44].

REMARQUE :

Dans la suite, sauf précisions supplémentaires, on appelle caractéristique, une caractéristique du plan xOy et épicycloïde, une caractéristique du plan uOv .

.../...

.../...

1. 2 - Écoulement plan au voisinage du col d'une tuyère.

L'étude théorique de l'écoulement d'un fluide compressible au voisinage des conditions critiques permet de prévoir l'existence d'un domaine transsonique où la vitesse est supersonique et où cependant une petite perturbation a une influence vers l'amont subsonique.

Les résultats expérimentaux obtenus par G. GONTIER au col d'une tuyère à parois déformables mettent en évidence ce domaine et le délimitent. Ils vérifient les résultats calculés d'un écoulement plan, irrotationnel, de fluide compressible, non visqueux, au voisinage du col d'une tuyère. Le calcul s'effectue en supposant qu'au voisinage des conditions critiques, le potentiel de vitesse est représentable par un polynôme (4d).

On calcule d'abord le champ de vitesse, on en tire les équations des lignes remarquables de l'écoulement, notamment :

- la ligne sonique sur laquelle $M = 1$ et qui borde le domaine transsonique vers l'amont ;
- la frontière transsonique qui borde ce domaine vers l'aval et qui est constituée par les deux demi-caractéristiques amont issues du point sonique (pris comme origine du repère de l'écoulement) sur l'axe de symétrie de la tuyère (pris comme axe des abscisses) ;
- la ligne de branchement qui est constituée par les deux demi-caractéristiques aval issues du même point sonique et à travers laquelle les caractéristiques qui la traversent, changent de courbure ;
- la ligne des cols sur laquelle les vitesses sont parallèles à l'axe de la tuyère.

Nous rappelons seulement ici les résultats de première approximation en x .

L'équation du potentiel de vitesse d'un écoulement plan permanent pour un gaz parfait est :

$$(u^2 - a^2) \frac{\partial u}{\partial x} + 2uv \frac{\partial u}{\partial y} + (v^2 - a^2) \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

où a est la célérité locale du son, u et v les composantes de la vitesse locale.

.../...

Soient U_T une vitesse de référence, la vitesse en un point sur l'axe de la tuyère et au voisinage du col et α_T la célérité du son au même point. En un point voisin quelconque, la vitesse est $u = U_T + \bar{u}$; v et la célérité α du son est donnée par la relation

$$\alpha^2 = \alpha_T^2 - \frac{\gamma-1}{2} (2U_T \bar{u} + \bar{u}^2 + v^2).$$

A la deuxième approximation classique, quand les composantes \bar{u} et v de la perturbation sont petites devant U_T , l'équation du potentiel de vitesse s'écrit :

$$(1 - M_T^2) \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = M_T^2 \cdot (\gamma + 1) \cdot \frac{\bar{u}}{U_T} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial x}$$

avec M_T le nombre de Mach au point de référence [10, p. 202-205]. On obtient ainsi l'équation ^{approchée} du potentiel de perturbation. On va introduire les grandeurs réduites suivantes

$$\bar{u}_* = \frac{\bar{u}}{U_c}, \quad v_* = \frac{v}{U_c}$$

et

$$x_* = \frac{x}{b}, \quad y_* = \frac{y}{b} \quad \text{où} \quad \frac{1}{b} = \frac{\partial \bar{u}_* (0,0)}{\partial x}$$

La grandeur b est une donnée expérimentale ayant la dimension d'une longueur (x étant une longueur et u_* sans dimension).

Les conditions aux frontières sont les suivantes :

- On prend le point origine et sonique θ sur l'axe comme point de référence :

$$M_T = 1 \quad \text{ou} \quad U_T = \alpha_T = \alpha_c,$$

- Au voisinage du point θ et sur l'axe Ox , on se donne une distribution linéaire de vitesse: $\bar{u}_*(x, 0) = \frac{x}{b}$. La direction de la vitesse sur Ox est celle de cet axe.

Si l'on utilise les grandeurs réduites et si l'on tient compte de la première des deux conditions aux frontières, l'équation approchée du potentiel de perturbation s'écrit :

.../...

.../...

$$(\gamma + 1) \cdot \bar{u}_* \cdot \frac{\partial \bar{u}_*}{\partial x_*} = \frac{\partial v_*}{\partial y_*} \quad \text{où} \quad \bar{u}_* = \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial x_*} \quad \text{et} \quad v_* = \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial y_*}$$

L'écoulement étant symétrique par rapport à θx , le potentiel réduit $\bar{\varphi}$ de perturbation est un polynôme en x_* et en y_*^2 :

$$\bar{\varphi} = (\alpha_1 x_* + \alpha_2 x_*^2 + \dots) + y_*^2 (b_0 + b_1 x_* + \dots) + y_*^4 (c_0 + \dots) + \dots$$

A partir de l'équation approchée ci-dessus, du potentiel $\bar{\varphi}$ et des conditions aux frontières, on arrive au champ de vitesse :

$$\bar{u}_* = x_* + \frac{\gamma + 1}{2} y_*^2$$

$$v_* = (\gamma + 1) \left(x_* + \frac{1}{3} \cdot \frac{\gamma + 1}{2} y_*^2 \right) y_*$$

Sur la ligne sonique, on a $\bar{u}_* = 0$ d'où l'équation de cette ligne :

$$x_* = - \frac{\gamma + 1}{2} y_*^2$$

Sur la ligne des cols, on a $v_* = 0$ d'où l'équation de cette ligne :

$$x_* = - \frac{1}{3} \frac{\gamma + 1}{2} y_*^2$$

L'approximation faite pour écrire l'équation du potentiel de perturbation et la solution ci-dessus en \bar{u}_* et v_* sont valables seulement dans un certain voisinage de l'origine O ($x_* < \epsilon^2, y_*^2 < \epsilon^2$; ϵ^2 petit devant 1) où x_* et y_*^2 sont du même ordre de grandeur.

De l'équation $(\gamma + 1) \bar{u}_* \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial x_*^2} = \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial y_*^2}$, on tire l'équation des caractéristiques du plan de l'écoulement :

$$(\gamma + 1) \bar{u}_* (dy_*)^2 = (dx_*)^2$$

En tenant compte de l'expression approchée de \bar{u}_* et dans le même voisinage du point O précisé ci-dessus, on arrive à des caractéristiques de la forme parabolique : $x_* = - \frac{1}{2} \frac{\gamma + 1}{2} y_*^2$ équation de la ligne de branchement formée des deux demi-caractéristiques aval issues du point O

.../...

.../...

et

$$x_* = -\frac{1}{2} \frac{\gamma+1}{2} y_*^2$$

équation de la frontière transsonique formée des deux demi-caractéristiques amont issues du point O . Les formes approchées calculées ci-dessus pour les quatre lignes remarquables de l'écoulement ont été vérifiées expérimentalement dans le domaine $\Delta : \epsilon^2 \leq 0,05$ (fig. 19).

1. 3 - Écoulement critique plan autour d'un profil d'aile.

1. 3. 1 - On considère le problème général d'un écoulement plan, permanent, à potentiel de vitesse et sans choc. On est dans l'hypothèse d'un fluide non visqueux formé d'un gaz parfait en évolution adiabatique réversible. Le champ des forces extérieures est considéré comme négligeable.

Dès 1902, Tchapliguine a montré qu'il est possible de résoudre ce problème par la solution d'une équation linéaire aux dérivées partielles.

Comme pour l'équation du potentiel de vitesse, on établit cette équation linéaire en se servant de l'équation d'Euler (ou de l'impulsion) et de l'équation de continuité (ou de la conservation de la masse) et cela avec un changement approprié de variables.

Soit $\phi(x, y)$ le potentiel de vitesse d'où $u = \frac{\partial \phi}{\partial x}$, $v = \frac{\partial \phi}{\partial y}$.

On a $d\phi = u dx + v dy$

qui peut s'écrire $d\phi = d(xu) - x du + d(yv) - y dv.$

On passe des variables x, y aux variables u, v par la transformation de Legendre en posant $\psi = xu + yv - \phi$ (III.2).

(A remarquer que si le symbole ψ désigne souvent la fonction de courant, ce n'est pas le cas ici.)

On a $d\psi = d(xu + yv) - d\phi$

d'où $d\psi = x du + y dv.$

.../...

.../...

Le changement de variables, de (x, y) à (u, v) une fois effectué, on voit que, ψ étant considéré comme une fonction de u et v , l'on a

$$x = \frac{\partial \psi}{\partial u} \quad \text{et} \quad y = \frac{\partial \psi}{\partial v} \quad (\text{III. 3}).$$

Ce changement des variables est souvent appelé la transformation hodographique : x, y représentent le plan de l'écoulement tandis que u, v représentent le plan de l'hodographe. Du fait que la masse volumique ρ est, dans un écoulement barotrope, fonction du seul module U de la vitesse, il est commode d'employer le module U et l'angle polaire θ de la vitesse au lieu des composantes cartésiennes u et v , on a

$$u = U \cos \theta \quad \text{et} \quad v = U \sin \theta \quad (\text{III. 4}).$$

$$\begin{cases} du = \cos \theta \cdot dU - U \sin \theta \cdot d\theta, \\ dv = \sin \theta \cdot dU + U \cos \theta \cdot d\theta, \end{cases}$$

d'où

$$\begin{cases} dU = \cos \theta \cdot du + \sin \theta \cdot dv, \\ d\theta = -\frac{\sin \theta}{U} du + \frac{\cos \theta}{U} dv. \end{cases}$$

On voit ainsi que

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial u} &= \cos \theta ; & \frac{\partial U}{\partial v} &= \sin \theta ; \\ \frac{\partial \theta}{\partial u} &= -\frac{\sin \theta}{U} ; & \frac{\partial \theta}{\partial v} &= \frac{\cos \theta}{U}. \end{aligned}$$

On obtient alors, au lieu de (III. 3) les nouvelles relations qui déterminent les coordonnées d'un point

$$\begin{aligned} x &= \frac{\partial \psi}{\partial U} \cdot \frac{\partial U}{\partial u} + \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial u} = \frac{\partial \psi}{\partial U} \cdot \cos \theta - \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \cdot \frac{\sin \theta}{U}, \\ y &= \frac{\partial \psi}{\partial U} \cdot \frac{\partial U}{\partial v} + \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial v} = \frac{\partial \psi}{\partial U} \cdot \sin \theta + \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \cdot \frac{\cos \theta}{U}. \end{aligned} \quad (\text{III. 5}).$$

.../...

On déduit de (III. 4) et de (III. 5)

$$ux + vy = v \frac{\partial \psi}{\partial u},$$

d'où, à la place de (III. 2) une relation très simple entre ϕ et ψ :

$$\phi = -\psi + v \cdot \frac{\partial \psi}{\partial u} \quad (\text{III. 6}).$$

L'équation de continuité d'un écoulement plan, permanent s'écrit

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) = 0 \quad (\text{III. 7}).$$

Introduisons dans celle-ci les variables U et θ .

L'équation (III. 7) peut se mettre sous la forme d'une différence de deux Jacobiens

$$\frac{D(\rho u, y)}{D(x, y)} - \frac{D(\rho v, x)}{D(x, y)} = 0 \quad (\text{III. 8}).$$

En effet, la forme explicite de cette différence est

$$\left| \begin{array}{cc} \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} & \frac{\partial(\rho u)}{\partial y} \\ \frac{\partial y}{\partial x} & \frac{\partial y}{\partial y} \end{array} \right| - \left| \begin{array}{cc} \frac{\partial(\rho v)}{\partial x} & \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \\ \frac{\partial x}{\partial x} & \frac{\partial x}{\partial y} \end{array} \right| = 0$$

Il suffit de remarquer que $\frac{\partial x}{\partial y} = \frac{\partial y}{\partial x} = 0$ et que $\frac{\partial y}{\partial y} = \frac{\partial x}{\partial x} = 1$

la différence (III. 8) représente l'équation (III. 7). On multiplie le premier membre de (III. 8) par le Jacobien

$$\frac{D(x, y)}{D(u, \theta)}$$

s'écrit

Si l'on tient compte en outre de (III. 4), l'équation (III. 8)

$$\frac{D(\rho v \cos \theta, y)}{D(u, \theta)} - \frac{D(\rho v \sin \theta, x)}{D(u, \theta)} = 0 \quad (\text{III. 9}),$$

.../...

.../...

Pour un gaz parfait en évolution adiabatique réversible, la relation entre ρ et U seuls est

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left[1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \left(\frac{U}{U_c} \right)^2 \right]^{\frac{1}{\gamma-1}} .$$

En tenant compte de (III. 5), on développe (III. 9), on arrive par un calcul simple à la nouvelle expression de l'équation de continuité

$$\frac{d(\rho U)}{dU} \cdot \left(\frac{\partial \psi}{\partial U} + \frac{1}{U} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} \right) + \rho U \frac{\partial^2 \psi}{\partial U^2} = 0 \quad (\text{III. 10}).$$

On va introduire l'équation d'Euler (ou de l'impulsion) dans l'équation (III. 10). En tout point de l'écoulement, l'équation de l'impulsion donne

$$d\rho + \rho U dU = 0 ,$$

d'où

$$dU = - \frac{d\rho}{\rho U} \quad (\text{III. 11}).$$

La célérité locale α du son dans un gaz parfait en évolution adiabatique réversible s'écrit

$$\alpha^2 = \frac{d\rho}{d\rho} \quad \text{d'où} \quad d\rho = \frac{d\rho}{\alpha^2} \quad (\text{III. 12}).$$

(III. 11) et (III. 12) donnent

$$\frac{d\rho}{dU} = - \frac{\rho U}{\alpha^2} \quad (\text{III. 13}).$$

On a

$$\frac{d(\rho U)}{dU} = \rho + U \frac{d\rho}{dU}$$

d'où, d'après (III. 13)

$$\frac{d(\rho U)}{U} = \rho \left(1 - \frac{U^2}{\alpha^2} \right) \quad (\text{III. 14}).$$

.../...

En introduisant (III. 14) dans (III. 10) on arrive à l'équation linéaire de Tchapliguine

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} + \frac{U^2}{1 - \frac{U^2}{\alpha^2}} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial U^2} + U \frac{\partial \varphi}{\partial U} = 0 \quad (\text{III. 15})$$

où α est une fonction de U seul : pour un gaz parfait, on a

$$\alpha^2 = \alpha_0^2 - \frac{\gamma-1}{2} U^2$$

où α_0 est la célérité du son dans le fluide au repos.

L'équation (III. 15) possède une famille de solutions particulières exprimables par des fonctions hypergéométriques. Le système composé de (III. 5) et (III. 15) est équivalent à l'équation non linéaire du potentiel de vitesse. Il est vrai cependant que les conditions aux frontières à imposer à ce système ne sont pas, en général, linéaires [8, p. 430-433].

L'équation du potentiel $\Phi(x, y)$ est linéaire à l'égard des dérivées secondes de Φ ; l'équation (III. 15) de $\Psi(U, \theta)$ est linéaire à l'égard de la fonction Ψ et de ses dérivées.

REMARQUE -

Soit $\bar{\Psi}$ la fonction de courant, l'équation aux dérivées partielles relative à $\bar{\Psi}$ exprimé en fonction de U et de θ est

$$\frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial U^2} + \frac{1}{U} \cdot \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial U} (1+M^2) + \frac{1}{U^2} \cdot \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial \theta^2} (1-M^2) = 0$$

Pour un problème donné, on utilise cette équation ou l'équation (III. 15), c'est-à-dire la fonction de courant ou la transformée de Legendre du potentiel de vitesse, selon les conditions aux frontières [5, p. 73-78].

1. 3. 2- L'équation de Tchapliguine est particulièrement utile pour étudier un écoulement mixte ou transsonique. Dans un tel écoulement, elle se simplifie. Pour obtenir sa forme simplifiée, nous

.../...

allons la mettre sous une nouvelle expression.

L'équation de continuité (III. 10) peut aussi s'écrire :

$$\frac{d(\rho U)}{dU} \cdot \frac{1}{U} \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial}{\partial U} \left(\rho U \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial U} \right) = 0 \quad (\text{III. 16}).$$

On pose $U_* = \frac{U}{U_c}$ et $M = \frac{U}{a}$; l'équation (III 15) devient, si on multiplie par U_c ,

$$\rho(1-M^2) \frac{1}{U_*} \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial}{\partial U_*} \left(\rho U_* \frac{\partial \Psi}{\partial U_*} \right) = 0 \quad (\text{III. 17}).$$

Nous allons faire un premier changement de variables qui va faire apparaître le premier membre de (III. 15). Comme une somme de deux termes seulement :

soit une variable définie par

$$d\sigma = \frac{dU_*}{\rho U_*} \quad (\text{III. 18});$$

il vient

$$\rho U_* \frac{\partial \Psi}{\partial U_*} = \frac{\partial \Psi}{\partial \sigma}$$

et l'équation de Tchapligne s'écrit, après multiplication par U_* ,

$$\rho^2 (1-M^2) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \sigma^2} = 0 \quad (\text{III. 19})$$

En écoulement transsonique, on a partout $M \approx 1$ et $U_* \approx 1$.

Nous posons $M = 1 + \epsilon'$ et $U_* = 1 + \epsilon$ (III. 20).

ϵ et ϵ' sont petits, du même ordre, devant 1. Nous les prenons comme des petits du premier ordre et nous allons négliger les termes petits d'ordre supérieur.

De la relation classique

$$\frac{M^2 - 1}{U_*^2 - 1} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2,$$

.../...

nous tirons

$$\varepsilon' = \frac{\gamma+1}{2} \varepsilon$$

d'où

$$1-M^2 \simeq -2\varepsilon' = -(\gamma+1)\varepsilon \quad (\text{III. 21}).$$

De la relation classique

$$\frac{p}{p_0} = \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} v_*^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}},$$

nous tirons

$$\frac{p}{p_0} \simeq \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} (1-\varepsilon)$$

d'où

$$p = p_0 (1-\varepsilon) \quad (\text{III. 22}).$$

(III. 20) et (III. 22) donnent

$$\rho v_* = \rho_0 \quad (\text{III. 23}).$$

(III. 21) et (III. 22) donnent

$$\rho^2 (1-M^2) = -\rho_0^2 (\gamma+1) \varepsilon \quad (\text{III. 24}).$$

Par suite de (III. 23), la relation (III. 18) devient avec l'approximation considérée

$$d\sigma = \frac{d\varepsilon}{\rho_0} \quad (\text{III. 25}).$$

ρ_0 étant une constante et par suite de (III. 24) et (III. 25), l'équation (III. 19) devient

$$-(\gamma+1) \varepsilon \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varepsilon^2} = 0 \quad (\text{III. 26}).$$

.../...

.../...

Il reste à faire le changement d'échelle $\eta = (\gamma + 1)^{1/3} \cdot \varepsilon$,
pour obtenir de (III. 26) l'équation simplifiée

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} - \gamma \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2} = 0 \tag{III. 27}$$

dite équation d'Euler-Tricomi.

On voit que nous avons obtenu sans ambiguïté cette équation, tandis qu'on se contente souvent d'affirmer que dans l'équation (III. 15) le 3e terme $U \frac{\partial \Psi}{\partial U}$ est négligeable parce que le 2e terme contient $(1 - \frac{U^2}{a^2})$ au dénominateur ; or il semble qu'on ne sait rien de précis à priori des ordres de grandeur comparés du 1er et du 3e terme ; l'approximation $U_* = 1 + \varepsilon$, faite directement dans (III. 15) donne

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial U_*^2} - (\gamma + 1) \varepsilon \left[\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial \Psi}{\partial U_*} \right] = 0 .$$

Rappelons les propriétés classiques de l'équation d'Euler-Tricomi. Elle est hyperbolique dans le demi-plan $\eta > 0$ et elliptique dans le demi-plan $\eta < 0$. Ses caractéristiques sont données par l'équation $\eta d\eta^2 - d\theta^2 = 0$ qui a pour intégrale générale

$$\theta \pm \frac{2}{3} \eta^{3/2} = C^{te} \tag{III. 28}$$

Cette intégrale est représentée dans le demi-plan $\eta > 0$ par deux familles de paraboles semi-cubiques jouant des rôles analogues aux épicycloïdes de Busemann (fig. 20).

En écoulement transsonique, souvent on est amené à considérer un domaine où partout l'angle θ est faible. Dans ce cas, les relations (III. 5) qui déterminent les coordonnées x et y , se simplifient aussi :

$$x \approx \frac{\partial \Psi}{\partial U} = \frac{(\gamma + 1)^{1/3}}{U_c} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} ,$$
$$y \approx \frac{1}{U} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \approx \frac{1}{U_c} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} .$$

.../...

.../...

On fait un changement de variable en désignant par x l'ancienne quantité $(\gamma+1)^{-1/3} x$, on arrive aux relations

$$x = \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \quad (\text{III. 29a})$$

et

$$y = \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad (\text{III. 29 b})$$

On n'a pas tenu compte du facteur $\frac{1}{U_c}$, cela revient à remplacer ψ par $U_c \psi$, opération laissant invariante l'équation d'Euler-Tricomi.

En résumé, un problème d'écoulement transsonique peut être étudié à partir du système composé de (III. 27) et (III. 29).

L'équation d'Euler-Tricomi sert souvent à déterminer les propriétés d'une solution au voisinage du point origine Ω du plan $\eta \Omega \theta$. On montre que l'équation d'Euler-Tricomi possède une famille d'intégrales particulières homogènes exprimées par des fonctions hypergéométriques.

Ces intégrales sont homogènes en θ^2 et en η^3 ; de telles solutions doivent exister car la transformation de θ^2 en $A\theta^2$ et de η^3 en $A\eta^3$ laisse l'équation d'Euler-Tricomi inchangée. Comme il s'agit d'intégrales particulières, cette famille de solutions homogènes n'est pas unique du point de vue mathématique [8, p. 436-441].

1. 3. 3 - Il est à rappeler qu'un écoulement peut être considéré comme à potentiel de vitesse de part et d'autre d'un choc faible. En effet, la variation de l'entropie est alors négligeable, cette variation étant toujours petite du troisième ordre par rapport à la discontinuité de vitesse ou de pression.

Au voisinage des conditions critiques, si un choc existe, il sera faible et l'équation d'Euler-Tricomi peut encore servir à étudier un tel écoulement.

.../...

.../...

On considère maintenant l'écoulement critique ($M_\infty = 1$), plan autour d'un profil d'aile de forme quelconque, non nécessairement symétrique, en incidence ou non par rapport à l'écoulement au loin en amont.

Dans le plan de l'écoulement, l'origine O est situé quelque part près du profil d'aile. La direction de l'axe Ox est celle de l'écoulement au loin. Dans le plan $\eta \Omega \theta$, l'origine Ω correspond aux régions du plan ^{xOy} situées à une distance infinie du profil d'aile. Ω constitue un point singulier de la solution. La ligne $\eta = 0$ représente les régions critiques de l'écoulement ; le demi-plan $\eta < 0$, le domaine subsonique et le demi-plan $\eta > 0$, le domaine supersonique.

a) L'équation d'Euler-Tricomi permet de déterminer qualitativement les propriétés fondamentales de l'écoulement critique plan autour d'un profil d'aile par l'examen des caractéristiques. (III. 28), de cette équation dans le plan $\eta \Omega \theta$.

L'écoulement n'est pas symétrique, mais les phénomènes transsoniques sont qualitativement identiques de part et d'autre du profil d'aile et l'on peut se contenter d'étudier l'écoulement dans le demi-plan $y \geq 0$ et le domaine correspondant dans le plan $\eta \Omega \theta$ (fig. 21).

Le contour A C F B S désigne le profil d'aile, $C \Omega$ la ligne sonique ^($\eta = 0$) sur laquelle $M = 1$, $B \Omega$ la ligne des cols sur laquelle les vitesses sont parallèles à la direction de l'écoulement au loin ($\theta = 0$), $S \Omega$ le choc (côté amont), $F \Omega$ "la frontière transsonique" ($\theta - \frac{2}{3} \eta^{3/2} = 0$)

qui est, de toutes les caractéristiques, la seule pouvant aller jusqu'à l'infini. On voit d'ailleurs dans le plan $\eta \Omega \theta$ que les quatre lignes remarquables ci-dessus peuvent toutes aller jusqu'à l'infini, en particulier le choc.

Des deux familles de caractéristiques en amont du choc : la famille I ($Pp, Qq, F\Omega, Rr_2, Tt_2, \dots$) et la famille J ($Qp, Fq, Rr_1, Tt_1, \dots$), la première a ses éléments qui partent tous à partir du profil d'aile et qui peuvent être divisés en deux classes. Les éléments de la première classe I_1 (Pp, Qq, \dots) rencontrent la ligne sonique et s'y terminent. Ceux de la deuxième classe I_2 (Rr_2, Tt_2, \dots) rencontrent le choc et s'y terminent aussi. Ces deux classes sont séparées

.../...

par la caractéristique $I_0(F\Omega)$ qui ne rencontre ni la ligne sonique ni le choc à distance finie. On appelle "domaine transsonique" la portion supersonique limitée en amont par la ligne sonique et en aval par la caractéristique $F\Omega$. Une perturbation créée dans ce domaine (par modification de l'arc \widehat{CF} par exemple) peut perturber le domaine subsonique par les caractéristiques I_1 .

On appelle "frontière transsonique" la caractéristique limite $F\Omega$. Une perturbation créée dans la portion supersonique en aval de la frontière transsonique (par modification de l'arc \widehat{FS} par exemple) ne perturbe pas l'écoulement amont [8, p. 446-447 ; 2, p. 14-15].

b) Du point de vue quantitatif, l'équation d'Euler-Tricomi donne un résultat valable aux régions situées à une grande distance du profil d'aile, grande par rapport aux dimensions de ce dernier.

On recherche parmi les intégrales particulières homogènes de l'équation d'Euler-Tricomi, intégrales signalées au § III, 1. 3. 2, la solution qui convient au cas de l'écoulement critique plan autour d'un profil d'aile et aux régions situées loin du profil.

Cette recherche se fait par l'examen de la nature de singularité de la solution ψ au point Ω , singularité propre au cas étudié. On montre que la solution $\psi(\eta, \theta)$ qui convient est exprimable par des fonctions algébriques, et est de la forme $\theta^{-\frac{2}{3}} f\left(\frac{\eta^3}{\theta^2}\right)$.
 $\psi(\eta, \theta)$ est une fonction paire de θ , ainsi (III. 29 b) est une fonction impaire de θ . Du point de vue physique, cela veut dire que loin du profil d'aile et en première approximation considérée ici, l'écoulement est symétrique par rapport à l'axe Ox , quelles que soient la forme du profil d'aile et la force de portance exercée sur lui.

De la solution $\psi(\eta, \theta)$, on déduit la forme au loin de la ligne sonique, de la frontière transsonique, de la ligne des cols et du choc. Chacune de ces lignes doit correspondre à une valeur déterminée du rapport $\frac{\eta^3}{\theta^2}$, de sorte que, des relations (III. 29), on tire pour ces lignes des relations de la forme $x = \theta^{-4/3}$ et $y = \theta^{-5/3}$.

.../...

.../...

Ainsi, les lignes remarquables ci-dessus, au loin, tendent asymptotiquement vers des paraboles de la forme

$$\frac{x}{y^{4/5}} = C_1^{te}$$

et le long de ces lignes, η et θ varient suivant

$$\eta y^{2/5} = C_2^{te} \quad \text{et} \quad \theta y^{3/5} = C_3^{te}$$

On montre que les différentes valeurs de ces constantes sont reliées entre elles d'une certaine façon. Les relations suivantes sont données avec des signes qui conviennent au demi-plan $y \geq 0$:

$$\frac{x}{y^{4/5}} = C_1^{1/5} \frac{2\Delta - 1}{2\Delta^{2/5}} \quad (\text{III. 30 a})$$

$$\eta y^{2/5} = C_2^{2/5} \Delta^{1/5} (\Delta - 1) \quad (\text{III. 30 b})$$

$$\theta y^{3/5} = \frac{1}{3} C_3^{3/5} \Delta^{4/5} (3 - 2\Delta) \quad (\text{III. 30 c}).$$

C_1 est une constante positive, dépendant de la forme du profil d'aile, et ayant la dimension d'une longueur.

Elle ne peut être déterminée qu'à partir d'une solution exacte du problème étendu à tout le plan de l'écoulement.

L'angle θ s'exprime en radian et prend des valeurs positives dans le sens trigonométrique. Δ est un paramètre sans dimension prenant des valeurs positives ou nulle. $\Delta = 0$ correspond à $x = -\infty$, à savoir l'écoulement incident au loin en amont du profil d'aile.

$\Delta = \frac{1}{2}$ correspond à $x = 0$ et donne la distribution de vitesse sur la normale à Ox en O origine du repère xOy :

$\Delta = 1$ correspond à la ligne sonique ($\eta = 0$).

$\Delta = \frac{3}{2}$ correspond à la ligne des cols ($\theta = 0$).

$\Delta = \frac{4}{3}$ correspond à la frontière transsonique ($\theta - \frac{2}{3} \eta^{3/2} = 0$).

.../...

.../...

Les relations (III. 30) sont valables dans la région en amont du choc. Pour obtenir les valeurs du paramètre Δ relatives au choc, on s'assure que les conditions aux frontières le long des deux côtés du choc, (forme du choc, continuité du potentiel ϕ de vitesse, polaire de choc) satisfassent à l'intégrale particulière de l'équation d'Euler-Tricomi.

On montre que les relations (III. 30) restent applicables au choc, du côté amont de la discontinuité, avec $\Delta = \frac{1}{6} (5\sqrt{3} + 8) = 2,78$.

Tandis que du côté aval de la discontinuité, on trouve pour le choc les relations suivantes :

$$\frac{x}{y^{4/5}} = C_2^{1/5} \frac{2\Delta + 1}{2\Delta^{2/5}} \tag{III. 31 a}$$

$$\eta y^{2/5} = C_2^{2/5} \Delta^{1/5} (\Delta + 1) \tag{III. 31 b}$$

$$\theta y^{3/5} = -\frac{1}{3} C_2^{3/5} \Delta^{4/5} (2\Delta + 3) \tag{III. 31 c}$$

avec $\Delta = \frac{1}{6} (5\sqrt{3} - 8) = 0,11$

et $\frac{C_2}{C_1} = \frac{9\sqrt{3} + 1}{9\sqrt{3} - 1} = 1,14$.

Pour abrégé, nous appellerons les relations (III. 30) et (III. 31) les relations de Frankl qui est à l'origine de ces résultats [8, p. 442-445 ; 448-451 ; 6, p. 3-5].

.../...

2. - INTRODUCTION A L'ÉTUDE EXPERIMENTALE.

2. 1 - Utilisant la veine transsonique décrite au § I, 1, nous étudions l'écoulement critique plan autour d'un profil d'aile lenticulaire L_1 , formé de deux arcs de cercle de même rayon, profil d'allongement $\frac{l_1}{e_1} = 10$, de corde $l_1 = 20 \text{ mm}$.

Nous supposons que l'air est un gaz parfait en évolution adiabatique réversible et que l'écoulement est à potentiel de vitesse bien qu'il puisse y avoir de faibles discontinuités.

La couche limite sur le profil d'aile est à transition libre. Le profil d'aile présente à l'égard de l'écoulement au loin une incidence nulle et à l'égard de la veine d'expérience une obstruction $\frac{e_1}{h} = 0,01$.

La veine d'expérience est réglée de façon qu'elle donne approximativement les conditions du milieu illimité (§ I, 3). Le champ des lignes isomach autour du profil d'aile s'obtient par mesure de pression (§ III, 10) et la position des ondes de choc par dépôt de poussières sur une paroi latérale de la veine d'expérience et dans la partie décollée de la couche limite (§ III, 10. 2).

L'écoulement étudié est du type mixte, c'est-à-dire partiellement subsonique et supersonique. Il n'est pas certain du point de vue mathématique qu'un écoulement du type mixte soit unique quand on se donne les conditions aux frontières (§ I, 3).

Nous admettons comme donnée par l'expérience, l'unicité de l'écoulement critique plan autour d'un profil d'aile donné.

2. 2 - Rappelons la signification des deux variables indépendantes de l'équation d'Euler-Tricomi :

$$\eta = (\gamma + 1)^{1/3} (U_* - 1) ,$$

θ angle orienté entre l'axe Ox et la vitesse.

.../...

.../...

La vitesse réduite U_* est liée au nombre de Mach M par la relation classique

$$U_*^2 = \frac{\gamma+1}{2} \cdot \frac{M^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}$$

et par suite la valeur de η correspondant à une valeur de M , ou inversement, est donnée par

$$\eta = (\gamma+1)^{1/3} \left[\sqrt{\frac{\gamma+1}{2}} \cdot \frac{M}{\sqrt{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}} - 1 \right] \quad (\text{III. 32})$$

La figure 22 donne la courbe représentative de la correspondance (III. 32) calculée avec la valeur $\gamma = 1,400$.

Autour de deux profils d'aile homothétiques, on a deux écoulements critiques homothétiques (§ I, 3). En prenant la corde du profil d'aile comme unité de longueur, c'est-à-dire en utilisant les grandeurs réduites $x_* = \frac{x}{l}$, $y_* = \frac{y}{l}$, $C_{1,*} = \frac{C_1}{l}$ on a les relations de Frankl écrites pour une famille de profils d'aile homothétiques (§ II, 3. 2).

L'écoulement autour du profil d'aile L_1 étant symétrique par rapport à l'axe des x supportant la corde su profil d'aile, seul le demi-plan $y \geq 0$ sera étudié.

Le premier but expérimental sera de déterminer la constante $C_{1,*}$ qui caractérise le profil d'aile et qui permet de connaître les expressions de toutes les relations de Frankl.

2. 3 - L'étude expérimentale de l'écoulement critique plan autour du profil d'aile L_1 permet :

- de mettre en évidence le domaine dénommé transsonique et de le délimiter approximativement ; pour ce domaine, l'étude de l'équation d'Euler-Tricomi laisse prévoir les propriétés énoncées au § III, 1. 3. 3 a. ;

.../...

.../...

- de vérifier les résultats quantitatifs déduits d'une solution homogène de l'équation d'Euler-Tricomi au voisinage d'un point singulier. Ces résultats (relations de Frankl), dans le plan de l'écoulement, portent sur les formes au loin de certaines lignes remarquables et sur les distributions de vitesse le long de ces lignes (§ III, 1. 3. 3 b) ,
- de dire qu'une portion du domaine supersonique de l'écoulement se fait, en première approximation, par ondes simples (§ III, 1. 1. 5 f). On est ainsi conduit à vérifier la direction de la vitesse au contact du profil d'aile (§ III, 1. 1. 5 d) et à vérifier la loi de Prandtl sur le choc (§ III, 11).

3. - DISTRIBUTIONS DU MODULE DE LA VITESSE LE LONG DE CERTAINES LIGNES REMARQUABLES. DÉTERMINATION DE LA CONSTANTE CARACTÉRISANT LE PROFIL.

3. 1 - Obtention expérimentale de la distribution du module de la vitesse le long du choc, côté amont : première détermination de la constante caractérisant le profil d'aile.

La distribution de M le long du choc côté amont est, sur des distances de l'ordre de $0,5 \ell$, obtenue par extrapolation, des lignes isomach rectilignes et expérimentales jusqu'à la discontinuité (fig. 23). De cette distribution de M , on obtient celle de η par la correspondance (III. 32). Les valeurs expérimentales de η ainsi obtenues, vérifient de façon remarquable la relation $\eta y_*^{2/5} = 0,377$ pour les valeurs de y_* comprises entre 1 et 3,5, (fig. 24, courbe 4).

Nous avons ainsi vérifié expérimentalement la relation théorique (III. 30 b) à savoir la relation

$$\eta y_*^{2/5} = C_{1*}^{2/5} \delta^{1/5} (\delta - 1)$$

$$\delta = 2,78 .$$

où

.../...

.../...

Pour déterminer la constante C_{1*} , il suffit de comparer les seconds membres des relations expérimentale et théorique, nous trouvons

$$C_{1*} = 0,0124.$$

REMARQUE -

Il se trouve que l'on a ici $C_{1*} \approx \frac{\gamma+1}{2} \cdot 10^{-2}$,

pour $\gamma = 1,400$.

3. 2 - Obtention expérimentale de la distribution du module de la vitesse sur le long de la normale à l'axe des abscisses au point origine du repère : deuxième détermination de la constante caractérisant le profil d'aile.

Avec la valeur de $C_{1*} = 0,0124$ obtenue précédemment et avec celle de $\sigma = \frac{1}{2}$, la relation de Frankl (III. 30 b) s'écrit $\eta y_*^{2/5} = -0,075$ qui prévoit la distribution de η le long de la normale à l'axe des abscisses, au point origine 0 du repère du plan de l'écoulement.

On a d'abord à chercher la normale qui satisfait à cette distribution prévue de η , c'est-à-dire à rechercher l'origine du repère du plan de l'écoulement, repère auquel se rattachent toutes les relations de Frankl.

Rappelons les propriétés connues de cette origine. L'écoulement étant symétrique, l'origine est sur l'axe de symétrie, à savoir l'axe des abscisses.

Elle se situe près du profil d'aile (§ III, 1. 3. 3). C_{1*} étant positif, pour $\sigma = \frac{1}{2}$, on a $\eta < 0$ d'après la relation (III, 30 b); la portion au loin de la normale à l'origine 0 se situe donc dans le domaine subsonique de l'écoulement (§ III, 1. 3. 3 b). Comme les lignes isomach supersoniques sont inclinées vers l'aval. L'origine elle-même se situe dans le domaine subsonique. En définitive, elle se trouve, ou au point ω bord d'attaque du profil d'aile, ou dans le voisinage immédiat de ce point (fig. 23).

.../...

.../...

Ecrivons la relation (III, 30 b) où $\sigma = \frac{1}{2}$, sous la forme $\gamma y_*^{2/3} = -\lambda$ et cherchons parmi les normales à l'axe des abscisses celle où la distribution expérimentale de γ vérifie la relation précédente et donne la valeur de $\lambda = 0,075$. Comme les normales à considérer se situent dans la portion subsonique proche des conditions critiques, nous ne les considérerons qu'à l'intérieur d'un domaine rectangulaire \mathcal{D} voisin du profil d'aile et où le module de la vitesse est connu avec précision (cf III, 10. 1 ; 10. 4). En principe, plus on est loin du profil d'aile, mieux les relations de Frankl devraient se vérifier expérimentalement.

La normale à l'axe des abscisses en ω donne $\lambda = 0,070$, celle au point situé à la distance réduite (rapport de la distance à la corde du profil d'aile) de 0,05 en amont de ω donne $\lambda = 0,0775$ et celle au point situé à 0,05 en aval de ω donne $\lambda = 0,063$. Ces trois valeurs expérimentales de λ sont obtenues pour les valeurs de $y_* \geq 0,25$, c'est-à-dire à partir d'une distance très faible du profil d'aile (fig. 24, courbes 2, 3 et 1). Elles sont sensiblement linéaires en fonction de x_* et par suite la valeur de $\lambda = 0,075$, correspondant à la normale à l'axe des abscisses en O , donne $\frac{\omega O}{\ell} = -0,033$ (fig. 25 ; pour $\ell = \ell_1 = 20$ mm, le point O est à 0,66 mm en amont de ω). Le point O ainsi obtenu est l'origine cherchée du plan de l'écoulement, d'après la valeur $C_{1*} = 0,0124$ trouvée au paragraphe précédent. Le point O se situe à une distance négligeable du point ω . Le point ω étant remarquable (point de vitesse nulle), dans ce qui va suivre, nous le prenons comme origine du repère du plan de l'écoulement, ce qui signifie l'adoption de la valeur $\lambda = 0,070$ d'où l'on tire, d'après (III. 30 b) avec $\sigma = \frac{1}{2}$, la constante $C_{1*} = 0,0107$, au lieu de la valeur $\lambda = 0,075$ correspondant à $C_{1*} = 0,0124$ trouvée au paragraphe précédent grâce au choc.

Les deux valeurs trouvées pour C_{1*} sont d'ailleurs voisines, nous préférons cependant expliciter les expressions des relations de Frankl à partir de la distribution expérimentale de γ sur la normale en ω à l'axe des abscisses, c'est-à-dire d'une distribution de M obtenue loin du choc (penser à l'influence du choc sur les mesures de pression par l'intermédiaire de la couche limite) et dans le domaine rectangulaire \mathcal{D} cité plus haut où toutes les lignes isomach expérimentales sont connues avec précision.

.../...

3. 3 - Expressions des distributions de vitesse au loin le long des lignes remarquables.

La constante $C_{1*} = 0,0107$ étant expérimentalement connue, le paramètre \mathcal{D} prenant différentes valeurs indiquées au § III, 1. 3. 3 b, les relations (III. 30 b) et (III. 30 c) contenant η, θ et y_* prévoient alors les distributions au loin, de vitesse le long des lignes remarquables correspondantes de l'écoulement :

a) $\mathcal{D} = \frac{1}{2}$ correspond à la normale à l'axe des abscisses au point origine ω :

$$\eta y_*^{2/5} = -0,070, \text{ relation obtenue expérimentalement}$$

dans l'intervalle $1 \geq y_* \geq 0,25$ (§ III, 3. 2),

$$\theta y_*^{3/5} = 0,0252.$$

b) $\mathcal{D} = 1$ correspond à la ligne sonique :

$$\eta = 0 \quad \text{par définition,}$$

$$\theta y_*^{3/5} = 0,0219.$$

c) $\mathcal{D} = \frac{4}{3}$ correspond à la frontière transsonique :

$$\eta y_*^{2/5} = 0,0575, \text{ relation vérifiée de façon indirecte}$$

(§ III, 4. 2),

$$\theta y_*^{3/5} = 0,0092.$$

d) $\mathcal{D} = \frac{3}{2}$ correspond à la ligne des cols :

$$\eta y_*^{2/5} = 0,0884, \text{ relation vérifiée de façon indirecte}$$

(§ III, 4. 3),

$$\theta = 0 \quad \text{par définition.}$$

.../...

.../...

e) $\delta = 2,78$ correspond au choc du côté amont :

$\eta y_*^{2/5} = 0,3557$, relation vérifiée à 0,02 près sur la constante dans l'intervalle $1 < y_* < 3,5$ (§ III, 3. 1),

$\theta y_*^{3/5} = -0,1271$, relation vérifiée à 0,045 près sur la constante dans l'intervalle $1,1 \leq y_* \leq 2,625$ (§ III, 7).

f) Relatif au choc et au côté aval, les relations (III, 31 b) et (III, 31 c) où $C_{2*} = 1,14 C_{1*}$ et $\delta = 0,11$ prévoient les distributions :

$$\eta y_*^{2/5} = 0,1255,$$

$$\theta y_*^{3/5} = -0,0130.$$

La première relation donne à η des valeurs positives qui correspondent à des valeurs de M supérieures à l'unité.

A mesure que l'on s'éloigne du profil d'aile, le choc devient de moins en moins oblique par rapport à l'écoulement amont de sorte que la vitesse sur le choc du côté aval ne puisse être supersonique que si le choc est faible. Autrement dit, la première relation, si elle était vérifiée expérimentalement ne le serait qu'à partir d'une grande distance du profil d'aile, distance dépassant les dimensions de la veine d'expérience.

4 - FORMES AU LOIN DES LIGNES REMARQUABLES DE L'ÉCOULEMENT ET VÉRIFICATIONS EXPÉRIMENTALES.

Les vérifications signalées au § III, 3. 3 étaient indépendantes du choix de l'origine des abscisses. Nous avons placé au mieux cette origine (§ III, 3. 2). Nous essayons de vérifier ici les relations (III, 30 a) qui contiennent x_* et y_* et qui prévoient les formes au loin des lignes remarquables de l'écoulement.

Nous adoptons toujours la valeur de $C_{1*} = 0,0107$.

En fait, on va trouver, pour ces lignes et à distance finie du profil d'aile, des équations de la forme

$$\frac{x_* + x_{\omega*}}{y_*^{4/5}} = C^{te}$$

.../...

Une telle forme convient parfaitement puisqu'elle tend asymptotiquement vers la forme $\frac{x_*}{y_*^{4/5}} = C^{te}$ quand x_* et y_* tendent vers l'infini ; autrement dit, on va vérifier expérimentalement les relations (III. 30 a) à des translations x_{ω} près suivant l'axe ωx_* ; cela est en accord avec la théorie du fait que celle-ci fournit des résultats valables au loin, ce qui équivaut à assimiler le profil d'aile à un point.

4. 1 - Vérification expérimentale de la forme prévue au loin pour le choc.

La relation (III. 30 a) où $\delta = 2,78$, s'écrit $\frac{x_*}{y_*^{4/5}} = 0,6113$, [la relation (III. 31 a) où $C_{2*} = 1,14 C_{1*}$ et $\delta = 0,11$ donne le même résultat]. C'est la forme prévue pour le choc au loin.

La position du choc est obtenue expérimentalement par dépôt de poussières sur une paroi latérale de la veine d'expérience (§ III, 10. 2). En rapportant le choc ainsi visualisé, au repère $x_* O_s y_*$ déduit du repère $x_* \omega y_*$ par la translation $\frac{x_{\omega}}{l} = \frac{\omega O_s}{l} = 1,375$, on vérifie de façon satisfaisante, la forme prévue ci-dessus pour les valeurs de y_* comprises entre 2,25 et 3,5 ; cette vérification a lieu comme on le voit à une faible distance du profil d'aile (fig. 26 et 27, courbe 1).

4. 2 - Obtention de la frontière transsonique par mesure de pression et vérification de la forme prévue au loin.

4. 2. 1 - Par mesure de pression, on connaît le champ de M autour du profil d'aile et par suite celui de η par la correspondance (III. 32). En vue de tracer les lignes isomach du champ, on dresse des courbes $M = f_i(x_*)$ pour des valeurs de $y_{i*} = C^{te}$, $i = 1, 2, 3, \dots$ (§ III, 10). La distribution de η le long de la frontière transsonique est donnée par (III. 30b) où $\delta = \frac{4}{3}$, soit la relation $\eta y_*^{2/5} = 0,0575$.

.../...

.../...

Dans cette relation, si on donne à y_* les valeurs de y_{i*} , on obtient les valeurs η_i et par suite celles de M_i correspondantes. Chaque courbe $M_i = f_i(x_*)$ donne ensuite l'abscisse x_{i*} du point situé sur la frontière transsonique à l'ordonnée y_{i*} . On possède ainsi un procédé de détermination, point par point, de la frontière transsonique par mesure de pression.

La relation (III. 30 b) a été vérifiée expérimentalement pour les valeurs de $y_* > 1$ en ce qui concerne le choc du côté amont et pour les valeurs de $y_* > 0,25$ en ce qui concerne la normale en ω à l'axe ωx_* (§§ III, 3. 1 ; 3. 2).

Pour les valeurs de y voisines des précédentes, il est à penser que la relation (III. 30 b) est également vérifiée dans le cas de la frontière transsonique. Nous avons tracé cette ligne par le procédé décrit ci-dessus pour les valeurs de $y_* \geq 0,375$; les points obtenus ainsi sont très bien alignés (fig. 26) ; le point F de rencontre de la frontière transsonique avec le profil d'aile a été obtenu de façon précise par examen des courbes correspondantes dans le plan de l'hodographe (§ III, 8. 1. 1).

4. 2. 2 - La frontière transsonique ainsi obtenue vérifie-t-elle la forme prévue au loin par la relation (III. 30 a) où $\sigma = \frac{4}{3}$, soit $\frac{x}{y_*^{4/3}} = 0,2993$?

Dans l'affirmative, non seulement on vérifierait la forme prévue pour la frontière transsonique, mais en même temps, on vérifierait la distribution de η prévue le long de cette ligne.

Si l'on rapporte la frontière transsonique obtenue au repère x_*, y_* déduit de celui $x_*, \omega y_*$ par la translation $\frac{x_\omega}{l} = \frac{\omega O_F}{l} = 0,225$, cette frontière vérifie effectivement dans l'intervalle $2,25 < y_* < 3,5$, la forme prévue (fig. 26 et 27, courbe 2). Il est à noter que les formes au loin de la frontière transsonique et de la ligne de choc ont été vérifiées sensiblement dans le même intervalle des valeurs de y_* .

.../...

4. 3 - Obtention de la ligne des cols par mesure de pression et vérification de la forme prévue au loin.

4. 3. 1 - Le procédé d'obtention de la ligne des cols est en tout point, analogue à celui que nous avons décrit au § III, 4. 2,. Pour obtenir point par point, cette ligne, on part de nouveau du champ de M , c'est-à-dire du champ de η , autour du profil d'aile et de la distribution prévue de η sur la ligne des cols, à savoir la relation ((III. 30 b) où $\sigma = \frac{3}{2}$, soit $\eta y_*^{2/5} = 0,0884$. Nous traçons la ligne des cols pour les valeurs de $y_* \geq 0,375$.

Comme précédemment, on obtient des points qui s'alignent bien.

Le point de rencontre avec le profil d'aile est tout simplement le point B d'épaisseur maximum du profil (fig. 26). En effet, il sera montré que la vitesse au voisinage de la maquette, est sensiblement tangente au profil d'aile (§ III, 6).

4. 3. 2 - En rapportant la ligne des cols ainsi obtenue au repère $x_* O_B y_*$, déduit de celui $x_\omega y_\omega$ par la translation $\frac{x_\omega}{l} = \frac{\omega O_B}{l} = 0,325$, cette ligne vérifie la forme prévue au loin par la relation (III. 30 a) où $\sigma = \frac{3}{2}$, soit $\frac{x_*}{y_*^{4/5}} = 0,3433$ et cela, comme dans le cas du choc et de la frontière transsonique, pour les valeurs de $y_* \geq 2,25$ (fig. 26 et 27, courbe 3). Le distribution prévue de η le long de la ligne des cols est ainsi vérifiée en même temps.

4. 4 - Forme prévue au loin pour la ligne sonique.

La relation (III. 30 a) où $\sigma = 1$, s'écrit $\frac{x_*}{y_*^{4/5}} = 0,2016$.

Elle donne la forme au loin prévue pour la ligne sonique.*
La position de cette ligne n'a pas été obtenue expérimentalement avec une précision suffisante, aussi n'avons nous pas essayé de vérifier la relation ci-dessus (§ III, 10. 4).

.../...

.../...

5 - OBSERVATION PAR STRIOSCOPIE DE L'ÉCOULEMENT CRITIQUE PLAN AUTOUR D'UN PROFIL D'AILE LENTICULAIRE : MISE EN ÉVIDENCE DU DOMAINE TRANSSONIQUE.

Considérons le champ des lignes isomach autour du profil d'aile étudié L_1 , champ obtenu expérimentalement à partir des mesures de pression (fig. 23). Nous observons que les lignes isomach supersoniques sont sensiblement rectilignes sauf celles au voisinage immédiat de la ligne sonique ($1 < M < 1,05$). On sait que, si l'une des deux familles de caractéristiques du plan de l'écoulement est formée d'un faisceau de droites (écoulement par ondes simples), les caractéristiques de cette famille sont également des lignes isomach et des lignes isoclines des vecteurs de vitesses (§ III, 1. 1. 5 f) ; cette remarque nous a conduit à observer les caractéristiques du plan de l'écoulement.

5. 1 - Dans un écoulement à potentiel de vitesse, s'il apparaît des petites discontinuités, celles-ci ne peuvent se produire que le long des caractéristiques (§ III, 1. 1. 5 e).

Ainsi pour observer les caractéristiques d'un écoulement supersonique, on y crée des petites perturbations qui peuvent être visualisées par strioscopie.

La méthode des stries consiste essentiellement à intercepter une partie des rayons lumineux qui sont déviés dans la veine d'expérience ; on produit ainsi sur un écran des différences d'éclairement qui, en principe, permettent de déterminer le gradient de la masse volumique dans la veine et par suite de déterminer par intégration la masse volumique elle-même.

En pratique, on utilise la méthode des stries pour observer les variations faibles de la masse volumique (4 a, p. 4-8).

5. 2 - Il est difficile matériellement de visualiser par strioscopie l'écoulement autour du profil d'aile L_1 à cause des faibles dimensions de cette aile. Une visualisation de l'écoulement critique plan autour d'un profil d'aile lenticulaire L_2 de corde $l_2 = 40$ mm et

.../...

d'épaisseur $e_2 = 6$ mm est faite avec le strioscope de l'I. M. F. L. Ce dernier a un montage optique composé d'une source lumineuse, un miroir concave derrière la veine d'expérience et un écran. La lumière traverse deux fois la veine d'expérience. Sur la paroi du profil d'aile L_2 , à des intervalles réguliers, sont disposées parallèlement à l'envergure de l'aile, d'épaisses lames de peinture jouant le rôle d'aspérités et d'où partent les lignes de petites discontinuités visualisées par strioscopie.

On passe du profil d'aile $L_1 (e_1, l_1)$ au profil $L_2 (e_2, l_2)$ par l'affinité d'échelles $\underline{l} = \frac{l_2}{l_1} = 2$ et $\underline{y} = \frac{l_2 \cdot \delta}{e_1} = \frac{e_2}{e_1} = 3$ (§II, 1. 1 ; 1. 4).

Il a été vérifié expérimentalement, qu'autour de deux profils d'aile affins, on a deux écoulements critiques plans physiquement semblables (§II, 3). Cela permet d'admettre que le résultat qualitatif de visualisation de l'écoulement critique autour du profil d'aile L_2 est valable pour celui autour du profil d'aile L_1 .

D'après le spectre obtenu, nous pouvons observer l'allure des éléments d'une des deux familles de caractéristiques du plan de l'écoulement (fig. 28). Il s'agit de la famille I signalée au §III, 1. 3. 3a, famille qui a ses éléments partant tous à partir du profil d'aile. On distingue bien les deux classes I_1 et I_2 de caractéristiques de cette famille. La première classe I_1 a ses éléments devant rencontrer la ligne sonique vers l'amont. L'existence du domaine transsonique est ainsi mise en évidence.

Les éléments de la deuxième classe I_2 rencontrent le choc. Parmi eux, certains ont une allure rectiligne du profil d'aile au choc. Ce qui fait penser qu'ils formeraient une portion supersonique par ondes simples. Nous verrons au § III, 8. 2. 2 qu'une portion supersonique rigoureusement par ondes simples n'existerait pas.

En aval du choc et au voisinage du bord de fuite de l'aile, on observe quelques chocs faibles. Dans ce voisinage, la recompression est donc d'abord brusque puis elle s'effectue par faibles discontinuités successives.

.../...

.../...

Dans ce qui va suivre, de nouveau nous étudierons uniquement le Profil d'aile L_1 .

6 - VÉRIFICATION DE L'EXPRESSION DE L'ANGLE DE MACH LOCAL ; VÉRIFICATION DE LA DIRECTION DE LA VITESSE AU CONTACT DU PROFIL D'AILE.

6. 1 - Nous commençons par définir pour le champ du profil d'aile L_1 (fig. 23), quelques angles qui vont être utilisés et qui sont schématisés dans la figure 29. Le sens positif des angles est le sens trigonométrique. Nous désignons par \ominus l'angle orienté entre l'axe des abscisses et une ligne isomach supersonique rectiligne et expérimentale. Il est mesuré par la pente $tg \ominus$.

Nous désignons par θ_e l'angle orienté entre l'axe des abscisses et la tangente en un point sur le profil d'aile. Le profil d'aile L_1 étant formé de deux arcs de cercle de même rayon égal à 50,5 mm, l'angle θ_e est mesuré par la pente $tg \theta_e$, c'est-à-dire par la dérivée, au point considéré, de l'équation du cercle.

Prolongeons les lignes isomach droites, sur des distances très faibles de l'ordre de $0,1 \ell$, jusqu'à la paroi du profil d'aile comme si la couche limite sur l'aile était négligeable.

En chaque point de rencontre, nous désignons par α_e l'angle orienté entre la tangente au profil d'aile et la ligne isomach. Cet angle est mesuré par la somme algébrique $\alpha_e = \ominus - \theta_e$.

Nous désignons par \sphericalangle l'angle orienté entre la vitesse et une caractéristique, son module peut être calculé par la relation (III. 1) quand on se donne le nombre de Mach local.

6. 2 - Dans un écoulement à potentiel de vitesse d'un fluide non visqueux, le profil d'aile est une ligne de courant.

La vitesse en un point sur le profil est portée par la tangente au profil en ce point.

.../...

.../...

- Si l'écoulement étudié était à potentiel de vitesse jusqu'à la paroi du profil d'aile et si au voisinage de ce dernier, les lignes isomach supersoniques droites se confondaient avec des caractéristiques, on devrait avoir $\alpha_e = \alpha$ en différents points sur le profil d'aile (§ III, 1. 1. 5 f).

Le tableau qui suit, donne les valeurs calculées de α , celles mesurées de α_e et leur écart $\alpha_e - \alpha$, en différents points de rencontre des lignes isomach de valeurs M avec le profil d'aile (fig. 23).

De ce tableau, nous tirons les conclusions suivantes :

a) au voisinage du profil d'aile, si les lignes isomach considérées se confondaient toutes avec des caractéristiques, tous les écarts $\alpha_e - \alpha$ devraient être, non seulement faibles, mais en outre positifs du fait que la couche limite épaisit le profil d'aile. Comme cet épaissement croît vers l'aval, les modules des écarts $\alpha_e - \alpha$ doivent croître avec M . Seules les lignes isomach de valeurs $M \geq 1,22$ remplissent ces conditions et forment dans un certain voisinage du profil d'aile, une portion supersonique par ondes simples, voisinage dont les limites seront précisées au § III, 8. 2. 3 .

b) La petitesse des écarts $\alpha_e - \alpha$ qui conviennent, à savoir ceux correspondant aux points sur le profil d'aile ayant $M \geq 1,22$, conduit à ce que les vitesses au contact du profil d'aile en ces points sont, en première approximation, portées par les tangentes au profil. En fait, ce résultat reste valable pour la portion du profil d'aile situé en amont du point où $M = 1,22$, car la couche limite sur l'aile est moins épaisse vers l'amont.

.../...

.../...

| M | α_e | α | $\alpha_e - \alpha$ |
|--------|------------|----------|---------------------|
| 1, 05 | 71° 40' | 72° 15' | - 35' |
| 1, 10 | 64° 48' | 65° 23' | - 35' |
| 1, 15 | 59° 54' | 60° 24' | - 30' |
| 1, 20 | 56° 12' | 56° 27' | - 15' |
| 1, 22 | 55° 07' | 55° 03' | + 4' |
| 1, 243 | 53° 50' | 53° 34' | + 16' |
| 1, 263 | 52° 48' | 52° 21' | + 27' |
| 1, 30 | 51° | 50° 17' | + 43' |
| 1, 35 | 49° 44' | 47° 48' | + 1° 56' |

7 - VÉRIFICATION DE LA DIRECTION DE LA VITESSE LE LONG DU CHOC, AU LOIN ET DU COTÉ AMONT.

Nous commençons par montrer comment obtenir expérimentalement la direction de la vitesse le long du choc, du côté amont.

Nous avons montré au paragraphe précédent que les lignes isomach de valeur $M \geq 1,22$ se confondent approximativement avec des caractéristiques au voisinage du profil d'aile.

Les mesures de pression ont montré que les lignes isomach de valeur $M \geq 1,05$ sont sensiblement rectilignes (fig. 23 ; § III, 10).

.../...

.../...

La striescopie a montré que les caractéristiques de la famille I au moins dans le domaine $M \geq 1,22$, sont sensiblement rectilignes (fig. 23 et 28 ; § III, 5. 2).

Nous concluons que dans ce domaine, ces caractéristiques sont sensiblement confondues sur toute leur longueur avec des lignes isomach. On peut ainsi déterminer l'angle orienté θ entre l'axe des abscisses et la vitesse en un point sur le côté amont du choc par mesure de pression.

Les angles Θ et α étant ceux que nous avons définis au § III, 6. 1, l'angle θ est donné par la somme algébrique $\theta = \Theta - \alpha$. Il est alors possible de vérifier, pour $\Delta = 2,78$, la relation de Frankl (III, 30 c), soit $\theta y_*^{3/5} = -0,1271$, prévoyant la direction de la vitesse le long du choc, au loin et du côté amont.

Dans le tableau qui suit, l'angle θ expérimental s'exprime en radian, M représente une ligne isomach rectiligne et y_* l'ordonnée réduite du point de rencontre d'une ligne isomach avec le choc.

| | | | | | |
|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| M | 1, 22 | 1, 243 | 1, 263 | 1, 30 | 1, 35 |
| y_* | 3, 225 | 2, 625 | 2, 25 | 1, 625 | 1, 100 |
| θ | - 0, 0335 | - 0, 0448 | - 0, 0515 | - 0, 0666 | - 0, 0733 |

Ce tableau permet de tracer la courbe 5 de la figure 24. Cette courbe a pour équation $\theta y_*^{3/5} = - 0,082$ dans l'intervalle $1,1 \leq y_* \leq 2,625$

Nous voyons que dans cet intervalle la relation $\theta y_*^{3/5} = -0,1271$ est vérifiée à 0,045 près sur la constante.

.../...

.../...

Par le procédé employé ici, si les directions prévues de vitesse au loin ne sont pas vérifiées pour les valeurs de $y_* > 2,625$, cela ne veut pas dire qu'elles le seraient encore avec d'autres procédés, cela signifie simplement que les lignes isomach droites de valeurs dans l'intervalle $1,243 > M \geq 1,22$ ne peuvent être confondues avec des caractéristiques sur toute leur longueur - Rappelons que nous n'avons jamais envisagé de confondre, même partiellement, les lignes isomach de valeurs $M < 1,22$ avec des caractéristiques.

Par contre, si les directions prévues de vitesse au loin ne sont vérifiées que pour les valeurs de $y_* \geq 1,100$, c'est-à-dire vérifiées à partir d'une certaine distance du profil d'aile ; cela ne veut pas dire que les lignes isomach droites de valeurs $M > 1,35$ ne peuvent être confondues approximativement avec des caractéristiques sur toute leur longueur. En fait, ces lignes isomach étant confondues avec des caractéristiques au voisinage du profil d'aile (§ III, 6. 2) et ayant des longueurs plus courtes que les autres lignes isomach, elles doivent se confondre avec des caractéristiques sur toute leur longueur et cela, avec une meilleure approximation que les autres lignes isomach. Nous verrons au § III, 8. 2. 4 un raisonnement plus rigoureux conduisant à ce résultat.

.../...

.../...

8 - INTERPRÉTATION PAR LE DOMAINE HODOGRAPHIQUE DE QUELQUES RÉSULTATS OBTENUS DANS LE PLAN DE L'ÉCOULEMENT .-

8.1 - Le plan auxiliaire défini par le repère $u\omega v$ est appelé le plan de l'hodographe. u et v représentent les composantes cartésiennes du vecteur vitesse. Le module U_c de la vitesse critique sert d'unité de longueur du plan $u\omega v$ (fig. 30B). L'écoulement critique étudié étant symétrique par rapport à l'axe des abscisses supportant la corde du profil d'aile, il nous suffit d'étudier le domaine hodographique correspondant au demi-plan de l'écoulement situé au-dessus de l'axe de symétrie. En outre, dans ce demi-plan, nous nous proposons d'examiner seulement le domaine supersonique continu à savoir le domaine limité en amont par la ligne sonique et en aval par le choc (fig. 30A).

8.1.1. - Nous commençons par préciser les éléments figurés au plan de l'hodographe. Le cercle sonique a pour rayon U_c . Le centre ω du cercle représente le point de vitesse nulle ; le point Ω , les régions situées à une distance infinie du profil d'aile ; l'intérieur du cercle, les points de vitesse subsonique et l'extérieur du cercle, ceux de vitesse supersonique.

L'arc $\widehat{C\Omega}$ sur le cercle sonique représente l'hodographe de la ligne sonique ; le segment $B\Omega$ sur l'axe ωu , celui de la ligne des cols.

Les caractéristiques du plan $u\omega v$ sont représentées par deux familles d'épicycloïdes I et J (paragraphe III, 1.1.5 b).

La portion \widehat{CS} de l'hodographe du profil d'aile s'obtient à partir de la distribution expérimentale de la vitesse sur l'arc \widehat{CS} du profil d'aile : les directions de la vitesse sont données par les angles θ_c définis au paragraphe III, 6.1 et les modules de la vitesse par la distribution du nombre de MACH M sur le profil d'aile.

Cette distribution de M s'obtient par l'extrapolation des lignes isomach expérimentales jusqu'à la paroi du profil d'aile, extrapo-

.../...

.../...

lation sur des distances très faibles de l'ordre de 0,1 ℓ (fig. 23 et 31).

Connaissant expérimentalement la position du choc (paragraphe III, 10.2), on connaît l'abscisse du point S, point de rencontre du choc avec le profil d'aile, soit $x_s = 0,925$. L'extrapolation de la courbe représentative de la distribution de M sur le profil d'aile donne pour cet abscisse la valeur $M = 1,445$; c'est le nombre de MACH au point S, du côté amont (fig. 31).

L'hodographe du profil d'aile, du point où $M = 1,35$ au point S, s'obtient par l'extrapolation de la partie expérimentale amont. Cette partie extrapolée se confond approximativement avec l'épicycloïde J_1 . Dans le plan de l'écoulement, elle correspond à un petit arc du profil d'aile, de l'ordre de 0,125 de la longueur totale de l'arc de cercle constituant le profil (fig. 23).

L'hodographe du choc du côté amont, soit l'arc $\widehat{S\Omega}$, s'obtient à partir de la distribution de la vitesse dont le module est donné par $\gamma y^{2/5} = 0,3557$ et la direction par $\theta y_*^{3/5} = -0,1271$.

On suppose que ces deux relations sont valables de la paroi du profil d'aile jusqu'à l'infini. Rappelons qu'elles ont été vérifiées expérimentalement; la première, dans l'intervalle $1 < y_* < 3,5$ (paragraphe III, 3.1) et la seconde, dans l'intervalle $1,1 \leq y_* \leq 2,625$ (paragraphe III, 7).

Cet hodographe du choc, quand il va vers le point Ω , tend vers l'épicycloïde J_0 qui passe par Ω et qui n'a pas d'homologue dans le plan de l'écoulement (pour l'écoulement s'effectuant dans une tuyère, la caractéristique correspondant à J_0 est la ligne de branchement).

La frontière transsonique a pour hodographe l'arc $\widehat{F\Omega}$ sur l'épicycloïde I_0 qui est la seule des caractéristiques du plan de l'hodographe passant par le point Ω .

.../...

.../...

L'épicycloïde I_0 rencontre l'hodographe expérimental du profil d'aile au point F ; le module du rayon polaire ωF évalué en nombre de MACH est de $M = 1,113$. La courbe représentative de la distribution du nombre de MACH sur le profil d'aile (fig. 31) donne, pour $M = 1,113$, l'abscisse du point F dans le plan de l'écoulement, soit $x_{F*} = 0,43$. C'est ainsi qu'on obtient la position de la frontière transsonique au contact du profil d'aile.

8.1.2 - Rappelons comment ont été obtenus les éléments du plan de l'écoulement représentés dans la figure 30A.

Le choc est obtenu par dépôt de poussières sur une paroi latérale de la veine d'expérience, la ligne sonique par mesure de pression (paragraphe III, 10), la frontière transsonique et la ligne des cols par mesure de pression et d'après les relations (III, 30 b) (paragraphe III, 42 ; 43). La caractéristique I'_2 est approximativement confondue au voisinage du profil d'aile avec une portion de la ligne isomach droite $M = 1,22$ (paragraphe III, 6.2). La caractéristique I''_2 toute entière est approximativement confondue avec la ligne isomach droite $M = 1,243$ (paragraphe III, 7).

Les caractéristiques I_1 et J_1 ont été tracées graphiquement à l'aide du caragraphe, gabarit transparent matérialisant les épicycloïdes et l'ellipsoïde de BUSEMANN [4 ρ]. Ayant la distribution de vitesse sur l'arc CS du profil d'aile, on peut en effet, construire toutes les caractéristiques du plan de l'écoulement dans le domaine triangulaire fermé $SP\rho$ à partir de son domaine hodographique (paragraphe III, 1.1.5 a). Le tracé des caractéristiques dans le plan de l'écoulement, est effectué d'après la théorie rappelée aux paragraphes III, 1.1.5 a, b et c.

8.2 - Nous allons maintenant interpréter par le domaine hodographique quelques résultats obtenus dans le plan de l'écoulement.

8.2.1. - Les résultats qualitatifs du plan de l'écoulement déduits de l'examen des caractéristiques dans le plan $\eta \Omega \theta$, de

.../...

.../...

l'équation d'EULER-TRICOMI (paragraphe III, 1.3.3 a) ont été mis en évidence par striescopie (paragraphe III, 5.2) et déterminés quantitativement par mesures de pression (paragraphe III, 4.2). On a partagé les caractéristiques de la famille I en deux classes I_1 et I_2 séparées par la caractéristique I_0 (frontière transsonique) : le domaine transsonique, contenant les caractéristiques I_1 , a été ainsi délimité (fig. 30A). L'examen des épicycloïdes de la famille I dans le plan de l'hodographe permet de se rendre compte facilement de la distinction faite et des propriétés des caractéristiques I_1 dans le domaine transsonique (fig. 30B).

8.2.2 - L'examen des lignes isomach supersoniques rectilignes (paragraphe III, 6 ; 7) et l'examen des caractéristiques de la famille I par striescopie (paragraphe III, 5.2) laissent supposer qu'il pourrait exister, dans le domaine supersonique de l'écoulement, des domaines partiels par ondes simples.

Si de tels domaines partiels existaient, leur domaine hodographique devrait se réduire à une courbe unique (paragraphe III, 1.1.5 f).

Dans la constitution semi-expérimentale de l'hodographe de l'écoulement (paragraphe III, 8.1.1), nous ne pouvons pas dire qu'il existe des domaines partiels se réduisant vraiment à une courbe unique. Il est à penser que des domaines partiels rigoureusement par ondes simples n'existeraient pas.

8.2.3 - Dans le plan de l'écoulement et sur le profil d'aile, en des points où $M \geq 1,22$, nous avons vu que $\alpha \approx \alpha_e$; α est l'angle de MACH local et α_e l'angle entre une ligne isomach supersonique rectiligne et la tangente au profil d'aile. Ce résultat nous a permis de dire que dans un certain voisinage du profil d'aile, l'écoulement est approximativement par ondes simples (paragraphe III, 6).

Ce résultat s'interprète facilement dans le plan de l'hodographe (fig. 30B). En effet, en première approximation, l'arc \widehat{RS} de l'hodographe du profil d'aile se confond avec l'arc $\widehat{\tau S}$ de l'épicycloïde J_1 . On a ainsi un domaine hodographique se réduisant à une courbe unique et

.../...

.../...

par suite son homologue dans le plan de l'écoulement constitue un domaine partiel approximativement par ondes simples.

Ce domaine partiel est représenté au voisinage du profil d'aile par la portion triangulaire $S R t$ (fig. 30A).

8.2.4 - Dans le plan de l'écoulement, nous avons considéré aussi le domaine partiel limité en amont par la ligne isomach Tt de valeur $M = 1,243$ et en aval par le choc (fig. 30A), comme se faisant approximativement par ondes simples (paragraphe III, 7). Cela veut dire qu'il doit être possible de confondre l'arc \overline{TS} de l'hodographe du profil d'aile et l'arc $\overline{t'S}$ de l'hodographe du choc avec l'arc $\overline{t'S}$ de l'épicycloïde J_1 (fig. 30B). A première vue, ces arcs sont loin d'être confondus. En fait, les considérations suivantes permettent de les confondre. Considérons le domaine hodographique triangulaire tTS . Dans ce domaine, considérons les arcs, tel que \overline{Tt} , sur les épicycloïdes de la famille I_2 et les arcs, tel que $\overline{t'S}$, sur les épicycloïdes de l'autre famille J . Nous allons raisonner sur l'arc \overline{Tt} ; le même raisonnement restera valable pour tout arc analogue dans le domaine hodographique triangulaire tTS .

Les épicycloïdes de la famille J coupent l'arc \overline{Tt} en des points t' . Les normales aux épicycloïdes de la famille J , en des points t' , ont pratiquement la même direction. Comme ces normales sont parallèles aux tangentes à la caractéristique Tt dans le plan de l'écoulement en des points homologues t' (paragraphe III, 1.1.5 c), la caractéristique Tt du plan de l'écoulement est donc pratiquement rectiligne et se confond avec la ligne isomach $M = 1,243$, qui est alors aussi une ligne isocline des vecteurs vitesses (paragraphe III, 1.1.5 f). Il en sera de même pour toutes caractéristiques de la famille I_2 limitées en amont par la ligne isomach $M = 1,243$ et en aval par le choc. L'approximation est d'ailleurs, meilleure vers l'aval du fait que dans le plan de l'hodographe les arcs \overline{TS} et $\overline{t'S}$ se rapprochent de plus en plus quand on va vers le point S .

.../...

.../...

9 - COMPARAISON DE L'ÉCOULEMENT PLAN AU COL D'UNE TUYÈRE ET DE L'ÉCOULEMENT CRITIQUE PLAN AUTOUR D'UN PROFIL D'AILE .-

| Ecoulement plan au col d'une tuyère (fig. 19) | Ecoulement critique plan autour d'un profil d'aile (fig. 21 et 30A) |
|--|--|
| 9.1 - Frontières matérielles : | |
| Parois de la tuyère. | Parois du profil d'aile. |
| 9.2 - Ecoulement interne. | Ecoulement externe. |
| 9.3 - Point sonique sur l'axe de la tuyère. | Point à l'infini. On appelle ainsi tous les points situés à une distance infinie du profil d'aile. |
| 9.4 - Dispositions des lignes remarquables de l'amont à l'aval : | |
| Ligne sonique, frontière transsonique, ligne des cols, ligne de branchement. | Ligne sonique, frontière transsonique, ligne des cols, choc. |
| 9.5 - Formes des lignes remarquables en premières approximations. | |
| Au voisinage du point sonique sur l'axe : | Au voisinage du point à l'infini : |
| Ce sont des paraboles | Ce sont des paraboles |
| $x = c^{te} y^2$ | $x = c^{te} y^{4/5}$ |
| Elles sont tangentes à l'axe des y au point sonique sur l'axe de la tuyère. | Elles ont l'axe des y comme direction asymptotique. |
| 9.6 - | |
| Domaine transsonique | |
| Domaine limité en amont par la ligne sonique et en aval par la frontière transsonique. | idem. |

.../...

.../...

D'après ce tableau, on voit que la différence essentielle entre les deux écoulements tient à l'existence, dans un cas, de la ligne de branchement et dans l'autre cas à celle du choc.

La ligne de branchement est une ligne caractéristique passant par le point sonique sur l'axe de la tuyère, elle constitue (avec la ligne isovitesse $U = \sqrt{2}$) le lieu des points d'inflexion des caractéristiques du plan de l'écoulement (4 d, p. 77 - 79).

Le choc est une ligne de discontinuité passant par le point à l'infini et constitue le lieu des extrémités de certaines caractéristiques du plan de l'écoulement.

10 - PROCÉDÉ DE DÉPOUILLEMENT DES MESURES DE PRESSION DANS L'EXPLORATION D'UN CHAMP AÉRODYNAMIQUE .-

Dans une veine d'expérience à deux dimensions, nous mettons au point un procédé de dépouillement des mesures de pression, procédé valable pour toute exploration de champ aérodynamique autour de profil quelconque de maquette.

10.1 - Nous étudions ici le cas de l'écoulement critique autour du profil d'aile lenticulaire L_1 placé dans la veine transsonique décrite au paragraphe I, 1.

Sur une paroi latérale de la veine d'expérience, 296 prises de pression statique ont été utilisées. Elles sont disposées sur des droites

$y = Cte$ ou sur des droites $x = Cte$. La distance entre deux prises de pression voisines est de 30 mm sur chaque droite $y = Cte$; elle est de 15 mm sur chaque droite $x = Cte$.

Dans le domaine rectangulaire \mathcal{D} ($-22,5 \text{ mm} \leq y \leq +22,5 \text{ mm}$; $-25 \text{ mm} \leq x \leq 35 \text{ mm}$) qui constitue un voisinage du profil d'aile étudié, la distance entre deux prises de pression est plus faible ; elle est de 10 mm sur une droite $y = Cte$ et de 5 mm sur une droite $x = Cte$ (Fig. 32).

.../...

.../...

L'air étant supposé un gaz parfait en évolution adiabatique réversible, le passage de la pression statique p au nombre de MACH M se fait de façon rapide par abaque établi d'après les relations

$$\frac{p}{p_0} = \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} U_*^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (\text{III.33}) \quad \text{et} \quad M^2 = \frac{2}{\gamma+1} \cdot \frac{U_*^2}{1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} U_*^2} \quad (\text{III.34})$$

où p_0 est la pression génératrice, $U_* = \frac{U}{U_c}$ la vitesse réduite,

$\gamma = 1,400$ le rapport des chaleurs spécifiques de l'air [4 d, p. 125 - 131] . L'erreur sur les valeurs de M données par cet abaque est de l'ordre de 0,001.

Pour les nombres de MACH d'approche M_∞ variant de 0,85 à 1, la veine d'expérience vide a pu être réglée de façon à obtenir des écoulements uniformes à 0,005 sur M . En ce qui concerne l'écoulement critique autour du profil d'aile lenticulaire L_1 placé dans la veine d'expérience, nous nous proposons d'après la répartition de M dans le champ aérodynamique, de tracer les lignes isomach et de situer les ondes de choc.

10.2 - Les deux ondes de choc qui prennent naissance au bord de fuite du profil d'aile peuvent être visualisées de la manière suivante : sur une paroi latérale, très légèrement graissée, de la veine d'expérience, les poussières en suspension dans l'air se déposent en aval du choc et dans la partie décollée de la couche-limite de la paroi ; après un court moment de fonctionnement de la soufflerie, on observe nettement la frontière amont de la partie décollée.

Nous avons vu que l'onde de choc, ainsi visualisée, satisfait aux relations de FRANKL (paragraphe III, 3.1 ; 3.3 f ; 4.1). Nous verrons qu'elle satisfait aussi à la loi de PRANDTL et à l'expression du saut de pression à travers un choc (paragraphe III, 11 ; 12). D'après l'expérience que nous allons décrire, la striescopie confirme le procédé de visualisation d'un choc par dépôt de poussières:

Dans un écoulement critique, nous mettons un petit obstacle

.../...

.../...

afin d'obtenir un choc faible facilement observé par striescopie. Cet obstacle est constitué par un profil circulaire de 0,6 mm de diamètre. La striescopie donne la position du choc et celui-ci présente une épaisseur de l'ordre de 2 mm. Le côté amont de cette image épaissie du choc et la frontière amont du dépôt de poussières sur une paroi latérale de la veine d'expérience, coïncident.

10.3 - Ayant obtenu la position des ondes de choc dans l'écoulement critique autour du profil d'aile L_1 , nous traçons les lignes isomach du champ.

Nous les obtiendrons à partir d'un réseau de courbes $M = f_i(x_*)$ pour des valeurs de $y_{i*} = Cte (i = 1, 2, 3 \dots)$.

Pour le tracé de chacune de ces courbes, nous utilisons deux sortes de points expérimentaux :

- des points obtenus par mesures directes sur la droite $y_{i*} = Cte$ considérée.
- des points obtenus par interpolation à partir d'un réseau de courbes $M = g_j(y_*)$ pour des valeurs de $x_{j*} = Cte (j = 1, 2, 3 \dots)$.

Nous choisissons évidemment les valeurs de x_{j*} de manière qu'elles correspondent à des prises de pression existantes. Les courbes $M = f_i(x_*)$ obtenues sont de deux types (fig. 33) : pour les valeurs de $y_{i*} = Cte > 2$ (il s'agit du demi-plan $y_* \geq 0$), elles sont du type 1, caractérisées par une seule discontinuité de M correspondant au choc : il s'agit d'un choc brusque.

Pour les valeurs de $y_{i*} = Cte \leq 2$, elles sont du type 2, caractérisées par une discontinuité de M suivie d'une décroissance continue de M en aval : il s'agit d'un choc brusque suivi d'une succession de chocs faibles.

Ces observations dues aux mesures de pression, sont compatibles avec l'image striescopique de l'écoulement critique autour du profil

.../...

.../...

d'aile L_2 , affin de L_1 (paragraphe III, 5 ; fig. 28).

De façon générale, sauf pour le domaine de chocs faibles (ou de recompression progressive), la mesure de la pression au voisinage du choc n'est pas utilisé ; elle est en effet très différente de la pression dans l'écoulement irrotationnel à cause de l'interaction du choc et de la couche-limite turbulente le long des parois latérales de la veine d'expérience.

A titre purement indicatif, signalons que dans une couche-limite turbulente établie, relative à un écoulement faiblement supersonique et dont l'épaisseur de quantité de mouvement de la portion subsonique ne varie pratiquement pas, une onde de détente se propage sur une longueur sensiblement constante de l'ordre de 8 mm en amont de la perturbation [4 d, p. 167, 183, 186, 187] .

En somme, le long du choc du côté amont comme du côté aval, les nombres de MACH ne peuvent être obtenus par des mesures directes.

En dehors du domaine de recompression progressive, les courbes $M = f_i(x_*)$ du type 1 donnent les nombres de MACH le long du choc du côté aval, par extrapolation (non linéaire) de leur branche aval jusqu'à l'abscisse connue de la discontinuité (fig. 33).

La distribution du nombre de MACH le long du choc du côté amont s'obtient de façon légèrement différente : avec des points expérimentaux (mesures directes ou interpolations) utilisables, c'est-à-dire considérés comme ne subissant pas l'influence du choc, les branches amont des courbes $M = f_i(x_*)$ sont sensiblement rectilignes pour les valeurs de $M > 1$ (fig. 33). Ces branches de courbes donnent dans le domaine homologue du plan de l'écoulement x_* u y_* de longues portions de lignes isomach supersoniques. Ces dernières sont sensiblement rectilignes quand elles ont pour valeur $M \geq 1,05$. La position du choc étant connue, l'extrapolation rectiligne de ces lignes isomach jusqu'au choc peut donner la distribution de M le long du choc du côté amont.

.../...

.../...

En pratique l'extrapolation en question s'est faite sur des distances de l'ordre de 0,5 l et sur les lignes isomach qui peuvent atteindre le choc dans le cadre de la veine d'expérience (fig. 23). La distribution du module de la vitesse ainsi obtenue vérifie de façon remarquable la prévue pour son cas (paragraphe III, 3.4). Comme d'autres relations de FRANKL, relation de FRANKL ont été vérifiées expérimentalement (paragraphe III, 3 ; 4), l'obtention de cette distribution de M par le procédé décrit est une opération valable.

Ayant la distribution de M sur le côté amont du choc, revenons aux courbes $M = f_i(x_*)$; nous constatons que la même distribution peut être obtenue par extrapolation rectiligne des branches amont de ces courbes jusqu'aux abscisses connues de la discontinuité.

En somme, le réseau des courbes expérimentales $M = f_i(x_*)$ pour des valeurs de $y_{i*} = Cte$, avec des extrapolations convenables permet de tracer toutes les lignes isomach du champ étudié.

10.4 - Dans la figure 34, l'écoulement critique plan autour du profil d'aile lenticulaire L_1 est représenté par ses lignes isomach et par la position des ondes de choc, éléments obtenus par le procédé décrit ci-dessus.

Nous soulignons que dans le domaine rectangulaire D formant un voisinage du profil d'aile, les prises de pression étant très voisines les unes des autres, toutes les lignes isomach sont connues avec une bonne précision. En dehors du domaine D , les prises de pression sont espacées ; comme les vitesses subsoniques et celles voisines des conditions critiques varient faiblement tandis que les vitesses supersoniques varient rapidement, seules les lignes isomach de valeurs $M > 1,03$ sont connues avec une bonne précision.

11 - VÉRIFICATION EXPÉRIMENTALE DE LA LOI DE PRANDTL .-

11.1 - Soit une onde de choc plane, oblique et permanente par rapport à un repère galiléen (fig. 35).

Pour un tel choc, la loi de PRANDTL s'écrit :

.../...

.../...

$$U_{n*} \cdot U_{n*}' = 1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} U_{t*}^2 \quad ; \quad U_{t*} = U_{t*}'$$

U_n et U_t représentent respectivement les composantes normale et tangentielle de la vitesse. L'indice prime affecte les grandeurs en aval du choc ; l'indice $*$, la vitesse réduite, rapport de la vitesse à la vitesse critique. γ désigne le rapport des chaleurs spécifiques du gaz [13, p. 532 - 535].

11.2 - Nous nous proposons de vérifier expérimentalement la loi de PRANDTL en un certain point t sur un choc du profil d'aile lenticulaire L_4 dans l'écoulement critique ; la position de ce choc ayant été obtenue par le procédé de dépôt de poussières sur une paroi latérale de la veine d'expérience (paragraphe III, 10.2). Au point t , le choc est considéré comme un choc plan, oblique dont l'inclinaison est celle de la tangente au choc.

Nous cherchons à obtenir expérimentalement, au point géométrique t , la vitesse amont et le module de la vitesse aval. Nous appliquons à la vitesse expérimentale amont la loi de PRANDTL, pour obtenir la vitesse aval et en particulier son module. La vérification de la loi de PRANDTL consistera à comparer ce module à celui que donne l'expérience.

11.3 - Le point t sur le choc est choisi assez loin des fentes (parois horizontales de la veine d'expérience) pour ne pas subir leur influence et assez loin du profil d'aile pour ne pas être dans le domaine de recompression progressive (paragraphe III, 10.3) : nous avons choisi ce point à l'intersection de la ligne isomach $M = 1,243$ avec le choc : il correspond à $x_* = 2,725$ et à $y_* = 2,625$ (fig. 23).

Nous avons vu au paragraphe III, 10.3 comment obtenir les nombres de MACH amont et aval en un point sur le choc. Rappelons-le brièvement pour le cas du point t . Le nombre de MACH amont au point t est

$M = 1,243$. Il est obtenu par extrapolation rectiligne de la ligne

.../...

.../...

isomach expérimentale de valeur $M = 1,243$ jusqu'au choc sur une distance de l'ordre de $0,5 \ell$, soit une distance de l'ordre de $0,15$ sur la longueur totale de la ligne isomach (fig. 23). On constate que le point correspondant à ce nombre de MACH M et à l'abscisse connue

$x_* = 2,725$ du choc est bien aligné avec les autres points expérimentaux de la branche amont de la courbe $M = f(x_*)$ pour $y_* = 2,625$ (fig. 36). Une faible extrapolation (non linéaire) de branche aval de la même courbe, jusqu'à la même abscisse donne le nombre de MACH aval au point t , soit $M' = 0,972$ (fig. 36).

Il reste à déterminer la direction de la vitesse amont. Nous avons vu que la portion supersonique de l'écoulement, limitée en amont par la ligne isomach $M = 1,243$ et en aval par le choc s'effectue pratiquement par ondes simples (paragraphe III, 6 ; 7 ; 8).

La ligne isomach $M = 1,243$ est donc aussi une ligne isocline des vecteurs vitesses (paragraphe III, 1.1.5 f). Soit T le point de rencontre de cette ligne isomach avec le profil d'aile (fig. 23). La direction de la vitesse amont au point t est celle de la vitesse au point T , c'est-à-dire celle de la tangente au profil en T (paragraphe III, 6).

Soit β l'angle aigu non orienté entre la vitesse amont et la tangente au choc au point t . La mesure au rapporteur à $15'$ près donne β égal à 68° .

Connaissant la vitesse amont, la loi de PRANDTL va donner la vitesse aval et en particulier le module de cette vitesse.

A $M = 1,243$ correspond $U_* = 1,190$ d'après (III, 34).

Les composantes normale et tangentielle de la vitesse amont ont pour valeurs :

$$U_{n*} = U_* \cdot \sin \beta = 1,103 \quad ; \quad U_{t*} = U_* \cdot \cos \beta = 0,446$$

La loi de PRANDTL donne les composantes normale et tangentielles

.../...

.../...

de la vitesse aval : $U_{t*}' = U_{t*} = 0,446$; $U_{n*}' = \frac{1}{U_{n*}} \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} U_{t*}'^2\right) = 0,876$,
 le rapport des chaleurs spécifiques γ de l'air étant de 1,400, le mo-
 dule de la vitesse aval a pour valeur $U_{*}' = \sqrt{U_{t*}'^2 + U_{n*}'^2} = 0,983$;
 à cette valeur correspond le nombre de MACH $M' = 0,980$.

En comparant ce nombre de MACH aval prévu par la loi de PRANDTL à celui que donne l'expérience, soit $M' = 0,972$, nous trouvons un écart de 0,008. Le calcul qui suit va nous montrer que cet écart est inférieur à celui que l'on déduit de l'incertitude des mesures.

11.4 - La précision de la vérification de la loi de PRANDTL dépend essentiellement de celle de l'angle β .

Les erreurs commises sur l'angle β sont de trois sortes : une erreur estimée à $\pm 30'$ et commise sur l'appréciation de la tangente au choc, au point t ; une erreur de $\pm 15'$ commise sur la mesure de l'angle β au rapporteur ; une erreur commise sur la direction de la vitesse amont au point t quand on confond cette direction avec celle de la tangente au profil d'aile au point T .

Cette dernière erreur est évaluée de la façon suivante : Soit θ l'angle entre l'axe des abscisses et la vitesse amont en un point sur le choc. Cet angle sera donné par la relation de FRANKL
 $\theta y_*^{3/5} = -0,1271$ représentant la distribution de la direction de la vitesse amont le long du choc (paragraphe III, 3.3 e).

Soit θ_e , l'angle entre l'axe des abscisses et la tangente en un point au profil d'aile. Cet angle sera mesuré par la pente $tg \theta_e$, c'est-à-dire par la dérivée de l'équation du profil d'aile (équation du cercle de rayon 50,5 mm). L'erreur à évaluer est représentée par l'écart $\theta - \theta_e$. Pour l'ordonnée du point t , soit $y_* = 2,625$, nous avons $\theta = -4^{\circ}05'$; pour l'abscisse du point T , soit $x_* = 0,625$ comme on a $\theta_e = -2^{\circ}50'$, il vient $\theta - \theta_e = -1^{\circ}15'$. Les angles θ et θ_e étant mesurés positivement dans le sens trigonométrique, l'erreur évaluée ici est de $1^{\circ}15'$ par défaut sur l'angle β . En définitive, l'angle β est estimé compris dans l'intervalle suivant

.../...

.../...

$$68^{\circ} - 45' \leq \beta \leq 68^{\circ} + 45' + 1^{\circ}15' ,$$

$$67^{\circ}15' \leq \beta \leq 70^{\circ} ;$$

d'après la loi de PRANDTL, l'intervalle correspondant du nombre de MACH aval M' , est

$$0,991 \geq M' \geq 0,953.$$

La valeur de M' que nous avons obtenue expérimentalement soit $M' = 0,972$, est située dans cet intervalle ; il en résulte que la loi de PRANDTL est vérifiée à la précision de nos mesures.

.../...

- VÉRIFICATION EXPÉRIMENTALE DE LA VARIATION DE PRESSION A TRAVERS UN CHOC.

12. 1 - La variation de la pression à travers une onde de choc plane, oblique (fig. 35) a pour expression :

$$\frac{p' - p}{p} = \frac{2\gamma}{\gamma + 1} (M^2 \sin^2 \beta - 1) .$$

p et p' représentent respectivement les pressions statiques en amont et en aval du choc, M le nombre de Mach amont et β l'angle entre la vitesse amont et le choc. [10, p. 85-86].

12. 2 - La vérification expérimentale de cette expression est, à tout point, analogue à celle de la loi de Prandtl décrite précédemment.

Elle se fait en un point k , voisin du point t , sur le choc. Le point k a pour coordonnées $x_* = 2,55$ et $y_* = 2,25$ (fig. 23).

La courbe expérimentale $p = f(x_*)$ correspondant à $y_* = 2,25$, donne à l'abscisse $x_* = 2,55$ les valeurs de la pression amont, soit $p = 290$ mm de mercure et de la pression aval, soit $p' = 423$ mm de mercure, au point k sur le choc (fig. 37).

A $p = 290$ mm de mercure correspond $M = 1,263$, $p_0 = 766$ mm de mercure étant la pression génératrice.

Dans le plan de l'écoulement, la ligne isomach $M = 1,263$ rencontre le profil d'aile au point K et le choc au point k (fig. 23). La direction de la vitesse amont en k est celle de la tangente au profil d'aile en K . Cette direction fait avec la tangente au choc au point k un angle aigu $\beta = 67^\circ 30'$ à $15'$ près (le sinus de l'angle β et celui de son supplément ont, d'ailleurs la même valeur). L'expression de la variation de pression à travers un choc plan oblique, appliquée aux éléments expérimentaux amont p, M, β conduit à la pression aval au point k , soit $p' = 412$ mm de mercure.

En comparant cette pression aval calculée à celle que donne l'expérience, soit $p' = 423$ mm de mercure, nous trouvons un écart relatif de

$$\frac{|\Delta p'|}{p'} = \frac{|412 - 423|}{423} = 0,026.$$

.../...

.../...

12. 3 - La précision du résultat dépend ici encore essentiellement de l'erreur faite sur l'angle β .

Soient θ et θ_e , les angles tels qu'ils ont été définis au § III, 11. 4.

Pour l'ordonnée du point k , soit $y_k = 2,25$, nous avons $\theta = -4^\circ 28'$; pour l'abscisse du point K , soit $x_k = 0,65$, nous avons $\theta_e = -3^\circ 24'$. Ainsi, en confondant la direction de la vitesse amont en k sur le choc avec la direction en K de la tangente au profil d'aile, nous commettons sur l'angle β une erreur de $\theta - \theta_e = -1^\circ 04'$. Cet écart étant mesuré positivement dans le sens trigonométrique, l'erreur sur l'angle β est de $1^\circ 04'$ par défaut.

Nous commettons, en outre, une erreur de $\pm 30'$ sur l'appréciation de la tangente en k au choc, et une erreur de $\pm 15'$ sur la mesure de l'angle β au rapporteur.

En définitive, l'angle β est compris dans l'intervalle

$$67^\circ 30' - 45' \leq \beta \leq 67^\circ 30' + 45' + 1^\circ 04'$$

$$66^\circ 45' \leq \beta \leq 69^\circ 19' ;$$

l'intervalle correspondant de la pression aval p' est en mm de mercure,

$$407 \leq p' \leq 424 .$$

La valeur expérimentale $p' = 423$ mm de mercure étant située dans cet intervalle, on a une deuxième vérification de la théorie du choc plan oblique.

.../...

.../...

CONCLUSION

Le but de notre travail était de réaliser les conditions du milieu illimité dans une veine d'expérience transsonique à parois de perméabilité localement réglable, puis d'y étudier l'écoulement plan autour d'un profil d'aile avec vitesse sonique au loin.

Pour réaliser les conditions du milieu illimité, nous avons utilisé une famille de maquettes étalons homothétiques de profil donné aussi simple que possible, un profil losangique par exemple, ou un profil lenticulaire. L'écoulement autour de la plus petite maquette est considéré comme étant voisin de l'écoulement en milieu illimité.

Par homothétie, on en déduit l'écoulement autour d'une maquette étalon quelconque.

Pour réaliser des champs de vitesse homothétiques, l'expérience a montré que les paramètres de réglage ne dépendent pratiquement que de l'épaisseur de la maquette. Il en résulte que le réglage de la veine d'expérience pourra être effectué à l'aide d'une maquette étalon ayant même épaisseur que la maquette à étudier mais dont la corde peut être différente (Chapitre I).

Bien que l'effet dû à la différence des cordes soit peu important, on peut, pour en tenir compte, améliorer la méthode précédente. On réalise une maquette ayant la corde et l'épaisseur de la maquette à étudier et ayant un profil déduit par affinité du profil des maquettes étalons.

Une similitude transsonique permet de prévoir, à partir du champ des vitesses autour d'une petite maquette étalon, le champ à réaliser autour de cette maquette affine. On règle alors la veine d'expérience de manière à obtenir ce champ des vitesses (Chapitre II).

Ce procédé qui nous a permis de résoudre approximativement le problème du milieu illimité, conduit de plus à la détermination relativement précise du nombre de Mach d'approche.

.../...

.../...

Ce nombre de Mach est d'autant plus difficile à mesurer qu'il est plus proche de l'unité. Notre procédé a été appliqué avec succès pour régler la veine d'expérience en vue de réaliser un écoulement juste critique loin en amont de la maquette.

Au sujet de l'étude de l'écoulement critique plan autour d'un profil d'aile (Chapitre III), l'expérience a permis de déterminer la constante unique qui caractérise le profil et qui permet de déterminer une solution homogène de l'équation d'Euler-Tricomi, solution valable au loin dans le plan de l'écoulement.

Pour un profil d'aile mince placé à l'incidence nulle, on a constaté que la solution au loin est, en fait, vérifiée pour des distances relativement faibles à partir du profil d'aile.

-:-:-:-:-

.../...

.../...

BIBLIOGRAPHIE

- 1) ALLEN H. J.
Transonic wind tunnel development of the National Advisory Committee for Aeronautics. A. G. A. R. D. Memorandum, PARIS, 1954.
- 2) GERMAIN P.
Introduction à l'étude mathématique des écoulements transsoniques. La Recherche Aéronautique, n° 22, 1951.
- 3) GOTHERT B. H.
Flow establishment and wall interference in transonic wind tunnels. A. G. A. R. D. Memorandum, PARIS, 1954.
- 4) GONTIER G.
a) Soufflerie sonique de L'Institut de Mécanique des Fluides de Lille. La Recherche Aéronautique, n° 10, 1949.
b) Influence d'un faible braquage d'aileron sur la portance d'un profil, à faible incidence et en écoulement transsonique. Problème n° 367 SR, I. M. F. L. , 1958.
c) Etude du rendement d'une soufflerie sonique. Rapport partiel n° 1, Problème n° 1135 A, I. M. F. L., 1950.
d) Mise en oeuvre d'un procédé de détermination expérimentale du domaine transsonique d'un écoulement de type mixte. P. S. T. du Ministère de l'Air, n° 367, 1960.
e) Contribution à l'étude de l'interféromètre différentiel à biprisme de Wollaston. P. S. T. du Ministère de l'Air, n° 338, 1957.

.../...

.../...

f) Caragraphe, Instrument pour la détermination graphique d'écoulements plans supersoniques par la méthode des caractéristiques.

P. S. T. du Ministère de l'Air, n° N. T. 67, 1957.

GUDERLEY K. G.

Theory of transonic flow. Pergamon Press, 1962.

FRANKL F. I.

C. R. Acad. SC. U. R. S. S., t. 57, n° 7, 1947.

Traduction O. N. E. R. A. n° 1100.

KARMAN Th. VON

The similarity law of transonic flow.

Journal of Mathematics and Physics, Volume XXVI, n°1, 1947.

LANDAU L. D. et LIFSHITZ E. M.

Fluid mechanics, Institut de Problèmes physiques, U. R. S. S.
Traduction Pergamon Press, 1959.

LERAY J.

Les écoulements continus sans frottement.

Centre d'Etudes Supérieures de Mécanique, PARIS 1946.

LIEPMANN H. W. et ROSHKO A.

Elements of Gasdynamics, NEW-YORK, 1957.

MARTINOT-LAGARDE A. , CONTIER G. et NGUYEN-VAN-GUY

C. R. Acad. SC. , t. 250, p. 3449-3451, 1960.

.../...

.../...

[12]

MARTINOT-LAGARDE A.

a) Sur quelques problèmes posés par l'expérimentation en soufflerie aérodynamique. Chapitre IV.

P. S. T. du Ministère de l'Air, n° 353, 1959.

b) Similitude physique. Exemples d'applications à la mécanique des Fluides.

Mémorial des Sciences physiques, fasc. LXVI, PARIS, 1960.

[13]

SHAPIRO ASCHER H.

The dynamics and thermodynamics of compressible flow.
Volume I . NEW-YORK, 1953.

[14]

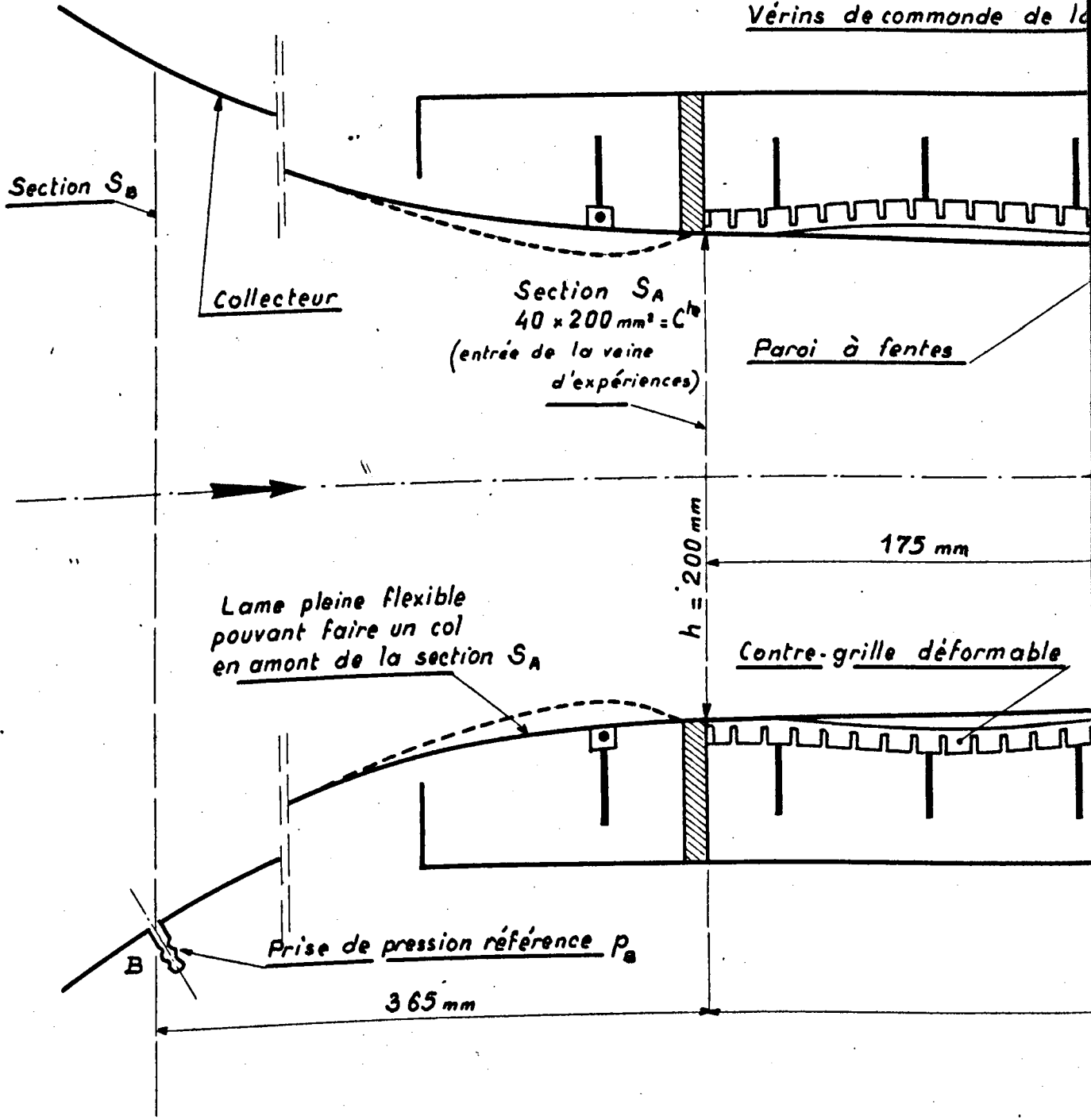
SIRIEX M.

Equipement transsonique des souffleries de recherches
de l'O. N. E. R. A. La Recherche Aéronautique, n° 67,
1958.

-:-:-:-:-

50376
1962
10

Vérins de commande de la

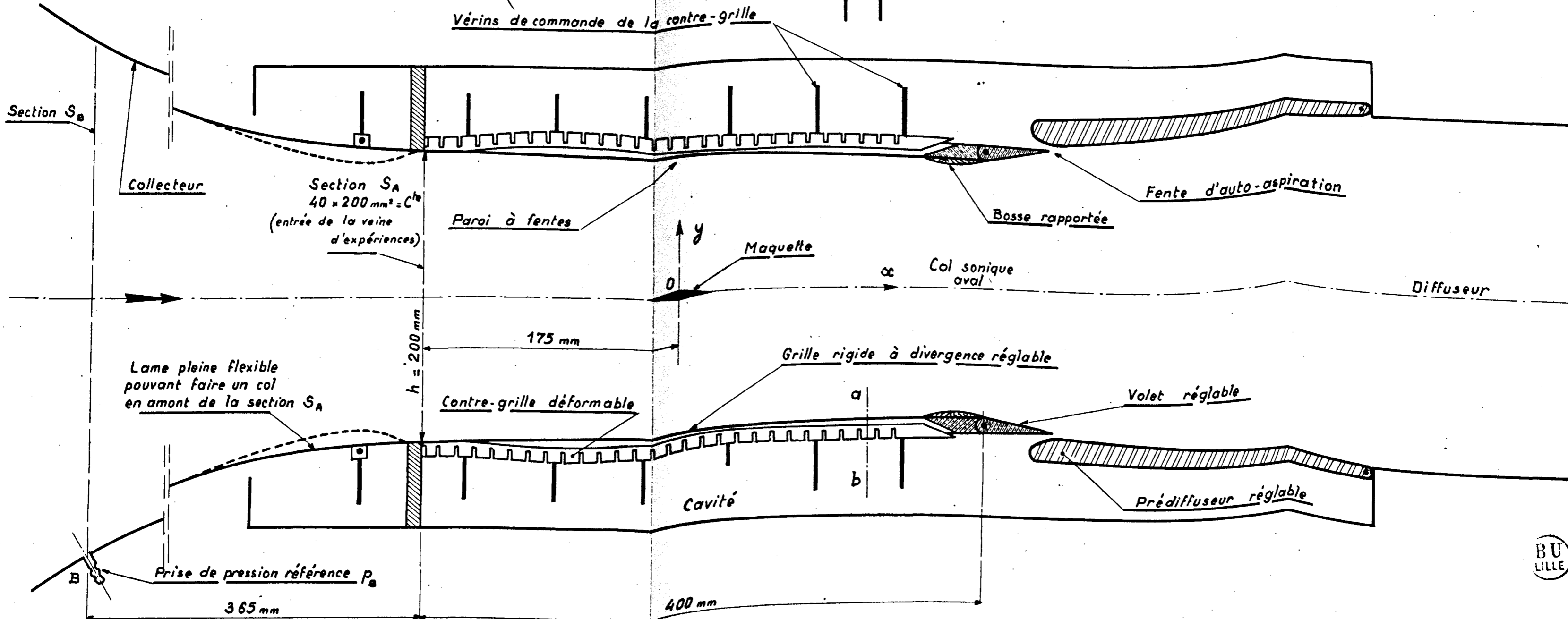
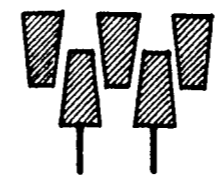


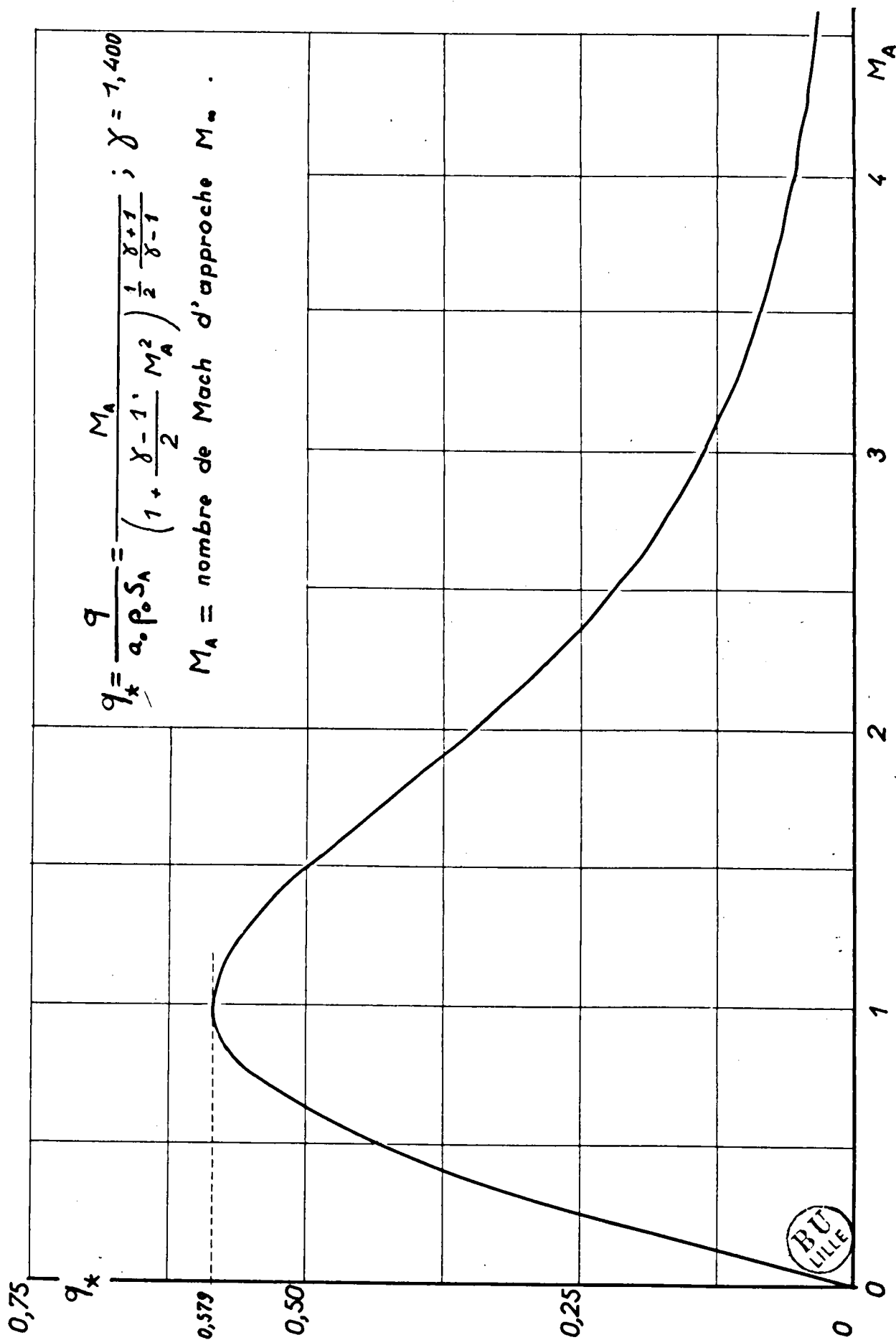
50376
1962
10

Veine d'expérience transsonique à parois horizontales à fentes

(SOUFFLERIE SONIQUE I.M.F.L.)

coupe ab





IMFL

Problème

Dessiné par :

Vérfié par :

Date :

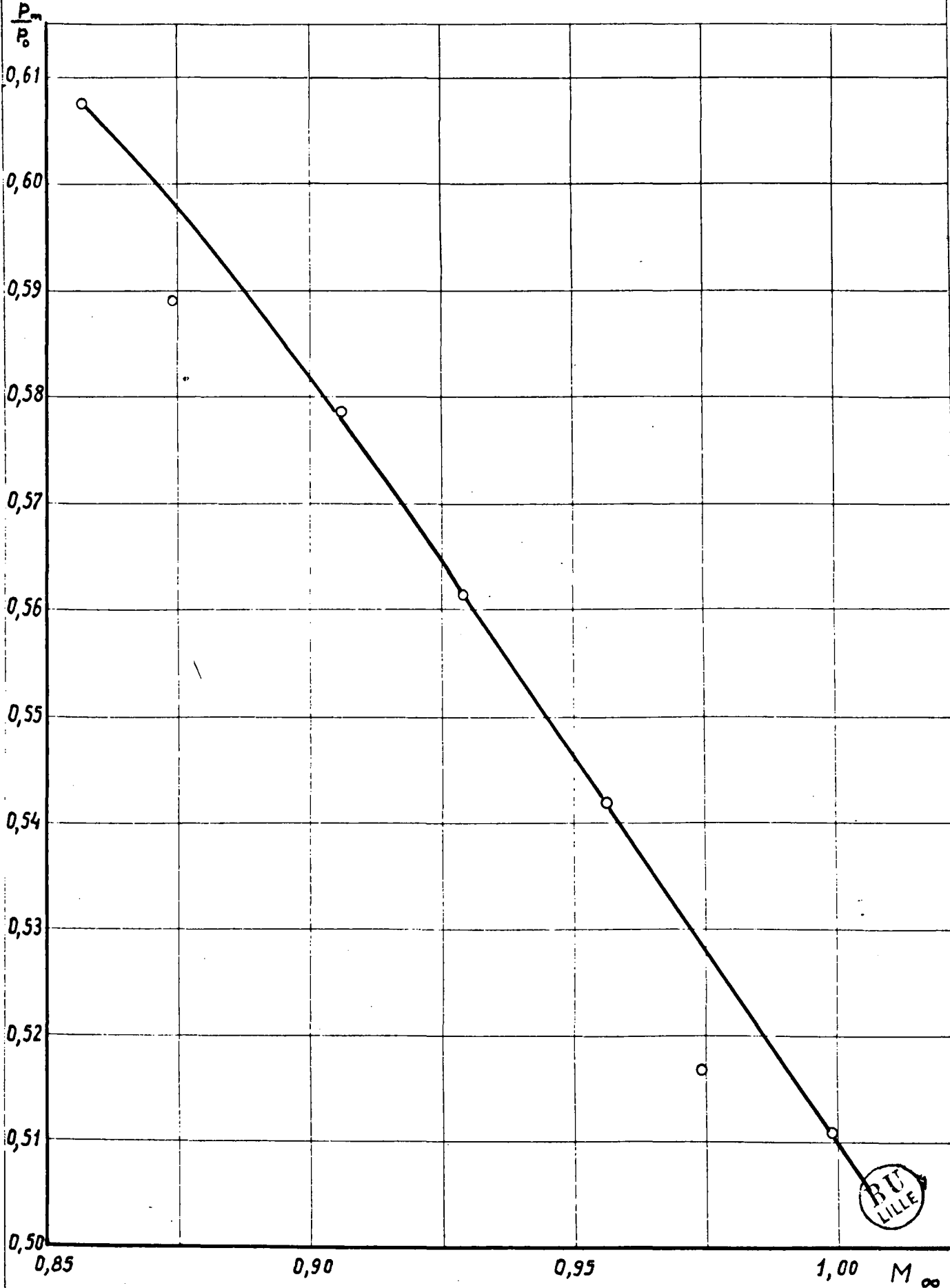
Fig. 3

495 - SR

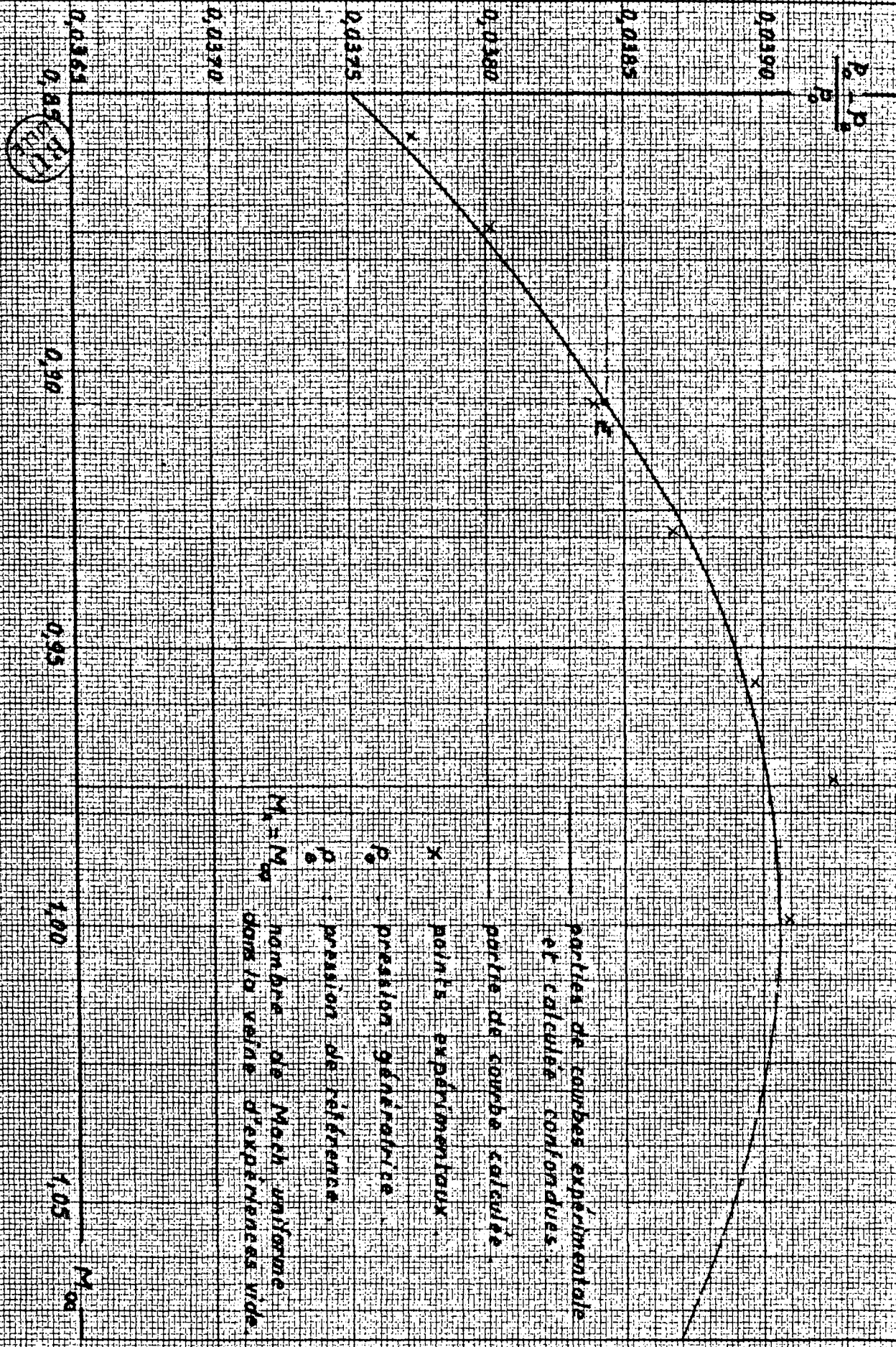
Leuwers. J.

Van-Quy

16 - 2 - 62



Courbe d'allongement de la prise de pression de référence au point B



IMFL

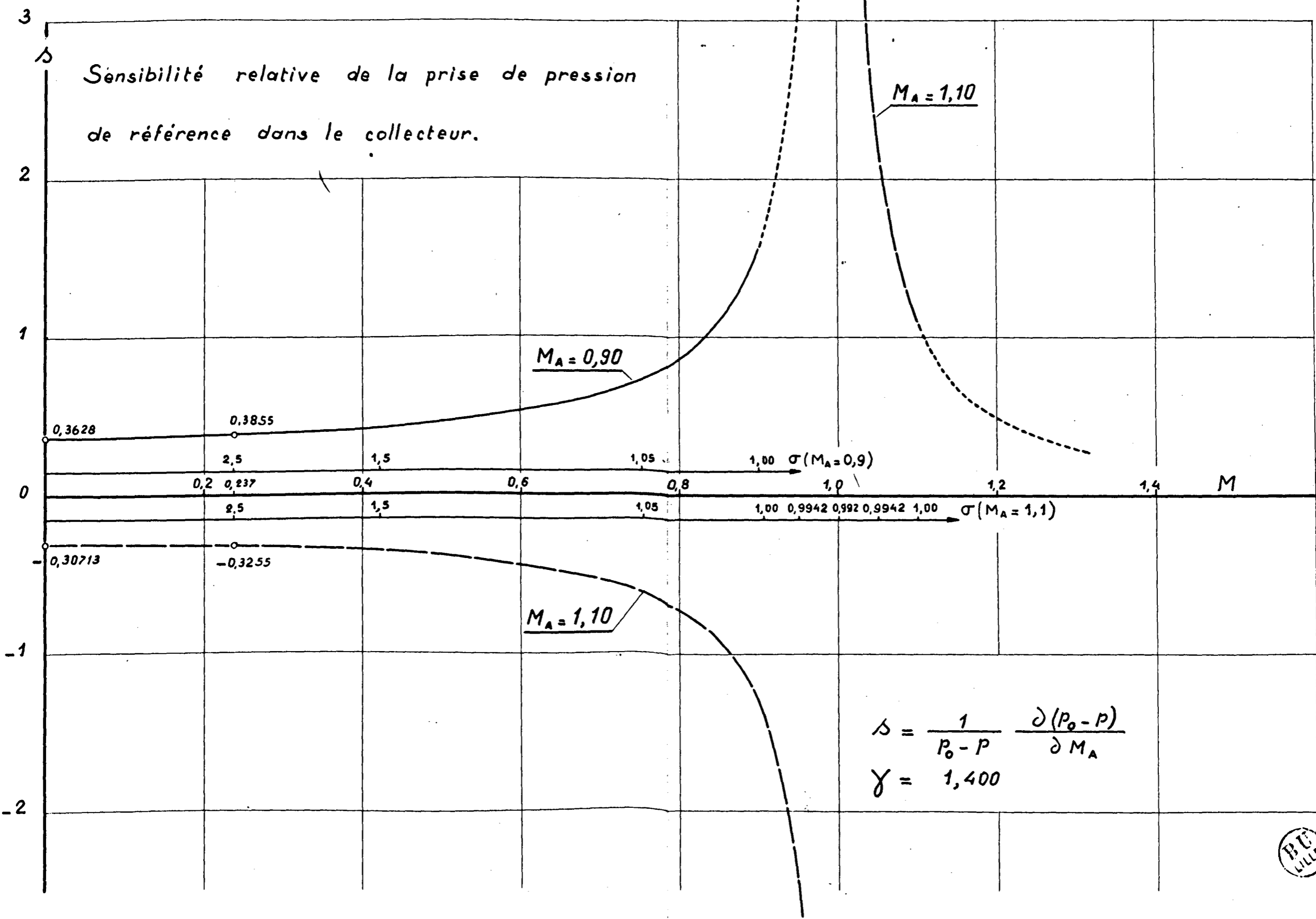
Problème
495-SR

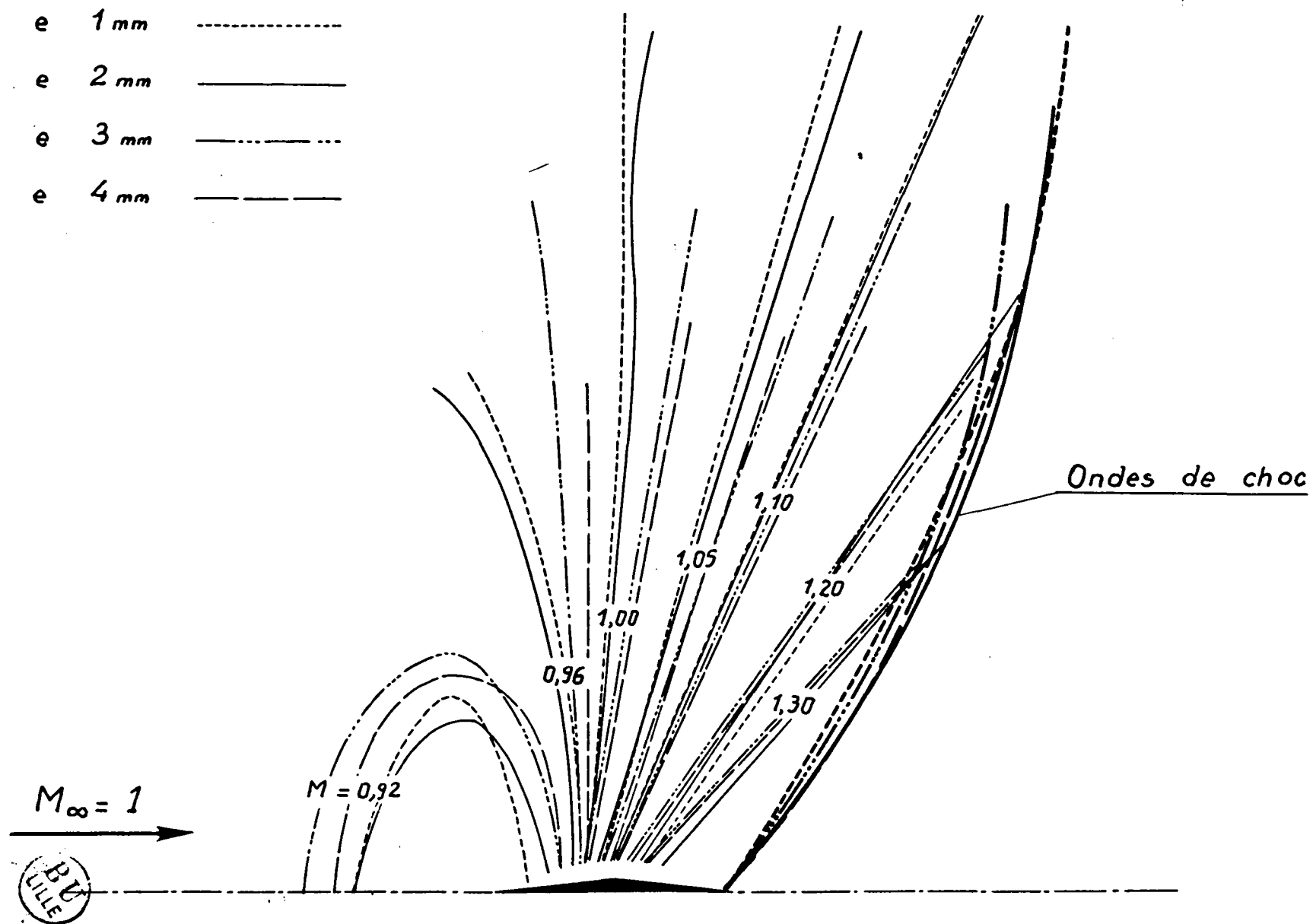
Dessiné par:
LEUWERS.J

Vérifié par:
Van-Quy

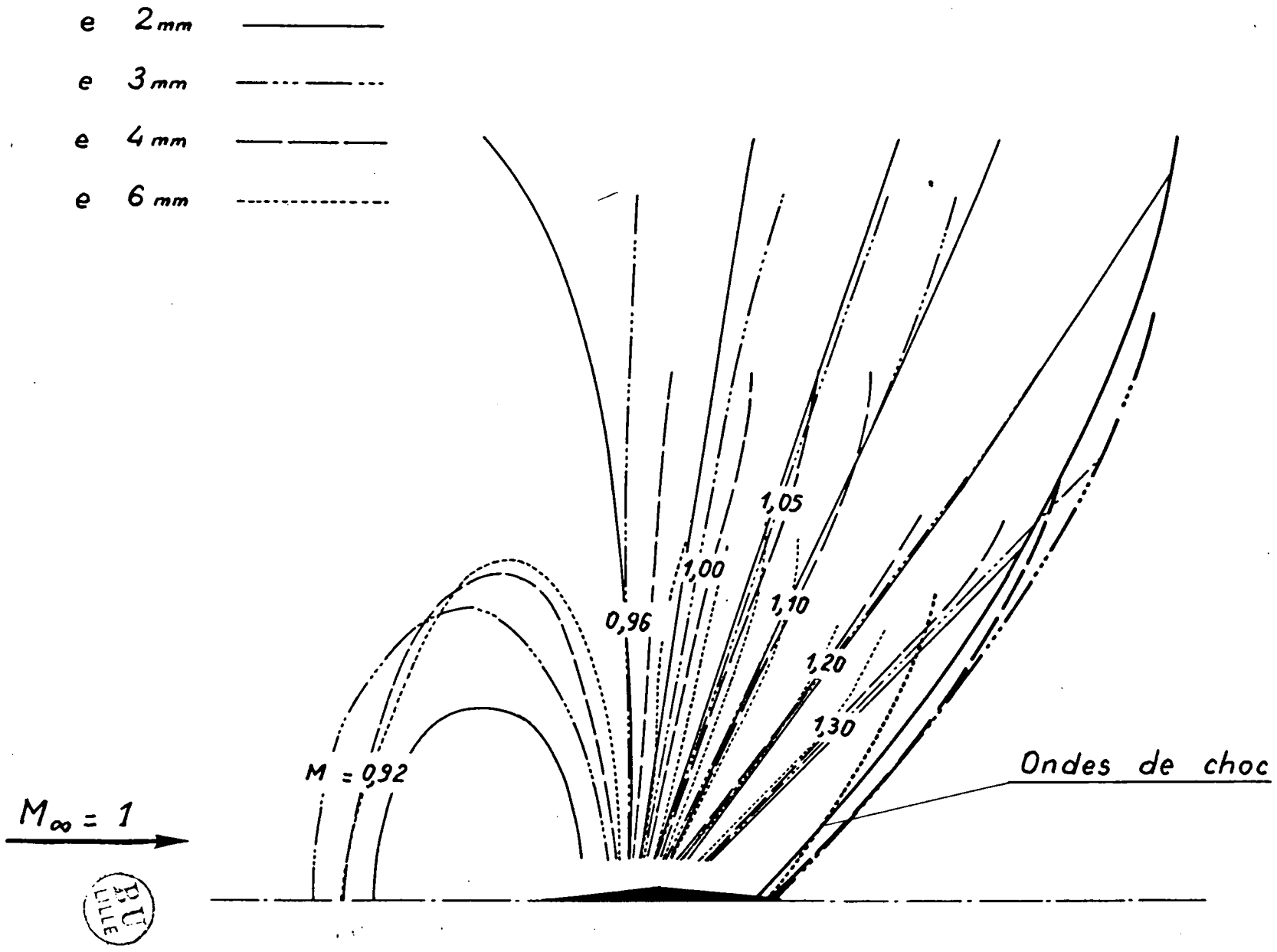
Date:
74-12-60

Fig. 4



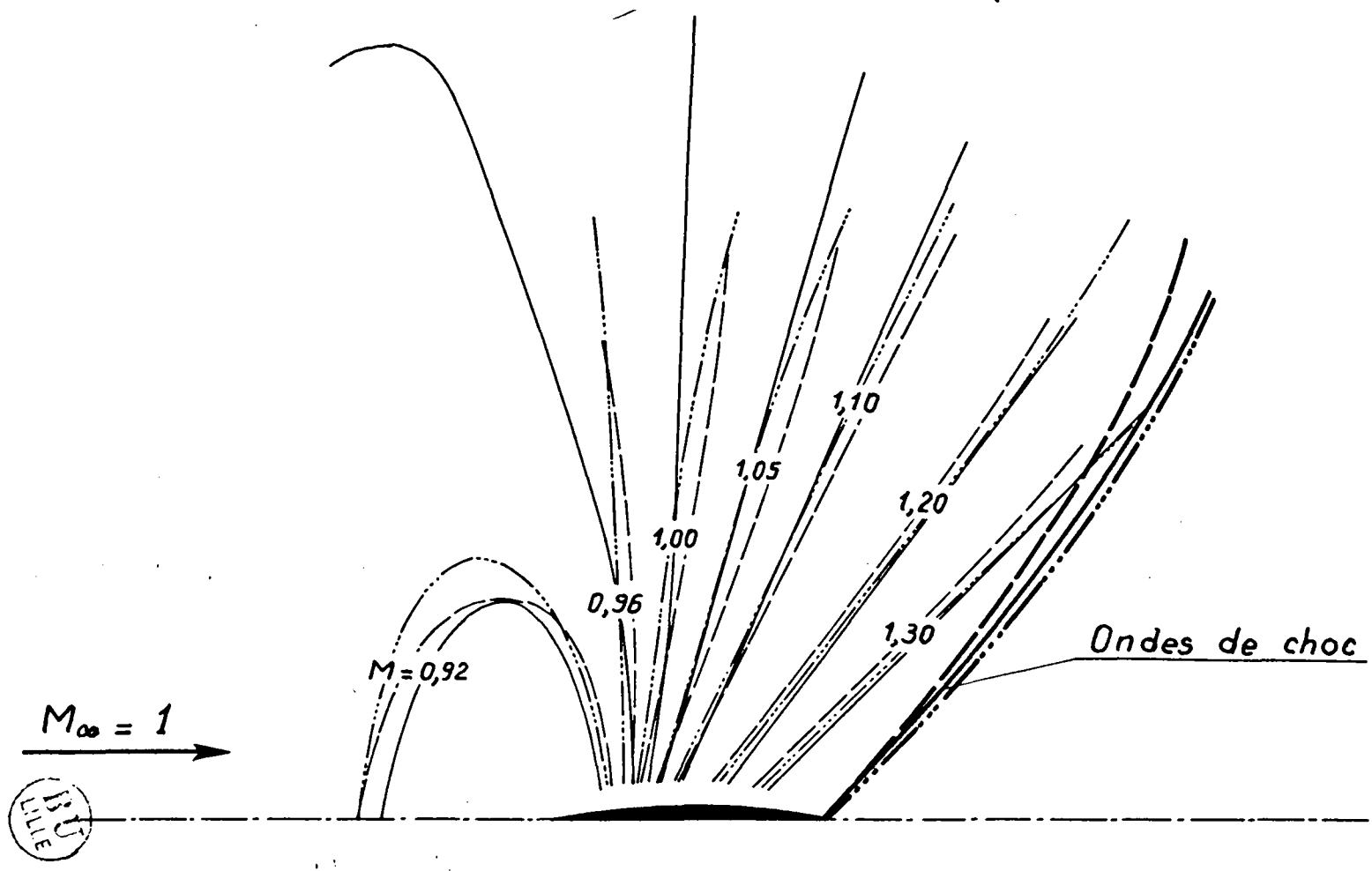


Champs des lignes isomach, autour des maquettes P. Transition libre de la couche limite.



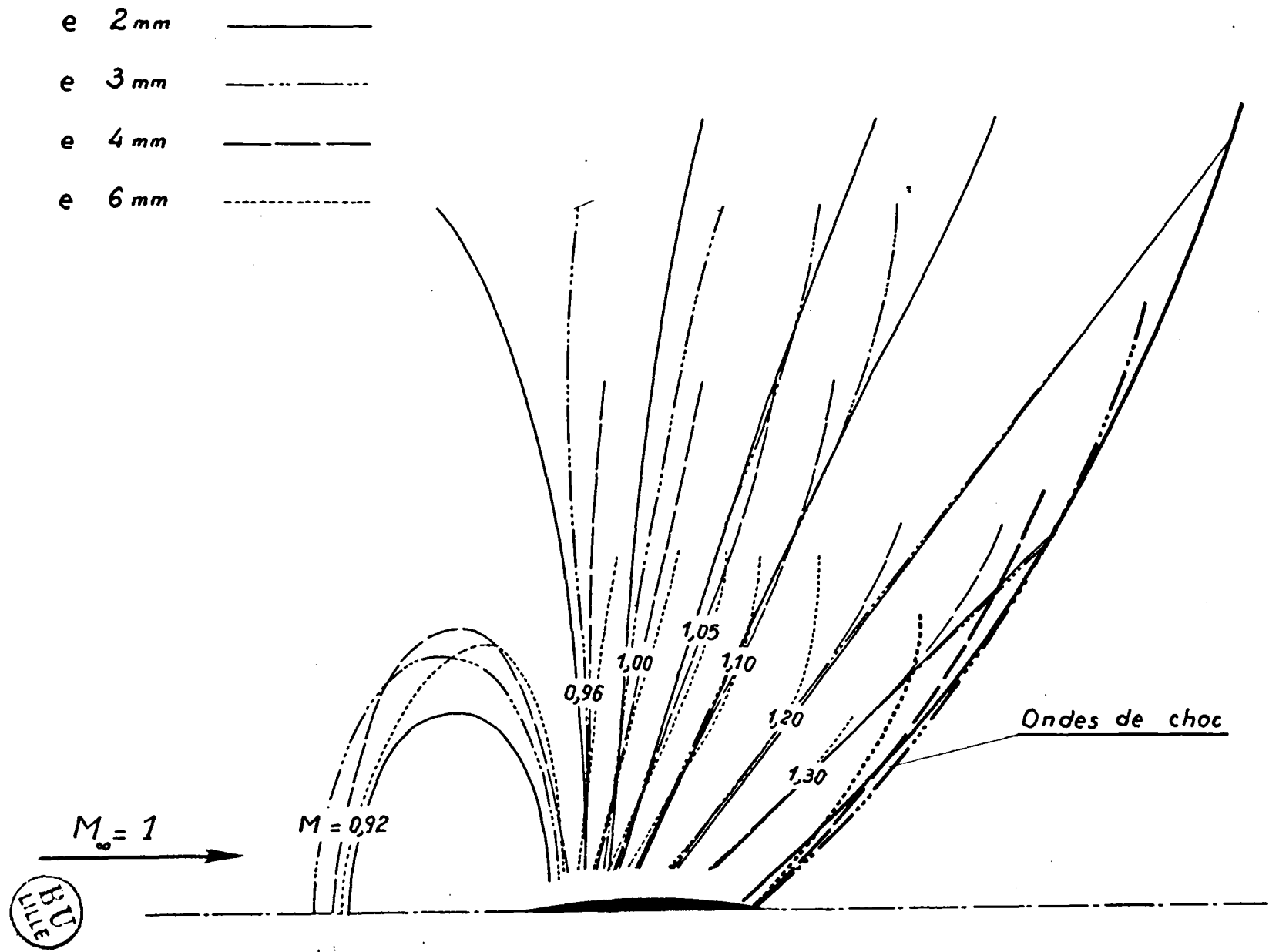
Champs des lignes isomach, autour des maquettes P . Transition déclenchée de la couche limite.

e 2 mm _____
e 3 mm - - - - -
e 4 mm - - - - -



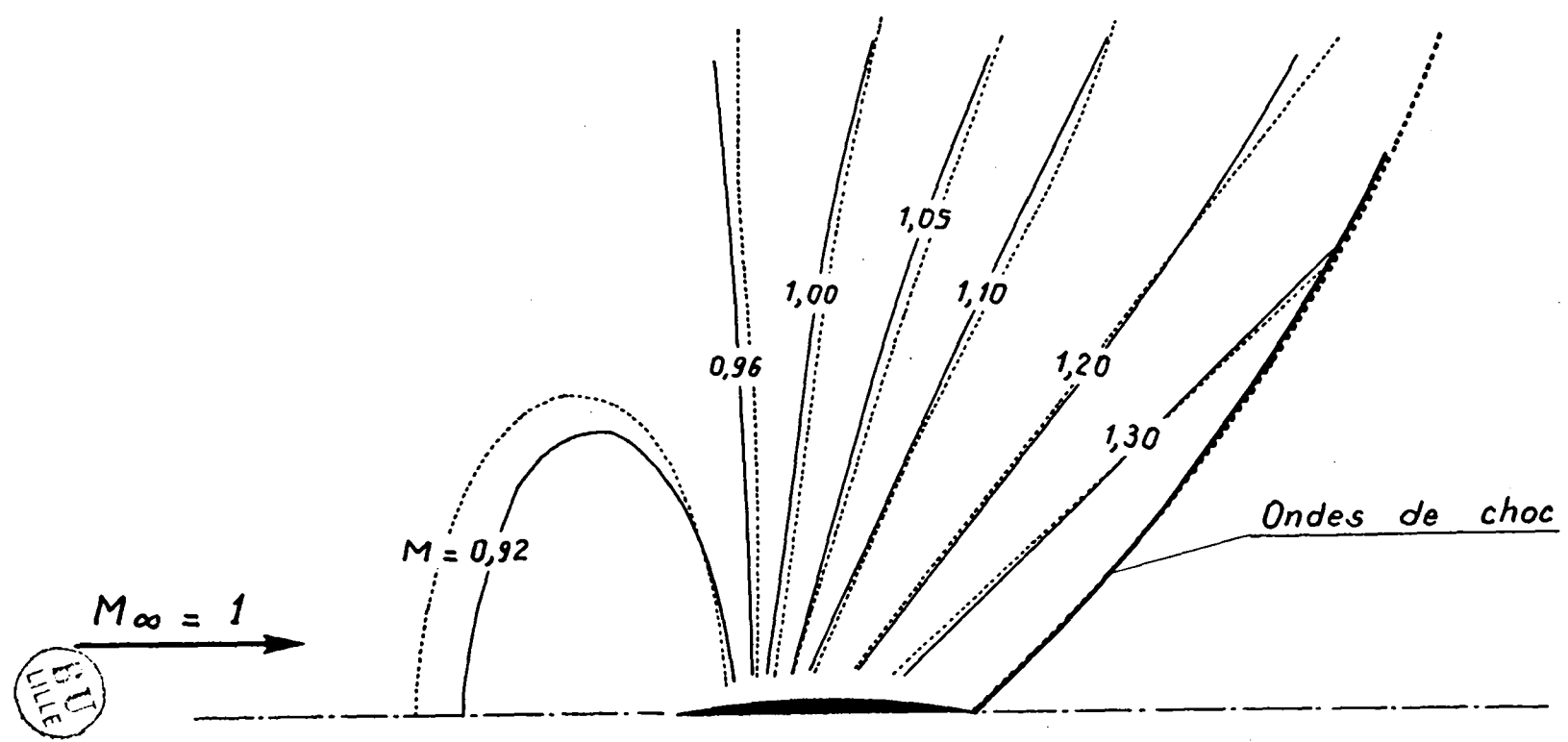
Champs des lignes isomach, autour des moquettes Q à profil lenticulaire. Transition libre de la couche limite..

| | |
|------------|---------------|
| 495 - SR | Problème |
| Leuwers, J | Dessiné par : |
| Vauquoy | Vérifié par : |
| 14-12-60 | Date : |



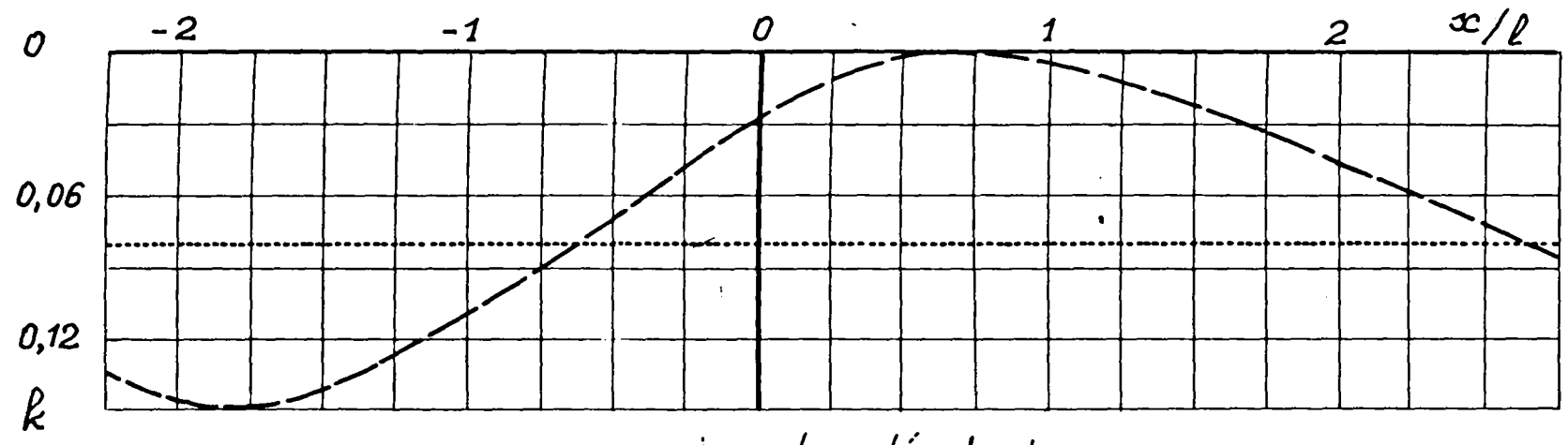
Champs des lignes isomach autour des maquettes Q à profil lenticulaire. Transition déclanchée de la couche limite.

———— Transition libre de la couche limite
 - - - - - Transition déclanchée de la couche limite



Champs des lignes isomach autour de la maquette Q à profil lenticulaire d'épaisseur $e = 3\text{ mm}$

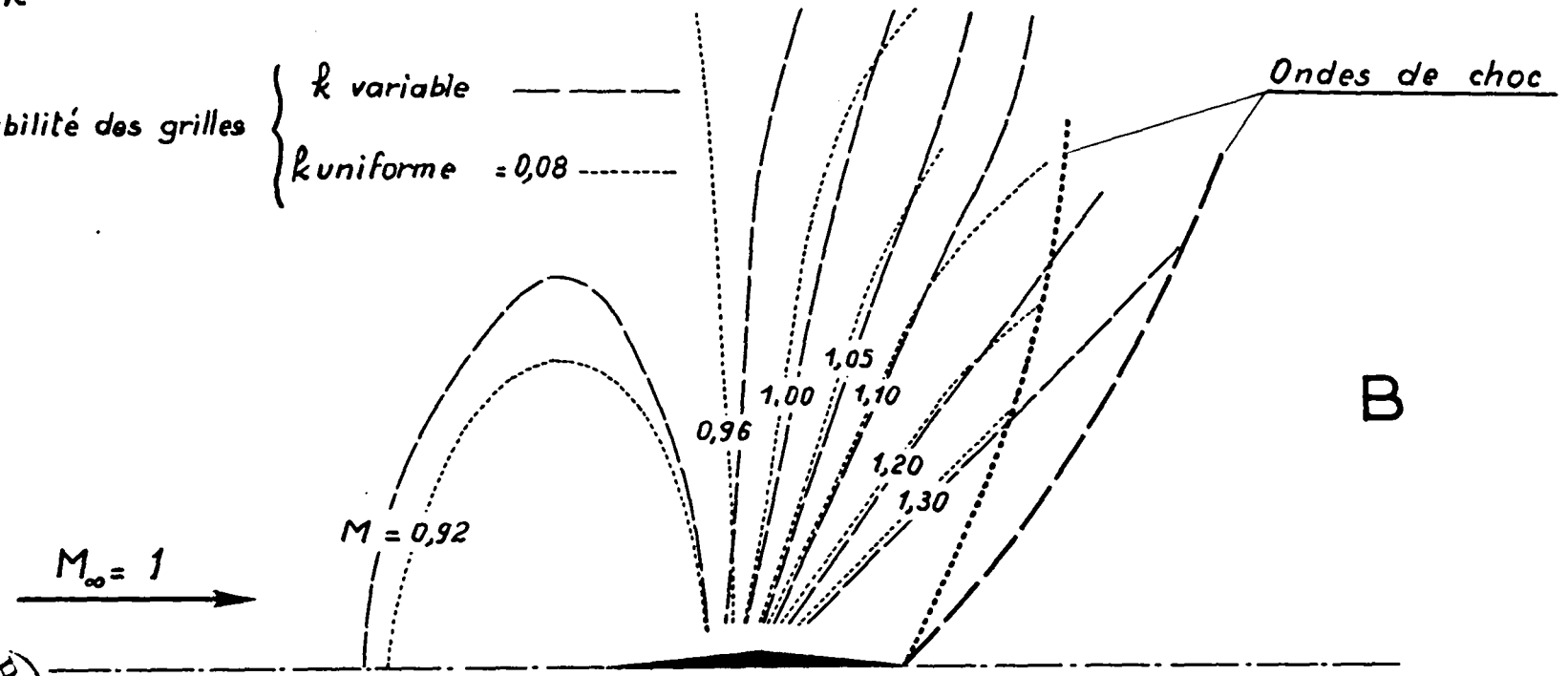
Perméabilité k le long des grilles relative à la maquette P d'épaisseur $e = 4 \text{ mm}$



A

Perméabilité des grilles

k variable ————
 k uniforme = 0,08 - - - -

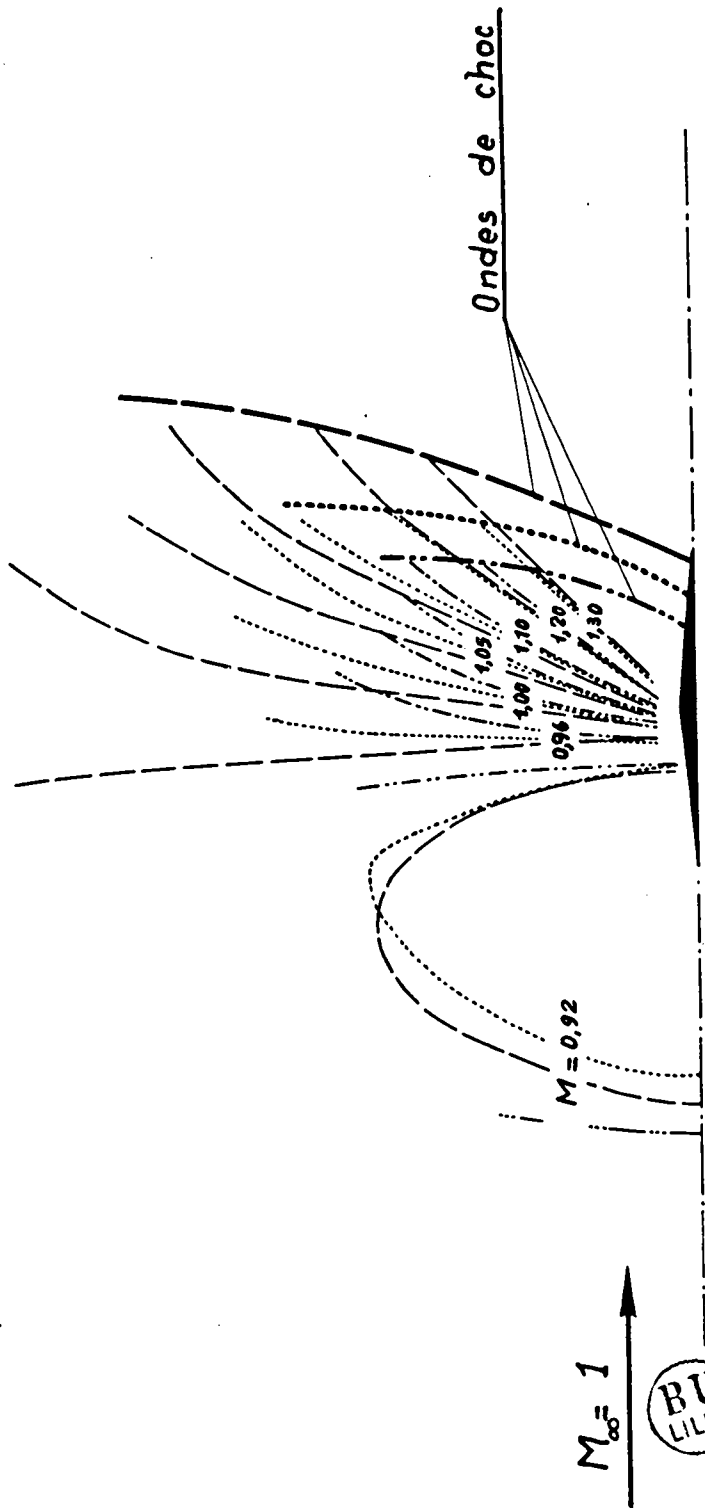


B



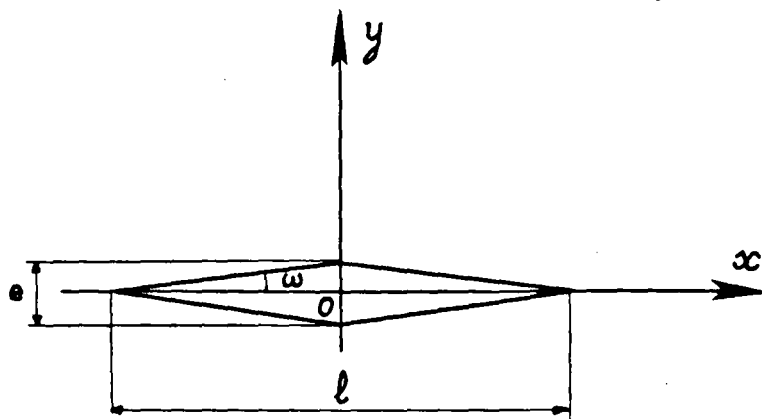
Champs des lignes isomach autour de la maquette P d'épaisseur $e = 4 \text{ mm}$.

e 4 mm ———
e 6 mm - - - - -
e 8 mm - - - - -

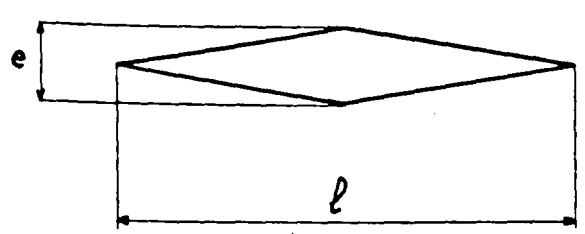


Champs des lignes isomach autour des maquettes P. Grilles à perméabilité uniforme $k = 0,08$

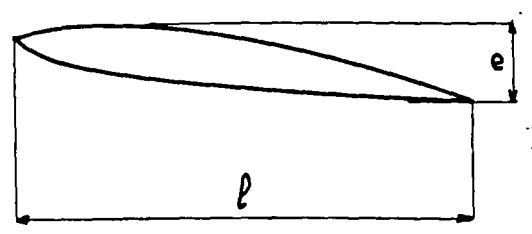
| | | | | | |
|-----|----------|---------------|---------------|-------------|---------|
| MFL | Problème | Dessiné par : | Vérifié par : | Date : | Fig. 14 |
| | 495 - SR | Leuwers. J | Van - Quy | 15 - 2 - 62 | |



A



Profil d'oile P

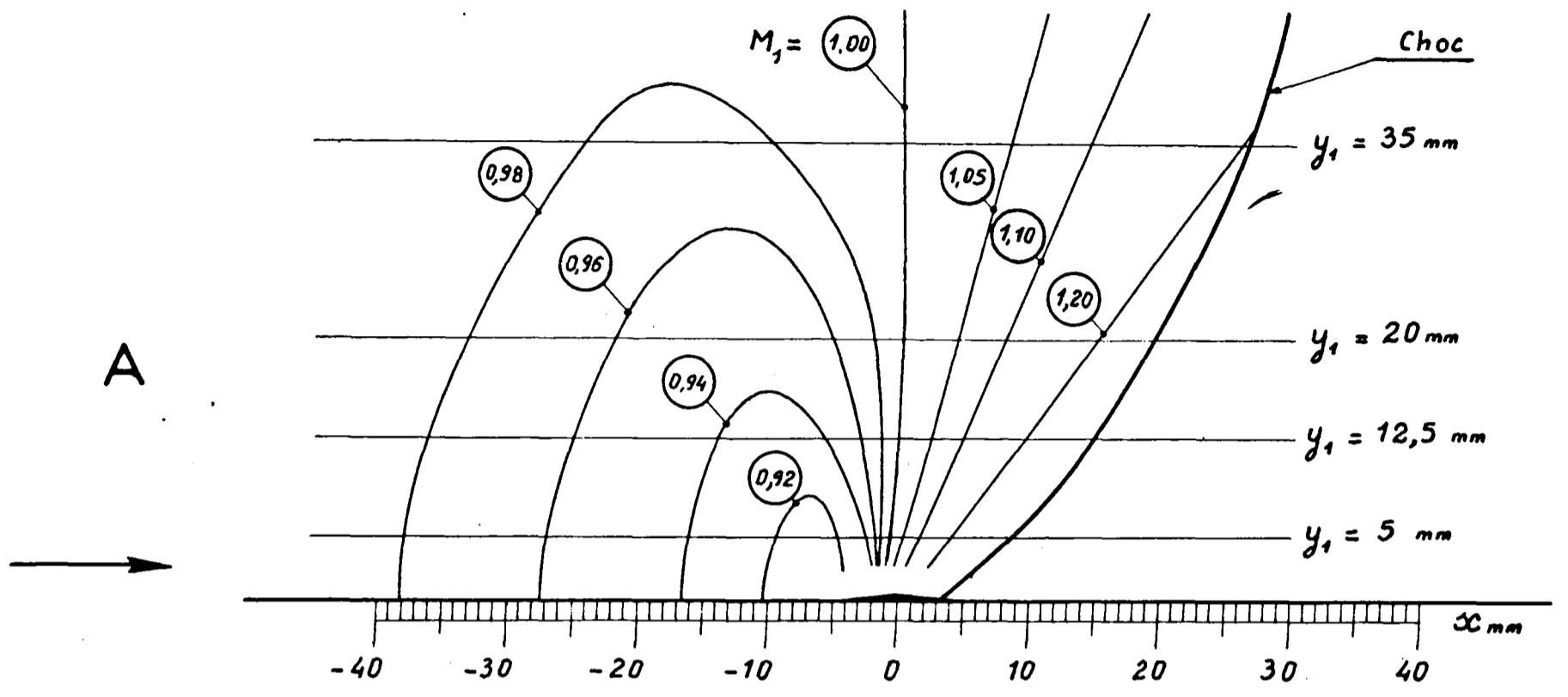


Profil d'oile Q

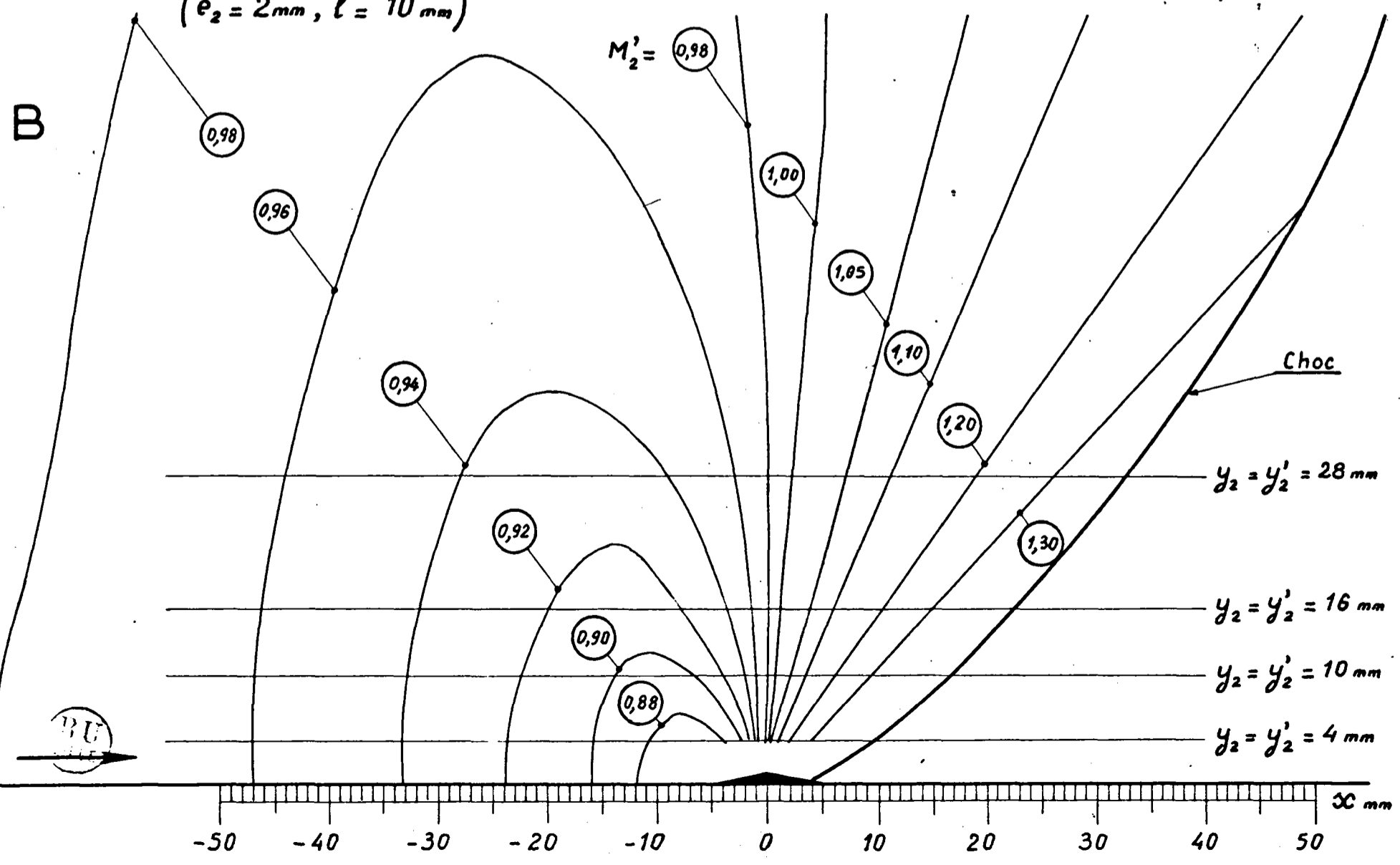
B



Champ autour du profil d'aile \bar{P} , $M_\infty = 1$. (échelle : 2)
 ($e_1 = 1\text{ mm}$, $l = 10\text{ mm}$)

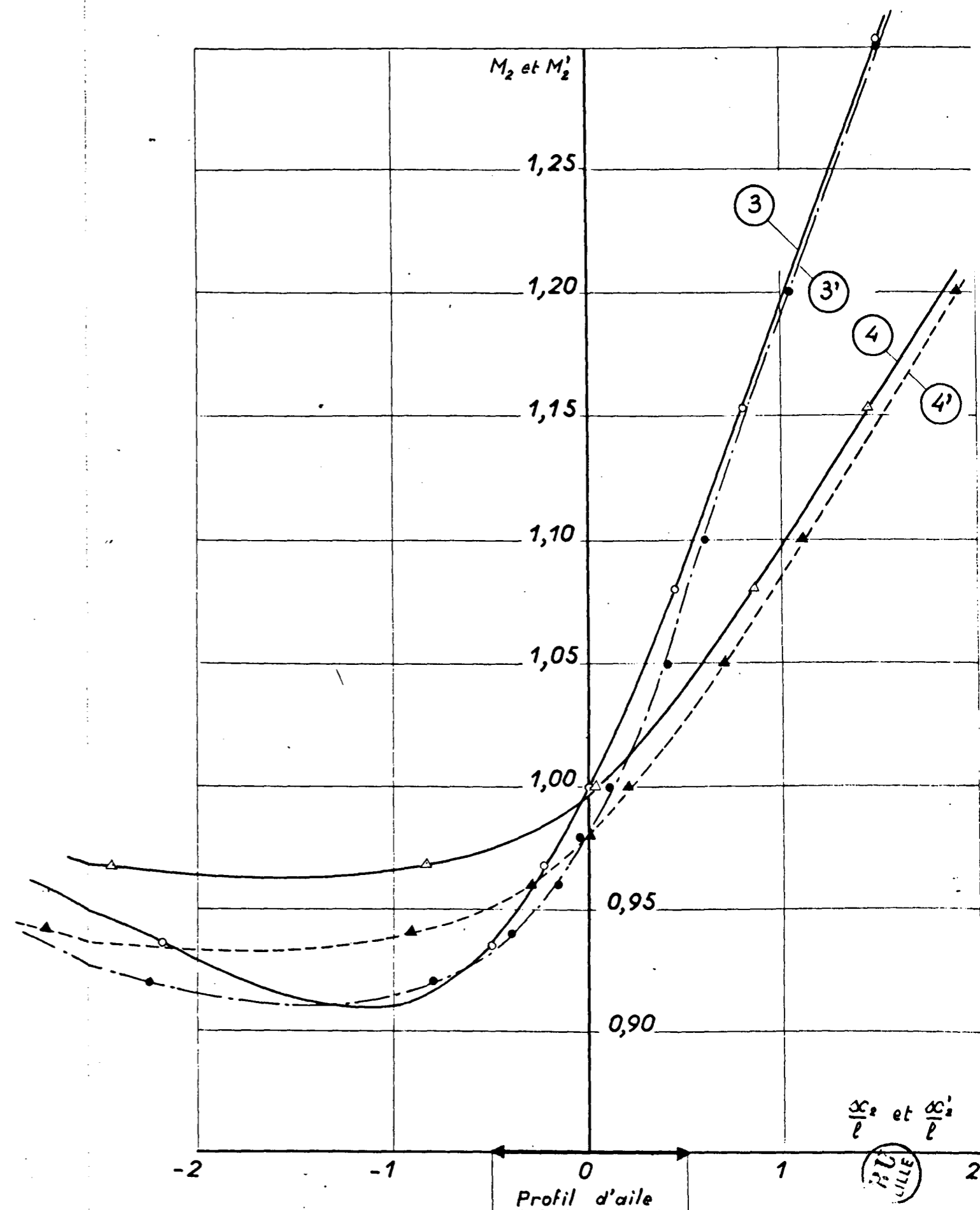
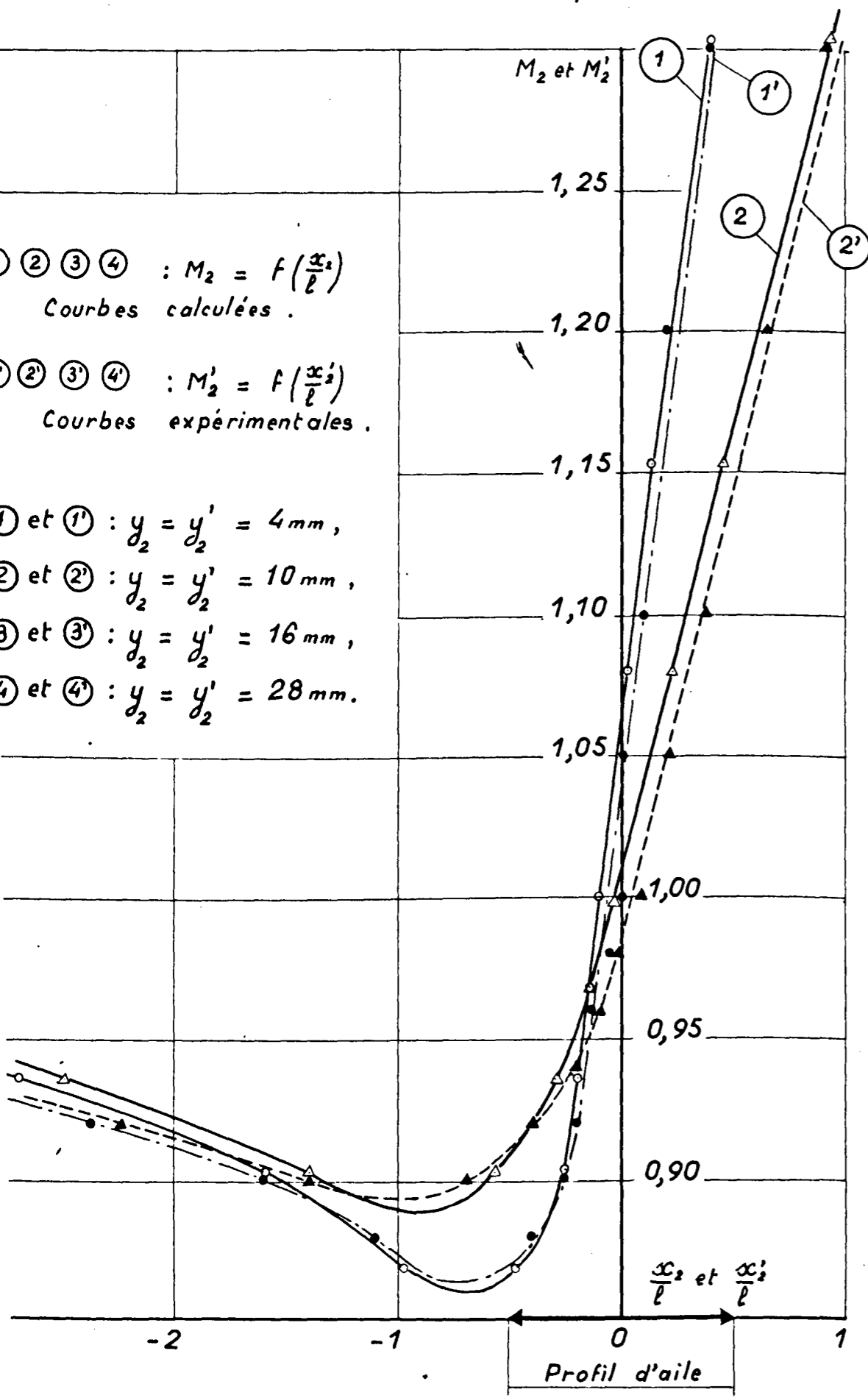


Champ autour du profil d'aile Q_2 , $M_\infty = 1$. (échelle : 2)
 ($e_2 = 2\text{ mm}$, $l = 10\text{ mm}$)



MFL
 495-SR
 Probleme
 Leuwers. J
 Vertrie par :
 Van-Quy
 Date :
 14-12-60
 Fig. 15

Vérification expérimentale de la similitude sonore



ÉCOULEMENTS CRITIQUES

Équations des ondes de choc : $x_{mm} = ky_{mm}^{4/3}$,
 au voisinage du profil d'aile : $\frac{l}{2} < y < 2l$.

| Courbes | Profils d'aile | Points | k |
|---------|----------------|--------|------|
| ① | Q'' 2-10 | λ | 1,95 |
| ② | Q'' 4-20 | ∇ | 1,78 |
| ③ | P' 1-10 | ● | 1,36 |
| ④ | P' 2-20 | ● | 1,52 |
| ⑤ | P' 3-30 | ● | 1,62 |
| ⑥ | P' 4-40 | x | 1,58 |
| ⑦ | Q' 2-20 | ○ | 1,52 |
| ⑧ | Q' 3-30 | Δ | 1,65 |
| ⑨ | Q' 4-40 | + | 1,55 |

⑤ et ⑨ : $\frac{x}{2} = \frac{k}{2} \cdot y^{4/3}$

⑥ : $\frac{x}{4} = \frac{k}{4} \cdot y^{4/3}$

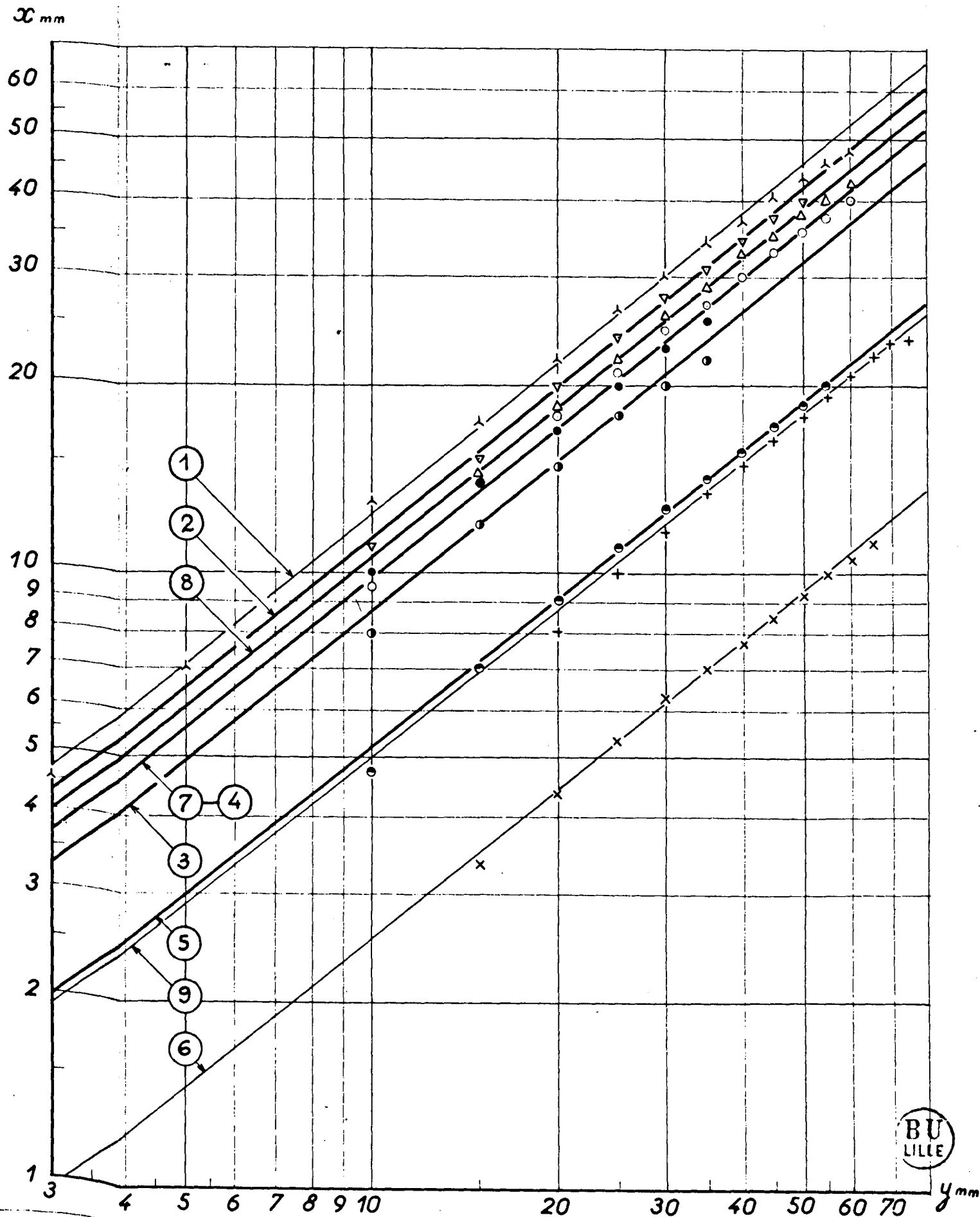
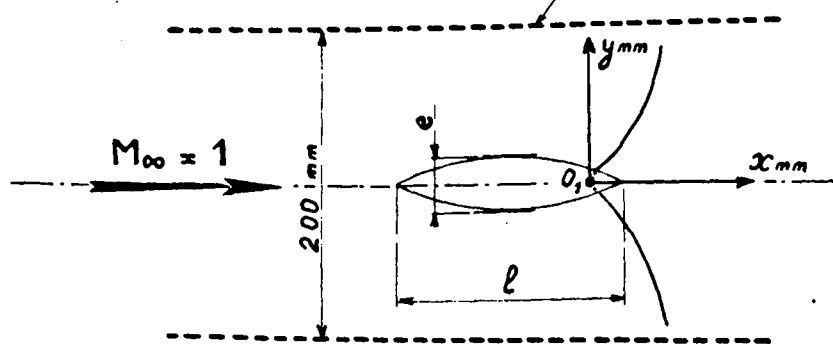
Q'' Profil d'aile losangique d'allongement $\frac{l}{e} = 5$

P' " " " " " " $\frac{l}{e} = 10$

Q' " " lenticulaire " " $\frac{l}{e} = 10$

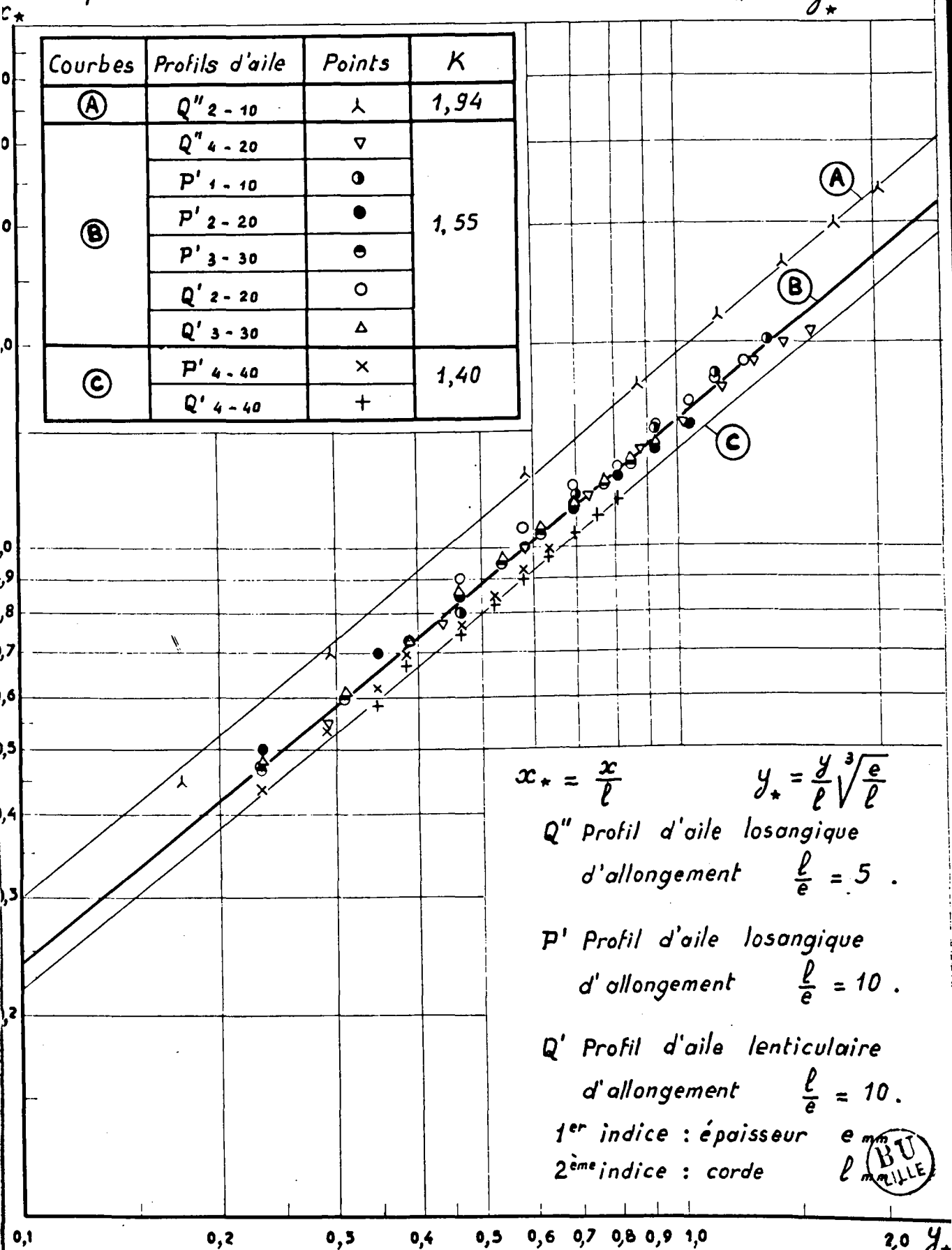
1^{er} indice : épaisseur e mm. 2^{ème} indice : corde l mm.

Paroi à fentes, perméabilité variable



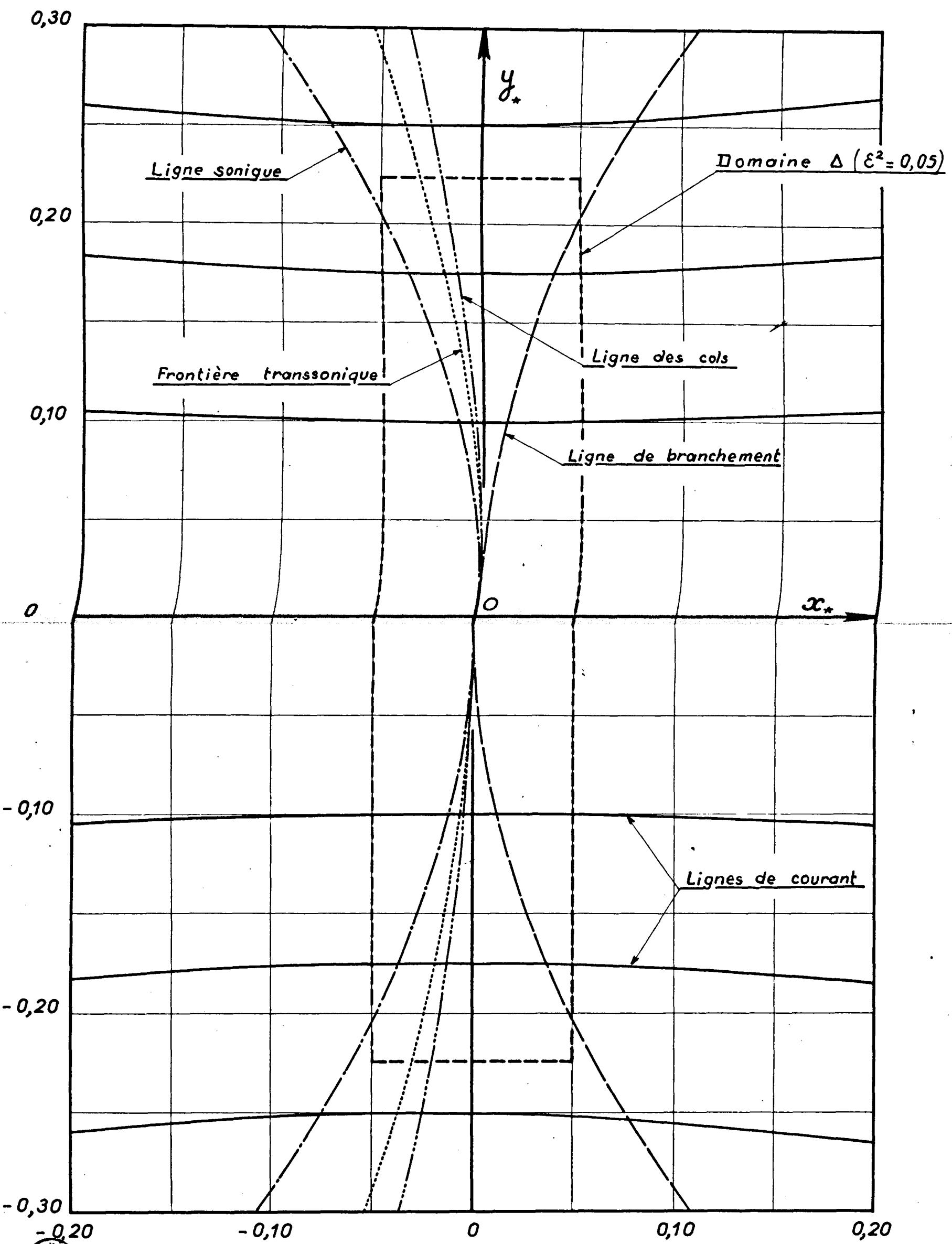
ÉCOULEMENTS CRITIQUES

Équation réduite des ondes de choc : $x_* = K y_*^{4/5}$



Écoulement au col d'une tuyère

| | | | |
|--------------------|-----------------------------|----------------------------|--------------------|
| Problème 495-SR | Dessiné par : Leuwers. J | Vérifié par : Van - Duy | Date : 16-12-60 |
| Fig. 19 | | | |



Lignes calculées à la 1^{ère} approximation.

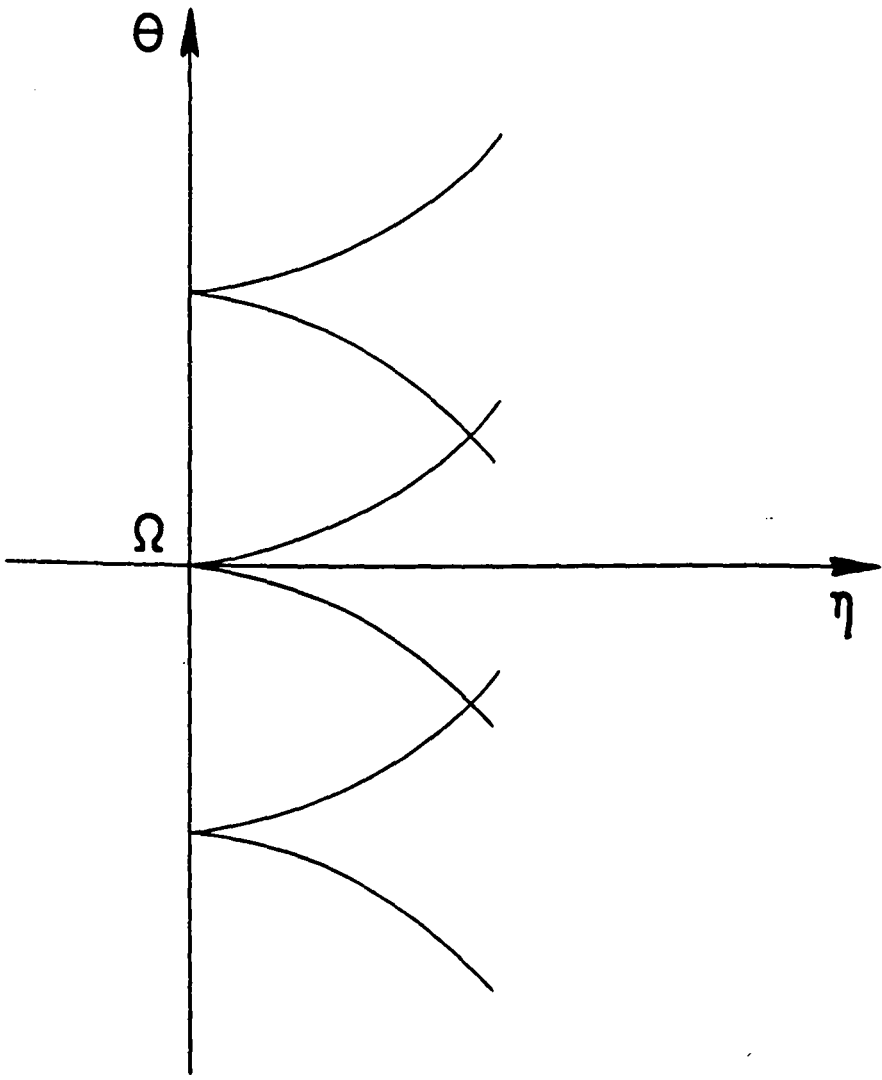
Δ : Domaine de vérifications expérimentales.



1 F L

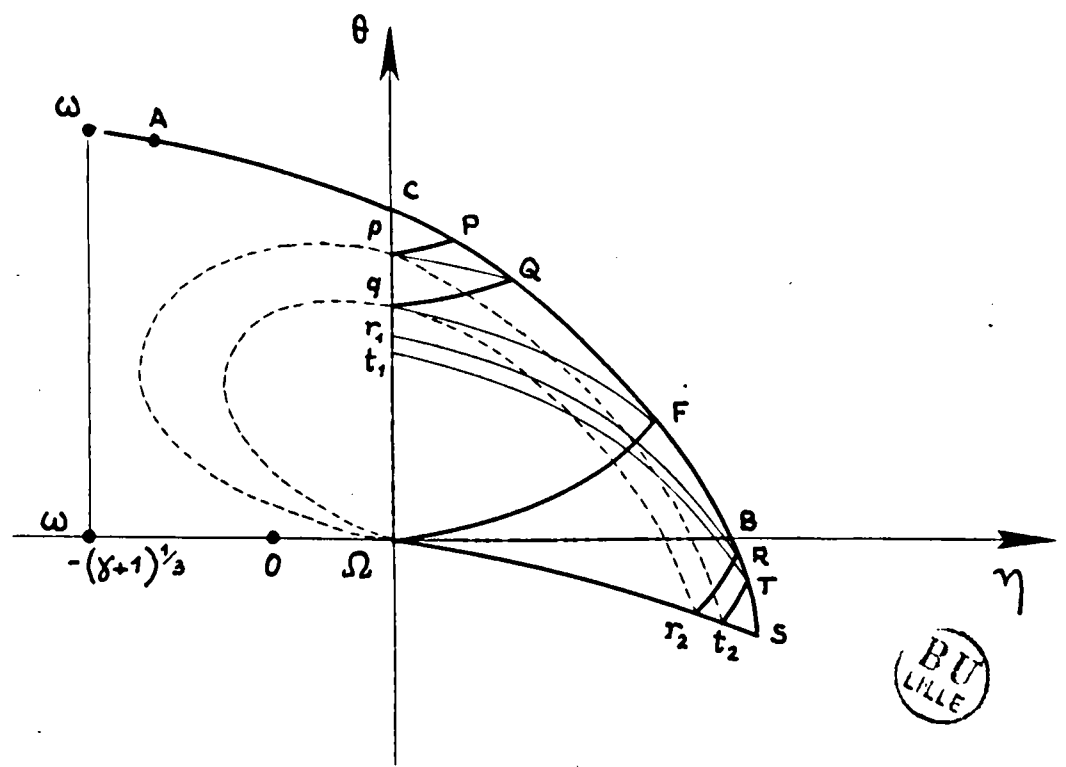
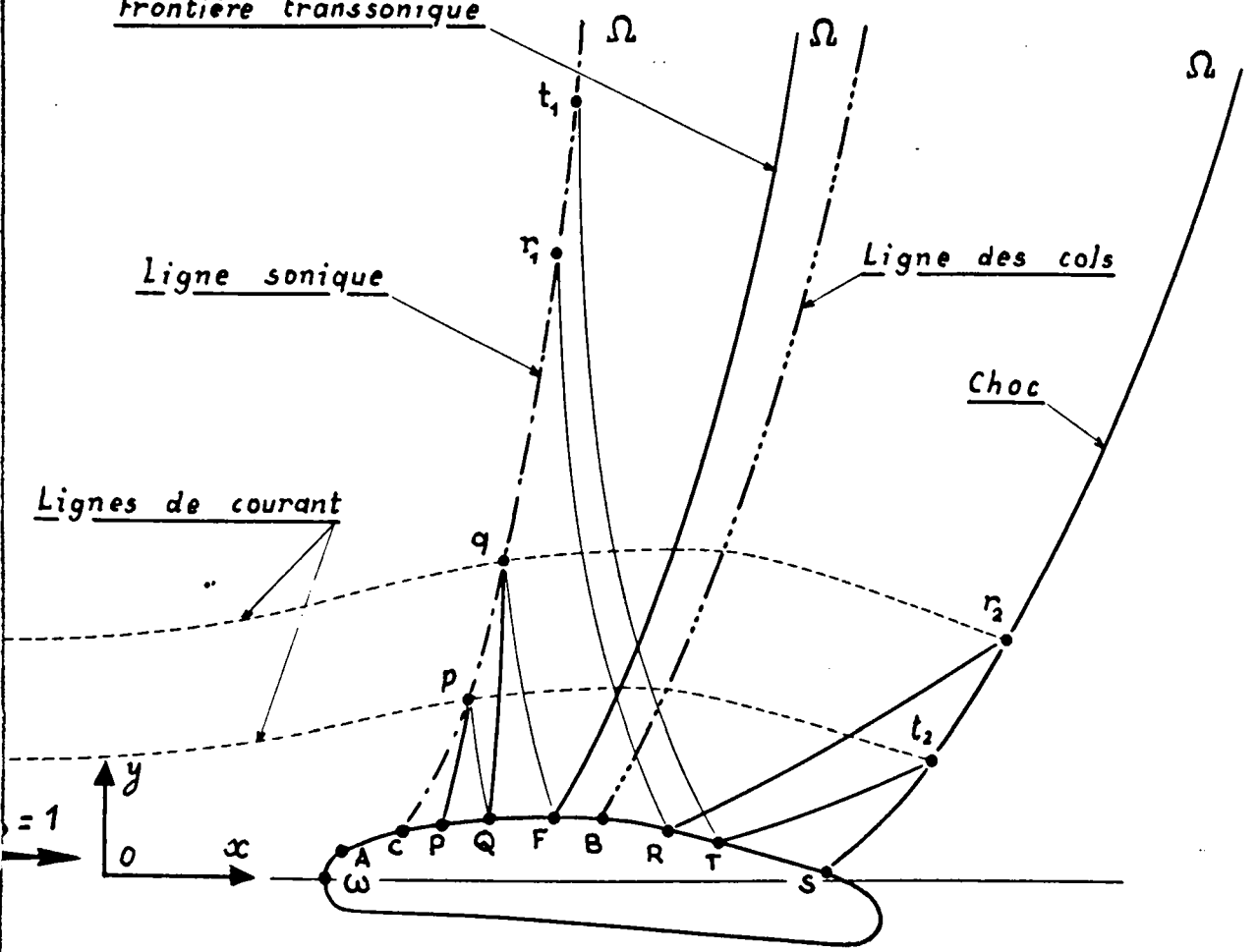
| | | | |
|----------|---------------|---------------|-------------|
| Problème | Dessiné par : | Vérifié par : | Date : |
| 495 - SR | GRYSON. P | Van-Quy | 13 - 6 - 62 |

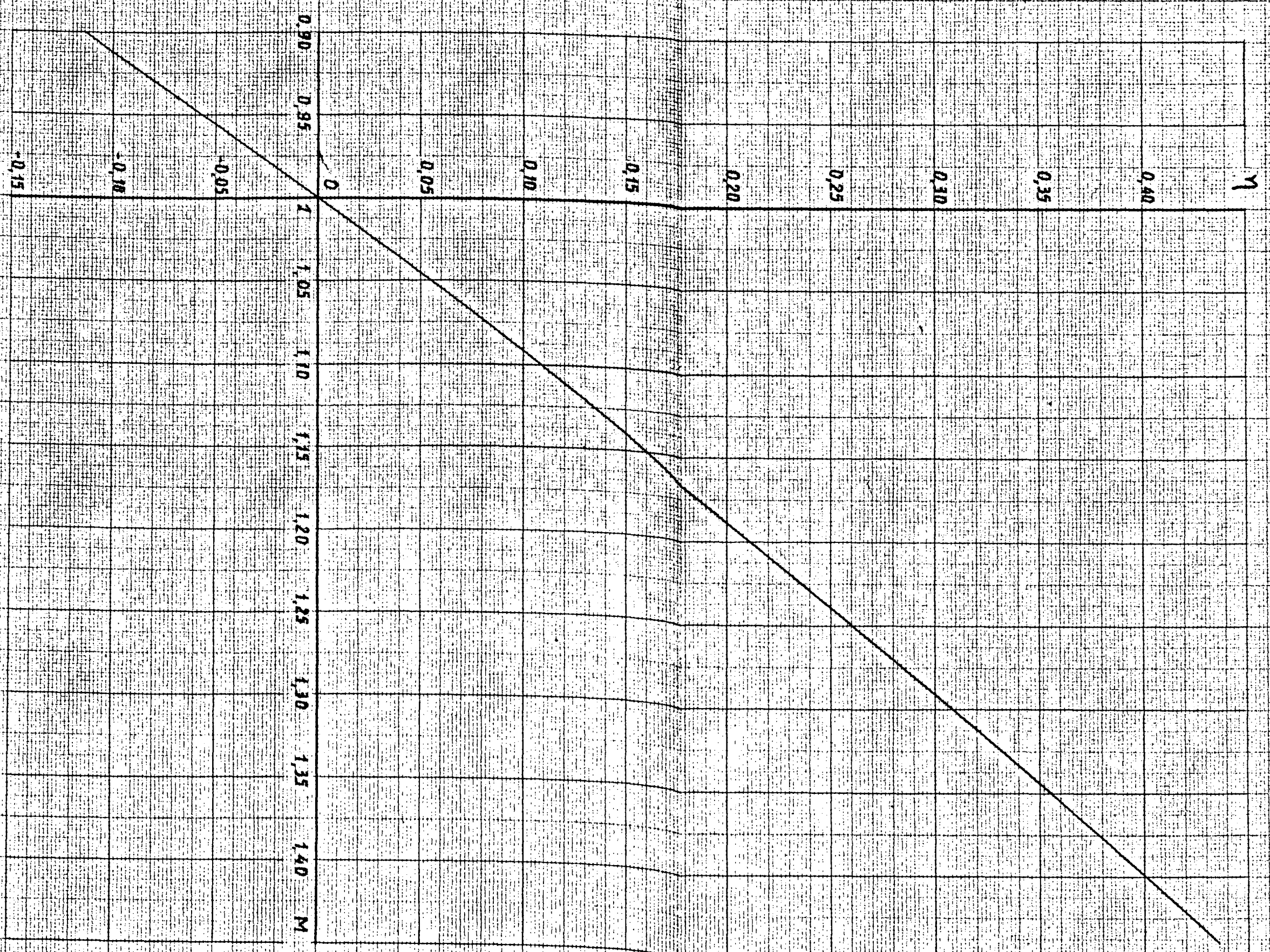
Fig. 20

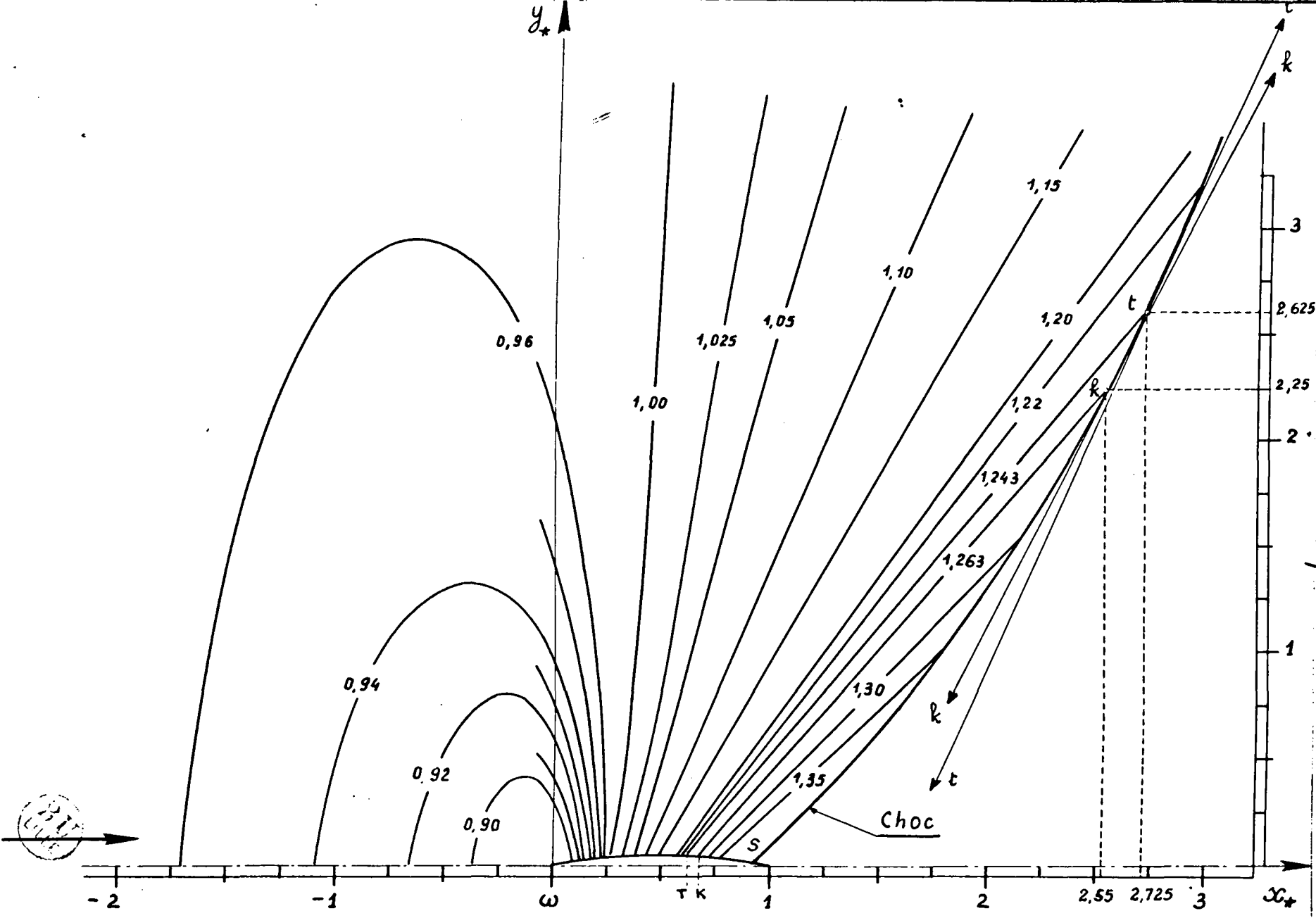


| | | | | |
|----------|---------------|---------------|-------------|---------|
| Problème | Dessiné par : | Vérifié par : | Date : | Fig. 21 |
| 495 - SR | Leuwers. J | Van. Guy | 19 - 2 - 62 | |

Frontière transsonique



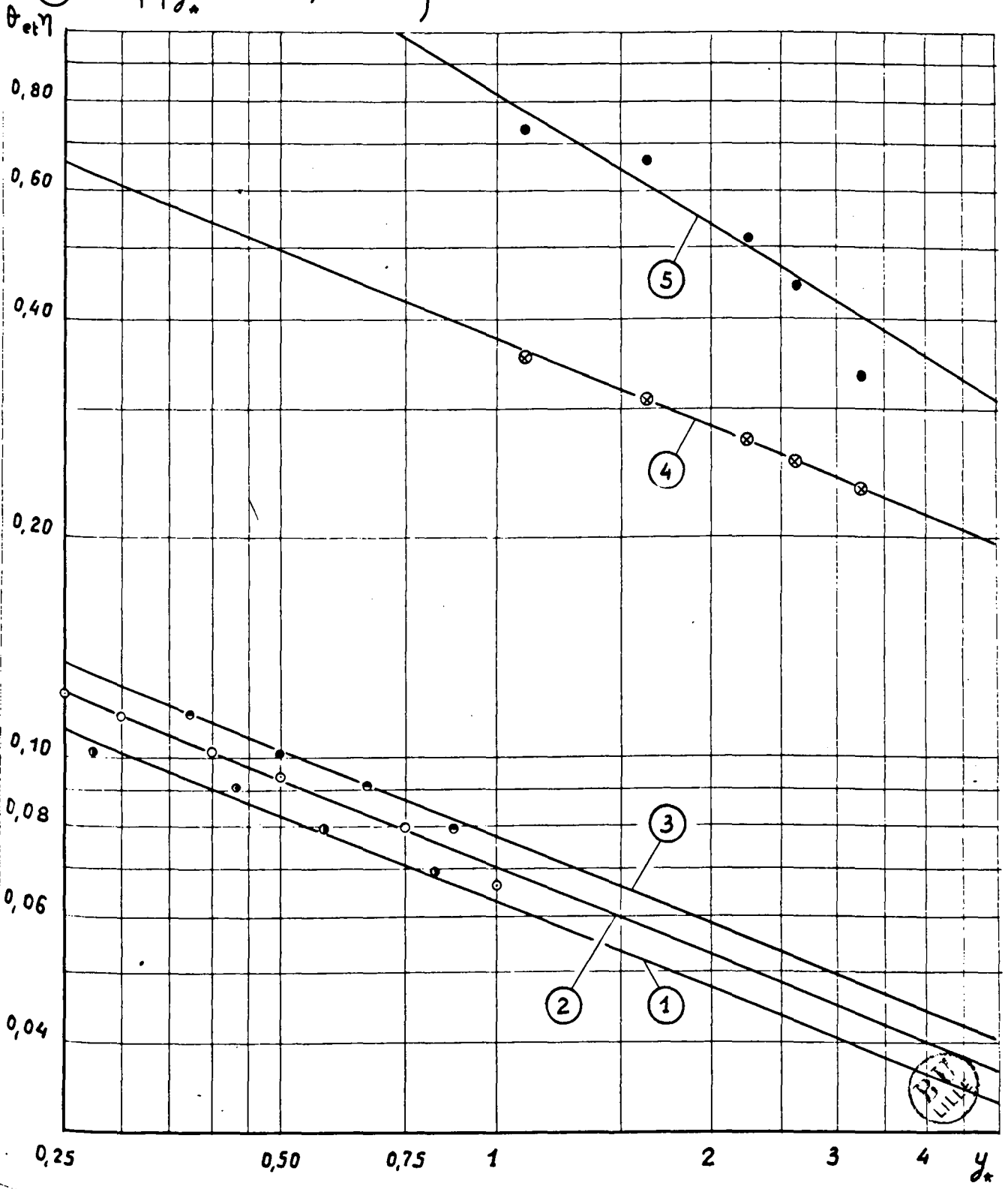




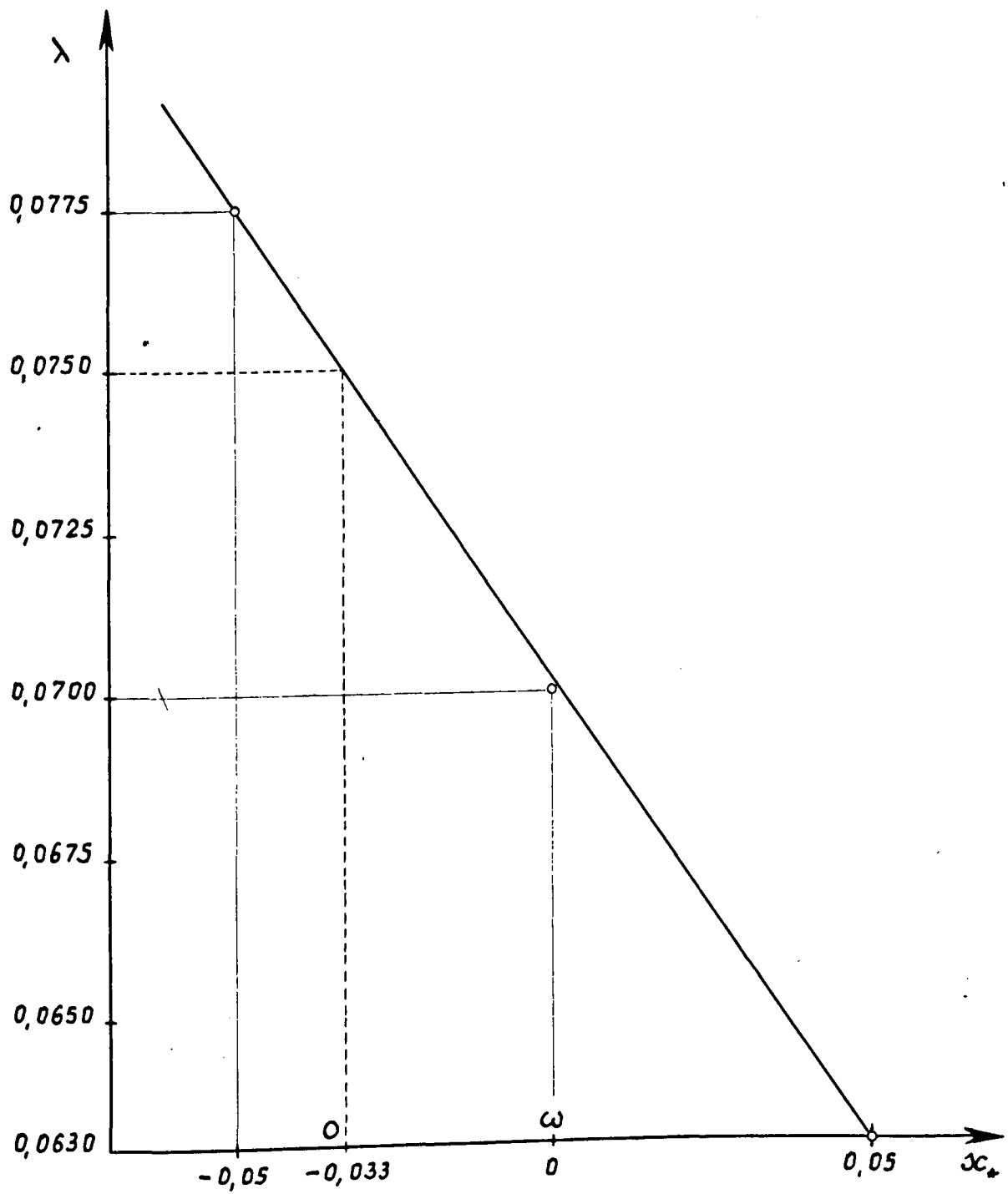
- ① $|\eta| \cdot y_*^{2/5} = 0,0630$
- ② $|\eta| \cdot y_*^{2/5} = 0,0700$
- ③ $|\eta| \cdot y_*^{2/5} = 0,0775$
- ④ $\eta \cdot y_*^{2/5} = 0,377$
- ⑤ $10 |\theta| y_*^{3/5} = 10 \times 0,082$

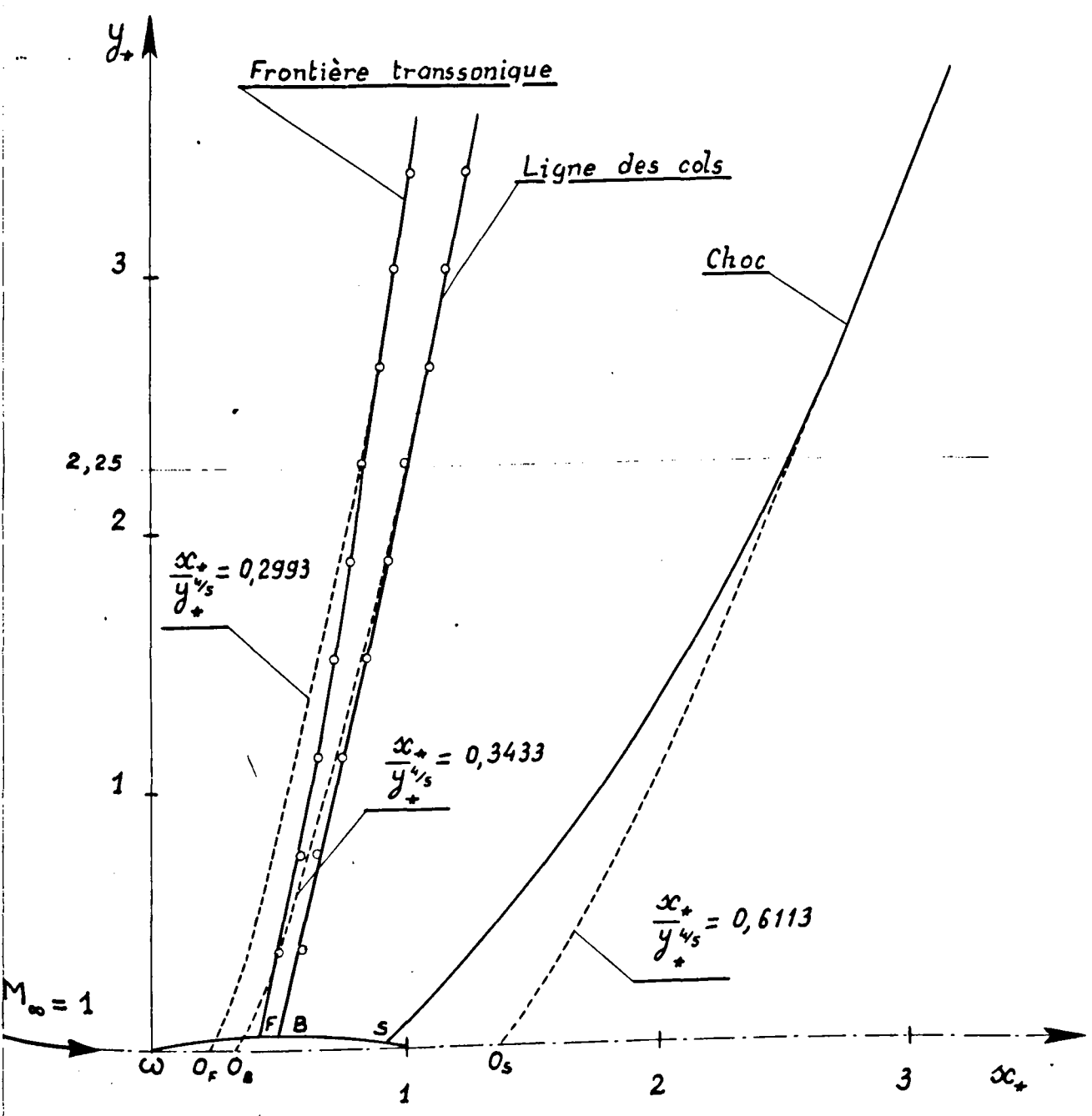
Relations concernant les normales à l'axe des abscisses.

Relations concernant le choc, côté amont.



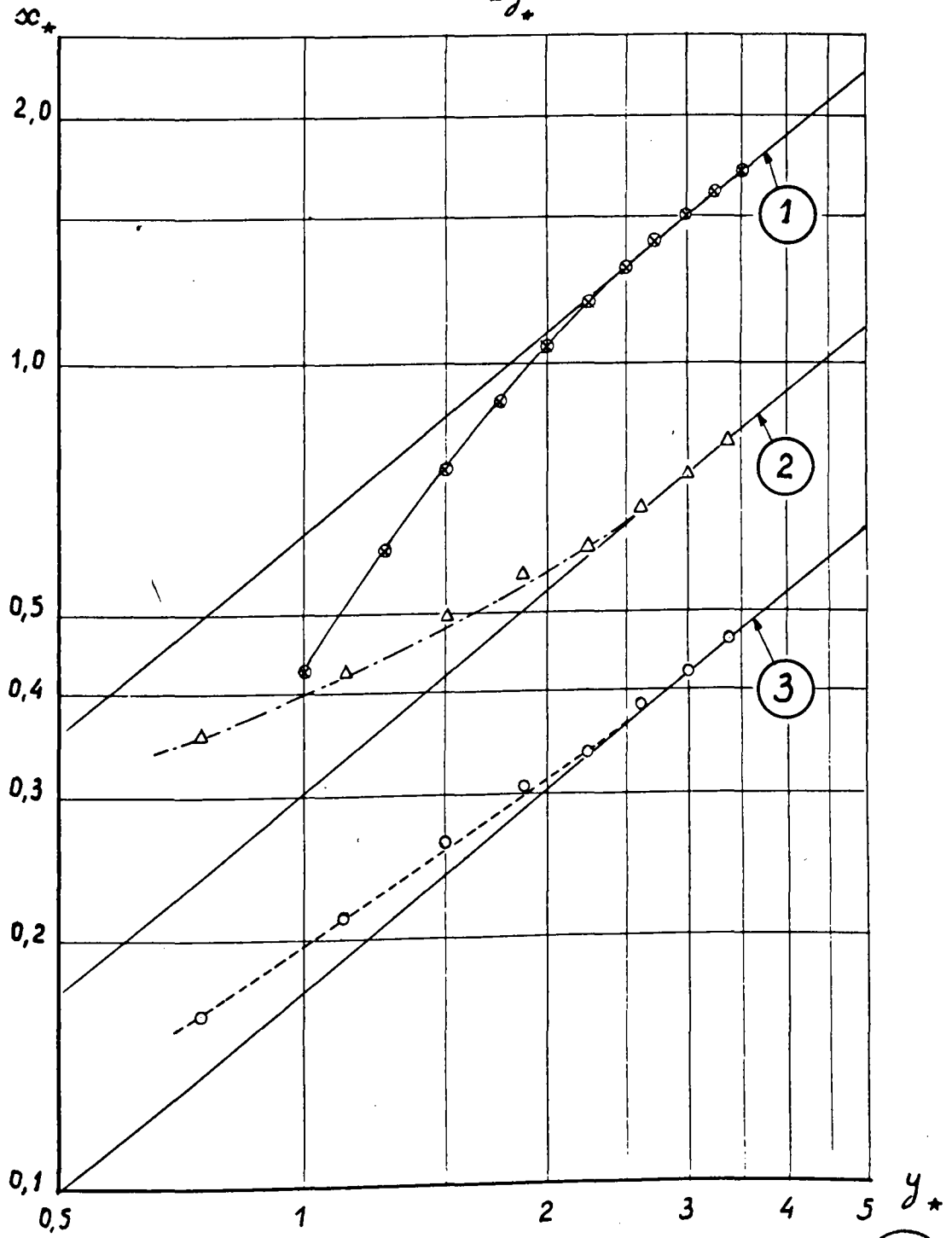
| | | | |
|----------|---------------|---------------|-------------|
| Problème | Dessiné par : | Vérifié par : | Date : |
| 495 - SR | Leuwers. J. | Van - Quy | 19 - 2 - 62 |





| Problème | Dessiné par : | Vérifié par : | Date : |
|----------|---------------|---------------|-------------|
| 495 - SR | Leuwers. J. | Van - Quy | 15 - 2 - 62 |

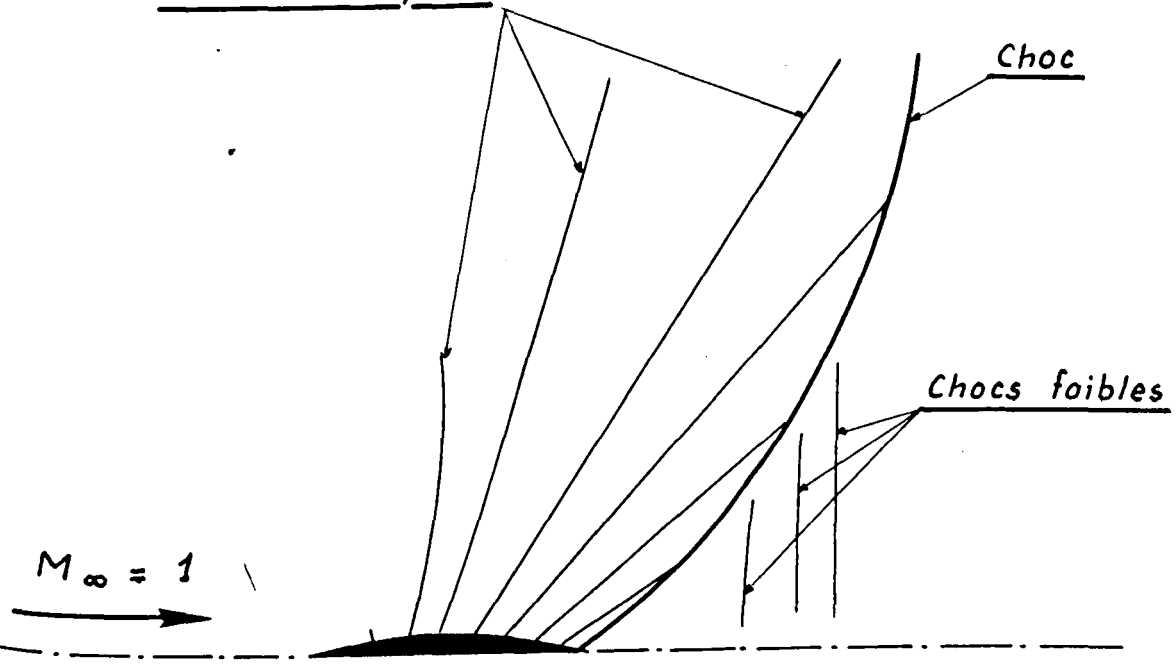
- ① Choc : $\frac{x_*}{y_*^{4/5}} = 0,6113$, repère $x_* O_s y_*$.
- ② Frontière transsonique : $\frac{x_*}{y_*^{4/5}} = 0,2993$, repère $x_* O_r y_*$.
- ③ Ligne des cols : $\frac{x_*}{2y_*^{4/5}} = \frac{0,3433}{2}$, repère $x_* O_B y_*$.



| | | | |
|----------|---------------|---------------|-------------|
| Problème | Dessiné par : | Vérifié par : | Date : |
| 495 - SR | Leuwers. J | Van - Quy | 14 - 2 - 62 |

Profil d'huile L_2 ($e = 6mm$, $l_2 = 40mm$) .

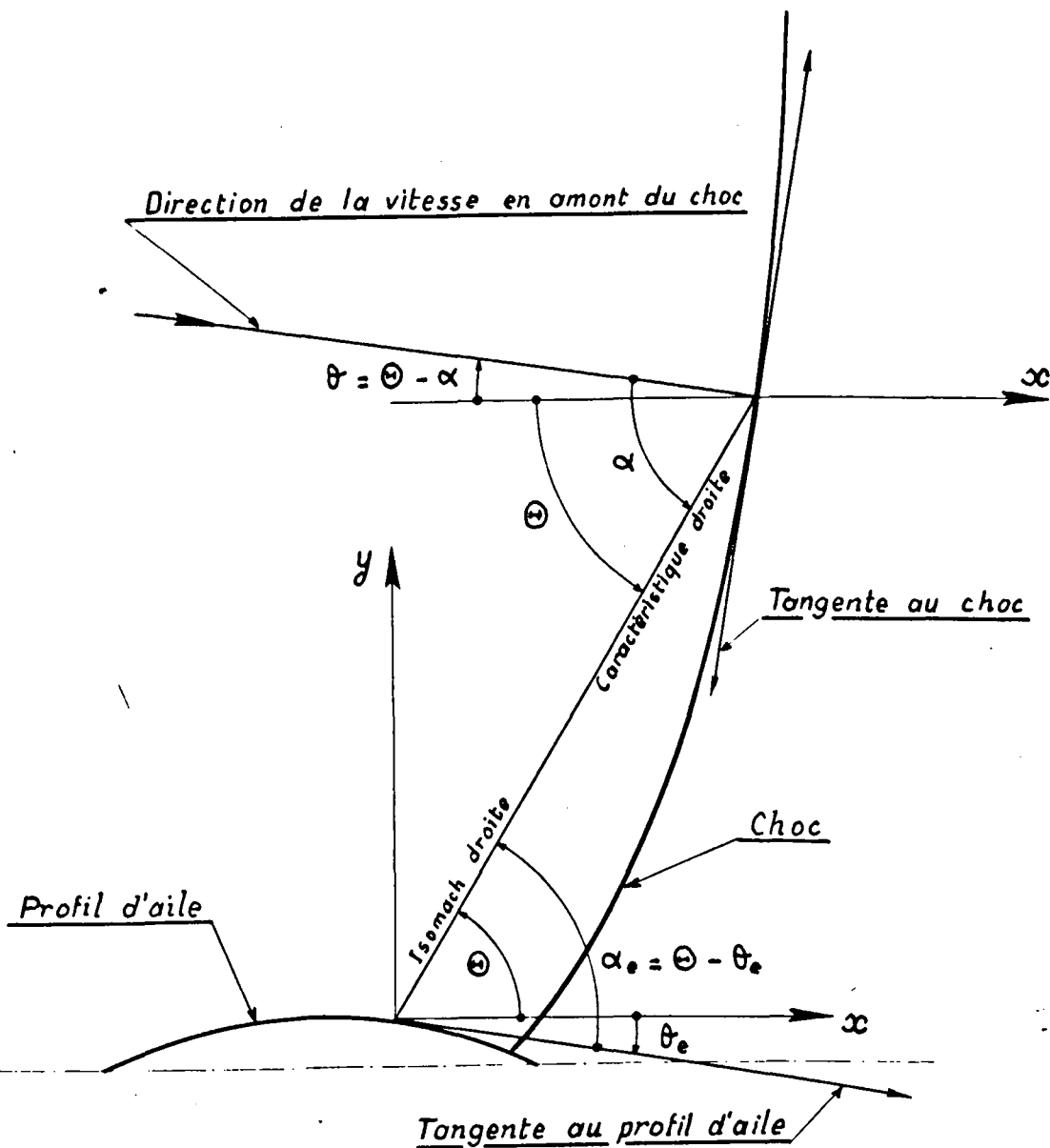
Caractéristiques



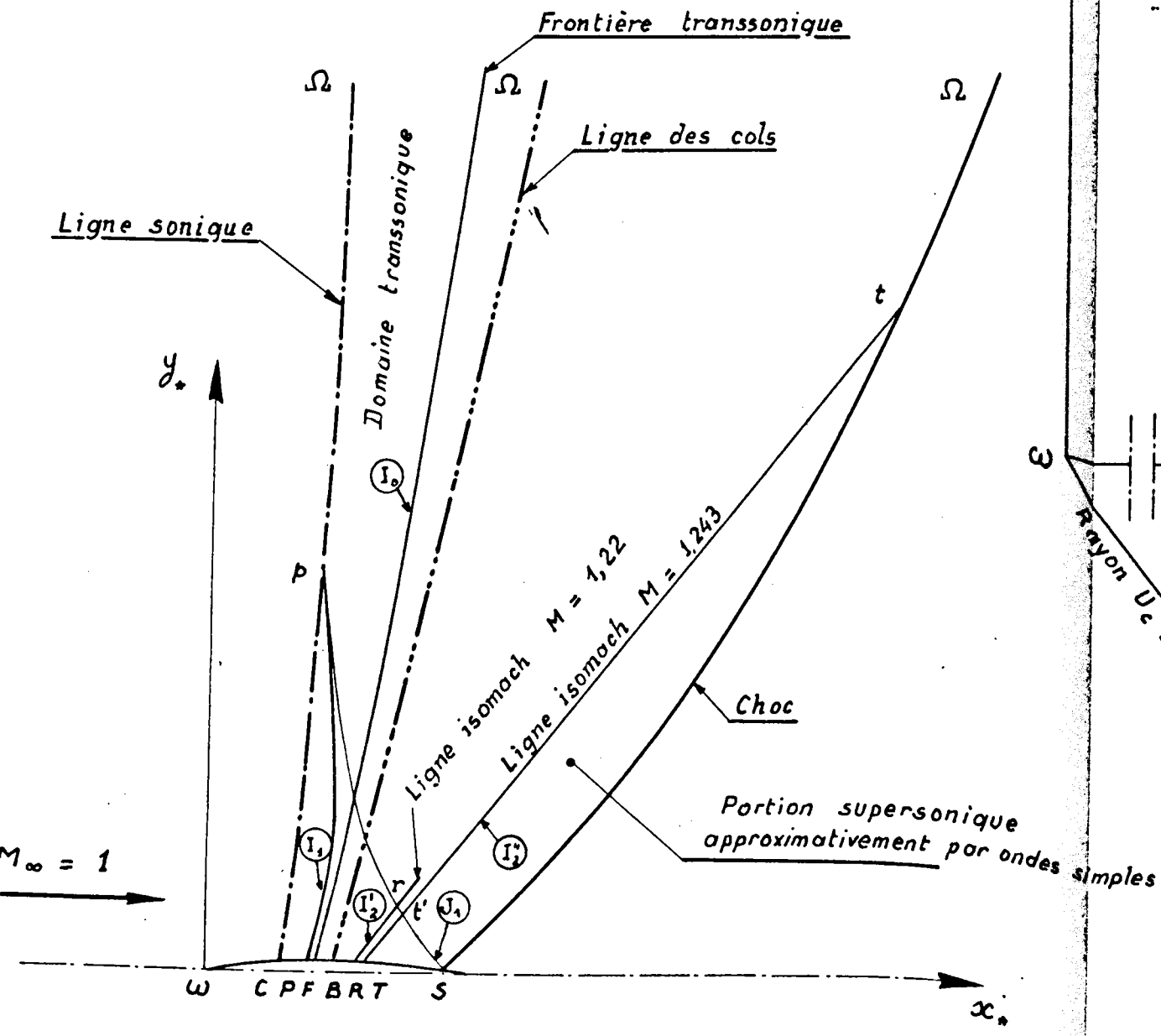
Allure observée par strioscopie de quelques éléments de l'écoulement .

Échelle : 0,935 .



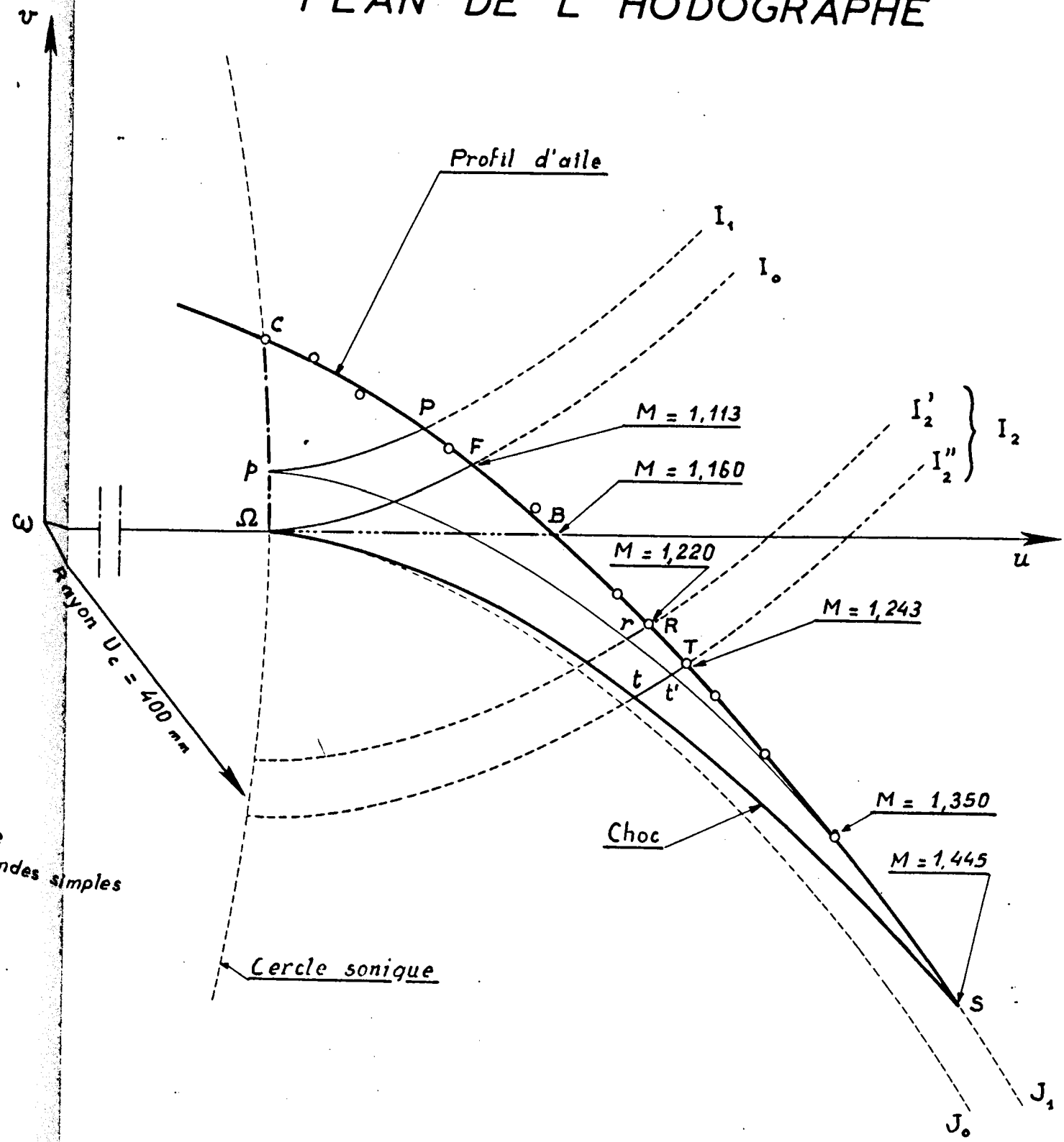


PLAN DE L'ÉCOULEMENT



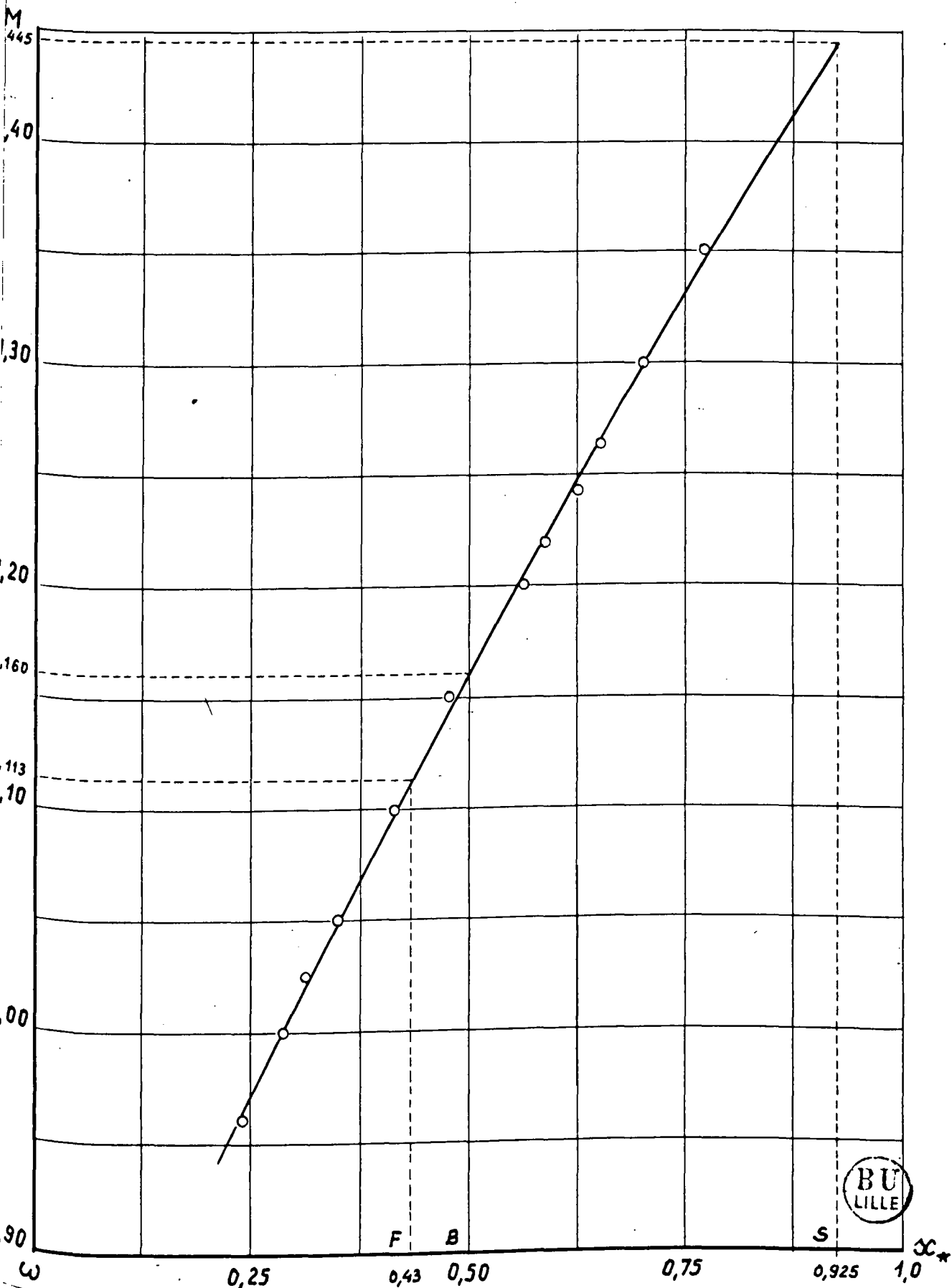
A

PLAN DE L'HODOGRAPHE



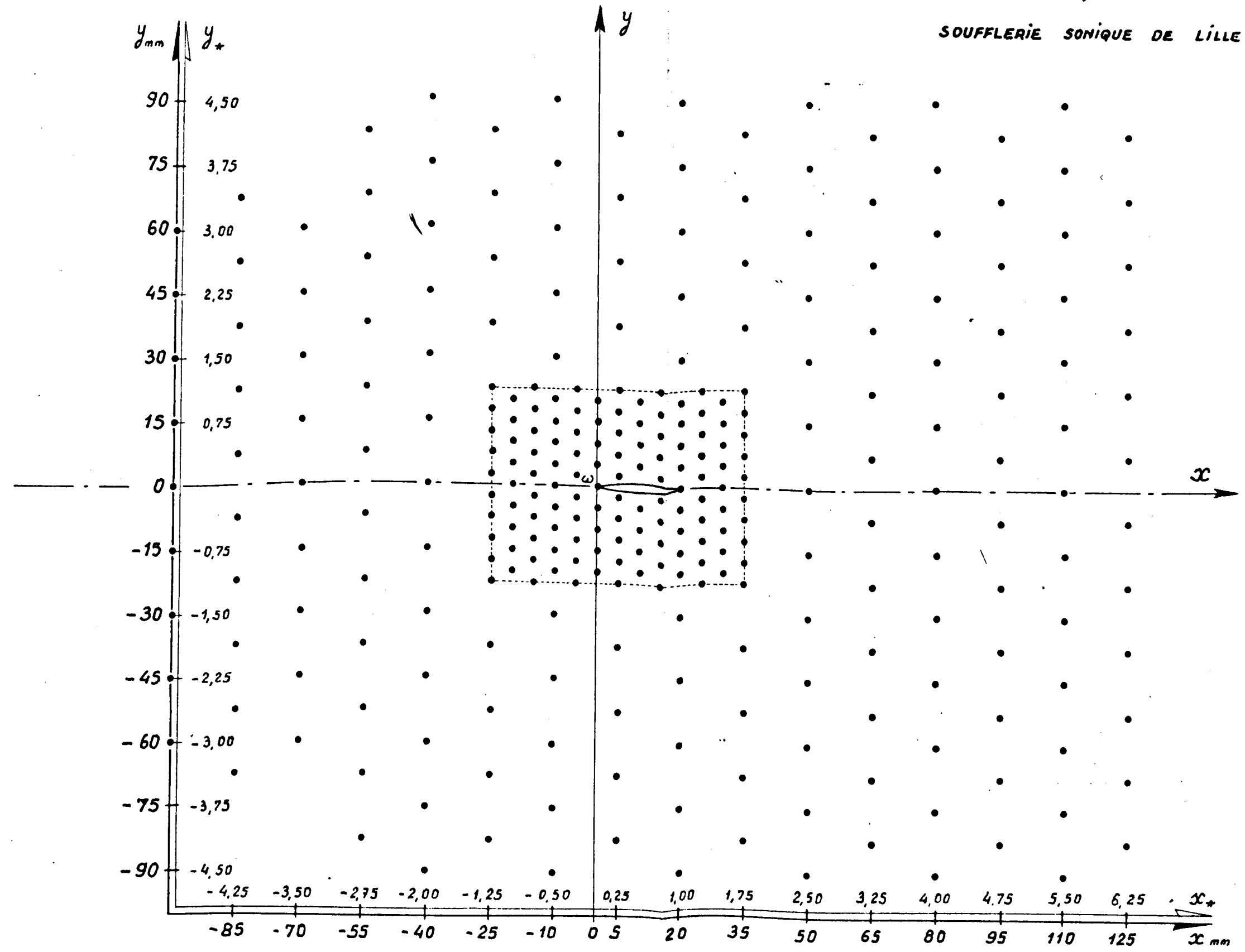
B

Distribution du nombre de Mach sur le profil d'aile L₄



Répartition des prises de pression utilisées sur une paroi latérale de la veine d'expériences.

SOUFFLERIE SONIQUE DE LILLE



----- Frontière du domaine rectangulaire \mathcal{D} . Échelle : 1.



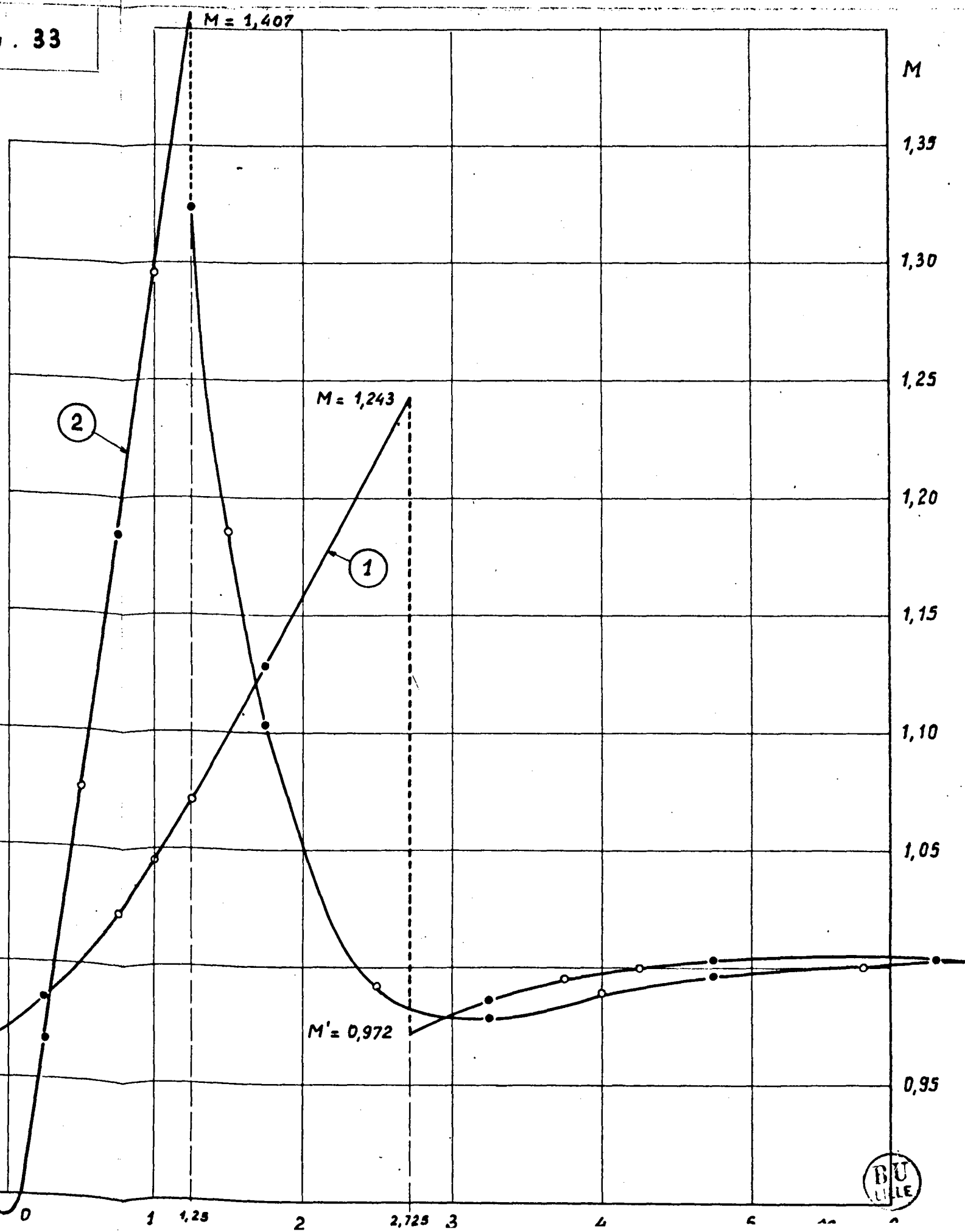
Profil d'aile lenticulaire $L_{1...}$, $M_{\infty} = 1$

① $M = f(x_*)$ pour $y_* = 2,625$, Courbe du type 1

② $M = f(x_*)$ pour $y_* = 0,375$, Courbe du type 2

• Points de mesure

○ Points d'interpolation

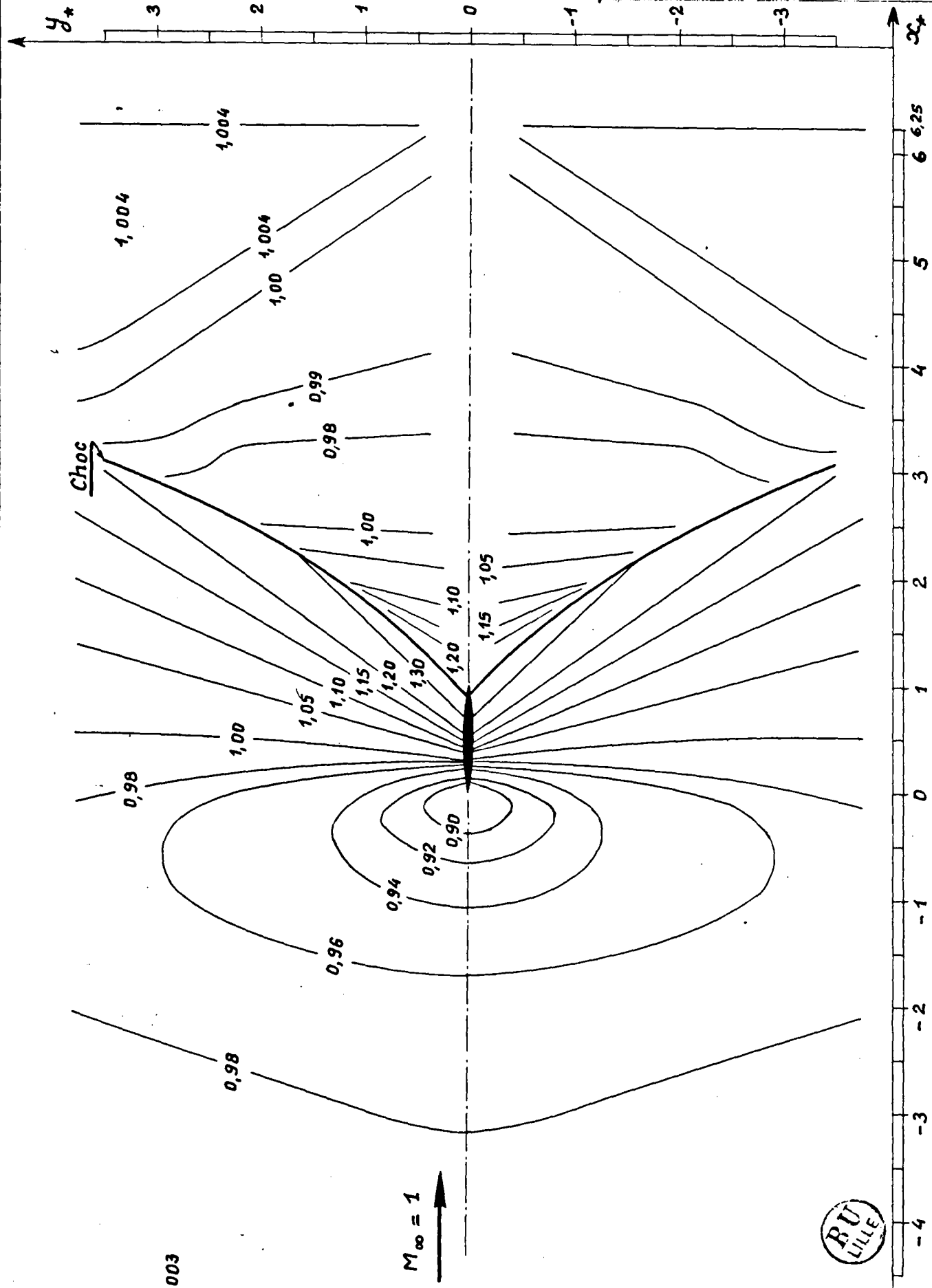


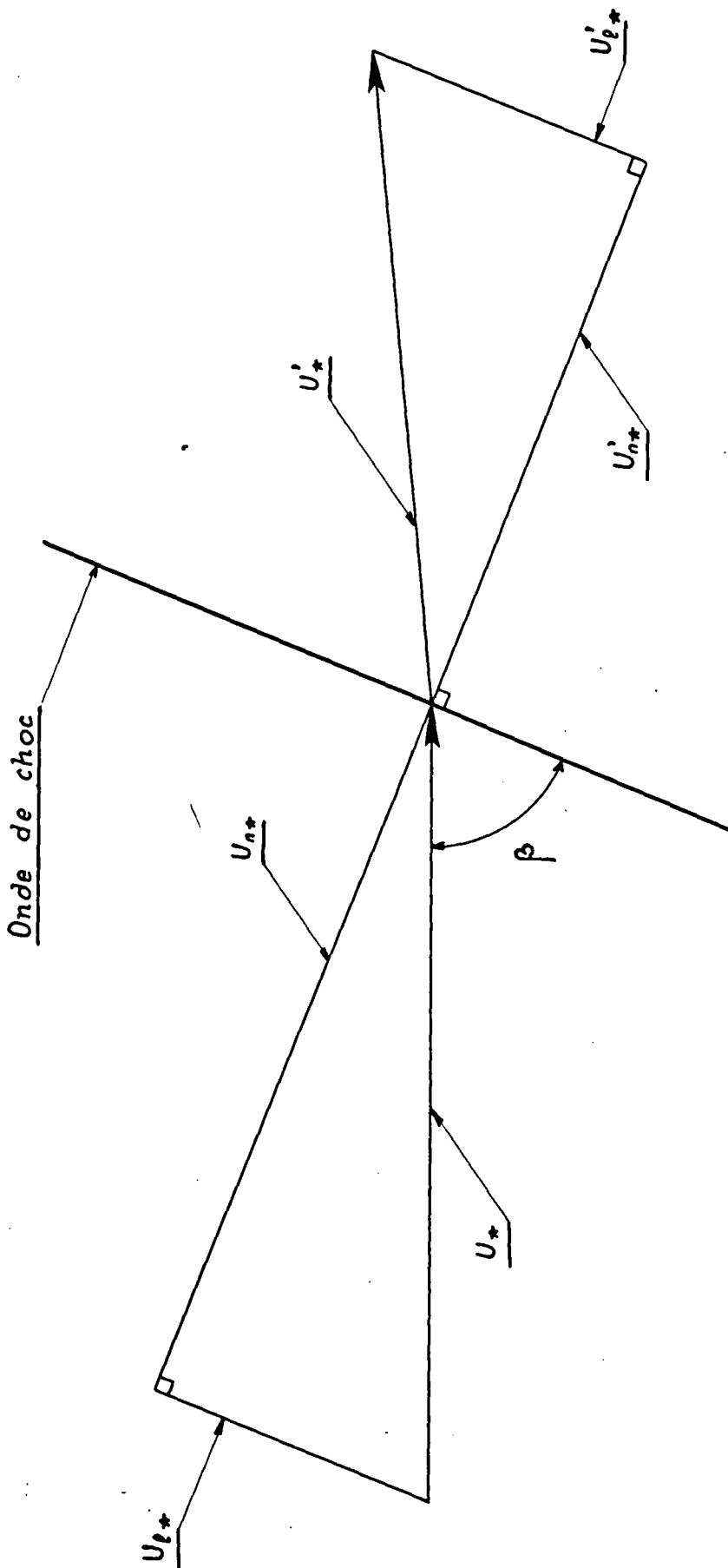
495-SR

Louwers. J.

Van - Quy

14-2-62





Profil d'aile lenticulaire L₁ , M_∞ = 1 .

$M = f(x_*)$ pour $y_* = 2,625$

M' par extrapolation de la courbe expérimentale □

M' par la loi de Prandtl, pour

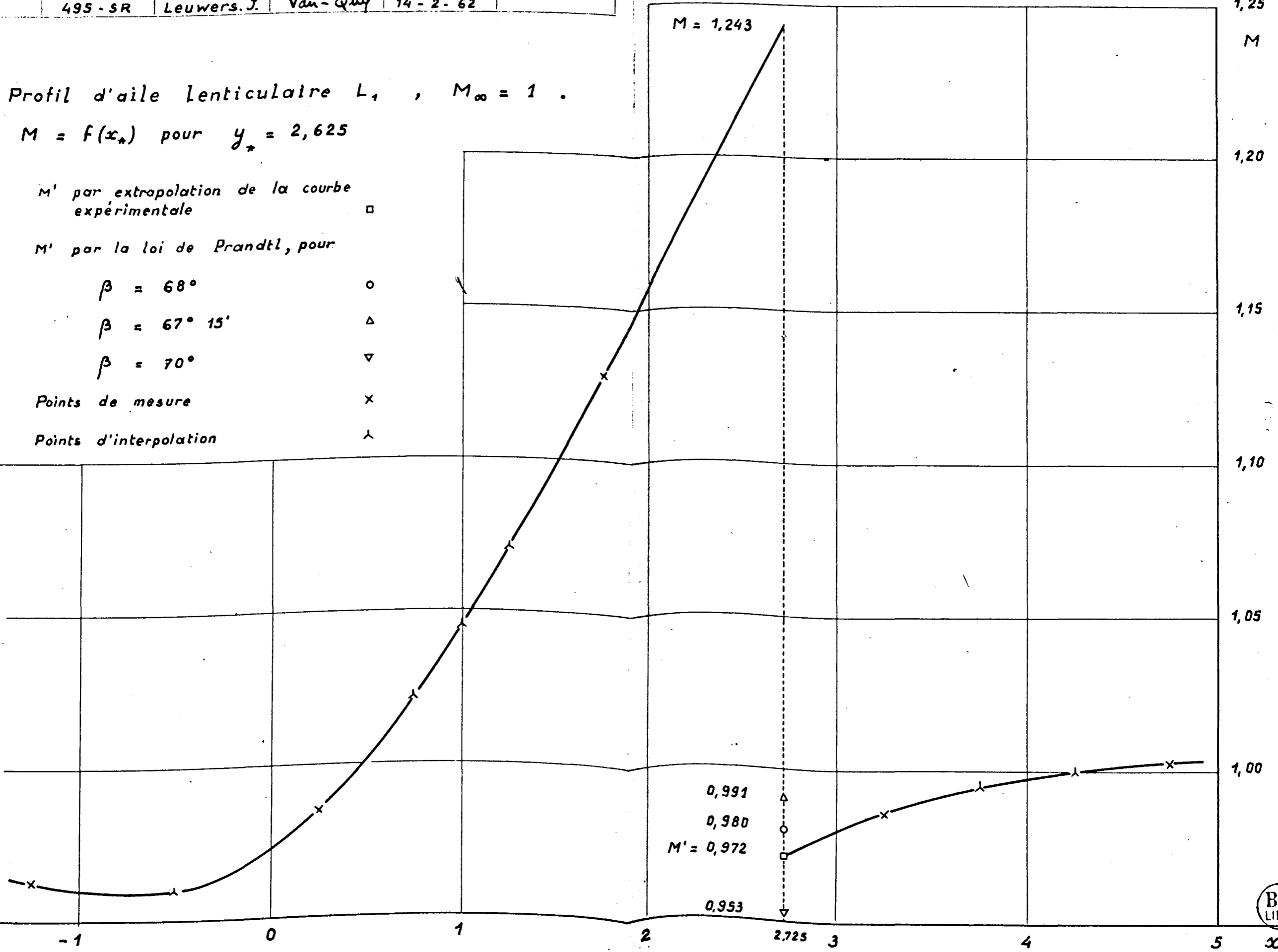
$\beta = 68^\circ$ ○

$\beta = 67^\circ 15'$ △

$\beta = 70^\circ$ ▽

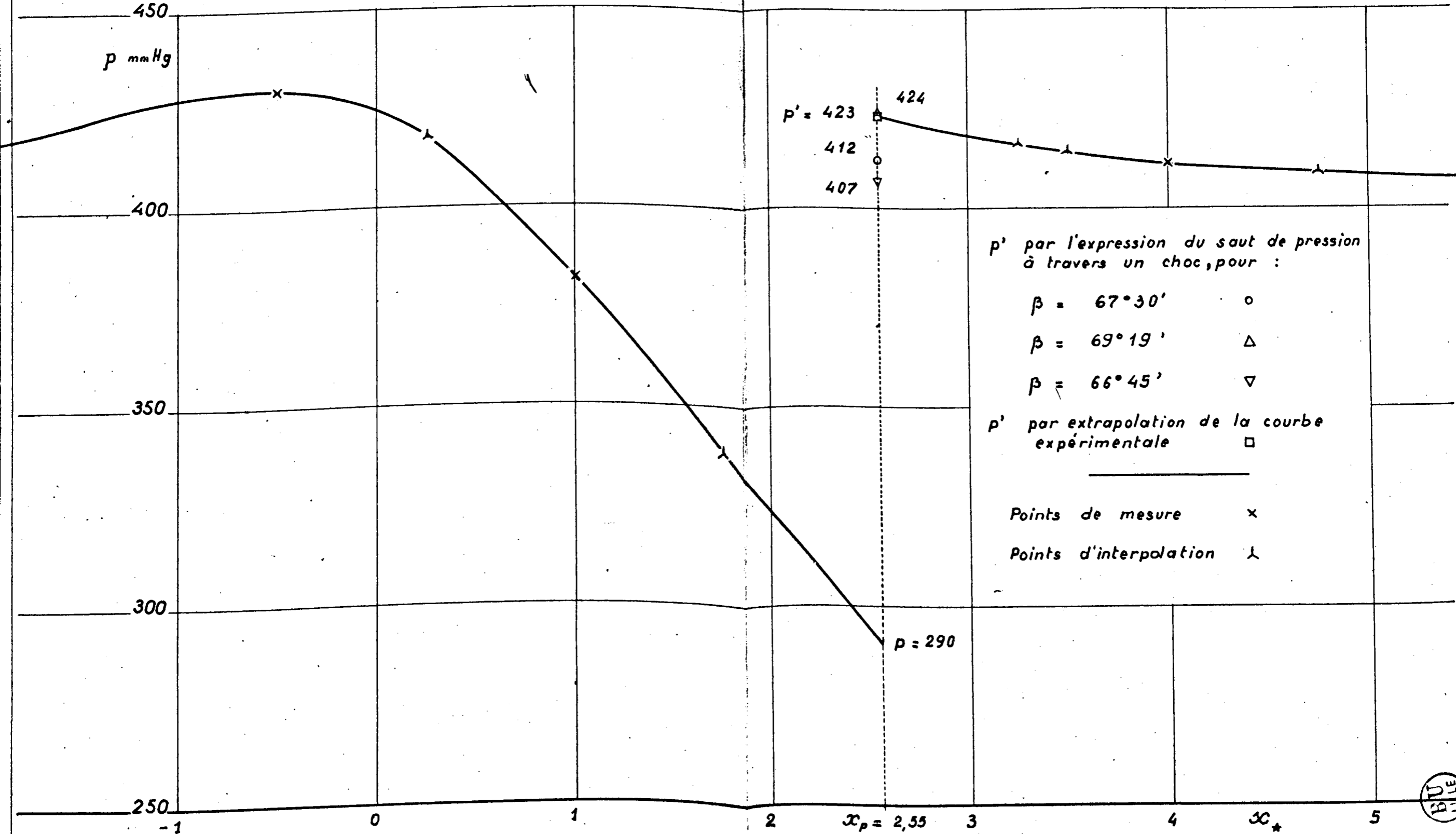
Points de mesure ×

Points d'interpolation λ



Profil d'aile lenticulaire L_1 , $M_\infty = 1$,

$p = f(x_*)$ pour $y_* = 2,25$.



p' par l'expression du saut de pression à travers un choc, pour :

- $\beta = 67^\circ 30'$ o
- $\beta = 69^\circ 19'$ Δ
- $\beta = 66^\circ 45'$ ∇

p' par extrapolation de la courbe expérimentale \square

Points de mesure x
Points d'interpolation λ