

UNIVERSITÉ DE LILLE

50376
1962
8

50.376
1962
8

FACULTÉ DES SCIENCES

Exclu du prêt

Centre de 3^{me} Cycle d'Electronique

THÈSE DE 3^{me} CYCLE

**Etude et réalisation d'un appareillage de mesures
pour cavités Hyper Fréquences**

**Application à l'étude de cavités pour déflecteurs H. F.
de particules de haute énergie**



Membres du Jury : M. GABILLARD, Président

M. LEBRUN. Examineur

M. WERTHEIMER, Examineur

Présentée à Lille, le 28 Novembre 1962

par

ROBERT CHERIGIER

Ingénieur I, S. E. N.

UNIVERSITE DE LILLE

FACULTE DES SCIENCES

Doyen Honoraire : M. P. PRUVOST.

Professeurs Honoraires

M.M. ARNOULT, BEGHIN, BROCHARD, CAU, CHAPELLON, CHAUDRON, CORDONNIER,
DECARRIERE, DEHORNE, DOLLE, FLEURY, P. GERMAIN, V. KOURGANOFF, LAMOTTE,
LELONG, Mme LELONG, M.M. MAZET, A. MICHEL, NORMANT, PARISELLE, PASCAL,
PAUTHENIER, ROUBINE, WIEMANN, ZAMANSKY.

Doyen : M. PARREAU, Professeur de Mathématiques.

Assesseur : M. ROUELLE, Professeur de Physique
et Electricité Industrielles.

Professeurs

M.M. BONNEMAN-BEMIA	Chimie et Physico-chimie Industrielles.
BONTE	Géologie appliquée.
Mlle CHAMFY	Mathématiques.
M.M. CORSIN	Paléobotanique.
DECUYPER	Mathématiques.
DEFRETIN	Biologie marine.
DEHEUVELS	Analyse supérieure et Calcul des Probabilités.
DEHORS	Physique industrielle.
DELATRE	Géologie.
Mlle DELWAULLE	Chimie Minérale.
M.M. DESCOMBES	Calcul différentiel et intégral.
DURCHON	Zoologie.
GABILLARD	Radioélectricité et Electronique.
GERMAIN	Chimie générale et Chimie organique.
GLACET	Chimie.
HEM DE BALSAC	Zoologie.
HEUBEL	Chimie.
HOCQUETTE	Botanique générale et appliquée.
KAMPE de FÉRIET	Mécanique des Fluides.
LEBEGUE	Botanique.
LEBRUN	Radioélectricité et Electronique.
MARION	Chimie.
Mlle MARQUET	Mathématiques.
M.M. MARTINOT-LAGARDE	Mécanique des Fluides.
MONTREUIL	Chimie biologique.
PEREZ	Physique.
POITOU	Algèbre supérieure.

M.M. ROIG	Physique générale.
ROSEAU	Mécanique rationnelle et expérimentale.
SAVARD	Chimie générale.
TILLIEU	Physique.
TRIDOT	Chimie appliquée.
WATERLOT	Géologie houillère.
WERTHEIMER	Physique.

Maîtres de Conférences

M.M. BACCHUS	Astronomie.
BECART	Physique.
BOURIQUET	Botanique.
BOUISSET	Physiologie animale.
CELET	Géologie.
GONTIER	Mécanique des Fluides.
HERZ	Mathématiques.
LACOMBE	Mathématiques.
Mlle LENOBLE	Physique.
M.M. LINDER	Botanique.
LUCQUIN	Chimie minérale.
LURÇAT	Physique.
MAUREL	Chimie.
MENNESSIER	Géologie.
Mlle NAZE	Mathématiques.
M.M. POLVECHE	Géologie.
PROUVOST	Géologie.
SCHALLER	Zoologie.
Mlle TAUREL	Physique.
M. VIVIER	Zoologie.

Chargés d'Enseignement

M.M. LIEBAERT	Radioélectricité.
SCHILTZ	Physique.

Secrétaire : Mme BOUCHEZ.

A MES PARENTS

A REINE-MARIE, JEAN-PAUL et NICOLE

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Radioélectricité et d'Electronique de la Faculté des Sciences de Lille.

Nous tenons à exprimer ici notre vive reconnaissance à Monsieur le Professeur R. GABILLARD, qui nous a accueilli dans son Laboratoire et qui nous a constamment guidé et conseillé.

Nous exprimons également nos remerciements sincères à Monsieur le Professeur A. LEBRUN qui nous a initié aux techniques des hyperfréquences et qui n'a cessé de porter un grand intérêt à notre travail.

Nous assurons de notre gratitude Monsieur le Professeur WERTHEIMER, qui a accepté de nous faire l'honneur de participer à notre Jury.

Nous remercions également Monsieur A. RISBOURG de son assistance.

Au cours de ce travail, nous avons eu la possibilité de discuter de nos problèmes avec M.M. P.LAPOSTOLLE, H.G.HEREWARD et B.W.MONTAGUE, du Centre Européen de Recherches Nucléaires. Qu'ils soient ici remerciés des conseils et des éclaircissements qu'ils nous ont donnés.

Que tous nos Camarades et le Personnel du Laboratoire, pour la sympathie qu'ils nous ont témoignée et l'aide constante qu'ils nous ont apportée, veuillent bien trouver ici l'expression de notre reconnaissance.

Lille, le 10 Novembre 1962.

R. CHERIGIER.

S O M M A I R E

PREMIERE PARTIE

Etude d'un appareillage de mesures pour cavités hyperfréquences

<u>INTRODUCTION</u>	4
I. La carte des champs	4
II. Les pertes d'énergie hyperfréquences	5
<u>CHAPITRE I</u> - Le tracé des cartes de champs	6
I. Méthode des sondes orientables	6
II. Méthode de la bille	7
<u>CHAPITRE II</u> - Les mesures de coefficient de qualité	10
I. Les différents principes de mesure	10
A. Mesures par transmission ou réaction	10
B. Mesures par réflexion	10
C. Mesure par la caractéristique d'atténuation d'une oscillation libre	11
II. Applications générales	11
A. Difficultés	11
B. Solutions possibles	12
III. Le mesureur de coefficient de qualité	12
A. Principe de fonctionnement	12
B. Mesure de F_0 - Précision de la mesure	13
C. Mesure de ΔF - Précision de la mesure	14
a. Détermination de l'erreur de lecture	14
b. Détermination de l'erreur due à la loi de détection du cristal	15
c. Détermination de l'erreur due aux variations de puissance du carcinotron	17

IV. Mesure du Q vrai	18
A. Définition	18
B. Méthode de mesure et calcul	19
C. Précision obtenue	20
D. Conclusions	21

DEUXIEME PARTIE

Déflexion de particules rapides par un champ électromagnétique hyperfréquences

<u>INTRODUCTION</u>	23
I. Position du problème	23
A. Sélection des quantités de mouvement	24
B. Sélection des masses au repos	24
II. Description qualitative d'un défecteur hyperfréquences pour particules de haute énergie	25
<u>CHAPITRE I</u> - Conditions auxquelles doit satisfaire toute onde défléchissante	29
I. Relations importantes liant les composantes transversales et longitudinales d'une onde	29
II. Expression de la force de déflexion d'une onde agissant sur une particule chargée	30
III. Conclusions	31
<u>CHAPITRE II</u> - Types d'ondes défléchissantes	33
I. Les ondes de type L	33
II. Calcul des composantes en x et en z	35
III. Solutions des équations de définition	36
A. Les ondes LE	36
B. Les ondes LM	37
C. Discussion	38
D. Conclusions	43
<u>CHAPITRE III</u> - Cavités pour ondes défléchissantes	45
I. Pouvoir défecteur d'une onde stationnaire	45
II. Conditions aux limites pour une onde LEM stationnaire	46
III. Formes théoriques de cavités	47

IV. Formes pratiques de cavités	49
A. Cavités de Blewett	49
B. Choix des dimensions	49
<u>CHAPITRE IV</u> - Etude de cavités Blewett	52
I. Cavité Blewett à un seul élément	52
Résultats obtenus	53
II. Cavité Blewett à quatre éléments	56
Résultats obtenus	56
o°o	
<u>ANNEXE I</u> - Etude détaillée du mesureur de coefficient de qualité	60
<u>ANNEXE II</u> - Loi sur les erreurs accidentelles	65
<u>ANNEXE III</u> - Calcul de l'erreur due à la loi de détection du cristal	66
o°o	
<u>PHOTOS</u>	67
<u>BIBLIOGRAPHIE</u>	68

PREMIERE PARTIE

ETUDE D'UN APPAREILLAGE DE MESURES POUR CAVITES HYPERFREQUENCES

INTRODUCTION

Les cavités résonantes sont des éléments d'usage courant dans la technique des hyperfréquences. Qu'elles soient destinées à équiper ondemètres, klystrons (cavités du type rhumbatron) ou tout autre dispositif, les trois caractéristiques suivantes sont indispensables pour l'appréciation des qualités de chacune d'entre elles :

1. les différentes fréquences de résonance, et pour chaque fréquence,
2. les cartes des champs électrique et magnétique
3. le coefficient de qualité Q .

Au cours de notre travail, nous nous sommes plus particulièrement attaché à la détermination des deux dernières caractéristiques.

I. La carte des champs

Le calcul de la répartition du champ électromagnétique d'un mode dans une cavité résonante donnée est rarement possible. En effet, il faut résoudre les équations de Maxwell, compte tenu des conditions aux limites, et, sauf si les parois de la cavité se confondent avec les sur-

faces coordonnées d'un système orthonormal, on ne connaît pas de solution aux équations de Maxwell.

Une détermination approchée de la carte des champs reste possible en décomposant le volume de la cavité en volumes simples. Si l'on sait écrire les solutions des équations de Maxwell dans chacun de ces volumes élémentaires, sous forme de séries infinies, les conditions de continuité des champs à travers les surfaces de séparation permettent d'obtenir l'équation aux fréquences et les relations entre les coefficients des développements dans les différents volumes.

Dans le cas de résonateurs aux structures compliquées, la méthode expérimentale de relevé de la carte des champs reste toujours valable. C'est celle que nous avons choisie pour l'étude des cavités pour défecteurs hyperfréquences.

II. Les pertes d'énergie hyperfréquences

L'énergie absorbée en régime permanent par une cavité hyperfréquences est conditionnée par son coefficient de qualité : le facteur Q .

La connaissance de ce facteur est nécessaire pour prévoir la puissance des sources destinées à entretenir dans la cavité un champ électromagnétique d'intensité donnée.

D'autre part, le facteur Q peut être utilisé pour comparer du point de vue énergétique, les mérites respectifs de divers types de cavités. Par exemple, il permettra de choisir entre plusieurs types de cavités, la mieux adaptée à la réalisation de séparateurs hyperfréquences de particules, celle qui, pour une déflexion donnée, entraîne l'investissement le plus faible.

CHAPITRE I
LE TRACE DES CARTES DE CHAMPS

I. Méthode des sondes orientables

Le principe en est simple. La tension induite dans une boucle de fil conducteur plongée dans un champ magnétique variable est maximum si le plan de la boucle est normal aux lignes de forces du champ, est minimum (et même théoriquement nulle) si le plan de la boucle est parallèle aux lignes de force. Par rotation de ce plan, il est ainsi aisé de repérer la direction du minimum et d'en déduire l'orientation locale du champ magnétique.

Pratiquement, l'une des extrémités de la boucle est connectée à un cristal détecteur, l'autre extrémité est mise à la masse. L'en-

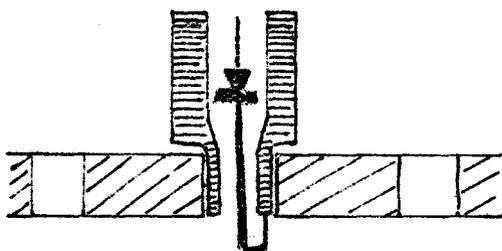


Fig. 1
Schéma d'une sonde de détection.

semble est groupé dans une sonde que l'on peut introduire dans la cavité à étudier par l'intermédiaire d'orifices pratiqués dans la paroi. La boucle affleure seule la surface interne de la paroi de la cavité, de façon à ne pas perturber les champs (Fig. 1).

Les Figures 2 et 3 représentent deux types de sonde détectrices utilisées pour le relevé des cartes de champ (voir également Photo I, page 67).

La présence de champ électrique au voisinage du point de mesure a pour effet de rendre non nuis les minima de tension détectée. Malgré cela, il est courant de constater des différences de niveau de l'ordre de 60 dB entre tension minimum et tension maximum détectée.

Bien entendu, dans certains cas défavorables, il n'est pas possible de repérer un minimum ; on en déduit alors la présence d'un champ électrique intense.

Les parois de la cavité sont donc percées d'un certain nombre de trous représentés par des points sur une vue perspective de cette cavité (voir Fig. 14 ou 22). En chacun de ces points, l'orientation du champ \vec{H} , déterminée grâce à la sonde, est indiquée par un tiret. Il ne reste plus qu'à réunir par un tracé continu - représentant les lignes de force - tous les tirets obtenus. Au cours de ce tracé, on est guidé par les conditions aux limites (qui imposent au champ \vec{H} d'être tangentiel aux parois) et par les indications de niveau de tension détectée (*). Un niveau important indique, en effet, une concentration des lignes de force .

D'autre part, on sait que, dans les cavités à forte surtension, les champs E et H d'un mode déterminé sont orthogonaux. Cette remarque, compte tenu des conditions aux limites, permet donc de tracer les lignes de force du champ E.

II. La méthode de la bille

Les informations obtenues à partir de la sonde orientable ne permettent de déterminer les champs qu'à proximité des parois de la cavité. La répartition des champs à l'intérieur du volume de la cavité n'est donc pas connue avec toute la précision souhaitable.

(*) Nous avons choisi de porter ces indications de niveau en dB de puissance ; le niveau zéro correspondant à une puissance d'excitation telle que l'amplitude de la courbe de résonance avant amplification soit de 2 mV (Exemple, Fig. 25).

La méthode des perturbations offre un moyen de pallier cette insuffisance. Cette méthode a été développée à partir de la remarque suivante : si dans une cavité l'on introduit un petit corps étranger, on observe une variation de la fréquence de résonance de la cavité, qui dépend :

- de la forme de l'objet perturbateur
- de la matière constituant l'objet perturbateur
- de l'orientation et de l'intensité du champ électromagnétique au point où se trouve le corps perturbateur.

De nombreuses théories établissent une relation liant les intensités des champs électrique ou magnétique aux déviations de fréquence pour un objet perturbateur de forme et de matériau donnés (*).

Nous avons appliqué la méthode des perturbations dans les conditions suivantes :

- l'objet perturbateur est une bille. La perturbation est donc isotrope et ne peut apporter aucun renseignement quant à la direction des champs ;

- la bille est soit diélectrique (saphir), soit métallique.

Dans le cas d'une bille diélectrique, la déviation de fréquence ΔF_1 est proportionnelle à $-\epsilon_0 E_0^2$:

$$\Delta F_1 = K_1 \epsilon_0 E_0^2$$

ϵ_0 : permittivité du vide.

E_0 : intensité du champ électrique au point où se trouve la bille.

Dans le cas d'une bille métallique, la déviation de fréquence ΔF_2 est proportionnelle à $(\mu_0 H_0^2/2 - \epsilon_0 E_0^2)$

$$\Delta F_2 = K_2 (\mu_0 H_0^2/2 - \epsilon_0 E_0^2) \quad K = \frac{K_2}{K_1} = \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1}$$

ϵ_r : permittivité relative du matériau diélectrique utilisé.

(*) Ces théories sont rappelées dans : "Mesure des champs dans les cavités résonantes par la méthode des perturbations". GARAUULT Y., Lab. Electr. Fac. Sc. Fontenay-aux-Roses, Rapport Interne.

Fiche
BNC

Bague de
Téflon

Résistance
disque 50Ω

Cristal
IN21

Ech. 4/1
Laiton

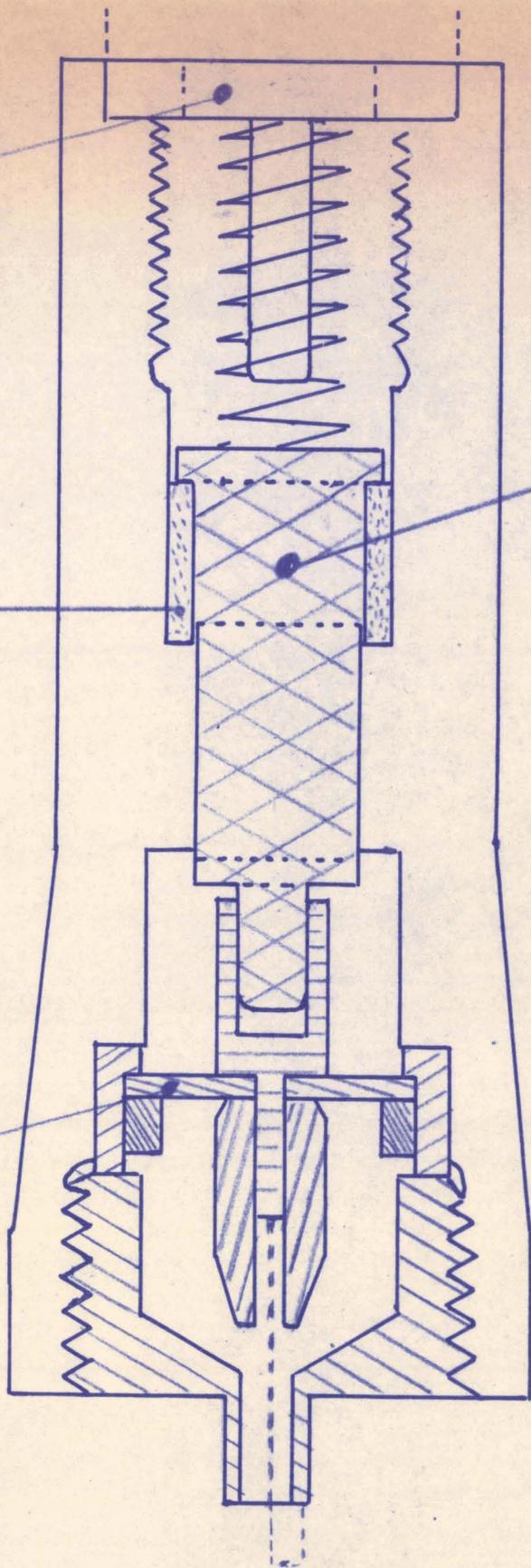


Fig. 2.- Sonde détectrice (pour cavité
Blewett 1 élément)

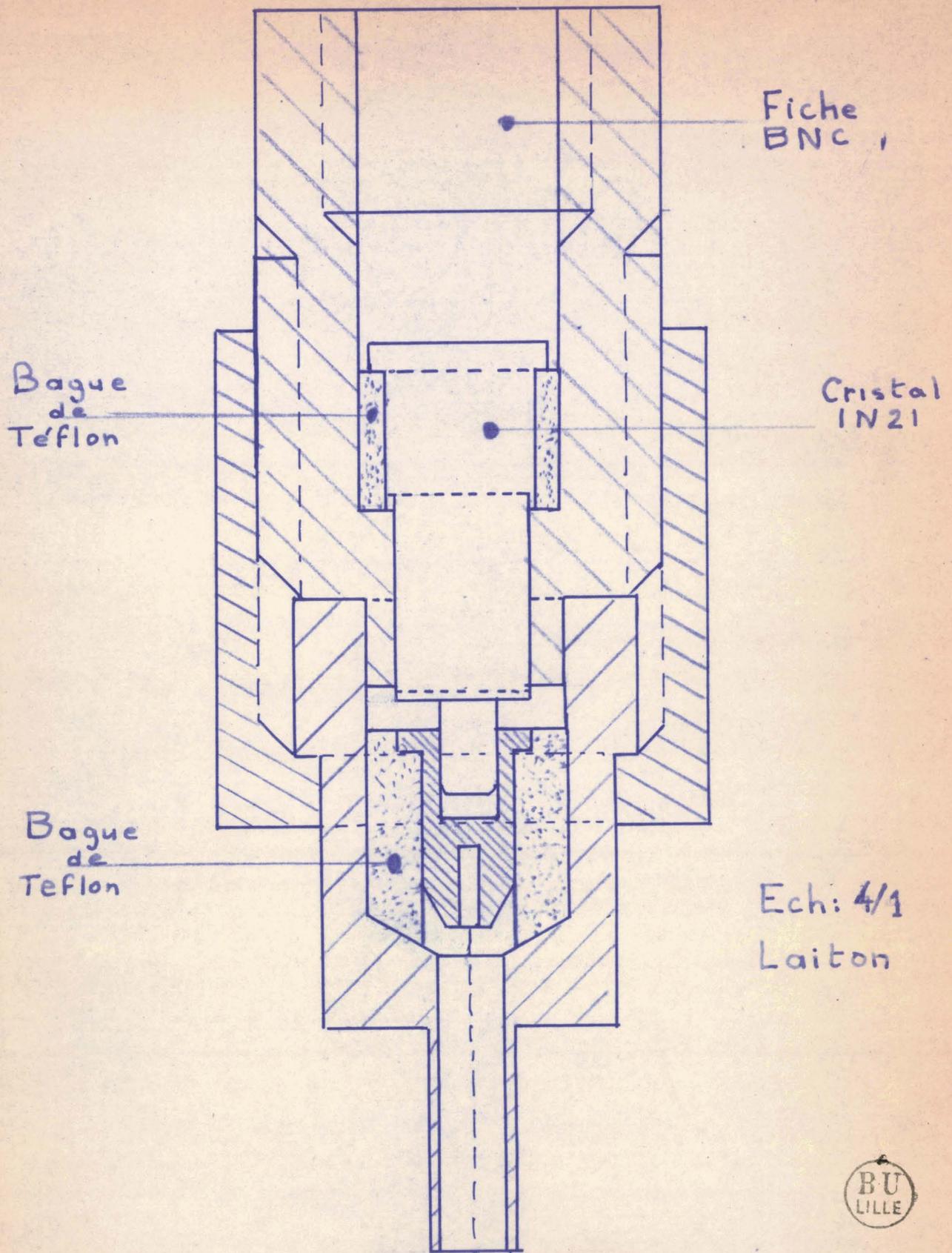


Fig. 3.- Sonde détectrice (pour la cav. BI. 4 élém.)

Par conséquent, ΔF_1 nous renseigne immédiatement sur l'intensité du champ électrique au point où se trouve la bille.

D'autre part :

$$\Delta F_2 - K \Delta F_1 = K_2 \frac{\mu_0 H_0^2}{2}$$

donc $\Delta F_2 - K \Delta F_1$ est proportionnel à l'intensité du champ magnétique.

Il est possible, pour chacune des deux billes, de tracer une courbe portant en abscisse, l'abscisse de la bille dans la cavité, et en ordonnée, la déviation de fréquence de résonance correspondante.

L'examen de ces deux courbes nous renseigne sur les variations des intensités des champs électrique et magnétique.

J.P. VERCAMBRE a réalisé à l'I.R.E.L., un appareillage capable de tracer automatiquement ces courbes sur un écran d'oscilloscope (Réf.2). Les Figures 23 bis, 27 bis, 28 ter et 29 bis en montrent des enregistrements photographiques qui ont servi à l'établissement des cartes de champs.

CHAPITRE II
LES MESURES DE FACTEUR "Q"

I. Les différents principes de mesure

Trois principes généraux de mesure sont utilisés dans les diverses méthodes qui ont été mises en oeuvre pour déterminer le coefficient "Q" (Réf.2).

A. Mesures par transmission ou par réaction

Le facteur Q est déduit de la courbe représentant les variations de la puissance transmise au détecteur, en fonction de la fréquence (Fig. 4 et 5).

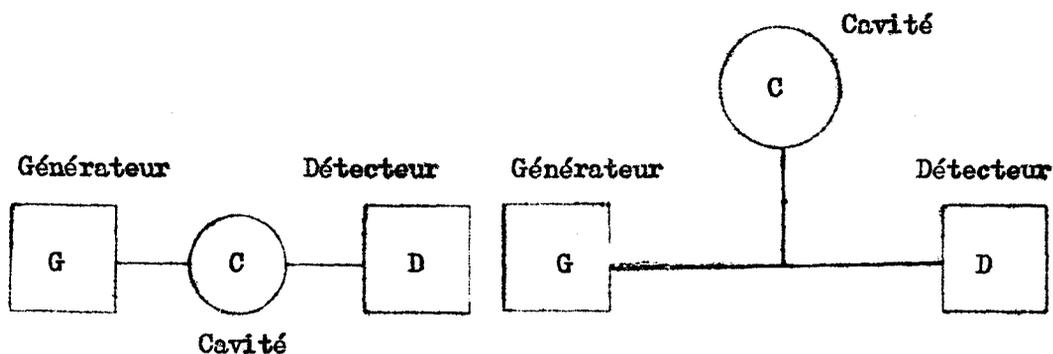


Fig.4 - Mesures par transmission.

Fig.5 - Mesures par réaction.

B. Mesure par réflexion

On calcule le facteur Q à partir des variations mesurées, de l'impédance d'entrée de la cavité en fonction de la fréquence.

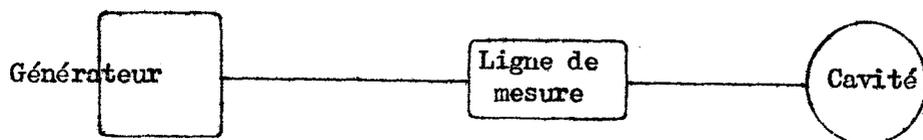


Fig.6 - Mesures par réflexion.

C. Mesure par la caractéristique d'atténuation d'une oscillation libre

Une fois la cavité amenée à la résonance, on déconnecte le générateur. L'amplitude des oscillations libres décroît alors exponentiellement. En mesurant la constante de temps de cette décroissance exponentielle, il est possible de déterminer le Q . Ce dernier principe de mesure exige un Q de forte valeur, auquel correspond un temps de décroissance appréciable.

II. Applications générales

Dans le cas particulier des Q moyens qui nous intéresse ici, nous ne retiendrons que les premier et second principes de mesure. Ces principes nous mènent à une expression finale du facteur Q de la forme :

$$Q = F_0 / \Delta F$$

F_0 : fréquence de résonance de la cavité

ΔF : petite variation de fréquence autour de F_0 .

A. Difficultés

Un facteur Q de 3.000 et une fréquence centrale de résonance F_0 de 3 GHz correspondent à un ΔF de 1 MHz. Une difficulté essentielle apparaît : comment mesurer avec précision ce ΔF de 1 MHz sur une fréquence moyenne de 3.000 MHz ?

La première condition pour une telle mesure est de disposer d'un générateur hyperfréquences d'excellente stabilité. En effet, supposons que nous disposions d'un oscillateur stable à 10^{-5} (c'est le cas de l'OS 401 FERISOL), les variations de fréquence correspondant à cet

ordre de grandeur de la stabilité atteignent 30 kHz, ce qui aboutit à une erreur relative sur le ΔF de : $30/1.000 = 3 \text{ ‰}$.

Mais ce résultat ne tient pas compte de l'imprécision de lecture du ΔF . Prenons l'exemple d'un ondemètre classique dans la Bande S; 1 MHz équivaut à peu près à une petite division, la mesure d'une variation de cet ordre ne peut donc comporter aucune précision.

B. Solutions possibles

Une façon courante de s'affranchir de cette limitation implique les étapes suivantes :

1. stabiliser énergiquement une fréquence F voisine de F_0
2. moduler F en amplitude par une fréquence ajustable f ;
on provoque ainsi l'apparition de 2 bandes latérales $F-f$ et $F+f$. L'une d'entre elles est alors sélectionnée par la cavité qui agit comme un filtre.

Le ΔF peut alors se mesurer directement sur le cadran du générateur qui fournit la fréquence f . On obtient ainsi toute la précision désirable.

Cette méthode statique convient parfaitement dans la plupart des cas, mais, prévoyant la nécessité de nombreuses mesures systématiques, nous en avons développé une version dynamique, que nous allons maintenant décrire.

III. Le mesureur de coefficient de qualité (*)

A. Principe de fonctionnement

La mesure des facteurs Q est effectuée suivant le principe de mesure par transmission.

(*) L'étude détaillée de ce mesureur est donnée en annexe I.
(Voir page 60).

La cavité en essai est excitée par une sonde, alimentée par un générateur G modulé en fréquence. La tension recueillie par la sonde détectrice est directement appliquée sur la voie verticale d'un oscilloscope.

Le balayage horizontal de l'oscilloscope est assuré par le signal de modulation du générateur G. Dans ces conditions, lorsque la fréquence moyenne de G correspond à la fréquence de résonance de l'un des modes de la cavité, la courbe de résonance de ce mode apparaît sur l'écran de l'oscilloscope (voir Photo II, page 67).

L'axe horizontal de l'écran est étalonné en fréquence, à l'aide de deux générateurs :

- le premier G_1 délivre une fréquence F_1 voisine de F_0
- le second G_2 délivre une fréquence f_2 voisine de ΔF .

Ces deux générateurs provoquent, grâce à un montage dont nous exposerons le principe page 62), l'apparition de deux points lumineux (marqueurs) sur la courbe de résonance. Le premier marqueur apparaît en un point où la fréquence est $F_1 - f_2$ et le second en un point où la fréquence est $F_1 + f_2$. On peut ainsi étalonner l'écran de l'oscilloscope et connaître à quelle fréquence correspond chaque point de la courbe ; on mesure alors facilement F_0 et ΔF .

B. Mesure de F_0

Lorsque les marqueurs encadrent symétriquement la courbe de résonance, le générateur à fréquence ajustable G_1 est exactement accordé sur F_0 . L'augmentation du gain de la voie verticale de l'oscilloscope facilite l'appréciation de cet accord. En effet, le tracé oscilloscopique prend alors l'allure représentée

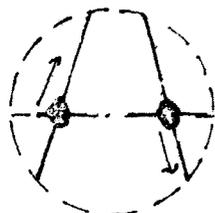


Fig.7 - Mesure de F_0 .

Figure 7 et le moindre décalage en fréquence, entre le générateur et la résonance de la cavité se traduit par un décalage vertical important sur la position des marqueurs.

Précision de la mesure

La précision de la mesure de F_0 dépend donc de la précision d'étalonnage du générateur. En l'occurrence, elle est de 1 %.

C. Mesure de ΔF

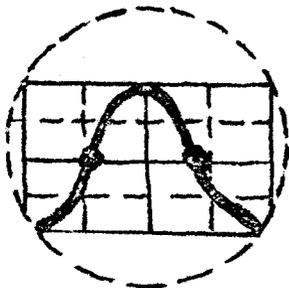
Puisque la cavité est étudiée en transmission, le ΔF représente la largeur à mi-puissance de la courbe de résonance. Pratiquement, nous admettons que le cristal détecteur utilisé a une loi de détection quadratique et nous mesurons la largeur à mi-hauteur de la courbe de résonance tracée sur l'écran. Cette approximation entraîne une erreur systématique de mesure dont il sera nécessaire de tenir compte.

La largeur à mi-hauteur se mesure de la façon suivante :

1. Régler soigneusement le gain de la voie verticale de l'oscilloscope pour que la courbe de résonance occupe, en hauteur, tout le quadrillage lumineux gravé sur l'écran. La ligne médiane de ce quadrillage définit alors les points à mi-hauteur de la courbe.

2. Régler le second générateur G_2 pour que les deux marqueurs se placent exactement sur les deux points déterminés ci-dessus (voir Fig. 8).

Si G_2 affiche une fréquence f_2 :



$$\Delta F = 2 f_2$$

Fig. 8 - Mesure de ΔF .

Précision de la mesure

a. Détermination de l'erreur de lecture.

Nous ne pouvons pas déterminer sur l'écran de l'oscilloscope un niveau zéro absolu car le préamplificateur ne transmet pas la composante continue du signal de résonance. Pour fixer le niveau zéro relatif, il est nécessaire de balayer largement toute la courbe de résonance. A

cet effet, on impose au carcinotron une excursion de fréquence minimum de $3 \Delta F$. Dans ces conditions, afin de s'assurer que la courbe retombe bien à zéro en dehors de la résonance, il suffit de la translater légèrement d'un côté à l'autre de l'écran par action sur la fréquence moyenne du carcinotron. Les ordonnées des extrémités de la courbe doivent rester constantes.

Il est préférable d'effectuer trois mesures successives et indépendantes de ΔF . Des essais systématiques permettent alors de conclure à une erreur maximum sur la valeur moyenne ainsi trouvée de 3 %.

La probabilité pour que la valeur réelle de ΔF tombe en dehors de la bande d'erreur ainsi définie est inférieure à 10^{-2} (ceci résulte de la loi sur les erreurs accidentelles que nous reproduisons en annexe, page 65).

b. Détermination de l'erreur due à la loi de détection du cristal.

L'expression approchée d'une courbe de résonance dans le cas de facteurs Q élevés s'écrit :

$$V = \frac{V_{Max}}{(1 + 4 Q^2 a^2)^{1/2}}$$

Pour nous, V est la tension induite dans la boucle de détection,

a est la fréquence réduite.

$$a = \frac{F_0 - F}{F_0} = \frac{\delta F}{F_0}$$

Si le cristal a une caractéristique de détection en V^x , la tension détectée est égale à :

$$V_{Dét.} = \frac{V_{Dét. Max.}}{(1 + 4 Q^2 a^2)^{x/2}} \quad V_{Dét.} = k V^x$$

Sur l'écran de l'oscilloscope, nous observons une courbe d'équation :

$$\frac{y}{y_{\text{Max.}}} = \frac{1}{(1 + 4 Q^2 a^2)^{x/2}} \quad y = k^t V_{\text{Dét.}}$$

Si x est exactement égal à 2, lorsque $\frac{y}{y_{\text{Max.}}} = \frac{1}{2}$,

$$Q = \frac{1}{2 a_0} = \frac{F_0}{2 \delta F_0} = \frac{F_0}{\Delta F}$$

En pratique, x est différent de 2, mais nous continuons à mesurer $a_{\text{Mes.}}$ tel que :

$$\frac{y}{y_{\text{Max.}}} = \frac{1}{(1 + 4 Q^2 a_{\text{Mes.}}^2)^{x/2}} = \frac{1}{2}$$

Quelle erreur commettons-nous alors sur Q en posant :

$$Q = \frac{1}{2 a_{\text{Mes.}}} \quad ?$$

Un calcul simple, que nous reproduisons en annexe (page 66) conduit à la relation suivante :

$$\boxed{\frac{dQ}{Q} = \frac{0,7 d\alpha}{2(1 + \alpha)}} \quad \text{avec } \alpha = x - 2$$

Une étude statistique permet de conclure que les cristaux ont une loi de détection moyenne comprise entre $V^{1,9}$ et V^2 (Réf. 3), si les deux conditions suivantes sont simultanément remplies :

- ils doivent être suivis d'un appareil de mesure à forte impédance d'entrée,
- le niveau de la tension détectée doit être compris entre 100 μV et 10 mV.

Effectivement, nous avons mesuré la loi de détection des cristaux utilisés :

- d'une part à l'aide de la ligne de mesure G.R. (874 GA)
- d'autre part à l'aide de l'atténuateur étalonné (G.R. 874 LBA).

Ces deux mesures nous ont donné, dans un cas, une loi voisine de $V^{1,95 \pm 0,05}$. En supposant la détection quadratique, nous commettons donc une erreur systématique de :

$$\frac{d Q}{Q} = \frac{-0,7 \cdot 0,05}{2} \neq -2 \text{ \%}.$$

Il a donc été nécessaire d'augmenter le Q mesuré de 2 %?

Dans tous les cas, l'imprécision avec laquelle on détermine la loi de détection du cristal utilisé entraîne une erreur résiduelle dont on ne peut s'affranchir et qui a pour valeur :

$$\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{0,7 \cdot 0,05}{2 (1 - 0,05)} < 2 \text{ \%}.$$

c. Détermination de l'erreur due aux variations de puissance du carcinotron

La puissance délivrée par le carcinotron n'est pas régulée. De quelle manière se répercutent alors les variations de niveau sur la mesure en cours ?

Dans une étroite bande de fréquence telle que

$$\Delta F = \frac{F}{Q}$$

nous pouvons admettre que la variation de puissance est fonction linéaire de la fréquence réduite :

$$\frac{P}{P_{\text{Moyenne}}} = 1 + k a \qquad a = \frac{\delta F}{F_0}$$

k est le pourcentage de variations dans la bande considérée.

L'équation de la courbe de résonance observée devient alors:

$$\frac{y}{y_{\text{Max.}}} = \frac{1 + k a}{1 + 4 Q^2 a^2}$$

$$a_{\text{Mes.}} \text{ est tel que : } \frac{1}{2} = \frac{1 + k a_{\text{Mes.}}}{1 + 4 Q^2 a_{\text{Mes.}}^2}.$$

Quelle erreur commettons-nous en posant $Q = \frac{1}{2 a_{\text{Mes.}}}$?

Dans l'équation ci-dessus, nous pouvons expliciter $a_{Mes.}$.

Si nous tenons compte du fait que $k^2 \ll 4 Q^2$, il vient :

$$a_{Mes.} = \frac{1}{2 Q} + \frac{k}{4 Q^2} \neq a + \frac{k a}{2 Q}$$

$$\text{soit : } \frac{a_{Mes.}}{a} = 1 + \frac{k}{2 Q}$$

k est toujours inférieur à 1 et en pratique ne dépasse pas 0,1

Q par ailleurs est toujours largement supérieur à 200.

Dans ces conditions très défavorables, il vient :

$$\frac{a_{Mes.}}{a} \ll 1 + \frac{1}{4.000}$$

Nous pouvons donc négliger une aussi faible correction.

Résumé

Erreur de mesure sur F_0 1 %

Erreur de mesure sur ΔF : 3 % + 2 % = 5 %

En définitive, la mesure du facteur Q s'effectue avec une précision relative de 6 %.

IV. Mesure du Q vrai

A. Définition

Le Q mesuré suivant la méthode exposée ci-dessus tient compte globalement de toutes les pertes d'énergie qui comprennent :

1. les pertes dans les parois de la cavité
2. les pertes dans le diélectrique emplissant la cavité
3. Les pertes dues aux liaisons mécaniques nécessairement imparfaites entre les diverses parties de la cavité

4. les pertes dans le circuit de détection
5. les pertes dans le circuit d'excitation.

Nous appellerons Q_c (Q en charge), le Q résultant de toutes ces pertes. Nous nous proposons de distinguer les pertes provenant des causes 1, 2 et 3, qui sont propres à la cavité, des causes additionnelles de pertes 4 et 5, qui ne dépendent que de l'appareil de mesure.

Comme il est d'usage courant, nous admettrons que chacune des pertes a la même valeur que si elle existait séparément. Dans ces conditions, il est commode de définir un :

Q_e : Q dû aux pertes dans le circuit d'excitation

Q_d : Q dû aux pertes dans le circuit de détection

Q_v : Q vrai, dû aux pertes dans la cavité elle-même

et d'écrire :

$$\frac{1}{Q_c} = \frac{1}{Q_e} + \frac{1}{Q_d} + \frac{1}{Q_v}$$

B. Méthode de mesure et calcul

Les pertes dans les circuits d'excitation et de détection sont directement fonction du couplage de ces circuits avec la cavité. Si nous diminuons ce couplage, les pertes diminuent également jusqu'à devenir négligeables.

Donc, si nous réduisons au minimum le couplage de la cavité avec son circuit d'excitation, nous mesurons un coefficient de qualité Q_{c1} tel que :

$$\frac{1}{Q_{c1}} = \frac{1}{Q_d} + \frac{1}{Q_v} \quad \left(\frac{1}{Q_e} \ll \frac{1}{Q_d} + \frac{1}{Q_v} \right)$$

De même, si nous diminuons le couplage de la cavité avec son circuit de détection, nous obtenons un coefficient Q_{c2} tel que (*) :

(*) Il est impossible de réduire simultanément le couplage sur l'excitation et sur la détection, car alors, la puissance atteignant le cristal détecteur est insuffisante.

$$\frac{1}{Q_{c2}} = \frac{1}{Q_e} + \frac{1}{Q_v}$$

$$\frac{1}{Q_d} \ll \frac{1}{Q_e} + \frac{1}{Q_v}$$

On peut facilement tirer Q_v de ces trois équations, mais la mesure donne directement ΔF aussi la relation $Q = \frac{F_o}{\Delta F}$ suggère d'écrire pour simplifier :

$$\Delta F_c = \Delta F_e + \Delta F_d + \Delta F_v$$

$$\Delta F_{c1} = \Delta F_d + \Delta F_v$$

$$\Delta F_{c2} = \Delta F_e + \Delta F_v$$

d'où nous tirons :

$$\Delta F_v = \Delta F_{c1} + \Delta F_{c2} - \Delta F_c$$

$$\Delta F_e = \Delta F_c - \Delta F_{c1}$$

$$\Delta F_d = \Delta F_c - \Delta F_{c2}$$

$$Q_v = \frac{F_o}{\Delta F_v}$$

C. Précision obtenue

La mesure de chacune des quantités ΔF_c , ΔF_{c1} et ΔF_{c2} est effectuée avec une erreur relative de 5 % ; nous avons donc :

$$\delta (\Delta F_v) = \frac{5}{100} (\Delta F_{c1} + \Delta F_{c2} + \Delta F_c)$$

D'où l'erreur relative sur ΔF_v :

$$\frac{\delta (\Delta F_v)}{\Delta F_v} = \frac{5}{100} \left(\frac{\Delta F_{c1}}{\Delta F_v} + \frac{\Delta F_{c2}}{\Delta F_v} + \frac{\Delta F_c}{\Delta F_v} \right)$$

Voici un ordre de grandeur :

$$\frac{\delta (\Delta F_V)}{\Delta F_V} = \frac{5}{100} (1,1 + 1,1 + 1,8) = 20 \text{ ‰}$$

D. Conclusions

Prenons l'exemple d'une cavité du type Blewett un élément (*), représentée Figure 14. Les points marqués A_1, A_2, A_3 , etc... figurent les trous dans les parois de la cavité par lesquels il est possible d'introduire les sondes d'excitation et de détection.

Considérons le mode correspondant à la fréquence de résonance 2,99 GHz. Si nous plaçons la sonde excitatrice en C_4 et la sonde détectrice en C_3 (voir Fig. 14), nous mesurons un coefficient de qualité Q_c :

$$Q_c = 1.075$$

Si nous utilisons d'autres couples de points d'excitation et de détection, nous obtenons les résultats suivants :

	Excitation	Détection	Q_c
I	C_4	C_3	1.075
II	C_2	A_1	505
III	C_1	B_2	870

Il apparaît immédiatement que le facteur Q_c varie dans de larges proportions suivant les conditions de mesure (c'est-à-dire lorsque l'on fait varier la perturbation apportée par l'appareil de mesure). Par contre, si, pour chacun de ces trois cas, nous calculons le facteur Q_V , nous obtenons :

	I	II	III
Q_V	1.260	1.480	1.500

Le mode à 2,68 GHz nous fournit un second exemple ; voici, pour ce mode, les résultats de mesures analogues aux précédentes :

(*) Cette cavité est étudiée plus en détail au Chapitre III de la 2e partie.

	Excitation	Détection	Q_c	Q_v
I	A_1	$1A_3$	1.970	2.680
II	A_2	C_3	2.520	2.720
III	C_4	C_5	1.370	2.400

Pour ces deux exemples, Q_v reste relativement constant, en dépit des fortes variations de Q_c . Nous voyons donc qu'en appliquant la méthode de mesure que nous avons développée, il est possible d'obtenir des résultats concordants dans la limite d'erreur de 20 %, quelles que soient les positions des sondes.

Le Q_v ainsi obtenu peut donc réellement servir à comparer les mérites respectifs de plusieurs types de cavités.

Sans cette précaution d'éliminer l'influence de l'appareil de mesure, on aboutit à des résultats totalement dénués de signification.

DEUXIEME PARTIE

DEFLECTION DE PARTICULES RAPIDES PAR UN CHAMP ELECTROMAGNETIQUE HYPERFREQUENCES

INTRODUCTION

I. Position du problème

Les grands accélérateurs récemment construits permettent de communiquer aux particules élémentaires (protons, électrons,...), une vitesse très voisine de celle de la lumière. Utilisées comme projectiles dans le bombardement de cibles soigneusement choisies, ces particules primaires créent des particules secondaires, elles-mêmes animées d'une vitesse proche de celle de la lumière.

Il est nécessaire, pour les expérimentateurs, de pouvoir identifier la nature des particules du faisceau secondaire. Pour cela, on fait subir aux particules du faisceau secondaire une première discrimination en fonction de leur quantité de mouvement, puis, une seconde portant sur leur masse au repos. Nous allons voir que les performances des déflecteurs de type classique deviennent insuffisantes pour la discrimination de particules de haute énergie et qu'il est nécessaire d'envisager d'autres déflecteurs mettant en jeu des principes nouveaux.

A. Sélection des quantités de mouvement

Soit une particule de charge e , de quantité de mouvement \vec{p} et se déplaçant à la vitesse \vec{v} .

A la traversée d'un espace de longueur ℓ où règne une induction \vec{B} orthogonale à \vec{v} , elle subit une déviation angulaire θ :

$$\theta = \frac{e \cdot B \cdot \ell}{p}$$

Deux particules de quantité de mouvement respective p_1 et p_2 verront, à la sortie de l'aimant, leur trajectoire diverger d'un angle $\Delta \theta$:

$$\Delta \theta = \frac{e \cdot B \cdot \ell}{p} \Delta p$$

en posant : $p_2 = p_1 + \Delta p \neq p$ avec $\Delta p \ll p$.

$\Delta \theta$ varie en $1/p^2$ mais pour les quantités de mouvement atteintes par les particules du faisceau secondaire, l'efficacité d'un tel dispositif reste suffisante.

B. Sélection des masses au repos

Il nous est donc possible de sélectionner dans un faisceau secondaire les particules présentant une quantité de mouvement déterminée p . Nous nous proposons, maintenant, de distinguer parmi ces dernières celles de masse au repos m_0 .

Les particules seront soumises, cette fois, à un champ électrique \vec{E} orthogonal à \vec{v} . Elles subiront alors une déviation angulaire θ :

$$\theta = \frac{e \cdot E \cdot \ell}{p \cdot v}$$

$$\text{Or, } p = \frac{m_0 \cdot v}{\left(1 - v^2/c^2\right)^{1/2}} \quad \text{d'où} \quad v = \frac{p}{\left(m_0^2 - p^2/c^2\right)^{1/2}}$$

$$\text{Donc : } \theta = \frac{e \cdot E \cdot \ell}{p} \left(m_0^2 - p^2/c^2\right)^{1/2}$$

Les trajectoires de deux particules dont les masses au repos diffèrent de $\Delta m_0 \ll m_0$ s'écarteront d'un angle $\Delta \theta$ donné par :

$$\Delta \theta = \frac{e \cdot E \cdot \ell}{p^2} \cdot \frac{m_0}{(m_0^2 - p^2/c^2)^{1/2}} \Delta m_0$$

$$\Delta \theta = \frac{e \cdot E \cdot \ell \cdot m_0 \cdot v}{p^3} \Delta m_0$$

La quantité de mouvement intervient, cette fois, en $1/p^3$. Voici, à titre d'exemple, les caractéristiques d'un séparateur électrostatique (Réf. 4). Il s'agit de mésons K^- et de pions de quantité de mouvement commune : $p = 1,17 \text{ GeV}/c$.

$$\Delta \theta = 2,32 \text{ milliradians}$$

$$\ell = 5,84 \text{ mètres}$$

$$E = 6 \text{ mégavolts par mètre.}$$

Actuellement, des quantités de mouvement de l'ordre de $10 \text{ GeV}/c$ deviennent fréquentes. Dans ce cas, pour une même longueur d'action ℓ ; l'écart angulaire $\Delta \theta$ est divisé par un nombre voisin 600. Le déflecteur perd alors tout son pouvoir de discrimination.

La séparation de particules de haute énergie en fonction de leur masse nécessite donc la mise en oeuvre de principes nouveaux mieux adaptés. L'un de ces principes a été proposé par W.K.H.PANOFSKY (Réf. 5, 6, 7). L'idée consiste à utiliser une onde électromagnétique hyperfréquences en guise de champ déflecteur.

II. Description qualitative d'un déflecteur hyperfréquences pour particules de haute énergie (Réf. 8)

Afin de préciser le problème, nous supposons qu'il s'agit d'éliminer les mésons π d'un faisceau d'antiprotons.

Après leur sélection par un analyseur magnétique, les particules de quantité de mouvement commune p pénètrent dans une première

cavité où règne un champ hyperfréquences. La vitesse de phase de l'onde $E.M.$ est choisie égale à celle des mésons π . Pour des énergies de l'ordre du Gev, cette vitesse est très voisine de celle de la lumière. Lors de la traversée de la cavité, les mésons π sont donc soumis à une force constante de la part du champ $E.M.$ Les anti-protons moins rapides "voient" l'onde prendre une certaine avance de phase. La longueur L de la cavité est ajustée de telle sorte que cette avance de phase soit exactement égale à λ .

Dans ces conditions, le faisceau de mésons π diverge et est absorbé par un écran à la sortie de la cavité, tandis que celui des anti-protons subit un léger étalement mais reste parallèle (Fig. 9).

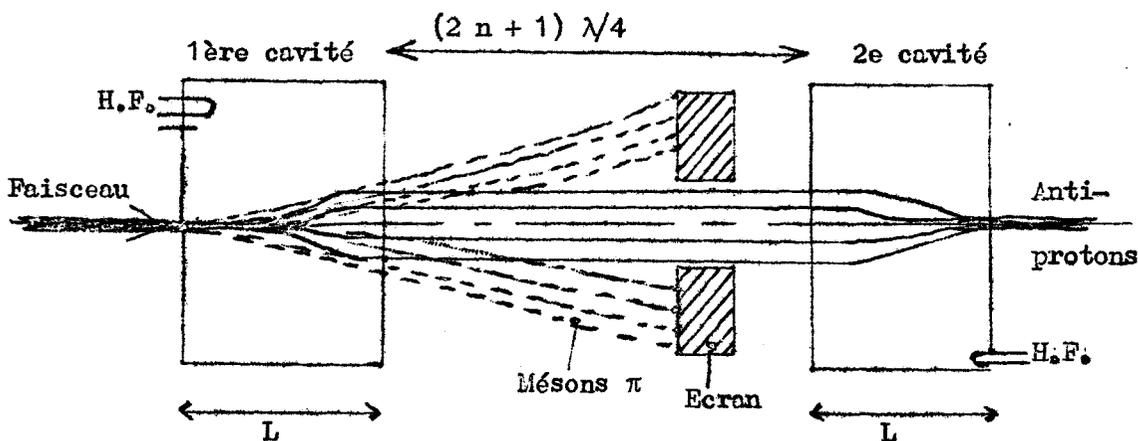


Fig. 9 -- Exemple de déflecteur hyperfréquences pour particules de haute énergie.

Toutefois, la séparation des deux types de particules n'est pas encore parfaite. En effet, les mésons π pénétrant dans la première cavité à des instants voisins de celui du passage par zéro du champ électromagnétique, ne subissent qu'une déflexion minime et nous les retrouvons à la sortie mêlés aux anti-protons.

Une seconde cavité, située à la distance $(2n + 1)\lambda/4$, effectue une nouvelle séparation.

La phase du champ électromagnétique de cette nouvelle cavité

n'est pas laissée au hasard. Elle est telle qu'un anti-proton y rencontre des champs de signe opposé à ceux qu'il avait rencontré dans la première cavité. De ce fait, le faisceau d'anti-protons reprend sa forme initiale.

Le long de l'espace séparant les deux cavités, les mésons π non déviés prennent sur les anti-protons une avance de phase de $(2n + 1) \lambda/4$. Comme nous l'avons vu, ces mésons ont traversé la première cavité au voisinage d'un zéro de champ E.M. : ils traverseront donc la seconde cavité au voisinage d'un maximum et, cette fois-ci, ils seront largement défléchis.

Anti-protons et mésons π émergent donc du déflecteur parfaitement séparés. La méthode est générale et applicable à tout autre problème similaire de séparation de faisceaux(*).

Le problème qui se pose alors pour la réalisation de tels types de séparateurs de particules est d'exciter et de guider des ondes E.M. déflectrices à l'intérieur de cavités hyperfréquences.

Nous allons voir que sauf dans certains cas particuliers, les ondes électromagnétiques ne produisent pas de déflexion sur une particule se déplaçant à une vitesse proche de celle de la lumière. Car, généralement, l'action des composantes transversales du champ électrique de l'onde compense exactement l'action des composantes transversales du champ magnétique.

L'exemple suivant caractérise bien ce phénomène. Considérons

(*) Pratiquement, une petite partie des mésons est réfractée par le bord de l'écran absorbant. Ces mésons réfractés pénétrant dans la seconde cavité avec une relation de phase quelconque, subsistent à la sortie dans le faisceau d'anti-protons.

B. MONTAGUE a montré qu'il était possible (Réf. 16), en modifiant la vitesse de phase de l'onde progressive, de concentrer fortement les mésons (au lieu de les faire diverger). L'effet de réfraction par les bords de l'écran absorbant peut ainsi être supprimé. Dans ce cas, les anti-protons divergent et ils sont ensuite re-focalisés par les procédés habituels.

une onde du type TEM rapportée au trièdre de coordonnées Oxyz.

$$E_x = E_0 e^{j(\omega t - \frac{\omega}{c} z)}$$

$$H_y = \frac{1}{\mu_0 c} E_0 e^{j(\omega t - \frac{\omega}{c} z)}$$

c : vitesse de la lumière dans le vide.

ω : pulsation ; $\omega = 2 \pi F$.

Une particule de charge q se déplaçant suivant Oz, à la vitesse $v \neq c$, subit de la part de cette onde une force transversale \vec{F}_t .

$$\vec{F}_t = q \left[E_0 \vec{i} + (\vec{v} \times \frac{1}{\mu_0 c} E_0 \vec{j}) \right]$$

\vec{i} et \vec{j} : vecteurs unités.

$$\text{Or : } \vec{v} = c \vec{k} \quad \text{et} \quad \vec{k} \times \vec{j} = -\vec{i}.$$

Donc :

$$\vec{F}_t = q E_0 (\vec{i} - \vec{i}) = 0$$

Le type d'onde qui fait exception, présente la particularité suivante. L'une des composantes transversales des champs \vec{E} ou \vec{H} est identiquement nulle, si bien qu'elle ne s'oppose plus à l'action de l'autre composante. C'est l'onde de type L.

CHAPITRE I
 CONDITIONS AUXQUELLES DOIT SATISFAIRE
 TOUTE ONDE DEFLECHISSANTE

I. Relations importantes liant les composantes transversales et longitudinales d'une onde progressive

Une onde E.M. qui se propage sans atténuation parallèlement à un axe Oz, est de la forme :

$$\vec{E} = \vec{E}_0(x,y) e^{j(\omega t - \alpha z)}$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0(x,y) e^{j(\omega t - \alpha z)}$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda_g} = \frac{\omega}{v_\phi} ; \text{ constante de propagation.}$$

v_ϕ : vitesse de phase de l'onde.

L'onde se propageant sans atténuation dans le sens positif, α est réel et positif.

Appelons \vec{u} le vecteur unité de l'axe Oz ; nous pouvons écrire :

$$\vec{E}_0 = \vec{E}_T + E_z \vec{u} \qquad \vec{H}_0 = \vec{H}_T + H_z \vec{u}$$

\vec{E}_T et \vec{H}_T sont les projections de \vec{E}_0 et \vec{H}_0 sur le plan xOy.

Si la propagation a lieu dans le vide ($\epsilon = \epsilon_0, \mu = \mu_0$), les relations vectorielles suivantes se déduisent des équations de Maxwell (Réf. 9) :

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{\text{rot}} H_T &= \mathcal{E} j \omega E_z \overrightarrow{u} & \overrightarrow{\text{rot}} E_T &= -\mu j \omega H_z \overrightarrow{u} \\
\overrightarrow{\text{div}} E_T &= j \alpha E_z & \overrightarrow{\text{div}} H_T &= j \alpha H_z \\
\overrightarrow{u} \times (\overrightarrow{\text{grad}} H_z + \alpha \overrightarrow{H_T}) &= -\mathcal{E} j \omega \overrightarrow{E_T} \\
\overrightarrow{u} \times (\overrightarrow{\text{grad}} E_z + \alpha \overrightarrow{E_T}) &= \mu j \omega \overrightarrow{H_T}
\end{aligned}$$

En poursuivant les calculs, on montre également (Réf. 9) :

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2} - \alpha^2 \right) \overrightarrow{E_T} = \mu j \omega (\overrightarrow{u} \times \overrightarrow{\text{grad}} H_z) - j \alpha \overrightarrow{\text{grad}} E_z \quad (1)$$

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2} - \alpha^2 \right) \overrightarrow{H_T} = -\mathcal{E} j \omega (\overrightarrow{u} \times \overrightarrow{\text{grad}} E_z) - j \alpha \overrightarrow{\text{grad}} H_z \quad (2)$$

Pratiquement, nous considérerons des ondes de vitesse de phase v_φ très voisine de celle de la lumière. En particulier, si $v_\varphi = c$, les équations (1) et (2) se réduisent alors à :

$$\overrightarrow{\text{grad}} E_z = \sqrt{\frac{\mu}{\mathcal{E}}} (\overrightarrow{u} \times \overrightarrow{\text{grad}} H_z) \quad (3)$$

Inversement, si les composantes longitudinales d'une onde vérifient l'équation (3), cette onde se propage à la vitesse de la lumière.

II. Expression de la force de déflexion d'une onde agissant sur une particule chargée

Soit une particule de charge q se déplaçant à la vitesse $v = \beta c$ suivant l'axe Oz . Une onde E.M. se propageant également suivant Oz exerce sur la particule une force transversale donnée par (Réf.10) :

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{F_T} &= q \left[\overrightarrow{E_T} + v (\overrightarrow{u} \times \overrightarrow{B_T}) e^{j(\omega t - \alpha z + \varphi)} \right] \\
\overrightarrow{F_T} &= q \left[\overrightarrow{E_T} + \beta c \mu (\overrightarrow{u} \times \overrightarrow{H_T}) e^{j(\omega t - \alpha z + \varphi)} \right] \quad (4)
\end{aligned}$$

φ : déphasage à l'origine entre les composantes de l'onde et la particule.

Dans la relation (4) ci-dessus, exprimons \vec{E}_T et \vec{H}_T en fonction de E_z et H_z d'après les équations (1) et (2) :

$$\vec{F}_T = \frac{q}{\frac{\omega}{c^2} - \alpha^2} \left\{ \begin{aligned} & j\omega\mu(\vec{u} \times \text{grad} H_z) - j\alpha \text{grad} E_z + \mu\beta c \left[\vec{u} \times (-\epsilon j\omega \text{grad} E_z - j\alpha \text{grad} H_z) \right] \end{aligned} \right\}$$

$$\vec{F}_T = \frac{q}{\frac{\omega}{c^2} - \alpha^2} \left[j\omega\mu(\vec{u} \times \text{grad} H_z) - j\alpha \text{grad} E_z + j\beta c \omega \epsilon \mu \text{grad} E_z - \mu\beta c j(\vec{u} \times \text{grad} H_z) \right]$$

Le facteur : $e^{j(\omega t - \alpha z + \varphi)}$ est sous-entendu.

Soit $v_\varphi = \beta_1 c$, la vitesse de phase de l'onde ; il vient :

$$\beta_1 = \frac{v_\varphi}{c} = \frac{\omega \mu \epsilon}{\alpha} = \frac{\omega}{\alpha c} \quad \text{puisque } v_\varphi = \frac{\lambda}{T} = \frac{2\pi}{\alpha T} = \frac{\omega}{\alpha}.$$

Cette remarque permet de simplifier la dernière équation ci-dessus :

$$\vec{F} = \frac{j q}{\alpha(\beta_1^2 - 1)} \left[(\beta\beta_1 - 1) \text{grad} E_z + (\beta_1 - \beta) \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} (\vec{u} \times \text{grad} H_z) \right] e^{j(\omega t - \alpha z + \varphi)}$$

Pratiquement seule une onde synchronisée avec la particule produit un effet appréciable. Dans ce cas :

$$\beta = \beta_1 \quad z = vt \quad \alpha z = \omega t$$

Si nous choisissons $\varphi = -\frac{\pi}{2}$:

$$\boxed{\vec{F} = \frac{q}{\alpha} \text{grad} E_z} \quad (5)$$

III. Conclusions

Les relations précédentes sont valables pour tous les types d'ondes en coordonnées cartésiennes ou cylindriques.

- Pour une onde du type TE ou TEM, on a toujours $F = 0$.

En effet, pour ce type d'onde, $E_z \equiv 0$, donc $\text{grad} E_z = 0$.

- Pour une onde de type TM ($H_z \equiv 0$), nous déduisons de l'équation (1) :

$$\left(\frac{w^2}{c^2} - \alpha^2\right) \vec{E}_T = -j\alpha \vec{\text{grad}} E_z$$

Soit, en portant la valeur ainsi définie de $\vec{\text{grad}} E_z$ dans la relation (5) :

$$\vec{E}_T = \frac{j\alpha}{\alpha^2} \left(\frac{w^2}{c^2} - \alpha^2\right) \vec{E}_T = j\alpha (\beta_1^2 - 1) \vec{E}_T$$

Nous voyons que E_t tend vers zéro lorsque β_1 tend vers 1, c'est-à-dire lorsque v_ϕ tend vers c .

Les trajectoires de particules ultra-relativistes ne subissent donc aucune déviation de la part d'ondes du type TE, TM ou TEM.

Plus généralement :

Seules, les ondes pour lesquelles $\vec{\text{grad}} E_z$ diffère de zéro - au moins à proximité de l'axe de propagation - et dont les composantes suivant l'axe Oz vérifient la relation :

$$\vec{\text{grad}} E_z = \sqrt{\frac{U}{e}} (\vec{u} \times \vec{\text{grad}} H_z)$$

conviennent pour la déflexion de particules ultra-relativistes.

CHAPITRE II

TYPES D'ONDES DEFLECHISSANTES

I. Les ondes de type L

Le processus habituel de résolution des équations de Maxwell conduit aux expressions (1) et (2) et au système suivant :

$$\Delta \vec{E} + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E} = 0 \quad (6)$$

$$\Delta \vec{H} + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{H} = 0 \quad (7)$$

Si l'on considère le cas d'une onde progressive se propageant suivant l'axe Oz (comme dans le cas du Chap. I, parag. I), les composantes des vecteurs \vec{E} et \vec{H} s'expriment sous la forme :

$$\mathcal{E}_i = E_i(x, y) e^{j(\omega t - \alpha z)} \quad (8)$$

$$\mathcal{H}_i = H_i(x, y) e^{j(\omega t - \alpha z)} \quad (9)$$

l'indice i désignant successivement les variables x , y et z . Les équations (6) et (7) s'écrivent alors :

$$\Delta \mathcal{E}_i + \frac{\omega^2}{c^2} \mathcal{E}_i = 0 \quad (10)$$

$$\Delta \mathcal{H}_i + \frac{\omega^2}{c^2} \mathcal{H}_i = 0 \quad (11)$$

Dans le cas où $i = z$:

$$\Delta E_z + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - \alpha^2 \right) E_z = 0 \quad (12)$$

$$\Delta H_z + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - \alpha^2 \right) H_z = 0 \quad (13)$$

Nous retrouvons les expressions classiques qui, associées aux équations (1) et (2) permettent de conclure à la possibilité de décomposer une onde quelconque de vitesse de phase différente de celle de la lumière, suivant les deux ondes élémentaires TE et TM.

Comme nous l'avons déjà vu, ces ondes ne possèdent aucune propriété défléchissante. Une telle décomposition apparaît donc sans intérêt immédiat. L'incapacité défléchissante des ondes TE et TM est directement liée à la façon dont ces ondes sont définies. En effet, la résolution du système d'équations (1), (2), (12) et (13) se fait en posant a priori :

$$E_z \equiv 0 \quad \text{ou} \quad H_z \equiv 0$$

N'oublions pas que, dans les équations (10) et (11), nous pouvons également remplacer i par x ou y .

Choisissons $i = y$. Il vient :

$$\Delta E_y + (\omega^2/c^2 - \alpha^2) E_y = 0 \quad (14)$$

$$\Delta H_y + (\omega^2/c^2 - \alpha^2) H_y = 0 \quad (14 \text{ bis})$$

Afin de résoudre ce système d'équations, nous poserons, cette fois :

$$E_y \equiv 0 \quad \text{ou} \quad H_y \equiv 0$$

De cette façon, l'onde correspondant à ces conditions initiales de calcul ne perd pas, a priori, tout pouvoir défléchissant.

Au paragraphe suivant, nous déterminerons les équations définissant les autres composantes.

Par analogie avec les ondes de type T (TE, TM et TEM), ces ondes, dont l'une des composantes transversales est choisie nulle, sont dites de type L (Longitudinale).

$E_y = 0$: définit l'onde longitudinale électrique, ou LE

$H_y = 0$: définit l'onde longitudinale magnétique, ou LM

II. Calcul des composantes en x et en z

De l'équation :

$$\vec{\text{rot}} E = -\mu \frac{\delta \vec{H}}{\delta t} \text{ résultent les relations :}$$

$$\frac{\delta E_z}{\delta y} + j \alpha E_y = -j \omega \mu H_x \quad (15)$$

$$-j \alpha E_x - \frac{\delta E_z}{\delta x} = -j \omega \mu H_y \quad (16)$$

$$\frac{\delta E_y}{\delta x} - \frac{\delta E_x}{\delta y} = -j \omega \mu H_z \quad (17)$$

De l'équation $\vec{\text{rot}} H = \epsilon \frac{\delta \vec{E}}{\delta t}$ résultent les relations :

$$\frac{\delta H_z}{\delta y} + j \alpha H_y = j \omega \epsilon E_x \quad (18)$$

$$-j \alpha H_x - \frac{\delta H_z}{\delta x} = j \omega \epsilon E_y \quad (19)$$

$$\frac{\delta H_y}{\delta x} - \frac{\delta H_x}{\delta y} = j \omega \epsilon E_z \quad (20)$$

Nous allons nous attacher à isoler E_y et H_y .

Éliminons E_z entre (15) et (20), et E_x entre (17) et (18) ; nous obtenons respectivement :

$$\frac{\delta^2 H_x}{\delta y^2} + \omega^2 \epsilon \mu H_x = \frac{\delta^2 H_y}{\delta x \delta y} - \alpha \omega \epsilon E_y \quad (21)$$

$$\frac{\delta^2 H_z}{\delta y^2} + \omega^2 \epsilon \mu H_z = -j \alpha \frac{\delta H_y}{\delta y} + j \omega \epsilon \frac{\delta E_y}{\delta x} \quad (22)$$

Eliminons H_z entre (17) et (18) et H_x entre (15) et (20) ;

pous obtenons de même ;

$$\frac{\delta^2 E_x}{\delta y^2} + \omega^2 \epsilon \mu E_x = \frac{\delta^2 E_y}{\delta x \delta y} + \omega \mu \alpha H_y \quad (23)$$

$$\frac{\delta^2 E_z}{\delta y^2} + \omega^2 \epsilon \mu E_z = -j \alpha \frac{\delta E_y}{\delta y} - j \omega \mu \frac{\delta H_y}{\delta x} \quad (24)$$

Grâce à ces équations et connaissant, d'autre part, E_y et H_y , nous pouvons calculer E_x , E_z , H_x et H_z .

III. Solutions des équations de définition

Les équations (21), (22), (23), (24), (14) et (14 bis) nous montrent, cette fois, que toute onde de vitesse de phase différente de celle de la lumière peut toujours être considérée comme la superposition de deux ondes :

- une onde pour laquelle $E_y = 0$: c'est l'onde LE
- une onde pour laquelle $H_y = 0$; c'est l'onde LM.

A. Les ondes LE

Nous posons $E_y \equiv 0$. L'équation (14) devient identiquement nulle ; (14 bis) seule subsiste.

Suivant la méthode classique, la recherche de solutions particulières de l'équation (14 bis) du type :

$$H_y = f(x) \cdot g(y)$$

conduit à l'expression ;

$$H_y = H_0 \left(\frac{\omega^2}{c^2} - K_2^2 \right) \left\{ \begin{array}{l} \sin K_1 x \\ \cos K_1 x \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \sin K_2 y \\ \cos K_2 y \end{array} \right\} \quad (25)$$

K_1 et K_2 sont des constantes réelles ou imaginaires satisfaisant à la relation :

$$K_1^2 + K_2^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \alpha^2 \quad (26)$$

Des simplifications ultérieures justifient le coefficient arbitraire $H_0 \left(\frac{\omega^2}{c^2} - K_2^2 \right)$.

Les relations (21), (22), (23) et (24) permettent d'exprimer l'onde LE sous la forme générale :

$$\left. \begin{aligned} E_x &= \omega \mu \alpha H_0 \left\{ \begin{array}{l} \sin K_1 x \\ \cos K_1 x \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \sin K_2 y \\ \cos K_2 y \end{array} \right\} \\ E_y &= 0 \\ E_z &= -j \omega \mu K_1 H_0 \left\{ \begin{array}{l} \cos K_1 x \\ -\sin K_1 x \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \sin K_2 y \\ \cos K_2 y \end{array} \right\} \\ H_x &= K_1 K_2 H_0 \left\{ \begin{array}{l} \cos K_1 x \\ -\sin K_1 x \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \cos K_2 y \\ -\sin K_2 y \end{array} \right\} \\ H_y &= \left(\frac{\omega^2}{c^2} - K_2^2 \right) H_0 \left\{ \begin{array}{l} \sin K_1 x \\ \cos K_1 x \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \sin K_2 y \\ \cos K_2 y \end{array} \right\} \\ H_z &= -j \alpha K_2 H_0 \left\{ \begin{array}{l} \sin K_1 x \\ \cos K_1 x \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \cos K_2 y \\ -\sin K_2 y \end{array} \right\} \end{aligned} \right\} \text{ONDE LE} \quad (27)$$

Remarque : nous sous-entendons le facteur de propagation $e^{j(\omega t - \alpha z)}$.

B. Les ondes LM

Cette fois, nous posons $H_y = 0$.

Des considérations analogues à celles du paragraphe précédent conduisent à l'expression générale :

$$\left. \begin{aligned} E_x &= K_1 K_2 E_0 \left\{ \begin{array}{l} \cos K_1 x \\ \sin K_1 x \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \cos K_2 y \\ -\sin K_2 y \end{array} \right\} \\ E_y &= \left(\frac{\omega^2}{c^2} - K_2^2 \right) E_0 \left\{ \begin{array}{l} \sin K_1 x \\ \cos K_1 x \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \sin K_2 y \\ \cos K_2 y \end{array} \right\} \\ E_z &= -j \alpha K_2 E_0 \left\{ \begin{array}{l} \sin K_1 x \\ \cos K_1 x \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \cos K_2 y \\ -\sin K_2 y \end{array} \right\} \end{aligned} \right\} \text{ONDE LM} \quad (28)$$

$$\left. \begin{aligned} H_x &= -\alpha \omega \epsilon E_0 \left\{ \begin{array}{l} \sin K_1 x \\ \cos K_1 x \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \sin K_2 y \\ \cos K_2 y \end{array} \right\} \\ H_y &= 0 \\ H_z &= j \omega \epsilon K_1 E_0 \left\{ \begin{array}{l} \cos K_1 x \\ -\sin K_1 x \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \sin K_2 y \\ \cos K_2 y \end{array} \right\} \end{aligned} \right\}$$

C. Discussion

En fonction des différentes valeurs choisies pour K_1 et K_2 , les ondes de type L acquièrent des structures et des propriétés particulières que nous allons préciser.

Soient k_1 et k_2 deux nombres réels et différents de zéro.

a. K_1 et K_2 réels

$$K_1 = k_1 \quad \text{et} \quad K_2 = k_2$$

La relation (26) s'écrit alors :

$$k_1^2 + k_2^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \alpha^2 = \omega^2 \left(\frac{1}{c^2} - \frac{1}{v_\phi^2} \right)$$

Le premier membre $k_1^2 + k_2^2$ est naturellement positif de ce fait :

$$\frac{1}{v_\phi} < \frac{1}{c} \quad \text{soit} \quad \underline{v_\phi} > c.$$

De vitesse de phase supérieure à celle de la lumière, ces ondes ne peuvent être synchrones avec des particules réelles. Leur cas ne présente aucun intérêt.

b. K_1 et K_2 imaginaires

$$K_1 = j k_1 \quad \text{et} \quad K_2 = j k_2$$

$$-(k_1^2 + k_2^2) = \frac{\omega^2}{c^2} - \alpha^2 = \omega^2 \left(\frac{1}{c^2} - \frac{1}{v_\varphi^2} \right)$$

Cette fois, nous concluons : $v_\varphi < c$.

A condition de choisir des expressions des ondes LE et LM telles que :

$$\left(\text{grad } E_z \right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} \neq 0$$

ces ondes pourraient convenir à la déflexion de particules de vitesse : $v = v_\varphi < c$.

Notons que l'expression de ces ondes ne comporte que des fonctions hyperboliques.

c. K_1 imaginaire et K_2 réel

$$K_1 = j k_1 \qquad K_2 = k_2$$

$$k_2^2 - k_1^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \alpha^2 = \omega^2 \left(\frac{1}{c^2} - \frac{1}{v_\varphi^2} \right)$$

L'expression des ondes correspondant à ces valeurs de K_1 et K_2 comporte simultanément des fonctions sinusoidales et hyperboliques. Pour rappeler ce fait, nous dirons de ces ondes qu'elles sont de type mixte.

$$\underline{k_2 > k_1} \quad \text{Dans ce cas : } v_\varphi > c \quad (\text{cas sans intérêt})$$

$$\underline{k_2 < k_1} \quad \text{Dans ce cas : } v_\varphi < c$$

Les conclusions sont analogues à celles du paragraphe b.

$$\underline{k_1 = k_2 = k} \quad \text{Dans ce cas : } v_\varphi = c.$$

Résultat particulièrement intéressant pour notre problème, puisqu'il concerne des particules ultra-relativistes de vitesse $v \neq c$.

Voici la structure correspondante de l'onde de type LE :

$$\begin{aligned}
 E_x &= \alpha^2 \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} H_0 \left\{ \begin{array}{l} j \operatorname{sh} \\ \operatorname{ch} \end{array} \right. k_x \left. \begin{array}{l} \sin \\ \cos \end{array} \right. k_y \\
 E_y &= 0 \\
 E_z &= \alpha k \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} H_0 \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{ch} \\ -j \operatorname{sh} \end{array} \right. k_x \left. \begin{array}{l} \sin \\ \cos \end{array} \right. k_y \\
 H_x &= j k^2 H_0 \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{ch} \\ -j \operatorname{sh} \end{array} \right. k_x \left. \begin{array}{l} \cos \\ -\sin \end{array} \right. k_y \\
 H_y &= (\alpha^2 - k^2) H_0 \left\{ \begin{array}{l} j \operatorname{sh} \\ \operatorname{ch} \end{array} \right. k_x \left. \begin{array}{l} \sin \\ \cos \end{array} \right. k_y \\
 H_z &= -j \alpha k H_0 \left\{ \begin{array}{l} j \operatorname{sh} \\ \operatorname{ch} \end{array} \right. k_x \left. \begin{array}{l} \cos \\ \sin \end{array} \right. k_y
 \end{aligned}$$

ONDE LE MIXTE
 $v_\varphi = c$
(29)

Structure de l'onde de type LM :

$$\begin{aligned}
 E_x &= j k^2 E_0 \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{ch} \\ -j \operatorname{sh} \end{array} \right. k_x \left. \begin{array}{l} \cos \\ -\sin \end{array} \right. k_y \\
 E_y &= (\alpha^2 - k^2) E_0 \left\{ \begin{array}{l} j \operatorname{sh} \\ \operatorname{ch} \end{array} \right. k_x \left. \begin{array}{l} \sin \\ \cos \end{array} \right. k_y \\
 E_z &= -j \alpha k E_0 \left\{ \begin{array}{l} j \operatorname{sh} \\ \operatorname{ch} \end{array} \right. k_x \left. \begin{array}{l} \cos \\ -\sin \end{array} \right. k_y \\
 H_x &= -\alpha^2 \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_0 \left\{ \begin{array}{l} j \operatorname{sh} \\ \operatorname{ch} \end{array} \right. k_x \left. \begin{array}{l} \sin \\ \cos \end{array} \right. k_y \\
 H_y &= 0 \\
 H_z &= -\alpha k \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_0 \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{ch} \\ -j \operatorname{sh} \end{array} \right. k_x \left. \begin{array}{l} \sin \\ \cos \end{array} \right. k_y
 \end{aligned}$$

ONDE LM MIXTE
 $v_\varphi = c$
(30)

Donnons à k_2 la valeur particulière :

$$\underline{k_2 = \frac{c}{v}} \epsilon$$

Dans ce cas, $k_1 = \alpha$, puisque :

$$k_2^2 - k_1^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \alpha^2 .$$

Pour l'onde LE : $H_y \equiv 0$.

Pour l'onde LM : $E_y \equiv 0$.

Les deux ondes se confondent - à un coefficient près - en un seul type d'onde, pour lequel $E_y \equiv H_y \equiv 0$, que l'on appelle onde LEM, par analogie avec l'onde TEM.

La composante suivant Oz du vecteur de Poynting est évidemment nulle pour une telle onde : il ne peut donc y avoir propagation d'énergie, toute l'énergie doit rester confinée au voisinage du dispositif excitateur.

Il faut également remarquer que la vitesse de phase d'une onde LEM peut être choisie librement tandis qu'une onde TEM se propage obligatoirement à la vitesse de la lumière.

Lorsque l'on fait $\alpha = \frac{\omega}{c}$ avec $k_1 = k_2 = \frac{\omega}{c} = k$, nous obtenons une onde LEM de vitesse de phase : $v_\varphi = c$.

d. K_1 réel et K_2 imaginaire

$$K_1 = k_1 \qquad K_2 = j k_2$$

$$k_1^2 - k_2^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \alpha^2 = \omega^2 \left(\frac{1}{c^2} - \frac{1}{v_\varphi^2} \right)$$

Les conclusions sont analogues à celles du paragraphe précédent.

à $k_1 > k_2$	correspond	$v_\varphi > c$
à $k_1 < k_2$	correspond	$v_\varphi < c$
à $k_1 = k_2 = k$	correspond	$v_\varphi = c$

D'autre part, les fonctions hyperboliques affectent, cette fois, la variable y et non plus la variable x.

Aucune valeur de k_1 ou k_2 ne peut annuler E_y ou H_y . L'onde

reste toujours du type LE mixte ou LM mixte. Cette particularité est due à la présence du coefficient $(\omega^2/c^2 - K_2^2)$, dans l'expression (25) de H_y et E_y .

Ce coefficient nous est d'ailleurs imposé par la forme des équations (21), (22), (23) et (24), qui expriment H_x , H_z , E_x et E_z en fonction de E_y et H_y . Si nous avons choisi d'exprimer H_y , H_z , E_y et E_z en fonction de E_x et H_x , nous aurions rencontré le coefficient : $\omega^2/c^2 - K_1^2$.

L'onde LE mixte de vitesse de phase $v_\varphi = c$ prend la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 E_x &= \alpha^2 \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} H_0 \left\{ \begin{array}{l} \sin kx \\ \cos kx \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} jsh ky \\ ch ky \end{array} \right\} \\
 E_y &= 0 \\
 E_z &= -j\omega k \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} H_0 \left\{ \begin{array}{l} \cos kx \\ -\sin kx \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} jsh ky \\ ch ky \end{array} \right\} \\
 H_x &= j k^2 H_0 \left\{ \begin{array}{l} \cos kx \\ -\sin kx \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} ch ky \\ -jsh ky \end{array} \right\} \\
 H_y &= (\alpha^2 + k^2) H_0 \left\{ \begin{array}{l} \sin kx \\ \cos kx \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} jsh ky \\ ch ky \end{array} \right\} \\
 H_z &= \alpha k H_0 \left\{ \begin{array}{l} \sin kx \\ \cos kx \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} ch ky \\ -jsh ky \end{array} \right\}
 \end{aligned}
 \quad \begin{array}{l} \text{ONDE LE MIXTE} \\ v_\varphi = c \end{array} \quad (31)$$

e. $K_1 = K_2 = 0$

Dans ce cas ; $\alpha^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$.

Les ondes LE et LM définies par les expressions (27) et (28) se réduisent à l'onde plane polarisée rectilignement.

$$E_x = \alpha^2 \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} H_0$$

$$H_y = \alpha^2 H_0$$

La vitesse de phase égale bien celle de la lumière, mais le pouvoir défléchissant est nul ; on retrouve l'onde TEM classique.

D. Conclusions

De cette discussion émergent les types d'ondes susceptibles de nous convenir. Nous retiendrons les ondes correspondant aux cas suivants :

$$K_1 = jk_1 \quad K_2 = k_2 \quad \text{avec } k_1 = k_2 = k$$

$$\text{ou } k_1 = k_2 = k = \frac{\omega}{c} = \alpha$$

$$K_1 = k_1 \quad K_2 = jk_2 \quad \text{avec } k_1 = k_2 = k$$

N'oublions pas que toute combinaison linéaire des solutions ci-dessus est encore solution des équations de Maxwell. Toutefois, certaines solutions méritent un traitement particulier. Si nous posons, a priori : $\omega/c = \alpha$, les équations (14) et (14 bis) s'écrivent :

$$\frac{\delta^2 E_x}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 E_x}{\delta y^2} = 0 \quad (32) ; \quad \frac{\delta^2 H_y}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 H_y}{\delta y^2} = 0 \quad (33)$$

Posons $H_y = 0$ et $E_x = E_0 \cdot x \cdot y$, H_x et E_y sont ainsi solutions des équations (32) et (33).

Des équations (21) à (24) résultent alors les relations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} E_x &= \frac{1}{\alpha^2} E_0 \\ E_y &= E_0 \cdot x \cdot y \\ E_z &= -j \frac{E_0}{\alpha} x \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} H_x &= -\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_0 \cdot x \cdot y \\ H_y &= 0 \\ H_z &= j \frac{1}{\alpha} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_0 \cdot y \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

En choisissant d'autres solutions particulières des équations (32) et (33), il est aisé d'établir d'autres relations telles que (34).

Il est important d'observer que la force défléctrice d'une onde dont les champs sont donnés par les relations (34) ne dépend ni de x ni de y .

$$\text{En effet : } \vec{F} = q/\alpha \text{ grad } E_z .$$

$$\text{Soit } F_x = q E_0 .$$

Cette force est donc totalement dépourvue d'aberrations.

Enfin, les ondes de type L peuvent être :

- soit à composantes nulles suivant Oy
- soit à composantes nulles suivant Ox.

Les secondes se déduisent des premières par simple rotation des axes de $+\pi/2$ autour de Oz. Il suffit, pour cela, de changer :

x en y	E_x en E_y	H_x en H_y
y en $-x$	E_y en $-E_x$	H_y en $-H_x$
z en z	E_z en E_z	H_z en H_z

Elles ne possèdent donc pas de propriétés fondamentalement différentes.

D'autres auteurs ont étudié les ondes de type L, de vitesse de phase égale à celle de la lumière, en les introduisant :

- soit par l'intermédiaire d'une combinaison d'ondes TE et TM (Réf. 11 et 12) ;
- soit en considérant simultanément les deux composantes E_z et H_z , solutions des équations (12) et (13) et en leur imposant de vérifier à la limite lorsque v_φ tend vers c la relation (3)(Réf. 13) :

$$\text{grad } E_z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} (\vec{u} \times \text{grad } H_z).$$

CHAPITRE III

CAVITES POUR ONDES DEFLECHISSANTES

Au cours du chapitre précédent, notre seule préoccupation a été d'assurer l'existence mathématique d'ondes aux propriétés bien définies. Il s'agit maintenant de réaliser ces ondes en déterminant les structures susceptibles de les guider.

I. Pouvoir défecteur d'une onde stationnaire

Pour des raisons de simplicité et de rendement, nous essaierons d'exciter l'onde choisie dans une cavité résonante. De ce fait, les particules à défléchir traverseront un champ électromagnétique parfaitement stationnaire. Dans un tel champ, l'onde progressive directe est synchrone, seule considérée jusqu'à présent, se superpose à une onde réfléchie identique mais de vitesse de phase $v'_\varphi = -v_\varphi$, opposée.

Mesurée par rapport à la particule, la vitesse relative de l'onde réfléchie est le double de la vitesse absolue de la particule, si bien que la force exercée par cette onde réfléchie varie à une fréquence double de celle de l'onde. On conçoit donc que son effet moyen soit négligeable. Une étude précise montrerait d'ailleurs qu'il est parfaitement nul (Réf. 14).

Nous admettrons, en définitive, qu'une onde stationnaire possède le même pouvoir défecteur que l'onde progressive directe qui en fait partie.

II. Conditions aux limites pour une onde LEM stationnaire

Ne possédant que quatre composantes, l'onde LEM impose des conditions aux limites moins difficiles à satisfaire simultanément.

Pour l'onde LEM de vitesse de phase $v_\varphi = c$, nous avons :

$$K_1 = j k_1 \qquad K_2 = k_2$$

avec $k_1 = k_2 = \alpha = \omega/c$ (voir page 39)

Nous pouvons donc exprimer les quatre composantes :

$$E_x = j \alpha^2 E_0 \left\{ \begin{array}{l} \text{ch} \\ -j\text{sh} \end{array} \right\} \alpha x \left\{ \begin{array}{l} \cos \\ -\sin \end{array} \right\} \alpha y$$

$$E_y = 0$$

$$E_z = -j \alpha^2 E_0 \left\{ \begin{array}{l} j\text{sh} \\ \text{ch} \end{array} \right\} \alpha x \left\{ \begin{array}{l} \cos \\ -\sin \end{array} \right\} \alpha y$$

$$H_x = -\alpha^2 \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_0 \left\{ \begin{array}{l} j\text{sh} \\ \text{ch} \end{array} \right\} \alpha x \left\{ \begin{array}{l} \sin \\ \cos \end{array} \right\} \alpha y$$

$$H_y = 0$$

$$H_z = -\alpha^2 \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_0 \left\{ \begin{array}{l} \text{sh} \\ -j\text{ch} \end{array} \right\} \alpha x \left\{ \begin{array}{l} \sin \\ \cos \end{array} \right\} \alpha y$$

Choisissons une des combinaisons et simplifions par α^2 :

$$\begin{aligned} E_x &= j E_0 \quad \text{ch } \alpha x \quad \cos \alpha y \quad e^{j(\omega t - \alpha z)} \\ E_z &= -E_0 \quad \text{sh } \alpha x \quad \cos \alpha y \quad e^{j(\omega t - \alpha z)} \\ H_x &= -j \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_0 \quad \text{sh } \alpha x \quad \sin \alpha y \quad e^{j(\omega t - \alpha z)} \\ H_z &= \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_0 \quad \text{ch } \alpha x \quad \sin \alpha y \quad e^{j(\omega t - \alpha z)} \end{aligned} \tag{35}$$

Exprimons l'onde réfléchie par un plan métallique perpendiculaire à Oz, placé au point $z = 0$:

$$\begin{aligned}
 E_x &= -j E_0 & \text{ch } \alpha x \cos \alpha y e^{j(\omega t + \alpha z)} \\
 E_z &= E_0 & \text{sh } \alpha x \cos \alpha y e^{j(\omega t + \alpha z)} \\
 H_x &= -j \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_0 & \text{sh } \alpha x \sin \alpha y e^{j(\omega t + \alpha z)} \\
 H_z &= -\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_0 & \text{ch } \alpha x \sin \alpha y e^{j(\omega t + \alpha z)}
 \end{aligned} \tag{36}$$

Ajoutons, membre à membre, les expressions de l'onde incidente (35) à celles de l'onde réfléchie (36) ; nous obtenons, après réduction, l'expression d'une onde LEM stationnaire :

$$\begin{aligned}
 E_x &= 2 E_0 & \text{ch } \alpha x \cos \alpha y \sin \alpha z e^{j\omega t} \\
 E_y &= 0 \\
 E_z &= 2 E_0 & \text{sh } \alpha x \cos \alpha y \cos \alpha z e^{j\omega t} \\
 H_x &= -j 2 \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_0 & \text{sh } \alpha x \sin \alpha y \cos \alpha z e^{j\omega t} \\
 H_y &= 0 \\
 H_z &= j 2 \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_0 & \text{ch } \alpha x \sin \alpha y \sin \alpha z e^{j\omega t}
 \end{aligned} \tag{37}$$

ONDE
LEM
stationnaire

III. Formes théoriques de cavités

Rappelons que les conditions aux limites imposées par les équations de Maxwell au voisinage d'une paroi supposée parfaitement conductrice sont les suivantes :

1. champ électrique nul ou normal à la paroi
2. champ magnétique nul ou tangentiel à la paroi.

Puisque E_x et E_z s'annulent pour $\cos \alpha y = 0$, il est possible de placer deux plans métalliques parallèles au plan xOz à la distance Δy de celui-ci, telle que :

$$\Delta y = \pm \frac{\pi}{2\alpha}$$

D'autre part, E_y étant nul partout, une surface métallique engendrée par une droite se déplaçant parallèlement à Oy ne perturbera pas le champ électrique, à condition que la trace de cette surface dans

le plan xOz soit orthogonale aux lignes de force électrique.

Cette trace doit donc être une courbe vérifiant l'équation différentielle (Réf. 14) :

$$\frac{dx}{dz} = -\frac{E_z}{E_x} = -\operatorname{th} \alpha x \operatorname{cotg} \alpha z \quad (38)$$

Remarquons que cette équation définit également les lignes de force du champ magnétique. La surface précédente satisfait donc simultanément les conditions aux limites imposées par les champs électrique et magnétique.

Intégrons l'équation (38) ; nous obtenons :

$$\operatorname{sh} \alpha x \sin \alpha z = d_0 \quad (39)$$

d_0 : constante d'intégration.

La Figure 10 représente l'allure de cette courbe.

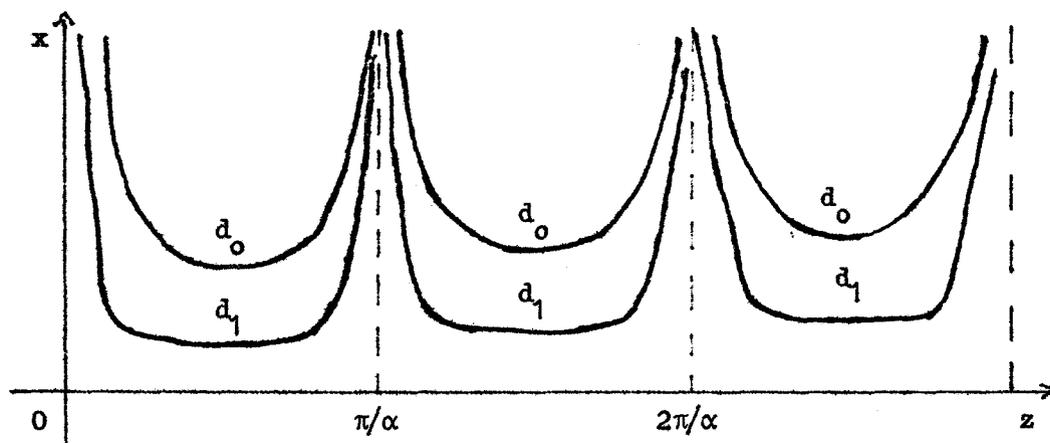


Fig. 10 - Courbe d'équation $\operatorname{sh} \alpha x \sin \alpha y = d_0$.

Pour $z = \frac{k \pi}{\alpha}$ (k : nombre entier quelconque), la courbe présente des branches infinies.

IV. Formes pratiques de cavités

Ces surfaces aux nappes infinies obligent, lors de la réalisation, d'adopter un compromis.

A. Cavité de Blewett

La solution proposée par J.P. BLEWETT (Réf. 15) consiste à couper les nappes infinies de la surface à une hauteur suffisante x_1 et à fermer la surface ainsi obtenue en la raccordant à une surface qui lui est symétrique par rapport au plan yx_1z (Fig. 11).

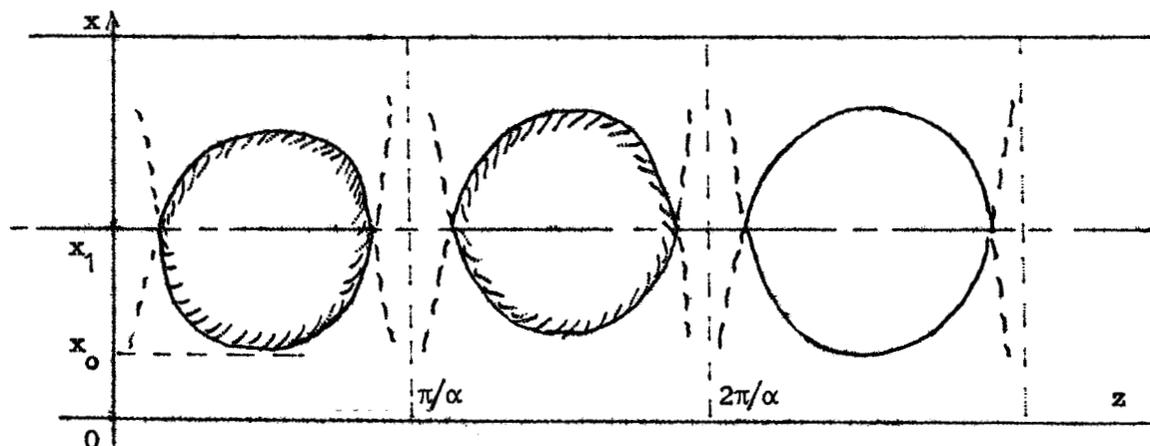


Fig. 11 - Principe de la cavité de Blewett.

Pratiquement, on remplace, pour simplifier la construction, les surfaces fermées ainsi obtenues, par des cylindres. Pour libérer l'axe Oz pour le passage des particules, on effectue une nouvelle symétrie par rapport au plan xOy , ce qui conduit à la forme de cavité représentée Figure 12.

B. Choix des dimensions

En vue de déterminer le diamètre des cylindres, le mieux est de confondre leur trace sur le plan xOz avec le cercle osculateur de la courbe d'équation :

$$\sin \alpha z \operatorname{sh} \alpha x = d_0.$$

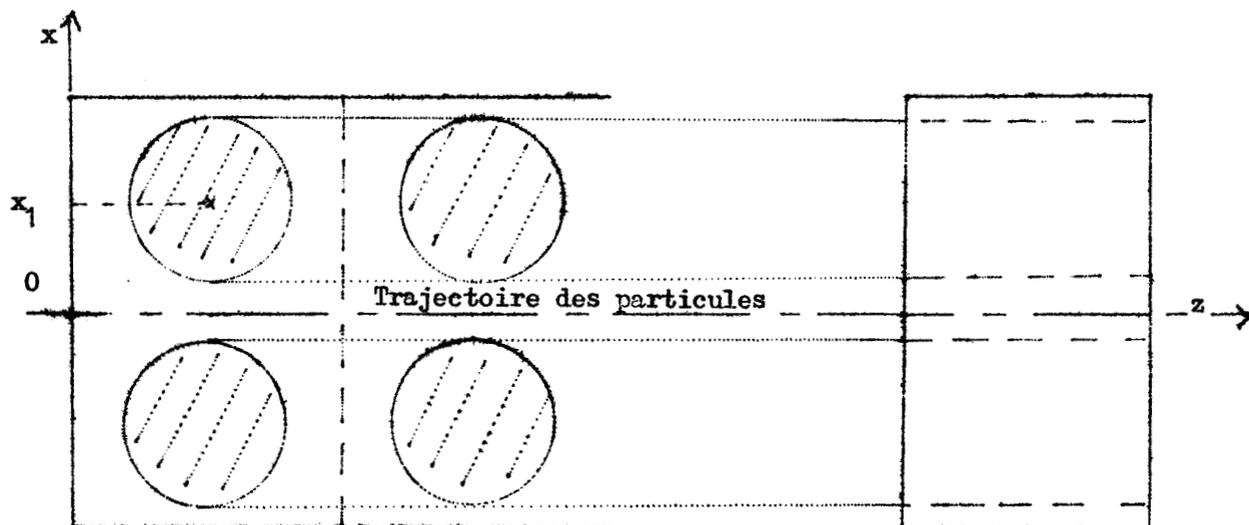


Fig. 12 - Cavité de Blewett.

Le rayon de ce cercle est le rayon de courbure, donné par la formule :

$$R^2 = \frac{(1 + x'^2)^3}{x''^2} \quad (40)$$

$$x' = \frac{dx}{dz}$$

$$x''^2 = \frac{d^2x}{dz^2}$$

Or, d'après la relation (38) :

$$\frac{dx}{dz} = - \operatorname{th} \alpha x \operatorname{cotg} \alpha z$$

d'où :

$$\frac{d^2x}{dz^2} = \alpha \frac{\operatorname{th} \alpha x}{\sin^2 \alpha x}$$

Portons ces valeurs de x' et x'' dans (40) :

$$R^2 = \frac{\sin^4 \alpha z}{\alpha^2 \operatorname{th}^2 \alpha x} (1 + \operatorname{th}^2 \alpha x \operatorname{cotg}^2 \alpha z)^3$$

Pour $z = \frac{\pi}{\alpha} (k + \frac{1}{2})$, cette formule se réduit à :

$$R^2 = \frac{1}{\alpha^2 \operatorname{th}^2 \alpha z}$$

D'autre part, dans les mêmes conditions :

$$\text{sh } \alpha x_0 = d_0 \quad (41)$$

Nous en concluons :

$$R = \frac{1}{\alpha} \frac{\sqrt{1 + d_0^2}}{d_0} \quad (42)$$

Pratiquement, nous nous imposons x_0 et en déduisons d_0 par la relation (41). Nous déterminons ensuite le rayon du cylindre au moyen de la relation (42).

Exemple : pour une longueur $\lambda = 10$ cm ($F = 3$ GHz) :

$$\begin{aligned} x_0 &= \lambda/4 & d_0 &= 2,3 & R &= 17,35 \text{ mm} \\ \ell &= 2 x_0 & &= 50 \text{ mm} & & \end{aligned}$$

Ces données sont rassemblées sur la Figure 13.

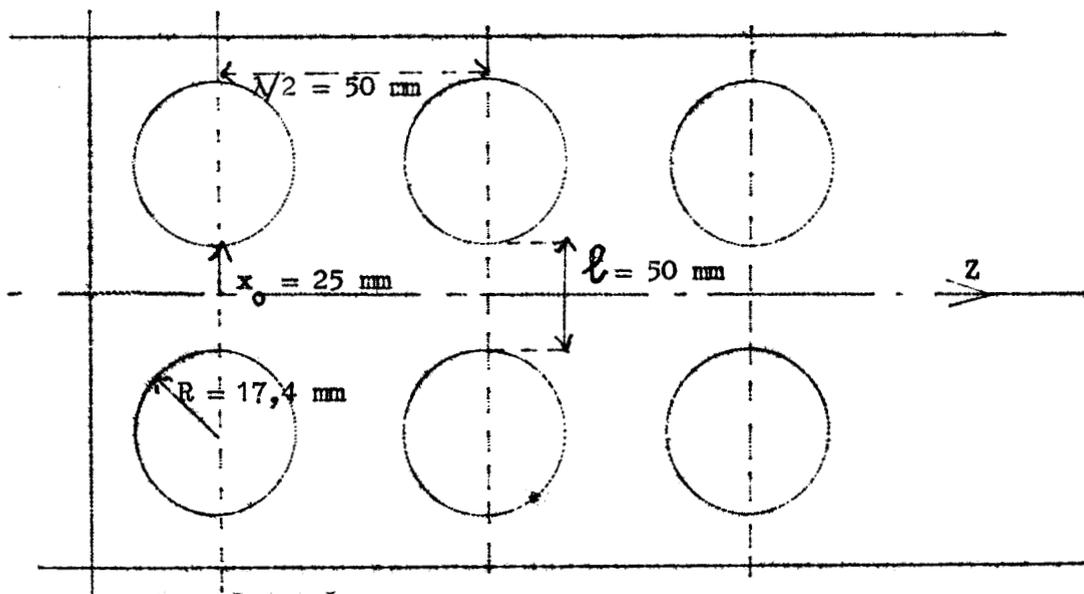


Fig. 13 - Dimensions d'une cavité Blewett pour une onde LEM ($F_0 = 3$ GHz).

CHAPITRE IV

ETUDE DE CAVITE "BLEWETT"

Nous venons de définir, d'une façon toute théorique, les caractéristiques d'une cavité susceptible de guider une onde LEM stationnaire. Il reste à vérifier si une telle cavité répond bien aux exigences imposées et si elle ne présente pas d'autres particularités intéressantes. Plus précisément, nous nous poserons, à propos de cette cavité, les quatre questions suivantes :

1. Est-il possible d'exciter le mode LEM et quelle est la meilleure manière de le faire ?

2. Quelles sont les fréquences des autres modes de résonance de la cavité et à quelle disposition des champs électrique et magnétique correspondent-ils ?

3. Quelles sont les pertes d'énergie électromagnétique de la cavité pour chacun des modes de résonance ?

4. Le mode LEM se propage-t-il ou bien l'énergie reste-t-elle au voisinage du dispositif excitateur ?

I. Cavité Blewett à un seul élément

En vue d'une étude préliminaire, nous avons réalisé une cavité Blewett réduite à un seul cylindre. Cette cavité est représentée Figure 14 et Photo III, page 67 . Elle a été prévue pour

résonner à 3 GHz sur un mode LEM.

Juxtaposons plusieurs de ces cavités schématisées comme sur la Figure 14 dans la direction Oz, puis opérons une symétrie par rapport au plan yOz ; nous reconstituons ainsi une cavité Blewett entière.

La cavité à un seul élément permet de préparer les réponses aux questions posées en divisant le problème. Essentiellement, elle permet de repérer dans la multitude des résonances d'une cavité Blewett complète, quelles sont celles qui sont propres à la maille élémentaire. Par contre, les coefficients de qualité obtenus ne peuvent donner qu'une simple indication pour la cavité Blewett complète et la cavité à un seul élément ne peut donner aucune réponse à la quatrième question.

Résultats obtenus

La méthode de mesure a déjà été indiquée au Chap. I, parag. I. L'antenne d'excitation et la boucle de détection nécessaires à la mesure sont introduites dans la cavité par l'intermédiaire de trous pratiqués dans les parois de côté et le cylindre central. La Figure 14 montre clairement la position de ces trous.

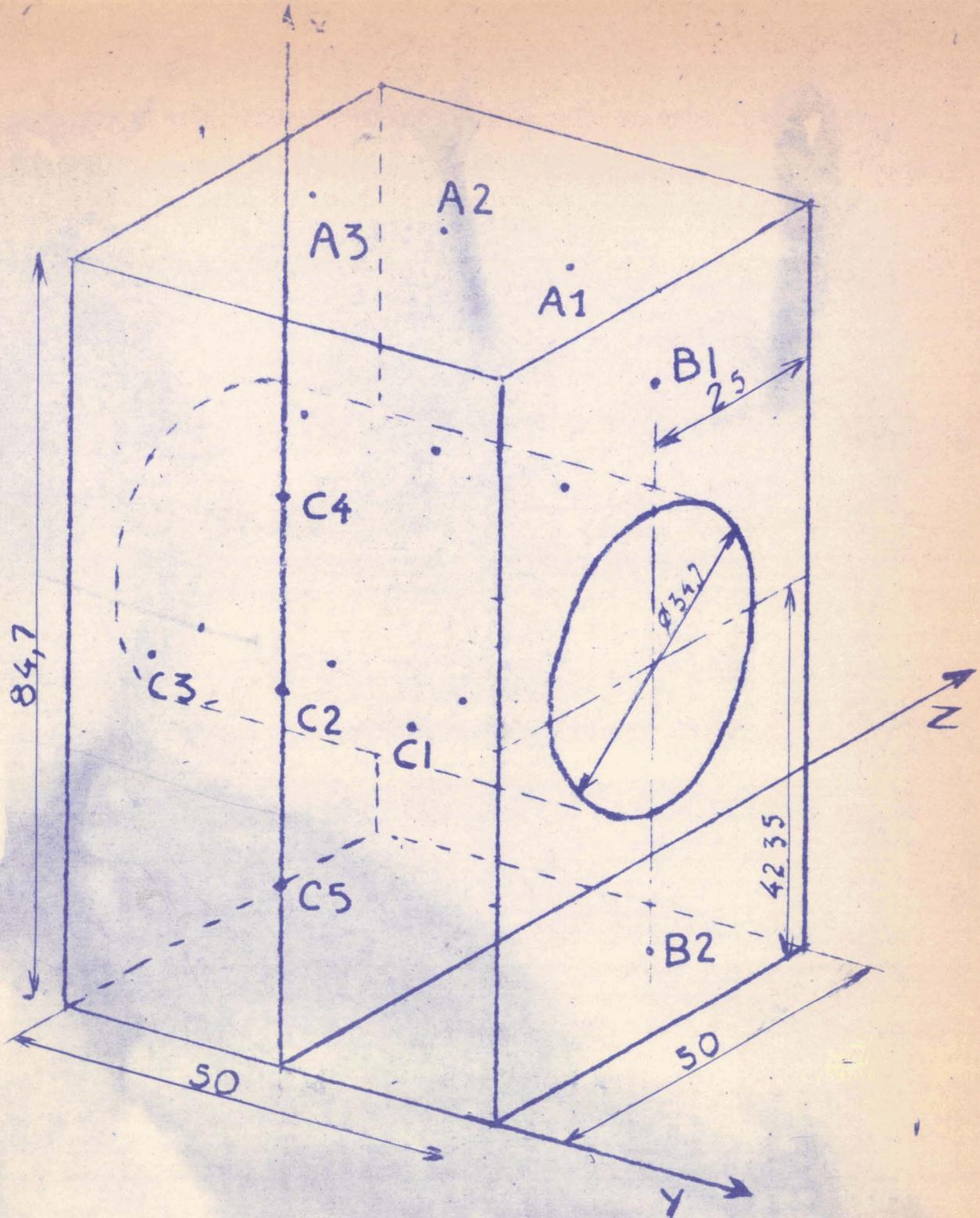
Nous avons trouvé huit fréquences de résonance pour cette cavité Blewett UN élément. Ce sont les fréquences (unité : le GHz) :

2,68	2,99	3,20	3,21	GHz
3,22	3,40	3,82	4,36	GHz.

Ces différentes fréquences de résonance correspondent à des modes bien définis que nous allons étudier successivement.

Mode à 2,68 GHz

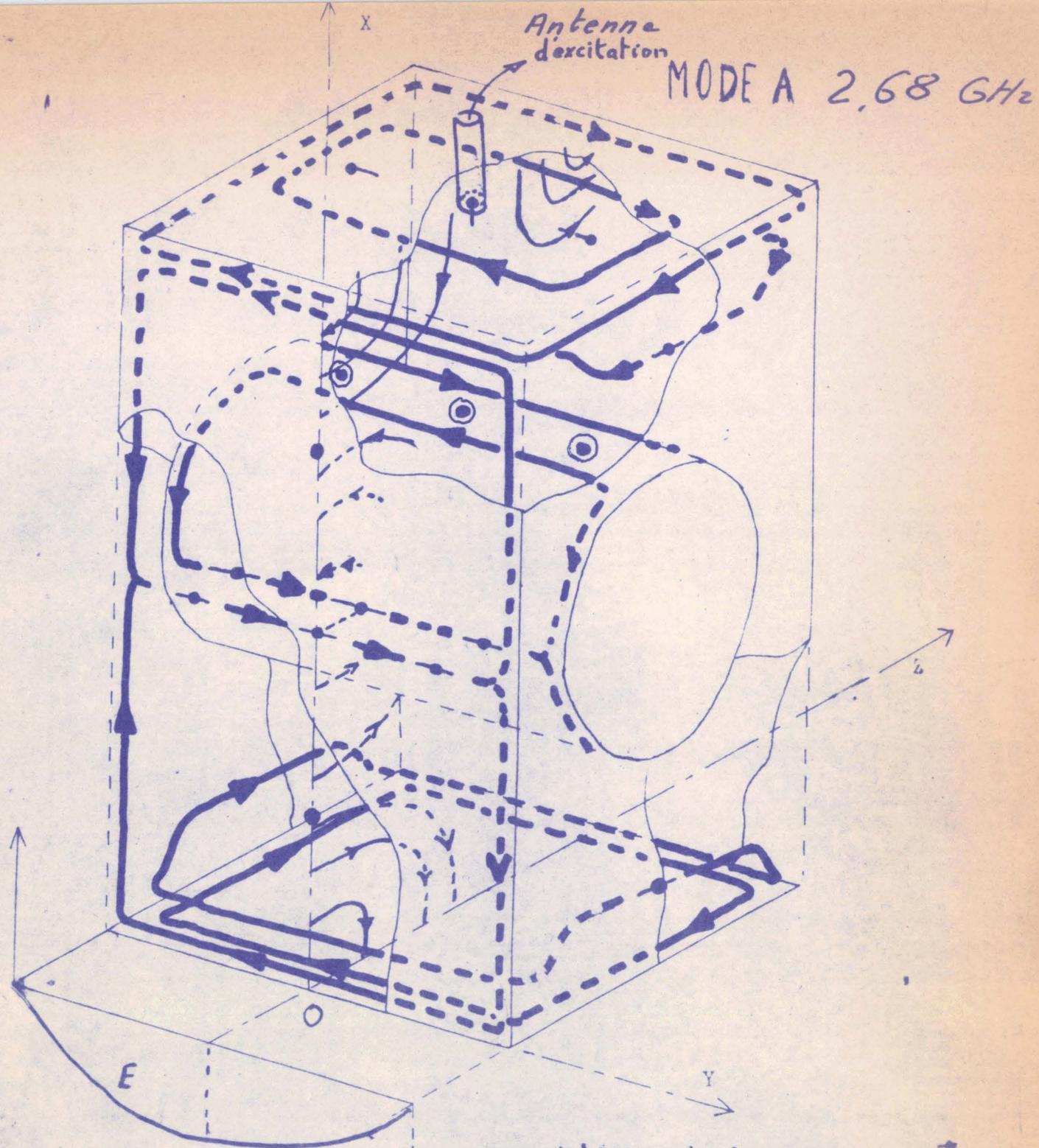
Ce mode est représenté Fig. 15. Les lignes épaisses représentent les lignes de force du champ magnétique tandis que les traits fins représentent les lignes de force du champ électrique. L'antenne excitatrice est placée en A_2 .



Cavité Blewett 1 élément

Fig. 14





- : lignes de force du champ \vec{E}
- : Lignes de force du champ \vec{H}
- : Orientation du plan de la boucle donnant un minimum de tension détectée
- ⊙ : Pas de tension détectable

Fig. 15.- Carte des champs du MODE a: 2,68 GHz
 Coefficient de qualité vrai Q_v : 2.600



Nous constatons, d'après le dessin, Figure 15, que pour une particule se déplaçant suivant Oz, la force de déflexion magnétique due à H_y semble opposée à la force de déflexion électrique due à E_x . Toutefois, on ne peut pas en conclure que ce mode n'est pas déflecteur. Il faudrait montrer pour cela que $\left(\text{grad } E_z\right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} = 0$; or, nous ne connaissons pas l'expression mathématique des champs.

D'autre part, nous n'avons aucun renseignement sur la vitesse de phase de l'onde progressive correspondante. En définitive, nous n'accordons à ce mode qu'un intérêt secondaire.

Pour cette résonance à 2,68 GHz, nous mesurons un coefficient de qualité vrai :

$$Q_v = 2.600.$$

Mode à 2,99 GHz

Ce mode est représenté Figure 16. Le champ électrique reste en phase autour du cylindre central tandis que le champ magnétique dessine des boucles autour de ce cylindre.

Nous remarquons, cette fois, que le long de Oz :

$$E_y = 0 \qquad H_y = 0.$$

Nous avons donc bien affaire à un mode LEM déflecteur. La fréquence de résonance mesurée $F'_0 = 2,99$ GHz est très voisine de la valeur théorique $F_0 = 3$ GHz ; d'autre part, le coefficient de qualité Q_v est :

$$Q_v = 1.360.$$

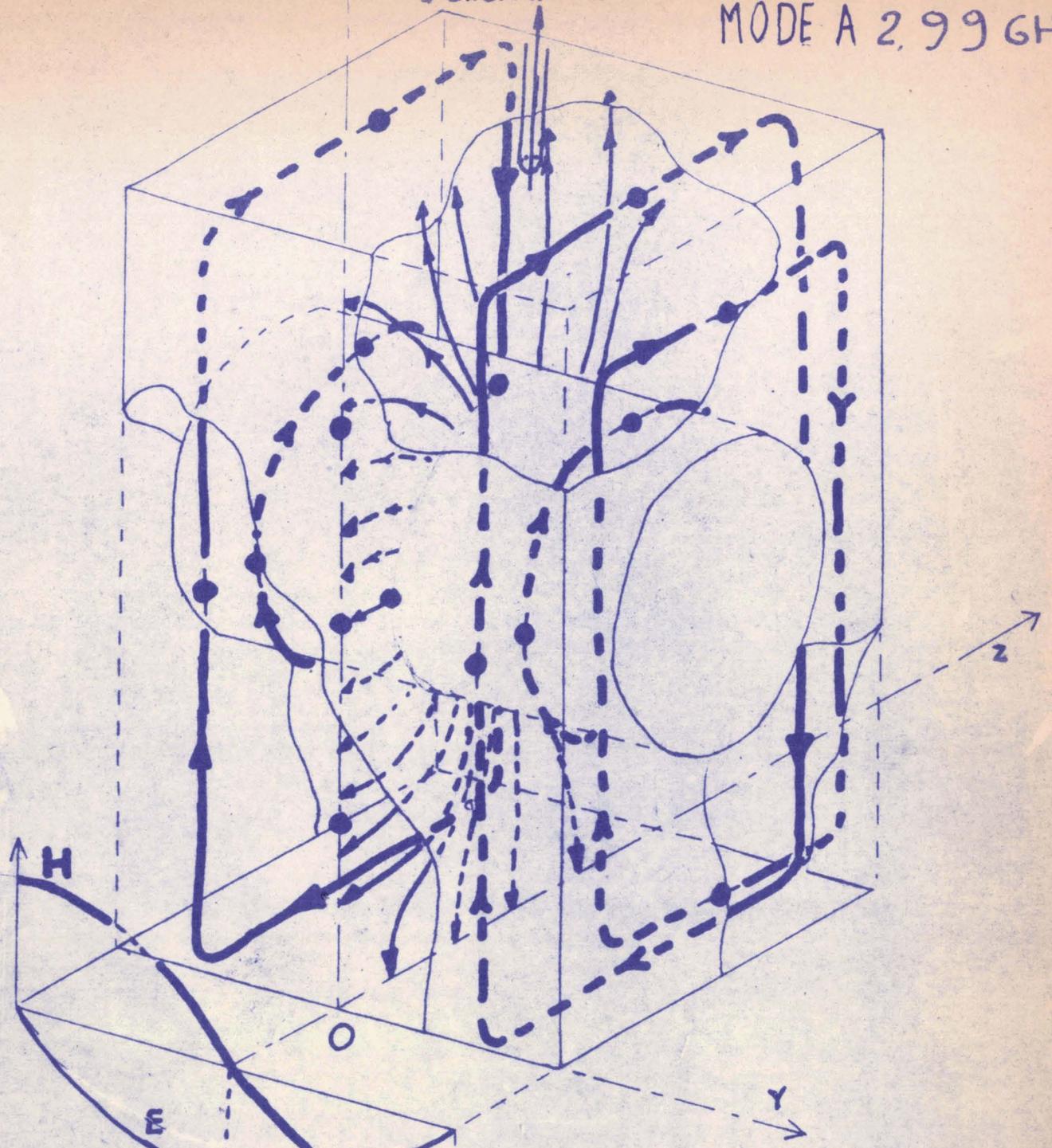
Modes à 3,20 - 3,21 et 3,40 GHz

Quel que soit le point d'excitation choisi, l'amplitude de la courbe de résonance de ces trois modes reste extrêmement faible. Elle est de 50 dB en dessous de la moyenne de celle des autres modes.

En particulier, la courbe de résonance du mode à 3,21 GHz

x Antenne d'excitation

MODE A 2,99 GHz.



- : Lignes de force du champ \vec{E}
- : Lignes de force du champ \vec{H}
- : Orientation du plan de la boucle donnant un minimum de tension détectée
- ⊙ : Pas de tension détectable

Fig. 16.- Carte des champs du MODE à: 2,99 GHz
Coefficient de qualité vrai Q_v : 1360



apparaît comme une toute petite bosse sur le flanc de la courbe du mode suivant : 3,22 GHz.

Pour ces raisons, il n'a pas été possible de recueillir suffisamment d'informations en vue de tracer les cartes de champ.

Mode à 3,22 GHz

Ce mode est représenté Figure 17. A l'approche de l'axe Oz, les variations de E_z sont de moins en moins importantes. $\text{Grad } E_z$ - qui est proportionnel à ces variations - tend donc vers zéro au fur et à mesure que l'on se rapproche de Oz. Dans ces conditions, le mode n'est pas défectueux.

Pour cette résonance à 3,22 GHz, nous mesurons un coefficient de qualité vrai, Q_v :

$$Q_v = 800.$$

Mode à 3,82 GHz

Ce mode est représenté Figure 18. Nous sommes amené à faire des remarques identiques à celles faites à propos du mode à 2,68 GHz. En effet, sur l'axe Oz, H_y et E_x existent simultanément et nous ne savons pas encore dans quelles conditions les champs se propagent dans la direction Oz.

Nous mesurons un coefficient de qualité vrai, Q_v :

$$Q_v = 2.100.$$

Mode à 4,36 GHz

Ce mode est représenté Figure 19. Il apparaît donc qu'il mène aux mêmes conclusions que les modes à 3,82 et 2,68 GHz ; son intérêt reste limité. Nous mesurons un coefficient de surtension vrai :

$$Q_v = 2.300.$$

X

MODE A 3,22 GHz

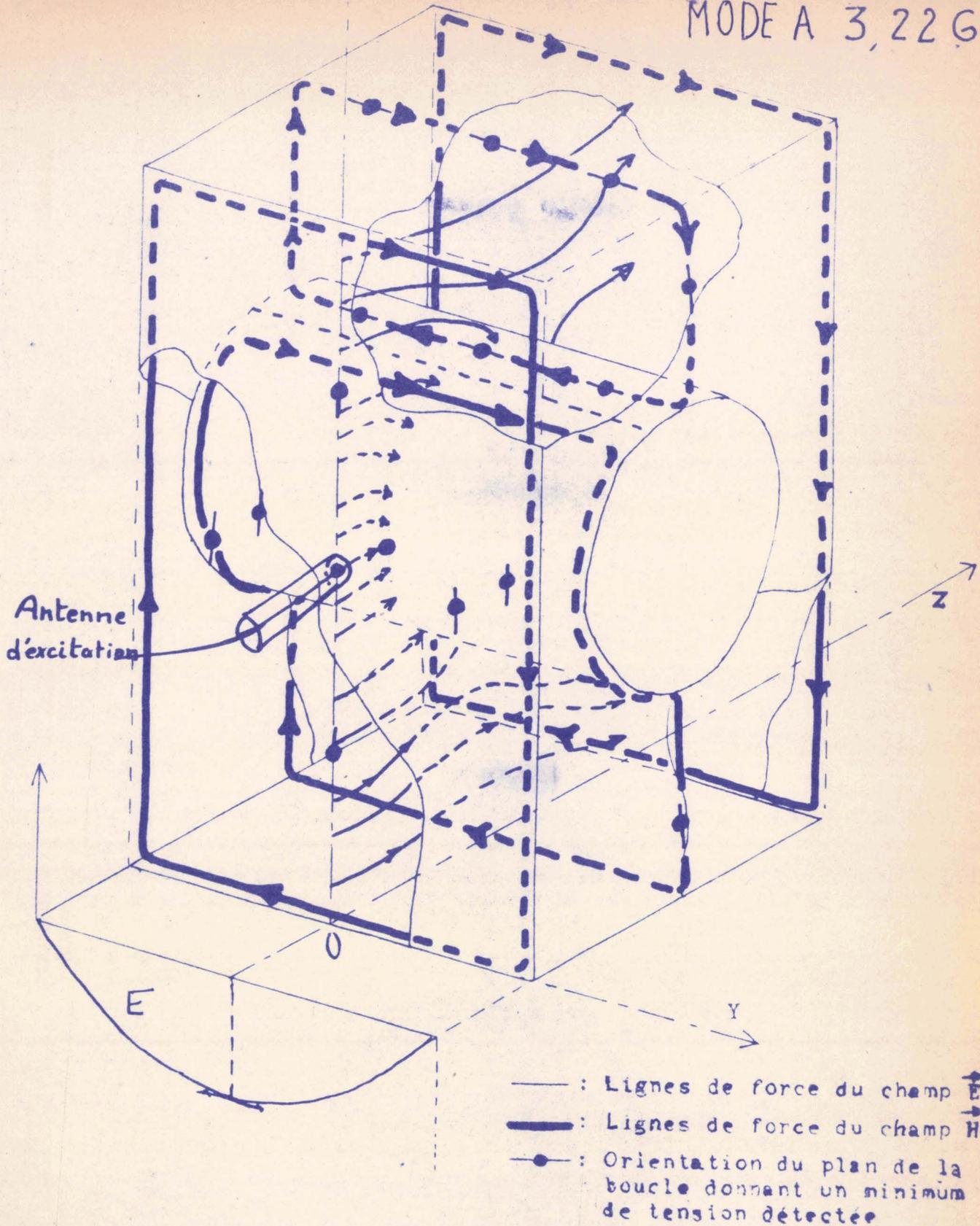
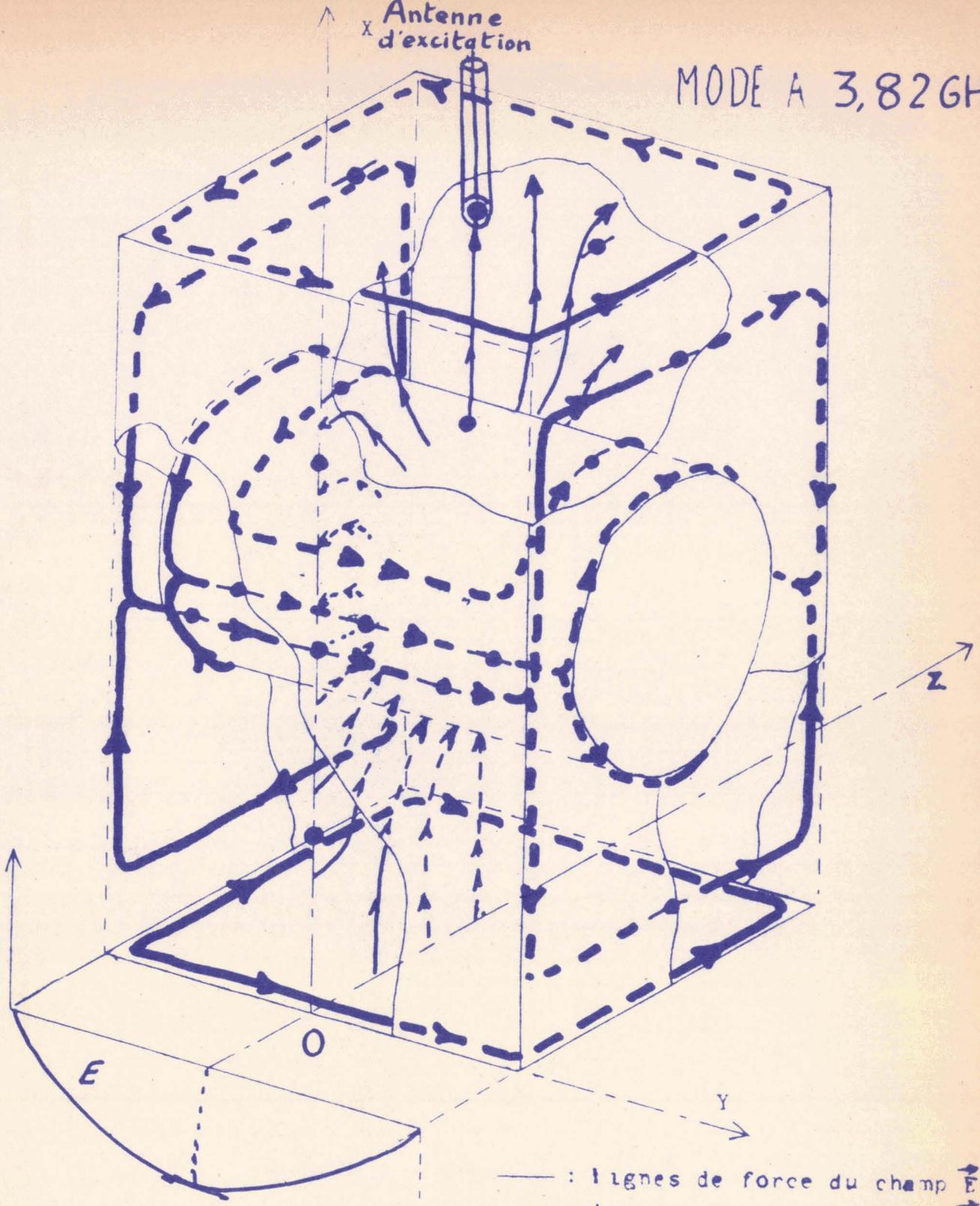


Fig. 17.- Carte des champs du MODE a: 3,22 GHz
Coefficient de qualité vrai Q_v : 800



Antenne d'excitation
x

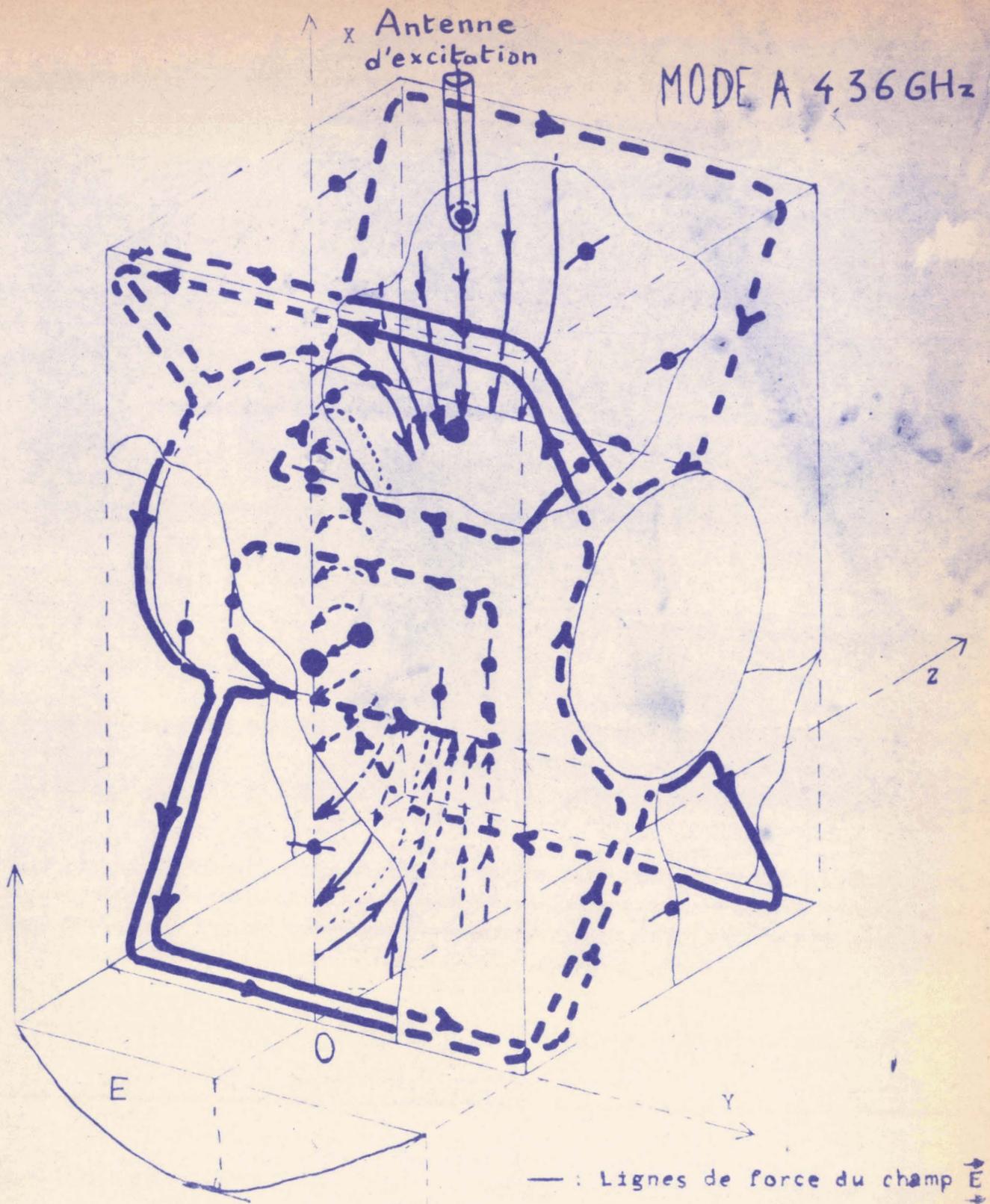
MODE A 3,82 GHz



- : Lignes de force du champ \vec{E}
- : Lignes de force du champ \vec{H}
- : Orientation du plan de la boucle donnant un minimum de tension détectée

Fig.18. - Carte des champs du MODE à: 3,82 GHz
Coefficient de qualité vrai Q_v : 2.100





- : Lignes de force du champ \vec{E}
- : Lignes de force du champ \vec{H}
- : Orientation du plan de la boucle donnant un minimum de tension détectée

Fig 19 - Carte des champs du MODE a: 436 GHz
 Coefficient de qualité vrai Q_v : 2300

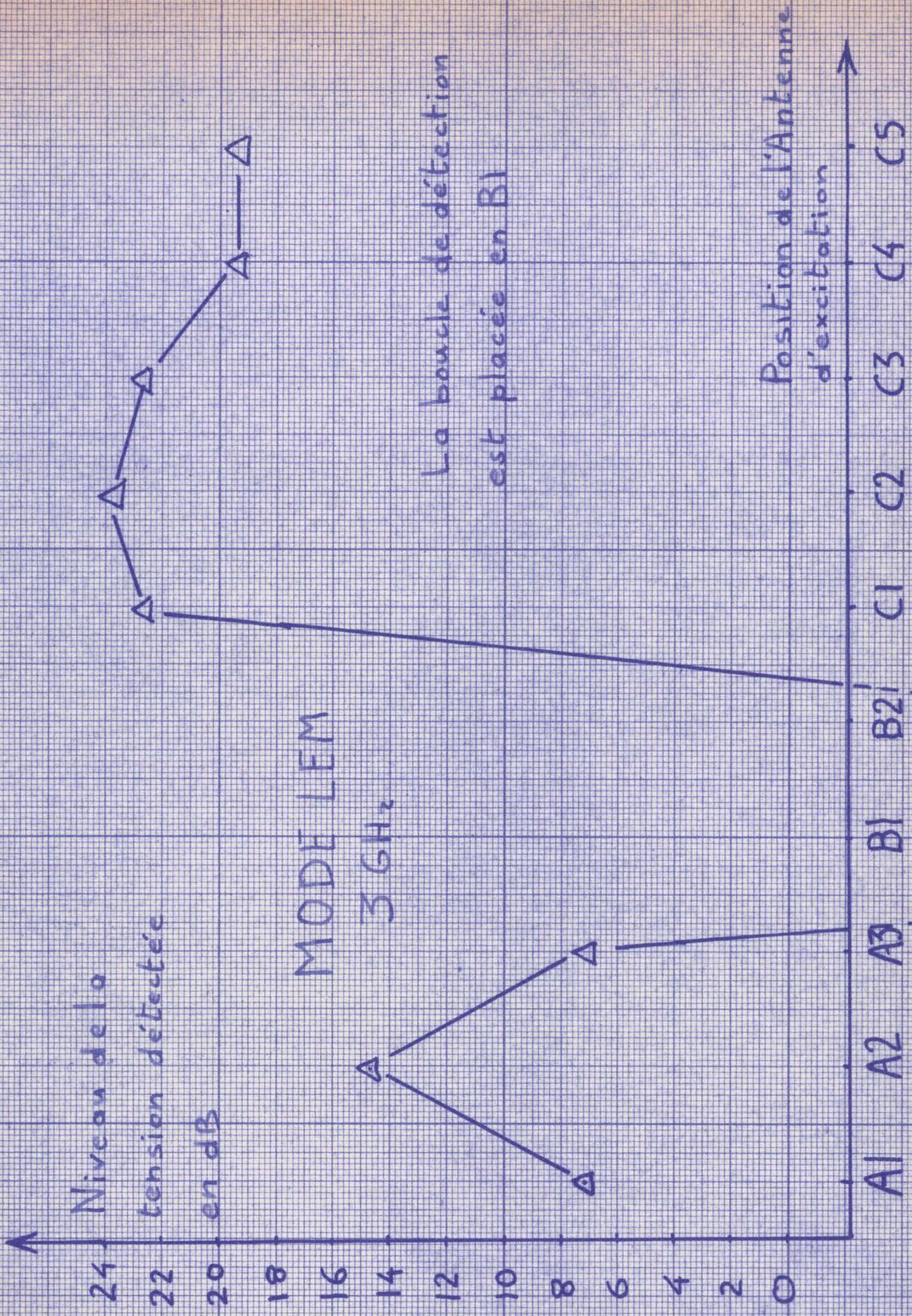


Fig. 20.- Courbe d'efficacité de l'excitation (Car. Blew. lelem.)



Conclusions

Nous savons donc qu'un mode du type LEM existe à la fréquence de résonance prévue. D'autre part, la Figure 20 montre que l'on obtient une excitation optimum par une antenne placée aux points A_2 , C_1 , C_2 , C_3 , C_4 ou C_5 .

II. Cavité Blewett à quatre éléments

Dans le but de pousser plus loin nos investigations, nous avons réalisé une seconde cavité, comportant cette fois 4 éléments. C'est-à-dire que nous pouvons la considérer comme formée par la juxtaposition dans la direction Oz de quatre cavités identiques à la première.

Cette seconde cavité est représentée Figure 21, Figure 22 et Photo III, page 67. Sur cette dernière figure, nous avons pointé la position des orifices destinés à l'introduction des diverses sondes dans la cavité. Remarquons qu'une des parois est mobile en vue d'un accord éventuel.

Résultats obtenus

Nous avons trouvé 20 fréquences de résonance pour cette cavité Blewett quatre éléments. Ce sont (unité : le GHz) :

<u>2,68</u>	2,72	<u>2,74</u>			GHz
<u>2,99</u>	<u>3,07</u>	3,10	3,14	3,16	GHz
3,18	3,210	3,215	<u>3,220</u>	3,225	GHz
3,29	3,31		3,55	3,60	GHz
<u>3,82</u>	3,92	<u>4,38</u>			GHz

Chacune de ces fréquences correspond à un mode de résonance bien défini. Parmi ces modes, certains dérivent immédiatement des modes de la cavité à un élément. D'autres sont particulier à la cavité et d'autres, enfin, ont un niveau trop faible pour en permettre l'étude détaillée.

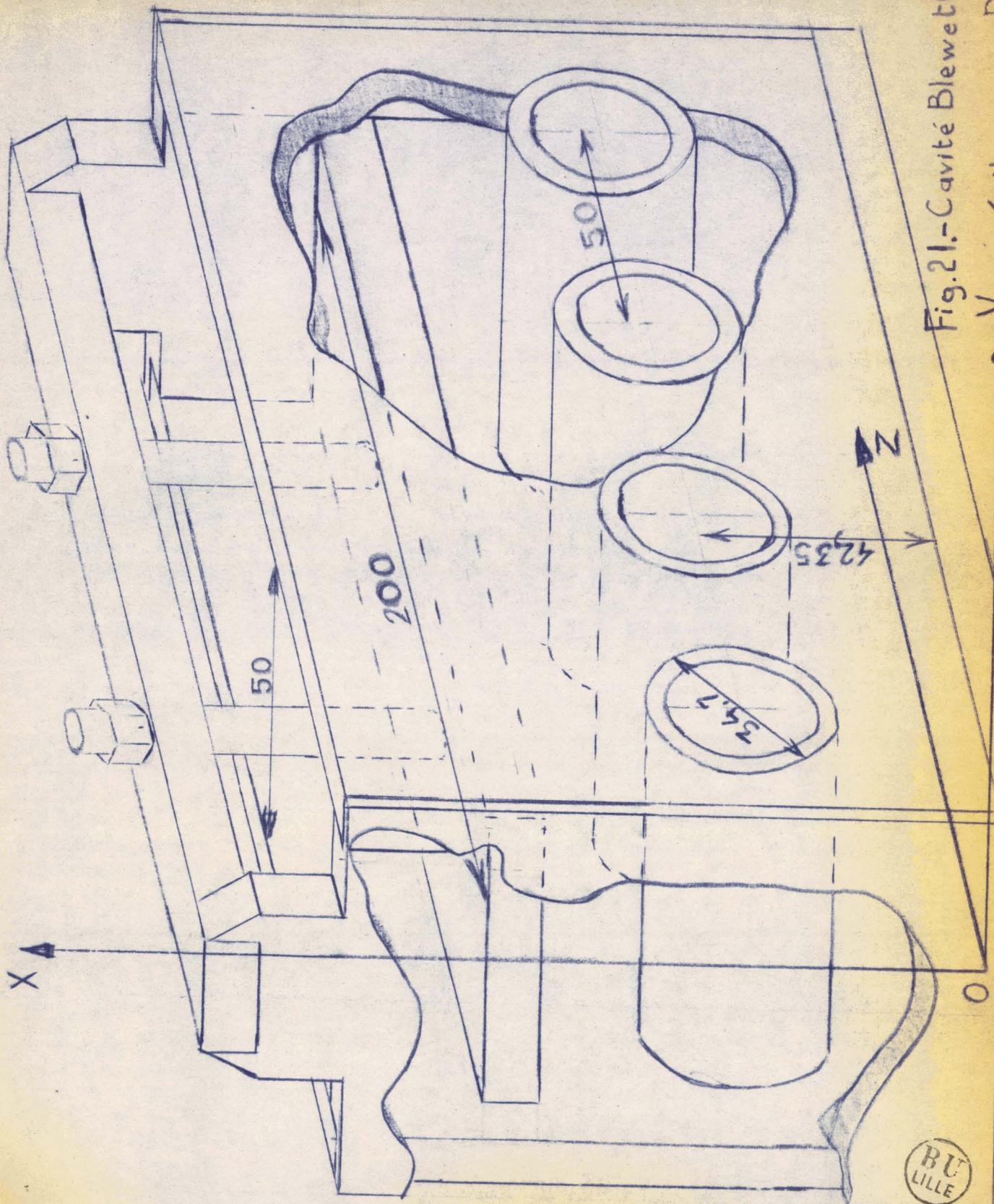


Fig. 21.-Cavité Blewett

Y 4 éléments. Dimensions



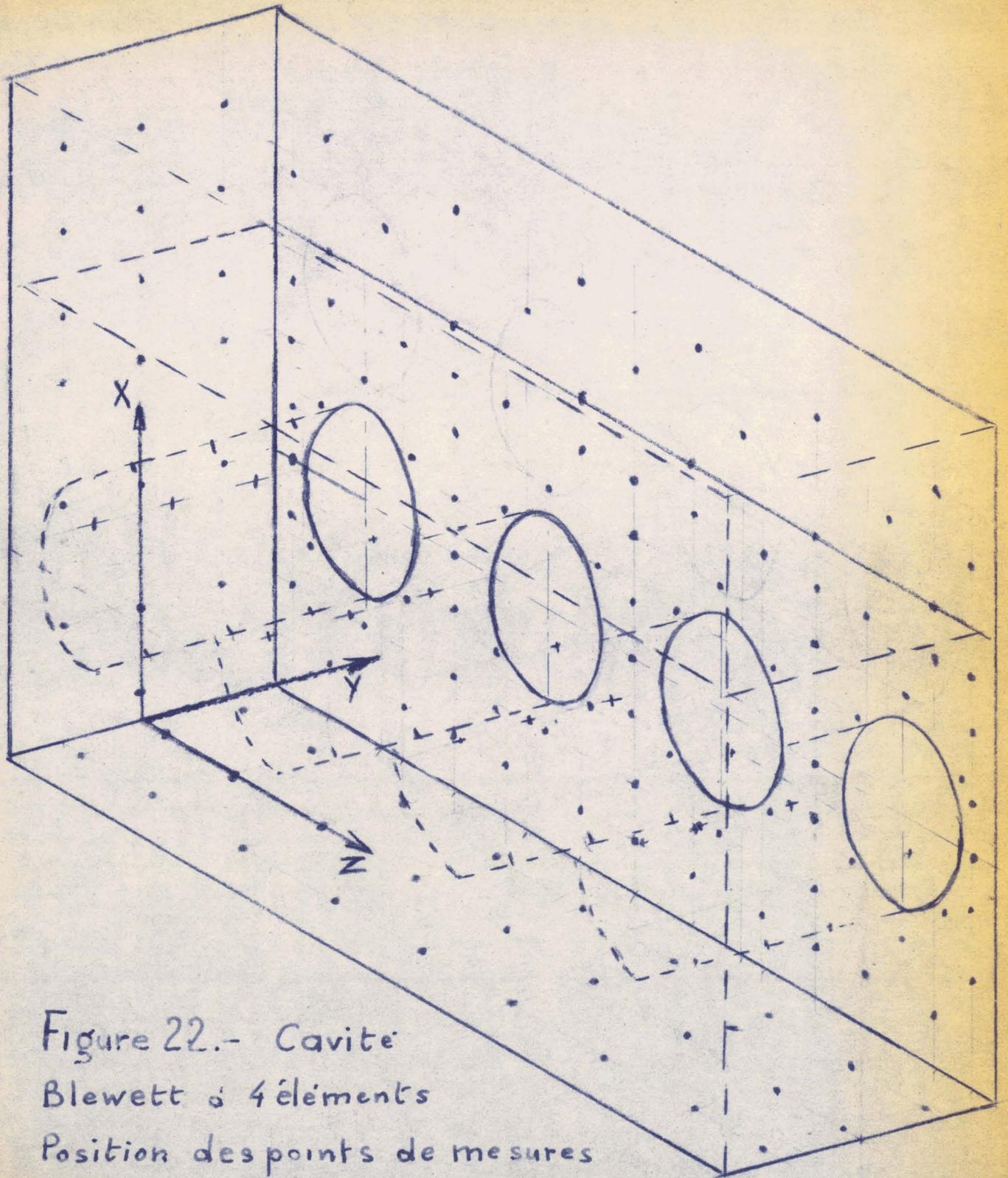


Figure 22.- Cavite
 Blewett à 4 éléments
 Position des points de mesures

Mode à 2,68 GHz

Ce mode est représenté Figure 23. L'antenne excitatrice, placée au point marqué G, en assure une excitation optimum.

Nous observons que ce mode se propage parfaitement le long de la file des cylindres et qu'il est formé de la répétition d'un même motif autour de chaque cylindre. Ce motif commun est d'ailleurs celui du mode à 2,68 GHz de la cavité à un élément. Pour ce mode, nous mesurons un coefficient de qualité Q_V :

$$Q_V = 3.940.$$

Mode à 2,74 GHz

Ce mode est représenté Figure 24. L'antenne excitatrice, placée au point marqué G, en assure une excitation optimum.

Il se propage dans toute la cavité et reproduit deux fois le même motif. Les cellules de la cavité sont, cette fois, engagées deux par deux. Ce fait explique naturellement que nous n'ayons pas trouvé de mode à cette fréquence dans la cavité à un élément.

Nous mesurons un coefficient de qualité Q_V :

$$Q_V = 3.260.$$

Mode à 2,99 GHz

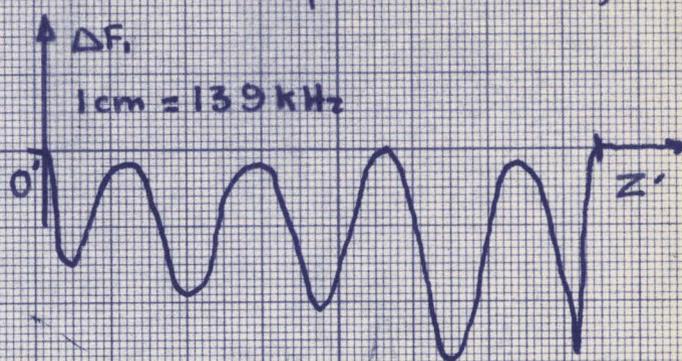
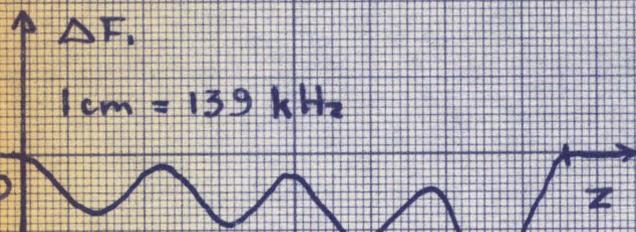
Ce mode est représenté Figures 25 et 26. Pour ces deux dessins du même mode, l'antenne excitatrice a été placée en deux endroits différents.

Les chiffres placés à côté de quelques points de mesure expriment l'amplitude de la tension détectée en ce point. Les variations de cette tension, détectée en fonction de l'éloignement de l'antenne d'excitation, indiquent clairement que le mode ne se propage pas. Par ailleurs, nous retrouvons la structure du mode à 2,99 GHz de la cavité à un élément.

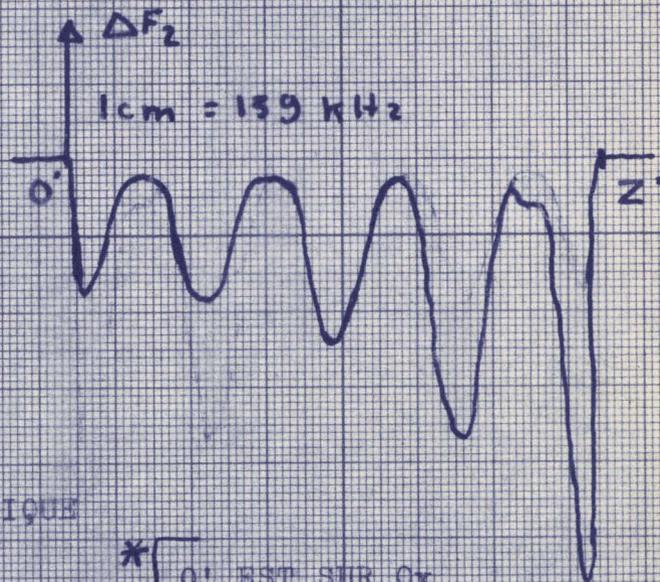
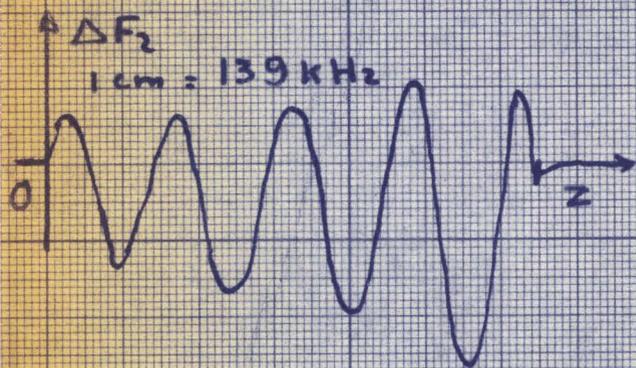
TRAJECTOIRE SUIVIE PAR LA BILLE:

AXE Oz

AXE $O'z'$ *
(parallèle à Oz)



a) BILLE DIELECTRIQUE



b) BILLE METALLIQUE

* $\left[\begin{array}{l} O' \text{ EST SUR } O_x \\ O'z' \text{ EFFLEURE LES QUATRE CYLINDRES} \end{array} \right.$

FIG. 23bis. - COURBES REPRESENTANT LES VARIATIONS DE LA FREQUENCE DE RESONANCE DE LA CAVITE, DUES AU PASSAGE DE LA BILLE, POUR LE MODE A 2,68 GHz.



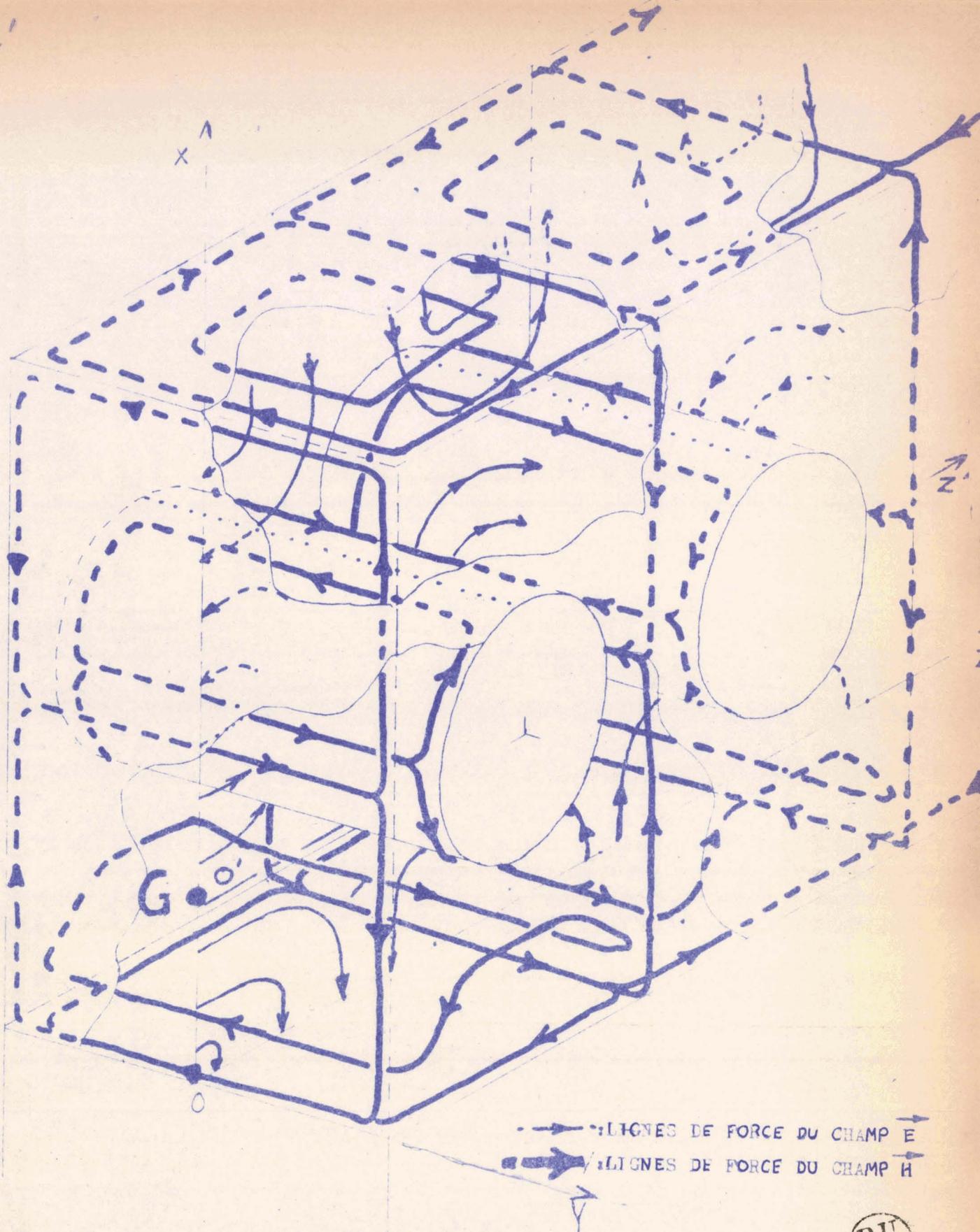


FIG. 23. - CARTE DES CHAMPS DU MODE A: $2,68 \text{ GHz}$
 COEFFICIENT DE QUALITE VRAI Q_v : 3940

BU
LILLE

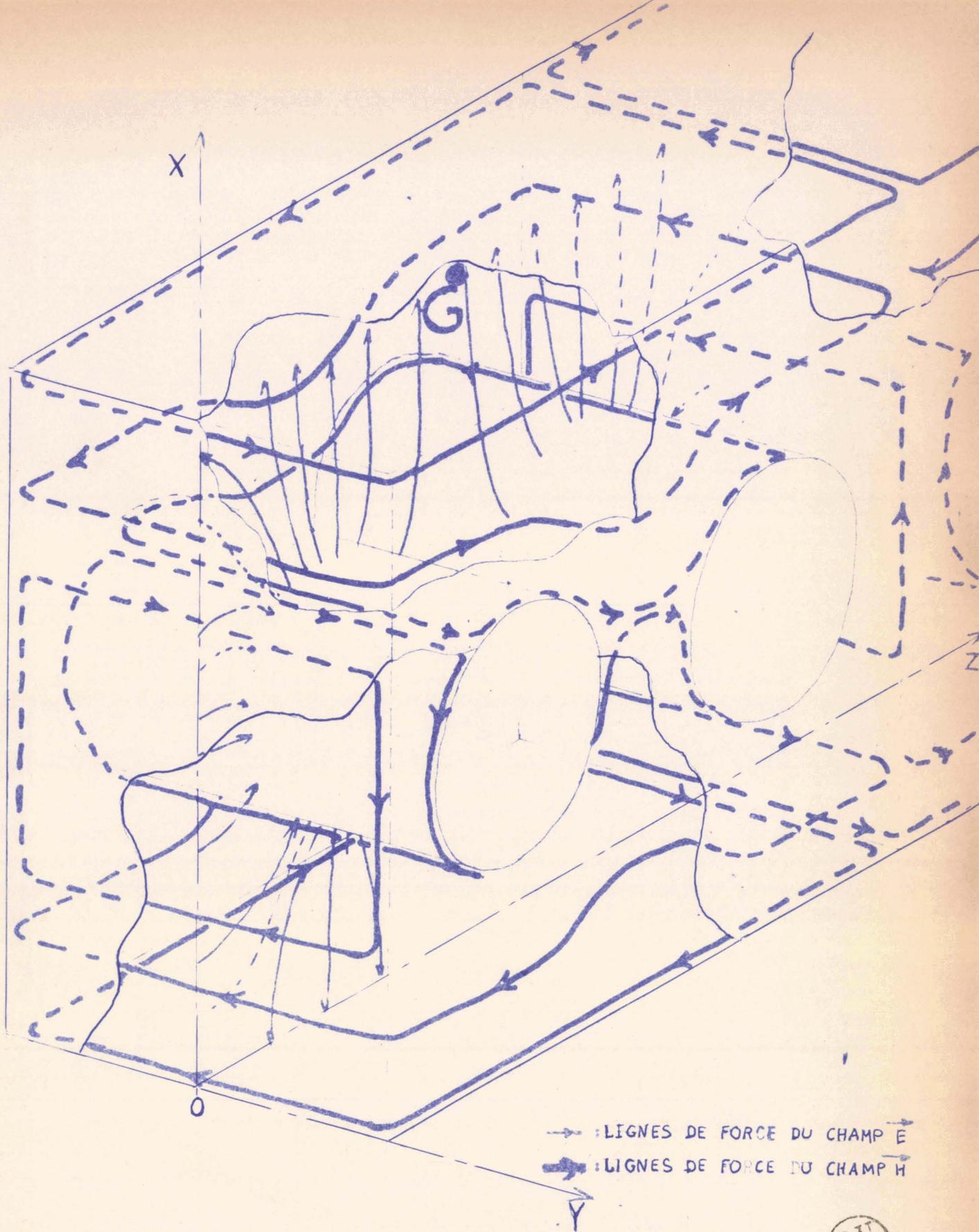
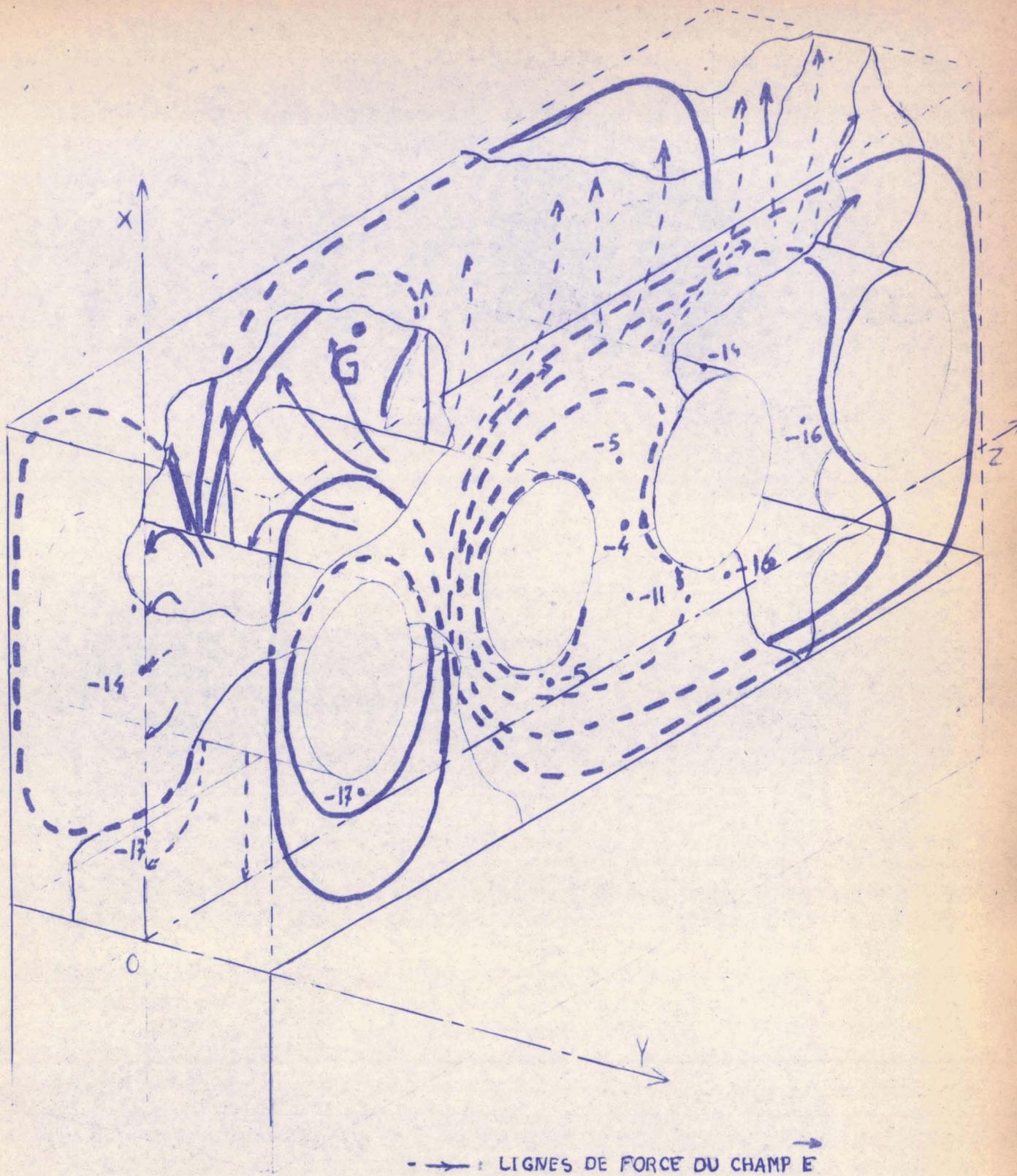


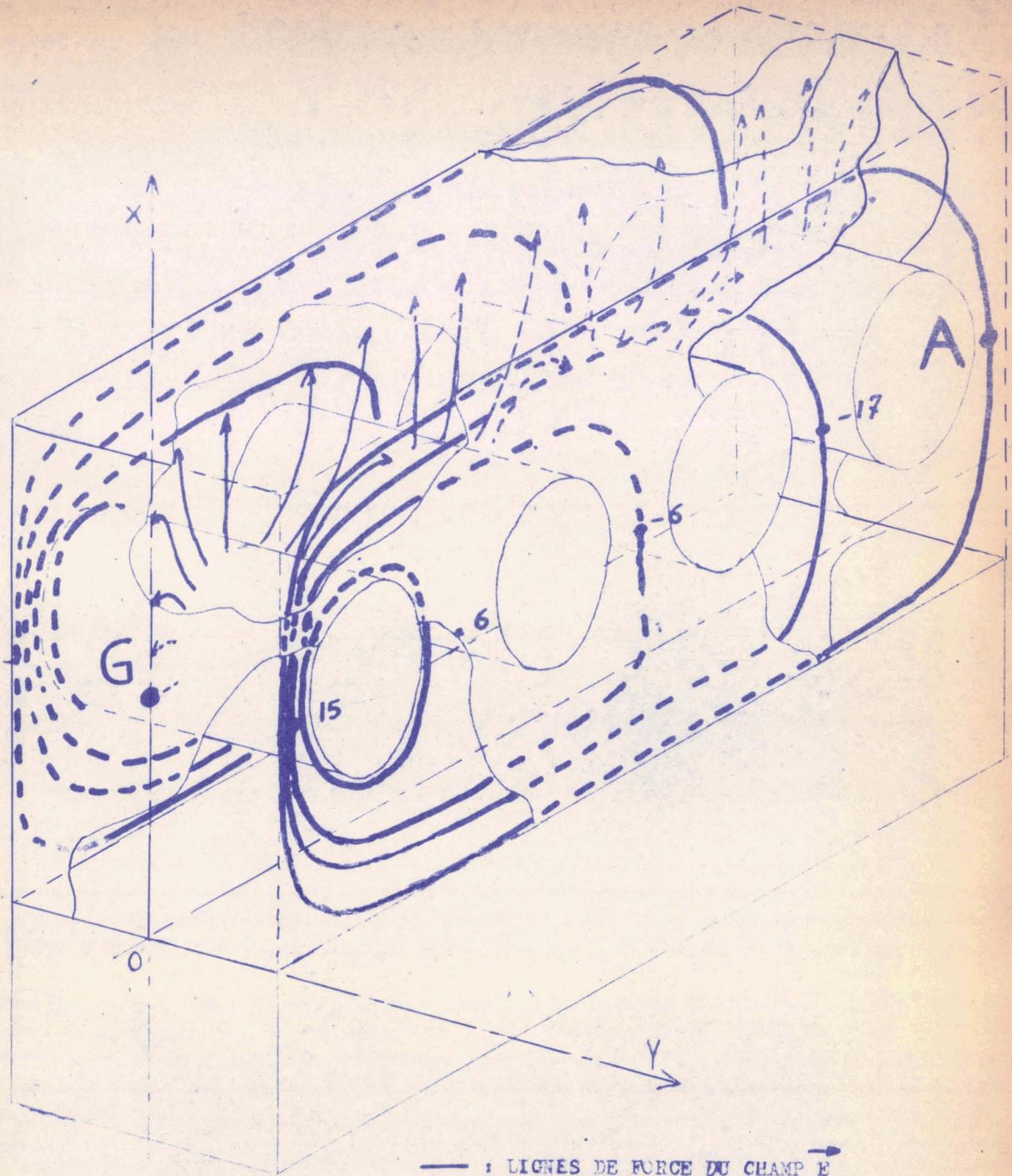
FIG. 24 CARTE DES CHAMPS DU MODE A: 2,74 GHz
 COEFFICIENT DE QUALITE VRAI Q_v : 3 260





- - - - - : LIGNES DE FORCE DU CHAMP E
 ———— : LIGNES DE FORCE DU CHAMP H

FIG. 25 CARTE DES CHAMPS DU MODE A : $2,99 \text{ GHz}$
 COEFFICIENT DE QUALITE VRAI Q_v :



— : LIGNES DE FORCE DU CHAMP E
 - - - : LIGNES DE FORCE DU CHAMP H

FIG. 26. CARTE DES CHAMPS DU MODE A : 2,99 GHz
 COEFFICIENT DE QUALITE VRAI Q :



Nous sommes donc bien en présence du mode LEM défecteur dont les champs sont évanescents. Comme nous l'avons vu, ce résultat était prévisible théoriquement.

Cette localisation de l'énergie conduit à un résultat inattendu, bien caractérisé dans le cas de la figure 26. Plaçons la boucle de détection au point marqué A. Nous obtenons une courbe de résonance telle que celle dessinée Figure 27. Cette courbe de résonance peut se

décomposer en quatre autres courbes :

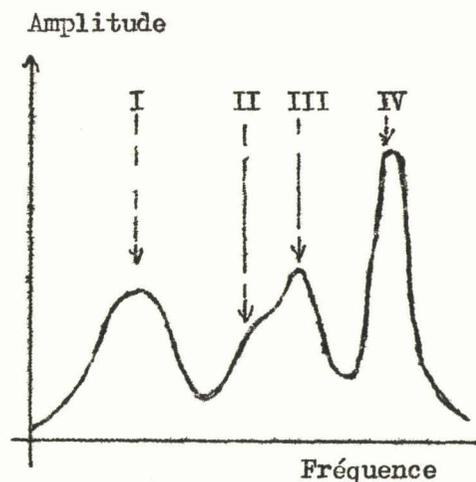


Fig. 27 - Courbe de résonance du mode à 2,99 GHz.

- la première très amortie, correspond à la résonance de la première cellule, celle où se trouve l'antenne d'excitation ;
- la seconde et la troisième correspondent aux résonances de la 2e et 3e cellule. Puisque rien ne perturbe ces cellules, leur fréquence de résonance sont très voisines.
- enfin, à la quatrième correspond la résonance de la quatrième cellule perturbée par la boucle de détection.

Dans ces conditions, il n'est pas possible de définir un coefficient de qualité pour ce mode de la cavité à quatre éléments.

Mode à 3,07 GHz

Ce mode, représenté Figure 28, est excité dans les meilleures conditions lorsque l'antenne est placée au point marqué G.

Nous voyons que ce mode occupe toute la cavité et intéresse simultanément les quatre cellules.

Le coefficient de qualité mesuré, Q_v , est :

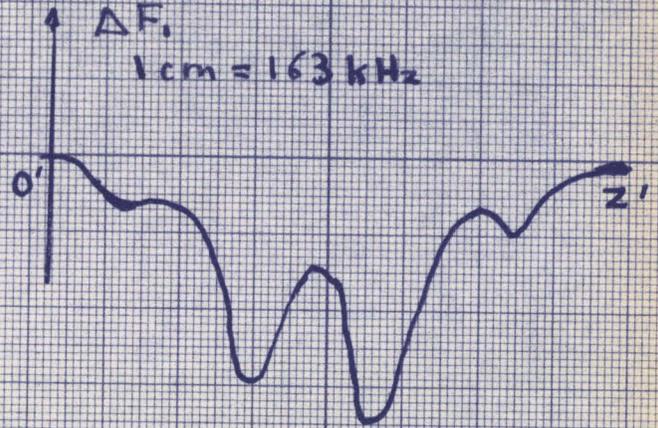
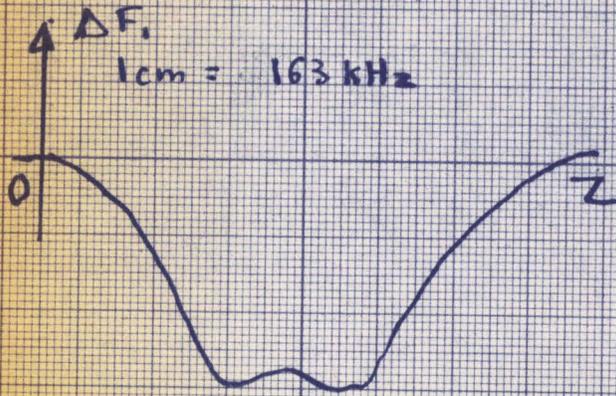
$$Q_v = 2.130.$$

TRAJECTOIRE SUIVIE PAR LA BILLE

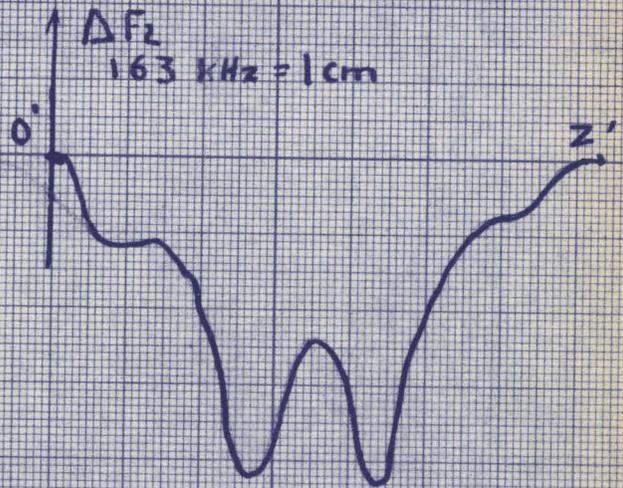
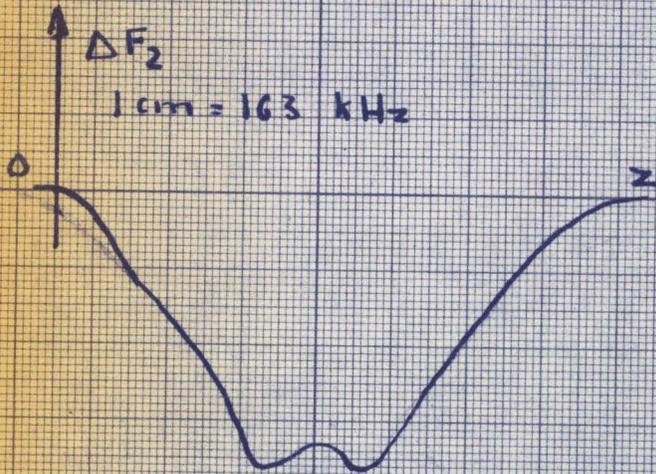
AXE Oz

AXE O'z' *

(PARALLELE A Oz)



a) BILLE DIELECTRIQUE

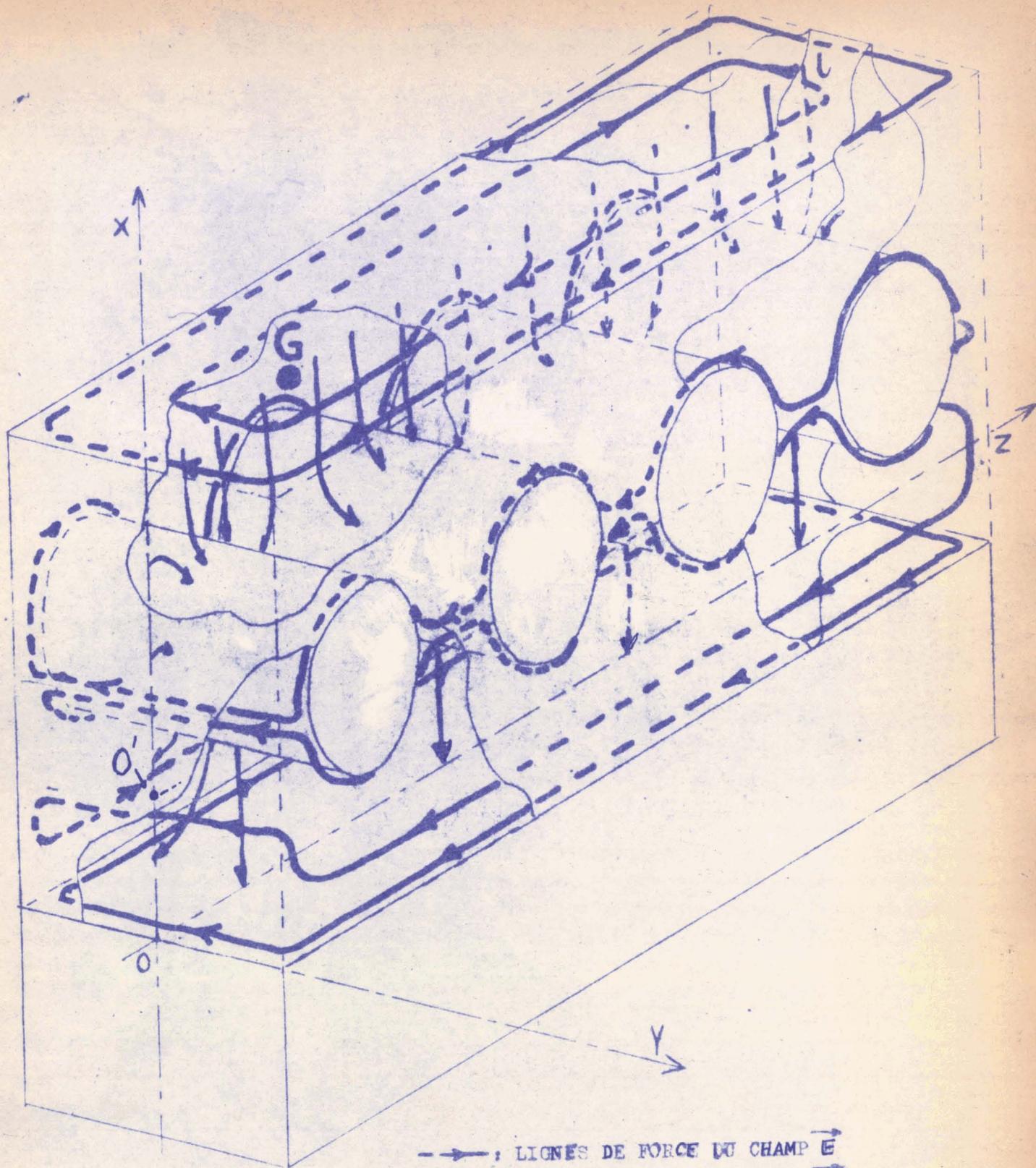


b) BILLE METALLIQUE

* O' EST SUR O_x
O'z' EFFLEURE LES QUATRE
CYLINDRES

FIG. 27. LES COURBES REPRESENTANT LES VARIATIONS DE LA FREQUENCE DE RESONANCE DE LA CAVITE, DUES AU PASSAGE DE LA BILLE, POUR LE MODE A 3,07 GHz





---> : LIGNES DE FORCE DU CHAMP E
 - - -> : LIGNES DE FORCE DU CHAMP H

FIG 28.-CARTE DES CHAMPS DU MODE A : 3,07 GHz
COEFFICIENT DE QUALITÉ VRAI Q_v : 2130

Mode à 3,22 GHz

Ce mode représenté Figure 28 bis, est excité dans les meilleures conditions lorsque l'antenne est placée au point marqué G.

Nous retrouvons, en quatre exemplaires, le mode à 3,22 GHz de la cavité à un élément.

Nous mesurons, pour ce mode qui se propage très bien, un coefficient de qualité Q_V :

$$Q_V = 2.900.$$

Mode à 3,82 GHz

Ce mode, représenté Figure 29, est excité dans les meilleures conditions lorsque l'antenne est placée au point marqué G.

Nous retrouvons simplement, mais en quatre exemplaires, le mode à 3,82 GHz de la cavité à un élément.

Nous mesurons, pour ce mode qui se propage très bien, un coefficient de qualité Q_V :

$$Q_V = 1.530.$$

Mode à 4,38 GHz

Représenté Figure 30, c'est le dernier des modes dont nous ayons retrouvé la carte des champs. L'antenne placée au point marqué G en assure une bonne excitation.

Ce mode se propage très bien dans toute la cavité et reproduit la structure du mode à 4,36 GHz de la cavité à un élément.

Nous mesurons un coefficient de qualité Q_V :

$$Q_V = 1.950.$$

Les autres modes

Barmi tous les modes de la cavité à quatre éléments - cités au début de ce chapitre - quelques-uns n'ont pas été analysés. La raison

TRAJECTOIRE SUIVIE PAR LA BILLE

AXE Oz

AXE O'z' *

(PARALLELE A Oz)

ΔF_1 1cm = 89 kHz

ΔF_1
1cm = 89 kHz

a) BILLE DIELECTRIQUE

ΔF_2 1cm = 89 kHz

ΔF_2
1cm = 89 kHz

b) BILLE METALLIQUE

* O' EST SUR OX
O'z' EFFLEURE LES QUATRE CYLINDRES

FIG. 28^{ter} COURBES REPRESENTANT LES VARIATIONS DE LA FREQUENCE de RESONANCE DE LA CAVITE, DUES AU PASSAGE DE LA BILLE, POUR LE MODE A 3,22 GHz



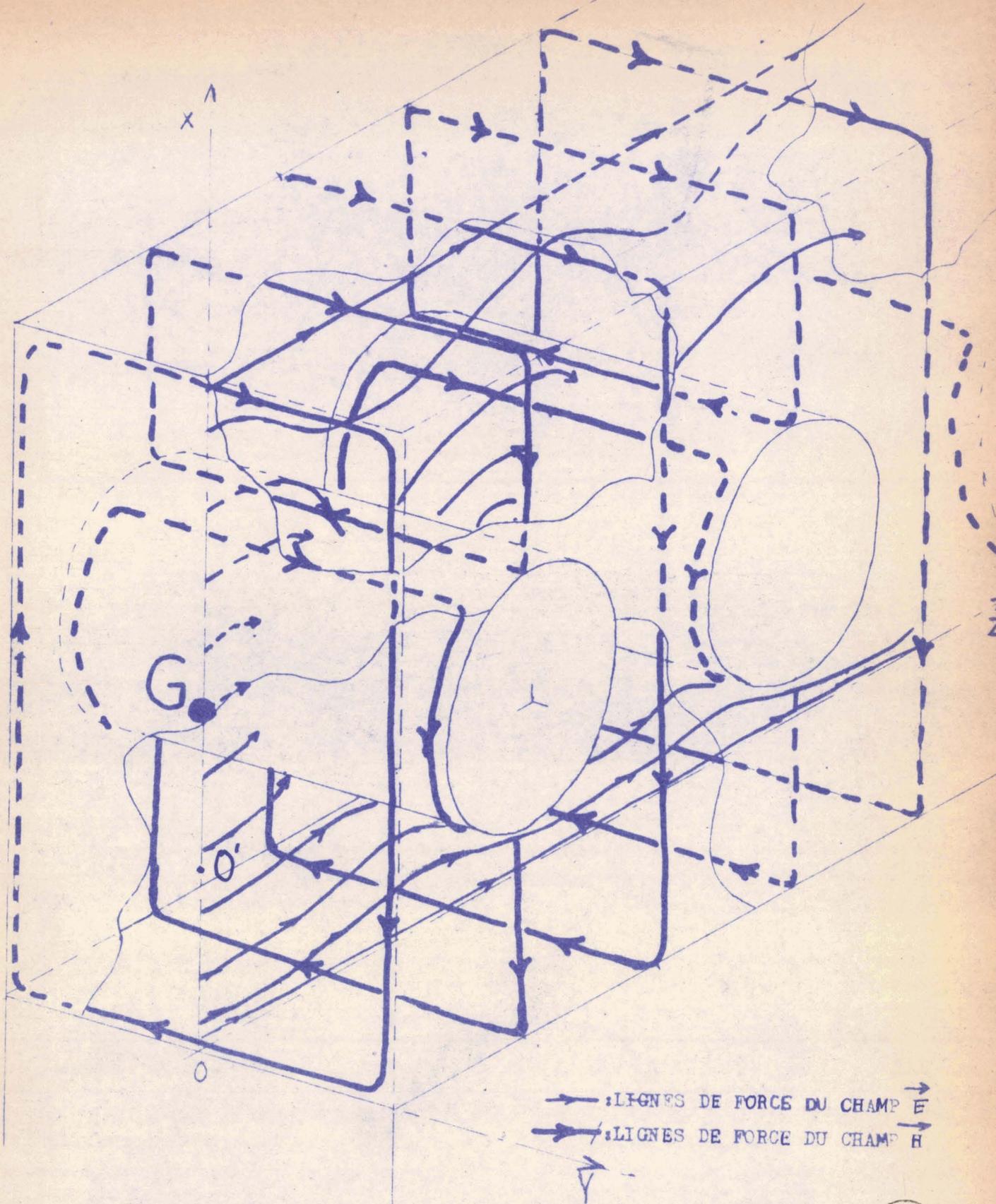
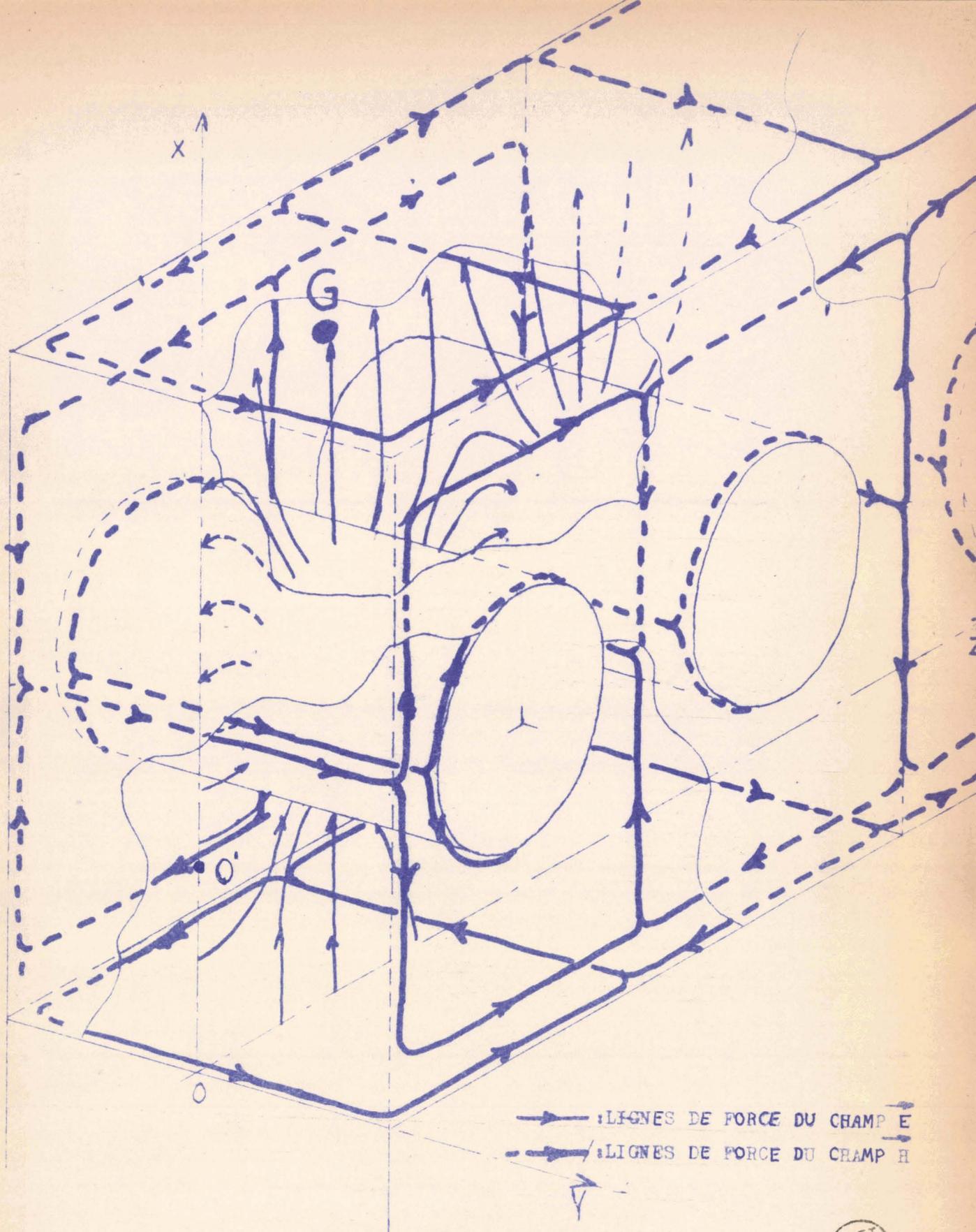


FIG 28bis CARTE DES CHAMPS DU MODE A_1 3,22 GHz
 COEFFICIENT DE QUALITE VRAI Q_v : 2 900





———> : LIGNES DE FORCE DU CHAMP E
 - - -> : LIGNES DE FORCE DU CHAMP H

FIG. 29. - CARTE DES CHAMPS DU MODE A : 3,82 GHz
 COEFFICIENT DE QUALITE VRAI Q_v : 1530



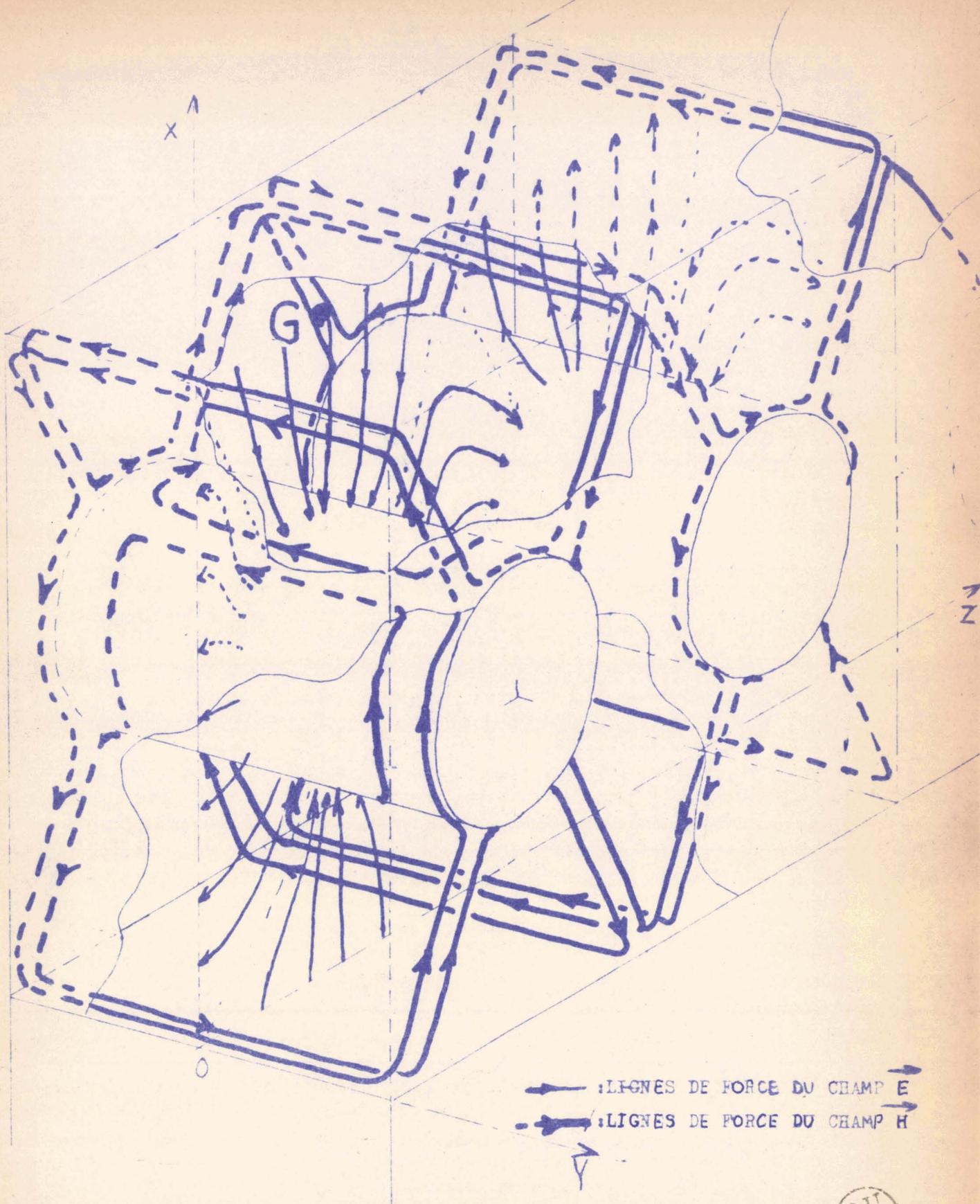


FIG. 30. - CARTE DES CHAMPS DU MODE A₁ : 4,38 GHz
 COEFFICIENT DE QUALITE VRAI Q_v : 1950



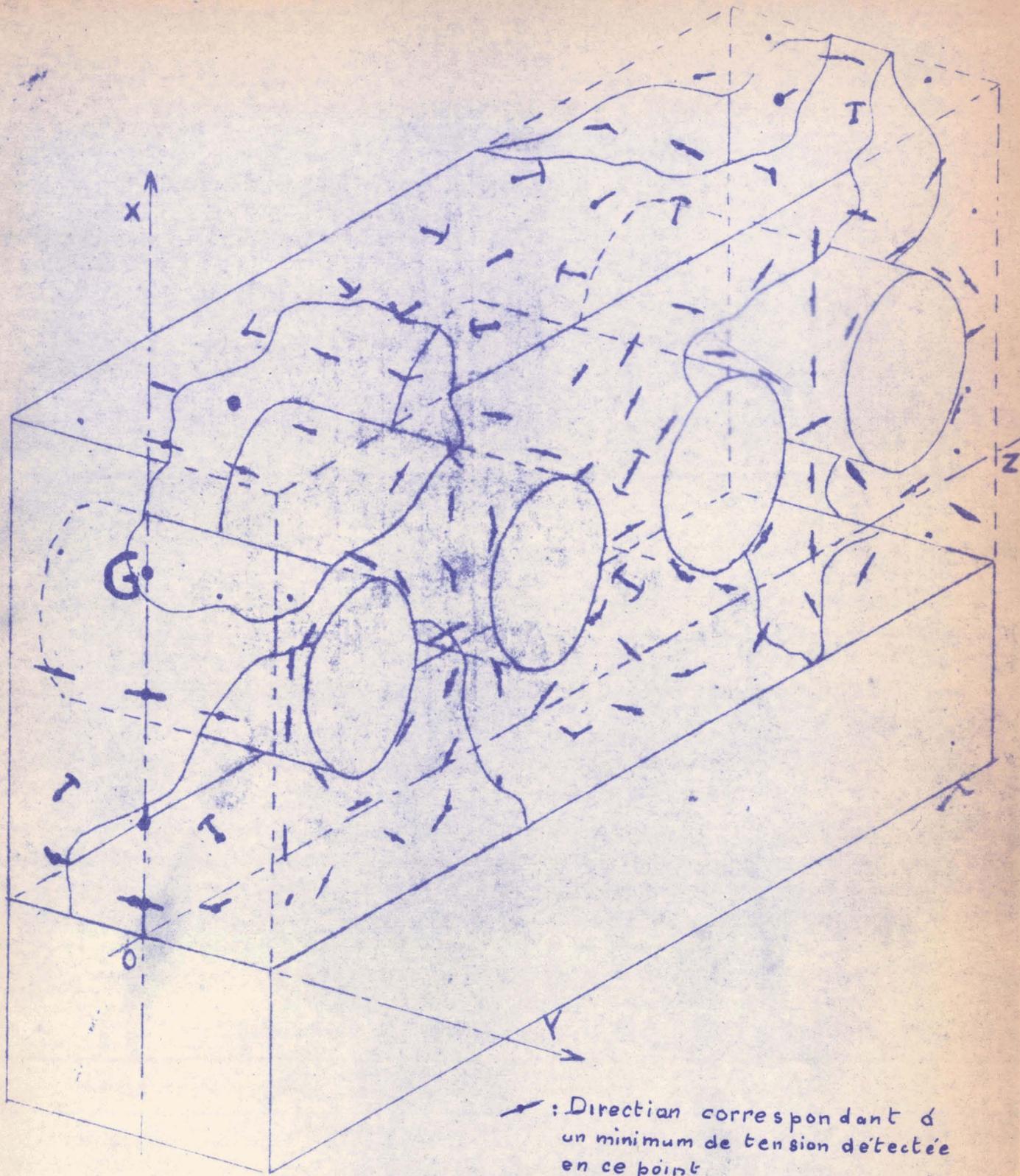
en est double :

- d'une part, l'amplitude de la courbe de résonance correspondante reste, en général, très faible, si bien qu'en de nombreux points de la cavité, il est impossible de relever la direction des champs ;

- d'autre part, les directions de champs en chaque point de mesure de la cavité forment un ensemble apparemment incohérent. Il n'est pas possible d'en déduire et de reconstituer les lignes de force des champs E et H.

Un exemple caractéristique de cet état de chose nous est donné par le mode à 2,72 GHz dont la feuille de mesures est représentée Figure 31.

Enfin, nous ne prétendons pas avoir inventorié - dans la gamme de fréquences de nos mesures - tous les modes de la cavité. Il est probable qu'un appareillage de sensibilité accrue permettrait d'en étudier de nouveaux.



↖ : Direction correspondant à un minimum de tension détectée en ce point
 ↗ : La direction du minimum est mal définie

FIG. 31.- FEUILLE DE MESURES DU MODE A 2,72 GHz.

LES DIRECTIONS DU CHAMP \vec{H} FORMENT UN ENSEMBLE APPAREMMENT INCOHÉRENT.



ANNEXE I
ETUDE DETAILLEE
DU MESUREUR DE COEFFICIENT DE QUALITE

Nous donnons Figure 32 le schéma de principe de l'ensemble de l'appareil (voir également Photo III, page 67).

I. Le carcinotron

Le générateur G alimentant l'antenne d'excitation de la cavité est un carcinotron type CO 119 de la C.S.F. Une alimentation du type SCF 500 de FERISOL fournit les tensions nécessaires au fonctionnement de ce carcinotron. Ce sont :

- la tension de chauffage : 6,3 V (alternative stabilisée)
- la tension d'anode : 160 V (régulée)
- la tension de ligne : continuellement ajustable de 150 V à 1.400 V (régulée). A cette variation de la tension ligne correspond une variation de la fréquence du signal délivré par le carcinotron de 2,4 à 4,8 GHz.

Pratiquement, la ligne - à l'entrée de laquelle apparaît l'énergie hyperfréquences - est reliée à la masse du point de vue tension continue. C'est, en fait, la cathode que l'on porte à un potentiel négatif.

La modulation de fréquence est simplement obtenue en modulant la tension de cathode par l'intermédiaire du transformateur T_1 . La déviation de fréquence peut être réglée par l'autotransformateur T_2 jusqu'à un maximum de ± 20 MHz.

II. Liaison carcinotron-cavité étudiée

Un isolateur co-axial à ferrite du type 2-4 GHz SYLVANIA sert à éviter toute réaction de la cavité sur le carcinotron. Cet isolateur atténue de 0,3 dB dans le sens passant, et de 18 dB dans le sens non-passant.

En série, avec la ligne unidirectionnelle, un coupleur directif dérive une partie du signal du carcinotron vers un mélangeur I.

Enfin, un atténuateur variable, étalonné, du type GENERAL RADIO 874 GA, permet de doser l'intensité de l'excitation de la cavité.

Toutes les liaisons inter-appareils sont effectuées par câble co-axial souple, d'impédance caractéristique 50Ω

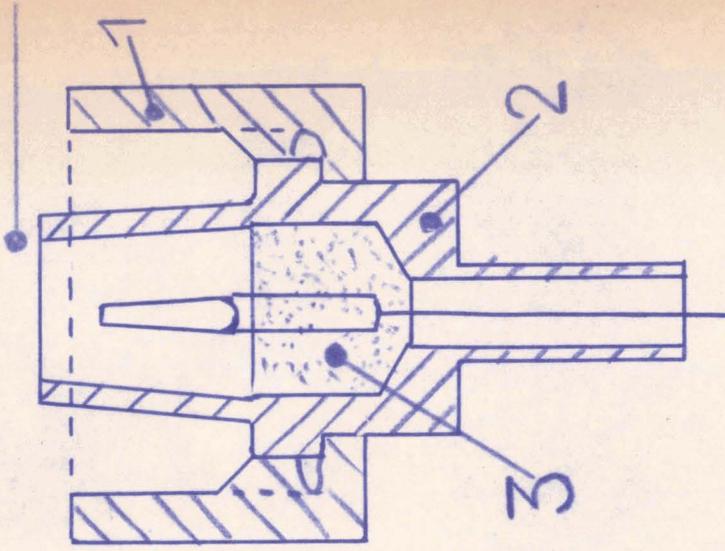
La sonde excitatrice est une antenne ; elle se raccorde simplement à une fiche du type N mâle (Fig. 33).

III. Représentation oscilloscopique de la courbe de résonance

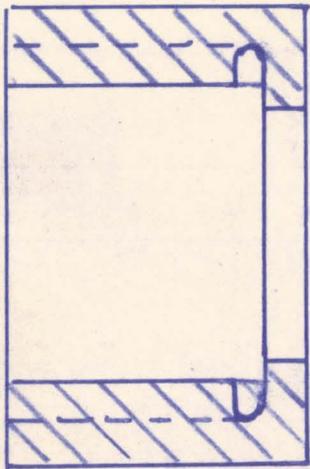
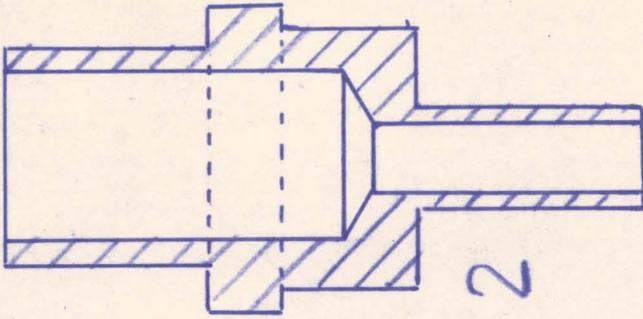
A. Amplification du signal de résonance

A sa sortie de la sonde détectrice, le signal de résonance est amplifié par un pré-amplificateur du type TEKTRONIX I 121 (gain 100), puis appliqué sur la voie verticale d'un oscilloscope type TEKTRONIX 560. La bande passante de cette chaîne amplificatrice est largement suffisante. Nous l'avons même réduite - afin de réduire le bruit de fond - par une simple cellule résistance capacité ($1 \text{ k}\Omega - 0,05 \mu\text{F}$), placée à l'entrée de l'oscilloscope. La qualité de l'amplification est telle qu'un signal de résonance de $70 \mu\text{V}$ d'amplitude suffit pour donner sur l'écran une courbe aisément utilisable de 7 cm de hauteur.

Fiche N



Echelle 3/1
Laiton



1

Téflon



3

Fig. 33.- Sonde excitatrice (pour la cav. Blew. 4 élém.)

B. Circuits de balayage de l'oscilloscope

Le transformateur T_3 délivre une tension qui, convenablement déphasée et amplifiée (voir Fig. 32 et 34), assure le balayage horizontal de l'oscilloscope.

De cette façon, la courbe de résonance apparaît doublée sur l'écran de l'oscilloscope. Le moindre décalage entre les deux courbes (l'une tracée à l'aller, l'autre au retour du spot), détruit la finesse du trait. Afin d'éliminer cet inconvénient, un circuit annexe éteint le spot lors de son trajet de retour. Le schéma de principe du circuit est donné Figure 35.

Ce circuit fonctionne de la manière suivante. Le signal de balayage convenablement déphasé est fortement amplifié et écrêté de façon à donner des signaux carrés dont les caractéristiques sont données Figure 36.

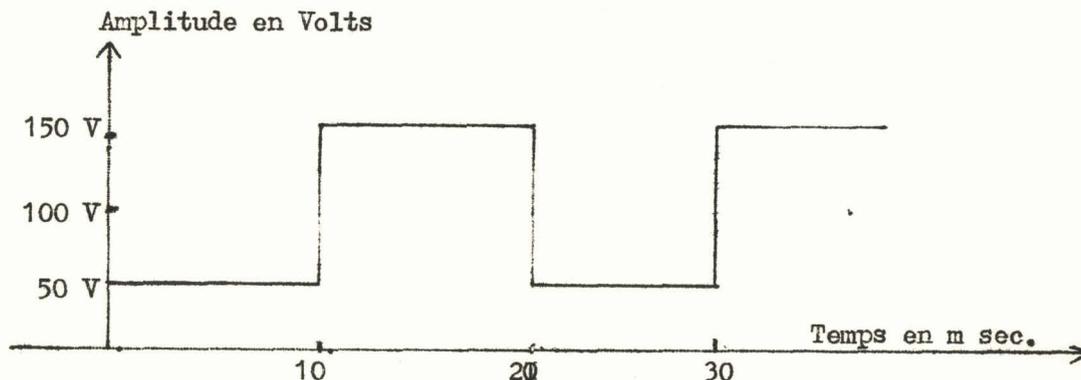


Fig. 36 - Signaux servant à l'extinction de la trace de retour du spot.

Ce signal est alors appliqué sur l'électrode d'extinction du tube cathodique.

C. Etalonnage en fréquence de l'axe horizontal de l'oscilloscope

Méthode du double battement

Une partie du signal du carcinotron est dérivée par le

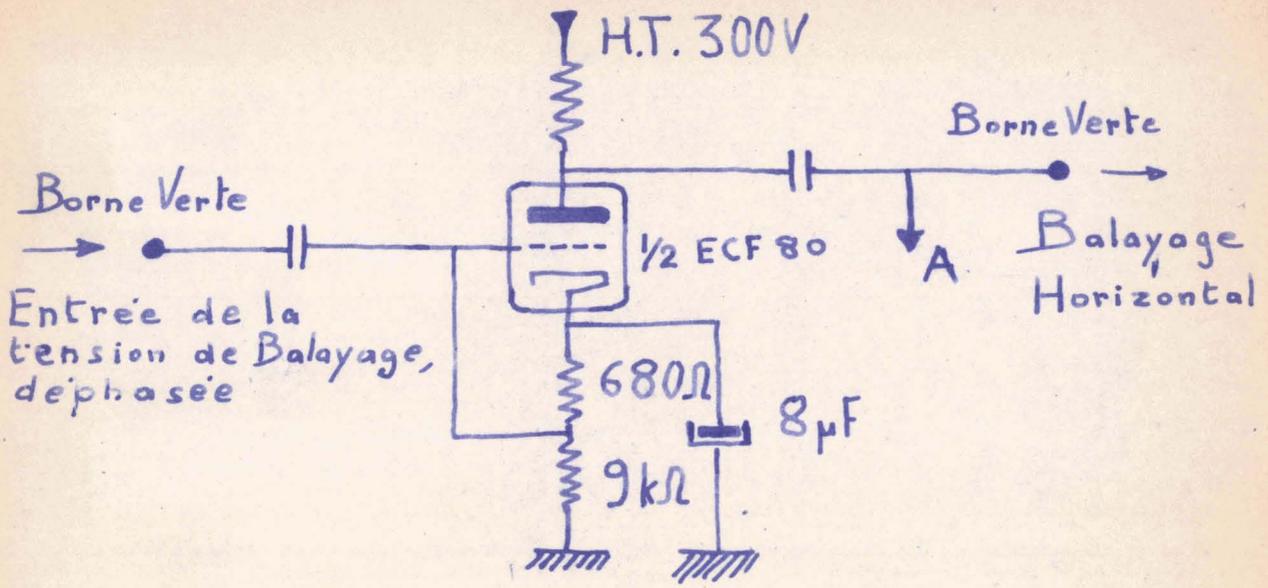


Fig.34.-Pré-amplification de la tension servant au balayage de l'oscilloscope

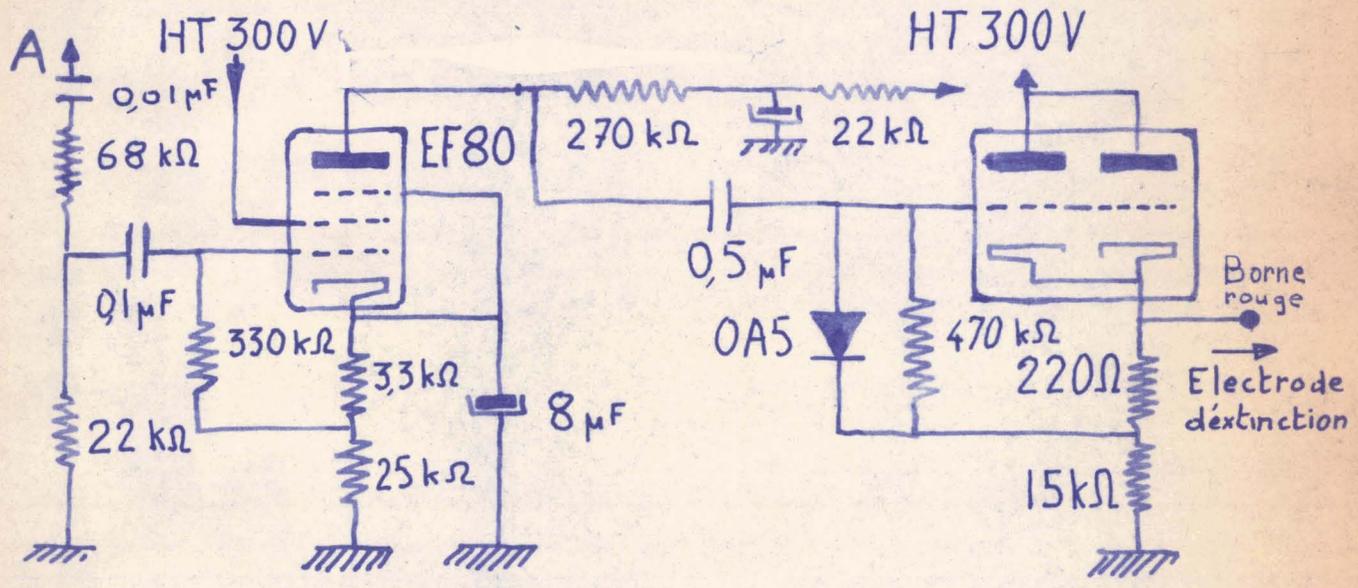


Fig.35.-Circuit de mise en forme de la tension servant à l'extinction de la trace de retour du spot



coupleur directif vers le mélangeur I. L'autre entrée du mélangeur I reçoit le signal à fréquence ajustable (2,3 - 4,3 GHz) du générateur hyperfréquences G_1 .

Soit F_i la fréquence instantanée du carcinotron et F_I la fréquence du générateur G_I . Nous pouvons exprimer F_i sous la forme :

$$F_i = F_0 + \Delta F \sin \omega t$$

avec : F_0 : fréquence de repos du carcinotron.

ΔF : excursion maximum de fréquence.

ω : pulsation du signal de modulation.

$$\omega = 2 \pi F \quad F = 50 \text{ Hz}$$

Dans ces conditions, des battements dont la fréquence en fonction du temps est donnée par f_i :

$$|f_i| = |F_i - F_I| = |F_0 - F_I + \Delta F \sin \omega t| = |\Delta F_0 + \Delta F \sin \omega t|$$

apparaissent à la sortie du mélangeur.

Seules les fréquences supérieures de ces battements sont transmises vers un second mélangeur dont la seconde entrée est connectée au générateur haute fréquence G_2 . Soit f_2 la fréquence du signal délivrée par ce générateur. Nous obtenons donc à nouveau des battements dont la fréquence instantanée est exprimée par :

$$\left| |f_i| - f_2 \right| = \left| |\Delta F_0 + \Delta F \sin \omega t| - f_2 \right|$$

Le passage de ces battements secondaires par la fréquence zéro a lieu lorsque :

$$|f_i| = f_2$$

$$\text{Or } |f_i| = |F_i - F_I|. \quad \text{Donc : } f_2 = |F_i - F_I|.$$

D'où nous tirons :

$$F_i = F_I \pm f_2.$$

A la sortie du second mélangeur, nous disposons donc de deux battements zéro secondaires (le battement zéro primaire ayant été

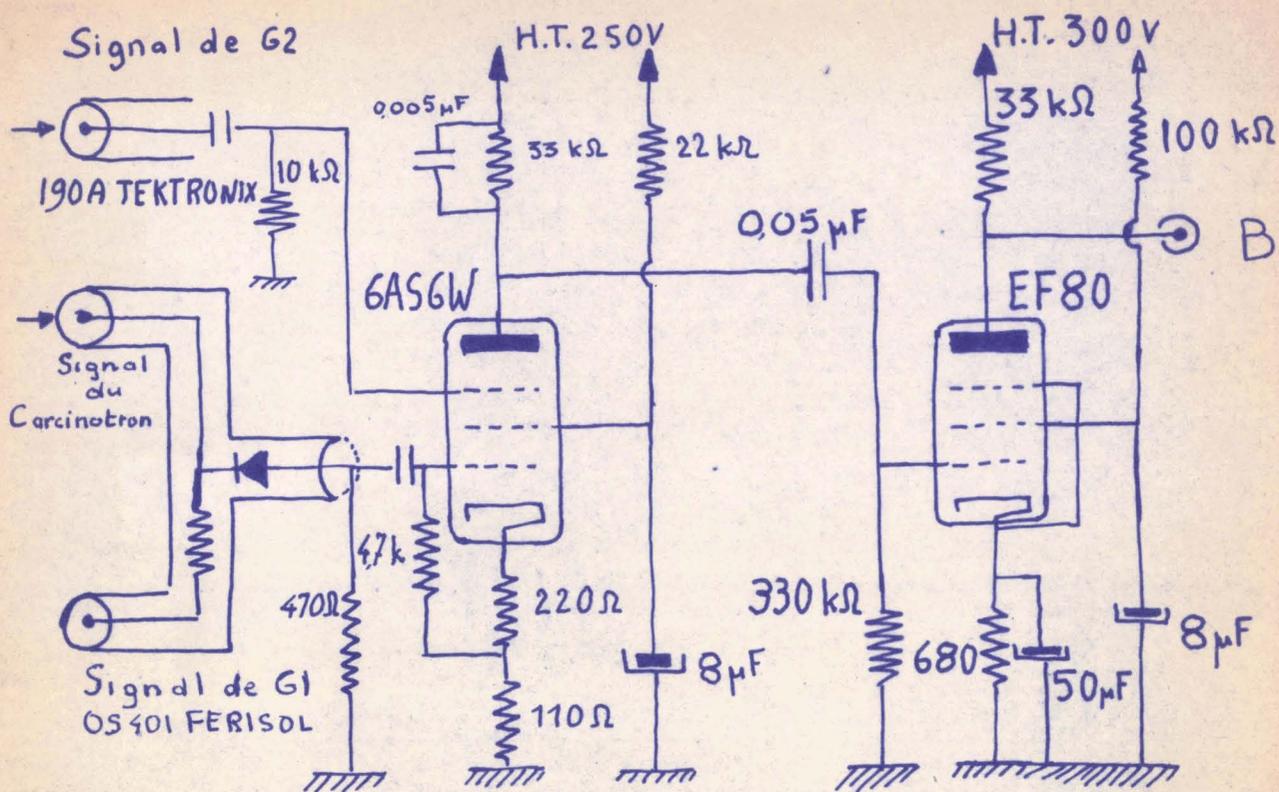


Fig.37.-Formation des battements zéro de marquage, et, préamplification de ces battements

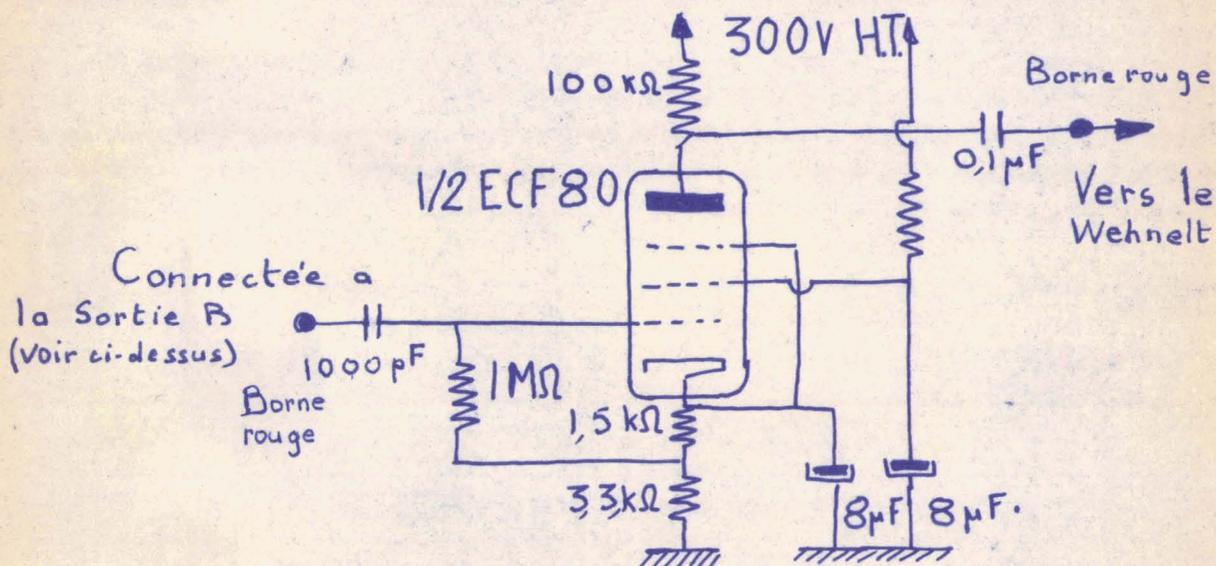


Fig.38.- Amplification des battements zéro

éliminé), aux instants précis où la fréquence du carcinotron passe par les valeurs $F_I - f_2$ et $F_I + f_2$. Il suffit alors d'amplifier et d'écrêter ces battements zéro (par un amplificateur basse fréquence), puis de les appliquer directement sur le wehnelt du tube cathodique, de telle façon qu'à chacune de leur apparition, un point de la courbe tracée sur l'écran s'illumine. Nous savons qu'au premier point $F_i = F_I - f_2$ et qu'au second point $F_i = F_I + f_2$.

Appareils utilisés :

- G_1 est un générateur du type OS 401 FERISOL.
- G_2 est un générateur du type 190 A TEKTRONIX.
- Les Figures 37 et 38 représentent le schéma de principe des deux mélangeurs et de l'amplificateur B.F.

ANNEXE II

LOI SUR LES ERREURS ACCIDENTELLES

Soit a la valeur moyenne d'une série de n mesures de la même grandeur G .

Soit \mathcal{E} l'erreur moyenne de la série de mesures.

D'autre part, appelons \mathcal{E}_p une erreur telle que la probabilité de faire une erreur plus grande que \mathcal{E}_p en prenant a comme mesure de G soit p .

On démontre que :

$$p = K \frac{\mathcal{E}}{\sqrt{n}}$$

K dépend de p dans les conditions suivantes :

p	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}
K	3,2	4,1	4,9

ANNEXE III

CALCUL DE L'ERREUR

DUE A LA LOI DE DETECTION DU CRISTAL

Nous devons déterminer à quel dQ correspond une variation $dx = d\alpha$ de la loi de détection du cristal.

De l'expression :

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{\left(1 + 4 Q^2 a_{\text{Mes.}}^2\right)^{x/2}}$$

nous déduisons :

$$a_{\text{Mes.}} = \frac{\left(2^{2/\alpha+2} - 1\right)^{1/2}}{2 Q} \quad \text{en posant } x = 2 + \alpha.$$

D'où :

$$da = \frac{1}{2 Q} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(2^{2/2+\alpha} - 1\right)^{-1/2} \cdot 2^{2/2+\alpha} \cdot \text{Log } 2 \cdot \frac{-2}{(\alpha+2)^2} \cdot d\alpha$$

D'où nous tirons, puisque $a = 1/2 Q$:

$$\frac{da}{a} = \frac{-0,69}{(2+\alpha)^2} \cdot \frac{2^{2/2+\alpha}}{\sqrt{2^{2/2+\alpha} - 1}}$$

Il est légitime de considérer que $\alpha < 2$. Dans ces conditions :

$$\frac{da}{a} = \frac{-0,7 d\alpha}{2(1+\alpha)} \quad \text{Or } \frac{da}{a} = - \frac{dQ}{Q}$$

D'où :

$$\boxed{\frac{dQ}{Q} = \frac{0,7 d\alpha}{2(1+\alpha)}}$$

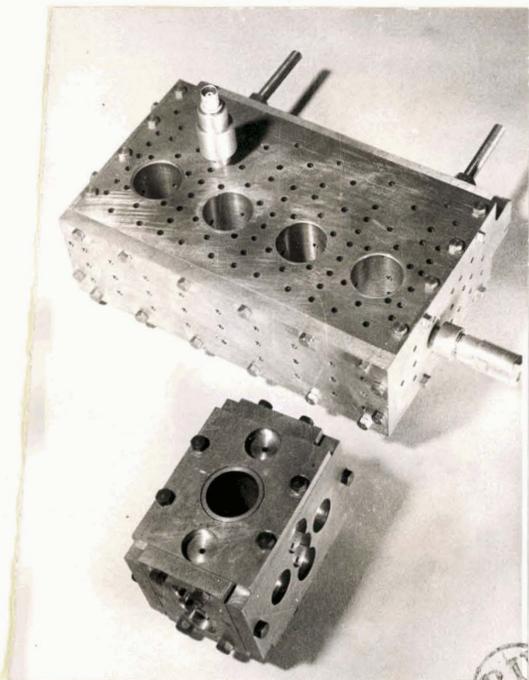


Photo III - Cavités Blewett

1 élément

4 éléments

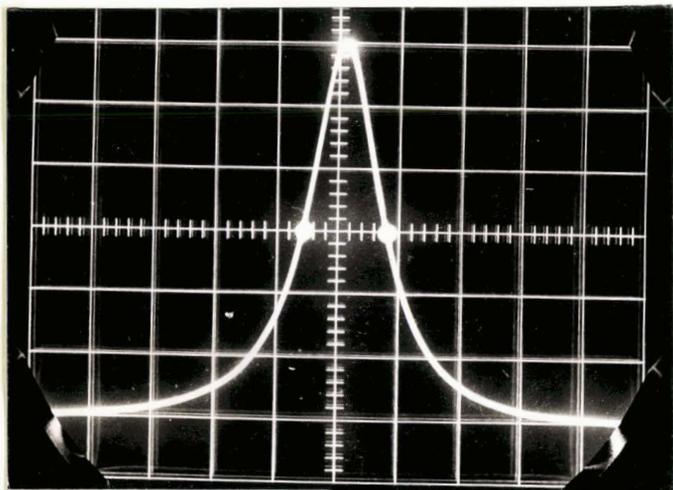


Photo II - Courbe de résonance
avec marqueurs



Photo I - Sondes

+ Excitatrices.

⊙ Détectrices.

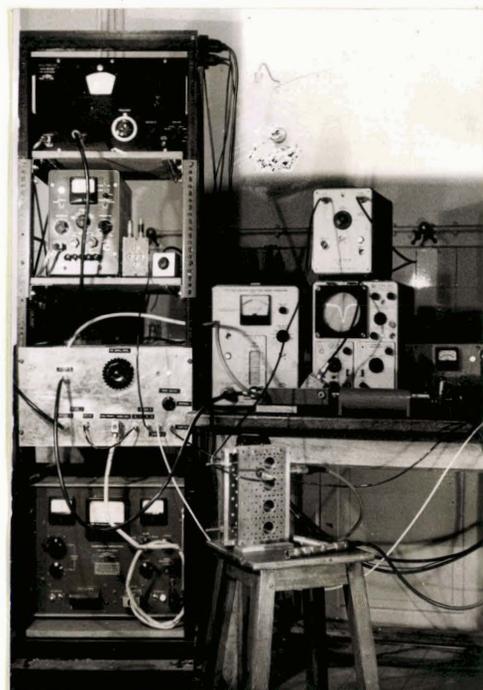


Photo IV - Ensemble du mesureur.

BIBLIOGRAPHIE

1. VERCAMBRE J.P.
D.E.S., Nov. 62, Institut Radiotechnique, Lille.
2. MONTGOMERY C.G.
Technique of microwave measurements.
Mac Graw Hill, New-York, 1947.
3. TORREY H.C., WHITMER C.A.
Crystal rectifiers.
Mac Graw Hill, New-York, 1948.
4. TICHO H.K.
The production transport and separation of beams.
International Conference High Energy Accelerators and Instrumentation, C.E.R.N., 1959.
C.E.R.N. Scientific Information, Geneva.
5. PANOFSKY W.K.H., WENZEL
Some considerations concerning the transverse deflection of charged particles in radio frequency field.
Rev. Sc. Instr., 27-967, Nov. 1956.
6. PANOFSKY W.K.H.
Remarks on High Energy Microwave Separators.
Rapport C.E.R.N., SC/7855/nc, non publié.
7. HERREWARD H.G.
Particle Separation using Internal Bunching.
Rapport C.E.R.N., PS Int. Th. 58-8/16th Decemb. 1958.
8. BLEWETT J.P.
A radio frequency mass separator for complete separation of high energy particle beams.
Internat. Confer. On High Energy Accelerat. and Instr.,
p. 422.
C.E.R.N. Scientific Information, Geneva 1959.

9. GOUDET G., CHAVANCE P.;
Ondes centimétriques.
Edition Chiron, p. 73.
10. GARAUULT Y.
C.R. à l'Académie des Sciences.
254, 1962, p. 843.
11. GABILLARD R.
Ondes défléchissantes en coordonnées cartésiennes.
Inst. Radio. Lille, Rapport Interne, 1961.
12. LAPOSTOLLE P.
C.E.R.N., PS/Int. AR/60, 14 Mars 1960.
13. GARAUULT Y.
C.R. à l'Académie des Sciences, 1962, p. 1940.
14. GABILLARD R.
Cavités pour ondes défléchissantes.
Inst. Radio. Lille, Rapport Interne, 1961.
15. BLEWETT J.P.
A new type of resonant cavity for deflection of particle
beams.
Brookhaven National Laboratory Report, J.PB.9.3-31-58.
16. MONTAGUE B.W.
R.F. Travelling wave particle separators. A matrix forma-
lism and general phase space properties.
Rapport Interne C.E.R.N., PS/Int. AR/P Sep. 60, 11 th July
1960.



S E C O N D S U J E T

"PRODUCTION D'ENERGIE EN ONDES MILLIMETRIQUES"

Présenté à Lille, le 3 Mai 1962
devant la Commission d'Examen.

Vu et permis d'imprimer,
Lille, le

LE RECTEUR DE L'ACADEMIE
DE LILLE,

G. DEBEYRE.

Vu et approuvé,

Lille, le 17 Novembre 62

LE DOYEN DE LA FACULTE
DES SCIENCES DE LILLE,

H. PARREAU