

Extrait de...

UNIVERSITÉ DE LILLE

FACULTÉ DES SCIENCES

50376
1963
14

50 376
1963
14

Centre de 3^{me} Cycle d'Électronique

THÈSE DE 3^{me} CYCLE



**Amélioration du rapport signal sur bruit
d'un signal périodique par échantillonnage**

Application à la résonance paramagnétique électronique

Membres du Jury : M. GABILLARD, Président
M. LEBRUN, Examineur
M. WERTHEIMER, Examineur

Présentée à Lille, le 30 Novembre 1963

par

YVES CROSNIER

UNIVERSITE DE LILLE

FACULTE DES SCIENCES

Doyens honoraires : MM. H. LEFEBVRE, P. PRUVOST

Professeurs honoraires : MM. ARNOULT, BEGHIN, BROCHARD, CAU,
CHAPELON, CHAUDRON, CORDONNIER, DEHEUVELS,
DEHORNE, DOLLE, FLEURY, P. GERMAIN,
KOURGANOFF, LAMOTTE, LELONG, Mme LELONG,
MM. MAZET, A. MICHEL, NORMANT, PARISELLE,
PASCAL, PAUTHENIER, ROIG, ROSEAU, ROUBINE,
WIEFANN, ZAMANSKY.

Doyen : M. PARREAU, Professeur de Mathématiques

Assesseur : M. DURCHON, Professeur de Zoologie

Professeurs : MM. BERKER, Mécanique des Fluides
BACCHUS, Astronomie
BONNEMAN-BEMIA, Chimie et Physico-chimie industrielles
BONTE, Géologie appliquée
BOUISSET, Physiologie animale
Mlle CHAMFY, Mathématiques
MM. CORSIN, Paléobotanique
DECUYPER, Mathématiques
DEFRETIN, Biologie maritime
N..... Analyse supérieure et calcul des probabilités
DEHORS, Physique industrielle
DELATTRE, Géologie
DELEAU, Géologie
DESCOMBES, Calcul différentiel et intégral
GABILLARD, Radioélectricité et électronique
GERMAIN, Chimie générale et chimie organique
GLACET, Chimie
GONTIER, Mécanique des Fluides
HEIM DE BALSAC, Zoologie
HEUBEL, Chimie minérale
HOCQUETTE, Botanique générale et appliquée
KAMPE DE FERIET, Mécanique des Fluides
LEBEGUE, Botanique
LEBRUN, Radioélectricité et électronique
LEFEBVRE, Chimie appliquée

.../...

Mlle LENOBLE, Physique
MM. LUCQUIN, Chimie minérale
LURCAT, Physique
MARION, Chimie
Mlle MARQUET, Mathématiques
MM. MARTINOT LAGARDE, Mécanique des Fluides
MAUREL, Chimie
MENESSION, Géologie
MONTREUIL, Chimie biologique
PEREZ, Physique
PHAM MAU QUAN, Mécanique rationnelle et expérimentale
POITOU, Algèbre supérieure
ROUELLE, Professeur de Physique et Electricité industrielle
SAVART, Chimie générale
SCHALLER, Zoologie
TILLIEU, Physique
TRIDOT, Chimie
VIVIER, Zoologie
WATERLOT, Géologie et Minéralogie
WERTHEIMER, Physique

Maitres de conférences :

MM. AVARGUES, détaché à l'énergie atomique
BECART, Physique
BOILLET, Physique
BOURIQUET, Botanique
CELET, Géologie
DELHAYE, Chimie
HENNEQUIN, Physique
HERZ, Mathématiques
HUARD DE LA MARRE, Calcul numérique
LACOMBE, Mathématiques
LINDER, Botanique
MONTARIOL, Chimie
Mlle NAZE, Mathématiques
MM. POLVECHE, Géologie
POUZET, Mathématiques
PROUVOST, Géologie
SCHILTZ, Physique

Chargés d'enseignement :

M. BLANCHART, Chimie appliquée et chimie de la houille
Mlle GOUSSELAND, Physique
M. LIEBART, Radioélectricité

Secrétaire :

Mme BOUCHET.

A MES PARENTS

A MARIE FRANCE ET JEAN

Ce travail a été effectué à l'Institut de Radioélectricité et d'Electronique de la Faculté des Sciences de Lille.

Nous tenons à remercier Monsieur le Professeur GABILLARD, Directeur du Laboratoire, qui nous a confié ce travail et nous a constamment guidé.

Nous exprimons également nos remerciements à Monsieur le Professeur LEBRUN pour ses précieux conseils.

Nous assurons de notre gratitude Monsieur le Professeur WERTHEIMER, qui a accepté de nous faire l'honneur de participer à notre jury.

Enfin, nous exprimons notre reconnaissance à tous nos camarades et au Personnel du Laboratoire pour leurs témoignages de sympathie et leur aide constante.

LILLE, le Novembre 1963

Y. CROSNIER

S O M M A I R E

	Pages
Introduction	3
 <u>CHAPITRE I</u>	
 <u>REALISATION D'UN ECHANTILLONNEUR POUR SIGNAL PERIODIQUE</u>	
 A) <u>Généralités</u>	
1) Principe de l'échantillonnage ; effet sur le rapport signal sur bruit	6
2) Choix du dispositif	8
 B) <u>Etude de l'appareillage</u>	
1) <u>Réalisation de l'échantillonnage</u>	
1- Etude de la porte d'échantillonnage	11
a) Aspects théoriques	11
b) Mise en oeuvre	18
2- Appareillage annexe concernant la porte d'échan- tillonnage : génération des impulsions de commande	21
 2) <u>Réalisation de l'intégration des échantillons</u>	
1- Etude de l'intégrateur analogique	26
a) Aspects théoriques	26
b) Mise en oeuvre	31
2- Appareillage annexe concernant l'intégrateur	35

CHAPITRE II

PERFORMANCES RELATIVES A L'AMELIORATION DU RAPPORT SIGNAL
SUR BRUIT

37

A) Etude théorique des bruits de fond de l'appareillage

- 1) Situation du problème : les différentes sources
de bruit 38
- 2) Expression théorique du phénomène de dérive de
l'intégrateur 38
- 3) Expression théorique du gain de l'appareil en rap-
port signal sur bruit 42

B) Résultats expérimentaux

- 1) Vérification expérimentale de l'expression théorique
des dérives de l'intégrateur 44
- 2) Vérification expérimentale de l'expression du gain
en rapport signal sur bruit 45
- 3) Détermination de la sensibilité du spectromètre 46

Conclusion 47

Annexes 48

Bibliographie 52

INTRODUCTION

La détection des signaux périodiques, lorsqu'ils sont noyés dans le bruit de fond, relève d'un problème très général : le filtrage.

Les solutions proposées font généralement appel à deux conceptions différentes : l'une, conventionnelle, consiste à travailler dans le domaine des fréquences tandis que l'autre, plus récente, transpose le problème dans le domaine du temps.

Au filtrage dans le domaine des fréquences se rattachent les appareillages, désormais classiques, utilisant amplificateurs sélectifs et détecteur de phase ; ces dispositifs, dits " lock-in " (ref. 1), améliorent notablement le rapport signal sur bruit mais leurs performances sont limitées par les bandes passantes des filtres que l'on sait réaliser.

Le filtrage dans le domaine du temps, par contre, met à profit les différences statistiques existant entre le signal périodique et le phénomène aléatoire qu'est le bruit ; cette méthode, parce qu'elle attaque le fond du problème, peut-être très efficace mais sa mise en oeuvre complète est très laborieuse car elle nécessite de véritables ensembles de calculateurs analogiques.

Ces difficultés matérielles constituent des obstacles que seuls peuvent surmonter les Laboratoires très importants ; c'est pourquoi, à côté de réalisations très complètes, utilisant intégralement

le filtrage dans le temps et l'analyse statistique, comme l'auto-corrélateur du Massachusetts Institute of Technology (ref. 2), on trouve de nombreux dispositifs, hybrides, de construction plus modeste, où les principes du " lock-in " et de l'analyse statistique se complètent (ref. 3) sans permettre, toutefois, de parvenir aux mêmes performances.

Tous ces appareils possèdent le même procédé d'exploration de l'information qui leur est fournie : l'échantillonnage; ils diffèrent par l'emploi qu'ils font de ces échantillons et de cet emploi dépend essentiellement l'amélioration du rapport signal sur bruit. Nous avons tenté d'apporter à ce problème une solution simple et originale : pour ce faire, nous avons complété l'échantillonnage, proprement dit, par un procédé d'intégration réalisant précisément le filtrage dans le temps.

Après avoir établi le principe selon lequel nous espérons atteindre une amélioration du rapport signal sur bruit très importante, nous nous efforcerons, au cours de ce travail, de délimiter les difficultés soulevées par la mise en oeuvre des deux opérations essentielles, qui sont, comme nous le verrons, l'échantillonnage du signal et l'intégration des échantillons.

Nous décrirons ensuite l'appareil que nous avons réalisé d'après ces principes et qui nous a permis de mettre en évidence, avec un rapport signal sur bruit de 10, des signaux périodiques complètement noyés dans le bruit de fond (rapport signal sur bruit initial = 1/10).

Nous avons utilisé cet appareil pour détecter des signaux faibles de résonance paramagnétique électronique.

C H A P I T R E I

REALISATION D'UN ECHANTILLONNEUR POUR SIGNAL PERIODIQUE DE R.P.E.

A) GENERALITES

1° Principe de l'échantillonnage; effet sur le rapport signal sur bruit

La figure 1 montre un signal périodéque, de fréquence f , ayant un mauvais rapport signal sur bruit.

Supposons que l'on prélève à des instants $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$, séparés par des intervalles $\frac{1}{f}$, des échantillons $e_1, e_2, e_3, \dots, e_n$.

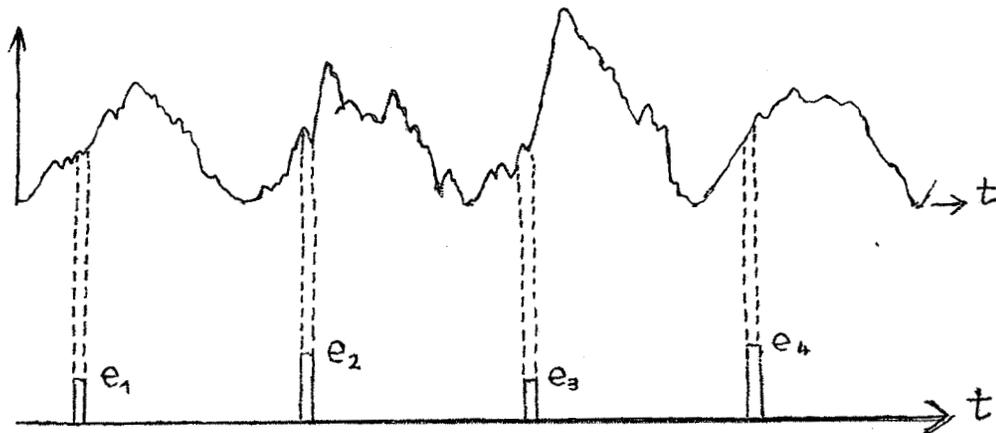


Figure 1

on a :
$$e_i = e_s + \Delta e_i$$

e_s étant l'amplitude du signal pur à un instant déterminé de la période, est une constante.

Δe_i amplitude supplémentaire due au bruit de fond, varie aléatoirement. (Δe_i est algébrique)

Soit θ la durée de chaque impulsion e_i

Admettons que les Δe_i suivent la loi de probabilité donnée par la distribution normale de Gauss :

$$P(\Delta e_i) = \frac{1}{\sigma (2\pi)^{1/2}} e^{-\frac{(\Delta e_i)^2}{2\sigma^2}}$$

$$\text{avec } \sigma = \left[\overline{(\Delta e_i)^2} \right]^{1/2} = \text{écart type}$$

Dans un échantillon e_i , l'information utile est liée à e_s et l'information parasite à $\sigma = \left[\overline{(\Delta e_i)^2} \right]^{1/2}$; le rapport signal sur bruit est exprimé par : $\frac{e_s}{\sigma}$

Supposons que l'on intègre n échantillons e_i :
l'information utile est alors représentée par $n \theta e_s$

et l'information parasite par $\left[\sum_1^n \theta^2 (\Delta e_i)^2 \right]^{1/2}$;

pour n très grand $\frac{\sum_1^n \theta^2 (\Delta e_i)^2}{n} = n \theta^2 \overline{(\Delta e_i)^2}$

$$\text{et } \left[\sum_1^n \theta^2 (\Delta e_i)^2 \right]^{1/2} = n^{1/2} \theta \sigma$$
 ;

le rapport signal sur bruit devient : $\frac{n \theta e_s}{n^{1/2} \theta \sigma} = n^{1/2} \frac{e_s}{\sigma}$

L'intégration de n échantillons, prélevés à intervalles réguliers de largeur $\frac{1}{f}$ sur un signal périodique de fréquence f , améliore le rapport signal sur bruit par $n^{1/2}$ dès que n est suffisamment grand.

Remarque : Le procédé que nous venons d'exposer ne concerne qu'une très faible portion de la période du signal ; le reste de la période sera exploré de manière identique en déphasant l'échantillonnage par rapport au signal après chaque intégration de n échantillons.

2° Choix du dispositif électronique

Le dispositif électronique, schématisé par la figure 2, est adapté au traitement auquel on désire soumettre le signal périodique. Dans notre réalisation ce signal provient d'un dispositif de Bloch communément utilisé au R.P.E.

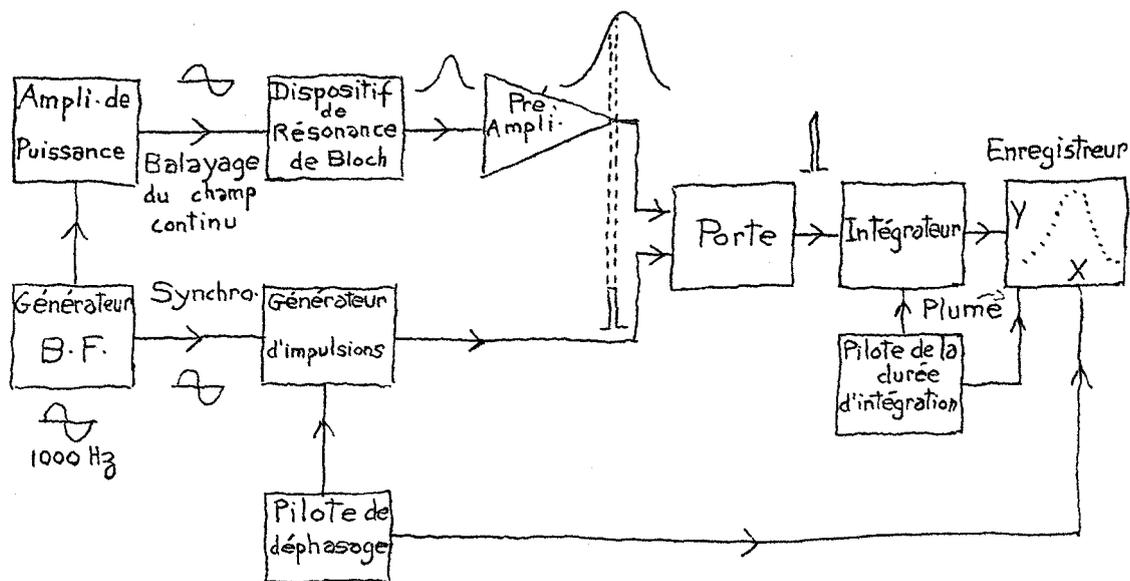


Figure 2

L'échantillonnage, tel que nous l'avons décrit précédemment est réalisé par une "porte" dont l'ouverture est commandée par un générateur d'impulsions en synchronisme avec le signal de R.P.E. ; le balayage de la raie de résonance est effectué à 1000 Hz et déborde suffisamment celle-ci, en amplitude, pour qu'il ne soit pas nécessaire d'utiliser une porte de largeur variable avec la phase de l'échantillonnage (ref. 3).

L'intégration des échantillons est pratiquée par un amplificateur opérationnel muni d'une chaîne de réaction RC.

Un dispositif " pilote " remet automatiquement la tension de sortie de l'intégrateur à zéro, à des intervalles de temps réguliers, fixant de cette manière, le nombre n d'échantillons sur lesquels porte chaque opération d'intégration.

L'écart de phase, entre les impulsions de déblocage de la porte et le signal périodique de R.P.E., varie linéairement en fonction du temps sous l'effet d'un Pilote de déphasage agissant directement sur le générateur d'impulsions ; une conséquence de cette méthode de déphasage est de faire porter l'intégration non pas sur n échantillons d'amplitude $e_s + \Delta e_i$ mais sur n échantillons dont les amplitudes s'étagent de $e_s + \Delta e_i$ à $e_s + \Delta e_s + \Delta e_i$ (figure 3)

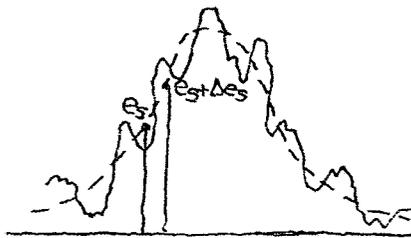


Figure 3

mais les deux procédés sont équivalents du point de vue statistique si Δe_s est très faible devant e_s , autrement dit, si la variation, en fonction du temps, du déphasage est très lente.

Un tracé, point par point, du signal de R.P.E. est obtenu sur un enregistreur X - Y, dont l'entrée Y est connectée à la sortie de l'intégrateur et l'entrée X au dispositif responsable de la variation du déphasage ; la plume de l'enregistreur, normalement levée, est baissée automatiquement par le pilote de durée d'intégration après chaque série d'intégrations de n échantillons, juste avant la remise à zéro de l'intégrateur.

Cependant l'amélioration du rapport signal sur bruit par un facteur $n^{1/2}$, lorsque l'intégration porte sur n échantillons, suppose un appareillage parfait ; nous étudierons maintenant les difficultés techniques présentées par les deux opérations fondamentales :

Echantillonnage du signal périodique de R.P.E.

et

Intégration de ces échantillons.

B) ETUDE DE L'APPAREILLAGE

1°. REALISATION DE L'ECHANTILLONNAGE

1) Etude de la porte d'échantillonnage

a) Aspects théoriques :

Les échantillons sont des impulsions de durée θ et d'amplitude e . S étant l'amplitude du signal à l'instant $t + \frac{\theta}{2}$ (défini comme l'instant d'échantillonnage), le critère de linéarité : $\frac{e}{S} \times \theta = \text{constante}$, doit être vérifié.

Nous nous proposons d'établir les conditions pour lesquelles cette relation est vérifiée dans le cas particulier d'une porte symétrique analogue à celle de la figure 4.

Description de la porte :

Nous avons été amené à choisir ce type de porte à cause du très grand rapport de réjection qu'il permet d'obtenir.

En effet, le signal S étant appliqué en permanence à l'entrée de la porte, nous avons, à la sortie, une tension

$$e = G S, \text{ lorsqu'elle est ouverte}$$

et
$$E = \frac{G S}{\rho}, \text{ lorsqu'elle est fermée } (\rho \text{ est le rapport de réjection}).$$

Mais l'intégrateur, qui suit la porte, intègre la tension e pendant le temps θ et la tension E pendant le temps T (période de l'échantillonnage). A la sortie de l'intégrateur le rapport de réjection est donc $\rho \frac{\theta}{T}$, ce qui nécessite une valeur de ρ inhabituellement élevée.

Dans le type de porte que nous avons choisi, toutes les diodes sont normalement bloquées par les tensions continues E ; le potentiel, en D , est celui de la masse ; des impulsions de déblocage, de fréquence f et d'amplitude $+V$ et $-V$ ($V > E$), sont délivrées, en phase par deux générateurs identiques de résistance interne R_i et transmises à la porte par de fortes capacités C_i ; lorsque les 4 diodes du pont sont rendues conductrices par les impulsions de déblocage, le signal d'entrée S apparaît, atténué, aux bornes de la résistance de sortie R_1 .

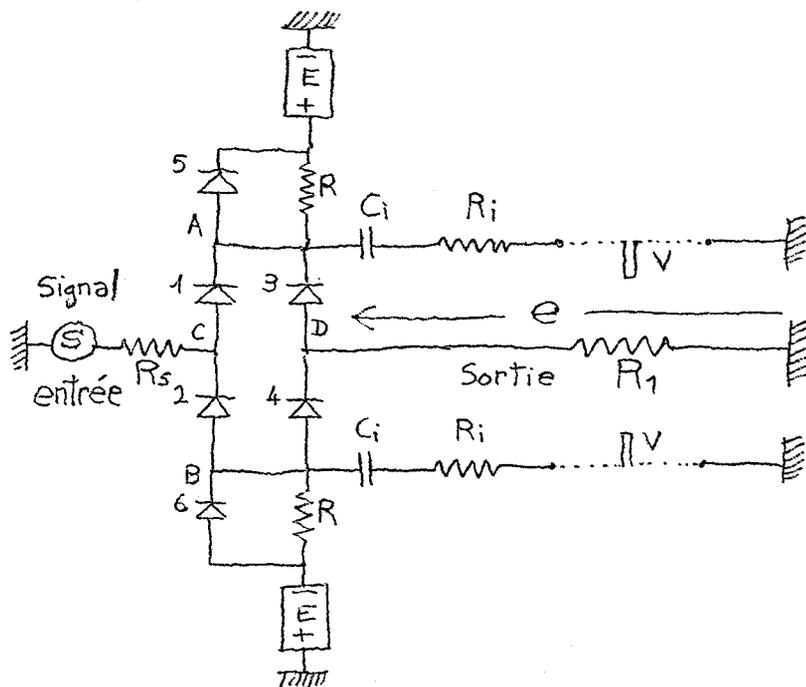


Figure 4

Pendant la durée θ , d'ouverture de la porte, les diodes 1, 2, 3, et 4 sont traversées par un courant résultant de deux actions : celle du signal S et celle des tensions de polarisation E et V .

Nous envisagerons deux cas de fonctionnement :

le premier avec : $S = 0$

ou $S \neq 0$ mais $\ll E$

le deuxième avec : $S \neq 0$

sans être $\ll E$.

- Fonctionnement de la porte dans le cas d'un signal d'entrée nul ou très faible :

* . Supposons d'abord que $S = 0$:

Si la symétrie du montage est parfaite, aucun courant ne traverse R_s et R_1 et les points C et D sont au potentiel de la masse aussi bien pendant l'ouverture que pendant le blocage de la porte (voir figure 4).

Dans ces conditions, la figure 5 (a) donne un schéma équivalent à la porte bloquée et la figure 5 (b) un schéma équivalent à la porte ouverte.

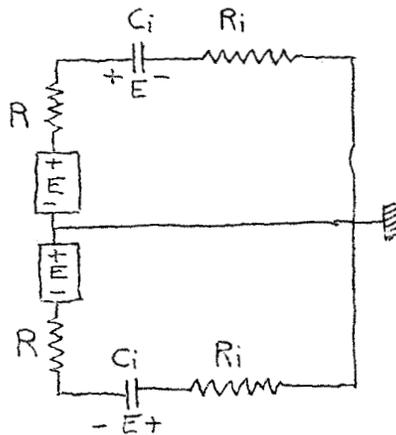


figure 5 (a)
porte fermée

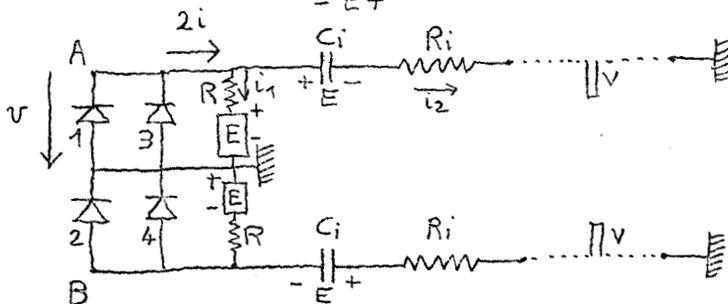


figure 5 (b)
porte ouverte

Pour transmettre fidèlement les impulsions V , C_i est choisi de valeur très grande et on lui associe un système de restitution de composante continue (diodes 5 et 6) ; si la constante de temps $C_i R_i$ est supérieure à la période de ces impulsions, C_i reste chargée en permanence à la tension E avec les polarités indiquées sur la figure 5.

Soit i le courant qui parcourt une des 4 diodes du pont pendant l'ouverture de la porte et v la tension anode - cathode ; appelons i_1 le courant traversant R entre A et masse et i_2 le courant traversant R_i entre A et masse.

$$\text{On a : } \left\{ \begin{array}{l} 2i = i_1 + i_2 \\ v + Ri_1 + E = 0 \\ v + E + R_i i_2 - V = 0 \end{array} \right.$$

On tire de ces trois équations :

$$v = \left[\frac{VR}{R + R_i} - E \right] - 2 \frac{R_i R}{R + R_i} i$$

On peut, à l'aide de la caractéristique courant-tension des diodes, déterminer v et i (figure 6) donnant la polarisation des diodes débloquées.

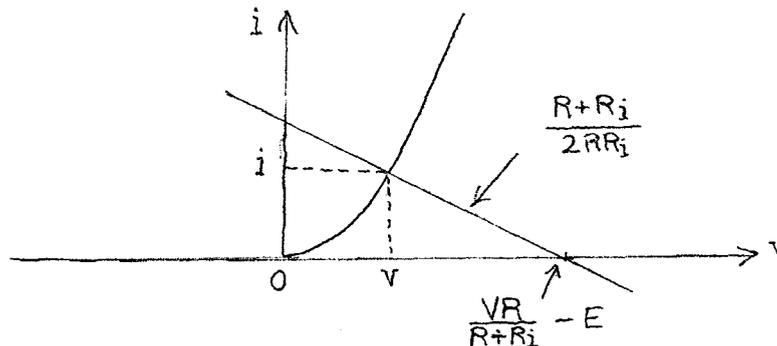


Figure 6

Remarque : Nous avons négligé les diodes 5 et 6 (figure 4), en parallèle sur R, dont le rôle essentiel est de restaurer la composante continue des impulsions.

La polarisation, dans l'état ouvert, telle que nous venons de la déterminer n'est effective qu'à condition que les transitoires d'ouverture et de fermeture soient plus courts que la durée Θ des impulsions ; or, la rapidité de commutation dépend des capacités parasites présentées par le pont des diodes 1, 2, 3, 4, entre A et masse, d'une part, et B et masse, d'autre part ; la constante de temps de charge et de décharge fait intervenir R_i et les résistances shuntant ces capacités, c'est-à-dire les diodes 1, 3 et la résistance R entre A et masse,

les diodes 2, 4 et la résistance R entre B et masse ; il convient donc de choisir R_i et R faibles.

* . Supposons maintenant $S \neq 0$ mais très faible :

Nous avons vu que, pour $S = 0$, les diodes 1, 2, 3 et 4 étaient toutes conductrices et toutes polarisées de la même façon pendant la durée Θ d'ouverture de la porte.

Ces diodes, ayant alors des conductances très élevées, pouvaient être assimilées à des courts-circuits réunissant le point C, de la porte, à la sortie D.

Si l'on applique un signal à l'entrée de la porte les conductances des diodes, pendant l'ouverture de la porte, deviennent inégales ; à un signal S positif, par exemple, correspond une augmentation de la conductance de la diode 1 et une diminution de celle de la diode 2.

Ces variations de conductance sont négligeables si les tensions de polarisation E et V sont très supérieures à S ; dans ces conditions, les diodes 1, 2, 3, et 4, sont toujours assimilables

à un court-circuit entre les points C et D .

Mais contrairement à ce qui se passait pour $S = 0$, la résistance R_s est maintenant parcourue par un courant i_s , dû au signal S ; ce courant , après avoir traversé R_s , se distribue entre les résistances R , R_i , et R_1 , comme il apparaît sur la figure 7 qui représente la charge vue par le signal ; nous avons sur cette figure remplacé les diodes 1, 2, 3, et 4 par des courts-circuits.

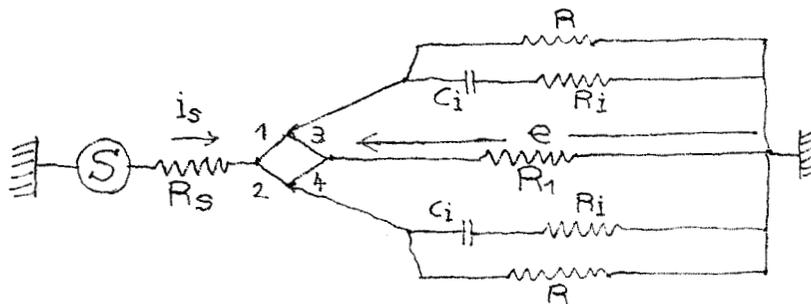


figure 7

Il s'ensuit qu'une tension e apparaît aux bornes de R_1 ; cette tension est liée à S par la relation ci-dessous que nous appellerons : gain maximum ou G_{\max} :

$$\frac{e}{S} = G_{\max} = \frac{1}{1 + R_s \left[\frac{1}{R_1} + \frac{2(R+R_i)}{RR_i} \right]}$$

G_{\max} est d'autant plus proche de 1 que R_s est de valeur faible et que R , R_i et R_1 sont de valeurs élevées ; l'égalité

$\frac{e}{S} = G_{\max}$ n'est valable, rappelons-le, que pour S très faible.

En réalité le gain $\frac{e}{S}$ est inférieur à G_{\max} car les diodes 1, 2, 3 et 4 occasionnent une chute de tension que nous avons négligée ;

D'autre part, cette chute de tension varie avec les conductances des diodes, lesquelles varient avec l'amplitude de S ; il en

résulte que le gain, réellement observable, varie avec l'amplitude de S .

On peut à partir de la figure 7, déterminer i_s , pour S très faible :

$$i_s = S \left[\frac{1}{R_s + \frac{RR_i R_1}{RR_i + 2R_1 (R + R_i)}} \right]$$

or, $\frac{i_s}{2}$ est, en première approximation, la variation de courant qu'entraîne S dans les diodes 1 et 2 ; si, par exemple, S est positif la diode 1 est traversée par $i + \frac{i_s}{2}$ et la diode 2 par $i - \frac{i_s}{2}$.

Ces approximations permettent, dans la pratique, de prévoir la valeur de S au dessus de laquelle le fonctionnement de la porte n'est plus linéaire, ou tout au moins, d'en connaître un ordre de grandeur :

ayant déterminé le courant de polarisation i , pour $S = 0$, on prendra pour la valeur de $\frac{i_s}{2}$ quelques dixièmes de i et on calculera la valeur correspondante de S à l'aide de la relation :

$$i_s \approx S \left[\frac{1}{R_s + \frac{R R_i R_1}{RR_i + 2R_1 (R + R_i)}} \right] ;$$

pour des amplitudes de S inférieures à cette valeur la linéarité de la porte sera excellente.

- Fonctionnement de la porte dans le cas où le signal d'entrée S n'est plus très faible

Tant que S reste inférieur à E , toutes les diodes 1, 2, 3 et 4 sont bloquées en absence d'impulsions ; mais pendant la durée d'ouverture de la porte, les variations des conductances des diodes sont plus importantes que lorsque S était très faible ; le gain commence donc à diminuer.

Lorsque S devient supérieur à E , le fonctionnement diffère brusquement de ce qu'il était précédemment. Suivant la polarité de S , l'une ou l'autre des deux diodes d'entrée 1 et 2 est alors débloquée en permanence ; mais les diodes 3 et 4 continuent à être bloquées en absence d'impulsions, ce qui permet l'utilisation de la porte même pour des valeurs élevées de S ; les possibilités de la porte sont cependant limitées par le fait que, lorsque S augmente, certaines diodes du pont sont de plus en plus difficilement débloquées par des impulsions V ; Il s'ensuit une diminution de leur conductance qui entraîne une chute de gain très importante.

b) Réalisation :

Toutes les diodes de la porte sont des OA 202 de la Radio-technique, au silicium ; leur courant inverse n'excédant pas quelques dixièmes de μ A, la tension de fuite, aux bornes de la résistance de sortie R_1 , en absence d'impulsions, est très faible.

Les résistances sont choisies de valeurs moyennes pour avoir un compromis entre les différentes conditions imposées par les trois caractéristiques essentielles de la porte : gain, linéarité, et capacité de traitement (définie comme l'amplitude maxima du signal admissible).

Un grand gain exige : R_S de valeur faible et R_i , R et R_1 de valeurs élevées

Une bonne linéarité exige : R_S , R_i , R et R_1 de valeurs élevées car le courant de signal i_S doit être faible.

R_i et R de valeurs faibles car le courant de polarisation i doit être élevé.

Une grande capacité de traitement exige :

R_i et R de valeurs faibles pour ne pas atténuer

les impulsions V et débloquent facilement les diodes même pour de fortes valeurs de E .

Nous avons choisi le compromis suivant entre ces conditions contradictoires :

$$R_s = 1 \text{ k}\Omega, R = 10 \text{ k}\Omega, R_i = 30 \text{ k}\Omega, R_1 = 100 \text{ k}\Omega$$

$$\text{enfin } C_i = 1 \mu\text{F}$$

Les impulsions V ont une amplitude de 40 volts
une fréquence de répétition de 500 Hz
une durée de 10μ sec.

La figure 8 montre la détermination de plusieurs valeurs de la polarisation des diodes, en absence de signal d'entrée et lorsque la porte est ouverte :

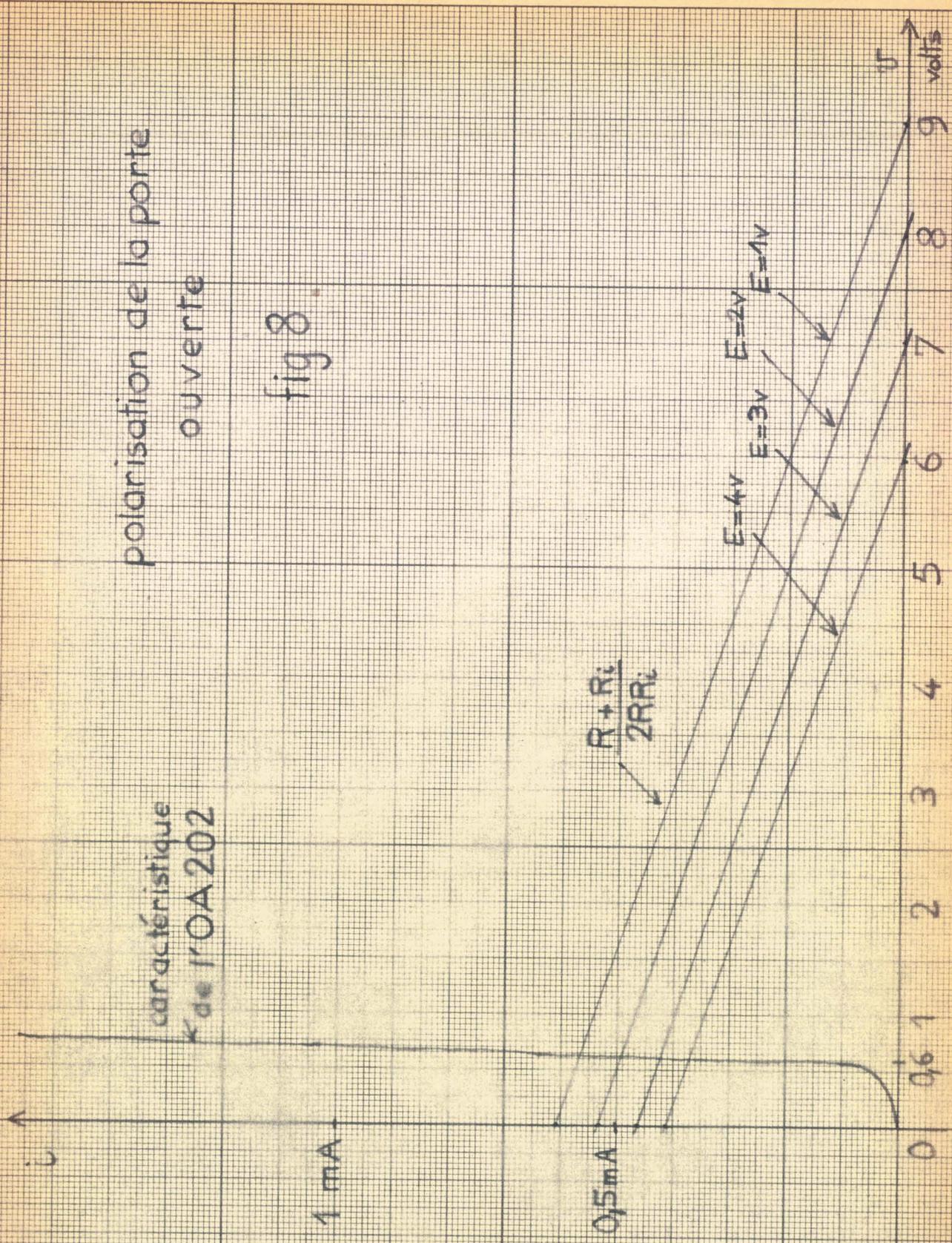
avec $E = 1\text{v}, 2\text{v}, 3\text{v}, \text{ et } 4\text{v}$,

on a toujours $v = 0,6$ volts.

Pour les valeurs de E ne dépassant pas 4v, i est peu différent de 0,5 mA ;

En prenant $S = 1$ volt, on trouve i_s de l'ordre de $\frac{2i}{5}$; si l'on désire une très bonne linéarité il faut donc que la valeur de crête de la tension d'entrée ne dépasse pas 1 volt.

Pour vérifier ce résultat, nous avons étudié la réponse de la porte en fonction d'une tension d'entrée continue S , avec E en paramètre ; la figure 8_a représente un réseau de caractéristiques de transfert dans le cas où S est positive ; ce graphique, bien que relevé lorsque S est une tension continue est aussi valable lorsque la tension d'entrée est un signal périodique peu rapide ; la vérification en a été faite avec un signal sinusoïdal à 1000 Hz.

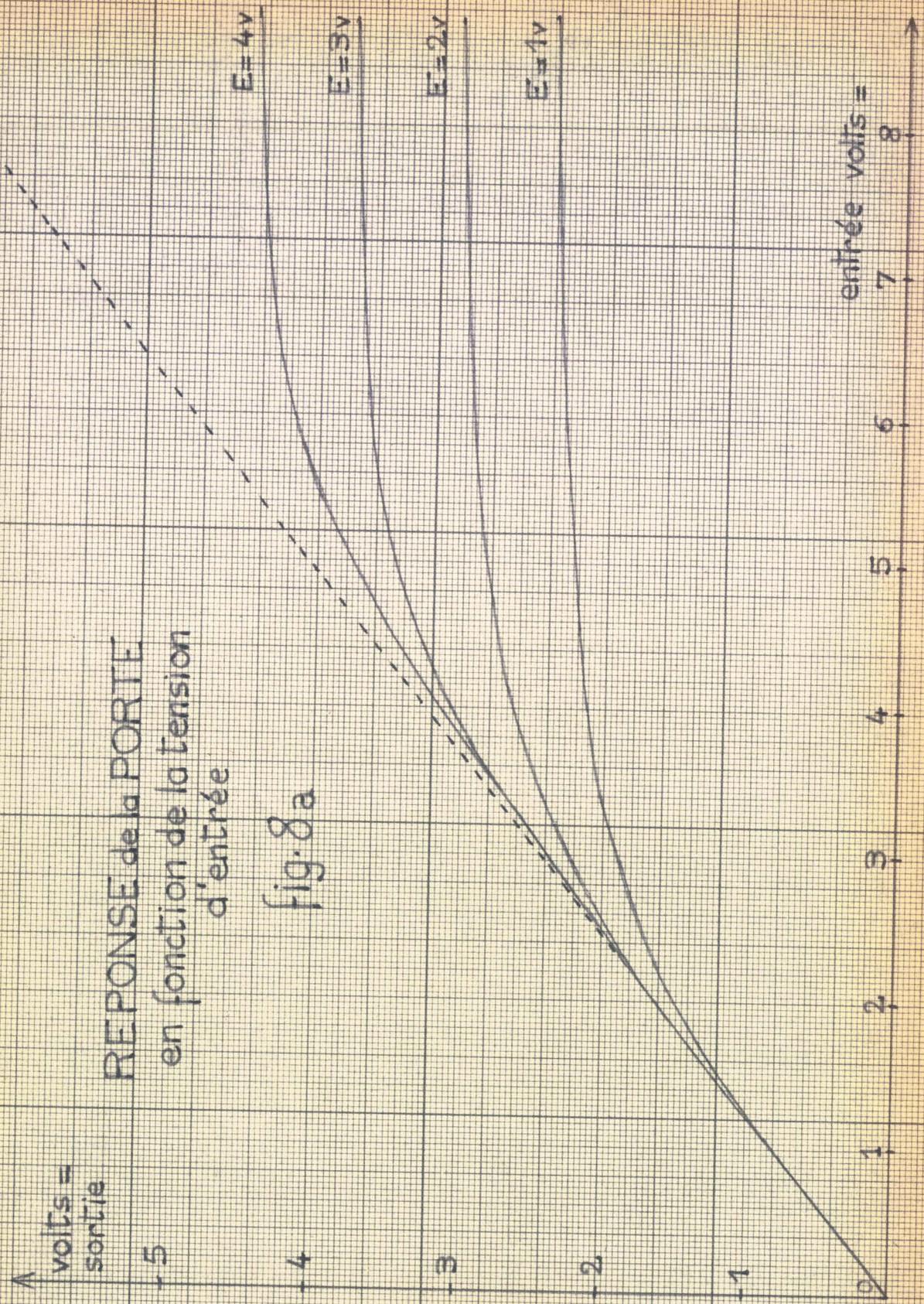


polarisation de la porte ouverte

fig 8.

REPONSE de la PORTE
en fonction de la tension
d'entrée

fig. 8a



On relève sur ce graphique $G_{\max} \neq 0,8$, ce qui est en accord avec la valeur théorique.

On constate que la diminution de la linéarité, en fonction de la tension d'entrée S , dépend peu de E . Le tableau N° 9 donne un ordre de grandeur de la non linéarité de la porte lorsque S devient plus grand que E .

Tableau N° 9

S	G	$\frac{G_{\max} - G}{G_{\max}}$
E + 0 volt	0,8	1 %
E + 1 v	0,75	7 %
E + 2 v	0,65	20 %
E + 3 v	0,52	35 %
E + 4 v	0,44	45 %
E + 5 v	0,38	52 %
E + 6 v	0,34	57 %
E + 7 v	0,32	60 %

En conclusion, la capacité de traitement de la porte est telle que S doit rester, en valeur absolue, inférieur à E . Lorsque $|S| = E$ la non linéarité est encore inférieure à 1 %, mais elle augmente rapidement dès que $|S| > E$; E ne pouvant pas dépasser $\frac{V \times R}{R + R_i} = 10$ volts, S ne doit donc pas excéder 20 volts crête à crête.

2) Appareillage annexe concernant la porte d'échantillonnage :
Génération des impulsions de commande.

La génération des impulsions de déblocage de la porte présente plusieurs particularités :

- les impulsions doivent être synchronisées sur le signal périodique à échantillonner.
- leur déphasage, par rapport à ce signal, doit être variable et nécessite un dispositif transformant linéairement une variation de phase en variation de tension applicable à la voie X de l'enregistreur.
- l'amplitude et la forme des impulsions doivent être constantes, quelque soit l'écart de phase avec le signal, pour que la porte, lorsqu'elle est ouverte, conserve toujours la même polarisation.

Le schéma de principe de la figure 10 indique la solution choisie.

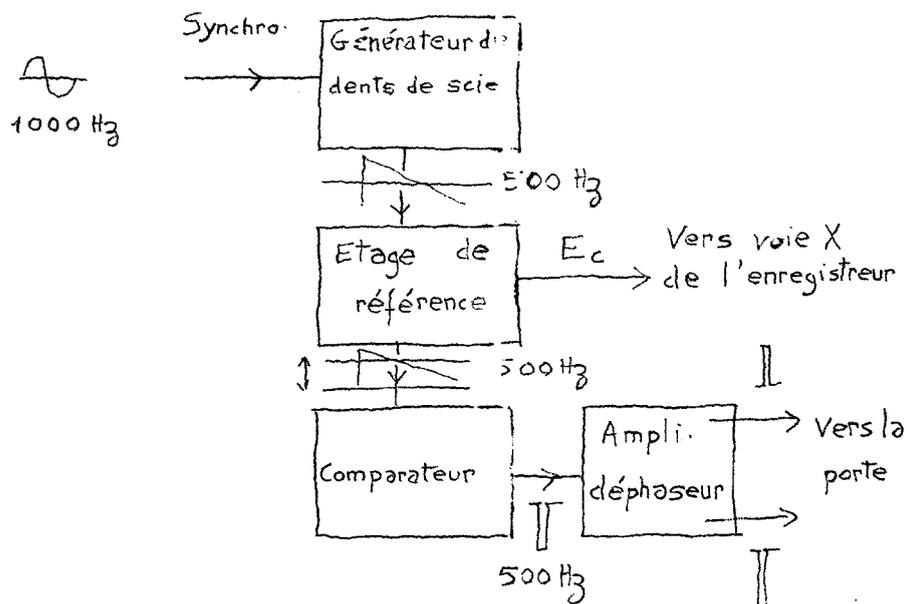


figure 10

La tension sinusoidale, de fréquence 1000 Hz, utilisée par ailleurs pour balayer la raie de résonance, synchronise un générateur de dents de scie à la fréquence de répétition 500 Hz. Cette dent de scie se superpose, dans l'étage suivant, à une tension continue de commande E_c dont une partie est appliquée à la voie X de l'enregistreur ; c'est cette tension qui va déterminer le déphasage.

Un comparateur est placé à la suite et produit une impulsion à l'instant exact où la somme de la dent de scie et de E_c atteint le niveau de déclenchement E_D . Ce niveau est fixe. La pente de la dent de scie étant constante, toute variation ΔE_c entraîne une variation proportionnelle Δt de l'instant du déclenchement de l'impulsion, maintenant de la sorte, un rapport constant entre le déphasage de l'échantillonnage et la tension appliquée à la voie X de l'enregistreur (figure 11).

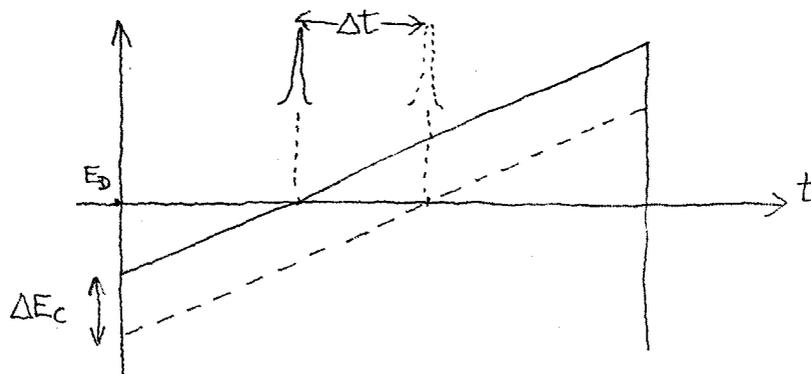


figure 11

Un amplificateur déphaseur, transforme l'impulsion délivrée par le comparateur en deux impulsions, en opposition de phase, qui sont appliquées à la porte.

La figure 12 résume le traitement subi par la tension sinusoidale 1000 Hz ; on y constate que la fréquence du signal de résonance est quatre fois supérieure à celle des impulsions d'échantillonnage ; ceci permet de décrire une période entière du signal de

résonance avec seulement le quart de la période de la dent de scie, ce qui est très favorable pour la linéarité.

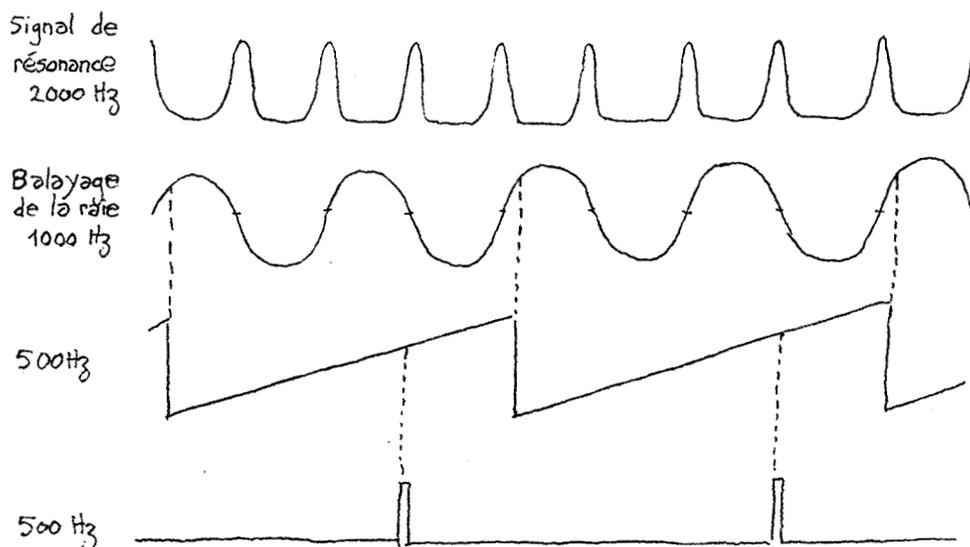


figure 12

Réalisation :

Les détails en sont fournis par la figure 13.

Le générateur de dent de scie, d'un type classique avec thyatron, capacité et pentode de linéarisation, n'est pas directement synchronisé par la sinusoïde à 1000 Hz mais par le signal rectangulaire, de même fréquence, produit par un trigger de Schmitt ; ce mode de synchronisation présente en effet un " jitter " de phase très faible.

La tension continue de commande E_c est fournie par un étage à charge cathodique suivi d'un dispositif servant de contre-batterie. Il y a deux possibilités pour faire varier E_c :

soit manuellement avec le potentiomètre P_1 de la charge cathodique

soit automatiquement avec le dispositif de contre-batterie.

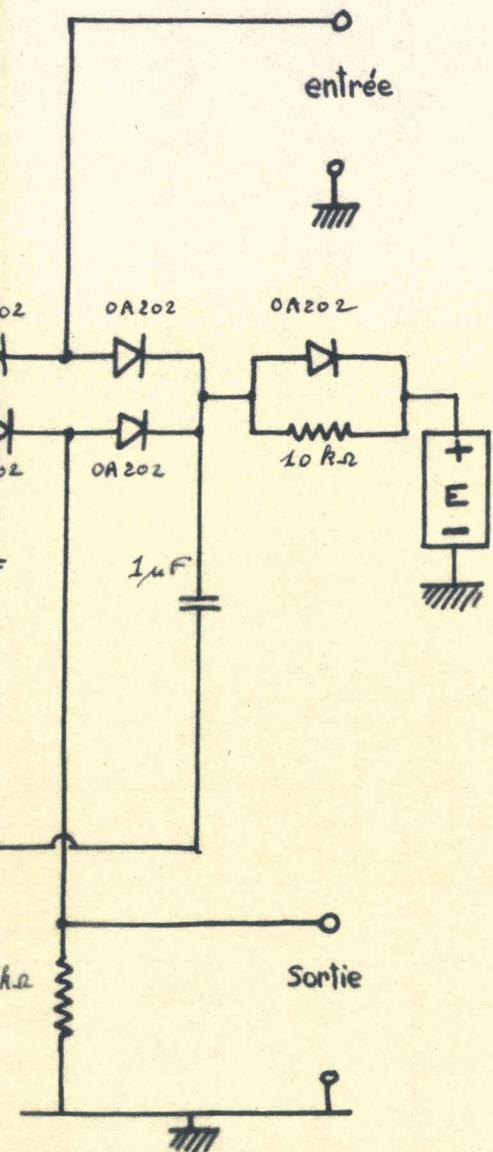
La variation automatique de la tension de la contre-batterie est commandée par un potentiomètre à haute linéarité (figure 13) couplé à un moteur électrique à rotation très lente ; $\frac{\Delta E_c}{\Delta t}$ est réglable entre 0 volt par minute en 1 volt par minute.

Pratiquement, P_1 permet de choisir rapidement le déphasage initial entre le signal de résonance et l'échantillonnage avant la mise en marche du moteur de l'automatisme.

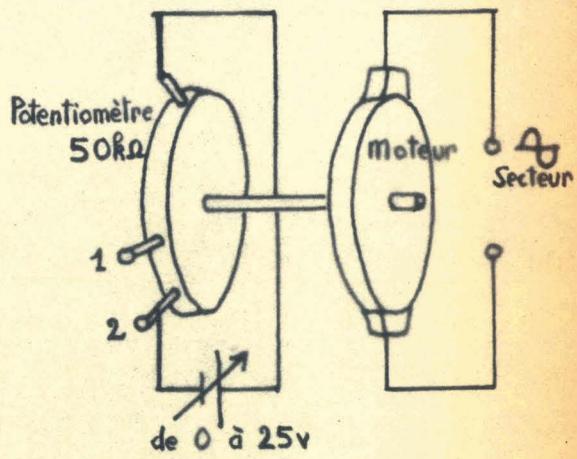
Les variations lentes de E_c sont transmises à la voie X de l'enregistreur par une charge cathodique précédée d'un filtre R C éliminant la tension en dent de scie.

Le comparateur est constitué par deux triggers de Schmitt en série. Les signaux rectangulaires déclenchés par E_c et la dent de scie dans le premier trigger sont fortement dérivés et écrêtés de manière à ne transmettre que des impulsions négatives au deuxième trigger, lequel les met en forme. L'étage de sortie du comparateur est un dispositif porte. Un monostable, à déclenchement manuel, commande l'ouverture de cette porte et le passage des impulsions vers l'amplificateur déphaseur pendant 20 secondes ; il fait lever simultanément la plume de l'enregistreur (abaissée normalement) par l'intermédiaire d'un relai ; ce monostable est utilisé uniquement dans le cas où le déphasage est discontinu (potentiomètre P_1) ; l'échantillonnage est alors entièrement manuel ; dans le cas du fonctionnement automatique avec variation continue du déphasage (contre-batterie), le monostable est isolé et les impulsions sont transmises en permanence.

L'étage déphaseur est un amplificateur différentiel ; les impulsions, en opposition de phase, sont disponibles sur les plaques sous impédances de 30 k Ω environ.

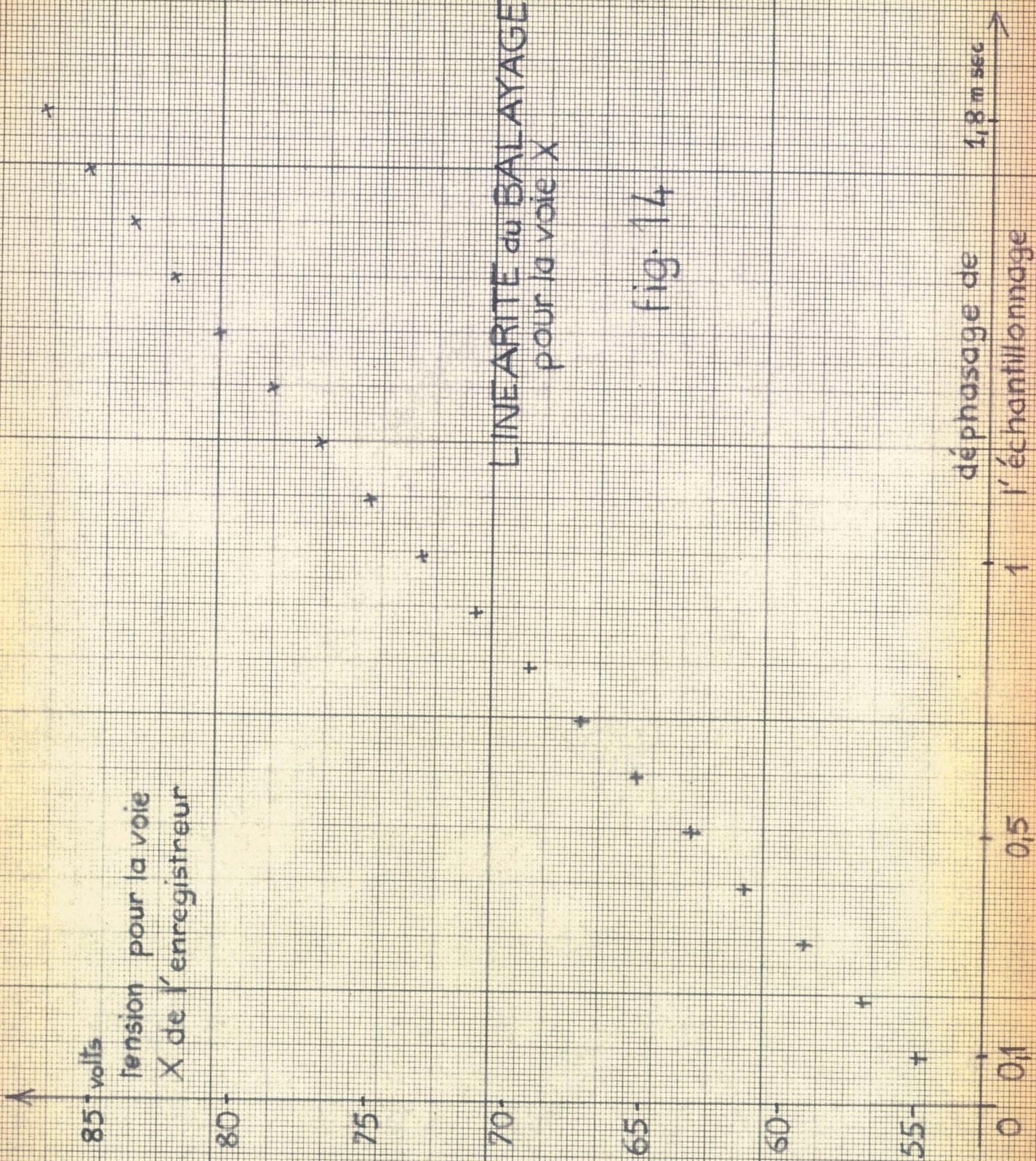


Contre batterie de référence



L'appareillage, que nous venons de décrire, remplit de manière satisfaisante les conditions imposées page 21.

Nous avons vérifié la constance de l'amplitude et de la forme des impulsions en observant, en fonction du déphasage, l'impulsion résiduelle obtenue par addition des impulsions en opposition de phase disponibles à la sortie de l'amplificateur déphaseur ; ce déphasage étant repéré par rapport au front raide de la dent de scie et réalisé avec le potentiomètre P_1 . La figure 4 montre un écart de quelques 0/0 de la linéarité pour la période complète de la dent de scie (2 msec.) ; l'enregistrement d'une période du signal à échantillonner ne nécessitant que le quart de la dent de scie la linéarité est donc excellente ; toutefois, il faut ajouter, dans le cas de fonctionnement automatique, les erreurs introduites par le dispositif de contre-batterie.



2°. REALISATION DE L'INTEGRATION DES ECHANTILLONS

1) Etude de l'Intégrateur analogique

a) Aspects théoriques :

La porte d'échantillonnage délivre des impulsions périodiques d'amplitude $e_i = e_s + \Delta e_i$, e_s représentant le signal à échantillonner et Δe_i le bruit qui l'accompagne.

L'amélioration du rapport signal sur bruit par $n^{1/2}$ nécessite l'intégration mathématique d'un nombre n , le plus grand possible, de ces échantillons. Un simple filtre RC présente une constante de temps trop faible, aussi est-il indispensable d'utiliser un intégrateur analogique constitué par un amplificateur opérationnel associé à un circuit RC.

L'accroissement de n étant limité par les performances de l'intégrateur, nous analyserons les principales erreurs et montrerons dans quelle mesure une amélioration est possible en utilisant un amplificateur continu à choppers.

Sources d'erreurs d'un intégrateur analogique :

La figure 15 donne le schéma de principe d'un intégrateur analogique ; si le gain a , de l'amplificateur, est infini, et si l'impédance d'entrée est infinie, on a :

$$v_s = \frac{1}{RC} \int_0^t v_e dt$$

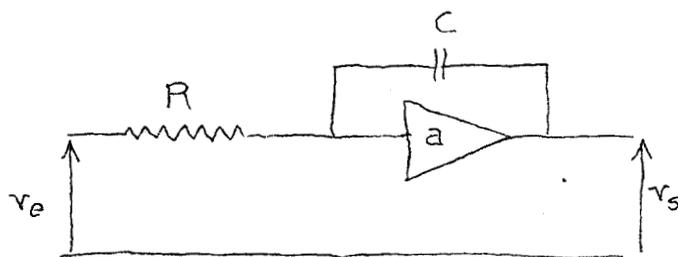


figure 15

En réalité le gain a , de l'amplificateur isolé, est fini et diminue, lorsque la fréquence augmente, suivant une loi que nous admettrons être de la forme :

$$a = \frac{a_o}{1 + j\omega T_o}$$

Avec a_o = gain, en continu, de l'amplificateur isolé.

Il faut, d'autre part, tenir compte d'éléments en shunt dont l'intervention n'est pas négligeable. Appelons Z_i l'impédance de sortie de l'amplificateur isolé (Z_i est importante), R_f la résistance de fuite shuntant nécessairement la capacité d'intégration C , et Z_c l'impédance d'entrée de l'enregistreur branché à la sortie de l'intégrateur (figure 16), on démontre que :

$$\frac{v_s}{v_1} = a' = \frac{a + Z_i \left(pC + \frac{1}{R_f} \right)}{1 + Z_i \left(pC + \frac{1}{R_f} \right) + \frac{Z_i}{Z_c}}$$

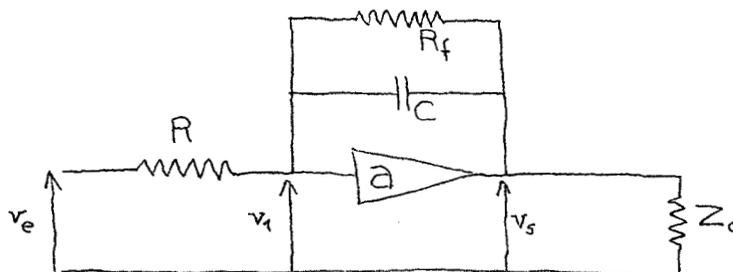


figure 16

Erreur opératoire d'un intégrateur analogique :

On peut, à partir de la figure 16, établir la relation liant v_s à v_e :

$$v_s = \frac{a' v_e}{1 + (1 - a') \left(pCR + \frac{R}{R_f} \right)}$$

pour un intégrateur idéal $a' = \infty$ et $R_f = \infty$
d'où :

$$v'_s = - \frac{v_e}{p CR}$$

v'_s est, à une constante multiplicative près, l'intégrale de v_e ; ceci permet de définir l'erreur opératoire

$$\Delta v_s = v'_s - v_s$$

or,
$$v_s = \frac{a' RpC v_e}{RpC \left[1 + (1 - a') \left(RpC + \frac{R}{R_f} \right) \right]}$$

d'où
$$v_s = - v'_s \frac{RpC}{\left[\frac{1}{a'} + \left(\frac{1}{a'} - 1 \right) \left(RpC + \frac{R}{R_f} \right) \right]}$$

on en déduit :
$$\Delta v_s = v'_s - v_s = v'_s \left[1 + \frac{RpC}{\frac{1}{a'} + \left(\frac{1}{a'} - 1 \right) \left(RpC + \frac{R}{R_f} \right)} \right]$$

soit
$$\Delta v_s = v'_s \left[\frac{\frac{1}{a'} + \frac{1}{a'} RpC + \frac{1}{a'} \frac{R}{R_f} - \frac{R}{R_f}}{\frac{1}{a'} + \left(\frac{1}{a'} - 1 \right) \left(RpC + \frac{R}{R_f} \right)} \right]$$

et, en négligeant $\frac{1}{a'}$ devant 1 :

$$\Delta v_s \neq v'_s \frac{\left(\frac{R}{R_f} - \frac{1}{a'} - \frac{1}{a'} RpC \right)}{\left(RpC + \frac{R}{R_f} - \frac{1}{a'} \right)}$$

En posant : $\frac{1}{M} = \frac{R}{R_f} - \frac{1}{a'}$ Δv_s devient :

$$\Delta v_s = v'_s \frac{1 - \frac{M}{a'} R C p}{M R C p + 1}$$

On met ainsi en évidence la pseudo constante de temps $M R C$; il est indispensable de remarquer la complication de Δv_s : M et a' sont en effet des fonctions de p ; il est très difficile d'expliquer Δv_s dans le cas général mais chaque cas particulier permet d'introduire des hypothèses simplificatrices.

Dans le cas où la tension d'entrée v_e est une suite d'impulsions, d'amplitude e_s et de fréquence de répétition f , la décomposition en série de Fourier donne :

$$v_e = e_s \theta f + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos 2n\pi f + B_n \sin 2n\pi f)$$

La réponse idéale v'_s de l'intégrateur serait la somme d'une tension à croissance linéaire en fonction du temps : kt et d'une série de sinusoides de fréquences $f, 2f, \dots$ etc.

Il est possible d'avoir k très faible en imposant à l'amplificateur des caractéristiques particulières sur lesquelles nous reviendrons ; la tension kt varie, dans ces conditions, très lentement.

Nous calculerons l'erreur opératoire Δv_s dans deux cas simples : en régime très lent et en régime sinusoidal relativement rapide puisque $f = 500$ Hz.

Erreur opératoire pour une tension de sortie à variation très lente :

$v'_s = kt$, variant très lentement, on peut prendre les valeurs de μ et a' en continu.

Un calcul classique (annexe 1) permet de déterminer l'erreur relative $\frac{\Delta v_s}{v'_s}$ dans le cas où la durée d'intégration Γ est très inférieure à la pseudo constante de temps μRC :

$$\boxed{\frac{\Delta v_s}{v'_s} = \frac{\Gamma}{2\mu RC} - \frac{1}{a'}}$$

avec μ et a' pris pour la fréquence 0.

Erreur opératoire pour une tension sinusoidale :

Ce cas particulier, souvent traité par les ouvrages se rapportant au calcul analogique (ref. 5), peut être résolu par un calcul quelque peu laborieux (annexe II) aboutissant au résultat suivant :

$$\boxed{\frac{\Delta v_s}{v'_s} \ll 2 \left[\frac{1}{j\mu RC\omega} - \frac{1}{a'} \right]}$$

avec μ et a' pris pour la pulsation ω .

Conclusion :

a' est négatif pour assurer la stabilité de l'amplificateur ; par conséquent $\frac{\Delta v_s}{v'_s}$ est toujours une somme de deux termes positifs que v'_s varie lentement ou rapidement.

$\frac{\Delta v_s}{v'_s}$ est minimum si a' , a_0 , μ , R et C sont très grands.

L'amplificateur doit avoir un très grand gain en continu, une grande bande passante et une impédance de sortie très faible. La résistance de fuite de la capacité d'intégration doit être très élevée.

b) Mise en oeuvre de l'intégrateur

Choix de l'amplificateur opérationnel :

L'amplificateur SOLARTRON, du type AA 1023, que nous avons employé, présente deux chaînes distinctes d'amplification (figure 17) : l'une utilise des " choppers " et ne transmet que des tensions continues ou de très basse fréquence avec un très grand gain a_1 ; l'autre, constituée par des étages classiques, amplifie avec un gain a_2 , très inférieur à a_1 , les tensions du continu aux hautes fréquences et son étage d'entrée, du type différentiel, est relié, d'une part à l'entrée générale, d'autre part à la sortie de l'amplificateur à choppers.

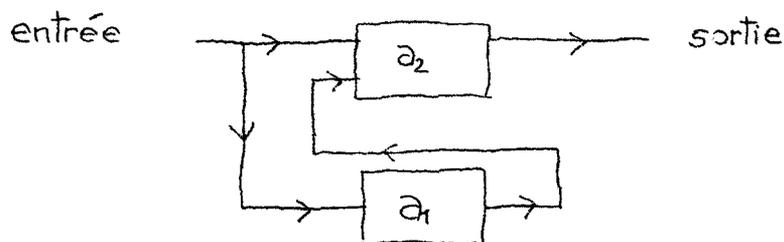


figure 17

Le gain total a vaut : $a = a_2 + a_1 a_2$

en continu : $a_0 = a_1 a_2$

et quand on monte en fréquence : $a = a_2$

La forme de la courbe donnant le gain en fonction de fréquence est, de la sorte, très complexe, comme il apparaît sur la figure 18 ; on dispose d'un gain de 180 db en continu et de 70 à 80 db aux fréquences moyennes.

L'intérêt de cet amplificateur réside également dans son dispositif de compensation de dérive.

Gain de l'amplificateur opérationnel
(Solartron AA1023)

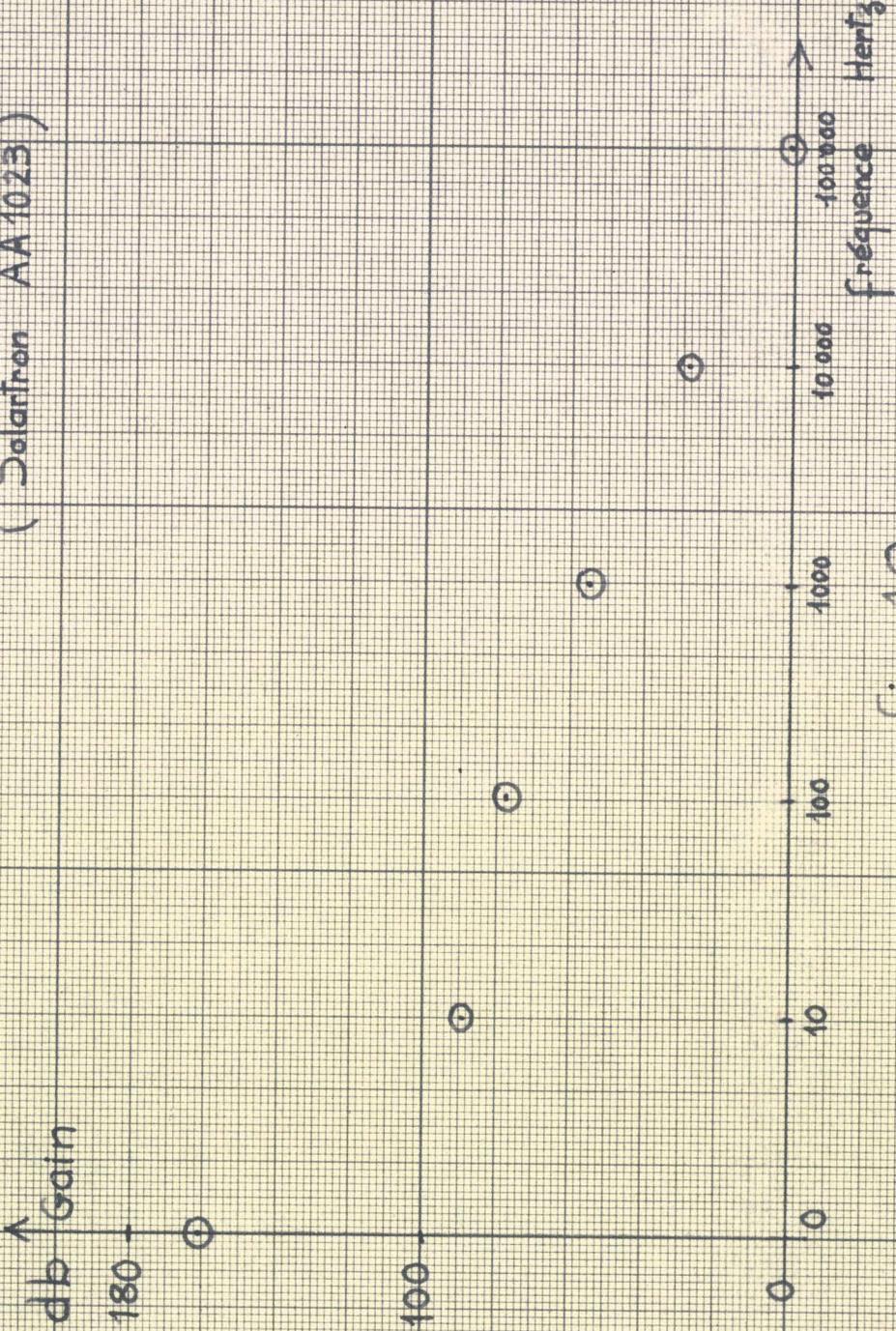


fig. 18

Choix des éléments de calcul :

La capacité d'intégration est au polystyrène ; ce matériau présente en effet une très grande résistance de fuite.

La tension de sortie varie comme $\frac{1}{RC}$; pour obtenir une amplitude raisonnable lorsque la tension d'entrée est constituée par des impulsions il faut que R et C aient des valeurs peu élevées.

Nous avons pris : $R = 100 \text{ k}\Omega$ $C = 30.000 \text{ PF}$

d'où $RC = 3.10^{-3} \text{ sec.}$

Performances de l'intégrateur :

Nous avons relevé sur un enregistreur MECI X-T, la réponse de l'intégrateur formé à partir des éléments précédents, la tension d'entrée étant constituée par des impulsions de période 10^{-3} sec , de largeur 10^{-5} sec et d'amplitude E.

Pour ne pas shunter l'impédance de sortie de l'amplificateur opérationnel, nous avons relié les bornes de sortie aux bornes extrêmes d'un potentiomètre de $5 \text{ M}\Omega$ (figure 19) dont une très faible partie seulement attaquait l'enregistreur.

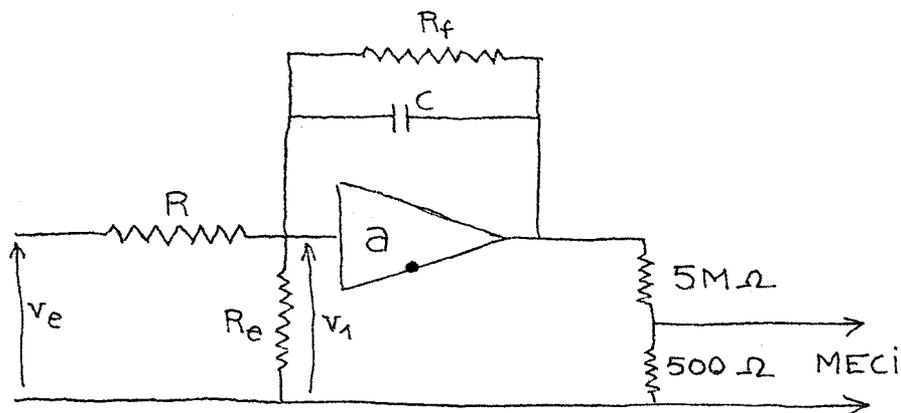


figure 19

On constate sur la figure 20 que le gain $\frac{v_s}{v_e}$, en continu, de l'amplificateur, monté en intégrateur, n'est pas celui de l'amplificateur isolé : $a_0 = 10^7$.

On voit, par exemple, que pour $E = 0,1$ volt, v_s tend exponentiellement vers 40 volts ; or la composante continue des impulsions d'entrée vaut : $E \frac{\theta}{T} = 10^{-3}$ volt ; donc, en continu,

$$\frac{v_s}{v_e} = 4 \cdot 10^4$$

Cette différence, entre le gain $\frac{v_s}{v_e}$ de l'amplificateur opérationnel muni de sa chaîne de réaction (voir figure 19) : $4 \cdot 10^4$, et le gain de l'amplificateur isolé : 10^7 , est explicable si on a :

$\frac{R_f}{R} \ll a_0$; autrement dit, si le gain $\frac{v_s}{v_e}$ (à ne pas confondre avec $\frac{v_s}{v_1}$) est imposé par la chaîne de réaction $R - R_f$;

Avec $\frac{v_s}{v_e} = 4 \cdot 10^4$ cette hypothèse conduit à une valeur de R_f telle que : $R_f = R \times 4 \cdot 10^4 = 4.000 \text{ M}\Omega$.

Il s'agit là d'un ordre de grandeur vraisemblable ; nous admettrons donc que $\frac{R_f}{R} \ll a_0$ et retiendrons pour R_f la valeur calculée ci-dessus.

Ceci nous permet de déterminer la valeur du gain $a' = \frac{v_s}{v_1}$ (figure 19) compte tenu des corrections que nécessite l'impédance de sortie Z_i de l'amplificateur isolé, et les éléments en shunt R_f et Z_c (impédance d'entrée de l'enregistreur).

Nous avons établi, au début de cette étude :

$$\frac{v_s}{v_1} = \frac{a + Z_i \left(pC + \frac{1}{R_f} \right)}{1 + Z_i \left(pC + \frac{1}{R_f} \right) + \frac{Z_i}{Z_c}}$$

Réponse de l'intégrateur à un train d'impulsions

période : 10^{-3} sec
largeur : 10^{-5} sec
amplitude : E

Tension de
sortie

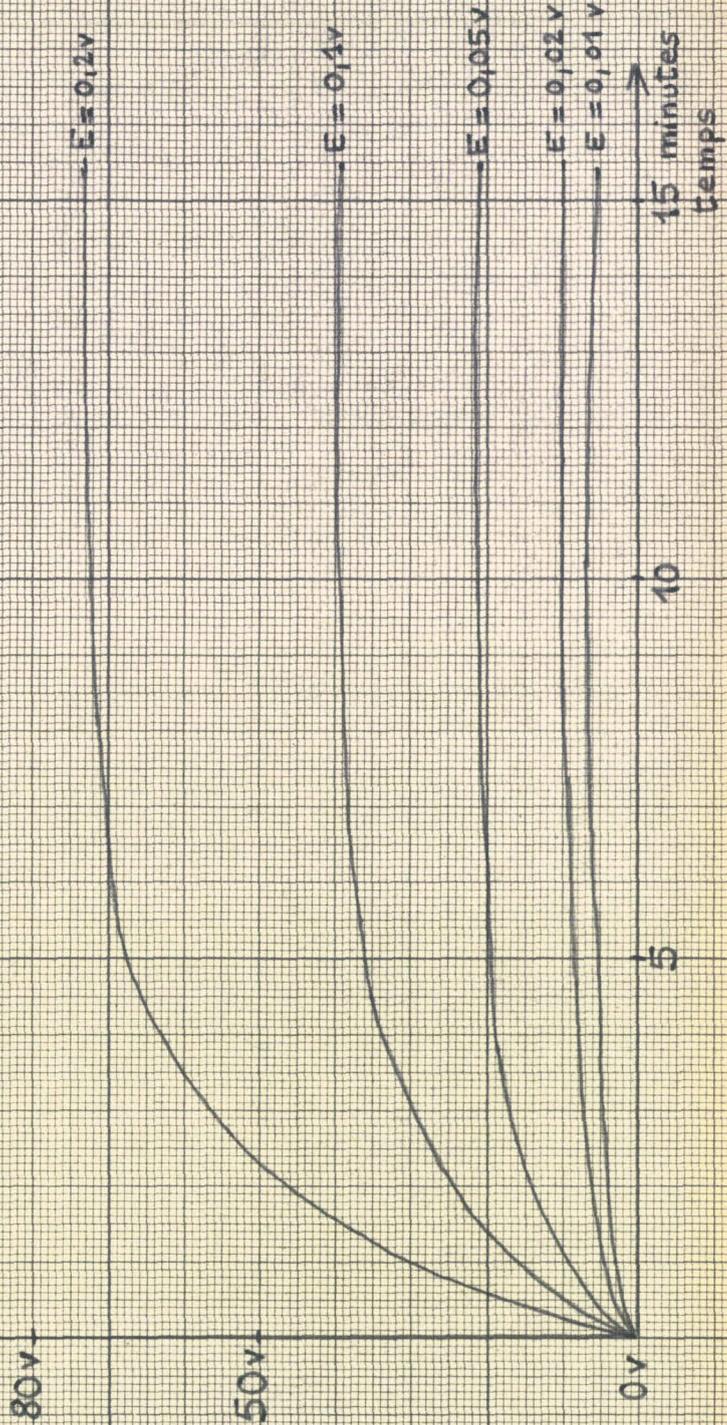


fig. 20

D'après le constructeur : $Z_i = 8,2 \cdot 10^3 \Omega$

On peut donc négliger : $\frac{Z_i}{R_f}$ et $\frac{Z_i}{Z_c}$ ($Z_c \gg 10 \text{ k}\Omega$)

Pratiquement on a : $a' \neq \frac{a + Z_i j\omega}{1 + Z_i j\omega}$

avec $a =$ gain de l'amplificateur isolé.

Nous pouvons maintenant calculer a' en continu et pour les fréquences 1000 Hz, 2000 Hz... etc et déterminer l'erreur opératoire $\frac{\Delta v_s}{v'_s}$ à partir des expressions calculées précédemment :

— l'erreur, en ce qui concerne la composante continue des impulsions, n'excède pas 8 o/o pourvu que la durée de l'intégration ne dépasse pas 20 sec.

— les composantes sinusoidales sont intégrées avec une erreur de 1 o/o pour la fréquence 1000 Hz et une erreur supérieure pour les fréquences dépassant 1000 Hz.

Conclusion :

L'imperfection de l'amplificateur et des éléments de calcul entraîne une erreur opératoire de quelques o/o .

La réalité est plus complexe car interviennent également le bruit de fond de l'amplificateur et le courant de grille. Ces sources d'erreur seront traitées dans le chapitre consacré au bruit de fond de l'appareillage.

2) Appareillage annexe concernant l'intégrateur

Le dispositif automatique, qui détermine le nombre d'échantillons sur lesquels porte l'intégration, comporte, comme l'indique la figure 21, un multivibrateur et deux monostables. Un plan détaillé de cet ensemble est fourni, par ailleurs, sur la figure 22.

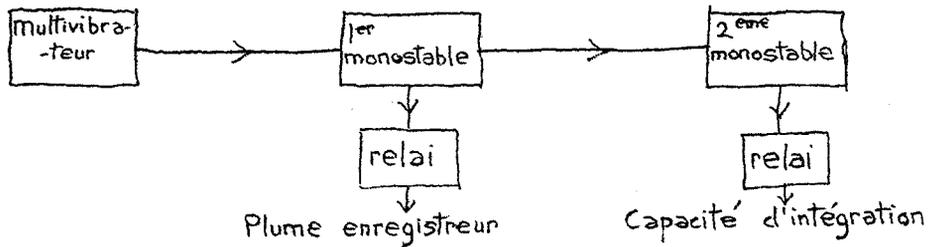


figure 21

Le multivibrateur fixe, par sa période, la durée d'intégration et déclenche, d'autre part, le premier monostable lequel commande, par l'intermédiaire d'un relai, l'abaissement de la plume de l'enregistreur ; le deuxième monostable, piloté par le premier, sert à décharger la capacité de l'intégrateur.

L'enchaînement des opérations est indiqué sur la figure 23.

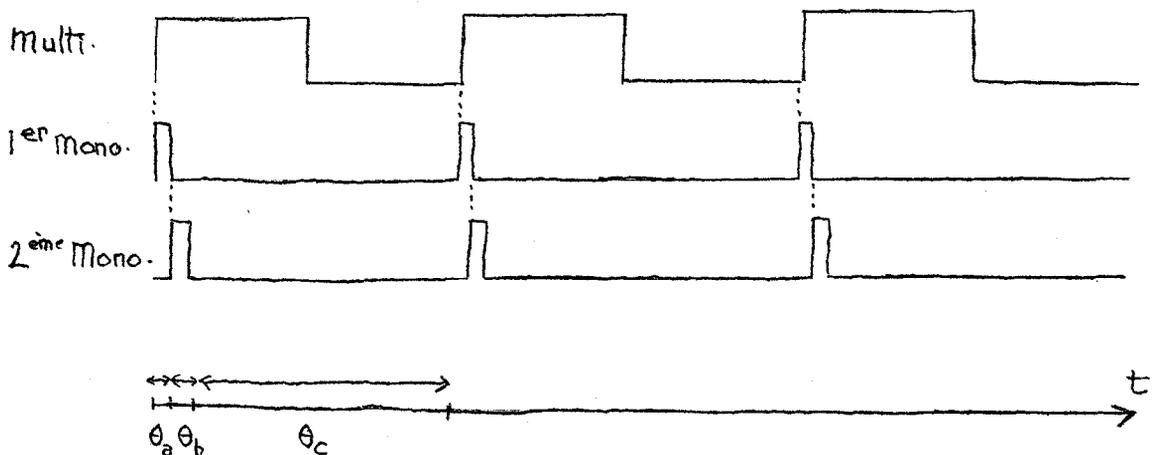


figure 23

La durée d'intégration est : $\theta_a + \theta_c$

La plume de l'enregistreur est abaissée pendant le bref instant θ_a et constamment levée le reste du temps.

La capacité d'intégration est court-circuitée pendant θ_b .

Dispositif pilote de la durée d'intégration

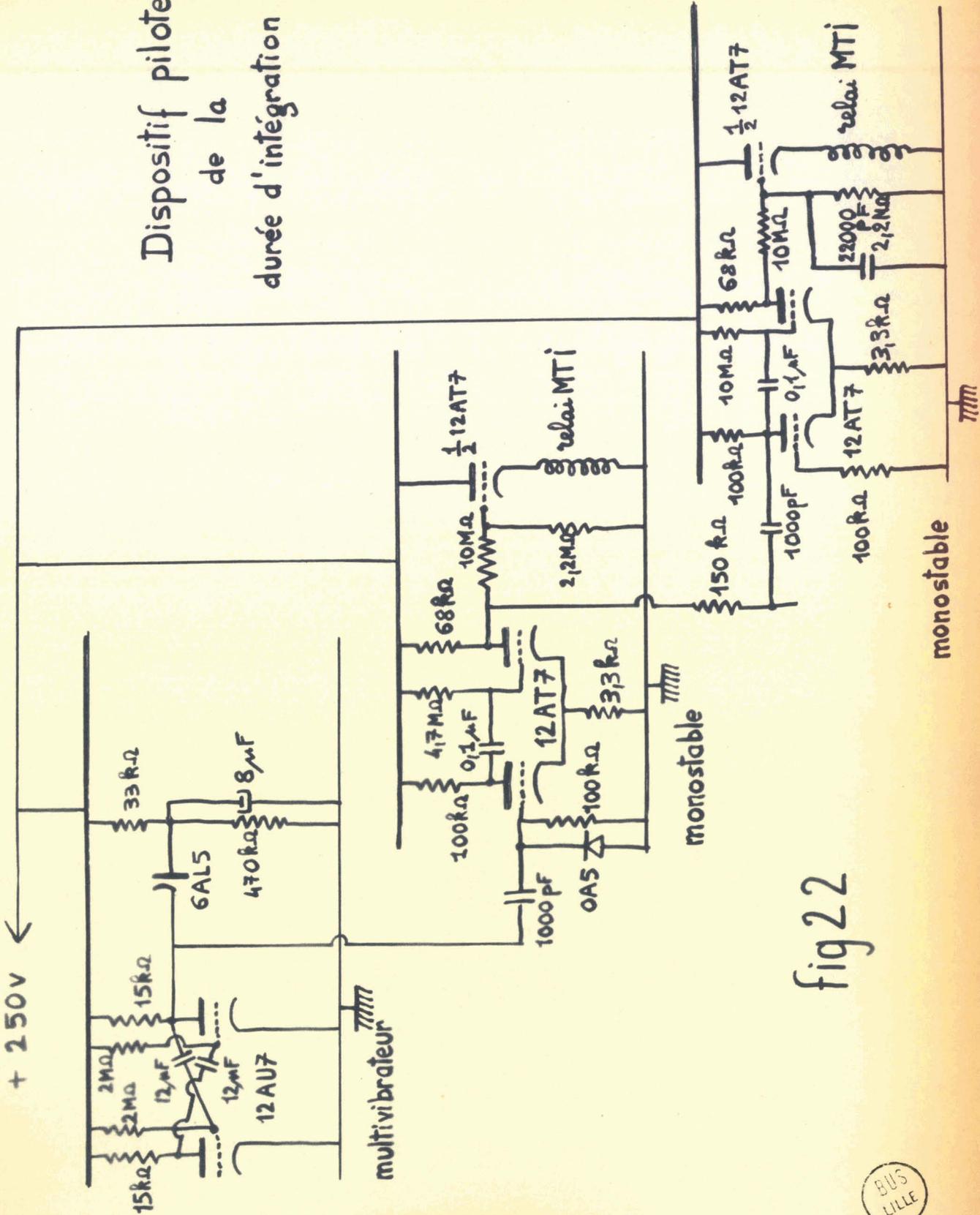


fig 22

CHAPITRE II

PERFORMANCES DE L'ECHANTILLONNEUR

AMELIORATION DU RAPPORT SIGNAL SUR BRUIT EN R. P. E.

A) ETUDE THEORIQUE DU BRUIT DE FOND DE L'APPAREIL :

1) Situation du problème : les différentes sources de bruit :

L'amélioration du rapport signal sur bruit par $n^{1/2}$, lorsque l'intégration porte sur n échantillons du signal périodique, suppose une porte et un intégrateur parfaits. Nous avons traité dans le chapitre I les difficultés strictement techniques présentées par la réalisation de ces deux dispositifs. Nous avons négligé, dans cette étude, un problème important : celui du bruit de fond de l'appareillage. Or, porte et intégrateur génèrent du bruit lequel apparaît à la sortie de l'appareil sous forme de dérives qui rendent inférieur à $n^{1/2}$ le gain en rapport signal sur bruit. Ce phénomène constituant désormais l'essentiel de nos difficultés, nous en avons fait l'étude systématique pour déterminer les meilleures conditions de fonctionnement.

2) Expression théorique du phénomène de dérive de l'intégrateur :

On remplace les différentes sources de bruit attachées à la porte et à l'amplificateur opérationnel par une seule source fictive $E(t)$ placée à l'entrée de l'intégrateur.

Supposons que la densité spectrale d'énergie $A(\nu)$, à l'entrée de l'intégrateur, est constante dans la bande de fréquences qui nous intéresse.

Le gain a de l'amplificateur est très grand (10^7 pour le continu) aussi l'intégrateur peut-il être assimilé à un filtre résistance capacité, de constante de temps $\tau_0 = RCa$, suivi d'un amplificateur parfait de gain a .

$V(t)$ étant la tension aléatoire aux bornes du condensateur, sa fonction d'autocorrélation $\rho(\Gamma)$, pour un intervalle de temps Γ , vaut :

$$\rho(\Gamma) = \overline{V(t) \cdot V(t+\Gamma)} = \int_0^{\infty} A_s(\nu) \cos 2\pi\nu\Gamma \, d\nu$$

$A_s(\nu)$ est la densité spectrale d'énergie à la sortie du filtre que constituent la résistance R et la capacité Ca .

$$A_s(\nu) = A(\nu) \cdot \frac{1}{1 + 4\pi^2\nu^2\Gamma_0^2}$$

d'où :

$$\rho(\Gamma) = A(\nu) \int_0^{\infty} \frac{\cos 2\pi\nu\Gamma}{1 + 4\pi^2\nu^2\Gamma_0^2} \, d\nu$$

Cette intégrale peut être calculée par la méthode des résidus ; on obtient :

$$\rho(\Gamma) = A(\nu) \cdot \frac{1}{4\Gamma_0} e^{-\frac{\Gamma}{\Gamma_0}}$$

et

$$\rho(0) = \overline{[V(t)]^2} = A(\nu) \cdot \frac{1}{4\Gamma_0} = \frac{A(\nu)}{4RCa}$$

Pour que ce dernier résultat soit valable il faut que le temps T , pendant lequel on observe $V(t)$, soit illimité.

Dans la pratique, T est relativement court et il est nécessaire d'effectuer une correction tenant compte de l'autocorrélation du bruit aux bornes du condensateur Ca .

Dans le cas où $V(0) = 0$, ce qui suppose que la tension aux bornes du condensateur est nulle au début de chaque intervalle de temps T , (condition réalisée automatiquement par l'appareil) un résultat classique du calcul des probabilités (ref. 6), employé par

ailleurs pour étudier de nombreux processus stochastiques (ref. 7) conduit à l'expression :

$$\left(\overline{[v(T)]^2} \right)^{1/2} = [e(o)]^{1/2} \left(1 - \left[\frac{e(T)}{e(o)} \right]^2 \right)^{1/2}$$

soit :

$$\left(\overline{[v(T)]^2} \right)^{1/2} = \left[\frac{A(\gamma)}{4 RCa} \right]^{1/2} \left[1 - e^{-\frac{2T}{\Gamma_o}} \right]^{1/2}$$

Si l'on a : $\Gamma_o \gg T$ alors l'expression ci-dessus se simplifie :

$$\begin{aligned} \left(\overline{[v(T)]^2} \right)^{1/2} &= \left[\frac{A(\gamma)}{4 RCa} \right]^{1/2} \left[\frac{2T}{\Gamma_o} \right]^{1/2} \\ &= \left[\frac{A(\gamma) T}{2(RCa)^2} \right]^{1/2} \end{aligned}$$

Et, à la sortie de l'intégrateur :

$$\left(\overline{[v_s(T)]^2} \right)^{1/2} = \left(\overline{[v(T)]^2} \right)^{1/2} \times a = \frac{a}{RCa} \times \left[\frac{A(\gamma) T}{2} \right]^{1/2}$$

finalement : $\left(\overline{[v_s(T)]^2} \right)^{1/2} = \frac{1}{RC} T^{1/2} \left[\frac{A(\gamma)}{2} \right]^{1/2}$ (1)

Cette formule possède la signification suivante :

Si, partant de l'état initial $v_s = 0$ (condensateur déchargé), on laisse fonctionner l'intégrateur pendant un temps T , on observe que sa tension de sortie dérive de $v_s(T)$. Cette observation répétée un grand nombre de fois fournit une série de valeurs $v_s(T)_n$ dont on peut calculer la valeur quadratique moyenne :

La formule (1) montre que cette valeur moyenne est proportionnelle à la racine carrée de T et de l'intensité spectrale stationnaire $A(\gamma)$ du bruit d'entrée, le facteur de proportionnalité étant $\frac{1}{RC}$.

Remarque :

L'expression de la dérive de l'intégrateur peut être trouvée de manière intuitive à partir d'un concept élémentaire de la théorie de l'information (ref. 8).

Ce concept conduit à considérer indépendantes deux ordonnées voisines E_1 et E_2 , de la tension de bruit $E(t)$ placée à l'entrée de l'intégrateur, si l'intervalle de temps Γ , qui les sépare, est égal à $\frac{1}{2B}$, B étant la bande des fréquences contenues dans $E(t)$ (figure 24).

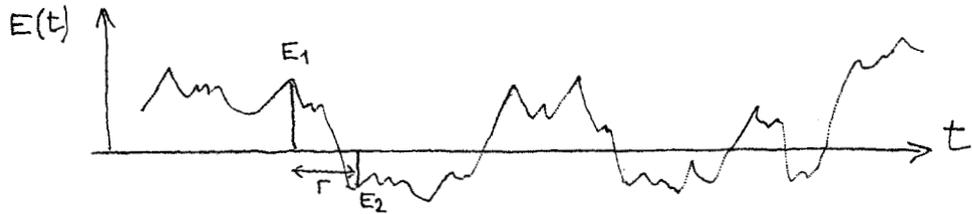


figure 24

On peut alors admettre que, pendant la durée d'intégration T , l'intégrateur reçoit T/Γ impulsions indépendantes de largeur Γ .

La tension de sortie, au bout du temps T , est donc donnée par :

$$\left(\overline{[V_s(T)]^2} \right)^{1/2} = \left(\frac{T}{\Gamma} \frac{\overline{E^2}}{(RC)^2} \Gamma^2 \right)^{1/2}$$

$$\text{soit : } \left(\overline{[V_s(T)]^2} \right)^{1/2} = \left(T\Gamma \frac{\overline{E^2}}{(RC)^2} \right)^{1/2} = \left(\frac{T}{2B} \frac{\overline{E^2}}{(RC)^2} \right)^{1/2}$$

Or $\frac{\overline{E^2}}{B} = A(\gamma)$ par définition.

$$\text{donc : } \left(\overline{[V_s(T)]^2} \right)^{1/2} = \frac{1}{RC} T^{1/2} \left(\frac{A(\gamma)}{2} \right)^{1/2}$$

3) Expression théorique de l'amélioration du rapport signal sur bruit apportée par l'appareil :

A l'entrée de l'appareil, on a un signal d'amplitude : e_s
 et un bruit donné par : $\left[\overline{(\Delta e_i)^2} \right]^{1/2}$

A la sortie de l'appareil, l'amplitude du signal est :
 $\frac{n\theta e_s}{RC}$ et le bruit est la somme du bruit initial et du bruit dû à l'appareil (dérives de l'intégrateur), soit :

$$\left[\frac{\theta^2}{(RC)^2} n \overline{(\Delta e_i)^2} + \frac{TA(\gamma)}{2(RC)^2} \right]^{1/2}$$

Le rapport signal sur bruit, à l'entrée de l'appareil, vaut :

$$R_e = \frac{e_s}{\left[\overline{(\Delta e_i)^2} \right]^{1/2}}$$

Tandis qu'à la sortie de l'appareil, il devient :

$$R_s = \frac{n \frac{\theta e_s}{RC}}{\left[\frac{\theta^2}{(RC)^2} n \overline{(\Delta e_i)^2} + \frac{TA(\gamma)}{2(RC)^2} \right]^{1/2}}$$

d'où, en tenant compte de ce que $n = Tf$:

$$\frac{R_s}{R_e} = (Tf)^{1/2} \frac{\theta}{\left[\theta^2 + \frac{A(\gamma)}{2(\Delta e_i)^2 f} \right]^{1/2}}$$

$A(\gamma)$ est une constante attachée à l'appareillage.

L'amélioration du rapport signal sur bruit sera maximum lorsque $\overline{(\Delta e_i)^2}$ et f seront suffisamment grands pour que l'on ait :

$$\theta^2 \gg \frac{A(\gamma)}{2(\Delta e_i)^2 f}$$

On retrouve alors la valeur théorique :

$$\frac{R_s}{R_e} = (Tf)^{1/2} = n^{1/2}$$

B) RESULTATS EXPERIMENTAUX

1) Vérification expérimentale de l'expression théorique des dérives de l'intégrateur.

L'entrée de l'appareil étant court-circuitée, nous avons procédé à une étude systématique de dérives pour différentes durées d'intégration T et différentes constantes de temps RC . Les figures 25 et 26 représentent les enregistrements obtenus pendant un fonctionnement automatique de 20 minutes environ. L'amplitude de la dérive apparaît verticalement et la durée de fonctionnement horizontalement.

Ces deux figures vérifient, approximativement, la loi :

$$\left(\overline{[V_s(T)]^2} \right)^{1/2} = \frac{1}{RC} T^{1/2} \left[\frac{A(\gamma)}{2} \right]^{1/2}$$

Les anomalies que l'on peut observer sont, sans doute, imputables aux hypothèses faites au sujet de la densité spectrale d'énergie $A(\gamma)$ du bruit présent à l'entrée de l'intégrateur : nous avons en effet supposé que cette densité spectrale était constante sur tout le spectre de fréquences, ce qui est certainement faux.

Nous prendrons, néanmoins, pour $A(\gamma)$ la valeur :
 10^{-10} déterminée grossièrement à partir des figures 25 et 26 .

DERIVE de L'INTEGRATEUR en fonction de la constante de temps RC

(durée d'intégration: 7 sec)

0,1 volt

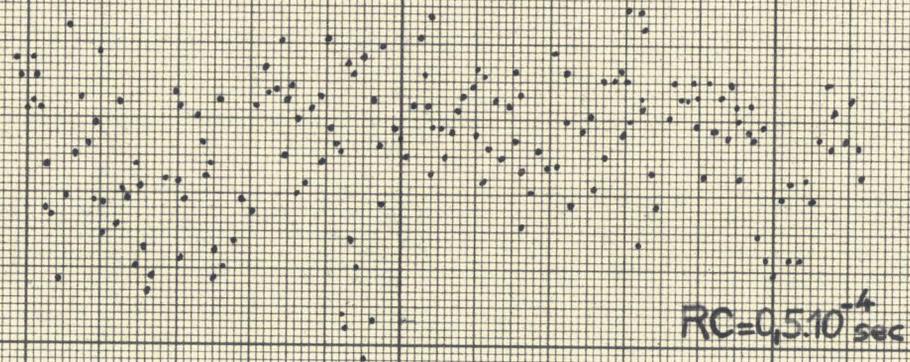
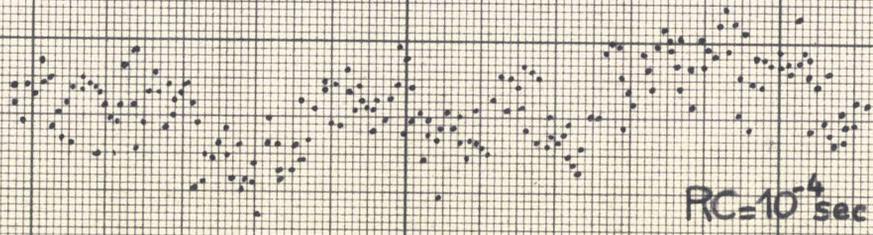
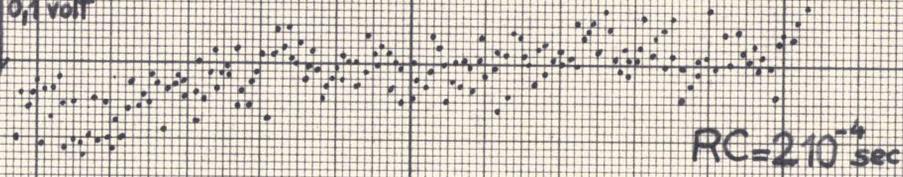


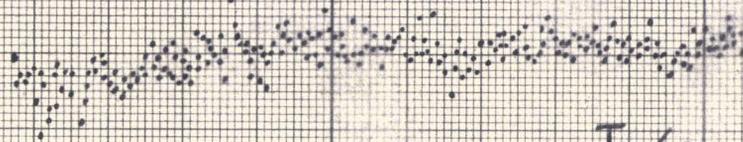
Fig. 25



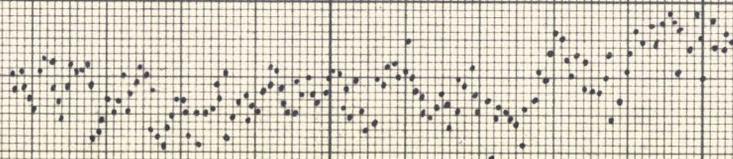
DERIVE de L'INTEGRATEUR en fonction de la durée d'intégration T

0,05 volt

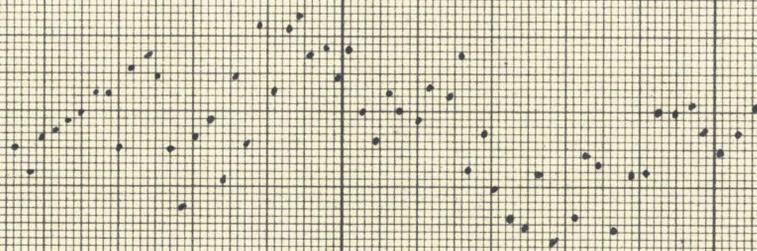
(RC = $5 \cdot 10^{-4}$ sec)



T = 4 sec



T = 7 sec



T = 20 sec

fig.26

2) Vérification expérimentale de l'expression du gain en rapport signal sur bruit.

$$\text{L'expression : } \frac{R_s}{R_e} = (Tf)^{1/2} \frac{\theta}{\left[\theta^2 + \frac{A(\nu)}{2(\Delta e_i)^2 f} \right]^{1/2}}$$

$$\text{est maximum lorsque : } \theta^2 \gg \frac{A(\nu)}{2(\Delta e_i)^2 f}$$

Avec $\theta = 10^{-5}$ sec, $A(\nu) \neq 10^{-10}$ et $f = 500$ Hz, il suffit que le bruit Δe_i , accompagnant le signal à l'entrée de l'appareil, soit supérieur à 1 volt pour que l'inégalité ci-dessus soit vérifiée et que :

$$\frac{R_s}{R_e} = (Tf)^{1/2}$$

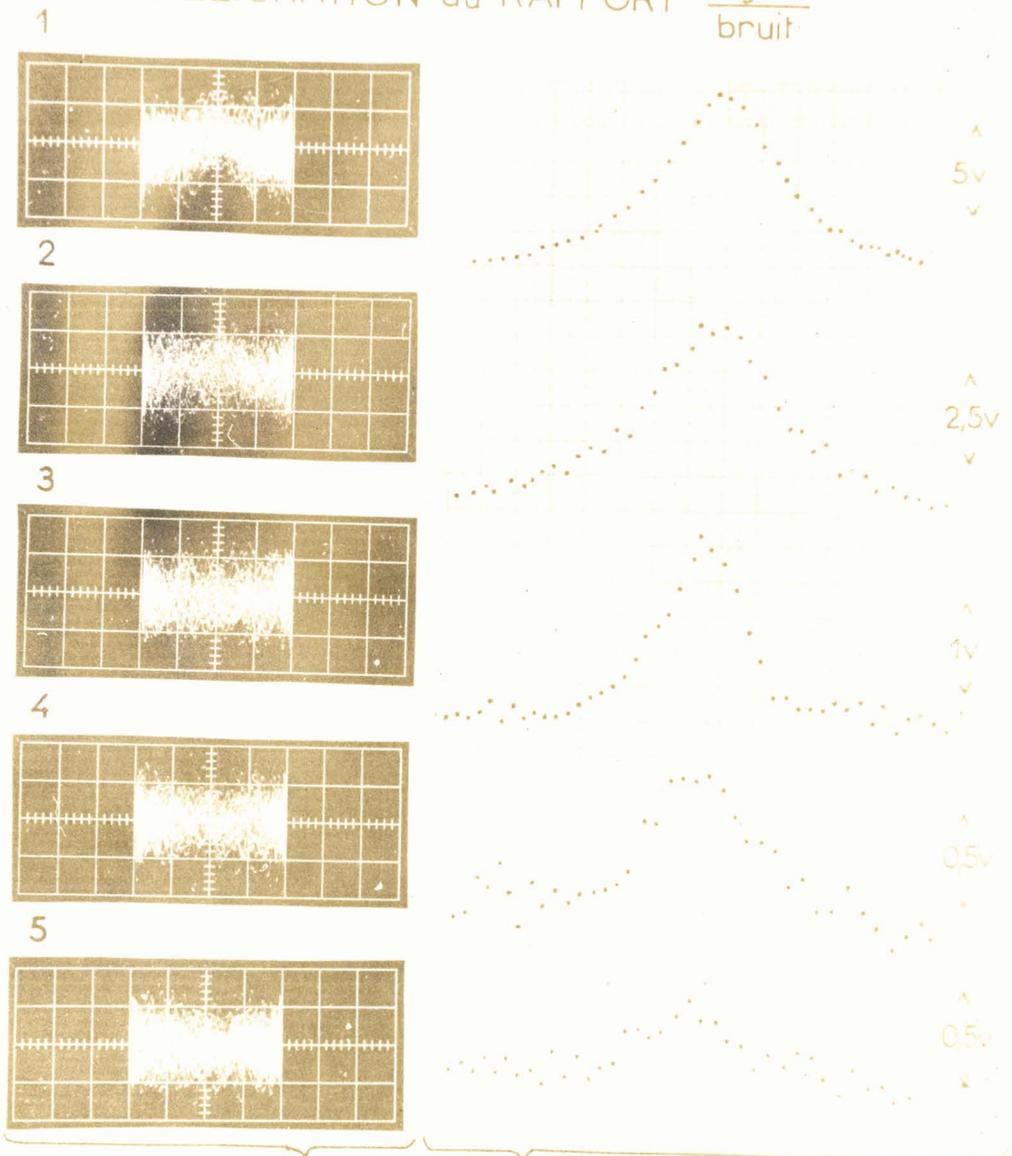
Pour vérifier ceci, nous avons injecté, à l'entrée de l'appareil, un signal périodique de R.P.E. ayant un très bon rapport signal sur bruit et une amplitude réglable e_s grâce à un jeu d'atténuateurs ; nous avons superposé à ce signal, par l'intermédiaire d'un amplificateur du type différentiel, du bruit de fond artificiel Δe_i , délivré par un générateur auxiliaire, en l'occurrence un amplificateur ayant un très mauvais facteur de bruit ; l'amplitude du bruit dépassait quelques volts de façon à noyer le signal.

La figure 27 montre les résultats obtenus en prenant une durée d'intégration $T = 20$ sec. et différents rapports signal sur bruit à l'entrée de l'appareil :

- 14 db, - 20 db, - 26 db, - 34 db, et - 40 db ; l'amélioration sur l'enregistrement est, dans chaque cas, voisine de 40 db, ce qui est en accord avec la valeur théorique :

$$20 \log_{10} (Tf)^{1/2} = 20 \log_{10} 100$$

AMELIORATION du RAPPORT $\frac{\text{signal}}{\text{bruit}}$



	ENTREE	SORTIE	GAIN
1	$R_e = -14 \text{ db}$	$R_{s\#} + 26 \text{ db}$	40 db
2	$R_e = -20 \text{ db}$	$R_{s\#} + 20 \text{ db}$	"
3	$R_e = -26 \text{ db}$	$R_{s\#} + 14 \text{ db}$	"
4	$R_e = -34 \text{ db}$	$R_{s\#} + 6 \text{ db}$	"
5	$R_e = -40 \text{ db}$	$R_{s\#} + 0 \text{ db}$	"

BUS
LILLE

figure 27

3) Détermination de la sensibilité du spectromètre

Nous avons expérimenté notre échantillonneur avec un simple dispositif de résonance de Bloch, le champ magnétique continu étant fourni par des bobines d'Helmutz.

On ne peut prétendre, avec un spectromètre aussi rudimentaire, concurrencer les spectromètres à haute sensibilité que l'on rencontre actuellement ; néanmoins, les résultats obtenus en R.P.E., avec notre appareil sont très encourageants :

Nous avons, en effet, détecté le signal fourni par 1 mg de poudre de D.P.P.H. ; l'information issue de la tête de résonance était préamplifiée 10.000 fois, avant application à l'échantillonneur pour que ce dernier fonctionne dans les meilleures conditions (l'amplitude du bruit accompagnant le signal doit, en effet, dépasser 1 volt) ; le signal était complètement noyé dans le bruit, à l'entrée de l'appareil, et inobservable sur écran d'oscilloscope aussi bien en balayage normal, à 1000 Hz, qu'en balayage simple trace (figure 28) ; à la sortie, l'enregistrement mettait en évidence une courbe de résonance ayant un rapport signal sur bruit de quelques unités (figure 28).

Ayant donc obtenu une sensibilité de $1,5 \cdot 10^{18}$ spins avec un champ continu H_0 de 50 oersteds, on peut espérer, puisque l'amplitude du signal varie comme H_0^2 , parvenir à détecter $4 \cdot 10^{13}$ spins en champ de 10.000 oersteds ; ce résultat ne différerait que d'un facteur 10 de celui obtenu par les meilleurs spectromètres commerciaux.

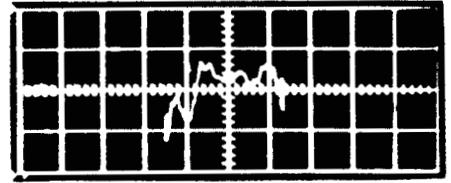
(Celui du " Japan Electron Optics Laboratory " détecte $3 \cdot 10^{12}$ spins , en balayage lent, avec un champ H_0 de 10.000 oersteds).

SENSIBILITE du SPECTROMETRE

ENTREE

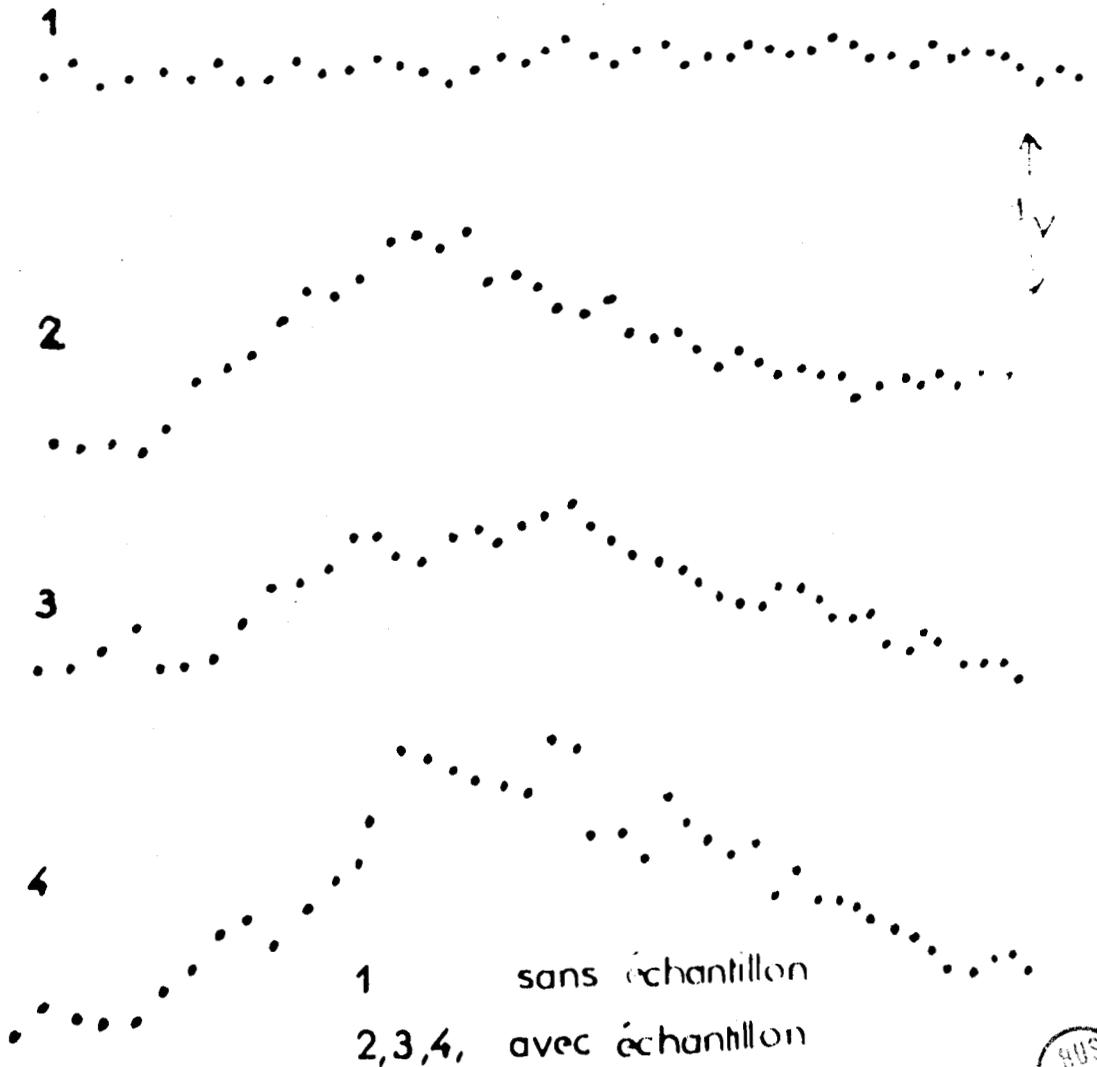


balayage normal



balayage simple trace

SORTIE



1 sans échantillon
2,3,4, avec échantillon

figure 28



C O N C L U S I O N

Nos mesures ont prouvé que, grâce à un choix approprié de la valeur de ses éléments, notre échantillonneur pouvait apporter une aide très efficace à un spectromètre conçu pour la haute sensibilité.

Avec l'appareillage dont nous disposions, nous avons obtenu une sensibilité de 10^{18} spins, mais il est bien évident que, placé derrière la meilleure tête de résonance que l'on puisse construire actuellement, notre appareil améliorerait encore d'un facteur 100 sa sensibilité.

Les performances sont seulement limitées par la stabilité dans le temps des différentes parties du spectromètre : stabilité de l'amplitude du champ magnétique continu, stabilité de l'amplitude et de la fréquence du champ H.F. conditions indispensables au filtrage dans le domaine du temps.

C'est dans les améliorations de la stabilité de ces paramètres que des progrès restent encore à faire.

A N N E X E I

Erreur opératoire de l'intégrateur pour une tension de sortie à variation très lente :

$$\Delta v_s = v'_s \frac{1 - \frac{\mu}{a'} RCp}{\mu RCp + 1} \quad \text{avec } v'_s = kt$$

μ et a' sont pris en continu car v'_s varie, par hypothèse, très lentement. Pour expliciter Δv_s , on utilise la méthode classique, en calcul opérationnel, du produit des transformées :

$$\Delta v_s = \int_0^{\Gamma} y(u) \cdot g(\Gamma - u) du$$

$$\text{avec } L(y) = \frac{1}{\mu RCp + 1} \quad \text{et } L(g) = \left[1 - \frac{\mu}{a'} RCp \right] L(v'_s)$$

$$\text{d'où : } \Delta v_s = \frac{1}{\mu RC} \int_0^{\Gamma} e^{-\frac{u}{\mu RC}} \left(v'_s(\Gamma - u) - \frac{\mu RC}{a'} \frac{dv'_s(\Gamma - u)}{d(\Gamma - u)} \right) du$$

$$\text{soit : } \Delta v_s = \frac{1}{\mu RC} \int_0^{\Gamma} e^{-\frac{u}{\mu RC}} k(\Gamma - u) du - \frac{k\Gamma}{a'}$$

et finalement :

$$\Delta v_s = \mu RCk \left[\frac{2}{2! (\mu RC)^2} - \frac{3}{3! (\mu RC)^3} - \frac{k\Gamma}{a'} \right]$$

Γ est la durée d'intégration ; si Γ est très inférieur à la pseudo constante de temps μRC alors :

$$\Delta v_s \approx k\Gamma \left[\frac{\Gamma}{2\mu RC} - \frac{1}{a'} \right] = v'_s \left[\frac{\Gamma}{2\mu RC} - \frac{1}{a'} \right]$$

$$\text{et } \frac{\Delta v_s}{v'_s} = \frac{\Gamma}{2\mu RC} - \frac{1}{a'}$$

Erreur opératoire de l'intégrateur pour une tension sinusoïdale de sortie de moyenne fréquence :

Lorsqu'une tension sinusoïdale est brusquement appliquée à un intégrateur, la tension de sortie est la somme d'une tension transitoire, dont l'affaiblissement au cours du temps dépend des diverses constantes de temps du dispositif, et d'une tension sinusoïdale, d'amplitude constante, figurant le régime permanent. L'erreur opératoire dépend à la fois du régime transitoire et du régime permanent mais, étant donné que l'amplitude du premier est nécessairement inférieure à celle du second, on peut affirmer que Δv_s est inférieur ou égale à 2 fois l'erreur opératoire en régime permanent.

$$\text{d'où : } \Delta v_s \ll 2 \left[\frac{1 - \frac{\mathcal{M}}{a'} R_j C \omega}{\mathcal{M} R_j C \omega + 1} \right] v'_s \quad (1)$$

avec : v'_s tension sinusoïdale de pulsation

\mathcal{M} et a' fonctions de ω .

Or, l'expression complète du gain a' est :

$$a' = \frac{a + Z_i \left(jC\omega + \frac{1}{R_f} \right)}{1 + Z_i \left(jC\omega + \frac{1}{R_f} \right) + \frac{Z_i}{Z_c}} = \frac{a}{1 + \frac{Z_i}{Z_c}} \cdot \frac{1 + \frac{Z_i jC\omega}{a}}{1 + \frac{Z_i jC\omega}{1 + \frac{Z_i}{Z_c}}}$$

soit, en première approximation :

$$a' = \frac{a}{1 + \frac{Z_i}{Z_c}} \cdot \frac{1}{1 + Z_i jC\omega} = \frac{a_1}{1 + Z_i jC\omega}$$



L'expression (1) multipliée haut et bas par $\frac{a'}{\mathcal{M}}$ devient

$$2 \left[\frac{\frac{a'}{\mathcal{M}} - RjC\omega}{a'RjC\omega + \frac{a'}{\mathcal{M}}} \right] v'_s$$

soit :

$$2 \left[\frac{\frac{R}{R_f} a' - 1 - RjC\omega}{a'RjC\omega + a' \frac{R}{R_f} - 1} \right] v'_s \quad (2)$$

puisque $\frac{1}{\mathcal{M}} = \frac{R}{R_f} - \frac{1}{a'}$

L'expression (2) multipliée haut et bas par :
 $R_f (1 + Z_i jC\omega)$, devient, en remplaçant a' par $a_1 / 1 + Z_i jC\omega$:

$$2 \left[\frac{Ra_1 - R_f(1 + Z_i jC\omega) (1 + RjC\omega)}{a_1 R (R_f jC\omega + 1) - R_f (1 + Z_i jC\omega)} \right] v'_s \quad (3)$$

Le dénominateur peut être simplifié car $R_f Z_i C \ll -a_1 R_f RC$.

D'autre part, si la bande passante de l'amplificateur seul est suffisamment grande, on a : $a_1 \neq a_0$, gain en continu, pour les premières composantes de la série de Fourier représentant le train d'impulsions. Il en résulte, qu'en multipliant haut et bas l'expression (3) par $\mathcal{M}_0 / R_f a_0$, on obtient :

$$2 \left[\frac{\mathcal{M}_0 \frac{R}{R_f} - \frac{\mathcal{M}_0}{a_0} (Z_i jC\omega + 1) (1 + RjC\omega)}{\mathcal{M}_0 RjC\omega + 1} \right] v'_s$$

d'où finalement :

$$\Delta v_s \ll 2 \left[\frac{\mu_o \frac{R}{R_f} - \frac{\mu_o}{a'} (1 + RjC\omega)}{\mu_o RjC\omega + 1} \right] v'_s$$

soit, en négligeant 1 devant $\mu_o RjC\omega$:

$$\Delta v_s \ll 2 \left[\frac{1}{R_f jC\omega} - \frac{1}{a' RjC\omega} (1 + RjC\omega) \right] v'_s$$

ou encore :

$$\Delta v_s \ll 2 \left[\frac{1}{jC\omega R} \left(\frac{R}{R_f} - \frac{1}{a'} \right) - \frac{1}{a'} \right] v'_s$$

et, en remplaçant $\frac{R}{R_f} - \frac{1}{a'}$ par $\frac{1}{\mu}$, on trouve l'erreur relative :

$$\frac{\Delta v_s}{v'_s} \ll 2 \left[\frac{1}{j\mu CR\omega} - \frac{1}{a'} \right]$$

avec a' et μ pris pour la pulsation ω .

B I B L I O G R A P H I E

- 1 - Strandberg M.V.P., Tinkham M.
Rev. Sci. Instr. Vol. 27, N° 8, August 1956
p. 596-605

- N.M.R. and E.P.R. Spectroscopy. The N.M.R.E.P.R.
Staff of Varian Associates.
Pergamon Press. New York (1960)

- 2 - Lee (Y.W.)
Application of correlation analysis to the
detection of periodic signals in noise.
P.I.R.E.- Octobre 1950 - p. 1165-1171.

- 3 - Buyle-Bodin (M.) et Rosset (J.)
Analyseur d'oscillogrammes. Applications en
spectroscopie hertzienne.
Le Journal de Physique et le Radium ;
Physique appliquée - Supplément au N° 4 -
Tome 20 - Avril 1959 - p. 32A-36A.

- 4 - Aubrun (J. N.) et Veillet (P.)
Transmission du bruit par les systèmes à
gain périodique.
C.R. Acad. Sc. T. 256, p. 1696-1699 -
Février 1963.

Etude expérimentale de l'amélioration du
rapport signal sur bruit des signaux pério-
diques par échantillonnage.
C.R. Acad. Sc. T. 256, p.3430 - 3433 - Mars 1963.

5 - De Backer (W.)

Error analysis of a D. C. integrator.
Annales de l'association internationale pour
le calcul analogique.
Janvier 1960 - p. 13-23.

6 - Angot (A.)

Liaison des phénomènes dans le temps.
Compléments de Mathématiques - Edition de
la revue d'optique. p. 631-632.

7 - Gabillard (R.)

Application de la méthode répétitive à l'é-
tude analogique de processus stochastiques.
Annales de l'association internationale pour
le calcul analogique.
Septembre 1959 - p. 280-289.

8 - Grivet (P.)

Le bruit de fond - Masson - Chapitre 9 -
p. 422-425.



SECOND SUJET

" Mise en oeuvre et applications des très basses températures "

Présenté à Lille, le Mai 1963
devant la Commission d'Examen.



Vu et permis d'imprimer,
Lille, le
Le RECTEUR DE L'ACADEMIE

Vu et approuvé,
Lille, le
Le DOYEN DE LA FACULTE
DES SCIENCES DE LILLE,

H. PARREAU

