

**INSTITUT RADIOTECHNIQUE**

LABORATOIRE DE RADIOÉLECTRICITÉ ET ÉLECTRONIQUE  
DE LA FACULTÉ DES SCIENCES DE LILLE

D.E.S. DE SCIENCES PHYSIQUES

présenté par  
Mr Marc BRAYER

Utilisation d'une ligne de mesure de  
TOS en vue de la détermination:

1°: des éléments d'une matrice asso-  
ciée à un quadripôle hyperfréquence.

2°: de la précision des mesures de  
permittivité avec une cellule à hau-  
teur variable.



Le 27 MAI 1963



**A RETOURNER LE**

**8 MAR 2004**  
**15 DEC. 2005**

--	--

50376  
1963  
39

50376  
1963  
39

D.E.S. DE SCIENCES PHYSIQUES

présenté par  
Mr Marc BRAYER

Utilisation d'une ligne de mesure de  
TOS en vue de la détermination:

1°: des éléments d'une matrice asso-  
ciée à un quadripôle hyperfréquence.

2°: de la précision des mesures de  
permittivité avec une cellule à hau-  
teur variable.

Le 27 MAI 1963

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Radioélectricité et Electronique de la Faculté des Sciences de Lille.

Nous tenons tout particulièrement à remercier Monsieur le Professeur GABILLARD de nous en avoir rendu possible la réalisation.

Nous remercions Monsieur le Professeur LEBRUN de la constante bienveillance et des intéressantes directives qu'il nous a sans cesse données.

Nous remercions aussi Monsieur RISBOURG de ses précieux conseils qui nous ont permis d'éviter bien des écueils au cours de ces travaux.

LILLE -1963



PREMIERE PARTIE

---

DETERMINATION EXPERIMENTALE AUX HYPERFREQUENCES  
DES ELEMENTS DES MATRICES IMPEDANCE ADMITTANCE ET DE  
REPARTITION ASSOCIEES A UN QUADRIPOLE PASSIF

---

## INTRODUCTION

On sait que la théorie des réseaux électriques est généralisable aux circuits dans lesquels se propage le champ électromagnétique haute fréquence.

Les procédés utilisés conduisent à remplacer les notions usuelles de tension et d'intensité par des grandeurs plus conventionnelles définies dans un certain domaine d'existence. Lorsque ces grandeurs sont reliées entre elles par des relations linéaires, on représente alors très souvent ces dernières à l'aide de matrices appropriées.

Parmi celles-ci, trois ont une grande importance pratique car elles correspondent aux notions fondamentales d'impédance, d'admittance et de coefficient de réflexion et transmission.

Ce sont les matrices: impédance  $((z))$   
admittance  $((y))$   
de répartition  $((S))$

Leur détermination analytique est possible; mais il est souvent préférable de rechercher expérimentalement leurs éléments, car ils correspondent alors exactement au schéma réalisé.

Cette étude va montrer comment on obtient les expressions numériques de  $((z))$ ,  $((y))$  et  $((S))$  à partir d'un relevé de T.O.S.

Après un rappel de quelques notions indispensables (ch I) le chapitre II donne un exemple de détermination directe basée sur des relations fondamentales.

Le chapitre III décrit une méthode statistique où les informations à obtenir sont extraites d'un ensemble de mesures expérimentales.

Enfin le chapitre IV montre comment une méthode purement graphique peut aussi résoudre le problème posé.

## CHAPITRE I

### RAPPEL DE NOTIONS RELATIVES AUX MATRICES ASSOCIEES A UN QUADRIPOLE PASSIF

---

#### I - NOTATIONS

En hyperfréquence, tout organe relié à deux lignes de transmission d'énergie constitue un exemple de quadripôle. Dans le cadre du fonctionnement en régime linéaire et harmonique, ce quadripôle est complètement déterminé par:

- les deux plans auxquels il est rapporté
- une matrice associée.

A - Le positionnement des plans de référence est strict puisque les longueurs de ligne interviennent pour modifier les paramètres. En principe, leur choix est arbitraire. Mais s'il est judicieusement effectué, il simplifie souvent les calculs, la forme de la matrice, et met en valeur des caractéristiques importantes comme: symétrie ou antisymétrie adaptation ou désadaptation complète, couplage divers, etc.

Cependant, la détermination de ces plans très particuliers relève de la théorie ou de l'emploi des matériels plutôt

que des techniques de mesure proprement dites.  
Afin de clarifier l'exposé, la convention suivante est adoptée dans ce qui suit:

a) Lorsque la méthode de mesure laisse entièrement libre le choix des plans de référence, on prendra ceux définis par les extrémités du quadripôle formant "bloc isolé". C'est l'extension de la notion évidente de borne. Ces plans sont représentés par les appellations:

plan d'entrée: aa

plan de sortie: bb

Ex: vis d'adaptation rapportée à sa monture (fig I )

En cours de mesure, il est préférable de reporter ces deux plans respectivement en avant et en arrière du quadripôle réel de façon à ramener ce dernier sur la ligne de mesure et sur la charge d'utilisation (fig 2)

Les nouveaux plans sont alors:

plan d'entrée: a'a'

plan de sortie: b'b'

mais sont toujours choisis pour que la matrice associée au quadripôle Q demeure inchangée.

b) Lorsque la méthode, ou le problème posé, impose des plans particuliers, on notera ceux-ci sous la forme:

plan d'entrée:  $a_I a_I$

plan de sortie:  $b_2 b_2$

Il peut être nécessaire de passer d'un type de plans à l'autre et vice versa.

B- Les grandeurs utilisées dans cet exposé seront les amplitudes normalisées, c'est à dire:

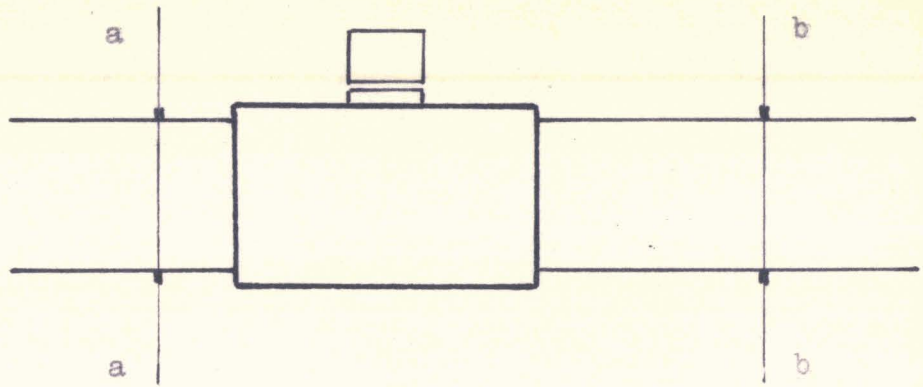


fig. 1

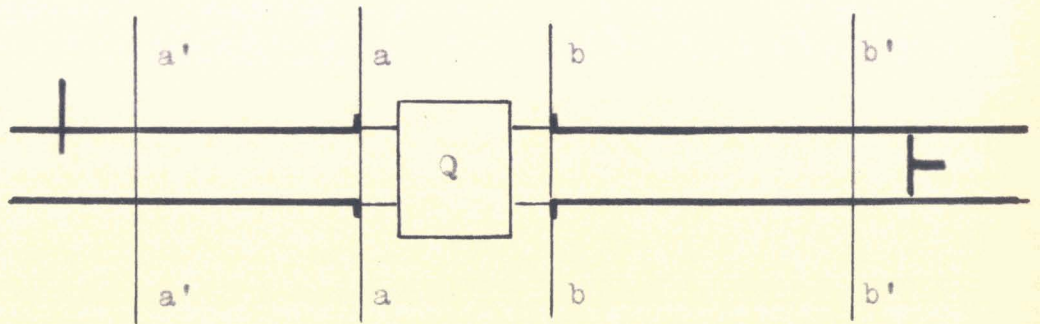


fig. 2

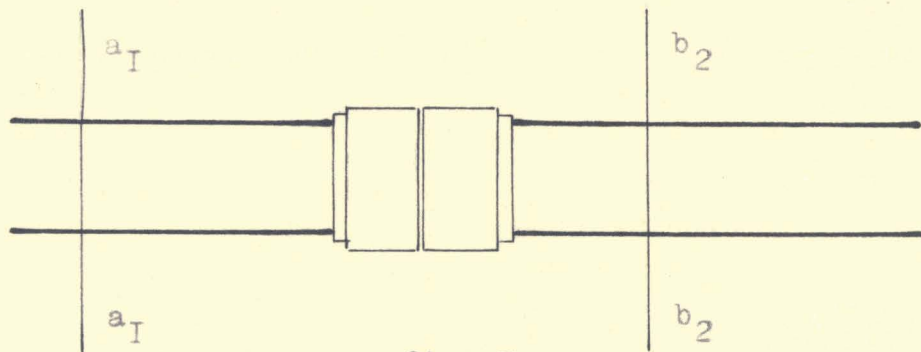


fig. 3

- amplitude de champ électrique: e
- amplitude de champ magnétique: h

Rappelons brièvement leur définition. Considérons une onde guidée progressive pure. Soient  $E_x$  et  $H_x$  les composantes transversales du champ électromagnétique. On pose:

$$E_x = e.f(xy)$$

$$H_x = h.g(xy)$$

de façon que:

1°: e et h sont égales, ou opposées, suivant que l'onde considérée se propage dans le sens positif choisi, ou l'opposé.

2°: l'intégrale  $\iint f.g.dxdy = I$

Dans le cadre des problèmes linéaires, on admet que chaque amplitude appartient à un certain "espace vectoriel". Les bases de ces espaces sont mises en place, en pratique, en définissant un "référentiel".

Celui choisi dans cet exposé est donné figure 4.

C - Les lignes de transmission d'énergie branchées au quadripôle sont quelconques et indépendantes. Elles sont caractérisées par les grandeurs:

constante de propagation:  $\gamma = \alpha + j\beta$

impédance caractéristique:  $Z_c$

Nota: Il faut utiliser les expressions correspondant aux modes guidés et non la forme particulière du mode TEM.

On admettra que ces lignes sont à très faibles pertes, ce qui permet de simplifier certains calculs.

## 2 - MATRICE IMPEDANCE ET ADMITTANCE

A - La matrice impédance traduit l'existence des relations linéaires:

$$e_1 = z_{11}h_1 + z_{12}h_2$$

$$e_2 = z_{21}h_1 + z_{22}h_2$$

I-2-I



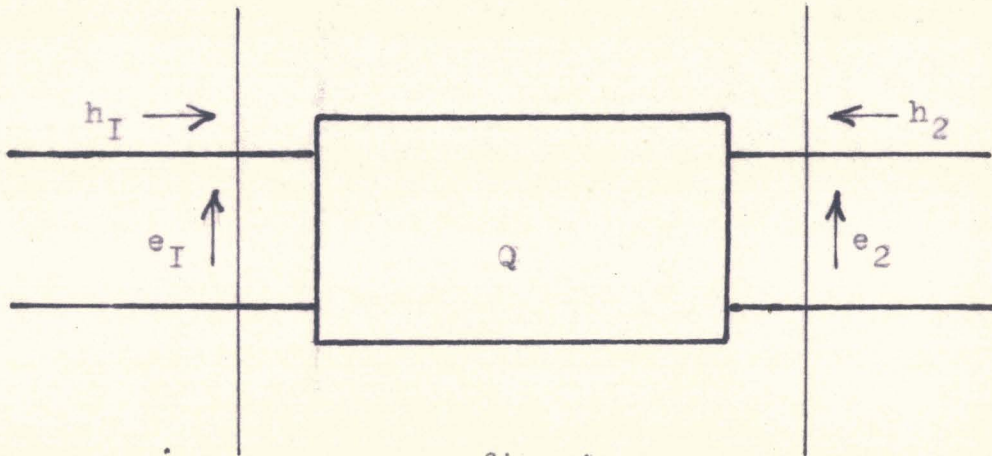


fig. 4

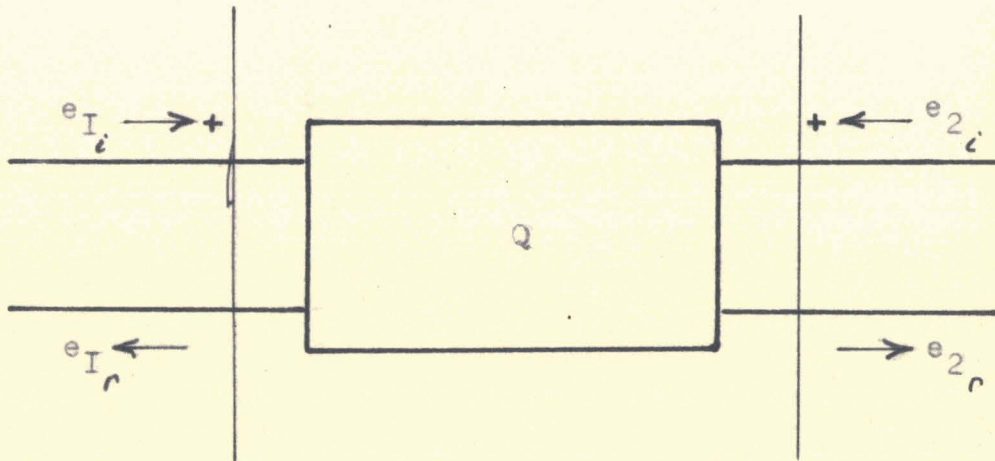


fig. 5

En considérant  $e_i$  et  $h_i$  comme composantes respectives de  $e$  et  $h$ , les équations I-2-1 ont la représentation matricielle:

$$((e)) = ((z)) \cdot ((h)) \quad \text{I-2-2}$$

Les grandeurs  $e$  et  $h$  étant normalisées, les éléments de  $((z))$  sont tous homogènes à une impédance réduite.

Nota: Si la rationalisation est cohérente, on peut définir une matrice impédance non réduite  $((Z))$  dont les éléments sont:

$$\begin{aligned} Z_{II} &= z_{II} Z_{cI} & Z_{22} &= z_{22} Z_{c2} \\ Z_{I2}^2 &= z_{I2}^2 Z_{cI} Z_{c2} \end{aligned}$$

Pour un quadripôle passif, on a toujours:  $z_{I2} = z_{2I}$

Plus généralement, tout quadripôle passif est complètement déterminé par 3 informations indépendantes.

S'il est sans perte,  $((z))$  est purement imaginaire.

S'il possède des pertes, on montre alors l'existence de certaines conditions nécessaires, comme:

$$\begin{aligned} r_{II} &\geq 0 \\ r_{22} &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{vmatrix} r_{II} & r_{I2} \\ r_{2I} & r_{22} \end{vmatrix} \geq 0$$

B - Lorsque  $((z))$  est régulière, la matrice  $((z))^{-I}$  existe et I-2-2 s'écrit:

$$((h)) = ((z))^{-I} \cdot ((e))$$

On définit ainsi la matrice admittance du quadripôle en posant:

$$((y)) = ((z))^{-I} \quad \text{I-2-3}$$

Les propriétés des  $z_{ij}$  citées dans le §A s'appliquent également aux éléments  $y_{ij}$ .

### 3- MATRICE DE REPARTITION

A - Posons: 
$$e_j = e_{j^i} + e_{j^r} \quad j=1,2 \quad \text{I-3-1}$$

en considérant que chaque amplitude électrique résulte de la superposition de 2 grandeurs de même espèce associées à des ondes incidentes et réfléchies, conformément au schéma de la fig. 5

L'existence des relations linéaires:

$$\begin{aligned} e_{r1} &= S_{11}e_{i1} + S_{12}e_{i2} \\ e_{r2} &= S_{21}e_{i1} + S_{22}e_{i2} \end{aligned} \quad \text{I-3-2}$$

entraîne la définition de la matrice de répartition ((S)) en posant:

$$((b)) = ((S)).((a)) \quad \text{I-3-3}$$

avec les "vecteurs" auxiliaires:

$$((a)) = \begin{Bmatrix} e_{i1} \\ e_{i2} \end{Bmatrix} \quad \text{et} \quad ((b)) = \begin{Bmatrix} e_{r1} \\ e_{r2} \end{Bmatrix}$$

Il est utile de retenir que ((S)) est ainsi définie par rapport à la grandeur électrique. Cette définition étend celle du coefficient de réflexion d'un obstacle qui est aussi rapportée au champ électrique, sauf dans des problèmes particuliers.

On peut aussi poser: 
$$h_j = h_{j^i} + h_{j^r} \quad j=1,2$$

Les amplitudes partielles sont reliées entre elles par les conditions suivantes, déduites du § I-1-B :

$$h_{j^i} = e_{j^i} \quad h_{j^r} = -e_{j^r}$$

ce qui donne finalement:

$$h_j = e_{j^i} - e_{j^r} \quad \text{I-3-4}$$

En développant I-3-I et 4 ,il vient immédiatement:

$$((a)) = \frac{I}{2}((e + h)) = \frac{I}{2}((z + I)).((h))$$

$$((b)) = \frac{I}{2}((e - h)) = \frac{I}{2}((z - I)).((h))$$

ce qui permet d'écrire:

$$((b)) = ((z - I)).((z + I))^{-I} ((a))$$

En comparant avec I-3-3, on voit que ((S)) est reliée à la matrice impédance réduite par la relation:

$$\left| \begin{array}{l} ((S)) = ((z - I)).((z + I))^{-I} \end{array} \right. \quad \text{I-3-5}$$

qui généralise l'expression scalaire:  $\rho = \frac{z - I}{z + I}$

On montre de même que:

$$\left| \begin{array}{l} ((S)) = ((I - y)).((I + y))^{-I} \end{array} \right. \quad \text{I-3-6}$$

Lorsque les milieux constituant le quadripôle Q sont isotropes, on sait que ((S)) est symétrique.

Pour un quadripôlesans pertes, ((S)) est unitaire et vérifie la relation:

$$((S))^* = ((S))^{-I}$$

S'il possède des pertes, il reste:

$$\text{déter. } ((I - S^*S)) > 0$$

B - Nous allons maintenant montrer deux propriétés qui nous seront utiles plus loin et qui sont relatives à une matrice de répartition unitaire.

Si ((S)) est unitaire, il vient:

$$|s_{II}|^2 + |s_{I2}|^2 = I$$

$$|s_{2I}|^2 + |s_{22}|^2 = I$$

$$s_{II}s_{2I}^* + s_{I2}s_{22}^* = 0$$

comme:  $S_{I2} = S_{2I}$ , on déduit des 2 premières équations:

$$|S_{II}| = |S_{22}| \quad \text{I-3-7}$$

Multiplions la 3<sup>e</sup> équation par  $S_{I2}$ , il vient:

$$S_{I2}^2 = - \frac{S_{II}}{S_{22}^*} |S_{I2}|^2$$

ce qui s'écrit sous la forme:

$$|S_{I2}|^2 e^{j2\arg S_{I2}} = - |S_{I2}|^2 \frac{|S_{II}|}{|S_{22}|} e^{j(\arg S_{II} + \arg S_{22})}$$

On en déduit alors:

$$2 \arg S_{I2} = \arg S_{II} + \arg S_{22} \pm k\pi \quad \text{I-3-8}$$

Remarque importante: La détermination expérimentale d'une matrice ne donne pas, en général, une description du quadripôle valable pour tous les cas d'expérience. En particulier, elle n'est obtenue qu'à la pulsation utilisée et ne tient pas compte de la bande passante réelle du quadripôle qu'elle représente.

## CHAPITRE II

### DETERMINATION DIRECTE DES ELEMENTS DE ((z)) ((y)) ET ((S))

---

#### I - PRINCIPE ET VALIDITE DE LA METHODE DECRITE

La méthode décrite dans ce chapitre est générale et s'applique à tout quadripôle passif, avec ou sans pertes.

Elle est fondée sur le fait que 3 mesures indépendantes suffisent pour déterminer complètement ((z)), ((y)) ou ((S)).

Son principe est le suivant (fig. 6):

On charge le quadripôle mesuré par une terminaison connue:  $z_2$ . La ligne de mesure de T.O.S. donne l'impédance correspondante  $z_1$  mesurée à l'entrée. (on peut aussi utiliser  $\rho_1$ )

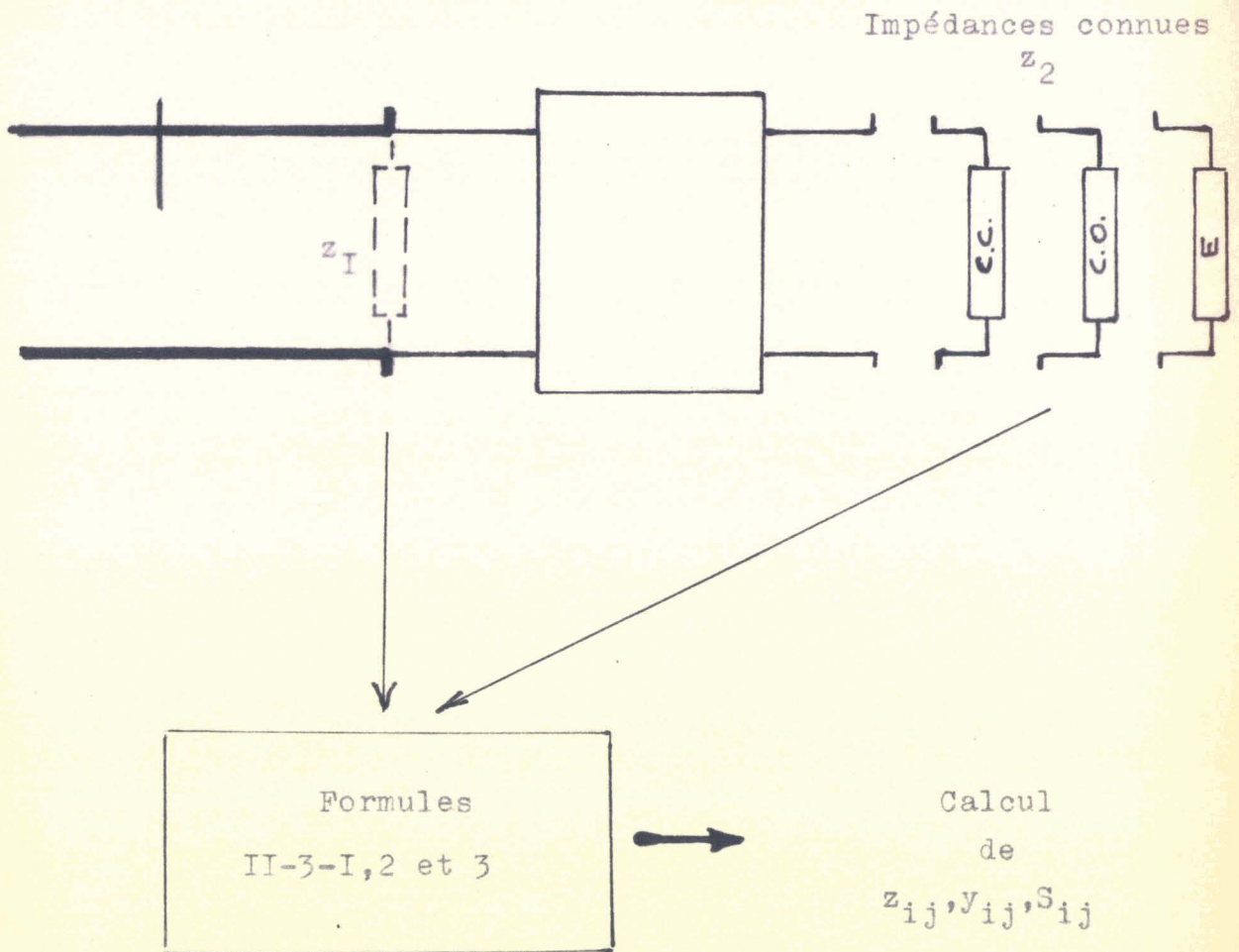
En répétant 3 fois cette opération, et en appliquant des formules générales de correspondance, on obtient directement les éléments cherchés.

Correspondant à l'application de formules exactes, cette méthode est théoriquement rigoureuse.

Cependant, en pratique, elle présente 2 inconvénients:

a - La précision d'ensemble obtenue sur la matrice est directement liée à celle de la mesure effectuée avec la





Principe de la méthode directe

fig. 6

plus forte erreur relative. Comme la charge  $z_2$  est prise égale soit à zéro, soit à l'infini, il se peut que la précision sur  $z_I$  ne soit pas excellente si son point figuratif appartient aux régions de mauvaise précision d'un relevé de TOS.

b - La précision sur  $z_I$  dépend du quadripôle. Si celui-ci est complètement inconnu, il est difficile d'estimer, avant d'effectuer les mesures, la précision à laquelle on pourra obtenir les éléments recherchés.

## 2 - EMPLOI DE LA LIGNE DE MESURE DE T.O.S.

Le mesureur est utilisé pour obtenir les valeurs de  $z_I$  en fonction du TOS:  $S$ , et de la variation  $dl$  de position d'un minimum de signal de sonde relativement à un plan de court-circuit.

Si  $\theta_I$  est l'affixe circulaire de l'impédance réduite  $z_I$ , l'approximation des lignes à très faibles pertes permet d'écrire:

$$z_I = \text{th } \theta_I = \text{th}(u_I + jv_I)$$

avec:  $u_I = \arg \text{th} I/S$  et  $v_I = \beta l$ .

En un minimum de signal, pour  $l = l'$ , l'impédance ramenée vaut (fig 7):  $z(l') = I/S$ .

On a donc:

$$\begin{aligned} z(l') &= \text{th}(\theta_I + j\beta l') \\ &= \frac{z_I + j \text{tg } \beta l'}{1 + j \text{tg } \beta l' z_I} \end{aligned}$$

ce qui donne:

$$z_I = \frac{I - j \text{tg } \beta l' . S}{S - j \text{tg } \beta l'}$$

Avec:  $v_I + \beta l' = p\pi$ , on trouve:

$$z_I = \frac{I + j S \text{tg } \beta dl}{S + j \text{tg } \beta dl}$$

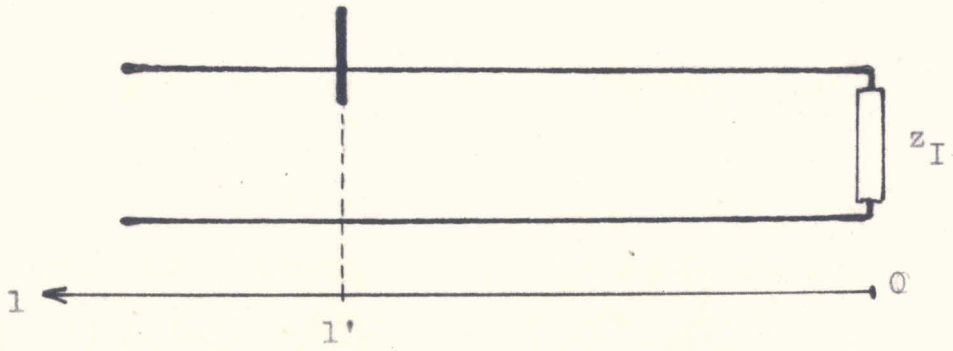


fig. 7

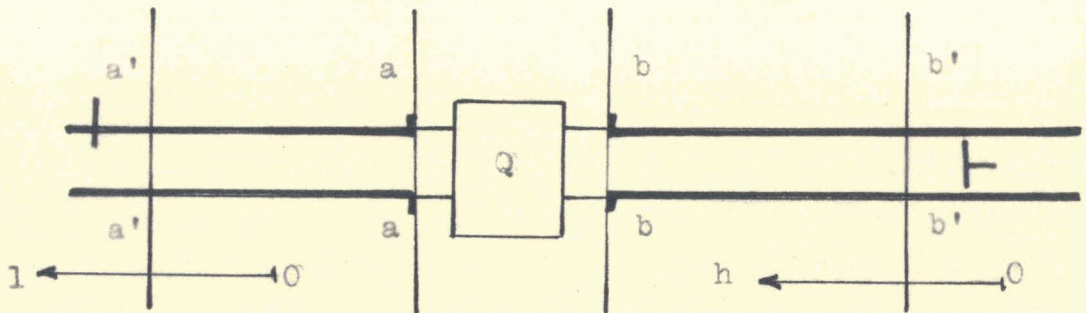


fig. 8

En rationalisant le second membre, on obtient l'expression cherchée:

$$z_I = \frac{S(I + \operatorname{tg}^2 \beta dl) + j(S^2 - I)\operatorname{tg} \beta dl}{S^2 + \operatorname{tg}^2 \beta dl} \quad \text{II-2-1}$$

Un calcul analogue, ou la relation:  $z_I y_I = I$ , fournissent l'expression:

$$y_I = \frac{S(I + \operatorname{tg}^2 \beta dl) - j(S^2 - I)\operatorname{tg} \beta dl}{S^2 \operatorname{tg}^2 \beta dl + I} \quad \text{II-2-2}$$

Enfin l'expression connue:  $\rho = \operatorname{Re}^{j\psi} = \operatorname{Re}^{j(\pi - 2v)}$  donne immédiatement:

$$\rho_I = \frac{S - I}{S + I} e^{j(\pi - 2\beta dl)} \quad \text{II-2-3}$$

### 3- MESURE DES ELEMENTS DE ((z))

A - L'impédance réduite  $z_2$  est prise successivement égale à:

$$z_2 = 0$$

$$z_2 = \infty$$

$$z_2 = \text{valeur connue servant d'étalon.}$$

Dans un but évident de simplification, on utilise un piston mobile de court-circuit pour obtenir, sans aucun démontage, les 3 valeurs de  $z_2$  ( $z_2$  se réduit alors à la réactance  $jx_2$ )

Le montage à réaliser est indiqué fig. 8.

Le quadripole Q est rapporté aux plans a'a' et b'b' pour les raisons suivantes:

- les échelles de mesure de distance du mesureur et du piston de CC peuvent ne pas atteindre les plans aa et bb.
- le plan a'a' sert de plan de référence de court-circuit pour évaluer les dl.
- le plan b'b' sert de plan réel de localisation de  $z_2$  car il est difficile de placer une charge à l'endroit même d'une jonction de deux guides.

Comme on prend:  $a'a = p_1 \lambda_1/2$  et  $b'b = p_2 \lambda_2/2$ , le système de plans ( $a'a', b'b'$ ) ne modifie en aucune façon la matrice mesurée qui est obtenue, en définitive, rapportée aux plans aa et bb.

B - Le mode opératoire est simple:

a) On place un court-circuit (feuille de clinquant) à l'extrémité du mesureur, exactement dans le plan aa.

On recherche la position d'un minimum de signal de sonde: c'est l'abscisse du plan a'a'.

On mesure  $\lambda_{g1}$ .

b) Il est nécessaire de distinguer 2 cas possibles:

b-1) Les lignes 1 et 2 sont identiques:

On place la sonde dans le plan a'a'. On pose le piston mobile de CC à l'extrémité du mesureur et, sans modifier la sonde, on recherche un minimum de signal en agissant sur le piston. L'abscisse de ce dernier est celle du plan b'b'. Mesurer  $\lambda_{g2}$ .

b-2) Les lignes 1 et 2 ne peuvent être reliées que par une transition appropriée:

- Si cette transition est du type shunt (schéma réductible à un dipôle parallèle) il suffit de la placer entre le mesureur et le piston de CC et de reprendre les opérations décrites dans b-1.

- Si elle n'est pas shunt, ou si on ignore son schéma équivalent, procéder comme suit: Placer la transition (à défaut, le quadripôle lui-même) sur l'extrémité du mesureur. Placer à sa sortie un plan de court-circuit (feuille de clinquant) et rechercher en déplaçant la sonde un minimum de signal. Remplacer le plan de court-circuit par la monture du piston mobile et rechercher à nouveau le minimum de signal sans modifier la position de la sonde et en agissant uniquement sur le piston de CC. L'abscisse de ce dernier est celle de b'b'. Mesurer  $\lambda_{g2}$ .

c) Placer le quadripôle sur la ligne de mesure et le piston mobile en charge.

Mettre le piston dans le plan b'b'. Ceci revient à ramener dans le plan bb l'impédance:  $z_2 = 0$

Mesurer à l'entrée du quadripôle les quantités S et dl qui serviront au calcul de  $z_1$  avec II-2-1.

d) Déplacer le piston de  $\pm \lambda_{g2}/4$ . Ceci ramène dans bb l'impédance:  $z_2 = \infty$

Mesurer les nouvelles valeurs S et dl.

e) Placer le piston à la distance  $\Delta h$ , comptée à partir de 'b' et positivement vers le mesureur. L'impédance ramenée dans bb vaut:

$$z_{e2} = -j \operatorname{tg} \beta_2 \Delta h$$

Mesurer S et dl à l'entrée.

C- Après avoir obtenu les expressions complexes de  $z_{e1}, z_{o1}, z_{c1}$  au moyen de II-2-1, déterminer les éléments  $z_{II}$  de  $((z))$  en appliquant les formules II-3-1 dont on verra la démonstration en annexe.

$$\begin{aligned} z_{II} &= z_{o1} \\ z_{I2}^2 &= \frac{z_{e2} (z_{o1} - z_{e1}) \cdot (z_{o1} - z_{c1})}{z_{e1} - z_{c1}} && \text{II-3-1} \\ z_{22} &= \frac{z_{e2} (z_{o1} - z_{e1})}{z_{e1} - z_{c1}} \end{aligned}$$

#### 4 - MESURE DES ELEMENTS DE ((y))

Le montage à réaliser et le mode opératoire sont identiques à ceux décrits au §3 étant entendu que l'on travaille cette fois sur des admittances.

Les valeurs à prendre dans le plan bb sont:

$$y_{c2} = \infty$$

$$y_{o2} = 0$$

$$y_{e2} = j \cot \beta_2 \Delta h$$

Le calcul de:  $y_{c1}, y_{o1}$  et  $y_{e1}$  s'effectue avec II-2-2.

Les éléments de  $((y))$  sont obtenus par les expressions suivantes:



$$y_{II} = y_{cI}$$

$$y_{I2}^2 = \frac{y_{e2} (y_{cI} - y_{eI}) \cdot (y_{cI} - y_{oI})}{y_{eI} - y_{oI}}$$

II-3-2

$$y_{22} = \frac{y_{e2} (y_{cI} - y_{eI})}{y_{eI} - y_{oI}}$$

Remarque: on passe de II-3-1 à II-3-2 par dualité en permutant z et y et les indices c et o .

5 - MESURE DES ELEMENTS DE ((S))

Le montage à réaliser est encore celui de la fig.8.

Cependant, l'impédance connue  $z_2$  est cette fois une charge adaptée:  $z_{e2} = I$

Les sous-paragraphes: a), b), c) et d) du mode opératoire restent inchangés. Remplacer le sous-paragraph e) par le suivant:

- .....
- e) Placer la charge adaptée sur la sortie du quadripôle  
Mesurer les quantités S et dl à l'entrée.

On détermine ensuite, avec II-2-3, les valeurs des coefficients:  $\rho_{cI}, \rho_{oI}$  et  $\rho_{aI}$

Les éléments de ((S)) sont obtenus à partir des expressions ci-dessous:

$$S_{II} = \rho_{aI}$$

$$S_{22} = \frac{2\rho_{aI} - (\rho_{cI} + \rho_{oI})}{\rho_{cI} - \rho_{oI}}$$

II-3-3

$$S_{I2}^2 = 2 \frac{\rho_{aI}^2 - \rho_{aI}(\rho_{cI} + \rho_{oI}) + \rho_{cI}\rho_{oI}}{\rho_{cI} - \rho_{oI}}$$

CONCLUSION:

La méthode décrite est rapide et très facile à mettre en oeuvre. En échange, elle entraîne des calculs assez longs qui peuvent, en l'absence de tables numériques précises, ajouter une erreur supplémentaire à celle provenant des mesures expérimentales.

En fait, on l'utilise avec succès sur des quadripôles prévus essentiellement pour réaliser une transformation effective de leur charge appliquée. Par exemple un atténuateur, un déphaseur, un obstacle quelconque important.

Par contre, à cause de l'imprécision des mesures à TOS très élevé, cette méthode est à déconseiller pour les quadripôles à très faibles pertes, les jonctions, les adaptations, etc...

Il existe, pour ces quadripôles particuliers, des méthodes spécialement adaptées, et le chapitre III en donne un exemple.

ANNEXE AU CHAPITRE II

Nous allons démontrer les relations II-3-I,2 et 3.

1°: En rapportant ((z)) aux plans aa et bb, on sait que  $z_I$  et  $z_2$  sont reliées par:

$$z_I = z_{II} - \frac{z_{I2}^2}{z_{22} + z_2} \quad a$$

Si  $z_2 = \infty$ , il vient immédiatement:

$$z_I = z_{II} = z_{OI} \quad b$$

si  $z_2 = 0$  on déduit de même:  $z_{cI} = z_{II} - z_{I2}^2/z_{22}$ , d'où:

$$z_{22} = \frac{z_{I2}^2}{z_{OI} - z_{cI}} \quad c$$

En portant  $z_{II}$  et  $z_{22}$  donnés par b et c dans a, on trouve l'expression cherchée de  $z_{I2}^2$ . En remplaçant  $z_{I2}^2$  par cette valeur dans c, on obtient  $z_{22}$ .

2°: Les mêmes raisonnements s'appliquent au calcul de  $y_{ij}$  à partir de :

$$y_I = y_{II} - \frac{y_{I2}^2}{y_{22} + y_2}$$

3°: On applique encore la même méthode à partir de la relation ( cf § III-I-B):

$$p_I = s_{II} - \frac{s_{I2}^2}{s_{22} - \frac{I}{p_2}}$$

Sur charge adaptée:  $p_2 = 0$  et il vient:  $p_I = p_{aI} = s_{II}$

sur un CC:  $p_2 = -I$  et il vient:  $p_{cI} = p_{aI} - \frac{s_{I2}^2}{s_{22} + I}$

sur un CO:  $p_2 = +I$  et on déduit de même la valeur de  $p_{oI}$ .  
En éliminant  $s_{I2}^2$  entre les 2 relations précédentes on obtient  $s_{22}$ .

En portant la valeur de  $s_{22}$  dans:  $p_{cI} - p_{oI}$ , on trouve celle de  $s_{I2}^2$ .

### CHAPITRE III

#### DETERMINATION DE $(z)$ $(y)$ ET $(S)$ POUR UN QUADRIPOLE A TRES FAIBLES PERTES

---

##### I - OBJET ET PRINCIPE DE LA METHODE

A - La méthode directe est volontairement restreinte au nombre minimum de mesures à effectuer. Si, pour une cause quelconque, une seule mesure est défectueuse, l'ensemble du résultat est modifié d'autant.

Pour certains quadripôles (jonctions, transitions, ...) qui possèdent des caractéristiques d'utilisation définies dans une bande assez restreinte, on doit obtenir une estimation correcte de leur fonctionnement.

On utilise alors des méthodes dites statistiques. On effectue systématiquement un assez grand nombre de mesures. On recherche, par l'interprétation théorique du résultat, une valeur des paramètres qui n'est pas effectivement mesurée, mais déduite en moyenne statistique de l'ensemble des points expérimentaux.

On montre qu'une telle méthode peut améliorer la précision d'ensemble de la matrice étudiée.

B - Parmi ces méthodes, celle du piston mobile de court-circuit est l'une des plus utilisées car elle est basée sur des résultats analytiques très simples et faciles à interpréter.

Nous allons préciser les fondements théoriques de cette méthode.

Puisque les quadripôles à étudier sont le plus souvent rencontrés sous forme d'assemblages de tronçons de ligne, on utilise les propriétés générales étudiées en transmission guidée. En particulier, on recherche des plans de référence qui simplifient au maximum les résultats à interpréter.

Ceci est toujours possible, puisque les problèmes de phase (les seuls qui existent lorsque les pertes sont supposées négligeables) dépendent effectivement des longueurs de ligne.

Soit un quadripôle sans pertes Q rapporté à aa et bb. (fig. 9)

On sait qu'il existe entre ces 2 plans la transformation des coefficients de réflexion:

$$\rho_I = S_{II} - \frac{S_{I2}^2}{S_{22} - 1/\rho_2} \quad \text{III-I-1}$$

Nota: pour démontrer cette relation, il suffit de poser, à partir de I-3=2:

$$\frac{e_I}{e_I} = \rho_I \quad \frac{e_2}{e_2} = \rho_2$$

et d'éliminer  $\frac{e_2}{e_I}$  pour obtenir le résultat cherché.

Si on adapte la ligne 2 :  $\rho_2 = 0$  et il reste :

$$\rho_I = \rho_{aI} = S_{II} \quad \text{III-I-2}$$

Sur un diagramme de Smith, on voit alors qu'il existe un plan  $a_I a_I$  pour lequel le coefficient  $\rho_I$  ramené est purement  $\rho_{aI}$  réel positif (fig 10)

Dans ce plan, l'amplitude de e sur la ligne I passe par un maximum.

Convenons de placer l'accent ' sur toute grandeur relative au système de plans  $a_I a_I$ ,  $b_2 b_2$ . On peut écrire:

$$2\beta_I \overline{aa_I} = \arg \rho_{aI} \quad \text{III-I-3}$$

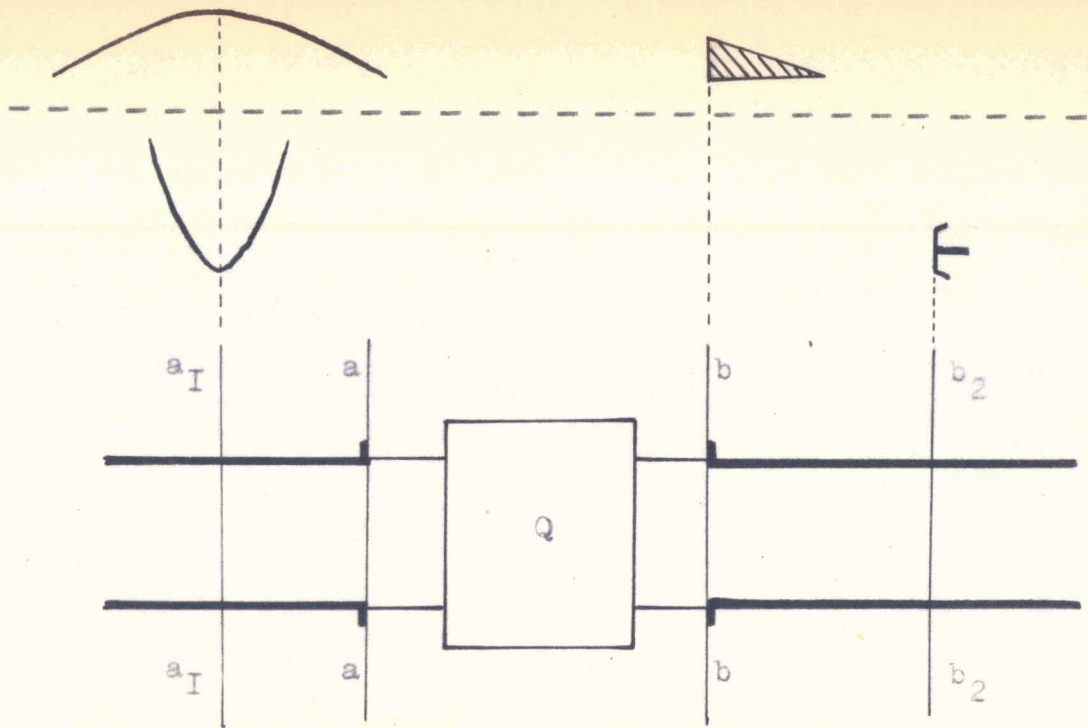
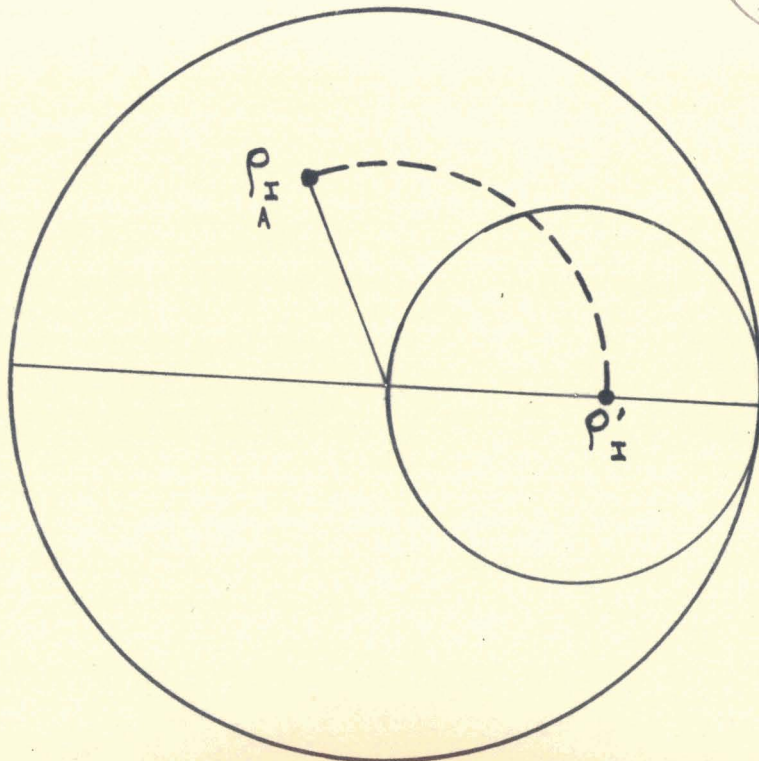


fig. 9

fig. 10





Comme III-I-I est évidemment valable avec le nouveau système de plans, on a encore:

$$\rho'_I = S'_{II}$$

Mais si  $S_a$  est le TOS obtenu sur la ligne I, avec une charge adaptée en 2, on a aussi:

$$S_a = \frac{I + \rho'_I}{I - \rho'_I}$$

d'où:

$$S'_{II} = \frac{S_a - I}{S_a + I} \quad \text{III-I-4}$$

Puisque ((S)) conserve les modules, il existe un plan  $b_2b_2$  tel que, pour un court-circuit placé dans ce plan, il y ait aussi un court-circuit ramené dans  $a_Ia_I$ .

Alors III-I-I prend la forme:

$$-I = S'_{II} - \frac{S'^2_{I2}}{S'_{22} + I}$$

et on en déduit:  $S'^2_{I2} = (I + S'_{II})(I + S'_{22})$  III-I-5

Finalement, il existe un système particulier de plans  $a_Ia_I$  et  $b_2b_2$  tel que:

- |            |   |
|------------|---|
| $a_Ia_I$ : | position repérable sur la ligne I d'un maximum de signal de sonde sur charge adaptée.                         |
| $b_2b_2$ : | position repérable du piston de CC de la ligne 2 qui donne, dans le plan $a_Ia_I$ , un minimum nul de signal. |

C - L'intérêt de ces 2 plans est le suivant: La matrice ((S')) est purement réelle, et possède un schéma équivalent très intéressant: transformateur parfait.

Précisons ces résultats.

I°: La matrice ((S')) étant unitaire, on peut écrire:

$$S'_{II}S'^*_{I2} + S'_{I2}S'^*_{22} = 0$$

en multipliant par  $S'_{I2}$  il vient:

$$S'_{II} |S'_{I2}|^2 + S'^2_{I2} S'^*_{22} = 0 \quad \text{III-I-6}$$

Remplaçons  $S'^2_{I2}$  par sa valeur tirée de III-I-5, il vient:

$$S'_{II} |S'_{I2}|^2 + (I + S'_{II}) |S'_{22}|^2 + (I + S'_{II}) S'^*_{22} = 0 \quad \text{III-I-7}$$

Cette équation n'est possible, avec  $S'_{II}$  réel positif, que si  $S'_{22}$  est réel négatif.

On doit alors écrire, avec III-I-6:

$$S'_{22} = - S'_{II} \frac{|S'_{I2}|^2}{S'^2_{I2}} \quad \text{III-I-8}$$

pour en déduire que  $S'^2_{I2}$  est nécessairement réel. Alors III-I-8 se réduit à:

$$S'_{22} = - S'_{II} \quad \text{III-I-9}$$

et III-I-5 donne:  $S'^2_{I2} = I - S'^2_{II}$  III-I-10

En regroupant les éléments de ((S')) on obtient les expressions importantes:

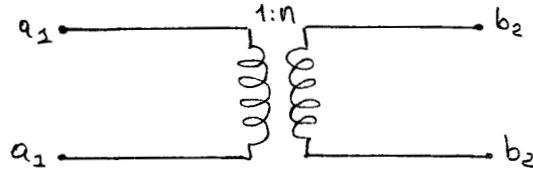
$$\left| \begin{array}{l} S'_{II} = \frac{S_a - I}{S_a + I} \\ S'_{22} = - S'_{II} \\ S'^2_{I2} = \frac{4S_a}{(S_a + I)^2} \end{array} \right. \quad \text{III-I-II}$$

2°: Posons  $I/\sqrt{S_a} = n$

On peut mettre alors ((S')) sous la forme:

$$((S')) = \left\| \begin{array}{cc} \frac{I - n^2}{I + n^2} & \frac{2n}{I + n^2} \\ \frac{2n}{I + n^2} & -\frac{(I - n^2)}{I + n^2} \end{array} \right\|$$

On montre alors que la matrice ((S')) est celle d'un transformateur parfait de rapport de transformation n.



Parmi les propriétés de Q' résultant d'un tel schéma équivalent, il faut citer:

Le quadripôle Q' rapporté à  $a_1, a_1$  et  $b_2, b_2$  ne possède ni de matrice impédance, ni de matrice admittance.

Il possède la matrice transférence:

$$((b)) = \begin{vmatrix} I/n & 0 \\ 0 & n \end{vmatrix}$$

En la développant, il vient:

$$e'_2 = n \cdot e'_1$$

$$h'_2 = \frac{I}{n} \cdot h'_1$$

et on en déduit:  $z'_1 = \frac{I}{n^2} z'_2 = S_a \cdot z'_2$

III-I-I2

## 2 - DETERMINATION DIRECTE DE ((S'))

La détermination directe de ((S')) est une application immédiate des résultats du § précédent:

On place le quadripôle sur le mesureur de TOS et on le charge par une terminaison adaptée.

On détermine l'abscisse l d'un minimum de sonde.

On mesure le TOS  $S_a$  à l'entrée du quadripôle.

On détermine  $\lambda_{gI}$

On place la sonde à l'abscisse :  $l' = l \pm \lambda_{gI}/4$   
c'est à dire dans le plan  $a_I a_I$ .

On remplace la charge adaptée par un piston de CC et on recherche l'abscisse de ce piston qui donne un minimum de signal dans le plan  $a_I a_I$ . On a ainsi déterminé  $b_2 b_2$ .

On calculera  $((S'))$  par III-I-II.

Cette méthode, pour des mesures précises, est à déconseiller, parce que:

- on ne possède pas toujours une bonne charge adaptée.

- la mesure de  $S_a$  peut accidentellement être fautive. L'erreur est alors intégralement reportée sur tous les éléments de  $((S'))$ .

- la détermination du plan  $a_I a_I$ , si  $S_a$  est proche de I, peut manquer de précision car les extremums de signal de sonde sont alors peu prononcés.

Cependant, elle reste d'un emploi commode et très rapide pour une estimation ou une vérification des caractéristiques d'un quadripôle donné.

### 3 - METHODE EXPERIMENTALE PROPREMENT DITE

La méthode proposée n'utilise, en charge du quadripôle, qu'un piston de court-circuit de bonne qualité.

A - Le montage à réaliser est celui de la fig. I2.

Le quadripôle Q peut être rapportés à des plans arbitraires. Pour les raisons exposées au §II-3-A, on utilisera alors les plans  $a'a'$  et  $b'b'$ .

Ce dernier sera choisi à au moins une longueur d'onde de l'embouchure du piston de CC pour que  $l_2$  atteigne une valeur suffisante.

On place le piston à différentes abscisses arbitraires:

$$l_1^2, l_2^2, \dots, l_j^2$$

et, pour chacune d'elle, on mesure l'abscisse  $l_I$  correspondant au signal minimum de sonde.

Nota: Pour obtenir de bons résultats,  $l_2$  doit parcourir au moins une longueur d'onde et on doit prendre 8 à 10 points de mesure par demi longueur d'onde.

On détermine  $\lambda_I$  et  $\lambda_2$ .

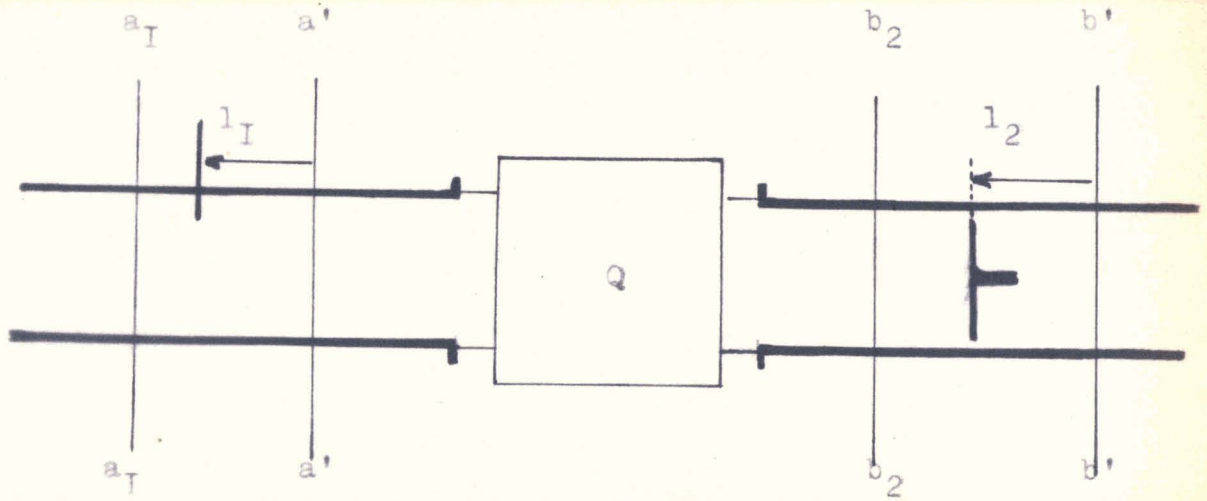


fig. I2

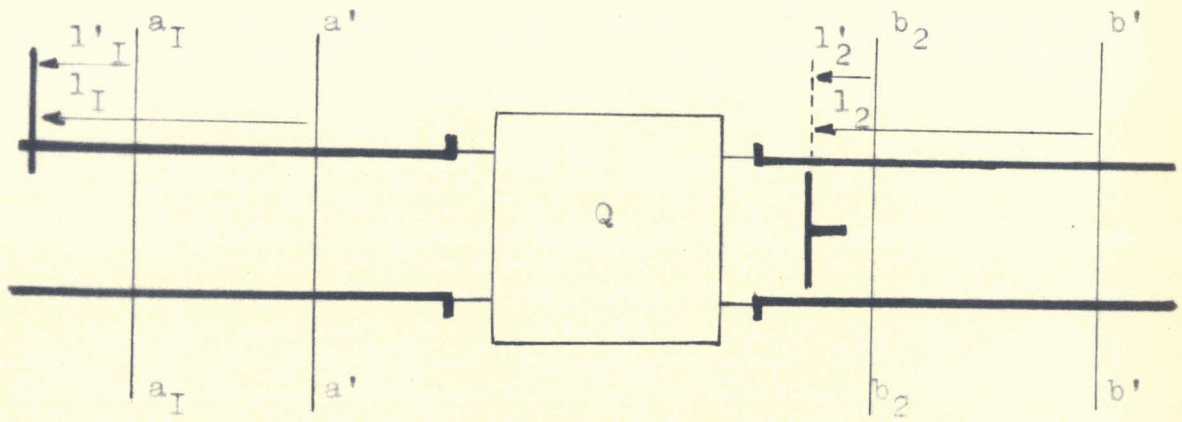


fig. I5

Pour tout  $j$ , on calcule:  $\beta_{I_j I}$  et  $\beta_{2_j 2}$ .

On reporte ces quantités sur un graphique rectangulaire, à échelle suffisamment dilatée. On doit utiliser la même unité sur les 2 axes, mais les origines des coordonnées restent arbitraires.

En rejoignant au mieux les points expérimentaux, on doit obtenir une courbe oscillant périodiquement autour d'une droite D parallèle à la 1° bissectrice. L'amplitude des oscillations est constante. (fig I3)

Remarque: Si l'amplitude des oscillations n'est pas constante, ou si les intersections de la courbe et de la droite D ne sont pas équidistantes, le quadripôle (ou le piston) présente trop de pertes. La méthode proposée n'est alors plus rigoureusement valable.

Soient P et P' les intersections de la courbe et de D. On montre que:

1°: P et P' sont les points d'inflexion de

$$\beta_{I I} = f(\beta_{2 2})$$

2°: que la pente de la courbe en P vaut:

$$\left| \begin{array}{l} m = S_a \end{array} \right. \quad \text{III-3-1}$$

et que celle en P' vaut:  $m' = I/S_a$

3°: que les coordonnées de P sont telles que:

$$\left| \begin{array}{l} l_{PI} = \overline{a'a_I} \\ l_{P2} = \overline{b'b_2} \end{array} \right. \quad \text{III-3-2}$$

Ainsi, sans charge adaptée, on obtient les informations qui permettent le calcul de ((S')) et le positionnement des plans  $a_I a_I$  et  $b_2 b_2$ .

On verra au §4 comment passer de ((S')) à ((S)), ((y)) ou ((z)) rapportées cette fois aux plans aa et bb.



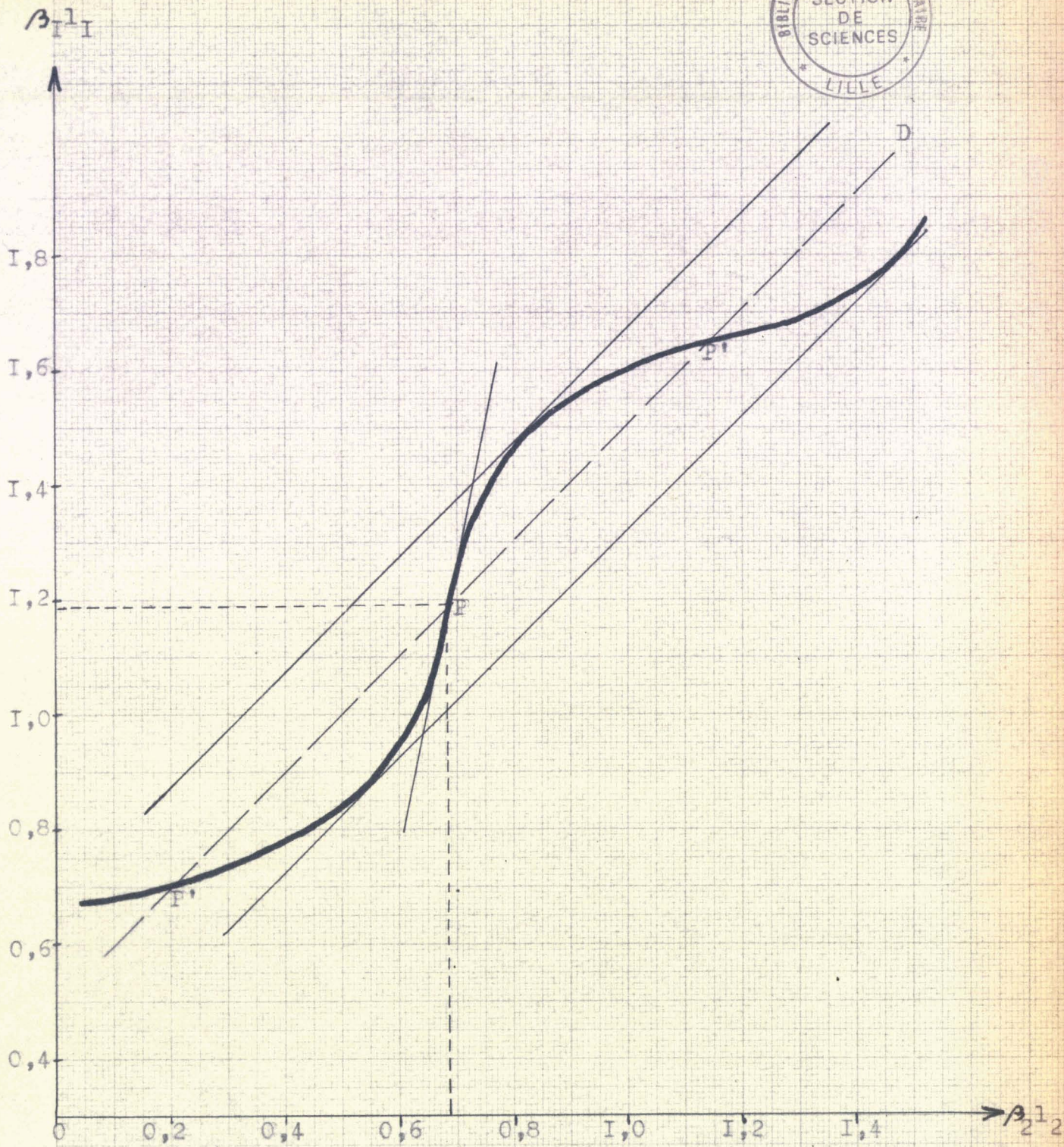
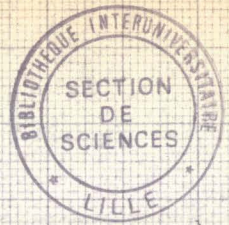


fig. 13

B - Puisque les informations utiles sont extraites de mesures de distances, la méthode est précise lorsque les échelles graphiques sont assez grandes.

Cependant, pour  $S_a$  voisin de I, l'étude graphique peut devenir délicate car m tend vers I et l'amplitude des oscillations vers 0; à la limite, avec  $S_a = I$ , la courbe est confondue avec D.

Dans ce cas, on améliore les tracés en utilisant la fonction:

$$\beta_I l_I - \beta_2 l_2 = f(\beta_2 l_2)$$

sur le même graphique que précédemment.

On obtient une courbe périodique oscillant cette fois autour d'une horizontale (fig I4).

Les points P et P' sont encore points d'inflexion.

Si D est la quantité dont diffère les extrêmes, on montre que:

$$S_a = \frac{I + \sin D/2}{I - \sin D/2} \quad \text{III-3-3}$$

Les coordonnées du point P de pente positive permettent encore, avec III-3-2, la détermination des plans  $a_I a_I, b_2 b_2$ .

C - Il se peut que la valeur de  $S_a$  soit recherchée aussi précise que possible. Dans ce cas, on peut utiliser le procédé auxiliaire suivant:

Déterminer les plans  $a_I a_I$  et  $b_2 b_2$  par les coordonnées de P selon III-3-2.

A chaque quantité:  $l_2$  et  $l_I$  on fait correspondre les distances:

$$l_{j2}' \text{ et } l_{jI}' \text{ comme indiquées fig. I5.}$$

La relation III-I-I2 décrit alors:

$$\text{tg } \beta_{IjI}' = S_a \text{tg } \beta_{2j2}' \quad \text{III-3-4}$$

On porte sur un graphique rectangulaire quelconque  $\text{tg } \beta_{IjI}'$  en fonction de  $\text{tg } \beta_{2j2}'$  (fig I6).

Les points obtenus doivent être sur une droite dont la pente, aisément mesurable, est  $S_a$ .



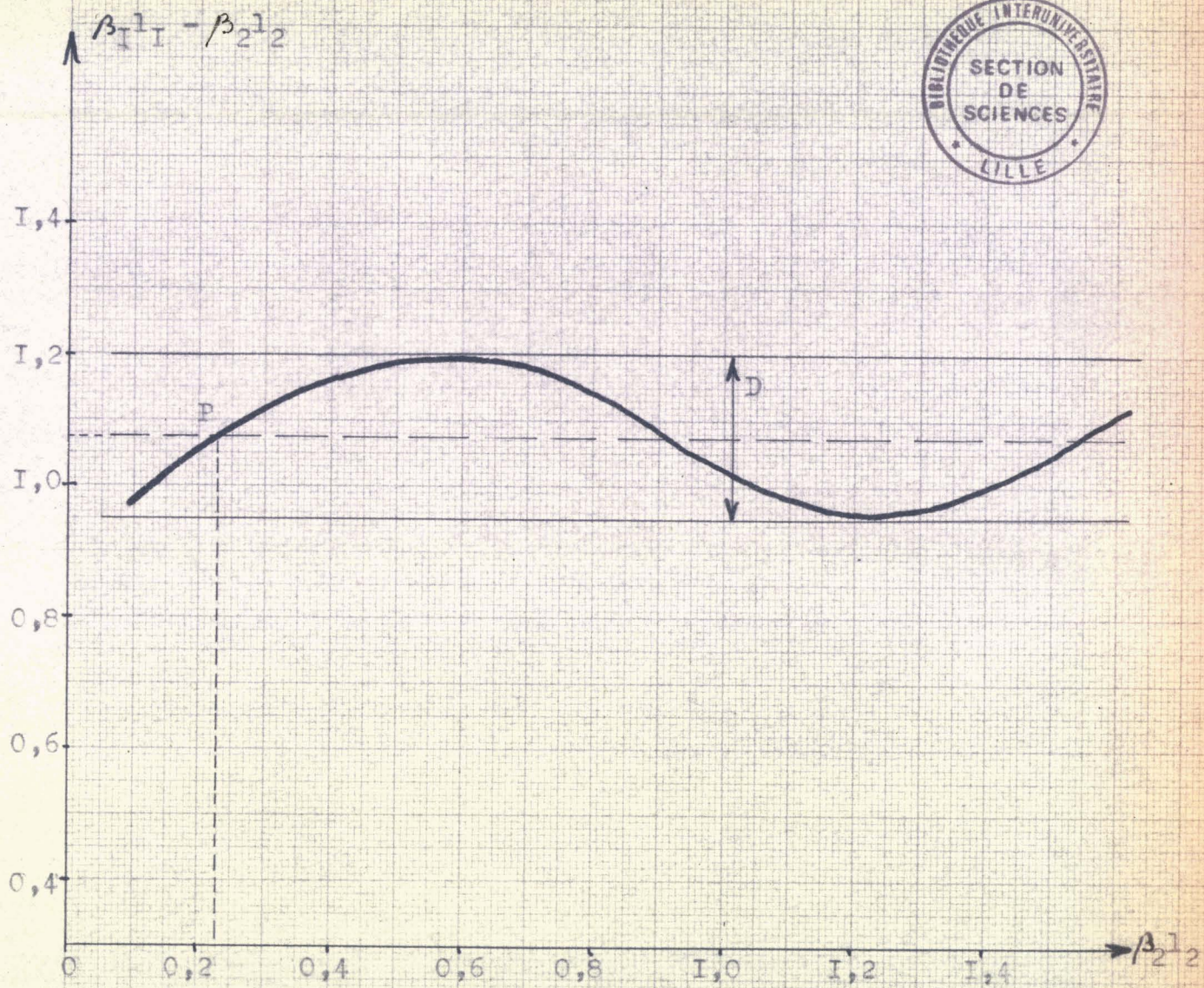


fig. 14



D - Changement de référentiel.

On utilise aussi, au lieu de la fig I2, la fig I7 comme référentiel.

Dans ce cas, on applique la méthode précédente, mais les résultats sont modifiés de la façon suivante:

1°: Remplacer fig I3 par fig I8. Le point P est alors celui de plus grande pente, en module.

2°: Remplacer III-3-I par :  $|m| = S_a$

3°: Remplacer fig I4 par fig I9. Le point P est alors celui de pente négative.

#### 4 - PASSAGE DE Q' A Q RAPPORTE AUX PLANS aa, bb.

La connaissance de  $S_a$  et des plans  $a_1 a_1$  et  $b_2 b_2$  est suffisante pour déterminer les matrices rapportées aux plans aa et bb. Précisons cette opération:

A - Posons

$$\left| \begin{array}{l} \operatorname{tg} \beta_1 \overline{a_1 a_1} = a \\ \operatorname{tg} \beta_2 \overline{b_2 b_2} = b \end{array} \right.$$

la relation III-3-4 s'écrit alors ( voir fig I5):

$$\frac{\operatorname{tg} \beta_1 l_1 - a}{1 + a \cdot \operatorname{tg} \beta_1 l_1} = S_a \frac{\operatorname{tg} \beta_2 l_2 - b}{1 + b \cdot \operatorname{tg} \beta_2 l_2}$$

d'où, en développant:

$$\begin{aligned} (b - S_a a) \operatorname{tg} \beta_1 l_1 \cdot \operatorname{tg} \beta_2 l_2 + (1 + ab S_a) \operatorname{tg} \beta_1 l_1 - (ab + S_a) \operatorname{tg} \beta_2 l_2 \\ - (a - b S_a) = 0 \end{aligned} \quad \text{III-3-5}$$

Par ailleurs, avec Q rapporté à  $a_1 a_1, b_2 b_2$ , et en omettant l'accent pour simplifier, il vient:

$$z_I = z_{II} - \frac{z_{I2}^2}{z_{22} + z_2}$$

$$\text{d'où: } z_I z_2 + z_{22} z_I - z_{II} z_2 - z_{II} z_{22} + z_{I2}^2 = 0 \quad \text{III-3-6}$$

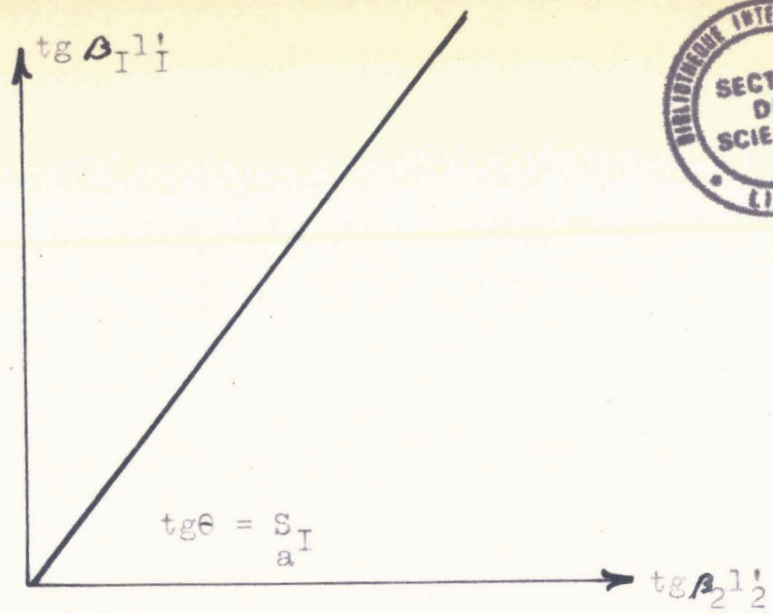


fig. 16

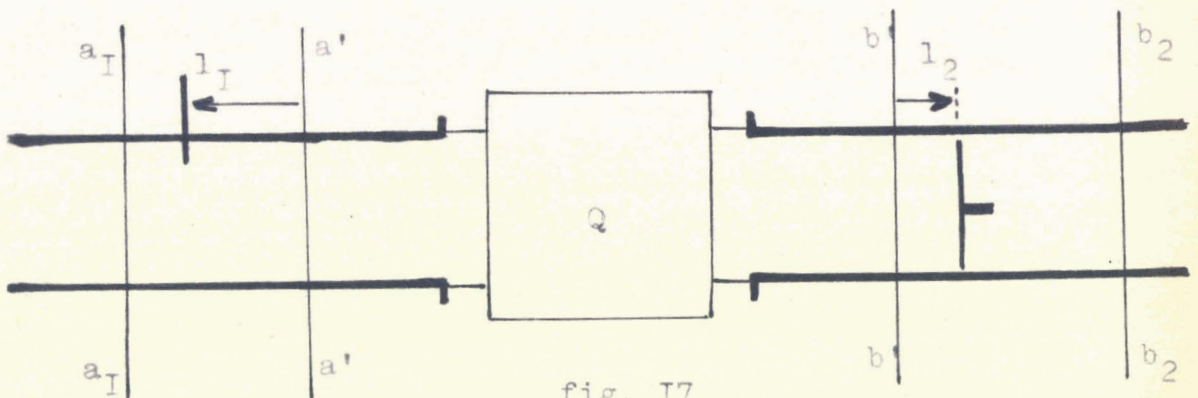
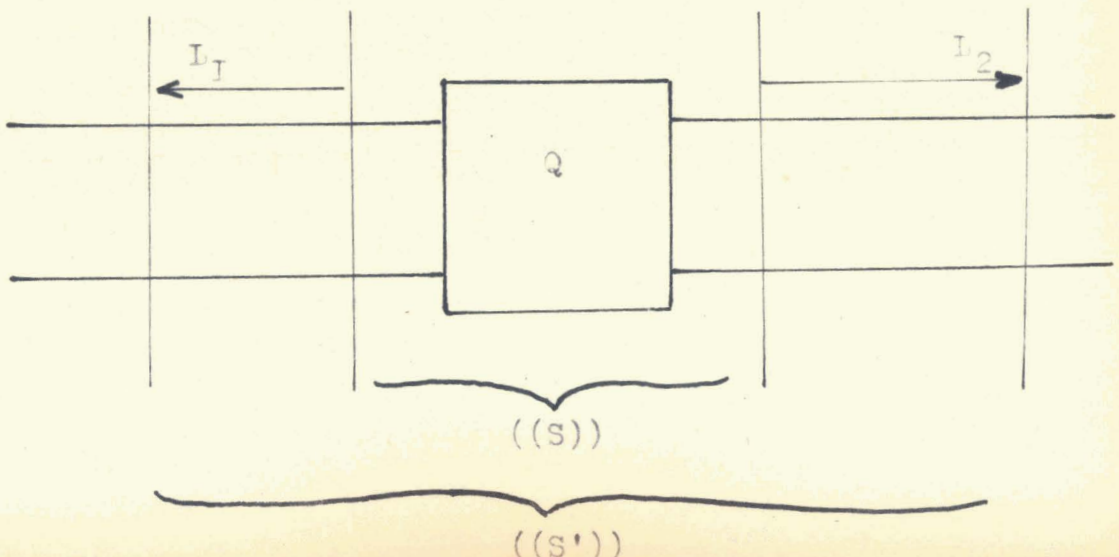


fig. 17

fig. 20



Mais comme on peut poser:

$$z_1 = -j \operatorname{tg} \beta_1 l_1 \quad z_2 = -j \operatorname{tg} \beta_2 l_2$$

il vient dans III-3-5:

$$z_1 z_2 - j \frac{I + ab S_a}{b - a S_a} z_1 + j \frac{ab + S_a}{b - a S_a} z_2 + \frac{a - b S_a}{b - a S_a} = 0 \quad \text{III-3-7}$$

En identifiant terme à terme III-3-6 et 7, on obtient les éléments de  $((z'))$  [qui n'est autre que  $((z))$  puisque les plans a'a' b'b' n'apportent aucune modification.]

On trouve:

$$\begin{aligned} z_{11} &= -j \frac{ab + S_a}{b - a S_a} \\ z_{22} &= -j \frac{I + ab S_a}{b - a S_a} \\ z_{12}^2 &= -S_a \frac{(I + a^2)(I + b^2)}{(b - a S_a)^2} \end{aligned} \quad \text{III-3-8}$$

B - Connaissant  $((z))$ , on peut calculer  $((y))$ . Il vient:

$$\begin{aligned} y_{11} &= -j \frac{I/ab + S_a}{I/b - S_a I/a} \\ y_{22} &= -j \frac{I + S_a I/ab}{I/b - S_a I/a} \\ y_{12}^2 &= -S_a \frac{(I + I/a^2)(I + I/b^2)}{(I/b - S_a I/a)^2} \end{aligned} \quad \text{III-3-9}$$

C - On peut déterminer  $((S))$  à partir de  $((z))$  ou  $((y))$  en appliquant I-3-5 ou 6.  
Il est plus simple, à partir de  $((S'))$ , de calculer directement  $((S))$  en utilisant les relations générales III-3-10 valables quelles que soient  $L_1$  et  $L_2$  comptées positivement comme l'indique la fig. 20:



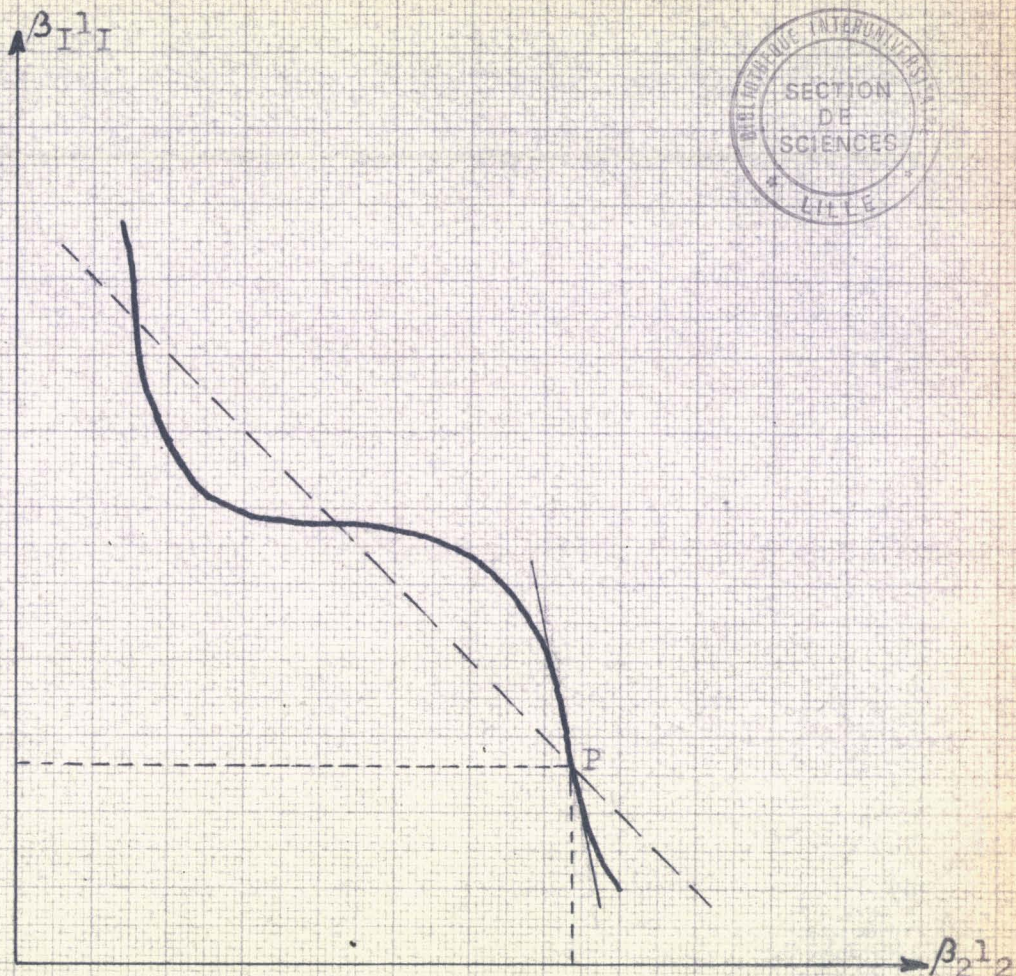


fig. 18

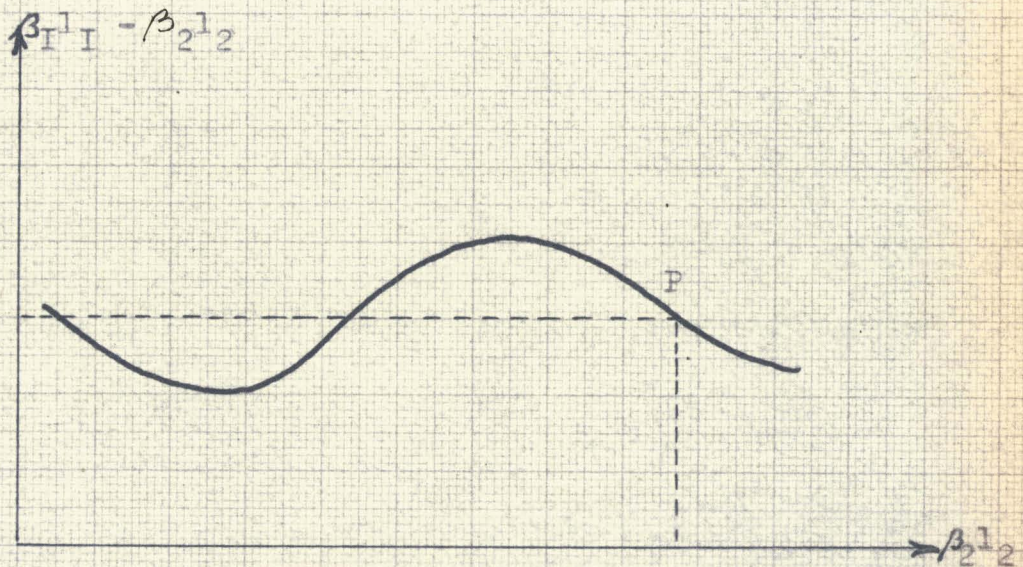


fig. 19



$$\left. \begin{aligned} S_{II} &= S'_{II} e^{j2\beta_1 L_1} \\ S_{22} &= S'_{22} e^{j2\beta_2 L_2} \\ S_{I2} &= S'_{I2} e^{j(\beta_1 L_1 + \beta_2 L_2)} \end{aligned} \right\} \text{III-3-IO}$$

### 5 - RETOUR SUR LA METHODE DIRECTE

La méthode décrite dans les § précédents donne ((S')).

Cependant, il existe une méthode statistique qui permet de déterminer immédiatement ((z)) ou ((y)) au moyen des formules II-3-1 et 2.

Les quantités  $z_I$ ,  $z_I$  et  $z_I$  sont obtenues graphiquement, sans effectuer de mesures, avec la précision de la méthode statistique. Celle-ci peut être excellente car on ne mesure que des abscisses de minimums et non plus des valeurs de TOS.

Posons ( fig I2):

$$\begin{aligned} x_2 &= \text{tg}\beta_2 l_2 \\ x_I &= \text{tg}\beta_I l_I \end{aligned} \quad \text{III-3-II}$$

en déterminant  $l_I$  et  $l_2$  comme il est dit au §III-3-A.

Tracer 2 droites parallèles.

Sur chacune d'elle, prendre une origine et une échelle des valeurs algébriques arbitraires. ( fig 2I) L'une des droites portera les réactances réduites  $x_I$  et l'autre  $x_2$ .

Reporter chaque couple expérimental:  $x_I$  et  $x_2$

Choisir un couple quelconque ( par exemple  $j = I$  ) de ces points et tracer la droite d passant par ces points.

Choisir sur d 2 points  $P_I$  et  $P_2$  arbitraires.

Tracer les droites  $P_I x_I$  et  $P_2 x_2$  pour toute valeur de j.



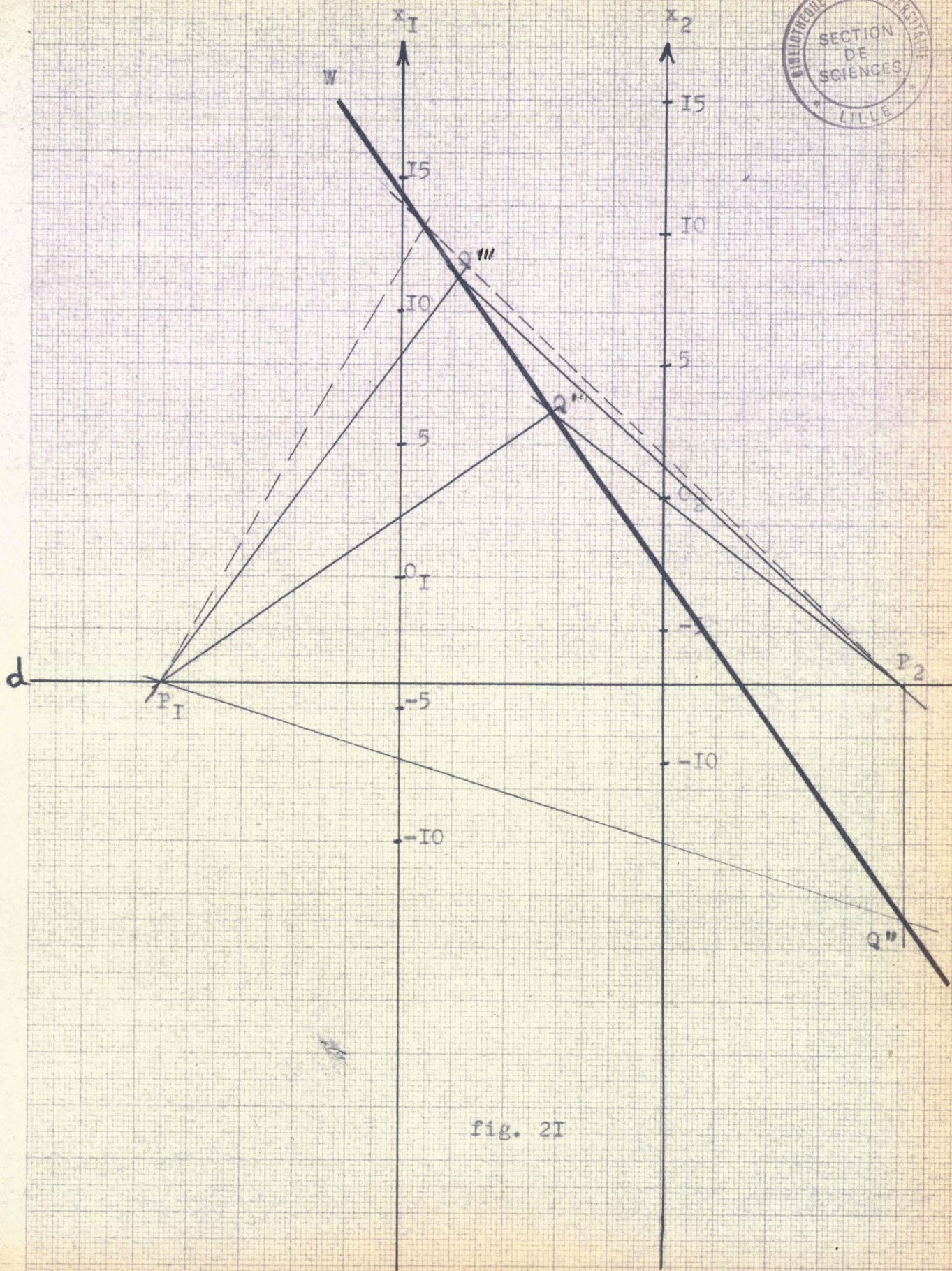


fig. 2I



Tous les points  $Q_j$  d'intersection doivent être sur une même droite  $W$  que l'on tracera au mieux.

Tracer la droite  $P_2O_2$ , ce qui donne  $Q'$  sur  $W$ . Tracer  $P_I Q'$  pour obtenir  $x_I$ .

Tracer à partir de  $P_2$  une parallèle à l'axe  $X_2$  qui coupe  $W$  en  $Q''$ . Tracer  $P_I Q''$  pour obtenir  $x_I$ .

Prendre sur  $W$  un point arbitraire  $Q'''$  qui donne, en le rejoignant à  $P_I$  et  $P_2$ , le couple  $x_I$  et  $x_2$ .

En prenant:

$$\begin{aligned} z_{e2} &= jx_{e2} \\ z_{eI} &= jx_{eI} \\ z_{cI} &= jx_{cI} \\ z_{oI} &= jx_{oI} \end{aligned}$$

et avec II-3-1 ou II-3-2, on obtient ((z)) ou ((y)).



## CHAPITRE IV

### DETERMINATION GRAPHIQUE DE ((S))

L'objet de ce chapitre est de donner un exemple de calcul graphique des éléments d'une matrice associée.

La méthode décrite permet d'obtenir ((S)) rapportée aux plans aa et bb pour tout quadripôle passif, avec ou sans pertes.

On peut en déduire ((z)), ou ((y)), en inversant I-3-5 ou 6.

#### I - PRINCIPE DE LA METHODE

On charge le quadripôle par une suite de réactances connues, à l'aide d'un piston mobile de court-circuit (fig22).

Le lieu géométrique du point  $\rho_2$  représentant le coefficient de réflexion ramené dans bb est le grand cercle du diagramme de Smith.

La transformation III-I-I étant conforme, le point  $\rho_I$  décrit, dans son plan, un cercle de centre C et de rayon R.

La forme du lieu de  $\rho_I$  est donc exactement connue.

Considérons la fig 23 qui donne la représentation polaire de  $\rho_I$  et  $\rho_2$  dans leurs plans respectifs.

Tous les points expérimentaux étant choisis de façon à être deux à deux diamétraux, leurs transformés sont sur les arcs de cercles transformés des diamètres du cercle  $O_2$

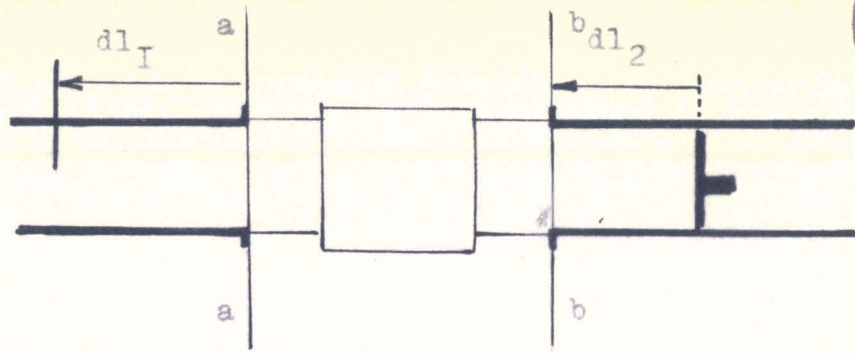


fig. 22

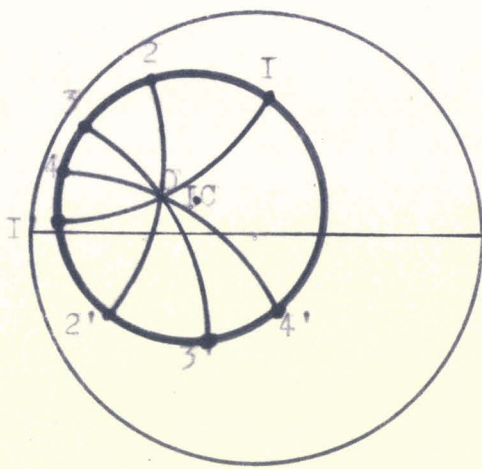


fig. 23

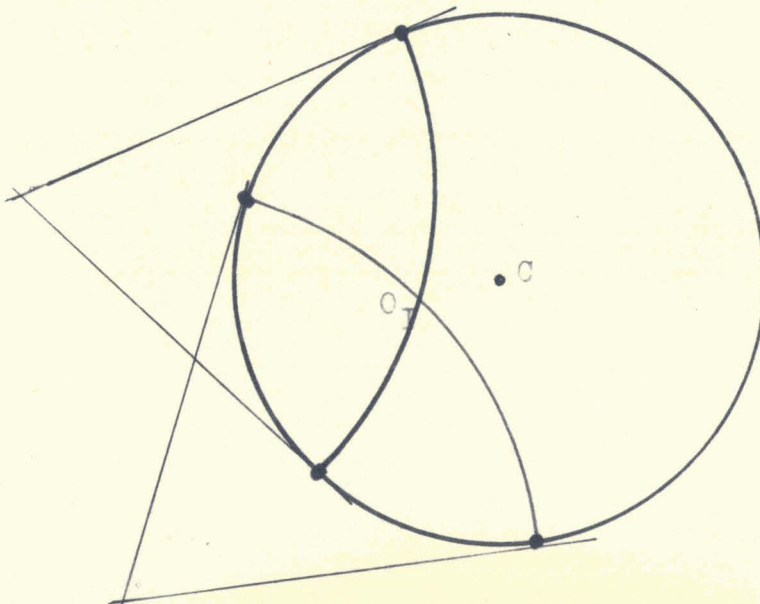
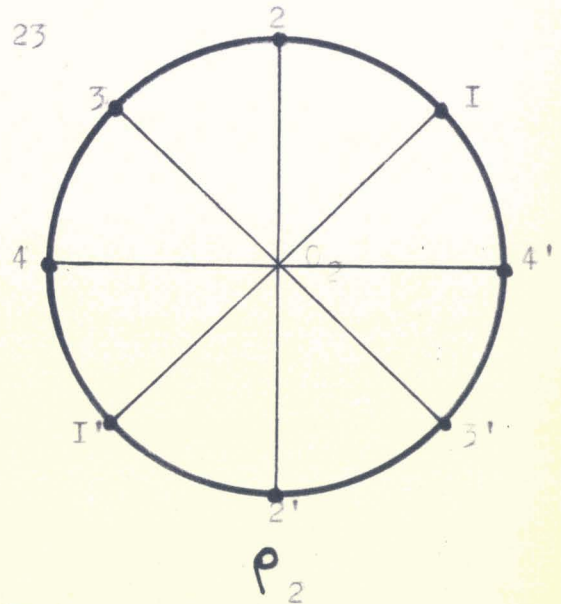


fig. 25

Le point  $O_I$ , transformé de  $O_2$ , est l'iconocentre. Il diffère de C, centre réel du cercle  $\mathcal{C}$  lieu de  $\rho_I$ .

Il est évident que l'ensemble des points expérimentaux obtenus permet de construire avec précision l'iconocentre.

Les points C,  $O_I$  et le rayon R déterminés ainsi de façon statistique et précise, on applique alors des transformations géométriques au cercle C.

Il est possible de déduire, de ces transformations, les expressions de  $S_{II}$ ,  $S_{22}$  et  $S_{I2}$ .

La méthode proposée est puissante, en ce sens qu'elle s'applique à tout quadripôle quel que soit sa complexité interne. En outre elle permet de suivre, un à un, les modifications éventuelles que l'on peut effectuer sur les éléments  $S_{ij}$ .

## 2 - REALISATION DE LA METHODE EXPERIMENTALE

A - La charge du quadripôle est constituée d'une suite de  $2n$  tronçons de ligne court-circuités de longueur:

$$\Delta l_2 = \frac{2}{4n} \quad n \geq 2$$

Les opérations de mise en place de ces tronçons sont numérotées:

$$1, 2, 3, \dots, n, 1', 2', 3', \dots, n'$$

de façon que la différence de longueur entre les lignes  $j$  et  $j'$  reste égale à  $\lambda_g^2/4$  pour tout  $j$ .

Les mesures électriques ont lieu par ordre croissant des longueurs de ces tronçons.

Pour chaque terminaison  $j$ , on mesure l'abscisse  $dl_{jI}$  d'un minimum de signal de sonde et le TOS  $S_j$ .

On détermine alors  $\rho_{jI}$  par:

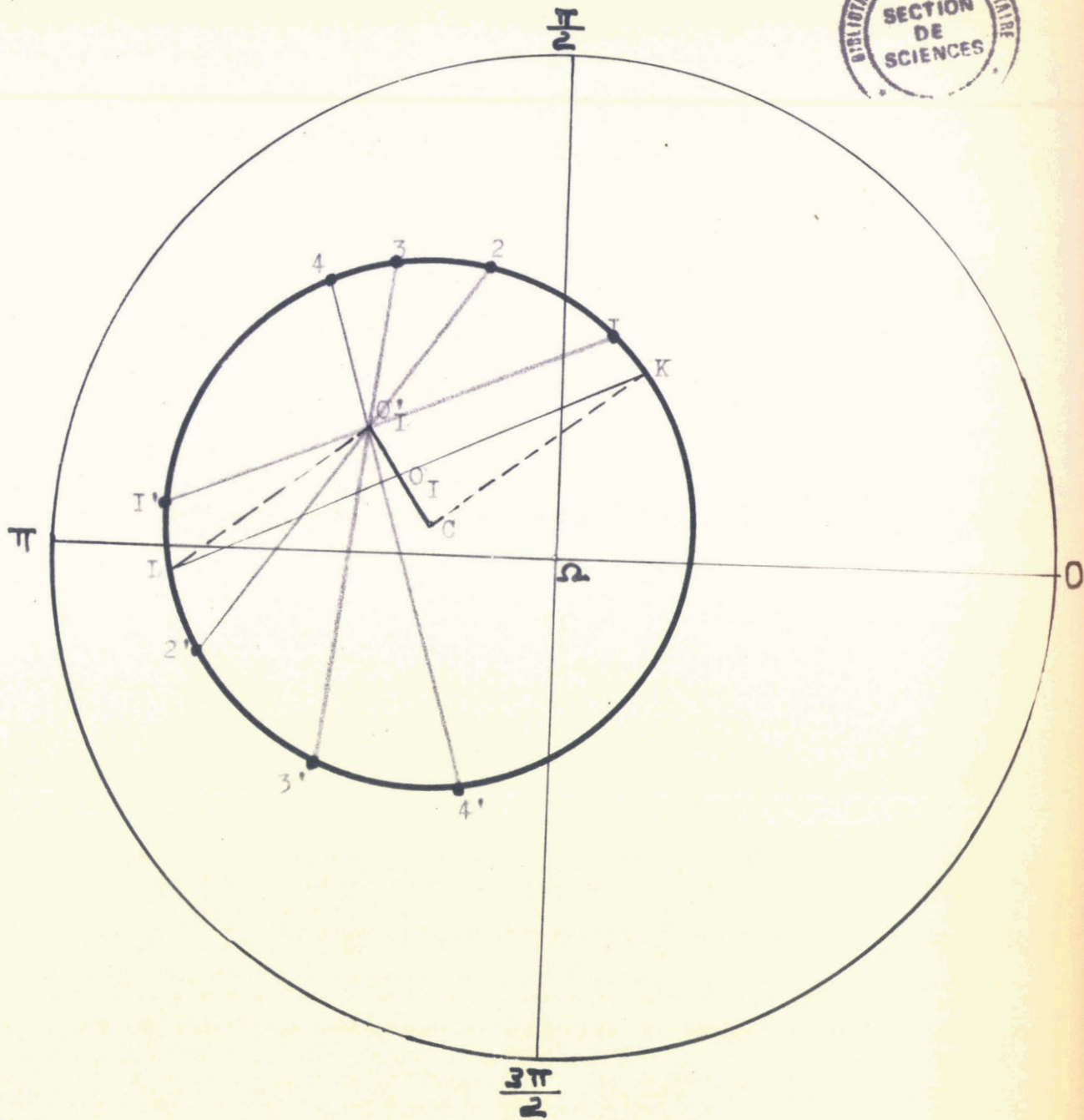
$$\left| \rho_{jI} \right| = \frac{S_j - I}{S_j + I}$$

IV-2-I

$$\varphi_{jI} = \pi - 2\sqrt{I} dl_{jI}$$

B - On reporte toutes ces valeurs de  $\rho_I$  sur un graphique polaire (fig 24).

Placer au mieux le cercle passant par l'ensemble des points. Déterminer son rayon et son centre.



Unité de longueur = rayon du grand cercle

fig. 24

Tracer les droites joignant les points I à I', 2 à 2', .... n à n'. Elles doivent toutes concourir au point  $O_I'$  que l'on placera au mieux.

Tracer  $O_I'C$ . Tracer  $O_I'L$  perpendiculaire à  $O_I'C$  dans un sens quelconque, puis  $CK$  parallèle à  $O_I'L$  dans le sens opposé. L'intersection de  $LK$  et de  $O_I'C$  donne l'isocentre  $O_I$ .

Remarque: Ce tracé de  $O_I$  est l'un des plus précis. Sa détermination "théorique" est indiquée sur la fig. 25 comme intersection commune d'arcs de cercles orthogonaux au cercle C.

En laboratoire, pour soulager l'épure, et lorsque le calque est transparent, on construit la fig 25 sur un abaque de Smith en prenant un réseau  $r = cte$  pour cercle C et un réseau  $x = cte$  passant par les couples de points  $II', 22', \dots$

C - On trace la droite  $O_IH$  perpendiculaire à  $O_I'C$ . Mesurer  $O_IH$  et  $CO_I$  (fig 26)

On prend un point  $P_I$  quelconque sur le cercle (de préférence un point expérimental).

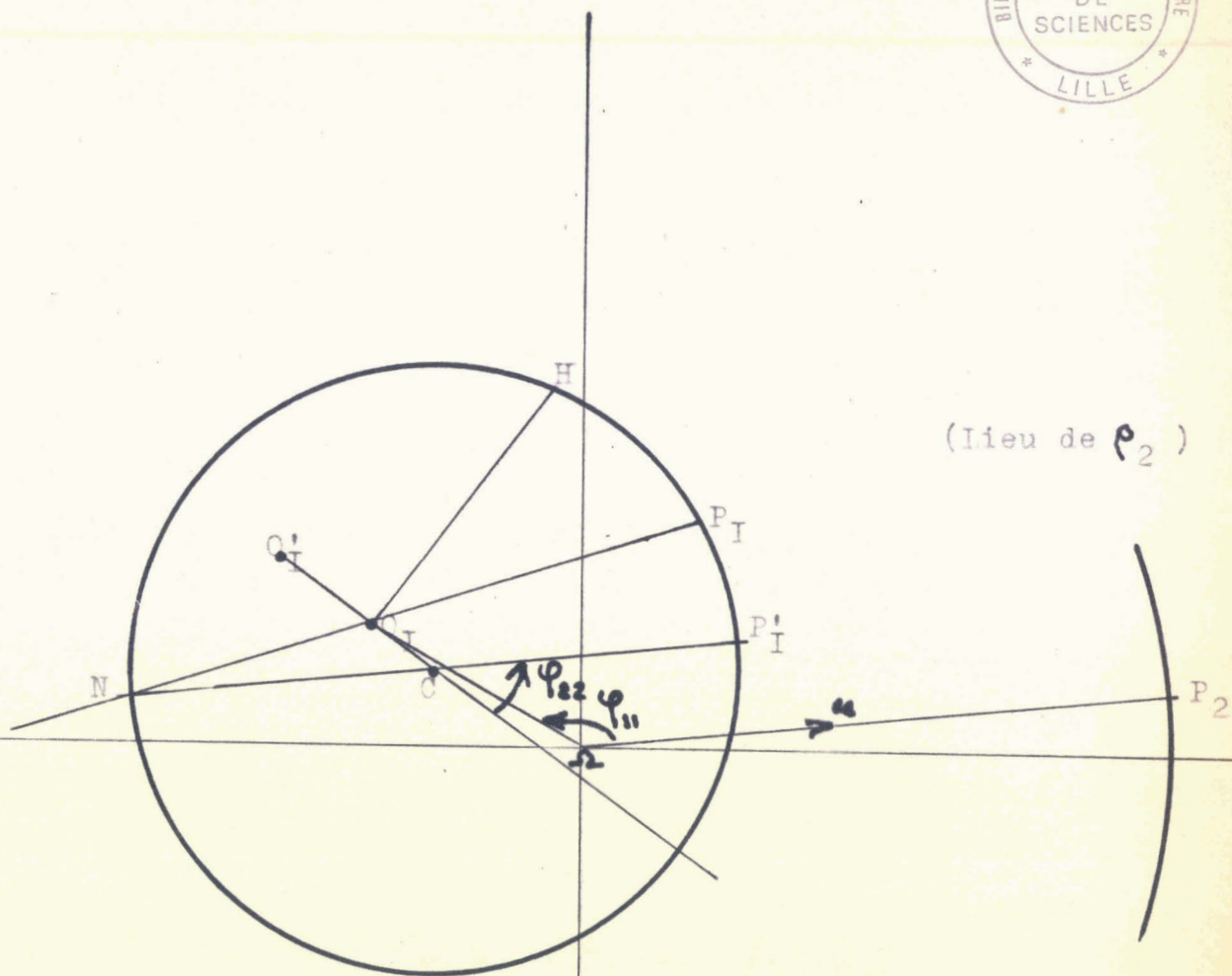
Joindre  $P_I$  à  $O_I$  pour obtenir N. Joindre N à C pour obtenir  $P_I'$ .

Orienter les segments;  $\vec{O_u}$  : direction O au point origine  $P_2$  (il faut ramener le lieu de  $e_2$  sur celui de  $e_I$ ,  $O_2$  et  $\vec{O_I}$  confondus)

$$\begin{array}{c} \vec{O_I C} \\ \vec{C P_I'} \\ \vec{O_I} \end{array}$$

On montre alors que les éléments de ((S)) sont donnés par:

$$\left| \begin{array}{l} S_{II} = \Omega O_I \cdot e^{j(\vec{O_u}, \vec{O_I})} \\ S_{22} = \frac{CO_I}{R} e^{j(\vec{O_I C}, \vec{C P_I'})} \\ S_{I2} = \frac{O_I H}{\sqrt{R}} e^{j \frac{1}{2}(\vec{O_u}, \vec{C P_I'})} \end{array} \right. \quad \text{IV-2-2}$$



Ici,  $\varphi_{12} = 0$

fig. 26

SECONDE PARTIE

ETUDE DE LA PRECISION ET DES ERREURS SYSTEMATIQUES

D'UNE MESURE SUR CELLULE A HAUTEUR VARIABLE

## I - INTRODUCTION

Cette étude est relative à l'utilisation d'une cellule à hauteur variable, sur une ligne de mesure de TOS, pour la détermination de la permittivité complexe de diélectriques liquides.

On se limitera, dans l'exposé, aux diélectriques à faibles pertes.

Les mesures sont effectuées dans la bande K (1,25 cm).

On sait que l'emploi d'un mesureur de TOS conduit à certaines interprétations découlant des principes mêmes de son fonctionnement.

Les variations de l'impédance d'entrée de la cellule sont "vues" par la sonde du mesureur, et ce sont des informations recueillies par cette dernière que l'on doit déduire les composantes de la permittivité complexe  $\epsilon^*$  du corps étudié.

Cette opération, qui est théoriquement bien connue, impose malheureusement dans la pratique un certain nombre de simplifications.

Sans discuter de la nécessité de ces simplifications, nous allons montrer quelques erreurs systématiques qu'elles entraînent, et définir ainsi le domaine de précision qui en résulte.

## 2 - POSITION DE LA SONDE

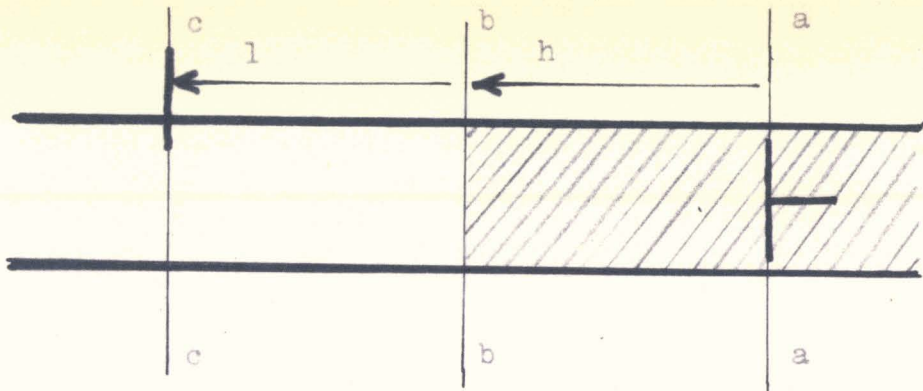
A - Considérons une cellule à hauteur variable, sans pertes à vide (cf. § 5 à ce sujet) utilisée sur une ligne de mesure de TOS supposée idéale (fig. I).

On sait que l'admittance réduite d'entrée de la cellule est donnée par:

$$y_{bb} = (B - jA) \coth 'h \quad 2-I$$

avec:  $A = \alpha' / \beta$  et  $B = \beta' / \beta$





$$Y = j\beta$$

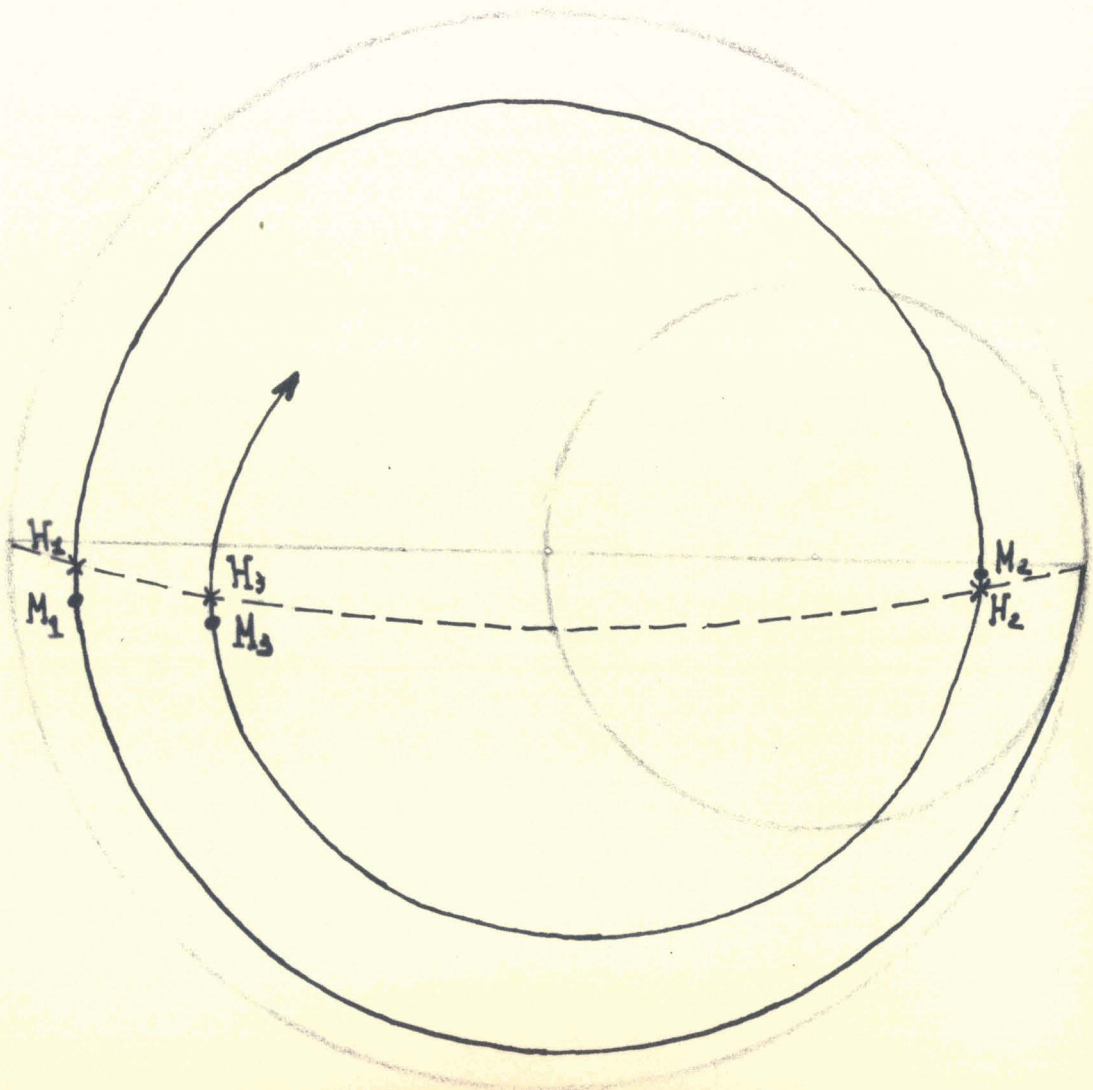
$$Z_c$$

$$Y' = \alpha' + j\beta'$$

$$Z'_c$$

fig. 1

fig. 2



Quelle que soit la position de sonde,  $y_{bb}$  est une fonction univoque de  $h$  dont la représentation sur un diagramme de Smith est la spirale connue (fig. 2).

Parmi les points représentatifs de cette spirale, les points  $H_1, H_3, \dots, H_{2p+1} \dots H_0, H_2, \dots, H_{2p} \dots$  ont une certaine importance:

- ils ont un sens physique évident (ils correspondent aux noeuds et aux ventres du système stationnaire dans le diélectrique)

- ils conduisent à l'expression la plus simple de  $y_{bb}$  :

$$B(I - j\frac{A}{B}) \operatorname{th}_{\frac{A}{B}}(2p+1)\frac{\pi}{2} \quad \text{pour } h = (2p+1) \lambda'/4$$

$$B(I - j\frac{A}{B}) \operatorname{coth}_{\frac{A}{B}} p\pi \quad h = p \lambda'/2$$

C'est pour ces raisons qu'ils sont retenus comme base de départ des calculs théoriques, avec la simplification complémentaire propre au domaine envisagé :

$$A \ll B$$

**Cependant, on sait que** la sonde ne peut mettre en évidence que les points  $M_p$  (extremums du signal de sonde).

Nous allons essayer d'évaluer les différences de hauteur qui séparent les points  $M$  des points  $H$ , et montrer qu'elles restent toujours très faibles, dépendent du diélectrique, et varient avec la position de la sonde.

B - Supposons le générateur parfaitement adapté. On peut définir l'amplitude électrique dans le plan de sonde par:

$$\begin{aligned} e &= e_i(I + \rho) \\ &= e_i(I + \rho_{bb} e^{-j2sl}) \end{aligned}$$

comme  $\rho_{bb} = \frac{I - y_{bb}}{I + y_{bb}}$ , il vient:

$$e = e_i \frac{I + e^{-j2\beta l} + (B-jA)(I - e^{-j2\beta l}) \coth \gamma' h}{I + (B-jA) \coth \gamma' h}$$

Avec une détection quadratique, le signal de sonde est proportionnel à  $|e|^2$ .

Pour simplifier les calculs relatifs à cette expression, et pour déterminer correctement leur position, on ne retient en pratique, que deux emplacements possibles pour la sonde:

$$l = (2p+I)\lambda/4 \quad \text{ou} \quad l = p\lambda/2$$

Dans le premier cas, il reste:

$$e = 2e_i \frac{(B-jA)}{(B-jA) + \text{th} \gamma' h} \quad 2-2$$

d'où:

$$\begin{aligned} |e|^2 &= 4 \cdot |e_i|^2 \frac{A^2 + B^2}{\left[ B + \frac{\text{sh} 2\alpha' h}{\text{ch} 2\alpha' h + \cos 2\beta' h} \right]^2 + \left[ \frac{\sin 2\beta' h}{\text{ch} 2\alpha' h + \cos 2\beta' h} - A \right]^2} \\ &= 4 \cdot |e_i|^2 \frac{A^2 + B^2}{D_I} \quad 2-3 \end{aligned}$$

et dans le second:

$$e = 2e_i \frac{I}{I + (B-jA) \coth \gamma' h} \quad 2-4$$

d'où:

$$\begin{aligned} |e|^2 &= 4 |e_i|^2 \frac{I}{\left[ I + \frac{B \text{sh} 2\alpha' h - A \sin 2\beta' h}{\text{ch} 2\alpha' h - \cos 2\beta' h} \right]^2 + \left[ \frac{A \text{sh} 2\alpha' h + B \sin 2\beta' h}{\text{ch} 2\alpha' h - \cos 2\beta' h} \right]^2} \\ &= 4 \cdot |e_i|^2 \frac{I}{D_2} \quad 2-5 \end{aligned}$$

Les extremums de  $|e|^2$  sont obtenus par ceux des dénominateurs  $D_I$  et  $D_2$ .

On montre que la dérivée de  $D_I$  par rapport à  $h$  est nulle pour:

$$\operatorname{tg} 2\beta' h = - \frac{A}{B} \frac{\operatorname{th} 2\alpha' h}{I + B(I + \frac{A^2}{B^2}) \operatorname{th} 2\alpha' h} \quad 2-6$$

De même, la dérivée de  $D_2$  s'annule pour:

$$\begin{aligned} & \left( (A^2 - B^2) \operatorname{sh} 2\alpha' h - (A^2 + B^2) B \operatorname{ch} 2\alpha' h \right) \sin 2\beta' h - A \left( 2B \operatorname{ch} 2\alpha' h \right. \\ & \left. + (A^2 + B^2) \operatorname{sh} 2\alpha' h \right) \cos 2\beta' h + 2AB = 0 \quad 2-7 \end{aligned}$$

Le problème posé revient donc à résoudre ces équations pour en déduire les valeurs correspondantes de  $h$ .

Avec l'hypothèse  $A \ll B$ , et en posant:

$$h = p\lambda'/4 + w_p \quad (w_p \text{ petit})$$

on peut les ramener aux équations numériques:

$$\operatorname{tg} 2\beta' w_p = - \frac{A}{B} \frac{\operatorname{th} \frac{A}{B} p\pi}{I + B \operatorname{th} \frac{A}{B} p\pi} \quad 2-6 \text{ bis}$$

$$\operatorname{tg} 2\beta' w_p = - \frac{A}{B} \frac{2 + B \operatorname{th} \frac{A}{B} p\pi \pm \frac{2}{\cos 2\beta' w_p \cdot \operatorname{ch} \frac{A}{B} p\pi}}{B + \operatorname{th} \frac{A}{B} p\pi} \quad 2-7 \text{ bis}$$

(signe + pour  $M_{2p+I}$  et signe - pour  $M_{2p}$ )

Les seconds membres étant bornés en module respectivement par  $A/B$  et par  $\frac{A}{B}(I + \frac{2}{B})$ , on peut poser pour simplifier:

$$\operatorname{tg} 2\beta' w_p \simeq 2\beta' w_p \quad \cos 2\beta' w_p \simeq I$$

et étudier graphiquement les équations:

$$\frac{w_p}{\lambda'} = - \frac{A}{4 B} \frac{\operatorname{th} \frac{A}{B} p \pi}{1 + B \operatorname{th} \frac{A}{B} p \pi} \quad 2-8$$

$$\frac{w_p}{\lambda'} = - \frac{A}{4 B} \frac{2 + B \operatorname{th} \frac{A}{B} p \pi \pm \frac{2}{\operatorname{ch} \frac{A}{B} p \pi}}{B + \operatorname{th} \frac{A}{B} p \pi} \quad 2-9$$

en portant  $w_p/\lambda'$  en ordonnée, et  $p$  en abscisse avec  $A/B$  comme paramètre (ou vice versa).

Un exemple de réalisation est donné figure 3 et 4. On a pris  $B = 2$ , et on a "poussé"  $A/B$  jusqu'à 0,2 pour avoir un aperçu complet du domaine envisagé.

C - La quantité  $w_p$  représente l'erreur absolue commise en confondant les  $p$  points  $M_p$  et  $H_p$ .  
On déduit des graphiques ainsi obtenus que:

1°: cette erreur est toujours faible, et négative. Lorsque  $A/B$  est inférieur à 0,01, elle reste en dessous du 1/100 de mm c'est à dire non observable sur les verniers usuels affichant  $h$ .

2°: elle varie avec l'entier  $p$  dans les premiers tours, puis tend à devenir constante.

3°: si on déplace la sonde de  $\lambda/4$  à  $\lambda/2$  de  $bb$ , elle devient environ 4 fois plus grande.

Tous ces résultats s'interprètent avec la forme de la spirale et la façon dont elle s'enroule lorsque  $h$  croit.

Les extremums de  $|e|^2$  étant aussi ceux de  $|1 + \rho|^2$ , on a représenté les variations de  $|e|^2$  figure 5 et 6. Avec la sonde à  $\lambda/4$  de  $bb$ , on montre aisément que  $\rho$  décrit la spirale lieu de  $y_{bb}$ ; dans le second cas, il décrit la spirale obtenue par symétrie par rapport au centre du diagramme de Smith.

(1) de la spirale



$\frac{w}{b}$   
 $\lambda$

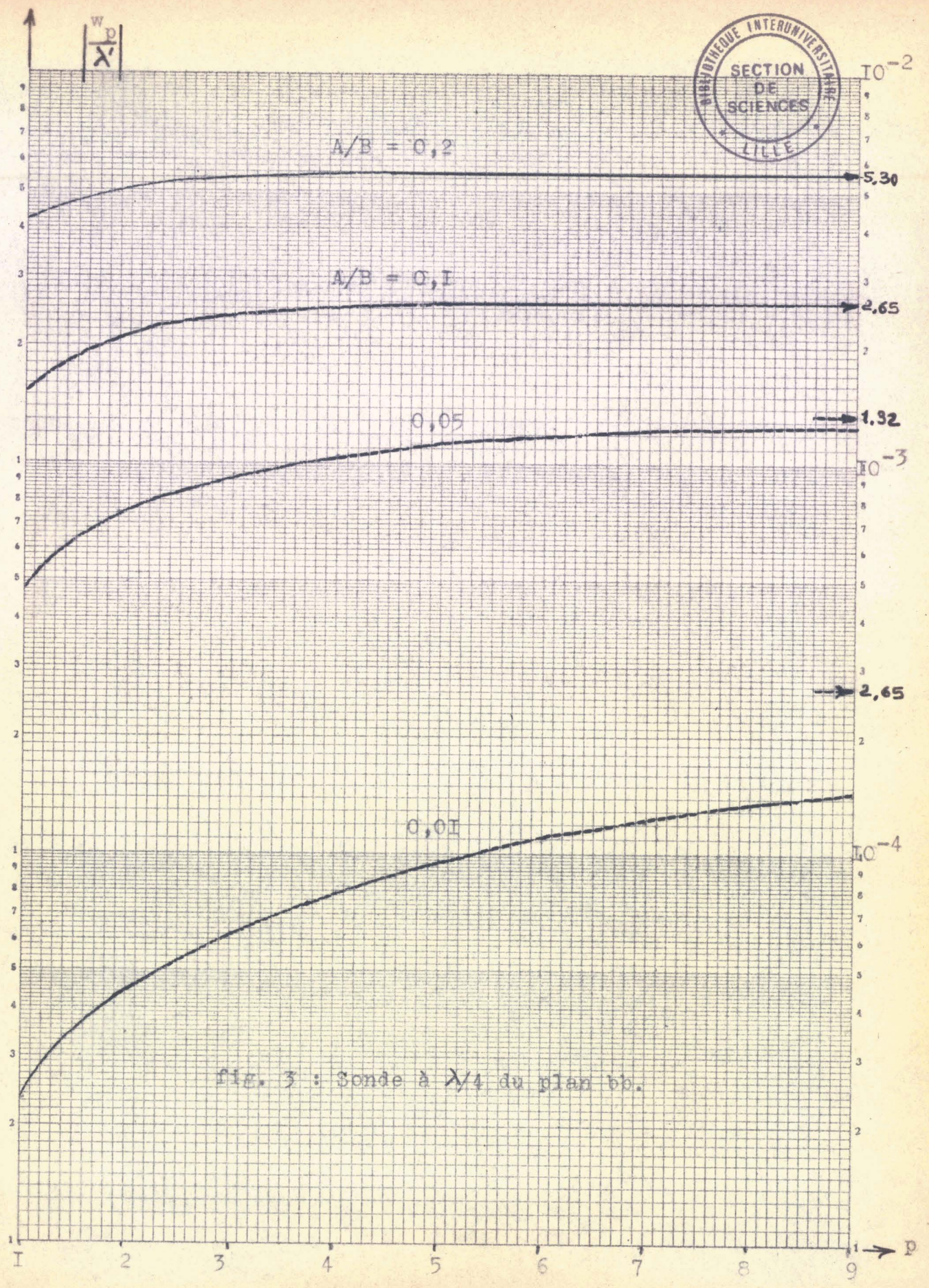
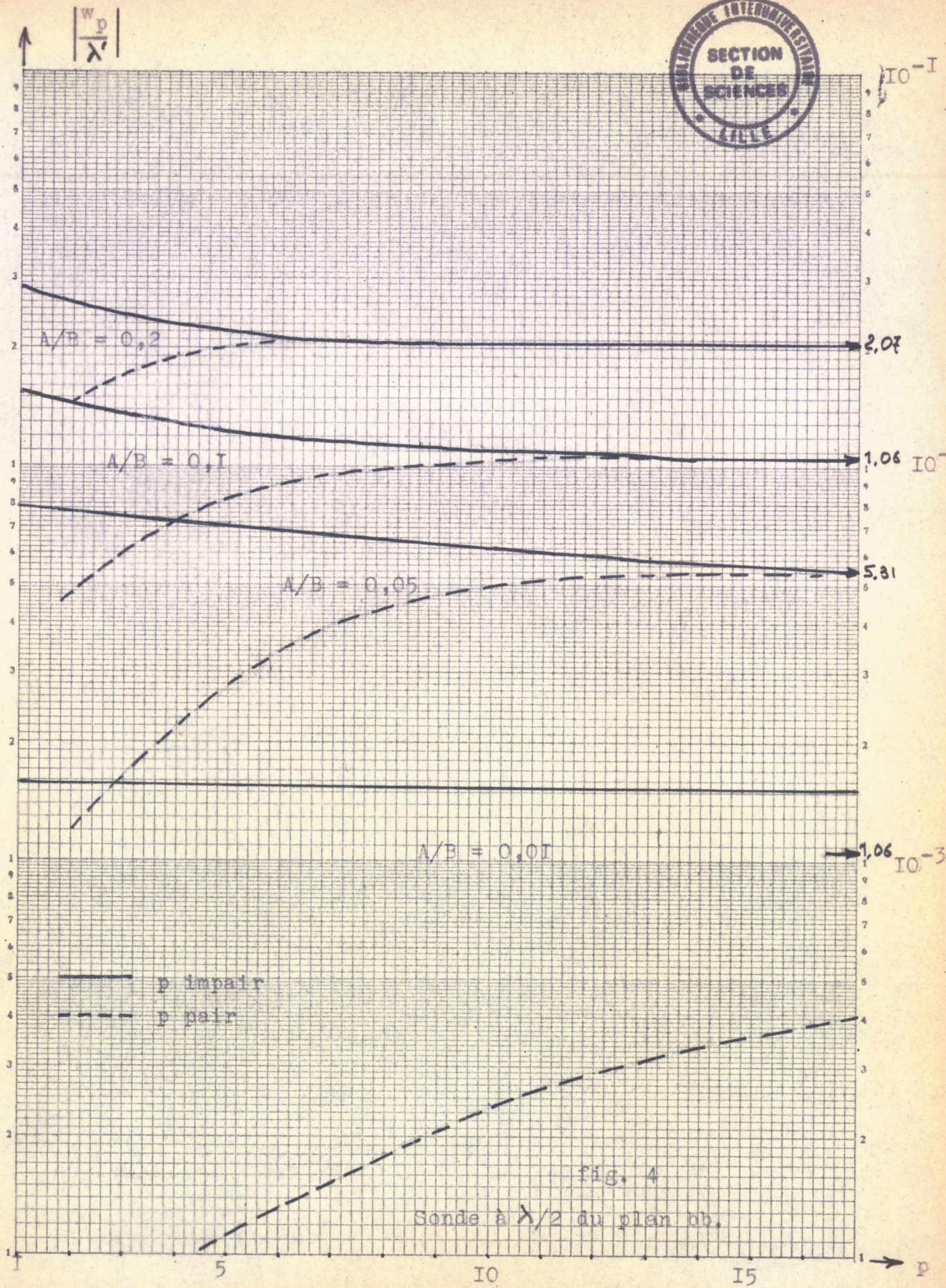


fig. 3 : Sonde à  $\lambda/4$  du plan bb.







On remarque, sur ces figures, que les points  $M_p$  sont les points de tangence de la spirale et des cercles de centre A. On interprète alors facilement:

le signe de  $w_p$   
 ses variations avec p  
 sa limite (due à ce que la spirale s'enroule  
 toujours avec un certain angle sur l'arc de cercle:  $\arg y_{bb}$   
 $= - \Delta = - \arctan \frac{A}{B}$ .)

le fait que l'erreur sur  $w_p$  diminue en plaçant la sonde à  $\lambda/4$  du plan bb, car la spirale se "présente" mieux aux cercles considérés.

Quantitativement,  $|e|^2$  est une fonction de (l, h) et il est normal que les racines de l'équation:

$$\frac{\partial |e|^2}{\partial h} = 0$$

dépendent de l, donc finalement que  $w_p$  dépende de la position de sonde.

### 3 - DETERMINATION DE B

On calcule B par la relation:  $B = \frac{\lambda}{\lambda'}$  3-1

A - En toute rigueur, on doit écrire, avec les points  $H_{2p+1}$  qui ont la meilleure sensibilité:

$$\frac{\lambda'}{2} = h(H_{2p+1}) - h(H_{2p-1})$$

Mais on ne peut mesurer que la quantité:

$$\begin{aligned} h(M_{2p+1}) - h(M_{2p-1}) &= \frac{\lambda'}{2} + w_{2p+1} - w_{2p-1} \\ &= \frac{\lambda'}{2} \left[ 1 + \frac{2}{\lambda'} (w_{2p+1} - w_{2p-1}) \right] \quad 3-2 \end{aligned}$$



fig. 5

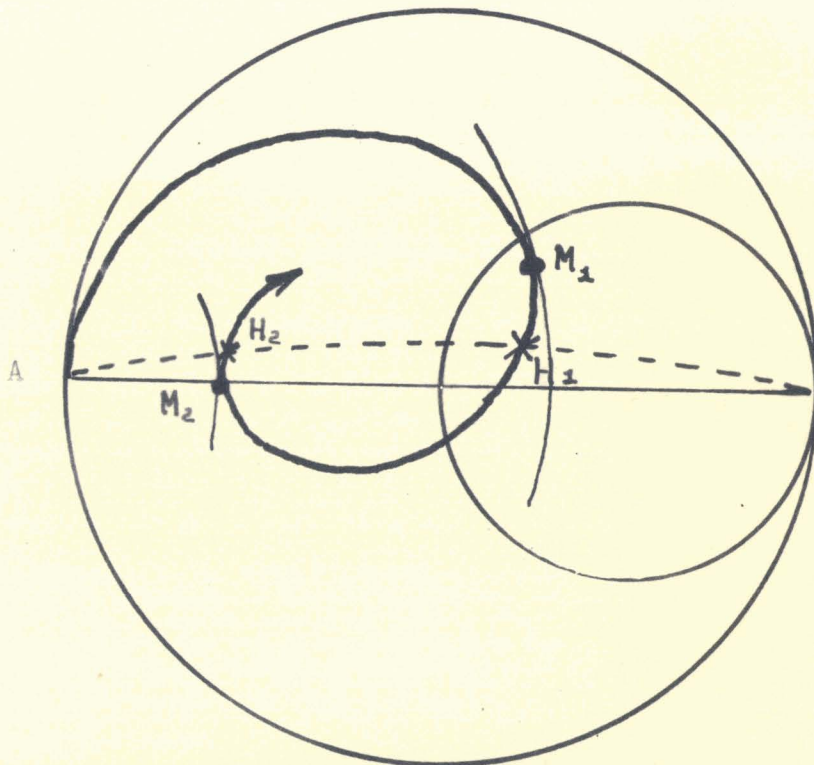
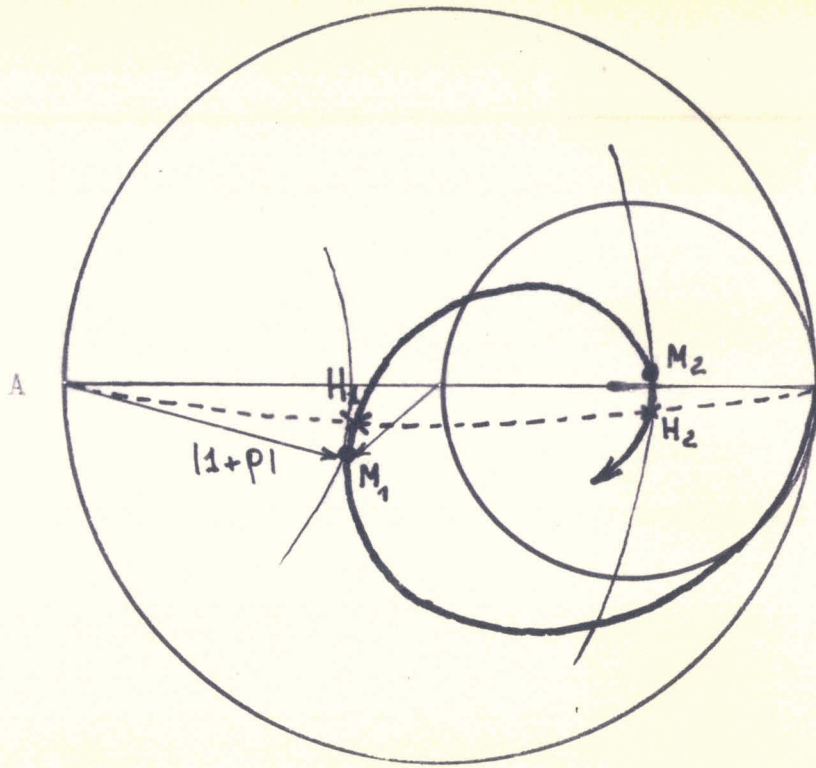


fig. 6

La parenthèse placée dans le second membre représente l'erreur relative commise en confondant  $\lambda'/2$  avec:  $h(M_{2p+1}) - h(M_{2p-1})$ .

En l'écrivant sous la forme:

$$2 \left( \left| \frac{w_{2p-1}}{\lambda'} \right| - \left| \frac{w_{2p+1}}{\lambda'} \right| \right)$$

on peut la déduire immédiatement du réseau de courbes des figures 3 et 4.

On vérifie qu'elle décroît si p augmente.

Le tableau ci-dessous donne quelques valeurs de cette quantité en fonction de A/B et de 2p+1, pour une sonde placée à  $\lambda/4$  du plan bb.

A/B	3	5	7	9
0,01	$-7,8 \cdot 10^{-5}$	$-6,4 \cdot 10^{-5}$	$-5,1 \cdot 10^{-5}$	$-4,2 \cdot 10^{-5}$
0,05	$-9,1 \cdot 10^{-4}$	$-4 \cdot 10^{-4}$	$-1,9 \cdot 10^{-4}$	$-9 \cdot 10^{-5}$
0,1	$-1,6 \cdot 10^{-3}$	$-4 \cdot 10^{-4}$	$-10^{-4}$	

Si on rejète la première mesure:  $h_2 - h_1$ , on constate que l'erreur relative calculée est toujours inférieure à 0,001 c'est à dire négligeable dans la plupart des applications.

Conclusion: La détermination de  $\lambda'/2$  par la différence de hauteur de cellule donnant deux minimums consécutifs de signal de sonde est, en pratique, toujours suffisamment précise dès que la hauteur de la cellule a atteint l'amplitude suffisante pour que le système d'ondes stationnaires dans le diélectrique soit bien établi ( quelques demi-longueurs d'onde).

B - Pour certains diélectriques comme les granules, sables etc... on peut avoir certaines difficultés à "mouvoir" le piston.

Dans ce cas, on préfère rechercher l'abscisse d'un noeud de signal, par exemple celle de  $h(M_{2p+1})$  pour une sonde à  $\lambda/4$  de bb, et déterminer la valeur exacte de l'entier 2p+1.

On pose alors: 
$$\lambda' = \frac{4h(M_{2p+1})}{2p+1} \quad 3-3$$

Rigoureusement, il faudrait écrire:

$$\lambda' = \frac{4 [h(M_{2p+1}) - w_{2p+1}]}{2p+1}$$

ce qui se met sous la forme:

$$\lambda' = \frac{4h(M_{2p+1})}{2p+1 - 4 \left| \frac{w_{2p+1}}{\lambda'} \right|} \quad 3-4$$

Compte tenu des valeurs données figure 3 et 4, on voit que 3-4 se réduit à 3-3 et on peut affirmer:

La détermination de  $\lambda'/2$  par la hauteur de cellule donnant un minimum de sonde, et la valeur exacte de l'entier correspondant au numéro d'ordre de ce minimum est, en pratique, suffisamment précise dès que cet entier atteint quelques unités.

Remarque: Dans les diélectriques à très fortes pertes (chlorobenzène pur, par exemple) l'évanouissement du système stationnaire a lieu en quelques demi-longueurs d'onde, et la détermination de  $\lambda'/2$  par les méthodes précédentes, sans correction, peut conduire à des erreurs assez importantes sur B.

C - Au cours de diverses mesures sur diélectriques liquides, nous avons pu vérifier l'existence du terme correctif et ses variations avec p.

Mais, avec une valeur de  $\lambda_g$  égale à 17 mm, et avec des diélectriques à pertes assez faibles, il est à la limite de la perception expérimentale.

On constate seulement une tendance continue à la variation des termes :  $h(M_{2p+1}) - h(M_{2p-1})$ .

Voici quelques résultats expérimentaux:

	benzène pur	solution: benzène+monochlorobenzène	
		5%	12%
$h_5-h_3$		4,66	4,54
$h_7-h_5$		4,66	4,55
$h_9-h_7$	4,76	4,67	4,55
$h_{II}-h_9$	4,76	4,67	4,55
$h_{I3}-h_{II}$	4,77	4,67	4,56
$h_{I5}-h_{I3}$	4,77	4,67	4,56
$h_{I7}-h_{I5}$	4,77	4,69	

#### 4 - DETERMINATION DE A

Aux points  $M_p$  on fait usuellement les hypothèses suivantes:

1°:  $M_p$  et  $H_p$  sont confondus.

2°: La valeur de  $y_{bb}$ :

$$B(1-j\frac{A}{B}) \operatorname{th}\frac{A}{B}(2p+1)\frac{\pi}{2} \quad \text{ou} \quad B(1-j\frac{A}{B}) \operatorname{coth}A/Bp\pi$$

est prise purement réelle, car on néglige la composante réactive  $\ll 0,1$ .

3°: On ne retient que les valeurs de  $g_{bb}$  correspondant au minimums de signal de sonde pour avoir la meilleure précision sur le TOS mesuré.

Pour une sonde à  $\lambda/4$ , on détermine donc A par la relation:

$$g_{bb} = B \operatorname{th}\frac{A}{B}(2p+1)\frac{\pi}{2}$$

pour une sonde à  $\lambda/2$  de bb, on prend:  $\epsilon_{bb} = B \coth \frac{A}{B} p \pi$

En réalité, les points  $M_p$  et  $H_p$  ne sont pas confondus. Nous allons voir dans quelles conditions les hypothèses proposées restent valables.

B - Nous ne développerons le raisonnement que pour une sonde placée à  $\lambda/4$  du plan bb, car c'est la position qui donne la meilleure sensibilité.

Avec:  $h(M_{2p+I}) = (2p+I) \frac{\lambda'}{4} + w_{2p+I}$  et les simplification:

$$\sin 2\beta' h = -\sin 2\beta' w_{2p+I} \simeq 4\pi \left| \frac{w_{2p+I}}{\lambda'} \right|$$

$$\cos 2\beta' h = -\cos 2\beta' w_{2p+I} \simeq -I$$

$$\text{sh} 2\alpha' h \simeq \text{sh} \frac{A}{B} (2p+I) \pi \simeq \frac{A}{B} (2p+I) \pi$$

on peut mettre  $y_{bb}$  sous la forme:

$$y_{bb} = B \text{th} \frac{A}{B} (2p+I) \frac{\pi}{2} \left[ I - \frac{4 \left| \frac{w_{2p+I}}{\lambda'} \right|}{2p+I} - j \left( \frac{A}{B} + \frac{B}{A} \frac{4}{2p+I} \left| \frac{w_{2p+I}}{\lambda'} \right| \right) \right]$$

Mais comme, quel que soit p ;  $\frac{4}{2p+I} \left| \frac{w_{2p+I}}{\lambda'} \right| \ll I$ , il reste:

$$y_{bb} = B \text{th} \frac{A}{B} (2p+I) \frac{\pi}{2} \left[ I - j \left( \frac{A}{B} + \frac{B}{A} \frac{4}{2p+I} \left| \frac{w_{2p+I}}{\lambda'} \right| \right) \right]$$

que l'on écrit:

$$y_{bb} = \epsilon_0 (I - jC) \quad 3-1$$

en posant:

$$C = \frac{A}{B} + \frac{B}{A} \frac{4}{2p+I} \left| \frac{w_{2p+I}}{\lambda'} \right| \quad 3-2$$



On donne ci-dessous quelques valeurs de  $\frac{B}{A} \frac{4}{2p+1} \left| \frac{w_{2p+1}}{\lambda^*} \right|$

A/B	1	3	5	7	9
0,01	$9,3 \cdot 10^{-3}$	$8,3 \cdot 10^{-3}$	$7,6 \cdot 10^{-3}$	$6,9 \cdot 10^{-3}$	$6,2 \cdot 10^{-3}$
0,05	$3,8 \cdot 10^{-2}$	$2,5 \cdot 10^{-2}$	$1,8 \cdot 10^{-2}$	$1,4 \cdot 10^{-2}$	
0,1	$6 \cdot 10^{-2}$	$3,1 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$		
0,2	$8,4 \cdot 10^{-2}$	$3,5 \cdot 10^{-2}$	$2,1 \cdot 10^{-2}$		

et on en déduit que C ne diffère pas sensiblement de A/B dans le domaine envisagé.

On peut encore négliger la composante réactive de  $y_{bb}$ .

Remarque: cette simplification se justifie de la façon suivante; soit S le TOS mesuré sur  $y_{bb}$  donnée par 3-1, on sait que:

$$S = \frac{\sqrt{(1+g_0)^2 + c^2 g_0^2} + \sqrt{(1-g_0)^2 + c^2 g_0^2}}{\sqrt{(1+g_0)^2 + c^2 g_0^2} - \sqrt{(1-g_0)^2 + c^2 g_0^2}}$$

et on prend pour valeurs de  $g_0$  les racines de l'équation déduite de l'expression précédente:

$$S(1 + c^2) g_0^2 - (S^2 + 1) g_0 + S = 0$$

Mais  $c^2 \ll 1$ , et on trouve alors que les solutions cherchées sont:

$$g_0 = S \quad \text{ou} \quad 1/S$$

suivant que  $g_0$  est obtenu à droite, ou à gauche, du centre du diagramme de Smith.

C - Nous allons vérifier que l'erreur relative sur A n'est pas constante, et qu'elle peut même perdre toute signification si p dépasse une certaine valeur.

Avec la sonde placée à  $\lambda/4$  de bb, et avec  $A/B < 0, I$ , on a:

$g_0$	I/S	S
A	$\frac{2B}{(2p+I)} \arg \operatorname{th} I/SB$ 3-4	$\frac{2B}{(2p+I)} \arg \operatorname{th} S/B$ 3-5

On obtient, en dérivant par rapport à S, les expressions:

$$\frac{dA}{A} = \frac{SB}{(S^2 B^2 - I) \arg \operatorname{th} I/SB} \frac{dS}{S} \quad 3-6$$

$$\frac{dA}{A} = \frac{dS}{S} \frac{1}{\left(I - \frac{S^2}{B^2}\right) \arg \operatorname{th} S/B} \quad 3-7$$

où la quantité  $dS/S$  représente l'erreur relative expérimentale, toujours bornée, que l'on fait sur la mesure effective du TOS au minimum de signal de sonde.

Pour connaître  $dA/A$ , il faut étudier les variations du terme J, facteur de  $dS/S$ , lorsque  $g_0$  varie de 0 à B.

Si  $g_0$  tend vers 0, J tend vers I.

Si  $g_0$  tend vers B, en écrivant :  $\arg \operatorname{th} S/B = \frac{1}{2} \operatorname{Log} \frac{I + S/B}{I - S/B}$  il vient:

$$J = \frac{S/B}{\left(I - S^2/B^2\right) \arg \operatorname{th} S/B} = \frac{2S/B}{\left(I + S/B\right)^2} \frac{\frac{I + S/B}{I - S/B}}{\operatorname{Log} \frac{I + S/B}{I - S/B}}$$



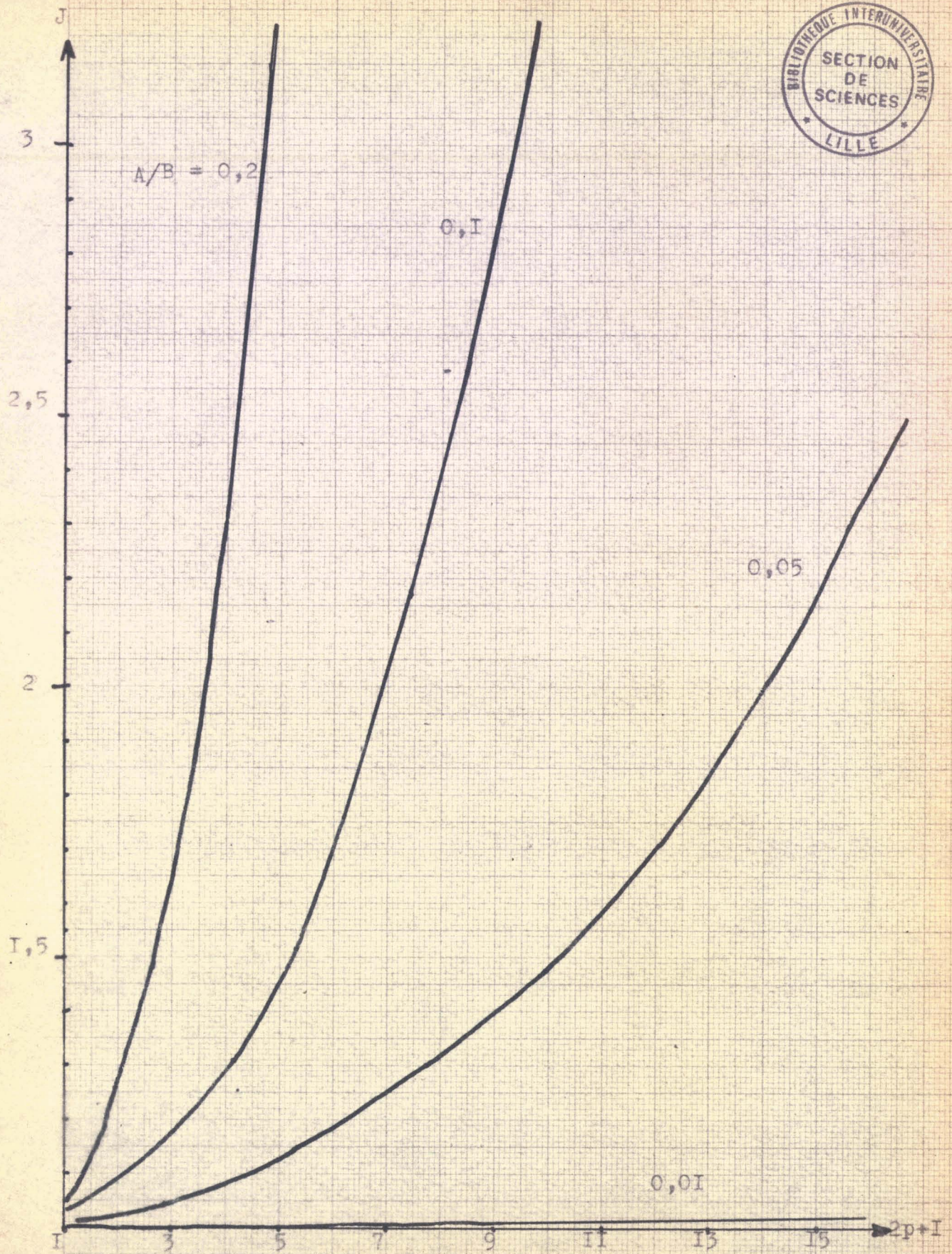


fig. 7



et J tend vers l'infini si  $g_0 = S$  tend vers B.

L'erreur relative sur A croit donc indéfiniment si la valeur de  $2p+I$  devient suffisamment élevée.

Bien entendu, c'est la valeur de A/B qui détermine la limite convenable à ne pas dépasser.

Pour B = 2, la figure 7 donne les variations de :

$$J = \frac{dA/A}{dS/S}$$

en fonction de  $2p+I$  et de A/B.

On voit que, pour  $A/B \leq 0,1$ , l'erreur relative sur A est toujours égale à celle sur le TOS. Mais dès que A croit, cette valeur peut être rapidement dépassée.

Par exemple, si  $dS/S$  est inférieure à 0,5%, on ne peut obtenir A à mieux de 1% que si :

$p \leq 15$	pour	$A/B = 0,05$
$p \leq 7$		$A/B = 0,1$
$p \leq 3$		$A/B = 0,2$

Cependant, il ne faut pas conclure hâtivement que la mesure la plus précise sur A est obtenue pour les plus faibles valeurs de p.

En réalité, c'est la quantité  $dS/S$  qui reste prépondérante et elle dépend de  $g_0$ .

La figure 8 donne les variations de J, pour B = 2,5, en fonction de  $g_0$  rapportée sur l'abaque de Smith.

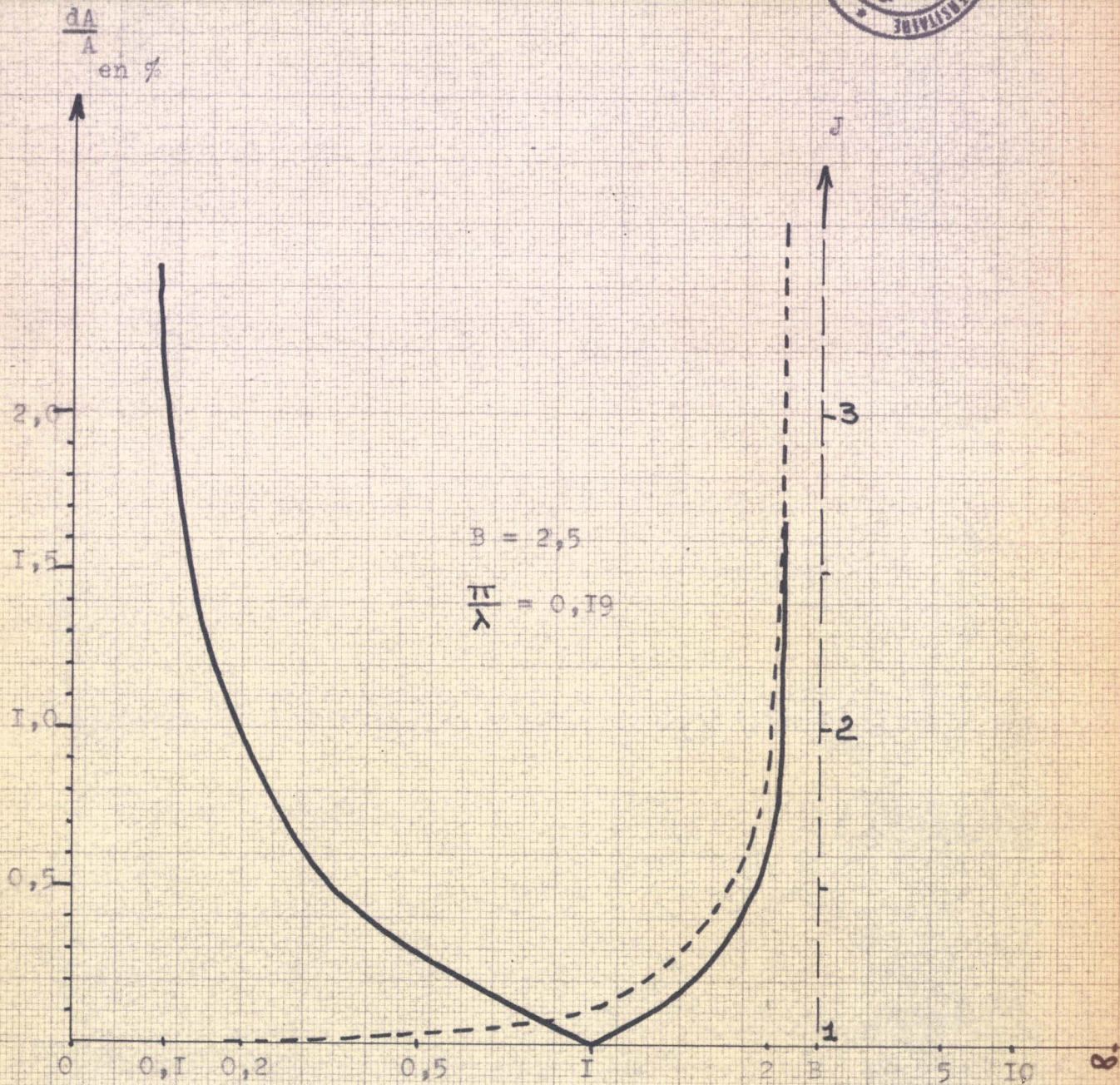
Si on admet, pour préciser le problème, la formule :

$$\frac{dS}{S(\%)} = \frac{\pi}{\lambda \text{ (mm)}} \frac{S^2 - I}{S}$$

on peut alors donner un aperçu de l'allure générale de l'erreur relative sur A en fonction de  $g_0$  (fig 8).

On vérifie ainsi que la meilleure précision sur A est obtenue au voisinage de  $g_0 = 1$ , ce qui est conforme à l'emploi même d'un mesureur de TOS.





— :  $\frac{dA}{A}$   
- - - : J

-Fig 2



5 - PERTES A VIDE DE LA CELLULE

Dans les § précédents, on a systématiquement éliminé les pertes à vide de la cellule à hauteur variable. Cependant, elles existent nécessairement, et nous allons voir qu'il est indispensable d'en tenir compte lors de la mesure sur diélectriques à très faibles pertes.

Pour une hauteur quelconque de cellule, on peut prendre pour valeur de l'admittance d'entrée, à vide:

$$y_{bb} = \text{th}(\alpha + j\beta)h$$

et avec le diélectrique:

$$\begin{aligned} y_{bb} &= \frac{Y'h \coth Y'h}{\gamma h} \\ &= \frac{B - jA}{I - j\frac{\alpha}{\beta}} \coth Y'h \end{aligned}$$

Pour simplifier cette dernière expression, on néglige la quantité  $\alpha/\beta$  devant I et on admet que seul reste le terme  $\alpha'$  regroupant les pertes provenant à la fois de la cellule et du diélectrique.

Aux points de résonance, on écrit donc, par exemple pour les minimums de signal de sonde:

$$\begin{aligned} g_{bb} &= B \text{th}(\alpha + \alpha_d)h \\ &= B \text{th}\left(\alpha + \frac{A2\pi}{B\lambda'}\right)(2p+1)\lambda'/4 \\ &= B \text{th}\left(I + \frac{\alpha}{A\beta}\right)\frac{A}{B}(2p+1)\frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

Cette expression est utile pour comparer les résultats et étudier l'influence du terme  $\alpha$ , mais ne permet pas d'obtenir la valeur exacte de A.

En effet, la correction précédente ne porte pas:

- sur les pertes de la ligne de mesure
  - sur les pertes provenant des jonctions de guides
  - sur les pertes dues au mica d'étanchéité
- etc.....

Aussi, en pratique, on effectue la correction de pertes à vide de la façon suivante:

On mesure la valeur de la conductance d'entrée  $g_v$  présentée à la résonance, par la cellule vide. Cette mesure peut s'effectuer pour une seule valeur de  $h$  (correction moyenne), ou pour une série de valeur de  $h$  si on veut faire une correction très précise point à point.

En posant:

$$g_v = \text{th } \alpha_v h$$

on détermine le terme  $\alpha_v h$  qui regroupe ainsi toutes les pertes à vide du système.

La mesure sur cellule pleine s'effectuant dans les memes conditions qu'à vide, on détermine expérimentalement la conductance  $g_m$  de la cellule et on pose:

$$g_m = \frac{\text{th}}{\text{coth}} (\alpha_v + \alpha_d) h$$

suivant que  $g_m$  est inférieur ou supérieur à I.

De l'expression ci-dessus on déduit le terme  $\alpha_d h$  qui ne tient compte que des pertes diélectriques.

En posant alors:

$$g_d = \frac{\text{th}}{\text{coth}} (\alpha_d h)$$

on obtient la valeur "corrigée" de la conductance mesurée, et c'est cette quantité qui doit être utilisée, sous la désignation de  $g_{bb}$ , dans les § précédents pour le calcul de A.

A titre indicatif, nous donnons quelques valeurs de conductances obtenues sur mesure et après correction.

$g_m$	$g_d$
0,0550	0,0150
0,0588	0,0188
0,0606	0,0206
0,0700	0,0300
.....	.....

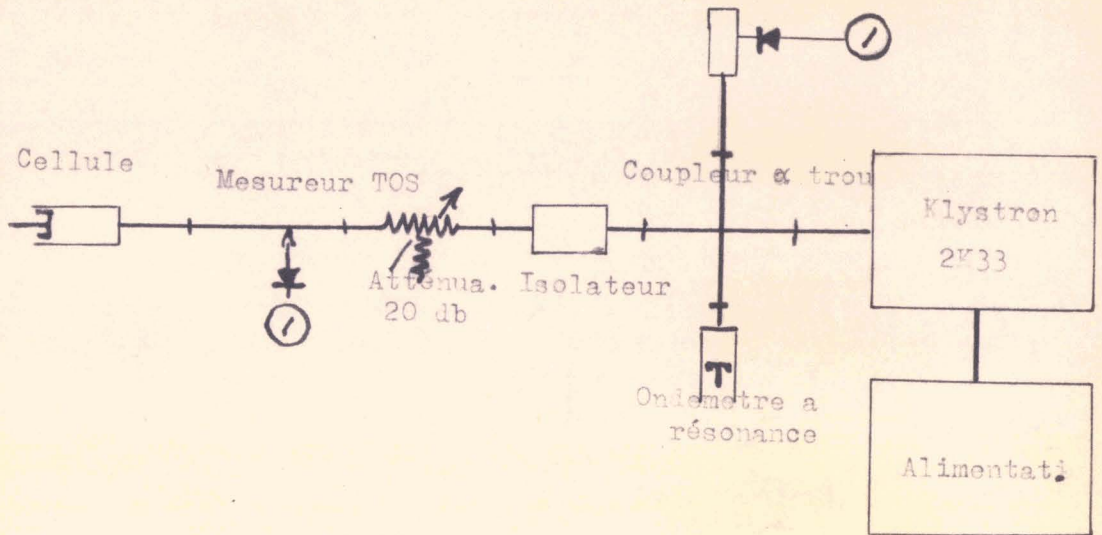


fig. 9

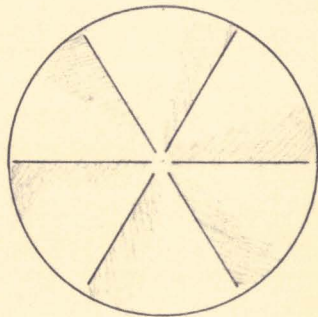
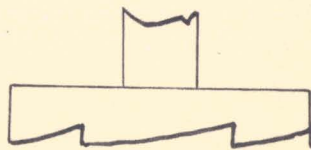


fig. II

0,100	0,060
0,227	0,186
0,360	0,325
0,450	0,418
0,575	0,548
0,650	0,626
0,800	0,785
0,980	0,978

Il est facile de contrôler que la valeur de A obtenue peut être complètement erronée si on n'effectue pas la correction de pertes à vide lorsque  $g_{bb}$  est très petit, c'est à dire pour les diélectriques tels que  $A/B < 0,01$ .

## 6 - REALISATION EXPERIMENTALE

La ligne de mesure utilisée est classique, travaille en mode  $TE_{10}$  rectangulaire (bande I, 25 cm) et correspond au schéma de la fig. 9

La cellule à hauteur variable est circulaire, travaille en mode  $TE_{11}$  et est excitée au moyen d'une transition appropriée (fig. 10)

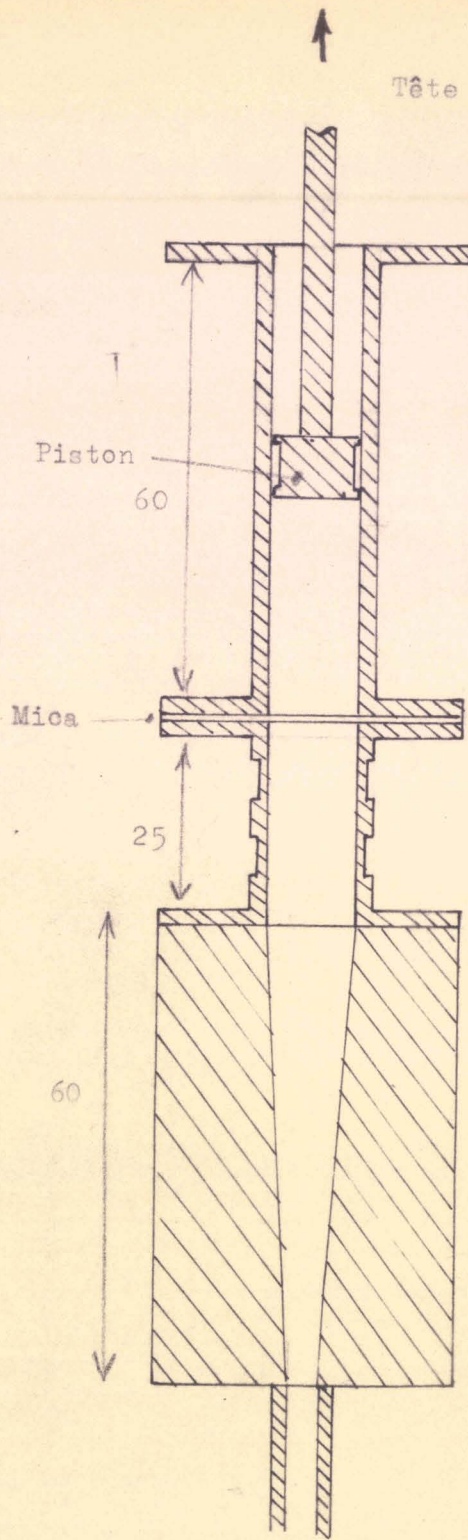
La méthode employée consiste à placer la sonde à  $\lambda/4$  du plan  $bb$  ( position repérée par un minimum de signal obtenu avec une hauteur  $h$  à vide égale à  $(2p+1)$  quart d'onde circulaire)

Les extremums de signal de sonde s'obtiennent en faisant varier la hauteur  $h$  de la cellule à l'aide d'une tête micro-métrique.

Lorsque le diélectrique est liquide, cette opération s'effectue aisément parce que le piston possède deux évidements longitudinaux et placés dans la région de champ électrique minimum.

Lorsque le diélectrique se présente sous forme de granules en suspension dans un liquide, ou de sable fin, il n'est plus possible de faire avancer le piston dans le milieu étudié.

On a donc recherché une meilleure pénétration, tout en conservant au maximum les propriétés électriques du piston. Après plusieurs essais avec des pistons en forme de vrille, nous avons adopté un piston de diamètre légèrement réduit (10 mm au lieu de 12) et dont la surface est biseautée de façon à provoquer l'écoulement de la matière lors de sa rotation (fig. 11)



Diametre: 12 mm

$\lambda_c$ : 20,40 mm

$\lambda_g$ : 17,10 mm

Guide rectangulaire

10,67 x 4,32 mm

fig. 10



Un tel piston possède une certaine conductance de fuite, variable avec  $h$ , qui n'est pas négligeable si on mesure des diélectriques à très faibles pertes.

Mais pour les diélectriques à pertes faibles et moyennes, cette conductance introduit un terme correctif de l'ordre de grandeur des pertes à vide, c'est à dire négligeable en première approximation.

La détermination de  $B$  par l'abscisse d'un minimum de signal de sonde et de l'entier  $2p+1$  correspondant reste excellente avec ce piston particulier.

Pour conclure, nous donnons dans le tableau ci-après quelques résultats expérimentaux correspondant à des mesures précises effectuées sur des diélectriques liquides à pertes faibles.

Le diélectrique étudié est une solution étendue de monochlorobenzène. La sonde est placée à  $\lambda/4$  de  $bb$ .

On déduit de ce tableau que:

- la détermination de  $B$  est toujours excellente avec une précision  $\leq 0,2\%$ .

- la détermination de  $A$  est bonne ( la précision est respectivement de  $1\%, 3\%$  et  $5\%$  et augmente lorsque les pertes diminuent ) malgré une certaine irrégularité dans la mesure de  $g_{bb}$  qui provient de l'erreur sur la détermination de  $S$ , et de l'erreur de phase due à la transformation d'impédance effectuée par la translation (ce qui provoque une certaine oscillation des valeurs de  $A_{2p+1}$ .)

- les valeurs suivantes des grandeurs cherchées:

Solution	A	B	$\epsilon_r^*$
I	$1,35 \cdot 10^{-3}$	1,79	$2,29 - j2,85 \cdot 10^{-3}$
II	$3,90 \cdot 10^{-2}$	1,83	$2,37 - j8,40 \cdot 10^{-2}$
III	$8,5 \cdot 10^{-2}$	1,88	$2,49 - j0,19$

RESULTATS EXPERIMENTAUX

N° d'ordre (2p+1)	$h_{2p+1} - h_{2p-1}$	$g_{bb}$ (corrigée)	$A_{2p+1}$
----------------------	-----------------------	------------------------	------------

Solution I - Benzène pur

I			
3			
5			
7		0,0150	$1,36 \cdot 10^{-3}$
9	4,76	0,0188	$1,34 \cdot 10^{-3}$
II	4,76	0,0220	$1,27 \cdot 10^{-3}$
I3	4,77	0,0280	$1,37 \cdot 10^{-3}$
I5	4,77	0,0320	$1,35 \cdot 10^{-3}$

Solution II - Monochlorobenzène à 5%

I		0,060	$3,80 \cdot 10^{-2}$
3		0,188	$3,96 \cdot 10^{-2}$
5	4,66	0,325	$4,13 \cdot 10^{-2}$
7	4,66	0,418	$3,89 \cdot 10^{-2}$
9	4,67	0,548	$3,73 \cdot 10^{-2}$
II	4,67	0,626	$3,78 \cdot 10^{-2}$
I3	4,67	0,728	$3,80 \cdot 10^{-2}$
I5	4,67	0,785	$3,58 \cdot 10^{-2}$
I7	4,69	0,978	$4,08 \cdot 10^{-2}$

Solution III - Monochlorobenzène à 10%

I		0,136	$8,66 \cdot 10^{-2}$
3		0,414	$8,94 \cdot 10^{-2}$
5	4,54	0,684	$9,16 \cdot 10^{-2}$
7	4,55	0,837	$8,21 \cdot 10^{-2}$
9	4,55		
II	4,55	1,24	$8,64 \cdot 10^{-2}$
I3	4,56	1,38	$8,70 \cdot 10^{-2}$

Mesures systématiques effectuées sur un produit à absorption variable

DIELECTRIQUE		$\epsilon_r^*$
Produits ACTIGEL colorés (gols de silice a absorption sélective)		
N°	5I	3,15 - j0,09
	5I bis	3,15 - j0,11
	52	3,46 - j0,43
	53	4,5 - j1,1
	54	3,17 - j0,24
	55	3,80 - j0,74
	56	3,26 - j0,30
	57	4,31 - j1,03
Sables hydratés		
	5 $\frac{1}{2}$	2,70 - j0,15
	10 "	2,76 - j0,24
	20 "	3,52 - j0,54
	66 "	6,84 - j1,97
	saturation	19,21 - j12,05
Solutions étendues de monochlorobenzene		cf. tableau précédent

## BIBLIOGRAPHIE

- BARLOW et CULLEN : Microwave measurement
- GINZTON : Microwave measurement
- GOUDET et CHAVANCE : Ondes centimétriques
- LEBRUN : Cours 3<sup>o</sup> cycle hyperfréquences-Lille
- MARCUVITZ : Waveguide handbook
- MONTGOMERY, DICKE et PURCELL : Principles of microwave  
circuits
- RAGAN : Microwave transmission circuits
- RAOULT : Les ondes centimétriques
- WIND et RAPAPORT : Hanbook of microwave measurement





