

Exclu du prêt

50.376

1964 Thèses présentées à la  
11

50376

1964

11

Faculté des sciences de Lille

pour obtenir

titre de Docteur Ingénieur

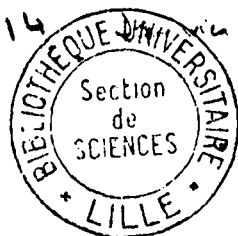
par Jean - Pierre Barret

Première thèse : Etude du facteur de bruit du convertisseur  
paramétrique pour les signaux à très basses fréquences,  
et réalisation d'un amplificateur sismique utilisant  
la conversion paramétrique.

Deuxième thèse : A  
Applications géophysiques de la conversion  
analogique - digitale.

Jury.

Messieurs les Professeurs



R. Gabillard

Lebrun

Liebaert

président-



Qu'il me soit permis d'exprimer toute ma reconnaissance à M. le Professeur R. GABILLARD, Directeur de l'Institut Radiotechnique de Lille, qui a guidé et suivi de près l'avancement de mes travaux et qui m'a fait l'honneur d'accepter de présider le jury de thèse.

Je remercie également *MM les professeurs* *LEBRUN et LIEBAERT*

qui ont bien voulu accepter de faire partie du jury.

Je tiens aussi à exprimer ma gratitude à M. NAVARRE, Président Directeur Général de l'Institut Français du Pétrole, à M. GIRAUD, Directeur Général-Adjoint et particulièrement à M. BALACEANU, Directeur Scientifique, qui m'a permis d'entreprendre ces recherches.

Je suis heureux de remercier également ici, M. J. CHOLET, Directeur-Adjoint du Bureau des Etudes Géologiques, pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail, et pour les conseils qu'il m'a prodigués.

Je remercie de même M. GRINAS, pour l'aide qu'il m'a apportée dans l'exécution des mesures et la construction des appareils, et Melle REMOND pour sa collaboration dans la partie calculs de ce travail.

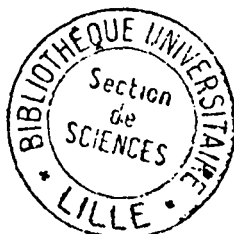
50.376  
1964  
11

Exclu du prêt

SOMMAIRE

50376  
1964  
11 Page

1.- INTRODUCTION	1
2.- THEORIE DE LA CONVERSION PARAMETRIQUE DES SIGNAUX A TRES BASSES FREQUENCES	4
2.1.- Caractéristiques générales - Relation de MANLEY et ROWE	4
2.2.- Théorie du convertisseur capacitif symétrique	14
2.21.- La conversion paramétrique normale	14
2.22.- La conversion par déséquilibre du pont	14
2.23.- La conversion totale	14
2.3.- Stabilité du convertisseur capacitif	18
2.31.- Cas où $C_2$ est nul	18
2.32.- Cas où $C_2$ n'est pas nul	19
2.4.- Fonctions de transfert	23
2.5.- Largeur de bande après démodulation synchrone	26
2.6.- Etude théorique du bruit	28
2.61.- Influence du bruit du réseau	29
2.611.- Schéma équivalent d'une jonction bruyante	29
2.612.- Facteur de bruit avant démodulation	31
2.613.- Facteur de bruit après démodulation synchrone	32
2.62.- Influence du bruit de pompe	36
2.621.- Fluctuation de la capacité	37
2.622.- Conversion erratique d'un signal à basses fréquences	42
2.623.- Spectre du bruit avant démodulation synchrone	43
2.624.- Spectre du bruit après démodulation synchrone	47
2.625.- Réduction de l'influence du bruit de pompe	48



3.- ETUDE EXPERIMENTALE DU CONVERTISSEUR	51
3.1.- Etude du gain d'un convertisseur à 160 KHz	53
3.2.- Etude du bruit dans un convertisseur à 1,078 MHz	53
3.21.- Mesure des caractéristiques fonctionnelles	56
3.22.- Mesure du bruit de sortie, dû au réseau	59
3.23.- Mesure de l'influence du bruit de pompe	68
3.231.- Vérification de la formule de conversion erratique	68
3.232.- Influence de la phase du démodulateur	73
3.24.- Mesure du facteur de bruit réel	76
4.- REALISATION D'UN PREAMPLIFICATEUR SISMIQUE	78
4.1.- Caractéristique d'un amplificateur sismique	78
4.2.- Amplificateur R - C à faible bruit	82
4.3.- Convertisseur à conductance positive	85
4.4.- Préamplificateur sismique à convertisseur capacitif	85
5.- CONCLUSION	88
BIBLIOGRAPHIE	89
ANNEXES	91

## 1. - INTRODUCTION

Le but de nos travaux a été de rechercher un procédé nouveau pour amplifier, sans distorsion, les signaux à fréquences très basses, procédé qui permette d'approcher le plus possible la limite théorique du bruit. Ces qualités présentent un grand intérêt pour l'amplification des signaux sismiques, par exemple.

Les géophysiciens pratiquent la prospection sismique pour connaître les variations de densité du sous-sol par l'interprétation des sismogrammes. Dans le sens de la théorie de C. SHANNON, la capacité d'information, contenue dans un sismogramme, par exemple, est directement liée, dans une bande de fréquences imposées, au rapport du signal maximal au bruit sismique naturel (réf. 1).

Le bruit propre de l'amplificateur ne réduira pas cette capacité si on utilise des géophones suffisamment sensibles. L'accroissement de la sensibilité est limité par la distorsion subie par le signal maximal.

En pratique, la distorsion ne peut pas être corrigée par non-linéarité inverse, car la bande passante du capteur est limitée. Cette distorsion prend alors un caractère imprévisible aléatoire, responsable de la réduction de capacité.

Dans d'autres techniques sismiques où la dynamique du signal est plus faible : détection des séismes, des explosions nucléaires, télécommunication sismique, il serait souhaitable d'atteindre la limite théorique du bruit des amplificateurs à basses fréquences.

L'agitation naturelle, au fond des océans par exemple, est extrêmement faible. La sensibilité des sismographes les plus perfectionnés peut ne pas être suffisante, et le bruit des amplificateurs fixe la limite de la détection.

Les amplificateurs classiques sont affligés, dans la gamme des fréquences sismiques :  $1 \text{ Hz}$  à  $500 \text{ Hz}$ , du bruit anormal des semi-conducteurs: bruit en  $1/f$  des transistors, bruit de scintillation des cathodes à oxyde.

Ainsi, nous avons construit un amplificateur à transistors de structure classique, qui présente un bon facteur de bruit de 5,2 dB dans la gamme sismique.

La puissance de bruit thermodynamique engendré dans la résistance réelle du géophone (effet JOHNSON), et dans sa résistance motionnelle (mouvement brownien), est, d'après la formule d'EINSTEIN, de  $16 \cdot 10^{-21}$  watt/cycle, soit  $8 \cdot 10^{-18}$  watt dans la bande sismique.

Le bruit de scintillation engendré par cet amplificateur est de l'ordre de  $3 \cdot 10^{-17}$  (watt). La puissance délivrée par les géophones les plus sensibles, plantés sur sol anormalement calme, est de l'ordre de  $10^{-17}$  watt. Par contre,

en prospection sismique, le signal provoqué par explosion peut atteindre le milliwatt. Cet exemple montre l'intérêt des amplificateurs à grande dynamique, peu sensibles au bruit de scintillation.

Dans les équipements sismiques anciens, à tubes, l'emploi d'un transformateur élévateur permettait d'améliorer le facteur de bruit du premier étage. Actuellement, les semi-conducteurs sont moins sujets au bruit de scintillation que les cathodes chaudes. Malheureusement, un transformateur n'améliore pas sensiblement le facteur de bruit d'un amplificateur sismique à transistors, parce que la résistance optimale de source est du même ordre que la résistance des géophones.

La supériorité des transistors est inutile si les géophones ont une impédance très élevée comme c'est le cas pour les capteurs piezoélectriques, si précieux en sismique.

Le convertisseur paramétrique à jonctions capacitives que nous avons étudié, possède une forte impédance d'entrée comme les électromètres, et bénéficie d'une réduction spectaculaire du bruit de scintillation. Il réunit donc les qualités du tube à vide et du transistor.

La contribution de cette thèse consiste, en premier lieu, dans le développement original de la théorie des convertisseurs paramétriques à quatre fréquences. Le point de départ a été emprunté à J.H. MANLEY et H.E. ROWE qui ont appliqué le principe de linéarisation aux convertisseurs paramétriques à trois fréquences (réf. 2). Nous traitons plus particulièrement de l'influence du bruit du réseau et du bruit de pompe (réf. 3) et nous proposons une méthode pour mesurer le facteur de bruit des diodes à jonction silicium, polarisées inversement.

Cette étude théorique est suivie d'une vérification expérimentale de formules importantes.

En second lieu, notre contribution consiste en l'étude et la réalisation d'un préamplificateur sismique, utilisant un convertisseur paramétrique capacitif symétrique, suivi d'un amplificateur accordé et d'un démodulateur synchrone.

Nous avons montré que ce préamplificateur bénéficiait d'une réduction du bruit, de la distorsion, et permettait une application éventuelle d'une commande automatique améliorée du gain.

La conversion paramétrique capacitive réduit l'influence du bruit de scintillation, d'une part, parce qu'une réactance n'est pas bruyante et, d'autre part, parce que le gain est supérieur à un, grâce à la transposition en fréquence. Après modulation, la fréquence du signal est transposée dans une bande où le bruit des transistors est blanc et minimal. De plus, la démodulation synchrone réduit de 3 décibels, environ, le bruit à hautes fréquences du réseau.

L'influence du bruit de pompe est réduit par le montage en pont des jonctions, et le déphasage approprié de l'excitation du démodulateur.

Le signal maximal admissible n'est limité que par la puissance de la pompe. De plus la haute impédance d'entrée simplifie l'application d'une contre-réaction globale destinée à réduire la distorsion. Le montage en pont, lui-même, diminue la distorsion. Un accroissement sensible de la dynamique est donc réalisé (100 dB).

La commande automatique de gain, ou la commande programmée, propre à tout amplificateur sismique, est d'une application aisée, en modulation à suppression de porteuse.

Nous avons proposé un nouveau procédé de commande automatique de gain dont les vitesses de compression et d'expansion sont constantes et indépendantes du niveau d'entrée (Ref. 4).

Enfin, si on ne cherche pas une proportionnalité rigoureuse entre les variations relatives du niveau d'entrée et de sortie, on peut toujours désaccorder le circuit oscillant paramétrique à l'aide d'une tension filtrée proportionnelle à l'énergie du signal sismique amplifié, en l'appliquant sur une diode à capacité variable. Nous montrons, en effet, que le gain du convertisseur capacitif est une fonction de l'accord du circuit oscillant paramétrique. Une telle application de la commande automatique du gain ne nuit pas au facteur de bruit si on désaccorde par réduction de capacité (fig. 2-8).

Historiquement R. V. L. HARTLEY (1916) semble être à l'origine des modulateurs à réactance, mais ce n'est qu'en 1956 que MANLEY et ROWE (réf. 2) ont établi les deux relations indépendantes entre les puissances réelles, associées aux fréquences de combinaison engendrées dans les réactances pures non linéaires.

Depuis, de nombreux auteurs ont développé la théorie des convertisseurs paramétriques à trois fréquences et appliqué ce principe à l'amplification, à faible bruit, des signaux hyperfréquences.

Quelques auteurs ont, d'autre part, étudié le fonctionnement de modulateurs en anneau, amplificateurs diélectriques, magnétiques, sans mettre en évidence une amélioration du facteur de bruit.

L'amplificateur diélectrique ressemble superficiellement au convertisseur capacitif que nous préconisons. Il entre d'ailleurs dans la grande famille des circuits paramétriques. En plus d'une structure différente, réalisée avec des éléments semblables, les principes de fonctionnement sont opposés.

Dans l'amplificateur diélectrique, le signal à fort niveau module, par déséquilibre d'un pont, une porteuse à faible niveau. Il en résulte une très mauvaise linéarité. Dans le convertisseur capacitif proposé, l'excitation de pompe est très supérieure aux signaux circulant dans le réseau paramétrique et l'amplification en est linéaire.

## 2. - THEORIE DE LA CONVERSION PARAMETRIQUE DES SIGNAUX A TRES BASSES FREQUENCES

Dans un premier chapitre, après une brève définition des convertisseurs paramétriques pour les signaux à très basses fréquences, nous exposons la méthode mathématique, connue, de linéarisation, puis nous appliquons les relations énergétiques de MANLEY et ROWE. Dans les chapitres suivants, nous développons les formules du convertisseur capacitif et nous calculons les coefficients de la conversion paramétrique normale et de la conversion erratique pour des jonctions capacitives alliées, connectées ou non, en pont.

Nous comparons les résultats avant et après démodulation synchrone..

### 2.1- CARACTERISTIQUES GENERALES - RELATIONS DE MANLEY ET ROWE.

Une définition commode et restrictive du convertisseur paramétrique est la suivante : Un réseau d'impédances linéaires, constantes dans le temps interconnecté à un certain nombre d'impédances linéaires à coefficients variables.

Ces types paramétriques bénéficient de plusieurs théories mathématiques exactes des systèmes linéaires à coefficients variables: méthode de DESOER (réf.5), équations de MATHIEU, de HILL, théorie de FLOQUET et de BLOCH.

Les systèmes non linéaires, indépendants du temps, n'entrent pas dans cette définition.

Généralement, un ou plusieurs paramètres d'un réseau électrique sont des fonctions temporelles d'une pompe périodique, de fréquence  $f_1$ , délivrant une puissance active  $W_1$ , au circuit, par exemple, sous les formes :

- mécanique condensateur vibrant,  
relais hacheur, inductance à magnétostriction (réf. 6),
- optique (découpeur à photorésistance : réf. 7),
- magnétique (découpeur à magnétorésistance utilisant l'effet HALL) etc...

Ces systèmes n'autorisent pas l'emploi de fréquence  $f_1$  très hautes et ont un gain limité.

La source de signal à amplifier fournit au circuit paramétrique une puissance électrique  $W_2$ , à la fréquence  $f_2$  très basse devant  $f_1$ .

On recueille, en général, de la puissance  $W_n$  sur les fréquences  $mf_1 \pm f_2$ , à l'exception des fréquences  $mf_1 \pm nf_2$ .

Ces systèmes linéaires, à coefficients variables, n'engendrent donc pas de distorsion du signal. Pour qu'il y ait gain en puissance sur la fréquence  $nf_1 \pm f_2$  ( $- W_n > W_2$ ), F. DACHERT a montré qu'il est inutile de tenir compte des harmoniques d'ordre supérieur à "n" (réf. 8). Par contre, si l'on veut faire naître une harmonique  $nf_1 \pm f_2$ , il est nécessaire que toutes les harmoniques de rang inférieur existent.



Cette remarque simplifie considérablement la résolution de l'équation différentielle à coefficient périodique du circuit. En effet, la transformation de FOURIER de cette équation conduit à un système d'équations linéaires récurrentes, une pour chaque raie  $nf_1 \pm f_2$ .

En disposant de filtres appropriés, on réalisera le court-circuit des raies indésirables. Par exemple, pour le convertisseur à quatre fréquences (fig. 2-1) on gardera les raies :

$f_2$ , fréquence du signal, en disposant une admittance  $Y_2$  infinie pour les fréquences  $f_3, f_4$ .

$f_4 = f_1 + f_2$ , fréquence latérale supérieure, en disposant un filtre d'admittance  $Y_4$ , infinie pour les fréquences  $f_2, f_3, 2f_1 \pm f_2$  etc...

$f_3 = f_1 - f_2$ , fréquence latérale inférieure, en disposant un filtre d'admittance  $Y_3$ , infinie pour  $f_2, f_4, 2f_1 \pm f_2$  etc.....

En ce qui concerne le convertisseur de signaux à très basses fréquences, il est impossible de séparer les raies  $f_3$  et  $f_4$ , si bien que  $Y_3$  et  $Y_4$  sont les valeurs, aux fréquences  $f_3$  et  $f_4$ , d'une même admittance de charge  $Y_u$  (fig. 2-1).

Les systèmes paramétriques à éléments non-linéaires permettent une excitation de pompe purement électrique. Ils sont donc plus souples et donnent des gains plus élevés, car la fréquence de pompe peut-être choisie grande. Malheureusement, ces systèmes sont rebelles à l'analyse mathématique simple. En supposant que les signaux électriques de fréquences  $f_2, f_3$  et  $f_4$  ont une amplitude bien inférieure à l'excitation de pompe, l'équation différentielle non linéaire est approximativement égale à une équation linéaire à coefficients périodiques. D.R. ANDERSON et B.J. LEON (réf. 9) ont évalué l'erreur introduite par cette linéarisation, dans le cas d'une diode à jonction capacitive.

Une telle diode possède une capacité  $C$  fonction de la tension inverse  $V$ . Par exemple :

$$C = C_{ob} \left[ 1 - \frac{V}{A} \right]^{-\gamma}$$

$A$  représente le potentiel de contact. L'exposant  $\gamma$  est de l'ordre de  $1/2$  pour les jonctions abruptes obtenues par alliage, et  $1/3$  pour celles obtenues par tirage (réf. 13).

Si cette jonction est soumise à une tension-signal totale  $u$ , somme de trois termes, aux trois fréquences  $f_2, f_3, f_4$ , la charge "signal", instantanée  $q$  est alors (fig. 2-5) :

$$q = C(V) \times U \quad (2.1)$$

avec :

$$U = u_2(t) + u_3(t) + u_4(t) \quad (2.2)$$

$$V = p_T(t) + u(t)$$

Fig.2-1 Convertisseur paramétrique capacitif

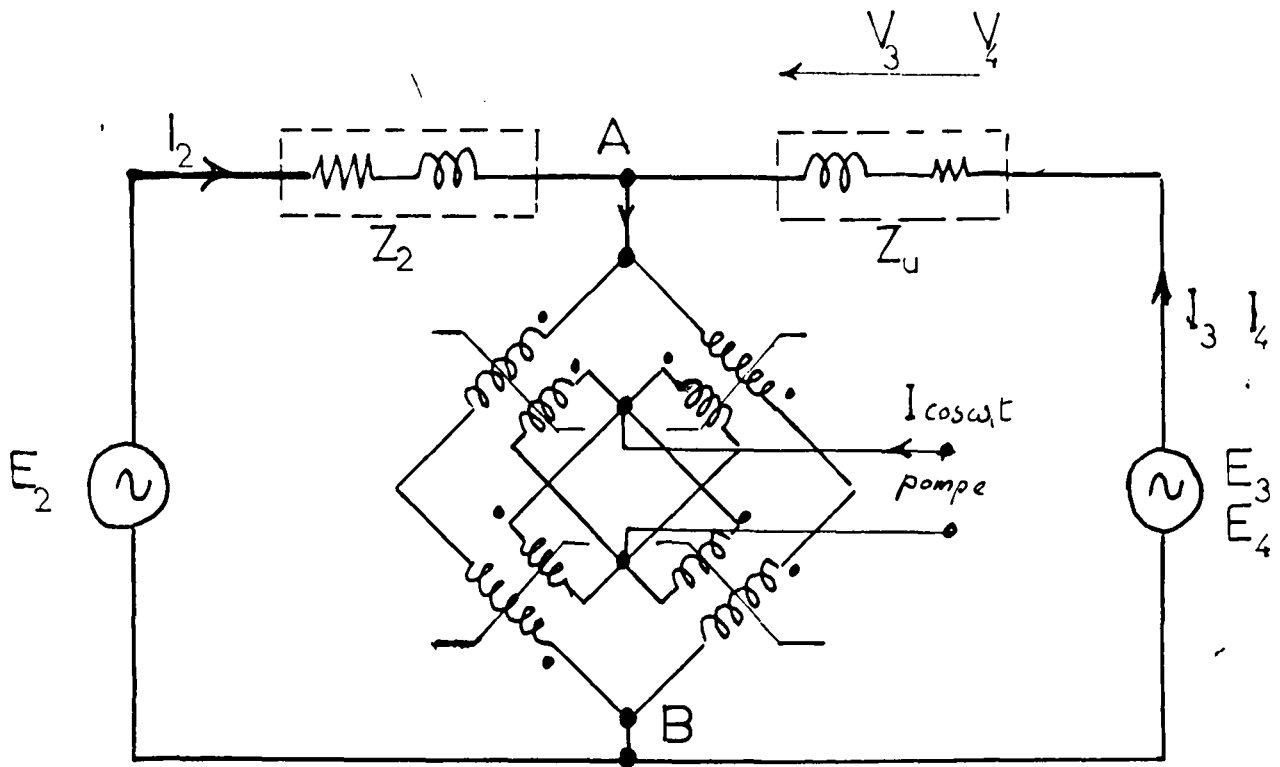
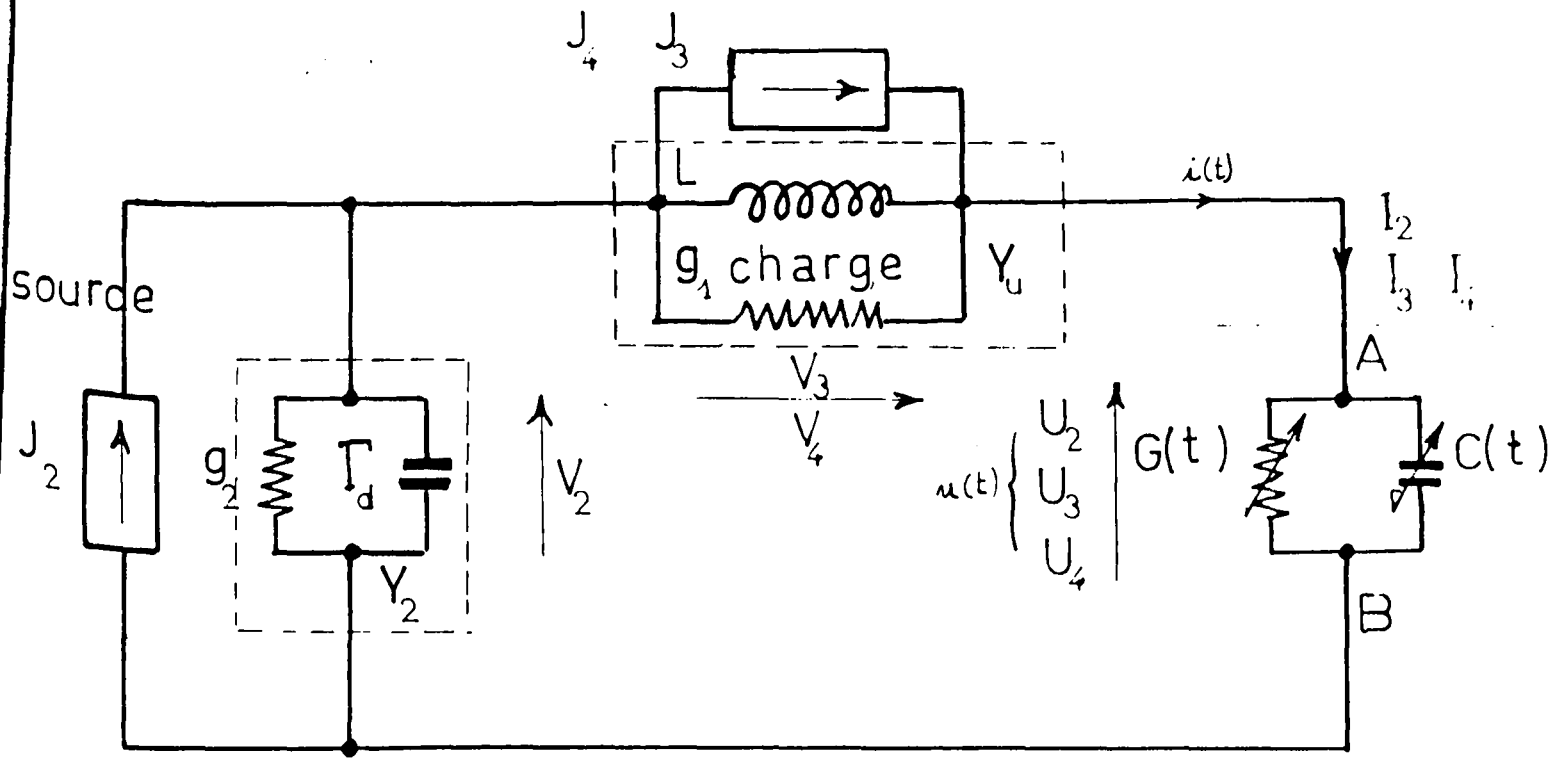


Fig 2-2 Convertisseur paramétrique inductif équilibré

BUS LINE

$p_T(t)$  est alors la tension de pompe appliquée à la jonction. L'hypothèse de linéarisation que nous adoptons consiste à poser :

$$p_T(t) \gg u_2 + u_3 + u_4 \quad (2.3)$$

L'équation (2.1) devient linéaire et possède des coefficients périodiques.  $c(t)$  admet un développement en série de FOURIER (2.4.) :

$$c(t) = C_0 + \sum_1^{\infty} [C_n e^{+jn\omega_1 t} + C_n^* e^{-jn\omega_1 t}] \quad (2.4)$$

le terme  $\omega_1$  est la pulsation de pompe :  $2\pi f_1$

La transformation temps-fréquence de l'équation (2.1) donne trois équations, reliant aux fréquences  $f_2, f_3$  et  $f_4$  les composantes  $I_2, I_3$  et  $I_4$  du courant total  $i(t)$  à travers la capacité, aux composantes "signal" :  $u_2, u_3$ , et  $u_4$ .

Il est à remarquer que  $i(t)$  contient toutes les harmoniques de combinaison  $nf_1 \pm f_2$ , mais que  $u(t)$  ne contient que les fréquences  $f_2, f_3$  et  $f_4$  à cause de la sélectivité des filtres  $Y_2$  et  $Y_u$  (fig. 2-1)

A la relation (2.1), il faut combiner les relations de KIRCHOFF, du réseau linéaire extérieur, connecté à la capacité non linéaire.

Si  $J_2, J_3$  et  $J_4$  sont des sources de courant "signal" injectées dans le réseau, aux fréquences respectives  $f_2, f_3, f_4$ , nous avons établi la matrice des échanges paramétriques (voir Annexe A.1.) suivante :

$$(2-5) \quad \begin{bmatrix} J_2 \\ J_3^* \\ J_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_2(p) + G_0 + C_0 p & G_1 + C_1 p & G_1^* + C_1^* p \\ G_1^* + (p - j\omega_1) C_1^* & G_0' + (p - j\omega_1) C_0 + Y_3^*(p) & G_2^* + C_2^* (p - j\omega_1) \\ G_1 + (p + j\omega_1) C_1 & G_2 + (p + j\omega_1) C_2 & G_0' + (p + j\omega_1) C_0 + Y_4(p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ V_3^* \\ V_4 \end{bmatrix}$$

$V_2, V_3$  et  $V_4$  sont alors les tensions "signal" développées aux bornes de  $Y_2, Y_3$  et  $Y_4$ .

Cette matrice d'admittance est valable pour un dipôle non linéaire, constitué par une capacité non linéaire, en parallèle avec une conductance  $G(t)$  non linéaire (fig. 2-1). Cette formule est établie pour des signaux cissoïdaux transitoires de la forme :

$$j_2(t) = J_2 e^{+\sigma t} \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$$

avec:

$$p = \sigma + j\omega_2$$

Elle n'est valable que pour une excitation de pompe en régime établi, stable. Cette relation matricielle permet le calcul de la stabilité, des régimes transitoires et permanents, des gains de transfert, des admittances d'entrée et de sortie, dans le cas général, quels que soient  $Y_2, Y_3$  et  $Y_4$ , et quelle que soit la non linéarité.

Nous développerons les formules pour le seul convertisseur capacitif à conductance parallèle, accordé ou non. Il possède en effet une impédance d'entrée élevée et probablement un meilleur facteur de bruit que les convertisseurs à diodes "Tunnel".

Par transposition dualistique les formules seront valables pour le convertisseur inductif à résistance série (fig. 2-2).

Il faut insister sur la valeur approchée de cette méthode. Pour les systèmes non linéaires, quatre types de relations exactes concernant les échanges d'énergie ont été établies depuis les travaux de MANLEY et ROWE (réf. 10).

Nous appliquons ces formules au convertisseur paramétrique à quatre fréquences. Elles sont utiles pour la compréhension, pour la recherche des limites fondamentales ou pour la vérification des résultats analytiques, mais elles ne mènent pas à des formules très pratiques.

Soient  $W_1$ , la puissance réelle fournie par la pompe, à la fréquence  $f_1$ ,  $W_2$ , celle fournie par la source B.F. à la fréquence  $f_2$ ,  $W_4$  la puissance réelle absorbée par la charge à la fréquence  $f_4$ , et  $W_3$  celle absorbée à la fréquence  $f_3$ .

Par convention, le circuit de charge étant supposé passif dans un modulateur ( $J_3 = J_4 = 0$ ),  $W_4$  et  $W_3$  sont négatifs ou nuls.

Prenons le cas d'un modulateur à résistance positive. D'après R.H. PANTELL (réf. 11) nous avons :

$$W_1 + W_3 + W_4 \geq 0 \quad (2.6)$$

$$W_2 + W_3 + W_4 \geq 0 \quad (2.7)$$

Nous définissons  $G$  le gain de modulation :

$$G = - \frac{W_3 + W_4}{W_2} \quad (2.8)$$

La relation (2.7) montre que le gain en puissance du modulateur à résistance positive n'est jamais supérieur à l'unité.

Cette même relation montre qu'il y a toujours stabilité, côté signal. En effet, en l'absence de source-signal,  $W_2$  ne peut pas être positif, donc  $W_2$ ,  $W_3$  et  $W_4$  sont nuls et le système est stable.

Prenons le cas d'un convertisseur à réactance pure. Les équations de MANLEY et ROWE à quatre fréquences sont :

$$\frac{W_1}{f_1} + \frac{W_4}{f_4} + \frac{W_3}{f_3} = 0 \quad (2.9)$$

$$\frac{W_2}{f_2} + \frac{W_4}{f_4} - \frac{W_3}{f_3} = 0 \quad (2.10)$$

le gain (2.8) du modulateur s'écrit

$$G = \frac{f_4}{f_2} \times \frac{1 + \frac{W_3}{W_4}}{1 - \frac{f_4}{f_3} \frac{W_3}{W_4}} = \frac{1 - \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2}{1 - \frac{f_1}{f_2} \times \frac{W_4 - W_3}{W_4 + W_3}} \quad (2.11)$$

La relation (2.9) montre que la pompe fournit toujours de la puissance  $W_1$  positive, dans le cas du convertisseur à très basse fréquence, puisque  $f_2$  est inférieur à  $f_1$ . Le circuit de pompe est donc toujours stable. La relation (2.10) montre qu'en l'absence de source-signal ( $W_2 \leq 0$ ), il ne peut y avoir instabilité sur une fréquence  $f_2$  supérieure à  $f_1$ , puisque  $W_2$ ,  $W_3$  et  $W_4$  sont nécessairement nuls.

Il y a risque d'instabilité sur une fréquence  $f_2 < f_1$  si les conditions suivantes ne sont pas remplies :

$$\frac{|W_3|}{f_3} < \frac{|W_4|}{f_4} \quad (2.12)$$

ou :

$$\frac{|W_4| - |W_3|}{|W_4| + |W_3|} > \frac{f_2}{f_1} \quad (2.13)$$

En effet, si  $f_3 W_4 > f_4 W_3$ ,  $W_2$  peut ne pas être nul, d'après (2.10). Il y a toujours stabilité si la puissance absorbée par cycle, à la fréquence latérale supérieure, est supérieure à la puissance par cycle, à la fréquence latérale inférieure.

La condition :  $f_3 W_4 = f_4 W_3 \quad (2.14)$

traduit un gain infini en puissance et une admittance d'entrée nulle. Ainsi le gain du modulateur purement réactif à quatre fréquences peut être rendu aussi grand que l'on désire en approchant de la condition (2.14) tout en assurant la stabilité par (2.12).

C'est là une supériorité du modulateur à quatre fréquences sur le convertisseur à trois fréquences utilisé en hyperfréquences, pour une même marge de stabilité.

Si l'on pouvait isoler une raie latérale et court-circuiter l'autre, le gain du modulateur non inverseur serait :

$$G = - \frac{W_4}{W_2} = \frac{f_4}{f_2}$$

Ce modulateur est stable, mais son gain reste inférieur à l'expression (2.11).

Pour le modulateur inverseur, le gain serait :

$$G_i = - \frac{W_3}{W_2} = - \frac{f_3}{f_2}$$

Ce modulateur peut être instable pour  $f_2 < f_1$ . Son gain reste inférieur à (2.11), que la stabilité soit assurée ou non.

Cet accroissement de gain est dû, comme nous le verrons, à l'intermodulation des deux raies latérales  $f_3$  et  $f_4$ . Enfin remarquons que l'énergie négative  $W_4$  correspond à augmenter le débit  $W_2$  en puissance de la source (voir 2.10). Le circuit de charge  $Y_u$  se réfléchit donc à l'entrée comme une conductance positive.

Par contre, la puissance  $W_3$  négative, dissipée dans la charge à la fréquence  $f_3$ , diminue la puissance  $W_2$  et correspond à une conductance d'entrée négative.

Il est difficile de se rendre maître des puissances dissipées dans le filtre  $Y_u$  à chaque fréquence  $f_3$  et  $f_4$  car les valeurs  $Y_3$  et  $Y_4$  obéissent aux lois rigides des circuits réalisables.

## 2.2- THEORIE DU CONVERTISSEUR CAPACITIF SYMETRIQUE

Pour réduire l'effet du bruit de scintillation, il est avantageux de transposer le spectre du signal, dans une gamme de fréquences où le bruit est blanc, puis d'amplifier suffisamment après modulation avant de démoduler. Le gain en puissance avant démodulation est utile, car le démodulateur est un atténuateur, d'après les relations de MANLEY et ROWE et, de ce fait, il possède un mauvais facteur de bruit.

La structure proposée pour l'amplificateur sismique est figurée sur le schéma (2-3).

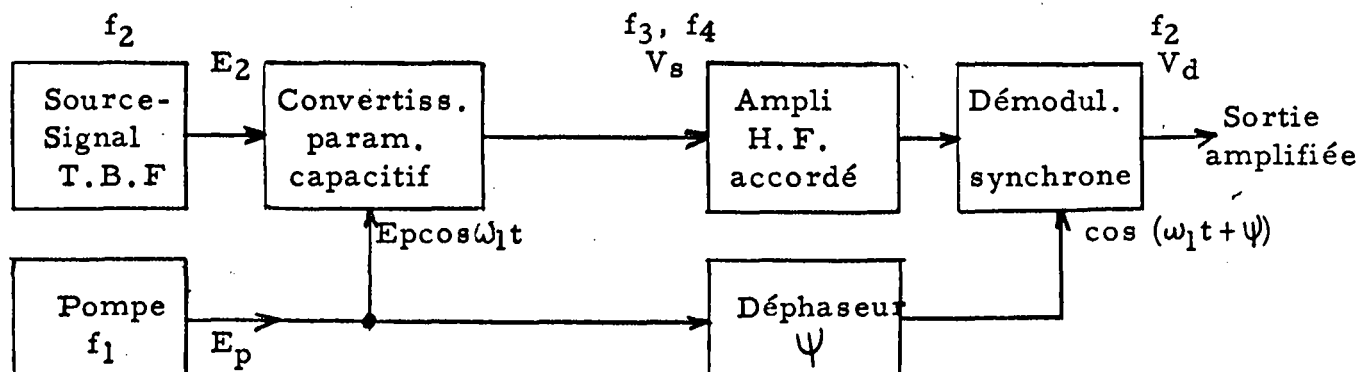
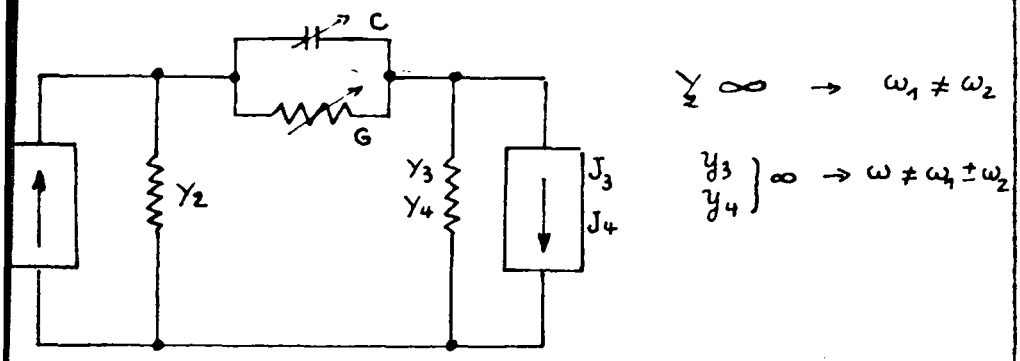


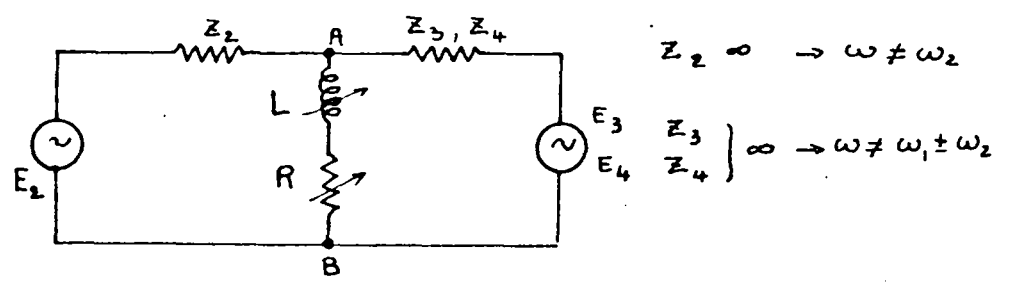
fig. 2-3 Schéma synoptique d'un amplificateur paramétrique pour signaux à très basses fréquences.



$Y_2 \infty \rightarrow \omega_1 \neq \omega_2$   
 $\left. \begin{matrix} Y_3 \\ Y_4 \end{matrix} \right\} \infty \rightarrow \omega \neq \omega_1 \pm \omega_2$

$$[A] = \begin{bmatrix} G_0 + jC_0\omega_2 + Y_2 & G_1 + jC_1\omega_2 & G_1^* + jC_1^*\omega_2 \\ G_1^* - jC_1^*\omega_3 & G_0^* - jC_0^*\omega_3 + Y_3^* & G_2^* - jC_2^*\omega_3 \\ G_1 + jC_1\omega_4 & G_2 + jC_2\omega_4 & G_0 + jC_0\omega_4 + Y_4 \end{bmatrix}$$

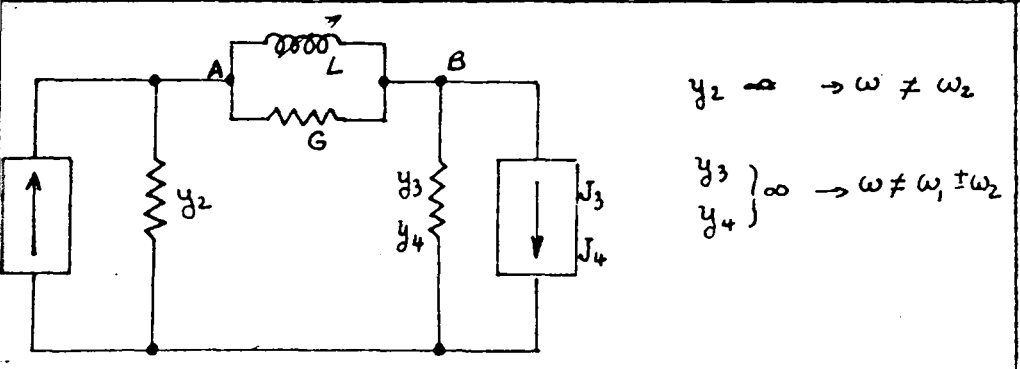
Convertisseur à capacitance conductive



$Z_2 \infty \rightarrow \omega \neq \omega_2$   
 $\left. \begin{matrix} Z_3 \\ Z_4 \end{matrix} \right\} \infty \rightarrow \omega \neq \omega_1 \pm \omega_2$

$$[Z] = \begin{bmatrix} R_0 + jL_0\omega_2 + Z_2 & R_1 + jL_1\omega_2 & R_1^* + jL_1^*\omega_2 \\ R_1^* - jL_1^*\omega_3 & R_0 - jL_0\omega_3 + Z_3^* & R_2^* - jL_2^*\omega_3 \\ R_1 + jL_1\omega_4 & R_2 + jL_2\omega_4 & R_0 + jL_0\omega_4 + Z_4 \end{bmatrix}$$

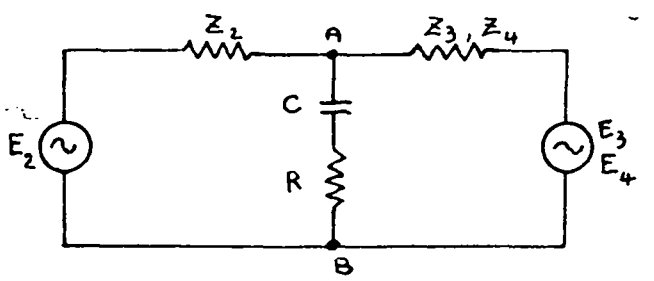
Convertisseur à inductance résistive



$Y_2 \infty \rightarrow \omega \neq \omega_2$   
 $\left. \begin{matrix} Y_3 \\ Y_4 \end{matrix} \right\} \infty \rightarrow \omega \neq \omega_1 \pm \omega_2$

$$[A] = \begin{bmatrix} G_0 + \frac{1}{jL_0\omega_2} + Y_2 & G_1 + \frac{1}{jL_1\omega_2} & G_1^* + \frac{1}{jL_1^*\omega_2} \\ G_1^* - \frac{1}{jL_1^*\omega_3} & G_0 - \frac{1}{jL_0\omega_3} + Y_3^* & G_2^* - \frac{1}{jL_2^*\omega_3} \\ G_1 + \frac{1}{jL_1\omega_4} & G_2 + \frac{1}{jL_2\omega_4} & G_0 + \frac{1}{jL_0\omega_4} + Y_4 \end{bmatrix}$$

Convertisseur à inductance conductive



$$[Z] = \begin{bmatrix} R_0 + \frac{1}{jC_0\omega_2} + Z_2 & R_1 - \frac{1}{jC_1\omega_2} & R_1^* + \frac{1}{jC_1^*\omega_2} \\ R_1^* - \frac{1}{jC_1^*\omega_3} & R_0 - \frac{1}{jC_0\omega_3} + Z_3^* & R_2^* - \frac{1}{jC_2^*\omega_3} \\ R_1 + \frac{1}{jC_1\omega_4} & R_2 + \frac{1}{jC_2\omega_4} & R_0 + \frac{1}{jC_0\omega_4} + Z_4 \end{bmatrix}$$

Convertisseur à capacitance résistive



Pour obtenir du gain, il est avantageux d'utiliser un convertisseur à réactance pure, ou à résistance négative, plutôt qu'un modulateur classique à résistance positive.

Il faut remarquer, cependant, que le fonctionnement du convertisseur en amplificateur à résistance négative bénéficie d'une plus grande fiabilité par rapport au modulateur. Dans ce mode d'opération, l'amplification en puissance, à la fréquence  $f_2$ , résulte d'un désamortissement de la source-signal. La valeur de la conductance négative ramenée à l'entrée dépend de la puissance dissipée dans le circuit "libre"  $Y_u$  accordé à la fréquence  $f_1$ .

Ce fonctionnement est plus sûr, car un arrêt de la pompe ne correspond qu'à une perte de gain et non à la nullité de gain comme dans un modulateur.

Néanmoins, nous ne développerons pas la théorie de l'amplificateur à résistance négative, pour les très basses fréquences, car le bruit n'est pas réduit par transposition de spectre.

Si nous écartons le modulateur à résistance négative qui, par sa nature, est sujet aux bruits des résistances, le choix se borne aux modulateurs capacitifs et inductifs. Pour la sismique, le convertisseur inductif symétrique (fig. 2-2) n'est pas avantageux, car sa résistance d'entrée est nulle. On sait que les géophones sont généralement connectés à l'amplificateur sismique par des lignes assez longues et nécessairement résistives (100 ohms au kilomètre).

R.D. SHELTON, et J.G. KENNEDY (réf. 12) signalent une propriété intéressante: la plus grande immunité des circuits magnétiques aux radiations nucléaires, ce qui donnerait un certain intérêt au convertisseur inductif.

La figure (2-4) donne quatre structures simples des convertisseurs pour signaux à basses fréquences, avec les matrices correspondantes du type (2.5).

Nous adopterons la structure capacitive, montée en pont afin d'éliminer, par symétrie, une partie du bruit de pompe. Sur la figure (2-5) nous voyons que les échanges paramétriques s'effectuent dans un circuit oscillant série, grâce à la présence d'un dipôle capacitif non linéaire AB, d'une charge inductive  $Y_u$  et d'une source de signal  $J_2$ , à basse fréquence  $f_2$  possédant une admittance  $Y_2$ .

Conformément à notre hypothèse, la capacité non linéaire est principalement fonction de l'excitation de pompe, à fort niveau  $E_p$ , que nous supposons, ici, sinusoïdale, de fréquence  $f_1$ , plus élevée que  $f_2$ . La capacité du dipôle AB est celle présentée par deux diodes à jonction polarisée dans le sens non conducteur, par deux piles  $V_0$ . Pour chaque diode, l'excitation totale  $p_T(t)$  est:

$$p_T(t) = V_0 + E_p \cos \omega_1 t$$

Grâce au montage en pont, le réseau linéaire extérieur ( $Y_2$  et  $Y_u$ ) "voit" les deux diodes de capacités variables  $C_d(t)$  et  $C_g(t)$  suivant la disposition tête-bêche parallèle, alors que la pompe les "voit" en série.

Lorsque le réseau impose aux bornes AB une tension totale "signal"  $u(t)$ , nous avons montré que la charge totale  $q(t)$  emmagasinée dans les jonctions est:



Fig. 2-5 Excitation symétrique par pompe bruyante

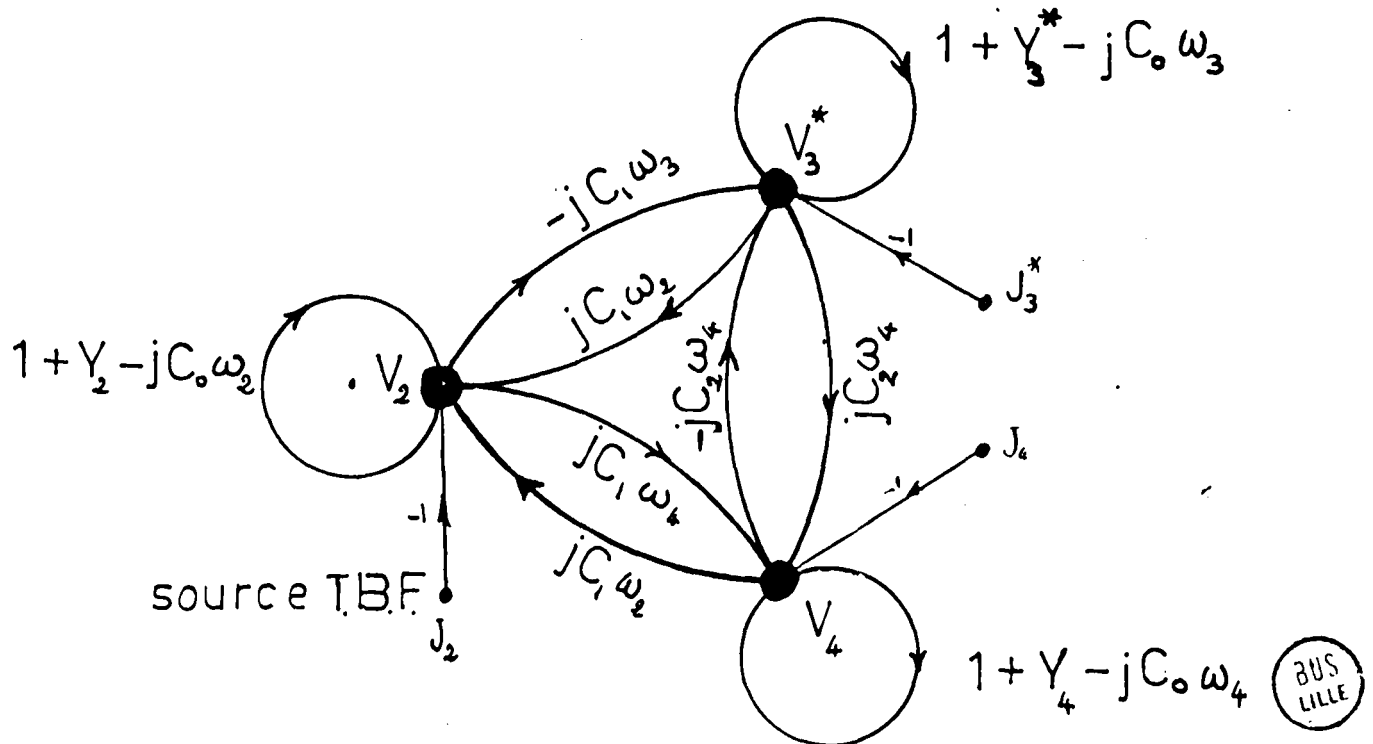
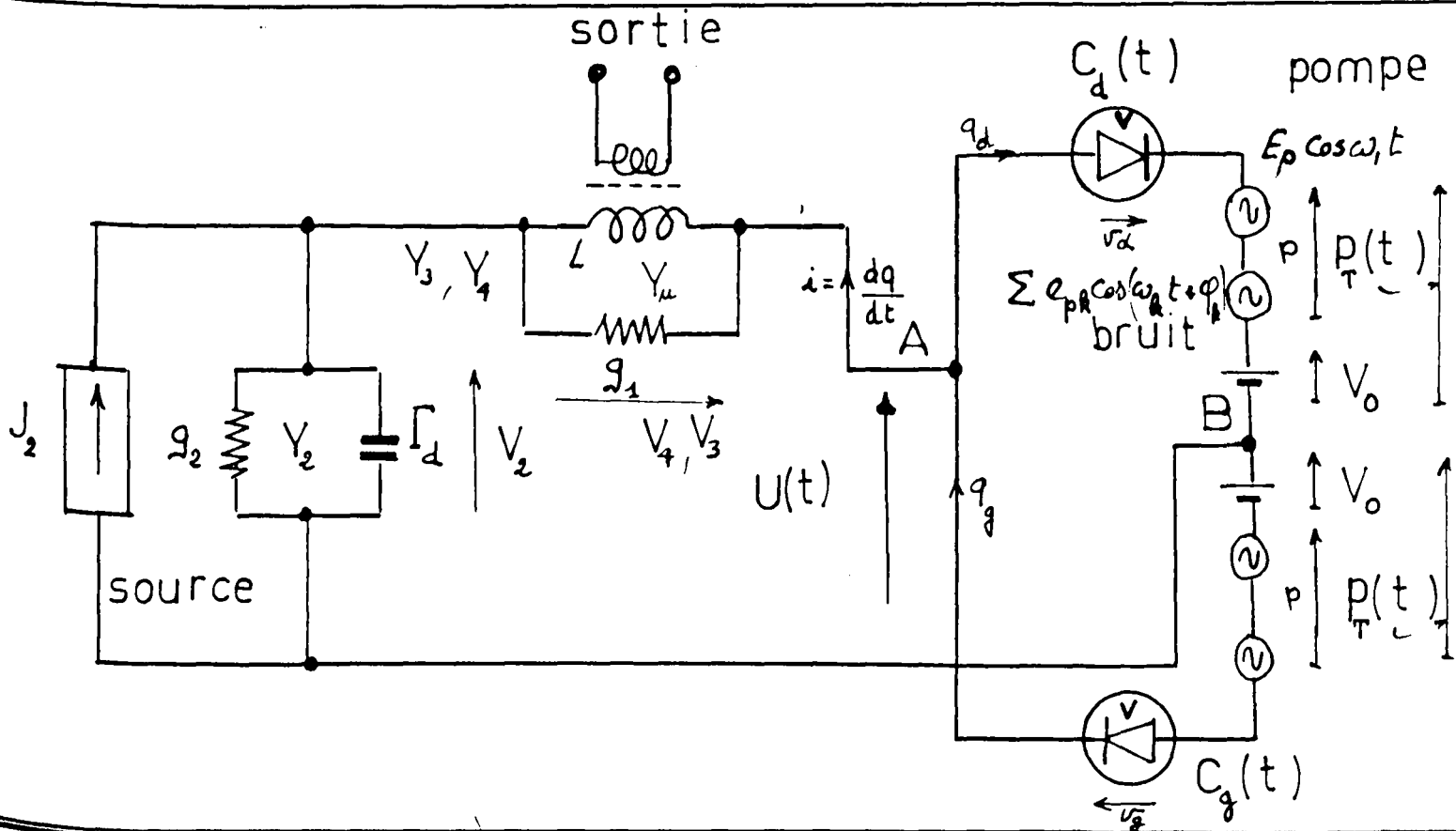


Fig. 2-7 Diagramme de transfert

$$q(t) = [C_d(t) - C_g(t)] \cdot p_T(t) - u(t) [C_d(t) + C_g(t)] \quad (2.15)$$

Cette équation des échanges paramétriques entre la pompe et le réseau est valable à chaque instant, quels que soient les niveaux  $u$  et  $p_T$  et quel que soit le réseau linéaire.

Cette relation fait apparaître deux modes de fonctionnement différents et leur combinaison.

### 2.21 - La conversion paramétrique normale

Ce mode apparaît lorsque les deux capacités  $C_d$  et  $C_g$  sont fonctions de la pompe seule (cas du condensateur vibrant). Si les deux diodes sont identiques, nous avons :

$$q(t) = - [C_d(p_T) + C_g(p_T)] \times u(t) \quad (2.16)$$

$u(t)$  ne contient que les fréquences  $f_2$ ,  $f_3$  et  $f_4$  grâce à la symétrie du pont qui élimine  $f_1$ .

La matrice (2.5) s'applique, alors, sans approximation.

### 2.22 - La conversion par déséquilibre du pont

Ce mode apparaît lorsque l'excitation de pompe est faible devant  $u(t)$ ;  $C_d$  et  $C_g$  sont, alors, des fonctions égales et opposées de  $u(t)$  et nous avons :

$$q(t) = [C_d(u) - C_g(-u)] \times p_T(t) \quad (2.17)$$

Ce mode se rapproche de la modulation classique d'une porteuse  $p_T$ , par un signal  $u(t)$ , principalement composé du signal d'entrée T.B.F.

La matrice (2.5), n'est pas valable, sans approximation. C'est le mode principal de fonctionnement des amplificateurs diélectriques.

### 2.23 - La conversion totale

En pratique, les deux modes précédents subsistent, bien que le mode (2.1) soit rendu prépondérant, dans notre étude, pour des raisons de linéarité d'amplification.

Nous utilisons deux diodes à jonction alliée, au silicium, ayant pour capacités respectives :

$$C_d = C_{ob} \sqrt{A} \cdot [A - V_d]^{-\frac{1}{2}} \quad (2.18)$$

$$C_g = C_{ob} \sqrt{A} \cdot [A - V_g]^{-\frac{1}{2}}$$

avec :

$$V_d = u - p_T \text{ et } V_g = - (u + p_T)$$

(d'après la figure 2-5)

Avec l'hypothèse (2.3), l'équation (2.15) s'écrit, en négligeant les termes du second ordre :

$$q(t) = C_{ob} \sqrt{A} \frac{2A + p_T}{[A + p_T]^{\frac{3}{2}}} \times u(t) \quad (2.19)$$

Nous montrons ainsi, que la combinaison des modes (2.1) et (2.2) constitue une conversion paramétrique pure du type (2.1).

La matrice (2.5) s'applique. Il n'y a pas de distorsion d'amplification dans la limite où l'inégalité (2.3) est respectée, ce qui est toujours possible, en augmentant l'excitation  $p_T$ .

Remarquons que le montage symétrique rend l'inégalité (2.3) plus aisée à respecter.

D'après (2.19), la capacité équivalente  $q/u$  est fonction de la pompe seule et elle admet un développement de FOURIER du type (2.4).

Nous donnons, en Annexe A<sub>5</sub>, le calcul des coefficients  $C_0$ ,  $C_1$  et  $C_2$  ainsi que les courbes de ces coefficients en fonction de la profondeur d'excitation de pompe  $m$

$$m = \frac{E_p}{A + V_0} \quad (2.20)$$

Les formules utilisées sont :

$$C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} C(\theta) \cos n\theta \, d\theta$$

avec :

$$C(\theta) = C_{ob} \sqrt{A} \frac{2A + V_0 + E_p \cos \theta}{[A + V_0 + E_p \cos \theta]^{\frac{3}{2}}}$$

qui s'écrit aussi :

$$C(\theta) = C_{ob} \left(1 + \frac{V_0}{A}\right)^{-\frac{1}{2}} (1 + m \cos \theta)^{-\frac{1}{2}} \left[1 + \left(1 + \frac{V_0}{A}\right)^{-1} (1 + m \cos \theta)^{-1}\right] \quad (2.21)$$

En toute rigueur le dipôle AB est équivalent à une capacité  $C(\theta)$  non linéaire, en parallèle avec une conductance non linéaire (fig. 2-6)

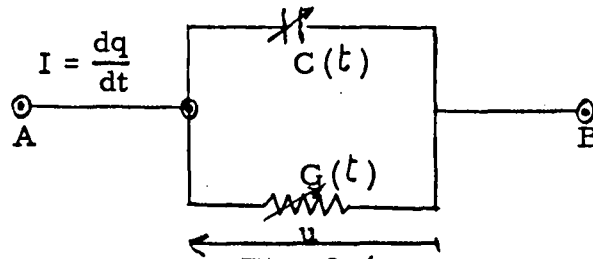


Fig. 2-6,

Pour une diode à jonction, la conductance variable  $G(p_T)$  est donnée par la formule de SCHOCKLEY :

$$G = \frac{e}{KT} I_0 e^{\frac{e p_T(t)}{KT}} \quad (2.22)$$

$G$  admet aussi un développement de FOURIER :

$$G = G_0 + 2 \sum_1^{\infty} G_n e^{+jn\omega t} + G_n^* e^{-jn\omega t} \quad (2.23)$$

Dans la plupart des applications, seul  $G_0$  est à considérer.

Certaines diodes au Silicium possèdent des conductances inverses  $G_0$  extrêmement faibles ( $10^{-10}$  mho), ce qui rend leur emploi particulièrement avantageux dans les convertisseurs capacitifs à forte impédance d'entrée.

Certains auteurs (réf. 17) ont utilisé, dans les amplificateurs diélectriques, les matériaux piézoélectriques à faible conductance, comme le sel de Rochelle ou le titanate de Barium. Ces éléments peuvent être montés dans un convertisseur paramétrique en utilisant l'effet électrostrictif non-linéaire. L'excitation de pompe doit cependant atteindre plusieurs centaines de volts pour que cet effet soit utilisable.

On peut aussi tirer partie de la capacité interélectrode des transistors à effet de champ, qui semblent présenter une forte non linéarité au voisinage de la tension de goulot.

Dans le convertisseur capacitif proposé, la source à basse fréquence possède une conductance  $g_2$ , en parallèle sur une capacité de découplage  $\Gamma_d$  (fig. 2-5).

Dans la matrice (2.5) on peut supposer les coefficients  $G_1, G_2$  nuls et inclure  $G_0$  dans la conductance totale de source  $g_{2T}$ . Nous avons :

$$g_{2T} = G_0 + g_2 \quad (2.24)$$

$$Y_2 + G_0 = g_{2T} + j\Gamma_d P \quad (2.25)$$

Le circuit de charge le plus simple est une inductance  $L$  connectée en parallèle sur une conductance totale  $g_{1T}$

$$g_{1T} = g_u + G'_o + g_L + g_p \quad (2.26)$$

$g_u$  représente la conductance d'utilisation,

$g_L$  la conductance de perte de l'inductance  $L$ ,

$g_p$  la conductance équivalente à la résistance interne  $r_p$  de la pompe,

$G'_o$  la conductance de fuite des diodes capacitives en haute fréquence.

Ordinairement, le constructeur donne la surtension  $Q_d$  en fonction de la fréquence.

Nous avons :

$$G'_o = \frac{2\pi f_1 C_o}{Q_d} \quad (2.27)$$

$$g_p = r_p \cdot C_o^2 \omega_1^2 \quad (2.27bis)$$

L'inductance  $L$ , et la capacité moyenne du dipôle  $C_o$ , constituent un circuit oscillant dont la pulsation de résonance  $\gamma$  est :

$$LC_o \gamma^2 = 1 \quad (2.28)$$

Nous définissons un coefficient  $\eta$  de désaccord :

$$\eta = 1 - \frac{1}{LC_o \omega_1^2} \quad (2.29)$$

En faisant entrer  $G'_o$  dans le circuit de charge  $Y_u$  nous avons en valeur complexe :

$$Y_4(p) = g_{1T} + \frac{1}{L(p + j\omega_1)} \quad (2.30)$$

$$Y_3(p) = g_{1T} + \frac{1}{L(p + j\omega_1)}$$

Enfin, il est commode de définir les coefficients de surtension  $Q_o$   $Q_1$   $Q_2$  et  $Q_E$  et les coefficients d'amortissement correspondants :

$$\left. \begin{aligned}
 Q_0 &= \frac{C_0 \omega_1}{g_{1T}} = \frac{1}{a} , \text{ surtension du circuit oscillant paramétrique} \\
 Q_1 &= \frac{C_1 \omega_1}{g_{1T}} , \text{ coefficient de gain} \\
 Q_2 &= \frac{C_2 \omega_1}{g_{1T}} , \text{ le taux de réaction} \\
 Q_E &= \frac{(C_0 + \Gamma_d) \omega_1}{g_{2T}} = \frac{1}{b} , \text{ "surtension" de la source de signal}
 \end{aligned} \right\} (2.31)$$

### 2.3-STABILITE DU CONVERTISSEUR CAPACITIF

L'hypothèse de linéarisation (2.3) n'autorise la recherche de la stabilité qu'en l'absence de signal extérieur. Il est commode d'écrire la relation matricielle (2.5), sous une forme homogène (2.34) en posant :

$$s = \frac{\sigma + j\omega_2}{\omega_1}$$

"s" étant la fréquence relative complexe et :

$$d = \left[ 1 - \nu - \frac{a^2}{4} \right]^{\frac{1}{2}}$$

En choisissant convenablement l'origine des temps, les coefficients de FOURIER sont réels :  $C_n = C_n^*$  ; nous avons :

$$\begin{bmatrix} \frac{J_2}{(C_0 + \Gamma_d) \omega_1} \\ \frac{J_3^*}{C_0 \omega_1} \\ \frac{J_4}{C_0 \omega_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s + b & \frac{C_1}{C_0 + \Gamma_d} s & \frac{C_1}{C_0 + \Gamma_d} s \\ \frac{C_1}{C_0} (s-j) & \frac{[s + \frac{a}{2} - j(1-d)] \cdot [s + \frac{a}{2} - j(1+d)]}{s-j} & \frac{C_2}{C_0} (s-j) \\ \frac{C_1}{C_0} (s+j) & \frac{C_2}{C_0} (s+j) & \frac{[s + \frac{a}{2} + j(1+d)] \cdot [s + \frac{a}{2} + j(1-d)]}{s+j} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_2 \\ V_3^* \\ V_4 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Le convertisseur est stable si  $V_2$ ,  $V_3$  et  $V_4$  sont nuls lorsque les sources sont éteintes ( $J_2 = J_3 = J_4 = 0$ )

Le système à trois équations linéaires (2.34) a des solutions non nulles si le déterminant  $\Delta(s)$  n'a pas de racine dans le demi-plan droit complexe.

Pour le convertisseur capacitif chargé par un circuit oscillant simple, le numérateur de  $\Delta(s)$  est du cinquième degré.

La discussion de la stabilité suivant le critère de Nyquist est rendue difficile par le nombre élevé de paramètres : a, b, d, C<sub>0</sub>, C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub> et C<sub>0</sub> + Γ<sub>d</sub>. Néanmoins, elle permet de voir plus clair dans le double mécanisme de réaction causé par les coefficients de FOURIER C<sub>1</sub> et C<sub>2</sub> et plus précisément par h et k tels que :

$$h = 2 \frac{C_1^2}{C_0 (C_0 + \Gamma_d)} \quad (2.35)$$

$$k = \frac{C_2}{C_0} \quad (2.36)$$

Pour discerner les influences respectives des coefficients C<sub>1</sub> et C<sub>2</sub>, nous écrivons le déterminant sous la forme :

$$\Delta = \Delta_0 + \Delta_1 + \Delta_2 \quad (2.37)$$

avec :

$$\Delta_0(s) = \frac{s+b}{1+s^2} \left[ s + \frac{a}{2} + j(1+d) \right] \cdot \left[ s + \frac{a}{2} + j(1-d) \right] \cdot \left[ s + \frac{a}{2} - j(1-d) \right] \cdot \left[ s + \frac{a}{2} - j(1+d) \right]$$

$$\Delta_1(s) = - \frac{hs}{1+s^2} \left[ s^4 + as^3 + s^2(3 - \eta) + as + \eta \right] \quad (2.38)$$

$$\Delta_2(s) = - k^2(1+s^2) \frac{C_0(C_0 + \Gamma_d) - 2C_1^2}{(C_0 + \Gamma_d) C_0} \left[ s + \frac{bC_0(C_0 + \Gamma_d)}{C_0(C_0 + \Gamma_d) - 2C_1^2} \right]$$

Cette écriture permet de déterminer les taux de réactions F<sub>1</sub> et F<sub>2</sub> de deux boucles d'asservissement :

$$F_1 = 1 + \frac{\Delta_1}{\Delta_0} \quad (2.39)$$

$$F_2 = 1 + \frac{\Delta_2}{\Delta_0 + \Delta_1}$$

Le nombre de zéro de Δ(s) est donné par le nombre d'encerclements de l'origine par la fonction F<sub>1</sub> × F<sub>2</sub> = Δ/Δ<sub>0</sub> puisque le déterminant Δ<sub>0</sub>, correspondant à un système passif, est stable et ne possède pas de zéro interdit.

### 2.31- Cas où C<sub>2</sub> est nul

Lorsque C<sub>2</sub> est nul, la stabilité est assurée si F<sub>1</sub> n'encercle pas l'origine, c'est-à-dire si Δ<sub>0</sub> + Δ<sub>1</sub> et Δ<sub>0</sub> ont le même nombre de racines dans le contour de BROMWICH.

Un théorème, dû à BODE (réf. 14) établit que deux fonctions  $\Delta_0(s)$  et  $\Delta_1(s)$  analytiques, sur et à l'intérieur d'un contour et dont les modules satisfont à l'inégalité  $|\Delta_0(s)| > |\Delta_1(s)|$  sur le contour, sont telles que  $\Delta_0(s)$  et  $\Delta_0(s) + \Delta_1(s)$  ont le même nombre de racines à l'intérieur du contour.

Lorsque  $C_2$  est nul et que l'amortissement du circuit de charge "a" est suffisamment élevé, on peut établir une condition suffisante de stabilité, lorsque le circuit inductif de charge est accordé sur la capacité  $C_0$  :

$$4 \frac{C_1^2 \omega_1^2}{g_{1T} \cdot g_{2T}} \ll \sqrt{1 + 4 \frac{\omega_1^2}{\Omega_E^2}} \quad (2.40)$$

Le premier terme n'est autre que le gain en puissance disponible. Le terme  $\Omega_E = g_{2T} / C_0 + \Gamma_d$  représente la pulsation de coupure du circuit d'entrée.

La stabilité est d'autant mieux assurée que le gain en puissance est faible devant le rapport de la fréquence de pompe à la fréquence de coupure du circuit d'entrée. Cette stabilité dépend pratiquement du produit gain disponible-bande passante relative car la fréquence de coupure haute est fixée par la fréquence de coupure du circuit d'entrée  $\Omega_E / 2\pi$ , lorsque le convertisseur travaille en abaisseur d'impédance (voir formule 2.59). Le facteur de mérite est donc limité par la condition de stabilité qui s'écrit, lorsque  $\Omega_E$  est très inférieur à  $\omega_1$  :

$$2 \frac{\Omega_E}{\omega_1} \cdot \frac{C_1^2 \omega_1^2}{g_{1T} \cdot g_{2T}} \ll 1 \quad (2.41)$$

Par exemple, un convertisseur utilisé en amplificateur sismique jusqu'à 1  $\text{KH}_z$ , avec une fréquence de pompe de 1  $\text{MH}_z$ , pourrait avoir un gain maximal de 33 dB

### 2.32 - Cas où $C_2$ n'est pas nul.

Lorsque  $C_2$  n'est pas nul, ou négligeable devant  $C_0$ , l'application successive du critère de NYQUIST, aux deux boucles  $F_1$  puis  $F_2$ , est malaisée, d'autant que l'instabilité de la première boucle  $F_1$  peut-être rendue stable si  $F_2(s)$  entoure l'origine.

Lorsque certains coefficients sont connus numériquement, il est commode d'appliquer le critère de ROUTH et HÜRWITZ.

Nous avons utilisé ce critère pour rechercher le gain maximal possible, en régime stable, pour un convertisseur capacitif suffisamment sélectif pour supposer "a" inférieur à 1 (voir annexe A<sub>2</sub>).



De plus, notre intérêt se porte sur le convertisseur à forte résistance d'entrée et nous supposons que sa fréquence de coupure de sortie est plus élevée que la fréquence de coupure du circuit d'entrée, ce qui se traduit par :

$$\frac{b}{a} = \frac{g_{2T}}{g_{1T}} \cdot \frac{C_0}{\Gamma_d + C_0} < 1 \quad (2.42)$$

Cette relation est couramment vérifiée car, d'une part,  $\Gamma_d$  n'est jamais nul si l'on doit respecter l'hypothèse de filtrage sur  $Y_2$ , d'autre part la conductance inverse  $G'_0$  de la jonction à la fréquence  $f_1$ , entrant dans  $g_{1T}$  est plus élevée que la conductance inverse  $G_0$  en basse fréquence entrant dans  $g_{2T}$ .

D'autres limites pratiques sont imposées aux coefficients de réaction  $h$  et  $k$ , pour les diodes à jonction alliée.

Nous montrons en annexe A<sub>5</sub> que les coefficients de FOURIER  $C_0$ ,  $C_1$  et  $C_2$  sont tels que :

$$0 < C_2 \ll C_1 \ll C_0 \quad (2.43)$$

L'égalité correspond à l'excitation maximale ( $m=1$ ).

De plus, la capacité de découplage  $\Gamma_d$  n'est jamais nulle. D'après (2.35) et (2.36), nous avons :

$$\begin{aligned} 0 < h < 2 \\ 0 < k < 1 \end{aligned} \quad (2.44)$$

Les conditions de stabilité de HÜRWITZ s'appliquent au déterminant  $\Delta(s)$  de (2.34) écrit sous la forme :

$$\Delta(s) \cdot (1+s^2) = A_0 s^5 + A_1 s^4 + A_2 s^3 + A_3 s^2 + A_4 s + A_5 \quad (2.45)$$

Pour un convertisseur accordé ( $\eta = 0$ ), nous avons établi, en annexe A<sub>2</sub>, les conditions suffisantes de stabilité suivantes :

1° - Le taux de réaction de la deuxième boucle, " $k$ ", ne doit pas dépasser " $a$ ", et rester pratiquement inférieur à 0,63 si " $a$ " est voisin de l'unité.

pour  $a < 0,69$  cette condition s'écrit :

$$\frac{C_2 \omega_1}{g_{1T}} < 1 \quad (2.46)$$

2° - Le taux de réaction de la première boucle, " $h$ ", ne doit pas être supérieur à  $1+k$ , condition qui s'écrit :

$$\frac{C_1^2}{(C_0 + \Gamma_d)(C_0 + C_2)} < \frac{1}{2} \quad (2.47)$$

Ces deux conditions suffisantes sont pratiquement valables pour  $\frac{b}{a}$  inférieur à 0,36.

La condition (2.47) est facile à satisfaire sauf aux faibles taux d'excitation "m" si  $\Gamma_d$  est inférieur à  $C_0$  comme c'est le cas pour une source piezoélectrique, à conductance  $g_2$  pratiquement nulle. Dans ce cas, il faut d'ailleurs remplacer la valeur  $C_0$  de capacité d'accord par  $\Gamma_d C_0 / (C_0 + \Gamma_d)$ , et la condition (2.47) devient :

$$\Gamma_d > \frac{2C_1^2 - C_0 C_2}{C_0 + C_2} \quad (2.48)$$

La condition (2.46) limite la profondeur d'excitation "m" et, par là même, le gain en puissance disponible  $W_d$  calculé au paragraphe 2.4 :

$$W_d = 4 \frac{C_1^2 \omega_1^2}{g_{1T} \cdot g_{2T}} \cdot \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{C_2 \omega_1}{g_{1T}}\right)^2}}{1 - \left(\frac{C_2 \omega_1}{g_{1T}}\right)^2} \quad (2.49)$$

Ces conclusions sur la stabilité ne s'appliquent qu'au convertisseur capacitif pur, accordé.

Il est possible que la combinaison d'une diode à jonction et d'une diode "tunnel" (conductance négative) conduise à des produits gain x bande passante, plus grands, mais la recherche des racines de  $\Delta(s)$  n'est pas aisée, dans le cas général.

Pour conclure ce paragraphe nous faisons la remarque que la stabilité, comme les fonctions de transfert dépend, évidemment, des admittances de source et de charge, mais surtout des coefficients  $G_0 G_1 G_2$ ,  $C_0 C_1 C_2$ .

Ainsi le taux d'harmoniques de la pompe, qui peut-être dosé par filtrage, est aussi important que le degré de non linéarité des éléments variables G, C.

Nous proposons un principe simple pour éliminer un des coefficients à partir d'une pompe sinusoïdale. Par exemple, pour éliminer  $C_n$  dans la série de FOURIER, d'un dipole capacitif, constitué par deux jonctions  $C_g$  et  $C_d$ , en parallèle, il suffit d'exciter chacune d'elles, indépendamment, avec une pompe de même amplitude mais déphasée de  $\frac{\pi}{n} = \varphi_P$  pour l'une et  $-\varphi_P$  pour l'autre.

La capacité totale du dipôle s'écrit en effet:

$$C_d + C_g = 2C_0 + 4 \sum_1^{\infty} C_n \cos \frac{n\varphi_P}{2} \cos (n\omega_1 t + \varphi_n)$$

## 2.4- FONCTIONS DE TRANSFERT

L'organigramme (fig. 2-7) du convertisseur nous renseigne sur le sens des échanges entre les fréquences  $f_2, f_3$  et  $f_4$ , quand on injecte des courants-signaux  $J_2, J_3$  et  $J_4$  à ces fréquences; le système possède trois nœuds essentiels  $V_2, V_3$  et  $V_4$ , liés chacun à cinq boucles de réaction primaire.

La matrice d'admittance complexe  $[A]$ , (formule 2.5) permet, par inversion, de calculer les impédances de transfert  $[Z]$ .

nous posons :

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ V_3^* \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} J_2 \\ J_3^* \\ J_4 \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

Lorsqu'un courant-signal  $J_2$  sinusoïdal, de fréquence  $f_2$  basse, est injecté au point nodal  $V_2$ , les tensions  $V_4$  et  $V_3^*$  recueillies sont pratiquement égales si la fréquence de pompe  $f_1$  est très élevée.

La tension totale de sortie modulée est alors égale à  $2V_1$ .

$$2 V_1 = (Z_{32} + Z_{42}) J_2 = -2j \frac{C_1 \omega_1}{g_{1T} \cdot g_{2T}} \times \frac{1 - j \left( \frac{C_0 \omega_1}{g_{1T}} - \frac{C_2 \omega_1}{g_{1T}} \right)}{1 + j 2 \left( \frac{C_0 \omega_1}{g_{1T}} \right)^2 - \left( \frac{C_2 \omega_1}{g_{1T}} \right)^2} J_2 \quad (2.52)$$

L'admittance d'entrée est réelle et égale à :

$$\frac{1}{Z_{22}} = G_0 + g_2 = g_{2T} \quad (2.53)$$

Ainsi, à fréquence nulle ( $f_2 \ll f_1$ ) l'admittance d'entrée n'est pas fonction du circuit de charge, elle est indépendante de l'accord et de sa surtension. Elle se réduit à la conductance inverse  $G_0$  des diodes à jonction et peut, de ce fait, être très faible.

A fréquence très basse le convertisseur capacitif pur ne peut fonctionner en amplificateur paramétrique à résistance négative car  $G_0$  est positif.

Le gain de conversion  $\frac{2V_1}{V_2}$  dépend, en premier lieu, du coefficient  $C_1$  donc du degré de non linéarité de la capacité inverse. A l'accord ( $\psi = 0$ ), il ne dépend pas de la capacité d'accord  $C_0$ . On peut profiter de cette propriété pour multiplier le gain par "k" en disposant, en parallèle, k diodes identiques, et en modifiant l'inductance  $L$  pour rétablir l'accord, sous réserve que la conductance totale, à hautes fréquences  $nG'_0$  ne dépasse pas la conductance imposée de charge  $g_u$  (voir formule 2.26)

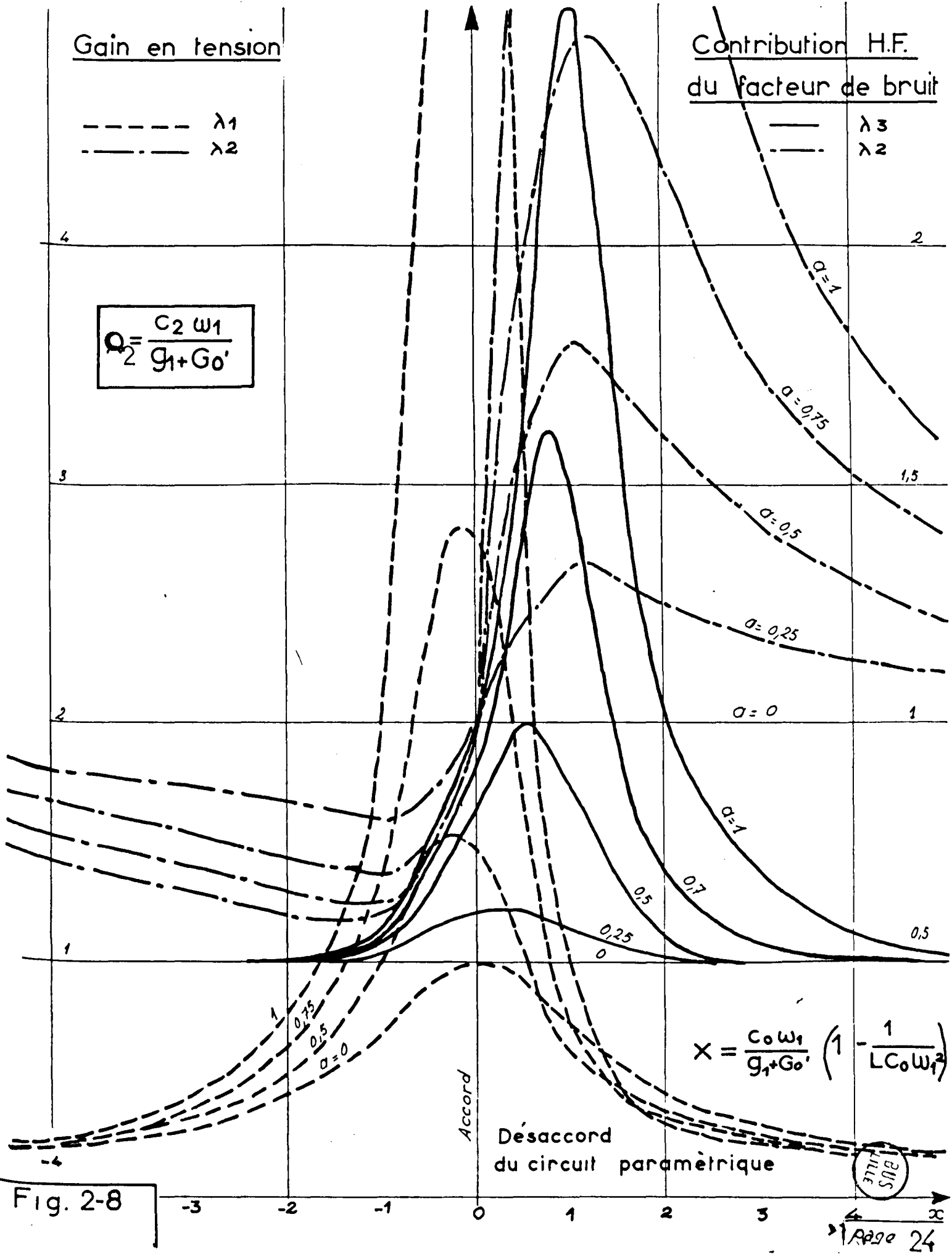


Fig. 2-8

Le gain dépend fortement du désaccord  $\eta$  défini par (2.29). Il n'est pas maximal à l'accord, sauf si  $C_2$  est nul.

$C_2$  est responsable d'une réaction positive de rapport :

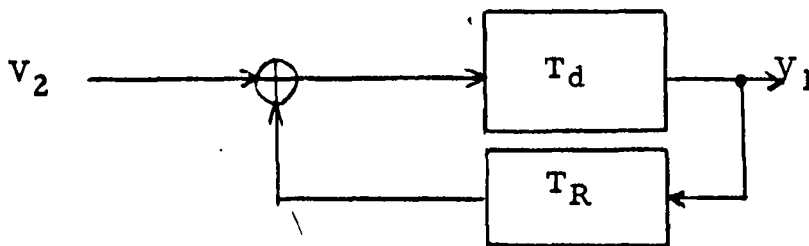
$$Q_2 = \frac{C_2 \omega_1}{g_{1T}}$$

La courbe  $\lambda_1$  de la figure (2-8) donne le gain en tension en fonction du désaccord  $\eta$ .

Ce gain est celui d'un système asservi de gain direct  $T_d$  et de gain de réaction  $T_R$  tels que :

$$T_d = -2j \frac{Q_1}{1+j\eta Q_0}$$

$$T_R = \frac{Q_2}{Q_1} \times \frac{1+j(\eta Q_0 - Q_2)}{1-j(\eta Q_0 - Q_2)}$$



L'interprétation des relations de MANLEY et ROWE au paragraphe 2-1, a montré que le gain du convertisseur à quatre fréquences est toujours supérieur à celui du convertisseur à trois fréquences. Ceci est dû à la présence du terme  $C_2$  (fig. 2-7) qui n'intervient pas dans les convertisseurs à trois fréquences.

Il est intéressant de comparer le convertisseur capacitif au convertisseur à diode tunnel, à l'accord.

La matrice (2-5) est applicable en faisant  $C_1 = C_2 = 0$ . Pour les fréquences très basses  $f_2 \ll f_1$ , l'admittance d'entrée est:

$$\frac{1}{Z_{22}} = g_2 + G_0 - 2G_1^2 \times \frac{g_{1T} - G_2}{g_{1T}^2 + \eta^2 C_0^2 \omega_1^2 - G_2^2}$$

La conductance  $(\frac{1}{Z_{22}} - g_2)$  devient aisément négative, par exemple, en polarisant la diode "tunnel" à la tension de "vallée" ou de "sommet". Ce convertisseur à 4 fréquences peut donc servir d'amplificateur à résistance négative pour les fréquences très basses. Le circuit inductif de charge est alors un circuit oscillant libre dont l'accord et la surtension contrôlent l'amplification et la bande passante.

Le gain dépend fortement du désaccord  $\eta$  défini par (2.29). Il n'est pas maximal à l'accord, sauf si  $C_2$  est nul.

$C_2$  est responsable d'une réaction positive de rapport :

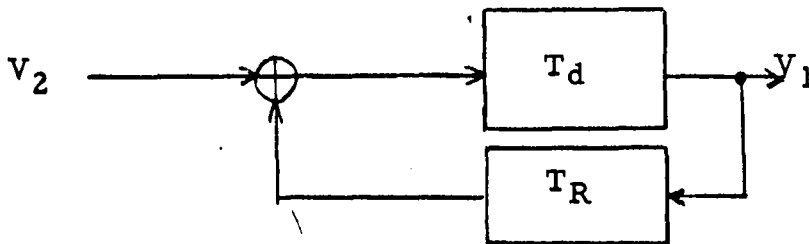
$$Q_2 = \frac{C_2 \omega_1}{g_{1T}}$$

La courbe  $\lambda_1$  de la figure (2-8) donne le gain en tension en fonction du désaccord  $\eta$ .

Ce gain est celui d'un système asservi de gain direct  $T_d$  et de gain de réaction  $T_R$  tels que :

$$T_d = -2j \frac{Q_1}{1+j\eta Q_0}$$

$$T_R = \frac{Q_2}{Q_1} \times \frac{1+j(\eta Q_0 - Q_2)}{1-j(\eta Q_0 - Q_2)}$$



L'interprétation des relations de MANLEY et ROWE au paragraphe 2-1, a montré que le gain du convertisseur à quatre fréquences est toujours supérieur à celui du convertisseur à trois fréquences. Ceci est dû à la présence du terme  $C_2$  (fig. 2-7) qui n'intervient pas dans les convertisseurs à trois fréquences.

Il est intéressant de comparer le convertisseur capacitif au convertisseur à diode tunnel, à l'accord.

La matrice (2-5) est applicable en faisant  $C_1 = C_2 = 0$ . Pour les fréquences très basses  $f_2 \ll f_1$ , l'admittance d'entrée est:

$$\frac{1}{Z_{22}} = g_2 + G_0 - 2G_1^2 \times \frac{g_{1T} - G_2}{g_{1T}^2 + \eta^2 C_0^2 \omega_1^2 - G_2^2}$$

La conductance  $(\frac{1}{Z_{22}} - g_2)$  devient aisément négative, par exemple, en polarisant la diode "tunnel" à la tension de "vallée" ou de "sommet". Ce convertisseur à 4 fréquences peut donc servir d'amplificateur à résistance négative pour les fréquences très basses. Le circuit inductif de charge est alors un circuit oscillant libre dont l'accord et la surtension contrôlent l'amplification et la bande passante.

## 2.5- LARGEUR DE BANDE APRES DEMODULATION SYNCHRONE

Le signal modulé de sortie  $V_s$  se compose de 2 raies latérales d'amplitude  $V_3$  et  $V_4$  et de phase  $\psi_3$  et  $\psi_4$  aux fréquences  $f_3$  et  $f_4$ . Si on utilise un détecteur d'enveloppe pour recouvrer le signal à basse fréquence  $f_2$ , il y a distorsion car  $V_s$  est à la fois modulé en phase et en amplitude :

$$V_s(t) = \left[ V_4^2 + V_3^2 + 2V_3 V_4 \cos(2\omega_2 t + \psi_4 + \psi_3) \right]^{\frac{1}{2}} \sin[\omega_1 t + \psi_s(t)]$$

Il n'y a pas distorsion si  $|Z_{32}| = |Z_{42}|$  à toutes fréquences, condition qui se traduit par :

$$\left| \frac{G_0 - j(C_0 - C_2)\omega_3 + Y_3^*}{G_0 + j(C_0 - C_2)\omega_4 + Y_4} \right| = \frac{\omega_3}{\omega_4}$$

Puisque  $Y_4$  et  $Y_3$  représentent deux valeurs d'une même admittance réelle  $Y_u$  cette condition ne peut être satisfaite, dans une bande large, que si  $G_0$  est nul et  $Y_u$  est une capacité pure. Or, ce fonctionnement correspond à un régime instable.

Pour obtenir une bonne linéarité, il faut démoduler en synchronisme, avec une porteuse déphasée d'un angle  $\psi$  (fig. 2-3). La tension totale démodulée est alors, en supposant un amplificateur HF accordé, de gain unité :

$$V_{dt} = V_s \cos(\omega_1 t + \psi)$$

Ordinairement, le gain maximal est désiré pour  $f_2$  nulle.

La phase correspondante est alors :

$$\psi_M = -\frac{\pi}{2} - \text{Artg}(\eta Q_0 - Q_2) \quad (2.56)$$

La tension démodulée filtrée  $V_d$  est alors la même que  $2V_1$  donnée par (2.52)  
En posant pour  $f_2 = 0$  :

$$Z_{10} = Z_{42} = Z_{32}^*$$

nous avons :

$$V_d = 2 |Z_{10}| J_2 \cos \omega_2 t$$

La sélectivité  $\sigma$  de l'ensemble convertisseur-démodulateur est définie par :

$$\sigma = \frac{V_d(f_2)}{V_d(f_2=0)}$$

Nous avons établi, en annexe A<sub>3</sub>, l'expression générale de  $\sigma$  pour n'importe quel convertisseur, quand  $\psi$  est donné par (2.56) pour  $f_2 = 0$  :

$$\sigma = \frac{1}{2} \left| \frac{Z_{42}}{Z_{10}} + \frac{Z_{32}}{Z_{10}^*} \right| \quad (2.57)$$

La sélectivité du convertisseur capacitif est donnée par la formule approchée (2.58), lorsque  $x \approx \frac{f_2}{f_1}$  est très inférieur à l'unité.

$$\sigma = \frac{(a^2 - k^2)^b}{a^2 + k^2} \left\{ \frac{(a^2 + k^2)^2 + 4k^2(a^2 + k^2)x + x^2 [4k^4 - 2k(1+k)(a^2 + h^2) + a^2(2-k)^2]}{(a^2 - k^2)b^2 + x^2 \{ (a^2 - k^2 + hk)^2 + 2b(a^2 - k^2) [4k^4 - 2(a^2 + k^2)k(1+k) + a^2(2-k)^2] \}} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (2.58)$$

L'examen de cette formule montre que le coefficient  $k = C_2/C_0$ , responsable d'une réaction, cause une remontée de  $\sigma$ . On peut profiter de cette action pour élargir la bande passante.

Lorsque  $C_2$  est nul, nous avons calculé une fréquence de coupure à 3 d B

$$f_2 (3dB) = \frac{f_E}{\sqrt{1 + 8 \frac{g_{2T}^2}{g_{1T}^2} \cdot \frac{C_0^2}{(\Gamma_d + C_0)^2} - 8 \left( \frac{f_E}{f_1} \right)^2}} \quad (2.59)$$

Dans cette expression  $f_E$  est la fréquence de coupure du circuit d'entrée (source + convertisseur)

$$f_E = \frac{g_2 + G_0}{2\pi(C_0 + \Gamma_d)} \quad (2.60)$$

En utilisation sismique le rapport  $f_E/f_1$  est très faible, de même  $g_{2T}/g_{1T}$  (voir remarque à propos de la formule (2.42)).

La bande passante du convertisseur capacitif après démodulation synchrone, est de l'ordre de la fréquence de coupure du circuit d'entrée, lorsque  $C_2$  est faible devant  $C_0$ . La condition :

$$1 + 8 \left( \frac{g_{2T}}{g_{1T}} \right)^2 \cdot \left( \frac{C_0}{C_0 + \Gamma_d} \right) = 8 \frac{g_{2T}^2}{(C_0 + \Gamma_d)^2 \omega_1^2}$$

ne donne évidemment pas une bande passante infinie, car il faudrait tenir compte, alors, des termes en  $x^3$ ,  $x^4$  etc., dans le calcul de  $\sigma$ . Néanmoins, elle suggère un moyen pour élargir la bande.



## 2.6- ETUDE THEORIQUE DU BRUIT

Nous avons vu au paragraphe 2.23 que le convertisseur capacitif de la figure (2-5) obéissait à une équation paramétrique de la forme :

$$q(t) = C(t) \times U(t)$$

$C(t)$  est seulement fonction de l'excitation de pompe  $P_T$  (2.19). Le signal  $U$ , issu du réseau linéaire (fig.2-9), est mélangé aux bruits  $\Delta U$  engendrés dans le réseau : bruits thermodynamique et de scintillation des résistances et des transistors. De même, l'excitation de pompe  $P(t)$  est affligée du bruit et de l'instabilité en fréquence de l'auto-oscillateur de pompe, soit  $\Delta P$  cet effet.

Ce bruit de pompe  $\Delta P$ , cause une modulation erratique  $\Delta C(t)$  de la capacité et son effet s'ajoute, en parallèle (fig.2-9) .

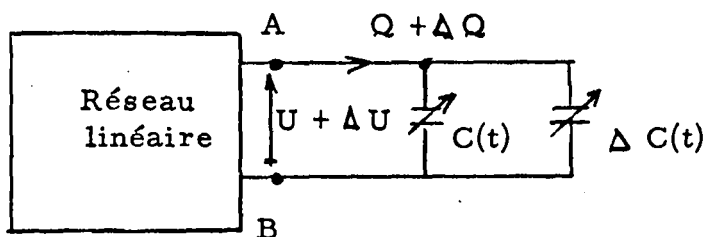


Fig. (2-9) fluctuation de la capacité paramétrique.

Ces deux types de bruits engendrent une fluctuation  $\Delta Q$  de la charge, qui obéit à la relation :

$$Q + \Delta Q = (U + \Delta U) \times (C + \Delta C) \quad (2.61)$$

Les termes :

- $C \times U$  correspond à la conversion paramétrique normale,
- $C \times \Delta U$  : à la conversion normale du bruit du réseau,
- $U \times \Delta C$  : à la conversion erratique du signal  $U$ ,
- $\Delta C \times \Delta U$  : à la conversion erratique du bruit du réseau.

Nous négligerons ce terme du deuxième ordre.

De plus, lorsque l'excitation de la capacité non linéaire est effectuée par un moyen électrique, il se produit une injection dans le réseau, par couplage du bruit de pompe  $\Delta P$  qui subit à son tour la conversion normale  $C \times \Delta P$ . Le montage des capacités, en pont équilibré, avec excitation de pompe appliquée sur une diagonale et le signe  $U$  appliqué sur l'autre, annule cette injection lorsque  $U$  est nul (fig.2-5) Par contre, le signal  $U$  déséquilibre le pont suivant le mécanisme explicité au paragraphe 2.22. L'injection directe de  $\Delta P$  peut donc se traiter par la formule générale (2.19)

## 2.61- Influence du bruit du réseau

Le bruit du réseau est le bruit qui subsiste lorsque la pompe n'est pas bruyante.

Dans notre montage de la figure (2-5) le bruit du réseau est engendré :

- dans la résistance de source, aux fréquences basses  $f_2$
- dans la résistance de charge  $g_u$  : il faut tenir compte, éventuellement, du bruit engendré dans l'amplificateur H.F. accordé.
- et enfin, dans la jonction capacitive elle-même.

### 2.611- Schéma équivalent d'une jonction bruyante

Une jonction soumise à la tension  $V$  (fig. 2-6) est parcourue par un courant total  $I$  égal à la somme du courant de diffusion et de génération. Ce courant obéit à la loi de SCHOCKLEY

$$I = I_0 \left( e^{\frac{eV}{kT}} - 1 \right)$$

$I_0$  est le courant de saturation fonction, des concentrations  $N$  et  $P$  en électrons et en trous, des constantes de diffusion  $D_n$  et  $D_p$ , des durées de vie  $\tau_n$  et  $\tau_p$  et de l'aire  $S$  de la jonction.

$$I_0 = e \left[ N \sqrt{\frac{D_n}{\tau_n}} + P \sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}} \right] S$$

1) Pour des fréquences assez hautes, VAN DER ZIEL (réf. 15) a montré que le bruit de la jonction est la manifestation de l'effet de grenaille, dû à la fluctuation gaussienne des courants de diffusion et de génération. Cette fluctuation  $J_{1B}$  est donnée par

$$J_{1B}^2 = 2 e (I + 2 I_0) df \quad (2-62)$$

formule dans laquelle "e" est la charge de l'électron.

Le schéma équivalent en haute fréquence (fig. 2-10a) comportera une source de bruit  $J_{1B}$ , une capacité  $C$  en parallèle sur la conductance de fuite  $G'_0$  en hautes fréquences.

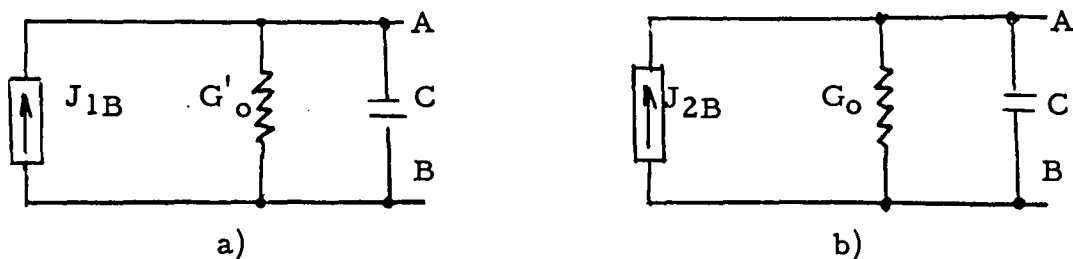


Fig. (2.10) Schéma équivalent d'une jonction bruyante  
a) aux fréquences hautes - b) aux fréquences très basses

Pour un semi-conducteur P, elle est donnée par (réf. 15)

$$G'_o = \frac{e}{KT} (I + I_o) \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} (1 + 4\pi^2 f^2 \tau_p^2)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.63)$$

Le facteur de bruit élémentaire, exprimé par la température de bruit  $\theta_1(f)$  aux fréquences hautes, est donc :

$$\frac{\theta_1(f)}{T} = \frac{I + 2 I_o}{2I + 2 I_o} \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} (1 + 4\pi^2 f^2 \tau_p^2)^{\frac{1}{2}} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (2.64)$$

Remarquons que  $I$  tend vers  $-I_o$  lorsque la tension inverse  $V$  est suffisamment grande, ce qui montre l'intérêt de polariser la diode avec de faibles tensions inverses. Rappelons que la capacité  $C$  des schémas (2-10) est la somme de la capacité  $C_d$  traduisant le retard à l'établissement du courant de diffusion, et  $C_i$ , la capacité inverse inter-électrodes qui traduit l'absence de charges libres de part et d'autre de la jonction.

$$C_d = \frac{e}{KT} \times \frac{I + I_o}{\omega} \left[ \frac{1}{2} (1 + 4\pi^2 f^2 \tau_p^2)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \right] \quad (2.65)$$

et pour une jonction "alliée" au silicium (réf. 13)

$$C_i = S \left[ \frac{\xi \xi_o e (N - P)}{8\pi (N+P)(A+V)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.66)$$

formule dans laquelle  $A$  est le potentiel de contact et  $\xi \xi_o$  la constante diélectrique du Silicium. Aux fréquences usuelles  $\tau_p$  est très petit et  $C_d$  devient négligeable devant  $C_i$ .

2) Pour des fréquences très basses, nous savons que la jonction engendre des bruits "anormaux", non gaussiens, analogues aux bruits de scintillation des cathodes chaudes à oxyde.

Le facteur de bruit est de la forme :

$$\frac{\theta_2(f)}{T} = \frac{F_o f_o}{f} \quad (2.67)$$

$F_o$  est, par exemple, le facteur de bruit élémentaire mesuré à la fréquence d'analyse  $f_o = 10$  Hz, dans une bande  $df = 1$  Hz. Expérimentalement, FIRLE et WINSTON (réf. 16) ont montré, pour les jonctions au germanium polarisées inversement, que cette loi en  $1/f$  s'étendait encore, jusqu'à  $10^{-5}$  Hz.

A notre connaissance, aucune publication ne rapporte des mesures du bruit anormal effectuées sur des jonctions au silicium, polarisées inversement.

Pour ces mesures, on ne dispose pas d'amplificateur à très basses fréquences dont la résistance optimale de bruit de source soit de l'ordre de la

résistance inverse de la jonction Silicium ( $10^{10}$  ohms par exemple). On masque ainsi le bruit propre de cette jonction. L'adaptation par transformateur n'est pas possible aux fréquences très basses.

Puisque de telles jonctions présentent toujours une capacité inverse non linéaire (formule 2.66) nous proposons de mesurer leurs bruits à basses fréquences, en les introduisant dans un convertisseur paramétrique capacitif comme élément variable. Pour la fréquence  $f_2$  du signal, le courant de bruit anormal, engendré dans la bande  $df$  est :

$$\overline{\Delta i^2} = 4 K T df G_0 \theta_2 (f)$$

$\theta_2 (f)$  représente alors, la température de bruit à cette fréquence basse.

### 2.612- Facteur de bruit avant démodulation

A la sortie modulée, (fig. 2-3) nous définissons deux facteurs de bruits élémentaires  $F_3$  et  $F_4$ , aux deux fréquences  $f_1 \pm \Omega_m/2\pi$  ( $\Omega_m/2\pi$  est la fréquence d'une raie de bruit en basse fréquence.)

Si les conductances  $g_2$  et  $g_1$  sont métalliques les courants de bruit qui entrent dans le convertisseur sont :

1)  $J_{2B}$  engendré dans la source et la jonction, à la fréquence  $\Omega_m/2\pi$  avec une phase aléatoire  $\varphi_k$ :

$$\begin{aligned} J_{2B}(t) &= |J_{2B}| \cos(\Omega_m t + \varphi_k) \\ J_{2B}^2 &= 4 K df (\theta_2 \cdot G_0 + T \cdot g_2) \end{aligned} \quad (2.69)$$

2)  $J_{4B}$ , engendré dans la charge et la jonction, à la fréquence  $f_1 + \Omega_m/2\pi$  avec la phase aléatoire  $\varphi_m$ .

$$\begin{aligned} J_{4B}(t) &= |J_{4B}| \cdot \cos[(\omega_1 + \Omega_m) t + \varphi_m] \\ J_{4B}^2 &= 4 K df (\theta_4 \cdot G'_0 + T \cdot g_1) \end{aligned} \quad (2.70)$$

3)  $J_{3B}$ , engendré dans la charge et la jonction, à la fréquence  $f_1 - \Omega_m/2\pi$  avec la phase aléatoire indépendante  $\varphi_n$

$$\begin{aligned} J_{3B}(t) &= |J_{3B}| \cdot \cos[(\omega_1 - \Omega_m) t + \varphi_n] \\ J_{3B}^2 &= 4 K df [\theta_3 \cdot G'_0 + T \cdot g_1] \end{aligned} \quad (2.71)$$

$\theta_3 (f)$  et  $\theta_4(f)$  sont les valeurs de  $\theta_1(f)$  pour les fréquences proches  $f_1 \pm \Omega_m/2\pi$ . En toute rigueur, elles ne sont pas égales. La figure (2-11) représente le spectre de bruit d'une jonction et plus particulièrement, la position de trois raies indépendantes  $J_{2B}$ ,  $J_{3B}$  et  $J_{4B}$ .

Ces courants de bruit du réseau subissent la conversion paramétrique normale donnée par la relation matricielle (2.51). Comme il est d'usage, la charge  $g_u$  n'entre pas dans l'expression du facteur de bruit.

Nous obtenons (voir Annexe A<sub>4</sub>)

$$F_3 = 1 + \frac{G_o}{g_2} \cdot \frac{\theta_2}{T} + \frac{G'_o}{g_2} \cdot \frac{|Z_{33}|^2 \theta_3 + |Z_{34}|^2 \theta_4}{|Z_{32}|^2 \cdot T} \quad (2.72)$$

$$F_4 = 1 + \frac{G_o}{g_2} \cdot \frac{\theta_2}{T} + \frac{G'_o}{g_2} \cdot \frac{|Z_{43}|^2 \theta_3 + |Z_{44}|^2 \theta_4}{|Z_{42}|^2 \cdot T}$$

Pour le convertisseur capacitif, dans la bande passante, en supposant  $\theta_3 \neq \theta_4$ , le facteur de bruit FS est:

$$F_S = F_3 = F_4 = 1 + \frac{G_o \cdot \theta_2}{g_2 \cdot T} + \frac{\theta_1 \cdot G'_o}{T \cdot g_2} \cdot \left( \frac{G_o + g_2}{C_1 \omega_1} \right)^2 \cdot \frac{1 + \eta^2 \frac{C_o^2 \omega_1^2}{(g_1 + G_o)^2} + \frac{C_2^2 \omega_1^2}{(g_1 + G'_o)^2}}{1 + \left( \eta \frac{C_o \omega_1}{g_1 + G'_o} - \frac{C_2 \omega_1}{g_1 + G_o} \right)^2} \quad (2.73)$$

### 2.613- Facteur de bruit après démodulation synchrone.

Nous montrons en annexe A<sub>4</sub> que le facteur de bruit F<sub>d</sub> du réseau, après démodulation, s'écrit dans la bande passante :

$$F_d = 1 + \frac{G_o}{g_2} \cdot \frac{\theta_2}{T} + \frac{1}{2} \cdot \frac{G'_o \theta_1}{g_2 T} \left| \frac{Z_{11}}{Z_{12}} + \frac{Z_{10}^*}{Z_{12}^*} \right|^2 \quad (2.75)$$

Les impédances de transfert Z<sub>11</sub>, Z<sub>12</sub>, et Z<sub>10</sub> sont les valeurs prises par les coefficients de la matrice (2.51), pour une fréquence basse de bruit  $\Omega_m/2\pi$  très inférieure à f<sub>1</sub>.

Nous avons pour le convertisseur capacitif lorsque f<sub>1</sub> = f<sub>3</sub> = f<sub>4</sub> :

$$Z_{11} = Z_{44} = Z_{33}^* = \frac{V_4}{J_4} = \frac{1}{g_1 T} \cdot \frac{1 - j \eta Q_o}{1 + \eta^2 Q_o^2 - Q_2^2}$$

$$Z_{12} = Z_{42} = Z_{32}^* = \frac{V_4}{J_2} = -j \frac{C_1 \omega_1}{g_1 T \cdot g_2 T} \cdot \frac{1 - j(\eta Q_o - Q_2)}{1 + \eta^2 Q_o^2 - Q_2^2} \quad (2.76)$$

$$Z_{10} = Z_{43} = Z_{34}^* = \frac{V_4}{J_3} = \frac{-1}{g_1 T} \times \frac{j Q_2}{1 + \eta^2 Q_o^2 - Q_2^2}$$

En remplaçant dans (2.75) les expressions (2.76), nous obtenons:

$$F_d = 1 + \frac{G_o \theta_2}{g_2 T} + \frac{1}{2} \cdot \frac{G'_o \theta_1}{g_2 T} \left( \frac{g_2 + G_o}{C_1 \omega_1} \right)^2 \left[ 1 + \frac{4 Q_2^2}{1 + (\eta Q_o - Q_2)^2} \right] \quad (2.77)$$

En comparant les formules (2.73) et (2.77), nous faisons les remarques suivantes :

1) la contribution  $\frac{G_0 \theta_2}{g_2 T}$  du bruit de scintillation issu de la jonction est la même, avant et après démodulation synchrone. Elle n'est pas fonction du gain du convertisseur mais seulement de la conductance de source  $g_2$ .

2) Par contre, la contribution  $F_{H.F.}$  du bruit haute fréquence  $\theta_1$  dépend fortement des constantes gouvernant le gain  $Q_0$ ,  $Q_2$ ,  $\eta, G'_0$ ,  $g_2$ ,  $G_0$ ,  $C_1$  et  $\omega_1$ .

Cette contribution H.F. (troisième terme de  $F_d$  et  $F_S$ ) est d'autant plus réduite que le gain à l'accord est grand. En effet, l'expression  $\frac{g_2 + G'_0}{C_1 \omega_1}$  est inversement proportionnelle à  $W_d$  (formule 2.49). Un des moyens de réduire le bruit d'origine H.F. est donc de mettre en parallèle des diodes identiques.

3) Dans le cas particulier où le coefficient de réaction  $Q_2$  est nul, la contribution H.F., après démodulation synchrone, est inférieure de 3 dB à celle d'avant démodulation.

Les propriétés annoncées par les remarques 1 et 3 sont mieux interprétées en se reportant à la figure (2.11).

Une composante de scintillation  $J_{2B}$ , à basse fréquence, donne naissance, comme le signal, à deux tensions latérales de bruit, cohérentes :  $Z_{32} J_{2B}$  et  $Z_{42} J_{2B}$ , qui sont démodulées en phase et qui ajoutent leur valeur linéaire.

Par contre, les composantes de l'effet de grenaille  $J_{3B}$  et  $J_{4B}$ , indépendantes entre elles, donnent naissance à deux tensions indépendantes démodulées qui ajoutent leur puissance.

4) Dans les deux cas, le facteur de bruit, comme le gain, est très sensible au désaccord  $\eta$  du circuit paramétrique et à  $Q_2$ .

Sur la figure (2-8), les courbes  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ , et  $\lambda_3$  représentent respectivement les variations du gain en tension et des contributions H.F. du facteur de bruit, avant et après démodulation synchrone, en fonction de  $\eta$  et  $Q_2$ .  $\lambda_1$  est proportionnel au gain en tension  $V_1/E_2$  avec  $E_2 = J_2/g_2$  :

$$\lambda_1 = \frac{V_1}{E_2} \cdot \frac{1}{Q_2} = \frac{[1 + (\eta Q_0 - Q_2)^2]^{-\frac{1}{2}}}{[1 + \eta^2 Q_0^2 - Q_2^2]}$$

$\lambda_2$  est proportionnel au terme de contribution H.F. avant démodulation, dans (2.73):

$$\lambda_2 = \frac{1 + \eta^2 Q_0^2 + Q_2^2}{1 + (\eta Q_0 - Q_2)^2}$$

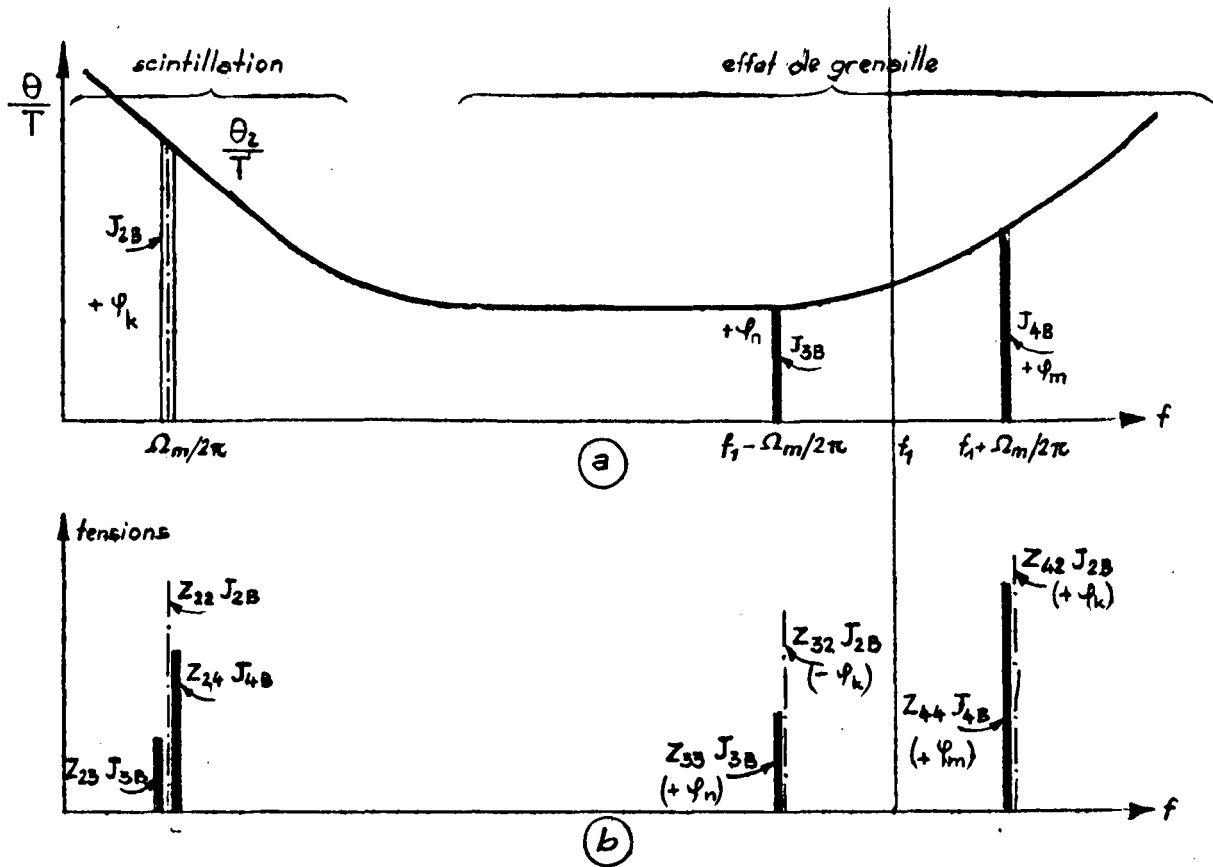


figure (2-11) - a) Spectre de bruit d'une jonction semiconductrice  
 b) tensions de bruit correspondant aux 3 raies indépendantes  $J_{2B}$ ,  $J_{3B}$  et  $J_{4B}$  engendrées dans la fonction ( $C_2 = 0$ ).

$\lambda_3$  est proportionnel au terme de contribution H. F. dans (2.77) après démodulation :

$$\lambda_3 = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{4Q_2^2}{1 + (\gamma Q_0 - Q_2)^2} \right]$$

L'examen de la figure (2-8) suggère les conclusions suivantes :

- le gain est maximal lorsque la charge L est plus inductive que celle ( $L_A$ ) réalisant l'accord à la fréquence de pompe ( $L_A C_0 \omega_1^2 = 1$ ).

- Par contre, les contributions "haute fréquence" du facteur de bruit avant et après démodulation, sont maximales dans le cas contraire ( $L < L_A$ )

La comparaison des courbes  $\lambda_2$  et  $\lambda_3$  montre l'intérêt de la démodulation synchrone lorsque  $Q_2$  est faible.

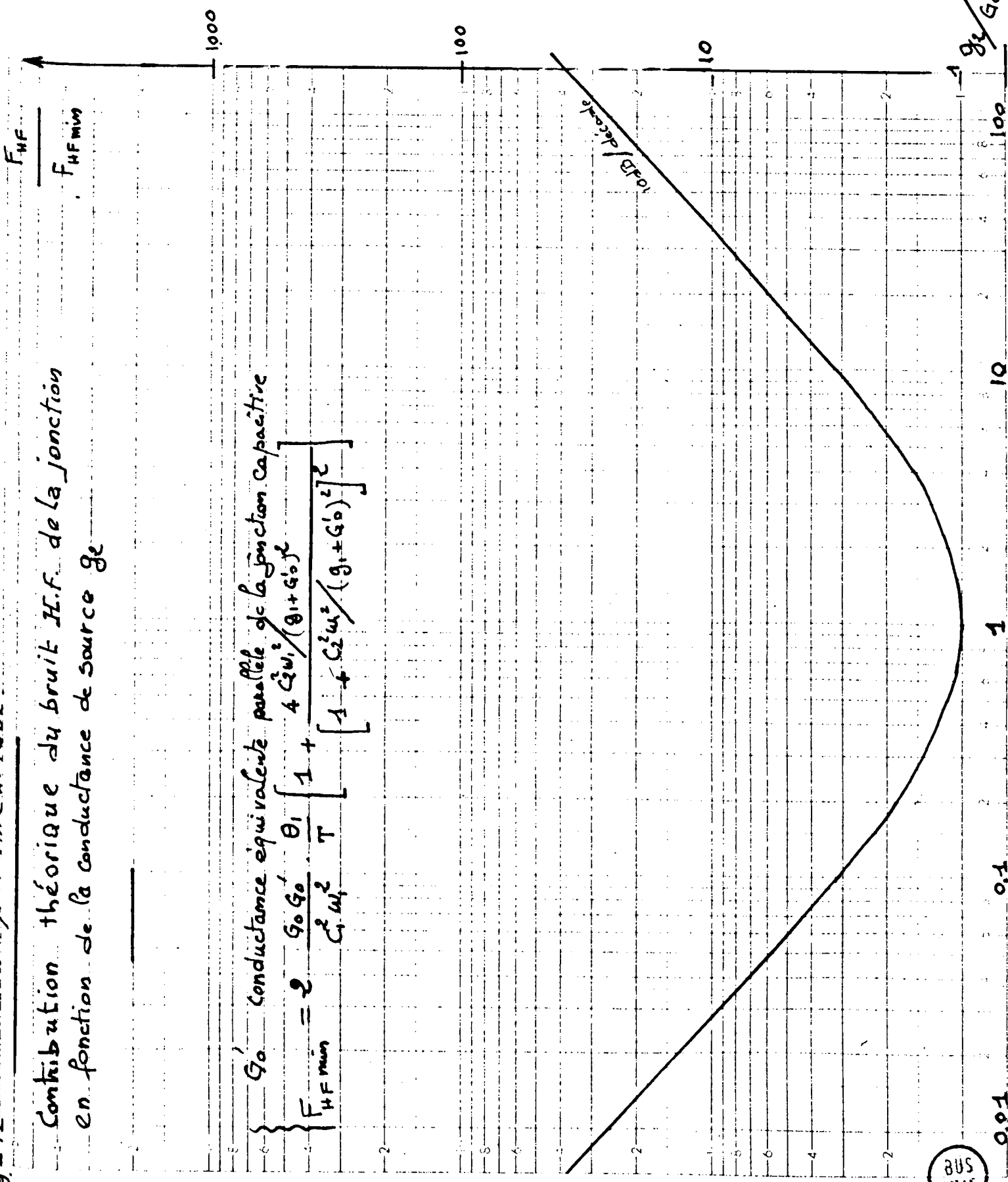
5) Le choix de la conductance de source  $g_2$  a beaucoup d'importance pour

Fig. 212 Conversion paramétrique.

Contribution théorique du bruit H.F. de la jonction  
 en fonction de la conductance de source  $g_0$

$G_0'$  conductance équivalente parallèle de la jonction capacitive

$$F_{HF \text{ min}} = 2 \frac{G_0 G_0'}{C_1^2 \omega_1^2} \frac{\theta_1}{T} \left[ 1 + \frac{4 C_1^2 \omega_1^2 (g_1 + G_0')^2}{\left[ 1 + \frac{C_1^2 \omega_1^2}{(g_1 + G_0')^2} \right]^2} \right]$$



BUS LILLE



la réduction du bruit démodulé, En l'absence du bruit de scintillation ( $\theta_2=0$ ) le facteur de bruit passe par un minimum lorsque  $g_2$  est égal à la conductance de la jonction  $G'_0$  (voir fig. 2-12).

Lorsque  $\theta_2$  n'est pas nul, il existe une conductance  $g_2$  optimale pour chaque fréquence  $f$ . Nous étudierons particulièrement l'influence de  $g_2$  dans le chapitre 3.

## 2.62- Influence du bruit de pompe

L'excitation de pompe n'est pas rigoureusement sinusoïdale, l'effet des bruits engendrés dans l'autooscillateur (bruit thermique des résistances, effet de grenaille et de scintillation de la lampe d'entretien) se traduit par des fluctuations de l'amplitude et de la fréquence instantanée. Il est commode de représenter cette excitation complexe  $p_T$  par un bruit gaussien  $b(t)$  superposé à une onde monochromatique  $E_p$  (fig. 2-5)

$$p_T(t) = E_p \cos \omega_1 t + \sum_0^{\infty} e_{pk} \cos (\omega_k t + \psi_k) \quad (2.78)$$

La phase  $\psi_k$  d'une composante  $e_{pk}$ , à la fréquence  $\omega_k/2\pi$ , est la variable aléatoire équiprobable dans l'intervalle  $2\pi$ . La valeur des " $e_{pk}$ " est donnée par la densité spectrale de la pompe  $N(f)$  et par la valeur quadratique moyenne  $\sigma$

$$\overline{e_{pk}^2} = 2 N(f_k) \cdot df \quad (2.79)$$

$$\sigma^2 = 2 \int_0^{\infty} N(f) \cdot df \quad (2.80)$$

Cette représentation permet de définir le rapport  $\rho_p$  signal à bruit de la pompe, que l'on supposera plus grand que un

$$\rho_p = \frac{E_p^2}{2\sigma^2} \gg 1 \quad (2.81)$$

Une autre forme de  $p(t)$  nous est donnée par

$$p(t) = M(t) \cos[\omega_1 \cdot t + \psi(t)] \cdot E_p \quad (2.82)$$

en posant

$$M(t) = \left[ \left( 1 + \sum_0^{\infty} \frac{e_{pk}}{E_p} \cos(\Omega_k t + \psi_k) \right)^2 + \left( \sum_0^{\infty} \frac{e_{pk}}{E_p} \sin(\Omega_k t + \psi_k) \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot m \quad (2.82bis)$$

$$\psi(t) = \text{Artg} \frac{\sum_0^{\infty} e_{pk} \sin(\Omega_k \cdot t + \psi_k)}{E_p + \sum_0^{\infty} e_{pk} \cdot \cos(\Omega_k \cdot t + \psi_k)}$$

avec  $\Omega_k = \omega_k - \omega_1$

### 2.621 - Fluctuation de la capacité

La capacité variable, définie par l'équation (2.19) n'admet plus en toute rigueur, de développement en série de FOURIER car le terme  $P_T(t)$  n'est plus périodique (voir 2.78). Néanmoins lorsque  $\rho_p$  (2.81) est grand et que le spectre de la pompe est concentré autour de  $f_1$  (condition  $\Omega_k \ll \omega_1$ ) les fonctions  $M(t)$  et  $\Psi(t)$  sont lentement variables par rapport à  $\omega_1 t$ . La fonction  $C(t)$  peut être développée en une pseudo-série de FOURIER à coefficients lentement variables:

$$C(t) = C_0 + \Delta C_0(t) + 2 \sum_1^{\infty} [C_n + \Delta C_{nc}(t)] \cos \omega_1 t + 2 \sum_1^{\infty} [C_n + \Delta C_{ns}(t)] \sin \omega_1 t + \text{etc} \quad (2.85)$$

Avec cette approximation, les termes de (2.82), s'écrivent :

$$M(t) \approx \frac{E_p}{A + V_0} \left[ 1 + \sum_0^{\infty} \frac{e_{pk}}{E_p} \cos(\Omega_k t + \varphi_k) \right] \quad (2.86)$$

$$\Psi(t) \approx \sum_0^{\infty} \frac{e_{pk}}{E_p} \sin(\Omega_k t + \varphi_k)$$

$\Psi(t)$  est alors une variable gaussienne infiniment petite. Les coefficients de (2.85) se calculent par les intégrales suivantes calquées sur les expressions (2.21) :

$$C_{nc} = \frac{C_{ob}}{\left[1 + \frac{V_0}{A}\right]^{\frac{1}{2}}} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{d\theta \cos n\theta}{\left[1 + M \cos(\theta + \psi)\right]^{\frac{1}{2}}} \left[ 1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{V_0}{A}\right) \left[1 + M \cos(\theta + \psi)\right]} \right] \quad (2.87)$$

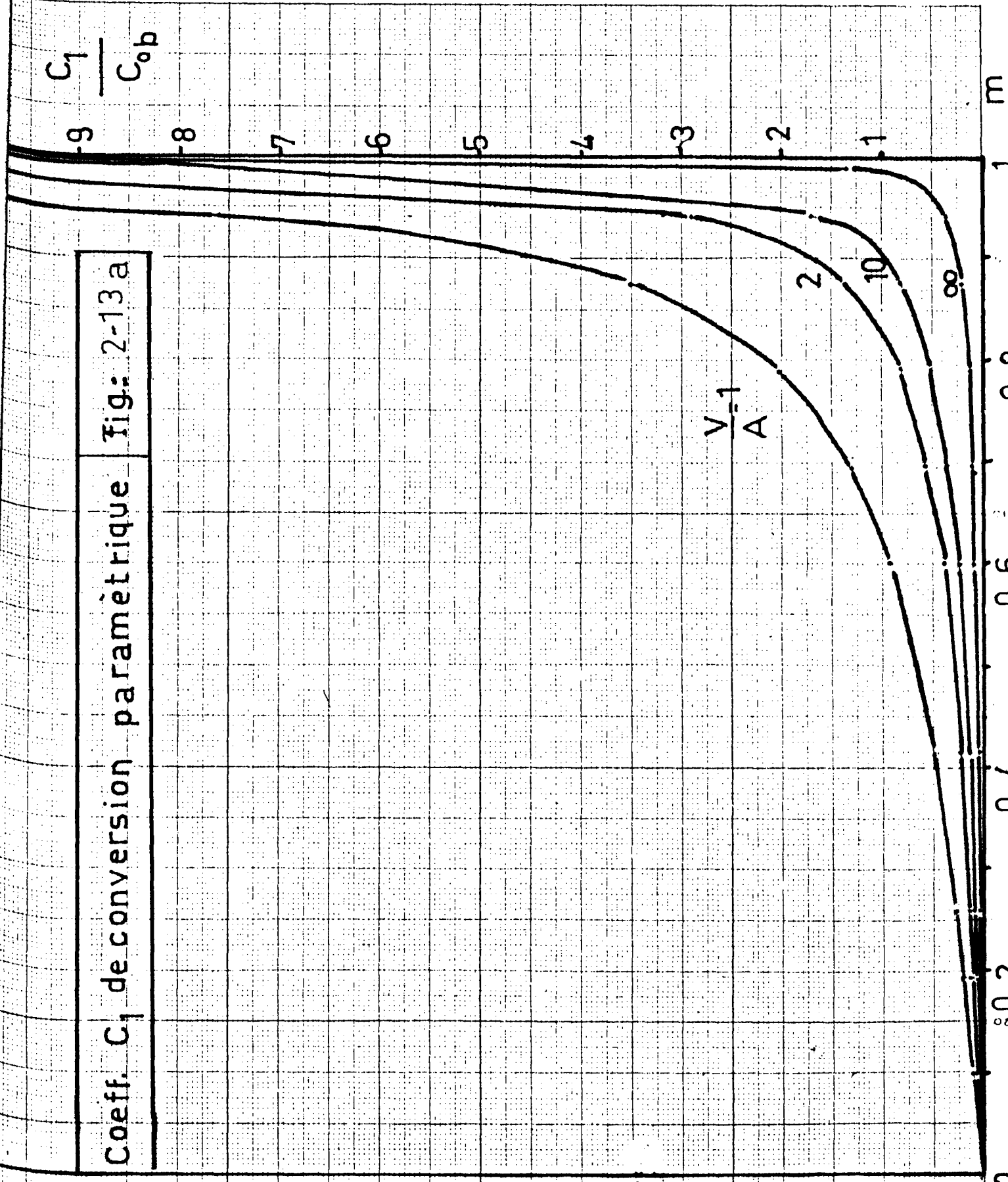
$$C_{ns} = \frac{C_{ob}}{\left[1 + \frac{V_0}{A}\right]^{\frac{1}{2}}} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{d\theta \cdot \sin n\theta}{\left[1 + M \cos(\theta + \psi)\right]^{\frac{1}{2}}} \left[ 1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{V_0}{A}\right) \left(1 + M \cos(\theta + \psi)\right)} \right]$$

Lorsque la pompe est bruyante, chaque composante " $e_{pk}$ " du bruit provoque une variation erratique  $\Delta C_k$  de la capacité. En supposant que " $e_{pk}$ " est faible devant l'excitation sinusoïdale  $E_p \cos \omega_1 t$ , nous montrons en annexe A5 que  $\Delta C$  admet une série de FOURIER de la forme:

308  
LILLE  
SUB

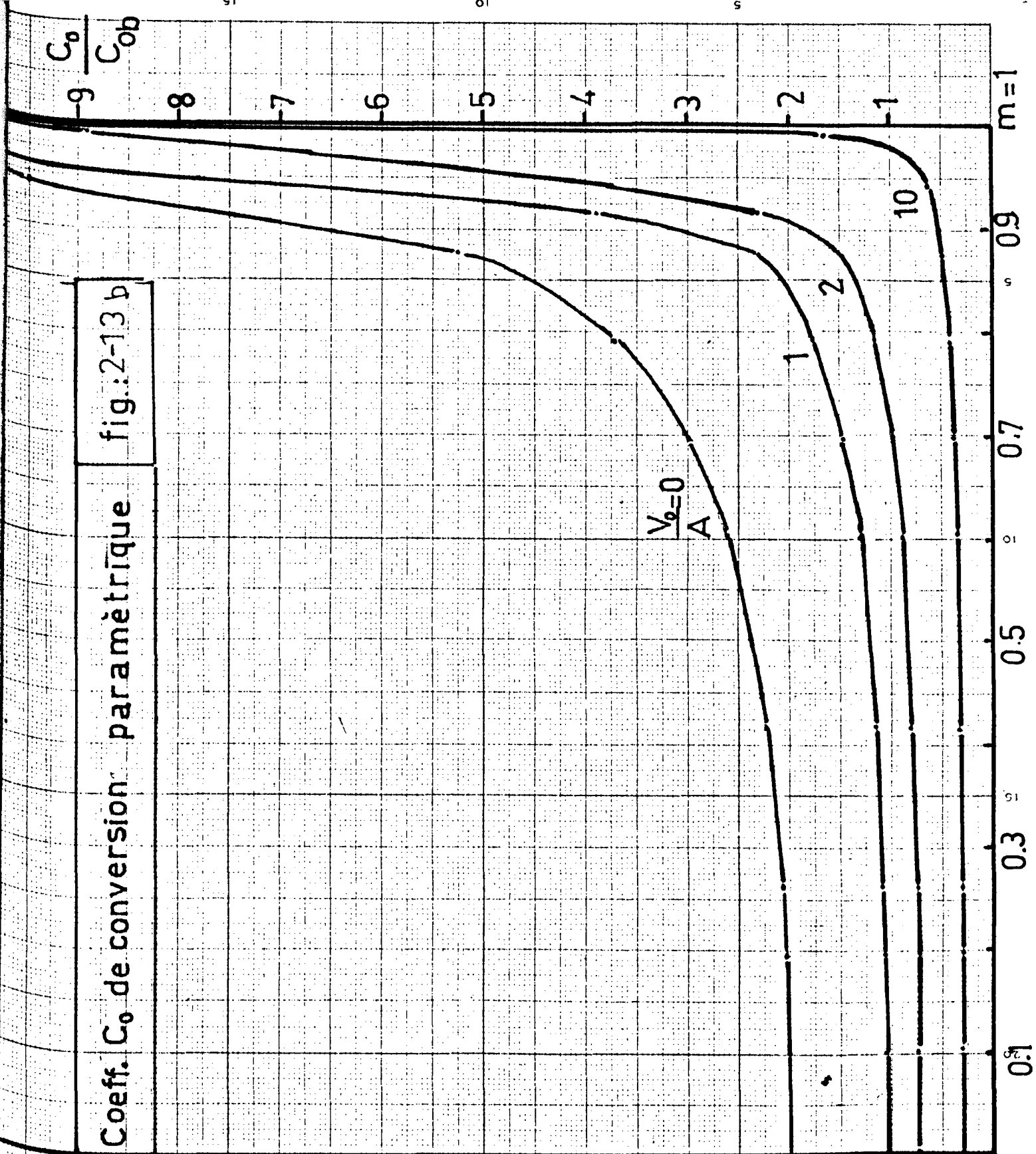
$$C_1 = \frac{C_{0b}}{2} \frac{\pi \sqrt{1 + \frac{\Delta}{K}} \sqrt{1 + m} \cdot m}{E(1 + m) - K + \frac{K - \sqrt{1 + m}}{m} + \frac{1}{\Delta}}$$

Coeff.  $C_1$  de conversion paramétrique Fig.: 2-13 a



$$\frac{C_{pb}}{C_0} = \frac{K + \sqrt{1 - \frac{\Delta}{K} \sqrt{1+m}}}{2 \left( 1 + \frac{\Delta}{K} (1-m) \right)}$$

Coeff. C<sub>0</sub> de conversion paramétrique fig.:2-13 b



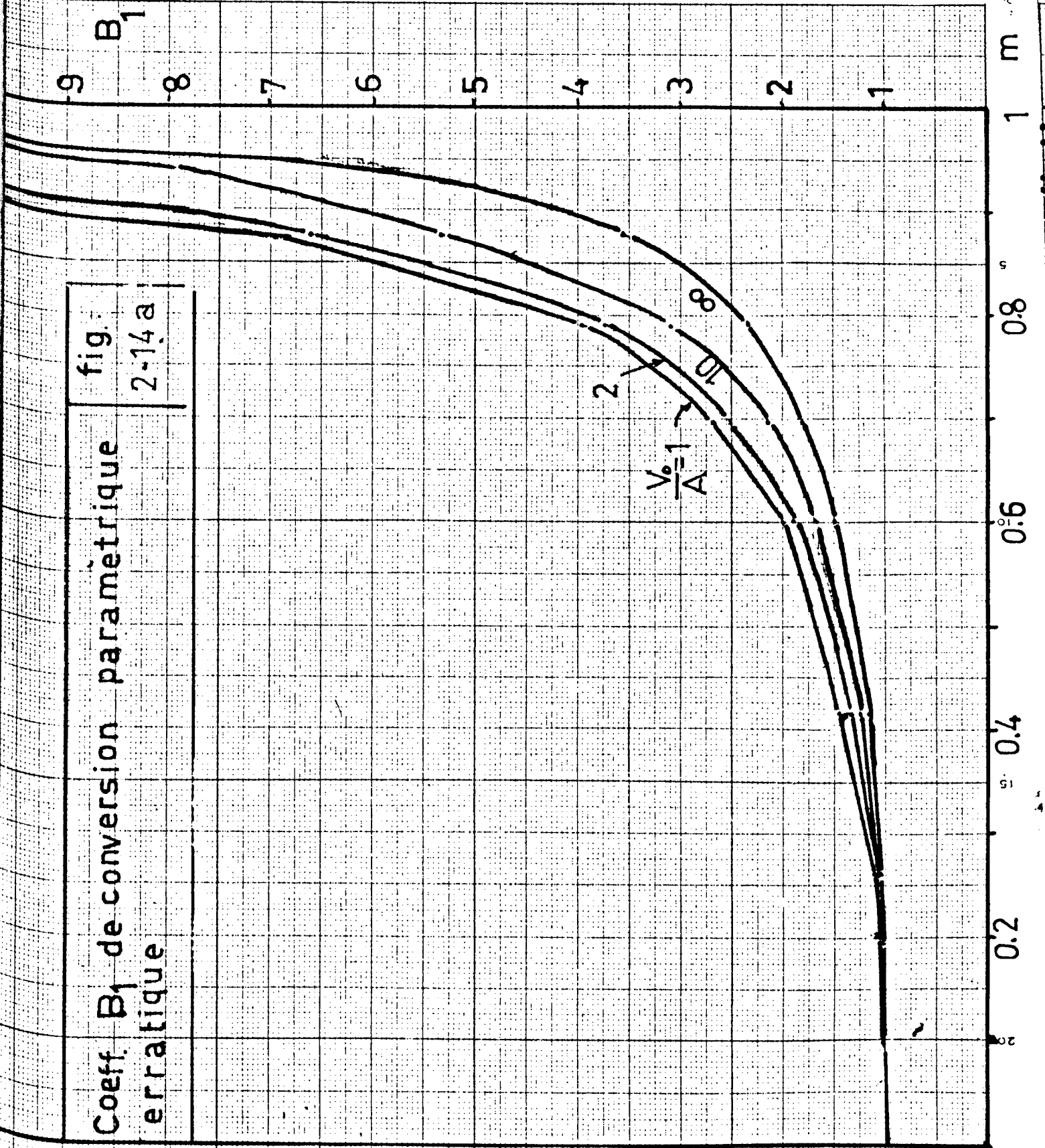
0726ed



$$B_1 = -1 - \frac{m^2 \left\{ E \left[ 1 + m + \frac{\Delta \cdot 5 - m}{V_0 \cdot 1 - m} \right] - K \frac{\Delta}{V_0} \right\}}{2(1+m^2)E \left[ 1 + m - \frac{m^2}{\Delta} \frac{V_0}{V_0} \right] - K}$$

Coeff.  $B_1$  de conversion paramétrique erratique

fig. 2-14a





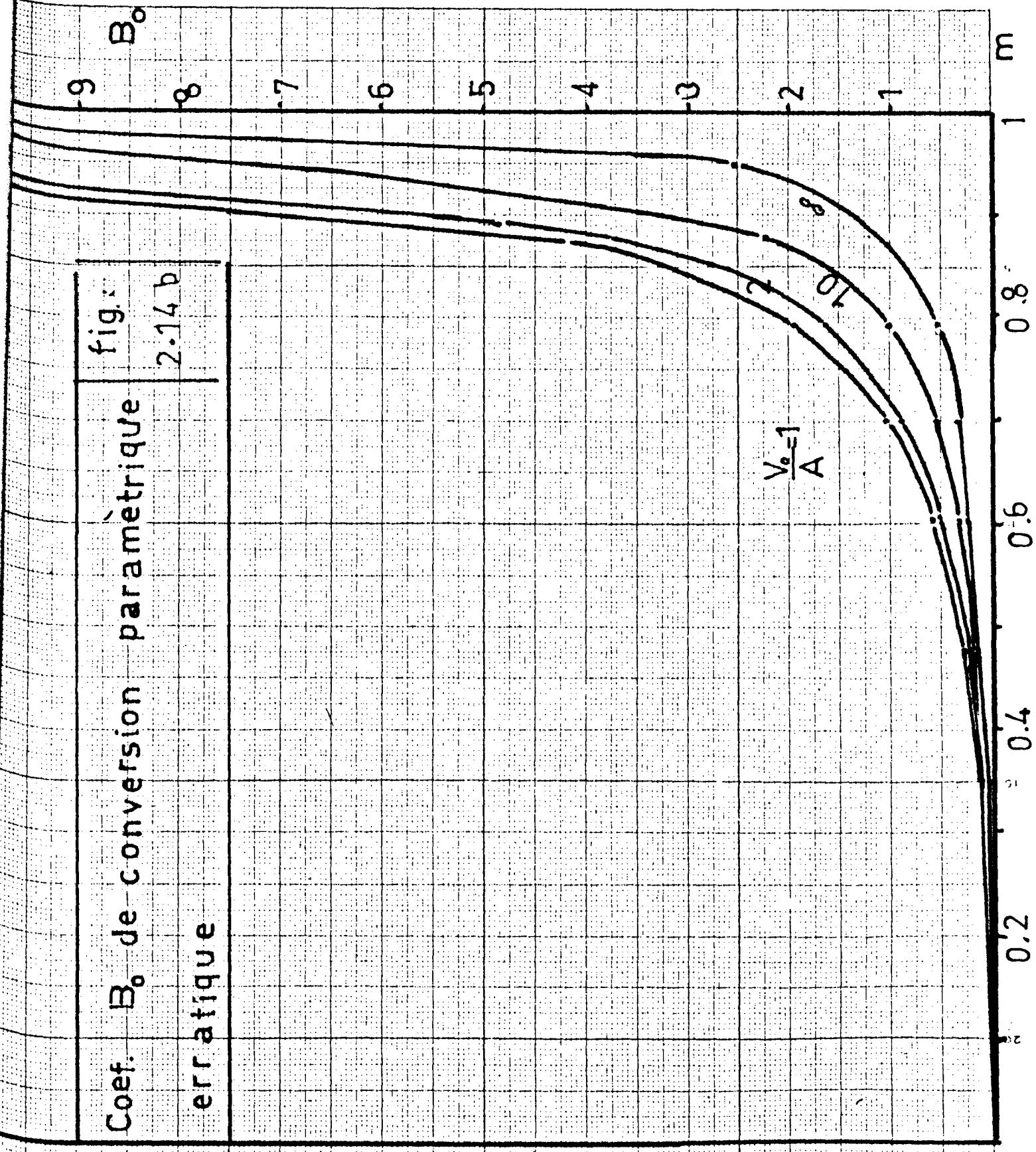
$$B_0 = \frac{1}{2(1-m^2)} \cdot \frac{E[1+m+2\frac{\Delta}{V} + \frac{1+m^2}{1+\Delta/V_0}] \cdot K[1-m^2 + \frac{V_0}{\Delta}(2-m^2)]}{K(1 + \frac{V_0}{\Delta}) + \frac{V}{\Delta} \cdot \frac{1-m}{E}}$$

Coef.  $B_0$  de conversion paramétrique

fig.: 2.14b

erratique

$\frac{V_0}{A} = 1$



$$\Delta C = \sum_0^{\infty} \Delta C_k = \frac{B_0 C_0}{E_p} \sum_0^{\infty} e_{pk} \cdot \cos(\Omega_k \cdot t + \varphi_k) + 2 \frac{C_1}{E_p} \left[ B_1 \sum_0^{\infty} e_{pk} \cos(\Omega_k \cdot t + \varphi_k) \cos \omega_{1t} \cdot \sum_0^{\infty} e_{pk} \sin(\Omega_k t + \varphi_k) \sin \omega_{1t} \right] + 2 \frac{C_2}{E_p} \left[ B_2 \sum_0^{\infty} e_{pk} \cos(\Omega_k t + \varphi_k) \cos 2\omega_{1t} - 2 \sum_0^{\infty} e_{pk} \sin(\Omega_k t + \varphi_k) \sin 2\omega_{1t} \right] \quad (2.88)$$

Les termes  $C_0$ ,  $C_1$  et  $C_2$  sont les coefficients de FOURIER en l'absence de bruit (cas  $M = m$  et  $\psi = 0$ ) calculés en annexe A<sub>5</sub>

Les coefficients de conversion erratique  $B_0$ ,  $B_1$  et  $B_2$  sont calculés par la formule :

$$B_n = \frac{m}{C_n} \cdot \frac{\delta C_n}{\delta m} \quad (2.89)$$

Les courbes de la figure (2-13) donnent les variations de  $C_0$ ,  $C_1$  dans les mêmes conditions.

Pour les jonctions alliées, ces coefficients croissent tous rapidement lorsque "m" tend vers un, à partir de  $m = \frac{1}{2}$

### 2.622- Conversion erratique d'un signal à basses fréquences

Soient  $J_2$ ,  $J_3$  et  $J_4$ , des courants-signaux injectés dans le réseau (fig.2-5) aux fréquences  $f_2$ ,  $f_3$  et  $f_4$ . Ils donnent naissance, par conversion paramétrique normale, aux tensions-signaux  $V_2$ ,  $V_3$  et  $V_4$ . Cette conversion normale obéit à la formule matricielle (2.51)

$$[V] = [Z] \cdot [J] \quad (2.90)$$

V subit alors la conversion erratique  $[\Delta C]$ , lorsque la pompe est bruyante, ce qui a pour conséquence d'injecter dans le réseau des courants-bruyants  $[I_B]$ . Cette conversion erratique obéit à la formule matricielle:  $[I_B] = [B] \cdot [V]$  dans laquelle  $[B]$  est l'admittance de conversion erratique.

Ainsi, à une raie de bruit de pompe "epk", il correspond cinq raies de fluctuations capacitives aux fréquences  $F_k$ ,  $f_1 \pm F_k$  et  $2f_1 \pm F_k$ . La fréquence  $F_k = \Omega_k / 2\pi$  est l'écart entre la fréquence de bruit  $f_k$  et la fréquence de pompe. Ensuite, les courants de bruit  $[I_B]$  subissent, à leur tour, la conversion paramétrique normale  $[Z]$  qui donnent naissance aux tensions de bruit  $V_{2B}$  (à la fréquence  $f_2 - F_k$ ),  $V_{2H}$  ( $f_2 + F_k$ ),  $V_{3B}$  ( $f_1 - f_2 + F_k$ ),  $V_{3H}$  ( $f_1 - f_2 - F_k$ ),  $V_{4B}$  ( $f_1 + f_2 - F_k$ ) et  $V_{4H}$  ( $f_1 + f_2 + F_k$ ).

Les équations matricielles globales sont :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_H \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Z_H \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} B_H \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} J \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} V_B \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Z_B \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} B_B \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} J \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.91)$$

Les trois matrices  $Z_H$ ,  $Z_B$  et  $Z$  ont la même forme que (2.51) et s'obtiennent en remplaçant  $\omega_2$  respectivement par  $\omega_2 + \Omega_k$ ,  $\omega_2 - \Omega_k$  et  $\omega_2$ .

Les expressions de  $\begin{bmatrix} B_H \end{bmatrix}$  et  $\begin{bmatrix} B_B \end{bmatrix}$  sont données en annexe A<sub>5</sub> pour le convertisseur capacitif.

Nous avons posé :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} B_H \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} h_{22} & h_{23} & h_{24} \\ h_{32} & h_{33} & h_{34} \\ h_{42} & h_{43} & h_{44} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} B_B \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.92)$$

Par exemple, l'expression (2.91) permet de calculer la tension totale de bruit  $V_{4H}$  à la sortie, sur la fréquence  $f_1 + f_2 + F_k$

$$\begin{aligned} \frac{V_{4H}}{J_2} &= Z_{42H} (h_{22} Z_{22} + h_{23} Z_{32} + h_{24} Z_{42}) \\ &+ Z_{43H} (h_{33} Z_{22} + h_{33} Z_{32} + h_{34} Z_{42}) \\ &+ Z_{44H} (h_{42} Z_{22} + h_{43} Z_{32} + h_{44} Z_{42}) \end{aligned} \quad (2.93)$$

$V_{4H}$  résulte de la conversion erratique d'un signal  $J_2$  de fréquence  $f_2$ .

### 2.623- Spectre du bruit de sortie avant démodulation synchrone

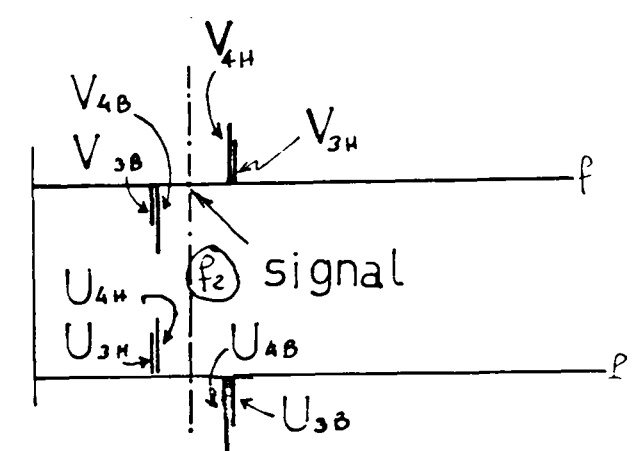
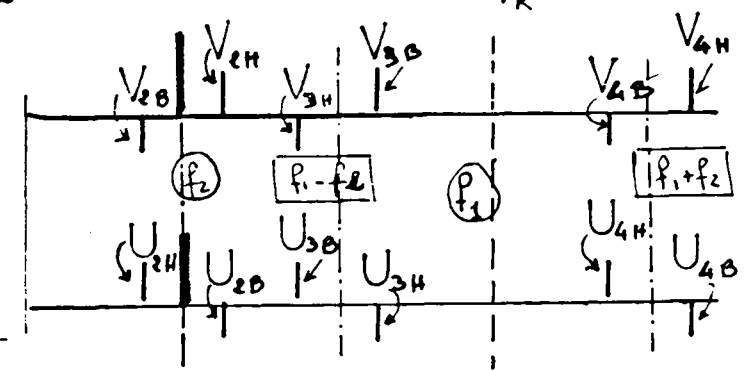
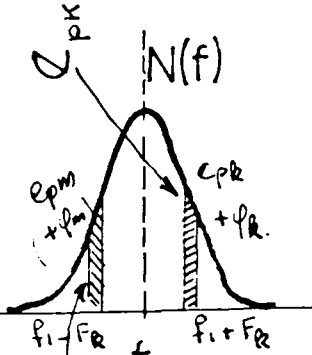
Nous donnons en annexe A<sub>5</sub>, les expressions des tensions de bruit  $V_{4H}$ ,  $V_{4B}$ ,  $V_{3H}$  et  $V_{3B}$ , correspondant à la raie  $e_{pk}$  de fréquence  $f_1 + F_k$ , ainsi que les tensions  $U_{4H}$ ,  $U_{3H}$ ,  $U_{4B}$  et  $U_{3B}$  correspondant à la raie de pompe  $e_{pm}$  de fréquence  $f_1 - F_k$ . La figure (2.15) donne la répartition spectrale qui découle de la conversion erratique d'un signal  $J_2 = g_2 E_2$ , avant et après démodulation synchrone.



$$\cos[(\omega_1 + \Omega_k)t + \varphi_k] \begin{cases} V_{4H} \cos[(\omega_1 + \omega_2 + \Omega_k)t + \varphi_{4H} + \varphi_k] \\ V_{3H} \cos[(\omega_1 - \omega_2 - \Omega_k)t - \varphi_{3H} - \varphi_k] \\ V_{4B} \cos[(\omega_1 + \omega_2 - \Omega_k)t + \varphi_{4B} + \varphi_k] \\ V_{3B} \cos[(\omega_1 - \omega_2 + \Omega_k)t - \varphi_{3B} - \varphi_k] \\ V_{2H} \cos[(\omega_2 + \Omega_k)t + \varphi_k] \\ V_{2B} \cos[(\omega_2 - \Omega_k)t - \varphi_k] \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_{4H} \cos[(\omega_2 + \Omega_k)t + \varphi_{4H} - \psi + \varphi_k] \\ V_{3H} \cos[(\omega_2 + \Omega_k)t + \varphi_{3H} + \psi + \varphi_k] \end{cases} V_{HK} (f_2 + F_k)$$

$$\begin{cases} V_{4B} \cos[(\omega_2 - \Omega_k)t + \varphi_{4B} - \psi - \varphi_k] \\ V_{3B} \cos[(\omega_2 - \Omega_k)t + \varphi_{3B} + \psi - \varphi_k] \end{cases} V_{BK} (f_2 - F_k)$$



$$\cos[(\omega_1 - \Omega_k)t + \varphi_m] \begin{cases} U_{4H} \cos[(\omega_1 + \omega_2 - \Omega_k)t + \theta_{4H} + \varphi_m] \\ U_{3H} \cos[(\omega_1 - \omega_2 + \Omega_k)t - \theta_{3H} - \varphi_m] \\ U_{4B} \cos[(\omega_1 + \omega_2 + \Omega_k)t + \theta_{4B} - \varphi_m] \\ U_{3B} \cos[(\omega_1 - \omega_2 - \Omega_k)t - \theta_{3B} + \varphi_m] \\ U_{2H} \cos[(\omega_2 - \Omega_k)t + \varphi_m] \\ U_{2B} \cos[(\omega_2 + \Omega_k)t - \varphi_m] \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_{4H} \cos[(\omega_2 - \Omega_k)t + \theta_{4H} - \psi + \varphi_m] \\ U_{3H} \cos[(\omega_2 - \Omega_k)t + \theta_{3H} - \psi + \varphi_m] \end{cases} U_{HK} (f_2 - F_k)$$

$$\begin{cases} U_{4B} \cos[(\omega_2 + \Omega_k)t + \theta_{4B} - \psi - \varphi_m] \\ U_{3B} \cos[(\omega_2 + \Omega_k)t + \theta_{3B} - \psi - \varphi_m] \end{cases} U_{BK} (f_2 + F_k)$$

Conversion erratique  
 $[V] = [z] \cdot [a] \cdot [z] \cdot [J]$

Démodulation synchrone  
 $\cos(\omega_d t + \psi)$

Conversion paramétrique erratique d'un signal

Fig. 2.15 par 2 raies du bruit de pompe

La phase  $\varphi_k$  est la phase aléatoire de la raie  $e_{pk}$ , et  $\varphi_m$  celle de la raie  $e_{pm}$ .  $\varphi_k$  et  $\varphi_m$  sont supposées être indépendantes, par simplification. En toute rigueur  $e_{pk}$  et  $e_{pm}$  peuvent être corrélées si, par exemple, elles représentent les raies latérales de modulation dans l'auto-oscillateur du bruit basse fréquence de la lampe d'entretien. Pour simplifier l'analyse, nous avons considéré un convertisseur capacitif dont le terme  $C_2$  est nul. Nous avons calculé la conversion erratique d'un signal  $J_2 = g_2 E_2$  de fréquence nulle ou très inférieure à la fréquence pompe. A la sortie modulée, nous recueillons une tension instantanée de bruit,  $V_{1+k}(t)$  dans une bande  $df$ , à la fréquence  $f_1 + F_k$

$$V_{1+k}(t) = V_{4H}(t) + V_{3B}(t) + U_{3H}(t) + U_{4B}(t) \quad (2.94)$$

De même, à la fréquence  $f_1 - F_k$ , nous recueillons :

$$V_{1-k}(t) = V_{3H}(t) + V_{4B}(t) + U_{4H}(t) + U_{3B}(t)$$

En se reportant à la figure (2-15), nous constatons que pour  $f_2 = 0$ , les raies  $V_{4H}$  et  $V_{3B}$  sont cohérentes entre elles ainsi que les raies des couples  $(U_{3H}, U_{3B})$ ,  $(V_{3H}, V_{4B})$  et  $(U_{4H}, U_{3B})$ . Par contre, les raies des couples  $(U, V)$  sont indépendantes. Les variances  $\overline{V_{1+k}^2(t)}$  et  $\overline{V_{1-k}^2(t)}$  définissent les spectres de puissances de bruit  $N_{1+k}(f)$  et  $N_{1-k}(f)$  de part et d'autre de  $f_1$ . Nous avons trouvé pour les fréquences d'analyse  $f_k = f_1 + F_k$  le spectre :

$$\begin{aligned} \frac{\overline{V_{1+k}^2(t)}}{2 \cdot df} &= N_{1+k}(F_k) \\ &= Q_1^2 \frac{E_2^2}{E_p^2} \left[ 1 + B_1^2 + B_0^2 Q_0^2 + 2 \frac{g_1}{g_2} \cdot \frac{F_k}{f_1} (2Q_1^2 + B_0^2 Q_0^2) \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{g_1}{g_2} \cdot \frac{F_k}{f_1} \right)^2 (4Q_1^4 + B_0^2 Q_0^2) \right] \quad (2.95) \end{aligned}$$

et sur la fréquence  $f = f_1 - F_k$ , le spectre  $N_{1-k}$  tel que :

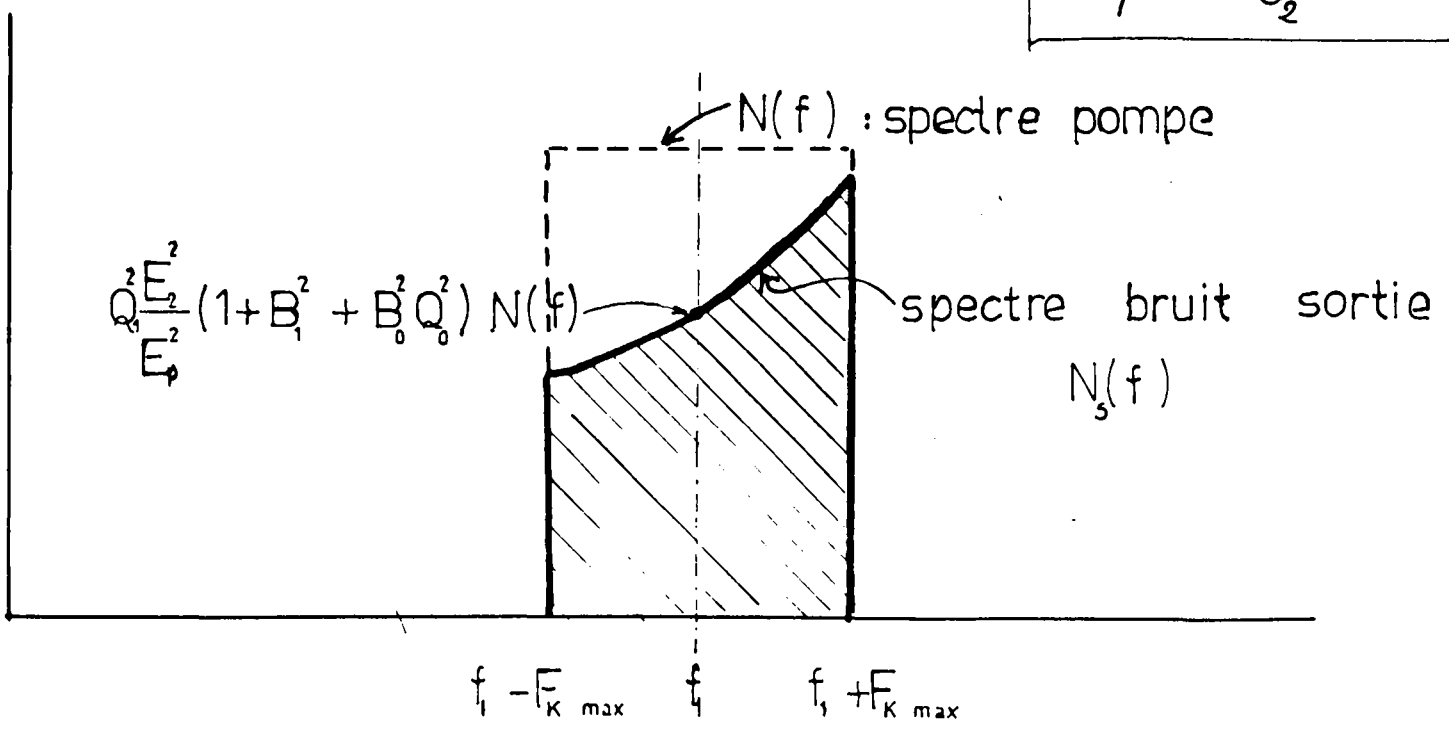
$$\frac{\overline{V_{1-k}^2(t)}}{2 \cdot df} = -N_{1-k}(F_k) = N_{1+k}(-F_k)$$

Grâce à l'égalité précédente, la formule (2.95) représente le spectre de sortie  $N_S(f)$  dans toute la gamme  $F_k$ .

La figure (2-16) montre la forme du bruit de sortie  $N_S(f)$  lorsque le spectre du bruit de pompe est constant, dans une bande  $f_1 \pm F_k$  max. On sous-entend ici que la bande  $\pm F_k$  est très inférieure à la fréquence de coupure-signal du convertisseur. On constate que le spectre  $N_S(f)$  est dissymétrique. L'allure parabolique du spectre (formule 2.95) met en évidence l'effet discriminatoire du convertisseur pour l'instabilité de la pompe. Le facteur de bruit moyen ( $\Omega_k = 0$ )

Fig 2-16 Spectre de bruit après conversion erratique d'un signal par pompe bruyante

$$\begin{matrix} f_2 = 0 & E_2 = 0 \\ \eta = 0 & C_2 = 0 \end{matrix}$$



correspondant au bruit de pompe est, avant démodulation :

$$F_{Sp} = g_2 \frac{E_2^2}{2E_p^2} \cdot \frac{N(f)}{2kT} \left[ 1 + B_1^2 + B_0^2 Q_0^2 \right] \quad (2.96)$$

Le rapport signal à bruit est constant et proportionnel au rapport signal à bruit de pompe (2.81)

$$\rho_S = 2\rho_P \left[ 1 + B_1^2 + B_0^2 Q_0^2 \right]$$

### 2.624- Spectre de bruit de pompe après démodulation synchrone

La démodulation synchrone du bruit consiste à multiplier les raies  $V_{3H}$ ,  $V_{3B}$ ,  $V_{4H}$ ,  $V_{4B}$  et  $U_{3H}$ ,  $U_{3B}$ ,  $U_{4H}$ , et  $U_{4B}$  de la figure (2.15) par l'excitation de pompe, décalée en phase d'un angle  $\psi$ . Il y a repliage du spectre autour de la fréquence  $f_2$  du signal  $E_2$ .

A la fréquence  $f_2 + F_k$ , on trouve les couples de raies corrélées ( $V_{4H}$  et  $V_{3H}$ ) et ( $U_{4B}$ ,  $U_{3B}$ ). Par contre les couples  $U$  et  $V$  sont indépendants. A cette fréquence, la variance de la tension totale démodulée  $V_{2+k}$  est :

$$\overline{V_{2+k}^2} = \overline{V_{Hk}^2} + \overline{U_{Bm}^2}$$

avec

$$V_{Hk}(t) = \text{Partie B. F.} \left\{ \left[ V_{4H}(t) + V_{3H}(t) \right] \cos(\omega_1 t + \psi) \right\}$$

$$U_{Bm}(t) = \text{Partie B. F.} \left\{ \left[ U_{4B}(t) + U_{3B}(t) \right] \cos(\omega_1 t + \psi) \right\}$$

Nous avons :

$$\overline{V_{Hk}^2} = \frac{|V_{4H}|^2}{8} + \frac{|V_{3H}|^2}{8} + \frac{1}{4} |V_{4H}| \cdot |V_{3H}| \cos(\varphi_{4H} - \varphi_{3H} - 2\psi)$$

$$\overline{U_{Bm}^2} = \frac{|U_{4B}|^2}{8} + \frac{|U_{3B}|^2}{8} + \frac{1}{4} |U_{4B}| \cdot |U_{3B}| \cos(\theta_{4B} - \theta_{3B} - 2\psi) \quad (2.97)$$

De même, la variance de la tension totale,  $\overline{V_{2-K}^2}$  apparaissant à la fréquence  $(\frac{\omega_2 - \Omega_k}{2\pi})$ , a la même forme que  $\overline{V_{2+k}^2}$  et peut être obtenue en remplaçant les  $V_H$  par les  $V_B$  et les  $U_B$  par le  $U_H$  d'une part, les  $\varphi_H$  par  $\varphi_B$  et les  $\theta_B$  par les  $\theta_H$  d'autre part.

Nous donnons en annexe A<sub>5</sub> les expressions de ces termes pour  $C_2 = 0$ , en supposant que les fréquences des raies de pompe  $e_{pk}$  et  $e_{pm}$  entrent dans la

bande passante du convertisseur. En plus de ces hypothèses, nous supposons ici que la pompe est suffisamment stable et monochromatique pour poser que le terme  $\frac{\Omega_k}{\omega_1}$  est négligeable. De plus, si le spectre de la pompe est symétrique ( $e_{pk} = e_{pm}$ ) sur la figure (2-15) nous avons :

$$|V_{4H}| = |V_{3B}| = |U_{4H}| = |U_{3B}| = Q_1 \frac{E_2}{2} \cdot \frac{e_{pk}}{E_p} B_0 Q_0 \sqrt{1 + \text{tg}^2 \varphi_{4H}}$$

$$|V_{3H}| = |V_{4B}| = |U_{3H}| = |U_{4B}| = Q_1 \frac{E_2}{2} \cdot \frac{e_{pk}}{E_p} B_0 Q_0 \sqrt{1 + \text{tg}^2 \varphi_{3H}}$$

avec les relations suivantes entre les  $\varphi = \text{Arg}(V)$  et  $\theta = \text{Arg}(U)$

$$\varphi_{4H} = -\varphi_{3B} = \theta_{4H} = -\theta_{3B} = -\frac{\pi}{2} - \text{Artg} \frac{B_0 Q_0}{1+B_1}$$

$$-\varphi_{3H} = \varphi_{4B} = \theta_{4B} = -\theta_{3H} = -\frac{\pi}{2} - \text{Artg} \frac{B_0 Q_0}{B_1-1}$$
(2.98)

Les expressions (2.98) reportées dans (2.97) montrent que le bruit démodulé, dû à la pompe, est minimal lorsque le déphasage  $\psi$  est ajusté sur la valeur  $\psi_0$  :

$$\text{tg} 2\psi_0 = \frac{2B_1 B_0 Q_0}{1+B_0^2 Q_0^2 - B_1^2}$$
(2.99)

Avec cette condition, le bruit total efficace apparaissant à la fréquence  $f_2 + F_k$ , dans une bande  $df$ , est :

$$\frac{1}{V_{2+k}^2} = Q_1 \frac{E_2}{4} \cdot \frac{e_{pk}}{E_p} \left[ \sqrt{B_0^2 Q_0^2 + (1+B_1)^2} - \sqrt{B_0^2 Q_0^2 + (B_1-1)^2} \right]$$
(2.100)

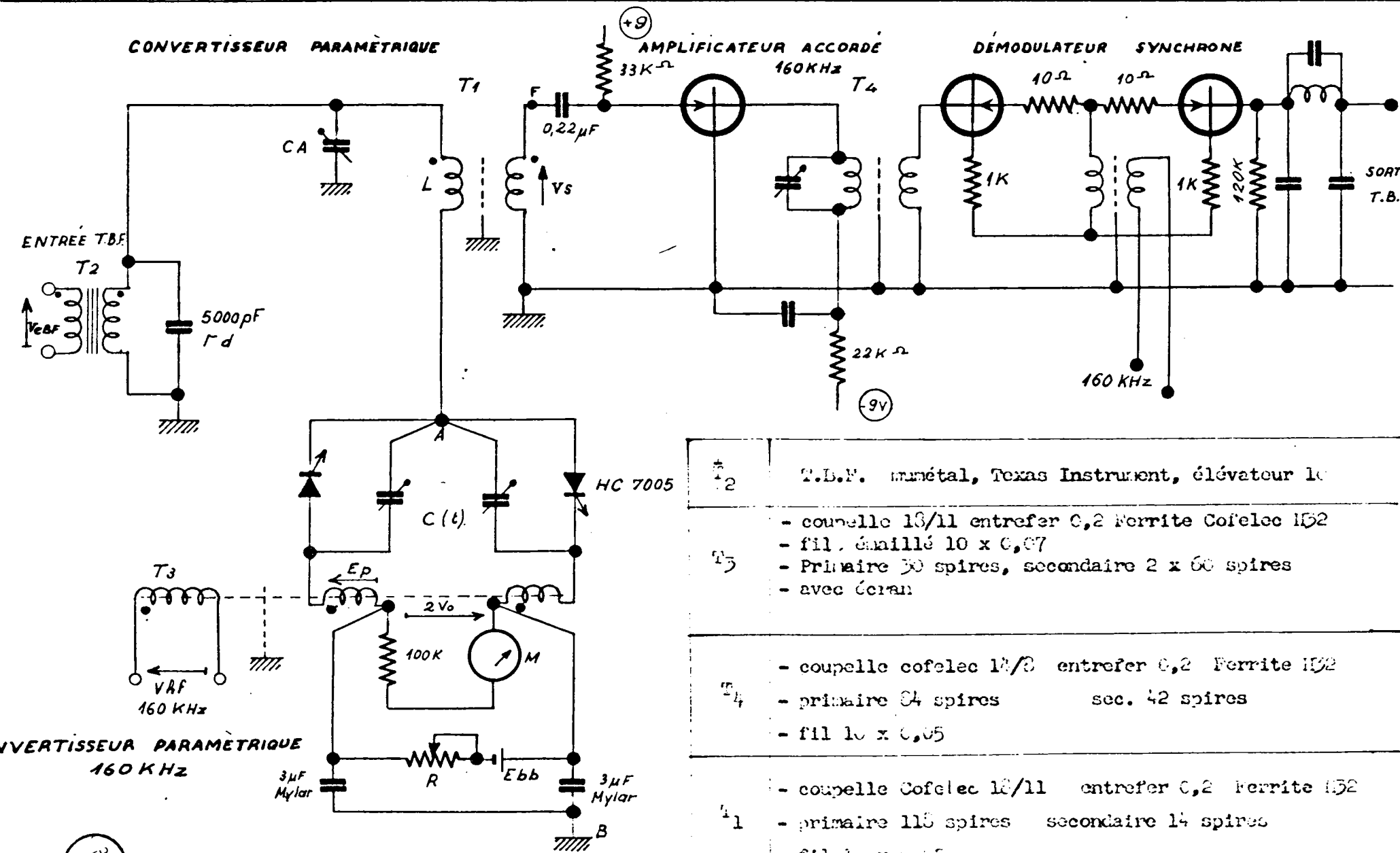
Cette formule tient compte de la contribution de  $e_{pk}$  et  $e_{pm}$ . Dans les mêmes conditions, le signal démodulé de sortie correspondant à une tension d'entrée  $E_2 \cos \omega_2 t$  est :

$$S_d(t) = Q_1 E_2 \cos \left( \psi_0 + \frac{\pi}{2} \right) \cos \omega_2 t$$
(2.101)

Dans le cas général, la phase  $\psi_0$  ne correspond pas au signal démodulé maximal.

### 2.625- Réduction de l'influence du bruit de pompe

Une forte surtension  $Q_0$ , du circuit oscillant paramétrique, améliore le rapport signal à bruit et peut rendre l'influence du bruit de pompe négligeable, après démodulation.



CONVERTISSEUR PARAMÉTRIQUE

AMPLIFICATEUR ACCORDÉ 160KHZ

DÉMODULATEUR SYNCHRONE

SORTI T.B.I

$T_2$	T.B.F. métal, Texas Instrument, élévateur 10
$T_3$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- coupelle 18/11 entrefer 0,2 Ferrite Cofelec 152</li> <li>- fil. émaillé 10 x 0,07</li> <li>- Primaire 30 spires, secondaire 2 x 60 spires</li> <li>- avec écran</li> </ul>
$T_4$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- coupelle cofelec 18/11 entrefer 0,2 Ferrite 152</li> <li>- primaire 24 spires sec. 42 spires</li> <li>- fil 10 x 0,05</li> </ul>
$T_1$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- coupelle Cofelec 18/11 entrefer 0,2 Ferrite 152</li> <li>- primaire 115 spires secondaire 14 spires</li> <li>- fil 10 x 0,05</li> </ul>

CONVERTISSEUR PARAMÉTRIQUE 160 KHZ



Fig 3-1

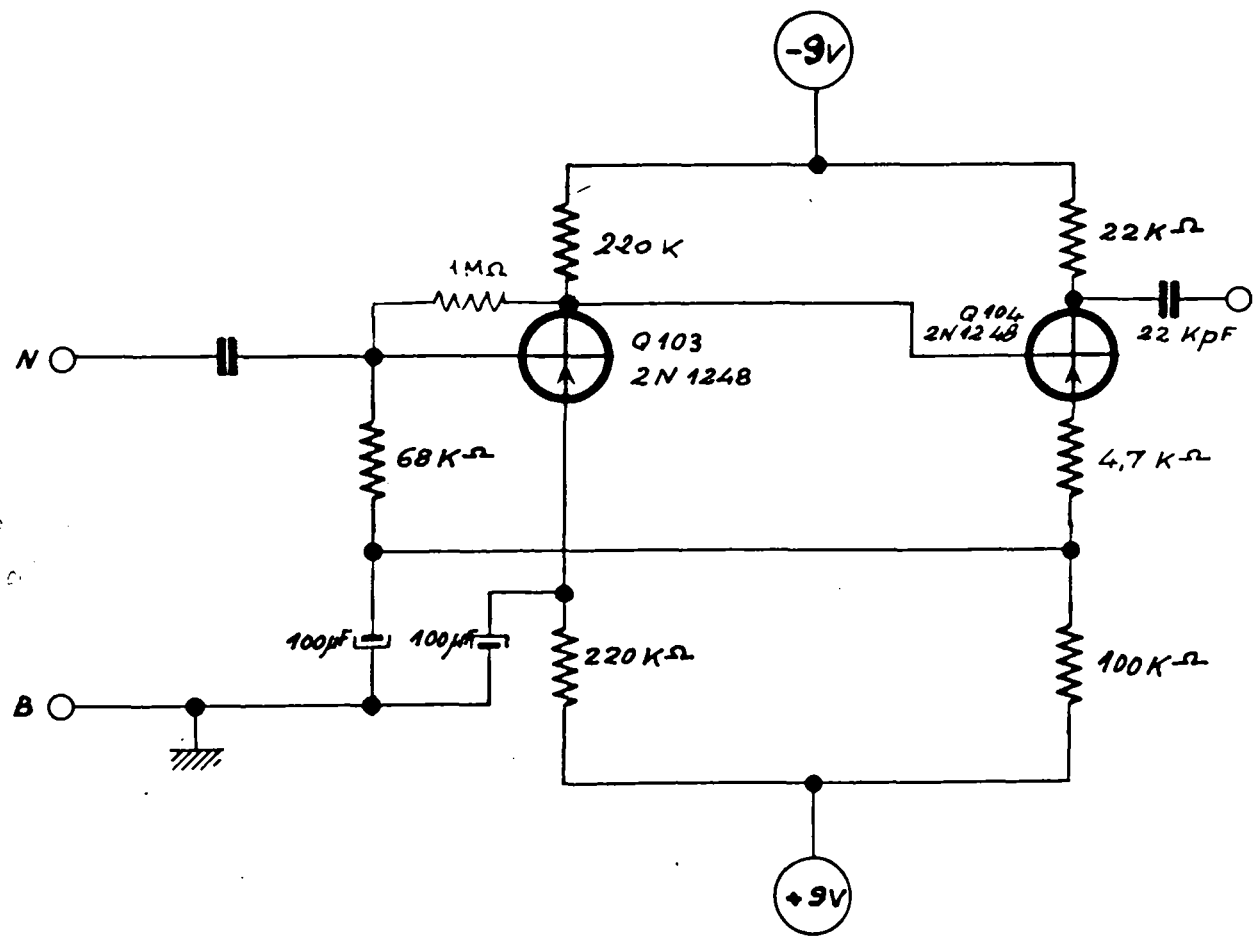


FIG3-2 : Amplificateur de signaux a très basses fréquences à faible bruit

Quel que soit  $Q_0$ , le signal démodulé est maximal lorsque la phase du démodulateur est en quadrature avec l'excitation du convertisseur (formule 2.101).

D'autre part, lorsque  $Q_0$  est plus grand que l'unité ( $Q_0 \gg 10$ ) et que la profondeur d'excitation "m" n'est pas trop proche de "un", la formule (2.99) montre que le bruit est minimal pour  $\psi_0$ , proche de la quadrature. Les raies  $V_{4H}$  et  $V_{3H}$  (formules 2.98) sont alors, soit en phase, soit en opposition. L'influence du bruit de pompe sera donc considérablement réduite en calant la phase du démodulateur au voisinage de la quadrature. Lorsque  $Q_0$  est grand, la formule (2.100) du rapport signal à bruit devient :

$$\rho \frac{1}{\rho_d} = \frac{\sqrt{2} \cdot B_1}{2 (1 + \cos 2\psi_0) \sqrt{1 + B_1^2 + B_0^2 Q_0^2}}$$

ce qui montre une amélioration du rapport signal à bruit, payé en retour par une réduction de la bande passante et de la stabilité.

### 3. ETUDES EXPERIMENTALES DU CONVERTISSEUR

Nous avons cherché, dans ce chapitre, à mettre en évidence l'influence de certains paramètres sur le gain et le facteur de bruit du convertisseur capacitif. Cette vérification expérimentale s'est faite sur deux circuits oscillants paramétriques, excités l'un à 160  $KHz$ , l'autre à 1,078  $MHz$ .

#### 3.1- ETUDE DU GAIN DU CONVERTISSEUR A 160 $KHz$

Le choix de la fréquence relativement basse : 160  $KHz$  a permis de vérifier la formule du gain de modulation (formule 2.52) en affranchissant les mesures du rayonnement et des capacités parasites. Le gain dépend fortement de la non-linéarité des jonctions, exprimée par  $C_0$ ,  $C_1$  et  $C_2$  c'est à dire de la polarisation inverse  $V_0$  appliquée et de la profondeur d'excitation :

$$m = \frac{E_p}{A + V_0}$$

Le montage utilisé est présenté sur la figure (3.1.). Il comprend un convertisseur en pont, suivi d'un amplificateur accordé à 160  $KHz$  et d'un démodulateur synchrone du type "découpeur" à transistor. De plus, comme les signaux à amplifier doivent être faibles devant l'excitation de pompe, il est nécessaire d'amplifier le signal démodulé à l'aide d'un amplificateur basse fréquence à faible bruit (fig.3-2).

Nous avons particulièrement étudié la réduction du bruit dans cet amplificateur classique à transistors afin de comparer ses performances avec celle du



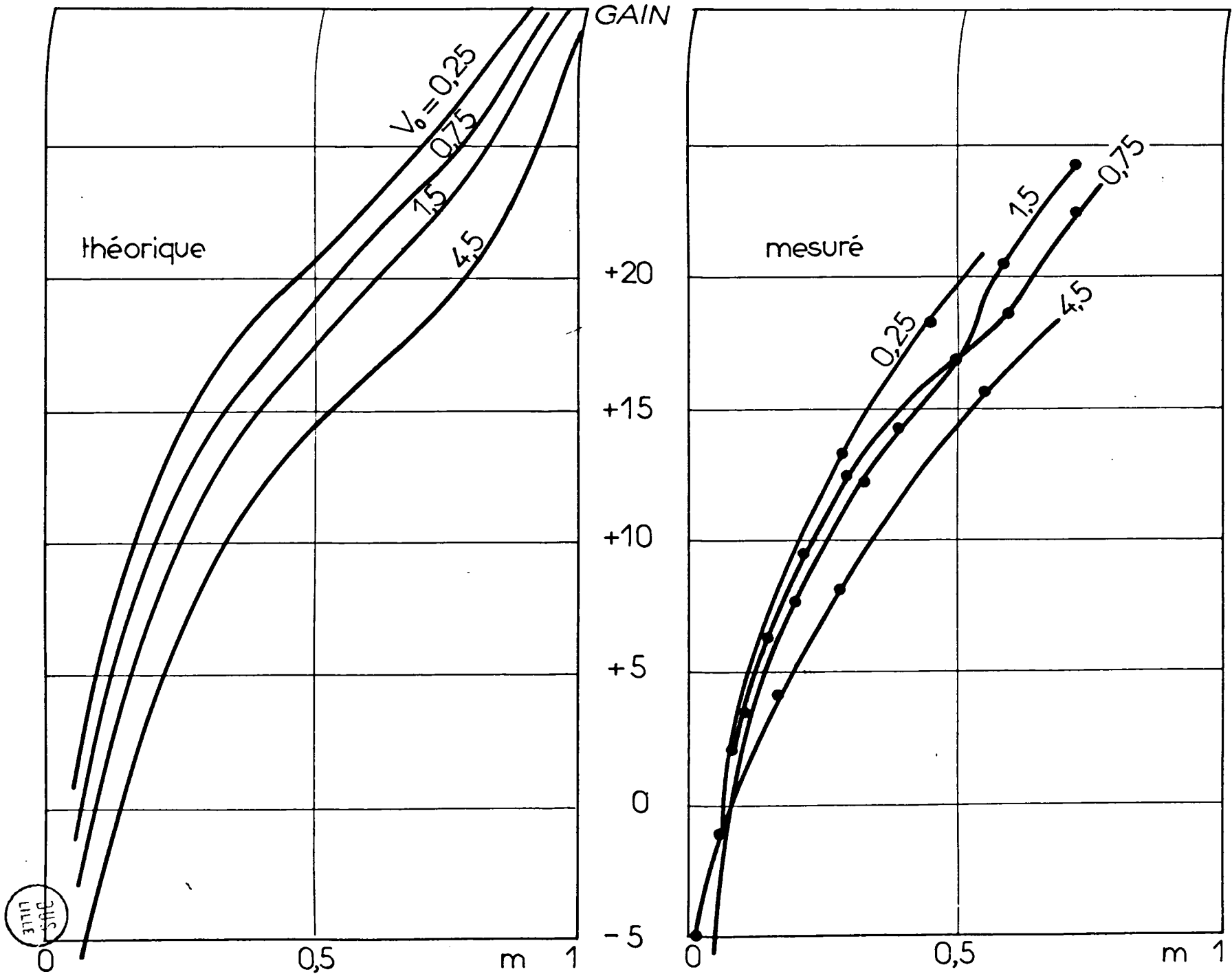


Fig.3-3. Gain paramétrique en fonction de la polarisation et de l'excitation de pompe.

convertisseur capacitif. Le circuit oscillant paramétrique est constitué par deux diodes au silicium du type 1N 953. Le pont de diodes est équilibré par deux condensateurs ajustables. Le condensateur  $C_A$  réalise l'accord. La mesure du gain a été faite pour diverses valeurs de l'excitation de pompe :  $54 \text{ mV} < E_p < 6 \text{ volts}$ , et pour diverses polarisations :  $0,25 \text{ V} < V_o < 4,5 \text{ V}$

Ces mesures ont été reportées sur la figure (3-3b). La figure (3-3a) donne les valeurs théoriques calculées à partir de la formule (2.52) lorsque le coefficient  $\eta$  de désaccord est nul. L'examen de ces courbes suggère les conclusions suivantes :

1) La profondeur "m" a été limitée à 0,8 pour empêcher la conduction directe des diodes. Si un courant continu circule dans les diodes, le point milieu A du pont ne reste pas, en général, au potentiel de la masse surtout si la source est à haute impédance. Le courant d'autopolarisation risque alors de modifier l'accord du circuit paramétrique et même d'augmenter le gain. Ce phénomène est mis en évidence lorsque l'on tente de mesurer la résistance d'entrée du convertisseur, en faisant chuter le gain de 6dB par insertion d'une résistance  $R_2$  en série avec la source. Avec un signal  $E_2$  à un Hertz le gain en tension a augmenté de 2,2 dB en inserant une résistance de  $36 \text{ M}\Omega$ .

2) La figure (3-3) montre que le gain est très sensible à la profondeur d'excitation puisqu'il varie de -10 dB à +20 dB. Théoriquement, le gain croît très vite avec "m", mais pratiquement à cause de la croissance de  $C_2$ , on ne peut dépasser un gain stable de 20 dB. De plus, à forte excitation, il y a conduction des diodes par autopolarisation. L'augmentation de  $G'_o$  limite le gain en tension qui s'exprime, pour  $f_2 = 0$ , par :

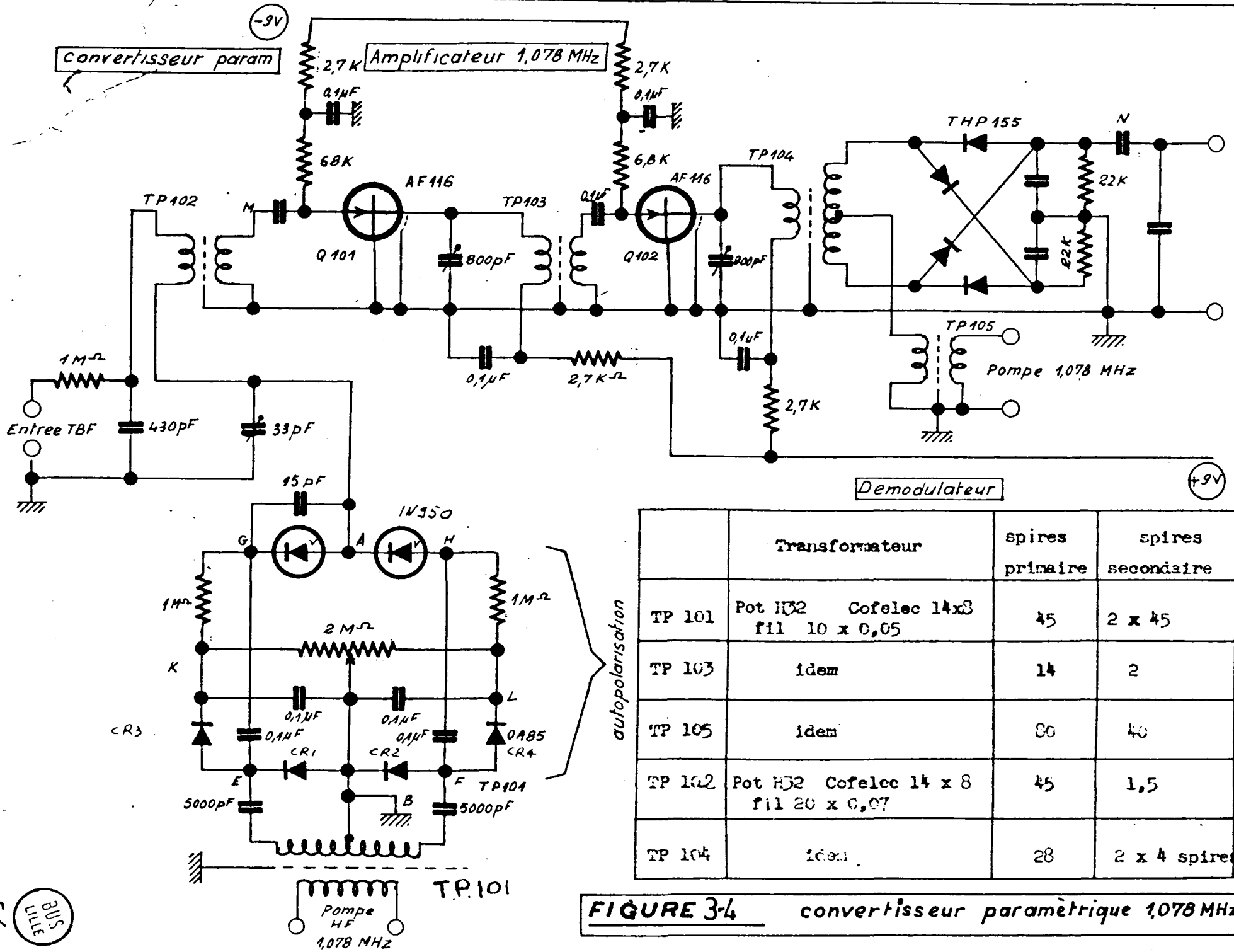
$$\frac{V_S}{E_2} = \frac{C_1 \omega_1}{g_1 + G'_o} \frac{1 + j \frac{C_2 \omega_1}{g_1 + G'_o}}{1 - \frac{C_2^2 \omega_1^2}{(g_1 + G'_o)^2}}$$

3) Dans notre expérience, nous avons mis en évidence la naissance d'oscillation spontanée, en décuplant l'impédance de charge  $150 \Omega$ , présentée par l'amplificateur accordé après le transformateur T.1 (figure 3-1). L'accrochage se produit alors au delà de  $m = 0,7$ . Cette instabilité est due à l'augmentation du terme de réaction  $Q_2 = \frac{C_2 \omega_1}{g_1}$ , lorsqu'on désamortit le circuit oscillant paramétrique.

### 3.2- ETUDE DU BRUIT DANS UN CONVERTISSEUR DE 1,078 MHz

La réalisation d'un autre convertisseur capacitif fonctionnant à une fréquence de pompe plus élevée a été décidée par le souci d'obtenir un produit, gain x bande passante, élevé tout en conservant une forte impédance d'entrée.

Un gain élevé en puissance  $W_d$  (formule 2-49) est souhaitable pour obtenir un faible index de bruit MB :



	Transformateur	spires primaire	spires secondaire
TP 101	Pot H32 Cofelec 14x3 fil 10 x 0,05	45	2 x 45
TP 103	idem	14	2
TP 105	idem	30	40
TP 102	Pot H32 Cofelec 14 x 8 fil 20 x 0,07	45	1,5
TP 104	idem	28	2 x 4 spires

**FIGURE 3-4** convertisseur paramétrique 1,078 MHz



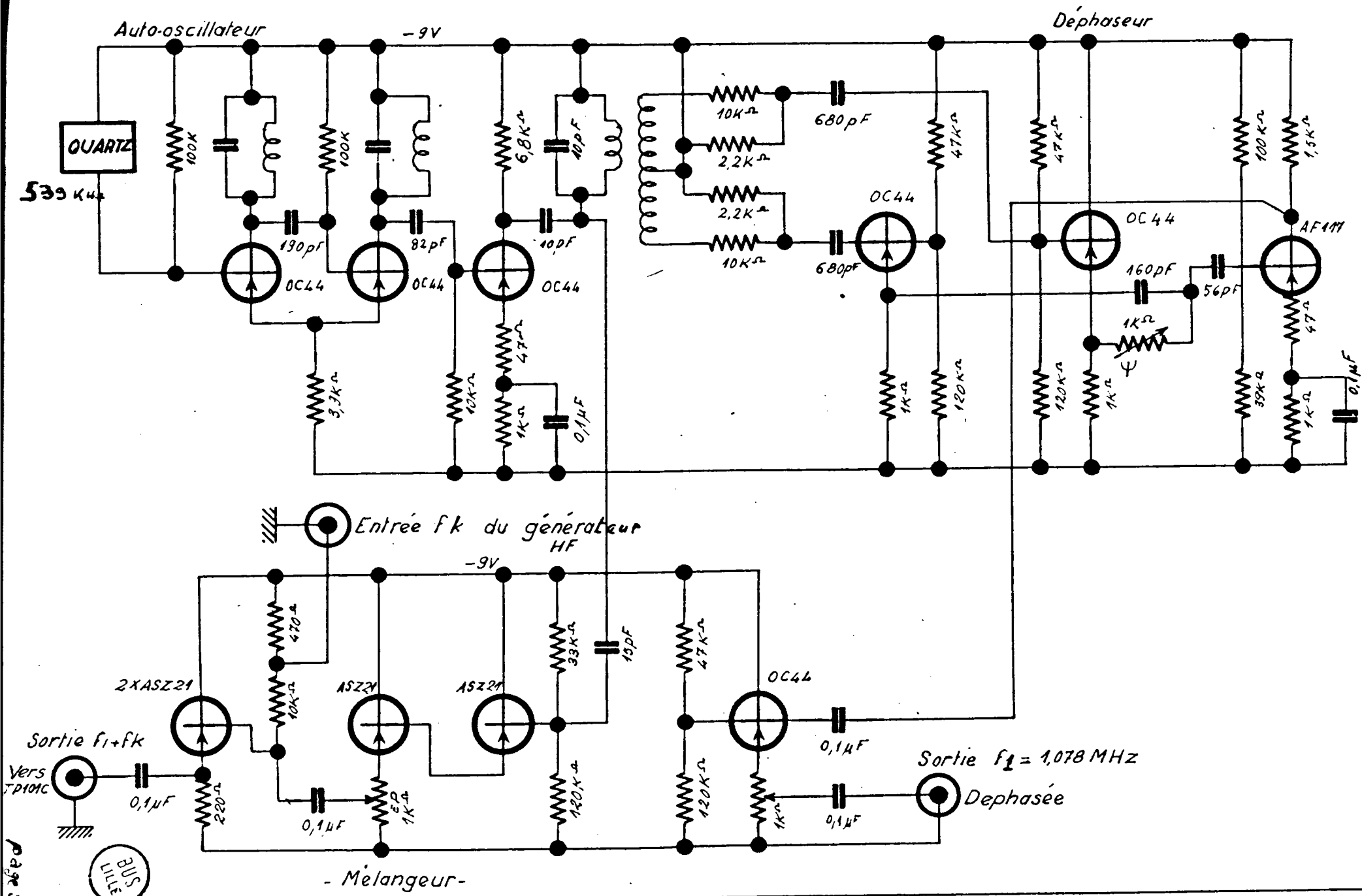


FIG 3-5

Auto-oscillateur 1,078 MHz à quartz - déphaseur  
 Addition d'une sinusoïde fk = f<sub>1</sub> + 100 Hz

Page 55  
 BUS  
 LILLE

$$M_B = \frac{F-1}{1 - \frac{1}{Wd}}$$

H. A. HAUS et R. B. ADLER (réf. 19) ont montré l'intérêt de considérer  $M_B$  plutôt que le facteur de bruit  $F$ , comme critère de qualité d'un amplificateur.

Si on choisit un rapport de réaction  $Q_2$  assez faible pour assurer une bonne stabilité, le produit gain x bande ne peut être accru qu'en élevant la fréquence de pompe. En effet, le gain en tension est proportionnel à  $\frac{C_1 \omega_1}{g_1 T}$  et la fréquence de coupure du circuit d'entrée est proportionnelle à  $\frac{g_2 + C_0}{C_0 + \Gamma_d}$ . Une excitation plus intense ne change pas beaucoup le rapport  $\frac{C_1}{C_0}$ ,  $\Gamma_d$  ne peut pas être trop petit si l'on veut découpler la sources aux fréquences  $f_3$  et  $f_4$ . D'ailleurs, nous montrons, en Annexe A6 que le gain est réduit, dans ce cas, dans le rapport  $\frac{\Gamma_d}{C_0 + \Gamma_d}$ . Enfin,  $g_1$  ne peut être diminué en dessous de la valeur  $C_2 \omega_1$  assurant la stabilité.

L'amplificateur paramétrique représenté sur la figure (3-4) fonctionne à 1,078 MHz. Il comprend, tout d'abord, un circuit oscillant paramétrique constitué par deux diodes 1 N 950 en parallèle, tête-bêche, et excité par un circuit spécial évitant l'autopolarisation préjudiciable à un fort gain. Brièvement, ce circuit d'excitation se compose d'un transformateur symétrique TP 101, fortement couplé, et possédant un écran électrostatique. Un couple de diodes OA 85, CR<sub>1</sub> et CR<sub>2</sub> redresse l'excitation de pompe et fournit la moitié de la tension de polarisation  $V_0$  et totalement la sinusoïde d'excitation  $E_p \cos \omega_1 t$ . Un autre couple de diode CR<sub>3</sub>, CR<sub>4</sub> redresse à nouveau l'excitation sinusoïdale, et complète à  $V_0$  la tension continue appliquée sur les diodes capacitives.

Avec un tel montage  $V_0$  est toujours plus grand que  $E_p$ , résultat qui ne peut-être obtenu sans débit des diodes, avec le simple montage redresseur.

La polarisation par batterie  $E_{bb}$ , du montage de la figure (3-1) n'est pas pratique car l'évolution dans le temps de  $V_0$  causerait le désaccord du circuit paramétrique, très sensible à "m".

Le montage proposé assure une stabilité de l'accord, même si l'excitation de pompe fluctue en amplitude. En effet,  $V_0$  est proportionnel à  $E_p$  "m" reste constant pour des amplitudes suffisantes d'excitation.

Sur la figure (3-4) le convertisseur est suivi de deux étages d'amplificateur, accordé à 1,078 MHz, suivi d'un démodulateur synchrone, en anneau, excité en quadrature. Le circuit de pompe utilisé dans les mesures est représenté sur la figure (3-5) ainsi que le circuit de déphasage pour le démodulateur.

### 3.21- Mesures des caractéristiques fonctionnelles.

Afin de vérifier les résultats des mesures de bruit, nous dressons le tableau des coefficients entrant dans les formules (fig. 3-6)

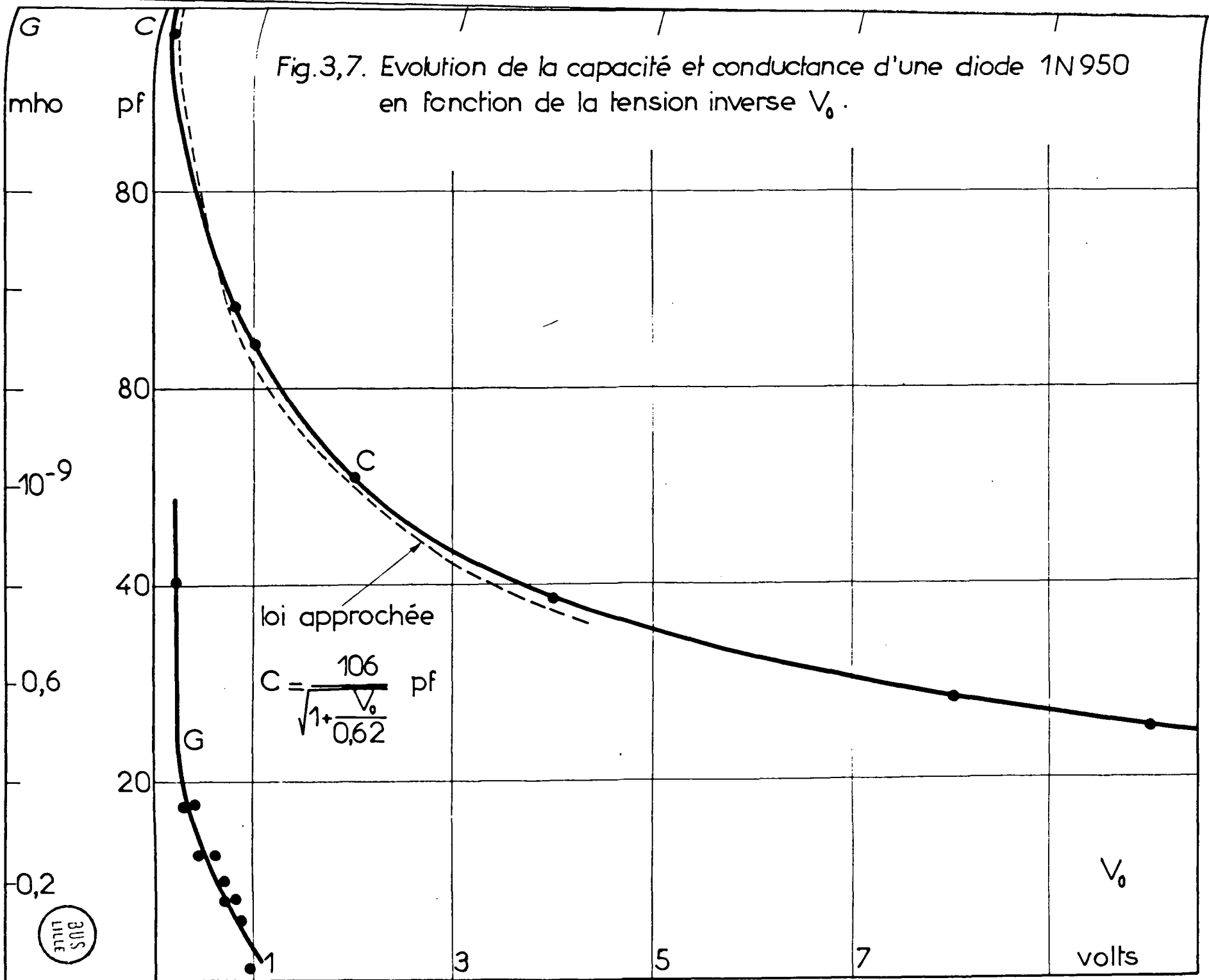
Fig. 3-6 : Tableau des paramètres du convertisseur à 1,078 MHz

PARAMETRE	SYMBOLE	VALEUR
Potentiel de contact	A	0,62 Volt
Polarisation inverse	V <sub>o</sub>	0,60
Excitation de pompe	E <sub>p</sub>	260 m V <sub>eff</sub>
Profondeur d'excitation	m	0,3
Capacité initiale des 1 N 950 (fig. 3-7)	C <sub>ob</sub>	106 pF
Capacité moyenne (pour 2 diodes : fig. 2-13 b)	C <sub>o</sub>	110 pF
Capacité fondamentale (fig. 2-13 a)	C <sub>1</sub>	10 pF
Capacité harmonique 2 (form. A <sub>5</sub> -10)	C <sub>2</sub>	1 pF
Conductance moyenne (fig. 3-7)	G <sub>o</sub>	4x10 <sup>-9</sup> mho
Coefficients de conversion erratique fig. 2-14 b fig. 2-14 a	B <sub>o</sub>	0,1
	B <sub>1</sub>	1,15
Découplage de la source	Γ <sub>d</sub>	430 pF
Capacité totale d'accord (Y <sub>p</sub> capacité ajustable)	$\frac{(C_o + Y_p) \Gamma_d}{C_o + Y_p + \Gamma_d}$	145 pF
Conductance de charge et perte	g <sub>L</sub> + g <sub>u</sub>	3,02 x 10 <sup>-5</sup>

	SYMBOLE	Paragraphe 3-21	Paragraphe 3-23
Résistance de pompe	r <sub>p</sub>	150 ohms	10 ohms
Conductance totale	g <sub>1T</sub>	1,15x10 <sup>-4</sup> mho	3,62x10 <sup>-5</sup> mho
Surtension statique	Q <sub>o</sub>	8,55	27,1
Coefficient de réaction	Q <sub>2</sub>	5,84x10 <sup>-2</sup>	0,185
Gain en tension (f <sub>2</sub> = 0)	Z <sub>10</sub>	0,78	2,48
Bruit de pompe (f <sub>1</sub> + 100 H <sub>z</sub> )			2,6 m V <sub>eff</sub>

Fig.3,7. Evolution de la capacité et conductance d'une diode 1N950 en fonction de la tension inverse  $V_0$ .



Les diodes 1 N 950 sont données pour 35 pF à -4 volts. Elles possèdent un coefficient de surtension propre de 1.780 à 1 MHz. Cette valeur  $Q_d$  nous a permis de calculer la conductance  $G'_0$  (formule 2.27). La conductance  $G_0$  aux basses fréquences, a été mesurée à l'aide d'un multimesureur Lemouzy possédant une résistance d'entrée de  $10^{14}$  ohms. Les valeurs  $G_0$  ont été portées sur la figure (3-7) en fonction de  $V_0$ . Cette courbe permet par approximation de calculer les coefficients de FOURIER  $G_0$ ,  $G_1$  et  $G_2$ . Précisons que la conductance inverse est très sensible à la lumière frappant la diode, ce qui oblige à opérer dans l'obscurité. Les coefficients  $C_0$   $C_1$  ont été relevés sur les abaques théoriques (fig. 2-13)  $C_2$  a été calculé d'après la formule A5-10. Les formules expérimentales suivantes ont été établies d'après la courbe (3-7) relevée au pont de Sauty.

$$C_A \text{ (pF)} = \frac{103,7}{\sqrt{1 - \frac{V(\text{volt})}{0,62}}} \quad \text{et} \quad C_B = \frac{91,7}{\sqrt{1 - \frac{V}{0,62}}}$$

La conductance totale  $g_{1T}$  s'obtient en mesurant tous les termes de la formule (2.26). En particulier, la forte valeur  $150 \Omega$ , de la résistance interne de pompe rend le terme  $g_p$  (2-27 bis) prépondérant dans  $g_{1T}$ . La profondeur de modulation "m" a été choisie faible pour assurer une bonne stabilité et réduire l'influence des bruits.

#### Gain aux fréquences basses

La formule (2.53) doit être corrigée en tenant compte de la capacité  $\Gamma_d$  non infinie devant  $C_0$ .

En se reportant à l'annexe A<sub>6</sub> le gain théorique est:

$$Z_{10} = \left( \frac{2V_4}{g_{1T}} \right) = 2 \frac{C_1 \omega_1}{g_{1T}} \times \frac{\Gamma_d}{C_0 + \Gamma_d} \times \frac{\sqrt{1 + Q_2^2}}{1 - Q_2^2}$$

Nous avons calculé  $Z_{10} \neq 0,78$

Sur le convertisseur à 1,078 MHz, le gain entre la valeur crête à crête de modulation de sortie et la valeur crête à crête d'un signal d'entrée à 10Hz a été mesuré à 0,733. La valeur théorique est légèrement supérieure à la valeur mesurée. Cette différence est due à l'imprécision de la mesure de  $r_p$ , résistance de pompe, à cause du circuit de polarisation.

### 3.22-Mesure du bruit de sortie, dû au réseau

L'influence du bruit du réseau est particulièrement bien mise en évidence par le relevé, dans une bande "df" autour de la fréquence d'analyse  $f_0$ , du facteur de bruit F élémentaire, lié à une résistance de source donnée  $R_2$ . La mesure



de F, pour le convertisseur paramétrique, est caractérisée par les points suivants :

- F est voisin de l'unité (donc le bruit des étages suivant le convertisseur doit être faible).
- fréquences d'analyse très basses (ce qui nécessite un analyseur de spectre spécial)\*.

La méthode de mesure adoptée est celle de la "source de bruit". Elle consiste à doubler la puissance de bruit de sortie en connectant une source de bruit de référence à l'entrée. La source de bruit étalon doit avoir la même admittance interne que la source de signal, à toutes les fréquences. En effet, l'expression du facteur de bruit met en jeu des puissances utilisables. La condition nécessaire et suffisante pour que deux sources, fournissant la même puissance réelle, possèdent une même puissance utilisable, est que les admittances internes soient égales à toutes fréquences. Malheureusement, il n'existe pas, dans la gamme  $0,1 \text{ Hz} - 1 \text{ KHz}$ , de sources de bruit blanc, en dehors de la résistance chaude métallique. On sait, en effet, que les sources usuelles de bruit: diodes saturées, transistors, produisent, en plus, un bruit considérable de scintillation, bruit non stationnaire, qui peut difficilement servir de références. Nous avons tenté de réaliser une source à résistance chaude en portant à la température absolue  $T_R$ , un fil de tungstène par circulation d'un courant continu (fig. 3-8).

Pour les facteurs de bruit voisin de l'unité, la température des filaments n'est pas très élevée, mais la détermination de cette température est délicate. En utilisant une telle source, nous avons constaté une augmentation du bruit de scintillation due, probablement, au mauvais filtrage de la tension de pile. Enfin, une telle source n'a pas de résistance interne suffisante ( $10 \text{ M}\Omega$ ) et la fragilité des fils de tungstène rend difficile la confection de filaments très résistants. C'est pourquoi, nous avons appliqué la méthode du doublage, en connectant à l'entrée une source sinusoïdale calibrée  $J_2$ , de fréquence basse connue  $f_2$ , puis après avoir filtré le bruit de sortie du convertisseur par un analyseur à bande effective étroite ( $1,779 \text{ Hz}$ ), nous doublons la déviation donnée par un thermocouple lorsque  $J_2$  est nul. (fig. 3-9).

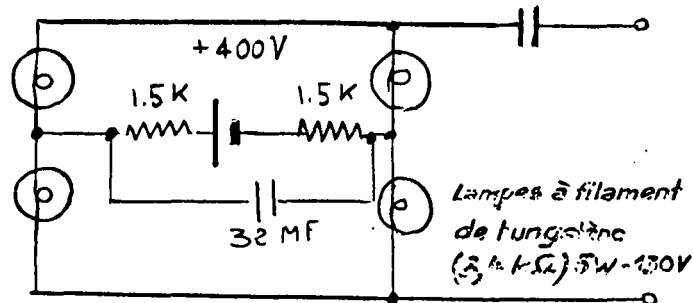
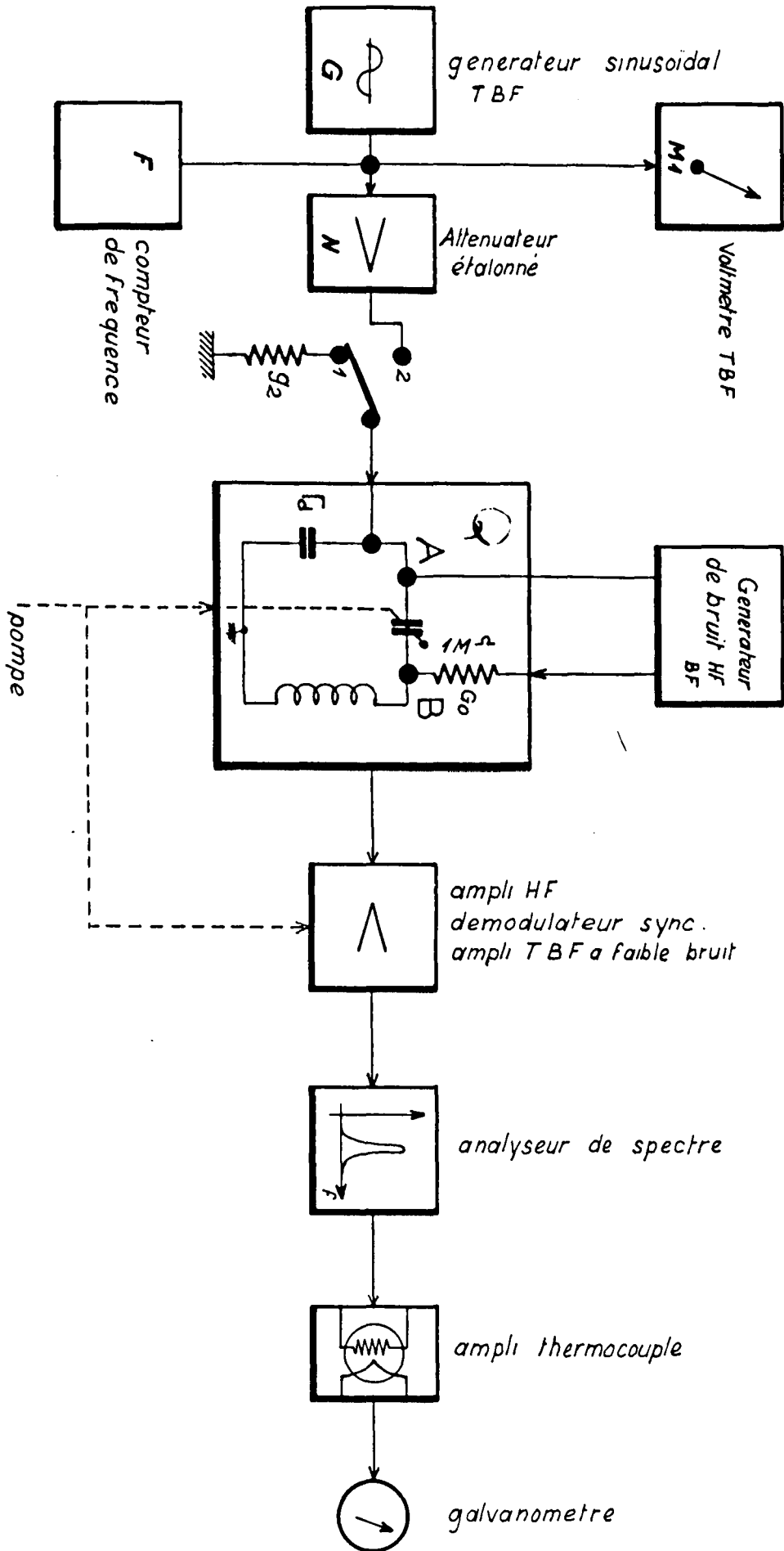
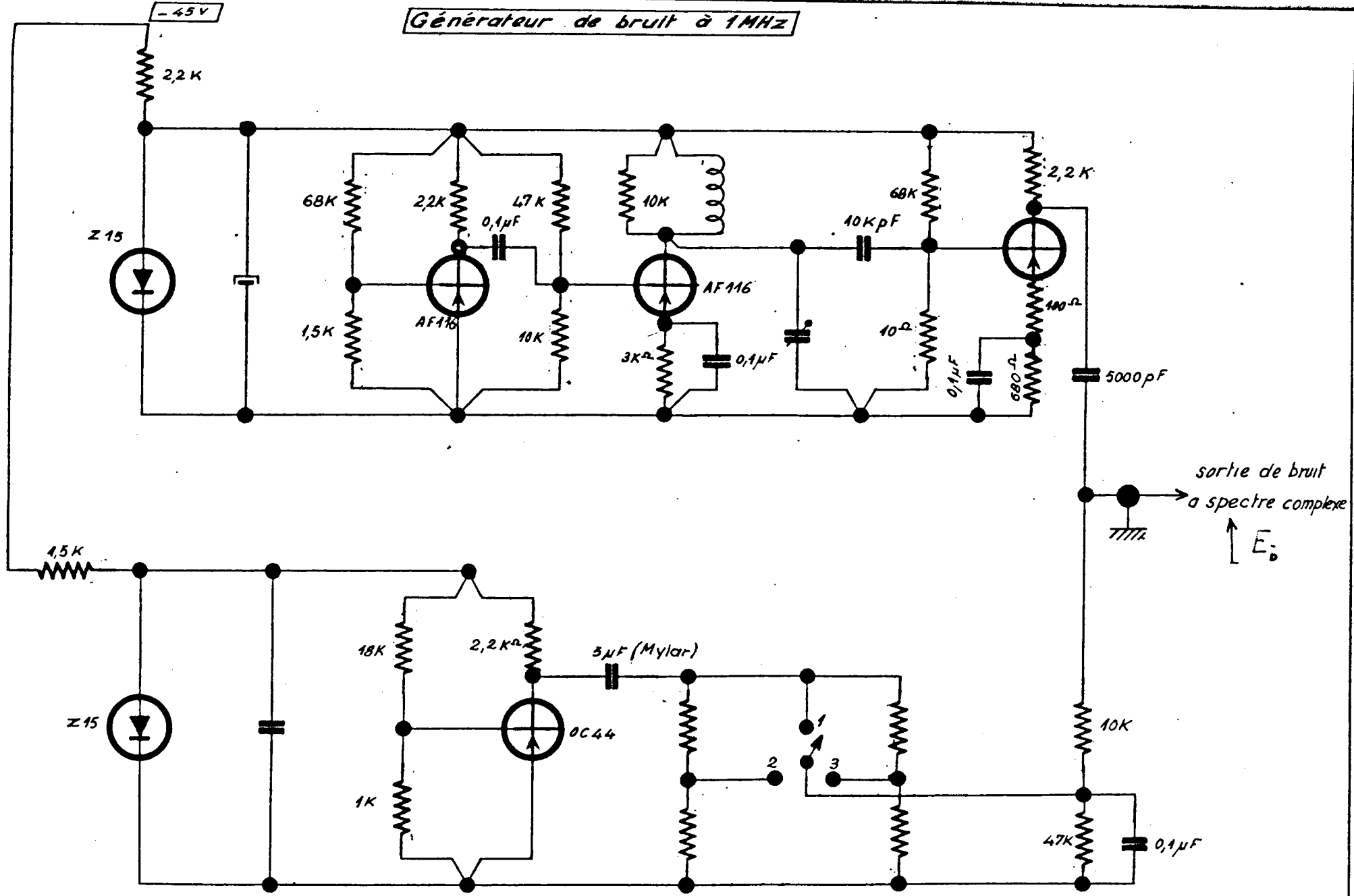


Fig. 3-8 Source de bruit blanc aux fréquences très basses

\* Analyseur L E A, modifié I F P

FIG 3-9 Banc de mesure pour l'étude expérimentale du facteur bruit





Générateur de bruit de scintillation T.B.F.

FIG 3-10

source de bruit de 1MHz et de bruit de scintillation



Si  $J_2$  est mesurée en valeur efficace et si  $B_{eff}$  est la bande passante de l'analyseur obtenue par planimétrage de sa courbe de sélectivité, le facteur de bruit élémentaire à la fréquence  $f_2$  est :

$$F(f_2) = \frac{J_2^2}{4 K T B_{eff} g_2}$$

$g_2$  représente la conductance de la source. Nous discutons, en annexe A7 la validité d'une telle mesure.

### Vérification de la formule théorique

L'instabilité, en fréquence, de l'analyseur, ne permet pas de relever le spectre du bruit autour de 1 MHz. Nous avons mesuré  $F_d$ , après démodulation synchrone. Il faut cependant corriger la formule (2.77) pour tenir compte des conditions suivantes de l'expérience :

- 1) le convertisseur est accordé,  $\varphi = 0$ , et la phase  $\psi$  du démodulateur est calée au maximum de signal.
- 2) le taux de réaction  $Q_2$  est négligeable (fig. 3-6)
- 3) la capacité de découplage  $\Gamma_d$  n'est pas infinie devant  $C_0$
- 4) la fréquence d'analyse  $f_2$  est très faible devant  $f_1$
- 5) le spectre du bruit de pompe n'est pas nécessairement symétrique.

Nous montrons en annexe A4 que le facteur de bruit est dans ce cas :

$$F_d = 1 + \frac{G_0 \theta_2}{g_2 \cdot T} + \frac{1}{4} \cdot \frac{G'_0}{g_2} \left( \frac{g_2 + G_0}{C_1 \omega_1} \right)^2 \cdot \frac{\theta_3 + \theta_4}{T} \quad (3.1)$$

Les températures réelles de bruit des jonctions employées étant faibles, il est impossible de distinguer la contribution du bruit de scintillation,  $G_0 \theta_2 / g_2 T$ , de la contribution du bruit à haute fréquence  $F_{HF}$

$$F_{HF} = \frac{1}{4} \cdot \frac{G'_0}{g_2} \left( \frac{g_2 + G_0}{C_1 \omega_1} \right)^2 \cdot \frac{\theta_3 + \theta_4}{T}$$

Nous avons donc, pour la vérification des formules, simulé les paramètres  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  et  $\theta_4$ , en connectant directement en A B sur le pont de diodes (fig. 3-9) deux sources de bruit connu représentées sur la figure (3-10). L'une donne un fort bruit de scintillation à basse fréquence, l'autre donne un bruit gaussien centré autour de 1,078 MHz. Aux fréquences basses le facteur de bruit de l'ensemble des deux sources est donné par :

$$\frac{\theta_2}{T} = \frac{E_B^2(f) G_0}{4 K T B_{eff}}$$

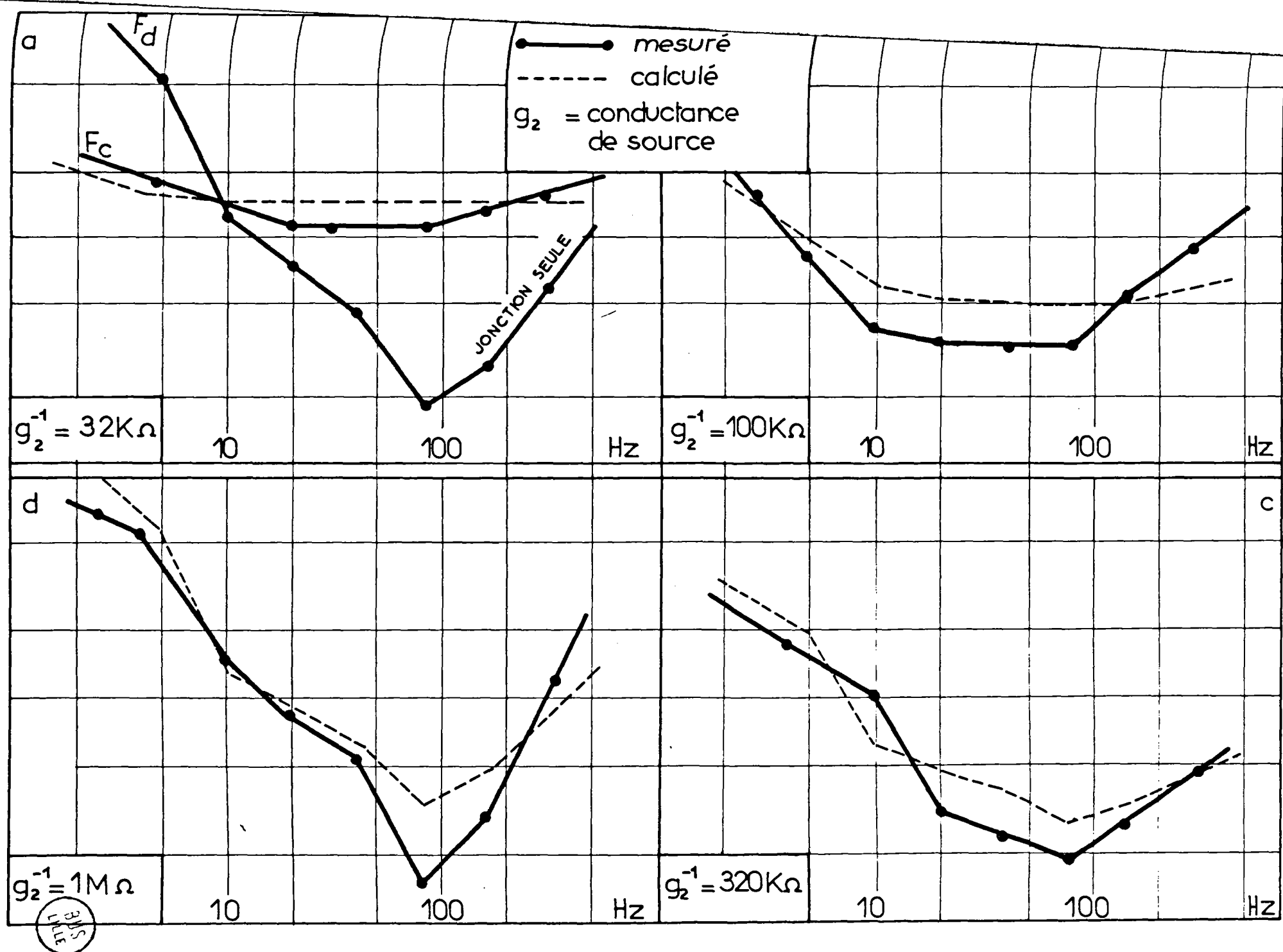


Fig.3,12. Facteur de bruit d'un convertisseur paramétrique à jonction capacitive bruyante.

$R_s = 32 M\Omega$

$R_s = 10 M\Omega$

$R_s = 3,2 K\Omega$

$R_s = 1 M\Omega$

$R_s = 100 K\Omega$

Conversion paramétrique

$R_s$  résistance de source

--- calculé

— mesuré

$10^0$

$10^0$

$10^3$

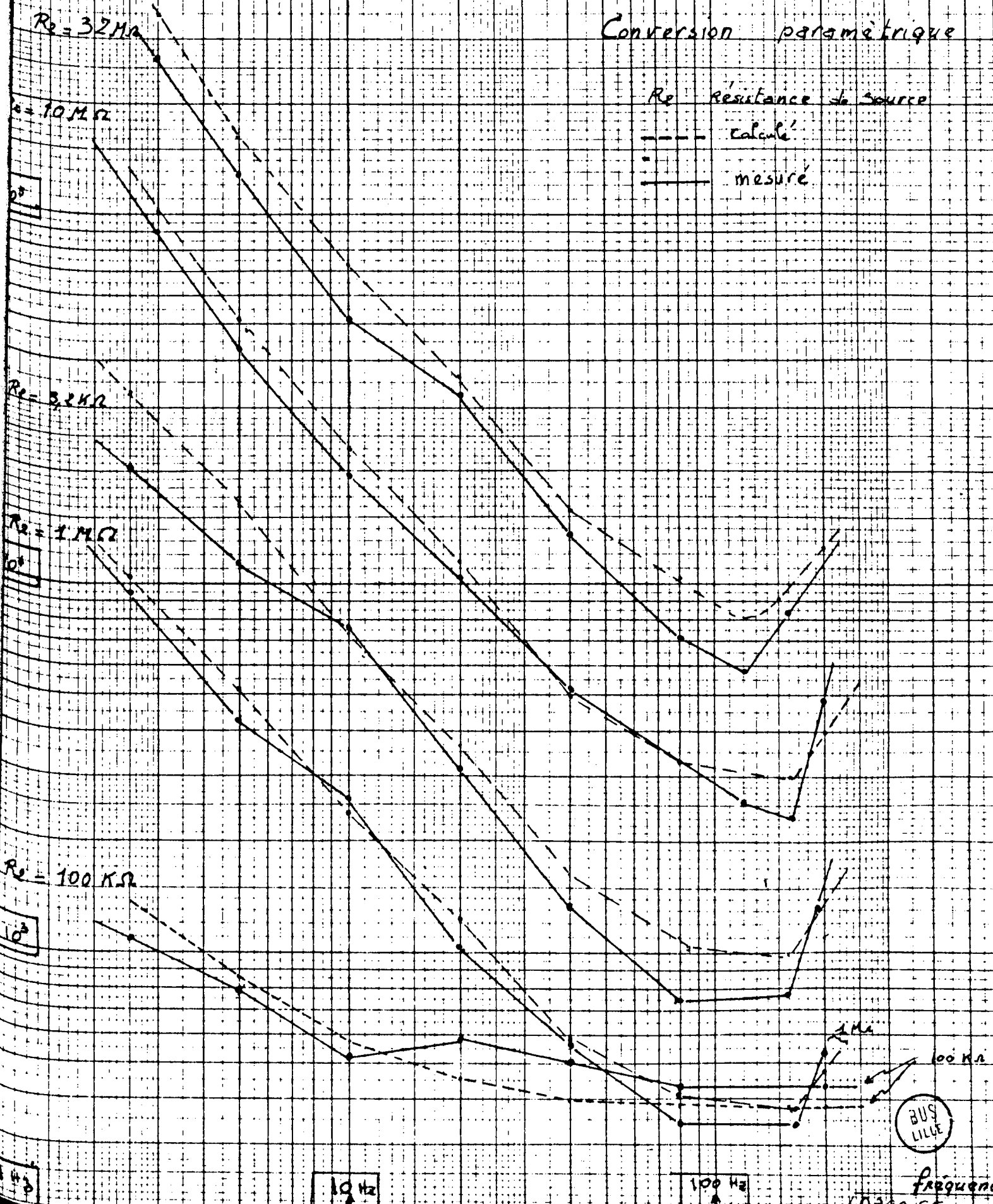
$10^0$

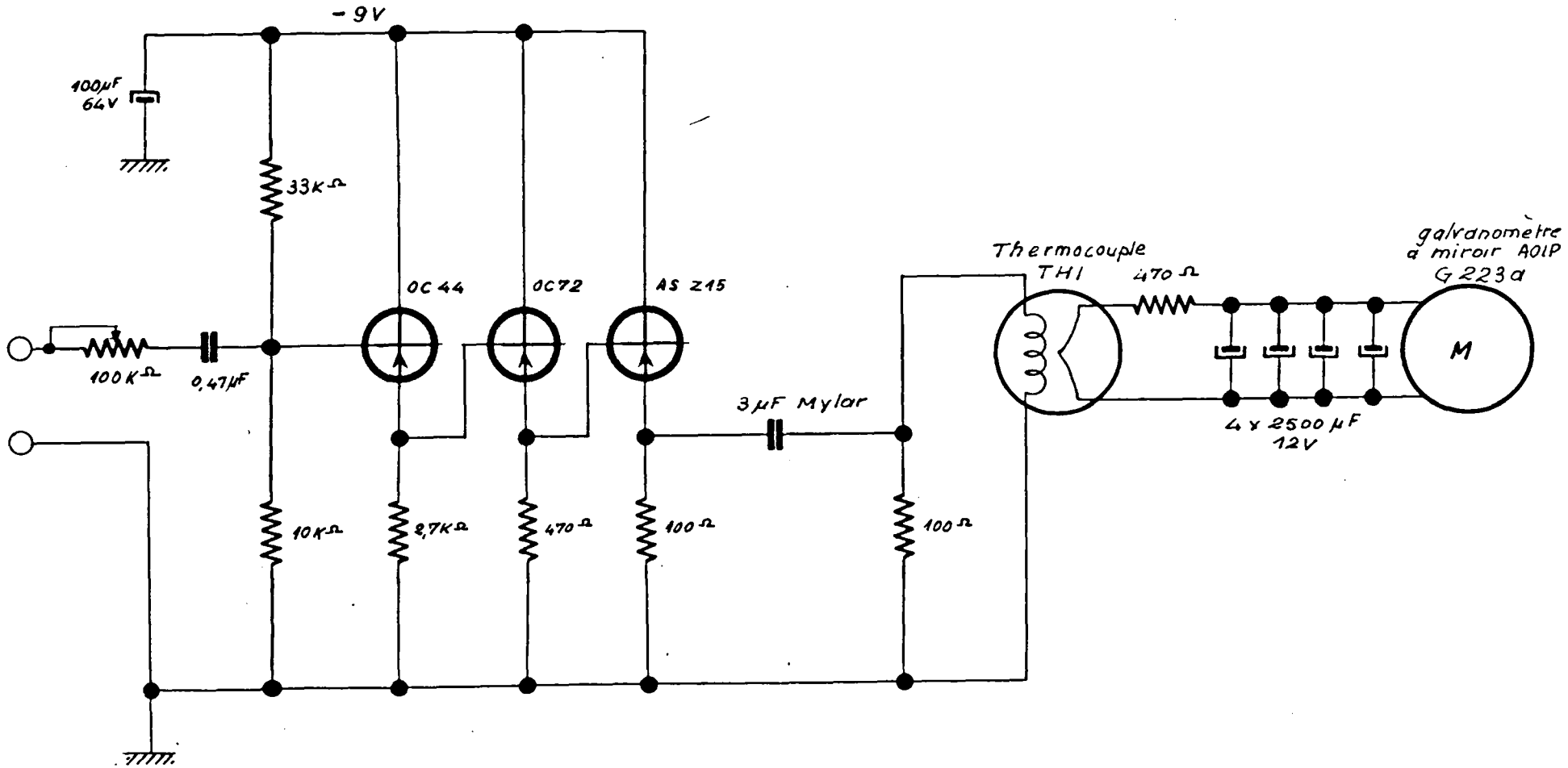
10 Hz

100 Hz

10000 Hz

BUS LILLE





**FIG 3-14: Wattmètre à thermocouple**



formule dans laquelle,  $E_B$  est l'amplitude efficace de sortie du générateur de bruit,  $B_{eff}$  la bande de l'analyseur qui a servi à la mesure de  $E_B$ ,  $G_0$  la conductance interne du générateur. Nous avons matérialisé  $G_0$  en ajoutant en série avec le générateur de bruit, une résistance de  $1 M\Omega$ , valeur choisie très inférieure à la résistance de fuite des diodes, pour s'affranchir de la non linéarité des diodes. (fig. 3-9)

Autour de la fréquence  $1,078 MHz$  le facteur  $\frac{\theta_1}{T}$  est calculé à partir de la mesure de la tension efficace  $U_{HF}$  du générateur de bruit. En relevant, par ailleurs, la largeur de bande effective  $B_A$  de ce générateur, par planimétrie, nous en déduisons :

$$\frac{\theta_1}{T} = \frac{U_{HF}^2 \cdot G_0}{4 KT \cdot B_A}$$

en supposant que le bruit est gaussien dans la bande  $B_A = 305 KHz$  ce qui est légitime pour un bruit de jonction à  $1 MHz$ ;

La figure (3-12a) donne le relevé de  $\frac{\theta_2}{T}$ .

Suivant le schéma de la figure (3-9), nous avons effectué le relevé du facteur de bruit du convertisseur pour diverses conductances  $g_2$ . Ces mesures sont portées sur les figures (3-12), qui comportent aussi les valeurs calculées à partir de la formule (3.1). Une autre série de mesures (fig. 3-13) a été effectuée lorsque le spectre H.F du bruit "fictif" injecté n'est pas symétrique ( $\theta_3 \neq \theta_4 \neq \theta_1$ ).

### Conclusions

Le spectre en  $\frac{1}{f}$  du bruit de scintillation est prépondérant pour les fortes résistances de source  $g_2$ , alors que pour les faibles, le spectre prend une allure constante, caractéristique du repliage du bruit blanc de grenaille après démodulation synchrone.

Pour une résistance de source optimale  $R_2 = 100 K\Omega$  la combinaison des deux contributions FBF et FHF, passe par un minimum. En comparant les figures (3-12b) et (3-12a), nous remarquons une certaine réduction du bruit de scintillation de la jonction, après son passage dans le convertisseur capacitif. Il faut insister sur la longueur et l'imprécision des mesures. Une longue intégration du bruit par une cellule R C en aval du thermocouple (fig. 3-14) réduit l'erreur de lecture (annexe A7).

Pour lire la moyenne de deux passages à déviation maximale du galvanomètre, il faut 10 à 20 secondes. Nous avons remarqué que le bruit à la sortie du convertisseur manquait particulièrement de stationnarité. La valeur quadratique moyenne est dépassée plus de 62 % du temps. Il nous a semblé que la déviation moyenne du wattmètre passait par plusieurs niveaux relativement constants, toutes les deux ou trois minutes. Ces niveaux peuvent différer de 5 décibels,



ce qui porterait à croire que le mécanisme du bruit dans les jonctions, change de loi au cours du temps. Une autre cause est responsable de la différence, atteignant parfois 3 dB, constatée entre les valeurs théoriques et expérimentales (fig.3-13). Cette erreur peut être due à la dérive en fréquence de l'analyseur et cette dérive donne toujours une mesure par défaut, puisque l'analyseur travaille au maximum de sélectivité.

### 3.23 - Mesure de l'influence du bruit de pompe

Nous avons établi les formules qui régissent la transmission du bruit de pompe, ou plus précisément, la conversion erratique d'un signal d'entrée. Ce mécanisme est caractérisé par la production de nombreuses raies pour chaque composante du bruit de pompe. La mise en évidence de ce mécanisme est rendue délicate pour plusieurs raisons :

- la multiplicité des fréquences : porteuse, signal et bruit.
- la présence du bruit naturel du réseau et des diodes à jonction.
- la méconnaissance du spectre de l'auto-oscillateur.

C'est pourquoi nous avons préféré vérifier la formule de la conversion d'une seule raie de bruit de pompe quand on applique une tension-signal fréquence nulle à l'entrée. Nous mélangeons à l'excitation monochromatique de pompe, une sinusoïde connue, de niveau plus élevé que les bruits réels, mais plus faible que la pompe.

Dans un premier paragraphe, nous avons mesuré le gain de transfert de cette raie de bruit fictif, dans un deuxième, nous avons mis qualitativement en évidence l'influence de la phase du démodulateur synchrone sur le rapport signal à bruit.

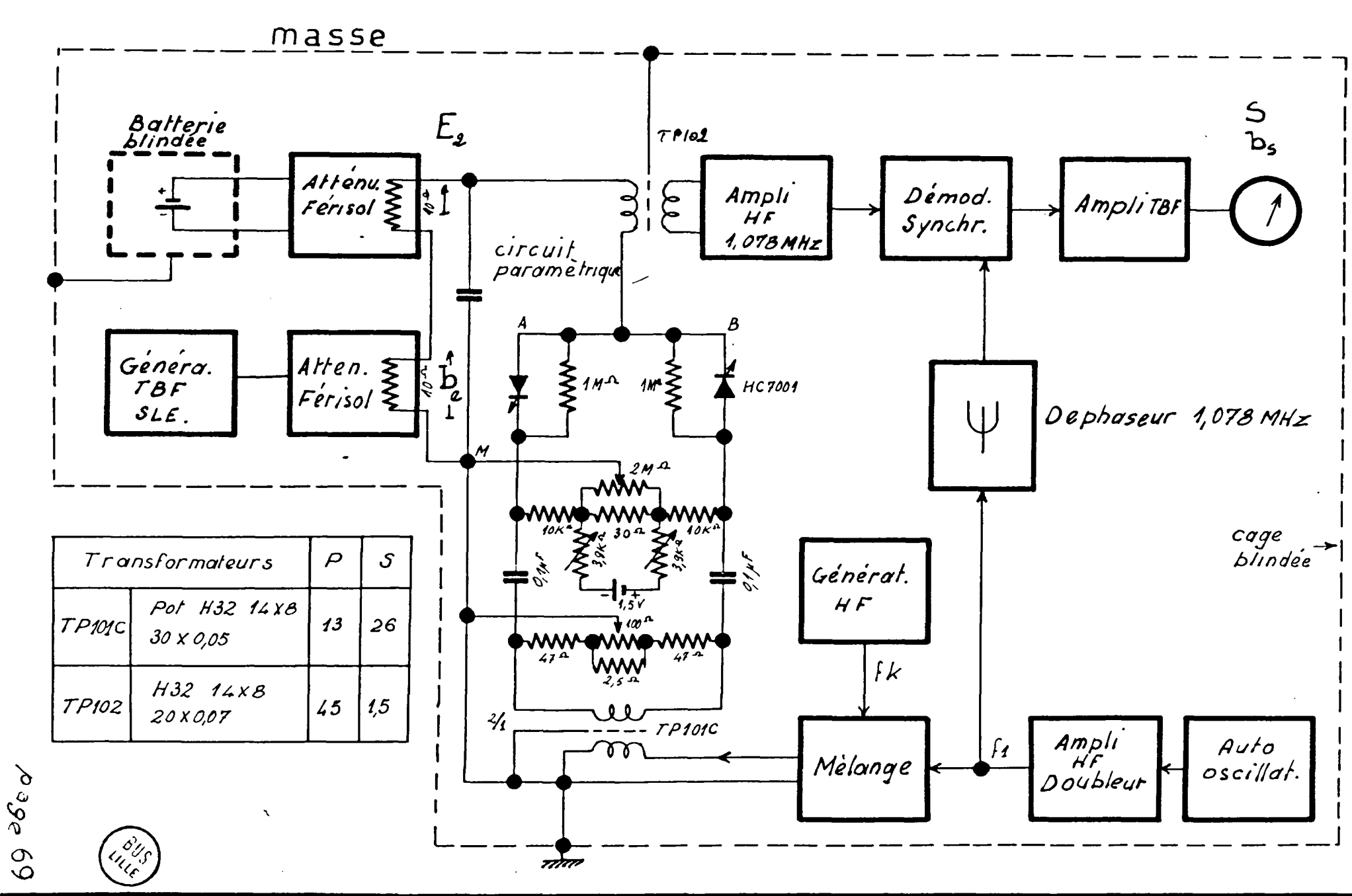
#### 3.231- Vérification de la formule de conversion erratique

Nous allons mettre en évidence la réduction du bruit dû à la pompe en tirant parti des remarques du paragraphe (2.625).

Après démodulation synchrone, le signal est maximal lorsque la phase du démodulateur est en quadrature avec l'excitation du convertisseur.

Nous avons montré que pour une surtension  $Q_0$  suffisamment élevée, les raies de bruit, aux fréquences  $(\omega_1 + \omega_2 + \Omega_k) / 2\pi$  et  $(\omega_1 - \omega_2 - \Omega_k) / 2\pi$ , sont en phase ou en opposition, de telle façon que, après démodulation, ces deux raies se replient sur la fréquence  $\omega_2 + \Omega_k$ , avec une amplitude minimale. Pour vérifier cette propriété, nous mélangeons au signal de pompe  $E_p \cos \omega_1 t$ , à 1,078 MHz, une sinusoïde  $e_{pk}$ , 100 fois plus faible, de fréquence  $f_1 + 100$  Hz, au moyen du circuit de pompe de la figure (3-5)

Pour augmenter la surtension  $Q_0$  du circuit oscillant paramétrique (fig.3-4), il nous faut réduire la conductance totale  $g_{1T}$  et, plus particulièrement, la résistance interne  $r_p$  présentée par la source de pompe. La figure (3-4)



page 69

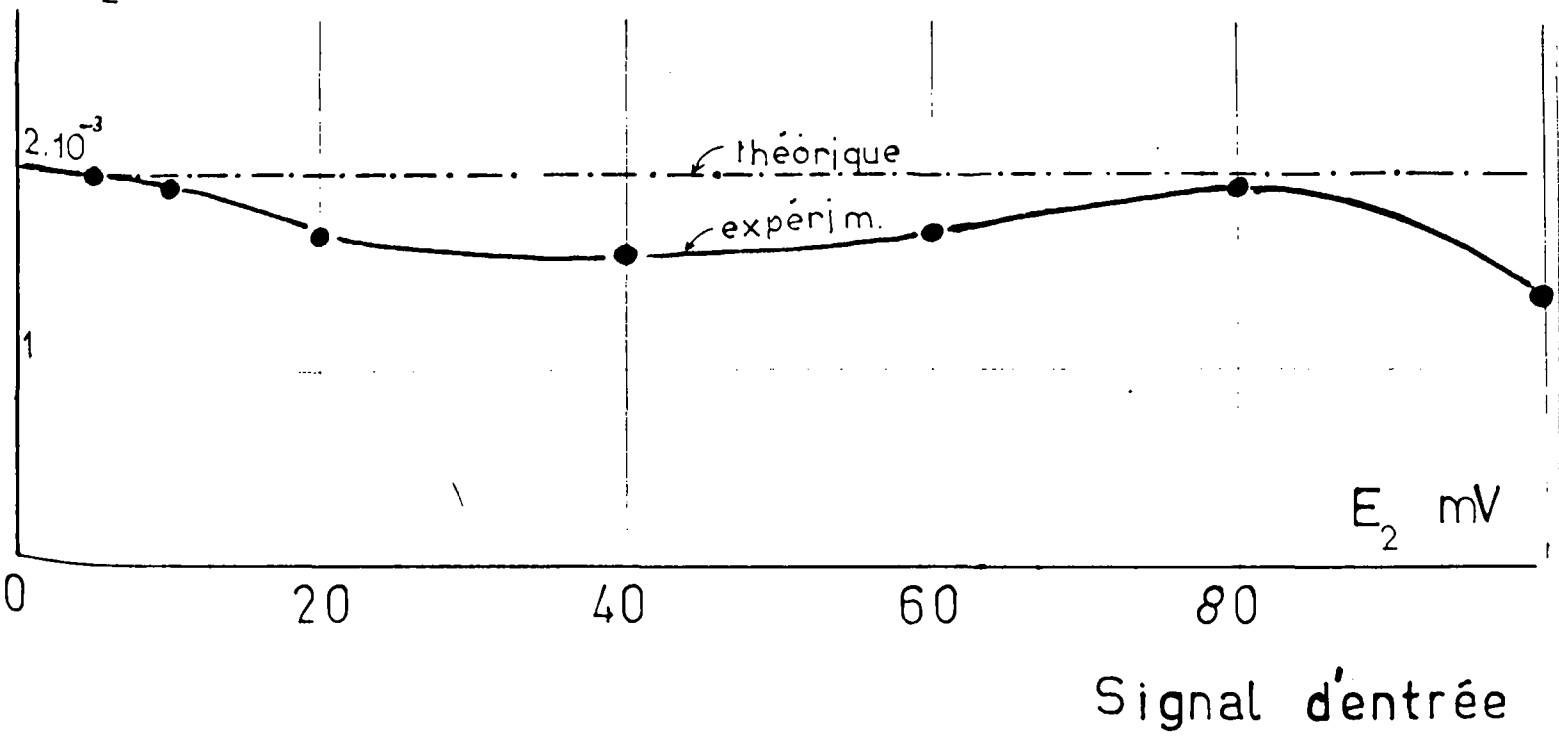


**Fig 3-15** Mesure du bruit de la pompe à la sortie du convertisseur paramétrique

Fig. 3-16 Influence du bruit de pompe en fonction du signal d'entrée

$$\frac{e_{pk}}{E_p} = 1/100$$

$\frac{b_e}{E_2} = \frac{\text{bruit de pompe}}{\text{signal}}$  (à l'entrée)



a été modifiée en changeant le circuit d'excitation de pompe (fig. 3-15). La résistance  $r_p$  est alors de l'ordre de 10 ohms.

### Mesure du rapport bruit-signal.

La profondeur d'excitation est de nouveau réglée à  $m = 0,29$ , à l'aide d'une polarisation  $V_0 = 0,6$  Volt, sur chaque diode et une amplitude de pompe de  $E_p = 245$  m V<sub>eff</sub>.

Après avoir réalisé l'équilibre du pont et l'accord, en injectant un signal à basse fréquence, nous superposons à l'excitation de pompe, une sinusoïde  $e_{pk}$  de 2,45 m V<sub>eff</sub>. Il apparaît, à la démodulation, un battement  $b_s$  de 100 Hz lorsqu'on applique sur le convertisseur une tension continue  $E_2$ . La tension  $b_s$  représente donc le bruit de sortie à la fréquence  $\Omega_k/2\pi$  (puisque  $\omega_2 = 0$ ), qui provient de la conversion erratique du signal continu  $E_2$ , par la raie de bruit de pompe  $e_{pk}$ . Sur la figure (3-15), on relève l'amplitude  $b_e$  d'un signal d'entrée à 100 Hz, qui donne la même déviation efficace à la sortie que  $b_s$ .

Nous avons relevé sur la courbe (3-16) le rapport bruit/signal ramené à l'entrée, après avoir ajusté la phase  $\psi$  pour obtenir le bruit minimal.

Nous constatons que  $\frac{b_e}{E_2}$  est relativement indépendant de la tension signal  $E_2$ . La valeur mesurée  $\frac{b_e}{E_2}$ , la plus en rapport avec l'hypothèse des petits signaux est :  $2 \times 10^{-3}$

### Vérification théorique.

Il s'agit de vérifier la formule (2.100) puisque nous avons réglé la phase à la valeur  $\psi_0$  (2.99). En fait ici, seules les raies  $V_{4H}$ ,  $V_{3B}$  et  $V_{3H}$  sont produites puisque nous avons injecté une seule raie  $e_{pk}$ .

Par contre pour un signal  $E_2$  de fréquence nulle, les raies  $\omega_2 + \Omega_k$  et  $\omega_2 - \Omega_k$  ajoutent leur puissance. Le bruit de sortie  $b_s$  est

$$b_s \text{ eff} = Q_1 \frac{E_2}{4} \cdot \frac{e_{pk}}{E_p} \left[ \sqrt{B_0^2 Q_0^2 + (1+B_1)^2} - \sqrt{B_0^2 Q_0^2 + (B_1-1)^2} \right]$$

avec la condition (2.99)

$$\text{tg} \psi_0 = \frac{2 B_0 Q_0 B_1}{1 + B_0^2 Q_0^2 - B_1^2}$$

Par contre le signal démodulé "S" est :

$$S = Q_1 E_2 \cos \left( \psi_0 + \frac{\pi}{2} \right) \cos \omega_2 t$$

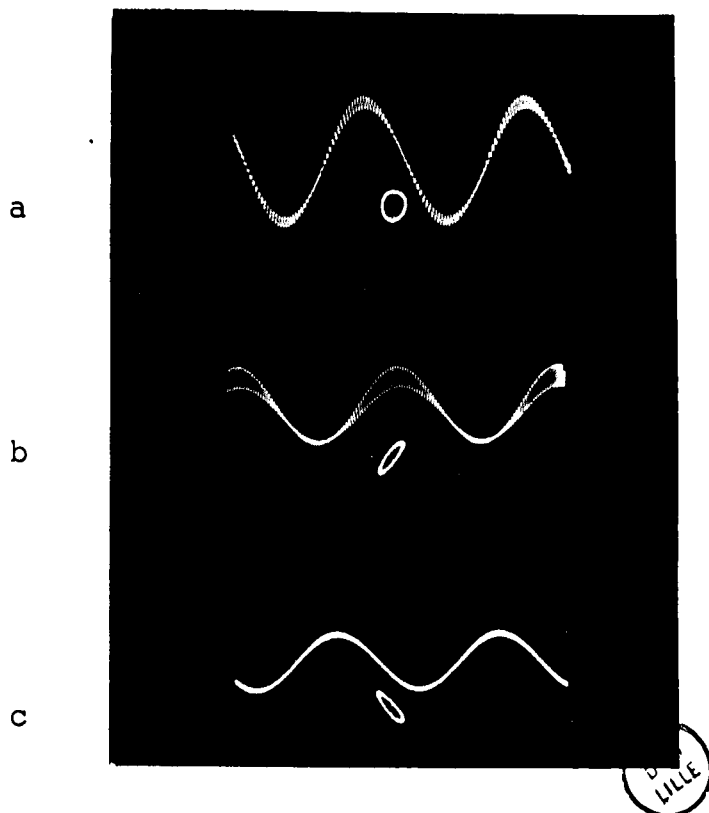


Fig. 3.17 - Influence de la phase du démodulateur synchrone sur le bruit de pompe.

Les coefficients  $B_0$ ,  $B_1$  sont relevés sur les courbes (2-14 A) et (2-14 B) pour  $m = 0,3$  et  $V_0/A = 1$ , ce qui donne :

$$B_0 = 0,1$$

$$B_1 = 1,15$$

Avec  $r_p = 10 \Omega$ , nous avons  $Q_0 = 26,9$  (tableau 3-6) :

$$Q_0 = \frac{C_0 \omega_1}{g_{1T}} = 26,9$$

Ce qui donne :

$$\psi_0 = 111^\circ$$

Le signal de sortie S n'est donc pas sensiblement diminué, et nous obtenons :

$$\frac{b_s}{S} = \frac{b_e}{E_2} = 0,2 \quad \frac{e_{pk}}{E_p} = 2 \cdot 10^{-3}$$

Cette valeur théorique coïncide avec la valeur expérimentale, relevée sur la figure (3-16). Dans cet exemple, en partant d'un rapport bruit-signal de  $1/100$  ( $e_{pk}/E_p$ ) sur la pompe, nous obtenons rapport bruit/signal à la sortie, réduit à  $2/1000$ , par calage approprié de la phase de démodulateur.

### 3.232 - Influence de la phase du démodulateur

Pour visualiser l'influence de la phase  $\psi$  sur le rapport signal-bruit en sortie, nous avons appliqué sur le convertisseur à  $1,078 \text{ MHz}$ , un signal sinusoïdal de  $10 \text{ Hz}$  et nous avons mélangé, à l'excitation de pompe, une sinusoïde plus faible, décalée de  $100 \text{ Hz}$  par rapport à  $f_1$ .

La photographie de la figure (3-17) représente le signal de sortie après démodulation synchrone et un Lissajou entre les excitations du convertisseur et du démodulateur.

Sur la figure (3-17 a) l'angle  $\psi_0$  est légèrement inférieur à  $\frac{\pi}{2}$ . Le signal est presque maximal mais le bruit est fort.

En décalant la phase,  $\psi_0 = 111^\circ$ , l'amplitude du signal ne diminue pas trop mais le bruit est très atténué (fig. 3-17c).

Enfin, pour un angle  $\psi_0$  très inférieur à  $\frac{\pi}{2}$ , le signal est diminué, mais le bruit est accru.

Sur ces photos, on vérifie bien que l'amplitude du bruit est proportionnelle au signal instantané. En fait, le bruit ne s'annule pas au zéro du signal, sur ces photos, car l'amplificateur T.B.F., connecté à la sortie du démodulateur, déphase différemment le bruit et le signal.

Fig. 3.18 Facteur de bruit du convertisseur paramétrique

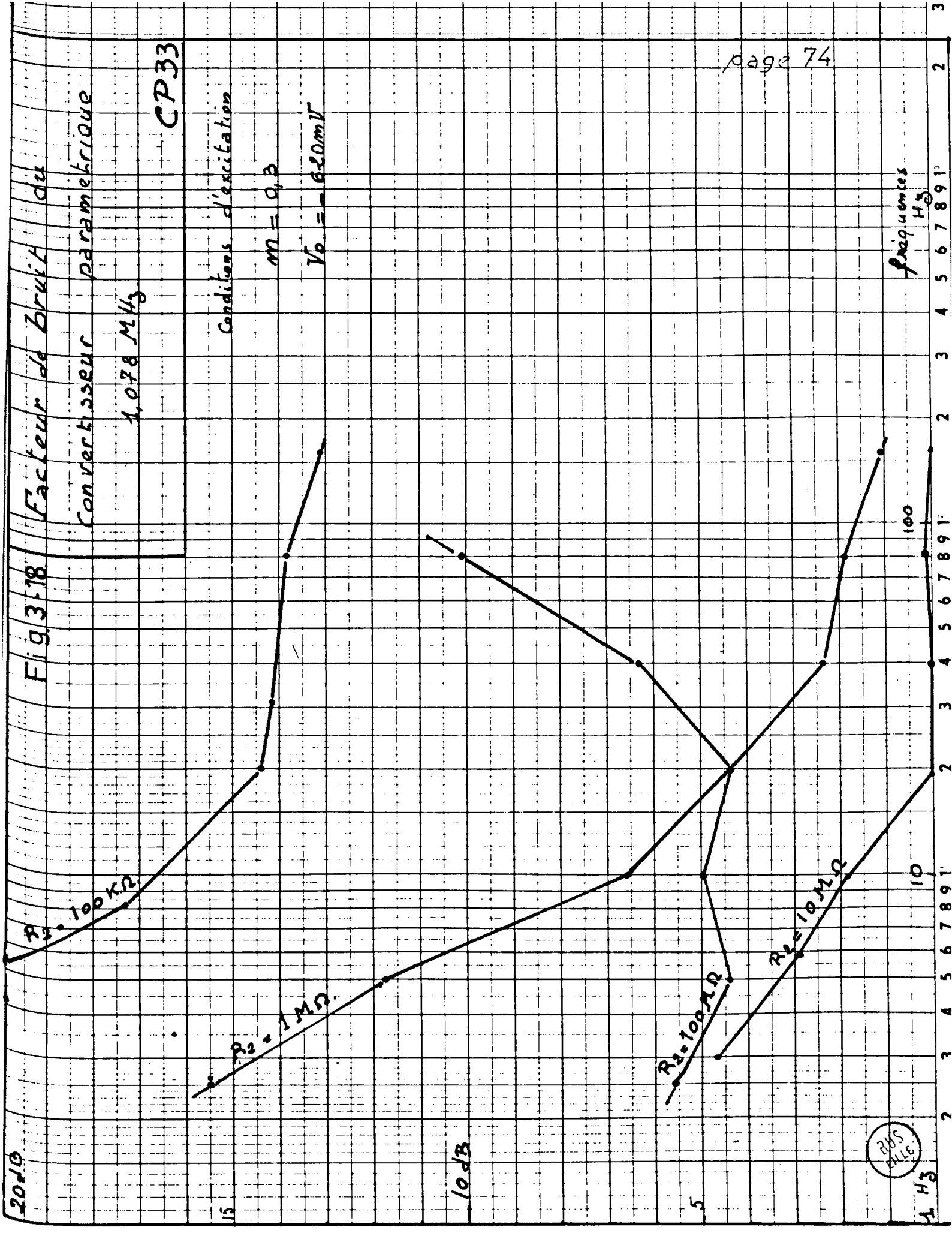
CP33

1.078 MHz

Conditions d'excitation

$m = 0,3$

$V_0 = 60 \text{ mV}$



fréquences Hz



1 Hz

10

100

2 3 4 5 6 7 8 9 10

40 dB

Fig 3.19

Facteur de bruit  
Convertisseur paramétrique  
1,078 MW<sub>3</sub>

30

$R_2 = 100 \text{ k}\Omega$

$R_2 = 10 \text{ M}\Omega$

$R_2 = 1 \text{ M}\Omega$

20

10 dB

$R_2 = 1 \text{ M}\Omega$

page 75

Conditions d'excitation

$m = 0,43$

$V_0 = 3,74 \text{ V}_{eff}$

fréquences

100

10

1

2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100



### 3.24- Mesure du facteur de bruit réel

Dans les paragraphes précédents, nous avons vérifié la formule du facteur de bruit à l'aide de sources fictives de bruit. Dans ce qui suit, nous avons mesuré le bruit réel par la méthode du doublage, de l'amplificateur global (fig. 2-3) "convertisseur-démodulateur". Les résultats sont donc valables pour un préamplificateur sismique utilisant ce principe. La figure (3-18) donne l'évolution d'un facteur de bruit réel du convertisseur à 1,078 MHz pour l'excitation et la polarisation.

$$m = 0,3$$

$$V_o = -620 \text{ m V}$$

Dans la figure (3-19) l'excitation "m" n'a pas été augmentée beaucoup, mais la polarisation a été multipliée par cinq :

$$m = 0,43$$

$$V_o = -3,74$$

Les conclusions que l'on peut tirer de ces courbes sont les suivantes :

1) le bruit de scintillation de la jonction apporte une contribution prépondérante aux fréquences basses lorsque la résistance de source  $R_2$  est faible (courbe 100 K $\Omega$ , et 1 M $\Omega$  de la figure 3-18). Ces courbes obéissent bien à la loi du facteur de bruit (2-77). En particulier, le facteur de bruit à 5 Hz, par exemple, est amélioré de 7 dB environ lorsque la résistance de source est décuplée. La formule (2.77) prévoit 10 dB d'amélioration, seulement dans le cas où la contribution "haute fréquence" est négligeable.

2) La contribution du bruit à hautes fréquences de la jonction se fait sentir, comme prévoit la théorie, lorsque la fréquence d'analyse est suffisamment élevée pour que le bruit en  $1/f$  soit négligeable. La contribution du bruit, à hautes fréquences, est prépondérante lorsque la résistance de la source est très élevée (courbe 100 M $\Omega$  sur la figure (3-18)). La remontée de cette dernière courbe, lorsque la fréquence d'analyse s'élève est due à la fréquence de coupure basse du convertisseur pour  $R_2 = 100 \text{ M}\Omega$ . Nous avons calculé la formule approchée de la contribution H. F. du facteur de bruit, en dehors de la bande passante :

$$F_{HF} \# \frac{1}{2} \cdot \frac{G'_o - 1}{g_{2T}} \cdot \frac{g_{2T}^2}{C_1^2} \cdot \frac{1}{1^2} \left[ 1 + \frac{(C_o + \Gamma_d)^2 \omega_1^2}{g_{2T}^2} \cdot x^2 + 4 \frac{(C_o + \Gamma_d)^4 \omega_1^4}{g_{1T}^2 \cdot g_{2T}^2} \cdot x^4 \right]$$

Si le bruit H. F. agissait seul, une remontée de 3dB du facteur de bruit se ferait sentir pour :

$$x = \frac{\Omega_{2S}}{\omega_1} = \frac{(G_o + g_2)(C_o + \Gamma_d)}{C_o \Gamma_d \omega_1} = \frac{f_o}{f_1}$$

soit pour  $R_2 = 100 \text{ M}\Omega$ ,  $f_0 = 7,4 \text{ Hz}$ . En fait la remontée a lieu vers  $30 \text{ Hz}$ .

3) En comparant les figures (3-18) et (3-19), nous constatons que le facteur de bruit augmente lorsque la polarisation inverse augmente. C'est ce que laisse prévoir la formule théorique du facteur de bruit de la jonction (formule 2.64 lorsque  $I$  tend vers  $-I_0$ ) due à VAN DER ZIEL.

#### 4) Résistance optimale de source

Nous savons théoriquement qu'il existe une conductance optimale de source donnant le meilleur facteur de bruit. Le minimum de la formule (2.77) est donné pour :

$$g_2 = G_0 \left[ 1 + 2 \frac{C_1^2 \cdot 1^2}{G_0 G'_0 \left[ 1 + \frac{4Q_2^2}{1+Q_2^2} \right]} \cdot \frac{2(f)}{1(f)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Cette conductance optimale est une fonction lente de la fréquence d'analyse, car  $\Theta_2(f)$  a une allure hyperbolique. Sur la figure (3-18), le facteur de bruit minimal a lieu pour  $R_2 = 10 \text{ M}\Omega$ .

Nous constatons que le bruit de scintillation de la jonction n'apparaît plus au-delà de  $20 \text{ Hz}$ . Cette dernière courbe montre l'amélioration obtenue sur le facteur de bruit lorsqu'on utilise un convertisseur capacitif, au lieu d'un amplificateur classique spécialement conçu pour obtenir un bon facteur de bruit (fig. 4-3)

#### 4. - REALISATION D'UN PREAMPLIFICATEUR SISMIQUE.

Dans ce chapitre, nous comparons trois types de préamplificateurs sismiques que nous avons réalisés :

- l'amplificateur R. C. à basse fréquence.
- le convertisseur à conductance positive
- le convertisseur à capacité.

Nous exposons, tout d'abord, les qualités exigées d'un équipement sismique moderne au point de vue du bruit et de l'information.

##### 4.1- CARACTERISTIQUES D'UN AMPLIFICATEUR SISMIQUE.

Un appareil d'enregistrement pour la prospection sismique comprend, en général, 24 voies identiques. Cet équipement doit être léger, portable et alimenté par batteries. Ces exigences justifient l'emploi des semiconducteurs.

La première qualité que doit posséder un amplificateur sismique est une large dynamique d'entrée, par exemple 100 dB, et un moyen pour comprimer cette dynamique dans 20, 40 ou 60 dB, à fin d'enregistrement ou de mise en mémoire.

Cette large dynamique est justifiée par la dynamique propre du signal sismique (30 à 40 dB) à laquelle s'ajoutent la variance du rendement de l'explosif ( $\pm 10$  dB), la dynamique de l'onde superficielle parasitaire (+ 20 dB au-dessus des premières arrivées sismiques). La figure 4-1 représente l'évolution de ces niveaux, dans le temps.

Le bruit naturel du terrain avant le tir, est pris, ici comme niveau de référence, car il constitue la précision ultime avec laquelle le signal sismique est connu lorsque l'on élimine ou réduit suffisamment les autres sources d'imprécision : le bruit de l'amplificateur, et la distorsion harmonique H provoquée, non pas, par le signal sismique pur, mais par l'onde superficielle.

Chaque sismogramme débite ainsi une certaine quantité d'information sismique  $Q_s$ , par seconde, qui s'exprime en fonction de la valeur quadratique moyenne S du signal sismique à chaque instant, et des puissances des perturbations aléatoires N + H que l'on ne peut éliminer.

Par exemple, le bruit de terrain N est totalement indépendant du tir et limite la quantité d'information. Par contre le "bruit" sismique provoqué par le tir (onde de surface, réflexions multiples) ne limite pas théoriquement la précision puisqu'il constitue en partie le signal sismique. Les harmoniques H ne limitent pas théoriquement la précision ultime, puisqu'elles sont corrélées avec l'onde sismique. Une correction de linéarité par courbure inverse, permet théoriquement de les éliminer. Pratiquement, la limitation de bande passante du géophone empêche une telle amélioration, et ces harmoniques constituent, en fait, une imprécision aléatoire.

Il est à noter que le filtrage linéaire du bruit, (filtre en fréquence, filtre en éventail, mélange des traces, corrélation, déconvolution, etc...) n'augmente pas la quantité d'information contenue dans le sismogramme. Ces procédés, mettent cependant le sismogramme sous forme facilitant la décision de détection des réflexions sismiques.

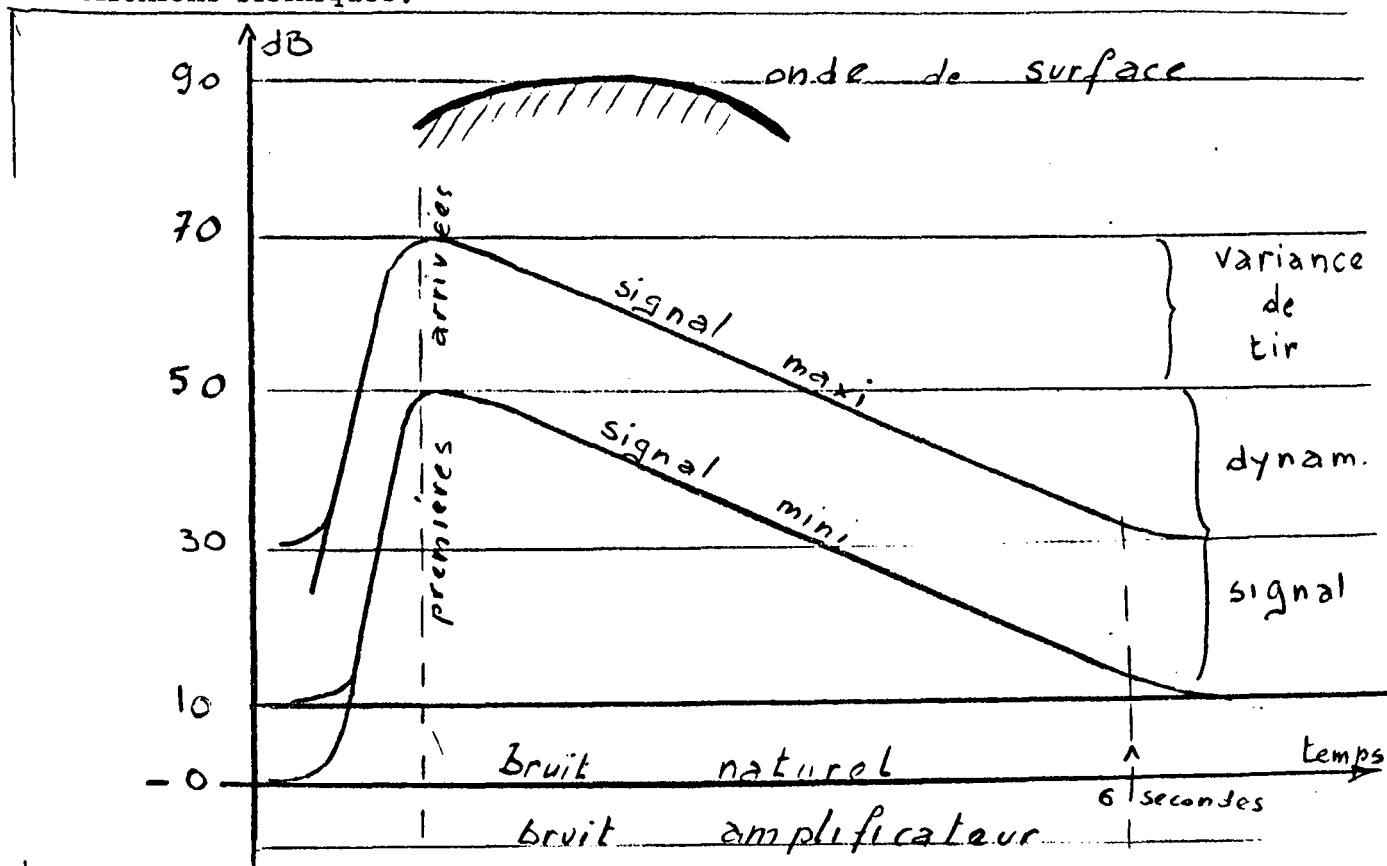


Fig. 4-1. Niveau d'énergie à l'entrée d'un amplificateur sismique après le tir.

Nous avons calculé la quantité d'information débitée par seconde (dans une bande  $W$ ) par un sismogramme constitué par les arrivées distribuées, à la Poisson, d'ondes de RICKERT, de fréquence principale  $f_m$ ,  $S$  représente alors, la valeur quadratique du signal sismique, supposé d'amplitudes non décroissantes :

$$Q_s = W \text{ Log } \left[ \frac{16}{3\pi} \cdot \frac{S}{N+H} \cdot \left( \frac{W}{f_m} \right)^4 \exp \left( -3 - \frac{2}{3} \left( \frac{W}{f_m} \right)^2 \right) \right] \quad (4.1)$$

Cette relation va nous permettre de préciser sur un exemple les qualités que doit posséder un amplificateur sismique moderne.

La figure (4-2) représente une chaîne d'enregistrement magnétique des données sismiques sous forme numérique.

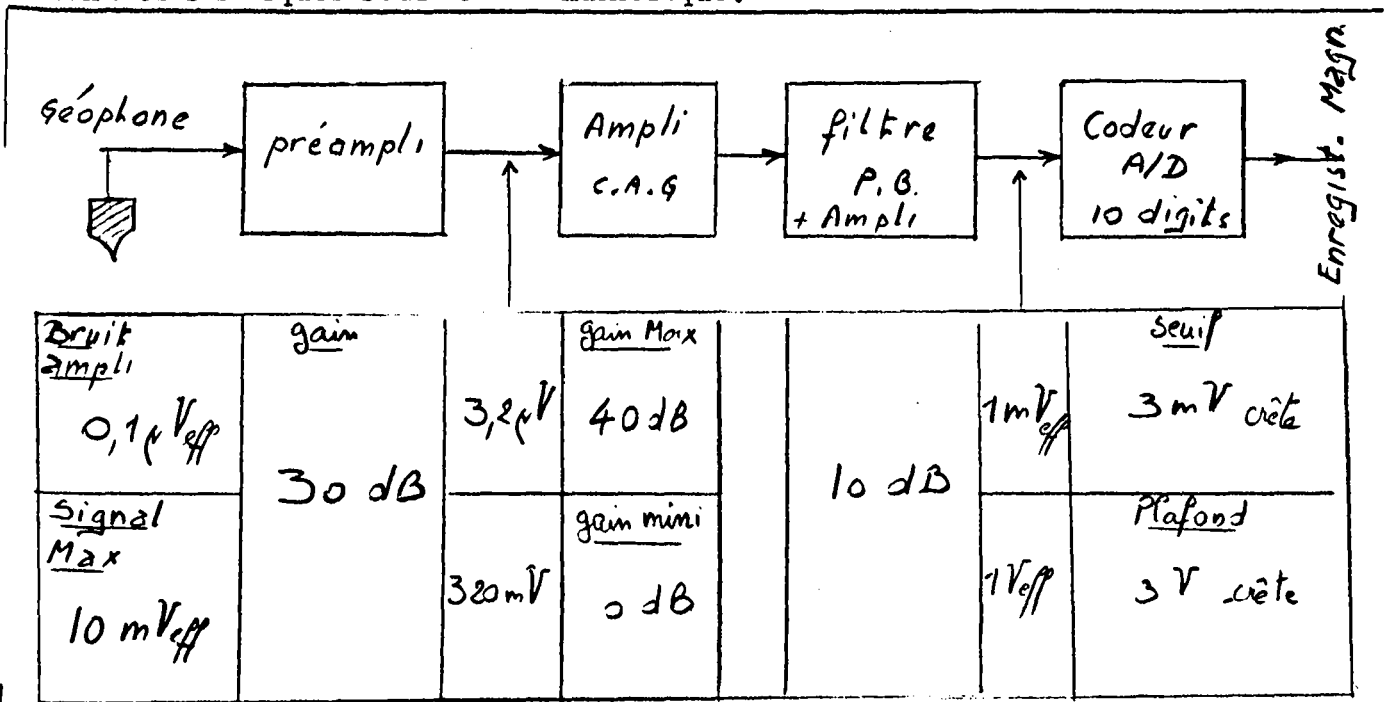


Fig. 4-2 Gain par étage dans un amplificateur sismique.

Les signaux issus du préamplificateur, et de l'amplificateur à gain commandé sont convertis en impulsions binaires à l'aide d'un codeur à 1000 niveaux toutes les millisecondes. La capacité du codeur est de  $10^4$  bits/seconde, et permet donc le codage, sans perte d'information d'un sismogramme de capacité  $Q_s$  inférieure.

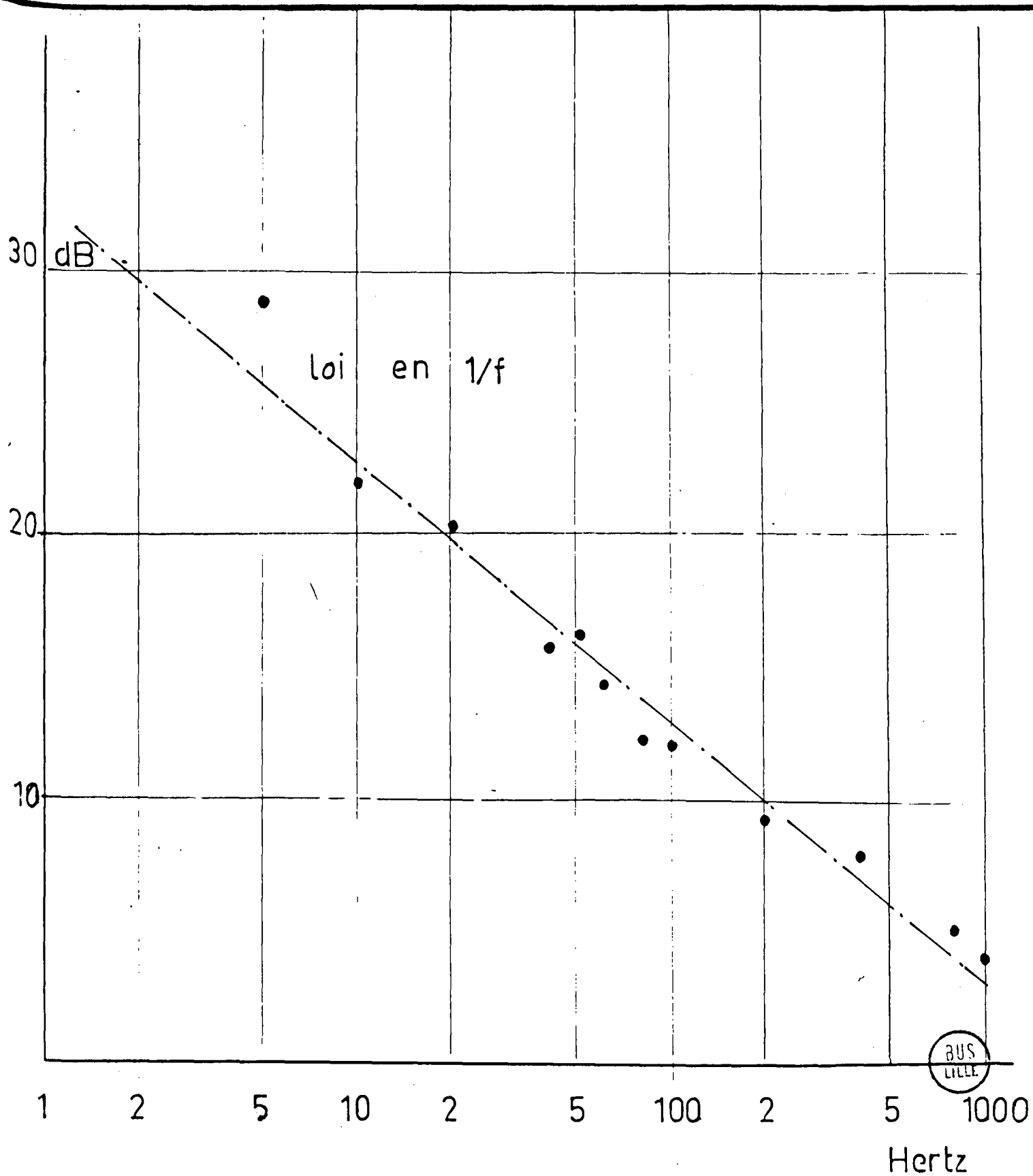
La formule (4-1) montre qu'un amplificateur de bande passante  $W=500\text{Hz}$  et possédant un taux de distorsion inférieur à  $10^{-3}$  pour le signal maximal ( $S/N + H = 10^{-6}$ ) est capable de transmettre des ondes de RICKERT à hautes fréquences ( $f_m = 150\text{Hz}$ ) avec une capacité de  $7 \times 10^3$  bits/s (réf. 1).

Ce très faible taux de distorsion, ne peut être obtenu qu'en réduisant (au besoin par des atténuateurs) le signal sismique issu des géophones. Par conséquent, pour garder une dynamique de 100 dB (fig. 4-1), le facteur de bruit de l'amplificateur doit être le plus proche possible de zéro décibel.

Si l'on excepte le bruit anormal, la réduction du bruit jusqu'à sa limite thermodynamique est possible, théoriquement, aux fréquences très basses, alors qu'elle ne l'est pas dans la gamme des hyperfréquences. En effet, H. HEFFNER (réf. 27) a montré que le principe d'incertitude appliqué à un amplificateur idéal sans bruit, se matérialise par l'addition, à l'entrée, d'un bruit blanc fictif. Le facteur de bruit minimal possible est alors :

$$\frac{T_n}{T} = \left(1 - \frac{1}{G}\right) \frac{h}{K} f$$

Fig 4-3 Facteur de bruit — amplificateur T.B.F.



BUS  
LILLE

G étant le gain, h la constante de PLANCK, et K la constante de BOLTZMANN,  $f$  la fréquence.

La valeur donnée par cette formule est négligeable dans la gamme des fréquences sismiques.

Dans les trois amplificateurs sismiques étudiés ci-dessous, nous avons cherché à réduire le bruit anormal, responsable de la limite pratique du facteur de bruit.

#### 4.2- AMPLIFICATEUR R-C, à FAIBLE BRUIT

Cet amplificateur à transistors, (fig. 3-2) ne possède pas une dynamique supérieure à 80 dB, pour un taux de distorsion de  $10^{-2}$ .

Nous avons cherché à réduire le bruit de scintillation, suivant le principe expérimenté par W.K VOLKERS et N.N. PEDERSEN (réf. 18) en sous alimentant les transistors. Malheureusement, nous réduisons ainsi le signal maximal admissible :

On établit dans un transistor à faible bruit, 2 N 148, un courant d'émetteur, aussi faible que dix microampères, et une tension de collecteur-base aussi petite que 200 mV. La charge du premier transistor (fig. 3-2), est la jonction base du transistor suivant. Pour éviter la dérive du point de fonctionnement, très sensible à la température, dans les transistors sous alimentés, nous avons réalisé deux contre-réactions à courant continu.

L'impédance d'entrée de cet amplificateur est  $24 K\Omega$ , la bande a été limitée à  $2 H_z$  et le gain en tension est 7000. Le facteur de bruit élémentaire a été relevé sur la figure 4-3. On constate que le bruit de scintillation en  $1/f$ , s'étend jusqu'à  $2000 H_z$ .

Le facteur de bruit global dans la bande sismique 1 à  $200 H_z$  est donc :

$$\Phi_1^{200} = \frac{F_0 f_0}{f_H f_B} \text{Log} \frac{f_H}{N f_B} \quad (4-2)$$

D'après la figure 4-3, relevée avec une résistance de source de  $10 K\Omega$  nous avons :

$$F_0 = 12,6 \text{ pour } f_0 = 10 H_z ; f_H = 200 \text{ et } f_B = 1$$

$$\Phi = 3,34 \text{ soit } 5,24 \text{ dB}$$

Ce facteur de bruit est très bon, pour un amplificateur à basses fréquences. Si nous nous contentions de passer  $2H_z$  au lieu de  $1H_z$  le facteur de bruit diminuerait de 1,6 dB.

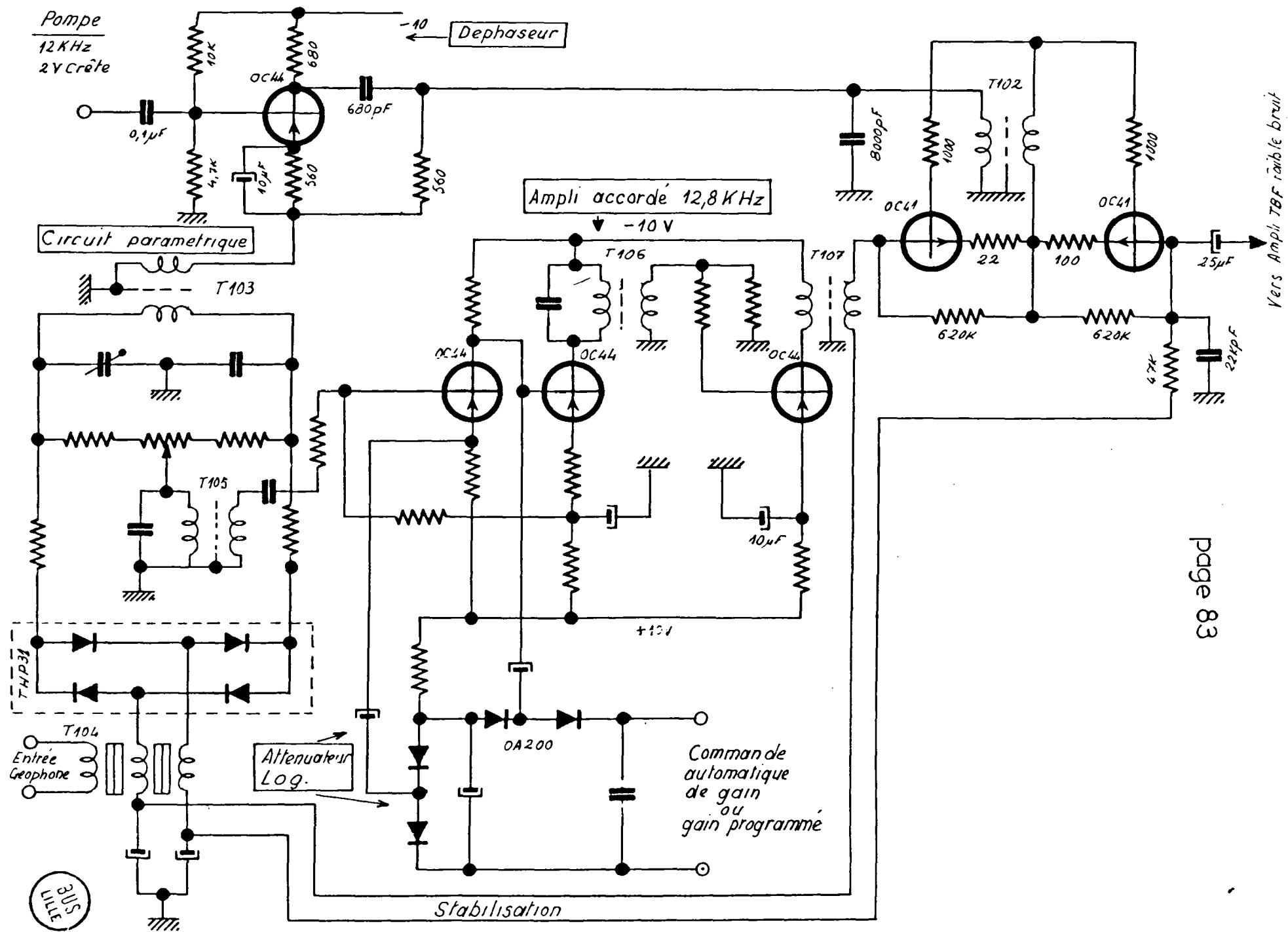
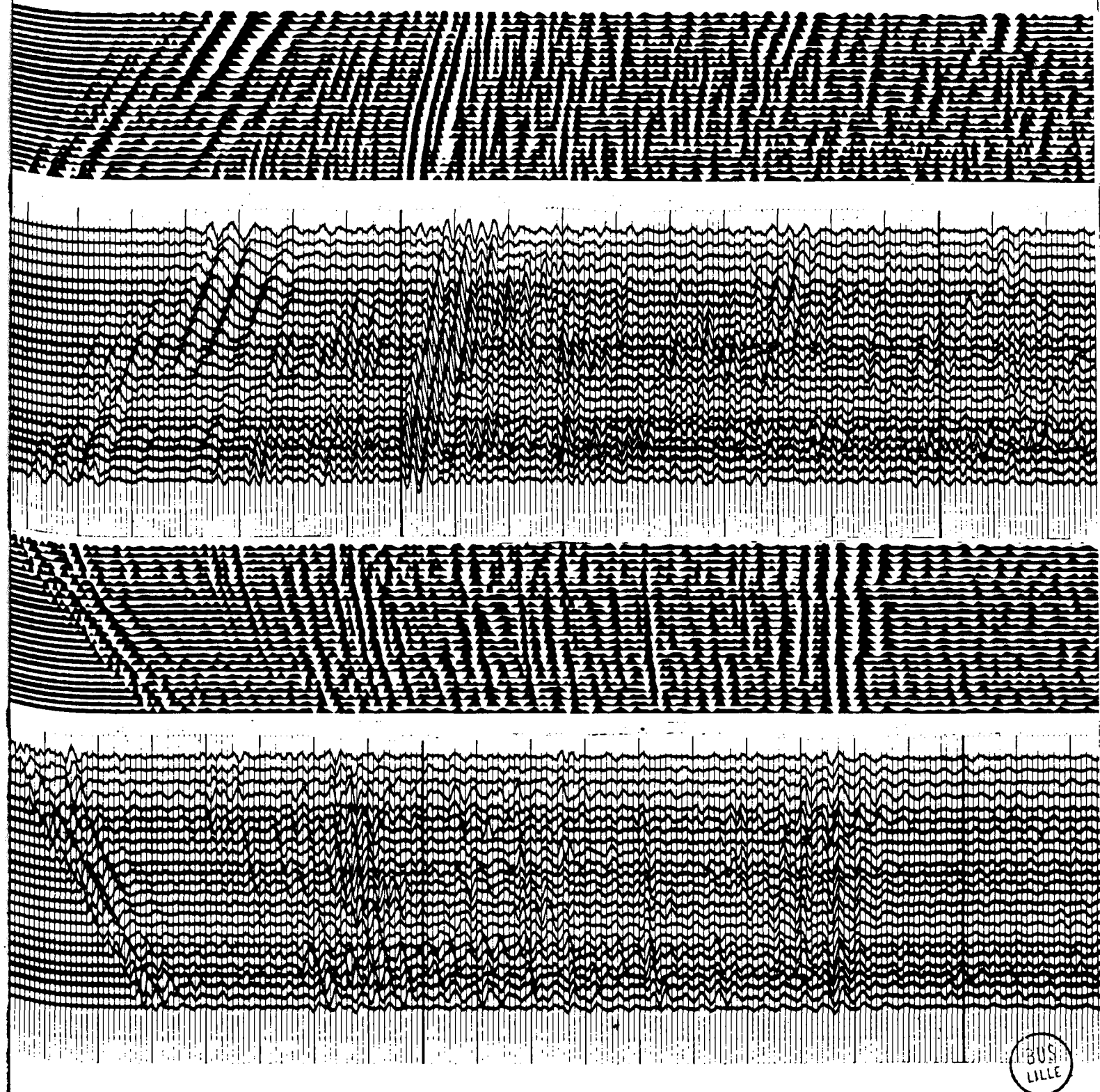


FIGURE 4-4 | pré-amplificateur sismique utilisant un convertisseur à conductance positive





BUS  
LILLE

Fig. 4-6

#### 4.3.- CONVERTISSEUR A CONDUCTANCE POSITIVE.

Nous avons réalisé un amplificateur sismique (réf. 24) suivant le principe de la figure (2-3), en utilisant, à l'entrée un convertisseur paramétrique à résistance positive, c'est-à-dire un modulateur en anneau, à grande sensibilité (réf. 25) La figure (4-4) montre que ce modulateur est suivi d'un amplificateur accordé à 12,8 KHz, puis d'un démodulateur synchrone, excité en phase.

Comme dans tout amplificateur sismique, il existe un atténuateur logarithmique de gain (réf. 26) commandé soit par une tension programme variable en six secondes, soit par le signal de sortie redressé, pour réaliser une commande automatique de gain. L'impédance d'entrée est de 3000 ohms, la bande passante s'étend de 2 Hz à 200 Hz.

Le signal maximal admissible, pour une distorsion inférieure à  $10^{-2}$  est de 25 mV<sub>eff</sub>.

Le bruit a été estimé sur l'enregistrement photographique d'un signal faible de 3  $\mu$  V<sub>eff</sub>, à 20 Hz (fig. 4-5) issu d'une source de 3,2 K $\Omega$ . La valeur efficace du bruit a été prise à 1/6 de sa valeur crête à crête. Elle a été trouvée égale à 0,25  $\mu$  V<sub>eff</sub> pour une bande effective mesurée de 174 Hz, ce qui donne un facteur de bruit de 8,4 dB.

Ce convertisseur ne possède pas un meilleur facteur de bruit que l'amplificateur spécial R.C. décrit au paragraphe 4.2. Par contre, sa dynamique est de 100 dB.

Le bénéfice de la transposition en fréquence est perdu par l'affaiblissement que provoque le modulateur à résistance positive. En fait, les transistors utilisés dans ce convertisseur, sont des transistors OC 44 peu coûteux, non triés en bruit.

La figure 4-6 montre deux sismogrammes de 24 traces obtenus dans deux bassins sédimentaires différents. On remarque la bonne qualité du caractère des réflexions.

#### 4.4.- PREAMPLIFICATEUR SISMIQUE A CONVERTISSEUR CAPACITIF.

Ce convertisseur capacitif suivi d'un démodulateur synchrone a fait l'objet de mesure de bruit au paragraphe 3-2. Le schéma expérimental est représenté sur la figure 3.4.

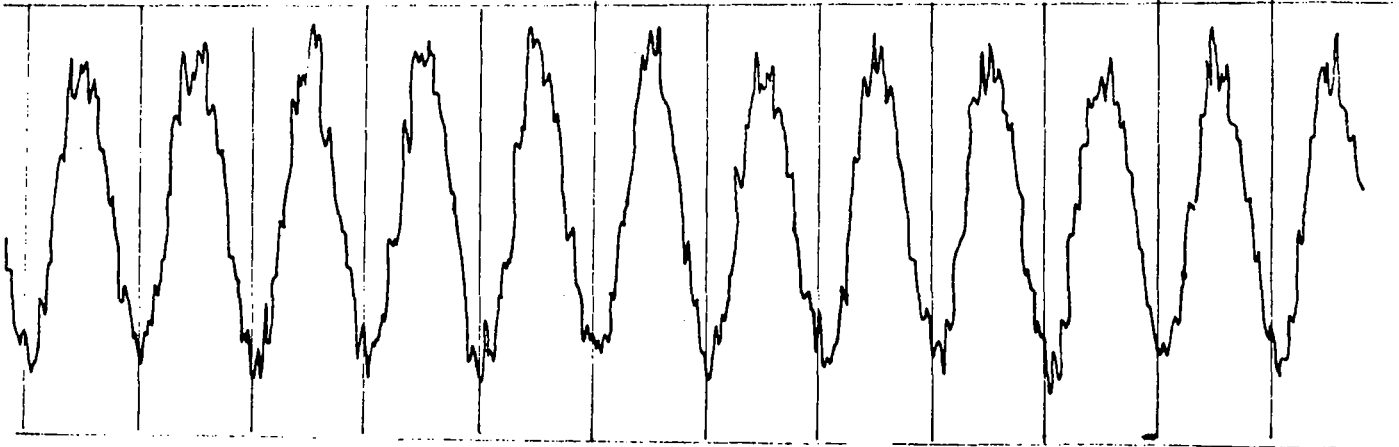
Sur une résistance de source de 10 M $\Omega$ , un tel convertisseur possède un excellent facteur de bruit comme le montre la figure (3-18). En particulier le bruit anormal est négligeable au-delà de 20 Hz. En dessous de cette fréquence le spectre en  $1/f$  a pour formule :

$$F = \frac{F_0 f_0}{f} \quad (4.2)$$

avec  $F_0 = 1,41$  pour  $f_0 = 10$  Hz

CONVERTISSEUR A CONDUCTANCE POSITIVE

Fig. 4-5



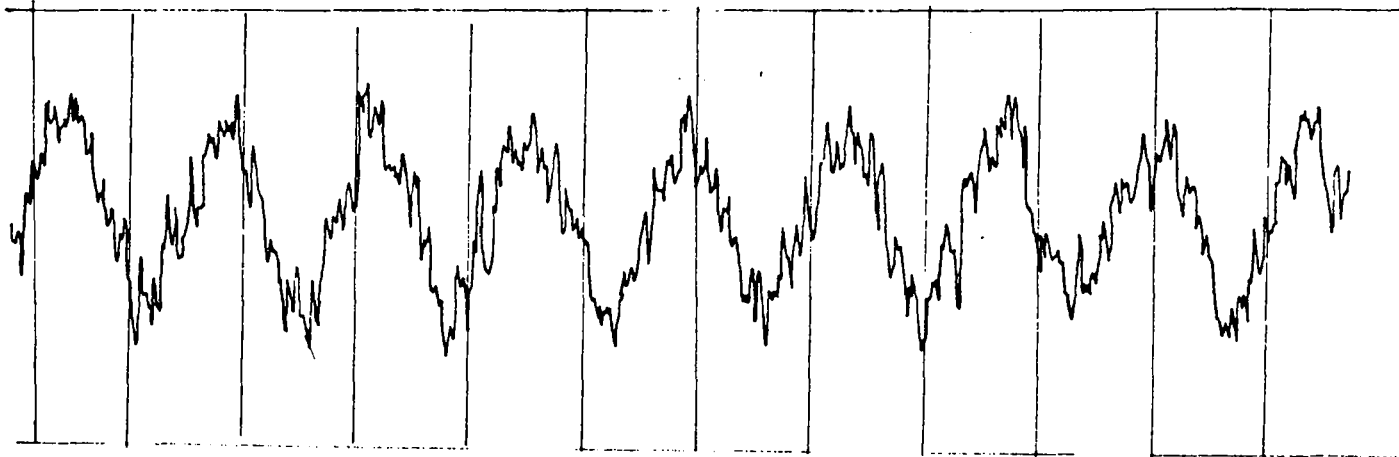
$$S = 3 \mu V$$

$$R_2 = 10 \Omega$$

$$B_{eff} = 174 \text{ Hz}$$

CONVERTISSEUR CAPACITIF

Fig. 4-7

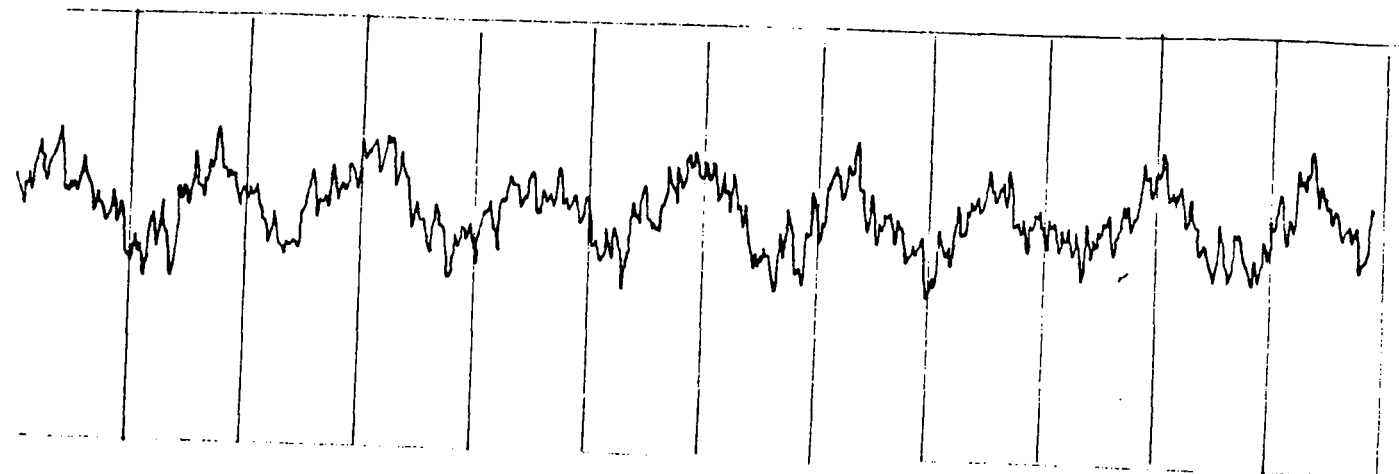


$$S = 0,4 \mu V$$

$$R_2 = 1 \text{ K}\Omega$$

$$B_{effectif} = 389 \text{ Hz}$$

Fig. 4-8



$$S = 0,15 \mu V$$

$$R_2 = 10 \Omega$$

$$B_{eff} = 389 \text{ Hz}$$

Le facteur de bruit dans la bande, calculé par la formule (4.2) est égal à 1,212 soit 0,84 dB.

Remarquons que ce facteur de bruit est celui de toute la chaîne d'amplification.

1. Dans une première version ce préamplificateur sismique a été utilisé pour amplifier les signaux issus d'un géophone classique à basse impédance.

Afin de profiter de la haute impédance d'entrée, nous avons interposé un transformateur, d'inductance primaire 80 Henrys, de rapport élévateur 18. Dans cette réalisation la dynamique obtenue est 100 dB pour un taux de distorsion de  $10^{-3}$ .

Le niveau du bruit a été relevé directement en appliquant le critère de 1/6 de la valeur crête à crête à partir d'enregistrement de signaux faibles, pour différentes résistances de source:  $R_2$ .

La figure 4-7 montre la sortie d'un signal de 15 Hz de niveau  $0,4 \mu V_{eff}$  issu d'une source de  $1 K\Omega$ . Le bruit mesuré est alors de  $0,084 \mu V_{eff}$ .

La figure 4-8 correspond à un signal de  $0,15 \mu V_{eff}$  issu d'une source de 10 ohms. Le bruit mesuré est de  $0,057 \mu V_{eff}$ .

La figure 4-9 donne l'allure du facteur de bruit mesuré pour diverses résistances de source.

Cette méthode de mesure assez peu précise, montre que le facteur de bruit passe par un minimum très faible. On mesure ainsi 0,34 dB pour une résistance de source de  $32 K\Omega$ . La bande passante effective, planimétrée, est de 389 Hz pour les mesures des figures 4-7, 4-8 et 4-9.

~~2. Dans une seconde version le préamplificateur sismique est connecté sans transformateur, à un géophone piézoélectrique. La résistance très élevée du géophone est alors diminuée par une contre-réaction globale pour obtenir la résistance optimale de bruit. Cette contre-réaction a pour effet supplémentaire de stabiliser et de réduire la distorsion. On espère ainsi accroître la dynamique.~~

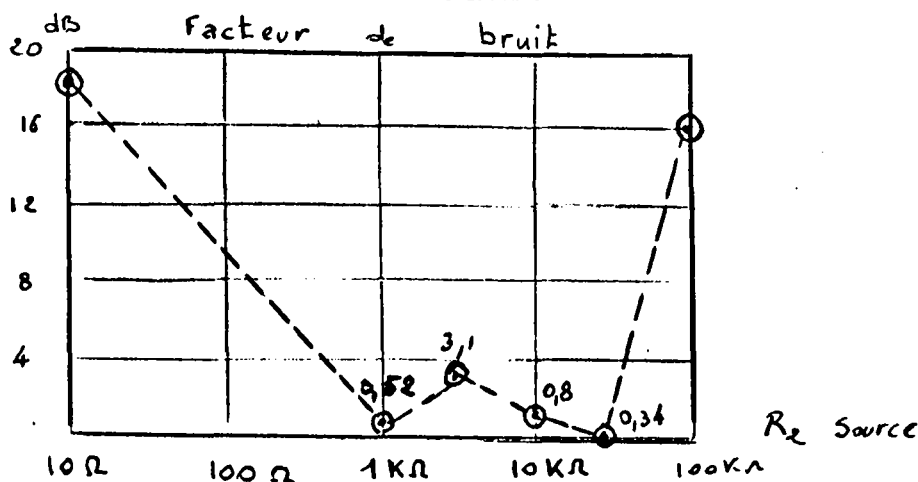


Fig. 4-9 : Bruit d'un préamplificateur sismique à convertisseur capacitif, avec transformateur d'entrée.

## 5. CONCLUSION

Les méthodes modernes de filtrage, utilisées par le géophysicien pour interpréter plus aisément le message sismique, exigent, de plus en plus, de conserver la capacité d'information du sismogramme, trop souvent réduite par la dynamique de l'amplificateur.

Les résultats expérimentaux obtenus, sur trois types d'amplificateurs à très basses fréquences, montrent que le convertisseur paramétrique capacitif possède le meilleur facteur de bruit. De ce fait, son emploi dans les préamplificateurs sismiques, permettrait une extension de la dynamique d'entrée.

Nous avons mis en évidence que le convertisseur capacitif ne produit pas sensiblement de bruit normal dès que la nonlinéarité capacitive, ou l'excitation de pompe sont suffisantes. Il résulte de nos mesures que le bruit de scintillation, engendré dans la jonction, bien que réduit par le choix d'une source optimale, limite en fait, l'amélioration théorique possible. En ce sens le géophone piezo-électrique est mieux adapté que le géophone à réluctance variable suivi d'un transformateur élévateur.

La réalisation de convertisseur paramétrique pour signaux à très basse fréquence bénéficiera dans l'avenir de la fabrication annoncée par certain laboratoire (1963) de diodes paramétriques pratiquement exemptes de bruit de scintillation.

Nous avons montré que la réduction de l'influence du bruit de pompe était possible si le circuit oscillant paramétrique est suffisamment surtendu et, si l'on fait suivre le convertisseur d'un démodulateur synchrone calé en quadrature sur la pompe.

La conversion paramétrique représente, actuellement le moyen le plus efficace pour réduire le bruit des amplificateurs de signaux à fréquences très basses.

Enfin, la conversion paramétrique que nous proposons constitue une méthode nouvelle pour mesurer le facteur de bruit anormal des jonctions très peu conductives.

- BIBLIOGRAPHIE -

---

1. BARRET (J.P.) "Codage numérique de l'information sismique"  
Rapport intérieur 1962 - Institut Français du Pétrole.
2. MANLEY (J.H.) et ROWE (H.E.) "Some général properties of non linear element"  
Part I : General energy relation - Proc. Inst. Radio. Engrs., U. S. A. July 1956  
Part II : Small signal theory - Proc. Inst. Radio. Engrs., U.S.A. May 1958
3. BARRET (J.P.) "Contribution à l'étude du facteur de bruit des convertisseurs paramétriques pour les signaux à très basses fréquences"  
C.R. Acad. Sci., Fr. 1963, t. 256, p. 106-108,
4. BARRET (J.P.) "Sur un nouveau principe de commande automatique de gain à grande dynamique, permettant des variations de gain à vitesses indépendantes du niveau d'entrée.  
C.R. Acad. Sci., Fr., 1962, t. 255, p. 85-87.
5. DESOER (C.A.) "Transmission through a linear varying parameter containing a periodically operated switch"  
I.R.E. Wescon Recort Part 2, 1958, p.34.
6. BOLLEE (B.) et de VRIES (G.) "Expérience dans le domaine de l'amplification paramétrique"  
Rev. tech. Philips, Pays-Bas, t.21, p. 180.
7. RICHARD-FOY (R.) - Mesure des courants faibles.  
Onde Electr., Fr., Avril 1961, n° 409.
8. DACHERT (F.) "Théorie de l'amplification paramétrique à diodes"  
Ann. Radioélectr., Fr., tome XV, Avril 1960, n°60.
9. ANDERSON (D.R.) et LEON (B.J.) "Analysis of circuit containing a variable capacitance diodes"  
I.R.E. Intern-Convention Rec. U.S.A., 1961, part 4, p. 182-190
10. PENFIELD (P.) "Frequency-power formulas"  
John Wiley et sons Inc., New York.
11. PANTELL (R.H.) General relations ships for positive and negative non linear resistive elements.  
Proc. Inst. Radio Engrs., U.S.A., 46-12, 1910-1913 (1958).

12. SHELTON (R.D.) et KENNEY (J.G.) "Damaging effects of radiation on electronic components"  
Nucleonics : Vol 14 (1956) n°9, pp. 66-69
13. VASSEUR (J.P.) "Propriétés et applications des transistors"  
Société Française de Documentation électronique - Paris -
14. BODE (H.W.) "Network analysis and feedback amplifier design"  
Van Nostrand - N. Y.
15. VAN DER ZIEL "Theory of shot noise in junction diodes and junction transistors"  
Proc. Inst. Radio. Engrs., U.S.A., 1955, p. 1639
16. FIRLE (T.E.) et WINSTON (H.) "Noise measurement in semiconductors at very low-frequencies"  
J. appl. Phys., U.S.A., Vol. 26 , n°6 (June 1955)
17. MASON (W.P.) "Piezoelectric crystals and their application to Ultrasonic"  
Van Nostrand C<sup>ie</sup>, New York.
18. VOLKERS (W.K.) et PEDERSEN (N.N.) "The hushed transistor amplifier"  
Teletech. dec. 1955.
19. HAUS (H.A.) et ADLER (R.B.) "Circuit theory of linear noisy networks"  
John Wiley and Sons N.Y., 1959.
20. GRIVET (P.) BLAQUIERE (A.) "Cours d'électronique. IV. Le bruit de fond"  
Masson et C<sup>ie</sup>.
21. JAHNKE (E.) EMDE (F.) "Table of functions"  
Dover publications - New York.
22. SENSIPER (S.) WEGLEIN (R.D.) "Capacitance and charge coefficients for parametric diode devices"  
Proc. Inst. Radio. Engrs., U.S.A. August 1959, p. 1482-83
23. GOLDMANN (S.) "Frequency analysis, modulation and Noise"  
Mc Graw-Hill Company N.Y. , 1948.
24. BARRET (J.P.) "Le Sismistor, laboratoire magnétique sismique à transistor"  
Rapport Institut Français du Pétrole, réf, 8565, Juin 1963.
25. BARRET (J.P.) "Modulateur d'amplitude de haute sensibilité insensible aux variations de température"  
Brevet français P.V. 818-401.

26. BARRET (J.P.) -"Atténuateur logarithmique à diodes peu sensible aux variations de température et à large gamme d'atténuation".  
Brevet français P.V., 836-918.
27. HEFFNER (H.) -"The fundamental noise limit of linear amplification"  
Proc. Inst. Radio. Engers., U.S.A.



## ANNEXE A1

## Equation matricielle de la conversion paramétrique.

Sur la figure (2-1), le dipôle non linéaire AB, constitué par une capacité variable  $c(t)$  et une conductance parallèle variable  $g(t)$ , est parcouru par un courant instantané  $i(t)$ , lorsqu'une tension signal  $u(t)$  est appliquée à ses bornes.

$$i(t) = g(t) \times u(t) + \frac{d}{dt} [c(t) \times u(t)] \quad (\text{A1.1})$$

En régime établi de l'excitation de pompe sinusoïdale,  $c(t)$  et  $g(t)$  admettent un développement en série complexe de FOURIER.

$$\begin{aligned} g(t) &= \dots + G_2^* e^{-2j\omega_1 t} + G_1^* e^{-j\omega_1 t} + G_0 + G_1 e^{+j\omega_1 t} + G_2 e^{+2j\omega_1 t} + \dots \\ c(t) &= \dots + C_2 e^{-2j\omega_1 t} + C_1 e^{-j\omega_1 t} + C_0 + C_1 e^{+j\omega_1 t} + C_2 e^{+2j\omega_1 t} + \dots \end{aligned} \quad (\text{A1.2})$$

Soient  $j_2(t)$ ,  $j_3(t)$  et  $j_4(t)$  des sources de courant cissoïdaux, aux fréquences complexes respectives  $p$ ,  $p + j\omega_1$ ,  $p^* + j\omega_1$  avec  $p = \sigma + j\omega_2$  la fréquence complexe basse.

Nous posons:

$$\begin{aligned} j_2(t) &= J_2 e^{pt} + J_2^* e^{p^* t} \\ j_3(t) &= J_3 e^{(p^* + j\omega_1)t} + J_3^* e^{(p - j\omega_1)t} \\ j_4(t) &= J_4 e^{(p + j\omega_1)t} + J_4^* e^{(p^* - j\omega_1)t} \end{aligned} \quad (\text{A1.3})$$

A cause des deux filtres  $Y_2$  et  $Y_u$ , il se développe une tension cissoïdale  $v_2(t)$  aux bornes de  $Y_2(p)$  ainsi que  $v_3(t)$  et  $v_4(t)$  aux bornes de  $Y_u$  qui prend les valeurs  $Y_3(p^* + j\omega_1)$  et  $Y_4(p + j\omega_1)$

$$\begin{aligned}
 v_2(t) &= V_2 e^{pt} + V_2^* e^{p^*t} \\
 v_3(t) &= V_3 e^{(p^*+j\omega_1)t} + V_3^* e^{(p-j\omega_1)t} \\
 v_4(t) &= V_4 e^{(p+j\omega_1)t} + V_4^* e^{(p^*-j\omega_1)t}
 \end{aligned}
 \tag{A1.4}$$

A ces mêmes fréquences complexes, correspondent les tensions  $u_2(t)$ ,  $u_3(t)$  et  $u_4(t)$  sur le dipôle AB et nous avons :

$$\begin{bmatrix} U_2 \\ U_3^* \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_2 \\ V_3^* \\ V_4 \end{bmatrix}
 \tag{A1.5}$$

Par suite de la relation (A1.1),  $i(t)$  admet un développement en série complexe de FOURNIER, à double infinité :

$$\begin{aligned}
 i(t) = \dots + I_4 e^{(p^*-j\omega_1)t} + I_3^* e^{(p-j\omega_1)t} + I_2^* e^{pt} \\
 \dots + I_4 e^{(p+j\omega_1)t} + I_3 e^{(p+j\omega_1)t} + I_2 e^{pt}
 \end{aligned}
 \tag{A1.6}$$

Pour chaque fréquence complexe, nous appliquons les relations de KIRCHOFF :

$$\begin{bmatrix} I_2 \\ I_3^* \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_2 \\ J_3^* \\ J_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Y_2(p) V_2 \\ Y_3(p^*+j\omega_1) V_3^* \\ Y_4(p+j\omega_1) V_4 \end{bmatrix}
 \tag{A1.7}$$

En portant (A1.2) dans (A1.1) et en identifiant avec (A1.7), nous obtenons:

$$(A1.8) \quad \begin{bmatrix} I_2 \\ I_3^* \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_0 + C_0 p & G_1 + C_1 p & G_1^* + C_1^* p \\ G_1^* + C_1^* (p-j\omega_1) & G_0 + C_0 (p-j\omega_1) & G_2^* + C_2^* (p-j\omega_1) \\ G_1 + C_1 (p+j\omega_1) & G_2 + C_2 (p+j\omega_1) & G_0 + C_0 (p+j\omega_1) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_2 \\ V_3^* \\ V_4 \end{bmatrix}$$

En portant (A1.5) dans (A1.8) et en reportant le résultat dans (A1.7) nous obtenons la relation matricielle (2.5);

## ANNEXE A2

Condition suffisante de stabilité.

Les coefficients du déterminant (2-45) sont :

$$A_0 = (1-k)(1+k-h)$$

$$A_1 = 2a + b - ah - bk^2$$

$$A_2 = 4 + a^2 + 2ab - 3h + 2hk - 2k^2$$

$$A_3 = 4a + (4 + a^2)b - ah - 2bk^2$$

$$A_4 = a^2 + 4ab + hk - k^2$$

$$A_5 = b(a^2 - k^2)$$

(A2.1)

On calcule les mineurs suivants :

$$B_0 = A_2 - \frac{A_0 A_3}{A_1}$$

$$B_2 = A_4 - \frac{A_0 A_5}{A_1}$$

$$B_1 = B_2 - \frac{B_0 A_5}{B_1}$$

$$C_0 = B_2 - \frac{B_0 A_5}{B_1}$$

(A2.2)

Le système est stable si les coefficients  $A_0, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$   
 $B_0, B_1$  et  $C_0$  sont positifs. Nous supposons remplies les conditions (2.42)  
 et (2.44).

$$0 < b \ll a < 1$$

$$0 < k < 1$$

$$0 < h < 2$$

(A2.3)

Ce qui donne :

$$A_0 = (1-k)(1+k-h)$$

$$A_1 = a(2-h)$$

$$A_2 = 4 + a^2 - 3h + 2hk - 2k^2$$

$$A_3 = a(4 - h)$$

$$A_4 = a^2 + hk - k^2$$

$$A_5 = b(a^2 - k^2)$$

(A.2.3)

Le système étant stable pour  $h = k = 0$  (circuit passif), nous chercherons les limites qui rendent négatifs les neufs coefficients de ROUTH

$$\text{Avec les conditions :} \quad 0 < k < a < 1 \quad (\text{A2.5})$$

$$0 < h < 1 + a < 2 \quad (\text{A2.6})$$

1. -  $A_0, A_1, A_3$  et  $A_5$  sont positifs;  $A_2$  qui s'écrit :

$A_2 = 2 + a^2 - h + 2A_0$  est positif;  $A_4$  est un trinôme en  $k$  qui reste positif pour les valeurs positives de  $k$  inférieures à  $\frac{h}{2} + a\sqrt{1 + \frac{h^2}{4a^2}}$ . Cette valeur n'est jamais atteinte par " $k$ " quel que soit " $h$ " puisque " $k$ " reste inférieur à " $a$ ".

2. - Signe de  $B_0$

$(2 - h)B_0 = h^2(2 - k) - h(5 - k^2 + a^2) + 4 + a^2$   $B_0$  est positif quel que soit  $k$  pour  $h = 0$

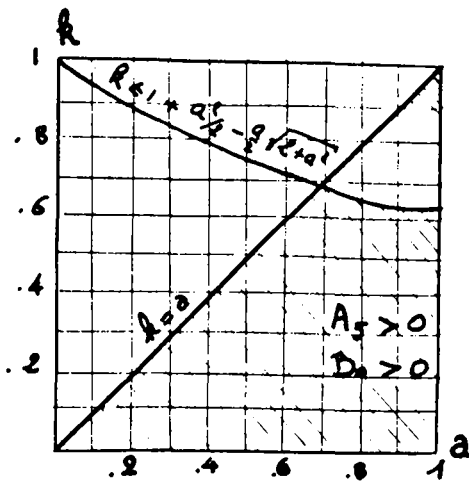
Etudions le signe de  $dB_0/dh$ , dans l'intervalle :  $0 < h < 1 + k$

$B'_0 = -dB_0/dh = 2h(2 - k) - 5 - (a^2 - k^2)$ .  $B'_0$  est négatif pour  $h = 0$  et  $h = 1 + k$ , donc  $B_0$  décroît. Son signe est donné par sa valeur pour  $h = 1 + k$

$B_0(h = 1 + k) = 1 - k(2 + a^2) + k^2$  est positif si

$$k \leq 1 + \frac{a^2}{2} - \frac{a}{2}\sqrt{2 + a^2} \quad (\text{A5.7})$$

En conclusion, (A5.5) et (A5.7) définissent la zone hachurée (figure ci-après) où nous avons à la fois  $A_5 > 0$  et  $B_0 > 0$ . Cette zone définit les limites du paramètre " $k$ " qui ne doit pas dépasser " $a$ " et rester pratiquement



Pour  $a < 0,69$  nous obtenons la condi-  
2.46 ( $k < a$ )

$$3. - \text{Signe de } B_1 = A_3 - \frac{A_1 B_2}{B_0}$$

Pour  $h_{\max} = 1 + k$ , nous avons :

$$A_0 = 0$$

$$A_3 = a(3-k)$$

$$A_1 = a(1-k)$$

$$A_4 = a^2 + k$$

$$A_2 = 1 + a^2 - k$$

$$A_5 = b(a^2 - k^2)$$

et  $B_1 (h = 1 + k) = \frac{a}{A_2} [3 + 2a^2 - 5k + 2k^2]$  qui est toujours positif pour  $k < a$

Pour  $h$  quelconque, inférieur à  $h_{\max}$

nous avons :

$$B_1 = \frac{A_1 A_2 A_3 - A_1^2 A_4 - A_0 A_3^2 + A_0 A_1 A_5}{A_1 A_2 - A_0 A_3}$$

Comme  $b$  n'intervient que dans  $A_5$ , il suffit d'établir que  $B_1$  est positif pour  $b = 0$  ( $A_5 = 0$ )

$$B_1 (b = 0) \text{ s'écrit : } 4k^2 - 4hk + \beta$$

$$\text{avec } \beta = 16 + 4a^2 - 2h(2 + a^2) + 13h^2 - 2h^3$$

Signe de  $\beta$  : On vérifie que  $\beta(h = 0)$  est positif. Par contre  $\frac{d\beta}{dh} = 2 [-12a^2 + 13h - 3h^2]$  change de signe pour :  $h_0 = \frac{13 \pm \sqrt{25 - 12a^2}}{6}$

En reportant cette valeur dans  $\beta$  on vérifie que  $\beta$  est positif pour  $a < 1$

4. - Signe de  $C_0$

$$C_0 = A_4 - A_5 \left[ \frac{A_0}{A_1} + \frac{A_1 A_2 - A_0 A_3}{A_1 A_2 A_3 - A_0 A_3^2 + A_1^2 A_4 + A_0 A_1 A_5} \right]$$

Si  $b$  est suffisamment faible (voir hypothèse 2.42),  $C_0$  est positif. Le cas limite a lieu pour  $h = 1 + k$  (gain maximum) dans ce cas ( $A_0 = 0$ )

$$C_0 = \frac{A_4(A_2A_3 - A_1A_4) - A_5A_2^2}{A_2A_3 - A_1A_4}$$

On vérifie que  $A_2 A_3 - A_1 A_4$  est positif pour  $k < a$ .

La limite maximale que peut prendre  $b/a$  pour que  $C_0$  reste positif se déduit de :

$$\frac{b}{a} \leq \frac{(a^2+k)(3+2a^2-5k+2k^2)}{(a^2-k^2)(1+a^2-k)^2}$$

En remplaçant les valeurs de  $k$  par ses bornes qui rendent le deuxième terme minimal ( $k=0$  ou  $k=a$ ) nous obtenons :

$$\frac{b}{a} < \frac{3-5a+4a^2}{(1+a^2)^2}$$

Le minimum de  $3-5a+4a^2$  a lieu pour  $a = 5/8$

D'où une condition suffisante pour que  $C_0$  soit positif :

$$\frac{b}{a} < 0,36 < \frac{3-5a+4a^2}{(1+a^2)^2} < \frac{(a^2+k)(3+2a^2-5k+2k^2)}{(a^2-k^2)(1+a^2-k)^2}$$

## ANNEXE A3

Sélectivité du convertisseur paramétrique pour les signaux à très basses fréquences, après démodulation synchrone.

Nous établissons une formule générale de la sélectivité pour le convertisseur paramétrique à quatre fréquences, lorsque la phase du démodulateur est ajustée pour rendre le gain maximal aux fréquences très basses ( $\omega_2 = 0$ ).

Pour écrire l'équation (2.51), nous avons posé:

$$Z_{42} = \frac{V_4}{J_2} = |Z_{42}| e^{+j\varphi_{42}} \quad (\text{A3-1})$$

$$Z_{32} = \frac{V_3^*}{J_2} = |Z_{32}| e^{+j\varphi_{32}}$$

remarquons que la phase de la sinusoïde réelle  $v_3(t)$  est  $(-\varphi_{32})$ . Les deux raies latérales, avant démodulation, sont :

$$\begin{aligned} v_4(t) &= |Z_{42}| J_2 \cos [(\omega_1 + \omega_2)t + \varphi_{42}] \\ v_3(t) &= |Z_{32}| \cdot J_2 \cos [(\omega_1 - \omega_2) - \varphi_{32}] \end{aligned} \quad (\text{A3.2})$$

La démodulation synchrone consiste à multiplier la somme des sinusoïdes ci-dessus par l'excitation de pompe décalée en phase de  $\psi$ , soit  $\cos(\omega_1 t + \psi)$ . Le signal démodulé  $V_d$ , à basse fréquence, est obtenu, après filtrage :

$$\begin{aligned} V_d(t) &= |Z_{42}| \cdot J_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_{42} - \psi) \\ &+ |Z_{32}| \cdot J_2 \cos(\omega_2 t - \varphi_{32} + \psi) \end{aligned} \quad (\text{A3.3})$$

Soit, en puissance réduite :

$$V_d^2 = J_2^2 \left[ |Z_{42}|^2 + |Z_{32}|^2 + |Z_{42}| \cdot |Z_{32}| \cos (\varphi_{42} - \varphi_{32} - 2\psi) \right] \quad (\text{A3.4})$$

La sélectivité en puissance,  $\sigma$  est définie comme le rapport de  $V_d^2$  à la tension  $V_{do}^2$  obtenue pour le signal à fréquence nulle ( $\omega_2 = 0$ ) :

$$V_{do} = 2 |Z_{10}| J_2 \cos (\varphi_{10} - \psi) \quad (\text{A3.5})$$

$Z_{10} e^{+j\varphi_{10}}$  étant la valeur prise par  $Z_{42}$  et  $Z_{32}$  (A3.1) pour  $f_2 = 0$ .

Lorsque  $\psi$  est réglée à  $\varphi_{10}$  pour rendre  $V_{do}$  maximal, la sélectivité s'écrit :

$$= \frac{V_d^2}{V_{do}^2} = \frac{1}{2} \left\{ \left| \frac{Z_{42}}{Z_{10}} \right|^2 + \left| \frac{Z_{32}}{Z_{10}} \right|^2 + 2 \left| \frac{Z_{42}}{Z_{10}} \right| \left| \frac{Z_{32}}{Z_{10}} \right| \cos \left[ (\varphi_{42} - \varphi_{10}) - (\varphi_{32} + \varphi_{10}) \right] \right\} \quad (\text{A3.6})$$

$\sigma$  est, donc, le module d'une somme vectorielle :

$$\sigma = \frac{1}{2} \left| \frac{Z_{42}}{Z_{10}} + \frac{Z_{32}}{Z_{10}^*} \right|^2 \quad (\text{A3.7})$$

Cas du convertisseur capacitif chargé par une inductance L, accordé sur la fréquence  $f_1$ , à la capacité moyenne  $C_0$ . Pour calculer  $Z_{42}$ ,  $Z_{32}$  et  $Z_{10}$  de (A3.7) en fonction de la fréquence relative  $x = \frac{f_2}{f_1}$ , il est commode de partir de la matrice (2.34) en remplaçant  $s$  par  $jx$  et  $d$  par  $1 - \frac{a^2}{4}$ , puisque le désaccord est nul ( $\varphi=0$ ).

Nous avons :

$$\begin{aligned} \frac{Z_{42}}{Z_{10}} &= \frac{(1+x)}{\Delta} \cdot \frac{a + j \left[ k(1-x) + x \frac{2-x}{1-x} \right]}{(a + jk)} \cdot b (a^2 - k^2) \\ \frac{Z_{32}}{Z_{10}^*} &= \frac{(1-x)}{\Delta} \cdot \frac{a + j \left[ x \frac{2+x}{1+x} - k(1+x) \right]}{(a - jk)} \cdot b (a^2 - k^2) \end{aligned} \quad (\text{A3.8})$$

$\Delta$  est le déterminant de (2.34)



$$\frac{\Delta}{(C_0 + \Gamma_d) C_0^2 \omega_1^2} = b(a^2 - k^2) + x^2 \left[ k^2 b - 4b \frac{1 - \frac{x^2}{4}}{1 - x^2} - 4a \frac{1 - \frac{x^2}{2}}{1 - x^2} + ak \right] \quad (A3.9)$$

$$+ jx \left[ a^2 - k^2 + hk + x^2 \left( k^2 - 4 \frac{1 - \frac{x^2}{4}}{1 - x^2} + 4ab \frac{1 - \frac{x^2}{2}}{1 - x^2} - hk + 3h \frac{1 - \frac{x^2}{3}}{1 - x^2} \right) \right]$$

Nous voyons que la sélectivité n'est pas une fonction simple de la fréquence. Elle dépend particulièrement des coefficients de réaction  $h$  et  $k$  (formule 2-35) et (2.36). La formule approchée (2.58) a été obtenue en négligeant dans (A3.8) et (A3.9) les termes d'ordre supérieur à  $x^2$ .

## ANNEXE A4

Facteurs de bruit du réseau avant et après démodulation synchrone.

1. - Avant démodulation

Pour une source de conductance  $g_2$  (fig. 2-5) le bruit théorique d'entrée est équivalent à un courant de bruit  $J_{2Th}^2 = 4 KT df g_2$ . Ce courant donne naissance à deux raies dont les tensions efficaces sont:

$$V_{4Th} = |Z_{42}| J_{2Th} \text{ à la fréquence } f_1 + \Omega_m/2\pi \quad (A4.1)$$

$$V_{3Th} = |Z_{32}| J_{2Th} \text{ à la fréquence } f_1 - \Omega_m/2\pi$$

En fait le bruit observé, à la sortie, sur la fréquence  $f_1 + f_2$  provient, premièrement, de la conversion de la raie  $J_{2B}$  (formule 2.6) engendré dans la source et dans la jonction à la fréquence  $f_2$ , deuxièmement, de l'injection directe de la raie de bruit  $J_{4B}$  (2.70) engendré dans la jonction à la fréquence  $f_1 + \Omega_m/2\pi$ , troisièmement, de l'intermodulation de la raie de bruit  $J_{3B}$  (2.71) engendré dans la jonction à la fréquence  $f_1 - \Omega_m/2\pi$

Ces trois raies sont indépendantes et les puissances, dans la bande  $df$ , à la fréquence  $f_1 + \frac{\Omega_m}{2\pi}$  s'ajoutent.

Le facteur de bruit est :

$$F_4 = \frac{|Z_{42}|^2 \overline{J_{2B}^2} + |Z_{43}|^2 \overline{J_{3B}^2} + |Z_{44}|^2 \overline{J_{4B}^2}}{4 KTdf g_2 |Z_{42}|^2}$$

ce qui donne la formule (2.72).

2. - Après démodulation.

Lorsqu'il y a démodulation synchrone, il faut tenir compte des trois phases aléatoires  $\varphi_k$ ,  $\varphi_m$  et  $\varphi_n$ . (formule (2.69), (2.70), (2.71)).

La tension de bruit, basse fréquence, après démodulation est :

$$\begin{aligned}
 V_{dB}(t) = & |Z_{42}| J_{2B} \cos[\Omega_m t + \varphi_{42} - \psi + \varphi_k] \\
 & + |Z_{32}| J_{2B} \cos[\Omega_m t + \varphi_{32} + \psi + \varphi_k] \\
 & + |Z_{33}| J_{3B} \cos[\Omega_m t + \varphi_{33} + \psi - \varphi_n] \\
 & + |Z_{43}| J_{3B} \cos[\Omega_m t + \varphi_{43} - \psi - \varphi_n] \\
 & + |Z_{44}| J_{4B} \cos[\Omega_m t + \varphi_{44} - \psi + \varphi_m] \\
 & + |Z_{34}| J_{4B} \cos[\Omega_m t + \varphi_{34} + \psi + \varphi_m]
 \end{aligned} \tag{A4.3}$$

Dans cette formule, les angles  $\varphi_{a,b}$  sont les arguments des fonctions de transfert  $Z_{a,b}$  de la matrice (2.51). Evidemment, le bruit théorique de la conductance de source,  $J_{2Th}$  subit la même modulation - démodulation que  $J_{2B}$  (formule A4.3)

Le facteur de bruit après démodulation  $F_d$  est :

$$\begin{aligned}
 F_d = & 1 + \frac{G_o \theta_2}{g_{2T}} + \frac{G'_o \theta_3}{g_{2T}} \cdot \frac{|Z_{33}|^2 + |Z_{43}|^2 + 2|Z_{33}| \cdot |Z_{43}| \cos(\varphi_{43} - \varphi_{33} - 2\psi)}{|Z_{42}|^2 + |Z_{32}|^2 + 2|Z_{42}| \cdot |Z_{32}| \cos(\varphi_{42} - \varphi_{32} - 2\psi)} \\
 & + \frac{G'_o \theta_4}{g_{2T}} \cdot \frac{|Z_{44}|^2 + |Z_{34}|^2 + 2|Z_{44}| \cdot |Z_{34}| \cos(\varphi_{44} - \varphi_{34} - 2\psi)}{|Z_{42}|^2 + |Z_{32}|^2 + 2|Z_{42}| \cdot |Z_{32}| \cos(\varphi_{42} - \varphi_{32} - 2\psi)}
 \end{aligned}$$

Lorsque la phase  $\psi$  du démodulateur est ajustée pour donner le signal maximal à la fréquence  $f_2 = 0$  le facteur de bruit, pour les fréquences dans la bande ( $\Omega_k \ll f_1$ ), est donné par la formule (2.75)

Pour établir (2.75) nous avons utilisé la même somme vectorielle explicitée en annexe A3.

## ANNEXE A5

Calcul des coefficients  $C_0$ ,  $C_1$  et  $C_2$  de conversion normale et des coefficients  $B_0$ ,  $B_1$  et  $B_2$  de conversion erratique.

Calcul des matrices de conversion erratique d'un signal :

Les coefficients  $C_{nc} = C_n + \Delta C_{ns}$  et  $C_{ns} = C_n + \Delta C_{nc}$  du développement (2.85), se calculent par les formules de FOURIER (2.87). Dans ces formules, nous posons :

$$y = \theta + \psi$$

et

$$f(y) = \frac{C_{ob}}{\left(1 + \frac{V_o}{A}\right)^{\frac{1}{2}} (1 + M \cos y)^{\frac{1}{2}}} \left[ 1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{V_o}{A}\right) (1 + M \cos y)} \right] \quad (A5.1)$$

Nous avons :

$$C_{nc} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi + \psi}^{+\pi + \psi} dy \cdot f(y) \cos (ny - n\psi)$$

$$C_{ns} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi + \psi}^{+\pi + \psi} dy \cdot f(y) \sin (ny - n\psi) \quad (A5.2)$$

$\psi(t)$  étant un infiniment petit (formule 2.82 bis), les approximations  $\cos n\psi = 1$  et  $\sin n\psi = n\psi$  sont légitimes si le rang de l'harmonique n'est pas trop élevé.

$$C_{nc} = \frac{1}{2} \int_{-\pi + \psi}^{+\pi + \psi} dy \cdot f(y) \cos ny + \frac{n\psi}{2\pi} \int_{-\pi + \psi}^{+\pi + \psi} dy \cdot f(y) \sin ny$$

$$C_{ns} = \frac{1}{2} \int_{-\pi + \psi}^{+\pi + \psi} dy \cdot f(y) \sin ny - \frac{n\psi}{2\pi} \int_{-\pi + \psi}^{+\pi + \psi} dy \cdot f(y) \cos ny \quad (A5.3)$$

Remarquons que  $f(y)$  est périodique. Si  $g(y)$  est une fonction périodique,  $g(x + \pi)$  égale  $g(x - \pi)$ , il en résulte :

$$I_2 = \int_{-\pi}^{+\pi + \psi} g(y) dy = \int_0^{\psi} g(x + \pi) dx \quad \text{en posant } x = y - \pi$$

$$I_3 = \int_{-\pi}^{-\pi + \psi} g(y) dy = \int_0^{\psi} g(x - \pi) dx \quad \text{en posant } y + \pi = x$$

De plus, en faisant état des symétries suivantes, :

$$f(y) \cos ny = f(-y) \cos(-ny)$$

$$f(y) \sin ny = -f(-y) \sin(-ny)$$

$C_{nc}$  et  $C_{ns}$  s'écrivent :

$$C_{nc} \# \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} dy \cdot f(y) \cos ny$$

(A5.4)

$$C_{ns} \# -n \psi C_{nc}$$

Ces formules sont valables pour  $n = 0$ . Il suffit de calculer  $C_{nc}$  en faisant le changement de variable  $y = 2x$ .

$$C_{nc} = \frac{2 C_{ob}}{\sqrt{1 + \frac{V_o}{A}} \sqrt{1 + M}} \left[ \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx (2 \cos^2 nx - 1)}{D} \left( 1 + \frac{1}{(1 + \frac{V_o}{A})(1 + M)} \right) \right] \quad (\text{A5.5})$$

en posant 
$$D = \left[ 1 - \frac{2M}{1 + M} \cos x \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A5.6})$$

et

$$k^2 = \frac{2M}{1 + M} \quad (\text{A5.7})$$

cette expression  $C_{nc}$  se calcule aisément à partir des intégrales elliptiques complètes de première espèce  $K(k^2)$  et de seconde  $E(k^2)$ . Nous avons, en effet (réf. 21) :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{D} = K(k^2)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{D^3} = E(k^2) \frac{1+M}{1-M}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx \cdot \cos^2 x}{D} = \frac{1}{2M} \left[ (1+M) E - (1-M) K \right]$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx \cdot \cos^2 x}{D^3} = \frac{1+M}{2M} (K - E)$$

#### 1. - Calcul des coefficients de conversion normale

Les coefficients  $C_n$  sont égaux aux coefficients  $C_{nc}$  en l'absence de bruit de pompe ( $epk = 0$ ). D'après (2.82 bis), nous avons  $M = m$  et  $\psi = 0$

$$C_0 = \frac{2 C_{ob}}{\pi \sqrt{1 + \frac{V_0}{A}} \sqrt{1+m}} \left[ K + \frac{AE}{(A+V_0)(1-m)} \right] \quad (A5.9)$$

$$C_1 = \frac{2 C_{ob}}{\pi \sqrt{1 + \frac{V_0}{A}} \sqrt{1+m}^m} \left[ (1+m) E - K + \frac{K - \frac{E}{1-m}}{1 + \frac{V_0}{A}} \right]$$

L'évolution de ces coefficients en fonction de  $m$  et de  $\frac{V_0}{A}$  est représentée sur la figure (2-14). Ces résultats sont à rapprocher des formules suivantes, obtenues par SENSIPER et WEGLEIN (réf. 22) dans la recherche des harmoniques d'une capacité non linéaire soumise à une tension sinusoïdale.

$$\frac{C_0}{C_d} = \frac{2 K}{\pi \sqrt{1+m}} \quad (A5-10)$$

$$\frac{C_1}{C_d} = \frac{2(1+m)E - K}{C_d} \quad (A5-10)$$

$$\frac{C_2}{C_d} = \frac{4}{3m} C_1 - \frac{C_0}{3}$$

$C_d$  est la capacité pour une excitation nulle ( $m$ ). La formule de récurrence  $C_2$  de (10) peut nous servir, en première approximation, à calculer le coefficient  $C_2$  de (9), difficilement intégrable. Les formules (10) s'appliquent au convertisseur non symétrique, dans le cas où on néglige la conversion par déséquilibre de pont (parag. II-2-2).

2.- Calcul des coefficients de conversion erratique.

Le calcul des coefficients  $B_n$  par la formule (2.89) donne

$$B_0 = \frac{1}{2-m^2} \cdot \frac{E \left[ 1+m+2 \frac{A}{V_0} \times \frac{1+m^2}{1+\frac{A}{V_0}} \right] - K \left[ 1-m^2 + \frac{A}{V_0} (2-m^2) \right]}{K \left( 1 + \frac{A}{V_0} \right) + \frac{A}{V} \cdot \frac{E}{1-m}}$$

$$B_1 = -1 - \frac{m^2 \left\{ E \left[ 1+m+\frac{A}{V_0} \times \frac{(5-m^2)}{(1-m)} \right] - K \frac{A}{V_0} \right\}}{2(1-m^2) \left\{ E \left[ 1+m - \frac{m^2 A}{(1-m)V_0} \right] - K \right\}}$$

(A5-11)

L'évolution de ces coefficients en fonction de  $m$ ,  $A$  et  $V_0$  est donnée par les courbes de la figure (2-15)

3.- Matrice  $[B]$  de conversion erratique d'un signal

Soit  $v(t)$  la tension-signal totale appliquée sur le dipôle non linéaire A.B (fig. 2-9).  $v = u(t)$  se compose de trois sinusoïdes, dont les amplitudes complexes (données par A1.4) sont :

$V_2$  à la fréquence signal  $f_2$

$V_3$  à la fréquence signal  $f_3 = f_1 - f_2$

$V_4$  à la fréquence signal  $f_4 = f_1 + f_2$

La capacité fluctuante  $\Delta C(t)$  (voir 2.88) s'écrit, en valeurs réelles:

$$\begin{aligned} C(t) = & \dots \alpha_2 \gamma_2^* e^{-j(2x+k)} + \beta_2 \gamma_2 e^{-j(2x-k)} + \alpha_1 \gamma_1^* e^{-j(x+k)} \\ & + \beta_1 \gamma_1 e^{-j(x-k)} + \gamma_0^* e^{-jk} + \gamma_0 e^{+jk} + \beta_1 \gamma_1^* e^{+j(x-k)} \quad (\text{A5.12}) \\ & + \alpha_1 \gamma_1 e^{+j(x+k)} + \beta_2 \gamma_2^* e^{+j(2x-k)} + \alpha_2 \gamma_2 e^{+j(2x+k)} + \text{etc...} \end{aligned}$$

avec  $x = \omega_1 \cdot t$  et  $k = \Omega_k \cdot t$

Nous avons posé :

$$\alpha_1 = B_1 + 1$$

$$\beta_1 = B_1 - 1$$

$$\alpha_2 = B_2 + 2$$

$$\beta_2 = B_2 - 2$$

(A5-13)

et les variables complexes aléatoires, correspondant à une raie :

$e_{pk} \cos(\omega_1 + \Omega_k)t + \varphi_k$  du bruit de pompe :

$$\gamma_0 = \frac{1}{2} B_0 C_0 \frac{e_{pk}}{E_p} e^{+j\varphi_k}$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{2} C_1 \cdot \frac{e_{pk}}{E_p} e^{+j\varphi_k}$$

$$\gamma_2 = \frac{1}{2} C_2 \cdot \frac{e_{pk}}{E_p} e^{+j\varphi_k}$$

(A5.14)

La multiplication  $\Delta C \times V$  de (A5.12) et de (A1.4) donne  $\Delta Q$ , et par dérivation les courants de bruit  $I_B = \frac{d(\Delta Q)}{dt}$

Le courant de bruit  $I_B$  comprend 6 composantes sinusoïdales à phase aléatoire  $\varphi_k$ , à savoir :



$I_{2H}$  à la pulsation  $\omega_2 + \Omega_k$

$I_{2B}$  à la pulsation  $\omega_2 - \Omega_k$

$I_{3B}$  à la pulsation  $\omega_1 - \omega_2 + \Omega_k$

$I_{3H}$  à la pulsation  $\omega_1 - \omega_2 - \Omega_k$

(A5-14 bis)

$I_{4H}$  à la pulsation  $\omega_1 + \omega_2 + \Omega_k$

$I_{4B}$  à la pulsation  $\omega_1 + \omega_2 - \Omega_k$

En écriture matricielle, on définit la matrice haute  $[B_H]$  de conversion erratique (2.92)

$$[I_H] = [B_H] \times [V]$$

$$\begin{bmatrix} I_{2H} \\ I_{3H}^* \\ I_{4H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j(\omega_2 + \Omega_k) \gamma_0^* & j(\omega_2 + \Omega_k) \alpha_1 \gamma_1 & +j(\omega_2 + \Omega_k) \beta_1 \gamma_1 \\ -j(\omega_1 - \omega_2 - \Omega_k) \beta_1 \gamma_1 & -j(\omega_1 - \omega_2 - \Omega_k) \gamma_0 & -j(\omega_1 - \omega_2 + \Omega_k) \beta_2 \gamma_2 \\ +j(\omega_1 + \omega_2 + \Omega_k) \alpha_1 \gamma_1 & +j(\omega_1 + \omega_2 + \Omega_k) \alpha_2 \gamma_2 & +j(\omega_2 + \omega_1 - \Omega_k) \gamma_0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_2 \\ V_3^* \\ V_4 \end{bmatrix}$$

De même, on définit la matrice "basse"  $B_b$

$$[I_B] = [B_B] \times [V]$$

$$\begin{bmatrix} I_{2B} \\ I_{3B}^* \\ I_{4B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j(\omega_2 - \Omega_k) \gamma_0^* & +j(\omega_2 - \Omega_k) \beta_1 \gamma_1^* & +j(\omega_2 - \Omega_k) \alpha_1 \gamma_1^* \\ -j(\omega_1 - \omega_2 + \Omega_k) \alpha_1 \gamma_1^* & -j(\omega_1 - \omega_2 + \Omega_k) \gamma_0^* & -j(\omega_1 - \omega_2 + \Omega_k) \alpha_2 \gamma_2^* \\ j(\omega_1 + \omega_2 - \Omega_k) \beta_1 \gamma_1^* & +j(\omega_1 + \omega_2 - \Omega_k) \beta_2 \gamma_2^* & +j(\omega_2 + \omega_1 - \Omega_k) \gamma_0^* \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_2 \\ V_3^* \\ V_4 \end{bmatrix}$$

4. - Calcul des raies de bruit, dues à deux raies de bruit de pompe.

Soit deux raies indépendantes  $e_{pk}$  et  $e_{pm}$  du bruit de pompe, écartées de la fréquence centrale  $f_1$  d'une même valeur  $F_k$  (fig. 2-15).

Soient  $V$  et  $U$  les raies obtenues, en sortie du convertisseur, après conversion erratique d'un signal continu  $E_2$  appliqué à l'entrée. Nous calculons chaque raie pour une formule identique à (2. 93).

Les raies  $V$  sont produites par la raie  $e_{pk}$ , alors que les raies  $U$  sont produites par  $e_{pm}$ .

Les indices 3H, 3B, 4H, 4B renseignent sur les fréquences des raies (voir A5.14 bis). Nous avons en valeur complexe, dans les conditions  $C_2 = Q_2 = f_2 = 0$  et  $F_k \ll f_1$  :

$$V_{4H} = V_{3B} = -jQ_1 \frac{E_2 e_{pk}}{2 E_p} \left[ -2Q_1^2 \frac{g_1 \Omega_k}{g_2 \omega_1} + jQ_0 \frac{\Omega_k}{\omega_1} - (1+B_1) + jQ_0 \right] e^{+j\varphi_k}$$

$$V_{3H} = V_{4B} = -jQ_1 \frac{E_2 e_{pk}}{2 E_p} \left[ -2Q_1^2 \frac{g_1 \Omega_k}{g_2 \omega_1} - jQ_0 \frac{\Omega_k}{\omega_1} + (1-B_1) + jQ_0 \right] e^{-j\varphi_k}$$

$$U_{4H} = U_{3B} = -jQ_1 \frac{E_2 e_{pm}}{2 E_p} \left[ 2Q_1^2 \frac{g_1 \Omega_k}{g_2 \omega_1} - jQ_0 \frac{\Omega_k}{\omega_1} - (1+B_1) + jQ_0 \right] e^{-j\varphi_m}$$

$$U_{3H} = U_{4B} = -jQ_1 \frac{E_2 e_{pm}}{2 E_p} \left[ 2Q_1^2 \frac{g_1 \Omega_k}{g_2 \omega_1} + jQ_0 \frac{\Omega_k}{\omega_1} + (1-B_1) + jQ_0 \right] e^{-j\varphi_m}$$

## ANNEXE A6

Influence de la capacité de découplage  $\Gamma_d$  sur le gain de conversion.

Dans le calcul de l'admittance matricielle (2.5), (voir annexe A1), et par conséquent, des gains de conversion,  $Z_{42}$  et  $Z_{32}$  (2.53) nous avons fait l'hypothèse que l'admittance  $Y_2$  de la source était infinie aux fréquences  $f_3$  et  $f_4$  (fig. 2-5). Pratiquement, la source de signaux à basses fréquences  $f_2$ , est découplée par une capacité élevée  $\Gamma_d$  telle que :

$$\frac{\Gamma_d \omega_1}{g_2} \ll 1 \quad (\text{A6.1})$$

Lorsque la source possède une conductance  $g_2$ , très faible, (géophone piézoélectrique), la fréquence de coupure du convertisseur  $F_E$  (2.60) risque d'être trop basse, si  $\Gamma_d$  est grand devant  $C_0$ .

Nous allons montrer que le gain pour  $\omega_2 = 0$ , est réduit dans le rapport  $= 1 + \frac{C_0}{\Gamma_d}$  :

Nous supposons que  $C_2 = 0$  et que la fréquence du signal  $f_2$  est négligeable devant la fréquence de pompe  $f_1$ . La matrice (A1.8) se réduit à :

$$\begin{bmatrix} I_2 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ jC_1 \omega_1 & jC_0 \omega_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_2 \\ U_1 \end{bmatrix} \quad (\text{A6.2})$$

$I_1$  et  $U_1$  représentent le courant et la tension "modulée" aux fréquences  $f_3 = f_4 = f_1$

Vu des bornes AB de la capacité variable (fig. 2-5), le réseau présente, à la fréquence  $f_1$ , une admittance  $Y$ , dans laquelle on inclut la conductance des diodes  $G'_0$  :

$$Y = G'_0 + \frac{(g_1 + \frac{1}{jL\omega_1})(g_2 + j\Gamma_d \omega_1)}{g_2 + g_1 + j\Gamma_d \omega_1 + \frac{1}{jL\omega_1}} \quad (\text{A6.3})$$

$$I_1 = -Y \times U_1$$

De même, la relation (A1.5) n'est plus valable et nous posons :

$$P = \frac{V_1}{U_1} = \frac{g_2 + j\Gamma_d \omega_1}{g_1 + g_2 + j\Gamma_d \omega_1 + \frac{1}{jL\omega_1}} \quad (\text{A6.4})$$

L'impédance de transfert  $Z_{12}$  entre  $V_1$  de sortie et  $J_2$  est :

$$Z_{12} = \frac{V_1}{J_2} = -j \frac{C_1 \omega_1}{g_2} \times \frac{g_2 + j\Gamma_d \omega_1}{\left[ G'_o + jC_o \omega_1 \right] \cdot \left[ g_1 + g_2 + j\Gamma_d \omega_1 + \frac{1}{jL\omega_1} \right] + \left[ g_1 + \frac{1}{jL\omega_1} \right] \cdot \left[ g_2 + j\Gamma_d \omega_1 \right]} \quad (\text{A6.5})$$

Le gain maximal  $Z_{12}$  est obtenu en choisissant l'inductance  $L$  qui rend le dénominateur de (A6.5) minimal :

$$\frac{1}{L} = \frac{C_o \Gamma_d \omega_1^2}{(C_o + d)} \times \frac{1 + \frac{G_o^2 \Gamma_d + g_2^2 C_o}{C_o \Gamma_d (C_o + \Gamma_d) \omega_1^2}}{1 + \left( \frac{G_o + g_2}{C_o + \Gamma_d} \right)^2 \omega_1^2} \quad (\text{A6.6})$$

Cette valeur ne correspond pas exactement à l'accord du circuit paramétrique défini par  $\varphi = 0$ . Le gain maximal pour  $f_2 = 0$ , est :

$$\left( \frac{V_1}{J_2} \right)_{\max} = j \frac{C_1 \omega_1}{g_2} \times \frac{(g_2 + j\Gamma_d \omega_1) [G_o + g_2 - j(C_o + \Gamma_d) \omega_1]}{G_o(g_1 + g_2)(g_2 + G_o) + g_1 g_2 (g_2 + G_o) + C_o^2 \omega_1^2 (g_1 + g_2) + C_o \Gamma_d (2g_1 + C_o) + g_1 \Gamma_d^2 \omega_1^2}$$

Dans notre application :

$$g_2 = 10^{-6} \text{ mho} \quad C_o = 110 \text{ pF}$$

$$g_1 = 10^{-4} \text{ " } \quad \Gamma_d = 430 \text{ pF}$$

Nous pouvons négliger  $(\frac{g_2}{\Gamma_d \omega_1})^2$  et  $\frac{g_2^2}{g_1^2} (\frac{C_o}{C_o + \Gamma_d})^2$  (A6.8)

devant l'unité et la formule du gain se réduit à :

$$\frac{V_1}{J_2} = -j \frac{C_1 \omega_1}{g_1 g_2} \times \frac{\Gamma_d}{C_o + \Gamma_d} \quad (\text{A6.9})$$

Le gain diminue lorsqu'on diminue  $\Gamma_d$  pour élargir la bande passante :  
Si l'on définit le facteur de mérite par le produit "gain en puissance"  $W_d$ ,  
par la bande passante relative  $\frac{\Omega_2(3dB)}{\omega_1}$  nous obtenons, avec les  
hypothèses (A6.8) appliquées à (2.58)

$$W_d \times \frac{\Omega_2(3dB)}{\omega_1} \approx 4Q_1 \frac{\sqrt{1+Q_2^2}}{1-Q_2} \left(\frac{C_1}{C_o}\right) \times \frac{(\frac{\Gamma_d}{C_o})^2}{(1+\frac{\Gamma_d}{C_o})^2} \quad (\text{A6.10})$$

Nous concluons, que le facteur de mérite est fortement diminué dès  
que  $\Gamma_d$  est du même ordre de grandeur que  $C_o$ .

## ANNEXE A7

## Erreurs sur la mesure du facteur de bruit aux fréquences très basses

Principe de la mesure.

Pour les raisons exposées au paragraphe III-2.2, la mesure du facteur de bruit se fait en doublant la puissance réelle du bruit qui apparaît à la sortie, à l'aide d'un courant  $J_2$  calibré, appliqué à l'entrée.

La figure (3-9) montre que le banc de mesure comprend une source sinusoïdale, un amplificateur à fréquence très basse et à faible bruit (fig. 3-2), un analyseur de spectre à bande étroite, un wattmètre à thermocouple (fig. 3-14).

En pratique, on règle l'analyseur sur une fréquence  $f_0$ . Il possède, alors, une sélectivité étroite en puissance  $A_0(f)$ . Nous avons planimétré cette courbe pour calculer la bande passante effective  $B_{\text{eff}} = 1,779 H_z$ .

$$B_{\text{eff}} = \int_0^{\infty} df \frac{A_0(f)}{A_0(f_0)} \quad (\text{A7.1})$$

Le convertisseur se présente sous la forme quadripole Q (fig. 3-9) avec une admittance donnée par :

$$\begin{bmatrix} I_2 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{22} & Y_{21} \\ Y_{12} & Y_{11} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_2 \\ V_1 \end{bmatrix}$$

Le facteur élémentaire de bruit  $F(f_0)$  est égal au quotient du rapport signal à bruit existant à l'entrée et du rapport signal à bruit observé à la sortie. On démontre (réf. 23)

$$F(f_0) = \frac{W_{BS}(f_0)}{KT G_d(f_0)} \quad (\text{A7.2})$$

$W_{BS}(f_0)$  est la puissance disponible maximale de bruit, dans une bande  $df$ , à la fréquence  $f_0$ , à la sortie et  $G_d(f_0)$  le gain en puissance disponible.

En fait le quadripole délivre une puissance réelle de bruit  $P_{BS}$ , à la sortie dans une conductance de charge  $g_1$ .

Nous avons :

$$P_{BS} = 4 W_{BS} \frac{\text{Réal} \left\{ Y_{11} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_2 + Y_{22}} \right\}}{\left[ Y_1 + Y_{11} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_2 + Y_{22}} \right]} \quad (\text{A7.3})$$

et

$$G_d = \left| \frac{Y_{12}}{Y_2 + Y_{22}} \right|^2 \frac{g_2}{\text{Réal} \left\{ Y_{11} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{22} + Y_2} \right\}} \quad (\text{A7.4})$$

$Y_2$  représente l'admittance de source et  $Y_1$  l'admittance de charge dont  $g_1$  est la conductance. En l'absence de signal, la déviation du wattmètre est proportionnelle à  $N$ , puissance de bruit.

$$N = \int_0^{\infty} df P_{BS}(f) A_o(f)$$

soit

$$N = 4 \int_0^{\infty} \frac{df A_o(f) \left| Y_{12} \right|^2}{G_d(f) \left| (Y_1 + Y_{11})(Y_2 + Y_{22} - Y_{12} Y_{21}) \right|^2} \quad (\text{A7.5})$$

En présence d'un signal  $J_2$ , la déviation supplémentaire est proportionnelle à :

$$S = \frac{\left| Y_{12}^o \right|^2 g_1 A_o(f_o) J_2^2}{\left| (Y_{11}^o + Y_1^o)(Y_2^o + Y_{22}^o) - Y_{21}^o Y_{12}^o \right|^2} \quad (\text{A7.6})$$

Le doublage correspond à  $N = S$

\* l'indice  $o$  correspond à la fréquence d'analyse considérée  $f_o$

Par suite de la sélectivité aigüe de l'analyseur ( $B_{\text{eff}} = 1,779 \text{ Hz}$ ) les diverses admittances des formules (A 13.6) et (A 13.7) sont constantes dans la bande. En appliquant les définitions (A 13.1) et (A 13.2) nous obtenons :

$$F(f_0) = \frac{W_{\text{BS}}}{KTG_d} = \frac{J_2^2}{4KT B_{\text{eff}} g_2}$$

Le facteur de bruit est donné directement par la mesure de  $J_2$ .

### Erreurs

1. - Il y a erreur lorsque le spectre du bruit en sortie varie trop rapidement dans la bande effective de l'analyseur.

C'est le cas, au voisinage de la fréquence de coupure  $f_c$  du convertisseur. Nous avons établi que l'erreur relative faite sur le facteur de bruit  $F$  est proportionnelle à la dérivée seconde de la fonction de transfert  $G_d$  :

$$\frac{\Delta F}{F} = \frac{1}{3!} \times \frac{(B_{\text{eff}})^2}{4G_d(f_0)} \times \frac{d^2 G_d(f_0)}{df^2}$$

Pour le convertisseur, le gain varie comme  $G_d$

$$G_d = \left[ 1 + \left( \frac{f}{f_c} \right)^2 \right]^{-1}$$

Lorsque la conductance d'entrée  $g_2$  est forte, par exemple  $g_2 = 10^{-8} \text{ mho}$ , la fréquence de coupure du convertisseur est de l'ordre de 2,56 Hz. L'erreur maximale est obtenue pour  $f_0 = 0$  et dans ce cas :

$$\frac{\Delta F}{F} \ll 4 \cdot 10^{-3}$$

Cette erreur est négligeable.

2. - Erreur due à l'instabilité en fréquence de la source et de l'analyseur.

Soit  $f = f - f_0$  l'écart entre la fréquence  $f$  de la source et  $f_0$  la fréquence de sélectivité maximale de l'analyseur.



Soit  $\epsilon_0$  , la dérive relative du générateur de source

Soit  $\epsilon_A$  , la dérive relative de l'analyseur.

La haute sélectivité de l'analyseur LEA est obtenue par transposition de la sélectivité d'un quartz accordé à  $f_A = 50$  KHz . La dérive totale  $\Delta f$  est donc :

$$f = \epsilon_0 f_0 + \epsilon_A f_A$$

La déviation du wattmètre est proportionnelle à la sélectivité soit :

$$\frac{J^2}{2} \frac{1}{1 + 4 \left( \frac{\Delta f}{B_{eff}} \right)^2}$$

L'erreur sur le facteur de bruit est donc :

$$\frac{\Delta F}{F} = 4 \left( \frac{\epsilon_0 f_0 + \epsilon_A f_A}{B_{eff}} \right)^2$$

L'erreur maximale est donc obtenue pour la fréquence d'analyse la plus haute. Si la mesure du facteur de bruit ne dure pas plus de quelques minutes, la stabilité de l'analyseur  $\epsilon_A$  est de l'ordre de  $10^{-5}$ , et celle du générateur de  $10^{-4}$ ; ce qui correspond à une erreur sur  $F$  de 2,4 dB à la fréquence d'analyse de 200 Hz..

Cette erreur met en relief le principal défaut de cette méthode de mesure. Elle peut-être réduite en effectuant le doublage de la déviation le plus rapidement possible, après l'accord de l'analyseur, puis en vérifiant l'accord en fin de mesure. Mais la mesure ne peut pas être très rapide.

### 3. - Erreur due au temps de lecture sur le wattmètre

La tension issue du thermocouple est fluctuante. Il est nécessaire d'intégrer cette fluctuation par un filtre RC, mais la durée de l'expérience est allongée d'autant. (fig. 3-14). L'erreur relative efficace, sur la mesure de bruit au galvanomètre est (réf. 20)

$$\epsilon = \frac{\text{fluctuation efficace}}{\text{déviatiion moyenne}} = \frac{1}{\sqrt{RC B_{eff}}}$$

formule dans laquelle  $B_{eff}$  est la largeur effective du spectre de bruit à mesurer.

Par exemple pour  $\epsilon = \frac{1}{10}$ ,  $B = 1,779$  Hz, il faut une constante de temps de 11 secondes. Si l'on attend, pour faire la lecture de la déviation moyenne, que la fluctuation de l'aiguille passe par deux maxima successifs, la mesure ne peut pas être effectuée avant  $2\pi RC$  secondes, soit ici, une attente de 1 minute.

### Conclusion

Cette longue attente est incompatible avec l'instabilité en fréquence de l'analyseur due principalement à l'instabilité du secteur. Le centrage de l'analyseur doit être fait au début et à la fin. Il faut procéder alors à plusieurs mesures du même facteur de bruit. Les courbes de la figure (3-12) ont chacune demandé trois à quatre heures d'expérimentation.

