

50376  
1964  
30

50376  
1964  
30.

DES DE SCIENCES PHYSIQUES

De la Faculté des Sciences de LILLE

---

ETUDE CRITIQUE DE DIVERSES METHODES DE MESURE DE  
DIELECTRIQUES PEU ABSORBANTS DANS LA BANDE 1 MHz - 1 000 MHz

---

JURY : Président : M. GABILLARD  
Examineurs : M. LEBRUN  
: M. LIEBAERT

PRESENTE A LILLE LE 26 JUIN 1964

PAR M. Jean Luc SCHOUTHEER  
Licencié és-Sciences

A MON PERE.

Ce travail a été réalisé au Laboratoire de Radioélectricité et Electronique de La Faculté des Sciences de Lille.

Nous tenons à remercier Monsieur le Professeur GABILLARD, Directeur de ce laboratoire, qui a accepté de présider le jury d'examen.

Nous exprimons nos sentiments de vive gratitude à Monsieur le Professeur LEBRUN, qui nous a confié ce travail et nous a fait bénéficier de ses précieux conseils et suggestions.

Nous remercions également Monsieur le Professeur LIFBAERT, pour l'intérêt qu'il nous a témoigné.

Que tous nos camarades de l'équipe de Recherches des "diélectriques hétérogènes" trouvent ici l'expression de notre reconnaissance pour la sympathie témoignée et l'aide qu'ils nous ont apportée.

=====

Notre travail est relatif à la mesure des composantes de dipôles à faibles pertes de 1 MHz à 1 000 MHz. Cette bande apparaît comme intermédiaire entre les basses fréquences pour lesquelles on peut utiliser les circuits à constantes localisées et les hyperfréquences où interviennent les structures guidées.

Nous avons étudié différentes méthodes de mesure existantes au laboratoire et recherché les plus rapides et les plus précises pour le tracé d'un spectre hertzien d'un diélectrique.

Il est assez difficile de classer les méthodes de mesure. Elles diffèrent par les circuits utilisés, la bande de fréquence couverte, la gamme de mesures, la simplicité ou la complexité des calculs.

Nous nous sommes intéressés à quelques ponts utilisables en HF et THF, à des dispositifs utilisant la résonance de tension, et enfin pour les fréquences les plus élevées de notre gamme à des résonateurs en mode TEM et à une ligne de mesure de T.O.S.

Dans une première partie, nous rappelons les principes utilisés et indiquons les formules essentielles, la deuxième partie est relative aux dispositifs expérimentaux et aux techniques de mesure, la troisième partie donne les résultats obtenus pour quelques zéolithes et gels de silice en fonction de leur teneur en eau.

-----

-----

---

-

## TABLE DES MATIERES

Introduction

### I - PRINCIPE DES METHODES DE MESURE.

I - <u>Méthodes de pont.</u>	Pages	I
I.1. - Admittancemètre General Radio I602B		2
I.2. - Comparateur d'admittances		3
2 - <u>Résonance de tension.</u>		4
2.1. - Avantages de la résonance parallèle		4
2.2. - Choix de l'impédance d'excitation		5
2.3. - Méthode de la valeur du maximum		6
2.4. - Méthode de la largeur de la courbe de résonance		7
3 - <u>Méthodes de mesure en mode T. E. M.</u>		9
3.1. - Ligne résonnante		9
3.2. - Ligne de mesure de T. O. S.		II

### II - TECHNIQUES DE MESURE.

I - <u>Etude du dispositif n°1. Comparateur d'admittances 50 - 500 MHz.</u>	
I.1. - Admittance étalon	I6
I.2. - Précision obtenue	I7
2 - <u>Dispositif n°2. Admittancemètre Rohde et Schwarz IO - IOO MHz.</u>	
2.1. - Principe de fonctionnement	I8
2.2. - Méthode de mesure	I8
2.3. - Correction des mesures	I9
2.4. - Précision obtenue	I9

3 - Dispositif n°3.  $\epsilon^*$  mètre de 100 kHz à 10 MHz.

	Pages	
3.1. - Principe	21	
3.1.1. - L'impédance d'excitation est une résistance pure.	22	
3.1.2. - L'impédance d'excitation est une résistance shuntée par une capacité parasite	22	
3.1.3. - L'impédance d'excitation est une capacité.	23	
3.1.4. - L'impédance d'excitation est une capacité avec pertes.	23	
3.2. - Application à la mesure des diélectriques. Mode opératoire.	23	
3.3. - Précision obtenue pour une capacité d'excitation constante $C_I$ .	24	
3.4. - Précision obtenue pour une résistance d'excitation constante $R_I$ .	25	
3.5. - Améliorations possibles.	26	

4 - Dispositif n°4.  $\epsilon^*$  mètre de 5 à 80 MHz.

4.1. - Méthode de variation de susceptance.	29	
4.2. - Problèmes propres à l'appareil utilisé.	30	
4.2.1. - Mesure de la largeur à vide.	30	
4.2.2. - Etalonnage de la détection.	31	
4.3. - Mode opératoire pour une mesure.	32	
4.4. - Précision obtenue.	33	
4.5. - Améliorations possibles.	34	

5 - Dispositif n°5. Résonateur THF 100 à 600 MHz.

5.1. - Mesure de la largeur de la courbe de résonance par le condensateur variable.	36	
5.2. - Mesure de la largeur de la courbe de résonance par déplacement du court-circuit.	36	
5.3. - Etalonnage	38	

5.4. - Mode opératoire.	Pages	38
5.5. - Remarques sur le choix des cellules de mesure.		39
5.6. - Précision obtenue.		39
6 - <u>Dispositif n°6. Ligne résonnante coaxiale 150 à 600 MHz.</u>		
6.1. - Etalonnage.		45
6.2. - Mode opératoire.		45
6.3. - Précision obtenue.		46
7 - <u>Dispositif n°7. Ligne de mesure de T. O. S.</u>		
7.1. - Etalonnage		50
7.2. - Mode opératoire		52
7.3. - Précision obtenue.		53
8 - <u>Conclusion.</u>		54
III - <u>APPLICATION A L'ETUDE DE QUELQUES SUBSTANCES HETEROGENES.</u>		
I - Mesures		55
2 - Essai d'interprétation		56
3 - Conclusion		56
<u>Annexe I</u> - Cellules de mesure utilisées.		57
<u>Annexe II</u> - Corrections de ligne.		60
- abaque cartésien dilaté		62
- utilisation de l'abaque		63
<u>Annexe III</u> - Obtention de $\epsilon^*$ à partir de $g'_3 + jb'_3$ admittance d'entrée de la cellule.		64
1) Cas des basses fréquences $f < 100$ MHz		64
2) " " fréquences moyennes $50 \text{ MHz} < f < 500 \text{ MHz}$		65
3) " " " élevées		66
4) Abaque $-jz \text{ th } z = g'' + j b''$		67
5) Utilisation de l'abaque		68

## I - PRINCIPES DES METHODES DE MESURE

Nous pouvons distinguer trois grands groupes de méthodes de mesure :

- 1) les méthodes de pont et de comparaison - méthode de zéro -
- 2) les méthodes de résonance de tension
- 3) les méthodes de mesure de transmission en mode T.E.M.

### 1) Méthodes de pont et de comparaison.

Il est inutile de revenir ici sur tous les avantages d'une méthode de zéro. Elle consiste à comparer des grandeurs dont l'une est prise comme grandeur étalon. On peut effectuer, soit une comparaison directe mais à rapport variable comme dans le pont de Wheatstone, ce qui suppose un ou plusieurs étalons fixes, soit utiliser une grandeur étalon variable et un rapport fixe. La première méthode n'est pas commode pour l'étude des variations des constantes d'un diélectrique : nécessité de nombreux étalons pour garder un rapport voisin de 1 (plus grande précision) ; et la seconde demande la construction d'admittances étalons variables, valables dans des gammes d'impédances et de fréquences bien déterminées, les plus étendues possibles.

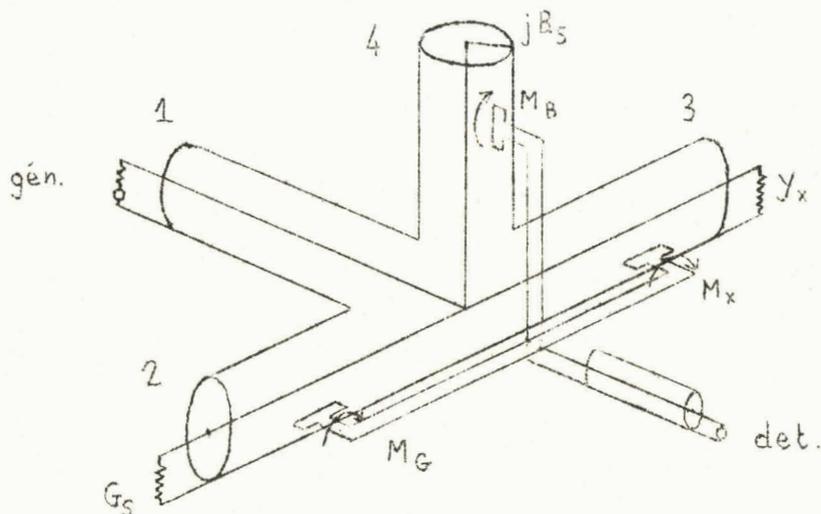
Lorsque l'on veut étendre vers des fréquences plus élevées l'utilisation d'appareils employés en basse fréquence, il faut introduire des termes correctifs dans les expressions des admittances mesurées, ceci pour tenir compte des capacités et inductances parasites des connexions et des étalons. La mesure perd alors de sa précision.

Il est nécessaire d'utiliser des dispositifs spécialement conçus pour leur utilisation aux hautes fréquences.

Nous pouvons citer le pont Wayne-Kerr B901 (10 à 200 MHz) qui est un pont différentiel à éléments localisés. Il ne permet que la mesure de conductances élevées par rotateurs à conductances fixes.

I.I. - Admittancemètre General Radio I602B.

C'est un comparateur d'admittances utilisable de 100 MHz à 1 000 MHz. Il se présente sous l'aspect d'un T à quatre branches formées de tronçons de lignes de transmission.



La tension résultante  $\Sigma V$  induite dans les 3 boucles branchées en parallèle est nulle à l'équilibre.

On trouve alors :

$$G_x = - \frac{M_G}{M_x} G_s$$

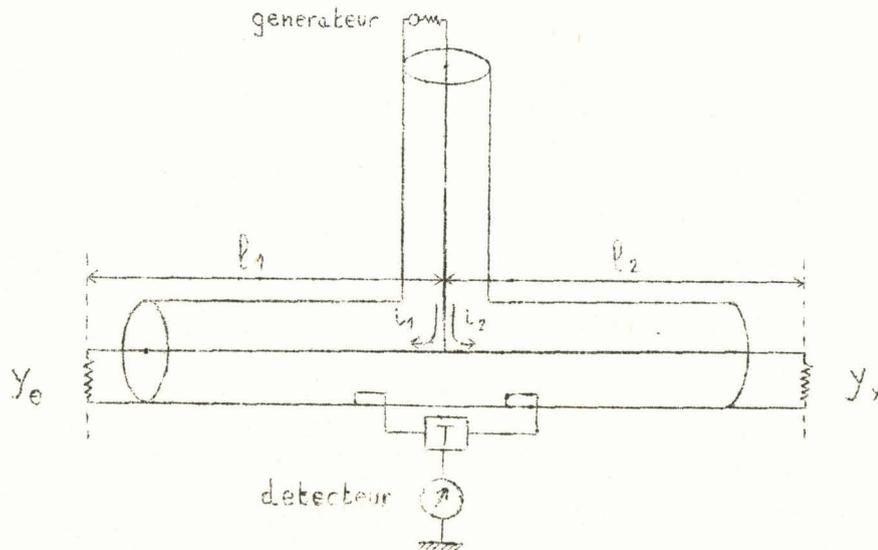
$$B_x = - \frac{M_B}{M_x} B_s$$

Pour obtenir l'équilibre, on agit donc sur  $M_G$ ,  $M_x$  et  $M_B$ .  $M_x$  est un facteur multiplicatif.

Sous cette forme, cet appareil ne permet pas l'étude des diélectriques.

### I.2. - Comparateur d'admittances.

Ce dispositif a été réalisé au laboratoire <sup>(I)</sup> à partir d'un T coaxial.



Les deux boucles fixes recueillent des tensions proportionnelles aux courants traversant les deux tronçons, courants ne dépendant que de l'admittance d'entrée des tronçons considérés.

Lorsque ces deux courants sont égaux (tension nulle au détecteur), si  $l_1 = l_2$  ; on a :

$$Y_e = Y_x$$

La tension induite dans la boucle est maximum lorsque le courant traversant le plan de symétrie de celle-ci est maximum. L'admittance ramenée doit donc être maximum, c'est-à-dire qu'il doit y avoir environ  $\lambda/4$  entre le plan de référence de l'inconnue et la boucle correspondante. En pratique, cette condition ne peut être réalisée et on se contente de prendre des longueurs  $l_1 = l_2$  assez grandes.

Pour améliorer la sensibilité du dispositif, on utilise une détection hétérodyne, ce qui permet d'amplifier commodément le signal de déséquilibre.

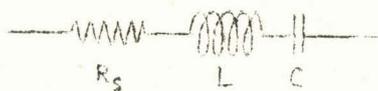
## 2 - R E S O N A N C E   D E   T E N S I O N

Beaucoup de méthodes utilisent la résonance de tension, que ce soit en basse fréquence (circuits RLC à constantes localisées) ou en très haute fréquence (circuits à constantes réparties).

Nous utilisons toujours le circuit résonnant parallèle, l'admittance à mesurer étant connectée à ses bornes. L'utilisation de tels résonateurs se fait ordinairement à partir de fréquences prédéterminées par un choix judicieux de selfs de susceptances convenables.

### 2.I. - Avantages de la résonance parallèle.

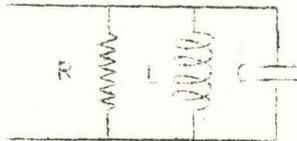
- Pour un circuit résonnant série



$$Z = R_s + j \left( L\omega - \frac{I}{C\omega} \right)$$

A la résonance  $Z = R_s$  est minimum ; la puissance absorbée  $P = \frac{V^2}{R_s}$  est maximum.

- Pour un circuit résonnant parallèle



$$Y = G + j \left( C_p \omega - \frac{I}{L_p \omega} \right)$$

A la résonance  $Y = G$  est minimum ; la puissance absorbée  $P = V^2 G$  est minimum.

Pour un circuit résonnant série, les puissances absorbées à la résonance et en dehors de la résonance sont dans le rapport  $\frac{|Z|}{R}$  pouvant atteindre plusieurs centaines. Il sera toujours difficile de maintenir constante la f.e.m. du générateur.

Autre avantage du résonateur parallèle : tous les constituants ont un point à la masse et il est commode d'appliquer des tensions sur le dipôle ou d'effectuer par exemple, une détection série du signal HF.

## 2.2. - Choix de l'impédance d'excitation.

Pour l'excitation d'un circuit résonnant parallèle, on a toujours intérêt à utiliser un générateur de courant d'impédance interne très grande.

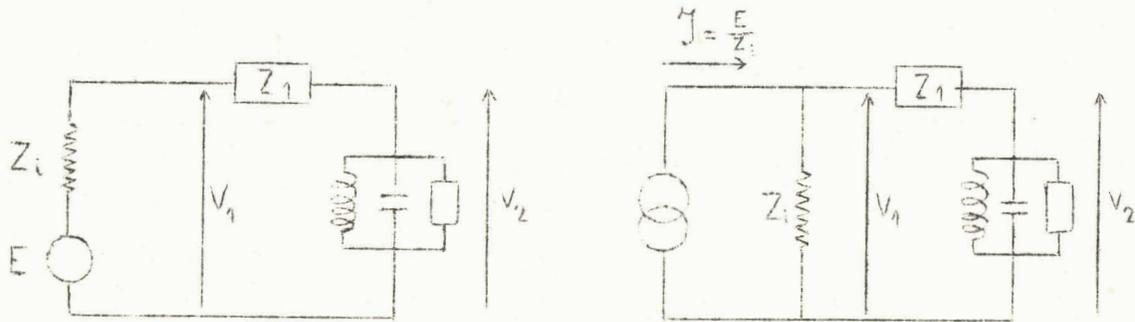


fig 1

fig 2

Au schéma de la figure I, on peut appliquer le théorème de Norton et donner le générateur de courant équivalent. (fig 2).

On peut aussi considérer le problème sous un autre aspect et admettre que  $Z_I$  fait partie de l'impédance interne du générateur.

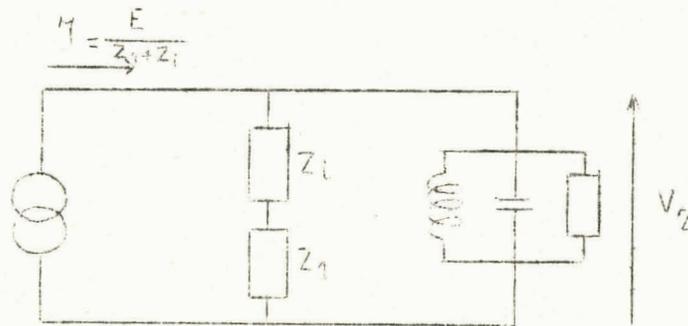
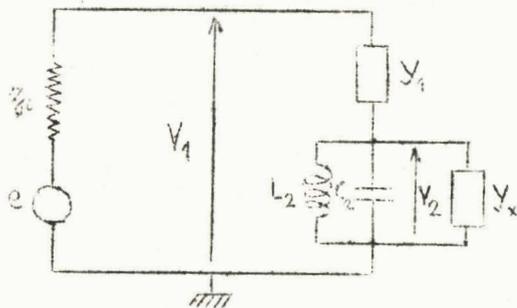


fig 3

Quel que soit l'aspect considéré, la réaction du générateur sur le résonateur sera négligeable, si l'on a :

$$Z_I \gg Z_i$$

On prendra toujours la plus grande valeur de  $Z_I$  possible.

2.3. - Méthode de la valeur du maximum.

$$V_2 = V_I \frac{Y_I}{Y_I + Y_2 + Y_x} \quad (I)$$

1<sup>er</sup> temps -  $Y_x$  connectée

La résonance a lieu pour :  $B_I + B'_2 + B_x = 0$  (2)

soit  $L_2(C_I + C'_2 + C_x)\omega^2 = I$  (3)

alors  $V'_{2M} = V'_I \frac{|Y_I|}{G_I + G_2 + G_x}$  (4)

2<sup>ème</sup> temps -  $Y_x$  déconnectée

La résonance a lieu pour :  $B_I + B_2 = 0$  (5)

soit  $L_2(C_I + C_2)\omega^2 = I$  (6)

alors  $V_{2M} = V_I \frac{|Y_I|}{G_I + G_2}$  (7)

On compare (3) et (6) :

$$C_x = C_2 - C'_2 \quad (8)$$

(4) donne  $G_I + G_2 + G_x = \frac{V'_I}{V'_{2M}} |Y_I|$

(7) donne  $G_I + G_2 = \frac{V_I}{V_{2M}} |Y_I|$

d'où

$$G_x = \left( \frac{V'_I}{V'_{2M}} - \frac{V_I}{V_{2M}} \right) \cdot |Y_I| \quad (9)$$

Il est commode pour éviter le chauffage du diélectrique, de faire :

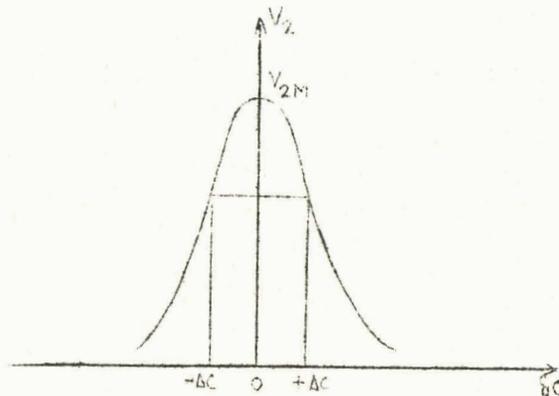
$$V'_{2M} = V_{2M} = I \text{ volt}$$

alors

$$G_x = (V'_I - V_I) \cdot |Y_I| \quad (10)$$

Cette méthode est sensible, mais nécessite la mesure précise de tensions et la connaissance de  $|Y_I| = \sqrt{G_I^2 + B_I^2}$ .

#### 2.4. - Méthode de la largeur de la courbe de résonance.



En dehors de la courbe de la résonance pour un désaccord  $\Delta C$  :

$$B_I + B_2 + B_x = \omega \Delta C \quad (11)$$

$$V_2 = V_I \frac{|Y_I|}{\sqrt{(G_I + G_2 + G_x)^2 + (\omega \Delta C)^2}} \quad (12)$$

Cette formule indique que la courbe de résonance est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées, puisque le dérèglement  $\Delta C$  n'y figure qu'au carré.

La largeur de la courbe à 3dB est donnée par :

$$V_2 = \frac{V_{2M}}{\sqrt{2}}$$

d'où

$$G_I + G_2 + G_x = \pm \omega \Delta C \quad (13)$$

On fait une mesure avec  $Y_x$  ;  $2\Delta C_R$  et  $C'_2$  et une sans  $Y_x$  ;  $2\Delta C_V$  et  $C_2$

$$C_x = C_2 - C'_2 \quad (I4)$$

$$\frac{C_x}{\omega} = \Delta C_R - \Delta C_V \quad (I5)$$

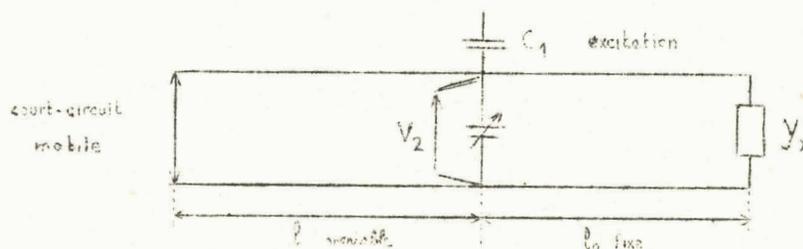
Cette méthode ne nécessite que l'usage d'un condensateur linéaire et le moyen de mesurer  $\frac{V_2}{\sqrt{2}}$ .

Par analogie avec les notations classiques, on peut se rendre compte de la qualité de la mesure effectuée en considérant la valeur à la résonance d'un coefficient de qualité.

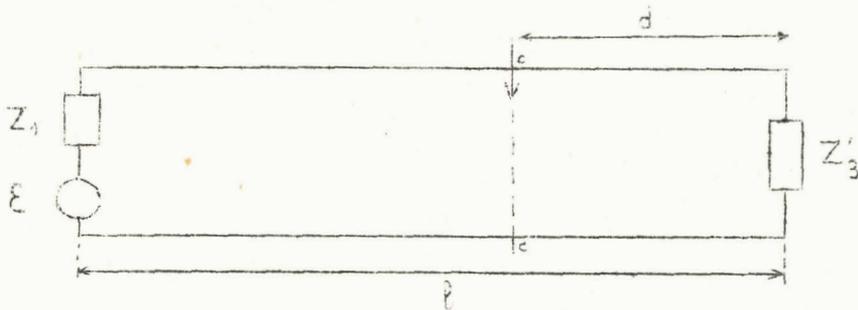
$$Q = \frac{C_1 + C_2 + C_x}{\Delta C_2} \quad (I6)$$

Comme chaque mesure comporte deux pointés, résonance cellule vide et résonance cellule remplie, il faut calculer le  $Q$  à vide et le  $Q$  en charge et vérifier que l'on a  $Q > 10$  pour que la mesure soit favorable.

De 100 à 600 MHz, nous utilisons un schéma de principe identique mais utilisant des circuits à constantes réparties.



C'est le résonateur THF.

3 - METHODES DE MESURE EN MODE T. E. M. (5)

Soit une ligne coaxiale d'impédance caractéristique  $Z_c$ , de longueur  $l$  éventuellement variable, excitée à une extrémité par un générateur de f.e.m.  $\varepsilon$ , d'impédance interne  $Z_I$  et chargée à l'autre extrémité par la cellule de mesure  $Z_3$ .

On pose :

$$\frac{Z_I}{Z_c} = \text{th}\theta_I = \text{th}(u_I + jv_I) \quad (17)$$

$$\frac{Z_3}{Z_c} = \text{th}\theta_3 = \text{th}(u_3 + jv_3) \quad (18)$$

La théorie des lignes nous donne la valeur de la tension en un plan cc distant d'une distance  $d$  de la charge  $Z_3$ .

$$V_d = \varepsilon \cdot \text{ch}\theta_I \cdot \frac{\text{sh}(\gamma d + \theta_3)}{\text{sh}(\gamma l + \theta_I + \theta_3)} \quad (19)$$

Pour une ligne déterminée ( $Z_c$ ), excitée par un générateur donné ( $\varepsilon$ ;  $Z_I$ ) fermée sur une admittance donnée, cette tension ne dépend que de  $l$ ,  $d$  et  $\gamma$ . Il y a trois méthodes de mesure de  $Z_c$  suivant la variable choisie.

3.1. - Ligne résonnante

Le module de la tension sur la ligne est :

$$|V|^2 = |\varepsilon \text{ch}\theta_I|^2 \cdot \frac{\text{sh}^2(\alpha d + u_3) + \sin^2(\beta d + v_3)}{\text{sh}^2(\alpha l + u_I + u_3) + \sin^2(\beta l + v_I + v_3)} \quad (20)$$

$|V|^2$  est maximum pour  $\frac{\partial |V|^2}{\partial \ell} = 0$

$$\cos 2(\beta \ell + v_I + v_3) = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2 \operatorname{sh}^2(\alpha \ell + u_I + u_3)} \quad (21)$$

soit à mieux que I/I000

$$\cos 2(\beta \ell + v_I + v_3) = \pm I \quad (22)$$

$$\beta \ell_0 + v_I + v_3 = k\pi \quad (23)$$

Lorsque cette condition est satisfaite, on dit que la ligne résonne.

A la résonance

$$|V|_M^2 = |\operatorname{ech}\theta_I|^2 \cdot \frac{\operatorname{sh}^2(\alpha d + u_3) + \sin^2(\beta d + v_3)}{\operatorname{sh}^2(\alpha \ell_0 + u_I + u_3)} \quad (24)$$

au voisinage de celle-ci, pour un déplacement  $\Delta \ell$  du piston :

$$|V|^2 = |\operatorname{ech}\theta_I|^2 \frac{\operatorname{sh}^2(\alpha d + u_3) + \sin^2(\beta d + v_3)}{\operatorname{sh}^2[\alpha(\ell_0 + \Delta \ell) + u_I + u_3] + \sin^2 \beta \Delta \ell} \quad (25)$$

Pratiquement :

$$\begin{aligned} \alpha \Delta \ell &\ll \alpha \ell_0 + u_I + u_3 \\ \operatorname{sh}^2 [\alpha(\ell_0 + \Delta \ell) + u_I + u_3] &\neq \text{Cte} \end{aligned} \quad (26)$$

La formule (23) associée à (24) montre que la courbe de résonance est parfaitement symétrique. Ce résultat ne peut être obtenu qu'avec des circuits dans lesquels l'excitation, la détection et la charge sont disposées judicieusement.

La largeur  $2\Delta \ell$  de la courbe est donnée par :

$$|V|^2 = \frac{|V|_M^2}{2} \quad (27)$$

$$\text{soit} \quad \sin \beta \Delta \ell = \operatorname{sh}(u_I + u_3 + \alpha \ell_0) \quad (28)$$

Pratiquement, la courbe étant toujours étroite

$$\beta \Delta \ell = u_I + u_3 + \alpha \ell_0 \quad (29)$$

Il suffira donc de faire d'abord une mesure avec une impédance connue  $u'_3$  et  $v'_3$  :  $l'_0 - \Delta l'$ , puis de placer l'impédance inconnue  $u, v_3$  :  $l_0$  et  $\Delta l$

$$v_3 = (l'_0 - l_0) + v'_3 \quad (30)$$

$$u_3 \neq \beta(\Delta l - \Delta l') \quad (31)$$

### 3.2. - Ligne de mesure de T.O.S.

La longueur de ligne est fixe et l'on déplace une sonde pour relever l'amplitude de la tension en chaque point de la ligne.

La formule (18) peut s'écrire :

$$|V|^2 = K^2 \cdot \left[ \text{sh}^2(\alpha d + u_3) + \sin^2(\beta d + v_3) \right]$$

On admet que les pertes sont négligeables  $\alpha \neq 0$

$$|V|^2 = K^2 \cdot \left[ \text{sh}^2 u_3 + \sin^2(\beta d + v_3) \right] \quad (32)$$

Les maximums de  $|V|^2$  ont lieu pour :

$$\sin^2(\beta d + v_3) = 1$$

soit

$$\beta d + v_3 = (2k + 1) \frac{\pi}{2} \quad (33)$$

Les minimums de  $|V|^2$  ont lieu pour :

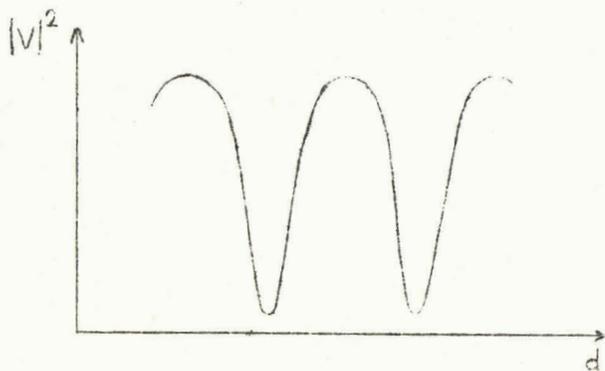
$$\sin^2(\beta d + v_3) = 0$$

$$\boxed{\beta d + v_3 = m\pi} \quad (34)$$

Le T.O.S. sur la ligne est donné par :

$$S^2 = \left| \frac{V_M}{V_m} \right|^2 = \frac{1 + \text{sh}^2(u_3)}{\text{sh}^2(u_3)} = \coth^2(u_3) \quad (35)$$

Cependant, l'impédance à mesurer est faiblement absorbante, et la mesure de S n'est pas précise. On étudie la courbe tension détectée  $|V|^2$  autour d'un minimum.



$$|V_m|^2 = K^2 \operatorname{sh}^2(u_3)$$

$$|V_{\Delta m}|^2 = K^2 \left[ \operatorname{sh}^2(u_3) + \sin^2 \beta \Delta d \right]$$

La largeur de la courbe autour d'un minimum est donnée par :

$$\left| \frac{V_{\Delta m}}{V_m} \right|^2 = \frac{\operatorname{sh}^2 u_3 + \sin^2 \beta \Delta d}{\operatorname{sh}^2 u_3} = 2$$

$$\boxed{\operatorname{sh} u_3 = \sin \beta \Delta d} \quad (36)$$

Etudions la courbe autour d'un maximum.

$$|V_M|^2 = K^2 \left[ \operatorname{sh}^2 u_3 + 1 \right]$$

$$|V_{\Delta M}|^2 = K^2 \left[ \operatorname{sh}^2 u_3 + \sin^2 \left( \frac{\pi}{2} + \beta \Delta d' \right) \right]$$

$$\left| \frac{V_{\Delta M}}{V_M} \right|^2 = \frac{\operatorname{sh}^2 u_3 + 1}{\operatorname{sh}^2 u_3 + \cos^2 \beta \Delta d'} = 2$$

$$\operatorname{sh} u_3 = \cos \beta \Delta d' \quad (37)$$

Autour d'un maximum, la courbe est donc très large et cette dernière formule ne sera jamais utilisée.

En résumé, on place à l'extrémité de la ligne, un circuit ouvert et l'on repère la position d' d'un minimum de tension.

$$\beta d' + \frac{\pi}{2} = m\pi$$

On remplace le circuit ouvert par l'impédance  $u_3, v_3$  à mesurer. Pour retrouver un minimum, on doit déplacer la sonde vers la charge. Ceci nous donne une seconde position  $d''$ , telle que :

$$\beta d'' + v_3 = m\pi$$

On en déduit à  $k\pi$  près :

$$v_3 = \beta(d' - d'') + \frac{\pi}{2} \quad (38)$$

On mesure la largeur de la courbe  $2\Delta d$  autour du minimum.

$$u_3 \neq \beta \Delta d \quad (39)$$

La ligne de mesure de T.O.S. n'utilisent qu'une onde incidente et qu'une onde réfléchiée n'est théoriquement pas favorable à la mesure de diélectriques à faibles pertes.

Des mesures précises sont possibles pour des longueurs particulières de cellules. Les fréquences de mesure sont imposées par le diélectrique. Pour les changer, il faut changer la longueur de la cellule.

Soit  $h'$  la longueur réelle du tronçon de ligne rempli de diélectrique  $\sqrt{\epsilon^*} = A + jB$ . Examinons le cas particulier :

$$h' = n \frac{\lambda'}{2} \quad (\lambda' \text{ longueur d'onde dans le diélectrique})$$

L'admittance d'entrée du tronçon vaut :

$$y_e = (B - jA) \operatorname{th}(\alpha'h' + j\beta'h') \quad (40)$$

$$y_e = (B - jA) \frac{\operatorname{sh} 2\alpha'h' + j \sin 2\beta'h'}{\operatorname{ch} 2\alpha'h' + \cos 2\beta'h'}$$

mais comme  $h' = n \frac{\lambda'}{2} \quad \beta'h' = n\pi$

d'où  $y_e = (B - jA) \frac{\operatorname{sh} n\alpha'\lambda'}{\operatorname{chn}\alpha'\lambda' + 1}$

$$n \alpha' \lambda' = n \cdot A \beta \cdot \frac{2}{B \beta} = n \frac{A}{B} 2\pi$$

$$y_e = (B - jA) \operatorname{th} n \frac{A}{B} \pi \quad (41)$$

$$g_e = B \operatorname{th} n \frac{A}{B} \pi \quad (42)$$

comme  $B \gg A$ ,

$$b_e = -A \operatorname{th} n \frac{A}{B} \pi \neq 0 \quad (43)$$

Soit la fréquence  $f_{0n}$  définie par :

$$f_{0n} = \frac{c}{\lambda'} = f \frac{\lambda}{\lambda'} = f \sqrt{\epsilon^*} \neq fB$$

d'où

$$\frac{f_{0n}}{f} = B \quad (44)$$

et

$$\epsilon' \neq B^2 = \left( \frac{f_{0n}}{f} \right)^2 \quad (45)$$

La valeur de  $g_e$  est déterminée comme dans la méthode principale en mesurant la largeur de la courbe autour d'un minimum.

$$g_e \neq \operatorname{th} u_3 \quad (46)$$

On tire alors de (40)  $\frac{A}{B}$  d'où :

$$\epsilon'' = \frac{A}{B} \cdot 2B^2 \quad (47)$$

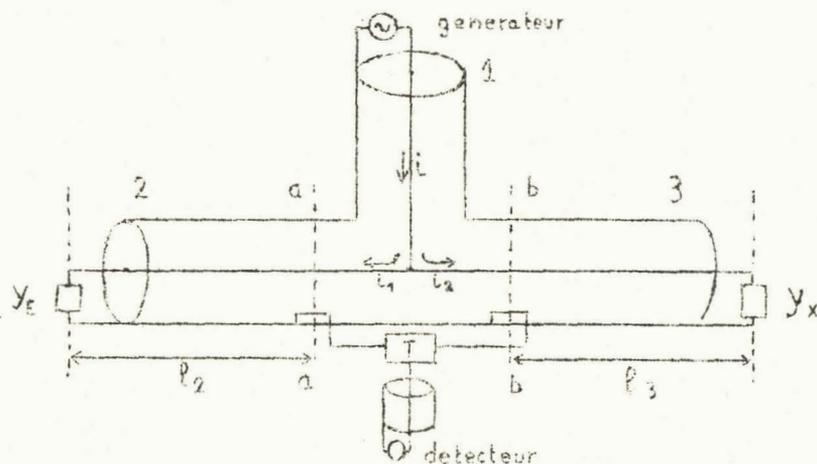
On trace d'abord avec précision un graphique des positions de sonde relatives à  $b = 0$  et  $b = \infty$ . Pour une cellule donnée, on cherche ensuite pour quelles fréquences particulières  $f_2, f_4 \dots$  le plan d'entrée est placé dans un plan  $b = 0$ . On effectue alors une mesure de T.O.S. ou de la largeur de la courbe autour d'un minimum, pour les fréquences  $f_2, f_4 \dots$  en déplaçant la sonde. De  $f_2, f_4 \dots$  on déduit  $B$ ; du T.O.S. ou de  $\Delta d$  on déduit  $A/B$ .

Il faut remarquer que dans un plan  $b = 0$ , le champ électrique est maximum donc l'influence du mica est alors minimum.

## II - TECHNIQUES DES MESURES.

Pour les dispositifs utilisés réellement nous rappelons les méthodes de mesure employées. Nous précisons les possibilités de mesure de chaque appareil et la précision. Pour un diélectrique de caractéristiques approximativement connues, on peut ainsi choisir la méthode, l'appareil et la cellule de mesure les plus judicieux pour obtenir la précision maximum sur tout le tracé d'un spectre.

### I - Etude du dispositif n°1 : Comparateur d'admittances 50-500 MHz. (1)



Le "bras" 1 est connecté au générateur, et les "bras" 2 et 3 sont terminés respectivement par l'admittance étalon  $Y_E$  et l'admittance à mesurer  $Y_X$ . Deux boucles de couplage recueillent des tensions proportionnelles aux courants  $i_1$  et  $i_2$ . Ces boucles sont connectées sur un transformateur spécial T, pour donner  $V = 0$ , lorsque  $i_1 = i_2$ .

Soient  $Y'_E$  et  $Y'_X$  les admittances ramenées vues dans les plans de section droite aa et bb des boucles.

Les courants dans les deux tronçons sont :

$$I_1 = V_E Y'_X$$

$$I_2 = V_E Y'_E$$

d'où les tensions induites dans les boucles :

$$V_I = j M_I \omega V_E Y'_X \quad V_2 = j M_2 \omega V_E Y'_E$$

à l'équilibre :

$$V_I + V_2 = 0$$

$$Y'_X = - \frac{M_2}{M_I} Y'_E \quad (1)$$

Le T est symétrique :  $\ell_2 = \ell_3$

$$Y_X = - \frac{M_2}{M_I} Y_E \quad (2)$$

Les boucles ont la même surface :

$$\frac{M_2}{M_I} = -1$$

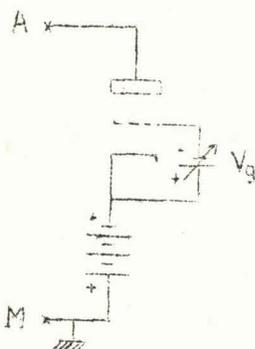
$$\boxed{Y_X = Y_E} \quad (3)$$

La qualité de ce dispositif dépend de sa symétrie et de la précision de mesure de  $i_I = i_2$  à toutes les fréquences. On a un ordre de grandeur de sa dissymétrie en terminant 2 et 3 par des pistons de court-circuit. On trouve  $\ell_2 = \ell_3 = 100 \text{ mm} \pm 3 \text{ mm}$  pour toute la bande 50 à 500 MHz.

### I.I. - Admittance étalon.

$$Y_E = G_E + jB_E$$

La susceptance variable ( $B_E$ ) est réalisée au moyen d'un condensateur micrométrique de faible longueur. La conductance devant varier dans de grandes limites et être réglable finement est difficile à obtenir. Elle doit être indépendante du signal HF incident et varier le moins possible avec la fréquence.



On utilise la conductance anode cathode d'une triode très hautes fréquences (2C40)

$$g = \frac{I_a}{V_a}$$

En faisant varier la polarisation  $V_g$ ,  $g$  varie (de 0 à 400  $\mu S$ ). En première approximation, la conductance obtenue est indépendante de l'amplitude HF et reste valable jusque 500 MHz. On peut lui ajouter des conductances fixes en parallèle pour augmenter la gamme de mesures.

### 1.2. - Précisions obtenues.

Nous n'avons pas effectué l'étude complète de cet appareil, mais les premières mesures semblent faire apparaître les résultats suivants.

a) Les conductances mesurées étant faibles, l'accord en capacité est très sensible, mais varie légèrement avec la fréquence car l'énergie captée par les boucles dépend de  $\omega$ .

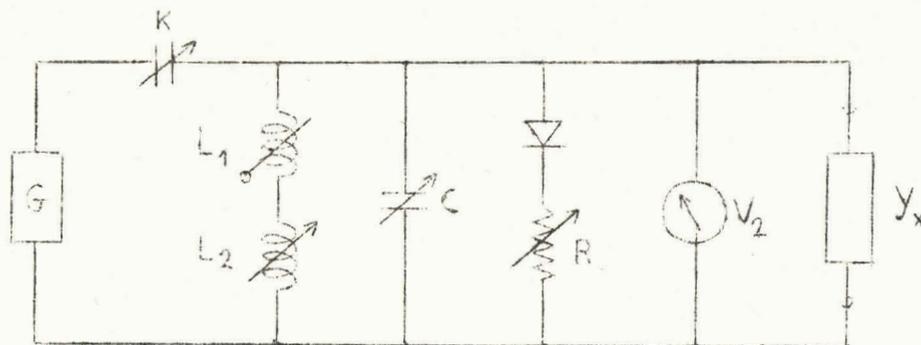
Nous pouvons admettre une précision de 4 % sur  $B_x$ .

b) La précision des mesures de conductance est plus difficile à évaluer car elle dépend beaucoup de l'étalonnage. Les conductances étalons utilisées sont à 1 %, mais pour des fréquences supérieures à 50 MHz et  $G < 100 \mu S$ , la conductance apparente décroît régulièrement. On est obligé de vérifier la qualité de ces conductances sur des résonateurs. L'accord du pont est réalisé avec une précision d'environ 2 %.

On peut admettre 5 à 10 % sur  $G_x$ .

En conclusion, cet appareil possède de nombreuses qualités. A notre avis, la principale, est la rapidité des mesures : quelle que soit la fréquence utilisée, il n'y a aucune correction à faire et l'on a directement l'admittance d'entrée de la cellule. Une autre propriété est que la précision varie peu avec la fréquence et l'admittance mesurée, elle dépend essentiellement de l'étalonnage. Les mesures comparatives sont particulièrement précises.

2 - Dispositif n°2. Admittancemètre Rhode et Schwarz - 10 à 100 MHz.



2.1. - Principe de fonctionnement.

Un résonateur parallèle est formé de :

- deux selfs en série  $L_I$  et  $L_2$  variables pour le choix de la fréquence de mesure.
- une capacité variable pour la mesure de  $\Delta C$ .
- une conductance variable : résistance apparente d'une détection série à tension constante (5 volts), la variable étant la résistance de détection.

Ce résonateur est excité par un générateur à niveau constant G. Une capacité K réglable permet d'obtenir  $V_2 = 5$  volts.

2.2. - Méthode de mesure.

- Equilibre I :  $Y_x$  est connectée. On place C à sa valeur minimum  $C_I$  et R à sa valeur maximum. La résonance pour la fréquence désirée est obtenue avec la self variable L et l'on règle le couplage K pour que le voltmètre V indique une déviation donnée (5 volts).

- Equilibre II :  $Y_x$  est déconnectée, ce qui désaccorde le circuit. On modifie C de  $C_I$  à  $C_2$  pour rétablir la résonance et on diminue la résistance d'amortissement R pour avoir  $V_2 = Cte = 5$  v.

On a substitué à  $Y_x$  une admittance connue :

$$G_x = \Delta \left( \frac{I}{R} \right) \quad (4)$$

$$C_x = C_2 - C_I \quad (5)$$

### 2.3. - Correction des mesures.

Les valeurs mesurées doivent être corrigées en fonction de la fréquence et de  $Y_x$ , car :

- a) le circuit de mesure n'a pas des dimensions infiniment petites.
- b) les connexions reliant la diode d'amortissement au circuit de mesure présentent une certaine self.
- c) pour les résistances inférieures à 10 k $\Omega$  et les fréquences basses, la diode perturbe la courbe de résonance.
- d) le condensateur variable possède de très faibles pertes variant avec sa position.

Pour les courbes de correction, voir la notice technique.

### 2.4. - Précisions obtenues.

Le graphique n°4 donne  $\frac{dG}{G}$  en fonction de  $G$ , avec, pour paramètre, la fréquence.

On voit qu'il est possible de mesurer 1 000  $\mu\text{s}$  avec une précision de 9 %, 250  $\mu\text{s}$  avec une précision de 5 % et de 100  $\mu\text{s}$  à 50  $\mu\text{s}$  avec une précision de 4 %, ceci quelque soit la fréquence de mesure.

Pour des conductances plus faibles, la précision décroît rapidement quand la fréquence augmente. Pour une conductance de 1  $\mu\text{s}$ , l'incertitude de 8% à 10 MHz passe à 25 % à 80 MHz : la mesure perd beaucoup de son sens.

A cause de la méthode de substitution utilisée, la précision sur la mesure de la capacité dépend très peu de la valeur de la conductance. Elle est égale à l'erreur de lecture sur  $C$ , soit  $\pm 0,5$  pF.

### Application aux diélectriques.

Nous avons tracé un second graphique donnant  $\frac{d(G/\omega)}{G/\omega}$  en fonction de  $G/\omega$  avec, pour paramètre, la fréquence. La précision est de 4 % pour  $G/\omega = C_a \epsilon''$  compris entre 0,06 et 0,2 pF.

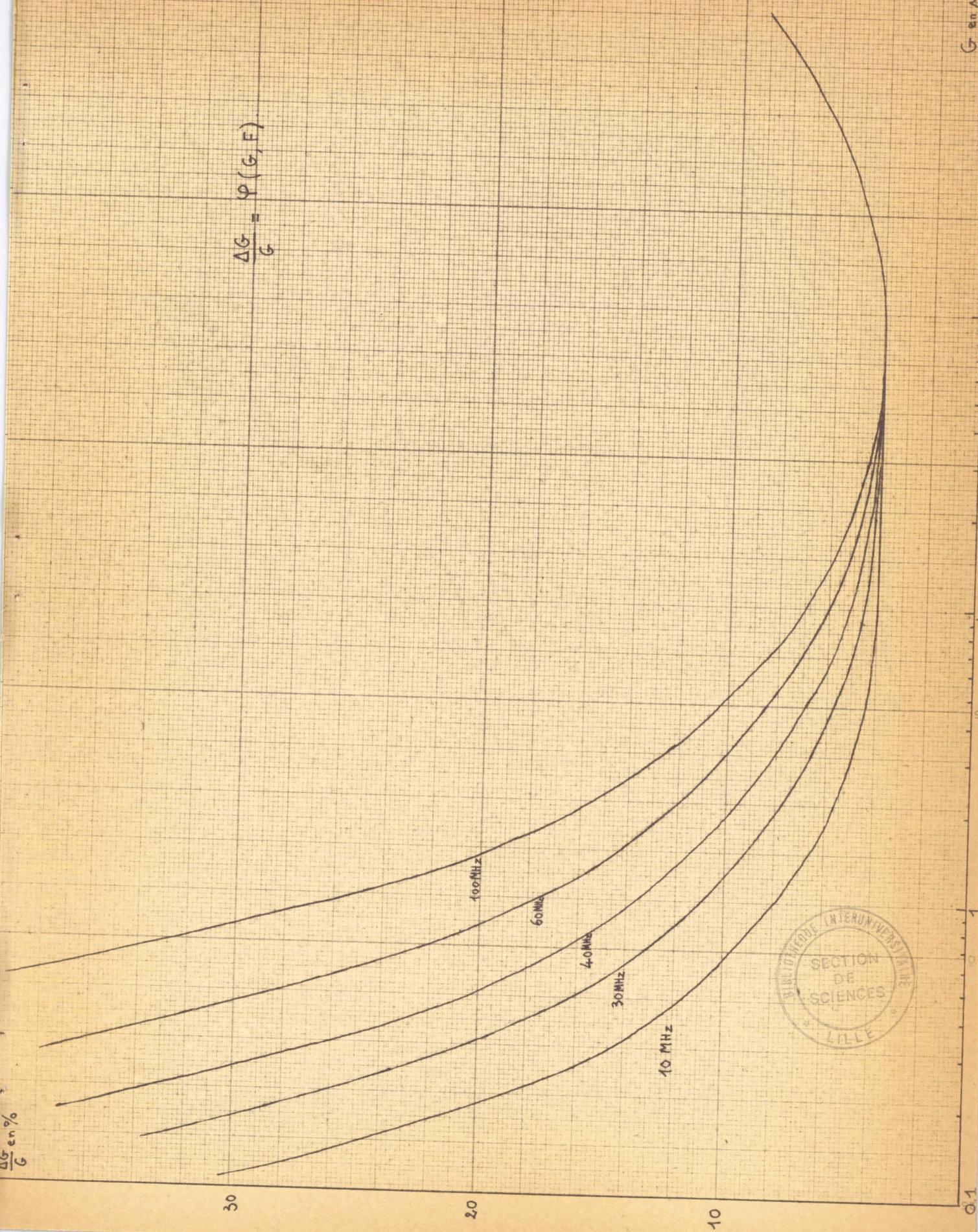
Nous avons aussi tracé des courbes donnant directement la précision obtenue sur  $\epsilon''$  pour différentes cellules en fonction de la fréquence.

En conclusion, cet appareil utilise une méthode de mesure excellente, analogue à la double pesée de Borda. La précision de la mesure n'est pas meilleure que 4 % car la conductance étalon varie avec la fréquence et l'impédance du circuit résonnant.

Cet appareil permet des mesures rapides de 10 à 40 MHz. Au-delà, les corrections deviennent importantes et la précision diminue. Son principal inconvénient est la tension élevée (5volts) appliquée à la cellule de mesure (chauffage par pertes diélectriques).

$\frac{\Delta G}{G}$  en %

$$\frac{\Delta G}{G} = \varphi(G, F)$$



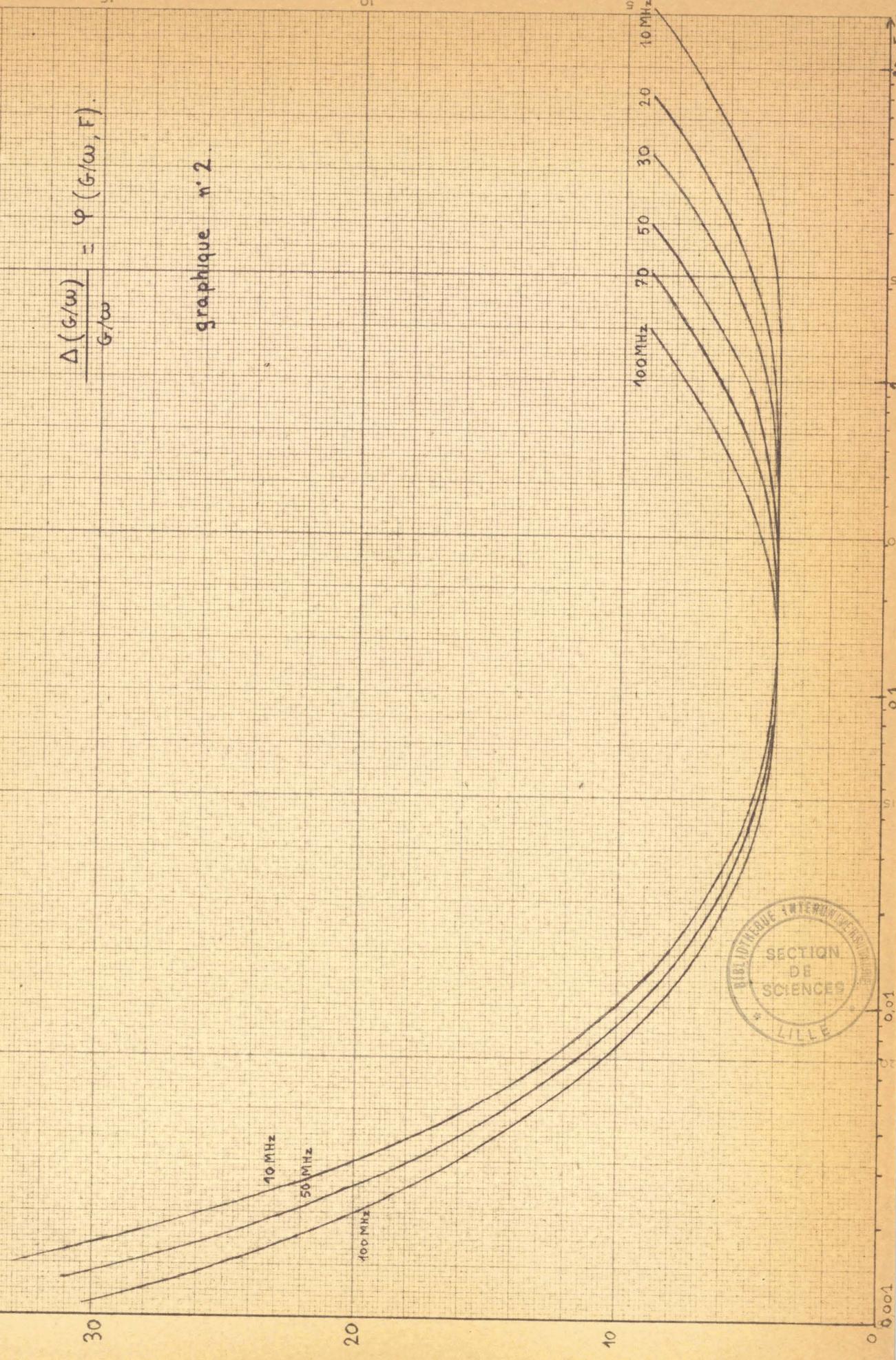
G en MS

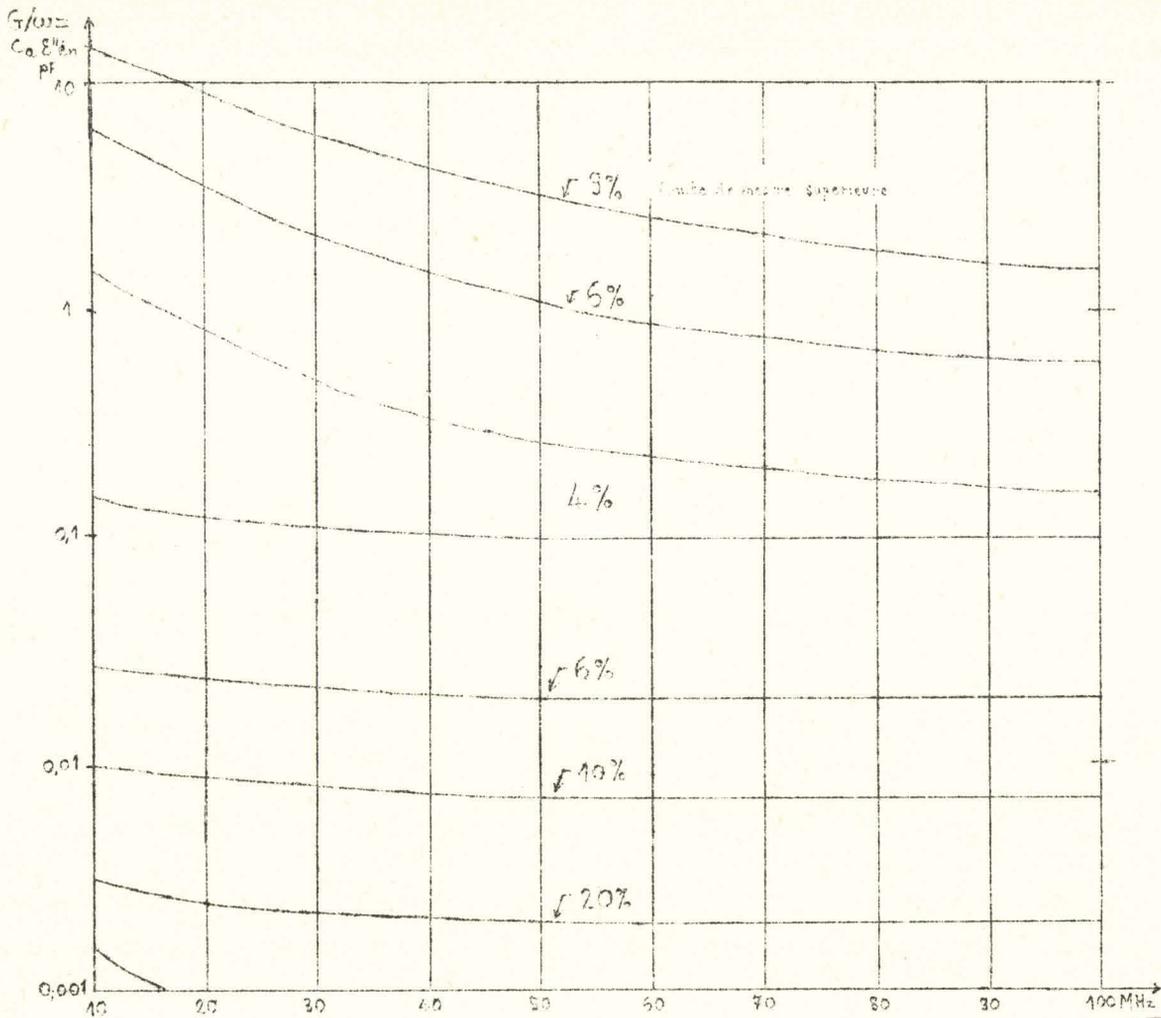
0.1

$\frac{\Delta(G/\omega)}{G/\omega}$  en %

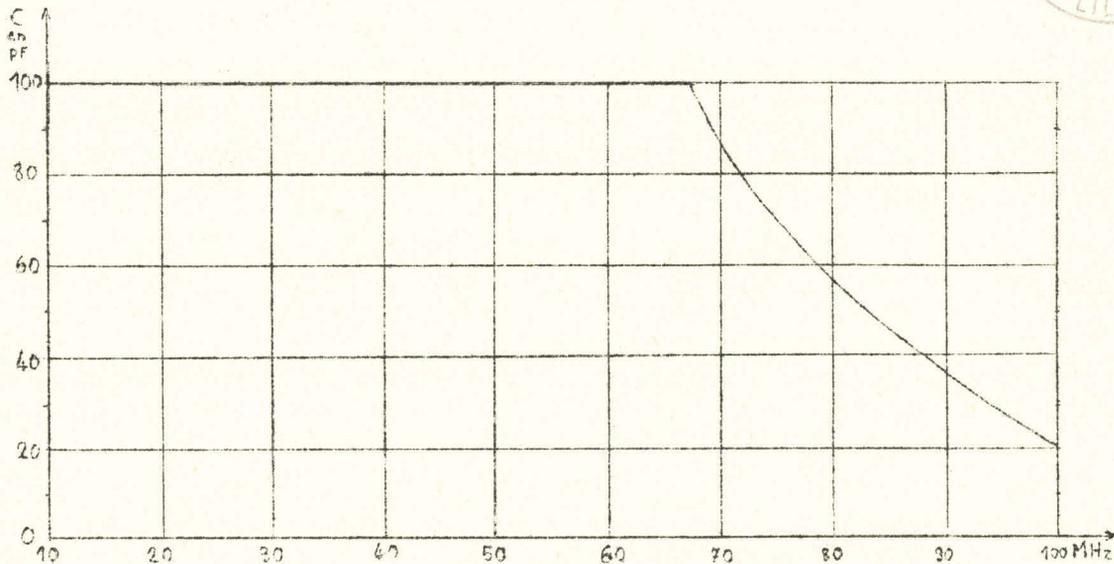
$$\frac{\Delta(G/\omega)}{G/\omega} = \varphi(G/\omega, F)$$

graphique n° 2.



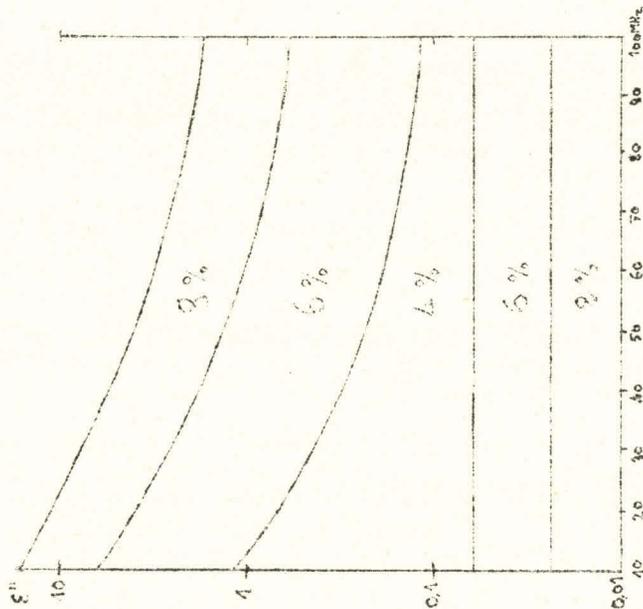


Gamme de mesure en C/w et précisions obtenues.



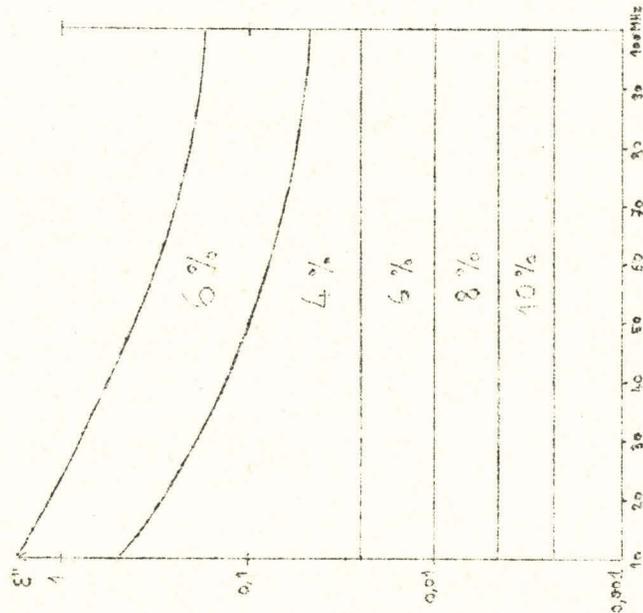
Gamme de mesure en capacités en fonction de la fréquence.

PRECISION OBTENUE SUR  $\epsilon''$  POUR DIFFERENTES CELLULES EN FONCTION DE LA FREQUENCE



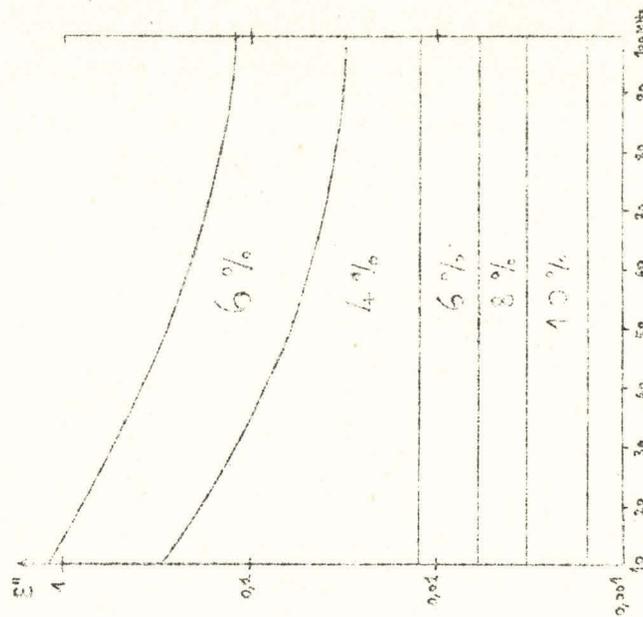
Co # 1,5 pF

(h = 2 cm).



Co # 3,6 pF

(h = 5 cm).



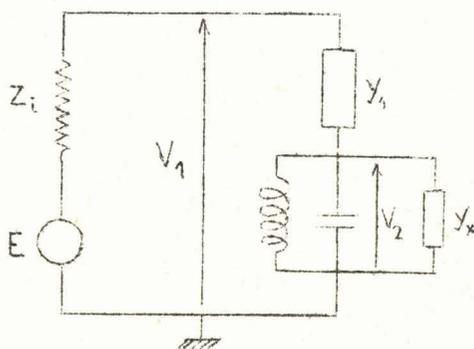
Co # 5,6 pF

(h = 8 cm).

3 - Dispositif n°3.  $\epsilon^*$  mètre de 100 kHz à 10 MHz.

Nous avons utilisé un  $\epsilon^*$  mètre construit à partir d'un résonateur parallèle à capacité variable et selfs interchangeables. Ce résonateur peut être excité au moyen de conductances ou de capacités étalonnées. On emploie la méthode de l'amplitude.

3.I.I. - Principe. L'impédance d'excitation est une résistance pure.



$$V_2' = V_I' \frac{G_I}{G_I + G_2 + G_x + j \left[ (C_2' + C_x) - \frac{I}{L_2 \omega} \right]} \quad (8)$$

$V_2'$  est maximum lorsque le dénominateur est minimum.

$$(C_x + C_2') - \frac{I}{L_2 \omega} = 0 \quad (9)$$

alors

$$V_{2M}' = V_I' \frac{G_I}{G_I + G_2 + G_x} \quad (10)$$

Sans l'admittance inconnue  $Y_x$ , pour :

$$C_2 \omega - \frac{I}{L_2 \omega} = 0 \quad (11)$$

on a :

$$V_{2M}' = V_I' \frac{G_I}{G_I + G_2} \quad (12)$$

La comparaison de (9) et (11), (10) et (12) donne :

$$C_x = (C_2 - C_2') \quad (13)$$

$$G_x = \left[ \frac{V_I'}{V_{2M}'} - \frac{V_I'}{V_{2M}} \right] G_I \quad (14)$$

Il est commode de prendre :

$$V_{2M} = V'_{2M} = I \text{ volt}$$

$$G_x = (V'_I - V_I) G_I \quad (I5)$$

3.I.2. - L'impédance d'excitation est une résistance shuntée par une capacité parasite.

$$V'_2 = V'_I \frac{G_I + jC_I\omega}{G_I + G_2 + G_x + j \left[ (C_I + C_2 + C_x) - \frac{I}{L_2\omega} \right]} \quad (I6)$$

On obtient de même que précédemment :

$$C_x = C_2 - C'_2$$

$$G_x = (V'_I - V_I) \sqrt{G_I^2 + C_I^2\omega^2} \quad (I7)$$

Pour éviter un étalonnage donnant l'admittance en fonction de la fréquence, il faut que  $G_I$  soit suffisamment élevée ou  $R_I$  faible. Mais diminuer  $R_I$ , amortit le résonateur (§ I.2.2.). On ne peut agir que sur  $C_I$  d'où l'emploi de résistances à couche métallique.

3.I.3. - L'impédance d'excitation est une capacité.

$$V'_2 = V'_I \frac{jC_I\omega}{G_2 + G_x + j \left[ (C_I + C_2 + C_x) - \frac{I}{L_2\omega} \right]} \quad (I8)$$

$$C_x = C_2 - C'_2$$

$$\frac{G_x}{\omega} = (V'_I - V_I) C_I \quad (I9)$$

### 3.1.4. - L'impédance d'excitation est une capacité avec pertes.

Les relations sont celles (§ 3.1.2) pour une résistance shuntée par une capacité parasite, mais les ordres de grandeur des différents termes sont différents.

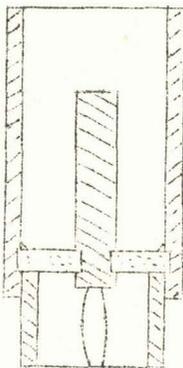
Il est cependant facile d'obtenir des capacités de l'ordre de I pF à pertes négligeables.

On peut ainsi appliquer les formules (19). La capacité d'excitation aura toujours la plus faible valeur possible, compte tenu de la f.e.m. du générateur et de l'obtention de  $V_2' = I$  volt à la résonance.

$C_I = I$  pF est une valeur donnant souvent satisfaction.

### 3.2. - Application à la mesure des diélectriques.

#### Mode opératoire



Pour obtenir en fonction de la fréquence les composantes de la permittivité d'un diélectrique, nous introduisons celui-ci dans une cellule de mesure constituée par un condensateur à armatures cylindriques de capacité active  $C_a$  et de capacité résiduelle  $C_r$ .  $C_r$  comporte éventuellement la capacité due au joint thermique.

#### 1<sup>er</sup> Pointé : sans cellule.

- On relève  $C_2$  et  $V_I$ .

#### 2<sup>ème</sup> Pointé : avec la cellule vide. Le pointé de résonance donne $C_2'$ et $V_I'$ .

Comme la cellule est sans pertes :  $V_I' \neq V_I$

$$C_a + C_r = C_2 - C_2' \quad (20)$$

#### 3<sup>ème</sup> Pointé. On remplit la cellule et on mesure $C_2''$ et $V_I''$ .

$$\epsilon' C_a + C_r = C_2 - C_2'' \quad (21)$$

On déduit de (20) et (21) :

$$C_a (\epsilon' - 1) = C_2' - C_2'' \quad (22)$$

$$\epsilon'' C_a = (V_I'' - V_I') C_I \quad (23)$$

Remarque : La relation (22) n'est pas commode, car elle nécessite une mesure - cellule vide et une mesure - cellule pleine.

En pratique, on mesure  $C_a + C_r$  de la cellule. La mesure se fait alors en deux fois et est très rapide.

1<sup>ère</sup> mesure : sans cellule - on pointe  $C_2$  et  $V_I \neq V_I'$

2<sup>ème</sup> mesure : cellule pleine - on pointe  $C_2''$  et  $V_I''$

$$C_a (\epsilon' - 1) = \left[ C_2 - (C_a + C_r) \right] - C_2'' \quad (24)$$

$$\epsilon'' C_a = (V_I'' - V_I') C_I$$

### 3.3. - Précisions obtenues pour une capacité d'excitation constante C

Elle peut se calculer à partir des relations (19)

$$\begin{cases} C_x = C_2 - C_2' \\ \frac{G_x}{\omega} = (V_I' - V_I) C_I \end{cases}$$

$$\text{d'où} \quad \frac{dC_x}{C_x} = \frac{dC_2 + dC_2'}{C_2 - C_2'} \quad (25)$$

On a  $dC_2' = 1/10$  de division soit 0,113 pF mais  $dC_2$  dépend de la conductance en parallèle  $G_x$  : plus  $G_x$  est grande, plus la courbe de résonance est aplatie et plus il est difficile de pointer la résonance. Cependant pour  $G_x = 100 \mu S$  à 5 MHz, on a encore une précision de  $dC_2 = 0,226$  pF

$$\text{d'où} \quad \underline{dC_x \neq 0,3 \text{ pF}}$$

Nous utilisons un voltmètre électronique Metrix 745 pour mesurer la tension d'entrée  $V_I$ . Les deux calibres 1 V et 3 V sont utilisés. Les erreurs de lecture sont environ :

$$dV_I' = 0,01 \text{ volt}$$

$$dV_I = 0,002 \text{ volt}$$

La mesure de  $V_2$  s'effectue par un voltmètre électronique incorporé. On a :

$$V_2 = 1 \text{ volt à mieux de } 1 \%$$

$$\frac{d(G_x/\omega)}{G_x/\omega} = \frac{dV_I' + dV_I}{V_I' - V_I} + \frac{dC_I}{C_I} \quad (26)$$

soit

$$\frac{d(G_x/\omega)}{G_x/\omega} = \frac{dV_I' + dV_I}{G_x/\omega} + \frac{dC_I}{C_I} \quad (27)$$

### 3.4. - Précision obtenue pour une résistance d'excitation constante $R_x$

$$C_x = C_2 - C_2'$$

$$\frac{G_x}{\omega} = (V_I' - V_I) \frac{G_I}{\omega}$$

La formule donnant  $C_x$  est la même que dans le cas d'une impédance d'excitation capacitive. On a aussi :

$$dC_x \neq 0,3 \text{ pF}$$

$$\frac{d(C_x/\omega)}{G_x/\omega} = \frac{dV_I' + dV_I}{V_I' + V_I} + \frac{dG_I}{G_I} + \frac{dF}{F} \quad (28)$$

$\frac{dF}{F}$  est négligeable devant  $\frac{dC_I}{C_I} \neq 4 \%$

$$\frac{d(G_x/\omega)}{G_x/\omega} = \frac{dV_I' + dV_I}{(C/\omega)} \cdot G_I + \frac{dG_I}{G_I} \quad (29)$$

La précision sur  $G_x/\omega$  varie ici avec la fréquence de mesure et l'on doit tracer un réseau  $\frac{d(G_x/\omega)}{G_x/\omega} = \mathcal{P}(G/\omega, F)$  pour  $R_I$  donnée.

Il n'est pas possible de faire des mesures correspondant aux traits hachurés (voir gammes de mesure). Ce réseau a été tracé pour  $R_I = 100 \text{ K}\Omega$ . On voit que pour  $G/\omega$  donné ; la précision diminue très rapidement quand la fréquence augmente.

Au contraire, pour une capacité d'excitation, cette précision ne dépend pas de la fréquence. Pour la mesure de diélectriques, il faut donc mieux utiliser une capacité d'excitation : 0,55 ou 0,93 pF, ou plus.

Ces courbes montrent que l'on a intérêt à prendre une cellule de grande capacité active pour avoir  $G/\omega \geq 4 \text{ pF}$ . La précision sur  $G/\omega$  est alors toujours meilleure que 7 %.

La précision sur  $C_x$  dépend peu de  $G/\omega$ , en moyenne  $dC_x = 0,3 \text{ pF}$ .

### 3.5. - Améliorations possibles.

- a) Il serait commode d'utiliser pour  $C_2$  deux condensateurs en parallèle  $C_{2A}$  et  $C_{2B}$  :  $C_{2B}$  permettrait d'établir la résonance cellule vide et  $C_{2A}$  de faire la mesure  $(\epsilon' - 1)C_A$ . Les variations de  $\epsilon'$  avec la fréquence ou la température seraient ainsi directement visibles au cours des mesures sans aucun calcul.
- b) Le tracé d'un spectre serait plus rapide si les selfs étaient connectées sur un rotacteur.
- c) Mais surtout pour éviter d'enlever à chaque fois la cellule de mesure, un interrupteur à faibles pertes HF coupant la liaison à celle-ci serait très utile. Dans  $C_r$ , il faudrait alors tenir compte du socle VHF et de la connexion socle (cellule)-interrupteur.
- d) On peut utiliser une tension de référence de 1 v. et la comparer à la tension  $V_2$  redressée. La différence agirait soit sur un indicateur de zéro,

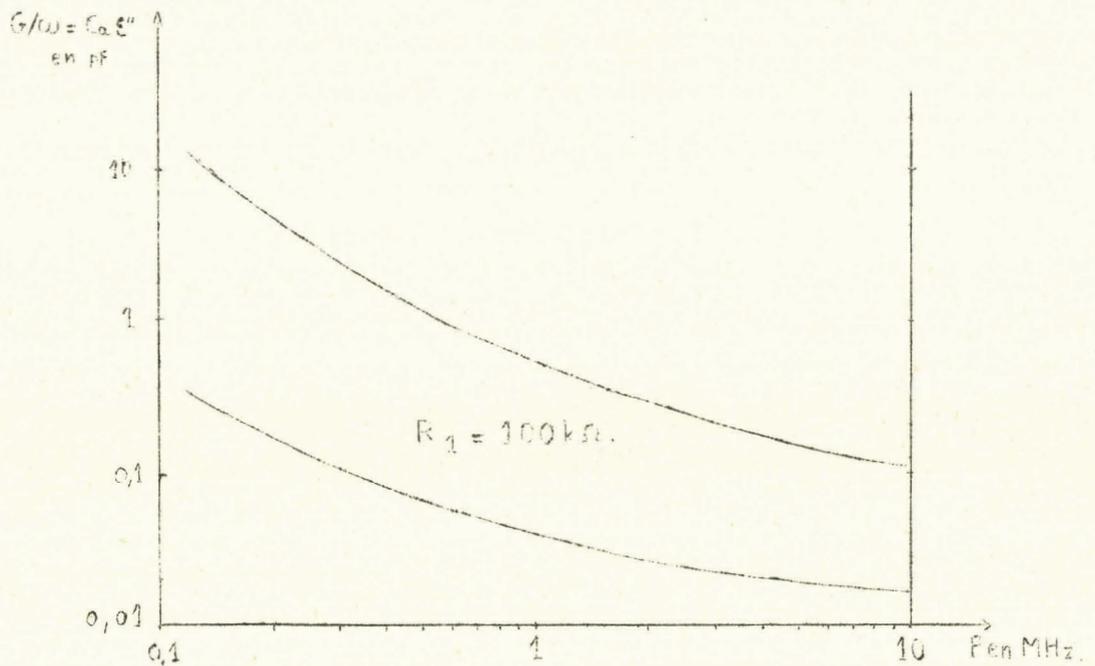
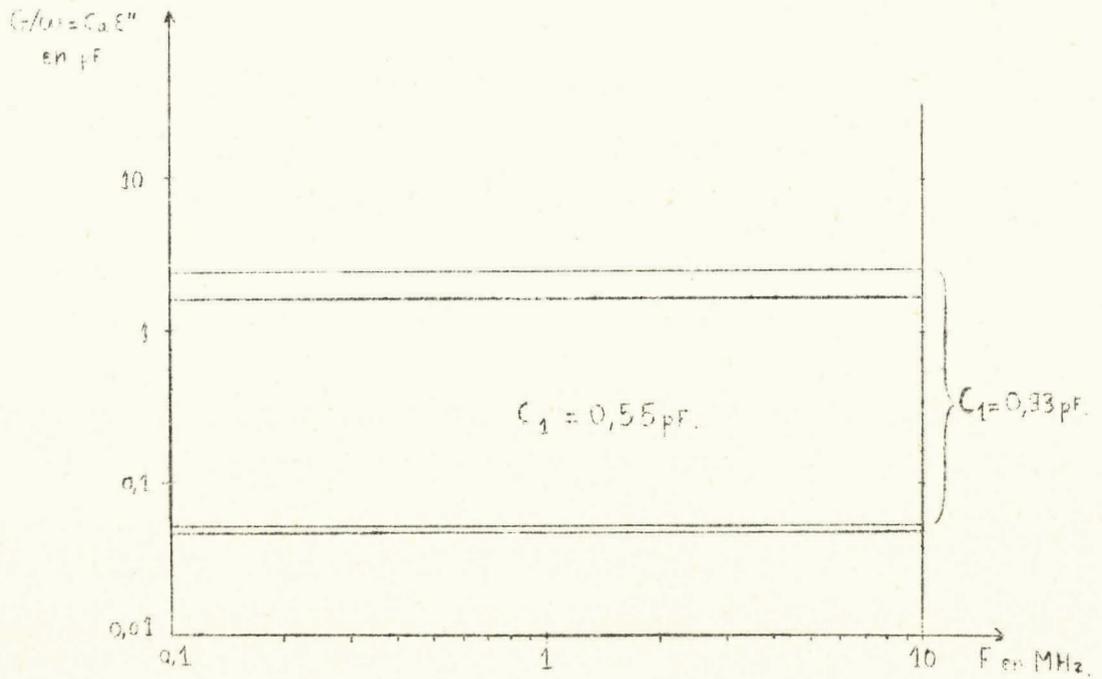
soit directement sur le niveau de sortie du générateur. Le résonateur peut aussi être astreint à rester à la résonance au moyen d'une diode Varicap. En général, les admittancemètres automatiques sont compliqués et non valables à large bande de fréquences <sup>(10)</sup>.

e) La précision de la méthode dépend essentiellement de la qualité des mesures de tension. Alors ou'actuellement  $\frac{dV}{V} \neq 0,3 \cdot 10^{-2}$ , un voltmètre digital permettrait de faire des mesures à  $10^{-4}$ .

f) Pour augmenter la précision de mesure de  $\epsilon'$  dans le cas de produits à fortes pertes, il peut être utile de visualiser le déphasage de  $V_o$  par rapport à  $V_I$ . Il est nul à la résonance mais varie rapidement autour de celle-ci. L'utilisation d'un détecteur de phase permet d'augmenter cette précision.

Cet appareil n'est pas utilisable à des fréquences supérieures à 15 MHz à cause de la longueur des connexions et des capacités parasites.

# GAMMES DE MESURE



Gamme de mesure en capacité : 0-80 pF, quelle que soit la fréquence.

$\frac{\Delta(G/\omega)}{G/\omega}$  en %

$\frac{\Delta(G/\omega)}{G/\omega} = \varphi(G/\omega)$

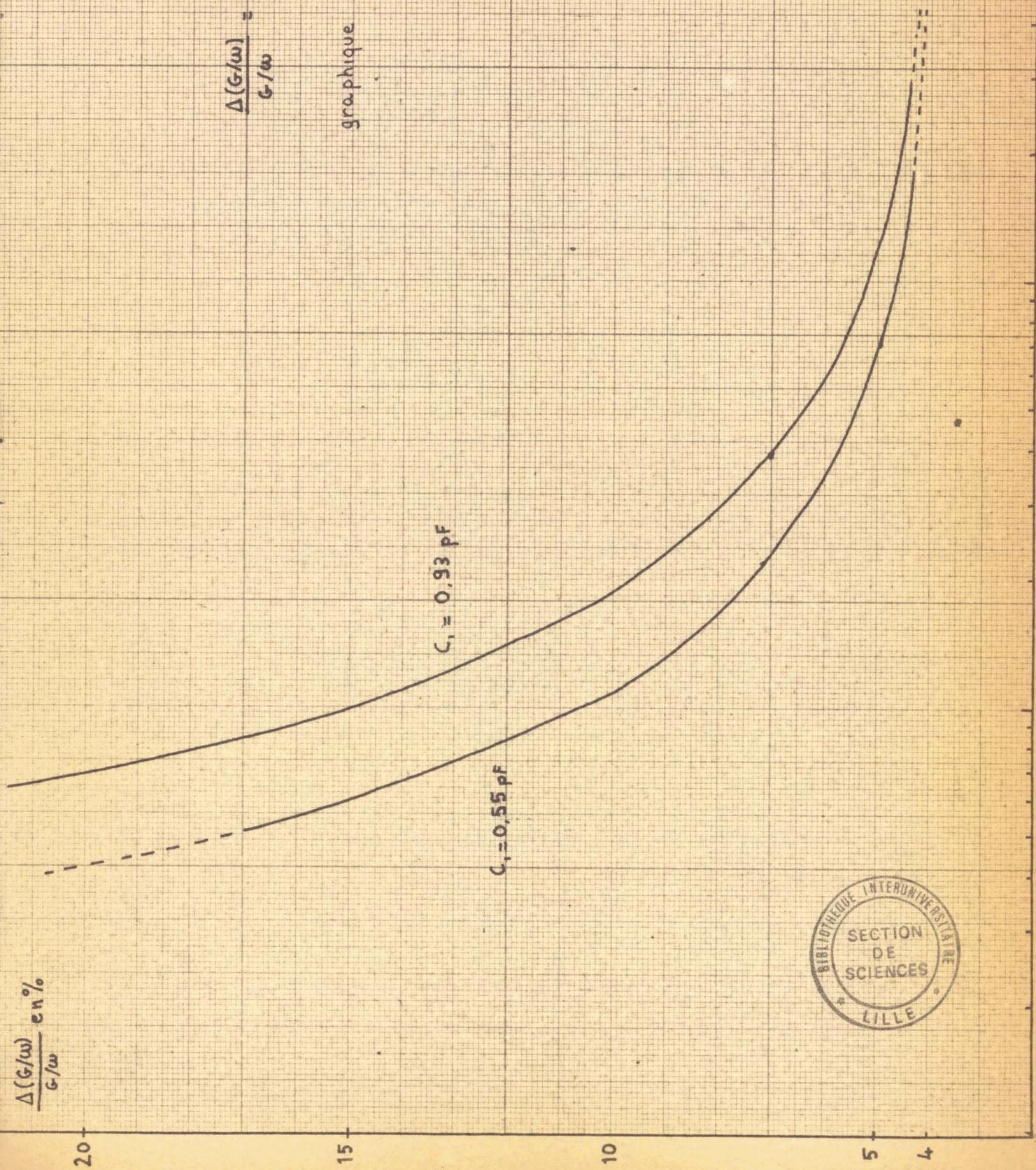
graphique n° 5

$C_1 = 0,93 \text{ pF}$

$C_1 = 0,55 \text{ pF}$



$G/\omega = C_0 \varepsilon$

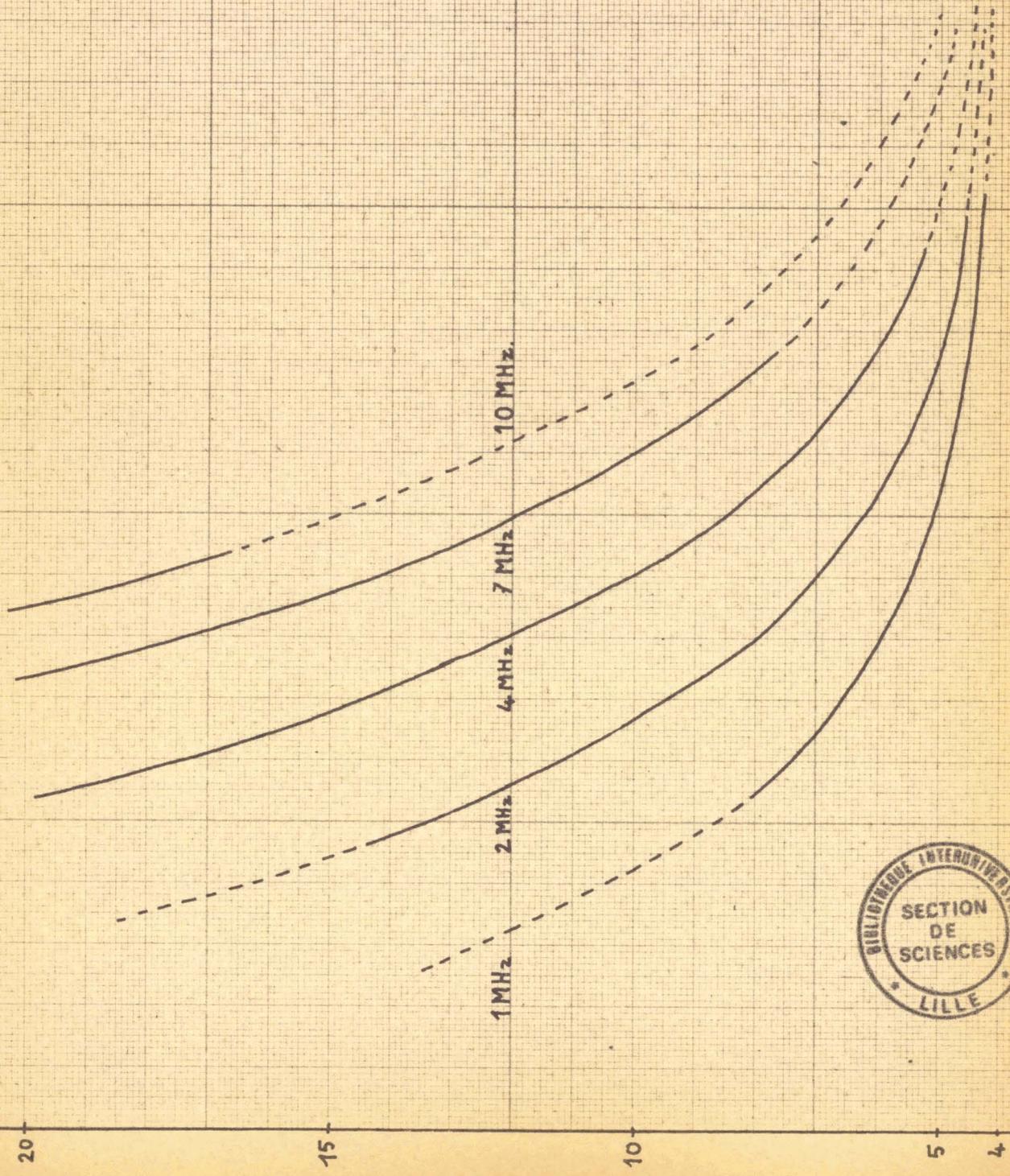


$\frac{\Delta(G/\omega)}{G/\omega}$  en %

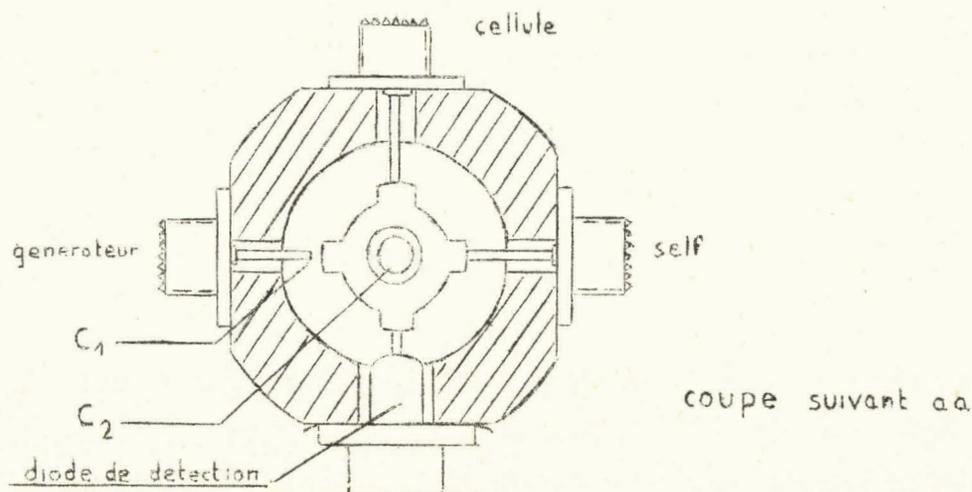
$\frac{\Delta(G/\omega)}{G/\omega} = \varphi(G/\omega, F)$

$R_1 = 100 \text{ k}\Omega$

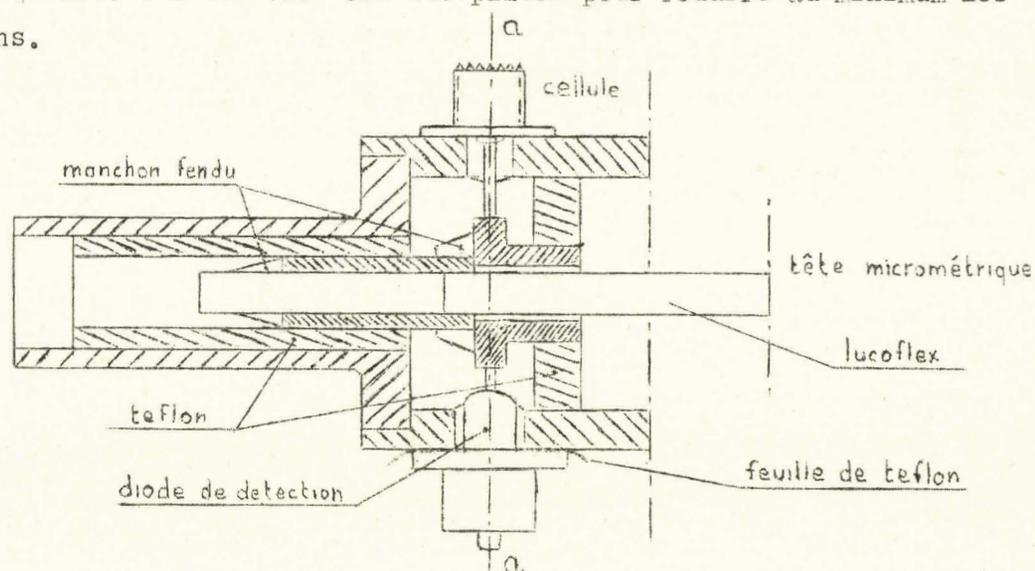
graphique n° 6



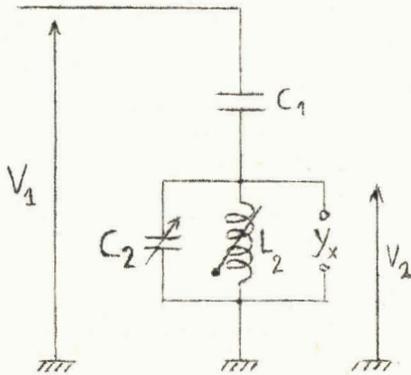
$G/\omega = C \cdot E$

4 - Dispositif n°4.  $\epsilon^*$  mètre de 5 à 80 MHz.

Cet appareil se compose d'un résonateur parallèle à capacité variable et selfs interchangeables, excité par une capacité  $C_I$  indépendante de la fréquence. Ces éléments ont été placés pour réduire au minimum les connexions.



Le condensateur variable est constitué d'un condensateur cylindrique. L'une des armatures est la masse, l'autre est une tige de laiton isolée, mais entraînée par une tête micrométrique. Cette capacité est linéaire de 14 à 18,2 pF ( $k = 0,172$  pF par mm) avec 2500 points de lecture puisque la course totale est de 25 mm.

4.I. - Méthode de la variation de susceptance.a) en l'absence de  $Y_x$ 

$$V_2 = V_I \frac{i\omega C_I}{G_2 + j \left[ \omega(C_I + C_2) - \frac{I}{L_2\omega} \right]} \quad (30)$$

à la résonance :

$$\omega(C_I + C_2) = \frac{I}{L_2\omega} \quad (31)$$

$$\text{On a : } V_{2M} = V_I \omega \frac{C_I}{G_2} \quad (32)$$

La largeur de la courbe de résonance  $2\Delta C_V$  est donnée pour :

$$V_2 = \frac{V_{2M}}{\sqrt{2}}$$

soit

$$G_2 = \omega \Delta C_V \quad (33)$$

b) En présence de  $Y_x$ 

$$V_2 = V_I \frac{j\omega C_I}{G_2 + G_x + j \left[ \omega(C_I + C_2 + C_x) - \frac{I}{L_2\omega} \right]} \quad (34)$$

à la résonance :

$$\omega(C_I + C_2 + C_x) = \frac{I}{L_2\omega} \quad (35)$$

$$V'_{2M} = V'_I \frac{\omega C_I}{G_2 + G_x} \quad (36)$$

la largeur de la courbe est  $2\Delta C_R$ 

$$G_2 + G_x = \omega \Delta C_R \quad (37)$$

de (31) et (35), on tire :

$$C_x = C_2 - C_2'$$

de (33) et (37) :

$$\frac{G_x}{\omega} = \Delta C_R - \Delta C_V \quad (38)$$

soit

$C_a (\epsilon' - 1) = C_2' - C_2''$ $\epsilon'' C_a = \Delta C_R - \Delta C_V$	(39)
---	------

#### 4.2. - Problèmes propres à l'appareil utilisé.

##### 4.2.I. - Mesure de la largeur à vide.

La capacité ne variant que de 4 pF, on ne peut pas obtenir la résonance sans cellule et avec cellule pour la même fréquence.

La formule (33) donne :

$$\Delta C_V = \frac{G_2}{\omega}$$

$G_2$  restant constant (pertes du circuit),  $\Delta C_V$  varie avec la fréquence. Il faut faire un étalonnage  $2\Delta C_V$  en fonction de la fréquence pour chaque self en prenant toujours pour  $C_2$  la même position du condensateur : au milieu de la partie linéaire soit 11 mm. Pour obtenir la résonance pour différentes fréquences, on place des capacités à air sans pertes et on relève à chaque fois  $2\Delta C$ .

En pratique on mesure avec le plus de précision possible  $\Delta C_{VI}$  pour  $F_I$  et on trace la courbe :

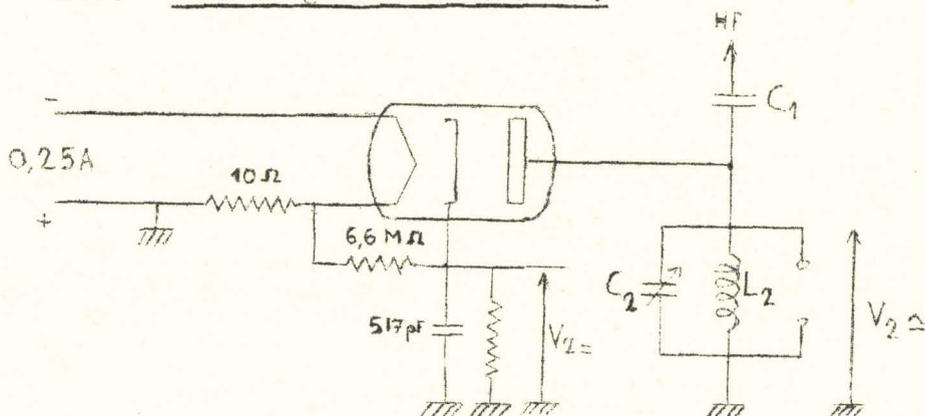
$$C_V = C_{VI} \cdot \frac{F_I}{F} \quad (40)$$

Il suffit ensuite de faire quelques autres pointés et de vérifier qu'ils sont sur la courbe, ce qui indique que  $G_2$  donc le Q du circuit reste constant dans cet intervalle de fréquences.

Pour une cellule donnée ( $C_a$  et  $C_r$ ), on peut faire en même temps un étalonnage direct en  $\epsilon'$ . On remplit la cellule avec des corps d' $\epsilon'$  connus : benzène, chlorobenzène, mélange en différents volumes de ceux-ci, tétrachlorure de carbone, dichloroéthane ... et on repère à chaque fois la fréquence de résonance, toujours pour  $C_2 = 11$  divisions. La mesure de la fréquence de résonance donne ainsi directement la valeur d'un  $\epsilon'$  inconnu sans aucun calcul. La précision obtenue peut être excellente si l'on utilise un étalon secondaire de fréquences et un mélangeur hétérodyne.

On a tracé les courbes  $2\Delta C_V = \phi(F)$  et  $\epsilon' = \phi(F)$  pour deux bobines différentes.

#### 4.2.2. - Etalonnage de la détection.



La tension  $V_2$  est détectée par une diode THF EA53. Pour réduire les longueurs de connexion, la détection est série. Le courant de saturation est compensé. Il faut connaître la relation  $V_{\text{détecté}} = f(V_{\text{HF}})$ . La connaissance complète de cette loi n'est pas utile : il suffit de repérer la tension à la résonance  $V_2$  et ensuite  $\frac{V_2}{\sqrt{2}}$ .

Etalonnage de la détection. - Comparaison de la loi de détection à celle d'un voltmètre étalonné -

La tension détectée  $V_2 =$  est lue sur un voltmètre électronique VE n°I. A la place de la cellule de mesure, on place la sonde d'un deuxième voltmètre. A la résonance, en agissant sur le niveau de sortie du générateur, on amène l'aiguille du VE n°I sur la division IOC. On lit alors  $V_2 \approx$  . On diminue  $V_I$  pour obtenir  $V_2 \approx / \sqrt{2}$  et on lit alors le  $V_2 =$  correspondant.



Si la détection était linéaire, on aurait  $V_2 = 70,7$  divisions. on répète l'opération sur les différents calibres du VE et à différentes fréquences.

2<sup>ème</sup> méthode : Mesure d'une conductance étalon à différents niveaux.

La détection est linéaire à haut niveau. Pour  $V_2 = 10$  volts, on mesure la largeur de la courbe de résonance pour une conductance. On diminue  $V_2$  jusque 3 v., la largeur de la courbe  $2\Delta C_2$  étant connue, on en déduit les deux valeurs  $V_2 =$  correspondant à  $V_2 \approx / \sqrt{2}$ .

Résultats obtenus.

Avec  $V_{2Max} = 100$  divisions, on obtient :

$\frac{V_2}{\sqrt{2}}$	pour 70,7 divisions	calibre 10v.
"	70	" 3v.
"	68	" 1v.
"	63	" 0,3v.
"	58	" 0,1v.

#### 4.3. - Mode opératoire pour une mesure.

- La cellule à mesurer est placée sur le résonateur, on cherche F pour obtenir la résonance pour  $C_2 = 11$  divisions. On mesure  $2\Delta C_R$ .
- Les courbes d'étalonnage donnent  $2\Delta C_V$  pour la fréquence considérée.

$$\frac{G_x}{\omega} = C_a \epsilon'' = \Delta C_R - \Delta C_V$$

- Les courbes d'étalonnage donnent aussi directement  $\epsilon'$ .

Pour les corrections de ligne, on utilise l'abaque cartésien décrit à l'annexe II page 62, mais son utilisation est particulière car on mesure g dans le plan de détection, et b dans le plan d'entrée de la cellule.

- Calcul de  $G$  dans le plan de détection ;

$$G = \omega(\Delta C_R - \Delta C_V)$$

on passe en valeurs réduites  $g = 50 G$

- Calcul de  $b'$  dans le plan d'entrée de la cellule ;

Par lecture directe, on a  $\epsilon'$  d'où  $B = \omega C_a \epsilon'$

$$b' = 50 B'$$

- Calcul de  $\beta \ell_0$ . On tourne sur l'abaque de  $\beta \ell_0$  vers le générateur d'où  $b$ .

- On place sur l'abaque le point  $g + jb$ ; par une rotation de  $v = \beta \ell_0$  vers la charge à  $u$  constant, on trouve le point  $g' + jb'$ .

$$g' = 50 C_a \omega \epsilon''$$

$$\epsilon'' = \frac{g'}{50 \omega C_a}$$

#### 4.4. - Précisions obtenues.

A partir des relations :

$$\begin{cases} C_x = C_2 - C_2' \\ \frac{G_x}{\omega} = \Delta C_R - \Delta C_V \end{cases}$$

$$\text{on a} \quad dC_x = dC_2 + dC_2' \quad (41)$$

Cette formule ne peut être utilisée que si  $C_x = 2$  à  $3$  pF.

En réalité  $\epsilon'$  est obtenu par la mesure de la variation de la fréquence de résonance. Si l'on se contente de la précision de lecture du générateur, on a environ une précision de 8 %.

Il est évident que cette précision peut être portée à 1 % ou 1 ‰ par l'utilisation d'un étalon secondaire de fréquences et d'un mélangeur.

$$\frac{d(G/\omega)}{G/\omega} = \frac{d(\Delta C_R) + d(\Delta C_V)}{G/\omega} \quad (42)$$

Pour évaluer  $d(\Delta C)$ , il faut tenir compte de deux faits :

- 1°) la largeur de la courbe est mesurée par double pointé.
- 2°) la loi de détection a été déterminée expérimentalement.

On a pris  $d(\Delta C_V) = 2/100$  de mm, soit environ  $3,5 \cdot 10^{-3}$  pF  
 $d(\Delta C_R)$  augmente dès que  $G_x$  devient supérieur à 10  $\mu$ s.

Nous avons obtenu expérimentalement la courbe n° 5 donnant la précision sur  $\frac{G}{\omega}$  :

$$\frac{d(G/\omega)}{G/\omega} = \phi(G/\omega)$$

On remarque que :

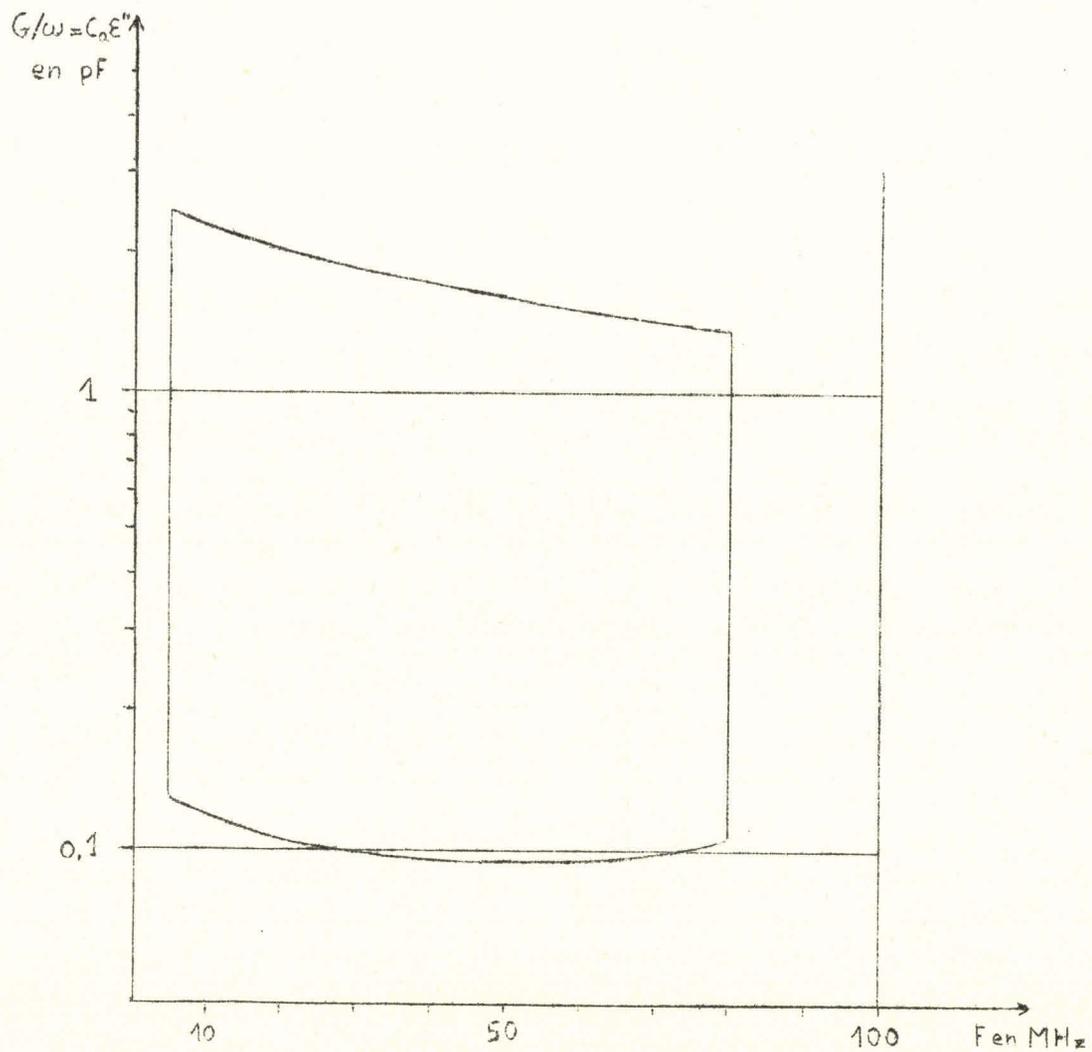
- a) la précision sur  $G/\omega$  est indépendante de la fréquence.
- b) elle diminue rapidement dès que  $G/\omega < 0,1$  pF ; on a alors  $\Delta C_R < 2\Delta C_V$
- c) les mesures les plus précises sont pour  $G/\omega \neq 1$  pF.

#### 4.5. - Améliorations possibles.

Pour augmenter la précision des mesures en évitant un étalonnage préalable, il serait utile d'utiliser deux condensateurs variables micro-métriques, l'un permettrait d'obtenir la résonance cellule vide et l'autre permettrait de mesurer  $2\Delta C$  ; mais les connexions ne peuvent plus être aussi courtes. On peut éviter ceci en utilisant un fréquencemètre pour la mesure de  $\Delta F$ .

La reproductibilité des mesures serait améliorée si on pouvait mettre les selfs en circuit par un simple commutateur, il est difficile d'éviter les interactions entre bobines voisines.

Il existe au laboratoire, une deuxième version de l'appareil comportant ces deux améliorations<sup>( )</sup>.

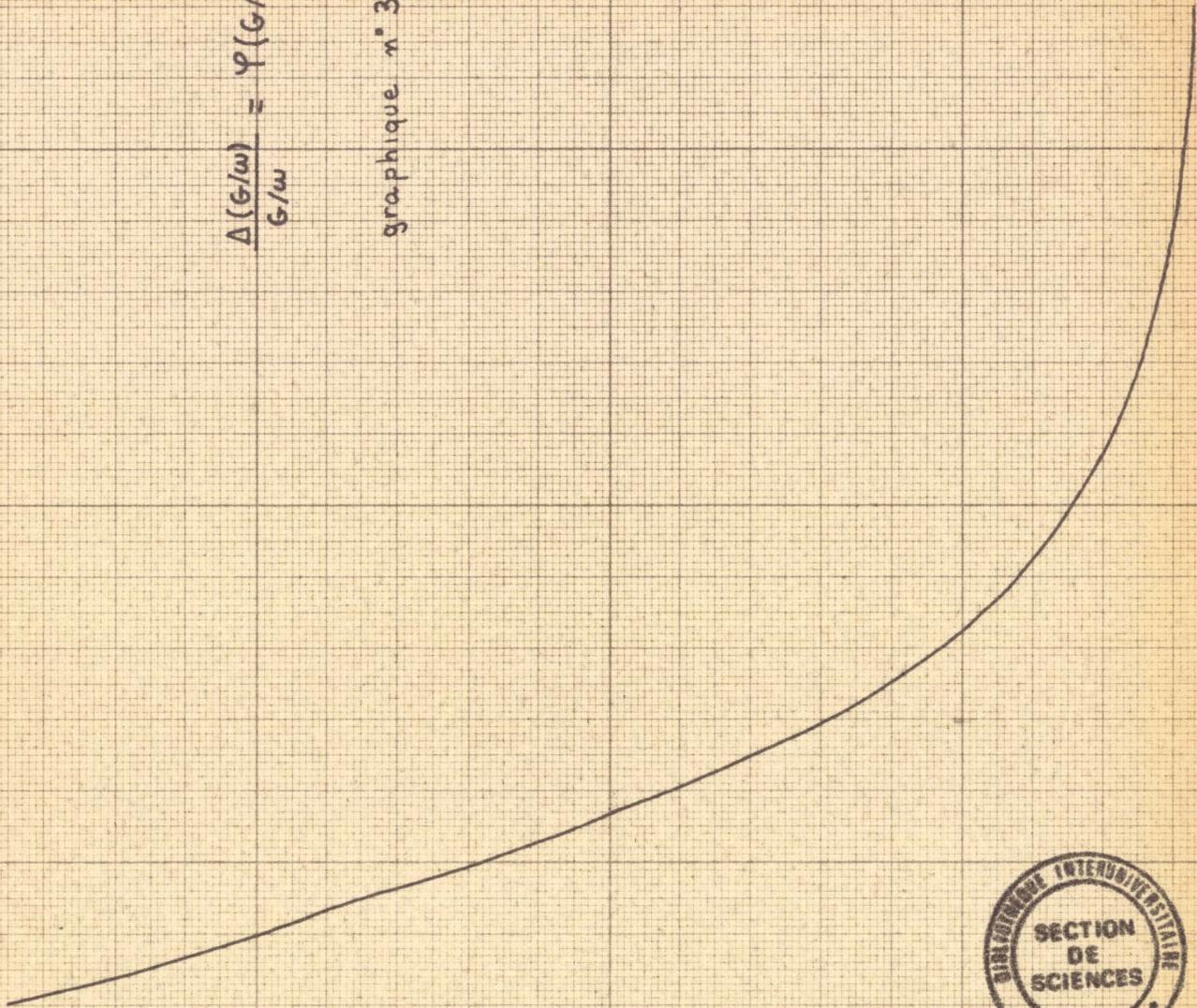


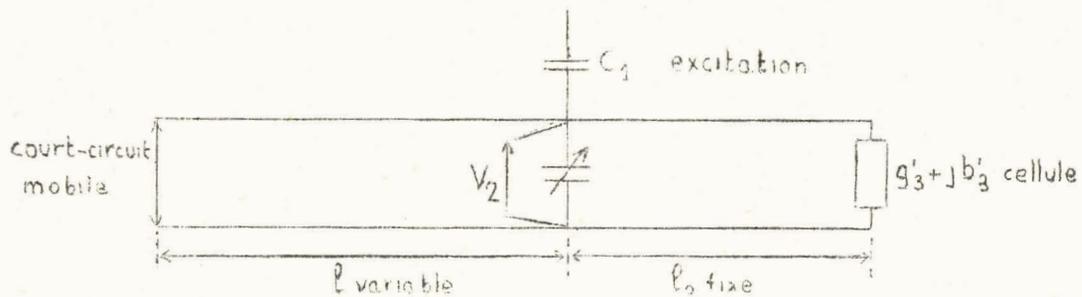
Mesures de  $\frac{G}{\omega}$  possibles en fonction de la fréquence  
 La limite inférieure a été obtenue pour  $\Delta C_r = 2\Delta C_v$ .

$\frac{\Delta(G/w)}{G/w}$  en %.

$$\frac{\Delta(G/w)}{G/w} = \varphi(G/w).$$

graphique n° 3.



5 - Dispositif n°5. Résonateur THF 100 à 600 MHz.

Aux fréquences supérieures à 100 MHz, il devient difficile d'utiliser les circuits à constantes localisées.

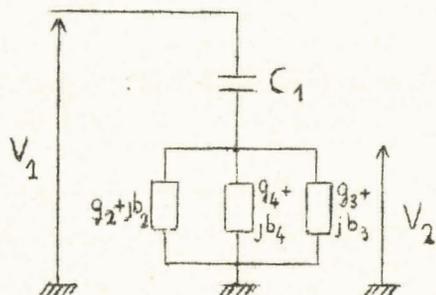
Le dispositif se compose d'un résonateur parallèle excité par une capacité  $C_I$ , la self est remplacée par un tronçon de ligne coaxiale court-circuitée de longueur variable, le condensateur variable est un condensateur micrométrique coaxial de très courte longueur.

La tension à la résonance  $V_2$  est détectée dans le plan d'excitation par une diode THF EA52 (voir  $\epsilon^*$  mètre II, valeurs légèrement différentes) L'étalonnage de la détection se fait en mesurant la même conductance à différents niveaux. Avec  $V_{2MAX} = 100$  divisions, on obtient :

$\frac{V_2}{\sqrt{2}}$	pour	70,7 divisions	calibre 10v.
"	"	70 "	" 3v.
"	"	68 "	" 1v.
"	"	65 "	" 0,3v.

On prend comme plan de référence, le plan d'excitation et de détection. De ce plan, on voit la cellule de mesure  $g_3 + jb_3$  (admittance réduite) distante de  $l_0$ , comme  $g_3 + jb_3$  ; et le piston de court-circuit à la distance  $l$  comme  $g_2 + jb_2$ .

D'où le schéma équivalent suivant :



$g_4 + jb_4$  comprend la capacité variable  $C_4$  et l'impédance d'entrée de la détection

$$V_2 = V_I \frac{j b_I}{g_2 + g_3 + g_4 + j(b_I + b_2 + b_3 + b_4)} \quad (43)$$

La résonance est obtenue pour :

$$b_1 + b_2 + b_3 + b_4 = 0 \quad (44)$$

et alors :

$$V_{2M} = V_1 \frac{jb_1}{g_2 + g_3 + g_4} \quad (45)$$

Pour pouvoir mesurer  $g_3$ , il faut déterminer la largeur de la courbe de résonance.

5.1. - Mesure de la largeur de la courbe de résonance par le condensateur variable.

La largeur de la courbe est  $2\Delta b_4 = 2\Delta C_4 \cdot \omega$

$$g_2 + g_3 + g_4 = |\Delta b_4| \quad (46)$$

On fait un pointé à vide  $(\Delta C_4)_V$  et un pointé avec l'admittance à mesurer  $(\Delta C_4)_R$

$$g_3 = \omega(\Delta C_{4R} - \Delta C_{4V}) \quad (47)$$

$$b_3 = -(b_1 + b_2 + b_4) \quad (48)$$

5.2. - Mesure de la largeur de la courbe de résonance par déplacement du court-circuit.

L'admittance ramenée par le court-circuit vaut :

$$Y_e = Y_c \coth(\gamma l + \theta_2') \quad \text{avec } \theta_2' = j\pi$$

$$y_e = \coth(\alpha l + j\beta l) \quad (49)$$

$$y_e = \frac{1 + j \tanh \alpha l \operatorname{tg} \beta l}{\tanh \alpha l + j \operatorname{tg} \beta l}$$

$$y_e = \frac{\operatorname{ch} \alpha l \cos \beta l - j \operatorname{sh} \alpha l \sin \beta l}{\operatorname{ch} \alpha l \cos \beta l + j \operatorname{sh} \alpha l \sin \beta l}$$

On multiplie haut et bas par la quantité conjuguée du dénominateur et on simplifie le résultat en faisant intervenir les arcs doubles.

$$y_e = \frac{\text{sh } 2\alpha l - j \sin 2\beta l}{\text{ch } 2\alpha l - \cos 2\beta l}$$

mais l'affaiblissement le long de la ligne est faible.

$$y_e \approx \frac{2\alpha l - j \sin 2\beta l}{1 - \cos 2\beta l}$$

$$y_e \approx \frac{\alpha l}{\sin^2 \beta l} - j \cotg \beta l = g_2 + jb_2 \quad (50)$$

d'où 
$$b_2 = - \cotg \beta l \quad (51)$$

Donc, si on mesure la largeur de la courbe en déplaçant le court-circuit, on a :

$$g_2 + g_3 + g_4 = |\Delta b_2| \quad (52)$$

$$\begin{aligned} g_2 + g_3 + g_4 &= |\cotg \beta(l + \Delta l) - \cotg \beta l| \\ &\approx \left| \cotg \beta l - \frac{\beta \Delta l}{\sin^2 \beta l} + (\beta \Delta l)^2 \frac{\cotg \beta l}{\sin^2 \beta l} - \cotg \beta l \right| \\ &\approx \left| - \frac{\beta \Delta l}{\sin^2 \beta l} + (\beta \Delta l)^2 \frac{\cotg \beta l}{\sin^2 \beta l} \right| \end{aligned}$$

Le deuxième terme est négligeable, d'où :

$$g_2 + g_3 = g_4 \approx \left| \frac{\beta \Delta l}{\sin^2 \beta l} \right| \quad (53)$$

Il suffira donc de faire une mesure à vide et une mesure en charge pour déterminer  $g_3$  et  $g_2 + g_4$

d'autre part 
$$b_3 = - (b_1 + b_2 + b_4)$$

peut s'écrire 
$$b_3 = \cotg \beta l - (b_1 + b_4) \quad (54)$$

### 5.3. - Etalonnage.

Il faut déterminer  $b_I + b_4$  et  $2\Delta\ell_V$  pour chaque fréquence et chaque position du condensateur variable. Cet étalonnage peut être inextricable si l'on s'y prend mal : on a 2 variables, une capacité et une self.

On détermine d'abord les fréquences de mesure dans chacun des 2 modes de résonance de la ligne ( $\ell \neq \lambda/4$  et  $\ell \neq 3\lambda/4$ ).

Pour chacune de ces fréquences, on se fixe une (ou plusieurs) longueurs  $\ell_I$  de la ligne, de manière à pouvoir obtenir la résonance au moyen du condensateur variable pour différentes valeurs de  $b'_3$ .

On place ensuite une cellule remplie de  $\text{CCl}_4$  (par exemple, ou produit sans pertes connu) et on relève la largeur de la courbe  $2\Delta\ell_V$ . On calcule  $b_I + b_4$  correspondant à cette position du condensateur.

On place une cellule de longueur différente. La résonance a lieu pour une autre position du condensateur. On mesure  $2\Delta\ell_V$  et on calcule  $b_I + b_4$ .

On obtient ainsi, pour chaque fréquence et si nécessaire pour chaque longueur choisie, deux courbes d'étalonnages. Des exemples sont donnés pour  $F = 140$  MHz.

On peut aussi fixer le condensateur variable à sa position médiane (10 mm), établir la résonance au moyen du piston de court-circuit et mesurer la largeur de la courbe  $2\Delta C_V$  avec le condensateur. Le reste du mode opératoire est le même que pour l'autre méthode.

### 5.4. - Mode opératoire.

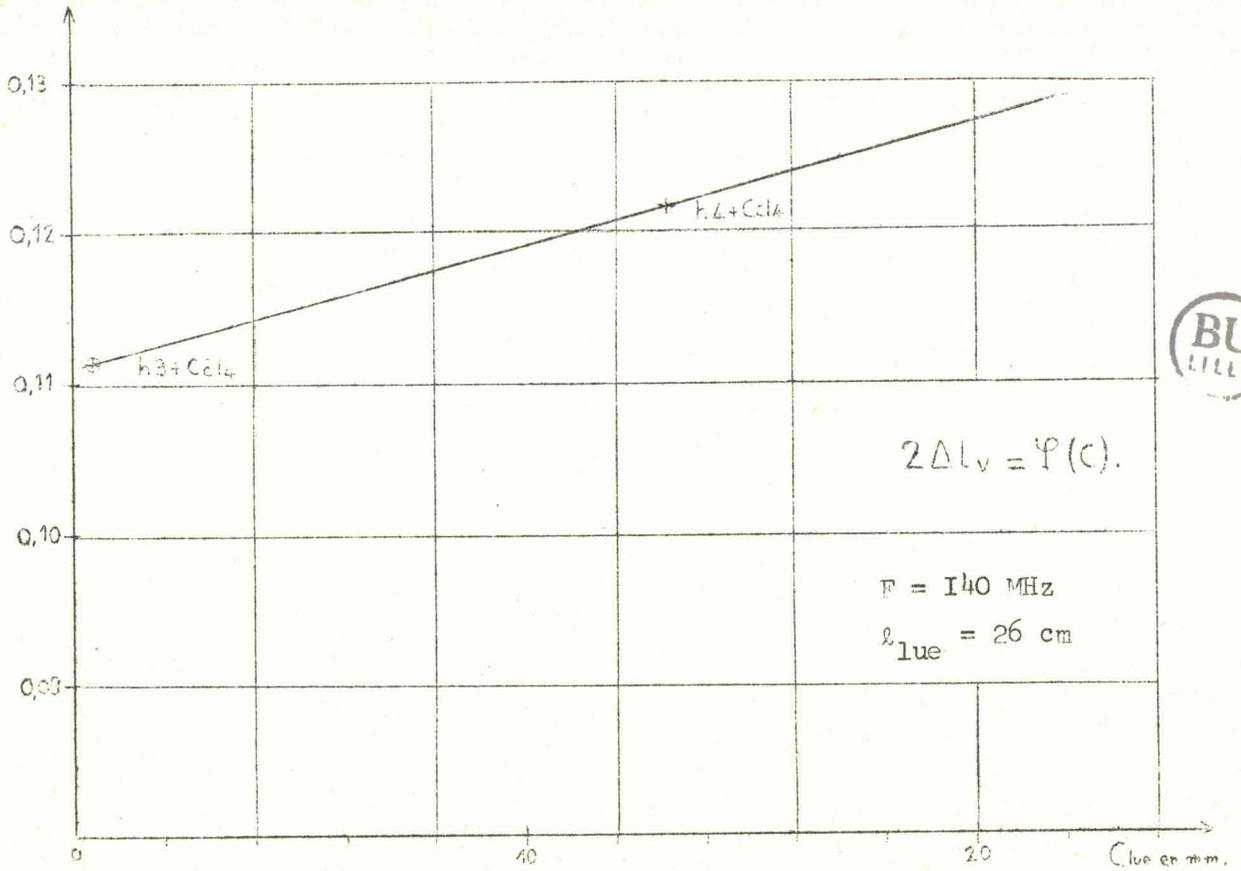
Soit à mesurer un produit à  $F = 140$  MHz. On prend donc  $\ell_{\text{lue}} = 26$  cm. On obtient la résonance par le condensateur variable pour  $C = 18,95$  mm. La mesure de la largeur de la courbe donne  $2\Delta\ell_R = 1,303$  mm.

Les courbes d'étalonnage donnent pour  $F = 140$  MHz,  $\ell = 26$  cm et  $C = 18,95$  mm.

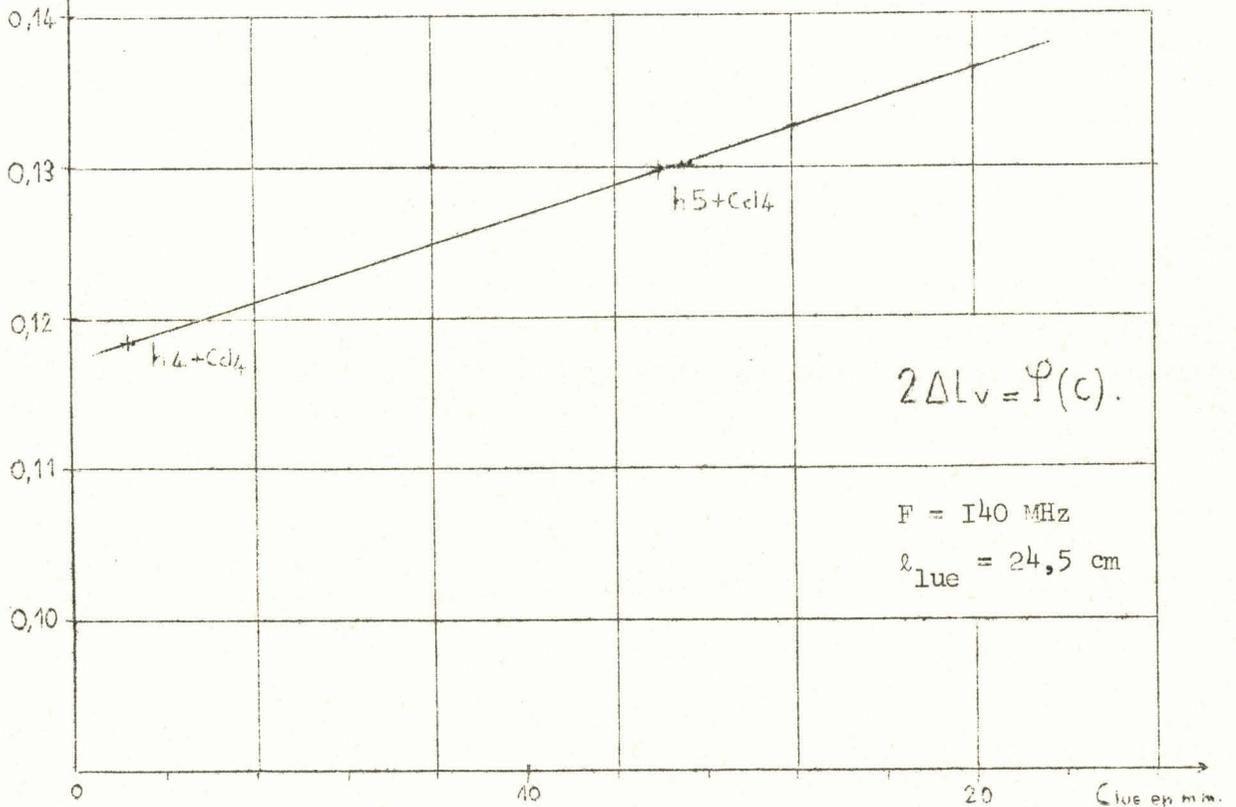
$$2\Delta\ell_V = 0,125$$

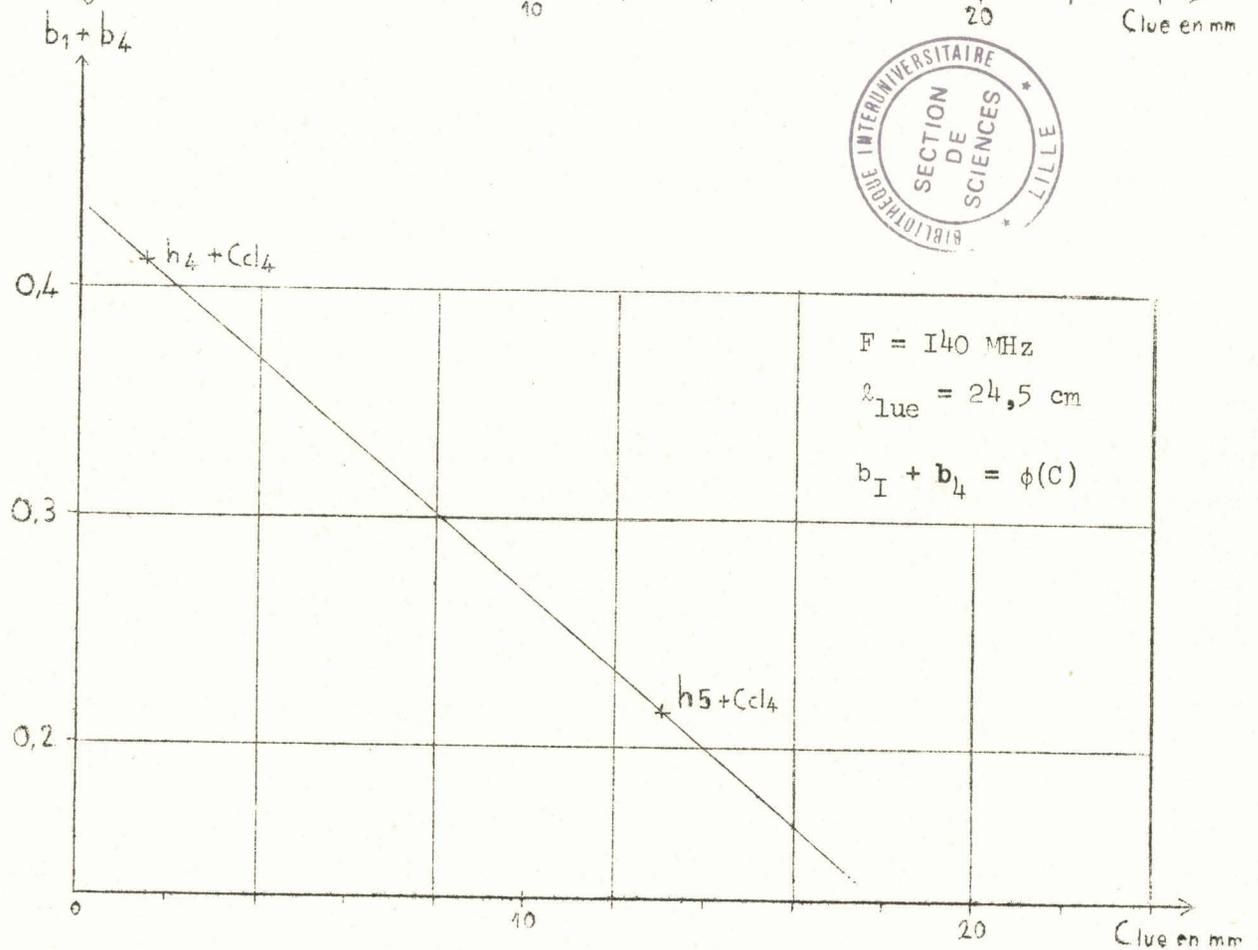
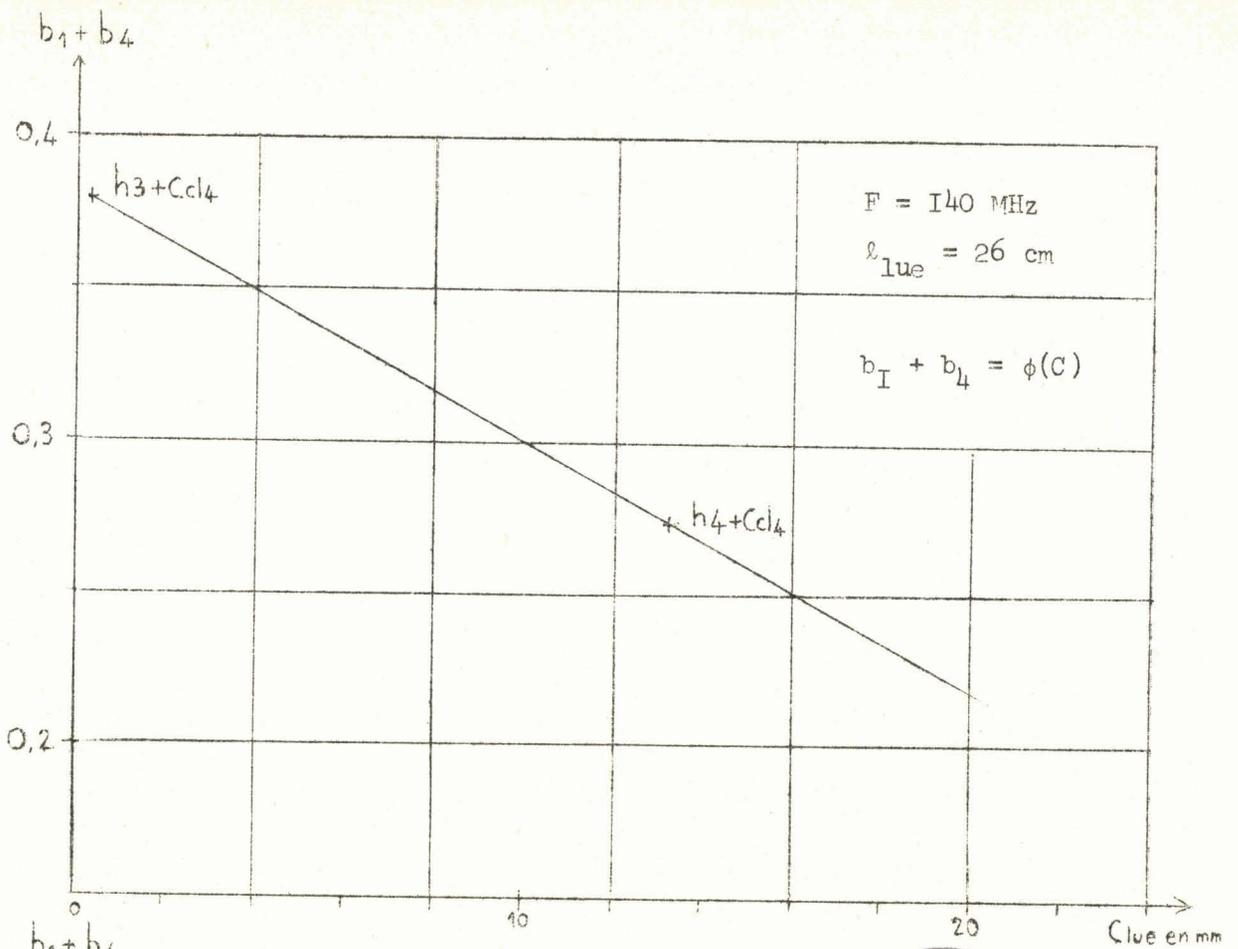
$$b_I + b_4 = 0,25$$

$2\Delta l_v$  en cm



$2\Delta l_v$  en cm



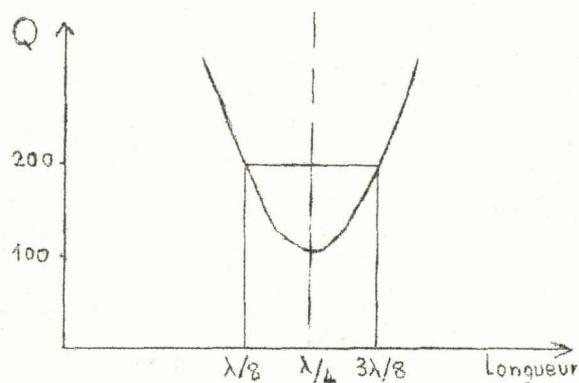
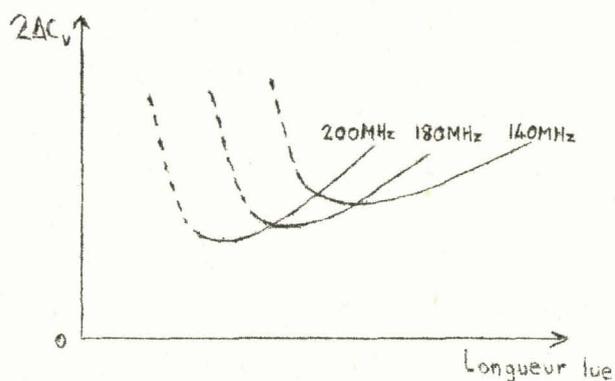


Les détails des calculs sont donnés page suivante (feuille de calcul).

Voir annexe II et II pour les corrections de ligne et l'obtention de  $\epsilon'$  et  $\epsilon''$  à partir de  $g'_3 + jb'_3$  admittance d'entrée de la cellule.

### 5.5. - Remarques sur le choix des cellules de mesure.

Le choix de la cellule de mesure n'est pas indifférent. Il faut que la longueur de la ligne à la résonance soit comprise entre  $\lambda/8$  et  $\lambda/4 + \lambda/8 = 3\lambda/8$ . C'est dans cette région que  $2\Delta C_V$  varie le moins rapidement avec la longueur puisque le coefficient de qualité de la ligne est minimum.



Les courbes de la page suivante montrent qu'à 200 MHz, les mesures seront peu précises :  $2\Delta C_V$  varie très rapidement. Des mesures précises sont possibles à 400 MHz : courbe peu inclinée.

### 5.6. - Précision obtenue.

Elle est très difficile à évaluer, car elle dépend des étalonnages faits.

Pour vérifier cet étalonnage, on dispose de 2 moyens :

- l'étude du chlorobenzène pur ou en solution avec le benzène,
- la mesure de conductances étalons.

$2\Delta C_V$   
en mm

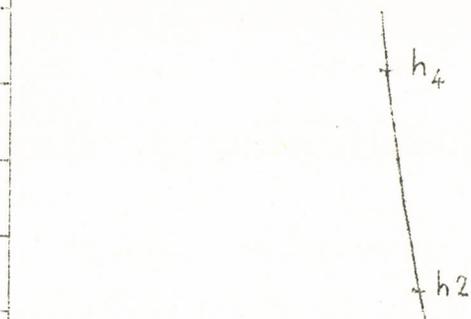
1,2

1,1

1

0,9

0,8



$F = 200 \text{ MHz}$

$C = 10 \text{ mm}$

mesures possibles avec  $h_I$   
(peu de précision)

40

20

30

longueur lue  
en mm

$2\Delta C_V$   
en mm

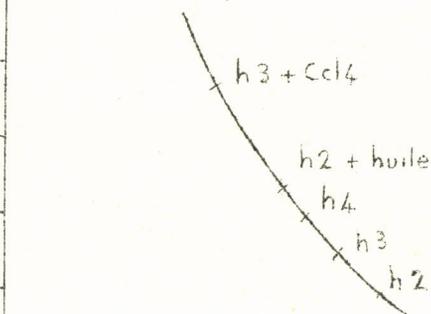
1

0,9

0,8

0,7

0,6



$F = 150 \text{ MHz}$

$C = 10 \text{ mm}$

mesures possibles avec  $h_I$  et  $h_2$

20

30

40

longueur lue  
en mm

$2\Delta C_V$   
en mm

0,9

0,8

0,7

0,6

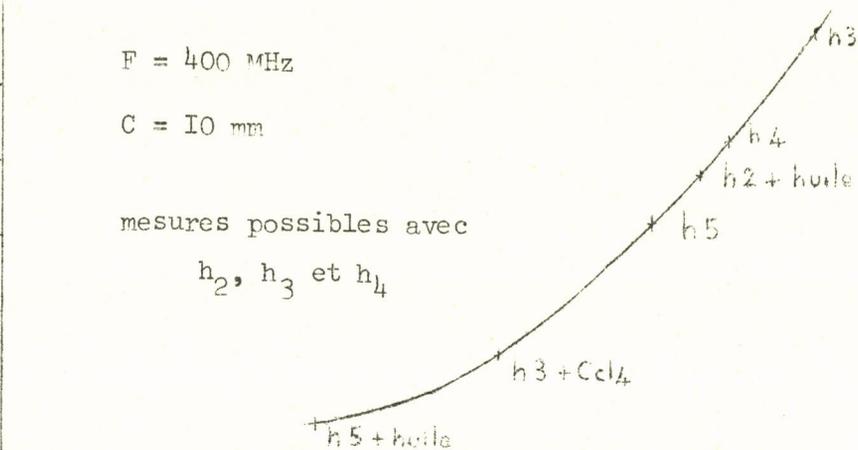
0,5

0,4

$F = 400 \text{ MHz}$

$C = 10 \text{ mm}$

mesures possibles avec  
 $h_2, h_3$  et  $h_4$



20

30

longueur lue  
en mm

M A T E R I A U X      H E T E R O G E N E S

Feuille de calcul

Mesure de  $\epsilon$

Ligne résonante coaxiale

Substance : céloron

Date : 23/I/64

Etat : solide

Température : 20°

Fréquence : 140 MHz

$$\beta = 2,94 \cdot 10^{-2}$$

$$\omega = 8,8 \cdot 10^8$$

$$b_I + b_4 = 0,25$$

$$\beta l_0 = 0,588$$

$$C = 18,95$$

Cellule : 2cm

$$h' = 2,35 \text{ cm}$$

$$\beta h' = 6,9 \cdot 10^{-2}$$

$$b = \cotg \beta l - (b_I + b_4)$$

$$\epsilon_{\text{brut}} \neq \frac{\beta \Delta l}{\sin^2 \beta l}$$

$$\epsilon = \epsilon_{\text{brut}} - \epsilon_{\text{pertes}}$$

$$l_{\text{lue}} = 26 \text{ cm}$$

$$l_{\text{réelle}} = l_{\text{lue}} - 5,47 \text{ cm} = 20,53$$

$$\beta l = 0,603$$

$$\cotg \beta l = 1,452$$

$$b = 1,202$$

$$2\Delta l = 1,178 \quad \Delta l = 0,589$$

$$\beta \Delta l = 1,76 \cdot 10^{-2}$$

$$\sin \beta l = 0,567$$

$$\sin^2 \beta l = 0,32$$

$$g = 5,5 \cdot 10^{-2}$$

avec  $u \ll \text{tg}^2 v$  et  
 $u^2 \ll 1$

Formules approchées

$$b = -\cotg(v' + \beta l_0)$$

$$g = u (1 + b^2)$$

$$b' = -\cotg v'$$

$$g' = u' (1 + b'^2)$$

$$v' + \beta l_0 = 2,448$$

$$v' = 1,860$$

$$b' = 0,297$$

$$b^2 = 1,445$$

$$1 + b^2 = 2,445$$

$$a = 2,25 \cdot 10^{-2}$$

$$b'^2 = 0,0882$$

$$1 + b'^2 = 1,0882$$

$$g' = 2,45 \cdot 10^{-2}$$

Passage à B et A du diélectrique à partir de  $g'$  et  $b'$

avec  $A \beta h' < 0,15$

Formules approchées :

$$b = B \text{tg} \beta h' (1 - \zeta)$$

$$g = 2AB \beta h' (1 + \eta)$$

Abaque  $P_I \rightarrow B = 2,06$

$$v' = B \beta h' = 0,144$$

$$\epsilon' \neq B^2 = 4,24$$

Abaque  $P_2 \rightarrow (1 + \eta)$

en fonction de  $v'$ .

$$1 + \eta = 1,02$$

$$\epsilon'' = \frac{g'}{\beta h' (1 + \eta)} = 0,35$$

a) Etude du chlorobenzène.

D'après la théorie moléculaire de Debye-Perrin<sup>(2)</sup>

$$\epsilon'' = (\epsilon_0' - \epsilon_\infty') \frac{F/F_0}{1 + \left(\frac{F}{F_0}\right)^2} G(\alpha) \quad (55)$$

$F_0$  est la fréquence critique du chlorobenzène :  $F_0 \approx 13$  GHz et  $G(\alpha)$  est une fonction de distribution.

La formule (55) peut s'écrire :

$$\epsilon'' = k \frac{F/F_0}{1 + \left(\frac{F}{F_0}\right)^2}$$

Nous sommes toujours très loin de  $F_0$  donc  $(F/F_0)^2$  est négligeable devant 1 et

$$\epsilon'' = k \frac{F}{F_0} = A F$$

$\epsilon''$  varie linéairement avec la fréquence. On prend  $\epsilon'' = 0,03$  à 100 MHz pour une température de 25°.

Il suffit de mesurer  $\epsilon''$  du chlorobenzène à toutes les fréquences de 100 MHz à 600 MHz et de vérifier si les points obtenus s'alignent bien sur la droite théorique. En général, il n'en est pas ainsi et l'on calcule quelles largeurs à vide il aurait fallu prendre et on recommence les mesures.

Un inconvénient : pour les fréquences élevées, le chlorobenzène absorbe beaucoup  $\epsilon'' = 0,18$  à 600 MHz et même avec une cellule  $h = 2$  cm, les largeurs sont très supérieures aux largeurs à vide ; la précision sur la détermination de celles-ci devient faible.

Il vaut mieux utiliser un mélange chlorobenzène-benzène. Celui-ci possède la même loi de variation avec la fréquence. Comme à 600 MHz, la largeur en charge peut être à peine le double de la largeur à vide, on conserve une bonne précision.

b) Mesure de conductances étalons.

On utilise des résistances à couche métallique Vitrohm montées dans un embout spécial : elles sont placées en série avec le conducteur central et le plan de référence est parfaitement défini (voir annexe n°1).

Inconvénient ; la conductance apparente varie avec la fréquence. Toutefois nos mesures ont montré que la conductance 1 000  $\mu$ s garde une valeur constante jusque 250 MHz, la conductance 455  $\mu$ s. jusque 200 MHz, une de 200  $\mu$ s nominal fait 250  $\mu$ s à 200 MHz.

Malgré de nombreuses mesures, nous estimons que la précision sur la détermination des largeurs à vide n'est pas supérieure à 20 % pour le 1<sup>er</sup> mode de résonance et 30 % pour le 2<sup>ème</sup> mode.

Pour une cellule  $h = 2$  cm et un produit  $\epsilon'' = 0,2$  ;  $\Delta l_x = 0,40$  cm

$\Delta l_v = 0,10$  cm :

- pour le 1 <sup>er</sup> mode	$\frac{\delta \Delta l}{\Delta l}$	$\neq$	$\frac{5}{100}$	$=$	$\frac{\Delta \epsilon''}{\epsilon''}$	$\frac{8}{100}$
	$\frac{\delta \Delta l}{\Delta l}$	$\neq$	$\frac{7}{100}$		$\frac{\Delta \epsilon''}{\epsilon''}$	$\frac{12}{100}$
	$\frac{\delta \Delta l}{\Delta l}$	$\neq$	$\frac{13}{100}$		$\frac{\Delta \epsilon''}{\epsilon''}$	$\frac{16}{100}$

Pour une cellule  $h = 2$  cm et un produit  $\epsilon'' = 0,1$  ;  $\Delta l_x = 0,6$  cm ;

$\Delta l_v = 0,2$  cm

- pour le 1 <sup>er</sup> mode	$\frac{\delta \Delta l}{\Delta l}$	$\neq$	$\frac{13}{100}$	$=$	$\frac{\Delta \epsilon''}{\epsilon''}$	$\frac{16}{100}$
	$\frac{\delta \Delta l}{\Delta l}$	$\neq$	$\frac{15}{100}$		$\frac{\Delta \epsilon''}{\epsilon''}$	$\frac{18}{100}$
	$\frac{\delta \Delta l}{\Delta l}$	$\neq$	$\frac{15}{100}$		$\frac{\Delta \epsilon''}{\epsilon''}$	$\frac{18}{100}$

Quant à la précision sur  $\epsilon'$ , elle dépend elle aussi de l'étalonnage :

$$b = \cotg\beta l - (b_I + b_4)$$

Sur  $b_I + b_4$ , nous pouvons admettre une précision de 5 %.

Il faut ensuite ajouter à cela l'incertitude sur  $h'$ , longueur électrique de la cellule, la précision de lecture sur l'abaque cartésien dilaté et sur l'abaque  $P_I$ . On a ainsi environ :

$$\frac{\Delta\epsilon'}{\epsilon'} = 10 \%$$

Remarque : Pour augmenter la précision sur  $\epsilon''$ , on peut penser à utiliser une cellule de mesure plus longue mais on ne se trouve plus alors dans des conditions favorables : longueur de la ligne comprise entre  $\lambda/8$  et  $3\lambda/8$  et tout l'étalonnage serait à refaire.

En conclusion, cet appareil présente de nombreux inconvénients obligation :

- a) de faire des mesures à des fréquences bien déterminées.
- b) d'utiliser une seule cellule pour un produit  $\epsilon'$  donné quelque soit son  $\epsilon''$ .
- c) mesures reposant entièrement sur un étalonnage difficile à effectuer et à contrôler.
- d) mesures de produits assez peu absorbants pour garder un niveau suffisant: l'étalonnage du calibre 0,1 v. est tout à fait aléatoire et il y a un grand risque de réaction sur le générateur.

Pour toutes ces raisons, cet appareil a été abandonné et nous avons étudié une ligne résonnante coaxiale couvrant la même bande de fréquences mais beaucoup plus souple d'emploi.

6 - Dispositif n°6. Ligne résonnante coaxiale 150 à 600 MHz.

Le résonateur utilisé (planche n° I) est un tronçon de ligne coaxiale de longueur variable ( $AB = \ell$ ), d'impédance caractéristique  $Z_c$ , terminé en A par un piston portant une petite boucle d'excitation et en B par l'impédance à mesurer.

On relève à l'aide d'une sonde accordée sur la fréquence de travail, une grandeur proportionnelle au carré de la tension existant sur la ligne à la distance  $d$  constante de B.

Dans la première partie sur les méthodes de mesure (I,3); on a vu que la tension sur la ligne de la forme :

$$V_d = e \operatorname{ch} \theta_I \frac{\operatorname{sh}(\gamma d + \theta_3)}{\operatorname{sh}(\gamma \ell + \theta_I + \theta_3)} \quad (56)$$

était maximum lorsque la longueur  $\ell$  de la ligne satisfaisait à :

$$\beta \ell_0 + v_I + v_3 = k\pi \quad (57)$$

la largeur  $2\Delta\ell$  de la courbe de résonance est donnée par :

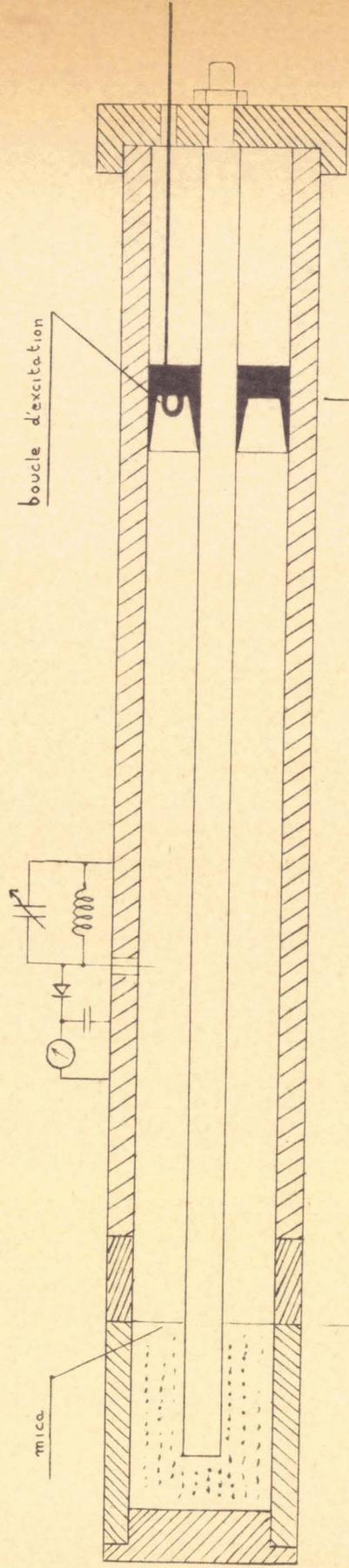
$$\begin{aligned} \sin \beta \Delta\ell &= \operatorname{sh}(u_I + u_3 + \alpha \ell_0) \\ \text{soit} \quad \beta \Delta\ell &= u_I + u_3 + \alpha \ell_0 \end{aligned} \quad (58)$$

Les relations (57), (58) tiennent compte de l'impédance  $Z_I$  du piston (différente de zéro par suite de la présence de la boucle et des "doigts" assurant le contact). Seule l'influence de la sonde détectrice est négligée. Il faut donc que celle-ci soit la moins enfoncée possible : 1 mm au maximum. D'autre part, on a supposé que la loi de détection du cristal était quadratique, ce qui n'est vrai qu'à bas niveau : il ne faut pas dépasser 3 mV de tension détectée.

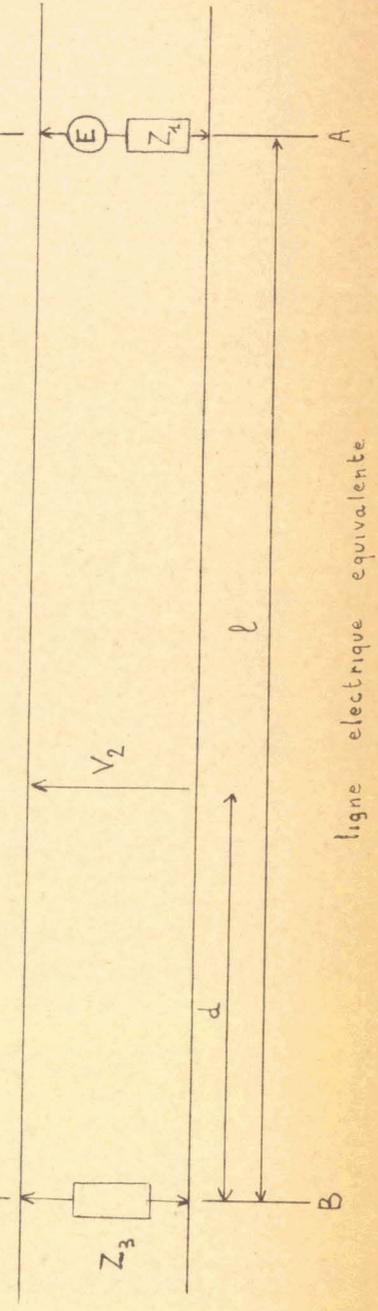
On fait d'abord une mesure avec une impédance connue  $v_3' - u_3'$  : on repère  $\ell_0'$  et  $2\Delta\ell'$ . On a :

$$\begin{aligned} \beta \ell_0' + v_I + v_3' &= k\pi \\ \beta \Delta\ell' &= u_I + u_3' + \alpha \ell_0' \end{aligned}$$

cellule de mesure      Joint thermique      détecteur accordé      piston de court-circuit.



ligne résonnante coaxiale.



ligne électrique équivalente

On reporte les valeurs de  $u_1$  et  $v_1$  obtenues dans (57) et (58)

$$v_3 = \beta(\ell_0' - \ell_0) + v_3' \quad (59)$$

$$u_3 = \beta(\Delta\ell - \Delta\ell') + u_3' + \alpha(\ell_0' - \ell_0) \quad (60)$$

la ligne a été conçue pour avoir des pertes linéiques négligeables  $\alpha \neq 0$

d'où 
$$u_3 = \beta(\Delta\ell - \Delta\ell') + u_3' \quad (61)$$

Si on prend comme référence un circuit ouvert :

$$u_3' = 0 \quad \text{et} \quad v_3' = \frac{\pi}{2}$$

d'où

$u_3 = \beta(\Delta\ell - \Delta\ell')$ $v_3 = \beta(\ell_0' - \ell_0) + \frac{\pi}{2}$	(62)
---	------

Pour obtenir la valeur des composantes de la permittivité du diélectrique remplissant la cellule, il faut d'abord chercher l'admittance d'entrée de celle-ci  $g_3' + jb_3'$ . On utilise suivant les cas, soit les formules approchées :

$$b_3' = -\cotg v_3$$

$$g_3' = u_3(1 + b_3'^2)$$

soit les formules exactes :

$$g_3' = \frac{\text{sh } 2u_3}{\text{ch } 2u_3 - \cos 2v_3}$$

$$b_3' = \frac{\sin 2v_3}{\text{ch } 2u_3 - \cos 2v_3}$$

On passe ensuite à  $\epsilon^*$  comme il est indiqué à l'annexe III.

### 6.1. Etalonnage.

Les formules (62) supposent que l'on a pu mesurer  $\Delta l'$  et  $l'_0$  pour un circuit ouvert placé au même endroit que le mica d'entrée des cellules. Or il est pratiquement impossible de créer un circuit ouvert parfait à un endroit déterminé (pas de déformations des lignes de force).

Nous terminons la ligne de mesure par une cellule de mesure ouverte quelconque  $h = 2$  cm par exemple. D'après l'annexe I, elle est équivalente à un tronçon de ligne coaxiale d'impédance caractéristique  $Z_c$  et de longueur  $h'$  nous avons donc un circuit ouvert à une distance  $h'$  du plan d'entrée de la cellule.

Nous avons vérifié, que à mieux de 1 %, on pouvait écrire :

$$l'_0 = l' + h' = (2k + 1)\lambda/4 \quad ; \quad \text{avec ici } k = 0 \text{ ou } 1 \quad (63)$$

Autrement dit, en première approximation, l'influence de la boucle d'excitation dans le piston est du même ordre que l'influence de l'étalonnage du générateur HF et des dérives de fréquence de celui-ci.

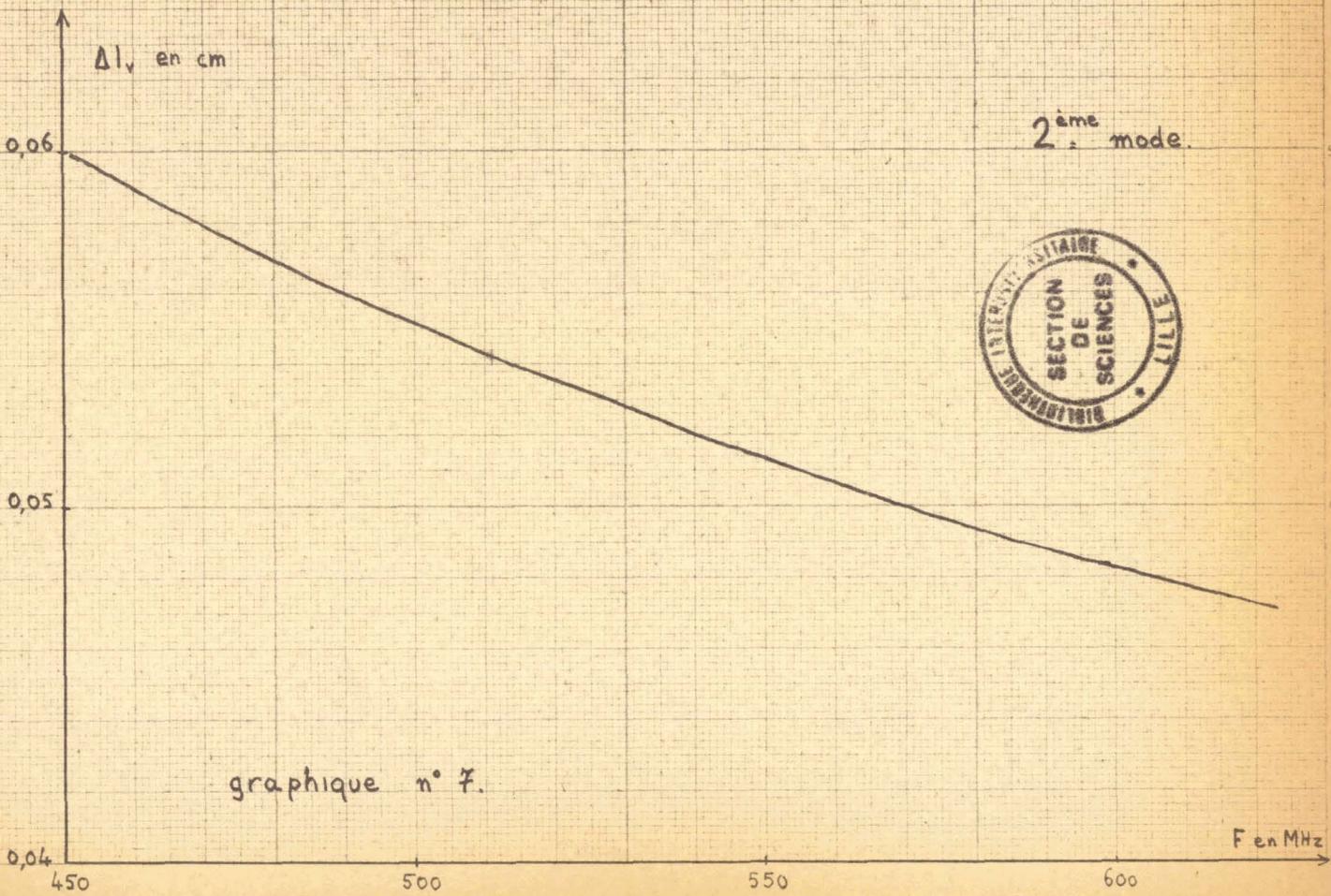
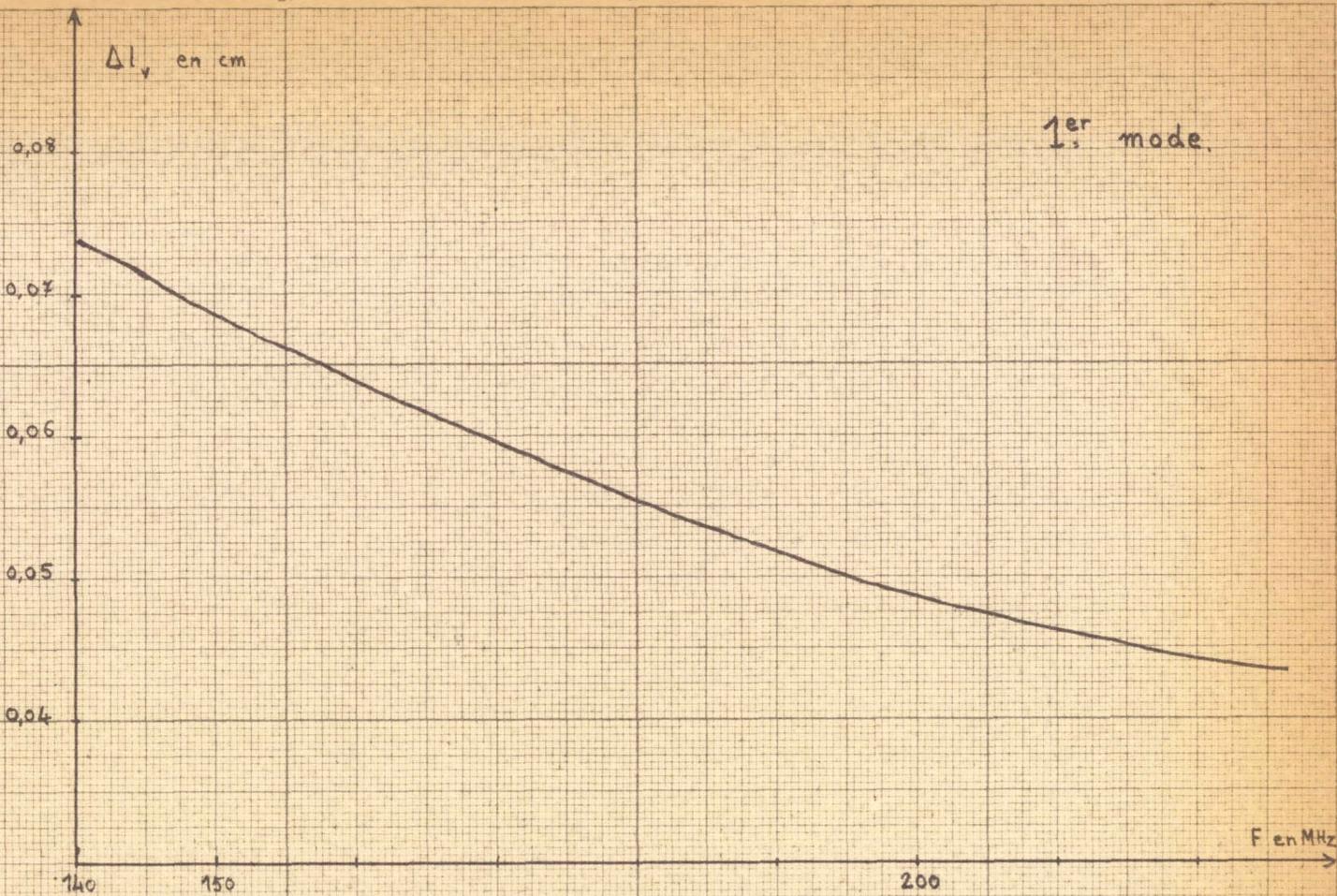
Il faut encore déterminer les largeurs à vide ou  $\Delta l'$ .

Nous avons d'abord, par une étude préalable avec des cellules de différentes longueurs, vérifié que ces largeurs, pour une fréquence donnée ne dépendaient pas de la position du piston de court-circuit sur la ligne. Ceci n'est vrai que si la sonde est très peu enfoncée. Sinon, la partie réelle du dipôle équivalent à la sonde varie suivant que celle-ci est placée en un maximum ou en minimum de champ électrique.

On a pu ainsi tracer une seule courbe d'étalonnage  $\Delta l' = \phi(F)$  pour c chacun des deux modes de résonance.

### 6.2. - Mode opératoire.

On affiche la fréquence désirée, le détecteur est accordé sur cette fréquence. On établit alors la résonance en manoeuvrant le piston de court-circuit. Le niveau du générateur est réglé pour obtenir  $V_d < 3$  mV. On repère



graphique n° 7.

la position du court-circuit et l'on mesure la largeur de la courbe à mi-hauteur (détection quadratique).

On mesure par exemple,  $l_{\text{lue}} = 23,86 \text{ cm}$  et  $2\Delta l_x = 0,70 \text{ cm}$

La courbe d'étalonnage donne  $\Delta l_v = 0,074$

$$l_0 = \lambda/4 = 53,57 \text{ cm}$$

Voir feuille de calcul page suivante.

### 6.3. - Précisions obtenues.

Le diélectrique est placé dans une région de potentiel élevé puisqu'il est au voisinage d'une extrémité ouverte. Une faible longueur de diélectrique influe donc fortement sur la résonance et on peut prévoir que la méthode sera sensible.

#### Précision sur $\epsilon''$ .

Pour le premier mode de résonance, les largeurs à vide sont connues à 12 % près et pour le deuxième mode à 16 %.

En effet elles dépendent beaucoup des contacts du conducteur central avec la cellule, des contacts du piston et aussi du matériau remplissant la cellule, matériau supposé sans pertes.

On mesure les largeurs en charge à 0,05 mm près.

Pour une cellule  $h = 2 \text{ cm}$  remplie d'un produit  $\epsilon'' = 0,025$ , la largeur en charge est double de la largeur à vide  $\delta\Delta l_x = 0,10 \text{ cm}$

$$\delta\Delta l_v = 0,05 \text{ cm.}$$

Calculons la précision dans ce cas le plus défavorable sur

$$\Delta l = \Delta l_x - \Delta l_v.$$

$$\frac{\delta\Delta l}{\Delta l} = \frac{\delta\Delta l_x + \delta\Delta l_v}{\Delta l_x - \Delta l_v}$$

$$\delta\Delta l_v = \frac{\delta\Delta l_v}{\Delta l_v} \Delta l_v = \frac{12}{100} \times 0,05 = 0,6/100 \text{ de mm}$$

Feuille de calcul

Mesure de  $\epsilon^*$

Ligne résonante coaxiale

Substance : 42 bis

Date : 24/3/64

Etat : diélectrique hétérogène

Température : 0°

Fréquence : 140 MHz $\beta = 2,93 \cdot 10^{-2}$ $\omega = 8,8 \cdot 10^8$	Cellule : 2 cm $h' = 2,255$ cm $\beta h' = 6,61 \cdot 10^{-2}$			
$v_3 = \beta(l_0' - l_0) + v_3'$ $u_3 = \beta(\Delta l - \Delta l') + u_3'$ références $l_0'$ et $\Delta l$ Circuit ouvert parfait : $u_3' = 0 \quad v_3' = -\frac{\pi}{2}$	$l_{lue} = 23,86$ $l_0 = l_{lue} + 21,20$ cm = 45,06 $l_0' = 53,57$ $\beta(l_0' - l_0) = 0,249$ $v_3 = 1,820$	$\Delta l_x = 0,350$ $\Delta l_v = 0,074$ $\Delta l = 0,276$ $u_3 = 0,808 \cdot 10^{-2}$		
avec $u \ll \text{tg}^2 v$ et $u^2 \ll 1$ formules approchées : $b = -\text{cotg } v$ $g = u(1 + b^2)$	$b_3 = 0,254$	$b^2 = 0,0645$ $1 + b^2 = 1,0645$ $g^3 = 0,860 \cdot 10^{-2}$		
Passage à B et A du diélectrique à partir de $g_3$ et $b_3$		avec $A \beta h' < 0,15$ formules approchées : $b = B \text{tg } B \beta h' (1 - \zeta)$ $g = 2 AB \beta h' (1 + \eta)$	abaque $P_I \rightarrow B = 1,95$ $v' = B \beta h' = 0,129$ $\epsilon' \neq B^2 = 3,8$	abaque $P_2 \rightarrow 1 + \eta = 1,014$ $\epsilon'' = \frac{g_3}{\beta h' (1 + \eta)} = 0,128$
A $\beta h' > 0,15$		$y_3 = -\frac{j}{\beta h'} z \text{th } z = \frac{1}{\beta h'} (g + jb)$ $z = u' + jv' = \alpha' h' + j\beta' h'$	$v' =$ $v'^2 =$ $\epsilon' = \frac{v'^2 - u'^2}{(\beta h')^2}$	$u' =$ $2u'v' =$ $\epsilon'' = \frac{2u'v'}{(\beta h')^2}$

$$\delta \Delta \ell_x = \frac{\delta \Delta \ell_x}{\Delta \ell_x} \Delta \ell_x = \frac{1}{100} \times 0,1 = 0,1/100^\circ \text{ de mm}$$

$$\frac{\delta \Delta \ell}{\Delta \ell} = \frac{0,6/100 + 0,1/100}{0,05} = \frac{0,7}{5}$$

$$\frac{\delta \Delta \ell}{\Delta \ell} = \frac{14}{100} \quad \text{et comme } u_3 = \beta \Delta \ell, \quad \text{on a pratiquement :}$$

$$\frac{\Delta u_3}{u_3} = \frac{14}{100}$$

En admettant que les calculs nous introduisent 2 % d'erreur, pour un produit desséché et une cellule  $h = 2$  cm, on a environ :

$$\frac{\Delta \epsilon''}{\epsilon''} = \frac{16}{100}$$

ceci pour le 1<sup>er</sup> mode de résonance  $\approx 140$  à 230 MHz.

pour le 2<sup>ème</sup> mode de résonance de 450 à 600 MHz, si on a toujours  $\epsilon'' = 0,025$

$$\frac{\Delta \epsilon''}{\epsilon''} = \frac{20}{100}$$

Ce cas est un cas limite, car il correspond à un produit desséché avec une cellule  $h=2$ ; il aurait fallu prendre  $h = 4$  ou  $h = 5$  cm.

2<sup>ème</sup> exemple :

produit  $\epsilon'' = 0,1$  dans une cellule  $h = 2$  cm

$$\Delta \ell_x = 0,2 \text{ cm} \quad \Delta \ell_v = 0,05 \text{ cm}$$

$$\frac{\delta \Delta \ell}{\Delta \ell} = \frac{5}{100} \quad \text{pour le 1<sup>er</sup> mode}$$

$$\frac{\Delta \epsilon''}{\epsilon''} \neq \frac{7}{100}$$

$$\frac{\Delta \epsilon''}{\epsilon''} \neq \frac{8}{100} \quad \text{pour le 2<sup>ème</sup> mode}$$

Précision sur  $\epsilon'$ .

$$v_3 = \beta(\lambda_0' - \lambda_0) + \frac{\pi}{2}$$

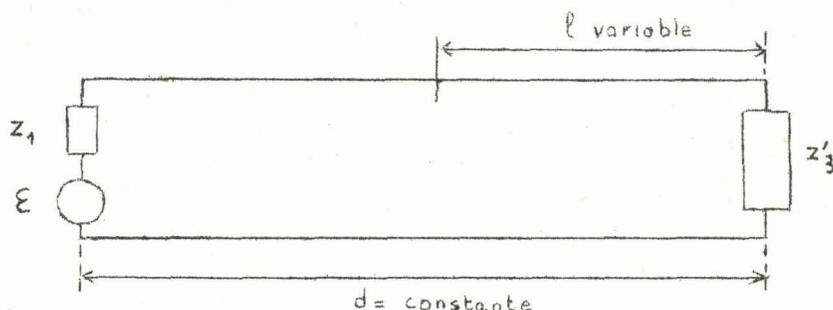
La précision sur  $\epsilon'$  dépend donc essentiellement de celle obtenue sur  $\lambda_0' - \lambda_0$  ;  
comme  $\lambda_0' - \lambda_0$  vaut environ 8 cm, on a :

$$\frac{\Delta(\lambda_0' - \lambda_0)}{\lambda_0' - \lambda_0} \neq \frac{1}{100}$$

En réalité, on n'a pas cette précision sur  $\epsilon'$  car l'abaque  $P_I$  ne donne qu'environ 3 % et qu'il faut bien connaître la longueur électrique équivalente  $h'$  de la cellule de mesure.

Nous estimons que dans toute la bande de fréquence :

$$\frac{\Delta\epsilon'}{\epsilon'} \neq \frac{5}{100}$$

7 - Dispositif n°7. Ligne de mesure de T. O. S.

Normalement, la ligne de mesure de T. O. S. n'est pas adaptée à la mesure de produits à faibles pertes : le T. O.S. est important et non mesurable directement. Une méthode particulière permet pourtant d'obtenir de bonnes mesures jusqu'à des fréquences élevées 2 à 3 000 MHz.

Dans les principes des méthodes de mesure (I<sup>ère</sup> partie), nous avons vu que lorsque la longueur  $h'$  du tronçon de ligne rempli de diélectrique vaut :

$$h' = n \frac{\lambda'}{2} \quad (64)$$

l'admittance réduite d'entrée du tronçon vaut :

$$y_e = (B - jA) \operatorname{th} n \frac{A}{B} \pi \quad (65)$$

soit

$$g_e = B \operatorname{th} n \frac{A}{B} \pi \quad (66)$$

$$b_e \neq 0 \quad (67)$$

Soit la fréquence  $f_{0n}$  définie par :

$$f_{0n} = \frac{c}{\lambda'} = f \frac{\lambda}{\lambda'} = f \sqrt{\varepsilon^*} \neq fB \quad (68)$$

d'où

$$B = \frac{f_{0n}}{f} \quad (69)$$

On détermine la valeur de  $g_e$  en mesurant le T. O. S. ou la largeur de la courbe autour d'un minimum.

$$\text{sh } u_3 = \sin \beta \Delta \ell \quad (70)$$

souvent 
$$u_3 \neq \beta \Delta \ell \quad (71)$$

et 
$$g_e \neq \text{th } u_3 \quad (72)$$

Cette relation associée à (66) permet de déterminer A/B d'où A.

$$\begin{array}{l} \epsilon' = B^2 - A^2 \\ \epsilon'' = \frac{A}{B} \cdot 2B^2 \end{array} \quad (73)$$

Remarque : Avec cette méthode, on peut obtenir la courbe d'étalonnage des cellules de mesure :  $h' = \phi(B)$  (voir Annexe I). On les remplit d'un diélectrique de B connu et on cherche les fréquences  $f_{0n}$  pour lesquelles leur susceptance d'entrée est nulle -  $b = 0$  -

On a alors :

$$f_{0n} = fB = \frac{v}{\lambda'}$$

avec

$$h' = n \frac{\lambda'}{2}$$

d'où

$$h' = \frac{vn}{2FB} \quad (74)$$

l'indétermination due à n n'est pas gênante car on sait que l'on a toujours  $h'$  légèrement supérieure à  $h$  : longueur mécanique du conducteur central.

### 7.I. - Etalonnage.

Il faut tracer le graphique donnant les positions de sondes relatives à  $b = 0$ . Comme la position d'un circuit ouvert est toujours mal définie, on place un court-circuit dans le plan d'entrée de la cellule d'où

les positions  $b = \infty$ . On passe aux positions  $b = 0$  en ajoutant ou en retranchant  $\lambda/4$ ,

La formule (70) suppose que la ligne est sans pertes. Il n'en est jamais ainsi :  $\alpha \neq 0$ . Pour évaluer  $\alpha$ , on place un circuit ouvert parfait à l'extrémité de la ligne :

$$u_3 = jv_3 = j \frac{\pi}{2}$$

La tension minimum sur la ligne n'est pas nulle, elle vaut :

$$|V_m|^2 = K^2 \operatorname{sh}^2 \alpha l$$

au voisinage d'un minimum :

$$|V_{\Delta m}|^2 = K^2 \left[ \operatorname{sh}^2 \alpha(l + \Delta l) + \sin^2 \beta \Delta l \right]$$

pour  $\left| \frac{V_{\Delta m}}{V_m} \right|^2 = 2$ , on a :

$$\operatorname{sh}^2 \alpha(l + \Delta l_v) + \sin^2 \beta \Delta l_v = 2 \operatorname{sh}^2 \alpha l$$

$$\sin^2 \beta \Delta l_v = 2 \operatorname{sh}^2 \alpha l - \operatorname{sh}^2 \alpha(l + \Delta l)$$

$$\neq 2 \operatorname{sh}^2 \alpha l$$

$$\beta \Delta l_v \neq \alpha l \quad (75)$$

Avec l'impédance à mesurer, on a :

$$\sin \beta \Delta l_x \neq \operatorname{sh}(\alpha l + u_3)$$

$$\beta \Delta l_x \neq \alpha l + u_3$$

$$u_3 \neq \beta(\Delta l_x - \Delta l_v)$$

(76)

Il faut tracer **une** courbe d'étalonnage  $2 \Delta l_v = \phi(F)$

Pour  $F > 500$  MHz, il est impossible de mesurer ces pertes directement. Reprenons la formule (74). Elle s'écrit :

$$\Delta l_v = \frac{\alpha d}{\beta}$$

$$\beta = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi F}{v} \quad v = 300\,000 \text{ km/s}$$

d'où 
$$\Delta l_v = \frac{\alpha d v}{2\pi F}$$

$\alpha$  est inversement proportionnel à l'épaisseur de peau  $\delta = \sqrt{\frac{I}{\pi \mu \sigma F}}$

$\alpha$  varie proportionnellement à  $\sqrt{F}$   
 $\Delta l_v$  varie comme  $\frac{\sqrt{F}}{F} = \frac{1}{\sqrt{F}}$

On pose 
$$2F \Delta l_v = k \sqrt{F}$$

Le facteur  $k$  est obtenu en mesurant du monochlorobenzène pour des fréquences de 100 à 500 MHz.

On trouve que la loi est assez bien vérifiée (voir courbe).

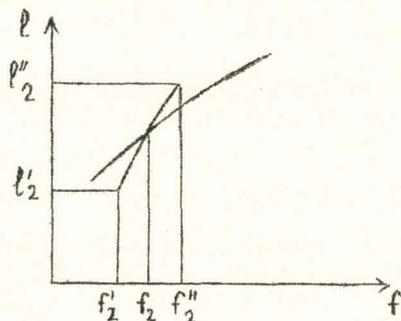
On prend

$$k = 1,3 \cdot 10^3$$

avec  $F$  en MHz et  $2\Delta l_v$  en cm.

### 7.2. - Mode opératoire.

La cellule remplie étant en place, on détermine les fréquences  $f_2, f_4 \dots$  pour lesquelles  $b = 0$ . On procède par approximations. Sur le



graphique donnant les positions de sonde relatives à  $b = 0$ , on reporte la longueur  $l'_2$  correspondant à  $f'_2$ , puis  $l''_2$  pour  $f''_2$ . Par interpolation, on détermine  $f_2$ .

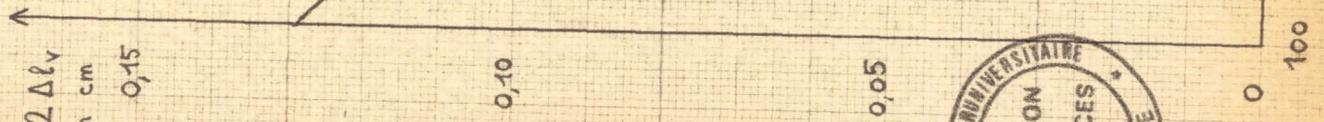
$2\Delta l_v$   
en cm  
0,15

$$2\Delta l_v = \varphi(F)$$

Courbe obtenue à partir de mesures sur le chlorobenzène

$$\xi''_{133\text{MHz}} = 0,030$$

Rapport  $k = \frac{2F\Delta l_v}{V^2}$  adopté:  $1,3 \cdot 10^3$



graphique n° 8.



Exemple de mesure : On trouve  $f_2 = 1\ 200\ \text{MHz}$ ,  $2\Delta l = 2,68\ \text{cm}$ .

$$f_{o2} = \frac{v}{2h'} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{2 \times 5,32} = 2\ 820\ \text{MHz}$$

### 7.3. - Précisions obtenues.

Pour les diélectriques à faibles pertes, la précision des mesures est limitée par la puissance disponible au générateur.

Pour mesurer la largeur de la courbe au double du minimum, il faut un couplage serré entre le générateur et la ligne. La réaction de la ligne sur le générateur, n'est plus négligeable et le fonctionnement du générateur peut être perturbé (glissement de fréquence).

Pour les diélectriques à pertes moyennes et fortes, le couplage entre générateur et ligne de mesure est toujours faible. On peut admettre que dans ce cas, l'erreur commise sur une mesure est très peu supérieure à l'erreur de détermination.

La mesure des largeurs est effectuée à 5/100 de mm près et l'erreur commise sur la mesure de la largeur à vide est de l'ordre de 20 %.

On peut avoir  $d\epsilon''/\epsilon'' = 4\ \%$  dans de nombreux cas : cette méthode fournit les points les plus précis pour des fréquences comprises entre 700 et 3 000 MHz. Au-dessus de 3 000 MHz, la précision décroît rapidement.

### Précision sur $\epsilon'$ .

$$B = \frac{f_{on}}{f}$$

$f_2$  peut être mesurée avec une bonne précision, mais  $f_{o2}$  dépend de l'étalonnage de la cellule  $h'$  :  $\phi(B)$ . On a :

$$\frac{d\epsilon'}{\epsilon'} \neq 4\ \%$$

M A T E R I A U X   H E T E R O G E N E S

Feuille de calcul      Mesure de  $\epsilon^*$       Cellule ouverte  $C_4$       Mode T.E.M.

Substance : alumine 15 % d'eau

Date : 27/3/64

Etat : D.H.

Température : 25°C

Déterminer les fréquences  $f_2, f_4, f_6$ , pour lesquelles la cellule de profondeur  $h'$  donne  $b = 0$

8 - Conclusion.

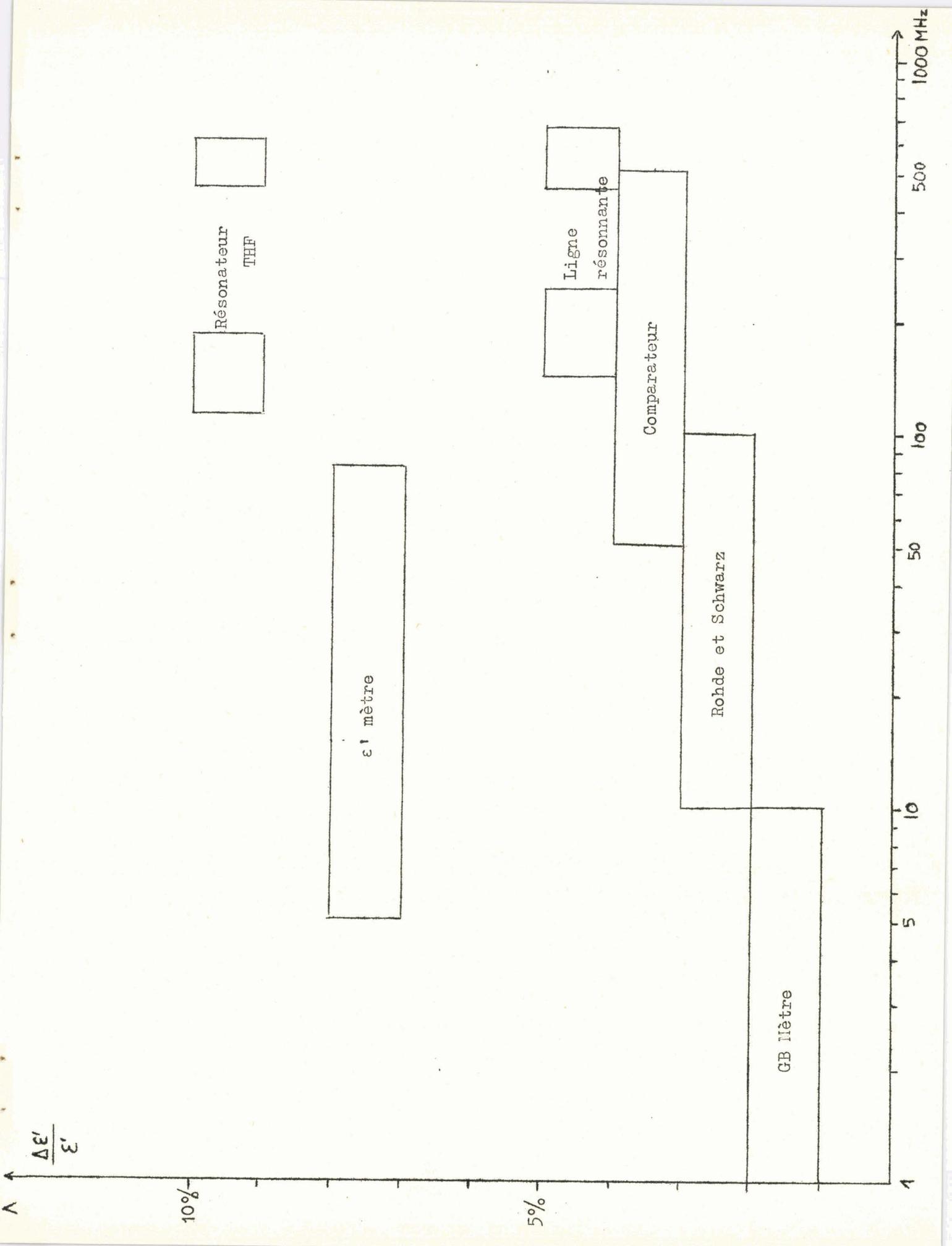
Nous avons rassemblé dans deux tableaux les précisions maxima qu'il est possible d'obtenir sur  $\epsilon'$  et  $\epsilon''$ , en choisissant convenablement la cellule de mesure, avec les différents dispositifs étudiés en fonction de la fréquence.

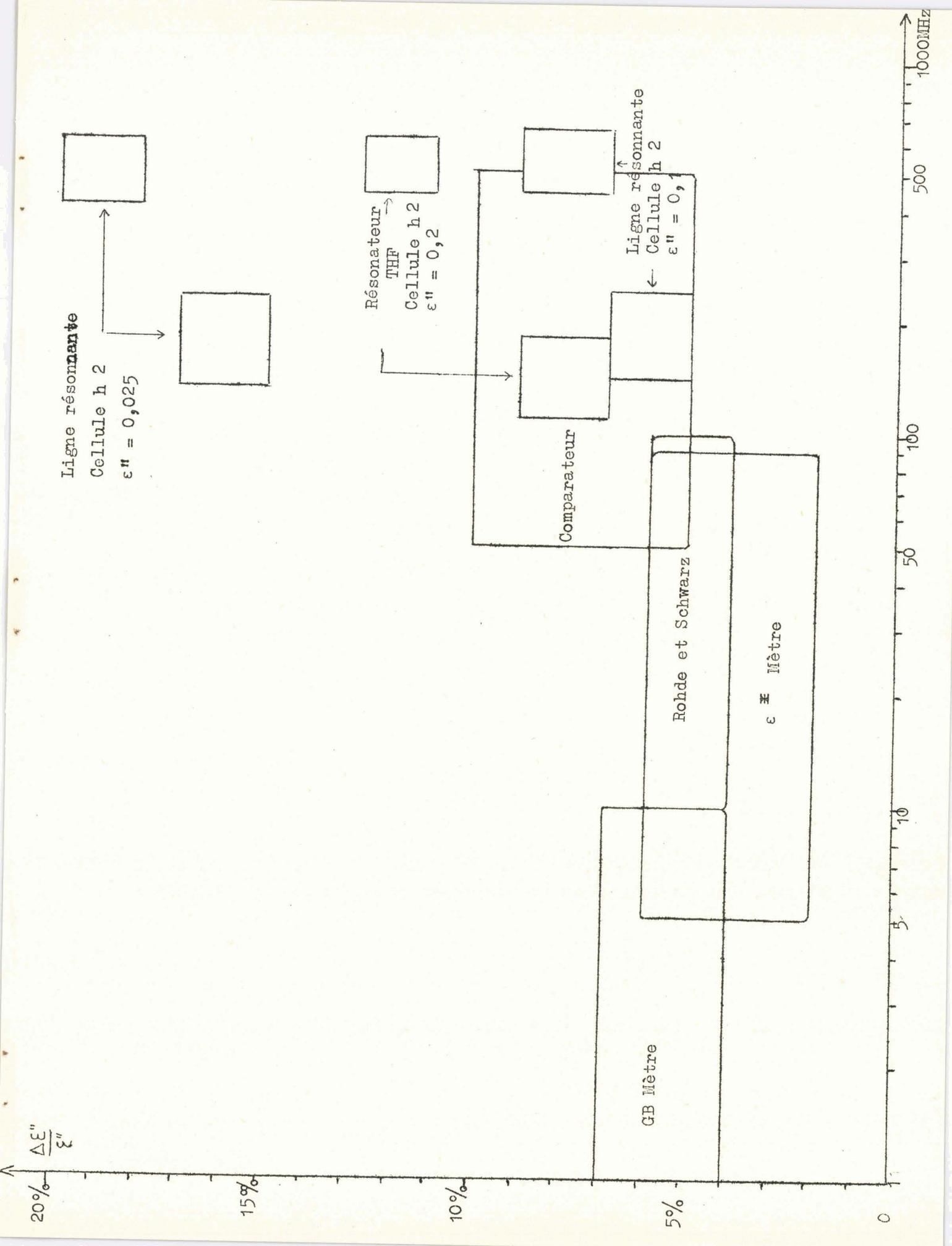
Pour des fréquences supérieures à 100 MHz, on a indiqué les précisions obtenues pour quelques cas de mesure caractéristiques.

On remarque que de 1 MHz à 100 MHz, la précision est sensiblement constante en utilisant le G.B. mètre et l'admittancemètre Rohde et Schwarz. L'  $\epsilon^*$  mètre permet d'avoir une meilleure précision sur  $\epsilon''$  mais la précision sur  $\epsilon'$  est plus faible si l'on utilise pas de standard de fréquence à cause de l'étalonnage. On voit aussi que la ligne résonnante donne une précision presque double de celle donnée par le résonateur T.H.F.

Pour les mesures aux fréquences supérieures à 100 MHz, ce sont en général les lectures des micromètres qui limitent la précision.

-----





III - APPLICATION A L'ETUDE DE QUELQUES SUBSTANCES HETEROGENES.

I) Mesures.

Des mesures antérieures sur quelques diélectriques hétérogènes zéolithes, gels de silice, alumine, avaient montré la possibilité de l'existence d'un domaine de relaxation pour des fréquences voisines de 500 MHz. Nous avons effectué une étude systématique de quelques produits pour des fréquences.

- zéolithes 5 Å	8,4 % d'eau	(n°42 bis)
	13,1 % d'eau	(n°48)
- zéolithe 4 Å	desséchée sous vide	
- gel de silice	actigel non indicateur 4,5 % d'eau	
- alumine	desséchée sous vide	

Dans les zéolithes 5 Å : 8,4 % et 13,1 % d'eau, on observe un domaine d'amplitude très faible (mais supérieure aux erreurs de mesure) entre 500 et 1 000 MHz. Sur le spectre hertzien  $\epsilon'' = \phi(F)$ , ce domaine paraît se déplacer très peu avec la température. En admettant une contribution additive des domaines, on peut soustraire la contribution du domaine BF. Il apparaît alors que le sommet du domaine de relaxation se déplace vers les hautes fréquences quand la température s'élève d'où une énergie d'activation assez importante.

0,25 eV/dipole ou 9 kcal/mole pour le 8,4 % d'eau

0,48 eV/dipole ou 11 kcal/mole pour le 13,1 % d'eau

La pente du domaine montre que l'on a un phénomène de type Debye qui ne semble pas distribué.

Dans le 4 Å desséché sous vide, l'énergie d'activation est environ 0,15 eV/dipole ou 3,4 kcal/mole (mesure peu précise,  $f_0$  n'a pas pu être atteint). Ce domaine présente un facteur de distribution de l'ordre de 0,07.

Dans le gel de silice 4,5 % d'eau, le domaine est nettement séparé du domaine BF. Il a une énergie d'activation d'environ 0,26 eV/dipole ou 6 kcal/mole. Le phénomène est distribué  $\alpha = 0,15$ .

Dans l'alumine desséchée sous vide, le domaine semble ne pas exister et le produit paraît bien desséché. Il reste pourtant une absorption résiduelle  $\epsilon'' \neq 0,02$  qui traduit l'existence d'effets non sélectifs d'absorption d'énergie ; ce qui semble bien indiquer une structure de squelette bien différente des zéolithes et des gels de silice.

## 2) Essai d'interprétation.

Dans les acides et les alcools, un phénomène de dispersion est dû à la libération des dipôles moléculaires par rupture de la liaison H. Il est possible que l'on soit ici en présence d'un phénomène du même genre.

Quelque soit le produit étudié, l'absorption a toujours lieu pour des fréquences voisines de 500 MHz, la cause de la relaxation doit être commune à tous ces corps. Ceux-ci contiennent tous de l'eau.

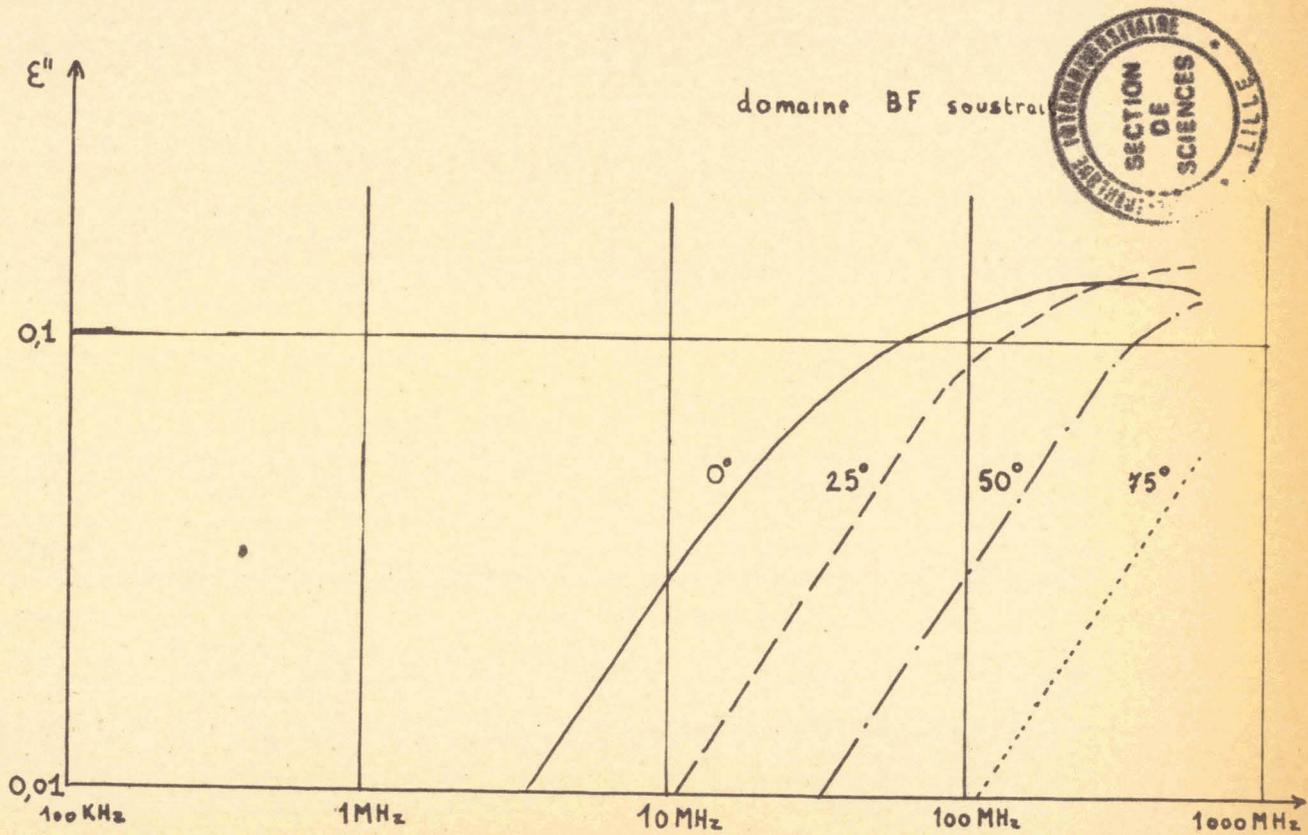
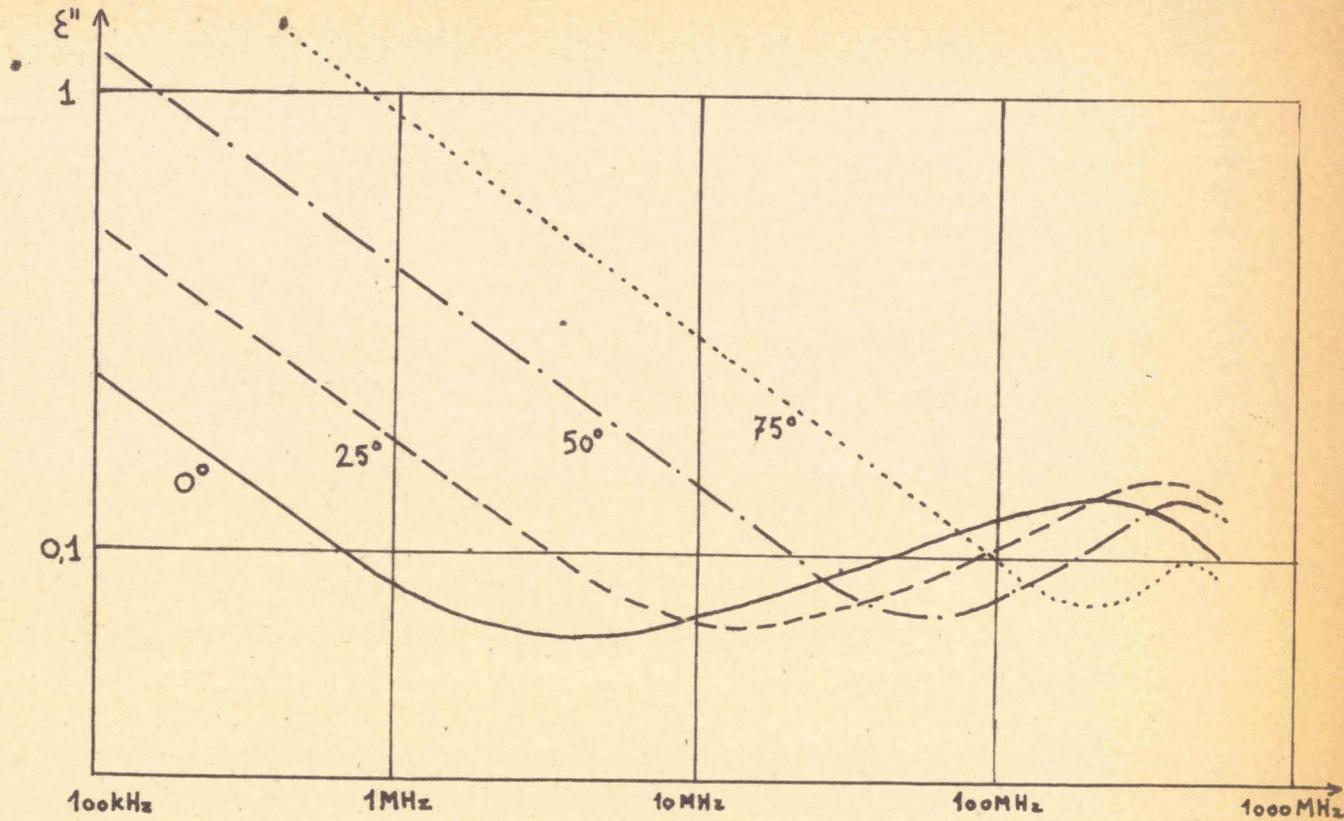
Il faut admettre que les molécules d'eau sont liées au réseau par liaison hydrogène.

Cette liaison intermoléculaire est "labile" : à chaque instant des liaisons H se rompent tandis que d'autres se reforment avec les molécules voisines, ceci avec une durée de vie moyenne  $\tau_H \cdot \frac{I}{\tau_H}$  mesure la probabilité de ces ruptures.

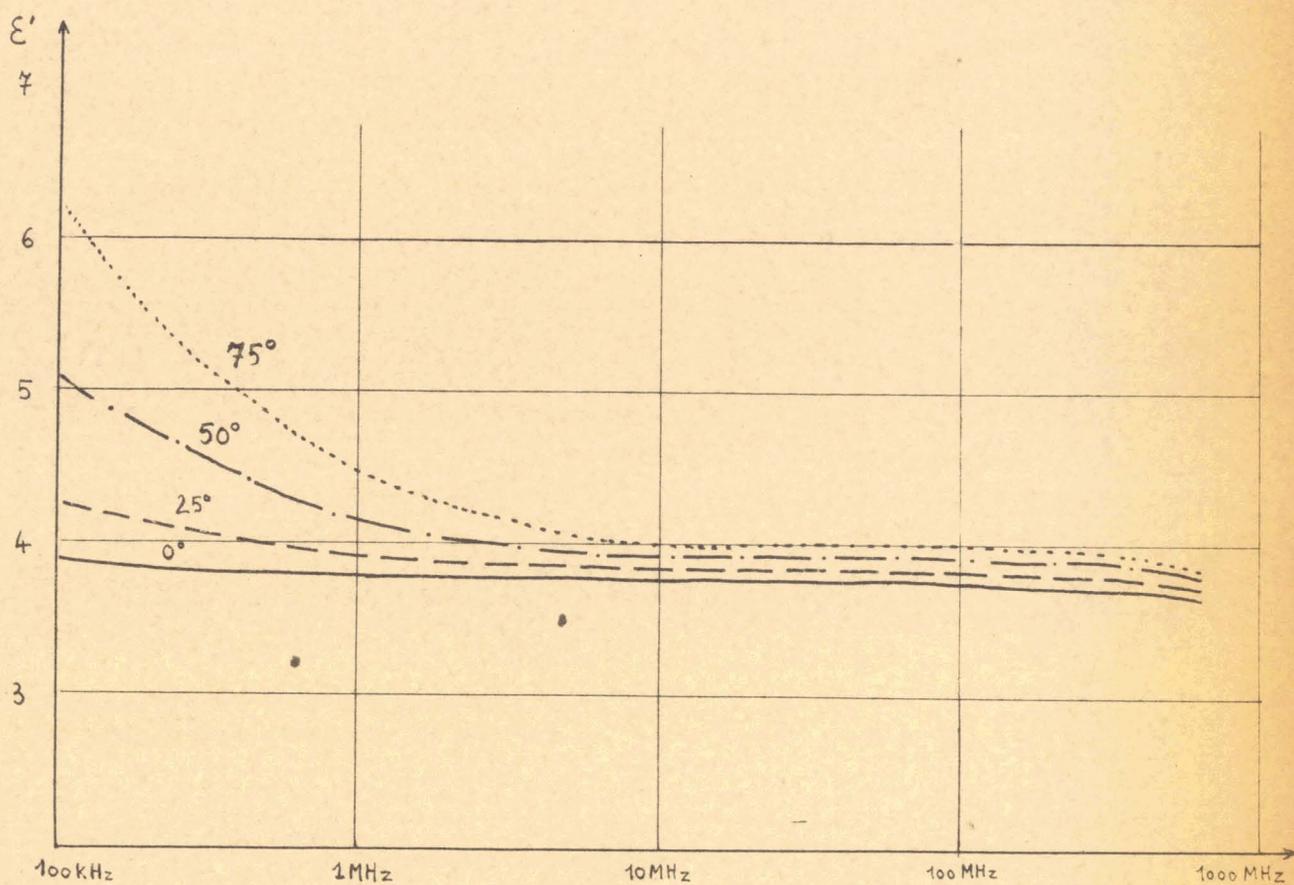
## 3) Conclusion.

Il est évident que de nombreuses mesures restent à faire pour vérifier cette hypothèse. En particulier, il faut remplacer l'eau adsorbée par un corps ne contenant pas la liaison H, de l'acétone par exemple. Si le produit a été initialement parfaitement desséché, le domaine doit avoir disparu.

tamis moléculaire 5Å 8,4 % d'eau.



tamis moléculaire 5A° 8,4 % d'eau.

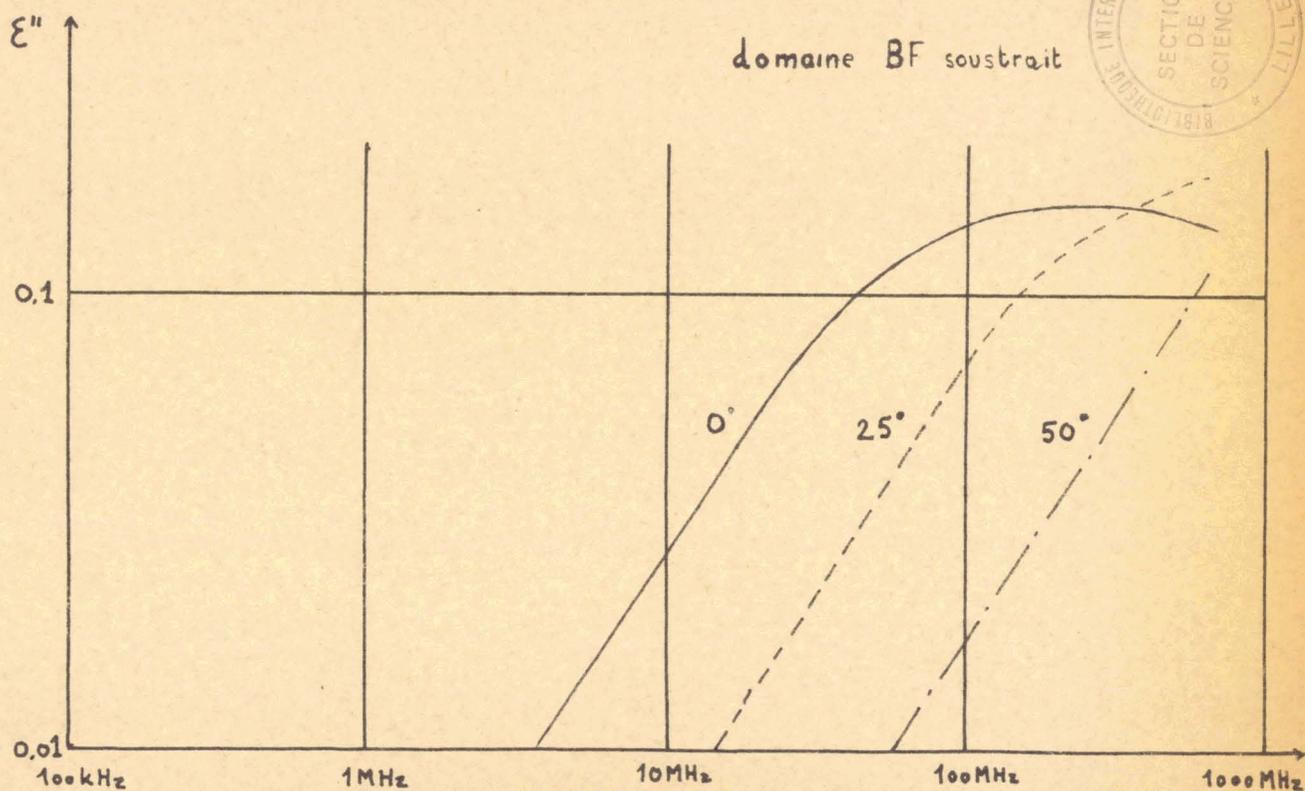
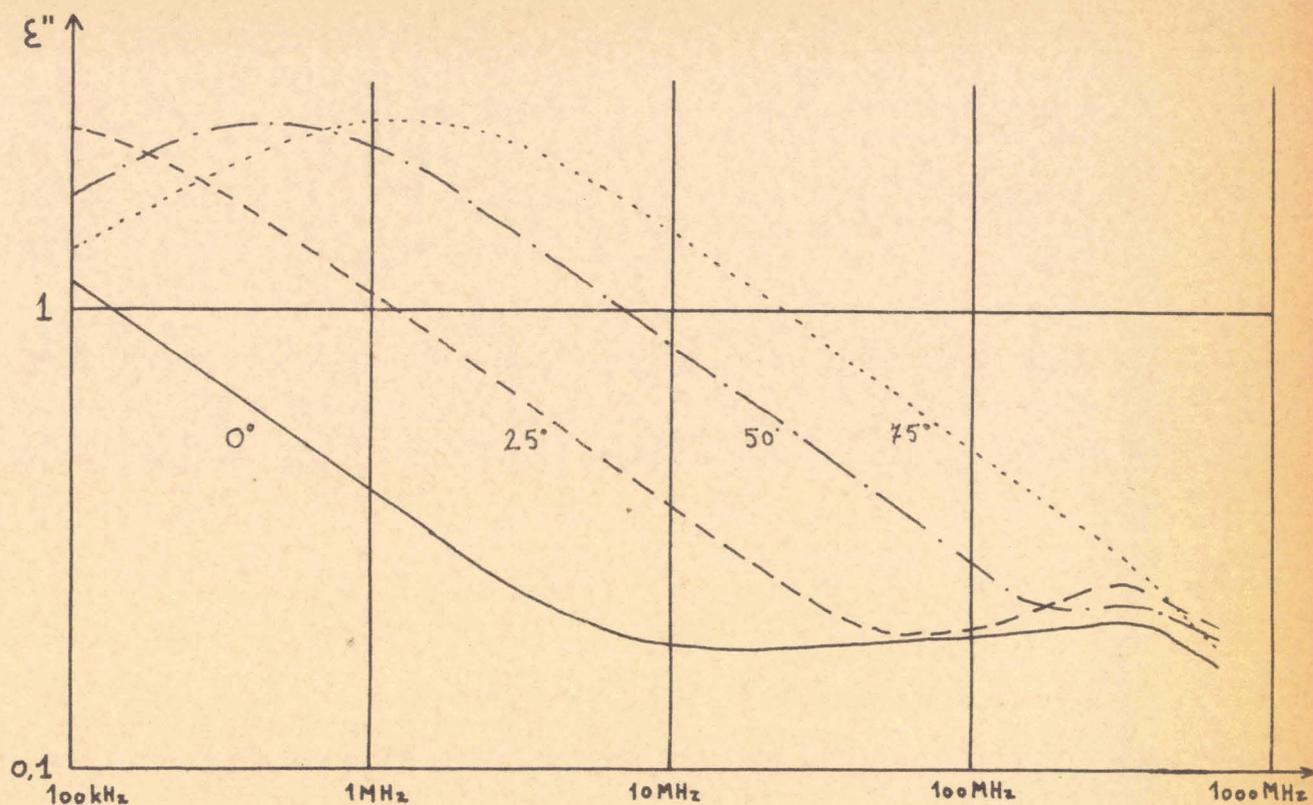


ZEOLITE 5 Å      8,4 % D'EAU

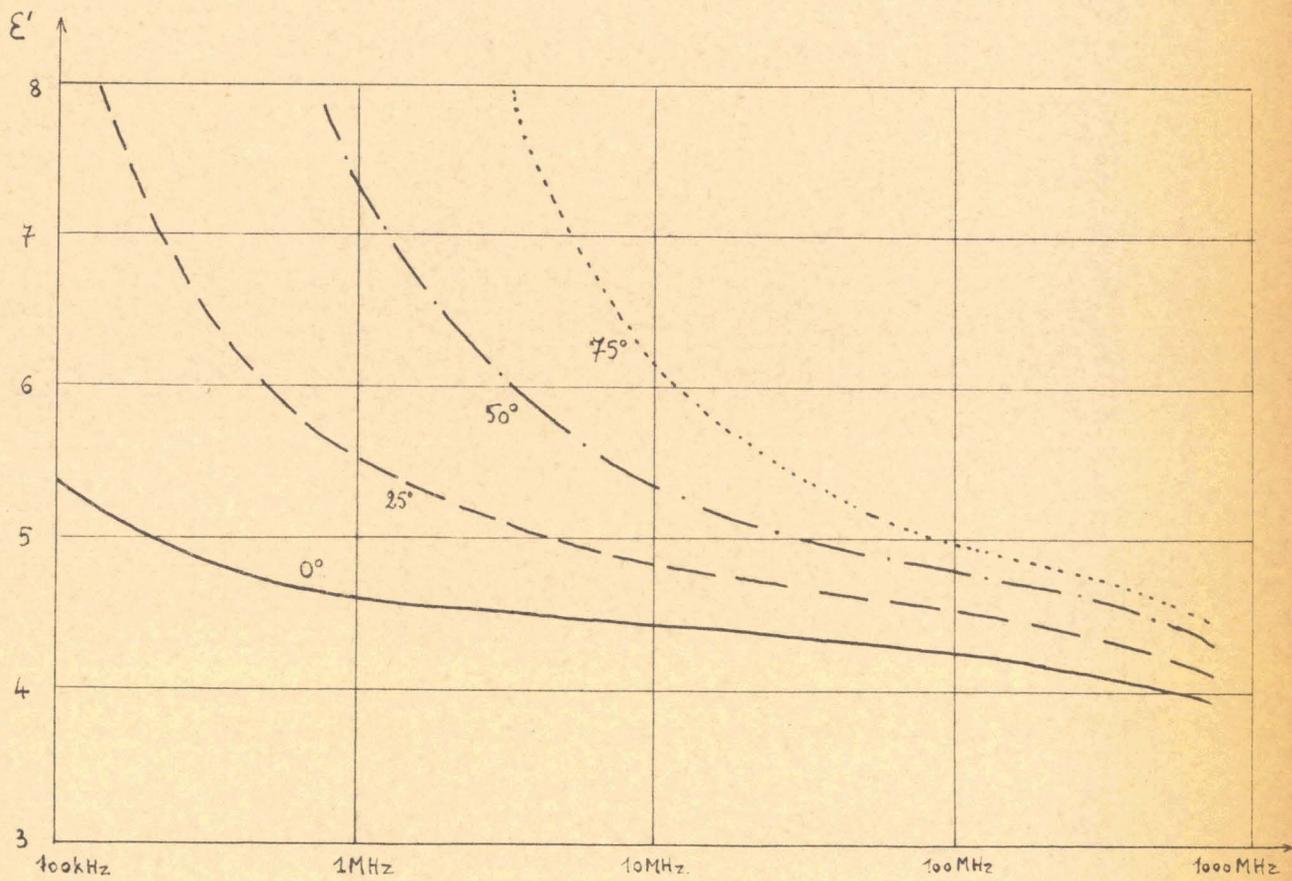
Temp. Fréquences	0°		25°		50°		75°	
	ε'	ε''	ε'	ε''	ε'	ε''	ε'	ε''
100 kHz	4,0 ±0,2	0,24 ±0,01	4,3 ±0,2	0,50 ±0,02	5,1 ±0,1	1,2 ±0,05	6,3 ±0,1	2,0 ±0,06
200	3,9 "	0,18 "	4,1 "	"	4,7 "	0,90 ±0,04	5,5 "	1,7 ±0,05
500	3,85 "	0,117 "	4,0 "	0,25 ±0,01	4,3 "	0,58 ±0,03	4,8 "	1,12 "
1 MHz	3,81 "	0,085 "	3,9 "	0,18 "	4,2 "	0,41 ±0,02	4,5 "	0,82 ±0,04
2	3,80 "	0,067 ±0,008	3,85 "	0,13 "	4,0 ±0,2	0,30 "	4,1 "	0,60 ±0,03
5	3,79 "	0,062 "	3,83 "	0,085 "	4,0 "	0,195 ±0,01	4,0 ±0,2	0,40 ±0,02
10	3,77 "	0,069 "	3,80 "	0,071 "	4,0 "	0,14 "	3,9 "	0,29 "
20	3,69 "	0,080 "	3,75 "	0,071 "	4,0 "	0,10 "	3,8 "	0,213 ±0,01
50	3,68 "	0,10 "	3,75 "	0,085 "	4,0 "	0,078 "	3,8 "	0,14 "
100	3,68 "	0,12 "	3,72 ±0,1	0,110 "	3,9 "	0,080 "	3,8 ±0,1	0,10 "
200	3,66 ±0,1	0,132 ±0,008	3,71 "	0,138 ±0,007	3,9 ±0,1	0,102 "	3,75 "	0,085 "
500	3,60 "	0,130 "	3,65 "	0,151 ±0,006	3,85 "	0,138 ±0,007	3,70 "	0,102 "



tamis moléculaire 5Å 13.1 % d'eau.



tamis moléculaire 5A° 13,1 % d'eau.

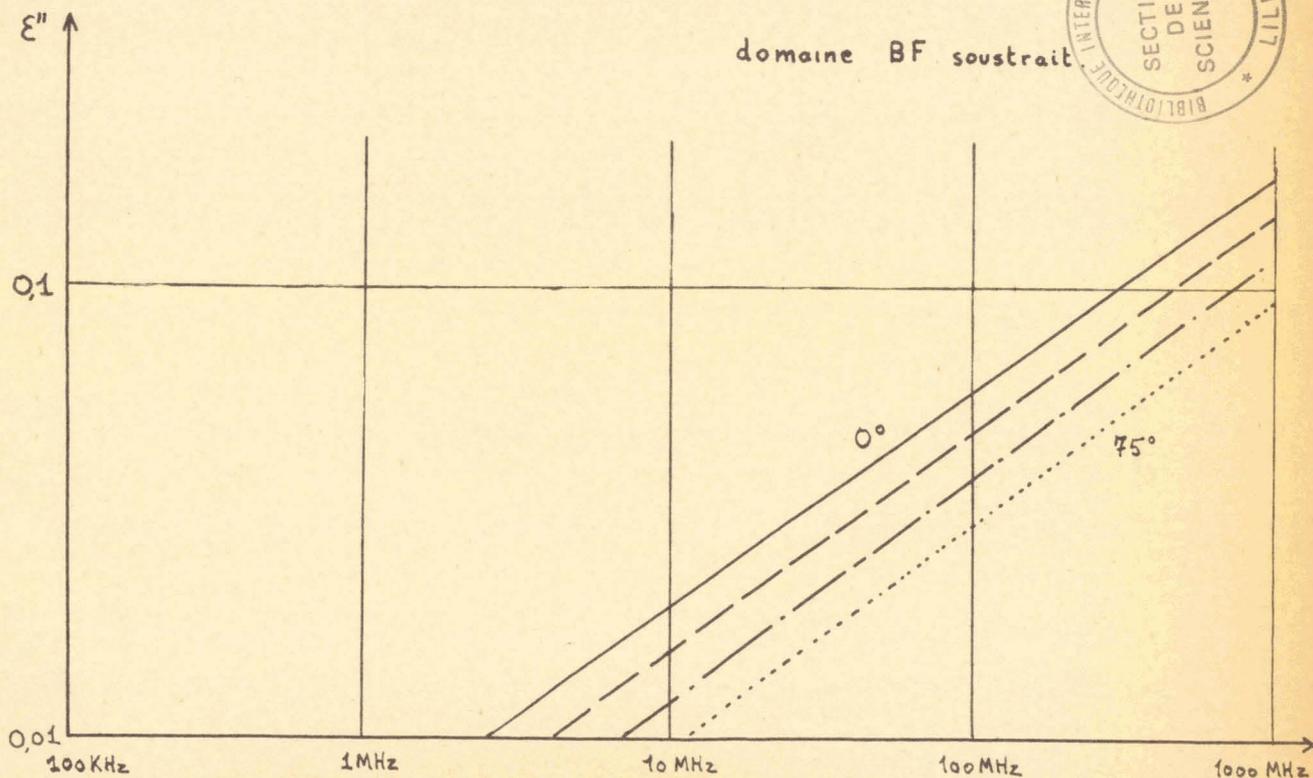
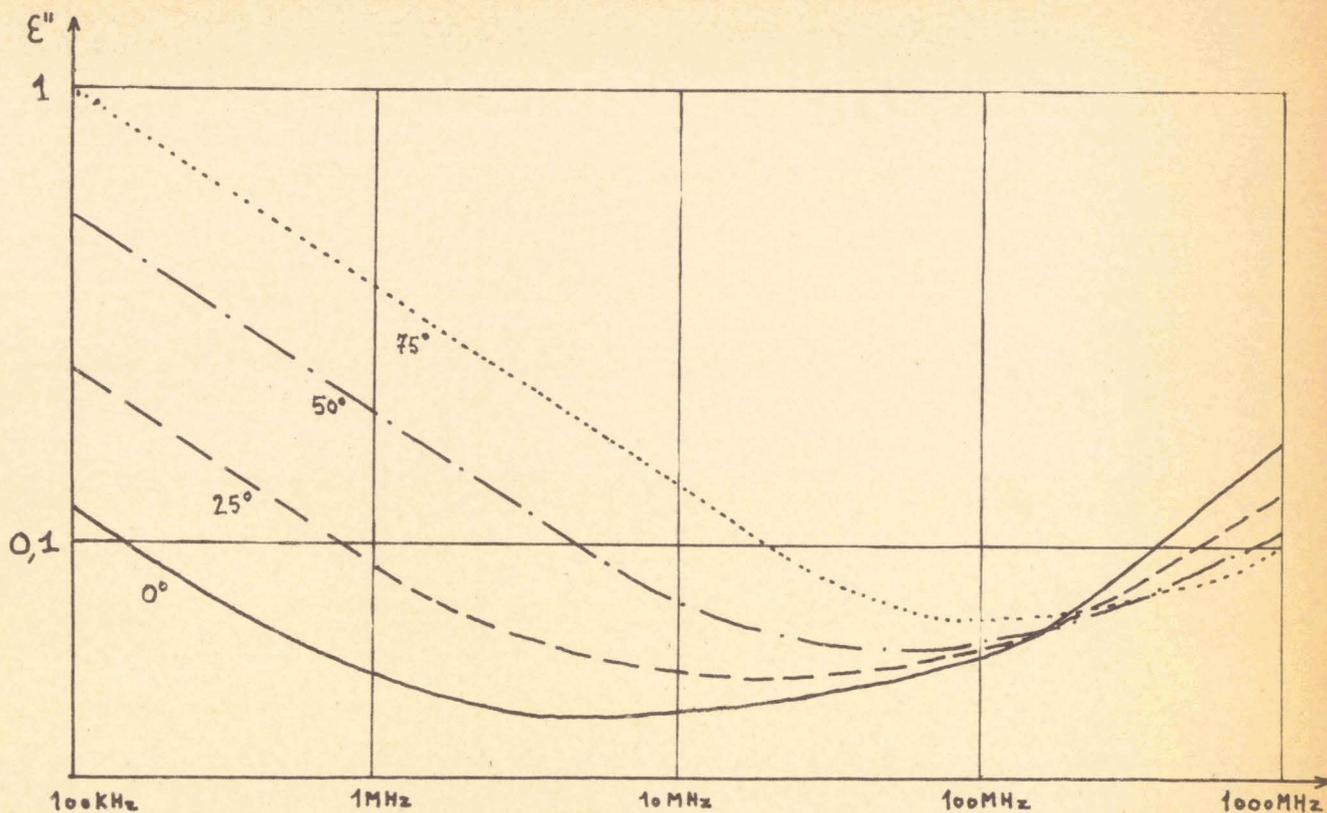


ZÉOLITE 5 Å 13,1 % D'EAU

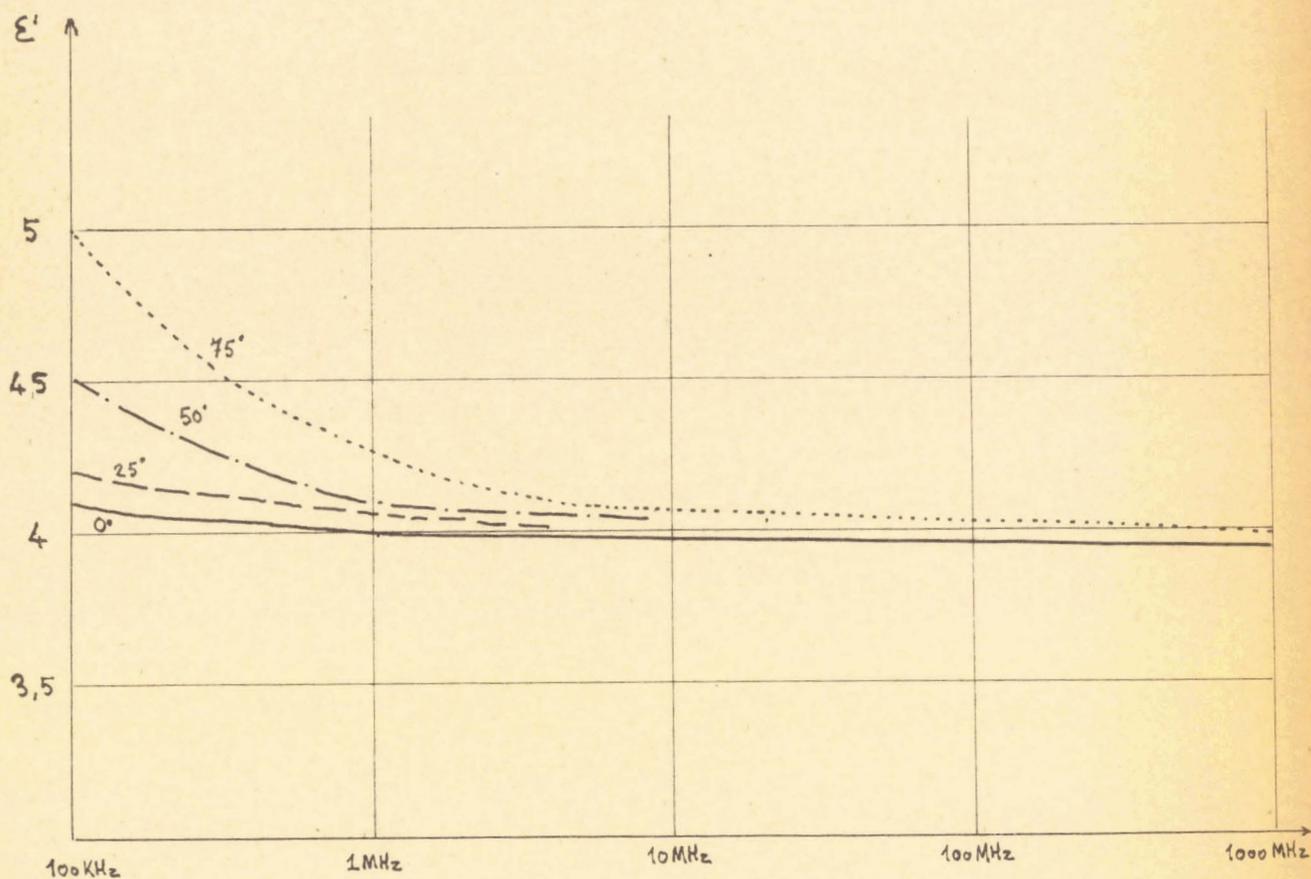
Temp. Fréquences	0°		25°		50°		75°	
	ε'	ε''	ε'	ε''	ε'	ε''	ε'	ε''
100 kHz	5,5 ± 0,1	1,15 ± 0,03	8,5 ± 0,1	2,45 ± 0,04	11,6 ± 0,1	1,80 ± 0,03	12,4 ± 0,1	1,22 ± 0,03
200 kHz	5,1 ± 0,2	0,85	7,3	2,02	10,3	2,25 ± 0,04	12,0	1,50 ± 0,04
500 kHz	4,8	0,55	6,3	1,50	8,3	2,5	11	2,25
1 MHz	4,6	0,40 ± 0,02	5,6	1,10 ± 0,03	7,4	2,25	9,8	2,50
2	4,6	0,30	5,2	0,80	6,4	1,75 ± 0,03	8,0	2,40
5	4,5	0,21 ± 0,01	5,0 ± 0,2	0,52	5,8	1,15	7,0	2,00
10	4,4	0,185	4,9	0,375 ± 0,02	5,4	0,84	6,2	1,45
20	4,3	0,185	4,7	0,275	5,2	0,60	5,5	1,05 ± 0,03
50	4,2	0,195	4,65	0,20 ± 0,01	4,9 ± 0,2	0,40 ± 0,02	5,2	0,69
100	4,1	0,20	4,6	0,20	4,8	0,29	5,0 ± 0,2	0,49
200	4,1	0,20	4,5	0,225	4,8	0,23	4,7	0,35 ± 0,02
500	4,0	0,19	4,4	0,24	4,5	0,225 ± 0,01	4,6	0,23



tamis moléculaire 4Å desséché sous vide



tamis moléculaire 4A° desséché sous vide



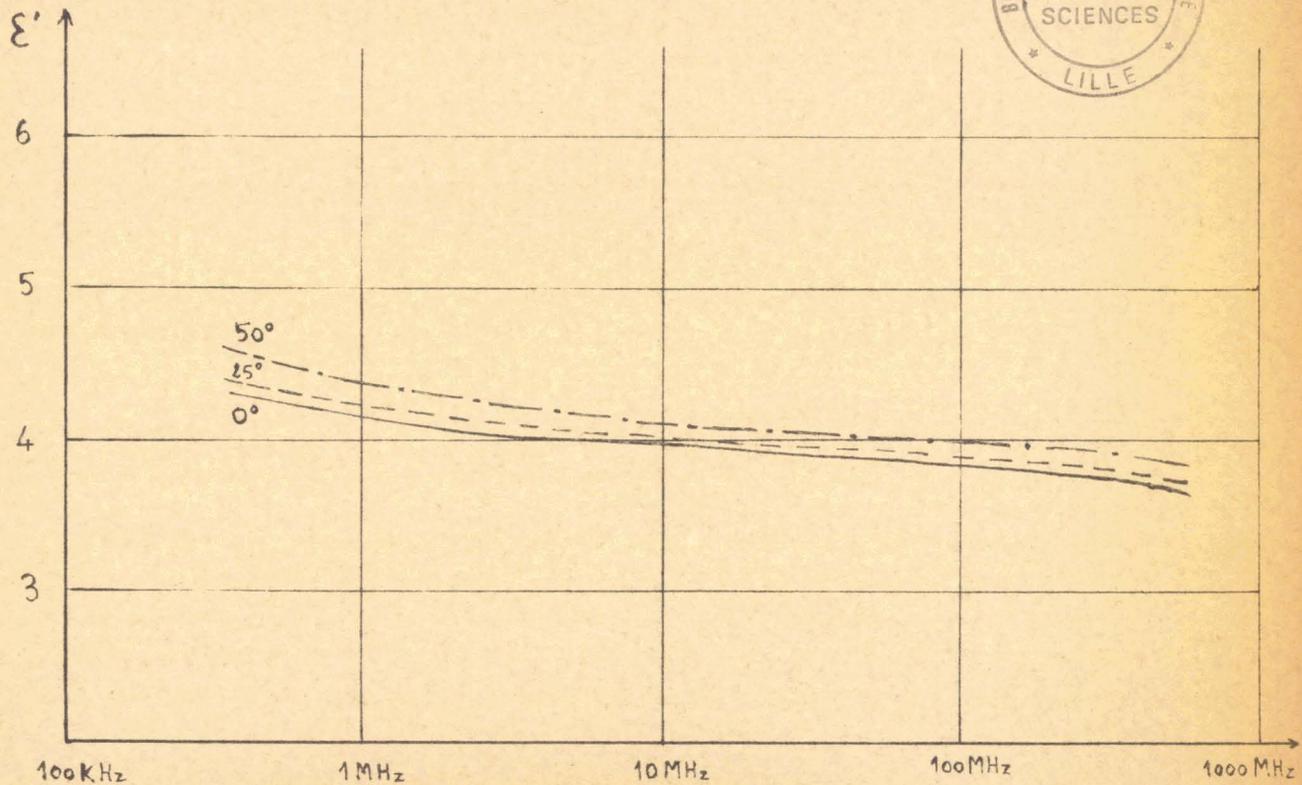
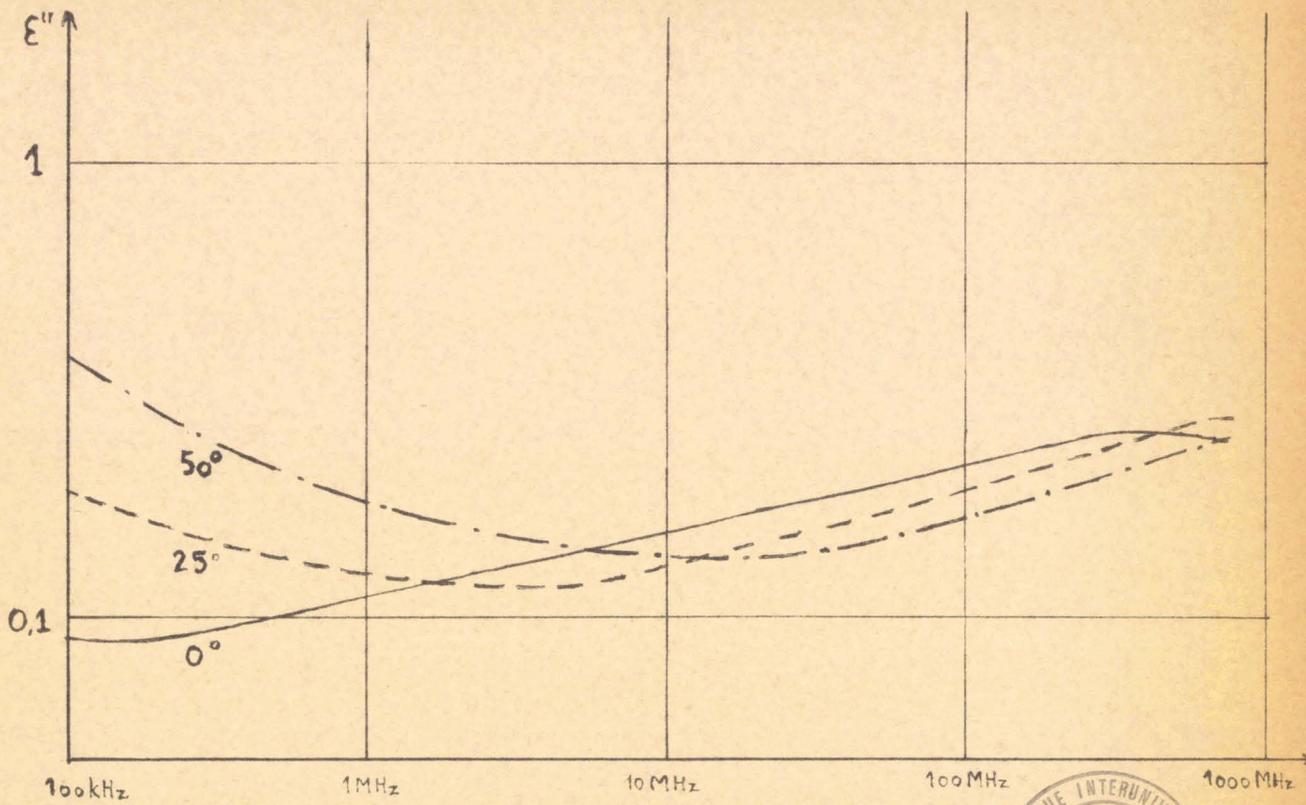
ZEOLITE 4 Å DESSECHÉ SOUS VIDE

Temp.	0°		25°		50°		75°	
	$\epsilon'$	$\epsilon''$	$\epsilon'$	$\epsilon''$	$\epsilon'$	$\epsilon''$	$\epsilon'$	$\epsilon''$
100 kHz	4,1 ± 0,2	0,102 ± 0,01	4,2 ± 0,2	0,25 ± 0,01	4,5 ± 0,2	0,55 ± 0,03	5,0 ± 0,2	1,00 ± 0,05
200	4,05	0,082	4,15	0,185	4,4	0,39 ± 0,02	4,65	0,75
500	4,05	0,061 ± 0,007	4,1	0,12	4,15	0,26 ± 0,01	4,4	0,50 ± 0,03
1 MHz	4,0	0,053	4,05	0,090	4,1	0,19	4,3	0,37 ± 0,02
2	4,0	0,049	4,0	0,070 ± 0,007	4,05	0,14	4,1	0,275 ± 0,01
5	4,0	0,045	4,0	0,057	4,0	0,095	4,05	0,185
10	3,95	0,045	3,95	0,054	4,0	0,075 ± 0,007	4,0	0,135
20	3,95	0,047 ± 0,008	3,95	0,054	4,0	0,064	4,0	0,104
50	3,95	0,051	3,95	0,055	4,0	0,060	4,0	0,080 ± 0,007
100	3,95	0,060	3,95	0,0605	3,95	0,063	4,0	0,072
200	3,95 ± 0,1	0,076 ± 0,007	3,95 ± 0,1	0,070 ± 0,007	3,95 ± 0,1	0,069	4,0 ± 0,1	0,074
500	3,92	0,12 ± 0,008	3,93	0,10 ± 0,008	3,95	0,090	3,96	0,087



actigel non indicateur

4,5% d'eau.

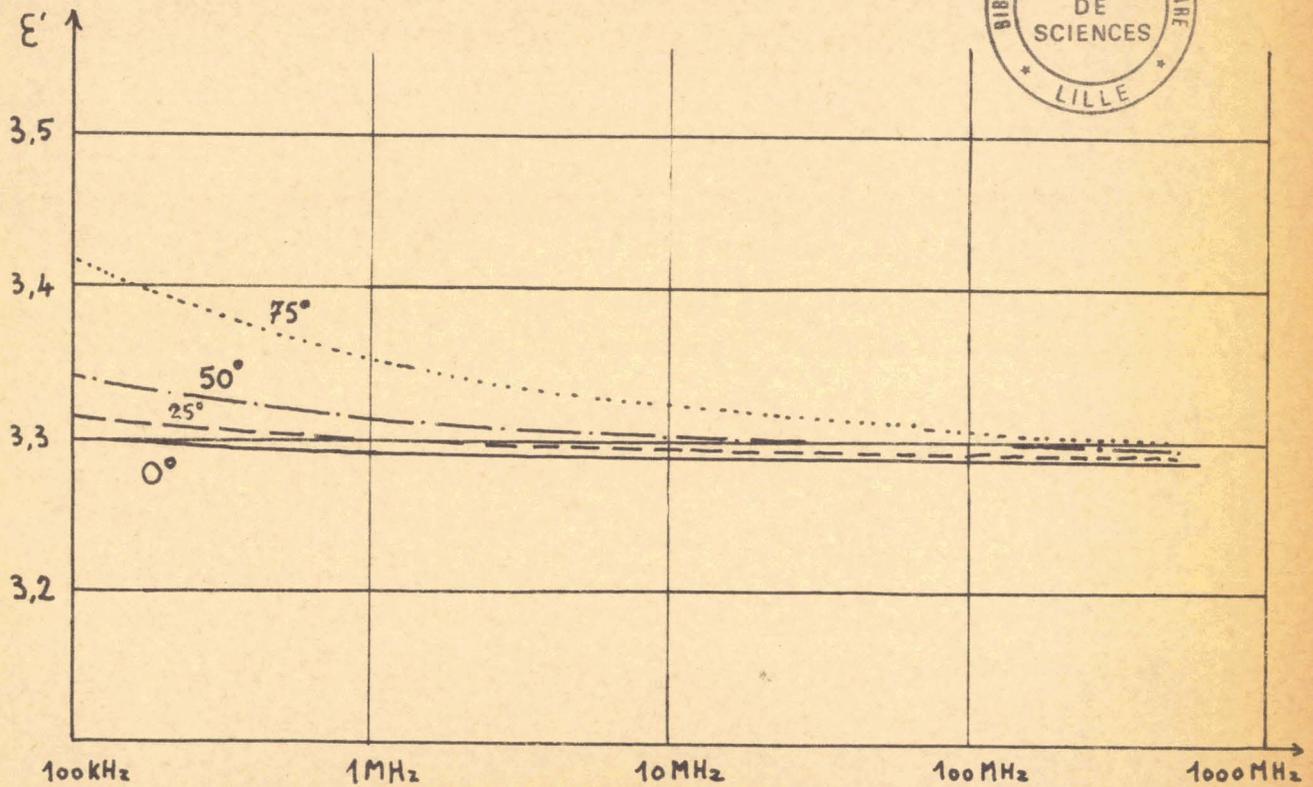
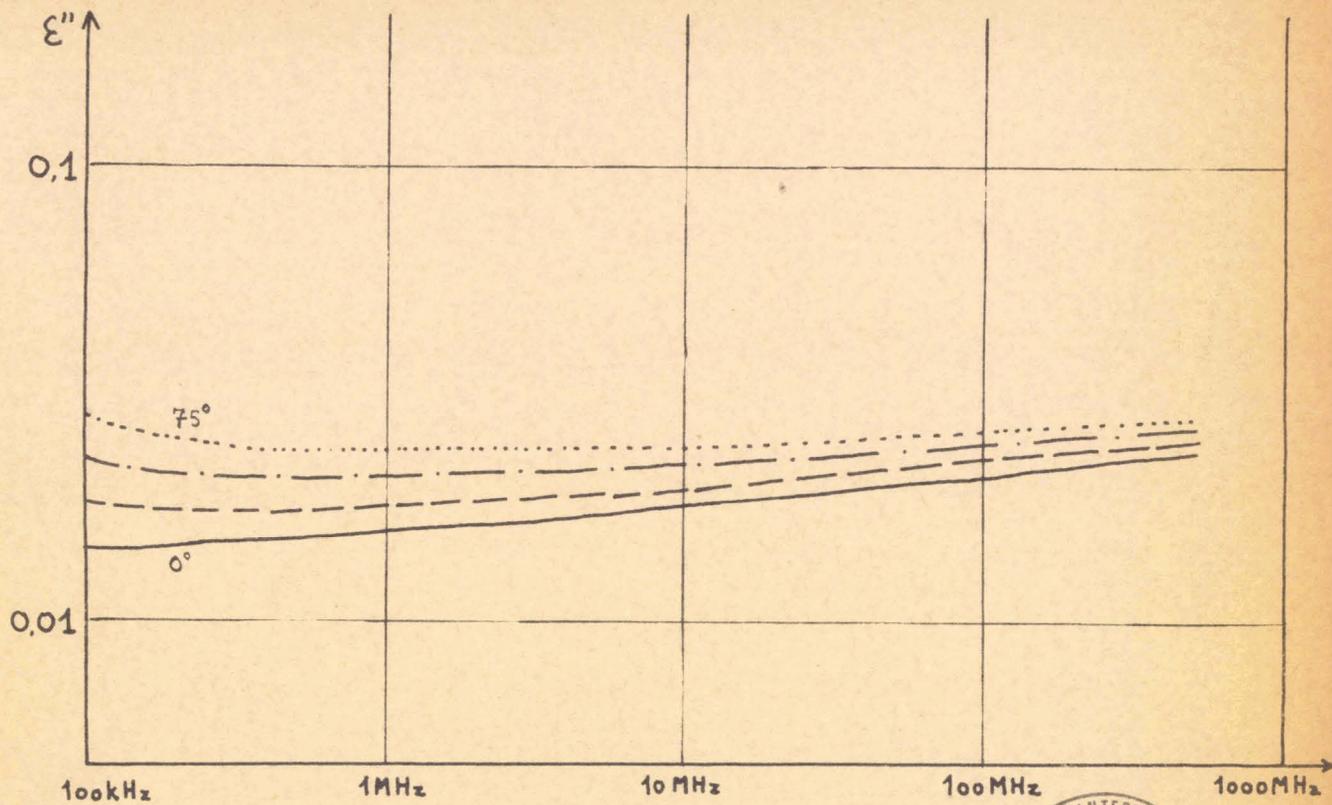


ACTIGEL NON INDICATEUR 4,5 % D'EAU

Temp. Fréquences	0		25°		50°		75°	
	$\epsilon'$	$\epsilon''$	$\epsilon'$	$\epsilon''$	$\epsilon'$	$\epsilon''$	$\epsilon'$	$\epsilon''$
100 kHz		0,095 $\pm$ 0,01		0,19 $\pm$ 0,01		0,40 $\pm$ 0,02		
200		0,094		0,155		0,30		
500	4,28 $\pm$ 0,2	0,102	4,35 $\pm$ 0,2	0,132	4,58 $\pm$ 0,2	0,21 $\pm$ 0,01		
1 MHz	4,24	0,115	4,30	0,124	4,43	0,18		
2	4,07	0,125	4,20	0,120	4,36	0,16		
5	4,06	0,146	4,10	0,120	4,25	0,145		
10	3,98	0,16	4,03	0,13	4,10	0,14		
20	3,95	0,18	4,00	0,14	4,10	0,142		
50	3,90	0,215	3,95	0,17	4,05	0,155		
100	3,85	0,23	3,90	0,20	4,00	0,172		
200	3,85	0,24	3,88	0,225	3,95	0,20		
500	3,75	0,25	3,80	0,27	3,90	0,25		



alumine desséchée sous vide



ALUMINE DESSECHÉE SOUS VIDE

Temp. Fréquences	0°		25°		50°		75°	
	ε'	ε''	ε'	ε''	ε'	ε''	ε'	ε''
100 kHz	3,30±0,15	0,014 ±0,001	3,31±0,15	0,0180±0,001	3,34±0,15	0,0225±0,001	3,42±0,15	0,028±0,001
200	3,30	"	3,31	"	3,33	"	3,40	"
500	3,29	"	3,30	"	3,32	"	3,37	"
1 MHz	3,29	"	3,30	"	3,315	"	3,35	"
2	3,29	"	3,30	"	3,31	"	3,34	"
5	3,29	"	3,295	"	3,305	"	3,335	"
10	3,29	"	3,295	"	3,30	"	3,33	"
20	3,29	"	3,295	"	3,30	"	3,32	"
50	3,29	"	3,295	"	3,30	"	3,315	"
100	3,29	"	3,295	"	3,30	"	3,31	"
200	3,29	"	3,29	"	3,30	"	3,30	"
500	3,28	"	3,29	"	3,295	"	3,30	"



ANNEXE I.CELLULES DE MESURE UTILISEES

Ce sont des capacités coaxiales cylindriques, (voir figure).  
Les conducteurs intérieurs et extérieurs ont comme diamètres :

$$\begin{aligned} 2a &= 25 \text{ mm} \\ 2b &= 10,85 \text{ mm} \end{aligned}$$

Seule la longueur de ces conducteurs varie d'une cellule à une autre. On est sûr qu'il n'y aura pas d'effet d'espacement interélectrodes. Les dimensions  $2a$  et  $2b$  ont été choisies pour que l'impédance caractéristique (à vide) du tronçon de ligne coaxiale formé soit  $50 \Omega$ .

En haute fréquence, ces cellules sont encore utilisables : on doit calculer l'impédance d'entrée d'un tronçon de ligne d'impédance caractéristique  $Z_c$ , de longueur  $h'$ , terminé par un **circuit ouvert** et rempli d'un diélectrique de permittivité complexe  $\epsilon^* = \epsilon' - j\epsilon''$ .

Cherchons la relation entre  $Z_c$  et la capacité active de la cellule.

L'impédance d'entrée d'un tronçon de ligne de longueur  $h'$ , sans pertes, terminé par un circuit ouvert est :

$$\begin{aligned} Z &= Z_c \operatorname{th} \left( j\beta h' + j \frac{\pi}{2} \right) \\ &= j Z_c \cotg \beta h' \end{aligned}$$

Pour avoir la capacité équivalente, on doit écrire :

$$\begin{aligned} \frac{j}{c\omega} &= j Z_c \cotg \beta h' \\ \beta &= \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} \end{aligned}$$

$v$  : vitesse de propagation des ondes dans le diélectrique

$$\cotg \beta h' = \frac{I}{Cv\beta Z_c}$$

les longueurs des cellules sont faibles devant  $\lambda$ .  $\cotg \beta h' \neq -\frac{1}{\beta h'}$

$$C = h' \frac{Y_c}{v}$$

dans l'air  $v = 3 \cdot 10^{10}$  cm/s  $Z_c = 50 \Omega$

$$C_{a_{pF}} = 0,666 h'_{cm}$$

Vérifions que l'on retrouve bien les relations de l'électrostatique :

$$C = \frac{2 \pi \epsilon_0 h'}{\text{Log} \frac{a}{b}}$$

$$Z_c = 60 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\epsilon}} \text{Log} \frac{a}{b}$$

dans l'air  $\epsilon = \epsilon_0$  et  $Z_c = 50 \Omega$

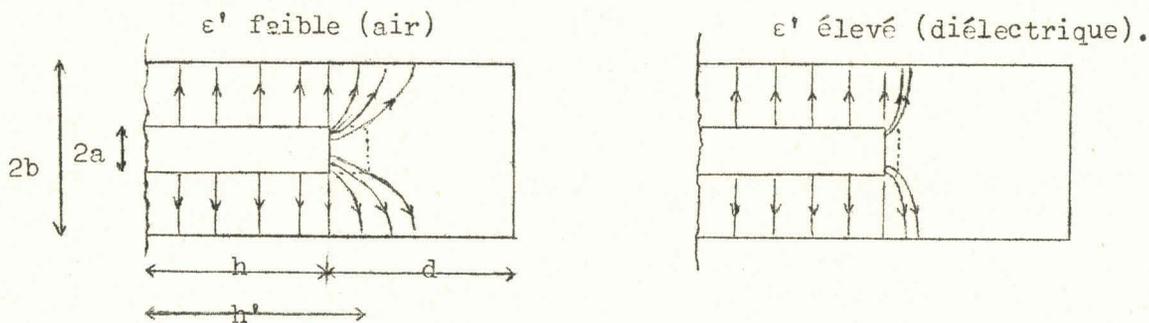
d'où 
$$C = \frac{2 \pi \epsilon_0 h'}{50} \cdot 60$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{12} \text{ F/m}$$

on retrouve :

$$C_{a_{pF}} = 0,666 h'_{cm}$$

Il faut remarquer que dans ces relations figure  $h'$  et non  $h$  hauteur géométrique de la cellule.

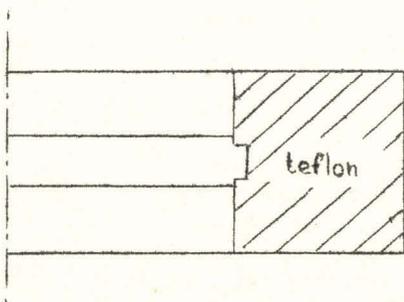


$h'$  dépend de l'effet de bout du conducteur central, donc de la permittivité du diélectrique remplissant la cellule, d'où la nécessité d'un étalonnage.

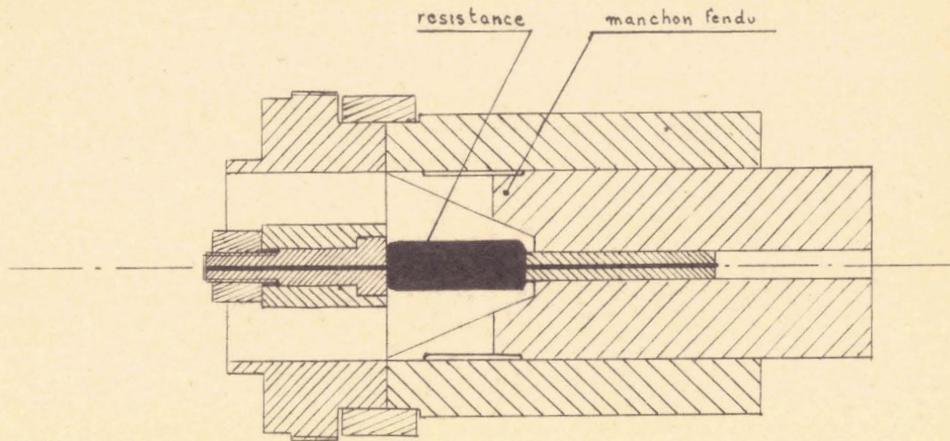
$$h' = \phi(\epsilon')$$

Certains auteurs ont essayé de calculer théoriquement cet effet de bout en considérant que l'on a un guide circulaire excité par un coaxial suivant un mode évanescent. Les formules obtenues ne sont en général valables que pour :  $\frac{d}{a-b} \ll 1$ .

Pour éviter cet effet de bout, il serait commode d'utiliser

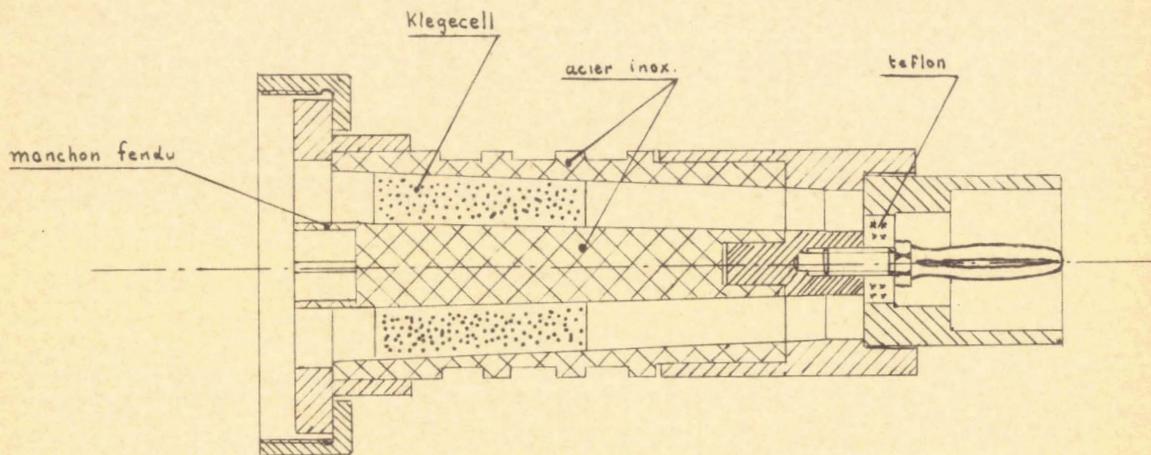


des cellules munies d'un bouchon de téflon allant coiffer l'extrémité du conducteur central ;  $h'$  donc  $C_a$  serait rigoureusement indépendant du diélectrique étudié. Il y a cependant des difficultés de remplissage et d'étanchéité, car la cellule doit pouvoir être utilisée en position horizontale et verticale.



monture de résistance

Vue en coupe

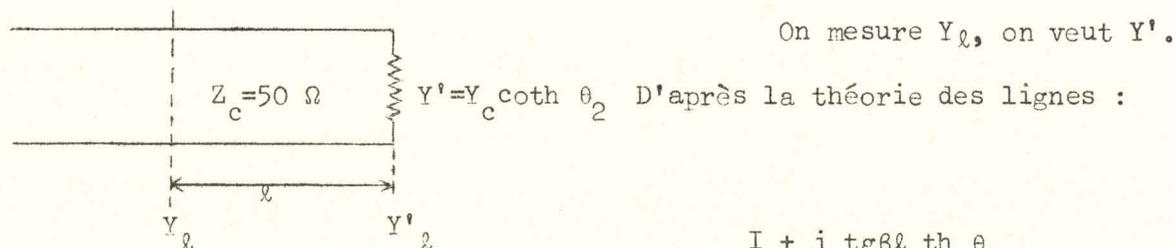


tronçon de raccordement coaxial

Vue en coupe.

CORRECTIONS DE LIGNE

A cause du tronçon de raccordement coaxial (joint thermique) en acier inoxydable, il y a environ 12 cm entre le plan d'entrée (mica) de la cellule et le plan de référence des appareils de mesure :  $\epsilon^*$  mètre ... Il est nécessaire de faire des corrections de ligne dès que  $F > 20$  MHz.



$$Y_l = Y_c \coth(\gamma l + \theta_2) = Y_c \frac{1 + j \operatorname{tg} \beta l \operatorname{th} \theta_2}{\operatorname{th} \theta_2 + j \operatorname{tg} \beta l}$$

$$Y_l = \frac{Y' + j Y_c \operatorname{tg} \beta l}{1 + j \frac{Y_c'}{Y_c} \operatorname{tg} \beta l}$$

$$\text{d'où } Y' = \frac{Y_l - j Y_c \operatorname{tg} \beta l}{1 - j Y_l Z_c \operatorname{tg} \beta l} = \frac{G + j (B - Y_c \operatorname{tg} \beta l)}{1 + B Z_c \operatorname{tg} \beta l - j G Z_c \operatorname{tg} \beta l}$$

On introduit les paramètres auxiliaires N et A, en posant :

$$Y_c \operatorname{tg} \beta l = N$$

$$Z_c \operatorname{tg} \beta l = A$$

$$\text{donc } Y' = G' + jB' = \frac{G + j(B - N)}{1 + BA - jGA}$$

$$G' = \frac{G(I + NA)}{(I + BA)^2 + (AG)^2}$$

$$B' = \frac{(B - N)(I + BA) + AG^2}{(I + BA)^2 + (AG)^2}$$

Réciproquement, si l'on est dans le plan d'entrée de la cellule et si l'on veut passer au plan de mesure, on a, en changeant  $l$  en  $-l$  :

$$G = \frac{G'(I + NA)}{(I - B'A)^2 + (AG')^2}$$

$$B = \frac{(B' + N)(I - AB') - AG'^2}{(I - B'A)^2 + (AG')^2}$$

pour les produits à faibles pertes, on a toujours  $(AG)^2 \ll I$  et souvent  $AB$  est petit devant  $I$ .

$$G' \neq G(I + NA) (I - 2AB)$$

$G'$  est lié directement à l'absorption du diélectrique : on peut l'appeler  $G$  réel, de même nous appellerons  $G$  :  $G_{\text{mesuré}}$ .

donc 
$$G_{\text{réel}} = \alpha G_{\text{mesuré}}$$

Pour calculer  $\alpha$ , il faut se donner la valeur de  $B = \omega C a \epsilon'$  ou encore  $C a \epsilon'$ . On peut tracer le réseau :

$$\alpha = f(F, C a \epsilon')$$

Dans la formule ( ) donnant  $B'$ , on peut négliger  $AG^2$  et  $(AG)^2$  d'où :

$$B' = (B - N)(I - AB)$$

$$B = (B' + N)(I - AB')$$

Ces dernières formules ne se présentent pas sous la forme  $B' = \theta B$  ou  $B = \theta' B$ . Cependant, on n'a pas à s'en servir puisque l'on a par lecture directe  $\epsilon'$  réel.

Le tracé du réseau  $\alpha = f(F, C\alpha\epsilon')$  ou  $\alpha = f(F, \epsilon')$  pour  $C\alpha$  donné demande un grand nombre de calculs. Il n'est valable que pour une longueur de ligne bien déterminée.

Comme nous avons aussi à faire des corrections similaires pour le résonateur THF, nous avons préféré construire un abaque.

#### Abaque cartésien dilaté.

Nous avons construit deux abaques cartésiens dilatés. En grandeurs réduites, le premier exemplaire va de  $b = -3$  à  $b = +3$  et en conductances de  $g = 0$  à  $g = 4,5 \cdot 10^{-2}$ . \*

Pour construire ces abaques, on utilise les formules classiques suivantes :

$$g + jb = \coth(u + jv)$$

$$\text{ou} \quad g + jb = \frac{\operatorname{sh} 2u - j \sin 2v}{\operatorname{ch} 2u - \cos 2v}$$

On trace dans un système de référence cartésien  $(g, b)$  les courbes  $u = Cte$  et  $v = Cte$

Pour de nombreux points, la formule précédente peut être simplifiée :

$$u \ll 5 \cdot 10^{-2} \quad \operatorname{ch} 2u \approx I$$

$$\text{et si} \quad u \ll \operatorname{tg} v \quad \text{et} \quad u^2 \ll I$$

$$g + jb = \frac{I + j \operatorname{th} u \operatorname{tg} v}{\operatorname{th} u + j \operatorname{tg} v} \approx \frac{I + j u \operatorname{tg} v}{u + j \operatorname{tg} v}$$

$$g + jb \approx \frac{u(I + \operatorname{tg}^2 v) - j \operatorname{tg} v(I - u^2)}{u^2 + \operatorname{tg}^2 v}$$

\* Le deuxième exemplaire est utilisable pour des pertes plus élevées, il couvre la même gamme de susceptances, mais en conductances va de  $g = 0$  à  $g = 22,5$

Avec les hypothèses faites :

$$b = -\cotg v$$

$$g = u(1 + b^2)$$

Les courbes  $v = \text{Cte}$  sont des parallèles à l'axe des  $g$ ,  
les courbes  $u = \text{Cte}$  sont des portions d'ellipse ayant pour axe de symétrie  
l'axe des  $g$ .

Remarque. Ces abaques peuvent aussi être utilisés en impédances : il suffit  
de changer la graduation  $g, b$  en  $\text{ret } x$ . La graduation en  $v$  indiquée n'est  
valable que pour l'abaque gradué en admittances. Pour obtenir une graduation  
en  $v$  valable en impédances, il faut ajouter à toutes les valeurs de  $v$   
indiquées  $\pi/2$ . Par exemple  $r = 0, x = 0$  correspond à  $v = 0$  ou  $\pi$  alors que  
 $g = 0; b = 0$  correspond à  $u = 0$  et  $v = \pi/2$ .

#### Utilisation de l'abaque.

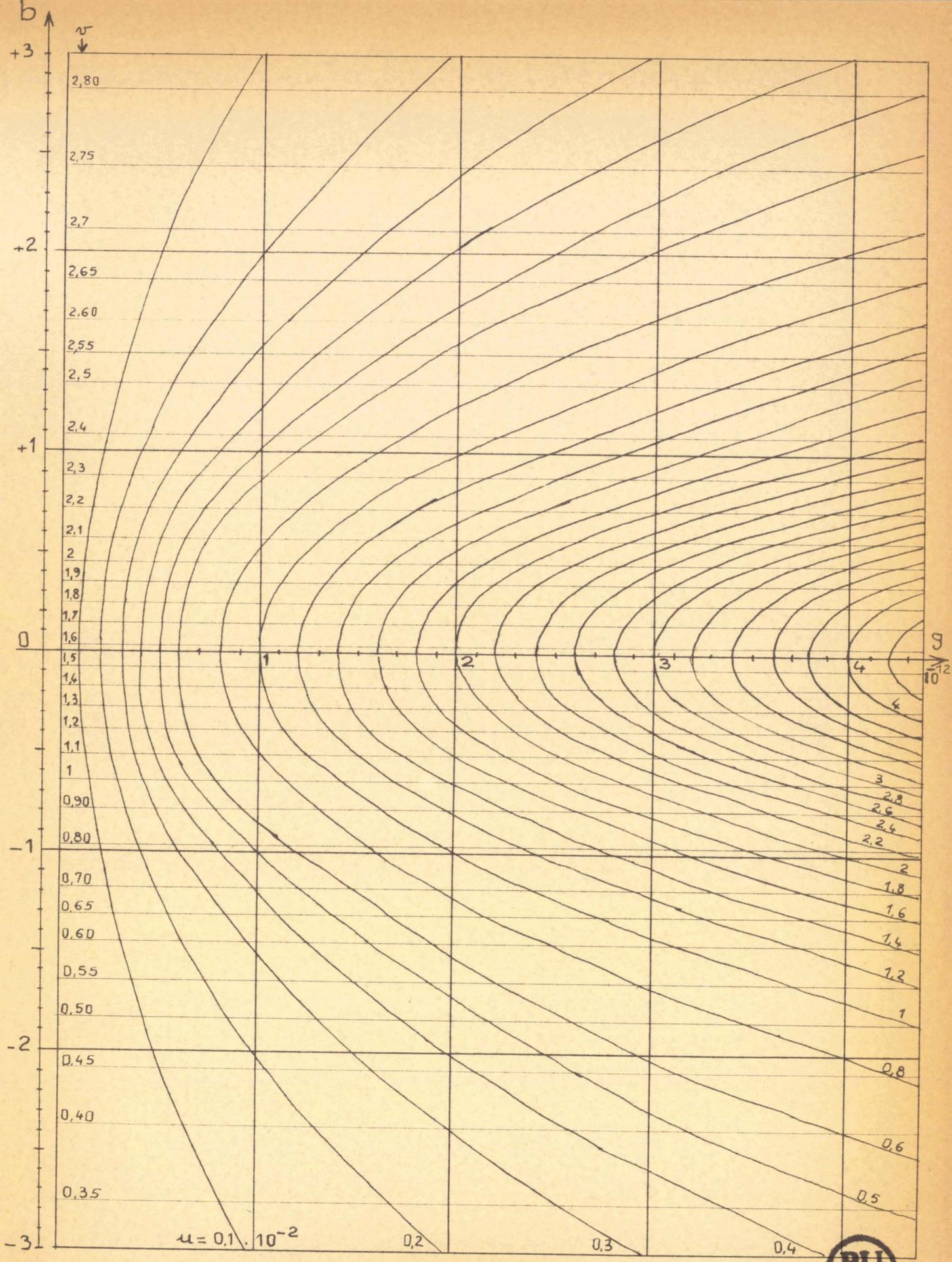
On connaît  $g_3 + jb_3$  dans le plan de mesure et on veut  
 $g'_3 + jb'_3$  dans le plan de charge distant de  $l_0$ .

- a) on place le point  $(g_3, b_3)$  d'où  $(u_3, v_3)$
- b) la ligne étant sans pertes, on tourne à  $u_3$  constant vers la charge de  $\beta l_0$ .

$$u'_3 = u_3$$

$$v'_3 = v_3 - \beta l_0$$

- c) le point  $(u'_3, v'_3)$  donne  $(g'_3, b'_3)$



A N N E X E I I I

Obtention de  $\epsilon^*$  à partir de  $g'_3 + jb'_3$  admittance d'entrée de la cellule.

Un diélectrique quelconque est caractérisé par son  $\epsilon^* = \epsilon' - j\epsilon''$  ou par la donnée de ses paramètres A et B définis par :

$$A + jB = j \sqrt{\epsilon_r^*}$$

et l'on a

$$\epsilon' = B^2 - A^2$$

$$\epsilon'' = 2AB$$

L'admittance caractéristique d'une ligne de transmission de  $Y_c$  dans l'air devient  $Y'_c$  lorsqu'elle est remplie d'un diélectrique et l'on montre que :

$$\frac{Y'_c}{Y_c} = B - jA$$

L'admittance réduite d'entrée de la cellule de mesure qui est un tronçon de ligne coaxiale, ouvert à son extrémité, de longueur  $h'$ , et rempli de diélectrique  $B - jA$  s'écrit :

$$y = (B - jA) \operatorname{th} (ABh' + jB Bh')$$

I. - Cas des basses fréquences  $f < 100$  MHz.

$$\operatorname{th} (A Bh' + j B Bh') \neq A Bh' + j B Bh'$$

$$\text{d'où } y = 2AB Bh' + j Bh' (B^2 - A^2)$$

$$y = \epsilon'' Bh' + j \epsilon' Bh'$$

d'où l'admittance réelle d'entrée

$$Y = \frac{I}{Z_c} (\epsilon'' Bh' + j \epsilon' Bh')$$

Dans l'annexe I, on montre que aux basses fréquences, cette cellule peut être considérée comme une capacité localisée  $C_a$  et que l'on a :

$$C_a = h' \frac{Y_c}{v}$$

d'où

$$\beta h' = \beta v C_a Z_c = \omega C_a Z_c$$

$$Y = \omega C_a \epsilon'' + j\omega C_a \epsilon'$$

2. Cas des fréquences moyennes 50 MHz < f < 500 MHz.

$$y = (B - jA) \operatorname{th}(A \beta h' + j B \beta h') = (B - jA) \operatorname{th}(u' + jv')$$

$$\operatorname{th}(u' + jv') = \frac{\operatorname{sh} 2u'}{\operatorname{ch} 2u' + \cos 2v'} + j \frac{\sin 2v'}{\operatorname{ch} 2u' + \cos 2v'}$$

Pour ces fréquences  $u'$  est petit et  $\operatorname{sh} 2u' \approx 2u'$  ;  $\operatorname{ch} 2u' \approx I$

$$\operatorname{th}(u' + jv') = \frac{2u'}{I + \cos 2v'} + j \frac{\sin 2v'}{I + \cos 2v'}$$

et

$$y = (B - jA) \left[ \frac{2A\beta h'}{I + \cos 2B\beta h'} + j \frac{\sin 2B\beta h'}{I + \cos 2B\beta h'} \right]$$

$$y = \frac{2AB\beta h' + A \sin 2B\beta h'}{I + \cos 2B\beta h'} + j \frac{B \sin 2B\beta h' - 2A^2\beta h'}{I + \cos 2B\beta h'}$$

$$y = 2AB\beta h' \frac{I + \frac{\sin 2B\beta h'}{2B\beta h'}}{I + \cos 2B\beta h'} + j B \operatorname{tg} \beta h' \frac{2 \cos^2 B\beta h' - 2A^2\beta h'/B \operatorname{tg} B\beta h'}{I + \cos 2B\beta h'}$$

On identifie avec

$y = 2AB\beta h'(I + \eta) + j B \operatorname{tg} B\beta h'(I - \zeta)$
$I + \eta = \frac{I + \frac{\sin 2B\beta h'}{2B\beta h'}}{I + \cos 2B\beta h'}$
$I - \zeta = \frac{2(\cos^2 B\beta h' - A^2\beta h'/B \operatorname{tg} B\beta h')}{I + \cos 2B\beta h'}$

On a

$$I - \zeta = I - \frac{A^2 \beta h'}{B \cos^2 \beta h' \operatorname{tg} \beta h'} = I - \frac{A^2 \beta h'}{B \cos \beta h' \sin \beta h'}$$

$$I - \zeta = I - \frac{2A^2 \beta h'}{B \sin 2\beta h'}$$

Pour que l'on puisse faire  $\zeta = 0$ , il faut donc que l'on ait :

$$2 A^2 \beta h' \ll B \sin 2\beta h'$$

ce qui est pratiquement toujours le cas pour nos mesures.

donc

$$b \neq B \operatorname{tg} \beta h'$$

Il faut en tirer B : pour cela on trace l'abaque  $P_I$ .

$$b = f(\beta h', B)$$

on en tire

$$\epsilon' \neq B^2$$

On a :

$$g = 2A\beta h'(I + \eta)$$

Il faut tracer un second abaque  $P_2$  donnant le terme correctif

$$I + \eta = f(\beta h')$$

et alors

$$\epsilon'' = \frac{g_3}{\beta h'(I + \eta)}$$

### 3. Cas des fréquences élevées.

On ne peut plus faire aucune approximation.

La constante de propagation de l'onde à l'intérieur du diélectrique vaut :

$$\gamma' = \alpha' + j\beta' = j \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon^*} = \beta(A + jB)$$

d'où

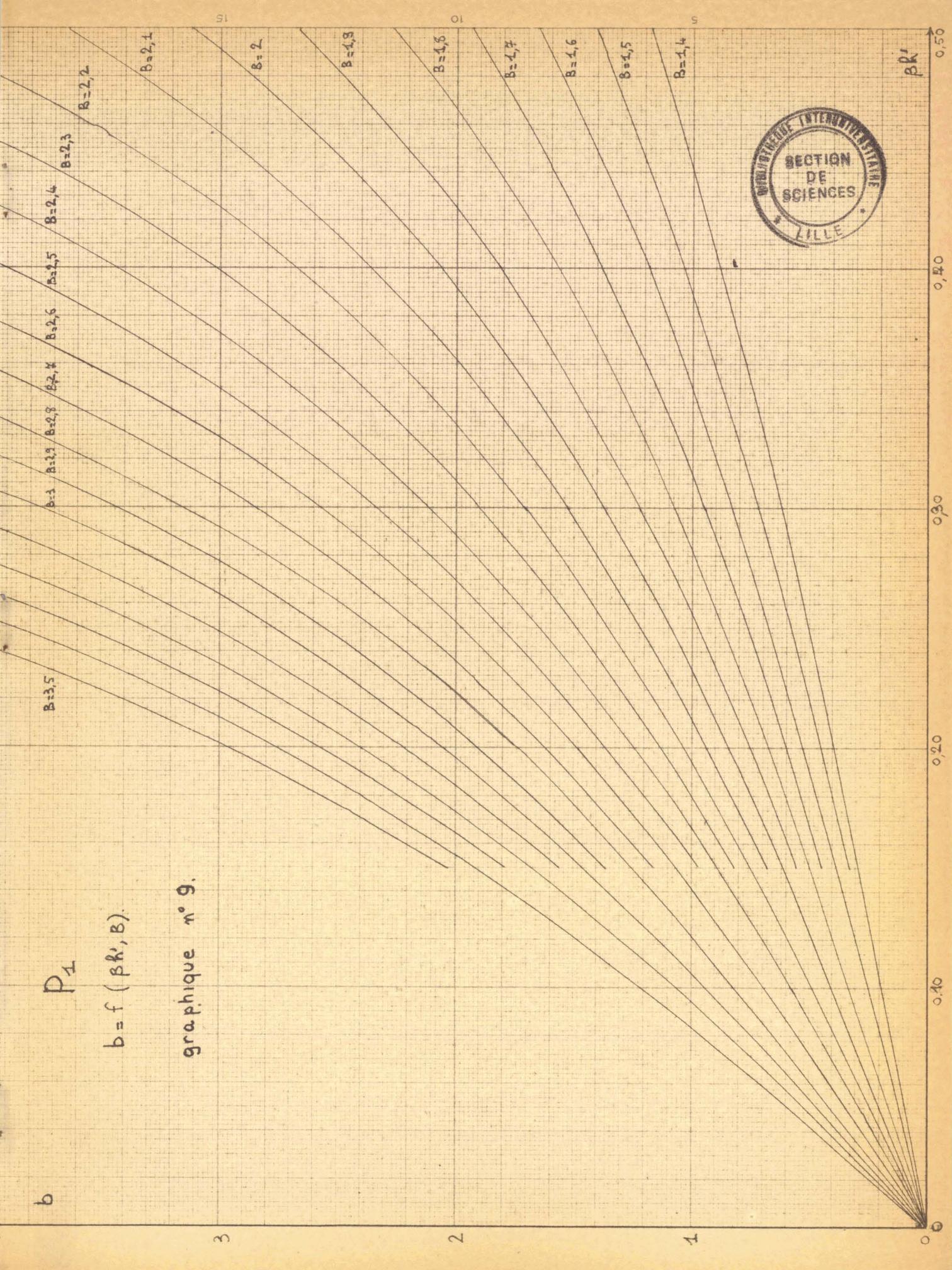
$$\begin{aligned} \alpha' &= A\beta \\ \beta' &= B\beta \end{aligned}$$

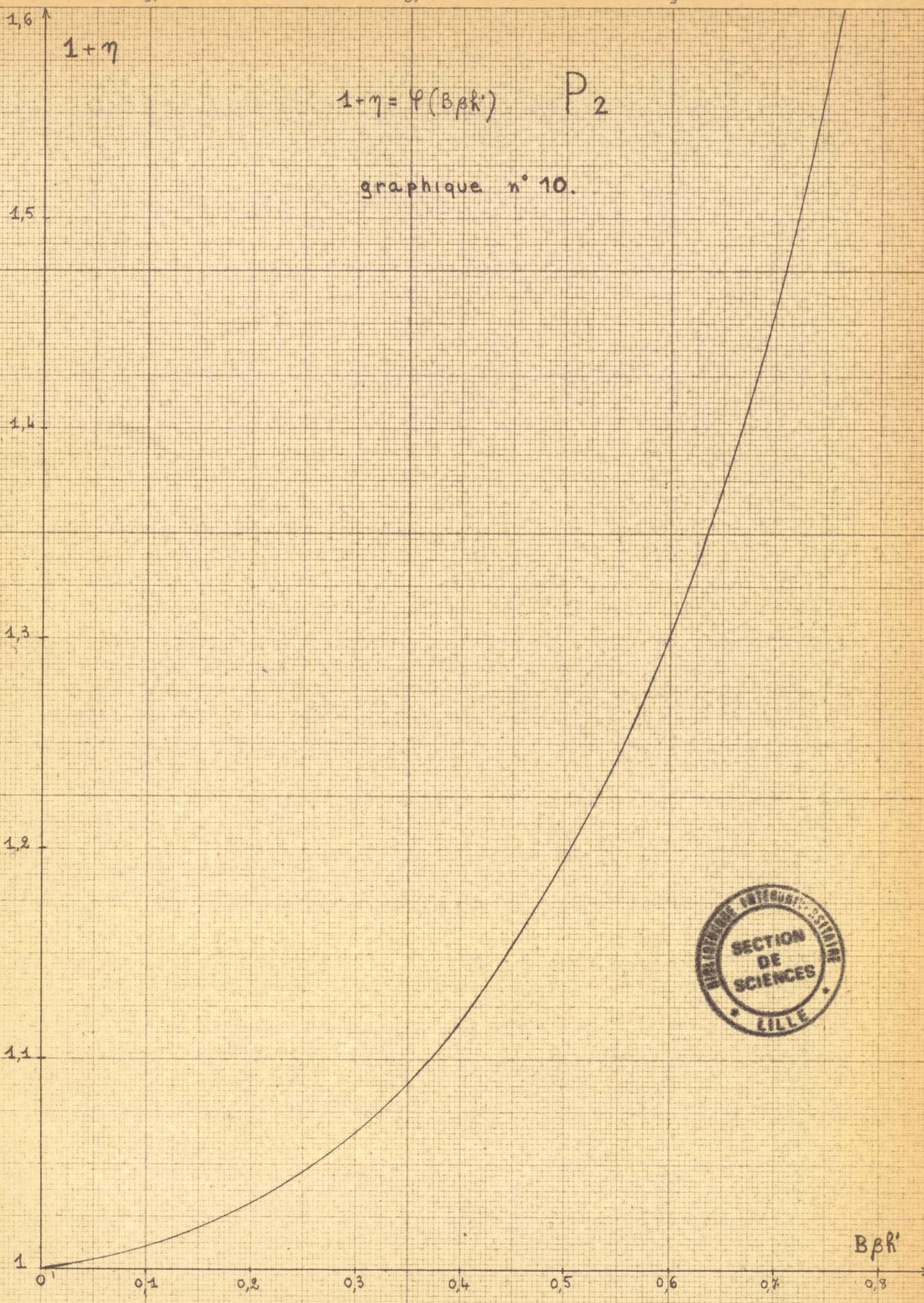
b

$P_1$

$$b = f(\beta k', B)$$

graphique n° 9.





La formule donnant l'admittance d'entrée de la cellule peut s'écrire :

$$y = \frac{-j}{\beta h'} (\alpha' h' + j\beta' h') \operatorname{th} (\alpha' h' + j\beta' h')$$

On pose

$$z = u' + jv' = \alpha' h' + j\beta' h'$$

on a

$$y = - \frac{j}{\beta h'} z \operatorname{th} z$$

Cette équation ne peut être résolue que par le moyen d'abaques.

#### 4. Abaque $-j z \operatorname{th} z = g'' + jb''$ . (5)

Cet abaque est obtenu en traçant dans un système de référence cartésien  $(u', v')$ , les courbes  $g'' = \text{Cte}$  et  $b'' = \text{Cte}$ .

$$-j(u' + jv') \operatorname{th} (u' + jv') = g'' + jb''$$

$$b'' = - \frac{-v' \sin 2v' + u' \operatorname{sh} 2u'}{\operatorname{ch} 2u' + \cos 2v'}$$

$$g'' = \frac{v' \operatorname{sh} 2u' + u' \sin 2v'}{\operatorname{ch} 2u' + \cos 2v'}$$

Le point de départ ( $u' = 0$ ) des courbes  $b'' = \text{Cte}$  est défini par :

$$b'' = v' \operatorname{tg} v'$$

Elles partent normalement à l'axe des  $v'$ .

Pour faciliter le tracé, on calcule les valeurs  $g''$  fonction de  $u'$  pour différentes valeurs de  $v'$  et  $b''$  en fonction de  $v'$  pour différentes valeurs de  $u'$ . Sur des graphiques auxiliaires, on trace :

$$g'' = f(u') \quad v' = \text{Cte}$$

$$b'' = f(v') \quad u' = \text{Cte}$$

On reporte ensuite les points sur l'abaque définitif. On remarque qu'un grand nombre de courbes  $b'' = \text{Cte}$  sont sensiblement parallèles. Ce fait

facilite le tracé et l'interpolation. Cependant ces courbes  $b'' = Cte$  sont très resserrées dès que  $b'' > 0,8$ . De même, les courbes  $g'' = cte$  sont sensiblement parallèles mais resserrées pour les fortes valeurs de  $v'$ . Nous avons donc construit un second abaque qui dilate précisément ces régions: il suffit d'utiliser l'abaque précédent mais de changer le système de références.

On trace dans un système de référence cartésien ( $g''$ ,  $b''$ ) les courbes  $u' = Cte$  et  $v' = Cte$ . Cet abaque nous semble plus commode que le premier car la mesure donne  $g'$  et  $b'$ . On peut alors placer instantanément le point sur l'abaque et évaluer la précision donnée sur  $u'$  et  $v'$ .

### 5. Utilisation de l'abaque.

L'admittance d'entrée de la cellule est  $g'_3 + jb'_3$

On pose :

$$g'_3 + jb'_3 = \frac{I}{\beta h'} (g'' + jb'')$$

d'où les valeurs  $g''$  et  $b''$  que l'on reporte sur l'abaque.

L'abaque proposé donne  $u'$  et  $v'$  de la transformation.

$$g'' + jb'' = -j(u' + jv') \operatorname{th}(u' + jv')$$

avec, rappelons le,

$$z = u' + jv' = \alpha'h' + j\beta'h'$$

donc

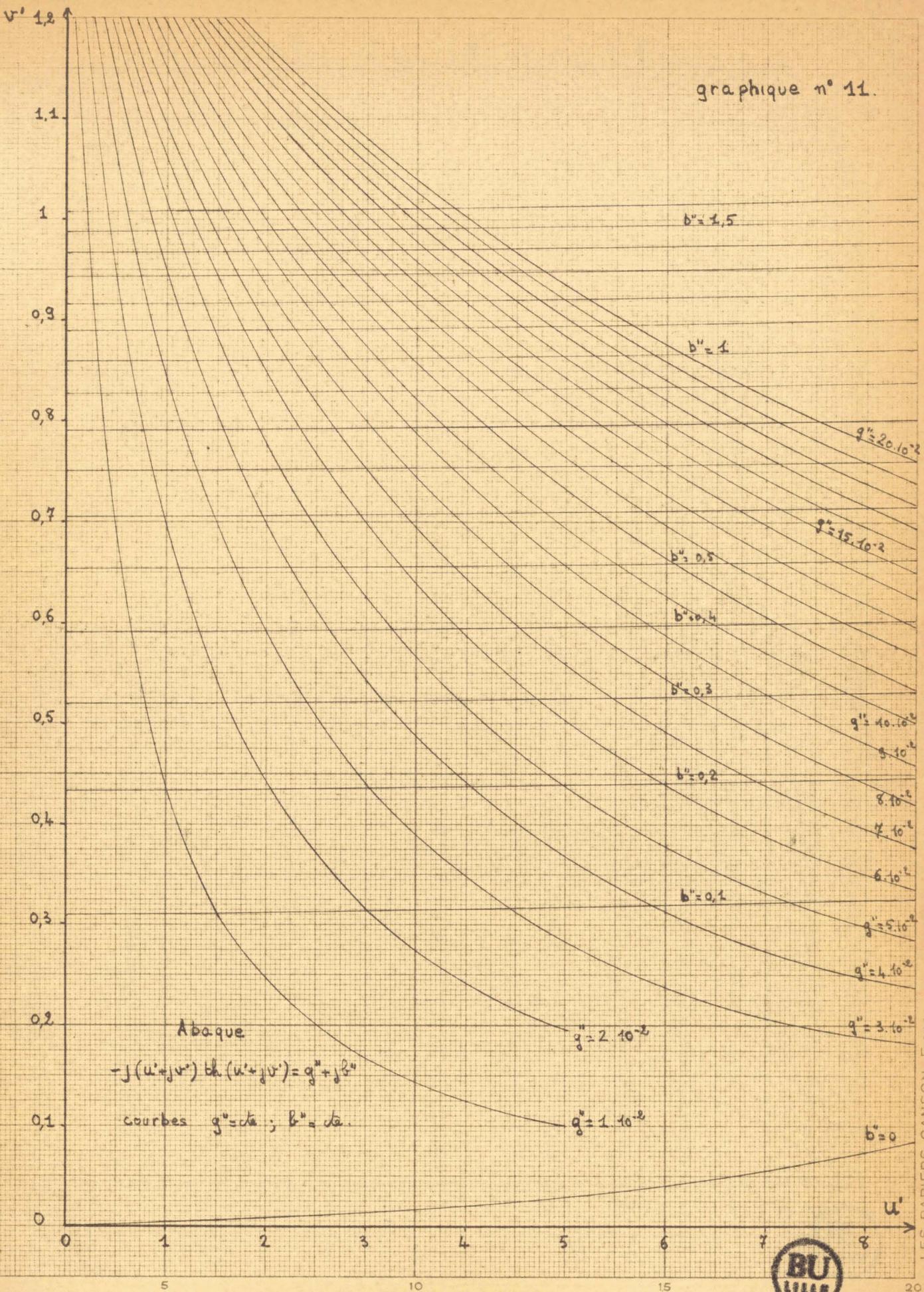
$$A = \frac{\alpha'}{\beta} = \frac{u'}{\beta h'}$$

$$B = \frac{\beta'}{\beta} = \frac{v'}{\beta h'}$$

$$\epsilon' = \frac{v'^2 - u'^2}{(\beta h')^2}$$

$$\epsilon'' = \frac{2 u' v'}{(\beta h')^2}$$

graphique n° 11.



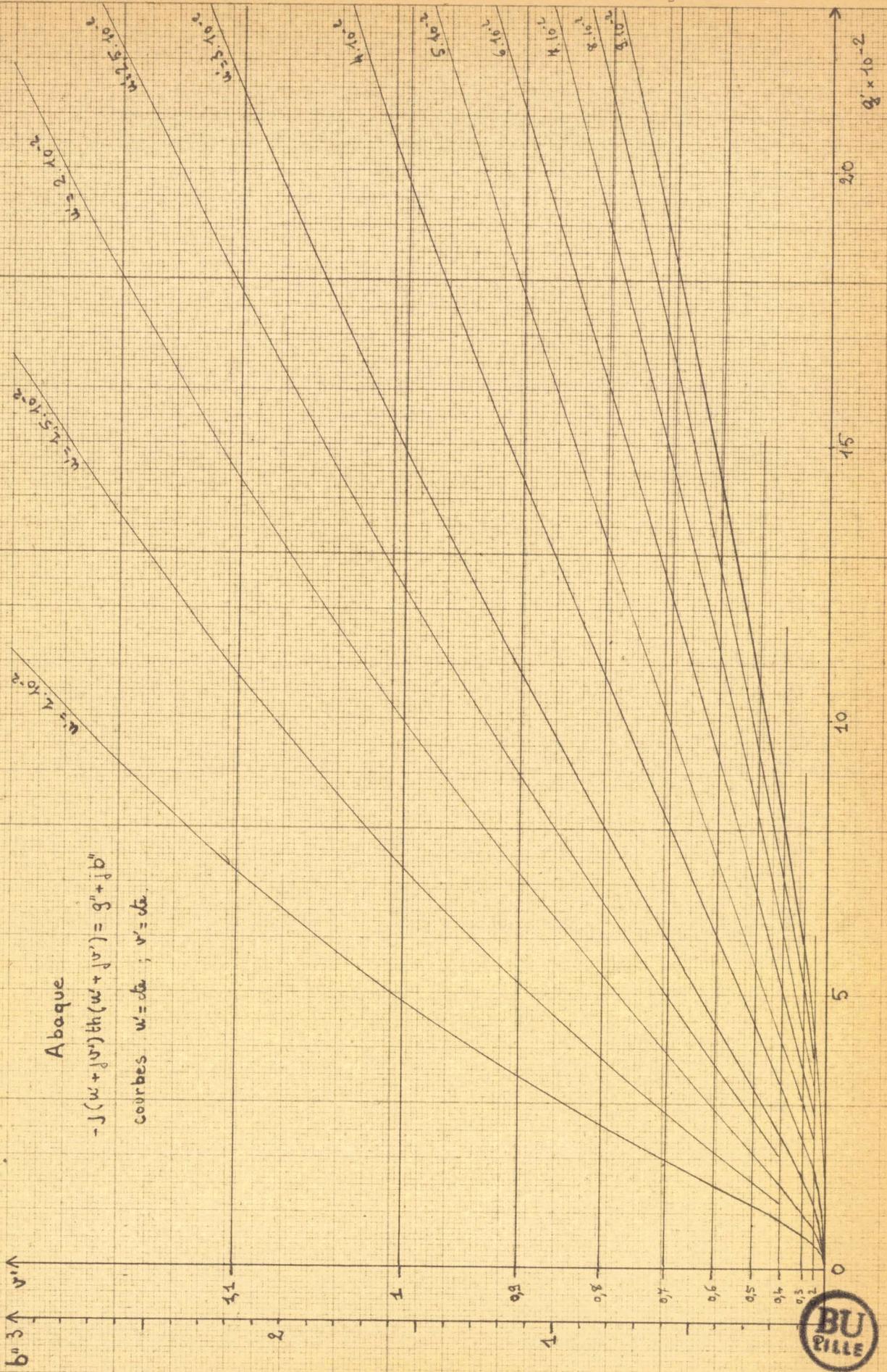
Abaque

$$-j(u'+jv') \operatorname{th}(u'+jv') = q'' + jb''$$

courbes  $q'' = \text{cte}$  ;  $b'' = \text{cte}$ .



graphique n° 12.



Abaque  
 $-J(w + \int v') dh(w + \int v') = g'' + \int b''$   
 courbes  $w = dh$  ;  $v' = dh$ .



Dans le cas d'un guide d'onde, les deux abaques proposés sont encore valables. Dans les formules, il suffit de remplacer  $\beta$  par  $\beta_g$  et celles-ci deviennent :

$$\epsilon' = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 h^2} (v'^2 - u'^2) + \frac{\lambda^2}{\lambda_c^2}$$

$$\epsilon'' = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 h^2} \cdot 2u'v' \text{ avec } \frac{\lambda}{\lambda_g} = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}$$

-----

B I B L I O G R A P H I E .

- (1) CHAUSSOY P., Mémoire ingénieur C.N.A.M., 1964.
- (2) FREYMANN R., SOUTIF M., "La spectroscopie hertzienne appliquée à la Chimie", Dunod, 1960, 263 p.
- (3) FROMY E., "Mesures en radiotechnique", Dunod, 1953, 735 p.
- (4) HARTSHORN L., "Radio-frequency measurements by bridge and resonance method", Chapman and Hall, London, 1947, 265 p.
- (5) LEBRUN A., Thèse Doct. Sci. Phys., Lille, 1953.
- (6) LEBRUN A., "Considérations sur le choix de la méthode à utiliser pour des mesures de permittivité", Arch. Sci., 1956, t.9, n° spécial, p.10.
- (7) LEBRUN A., LIEBAERT R., "Comparateurs d'admittances pour les fréquences comprises entre 0,1 Hz et 200 MHz", Arch. Sci., 1958, t.II, n° spécial, p.14.
- (8) LEBRUN A., LOUAGE F., "Sur un dispositif automatique à large bande de fréquence pour la mesure de la permittivité complexe des diélectriques", C. R. Acad. Sci. Fr., 1961, t.253, n°20, p.2204-6.
- (9) LIEBAERT R., Thèse Doct. Sci. Phys., Lille, 1962.
- (10) LOUAGE F., Thèse Ingénieur Docteur, Lille, 1962.
- (11) MORIAMEZ M., Thèse Doct. Sci. Phys., Lille, 1959.
- (12) SENEZ J., D. E. S., Lille, 1960.
- (13) WACRENIER J., D. E. S., Lille, 1960.

-----