

N° D'ORDRE

58

UNIVERSITÉ DE LILLE - FACULTÉ DES SCIENCES

50376

1966

13

50.376

1966

13

THÈSES

présentées

à la Faculté des Sciences de l'Université de Lille
POUR OBTENIR LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

par

GEORGES MANESSE

Ingénieur I.D.N.

Licencié ès-sciences

PREMIÈRE THÈSE

GÉNÉRATION DE SIGNAUX PUISSANTS, DE FORME D'ONDE ET DE FRÉQUENCE RÉGLABLES

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Soutenues le 1^{er} Juillet 1966 devant la Commission d'Examen

JURY

MM. MARTINOT-LAGARDE

Président

DEHORS Examineur

LEBRUN Examineur *



1966

UNIVERSITE DE LILLE

FACULTE des SCIENCES

PERSONNEL

ADMINISTRATION :

M. TILLIEU	Doyen, Professeur de Physique
M. DURCHON	Assesseur, Professeur de Zoologie
M. HEUBEL	Assesseur, Professeur de Chimie Minérale

HONORARIAT :

Doyens Honoraires	MM. LEFEBVRE, PRUVOST
Professeurs Honoraires	MM. ARNOULT, BEGHIN, CAU, CHAPELON, CHAUDRON, CORDONNIER, DEHEUVELS, DEHORNE, DOLLE, FLEURY, P. GERMAIN, KOURGANOFF, LAMOTTE, LELONG, Mme LELONG, MAZET, A. MICHEL, NORMANT, PARISELLE, PASCAL, PAUTHENIER, ROIG, ROSEAU, ROUBINE, ROUELLE, WIEMANN, ZAMANSKY.

PROFESSEURS :

M. BACCHUS	Astronomie, Calcul Numérique
M. BECART	Physique
M. BERKER	Mathématiques
M. BLOCH	Psychophysiologie
M. BONNEMAN-BEMIA	Chimie Industrielle
M. BONTE	Géologie Appliquée
M. BOUGHON	Mathématiques
M. BOUISSET	Physiologie Animale
M. BOURIQUET	Botanique
M. CELET	Géologie
M. CORSIN	Paléobotanique
M. DECUYPER	Mathématiques
M. DEDECKER	Mathématiques
M. DEFRETIN	Biologie Marine
M. DEHORS	Physique Industrielle
M. DELATTRE	Géologie Générale
M. DELEAU	Géologie
M. DELHAYE	Chimie Minérale
M. DESCOMBES	Mathématiques
M. GABILLARD	Radioélectricité et Electronique
M. GERMAIN	Chimie Générale et Chimie Organique
M. GLACET	Département de Chimie
M. GONTIER	Mécanique des Fluides
M. HEIM DE BALSAC	Zoologie
M. HOCQUETTE	Botanique
M. LEBEGUE	Botanique
Mme LEBEGUE	Physique

M.	LEBRUN	Radioélectricité et Electronique
M ^{le}	LENOBLE	Physique
M.	LIEBAERT	Radioélectricité
M.	LINDER	Botanique
M.	LUCQUIN	Chimie de la Combustion
M.	MARION	Chimie
M ^{le}	MARQUET	Mathématiques
M.	MARTINOT--LAGARDE	Mécanique des Fluides
M.	MENNESSIER	Géologie
M.	MONTREUIL	Chimie Biologique
M.	PARREAU	Mathématiques
M.	PEREZ	Physique
M.	PHAM MAU QUAN	Mécanique Générale
M.	POUZET	Calcul Numérique
M.	PROUVOST	Géologie
M.	SAVARD	Chimie Générale
M.	SCHALLER	Zoologie
M.	SCHILTZ	Physique
M ^{me}	SCHWARTZ	Mathématiques
M.	TRIDOT	Chimie Minérale Appliquée
M.	VIVIER	Zoologie
M.	WATERLOT	Géologie et Minéralogie
M.	WERTHEIMER	Physique

MAITRES DE CONFERENCES

M.	BEUFILS	Chimie Générale
M.	BLANCHARD	Chimie de la Houille
M.	BOILLET	Physique
M.	BUI TRONG LIEU	Mathématiques
M.	CHASTRETTE	Chimie Générale
M.	COMBET	Mathématiques
M.	CONSTANT	Physique
M.	DERCOURT	Géologie et Minéralogie
M.	DEVRAINNE	Chimie Minérale
M ^{me}	DIXMIER	Mathématiques
M ^{me}	DRAN	Chimie Générale
M.	FOURET	Physique
M.	GAVORET	Physique Théorique
M.	HERZ	Calcul Numérique
M.	HUARD DE LA MARRE	Calcul Numérique
M.	LACOMBE	Mathématiques
M.	MAES	Physique
M.	METTETAL	Zoologie
M.	MONTARIOL	Chimie Minérale Appliquée
M.	MORIANEZ	Physique
M.	NOUVIER	Chimie
M.	NGUYEN PHONG CHAU	Mathématiques
M.	PANET	Electromécanique
M.	RAUZY	Mathématiques
M.	SAADA	Physique
M.	SEGARD	Chimie Biologique
M.	TUDO	Chimie Minérale Appliquée
M.	VAILLANT	Mathématiques
M.	VAZART	Botanique
M.	VIDAL	Physique Industrielle

SECRETARIAT :

M. LEGROS	Secrétaire Général
M. JARRY	Conseiller d'Administration
M. FACON	Attaché Principal
M. COLLIGNON	Attaché d'Administration
M. LEROY	Attaché d'Administration

A MA FEMME

A MA FILLE

A MES PARENTS

INTRODUCTION

L'étude de nombreux dispositifs nécessite l'emploi de signaux électriques périodiques de fréquence variable et de formes diverses. On trouve sur le marché des générateurs variés qui sont principalement utilisés en Automatique pour déterminer les performances de systèmes asservis.

Les tensions produites par ces appareils sont en général sinusoïdales, triangulaires ou carrées ; leur fréquence est réglable dans une bande que chaque constructeur s'efforce de rendre la plus large possible ; la puissance disponible est presque toujours extrêmement faible ; elle atteint, dans les cas les plus favorables, le dixième de Watt.

Sur les conseils de M. le Professeur DEHORS nous entreprîmes la construction et la mise au point d'une chaîne d'amplification de gain suffisamment élevé pour permettre l'application d'un signal de forme d'onde donnée à des organes nécessitant pour leur commande une puissance notable.

Nous nous sommes ensuite attaché à produire des signaux périodiques de forme quelconque de préférence modelable, tout d'abord par des procédés purement électromécaniques, puis en utilisant des organes électroniques de commutation.

Dans le premier cas nous avons obtenu des signaux à variation continue, dans le second, la technique mise en oeuvre nous a conduit à des signaux à variation discontinue.

Le travail qui fait l'objet de ce mémoire a été effectué au laboratoire d'Automatique de l'Institut Electromécanique.

Nous tenons à témoigner à son Directeur M. DEHORS notre profonde gratitude pour sa confiance, et l'aide qu'il nous a apportée pendant toute la durée de nos travaux.

Qu'il nous soit permis également de remercier M. le Professeur MARTINOT-LAGARDE, Directeur de l'Institut de Mécanique des Fluides de Lille qui a bien voulu nous proposer un second sujet de thèse et nous faire l'honneur d'accepter la présidence de notre jury.

Nos remerciements s'adressent aussi à nos collègues de Laboratoire ainsi qu'au Personnel de l'Institut Electromécanique pour leur collaboration amicale et efficace.

PREMIERE PARTIE

GENERATION DE SIGNAUX DE PUISSANCE A VARIATION CONTINUE

AVERTISSEMENT

Dans la première partie de notre travail, nous avons utilisé deux amplificateurs rotatifs Amplidyne construits par la Société ALSTHOM.

Les caractéristiques de ces machines sont les suivantes :

AMPLIDYNE MAD 125

- Entraînement par moteur asynchrone à cage 3 CV, 220/380 V, 2850 tr/mn à démarrage direct.
- Tension nominale : 115 Volts.
- Courant nominal : 14 Ampères.
- Puissance nominale : 1 600 Watts.
- Enroulements de contrôle :
 - . 3 enroulements identiques de 400 Spires, résistance à 20°C 16 Ohms.
 - . 1 enroulement de 500 Spires, résistance à 20°C 20 Ohms.

AMPLIDYNE MAD 90

- Entraînement par moteur asynchrone à cage type G0 75 bv, 220/380 V.
 - Tension nominale : 60 Volts.
 - Courant nominal : 7 Ampères.
 - Puissance nominale : 420 Watts.
 - Enroulements de contrôle :
 - . 2 enroulements de 1600 Spires, résistance à 20°C 590 Ohms.
 - . 2 enroulements de 160 Spires, résistance à 20°C 6,4 Ohms.
 - . 1 enroulement de 100 Spires, résistance à 20°C 5,4 Ohms.
-

CHAPITRE 1

ETUDE ET REALISATION D'UNE CHAINE D'AMPLIFICATION LINEAIRE

I-1 INTRODUCTION

La puissance délivrée par une chaîne d'amplification est liée aux performances du dernier étage amplificateur la constituant.

Les amplificateurs rotatifs [7] [5], capables de fournir des puissances pouvant atteindre plusieurs KW, sont particulièrement bien adaptés pour répondre à nos besoins. Nous utiliserons par conséquent une amplidyne [1][2][4] qui, malgré de nombreux défauts, présente un facteur dynamique d'amplification très élevé. La fréquence du signal sinusoïdal que nous nous proposons d'obtenir va cependant être limité par ses performances dynamiques médiocres ; en outre, les non-linéarités dues à l'hystérésis et à la saturation du circuit magnétique vont introduire dans la forme d'onde du signal de sortie des distorsions importantes.

I-2 POSITION DU PROBLEME

En règle générale, la linéarisation d'un organe amplificateur non-linéaire s'effectue par une contre-réaction. Si l'on dispose d'un gain suffisamment élevé dans la chaîne d'action, le procédé rend le signal de sortie proportionnel au signal d'entrée au moins pour les très basses fréquences.

Le principe d'inversion des systèmes asservis montre alors qu'il suffit d'un gain rigoureusement fixe dans la chaîne de réaction pour que le but recherché soit atteint, même si le gain de la chaîne d'action varie entre des limites relativement éloignées.

Cette correction s'effectue malheureusement au détriment du gain de l'ensemble ; un résultat acceptable peut cependant être obtenu si l'on augmente le gain de la chaîne d'action au moyen d'un amplificateur auxiliaire.

Nous allons appliquer ces principes à l'amplidyne ; ses nombreuses non-linéarités vont rendre difficile l'étude rigoureuse de la stabilité du système bouclé ainsi obtenu. Nous tournerons la difficulté en adoptant comme la plupart des auteurs [8] [12] [14] l'hypothèse linéaire qui trouvera sa justification à posteriori expérimentalement ; toutefois, son insuffisance expliquera qu'un montage théoriquement stable présente en réalité dans certaines conditions de fonctionnement des oscillations entretenues d'amplitude fixe.

Il convient pour rendre la chaîne d'action aussi linéaire que possible d'utiliser un amplificateur auxiliaire aux performances proches de celles de l'élément idéal à transmittance indépendante de la fréquence.

Cette remarque explique le fait que les amplificateurs magnétiques, doués de retard pur ainsi que de constantes de temps d'ailleurs mal définies, ne permettent pas d'obtenir des résultats très satisfaisants.

M. CASTEL [7] obtient une réduction des effets de l'hystérésis dans le rapport 15. Les expériences que nous avons réalisées sur une amplidyne MAD 125 de la Société ALSTHOM avec un amplificateur magnétique ELLIOTT confirment ce chiffre. L'utilisation d'un amplificateur électronique, donc sans inertie, va nous permettre d'améliorer ce résultat.

Le comportement dynamique d'une amplidyne peut être caractérisé par une transmittance du second ordre obtenue expérimentalement par des essais indiciels ou harmoniques.

Les premiers consistent à relever les réponses transitoires des différents étages de la machine à des variations en échelon des grandeurs d'entrée [3].

Le caractère non-linéaire de la machine conduit malheureusement à des résultats très dispersés. D'une manière générale ces essais ne donnent de résultats cohérents que lorsqu'ils sont appliqués à des systèmes suffisamment proches d'un modèle linéaire.

Il convient par ailleurs de reproduire les conditions d'utilisation de la machine et comme celle-ci est destinée à engendrer des signaux sinusoïdaux de fréquence variable, la méthode des tests harmoniques est toute indiquée [9].

Remarquons enfin que ces essais sont destinés à l'étude de la stabilité du système bouclé, c'est-à-dire à déterminer les conditions d'apparition d'éventuelles oscillations de forme quasi-sinusoidale.

I-3 PRINCIPE DU PROCEDE DE LINEARISATION

Considérons une amplidyne excitée indépendamment par un unique enroulement de contrôle et alimentant une charge résistante R (figure 1.1).

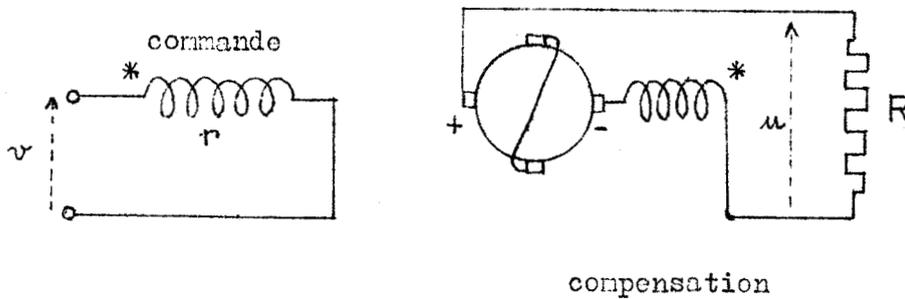


figure 1.1 Schéma d'une amplidyne et notations.

Cet ensemble constitue un amplificateur rotatif dont les gains en tension et en puissance sont respectivement :

$$G_T = \frac{u}{v} \quad ; \quad G_P = \frac{u^2}{R} \cdot \frac{r}{v^2} = \frac{r}{R} G_T^2 .$$

Dans l'hypothèse linéaire, la caractéristique statique liant les tensions v et u est représentée par une droite de pente G_T passant par l'origine ; en fait, hystérésis et saturation font qu'à une tension d'entrée v donnée, il correspond une tension de sortie u' dont la valeur n'est en général pas définie : elle dépend notamment de l'état magnétique antérieur de la machine.

Nous noterons $u' = u + \Delta u$ en considérant Δu comme une perturbation aléatoire qu'il s'agit de réduire en conservant pour l'ensemble les mêmes gains en tension et en puissance.

Elaborons, en opposant une fraction de la tension de sortie à la tension d'entrée, une tension proportionnelle à Δu :

$$\frac{u'}{G_T} - v = \frac{u}{G_T} + \frac{\Delta u}{G_T} - v = \frac{\Delta u}{G_T} .$$

Pour réduire Δu , retranchons cette tension après amplification de la tension v et appliquons la tension résultante à l'enroulement d'excitation de la machine (figure 1.2).

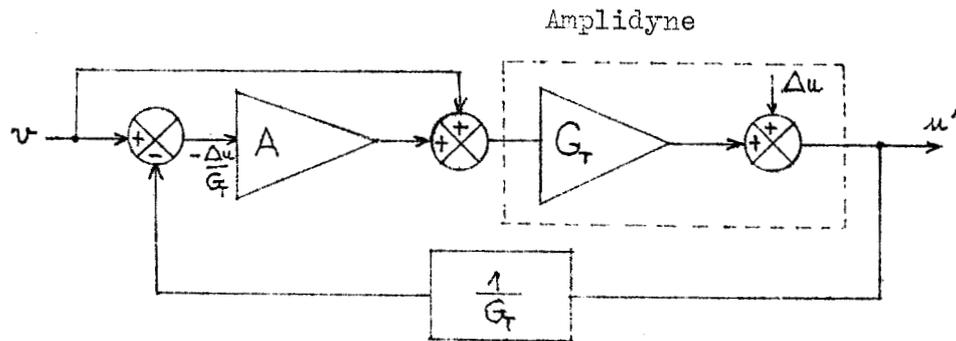


figure 1.2 Schéma fonctionnel du dispositif de linéarisation.

Exprimons u' en fonction de v et Δu :

$$u' = \left[v - A \left(\frac{u'}{G_T} - v \right) \right] G_T + \Delta u.$$

$$\text{soit } u' = v G_T + \frac{\Delta u}{1 + A}.$$

Dans cette expression la valeur de G_T choisie est celle que l'on souhaite obtenir pour le système bouclé : tout ce qui en réalité écarte la tension de sortie de la valeur $G_T u$ est par définition contenu dans Δu .

Le montage envisagé réduit la perturbation dans le rapport $\frac{1}{1 + A}$; dans sa réalisation, il convient de profiter des enroulements de commande pour effectuer des additions de signaux à l'entrée de la machine (figure 1.3).

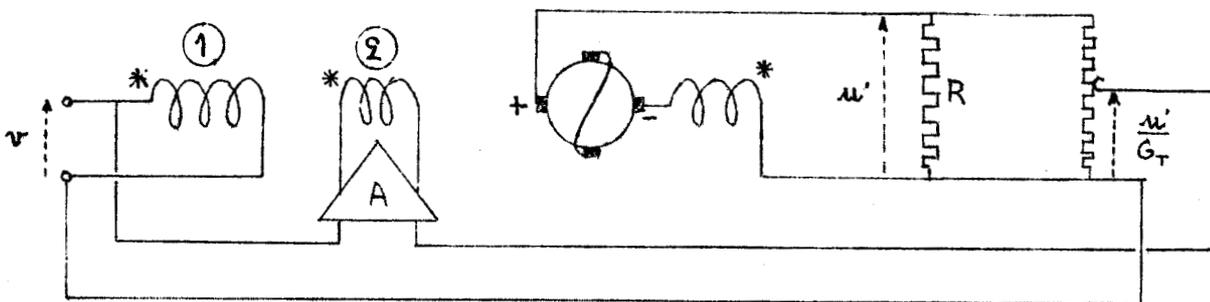


figure 1.3 Linéarisation d'une amplidyne comportant deux enroulements de commande.

Les ampèretours créés par l'amplificateur A dans l'enroulement de commande N° 2 s'ajoutent à ceux de l'enroulement de commande N° 1. Le courant fourni par A est lié à la valeur maximale de l'écart Δu (il est théoriquement nul pour une machine parfaite).

Par exemple, pour une amplidyne MAD 90 de la société ALSTHOM cet écart atteint environ la moitié de la tension normale (figure 1.4).

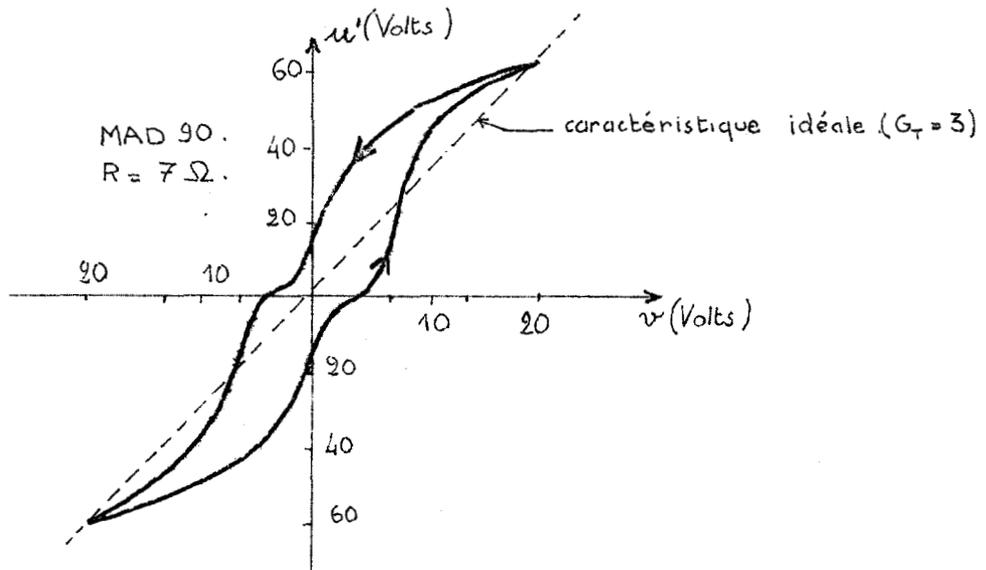


figure 1.4 Cycle obtenu par variation lente et alternative de la tension d'entrée d'une amplidyne MAD 90 ALSTHOM.

L'expérience montre que les ampèretours de correction et de commande mis en jeu respectivement dans les enroulements 1 et 2 sont pour la plupart des machines de même ordre de grandeur.

Les premiers sont d'ailleurs prépondérants pour les faibles valeurs de la tension d'entrée.

On peut par conséquent envisager de simplifier le montage en n'utilisant qu'un seul enroulement alimenté par l'amplificateur. On arrive ainsi au schéma de la figure 1.5 dont l'équation est :

$$u' = \frac{A G_T v}{1 + A} + \frac{\Delta u}{1 + A}$$

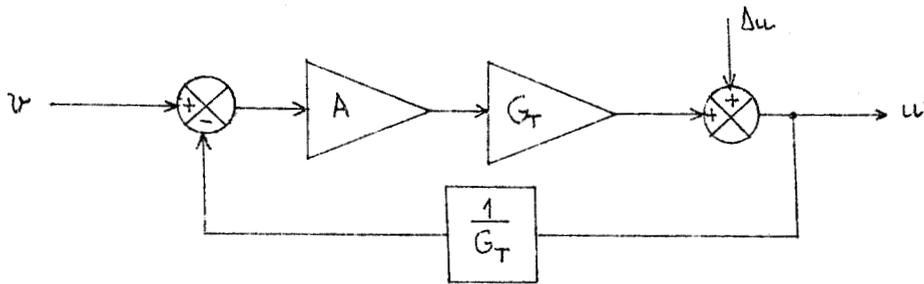


figure 1.5 Montage à boucle unique pour la linéarisation d'une amplidyne.

Dans la mesure où A est choisi suffisamment grand, le gain en tension de l'ensemble est peu différent du gain de la machine seule. L'influence de la perturbation est diminuée dans le même rapport que pour le montage précédent. Le gain en puissance est seul modifié : il va en général être augmenté car dans son expression, r est remplacé par l'impédance d'entrée du système bouclé qui peut être choisie très élevée.

Les raisonnements restent valables si l'on considère l'amplidyne comme un amplificateur de courant et si l'on utilise pour sa correction un amplificateur de courant auxiliaire A en général magnétique.

On est alors conduit au schéma fonctionnel des montages proposés par MM. CASTEL [7] et NASLIN [12] (figure 1.6).

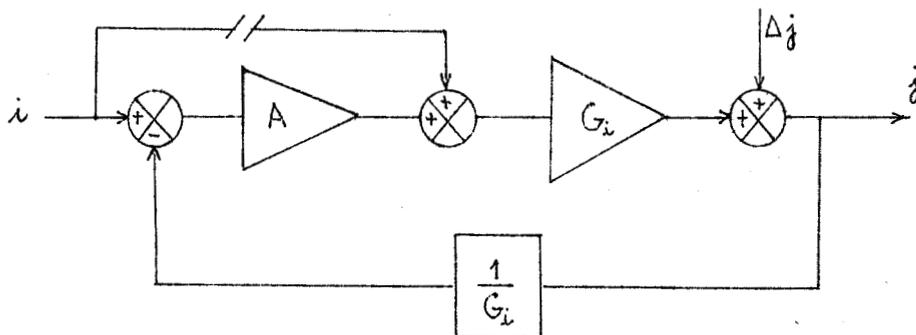


figure 1.6 Montage à amplificateur de courant auxiliaire.

I-4 TRANSMITTANCE ISOCHROME DES DEUX MONTAGES (Fig. 1.3 et 1.5)

1-4-1 L'amplificateur A fournit une partie des ampèretours d'excitation

La figure 1.7 donne le montage ainsi que la plupart des notations.

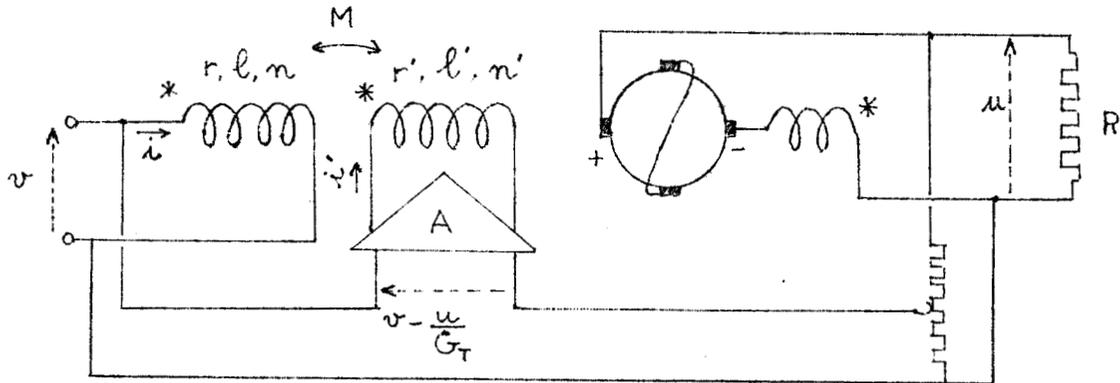


figure 1.7 Compensation de l'hystérésis et de la saturation d'une amplidyne à deux enroulements de commande.

Plaçons nous dans l'hypothèse d'une machine linéaire donc dépourvue d'hystérésis et de saturation et supposons en outre la compensation longitudinale d'induit parfaite de façon à rendre nulle l'inductance interne du circuit de charge.

Dans ces conditions, en plus des constantes de temps des inducteurs, il ne subsiste plus que la constante de temps τ_a du circuit entre balais en court-circuit.

Nous noterons alors K le gain statique de la machine rapporté aux ampèretours d'excitation.

Supposons enfin le couplage des deux inducteurs serré ce qui entraîne $M = \sqrt{ll'}$ et le gain A de l'amplificateur auxiliaire indépendant de la fréquence.

Les équations du système sont alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} v = r i + l \frac{di}{dt} + M \frac{di'}{dt} \\ A \left(v - \frac{u}{G_T} \right) = r' i' + l' \frac{di'}{dt} + M \frac{di}{dt} \\ K (n i + n' i') = u + \tau_a \frac{du}{dt} \end{array} \right.$$

La constante K s'exprime en fonction du gain en tension G_T de la machine ; remarquons, en effet, qu'en régime permanent continu, comme nous avons supposé la machine parfaite, la tension appliquée à l'amplificateur A est nulle.

Il en résulte $i' = 0$ soit :

$$u = K n i = K n \frac{v}{r} = K n \frac{u}{r G_T}$$

ce qui entraîne $K = \frac{r G_T}{n}$.

Transformons ce système d'équations pour étudier les régimes permanents sinusoïdaux de pulsation ω en introduisant des transmittances isochrones :

$$\left\{ \begin{array}{l} V = (r + j l \omega) I + j M \omega I' \\ A \left(V - \frac{U}{G_T} \right) = (r' + j l' \omega) I' + j M \omega I \\ \frac{r G_T}{n} (n I + n' I') = (1 + j \tau_a \omega) U \end{array} \right.$$

Si nous exprimons I, I' et U en fonction des autres variables, il vient :

$$\left\{ \begin{array}{l} I = \frac{1}{r + j l \omega} V - \frac{j M \omega}{r + j l \omega} I' \\ I' = \frac{A}{r' + j l' \omega} V - \frac{A}{G_T (r' + j l' \omega)} U - \frac{j M \omega}{r' + j l' \omega} I \\ U = \frac{r G_T}{1 + j \tau_a \omega} I + \frac{n'}{n} \frac{r G_T}{1 + j \tau_a \omega} I' \end{array} \right.$$

Ce dernier système se traduit graphiquement sous la forme du graphe de transfert de la figure 1.8 [18].

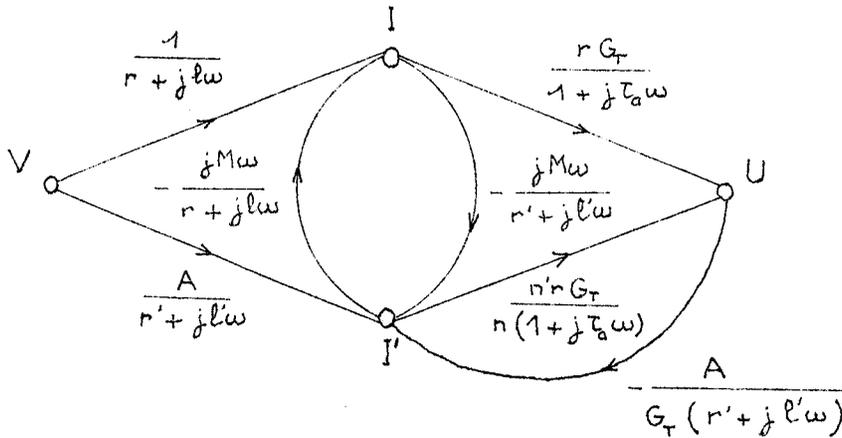


figure 1.8 Graphe de transfert du système bouclé.

Le calcul de la transmittance globale $\frac{U}{V}$ s'opère en éliminant les grandeurs I et I'. On arrive ainsi à une transmittance du deuxième ordre présentant un numérateur du premier ordre :

$$\frac{U}{V} = G_T \frac{1 + A \frac{n'}{n} \frac{r}{r'} + j\omega \left[\frac{l'}{r'} + \frac{l}{r'} A \frac{n'}{n} - (1 + A) \frac{n'}{n} \sqrt{\frac{ll'}{r'}} \right]}{1 + A \frac{n'}{n} \frac{r}{r'} + j\omega \left(\frac{l}{r} + \frac{l'}{r'} + \tau_a + \frac{l}{r'} A \frac{n'}{n} - A \sqrt{\frac{ll'}{r'}} \right) + (j\omega)^2 \tau_a \left(\frac{l'}{r'} + \frac{l}{r} \right)}$$

Cette expression compliquée et d'un intérêt limité dans le cas général se simplifie cependant pour le cas, assez fréquent dans la pratique, où les deux enroulements de commande sont identiques.

On a alors $l = l'$; $r = r'$ et $n = n'$.

Pour alléger l'écriture et obtenir l'expression simplifiée de $\frac{U}{V}$ nous poserons $\tau = \frac{l}{r} = \frac{l'}{r'}$.

il vient
$$\frac{U}{V} = G_T \frac{1 + A}{1 + A + (2\tau + \tau_a) j\omega + 2\tau\tau_a (j\omega)^2}$$

Le numérateur est maintenant constant ; la détermination expérimentale du facteur d'amortissement et de la pulsation naturelle du système du second ordre ainsi obtenu conduit au calcul des constantes de temps τ et τ_a . Les mesures effectuées à partir des réponses à des échelons de tension de différentes amplitudes nous ont malheureusement conduit à des résultats trop dispersés pour avoir une valeur quelconque. Ce comportement de l'amplidyne est surtout dû à son caractère non-linéaire que nous n'avons pas fait intervenir dans la mise en équation.

Il ressort de cette étude que le système considéré est toujours stable ; nous devons cependant évaluer A pour que son amortissement soit suffisant.

1-4-2 L'amplificateur A fournit la totalité des ampèretours d'excitation

Le schéma du montage et les notations sont donnés par la figure 1.7 dans laquelle on ouvre le circuit du premier inducteur.

Les équations du système sont alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} A \left(v - \frac{u}{G_T} \right) = r' i' + l' \frac{di'}{dt} \\ r G_T \frac{n'}{n} i' = u + \tau_a \frac{du}{dt} \end{array} \right.$$

Le graphe correspondant, sur lequel nous noterons des transmittances isochrones, est donné par la figure 1.9.

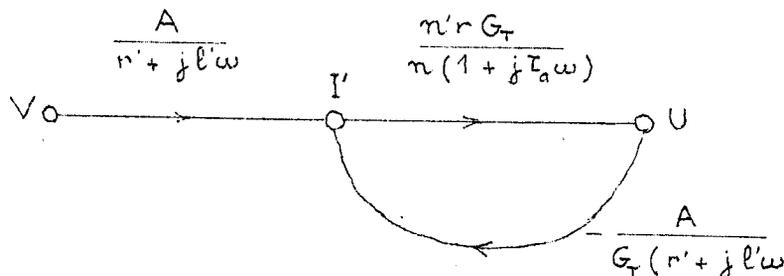


figure 1.9 Graphe de transfert du système bouclé simplifié.

En adoptant $n = n'$, $\ell = \ell'$ et $r = r'$, les transmittances du système en boucle ouverte et fermée s'écrivent respectivement :

$$GH = \frac{A}{(1 + j\tau\omega)(1 + j\tau_a\omega)}$$

$$\text{et } W = \frac{G}{1 + GH} = \frac{A G_T}{1 + A + j(\tau_a + \tau)\omega + (j\omega)^2 \tau_a \tau}$$

Comparons cette dernière expression à celle du paragraphe précédent.

Le second montage présente une pulsation naturelle valant $\sqrt{2}$ fois celle du premier montage ce qui donne à ce dernier une bande passante plus étroite donc un temps de réponse plus long.

Le rapport des facteurs d'amortissement (avec au numérateur celui du second montage) s'écrit :

$$\frac{(\tau + \tau_a)\sqrt{2}}{2\tau + \tau_a}$$

Lorsque les constantes de temps τ et τ_a sont de même ordre de grandeur, on constate alors que les deux montages sont amortis de la même façon (les deux facteurs d'amortissement sont rigoureusement égaux pour $\tau_a = \sqrt{2}\tau$).

Dans ces conditions, il faut préférer le second montage pour ses performances dynamiques supérieures et sa forte impédance d'entrée.

I-5 CONSTITUTION DE L'AMPLIFICATEUR

Nous utiliserons un amplificateur à courant continu à deux étages :

- un étage amplificateur de tension à haute impédance d'entrée constitué essentiellement par une double triode du type 12 AX 7.
- un étage de puissance comportant deux pentodes EL 86 à charge de cathode (figure 1.10). Sa charge, connectée entre les deux cathodes est constituée par un enroulement de commande de l'amplidyne à corriger.

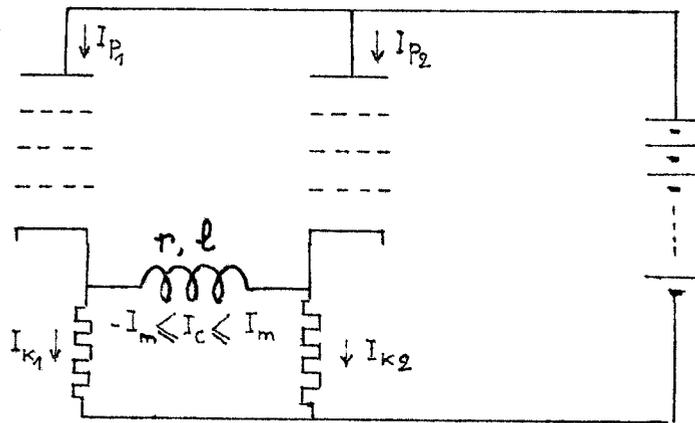


figure 1.10 Schéma de principe de l'étage de puissance de l'amplificateur.

Evaluons les limites du courant dans la charge en fonction des performances des tubes utilisés et des éléments du montage. Le courant dans la charge I_c est maximal quand l'un des tubes est bloqué et l'autre saturé.

Désignons par I_p le courant anodique du tube saturé ; il vient :

$$\frac{I_p}{\frac{1}{R_K} + \frac{1}{R + R_K}} = I_m (r + R_K)$$

$$\text{d'où } \frac{I_p}{I_m} = 1 + \frac{r + R_K}{R_K} = 2 + \frac{r}{R_K}$$

Avec les tubes utilisés, une tension d'alimentation de 200 Volts $R_K = 1 \text{ k}\Omega$ si l'on alimente un enroulement de contrôle d'une amplidyne MAD 90 ALSTHOM ($r = 600 \Omega$), on obtient finalement $I_m = 30 \text{ mA}$. (figure 1.11).

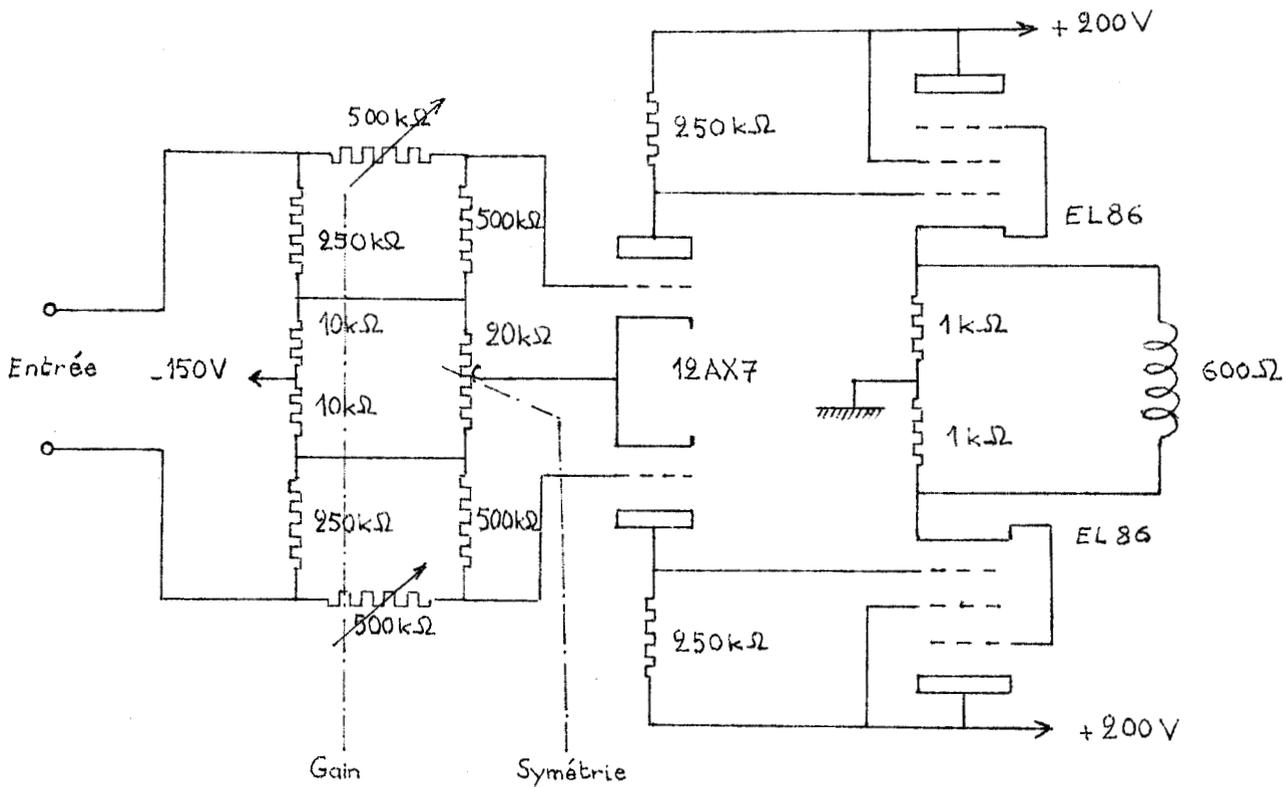


figure 1.11 Schéma de l'amplificateur auxiliaire A.

Le montage proposé permet une variation de gain de 5 à 50 ; il convient maintenant de déterminer quelle valeur optimale du gain il faut adopter compte tenu des caractéristiques de l'amplidyne employée.

I-6 DETERMINATION DU GAIN DE L'AMPLIFICATEUR

La transmittance en boucle ouverte du montage retenu pour la suite de ce chapitre s'écrit, en adoptant les notations du paragraphe 1-4-2

$$GH = \frac{A}{(1 + j\tau\omega)(1 + j\tau_a\omega)}$$

Le facteur d'amortissement ζ du dénominateur de cette expression vaut $\frac{1}{2} \frac{\tau + \tau_a}{\sqrt{\tau \tau_a}}$ et la valeur A_0 de A qui entraîne pour $GH(j\omega)$ une marge de phase de 45 degrés est donnée par l'expression :

$$A_0 = 2\sqrt{2} \zeta (\zeta + \sqrt{1 + \zeta^2})$$

Ce gain est faible lorsque les constantes de temps τ et τ_a sont comparables ; à titre d'exemple, il prend la valeur 6,8 lorsque l'égalité $\tau = \tau_a$ est satisfaite. La précision obtenue en adoptant cette valeur est insuffisante, le bouclage du système entraînant une division de l'effet des non-linéarités par seulement 7,8.

Dans le but d'effectuer des calculs plus précis, il convient maintenant d'évaluer les constantes de temps τ et τ_a de l'amplidyne MAD 90 ALSTHOM utilisée.

Nous nous proposons de calculer τ et τ_a à partir du lieu de transfert de la boucle ouverte du système envisagé. Ce lieu est obtenu expérimentalement à l'aide d'un transféromètre SOLARTRON qui donne directement, pour toutes les fréquences de l'essai, les composantes du fondamental de la tension de sortie en phase et en quadrature avec le signal d'entrée sinusoïdal.

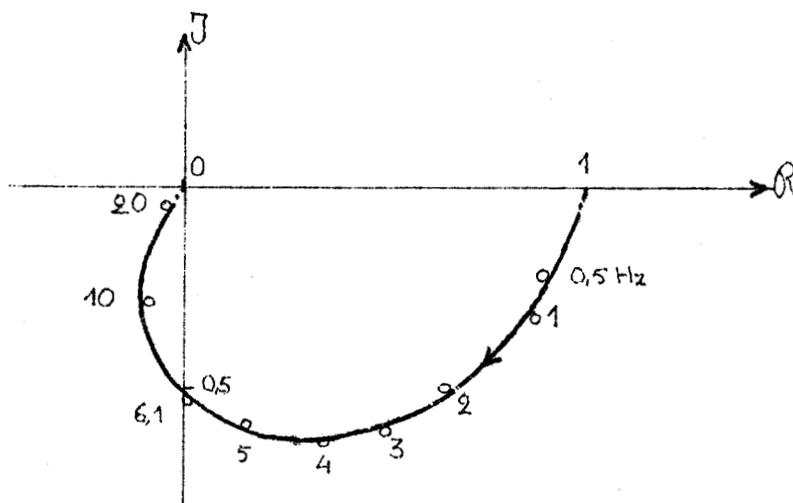


figure 1.12 Lieu de transfert de la boucle ouverte.

Sur la figure 1.12, les amplitudes successives du fondamental de la tension de sortie sont portées en prenant comme unité l'amplitude obtenue

aux très basses fréquences. Précisons que dans les conditions de l'essai l'amplitude de la tension de sortie atteint 60 Volts pour un débit de 7 Ampères.

Nous constatons que le gain obtenu à la fréquence naturelle de 6,1 Hertz, est égal à 0,5 ; il en résulte que la transmittance de la boucle ouverte étudiée peut être identifiée à une expression du deuxième ordre dont le facteur d'amortissement vaut 1 : nous prendrons donc dans la suite des calculs

$$\tau = \tau_a = \frac{1}{2\pi \times 6,1} = 26 \text{ ms} ;$$

ce qui conduit à $A = A_0 = 6,8$.

Ce dernier chiffre peut être amélioré par l'introduction, dans la chaîne de réaction du système bouclé, d'un réseau à avance de phase.

En l'absence de toute amélioration apportée au montage, la réaction s'effectue par un potentiomètre dans le rapport $\frac{1}{G_T}$ si G_T désigne le gain en tension théorique relatif à l'enroulement de commande utilisé. (Celui-ci est donné par la figure 1.4 et vaut 3). Une capacité C branchée entre le curseur et le sommet du potentiomètre modifie la transmittance de la chaîne de réaction (figure 1.13)

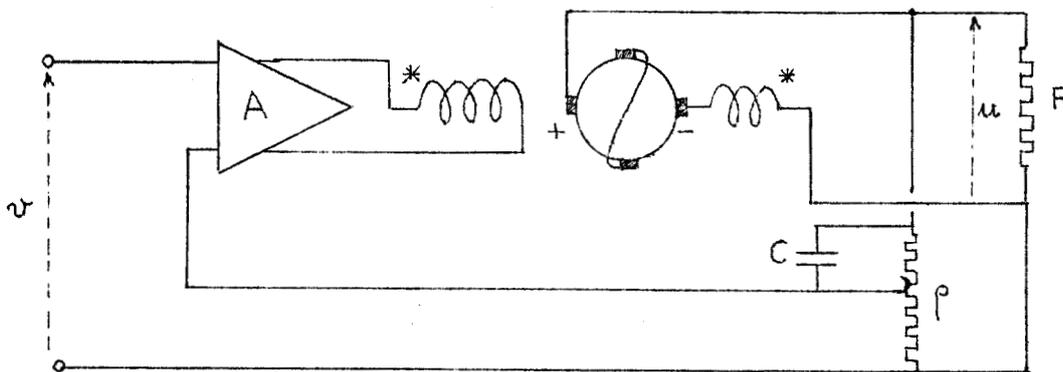


figure 1.13 Schéma général du système complet.

Celle-ci s'écrit $\frac{1}{G_T} \frac{1 + j G_T \tau' \omega}{1 + j \omega \tau'}$ au lieu de $\frac{1}{G_T}$.

Nous avons posé $\tau' = \rho C \frac{G_T - 1}{G_T^2}$ en appelant ρ la résistance totale du potentiomètre.

Si nous posons $\tau' = a\tau$, la transmittance globale du système bouclé s'écrit :

$$W = \frac{U}{V} = \frac{A G_T (1 + ja\tau\omega)}{1 + A + j\tau\omega(2 + aAG_T + a) + (j\tau\omega)^2(1 + 2a) + (j\tau\omega)^3}$$

La critère d'amortissement de NASLIN [21] nous permet de trouver a et A : il suffit d'écrire que les coefficients α du dénominateur valent deux, soit :

$$2 = \frac{2 + aAG_T + a}{(1 + A)(1 + 2a)} = \frac{(1 + 2a)^2}{a(2 + aAG_T + a)}$$

Ce système d'équations conduit aux valeurs suivantes :

$$a = 0,054$$

$$A = 57$$

Cette dernière valeur montre une augmentation forte par rapport à A_0 . La précision du système bouclé, donnée par la valeur de la transmittance de l'erreur en régime permanent continu, passe donc, en adoptant cette valeur du gain de $\frac{1}{7}$ à $\frac{1}{58}$.

Si ρ est une résistance de $15 \text{ k}\Omega$:

$$C = \frac{G_T^2 a \tau}{\rho (G_T - 1)} = 0,42 \mu\text{F} \quad \text{pour } G_T = 3 \text{ et } \tau = 26 \text{ ms.}$$

Les oscillogrammes de la figure 1.14 donnent l'allure des réponses indicielles du système lorsque la capacité C est, ou n'est pas, branchée pour une valeur de A de l'ordre de 50.

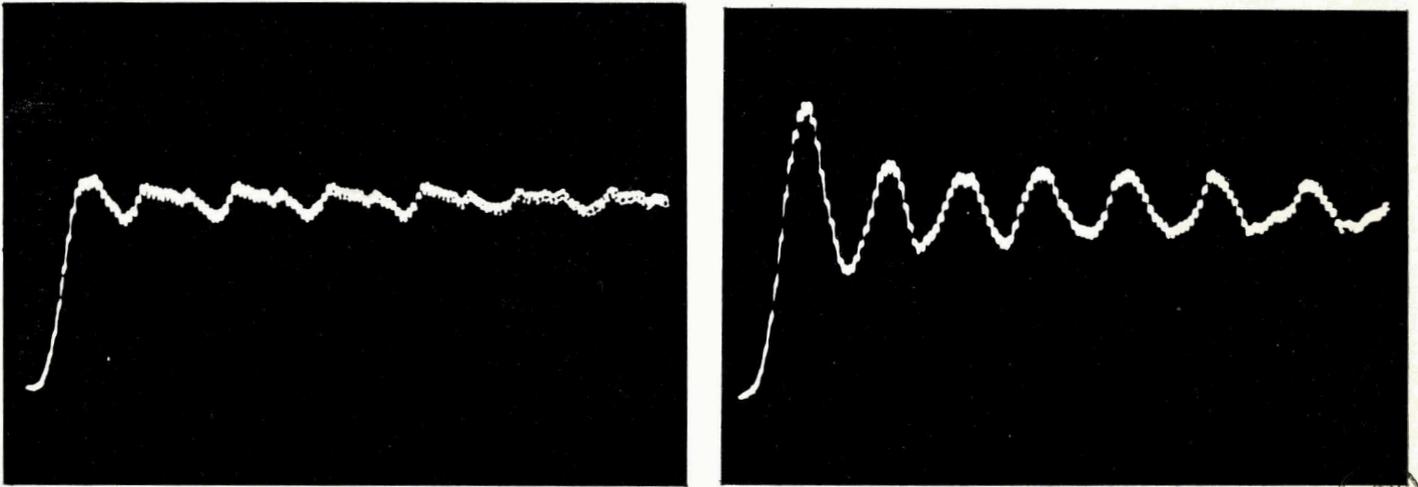


figure 1.14 Réponses indicielles du système compensé et non compensé.

DUC
LILLE

1-7 RESULTATS ET CONCLUSION

Le dispositif réalisé permet une bonne reproduction avec amplification de puissance de l'onde sinusoïdale de la tension issue d'un générateur à très basse fréquence. Il trouvera sa principale application dans l'étude expérimentale des régimes permanents harmoniques de machines à courant continu demandant pour leur alimentation des puissances pouvant atteindre 600 Watts.

Son emploi se limitera cependant aux systèmes à fréquence de coupure très basses car sa fréquence de coupure à moins trois Décibels se situe aux environs de dix Hertz.

CHAPITRE 2

COMPENSATION DES NON-LINEARITES D'UN AMPLIFICATEUR
PAR MODIFICATION DE LA FORME DES SIGNAUX A AMPLIFIER

2-1 INTRODUCTION

Précédemment, nous nous sommes efforcés de rendre linéaire un amplificateur imparfait ; de cette façon, un signal sinusoïdal conserve sa forme après amplification. Comme le but poursuivi est l'obtention de ce dernier, nous avons pensé aussi à modifier la forme de la tension appliquée pour obtenir, après amplification, une forme d'onde sinusoïdale.

La tension d'entrée peut être fournie par un générateur électromécanique car la fréquence des signaux mis en jeu reste très basse du fait de l'amplification par amplidyne.

Nous fixerons la forme d'onde de la tension produite par la répartition de résistance de potentiomètres de précision entraînés à vitesse variable.

2-2 PREDETERMINATION DES SIGNAUX D'ENTREE

La figure 2.1 donne l'allure d'une famille de cycles statiques obtenue avec une amplidyne MAD 125 ALSTHOM chargée par une résistance de 7 Ohms pour diverses amplitudes v_M de la tension d'entrée, appliquée à l'un de ses enroulements de commande.

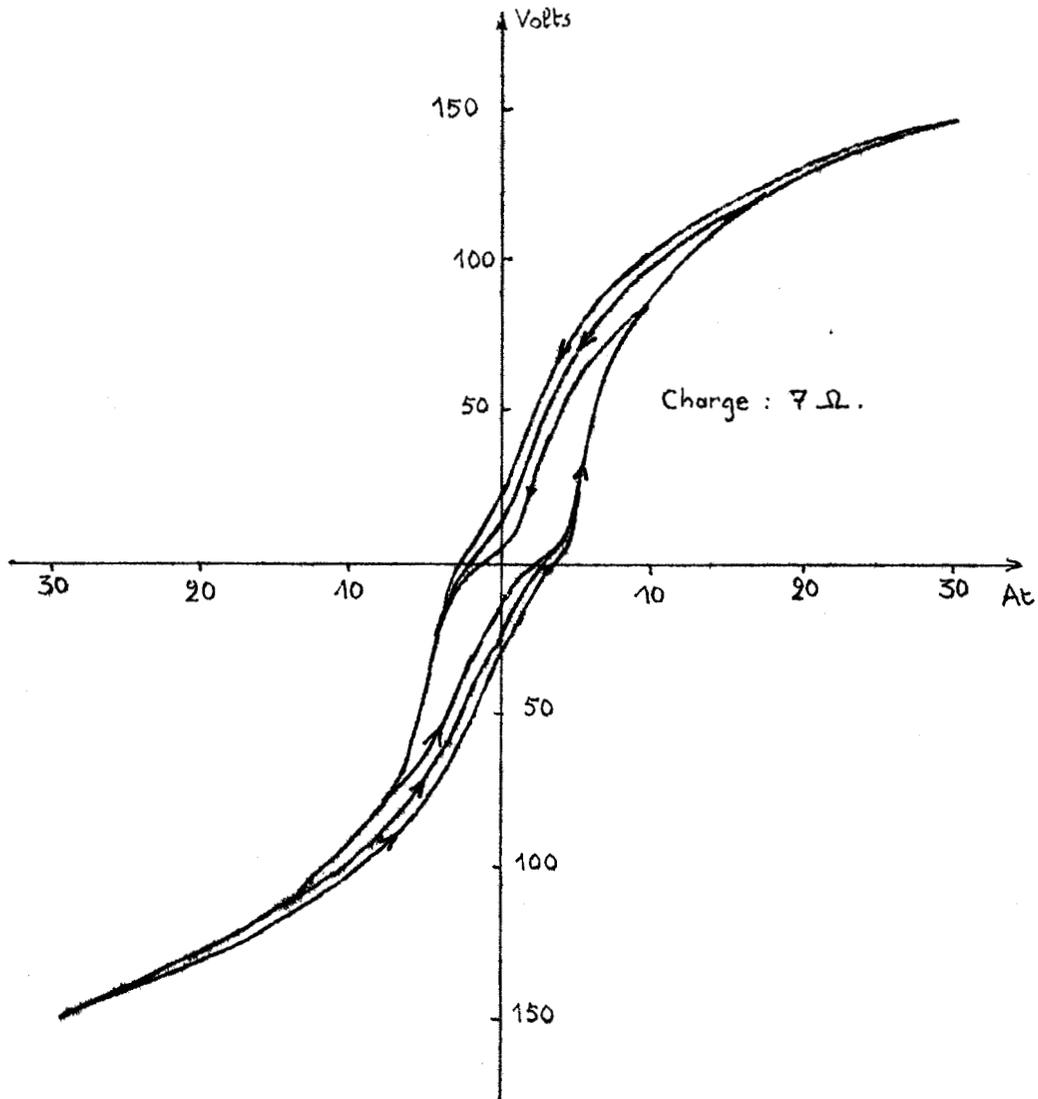


figure 2.1 Famille de cycles d'une amplidyne MAD.125

Ces différents cycles ne sont pas homothétiques et leur forme dépend de la charge de la machine ; par conséquent, la loi de variation de la tension d'entrée, déterminée par une tension de sortie sinusoïdale, ne sera valable que pour une amplitude et une charge donnée. Pour prédéterminer cette loi, nous allons considérer d'abord l'effet d'une onde triangulaire basse fréquence sur la machine (figure 2.2)

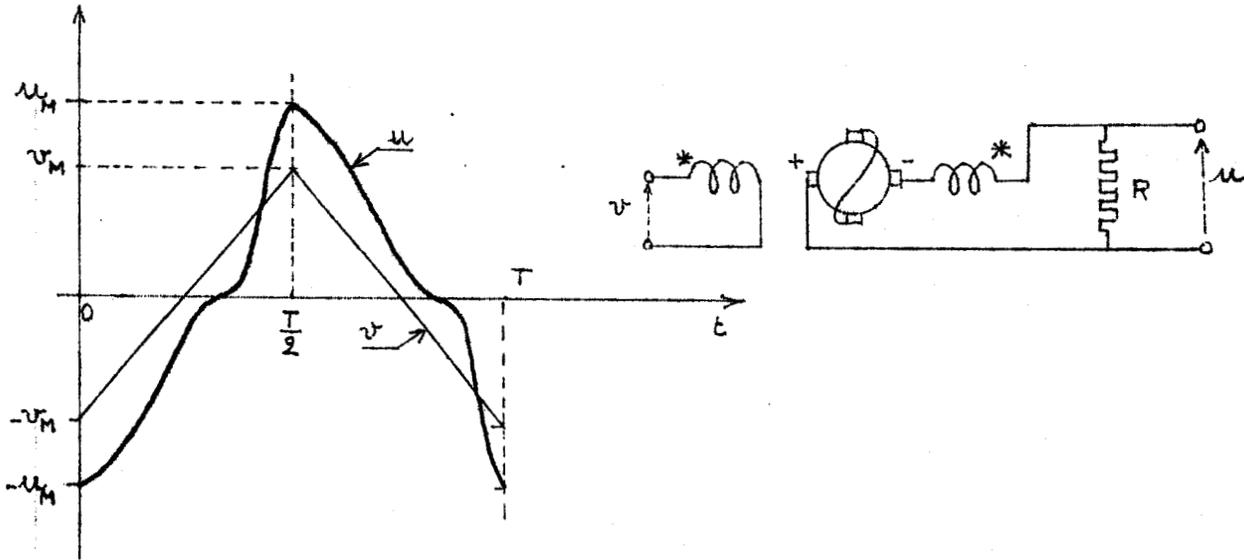


figure 2.2 Evolution des tensions d'entrée et de sortie d'une amplidyne.

Si la fréquence est suffisamment basse, l'évolution de u donne directement le cycle d'hystérésis qui correspond à l'amplitude v_M à l'entrée : sa branche ascendante est décrite lorsque v évolue de $-v_M$ à $+v_M$, la branche descendante s'obtient pendant la seconde moitié de la période.

Dans ces conditions, un cycle est donné par l'enregistrement d'une période de la tension de sortie ; celui-ci permet alors la prédétermination graphique de la forme du signal d'entrée.

Considérons l'évolution de $u(t)$ pendant une demi-période (figure 2.3)

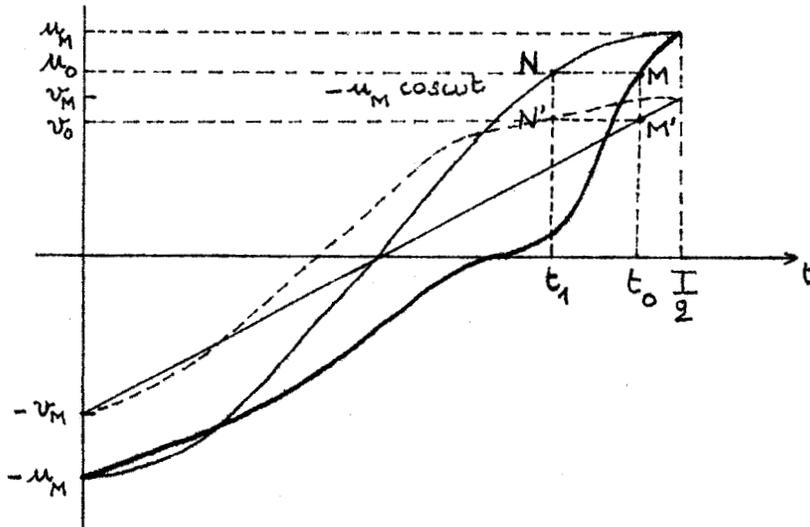


figure 2.3 Prédétermination graphique des signaux d'entrée.

15

A l'instant t_0 , la tension d'entrée est égale à l'ordonnée v_0 du point M' ; la tension de sortie prend alors la valeur u_0 , ordonnée du point M . Pour que u soit sinusoïdale, la tension v doit atteindre v_0 à l'instant t_1 défini par l'abscisse du point d'intersection N de l'horizontale d'ordonnée u_0 avec la sinusoïdale $-u_M \cos \omega t$; la valeur que l'on doit donner à la tension d'entrée est alors v_0 .

En conclusion, si la tension d'entrée suit, en fonction du temps, la loi de variation donnée par le lieu des points N' , la tension de sortie varie sinusoïdalement. Cette construction permet donc de prédéterminer le signal d'entrée convenable ; elle reste valable pour une grandeur de sortie non-sinusoïdale.

2-3 GENERATION DU SIGNAL D'ENTREE A L'AIDE D'UN POTENTIOMETRE FONCTIONNEL

2-3-1 Principe

Considérons un potentiomètre à relation continue et répartition de résistance linéaire muni d'un certain nombre de prises périphériques [15] (figure 2.4)

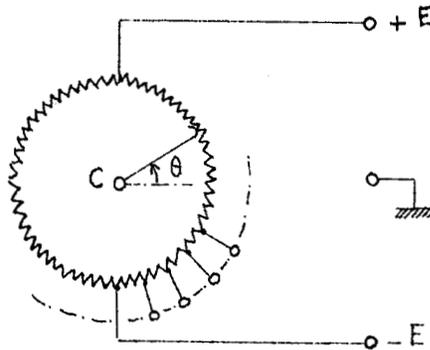


figure 2.4 Schéma d'un potentiomètre à prises multiples.

Si l'on connecte une source de tension continue entre deux prises diamétralement opposées on recueille, dans l'hypothèse où toutes les autres prises sont laissées libres, une tension v_{CM} entre curseur et point milieu de la source qui varie linéairement en fonction de l'angle de rotation.(figure 2.5).

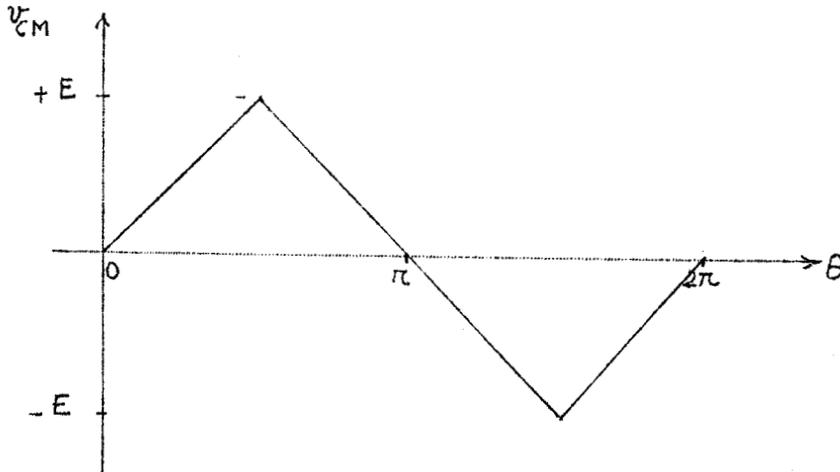


figure 2.5 Evolution de la tension v_{CM} .

Pour modifier cette forme d'onde, il suffit de connecter entre prises voisines, des résistances convenablement choisies.

2-3-2 Calcul des résistances additionnelles

Soit $2q$ le nombre total de prises régulièrement réparties du potentiomètre qui présente par conséquent q intervalles par demi-tour (figure 2.6).

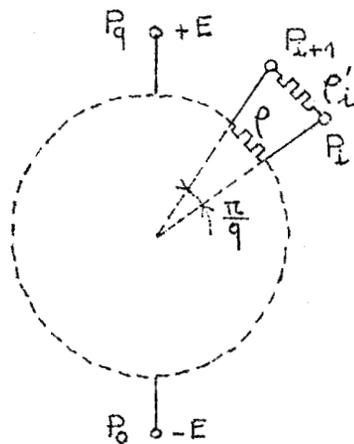


figure 2.6 Montage des résistances additionnelles.

Soit ρ la résistance du bobinage par intervalle et ρ'_i la résistance additionnelle branchée entre les prises P_i et P_{i+1} .

La tension v_{CM} vaut v_i lorsque C est en P_i et v_{i+1} lorsque C est en P_{i+1} .

On a la relation

$$\frac{v_{i+1} - v_i}{2 E} = \frac{\frac{\rho \rho'_i}{\rho + \rho'_i}}{\sum_{i=0}^{q-1} \frac{\rho \rho'_i}{\rho + \rho'_i}}$$

Lorsque toutes les résistances ρ'_i sont fixées, la quantité est la même pour tous les intervalles, d'où :

$$\sum_{i=0}^{q-1} \frac{\rho \rho'_i}{\rho + \rho'_i} \quad \frac{v_{i+1} - v_i}{2 E \frac{\pi}{q}} = K \frac{\rho \rho'_i}{\rho + \rho'_i}$$

On peut choisir arbitrairement K en prenant par exemple, pour la variation de tension la plus importante $\rho'_i = \infty$, ce qui donne $\frac{\rho \rho'_i}{\rho + \rho'_i} = \rho$.

Le calcul des valeurs de ρ' s'effectue alors de la façon suivante :

- de la suite donnée des v_i on passe à la suite des Δv_i par la relation

$$\Delta v_i = v_{i+1} - v_i$$

- la valeur la plus élevée de Δv_i donne K :

$$K = \frac{\Delta v_{iM}}{2E \frac{\pi}{q} \rho}$$

- on en tire alors ρ'_i par la relation :

$$v_{i+1} - v_i = \Delta v_{iM} \frac{\rho'_i}{\rho + \rho'_i} \quad \text{soit}$$

$$\rho'_i = \frac{\rho}{\frac{\Delta v_{iM}}{\Delta v_i} - 1}$$

2-3-3 Résultats expérimentaux

Nous avons utilisé un potentiomètre LEGPA à 36 prises.

La suite des v_i découle de la construction graphique exposée au paragraphe 2.2. Le cycle à partir duquel les calculs ont été effectués correspond à une amplitude de la tension de sortie égale à la tension nominale d'une amplicyde MAD 125 ALSTHOM en charge normale (127 Volts, 15 Ampères).

Le montage est donné figure 2.7 ; le potentiomètre est entraîné à vitesse réglable par un moteur à aimant permanent commandé par la tension aux balais (1).

La valeur de la fréquence du signal peut être lue soit grâce à cette tension, soit par celle fournie par une génératrice tachymétrique solidaire du moteur.

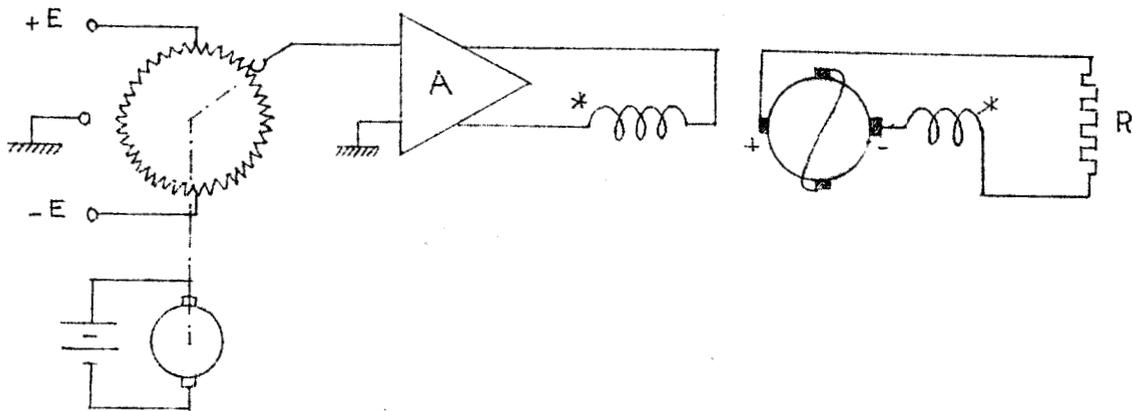
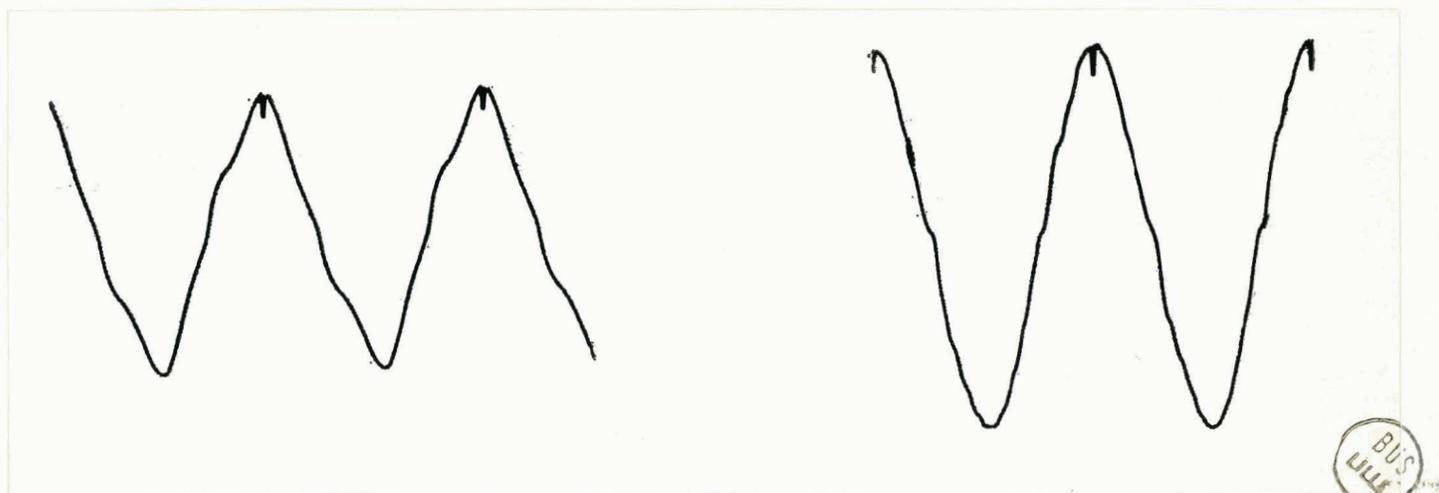


figure 2.7 Schéma de l'ensemble expérimental.

La figure 2.8 donne l'allure de la tension issue du potentiomètre et de la tension fournie par la machine.

(1) Moteur BIROTAX Type II Brion Leroux.



entrée

sortie

figure 2.8 Enregistrements des tensions d'entrée et de sortie.
(on remarque la présence d'une impulsion parasite due à la zone morte du potentiomètre).

2-3-4 Conclusion

Le procédé décrit fournit un résultat qui peut dans certains cas être suffisant ; cependant le réglage long et incommode des résistances additionnelles du potentiomètre fonctionnel n'est valable que pour une amplitude donnée de la tension de sortie et une charge bien définie : il convient donc d'améliorer le procédé en rendant plus facile les modifications de forme d'onde de la tension d'entrée.

2-4 UTILISATION DE POTENTIOMETRES FONCTIONNELS SINUS-COSINUS

2-4-1 Développement de Fourier du signal d'entrée

Le signal qui, amplifié, conduit à un signal de sortie sinusoïdal présente, par suite de la symétrie d'un cycle d'hystérésis de l'amplificateur,

des ordonnées égales et de signe contraire au cours de deux demi-périodes successives ; son développement de Fourier ne comporte donc que des harmoniques de rang impair.

Analysons, à titre d'exemple, le signal d'entrée prédéterminé au paragraphe 2.2 Divisons la période en $2q$ intervalles de temps égaux : les ordonnées successives de la fonction sont alors, pour une demi-période $v_1, v_2, \dots, v_k, \dots, v_q$.

Les amplitudes des différents termes du développement sont données par les relations [23] :

$$A_n = \frac{1}{q} \sum_{k=1}^{2q} v_k \sin n k \frac{\pi}{q} \quad ; \quad B_n = \frac{1}{q} \sum_{k=1}^{2q} v_k \cos n k \frac{\pi}{q} \quad .$$

Nous avons $v_k = -v_{q+k}$ et n impair ;

il vient donc : $v_{q+k} \sin (q+k) n \frac{\pi}{q} = -v_{q+k} \sin n k \frac{\pi}{q}$

d'où : $v_{q+k} \sin (q+k) n \frac{\pi}{q} = v_k \sin n k \frac{\pi}{q}$

et : $v_{q+k} \cos (q+k) n \frac{\pi}{q} = v_k \cos n k \frac{\pi}{q}$.

Les coefficients de Fourier s'écrivent, si l'on adopte $q = 18$:

$$A_n = \frac{1}{9} \sum_{k=1}^{18} v_k \sin n k \frac{\pi}{18} \quad \text{et} \quad B_n = \frac{1}{9} \sum_{k=1}^{18} v_k \cos n k \frac{\pi}{18} \quad .$$

En remplaçant dans ces expressions les lettres par leur valeur, on arrive au développement suivant, limité à l'harmonique de rang 5 :

$$9 v(t) \cong -1,368 \sin \omega t + 7,852 \cos \omega t + 0,349 \sin 3\omega t + 0,718 \cos 3\omega t - 0,052 \sin 5\omega t + 0,471 \cos 5\omega t.$$

Celui-ci devient, après un changement d'origine tel qu'à l'instant $t' = 0$ le fondamental s'annule :

$$v(t') \cong 0,885 \sin \omega t' + 0,088 \sin (3\omega t' + 124^\circ,4) + 0,052 \sin (5\omega t' - 43^\circ,2).$$

Cette loi pourra être obtenue au moyen du synthétiseur harmonique décrit ci-après [16] [22].

2-4-2 Montage

Un moteur M à vitesse réglable (figure 2.9) entraîne directement (ou éventuellement par engrenage démultiplicateur, si la fréquence fondamentale est très faible)(1) un potentiomètre "sinus" qui, alimenté par une tension continue constante, fournit le terme $V_1 \sin \omega t'$ (origine des phases).

Le même moteur entraîne par engrenage de rapport $\frac{3n}{n'}$ l'arbre d'entrée E d'un différentiel ; l'arbre de sortie S entraîne par engrenage de rapport $\frac{n'}{n}$ le curseur du potentiomètre chargé d'engendrer l'harmonique 3.

La phase relative φ_3 s'obtient par décalage manuel (préalable ou non) de l'axe AA' des satellites ; le réglage de φ_3 est effectué à partir d'un engrenage de rapport $\frac{n}{2n'}$ pour rendre directe la lecture de la phase.

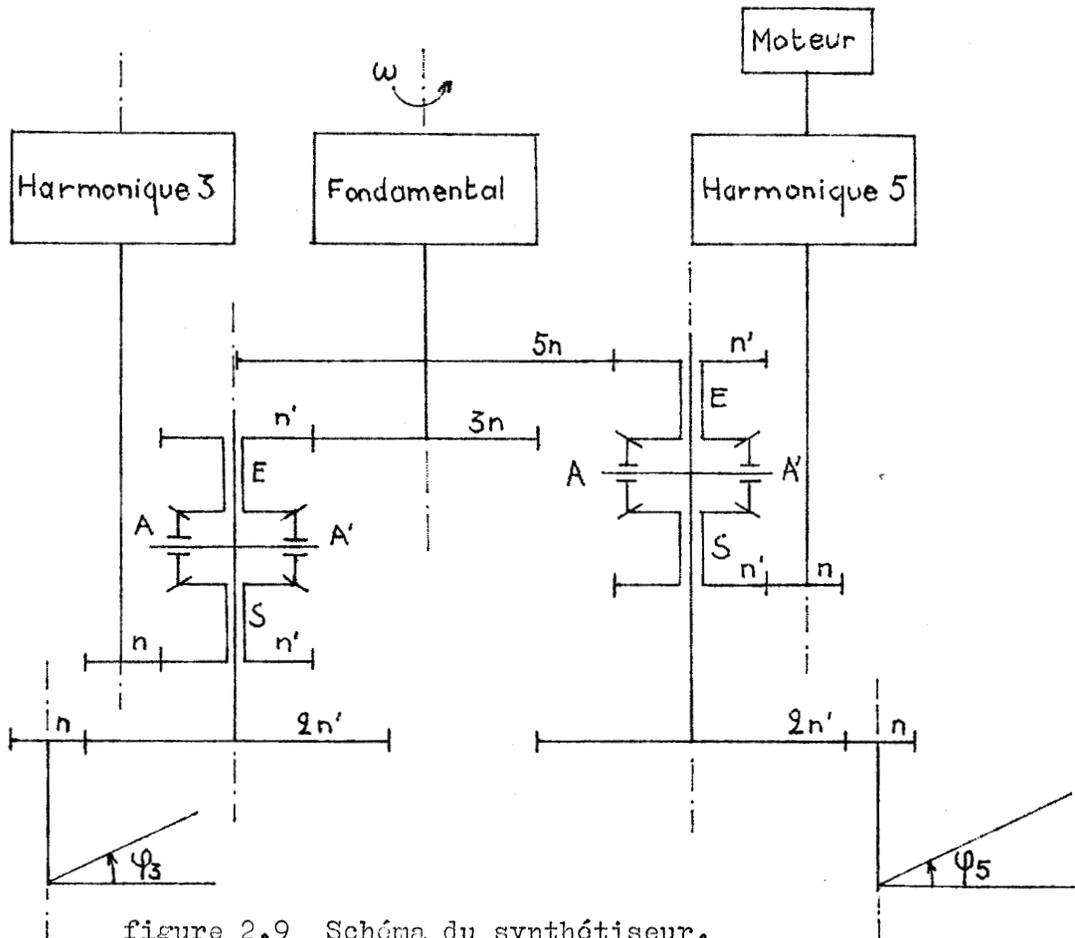


figure 2.9 Schéma du synthétiseur.

(1) Néanmoins pour des raisons technologiques, il est préférable d'accoupler le moteur à l'arbre du potentiomètre de plus grande vitesse.

Pour obtenir l'harmonique 5, le procédé est le même au rapport d'engrenage près.

La figure 2.10 indique les liaisons électriques à effectuer entre les trois potentiomètres à répartition sinusoidale de résistance (1).

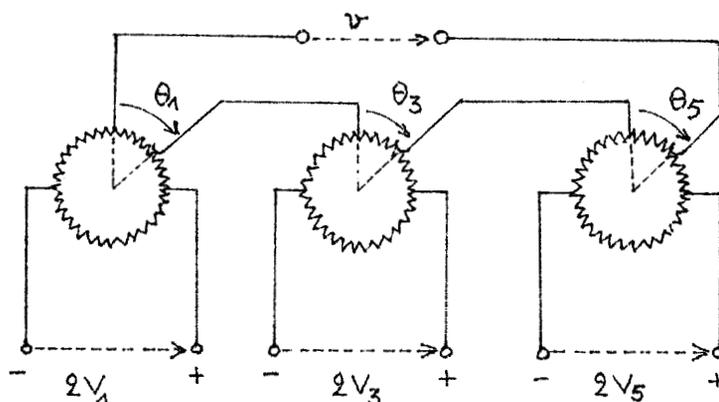


figure 2.10 Schéma des potentiomètres fonctionnels.

Les positions des curseurs sont définies par les angles

$$\theta_1 = \omega t' \quad ; \quad \theta_3 = 3\omega t' + \varphi_3 \quad ; \quad \theta_5 = 5\omega t' + \varphi_5.$$

La tension de sortie v est, avec les notations des figures 2.9 et 2.10, de la forme :

$$v = V_1 \sin \omega t' + V_3 \sin (3\omega t' + \varphi_3) + V_5 \sin (5\omega t' + \varphi_5)$$

2-4-3 Résultats expérimentaux

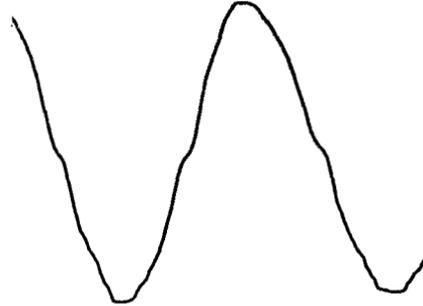
La tension v , dont la synthèse vient d'être faite, est appliquée au préamplificateur de l'amplidyne MAD 125 utilisée.

(1) Potentiomètres L.E.G.P.A. (les laboratoires de Physique Appliquée) et matériel Meca-Labo. Le moteur d'entraînement est à induit imprimé.

Les enregistrements des tensions d'entrée et de sortie sont donnés par la figure 2.11.



Entrée du préamplificateur



Sortie de l'amplidyne



figure 2.11 Enregistrements des tensions d'entrée et de sortie.

Il faut remarquer que l'on dispose d'une certaine latitude si les conditions de l'expérience changent : on peut, en effet, modifier l'amplitude et la charge et rattraper les conséquences du changement de cycle en réglant séparément les termes de v ; ces réglages demeurent cependant très délicats et la correction obtenue est assez approximative.

Dans la suite de notre travail, nous chercherons à disposer d'une souplesse beaucoup plus grande en introduisant un réglage de v point par point. Nous ferons appel aux techniques numériques pour obtenir ce résultat.

DEUXIEME PARTIE

GENERATION DE SIGNAUX DE PUISSANCE A VARIATION DISCONTINUE

CHAPITRE 3

GENERATION DE SIGNAUX DE FORME QUELCONQUE PAR
ECHELLE DE COMPTAGE ET TRADUCTEUR NUMERIQUE - ANALOGIQUE

=====

3-1 INTRODUCTION [27]

Une échelle de comptage de rang suffisamment élevé, attaquée par une suite d'impulsions récurrentes prend un grand nombre d'états distincts ayant pour durée l'intervalle entre deux impulsions successives. Un traducteur numérique-analogique associé à ce système, fournit alors un signal constitué de paliers successifs dont les différentes ordonnées correspondent aux états de l'échelle de comptage [19]. Cette remarque nous a conduit accessoirement [25] à imaginer un procédé d'affichage sur l'écran d'un oscilloscope du contenu d'un compteur décimal, mais notre objectif principal a été la production d'un signal relativement puissant dont la forme d'onde soit modelable à volonté.

Nous avons cherché à obtenir une puissance de sortie aussi élevée que possible en introduisant notamment des transistors de puissance dans le traducteur numérique-analogique ; nous avons été guidé pour le choix des éléments, par des considérations de rendement de façon à éviter une trop grande disproportion entre la puissance fournie par l'alimentation du traducteur et la puissance utile dissipée dans la charge.

3-2 PRINCIPE

Nous nous proposons d'engendrer un signal dont la forme d'onde au cours d'une période s'obtienne par juxtaposition d'impulsions rectangulaires d'amplitudes différentes.

Supposons que l'on dispose, au cours d'une période T , de n de ces impulsions d'égale durée $\frac{T}{n}$, et que ces n signaux élémentaires puissent être rangés dans un ordre quelconque en les utilisant au besoin plusieurs fois de suite ; on peut ainsi approcher une forme d'onde donnée par une courbe en gradins qui est d'autant plus proche de la courbe continue théorique que l'on dispose d'un plus grand nombre d'impulsions.

La figure 3.1 montre, à titre d'exemple, la synthèse de signaux triangulaires.

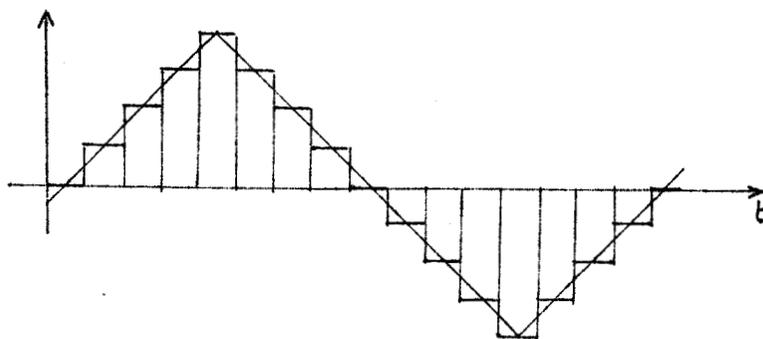


figure 3.1 Synthèse de signaux triangulaires au moyen de huit impulsions réparties sur 16 intervalles

Pour simplifier, nous allons décrire un générateur capable de produire des signaux à quatre paliers. Les commutations seront effectuées, dans ce premier stade, à l'aide de relais électromagnétiques ordinaires.

Considérons le dispositif de la figure 3.2 comportant 4 relais et 3 éléments de batterie.

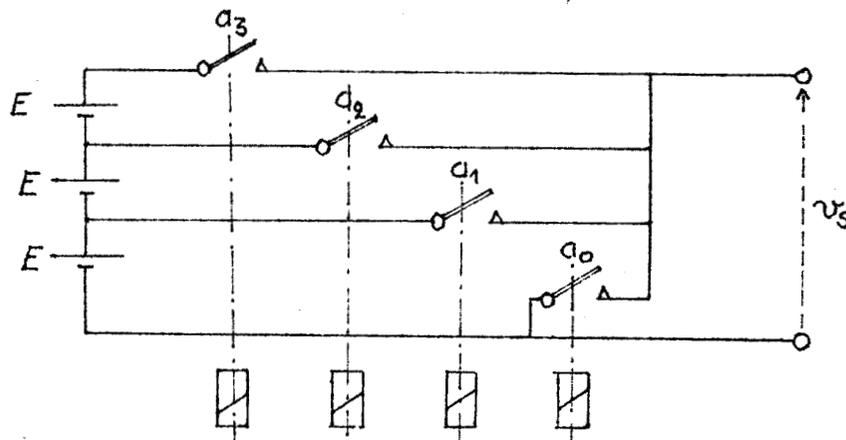


figure 3.2 Exemple de traducteur numérique-analogique à relais.

Il fournit une tension v_s qui peut prendre 4 niveaux différents suivant l'état des contacts a_0 , a_1 , a_2 et a_3 . La correspondance entre l'état des différents contacts et la tension de sortie est donnée par le tableau suivant en posant qu'à tout instant un relais et un seul est excité :

a_0	a_1	a_2	a_3	v_s
1	0	0	0	0
0	1	0	0	E
0	0	1	0	2E
0	0	0	1	3E

Cet ensemble constitue un traducteur numérique-analogique qui peut être commandé par une échelle de quatre à relais, donnant successivement 4 informations distinctes numérotées de e_0 à e_3 .

Le schéma des phases décrivant le fonctionnement de cette échelle est donné par la figure 3.3.

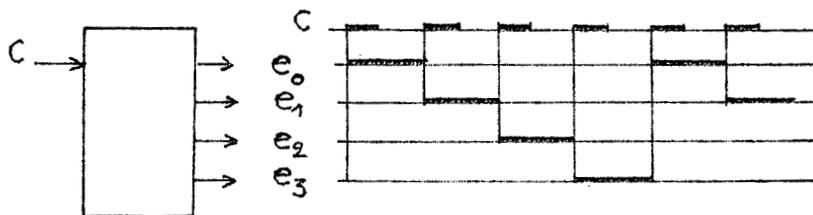


figure 3.3 Echelle de quatre et schéma des phases correspondant

Considérons par exemple le palier de tension nulle relatif à a_0 : il doit pouvoir être obtenu indifféremment à l'apparition de l'une ou l'autre des informations issues de l'échelle de quatre ; cela signifie que l'une des relations logiques suivantes doit être possible :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_0 = e_0 \quad ; \quad a_0 = e_1 \quad ; \quad a_0 = e_2 \quad ; \quad a_0 = e_3 \\ a_0 = e_0 + e_1 \quad ; \quad a_0 = e_1 + e_2 \quad ; \quad \dots \text{ et les combinaisons analogues} \\ \hspace{15em} \text{des 4 informations } e_i \text{ deux par deux.} \\ a_0 = e_0 + e_1 + e_2 \quad ; \quad \dots \text{ et les combinaisons analogues des 4 infor-} \\ \hspace{15em} \text{mations } e_i \text{ trois par trois.} \\ a_0 = e_0 + e_1 + e_2 + e_3 \end{array} \right.$$

Ces relations s'écrivent de la même façon pour les informations a_1 , a_2 et a_3 .

Ce résultat est obtenu en utilisant quatre commutateurs, chacun à quatre directions, montés suivant le schéma de la figure 3.4.

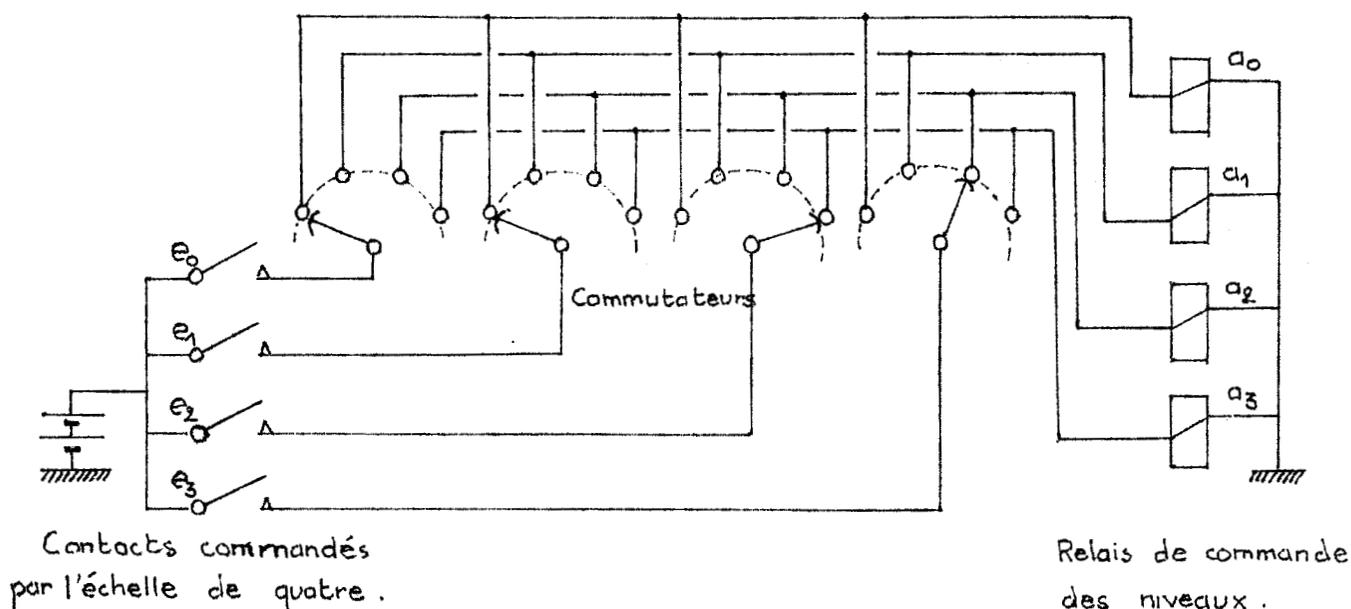


figure 3.4. Montage des 4 commutateurs de sélection des niveaux de tension

Si les contacts sont par exemple dans la position de la figure 3.4 on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_0 = e_0 + e_1 \\ a_1 = 0 \\ a_2 = e_3 \\ a_3 = e_2 \end{array} \right.$$

Le schéma des phases correspondant au montage complet, ainsi que la forme d'onde de la tension de sortie, sont donnés sur la figure 3.5.

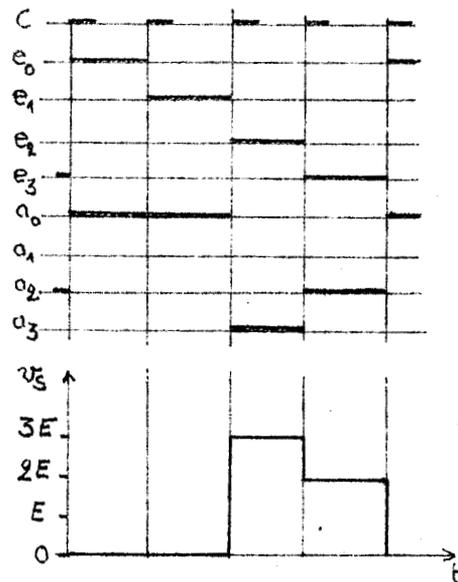


figure 3.5 Exemple de schéma des phases et forme d'onde de la tension fournie par le générateur

La forme d'onde de la tension de sortie est directement donné par l'état des commutateurs. La fréquence de cette tension est, dans le cas présent, le quart de celle des impulsions pilotes.

Le réglage de la fréquence s'effectuera donc sur le générateur donnant ces impulsions.

Le schéma synoptique de l'ensemble est donné sur la figure 3.6.

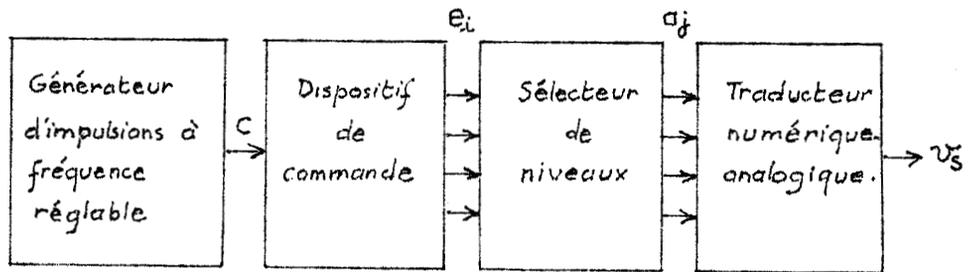


figure 3.6 Schéma synoptique de l'ensemble

Nous allons étudier plus particulièrement un générateur utilisant aussi bien pour la partie commande que pour la partie traduction sous forme analogique des éléments semi-conducteurs.

3-3 DISPOSITIF DE COMMANDE

Le dispositif de commande comporte nécessairement une échelle de comptage : nous utiliserons une décade à transistors suivie de deux bascules ou multivibrateurs bistables. (1)

3-3-1 Bascule ECCLES -JORDAN

Le montage, dont le schéma de principe est donné par la figure 3.7 comporte deux transistors p.n.p. T_1 et T_2 du type 2 N 526.

Le dispositif présente deux états stables symétriques : soit T_1 bloqué et T_2 saturé, soit l'état inverse.

(1) Matériel de la Société MORS.

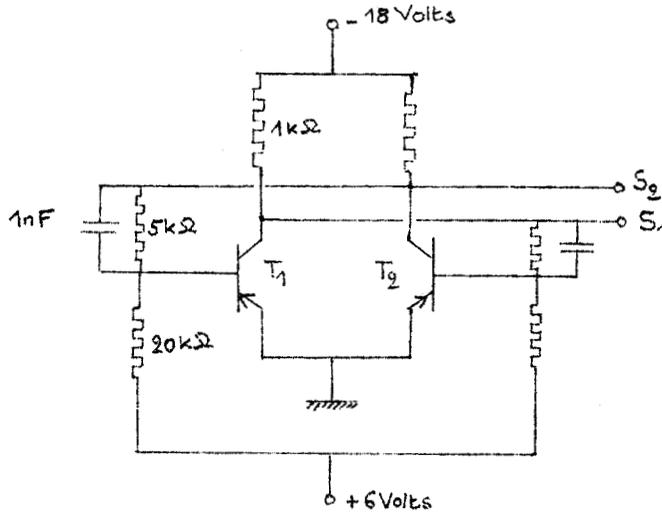


figure 3.7 Schéma de principe d'une bascule ECCLES-JORDAN

On vérifie par exemple que le premier état est stable : le blocage de T_1 impose à la base de T_2 un potentiel très négatif ; T_2 est donc saturé et rend la base de T_1 légèrement positive ; ce dernier est donc bloqué.

Le système change d'état lorsqu'une impulsion positive d'amplitude suffisante est appliquée sur la base du transistor saturé.

3-3-2 Obtention d'impulsions positives

Considérons un transistor T pris isolément dont la base s est polarisée par le dispositif représenté figure 3.8

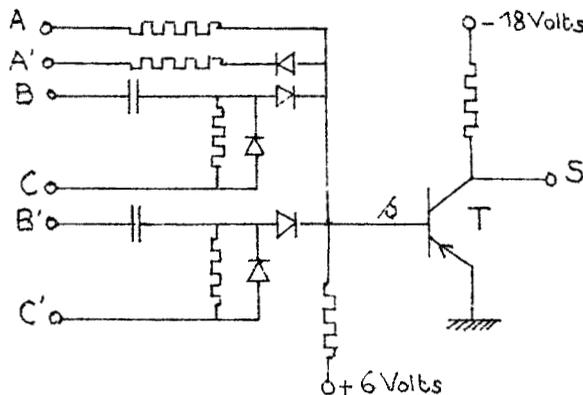


figure 3.8 Dispositif de polarisation d'un transistor.

Pour utiliser les notations de l'algèbre logique, associons aux différents points d'entrée et de sortie du montage des propositions logiques qui pourront être de natures différentes ; elles seront vérifiées ou non suivant l'évolution des potentiels des points considérés.

Notons s l'information qui traduit le signe de potentiel de la base de T : elle prendra la valeur 1 si celui-ci est positif et la valeur zéro dans le cas contraire.

Notons a , a' , c et c' les informations dont les valeurs zéro et 1 correspondent respectivement aux potentiels -18 volts et zéro appliqués aux points A , A' , C et C' .

Notons enfin b et b' les informations prenant la valeur 1 fugitivement lorsqu'un front positif d'amplitude 18 Volts est appliqué aux points B et B' .

Nous avons alors la relation logique suivante :

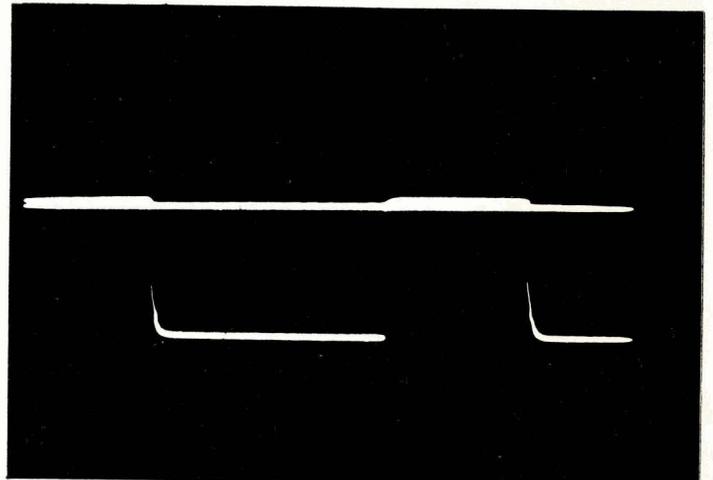
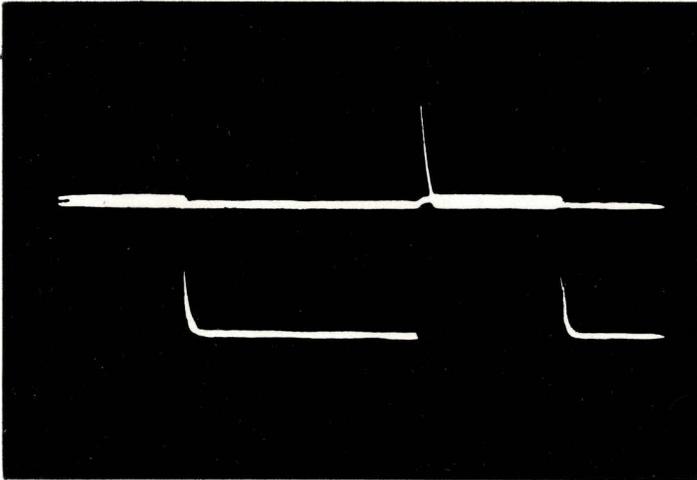
$$s = \bar{a} \bar{a}' + b \bar{c} + b' \bar{c}'$$

Celle-ci se vérifie sur les oscillogrammes de la figure 3.9 donnant l'évolution des potentiels de base et de B pour toutes les valeurs des informations \bar{a} \bar{a}' et c .

3-3-3 Représentation symbolique d'une bascule

Considérons deux transistors montés comme l'indique la figure 3.8 et affectons les lettres repérant les entrées et sorties des montages des indices 1 et 2 suivant le transistor en cause.

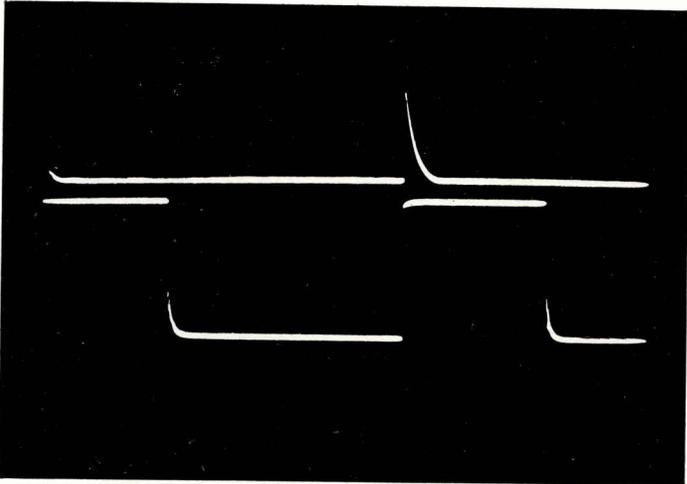
Dans ces conditions, le montage en bascule se traduit par les connexions de A_1 à S_2 et de A_2 à S_1 .



$\bar{a} \cdot \bar{a}' = 0$; $c = 0$; $s = 1$
fugitivement lorsqu'un front positif
apparaît on B.

$\bar{a} \cdot \bar{a}' = 0$; $c = 1$; $s = 0$

BUS
LILLE



$\bar{a} \cdot \bar{a}' = 1$; $c = 0$; $s = 1$

$\bar{a} \cdot \bar{a}' = 1$; $c = 1$; $s = 1$.

BUS
LILLE

figure 3.9 Oscillogrammes illustrant la relation logique
 $s = \bar{a} \bar{a}' + bc$

De même, effectuons les connexions C_1^i , S_1 ; C_2^i , S_2 et B_1^i , B_2^i .

La représentation symbolique d'une bascule avec ses commandes symétriques et asymétriques est donnée par la figure 3.10.

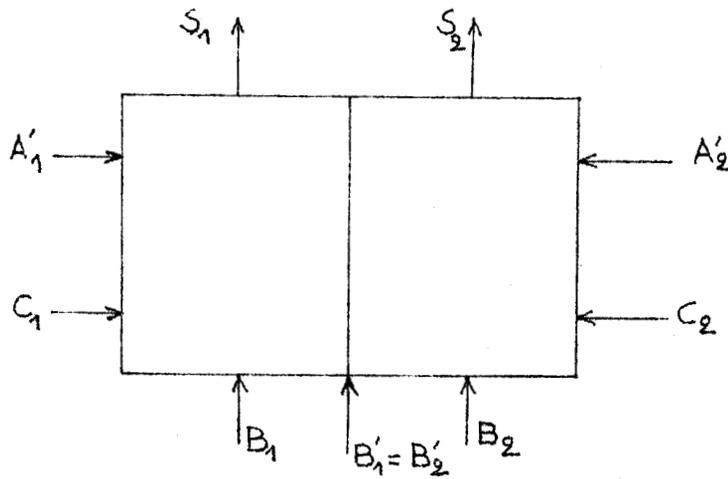


figure 3.10 Schéma symbolique d'une bascule.

Le passage de l'entrée symétrique (B'_1, B'_2) du niveau 1 au niveau 0 provoque l'apparition d'une impulsion positive sur la base du transistor saturé ($c = 0$ et $a = 1$) et ne produit rien sur la base de l'autre ($c = 1$ et $a = 0$). Il se produit donc un changement d'état de la bascule qui fonctionne alors en échelle de deux.

3-3-4 Echelle de dix compteuse et décompteuse

Une échelle de dix ou décade s'obtient à partir d'une échelle de seize en supprimant six de ses états stables par rétroaction.

Cette dernière s'obtient en connectant quatre bascules en cascade suivant le schéma de la figure 3.11

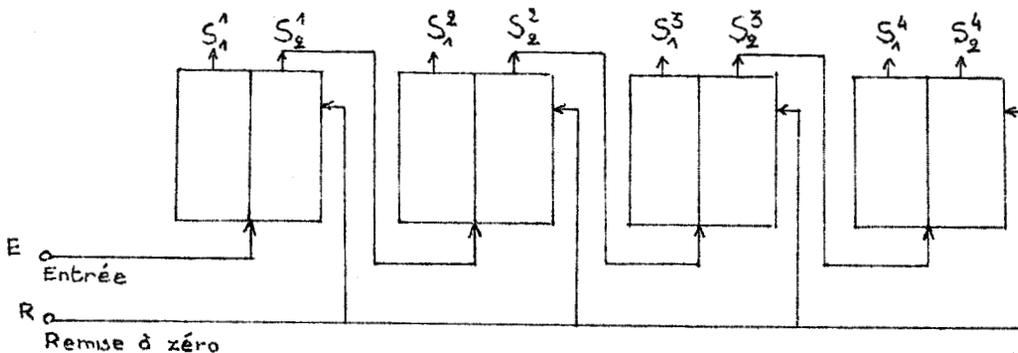


figure 3.11 Schéma d'une échelle de seize.

Lorsque le signal r de remise à zéro occupe le niveau 1 ($r=1$), on a bien

$$s_2^1 = s_2^2 = s_2^3 = s_2^4 = 0.$$

Le schéma des phases est donné par la figure 3.12 ; seuls les états des sorties d'indice inférieur 2y sont représentés, les sorties d'indice inférieur 1 étant leurs compléments respectifs.

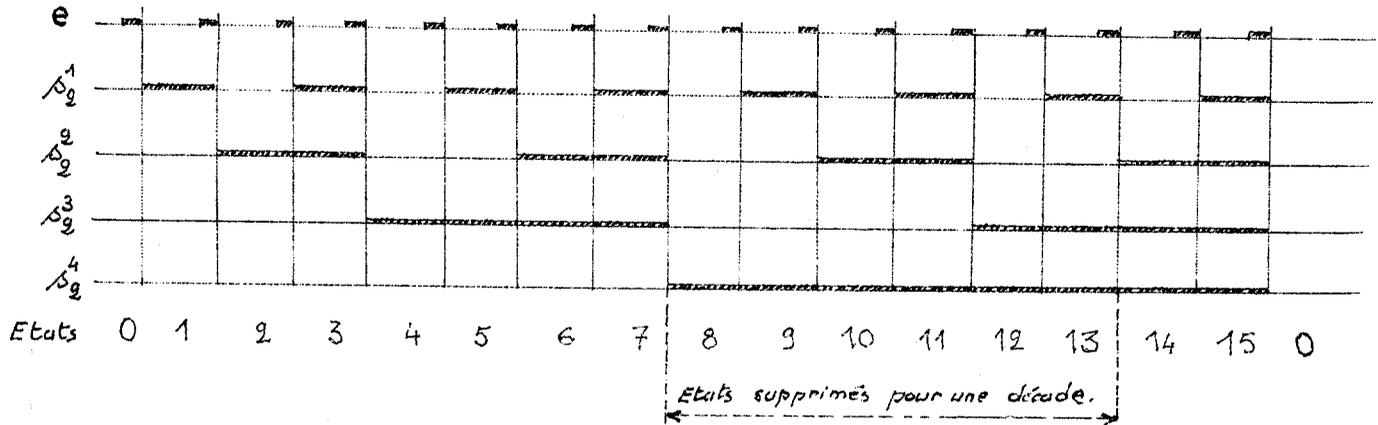


figure 3.12 Schéma des phases d'une échelle de seize.

On supprime les états numérotés de 8 à 13 en mettant, à la disparition de la 8ème impulsion, les 4 bascules dans l'état qui suit la disparition de la 14ème : il faut par conséquent maintenir $s_2^2 = s_2^3 = 1$ tout en laissant changer d'état la dernière bascule ; pour cela, il suffit d'utiliser le passage de 1 à 0 de s_1^4 pour provoquer le blocage des transistors T_2^2 et T_2^3 des bascules 2 et 3 (figure 3.13).

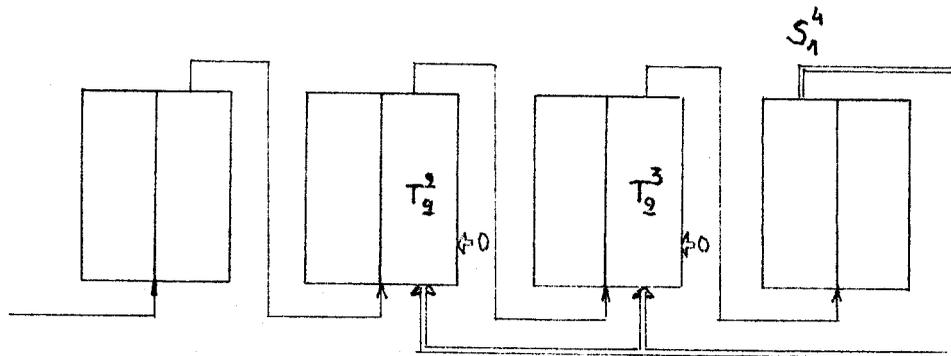


figure 3.13 Schéma d'une décade.

Une décade "décompteuse" prend une succession d'états dans l'ordre inverse de celui que nous venons de constater.

Ce résultat s'obtient en remplaçant dans le montage précédent toutes les informations de commande par leurs compléments et en ajoutant une liaison supplémentaire qui maintient le transistor T_1^4 bloqué au passage de s_2^2 du niveau 1 au niveau 0 (figure 3.14).

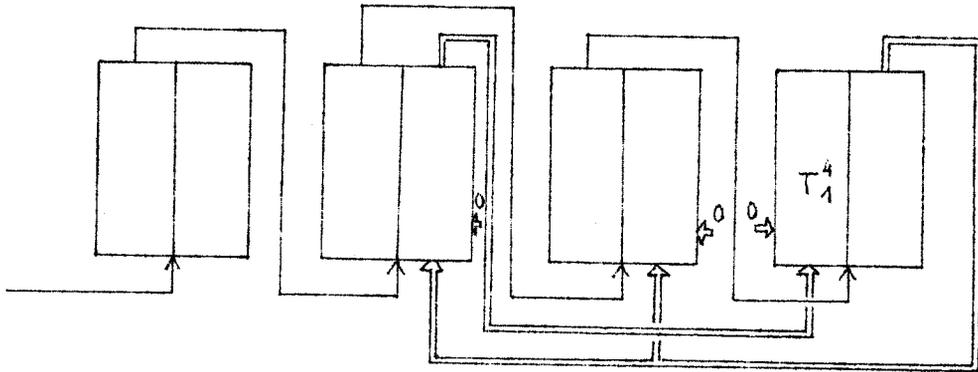


figure 3.14 Schéma d'une décade décompteuse.

Les commutations qui permettent de passer des liaisons de la figure 3.13 aux liaisons de la figure 3.14 s'effectuent au moyen de portes à impulsions dont le fonctionnement a déjà été décrit au paragraphe 3-3-2. Celles-ci seront ici commandées par deux informations complémentaires x et \bar{x} (figure 3.15).

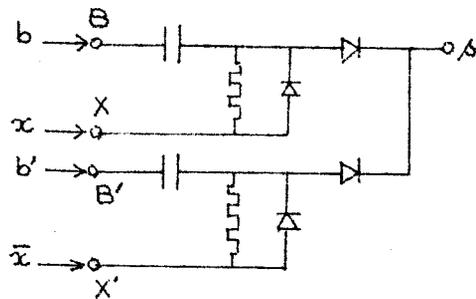


figure 3.15 Porte à impulsions.

Nous avons, avec les notations du paragraphe 3-3-2 l'expression logique $s = b\bar{x} + b'x$ qui signifie qu'un front positif en B n'est transmis que si $x = 0$ et que ceux appliqués en B' ne sont transmis que si $x = 1$.

3-3-5 Montage complet

Le dispositif réalisé comporte une décade compteuse-décompteuse associée à deux bascules B_1 et B_2 (figure 3.16).

La bascule B_1 fournit les informations x et \bar{x} qui commandent le comptage-décomptage.

La bascule B_2 connectée en cascade avec cet ensemble fournit l'information y dont la valeur fixera ultérieurement le signe de la tension de sortie du générateur.

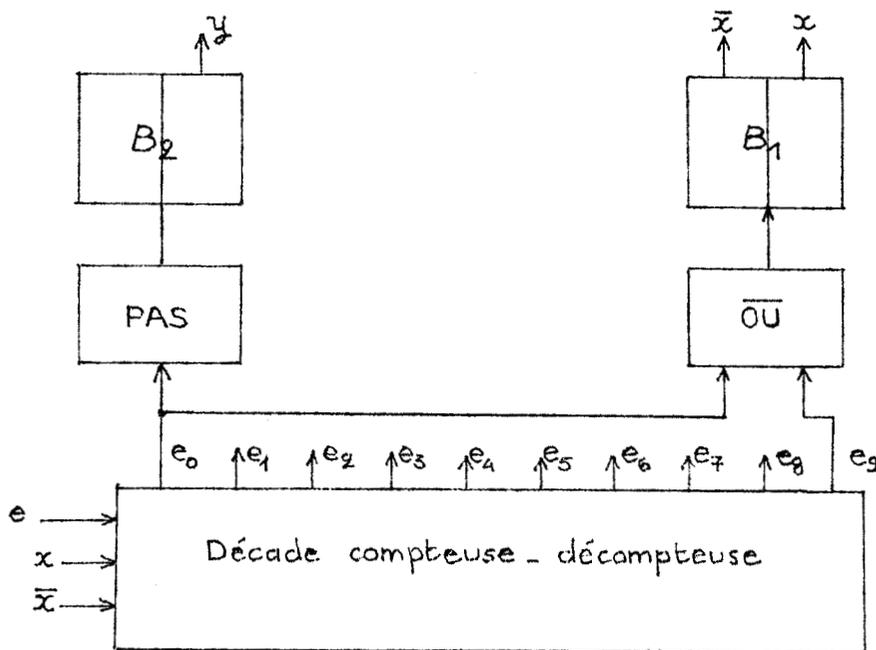


figure 3.16 Schéma du dispositif de commande

La disposition adoptée permet d'obtenir un signal de sortie présentant des propriétés de symétrie intéressantes.

Le fonctionnement du montage, illustré par le schéma des phases de la figure 3.17 est le suivant :

Le basculement de B_1 est provoqué par le passage de la valeur 0 à la valeur 1 de l'information $e_0 + e_9$; celle-ci, pour éviter des fronts positifs intempestifs, est élaborée directement à partir des bascules constituant la décade sans passer par son réseau de décodage.

Le changement d'état de B_2 s'effectue lors du passage de la valeur 0 à la valeur 1 de l'information e_0 .

Les bascules B_1 et B_2 peuvent être maintenues dans l'un ou l'autre de leurs états par l'application des niveaux 1 ou 0 sur leurs entrées appropriées comme nous l'avons vu au paragraphe 3-3-3.

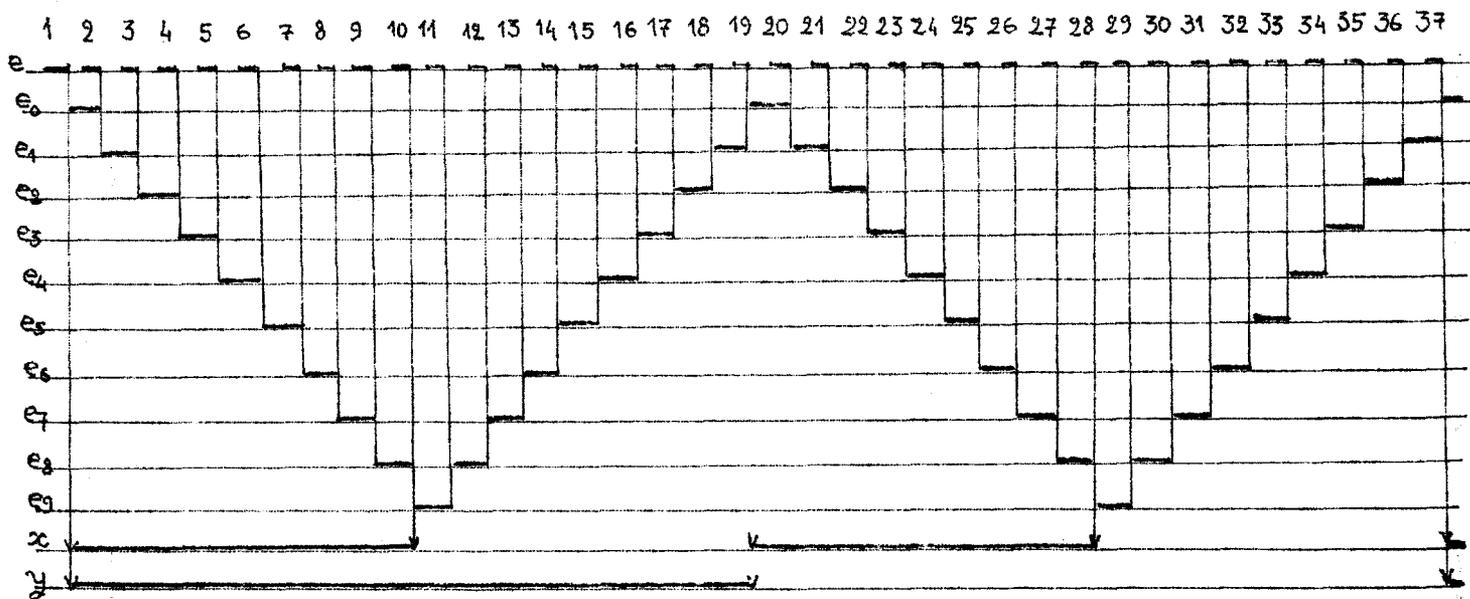


figure 3.17 Schéma des phases du dispositif de commande.

Le dispositif ainsi réalisé présente 36 états stables distincts : la largeur minimale des paliers constituant le signal sera par conséquent de $1/36$ de période soit 10 degrés.

3-4 TRADUCTEUR NUMERIQUE ANALOGIQUE [10] [24]

3-4-1 Description

La disposition adoptée sur la figure 3.18 permet d'obtenir aux bornes d'une résistance de charge R_c la tension v_s unidirectionnelle ou alternative. Le montage en pont comporte deux résistances fixes de valeur commune R et deux résistances variables R' et R'' comportant chacune neuf résistances associées à neuf transistors montés émetteur à la masse.

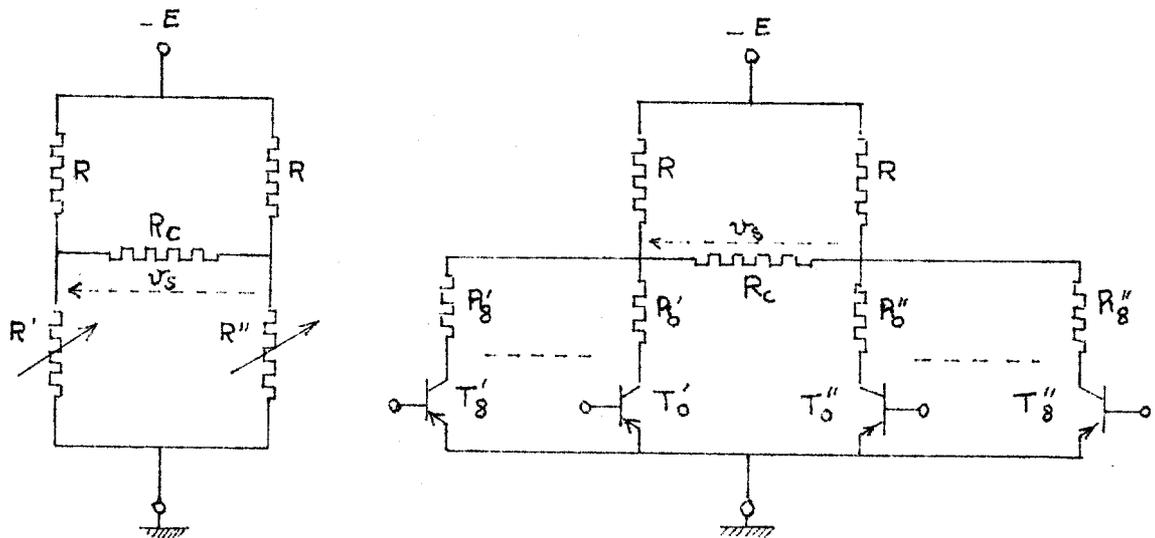


figure 3.18 Constitution du traducteur numérique-analogique.

Leurs bases sont soumises à des tensions soit fortement négatives, soit positives ; ces éléments fonctionnent en tout ou rien et sont assimilables, en première approximation, à des interrupteurs ouverts ou fermés.

Pour faire apparaître une tension v_s aux bornes de R_c , on porte une des extrémités de cette résistance à un potentiel aussi voisin que possible de celui de la masse en saturant l'un des transistors T'_{0i} ou T''_{0i} en ayant choisi au préalable $R'_{0i} = R''_{0i} = 0$.

De cette manière, l'une des résistances variable R' ou R'' s'annule. L'autre prend alors dix valeurs distinctes entre ∞ et 0 : elle est infiniment

grande lorsque tous les transistors qui entrent dans sa constitution sont bloqués ; elle est nulle lorsque le premier de ces éléments est saturé ; quand il s'agit du n-ième, T'_{n-1} ou T''_{n-1} elle vaut R'_{n-1} ou R''_{n-1} .

La tension v_s peut alors prendre 19 valeurs comprises entre $\pm E \frac{R_c}{R + R_c}$: 9 valeurs positives, 9 valeurs négatives et zéro.

Les valeurs intermédiaires seront fixes ou réglables selon que les résistances R'_i ou R''_i le seront elles-mêmes.

Le traducteur devra être commandé par dix informations a_0, a_1, \dots, a_9 provenant du sélecteur de niveaux ; celles-ci seront associées à une information y donnant le signe de la tension de sortie.

Si nous associons à un transistor T'_n ou T''_n une proposition logique t'_n ou t''_n qui s'énonce "le transistor considéré est saturé" nous pouvons écrire les conditions à réaliser :

$$\left\{ \begin{array}{l} t'_0 = a_0 + y \\ t''_0 = a_0 + \bar{y} \\ t'_1 = t''_1 = a_1 \\ \vdots \\ t'_8 = t''_8 = a_8 \end{array} \right.$$

L'information a_9 doit rendre l'une des résistances R' ou R'' infiniment grande ce qui signifie que tous les circuits des transistors qui la constituent doivent être bloqués : a_9 peut donc être remplacé par $\bar{a}_1 \cdot \bar{a}_2 \dots \bar{a}_8$

3-4-2 Résistance de charge optimale

Lorsque, par exemple, R'' est nulle, la résistance de charge R_c se trouve alimentée par le diviseur de tension constitué par R' et R (figure 3.19).

Supposons la variation de R' continue de zéro à l'infini et telle que l'évolution de la tension v_s soit linéaire en fonction du temps.

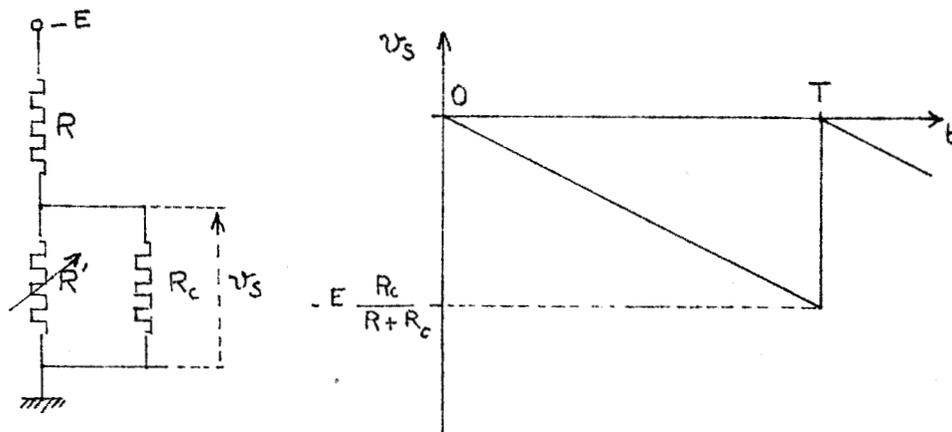


figure 3.19 Evolution de la tension de sortie pour une variation de R' de zéro à l'infini.

Un tel fonctionnement peut être approché avec des paliers de variation de la tension régulièrement espacés et nombreux.

Si nous appelons a le rapport de R_c à R , l'expression de v_s s'écrit :

$$v_s(t) = - E \frac{R_c}{R + R_c} \frac{t}{T} = - E \frac{a}{1 + a} \frac{t}{T}$$

R' n'apparaît pas dans cette expression car v_s est tiré de sa loi en fonction du temps.

Au cours de l'évolution de v_s , la puissance p dissipée dans la charge s'écrit :

$$p = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{v_s^2}{R} dt = \frac{E^2}{3R} \frac{a}{(1 + a)^2}$$

Les valeurs de R et E sont choisies une fois pour toute pour un montage donné : la puissance p est donc maximale pour $a = 1$, c'est-à-dire, $R_c = R$; nous adopterons cette valeur.

La valeur de R dépend des caractéristiques des transistors employés. Dans notre réalisation nous utilisons des transistors SFT 240 pour lesquels la tension émetteur-collecteur maximale V_{CM} et le courant collecteur maximal

I_{CM} valent respectivement 48 Volts et 2 Ampères.

Si nous prenons $E = V_{CM}$, R doit être choisie supérieure ou égale à $\frac{3 V_{CM}}{2 I_{CM}}$ soit 36 Ohms ;

On obtient cette valeur en écrivant que le courant dans les transistors T'_0 ou T''_0 ne dépasse pas I_{CM} .

Les puissances que peuvent dissiper R ou R_c doivent alors être au moins égales respectivement à $\frac{2}{3} V_{CM} I_{CM}$. et $\frac{V_{CM} I_{CM}}{6}$ ce qui conduit aux chiffres de 64 et 16 Watts.

3-4-3 Résistances réglables

Chaque résistance R'_n ou R''_n est constituée par un potentiomètre de résistance totale $R y_n$ en série avec une résistance fixe $R x_n$ (figure 3.20) ; x_n et y_n sont des coefficients que nous nous proposons de déterminer.

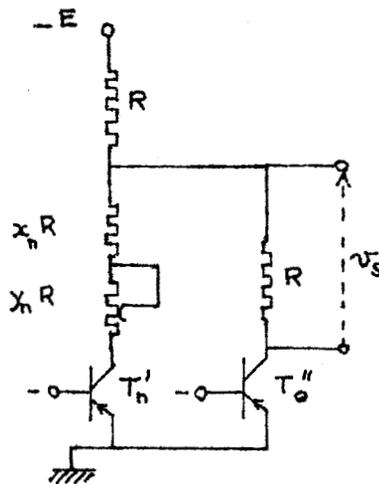


figure 3.20 Schéma simplifié du traducteur de sortie ; les transistors bloqués ne sont pas représentés.

Cette disposition permet de régler la tension de sortie lorsque deux transistors sont saturés de part et d'autre du pont, l'un d'entre eux étant nécessairement T'_0 et T''_0 . La limite supérieure v_{SM} de la plage de

variation obtenue peut être fixée arbitrairement entre 0 et $-\frac{E}{2}$;

la limite inférieure v_{sm} dépend du courant maximal que peut supporter le potentiomètre, c'est-à-dire de la puissance P que peut dissiper sa résistance totale.

Fixons v_{sm} par le nombre k compris entre 0 et 9 qui satisfait la relation $k = \frac{18 v_{sm}}{E}$. Cette tension maximale est atteinte lorsque toute la résistance du potentiomètre est en service, ce qui permet d'écrire :

$$x_n + y_n = \frac{k}{18 - 2k}$$

La valeur de P, puissance maximale admissible pour le potentiomètre considéré, nous donne une seconde relation entre x_n et y_n :

$$P = \frac{y_n}{(2x_n + 1)^2} \frac{E^2}{R}$$

En posant $\alpha = x_n + y_n$ et $\beta = \frac{E^2}{PR}$, on tire x_n de l'équation:

$$4x_n^2 + x_n(4 + \beta) + 1 - \alpha\beta = 0.$$

Nous avons fixé la puissance P des potentiomètres mais il reste à préciser les puissances maximales P_n mises en jeu dans les résistances fixes Rx_n . En écrivant que P_n est dissipée lorsque le potentiomètre correspondant est court-circuité, il vient :

$$\frac{P_n}{P} = \frac{x_n}{y_n}$$

Avec $\beta = 1,6$ et $P = 40$ Watts, on peut dresser un tableau donnant les valeurs de x_n , y_n , $\frac{P_n}{P}$ et k' ;
(k' caractérise v_{sm} et vaut $\frac{18 v_{sm}}{E}$).

Ce tableau donne directement tous les éléments du montage.

n	1	2	3	4	5	6	7	8
k	5	5	6	6	7	8	8,5	8,9
x_n	0	0	0,1	0,1	0,27	0,655	1,21	3,55
y_n	0,625	0,625	0,9	0,9	1,48	3,345	7,29	40,95
k'	0	0	1,5	1,5	3,15	5,1	6,36	7,9
F_n/P	0	0	0,111	0,111	0,182	0,196	0,166	0,079



3-5 SELECTEUR DE NIVEAUX

La répartition des niveaux de la tension de sortie s'effectue au moyen de dix commutateurs à dix positions chacun.

Cette solution est retenue parce que le nombre de niveaux de la tension de sortie est relativement faible ; pour un nombre plus important, les connexions peuvent être réalisées par des panneaux matriciels au moyen de fiches.

Les opérations OU sont effectuées par des circuits à diodes ; les informations e_0, e_1, \dots, e_9 sont appliquées à ce dispositif qui fournit alors les informations a_0, a_1, \dots, a_9 , commandant respectivement l'apparition des niveaux 0, 1, 2, ..., 9, et de leurs opposés.

La figure 3.21 donne le schéma du dispositif ; le premier commutateur est représenté complètement ; pour les suivants, la liaison établie à titre d'exemple est seule figurée.

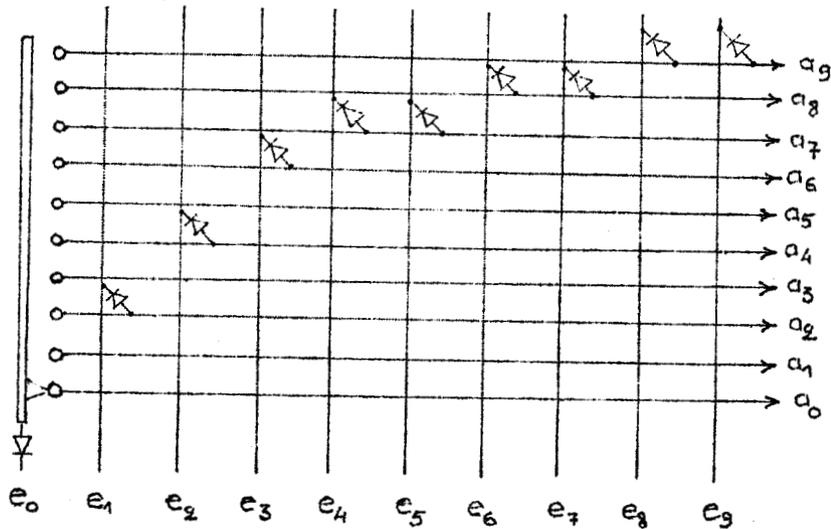


figure 3.21 Schéma du dispositif répartiteur de niveaux.

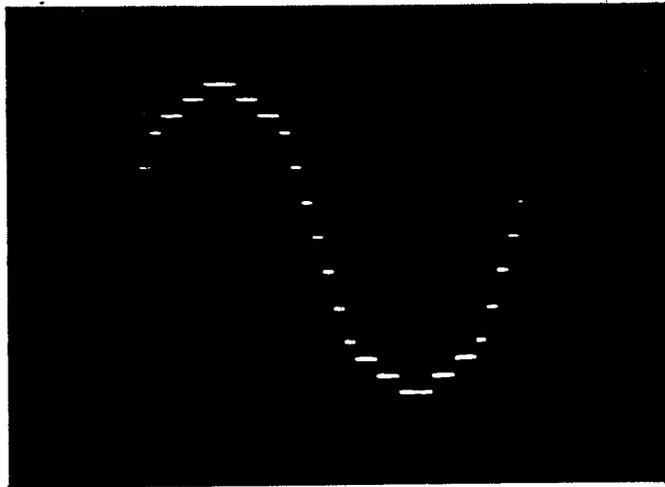
Sur la figure, les informations logiques liant les informations a_j aux informations e_i sont :

$$\left. \begin{array}{l}
 a_0 = e_0 \\
 a_1 = 0 \\
 a_2 = e_1 \\
 a_3 = 0 \\
 a_4 = e_2 \\
 a_5 = 0 \\
 a_6 = e_3 \\
 a_7 = e_4 + e_5 \quad (\text{le niveau 7 s'étendra sur le 4e et le 5e intervalle}). \\
 a_8 = e_6 + e_7 \\
 a_9 = e_8 + e_9
 \end{array} \right\}$$

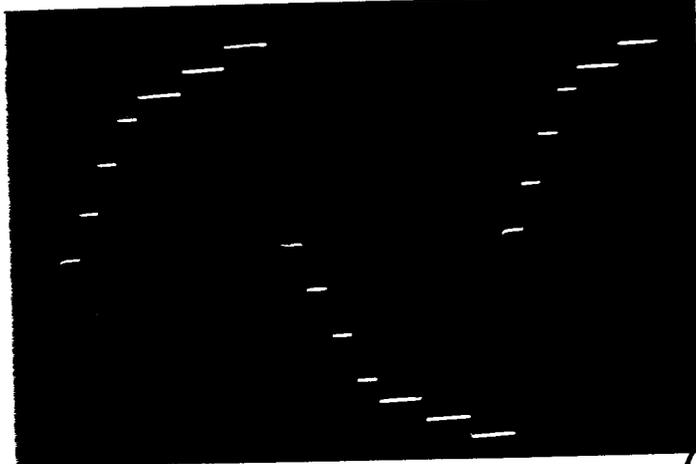
Dans l'hypothèse de niveaux fixés par le choix des résistances du traducteur de sortie, la forme d'onde de la tension délivrée par le générateur est déterminée par l'état des dix commutateurs : le rang de chaque commutateur (indice de l'information e_i) indique à quelle époque se produit le niveau qui y est affiché (indice de l'information a_j).

Les oscillogrammes de la figure 3.22 montrent la forme des tensions obtenues avec la programmation de la figure 3.21 pour des niveaux régulièrement répartis.

Remarquons que le blocage de la bascule B_1 seule, en supprimant le décomptage entraîne l'apparition de signaux pour lesquels les alternances positives et négatives ont la même forme mais ne possèdent plus de propriétés de symétrie. De la même façon, le blocage de B_2 seule permet d'obtenir des signaux unidirectionnels ne comportant plus que neuf niveaux réglables.

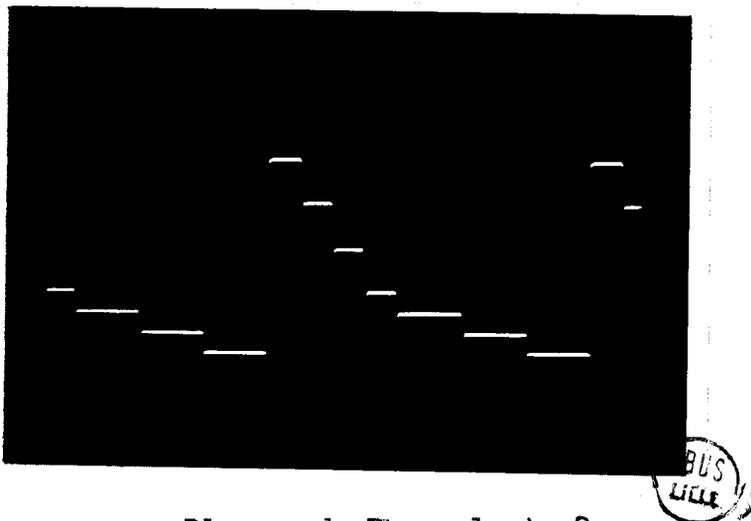


B_1 et B_2 non bloquées.



Blocage de B_1 seule.





Blocage de B_2 seule et B_1 .

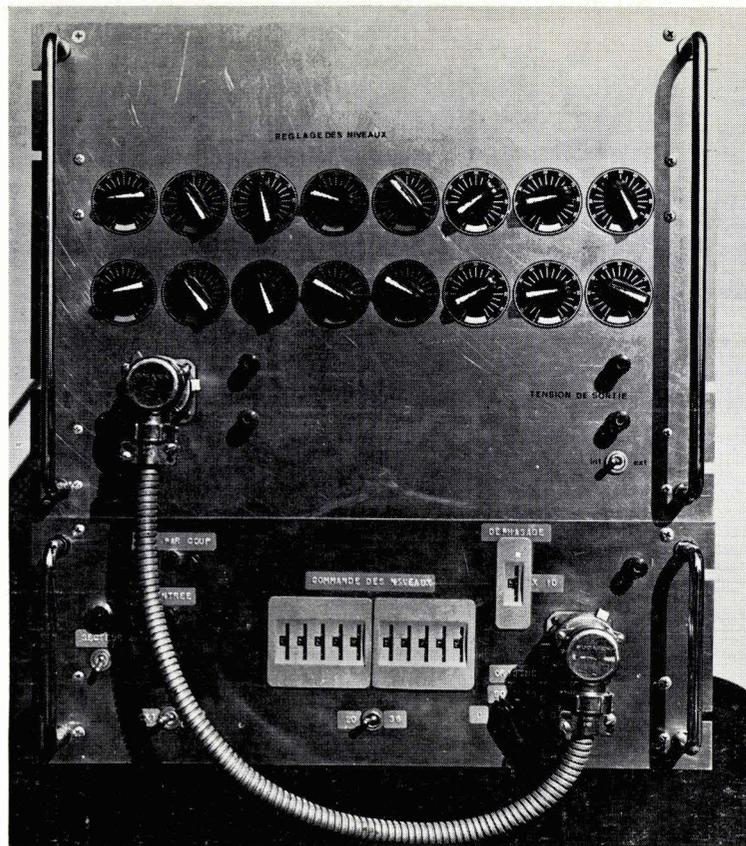
figure 3.22 Oscillogrammes de la tension de sortie.

3-6 CONCLUSION

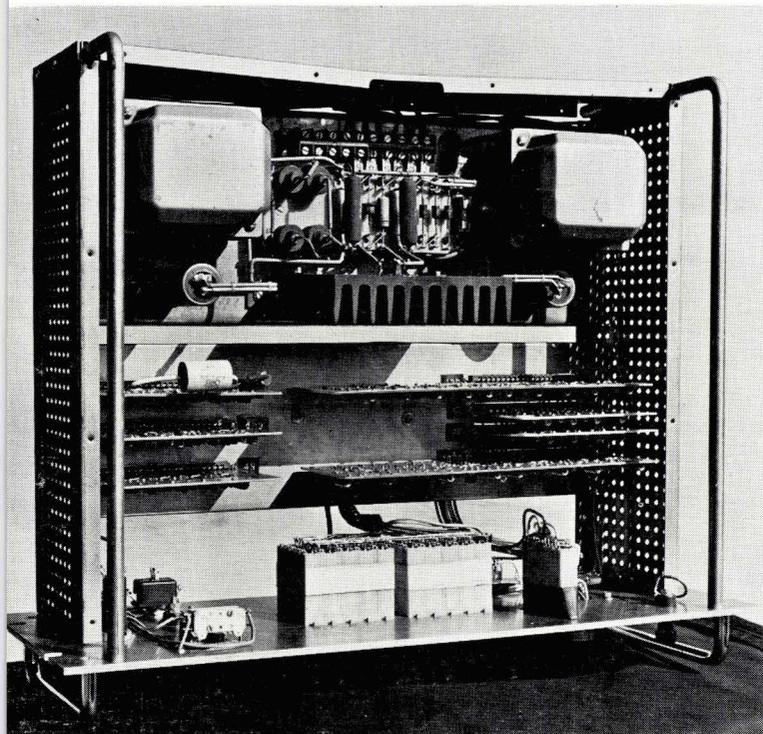
Le générateur qui vient d'être décrit permet d'obtenir, soit directement, soit par l'intermédiaire d'un amplificateur linéaire ou non, une forme d'onde en gradins qu'il est facile de modifier.

Nous sommes par conséquent conduits, pour rendre le générateur susceptible de permettre des tests harmoniques sur des systèmes linéaires, à rechercher le réglage qui donne approximativement une forme d'onde sinusoïdale.

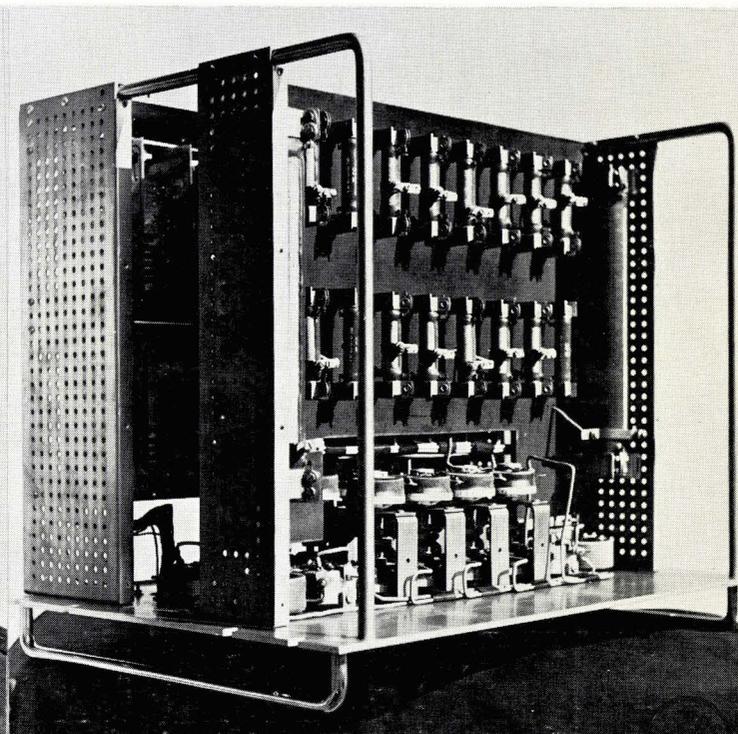
Pour parvenir à ce résultat, nous allons, dans le chapitre suivant, donner un critère d'approche plus général d'une forme d'onde périodique par une suite de gradins en utilisant les séries de Fourier.



Vue d'ensemble du générateur : le tiroir inférieur comporte les dispositifs de commande et de sélection de niveaux ; le tiroir supérieur abrite le traducteur numérique-analogique qui élabore la tension de sortie à partir des informations issues du tiroir inférieur.



Vue de dessus du dispositif de commande et de sélection de niveaux.



Vue de dessus du traducteur numérique-analogique.

LILLE

CHAPITRE 4

ANALYSE ET SYNTHÈSE HARMONIQUE DE SIGNAUX PÉRIODIQUES
DE FORME QUELCONQUE APPROCHES PAR PALIERS SUCCESSIFS

4-1 INTRODUCTION

Nous savons maintenant produire des signaux périodiques constitués de gradins successifs d'égale durée et dont les différentes ordonnées sont séparément réglables.

Nous nous proposons de répondre à deux questions que peuvent se poser leurs utilisateurs : d'abord, comment calculer commodément le développement de Fourier d'un signal donné ; ensuite, comment ajuster les ordonnées des paliers pour que le signal produit ait un développement de Fourier donné.

Pour répondre à la première question, nous utiliserons une méthode assez proche de l'analyse classique qui consiste à approcher une courbe continue expérimentale par une suite de gradins [6] [23] .

La réponse à la seconde question sera donnée sous une forme simple et rigoureuse grâce à l'emploi du calcul matriciel [28] .

4-2 ANALYSE HARMONIQUE

4-2-1 Calcul des termes du développement de Fourier

Considérons une fonction périodique du temps $y(\omega t)$ à variation en escalier, comportant par période $2q$ paliers d'égale durée et d'ordonnées successives $y_1, y_2, \dots, y_k, \dots, y_{2q}$. (figure 4.1).

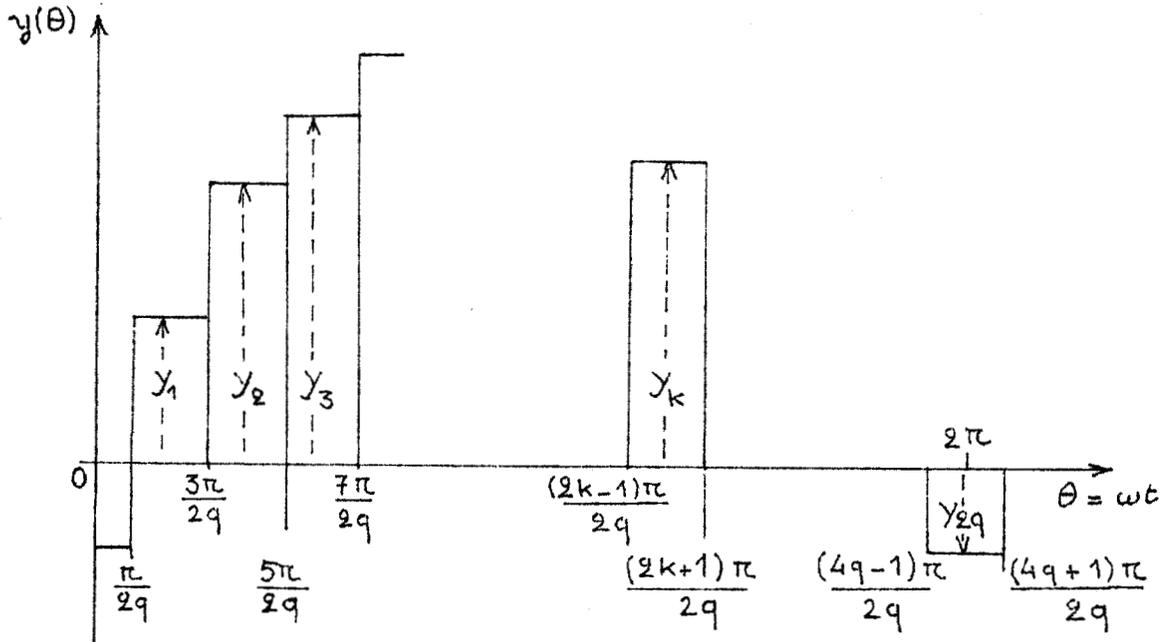


figure 4.1 Evolution au cours d'une période $T = \frac{2\pi}{\omega}$, de $y(\omega t)$.

Le développement de Fourier s'écrit, en posant $\theta = \omega t$:

$$y(\theta) = A_0 + \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin m\theta + B_m \cos m\theta ;$$

$$\text{avec } A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} y(\theta) d\theta = \frac{1}{2q} \sum_{k=1}^{2q} y_k ;$$

$$A_m = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(\theta) \sin m\theta d\theta = \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{2q} y_k \int_{(2k-1)\frac{\pi}{2q}}^{(2k+1)\frac{\pi}{2q}} \sin m\theta d\theta = \frac{2}{m\pi} \sin \frac{m\pi}{2q} \sum_{k=1}^{2q} y_k \sin mk \frac{\pi}{q}$$

$$B_m = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(\theta) \cos m\theta d\theta = \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{2q} y_k \int_{(2k-1)\frac{\pi}{2q}}^{(2k+1)\frac{\pi}{2q}} \cos m\theta d\theta = \frac{2}{m\pi} \sin \frac{m\pi}{2q} \sum_{k=1}^{2q} y_k \cos mk \frac{\pi}{q}$$

Remarquons que les formules approchées généralement utilisées donnent respectivement :

$$A_m = \frac{1}{q} \sum_{k=1}^{2q} y_k \sin m k \frac{\pi}{q}$$

$$B_m = \frac{1}{q} \sum_{k=1}^{2q} y_k \cos m k \frac{\pi}{q} .$$

On les obtient en assimilant, dans les formules rigoureuses, le sinus du petit angle $\frac{m\pi}{2q}$ à sa valeur exprimée en radians.

Cette approximation est justifiée par le fait que la fonction en gradins considérée réalise l'approche de la forme d'onde continue que l'on se propose d'analyser.

4-2-2 Formes matricielles des résultats

Considérons les matrices [a] et [b] comportant chacune 2q colonnes (indice k) et q lignes (indice m) de terme général

$$a_m^k = \sin m k \frac{\pi}{q} \text{ pour [a] et } b_m^k = \cos m k \frac{\pi}{q} \text{ pour [b] .}$$

Définissons [y] comme une matrice colonne dont les 2q éléments sont les ordonnées successives des paliers de y (θ) :

$$[y] = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_k \\ \vdots \\ y_{2q} \end{pmatrix}$$

Lorsque nous effectuons le produit matriciel $[a] \cdot [y]$, nous obtenons une matrice colonne $[\alpha]$ dont nous noterons les q éléments $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m, \dots, \alpha_q$ soit :

$$[\alpha] = \left\{ \begin{array}{c} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_m \\ \vdots \\ \alpha_q \end{array} \right\}$$

$$\text{Dans ces conditions } \alpha_m = \sum_{k=1}^{2q} y_k \sin m k \frac{\pi}{q},$$

$$\text{et il vient } \alpha_m = \frac{m \pi}{2 \sin \frac{m \pi}{2q}} A_m.$$

De la même façon, le produit $[b] \cdot [y]$ conduit à une matrice colonne $[\beta]$ dont le terme de rang m s'écrit :

$$\beta_m = \frac{m \pi}{2 \sin \frac{m \pi}{2q}} B_m.$$

Il est clair que les relations $[\alpha] = [a] [y]$ et $[\beta] = [b] [y]$ donnent les q premiers termes du développement de Fourier $y(\theta)$.

Nous allons montrer qu'elles suffisent à déterminer tout le développement.

4-2-3 Harmoniques de rang supérieur à q

Considérons la suite des α_m , puis celle des β_m depuis $m = 1$ jusqu'à l'infini : ces deux suites sont parfaitement déterminées par leurs q premiers

termes. En effet, les relations

$$\alpha_m = \sum_{k=1}^{2q} y_k \sin m k \frac{\pi}{q} \quad \text{et} \quad \beta_m = \sum_{k=1}^{2q} y_k \cos m k \frac{\pi}{q}$$

montrent les égalités suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_m = \alpha_{2q+m} \quad \text{car} \quad \sin m k \frac{\pi}{q} = \sin \left(m k \frac{\pi}{q} + 2k\pi \right) \\ \alpha_m = -\alpha_{2q-m} \quad \text{car} \quad \sin m k \frac{\pi}{q} = -\sin \left(-m k \frac{\pi}{q} + 2k\pi \right) \\ \beta_m = \beta_{2q+m} \quad \text{car} \quad \cos m k \frac{\pi}{q} = \cos \left(m k \frac{\pi}{q} + 2k\pi \right) \\ \beta_m = \beta_{2q-m} \quad \text{car} \quad \cos m k \frac{\pi}{q} = \cos \left(-m k \frac{\pi}{q} + 2k\pi \right) \end{array} \right.$$

Il y a symétrie des termes au signe près par rapport à $m = q$ et périodicité de $2q$.

De la même façon, on trouve que les suites des A_m et des B_m depuis $m = 1$ jusqu'à l'infini sont aussi complètement déterminées par leurs q premiers termes.

On a en effet les relations de récurrence suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} m A_m = -(2q - m) A_{2q - m} = -(2q + m) A_{2q + m} \\ m B_m = (2q - m) B_{2q - m} = -(2q + m) B_{2q + m} \end{array} \right.$$

Nous pouvons conclure en affirmant que les deux relations matricielles $[\alpha] = [a] [y]$ et $[\beta] = [b] [y]$ permettent la détermination complète de tous les termes du développement de Fourier $y(\theta)$.

4-2-4 Propriété d'orthogonalité des matrices [a] et [b]

Les éléments des matrices [a] et [b] satisfont deux propriétés remarquables : d'une part, la somme des carrés des termes d'une ligne est constante et vaut q, d'autre part, la somme des produits terme à terme de deux lignes différentes est nulle.

Celles-ci se traduisent par les relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^{2q} \sin^2 m k \frac{\pi}{q} = \sum_{k=1}^{2q} \cos^2 m k \frac{\pi}{q} = q. \\ \sum_{k=1}^{2q} \sin m k \frac{\pi}{q} \sin m'k \frac{\pi}{q} = \sum_{k=1}^{2q} \cos m k \frac{\pi}{q} \cos m'k \frac{\pi}{q} = 0. \end{array} \right.$$

Sous forme matricielle, ces résultats deviennent :

$$[a]' [a] = [b]' [b] = q [1]$$

où [1] est la matrice unité d'ordre 2q et où [a]' et [b]' désignent les matrices transposées de [a] et [b].

Dans ces conditions, il est clair que les matrices $\frac{[a]}{\sqrt{q}}$ et $\frac{[b]}{\sqrt{q}}$ sont orthogonales.

4-3 SYNTHESE HARMONIQUE

On peut trouver deux matrices colonne [y'] et [y''] qui satisfassent les relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} [a] [y'] = [\alpha] \\ [b] [y''] = [\beta] \end{array} \right.$$

Il suffit en effet de poser $[y] = [y'] + [y'']$ en choisissant $[y']$ et $[y'']$ de telle sorte que $[a][y''] = [b][y'] = 0$. Cela signifie que l'on a décomposé $y(\theta)$ en deux fonctions $y'(\theta)$ et $y''(\theta)$, qui, développées en série de Fourier ne comportent respectivement que des termes en sinus et des termes en cosinus :

$$\left\{ \begin{array}{l} y'(\theta) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin m\theta \\ y''(\theta) = \sum_{m=1}^{\infty} B_m \cos m\theta \end{array} \right.$$

Dans ces conditions nous pouvons écrire en tenant compte des résultats du paragraphe 4-2-3 :

$$\left\{ \begin{array}{l} [y'] = \frac{1}{q} [a]'[\alpha], \\ [y''] = \frac{1}{q} [b]'[\beta]. \end{array} \right.$$

Les $2q$ termes de $[y']$ vérifient $y'_k = -y'_{2q-k}$ tandis que pour $[y'']$ on a $y''_k = y''_{2q-k}$.

Nous retrouverons pour $y'(\theta)$ et $y''(\theta)$ les propriétés de symétrie caractéristiques des fonctions ne comportant dans leur développement de Fourier, soit que des termes en sinus, soit que des termes en cosinus.

La relation $[y] = \frac{1}{q} ([a]'[\alpha] + [b]'[\beta])$ donne les $2q$ ordonnées successives d'une fonction en gradins à partir de q premiers termes d'un développement de Fourier.

Remarquons que pour introduire une valeur moyenne, il suffit de déplacer de la quantité convenable l'axe des abscisses vers le haut ou vers le bas.

Nous disposons donc d'une méthode permettant l'approche d'une fonction périodique quelconque donnée par son développement de Fourier, par une suite de $2q$ gradins ; le développement de la fonction ainsi obtenue est iden-

tique à celui de la fonction de départ jusqu'au terme de rang q .

4-4 ANALYSE ET SYNTHÈSE DE SIGNAUX SYMÉTRIQUES

4-4-1 Analyse harmonique

Considérons une fonction $y(\theta)$ (figure 4.2) définie par une matrice colonne $[y]$ dont les éléments vérifient les relations de symétrie suivantes :

$$y_k = -y_{2q-k} = y_{q-k}$$

avec $y_q = y_{2q} = 0$.

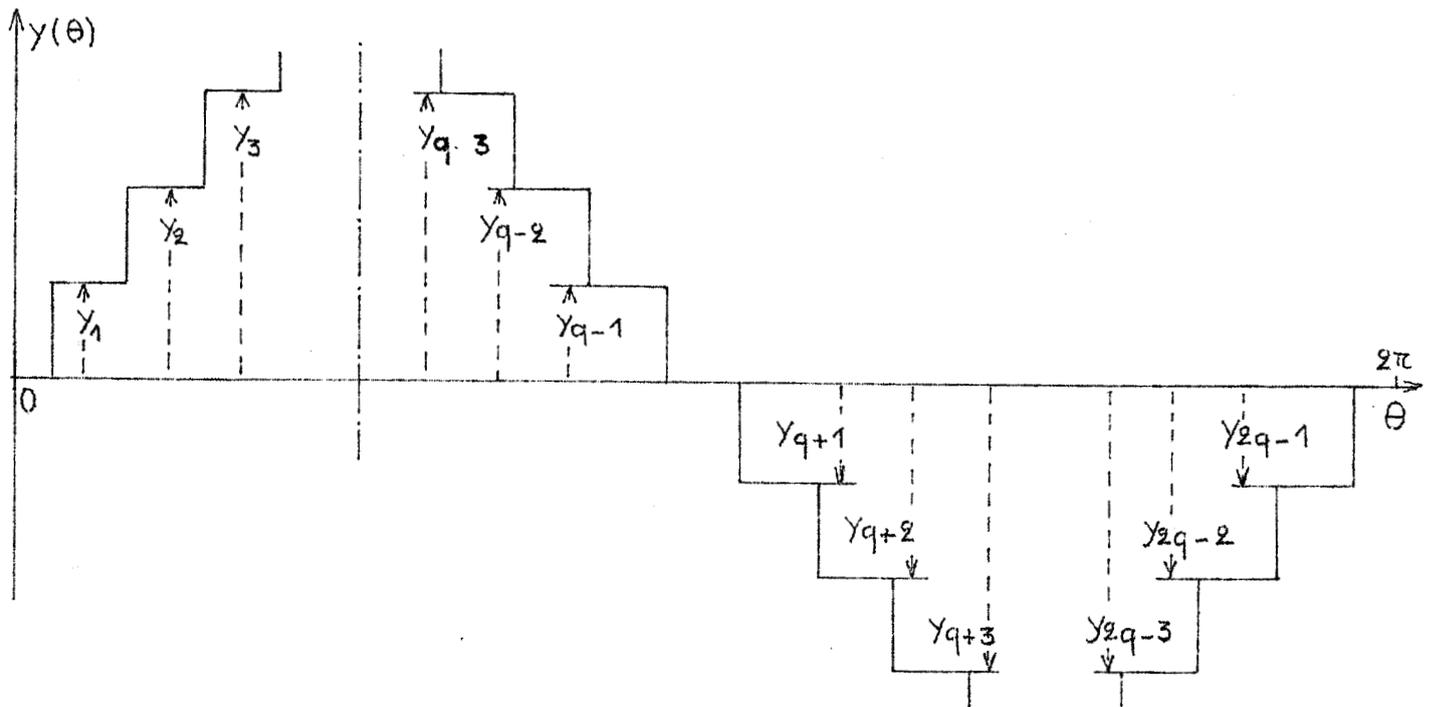


figure 4.2 Allure d'une fonction $y(\theta)$ symétrique.

La matrice $[\beta]$ est nulle et les éléments α_m de rang pair de la matrice $[\alpha]$ sont nuls.

En effet, pour $m = 2e$ on a :

$$\sin 2l k \frac{\pi}{q} = - \sin 2l (q - k) \frac{\pi}{q}$$

donc $\alpha_{2l} = 0,$

tandis que, pour $m = 2l - 1 :$

$$\sin (2l - 1) k \frac{\pi}{q} = \sin (2l - 1)(q - k) \frac{\pi}{q}$$

ce qui entraîne $\alpha_{2l - 1} \neq 0.$

Dans ces conditions, la notation $[\alpha] = [a] [y]$ peut être allégée. Celle-ci exprime la relation suivante :

$$\alpha_m = \sum_{k=1}^{2q} y_k \sin m k \frac{\pi}{q} \text{ écrite pour } m = 1, 2, 3, \dots, q.$$

Deux cas sont alors à envisager selon la parité de $q.$

- Pour q impair, elle devient :

$$\alpha_{2l-1} = 4 \sum_{k=1}^{\frac{q-1}{2}} y_k \sin (2l-1) k \frac{\pi}{q}$$

avec, successivement, $l = 1, 2, 3, \dots, \frac{q-1}{2}.$

- Lorsque q est pair, elle devient :

$$\alpha_{2l-1} = 4 \sum_{k=1}^{\frac{q-1}{2}} y_k \sin (2l-1) k \frac{\pi}{q} + 2 y_{\frac{q}{2}} \sin (2l-1) \frac{\pi}{2}$$

avec, successivement, $l = 1, 2, 3, \dots, \frac{q}{2}$

Donnons, à titre d'exemple, le résultat obtenu avec $q = 18$.

$$\left. \begin{matrix} \alpha_1 \\ \alpha_3 \\ \alpha_5 \\ \alpha_7 \\ \alpha_9 \\ \alpha_{11} \\ \alpha_{13} \\ \alpha_{15} \\ \alpha_{17} \end{matrix} \right\} = 4 \quad \begin{bmatrix} \sin \frac{\pi}{18} & \sin \frac{\pi}{9} & \sin \frac{\pi}{6} & \sin \frac{2\pi}{9} & \cos \frac{2\pi}{9} & \cos \frac{\pi}{6} & \cos \frac{\pi}{9} & \cos \frac{\pi}{18} & \frac{1}{2} \\ \sin \frac{\pi}{6} & \cos \frac{\pi}{6} & 1 & \cos \frac{\pi}{6} & \sin \frac{\pi}{6} & 0 & -\sin \frac{\pi}{6} & -\cos \frac{\pi}{6} & -\frac{1}{2} \\ \cos \frac{2\pi}{9} & \cos \frac{\pi}{18} & \sin \frac{\pi}{6} & -\sin \frac{\pi}{9} & -\cos \frac{\pi}{9} & -\cos \frac{\pi}{6} & -\sin \frac{\pi}{18} & \sin \frac{2\pi}{9} & \frac{1}{2} \\ \cos \frac{\pi}{9} & \sin \frac{2\pi}{9} & -\sin \frac{\pi}{6} & -\cos \frac{\pi}{18} & -\sin \frac{\pi}{18} & \cos \frac{\pi}{6} & \cos \frac{2\pi}{9} & -\sin \frac{\pi}{9} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & \frac{1}{2} \\ \cos \frac{\pi}{9} & -\sin \frac{2\pi}{9} & -\sin \frac{\pi}{6} & \cos \frac{\pi}{18} & -\sin \frac{\pi}{18} & -\cos \frac{\pi}{6} & \cos \frac{2\pi}{9} & \sin \frac{\pi}{9} & -\frac{1}{2} \\ \cos \frac{2\pi}{9} & -\cos \frac{\pi}{18} & \sin \frac{\pi}{6} & \sin \frac{\pi}{9} & -\cos \frac{\pi}{9} & \cos \frac{\pi}{6} & -\sin \frac{\pi}{18} & -\sin \frac{2\pi}{9} & \frac{1}{2} \\ \sin \frac{\pi}{6} & -\cos \frac{\pi}{6} & 1 & -\cos \frac{\pi}{6} & \sin \frac{\pi}{6} & 0 & -\sin \frac{\pi}{6} & \cos \frac{\pi}{6} & -\frac{1}{2} \\ \sin \frac{\pi}{18} & -\sin \frac{\pi}{9} & \sin \frac{\pi}{6} & -\sin \frac{2\pi}{9} & \cos \frac{2\pi}{9} & -\cos \frac{\pi}{6} & \cos \frac{\pi}{9} & -\cos \frac{\pi}{18} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_7 \\ y_8 \\ y_9 \end{matrix}$$

4-4-2 Synthèse harmonique

Fixons nous les matrices $[\alpha]$ et $[\beta]$ pour calculer $[y]$.

Prenons $[\beta] = 0$ et donnons aux éléments pairs de $[\alpha]$ une valeur nulle.

Il vient alors $q [y] = [a]' [\alpha]$, relation qui s'exprime sous la forme suivante :

$$q y_k = \sum_{n=1}^q \alpha_n \sin n k \frac{\pi}{q} \quad \text{avec } k = 1, 2, \dots, 2q.$$

Deux cas sont encore à envisager suivant la parité de q :

- Si q est impair :

$$q y_k = \sum_{\ell=1}^{\frac{q-1}{2}} \alpha_{2\ell-1} \sin (2\ell-1) k \frac{\pi}{q} ,$$

pour $k = 1, 2, 3, \dots, \frac{q-1}{2}$ puisque $y_{q-k} = -y_{2q-k} = y_k$.

- Si q est pair :

$$q y_k = \sum_{\ell=1}^{\frac{q}{2}} \alpha_{2\ell-1} \sin(2\ell-1)k \frac{\pi}{q},$$

pour $k = 1, 2, 3, \dots, \frac{q}{2}$ puisque $y_{q-k} = -y_{2q-k} = y_k$.

Avec $q = 18$ nous obtenons :

$$\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_7 \\ y_8 \\ y_9 \end{array} \right\} 18 = \begin{bmatrix} \sin \frac{\pi}{18} & \sin \frac{\pi}{6} & \cos \frac{2\pi}{9} & \cos \frac{\pi}{9} & 1 & \cos \frac{\pi}{9} & \cos \frac{2\pi}{9} & \sin \frac{\pi}{6} & \sin \frac{\pi}{18} \\ \sin \frac{\pi}{9} & \cos \frac{\pi}{6} & \cos \frac{\pi}{18} & \sin \frac{2\pi}{9} & 0 & -\sin \frac{2\pi}{9} & -\cos \frac{\pi}{18} & -\cos \frac{\pi}{6} & -\sin \frac{\pi}{9} \\ \sin \frac{\pi}{6} & 1 & \sin \frac{\pi}{6} & -\sin \frac{\pi}{6} & -1 & -\sin \frac{\pi}{6} & \sin \frac{\pi}{6} & 1 & \sin \frac{\pi}{6} \\ \sin \frac{2\pi}{9} & \cos \frac{\pi}{6} & -\sin \frac{\pi}{9} & -\cos \frac{\pi}{18} & 0 & \cos \frac{\pi}{18} & \sin \frac{\pi}{9} & -\cos \frac{\pi}{6} & -\sin \frac{2\pi}{9} \\ \cos \frac{2\pi}{9} & \sin \frac{\pi}{6} & -\cos \frac{\pi}{9} & -\sin \frac{\pi}{18} & 1 & -\sin \frac{\pi}{18} & -\cos \frac{\pi}{9} & \sin \frac{\pi}{6} & \cos \frac{2\pi}{9} \\ \cos \frac{\pi}{6} & 0 & -\cos \frac{\pi}{6} & \cos \frac{\pi}{6} & 0 & -\cos \frac{\pi}{6} & \cos \frac{\pi}{6} & 0 & -\cos \frac{\pi}{6} \\ \cos \frac{\pi}{9} & -\sin \frac{\pi}{6} & -\sin \frac{\pi}{18} & \cos \frac{2\pi}{9} & -1 & \cos \frac{2\pi}{9} & -\sin \frac{\pi}{18} & -\sin \frac{\pi}{6} & \cos \frac{\pi}{9} \\ \cos \frac{\pi}{18} & -\cos \frac{\pi}{6} & \sin \frac{2\pi}{9} & -\sin \frac{\pi}{9} & 0 & \sin \frac{\pi}{9} & -\sin \frac{2\pi}{9} & \cos \frac{\pi}{6} & -\cos \frac{\pi}{18} \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \left. \begin{array}{l} \alpha_1 \\ \alpha_3 \\ \alpha_5 \\ \alpha_7 \\ \alpha_9 \\ \alpha_{11} \\ \alpha_{13} \\ \alpha_{15} \\ \alpha_{17} \end{array} \right\}
 \end{array}$$

4-5 EXEMPLES D'APPLICATION

4-5-1 Approche d'une fonction sinusoïdale

Il s'agit de déterminer la forme de la fonction à $2q$ gradins qui comporte le moins possible d'harmoniques : nous choisirons donc une matrice

dont les termes de rang 2 à q sont nuls et une matrice $[\beta]$ nulle.

La relation $[y] = \frac{1}{q} [a]' [\alpha]$ permet d'écrire :

$$y_k = \frac{\alpha_1}{q} \sin k \frac{\pi}{q} .$$

Dans ces conditions, une sinusoïde d'amplitude A_1 est approchée par la fonction à 2q gradins définie par :

$$y_k = \frac{\pi A_1}{2q \sin \frac{\pi}{2q}} \sin k \frac{\pi}{q} .$$

Le développement de Fourier de cette dernière est alors, avec l'origine des temps adoptée au paragraphe 4-2 :

$$A_1 \left\{ \sin \theta + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left[\frac{\sin (2nq - 1) \theta}{2nq - 1} + \frac{\sin (2nq + 1) \theta}{2nq + 1} \right] \right\}$$

Le taux de distorsion d du signal obtenu est alors :

$$d = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} A_n^2 + B_n^2}}{\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} A_n^2 + B_n^2}} \neq \frac{\pi}{q \sqrt{12}} \neq \frac{0,905}{q} .$$

Il varie comme l'inverse du nombre des paliers ; à titre d'exemple, pour $q = 18$, chiffre que nous avons adopté, il vaut environ 5 %.

4-5-2 Approche d'une fonction quelconque

Donnons nous un développement de Fourier, par exemple :

$$g(\theta) = \sin \theta + \frac{\sin 3\theta}{3} + \frac{\sin 5\theta}{5}$$

Plaçons-nous dans le cas particulier d'un signal à 36 gradins par période. Nous pouvons déterminer sa forme pour que son développement de Fourier, limité aux 18 premiers termes soit $g(\theta)$.

Les α_m de rang pair ainsi que ceux de rang 7 à 17 sont nuls.

Les valeurs de α_1 , α_3 et α_5 sont alors :

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{2 \sin \frac{\pi}{36}} ; \quad \alpha_3 = \frac{\pi}{2 \sin \frac{3\pi}{36}} ; \quad \alpha_5 = \frac{\pi}{2 \sin \frac{5\pi}{36}} ;$$

Les relations données au paragraphe 4-4-2 conduisent alors au signal de la figure 4.3.

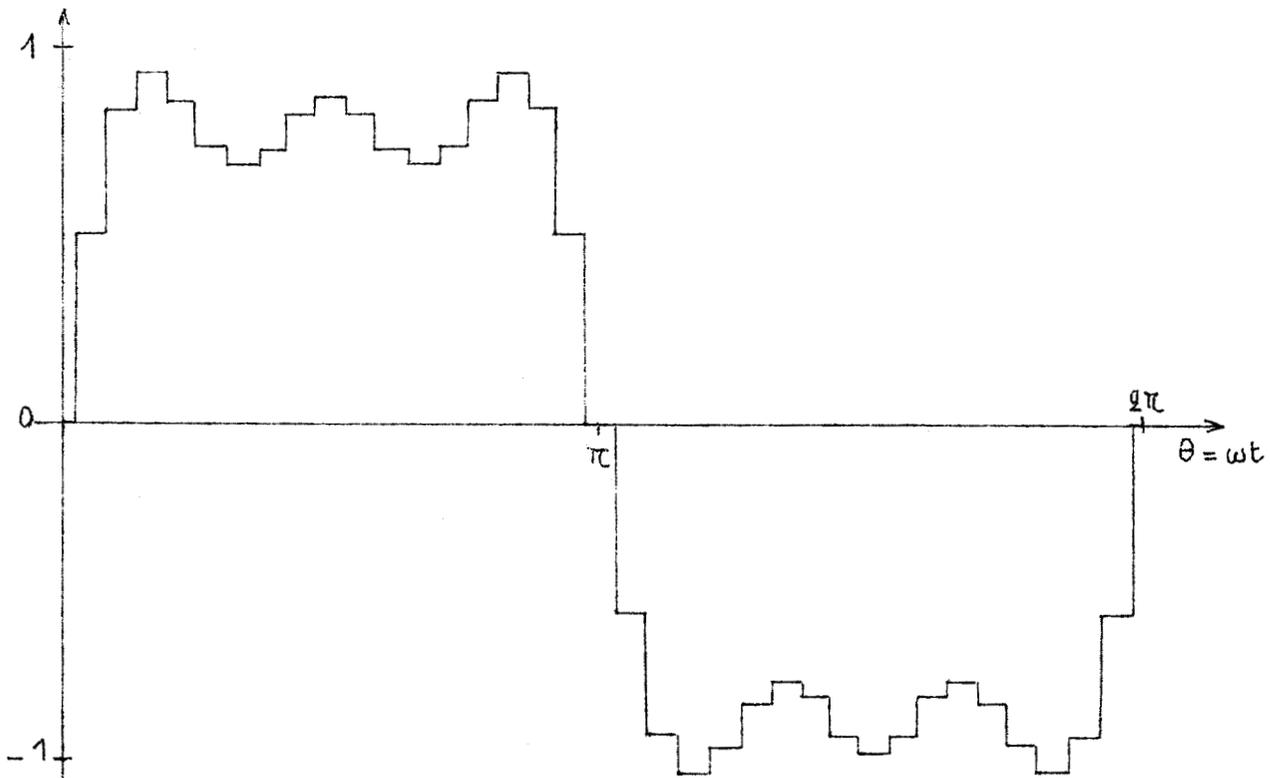


figure 4.3 Approche de $g(\theta) = \sin \theta + \frac{\sin 3\theta}{3} + \frac{\sin 5\theta}{5}$.

4-6 CONCLUSION

Les méthodes d'analyse et de synthèse harmoniques sont fréquemment employées dans les domaines du calcul numérique et du calcul analogique [20].

Comme le montre M. TRNKA [11], elles permettent une détermination plus rapide des lieux de transfert de systèmes linéaires en réduisant le nombre des essais nécessaires par l'emploi de signaux riches en harmoniques.

Un tel critère est ici particulièrement précieux puisqu'il nous est possible d'engendrer des signaux périodiques, soit directement sous la forme d'impulsions rectangulaires successives, soit en disposant bout à bout des segments de droite successifs, par l'association à notre générateur d'un organe intégrateur.

Nous nous proposons maintenant d'appliquer le signal quasi-sinusoidal défini dans ce chapitre à divers systèmes linéaires de façon à préciser l'erreur commise en l'assimilant à son premier harmonique.

CHAPITRE 5

ETUDE THEORIQUE DES REPONSES DE SYSTEMES LINEAIRES
AUX SIGNAUX QUASI-SINUSOIDAUX A VARIATION PAR
ECHELONS EN VUE DE LA TRANSFEROMETRIE

5-1 INTRODUCTION

Nous savons maintenant produire des signaux quasi-sinusoidaux à variation par échelons ; nous nous proposons de déterminer quels résultats on peut en attendre lorsqu'ils sont appliqués à des systèmes linéaires.

Le but de l'étude qui va suivre est de préciser les conditions dans lesquelles on pourra déduire des réponses d'un de ces systèmes son lieu de transfert et du même coup l'expression de sa transmittance [26] .

Pour connaître la valeur et la précision du procédé nous comparerons à toutes les fréquences la réponse à un signal sinusoïdal pur et la réponse à un signal quasi-sinusoidal : nous profiterons de procédés mathématiques connus [13] [17] en assimilant ce dernier à un signal sinusoïdal pur échantillonné et bloqué.

5-2 EXPRESSION DU SIGNAL QUASI-SINUSOÏDAL

En modulant un train d'impulsions de Dirac de période T par un signal sinusoïdal $e(t) = \sin \omega_0 t$, on obtient une suite d'impulsions modulées qui s'exprime sous la forme échantillonnée :

$$e^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sin n\omega_0 T \cdot \delta(t - nT) .$$

Remarquons que $e^*(t)$ constitue la partie imaginaire du signal complexe :

$$\tilde{e}^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{jn\omega_0 T} \delta(t - nT) .$$

Pour simplifier les calculs nous raisonnerons de préférence sur ce dernier.

Appliquons le signal échantillonné $e^*(t)$ à un bloqueur d'ordre zéro. Dans l'hypothèse où les périodes de $e^*(t)$ et du train d'impulsions sont dans le rapport $2q$, le modèle mathématique du générateur réglé pour fournir une quasi-sinusoïde se présente alors sous la forme d'un générateur classique donnant une sinusoïde parfaite de pulsation ω_0 suivi d'un échantillonneur de période $T = \frac{\pi}{q\omega_0}$ puis d'un bloqueur d'ordre zéro (figure 5.1).

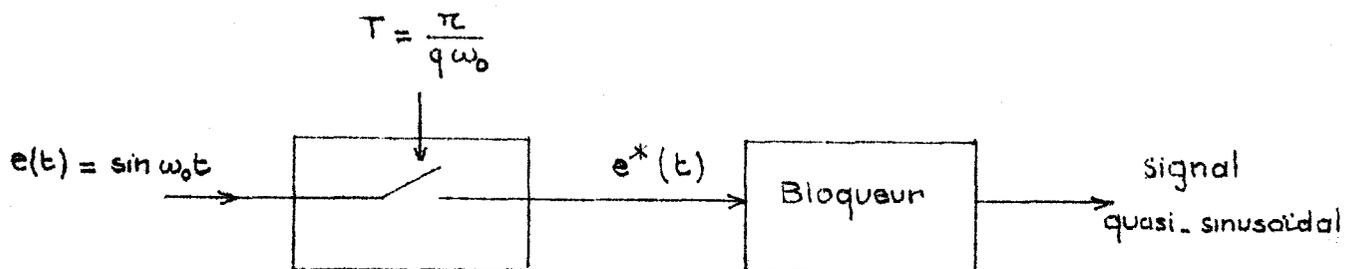


figure 5.1 Modèle mathématique du générateur

Les oscillogrammes de la figure 5.2 montrent l'allure du signal quasi-sinusoïdal fourni par notre générateur et permettent la comparaison avec la sinusoïde pure.

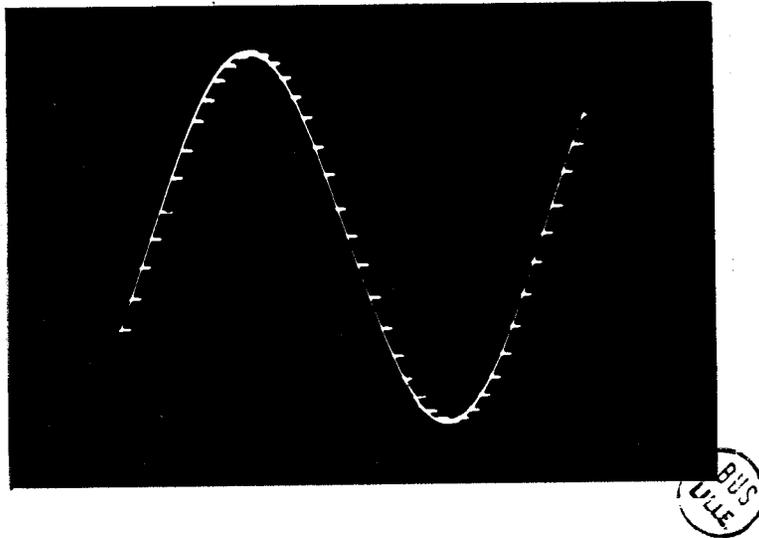


figure 5.2 Evolution de la tension de sortie du générateur réglé pour donner un signal quasi-sinusoïdal.

5-3 UTILISATION DE LA TRANSFORMÉE EN z

La transformée en z d'une fonction du temps échantillonnée à la cadence T est par définition la transformée de Laplace de la fonction ainsi obtenue dans laquelle on effectue le changement de variable $z = e^{T_p}$.

La fonction de transfert en z $H(z)$, associée à un système de transmittance isomorphe $H(p)$ se calcule à partir de la réponse impulsionnelle échantillonnée de ce système.

Considérons un système linéaire pulsé (non bloqué) défini par $H(z)$ et soumis à une entrée sinusoïdale complexe

$$\tilde{e}(t) = e^{j\omega_0 t}$$

La transformée en z de ce signal est :

$$E(z) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{jn\omega_0 T} z^{-n} = \frac{z}{z - e^{j\omega_0 T}}$$

La transformée en z du signal de sortie $\tilde{s}(t)$ est alors :

$$S(z) = E(z) \cdot H(z) = \frac{z H(z)}{z - e^{j\omega_0 T}}$$

soit, en décomposant en éléments simples :

$$S(z) = z \left[\frac{A}{z - e^{j\omega_0 T}} + \frac{a_1}{z - \alpha_1} + \frac{a_2}{z - \alpha_2} + \dots \right],$$

où $\alpha_1, \alpha_2, \dots$, désignent les pôles de $H(z)$.

Si nous ne nous intéressons aux valeurs du signal de sortie aux instants d'échantillonnage que pour le régime permanent, $S(z)$ se réduit à

$$\frac{z A}{z - e^{j\omega_0 T}}$$

avec $A = \left[H(z) \right]_{z = e^{j\omega_0 T}} = H(e^{j\omega_0 T})$.

Le signal de sortie coïncide alors aux instants d'échantillonnage avec $\tilde{s}_z(t)$ qui s'écrit :

$$\tilde{s}_z(t) = H(e^{j\omega_0 T}) e^{j\omega_0 T}.$$

Il en résulte que, pour une entrée sinusoïdale, le système considéré donne un signal de sortie qui passe, aux instants d'échantillonnage, par une sinusoïde de même fréquence dont l'amplitude et la phase sont données par le module et l'argument de la quantité complexe $H(e^{j\omega_0 T})$.

Nous nous proposons de comparer cette quantité, que nous appellerons transmittance pseudo-isochrone, à la transmittance isochrone $H(j\omega_0)$ du système dans le cas particulier où $\omega_0 T = \frac{\pi}{q}$.

5-4 EXPRESSION DE H (z)

Appliquons à l'entrée d'un système linéaire de transmittance isochrone $G(j\omega_0)$ le signal issu de notre générateur (figure 5.3).

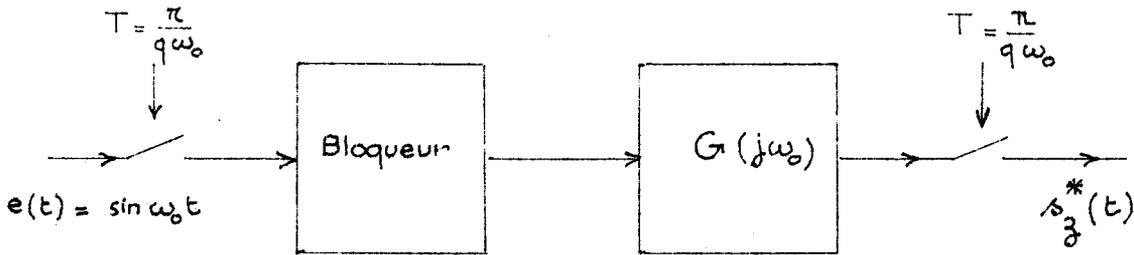


figure 5.3 Schéma équivalent au générateur associé à un système linéaire.

Ecrivons la transmittance isomorphe du système associé au bloqueur :

$$H(p) = \frac{1 - e^{-Tp}}{p} G(p)$$

La fonction de transfert de z associée à H (p) s'écrit :

$$H(z) = \left(1 - \frac{1}{z}\right) W(z) = \frac{z-1}{z} W(z) ;$$

W (z) désigne la fonction de transfert en z associée à $\frac{G(p)}{p}$

c'est-à-dire la transformée en z de la réponse indicielle du système linéaire étudié.

5-5 REPONSES D'INTEGRATEURS

Nous allons exprimer $H(z)$ pour en tirer $H(e^{j\omega_0 T})$ lorsque $G(p)$ est de la forme $\frac{1}{p^l}$

L'intérêt de ce calcul est de permettre la comparaison des lieux de Bode asymptotiques obtenus en assimilant, dans une bande de fréquences déterminée, un système linéaire à un intégrateur parfait d'ordre convenable.

Il faut par conséquent déterminer $W_l(z)$, transformée en z du signal $\frac{t^l}{l!}$ échantillonné (parce que $W_l(z)$ est associée à $\frac{G(p)}{p} = \frac{1}{p^{l+1}}$);

$H(z)$ s'en déduira par la relation :

$$H(z) = \frac{z-1}{z} W_l(z).$$

Il existe une relation de récurrence entre deux transformées $W_l(z)$ d'indices voisins :

$$\begin{aligned} W_{l+1}(z) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(nT)^{l+1}}{(l+1)!} z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{nT}{l+1} \frac{(nT)^l}{l!} z^{-n} \\ &= \frac{-zT}{l+1} \sum_{n=0}^{\infty} -n z^{-n-1} \frac{(nT)^l}{l!} = \frac{-zT}{l+1} \frac{d}{dz} \left[W_l(z) \right] \end{aligned}$$

Nous connaissons $W_0(z)$ qui vaut $\frac{z}{z-1}$; nous pouvons calculer $W_l(z)$ de proche en proche :

$$W_l(z) = \frac{(-zT)^l}{l!} \frac{d^l}{dz^l} \left[\frac{z}{z-1} \right] + \dots$$

Ce résultat peut s'exprimer sous une autre forme plus commode :

$$W_l(z) = \frac{T^l}{l!} \frac{z}{(z-1)^{l+1}} \sum_{k=1}^l a_k^l z^{l-k}$$

Les coefficients a_k^l sont définis par la relation suivante qui conduit au tableau triangulaire de la figure 5.4. :

$$a_k^{l+1} = k a_k^l + (l - k + 2) a_{k-1}^l$$

avec $a_1^l = a_k^l = 1$ pour $k = l$.

$l \backslash k$	1	2	3	4	5	6	7
1	1							
2	1	1						
3	1	4	1					
4	1	11	11	1				
5	1	26	66	26	1			
6	1	57	302	302	57	1		
7	1	120	1191	2416	1191	120	1	
⋮								

figure 5.4 Tableau des coefficients a_k^l

Nous pouvons ainsi exprimer $H(z) = \frac{z-1}{z} W_{\ell}(z)$ pour un intégrateur d'ordre ℓ :

$$H(z) = \frac{T^{\ell}}{\ell!} \frac{\sum_{k=1}^{\ell} a_k^{\ell} z^{\ell-k}}{(z-1)^{\ell}}$$

5-5-1 Intégration du premier ordre

Un intégrateur du premier ordre ($\ell = 1$) a comme transmittance isochrone $G(j\omega_0) = \frac{1}{j\tau\omega_0}$

La transmittance pseudo-isochrone s'écrit :

$$H(e^{j\omega_0 T}) = \frac{T}{\tau} \frac{1}{e^{j\omega_0 T} - 1}$$

avec $\omega_0 T = \frac{\pi}{q} =$ Constante pour q donné.

Effectuons le changement de variable $w = \frac{z-1}{z+1}$ qui conduit lorsque $z = e^{j\frac{\pi}{q}}$ à $w = j \operatorname{tg} \frac{\pi}{2q}$.

On obtient alors l'expression de $H(j \operatorname{tg} \frac{\pi}{2q})$:

$$H(j \operatorname{tg} \frac{\pi}{2q}) = \frac{-\pi}{2q\omega_0\tau \operatorname{tg} \frac{\pi}{2q}} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{2q} + j \right) ;$$

Son module vaut $\frac{1}{\tau\omega_0} \frac{\pi}{2q \sin \frac{\pi}{2q}}$

et son argument $-\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2q}\right)$.

La comparaison avec la transmittance $\frac{1}{j\tau\omega}$ de module $\frac{1}{\tau\omega_0}$ et d'argument $-\frac{\pi}{2}$ est immédiate :

$$\text{Le rapport des modules } \frac{\left| H \left(j \tau \omega_0 \frac{\pi}{2q} \right) \right|}{\left| G \left(j \omega_0 \right) \right|} = \frac{\pi}{2q \sin \frac{\pi}{2q}}$$

est constant quand q est donné ;

Il indique que les deux courbes de gain tracées en coordonnées logarithmiques sont parallèles.

Il en est de même pour les courbes de phase (figure 5.5).

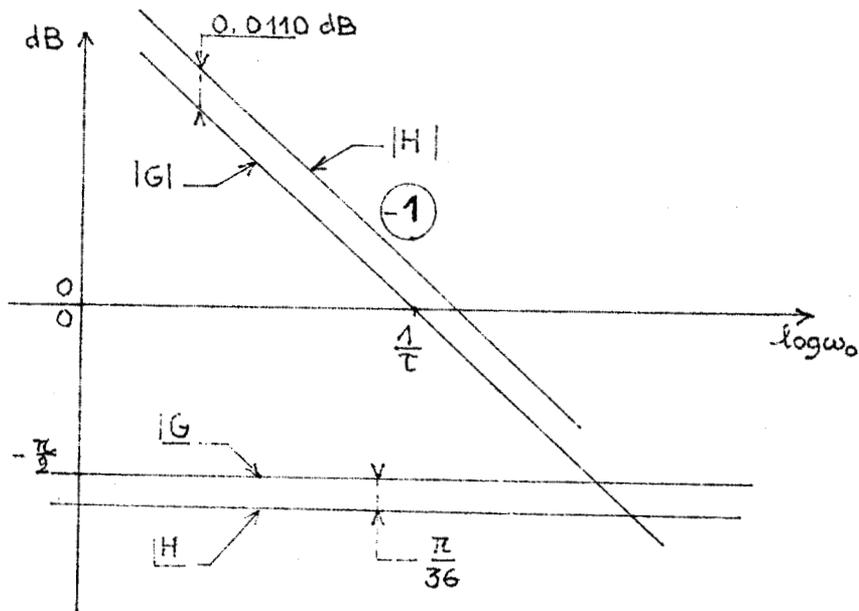


figure 5.5 Courbes de gain et de phase des transmittances isochrone et pseudo-isochrone d'un intégrateur du premier ordre ($q = 18$).

5-5-2 Intégrateur du deuxième ordre

La transmittance isochrone a comme expression :

$$G(j\omega_0) = \frac{1}{(j\tau\omega_0)^2}$$

La transmittance pseudo-isochrone s'écrit :

$$H(jt\epsilon \frac{\pi}{2q}) = - \left(\frac{\pi}{2q \omega_0 \tau t\epsilon \frac{\pi}{2q}} \right)^2 \left(1 - jt\epsilon \frac{\pi}{2q} \right)$$

Effectuons le rapport des modules et la différence des arguments :

$$\frac{|H|}{|G|} = \left(\frac{\pi}{2q \sin \frac{\pi}{2q}} \right)^2 \cos \frac{\pi}{2q}$$

$$\angle H - \angle G = - \frac{\pi}{2q}$$

Les courbes de gain et de phase de H et de G en coordonnées logarithmiques sont encore parallèles comme le montre la figure 5.6 tracée pour $q = 18$.

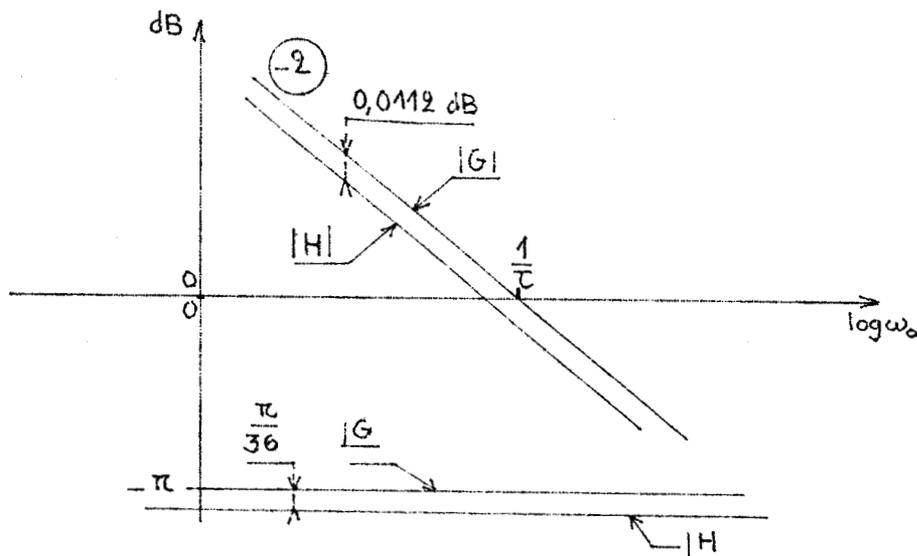


figure 5.6 Courbes de gain et de phase des transmittances isochrone et pseudo-isochrone d'un intégrateur du deuxième ordre ($q = 18$).

5-5-3 Intégrateur d'ordre l

On peut trouver assez simplement la réponse d'un intégrateur d'ordre l , de transmittance isochrone $(\frac{1}{j\tau\omega_0})^l$, à un signal quasi-sinusoidal dans l'hypothèse où l est suffisamment grand : il ne subsiste alors pratiquement que le fondamental dans le signal de sortie celui-ci étant produit par le fondamental du signal d'entrée qui s'écrit :

$$\frac{2q}{\pi} \sin \frac{\pi}{2q} \sin \left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2q} \right) .$$

L'expression du signal de sortie est alors :

$$\frac{2q}{\pi} \sin \frac{\pi}{2q} \left(\frac{1}{\omega_0 \tau} \right)^l \sin \left(\omega_0 t - l \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2q} \right) ;$$

Celle-ci est à comparer à celle du signal de sortie en régime sinusoidal pur :

$$\left(\frac{1}{\omega_0 \tau} \right)^l \sin \left(\omega_0 t - l \frac{\pi}{2} \right) .$$

On a alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{|H|}{|G|} = \frac{2q}{\pi} \sin \frac{\pi}{2q} \\ |H| - |G| = - \frac{\pi}{2q} \end{array} \right.$$

La figure 5.7 donne la configuration des courbes de gain et de phase.

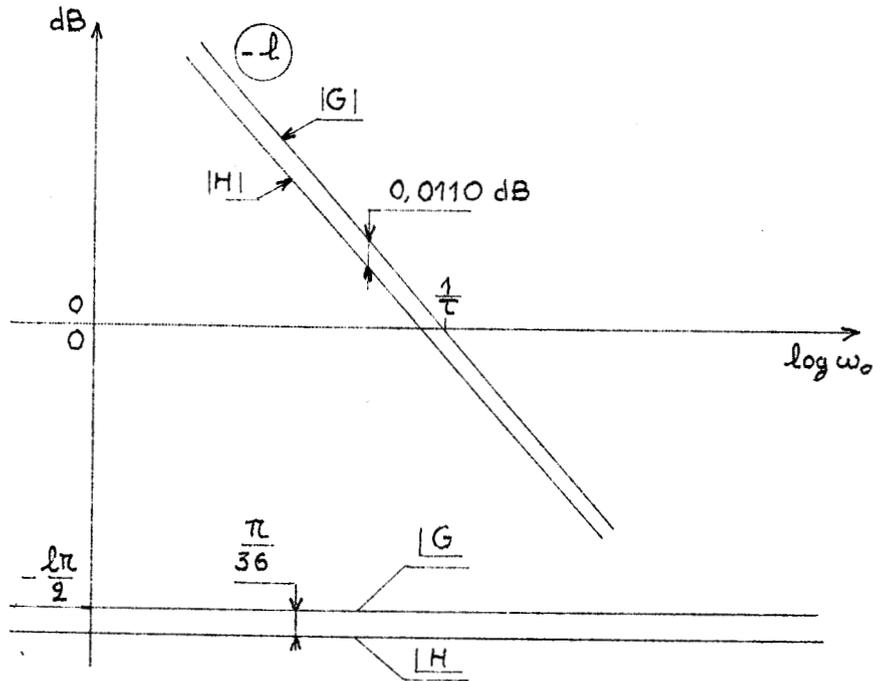


figure 5.7 Courbes de gain et de phase des transmittances isochrone et pseudo-isochrone d'un intégrateur d'ordre l ($q = 18$).

Vérifions pour les intégrateurs d'ordre 3 et 4 ($l = 3$ et 4) que l'on a sensiblement le même décalage des courbes de gain de H et G que pour l très grand. ($-0,0110$ dB pour $q = 18$)

Les courbes de phases sont, quel que soit $l \gg 1$ décalées de la même quantité $\frac{\pi}{2q}$.

$$\text{Pour } l = 3, \quad \frac{|H|}{|G|} = \left(\frac{\pi}{2q \sin \frac{\pi}{2q}} \right)^3 \frac{2 + \cos \frac{\pi}{q}}{3}$$

expression qui conduit à un écart de $-0,0112$ dB pour $q = 18$.

$$\text{Pour } l = 4, \quad \frac{|H|}{|G|} = \left(\frac{\pi}{2q \sin \frac{\pi}{2q}} \right)^4 \cos \frac{\pi}{2q} \frac{5 + \cos \frac{\pi}{q}}{6}$$

et l'on trouve encore un écart de $-0,0112$ dB pour $q = 18$.

En conclusion, nous pouvons affirmer que les courbes de gain asymptotiques du régime sinusoïdal pur sont obtenues à 0,01 décibel près avec un signal quasi-sinusoïdal à 36 paliers ; quant aux courbes de phase asymptotiques, elles sont obtenues exactement après une translation de $\frac{\pi}{2q}$.

5-6 SYSTEME DU PREMIER ORDRE

Exprimons $H(z)$ lorsque $G(p)$ est de la forme $\frac{1}{1 + \tau p}$.

Pour cela, cherchons $W(z)$ transformée en z de la fonction du temps dont la transformée de Laplace s'écrit $\frac{1}{p(1 + \tau p)}$.

Il s'agit de la fonction $1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$ dont la transformée en z s'écrit :

$$\frac{z}{z - 1} = \frac{z}{z - e^{-\frac{T}{\tau}}}$$

Dans ces conditions nous avons :

$$H(z) = 1 - \frac{z - 1}{z - e^{-\frac{T}{\tau}}} = \frac{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}}{z - e^{-\frac{T}{\tau}}}$$

Cette dernière expression conduit à $H(j \operatorname{tg} \frac{\pi}{2q})$:

$$H(j \operatorname{tg} \frac{\pi}{2q}) = \frac{1 - j \operatorname{tg} \frac{\pi}{2q}}{1 + j \operatorname{tg} \frac{\pi}{2q} \operatorname{coth} \frac{\pi}{2q \omega_0 \tau}}$$

On en tire alors :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{|H|}{|G|} &= \frac{\sqrt{1 + \omega_0^2 \tau^2}}{\cos \frac{\pi}{2q} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{2q}} \operatorname{coth}^2 \frac{\pi}{2q \omega_0 \tau}} \\ |H| - |G| &= \operatorname{Arctg} \omega_0 \tau - \left[\frac{\pi}{2q} + \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \left(\operatorname{coth} \frac{\pi}{2q \omega_0 \tau} \operatorname{tg} \frac{\pi}{2q} \right) \right] \end{aligned} \right.$$

Evaluons, à titre d'exemple, pour $q = 18$, l'écart entre les courbes de gain puis entre les courbes de phase à la fréquence pour laquelle $\omega_0 \tau = 1$: on trouve pour $\frac{|H|}{|G|}$ 0,011 Décibel et $|H| - |G| + 5 = 0,15$ degré.

Ce dernier résultat montre que l'on peut faire abstraction du décalage constant de 5 degrés qui apparaît pour toutes les fréquences pour juger de la précision du lieu de transfert observé.

5-7 SYSTEME DU DEUXIEME ORDRE

La transmittance isomorphe du système à étudier présente deux pôles $-a$ et $-b$ qui peuvent être réels distincts ou confondus, ou encore, imaginaires conjugués.

$$\text{Nous noterons } G(p) = \frac{ab}{(p+a)(p+b)}$$

Cherchons $W(z)$ transformée en z de la réponse indicielle de $G(p)$. Celle-ci s'écrit :

$$1 + \frac{b}{a-b} e^{-at} + \frac{a}{b-a} e^{-bt}$$

On trouve $H(z)$ en multipliant $W(z)$ par $\frac{z-1}{z}$;

Il vient :

$$H(z) = 1 + \frac{b}{a-b} \frac{z}{z - e^{-aT}} + \frac{a}{b-a} \frac{z}{z - e^{-bT}}$$

Effectuons le changement de variable défini par :

$$w = \frac{z - 1}{z + 1} = j \operatorname{tg} \frac{\pi}{2\alpha}$$

H (z) devient :

$$H(w) = \frac{(1 - w) \left[1 + \frac{w}{a - b} \left(a \operatorname{coth} \frac{aT}{2} - b \operatorname{coth} \frac{bT}{2} \right) \right]}{\left(1 + w \operatorname{coth} \frac{aT}{2} \right) \left(1 + w \operatorname{coth} \frac{bT}{2} \right)}$$

Mettons G(p) sous la forme $\frac{\omega_n^2}{p^2 + 2\zeta\omega_n p + \omega_n^2}$

La formule précédente peut être exploitée telle quelle

lorsque $\zeta > 1$, on a alors

$$a = \omega_n \left(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1} \right)$$

$$b = \omega_n \left(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1} \right)$$

lorsque $\zeta < 1$, nous poserons

$$a = \omega_n \left(-\zeta + j \sqrt{1 - \zeta^2} \right)$$

$$b = \omega_n \left(-\zeta - j \sqrt{1 - \zeta^2} \right)$$

l'expression de H (w) devient :

$$H(w) = \frac{(1 - w) \left[1 + w \frac{\operatorname{sh} \zeta \omega_n T - \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n T}{2 \left(\operatorname{sh}^2 \zeta \frac{\omega_n T}{2} + \sin^2 \sqrt{1 - \zeta^2} \frac{\omega_n T}{2} \right)} \right]}{1 + w \frac{\operatorname{sh} \zeta \omega_n T}{\operatorname{sh}^2 \zeta \frac{\omega_n T}{2} + \sin^2 \sqrt{1 - \zeta^2} \frac{\omega_n T}{2}} + w^2 \frac{\sin^2 \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n T + \operatorname{sh}^2 \zeta \omega_n T}{4 \left(\operatorname{sh}^2 \zeta \frac{\omega_n T}{2} + \sin^2 \sqrt{1 - \zeta^2} \frac{\omega_n T}{2} \right)^2}}$$

.lorsque $\zeta = 1$, on obtient :

$$H(w) = \frac{(1-w) \left[1 + w \left(\coth \frac{\omega_n T}{2} - \frac{\omega_n T}{2 \operatorname{sh}^2 \frac{\omega_n T}{2}} \right) \right]}{\left(1 + w \coth \frac{\omega_n T}{2} \right)^2}$$

Ces formules permettent, en remplaçant w par $j \operatorname{tg} \frac{\pi}{2q}$ et T par $\frac{\pi}{\omega_0 q}$ de trouver, pour toutes les valeurs de ω_0 , le module et l'argument de la transmittance pseudo-isochrone d'un système du deuxième ordre.

Si l'on effectue les calculs dans un cas simple, par exemple, à la pulsation naturelle d'un système à facteur d'amortissement égal à l'unité on trouve :

$$\left[\frac{|H|}{|G|} \right]_{\text{dB}} = 0,0024$$

$$|H| - |G| + 5 = 0$$

ce qui signifie que l'écart de phase est alors inférieur à une minute d'angle.

5-8 CONCLUSION

Les essais harmoniques utilisant des signaux quasi-sinusoïdaux à 36 paliers introduisent dans le tracé des lieux de transfert de systèmes du premier et du second ordre une erreur systématique bien inférieure aux erreurs de mesure.

Pour un système d'ordre supérieur les courbes asymptotiques du gain et de phase sont obtenues et le lieu de transfert de la transmittance pseudo-isochrone est pratiquement confondu avec celui de la transmittance isochrone.

Nous nous proposons, dans le chapitre suivant, de le vérifier expérimentalement.

Soulignons pour terminer l'intérêt que présentent les résultats théoriques établis dans ce chapitre lorsque les signaux utilisés comportent peu de paliers ; leur nombre ne peut cependant pas être trop petit car le procédé suppose que l'on sache fixer par les amplitudes du signal de sortie aux instants d'échantillonnage la sinusoïde de sortie.

CHAPITRE 6

RESULTATS EXPERIMENTAUX

6-1 INTRODUCTION

Nous nous proposons dans ce dernier chapitre de vérifier expérimentalement les résultats théoriques établis dans les chapitres précédents essentiellement pour des systèmes du premier et du deuxième ordre.

Pour plus de commodité, nous effectuerons les essais à la fréquence du réseau à l'aide d'un dispositif donnant facilement les courbes de gain et de phase des systèmes étudiés.

6-2 DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Pour que la tension fournie par le générateur à 36 paliers soit en synchronisme avec le réseau, il convient de le commander par des impulsions de fréquence 1800 Hz en multipliant par 36 la fréquence du réseau.

Ce résultat est obtenu par le montage de la figure 6.1 comprenant un moteur synchrone, un dispositif photoélectrique et un différentiel mécanique.

Ce dernier permet de déphaser la tension du générateur par rapport au réseau d'un angle φ obtenu directement sur un disque gradué.

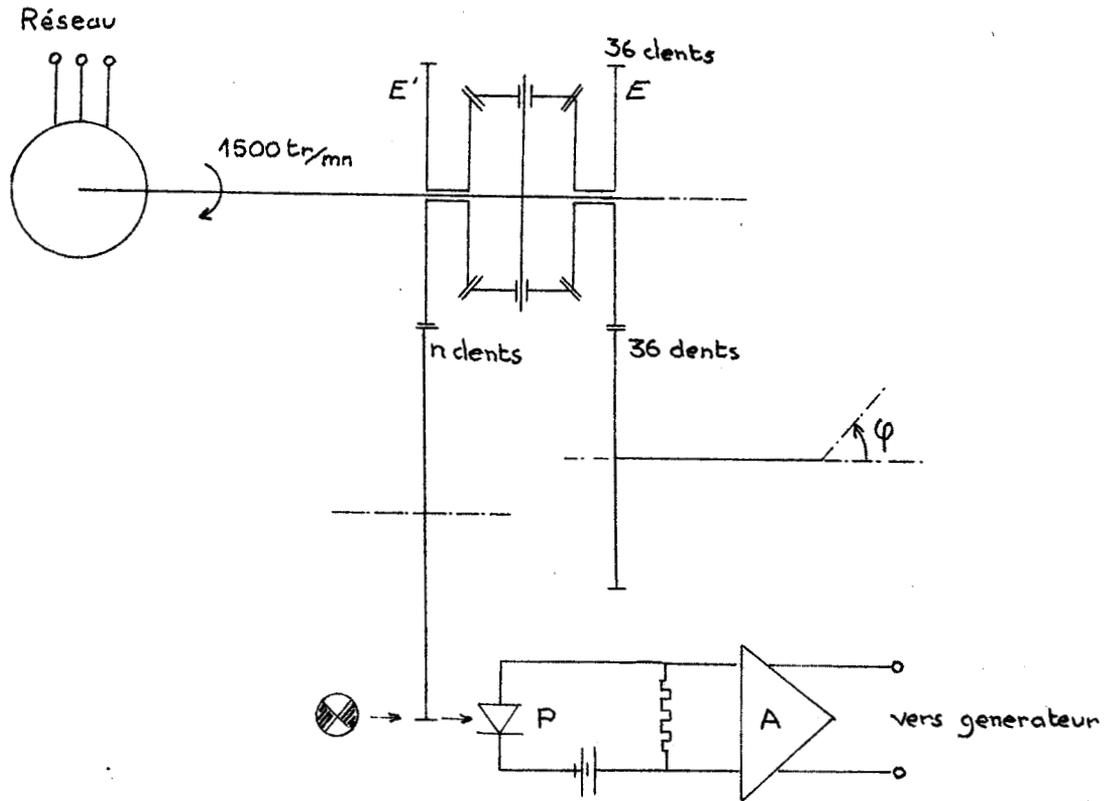


figure 6.1 Dispositif de commande de générateur.

Le moteur synchrone entraîne à 1500 tr/mn l'axe des satellites du différentiel ; son arbre d'entrée E est immobilisé et sa position est donnée par le cadran φ . Son arbre de sortie tourne alors à 3000tr/mn et entraîne par l'intermédiaire d'un engrenage de 36 dents un pignon de n dents.

Dans ces conditions, quelle que soit la valeur choisie pour n, il passe devant la photodiode P 1800 dents par seconde et le résultat recherché est obtenu.

6-2-1 Mesure des déphasages

Le système étudié est soumis au signal issu du générateur suivant le montage de la figure 6.2.

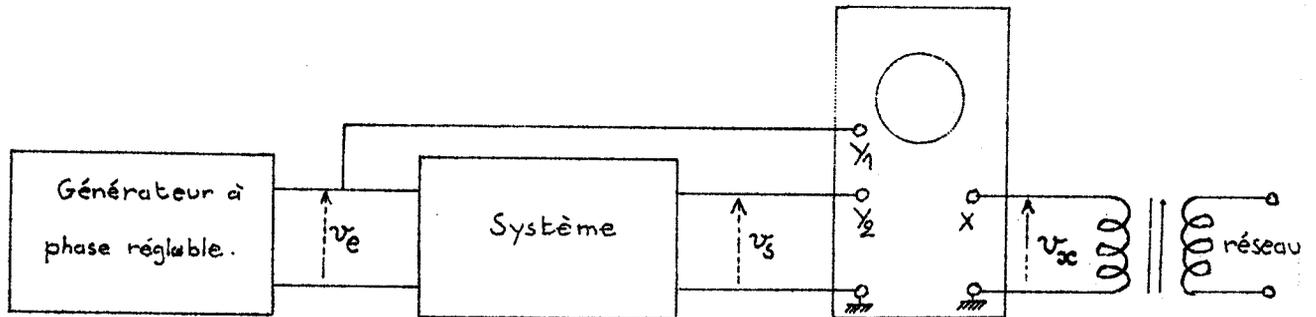


figure 6.2 Dispositif de mesure de l'argument de la transmittance pseudo-isochrone d'un système à la fréquence du réseau.

Le déphasage φ est d'abord réglé à une valeur φ_1 qui correspond à l'égalité des phases de la tension de référence v_x donnée par le réseau et du fondamental de la tension d'entrée v_e du système.

On observe alors les oscillogrammes de la figure 6.3.

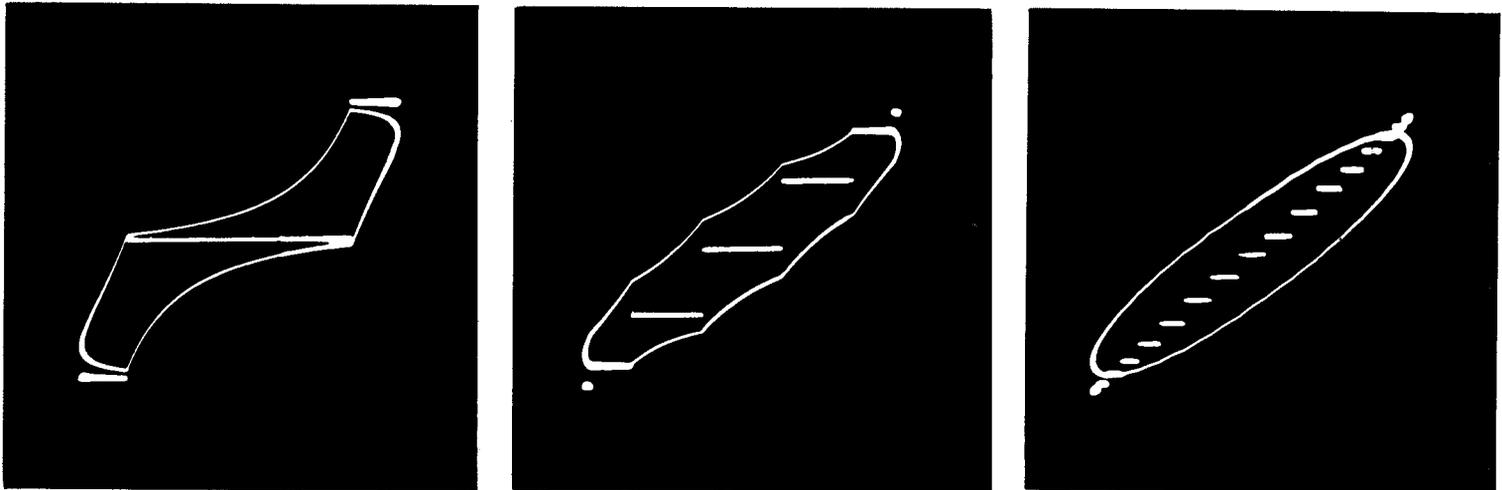


figure 6.3 Oscillogrammes correspondant à $\varphi = \varphi_1$ pour $q = 2, 6$ et 18 .

On donne ensuite à φ une valeur φ_2 telle que les points ayant pour ordonnées les valeurs de la tension de sortie aux instants d'échantillonnage soient alignés.

On observe alors les oscillogrammes de la figure 6.4.

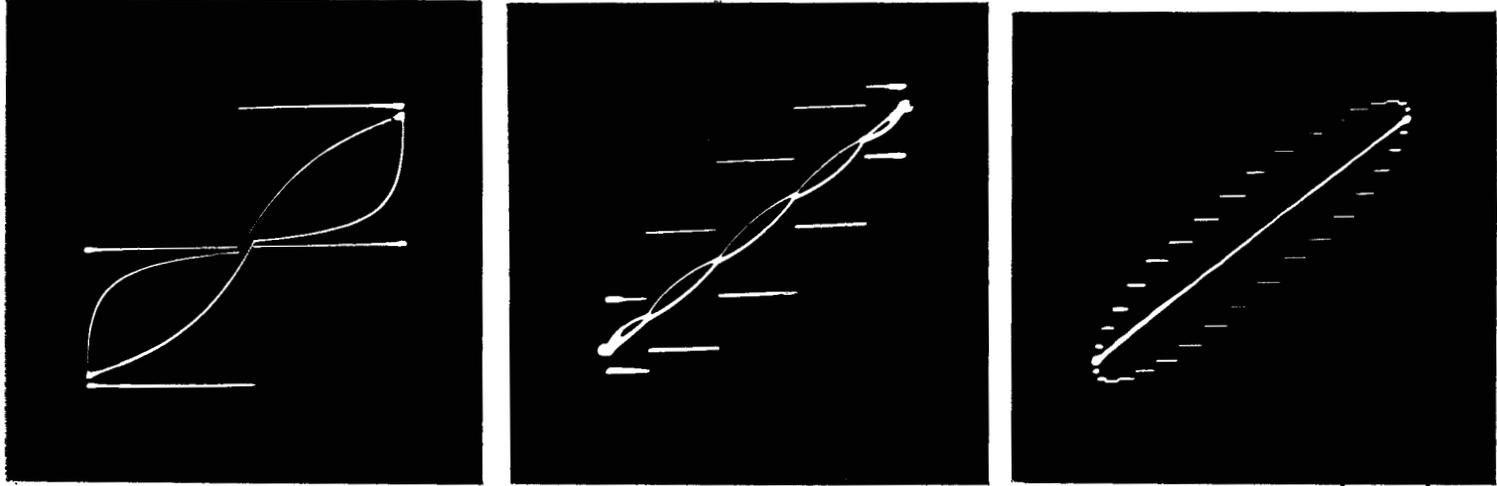


figure 6.4 Oscillogrammes correspondant à $\varphi = \varphi_2$ pour $q = 2, 6$ et 18 .

L'argument de la transmittance pseudo-isochrone du système est alors $\underline{H} = \varphi_2 - \varphi_1 + \frac{\pi}{2q}$ lorsqu'on le compte positivement dans le sens des retards croissants.

Pour obtenir l'argument de la transmittance isochrone du système, on procède de la même manière en appliquant aux plaques défectrices verticales de l'oscilloscope la tension du générateur par l'intermédiaire d'un filtre approprié (figure 6.5).

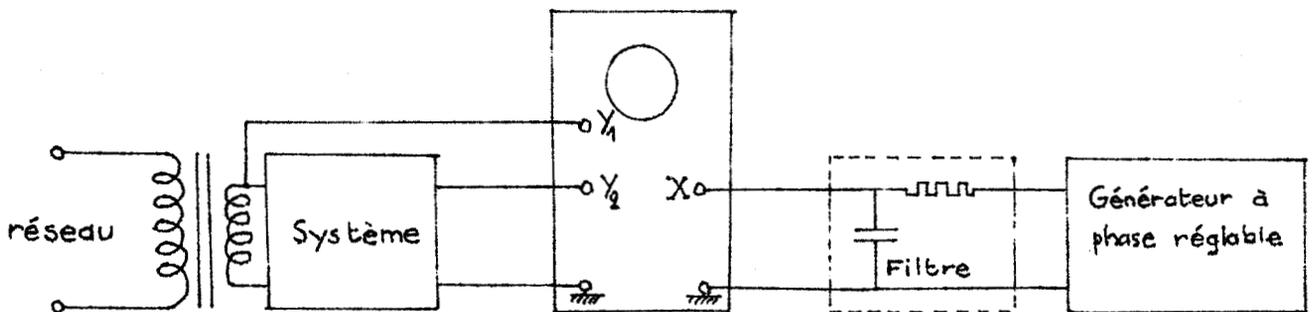


figure 6.5 Dispositif de mesure de l'argument de la transmittance isochrone d'un système à la fréquence du réseau.

La coïncidence des phases des tensions appliquées horizontalement et verticalement à l'oscilloscope donne alors des droites sur son écran.

6-2-2 Mesure de gains

La mesure s'effectue grâce au montage de la figure 6.6.

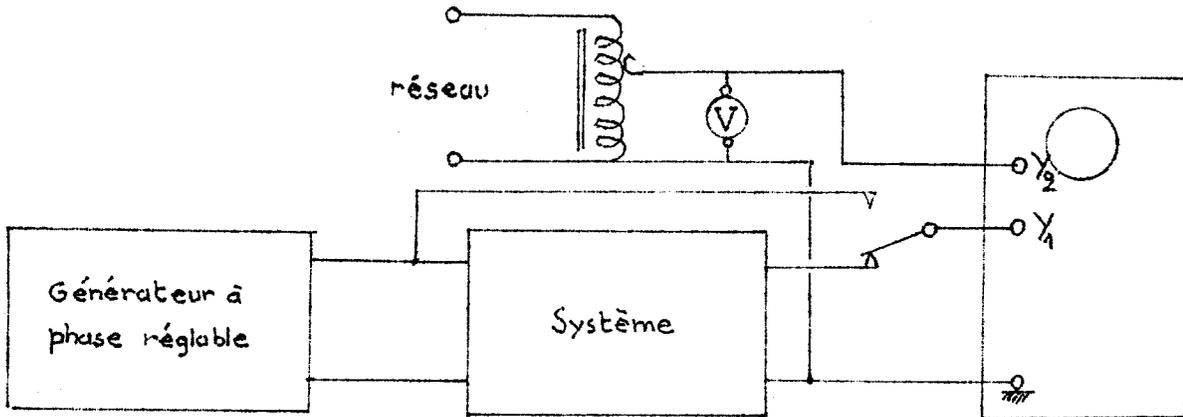


figure 6.6 Dispositif de mesure du module de la transmittance pseudo-isochrone d'un système.

L'oscilloscope permet de faire coïncider, aux instants d'échantillonnage, les tensions appliquées aux deux voies (figure 6.7).

On obtient alors, en mesurant la tension sinusoïdale réglable de référence, l'amplitude des sinusoïdes d'entrée et de sortie ; le module de la transmittance pseudo-isochrone est le rapport des valeurs obtenues.

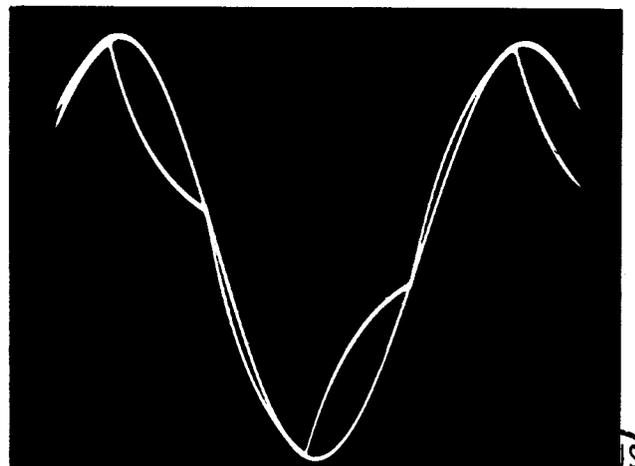
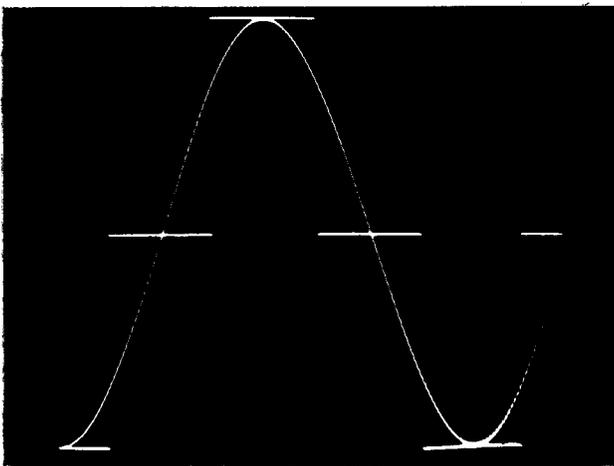


figure 6.7 Oscillogrammes montrant la coïncidence, aux instants d'échantillonnage de la tension de référence et des tensions d'entrée et de sortie du système ($q = 2$).

6-3 RESULTATS EXPERIMENTAUX

6-3-1 Système du premier ordre

Le système envisagé est un circuit intégrateur à résistance et capacité (figure 6.8).

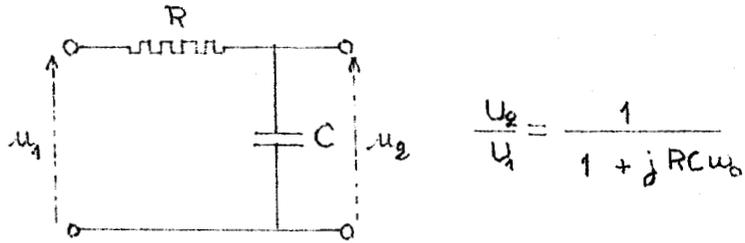


figure 6.8 Système électrique du premier ordre.

L'essai est effectué à la fréquence du réseau $f_0 = 50$ Hertz.

En posant $2\pi f_0 RC = x$, on obtient, à partir des expressions du paragraphe 5-6, le rapport des modules et la différence des arguments des transmittances isochrone et pseudo-isochrone :

$$\frac{|H|}{|G|} = \frac{\sqrt{1+x^2}}{\cos \frac{\pi}{2q} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{2q} \operatorname{coth} \frac{\pi}{2qx}}}$$

$$\underline{|H|} - \underline{|G|} = \operatorname{Artgx} - \frac{\pi}{2q} + \operatorname{Arctg} \left(\operatorname{coth} \frac{\pi}{2qx} \operatorname{tg} \frac{\pi}{2q} \right) .$$

Lorsque $\frac{\pi}{2q}$ est petit, on peut utiliser les développements limités de $\operatorname{tg} \frac{\pi}{2q}$ et $\operatorname{coth} \frac{\pi}{2q}$ au voisinage de zéro, soit :

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{2q} \neq \frac{\pi}{2q} + \frac{1}{3} \left(\frac{\pi}{2q} \right)^2$$

$$\operatorname{coth} \frac{\pi}{2qx} \neq \frac{2qx}{\pi} + \frac{1}{3} \frac{\pi}{2qx} .$$

Dans ces conditions, il vient :

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{2q} \operatorname{coth} \frac{\pi}{2qx} \neq x + \frac{1}{3} \left(\frac{\pi}{2q} \right)^2 \left(x + \frac{1}{x} \right)$$

On en tire :

$$|H| - |G| + \frac{\pi}{2q} \neq - \frac{1}{3x} \left(\frac{\pi}{2q} \right)^2 \quad (\text{en comptant cet argument positivement dans le sens trigonométrique}).$$

$$\text{et } \frac{|H|}{|G|} \neq 1 + \frac{1}{6} \left(\frac{\pi}{2q} \right)^2,$$

$$\text{soit } \left(\frac{|H|}{|G|} \right)_{\text{dB}} \neq \frac{3,57}{q^2}.$$

Nous donnerons à x les valeurs 0,25 , 0,5 , 1 , 2 et 4 en utilisant une capacité de 0,318 μF associée successivement à 2,5 , 5 , 10 , 20 et 40 $\text{K}\Omega$. Les figures 6.9.a et 6.9.b donnent les tableaux de valeurs mesurées et calculées pour $\frac{|H|}{|G|}$ et $|H| - |G|$.

Remarquons que la précision du dispositif de mesure ne conduit à des résultats valables que lorsque $q = 2$; pour la suite de nos expériences nous utiliserons par conséquent uniquement cette valeur.

$x \backslash q$	2	6	18
0,25	1,028	1,008	1,000
0,5	1,068	1,010	1,001
1	1,097	1,011	1,001
2	1,107	1,012	1,001
4	1,112	1,011	1,001

$x \backslash q$	2	6	18
0,25	1,040	1,010	1,00
0,5	1,082	1,016	1,00
1	1,115	1,013	1,00
2	1,111	1,010	1,00
4	1,100	1,020	1,00

figure 6.9.a Tableaux des valeurs calculées et mesurées de $\frac{|H|}{|G|}$.

x \ q	2	6	18
0,25	31°4'	4°56'	34'
0,5	20°54'	2°36'	17'
1	11°40'	1°20'	9'
2	7°4'	40'	5'
4	3°6'	20'	2'

x \ q	2	6	18
0,25	31°	5°	0°
0,5	21°	2°	0°
1	12,5°	1,5°	0°
2	6°	0,5°	0°
4	3,5°	0,5°	0°

figure 6.9.b Tableaux des valeurs calculées et mesurées de $|H| - |G| + \frac{\pi}{2q}$ comptées positivement dans le sens des retards croissants.

6-3-2 Système du deuxième ordre

Le système envisagé est un circuit à résistance inductive et capacité (figure 6.10).

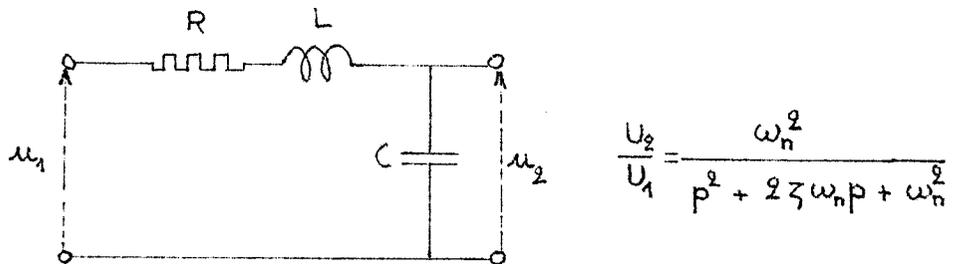


figure 6.10 Système électrique du deuxième ordre.

La pulsation naturelle et le facteur d'amortissement valent respectivement :

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ \zeta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} \end{array} \right.$$

Nous utiliserons une inductance L de 1 Henry à la fréquence du réseau $\frac{\omega_0}{2\pi} = 50$ Hertz.

Nous choisirons pour ζ et le rapport $x = \frac{\omega_0}{\omega_n}$ diverses valeurs en utilisant pour R et C les résistances et capacités données par les formules suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} R = \frac{x^2}{\omega_0^2 L} = \frac{x^2}{10^4 \pi^2} \\ C = \frac{2 L \zeta \omega_0}{x^2} = \frac{200 \pi \zeta}{x^2} \end{array} \right.$$

Les expressions du paragraphe 5-7 conduisent alors au tableau des valeurs calculées des figures 6.11.a et 6.11.b.

Le cas où $q = 2$ est seul envisagé car pour $q = 6$ et $q = 18$ le rapport $\frac{|H|}{|G|}$ est égal à 1 à $1/100^e$ près et la différence des arguments $|\underline{H} - \underline{G} + \frac{\pi}{2q}$ est inférieure à 30 minutes d'angle par conséquent ces écarts ne sont pas mesurables.

$\begin{matrix} \diagdown & \zeta \\ x & \end{matrix}$	0,25	0,5	1
0,5	1,050	1,057	1,030
1	0,905	0,910	0,945
2	0,880	0,890	0,895

Calcul

$\begin{matrix} \diagdown & \zeta \\ x & \end{matrix}$	0,25	0,5	1
0,5	1,060	1,045	1,050
1	0,933	0,890	0,960
2	0,875	0,890	0,894

Expérience

figure 6.11.a Tableaux des valeurs calculées et mesurées de $\frac{|H|}{|G|}$ pour $q = 2$.

$\begin{matrix} \diagdown & \zeta \\ x & \end{matrix}$	0,25	0,5	1
0,5	2°44'	6°11'	3°22'
1	- 54'	- 1°	-2°22'
2	- 39'	15'	-2°13'

Calcul

$\begin{matrix} \diagdown & \zeta \\ x & \end{matrix}$	0,25	0,5	1
0,5	2,5°	6,5°	4°
1	-0,5°	-0,5°	-2°
2	-0,5°	0,5°	-2°

Expérience

figure 6.11.b Tableaux des valeurs calculées et mesurées de $|H| - |G| + \frac{\pi}{4}$ comptées positivement dans le sens des retards croissants.

Ces résultats expérimentaux vérifient de façon satisfaisante les expressions théoriques établies au chapitre 5.

Nous avons par conséquent vérifié que pour un système d'ordre deux, et à plus forte raison d'ordre supérieur à deux, un signal à 36 paliers permet la mesure d'une transmittance isochrone sans pratiquement introduire d'erreur.

Pour un système du premier ordre, l'expérience montre que l'on obtient facilement la transmittance isochrone à partir de la transmittance pseudo-isochrone même lorsque le nombre de paliers par période se réduit à 4. Ceci est particulièrement intéressant car un générateur comportant 4 paliers est bien adapté pour fournir une puissance notable : le nombre d'organes tout ou rien entrant dans sa constitution est en effet réduit.

On peut alors étudier des machines tournantes du premier ordre, par exemple des dynamos amplificatrices ou des moteurs à courant continu, en alliant les avantages des essais indiciels et harmoniques sans utiliser de générateur de signaux sinusoïdaux.

6-4 DISPOSITIF DE MESURE DE PHASE

Le montage décrit au paragraphe 6-2-1 permet la mesure de l'argument de la transmittance pseudo-isochrone uniquement à la fréquence du réseau.

Nous nous proposons d'adjoindre au générateur un dispositif produisant une impulsion déphasable par bonds successifs de 10 degrés sur toute la période.

Nous pourrions alors mesurer l'argument de la transmittance pseudo-isochrone d'un système à toutes les fréquences ; ce dernier se confond avec l'argument de sa transmittance isochrone lorsque le signal de sortie présente 36 paliers.

6-4-1 Principe de la mesure

Le système étudié est alimenté par le générateur et sa tension de sortie est appliquée sur l'une des deux voies d'un oscilloscope (figure 6.12); sur l'autre voie on applique l'impulsion déphasable.

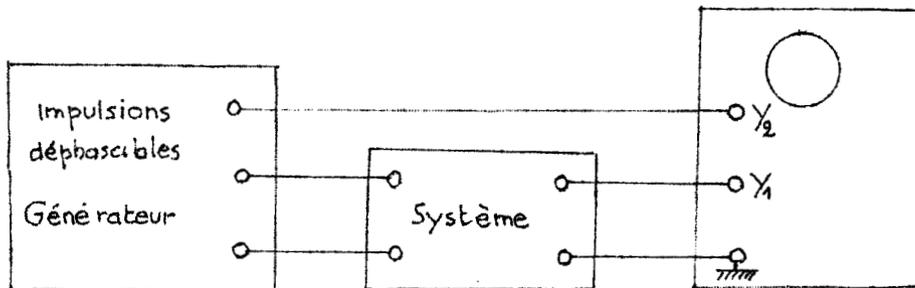


figure 6.12 Mesure de l'argument d'une transmittance au moyen d'impulsions déphasables.

Pour effectuer une mesure précise, la fréquence peut être ajustée de façon que le front positif de l'impulsion se produise au moment où le signal de sortie passe par zéro.

On observe alors un oscillogramme semblable à celui de la figure 6.13.

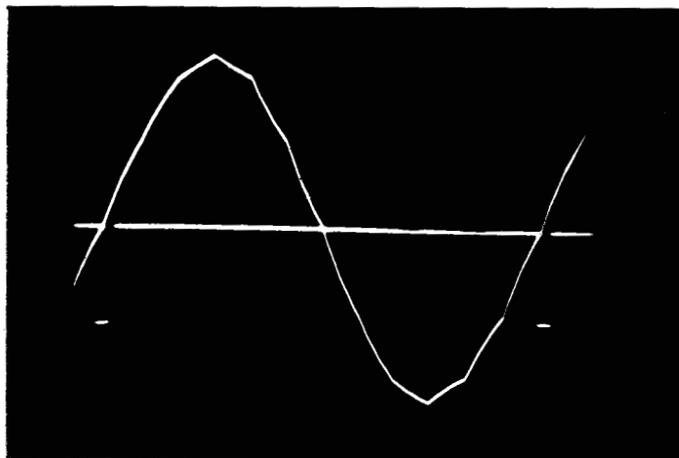


figure 6.13 Oscillogramme fourni par le dispositif de mesure de phase.

Ce procédé conduit dans ces conditions à une courbe de phase dont les points expérimentaux successifs se succèdent tous les 10 degrés.

6-4-2 Production de l'impulsion déphasable

Pour obtenir une impulsion déphasable par période, il convient d'utiliser les informations $e_0, e_1, \dots, e_i, \dots, e_9, x$ et y issues du dispositif de commande décrit au paragraphe 3-3 et sur la figure 3.18, pour élaborer une information distincte pour chacun des 36 états pris par le système.

Il faut par conséquent effectuer les produits logiques $e_i xy, e_i x\bar{y}, e_i \bar{x}y, e_i \bar{x}\bar{y}$ pour $i = 0, 1, \dots, 9$.

Le montage est donné par la figure 6.14 ; il comprend un commutateur bipolaire à 10 positions associé à 4 circuits ET et à un commutateur à 4 positions.

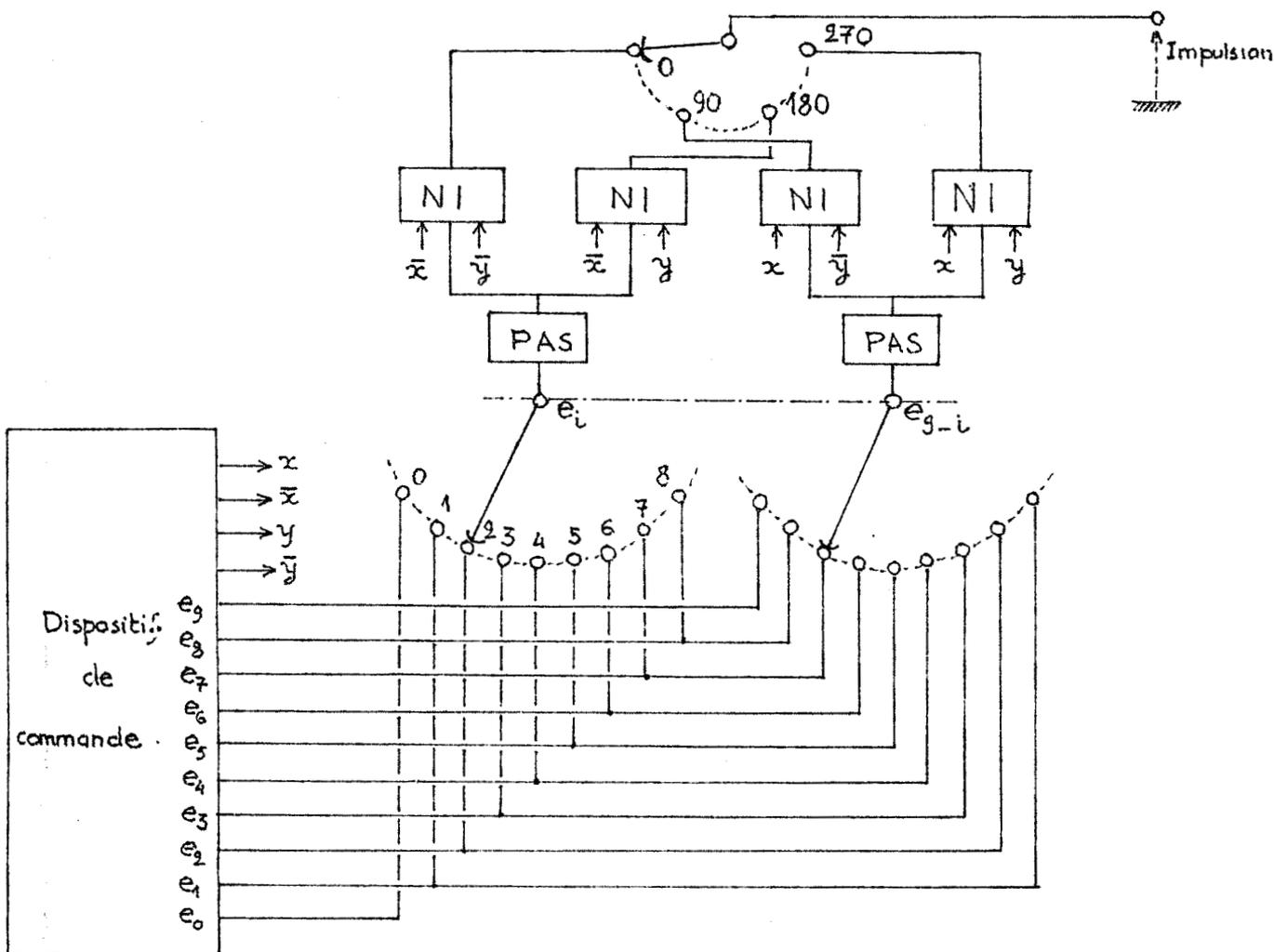


figure 6.14 Dispositif donnant une impulsion déphasable par période.

La valeur du déphasage exprimée en degrés s'obtient en multipliant par 10 l'indication du commutateur double à 10 positions, puis en ajoutant au résultat ainsi obtenu 0, 90, 180 ou 270 degrés suivant la position du commutateur à 4 directions.

6-5 CONCLUSION

Les résultats expérimentaux obtenus dans ce chapitre à l'aide du générateur de signaux périodiques quasi-sinusoïdaux montrent clairement que la présence de paliers ne constitue pas un obstacle au tracé précis des lieux de transfert de systèmes passe-bas.

Soulignons que le tracé des courbes de phase est aisé grâce à la présence d'impulsions déphasables à volonté et que l'on peut diminuer la fréquence du signal fourni sans en altérer la forme.

Ce dernier point constitue un avantage certain par rapport aux générateurs de signaux sinusoïdaux qui utilisent un oscillateur à fréquence réglable; on sait que pour de tels appareils l'amplitude des signaux fournis est difficilement stabilisée aux fréquences très basses.

CONCLUSION

Dans la première partie de notre mémoire, nous avons proposé un montage permettant l'amplification sans déformation du signal produit par un générateur de type courant de façon à élargir son champ d'utilisation.

Pour éviter les défauts inhérents à ce procédé nous avons imaginé et construit dans la seconde partie de notre travail, un générateur qui fournit grâce à sa conception même, une puissance de sortie suffisante.

La forme du signal ainsi obtenu s'est révélée totalement indépendante de sa fréquence, laquelle n'est pas limitée inférieurement et peut atteindre des valeurs d'autant plus élevées que l'on emploie des organes de commutation plus rapides.

Nous avons ensuite montré comment les signaux ainsi produits sont utilisables pour effectuer des tests harmoniques sur des systèmes linéaires passe-bas de façon à conduire à la détermination de leur transmittance dans de bonnes conditions.

Leur champ d'applications est beaucoup plus vaste et s'étend à de nombreuses branches de la science et de la technique.

En physiologie, rappelons qu'ils permettent d'obtenir des stimuli de formes variées ; signalons à cet égard que nous avons construit un générateur sur la demande du Professeur NAYRAC de la Faculté de Médecine de Lille pour son Service Neurologique et Psychiatrique.

En calcul analogique, ils peuvent être utilisés chaque fois que la mise en oeuvre des procédés classiques de génération de fonctions est difficile. Signalons qu'ils permettent l'analyse des réponses de réseaux ou de filtres à des signaux déterminés dans lesquels on peut commodément introduire des déformations et des bruits.

Soulignons pour terminer que de nombreux constructeurs ont compris leur intérêt, aussi bien en France qu'à l'étranger, et qu'ils offrent depuis peu des générateurs de signaux semblables à d'éventuels utilisateurs.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] ALEXANDERSON - ADWARDS - BOWMAN - The amplidyne generator, a dynamo electric amplifier for power control - Trans. A.I.E.E - Supplément - 1940 - p. 937-939.
- [2] SHOULD - EDWARDS - CREVER - Industrial applications of the amplidyne generator - Trans. A.I.E.E - 1940 - p. 944-949.
- [3] J.L. BOWER - Fundamentals of the amplidyne generator - Trans. A.I.E.E - 12-1945, p. 873-881.
- [4] VALENTIN - Les dynamos amplificatrices, l'amplidyne - B.S.F.E - 6-1948, p. 304-328.
- [5] LEHMAN - Les dynamos amplificatrices, leur emploi dans les servomécanismes - B.S.F.E - n° 16, 4-1952, p. 198-209.
- [6] ANGOT - Compléments de mathématiques à l'usage des Ingénieurs de l'Electrotechnique et des Télécommunications - Edition de la Revue d'Optique - 1952 - p. 70 à 73.
- [7] CASTEL - Emploi de l'amplidyne et de l'amplistat dans l'industrie - Annexe au bulletin de l'A.I.M - n° 2, 2-1953, p. 75-97.
- [8] J. ROBERT - Contribution à l'étude des génératrices à courant continu - Thèse Faculté des Sciences de Nancy - 1954.
- [9] CASTEL - GEORGEL - Etude des amplidyne par analyse harmonique - R.E.M - n° 105 - 4, 5, 6-1956, p. 24-43.
- [10] MERY - Le transformateur d'information, cerveau de contrôle et de commande des divers organes d'une installation automatique - Actes Proceedings - Congrès international de l'Automatique - Paris - 6-1956, p. 43-47.
- [11] TRNKA - Emploi de l'analyseur harmonique dans l'étude des systèmes de réglage - Actes Proceedings - Congrès international de l'Automatique - Paris - 6-1956, p. 84-89.
- [12] NASLIN - Technologie et calcul pratique des systèmes asservis - Editions Dunod - 1958 - p. 333-334.
- [13] J. RAGAZZINI - G. FRANKLIN - Sampled Data Control Systems - Mc Graw Hill - 1958.
- [14] AHREND - La pratique des servomécanismes - Libraire Polytechnique - Ch. Beranger - 1959 - p. 190-206.



- [15] KARPLUS - SOROKA - Analog methods - Second Edition - Mc Graw Hill Book Company - 1959 - p. 9-20.
- [16] KARPLUS - SOROKA - Analog methods - Second Edition - Mc Graw Hill Book Company - 1959 - p. 242-248.
- [17] GILLE - PELEGRIN - DECAULNE - Méthodes modernes d'étude des systèmes asservis - Dunod Editeur - 1960 - p. 119-138.
- [18] ROBICHAUD - BOISVERT - ROBERT - Graphes de fluences - Editions Eyrolles - 1961 - p. 168-206.
- [19] SOUBIES - CAMY - Les techniques binaires et le traitement de l'information - Dunod Editeur - Paris - 1961 - p. 266-271.
- [20] STANLEY FIFER - Analog computation - Volume IV - Mc Graw Hill Book Company - 1961 - p. 966-993.
- [21] NASLIN - Régimes variables dans les systèmes linéaires et non-linéaires - Edition Dunod - Paris - 1962 - p. 220-264.
- [22] DEHORS - MANESSE - Synthétiseur de forme d'onde à très basse fréquence - Revue générale d'Electricité - Tome 72 - n° 10, 10-1963, p. 499-501.
- [23] LAGASSE - Etude des circuits électriques - Tome II - Editions Eyrolles - p. 221-252.
- [24] PLANÇON - Une réalisation de positionnement numérique automatique - Bulletin de la Société Française des Electriciens - 10-1963, p. 584-599.
- [25] MANESSE - Affichage sur tube cathodique - Electronique et Automatisme - 1-1964, p. 23-25.
- [26] JAMES - POTOK - Application of a repetitive function synthesizer to generation of very low frequency signal and noises - Electronic Engineering - Tome 36 - 6-1964, p. 12-15.
- [27] MANESSE - Générateur de signaux périodiques de forme quelconque approchés par paliers successifs - Automatisme - Tome X - n° 7 - 8, 7-8-1965, p. 278-282.
- [28] MANESSE - Analyse et synthèse harmonique de signaux périodiques de forme quelconque approchés par paliers successifs - Automatisme - Tome X - n° 11, 11-1965, p. 465-469.
-

TABLE DES MATIERES

	Pages
<u>INTRODUCTION</u> -	
<u>AVERTISSEMENT</u> -	
<u>PREMIERE PARTIE</u> - GENERATION DE SIGNAUX DE PUISSANCE A VARIATION CONTINUE.	
<u>Chapitre 1</u> - Etude et réalisation d'une chaîne d'amplification linéaire.	
1-1 Introduction.	1
1-2 Position du problème.	1
1-3 Principe du procédé de linéarisation.	3
1-4 Transmittances isochrones des montages.	7
1-5 Constitution de l'amplificateur.	11
1-6 Détermination du gain de l'amplificateur.	13
1-7 Résultats et conclusion.	17
<u>Chapitre 2</u> -- Compensation des non-linéarités d'un amplificateur par modification de la forme des signaux à amplifier.	
2-1 Introduction.	18
2-2 Prédétermination des signaux d'entrée.	18
2-3 Génération du signal d'entrée à l'aide d'un potentiomètre fonctionnel.	21
2-4 Utilisation de potentiomètres fonctionnels sinus-cosinus.	25
<u>DEUXIEME PARTIE</u> - GENERATION DE SIGNAUX DE PUISSANCE A VARIATION DISCONTINUE.	
<u>Chapitre 3</u> - Génération de signaux de forme quelconque par échelle de comptage et traducteur numérique-analogique.	

	Pages
3-1 Introduction.	30
3-2 Principe.	30
3-3 Dispositif de commande.	35
3-4 Traducteur numérique-analogique.	44
3-5 Sélecteur de niveaux	49
3-6 Conclusion.	52
 <u>Chapitre 4</u> - Analyse et synthèse harmonique de signaux périodiques de forme quelconque approchés par paliers successifs.	
4-1 Introduction.	53
4-2 Analyse harmonique.	53
4-3 Synthèse harmonique.	58
4-4 Analyse et synthèse de signaux symétriques.	60
4-5 Exemples d'application.	63
4-6 Conclusion.	66
 <u>Chapitre 5</u> - Etude théorique des réponses de systèmes linéaires aux signaux quasi-sinusoïdaux à variation par échelons en vue de la transférométrie.	
5-1 Introduction.	67
5-2 Expression du signal quasi-sinusoïdal.	67
5-3 Utilisation de la transformée en z .	69
5-4 Expression de $H(z)$.	71
5-5 Réponses d'intégrateurs.	72
5-6 Système du premier ordre.	79
5-7 Système du deuxième ordre.	80
5-8 Conclusion.	82
 <u>Chapitre 6</u> - Résultats expérimentaux.	
6-1 Introduction.	84
6-2 Dispositif expérimental.	84
6-3 Résultats expérimentaux.	89
6-4 Dispositif de mesure de phase.	94
6-5 Conclusion.	97
 <u>CONCLUSION</u> -	 98
 <u>BIBLIOGRAPHIE</u> -	



DEUXIEME THESE

PROPOSITIONS DONNEES PAR LA FACULTE

CRITERES DETERMINISTES DE PERFORMANCE ET DE
REGLAGE DES SYSTEMES ASSERVIS LINEAIRES

Vu et Approuvé

Lille, le 6 Juin 1966

Le DOYEN de la FACULTE des SCIENCES

J. TILLIEU



Vu et Permis d'imprimer

Lille, le 6 Juin 1966

Le RECTEUR de l'ACADEMIE de LILLE

G. DEBEYRE