

50 376  
1966  
38

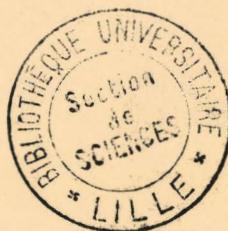
50376  
1966  
38

1<sup>re</sup> THÈSE

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE  
LA SUPPRESSION D'UN BARRAGE

ÉTUDE DE SINGULARITÉS DE SECTION

TOME I \_ TEXTE



2 Mars 1966

Raymond GRAS

Le présent travail entre dans le cadre des études entreprises au Département Mécanique des Fluides du Centre de Recherches et d'Essais de CHATOU. Nous remercions la Direction des Etudes et Recherches de l'Electricité de France de nous avoir permis de conduire ce travail dans ses Laboratoires, et les nombreux collaborateurs dont le concours nous a été très précieux.

Nous exprimons notre profonde gratitude à Monsieur le Professeur MARTINOT-LAGARDE qui nous a fait le grand honneur d'assurer la direction scientifique de nos recherches.

Nous remercions vivement Messieurs les Professeurs PEREZ, GONTIER et NOUGARO et Monsieur FAURE, Chef du Département Mécanique des Fluides, d'avoir bien voulu accepter de faire partie du jury de cette thèse.

CONTRIBUTION A L'ETUDE DES ECOULEMENTS  
CONSECUTIFS A LA SUPPRESSION BRUSQUE D'UN BARRAGE

INTRODUCTION

I - EXTENSION DE LA SOLUTION DE RITTER.

- 1.1. - Caractéristiques d'un système d'équations aux dérivées partielles
- 1.2. - Les équations de BARRE DE SAINT-VENANT.
- 1.3. - Le problème de la suppression brusque d'un barrage.
- 1.4. - La solution de RITTER.
- 1.5. - Extension de la solution de RITTER
- 1.6. - Similitude.
- 1.7. - Etude expérimentale des sections trapézoïdales.

II - ETUDE DES SINGULARITES DE SECTIONS

- 2.1. - La méthode de STOKER.
- 2.2. - Extension à la propagation sur fond sec.
- 2.3. - Calcul de l'onde réfléchie sur un rétrécissement (1ère méthode)
- 2.4. - " " (deuxième méthode).
- 2.5. - Rétrécissement au droit du barrage.
- 2.6. - Elargissement en aval du barrage.
- 2.7. - Elargissement au droit du barrage.
- 2.8. - Méthodes utilisées pour résoudre les équations.

III - ETUDE EXPERIMENTALE DES SINGULARITES DE SECTION.

Dispositif expérimental

- 3.1. - le canal d'essai .
- 3.2. - Mesure des hauteurs d'eau .
- 3.3. - Précision des mesures

3.4.- Programme d'essai

Résultats expérimentaux

3.5.- Essais préliminaires.

3.6.- Rétrécissement en aval du barrage.

3.7.- Rétrécissement au droit du barrage.

3.8.- Elargissement en aval du barrage .

3.9.- Elargissement au droit du barrage.

3.10.- Bassin

IV - THEORIE DE L'ECOULEMENT PLAN.

4.1.- Introduction

4.2.- Etude expérimentale de FAVRE

4.3.- Théorie de LEMOINE

4.4.- Etude expérimentale des ondulations du front de l'onde réfléchie.

CONCLUSION

## INTRODUCTION

La rupture d'un barrage, engendre un écoulement non permanent extrêmement variable. Malgré le caractère brusque du phénomène et l'importance de la courbure des trajectoires des particules l'hypothèse de l'écoulement par tranches se révèle fructueuse : elle permet d'appliquer les équations de SAINT-VENANT dans les cas où la vallée est de forme simple, nous entendons par là que les variations de sections sont lentes, que la vallée ne change pas de direction d'une manière notable, qu'elle ne se ramifie pas et que la pente est faible. La méthode fondée sur ces hypothèses procède par construction graphique ou par calcul numérique du réseau des caractéristiques. Les résultats obtenus concordent avec les valeurs relevées en nature. Les hypothèses sont en fait bien restrictives et de nombreux problèmes restent encore posés pour exécuter un calcul dans des cas où la vallée présente une forme plus complexe.

Nous avons entrepris ici l'étude du comportement de l'onde de crue consécutive à la rupture d'un barrage au passage de singularités brusques de section ; la singularité sera d'abord un rétrécissement, puis un élargissement ; enfin les deux types de singularités seront combinés. L'idée suivante a guidé l'étude : le calcul consistant en la construction du réseau des caractéristiques serait possible en divisant la vallée en tronçons de formes simples, si les conditions aux frontières étaient connues pour chacun de ces tronçons. Mais elles ne le sont pas pour  $t > 0$  aux extrémités ;

.../

nous avons donc recherché une loi régissant l'écoulement au voisinage des sections singulières - en fait des variations brusques de section - formant les extrêmités des tronçons de vallée envisagés.

Nous avons d'abord remarqué au chapitre I qu'il était possible d'obtenir dans le cas général où la section du canal est de forme quelconque une solution analytique analogue à celle de RITTER, solution sur laquelle s'appuie l'ensemble de l'étude. La méthode utilisée pourra donc être étendue à une vallée de section quelconque.

Nous avons été conduit pour vérifier les hypothèses faites et les lois qui en découlaient à donner une méthode de calcul de première approximation de l'ensemble de l'écoulement, c'est à dire à calculer les grandeurs relatives à l'écoulement tout le long de la vallée et non en se limitant au voisinage des sections singulières pour la raison suivante : la vérification expérimentale demandait pour obtenir la valeur du débit la connaissance de la vitesse moyenne du fluide dans les sections voisines de la singularité, vitesse qu'il était pratiquement impossible de mesurer avec précision étant donné la nature de l'écoulement dans cette région du canal. Par contre nos expériences donnaient avec une bonne précision d'une part les hauteurs d'eau en un certain nombre de sections fixes réparties le long du canal expérimental et d'autre part la date du passage des fronts d'onde dans ces sections et par suite la célérité de ces ondes. Nous avons donc donné, en plus des lois locales régissant l'écoulement au voisinage des singularités, un schéma de l'écoulement complet. La concordance des valeurs théoriques et expérimentales même dans le cas où les deux

types de singularités ont été combinés contribue à justifier la méthode proposée.

Nous n'avons pas tenu compte des pertes de charges linéiques ; cela s'explique du fait que le canal dans lequel nous avons fait nos mesures était relativement court. Pour tenir compte des pertes de charges, il est nécessaire de reprendre la méthode de calcul du réseau des caractéristiques en l'appliquant aux tronçons de canal cylindriques et d'adopter les lois proposées aux extrémités des tronçons ; il ne faudra cependant pas perdre de vue l'importance des phénomènes dits secondaires comme les ondulations qui prennent naissance dans la tête des ondes positives, notamment les ondes réfléchies sur les rétrécissements et les faisceaux d'ondes de surface entrecroisés qui apparaissent en aval des singularités ; phénomènes qui ne peuvent être mis en évidence par cette méthode et qui rendent illusoire une trop grande précision. Nous indiquons un procédé rapide de calcul des ondulations secondaires qui faute de méthode plus appropriée donnera un ordre de grandeur du phénomène.

Signalons la difficulté qui se présente lorsque la vallée est initialement à sec à l'aval du barrage ; en effet sur fond humide on adopte pour la propagation du front de l'onde positive aval les lois de l'onde de choc ; ici ce n'est plus possible, il faut faire des hypothèses supplémentaires ; les méthodes proposées utilisent souvent des développements limités en fonction du temps, ce qui limite dans le temps leur domaine d'application.

I - EXTENSION DE LA SOLUTION DE RITTER

A UNE

VALLEE DE SECTION QUELCONQUE

-:-:-:-

1 - EXTENSION DE LA SOLUTION DE RITTER

1.1 - Caractéristiques d'un système d'équations aux  
dérivées partielles

1.2 - Les équations de BARRE-de-SAINT-VENANT

1.3 - Le problème de la suppression brusque d'un barrage

1.4 - La solution de RITTER

1.5 - Extension de la solution de RITTER

1.6 - Similitude

1.7 - Etude expérimentale des sections trapézoïdales

NOTATIONS

b - largeur à la surface libre

D - diamètre hydraulique :  $D = \frac{4S'}{P}$

F - fonction du profil transversal du canal :

$$F(z) = \int_0^z \frac{1}{z} \sqrt{\frac{g}{h(z_s)}} \cdot dz_s$$

i - pente de l'axe normale aux tranches d'écoulement

if - pente de frottement  $i_f = \frac{\bar{\tau}_0 \cdot P}{\rho g S}$

g - accélération de la pesanteur

h - hauteur moyenne

P - périmètre mouillé

q<sub>f</sub> - débit linéique de fuite

S' - aire de la section de la veine d'eau

u - projection longitudinale de la vitesse moyenne dans une section

z - coordonnée de la surface libre

z<sub>0</sub> - hauteur initiale à l'amont du barrage

z<sub>b</sub> - coordonnée du fond du canal

η - pente fictive de la ligne d'eau

τ<sub>0</sub> - force moyenne de frottement par unité de surface

Nous nous proposons ici d'étendre à un canal de section quelconque la solution du problème de rupture de barrage établie par RITTER pour le canal cylindrique de section rectangulaire. Nous rappellerons d'abord pour celà les propriétés des caractéristiques d'un système d'équations aux dérivées partielles, puis les équations de SAINT-VENANT pour les écoulements graduellement variés.

Par la méthode des caractéristiques nous montrerons qu'un grand nombre des résultats acquis par RITTER pour la section rectangulaire restent encore valables quand la section est de forme quelconque. Nous montrerons en outre qu'un raisonnement de similitude conduit aussi aux mêmes conclusions.

A l'aide d'une table dressée par GUERRINI, nous avons vérifié expérimentalement la théorie pour les canaux de sections trapézoïdales.

### 1.1. - Rappels sur la théorie des caractéristiques.

Soit un système d'équations aux dérivées partielles du premier ordre, quasilinéaires :

$$(1.1a) \begin{cases} a_1 u_x + a_2 u_t + a_3 z_x + a_4 u z_t & = a_5 \\ a'_1 u_x + a'_2 u_t + a'_3 z_x + a'_4 z_t & = a'_5 \end{cases}$$

Les coefficients  $a_1, \dots, a'_4$  et  $a_5, a'_5$  ne dépendent que de  $x, t, u$ , et  $z$ . On se place dans l'espace de dimension : 4 :  $(x, t, u, z)$ . Pour une courbe donnée dans cet espace il passe en général une solution du système (1.1a). On appelle caractéristiques les courbes exceptionnelles par lesquelles il en passe une infinité; on montre que les courbes caractéristiques sont telles que :

- 1.1 -

- toute solution de (1.1a) est un lieu de caractéristiques.
- tout lieu continu de caractéristiques est une solution du système (1.1a)

Les projections de ces courbes caractéristiques s'obtiennent :

- sur le plan des données (x,t) par :

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ a'_1 & a'_2 & a'_3 & a'_4 \\ dx & dt & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx & dt \end{vmatrix} = 0$$

- et sur le plan des inconnues (u, z) par :

$$\delta = 0,$$

où le déterminant  $\delta$  est l'un quelconque des déterminants obtenus en remplaçant une colonne de  $\Delta$  par la colonne

$$\begin{vmatrix} a_5 \\ a'_5 \\ du \\ dz \end{vmatrix}$$

Le système (1.1a) est dit hyperbolique dans une région R, lorsque dans cette région les caractéristiques sont réelles et distinctes. La relation  $\Delta = 0$  donne deux équations de la forme :

$$\frac{dx}{dt} = f(x, t, u, z)$$

et la relation  $\delta = 0$  fait correspondre à chacune de ces équations une équation de la forme :

$$a(x, t, u, z)du + b(x, t, u, z)dz = c(x, t, u, z)dt$$

A partir de ces équations il est possible de construire de proche en proche le réseau des caractéristiques dans toute la région où le système (1.1a) est hyperbolique en partant d'une courbe donnée dans l'espace

- 1.2 -

 $(x, t, u, z)$ 

$$L \equiv (x = x(\sigma); t = t(\sigma); u = u(\sigma); z = z(\sigma))$$

on en déduira la solution de (1.1a) qui contient la courbe L

On ne peut raccorder deux solutions différentes que le long d'une caractéristique.

Les caractéristiques représentent la propagation d'une perturbation élémentaire.

### 1.2. - Les équations de SAINT-VENANT [1].

Les équations de SAINT-VENANT régissent les écoulements "par tranches parallèles" et "graduellement variés" : par graduellement variés, on entend que l'accélération verticale du fluide est négligeable par rapport au champ de la pesanteur : la répartition de la pression est alors hydrostatique dans chaque section.

Ox désignant l'axe normal aux tranches, l'hypothèse des tranches consiste en ce que les carrés  $v^2$  et  $w^2$  des vitesses perpendiculaires à Ox soient négligeables par rapport au carré  $u^2$  de la vitesse suivant Ox.

Les conditions à réaliser sont que l'angle  $i$  de l'axe Ox avec le plan horizontal soit faible et que l'évolution du profil transversal du canal en fonction de  $x$  soit lente. De plus le calcul va être fait en négligeant le frottement sur l'air.

Soient deux sections 1 et 2 d'abscisses  $x$  et  $x + \Delta x$  (fig. 1.2a), l'équation de continuité s'écrit :

$$(1.2a) \quad u_1 \cdot S_1 = u_2 \cdot S_2 + \frac{\partial}{\partial t} \left( \int_1^2 S \cdot dx \right) + \dots \dots \dots \frac{\partial q_f}{\partial t} \cdot \Delta x$$

où  $q_f$  est le débit de fuite par unité de longueur du canal; l'équation (1.2a) peut s'écrire :

$$\int_1^2 \left( \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial(Su)}{\partial x} + q_f \right) \cdot dx = 0$$

relation valable quel que soit  $\Delta x$ , de sorte que :

$$(1.2b) \quad \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial(Su)}{\partial x} + q_f = 0$$

Cherchons les composants suivant Ox des forces extérieures agissant sur le domaine du fluide compris entre les sections 1 et 2 :

- les forces de pesanteur donnent :

$$\rho \cdot g \cdot i \cdot \int_1^2 S \cdot dx$$

- le frottement sur les parois donne, sachant que  $\tau_0$  est la force moyenne de frottement par unité de surface :

$$- \int_1^2 \tau_0 \cdot P \cdot dx$$

On pose :

$$i_f = \frac{\tau_0 \cdot P}{\rho \cdot g \cdot S}$$

- les forces de pressions sur la surface du domaine de fluide compris entre les sections 1 et 2 donnent :

$$\left[ \rho \cdot g \cdot \int_{z_b}^z (z - z_s) \cdot b(z_s) \cdot dz_s \right]_1 \left[ \rho g \int_{z_b}^z (z - z_s) \cdot b(z_s) \cdot dz_s \right]_2 + \rho \cdot g \cdot \int_1^2 \left[ \int_{z_b}^z (z - z_s) \cdot \frac{\partial b}{\partial x}(z_s) \cdot dz_s \right] dx$$

soit :

$$- \int_1^2 \rho g \frac{\partial}{\partial x} \left( \int_{z_b}^z (z - z_s) \cdot b(z_s) \cdot dz_s \right) dx + \int_1^2 \rho g \left( \int_{z_b}^z (z - z_s) \cdot \frac{\partial b(z_s)}{\partial x} dz_s \right) dx$$

et finalement :

$$- \rho \cdot g \cdot \int_1^2 \left( S \frac{\partial z}{\partial x} + (z_b - z) \cdot b(z_b) \cdot \frac{\partial z_b}{\partial x} \right) dx$$

.../...

L'équation de l'impulsion donne en projection sur l'axe Ox :

$$\int_1^2 \left( i S - \frac{z_0 P}{\rho g} - S \frac{\partial z}{\partial x} - (z_b - z) b(z_b) \cdot \frac{\partial z_b}{\partial x} - \frac{S}{g} \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right) dx = 0$$

cette relation valable quel que soit le domaine considéré s'écrit :

$$(1.2c) \quad \frac{1}{g} \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) - i + \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{(z_b - z) \cdot b(z_b)}{S} \cdot \frac{\partial z_b}{\partial x} + if = 0$$

On appelle  $\eta$  la pente de la ligne d'eau fictive tracée à section de veine d'eau constante :

$$\eta = i + \frac{h}{b} \cdot \frac{\partial b}{\partial x}$$

Quand les deux relations :

$$(1.2e) \quad \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial x} \quad \text{et} : \quad \frac{z - z_b}{S} b(z_b) \cdot \frac{\partial z_b}{\partial x} = 0$$

sont satisfaites, l'équation (1.2c) s'écrit sous une forme plus simple :

$$(1.2d) \quad \frac{u}{g} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{g} \cdot \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{b} \cdot \frac{\partial S}{\partial x} = \eta - if$$

$$\text{En effet :} \quad h = \frac{S}{b} \quad \text{et} : \quad \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{1}{b} \cdot \frac{\partial S}{\partial x} - \frac{h}{b} \cdot \frac{\partial b}{\partial x}$$

En fait l'équation (1.2d) est souvent employée sans qu'il soit précisé la condition de validité (1.2e)

$$\text{La relation} \quad \frac{z - z_b}{S} b(z_b) \cdot \frac{\partial z_b}{\partial x} = 0$$

est satisfaite soit quand la largeur au fond du canal est nulle, soit quand le fond du canal a une cote  $z_b$  constante.

Cherchons la signification de la relation :

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial x}$$

Calculons  $\frac{\partial h}{\partial x}$  à partir de la définition de h :

$$\frac{\partial h}{\partial x} = - \frac{\partial b(z)}{\partial x} \cdot \frac{1}{b^2(z)} \int_{z_0}^z b(z_s) \cdot dz_s + \frac{1}{b(z)} \int_{z_0}^z \frac{\partial b}{\partial x}(z_s) dz_s + \frac{\partial z}{\partial x}$$

la condition (1.2e) conduit à

$$\frac{\partial b(z)}{\partial x} \int_{z_0}^z b(z_s) dz_s - b(z) \int_{z_0}^z \frac{\partial b}{\partial x}(z_s) \cdot dz_s = 0$$

soit :

$$\int_{z_0}^z \left( \frac{\partial b(z)}{\partial x} \cdot b(z_s) - b(z) \cdot \frac{\partial b(z_s)}{\partial x} \right) dz_s = 0$$

relation qui doit être vérifiée quel que soit z :

$$\frac{1}{b(z)} \cdot \frac{\partial b(z)}{\partial x} = a(x).$$

Relation que l'on peut traduire en disant que les profils de deux sections d'abscisses  $x_1$  et  $x_2$  se déduisent l'une de l'autre par affinité d'axe oz ;

puisque :

$$b(x + dx, z) = b(x, z) \cdot (1 + a(x) dx)$$

Finalement les équations de SAINT-VENANT sont :

$$(1.2b) \quad \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial (Su)}{\partial x} + q_f = 0$$

$$(1.2d) \quad \frac{1}{g} \cdot \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{g} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{b} \cdot \frac{\partial S}{\partial x} = \eta - i_f$$

Précisons que dans ce système nous n'avons que deux inconnues  $u$  et  $S$ , en effet :

$$S = f_1(x, z)$$

$$b = f_2(x, z)$$

$$d'où b = f_3(x, S)$$

.../...

Cherchons les caractéristiques du système d'équations (1.2b), (1.2d).

L'équation  $\Delta = 0$ , condition donnant la direction des caractéristiques dans le plan des données  $(x, t)$ , conduit à :

$$\left( \frac{u^2}{g} - \frac{S}{b} \right) dt^2 - \frac{2u}{g} dx \cdot dt + \frac{1}{g} dx^2 = 0$$

Ce qui donne les directions :

$$\frac{dx}{dt} = u \pm \sqrt{\frac{gS}{b}}$$

L'équation  $\mathfrak{S} = 0$  qui donne la pente des caractéristiques dans le plan des inconnues  $(S, u)$  en fonction de  $dx$  et de  $dt$ , s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{S}{g} dx \cdot du + \left( \frac{S'}{b} - \frac{u^2}{g} \right) dt \cdot dS - \left( S(\eta - i\phi) + \frac{u}{g} \cdot q\phi \right) dx \cdot dt \\ + \frac{u}{g} dx \cdot dS + \frac{q\phi}{g} dx^2 = 0 \end{aligned}$$

En y reportant les valeurs de  $\frac{dx}{dt}$ , on trouve :

$$\begin{aligned} \left( \frac{uS}{g} \pm \frac{S}{g} \sqrt{\frac{gS}{b}} \right) du + \left( \frac{S}{b} \pm \frac{u}{g} \sqrt{\frac{gS}{b}} \right) dS = \\ \left( S(\eta - i\phi) + \frac{u}{g} q\phi \right) \left( u \pm \sqrt{\frac{gS}{b}} \right) dt - \frac{q\phi}{g} \left( u \pm \sqrt{\frac{gS}{b}} \right)^2 dt \end{aligned}$$

Dans le cas où  $q\phi = 0$ , ces deux dernières relations deviennent ( $S = bh$ )

$$(1.2f) - \begin{cases} \frac{dz}{dt} = u \pm \sqrt{gh} \\ d(u \pm 2\sqrt{gh}) = g(\eta - i\phi) \cdot dt \end{cases}$$

Cas particulier : Lorsque le canal est horizontal et cylindrique et que les forces de frottement sont négligeables, le système (1.2b), (1.2d) devient :

$$(1.2g) - \begin{cases} \frac{\partial z}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + h \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + g \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = 0 \end{cases}$$

et les équations des caractéristiques sont alors :

$$(1.2h) \quad \mathcal{C}^+ \begin{cases} \frac{dz}{dt} = u + \sqrt{gh} \\ du + \sqrt{\frac{g}{h}} \cdot dz = 0 \end{cases} ; \quad \mathcal{C}^- \begin{cases} \frac{dz}{dt} = u - \sqrt{gh} \\ du - \sqrt{\frac{g}{h}} \cdot dz = 0 \\ \dots/\dots \end{cases}$$

1.3 - Ecoulement consécutif à la rupture d'un barrage :

Malgré le caractère brusque de cet écoulement, on admet qu'il obéit aux équations de SAINT-VENANT; ce qui suppose, rappelons-le :

- qu'il n'existe aucune discontinuité, tant sur les caractéristiques du canal, que sur la profondeur de l'eau;
- que la répartition des vitesses soit uniforme dans chaque section;
- et que l'évolution longitudinale soit suffisamment progressive pour que l'on puisse négliger les forces d'inertie relatives aux déplacements verticaux et transversaux.

La connaissance du réseau des caractéristiques suffit pour déterminer les fonctions  $u(x,t)$  et  $z(x,t)$ . CRAYA [4] donne une méthode de construction graphique du réseau pour le cas général où interviennent divers paramètres : la pente, le frottement et la variation progressive de la section. FAURE et NAHAS [6] résolvent le problème par une méthode de calcul numérique et étendent la solution aux cas où une onde de crue se propage sur un fond sec.

La construction du réseau des caractéristiques nécessite la connaissance, en plus des conditions initiales, de deux relations à chaque extrémité du tronçon étudié :

- à l'amont : l'onde négative constitue la frontière entre le régime initial  $(u_0, z_0)$  et le mouvement non permanent engendré par l'effacement du barrage :  $u = u_0$ ,  $z = z_0$ .

- à l'aval : lorsqu'il existe un tirant d'eau initial l'onde positive est assimilable à une onde de choc et deux équations expriment alors que cette onde se propage sur le tirant d'eau initial. Mais lorsque la propagation a lieu sur fond sec, il est nécessaire de faire des hypothèses supplémentaires; FAURE et NAHAS utilisent dans ce cas la théorie de WHITHAM [7] qui donne des résultats concordant avec les expériences. DRESSLER [8] propose une théorie différente qui donne cependant des résultats voisins.

1.4 - La solution de RITTER [2].

RITTER donne la solution analytique du problème de la propagation de l'onde de crue consécutive à la rupture d'un barrage dans un canal prismatique, de section rectangulaire, de pente nulle et où les frottements sont négligeables. La solution suppose la réserve amont infinie. Le système d'équations régissant l'écoulement est le système (1.2g) où  $h = z$ , c'est à dire :

$$(1.4a) \quad \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + g \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial z}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + z \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \end{cases}$$

et les équations des caractéristiques sont alors :

$$(1.4b) \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = u + \sqrt{gz} \\ d(u + 2\sqrt{gz}) = 0 \end{cases} ; \begin{cases} \frac{dx}{dt} = u - \sqrt{gz} \\ d(u - 2\sqrt{gz}) = 0 \end{cases}$$

Ces équations donnent dans le plan  $(x,t)$  :

$$C^+ \equiv x - 2t + 3a^{2/3} \cdot t^{1/3} = 0 \quad \text{et} \quad C^- \equiv x - mt = 0$$

Toutes les caractéristiques  $C^-$  sont rectilignes et passent par l'origine.

Dans le plan  $(u,z)$ , les caractéristiques  $\Gamma^+$  se confondent en une seule, à

savoir :

$$u + 2\sqrt{gz} = 2\sqrt{gz_0}$$

L'intégrale satisfaisant aux conditions aux frontières pour  $t > 0$  est :

$$(1.4c) \quad \begin{cases} u = \frac{2}{3} \left( \sqrt{gz_0} + \frac{x}{t} \right) \\ \sqrt{gz} = \frac{1}{3} \left( 2\sqrt{gz_0} - \frac{x}{t} \right) \end{cases}$$

Le profil de l'eau est une parabole passant par le point fixe situé au barrage :  $x = 0$ ,  $z = \frac{4}{9} z_0$ ; elle est tangente au fond du canal. La vitesse et la hauteur de l'eau ne dépend que de la variable  $\frac{x}{t}$ ; il est alors commode de les représenter en fonction de cette variable.

L'accord entre cette théorie et les expériences est satisfaisant pour la majeure partie de l'écoulement. Il ne l'est plus en ce qui concerne la célérité du front de l'onde aval; dans cette zone la profondeur est faible et les vitesses grandes, de sorte que les frottements ne sont plus négligeables; la valeur expérimentale de la célérité se trouve être de l'ordre de la moitié de la valeur théorique, et le profil expérimental, au lieu d'être un arc de parabole à tangente horizontale, ressemble au profil d'un ressaut.

Dans ce qui précède nous avons supposé que la section du canal était rectangulaire; nous allons étendre une partie de ces conclusions au cas où la section est de forme quelconque, en traitant plus particulièrement le cas des sections trapézoïdales et triangulaires.

### 1.5 - Extension de la solution de RITTER à un canal de section quelconque.

Nous supposons que la rupture du barrage se produit dans un canal horizontal, de section quelconque, où les frottements sont négligeables. La retenue s'étend à l'infini à l'amont du barrage; en aval la vallée est à sec. Nous admettons encore que l'écoulement obéit aux équations de SAINT-VENANT:

$$(1.2g) \begin{cases} \frac{\partial z}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + h \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + g \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = 0 \end{cases}$$

Dans les équations des caractéristiques :

$$(1.2h) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = u \pm \sqrt{gh} \\ du \pm \sqrt{\frac{g}{h}} \cdot dz = 0 \end{cases}$$

apparaît le groupement  $\sqrt{\frac{g}{h}} \cdot dz$ ;  $h$  est une fonction de  $z$  seul; nous poserons avec GUERRINI :

$$(1.5a) \quad dF = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{h}} \cdot dz$$

La fonction  $F$  est une fonction de  $z$  seul,  $F(0)$  existe en général.

Il faut pour que  $F(0)$  existe, que, au voisinage de  $z = 0$ , la fonction  $h(z)$  soit d'ordre inférieur à 2; la limite à ne pas atteindre est  $h_m = \alpha^2 \cdot z^2$

Cherchons la fonction  $b_m(z)$  correspondante :

$$\frac{\int_0^z b_m(z_s) \cdot dz_s}{b_m(z)} = \alpha^2 \cdot z^2$$

En dérivant par rapport à  $z$ , nous obtenons :

$$b_m(z) = \alpha^2 b_m'(z) \cdot z^2 + 2\alpha^2 \cdot z \cdot b_m(z).$$

d'où :

$$\frac{b_m'(z)}{b_m(z)} = \frac{1}{\alpha^2 z^2} - \frac{2}{z}$$

et :

$$b_m(z) = \frac{1}{z^2} \cdot e^{-\frac{1}{\alpha^2 z}}$$

Il faudra donc pour que  $F(0)$  existe que la dérivée logarithmique de  $b(z)$  soit, au voisinage de  $z = 0$ , d'un ordre en  $z$  supérieur à  $-2$ .

A la courbe  $b_m$  correspond un point de rebroussement en  $z = 0$  pour le profil de la section du canal. Bien que certains profils à point de rebroussement satisfassent cependant à la condition énoncée plus haut, les hypothèses faites sur l'écoulement ne sont plus applicables physiquement; il n'est plus possible d'admettre une répartition uniforme de la vitesse dans une section. Dans un pareil cas, il faudrait faire abstraction de la partie effilée du fond du canal.

Les équations des caractéristiques (1.2h) s'écrivent maintenant, sous une forme analogue à celle des équations de la solution de RITTER (1.4c) :

$$(1.5b) \quad e^+ \left[ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = u + \frac{g}{z} \cdot \frac{dz}{dF} \\ d(u + zF) = 0 \end{array} \right. ; e^- \left[ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = u - \frac{g}{z} \cdot \frac{dz}{dF} \\ d(u - zF) = 0 \end{array} \right.$$

Par suite des conditions aux frontières pour  $t = 0$  et  $x < 0$  :  $u = 0$  et  $z = z_0$ .

Les caractéristiques  $\Gamma^+$  dans le plan  $(u, z)$  se confondent en une seule, à savoir :

$$(1.5c) \quad u = 2F(z_0) - 2F(z)$$

Les caractéristiques  $C^-$  dans le plan  $(x, t)$  forment une famille de droites; en effet le long d'une caractéristique  $C_1^-$  - nous avons la relation :

$$u = 2F(z) = \text{cte}$$

qui jointe à

$$u + 2F(z) = 2F(z_0)$$

montre que  $u$  et  $z$  sont constants le long de  $C_1^-$ : comme  $\frac{dx}{dt}$  ne dépend que de  $u$  et de  $z$ ,  $\frac{dx}{dt}$  est constant, de sorte que les caractéristiques  $C^-$  sont bien des droites.

Les caractéristiques  $C^-$  dans le plan  $(x, t)$  qui correspondent à  $0 < z < z_0$  passent par l'origine : si l'on coupe la solution dans l'espace  $(x, t, u, z)$  par le plan  $t = \varepsilon$ , on trouve toutes les valeurs de  $z$ ,  $0 < z < z_0$ , dans un intervalle  $-\eta < x < \eta'$  où  $\eta > 0$  et  $\eta' > 0$  tendent vers 0 avec  $\varepsilon$  et on ne les trouve que là. l'équation de ces caractéristiques est alors :

$$(1.5d) \quad \frac{x}{t} = 2F(z_0) - 2F(z) - \frac{g}{z} \cdot \frac{dz}{dF}$$

Les équations (1.5c) et (1.5d) déterminent entièrement la solution : l'équation (1.5d) ne contient que la seule inconnue  $z$ , elle donne  $z$  en fonction de  $x$  et de  $t$ ; l'équation (1.5c) donne alors la fonction  $u$ . De ces deux équations, nous tirons quelques conclusions générales que l'on retrouve dans la solution de RITTER, à savoir :

- dans le plan du barrage la ligne d'eau pivote autour d'un point fixe et les conditions sont critiques en effet : l'équation (1.5d) montre que  $z$  et par suite  $u$  ne dépendent de  $x$  et de  $t$  que par le quotient  $x/t$ ; nous en déduisons que, pour  $x = 0$  et  $t > 0$ ,  $z$  et  $u$  sont constants; nous appelons hauteur de rupture, que nous désignons par  $z_r$ , la hauteur dans le plan du barrage;  $z_r$  est donnée par :

$$(1.5e) \quad F(z_r) + \frac{g}{4} \cdot \frac{dz}{dF} = F(z_0),$$

Ces conditions sont bien critiques :

$$u = \frac{g}{z} \cdot \frac{dz}{dF} = \sqrt{g h}.$$

- la ligne d'eau est tangente à son extrémité aval au fond du canal : en effet dérivons à  $t$  constant, l'équation (1.5d) par rapport à  $x$ ; on obtient :

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{1}{t} \cdot \sqrt{\frac{h}{g}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{dh}{dz}}.$$

où  $h(z)$  tend vers zéro avec  $z$  et  $\frac{dh}{dz}$  est positif.

La célérité de l'onde aval est donnée par la valeur de  $\frac{dx}{dt}$  et, par suite, de  $\frac{x}{t}$  pour  $z = 0$ , elle vaut ici :  $2F(z_0) - 2F(0)$ .

#### Cas de sections particulières :

##### Section rectangulaire

La hauteur moyenne  $h(z)$  vaut ici :  $h(z) = z$ ; la fonction  $F(z)$  est

donnée par :

$$F(z) = \int_0^z \frac{1}{z} \cdot \sqrt{\frac{g}{z}} \cdot dz$$

Soit :

$$F(z) = F(0) + \sqrt{g z}.$$

Nous retrouvons bien la solution de RITTER.

Section triangulaire

La hauteur moyenne est alors :  $h(z) = \frac{z}{2}$  et la fonction F est :

$$F(z) = F(0) + \sqrt{2gz}$$

La solution peut se mettre sous la forme :

$$\sqrt{\frac{gz}{2}} = \frac{z}{5} \left( \sqrt{2gz_0} - \frac{x}{zt} \right)$$

$$u = \frac{z}{5} \left( \sqrt{2gz_0} + \frac{2x}{t} \right)$$

La hauteur de rupture au barrage  $zr$  vaut ici :

$$zr = \frac{16}{25} z_0$$

Section trapézoïdale :

Soit  $a$  la hauteur du triangle formé en prolongeant les côtés du trapèze. La hauteur moyenne est alors :

$$h(z) = \frac{z(z+2a)}{2(z+a)}$$

En posant  $\xi = 1 + \frac{z}{a}$ , il vient :

$$h(\xi) = \frac{a}{2} \cdot \frac{\xi^2 - 1}{\xi}$$

et  $dF = \sqrt{\frac{ga}{4}} \cdot \sqrt{\frac{2\xi}{\xi^2 - 1}} \cdot d\xi$

$$F(z) = \sqrt{\frac{ga}{4}} \int_1^{1+\frac{z}{a}} \sqrt{\frac{2\xi}{\xi^2 - 1}} \cdot d\xi$$

[3]  
GUERRINI a tabulé la fonction :

$$P(\xi) = \int_1^\xi \sqrt{\frac{2\xi}{\xi^2 - 1}} \cdot d\xi$$

avec :  $P(1) = 0$ .

Nous avons tracé, à l'aide de sa table, pour les sections trapézoïdales la courbe représentant la profondeur réduite  $zr/z_0$  au barrage en fonction du quotient  $a/z_0$ . Le rapport  $zr/z_0$  varie entre  $4/9$ , cas de la section rectangulaire où  $a$  tend vers l'infini et  $16/25$ , cas de la section triangulaire où  $a$  est nul.

L'équation de cette courbe est :

$$(1.5f) \quad F(z_2) + \frac{g}{4} \cdot \frac{dz}{dF} = F(z_0)$$

$$\text{soit} \quad P(\zeta_2) + \sqrt{\frac{\zeta_2^2 - 1}{2\zeta_2}} = P(\zeta_0)$$

$$\text{avec} \quad \zeta_2 = 1 + \frac{z_2}{a} = 1 + \frac{z_2/z_0}{a/z_0}$$

$$\text{et} \quad \zeta_0(a) = 1 + \frac{1}{a/z_0}$$

La résolution de l'équation (1.5f) est donc immédiate.

D'une manière plus générale, les équations (1.5a) et (1.5d) s'intègrent complètement lorsque la fonction  $b(z)$  est une puissance de  $z$ ; en effet la fonction  $h(z)$  est alors proportionnelle à  $z$  :

$$G = A \cdot z^m \quad \text{et} \quad h(z) = \frac{z}{m+1}$$

Nous avons la correspondance suivante :

pour  $m = 0$  la section est rectangulaire

pour  $m = \frac{1}{2}$  elle est parabolique

pour  $m = 1$  elle est triangulaire

pour  $m = 2$  elle est bi-parabolique (paraboles accolées dos à dos).

### 1.6 - Similitude.

La solution constituée par les équations (1.5c) et (1.5d) peut être obtenue par un raisonnement de similitude fait à partir du système (1.2g) (MARTINOT-LAGARDE [9]):

$$(1.2g) \quad \begin{cases} \frac{\partial z}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + h \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + g \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = 0 \end{cases}$$

et des conditions aux frontières du problème de rupture de barrage :

$$(1.6a) - t \leq 0 \quad \begin{array}{ll} x < 0 & z = z_0 \\ x > 0 & z = 0 \end{array} \quad u = 0$$

$$(1.6b) - \quad \begin{array}{ll} x = -\infty & z = z_0 \\ x = +\infty & z = 0 \end{array}$$

Appelons relations de similitude entre les échelles relatives au système (1.2g) les relations à imposer aux échelles  $\bar{x}$ ,  $\bar{u}$ ,... correspondant aux grandeurs  $x$ ,  $u$ ,... pour que le système (1.2g) reste invariant. Ces relations sont :

$$\frac{\bar{z}}{\bar{t}} = \bar{u} \cdot \frac{\bar{z}}{\bar{x}} = \bar{h} \cdot \frac{\bar{u}}{\bar{x}},$$

$$\frac{\bar{u}}{\bar{t}} = \frac{\bar{u}^2}{\bar{x}} = \bar{g} \cdot \frac{\bar{z}}{\bar{x}}.$$

Elles équivalent au système de trois relations distinctes :

$$(1.6c) \quad \bar{h} = \bar{z} = \frac{\bar{x}}{\bar{g} \cdot \bar{t}^2}$$

$$\bar{u} = \frac{\bar{x}}{\bar{t}}$$

La similitude est de liberté 3.

Les conditions aux frontières introduisent une donnée constante de plus  $z_0$  et une seule relation de similitude de plus :

$$(1.6d) \quad \bar{z} = \bar{z}_0$$

de sorte que la similitude reste de liberté 3.

La relation  $\bar{h} = \bar{z}$  est automatiquement satisfaite, c'est une conséquence de la définition :

$$h = \frac{1}{b(z)} \int_0^z b(z_s) dz_s$$

On dispose de 3 échelles arbitraires; on choisira un système de grandeurs primaires, par exemple le système  $(g, z_0, t)$ , qui convient car l'on peut résoudre les équations (1.6c) et (1.6d) par rapport aux échelles des autres grandeurs :

$$\bar{z} = \bar{z}_0 \quad ; \quad \bar{h} = \bar{z}_0 \quad ; \quad \bar{u} = \sqrt{g \cdot \bar{z}_0} \quad ; \quad \bar{x} = t \cdot \sqrt{g \cdot \bar{z}_0}$$

Le nombre des échelles arbitraires est supérieur à celui des données constantes,  $g$  et  $z_0$ ; aussi l'une des grandeurs primaires est une donnée variable à savoir  $t$ .

En appliquant le théorème de VASCHY on obtient la solution sous la forme réduite :

$$\left( \frac{z}{z_0}, \frac{u}{\sqrt{g \cdot z_0}} \right) = \Psi \left( \frac{x}{t \sqrt{g \cdot z_0}} \right)$$

Il apparaît deux fonctions de la seule variable :

$$X = \frac{x}{t \sqrt{g \cdot z_0}}$$

Elle est aussi la solution d'un système d'équations où les inconnues seraient :

$$Z = \frac{z}{z_0} \quad , \quad U = \frac{u}{\sqrt{g \cdot z_0}}$$

et où la donnée variable serait  $X$ . Nous sommes ainsi dans un cas où la similitude du problème se trouve comprendre une similitude interne de liberté 1.

Pour obtenir le nouveau système on substitue dans (1.2g) les expressions de  $u$ ,  $z$  et  $x$  en fonction de  $U$ ,  $Z$ ,  $X$ ; on posera aussi  $h = H \cdot z_0$ . On simplifie la substitution en donnant la valeur 1 aux grandeurs primaires qui sont des constantes.

- 1.6 -

Les dérivées partielles de  $z$  et  $u$  sont :

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z'}{\epsilon} \quad , \quad \frac{\partial z}{\partial t} = - \frac{x \cdot z'}{\epsilon^2} ;$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u'}{\epsilon} \quad , \quad \frac{\partial u}{\partial t} = - \frac{x \cdot u'}{\epsilon^2} .$$

La substitution dans les équations (1.2g) donne :

$$\begin{cases} - \frac{z' \cdot x}{\epsilon} + \frac{u \cdot z'}{\epsilon} + \frac{H \cdot u'}{\epsilon} = 0 \\ - \frac{u' \cdot x}{\epsilon} + \frac{u \cdot u'}{\epsilon} + \frac{z'}{\epsilon} = 0 \end{cases}$$

La quantité  $t$  s'élimine bien d'où

$$(1.6e) \quad \begin{cases} H \cdot u' = z' (x - u) \\ z' = u' (x - u) \end{cases}$$

L'ordre de l'une des équations s'abaisse, il vient, en effet :

$$(1.6f) \quad \begin{cases} x - u = \epsilon \sqrt{H} \\ x - u = \frac{z'}{u'} \end{cases}$$

$$\text{avec : } \epsilon = \pm 1 .$$

.../...

et la deuxième équation ne contient plus que la dérivée de  $Z$  par rapport à  $U$  :

$$\frac{dZ}{dU} = \varepsilon \sqrt{H}$$

Nous sommes de nouveau amenés à poser (1.5a)

$$\Phi(Z) = \frac{1}{2} \int_0^Z \frac{dZ_s}{\sqrt{H(Z_s)}}$$

Il vient alors :

$$(1.6g) \quad \begin{aligned} X - U &= \varepsilon \sqrt{H} \\ U &= U_1 + 2\varepsilon (\bar{\Phi}(Z) - \bar{\Phi}(1)) \end{aligned}$$

Les constantes  $U_1$  et  $\varepsilon$  sont déterminées par les équations aux frontières :

pour  $x = -\infty$ , on a  $z = z_0$  et  $u = 0$   
 donc  $Z = 1$  et  $U = 0$  d'où  $U_1 = 0$   
 pour  $x = +\infty$ , on doit avoir  $z = 0$ ; or :

$$X = \varepsilon (\sqrt{H} + 2\bar{\Phi}(Z) - 2\bar{\Phi}(1))$$

et pour  $z = 0$ ,  $H = 0$  et  $\bar{\Phi}(Z) = 0$   
 $\bar{\Phi}(1)$  étant positif:  $\varepsilon = -1$

Nous retrouvons finalement la solution précédente (cf : équations 1.5c et 1.5d) :

$$\begin{aligned} U &= 2\bar{\Phi}(1) - 2\bar{\Phi}(Z) \\ X &= 2\bar{\Phi}(1) - 2\bar{\Phi}(Z) - \sqrt{H} \end{aligned}$$

avec :

$$F(Z) = \sqrt{g \cdot z_0} \cdot \bar{\Phi}(Z).$$

### 1.7 - Etude expérimentale des sections trapézoïdales :

Nous avons vérifié expérimentalement la courbe donnant  $zr$  en fonction de  $a$ . Nous avons comparé de plus pour la section triangulaire le profil expérimental et le profil théorique.

Les expériences ont été réalisées dans un petit canal vitré

- canal B [15], dont les dimensions étaient :

longueur amont : 0,70 m

longueur aval : 1,30 m

largeur : 0,25 m

Une vanne à levée verticale simulait le barrage.

Le temps de levée de la vanne était de 0,1 s. D'étanchéité était obtenue à l'aide d'un caoutchouc mousse collé sur le pourtour de la vanne. Grâce à la forme des canaux réalisés une simple pression sur la vanne suffisait à rendre étanche le système. Huit extenseurs constituaient la force motrice; un dash-pot amortissant le mouvement de la vanne.

A l'aide de trois plaques de plexiglass de même longueur que le canal, nous obtînions sept formes possibles de canaux qui correspondaient à :

$a = 0 \text{ m} - 0,05 \text{ m} - 0,15 \text{ m} - 0,275 \text{ m} - 0,625 \text{ m} - 1,225 \text{ m} -$

Les plaques de plexiglass étaient graduées côté intérieur en abscisses et en ordonnées afin d'éliminer les erreurs de parallaxe.

L'observation était faite après la disparition des perturbations dues au procédé de suppression du barrage, soit  $t > 0,5 \text{ s}$ , et avant que l'onde amont ne revienne, réfléchiée par l'extrémité amont soit  $t < 1,4 \text{ s}$ .

Durant la faible période pendant laquelle les observations étaient possibles, nous pouvons dire que la hauteur de scission  $zr$  restait sensiblement constante, nous avons reporté les valeurs moyennes de  $\frac{zr}{z_0}$  en fonction de  $\frac{a}{z_0}$  sur la planche 1. L'accord est bon dans les cas extrêmes ( $\frac{zr}{z_0} = \frac{4}{9}$ ) pour le rectangle et  $\frac{zr}{z_0} = \frac{16}{25}$  pour le triangle), mais médiocre dans les autres cas : les points expérimentaux sont au-dessus de la courbe théorique.

Nous noterons à ce sujet le fait suivant : pour réaliser les diverses formes de section, nous avons placé à l'intérieur du canal vitré des ensembles en plexiglass. Une légère erreur commise sur le positionnement de ces ensembles a une influence importante sur la quantité  $a$ , en fait cette erreur peut se traduire d'après la construction du modèle soit par un déplacement latéral, soit par une rotation qui peut être due au film de pâte à modeler placé le long de l'arête inférieure pour obtenir l'étanchéité. (fig. 1.7a)

Dans les deux cas l'effet est de diminuer la valeur de  $a$ , ce qui rapproche les points expérimentaux de la courbe théorique :

Pour un déplacement latéral  $dl_1$ , la quantité  $a$  est diminuée de  $da_1$  :

$$da_1 = \frac{a}{l} \cdot dl_1$$

Pour une rotation  $d\alpha$ ,  $a$  est diminué de :

$$da_2 = \left(1 + \frac{a}{b-l} \operatorname{tg} \alpha\right) \cdot \frac{dl_2}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}$$

avec :

$$dl_2 = \frac{b-l}{\operatorname{tg} \alpha} \cdot da$$

Voici les valeurs de  $da_1$  et  $da_2$  :

Expérience	$a$	$da_1$	$da_2$
1	6,25	6,25 $dl_1$	31,4 $dl_2$
2	3	3,5 $dl_1$	18,5 $dl_2$
3	0,75	1,85 $dl_1$	6,15 $dl_2$

Nous avons en outre étudié le profil de la ligne d'eau dans le cas de la section rectangulaire; nous l'avons tracé à l'instant  $t = 0,5$  s. Comme dans le cas de la section rectangulaire, l'accord avec la courbe théorique est satisfaisant, d'une part à l'amont, d'autre part à l'aval jusqu'à une distance un peu inférieure à la moitié de la distance du front calculé.

II - ETUDE DE SINGULARITES DE SECTION

2 - ETUDE DES SINGULARITES DE SECTION

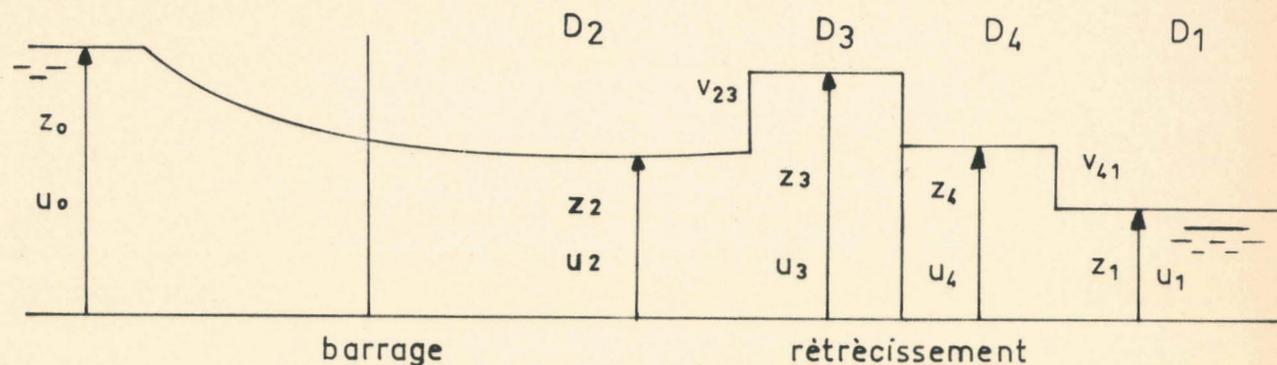
Notations

- 2.1 - La Méthode de STOKER
- 2.2 - Extension à la propagation sur fond sec
- 2.3 - Rétrécissement (première méthode)
- 2.4 - Rétrécissement (deuxième méthode)
- 2.5 - Rétrécissement au droit du barrage
- 2.6 - Elargissement
- 2.7 - Elargissement au droit du barrage
- 2.8 - Méthodes de résolution

NOTATIONS

RETRECISSEMENTS

Premier schéma



$z_0, u_0$  : Hauteur et vitesse initiales à l'amont.

$z_1, u_1$  : Hauteur et vitesse initiales à l'aval.

$z_i, u_i, F_i$  : Hauteur, vitesse et nombre de Froude dans le domaine  $D_i$ , la vitesse étant mesurée par rapport au sol.

$V_{ij}$  : Vitesse par rapport au sol de l'onde entre les domaine  $D_i$  et  $D_j$ .

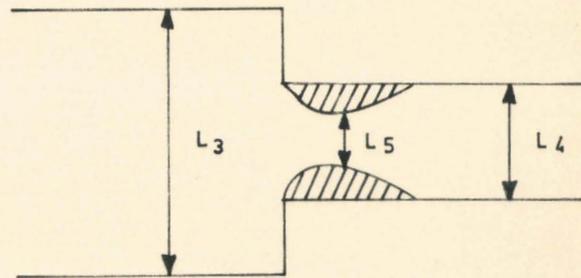
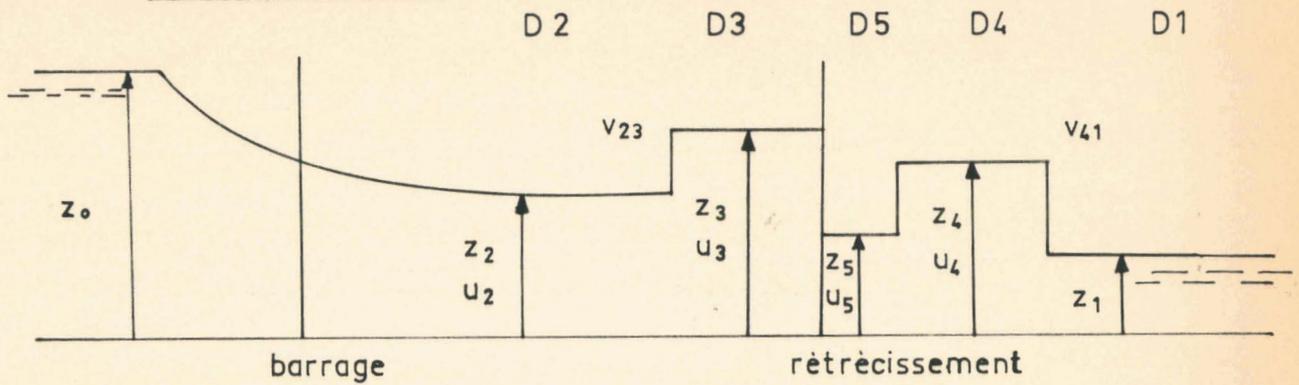
$F_{ij}$  : Nombre de Froude dans le domaine  $D_i$ , la vitesse étant mesurée par rapport au trièdre lié à l'onde entre les domaine  $D_i$  et  $D_j$ .

$D$  : Distance de la singularité au barrage.

$\alpha$  : Rapport de rétrécissement  $\alpha = L_4 / L_3$ .

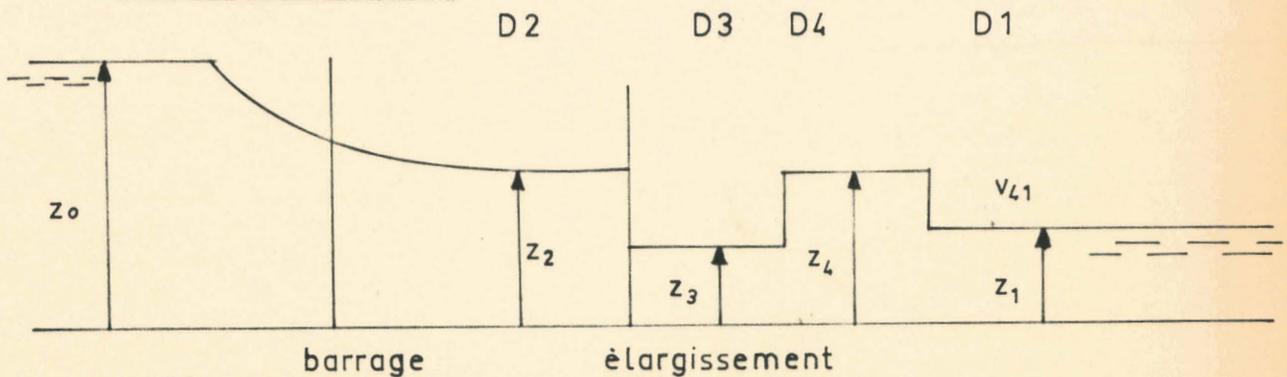
.../

Deuxième schéma :



$\gamma =$  coefficient de contraction  $\gamma = L_5 / L_4$ .

ELARGISSEMENTS



$z_3, u_3, F_3$  : Hauteur, vitesse et nombre de Froude dans le domaine  $D_3$ ,  
 domaine où la hauteur est minimum à l'aval de l'élargissement.

ETUDE DES SINGULARITES DE SECTIONS.

Dans le chapitre précédent, nous avons montré que les conclusions connues au sujet de la rupture d'un barrage dans un canal de section rectangulaire pouvaient être étendues à un canal de section quelconque à l'aide seulement d'une fonction  $F(z)$  déterminée par le profil de la section. Nous allons maintenant envisager le même problème de la rupture d'un barrage dans le cas où le canal comporte une ou plusieurs variations brusques de section. Nous revenons dans ce qui suit au cas simple de la section rectangulaire; comme plus haut le fond du canal est horizontal, les frottements sont négligeables. Mais au voisinage de la section singulière les équations de Saint-Venant qui supposent l'écoulement unidimensionnel ne sont plus applicables. Nous allons d'abord proposer une forme schématique de l'écoulement, qui nous permettra de calculer les phénomènes de réflexion sur les singularités de section.

2.1. - Le schéma de STOKER.

STOKER [10] traite le problème de la propagation de l'onde de crue consécutive à la suppression brusque d'un barrage dans un canal horizontal, de section rectangulaire et où les frottements sont négligeables. L'écoulement est considéré comme formé par une onde de choc suivie d'un domaine  $D_2$  à vitesse et hauteur uniformes, domaine qui se raccorde à l'amont à l'écoulement graduellement varié calculé par RITTER. Cette onde est déterminée par les équations classiques du ressaut :

$$\left( F_{12}^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{z_2}{z_1} \left( 1 + \frac{z_2}{z_1} \right) ; \right.$$

.../

$$(2.1a) \quad \begin{cases} F_{21}^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{z_1}{z_2} \left( 1 + \frac{z_1}{z_2} \right) ; \\ F_{12} = \frac{u_1 - v_{12}}{\sqrt{g z_1}} = \frac{-v_{12}}{\sqrt{g z_1}} ; \\ F_{21} = \frac{u_2 - v_{12}}{\sqrt{g z_2}} ; \end{cases}$$

Nous désignons par  $v_{12}$  la vitesse de l'onde par rapport au sol, et par  $F_{12}$  le nombre de Froude dans le domaine  $D_1$  la vitesse étant mesurée dans le trièdre lié à l'onde.

On raccorde à l'amont le domaine  $D_2$  à l'écoulement graduellement varié par la relation (2.1b) tirée des équations des caractéristiques  $C^+$  (cf : 1.4b) :

$$(2.1b) \quad u_2 + 2\sqrt{g z_2} = 2\sqrt{g z_0}$$

En posant  $y_i = z_i/z_{i-1}$  et en éliminant  $F_{12}$ ,  $F_{21}$ ,  $v_{12}$  et  $u_2$ , on obtient :

$$(2.1c) \quad \left( \sqrt{y_2} - 1/\sqrt{y_2} \right) \cdot \sqrt{\frac{1}{2}(1+y_2)} + 2\sqrt{y_2} = 2\sqrt{1/y_1}$$

Cette équation permet de déterminer le rapport  $y_2$  en fonction du rapport  $y_1$  (Fig. 2.1a).

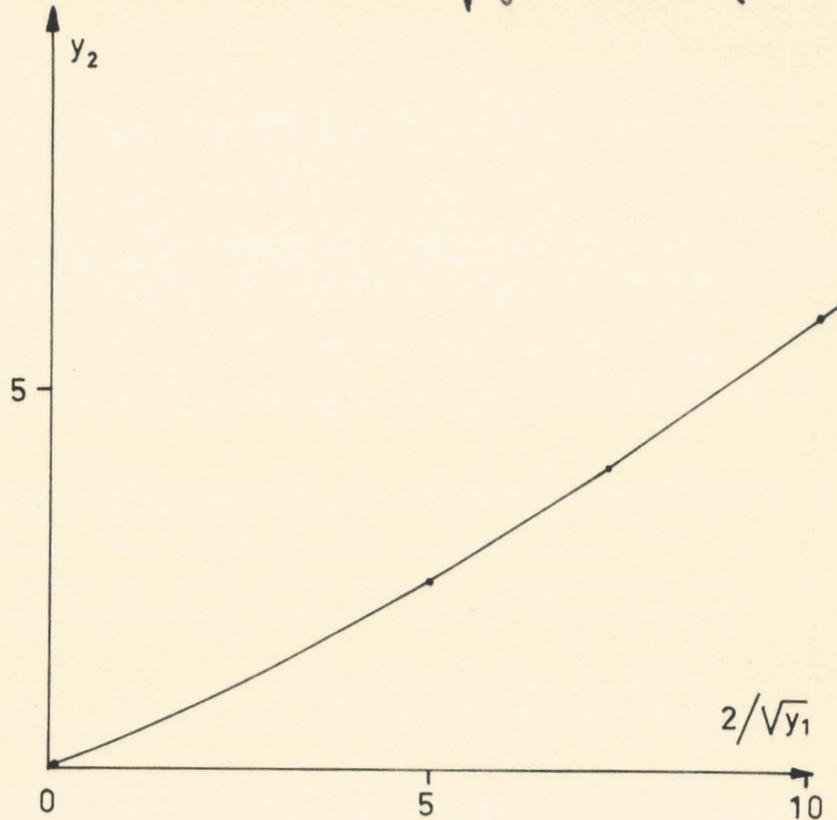
Les autres grandeurs réduites caractérisant l'onde incidente s'en déduisent :

- célérité du front par rapport à l'eau en aval :

$$v_{12} / \sqrt{g z_0} = \sqrt{y_2 \cdot \frac{1+y_2}{2}} \cdot \sqrt{y_1}$$

- nombre de Froude :

$$F_2 = u_2 / \sqrt{g z_2} = \sqrt{\frac{1}{y_2} \cdot \frac{1+y_2}{2}} \cdot \left( \sqrt{y_2} - \frac{1}{\sqrt{y_2}} \right).$$



Les seules données  $z_1$  et  $z_0$  déterminent complètement la solution. Nous allons d'abord étendre ce schéma au cas où l'aval du canal est à sec, avant de l'utiliser pour le calcul des réflexions sur les singularités de section.

2.2.- Extension du Schéma de STOKER à la propagation sur fond sec :

Nous avons vu (cf 1.4) que, lorsque l'aval est à sec, la solution de RITTER donne un profil tangent à l'aval au fond du canal, alors que l'expérience montre :

.../

- que le front présente la forme d'un mascaret:
- que la vitesse de ce front est bien inférieure à celle calculée par RITTER.

Imaginons alors le mouvement suivant : nous posons l'existence d'une onde de choc suivie d'un domaine  $D_2$  à vitesse et hauteur uniformes; cette onde se déplace à la vitesse constante  $u_f = u_2$ , le fond en aval étant à sec. Le domaine  $D_2$  se raccorde en amont d'une tranche d'abscisse  $x_2$  à l'écoulement graduellement varié selon le schéma adopté par STOKER pour la propagation sur fond humide. Ce schéma posé sans frottement entre fluide et solide présente la même similitude que celui de RITTER, à savoir :

$$\frac{u}{\sqrt{gz_0}} = f_1\left(\frac{x}{t\sqrt{gz_0}}\right) \quad \text{et} \quad \frac{z}{z_0} = f_2\left(\frac{x}{t\sqrt{gz_0}}\right).$$

La hauteur  $z_2$  du domaine  $D_2$  sera calculée en écrivant la conservation de la masse : la quantité d'eau se trouvant à l'aval du point d'abscisse  $x_2$  où le profil de RITTER se raccorde au domaine  $D_2$  est la même dans notre schéma que dans celui de RITTER :

$$(2.2a) \quad (u_2 \cdot t - x_2) \cdot z_2 = \int_{x_2}^{2t\sqrt{gz_0}} \frac{1}{gg} (2\sqrt{gz_0} - \frac{h}{t})^2 \cdot dh,$$

que l'on retrouve en utilisant la relation (2.2b) tirée des équations des caractéristiques  $C^+$  :

$$(2.2b) \quad u + 2\sqrt{gz} = 2\sqrt{gz_0},$$

mais il faut cependant tirer soit  $u_2$ , soit  $z_2$ , de l'expérience contrairement au schéma de STOKER qui est entièrement déterminé par les données  $z_0$  et  $z_1$ .

CAVAILLE [11] conclut de ses essais que  $u_2/\sqrt{gz_2}$  reste voisin de 1 pour  $t\sqrt{g/z_0} < 50$  et de 0,7 pour  $t\sqrt{g/z_0} > 70$ , d'où respectivement les hauteurs réduites et les nombres de Froude dans le domaine  $D_2$  :

$$(2.2a) \quad \begin{cases} z_2/z_0 = 0,25 \\ F_2 = 2 \end{cases} \quad \text{pour } t\sqrt{g/z_0} < 50 \quad ;$$

$$\begin{cases} z_2/z_0 = 0,42 \\ F_2 = 1,1 \end{cases} \quad \text{pour } t\sqrt{g/z_0} > 70 \quad .$$

---

ETUDE DES RETRECISSEMENTS BRUSQUES DE SECTION

(Rétrécissement en aval du barrage)

Nous supposons maintenant que le canal comporte à l'aval du barrage, à une distance  $D$  de celui-ci, un rétrécissement brusque de section défini par le rapport  $\alpha \leq 1$  des largeurs du canal de part et d'autre de la singularité. La rupture du barrage donne naissance à l'onde incidente correspondant au domaine  $D_2$  des schémas précédents; cette onde incidente atteint le rétrécissement et y produit deux ondes : l'onde réfléchie qui se propage vers l'amont et l'onde transmise qui se propage à l'aval du rétrécissement. L'expérience montre qu'après une courte période, l'écoulement prend une forme stable au voisinage du rétrécissement.

2.3. - Calcul de l'onde réfléchie sur un rétrécissement brusque  
(première méthode).

En prenant toujours pour guide le schéma de STOKER, nous assimilons toutes les ondes positives à des ondes de choc formant frontières entre des domaines où la hauteur et la vitesse sont uniformes et invariables. L'onde réfléchie se propage sur le domaine  $D_2$  et limite un domaine  $D_3$ ; un domaine  $D_4$  s'étend entre la singularité et l'onde transmise.

Ce premier calcul est fondé sur la remarque expérimentale, faite par nous, que la célérité de l'onde transmise est très voisine de celle de l'onde incidente, nous admettons qu'elles sont égales.

Considérons d'abord le cas où il y a un tirant d'eau initial  $z_1$ ; dans ce cas les ondes (2, 1) et (4, 1) se propagent sur le même tirant d'eau; il en résulte comme leurs vitesses sont égales que les hauteurs et les vitesses

des domaines  $D_2$  et  $D_4$  sont respectivement égales; ce que l'on peut exprimer en disant que l'onde transmise est simplement constituée par la tranche centrale de l'onde incidente qui n'a pas été arrêtée par le rétrécissement. Le débit par unité de largeur est ainsi le même dans les domaines  $D_2$  et  $D_4$ . Par ailleurs les débits eux-mêmes sont égaux dans les domaines  $D_3$  et  $D_4$  puisque ce sont des domaines dont la hauteur est uniforme et par suite invariable; d'où :

$$(2.3a) \quad \begin{cases} u_2 \cdot z_2 = u_4 \cdot z_4 \\ u_3 \cdot z_3 = \alpha \cdot u_4 \cdot z_4 \end{cases}$$

Désignons toujours par  $F_{ij}$  le nombre de Froude dans le domaine  $D_i$ , la vitesse étant mesurée par rapport au trièdre lié à l'onde entre les domaines  $D_i$  et  $D_j$ ; les équations définissant l'onde réfléchie s'écrivent :

$$(2.3b) \quad \begin{aligned} F_{23}^2 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{z_3}{z_2} \cdot \left( 1 + \frac{z_3}{z_2} \right); \\ F_{32}^2 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{z_2}{z_3} \cdot \left( 1 + \frac{z_2}{z_3} \right); \\ F_{23} &= \frac{u_2 - \sqrt{23}}{\sqrt{g z_2}} \quad ; \\ F_{32} &= \frac{u_3 - \sqrt{23}}{\sqrt{g z_3}} \quad . \end{aligned}$$

En appelant  $y_3$  le rapport  $z_3/z_2$ , nous obtenons l'équation nouvelle :

$$(2.3c) \quad F_2 \cdot \left( 1 - \frac{\alpha}{y_3} \right) = \sqrt{\frac{1+y_3}{2}} \cdot \left( \sqrt{y_3} - 1/\sqrt{y_3} \right).$$

- 2.3 -

Cette équation, dont la forme rappelle l'équation (2.1c), permet de déterminer le rapport  $y_3 = z_3/z_2$  à partir du rapport de rétrécissement et du nombre de Froude  $F_2$  du domaine  $D_2$  qui suit l'onde incidente. La célérité de l'onde réfléchie sera tirée de (2.3b) :

$$(2.3d) \quad V_{23} = \frac{\alpha \cdot u_2}{y_3} - \sqrt{\frac{1}{2} \frac{1}{y_3} \left(1 + \frac{1}{y_3}\right)} \cdot \sqrt{g z_3} .$$

En conclusion on voit que le rapport  $y_3$  ne dépend, pour un rétrécissement donné par  $\alpha$ , que du nombre de Froude  $F_2$  de l'écoulement incident et que toutes les grandeurs relatives à la réflexion sur le rétrécissement s'expriment en fonction du rapport  $y_3$ . Dans le cas où le fond à l'aval est initialement à sec, sans autre argument que l'analogie, nous avons adopté les mêmes relations (2.3a).

La résolution de l'équation (2.3c) est simple, nous l'avons faite à l'aide d'une machine à calculer CAB 500; nous avons reporté les caractéristiques de l'onde réfléchie : hauteur, vitesse et célérité du front, d'une part sur les planches 3, 4 et 5 en fonction du nombre de Froude  $F_2$  de l'écoulement incident et d'autre part sur les planches 6, 7 et 8 dans le cas d'un tirant d'eau initial aval en fonction du rapport  $y_1$  en exprimant que l'onde incidente (2.1) provient de la rupture du barrage, c'est à dire en adjoignant aux équations (2.3b) les équations du paragraphe 2.1.

La comparaison avec l'expérience sera faite plus loin, nous pouvons dire déjà que la surélévation de l'onde réfléchie que nous calculons ici est un peu trop grande. L'intérêt de la méthode réside à la fois dans l'approximation des résultats et dans la simplicité du calcul de la réflexion, le seul paramètre étant le nombre de Froude de l'écoulement incident.

### 2.4. - Calcul de l'onde réfléchie et de l'onde transmise.

(Deuxième méthode).

En analysant plus en détail les caractères de l'onde transmise mis en évidence par nos expériences, nous voyons que l'on peut considérer qu'au bout d'un temps relativement court, s'établit au voisinage du rétrécissement un écoulement permanent comportant un jet d'abord convergent avec le coefficient de contraction usuel  $\gamma$  selon les résultats numériques cités par ROUSE, puis divergent.

Pour l'onde réfléchie nous conserverons l'hypothèse que la hauteur  $z_3$  reste constante, car l'expérience le vérifie. Reprenons alors le schéma d'ondes de choc limitant des domaines à hauteur et vitesse constantes, nous désignons par  $D_5$  le nouveau domaine correspondant à la zone de contraction de la veine d'eau. Nous allons appliquer quatre fois les équations de la conservation de la masse et de l'impulsion, à savoir : à l'onde réfléchie entre les domaines  $D_3$  et  $D_2$ , à la contraction entre les domaines  $D_3$  et  $D_5$ , à l'élargissement qui la suit entre les domaines  $D_5$  et  $D_4$  et enfin à l'onde transmise entre les domaines  $D_4$  et  $D_1$ . Nous obtenons les équations suivantes

Equations relatives à l'onde réfléchie :

$$(2.4d) \left\{ \begin{array}{l} F_{23}^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{z_3}{z_2} \cdot \left( 1 + \frac{z_3}{z_2} \right); \\ F_{33}^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{z_2}{z_3} \left( 1 + \frac{z_2}{z_3} \right); \\ F_{23} = \frac{u_2 - v_{23}}{\sqrt{g z_2}} \quad ; \\ F_{32} = \frac{u_3 - v_{23}}{\sqrt{g z_3}} \quad . \end{array} \right.$$

.../

Equations relatives à la contraction ([16] p. 173) :

$$(2.4b) \left\{ \begin{array}{l} F_3^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{z_5}{z_3} \left[ \left( \frac{z_5}{z_3} \right)^2 - 1 \right] / \left( \frac{z_5}{z_3} - \frac{1}{\alpha \gamma} \right); \\ F_5^2 = \alpha^2 \gamma^2 \cdot F_3^2 \cdot z_3^3 / z_5^3 . \end{array} \right.$$

Equations relatives au divergent ([16] p. 174) :

$$(2.4c) \left\{ \begin{array}{l} F_5^2 = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot \frac{z_4}{z_5} \left[ 1 - \left( \frac{z_4}{z_5} \right)^2 \right] / \left( \frac{1}{\gamma} - \frac{z_4}{z_5} \right); \\ F_5^2 = F_4^2 \cdot \gamma^2 \cdot z_4^3 / z_5^3 . \end{array} \right.$$

Equations relatives à l'onde transmise :

$$(2.4d) \left\{ \begin{array}{l} F_{41}^2 = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{z_1}{z_4} \right) \cdot \frac{z_1}{z_4} ; \\ F_{14}^2 = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{z_4}{z_1} \right) \cdot \frac{z_4}{z_1} ; \\ F_{41} = \frac{\mu_4 - \nu_{41}}{\sqrt{g z_4}} ; \\ F_{14} = \frac{-\nu_{41}}{\sqrt{g z_1}} . \end{array} \right.$$

Pour pouvoir exécuter plus facilement les calculs à la machine, nous avons remplacé la loi de ROUSE donnant le coefficient  $\gamma$  par la loi approchée suivante :

$$(2.4e) \quad \gamma = 1 - 0,43(1-\alpha)^{1,424} .$$

Pour un rétrécissement donné par  $\alpha$ , toutes les grandeurs dépendent maintenant de deux paramètres, par exemple la hauteur  $z_2$  et la vitesse  $u_2$  de l'écoulement incident. En fait dans notre problème, ces deux grandeurs sont liées, elles dépendent du paramètre unique  $y_1 = z_1/z_0$ ; lorsqu'il y a un tirant d'eau aval nous avons réintroduit les équations du paragraphe 2.1 pour déterminer  $u_2$  et  $z_2$ :

$$(2.4f) \quad \left\{ \begin{array}{l} F_{22}^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{z_2}{z_1} \left( 1 + \frac{z_2}{z_1} \right); \\ F_{23}^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{z_1}{z_2} \left( 1 + \frac{z_1}{z_2} \right); \\ F_{12} = \frac{-V_{12}}{\sqrt{gz_1}} \\ F_{21} = \frac{u_2 - V_{12}}{\sqrt{gz_2}} \end{array} \right.$$

Pour le cas où l'aval est initialement à sec, nous avons introduit directement les valeurs de  $u_2$  et  $z_2$  tirées de l'expérience (voir [11]) et notre équation 2.2c pour  $\epsilon \sqrt{g/z_0} < 50$ .

Comme précédemment nous avons résolu le système d'équations à l'aide d'une machine à calculer CAB 500.

Nous avons reporté les caractéristiques de l'onde réfléchie : hauteur, vitesse et célérité du front en fonction du rapport  $y_1$  (planches : 9, 10 et 11). Sur ces planches nous avons d'ailleurs portées les valeurs que l'on obtiendrait en négligeant la perte de charge dans le divergent ( $\gamma = 1$ ). Finalement les valeurs obtenues pour  $z_3$  et  $V_{32}$  sont voisines de celles obtenues par le calcul du paragraphe précédent: elles sont légèrement supérieures pour  $\alpha = 0,75$  et légèrement inférieures pour  $\alpha = 0,50$  et  $0,25$ .

Rétrécissement au droit du barrage.

2.5.- Calcul de l'onde réfléchie sur un rétrécissement situé au droit du barrage.

Le schéma que nous avons adopté précédemment pour représenter l'écoulement lorsque le rétrécissement est en aval du barrage n'est plus valable quand il se trouve dans le plan même du barrage ou dans son voisinage. En effet le domaine  $D_2$  à l'amont de l'onde incidente n'existe plus et de ce fait l'onde réfléchie que nous observons expérimentalement ne se propage plus sur un domaine à hauteur et vitesse uniforme.

Nos expériences montrent que la hauteur  $z_3$ , dans le domaine  $D_3$  situé entre l'onde réfléchie et le rétrécissement reste invariable à  $\pm 0,02 z_0$  près.

Désignons encore par  $z_2$  la hauteur en amont de l'onde réfléchie; mesurant  $z_2$ ,  $z_3$  et  $V_{23}$ , nous tirons les valeurs de  $u_2$  et  $u_3$  des deux équations du choc :

$$(2.5a) \quad \begin{cases} u_3 - V_{23} = \sqrt{g \frac{z_2 + z_3}{2}} \cdot \sqrt{\frac{z_2}{z_3}} ; \\ u_2 - V_{23} = \sqrt{g \frac{z_2 + z_3}{2}} \cdot \sqrt{\frac{z_3}{z_2}} . \end{cases}$$

On s'aperçoit alors que les valeurs obtenues pour  $u_2$  et  $z_2$  vérifient bien les équations générales des caractéristiques  $C^+$  :

$$u + c \sqrt{gz} = c \sqrt{gz_0} .$$

Nous voyons d'ailleurs que cette relation demeure valable dans le domaine  $D_3$  (Tableau 2.5a).

Désignons encore par  $z_r$  et  $u_r$  les grandeurs qu'on aurait au droit du barrage s'il n'y avait pas de rétrécissement et posons un coefficient de débit  $\alpha'$  défini par :

$$(2.5b) \quad z_3 \cdot u_3 = \alpha' \cdot z_2 \cdot u_2 .$$

Nos expériences montrent qu'on obtient  $\alpha'$  compris entre  $0,98\alpha$  et  $1,04\alpha$  où  $\alpha$  est le rapport de rétrécissement : autrement dit l'hypothèse (faite au paragraphe 2.3) que l'onde transmise est formée par la tranche centrale de l'onde incidente est encore valable ici en définissant l'écoulement incident par les grandeurs  $z_r$  et  $u_r$ .

Inversement nous déduisons de là un procédé de calcul de la hauteur  $z_3$ . Puisque l'expérience la montre invariable, on la calculera à l'aide des équations (2.5a) et (2.5b) où l'on fera  $\alpha' = \alpha$ ,  $u_2 = u_r$  et  $z_2 = z_r$ . Ce calcul donnera en même temps la célérité  $V_{23}$ .

5	0,80	0,62	0,56	0,182	1,970	0,397	1,969	0,492
10	0,82	0,64	0,58	0,176	1,984	0,387	1,987	0,488
15	0,82	0,68	0,60	0,188	1,998	0,360	2,008	0,52
20	0,80	0,70	0,62	0,190	1,980	0,305	1,975	0,513
5	0,81	0,62	0,56	0,190	1,99	0,406	1,984	0,52
10	0,80	0,64	0,58	0,178	1,988	0,368	1,968	0,482
15	0,80	0,68	0,60	0,192	1,982	0,333	1,983	0,518
20	0,80	0,70	0,62	0,190	1,980	0,305	1,975	0,513

Tableau 2.5a - Résultats des expériences en grandeurs sans dimensions.

ELARGISSEMENTS BRUSQUES.

2.6. - Elargissement brusque en aval du barrage.

Envisageons maintenant la forme opposée de singularité : un élargissement brusque que nous supposerons d'abord situé en aval du barrage. Nous allons traiter ce problème d'une manière analogue aux précédents en adoptant un schéma où l'écoulement est formé de domaines à hauteur et vitesse uniformes.

L'expérience montre d'abord qu'il ne se produit pas ici d'onde réfléchie et que l'aval n'a pas d'influence sur l'écoulement amont, ce qui provient du fait conforme aux théories de RITTER et de STOKER que l'écoulement est supercritique à l'aval du barrage, ce qui se traduit par le fait qu'aucune onde élémentaire ne peut s'y déplacer vers l'amont. Il en résulte que l'on pourra étudier la partie du canal située à l'amont de l'élargissement comme si celui-ci n'existait pas.

L'expérience montre encore que la profondeur d'eau diminue fortement au passage de l'élargissement, mais qu'il se produit, plus loin en aval, un ressaut qui se stabilise rapidement.

Dans notre schéma nous appellerons  $D_3$  le domaine situé entre l'élargissement et le ressaut où la hauteur passe par un minimum, en lui attribuant une hauteur uniforme égale à la hauteur minimum.  $D_4$  désignera le domaine situé à l'aval du ressaut. A l'amont de l'élargissement nous avons encore le domaine  $D_2$  non perturbé. Nous appliquerons d'abord les équations de la conservation de la masse et de l'impulsion d'une part à l'élargissement ([16] p. 174) :

- 2.6 -

$$(2.6a) \left\{ \begin{array}{l} u_2 \cdot z_2 = \alpha \cdot u_3 \cdot z_3 \quad ; \\ F_2^2 = \frac{u_2^2}{g z_2} = \frac{\alpha \cdot z_3 / z_2 (1 - z_3^2 / z_2^2)}{2 (1/\alpha - z_3 / z_2)} \end{array} \right. .$$

Nous avons essayé d'écrire les équations analogues pour le ressaut (3.4).

$$(2.6b) \left\{ \begin{array}{l} u_3 \cdot z_3 = u_4 \cdot z_4 \quad ; \\ F_{34}^2 = \frac{1}{2} z_4 / z_3 (1 + z_4 / z_3) ; \\ F_{34} = \frac{u_3}{\sqrt{g z_3}} \end{array} \right. .$$

Ce système d'équations suffirait pour déterminer complètement les inconnues  $z_3$ ,  $u_3$ ,  $z_4$ ,  $u_4$  et  $V_{14}$  à partir des valeurs de  $z_2$  et  $u_2$  et du rapport d'élargissement  $\alpha > 1$ , ce qui serait paradoxal car le phénomène dépend essentiellement du tirant d'eau  $z_1$ . On peut ajouter que, en écrivant (2.6b), on a fait une simplification abusive parce que la distribution de vitesse dans le domaine  $D_3$  est loin d'être uniforme. L'expérience montre que la valeur calculée  $z_3$  est sensiblement égale à la valeur expérimentale, mais que la valeur calculée de  $z_4$  est beaucoup trop grande. Les écarts observés augmentent à mesure que le tirant d'eau  $z_1$  devient plus grand.

On obtient en fait une valeur approchée satisfaisante de la hauteur  $z_4$  et de la célérité  $V_{14}$  par le raisonnement suivant : nos expériences montrent que le ressaut (3.4) se stabilise rapidement, c'est à dire que la section dans laquelle il se produit s'immobilise rapidement et que la hauteur  $z_4$  devient

.../

constante à quelques petites oscillations près. Ainsi la surface libre reste sensiblement fixe depuis l'amont de l'élargissement jusqu'en aval du ressaut (3.4); par suite le débit dans le domaine  $D_4$  est égal au débit dans le domaine  $D_2$ . Nous les comparons directement sans calculer les grandeurs relatives au domaine  $D_3$ . Le domaine  $D_4$  est limité à l'aval par une onde de choc se déplaçant sur le tirant d'eau  $z_1$ ; nous sommes conduits au système d'équations suivant qui détermine la hauteur  $z_4$  et la célérité  $V_{14}$  en fonction du produit  $z_2 \cdot u_2$ , de  $z_1$  et du rapport  $\alpha$  :

$$u_2 \cdot z_2 = \alpha \cdot (z_4 - z_1) \cdot V_{14} ;$$

$$(2.6c) \quad \frac{V_{14}^2}{g z_1} = \frac{1}{2} \frac{z_4}{z_1} \left( 1 + \frac{z_4}{z_1} \right).$$

Ce nouveau schéma donne des résultats voisins de ceux de l'expérience.

2.7. - Elargissement brusque au droit du barrage.



Le schéma précédent n'est plus acceptable lorsque l'élargissement est situé dans le plan du barrage; en effet nous avons supposé qu'il existait un domaine  $D_2$  à hauteur et vitesse constantes à l'amont de l'élargissement, ce qui n'est plus le cas ici. On pourra cependant faire le calcul approché fondé sur la remarque expérimentale suivante : le débit et la hauteur sont invariables dans la section du barrage; tout se passe donc pour l'aval comme s'il existait à l'amont du barrage un domaine à hauteur  $z = z_2$  et vitesse  $u = u_2$  uniformes et invariables. On reprendra les équations (2.6a) et (2.6c) où l'on fera  $u_2 = u_r$  et  $z_2 = z_r$ . (On remarquera que nous avons adopté le même point de départ pour le rétrécissement brusque situé dans le plan du barrage : mais ce point de départ n'était pas nécessairement valable alors du fait que l'amont était perturbé par l'onde réfléchie).

Quand le rapport  $y_1$  est petit, la hauteur  $z_2$  est plus petite que la hauteur  $z_r$ , hauteur dans le plan du barrage où les conditions sont critiques :  $z_r$  et  $u_r$  sont alors invariables,  $z_3$  sera indépendant de  $z_1$  puisqu'il ne dépend que de  $u_r$  et  $z_r$  et de plus de  $z_1$  sera sur une courbe  $z_4 = f(z_1)$  différente de celle obtenue au paragraphe précédent où  $u_2$  et  $z_2$  dépendent de  $z_1$  par suite des équations (2.1a).

Mais quand  $y_1$  croît,  $z_2$  atteint puis dépasse la hauteur critique : la hauteur  $z_r$  dans le plan du barrage sera alors égale à  $z_2$  et nous retrouvons les équations (2.6a) et (2.6c) :  $z_3$  et  $z_4$  seront alors en fonction de  $z_1$  sur les mêmes courbes que celles trouvées au paragraphe 2.6. Cela s'explique d'ailleurs du fait que le domaine  $D_2$  s'étend alors à l'amont du barrage et que nous retrouvons ainsi un schéma analogue à celui obtenu lorsque l'élargissement est en aval du barrage.

III - ETUDE EXPERIMENTALE DES SINGULARITES DE SECTIONS

### 3. - ETUDE EXPERIMENTALE DES SINGULARITES DE SECTION

-:-:-:-:-:-:-:-:-:-:-

#### DISPOSITIF EXPERIMENTAL

- 3.1 - le canal d'essai
- 3.2 - Mesure des hauteurs d'eau
- 3.3 - Précision des mesures
- 3.4 - Programme des essais

#### RESULTATS EXPERIMENTAUX

- 3.5 - Essais préliminaires
- 3.7 - Rétrécissements de section
- 3.8 - Elargissements de section
- 3.9 - Bassin

#### CONCLUSION

DISPOSITIF EXPERIMENTAL

--:--:--:--:--

3.1 - LE CANAL D'ESSAI

L'installation expérimentale comporte un canal de 22 m de long : (canal A) et divers appareils de mesure et d'enregistrement.

- Canal A (Pl.16)

Ce canal se divise en deux parties l'une tôleée, l'autre vitrée; séparées par une vanne; les dimensions sont :

- longueur de la partie tôleée (amont) : 12,65 m
- " " vitrée (aval) : 9,65 m
- longueur totale : 22,30 m
- largeur du canal : 0,50 m
- profondeur de la partie amont : 0,65 m
- " " aval : 0,50 m

Des profilés en U reposant sur des piliers de parpaings forment l'ossature du canal; ils supportent un fond métallique que recouvre une chappe de ciment. Les parois vitrées du canal sont constituées de panneaux de glace de 1,20 m x 0,50 m.

- Alimentation du canal A :

L'alimentation du canal est assurée par une pompe puisant l'eau dans une citerne de 25 m<sup>3</sup> (pl.15). L'eau circule en circuit fermé, aussi les variations de sa résistivité seront essentiellement dues à des différences de température ou à un brassage insuffisant.

Le circuit hydraulique comporte en outre :

- une vanne papillon à chaque extrémité du canal
- une vanne déversante à l'extrémité aval : elle sert soit à régler le niveau initial de l'eau à l'aval, soit à stabiliser l'évacuation de l'eau pour les mesures de rugosité.

- une cuve en ciment reliée à la partie amont du canal pour l'étalonnage des jauges à résistance.
- des diaphragmes placés sur la conduite d'amenée de l'eau pour la mesure de débit.
- un radeau stabilisateur et un système de grilles placés à l'entrée du canal.
- Mesure des pertes de charges :

Nous avons mesuré les pertes de charges en écoulements permanents, non uniforme. Le débit est donné par les diaphragmes; et la pente de la surface libre par des pointes limnimétriques en diverses sections du canal.

Le coefficient de perte de charge linéique est défini par la formule :

$$\Psi = \frac{\Delta\pi}{L} \cdot \frac{D}{1/2 \cdot P u^2}$$

où  $\Delta\pi$  est la perte de charge entre deux points distants de L, D le diamètre hydraulique défini par  $D = \frac{4S}{P}$  avec S = section de la veine d'eau et P = périmètre mouillé.

Deux séries d'essais ont été réalisées avec rugosité différente :

- l'une sur fond lisse, le fond étant obtenu par polissage de la surface de la chappe de ciment;
- l'autre sur fond rugueux, le fond étant obtenu par beuchardage du ciment créant des aspérités d'une quinzaine de millimètres en forme de losange et placés en quinconce.

On voit sur les planches 25 et 26 que le coefficient  $\Psi$  obéit à la loi de NIKURADSE

$$\Psi = 1 / (2 \text{Log. } D/\varepsilon + 1,138)^2$$

La hauteur moyenne  $\varepsilon$  des aspérités étant :

- de 0,5 mm pour le fond lisse, ce qui donnait lors de nos essais un coefficient  $\Psi$  voisin de 0,022;

- de 15 mm pour le fond rugueux,  $\psi$  variant entre 0,060 et 0,070.

- Vanne à levée rapide :

La rupture du barrage est matérialisée par l'effacement d'une vanne dont les qualités essentielles sont l'étanchéité et la rapidité de la levée (pl. 24).

L'étanchéité a été obtenue par le système suivant : une chambre à air comprime latéralement les parois de la vanne; à l'instant où la vanne s'élève, deux électro-vannes s'ouvrent : la chambre à air se vide, libérant ainsi la vanne de toute sollicitation latérale.

La force motrice provient d'un ensemble de quinze extenseurs; un amortisseur à huile est nécessaire pour absorber l'énergie cinétique de la vanne et éviter un choc important sur le bâti; il permet en outre de contrôler le mouvement par le réglage de l'ouverture mettant en communication les deux parties du cylindre de part et d'autre du piston du dash-pot.

- Equation régissant le mouvement de la vanne :

Les forces agissant sur la vanne sont les suivantes :

- force motrice : elle peut être mise avec une bonne approximation sous la forme :  $F = F_0 - ky$  ( $y$  représentant la cote à l'instant  $t$ , les cotes étant comptées à partir de la position initiale).
- force d'amortissement :  $F = A\left(-\frac{dy}{dt}\right)^2$ , le coefficient  $A$  varie en fonction de l'ouverture mettant en communication les deux parties du cylindre de l'amortisseur.
- le poids de la vanne  $mg$ .

L'équation du mouvement de la vanne est alors :

$$F_0 - ky - A\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 - mg = m \frac{d^2y}{dt^2}$$

Cette équation est de la forme :

$$y'' + By + Cy'^2 + D = 0$$

avec  $B = k/m$

$C = A/m$

$D = - F_0/m$

L'équation précédente est équivalente au système suivant :

$$dy = z \cdot dt$$

$$z \cdot \frac{dz}{dy} + By + Cz^2 + D = 0$$

La deuxième équation étant linéaire en  $z^2$ , il vient :

$$\frac{z^2}{2} = z_0 \cdot e^{-2By} - \frac{By}{2C} - \frac{D}{2C} + \frac{B}{4C^2}$$

pour  $y = 0 : z = 0$  , donc  $z_0 = \frac{D}{2B} - \frac{B}{4C^2}$

On est finalement ramené à la quadrature :

$$\frac{dy}{dt} = \sqrt{-\frac{By}{2C} + \frac{D}{2C} - \frac{B}{4C^2} (e^{-2By} - 1)}$$

Les coefficients A, B et C dépendent des valeurs données à  $F_0$  et A ; le calcul est approximatif, il néglige les forces de viscosité de l'huile et les divers frottements mécaniques : ces effets sont compensés par l'augmentation de l'ouverture du circuit d'huile de l'amortisseur.

Le temps de levée de vanne est mesuré à l'aide de deux microrupteurs placés le long du bâti de la vanne et indiquant l'un l'instant de départ de la vanne, l'autre le passage de la vanne à une cote donnée (nous avons pris  $4 z_0/9$ ). Le temps de levée de vanne n'est pas rigoureusement constant d'une expérience à l'autre : la viscosité de l'huile de l'amortisseur varie avec la température, la force tractrice des extenseurs diminue un peu à l'usage. Le temps moyen de levée de vanne est de l'ordre de 0,30 secondes

#### - Réalisation des singularités de section :

Les élargissements et les rétrécissements ont été réalisés par un cloisonnement intérieur du canal à l'aide de plaques métalliques montées sur bourrelets de caoutchouc mousse afin d'obtenir des séparations étanches (pl.17).

#### 3.2 - MESURE DES HAUTEURS D'EAU.

Le système de mesure des hauteurs par des capteurs à impédance s'est imposée ici, le canal comportant des parties tôlees interdisant la photographie.

- 3.2 -

Ce système déjà utilisé au laboratoire a dû être adapté à la mesure des hauteurs d'eau beaucoup plus grandes. Il présente sur la photographie l'avantage de fournir des enregistrements plus facilement exploitables qu'un film, mais malheureusement moins complets

Le principe est le suivant : un générateur fournit une tension alternative aux bornes d'un circuit comprenant une jauge à impédance, une impédance de charge et le primaire d'un transformateur adapteur d'impédance; le secondaire du transformateur reçoit une tension modulée par la jauge, qu'il transmet à un ensemble amplificateur démodulateur; le courant de sortie agit sur le cadre d'un galvanomètre enregistreur à plume.

Ce circuit constitue une voie; le générateur est commun à cinq voies. Les caractéristiques des appareils utilisés sont les suivantes :

- Générateur

Marque : UNITRON

Fréquences : 1 kHz; 4 kHz; 10 kHz. Fréquence de travail : 4 kHz

Tension : de 0 V à 20 V. Tension de travail : 10 V.

- Amplificateurs - démodulateurs :

Marque UNITRON

- Adaptateurs : montés par le laboratoire.

- Enregistreurs :

Marque : SEFRAM

Cinq voies

Largeur de la bande d'enregistrement : 40 mm

Vitesse de déroulement de 1,5 mm/s à 30 mm/s

Bande passante des galvanomètres : 0 - 7 Hz.

Il faut noter la faible largeur de la bande d'enregistrement, le rapport de la hauteur d'eau réelle à la déviation enregistrée est de dix à un, ce qui réduit considérablement la précision du système, du fait que la lecture sur la bande comporte une erreur-type de 0,5 mm.

- Capteur à impédance (Pl. 18)

Le capteur présente la forme d'un archet supportant deux fils de platine de section 0,3 mm et d'entre-axes 10 mm. L'archet est fixé dans le canal de mesure par un support en dural prenant place dans un logement scellé dans le radier, le support comporte un épaulement affleurant le fond du canal. Après plusieurs essais, nous avons adopté un système de tendeur constitué par un élastique passant autour d'une petite poulie et tendant les deux fils de platine : le système ainsi perfectionné mais moins fragile que celui existant offre l'avantage de mettre les deux fils sous la même tension, réglable d'ailleurs en faisant coulisser verticalement le support de la poulie.

3.3 - PRECISION DES MESURES

- Paramètres agissant sur la réponse des jauges :

La déviation enregistrée dépend essentiellement de l'impédance du tronçon de circuit électrique constitué par les deux fils de platine et la masse de fluide qui les entoure. Cette impédance dépend elle-même des paramètres suivants :

- profondeur à laquelle plongent les fils;
- forme et inclinaison de la surface libre autour des fils;
- forme des électrodes; tension des fils et distance les séparant; diamètre des fils;
- résistivité de l'eau;
- forme du récipient dans lequel on fait la mesure; proximité et nature des parois.

La plupart de ces facteurs ont une influence difficilement contrôlable; l'idéal serait de faire l'étalonnage sur le lieu même de la mesure ce qui est impossible de réaliser ici. Toutefois beaucoup de ces facteurs ont une influence négligeable à l'égard de celle des autres :

- la tension des fils, la distance entre les fils et tout ce qui se rapporte à la géométrie des électrodes.

- la forme et l'inclinaison de la surface libre.
- la proximité des parois lorsque sa distance à la jauge dépasse une dizaine de fois la distance entre les électrodes.

Influence de la résistivité de l'eau :

C'est le principal facteur susceptible de causer des erreurs de mesures. La résistivité de l'eau varie d'un point à un autre du modèle, bien que l'eau circule en circuit fermé. L'eau alimentant le canal est puisée dans une citerne se trouvant au sous-sol à une température différente de celle du hall où le canal est installé; sa température varie donc. La durée d'une expérience a été réduite au minimum, mais elle reste importante; des écarts de 0,5° C ont été constatés au cours d'une même expérience.

La résistivité de l'eau  $\rho_{\theta}$  à la température  $\theta$  peut être exprimée par la formule :

$$\rho_{\theta} = \rho_{\theta_0} \cdot [1 + a(\theta - \theta_0)]$$

Nous observons effectivement une déviation linéaire en fonction de la température; les déviations enregistrées sont les suivantes (pl. 23) :

- pour une profondeur de 50 mm d'eau : 0,3 mm par degré;
- pour une profondeur de 100 mm d'eau : 0,6 mm par degré;
- pour une profondeur de 150 mm d'eau : 0,9 mm par degré.

Influence de la présence d'impureté dans l'eau :

Des impuretés dans l'eau modifient sa résistivité, elles peuvent aussi dans le cas de corps solides venir se prendre entre les électrodes de la jauge et modifier le champ électrique qui y régnait. L'impureté la plus courante est la graisse des pompes qui vient se déposer sur les électrodes. Des expériences ont été faites à ce sujet montrant l'influence du dépôt sur les électrodes de divers produits (pl. 20).

Influence d'autres facteurs :

Quand la vitesse de l'eau devient grande, il se produit, outre une gaine de bulles d'air autour des fils, un décollement de la veine d'eau dans le sillage des fils; il se forme une lamelle d'air irrégulière de trois ou quatre centimètres dans le sens de l'écoulement.

sans dimension.

Leur valeur correspond à une incertitude de 0,025 sur les hauteurs exprimées en grandeurs  
La marge d'incertitude sur l'estimation des hauteurs d'eau est de 10 mm; cette

Precision sur la mesure des hauteurs d'eau :

La date à laquelle il se produit est inférieure à 0,1 seconde.

lecture : dans la mesure où un phénomène est parfaitement défini, l'erreur commise sur  
Les erreurs commises sur l'estimation des temps sont imputables aux erreurs de

Precision sur l'estimation des temps :

Precision des résultats :

correction ne pouvait être qu'approximative, nous l'avons prise égale à 5 mm.

action de la surface moyenne du radier; les aspérités étant de l'ordre de 15 mm, la  
tuee par une couche rapportée de ciment bouchardé; il a fallu tenir compte de la surélé-  
d'amplitude maximum 3 mm (pl. 16). Dans le cas du fond rugueux, la rugosité était consti-  
radier du canal n'est pas rigoureusement horizontal, mais présente une légère ondulation  
La cote zéro était repérée par l'épaulement du support de l'archet; en fait le

- Repérage de la cote zéro :

d'alimentation qui a due être stabilisée.

sont sensibles aux variations de la température ambiante, aux variations de la tension  
Il est nécessaire de les mettre sous tension au moins une heure avant l'expérience. Ils

La dérive des amplificateurs est importante au début de leur fonctionnement;

- Dérive des amplificateurs :

Autres causes d'erreur :

positives; il disparaît peu à peu.

erreurs allant jusqu'à 20 %. Ce phénomène se produit à l'arrivée des fronts d'ondes  
Il résulte des mesures faites au Bassin de Carènes que ce phénomène peut causer des

### 3.4 - PROGRAMME DES ESSAIS

Comme nous l'avons dit plus haut, les singularités brusques de section ont été réalisées à l'aide d'un cloisonnement intérieur du canal A; nous avons affecté un numéro à chaque forme de canal obtenue (pl. 17), le signe ' indiquant que le fond est rugueux. Nous avons étudié le rôle des paramètres suivants :

- forme et nature de la singularité : élargissement, rétrécissement, élargissement suivi d'un rétrécissement (ou bassin).
- position de la section singulière.
- rapport initial des tirants d'eau de part et d'autre de la vanne-barrage.
- rugosité du radier.

Nous verrons que l'influence de la rugosité se fait surtout sentir sur la célérité du front de l'onde positive aval et sur la rapidité d'évolution des ondulations secondaires; aussi nous n'avons donné que deux valeurs à la rugosité du radier, correspondant l'une à un fond hydrauliquement lisse et l'autre à un fond très rugueux. Les expériences sont classées suivant le type de la singularité de section; leur numérotation rappelle la valeur prise par les divers paramètres : hauteur amont, emplacement, et forme de la singularité, hauteur initiale aval, rugosité.

#### Rétrécissements brusques

Ces expériences correspondent aux canaux numérotés 1, 1' et 4.

#### Paramètres étudiés :

- Rapport  $\alpha$  de la largeur du canal après la singularité à la largeur L du canal avant la singularité. Le paramètre  $\alpha$  prend successivement les valeurs 0,25 - 0,50 et 0,75.
- Rapport  $\beta$  des côtés du convergent placé à l'entrée du rétrécissement, dans le seul cas où  $\alpha = 0,50$ ;  $\beta = a/b$  a étant la longueur du côté du convergent parallèle à l'axe du canal et b celle du côté perpendiculaire à cet axe.  $\beta$  prend les valeurs : 0, 1, 3 et 6.

- distance D de la section singulière au barrage : D prend les valeurs 0 pour le canal 4 et 3,66 m pour les canaux 1 et 1', ce qui correspond à trois valeurs du nombre adimensionnel  $D/z_0$  : 0; 9,15 pour  $z_0 = 0,40$  m et 18,30 pour  $z_0 = 0,20$  m.

- rugosité du radier :

le fond est lisse dans les canaux 1 et 4, il est rugueux dans le canal 1'.

- rapport initial au tirant d'eau amont.

Nous avons repris les mêmes valeurs que CAVAILLE utilisait pour ses expériences soit : 0 - 0,045 - 0,175 - 0,350 - 0,700.

Numérotation des expériences :

Une expérience sera définie par :

- un chiffre : la valeur initiale  $z_0$  du tirant d'eau amont en mm.

- une grande lettre indiquant la valeur du rapport  $\alpha$  :

A pour  $\alpha = 0,75$

B pour  $\alpha = 0,50$

C pour  $\alpha = 0,25$

indicée zéro, si le rétrécissement est placé à  $D = 0$

- s'il y a lieu suivre d'une petite lettre indiquant la forme du convergent :

a pour  $\beta = 1$

b pour  $\beta = 3$

c pour  $\beta = 6$

- un chiffre : la valeur initiale  $z_1$  du tirant d'eau aval en mm

- la lettre R indiquant s'il y a lieu que le fond est rugueux.

Expériences réalisées

Canal	$z_0$ en mm	Singularité	$z_1$ en mm	Rugosité
1	400	A	0, 18, 70, 140, 280	
"	400	B	0, 18, 70, 140, 280	
"	400	B a	18, 70, 140	
"	400	B b	18, 70, 140	
"	400	B c	0, 18, 70, 140	
"	400	C	0, 18, 70, 140, 280	
"	200	A	0, 9, 35, 70, 140	
"	200	B	0, 9, 35, 70, 140	
"	200	C	0, 9, 35, 70, 140	
1'	400	B	0	R
"	400	B	70	R
4	400	$B_0$	0	
"	400	$B_0$	18	

Elargissements brusques

Pour ces expériences réalisées dans les canaux 3, 3', 5 et 6, le rapport  $\alpha$  garde la valeur 2.

.../...

Paramètres étudiés

- la distance D :

D = 0 pour les canaux 3 et 3'

D = 2,40 m pour le canal 5

D = 4,80 m pour le canal 6

- la rugosité du radier :

Canaux 3, 5 et 6 : fond lisse

Canaux 3' : fond rugueux

Numérotations des expériences :

Nous avons pris une numérotation analogue à celle adoptée précédemment; la lettre  $\beta_0$  indique que la largeur de la partie amont du canal est réduite de moitié.

Expériences réalisées :

Canal	$z_0$ en mm	Singularité	$z_1$ en mm	Rugosité
3	400	$\beta_0$	0	
	400	$\beta_0$	18	
	400	$\beta_0$	70	
	400	$\beta_0$	140	
5	400	$\beta_0 B_0$	0	
	400	$\beta_0 B_0$	18	
	400	$\beta_0 B_0$	70	
6	400	$\beta_0 B_0$	0	
	400	$\beta_0 B_0$	18	
3'	400	$\beta_0$	0	R
	400	$\beta_0$	70	R

Bassin :

Les expériences ont été faites dans les canaux 2 et 2'.

Ces canaux comprennent un élargissement brusque de section à  $D = 0$  suivi d'un rétrécissement brusque de section à  $D = 3,66$  m.

Le rapport  $\alpha$  prend successivement la valeur 2 puis la valeur 0,50.

Paramètres étudiés et numérotation

Nous n'avons étudié que les deux paramètres suivants :

- la rugosité
  - le rapport initial des tirants d'eau amont et aval
- et nous avons conservé la numérotation précédente.

Expériences réalisées :

Canal	$z_0$ en mm	Singularités	$z_1$ en mm	Rugosité
2	400	$\beta_0$ B	0	
	400	$\beta_0$ B	18	
	400	$\beta_0$ B	70	
	400	$\beta_0$ B	140	
2'	400	$\beta_0$ B	0	R
	400	$\beta_0$ B	18	R
	400	$\beta_0$ B	70	R

### 3.5 - Essais préliminaires

#### Étalonnage des capteurs à impédance

Afin de tenir compte de la variation en fonction du temps des divers facteurs suivants : température de l'eau, dérive et variation du gain des amplificateurs, il était nécessaire de faire un étalonnage des capteurs avant et après chaque expérience. L'étalonnage se faisait en plongeant le capteur dans une cuve en liaison avec le canal, le plan d'eau étant immobile.

#### Fidélité de l'écoulement :

Le système de mesure ne comprenait que cinq capteurs alors que l'exploration complète du canal nécessitait les mesures simultanées de la hauteur de l'eau en quinze sections différentes; chaque expérience a donc été refaite quatre fois un capteur témoin restant en une section fixe : nous avons ainsi procédé à une série d'expériences pour vérifier que les mesures faites dans les mêmes conditions étaient identiques d'une expérience à l'autre; l'identité des résultats était parfaite quelle que soit la forme des singularités de section du canal.

#### Débit de l'écoulement :

Dans les canaux 1, 1', 5 et 6, la section singulière est située à l'aval du barrage; tout se passe donc durant la période où l'onde aval n'a pas encore atteint cette section comme si le canal était prismatique et sans singularité. Nous avons comparé durant cette période nos résultats avec les théories de RITTER ou de STOKER; nous retrouvons ainsi des résultats acquis par CAVAILLÉ à savoir :

- que le profil expérimental de la ligne d'eau à un instant donné est voisin du profil théorique sauf au voisinage des fronts d'onde, en particulier à l'amont la courbure est en sens contraire.
- que la célérité du front de l'onde positive aval reste voisine de la valeur théorique quand la propagation se fait sur tirant d'eau initial aval, mais que le front ne présente pas la forme franche d'une marche comme le suppose la théorie. Sur fond aval sec la célérité est voisine de la moitié de la valeur théorique selon le schéma de RITTER.

### 3.6 - Etude expérimentale des rétrécissements en aval du barrage :

(expériences relatives aux canaux 1, 1', 4)

#### Description de l'écoulement :

Après la suppression brusque du barrage, le mur d'eau se sépare et donne naissance à deux ondes : l'onde incidente se propageant vers l'aval et l'onde amont négative qui va se réfléchir sur l'extrémité amont du canal; après le passage de sa réflexion il ne sera plus possible de comparer l'écoulement avec les théories de RITTER ou de STOKER qui supposent la réserve amont infinie.

Quand l'onde incidente atteint la section singulière, elle donne naissance à deux ondes positives : "l'onde transmise" et "l'onde réfléchie". Au voisinage de cette section singulière l'écoulement prend une forme complexe; le franchissement du rétrécissement s'accompagne d'un abaissement rapide de la hauteur avec contraction de la veine d'eau; en aval de cette zone se produit une sorte de ressaut. De chaque arêtes de la singularité part un faisceau d'ondes de surface qui s'entrecroisent dans le rétrécissement du canal et s'amortissent peu à peu vers l'aval.

A mesure que l'onde réfléchie remonte le courant des ondulations se forment et dès les premières sections de mesure on peut observer le passage d'un véritable train d'ondulations. La tête de l'onde réfléchie est une zone de forte turbulence.

Au chapitre 2 nous avons supposé pour calculer les grandeurs relatives à l'onde réfléchie que l'écoulement était formé d'une série de domaines à hauteur constante séparés par des ondes de choc. En fait :

- l'onde incidente ne présente pas la forme d'une "marche", cependant elle est d'abord suivie d'un domaine où la hauteur varie peu; ce domaine s'étend dans nos expériences jusqu'au voisinage du barrage.

- l'onde réfléchie présente un front plus raide, mais elle est suivie par un train d'ondulations; nous n'étudierons d'abord que la hauteur moyenne, les ondulations seront étudiées plus en détail au chapitre 4. La hauteur moyenne reste d'abord constante jusqu'à ce que l'onde réfléchie atteigne le barrage, elle décroît ensuite. La célérité de l'onde réfléchie croît toujours, cela d'autant plus que le rapport  $y_1$  est petit.

Le schéma adopté au chapitre 2 constitue une représentation acceptable de l'écoulement tant que l'onde réfléchie se propage sur le domaine à hauteur sensiblement constante situé à l'amont de l'onde incidente. Pour confronter nos résultats expérimentaux avec les valeurs que nous avons calculées au chapitre 2, nous prendrons pour hauteur  $z_3$  expérimentale, la valeur moyenne des hauteurs moyennes mesurées dans les sections situées entre le barrage et le rétrécissement et pour célérité  $V_{23}$ , la célérité initiale de l'onde réfléchie.

Effets d'un convergent placé à l'amont du rétrécissement.

Nous avons d'abord examiné les effets sur l'écoulement d'un convergent défini par le rapport (§ 3.4) placé à l'entrée du rétrécissement; l'expérience montre que le rôle joué par le convergent est secondaire et que son influence reste localisée à la région amont voisine de la singularité de section; cette influence se traduit par une légère accélération de l'onde incidente et par une déformation de l'onde réfléchie, celle-ci se forme plus tôt, son front est moins raide et sa célérité est d'abord plus petite; après une période de l'ordre de 30 l'onde réfléchie prend la forme qu'elle aurait dans les mêmes conditions d'expérience mais sans convergent.

Un résultat concernant l'onde transmise.

Le principal résultat concernant l'onde transmise réside dans le fait suivant :

La célérité de l'onde transmise est égale à celle de l'onde incidente au moment où celle-ci atteint le convergent ou l'entrée du rétrécissement.

Nous avons exploité ce résultat au paragraphe 2.3 pour donner un calcul schématique des grandeurs relatives à l'onde réfléchie.

Définition du front de l'onde réfléchie.

Nous avons reporté sur les planches 33 et 34 les trajectoires de trois points caractéristiques de l'onde réfléchie : du sommet de la première crête du point d'inflexion et du pied de l'onde; ces trajectoires forment trois courbes parallèles très voisines, quelle que soit le point choisi pour définir le front de l'onde nous obtiendrons la même célérité.

Nous avons adopté la définition du point d'inflexion, définition commode et correspondant bien à la notion de front raide. En fait pour avoir des mesures très précises nous avons convenu de situer le point d'inflexion à la moitié de la surélévation maximum engendrée par l'onde.

A mesure que l'onde réfléchie se propage vers l'amont, la module de sa célérité croît; dans ce qui suit, si rien d'autre n'est précisé, quand nous parlerons de la célérité de l'onde réfléchie il s'agira de la valeur initiale de cette célérité.

#### Définition de la hauteur de l'onde réfléchie.

Nous ne considérons ici que la hauteur moyenne de l'onde réfléchie que nous définirons par la convention suivante : on trace d'abord une droite passant à mi-distance entre crêtes et creux des trois premières ondulations, mais cette droite n'est pas toujours horizontale : la hauteur moyenne  $z_3$  est prise sur cette droite à l'instant du passage de la première crête.

Dans la partie du canal située à l'aval du barrage la droite précédemment définie reste horizontale et la hauteur  $z_3$  reste constante; à l'amont la droite s'incline peu à peu tandis que la hauteur  $z_3$  décroît. Comme nous l'avons dit pour la célérité, quand rien d'autre ne sera précisé il faudra entendre par  $z_3$  la valeur initiale de  $z_3$ .

#### Influence des divers paramètres sur l'onde réfléchie :

##### Rapport de rétrécissement $\alpha$ :

La célérité de l'onde réfléchie et la hauteur sont d'autant plus grandes que le rapport  $\alpha$  est petit, c'est à dire que le rétrécissement est plus important; cela s'explique par le fait que plus le rapport  $\alpha$  diminue plus l'onde réfléchie s'éloigne de l'onde élémentaire pour prendre la forme d'une onde de choc à front raide.

- 3.6 -

- Influence du tirant d'eau initial aval. (rapport  $y_1$ ) :

La hauteur  $z_3$  et la célérité de l'onde réfléchie croissent avec le rapport  $y_1$ ; mais dans le même temps la surélévation engendrée par l'onde réfléchie  $z_3 - z_2$  décroît.

- Influence de la distance D

La hauteur de l'onde réfléchie a tendance à être plus faible pour les grandes valeurs de D ( $D = 18,30$ ), les différences sont cependant d'autant plus faibles que le rétrécissement est important; les écarts relevés sont en fait du même ordre de grandeur que la marge d'incertitude sur les hauteurs 0,05.

Comparaison avec la théorie du chapitre 2 :

Comme nous l'avons dit plus haut, nous pourrions comparer nos résultats expérimentaux avec la théorie que nous avons proposé au chapitre 2 durant la période où l'onde réfléchie n'a pas encore atteint la région du barrage. Après cette période l'écoulement est trop éloigné du schéma adopté pour que la comparaison soit acceptable.

En ce qui concerne l'onde transmise, les deux méthodes de calcul proposées au chapitre 2 donnent des résultats voisins et comme l'une des méthodes est justement fondée sur une remarque expérimentale au sujet de l'onde transmise il y a nécessairement concordance entre l'expérience et la théorie.

L'onde réfléchie est le siège d'ondulations; c'est la hauteur moyenne  $z_3$  que nous avons comparé aux valeurs calculées.

Nous avons estimé la valeur expérimentale de  $z_3$  en prenant la moyenne des valeurs mesurées dans les sections 5,6,7,8 et 9, écart 8 % avec la valeur donnée par le premier calcul. Sauf en un point -  $y_1 = 0,175$ ,  $\alpha = 0,50$ ;  $z_0 = 200$  mm - les écarts observés entre les valeurs expérimentales et les valeurs calculées restent inférieures à 5 %. La planche 59 montre d'ailleurs que pour les faibles valeurs du rapport  $\alpha$ , la méthode tenant compte d'une contraction (& 2.4) donne des résultats plus voisins de l'expérience que la méthode supposant la densité de débit égale dans l'onde incidente et l'onde transmise. D'une façon générale les hauteurs calculées sont plus grandes que les valeurs expérimentales, et les écarts diminuent pour les valeurs extrêmes du rapport  $y_1$ .

Les deux calculs donnent des valeurs très voisines de la célérité de l'onde réfléchie (valeurs égales à 2 % près); la comparaison avec les valeurs initiales tirées de l'expérience montrent des écarts inférieurs à 10 %, les écarts les plus importants sont observés pour les petites valeurs de  $y_1$  (planches 68, 69 et 70).

En ce qui concerne la propagation sur fond sec, on peut remarquer que la valeur obtenue pour la hauteur  $z_3$  dépend peu de la valeur de  $u_2$  tirée de l'expérience. En effet, au voisinage de  $F_2 = 2$ , on a :

$$\frac{\Delta z_3}{z_0} = - 0,25 \frac{\Delta u_2}{\sqrt{g \cdot z_0}}$$

pour une variation de  $u_2$  de l'ordre de  $0,2 \cdot \sqrt{g \cdot z_0}$ , ( $\Delta u_2 = 0,20 \cdot u_2$ ) la variation de  $z_3$  est de l'ordre de grandeur de l'incertitude expérimentale :

$$\Delta z_3 = 0,05 z_3 .$$

### 3.7 Cas des rétrécissements situés dans le plan du barrage.

(expériences relatives au canal 4)

Quand le rétrécissement se situe juste à l'aval du barrage, l'écoulement consécutif à la suppression du barrage prend une forme un peu différente de celle que nous venons d'étudier. A l'aval du barrage s'étend d'abord une région où l'écoulement est très complexe, mais plus loin l'écoulement reprend la forme qu'il aurait s'il n'y avait pas de rétrécissement (dans nos expériences nous retrouvons des enregistrements de hauteur d'eau comparables à partir de la section 10). Les conditions critiques s'établissent dans une section très voisine du barrage (théoriquement dans son plan).

A l'amont une onde que nous appellerons encore onde réfléchie se propage sur un écoulement identique à celui qu'il y aurait sans rétrécissement (les enregistrements des hauteurs d'eau sont identiques). Cette onde réfléchie engendre une surélévation petite et son apparition se produit après une période plus longue que celle correspondant à une réflexion sur un rétrécissement en aval du barrage (temps sans dimension de l'ordre de 4,5 au lieu de 2). Ici encore apparaît le phénomène d'ondulations secondaires.

La hauteur moyenne  $z_3$  de l'onde réfléchie est très sensiblement constante (tableau 2.5a); sur cette remarque nous avons fondé le calcul du paragraphe 2.5. La célérité de l'onde réfléchie est légèrement croissante à mesure que l'onde se propage vers l'amont; enfin la trajectoire de l'onde réfléchie dans le plan  $(x,t)$  est identique pour les deux expériences que nous avons effectuées avec des rapports  $y_1$  différents ( $y_1 = 0$  et  $y_1 = 0,045$ ) - planche 71).

### 3.8 - Élargissement brusque en aval du barrage

#### Description de l'écoulement

Schématiquement, on peut diviser le franchissement de l'élargissement par l'onde de crue consécutive à la rupture du barrage en deux phases distinctes :

- d'abord, il y a passage d'une masse frontale qui s'épanouit sur toute la largeur du canal et se traduit toujours par une surélévation du niveau de la surface libre par rapport au tirant d'eau initial ;

- en amont de cette masse frontale s'établit un écoulement quasi-permanent, comportant un jet divergent avec abaissement rapide du niveau de la surface libre en se déplaçant de l'élargissement vers l'aval. Ce jet divergent se réfléchit sur les parois latérales du canal : la hauteur d'eau passe par un minimum qui peut être inférieur à la valeur initiale du tirant d'eau. Au delà se produit un ressaut qui se stabilise dans une section distante de  $3b$  environ de l'élargissement.

La présence de l'élargissement n'a pas d'influence sur l'écoulement à l'amont.

#### Résultats expérimentaux

(voir tableau 3.8. a et planches : 75, 84 à 88, 93)

Expériences avec tirant d'eau initial à l'aval :

La hauteur  $Z_4$  et la vitesse  $V_{41}$  de l'onde positive se propageant à l'aval sont plus petites que celles de l'onde incidente. La comparaison avec les valeurs calculées au paragraphe 2.6. montre une

bonne concordance en ce qui concerne la hauteur  $Z_4$  ; les vitesses expérimentales sont légèrement plus grandes que les vitesses théoriques (écart maximum inférieur à 5 %).

La hauteur  $Z_3$  du minimum a été mesurée dans l'axe du canal ; du fait que le jet est divergent, l'écoulement n'est pas par tranches et la hauteur dans une même section est plus faible près des parois latérales du canal ; ce qui explique en partie le désaccord observé entre les valeurs expérimentales et théoriques de  $Z_3$ .

#### Expériences avec fond aval à sec

Quand l'aval est initialement à sec l'écoulement présente quelques différences : en particulier il ne se produit plus un ressaut aussi franc en aval du minimum de hauteur  $Z_3$ . En prenant pour  $Z_4$  la hauteur maximum observée en aval de  $Z_3$ , nous retrouvons des valeurs comparables à celles que nous obtenons pour des tirants d'eau aval faibles (tableau 3.8. b)

	EXPERIENCES	$Z_3$	$Z_4$	$V_{41}$
Aval à sec.	$400\beta \circ Bo \ 0$	0,08	0,22	0,86
	$400\beta \circ Bo \ 0$	0,09	0,24	0,91
Tirant d'eau aval : 18 mm	$400\beta \circ Bo \ 1\beta$	0,12	0,22	0,85
	$400\beta \circ Bo \ 1\beta$	-	0,22	0,84

Tableau 3.8.b - Comparaison des valeurs expérimentales de  $Z_3$ ,  $Z_4$  et  $V_{41}$  avec tirant d'eau initial aval et avec fond aval sec.

### 3.9 - Élargissement au droit du barrage.

(Expériences réalisées dans les canaux : 2, 2', 3 & 3')

#### Description de l'écoulement

La position de l'élargissement ne change pas de manière notable l'aspect de l'écoulement ; le franchissement de la section singulière comporte toujours les deux phases suivantes : passage d'une masse frontale et établissement d'un régime quasi-permanent : nous entendons par là à faible variation de hauteur en fonction du temps. Nous observons encore à l'aval de l'élargissement un abaissement important de la surface libre suivi d'un ressaut. A l'amont, du fait que l'élargissement et le barrage se trouvent situés dans le même plan, le domaine  $D_2$  n'existe que lorsque le tirant d'eau initial aval est suffisamment important pour que la hauteur  $Z_2$  dépasse la hauteur critique, il n'y a plus alors lieu de distinguer les cas correspondant aux différentes positions de la singularité.

#### Résultats expérimentaux

(Voir tableau 3.9. a et planche : 76)

Comme précédemment la hauteur  $Z_4$  et la célérité  $V_{41}$  de l'onde positive se propageant vers l'aval sont inférieures à celles qu'aurait l'onde positive aval s'il n'y avait pas d'élargissement (valeurs obtenues expérimentalement dans les canaux 5 et 6).

La concordance entre les valeurs théoriques et expérimentales de  $Z_4$  est satisfaisante, mais les valeurs expérimentales de la célérité  $V_{41}$  sont supérieures aux valeurs théoriques (écarts inférieurs à 10 %).

.../

- 3.9 -

Les hauteurs  $Z_3$  relevées sont inférieures aux valeurs calculées. (L'écart maximum est de 0,05  $Z_0$ ).

3.10 - Bassin.

(Expériences réalisées dans les canaux : 2 &amp; 2')

En conclusion de l'étude expérimentale des singularités de section, nous avons combiné les deux types de singularités : élargissement et rétrécissement. Nous n'avons fait varier que les deux paramètres suivants : le rapport  $\gamma_1 = z_1 / z_0$  et la rugosité. Les dimensions de notre canal relativement petites nous ont imposées de situer l'élargissement dans le plan du barrage (rapport d'élargissement :  $\alpha = 2$  ), le rétrécissement a été encore placé dans la section située à la distance  $D = 3,66$  m du barrage (rapport de rétrécissement :  $\alpha = 0,5$  ).

L'écoulement se présente sous le même aspect à la sortie de l'élargissement : abaissement du niveau, puis ressaut. L'onde positive aval donne toujours naissance à deux ondes au passage du rétrécissement : l'onde transmise et l'onde réfléchie. L'onde réfléchie se propage toujours vers l'amont, mais ne franchit la zone du minimum de hauteur d'eau  $Z_3$  qu'à partir du moment où l'onde provenant de la réflexion de l'onde négative sur l'extrémité amont atteint le domaine  $D_3$  provoquant une diminution du débit et une augmentation de la hauteur  $Z_3$ .

Résultats expérimentaux

(voir tableau 3.10. a et planches : 77 à 83, 89 à 92, 94).

Nous avons examiné au paragraphe précédent ( 3.9. ) l'influence sur l'écoulement de l'élargissement situé au droit du barrage ; nous n'étudierons ici que l'onde réfléchie sur le rétrécissement ; la planche montre la comparaison des valeurs expérimentales

et théoriques de la hauteur moyenne  $Z_4$  et de la célérité  $V_{54}$  de l'onde réfléchie ; les valeurs théoriques ont été calculées en adoptant pour l'écoulement les deux schémas des paragraphes 2.7 et 2.3 ; que nous rappelons : une onde positive se propageant sur le tirant d'eau initial  $Z_1$  limite à l'aval un domaine  $D_4$  où le nombre de FROUDE est  $F_4$ , la hauteur  $Z_4$ , la vitesse  $V_{42}$  (les grandeurs  $Z_4$ ,  $V_4$  et  $F_4$  ont été calculées au paragraphe 2.7) ; cette onde se réfléchit sur le rétrécissement ; l'onde réfléchie se propage vers l'amont à la célérité  $V_{54}$  sur le domaine  $D_4$  ; elle limite un domaine  $D_5$  où la hauteur est  $Z_5$ . Au domaine  $D_2$  du schéma adopté au paragraphe 2.3 correspond ici le domaine  $D_4$  et au domaine  $D_3$  correspond le domaine  $D_5$ . Cette combinaison des deux schémas 2.3 et 2.7 permet de calculer entièrement l'onde réfléchie.

La concordance des valeurs ainsi calculées et des valeurs expérimentales est bonne en ce qui concerne les hauteurs d'eau  $Z_5$  (écarts inférieurs à 5 %) ; elle est assez médiocre pour la célérité  $V_{54}$  de l'onde réfléchie (écarts inférieurs à 15 %).

IV - THEORIE DE L'ECOULEMENT PLAN

-:~::~:~::~:-

ONDULATIONS SECONDAIRES

-:~::~:~::~:-

4 - THEORIE de l'ECOULEMENT PLAN

4.1 - Introduction

4.2 - Etude expérimentale de FAVRE

4.3 - Théorie de LEMOINE

4.4. - Etude expérimentale des ondulations du fait de  
l'onde réfléchie

#### 4.1 - INTRODUCTION

Nous avons admis jusqu'à présent que l'écoulement était unidimensionnel, mais la théorie de l'écoulement unidimensionnel n'explique pas les phénomènes que l'on peut observer lorsque la surface libre présente une forte courbure, par exemple lorsque des ondulations prennent naissance dans la tête d'une intumescence. Ces ondulations constituent certes un phénomène secondaire, mais dont l'importance n'est pas toujours négligeable : la surélévation maximum par rapport au niveau initial atteint parfois le double de la surélévation moyenne provoquée par l'intumescence.

Lorsque l'intumescence se propage sur une masse d'eau animée d'un mouvement uniforme, les ondulations tendent vers une forme stable; nous rappellerons à ce propos l'importante étude expérimentale de FAVRE et le calcul proposé par LEMOINE. Mais quand la masse d'eau sur laquelle l'onde se propage est animée d'un mouvement non permanent les ondulations sont en perpétuelle évolution; c'est le cas des ondulations que nous avons observées dans la tête de l'onde réfléchie au cours de nos expériences dans des canaux comportant des rétrécissements de section.



#### 4.2 - ETUDE EXPERIMENTALE DE FAVRE.

Nous rappelons d'abord les principaux résultats de l'étude expérimentale de FAVRE sur les ondulations constituant la tête d'une onde positive. Ces ondes étaient produites par une variation brusque de débit: la tête de l'onde était observée en photogrammétrie en différentes sections du canal, de la sciure d'aluminium rendait la surface de l'eau plus visible.

FAVRE note que les premières ondulations atteignent une forme stable avant même que le train d'ondulations soit entièrement formé. Voici les principaux résultats obtenus par FAVRE, nous utiliserons les notations de la figure 4.2a (pl. 95) :

##### Résultats expérimentaux concernant la longueur d'onde :

La longueur d'onde réduite  $e/h'$  est fonction de la seule variable  $h'/H$ , elle ne dépend pas de la vitesse de l'eau sur laquelle l'onde se propage.

##### Résultats expérimentaux concernant les amplitudes :

La surélévation maximum réduite  $h^*/h'$  dépend au contraire à la fois de la valeur du rapport  $h'/H$  et de la vitesse de l'eau sur laquelle l'onde se propage. Lorsque cette eau est immobile : le quotient  $h^*/h'$  croît de 1 à 2,08 pour les petites valeurs de  $h'/H$ ; quand  $h'/H$  atteint la valeur 0,28, la première des ondulations commence à déferler; quand  $h'/H$  augmente au-delà de 0,28,  $h^*/h'$  décroît rapidement. La valeur de  $h'/H$  influence la forme même des ondulations : pour  $h'/H < 0,28$  (pas de déferlement) les creux sont voisins du niveau initial, quand il y a déferlement ils s'élèvent notablement au-dessus.

.../

La longueur d'onde diminue peu à peu quand on s'éloigne de la tête de l'onde; l'amplitude décroît elle aussi mais de manière irrégulière de sorte que la première crête n'est pas toujours la plus haute.

Lorsque l'eau sur laquelle l'onde se propage est en mouvement uniforme, les amplitudes observées sont plus faibles que précédemment et la courbe  $h^*/h'$  fonction de  $h'/H$  dépend de la vitesse de l'eau en avant de l'onde.

#### 4.3. - THEORIE DE LEMOINE.

LEMOINE étudie ces ondulations en tant qu'ondes de surface, c'est à dire ondes à longueur d'onde petite devant la profondeur.

L'Auteur calcule la longueur d'onde en écrivant que la célérité des ondulations par rapport à l'eau est opposée à la vitesse de l'eau par rapport à la tête; ce qui conduit à la relation suivante:

$$(4.3a) \quad \frac{ge}{\pi} \ln \left( \frac{2\pi h}{e} \right) = g \cdot \frac{H}{h} \cdot \frac{H+h}{2}$$

Nous avons mis cette relation sous la forme d'une relation entre  $e/h'$  et  $h'/H$  qui est représentée en trait plein sur la planche 101:

$$(4.3b) \quad \frac{ge}{\pi h'} \ln \left( 2\pi \frac{1+H/h'}{e/h'} \right) = g \cdot \frac{H}{h'} \cdot \frac{1+2H/h'}{1+H/h'}$$

LEMOINE calcule l'amplitude des ondulations en écrivant que l'énergie qui sera finalement dissipée et qui est disponible en tête du fait du ressaut est égale à l'énergie transportée par les ondes de surfaces. Ce raisonnement conduit à la relation suivante :

$$(4.3c) \quad \frac{a^2}{h^2} \cdot \left( 1 + \frac{4\pi h/e}{sh 4\pi h/e} \right) = \left( \frac{h-H}{H} \right)^3 \cdot \left( \frac{H}{h} \right)^2,$$

que nous avons exprimée sous la forme d'une relation entre  $a/h'$  et  $h'/H$  et que nous avons reporté en trait plein sur la planche 102 :

$$(4.3d) \quad \frac{a^2}{h'^2} = \frac{h'}{H} \cdot \left( 1 + \frac{4\pi (1 + H/h')}{\frac{e}{h'} sh 4\pi \frac{h'}{e} (1 + \frac{H}{h'})} \right).$$

En ce qui concerne les longueurs d'onde des ondulations, on constate un accord très satisfaisant entre cette théorie et les expériences de FAVRE. Par contre un écart systématique apparaît entre les amplitudes calculées et les amplitudes expérimentales, la courbe correspondant à la théorie de LEMOINE étant au dessous de la courbe de FAVRE; cet écart augmente avec le rapport  $h'/H$  et la théorie n'est plus applicable du tout quand se produit le déferlement.

#### 4.4. - ETUDE EXPERIMENTALE DES ONDULATIONS DE L'ONDE REFLECHIE.

Revenons au problème de rupture de barrage. Nous avons vu qu'il se produisait une onde réfléchie lorsque l'onde de crue consécutive à la suppression brusque d'un barrage atteint un rétrécissement de section; cette onde réfléchie se propage vers l'amont sur un mouvement non permanent. Un phénomène d'ondulations prend naissance très rapidement au sein de cette onde et les amplitudes y atteignent parfois des valeurs importantes de l'ordre de grandeur de la surélévation moyenne engendrée par l'intumescence. Ce phénomène n'est certes pas spécifique de l'onde réfléchie, l'onde incidente en est aussi le siège comme la note CAVAILLÉ [11], qui a montré que ces ondulations suivaient sensiblement les lois expérimentales de FAVRE; mais le canal d'essai n'étant pas assez long, nous n'avons pu déceler au cours de nos expériences les ondulations de l'onde incidente que dans la toute première phase de leur formation. Dans l'onde réfléchie le phénomène évolue beaucoup

plus rapidement que dans l'onde incidente et présente un aspect un peu différent: il était intéressant de savoir dans quelle mesure il obéissait encore aux mêmes lois.

Dans le cas de l'onde incidente, le phénomène se schématise de la

manière suivante: un mascaret se propage sur un tirant d'eau au repos: l'énergie dissipée correspondant à la perte de charge  $\Delta H = \frac{4 \cdot h \cdot H}{(h - H)^3}$  dans l'onde de choc, se retrouve encore dans les ondulations de la tête de l'onde;

ici le cas de l'onde réfléchie correspond à celui d'un mascaret se propageant sur une masse d'eau animée d'un mouvement non permanent: la perte de

charge  $\Delta H$  varie continuellement et par suite les caractéristiques de la houle formée évoluent elles-mêmes sans cesse. Deux causes s'ajoutent donc pour

déformer les ondulations initiales à savoir: d'une part que nous les observons durant leur période de formation et d'autre part que l'onde de choc se pro-

page dans une masse fluide en mouvement non permanent.

Les définitions précédentes des grandeurs telles que la profondeur

initiale de l'eau, la surélévation moyenne ne sont plus valables. Afin de

traiter toujours des grandeurs analogues, nous avons donné une définition

aussi précise que possible des paramètres caractérisant les ondulations et

concordant avec ceux utilisées par FAVRE dans le cas d'une onde se propageant

sur un régime uniforme.

- Définitions des paramètres caractérisant le phénomène.

Notre étude des oscillations du front de l'onde réfléchie a été menée

à partir des enregistrements donnés par le système des jauges de hauteur

d'eau: ces enregistrements donnent les courbes des hauteurs d'eau en

fonction du temps en diverses sections du canal.

Nous adoptons les conventions suivantes:

- H : profondeur du tapis d'eau sur lequel l'onde se propage. C'est la hauteur d'eau à l'instant qui précède l'arrivée de l'onde et où la tangente à la courbe  $Z(t)$  est horizontale.
- h' : surélévation moyenne définie de la manière suivante : on trace d'abord une droite AB passant à mi-distance entre crête et creux des trois premières ondulations; mais cette droite n'est pas horizontale, la hauteur moyenne de l'onde réfléchie h sera prise sur cette droite à l'instant du passage de la première crête, la surélévation moyenne h' sera cette hauteur diminuée de H.
- h\* : surélévation maximum: c'est la surélévation correspondante à la première crête.
- T : période des oscillations; par convention T sera l'intervalle de temps le plus long séparant le passage de deux crêtes consécutives; en fait, le plus souvent c'est l'intervalle de temps séparant les deux premières crêtes.
- e : longueur d'onde : c'est la distance séparant deux crêtes, elle sera calculée par la formule :  $e = W.T$ , où W est la célérité de l'onde réfléchie au passage de la section considérée (voir 3.6).

#### 4.3.2 - Résultats

##### Rapidité de la formation des ondulations :

Les ondulations de l'onde réfléchie apparaissent beaucoup plus rapidement que celles de l'onde incidente; à moins d'un mètre de la section où l'onde prend naissance, les amplitudes atteignent déjà des valeurs importantes - dans les expériences de FAVRE les deux premières ondulations n'atteignent une forme stable qu'à 35 m de

.../

l'entrée du canal où l'intumescence a été produite, celà pour une profondeur du régime initial  $H$  de 200 mm. Notons encore que FAVRE étudie les ondulations à une distance égale à  $400 H$  du lieu de formation de l'intumescence, que CAVAILLÉ les étudie à une distance comprise entre  $85 H$  et  $170 H$  du barrage selon les essais, tandis que nous n'avons pu les étudier qu'à une distance toujours inférieure à  $40 H$ , distance à laquelle les ondulations allaient s'amortir dans la réserve amont.

#### Evolution des ondulations.

Les ondulations prennent naissance dès la formation de l'onde réfléchie; elles atteignent leur maximum d'amplitude dans la région située au voisinage du barrage. En amont du barrage la surélévation moyenne diminue, le plus souvent l'amplitude décroît aussi.

Cette évolution des ondulations concorde d'ailleurs avec le schéma de STOKER : l'onde réfléchie se propage d'abord sur la région à hauteur et vitesse constantes que laisse derrière elle l'onde incidente, puis sur la parabole de RITTER (cf. paragraphe 2.1).

La durée séparant le passage de deux maximums successifs décroît peu à peu quand la tête de l'onde s'éloigne; l'amplitude décroît elle aussi, mais de manière plus irrégulière : l'onde présente la même allure, que l'intumescence se propage sur un écoulement permanent ou non.

#### Influence du frottement :

Aucune action de la rugosité n'est signalée par FAVRE; CAVAILLÉ constate une concordance meilleure de ses expériences avec les résultats

de FAVRE dans le cas de fonds rugueux, mais ne donne pas d'exemple où la rugosité décide de la présence ou non des ondulations; le rôle de celle-ci se borne à en accélérer la formation. Mais CAVAILLE étudie les ondulations de l'onde incidente, onde qui se rapproche bien plus d'un mascaret que l'onde réfléchie.

La rugosité du ravier favorise fortement la formation des ondulations, celà d'ailleurs d'autant plus que la profondeur d'eau sur laquelle l'onde se propage est faible.

Ce rôle de la rugosité apparaît d'ailleurs particulièrement net dans les expériences où le canal comporte un élargissement avant le rétrécissement brusque de section (expériences numérotées  $400 \beta$  BO -  $400 \beta$  B O R -  $400 \beta$  B 18 -  $400 \beta$  B 18 R -  $400 \beta$  B 70 -  $400 \beta$  B 70 R). Dans le tronçon du canal compris entre les deux sections singulières la profondeur de l'eau est très faible et la vitesse grande; c'est dans cette zone que se propage l'onde réfléchie.

On remarque que les ondulations sont pratiquement inexistantes quand le fond est lisse et que, au contraire, les amplitudes deviennent importantes quand le fond est rugueux.

On nous a suggéré qu'il pouvait se produire une sorte de résonance entre les aspérités et les ondulations, car le fait que la rugosité favorise les ondulations s'oppose à l'idée de perte d'énergie par frottement sur le radier du canal. Il est certain que nous n'avons réalisé qu'un seul type de rugosité, que les aspérités étaient de grandes dimensions et que l'influence se fait surtout sentir quand la profondeur d'eau est faible; mais nous avons enregistré des ondulations de fréquences différentes sur le même fond rugueux ce qui semble détruire cette hypothèse.

.../

Précision des résultats :

La précision des mesures demeure médiocre pour deux raisons; aux erreurs dues à l'appareillage, aux erreurs de dépouillements, aux erreurs de lecture, s'ajoute une imprécision due à la définition même des grandeurs finalement utilisées : notamment déterminer la surélévation moyenne  $h'$  fait appel à une estimation personnelle dans le tracé de la droite AB; notons aussi que la célérité de l'onde réfléchie est donnée par la pente d'une tangente.

La principale erreur due à l'appareillage de mesure est une erreur de zéro sur les hauteurs (cf. paragraphe 3.3); elle n'existe pratiquement pas pour les différences de hauteurs à partir desquelles on détermine  $h'$  et  $h$ . L'incertitude sur  $h'$  est cependant du même ordre de grandeur que celles sur  $H$  et  $h$  pour la raison remarquée plus haut. Nous admettons les marges d'incertitudes suivantes :

$$\Delta T = 0,1 \text{ s}$$

$$\Delta H = 10 \text{ mm}$$

$$\Delta h' = 10 \text{ mm}$$

$$\Delta C = 0,10 \text{ m/s}$$

$$\Delta h = 10 \text{ mm}$$

Par exemple pour un point où  $H = 150 \text{ mm}$ ;  $h' = 60 \text{ mm}$ ;  $h^* = 90 \text{ mm}$ ;  $W = 1,20 \text{ m/s}$ ,  $T = 0,83 \text{ s}$ ,  $e = W.T = 1 \text{ m}$ , on trouve les erreurs types relatives suivantes :

$$\frac{\Delta(h'/H)}{h'/H} = 0,045 \quad ; \quad \frac{\Delta(e/h')}{e/h'} = 0,07 \quad ; \quad \frac{\Delta(h^*/h')}{h^*/h'} = 0,07 ,$$

que nous avons calculées à partir de la moyenne quadratique des erreurs-types sur chaque facteur. La précision est la même sur les longueurs d'onde que sur les amplitudes.

.../

## RESULTATS

Nous avons reporté sur les graphiques deux ensembles de points :

- d'une part les points correspondant à l'onde réfléchie produite par le rétrécissement et avec des signes différents suivant les expériences.
- et d'autre part, sans distinction entre les expériences, les points correspondant aux ondulations des ondes engendrées par la réflexion sur l'extrémité amont du canal de l'onde précédente. On voit sur les graphiques que ces deux ensembles de points se comportent différemment.

### Points correspondant à l'onde réfléchie sur le rétrécissement :

Compte-tenu de la précision des résultats, les points se placent très sensiblement sur la courbe de FAVRE pour les longueurs d'onde et au voisinage de la courbe de FAVRE pour les amplitudes; dans ce deuxième temps les écarts à la courbe sont plus importants, la courbe constitue d'ailleurs une moyenne. Les points se groupent en trois zones correspondant aux valeurs du rapport de rétrécissement  $\alpha$  :

- pour  $\alpha = 0,75$  : les points sont au-dessus de l'ensemble et la valeur moyenne de  $h^*/h'$  correspondante est 1,75.
- pour  $\alpha = 0,50$  : les points occupent un domaine médian où la valeur moyenne de  $h^*/h'$  est 1,50.
- pour  $\alpha = 0,25$  : les points se placent au-dessous des autres; la valeur moyenne de  $h^*/h'$  est 1,30.

.../

Notons que dans les expériences de FAVRE, le quotient  $h^*/h'$  était une fonction décroissante de la vitesse initiale de l'eau. Or nous constatons que nos points sont le plus souvent en-dessous de la courbe de FAVRE correspondant à la vitesse nulle. Il serait cependant illusoire dans le cas présent de chercher l'influence de la vitesse initiale de l'eau, nous entendons par là, la vitesse de l'eau à l'instant précédant l'arrivée de l'onde dans la section considérée. En effet nous n'avons de cette vitesse, dont la définition est déjà imprécise, qu'un ordre de grandeur. En outre la courbe de FAVRE correspond à une ondulation stable, tandis que les ondulations que nous étudions sont en évolution incessante.

#### Estimation rapide des ondulations de l'onde réfléchie.

Etant donné la grande rapidité de la formation des ondulations et la valeur importante de leur amplitude, il est nécessaire d'en tenir compte même dans un calcul schématique. Les hauteurs  $H$  et  $h'$  étant calculées par ailleurs, on estimera la longueur d'onde par la courbe :

$$e/h' = f(h'/H)$$

et l'on prendra pour l'amplitude la valeur moyenne donnée ci-dessus et correspondant au rapport  $\alpha$  du canal étudié.

#### Points correspondant aux ondes deux fois réfléchies.

Ces points sont extrêmement dispersés. Si leur répartition est voisine de la courbe de FAVRE en ce qui concerne la longueur d'onde, la dispersion est très grande pour les amplitudes, les points se plaçant tous en-dessous de la courbe de FAVRE et celle de LEMOINE. Il faut noter le fait suivant : à 0,70 cm de l'extrémité amont du canal un ensemble de grilles est placé afin de stabiliser l'écoulement dans le cas d'essai en mouvement permanent; l'onde observée traverse deux fois ce filtre, ce qui absorbe en plus de la réflexion sur l'extrémité amont, une grande partie de son énergie. On voit d'ailleurs que l'influence en est beaucoup plus sensible sur les amplitudes que sur les

longueurs d'onde.

Pour préciser la répartition des points en ce qui concerne les amplitudes, nous noterons que 70 % de ces points sont dans la bande :  $1,3 < h^*/h' < 1,6$ .

CONCLUSION

---

Notre but ici était de faire une étude expérimentale des écoulements consécutifs à la rupture d'un barrage; nous avons prolongé les travaux de CAVAILLÉ qui a étudié essentiellement ces écoulements dans une vallée cylindrique de section rectangulaire avec ou sans tirant d'eau initial à l'aval du barrage.

Nous avons d'abord envisagé le cas des vallées toujours cylindriques mais de section quelconque. Nous avons alors donné pour ce cas général une solution analytique du problème, étendant ainsi à une section quelconque la solution de RITTER limitée à une section rectangulaire; nous avons ainsi trouvé qu'un certain nombre des résultats de RITTER restaient valables quelle que soit la section, en particulier que le profil longitudinal de la surface libre passe toujours par un point fixe situé dans le plan du barrage et que dans ce plan les conditions étaient critiques.

Nous avons, à ce sujet, entrepris une brève étude expérimentale, limitée au cas des sections trapézoïdales; nous avons en particulier étudié l'écoulement dans le plan du barrage constatant un bon accord des expériences avec notre théorie dans les cas extrêmes du rectangle et du triangle, mais un accord plus médiocre dans les autres cas. Nous avons pu remarquer les mêmes propriétés que CAVAILLE a observées et qui sont en désaccord avec la théorie de RITTER : la surface libre est convexe vers le haut au voisinage des deux ondes amont et aval et la vitesse de l'onde aval est sensiblement la moitié de celle prévue par la théorie.

Le sens de la courbure de la surface libre au voisinage de l'onde amont est étudiée par ESTRADÉ [15] qui montre en particulier que l'origine du désaccord observé réside dans les deux faits suivants : la rupture du barrage n'est pratiquement pas instantanée et l'approximation de l'écoulement par tranches n'est pas valable aux premiers instants succédant à la rupture.

Cette première partie de notre travail permet d'étendre aux sections quelconques les études faites dans le cas d'une section rectangulaire à l'aide d'une fonction déterminée uniquement à partir de la forme de la section.

Dans la suite du travail, nous revenons au cas des sections rectangulaires, nous avons étudié l'écoulement au voisinage de singularités de sections : un rétrécissement brusque, un élargissement brusque, un élargissement suivi d'un rétrécissement.

Au sujet des rétrécissements brusques, nos expériences montrent que le phénomène évolue de la manière suivante : dans une première période, l'onde incidente atteint le rétrécissement et donne naissance à deux ondes : l'onde transmise qui se propage à l'aval du rétrécissement et l'onde réfléchie qui se propage à l'amont. Après un délai relativement court, la surface libre atteint une forme stable dans le voisinage du rétrécissement : à l'amont l'onde réfléchie se propage avec une hauteur invariable, tandis qu'il se forme une contraction de la veine d'eau immédiatement à l'aval du rétrécissement.

Nous avons d'abord calculé la hauteur, la vitesse et la célérité de l'onde réfléchie en considérant la première phase : notre calcul est fondé sur notre remarque expérimentale que l'onde transmise a la même célérité que l'onde incidente. Dans ce calcul il n'apparaît finalement que le nombre de Froude de l'écoulement incident: cela nous conduit à étendre la solution au cas du fond aval à sec, à l'aide d'un schéma que nous proposons pour ce type d'écoulement.

Nous présentons un deuxième calcul de cette même onde réfléchie : on se place à un moment où la contraction s'est établie et où il paraît valable de considérer l'écoulement comme permanent au voisinage du rétrécissement. Nous avons comparé les résultats obtenus par ces deux

méthodes : ils encadrent sensiblement les valeurs expérimentales correspondantes. Il sera donc possible dans un calcul plus précis, par la méthode des caractéristiques, de raccorder les deux tronçons de vallée de part et d'autre du rétrécissement de la manière suivante : pour la phase d'établissement de l'écoulement on utilisera la première méthode; ensuite on utilisera la seconde. Le passage d'une loi à l'autre n'entraînera pratiquement pas de discontinuité sur les inconnues, hauteurs, vitesses et célérités des ondes.

En ce qui concerne les élargissements, nous n'avons pas trouvé de lois régissant la phase d'établissement de l'écoulement : par contre les lois du mouvement permanent s'appliquent ici encore de manière satisfaisante pour la suite de l'écoulement. Le schéma proposé permet d'estimer, quand il existe un tirant d'eau initial aval, la hauteur et la célérité de l'onde transmise et la hauteur du minimum situé à l'aval de l'élargissement.

Notre dernier chapitre traite des ondulations secondaires qui prennent naissance dans la tête des ondes réfléchies sur les rétrécissements. Ces ondulations ont des amplitudes notables qui dépassent souvent la moitié de la surélévation engendrée par l'onde. En s'inspirant des travaux de FAVRE et de LEMOINE, nous avons donné une méthode de calcul satisfaisante de leur longueur d'onde; mais nous n'avons pu que donner l'ordre de grandeur de leurs amplitudes. Nous avons décelé une influence de la rugosité sur l'amplitude des ondulations; il reste à en déterminer le mécanisme car le fait que la rugosité favorise la formation des ondulations semble s'opposer à l'idée de perte d'énergie par frottement sur le radier du canal.

La contribution que nous avons apportée au problème de la suppression d'un barrage réside donc essentiellement dans le fait que nous nous sommes intéressés au domaine nouveau des singularités de section. Nous avons décrit globalement l'évolution des phénomènes liés à la présence de telles singularités et nous avons montré qu'à l'aide d'hypothèses relativement simples on pouvait estimer avec une bonne approximation un certain nombre de grandeurs caractérisant ces phénomènes. Des problèmes restent encore posés; en particulier il serait intéressant de connaître l'influence d'un convergent progressif placé à l'entrée des rétrécissements, de mettre au point un calcul précis de la propagation d'une onde de choc sur un écoulement non permanent et d'étudier les ondulations secondaires qui apparaissent dans la tête d'une telle onde de choc.

