50376
1966
71

U N I V E R S I T E de L I L L E

F A C U L T E des S C I E N C E S

Diplôme d'Etudes Supérieures

en

Sciences Physiques

1er Sujet

"Diffraction d'une onde lumineuse plane par une onde ultrasonore stationnaire orthogonale. Décomposition de l'intensité d'une raie donnée en ses composantes H.F."

2ème Sujet

Proposition donnée par la Faculté.

Commission d'Examen

MM - Président

Examinateurs

Présenté à Lille, le 1er juillet 1966

par

Marie-Rose Lefévère

Licenciée ès-Sciences.

Ce travail a été réalisé dans les laboratoires de la Faculté Libre des Sciences de Lille et de l' ISEN, et nous a été confié par Monsieur le Doyen Norbert Segard, Directeur de l'ISEN. Il a été dirigé par Monsieur Jean Pouliquen. Nous les remercions tous deux, ainsi que Monsieur Jean Delporte qui a collaboré à l'étude mathématique, et tous les collaborateurs des laboratoires de recherches.

Nous remercions Messieurs Pérez, Moriamez et Boillet qui ont bien voulu former notre Jury.

Table des matières

Table des matières (suite)

-1- Introduction

Lorsqu'une onde lumineuse monochromatique progressive traverse sous incidence convenable (normale par exemple) un liquide soumis aux ultrasons, des raies de diffraction sont observables au plan focal d'une lentille recevant la lumière émergente diffractée. (fig 1)

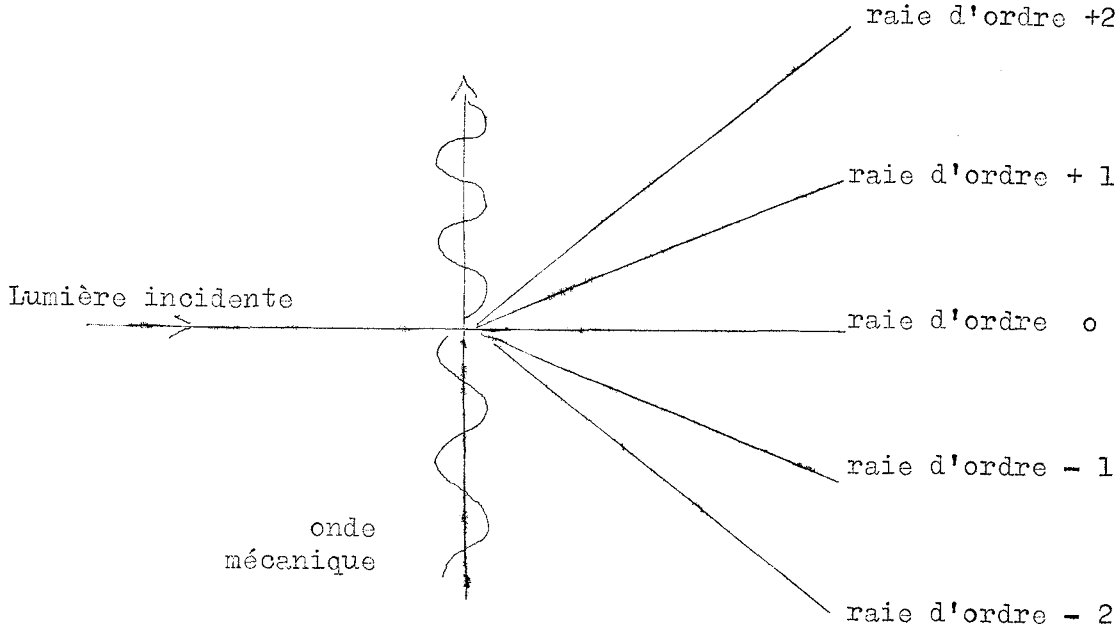


Fig 1

Résumé schématique de la diffraction de la lumière par les ultrasons.

Ce phénomène découvert en 1932 par Debye et Sears (1) ainsi que Lucas et Biquard (2) a fait l'objet en 1935 d'une étude théorique proposée par Raman et Nath (3) et dont les principaux résultats furent vérifiés expérimentalement par Sanders (4) l'année suivante. Cette théorie n'interprétait que les cas extrêmes d'ondes mécaniques progressive pure et stationnaire pure; elle fut généralisée aux cas intermédiaires par Cook et Hiedemann (5) en 1961.

Pour une amplitude d'onde ultrasonore donnée, Cook et Hiedemann explicitent la valeur moyenne de l'intensité d'une raie d'ordre n donné en fonction du taux d'onde mécanique stationnaire; pour vérifier leurs résultats théoriques, ils utilisent un dispositif comportant deux transducteurs ultrasonores donnant des ondes mécaniques progressives de même directions et de sens opposés, et dont les amplitudes individuellement réglables permettent l'obtention de divers taux d'ondes stationnaires, de valeur connue.

En fait, l'intensité d'une raie d'ordre n donné peut être exprimée en fonction du temps sous la forme d'une série de termes périodiques dont la fréquence est multiple de la fréquence ultrasonore: cette analyse harmonique fait l'objet de la présente étude; les termes périodiques explicités correspondent à des sous-composantes de hautes fréquences mF, multiples de la fréquence ultrasonore F, et donc de l'ordre de 10^6 Hz. (m entier). La vérification expérimentale directe des résultats théoriques se fait sur un analyseur d'onde H.F.

Raman et Nath avaient développé une analyse harmonique de l'intensité d'une raie d'ordre n donné dans laquelle les termes périodiques explicités correspondaient à des sous-composantes de fréquences lumineuses: fréquence lumineuse fondamentale f et fréquences lumineuses "glissées" $f \pm mF$ et donc de l'ordre de 10^{15} Hz . La vérification expérimentale directe de leurs résultats théoriques semble difficile car elle demanderait un analyseur d'ondes lumineuses à haut pouvoir de résolution (10^{-9}) Les travaux réalisés en ce sens ne sont que des vérifications expérimentales indirectes partielles. (6 à 8)

-2- Etude théorique.

2.1 Analyse harmonique de l'intensité d'une raie de diffraction d'ordre n.

Une onde lumineuse se propageant suivant y'y arrive sous incidence normale sur une onde mécanique de direction z'z (fig. 21)

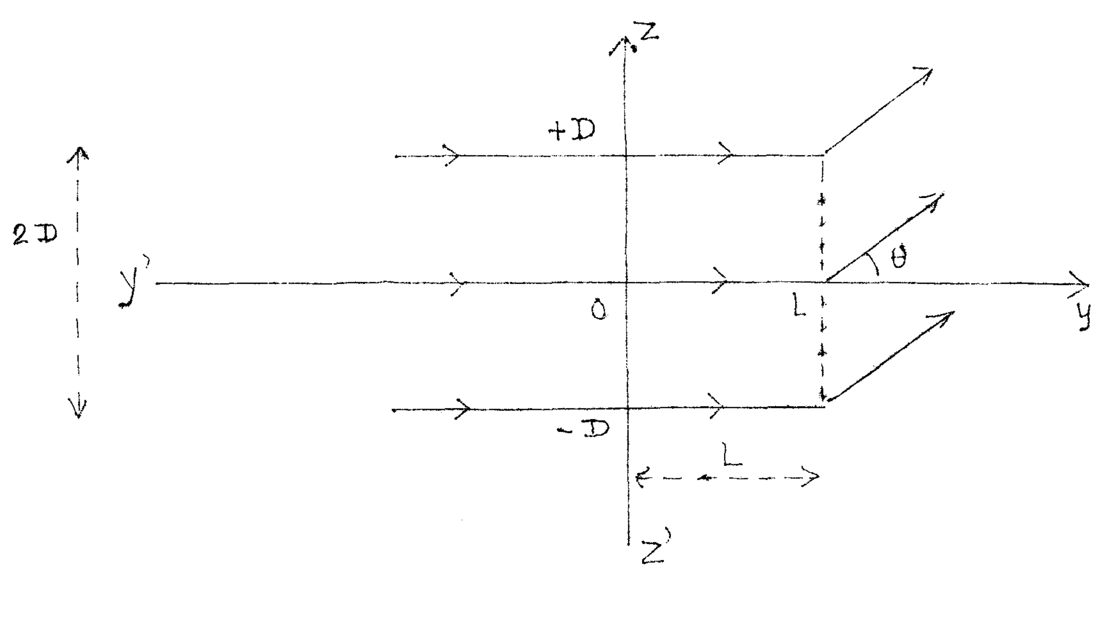


Fig 2.1 Propagation d'une onde lumineuse diffractée dans la direction θ .

La largeur du faisceau lumineux cylindrique est 2 D.

On admet, en première approximation, que les rayons lumineux traversent la longueur L de liquide soumis aux ultrasons parallèlement aux plans d'onde mécanique, sans subir de déviation.

La vibration lumineuse à l'entrée $y = o$ est:

$$C.e^{i2\pi ft} = C.e^{i\omega t}$$

f : fréquence de la lumière incidente
ω : pulsation correspondante
C : constante de normalisation

Elle devient à la sortie $y = L$:

$$C.e^{i(\omega t - \varphi)}$$

avec $$\varphi(z,t) = \frac{2\pi L}{\lambda} \cdot N(z,t)$$

λ : longueur d'onde de la lumière incidente
N : valeur instantanée de l'indice de réfraction en un point du milieu soumis aux ultrasons.

En désignant le coefficient de réflexion par s, rapport de l'amplitude de l'onde mécanique réfléchie à celle de l'onde incidente, il vient:

$$(2.1) \quad N(z,t) = N_o + \Delta N \sin(\Omega t - kz) + s\Delta N.\sin(\Omega t + kz)$$

N_o : indice de réfraction du liquide au repos
ΔN: variation maximale d'indice de l'onde incidente
$\Omega = 2\pi F$: pulsation de l'onde mécanique de fréquence F

$$(2.2) \quad k = \frac{2\pi}{\Lambda}$$

avec Λ longueur d'onde mécanique dans le liquide considéré, pour une température donnée.

L'intégrale de diffraction pour une direction θ donnée est:

$$(2.3) \quad V(\theta) = C.e^{i\omega t} \int_{-D}^{+D} e^{i\frac{2\pi}{\lambda}\left[z \sin\theta + L(N - N_o)\right]} dz$$

$$V(\theta) = C.e^{i\omega t} \int_{-D}^{+D} e^{i\left[uz + a \sin(\Omega t - kz) + s.a.\sin(\Omega t + kz)\right]} dz$$

en ayant posé:

(2.4) $u = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \sin \theta$

(2.5) $a = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot L \cdot \Delta N$

$V(\theta) = C . e^{i\omega t} . f(z)$

L'identité:

$$e^{i a \sin x} = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} J_p(a) . e^{i p x}$$

où J_p est la fonction de Bessel d'ordre P, permet d'écrire:

(2.6) $$f(z) = \int_{-D}^{+D} e^{i u z} . e^{ia \sin(\Omega t - kz)} . e^{isa \sin(\Omega t + kz)} . dz$$

$$f(z) = \int_{-D}^{+D} e^{iuz} \left(\sum_{p=-\infty}^{+\infty} J_p(a) . e^{i p(\Omega t - kz)}\right)\left(\sum_{q=-\infty}^{+\infty} J_q(sa) . e^{iq(\Omega t + kz)}\right) dz$$

$$f(z) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \sum_{q=-\infty}^{+\infty} J_p(a) . J_q(sa) . e^{i(p+q)\Omega t} \left[\frac{e^{i[u + k(q-p)] z}}{i[u + k(q-p)]}\right]_{z=-D}^{+D}$$

$$f(z) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \sum_{q=-\infty}^{+\infty} J_p(a) . J_q(sa) . e^{i(p+q)\Omega t} \frac{2 \sin[[u + k(q-p)] D]}{u + k(q-p)}$$

On peut déterminer arbitrairement la constante C en posant que l'intensité en l'absence d'ultrasons est égale à l'unité:

$V(\theta) = 1$ pour $\theta = o$ et $a = o$

La relation (2.3) donne alors:

$1 = C . 2D$ soit $C = \frac{1}{2D}$

En posant $n = p - q$ soit:

$q = p - n$ et $p + q = 2p - n$

l'expression de la vibration devient:

$$V(\theta) = \frac{f(z)}{2D} \cdot e^{i\omega t}$$

$$V(\theta) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} J_p(a) \cdot J_{p-n}(sa) \cdot \frac{\sin(u - kn) D}{(u - kn) D} e^{i\left[\omega t - (2p - n)\Omega t\right]}$$

Pour la diffraction idéale, $D \rightarrow \infty$ tandis que $V(\theta) \neq 0$

Cela nécessite que, d'après les relations (2.2) et (2.4)

$u - kn = 0$

$$\sin \theta = n \frac{\lambda}{\Lambda} \qquad (2.6 \text{ bis})$$

Les valeurs de l'entier n définissent les directions θ_n des ordres n de diffraction.

La vibration lumineuse correspondant à un ordre n donné est:

$$(2.7) \quad V_n = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} J_p(a) \cdot J_{p-n}(sa) \cdot e^{i\left[\omega t + (2p - n)\Omega t\right]}$$

et l'intensité correspondante est:

$$I_n = V_n \cdot V_n^* = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} J_p(a) J_{p-n}(sa) e^{i(2p-n)\Omega t} e^{i\omega t} \cdot \sum_{r=-\infty}^{+\infty} J_r(a) J_{r-n}(sa) e^{-i(2r-n)\Omega t} \cdot e^{-i\omega t}$$

V^* désignant la quantité conjuguée de V et $r = p$ dans ce conjugué.

$$I_n = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \sum_{r=-\infty}^{+\infty} J_p(a) J_{p-n}(sa) J_r(a) J_{r-n}(sa) \cdot e^{i\, 2(p-r)\Omega t}$$

et en posant $p = k$ et $m = p - r$:

$$I_n = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{i\, 2m\Omega t} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_k(a) \cdot J_{k-n}(sa) \cdot J_{k-m}(a) \cdot J_{k-m-n}(sa)$$

$$I_n = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} C_m(a) \cdot e^{i\, 2m\Omega t}$$

avec:

$$C_m(a) = \sum_{K=-\infty}^{+\infty} J_k(a).\,J_{k-n}(sa).\,J_{k-m}(a).\,J_{k-m-n}(sa)$$

En remarquant que:

$C_{-m} = C_m$ et $2 \cos 2m\Omega t = e^{i\,2m\Omega t} + e^{-i\,2m\Omega t}$

$$(2.8)\quad I_n = C_o + 2 \sum_{m=1}^{+\infty} C_m \cos 2m\Omega t$$

$$(2.9)\quad \text{avec } C_o = \bar{I}_n = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_k^2(a).\,J^2_{k-n}(sa)$$

soit encore:

$$(2.10)\quad In = {}^nA_o + {}^nA_1 \cos 2\Omega t + {}^nA_2 \cos 4\Omega t + \dots + {}^nA_m \cos 2m\Omega t + \dots$$

avec:

$$(2.11)\quad {}^nA_o = \bar{I}_n = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_k^2(a).\,J^2_{k-n}(sa)$$

$$(2.12)\quad {}^nA_m = 2 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_k(a).\,J_{k-n}(sa).\,J_{k-m}(a).\,J_{k-m-n}(sa)$$

CONCLUSION du §2.1

Le développement en série de Fourier de l'intensité In d'une raie d'ordre n donné fait donc apparaître:

- un terme continu ${}^nA_o(a)$ correspondant à la valeur moyenne de l'intensité $\bar{I}_n$;
- une série de termes périodiques d'amplitude ${}^nA_m(a)$ et de fréquences 2mF multiples pairs de la fréquence F d'attaque du transducteur.

2.2 Cas de l'onde progressive pure : s = o (relation 2.1)

Les formules établies restent valables à condition de prendre:

$q = o$ et $n = p$

comme il apparait à partir de la relation (2.6).

La vibration lumineuse est:

$$V_n = J_n(a).\,e^{i(\omega t + n\Omega t)}$$

et l'intensité:

$$I_n = J_n^2(a)$$

2.3 Cas de l'onde stationnaire pure s = 1

Explicitons quelques termes ${}^nA_m(a)$.

Ces termes représentent, pour une raie d'ordre n donné, la variation de l'amplitude d'une sous-composante de fréquence 2mF en fonction du paramètre

$$a = \frac{2\pi L}{\lambda}.\Delta N$$

2.3.0 raie n = o

L'expression (2.11) donne:

$${}^oA_o = \frac{1}{2}\ {}^oA_m \qquad \text{pour } m = o$$

avec ${}^oA_m$ donné lui-même par l'expression (2.12)

$${}^oA_m = 2 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_k^2(a) . J_{k-m}^2(a)$$

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} = \sum_{k=0}^{m} + \sum_{k=m+1}^{+\infty} + \sum_{k=-1}^{-\infty} = (\mathrm{I}) + (\mathrm{II}) + (\mathrm{III})$$

Dans l'expression II, posons r = k - m soit k = m + r

$$\mathrm{II} = \sum_{k=m+1}^{+\infty} J_k^2 . J_{k-m}^2 = \sum_{r=1}^{+\infty} J_{m+r}^2 . J_r^2$$

Dans l'expression III, posons k = -r soit k - m = -(m + r)

$$\mathrm{III} = \sum_{k=-1}^{-\infty} J_k^2 . J_{k-m}^2 = \sum_{r=1}^{+\infty} J_{-r}^2 . J_{-(m+r)}^2 = \sum_{r=1}^{+\infty} J_r^2 . J_{m+r}^2$$

ce qui donne:

$${}^oA_m = 2 \sum_{k=0}^{m} J_k^2(a) . J_{k-m}^2(a) + 4 \sum_{r=1}^{+\infty} J_r^2(a) . J_{m+r}^2(a)$$

On obtient finalement:

Pour la sous-composante m = o (terme continu)

$$^{o}A_{o} = J_{o}^{4}(a) + 2\sum_{r=1}^{+\infty} J_{r}^{4}(a)$$

Pour la sous-composante m = 1 (terme de fréquence 2F)

$$^{o}A_{1} = 4\sum_{r=o}^{+\infty} J_{r}^{2}(a).J_{r+1}^{2}(a)$$

Pour la sous-composante m = 2 (terme de fréquence 4 F)

$$^{o}A_{2} = 2\,J_{1}^{4}(a) + 4\sum_{r=0}^{+\infty} J_{r}^{2}(a).J_{r+2}^{2}(a)$$

2.3.1 raie n = 1

L'expression (2.11) donne:

$$^{1}A_{o} = \sum_{K=-\infty}^{+\infty} J_{K}^{2}(a)\,.\,J_{K-1}^{2}(a)$$

$$\sum_{K=-\infty}^{+\infty} = \sum_{K=1}^{+\infty} + \sum_{K=0}^{-\infty} = 2\sum_{r=0}^{+\infty}$$

en posant r = k - 1 pour la première somme et r = -k pour la seconde.
soit:

$$^{1}A_{o} = 2\sum_{r=o}^{+\infty} J_{r}^{2}\,.\,J_{r+1}^{2} \qquad \text{d'où } ^{1}A_{o} = \frac{1}{2}\ {}^{o}A_{1}$$

L'expression (2.12) donne pour m ≠ o

$$^{n}A_{m} = 2\sum_{K=-\infty}^{+\infty} J_{K}(a).J_{K-1}(a)\,.\,J_{K-m}(a)\,.\,J_{K-m-1}(a)$$

$$\sum_{K=-\infty}^{+\infty} = \sum_{K=1}^{m} + \sum_{K=m+1}^{+\infty} + \sum_{K=0}^{-\infty} = (\mathrm{I}) + (\mathrm{II}) + (\mathrm{III})$$

Dans l'expression II, posons r = k - m - 1

$$(\mathrm{II}) = \sum_{K=m+1}^{+\infty} J_{K}\,.\,J_{K-1}\,.\,J_{K-m}\,.\,J_{K-m-1} = \sum_{r=o}^{+\infty} J_{m+r+1}\,.\,J_{m+r}\,.\,J_{r+1}\,.\,J_{r}$$

Dans l'expression III, posons r = -k

Compte tenu de:

$$J_{m+r} \cdot J_{M+r+1} = - J_{-m-r} \cdot J_{-m-r-1}$$

et de

$$J_r \cdot J_{r+1} = - J_{-r} \cdot J_{-r-1}$$

on obtient:

$$(\mathrm{III}) = \sum_{r=0}^{+\infty} J_r \cdot J_{r+1} \cdot J_{m+r} \cdot J_{m+r+1}$$

et en reportant:

$$^{n}A_m = 2 \sum_{k=1}^{m} J_k(a)\, J_{k-1}(a)\, J_{k-m}(a) J_{k-m-1}(a) + 4 \sum_{r=0}^{+\infty} J_r(a) J_{r+1}(a)\, J_{m+r}(a) J_{m+r+2}(a)$$

on obtient finalement:

Pour la sous-composante m = o (terme continu) $\quad {}^{1}A_0 = \frac{1}{2}\, {}^{o}A_1$

Pour la sous-composante m = 1 (terme périodique de fréquence 2 F)

$$^{1}A_1 = -2\, J_0^2(a) \cdot J_1^2(a) + 4 \sum_{r=0}^{+\infty} J_r(a) \cdot J_{r+1}^2(a) \cdot J_{r+2}(a)$$

Pour la sous-composante m = 2 (terme périodique de fréquence 4 F)

$$^{1}A_2 = -2\, J_0(a) \cdot J_1^2(a) \cdot J_2(a) + 4 \sum_{r=0}^{+\infty} J_r(a) \cdot J_{r+1}(a) \cdot J_{r+2}(a) \cdot J_{r+3}(a)$$

2.3.2. raie n = 2

En procédant de façon semblable, on obtient:

pour la sous-composante m = o (terme continu)

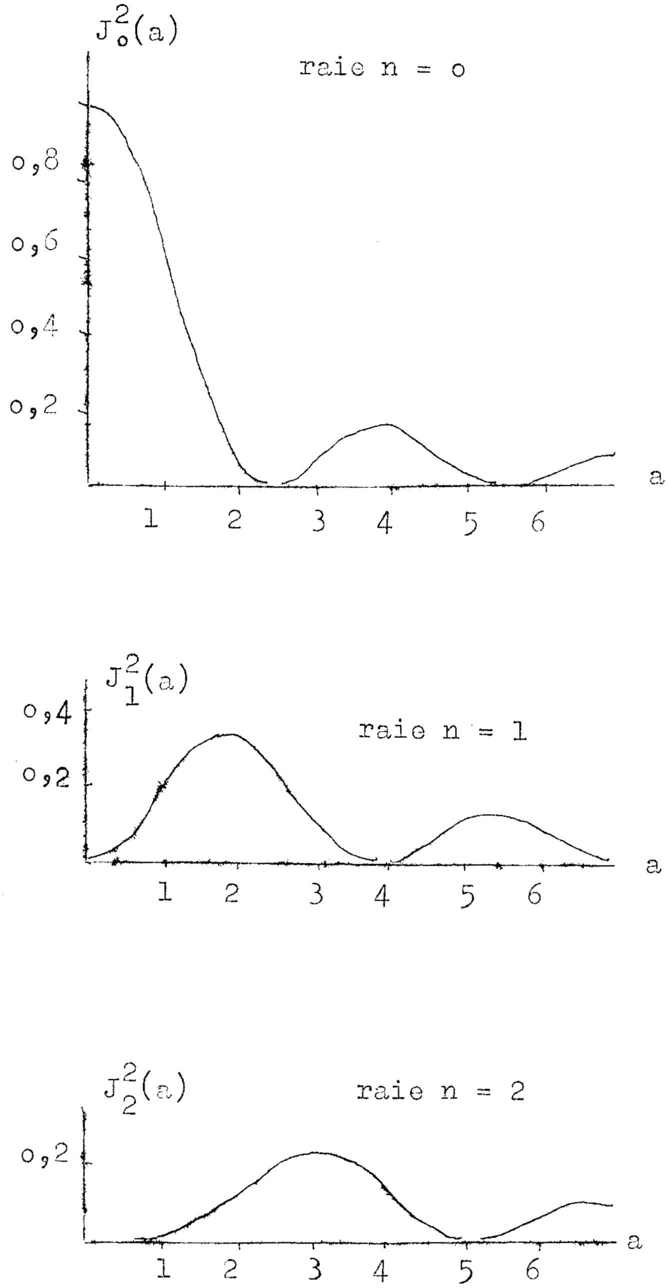
$$^{2}A_o = \frac{1}{2}\, {}^{o}A_2$$

Pour la sous-composante m = 1 (terme de fréquence 2 F)

$$^{2}A_1 = {}^{1}A_2$$

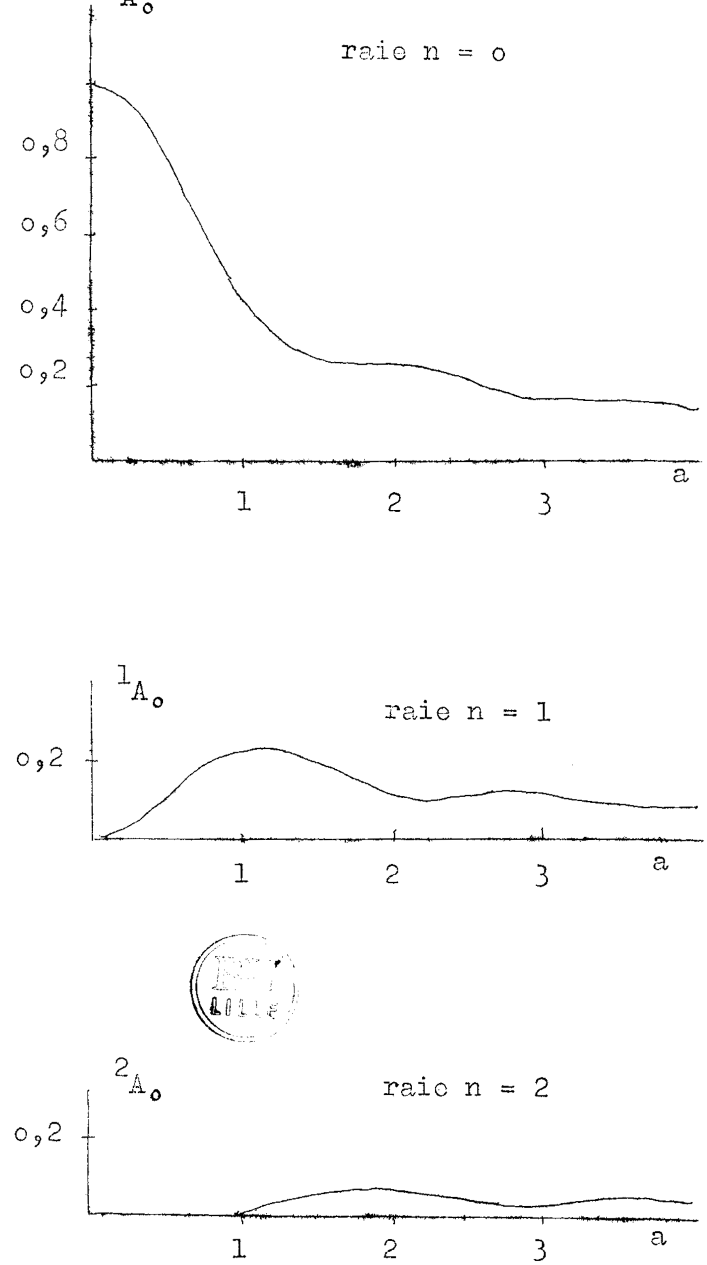
2.4. Représentation graphique

Les courbes explicitées correspondant au cas d'onde progressive pure (fig 2.2) et d'onde stationnaire pure (fig 2.3.0 à 2.3.2) ont été tracées



Ondes progressives pures (s = o)

<u>Figure 2.2</u>

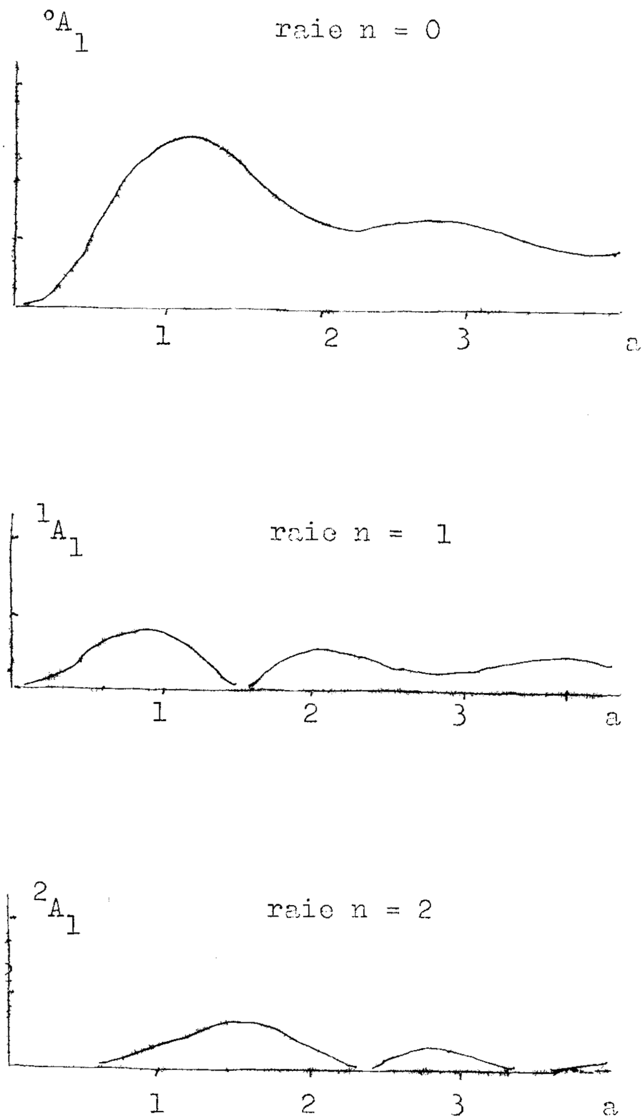


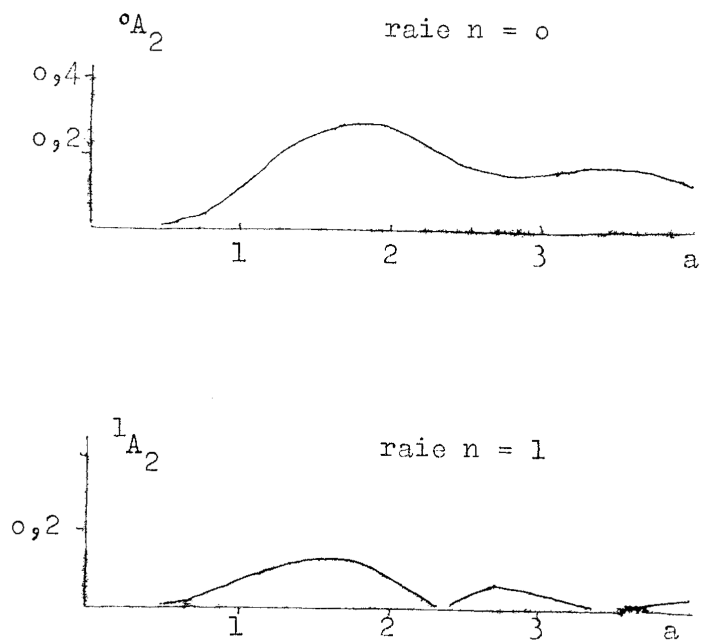
Ondes stationnaires pures (s = 1)

Terme continu ${}^nA_o$

<u>Figure 2.3.0</u>

COURBES THEORIQUES





Ondes stationnaires pures (s = 1)

Terme périodique en $2\Omega t$: $^{n}A_1$

Figure 2.3.1

Terme périodique en $4\Omega t$: $^{n}A_2$

Figure 2.3.2

COURBES THEORIQUES

pour les faibles valeurs de a.
Signalons que les courbes correspondant aux termes périodiques des raies n = 1 et n = 2 sont prises en valeur absolue: en effet, l'analyseur d'onde détectera la valeur absolue de l'amplitude.

Les calculs numériques ont été faits sur une machine de bureau. Chaque point de courbe est obtenu par l'addition des produits de quatre facteurs constitués chacun par une fonction de Bessel. La série converge assez vite et l'addition de 5 à 6 termes suffit pour obtenir 2 à 3 chiffres significatifs, dans les cas explicités où n et m sont faibles ainsi que a.

Pour $a \geq 4$ et pour les courbes correspondant à des valeurs de m et n supérieures à 2, les calculs nécessiteraient la mise sur ordinateur.

Sur la figure 2.4, nous avons indiqué l'évolution de la position du premier maximum pour des cas intermédiaires (s = 2/3; s = 1/2) et pour les sous-composantes ${}^{o}A_1$ (sa) et ${}^{o}A_2$(sa).

Ces courbes représentent donc les termes périodiques de fréquence 2 F et 4 F contenus dans la raie centrale lorsqu'il y a taux d'onde mécanique stationnaire.

2.5 Etude des termes harmoniques de fréquences "impaires": battements de deux raies voisines.

Comme il ressort de la conclusion du § 2.1, l'analyse harmonique de l'intensité d'une raie d'ordre n donné fait apparaitre des sous-composantes ${}^{n}A_{m}$ de fréquences 2 mF, multiples pairs de la fréquence F d'attaque du transducteur ultrasonore: une seule raie ne peut donc fournir de sous-composantes dont les fréquences soient de type (2m + 1)F, multiples impairs de la fréquence F . Etudions le cas de battements de deux raies voisines, les raies d'ordre n = o et n = 1.

Les vibrations respectives des raies n = o et n = 1 sont, d'après (2.7) p.7 :

$$V_o = e^{i\omega t} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} J_p(a).J_p(sa)\, e^{i\,2p\Omega t} = v_o \,.\, e^{i\omega t}$$

$$V_1 = e^{i\omega t} \sum_{q=-\infty}^{+\infty} J_q(a).J_q(sa)\, e^{i(2q-1)\Omega t} = v_1 . e^{i\omega t}$$

La vibration résultante est:

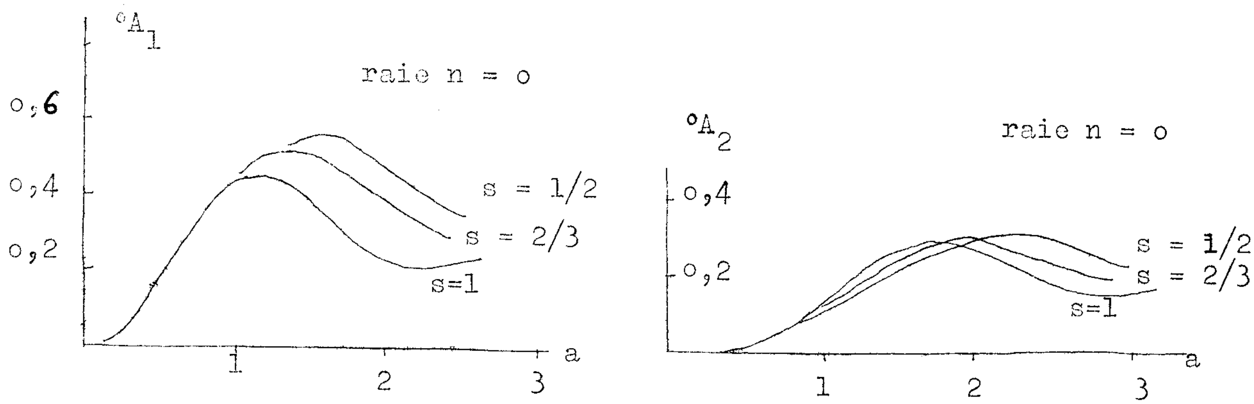
$$V = V_o + V_1 = (v_o + v_1)\, e^{i\omega t}$$

L'intensité correspondante est:

$$V.V^{*} = (V_o + V_1)(V_o^{*} + V_1^{*}) = V_o . V_o^{*} + V_1 . V_1^{*} + V_o . V_1^{*} + V_o^{*} . V_1$$

$$\text{or } V_o . V_o^{*} = I_o \qquad \text{et } V_1 . V_1^{*} = I_1$$

I_o et I_1 désignant les intensités respectives des raies d'ordre n = o et n = 1 et on a vu qu'elles sont décomposables en sous-composantes de



Terme périodique en $2\Omega t$

Terme périodique en $4\Omega t$

Déplacement du maximum des courbes théoriques pour divers coefficients de réflexion s.

Figure 2.4

fréquences 2mF seulement (relation 2. 10).

Les harmoniques de type (2m + 1) F éventuels ne peuvent donc se trouver que dans les deux derniers termes.

Etudions donc l'expression:

$$B = V_o V_1^* + V_O^* V_1 = v_o v_1^* + v_o v_1^* \qquad \text{car } e^{+i\omega t} \cdot e^{-i\omega t} = 1$$

il avait été posé:

$$v_o = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} J_p(a) . J_p(sa) . e^{i\,2p\,\Omega t}$$

$$v_1 = \sum_{q=-\infty}^{+\infty} J_q(a) . J_{q-1}(sa) . e^{i(2q-1)\Omega t}$$

Leurs conjugués respectifs sont:

$$v_o^* = \sum_{p'=-\infty}^{+\infty} J_{p'}(a) . J_{p'}(sa) e^{-i2p'\Omega t} = \sum_{p''=-\infty}^{+\infty} J_{p''}(a) . J_{p''}(sa) . e^{+i\,2p''\Omega t}$$

avec $p'' = - p'$

$$v_1^* = \sum_{q'=-\infty}^{+\infty} J_{q'}(a)\, J_{q'}(sa)\, e^{-i(2q'-1)\Omega t}$$

En posant $q'' = - q' + 1$

soit $q' = - q'' + 1$ $\qquad q' - 1 = - q''$ $\qquad$ et $\qquad 2\,q' - 1 = - (2\,q'' - 1)$

il vient:

$$v_1^* = \sum_{q''=-\infty}^{+\infty} J_{-(q''-1)}(a) . J_{-q''}(sa) . e^{\,i(2q''-1)\Omega t}$$

$$v_1^* = \sum_{q''=-\infty}^{+\infty} -J_{q''}(sa) . J_{q''-1}(a) . e^{i(2q''-1)\Omega t}$$

$$v_o v_1^* = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \sum_{q=-\infty}^{+\infty} -J_p(a) . J_q(sa) . J_p(sa) . J_{q-1}(a) . e^{i(2p+2q-1)\Omega t}$$

$$v_o^* v_1 = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \sum_{q=-\infty}^{+\infty} + J_p(a) . J_q(a) . J_p(sa) . J_{q-1}(sa) . e^{i(2p+2q-1)\Omega t}$$

posons $m = p + q - 1$ et $p = k$

soit: $2p + 2q - 1 = 2m + 1$

$q = m - p + 1 = m - k + 1$

$q - 1 = m - k$

il vient:

$$v_o.v_1^{*} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{i(2m+1)\Omega t} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} - J_k(a).J_k(sa).J_{m-k+1}(sa).J_{m-k}(a)$$

$$v_o^{*}.v_1 = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{i(2m+1)\Omega t} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} + J_k(a).J_k(sa).J_{m-k+1}(a).J_{m-k}(sa)$$

$$B = v_o.v_1^{*} + v_o^{*}.v_1 = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{i(2m+1)\Omega t} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_k(a).J_k(sa)\left[\cdots\right]$$

$$\left[\cdots\right] = \left[J_{m-k+1}(a).J_{m-k}(sa) - J_{m-k+1}(sa).J_{m-k}(a)\right]$$

remarque:

Pour $s = 1$, le crochet a une valeur nulle et $B = o$.

Donc, dans le cas d'ondes mécaniques stationnaires pures, le terme B ne contient pas de sous-composantes de fréquences $(2m + 1)F$.

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} = \sum_{m=o}^{+\infty} + \sum_{m=-1}^{-\infty} = (I) + (II)$$

Dans l'expression (II), posons $m' = -m - I$

soit:

$m = - m' - 1$

$2m + 1 = - 2m' - 1 = -(2m' + 1)$

$m - k = -(m' + k + 1)$

$m - k + 1 = -(m' + k)$

$$(II) = \sum_{m'=o}^{+\infty} e^{-i(2m'+1)\Omega t} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_k(a)J_k(sa)\left[J_{-m'-k}(a)J_{-m'-k-1}(sa) - J_{-m'-k}(sa)J_{-m'-k-1}(a)\right]$$

en observant que $J_{-m'-k}.J_{-m'-k-1} = -J_{m'+k}.J_{m'+k+1}$

et que rien ne change dans $\sum_{k=-\infty}^{+\infty}$ quand on change k en $-k'$, on obtient:

$$(II) = \sum_{m'=o}^{+\infty} e^{-i(2m'+1)\Omega t} \sum_{k'=-\infty}^{+\infty} J_{k'}(a)J_{k'}(sa)\left[J_{m'-k'+1}(a)J_{m'-k'}(sa) - J_{m'-k'}(a)J_{m'-k'+1}(sa)\right]$$

L'expression:

$$B = v_o . v_1^* + v_o^* v_1 = (I) + (II)$$

comporte donc un facteur commun C_m

$$C_m = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_k(a) J_k(sa) \left[J_{m-k+1}(a) J_{m-k}(sa) - J_{m-k+1}(sa) . J_{m-k}(a) \right]$$

$$B = (I) + (II) = \sum_{m=o}^{+\infty} \left(e^{i(2m+1)\Omega t} + e^{-i(2m+1)\Omega t} \right) C_m$$

$$B = \sum_{m=o}^{+\infty} 2\, Cm . \cos(2m + 1) \Omega t = B_o \cos \Omega t + B_1 \cos 3\Omega t + B_2 \cos 5 \Omega t + \ldots + B_m . \cos(2m + 1) \Omega t$$

remarque:

Pour l'onde progressive pure s=o, on a d'après le §2.2.1

$$V_o = J_o(a) . e^{i \omega t}$$

$$V_1 = J_1(a) . e^{i(\omega t + \Omega t)}$$

L'étude précédente reste valable à condition de prendre $p = o = q$ et $m=o$.
En ce cas:

$B = B_o . \cos \Omega t$ avec $B_o = 2\, J_o(a) . J_1(a)$

Conclusion du §2.5

Le développement en série de Fourier du signal d'intensité correspondant à la composition des vibrations des deux raies voisines $n = o$ et $n = 1$ fait donc apparaitre, outre les termes continus et périodiques de fréquences 2mF, multiples pairs de la fréquence d'attaque du transducteur, des termes périodiques de fréquences (2m + 1)F multiples impairs de la fréquence d'attaque du transducteur, dans les cas généraux.

Dans le cas particulier de l'onde stationnaire pure, ce signal ne contient aucun harmonique "impair" de type (2m + 1) F.

Dans le cas particulier de l'onde progressive pure, ce signal ne contient qu'un terme "impair" de fréquence F, correspondant à celle du transducteur ultrasonore.

3 ETUDE EXPERIMENTALE : principe et vue d'ensemble

Une raie de diffraction d'ordre n donné est sélectionnée et reçue sur la cathode d'un photomultiplicateur. Le signal électrique recueilli dans le circuit d'anode est étudié au moyen d'un analyseur d'onde H.F. pour différents niveaux de tension ultrasonore. Les courbes expérimentales

tracées comportent:
- la courbe de signal continu S_c correspondant au terme moyen;
- les courbes de signaux périodiques S_p correspondant aux termes périodiques de fréquences mF multiples de la fréquence ultrasonore.

Les mesures ont d'abord été faites avec un photomultiplicateur qui s'est révélé de sensibilité plutôt faible par rapport à celle qu'exigeait l'étude. Elles ont alors été reprises dans de meilleures conditions avec un matériel différent et plus élaboré que le précédent.

4 Etude expérimentale faite sur le premier matériel

4.1 Description du matériel

La figure 4.1 résume les montages utilisés dans cette première partie expérimentale.

La cellule ultrasonore est une cuve contenant environ 3 l d'eau distillée dégazée.
Le transducteur ultrasonore est placé horizontalement au fond de la cuve. C'est un cristal de titanate de baryum de diamètre 3 cm et d'épaisseur 2,5 mm.
Le réflecteur est disposé au-dessus du cristal et parallèlement au plan de celui-ci. C'est un disque de laiton poli de diamètre 8 cm. 3 vis règlent le parallélisme et une 4ème commande le mouvement de translation.
Les parois de la cuve sont des plaques d'aluminium vissées sur un socle d'acier. Deux glaces transparentes sont appliquées de façon étanche sur les ouvertures ménagées dans ces parois pour le passage de la lumière.

Le pilote est un générateur de signaux Hewlett-Packard n° 606 A. Sa tension de sortie V_g variable du microvolt au volt, se lit sur le cadran de l'appareil à cadre incorporé. Elle est appliquée à l'entrée de l'amplificateur accordé, dont la sortie comporte le transformateur d'impédance auquel on relie le titanate. La fréquence du pilote, lue sur le cadran du générateur, est de 1 MHz: c'est la fréquence fondamentale du cristal utilisé.

Le photomultiplicateur est un tube 931 A avec son montage d'alimentation. Bien que sa zone de sensibilité propre soit le bleu, on l'utilise dans le vert: divers critères tels que l'étendue des sources disponibles, leur faible intensité relative dans le bleu par rapport au vert, font que les résultats sont meilleurs dans ces conditions d'utilisation, le signal électrique recueilli étant plus élevé.
Le signal continu S_c se lit sur le cadran du microampèremètre monté en série dans le circuit plaque. Le signal périodique S_p est recueilli en branchant l'amplificateur hétérodyne sélectif en parallèle sur une résistance de 1 000 Ohms placée en série dans le circuit plaque, et par l'intermédiaire de capacités.
Le dispositif amplificateur détecteur comporte 2 étages: l'étage final est un analyseur d'ondes Hewlett-Packard 310 A à chercheur d'accord, mais limité à 1,5 MHz . Il est sensible au microvolt. L'étage intermédiaire est un ampli hétérodyne AME 1190 C permettant les accords sur l'entrée de 0,3 à 21 MHz et fournissant à sa sortie un signal hétérodyne de 210 KHz.

Le dispositif producteur d'ultrasons et le photomultiplicateur avaient été construits pour des travaux antérieurs (9; 10) et furent remis en service après quelques légères adaptations.

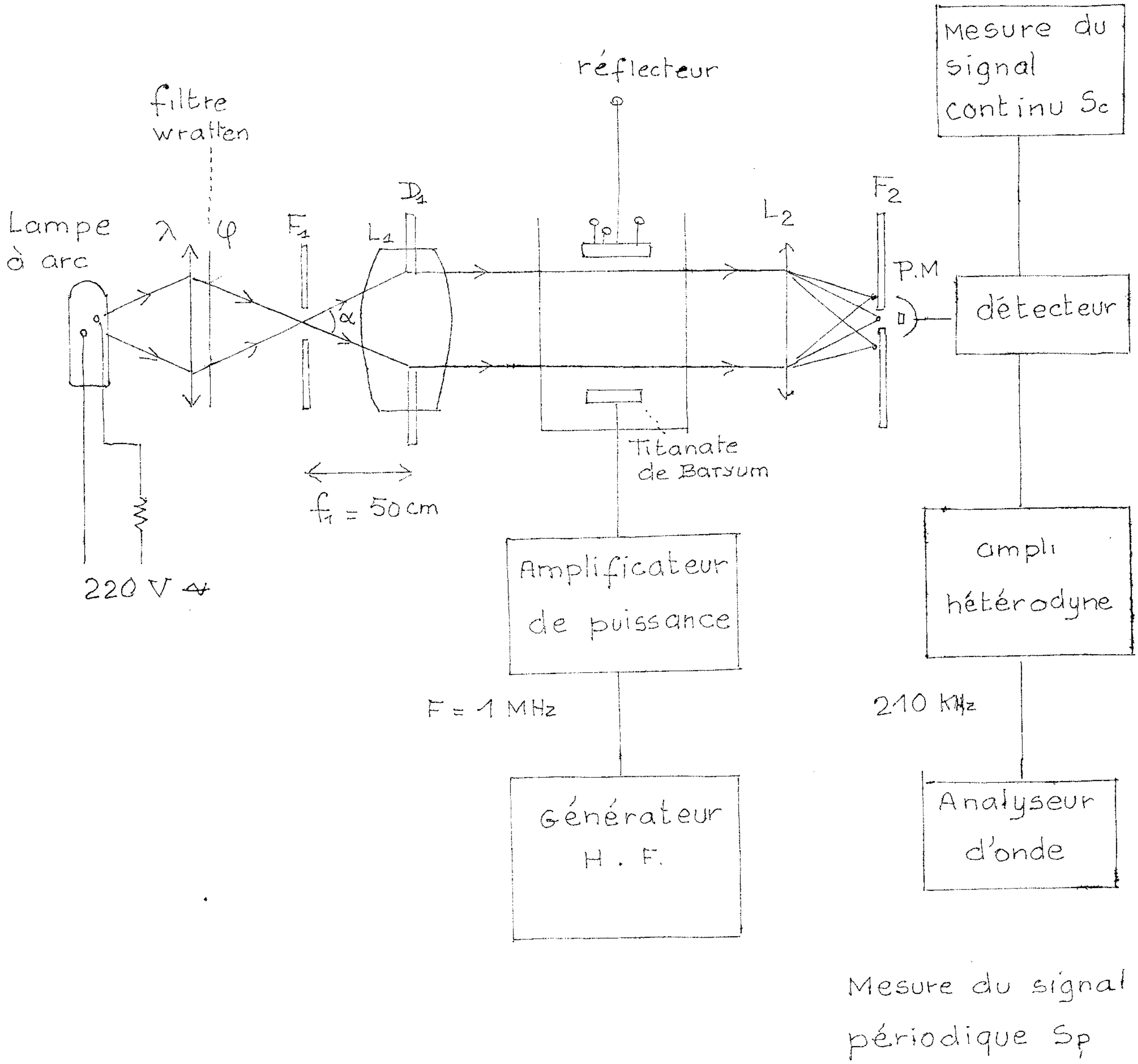


Figure 4.1

Résumé schématique des montages de la première partie.

Le dispositif optique comporte:
une fente source F_1 horizontale; un système collimateur L_1 qui donne un faisceau parallèle de lumière limité par le diaphragme D_1 à la partie utile.
Au plan focal du système optique L_2 (lunette d'observation) se forment les raies de diffraction correspondant aux différents ordres. La fente F_2 sélectionne la raie à étudier.

La fente F_1 est éclairée par une lampe à arc Philips associée à la lentille λ et au filtre φ (filtre Wratten monochromatique vert). Ce dispositif éclairant est choisi de préférence à d'autres dispositifs tels que les lampes au sodium, ou au mercure, associées ou non à des optiques, car il donne un signal plus important avec le photomultiplicateur utilisé.
En effet, les caractéristiques f_1 et D_1 (distance focale et diamètre du diaphragme du système L_1) imposent un angle d'ouverture α

$\alpha \simeq \frac{D_1}{f_1}$ est de l'ordre de 1 / 25 et la source pratiquement ponctuelle constituée par la lampe à arc donne de meilleurs résultats que les sources relativement étendues constituées par les lampes à vapeur métallique.

4.2 Réglage du régime d'ondes mécaniques stationnaires.

La cuve remplie d'eau distillée dégazée est convenablement orientée. Le titanate de baryum est mis sous tension, et la figure de diffraction est observée à travers la lunette L_2 réglée à l'infini. La fréquence du générateur H.F. et celle du circuit d'accord de l'amplificateur de puissance sont réglées de façon que la figure de diffraction contienne le plus de raies possible .
Le réflecteur est orienté parallèlement au transducteur, et sa distance au titanate est réglée de façon que la cavité ultrasonore soit de qualité maximale de résonance, ce qu'on apprécie au nombre N maximal de raies visibles obtenues.
Le faisceau lumineux est diaphragmé à la partie utile (environ 2cm de diamètre) de façon à obtenir une figure de diffraction nette et contrastée.

Lorsque le nombre N de raies est maximal pour une tension V_g donnée, la distance entre le transducteur et le réflecteur est multiple de $\Lambda/2$. Or la longueur d'onde ultrasonore Λ dépend de la vitesse de propagation de l'onde mécanique dans le milieu considéré: elle est donc sensible aux variations de température du liquide, ainsi qu'à sa nature.

Influence de la température

Les mesures de Skimin (11) montrent que les variations de la vitesse du son dans l'eau distillée en fonction de la température ont l'allure de la figure 4.2.1: la pente de la courbe est forte aux températures ambiantes tandis qu'elle présente un palier vers 73°C ; il semble donc plus indiqué de travailler à cette température.

Les essais visant à échauffer artificiellement le liquide n'ont pas été concluants: la présence du thermo-plongeur provoque dans le liquide des courants de convection qui perturbent le phénomène optique; et le réglage assez délicat du courant du thermo-plongeur varie selon la température de la salle et selon l'autoéchauffement de l'eau soumise à différentes puissances ultrasonores.

Influence de la nature du liquide

Certains liquides tels que l'eau et l'alcool ont des coefficients de variation de la vitesse sonore en fonction de la température $\Delta v/\Delta t$ dont les signes sont opposés(12). Un mélange convenable peut donc, à priori, permettre une stabilité par rapport à la température. Les essais de mélange n'ont rien amélioré, en particulier à cause du manque de qualité du dégazage dans ces nouvelles conditions. C'est peut-être la raison pour laquelle Dognon et Simonot signalent que ce mélange serait au contraire de nature à exagérer les effets d'échauffements(13).

La nature de l'eau évolue d'ailleurs dans le temps, par dissolution d'air ambiant. La réponse du titanate varie alors pour un même signal de sortie V_s du générateur H.F. Le "vieillissement" de l'eau fait diminuer d'environ 10 % par 24 heures le nombre total d'ordres de diffractions visibles pour un réglage optimal du réflecteur.

En conclusion, pour parer aux fluctuations de température, le réglage du régime d'ondes stationnaires peut être fait suivant 2 méthodes:

Une première méthode consiste à régler le réflecteur de façon que le nombre de raies visibles N soit maximal: dans ces conditions, le coefficient de qualité de la cavité sonore est maximal.

s = 1

d'après la relation (2.1) et en admettant que le réflecteur soit parfait.

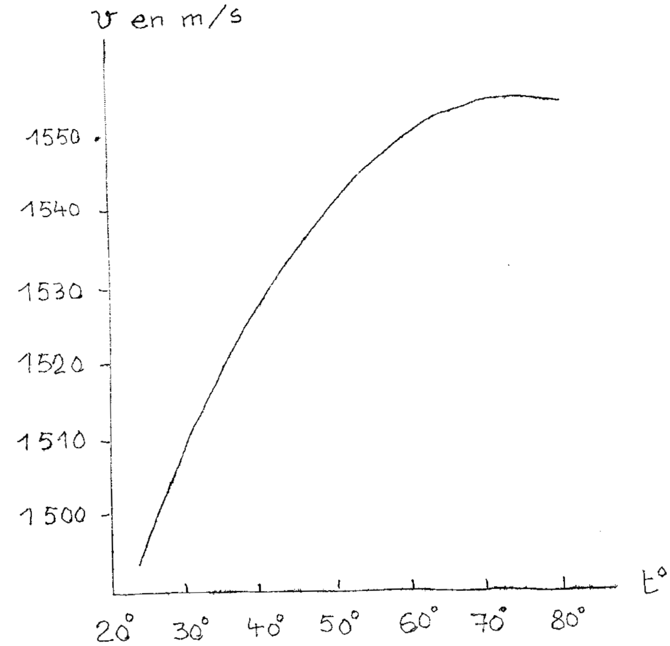
Mais ce réglage est assez délicat: d'après des mesures faites sur le même matériel (9), la distance transducteur - réflecteur doit être réglée à 0,03 mm près pour une bonne résonance. La température doit être stable à 0°,04 près.

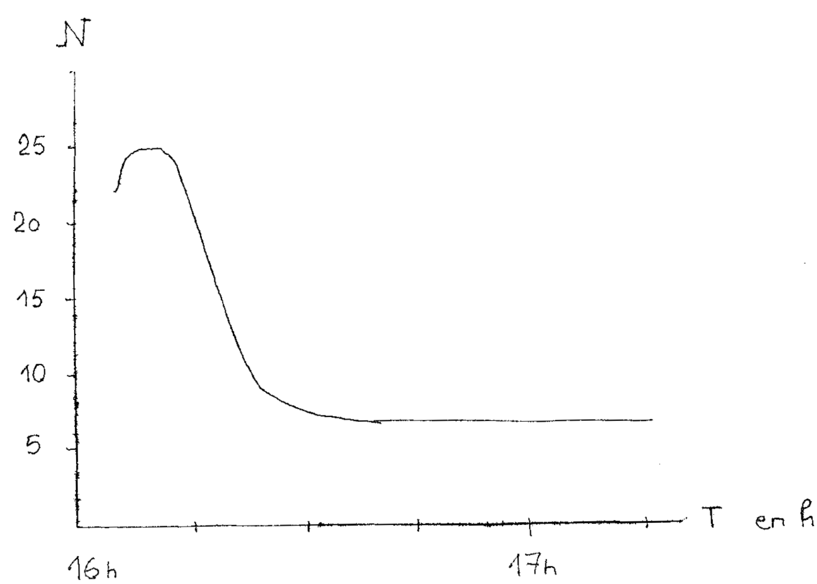
Ce réglage est donc aussi très instable: lorsque les compressions et dépressions du milieu liquide sont maximales, les effets thermiques sont (13) importants; la température s'élève, la longueur d'onde ultrasonore varie et le coefficient de qualité, donc le nombre N de raies, diminuent.
La figure 4.3.1 montre l'évolution du nombre de raies visibles en fonstion du temps, pour la cavité sonore initialement réglée au maximum de résonance puis abandonnée à elle-même.

Cette première méthode demande donc des retouches constantes de la distance transducteur - réflecteur.

Une seconde méthode consiste à attendre que le système ait atteint

<u>Figure 4.2.1</u> Variations de la vitesse du son dans l'eau distillée avec la température (d'après Skimin).





<u>Figure 4.3.1</u>

Evolution du nombre N d'ordres visibles avec le temps T.

son régime d'équilibre thermique: le coefficient de qualité de la cavité sonore n'est plus maximal, mais il est stable, si la température ambiante évolue peu, pendant environ 1 heure.

La première méthode présente l'inconvénient de favoriser un regazage plus rapide de l'eau, en maintenant des conditions de dépressions maximales. Il faut renouveler l'eau plus souvent.

La seconde méthode ralentit donc le "vieillissement" de l'eau; d'autre part, le fait de devoir attendre un certain temps en laissant une onde mécanique d'amplitude relativement faible brasser le milieu, semble favorable pour la suite des mesures.

4.3 Réglage optique pour la sélection d'une raie d'ordre donné

Les éléments optiques sont alignés sur un même axe optique allant de la source (centre de l'arc) à la zone sensible du tube photomultiplicateur.

Un léger manque de parallélisme des deux glaces transparantes de la cuve ultrasonore lui fait jouer le rôle de prisme lorsque elle est remplie d'eau: l'effet n'est pas visible par observation de la figure de diffraction en lumière blanche, mais sera peut-être cause d'une [redacted] dissymétrie observé dans certaines courbes, les raies +1 et −1 par exemple pouvant être différemment irisées. Par contre, la réflexion sur chaque glace du faisceau parallèle incident provenant de F_1 (figure 4.1) donne sur le plan de cette fente deux images F'_1 distinctes. La cuve est orientée en sorte que la fente source soit au milieu de ces deux images.

La largeur de la fente sélective F_2 est telle qu'elle ne laisse tomber qu'une raie d'ordre n donné sur la partie sensible du photomultiplicateur. Ce réglage est assez délicat pour la figure de diffraction obtenue à 1 MHz car l'interfrange angulaire est faible, et la faible sensibilité du photomultiplicateur oblige à garder la plus grande largeur de fente possible.

La sélection d'un ordre donné se fait en faisant légèrement pivoter la lunette L_2 (fig 4.1) par rapport à un axe horizontal, de façon que les ordres défilent devant la fente F_2. La vis commandant ce mouvement, quoique très progressive, s'avèrera être de sensibilité à peine suffisante pour effectuer convenablement ce réglage.

La sélection d'une seule raie est donc assez difficile, ainsi que son repérage. Pratiquement, elle est faite par observation directe[x] de la figure de diffraction en lumière blanche. Puis le filtre vert est interposé en φ pour permettre les mesures. La figure de diffraction n'est alors plus observable sur le plan de la fente F_2.

La connaissance des courbes permettra de parfaire le réglage par l'observation des signaux électriques.

4.4 Réglage électrique pour l'obtention des signaux continu et périodiques S_c et S_p.

On affiche une tension V_e au générateur H.F. Il apparait un signal continu S_c que l'on lit directement (fig 4.1).

Pour la raie centrale, n = o, il existe un signal S_c même en l'absence d'ultrasons. Afin d'avoir des mesures comparables, on vérifie avant et après les mesures que ce signal conserve la même valeur. Si celle-ci évolue, on la rétablit en agissant sur l'alimentation du tube photomultiplicateur.

x sur le plan de la fente F_2

De façon générale, une atténuation de l'ordre de 1 à 5% sera observée après 1 heure de fonctionnement, ce qui nécessitera d'augmenter un peu la tension d'alimentation.

Le signal périodique S_p est fonction de la fréquence sélectionnée. On vérifie d'abord l'absence de signaux aux fréquences impaires (2m + 1)F qui indiqueraient un mauvais réglage de fente sélective (fente trop large ou non parallèle aux raies).

L'amplificateur hétérodyne est accordé sur l'une des fréquences 2mF tandis que l'analyseur d'onde reste calé sur la fréquence 210 KHz de sortie de l'étage hétérodyne. En principe, ce dernier accord est fait une fois pour toutes, mais le chercheur d'accord de l'analyseur d'onde possédant trois bandes, un réglage grossier de l'ampli hétérodyne est d'abord fait sur la bande large (3 KHz) et un réglage fin sur les bandes étroites (1 000 et 200 Hz)

Ces recherches d'accord demandent un certain temps, même quand les valeurs des fréquences sont connues.

Plus la fréquence est élevée, plus l'obtention du signal périodique devient difficile: de plus en plus faible comme le prévoit la théorie, celui-ci émerge à peine du bruit de fond pour les maxima de courbes.

Deux méthodes de mesure seront utilisées:

Une première méthode consiste à fixer une tension Vg donnée au générateur H.F. correspondant à un nombre d'ordres visibles N donné, maximal pour un réglage convenable du réflecteur. On réalise les accords successifs sur les fréquences 2mF pour 2m = 2, 4, 6 et parfois 8 en notant le signal S_p correspondant à chaque fréquence.

Une seconde méthode consiste à fixer une fréquence 2mF donnée et à faire varier la tension du Générateur H.F. en notant les variations de S_p correspondantes.

Cette dernière méthode est plus souple pour déterminer la position des maxima et des minima des courbes $S_p = f(Vg)$. Elle est surtout plus rapide, la perte de temps provenant surtout des changements d'accord: la température risque donc moins d'évoluer pendant une même série de mesures.

4.5. Courbes expérimentales $Sc = f(V_g)$ et $Sp = f(Vg)$

Série n°1 : figure 4.5.1

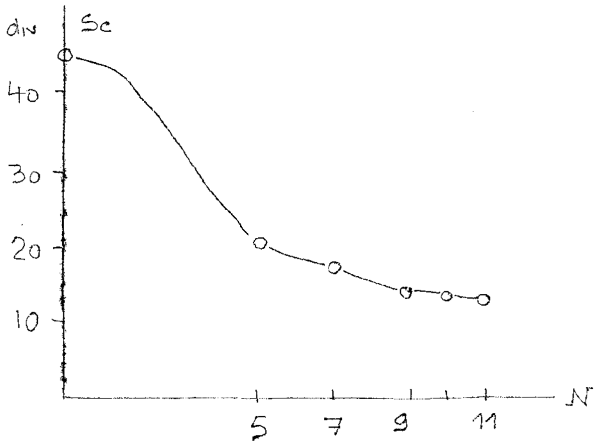
Les mesures ont été faites suivant la première méthode signalée aux §4.2 et 4.4.

Le titanate de baryum est attaqué sous 1 MHz.

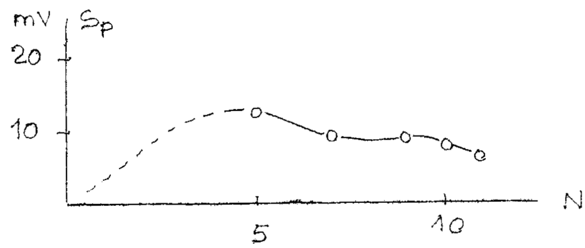
Le filtre Wratten donne une lumière verte suffisamment monochromatique pour que les raies de diffraction soient nettes et sans irisations. Dans la raie centrale n=o sont relevés les signaux continu S_c et périodiques S_p correspondant aux fréquences 2, 4, 6, 8 MHz pour N=5 raies visibles, puis pour N= 7,9,10,11 raies visibles.

Le réglage du nombre de raies visibles est à une raie près, ce qui implique quelque incertitude.

Les courbes ont été tracées mais avec un nombre limité de pointés pris de façon discontinue: la position exacte des minima et maxima n'est donc pas repérée. Cet inconvénient, joint à celui de la lenteur du procédé

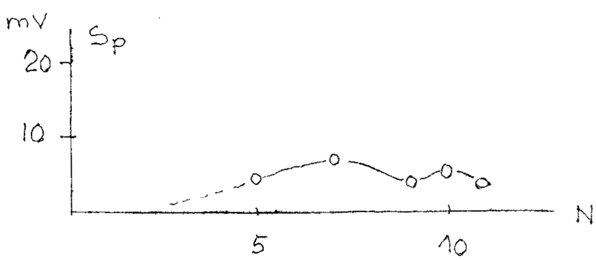


Signal continu

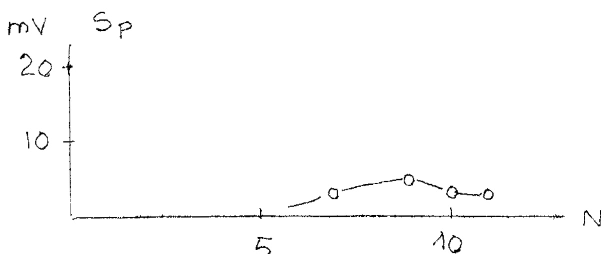


signaux périodiques

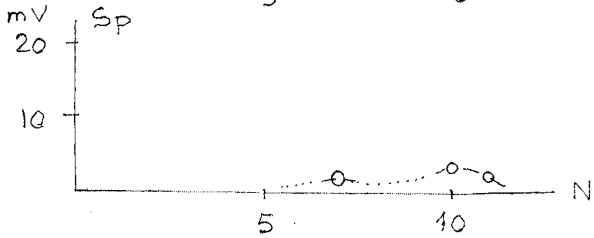
de fréquence 2 MHz



de fréquence 4 MHz



de fréquence 6 MHz



de fréquence 8 MHz

raie d'ordre n = o

COURBES EXPERIMENTALES

Série n°1 Attaque 1 MHz Lumière monochromatique

Figure 4.5.1

le feront abandonner malgré l'avantage qu'il semble d'abord présenter de permettre un contrôle fréquent de la qualité de résonance de la cavité sonore (par le dénombrement des raies visibles).

Série n°2 Figure 4.5.2

Les mesures sont désormais faites suivant la seconde méthode signalée aux § 4.2 et 44.
Le titanate de baryum est attaqué sous 1 MHz; Les signaux périodiques sont relevés à 2 et à 4 MHz.
Le filtre n'est pas interposé. Or en lumière blanche, l'interfrange varie avec la longueur d'onde mais la raie d'ordre n = o est bien définie pour toutes les longueurs d'ondes; les mesures faîtes sont comparables aux mesures faîtes en lumière monochromatique. La raie centrale apparait blanche et on n'observe pas d'irisations visibles; par contre, les raies d'ordre +1 et -1, blanches elles-aussi, apparaissent irisées. Les courbes tracées correspondent encore aux courbes qui seront obtenues en lumière monochromatique, mais avec une approximation moins bonne. L'effet légèrement prismatique de la cuve peut être cause de l'asymétrie des courbes. (§ 4.3)

L'avantage de cette série faite en lumière blanche est le niveau élevé de signal délivré par le photomultiplicateur, et la possibilité d'observation directe de la figure de diffraction sur le plan de la fente.

Série n°3 figures 4.5.3.I; 4.5.3.2; 4.5.3.3

Le filtre vert remis donne de la lumière monochromatique. Les raies d'ordre -2, -1, o, +1, +2 sont successivement étudiées pour y relever les signaux continu Sc et périodiques Sp à 2 et à 4 MHz.

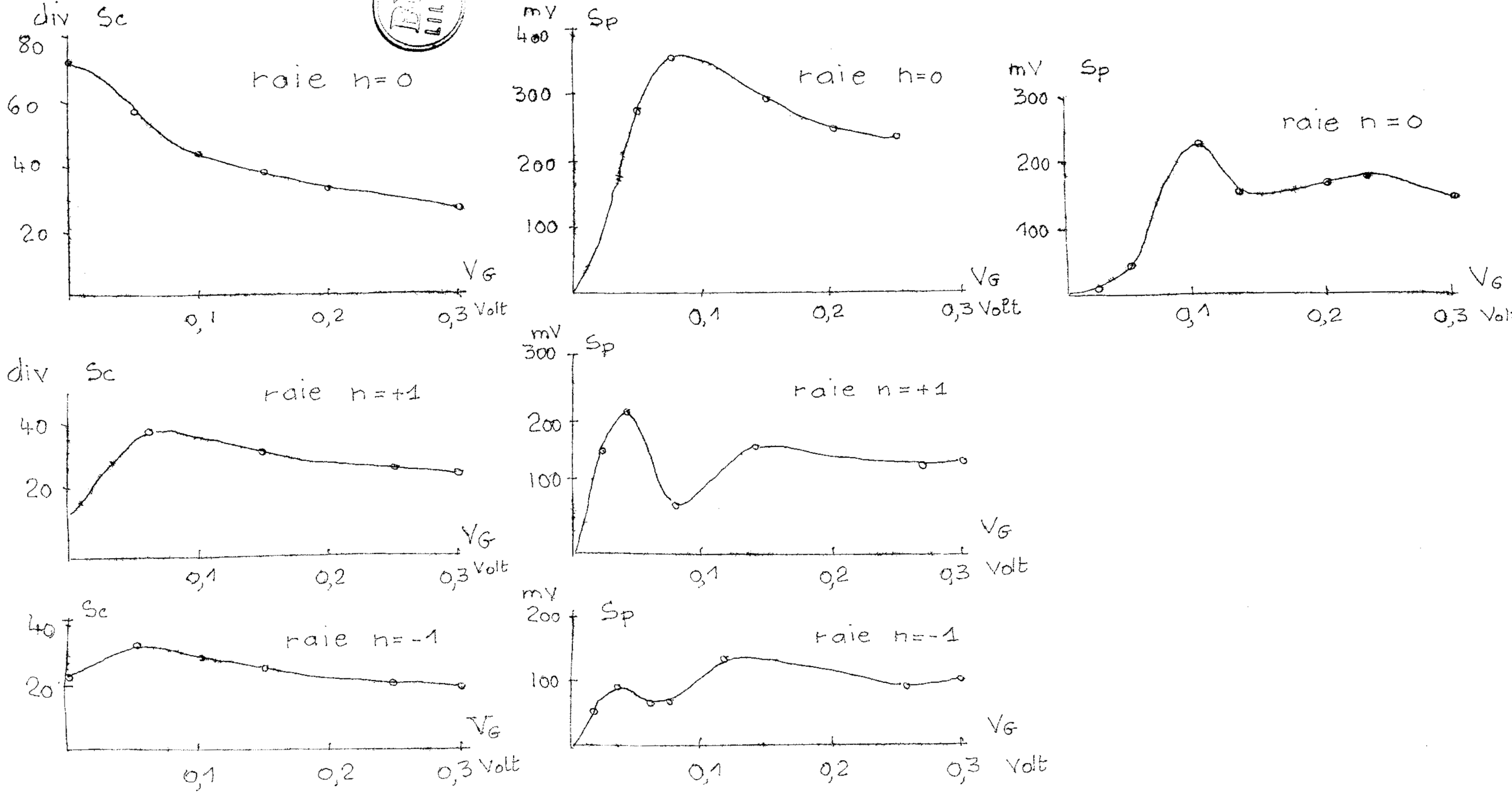
Le bruit de fond est indiqué au bas de chaque courbe; il est dû au photomultiplicateur: une lampe alimentée en continu placée devant la fente F_2 donne des niveaux semblables de bruit de fond.

En supprimant toute lumière, ce bruit de fond disparait et il est possible de détecter le rayonnement du générateur H.F. par exemple sur l'harmonique 2. Mais ce rayonnement est de l'ordre du microvolt soit 1000 fois inférieur aux mesures.

4.6. Etude expérimentale du signal électrique dû à la réception simultanée de deux raies de diffraction sur le photomultiplicateur.

L'élargissement des deux lèvres de la fente F_2 (ou encore une légère rotation de cette fente dans son plan) permet de recevoir deux raies de diffraction sur la zone sensible du photomultiplicateur. L'élargissement le la fente source F_1 permet en outre le chevauchement de ces raies en sorte que les vibrations lumineuses se combinent.

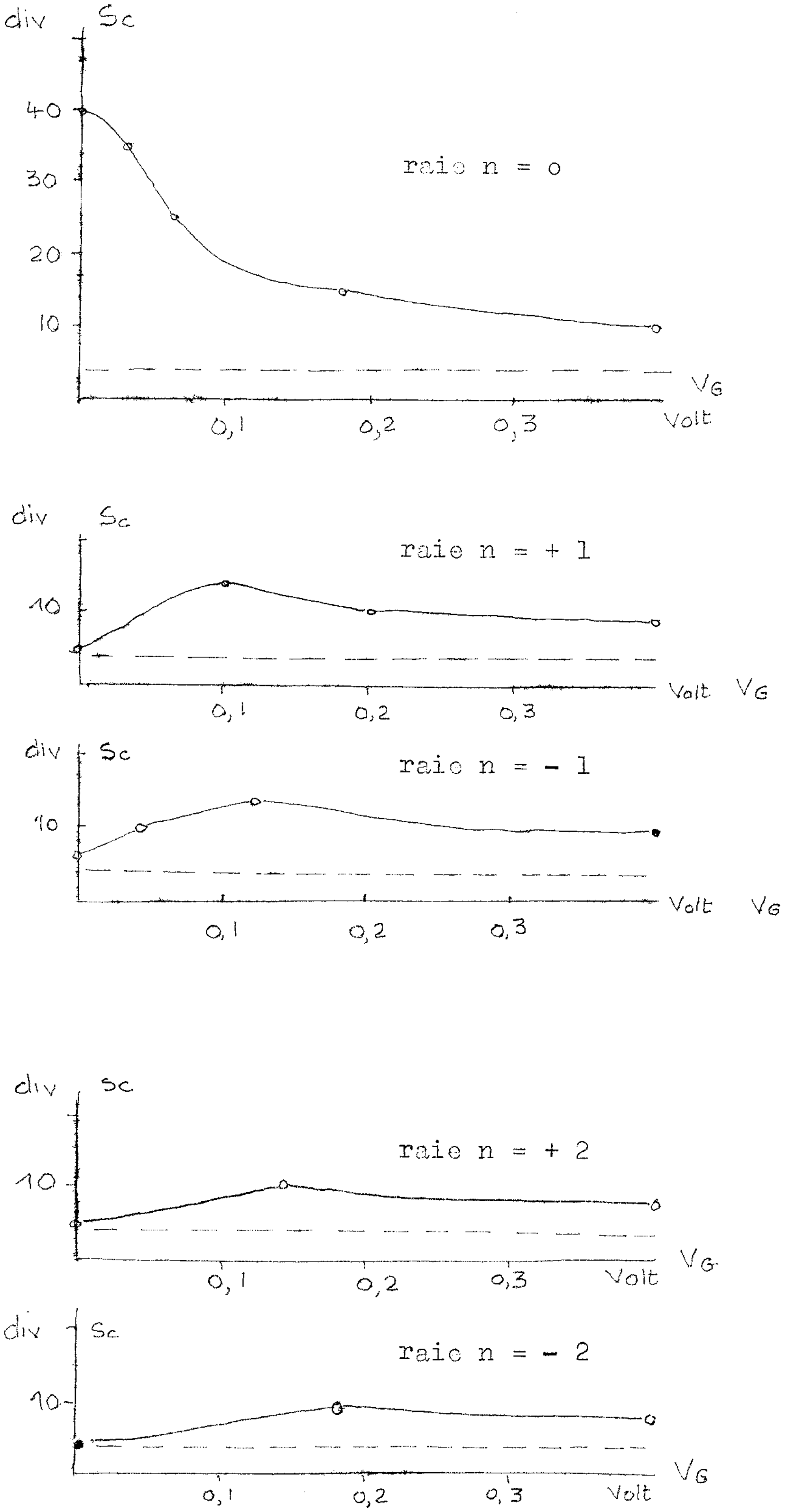
Les courbes 4.6.1 et 4.6.2 ont été obtenues dans ces conditions. Les termes périodiques de fréquences paires 2mF ont pu être obtenues en lumière monochromatique, le niveau étant fort. Par contre, il est difficile d'obtenir les termes périodiques de fréquences impaires (2m + 1)F et il faut travailler en lumière blanche pour émerger du bruit de fond.



Terme continu Sc   Terme périodique à 2 MHz   Terme périodique à 4 MHz

COURBES EXPÉRIMENTALES   série n° 2   Attaque 1 MHz. Lumière blanche

Figure 4.5.2



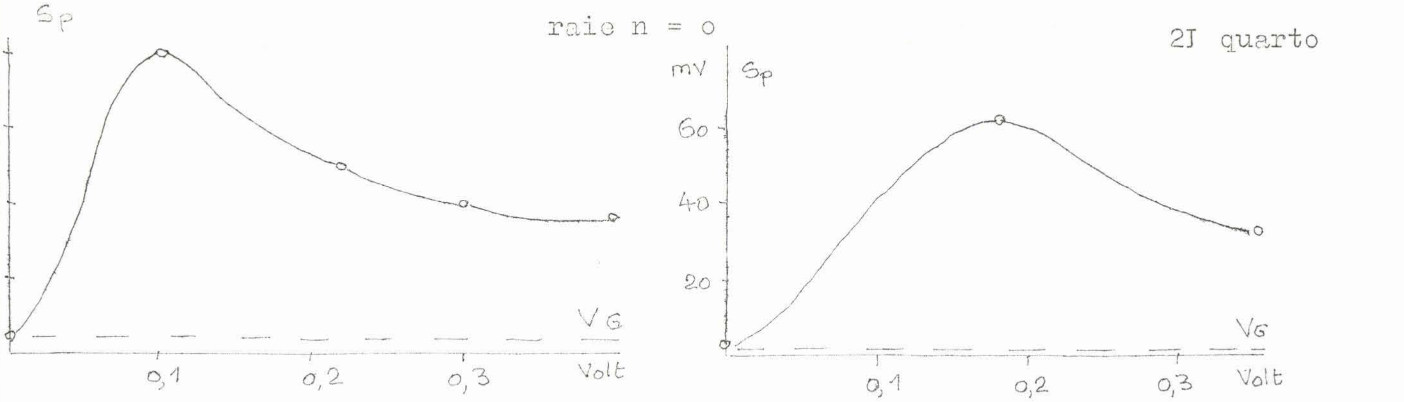
Terme continu Sc

Courbes expérimentales
Série n° 3 Attaque 1 MHz Lumière monochromatique.

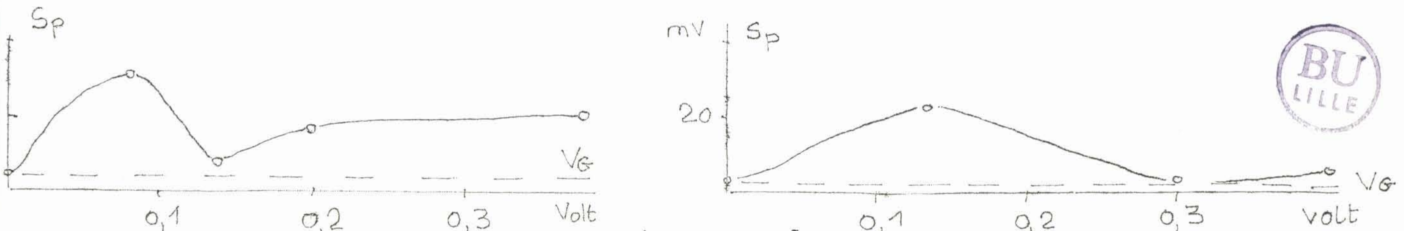
Figure 4.5.3.1

raie n = o

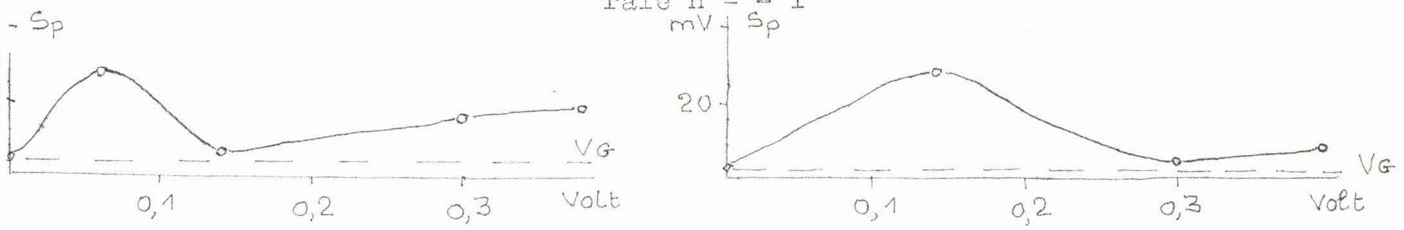
2J quarto



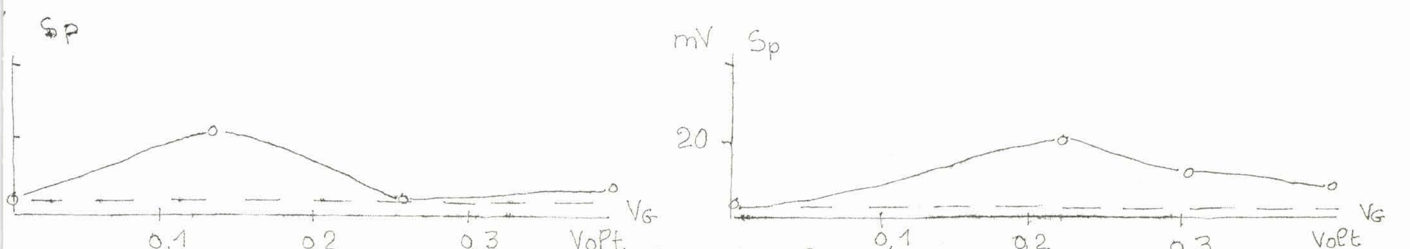
raie n = + 1



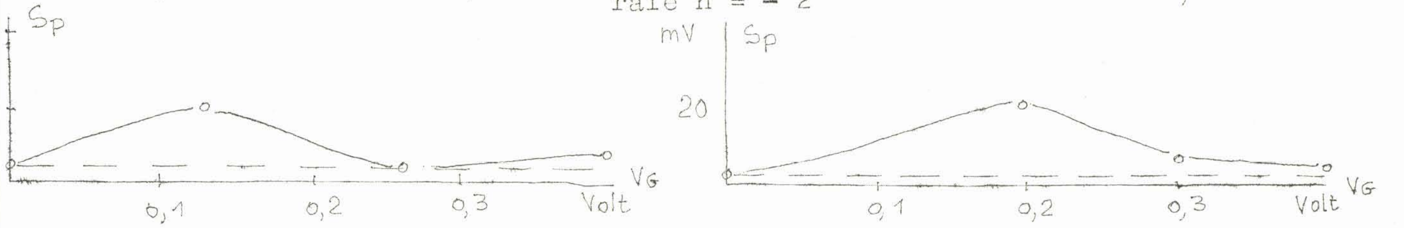
raie n = – 1



raie n = + 2



raie n = – 2



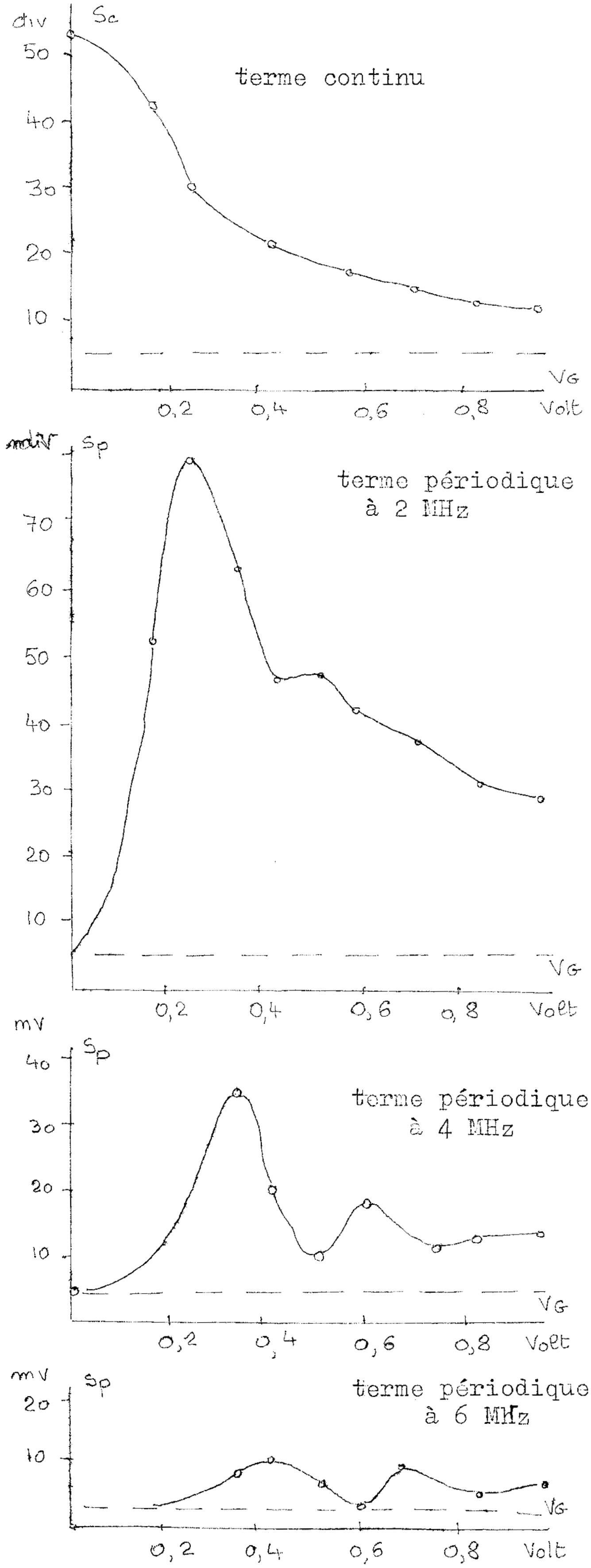
terme périodique à 2 MHz

terme périodique à 4 Mhz

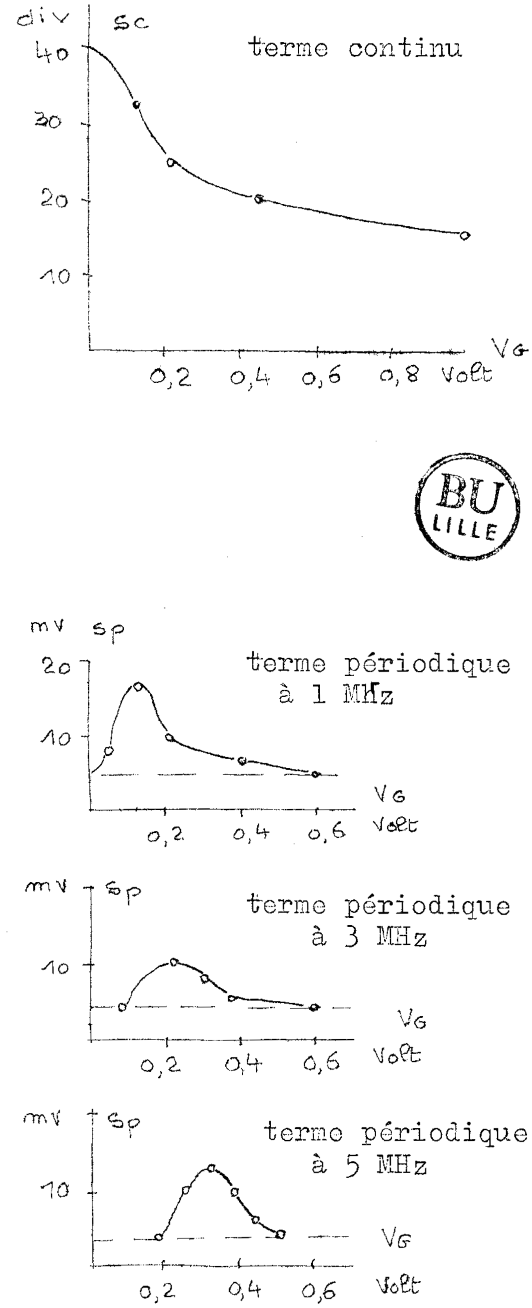
Courbes expérimentales
Série n° 3 (suite)

Figure 4.5.3.2

Figure 4.5.3.3.



Etude en lumière monochromatique.



Etude en lumière blanche

COURBES EXPERIMENTALES

Série n° 4 Attaque 1 MHz
Réception simultanée sur le PM
des raies d'ordre n=o et n=1

Figure 4.6

4.7 Courbes expérimentales $Sc = f(Vg)$ et $Sp = f(Vg)$ lorsque le Titanate de Baryum est attaqué à 3 MHz.

La modification de l'étage amplificateur accordé et adaptateur d'impédance est réalisée en vue de faire vibrer le même titanate de Baryum sur 3 MHz. L'interfrange angulaire est alors trois fois plus grand comme le montre la relation (2.6 bis) et la sélection d'une raie donnée devient plus facile.(cf § 4.3). L'interfrange obscur peut être réduit au minimum en ouvrant davantage la fente source F_1 et le signal lumineux devient plus intense. On remarquera que le niveau des signaux dans la série de courbes n° 5 est plus élevé que dans la série n° 3. Par ailleurs, la proportion relative de bruit de fond diminue aussi pour ces fréquences plus élevées.

Les courbes sont données en figure 4.7. Il s'agit uniquement de l'analyse harmonique du signal électrique dû à la réception d'une seule raie sur le tube photosensible. Il n'a pas été possible de détecter les termes de fréquences du type $(2m + 1)F$ lors de la réception simultanée de deux raies voisines comme ce fut réalisé à 1 MHz (§4.6)

5 Etude expérimentale faite sur le second matériel

5.1 Description du matériel

La figure 5.1 résume les montages utilisés dans cette deuxième partie expérimentale. Le principe des mesures reste semblable, avec un certain nombre d'améliorations qui facilitent les réglages.

Initialement créés pour des études en ondes progressives(14), les dispositifs ont été complétés pour permettre notre étude en ondes stationnaires: adaptation d'un réflecteur, branchement d'un analyseur d'ondes.

La cellule ultrasonore contient environ 3l d'eau salée dégazée.
Le transducteur ultrasonore est un quartz de diamètre 5 cm attaqué capacitivement à la fréquence de 3 MHz.
Le réflecteur est en acier inoxydable,ne ternissant pas à l'usage comme le faisait le laiton. Les déplacements de translation et rotation en sont très progressifs et le réglage sera plus facile que pour le réflecteur précédent, dont les vis avaient d'ailleurs pris un peu de jeu.

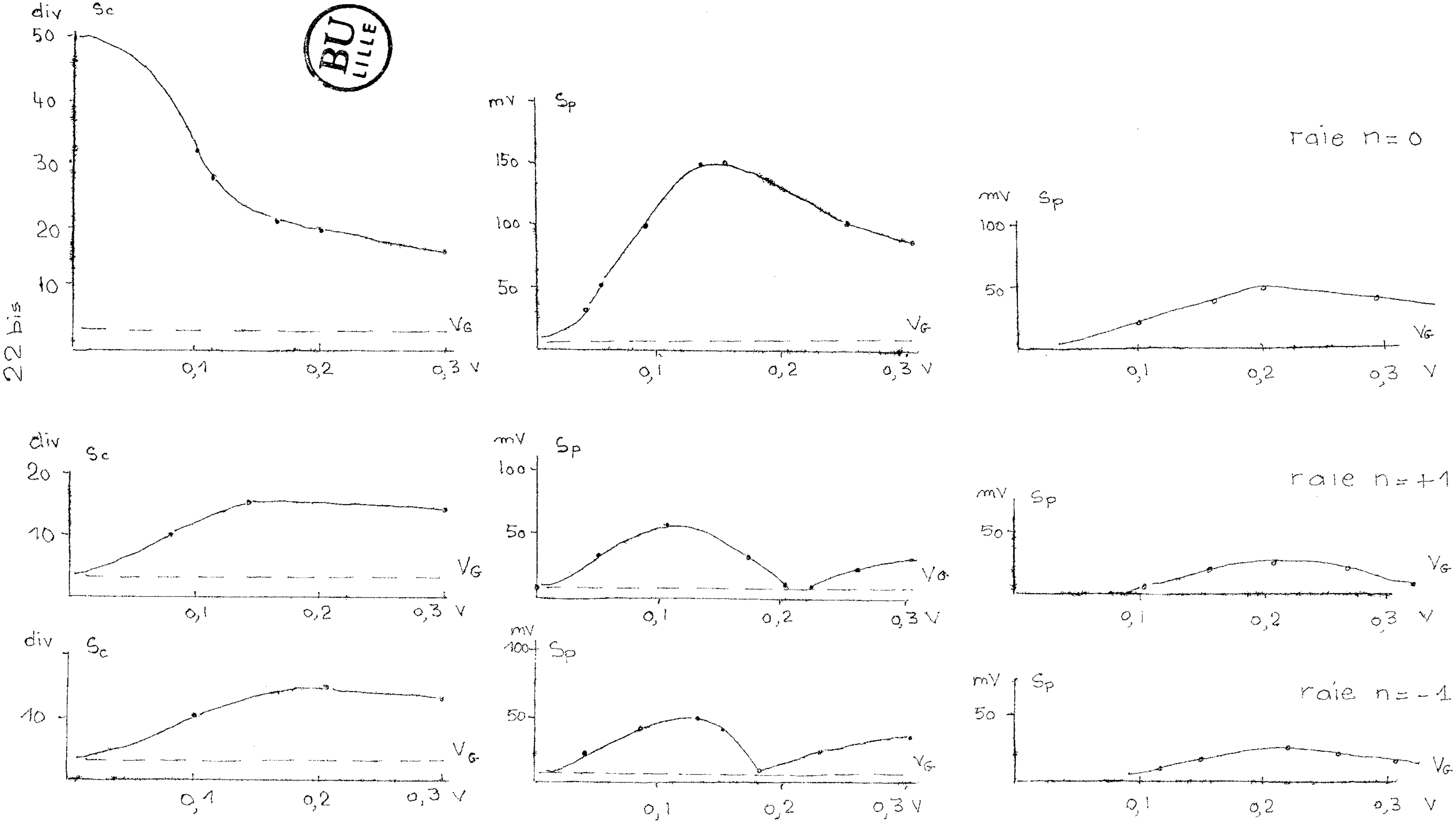
L'amplificateur de puissance du quartz est branché au secteur par l'intermédiaire d'un stabilisateur de tension; son pilote est le générateur de signaux Hewlett-Packard 606 A; un fréquencemètre Rochard A 1149 permet d'en contrôler la stabilité en fréquence.

La tension aux bornes du quartz Vq est mesurée par un voltmètre électronique Hewlett-Packard 400 H par l'intermédiaire d'une sonde au 1/1000éme.

Un dispositif de circulation d'eau constitué par un anneau perforé entourant le quartz, et entraîné par une pompe, est destiné à faciliter la stabilisation thermique de l'eau. L'expérience montrera que la circulation d'eau ne perturbe pas le phénomène optique; mais malheureusement elle ne supprime pratiquement pas les fluctuations thermiques.

Le photomultiplicateur est un tube 51 AVP fabriqué par la radiotechnique. Il est beaucoup plus sensible que le tube 931 A utilisé précédemment: 60 A/Lumen au lieu de 20 A/Lumen(caractéristique du 931 A dans le bleu)

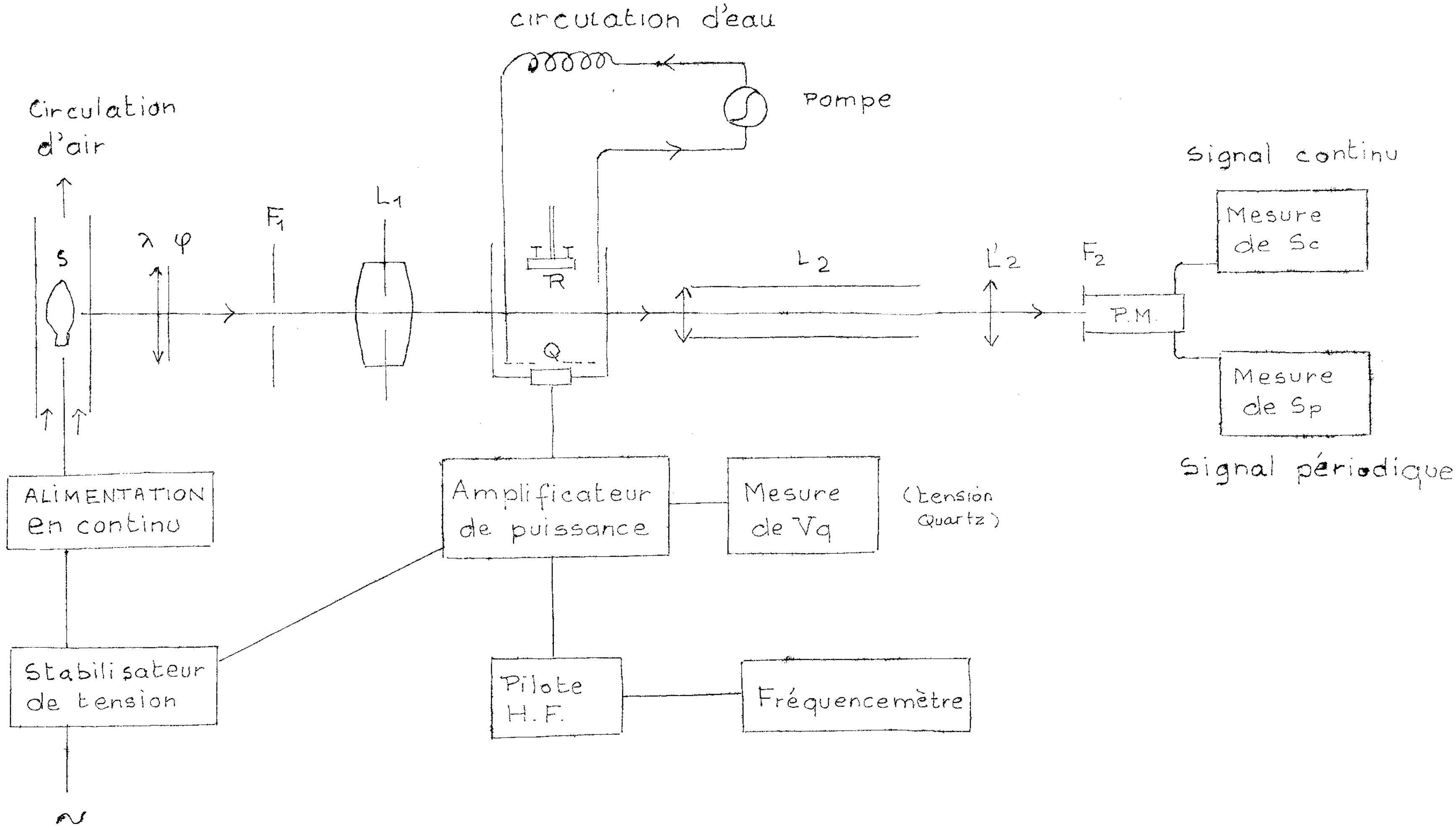
Le signal continu Sc se lit sur un millivoltmètre Hewlett-Packard 412 A monté en parallèle sur une résistance insérée dans le circuit d'anode du tube. Le signal périodique Sp se lit sur le cadran de l'analyseur



terme continu Sc　　terme périodique à 6 MHz　　terme périodique à 12 MHz

COURBES EXPÉRIMENTALES　SÉRIE n° 5　Attaque 3 MHz　Lumière monochromatique

FIGURE 4.7



Résumé schématique des montages de la deuxième partie

Figure 5.1

d'onde Bruel et Kjaer 2006(1 microvolt à 50 mV)(o,1 à 230 MHz) branché en parallèle par l'intermédiaire de capacités sur une résistance du circuit d'anode du tube photosensible.

La sensibilité de cet appareillage sera amplement suffisante et n'imposera aucune limite: aussi peut-on travailler avec des franges très fines, ce qui facilite les réglages de la sélection d'un ordre de diffraction donné.

Le dispositif optique est partiellement semblable au précédent(F_1;L_1) La lunette L_2 est beaucoup plus grossissante que la précédente.

Son objectif est une lentille dont la focale fait 1,50 m.
La fente F_2 qui sert à sélectionner la raie à étudier se déplace solidairement avec le tube photosensible, grâce à des dispositifs de translation progressifs.

La fente F_1 est éclairée par une lampe S à vapeur de mercure au moyen de la lentille λ . Le filtre φ monochromatique interférentiel(Zeiss HG 577/79)permet de sélectionner le doublet jaune du mercure. (x) est alimentée en continu; un tube à circulation d'air l'entoure et lui donne une très bonne stabilité en intensité.

(x) La Lampe

L'ensemble des optiques est fixé sur un banc optique scellé dans le mur. Les appareils optiques seront plus stables que précédemment où chacun dépendait d'un socle individuel en fonte reposant par pesanteur sur un banc d'optique.

5.2 Réglage optique et réglage du régime d'ondes stationnaires

Le réglage optique pour la sélection d'une raie donnée se fait sans difficultés sur ce second montage, grâce à la finesse des franges et au grossissement de L_2. On déplace maintenant la fente F_2 par translation et l'ampleur du mouvement permet une bonne sélection.

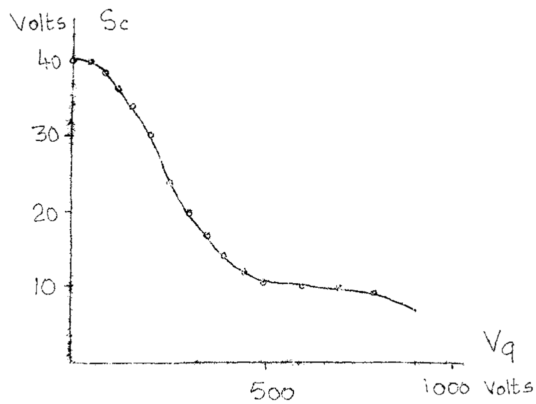
Par contre, les mêmes difficultés signalées au §4.2 ont été rencontrées pour le réglage du régime d'ondes stationnaires; les fluctuations thermiques font varier le coefficient de qualité de la cavité pendant une même série de mesures.

5.3 Courbes expérimentales Sc = f(Vq) et Sp = f(Vq)

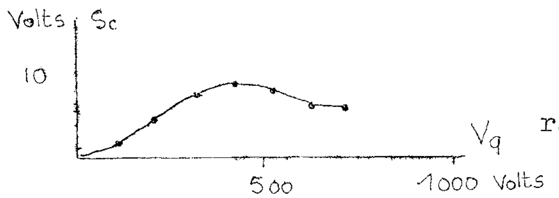
Série n° 6 Figure 5.3.1

Les mesures sont faites suivant la deuxième méthode signalée aux §4.2 et 4.4.
Le quartz est attaqué sous 3 MHz. Le filtre interférentiel donne une lumière jaune monochromatique.
Dans les raies d'ordre $n = -2; -1; 0; +1; +2$ sont étudiées les variations des signaux continu Sc et périodiques Sp à 6 et 12 MHz, en fonction de la tension Vq appliquée au quartz.
Bien que les courbes n'en soient pas relevées, la sensibilité du montage photoélectrique a permis de détecter les signaux de fréquence 72 MHz (12 ème harmonique) sans difficulté. Mais il faut pour cela mettre une tension Vq de plus en plus importante et les fluctuations thermiques empêchent alors toute mesure cohérente.

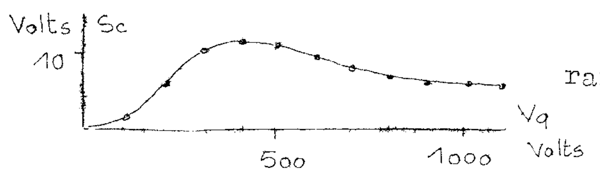
Le nombre de pointés est multiplié par rapport aux mesures précédentes: la facilité des réglages de sélection de raie permet de gagner du temps et de faire davantage de mesures dans le laps de temps où la stabilité thermique reste suffisante.



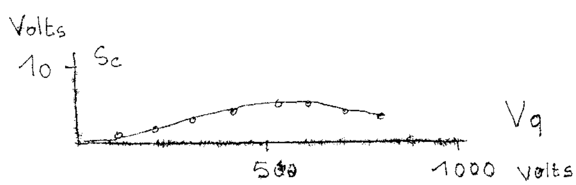
raie n = o



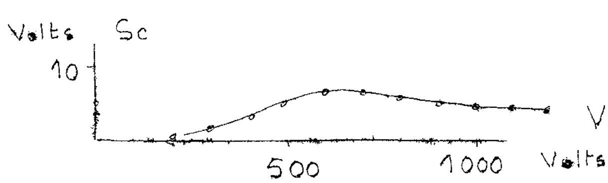
raie n = + 1



raie n = - 1



raie n = + 2

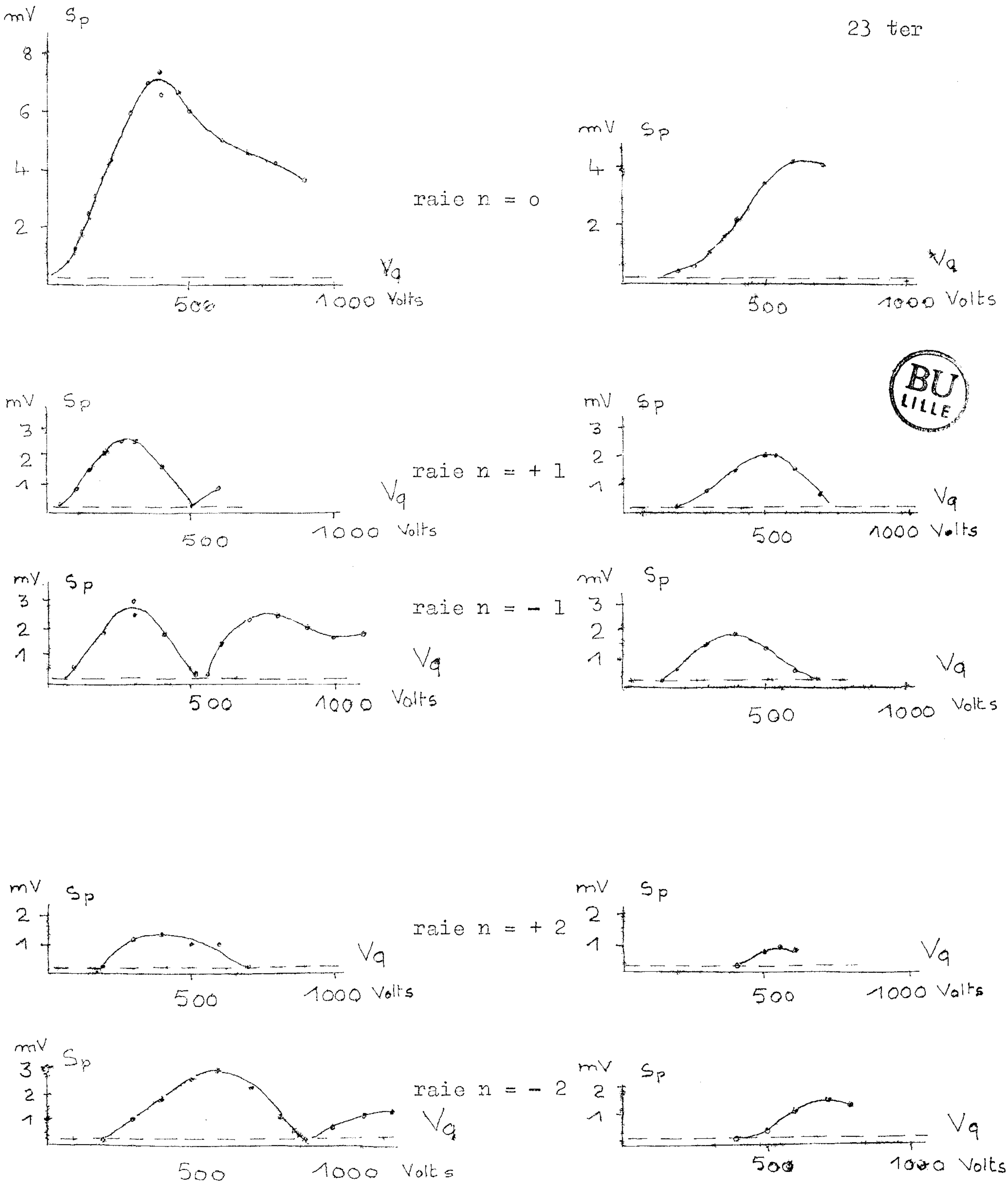


raie n = - 2

terme continu Sc

Courbes expérimentales
Série n° 6 Attaque 3 MHz lumière jaune monochromatique

Figure 5.3.1



terme périodique à 6 MHz

terme périodique à 12 MHz

Courbes expérimentales

Série n° 6 Attaque 3 MHz Lumière jaune monochromatique.

Figure 5.3.1 (suite)

Certains pointés (maxima ou minima) ont été refaits successivement et la dispersion observée est de l'ordre de 10 %; mais parfois, un décalage systématique apparait dans les mesures, en particulier lorsque la tension a été poussée au delà de 800 volts: le milieu ne présente alors plus les mêmes caractéristiques pour une même tension Vq et pour un réglage minimal du coefficient de qualité, ou maximal. Ce phénomène de "viellissement" de l'eau signalé au §4.2 donne aux maxima des courbes des valeurs plus fortes.

Série n°7 Figure 5.3.2

Les courbes théoriques sont présentées sur la gauche de la figure en regard de courbes expérimentales correspondantes. Ces courbes expérimentales sont extraites de la série 6 et présentées à une échelle adaptée.

Bien que ces courbes expérimentales correspondent à une valeur du paramètre "s" généralement un peu inférieure à 1, et sujet à fluctuations, elles restent comparables aux courbes théoriques et en constituent une assez bonne vérification.

6 Relations entre les courbes théoriques étudiées au §. 2 et les courbes expérimentales étudiées aux §4 et 5

6.1 Relation entre les ordonnées

La relation entre les ordonnées ${}^{n}A_{m}$ et Sc ou Sp dépend d'une part de la réponse du photomultiplicateur et d'autre part de celle de l'analyseur d'onde. Ces réponses sont pratiquement linéaires avec une précision plus grande que celle qui nous est utile ici.

6.2 Relation entre les abscisses

La relation entre les abscisses "a" et Vq dépend de la réponse du quartz.

Rappelons que le paramètre "a" est lié linéairement d'après la relation (2.5) à la variation maximale ΔN de l'indice dans la composante ultrasonore "incidente" définie par la relation (2.1). En ondes progressives, la relation entre ΔN et Vq est pratiquement linéaire pour des puissances ultrasonores peu élevées. Mais en ondes stationnaires produites par transducteur unique et réflecteur, cette réponse dépend d'une part du comportement piézoélectrique du quartz lui-même sous l'influence de l'onde mécanique "réfléchie" et d'autre part, de la longueur de la cavité résonnante.

6.3 Détermination du paramètre "s" dans le cas d'une cavité ultrasonore

La relation (2.1) qui définit le paramètre "s" comme rapport d'amplitudes, ne considère que deux ondes mécaniques: l'onde "incidente" et l'onde "réfléchie". Dans quelle mesure la théorie établie peut-elle s'appliquer au cas d'une cavité ultrasonore résonnante de type Perot-Fabry?

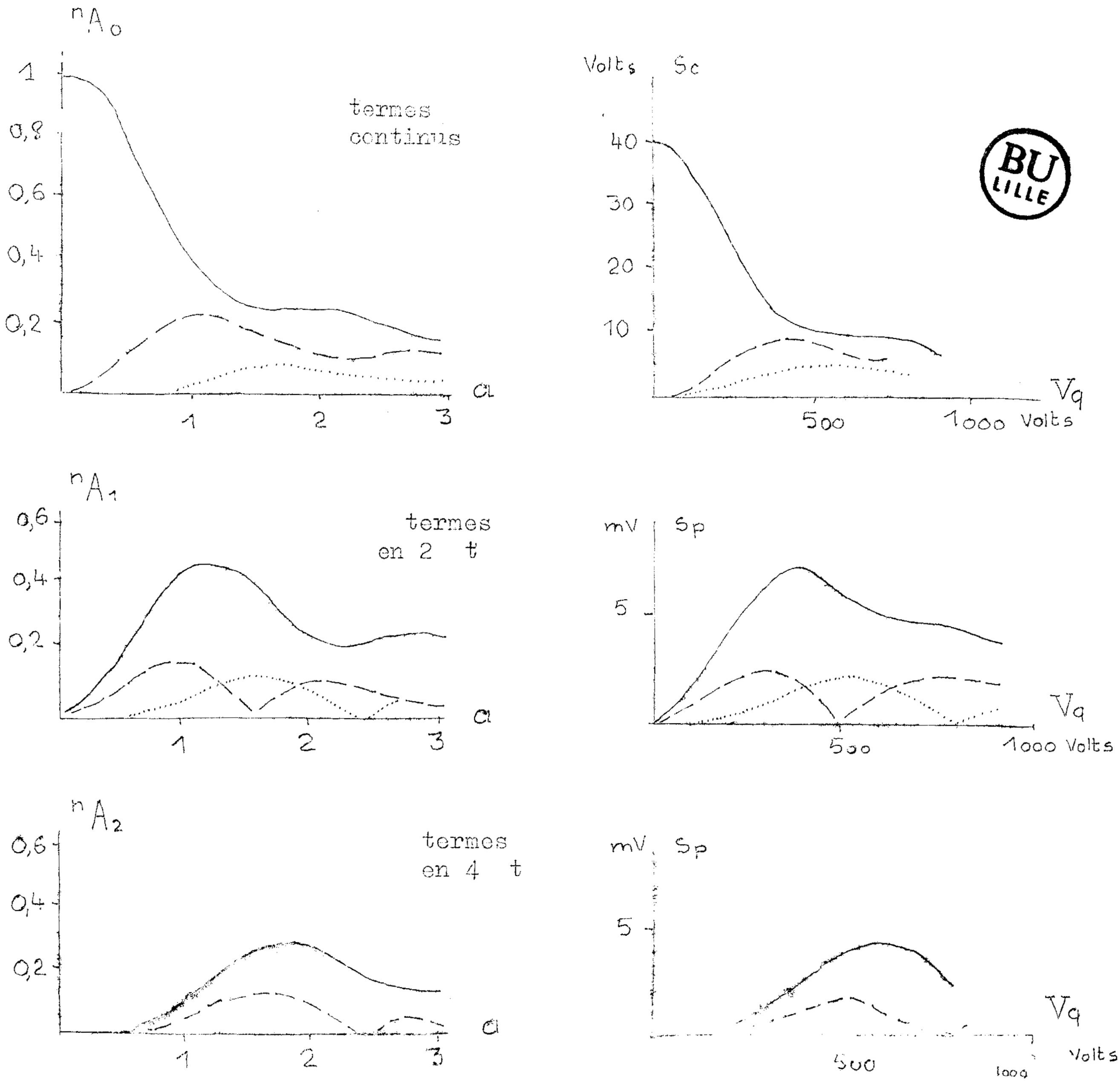
Considérons d'abord le cas d'une cavité sans pertes et dans laquelle la distance transducteur-réflecteur est multiple entier de $\Lambda/2$. Les ondes multiples résultant des réflexions sur le réflecteur R (fig 6.3) et sur le transducteur T avec les coefficients respectifs de réflexion r et t, sont en phase. L'onde "incidente" est la résultante des ondes multiples incidentes, et peut être exprimée par

$$a \sin(\Omega t - kz)$$

L'onde "réfléchie" est la résultante des ondes multiples réfléchies et peut être exprimée par:

$$sa \sin(\Omega t + kz)$$

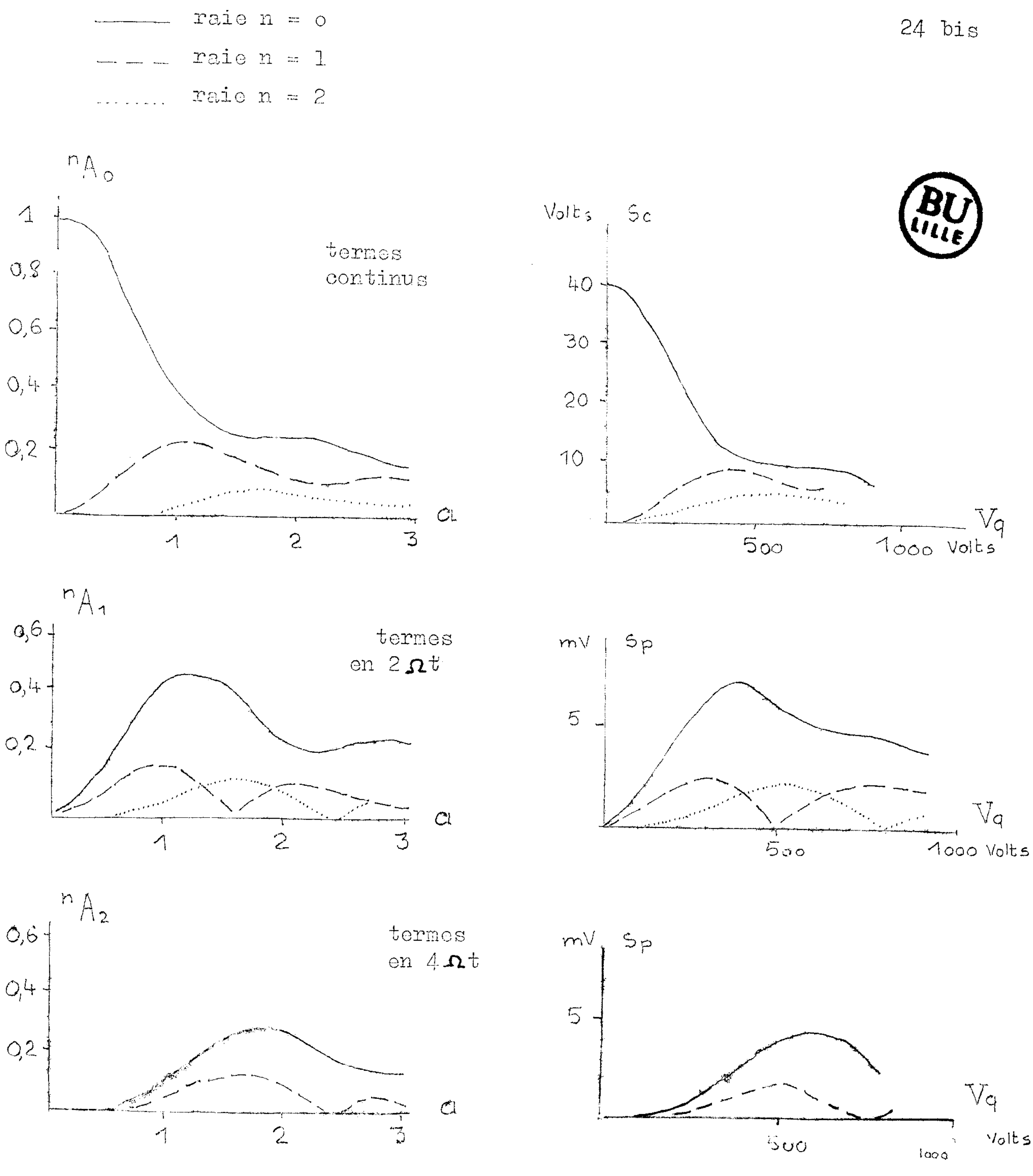
——— raie n = o
_ _ _ raie n = 1
.... raie n = 2



courbes théoriques

courbes expérimentales(série 7)

Figure 5.3.2 récapitulation comparative de courbes



courbes théoriques

courbes expérimentales(série 7)

Figure 5.3.2 récapitulation comparative de courbes

Le paramètre "s" est alors fonction des coefficients de réflexion r et t.

Considérons la même cavité sans perte mais pour une distance quelconque transducteur-réflecteur. Les ondes multiples incidentes sont déphasées entre elles; de même pour les ondes multiples réfléchies. Si la résultante des premières peut être exprimée par:

$$a \sin(\Omega t - kz)$$

la résultante des secondes peut être exprimée par:

$$sa \sin(\Omega t + kz - \varphi)$$

c'est-à-dire que deux paramètres interviennent, "s" et "φ", qui sont fonction des coefficients de réflexion de la cavité et de la distance TR entre transducteur et réflecteur.

Les calculs de la page 6 sont légèrement modifiés et la relation (2.7) donnant la vibration d'une raie d'ordre n devient:

$$V_n = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} J_p(a)\, J_{p-n}(sa)\, e^{i\left[\omega t + (2p-n)\Omega t + (p-n)\varphi\right]}$$

L'expression de l'intensité comporte le facteur:

$$e^{i(p-n)\varphi} \cdot e^{-i(r-n)\varphi} = e^{(p-r)\varphi} = e^{m\varphi}$$

l'expression (2.8) se présente finalement sous la forme:

$$I_n = C_o + 2 \sum_{m=1}^{+\infty} C_m \cos m(2\Omega t + \varphi)$$

Les courbes théoriques tracées concernent le coefficient C_m et restent donc valables: le paramètre "φ" n'y intervient pas. (x remarque)

Le paramètre "s" est alors fonction des coefficients de réflexion r et t ainsi que de la distance transducteur-réflecteur.

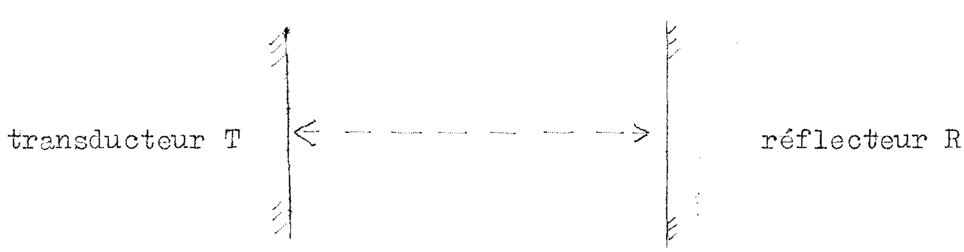


figure 6.3 cavité ultrasonore résonnante

x remarque: Ce déphasage doit à priori intervenir aussi dans le cas du dispositif producteur d'ondes stationnaires à 2 transducteurs; (5) n'en tiennent pas compte, sans doute parce que $I_n = C_o$, seule composante qu'ils explicitent, ne dépend pas de φ, (comme nos Cm). (5) appellent le paramètre "s" : standing wave ratio. Ce n'est pas le T.O.S au sens habituel.

Considérons enfin le cas de la cavité avec pertes: les amplitudes des ondes mécaniques "incidente" et "réfléchie" diminuent avec la distance parcourue. La relation (2.1) ne convient plus.

En diaphragmant de façon convenable le faisceau lumineux (fig 2.1) on peut éventuellement admettre que, dans la région de la cavité étudiée, l'amplitude de l'onde résultante incidente est constante, ainsi que celle de la résultante réfléchie.

En ce cas, le paramètre "s" dépend des coefficients de réflexion r et t, de la longueur de la cavité résonante, et de la région considérée (repérée par la cote z).

En conclusion, on peut remarquer que le paramètre "s" dépend des mêmes facteurs que le coefficient de qualité de la cavité ultrasonore. Il peut donc servir à caractériser cette cavité.

6.4 Relations entre les fréquences des sous-composantes

Le fréquencemètre indiquait pour la fréquence ultrasonore F:

$$F = 3,085 \pm 0,005 \text{ MHz}$$

L'analyseur d'ondes fut accordé sur les fréquences 2mF lues sur son cadran:

$$2F = 6,2 \pm 0,1 \text{ MHz}$$

$$4F = 12,25 \pm 0,25 \text{ MHz}$$

$$6F = 18,50 \pm 0,25 \text{ MHz}$$

ce qui donne pour $2m$ les valeurs:

$$2,01 \pm 0,04$$

$$3,96 \pm 0,09$$

$$6,0 \pm 0,1$$

en accord avec la théorie qui prévoit respectivement 2, 4, 6.

7. Conclusion

Notre étude, développée à partir de la théorie de Cook et Hiedemann généralisant celle de Raman et Nath, établit l'analyse harmonique en H.F. de l'intensité lumineuse d'une raie de diffraction; les courbes expérimentales vérifient de façon assez satisfaisante les courbes théoriques correspondantes.

L'analyse harmonique de l'intensité relative au cas particulier des deux raies d'ordre 0 et 1 superposées, présente l'originalité de caractériser en fréquence et amplitude, des termes harmoniques "impairs" uniquement dûs à un taux d'ondes stationnaires: en effet, ils n'existent ni dans le cas d'ondes stationnaires pures, ni dans le cas d'ondes progressives pures. (cf conclusion du §2.5)

La tabulation systématique de cette analyse harmonique qui n'est ici que commencée, pourrait être poursuivie dans le cadre d'une étude ultérieure: elle fournirait alors les documents de base permettant d'appliquer l'analyse harmonique à la détermination des paramètres "a" et "s" liés au niveau ultrasonore et au coefficient de qualité de la cavité mécanique résonnante.

Certaines courbes présentent des extinctions repérables avec précision, toutes choses égales par ailleurs. Un ensemble de mesures permettrait donc, à partir d'un tableau numérique à deux entrées, les déterminations relativement faciles des paramètres a et s, en vue d'étalonner le dispositif producteur d'ondes stationnaires.

Ce tableau pourrait, en une première étape, permettre la confrontation de déterminations expérimentales faites par cette méthode indirecte, avec les déterminations expérimentales faites par une méthode plus directe: La réalisation d'un dispositif^x à deux transducteurs permet en effet, dans les limites d'utilisation établies par Mertens (15), d'obtenir un régime d'ondes stationnaires. Par la possibilité qu'il offre d'atteindre individuellement les composantes ultrasonores incidente et "réfléchie", ce dispositif se prête à une détermination directe de "a" et "s". Il présente de plus l'avantage de rendre les phénomènes indépendants de la vitesse de propagation. Toutefois, il risque, en doublant la longueur de parcours de la lumière dans le liquide soumis aux ultrasons, de diminuer la validité de l'approximation faite au §2. On sait qu'en réalité, il y a courbure des rayons (16) et cette courbure n'est négligeable que dans la mesure où la longueur L (Fig 2.1) est relativement faible.

En deuxième étape, la tabulation permettrait de déterminer les paramètres "a" et "s" par l'analyse harmonique de l'intensité lumineuse des raies diffractées par le dispositif ultrasonore à transducteur-réflecteur. La réalisation d'un matériel d'analyse opérationnel permettant d'effectuer ces mesures dans des conditions de plus grande rapidité, permettrait de suivre les conditions de résonance mécanique dans le milieu liquide. Une méthode intéressante pour obtenir des relations quantitatives relativement nombreuses en une courte durée serait la photographie de l'écran d'un tube cathodique sur lequel se déplace un spot, y inscrivant les amplitudes des termes périodiques en fonction de la fréquence des sous-composantes $2mF$ et $(2m + 1)F$ du signal lumineux analysé. Ceci nécessiterait une mise en oeuvre électronique dépassant le cadre de ce travail.

La connaissance du paramètre "s" et de ses variations pourrait être appliquée:

soit à l'amélioration des conditions de production des ondes stationnaires elles-mêmes;

soit à une utilisation optimale du phénomène étudié, en stroboscopie;

soit encore à l'investigation des propriétés physico-chimiques d'un milieu liquide placé dans une cavité ultrasonore résonnante.

En conclusion, nous avons, par l'amélioration des conditions de mesures réalisées dans la présente étude, effectué une première vérification de l'analyse harmonique établie. Puis, compte tenu de ces résultats, nous avons envisagé comment les travaux pourraient être ultérieurement poursuivis pour que ce développement donne lieu à d'intéressantes applications.

---

x producteur d'ondes stationnaires

Bibliographie

(1) P. Debye; F.W. Sears - Proc. Nat. Acad. Sci.- 18, 409 (1932)

(2) R. Lucas; P.Biquard - J. phys. rad. - 3, 464/477 (1932)

(3) C.V. Raman; N.S. Nagendra Nath - Proc. Ind. Acad. Sci.-
A 2, 406/412 (1935)
A 3, 75/84 (1936)

(4) F.H. Sanders - Can. J. research - A 14, 158/171 (1936)

(5) B.D. Cook; E.A.Hiedemann - J. Acous.Soc. Am. - 33,7 945/948 (1961)

(6) R. Bär - Helv. Phys. Acta - 8, 591/596 (1935)

(7) L. Ali - Helv. Phys. Acta - 9, 63 (1936)

(8) H. Cummins; N. Knable; L. Gampel; Y. Yeh - Appl. Phys. letters -
2, 3; 62/64 (1963)

(9) B. Trentesaux - D.E.S. Lille - (1959)

(10) E. Deffontaines - D.E.S. Lille - (1958)

(11) H.J. Mc Skimin - J. Acous. Soc. Am.- 37, 2, 325/328 (1965)

(12) L. Bergmann - Der Ultraschall. Hirzel Stuttgart (6ème ed) (1954)

(13) A. Dognon; Y. Simonot -Ann. Telecom. - 17, 3-4, 77/81 (1962)

(14) N. Segard; J. Pouliquen; A. Defebvre - C. R. Acad. Sci. -
258, 1184/1187 (1964)

(15) R. Mertens - Z. Physik - 160, 291/296 (1960)

(16) J. Pouliquen - Thèse Lille - (1962)