N° d'ordre 72

THÈSES

présentées à la

FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE LILLE

pour obtenir le titre de Docteur-Ingénieur

par

Jacques MARCHANT
Ingénieur I. S. E. N.

★

PREMIÈRE THÈSE

Étude expérimentale et théorique de la propagation d'une impulsion électromagnétique brève dans le sol

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

★

Soutenues le 1 Juillet 1967, devant la COMMISSION D'EXAMEN

MM. R. GABILLARD **Président**
A. LEBRUN **Examinateur**
E. CONSTANT **Examinateur**

UNIVERSITE DE LILLE

FACULTE DES SCIENCES

DOYENS HONORAIRES:

MM. PRUVOST, LEFEBVRE, PARREAU

PROFESSEURS HONORAIRES:

MM. ARNOULT, BEGHIN, CAU, CHAPELON, CHAUDRON, CORDONNIER, DEHEUVELS, DEHORNE, DOLLE, FLEURY, GERMAIN, KOURGANOFF, LAMOTTE, LELONG, Mme LELONG, MAZET, MICHRL, NORMANT, PARISELLE, PASCAL, PAUTHENIER, ROIG, ROSEAU, ROUBINE, WIEMANN, ZAMANSKY, KAMPE de FERIET.

DOYEN:

M. TILLIEU, Professeur de Physique

ASSESSEURS:

MM.	DURCHON	Professeur de Zoologie
	HEUBEL	Professeur de Chimie minérale

PROFESSEURS:

MM.	BACCHUS	Astronomie, Calcul numérique
	BECART	Physique
	BERKER	Mécanique des fluides
	BLOCH	Psychophysiologie
	BONNEMAN BEMIA	Chimie et Physico-chimie
	BONTE	Géologie appliquée
	BOUGHON	Mathématiques
	BOUISSET	Physiologie animale
	BOURIQUET	Botanique
	CELET	Géologie
	CORSIN	Paléobotanique
	DECUYPER	Mathématiques
	DEDEKER	Mathématiques
	DEFRETIN	Biologie marine
	DEHORS	Physique industrielle
	DELATTRE	Géologie
	DELEAU	Géologie
	DELHAYE	Chimie minérale
	DESCOMBES	Calcul différentiel et intégral
	GABILLARD	Electronique
	GERMAIN	Chimie générale et organique
	GLACET	Chimie
	GONTIER	Mécanique des fluides
	HEIM de BALZAC	Zoologie
	HOCQUETTE	Botanique générale

MM. LEBEGUE	Botanique
Mme LEBEGUE	Physique
MM. LEBRUN	Electronique
Mle LENOBLE	Physique
MM. LIEBAERT	Radioélectricité
LINDER	Botanique
LUCQUIN	Chimie minérale
MARION	Chimie
Mle MAEQUET	Mathématiques
MM. MARTINOT LAGARDE	Mécanique des fluides
MAUREL	Chimie
MENESSIER	Géologie
MONTREUIL	Chimie biologie
PARREAU	Mathématiques
PEREZ	Physique expérimentale
PHAN MAU QUAN	Mécanique rationelle
POUZET	Calcul numérique
PROUVOST	Géologie
SAVARD	Chimie générale
SCHALLER	Zoologie
SCHILTZ	Physique
Mme SCHWARTZ	Analyse supérieure
MM. TRIDOT	Chimie
VIVIER	Boilogie animale
WATERLOT	Géologie et minéralogie
WERTHEIMER	Physique

MAITRES DE CONFERENCES:

MM. BEAUFILS	Chimie appliquée
BLANCHARD	Chimie générale
BOILLET	Physique
BUI TRONG LIEU	Mathématiques
CHASTRETTE	Chimie générale
COMBET	Mathématiques
CONSTANT	Physique
DERCOURT	Géologie et minéralogie
DEVRAINNE	Chimie minérale
Mme DRAN	Chimie appliquée
MM. FOATA	Mathématiques
FOURET	Physique
GAVORET	Physique
HERZ	Mathématiques
HUARD de la MARRE	Calcul numérique
LACOMBE	Mathématiques
MAES	Physique
MONTARIOL	Chimie
MORIAMEZ	Physique
MOUVIER	Chimie
NGUYEN PHONG CHAU	Physique
PANET	Electromécanique

MM. RAUZY	Mathématiques
SAADA	Physique
SEGARD	Chimie biologie
TUDO	Chimie minérale appliquée
VAZART	Botanique
VAILLANT	Mathématiques
VIDAL	Physique industrielle

SECRETAIRE GENERAL , ATTACHE PRINCIPAL:

M. LEGROS

ATTACHES D'ADMINISTRATION:

MM. COLLIGNON
FACON
JANS
LEROY

A MA FEMME

Ce travail m'a été confié par Monsieur le Professeur GABILLARD, Directeur du Laboratoire de Radioélectricité et Electronique de la Faculté des Sciences de LILLE.

Je tiens à lui exprimer toute ma gratitude pour la constante attention qu'il a témoignée à mon égard et pour les conseils qu'il m'a prodigués tout au long de cette étude.

J'ai bénéficié au cours de cette étude d'un bourse de recherches accordée par l'Ecole Nationale Supérieure du Pétrole et des Moteurs et l'Institut Français du Pétrole.

Qu'il me soit permis de remercier les Directeurs de ces organismes ainsi que Monsieur LABBE, Directeur de la Division Forage de l'I. F. P. qui a bien voulu s'intéresser à mes travaux, et Monsieur DESBRANDES Ingénieur à l'I. F. P. qui m'a donné de précieux conseils pour la réalisation de mon matériel expérimental.

La Direction des Recherches et Moyens d'Essais (D.R.M.E.) a financé ce travail sous forme d'un contrat de recherches*.

Nous remercions plus particulièrement Monsieur VITUREAU et le Commandant QUINCHEZ de la D.R.M.E. qui nous ont fait l'honneur d'assister à nos expériences.

Nos remerciements vont également à la Direction et aux ingénieurs des Charbonnages de France dont l'autorisation et la collaboration active nous ont permis d'effectuer nos expériences dans les mines de VIEUX-CONDE.

Monsieur le Professeur LEBRUN et Monsieur le Professeur CONSTANT m'ont fait l'honneur de juger mon travail, je leur en suis vivement reconnaissant et les remercie pour la sympathie qu'ils m'ont témoignée au cours de cette étude.

*Contrat n°65-34-201-00-75-01-201-65 "Propagation d'ondes non sinusoïdales dans le sol"

Je remercierai aussi tout particulièrement les membres de l'équipe de géo-propagation qui m'ont aidé et participé à mes expériences, en particulier : MM. F. LOUAGE, J. FONTAINE, D. PODVIN, J.P. DUBUS, J.P. THERY, M. QUINTIN, C. CLARISSE, P. CORNILLE.

Je remercie également tous mes collègues et le personnel du laboratoire pour leur collaboration amicale et efficace.

TABLE DES MATIERES

1. INTRODUCTION

L'étude de la propagation dans le sol de perturbations électromagnétiques de formes impulsives a déjà fait l'objet de nombreux travaux théoriques.

Les premiers travaux semblent avoir été ceux de F. RIORDAN[1] qui a appliqué la méthode de calcul opérationnel aux résultats obtenus par FOSTER[2], concernant l'induction mutuelle entre deux fils rectilignes posés à la surface du sol et mis à la masse à leurs extrémités. La motivation de ces deux auteurs semble avoir été l'étude de phénomènes se produisant entre des lignes téléphoniques.

Par la suite, d'autres auteurs se sont surtout intéressés à l'étude de la propagation dans le sol d'excitations électromagnétiques ayant la forme d'impulsions de Dirac[9], d'échelons unité[4,6,7,8,11,14,15,17] ou de fonctions rampes[13], etc ... avec pour objectif principal l'application des résultats obtenus à la conception de dispositifs de prospection géophysique.

Les émetteurs sont, soit des dipoles électriques, soit des dipoles magnétiques, rarement des antennes de longueur finie et le milieu dans lequel est étudiée la propagation de l'onde qu'ils engendrent est soit un milieu conducteur homogène d'étendue infinie[4,6,10,13,14], soit deux demi-milieux (sol homogène surmonté d'une atmosphère isolante)[7,8,9,10,11,15,17,21,23], soit un milieu stratifié à deux ou plusieurs couches[5], soit encore un milieu contenant des inclusions de formes diverses (sphériques par exemple)[29].

Certains auteurs tiennent compte du courant de déplacement[13,14,15], mais dans la grande majorité des travaux, celui-ci est négligé et la validité de cette approximation est justifiée.

Ces études comprennent principalement des travaux de J. R. WAIT[4,5,6,7,8,9,10,11,30], ceux de BHATTACHARYYA[12,13,14,15,16], de MIJNARENDS[17], en Italie ceux de BELLUIGI[18,19,20], et en U.R.S.S. ceux de TIKHONOV[23,24], de SKUGAREVSKAYA[25,26], et de CHETAYEV[27].

En FRANCE des études théoriques et expérimentales ont été entreprises entre 1956 et 1961 par l'Institut Français du Pétrole relatives à la propagation dans le sol d'une impulsion électromagnétique de durée très brève (genre impulsion de Dirac).

Elles ont donné lieu à divers travaux non publiés (*) de MM. C. MARLE (30), R. DESBRANDES (31), Y. MORINEAU (32) ; et G. NOREL (33) ainsi que de R. GABILLARD (34).

Ces études commencées par l'Institut Français du Pétrole se sont poursuivies après 1964 en collaboration avec l'Institut Radiotechnique de la Faculté des Sciences de LILLE sous la direction de R. GABILLARD, et avec l'appui financier de la Direction des Recherches et Moyens d'Essais (D.R.M.E.).

Cette thèse résume les travaux effectués par l'auteur de 1964 à 1967 dans le cadre de l'équipe de géopropagation dirigée par le Professeur GABILLARD. Ils ont pour leur plus grande part été financés par la D.R.M.E. (**).

(*) Disponibles sous forme de rapports internes de l'I.F.P.

(**) Contrats n^{os} 196-64 et 201-65

2. ANALYSE THEORIQUE DE LA PROPAGATION D'UNE IMPULSION

2.1. Définition des coordonnées et des notations employées

Nous avons adopté pour développer la théorie le système de coordonnées cartésien représenté figure.1.

Le trièdre de référence employé a son axe Oz dirigé positivement vers le haut et le plan xOy se confond avec la surface du sol. L'axe Ox est choisi parallèle à l'antenne d'émission qui se trouve à une profondeur h ($h \leqslant 0$) et s'étend de $x = -L/2$ à $x = +L/2$.

Le récepteur est placé dans le sol en un point P repéré par ses coordonnées cartésiennes (x,y,z) avec $z \leqslant 0$. L'antenne de réception, située au point P, de faible longueur ℓ, fait un angle θ avec l'axe Ox. La tension qu'on recueillera à ses bornes sera donc :

$$e = \ell(E_x \cos\theta + E_y \sin\theta) \qquad (1)$$

De façon générale, nous affecterons de l'indice 0 les grandeurs relatives au milieu isolant (atmosphère) et de l'indice 1 les grandeurs relatives au milieu conducteur (sol).

Nous utiliserons les paramètres suivants :

(2) $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ = distance horizontale entre émetteur et récepteur

(3) $R_1 = \sqrt{r^2 + (z-h)^2}$ = distance CP

(4) $R_o = \sqrt{r^2 + (z+h)^2}$ = distance C'P

Le point C' est l'image symétrique par rapport à la surface du sol du centre C de l'antenne émettrice.

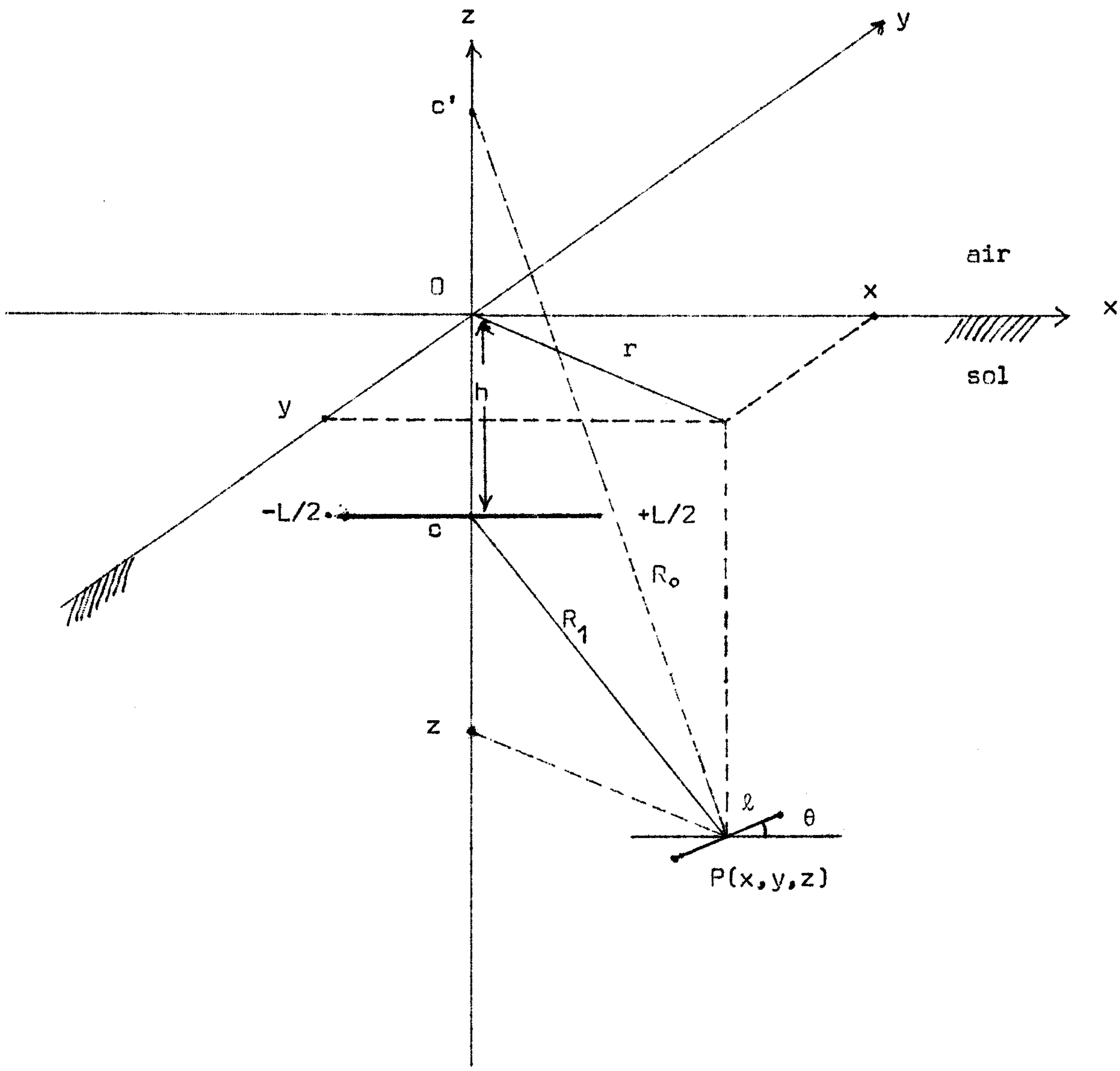


Figure.1. Système de coordonnées utilisé

2.2. Approximations faites et méthode de calcul employée

Nous allons calculer le champ produit en P par un dipole infiniment petit, $d\ell$, d'axe parallèle à Ox et placé en C. On intégrera ensuite les expressions obtenues, par rapport à x, entre $-L/2$ et $+L/2$ pour obtenir les composantes E_x, E_y, E_z du champ au point P créé par une antenne de longueur quelconque L.

On sait qu'un dipole élémentaire placé à l'origine et de moment $Id\ell$ produit dans le milieu conducteur un champ électromagnétique dérivant d'un potentiel de Hertz à deux composantes Π_{x1} et Π_{z1} données par :

$$\frac{\Pi_{x1}}{P_1} = \frac{e^{-\gamma_1 R_1}}{R_1} - \frac{e^{-\gamma_1 R_o}}{R_o} + 2\int_o^\infty \frac{e^{u_1(z+h)}}{u_1 + u_o} J_o(\lambda r)\lambda d\lambda \qquad (5)$$

$$\frac{\Pi_{z1}}{P_1} = 2\frac{\partial}{\partial x}\int_o^\infty e^{u_1(z+h)} \frac{u_1 - u_o}{\gamma_o^2 u_1 + \gamma_1^2 u_o} J_o(\lambda r)\lambda d\lambda \qquad (6)$$

Rappelons que :

$$u_1 = \sqrt{\gamma_1^2 + \lambda^2} \qquad (7) \qquad \gamma_1^2 = j\omega\mu(\sigma_1 + j\omega\varepsilon_1) \qquad (9)$$

$$u_o = \sqrt{\gamma_o^2 + \lambda^2} \qquad (8) \qquad \gamma_o = j\omega\sqrt{\mu_o\varepsilon_o} \qquad (10)$$

et que :

$$P_1 = \frac{Id\ell\, e^{j\omega t}}{4\pi\sigma_1\left(1 + j\dfrac{\omega\varepsilon_1}{\sigma_1}\right)} \qquad (11)$$

Nous ferons les approximations suivantes :

1. Le courant de déplacement est négligeable par rapport au courant de conduction :

$$\sigma_1 \gg \omega\varepsilon_1$$

Cette approximation est valable dès que $f < 10 MHz$.
pour $\sigma_1 = 2.10^{-2}$ et $\varepsilon_{r1} = 10$
et dès que $f < 1$ MHz pour $\sigma_1 = 2.10^{-3}$

2. On se trouve dans les limites de validité de l'approximation quasi-statique.

$$\gamma_o = 0$$

Si des fréquences trop élevées n'interviennent pas dans la propagation, γ_o sera très petit :

$$\gamma_o = j\omega\sqrt{\mu_o\varepsilon_o} = j\frac{\omega}{c} = j\frac{2\pi}{\Lambda}$$

Λ: longueur d'onde dans l'air à la pulsation ω

On pourra supposer que γ_o est très petit et négligeable si les distances de propagation sont petites par rapport à la longueur d'onde dans l'air de la fréquence la plus haute utilisée.

Nous verrons que lorsqu'une impulsion se propage, son contenu spectral diminue quand la distance de propagation augmente. Ceci permet de justifier l'approximation faite ($\gamma_o \neq 0$), car la longueur d'onde correspondant à la fréquence maximale transmise augmente en même temps que la distance de transmission.

Si cette approximation n'est pas entièrement valable pour les fréquences les plus hautes du spectre, elle le devient vite pour les fréquences inférieures, ce qui ne se traduit que par un léger écart entre résultats théoriques et résultats expérimentaux, portant sur le temps de montée de l'impulsion reçue.

A la suite de ces deux approximations, les formules se simplifient, on a :

$$\gamma_o = 0 \qquad u_o = \sqrt{\gamma_o^2 + \lambda^2} = \lambda$$

$$\gamma_1 = \sqrt{j\omega\mu\sigma_1}$$

$$\frac{u_1 - u_o}{\gamma_o^2 u_1 + \gamma_1^2 u_o} \neq\neq \frac{u_1 - u_o}{\gamma_1^2 u_o} = \frac{u_1 - \lambda}{\gamma_1^2 \lambda}$$

$$\frac{1}{u_o + u_1} = \frac{u_1 - u_o}{u_1^2 - u_o^2} \neq\neq \frac{u_1 - \lambda}{\gamma_1^2 + \lambda^2 - \lambda^2} = \frac{u_1 - \lambda}{\gamma_1^2}$$

Et des composantes du vecteur de Hertz s'écrivent :

$$\frac{\Pi_{x1}}{P_1} = \frac{e^{-\gamma_1 R_1}}{R_1} - \frac{e^{\gamma_1 R_o}}{R_o} + \frac{2}{\gamma_1^2} \int_o^\infty e^{u_1(z+h)} (u_1 - \lambda) J_o(\lambda r) \lambda d\lambda \qquad (12)$$

$$\frac{\Pi_{z1}}{P_1} = \frac{2}{\gamma_1^2} \frac{\partial}{\partial x} \int_o^\infty e^{u_1(z+h)} (u_1 - \lambda) J_o(\lambda r) d\lambda \qquad (13)$$

$$\text{et} \quad P_1 = \frac{I d\ell e^{j\omega t}}{4\pi\sigma_1} \qquad (14)$$

Il est alors possible de décomposer (12) et (13) en une somme d'intégrales élémentaires.

Nous écrirons :

$$\frac{\Pi_{x1}}{P_1} = P_1 - P + \frac{2}{\gamma_1^2}\left[\int_0^\infty u_1\, e^{u_1(z+h)} J_o(\lambda r)\lambda d\lambda - \int_0^\infty e^{u_1(z+h)} J_o(\lambda r)\lambda^2 d\lambda\right] \tag{15}$$

$$\frac{\Pi_{z1}}{P_1} = \frac{2}{\gamma_1^2}\,\frac{\partial}{\partial x}\left[\int_0^\infty u_1\, e^{u_1(z+h)} J_o(\lambda r) d\lambda - \int_0^\infty e^{u_1(z+h)} J_o(\lambda r)\lambda d\lambda\right] \tag{16}$$

en posant :

$$P_1 = \frac{e^{-\gamma_1 R_1}}{R_1} \tag{17}$$

et

$$P = \frac{e^{-\gamma_1 R_o}}{R_o} \tag{18}$$

Les expressions (15) et (16) se réduisent à une somme de termes que nous allons exprimer à l'aide seulement de deux intégrales simples et de leurs dérivées partielles par rapport aux coordonnées d'espace x, y, z.

Ces intégrales sont les suivantes :

$$P = \int_0^\infty \frac{e^{A\sqrt{\lambda^2+\gamma^2}}}{\sqrt{\lambda^2+\gamma^2}} \cdot J_o(\lambda r)\lambda d\lambda = \frac{e^{-\gamma R}}{R} \tag{19}$$

$$N = \int_0^\infty \frac{e^{A\sqrt{\lambda^2+\gamma^2}}}{\sqrt{\lambda^2+\gamma^2}} \cdot J_o(\lambda r) d\lambda = I_o\left[\frac{\gamma}{2}(R+A)\right] \cdot K_o\left[\frac{\gamma}{2}(R-A)\right] \tag{20}$$

avec $R = \sqrt{r^2 + A^2}$

Nous obtiendrons en donnant des valeurs particulières aux paramètres qui interviennent dans (19) et (20) :

a) $\gamma = \gamma_1$

$A = z + h$

$R = \sqrt{r^2 + A^2} = \sqrt{r^2 + (z+h)^2} = R_o$

$$P = \int_o^\infty \frac{e^{\sqrt{\lambda^2+\gamma_1^2}(z+h)}}{\sqrt{\gamma^2+\gamma_1^2}} J_o(\lambda r)\lambda d\lambda = \int_o^\infty \frac{e^{u_1(z+h)}}{u_1} J_o(\lambda r)\lambda d\lambda = \dots$$

$$= \dots \frac{e^{-\gamma_1 R_o}}{R_o} \qquad (21)$$

$$N = \int_o^\infty \frac{e^{\sqrt{\lambda^2+\gamma_1^2}(z+h)}}{\sqrt{\lambda^2+\gamma_1^2}} . J_o(\lambda r)d\lambda = \int_o^\infty \frac{e^{u_1(z+h)}}{u_1} J_o(\lambda r)d\lambda = \dots$$

$$= \dots I_o\left[\frac{\gamma_1}{2}\left(R_o + (z+h)\right)\right] . K_o\left[\frac{\gamma_1}{2}\left(R_o - (z+h)\right)\right] \qquad (22)$$

b) $\gamma = \gamma_1$

$A = z - h$

$R = \sqrt{r^2+A^2} = \sqrt{r^2+(z-h)^2} = R_1$

$$P_1 = \int_o^\infty \frac{e^{\sqrt{\lambda^2+\gamma_1^2}\,(z-h)}}{\sqrt{\lambda^2+\gamma_1^2}} \cdot J_o(\ r)\ d = \int_o^\infty \frac{e^{u_1(z-h)}}{u_1} \cdot J_o(\lambda r)\lambda d\lambda = \ldots$$

$$= \ldots \frac{e^{-\gamma_1 R_1}}{R_1} \qquad (23)$$

Les combinaisons des dérivées partielles des fonctions (21) (22) et (23) vont nous permettre d'exprimer les composantes Π_{x1} et Π_{z1} du vecteur de Hertz.

. A partir de (22), on obtient :

$$\frac{\partial^2 N}{\partial z^2} = \int_o^\infty u_1\ e^{u_1(z+h)}\ J_o(\lambda r)d\lambda \qquad (24)$$

et $$\frac{\partial^3 N}{\partial z^3} = \int_o^\infty u_1^2\ e^{u_1(z+h)}\ J_o(\lambda r)d\lambda = \int_o^\infty (\gamma_1^2+\lambda^2)\ e^{u_1(z+h)}\ J_o(\lambda r)d\lambda$$

$$\frac{\partial^3 N}{\partial z^3} - \gamma_1^2 \frac{\partial N}{\partial z} = \int_o^\infty e^{u_1(z+h)}\ J_o(\lambda r)\lambda^2 d\lambda \qquad (25)$$

. A partir de (21) on obtient :

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \int_o^\infty e^{u_1(z+h)} \cdot J_o(\lambda r)\lambda d\lambda \qquad (26)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \int_0^\infty {}_1 \, e^{u_1(z+h)} \cdot J_o(\lambda r)\lambda d\lambda \qquad (27)$$

Les composantes du vecteur de Hertz peuvent s'écrire maintenant :

$$\Pi_{z1} = \frac{Id\ell}{4\pi\sigma_1} \cdot \frac{2}{\gamma_1^2} \left[\frac{\partial^3 N}{\partial x \partial z^2} - \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial z} \right] \qquad (28)$$

$$\Pi_{x1} = \frac{Id\ell}{4\pi\sigma_1} \left[P_1 - P + \frac{2}{\gamma_1^2} \left[\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - \frac{\partial^3 N}{\partial z^3} + \gamma_1^2 \frac{\partial N}{\partial z} \right] \right] \qquad (29)$$

On peut montrer que les fonctions P_1, P et N satisfont à l'équation d'onde

$$\Delta P = \gamma^2 P \qquad \text{soit} \qquad \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \gamma^2 P \qquad (30)$$

$$\Delta N = \gamma^2 N \qquad \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial z^2} = \gamma^2 N \qquad (31)$$

Nous ne démontrerons pas ici cette propriété qui peut se vérifier de façon très classique.

Elle nous permettra dans la suite du calcul des simplifications intéressantes dans le calcul des composantes du champ E.

Le champ électrique s'exprime en fonction du vecteur de Hertz Π par la formule :

$$E = -\gamma_1^2 \pi + \text{graddiv}\ \pi \qquad \text{avec } \pi = (\Pi_x, 0, \Pi_z) \qquad (32)$$

Explicitons les composantes de E ; E_x, E_y, E_z

$$E_x = -\gamma_1^2 \Pi_x + \frac{\partial^2 \Pi_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Pi_z}{\partial x \partial z} \qquad (33)$$

$$E_y = \frac{\partial^2 \Pi_x}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \Pi_z}{\partial y \partial z} \qquad (34)$$

$$E_z = -\gamma_1^2 \Pi_z + \frac{\partial^2 \Pi_x}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \Pi_z}{\partial z^2} \qquad (35)$$

Il serait possible de continuer le calcul en remplaçant dans (33) (34) (35) Π_x et Π_z par leurs expressions (28) et (29). Mais nous allons procéder de façon différente et séparer dès maintenant les composantes du champ correspondant à la propagation en milieu infini et les composantes du champ créé par la réflexion des ondes sur la surface du sol.

2.3. Séparation des composantes du champ de l'onde directe et de l'onde réfléchie par la surface du sol.

Le champ au point P résulte de la superposition de deux ondes :

. l'onde directe qui s'est propagée de l'émetteur jusqu'au point P comme si le milieu était infini

. l'onde réfléchie qui s'est propagée jusqu'à la surface du sol où elle s'est réfléchie ou plutôt diffractée, et qui est captée par le récepteur en P.

Nous affecterons de l'indice p les expressions relatives à l'onde directe et de l'indice s les expressions relatives à l'onde secondaire réfléchie.

Si le dipole émetteur était situé dans un milieu homogène et infini, le potentiel produit au point P serait simplement :

$$\Pi_{xp} = p_1 \frac{e^{-\gamma_1 R_1}}{R_1} = p_1 P_1 \qquad (36)$$

$$\Pi_{zp} = 0 \qquad (37)$$

En retranchant ces expressions des formules (28) et (29) on obtient les composantesdu potentiel produites par la réflexion de l'onde à la surface du sol.

$$\Pi_{xs} = p_1 \left[-P + \frac{2}{\gamma_1^2} \left[\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - \frac{\partial^3 N}{\partial z^3} + \gamma_1^2 \frac{\partial N}{\partial z} \right] \right] \qquad (38)$$

$$\Pi_{zs} = p_1 \frac{2}{\gamma_1^2} \left[\frac{\partial^3 N}{\partial x \partial z^2} - \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial z} \right] \qquad (39)$$

Nous allons maintenant pouvoir expliciter séparément les composantes du champ primaire et du champ réfléchi.

$$\vec{E} = \vec{E}_p + \vec{E}_s$$

$$E_x = E_{xp} + E_{xs}$$

$$E_{xp} = -\gamma_1^2 \Pi_{xp} + \frac{\partial^2 \Pi_{xp}}{x^2} \qquad (40)$$

$$E_{xs} = -\gamma_1^2 \Pi_{xs} + \frac{\partial^2 \Pi_{xs}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Pi_{zs}}{\partial x \partial z} \qquad (41)$$

$$E_y = E_{yp} + E_{ys}$$

$$E_{yp} = \frac{\partial^2 \Pi_{xp}}{\partial x \partial y} \tag{42}$$

$$E_{ys} = \frac{\partial^2 \Pi_{xs}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \Pi_{zs}}{\partial y \partial z} \tag{43}$$

$$E_z = E_{zp} + E_{zs}$$

$$E_{zp} = \frac{\partial^2 \Pi_{xp}}{\partial x \partial z} \tag{44}$$

$$E_{zs} = -\gamma_1^{\,2} \Pi_{zs} + \frac{\partial^2 \Pi_{xs}}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \Pi_{zs}}{\partial z^2} \tag{45}$$

En reportant les expressions (36), (37), (38), (39) dans les formules (40) à (45) et en appliquant les identités (30) et (31) on obtient, finalement :

$$\cancel{E_x = E_{xp} + E_{xs}}$$

$$E_{xp} = - p_1 \left[\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] P_1 \tag{46}$$

$$E_{xs} = p_1 \left(\left[\frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] P - 2 \frac{\partial^3 N}{\partial y^2 \partial z} \right] \tag{47}$$

$\underline{E_y = E_{yp} + E_{ys}}$

$$E_{yp} = p_1 \frac{\partial^2 P_1}{\partial x \partial y} \tag{48}$$

$$E_{ys} = p_1 \left[- \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} + 2 \frac{\partial^3 N}{\partial x \partial y \partial z} \right] \tag{49}$$

$\underline{E_z = E_{zp} + E_{zs}}$

$$E_{zp} = p_1 \frac{\partial^2 P_1}{\partial x \partial z} \tag{50}$$

$$E_{zs} = p_1 \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial z} \tag{51}$$

$$\text{avec} \quad p_1 = \frac{I d\ell . e^{j\omega t}}{4 \pi \sigma_1}$$

2.4. Passage du régime sinusoïdal au régime impulsif

Nous avions supposé jusque maintenant que le dipole émetteur était excité par un courant sinusoïdal $I\ e^{j\omega t}$.

Nous allons maintenant, à partir de cesexpressionsétablies pour le courant sinusoïdal, déduire le champ électrique produit par un courant d'excitation impulsionnel. Pour trouver la variation dans le temps des composantes de E lorsque le dipole émetteur est excité par un courant impulsif, nous calculerons les transformées de Laplace des fonctions P_1, P, N, puis nous procèderons aux dérivations partielles de ces transformées par rapport aux coordonnées d'espace x, y, z. Nous multiplierons ensuite ces expressions par la transformée de Laplace de l'excitation p_1. Il faudra ensuite passer à la transformée inverse de ce produit pour obtenir les composantes du champ E en fonction du temps t.

2.4.1. Définition et transformée de l'impulsion utilisée

Le modèle théorique de l'impulsion utilisée peut être défini de plusieurs façons.

La définition mathématique de la fonction impulsion de Dirac, est celle d'une fonction nulle partout sauf en t = 0 où elle prend une valeur infinie (figure.2.). Cette fonction, notée $\delta(t)$ est parfois définie comme la limite quand θ tend vers 0 d'une impulsion de largeur θ et de hauteur $1/\theta$ (figure.3.): $\delta(t) = \lim_{\theta\to 0} \delta_\theta(t)$

Cette définition permet de calculer la surface de l'impulsion de Dirac qui est :

$$\frac{1}{\theta} \times \theta = 1$$

La surface est indépendante de θ et égale à 1.

La fonction $\delta(t)$ a donc comme intégrale la fonction $\Gamma(t)$, échelon unité, nulle pour $t < 0$, égale à 1 pour $t \geqslant 0$ (figure.4.).
La fonction de Dirac possède une transformée de Laplace et une transformée de Fourier. Il est facile de démontrer que sa transformée de Laplace s'écrit :

$$\delta(t) \quad = \mathcal{L}_{\theta\to 0}\left(\delta_\theta(t)\right) \quad = \lim_{\theta\to 0} \int_0^\infty e^{-pt} \delta_\theta(t)dt \quad = \quad 1$$

$$\mathcal{L}\left(\delta(t)\right) \quad = \quad 1$$

La transformée de Fourier de l'impulsion $\delta(t)$ isolée montre que cette impulsion possède un spectre continu, d'amplitude indépendante de la fréquence (figure.5.).

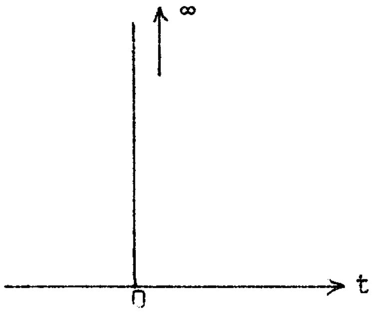


figure.2.

Fonction de Dirac $\delta(t)$

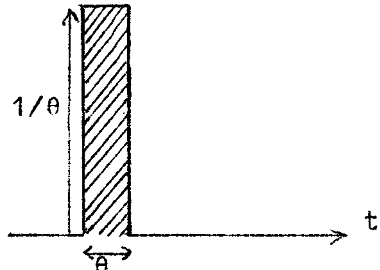


figure.3.

Fonction impulsionnelle

$\delta_\theta(t)$

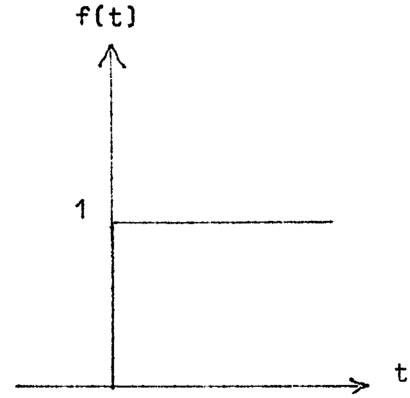
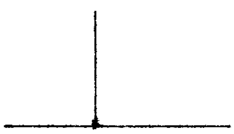


figure.4.

Fonction échelon unité

$\Gamma(t)$



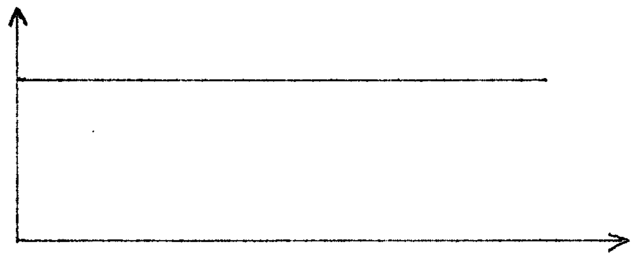
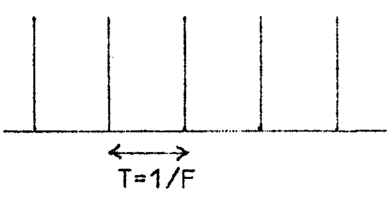


figure.5.

Spectre d'une impulsion de Dirac isolée



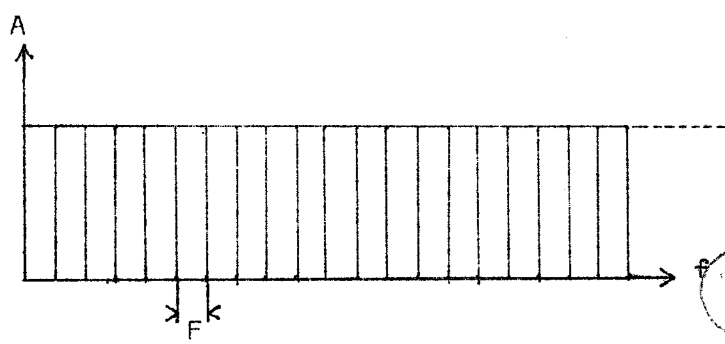


figure.6.

Spectre d'impulsions de Dirac récurrentes

Si l'impulsion $\delta(t)$ se répète à une fréquence f, le spectre du signal devient un spectre de raies distantes de f, mais d'amplitude également constante jusqu'aux fréquences infinies (figure.6.).

Ces définitions mathématiques si elles permettent de faire des calculs, semblent assez éloignées de la réalité physique. Il y intervient en effet des amplitudes infinies, des largeurs nulles, des spectres infinis, etc ...

Nous allons préciser de quelle manière on peut interpréter physiquement ces fonctions.

On peut, physiquement, donner de l'impulsion de Dirac, la définition suivante :

Une fonction impulsive injectée dans un système quelconque peut être assimilée à une impulsion de Dirac, pour ce système, lorsque son spectre de fréquences reste voisin de l'unité pour toutes les fréquences inférieures à la fréquence de coupure la plus grande du système.

Illustrons cette définition d'un exemple simple :

Supposons deux systèmes, passifs ou actifs, la fréquence de coupure de l'un est de 10 kHz, la fréquence de coupure de l'autre, 1kHz. On applique à ces deux systèmes un signal impulsif de forme rectangulaire récurrent ou non, et de largeur T = 50µs. Nous savons que le spectre de fréquence d'un tel signal a pour enveloppe une fonction en sinkf/kf dont les zéros correspondent à des fréquences multiples de 1/T = 1/50µs = 20 kHz (figure.7.).

Pour f = 10 kHz l'amplitude du spectre sera : $\dfrac{\sin\pi/2}{\pi/2} = 0,636$

Pour f = 1 kHz l'amplitude du spectre sera : $\dfrac{\sin\pi/20}{\pi/20} = 0,995$

D'après la définition précédente, on voit que l'impulsion de 50µs pourra

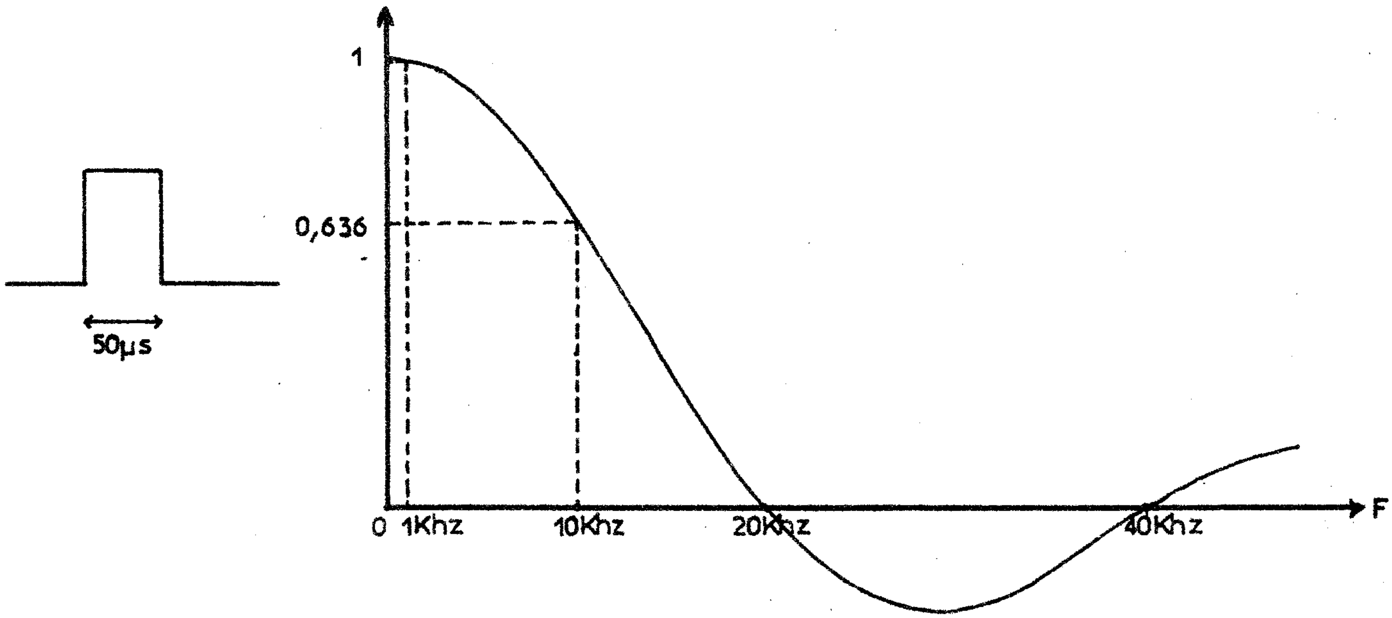


FIGURE 7 - ENVELOPPE DU SPECTRE DE FREQUENCES D'UNE IMPULSION DE 50µS

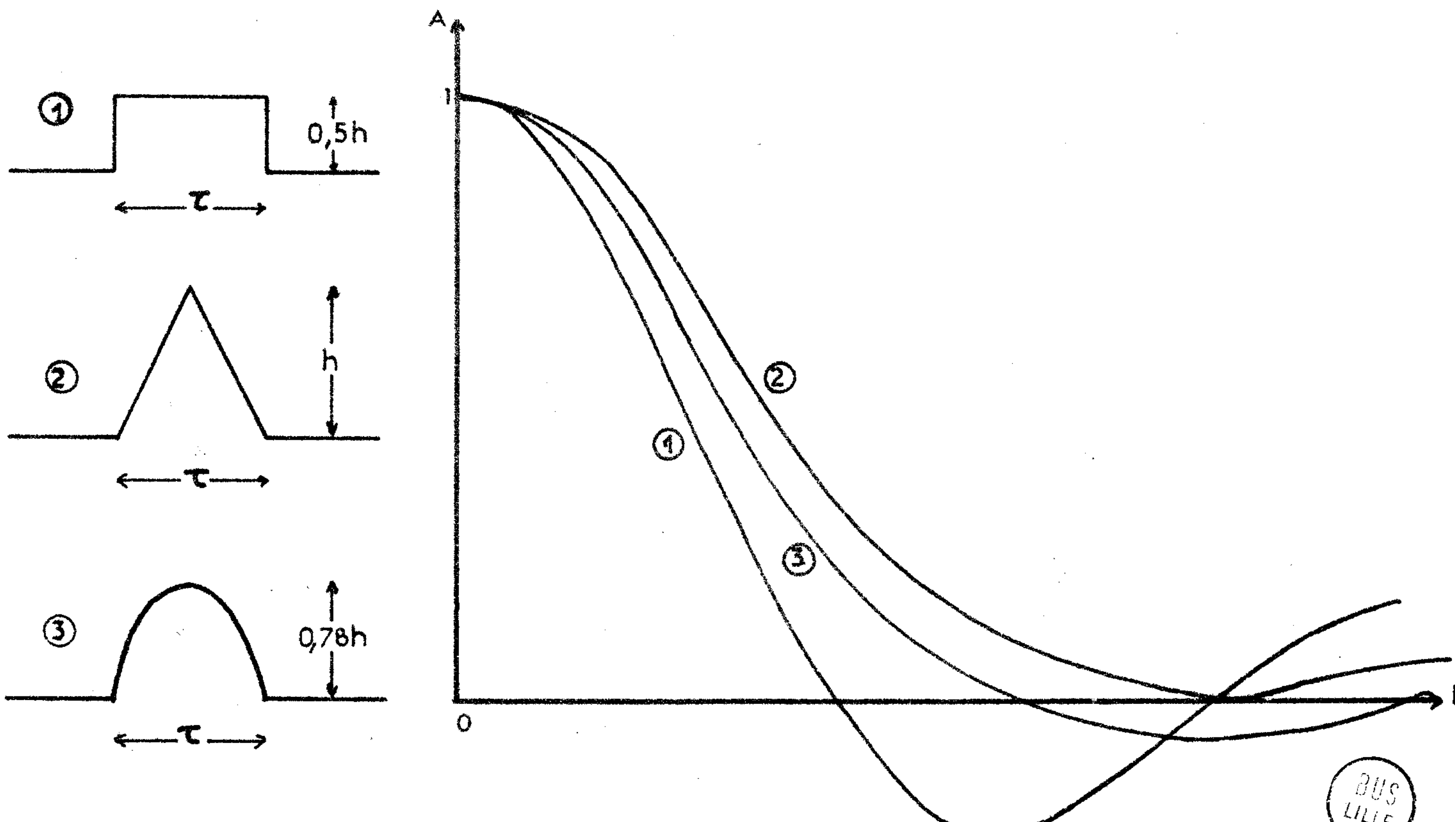


FIGURE 8 - COMPARAISON DES SPECTRES DE FREQUENCES D'IMPULSIONS DE MEME SURFACE ET DE MEME LARGEUR

très bien être considérée comme une impulsion de Dirac pour le système de fréquence de coupure 1kHz, car jusquâ cette fréquence, son spectre coïncide à 5‰près avec celui de l'impulsion théorique de Dirac.

Pour le système de fréquence de coupure 10kHz, par contre, on ne peut plus faire cette assimilation car la différence entre le spectre réel et celui de l'impulsion de Dirac atteitn 36% à 10kHz. Le sol, milieu conducteur, constitue un système physique ayant des propriétés de filtrage fréquenciel. C'est un système passe-bas qui atténue les fréquences élevées d'autant plus fort que la distance parcourue par l'onde est grande.

On peut aussi exprimer ceci en disant que la "bande passante" du sol diminue quand la distance de propagation augmente. Telle impulsion émise, de largeur T, qui ne pourra pas être considérée comme impulsion de Dirac à une profondeur où la "bande passante" est de 10 kHz, pourra très bien l'être à une profondeur ou la "bande passante" est devenue 1kHz. La théorie que nous allons exposer ne sera donc valable que si, l'impulsion de courant injectée dans le sol par l'émetteur est assez étroite pour que, au point P de réception choisi, on puisse l'approximer à une impulsion de Dirac. Ceci permet d'énoncer une propriété très importante :

L'impulsion émise sera avant tout, caractérisée par sa durée maximale et par sa surface et non par sa forme.

En effet, si on considère le spectre de Fourier d'impulsions de formes différentes mais de longueur et de surfaces identiques, on s'aperçoit que ces spectres coïncident tous presque au voisinage de 0 (fig.8.), où ils possèdent une tangente horizontale en $\omega = 0$.

Ils coïncident parce que leur contenu spectral "basse fréquence" est pratiquement identique et parce que nous avons choisi des impulsions de même surface, dont la valeur moyenne, qui donne à elle seule l'intensité spectrale pour $\omega = 0$, est identique.

Les différences de forme des impulsions se traduisent par des différences dans le spectre pour des fréquences plus élevées.

On voit donc que la longueur et la surface de l'impulsion sont les seules grandeurs caractéristiques importantes.

La surface de l'impulsion émise est simplement :

$$S = \int_0^\infty I dt = Q = \text{quantité d'électricité injectée dans le sol}$$

De même que la transformée de Laplace de l'impulsion mathématique $\delta(t)$ était 1, la transformée d'une impulsion I(t) pouvant être assimilée à une impulsion de Dirac sera égale à Q.

2.4.2. Transformée de Laplace des fonctions p_1, P, P_1 et N

La transformée de Laplace des expressions (46) à (51), se fera simplement en remplaçant dans les expressions (21) (22) (23) l'opérateur $j\omega$, par l'opérateur p de la transformée de Laplace.

Nous obtenons ainsi :

$$P_1(p) = \mathcal{L}(P_1) = \frac{e^{-\sqrt{p}\,.\,\sqrt{\sigma_1\mu}\,.\,R_1}}{R_1} \qquad (52)$$

$$P(p) = \mathcal{L}(P) = \frac{e^{-\sqrt{p}\,.\,\sqrt{\sigma_1\mu}\,.\,R_o}}{R_o} \qquad (53)$$

$$N(p) = \mathcal{L}(N) = I_o\left[\frac{\sqrt{p}\,.\,\sqrt{\sigma_1\mu}\;(R_o + (z+h))}{2}\right] . K_o\left[\frac{\sqrt{p}\,.\sqrt{\sigma_1\mu}\;(R_o - (z+h))}{2}\right] \qquad (54)$$

La transformée de l'excitation par un courant impulsif, s'écrira simplement :

$$P_1(p) = \mathcal{L}(p_1) = \frac{Q d\ell}{4\pi\sigma_1} \quad (55)$$

ce qui n'ajoute qu'un facteur multiplicatif indépendant de p.

Les transformées inverses des fonctions $P_1(p)$, $P(p)$ et $N(p)$ peuvent être trouvées dans les tables des transformées de Laplace (35).

Ce sont, tous calculs effectués :

$$\mathcal{L}^{-1}\left[P_1(p)\right] = p_1(R_1,t) = \sqrt{\frac{\sigma_1\mu}{4\pi}} \cdot \frac{1}{t^{3/2}} \, e^{-\frac{\sigma_1\mu R_1^2}{4t}} \cdot \Gamma(t) \quad (56)$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left[P(p)\right] = p\,(R_o,t) = \sqrt{\frac{\sigma_1\mu}{4\pi}} \cdot \frac{1}{t^{3/2}} \, e^{-\frac{\sigma_1\mu R_o^2}{4t}} \cdot \Gamma(t) \quad (57)$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left[N(p)\right] = n\,(R_o,t) = \frac{1}{2t} \, e^{-\frac{\mu\sigma_1(r^2+2(z+h)^2)}{8t}} \cdot I_o\left[\frac{\sigma_1\mu . r^2}{8t}\right] \cdot \Gamma(t) \quad (58)$$

$\Gamma(t)$ est la fonction échelon unité nulle pour $t < 0$

Rappelons que :

(4) $R_o^2 = x^2 + y^2 + (z+h)^2$

(3) $R_1^2 = x^2 + y^2 + (z-h)^2$

(2) $r^2 = x^2 + y^2$

Pour obtenir les composantes du champ électrique, il reste à exprimer les dérivées partielles de p_1, P, n, suivantes :

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial^2 p_1}{\partial z^2}, \quad \frac{\partial^2 p_1}{\partial x \partial y}, \quad \frac{\partial^2 p_1}{\partial x \partial z}, \quad \frac{\partial^3 n}{\partial y^2 \partial z}$$

$$\frac{\partial^2 p_n}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}, \quad \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y}, \quad \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial z}, \quad \frac{\partial^2 n}{\partial x \partial y \partial z} \quad (59)$$

Ces calculs ne présentent aucune difficulté, mais sont longs et laborieux, nous les avons donc rassemblé dans une annexe et nous ne donnerons ici que les résultats obtenus en reportant les expressions (59) dans les formules (46) à (51).

2.5. Expression des composantes du champ électrique pour une antenne dipolaire

Pour simplifier les expressions des composantes du champ E. Nous avons posé une variable réduite intermédiaire :

$$T = \frac{8t}{\sigma_1 \mu}$$

L'expression de la composante E_x du champ au point P s'écrit alors :

$$E_{xp} = \frac{32 Q d\ell}{\pi \sigma_1^2 \mu} \cdot \frac{1}{T^{5/2}} \sqrt{\frac{2}{\pi}}\, e^{-\frac{2R_1^2}{T}} \left[\frac{1}{2} - \frac{y^2}{T} - \frac{(z-h)^2}{T} \right] \qquad (60)$$

$$E_{xs} = \frac{32 Q d\ell}{\pi \sigma_1^2 \mu} \left[\sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[\frac{y^2 - (z+h)^2}{T^2} \right] \frac{e^{-\frac{2R_o^2}{T}}}{T^{3/2}} + \frac{(z+h)}{T^2}\, e^{-\frac{R_o^2 + (z+h)^2}{T}} \times \dots \right.$$

$$\left. \times \dots \left[(I_1 - I_o) \left[\frac{1}{2T} - \frac{y^2}{T^2} \right] + \frac{y^2}{T^2} (I'_1 - I_1) \right] \right] \qquad (61)$$

Les fonctions de Bessel I_1, I_o, I'_1 ont pour argument $\dfrac{r^2 \sigma_1 \mu}{8t} = \dfrac{r^2}{T}$ et I'_1 est dérivé par rapport à l'argument.

Nous pouvons simplifier le dernier terme entre crochets de E_{xs} en utilisant l'identité :

$$I'_1(x) = I_o(x) - \frac{I_1(x)}{x}$$

On en déduit :

$$I'_1(x) - I_1(x) = - \frac{I_1(x)}{x} + I_o(x) - I_1(x)$$

Les expressions (60) et (61) peuvent s'écrire sous la forme :

$$E_{xp} = \frac{32Qd\ell}{\pi\sigma_1^{\,2}\mu} \frac{1}{T^{3/2}} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[\frac{1}{2T} - \frac{y^2+(z-h)^2}{T^2}\right] e^{-\frac{2R_1^{\,2}}{T}} \qquad (62)$$

$$E_{xs} = \frac{32Qd\ell}{\pi\sigma_1^{\,2}\mu} \left[\sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[\frac{y^2-(z+h)^2}{T^2}\right] \frac{e^{-\frac{2R_o^{\,2}}{T}}}{T^{3/2}} + \frac{(z+h)}{T^2}\, e^{-\frac{R_o^{\,2}+(z+h)^2}{T}} \right.$$

$$\left. \times \ldots \left[(I_o - I_1)\left[\frac{2y^2}{T^2} - \frac{1}{2T}\right] - \frac{y^2}{T^2} \cdot \frac{I_1(r^2/T)}{r^2/T}\right]\right] \qquad (63)$$

On trouve de la même façon les autres composantes du champ E.

$$E_{yp} = \frac{32Qd\ell}{\pi\sigma_1^{\,2}\mu} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{xy}{T^{7/2}} \cdot e^{-2R_1^{\,2}/T} \qquad (64)$$

$$E_{ys} = - \frac{32Qd\ell}{\pi\sigma_1^{\,2}\mu} \cdot e^{-\frac{2R_o^{\,2}}{T}} \cdot \frac{xy}{T^3} \left[\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{T}} + \frac{(z+h)}{T} \left[2(I_o - I_1 - \frac{I_1(r^2/T)}{r^2/T}\right]\right] \qquad (65)$$

$$E_{zp} = \frac{32Qd\ell}{\pi\sigma_1^{\,2}\mu} \cdot \frac{x(z-h)}{T^{7/2}} \sqrt{\frac{2}{\pi}}\, e^{-\frac{2R_1^{\,2}}{T}} \qquad (66)$$

$$E_{zs} = \frac{32Qd\ell}{\pi\sigma_1^{\,2}\mu} \cdot \frac{x(z+h)}{T^{7/2}} \sqrt{\frac{2}{\pi}}\, e^{-\frac{2R_o^{\,2}}{T}} \qquad (67)$$

Les expressions que nous venons d'établir donnent les composantes du champ en fonction de x, y, z, t, de façon assez compliquée.

Nous allons réécrire ces expressions en choisissant de nouvelles variables réduites, qui tout en simplifiant l'écriture des formules permettront par la suite de tracer des abaques universelles.

Ces variables réduites seront des nombres sans dimension physique, définis de la manière suivante :

$$a = \frac{x}{|z-h|} \qquad (68)$$

$$b = \frac{y}{|z-h|} \qquad (69)$$

$$c = \frac{z+h}{|z-h|} \qquad (70)$$

$$\tau = \frac{8t}{\sigma_1 \mu |z-h|^2} \qquad (71)$$

$|z-h|$ représente la distance verticale entre émetteur et récepteur.
Il est évident qu'on ne peut utiliser ces variables que si l'on a :
$z \neq h$

Lorsque $z = h$ il est nécessaire d'introduire de nouvelles variables réduites. Nous prendrons :

$$a_o = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \qquad (68')$$

$$b_o = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \qquad (69')$$

$$c_o = \frac{h}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \qquad (70')$$

$$\tau_o = \frac{8t}{\sigma_1 \mu (x^2+y^2)} = \frac{T}{x^2 + y^2} \qquad (71')$$

Nous expliciterons les composantes du champ correspondant à ce cas particulier dans le paragraphe.g).

Nous pouvons maintenant reprendre les expressions (62) à (67) en y introduisant les nouvelles variables.

Tous calculs effectués, les expressions des composantes du champ s'écrivent de la manière suivante :

$$E_i = E_o(z-h) \cdot \mathcal{E}_i(a,b,c,\tau) \cdot d\ell \qquad \text{pour } i = x,y,z \tag{72}$$

$$\text{avec} \quad E_o(z-h) = \frac{32Q}{\pi\sigma_1^2\mu} \frac{1}{(z-h)^5} \tag{73}$$

Q : charge électrique injectée dans le sol par l'impulsion émise

$d\ell$: longueur du dipole émetteur

$$\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_{xp} + \mathcal{E}_{xs}$$
$$\mathcal{E}_y = \mathcal{E}_{yp} + \mathcal{E}_{ys}$$
$$\mathcal{E}_z = \mathcal{E}_{zp} + \mathcal{E}_{zs}$$

Les composantes du champ de l'onde primaire (celle que l'on observerait en milieu infini) sont affectées de l'indice p et les composantes de l'onde secondaire (provenant de l'écho sur la surface du sol) de l'indice s.

En posant :

$$\alpha = \frac{a^2 + b^2}{\tau} \tag{74}$$

nous aurons :

$$\mathcal{E}_{xp} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\tau^{5/2}} e^{-2\alpha} \left[\frac{1}{2} - \frac{b^2 + 1}{\tau} \right] e^{-2/\tau} \tag{75}$$

$$\mathcal{E}_{xs} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\tau^{5/2}} e^{-2\alpha} \left[\frac{b^2 - c^2}{\tau} + \frac{c}{\sqrt{\tau}} X \right] e^{-2\frac{c^2}{\tau}} \tag{76}$$

avec :

$$X = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\; e^{\alpha} \left[\left(\frac{2b^2}{\tau} - \frac{1}{2}\right) (I_o(\alpha) - I_1(\alpha)) - \frac{b^2}{\tau}\; \frac{I_1(\alpha)}{\alpha}\right] \qquad (77)$$

$$\mathcal{E}_{yp} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\tau^{5/2}} \cdot e^{-2\alpha}\; \frac{a.b}{\tau}\; e^{-2/\tau} \qquad (78)$$

$$\mathcal{E}_{ys} = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\tau^{5/2}}\, e^{-2\alpha} \cdot \frac{a.b}{\tau} \left[1 + \frac{c}{\sqrt{\tau}}\, Y\right] e^{-2c^2/\tau} \qquad (80)$$

$$\text{avec} \quad Y = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\; e^{\alpha} \left[2(I_o(\alpha) - I_1(\alpha)) - \frac{I_1(\alpha)}{\alpha}\right] \qquad (80)$$

et enfin :

$$\mathcal{E}_{zp} = \pm \sqrt{\frac{2}{\pi}}\; \frac{1}{\tau^{5/2}} \cdot e^{-2\alpha} \cdot \frac{a}{\tau}\; e^{-2/\tau} \qquad (81)$$

$$\mathcal{E}_{zs} = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\; \frac{1}{\tau^{5/2}} \cdot e^{-2\alpha} \cdot \frac{ac}{\tau} \cdot e^{-2c^2/\tau} \qquad (82)$$

Le signe de $\mathcal{E}_{zp}$ est + quand $z-h > 0$ $\quad z > h$ $\quad \left\{\begin{array}{l}\text{avec}\\ z < 0\\ h < 0\end{array}\right.$

− quand $z-h < 0$ $\quad z < h$

Les champs totaux s'écrivent en regroupant champs primaires et secondaires.

$$\mathcal{E}_x = \frac{e^{-2\alpha}}{\tau^{5/2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \left[e^{-2/\tau}\left[\frac{1}{2} - \frac{b^2+1}{\tau}\right] + e^{-2c^2/\tau}\left[\frac{b^2-c^2}{\tau} + \frac{c}{\sqrt{\tau}}\, X\right]\right] \qquad (83)$$

$$\mathcal{E}_y = \frac{e^{-2\alpha}}{\tau^{5/2}} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{ab}{\tau} \cdot \left[e^{-2/\tau} - e^{-2c^2/\tau}\left[1 + \frac{c}{\sqrt{\tau}}\, Y\right]\right] \qquad (84)$$

$$\mathcal{E}_z = \frac{e^{-2\alpha}}{\tau^{5/2}} \sqrt{\frac{2}{\pi}}\; \frac{a}{\tau} \left[c\, e^{-2c^2/\tau} \pm e^{-2/\tau}\right]$$

Les expressions (83), (84), (85) peuvent se simplifier dans plusieurs cas particuliers intéressants.

a) <u>le dipôle émetteur est placé à la surface du sol : h = 0 ; c =-1</u>
<u>Le récepteur est à une profondeur z</u>

$$\mathcal{E}_{xp} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\tau^{5/2}} \; e^{-2\alpha} \left[\frac{1}{2} - \frac{b^2+1}{\tau}\right] e^{-2/\tau} \qquad (75)$$

$$\mathcal{E}_{xs} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\tau^{5/2}} \; e^{-2\alpha} \left[\frac{b^2-1}{\tau} - \frac{X}{\sqrt{\tau}}\right] e^{-2/\tau} \qquad (86)$$

X =(77)

$$\mathcal{E}_{x} = \mathcal{E}_{xp} + \mathcal{E}_{xs} = \frac{e^{-2\alpha}}{\tau^{5/2}} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot e^{-2/\tau} \left[\frac{1}{2} - \frac{2}{\tau} - \frac{X}{\sqrt{\tau}}\right] \qquad (87)$$

$$\mathcal{E}_{yp} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\tau^{5/2}} \; e^{-2\alpha} \frac{a.b}{\tau} \; e^{-2/\tau} \qquad (78)$$

$$\mathcal{E}_{ys} = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\tau^{5/2}} \; e^{-2\alpha} \frac{a.b}{\tau} \left[1 - \frac{Y}{\sqrt{\tau}}\right] e^{-2/\tau} \qquad (88)$$

$$\mathcal{E}_{y} = \mathcal{E}_{yp} + \mathcal{E}_{ys} = \frac{e^{-2\alpha}}{\tau^{5/2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{a.b}{\tau} \; e^{-2/\tau} \; \frac{Y}{\sqrt{\tau}} \qquad (89) \quad Y = (80)$$

$$\mathcal{E}_{zp} = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{e^{-2\alpha}}{\tau^{5/2}} \cdot \frac{a}{\tau} \; e^{-2/\tau} \qquad (90)$$

$$\mathcal{E}_{zs} = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{e^{-2\alpha}}{\tau^{5/2}} \cdot \frac{a}{\tau} \; e^{-2/\tau} \qquad (91)$$

$$\mathcal{E}_{z} = \mathcal{E}_{zp} + \mathcal{E}_{zs} = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \; \frac{e^{-2\alpha}}{\tau^{5/2}} \cdot \frac{2a}{\tau} \cdot e^{-2/\tau} \qquad (92)$$

dans toutes ces expressions : $\alpha = \dfrac{a^2+b^2}{\tau}$

b) <u>le dipôle émetteur est à la surface du sol</u> : $c = -1$

<u>Le récepteur est placé dans le plan $y = 0$</u> : $b = 0$

$$\mathcal{E}_{xp} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\tau^{5/2}} \cdot e^{-\frac{2a^2}{\tau}} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{\tau}\right] e^{-2/\tau} \qquad (93)$$

$$\mathcal{E}_{xs} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\tau^{5/2}} \cdot e^{-\frac{2a^2}{\tau}} \left[\frac{-1}{\tau} - \frac{X}{\sqrt{\tau}}\right] e^{-2/\tau} \qquad (94)$$

$$\mathcal{E}_X = \mathcal{E}_{xp} + \mathcal{E}_{xs} = \frac{e^{-\frac{2a^2}{\tau}}}{\tau^{5/2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot e^{-2/\tau} \left[\frac{1}{2} - \frac{2}{\tau} - \frac{X}{\sqrt{\tau}}\right] \qquad (95)$$

$$\text{avec} \quad X = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\, e^{a^2/\tau} \left[\frac{I_1(a^2/\tau) - I_o(a^2/\tau)}{2}\right] \qquad (96)$$

$$\mathcal{E}_{yp} = 0$$

$$\mathcal{E}_y = 0$$

$$\mathcal{E}_{ys} = 0$$

$$\mathcal{E}_{zp} = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \; \frac{e^{-\frac{2a^2}{\tau}}}{\tau^{5/2}} \cdot \frac{a}{\tau}\, e^{-2/\tau} \qquad (97)$$

$$\mathcal{E}_{zs} = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \; \frac{e^{-\frac{2a^2}{\tau}}}{\tau^{5/2}} \cdot \frac{a}{\tau}\, e^{-2/\tau}$$

$$\mathcal{E}_z = \mathcal{E}_{zp} + \mathcal{E}_{zs} = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{e^{-2a^2/\tau}}{\tau^{5/2}} \cdot \frac{2a}{\tau}\, e^{-2/\tau} \qquad (98)$$

c) <u>le dipôle émetteur est à la surface du sol</u> c = -1
<u>le récepteur est sous le dipole émetteur à la profondeur z</u> $\begin{cases} b=0 \\ a=0 \end{cases}$

$$\mathcal{E}_{xp} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\tau^{5/2}} \cdot \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{\tau}\right] e^{-2/\tau} \qquad (99)$$

$$\mathcal{E}_{xs} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\tau^{5/2}} \cdot \left[-\frac{1}{\tau} - \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2\tau}}\right] e^{-2/\tau} \qquad (100)$$

$$\mathcal{E}_{x} = \mathcal{E}_{xp} + \mathcal{E}_{xs} = \frac{e^{-2/\tau}}{\tau^{5/2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{\tau} - \frac{1}{2\sqrt{\tau}} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2}}\right) \qquad (101)$$

$$\mathcal{E}_{yp} = 0 \qquad \mathcal{E}_{y} = 0$$
$$\mathcal{E}_{ys} = 0$$

$$\mathcal{E}_{zp} = 0 \qquad \mathcal{E}_{z} = 0$$
$$\mathcal{E}_{zs} = 0$$

d) <u>le dipôle émetteur est à une profondeur h</u>
<u>le dipôle récepteur est à une profondeur z dans le plan y = 0:</u> b = 0

$$\mathcal{E}_{xp} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\tau^{5/2}} \cdot e^{-2a^2/\tau} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{\tau}\right] e^{-2/\tau} \qquad (102)$$

$$\mathcal{E}_{xs} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\tau^{5/2}} \cdot e^{-2a^2/\tau} \left[\frac{-c^2}{\tau} + \frac{c}{\sqrt{\tau}} X\right] e^{-2c^2/\tau} \qquad (103)$$

$$\mathcal{E}_{x} = \mathcal{E}_{xp} + \mathcal{E}_{xs} = \frac{e^{-2a^2/\tau}}{\tau^{5/2}} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[e^{-2/\tau} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{\tau}\right] + \ldots\right.$$
$$\left.\ldots\ e^{-2c^2/\tau} \left[\frac{-c^2}{\tau} + \frac{c}{\sqrt{\tau}} X\right]\right] \qquad (104)$$

avec :

$$X = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\; e^{a^2/\tau} \left[\frac{I_1(a^2/\tau) - I_0(a^2/\tau)}{2}\right] \qquad (105)$$

$$\mathcal{E}_{yp} = 0$$
$$\mathcal{E}_{ys} = 0 \qquad \mathcal{E}_{y} = 0$$

$$\mathcal{E}_{zp} = \pm \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\tau^{5/2}}\; e^{-2a^2/\tau} \cdot \frac{a}{\tau}\; e^{-2/\tau} \qquad (106)$$

$$\mathcal{E}_{zs} = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\; \frac{1}{\tau^{5/2}}\; e^{-2a^2/\tau} \cdot \frac{ac}{\tau}\; e^{-2c^2/\tau} \qquad (107)$$

$$\mathcal{E}_{z} = \frac{e^{-2a^2/\tau}}{\tau^{5/2}} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{a}{\tau} \left[c\, e^{-2c^2/\tau} \pm e^{-2/\tau}\right] \qquad (108)$$

e) <u>le dipôle émetteur est à la profondeur h</u>

<u>le récepteur est sous le dipôle à la profondeur z</u> $\left\{\begin{array}{l} a=0 \\ b=0 \end{array}\right.$

$$\mathcal{E}_{xp} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\tau^{5/2}} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{\tau}\right] e^{-2/\tau} \qquad (109)$$

$$\mathcal{E}_{xs} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\tau^{5/2}} \left[- \frac{c^2}{\tau} + \frac{c}{\sqrt{\tau}}\, X\right] e^{-2c^2/\tau} \qquad (110)$$

$$\mathcal{E}_{x} = \mathcal{E}_{xp} + \mathcal{E}_{xs} = \frac{1}{\tau^{5/2}} \sqrt{\frac{2}{\pi}}\; e^{-2/\tau}\; \frac{1}{2} - \frac{1}{\tau} - e^{-2c^2/\tau} \quad \times \ldots$$

$$\times \ \ldots \quad \frac{c\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2\tau}} + \frac{c^2}{\tau} \qquad (111)$$

f) <u>le dipôle émetteur est à la profondeur h</u>
<u>le récepteur est à la surface : z = 0</u> $c = -1$

$$\mathcal{E}_{xp} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\tau^{5/2}} \; e^{-2\alpha} \left[\frac{1}{2} - \frac{b^2+1}{\tau}\right] e^{-2/\tau} \tag{112}$$

$$\mathcal{E}_{xs} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\tau^{5/2}} \cdot e^{-2\alpha} \left[\frac{b^2-1}{\tau} - \frac{1}{\sqrt{\tau}} \; X\right] e^{-2/\tau} \tag{113}$$

$$\mathcal{E}_{x} = \mathcal{E}_{xp} + \mathcal{E}_{xs} = \frac{e^{-2\alpha}}{\tau^{5/2}} \; \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot e^{-2/\tau} \left[\frac{1}{2} - \frac{2}{\tau} - \frac{X}{\sqrt{\tau}}\right] \tag{114}$$

$X = (77)$

$$\mathcal{E}_{yp} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\tau^{5/2}} \cdot e^{-2\alpha} \cdot \frac{a.b}{\tau} \; e^{-2/\tau} \tag{78}$$

$$\mathcal{E}_{ys} = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\tau^{5/2}} \, e^{-2\alpha} \cdot \frac{a.b}{\tau} \left[1 - \frac{Y}{\sqrt{\tau}}\right] e^{-2/\tau} \tag{79}$$

$$\mathcal{E}_{y} = \mathcal{E}_{yp} + \mathcal{E}_{ys} = \frac{e^{-2\alpha}}{\tau^{5/2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}} \; \frac{a.b}{\tau} \, e^{-2/\tau} \cdot \frac{Y}{\sqrt{\tau}} \tag{115}$$

$Y = (80)$

$$\mathcal{E}_{zp} = + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \quad \frac{e^{-2\alpha}}{\tau^{5/2}} \cdot \frac{a}{\tau} \; e^{-2/\tau}$$

$$\mathcal{E}_{zs} = - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \quad \frac{e^{-2\alpha}}{\tau^{5/2}} \cdot \frac{a}{\tau} \; e^{-2/\tau}$$

$$\mathcal{E}_{z} = 0$$

Nous pouvons faire plusieurs remarques à partir de ces expressions.

1. dans toutes les expressions donnant le champ primaire, la variable c ne figure jamais. Ceci est normal car la variable c caractérise l'influence de la surface comme nous le verrons plus loin, et la propagation en milieu infini ne dépend que de la distance entre émetteur et récepteur.

2. Les expressions concernant l'émission en surface et la réception en profondeur (87,89), celles concernant la réception en surface et l'émission en profondeur sont identiques, en ce qui concerne les champs selon x et y (114-115).

En ce qui concerne la composante E_z, les deux champs E_{zp} et E_{zs} qui se trouvaient égaux pour h = 0 deviennent de signe contraire pour z = 0 et E_z est donc nul.

g) Le dipôle émetteur et le récepteur sont à la même profondeur h

En reportant les variables réduites (68'), (69'), (70'), (71') dans les expressions du champ (62) à (67), dans lesquelles on a posé z = h, on obtient :

$$E_{xp} = \frac{32Qd\ell}{\pi\sigma_1^2\mu} \cdot \frac{1}{r^5} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\tau_o^{5/2}} \cdot e^{-2/\tau_o} \cdot \left[\frac{1}{2} - \frac{b_o^2}{\tau_o^2}\right] \quad (75')$$

$$E_{xs} = \frac{32Qd\ell}{\pi\sigma_1^2\mu} \cdot \frac{1}{r^5} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\tau_o^{5/2}} \cdot e^{-2/\tau_o} \quad \times \ldots$$

$$\times \ldots \left[\frac{b_o^2 - 4c_o^2}{\tau_o} + \frac{2c_o}{\sqrt{\tau_o}} X_o\right] \cdot e^{-\frac{8c_o^2}{\tau_o}} \quad (76')$$

$$E_x = \frac{32Qd\ell}{\pi\sigma_1^2\mu} \cdot \frac{1}{r^5} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\tau^{5/2}} e^{-2/\tau_o} \left\{\left[\frac{1}{2} - \frac{b_o^2}{\tau_o^2}\right] + \ldots\right.$$

$$\left. + \ldots e^{-\frac{8c_o^2}{\tau_o}} \left[\frac{b_o^2 + 4c_o^2}{\tau_o} + \frac{2c_o}{\tau_o} X_o\right]\right\} \quad (77')$$

avec:

$$X_o = e^{1/\tau_o} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[\left\{ \frac{2b_o^2}{\tau_o} - \frac{1}{2} \right\} \left\{ I_o(1/\tau_o) - I_1(1/\tau_o) \right\} - \frac{b_o^2}{\tau_o} \frac{I_1(1/\tau)}{1/\tau} \right]$$

et $r = x^2 + y^2$

$$E_{yp} = \frac{32Qd\ell}{\pi\sigma_1^2\mu} \cdot \frac{1}{r^5} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{e^{-2/\tau_o}}{\tau_o^{5/2}} \cdot \frac{a_o b_o}{\tau_o} \qquad (79')$$

$$E_{ys} = -\frac{32Qd\ell}{\pi\sigma_1^2\mu} \cdot \frac{1}{r^5} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{e^{-2/\tau_o}}{\tau_o^{5/2}} \cdot \frac{a_o b_o}{\tau_o} \times \ldots$$

$$\times \ldots \left[1 + \frac{c_o}{\sqrt{\tau_o}} Y_o \right] e^{-\frac{8c_o^2}{\tau_o}} \qquad (80')$$

$$E_y = \frac{32Qd\ell}{\pi\sigma_1^2\mu} \cdot \frac{1}{r_5} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{e^{-2/\tau_o}}{\tau_o^{5/2}} \cdot \frac{a_o b_o}{\tau_o} \times \ldots$$

$$\times \ldots \left[1 - e^{-8c_o^2/\tau_o} \left[1 + \frac{c_o}{\sqrt{\tau_o}} Y_o \right] \right] \qquad (81')$$

avec :

$$Y_o = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot e^{1/\tau_o} \left[2 \left[I_o(1/\tau_o) - I_1(1/\tau_o) \right] - \frac{I_1(1/\tau_o)}{1/\tau_o} \right] \qquad (82')$$

$$E_{zp} = 0$$

$$E_z = E_{zs} = \frac{32Qd\ell}{\pi\sigma_1^2\mu} \cdot \frac{1}{r^5} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{e^{-2/\tau_o}}{\tau^{5/2}} \cdot \frac{2a_o c_o}{\tau_o} e^{-\frac{8c_o^2}{\tau_o}}$$

(83')

Remarque

Lorsqu'on fait tendre h vers 0 dans ces formules, on ne peut trouver une expression exacte pour le champ créé à la surface du sol par une antenne posée sur le sol. En effet, nous avons négligé au début le courant de déplacement qui dans l'air apporte une contribution importante au champ reçu.

Pour cette raison, même si l'antenne et le récepteur sont tous deux enterrés, on ne pourra pas considérer ces formules comme valables si antenne et récepteur sont dans une même galerie de mine, car dans ce cas également, la plus grande partie du champ reçu proviendra d'une onde qui s'est propagée dans l'air de la galerie.

Rappelons que :

Dans les paragraphes a) jusque f), les expressions établies doivent être multipliées par :

$$E_o(z-h) = \frac{32Q}{\pi\sigma_1^2\mu} \cdot \frac{1}{|z-h|^5} \qquad (73)$$

pour donner les champs E_x, E_y, E_z en un point P de coordonnées réduites a, b, c.

On remarque immédiatement que la décroissance de l'amplitude du champ est proportionnelle à $|z-h|^5$ quand l'émetteur est un dipôle élémentaire. Ceci est réalisé quand l'antenne émettrice est petite par rapport à la distance émetteur-récepteur, ou, ce qui revient au même, quand la distance émetteur-récepteur est beaucoup plus grande que la longueur de l'antenne.

Cette approximation n'est pas acceptable dans la majorité des cas où la longueur de l'antenne n'est pas négligeable vis-à-vis de la distance de transmission.

Nous allons donc calculer le champ produit par une antenne quelconque de longueur L, placée comme l'indique la figure 1.

2.6. Champ électrique produit par une antenne de longueur finie

Le calcul du champ créé par une antenne de longueur finie L, se fera en supposant que la charge Q, émise par cette antenne est constante sur toute sa longueur et donc que cette antenne peut être assimilée à une suite de dipôles élémentaires d , émettant en même temps la même impulsion de charge Q.

Bien entendu, ceci n'est pas tout à fait rigoureux, car pour que les dipôles émettent tous en même temps la même impulsion Q , il faudrait que la vitesse de propagation de l'impulsion dans le fil de l'antenne soit infinie.

Un calcul rigoureux, tenant compte de la vitesse de l'onde dans le fil de l'antenne pourrait se faire en introduisant entre les courants émis par les dipôles successifs de l'antenne un décalage de temps proportionnel à l'abscisse du dipôle considéré et en intégrant les champs élémentaires créés par les dipoles émettant successivement.

Cependant, la vitesse de propagation de l'impulsion dans le fil de l'antenne étant bien supérieure à la vitesse de propagation de l'onde dans le sol, le décalage dans le temps du courant émis par les différents éléments de courant de l'antenne sera faible par rapport à la largeur de l'impulsion reçue.

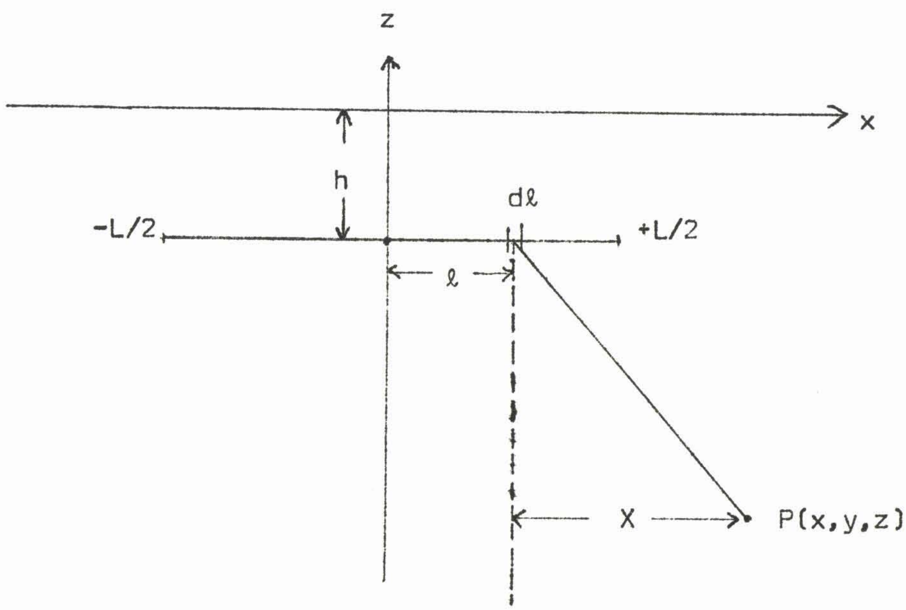
Dans le cas où c'est la ligne à retard formatrice de l'impulsion, qui sert elle-même d'antenne comme nous le verrons dans la partie expérimentale, le décalage de temps entre l'impulsion émise par un dipôle du début de l'antenne et un dipôle du bout de l'antenne est égal à la durée de l'impulsion émise.

L'approximation faite en négligeant ce décalage de temps est du même ordre que celle faite en considérant une impulsion courte comme une impulsion de Dirac : elle ne peut qu'apporter de légères différences sur le temps de montée.

2.6.1. Mise en équation

L'antenne a une longueur L. Elle est horizontale, parallèle à la surface du sol. (figure.9.).

L'axe de coordonnées oz la traverse en son milieu.



La contribution d'un élément $d\ell$ de l'antenne au champ reçu au point $P(x,y,z)$ sera donnée par les formules (61) à (67) dans lesquelles on aura remplacé la variable x par $X = x - \ell$ ou plutôt par les formules (75) à (85), fonctions de la variable a, où on remplacera $a = \frac{x}{|z-h|}$ par :

$$a' = \frac{X}{|z-h|} = \frac{x - \ell}{|z-h|} \qquad (116)$$

au lieu de :

$$E_i(x,y,z,d\ell\ ,t) = E_o(z-h).\mathcal{E}_i(a,b,c,\tau)d\ell \qquad (72)$$

nous aurons :

$$E_i(X,y,z,d\ell,t) = E_o(z-h)\,.\mathcal{E}_i(a',b,c,\tau)d$$
$$= -E_o(z-h)\,.\,|z-h|\,.\mathcal{E}_i(a',b,c,\tau)da' \qquad (117)$$

car la formule (116) entraîne :

$$d\ell = -\,|z-h|\;da'$$

Les composantes du champ électrique au point P (x,y,z) seront trouvées par l'intégration des champs élémentaires produits par les dipoles en faisant varier ℓ de -L/2 à +L/2.

Quand ℓ passe de -L/2 à +L/2

$$X = x - L \text{ varie entre } x+L/2 \text{ et } x-L/2$$

$$\text{et} \quad a' = \frac{x-\ell}{|z-h|} \quad \text{passe de} \quad \frac{x+L/2}{|z-h|} \;\text{à}\; \frac{x-L/2}{|z-h|}$$

Nous introduirons une nouvelle variable réduite semblable aux précédentes et définie à partir de la longueur L de l'antenne.

$$d = \frac{L}{|z-h|} \qquad (118)$$

Les bornes d'intégration

$$\frac{x+L/2}{|z-h|} \quad \text{et} \quad \frac{x-L/2}{|z-h|} \qquad \text{peuvent alors s'écrire :}$$

$$a+d/2 \quad \text{et} \quad a-d/2$$

et l'intégrale cherchée s'écrit :

$$E_i(x,y,z,L,t) = \int_{-L/2}^{+L/2} E_i(X,y,z,d\ell,t) = -E_o(z-h) \cdot |z-h| \ldots$$

$$\ldots \int_{a+d/2}^{a-d/2} \mathcal{E}_i(a',b,c,\tau)da'$$

$$= E_i(a,b,c,d,\tau) = |z-h| \cdot E_o(z-h) \cdot \quad \ldots$$

$$\ldots \int_{a-d/2}^{a+d/2} \mathcal{E}_i(a',b,c,\tau)da' \qquad (119)$$

Nous poserons :

$$E_i(a,b,c,d,\tau) = E_o(z-h) \cdot \phi_i(a,b,c,d,\tau) \cdot L \qquad (120)$$

avec :

$$E_o(z-h) = \frac{32Q}{\pi\sigma_1{}^2\mu} \cdot \frac{1}{|z-h|^5} \qquad (121)$$

et :

$$\phi_i(a,b,c,d,\tau) = \frac{1}{d} \int_{a-d/2}^{a+d/2} \mathcal{E}_i(a',b,c,\tau)da' \qquad (122)$$

$$i = (x,y,z)$$

L'expression (120) donnant le champ pour une antenne finie de longueur L est similaire à la formule donnant le champ créé par un dipôle élémentaire $d\ell$.

Elles comportent toutes deux un facteur d'amplitude $E_o(z-h)$ multiplié par un facteur de forme $\mathcal{E}_i(a,b,c,\tau)$ ou $\phi_i(a,b,c,d,\tau)$ multiplié par la longueur de l'antenne $d\ell$ ou L.

2.6.2. Calcul des intégrales et formulation des champs

Nous devons calculer l'intégrale :

$$\int_{a-d/2}^{a+d/2} \mathcal{E}_i(a',b,c,\tau)\,da'$$

Nous ne développerons le calcul que pour la composante $\mathcal{E}_x(a',b,c,\tau)$. Le procédé employé peut être facilement étendu à l'intégration des autres composantes.

Rappelons que :

$$\mathcal{E}_x(a',b,c,\tau) = \frac{e^{-2\alpha'}}{\tau^{5/2}} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[e^{-2/\tau} \left[\frac{1}{2} - \frac{b^2+1}{\tau} \right] + \ldots \right.$$

$$\left. + \ldots e^{-2c^2/\tau} \left[\frac{b^2-c^2}{\tau} + \frac{c}{\sqrt{\tau}} X \right] \right]$$

$$\text{avec} \quad : \quad X = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\, e^{\alpha'} \left[\left[\frac{2b^2}{\tau} - \frac{1}{2} \right] \left[I_o(\alpha') - I_1(\alpha') \right] - \frac{b^2}{\tau} \frac{I_1(\alpha')}{\alpha'} \right]$$

$$\text{et} \qquad \alpha' = \frac{a'^2+b^2}{\tau} \qquad (123)$$

Nous allons mettre en évidence les termes de (123) où interviennent les variables d'intégration a'.

$$\mathcal{E}_x(a',b,c,\tau) = e^{-\frac{2a'^2}{\tau}} \frac{1}{\tau^{5/2}} \sqrt{\frac{2}{\pi}}\; e^{-2(b^2+1)/\tau} \left[\frac{1}{2} - \frac{b^2+1}{\tau} \right] + e \ldots e^{-\frac{2(b^2+c^2)}{\tau}} \left[\frac{b^2-c^2}{\tau} \right]$$

$$+ e^{-\frac{a'^2+b^2}{\tau}} \left[I_o \left[\frac{a^2+b^2}{\tau} \right] - I_1 \left[\frac{a'^2+b^2}{\tau} \right] \right] . e^{-\frac{2c^2}{\tau}} \frac{c}{\tau^3} . \left[\frac{2b^2}{\tau} - \frac{1}{2} \right]$$

$$- e^{-\frac{a'^2+b^2}{\tau}} \left[\frac{I_1 \left[\frac{a'^2+b^2}{\tau} \right]}{\frac{a'^2+b^2}{\tau}} \right] e^{-\frac{2c^2}{\tau}} . \frac{cb^2}{\tau^4} \qquad (124)$$

d'où :

$$\phi_i(a,b,c,d,\tau) = \frac{1}{d}\int_{a-d/2}^{a+d/2}\left[e^{-\frac{2a'^2}{\tau}} f_1(b,c,\tau) + e^{-\frac{a'^2+b^2}{\tau}} \times \dots\right.$$

$$\left. \times \dots \left[I_o\left[\frac{a'^2+b^2}{\tau}\right] - I_1\left[\frac{a'^2+b^2}{\tau}\right]\right] f_2(b,c,\tau) - e^{-\frac{a'^2+b^2}{\tau}} \frac{I_1\left[\frac{a'^2+b^2}{\tau}\right]}{\frac{a'^2+b^2}{\tau}} f_3(b,c,\tau)\right] da' \tag{125}$$

avec $$f_o(b,c,\tau) = \frac{1}{\tau^{5/2}}\sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \left[e^{-\frac{2(b^2+1)}{\tau}}\left[\frac{1}{2} - \frac{b^2+1}{\tau}\right] + \dots\right.$$

$$\left. + \dots e^{-\frac{2(b^2+c^2)}{\tau}} \frac{\left[b^2 - c^2\right]}{\tau}\right] \tag{126}$$

$$f_1(b,c,\tau) = e^{-2c^2/\tau} \frac{c}{\tau^3} \cdot \left[\frac{2b^2}{\tau} - \frac{1}{2}\right] \tag{127}$$

$$f_2(b,c,\tau) = e^{-2c^2/\tau} \cdot \frac{cb^2}{\tau^4} \tag{128}$$

On est ramené à la résolution de trois types distincts d'intégrales qui sont :

$$F_o = \int_{a-d/2}^{a+d/2} e^{-\frac{2a'^2}{\tau}} da' \tag{129}$$

$$F_1 = \int_{a-d/2}^{a+d/2} e^{-\frac{a'^2+b^2}{\tau}} \left[I_o\left[\frac{a'^2+b^2}{\tau}\right] - I_1\left[\frac{a'^2+b^2}{\tau}\right]\right] da' \tag{130}$$

$$F_2 = \int_{a-d/2}^{a+d/2} e^{-\frac{a'^2+b^2}{\tau}} \frac{I_1\left[\frac{a'^2+b^2}{\tau}\right]}{\left[\frac{a'^2+b^2}{\tau}\right]} da' \qquad (131)$$

L'intégrale F_o se résout facilement :

En posant $\frac{2a'^2}{\tau} = X^2$ on se ramène à une intégrale du type :

$$\int_{X_1}^{X_2} e^{-X^2} dX = \left[Ⓗ (X_2) - Ⓗ (X_1) \right] \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$Ⓗ (x) \text{ fonction d'erreur } = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_o^x e^{-x^2} dx$$

donc :

$$F_o = \int_{a-d/2}^{a+d/2} e^{-2a'^2/\tau} da' = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \sqrt{\frac{\tau}{2}} \left[Ⓗ \left[a + \frac{d}{2}\right] \sqrt{\frac{2}{\tau}} - \ldots \right.$$

$$\left. - \ldots Ⓗ \left[a - \frac{d}{2}\right] \sqrt{\frac{2}{\tau}} \right] \qquad (132)$$

L'intégration de F_1 et F_2 pose davantage de problèmes.

Nous n'avons pas trouvé de solutions simples à ces intégrales, et avons du recourir à des approximations numériques des fonctions à intégrer pour obtenir un résultat exprimable au moyen de fonctions simples de a, b, d, τ .

En remarquant que les fonctions $I_o(\alpha) - I_1(\alpha)$ et $\frac{I_1(\alpha)}{\alpha}$ tracées en fonction de α ressemblaient fort à une chaînette (ch α).

Nous avons trouvé l'approximation suivante, valable à quelques pour cent près :

$$I_o(\alpha) - I_1(\alpha) \neq\neq 0{,}655\ \mathrm{ch}(0{,}63\alpha - 0{,}985) = A_1 \qquad (133)$$

$$\frac{I_1(\alpha)}{(\alpha)} \neq\neq 0{,}180\ \mathrm{ch}\ (0{,}79\alpha) + 0{,}325 = A_2 \qquad (134)$$

La première approximation est valable de $\alpha = 0$ à $\alpha = 6$ et la seconde de $\alpha = 0$ à $\alpha = 9$.

Si dans l'intervalle d'intégration α prend des valeurs supérieures à 6 et 9 respectivement, nous ferons appel aux développements asymptotiques qui permettent une précision d'autant meilleure que α augmente.

$$I_o(\alpha) \approx \frac{e^{\alpha}}{\sqrt{2\pi}\ \sqrt{\alpha}} \left[1 + \frac{1}{8\alpha} + \frac{9}{128\alpha^2} + \dots \right] \qquad (135)$$

$$I_1(\alpha) \approx \frac{e^{\alpha}}{\sqrt{2\pi}\ \sqrt{\alpha}} \left[1 - \frac{3}{8\alpha} - \frac{15}{128\alpha^2} + \dots \right] \qquad (136)$$

$$I_o(\alpha) - I_1(\alpha) \approx \frac{e^{\alpha}}{\sqrt{2\pi}\ \sqrt{\alpha}} \left[1 - 1 + \frac{1}{8\alpha} + \frac{3}{8\alpha} + \frac{9}{128\alpha^2} + \frac{15}{128\alpha^2} + \dots \right.$$

$$\approx \frac{e^{\alpha}}{\sqrt{2\pi}\ \sqrt{\alpha}} \left[\frac{1}{2\alpha} + \frac{3}{16\alpha^2} + \dots \right]$$

$$I_o(\alpha) - I_1(\alpha) \approx \frac{e^{\alpha}}{2\sqrt{2\pi}\alpha\sqrt{\alpha}} \left[1 + \frac{3}{8\alpha} + \dots \right]$$

$$I_o(\alpha) - I_1(\alpha) \approx \frac{e^{\alpha}}{5{,}013\alpha\sqrt{\alpha}} \left[1 + \frac{3}{8\alpha} + - = A_3 \text{ pour } \alpha > 6 \right. \qquad (137)$$

$$\text{et} \quad \frac{I_1(\alpha)}{\alpha} \approx \frac{e^{\alpha}}{\sqrt{2\pi}.\alpha\sqrt{\alpha}} \left[1 - \frac{3}{8\alpha} \quad \dots \right]$$

$$\frac{I_1(\alpha)}{\alpha} \simeq \frac{e^{\alpha}}{2,506\alpha\sqrt{\alpha}} \left[1 - \frac{3}{8\alpha} + \ldots\right] = A_4 \text{ pour } \alpha > 9 \qquad (138)$$

Nous savons que :

$$\alpha = \frac{a^2 + b^2}{\tau}$$

en toute rigueur, il faudra changer d'approximation dès qu'on aura :

$$\frac{a^2 + b^2}{\tau} > 6 \quad \text{pour} \quad A_1$$

$$\frac{a^2 + b^2}{\tau} > 9 \quad \text{pour} \quad A_2$$

ce qui s'écrit encore :

$$I_o(\alpha) - I_1(\alpha) \neq\neq A_1 \quad \text{pour} \quad a < \sqrt{6\tau - b^2}$$

$$I_o(\alpha) - I_1(\alpha) \neq\neq A_3 \quad \text{pour} \quad a > \sqrt{6\tau - b^2}$$

$$\frac{I_1(\alpha)}{\alpha} \neq\neq A_2 \quad \text{pour} \quad a < \sqrt{9\tau - b^2}$$

$$\frac{I_1(\alpha)}{\alpha} \neq\neq A_4 \quad \text{pour} \quad a > \sqrt{9\tau - b^2}$$

Il faudra scinder en deux parties l'intégration et écrire :

$$F_1 = \int_{a-d/2}^{\sqrt{6\tau-b^2}} e^{-\frac{a'^2+b^2}{\tau}} \cdot A_1 + \int_{\sqrt{6 - b^2}}^{a+d/2} e^{-\frac{a'^2+b^2}{\tau}} \cdot A_3$$

$$F_2 = \int_{a-d/2}^{\sqrt{9\tau - b^2}} e^{-\frac{a'^2+b^2}{\tau}} \cdot A_2 + \int_{\sqrt{9\tau-b^2}}^{a+d/2} e^{-\frac{a'^2+b^2}{\tau}} \cdot A_4$$

Pratiquement il ne sera pas souvent nécessaire d'employer les développements asymptotiques A_3 et A_4.

En effet $\frac{a'^2 + b^2}{\tau}$ varie entre $\frac{(a-d/2)^2 + b^2}{\tau}$ et $\frac{(a+d/2)^2 + b^2}{\tau}$

Pour que $\frac{(a+d/2)^2 + b^2}{\tau} > \begin{matrix} 6 \\ \text{ou} \\ 9 \end{matrix}$

il faut que $\frac{a}{b}$ et d soient grands ou τ petit.

a,b,d, ne seront grands que si la distance verticale émetteur-récepteur est faible ou l'écart latéral du récepteur par rapport à l'émetteur important.

Si on néglige d'appliquer le développement asymptotique, l'erreur faite ne se répercutera que sur des valeurs de l'impulsion correspondant à des τ petits.

De plus l'approximation faite, portant sur la fonction à intégrer, l'erreur faite sur celle-ci en bout d'intervalle d'intégration affectera peu la valeur de l'intégrale car elle sera répartie sur toute la surface intégrée.

Nous écrirons donc simplement :

$$F_1 = \int_{a-d/2}^{a+d/2} e^{-\frac{a'^2+b^2}{\tau}} \cdot 0{,}665\text{ch} \left[0{,}63 \left(\frac{a'^2+b^2}{\tau}\right) - 0{,}985 \right] da' \quad (139)$$

$$F_2 = \int_{a-d/2}^{a+d/2} e^{-\frac{a'^2+b^2}{\tau}} \cdot 0{,}180\text{ch} \left[0{,}79 \left(\frac{a'^2+b^2}{\tau}\right) + 0{,}325 \right] da' \quad (140)$$

Ce qui peut s'écrire en développant les cosinus hyperboliques :

$$F_1 = \int_{a-d/2}^{a+d/2} \left[0,1223\, e^{-0,37\left(\frac{a'^2+b^2}{\tau}\right)} + 0,877\, e^{-1,63\left(\frac{a'^2+b^2}{\tau}\right)} \right] da' \qquad (141)$$

$$F_2 = \int_{a-d/2}^{a+d/2} \left[0,09\; e^{-0,21\left(\frac{a'^2+b^2}{\tau}\right)} + 0,09\, e^{-1,79\left(\frac{a'^2+b^2}{\tau}\right)} + 0,325\, e^{-\left(\frac{a'^2+b^2}{\tau}\right)} \right] . da' \qquad (142)$$

L'intégration se ramène au cas de F_o, le résultat s'exprimera à l'aide de fonctions d'erreur $Ⓗ(x)$.

On obtient, tous calculs numériques effectués :

$$F_1 = 0,1782\, e^{-\frac{0,37b^2}{\tau}} \sqrt{\tau} \left[Ⓗ\left[0,6083 \left[\frac{a+d/2}{\sqrt{\tau}}\right]\right] - Ⓗ\left[0,6083 \left[\frac{a-d/2}{\sqrt{\tau}}\right]\right]\right] \qquad (143)$$
$$+ 0,6144\; e^{-\frac{1,63b^2}{\tau}} \sqrt{\tau} \left[Ⓗ\left[1,265 \left[\frac{a+d/2}{\sqrt{\tau}}\right]\right] - Ⓗ\left[1,265 \left[\frac{a-d/2}{\sqrt{\tau}}\right]\right]\right]$$

$$F_2 = 0,1740\, e^{-\frac{0,21b^2}{\tau}} \sqrt{\tau} \left[Ⓗ\left[0,4582 \left[\frac{a+d/2}{\sqrt{\tau}}\right]\right] - Ⓗ\left[0,4582 \left[\frac{a-d/2}{\sqrt{\tau}}\right]\right]\right] \qquad (144)$$
$$+ 0,0596\, e^{-\frac{1,79b^2}{\tau}} \sqrt{\tau} \left[Ⓗ\left[1,338 \left[\frac{a+d/2}{\sqrt{\tau}}\right]\right] - Ⓗ\left[1,338 \left[\frac{a-d/2}{\sqrt{\tau}}\right]\right]\right]$$
$$+ 0,288\; e^{-b^2/\tau} \sqrt{\tau} \left[Ⓗ\left[\frac{a+d/2}{\sqrt{\tau}}\right] - Ⓗ\left[\frac{a-d/2}{\sqrt{\tau}}\right]\right]$$

Nous allons pouvoir maintenant expliciter $\phi_x(a,b,c,d,\tau)$ en regroupant les expressions (126), (132); (127), (143) , et (128), (144)

$$\phi_x(a,b,c,d,\tau) = \frac{F_o(a,d,\tau) \,.\, f_o(b,c,\tau) + F_1(a,b,d,\tau) \,.\, f_1(b,c,\tau) + \ldots}{d}$$
$$\ldots \frac{+ F_2(a,b,d,\tau) \,.\, f_2(b,c,\tau)}{d} \qquad (145)$$

Rappelons que $F_o(a,d,\tau)$ est donné par l'expression (132)

$F_1(a,b,d,\tau)$ et $F_2(a,b,d,\tau)$ sont donnés par (143) et (144)

Les fonctions $f_o(b,c,\tau)$; $f_1(b,c,\tau)$ et $f_2(b,c,\tau)$ sont exprimées par les formules (126) à (128).

2.6.3. Calcul du champ direct

Il est facile d'extraire des formules établies, le champ direct crée par une antenne de longueur L rayonnant dans un milieu infini. Il suffit de reprendre la composante $\mathcal{E}_{xp}$ établie pour le dipole dans le cas général :

$$\mathcal{E}_{xp} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\tau^{5/2}} \; e^{-2\left(\frac{a^2+b^2}{\tau}\right)} \left[\frac{1}{2} - \frac{b^2+1}{\tau}\right] e^{-2/\tau}$$

$$\mathcal{E}_{xp} = e^{-2a^2/\tau} \cdot \left[\frac{e^{-\frac{2(b^2+1)}{\tau}}}{\tau^{5/2}} \sqrt{\frac{2}{\pi}}\left(\frac{1}{2} - \frac{b^2+1}{\tau}\right)\right] = e^{-2a^2/\tau} \cdot f'_o(b,\tau)$$

L'intégration se fera de la même façon. On trouve que :

$$\phi'_x(a,b,c,d,\tau) = \frac{F_o(a,d,\tau) \cdot f'_o(b,\tau)}{d} \qquad (146)$$

avec $\phi'_x(a,b,d,\tau)$ = facteur de forme de l'impulsion reçue en milieu infini

$F_o(a,d,\tau)$ = (132)

$$f'_o(b,\tau) = \frac{e^{-\frac{2(b^2+1)}{\tau}}}{\tau^{5/2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}}\left[\frac{1}{2} - \frac{b^2+1}{\tau}\right] \qquad (147)$$

Le champ en milieu infini sera finalement donné par :

$$E'_x(a,b,d,\tau) = E_o(z-h)\, \phi'_x(a,b,d,\tau) \cdot L \qquad (148)$$

Alors que le champ en demi-milieu tenant compte de l'influence de la surface était :

$$E_x(a,b,c,d,\tau) = E_o(z-h)\ \phi_x(a,b,c,d,\tau)\ .\ L \qquad (120)$$

$$\text{avec} \qquad E_o(z-h) = \frac{32Q}{\pi\sigma_1^{\ 2}\mu} \cdot \frac{1}{|z-h|^5} \qquad (121)$$

Remarque : l'expression (148) est rigoureuse et sans approximations.

2.7. Exploitation des résultats

Les formules établies donnant le champ direct et le champ total sont impossibles à tabuler à la main, point par point, parce que trop compliquées. Nous avons établi un programme de calcul machine, en langage Algol, et nous avons calculé les formes théoriques d'impulsions en fonction des variables a,b,c,d,τ, sur ordinateur M40-BULL GENERAL ELECTRIC du Laboratoire de Calcul Numérique de la Faculté des Sciences de LILLE.

- Ce programme est donné en annexe -

Les couples de données a,b,c,d, sont perforés sur des cartes "DATA" ajoutées à la fin du programme. La machine sort le résultat sous la forme de fin du programme deux tableaux de chiffres, en virgule flottante, donnant FI1 = $\phi_x(a,b,c,d,\tau)$ et FI2 = $\phi'_x(a,b,d,\tau)$ en fonction de la variable réduite TAU = τ.

Nous avons choisi pour τ un pas de 0,1 de τ = 0,1 à τ = 1 et de 0,4 , de τ = 1,2 à τ = 8 ; ce qui permet de représenter graphiquement les impulsions reçues avec une bonne précision.

L'instrument de calcul que constitue l'ordinateur étant très puissant et rapide, il est facile de calculer des impulsions théoriques pour autant de couples de valeur (a,b,c,d,) qu'on le désire.

Nous nous sommes volontairement limités à la propagation à la verticale de l'antenne pour des profondeurs croissantes, l'émetteur étant soit en surface, soit à une profondeur de 130m. Nous avons aussi, bien sur, calculé les impulsions théoriques pour les valeurs (a,b,c,d,) qui correspondaient à nos points de mesure expérimentaux. Les résultats en sont donnés dans la troisième partie de cette thèse, consacrée aux mesures effectuées et à leur vérification théorique.

2.7.1. Examen des courbes théoriques obtenues

Les courbes tracées de ϕ_x et ϕ'_x montrent une forme d'impulsion reçue presque standard en fonction de la variable τ (figure.10.).

Il y a d'abord entre $\tau = 0$ et $\tau = \tau_1$ un espace où l'amplitude de l'impulsion est nulle. L'origine des temps étant prise au moment de l'émission de l'impulsion, on voit que cet intervalle représente le temps de propagation de l'émetteur au récepteur, en variable réduite de temps τ .

$$\tau = \frac{8t}{\sigma_1 \mu \, |z-h|^2}$$

Sur les courbes tracées correspondant au récepteur qui s'éloigne de l'émetteur en restant sur l'axe oz, cet intervalle reste presque constant et égal environ à 0,1.

On pourrait en déduire que la vitesse de phase de l'onde impulsive à une certaine distance de l'émetteur est égale à :

$$v_\phi = \frac{d(z-h)}{dt} = \frac{40}{\sigma_1 \mu |z-h|} \qquad (149)$$

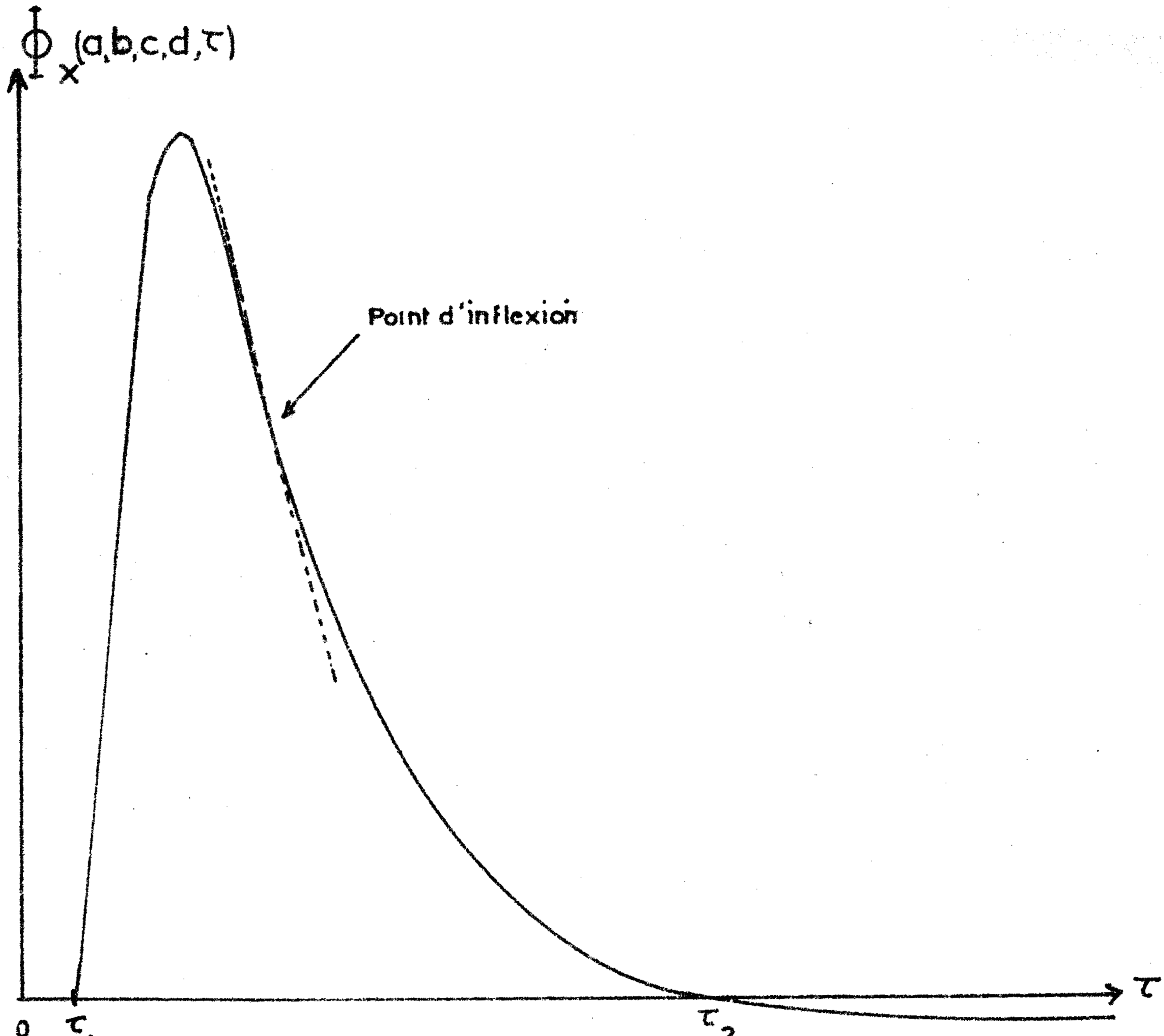


FIGURE 10 - FORME TYPE DE L'IMPULSION RECUE

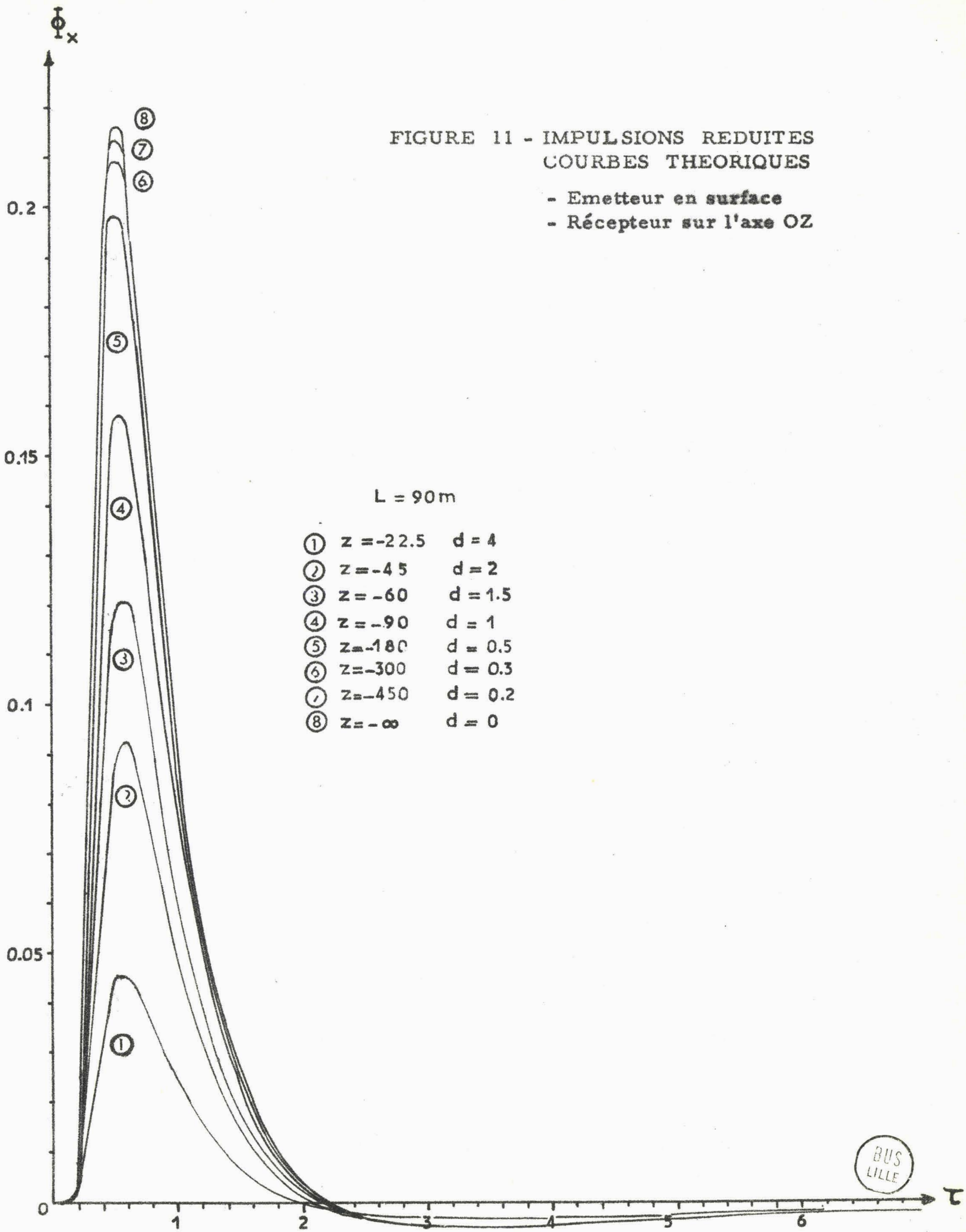


FIGURE 11 - IMPULSIONS REDUITES
COURBES THEORIQUES
- Emetteur en surface
- Récepteur sur l'axe OZ

Il faut cependant aborder ce résultat avec prudence, car, au cours du calcul nous avons fait plusieurs approximations qui contribuent toutes à des modifications dans le début du temps de montée (courant de déplacement négligé, par exemple).

En outre, il est difficile de parler de vitesse de phase car l'impulsion émise et l'impulsion reçue ne sont pas identiques. La diminution de la vitesse de propagation quand la distance augmente, peut toutefois se justifier physiquement.

Les impulsions s'élargissent au fur et à mesure que la distance parcourue augmente : ceci signifie que leur contenu spectral diminue, les fréquences les plus élevées étant progressivement éliminées.

Or on sait que la vitesse de propagation d'une onde sinusoïdale dans le sol diminue avec la fréquence. Il n'est donc pas étonnant de trouver une vitesse de phase de l'impulsion qui diminue quand la distance augmente.

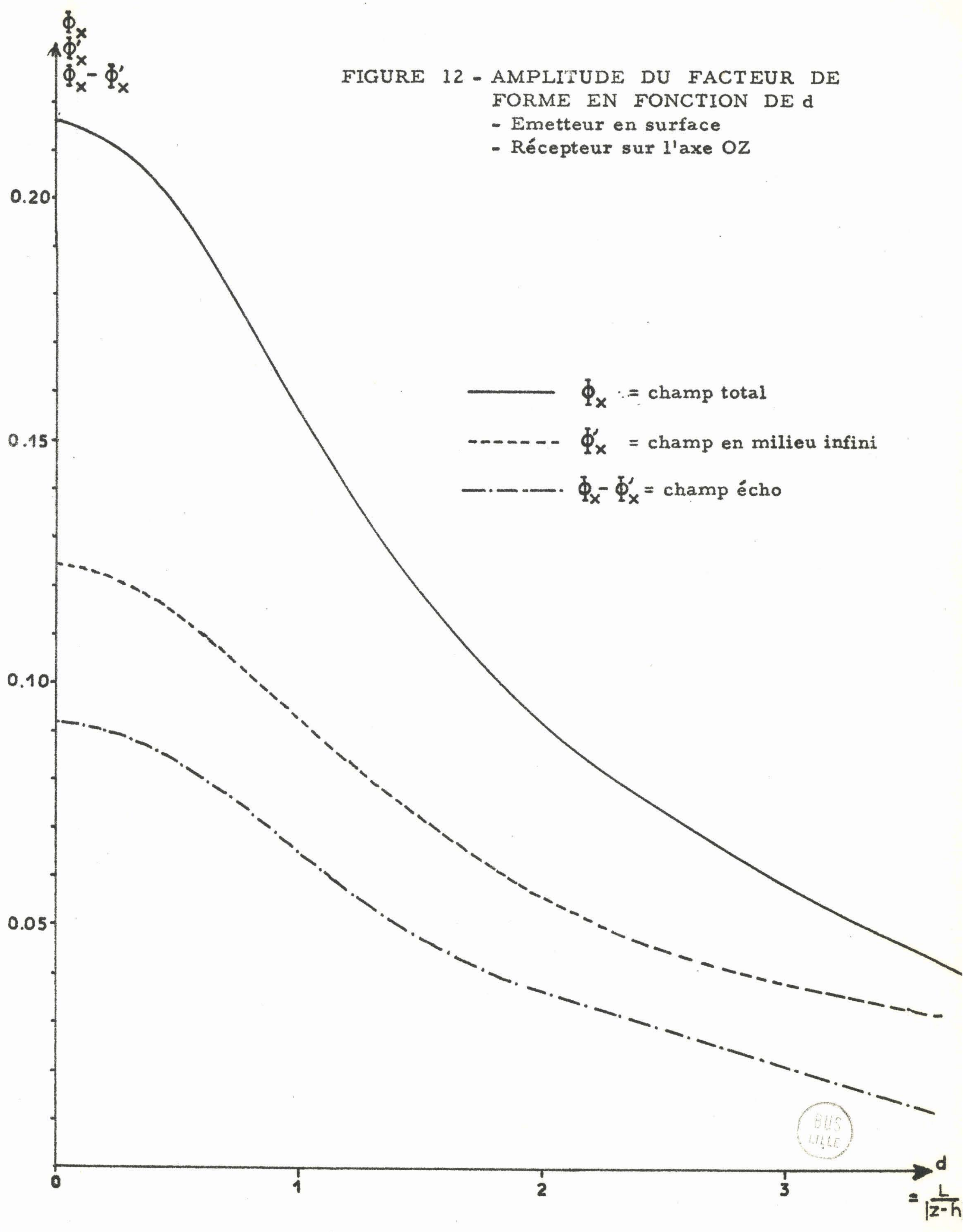
Nous avons tracé les courbes représentant l'amplitude maximum de ϕ_x et ϕ'_x en fonction de d, pour l'émetteur en surface et à - 130 m., le récepteur étant toujours sur l'axe oz. d est ici considéré, comme variable réduite de profondeur à ceci près que d tend vers l'infini quand la distance émetteur-récepteur tend vers zéro.

Su le graphique de la figure.12. nous trouvons ϕ_{xM}, ϕ'_{xM}, et $\phi_{xM} - \phi'_{xM}$ pour l'émetteur en surface avec L = 90 mm. On s'aperçoit sur ce graphique, que, à grande profondeur (d < 1) l'amplitude du champ total est presque double de l'amplitude du champ direct qui existerait en milieu infini.

$$\frac{\phi_{xM}}{\phi'_{xM}} \rightarrow 1,73$$

pour d → 0

$$\text{et} \quad \frac{\phi_{xM} - \phi'_{xM}}{\phi'_{xM}} \rightarrow 0,73$$



Φ_x
Φ'_x
$\Phi_x - \Phi'_x$
FIGURE 12 - AMPLITUDE DU FACTEUR DE FORME EN FONCTION DE d
- Emetteur en surface
- Récepteur sur l'axe OZ
Φ_x = champ total
Φ'_x = champ en milieu infini
$\Phi_x - \Phi'_x$ = champ écho
0.20
0.15
0.10
0.05
0
1
2
3
d
$= \frac{L}{|z-h|}$

Lorsque l'émetteur est disposé à l'interface de deux demi-milieux dont l'un est isolant, il ne perd pas d'énergie dans ce demi-milieu isolant, l'énergie dissipée dans le demi-milieu conducteur est donc presque doublée. Il en est de même pour le champ dans le demi-milieu conducteur par rapport au champ en milieu infini conducteur.

La figure.13. représente la variation de ϕ_{xM}, ϕ'_{xM} et $\phi_{xM} - \phi'_{xM}$ lorsque l'émetteur est enterré à 130m.

. La courbe de ϕ'_{xM} (milieu infini) est identique à celle du graphique précédent car le champ en milieu infini ne dépend que de la distance émetteurèrécepteur.

. La courbe de ϕ_{xM} (demi-milieu) est par contre assez différente de la précédente. Elle possède deux branches :

- La branche 1 correspond au récepteur situé entre surface et émetteur. Elle part de la valeur :

$$d = \frac{L}{h} = 0{,}69 \text{ pour laquelle } \phi_{xM} = 0{,}184$$

et vient tangenter pour d ≃ 1 la courbe de ϕ'_{xM} avec laquelle elle se confond ensuite pour d tendant vers l'infini.

Le point de départ de la branche 1, correspondant au récepteur en surface (z-h = 130), se trouve également sur la courbe ϕ_{xM} du graphique précédent : nous savons en effet que le champ E_x reçu en surface l'émetteur étant enterré à la profondeur h est égal au champ reçu à la profondeur h quand l'émetteur est en surface.

Quand le récepteur s'approche de l'antenne émettrice (d $\rightarrow \infty$) le champ direct devient prépondérant par rapport au champ qui s'est réfléchi sur la surface. Tout se passe comme si on était dans un milieu infini : la branche 1 de la courbe ϕ_{xM} se confond avec ϕ'_{xM}.

- La branche 2 de ϕ_{xM} correspond au récepteur, en-dessous de l'émetteur, s'éloignant de celui-ci de plus en plus. La branche 2 est parcourue en sens inverse de la branche 1.d vient de l'infini et tend vers 0 (récepteur à l'infini). Jusque d = 0,2, elle est encore tangente à la courbe ϕ'_{xM} du champ direct en milieu infini qui est prépondérant par rapport au champ réfléchi par l'interface.

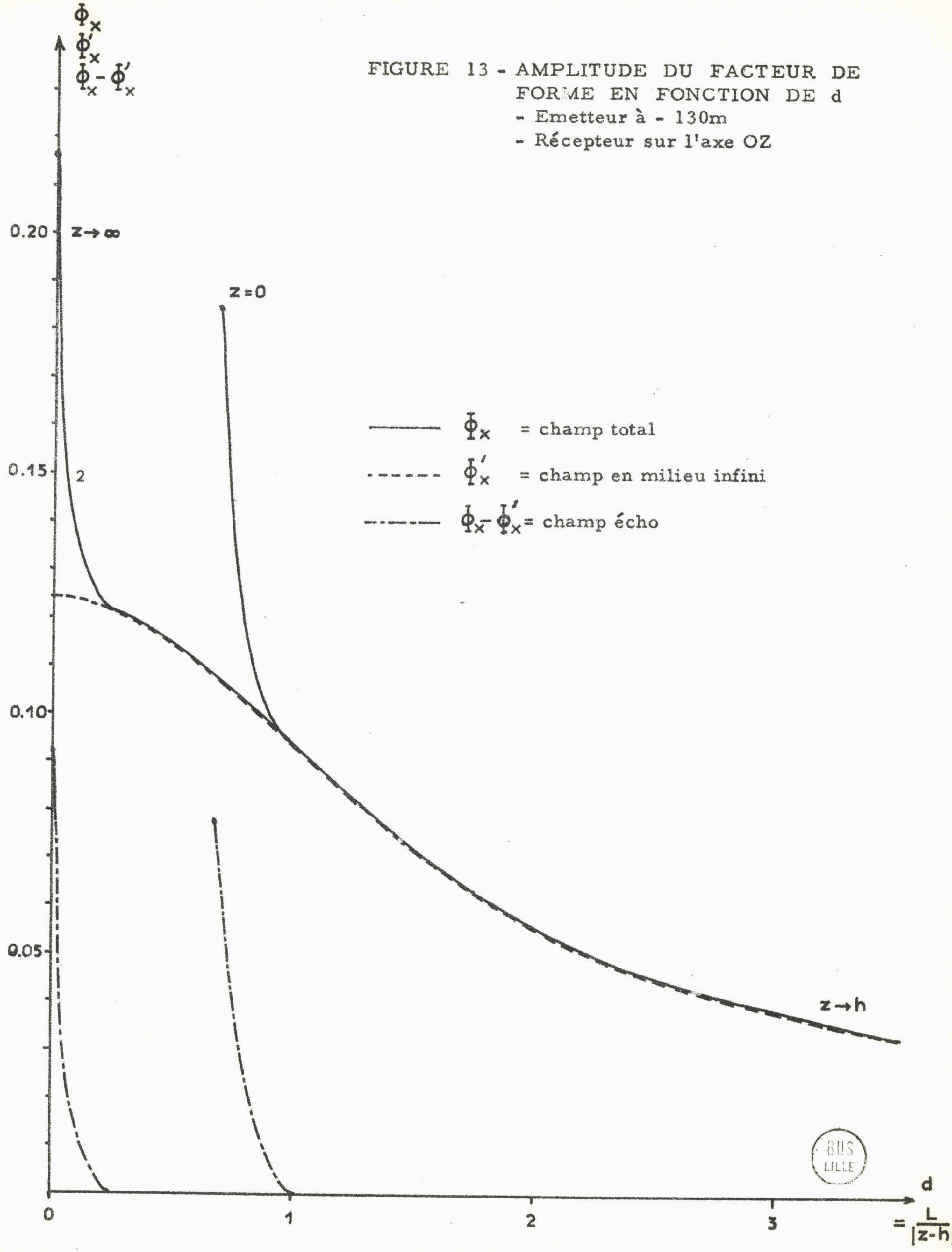


FIGURE 13 - AMPLITUDE DU FACTEUR DE FORME EN FONCTION DE d
- Emetteur à - 130m
- Récepteur sur l'axe OZ

Lorsque la distance émetteur-récepteur devient supérieure à 5L ($d < 0,2$), la branche 2 de ϕ_x se sépare de ϕ'_x et va rejoindre, pour $d = 0$, le point $\phi_x = 0,216$ qui était également sur la courbe précédente donnant $\phi(x)$ avec émetteur en surface pour $d = 0$.

La raison de ceci est simple : quand le récepteur est situé à une profondeur beaucoup plus grande que l'émetteur, la distance émetteur-surface devient petite devant la distance de propagation directe : la distance parcourue par l'onde écho est du même ordre de grandeur que celle parcourue par l'onde directe : l'amplitude de l'onde écho devient du même ordre que celle de l'onde directe. A la limite, quand le récepteur est infiniment profond, la distance de l'antenne émettrice à la surface est négligeable devant la distance de propagation. Tout se passe,comme si, l'émetteur était situé à la surface.

Les graphiques des figures.14. et .15. expriment en fonction de la distance la décroissance de l'amplitude de la composante E_x du champ électrique. Les coordonnées sont logarithmiques sur les deux axes. La grandeur portée en ordonnée représente :

$$\frac{\phi_x}{|z-h|^5} = E_{max} \Big/ \frac{32Q\ell}{\pi\sigma_1^2\mu}$$

Le graphique.14. correspond à l'émetteur en surface : la grandeur portée en abscisse est z.

Le graphique.15. correspond à lémetteur à la profondeur $h = -130$m La grandeur portée en abscisse est (z-130) en mètre.

Sur chacun de ces graphiques sont simultanément tracées la courbe de décroissance du champ total et celle du champ direct en milieu infini.

On constate sur ces deux graphiques que la loi de décroissance est en $|z-h|^{-4}$ au voisinage de l'antenne et passe progressivement à $|z-h|^{-5}$ quand on s'éloigne suffisamment de l'antenne : on retrouve alors la loi de propagation obtenue pour le dipole élémentaire. On remarque que

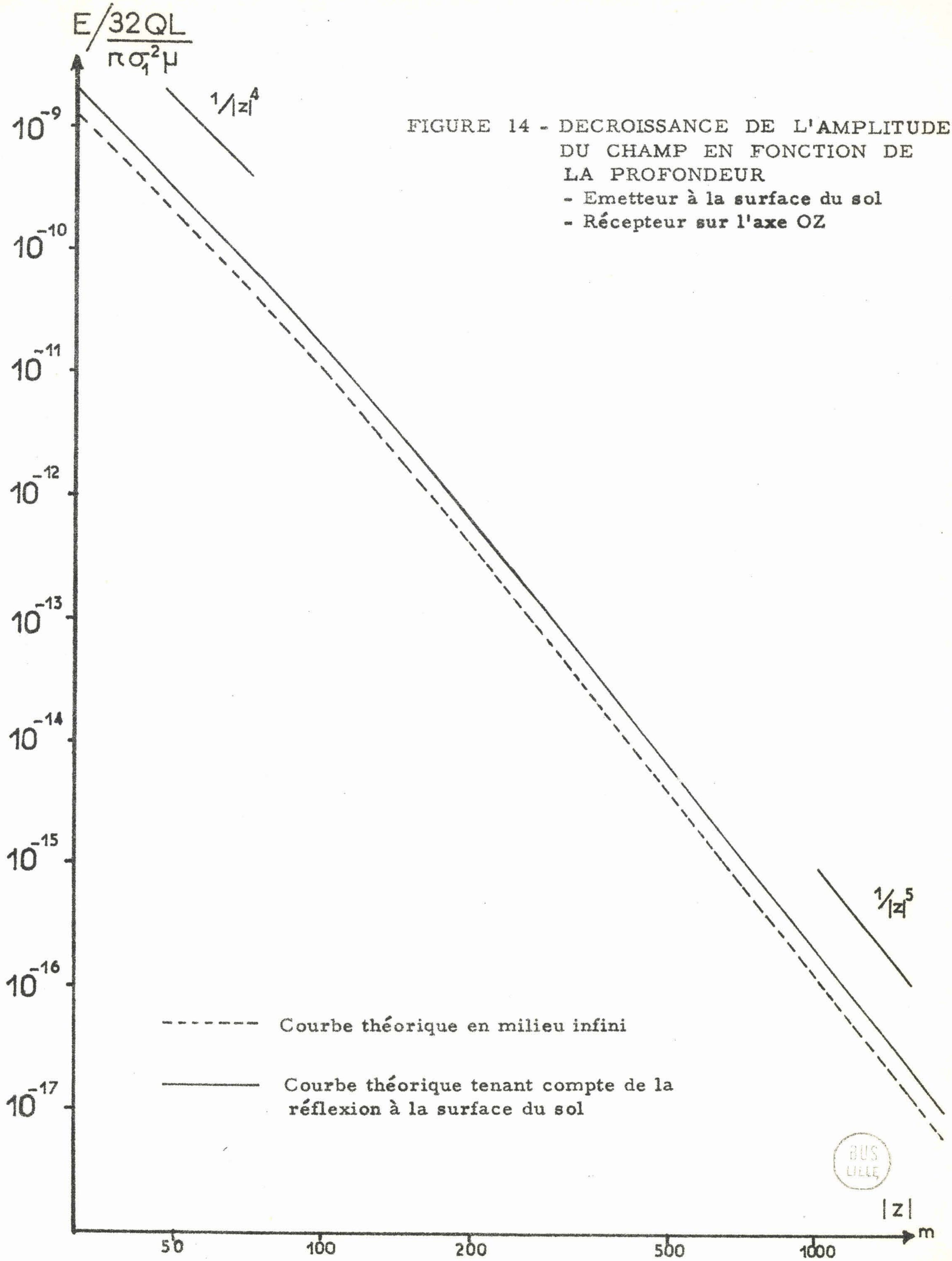


FIGURE 14 - DECROISSANCE DE L'AMPLITUDE DU CHAMP EN FONCTION DE LA PROFONDEUR
- Emetteur à la surface du sol
- Récepteur sur l'axe OZ

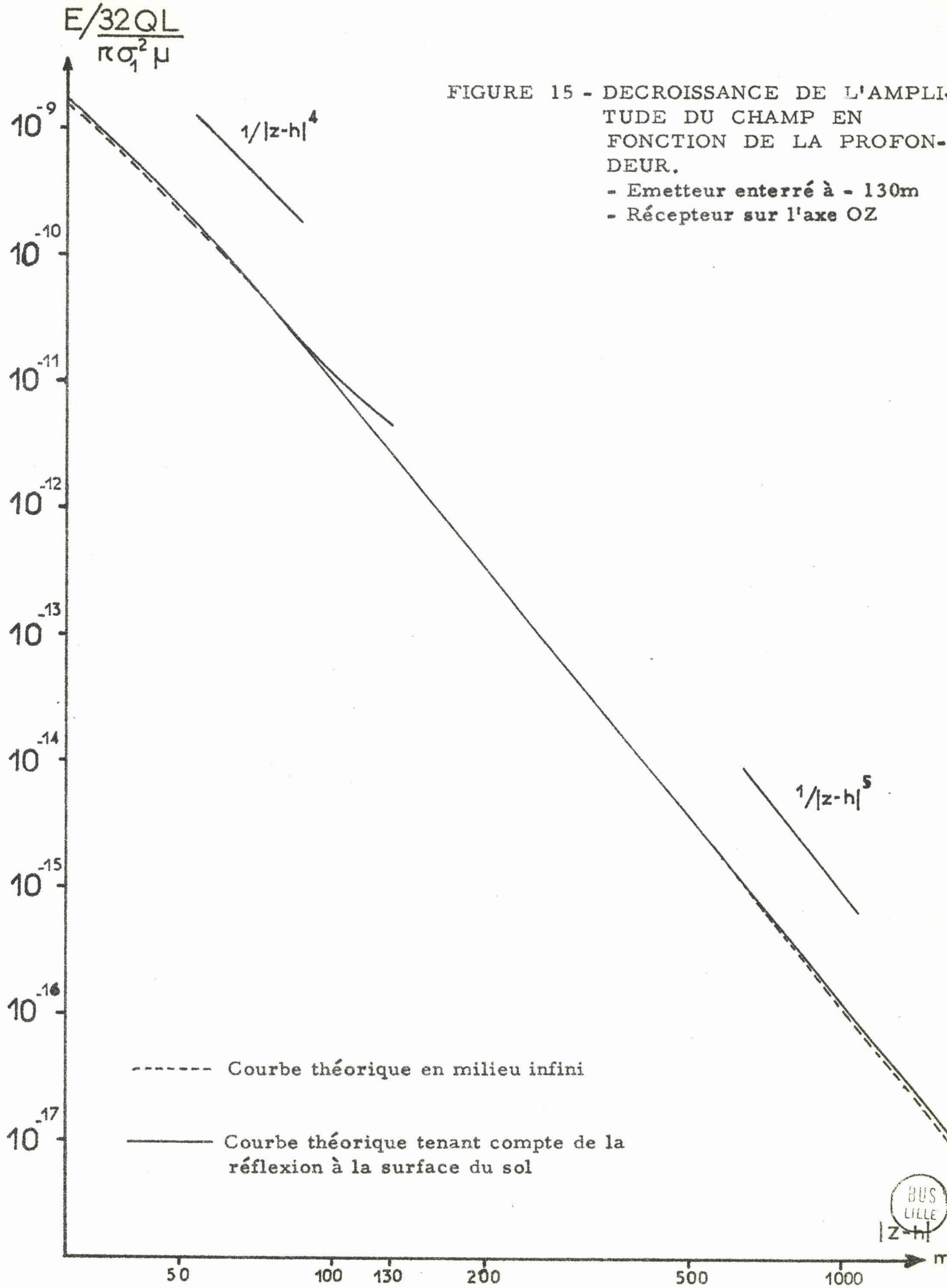


FIGURE 15 - DECROISSANCE DE L'AMPLITUDE DU CHAMP EN FONCTION DE LA PROFONDEUR.

- Emetteur enterré à - 130m
- Récepteur sur l'axe OZ

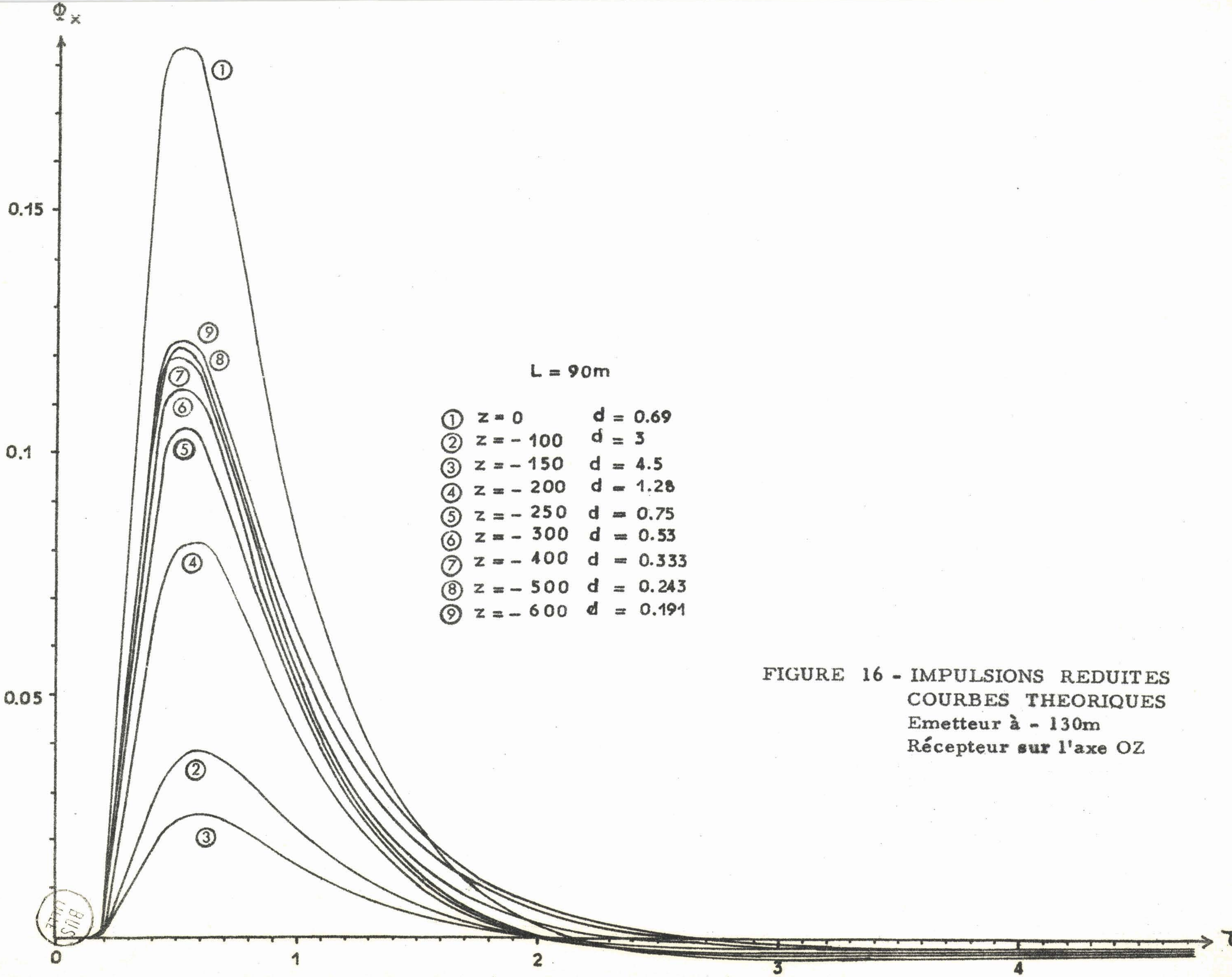


FIGURE 16 - IMPULSIONS REDUITES
COURBES THEORIQUES
Emetteur à - 130m
Récepteur sur l'axe OZ

le passage de la loi en $|z-h|^{-4}$ à la loi en $|z-h|^{-5}$ se fait plus vite quand l'émetteur est enterré.

On retrouve sur les graphiques .14. et .15., en comparant champ total et champ direct, les résultats obtenus sur les graphiques .12. et .13.en comparant ϕ_x et ϕ'_x.

Sur le graphique.14., la courbe du champ direct est pratiquement parallèle à la courbe du champ total sauf pour z tendant vers 0, mais la coordonnée logarithmique masquent un peu cet effet.

Sur le graphique .15., les courbes de champ direct et de champ total se confondent dans la zone centrale ($L < z-h < 7L$) où elles décroissent en $|z-h|^{-5}$.

Quand $|z-h|$ devient grand devant L,le champ total redevient supérieur au champ direct et les deux courbes se séparent, la courbe du champ total tendant asymptotiquement vers celle de l'émetteur en surface.

Quand $|z-h|$ diminue, on retrouve la deuxième branche de courbe mise en évidence sur le graphique.13. Cette branche correspondant au récepteur situé entre surface du sol et émetteur, se sépare de la courbe normale pour $|z-h| = L$ et rejoint la courbe du champ total avec émetteur en surface pour $z = 0$ soit $|z-h| = h = -130$.

2.7.2. Importance de l'onde écho

L'examen des graphiques précédents montre que l'onde "écho" différence entre l'onde totale et l'onde directe qu'on recevrait en milieu infini, n'a d'importance par rapport à l'onde directe que dans deux cas :

. la profondeur de l'antenne émettrice est petite devant la distance de propagation ou inversement, la distance de propagation est grande devant la profondeur de l'émetteur : $|h| << |z-h|$.

. la profondeur de l'antenne émettrice est beaucoup plus grande que la profondeur du récepteur, ou bien, la profondeur du récepteur est beaucoup plus petite que celle de l'émetteur : $|h| >> |z|$.

On peut résumer ces deux cas en une formule unique :

. $|h| << |z-h|$ $\quad \dfrac{|h|}{|z-h|} \neq\neq 0 \qquad 1 + \dfrac{2|h|}{|z-h|} = \dfrac{-(z+h)}{|z-h|} = -c \neq\neq 1$

. $|h| >> |z|$ entraîne $|h| \neq\neq |h - z|$

$$\frac{|h|}{|z-h|} \neq\neq 1 \qquad -1 + \frac{2|h|}{|z-h|} = \frac{-(z+h)}{|z-h|} = -c \neq\neq 1$$

on résume ceci en posant :

$$|c| = 1$$

Le paramètre c donne a lui seul une indication sur l'importance de l'onde écho dans le signal reçu.

Quand on aura $|c| = 1$, le signal reçu sera 1,73 fois supérieur au signal direct qu'on observerait en milieu infini.

2.7.3. Forme de l'onde reçue et décroissance du champ avec la distance

Nous avons vu que l'impulsion restait de forme identique à elle-même au cours de la propagation mais avec une largeur augmentant proportionnellement au carré de la distance.

On peut déduire de ceci que l'enveloppe du spectre de l'impulsion reçue restera inchangée mais que les raies spectrales que contient cette enveloppe seront de moins en moins nombreuses au fur et à meusre que la distance de propagation augmente (figure.17.).

Si on garde la fréquence de récurrence de l'émission fixe et égale à F, il arrivera une profondeur où les impulsions vont avoir une largeur égale à T = 1/F et vont donc être juxtaposées.

Si la profondeur du récepteur augmente, les impulsions vont tendre à se superposer : le signal résultant sera composé d'une valeur moyenne continue à laquelle sera superposée une ondulation alternative décroissant rapidement (figure.18.).

L'amplitude de ce signal, résultant de la composition de plusieurs impulsions sera supérieure à l'amplitude d'une seule impulsion. La loi de décroissance de l'amplitude du signal sera donc moins rapide que z^{-5}. A grande profondeur, le signal reçu tendra vers une valeur moyenne continue, l'ondulation tendant elle vers zéro.

Seule la valeur moyenne de l'impulsion émise en surface s'est propagée dans le sol, toutes les composantes alternatives ont été éliminées. On se trouve dans le cas de la propagation d'un courant continu dans un demi-milieu conducteur. On sait que dans ce cas, le champ continu créé à une profondeur z par un courant continu I injecté dans un dipôle $d\ell$ disposé à la surface du sol est donné par :

$$E_x = \frac{I d\ell}{2\pi\sigma z^3} \qquad (151)$$

Dans notre cas, le courant I équivalent sera simplement le courant moyen émis, valeur moyenne de chaque impulsion.

$$\overline{I} = \frac{I_{max} . t}{T} = \frac{Q}{T} = Q.F$$

et la valeur moyenne du champ à une profondeur z sera :

$$\overline{E_x} = \frac{Q.F.d\ell}{2\pi\sigma z^3} \qquad (152)$$

En résumé, lorsque la distance devient telle que les impulsions se superposent, à fréquence d'émission constante, la loi de décroissance de l'amplitude du signal passe progressivement de z^{-5} à z^{-3} mais le signal se dégrade de plus en plus jusqu'à devenir composante continue.

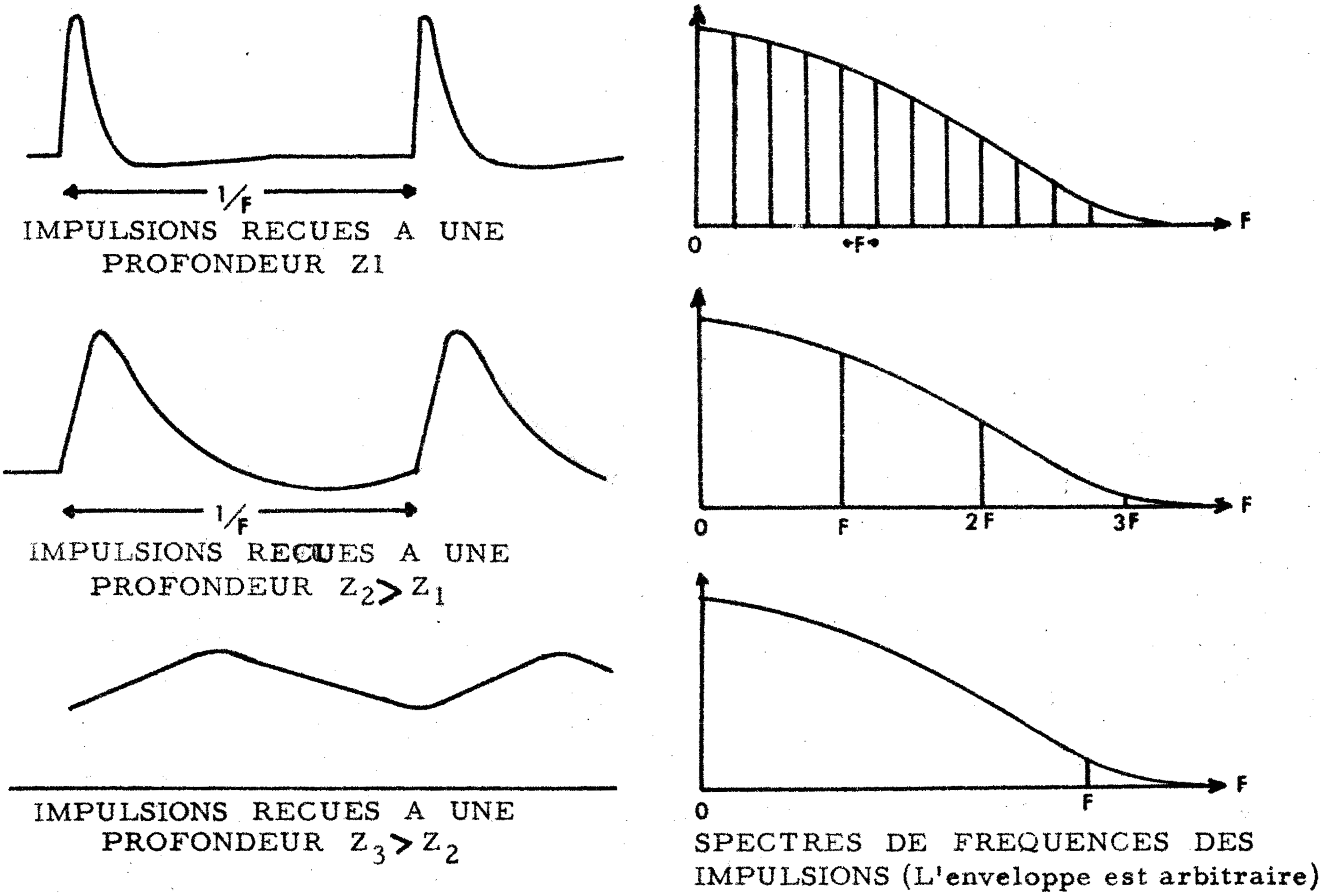


FIGURE 17 - ELARGISSEMENT DE L'IMPULSION ET DIMINUTION DE SON CONTENU SPECTRAL AVEC LA PROFONDEUR

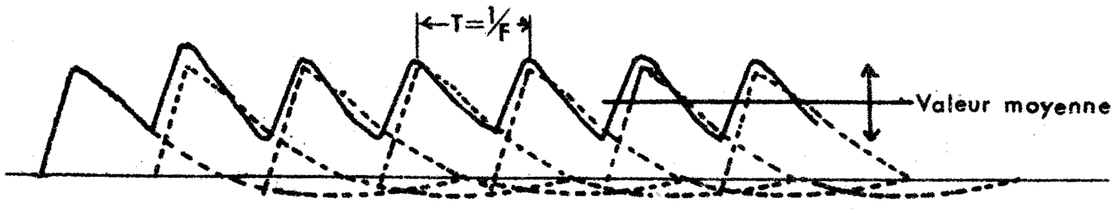


FIGURE 18 - SUPERPOSITION DES IMPULSIONS A GRANDE PROFONDEUR

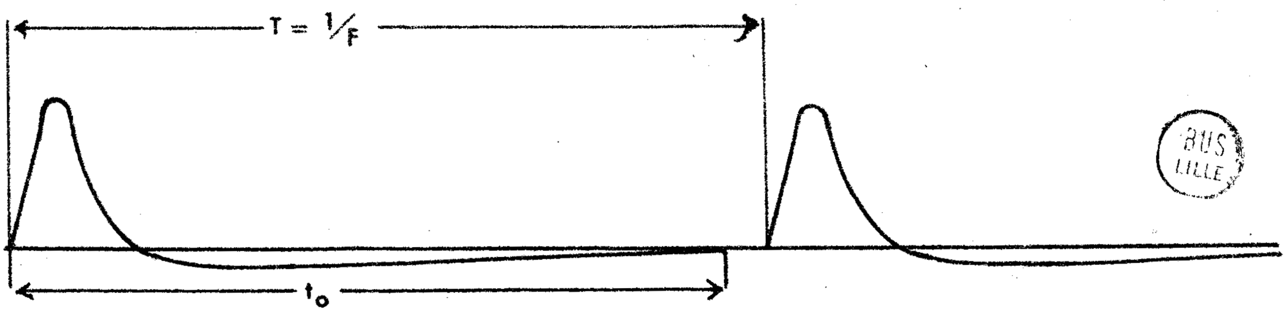


FIGURE 19

Si on veut garder aux impulsions leur forme individuelle et éviter toute superposition, il faut, au fur et à mesure que la profondeur augmente et que les impulsions s'élargissent, diminuer la fréquence de récurrence de l'émetteur de telle façon qu'on ait toujours (figure.19.).

$$T \geqslant t_o$$

t_o = durée totale de l'impulsion et $T = 1/F$ = période de récurrence de l'émission

avec $t_o = \tau_o \dfrac{\sigma_1 \mu z^2}{8}$

τ_o étant la longueur réduite de l'impulsion

La fréquence d'émission sera alors :

$$F \leqslant \frac{8}{\tau_o \sigma_1 \mu z^2} \qquad (153)$$

et le courant moyen émis cette fois sera :

$$\overline{i} = Q.F = \frac{8Q}{\tau_o \sigma_1 \mu z^2} \qquad (154)$$

En appliquant la loi de propagation du courant continu dans le sol, on doit trouver la valeur moyenne du champ reçu à la profondeur z.

$$\overline{E_x} = \frac{I d\ell}{2\pi\sigma_1 z^3} = \frac{8Q}{\tau_o \sigma_1 \mu z^2} \times \frac{d\ell}{2\pi\sigma_1 z^3} = \frac{4Q d\ell}{\pi \sigma_1^2 \mu z^5 \tau_o} \qquad (155)$$

Nous avons là, un moyen de vérifier la théorie exposée précédemment en cherchant quelle est la valeur moyenne du champ reçu à grande profondeur, quand on adopte une fréquence de récurrence telle que les impulsions soient juxtaposées.

L'expression du champ reçu est, rappelons-le :

$$E_x = \frac{32Q\ell}{\pi\sigma_1^2\mu} \cdot \frac{1}{z^5}\, \phi_x(\tau)$$

La valeur moyenne de ce champ sur une période sera donnée par :

$$\overline{E_x} = \frac{32Q\ell}{\pi\sigma_1^2\mu} \cdot \frac{1}{z^5} \cdot \frac{1}{\tau_o} \int_o^{\tau_o} \phi_x(\tau)\, d\tau \qquad (156)$$

Il suffit de prendre la courbe $\phi_x(\tau)$ tracée pour $d = 0$ ce qui correspond au champ à grande distance et pour $a = 0$, $b = 0$ ce qui correspond au récepteur sur l'axe oz, et de faire son intégration graphique pour trouver la valeur moyenne, on trouve :

$$\frac{1}{\tau} \int_o^{\tau_o} \phi_x(\tau) d\tau \simeq \frac{0,13}{\tau_o}$$

en prenant $\tau_o \simeq 10$ (la fin du rebondissement négatif est difficile à déterminer avec précision).

En reportant ce résultat dans l'expression précédente, on obtient :

$$\overline{E_x} = \frac{32Q\ell}{\pi\sigma_1^2\mu} \cdot \frac{1}{z^5} \cdot \frac{0,13}{\tau_o} = \frac{4,17Q\ell}{\pi\sigma_1^2\mu z^5\tau_o} \qquad (157)$$

résultat à comparer avec la formule (155)

La coïncidence à 4% près des deux résultats obtenus par des raisonnements totalement différents est remarquable.

3. ETUDE ET DESCRIPTION DU MATERIEL UTILISE

3.1. Principes utilisés pour l'émission d'impulsions de courant dans le sol

3.1.1. Principe général de formation de l'impulsion. Impédance d'utilisation

Nous avons repris le principe couramment utilisé dans les modulateurs de radar, qui consiste à former une impulsion à l'aide d'une ligne à retard réservoir d'énergie qu'on charge et qu'on décharge dans une impédance égale à l'impédance caractéristique de la ligne.

La décharge de la ligne à retard se fait à l'aide d'un interrupteur commandé, synchronisé par une horloge.

Le schéma le plus général de ce dispositif est donné figure (I).

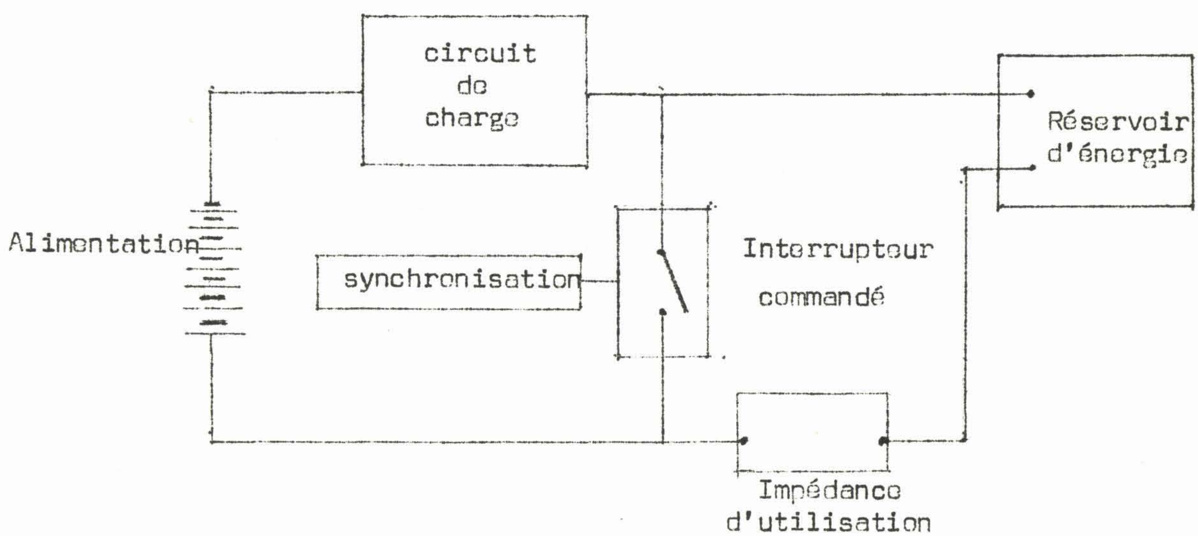


figure.I. Principe de base de l'émetteur d'impulsions

L'impédance d'utilisation peut être constituée par deux piquets de laiton enfoncés dans le sol ou même deux grillages enterrés. L'impédance obtenue entre ces deux prises de terre dépend de la résistivité du sol et de la surface de contact des électrodes avec le sol. On peut améliorer le couplage des électrodes avec le terrain et donc diminuer la résistance entre piquets, en arrosant ces électrodes d'eau fortement salée qui diminue la résistivité du sol au voisinage des électrodes.

La mesure de la résistance entre les prises de terre peut se faire à l'aide d'un pont de Wheatstone alimenté en courant alternatif pour éviter la polarisation des électrodes.

3.1.2. Réservoir d'énergie

Le réservoir d'énergie que l'on vide dans le sol à chaque fermeture de l'interrupteur commandé peut être constitué de plusieurs façons.

3.1.2.1. Condensateur

C'est le réservoir d'énergie le plus simple à utiliser. Si sa capacité est C et si la résistance d'utilisation est R, sa décharge envoie dans le sol une impulsion de courant à montée rapide et descente exponentielle de durée 3,3 R C.

Si le condensateur est chargé à la tension V, la charge totale injectée dans le sol est :

$$Q = CV$$

3.1.2.2. Ligne à retard

Elle peut être constituée d'un câble coaxial d'une certaine longueur, ℓ, à extrémité ouverte, de capacité linéique C et de self linéique L.

Son impédance caractéristique est :

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

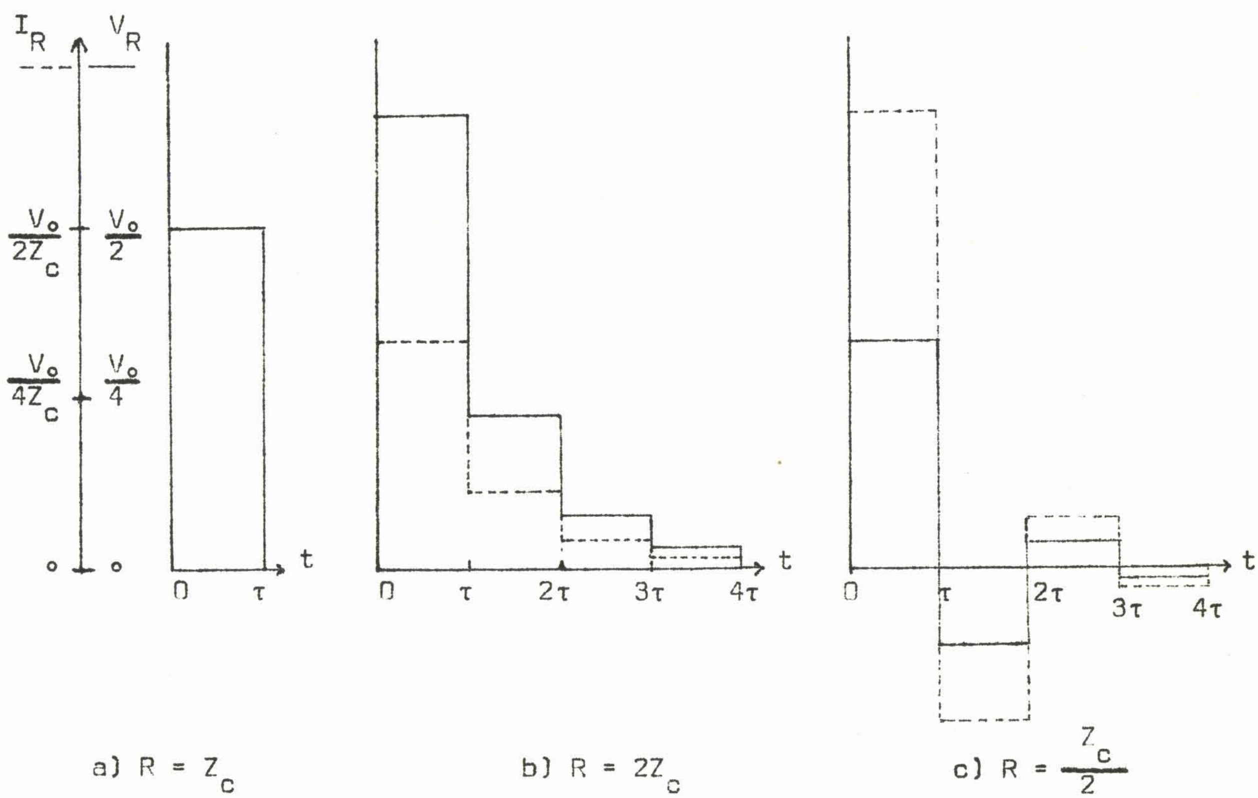
et le temps de propagation aller et retour sur cette ligne égal à :

$$\tau = 2\ell \sqrt{LC}$$

Les cables coaxiaux du commerce ont des impédances caractéristiques normalisées à 50 ou 75Ω.

Nous avons au cours de nos expériences utilisé du cable 75MD d'impédance caractéristique 75Ω, isolé à 10 kV.

Il est aussi possible d'utiliser un des nombreux réseaux formeurs d'impulsions, qui ont été mis au point pour les modulateurs de radar. Tous les renseignements utiles sur ces divers dispositifs, leur calcul et leur fonctionnement seront trouvés dans la référence |36| . Nous rappellerons simplement pour mémoire les formes d'impulsions de tension et de courant dans la charge quand son impédance est égale, inférieure, ou supérieure à l'impédance caractéristique de la ligne à retard (figure.II.).



<u>figure.II.</u> Impulsions de tension et de courant dans la charge pour une ligne à retard d'impédance caractéristique Z_c se déchargeant dans une charge résistive R.

Dans le cas de nos expériences, les impédances de prise de terre étaient toujours inférieures à l'impédance caractéristique de la ligne à retard 75Ω.

Pour nous rapprocher de l'adaptation, nous avons replié en deux le coaxial (figure.III.) ce qui constitue une ligne à retard d'impédance caractéristique moitié et de temps de retard moitié.

La ligne de 200m. de caractéristiques $\tau = 2\mu s$ et $Z_c = 75\Omega$ devient équivalente à une ligne de 100m. avec $\tau = 1\mu s$ et $Z_c = 37,5\Omega$.

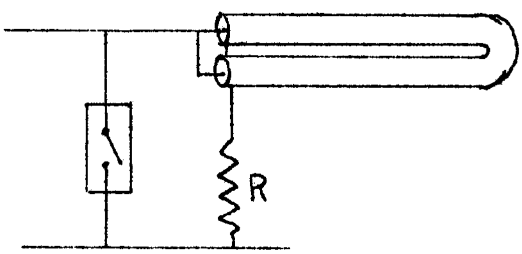


figure.III.

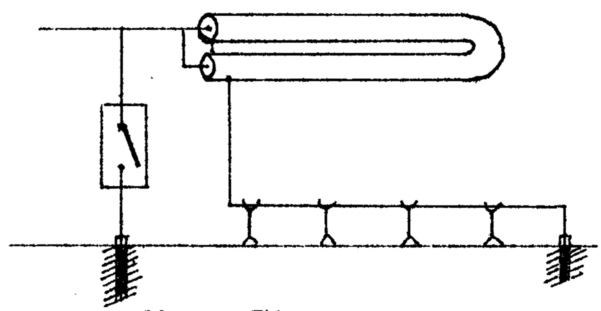


figure.IV.

L'impédance d'utilisation étant constituée par deux prises de terre distantes de 90m. le problème se pose de leur raccordement au générateur. La première prise de terre est reliée directement à la masse de l'émetteur.

On peut relier la seconde prise de terre à la ligne à retard par un fil. Mais si ce fil est posé sur le sol, sa capacité vient déformer l'impulsion : on est donc amené à diminuer la capacité de ce fil avec le sol en le surélevant de place en place (figure.IV.) et en prenant un fil fin, mais alors sa self augmente et déforme également l'impulsion.

Nous avons au cours de nos manipulations adopté une méthode plus simple qui consiste à dérouler la ligne à retard et à connecter la seconde prise de terre à l'extrêmité de la gaine du coaxial (figure V).

Ce procédé très facile à mettre en oeuvre présente l'inconvénient de donner une forme d'impulsion compliquée par l'influence de la self de la gaine du coaxial et de sa capacité avec le sol. La gaine posée sur le sol court-circuitée joue d'ailleurs elle-même le rôle d'une ligne à retard. Le schéma équivalent d'un tel ensemble, donné figure.VI., montre que son fonctionnement serait très compliqué à analyser.

L'expérience nous ayant montré que la propagation dépendait peu de la forme d'impulsion émise, à partir d'une certaine profondeur, nous avons conservé ce type de montage qui a pour lui l'avantage de la simplicité.

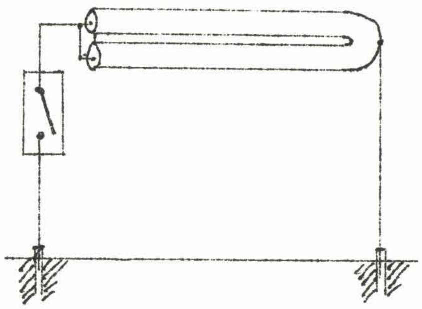


figure.V.

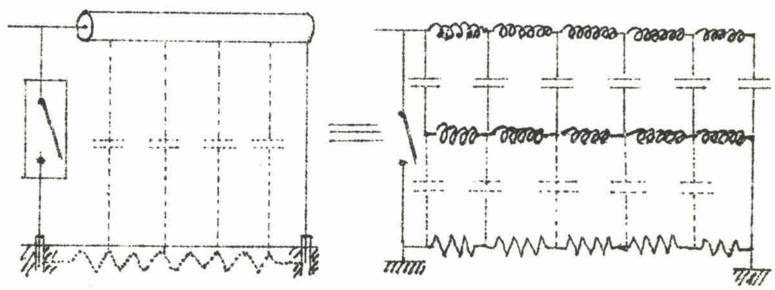


figure.VI. Schéma équivalent au montage de la figure.V.

3.1.2.3. Câble de formation

Il s'agit d'un dispositif original qui permet de se passer de ligne à retard et d'émettre avec un seul piquet de terre.

Un fil conducteur, bien isolé, est posé sur le sol : ce fil présente une certaine self linéique et une capacité répartie, avec le sol. C'est un peu l'équivalent d'une ligne à retard coaxiale, dont l'âme serait le fil lui-même et dont la gaine présentant une certaine résistance, serait le sol. (figure.VII.).

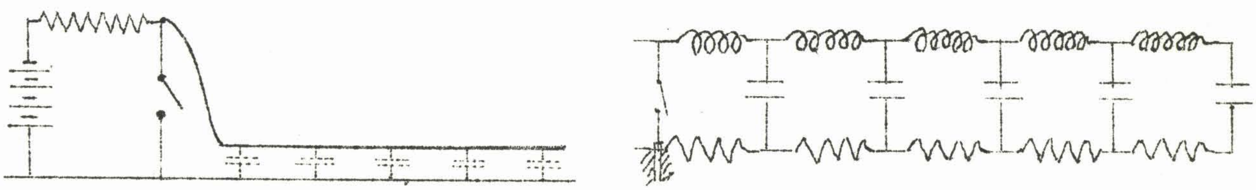


figure.VII : Câble de formation et schéma équivalent

On charge la capacité de ce fil avec le sol comme on chargerait une ligne à retard ordinaire et la décharge se fait en court-circuitant cette ligne, ce qui reviendrait à décharger une ligne à retard coaxiale dans sa gaine résistante. Les équations exactes d'un tel type de ligne sont difficiles à manipuler car l'impédance caractéristique présente une partie imaginaire importante.

Avec un fil de 100 m posé sur le sol nous avons pu obtenir une capacité de 13 nF par rapport au sol. Avec un générateur d'impulsions, d'impédance de sortie ajustable, nous avons trouvé que le module de l'impédance caractéristique de cette ligne était de l'ordre de 180Ω. Quant à la résistance du piquet, qui constitue à elle seule l'impédance de charge, elle est très variable, mais en général, beaucoup plus faible que l'impédance caractéristique de la ligne ce qui provoque une désadaptation importante.

Il serait possible de diminuer l'impédance caractéristique de cette ligne, en augmentant sa capacité et en diminuant sa self, qu'on peut réaliser en la remplaçant par une nappe de fils connectés ensemble à une extrêmité. Avec une ligne de ce type nous pouvions émettre des impulsions de 36 Amp. crête avec une largeur de 2μs.

Ce type de ligne présente l'avantage de ne pas poser de problèmes de longueur car elle n'utilise qu'une prise de terre, et, à partir de cette prise, on peut dérouler la ligne sans se préoccuper de la façon dont on réunirait le second piquet au générateur.

Le seul inconvénient qu'elle présente, est que la charge émise n'est pas constante sur toute sa longueur. En effet le courant qui circule dans la ligne est maximum au début, côté alimentation, et nul à l'extrêmité ouverte.

La charge émise par les dipoles successifs de l'antenne décroît donc d'un bout à l'autre de l'antenne. Ce phénomène, qui n'est pas gênant en soi lorsqu'il s'agit seulement de transmettre des impulsions, provoquait une complication théorique dans notre calcul de champ créé par une antenne de longueur finie car il ne permettait plus de supposer la charge émise constante d'un bout à l'autre de l'antenne.

C'est la seule raison qui nous a fait adopter la ligne à retard avec deux prises de terre pour la vérification de la théorie.

3.2. Interrupteurs électronique commandés

Nous avons expérimenté deux types d'interrupteurs commandés, le thyratron à hydrogène et le trigatron.

3.2.1. Thyratron à hydrogène

Les thyratrons à hydrogène sont des thyratrons à commande positive : il faut appliquer une impulsion de tension positive sur leur grille pour les amorcer.

Le désamorçage du thyratron se produit quand le courant qui le traverse devient inférieur au courant de maintien, ou quand la tension à ses bornes devient nulle ou négative.

Le thyratron est un interrupteur unidirectionnel, c'est-à-dire qu'il ne laisse passer le courant que dans le sens anode-cathode. Dans le cas où la désaptation ligne à retard - résistance de charge, devrait produire des réflexions négatives de courant, le thyratron s'arrête de conduire pendant le premier rebondissement négatif et au second rebondissement positif, il est désionisé, donc non conducteur.

Les thyratrons que nous avons utilisés étaient un 4C35 et un 6587 ayant comme principales caractéristiques :

	4C35	6587
. Tension directe d'anode maximale	8kV	16kV
. Courant crête anode max.	90A	325A
. Courant anode moyen	100mA	225mA
. Tension chauffage	6V	6V
. Courant chauffage	6,5A.	11,6A.
. Tension minimum déclenchement grille	150V	200V
. Puissance crête dans la charge	350kW	2000kW

Le thyratron à hydrogène présente l'avantage d'un amorçage très rapide et pratiquement exempt de "jitter". Son inconvénient majeur est de nécessiter une puissance de chauffage assez importante.

3.2.2 Trigatron

Le trigatron est un éclateur déclenché. Son anode et sa cathode sont deux calottes sphériques de molybdène entre lesquelles éclate l'arc principal.

Ces électrodes sont enfermées dans une ampoule de verre remplie d'argon et d'un faible pourcentage d'oxygène, ou règne une pression élevée de 5 à 6 atmosphères.

Le trigatron est habituellement monté avec l'anode à la masse : la haute tension , appliquée sur la cathode étant négative par rapport à la masse. L'amorçage de l'arc principal anode, cathode se fait à l'aide d'une électrode de déclenchement, petite pointe qui traverse en son centre l'anode et qu'on porte brusquement à un potentiel positif élevé par rapport à l'anode : un petit arc primaire s'amorce entre anode et électrode de déclenchement et déclenche l'amorçage de l'arc principal.

L'un des principaux inconvénients du trigatron est son "jitter" d'amorçage : en effet la tension d'amorçage de l'arc primaire anode - électrode de déclenchement est très instable dans le temps .

. La seule façon de minimiser cet effet est d'appliquer à l'électrode de déclenchement une impulsion de très haute tension, montant très vite, à sa valeur maxima : de cette façon les écarts de tension d'amorçage provoquent des décalages dans l'instant d'amorçage très faible (figure.XII.).

. Le trigatron est lui, un interrupteur bidirectionnel, c'est-à-dire qu'une fois amorcé, il laisse passer le courant dans les deux sens.

Si la charge est désadaptée par rapport à la ligne à retard, on y retrouvera tous les rebondissements positifs et négatifs de courant prévus par la théorie jusqu'à ce que la ligne soit complètement déchargée.

L'un des principaux avantages du trigatron par contre est de nécessiter aucun chauffage.

3.3. Circuits de charge

La charge de la ligne à retard peut se faire à partir d'une alimentation délivrant une haute tension continue de plusieurs façons.

3.3.1. Charge par résistance

Il s'agit de la charge classique d'un condensateur par une résistance (figure VIII).

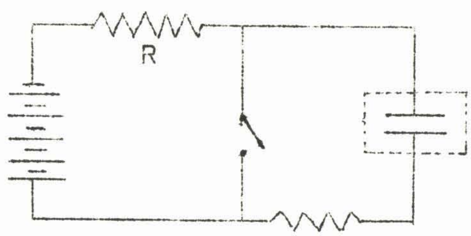


figure.VIII. Charge résistive

La résistance de charge R doit être prise assez grande pour que le courant issu de l'alimentation, passant dans l'interrupteur commandé après la décharge, soit inférieur au courant de maintien.

Avec une alimentation de 7000V nous avions adopté R = 220KΩ ce qui autorise un courant maximum dans l'interrupteur de :

$$\frac{7000}{220\ 000} = 32\text{mA}$$

La durée de la charge complète est 3,3 RC si C est la capacité totale de la ligne à retard.

La fréquence de récurrence maximum autorisée est donc :

$$F = \frac{1}{3{,}3R\ C}$$

Le plus gros désavantage de ce type de charge est d'avoir un rendement de 50% car la moitié de la puissance fournie par l'alimentation est dissipée dans la résistance.

3.3.2. Charge par self doubleuse

Lorsqu'on connecte la capacité à charger par une self L à l'alimentation E ; la charge de C à la tension E se fait de façon oscillante, mais, lors de la première demi-oscillation, la tension aux bornes du condensateur à atteint presque 2E (figure.IX.).

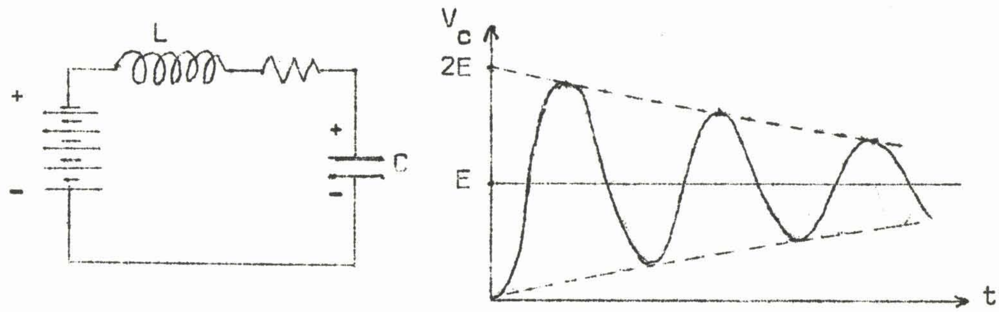


figure.IX. Charge selfique d'une capacité

Si on connecte en série avec la self, une diode, la tension aux bornes du condensateur ne pourra plus descendre en-dessous de 2E. (figure.X.).

On aura réalisé la charge de C en un temps :

$$t \simeq \frac{T}{2} \simeq \pi\sqrt{LC}$$

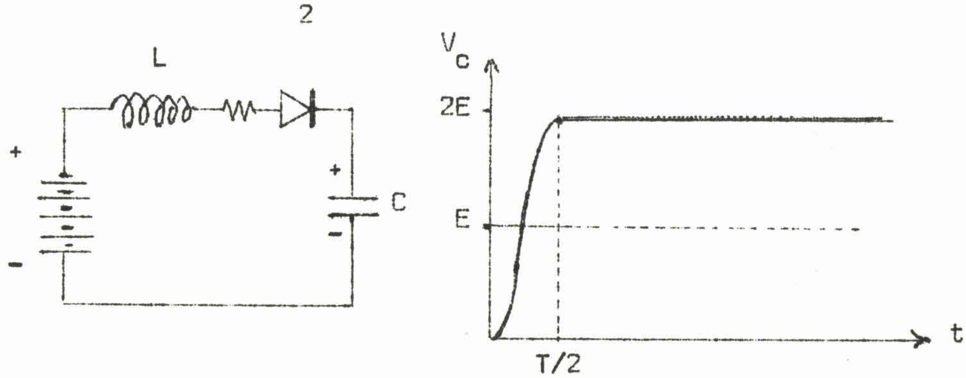


figure.X. Charge selfique avec diode de bloquage

Nous avons utilisé pour ce dispositif une diode haute tension au silicium supportant 12kV en inverse. La self L, de 30 Henry, était spécialement conçue pour une telle application.

Ce dispositif de charge, qui a un rendement proche de 1, est plus rapide que la charge par résistance. Il peut présenter un inconvénient lorsqu'il est associé avec un interrupteur unidirectionnel et que la charge est désadaptée ($R < Z_c$). Nous avons vu que dans ce cas, le thyratron se désionisait avant d'avoir fini de décharger la ligne et qu'il restait une tension négative sur la ligne. Cette tension ΔE s'ajoute à la tension d'alimentation E, à la charge suivante, ce qui charge la ligne à la tension $2(E+\Delta E)$.

Le même phénomène se répète et la ligne est chargée à des tensions de plus en plus élevées.

La limite atteinte est environ :

$$V = \frac{2E}{1 + K}$$

avec $K = \dfrac{R - Z_c}{R + Z_c}$

Avec des désadaptations assez importantes, la tension de charge de la ligne peut atteindre plusieurs fois la tension d'alimentation. Ce phénomène qui est nuisible s'il est excessif, (le thyratron ou le trigatron peuvent s'amorcer spontanément si leur tension d'anode s'élève trop)peut être utilisé avantageusement pour augmenter la tension de charge de la ligne à retard en gardant une tension d'alimentation E assez faible. Toutes les informations supplémentaires sur le fonctionnement des différents dispositifs de charge associés au thyratron et au trigatron seront trouvés dans la référence (36).

3.4. Circuits de déclenchement

3.4.1. Déclenchement du thyratron

Le déclenchement du thyratron est assuré par une impulsion de 300 V. crête, envoyée sur sa grille.

Cette impulsion qui doit être à montée très rapide est produite de la façon suivante (figure XI.).

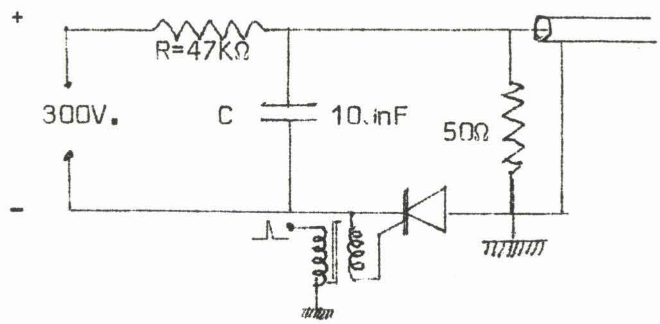


figure.XI. Déclenchement du thyratron

Un condensateur C est chargé par une résistance R à la tension E = 300 Volts délivrés par une alimentation continue.

Ce condensateur est connecté à une résistance R = 50Ω par l'intermédiaire d'un thyratron au silicium normalement non conducteur. On amorce le thyratron au silicium entre cathode et gachette par une impulsion de 3V crête fournie par un générateur auxiliaire.

Le thyratron devenant conducteur permet à C de se décharger dans R, l'impulsion produite aux bornes de R à un temps de montée très rapide qui est le temps d'ionisation du thyratron au silicium ($t_m \simeq 20$ns) et une descente exponentielle de durée 1,5 µs environ. Quand le condensateur C est déchargé, le thyratron au silicium s'éteint de lui-même car la résistance R est choisie assez grande pour que le courant qui traverse le thyratron soit inférieur au courant de maintien. L'impulsion est acheminée jusqu'au thyratron par un câble coaxial qui fermé sur 50Ω ne provoque pas de réflexions.

Il est nécessaire d'appliquer l'impulsion de déclenchement du thyratron au silicium par un transformateur d'isolement car c'est son anode qui est mise à la masse.

De même l'alimentation 300 V doit être flottante par rapport à la masse générale.

3.4.2. Déclenchement du trigatron

Le trigatron utilisé (CV85) nécessite pour son déclenchement une impulsion de tension de 4 à 5 kV appliquée sur son électrode de déclenchement.

Nous avons construit un générateur d'impulsions haute tension qui fournit une impulsion de 12 kV crête montant en 500ns. De cette façon l'amorçage se produit au milieu du temps de montée de l'impulsion de déclenchement ce qui augmente de beaucoup la précision d'amorçage (figure.XII.).

Le système de déclenchement est construit sur le même principe que le déclencheur du thyratron : la résistance dans laquelle C se décharge est remplacée par un transformateur élévateur de tension de rapport 50 (figure.XIII.).

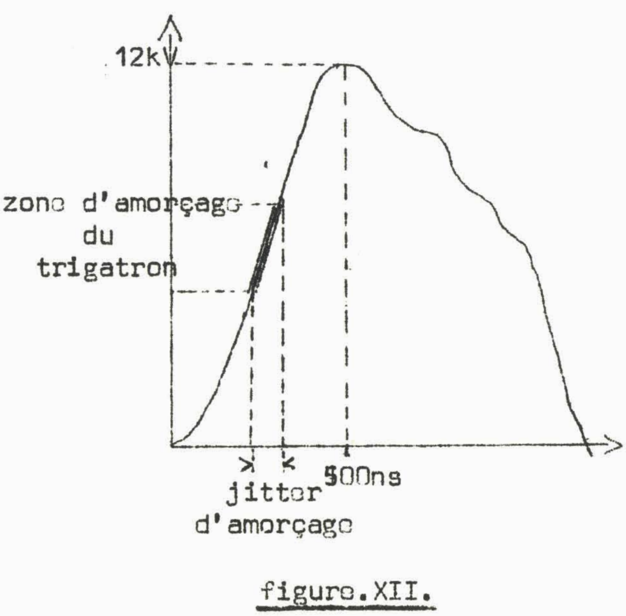


figure.XII.

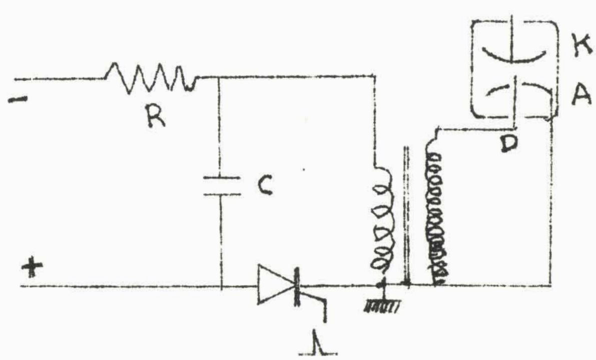


figure.XIII. Déclencheur du trigatron

Le temps de montée de l'impulsion au secondaire de ce transformateur dépend en grande partie de la fréquence de résonance propre du secondaire et du coefficient de couplage au primaire.

Pour augmenter le coefficient de couplage, le primaire est constitué de six spires d'une large feuille de clinquant enroulée sur elle-même.

Le secondaire est constitué de 300 spires de fil bobiné à spires non jointives en 10 couches pour diminuer la capacité répartie. Le tout est bobiné sur un noyau de ferroxcube double C, et immergé dans l'huile pour éviter les claquages. Ce déclenchement permet de réduire le "jitter" d'amorçage à une valeur inférieure à 100 ns.

3.5. Mesure du courant émis

Il est nécessaire de connaître précisément la forme et l'intensité du courant envoyé dans le sol à chaque impulsion.

Ceci se fait en disposant un capteur de courant entre la cathode du thyratron ou du trigatron et le piquet de prise de terre.

On peut utiliser deux types de capteurs de courant.

3.5.1. Capteur résistif

On intercale une très faible résistance en série dans le fil où on doit mesurer le courant et on mesure la tension à ses bornes.

La particularité du capteur utilisé est d'être coaxial, la résistance de mesure étant insérée dans la gaine du coaxial.

Ce capteur est le modèle L.HN 0,05 de T et M* dont la résistance est de 0,05Ω , la bande passante 700 MHz et le temps de montée 0,52 ns

Il est monté comme l'indique la figure.XIV. dans la cathode du thyratron.

* T et M Research Products - 1312 Espanola, NE, Albuquerque, New Mexico.

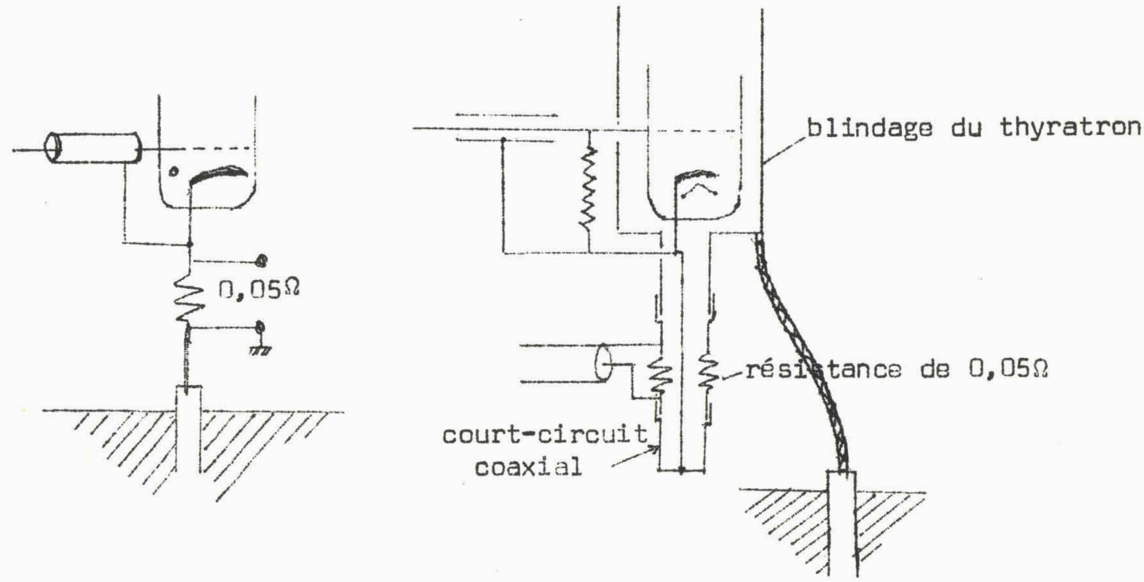


figure.XIV.

On remarque sur ce schéma que l'impulsion de déclenchement est appliquée entre cathode et grille. De cette façon l'impulsion de déclenchement ne traverse pas la résistance de mesure : on mesure ainsi rigoureusement le courant de cathode.

3.5.2. Tore de mesure de courant

Ce capteur fonctionne sur le principe des pinces ampèremétriques ou transformateurs de courant.

On fait passer le fil de cathode dans un manchon de ferrite sur lequel sont enroulées 40 spires de fil 15/100 émaillé. L'enroulement de 40 spires qui constitue le secondaire de ce transformateur de courant est fermé sur une résistance d'amortissement de 4,7Ω aux bornes de laquelle on peut relever une tension proportionnelle au courant qui traverse le fil du primaire.

En série avec cette résistance de 4,7Ω se trouve une résistance de 47Ω qui permet d'adapter l'ensemble à l'impédance caractéristique du coaxial servant à acheminer le signal jusqu'à l'oscilloscope (figure.XV.).

L'ensemble est blindé pour éviter de capter des champs parasites. Le temps de montée d'un tel capteur est de 20 ns environ. Sa sensibilité étant de 0,1 volt par ampère.

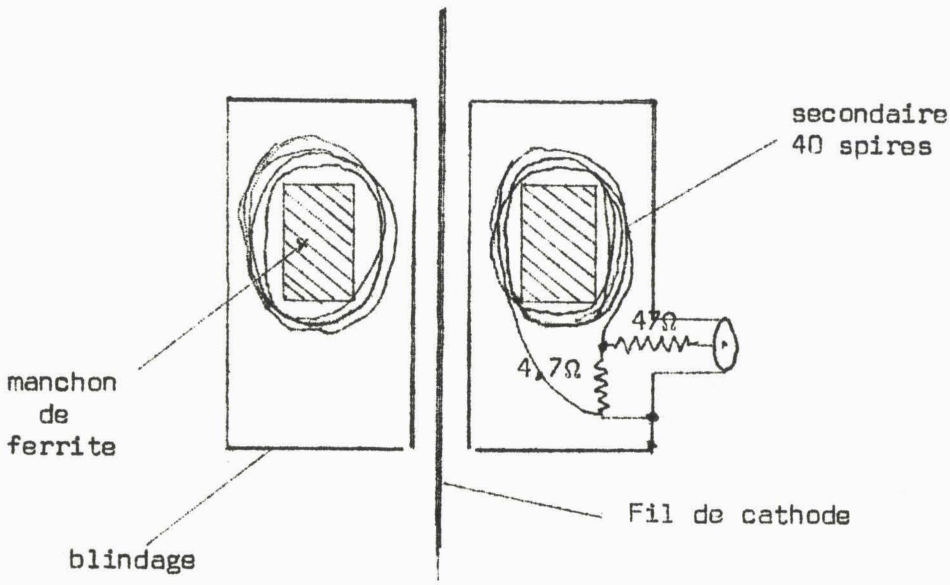


figure.XV. Vue en coupe du tore de mesure

3.6. Alimentation haute tension

Nous allons utilisé au cours de nos expériences une alimentation secteur et une alimentation transistorisée alimentée par batterie.

3.6.1. Alimentation secteur

Cette alimentation stabilisée délivre une tension continue variable de 4500 à 7000 volts sous un débit maximum de 20 milliampères. On peut à volonté relier à la masse le pôle positif ou le pôle négatif de cette alimentation.

3.6.2. Alimentation transistorisée

Nous avons du construire une alimentation haute tension qui puisse être facilement transportable et soit indépendante du secteur pour pouvoir manipuler facilement sur un terrain quelconque.

Cette alimentation se compose d'un oscillateur de fréquence variable attaquant un amplificateur de puissance dont le transformateur de sortie est élévateur de tension : on dispose au secondaire de ce transformateur d'une haute tension alternative carrée qui est redressée par un doubleur de tension et filtrée.

L'oscillateur pilote est un multivibrateur dont on peut faire varier la fréquence entre 400 et 1000 Hz.

L'amplificateur de puissance est très classique : il se compose d'un premier étage en classe A attaquant par transformateur à point milieu un driver constitué de deux ASZ18 montés en collecteur commun qui commandent l'étage de sortie push-pull de deux ADY26.

Le transformateur haute tension à deux fois 6 spires au primaire, 2400 spires au secondaire. Il est bobiné sur circuit double C imphysté et immergé dans l'huile. Le redressement haute tension qui suit est assuré par un doubleur à capacité en tête. Les deux diodes de redressement sont des diodes au silicium supportant 12 kV en inverse.

Un redressement annexe est prévu pour délivrer une tension continue de 300 volts destinée au déclenchement du thyratron. Il se compose d'un petit transformateur élévateur de rapport 15 qui est branché sur le primaire du transformateur de sortie. Au secondaire de ce transformateur se trouve un redresseur doubleur avec deux capacités de filtrage et le système de déclenchement de thyratron décrit plus haut.

On dispose ainsi d'un système complètement autonome indépendant du secteur, le chauffage du thyratron étant assuré par une batterie de 6 volts séparée. La tension de sortie délivrée par cette alimentation est fonction de la tension de batterie :

. Avec une batterie de 6V, on obtient en charge E = 3500V
. - - - - 8V, - - - - E = 4600V pour I = 20 mA
. - - - -12V, - - - - E = 7000V

Cette alimentation permet donc des puissances d'émission comparables à l'alimentation secteur. Elle ne présente bien sûr aucune stabilisation de tension, mais ceci n'était pas nécessaire pour nos expériences. Son schéma est donné figure.XVI.

3.7. Problèmes de stabilité d'émission

Le champ rayonné dans l'air à proximité de l'émetteur par l'antenne qui transporte des courants impulsifs d'une centaine d'ampères crête, pose des problèmes de blindage des appareils.

En effet, les tensions induites dans les masses des appareils rendent difficiles les problèmes de masse unique équipotentielle. En particulier les gaines des coaxiaux de mesure ne sont pas du tout équipotentielles d'un bout à l'autre ce qui perturbe les mesures faites à l'émission.

Il faut donc utiliser des câbles courts et enrouler les câbles qu'on ne peut raccourcir dans des tores de ferrite pour constituer une sorte de self d'arrêt avec la gaine du coaxial.

L'horloge à quartz, qui nous servait de pilote à l'émission pour le déclenchement du thyratron ou du trigatron, a du faire l'objet d'un blindage soigné de l'alimentation. En effet, les impulsions rayonnées dans l'atmosphère pénétraient dans l'horloge par les fils d'alimentation et faisaient basculer des bistables de façon plus ou moins aléatoire ce qui détruisait toute stabilité de l'émission.

Ajoutons que les différents appareils doivent être montés sur un plancher isolant et la masse de l'émetteur reliée par une tresse métallique courte à la prise de terre.

Si le matériel d'émission est transporté dans une camionnette, il faut veiller à ce que la prise de terre soit reliée à la masse de la camionnette.

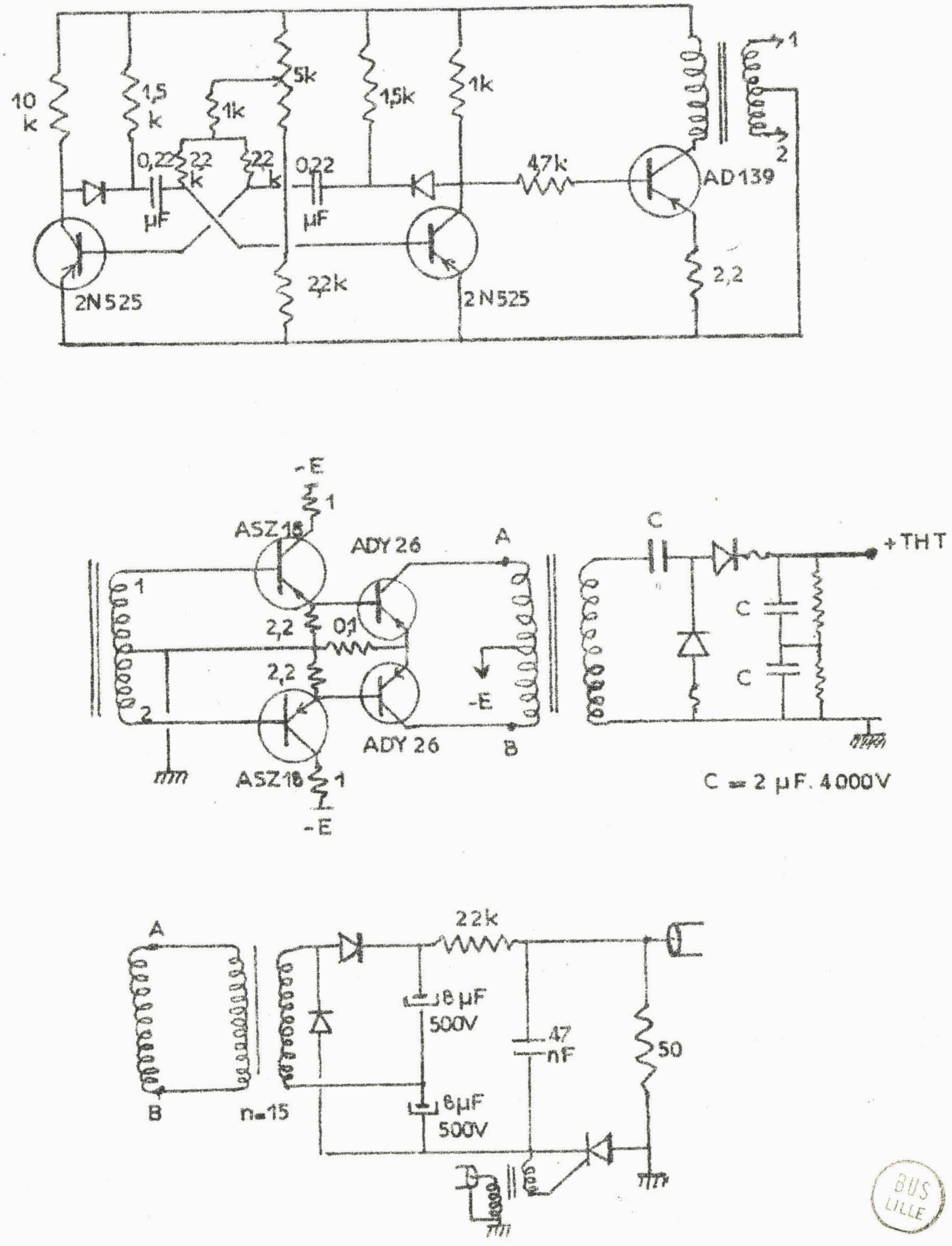


FIGURE XVI - ALIMENTATION HAUTE TENSION TRANSISTORISEE

4. ETUDE EXPERIMENTALE

4.1. Description des mesures effectuées

Une série d'expériences a été effectuée en Décembre 1966, dans une mine de charbon (Fosse de VIEUX-CONDE, Bassin de Valenciennes).

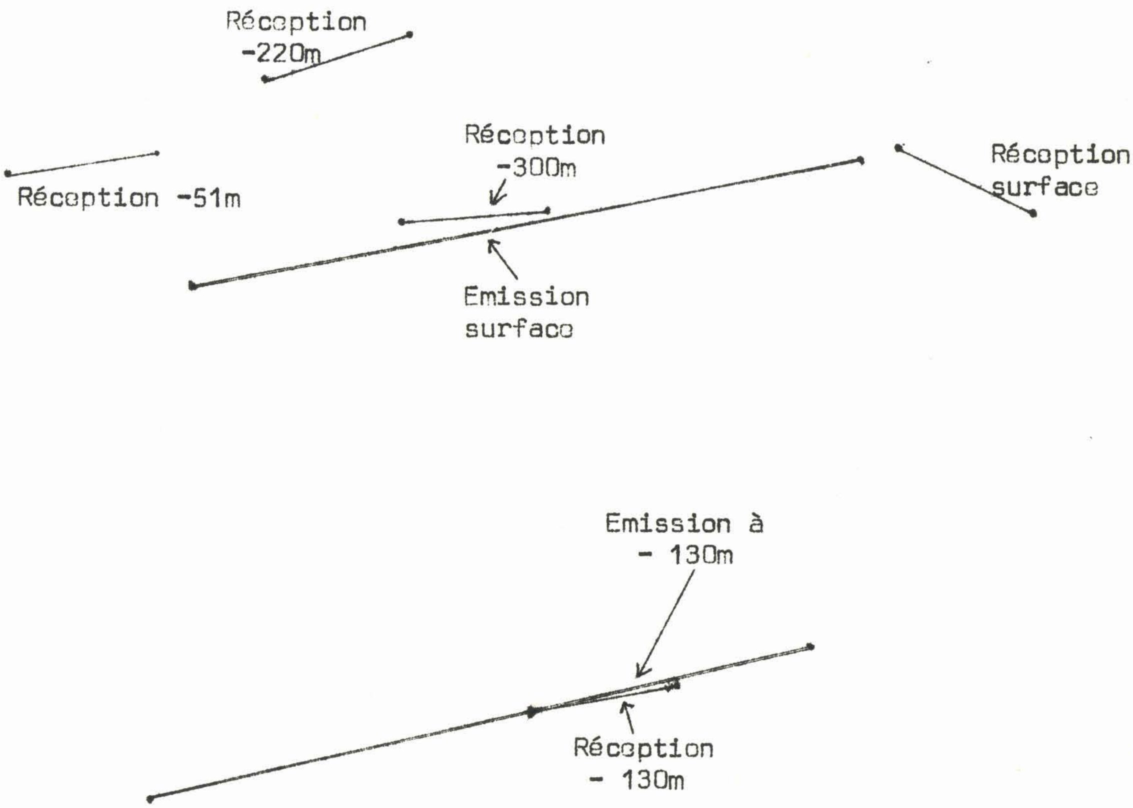
L'antenne d'émission fut d'abord disposée en surface sur le terrain de sports de la ville, l'émission se faisant à l'aide de l'émetteur à trigatron, alimenté par un groupe électrogène.

Nous avons reçu les impulsions dans les galeries de la mine situées à -51m, -130m, -200m., -300m. L'antenne d'émission fut ensuite placée dans une galerie située à 130m. de profondeur ; l'émission se faisant cette fois avec l'émetteur à thyratron décrit plus haut, alimenté sur batteries.

Les relevés d'impulsions ont été faits aux mêmes points que précédemment aux étages -51m., -220m., -300m., ainsi qu'en surface. A chaque point de réception, l'antenne était constituée de deux prises de terre séparées de 20m. La tension aux bornes de cette antenne était appliquée à un oscilloscope (TEKTRONIX 422) soit directement, soit par l'intermédiaire d'un filtre 50Hz.Des préamplificateurs supplémentaires ont parfois été nécessaires quand le signal était trop faible, pour être appliqué directement à l'oscilloscope ($V < 1mV$).

Les impulsions étaient photographiées sur l'écran de l'oscilloscope grâce à un appareil "Polaroïd". La planche n°(20) montre quelles étaient les positions relatives des antennes d'émission et des antennes de réception lors des mesures.

On s'est efforcé de recevoir à la verticale de l'antenne d'émission, mais cela n'a pas été souvent possible, car il est rare que les galeries soient les unes sous les autres à plusieurs profondeurs. Les antennes réceptrices ont été cependant orientées parallèlement à l'antenne d'émission dans la plupart des cas.



Echelle : 1 cm pour 10 m

figure.20. Position des antennes d'émission et de réception dans la mine de VIEUX-CONDE.

Nous n'insisterons pas sur les nombreuses difficultés qu'offrent de telles mesures faites dans une mine de charbon : difficultés d'accès, de circulation, de transport de matériel, d'installation, grande humidité, poussière de charbon se déposant sur les appareils, etc ...

Toutes ces difficultés font que les mesures ne sont pas toujours effectuées avec toute la précision souhaitable , et qu'il est difficile ultérieurement d'aller les compléter ou les vérifier sur place.

4.2. Dépouillement des mesures

En chaque point de réception, plusieurs photos ont été faites à différentes vitesses de balayage et à différentes sensibilités pour éviter les erreurs systématiques au moment du dépouillement.

4.2.1. Problèmes posés par le filtrage

L'essentiel des parasites observés dans la mine était dû au secteur à 50 Hz. Quand le rapport signal sur bruit était trop faible il a fallu employer un filtre 50 Hz.

Ce filtre constitué d'un double T, offre l'avantage de bien atténuer les parasites du secteur mais présente l'inconvénient d'amputer le spectre de l'impulsion d'une partie de son contenu basse fréquence, centrée sur 50 Hz, et ceci se traduit par une "dérivation" de l'impulsion d'autant plus prononcée que celle-ci est plus longue : le temps de descente se trouve raccourci et la partie négative de l'impulsion voit son amplitude augmentée. Les impulsions reçues à grande profondeur, plus parasitées à cause de leur faible niveau, sont aussi les plus larges et donc sont très déformées par le filtrage 50Hz.

On peut néanmoins considérer que le temps de montée et le sommet de l'impulsion, qui contiennent les fréquences les plus élevées ne sont pas trop modifiées.

4.2.2. Résultats de mesures

Sur les photos on peut mesurer temps de montée et amplitude de l'impulsion.

Le tableau (21) donne les résultats obtenus aux divers points.

Emission	Réception			Coordonnées réduites				Temps de montée en μs	Amplitude max du champ en volt/m
h en mètre	z en mètre	x en mètre	y en mètre	a	b	c	d		
0	-51	56	18	1,1	0,354	-1	1,77	8	5mV/m
0	-130	1	64	0,0077	0,49	-1	0,69	50	225µV/m
0	-220	20	26	0,091	0,118	-1	0,409	66	50µV/m
0	-300	6	2	0,02	0,00655	-1	0,3	110	18,5µV/m
-130	-51	34,5	83	0,436	1,048	-2,29	1,137	16,5	425µV/m
-130	0	77	55	0,592	0,423	-1	0,692	65	54µV/m
-130	-220	2	90	0,0222	1	-3,89	1	20	190µV/m
-130	-300	12,5	65	0,0735	0,382	-2,53	0,529	32	25µV/m

Tableau (21)

Rappelons la définition de a, b, c, d, :

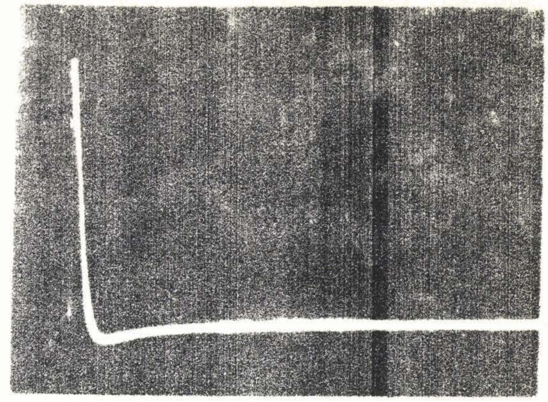
$$a = \frac{x}{|z-h|} \qquad b = \frac{y}{|z-h|} \qquad c = \frac{z+h}{|z-h|} \quad \text{et} \quad d = \frac{\ell}{|z-h|}$$

La planche photographique n°22 montre les impulsions relevées à différentes profondeurs à partir de la surface, à la même vitesse de balayage. L'élargissement de l'impulsion y est très nettement visible.

RECEPTION A - 32m

V = 10mV/DIVISION

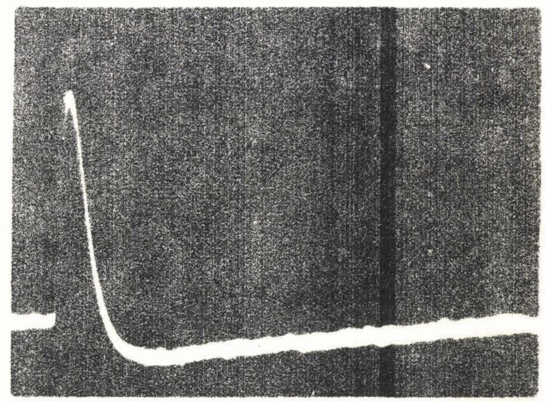
H = 100µS/DIVISION



RECEPTION A - 112m

V = 0,5mV/DIVISION

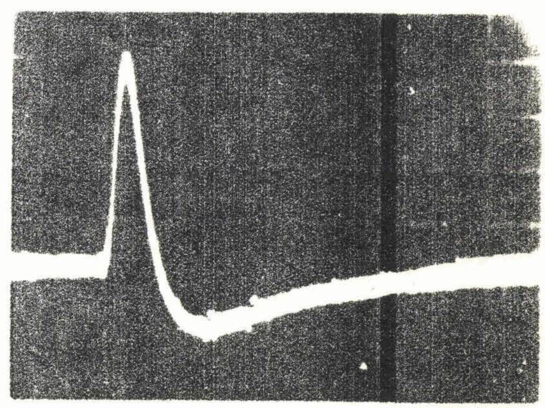
H = 200µS/DIVISION



RECEPTION A - 200m

V = 0,28mV/DIVISION

H = 200µS/DIVISION



RECEPTION A - 300m

V = 0,14mV/DIVISION

H = 200µS/DIVISION

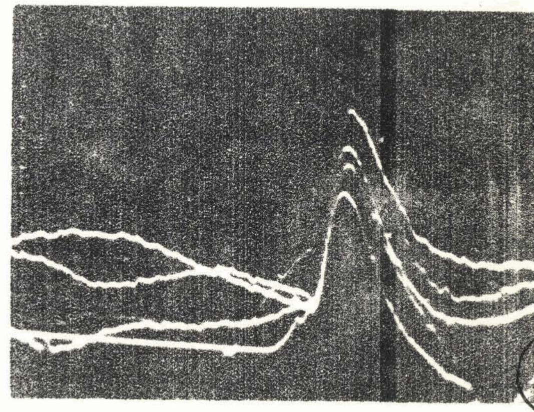


FIG. IMPULSIONS RECUES A DIVERSES PROFONDEURS EMETTEUR EN SURFACE

4.3. Interprétation des résultats expérimentaux

4.3.1. Calcul de l'impulsion théorique

Le but de notre travail est de vérifier par les mesures effectuées, quelques points de la théorie exposée dans la première partie.

Il faut pour cela pouvoir comparer les impulsions reçues expérimentalement avec les impulsions théoriques calculées pour les mêmes points de mesure.

Nous avons expliqué dans la première partie (§.2.7.1.) comment il était possible d'introduire dans l'ordinateur les valeurs de (a,b,c,d,) perforées sur des cartes de données.

Nous avons effectué les calculs correspondant aux points expérimentaux en utilisant les valeurs de a,b,c,d, données dans le tableau n°(21), et tracé les courbes théoriques correspondantes de $\phi_x(a,b,c,d,\tau)$ et $\phi'_x(a,b,d,\tau)$ en fonction de τ. (figures.23. et .24.).

Sur la courbe théorique, nous pourrons déterminer le temps de montée τ_m et l'amplitude ϕ_{1M} qui sont des grandeurs réduites. Nous passerons aux valeurs réelles en reprenant la définition de ces variables réduites.

$$\tau_m = \frac{8t_m}{\sigma_1 \mu (z-h)^2} = \frac{8t_m \rho_1}{\mu (z-h)^2}$$

et

$$E_{max} = \frac{32Q\,\ell}{\pi \sigma_1^2 \mu} \cdot \frac{\phi_{1M}}{|z-h|^5} = \frac{32Q\ell}{\pi\mu} \cdot \frac{\phi_{1M}\ \rho_1^2}{|z-h|^5}$$

Toutes les variables intervenant dans ces formules sont connues (le calcul de Q fera l'objet du paragraphe suivant) sauf la résistivité : on voit donc qu'on sera amené à déterminer la valeur de la résistivité en la choisissant de manière à assurer la meilleur accord possible entre la théorie et les résultats expérimentaux.

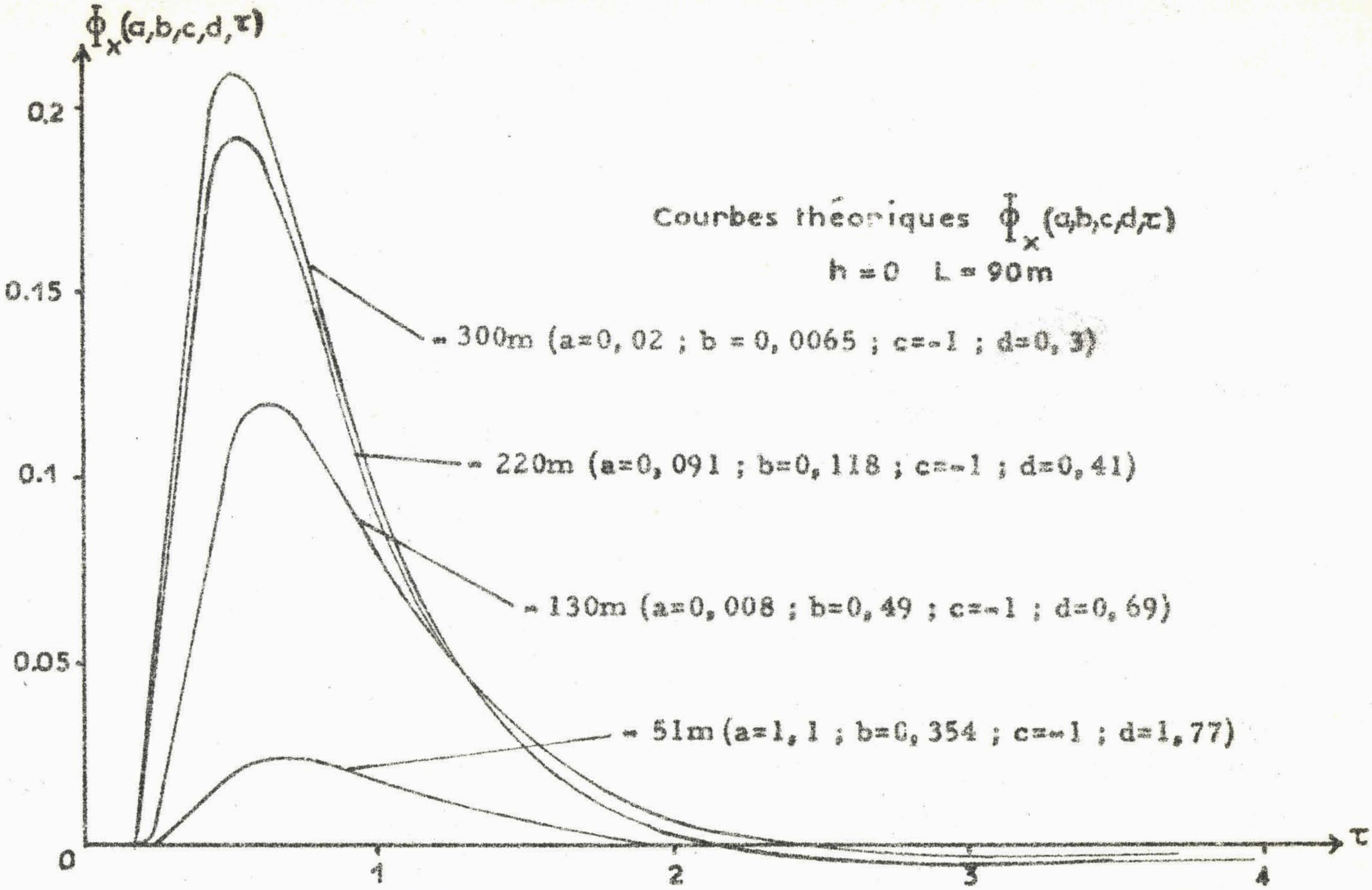


FIGURE 23 - FACTEUR DE FORMES THEORIQUES DE L'IMPULSION RECUE AUX POINTS EXPERIMENTAUX
Emetteur en surface

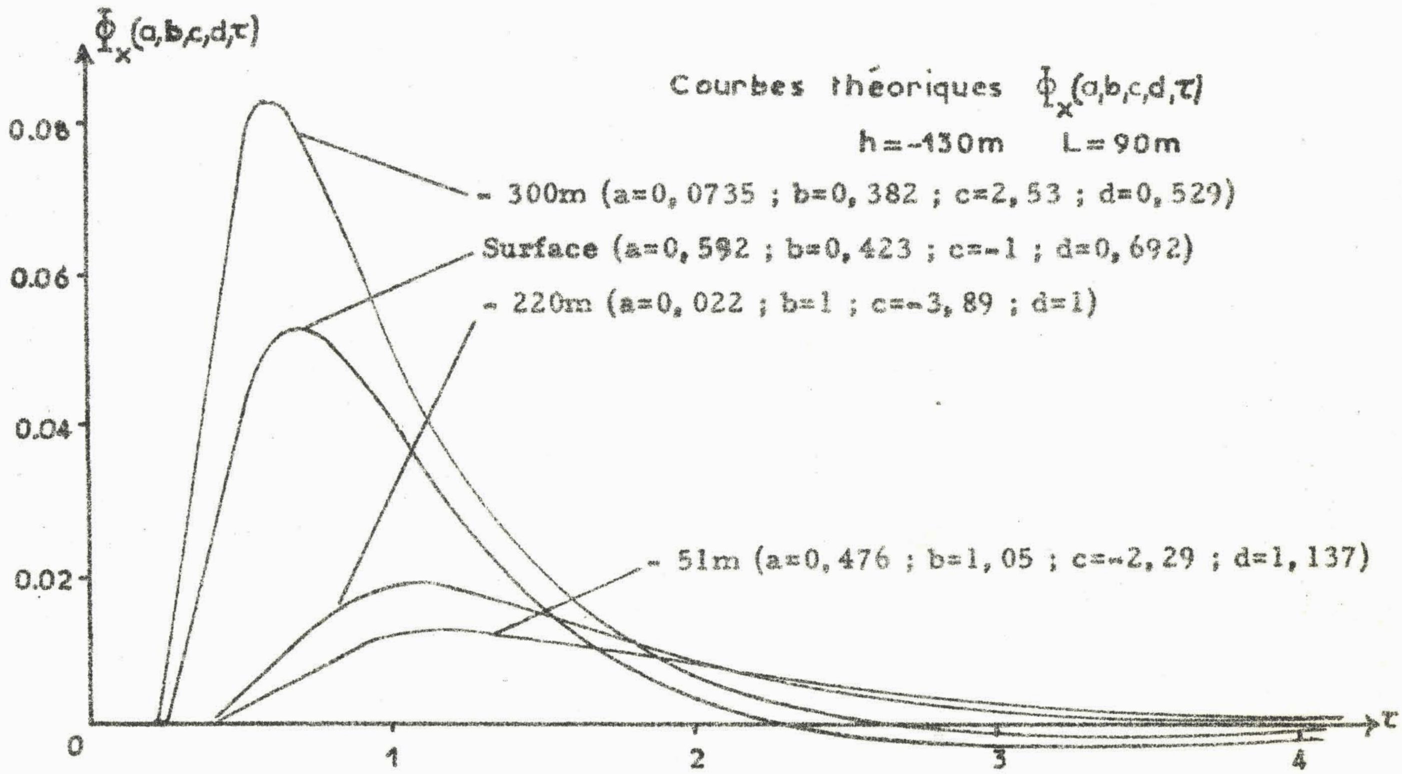


FIGURE 24 - FACTEURS DE FORMES THEORIQUES DE L'IMPULSION RECUE AUX POINTS EXPERIMENTAUX
Emetteur à - 130m

On pourra quand même déterminer ρ_1 de deux façons :

1. en tirant ρ_1 du temps de montée
2. - - ρ_1 de l'amplitude maximum

La concordance des valeurs trouvées par les deux méthodes pourra être un indice de leur validité.

4.3.2. Calcul de la quantité d'électricité injectée dans le sol

Le calcul de la quantité d'électricité injectée dans le sol par impulsion peut se faire de plusieurs façons à partir des grandeurs accessibles à la mesure.

a) on peut mesurer le courant continu moyen débité par l'alimentation haute tension

Si Q est la charge envoyée dans le sol par impulsion, F étant la fréquence de récurrence de ces impulsions, la quantité d'électricité débitée par l'alimentation par seconde est simplement :

$$\bar{I} = Q \times F = \text{courant débité par l'alimentation}$$

On en déduit :

$$Q = \frac{\bar{I}}{F}$$

b) on connaît la capacité C de la ligne à retard et la tension de l'alimentation

La ligne à retard se chargeant à une tension V emmagasinne une charge

$$Q = C\,V$$

qu'elle envoie dans le sol au moment de la décharge.

1. <u>Si la charge de la ligne à retard se fait à travers une résistance</u>

La ligne se charge à une tension $V = E$, on a alors :

$$Q = C E$$

2. <u>Si la charge de la ligne à retard est une charge selfique</u>
(voir description dans la partie "matériel")

La ligne se charge à une tension proche de 2E :

$$V = \alpha E$$

α = facteur de charge (est couramment de l'ordre de 1,8 à 1,9).

La quantité d'électricité injectée par impulsion est alors :

$$Q = \alpha C E$$

c) <u>on peut relever à l'oscilloscope et enregistrer la forme de l'impulsion de courant dans la charge</u>

Ceci nécessite l'utilisation d'un capteur de courant précis qu'on dispose entre la cathode de l'interrupteur commandé (thyratron ou trigatron) et la masse du premier piquet. On obtient la forme du courant en fonction du temps. Le calcul de la charge injectée correspondante se fait en intégrant cette courbe.

$$Q = \int I \, . \, dt$$

Cette intégration peut se faire de façon graphique.

Quand l'interrupteur commandé est unidirectionnel comme le thyratron, il ne laisse passer le courant que dans le sens positif. L'impulsion de charge injectée est donc positive et unique.

Par contre quand l'interrupteur commandé est bi-directionnel comme le trigatron, il laisse s'écouler les charges dans les deux sens et dans le cas de désadaptation ligne-sol transmet au sol toutes les réflexions de charge dans la ligne.

L'impulsion de charge injectée dans le sol est donc alternativement positive et négative, les amplitudes diminuant rapidement à chaque réflexion.

La charge totale injectée dans le sol, se calculera cette fois en faisant la somme algébrique des surfaces de l'impulsion émise.

Ceci appelle une remarque importante concernant la validité de la théorie faite pour une impulsion de Dirac.

Lorsque l'impulsion émise est trop large pour pouvoir, à une certaine profondeur être considérée comme une impulsion de Dirac et qu'on désire connaître la forme exacte de l'impulsion reçue, deux solutions s'offrent à nous :

1. On cherche l'intégrale graphique de l'impulsion reçue correspondant à une impulsion de Dirac émise : ceci nous donne la réponse du sol à l'émission d'un échelon unité.

On trouvera la forme d'onde reçue correspondant à une impulsion émise de largeur T en soustrayant de la courbe réponse à l'échelon unité, la même courbe décalée de T.

2. On peut décomposer l'impulsion émise en une suite d'impulsions élémentaires juxtaposées, telles que chacune d'elle puisse être assimilée à une impulsion de Dirac, et on recompose les impulsions théoriques correspondantes, décalées dans le temps, pour obtenir la réponse théorique à l'impulsion plus large.

Nous avons du appliquer une telle méhhode pour vérifier la forme de l'impulsion expérimentale relevée pour la liaison surface -51m. La forme d'onde émise présentait des rebonds négatifs et positifs se succédant à 6 µs d'intervalle et le temps de montée de l'impulsion reçue à -51m n'était que de 8 µs.

A cause de leur retard par rapport à l'impulsion positive principale, les rebonds n'affecteront que le temps de descente d l'impulsion reçue.

Dans les calculs de résistivité nous considèrerons donc que la quantité d'électricité Q intervenant pour le calcul de l'amplitude de l'impulsion reçue est la quantité d'électricité Q_1 correspondant à la première impulsion positive.

Nous donnons ci-contre le tableau des résultats obtenus pour le calcul de la charge injectée par les différentes méthodes exposées.

		E volts	I mA	F Hz	C nf	$Q = \frac{I}{F}$ cb	$Q = \alpha CE$ cb	$Q_{cb} = \int I\,dt$
Emission en surface Emetteur à trigatron (α=1,9)	Réception à - 51m	4300	18,3	156	14,6	$1,17.10^{-4}$	$1,19.10^{-4}$	Q_1=$0,91.10^{-4}$ Q_2=$0,70.10^{-4}$ Q_3=$-0,53.10^{-4}$ Q_4=$0,20.10^{-4}$
	Réception à -130, -220,-300	6000	12,4	78	14,6	$1,59.10^{-4}$	$1,66.10^{-4}$	$1,65.10^{-4}$
Emission à -130m Emetteur à thyratron	Réception à -51, -220,-300 surface	4600	non mesuré		14,6			$1,15.10^{-4}$

figure.25. Calcul de la charge émise

Liaison	S-51	S-130	S-220	S-300	-130 -51	- 130S	-130-220	-130-300
$\|z-h\|$ mètres	51	130	220	300	79	130	90	170
Q coulomb	$1,61.10^{-4}$	$1,65.10^{-4}$	$1,65.10^{-4}$	$1,65.10^{-4}$	$1,15.10^{-4}$	$1,15.10^{-4}$	$1,15.10^{-4}$	$1,15.10^{-4}$
t_m-µs	8	50	66	110	16,5	65	20	32
τ_m	0,5	0,4	0,4	0,3	0,8	0,5	0,7	0,4
ρ_1 Ωxm	25,6	21,2	46	38,5	47,4	20,4	49,5	56,6
$\|z-h\|^5$	$3,45.10^{8}$	$3,72.10^{10}$	$51,6.10^{10}$	243.10^{10}	$30,8.10^{8}$	$3,72.10^{10}$	59.10^{8}	$14,2.10^{10}$
E_m volt/m	5.10^{-3}	$2,25.10^{-4}$	50.10^{-6}	$18,5.10^{-6}$	$4,25.10^{-4}$	$5,4.10^{-5}$	$1,9.10^{-4}$	25.10^{-6}
Φ_{1M}	0,0237	0,118	0,192	0,209	0,013	0,053	0,019	0,081
ρ'_1 Ωxm	25	24,2	33,4	42,2	37	21,2	26,5	23

figure.26. Calcul des résistivités moyennes .

4.3.3. Calcul des résistivités moyennes expérimentales. Interprétation

En utilisant les résultats établis au paragraphe 4.3.1., nous aurons :

$$\rho_1 = \frac{\tau_m . \mu . |z-h|^2}{8 t_m}$$

τ_m = temps de montée réduit théorique

t_m = temps de montée expérimental

et $$\rho'_1 = \sqrt{\frac{E_M . \pi . \mu . |z-h|^5}{32 Q . \ell . \phi_{1M}}}$$

E_M = amplitude mesurée de l'impulsion

ϕ_{1M} = amplitude du facteur de forme de l'impulsion réduite

Nous donnerons les résultats obtenus sous forme de tableau (figure.26.). On voit sur ce tableau, que les valeurs de résistivité moyenne calculées à partir du temps de montée et à partir de l'amplitude de l'impulsion ont des valeurs qui coïncident assez bien pour les liaisons avec émetteur en surface.

Lorsque l'émetteur est enterré, par contre, on trouve par les deux méthodes des résistivités ρ_1 et ρ'_1 assez différentes.

Remarquons cependant que les deux liaisons entre la surface et la profondeur -130, donnent des résistivités presque identiques par les deux méthodes :

- 21,2 Ω et 24,2 Ω avec l'émetteur en surface
- 20,4 Ω et 21,2 Ω avec l'émetteur enterré à -130m.

Le trajet parcouru par l'onde dans le sol étant à peu près le même dans les deux sens, il est normal qu'on trouve des résistivités identiques. Cette résistivité est faible car elle est surtout due aux morts-terrains argileux et humides qui constituent la couverture du sol sur une cinquantaine de mètres de profondeur.

Les autres liaisons effectuées à partir de la profondeur -130m rencontrent un nombre plus important de veines de houille au fur et à mesure que le point de réception s'enfonce.

La résistivité moyenne entre deux points est donc augmentée par la présence des veines de houille de résistivité élevée -($10^4 \Omega$xm) . De plus, les morts terrains situés entre les veines de charbon ont une résistivité plus élevée que les terrains de surface.

C'est pourquoi nous pensons que parmi les résistivités ρ_1 et ρ'_1 mesurées par les deux méthodes, ρ_1 qui a une valeur plus grande et qui augmente avec la profondeur est plus proche de la résistivité moyenne réelle.

La valeur trop faible de ρ'_1 est certainement due à l'hétérogénéité du terrain : en effet on peut penser que les réflexions et diffractions multiples de l'onde sur les nombreuses veines de charbon, ainsi que sur les failles (figure.27.) amènent une diminution de l'amplitude du signal reçu par rapport à ce qu'on obtiendrait dans un milieu homogène de résistivité équivalente.

Pour se rattacher à une notion plus habituelle, on peut dire que les hétérogénéités du milieu modifient le diagramme de rayonnement de l'antenne.

Il est vraisemblable également que les hétérogénéités affectent moins le temps de montée de l'impulsion.

Tout ceci reflète par ailleurs, la difficulté qu'on éprouve pour faire correspondre une théorie faite pour un milieu homogène et isotrope avec une expérimentation pratiquée dans un terrain comportant de nombreuses failles, plissements et discontinuités, des stratifications géologiques pas toujours connues et dont il est difficile de mesurer la résistivité, etc ...

Malheureusement c'est bien souvent dans un tel type de terrain contenant des inclusions ou des stratifications géologiques intéressantes à exploiter, que l'on trouve des mines permettant d'aller expérimenter à l'intérieur du sol.

4.3.4. Comparaison des formes théoriques d'impulsion et des relevés expérimentaux

La comparaison entre formes d'impulsion tabulées et formes relevées expérimentalement peut se faire aisément en agrandissant les photographies prises pour faire coïncider les amplitudes théoriques et expérimen-

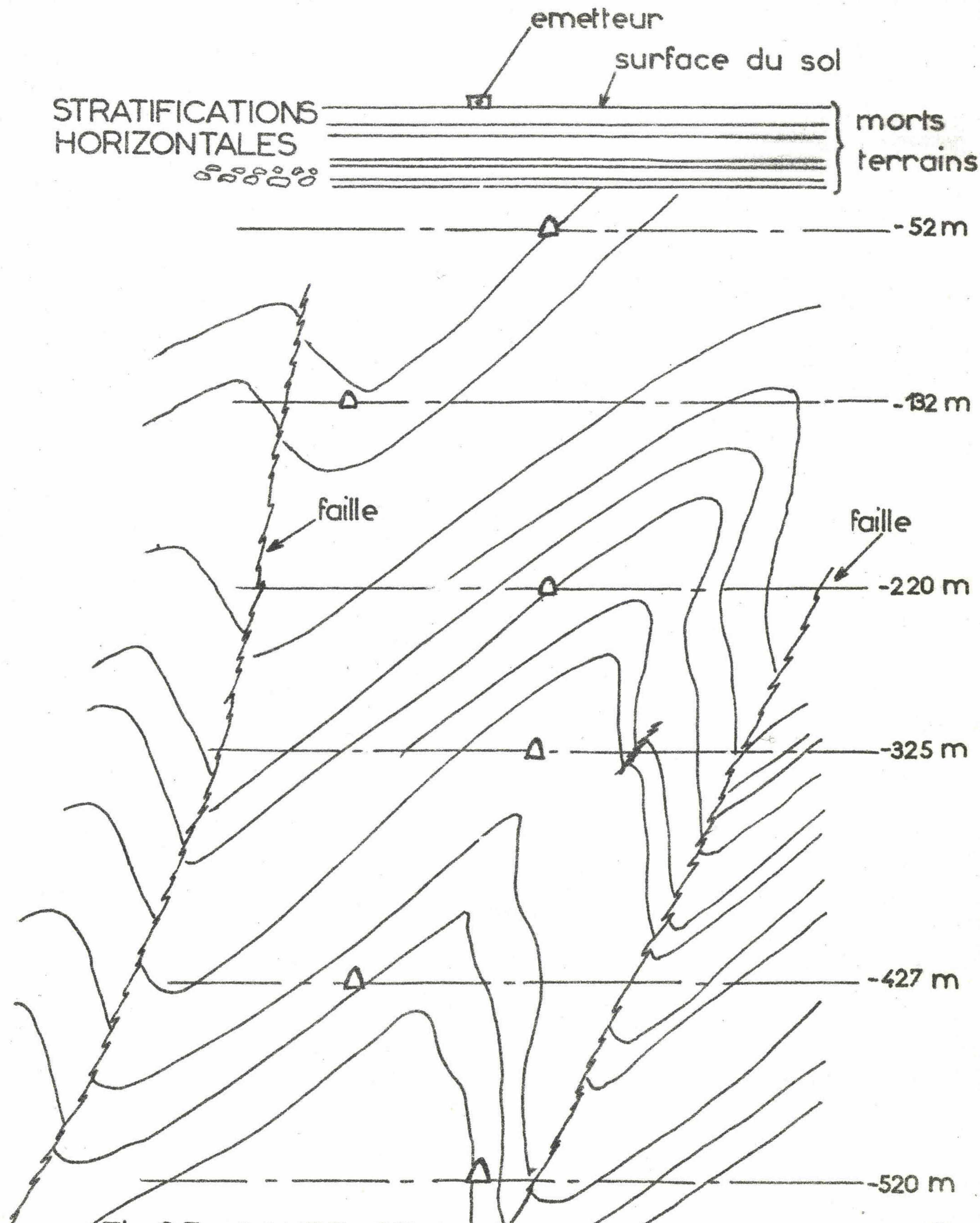


Fig 27 COUPE GEOLOGIQUE DE LA FOSSE DE VIEUX CONDE

tales de l'impulsion et en modifiant l'échelle en τ de l'impulsion théorique pour faire coïncider sommets et passages par zéro des deux courbes à comparer.

La comparaison ne peut se faire que pour des impulsions qui ont été photographiées sans filtre 50Hz, ou pour des impulsions suffisamment courtes pour que le filtre 50Hz n'ait modifié que le rebondissement négatif. Nous avons donc pu faire coïncider, avec assez de précision les impulsions émises en surface et reçues à -51m, et les impulsions émises à -130m. et reçues à -51m, -220m. La mise en coïncidence de l'impulsion émise de la surface et reçue à -51m nous a posé quelques problèmes car on observait sur le flanc de descente de l'impulsion une discontinuité assez nette que ne présentait pas l'impulsion théorique correspondante.

Nous nous sommes aperçus que l'impulsion émise en surface, n'avait rien d'une impulsion de Dirac théorique, vue de -51m, car elle présentait des rebondissements négatifs et positifs dont les effets se faisaient encore sentir à cette profondeur.

En appliquant la méthode expliquée dans le paragraphe 2.3.2.c., nous avons du "reconstruire" l'impulsion théorique à partir de quatre impulsions successives de charges.

$Q_1=+0,91.10^{-4}$

$Q_2=+0,70.10^{-4}$

$Q_3=-0,53.10^{-4}$

$Q_4=+0,20.10^{-4}$

Les décalages de ces impulsions par rapport à Q_1 étaient respectivement de 3µs, 7µs et 11µs.

Les figures.28. et .29. montrent comment se fait cette "reconstruction".

Les figures.30. et .31. permettent de vérifier les coïncidences obtenues par les liaisons -130,-52 et -130,-220m.

4.3.5. Conclusion de l'étude expérimentale

Les quelques points de vérification de la théorie que nous avons pu relever sont intéressants. Les divergences observées peuvent être presque toujours expliquées par une hétérogénéité du terrains.

Notre expérimentation a été menée alors que la théorie n'était pas encore bien au point.

Les mesures faites ont permis de terminer plus facilement cette théorie en mettant en évidence des points restés obscurs.

Il serait maintenant intéressant de reprendre des mesures plus systématiques, en des points plus nombreux, avec un appareillage de réception plus élaboré.

Ces mesures permettraient de vérifier d'autres points de la théorie tels que la vitesse de propagation de l'impulsion, regroupement des impulsion à grande profondeur, etc ...

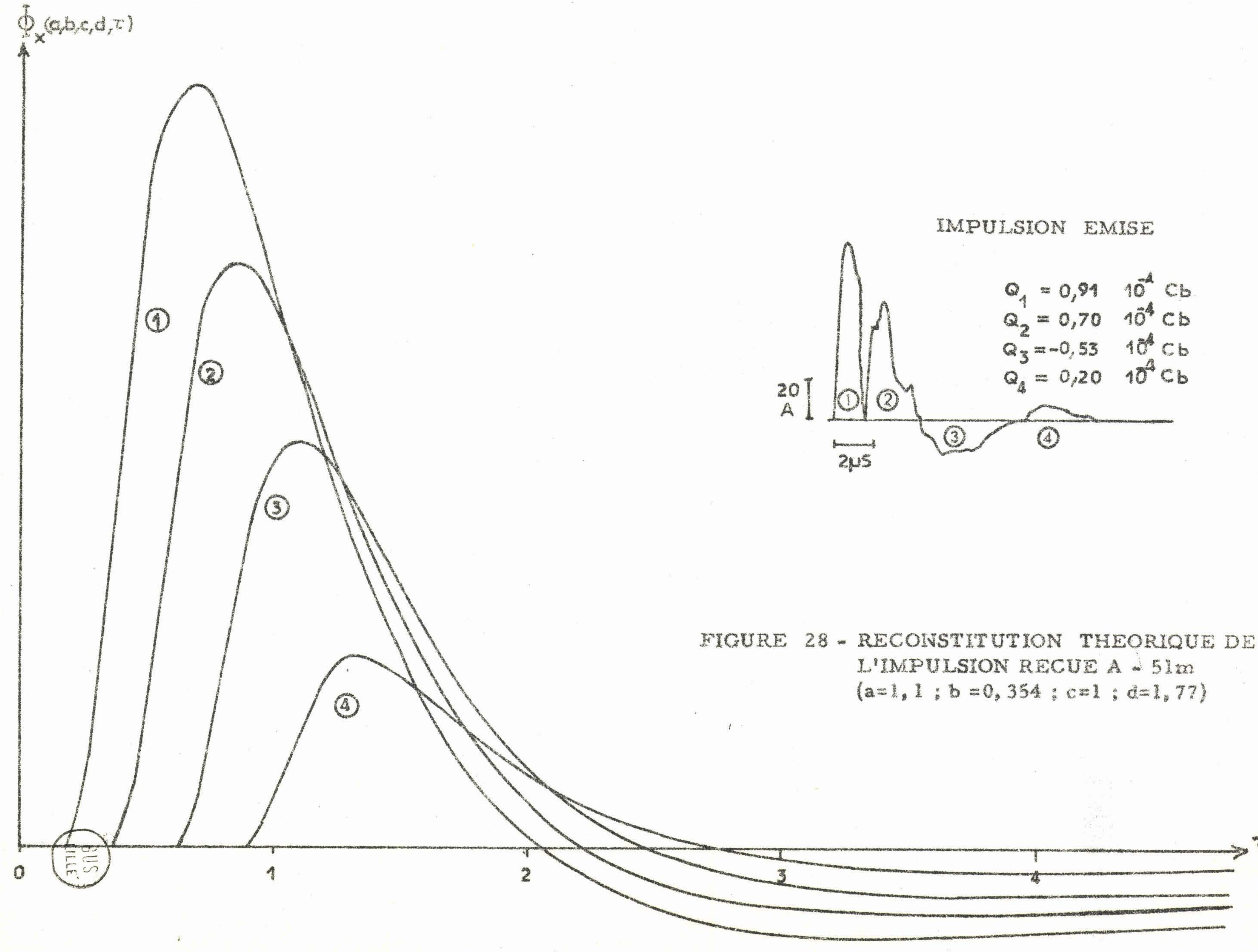
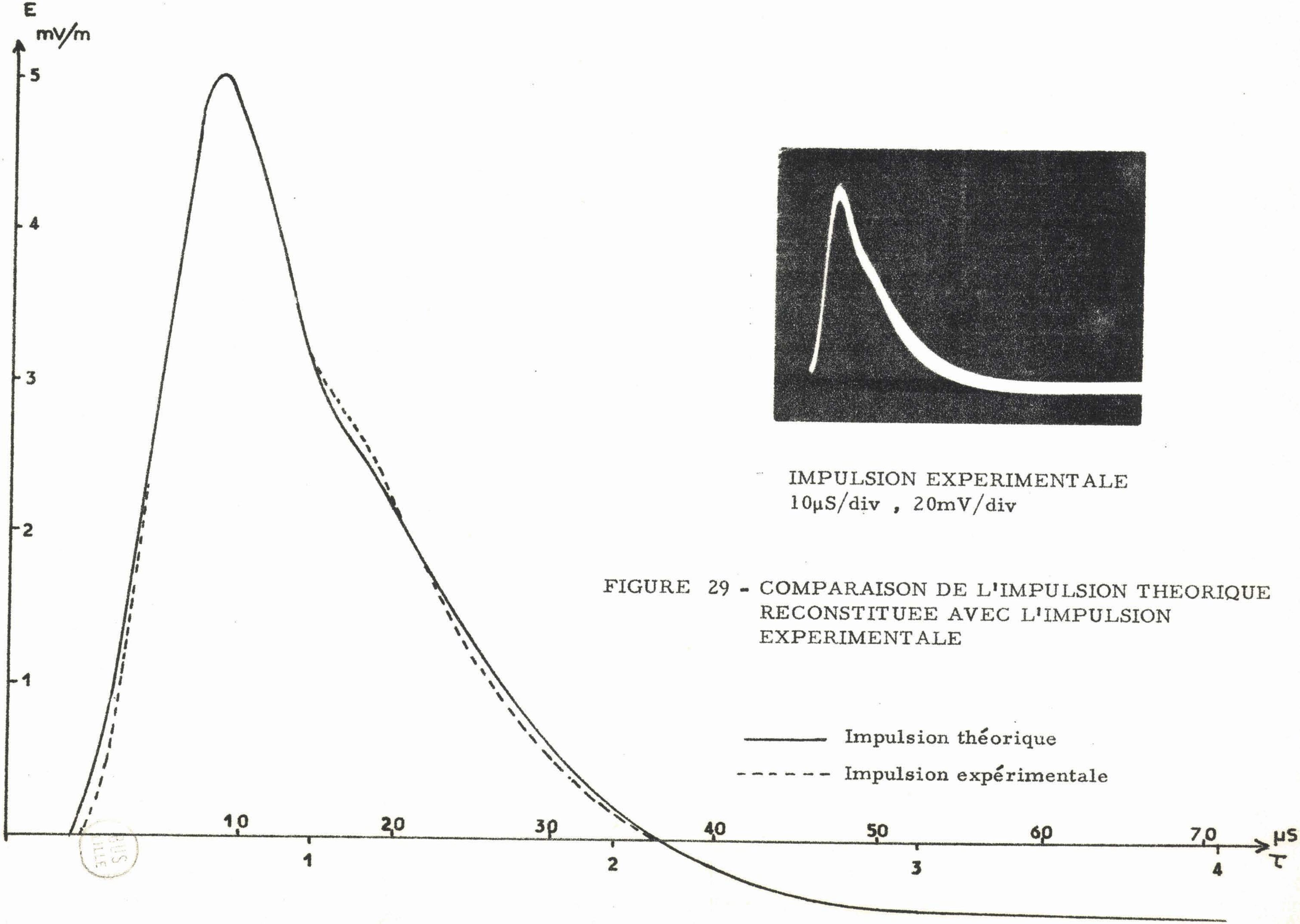
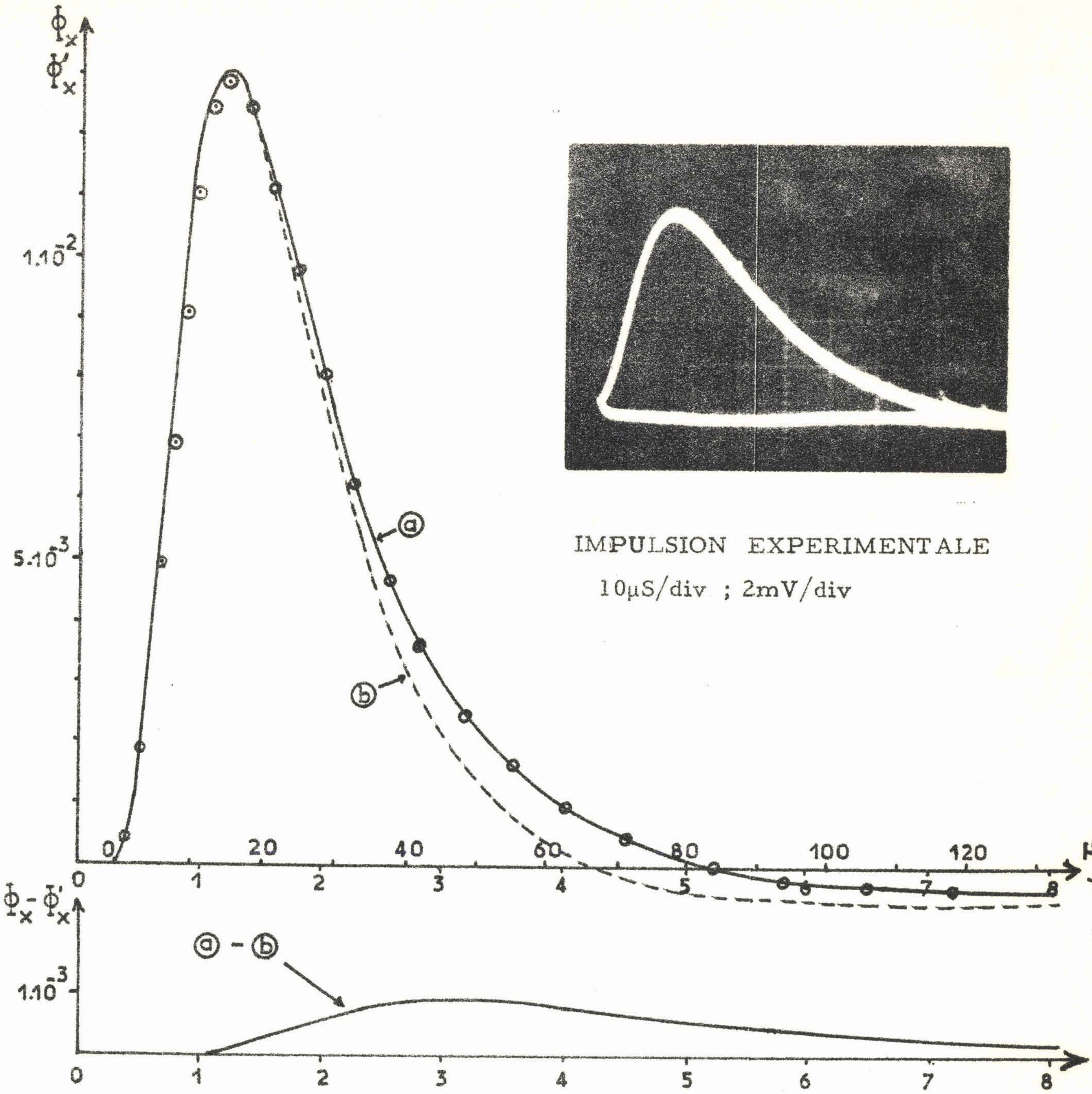


FIGURE 28 - RECONSTITUTION THEORIQUE DE L'IMPULSION RECUE A - 51m
(a=1,1 ; b =0,354 ; c=1 ; d=1,77)



IMPULSION EXPERIMENTALE
10µS/div , 20mV/div

FIGURE 29 - COMPARAISON DE L'IMPULSION THEORIQUE RECONSTITUEE AVEC L'IMPULSION EXPERIMENTALE



IMPULSION EXPERIMENTALE

10µS/div ; 2mV/div

FIGURE 30 - RECEPTION A - 51m
EMISSION A - 130m

a=0, 436; b=1, 05; c=2, 29; d=1, 14

ⓐ : Courbe théorique tenant compte de la réflexion à la surface du sol

ⓑ : Courbe théorique pour la propagation en milieu infini

⊙ : Points expérimentaux relevés sur les enregistrements photographiques

ⓐ - ⓑ : Reconstitution de l'echo sur la surface du sol par différence des courbes a et b

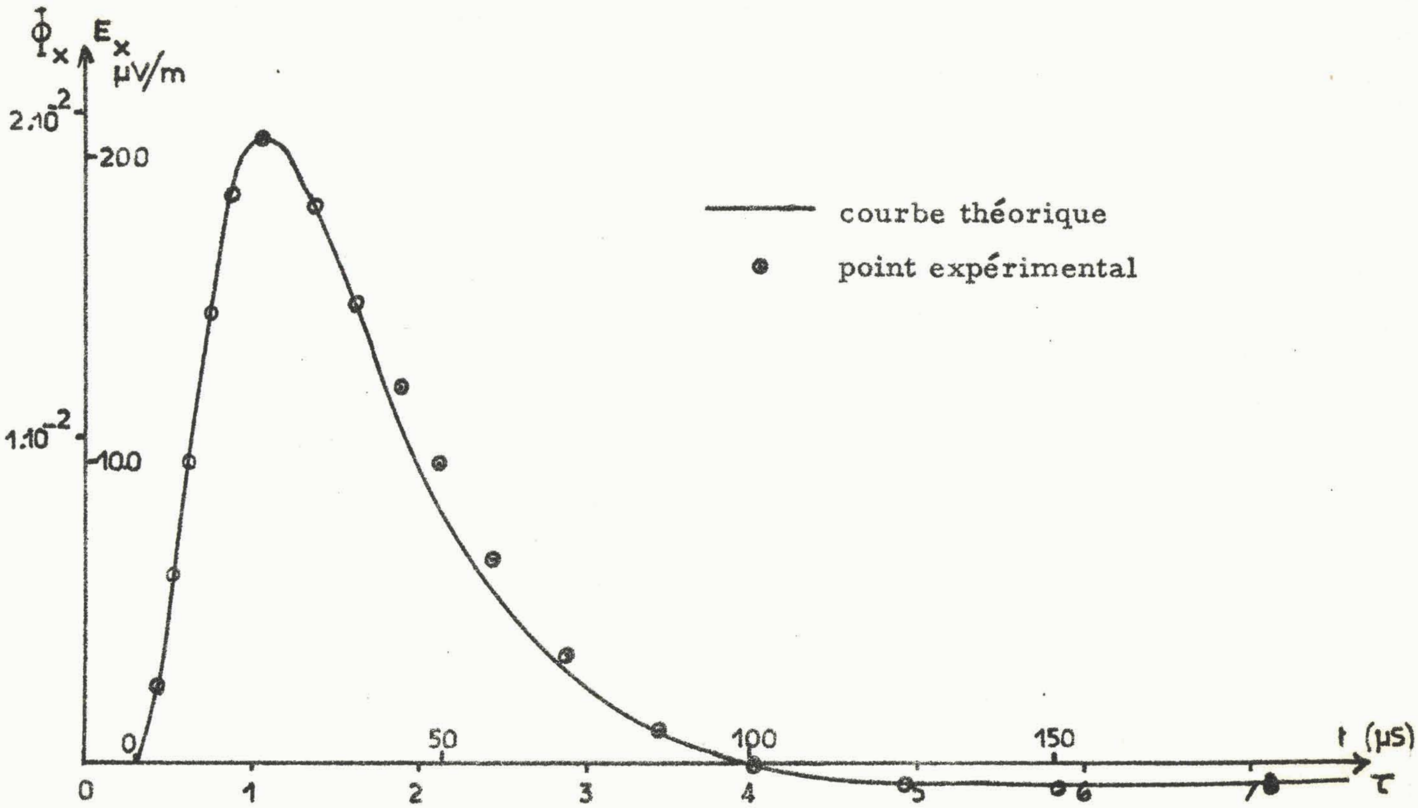
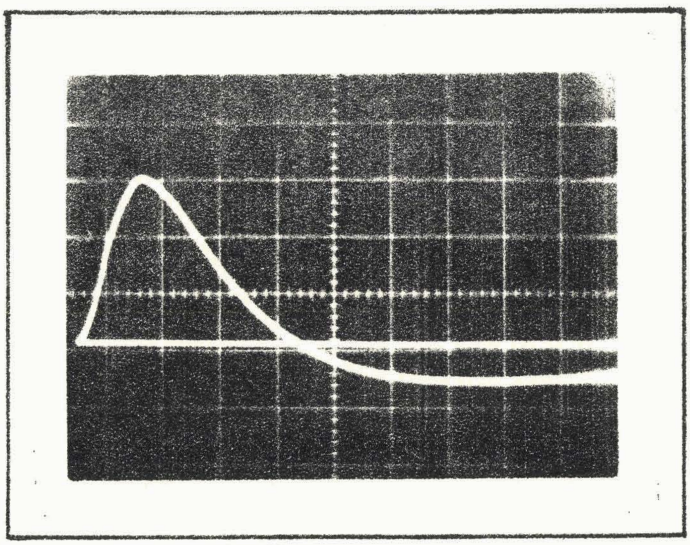


FIGURE 31 - RECEPTION A - 220m
EMISSION A - 130m



IMPULSION EXPERIMENTALE
20μS/div (avec filtre 50Hz)

C O N C L U S I O N

Au cours de ce travail, nous avons mis au point une théorie de la propagation d'une impulsion électromagnétique courte dans un milieu conducteur surmonté d'un milieu isolant et dans un milieu conducteur infini. Nous avons ensuite tenté sa vérification expérimentale.

Bien que de très nombreuses théories aient déjà été faites dans ce domaine, peu d'entre elles envisagent le cas d'une antenne de longueur finie, et surtout, à notre connaissance, aucune vérification expérimentale systématique de ces théories n'a été faite.

Au cours de notre expérimentation dans la mine de charbon de VIEUX-CONDE, nous avons pu confirmer quelques points de la théorie, en particulier l'indépendance de la forme de l'impulsion reçue vis-à-vis de la forme de l'impulsion émise tant que celle-ci est courte, la proportionnalité du champ reçu avec la charge émise par impulsion, la décroissance de l'amplitude en z^{-4} au voisinage de l'antenne et en z^{-5} à grande distance et l'élargissement de l'impulsion proportionnel au carré de la distance de propagation.

Les écarts dans la valeur des résistivités moyennes trouvés entre les points d'émission et de réception peuvent presque toujours s'exprimer par l'hétérogénéité et les plissements du terrain d'expérimentation.

:=:=:=:=:=:=:=:=:=:

ANNEXE . I.

Nous donnons ici le calcul des dérivées partielles de p, p_1 et n nécessaires pour calculer le champ E.

En posant : $$T = \frac{8t}{\sigma_1 \mu}$$

On peut écrire :

$$P_1(R_1,t) = \sqrt{\frac{\sigma_1 \mu}{4\pi}} \cdot \frac{1}{t^{3/2}} \cdot e^{-\frac{\sigma_1 \mu R_1{}^2}{4t}} \cdot \Gamma(t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{8}{\sigma_1 \mu T^{3/2}} \cdot e^{-\frac{2R_1{}^2}{T}} \; \Gamma(T)$$

$$P\,(R_o,t) = \sqrt{\frac{\sigma_1 \mu}{4\pi}} \cdot \frac{1}{t^{3/2}} \cdot e^{-\frac{\sigma_1 \mu R_o{}^2}{4t}} \cdot \Gamma(t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \; \frac{8}{\sigma_1 \mu T^{3/2}} \cdot e^{-\frac{2R_o{}^2}{T}} \; \Gamma(T)$$

$$n\,(R_o,t) = \frac{1}{2t} \, e^{-\frac{(\mu\sigma_1(r^2+2(z+h)^2)}{8t}} \cdot I_o\left[\frac{\sigma_1 \mu r^2}{8t}\right] = \frac{4}{\sigma_1 \mu T} \cdot e^{-\frac{r^2+2(z+h)^2}{T}} \cdot I_o\left[\frac{r^2}{T}\right]$$

$$p_1(R_1,t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{8}{\sigma_1 \mu T^{3/2}} \cdot e^{-\frac{2(x^2+y^2+(z-h)^2)}{T}}$$

$$\frac{\partial P_1}{\partial z} = - \frac{4(z-h)}{T} \cdot P_1$$

$$\frac{\partial^2 P_1}{\partial z^2} = \frac{16(z-h)^2}{T^2} P_1 - \frac{4}{T} P_1 = P_1 \left[\frac{16(z-h)^2}{T^2} - \frac{4}{T}\right]$$

$$\frac{\partial P_1}{\partial y} = - \frac{4y}{T} \cdot P_1$$

$$\frac{\partial^2 P_1}{\partial y^2} = \frac{16y^2}{T^2} P_1 - \frac{4}{T} P_1 = P_1 \left[\frac{16y^2}{T^2} - \frac{4}{T} \right]$$

$$E_{xp} = - \frac{Qd\ell}{4\pi\sigma_1} \left[\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] P_1(R_1, t) \tag{46}$$

$$E_{xp} = - \frac{Qd\ell}{4\pi\sigma_1} \left[\frac{16(y^2+(z-h)^2)}{T^2} - \frac{8}{T} \right] P_1(R_1, t)$$

$$E_{xp} = \frac{4Qd\ell}{\pi\sigma_1} \left[\frac{1}{2T} - \frac{y^2}{T^2} - \frac{(z-h)^2}{T^2} \right] \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{8}{\sigma_1 \mu T^{3/2}} e^{-\frac{2R_1^2}{T}} \tag{60}$$

$$n = K \cdot I_o \left[\frac{x^2+y^2}{T} \right] \cdot e^{-\left[\frac{x^2+y^2+2(z+h)2}{T} \right]} \quad \text{avec} \quad K = \frac{4}{\sigma_1 \mu T}$$

$$\frac{\partial n}{\partial y} = K \cdot \frac{2y}{T} \cdot I_1 \left[\frac{x^2+y^2}{T} \right] \cdot e^{-\left[\frac{x^2+y^2+2(z+h)^2}{T} \right]} - \frac{2y}{T} \cdot n$$

$$\frac{\partial^2 n}{\partial y^2} = K \cdot \frac{2}{T} \cdot I_1 \left[\frac{x^2+y^2}{T} \right] e^{-\left[\frac{x^2+y^2+2(z+h)^2}{T} \right]} + K \cdot \frac{2y}{T} \cdot \frac{2y}{T} \times \ldots$$

$$\times \ldots \; I'_1 \left[\frac{x^2+y^2}{T} \right] e^{-\frac{x^2+y^2+2(z+h)^2}{T}}$$

$$-K \cdot \frac{2y}{T} \cdot \frac{2y}{T} \cdot I_1 \left[\frac{x^2+y^2}{T} \right] \cdot e^{-\left[\frac{x^2+y^2+2(z+h)^2}{T} \right]} - \frac{2}{T} \cdot n - \ldots$$

$$- \ldots \frac{2y}{T} \left[K \cdot \frac{2y}{T} \cdot I_1 \left[\frac{x^2+y^2}{T} \right] e^{-\frac{x^2+y^2+2(z+h)^2}{T}} \right]$$

$$- \frac{2y}{n} \cdot n$$

en regroupant, on obtient :

$$\frac{\partial^2 n}{\partial y^2} = K \cdot e^{-\frac{x^2+y^2+2(z+h)^2}{T}} \left[\left[\frac{2}{T} - \frac{4y^2}{T^2} - \frac{4y^2}{T^2}\right] \cdot I_1 \left[\frac{x^2+y^2}{T}\right] - \ldots\right.$$

$$\left.\ldots \left[\frac{2}{T} - \frac{4y^2}{T^2}\right] I_\circ + \frac{4y^2}{T^2} I'_1 \left[\frac{x^2+y^2}{T}\right]\right]$$

$$\frac{\partial^3 n}{\partial y^2 \partial z} = \frac{4}{\sigma_1 \mu T} \cdot \frac{-4(z+h)}{T} e^{-\frac{x^2+y^2+2(z+h)^2}{T}} \cdot 2 \left[\left[\frac{1}{T} - \frac{4y^2}{T^2}\right] I_1 - \ldots\right.$$

$$\left. - \left[\frac{1}{T} - \frac{2y^2}{T}\right] I_\circ + \frac{2y^2}{T} I'_1\right]$$

$$\frac{\partial^3 n}{\partial y^2 \partial z} = \frac{-64(z+h)}{\sigma_1 \mu T^2} e^{-\frac{x^2+y^2+2(z+h)^2}{T}} \left[\frac{1}{2T}(I_1 - I_\circ) + \frac{y^2}{T^2}\left[I'_1 - 2I_1 + I_\circ\right]\right]$$

$$E_{xs} = \frac{Qd\ell}{4\pi\sigma_1} \left[\left[\frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right] p - \frac{2\partial^3 n}{\partial y^2 \partial z}\right] \qquad (47)$$

$$E_{xs} = \frac{4Qd\ell}{\pi\sigma_1} \left[\frac{y^2}{T^2} - \frac{(z-h)^2}{T^2}\right] \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{8}{\sigma_1 \mu T^{3/2}} \cdot e^{-2\frac{R_\circ^2}{T}}$$

$$- \frac{128Qd\ell}{4\pi\sigma_1} \left[\frac{z+h}{\sigma_1 \mu T^2}\right] e^{-\frac{R_\circ^2+(z+h)^2}{T}} \cdot \left[\frac{1}{2T}(I_1 - I_\circ) + \frac{y^2}{T^2}(I'_1 - 2I_1 + I_\circ)\right]$$

$$E_{xs} = \frac{32Q d\ell}{\pi\sigma_1^{2}\mu} \cdot \left\{ \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{(y^2-(z+h)^2)}{T^2} \cdot \frac{e^{-\frac{2R_o^2}{T}}}{T^{3/2}} + \frac{(z+h)}{T^2} e^{-\frac{R_o^2+(z+h)^2}{T}} \right.$$

$$\left. \left[(I_1 - I_o) \left[\frac{1}{2T} - \frac{y^2}{T^2} \right] + \frac{y^2}{T^2} (I'_1 - I_1) \right] \right\} \qquad (61)$$

$$\frac{\partial^2 P_1}{\partial x \partial y} = \frac{\partial .}{\partial y} \frac{\partial p_1}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left[-\frac{4x}{T} \cdot P_1 \right] = \frac{16xy}{T^2} \cdot P_1$$

$$E_{y.p} = \frac{Q d\ell}{4\pi\sigma_1} \cdot \frac{\partial^2 P_1}{\partial x \partial y} \qquad (48)$$

$$E_{yp} = \frac{16Q d\ell}{4\pi\sigma_1} \cdot \frac{xy}{T^2} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{8e^{-\frac{2R_1^2}{T}}}{\sigma_1 \mu \, T^{3/2}}$$

$$E_{yp} = \frac{32Q d\ell}{\pi\sigma_1^{2}\mu} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{xy}{T^{7/2}} \cdot e^{-2R_1^2/T} \qquad (64)$$

$$E_{ys} = \frac{Q d\ell}{4\pi\sigma_1} \left[-\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y} + \frac{2\partial^3 n}{\partial x \partial y \partial z} \right] \qquad (49)$$

$$\frac{\partial n}{\partial x} = K \cdot \frac{2x}{T} \cdot I_1 \left(\frac{x^2+y^2}{T} \right) \cdot e^{-\frac{x^2+y^2+2(z+h)^2}{T}} - \frac{2x}{T} \cdot n$$

$$= K \, e^{\frac{-x^2+y^2+2(z+h)^2}{T}} \frac{2x}{T} \cdot (I_1 - I_o)$$

$$\frac{\partial^2 n}{\partial x \partial y} = K \cdot \frac{2x}{T} \cdot \left[\frac{-2y}{T} e^{-\frac{x^2+y^2+2(z+h)^2}{T}} (I_1 - I_o) + \frac{2y}{T} (I'_1 - I_1) e^{-\frac{x^2+y^2+2(z+h)^2}{T}} \right]$$

$$= K \cdot \frac{4xy}{T^2} \cdot e^{-\frac{x^2+y^2+2(z+h)^2}{T}} \left[I_o - 2I_1 + I'_1 \right]$$

$$\frac{\partial^2 n}{\partial x \partial y \partial z} = \frac{4}{\sigma_1 \mu T} \cdot \frac{4xy}{T^2} \cdot \frac{-4(z+h)}{T} \cdot e^{-\frac{x^2+y^2+2(z+h)^2}{T}} \left[I_o - 2I_1 + I'_1 \right]$$

$$\frac{\partial^2 n}{\partial x \partial y \partial z} = \frac{64xy(z+h)}{\sigma_1 \mu T^4} e^{-\frac{x^2+y^2+2(z+h)^2}{T}} \left[-I'_1 + 2I_1 - I_o \right]$$

$$E_{ys} = - \frac{32 Q d\ell}{\pi \sigma_1^2 \mu} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{xy}{T^{7/2}} e^{-\frac{2R_o^2}{T}}$$

$$+ \frac{Q d\ell}{4\pi\sigma_1} \cdot \frac{128xy(z+h)}{\sigma_1 \mu T^4} e^{-\frac{x^2+y^2+2(z+h)^2}{T}} \left[-I'_1 + 2I_1 - I_o \right]$$

$$E_{ys} = - \frac{32 Q d\ell}{\pi \sigma_1^2 \mu} e^{-\frac{2R_o^2}{T}} \cdot \frac{xy}{T^3} \cdot \left[\sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{T}} + \frac{(z+h)}{T} \left[I_o - 2I_1 + I'_1 \right] \right]$$

$$E_{zp} = \frac{Q d\ell}{4\pi\sigma_1} \cdot \frac{\partial^2 p_1}{\partial x \partial z} \qquad E_{zs} = \frac{Q d\ell}{4\pi\sigma_1} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial z}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = - \frac{4x}{T} \cdot p \quad \text{et} \quad \frac{\partial P_1}{\partial x} = - \frac{4x}{T} \cdot P_1$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial z} = -\frac{4x}{T} \cdot \frac{-4(z+h)}{T} \cdot p \qquad \frac{\partial^2 p_1}{\partial x \partial z} = -\frac{4x}{T} \cdot \frac{-4(z-h)}{T} \cdot p_1$$

$$E_{zp} = \frac{Q d\ell}{4\pi\sigma_1} \cdot \frac{16x(z-h)}{T^2} \cdot \frac{8}{\sigma_1 \mu T^{3/2}} \, e^{-\frac{2R_1^2}{T}} \sqrt{\frac{2}{\pi}}$$

$$E_{zp} = \frac{32 Q d\ell}{\pi \sigma_1^2 \mu} \cdot \frac{x(z-h)}{T^{7/2}} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \, e^{-\frac{2R_1^2}{T}}$$

$$E_{zs} = \frac{Q d\ell}{4\pi\sigma_1} \cdot \frac{16x(z+h)}{T^2} \cdot \frac{8}{\sigma_1 \mu T^{3/2}} \, e^{-\frac{2R_o^2}{T}} \sqrt{\frac{2}{\pi}}$$

$$E_{zs} = \frac{32 Q d\ell}{\pi \sigma_1^2 \mu} \cdot \frac{x(z+h)}{T^{7/2}} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot e^{-\frac{2R_o^2}{T}}$$

Calcul Numérique Lille

```
      $ALGO,LIST;
   COMPILATION ALGOL M 40     DATE 22/05/67
     0000     'BEGIN''COMMENT'IMPULSIONSVIEUX-CONDE;
     0000     'REAL'A,B,C,D,TAU,T1,T2,T3,T4,T5,T6,T7,T8,T9,T10,T11,T12,B2T,APD,AMD
     0000     ,RATA,CIT,E2C,X,F1,F11,F12,F2;
     0001     'REAL''PROCEDURE'ERF(X);
     0002     'VALEUR'X;
     0003     'REAL'X;
     0004     'BEGIN''REAL'A,U,V,W,Y,Z,T;
     0005     'INTEGER'N;
     0006     Z:=0;
     0007     E1:'IF'X#0'THEN''BEGIN''IF'ABS(X)>0.5'THEN'A:=-SIGN(X)*0.5'ELSE'A:=-
     0007     X;
     0008     U:=V:=1.1283791 7*EXP(-X*X);
     0009     Y:=T:=-V*A;
     0010     N:=1;
     0011     E2:'IF'ABS(T)>=@-10'THEN''BEGIN'N:=N+1;
     0012     W:=-2*X*V-2*U*(N-2);
     0013     T:=T*W*A/(V*N);
     0014     U:=V;
     0015     V:=W;
     0016     Y:=Y+T;
     0017     'GOTO'E2'END';
     0018     Z:=Z+Y;
     0019     X:=X+A;
     0020     'GOTO'E1'END';
     0021     ERF:=Z'END'DELAPROCEDUREERF;
     0022     A:=DATA;
     0023     B:=DATA;
     0024     D:=DATA;
     0025     C:=DATA;
     0026     'FOR'TAU:=0.1'STEP'0.1'UNTIL'1,1.2'STEP'0.4'UNTIL'8'DO''BEGIN'RATA:=
     0026     SQRT(TAU);
     0027     APD:=(A+D/2)/RATA;
     0028     AMD:=(A-D/2)/RATA;
     0029     B2T:=B*B/TAU;
     0030     CIT:=C/RATA;
     0031     E2C:=EXP(-2*CIT*CIT)/(TAU*TAU);
     0032     X:=APD*SQRT(2);
     0033     T1:=ERF(X);
     0034     X:=AMD*SQRT(2);
     0035     T2:=ERF(X);
     0036     X:=APD*0.608;
     0037     T3:=ERF(X);
     0038     X:=AMD*0.608;
     0039     T4:=ERF(X);
```

```
X:=APD*1.265;
T5:=ERF(X);
X:=AMD*1.265;
T6:=ERF(X);
X:=APD*0.458;
T7:=ERF(X);
X:=AMD*0.458;
T8:=ERF(X);
X:=APD*1.338;
T9:=ERF(X);
X:=AMD*1.338;
T10:=ERF(X);
X:=APD;

T11:=ERF(X);
X:=AMD;
T12:=ERF(X);
F1:=(T1-T2)/(4*TAU*TAU)*(EXP(-2*(B*B+1)/TAU)*(1-2*(B*B+1)/TAU)+EXP(-
2*(B*B+C*C)/TAU)*2*(B*B-C*C)/TAU)+C1T*E2C*(2*B2T-0.5)*0.1782*EXP(-0.
37*B2T)*(T3-T4)+C1T*E2C*(2*B2T-0.5)*0.6144*EXP(-1.63*B2T)*(T5-T6)-B2
T*C1T*E2C*0.174*EXP(-0.21*B2T)*(T7-T8)-B2T*C1T*E2C*0.0596*EXP(-1.79*
B2T)*(T9-T10)-B2T*C1T*E2C*0.288*EXP(-B2T)*(T11-T12);
F11:=F1/D;
F2:=EXP(-2*(B*B+1)/TAU)/(4*TAU*TAU)*(1-2*(B*B+1)/TAU)*(T1-T2);
F12:=F2/D;
TEXT("TAU:=\);
SPACE(2);
EDIT("F5.3\,TAU);
SPACE(2);
TEXT("F11:=\);
SPACE(2);
EDIT("L11.5\,F11);
SPACE(2);
TEXT("F12:=\);
SPACE(2);
EDIT("L11.5\,F12);
SPACE(2);
PRINT(2);
'END';
'END'
```

BIBLIOGRAPHIE

(1) RIORDAN J., Bell Syst. Tech. J., 12, (1933), p.420

(2) FOSTER R.M., Bell Syst. Tech. J., 10, (1931), p.408

(3) YOST W.J., Geophysics, XVII, n°14, (1952)
"The interpretation of electromagnetic reflection data in geophysical prospection"

(4) WAIT J.R., Geophysics, XVI, n°2 , (1951), p.213-221
"Transient electromagnetic propagation in a conducting medium"

(5) WAIT J.R., Can. J. Physics, 29, (1951), p.577

(6) WAIT J.R., Geophysics, XVIII, n°1, (1953), p.138-141
"Transient coupling in grounded circuits"

(7) WAIT J.R., FROESE C., J. Geophys. Res., 60, N°1, (1955), p.97-103
"Reflection of transient electromagnetic waves at a conducting surface"

(8) WAIT J.R., Canad. J. Phys., 34, n°1, (1956), p.27-35
"Transient fields of a vertical dipole over a homogeneous curved ground"

(9) WAIT J.R., Trans. I. R. E. AP-5, (1957), p.198-202
"The transient behaviour of the electromagnetic ground wave over a spherical earth"

(10) WAIT J.R., Appl. Sci. Res., (1960), B.8., p.213-253
"Propagation of electromagnetic pulses in a homogeneous conducting earth"

(11) WAIT J.R., Canad. J. Phys.,40-9; (1962), p.1264-1269
"A note on the propagation of electromagnetic pulses over the earth's surface"

(12) BHATTACHARYYA B.K., Geophysics, 20, (1955), p.959

(13) BHATTACHARYYA B.K., Geophysics, 22, (1957), p.75-88
"Propagation of transient electromagnetic waves in a medium of finite conductivity"

(14) BHATTACHARYYA B.K., Geophysics, 22, (1957), p.905-921
"Propagation of an electric pulse through a homogeneous and isotropic medium"

(15) BHATTACHARYYA B.K., Geophysics, 24, (1959), p.89-108
"Electromagnetic fields of a transient magnetic dipole on the earth's surface"

(16) BHATTACHARYYA B.K., Geophys. Prospect., 11, n°2, (1963), p.176-196
"Some theoretical aspects of electrode polarization in rocks"

(17) MIJNARENDS P.E., J. appl. Phys., 33, n°8, (1962), p.2556-2564
"Propagation of electromagnetic step functions over a conducting medium"

(18) BELLUIGI A., Geofis. Pura Appl., 25, (1953), p.29

(19) BELLUIGI A., Annali di Geofis., 7, (1954), p.1

(20) BELLUIGI A., Annali di Geofis., 12, n°2, (1959), p.143-153

(21) PORITSKY H., Brit. J. appl. Phys., 6, n°12, (1955), p.421-426
"Propagation of transient fields from dipole near the ground"

(22) DE HOOP A.T., FRANKENA H.J., Appl. Sci. Res., B-8, (1960), p.369-377
"Radiation of pulses generated by a vertical electric dipole above a plane non-conducting earth"

(23) TIKHONOV A.N., Bull. Akad. Si. S.S.S.R., Ser. Geogr. Geophys., n°3, (1946)
"Etablissement d'un courant électrique dans un demi-espace homogène conducteur"

(24) TIKHONOV A.N., Bull. Akad.Sci.S.S.S.R., Ser. Geogr., n°3, (1950) ; n°6, (1951)
"Etablissement d'un courant électrique dans un milieu stratifié" inhomogène"

(25) SKUGAREVSKAYA O.A., Bull. Akad.Sci.S.S.S.R., Ser.Geophys.n°6, (1951)
"Etat initial et final du processus d'établissement d'un courant électrique dans une couche se trouvant sur un soubassement parfaitement conducteur"

(26) TIKHONOV A.N., SKUGAREVSKAYA O.A., Bull. Akad.Sci.S.S.S.R., Ser. Geophys., n°3, (1958)
"Interprétation du processus d'établissement d'un champ électrique dans un milieu stratifié"

(27) CHETAYEV D.N., Bull.Akad.Sci.SSS.S.R., Ser. Geophys., n°5, (1956)
"Théorie du sondage utilisant des impulsions de courant continu dans une boucle non mise à la masse"

(28) ENENSTEIN B.S., Bull. Akad. Sci. S.S.S.R., n°1, (1949)
"Résultats d'expériences sur le temps de montée du champ électrique dans le sol"

(29) WAIT J.R., Geophysics, 16, (1951), p.666

(30) MARLE C., Rapport I.F.P., n°5722, Octobre 1960

(31) DESBRANDES R., Rapport I.F.P., n°7061, Janvier 1962

(32) MORINEAU Y., Rapport I.F.P., n°6945, Novembre 1961

(33) DESBRANDES R., NOREL G., Rapport I.F.P., n°3983, Février 1960

(34) GABILLARD R., Rapport I.F.P. n°8269, Mars 1963

(35) ERDELYI, MAGNUS, OBERHETTINGER, TRICOMI
Tables of Integrals transforms (Mc Graw-Hill ed.)

(36) GLASOE, LEBACQZ
Pulse Generators (M.I.T. series.5.) (Mc Graw-Hill ed)

SECONDE THESE

Propositions données par la Faculté

Procédés d'extraction de signaux récurrents dans le bruit.

Vu et approuvé,

Lille, le 4 Juillet 1967

Le Doyen de la Faculté des Sciences de LILLE

J. HEUBEL

Vu et permis d'imprimer

Lille, le 5 Juillet 1967

Le Recteur de l'Académie de LILLE

G. DEBEYRE