

50 376

1967

30

N° d'ordre
152

50376

1967

30

THÈSES

présentées

à la Faculté des Sciences de l'Université de Lille

pour obtenir

Le Grade de Docteur ès Sciences Physiques

par

M. Marius PANET

Licencié ès Sciences

PREMIÈRE THÈSE : Sur l'interprétation de certains phénomènes
de ferro-résonance.

DEUXIÈME THÈSE : Proposition donnée par la Faculté.



Soutenues le 9 Mai 1967, devant la Commission d'Examen

MM. L. NÉEL

Membre de l'Institut

ROUELLE

Président

DEHORS

VIDAL

INTRODUCTION

- : - : - : -

En 1931 WELLER donne le résultat d'expériences réalisées sur un réseau à neutre isolé avec des transformateurs de potentiel connectés en étoile dont le neutre est au sol (B 1).⁽¹⁾ La plupart des essais sont réalisés sur un réseau 12 k V , 60 Hz , 42.000 k V A. Compte tenu de la capacité de chaque conducteur par rapport au sol qui constitue ici le point commun, le montage équivaut à trois circuits bouchons associés en étoile.

Le fonctionnement normal cède souvent la place à des régimes plus complexes que l'auteur classe de la façon suivante :

1°) Le phénomène A est le déplacement du neutre de sa position normale au centre de gravité du triangle à une position près d'un sommet ; la tension composée apparaît approximativement sur deux transformateurs tandis qu'une petite tension très déformée existe aux bornes du troisième (B 1, Fig. n°4 , p. 301).

2°) Le phénomène B montre des tensions étoilées de fréquence double (B 1 , Fig. n°5 , p.301) ; elles sont équilibrées, déformées et leurs amplitudes atteignent 2,7 fois l'amplitude normale avec des courants valant 10 fois ceux du régime normal ; des battements audibles se produisent à une fréquence de 30 à 170 par minute.

Ce phénomène survient fréquemment mais ne se maintient que pour des tensions suffisantes et seulement un certain temps.

(1) La lettre B suivie d'un numéro d'ordre renvoie aux références bibliographiques.

3°) Le phénomène C correspond à des tensions étoilées dont la fréquence fondamentale est moitié de celle du réseau (B 1 , Fig. n°6, p.302) ; elles sont équilibrées, très déformées et leur amplitude atteint 1,2 fois l'amplitude normale. L'intensité des courants, de forme très pointue, peut atteindre 15 fois leur valeur normale et des battements sont audibles à la fréquence de 240 par minute.

4°) Le phénomène D fait apparaître une oscillation de fréquence triple dans les tensions étoilées qui restent équilibrées et prennent environ 3,5 fois leur valeur normale ; l'auteur cite seulement "quelques cycles successifs du phénomène D de durée trop réduite pour obtenir une série complète de lectures" et les oscillogrammes correspondants sont peu lisibles (B 1 , Fig. n°15 , p.319).

Pour expliquer ces phénomènes A. BOYAJIAN et O.P. Mc CARTHY (B 2) se réfèrent d'abord au montage monophasé constitué par deux circuits bouchons en série ; ils ne tiennent compte que de la composante réactive du terme fondamental du courant absorbé par la bobine.

Une interprétation des phénomènes est présentée par C.W. LAPIERRE (B 3).

L'ensemble des publications précédentes représente un important travail expérimental ; toutefois, il faut remarquer qu'il est effectué en majeure partie sur un réseau haute tension dans des conditions qui ne se prêtent pas à une étude systématique. Le fait d'opérer dans un domaine de tension trop restreint a caché aux auteurs l'apparition spontanée des régimes "anormaux" lorsqu'on opère sous tension croissante.

Cette apparition spontanée condamne la théorie de LAPIERRE suivant laquelle la saturation des bobines, durant les premiers cycles qui suivent l'enclenchement, serait responsable des fonctionnements anormaux.

Il semblait intéressant de reprendre le problème en effectuant des essais dans un domaine de tensions plus étendu

et de rechercher une interprétation de toutes les particularités des phénomènes observés.

Une telle étude ne peut s'étendre à tous les montages ferrorésonnants ; il est naturel de l'entreprendre pour le plus simple d'entre eux, formé de deux circuits bouchons identiques, associés en série, et d'en transposer ensuite les résultats à des montages plus complexes.

CHAPITRE I

CHAINES DE CIRCUITS BOUCHONS FERRO RESONNANTS

- : - : - : - : - : - : - : - : - : - : - : -

Lorsqu'une chaîne de n éléments linéaires identiques associés en série est alimentée sous une tension $n \times u$, celle-ci se répartit de telle sorte que chaque élément soit soumis à la même tension $v = u$.

Les chaînes d'éléments non linéaires peuvent faire exception à cette règle ; c'est le cas notamment pour une série de circuits bouchons dont les bobines sont à noyau de fer. Je considérerai une chaîne réduite à deux éléments (Fig. 1-1) alimentée sous une tension sinusoïdale $2 u$; dans le fonctionnement normal, cette tension se partage également entre les deux circuits qui supportent donc respectivement :

$$(1-1) \quad v_A = v_B = u$$

Les flux dans les enroulements sont alors :

$$(2-1) \quad \varphi_A = \varphi_B = \varphi$$

et, en l'absence de toutes pertes :

$$(3-1) \quad u = \frac{d \varphi}{d t}$$

Ce fonctionnement «normal» est celui que compterait observer un expérimentateur non averti ; en fait, il cède souvent la place à des fonctionnements «anormaux» dans lesquels les flux et tensions ne prennent pas les mêmes valeurs pour chacun des circuits bouchons.

MONTAGES A FLUX SINUSOÏDAUX

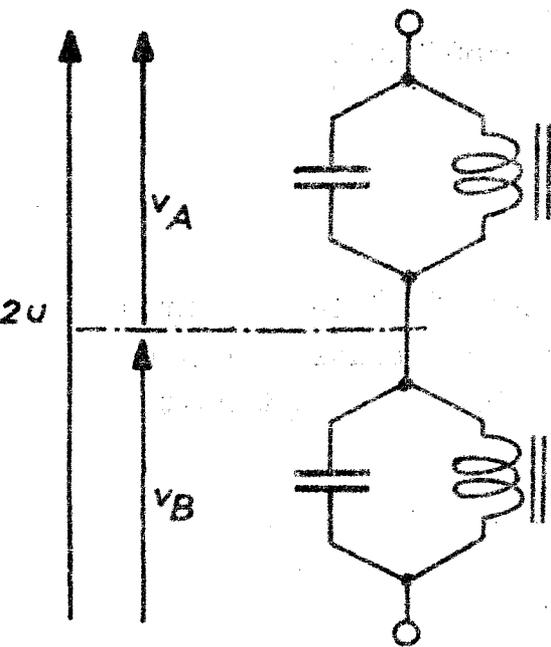


Fig (1-1) Deux circuits bouchons identiques associés en série et alimentés en monophasé

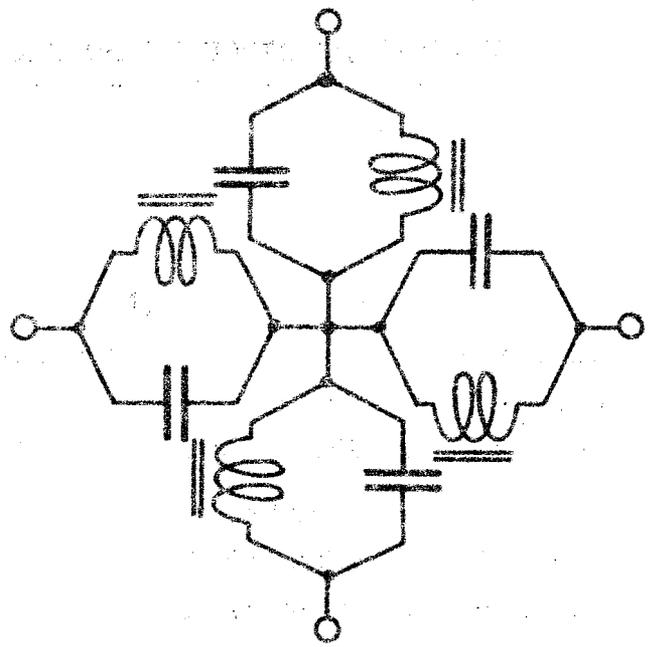


Fig (2-1) Montage polyphasé d'ordre pair ($q=4$)

MONTAGES A FLUX NON SINUSOÏDAUX

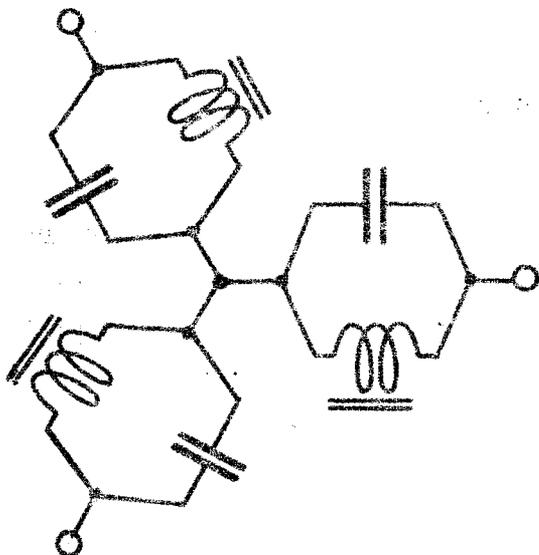


Fig (3-1) Montage polyphasé d'ordre impair $q=3$



Fig (4-1) Circuit série

MONTAGES "A FLUX SINUSOIDAUX" et "A FLUX NON SINUSOIDAUX" -

J'étudierai aussi l'association en étoile d'un nombre pair $2n$ de circuits bouchons identiques ; cette étoile à neutre isolé sera alimentée sous tensions sinusoïdales par un réseau polyphasé d'ordre $q = 2n$ (Fig. 2-1).

Le fonctionnement normal est ici celui qui met en jeu aux bornes des divers circuits bouchons des tensions étoilées sinusoïdales $v_1, v_2 \dots v_n$ formant un système équilibré ; ici encore ce fonctionnement reste exceptionnel. L'étude des montages précédents est néanmoins facilitée par le fait que le régime normal y est clairement défini ; il est caractérisé par des flux sinusoïdaux dans les bobines, ce qui permet éventuellement de préciser le comportement de ces éléments non linéaires si l'on en connaît la caractéristique magnétique.

D'autres montages sont d'une étude plus délicate ; dans le cas d'un nombre impair de circuits bouchons associés en étoile à neutre isolé et alimentés par un réseau polyphasé d'ordre $q = 2n + 1$ (Fig. 3-1), le régime normal est lui-même difficile à préciser car les flux dans les bobines n'y sont déjà pas sinusoïdaux, même en l'absence de condensateurs.

Il en est de même du circuit formé par l'association en série d'une bobine à noyau de fer avec un condensateur et alimenté sous tension sinusoïdale (Fig. 4-1).

Je me propose d'étudier les régimes anormaux susceptibles de se développer spontanément dans les divers montages que je viens de présenter, qu'ils soient "à flux sinusoïdaux" ou "à flux non sinusoïdaux".

Je tenterai surtout de donner de l'ensemble de ces phénomènes un éclairage général en reliant les particularités des montages polyphasés et du circuit série au comportement du montage à deux circuits bouchons que j'étudierai en premier lieu.

Ma préoccupation essentielle sera de mettre en évidence, dans ces divers circuits, les phénomènes qui se révéleront justifiables de la même interprétation générale, et je me contenterai de citer d'autres aspects particuliers qui nécessiteraient une étude complémentaire.

SOURCE

La tension d'essai sera généralement prise sur le réseau de fréquence 50 Hz par l'intermédiaire d'un régulateur d'induction qui permet un réglage progressif ; elle sera parfois fournie par l'alternateur 12 k VA du Laboratoire dont la fréquence est réglable entre 0 et 75 Hz.

Ces deux sources ont des impédances suffisantes pour qu'il en résulte à certains régimes des déformations notables de la tension appliquée au montage. Pour remédier à cet inconvénient, j'ai fait construire un transformateur dont l'enroulement secondaire comporte suffisamment de prises pour permettre un réglage progressif de la tension en introduisant des chutes de tension et des déformations beaucoup plus réduites.

BOBINES A NOYAU DE FER

J'ai d'abord utilisé deux circuits magnétiques pratiquement parfaits, formés chacun par 50 couronnes de tôles STA dont les pertes sont de 1,7 W/kg à la fréquence 50 Hz pour une induction maximale de 1 tesla ⁽¹⁾. Chacune de ces tôles a une épaisseur de 0,4 mm et les diamètres extérieur et intérieur des couronnes sont respectivement 290 et 200,7 mm ; la section de fer utile est donc 8,9 cm² et la longueur de la ligne de force moyenne 77,1 cm.

Je me suis efforcé d'obtenir ces circuits magnétiques aussi identiques que possible ; l'utilisation de couronnes a évité tout joint qui risquerait d'introduire des différences appréciables dans les caractéristiques de fonctionnement ; en outre, j'ai veillé à ce que toutes les tôles utilisées proviennent d'une même livraison, et même à ce que les couronnes issues d'une même feuille soient réparties également entre les circuits magnétiques réalisés.

(1) Matériau normalement utilisé pour la construction des turbo-alternateurs.

Chacun de ceux-ci porte deux enroulements d'environ 300 spires ⁽¹⁾ uniformément réparties.

1°) Un enroulement principal formé d'une seule couche de fil de cuivre, de diamètre 16/10 dont la résistance est de 0,38 Ω ⁽²⁾.

2°) Un enroulement de même nombre de spires en fil de cuivre 5/10 qui sera généralement réservé à l'alimentation de circuits voltmétriques.

Les bobines précédentes ont été utilisées pour l'étude du montage monophasé formé par deux circuits bouchons associés en série.

J'ai pensé ensuite que certains problèmes seraient plus facilement discutés en assimilant la caractéristique magnétique à deux éléments rectilignes, et j'ai alors fait appel à d'autres bobines dont les circuits magnétiques sont formés de 60 tours d'un ruban de tôle à cristaux orientés, de qualité M 6 X dont les pertes sont de 0,6 W/kg à 50 Hz pour une induction maximale de 1 tesla ; chacun de ces circuits magnétiques porte quatre enroulements dont les spires sont uniformément réparties.

1°) Deux enroulements principaux comprenant chacun 100 spires de fil de cuivre de diamètre 16/10, ayant une résistance de 1,4 Ω .

2°) Un enroulement de 200 spires de fil de cuivre, de diamètre 10/10, ayant une résistance de 5,50 Ω .

3°) Un enroulement de 20 spires en fil de cuivre 12/10 ayant une résistance de 0,07 Ω .

(1) Malgré les précautions prises, l'identité des circuits n'est pas parfaite ; pour réduire au minimum les écarts qui en résultent pour les caractéristiques, j'ai dû adopter des nombres de spires légèrement différents pour les deux bobines (314 et 316 spires) ; ce réglage a été effectué en veillant à ce qu'une tension sinusoïdale, appliquée aux deux bobines en série, se partage également entre elles.

(2) Les résistances ont été mesurées à la température du Laboratoire, soit 18° C.

CARACTERISTIQUE MAGNETIQUE -

Négligeant l'hystérésis, j'utiliserai deux schématisations de la caractéristique magnétique qui permettront une interprétation qualitative des phénomènes observés.

a) Selon l'une d'elles, cette caractéristique est formée par un segment vertical limité au point d'ordonnée ϕ_c que prolonge une demi-droite de pente L_2 (Fig. 5 a-1).

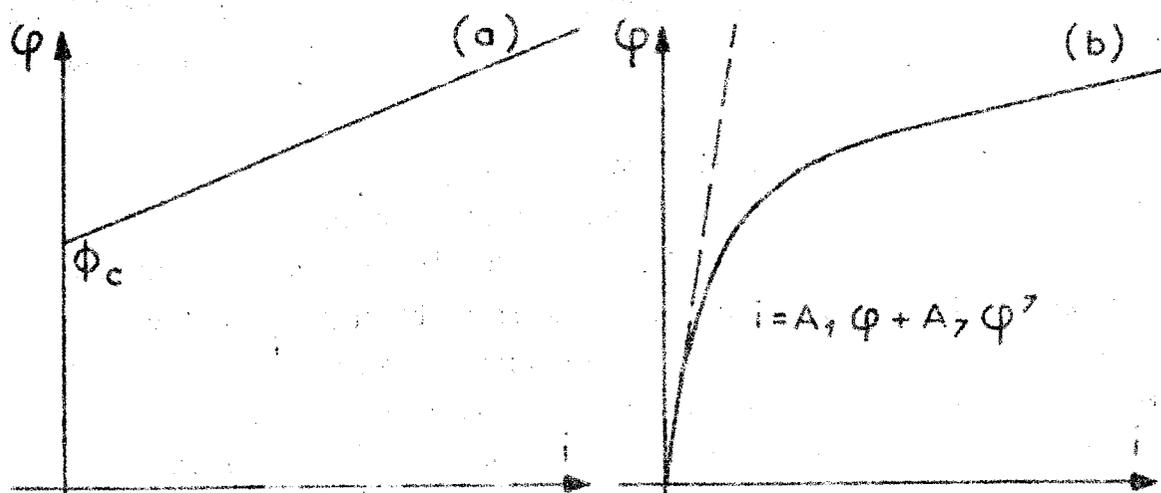


Fig (5a-1) Schématisation de la caractéristique magnétique

b) Selon une autre schématisation, la caractéristique magnétique peut être représentée par un développement de la forme :

$$(4-1) \quad i = \sum A_{2n+1} \phi^{2n+1}$$

dans lequel $(2n + 1)$ peut prendre diverses valeurs entières... impaires ; la Figure (5 b-1) représente à titre d'exemple un cas où :

$$(5-1) \quad i = A_1 \phi + A_7 \phi^7$$

Cette schématisation est plus satisfaisante que la précédente car elle permettrait, en adoptant au second membre de la relation (4-1) les exposants et coefficients convenables, de se rapprocher beaucoup d'un circuit réel donné ; elle est

à utiliser pour toute analyse précise prétendant à des vérifications quantitatives.

Néanmoins, j'ai fait appel à l'autre schématisation dans les cas où elle conduit à des calculs plus simples ; bien que plus grossière, elle suffira souvent à interpréter l'essentiel des phénomènes, je n'ai pas craint de demander indifféremment soit à l'une soit à l'autre de ces représentations ce qu'elle pouvait plus commodément m'apporter, car leur différence est en fait dominée par un caractère commun, la saturation du fer qui entraîne qualitativement les mêmes conséquences.

CHAPITRE II

MONTAGE MONOPHASE A DEUX CIRCUITS BOUCHONS

- : - : - : - : - : - : - : - : - : - : - : -

ETUDE EXPERIMENTALE

- : - : - : - : - : -

REGIMES ANORMAUX -

Au cours d'un fonctionnement anormal flux et tensions prennent des valeurs inégales conformément aux relations :

$$(1-2) \quad \begin{aligned} v_A &= u + \Delta u & v_B &= u - \Delta u \\ \varphi_A &= \varphi + \Delta \varphi & \varphi_B &= \varphi - \Delta \varphi \end{aligned}$$

avec : $\Delta u = \frac{d(\Delta \varphi)}{dt}$

Ces relations mettent en évidence des anomalies de tension Δu et de flux $\Delta \varphi$, fonctions du temps qui ne sont plus sinusoïdales comme u et φ .

On en déduit :

$$(2-2) \quad v_A - v_B = 2 \Delta u = \frac{2 d(\Delta \varphi)}{dt}$$

L'anomalie de tension apparaît donc à l'état pur aux bornes d'un circuit secondaire constitué par la mise en opposition de deux enroulements portés par les noyaux A et B (Fig. 1-2).

Les publications antérieures ont surtout attiré l'attention sur les fonctionnements anormaux mettant en jeu une anomalie de tension comportant essentiellement un terme fondamental de même fréquence que la source et accompagné d'harmoniques peu importants. Les tensions v_A et v_B prennent alors des valeurs différentes, mais se déforment assez peu pour qu'on puisse les considérer comme restant sinusoïdales ; il s'agit alors d'un phénomène de ferro-résonance fondamentale dont on n'a cherché à discuter les conditions d'obtention qu'à partir des caractéristiques tension-courant du circuit considéré.

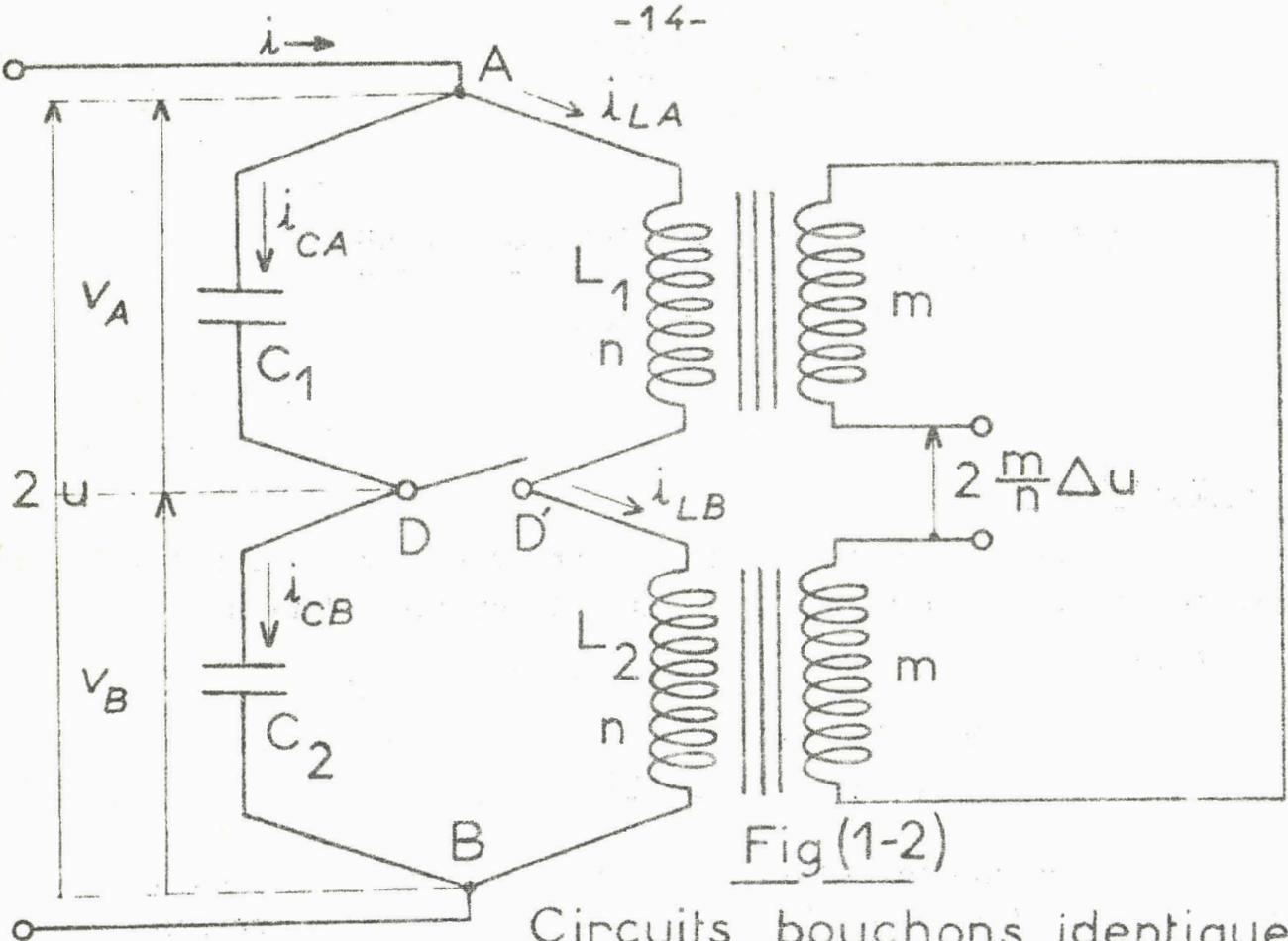


Fig (1-2)

Circuits bouchons identiques associés en série

Des anomalies de fréquence multiple ont été incidemment citées (1) sans avoir donné lieu à une étude systématique.

Mes travaux ont porté sur l'ensemble de ces phénomènes et ont mis en évidence toute une succession de régimes anormaux d'aspect très particulier dont j'ai précisé les caractères exacts.

J'ai donné du mécanisme de leur naissance et de leur entretien une interprétation en parfait accord avec mon étude oscillographique, et valable, tant pour le phénomène de fréquence fondamentale que pour ceux de fréquence multiple.

FERRORESONANCE FONDAMENTALE - TRAVAUX ANTERIEURS -

Divers auteurs ont déjà signalé que la tension totale peut se partager inégalement entre deux circuits bouchons en série.

Noether (134) en recherche une interprétation en considérant que le courant I_L'' absorbé par la bobine est sinusoidal et purement réactif ; il est donc donné en fonction de la valeur efficace V de la tension appliquée par une caractéristique $I_L''(V)$ dont la forme classique rappelle celle d'une courbe de magnétisme (Fig. 2-2).

Le condensateur absorbe aussi un courant purement réactif :

$$(3-2) \quad I_C'' = V C \omega$$

qui est en opposition de phase avec celui de la bobine.

L'intensité efficace absorbée au total par le circuit bouchon est donc la valeur absolue de la différence :

$$(4-2) \quad |I_L'' - V C \omega| = I''$$

Pour des valeurs convenables de la capacité, les variations de ce courant I'' en fonction de la tension V sont représentées par une caractéristique telle que $O A B C$; lorsqu'on augmente progressivement la tension, ce courant augmente d'abord (branche $O A$), passe par un maximum I_A'' puis décroît et s'annule en B pour $V = V_0$ (tension "d'accord") ; il demeure ensuite sur la branche $B C$ une fonction croissante de la tension (1).

A toute valeur V de cette dernière ne correspond qu'un seul régime ; par contre, toute valeur $I'' < I_A''$ peut être obtenue pour trois valeurs différentes de la tension d'essai correspondant aux trois points de fonctionnement M_1, M_2 et M_3 ; en M_1 la tension est en quadrature avance sur le courant, et en M_2 et M_3 elle est en quadrature retard.

Pour deux circuits bouchons en série, cette caractéristique laisse donc prévoir la possibilité d'obtenir un courant $I'' < I_A''$ dans six régimes différents :

1°) Trois normaux tels que M_1M_1, M_2M_2 et M_3M_3 où les deux circuits bouchons ont leurs points de fonctionnement confondus ; $O A B C$ représente alors les variations du courant I'' en fonction de la demi-tension totale U .

(1) Il en est visiblement ainsi lorsque les caractéristiques I_C'' et I_L'' se coupent en un point P expérimentalement accessible.

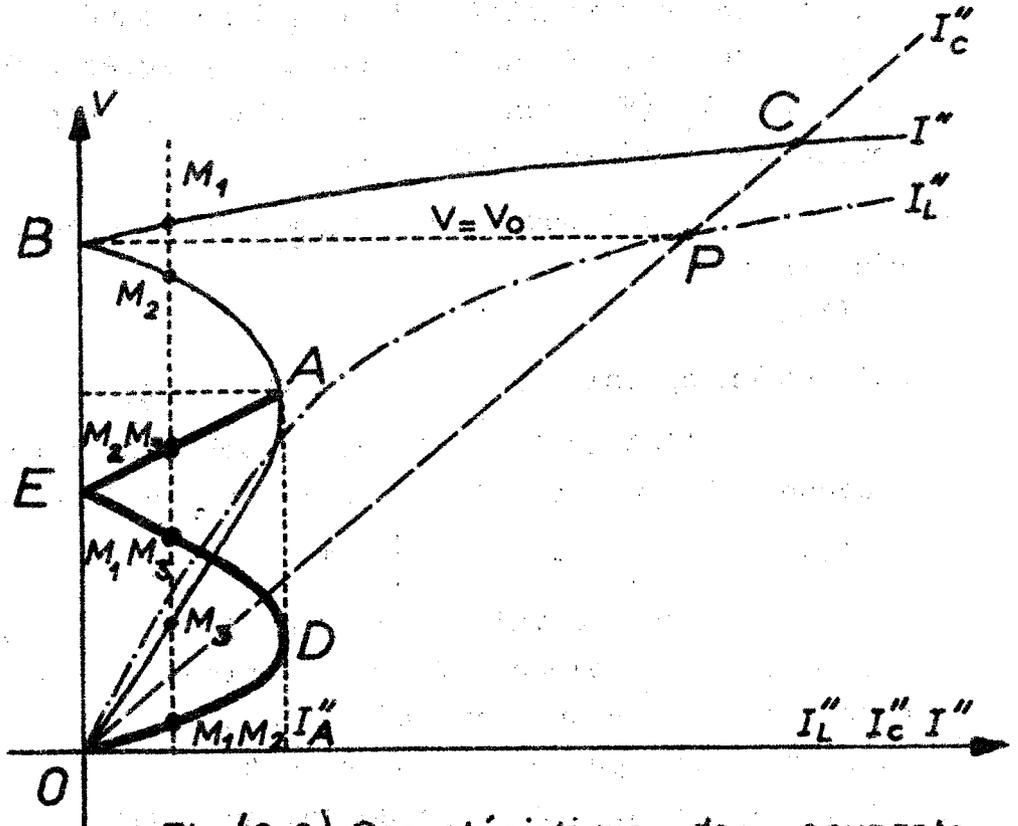


Fig (2-2) Caractéristique des courants réactifs mis en jeu dans un circuit bouchon

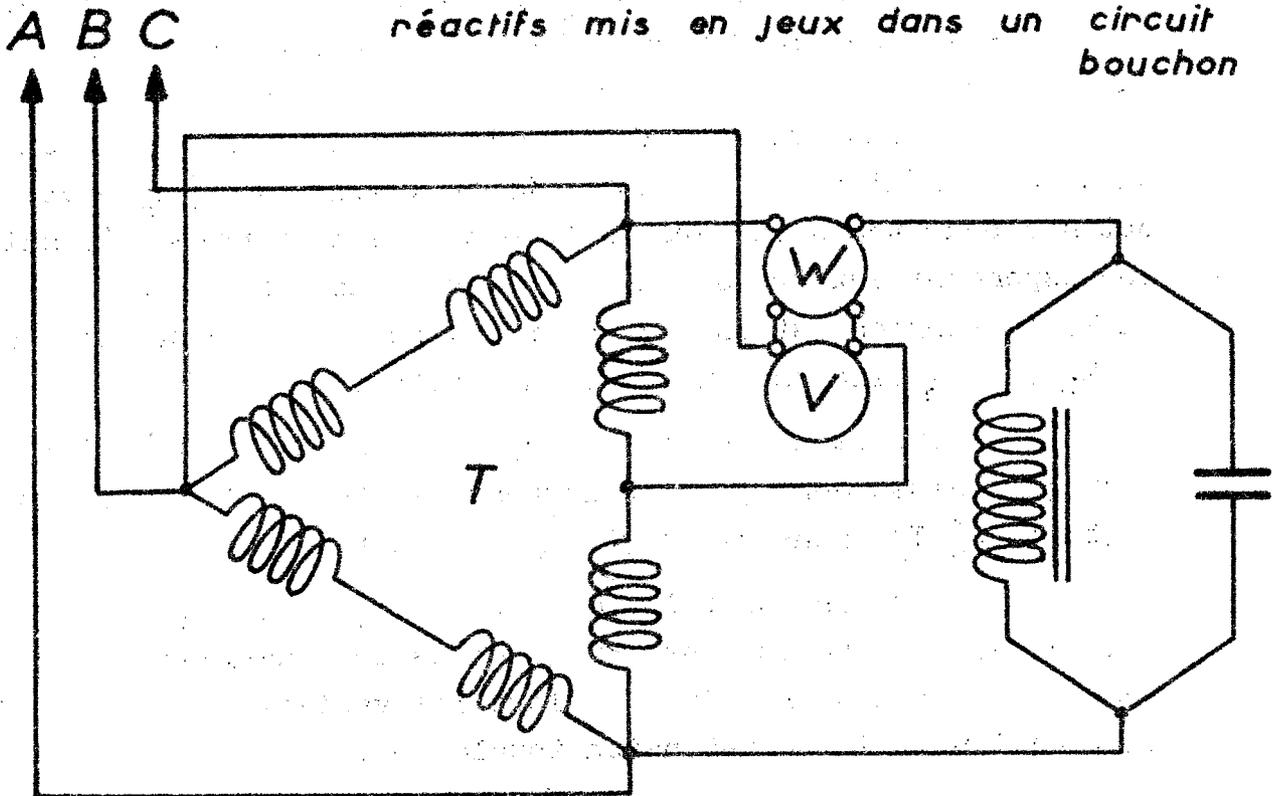


Fig (3-2) Détermination du courant réactif absorbé par un circuit bouchon

2°) Trois régimes anormaux tels que M_1M_2 , M_1M_3 et M_2M_3 où les points de fonctionnement, tout en se rapportant au même courant absorbé, se placent différemment sur la caractéristique. La tension totale $2U$ est obtenue en faisant la somme des tensions unitaires correspondant à une même intensité ; compte tenu qu'une tension prise sur BC est en opposition de phase avec une tension prise sur OAB , on obtient ainsi la caractéristique $ODEA$ qui représente, pour les fonctionnements anormaux, les variations du courant I'' en fonction de la demi-tension U .

L'auteur considère alors qu'un fonctionnement anormal M_1M_3 sur la branche ED ne peut être stable puisqu'il y correspond une valeur négative de $\frac{dU}{dI''}$.

Par contre, un point M_2M_3 sur EA pour lequel $\frac{dU}{dI''} > 0$ correspond à un fonctionnement stable. Noether en conclut donc qu'un fonctionnement anormal n'est à craindre que lorsque la tension totale $2U$ est supérieure à la tension "d'accord" V_0 .

Une étude sérieuse doit tenir compte de la composante active ; nous verrons que dans ces conditions la caractéristique $U(I)$, correspondant aux fonctionnements anormaux, est très différente de celle que je viens de présenter.

Expérimentalement, on réalise en fait le fonctionnement anormal M_1M_2 en ayant d'ailleurs une caractéristique totale à pente négative ; cette particularité ne constitue donc pas un critère d'instabilité.

CARACTERISTIQUES DES CIRCUITS BOUCHONS ISOLES -

Il convient donc en premier lieu de préciser les caractéristiques réelles des deux circuits bouchons utilisés ; ces circuits sont identiques et constitués chacun par l'association en parallèle d'une bobine STA avec une capacité $C = 24, 2 \mu F$.

Considérons d'abord le terme fondamental I_1 du courant absorbé par un circuit bouchon alimenté sous une tension sinusoïdale de valeur efficace V ; la composante active $I'de$

ce terme fondamental est déterminée en formant le quotient de la puissance active absorbée P par la tension d'essai V . (1)

Pour déterminer la composante réactive I_1'' , j'utilise une tension de valeur efficace $V \frac{\sqrt{3}}{2}$ en quadrature arrière sur la tension aux bornes du circuit bouchon ; cette tension auxiliaire est fournie par un transformateur triphasé dont les enroulements comportent des prises médianes (Fig. 3-2) ; elle alimente le circuit tension d'un wattmètre dont le circuit intensité est associé en série avec le circuit bouchon.

On a donc :

$$(5-2) \quad I_1'' = \frac{2 P''}{V \sqrt{3}}$$

si le wattmètre ainsi connecté indique une puissance P'' .

Le terme fondamental I_1 se déduit de ses composantes :

$$(6-2) \quad I_1 = \sqrt{I_1'^2 + I_1''^2}$$

Les variations des grandeurs ainsi déterminées sont représentées en fonction de la tension appliquée V (Fig. 4-2). On observe que la composante fondamentale I_1 croît d'abord lorsqu'on augmente progressivement la tension ; elle passe par un maximum I_{1S} puis décroît, passe par un minimum I_{1S} , et reste ensuite fonction croissante de V .

Pour $V = V_0$ (tension "d'accord") la caractéristique $I_1(V)$ est tangente à $I_1'(V)$ et le courant I_1 est purement actif ; cette remarque montre bien la nécessité de tenir compte de la composante active qui est prépondérante au voisinage de la tension d'accord.

Pour $V < V_0$ le courant est déphasé en avant de la tension (circuit capacitif) et pour $V > V_0$ il est déphasé en arrière (circuit inductif). Toute valeur du terme fondamental, compris entre I_{1S} et I_{1S} , peut être obtenue en trois points de fonctionnement tels que M_1 , M_2 , M_3 mettant en jeu des tensions différentes.

(1) Sous tension sinusoïdale, toute la puissance active est fournie par la composante active du terme fondamental de courant.

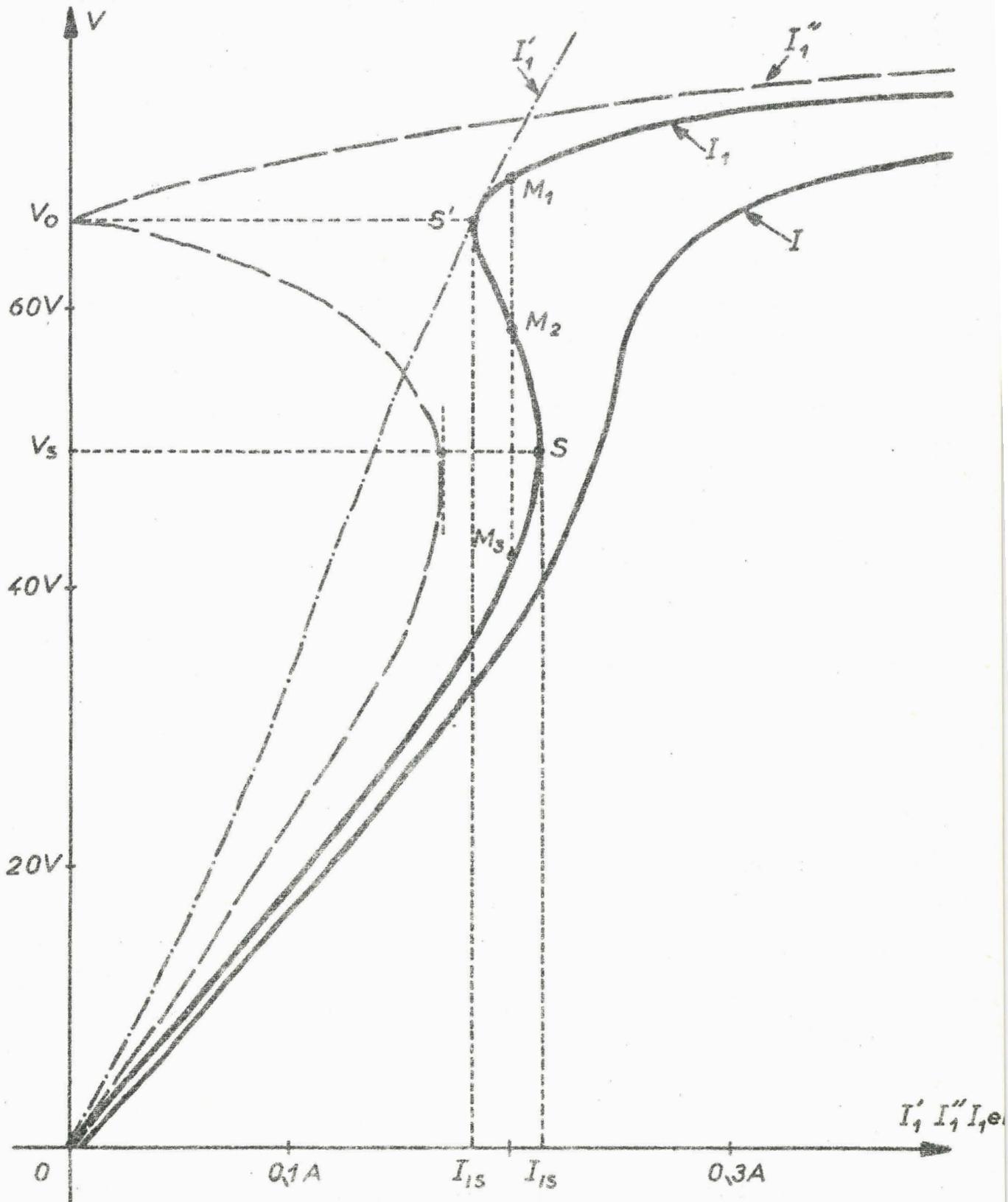


Fig (4-2) Variation de la valeur efficace du terme fondamental I_1 et de ses composantes active I_1' et réactive I_1''

En fait, le courant absorbé par un circuit bouchon ne se réduit pas au terme fondamental i_1 ; il comporte en outre les harmoniques de courant qui sont absorbés par la bobine et dont je désignerai la somme par i_h ; la valeur instantanée du courant total s'écrit alors :

$$(7-2) \quad i = i_1 + i_h$$

Pour des tensions saturant la bobine, la valeur efficace I de cette somme est nettement supérieure à celle I_1 du terme fondamental ; elle peut être mesurée par un ampèremètre ferromagnétique et la Figure (4-2) établit la comparaison entre les caractéristiques $V(I_1)$ et $V(I)$ du circuit bouchon considéré ; on observera en particulier que la pente de cette caractéristique est toujours positive et que la possibilité d'obtenir trois points de fonctionnement pour une même valeur de l'intensité n'y apparaît plus.

FONCTIONNEMENT DES CIRCUITS BOUCHONS EN SERIE -

On peut déterminer de même pour les deux circuits en série le terme fondamental I_1 du courant absorbé pour différentes valeurs de la tension totale $2U$. Appelons V_A et V_B les valeurs efficaces des tensions aux bornes des deux circuits bouchons ; pour le fonctionnement normal, nous pouvons écrire :

$$(8-2) \quad V_A = V_B = U$$

et les caractéristiques $V(I_1)$ et $V(I)$, précédemment considérées pour les circuits isolés (Fig. 4-2), restent valables pour les circuits en série et représentent donc (Fig. 5-2) les caractéristiques $U(I)$ et $U(I_1)$ se rapportant à la demi-tension totale ; elles sont décrites entièrement si l'on relie en court-circuit les bornes des enroulements secondaires en opposition, ce qui entraîne :

$$(9-2) \quad 2 \frac{m}{n} \Delta u = 0 \quad (\text{Fig. 1-2})$$

et supprime donc toute possibilité de fonctionnement anormal.

Quand les enroulements secondaires sont en circuit ouvert ou, tout au moins, n'alimentent que des appareils de mesure de grande impédance, des régimes anormaux peuvent

s'établir, et je considère en premier lieu le comportement du montage sous tension progressivement croissante. Pour une valeur de U voisine de V_S , on obtient brusquement un régime anormal ; les tensions v_A et v_B prennent des valeurs très différentes et ne restent pas sinusoïdales : des tensions sinusoïdales de valeurs différentes ne sauraient en effet engendrer un même courant ($i_1 + i_2$) dans les deux circuits bouchons. Il en résulte que les caractéristiques $V_A(I_1)$ et $V_B(I_1)$ s'écartent sensiblement de la caractéristique $V(I_1)$ commune aux deux circuits isolés (1).

Par élévation de la tension $2U$ les points M_1 et M_2 , qui figurent respectivement les fonctionnements de chaque circuit bouchon, se déplacent simultanément sur les caractéristiques $V_A(I_1)$ et $V_B(I_1)$; le premier descend de K_1 en L alors que le second monte de G_1 en L : l'élévation de la tension d'essai reconduit donc progressivement au fonctionnement normal que l'on atteint pour $U = V_L$.

En raison du déphasage existant entre v_A et v_B , la tension totale efficace $2U$ est inférieure à la somme arithmétique ($V_A + V_B$) ; la caractéristique $U(I_1)$, relative à la demi-tension totale, s'écarte aussi de celle $V(I_1)$ d'un seul circuit bouchon ; le point M_1M_2 , figurant le fonctionnement de l'ensemble, monte de J_1 en L quand on augmente la tension totale ; nous obtenons donc ici une caractéristique totale très différente de la branche OD (Fig. 2-2) qui était prévue, en ne tenant compte que du courant réactif ; on observera en outre que l'on réalise un fonctionnement stable sur une caractéristique à pente négative.

Pour des tensions supérieures, le fonctionnement normal est conservé jusqu'à l'apparition éventuelle d'autres anomalies sortant du cadre de la ferrorésonance fondamentale, et sur lesquelles je reviendrai.

(1) Pratiquement, les deux circuits bouchons ne sont jamais rigoureusement identiques ; il en résulte que, sous tension progressivement croissante, c'est toujours le même circuit qui adoptera le point M_1 .

Si l'on diminue la tension totale $2 U$, les points de fonctionnement des deux circuits décrivent d'abord ensemble la branche $X L$, puis ils se séparent progressivement : l'un remonte sur $V_A(I_1)$ jusqu'en K_2 , pendant que l'autre descend sur $V_B(I_1)$ jusqu'en G_2 , puis le fonctionnement anormal disparaît brusquement pour une tension totale inférieure à celle qui correspond à son apparition sous tension croissante ; on revient alors brusquement au fonctionnement normal.

INFLUENCE DES HARMONIQUES -

J'ai signalé qu'au cours d'un fonctionnement anormal, des harmoniques apparaissent dans les tensions aux bornes des deux circuits dont les valeurs instantanées peuvent donc s'écrire :

$$(10-2) \quad v_A = v_{1A} + v_h \quad \text{et} \quad v_B = v_{1B} - v_h$$

en désignant par $\pm v_h$ les termes complémentaires formés pour chaque circuit par l'ensemble des harmoniques.

Nous devons avoir pour les deux circuits en série l'identité des termes fondamentaux :

$$(11-2) \quad i_{1A} = i_{1B} = i_1$$

mais aussi celle des courants constitués par les harmoniques, c'est à dire :

$$(12-2) \quad C \frac{dv_h}{dt} + i_{hA} = - C \frac{dv_h}{dt} + i_{hB}$$

Dans cette relation, i_{hA} et i_{hB} représentent respectivement les sommes des harmoniques de courant absorbés par les bobines seules soumises aux tensions non sinusoïdales v_A et v_B .

Nous avons donc :

$$(13-2) \quad 2 C \frac{dv_h}{dt} = i_{hB} - i_{hA}$$

La somme des harmoniques v_h qui apparaissent dans les tensions est donc la tension nécessaire pour faire circuler dans une capacité $2 C$ la différence des harmoniques des courants absorbés par les bobines.

La valeur commune aux harmoniques de courant peut s'écrire :

$$(14-2) \quad C \frac{dv_h}{dt} + i_{hA} = i_{hA} + \frac{i_{hB} - i_{hA}}{2} = \frac{i_{hA} + i_{hB}}{2}$$

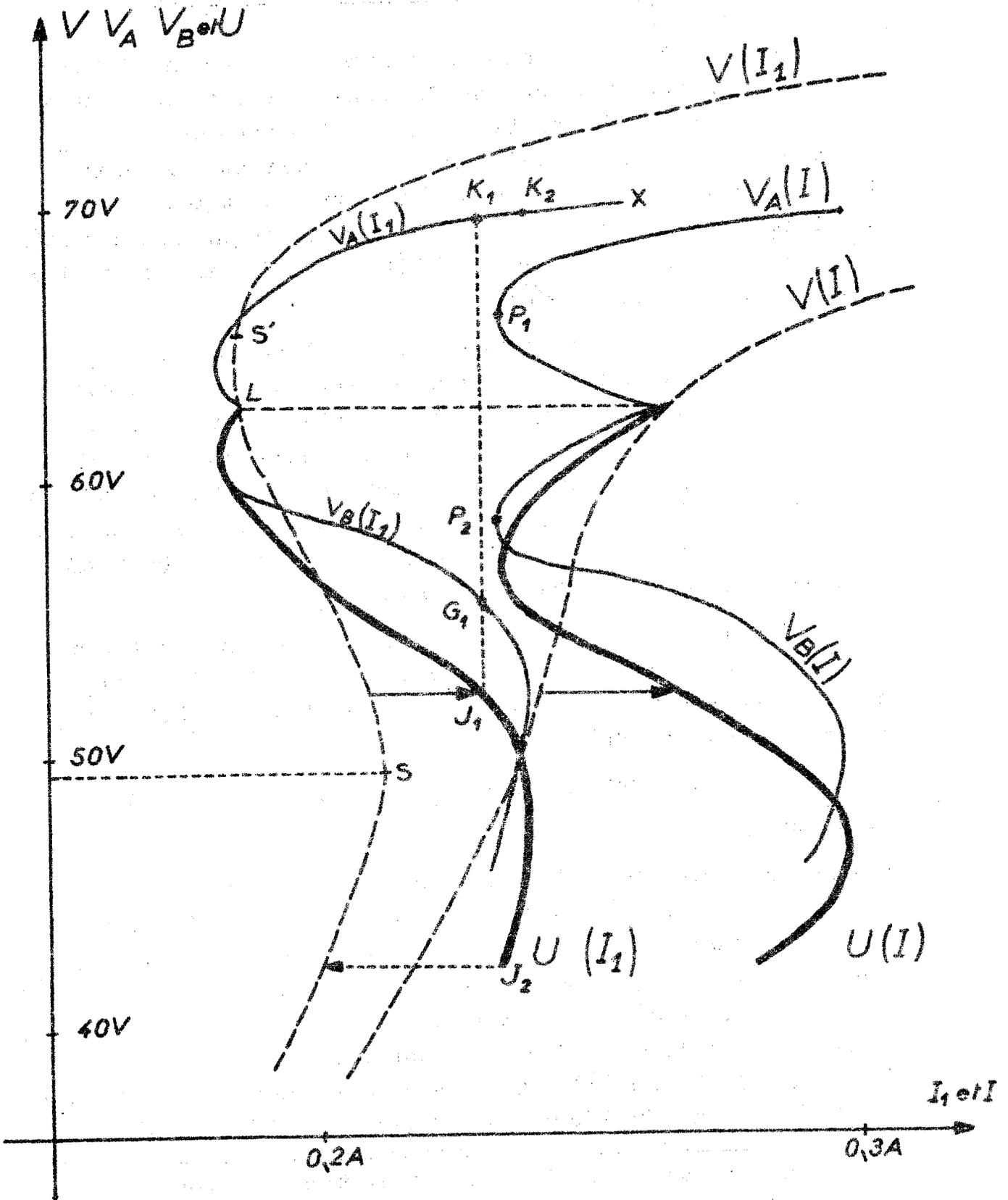
Dans le fonctionnement anormal, les harmoniques du courant total représentent donc la demi-somme des harmoniques de même rang absorbés par les bobines ; les harmoniques i_{hA} de la bobine la plus saturée sont plus importants que ceux i_{hB} de l'autre bobine, et le résultat précédent interprète qualitativement les remarques suivantes concernant les caractéristiques de courant efficace $V_A(I)$ et $V_B(I)$ suivies par les deux circuits bouchons (Fig. 5-2) :

1°) Pour celui qui supporte la plus forte tension V_A , le courant est nettement inférieur à celui qui, dans le fonctionnement normal, correspondrait à la même tension, et la caractéristique $V_A(I)$ est à gauche de la caractéristique $V(I)$. L'écart notable qui peut exister entre ces caractéristiques est bien dû essentiellement aux harmoniques, puisqu'il est beaucoup plus réduit entre les caractéristiques $V_A(I_1)$ et $V(I_1)$ qui concernent le terme fondamental du courant.

2°) Pour l'autre circuit bouchon, le courant est généralement supérieur à celui qui correspondrait à la même tension que pour le circuit isolé, et la caractéristique $V_B(I)$ se trouve alors à droite de $V(I)$.

3°) Il est difficile de préciser l'évolution du terme $\frac{i_{hA} + i_{hB}}{2}$, mais si l'on ne considère que l'harmonique 3, on conçoit néanmoins que cette demi-somme puisse prendre une valeur minimale quand ses deux termes sont sensiblement en opposition de phase, c'est à dire approximativement quand les deux tensions v_A et v_B présentent entre elles un déphasage de $\pi/3$.⁽¹⁾ Cette remarque justifie le minimum du courant absorbé lors du fonctionnement anormal, correspondant aux points P_1 et P_2 ; ce dernier fait en particulier, dans un certain domaine de tension, passer la caractéristique $V_B(I)$ à gauche de $V(I)$.

(1) Il ne s'agit là que d'une interprétation qualitative, et s'il n'est pas possible de définir le déphasage entre les tensions non sinusoïdales v_A et v_B , on peut considérer celui qui existe entre les termes fondamentaux v_{1A} et v_{1B} .



Fig(5-2) Caractéristiques du fonctionnement anormal $M_1 M_2$

ANOMALIES DE FREQUENCE MULTIPLE -

Le fonctionnement anormal précédemment considéré semble, au premier abord, revêtir une importance particulière du fait qu'il met en jeu des tensions dans lesquelles le terme fondamental reste prépondérant ; il semble pouvoir être discuté à partir de caractéristiques tension-courant dont l'étude a permis de préciser le comportement du montage sans pouvoir cependant en tirer de conclusions générales.

Les phénomènes de fréquence multiple, qui prennent naissance pour des valeurs plus élevées de la tension totale, peuvent sembler à priori plus complexes et justifier une interprétation différente.

En fait, cette distinction ne doit pas être retenue : le fonctionnement anormal de fréquence fondamentale n'est rien d'autre que le premier terme de toute une série de fonctionnements anormaux qui ont chacun leur domaine d'existence et qui peuvent être observés dans les conditions précisées ci-après. Leur étude est faite avec le montage à deux circuits bouchons en série (Fig. 1-2) utilisant deux bobines de tôles S T A shuntées chacune, dans une première série d'expériences par une capacité de $24,2 \mu F$, puis, dans une seconde série d'essais, par une capacité de $12,1 \mu F$; la tension d'essai, fournie par le réseau de fréquence 50 Hz, est réglée par un régulateur d'induction.

L'oscillographe Siemens permet l'enregistrement de la tension $2 u$ appliquée au montage et de celle $\frac{2}{n} \Delta u$ apparaissant, lors d'un fonctionnement anormal, aux bornes des secondaires en opposition. L'interrupteur étant d'abord ouvert, je mesure les valeurs de l'intensité efficace absorbée et détermine ainsi la caractéristique $U(I)$ correspondant au fonctionnement normal. J'observe ensuite le comportement du montage et l'existence éventuelle de fonctionnements anormaux après fermeture de l'interrupteur D D'.

1°) Sous tension progressivement croissante -

Des fonctionnements anormaux apparaissent brusquement pour certaines valeurs de la tension totale $2 U$. L'élévation de

celle-ci les fait disparaître progressivement et reconduit donc au fonctionnement normal ; celui-ci subsiste dans un certain domaine de tension, puis quand celle-ci atteint une valeur suffisante, un nouveau fonctionnement anormal s'établit brusquement pour disparaître à son tour progressivement. On rencontre ainsi différents domaines d'instabilité du fonctionnement normal séparés par des zones de stabilité.

Les oscillogrammes n° 1-2 à 6-2 montrent les aspects de l'anomalie de tension $2 \Delta u$; chaque train d'ondes couvre une demi-période de la source.

La Figure n° 6-2 indique, sur la caractéristique $2 U(I)$, les zones d'existence des anomalies successives ainsi obtenues pour les circuits bouchons formés avec $24,2 \mu F$ par bobine. ⁽¹⁾ Elles sont repérées par un numéro d'ordre qui est le nombre total d'alternances qu'elle comporte par demi-période de la source, cet ordre croît d'une unité quand, par augmentation de la tension, on passe d'une anomalie à la suivante.

2°) Sous tension progressivement décroissante -

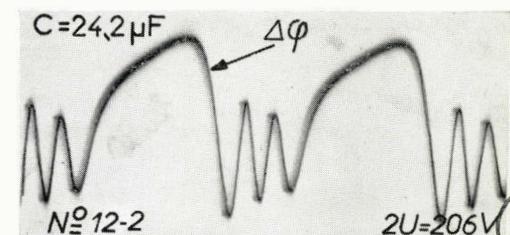
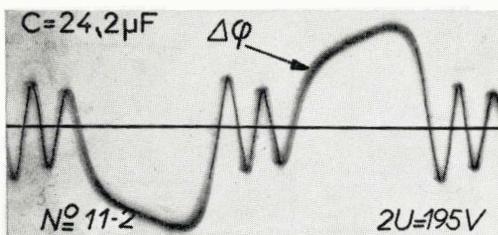
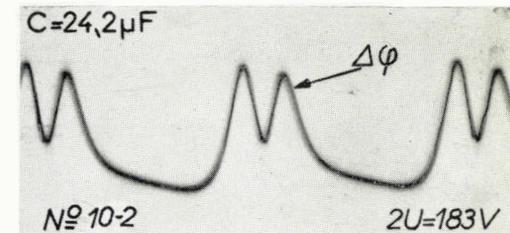
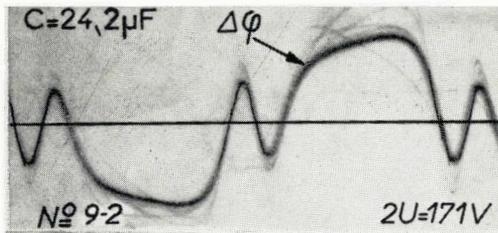
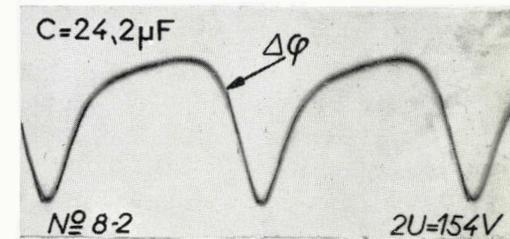
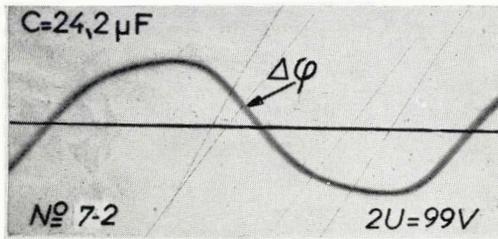
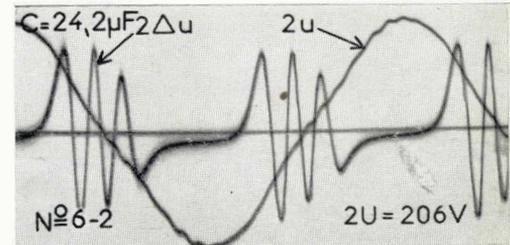
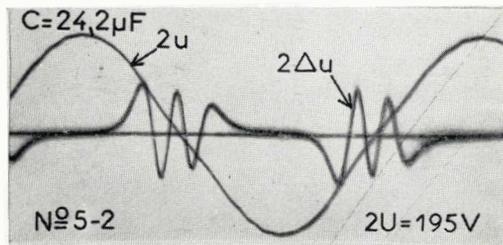
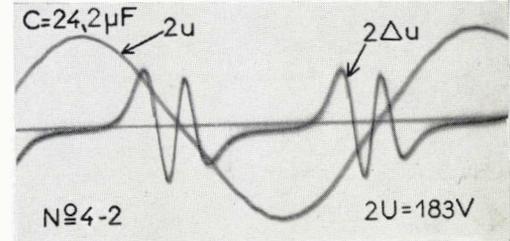
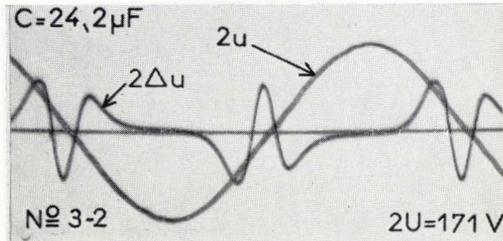
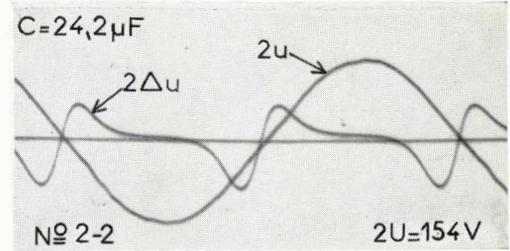
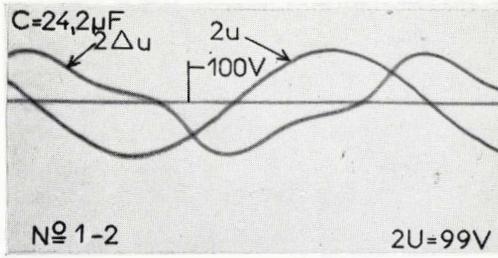
On rencontre les mêmes fonctionnements anormaux apparaissant progressivement pour disparaître brusquement sous une tension qui peut être plus basse que celle correspondant à leur apparition sous tension croissante.

C'est ainsi que l'on observe pour l'anomalie d'ordre 6 l'existence d'une "zone de maintien" notée 6'. En conséquence sous tension décroissante, on passe de l'anomalie d'ordre 6 à celle d'ordre 5 sans interposition du fonctionnement normal.

L'anomalie d'ordre 1 se maintient aussi dans le domaine 1', sous une tension plus basse que celle correspondant à son apparition sous tension croissante ; cette anomalie d'ordre 1 correspond d'ailleurs au fonctionnement anormal $M_1 M_2$ de fréquence fondamentale, étudié précédemment et pour lequel nous avons déjà noté cette particularité.

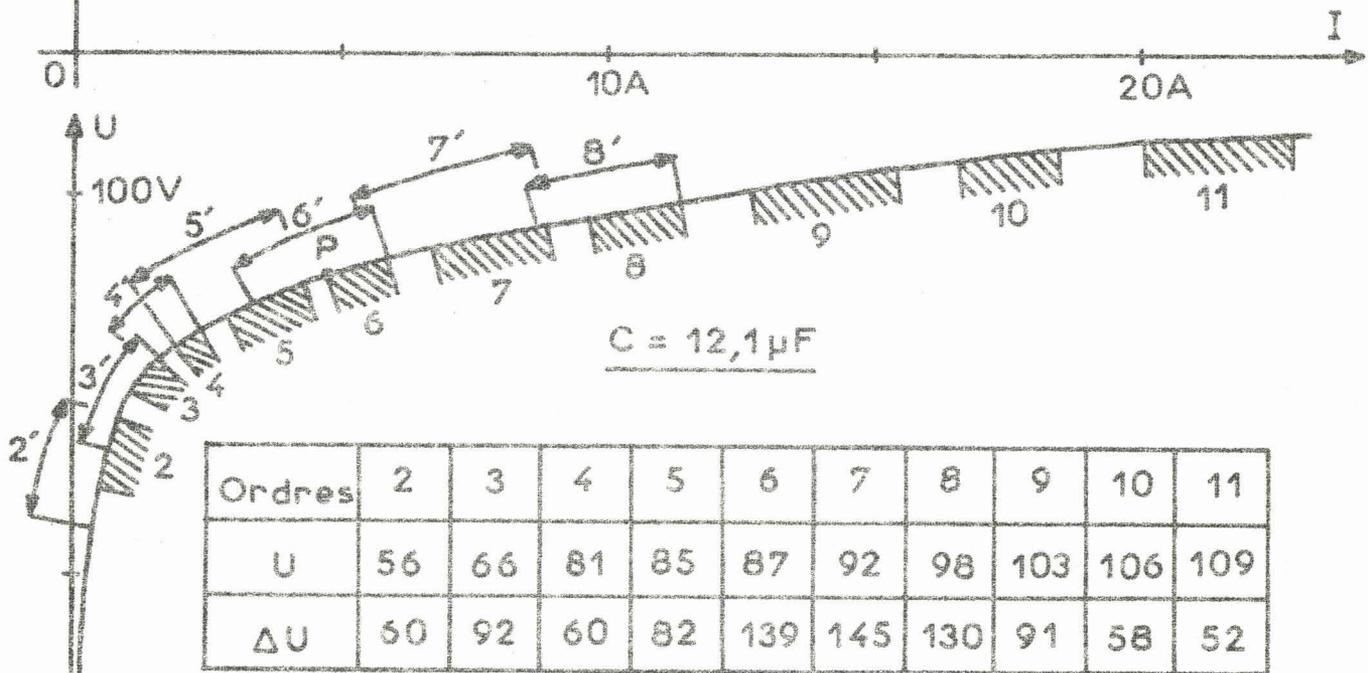
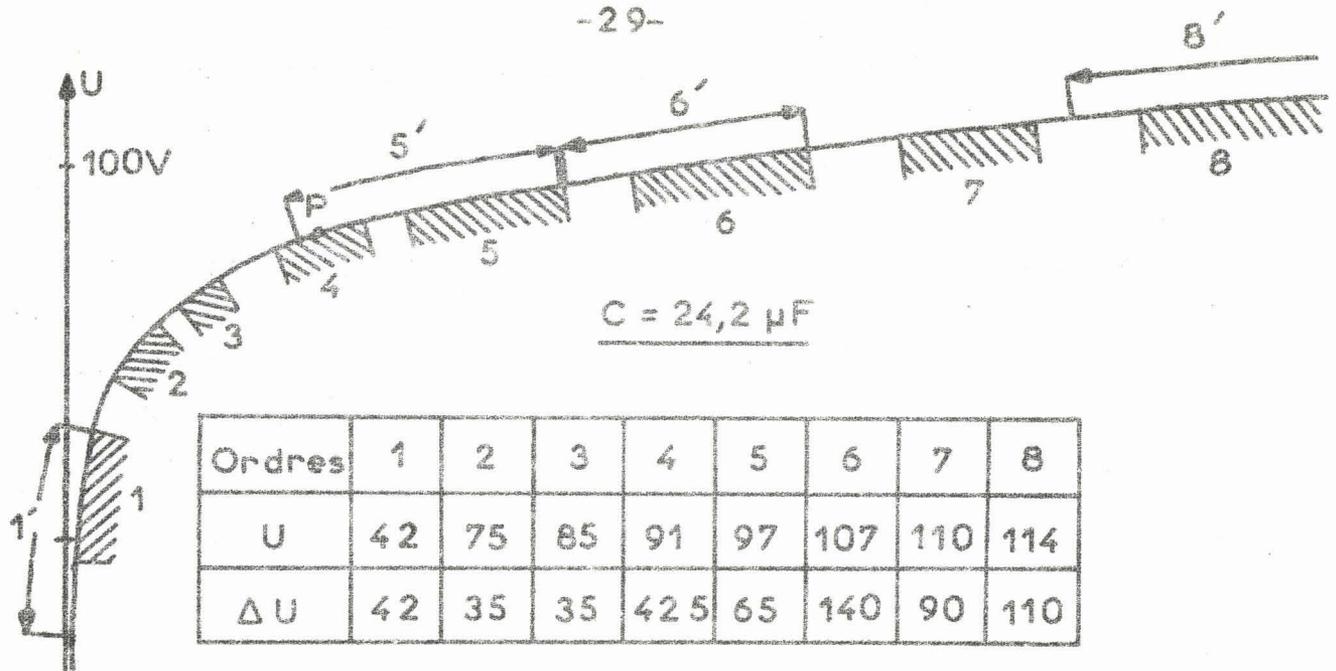
(1) L'essai a été en fait poussé jusqu'à l'ordre 11 qui correspond à la limite du courant admissible ; il semble d'ailleurs qu'il n'existe guère, aux inductions plus élevées, d'anomalies d'amplitude appréciable.

MONTAGE MONOPHASE



Anomalies de tension (1 à 6) et de flux : 7 à 12.





Fig(6-2) Domaines successifs de naissance des anomalies (1,2,...) et zones de maintien (1',2',...)

3°) Par enclenchement, sous tension préalablement réglée, on obtient suivant la valeur de cette tension le régime que fait prévoir la caractéristique précédente. Dans une zone de maintien, deux régimes sont possibles ; c'est ainsi que, dans la partie supérieure du domaine 6', on obtient tantôt le fonctionnement normal, tantôt l'anomalie d'ordre 6, alors que dans la partie inférieure de ce même domaine la mise sous tension conduit soit à l'anomalie d'ordre 5, soit à celle d'ordre 6. Pour une tension correspondant au domaine 1', on obtient donc soit le fonctionnement normal, soit l'anomalie d'ordre 1 (ferro résonance fondamentale).

La Figure 6-2 donne aussi la caractéristique $2U(I)$ qui résume les résultats d'une étude identique effectuée sur le montage utilisant des capacités de $12,1 \mu F$ par bobine. On observe ainsi, dans les mêmes limites d'expérimentation, les anomalies successives jusqu'au 11 ordre, la première observée étant d'ordre 2.

On remarque que, pour une même induction, le numéro d'ordre de l'anomalie est fonction décroissante de la capacité.

INTERPRETATION THEORIQUE DE L'INSTABILITE

DU FONCTIONNEMENT NORMAL

Nous avons vu que des régimes anormaux s'amorcent spontanément dès que la valeur efficace de la tension totale $2 u = 2 U \sqrt{2} \cos \omega t$, appliquée à deux circuits bouchons en série, est comprise dans certains domaines à l'intérieur desquels le fonctionnement normal s'avère donc instable. J'interpréterai cette instabilité en montrant que les variations périodiques que subit l'inductance des bobines conduit alors - par excitation paramétrique - à l'amplification de toute perturbation initiale ; je préciserai à titre d'exemple les limites de stabilité du régime normal pour le cas particulier d'une caractéristique schématisée.

EQUATION DE L'ANOMALIE -

Tout régime anormal qui rompt l'équipartition des tensions est caractérisé à l'instant t par les valeurs Δu et $\Delta \varphi$ des anomalies de tension et de flux.

Les courants dans les capacités subissent alors, par rapport au régime normal, des variations :

$$(1-3) \quad \Delta i_{CA} = C \frac{d(\Delta u)}{dt} \quad \Delta i_{CB} = - C \frac{d(\Delta u)}{dt}$$

J'admets que, pour chaque bobine, la variation de courant due à l'anomalie de flux est le quotient de cette dernière par l'inductance instantanée ; cette approximation est valable dans la mesure où les anomalies sont de faible amplitude. Dans ces conditions, les variations des courants dans les deux bobines s'écrivent :

$$(2-3) \quad \Delta i_{LA} = \frac{\Delta \varphi}{L_A} \quad \Delta i_{LB} = - \frac{\Delta \varphi}{L_B}$$

Les inductances instantanées ℓ_A et ℓ_B représentent les pentes de la caractéristique des bobines aux points d'ordonnées respectives $(\varphi + \Delta\varphi)$ et $(\varphi - \Delta\varphi)$.

La variation du courant total engendrée par l'anomalie doit avoir même valeur pour les deux circuits bouchons associés en série :

$$(3-3) \quad \frac{\Delta\varphi}{\ell_A} + C \frac{d(\Delta u)}{dt} = - \frac{\Delta\varphi}{\ell_B} - C \frac{d(\Delta u)}{dt}$$

soit : (4-3) $\frac{\Delta\varphi}{\ell} = - 2 C \frac{d(\Delta u)}{dt}$ avec $\frac{1}{\ell} = \frac{1}{\ell_A} + \frac{1}{\ell_B}$

L'EQUATION PRECEDENTE EST CELLE DU REGIME LIBRE D'UN CIRCUIT FORME PAR LA CAPACITE $2 C$ EN SERIE AVEC L'INDUCTANCE ℓ VARIABLE AVEC LE TEMPS.

Remarquons que la capacité $2 C$ représente la capacité équivalente aux deux capacités C en dérivation ; de même ℓ est l'inductance instantanée équivalente aux deux bobines en parallèle.

VARIATIONS DE L'INDUCTANCE EQUIVALENTE - HYPOTHESE FONDAMENTALE -

En fonctionnement normal chaque enroulement est soumis à une tension sinusoïdale :

$$(5-3) \quad u = U\sqrt{2} \cos \omega t$$

et nous pouvons écrire en l'absence de toutes pertes :

$$(6-3) \quad u = \frac{d\varphi}{dt}$$

Le flux est donc aussi une fonction sinusoïdale du temps :

$$(7-3) \quad \varphi = \phi_m \sin \omega t \quad \text{avec} \quad \phi_m = \frac{U\sqrt{2}}{\omega}$$

Les inductances ℓ_A et ℓ_B des deux bobines ont même valeur et l'inductance équivalente ℓ vérifie donc :

$$(8-3) \quad \frac{1}{\ell} = \frac{2}{\ell_A} = \frac{2}{\ell_B}$$

Les deux schématisations de la caractéristique magnétique envisagées au Chapitre I permettent de préciser les lois de variation correspondantes de l'inductance instantanée :

a) Pour la caractéristique formée de deux segments rectilignes (Fig. 5 a-1), nous avons successivement pendant chaque demi-période de la source :

$$\frac{1}{\ell} = 0$$

tant que les bobines ne sont pas saturées et :

$$\frac{1}{\ell} = \frac{2}{L_2}$$

au cours des intervalles de saturation de durée t_2 ; la Figure (1 a-3) précise les variations de $\frac{1}{\ell}$ pour deux valeurs ϕ_1 et ϕ_2 du flux maximal ϕ_m ; la durée t_2 est visiblement fonction croissante du flux maximal et par conséquent de la tension d'essai alors que $\frac{2}{L_2}$ n'en dépend pas.

b) Pour la caractéristique définie par la relation (4-1) :

$$i = \sum A_{2n+1} \varphi^{2n+1}$$

les inductances ℓ_A et ℓ_B des deux bobines vérifient :

$$(9-3) \quad \frac{1}{\ell_A} = \frac{1}{\ell_B} = \frac{di}{d\varphi} = \sum (2n + 1) A_{2n+1} \varphi^{2n}$$

soit, compte tenu de (7-3) :

$$(10-3) \quad \frac{1}{\ell} = \frac{2}{\ell_A} = 2 \sum (2n + 1) A_{2n+1} \phi_m^{2n} \sin^{2n} \omega t$$

Les variations de $\frac{1}{\ell}$ ont donc même période $T/2$ que celles de $\frac{1}{\ell_A}$ et $\frac{1}{\ell_B}$; elles sont précisées à titre d'exemple (Fig. 1 b-3) pour la schématisation de la Figure (5 b-1) pour laquelle :

$$i = A_1 \varphi + A_7 \varphi^7 \quad (5-1)$$

Nous avons alors :

$$(11-3) \quad \frac{1}{\ell} = 2 A_1 + 14 A_7 \phi_m^6 \sin^6 \omega t$$

L'amplitude de ses variations est fonction croissante du flux maximal et par conséquent de la fonction d'essai.

Dans le fonctionnement anormal, en raison de l'existence de l'anomalie de flux, nous devons écrire :

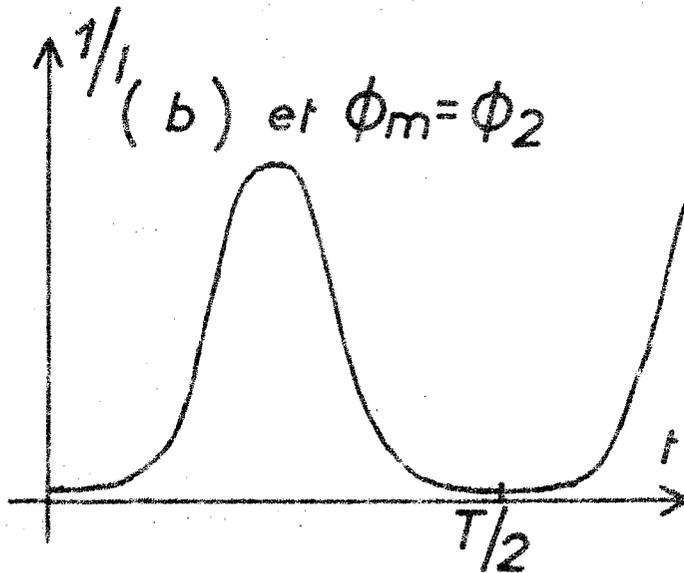
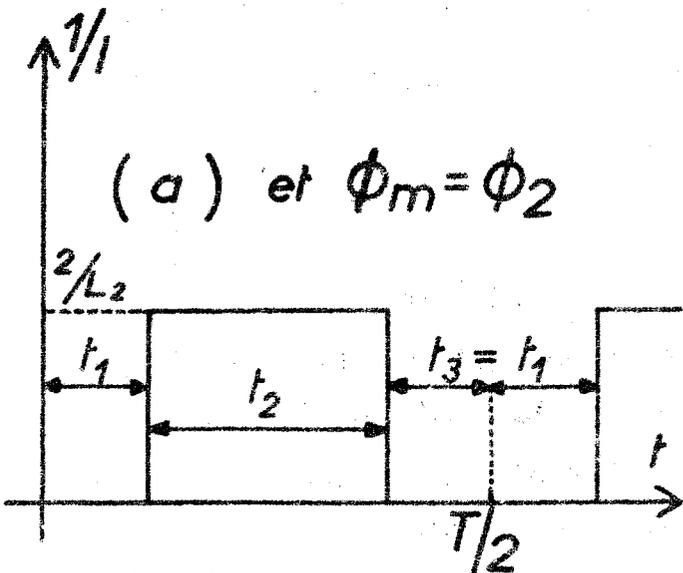
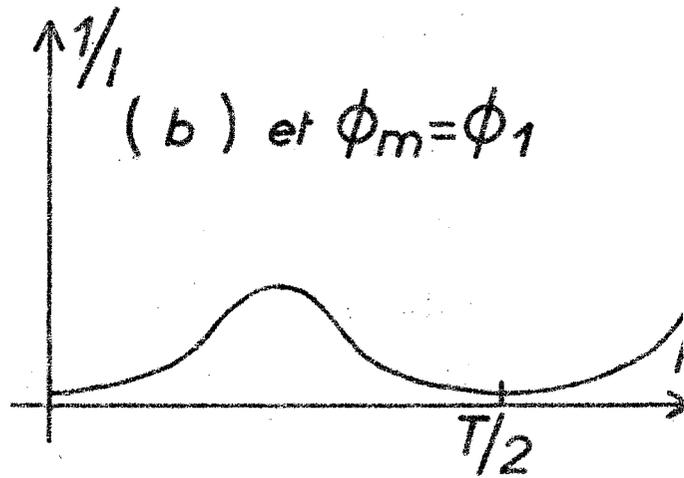
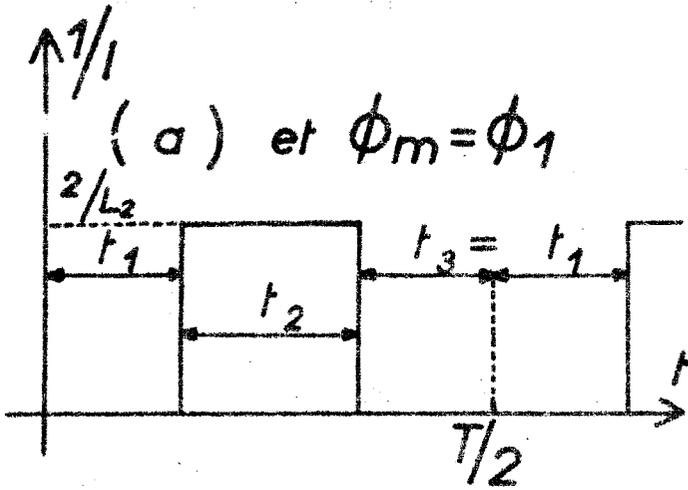
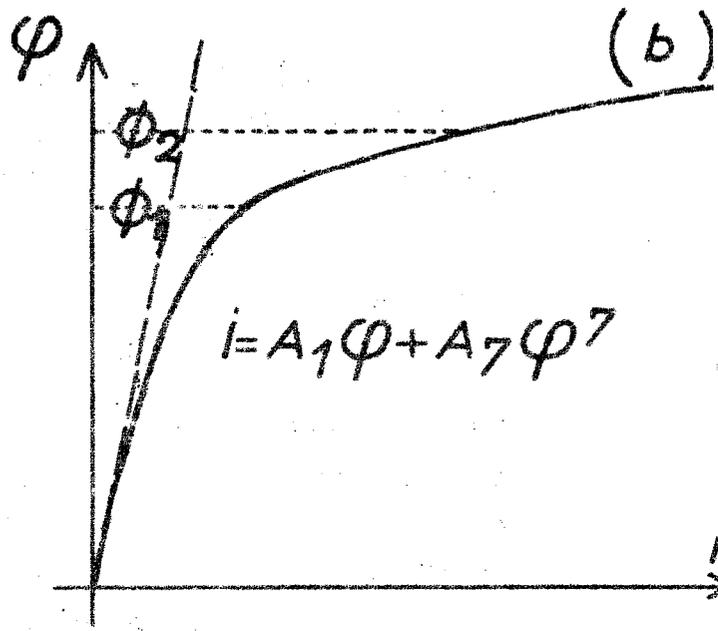
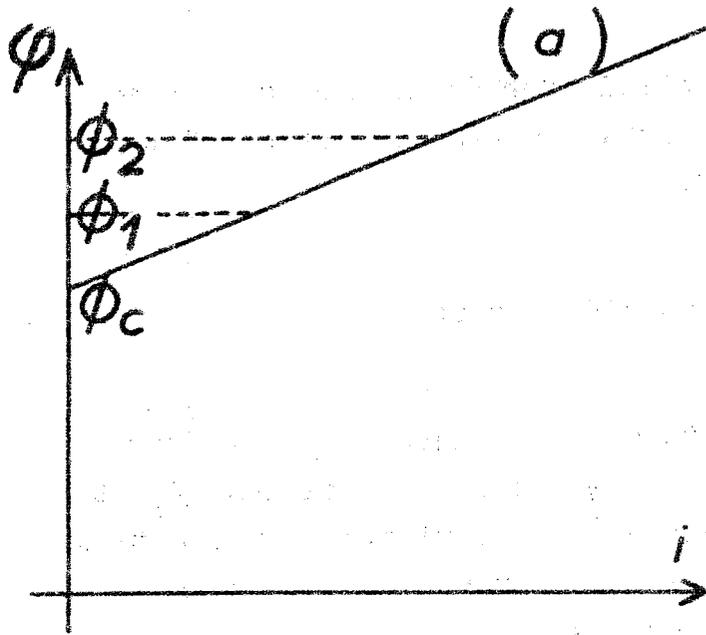


Fig (1-3) Caractéristiques magnétiques schématisées et variations correspondantes de $1/i$

$$(12-3) \quad \begin{cases} \frac{1}{\ell_A} = \sum (2n + 1) A_{2n+1} (\varphi + \Delta\varphi)^{2n} \\ \frac{1}{\ell_B} = \sum (2n + 1) A_{2n+1} (\varphi - \Delta\varphi)^{2n} \end{cases}$$

et par conséquent :

$$(13-3) \quad \begin{aligned} \frac{1}{\ell} &= \frac{1}{\ell_A} + \frac{1}{\ell_B} = 2 \sum (2n + 1) A_{2n+1} \varphi^{2n} \\ &+ 2 \sum (2n + 1) A_{2n+1} \frac{2n(2n - 1)}{2} \varphi^{2n-2} \Delta\varphi^2 \\ &+ \dots \end{aligned}$$

Cette expression comparée à (9-3), concernant le fonctionnement normal, montre que la présence de l'anomalie ne peut se traduire à tout instant que par une diminution de l'inductance équivalente. Néanmoins, la variation de $1/\ell$ est du second ordre par rapport à $\Delta\varphi$ et cette particularité justifie l'hypothèse fondamentale suivante :

TOUTE PERTURBATION DE FAIBLE AMPLITUDE NE MODIFIE PAS SENSIBLEMENT LA LOI DE VARIATIONS DE L'INDUCTANCE EQUIVALENTE QUI RESTE DONC CELLE CORRESPONDANT AU FONCTIONNEMENT NORMAL.

EVOLUTION DE L'OSCILLATION LIBRE -

Soient $\Delta\varphi_0$ et Δu_0 les conditions initiales de l'oscillation libre. Divisons la demi-période $T/2$ de la source en n intervalles dont les durées respectives $t_1, t_2 \dots t_n$, sont suffisamment réduites pour que l'inductance équivalente ℓ puisse être considérée comme constante au cours de chacun d'eux, prenant alors successivement au cours de la demi-période, les valeurs $\ell_1, \ell_2 \dots \ell_n$.

Au cours du premier intervalle de temps, de durée t_1 , l'équation(4-3) devient :

$$(14-3) \quad \frac{\Delta\varphi}{\ell_1} + 2 C \frac{d(\Delta u)}{dt} = 0$$

régissant le régime libre d'un circuit non amorti à paramètres constants, de capacité $2 C$, d'inductance ℓ_1 et de pulsation propre $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{2 \ell_1 C}}$.

Cette équation admet pour solution :

$$(15-3) \quad \begin{cases} \varphi_1 = \Delta\varphi_0 \cos \omega_1 t + \Delta u_0 \frac{\sin \omega_1 t}{\omega_1} \\ u_1 = -\omega_1 \Delta\varphi_0 \sin \omega_1 t + \Delta u_0 \cos \omega_1 t \end{cases}$$

Les valeurs $(\Delta\varphi_1, \Delta u_1)$ prises à la fin de ce premier intervalle de temps sont données par la relation matricielle :

$$(16-3) \quad \begin{bmatrix} \Delta\varphi_1 & \Delta u_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\varphi_0 & \Delta u_0 \end{bmatrix} \begin{vmatrix} \cos \alpha_1 - \omega_1 \sin \alpha_1 & \\ \frac{\sin \alpha_1}{\omega_1} & \cos \alpha_1 \end{vmatrix}$$

avec $\alpha_1 = \omega_1 t_1$.

Ce sont les nouvelles valeurs initiales à considérer pour l'intervalle de temps suivant de durée t_2 au cours duquel l'inductance équivalente ℓ est considérée de valeur constante ℓ_2 .

Nous avons, de façon analogue, à la fin de ce 2ème intervalle :

$$(17-3) \quad (\Delta\varphi_2, \Delta u_2) = (\Delta\varphi_1, \Delta u_1) \begin{vmatrix} \cos \alpha_2 - \omega_2 \sin \alpha_2 & \\ \frac{\sin \alpha_2}{\omega_2} & \cos \alpha_2 \end{vmatrix}$$

avec $\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{2} \ell_2 C}$ et $\alpha_2 = \omega_2 t_2$.

soit :

$$(18-3) \quad (\Delta\varphi_2, \Delta u_2) = (\Delta\varphi_0, \Delta u_0) \begin{vmatrix} \cos \alpha_1 - \omega_1 \sin \alpha_1 & \\ \frac{\sin \alpha_1}{\omega_1} & \cos \alpha_1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \cos \alpha_2 - \omega_2 \sin \alpha_2 & \\ \frac{\sin \alpha_2}{\omega_2} & \cos \alpha_2 \end{vmatrix}$$

et, après la première demi-période à l'instant $T/2$:

$$(19-3) \quad (\Delta\varphi_n, \Delta u_n) = (\Delta\varphi_0, \Delta u_0) \begin{vmatrix} \cos \alpha_1 - \omega_1 \sin \alpha_1 & \\ \frac{\sin \alpha_1}{\omega_1} & \cos \alpha_1 \end{vmatrix} \dots \begin{vmatrix} \cos \alpha_n - \omega_n \sin \alpha_n & \\ \frac{\sin \alpha_n}{\omega_n} & \cos \alpha_n \end{vmatrix}$$

que nous écrirons :

$$(20-3) \quad (\Delta\varphi_n, \Delta u_n) = (\Delta\varphi_0, \Delta u_0) \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = (\Delta\varphi_0, \Delta u_0) \boxed{M}$$

où \boxed{M} représente le produit des n matrices carrées intervenant successivement comme multiplicateur aux différents intervalles de temps.

La même transformation se répétant à chaque demi-période, $\Delta \varphi$ et Δu deviendront à l'instant $p \frac{T}{2}$:

$$(21-3) \quad (\Delta \varphi_{pn}, \Delta u_{pn}) = (\Delta \varphi_0, \Delta u_0) \boxed{M}^p$$

L'évolution d'une perturbation initiale $(\Delta \varphi_0; \Delta u_0)$ dépend donc essentiellement des valeurs prises par les puissances successives de la matrice \boxed{M} .

PROPRIETES DE LA MATRICE \boxed{M} -

1°) Son déterminant est égal à l'unité, car il équivaut au produit des déterminants - tous égaux à l'unité - des matrices carrées du second membre de la relation (19-3) :

$$(22-3) \quad A D - B C = 1$$

2°) Ses valeurs propres λ_1 et λ_2 sont solutions de l'équation :

$$(23-3) \quad \lambda^2 - (A + D) \lambda + 1 = 0$$

Leur somme est réelle :

$$(24-3) \quad \lambda_1 + \lambda_2 = (A + D)$$

Leur produit est égal à l'unité :

$$(25-3) \quad \lambda_1 \lambda_2 = 1$$

Les trois cas suivant doivent être distingués :

$$a) \quad \left| \frac{A + D}{2} \right| > 1.$$

Les valeurs propres sont réelles, et en vertu de (24-3) l'une - que nous noterons λ_1 - est, en valeur absolue, supérieure à l'unité, l'autre lui étant inférieure :

$$(26-3) \quad \left| \lambda_1 \right| > 1 \quad \left| \lambda_2 \right| < 1$$

$$b) \quad \frac{A + D}{2} = \pm 1.$$

Les valeurs propres sont réelles et égales :

$$(27-3) \quad \lambda_1 = \lambda_2 = \pm 1.$$

$$c) \quad \left| \frac{A + D}{2} \right| < 1.$$

Les valeurs propres sont imaginaires et, en vertu des relations (23-3) et (24-3) peuvent se mettre sous la forme :

$$(28-3) \quad \lambda_1 = e^{j\beta} \quad \lambda_2 = e^{-j\beta} \quad \text{avec} \quad \cos \beta = \frac{A + D}{2}$$

3°) Les directions propres (x, y) sont définies en fonction des valeurs propres, par les relations :

$$(29-3) \quad \frac{y}{x} = \frac{\lambda - A}{C} = \frac{B}{\lambda - D}$$

Notons que directions propres et valeurs propres sont simultanément réelles.

CONDITION DE STABILITE -

Décomposons la perturbation initiale $(\Delta\varphi_0, \Delta u_0)$ suivant les directions propres (x_1, y_1) et (x_2, y_2) correspondant respectivement aux valeurs propres λ_1 et λ_2 :

$$(30-3) \quad (\Delta\varphi_0, \Delta u_0) = (x_1, y_1) + (x_2, y_2)$$

La relation (21-3) s'écrit alors :

$$(31-3) \quad (\Delta\varphi_{pn}, \Delta u_{pn}) = \lambda_1^p (x_1, y_1) + \lambda_2^p (x_2, y_2)$$

Pour $\left| \frac{A+D}{2} \right| \leq 1$, λ_1 et λ_2 sont de module unité et, quel que soit p , l'anomalie $(\Delta\varphi_{pn}, \Delta u_{pn})$ reste d'amplitude finie, et le fonctionnement normal doit être stable. (1)

$$\text{Pour } \left| \frac{A+D}{2} \right| > 1, \quad |\lambda_1| > 1 \quad |\lambda_2| < 1$$

La composante $\lambda_2^p (x_2, y_2)$ s'évanouit, mais l'autre s'amplifie géométriquement et le régime normal doit être instable.

En conclusion, les éléments de la matrice \boxed{M} étant des fonctions de la loi de variation de l'inductance équivalente qui dépend elle-même de la tension U , les régimes anormaux révélés par l'expérience doivent s'amorcer spontanément par excitation paramétrique pour toute valeur de cette tension telle que :

$$(32-3) \quad \left| \frac{A+D}{2} \right| > 1$$

J'ai signalé précédemment que cette condition équivaut à l'existence de directions propres réelles de la matrice \boxed{M} .

(1) En fait, dans le montage réel cette anomalie ne peut que disparaître, compte tenu de l'amortissement négligé dans cette étude.

CHOIX DE L'ORIGINE DES TEMPS -

Considérons l'expression de la matrice M :

$$(33-3) \quad M_0 = \left\| \begin{array}{ccc} \cos \alpha_1 - \omega_1 \sin \alpha_1 & & \\ \frac{\sin \alpha_1}{\omega_1} & \cos \alpha_1 & \\ & & \dots \end{array} \right\| \dots \left\| \begin{array}{ccc} \cos \alpha_i - \omega_i \sin \alpha_i & & \\ \frac{\sin \alpha_i}{\omega_i} & \cos \alpha_i & \\ & & \dots \end{array} \right\| \dots \left\| \begin{array}{ccc} \cos \alpha_n - \omega_n \sin \alpha_n & & \\ \frac{\sin \alpha_n}{\omega_n} & \cos \alpha_n & \\ & & \dots \end{array} \right\|$$

Si l'instant t_i est pris comme nouvelle origine des temps, les mêmes matrices carrées interviennent comme multiplieurs au second membre mais dans un ordre différent. La matrice M prend alors la valeur :

$$(34-3) \quad M_i = \left\| \begin{array}{ccc} \cos \alpha_{i+1} - \omega_{i+1} \sin \alpha_{i+1} & & \\ \frac{\sin \alpha_{i+1}}{\omega_{i+1}} & \cos \alpha_{i+1} & \\ & & \dots \end{array} \right\| \dots \left\| \begin{array}{ccc} \cos \alpha_n - \omega_n \sin \alpha_n & & \\ \frac{\sin \alpha_n}{\omega_n} & \cos \alpha_n & \\ & & \dots \end{array} \right\| \dots \left\| \begin{array}{ccc} \cos \alpha_1 - \omega_1 \sin \alpha_1 & & \\ \frac{\sin \alpha_1}{\omega_1} & \cos \alpha_1 & \\ & & \dots \end{array} \right\|$$

différente de M_0 en raison de la non commutativité du produit. Néanmoins, l'expression $\frac{A+D}{2}$ est invariante et la condition de stabilité du fonctionnement normal est donc bien - comme il se doit - indépendante de l'origine des temps. Nous adopterons pour celle-ci l'instant où le flux s'annule, conformément à la relation (7-3). Dans ces conditions, le fer étant supposé sans hystérésis, l'inductance prend la même valeur aux instants $\frac{T}{4} - t$ et $\frac{T}{4} + t$ et cette symétrie donne à la matrice M la forme $\begin{vmatrix} A & B \\ C & A \end{vmatrix}$.

La relation (22-3) s'écrit alors :

$$(35-3) \quad A^2 - B C = 1$$

et la condition (32-3) d'instabilité du fonctionnement normal devient :

$$(36-3) \quad |A| > 1$$

Les limites des domaines de stabilité sont atteintes pour :

$$(37-3) \quad A = \pm 1$$

et, compte tenu de (35-3), cette condition est vérifiée, soit pour :

$$(38-3) \quad B = 0$$

soit pour :

$$(39-3) \quad C = 0.$$

CAS PARTICULIER DE BOBINES A CARACTERISTIQUE SCHEMATISEE -

A titre d'exemple, la règle précédente s'applique aisément dans le cas où la caractéristique magnétique commune aux deux bobines se réduit à deux éléments rectilignes (Fig. 5a-1).

La demi période doit être ici décomposée en 3 intervalles de durées respectives t_1 , t_2 et $t_3 = t_1$, auxquels correspondent des pulsations : 0, $\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{2} L_2 C}$ et 0.

Dans ces conditions :

$$(40-3) \quad M = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ t_1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \cos \alpha_2 - \omega_2 \sin \alpha_2 \\ \frac{\sin \alpha_2}{\omega_2} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ t_1 & -1 \end{vmatrix} \quad \text{avec } \alpha_2 = \omega_2 t_2$$

On trouve alors :

$$(41-3) \quad A = \cos \alpha_2 - \omega_2 t_1 \sin \alpha_2$$

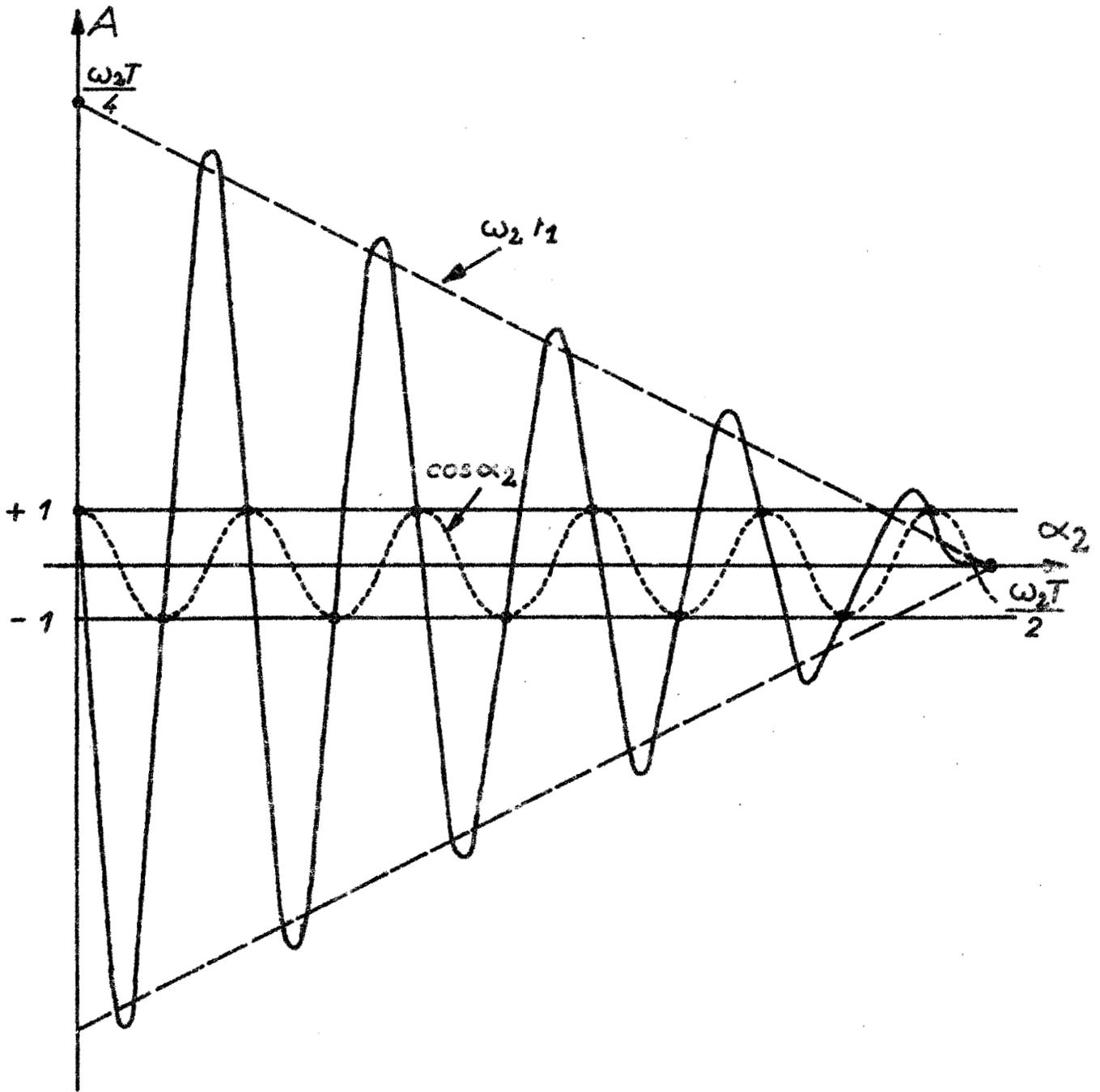
Les variations de A en fonction de α_2 sont représentées par une courbe pseudo-périodique (Fig. 2-3) dont les intersections avec les droites $A = \pm 1$ déterminent les limites de stabilité du fonctionnement normal. Celles-ci sont atteintes pour les valeurs de α_2 vérifiant l'une ou l'autre des égalités :

$$(42-3) \quad \operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2} = \frac{1}{\omega_2 t_1} \quad \operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2} = -\omega_2 t_1 \quad \alpha_2 = n \pi$$

La première, qui entraîne $C = 0$, concerne les bornes inférieures $C_1, C_3 \dots$ des régimes anormaux successifs d'ordre impair ; la deuxième, qui entraîne aussi $C = 0$, caractérise les bornes inférieures $C_2, C_4 \dots$ des régimes anormaux d'ordre pair ; enfin, la dernière, qui correspond à $B = 0$, se rapporte aux limites supérieures B des diverses anomalies, quelle que soit la parité de leur ordre n .

Si la tension varie de $\frac{\omega \phi_c}{\sqrt{2}}$ (début de saturation) à l'infini, l'angle α_2 croît de 0 à $\omega_2 \frac{T}{2} = \frac{\omega_2}{\omega} \pi$ amenant ainsi l'apparition successive d'un nombre limité d'anomalies.

La représentation très simplifiée adoptée pour la caractéristique magnétique suffit donc à interpréter l'existence de domaines où le fonctionnement normal est stable, alternant avec des domaines d'instabilité où se développent spontanément les régimes anormaux que j'ai observés.



Fig(2-3) Variations de A pour un circuit theorique à caractéristique schematisée (Fig 5a-1)





CHAPITRE IV

MECANISME D'ENTRETIEN DES ANOMALIES

- : - : - : - : - : - : - : - : - : - :

ET JUSTIFICATION DES FORMES D'ONDE

- : - : - : - : - : - : - : - : - : - :

Nous avons admis qu'au cours d'un intervalle de temps suffisamment réduit, l'inductance équivalente ℓ pouvait être considérée comme constante : $\Delta \varphi$ évolue alors sinusoïdalement à la pulsation propre $\omega = \frac{1}{\sqrt{2\ell C}}$ du circuit dans lequel elle se développe. Pour une suite d'intervalles auxquels correspondent des pulsations différentes, ses variations sont alors représentées par une succession d'arcs de sinusoïdes se raccordant sans discontinuité ni point anguleux du fait que $\Delta \varphi$ et sa dérivée Δu ne peuvent subir de variation infiniment brusque.

Si nous nous contentons, pour la caractéristique magnétique, de la schématisation, l'assimilant à deux éléments rectilignes dont l'un est porté par l'axe des flux (Fig. 5 a-1), l'arc de sinusoïde de pulsation ω_1 se réduit à un segment de droite raccordant des sinusoïdes de pulsation ω_2 ; la détermination des aspects que peuvent revêtir, en régime permanent, les anomalies de flux et tension devient alors aisée. Nous les supposons encore ici d'amplitude assez réduite pour ne pas modifier sensiblement la loi de variations de l'inductance ℓ qui reste donc celle du fonctionnement normal.

FORME D'ENTRETIEN DU CIRCUIT THEORIQUE NON AMORTI -

Le régime permanent doit comporter un certain nombre d'alternances de pulsation ω_2 se raccordant par un segment de droite au train d'ondes identique qui lui succède une demi-période plus tard. Plusieurs solutions sont possibles correspondant à l'entretien d'anomalies de divers ordres.

Je ne donne ici, à titre d'exemple (Fig. 1-4) que les anomalies d'ordres 4 et 5 ; pour d'autres ordres, les formes sont identiques avec des nombres différents d'alternances de pulsation ω_2 .

Pour les aspects 4, comme pour tout ordre pair, les sinusoïdes qui se rapportent à deux demi-périodes successives de la tension d'alimentation sont identiques et décalées de $T/2$ l'une sur l'autre ; pour les aspects 5, et pour tout ordre impair, ce décalage se complète d'un changement de signe.

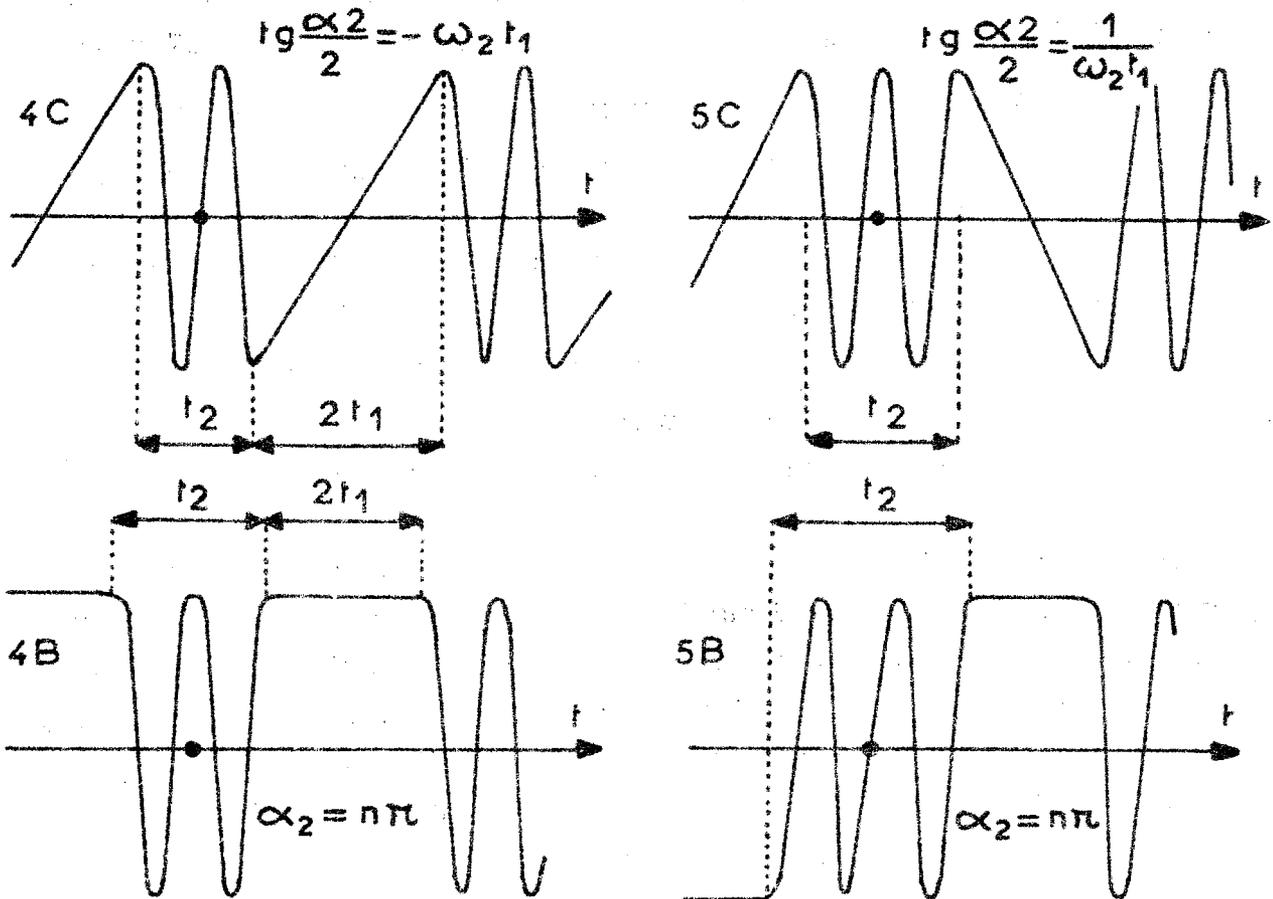


Fig (1-4) Anomalies de flux aux limites du domaine d'instabilité du fonctionnement normal dans un circuit non amorti.

- 4C et 5C : limites inférieures des ordres 4 et 5
- 4B et 5B : limites supérieures des ordres 4 et 5

On voit que les formes 4 C , 4 B , 5 C et 5 B correspondent à des valeurs croissantes du temps de saturation t_2 et par conséquent de la tension d'essai. Ces différentes formes d'onde satisfont les relations précédemment établies, caractérisant les limites de stabilité du fonctionnement normal :

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2} = \frac{1}{\omega_2 t_1} \quad \operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2} = - \omega_2 t_1 \quad \alpha_2 = n \pi \quad (42-3)$$

On a visiblement pour les formes 4 B et 5 B correspondant aux limites supérieures :

$$\alpha_2 = n \pi \quad (42-3)$$

Pour la forme 4 C , nous écrivons, en considérant le point de raccord T_1 de la sinusoïde au début d'un segment rectiligne, et en prenant l'origine des temps au milieu d'un intervalle de saturation :

$$(1-4) \quad \begin{cases} \Delta \varphi_{T_1} = \Delta \phi_m \sin \frac{\alpha_2}{2} \text{ avec } \alpha_2 = \omega_2 t_2 \\ \left[\frac{d(\Delta \varphi)}{dt} \right]_{T_1} = \omega_2 \Delta \phi_m \cos \frac{\alpha_2}{2} \end{cases}$$

D'autre part, en considérant le segment rectiligne $T_1 T_2$ qui a, en T_1 , même pente que la sinusoïde, nous voyons que la variation de flux, au cours de l'intervalle de temps $2t_1$, peut s'écrire :

$$(2-4) \quad - 2 \Delta \phi_m \sin \frac{\alpha_2}{2} = \omega_2 \Delta \phi_m \cos \frac{\alpha_2}{2} \times 2t_1$$

dont on déduit :

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2} = - \omega_2 t_1 \quad (42-3)$$

Pour la forme 5 C , en prenant encore comme origine le milieu d'un intervalle de saturation, nous écrivons :

$$(3-4) \quad \begin{cases} \Delta \varphi_{T_1} = \Delta \phi_m \cos \frac{\alpha_2}{2} \\ \left[\frac{d(\Delta \varphi)}{dt} \right]_{T_1} = - \omega_2 \Delta \phi_m \sin \frac{\alpha_2}{2} \end{cases}$$

et, en considérant le segment rectiligne $T_1 T_2$:

$$(4-4) \quad - 2 \Delta \phi_m \cos \frac{\alpha_2}{2} = - \omega_2 \Delta \phi_m \sin \frac{\alpha_2}{2} \times 2t_1$$

dont on déduit :

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2} = \frac{1}{\omega_2 t_1} \quad (42-3)$$

Raccordons maintenant, par un segment rectiligne, un train d'ondes d'amplitude $\Delta \phi_m$ avec un train d'ondes qui lui succède une demi période plus tard et dont l'amplitude est $\lambda \phi_m$; la figure 2-4 correspond, pour l'anomalie du 4ème ordre, à deux valeurs de λ :

$$(5-4) \quad \lambda_1 > 1 \quad \text{et} \quad \lambda_2 < 1$$

vérifiant :

$$(6-4) \quad \lambda_1 \lambda_2 = 1$$

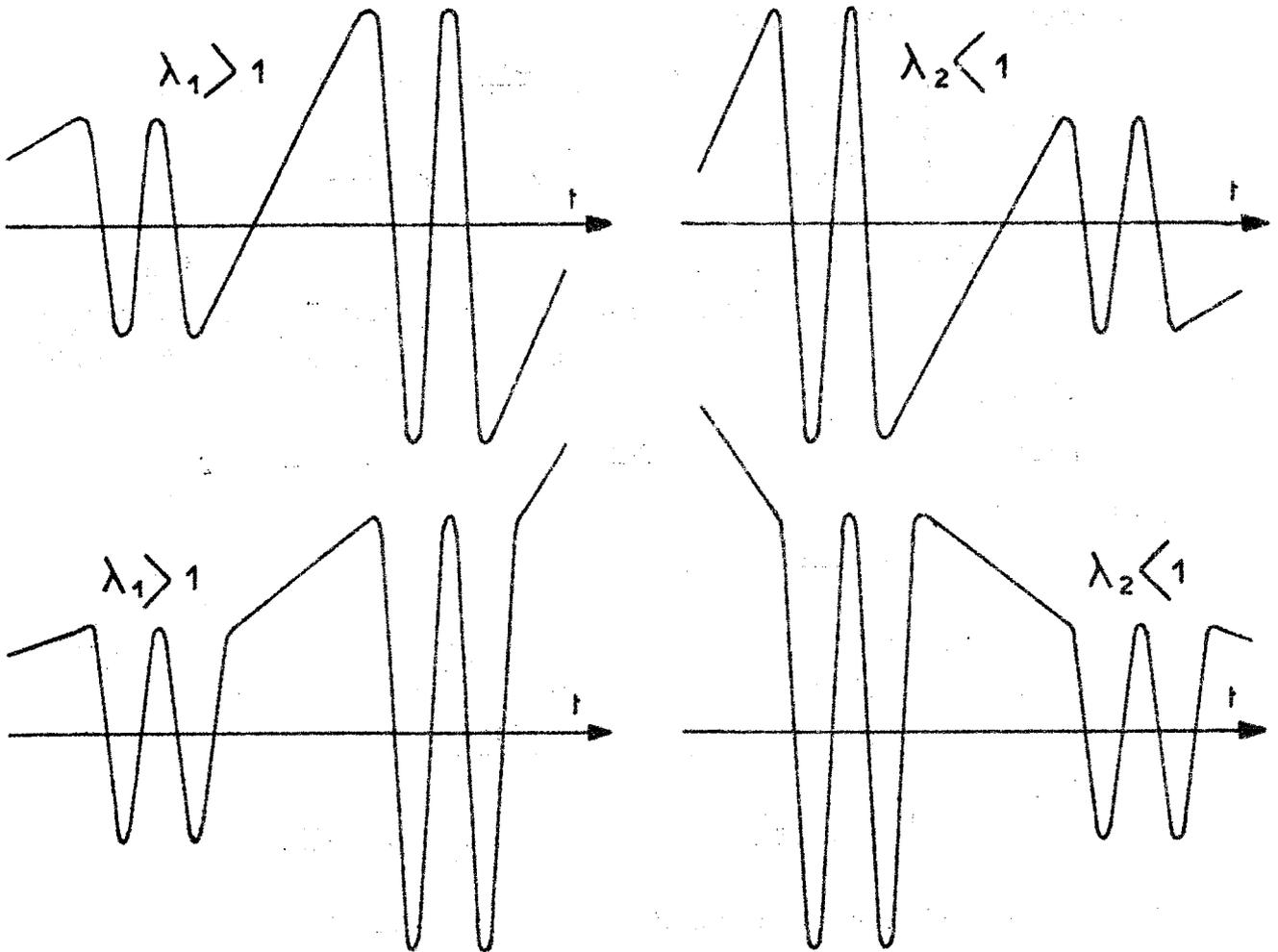


Fig (2-4) Amplification et réduction d'une anomalie de flux du 4^{em} ordre dans un circuit non amorti

Ces deux formes, qui se déduisent l'une de l'autre en changeant t en $-t$, peuvent être considérées comme les deux composantes d'une perturbation initiale quelconque. Compte tenu de l'évanouissement de l'une, la perturbation initiale se réduira pratiquement à l'autre composante qui s'amplifie géométriquement. En fait, l'évolution du phénomène est altérée par la modification de la loi de variation de l'inductance. Cette modification résulte du développement même de l'anomalie ; elle en limite l'amplification et peut éventuellement conduire à des régimes particuliers.

FORME D'ENTHETIEN DU CIRCUIT THEORIQUE AMORTI -

En raison de l'amortissement inévitable dans tout circuit réel, l'amplitude de la sinusoïde doit se réduire suivant une loi rappelant celle d'une exponentielle décroissante. Les aspects de l'anomalie de flux (Fig. 3-4) dérivent de ceux que nous avons considérés pour le circuit amorti dans le cas d'une amplification (Fig. 2-4) ; celle-ci se trouve ici compensée par l'amortissement du montage réel.

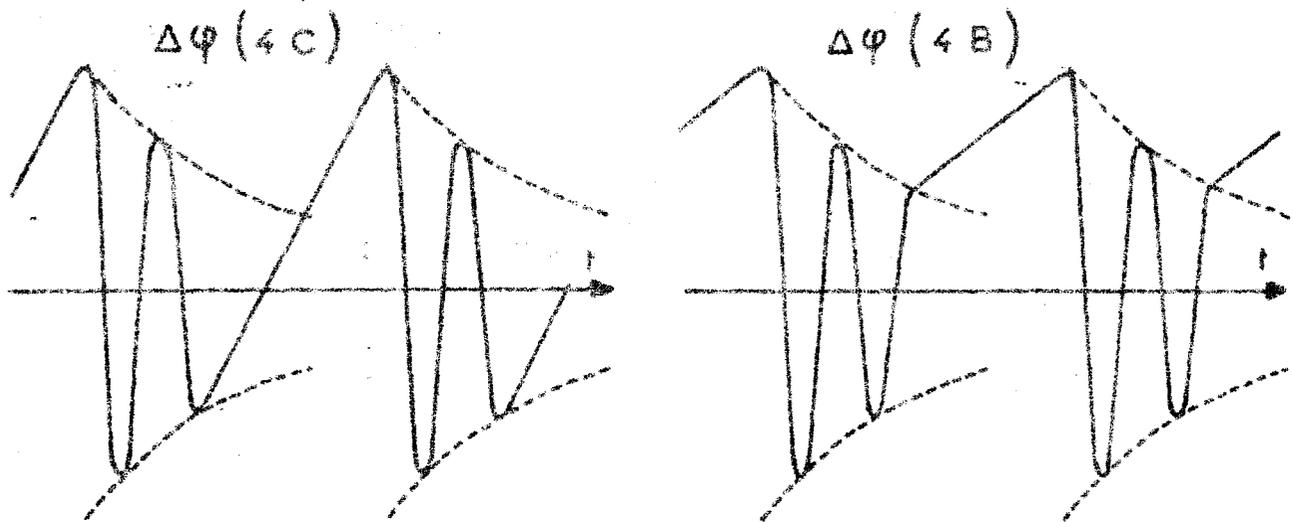


Fig (3-4) Entretien d'une anomalie de flux d'ordre 4 dans un circuit amorti

Les anomalies de tension (Fig. 4-4) se déduisent de celles du flux par la relation :

$$\Delta u = \frac{d(\Delta \phi)}{dt} \quad (1-2)$$

L'aspect C correspond à l'apparition brusque sous tension croissante, et ne peut donc s'observer qu'en régime transitoire.

La forme B concerne l'apparition progressive sous tension décroissante ; le palier horizontal est précédé d'une pointe caractéristique formée par le sommet de l'alternance qui précède.

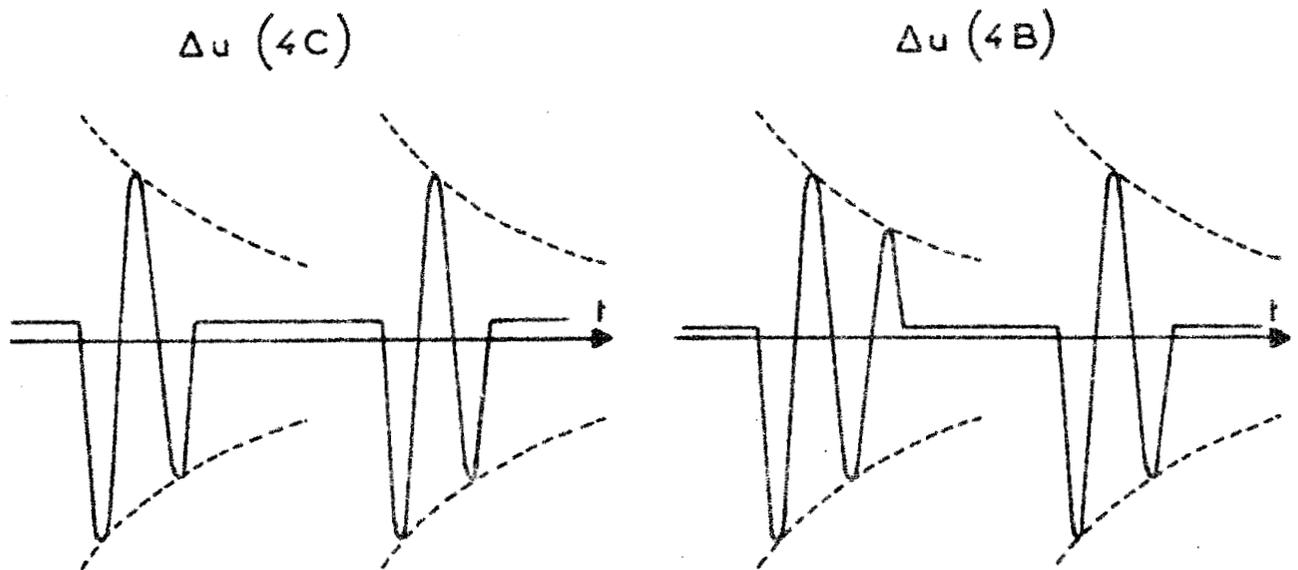


Fig (4-4) Entretien d'une anomalie de tension d'ordre 4 dans un circuit amorti

CHAPITRE V

VERIFICATIONS EXPERIMENTALES COMPLEMENTAIRES

REGIMES TROUBLES ET BATTEMENTS

Les anomalies de tension ainsi prédéterminées présentent une nette analogie avec celles présentées dans mon étude oscillographique du Chapitre II (oscillogrammes n° 1-2 à 6-2).

L'anomalie de flux peut aussi être enregistrée ; à cet effet l'anomalie de tension $\frac{2m}{n} \Delta u$, prélevée aux bornes de deux secondaires en opposition (Fig. 1-2), alimente un dispositif intégrateur formé par une résistance $R = 108.000 \Omega$ en série avec une capacité $C = 2 \mu F$ (Figure 1-5).

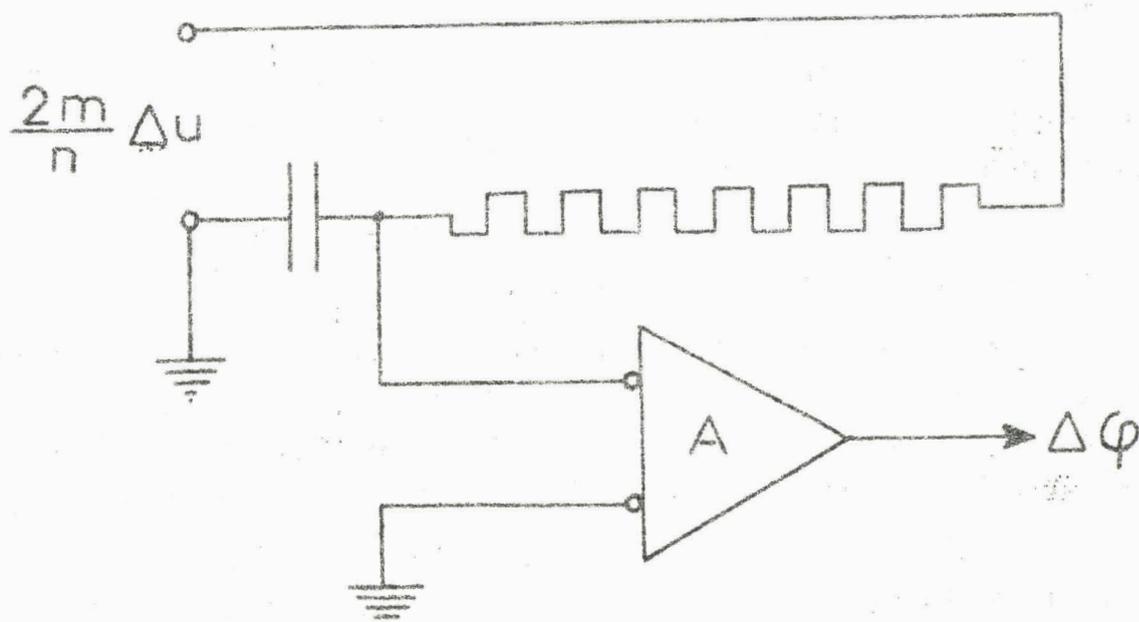


Figure (1-5) : Dispositif intégrateur permettant l'enregistrement de $\Delta \varphi$.

La tension prélevée aux bornes de la capacité est appliquée à un amplificateur électronique qui fournit à la boucle de l'oscillographe un courant proportionnel à $\Delta\phi$; ce montage élimine la composante continue qui peut exister dans les anomalies de flux d'ordre pair, et l'axe des abscisses qu'on enregistrerait dans ces conditions serait donc sans signification.

Les oscillogrammes ainsi obtenus sont présentés au chapitre II (n° 7-2 à 12-2) ; ils s'accordent d'autant mieux avec l'aspect prévu que l'on considère une anomalie d'ordre élevé. Pour de fortes saturations, le coude de la caractéristique magnétique est en effet parcouru en un intervalle de temps relativement réduit ; comme pour le circuit théorique, on distingue donc essentiellement les intervalles de temps où - la bobine n'étant pas saturée - la pulsation de l'anomalie est quasi nulle et ceux où - la bobine étant saturée - la pulsation de l'anomalie est relativement élevée.

Néanmoins, la progressivité de la variation de l'inductance du circuit réel se traduit par les particularités suivantes :

1°) la pulsation de l'oscillation n'est pas constante et la durée d'une alternance est minimale au milieu du train d'ondes où la saturation est maximale.

2°) Les anomalies d'ordre moins élevé mettent en jeu des oscillations de pulsation moindre.

3°) Les amplitudes des alternances successives de l'anomalie s'écartent de la loi exponentielle classique que fait prévoir l'inévitable amortissement du circuit, car elles sont tributaires des variations de l'inductance instantanée.

Je me suis préoccupé jusqu'ici de présenter les formes simples d'anomalies de flux et de tension telles qu'on peut les prévoir en négligeant la modification qu'elles entraînent dans la loi de variations de l'inductance équivalente instantanée ; en fait, cette modification est du second ordre par rapport à l'anomalie, ce qui explique que les formes prévues à la naissance puissent se retrouver pour des amplitudes notables.

Néanmoins un développement suffisant de l'anomalie peut conduire à des régimes différents mettant en défaut le mécanisme de synchronisation basé, lui aussi, sur l'invariance de la loi de variation de l'inductance équivalente.

Je ferai maintenant un inventaire plus détaillé des phénomènes apparaissant sous tension croissante dans le montage considéré, et nous verrons que les formes stables précédemment discutées sont à la base de régimes plus complexes observés dans certains domaines de tension.

L'anomalie du 1er ordre apparaît en régime stable pour $U = 48 \text{ V}$ et disparaît pour $U = 65 \text{ V}$.

L'anomalie du 2ème ordre apparaît pour $U = 71,5 \text{ V}$, mais son développement conduit à un régime troublé (oscillogramme n° 1-5) ne présentant aucune périodicité et dans lequel elle se mêle à l'anomalie d'ordre 3 ; l'élévation de tension conduit au régime stable ($U = 75 \text{ V}$) qui disparaît pour $U = 79 \text{ V}$.

L'anomalie du 3ème ordre apparaît pour $U = 81,5 \text{ V}$ conduisant à un régime troublé (oscillogramme n° 2-5) formé par une succession d'anomalies d'ordres 3 et 4 ; l'anomalie du 3ème ordre se stabilise pour $U = 84 \text{ V}$ puis disparaît ($U = 86 \text{ V}$).

L'anomalie du 4ème ordre apparaît en régime troublé ($U = 88,5 \text{ V}$, oscillogramme n° 3-5), mêlée à celle du 5ème ordre, puis une élévation de tension fait apparaître un phénomène de battements ($U = 90,5 \text{ V}$, oscillogramme n° 4-5) dans lequel l'anomalie reste du 4ème ordre, mais présente des variations d'amplitude qui se reproduisent ici sans périodicité nette, puis elle se stabilise ($U = 91$), et disparaît pour $U = 92,5 \text{ V}$.

L'anomalie du 5ème ordre apparaît sous forme de battements pour $U = 94,5 \text{ V}$ (oscillogramme n° 5-5) ; elle se stabilise ($U = 97 \text{ V}$), puis disparaît ($U = 98 \text{ V}$).

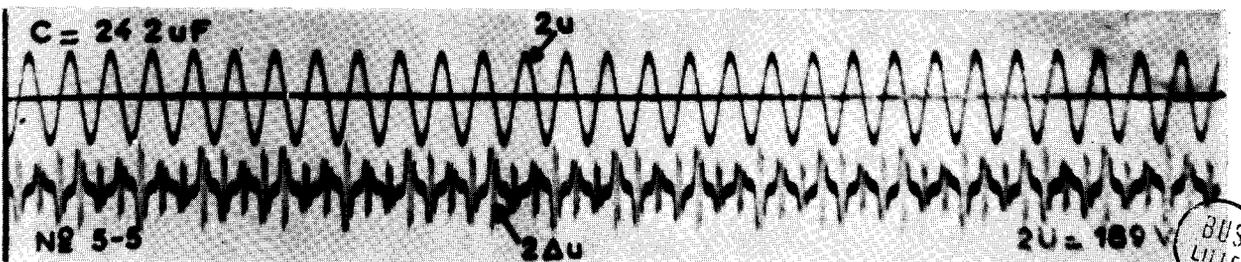
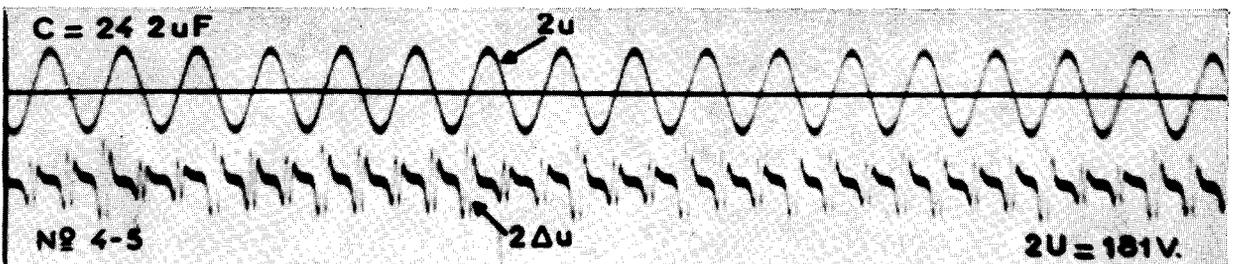
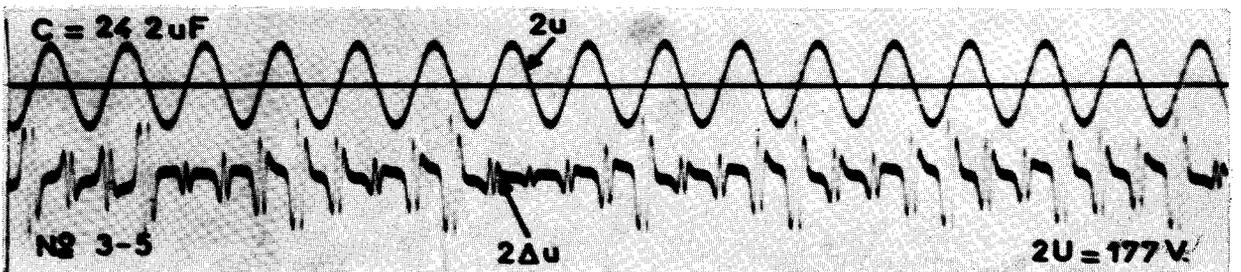
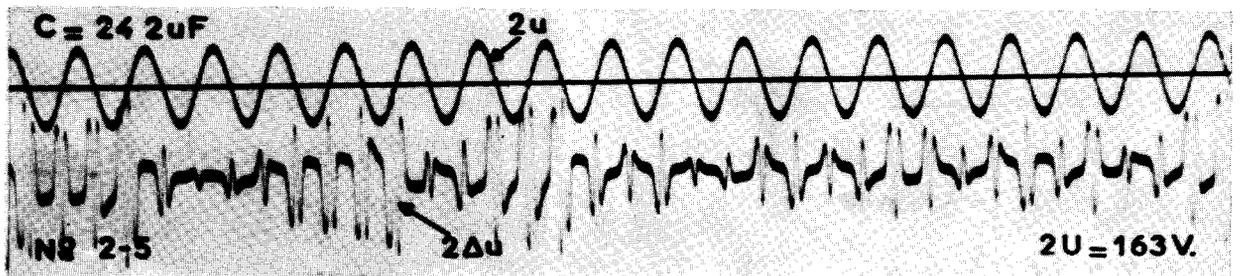
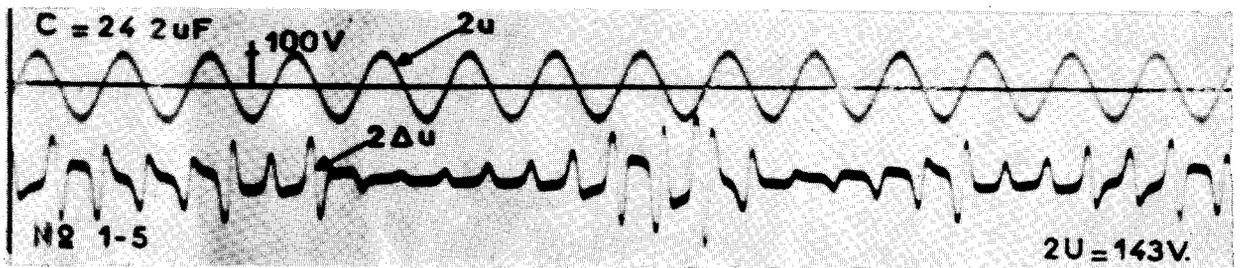
Pour des tensions plus élevées, on voit apparaître sous forme stable puis disparaître progressivement les anomalies d'ordres 6, 7 et 8.

On peut conclure en disant que les formes, prévues au chapitre IV pour une anomalie naissante, existent toujours au voisinage de leur limite supérieure de maintien.

Dès qu'on s'éloigne de celle-ci, leur plus grand développement peut ou non conduire à des régimes échappant aux interprétations précédentes et qui sont, soit des phénomènes de battements, soit des régimes troublés. Ces derniers correspondent visiblement à des anomalies d'amplitude suffisante pour que la variation d'inductance qui en résulte conduise à des ordres supérieurs.

- : - : - : -

MONTAGE MONOPHASE



Anomalies de tension : régimes troublés (1 à 3)

et battements (4 à 5).

BUS
LILLE

CHAPITRE VI

REPRESENTATION VECTORIELLE DES ANOMALIES

- : - : - : - : - : - : - : - : - : - : - :

Dans ce chapitre, je représenterai les grandeurs non sinusoïdales que sont les anomalies de flux et tension par un vecteur de longueur variable tournant à vitesse variable. J'en déduirai les limites de fonctionnement des domaines d'instabilité du fonctionnement normal ; cette méthode précise l'ordre de l'anomalie mise en jeu et montre qu'un matériau quelconque donne bien lieu à une succession d'anomalies comme celle que la figure 2-3 (Chapitre III) mettait en évidence pour un circuit schématisé.

Par ailleurs, cette manière de voir me permettra d'interpréter le mode d'apparition des anomalies qui se développent brusquement dès qu'on atteint leur limite inférieure pour disparaître progressivement vers leur limite supérieure.

REPRESENTATION VECTORIELLE -

La demi-période $T/2$ est décomposée en un certain nombre d'intervalles ayant chacun une durée suffisamment réduite pour que l'inductance ℓ équivalente aux deux bobines en dérivation puisse y être considérée comme constante ; au cours du premier d'entre eux, s'étendant entre les instants 0 et t_1 et durant lequel l'inductance ℓ est supposée garder la valeur constante ℓ_1 , les anomalies de flux et tension évoluent conformément aux relations :

$$(1-6) \quad \Delta \varphi = \Delta \varphi_{1m} \cos (\omega_1 t + \theta_1)$$

$$\Delta u = \frac{d(\Delta \varphi)}{dt} = -\omega_1 \Delta \varphi_{1m} \sin (\omega_1 t + \theta_1)$$

A l'anomalie de flux correspond un vecteur F de module $\Delta \varphi_{1m}$ tournant à la vitesse ω_1 et décrivant donc l'angle $\alpha_1 = \omega_1 t_1$ durant l'intervalle de temps considéré, aux bornes duquel il occupe les positions OF_1 et OF'_1 , d'arguments respectifs θ_1 et $\theta'_1 = \theta_1 + \alpha_1$ (Fig. 1-6) ; les projections de ce vecteur sur les axes Ox et Oy mesurent respectivement $\Delta \varphi$ et $-\frac{\Delta u}{\omega_1}$.

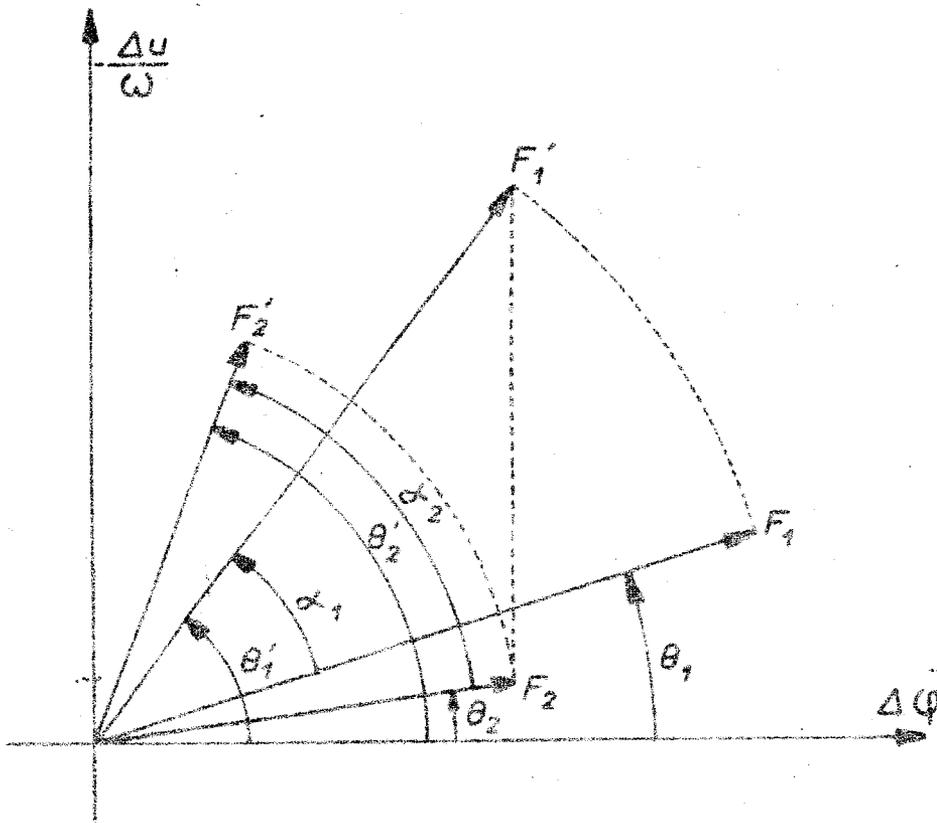


Fig (1-6) Représentation vectorielle de l'évolution de l'anomalie durant les intervalles de temps successifs t_1 et t_2 .

Au cours de l'intervalle suivant (t_1, t_2) où $\ell = \ell_2$ nous pouvons écrire :

$$(3-6) \quad \Delta \varphi = \Delta \varphi_{2m} \cos [\omega_2(t - t_1) + \theta_2]$$

$$(4-6) \quad \Delta u = -\omega_2 \Delta \varphi_{2m} \sin [\omega_2(t - t_1) + \theta_2]$$

Le vecteur F correspondant, de module $\Delta \phi_{2m}$, tourne à la vitesse ω_2 , décrivant l'angle $\alpha_2 = \omega_2 (t_2 - t_1)$ entre ses positions extrêmes, $0 F_2$ et $0 F'_2$ d'arguments respectifs θ_2 et θ'_2 .

En remarquant que les valeurs de $\Delta \phi$ données par (1-6) et (3-6) doivent être égales à l'instant t_1 , de même que celles de Δu données par (2-6) et (4-6), nous voyons que les points F'_1 et F_2 ont même abscisse et que l'ordonnée du deuxième se déduit de celle du premier en la multipliant par le rapport $\frac{\omega_1}{\omega_2}$.

En définitive, l'évolution de l'anomalie ($\Delta \phi$, Δu) peut être représentée par un vecteur F dont la vitesse de rotation prend des valeurs différentes au cours des divers intervalles de temps durant lesquels l'inductance ℓ est supposée constante. A la fin de chacun d'eux, l'extrémité de F conserve la même abscisse, mais son ordonnée est multipliée par le rapport de l'ancienne pulsation à la nouvelle.

Par exemple, à l'instant t_1 où l'inductance ℓ passe de ℓ_1 à ℓ_2 et la pulsation de ω_1 à ω_2 , le vecteur $F'_1 = p_1 \left| \theta'_1 \right.$ devient le vecteur $F_2 = p_2 \left| \theta_2 \right.$ conformément aux relations :

$$(5-6) \quad p_2^2 = p_1^2 \cos^2 \theta'_1 + p_1^2 \sin^2 \theta'_1 \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} = p_1^2 + p_1^2 \sin^2 \theta'_1 \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{\omega_2^2}$$

$$(6-6) \quad \text{tg } \theta_2 = \frac{\omega_1}{\omega_2} \text{tg } \theta'_1$$

Une augmentation de ω correspondant à une réduction de l'inductance ℓ entraîne donc en conséquence :

1°) une diminution de p .

2°) une "rotation complémentaire" $\beta_{12} = (\theta_2 - \theta'_1)$

dont le signe, opposé à celui de $\text{tg } \theta$, dépend par conséquent du quadrant dans lequel se situe le vecteur F ; cette rotation complémentaire est alors positive pour les quadrants 2 et 4 et négative pour 1 et 3.

EXPRESSION DE LA ROTATION DU VECTEUR F -

Si la période est divisée en intervalles de temps infiniment petits, l'extrémité de F décrit, en raison des variations de son module, une courbe qui se rapproche de l'origine tant que ω croît pour s'en éloigner quand ω décroît. Au cours d'un intervalle de temps dt , la rotation s'effectue à vitesse constante $\frac{d\alpha}{dt} = \frac{1}{\sqrt{2} \ell c}$. En outre, le passage à l'intervalle de temps suivant où la pulsation est $(\omega + d\omega)$ s'accompagne d'une rotation complémentaire $d\beta$ définie par (6-6) qui s'écrit ici :

$$(7-6) \quad \text{tg} (\theta + d\beta) = \frac{\omega}{\omega + d\omega} \text{tg} \theta$$

dont on tire :

$$(8-6) \quad d\beta = - \frac{\sin 2\theta}{2\omega} d\omega$$

La rotation totale :

$$(9-6) \quad \gamma(t) = \int_0^t (d\alpha + d\beta)$$

subie depuis l'instant $t = 0$ est fonction de la position initiale du vecteur F et vérifie l'équation différentielle :

$$(10-6) \quad \frac{d\gamma}{dt} = \frac{d\alpha}{dt} + \frac{d\beta}{dt} = \omega - \frac{\sin 2\theta}{2\omega} \frac{d\omega}{dt}$$

Je noterai F_{θ_1} un vecteur tournant d'argument initial θ_1 et $\gamma(\theta_1, T/2)$ la rotation qu'il effectue dans la première demi-période. Je considérerai particulièrement les rotations $\gamma(\frac{\pi}{2}, T/2)$ et $\gamma(0, T/2)$ de deux vecteurs initiaux $F_{\pi/2}$ et F_0 portés respectivement l'un par l'axe des ordonnées, l'autre par l'axe des abscisses.

Le premier de ces vecteurs correspondrait à une anomalie initiale caractérisée à l'instant $t = 0$, par :

$$(11-6) \quad \theta_1 = \frac{\pi}{2} \quad \Delta\varphi_0 = 0 \quad \Delta u_0 \neq 0$$

et le second se rapporterait à :

$$(12-6) \quad \theta_1 = 0 \quad \Delta\varphi_0 \neq 0 \quad \Delta u_0 = 0$$

L'évaluation des rotations de ces deux vecteurs nous renseignera sur les conditions de stabilité du fonctionnement normal.

DOMAINES D'INSTABILITE DU FONCTIONNEMENT NORMAL

Nous avons vu au chapitre III qu'une perturbation initiale engendrait après une demi-période :

$$(\Delta \varphi_{T/2}, \Delta u_{T/2}) = (\Delta \varphi_0, \Delta u_0) \boxed{M} \quad (20-3)$$

avec : $\boxed{M} = \begin{vmatrix} A & B \\ C & A \end{vmatrix}$

soit :

$$(13-6) \begin{cases} \Delta \varphi_{T/2} = A \Delta \varphi_0 + C \Delta u_0 \\ \Delta u_{T/2} = B \Delta \varphi_0 + A \Delta u_0 \end{cases}$$

Nous savons d'autre part que les limites des domaines de stabilité du fonctionnement normal correspondent à $A = \pm 1$ (37-3) et que cette condition est vérifiée pour $B = 0$ (38-3) ou $C = 0$ (39-3).

Pour $A = \pm 1$ et $B = 0$ un vecteur F_0 d'argument initial nul aura pour composantes à l'instant $T/2$:

$$(14,6) \quad \Delta \varphi_{T/2} = \pm \Delta \varphi_0 \quad \Delta u_{T/2} = 0$$

Il est encore porté par l'axe des abscisses et a donc tourné d'un angle :

$$(15-6) \quad \gamma(0, T/2) = n \pi$$

Le vecteur F_0 ne tourne pas à vitesse constante, et si l'on considère les rotations correspondant à un quart de période, nous aurons en général :

$$(16-6) \quad \gamma(0, \frac{T}{4}) \neq \frac{1}{2} \gamma(0, \frac{T}{2})$$

Néanmoins, la relation (15-6) équivaut à :

$$(17-6) \quad \gamma(0, \frac{T}{4}) = n \frac{\pi}{2}$$

Je poserai pour simplifier les notations :

$$(18-6) \quad \gamma(0, \frac{T}{4}) = \gamma_1$$

Pour $A = \pm 1$ et $C = 0$, nous avons :

$$(19-6) \quad \Delta \varphi_{T/2} = \pm \Delta \varphi_0$$

Pour $A = \pm 1$ et $C = 0$ un vecteur $F_{\pi/2}$, d'argument initial $\pi/2$ aura pour composantes à l'instant $T/2$:

$$(20-6) \quad \Delta \varphi_{T/2} = 0 \quad \Delta u_{T/2} = \pm \Delta u_0$$

Il est encore porté par l'axe des tensions.

Ces limites d'instabilité du fonctionnement normal sont donc atteintes lorsqu'un vecteur initial $F_{\pi/2}$ tourne dans la demi-période d'un angle :

$$(20-6) \quad \gamma \left(\frac{\pi}{2}, T/2 \right) = n \pi$$

n est un entier impair ($A = -1$) ou pair ($A = 1$).

Cette relation équivaut à :

$$(21-6) \quad \gamma \left(\frac{\pi}{2}, T/4 \right) = n \frac{\pi}{2}$$

Je poserai :

$$(22-6) \quad \gamma \left(\frac{\pi}{2}, T/4 \right) = \gamma_2$$

En conclusion, nous pourrions donc préciser les limites de stabilité du fonctionnement normal à partir des relations (17-6) et (21-6), en calculant les rotations γ_1 et γ_2 effectuées en un quart de période par les vecteurs initiaux F_0 et $F_{\pi/2}$.

Remarquons d'ailleurs qu'en posant :

$$\psi = \theta - \frac{\pi}{2}$$

on a pour

$$\theta = \frac{\pi}{2} \quad \psi = 0$$

La relation (6-6) s'écrit alors :

$$\operatorname{tg} \psi_2 = \frac{\omega_2}{\omega_1} \operatorname{tg} \psi_1$$

ce qui permet de déterminer la rotation du vecteur $F_{\pi/2}$ comme celle du vecteur F_0 en remplaçant : $\frac{\omega_1}{\omega_2}$ par $\frac{\omega_2}{\omega_1}$

INFLUENCE D'UNE VARIATION DE LA PULSATION SUR LA ROTATION DU VECTEUR F -

Considérons un intervalle de temps de durée \mathcal{E} où la pulsation, supposée constante, a pour valeur ω ; les composantes du vecteur F sont $\Delta \varphi$ et $-\frac{\Delta u}{\omega}$ au début de cet intervalle. Ce vecteur fait donc avec l'axe d'origine un angle θ défini par :

$$(23-6) \quad \operatorname{tg} \theta = - \frac{\Delta u}{\omega \Delta \varphi}$$

Il tourne, durant le temps \mathcal{E} de l'angle :

$$(24-6) \quad \alpha = \mathcal{E} \omega$$

et ses composantes finales sont donc :

$$(25-6) \quad \left(\Delta \varphi, -\frac{\Delta u}{\omega} \right) \left\| \begin{array}{cc} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{array} \right\|$$

soit :

$$(26-6) \quad \simeq \left(\Delta \varphi, -\frac{\Delta u}{\omega} \right) \left\| \begin{array}{cc} 1 & \alpha \\ -\alpha & 1 \end{array} \right\|$$

en négligeant les puissances supérieures de α .

Précisons l'effet sur la rotation du vecteur F , d'une augmentation infiniment petite $d\omega$ de la pulsation portant sur l'intervalle de temps \mathcal{E} . La rotation $\alpha = \mathcal{E}\omega$ est alors remplacée par la somme de 3 termes :

1°) Une rotation complémentaire $d\beta$, due à la variation $d\omega$ de la pulsation au début de l'intervalle \mathcal{E} , correspond à la multiplication de l'ordonnée par :

$$(27-6) \quad \frac{\omega}{\omega + d\omega} \simeq \left[1 - \frac{d\omega}{\omega} \right]$$

après laquelle les composantes du vecteur F sont devenues :

$$(28-6) \quad \left[\Delta \varphi, -\frac{\Delta u}{\omega} \right] \left\| \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & \left[1 - \frac{d\omega}{\omega} \right] \end{array} \right\|$$

2°) Une rotation normale :

$$(29-6) \quad \alpha + d\alpha = (\omega + d\omega)\mathcal{E} = \alpha \left(1 + \frac{d\omega}{\omega} \right)$$

Cette rotation multiplie les composantes de F par :

$$(30-6) \quad \left\| \begin{array}{cc} 1 & \alpha \left(1 + \frac{d\omega}{\omega} \right) \\ -\alpha \left(1 + \frac{d\omega}{\omega} \right) & 1 \end{array} \right\|$$

3°) Une rotation complémentaire $d\beta'$ correspondant à la variation $-d\omega$ de la pulsation à la fin de l'intervalle de temps \mathcal{E} , et qui revient à multiplier les composantes de F par :

$$(31-6) \quad \left\| \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 1 + \frac{d\omega}{\omega} \end{array} \right\|$$

Au total les composantes initiales $(\Delta\varphi, -\frac{\Delta u}{\omega})$ sont multipliées par :

$$(32-6) \quad \begin{vmatrix} 1 & \alpha(1 + 2\frac{d\omega}{\omega}) \\ -\alpha & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & \alpha \\ -\alpha & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 2\alpha\frac{d\omega}{\omega} \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$

et deviennent :

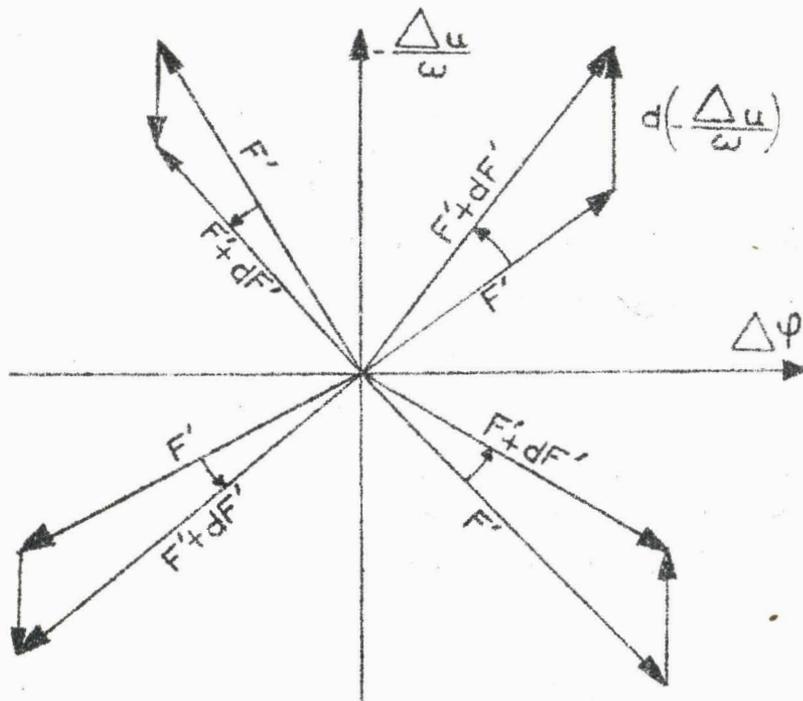
$$(33-6) \quad (\Delta\varphi, -\frac{\Delta u}{\omega}) \begin{vmatrix} 1 & \alpha \\ -\alpha & 1 \end{vmatrix} + (\Delta\varphi, -\frac{\Delta u}{\omega}) \begin{vmatrix} 0 & 2\alpha\frac{d\omega}{\omega} \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Le premier produit, identique à (26-6), correspond à la rotation $\alpha = \xi\omega$ relative à la pulsation ω et qui amène le vecteur F en F' (Fig. 2-6).

Une augmentation de pulsation $\frac{d\omega}{\omega} > 0$ amène des variations des composantes finales données par le second terme de (33-6), soit :

$$(34-6) \quad d(\Delta\varphi) = 0 \quad d(-\frac{\Delta u}{\omega}) = 2\Delta\varphi\alpha\frac{d\omega}{\omega}$$

et la pulsation $(\omega + d\omega)$ amène donc le vecteur F' en $F' + dF'$.



La Figure (2-6) précise les résultats précédents en considérant des vecteurs F placés dans les divers quadrans : dans tous les cas, l'augmentation $d\omega$ de la pulsation se traduit par une augmentation de la rotation réalisée au cours de l'intervalle de temps ξ , et qui prend alors une valeur $\gamma > \alpha$.

Fig. (2-6) - Influence d'une augmentation de la pulsation sur la rotation du vecteur F .

INFLUENCE D'UNE ELEVATION DE TENSION -

D'une façon générale, quel que soit le matériau constituant les circuits magnétiques des bobines utilisées, une élévation de tension se traduit par une augmentation des pulsations $\omega_1, \omega_2 \dots \omega_n$ dans chacun des intervalles de temps en lesquels est divisée la demi-période. Elle ne peut donc amener, quelle que soit l'orientation initiale du vecteur F , qu'une augmentation de sa rotation entre deux instants quelconques donnés.

En particulier, les vecteurs initiaux F_0 et $F_{\pi/2}$ décrivent donc en un quart de période des angles γ_1 et γ_2 dont les valeurs croissent avec la tension d'essai. La première instabilité apparaît lorsque γ_2 atteint la valeur $\frac{\pi}{2}$ puis disparaît lorsque γ_1 y parvient à son tour.

L'anomalie d'ordre 2 apparaît et disparaît dans les mêmes conditions lorsque ces angles prennent successivement la valeur $2 \times \frac{\pi}{2}$ et ainsi de suite ...

On interprète donc bien, dans le cas général, l'existence des divers domaines d'instabilité du fonctionnement normal que j'ai précédemment mis en évidence dans le cas théorique d'une caractéristique magnétique réduite à deux éléments rectilignes.

PREDETERMINATION DES LIMITES DE STABILITE -

Je considère à titre d'exemple une caractéristique telle que :

$$(35-6) \quad i = A \phi^{2k+1}$$

Les pulsations $\omega_1, \omega_2 \dots$ au cours des intervalles successifs divisant le quart de période sont proportionnelles à U^k .

Les rapports tels que :

$$(36-6) \quad \begin{cases} A_2 = \frac{\omega_2}{\omega_1} & A_3 = \frac{\omega_3}{\omega_1} \dots \\ B_2 = \frac{\omega_2}{\omega_1} = A_2 & B_3 = \frac{\omega_3}{\omega_2} \dots \end{cases}$$

sont donc indépendants de la demi tension d'essai U .

Prenons comme donnée initiale la rotation normale $d\alpha_1 = \omega_1 \mathcal{E}$ correspondant au premier intervalle ; cette rotation dépend de U .

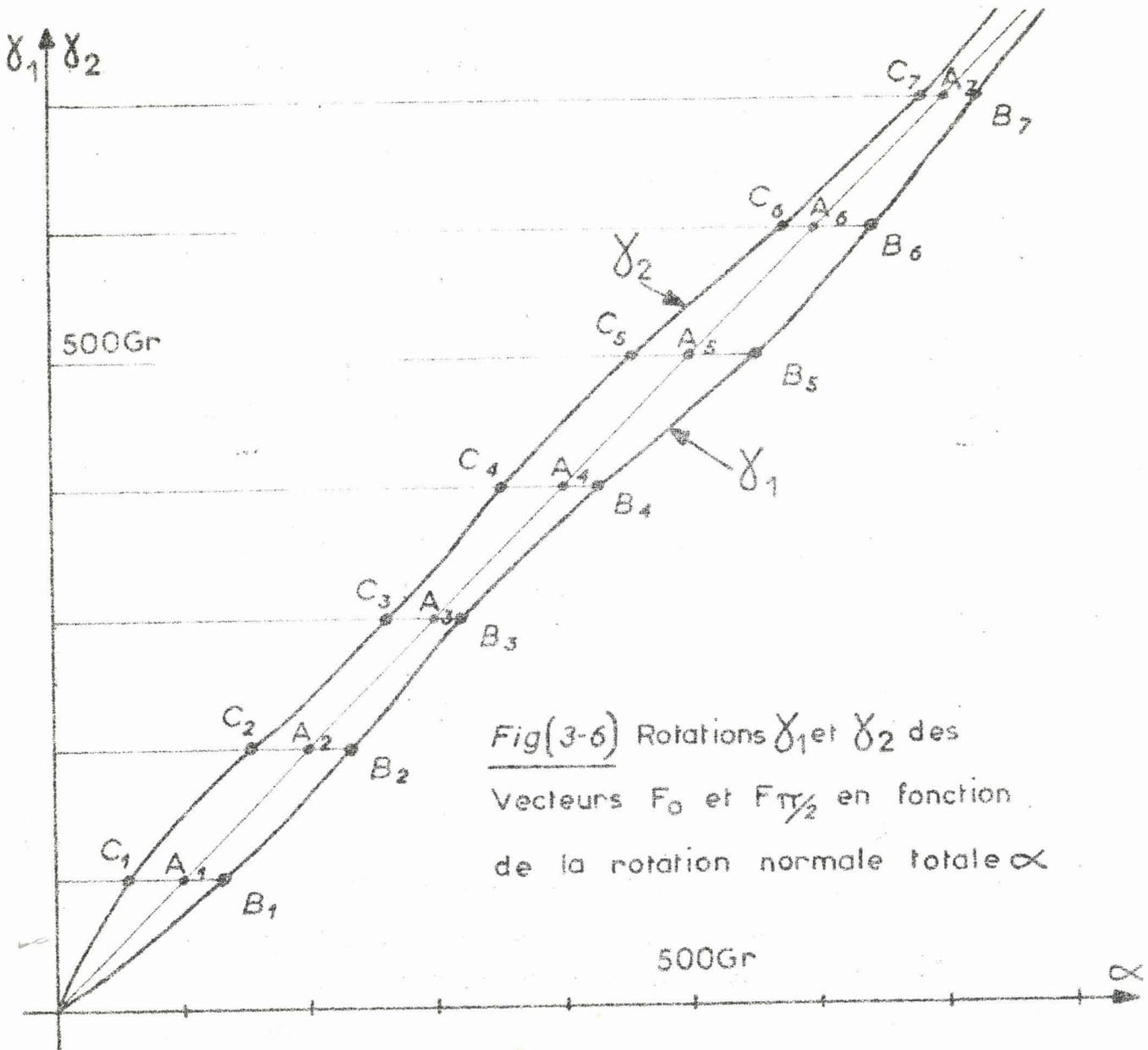
Les rotations normales seront pour les intervalles suivants :

$$(37-6) \quad d\alpha_2 = A_2 d\alpha_1, \quad d\alpha_3 = A_3 d\alpha_1 \dots$$

Les rotations complémentaires se déterminent par l'une ou l'autre des relations (6-6) ou (8-6).

Finalement, on détermine ainsi les rotations γ_1 et γ_2 des vecteurs F_0 et $F_{\pi/2}$ ainsi que la somme α des rotations normales. ce dernier terme est proportionnel à $d\alpha_1$ et par conséquent à U^k .

Les courbes représentant les variations de γ_1 et γ_2 en fonction de α sont données (Fig. 3-6) pour la caractéristique définie par la relation (35-6) avec $(2k+1) = 9$.



Fig(3-6) Rotations γ_1 et γ_2 des Vecteurs F_0 et $F_{\pi/2}$ en fonction de la rotation normale totale α

Leur détermination n'est qu'approximative, le quart de période n'ayant été divisé qu'en 5 intervalles ⁽¹⁾ ; néanmoins, elle respecte l'allure générale des courbes que l'on retrouverait d'ailleurs pour des valeurs plus élevées de $(2k+1)$.

Leurs intersections $C_1, C_2 \dots$ et $B_1, B_2 \dots$, avec les droites d'ordonnées $n \frac{\pi}{2}$, correspondent respectivement aux limites inférieures et supérieures des domaines de stabilité.

Par ailleurs, les droites d'ordonnées $n \frac{\pi}{2}$ coupent la bissectrice \triangle en des points $A_1, A_2 \dots$ qui se placent à l'intérieur des domaines d'instabilité d'ordre n et vérifient la relation :

$$(38-6) \quad \alpha = n \frac{\pi}{2} .$$

La relation (35-6) entre le flux et le courant entraîne une de même forme entre les valeurs efficaces I et U du courant et de la tension :

$$(39-6) \quad I = B U^{2k+1}$$

On peut calculer la rotation normale totale α en un quart de période pour le fonctionnement en un point P de coordonnées U et I de cette caractéristique (Fig. 4-6) ; nous avons les relations suivantes qui supposent les flux sinusoïdaux et les pertes nulles :

$$(40-6) \quad u = U \sqrt{2} \cos \Omega t$$

$$(41-6) \quad \phi = \phi_m \sin \Omega t \quad \text{avec} \quad \phi_m = \frac{U \sqrt{2}}{\Omega}$$

$$(42-6) \quad i = A \phi^{2k+1} = A \phi_m^{2k+1} \sin^{2k+1} \Omega t$$

$$(43-6) \quad I = K_i A \phi_m^{2k+1}$$

(1) Je ne me préoccupe ici que d'exposer le principe d'une méthode d'étude susceptible d'être transposée à des cas plus complexes. Des déterminations précises nécessitant une division plus poussée du quart de période sont justifiables de la machine à calculer ; elles sont confiées à D. PINCHON. Les résultats obtenus au Laboratoire de Calcul de la Faculté de Lille concernent une caractéristique très voisine de celle des bobines M 6 X et s'accordent avec les résultats expérimentaux.

Le coefficient K_1 est la valeur efficace de $\sin \Omega t$

En outre :

$$(44-6) \quad \frac{1}{\ell} = \frac{di}{d\varphi} = (2k + 1) A \varphi^{2k} = (2k+1) A \varphi_m^{2k} \sin^{2k} \Omega t$$

$$\text{soit (45-6)} \quad \frac{1}{\ell} = (2k + 1) \frac{I \Omega}{K_1 U \sqrt{2}} \sin^{2k} \Omega t$$

$$(46-6) \quad \omega = \frac{1}{C} = \sqrt{\frac{(2k+1) \Omega}{K_1 \sqrt{2}}} \times \sqrt{\frac{I}{U C}} \sin^k \Omega t$$

La rotation en un quart de période est alors :

$$(47-6) \quad \alpha = \int_0^{T/4} \omega dt = \frac{T}{4} \sqrt{\frac{(2k+1) \Omega}{K_1 \sqrt{2}}} \times K_\omega \times \sqrt{\frac{I}{U C}}$$

Le coefficient K_ω représente la valeur moyenne de $\sin^k \Omega t$. La formule précédente peut s'écrire :

$$(48-6) \quad \alpha = A_k \sqrt{\frac{I}{F U C}}$$

Le coefficient A_k ne dépend que de k :

$$(49-6) \quad A_k = 5.10^4 \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\pi}} \times K_\omega \sqrt{\frac{2k+1}{K_1}} = 33550 K_\omega \sqrt{\frac{2k+1}{K_1}}$$

en exprimant α en grades et C en microfarads.

Si nous connaissons la rotation α_1 correspondant à un point P_1 de coordonnées U_1 et I_1 , nous pouvons en déduire les coordonnées U_2 et I_2 d'un point P_2 pour lequel cette rotation serait α_2 ; nous avons en effet, d'après les relations (39-6) et (48-6) :

$$(49-6) \quad U_2 = U_1 \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \right)^{1/k} \quad \text{et} \quad I_2 = I_1 \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \right)^{\frac{2k+1}{k}}$$

Il est donc possible de préciser sur la caractéristique $U(I)$ de la bobine les domaines d'apparition spontanée des diverses anomalies dont les limites correspondent aux valeurs de α , abscisses des points $C_1, C_2 \dots$ et $B_1, B_2 \dots$ des courbes de variations de γ_1 et γ_2 de la figure (3-6).

La figure (4-6) donne les résultats de ce calcul pour un montage utilisant des bobines dont la caractéristique vérifierait la relation (39-6) avec $(2k+1) = 9$, ce qui entraîne :

$$(50-6) \quad K_1 = 0,43 \quad K_\omega = 0,375$$

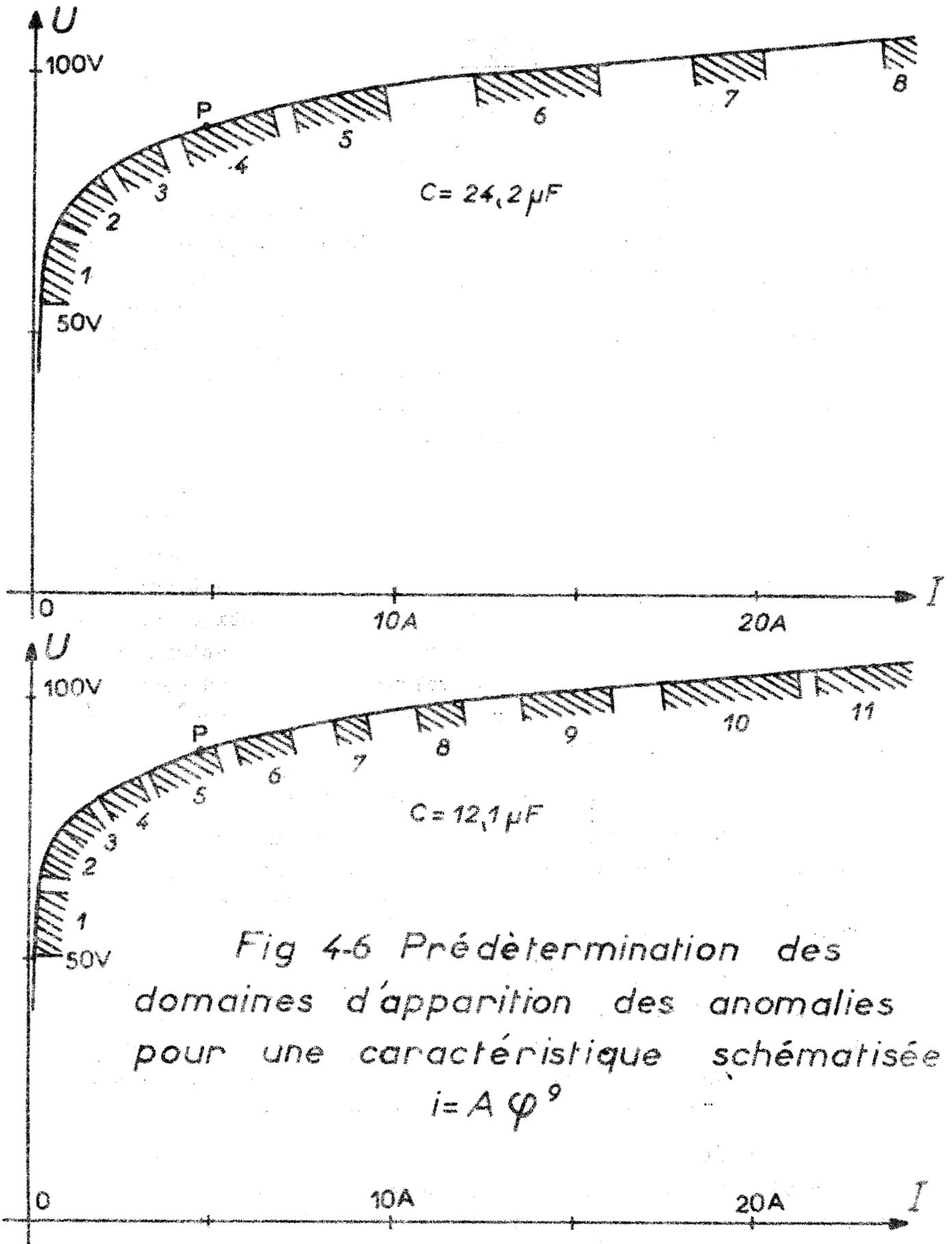


Fig 4-6 Prédétermination des domaines d'apparition des anomalies pour une caractéristique schématisée $i = A \varphi^9$

et finalement :

$$(51-6) \quad \alpha = 57.570 \sqrt{\frac{I}{F U C}}$$

Cette prédétermination, effectuée pour deux valeurs de la capacité (24,2 et 12, 1 μ F) est à rapprocher des résultats expérimentaux concernant les bobines S T A présentés au chapitre II (Fig. 6-2) ; pour faciliter la comparaison, les échelles sont identiques et la caractéristique schématisée passe par le point P appartenant à la caractéristique réelle et situé dans le domaine moyen de l'expérimentation. On observe un très bon accord général malgré les nombreuses hypothèses simplificatrices (pertes négligées, schématisation de la caractéristique et calcul approximatif des rotations γ_1 et γ_2) dont résultent quelques différences secondaires.

La caractéristique schématisée prévoit l'existence d'anomalies de tous ordres, mais les bobines suivent en réalité un cycle d'hystérésis ; il en résulte en particulier que la valeur moyenne de $\frac{1}{\sqrt{L}}$ ne tend pas vers zéro avec la tension d'essai comme ce serait le cas pour la caractéristique schématisée qui ne représente qu'une approximation peu satisfaisante aux faibles inductions. Si cette valeur moyenne tend vers $\frac{1}{\sqrt{L_0}}$ la pulsation moyenne et la rotation normale en un quart de période seront respectivement :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_0}} \sqrt{C} \quad \text{et} \quad \alpha_0 = \omega_0 \frac{T}{4}$$

Cette rotation pourra, pour des valeurs suffisamment faibles de C, être supérieure à celle qui limite l'anomalie du premier ordre ; c'est ainsi que cette première anomalie fait défaut pour le montage utilisant 12, 1 μ F par bobine.

D'autre part, l'effet de la résistance des enroulements est d'autant plus notable que le courant magnétisant est important, et il en résulte que pour les tensions élevées le flux ne varie plus, dans le fonctionnement normal, suivant la loi sinusoïdale adoptée comme hypothèse de calcul.

Enfin, l'amortissement du circuit doit normalement se traduire par une réduction des domaines d'instabilité du fonctionnement normal et peut même éventuellement expliquer

l'absence d'anomalies dont la vigueur ne serait pas suffisante pour compenser cet amortissement.

INFLUENCE DE LA CAPACITE -

Comparons les fonctionnements de deux montages mettant en jeu des capacités différentes ayant respectivement pour valeur C et C' .

Quelle que soit la caractéristique commune aux bobines, les pulsations correspondant aux mêmes intervalles de temps sont, pour la même tension d'essai dans le rapport $\sqrt{\frac{C}{C'}}$:

$$(52-6) \quad \omega'_1 = \omega_1 \sqrt{\frac{C}{C'}} \quad \omega'_2 = \omega_2 \sqrt{\frac{C}{C'}} \dots$$

Il en est de même des rotations normales correspondant à ces divers intervalles, et l'on peut en déduire que les rotations totales sont des fonctions décroissantes de la capacité ; en conséquence, le domaine d'existence d'une anomalie d'ordre donné sera limité par des tensions plus basses, si l'on réduit la valeur des capacités utilisées.

Cette remarque est générale, mais peut être précisée dans le cas particulier d'une caractéristique conforme à la relation (35-6). En raison de la relation (48-6), les rotations α et α' sont égales pour :

$$(53-6) \quad \sqrt{\frac{I'}{U'C'}} = \sqrt{\frac{I}{UC}}$$

soit, compte tenu de (39-6) :

$$(54-6) \quad U' = U \left(\frac{C'}{C} \right)^{1/2k} \quad \text{ou encore : } I' = I \left(\frac{C'}{C} \right)^{\frac{2k+1}{2k}}$$

Les limites des domaines de stabilité du fonctionnement normal étant connues pour une capacité C , les relations (54-6) montrent donc ce que deviennent leurs coordonnées si l'on utilise une capacité C' par bobine.

C'est ainsi que sur la figure (4-6) la prédétermination des limites pour une capacité $C' = 12,1 \mu F$ se déduit de celle correspondant à $C = 24,2 \mu F$, en multipliant l'abscisse de chaque point limite par 0,458 et son ordonnée par 0,917. On peut aussi dire qu'une prédétermination est valable pour toute valeur de la capacité, en choisissant convenablement les échelles de courant et de tension.

MODE D'APPARITION DES ANOMALIES -

Nous avons vu au Chapitre III, par comparaison des relations (13-3) et (10-3), que la présence de l'anomalie ne peut se traduire à tout instant que par une diminution de l'inductance équivalente ℓ ; il en résulte une augmentation de la rotation du vecteur F au cours d'une demi-période : le développement de l'anomalie agit donc à ce point de vue dans le même sens qu'une élévation de tension.

Considérons un point de fonctionnement situé dans le domaine d'apparition d'une anomalie au voisinage de la limite supérieure ; le vecteur F_0 tourne alors au cours de la demi-période d'un angle légèrement inférieur à $n\pi$; l'anomalie se développe provoquant donc l'accroissement de cette rotation jusqu'à ce qu'elle atteigne la valeur $n\pi$ qui correspond à l'entretien sans amplification dans le montage non amorti que nous considérons. Une tension très voisine de la limite supérieure appelle donc une anomalie de faible amplitude, et sous tension décroissante les anomalies doivent bien apparaître de façon progressive comme on l'observe expérimentalement.

Pour un point de fonctionnement situé près de la limite inférieure, la rotation de F_0 est notablement inférieure à $n\pi$ et le développement de l'anomalie doit être suffisant pour que la modification d'inductance qui en résulte l'amène à cette valeur. Une tension voisine de la limite inférieure appelle donc une anomalie de grande amplitude et, sous tension croissante, les anomalies doivent bien apparaître brusquement.

CHAPITRE VII

ETUDE THEORIQUE DES CIRCUITS POLYPHASES D'ORDRE PAIR

- : - : - : - : - : - : - : - : - : - : - : - : -

Considérons q circuits bouchons identiques, associés en étoile à point neutre isolé et alimentés par un système de tensions composées polyphasées d'ordre q .

Nous avons vu ⁽¹⁾ que l'on pouvait distinguer deux cas :

1°) q est pair -

Le montage peut être dit "à flux sinusoïdaux" en raison de la forme d'onde que conserve dans le fonctionnement normal le flux de chaque bobine ; c'était le cas du montage monophasé à deux circuits bouchons précédemment étudié.

2°) q est impair -

Le montage est dit "à flux non sinusoïdaux" car, en dehors même de toute anomalie ayant son origine dans l'excitation paramétrique des harmoniques apparaissent inévitablement dans les tensions étoilées.

Dans le présent chapitre je ne considérerai que les montages à flux sinusoïdaux pour lesquels on peut, sans ambiguïté, définir le fonctionnement normal et prédéterminer la loi de variations de l'inductance, source de l'excitation paramétrique.

ANOMALIES D'UN MONTAGE POLYPHASE D'ORDRE PAIR : $q = 2k$ -

Si l'on néglige toutes les pertes, les tensions étoilées et flux relatifs aux diverses bobines numérotées de 1 à q ont pour expressions :

(1) Chapitre I.

$$(1,7) \left\{ \begin{array}{l} u_1 = U_m \cos \omega t \\ \varphi_1 = \phi_m \sin \omega t \\ \dots\dots\dots \\ u_i = U_m \cos \omega \left[t - (i - 1) \frac{T}{q} \right] \\ \varphi_i = \phi_m \sin \omega \left[t - (i - 1) \frac{T}{q} \right] \\ \dots\dots\dots \\ u_q = U_m \cos \omega \left[t - (q - 1) \frac{T}{q} \right] \\ \varphi_q = \phi_m \sin \omega \left[t - (q - 1) \frac{T}{q} \right] \end{array} \right.$$

Un fonctionnement anormal est caractérisé par des anomalies de tension et flux nécessairement communes à toutes les bobines. Les tensions et flux deviennent ainsi, par exemple, pour la bobine de rang i :

$$(2,7) \begin{array}{l} u_i = U_m \cos \omega \left[t - (i - 1) \frac{T}{q} + \Delta u \right] \\ \varphi_i = \phi_m \sin \omega \left[t - (i - 1) \frac{T}{q} + \Delta \varphi \right] \end{array}$$

$$\text{avec : } \Delta u = \frac{d(\Delta \varphi)}{dt} .$$

Il en résulte pour les courants dans les bobines et les capacités des variations dont la somme est nulle, puisque le neutre est isolé, soit :

$$(3,7) \quad \Delta \varphi \left(\frac{1}{\ell_1} + \dots + \frac{1}{\ell_q} \right) + q C \frac{d(\Delta u)}{dt} = 0$$

ou

$$(4,7) \quad \frac{\Delta \varphi}{\ell} + q C \frac{d(\Delta u)}{dt} = 0 \quad \text{avec} \quad \frac{1}{\ell} = \left(\frac{1}{\ell_1} + \dots + \frac{1}{\ell_q} \right)$$

$\ell_1 \dots \ell_q$ représentent les inductances instantanées des q bobines ; à la naissance de l'anomalie, ces inductances conservent les valeurs correspondant au fonctionnement normal. L'anomalie évolue alors, conformément à la relation (4,7) comme l'oscillation libre d'un circuit comportant en série la capacité totale $q C$ et l'inductance ℓ variable avec le temps et équivalente aux inductances $\ell_1 \dots \ell_q$ associées en dérivation.

VARIATIONS DE $\frac{1}{\ell}$ -

Les variations, en fonction du temps, des inverses des inductances des diverses bobines sont périodiques et de pulsation 2ω . Elles sont représentées par des séries de Fourier ne comportant, outre un terme constant, que des termes sinusoïdaux de pulsations multiples de 2ω .

Considérons par exemple des bobines ayant leur caractéristique commune définie par la relation :

$$(5,7) \quad i = \sum A_{2n+1} \varphi^{2n+1}$$

Le flux dans la bobine n°1 étant :

$$(6,7) \quad \varphi_1 = \phi_m \sin \omega t$$

les variations d'inductance vérifient :

$$(7,7) \quad \frac{1}{\ell_1} \equiv \frac{di}{d\varphi} = \sum (2n + 1) A_{2n+1} \phi_m^{2n} \sin^{2n} \omega t$$

pouvant se mettre sous la forme :

$$(8,7) \quad \frac{1}{\ell_1} = B_0 + \sum B_{2n} \cos 2n \omega t$$

L'inverse $\frac{1}{\ell}$ de l'inductance équivalente aux q bobines en dérivation se réduit à la somme des termes constants et des harmoniques de rangs multiples de q . Ses variations périodiques ont donc comme pulsation fondamentale $q \omega = 2 k \omega$ et pour période T/q ; cette fonction se réduit à un terme constant pour les valeurs de q supérieures au plus fort exposant de φ dans l'expression (5,7) de la caractéristique magnétique, et alors aucune anomalie ne pourrait s'amorcer tout au moins par le processus considéré.

La figure 1-7 précise les variations de $\frac{1}{\ell}$ dans le cas où la caractéristique magnétique est conforme à la schématisation de la figure 5 b-1 et définie par la relation (5-1) :

$$(9,7) \quad i = A_1 \varphi + A_7 \varphi^7$$

1°) Pour $q = 2$ (montage monophasé), nous avons établi la relation (11-3) :

$$\frac{1}{\ell} = 2 A_1 + 14 A_7 \phi_m^6 \sin^6 \omega t$$

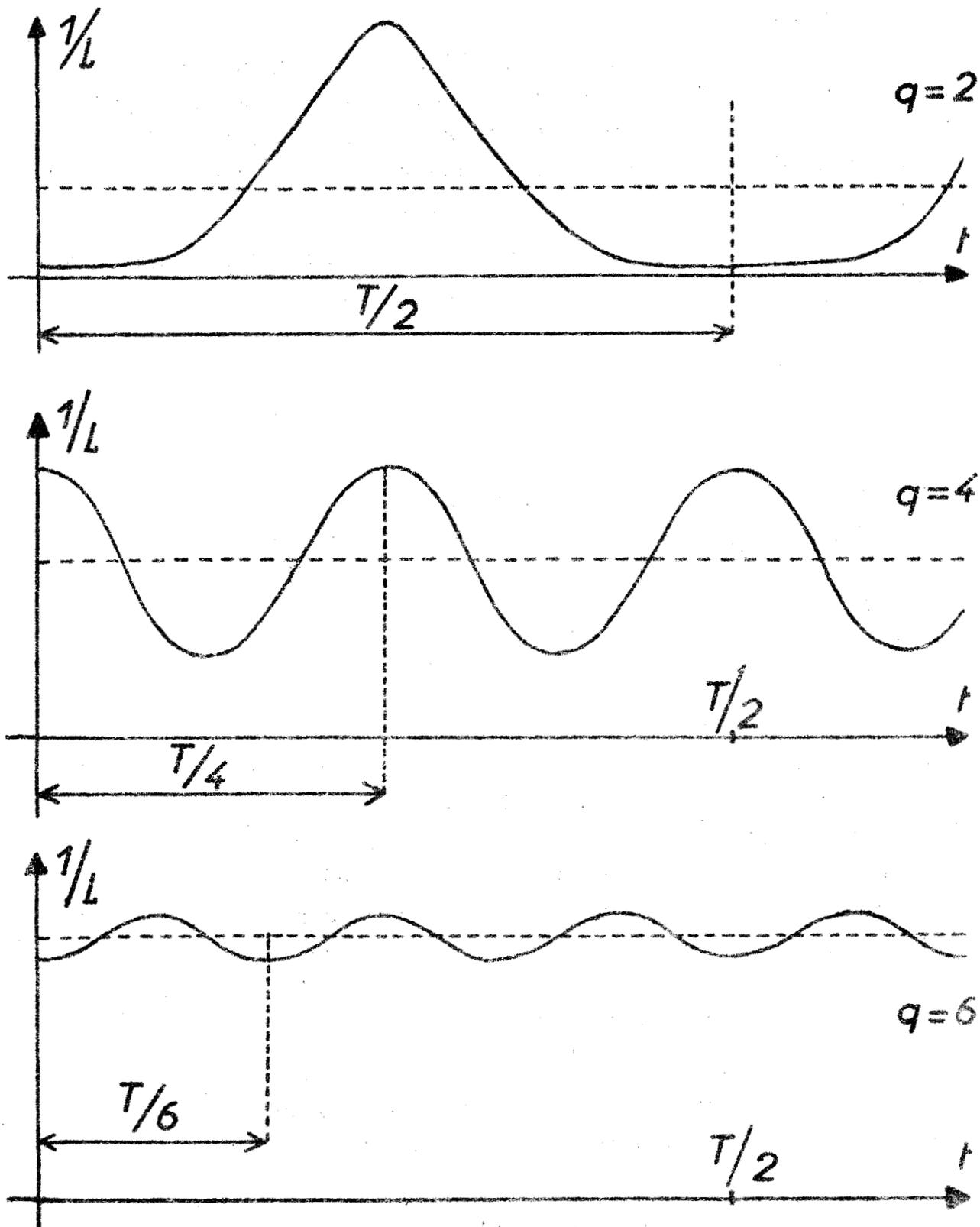


Fig (1-7) Variation de $1/L$ pour les montages monophasé tétraphasé et hexaphasé correspondant à la caractéristique schématisée b de la figure N° 5-1 et pour $\phi_m = \phi_1$

soit :

$$\frac{1}{\ell} = 2 A_1 + \frac{35}{8} A_7 \phi_m^6 + \frac{7 A_7 \phi_m^6}{16} \left[-15 \cos 2\omega t + 6 \cos 4 \omega t - \cos 6\omega t \right]$$

$$(10-7) \quad \frac{1}{\ell} = 2 A_1 + A_7 \phi_m^6 \left[4,37 - 6,56 \cos 2\omega t + 2,62 \cos 4\omega t - 0,43 \cos 6 \omega t \right]$$

2°) Pour $q = 4$ (tétrapasé) :

$$(11,7) \quad \frac{1}{\ell} = 4 A_1 + A_7 \phi_m^6 \left[8,75 + 5,25 \cos 4 \omega t \right]$$

3°) Pour $q = 6$ (hexapasé) :

$$(12,7) \quad \frac{1}{\ell} = 6 A_1 + A_7 \phi_m^6 \left[13,12 - 1,3 \cos 6 \omega t \right]$$

Pour $q > 6$ l'inductance équivalente aux q bobines serait constante.

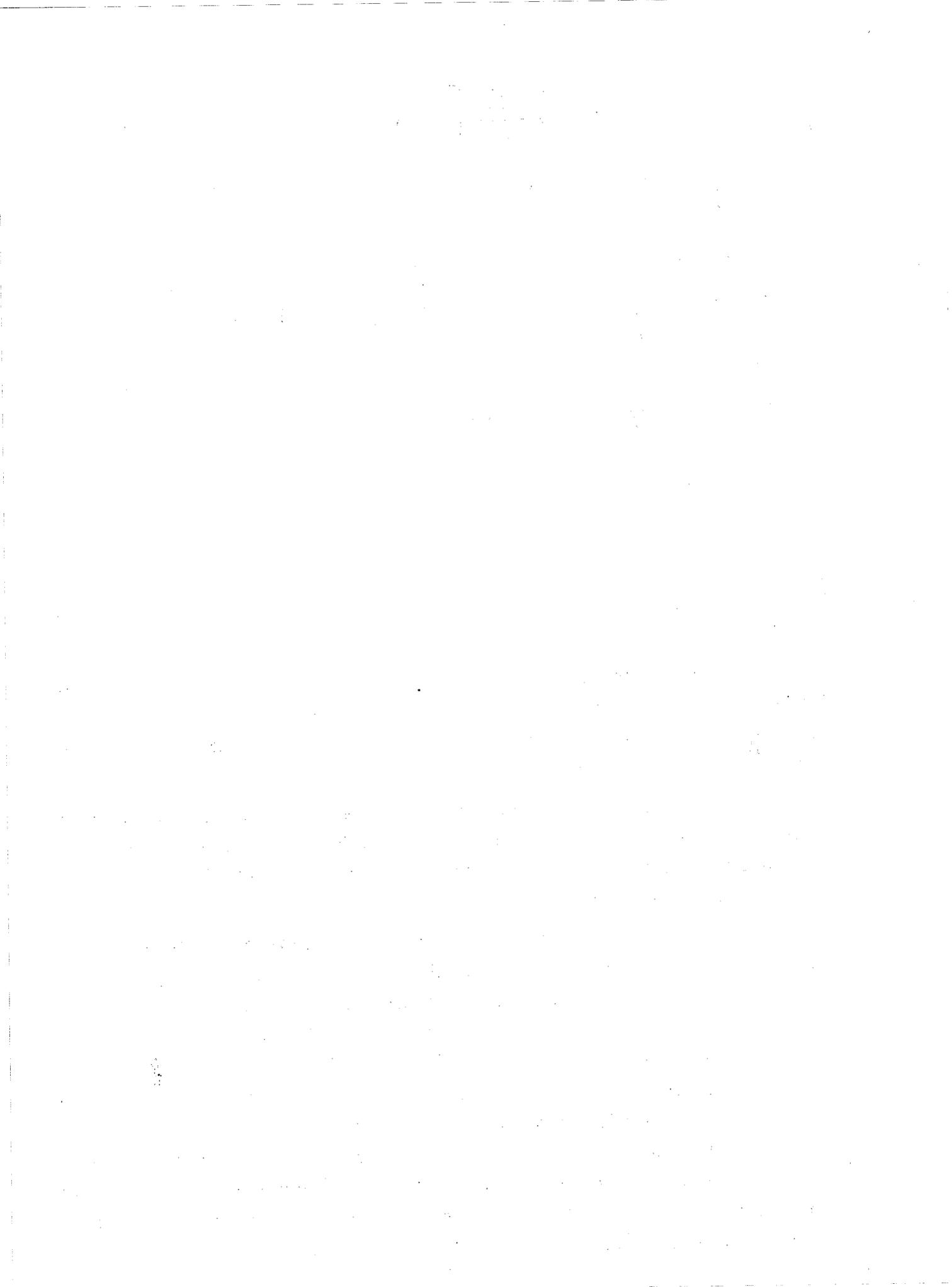
Les variations de l'inductance équivalente peuvent faire naître et entretenir des anomalies dans les conditions analysées antérieurement pour le montage monophasé, compte tenu des particularités suivantes :

1°) Chaque train d'ondes - dont le nombre d'alternances définit l'ordre de l'anomalie - s'étend sur une période de la fonction $\frac{1}{\ell}$: on doit donc obtenir en polyphasé q trains d'onde par période T de la source.

2°) L'amplitude des variations de $\frac{1}{\ell}$ diminue quand q augmente, ce qui fait prévoir qu'en polyphasé la vigueur des anomalies sera moindre qu'en monophasé et diminuera quand augmentera l'ordre du montage considéré.

Il faut remarquer que, dans le fonctionnement normal du montage monophasé ($q = 2$), toutes les grandeurs en jeu reprennent, au signe près, les mêmes valeurs durant deux demi-périodes successives de la source ; il en résulte l'identité de deux périodes successives - de durée $T/2$ - de la fonction $1/\ell$.

Pour un montage polyphasé cette identité des périodes - de durée T/q - nécessite celle des bobines et des capacités, ainsi que le parfait équilibrage de la source en phases, tensions et impédances ; il serait très difficile d'assurer exactement ces conditions et l'on peut donc s'attendre à de légères différences dans les trains d'onde successifs des diverses anomalies.



CHAPITRE VIII

ETUDE EXPERIMENTALE DU MONTAGE TETRAPHASE

- : - : - : - : - : - : - : - : - : -

SOURCE -

Ne disposant pas d'un alternateur tétraphasé, j'ai converti le système de tensions triphasées fourni par un alternateur 12 kVA 50 Hz par un transformateur T_1 en un système diphasé (montage Leblanc) ; ce système de tensions était appliqué aux enroulements primaires de deux transformateurs monophasés T_2 et T_3 dont les prises médianes sont reliées en N (Fig. 1-8). Dans ces conditions, les points A, B, C et D constituent les phases d'un réseau tétraphasé (1).

CIRCUITS BOUCHONS -

Ils utilisent des bobines M 6 X décrites au chapitre I. Leurs enroulements magnétisants numérotés de 1 à 4 (Fig.2-8) sont constitués chacun par l'association en parallèle des deux enroulements principaux de 100 spires d'une bobine ; ils sont respectivement alimentés par les phases A, B, C et D du réseau tétraphasé auxquelles sont connectées également 4 capacités C_1 , C_2 , C_3 et C_4 de même valeur C.

Le point N_1 commun aux bobines est relié au point N_2 commun aux capacités par une liaison que traverse l'anomalie de courant Δi . La coupure de cette liaison supprime toute possibilité d'oscillation entre bobines et capacités et impose donc à l'ensemble le fonctionnement normal.

(1) En l'absence des transformateurs T_2 et T_3 , on n'obtiendrait en fait que deux systèmes monophasés indépendants, ne pouvant donc créer chacun, dans la paire de circuits bouchons reliée à ses bornes que les anomalies du montage monophasé.

Alternateur 12 kVA.

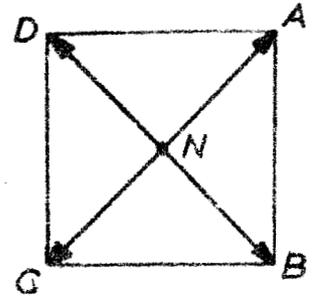
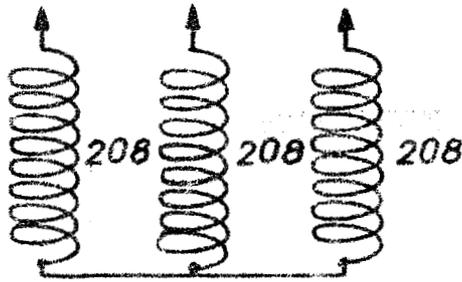
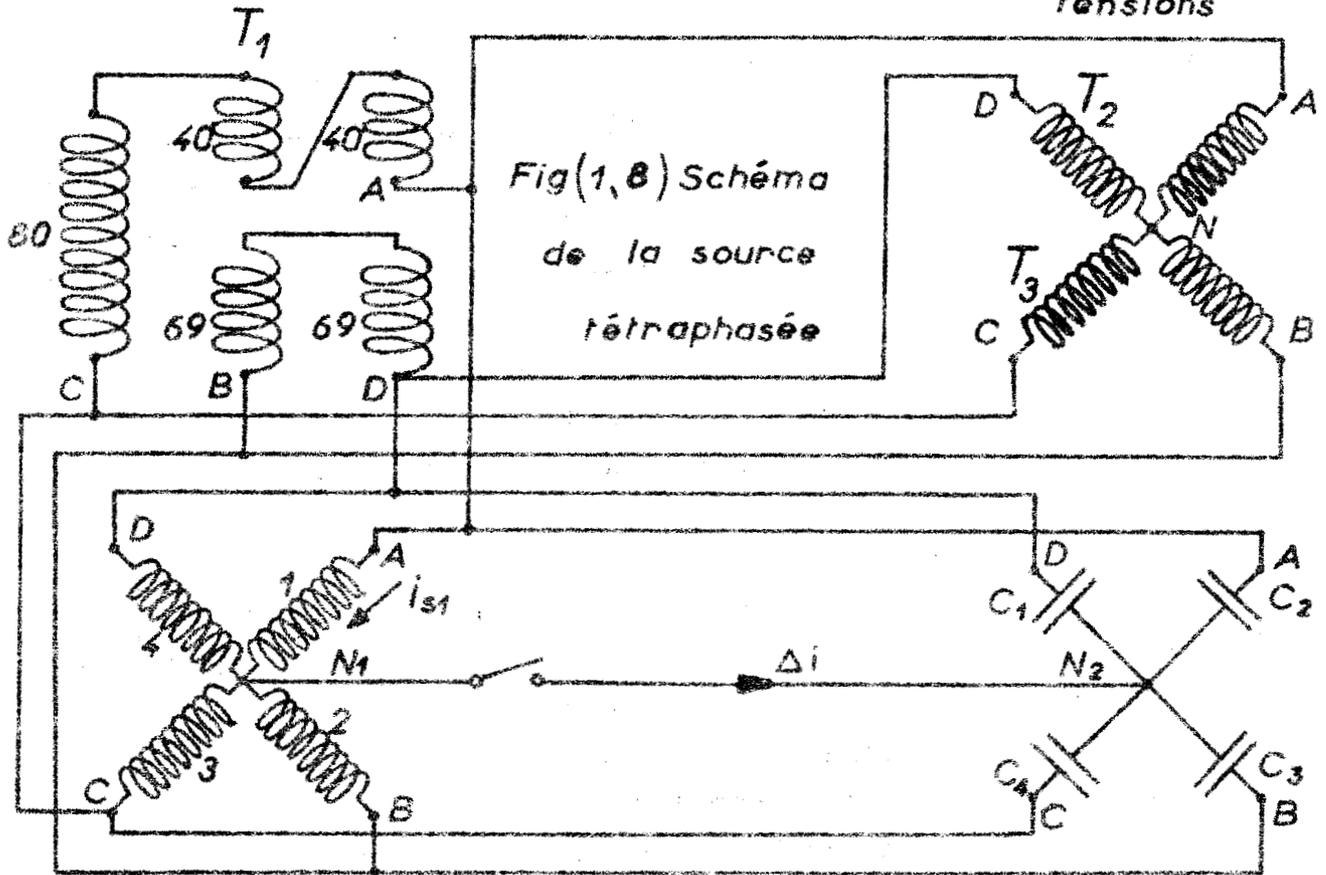
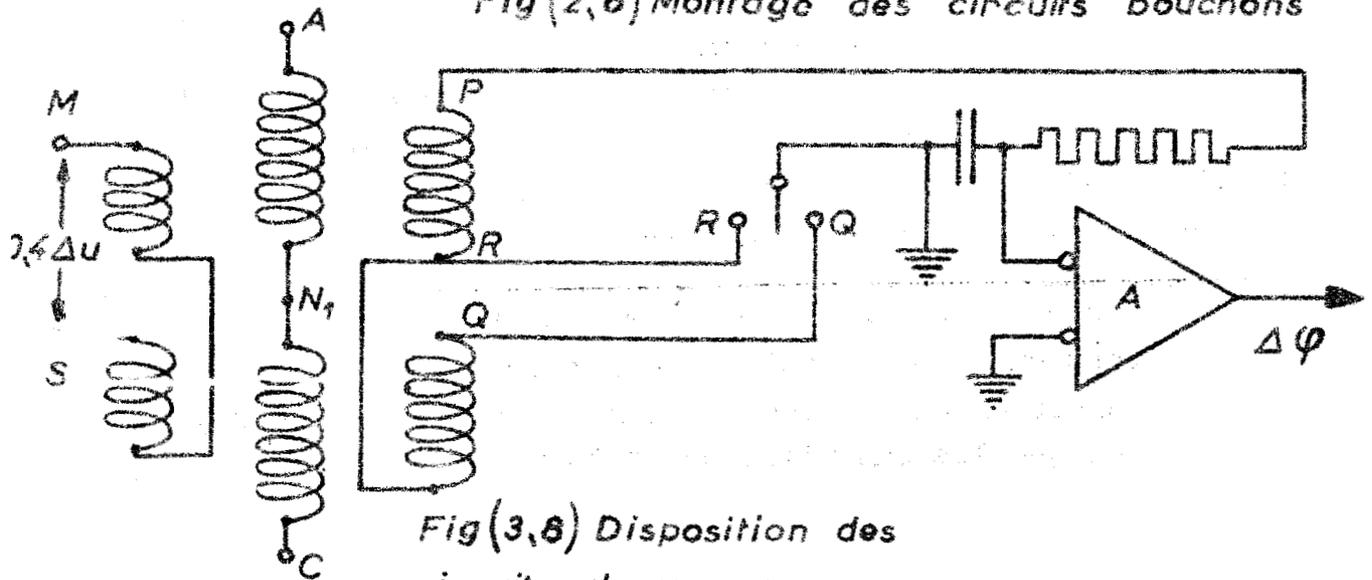


Diagramme des tensions



Fig(2,8) Montage des circuits bouchons



Fig(3,8) Disposition des circuits de mesure

Les enroulements auxiliaires de 20 spires des bobines 1 et 3, montés en opposition, fournissent entre leurs extrémités libres M et S une tension $2 \Delta u \times \frac{20}{100} = 0,4 \Delta u$ proportionnelle à l'anomalie Δu (Fig. 3-8).

Les enroulements auxiliaires de 200 spires des mêmes bobines sont également en opposition. suivant qu'on utilise les bornes P Q ou P R, pour alimenter un dispositif intégrateur relié à l'entrée d'un amplificateur électronique, on obtient à la sortie de ce dernier un courant proportionnel à l'anomalie de flux $\Delta \phi$ ou au flux ϕ_1 dans la première bobine.

En définitive, il est donc possible de relever à l'oscillographe :

1°) la tension aux bornes de la lère bobine :

$$u + \Delta u = v_A - v_{N_1}$$

ainsi que chacune de ses composantes :

$$u = \frac{1}{2} (v_A - v_C) \text{ et } \Delta u .$$

2°) le courant i_{S_1} dans la première bobine et l'anomalie de courant Δi .

Le comportement du montage tétraphasé s'est révélé relativement complexe. On y trouve bien des anomalies analogues à celles du montage monophasé et conformes à mes prévisions, mais en outre des régimes, dont l'origine est probablement différente, peuvent aussi s'établir ; nous leur affecterons une lettre majuscule pour les distinguer des précédents que nous caractériserons encore par leurs numéros d'ordre donnant ici le nombre d'alternances par quart de période de la source.

Les observations ont été faites pour différentes valeurs de la capacité et de deux manières différentes :

1°) La liaison $N_1 N_2$ étant ouverte, la tension d'essai est réglée à une valeur donnée, puis on observe le régime qui prend naissance dès qu'on relie N_1 et N_2 : les domaines d'existence ainsi obtenus sont portés à droite de l'axe des tensions (Fig. 4-8).

2°) La liaison $N_1 N_2$ étant établie, la tension d'essai est progressivement augmentée : les domaines d'existence des anomalies ainsi obtenues sont représentés par les zones hâchurées portées à gauche de l'axe des tensions.

Je considérerai plus particulièrement les résultats obtenus pour une valeur de la capacité $C = 40 \mu F$ par bobine à laquelle se rapporte la figure n° 4-8 ; les numéros des oscillogrammes enregistrés au cours de mon étude expérimentale sont reportés sur cette figure en face de leur tension d'obtention.

Sous tension pré-établie, la fermeture de l'interrupteur $N_1 N_2$ permet d'obtenir les anomalies d'ordres 1, 2 et 3.

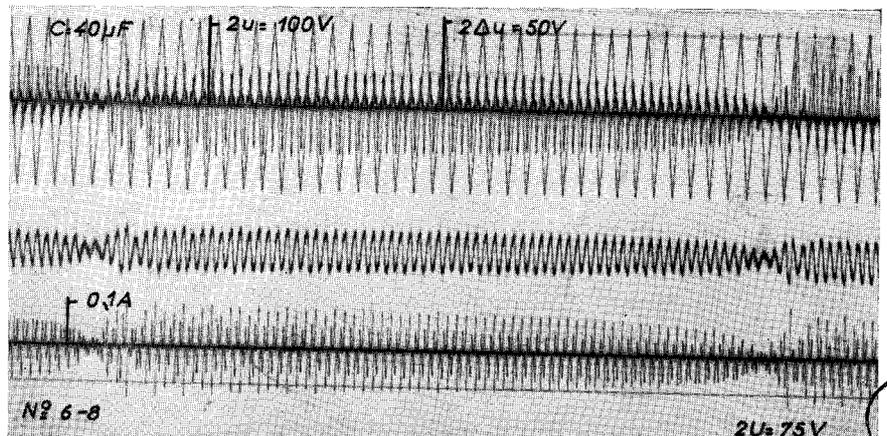
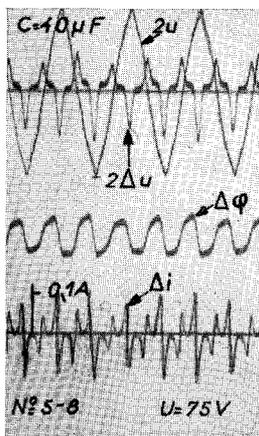
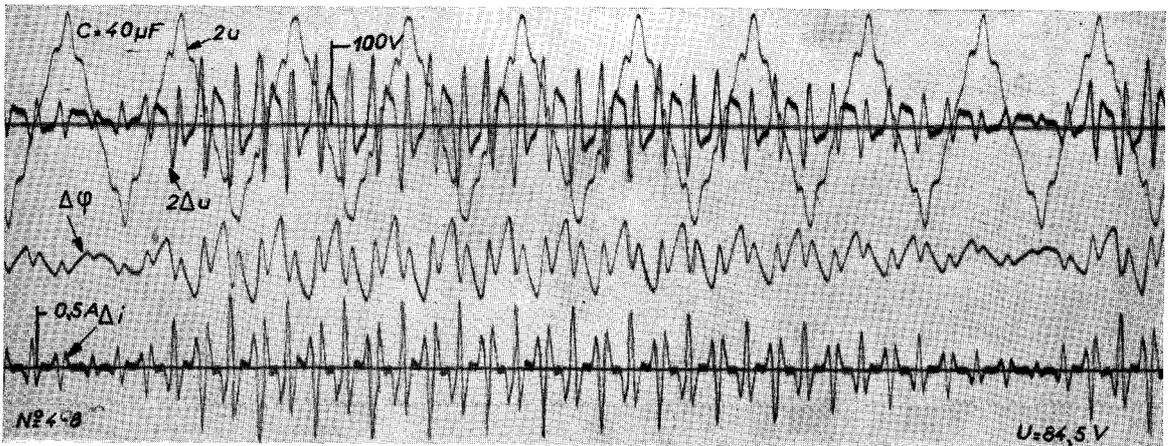
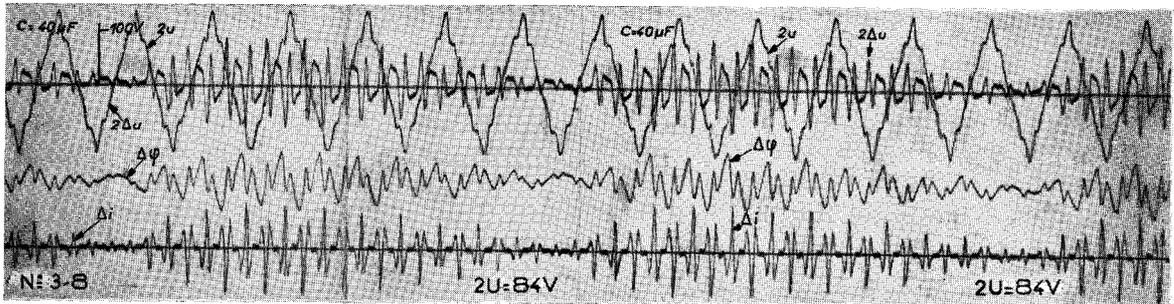
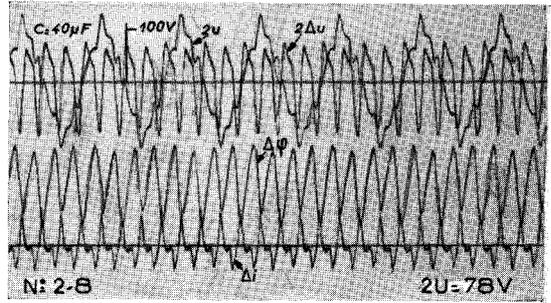
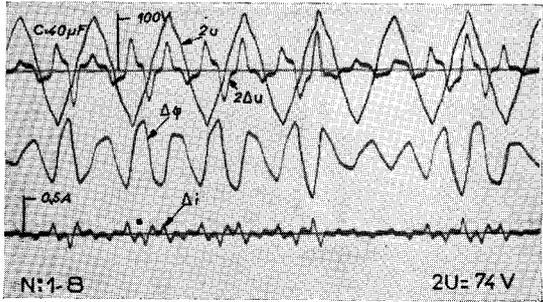
L'anomalie du 1er ordre est obtenue entre 72 et 75 V ; l'oscillogramme n° 1-8 ($2 U = 74 V$) montre l'évolution des anomalies de tension $2 \Delta u$ de flux $\Delta \phi$ et de courant Δi pour une tension composée diamétrale $2 u$ qui reste sensiblement sinusoïdale, de valeur efficace $2 U = 74 V$; on observe une succession d'amplifications et de réductions telles que nous les avons déjà rencontrées dans les régimes troublés du montage monophasé ; la moindre vigueur des phénomènes ne permet plus ici le passage aux ordres plus élevés ; ce régime ne peut d'ailleurs se maintenir qu'un temps relativement court, de l'ordre de quelques secondes, pour être obligatoirement remplacé par le régime A décrit plus loin.

Vers $2 U = 75,5 V$, nous rencontrons un domaine très étroit de stabilité du fonctionnement normal ; la moindre élévation de tension produit la naissance assez lente d'une anomalie conduisant au régime A que nous retrouverons dans les essais sous tension croissante.

L'anomalie du 2ème ordre reste stable entre 78 et 81 V (oscillogramme n° 2-8, $2 U = 78 V$).

L'anomalie du 3ème ordre apparaît entre 83,5 et 85 V (oscillogramme n° 3-8, $2 U = 84 V$) et présente ici une particularité remarquable ; elle se maintient pendant environ 4 périodes de la source, subit une réduction d'amplitude, puis

MONTAGE TETRAPHASE



BUS LILLE

Anomalie du 1^{er} ordre en régime troublé : 1.
 Anomalie du 2^e ordre en régime stable : 2.
 Variations régulières des anomalies du 3^e ordre (3 et 4) et du 1^{er} ordre : 5 et 6.

se développe à nouveau, avec une suite de "décrochages" et de "raccrochages" assez réguliers. On observera qu'au cours de deux trains d'ondes successifs, l'anomalie se place différemment par rapport à la tension source, chaque raccrochage s'effectuant avec un décalage de $\frac{T}{4}$.

La fréquence des décrochages est très sensible aux variations de la tension d'essai ; l'oscillogramme n° 4-8 se rapporte à une tension $2 U = 84,5 V$. Le phénomène présente les caractères généraux décrits pour $2 U = 84 V$, mais la modulation de l'anomalie couvre ici environ 7 périodes de la source.

Nous observons un phénomène analogue dans un domaine très étroit de tension pour l'anomalie du 1er ordre sur des oscillogrammes pour lesquels les observations précédentes restent valables (oscillogrammes n° 5-8 et 6-8, $2 U = 75 V$) ; la fréquence des décrochages y est plus réduite. Ces particularités ne sont pas réservées au montage tétraphasé ; nous les avons rencontrées dans le montage monophasé et les retrouverons en triphasé.

L'essai sous tension croissante ne conduit pas aux anomalies d'ordres 1 et 2 dont les domaines d'existence sont recouverts par celui du régime A qui prend alors obligatoirement leur place. Il apparaît irréversiblement à 72 V ; il est caractérisé par des déformations assez lentes (oscillogramme n° 7-8, $2 U = 72 V$).

Si l'on diminue alors la tension, ces déformations deviennent d'abord plus amples et plus rapides (oscillogramme n° 8-8, $2 U = 65 V$), puis l'anomalie disparaît irréversiblement à 63,5 V.

Si l'on augmente la tension, le régime se stabilise à 74 V (oscillogramme n° 9-8, $2 U = 75 V$), puis les formes d'onde se modifient (oscillogramme n° 10-8, $2 U = 77 V$) en demeurant stables ; des déformations rapides apparaissent à nouveau à 78,5 V (oscillogramme n° 11-8, $2 U = 79 V$), le régime se stabilise (oscillogramme n° 12-8, $2 U = 81 V$) et l'anomalie disparaît réversiblement à 82 V.

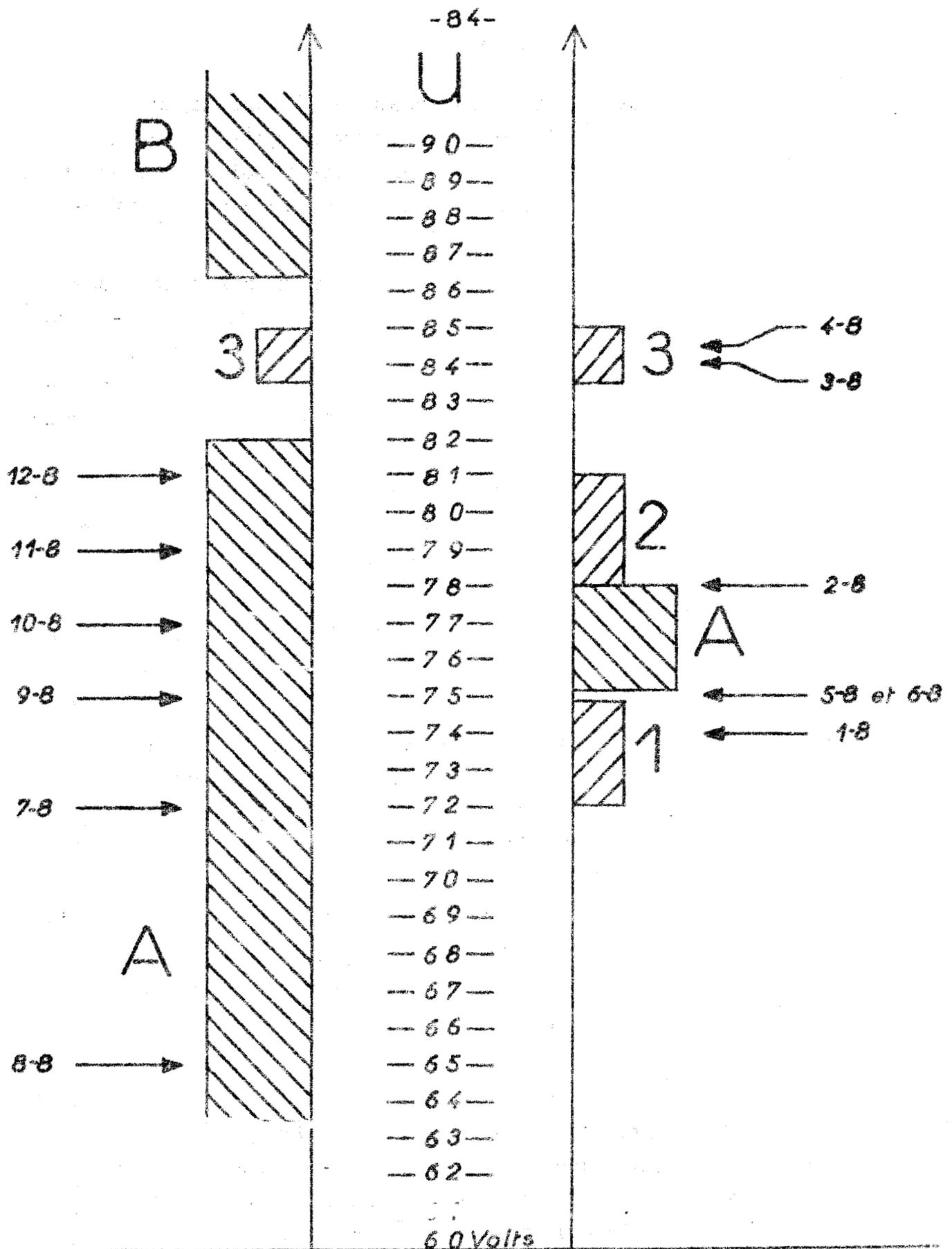
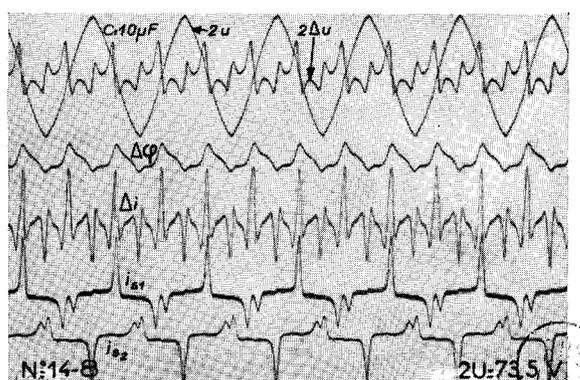
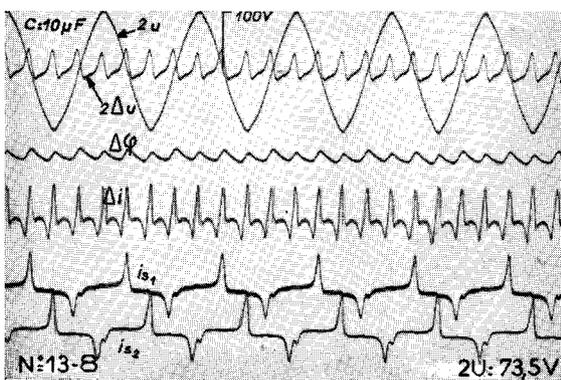
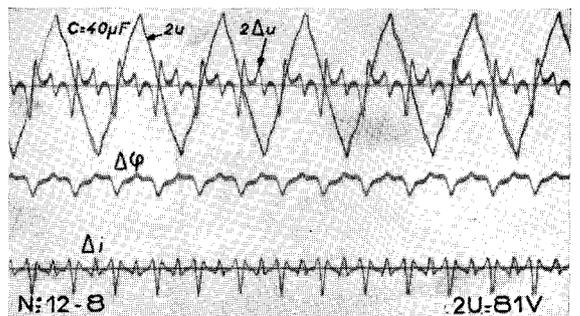
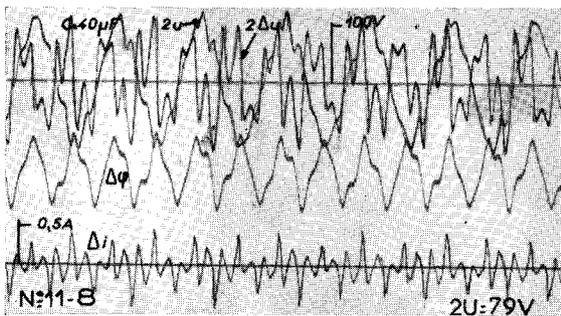
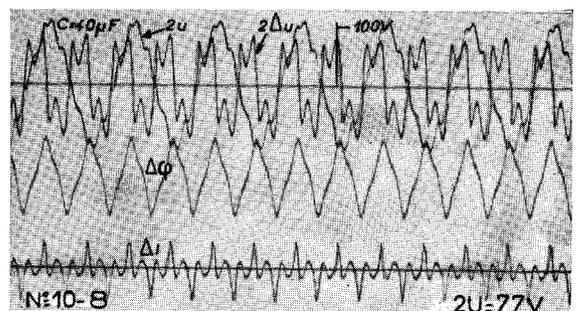
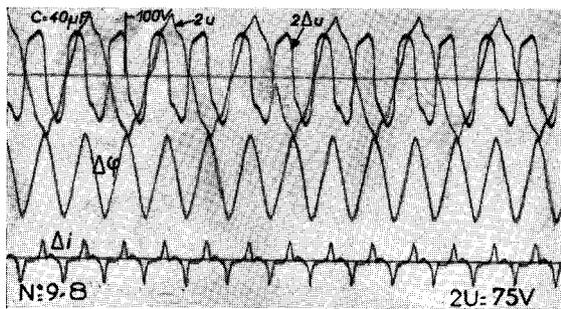
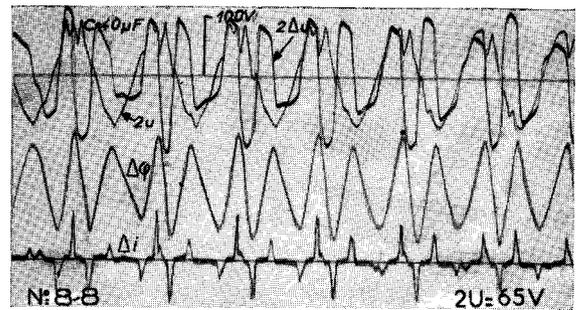
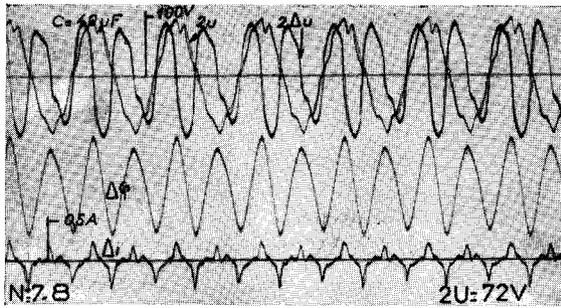


Fig (4-8) Résultats du montage tétraphasé
(40 μ F par bobine)

MONTAGE TETRAPHASE



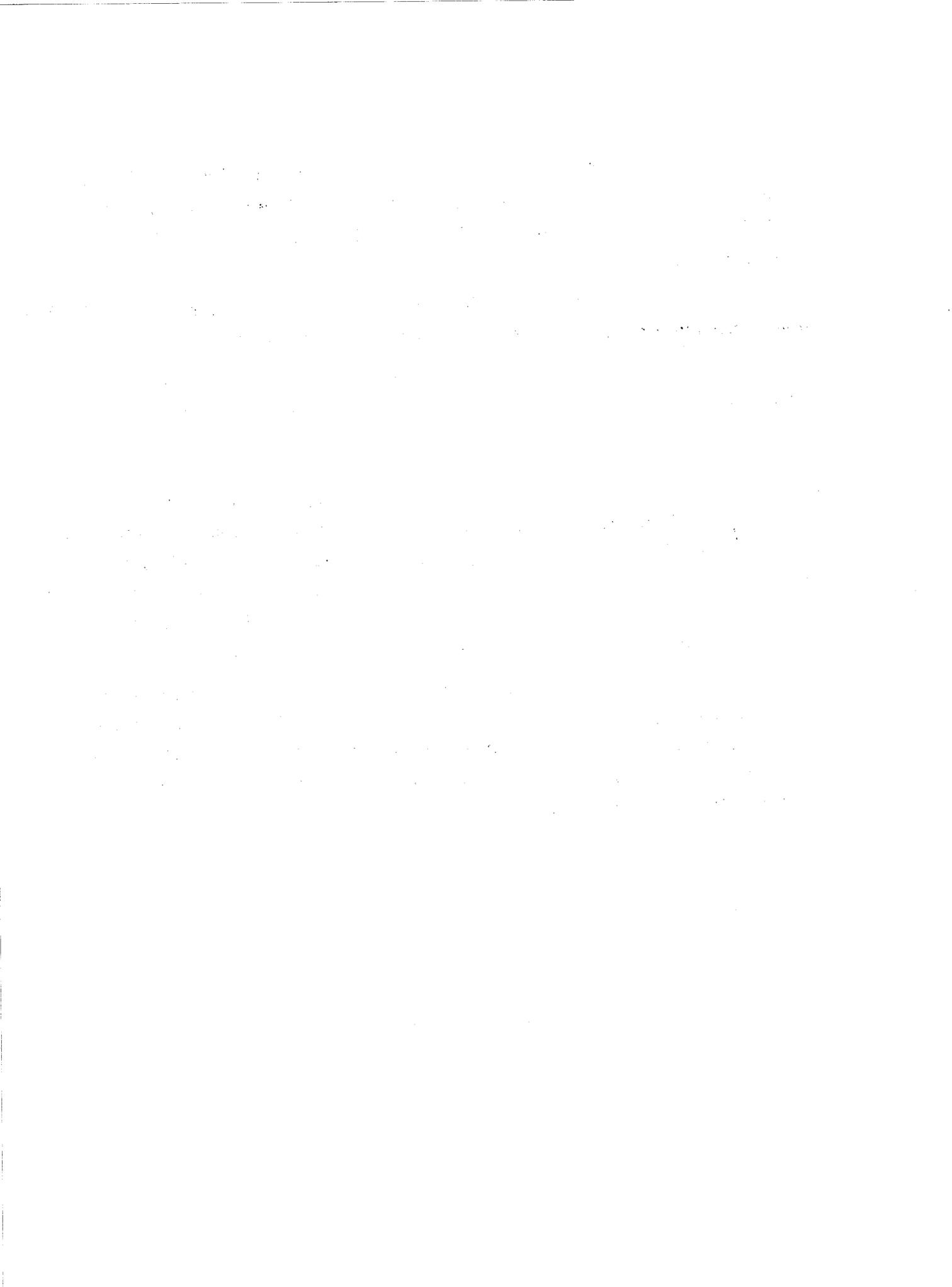
Régime « A » non périodique : 7, 8, 11, 12 et 14 — Régime « A » périodique : 9 et 10.
Anomalie du 1^{er} ordre en régime stable : 13.

L'anomalie du 3ème ordre se manifeste également dans l'essai sous tension croissante entre les mêmes limites - de 83,5 V à 85 V - et dans les mêmes conditions que sous tension pré-établie.

Enfin, entre 86 et 90 V, un régime anormal - noté B - prend naissance en se développant très lentement.

J'ai étudié expérimentalement les montages tétraphasés réalisés avec d'autres valeurs de la capacité C par bobine ; ils conduisent aussi à des anomalies de divers ordres dont l'observation peut être plus ou moins difficile car elles cèdent souvent la place à des formes différentes. C'est ainsi que pour $C = 10 \mu F$ l'anomalie du 2ème ordre ne prend naissance que sous tension pré-établie (oscillogramme n° 13-18, $2 U = 73,5 V$) et dans un domaine de tension très étroit ; elle ne dure d'ailleurs qu'un temps très court et une anomalie différente lui succède de suite (oscillogramme n° 14- 8, $2 U = 73,5 V$).

Ce régime ne semble pas se rattacher directement à ceux du montage monophasé ; il en est de même des régimes que j'ai notés A et B. Je me suis contenté ici de les citer sans en entreprendre une étude systématique et sans me préoccuper de leur interprétation.



CHAPITRE IX

LE CIRCUIT ELEMENTAIRE SERIE

- : - : - : - : - : - : - : -

Pour des valeurs convenables de la capacité, la caractéristique tension-courant d'un circuit série présente une branche descendante **S** B (Fig. 1-9), et pour toute valeur de la tension comprise entre deux limites U_S et U_B trois régimes de courant sont considérés comme théoriquement possibles.

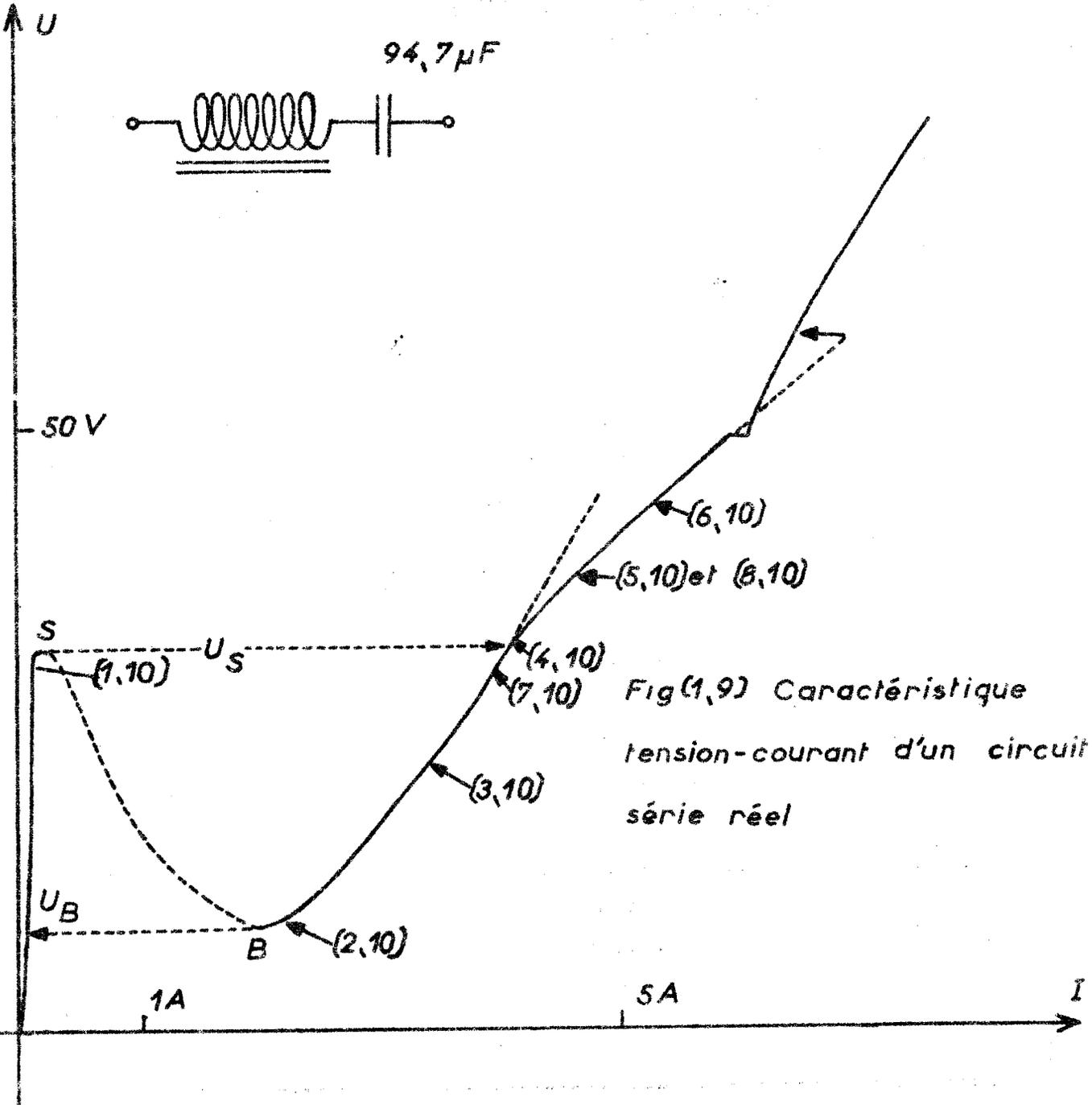
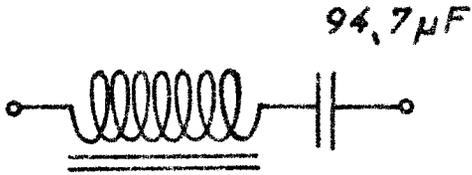
L'étude expérimentale effectuée par E. Rouelle (1) a montré que le régime à courant moyen correspondant à la branche descendante ne pouvait se maintenir ; cet auteur a également signalé la "bosse" qui apparaît dans un certain domaine de tension sur la branche à fort courant et qui est caractérisée par l'apparition spontanée d'harmoniques pairs.

Je me propose de rattacher ces particularités aux résultats établis dans les chapitres antérieurs qui ont justifié les fonctionnements anormaux de deux circuits bouchons en série et furent ensuite étendus aux montages polyphasés d'ordre pair.

REGIME LIBRE DU CIRCUIT THEORIQUE -

La caractéristique magnétique de la bobine est supposée conforme à la schématisation comportant un segment vertical limité au point d'ordonnée ϕ_0 et que prolonge une demi droite de pente L_2 (Fig. 5 a-1).

(1) E. Rouelle : Contribution à l'étude expérimentale de la ferro-résonance - Thèse , Lille 1934 - R.G.E. 1936 , p.715-738, 763-780 , 795-819 et 841-858.



Fig(1,9) Caractéristique tension-courant d'un circuit série réel

S'il n'existe aucune perte, une oscillation libre peut se maintenir en l'absence de toute tension d'alimentation dans des conditions précisées par E. Rouelle (1), et que je rappellerai avant d'aborder le problème du régime entretenu.

Considérons un intervalle de temps où la tension U_c aux bornes du condensateur est négative et où la bobine n'est pas saturée :

$$(1,9) \quad -\phi_c < \varphi < \phi_c$$

Dans cet intervalle, le courant i reste nul, et la tension U_c aux bornes du condensateur conserve donc la valeur constante : $-U_{cm} < 0$.

L'équation du circuit :

$$(2,9) \quad \frac{d\varphi}{dt} + u_c = 0$$

admet pour solution :

$$(3,9) \quad \varphi = +U_{CM} t + K$$

Dans l'intervalle considéré, les variations du flux sont donc représentées par un segment rectiligne AB de pente U_{CM} (Fig. 2,9).

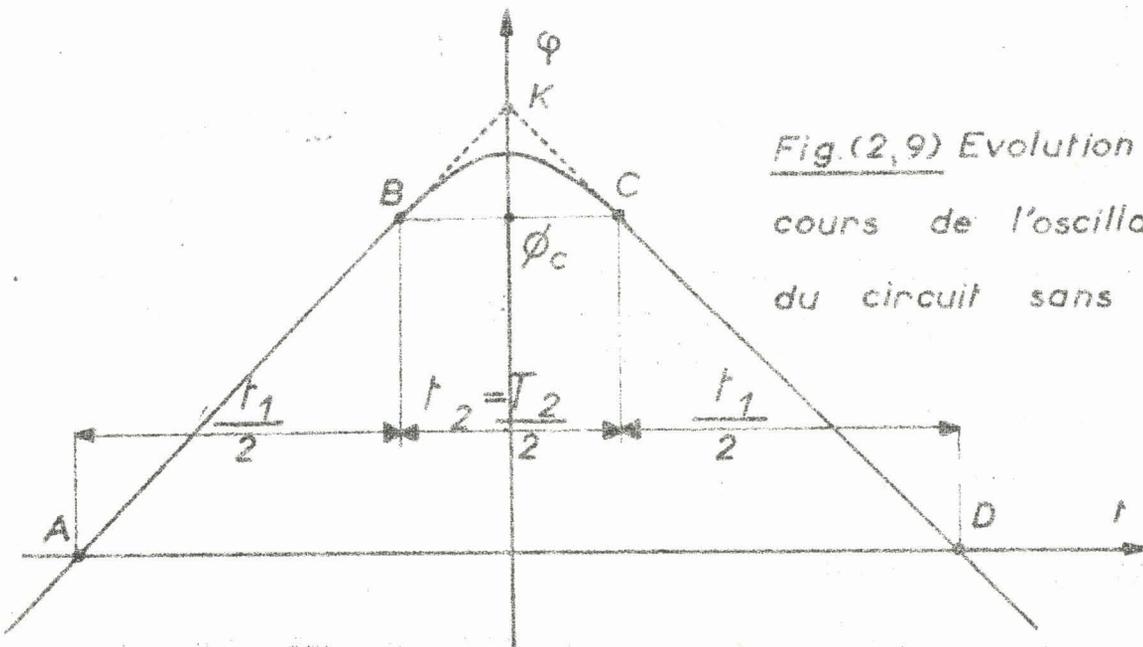


Fig (2,9) Evolution du flux au cours de l'oscillation libre du circuit sans pertes.

(1) E. Rouelle - Relaxation, synchronisation et démultiplication de fréquence - Discussion du rapport de M. Yves Rocard - Bull. S.F.E. (3-1938), p.236-240.

Le flux passe de la valeur 0 à la valeur ϕ_c en un temps :

$$(4,9) \quad \frac{t_1}{2} = \frac{\phi_c}{U_{CM}}$$

Dès que la bobine est saturée, le condensateur se décharge :

$$(5,9) \quad i = \frac{\varphi - \phi_c}{L_2}$$

et l'équation du circuit peut s'écrire :

$$(6,9) \quad \frac{d(\varphi - \phi_c)}{dt} + \frac{1}{C} \int idt = 0$$

$\frac{1}{C} \int idt = \frac{1}{C L_2} \int (\varphi - \phi_c) dt$ représente la tension u_c aux bornes du condensateur, tension variable durant l'intervalle de saturation où le courant n'est pas nul.

L'équation (6,9) devient par dérivation :

$$(7,9) \quad \frac{d^2(\varphi - \phi_c)}{dt^2} + \frac{\varphi - \phi_c}{C L_2} = 0$$

ayant pour solution :

$$(8,9) \quad (\varphi - \phi_c) = B_t \cos(\omega_2 t + \psi)$$

fonction sinusoïdale à période T_2 et de pulsation $\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}}$ s'écrivant :

$$(9,9) \quad (\varphi - \phi_c) = B_t \cos \omega_2 t$$

si l'on prend comme origine des temps, l'instant où le flux est maximal.

Avec cette origine, le régime saturé commence à l'instant $-\frac{T_2}{4}$ pour lequel la relation (9,9) donne $\varphi = \phi_c$; il doit alors se raccorder au régime non saturé précédent sans variation brusque de φ ni de $\frac{d\varphi}{dt}$ et les relations (3,9) et (9,9) donnent à cet instant :

$$(10,9) \quad \frac{d\varphi}{dt} = U_{CM} = \omega_2 B_t$$

soit : (11,9) $B_t = \frac{U_{CM}}{\omega_2}$

Le régime saturé se termine à l'instant $\frac{T_2}{4}$ pour lequel le flux φ reprend la valeur ϕ_c avec :

$$(12,9) \quad \frac{d\varphi}{dt} = -\omega_2 B_t = -U_{CM}$$

Au cours de la saturation, le courant a pour expression d'après (5,9) et (9,9) :

$$(13,9) \quad i = \frac{B_t \cos \omega_2 t}{L_2} = \frac{U_{CM}}{L_2 \omega_2} \cos \omega_2 t$$

Il varie aussi suivant une alternance complète de sinusoïde, d'amplitude :

$$(14,9) \quad I_m = \frac{U_{CM}}{L_2 \omega_2}$$

La quantité d'électricité transportée est :

$$(15,9) \quad Q = \int i dt = \frac{U_{CM} T_2}{\pi L_2 \omega_2}$$

La moyenne de la valeur absolue du courant, prise sur une demi-période $T/2$ de la source, vaut donc :

$$(16,9) \quad I_r = \frac{2 U_{CM} T_2}{\pi L_2 \omega_2 T}$$

Un ampèremètre magnéto-électrique à redresseur indiquerait :

$$(17,9) \quad I_r \times \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = \frac{U_{CM} T_2}{L_2 \omega_2 \sqrt{2}}$$

et la variation de la différence de potentiel aux bornes de la capacité a pour valeur :

$$(18,9) \quad \frac{Q}{C} = \frac{U_{CM} T_2}{\pi L_2 C \omega_2} = 2 U_{CM}$$

La tension finale aux bornes du condensateur est donc :

$$(19,9) \quad - U_{CM} + 2 U_{CM} = U_{CM}$$

Elle est le signe opposé à la tension initiale mais de même valeur absolue comme il se doit pour que l'énergie totale du système sans pertes se retrouve entièrement en fin d'oscillation.

L'équation du circuit devient alors :

$$(20,9) \quad \frac{d\varphi}{dt} + U_{CM} = 0$$

ayant pour solution :

$$(21,9) \quad \varphi = - U_{CM} t + K$$

Le flux passe donc de la valeur ϕ_c à la valeur zéro dans le temps $\frac{t_1}{2} = \frac{\phi_c}{U_{CM}}$ déjà défini par la relation (4,9).

En définitive, une alternance complète de la courbe de variations du flux est formée par deux segments rectilignes A B et C D correspondant à des temps de non saturation $\frac{t_1}{2}$ et raccordés par une alternance de sinusoides couvrant le temps de saturation $t_2 = \frac{T_2}{2}$; elle est symétrique par rapport à l'axe $t = 0$ et s'étend au total sur une demi-période :

$$(22,9) \quad \frac{T}{2} = t_1 + t_2 = \frac{2 \phi_c}{U_{CM}} + \frac{T_2}{2}$$

La période T du phénomène est donc fonction de la tension U_{CM} .

Au cours de la demi-période suivante, le flux prendra des valeurs négatives mais ses variations sont analogues :

$$(23,9) \quad \dot{\phi}(t + \frac{T}{2}) = -f(t)$$

REGIME FORCE -

Si le circuit est alimenté sous tension sinusoïdale, l'équation à vérifier devient :

$$(24-9) \quad \frac{d\phi}{dt} + u_c = U\sqrt{2} \sin \omega t$$

Elle peut l'être, dans certains domaines de tension, par plusieurs régimes permanents que nous mettrons en évidence dans le cas de la schématisation adoptée.

1°) Régime à courant nul -

Une solution évidente de l'équation (24-9) est donnée par les relations :

$$(25-9) \quad \phi = -\frac{U\sqrt{2}}{\omega} \cos \omega t \quad u_c = 0 \quad i = 0$$

Aucun courant n'est mis en jeu, et la tension aux bornes du condensateur reste nulle ; ceci suppose que l'amplitude du flux reste inférieure à sa valeur critique :

$$(26-9) \quad \frac{U\sqrt{2}}{\omega} \phi_c \quad \text{soit} \quad U < U_A = \frac{\omega \phi_c}{\sqrt{2}}$$

La caractéristique tension-courant, relative à ce régime à courant nul, se réduit donc au segment OA de l'axe des tensions limité au point d'ordonnée U_A (Fig. 3-9).

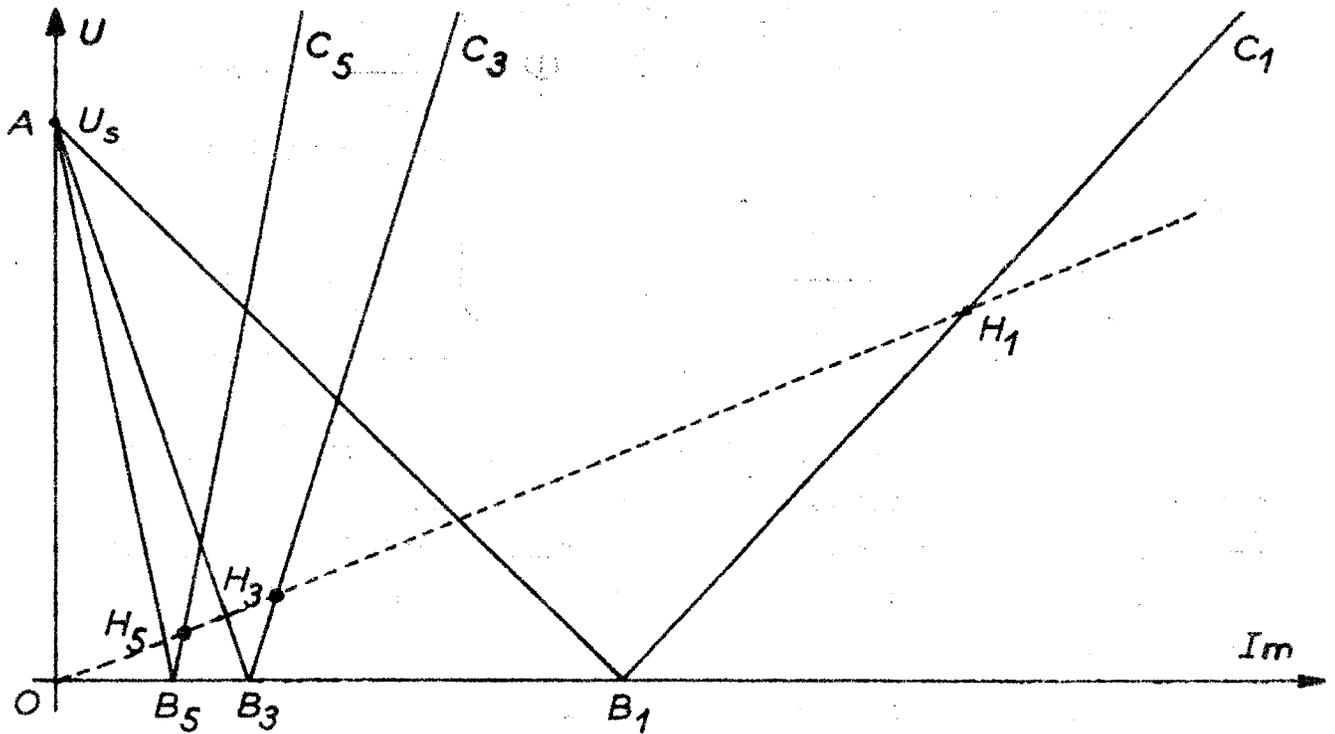


Fig (3, 9) Caractéristique tension-courant du circuit série théorique.

2°) Régimes à courant non nul -

Dans ce domaine de tension $0 < U < U_A$, l'équation (24-9) peut aussi être vérifiée par des régimes permanents pour lesquels un courant prend naissance pendant certains intervalles de temps où la bobine est saturée. La tension aux bornes de la capacité n'est plus nulle ; elle varie périodiquement en restant constante au cours des intervalles de non saturation.

Au cours d'un intervalle de non saturation où la tension aux bornes de la capacité conserve la valeur constante positive U_{CM} , les relations suivantes sont vérifiées :

$$(27-9) \quad \begin{aligned} u &= U\sqrt{2} \sin \omega t & i &= 0 & u_c &= U_{CM} \\ \varphi &= -\frac{U_{CM}}{\omega} t + K & & & & - \frac{U\sqrt{2}}{\omega} \cos \omega t \end{aligned}$$

Dès que la saturation est atteinte, nous avons pour toute valeur positive du flux $\varphi > \phi_c$:

$$(28-9) \quad i = \frac{\varphi - \phi_c}{L_2} \quad u_c = \frac{1}{C L_2} \int (\varphi - \phi_c) dt$$

$$\varphi - \phi_c = B_t \cos(\omega_2 t + \Psi) + \frac{\omega U \sqrt{2}}{\omega_2^2 - \omega^2} \cos \omega t$$

Nous avons de même, en régime saturé, pour toute valeur négative du flux $\varphi < -\phi_c$:

$$(29-9) \quad i = \frac{\varphi + \phi_c}{L_2} \quad u_c = \frac{1}{C L_2} \int (\varphi + \phi_c) dt$$

$$\varphi + \phi_c = B_t \cos(\omega_2 t + \Psi) + \frac{\omega U \sqrt{2}}{\omega_2^2 - \omega^2} \cos \omega t$$

Les régimes non saturés et saturés se succèdent en assurant en chaque point de raccord la continuité de φ et de $\frac{d\varphi}{dt}$; les paramètres entrant dans l'équation relative à un intervalle de temps sont, de ce fait, liés à ceux de l'intervalle précédent.

L'étude du régime libre nous guide pour le régime forcé vers deux modes simples d'évolution du flux, constituant des régimes permanents en accord avec les relations précédentes et conduisant, pour une même tension d'essai, à des valeurs différentes de l'intensité. Nous considérons que ces deux régimes simples, et celui à courant nul, constituent les 3 régimes normaux du circuit série.

a) Régime à moyen courant -

La figure (4-9) représente une forme possible de la courbe de variations de flux limitée à une demi-période prise entre les instants $-\frac{T}{4}$ et $+\frac{T}{4}$ auxquels la tension de la source est maximale en valeur absolue.

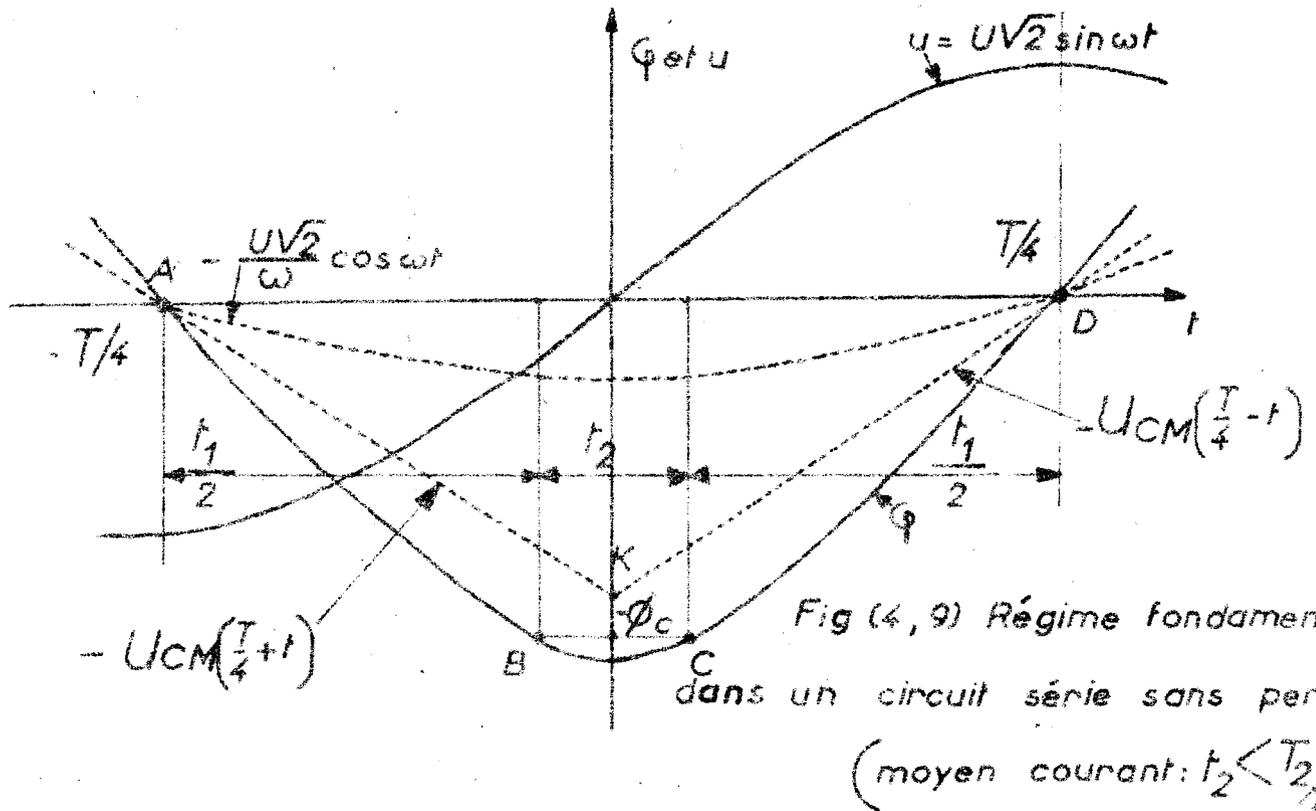
Au cours de l'intervalle de temps $(-\frac{T}{4}, -\frac{t_2}{2})$ de durée $\frac{t_1}{2}$, le régime non saturé est régi par l'équation (27-9)

avec : $u_c = U_{CM} > 0$

et $\varphi_{-T/4} = 0$, soit : $K = -U_{CM} \times \frac{T}{4}$

et, finalement :

$$(30-9) \quad \varphi = -U_{CM} (t + T/4) - \frac{U \sqrt{2}}{\omega} \cos \omega t$$



Au cours de l'intervalle $(-\frac{t_2}{2}, +\frac{t_2}{2})$ de durée t_2 , le régime saturé vérifie les relations (29-9) avec $\psi = \pi$, soit :

$$(31-9) \quad \varphi + \phi_c = -B_t \cos \omega_2 t + \frac{\omega U \sqrt{2}}{\omega_2^2 - \omega^2} \cos \omega t$$

Nous verrons ultérieurement que U_{CM} et B_t peuvent être choisis pour assurer le raccord correct des deux régimes à l'instant $-\frac{t_2}{2}$.

La relation (31,9) met en évidence la symétrie de la courbe de variations du flux par rapport à l'axe $t = 0$; l'impulsion de courant $i = \frac{\varphi + \phi_c}{L_2}$ présente la même symétrie.

Comme d'autre part :

$$(32,9) \quad u(-t) = u(t)$$

la puissance totale $\int_{-t_2/2}^{+t_2/2} u i dt$, fournie par la source

au cours d'une décharge du condensateur, reste nulle, et celui-ci aura donc en fin d'opération une tension $-U_{CM} < 0$ opposée à sa tension initiale $U_{CM} > 0$.

Au cours de l'intervalle $(\frac{t_2}{2}, \frac{T}{4})$ de durée $\frac{t_1}{2}$ le régime, à nouveau non saturé, vérifie la relation :

$$(33,9) \quad \varphi = U_{CM} (t - T/4) - \frac{U\sqrt{2}}{\omega} \cos \omega t$$

tenant compte du changement de signe de la tension u_c et donnant par ailleurs : $\varphi_{T/4} = 0$.

Les courbes de variations respectivement définies par les relations (30,9) et (33,9) sont symétriques l'une de l'autre par rapport à l'axe $t = 0$; il en résulte que si les conditions de raccord sont vérifiées à l'instant $-\frac{t_2}{2}$ pour les régimes (30,9) et (31,9) elles le seront aussi à l'instant $+\frac{t_2}{2}$ pour les régimes (31,9) et (33,9).

D'autre part, au cours de la demi-période suivante s'étendant de $\frac{T}{4}$ à $\frac{3T}{4}$, le flux prend des valeurs positives dont les variations sont représentées par une alternance identique à la précédente mais de signe opposé et ainsi de suite.

A l'instant $-\frac{t_2}{2}$ terminant le régime non saturé, les équations (30-9) et (31-9) doivent donner, d'une part :

$$\varphi = -\phi_c$$

et d'autre part la même valeur à $\frac{d\varphi}{dt}$; en posant $\frac{\omega}{\omega_2} = k$ on obtient :

$$(34-9) \quad \phi_c = U_{CM} \left(\frac{T}{4} - \frac{t_2}{2} \right) + \frac{U\sqrt{2}}{\omega} \cos \frac{k\alpha_2}{2}$$

$$(35-9) \quad B_t \cos \frac{\alpha_2}{2} = \frac{\omega U\sqrt{2}}{\omega_2^2 - \omega^2} \cos \frac{k\alpha_2}{2}$$

$$(36-9) \quad B_t \sin \frac{\alpha_2}{2} = \frac{U_{CM}}{\omega_2} + \frac{U\sqrt{2}}{\omega_2} \frac{\omega_2^2}{\omega_2^2 - \omega^2} \sin \frac{k\alpha_2}{2}$$

Divisons (36-9) par (35-9), il en résulte :

$$(37-9) \quad \cos \frac{k\alpha_2}{2} \left[\operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2} - \frac{1}{k} \operatorname{tg} \frac{k\alpha_2}{2} \right] = \frac{U_{CM}}{U\sqrt{2}} \frac{\omega_2^2 - \omega^2}{\omega_2 \omega}$$

et finalement :

$$(38-9) \quad \frac{U_{CM}}{U} = \frac{k\sqrt{2}}{1-k} \cos \frac{k\alpha_2}{2} \left[\operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2} - \frac{1}{k} \operatorname{tg} \frac{k\alpha_2}{2} \right]$$

D'autre part, l'équation (34-9) peut s'écrire :

$$(39-9) \quad U_S - U \cos \frac{k\alpha_2}{2} = U_{CM} \frac{\omega(T - 2t_2)}{4\sqrt{2}}$$

avec :

$$t_2 = \frac{\alpha_2}{\omega_2} = k \frac{\alpha_2}{\omega}$$

Les équations (38-9) et (39-9) permettent, pour une valeur donnée de k , de déterminer U_{CM} et U correspondant à diverses valeurs de α_2 .

Nous avons par ailleurs :

$$(40-9) \quad 2 U_{CM} = \frac{1}{C} \int_{-T/4}^{+T/4} \text{idt} = \frac{T}{2C} I_r$$

en notant I_r la valeur moyenne du courant, calculée sur une alternance ; on peut donc finalement tracer la caractéristique $I_r(U)$.

En particulier, $\alpha_2 = \pi$ entraîne $U = 0$ (cas de l'oscillation libre) ; si α_2 décroît à partir de la valeur précédente, les relations (38-9) et (39-9) montrent qu'il en est de même de U_{CM} et I_r alors que U croît.

Envisageons à titre d'exemple le cas où ω est faible devant ω_2 ($k \simeq 0$) ; la relation (39-9) devient alors :

$$(41-9) \quad U_S - U = U_{CM} \frac{\omega(T - 2t_2)}{4\sqrt{2}}$$

dont résulte un courant :

$$(42-9) \quad I_r = \frac{4C}{T} U_{CM} = (U_S - U) \frac{8\sqrt{2}C}{\pi(T - 2t_2)}$$

On décrit alors (Fig. 3-9) la branche rectiligne $A B_1$ de la caractéristique $I_r(U)$.

b) Régime à fort courant -

La figure (5-9) représente une autre forme possible de la courbe de variations du flux, toujours limitée à la demi-période ($-\frac{T}{4}, +\frac{T}{4}$).

Au cours de l'intervalle de temps $(-\frac{T}{4}, -\frac{t_2}{2})$ de durée $\frac{t_1}{2}$ la tension aux bornes du condensateur est négative :

$$u_c = -U_{CM} < 0$$

et l'équation (27-9) s'écrit pour $\psi = 0$:

$$(43-9) \quad \varphi = U_{CM} (t + \frac{T}{4}) - \frac{U\sqrt{2}}{\omega} \cos \omega t$$

Au cours de l'intervalle $(-\frac{t_2}{2}, +\frac{t_2}{2})$ de durée t_2 le régime saturé vérifie la relation (28-9) avec $\psi = 0$, soit :

$$(44-9) \quad \varphi - \phi_c = B_t \cos \omega_2 t + \frac{\omega U \sqrt{2}}{\omega_2^2 - \omega^2} \cos \omega t$$

Enfin, au cours de l'intervalle $(\frac{t_2}{2}, \frac{T}{4})$ de durée $\frac{t_1}{2}$ le régime à nouveau non saturé vérifie :

$$(45-9) \quad \varphi = U_{CM} (\frac{T}{4} - t) - \frac{U\sqrt{2}}{\omega} \cos \omega t$$

tenant compte du changement de signe de la tension u_c .

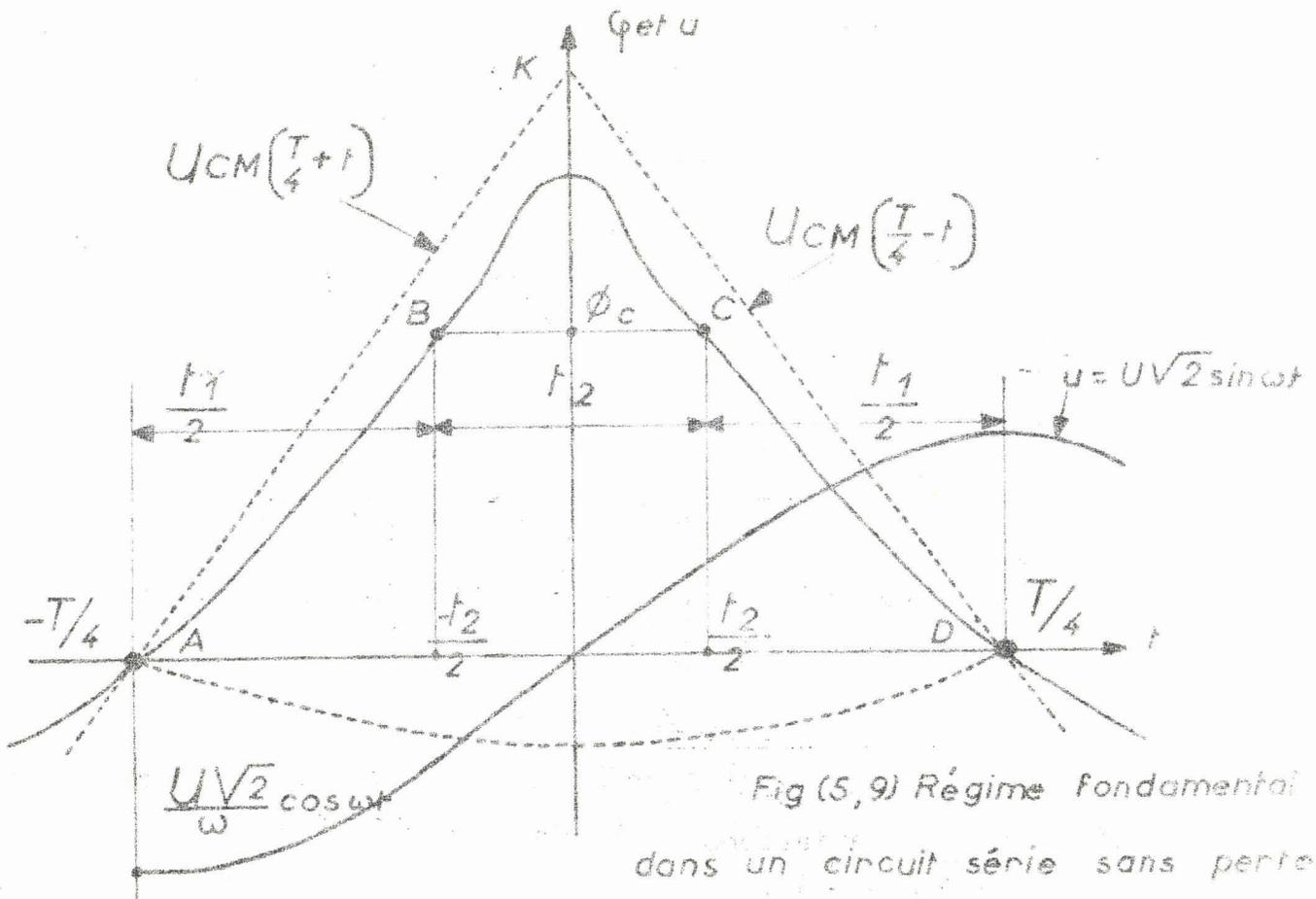


Fig (5,9) Régime fondamental dans un circuit série sans pertes fort courant $t_2 > T/2$

Au cours de la demi-période suivante le flux varie suivant une alternance négative de forme identique à la précédente.

Un calcul analogue à celui développé pour le régime à moyen courant conduit aux résultats suivants, homologues des relations (38-9), (39-9) et (42-9) :

$$(46-9) \quad \frac{U_{CM}}{U} = \frac{k\sqrt{2}}{1-k^2} \left[\frac{1}{k} \sin \frac{k\alpha_2}{2} - \operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2} \cos \frac{k\alpha_2}{2} \right]$$

$$(47-9) \quad U_S + U \cos \frac{k\alpha_2}{2} = U_{CM} \frac{\omega (T - 2 t_2)}{4\sqrt{2}}$$

Dans le cas particulier précédemment envisagé ($k \approx 1$) la dernière relation conduit à :

$$(48-9) \quad I_r = (U_S + U) \frac{8\sqrt{2} C}{\pi(T - 2 t_2)}$$

Elle se traduit (Fig. 3-9) par la branche $B_1 C_1$ de la caractéristique $I_r(U)$.

INSTABILITE DU REGIME A MOYEN COURANT -

J'ai précisé précédemment (Chapitre III, relations 42-3) les conditions de stabilité des régimes d'un circuit formé par l'association en série d'une capacité constante avec une inductance prenant successivement, au cours d'une demi-période, les valeurs L_1 et L_2 - la première étant infiniment grande - durant les intervalles de temps successifs de durée t_1 , t_2 et t_1 .

La borne supérieure du premier domaine d'instabilité est définie par la relation : $\alpha_2 = \pi$.

Le temps de saturation $t_2 = \frac{T}{2}$ est donc alors celui de l'oscillation libre au point B_1 de la caractéristique $I_r(U)$. Nous avons vu que le régime à moyen courant correspondait à $\alpha_2 < \pi$, ce qui le place donc au-dessous de la borne supérieure $\alpha_2 = \pi$: en conséquence le régime à moyen courant est instable.

M. E. Rouelle a effectivement observé, en ferro-résonance fondamentale, que le régime à moyen courant peut éventuellement être obtenu sous l'effet de conditions initiales favorables

mais qu'il conduit rapidement au régime à faible courant ou à celui à fort courant ; les considérations précédentes interprètent donc ce passage d'un régime à l'autre comme résultant du développement d'une anomalie du premier ordre.

STABILITE DU REGIME A FORT COURANT - DEVELOPPEMENT DES HARMONIQUES PAIRS -

Le régime à fort courant, pour lequel $\alpha_2 > \pi$, se place au-dessus du premier domaine d'instabilité.

Ce régime est donc stable tant que α_2 ne prend pas une valeur suffisante pour qu'il entre dans le domaine de naissance de l'anomalie du second ordre, ce qui a lieu pour :

$$(49-9) \quad \text{tg} \frac{\alpha_2}{2} = - \omega_2 t_1 = - \omega t_1 \times \frac{1}{k}$$

Si nous restons dans le cas particulier précédemment considéré ($k \approx 0$), nous voyons que t_2 est alors négligeable devant T et l'on a :

$$(50-9) \quad t_1 \approx \frac{T}{4} \quad \text{tg} \frac{\alpha_2}{2} \approx - \frac{\pi}{2k}$$

La relation (46-9) donne alors :

$$(51-9) \quad U_{CM} = U \sqrt{2} \times \frac{\pi}{2}$$

et l'équation (47-9) devient :

$$(52-9) \quad U_S = U \left(\frac{\pi^2 - 4}{4} \right)$$

Pour un tel circuit l'anomalie d'ordre 2 devrait donc apparaître pour une tension U approximativement égale aux $\frac{2}{3}$ de la tension de chavirement U_S (point H_1 de la branche B_1C_1). La valeur correspondante de \dot{I}_r est donc - d'après (48-9) - environ les $5/3$ de celle qui correspond à l'oscillation libre.

DEMULTIPLICATION DE FREQUENCE -

Les formes d'évolution du flux correspondant aux régimes à moyen et fort courant (Fig. 4-9 et 5-9) conduisent tout naturellement à envisager des formes analogues - s'accordant aussi avec les équations générales des régimes forcés - et dans lesquelles chaque alternance s'étend maintenant sur un nombre impair n de demi-périodes de la source. Les figures (6-9)

et (7-9) se rapportent à $n = 3$; nous ne considérons encore qu'une alternance de flux s'étendant maintenant de $-n \frac{T}{4}$ à $+n \frac{T}{4}$.

Pour le régime à moyen courant les relations (30-9) et (33-9) relatives aux intervalles de non saturation de durée t_1 deviennent respectivement :

$$(53-9) \quad \varphi = - U_{CM} \left(n \frac{T}{4} + t \right) - \frac{U\sqrt{2}}{\omega} \cos \omega t$$

$$(54-9) \quad \varphi = - U_{CM} \left(n \frac{T}{4} - t \right) - \frac{U\sqrt{2}}{\omega} \cos \omega t$$

Durant le temps de saturation t_2 la relation (31-9) reste valable. Les calculs analogues à ceux que nous avons développés pour la ferro-résonance fondamentale conduisent aux résultats suivants :

$$(55-9) \quad \frac{U_{CM}}{U} = \frac{k\sqrt{2}}{1-k^2} \left[\operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2} \cos \frac{k\alpha_2}{2} - \frac{1}{k} \sin \frac{k\alpha_2}{2} \right]$$

D'autre part, l'équation (39-9) devient alors :

$$(56-9) \quad U_S - U \cos \frac{k\alpha_2}{2} = \frac{\omega(nT - 2t_2)}{4\sqrt{2}} U_{CM}$$

Dans le cas où $k \simeq 0$, cette dernière relation s'écrit :

$$(57-9) \quad U_S - U = \frac{n\omega T}{4\sqrt{2}} U_{CM}$$

Il en résulte un courant :

$$(58-9) \quad I_{rn} = \frac{4C}{T} U_{CM} \simeq (U_S - U) \times \frac{8\sqrt{2}C}{n\pi T} \simeq \frac{I_r}{n}$$

La caractéristique $I_{rn}(U)$ relative au subharmonique de rang n est donc fournie par le segment de droite AB_n ; le point B_n correspondant à une oscillation libre est déterminé par $OB_n = \frac{OB_1}{n}$.

Pour le régime à fort courant les relations (43-9) et (45-9) deviennent respectivement :

$$(59-9) \quad \varphi = U_{CM} \left(n \frac{T}{4} + t \right) - \frac{U\sqrt{2}}{\omega} \cos \omega t$$

$$(60-9) \quad \varphi = U_{CM} \left(n \frac{T}{4} - t \right) - \frac{U\sqrt{2}}{\omega} \cos \omega t$$

et la relation (35-9) reste valable.

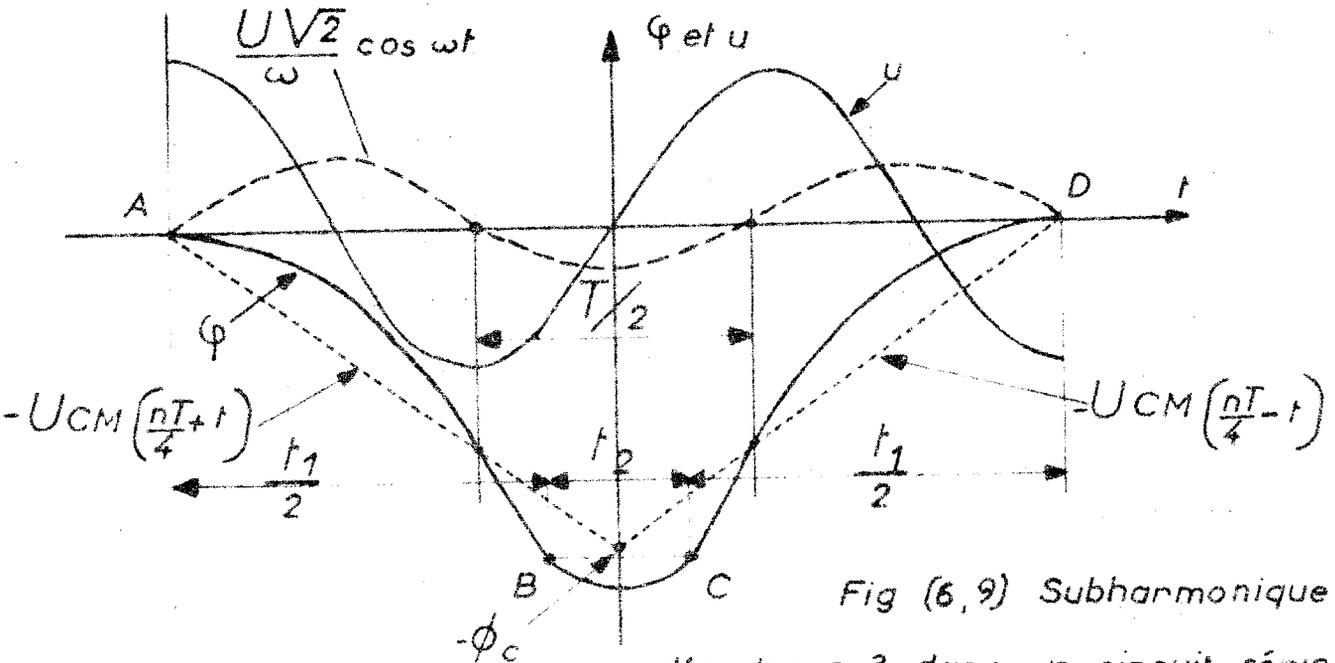


Fig (6,9) Subharmonique d'ordre $n=3$ dans un circuit série sans pertes Moyen courant: $t_2 < T/2$

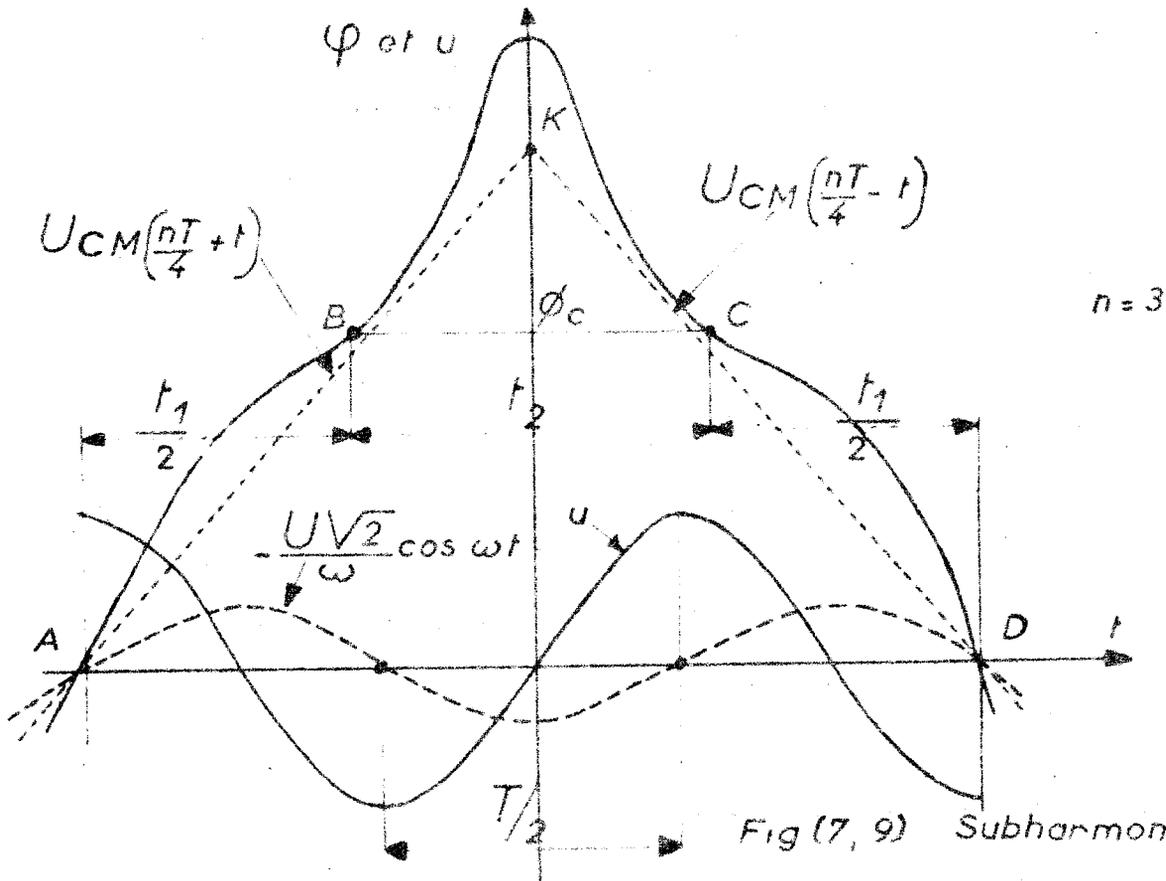


Fig (7,9) Subharmonique d'ordre $n=3$ dans un circuit série sans pertes Fort courant $t_2 > T/2$

On trouve alors :

$$(61-9) \quad \frac{U_{CM}}{U} = \frac{k\sqrt{2}}{1-k^2} \left[\frac{1}{k} \sin \frac{k\alpha_2}{2} - \operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2} \cos \frac{k\alpha_2}{2} \right]$$

analogue à (46-9) et :

$$(62-9) \quad U_S + U \cos \frac{k\alpha_2}{2} = \frac{\omega(nT - 2t_2)}{4\sqrt{2}} U_{CM}$$

Dans le cas où $k \approx 0$, cette dernière relation s'écrit :

$$(63-9) \quad U_S + U = \frac{n\omega T}{4\sqrt{2}} U_{CM}$$

Il en résulte un courant :

$$(64-9) \quad I_{rn} = (U_S + U) \frac{8\sqrt{2}C}{n\pi T} \approx \frac{I_r}{n}$$

La caractéristique $I_{rn}(U)$ relative à ce régime est formée par la demi-droite $B_n C_n$.

En définitive, la caractéristique relative à un subharmonique de rang n se déduit de celle relative au phénomène fondamental par une affinité de rapport $\frac{1}{n}$ par rapport à l'axe des tensions.

STABILITE DES REGIMES SUBHARMONIQUES -

On peut reprendre pour ces régimes les considérations développées pour les régimes de fréquence fondamentale :

1°) Tout fonctionnement sur une branche descendante est caractérisé par un temps de saturation $t_2 < \frac{T}{2}$ qui le place à l'intérieur du premier domaine d'instabilité du fonctionnement normal et, bien qu'il vérifie l'équation du circuit, ce régime ne peut donc se maintenir.

2°) Tout fonctionnement sur la branche à fort courant est encore caractérisé par un temps de saturation $t_2 > \frac{T}{2}$ qui le place en dehors du premier domaine d'instabilité ; ce régime est donc stable tant que t_2 ne prend pas une valeur suffisante pour qu'il entre dans le domaine de naissance de l'anomalie du second ordre ; ceci a lieu, si $k \approx 0$, pour :

$$(65-9) \quad U_{CM} = U\sqrt{2} \times \frac{\pi}{2} \quad (51-9)$$

et la relation (63-9) donne :

$$(66-9) \quad U = \frac{4 U_S}{n \pi^2 - 4}$$

Cette relation précise les ordonnées des points H_n où devraient donc apparaître les harmoniques pairs pour le circuit série théorique considéré (Fig.3-9).

Les abscisses correspondantes résultent de la relation (64-9) qui donne alors :

$$(67-9) \quad I_{rn} = \frac{4 \sqrt{2} C \omega U_S}{(n \pi^2 - 4)}$$

La pente de $O H_n$ a donc une valeur constante :

$$(68-9) \quad \frac{U}{I_{rn}} = \frac{1}{\sqrt{2} C \omega}$$

et les points $H_1, H_3 \dots H_n$ sont donc sur une même droite issue de l'origine O .

CHAPITRE X

ETUDE OSCILLOGRAPHIQUE DU CIRCUIT SERIE

- : - : - : - : - : - : - : - : - : - : - :

Cette étude se propose de préciser l'évolution du courant et du flux pour le circuit réel qui est ici formé par l'association en série d'une capacité $C = 94,7 \mu F$ avec une bobine M 6 X dont j'utilise les deux enroulements de 100 spires couplés en parallèle.

La caractéristique tension-courant de ce montage est donnée au chapitre précédent (Fig. 1-9) ; on y trouve indiqués les points d'essai pour lesquels ont été enregistrés les oscillogrammes (1-10) à (6-10).

Pour ce montage, le chavirement se produit pour $U_S = 31 V$ et le régime à fort courant peut s'observer tant que la tension d'essai ne descend pas au-dessous de la limite inférieure de maintien $U_B = 8,6 V$.

Le régime à faible courant (oscillogramme n°1-10, $U = 30 V$), bien qu'observé au voisinage de la tension de chavirement, met en jeu un courant à peine décelable avec le calibre qui servira à l'étude du fort courant ; cette remarque justifie l'assimilation du circuit réel à un circuit théorique dont la première partie de la caractéristique magnétique serait verticale et pour lequel le courant absorbé, en régime non saturé, serait nul.

Pour le régime à fort courant, on observe, au voisinage de la limite inférieure de maintien, des formes voisines de celles relatives à l'oscillation libre du circuit théorique (oscillogrammen°2+10, $U = 9 V$).

Les variations de flux sont sensiblement représentées par des segments rectilignes raccordés par des arcs de sinusoidalité ; les impulsions de courant sont toutefois ici en phase avec les maximums de la tension d'alimentation qui doit fournir la puissance correspondant aux pertes du circuit , en raison de l'impédance propre du réseau et des organes de réglage - régulateur d'induction et transformateur - ces impulsions de courant amènent une légère déformation de l'onde de tension.

Pour des tensions plus élevées, on retrouve encore les aspects du circuit théorique (oscillogramme n°3-10 , $U = 22 \text{ V}$). L'impulsion de courant se déphase progressivement en avant de la tension d'essai et son amplitude croît avec celle-ci.

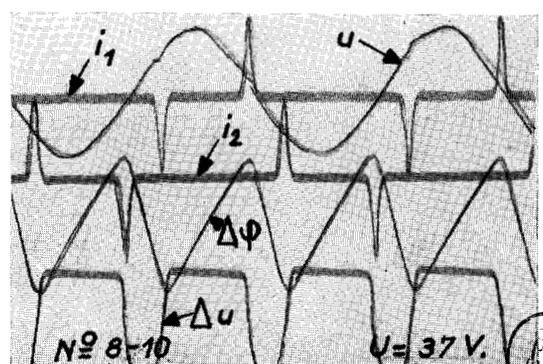
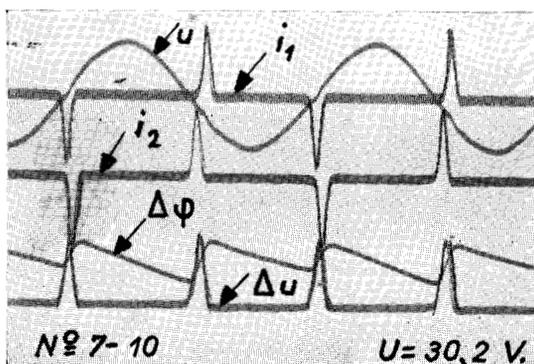
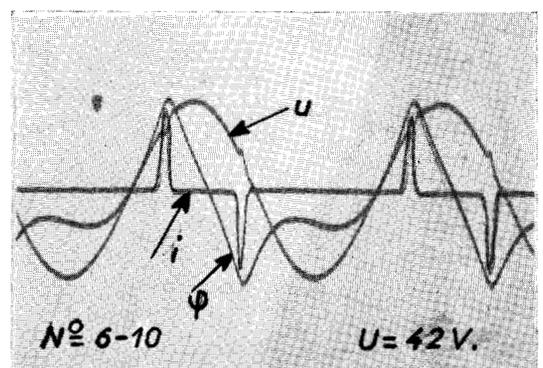
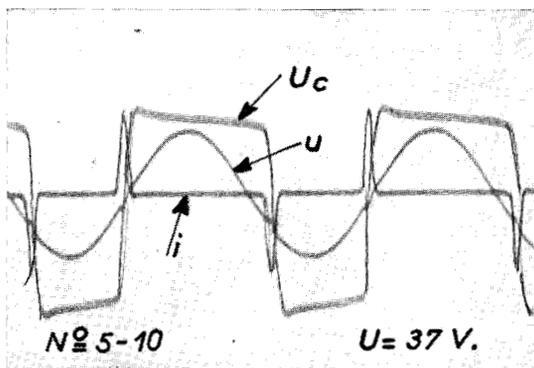
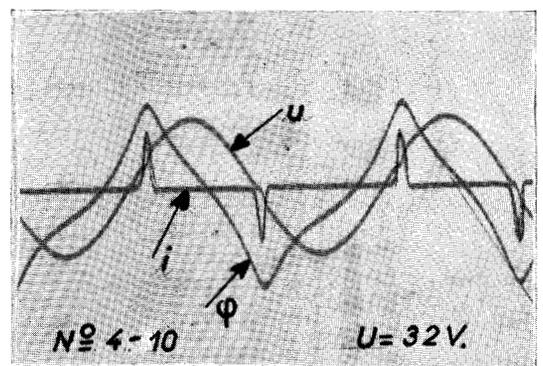
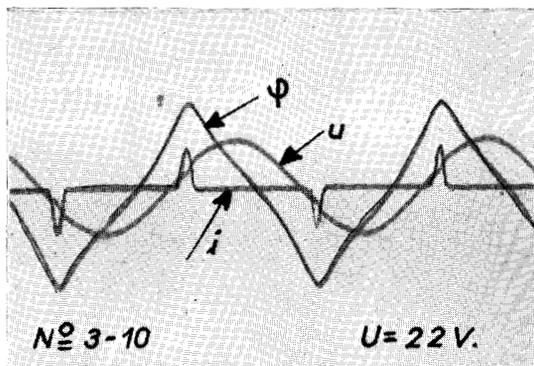
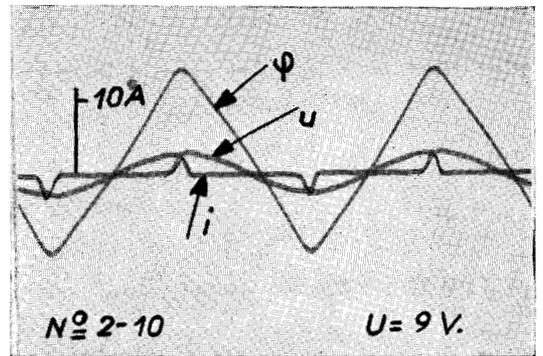
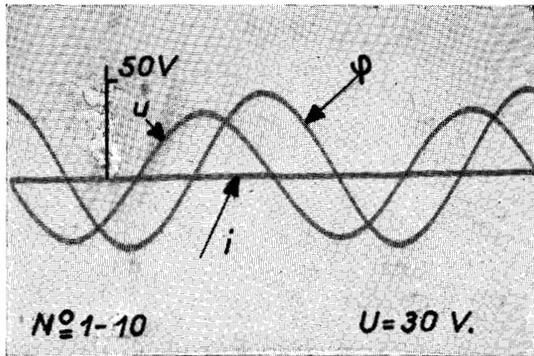
Les harmoniques pairs prévus dès les deux tiers de la tension de chavirement n'apparaissent, en fait, que pour une tension du même ordre de grandeur que celle-ci. Ils se traduisent d'abord (oscillogramme n°4-10 , $U = 32 \text{ V}$) par une légère dissymétrie de la courbe du flux ; les impulsions positives et négatives de courant ont toujours la même amplitude - fonction croissante de la tension d'essai - mais sont séparées par des temps de non saturation inégaux.

En conséquence, les quantités d'énergie fournies par la source, au cours de deux impulsions de courant successives, prennent des valeurs différentes, et la tension aux bornes du condensateur - dont dépend l'énergie emmagasinée par le circuit - ne prend donc plus même valeur absolue de part et d'autre de chaque impulsion.

Cette particularité est vérifiée par l'oscillogramme n°5-10 ($U = 37 \text{ V}$).

Si l'on élève encore la tension d'essai (oscillogramme n°6-10 , $U = 42 \text{ V}$), on observe des impulsions au cours desquelles la puissance reçue est visiblement négative : le circuit restitue alors une partie de l'énergie fournie par la source au cours de l'impulsion précédente.

CIRCUIT SERIE



Etude d'un circuit : 1 à 6 — Mise en évidence de l'anomalie : 7 et 8.

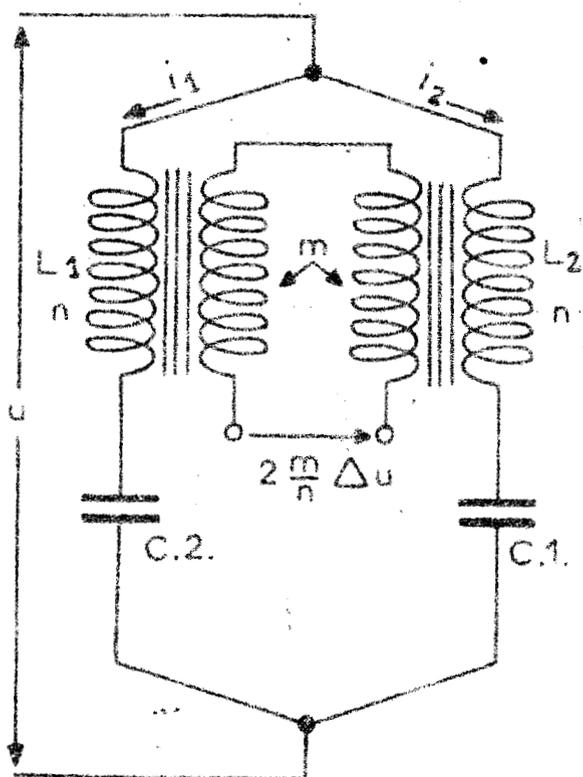
BUS
ELLE



MISE EN EVIDENCE DE L'ANOMALIE -

Il est naturel de penser qu'il existe une caractéristique "sans bosse" correspondant à un régime de courant vérifiant l'équation du circuit, mais ne pouvant se maintenir dans un certain domaine de tension, en raison de l'anomalie d'ordre 2 s'amorçant spontanément par excitation paramétrique.

Pour souligner la parenté de ces phénomènes avec ceux observés précédemment dans le montage à deux circuits bouchons, je dispose en parallèle deux circuits série identiques (Fig.1-10).



Fig(1-10) : Circuits série identiques associés en parallèle

Sous tension croissante, une anomalie apparaît progressivement dans chacun des circuits série dès que l'on dépasse la tension $U = 30,2 \text{ V}$ pratiquement égale à celle du chavirement. Ces anomalies sont en phase, et l'on peut enregistrer $2 \Delta u$ qui apparaît aux bornes de deux secondaires en opposition, portés par les deux bobines ; on enregistre aussi $2 \Delta \phi$ en utilisant le montage intégrateur.

L'oscillogramme n°7-10 montre la naissance de l'anomalie pour $U = 30,2 \text{ V}$; les courants dans les deux bobines sont peu différents ; les anomalies de flux et tension ont les formes C prévues au chapitre IV (Fig. n°3-4) qui n'existaient pas dans

le montage à deux circuits bouchons où l'apparition brusque de l'anomalie conduisait aux formes B .

L'oscillogramme n°8-10 ($U = 37 \text{ V}$) montre l'évolution progressive de l'anomalie vers les formes 2 B quand on élève progressivement la tension d'essai.

Si nous comparons les résultats de l'étude oscillographique aux prévisions théoriques, nous remarquons, outre le bon accord des formes d'onde, que l'anomalie d'ordre 2 apparaît ici pour une tension pratiquement égale à celle du chavirement au lieu des $2/3$ prévus pour le circuit théorique ; l'écart reste du même ordre de grandeur que celui entre les tensions minimales de maintien du régime à fort courant pour le circuit réel ($U = 8,5 \text{ V}$) et pour le circuit théorique ($U = 0$).

La comparaison des impulsions de courant est aussi satisfaisante - leur amplitude est sensiblement double à la naissance de l'anomalie (oscillogramme n°7-10) - qu'au régime minimal (oscillogramme n°2-10), alors que pour le circuit théorique elle n'en devrait être que les $\frac{5}{3}$; l'écart reste réduit et tient surtout au fait que l'amplitude de l'impulsion croît avec la tension d'essai plus rapidement pour le circuit réel que pour le circuit théorique pour lequel l'inductance est supposée constante en régime saturé.

CHAPITRE XI

CIRCUITS POLYPHASES D'ORDRE IMPAIR

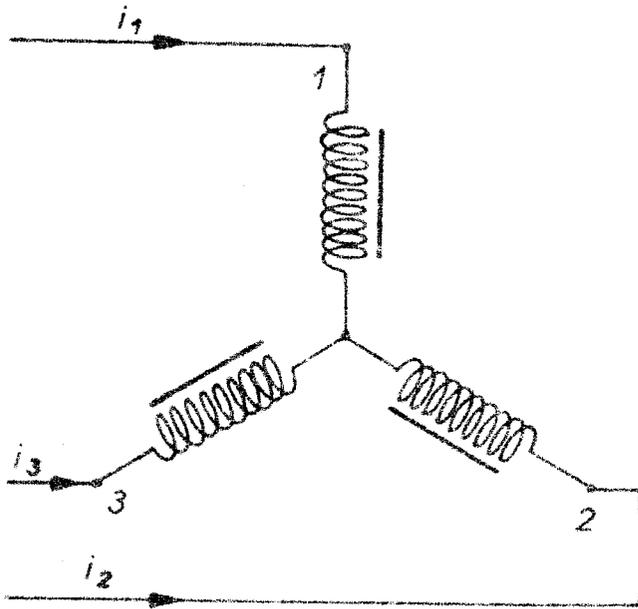
J'ai déjà signalé ⁽¹⁾ que l'étude de certains montages était rendue malaisée du fait que le régime normal lui-même est difficile à définir ; c'est le cas des circuits "à flux non sinusoïdaux".

Il est bien connu par exemple que, lorsque 3 bobines à noyau de fer sont couplées en étoile à neutre isolé sur un réseau triphasé, les tensions simples sont affectées d'un important harmonique trois ; avant même d'envisager les anomalies qui résulteront éventuellement de l'adjonction de capacités, il devient alors nécessaire de préciser les formes d'onde des tensions et flux dans le fonctionnement sans condensateur.

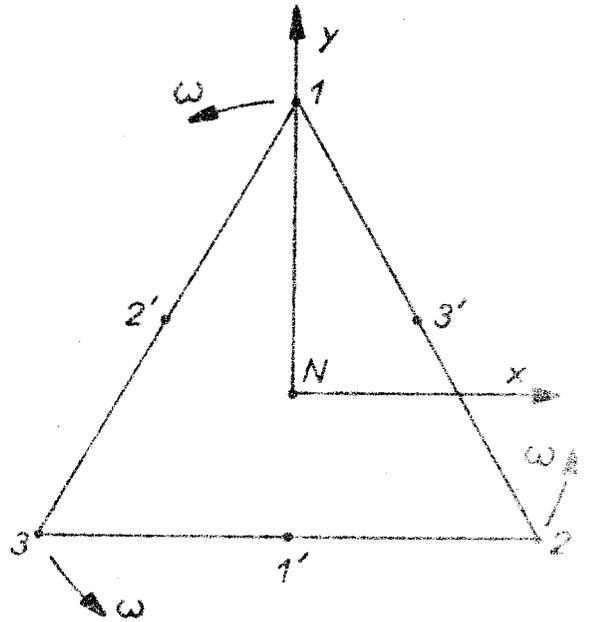
Je me préoccuperais donc d'abord de ce problème que ne posaient pas les montages "à flux sinusoïdaux" précédemment étudiés. La méthode que j'emploierai est générale, puisqu'elle ne nécessite aucune hypothèse sur les caractéristiques magnétiques en cause ; elle suppose seulement que le courant magnétisant d'une bobine non saturée est négligeable vis à vis de ceux des bobines saturées. Enfin, elle s'étend facilement à tout montage polyphasé d'ordre impair.

En contre-partie, elle ne prétend pas conduire à une prédétermination exacte, mais seulement justifier très simplement les caractères généraux des phénomènes ; elle pourrait d'ailleurs servir de base à une étude plus précise, en s'appuyant sur les caractéristiques réelles du matériau considéré.

(1) Chapitre I.

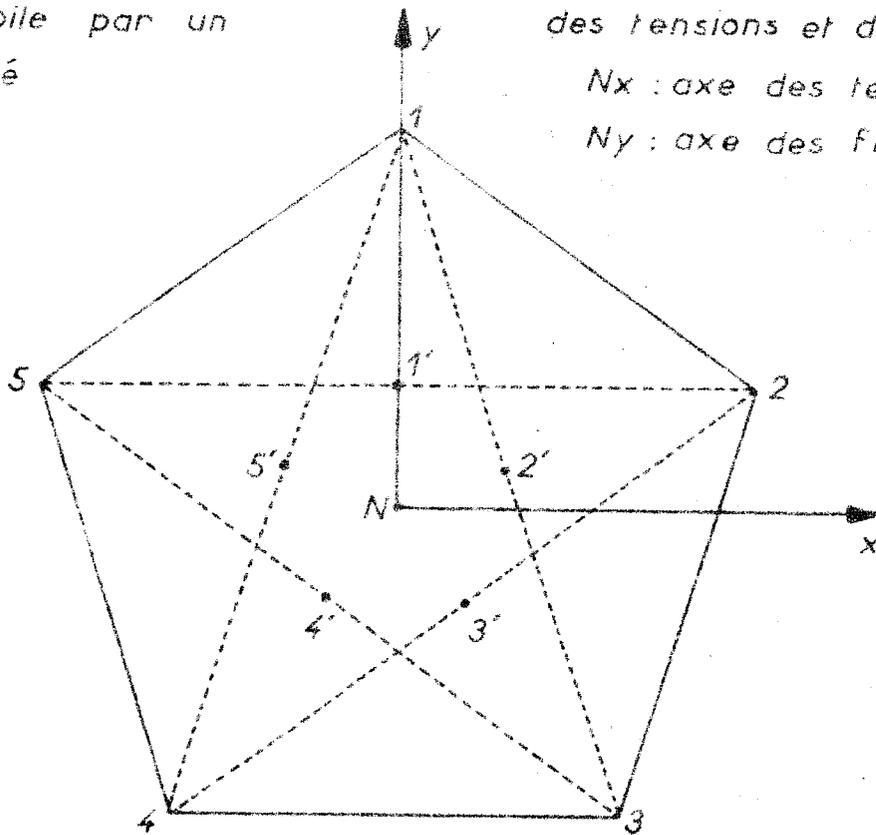


Fig(1-11) Alimentation de trois bobines en étoile par un réseau triphasé



Fig(2-11) Diagramme vectoriel des tensions et des flux

Nx : axe des tensions
Ny : axe des flux



Fig(3-11) Diagramme vectoriel des tensions et des flux d'un système pentaphasé à l'instant $t=0$

Nx : axe des tensions
Ny : axe des flux

FONCTIONNEMENT DE TROIS BOBINES A NOYAU DE FER COUPLEES EN
ETOILE SUR UN RESEAU TRIPHASE - (Fig. 1-11)

Le diagramme vectoriel des tensions (Fig. 2-11) est un triangle équilatéral de sommets 1-2-3 et de centre de gravité N ; suivant la convention habituelle, une tension instantanée $(v_1 - v_2)$ est égale à la projection sur l'axe Nx du vecteur tournant 2-1 que le diagramme représente à l'instant $t = 0$ où la tension $(v_2 - v_3)$ est maximale et positive.

En l'absence de toutes pertes les tensions supportées par les enroulements traversés par les flux φ_1 , φ_2 et φ_3 ont respectivement pour valeurs :

$$(1-11) \quad v_1 = \frac{d \varphi_1}{dt} \quad , \quad v_2 = \frac{d \varphi_2}{dt} \quad , \quad v_3 = \frac{d \varphi_3}{dt}$$

et les tensions composées sont liées aux flux dans les bobines par les relations :

$$(2-11) \quad \left\{ \begin{array}{l} u_{12} = v_1 - v_2 = \frac{d \varphi_{12}}{dt} \\ u_{23} = v_2 - v_3 = \frac{d \varphi_{23}}{dt} \\ u_{31} = v_3 - v_1 = \frac{d \varphi_{31}}{dt} \end{array} \right. \quad \text{avec (3-11)} \quad : \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 \\ \varphi_{23} = \varphi_2 - \varphi_3 \\ \varphi_{31} = \varphi_3 - \varphi_1 \end{array} \right.$$

Si les tensions composées imposées par le réseau restent sinusoïdales, il en est de même des "flux composés"

φ_{12} , φ_{23} et φ_{31} déterminés par les relations (2-11); leurs valeurs instantanées respectives sont mesurées - à une certaine échelle - par les projections sur l'axe Ny des vecteurs tournants 2-1, 3-2 et 1-3.

Les relations (3-11) sont vérifiées par des flux dont les valeurs instantanées sont les projections sur Ny des vecteurs N-1, N-2 et N-3.

Elles le sont encore si on ajoute à ces flux équilibrés un terme homopolaire $\Delta \varphi$ ayant même valeur pour les 3 bobines ; nous poserons donc a priori :

$$(4-11) \quad \begin{cases} \varphi_1 = \phi_m \cos \omega t & + \Delta \varphi \\ \varphi_2 = \phi_m \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) & + \Delta \varphi \\ \varphi_3 = \phi_m \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) & + \Delta \varphi \end{cases}$$

Ce flux homopolaire $\Delta \varphi$ doit prendre à chaque instant une valeur telle que la somme des 3 courants magnétisants soit nulle :

$$(5-11) \quad i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

Considérons par exemple l'intervalle de temps $(0, \frac{T}{6})$; pour $\Delta \varphi = 0$ les relations (4-11) donneraient aux flux unitaires représentés par les vecteurs tournants N-1, N-2 et N-3 des valeurs comprises entre les limites suivantes :

$$(6-11) \quad \begin{cases} \frac{\phi_m}{2} < \varphi_1 < \phi_m \\ -\frac{\phi_m}{2} < \varphi_2 < \frac{\phi_m}{2} \\ -\phi_m < \varphi_3 < -\frac{\phi_m}{2} \end{cases}$$

Les plus fortes saturations seraient donc, en valeur absolue, imposées aux bobines 1 et 3 ; dans ces conditions, le courant absorbé par la bobine n°2 resterait négligeable vis à vis des deux autres qui devraient donc prendre des valeurs opposées.

Cette condition nécessite l'équirépartition du flux composé φ_{13} : les flux φ_1 et φ_3 sont représentés par les vecteurs 2'-1 et 2'-3 et le flux φ_2 dans la bobine n°2 par le vecteur 2'-2. Le flux homopolaire correspondant à cette nouvelle hypothèse est donc représenté par le vecteur 2'-N.

On vérifie que les flux unitaires prennent alors - au cours de l'intervalle de temps $(0, \frac{T}{6})$ - des valeurs comprises entre les limites suivantes :

$$(7-11) \quad \begin{cases} \frac{3}{4} \phi_m < \varphi_1 < \frac{\sqrt{3}}{2} \phi_m \\ -\frac{3}{4} \phi_m < \varphi_2 < \frac{3}{4} \phi_m \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} \phi_m < \varphi_3 < -\frac{3}{4} \phi_m \end{cases}$$

assurant encore, aussi bien que l'hypothèse initiale, une saturation prépondérante aux bobines 1 et 3.

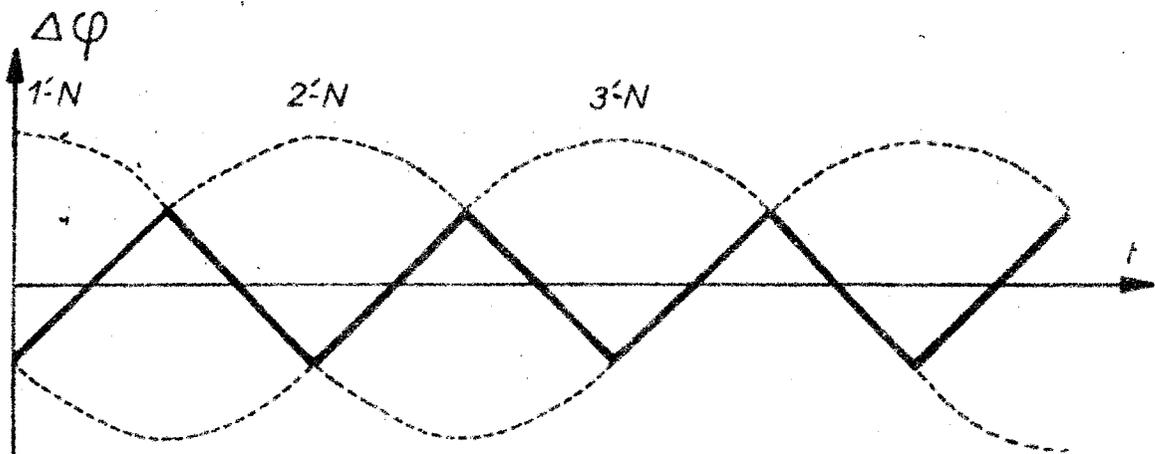
Le même raisonnement peut être repris en considérant l'intervalle de temps suivant $(\frac{T}{6}, \frac{2T}{6})$ où les bobines 2 et 3, simultanément saturées, seront sièges des flux représentés par les vecteurs 1'-2 et 1'-3; le flux homopolaire $\Delta\varphi$ est donc maintenant figuré par le vecteur 1'-N et le flux dans la bobine 1 par 1'-1.

Pour les intervalles de temps successifs de durée $\frac{T}{6}$, intéressant une demi période, les résultats sont résumés dans le tableau suivant précisant les numéros des bobines saturées ainsi que les vecteurs représentant les flux mis en jeu.

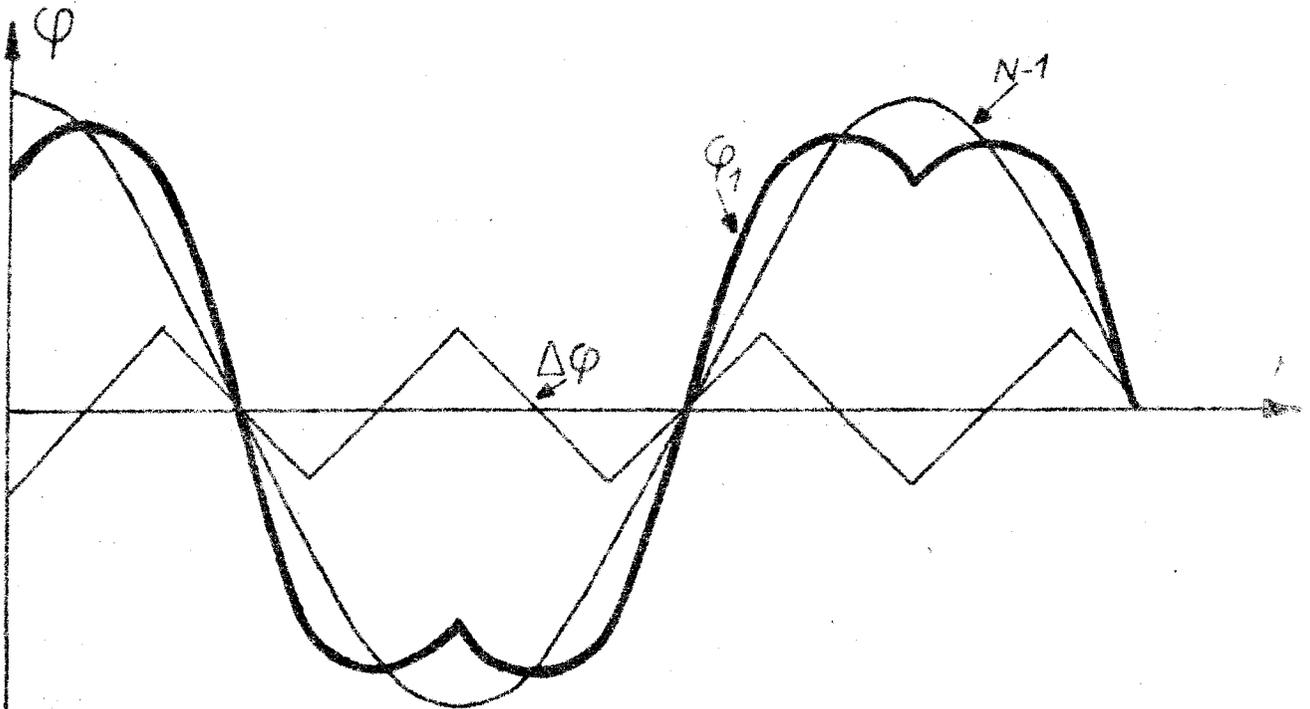
Intervalles de temps	0, $\frac{T}{6}$	$\frac{T}{6}$, $\frac{2T}{6}$	$\frac{2T}{6}$, $\frac{3T}{6}$
Bobines saturées	1 et 3	3 et 2	2 et 1
$\Delta\varphi$	2' - N	1' - N	3' - N
φ_1	2' - 1	1' - 1	3' - 1

La courbe de variations du flux homopolaire (Fig.4-11) est donc formée par des portions appartenant aux trois sinusoïdes correspondant aux vecteurs 1'-N, 2'-N et 3'-N; on passe d'une sinusoïde à l'autre six fois par période. Ces sinusoïdes ont pour amplitude $\frac{\phi_m}{2}$ et la valeur maximale du terme homopolaire est $\Delta\phi_m = \frac{\phi_m}{4}$; le rapport $\frac{\Delta\phi_m}{\phi_m}$ est donc constant et égal à $\frac{1}{4}$.

De même la courbe de variations du flux dans la bobine n°1, par exemple, est formée par des portions empruntées aux sinusoïdes correspondant aux vecteurs 1'-1, 2'-1 et 3'-1 (Fig. 5-11); on peut aussi considérer que cette courbe résulte - d'après la première des relations (4-11) - de l'addition des ordonnées de la courbe du flux étoilé fondamental N-1 et du terme homopolaire $\Delta\varphi$.



Fig(4-11) Flux homopolaire du montage triphasé



Fig(5-11) Flux dans une bobine du montage triphasé

Sa forme fait prévoir que le courant i_1 absorbé par la bobine présentera - par demi période - deux impulsions successives correspondant respectivement à la saturation simultanée des bobines 1 et 2 d'une part, 1 et 3 d'autre part.

Les tensions v_1 , v_2 et v_3 sont liées aux flux par les relations 1-11 on peut donc les considérer comme résultant de grandeurs équilibrées auxquelles s'ajoute une tension homopolaire commune aux trois bobines :

$$(8-11) \quad \Delta v = \frac{d(\Delta \phi)}{dt}$$

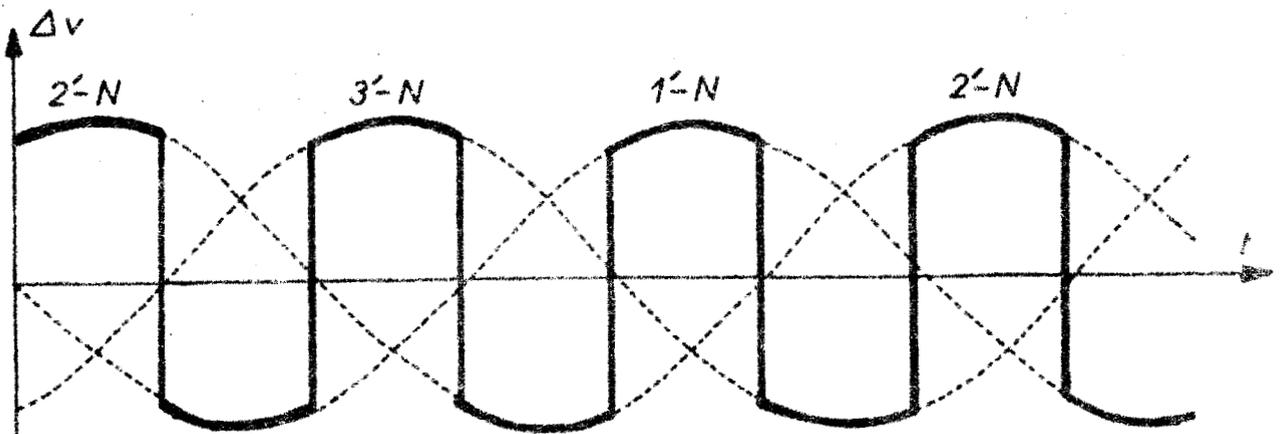
En conclusion, cette tension homopolaire et les tensions par bobine sont représentées par les mêmes vecteurs que les flux correspondants, rapportés toutefois à l'axe Nx (Fig. 6-11 et 7-11).

GENERALISATION -

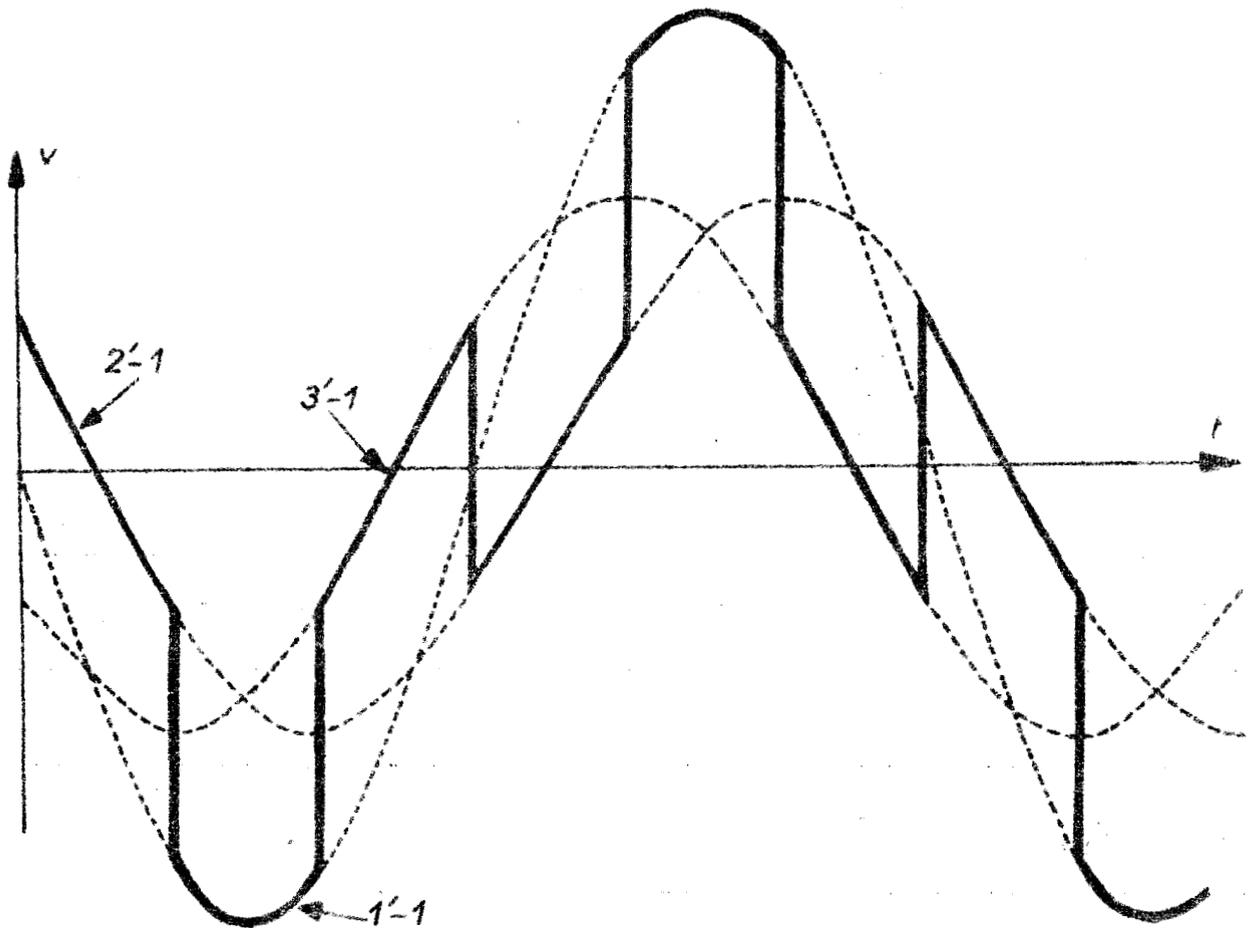
Les considérations précédentes s'étendent aisément à tout montage polyphasé d'ordre impair quelconque. A titre d'exemple, le tableau ci-dessous précise le comportement de cinq bobines en étoile alimentées par un réseau pentaphasé.

Le pentagone 1 - 2 - 3 - 4 - 5 de centre de gravité N (Fig. 3-11) représente - à partir des mêmes hypothèses que plus haut - les tensions et flux mis en jeu ; leurs valeurs instantanées sont respectivement mesurées sur les axes Nx et Ny .

Intervalles de temps	$0, \frac{T}{10}$	$\frac{T}{10}, \frac{2T}{10}$	$\frac{2T}{10}, \frac{3T}{10}$	$\frac{3T}{10}, \frac{4T}{10}$	$\frac{4T}{10}, \frac{5T}{10}$
Bobines saturées	1 et 4	4 et 2	2 et 5	5 et 3	3 et 1
$\Delta \phi$ et Δv	$5' - N$	$3' - N$	$1' - N$	$4' - N$	$2' - N$
ϕ_1 et v_1	$5' - 1$	$3' - 1$	$1' - 1$	$4' - 1$	$2' - 1$



Fig(6-11) Tension homopolaire du montage triphasé



Fig(7-11) Tension aux bornes d'une bobine du montage triphasé

Les courbes représentant les variations des flux et tensions homopolaires $\Delta \varphi$ et Δv sont donc formées de portions appartenant aux cinq sinusoides $1'-N$, $2'-N$, ... $5'-N$. (Fig. 8-11 et 10-11). Le flux φ_1 et la tension v_1 mis en jeu dans la bobine n°1 par exemple sont représentés par des portions des sinusoides $1'-1$, ..., $5'-1$. (Fig. 9-11 et 11-11) On passe d'une sinusoïde à l'autre dix fois par période.

CIRCUITS POLYPHASES FERRORESONNANTS D'ORDRE IMPAIR A FAIBLE CAPACITE -

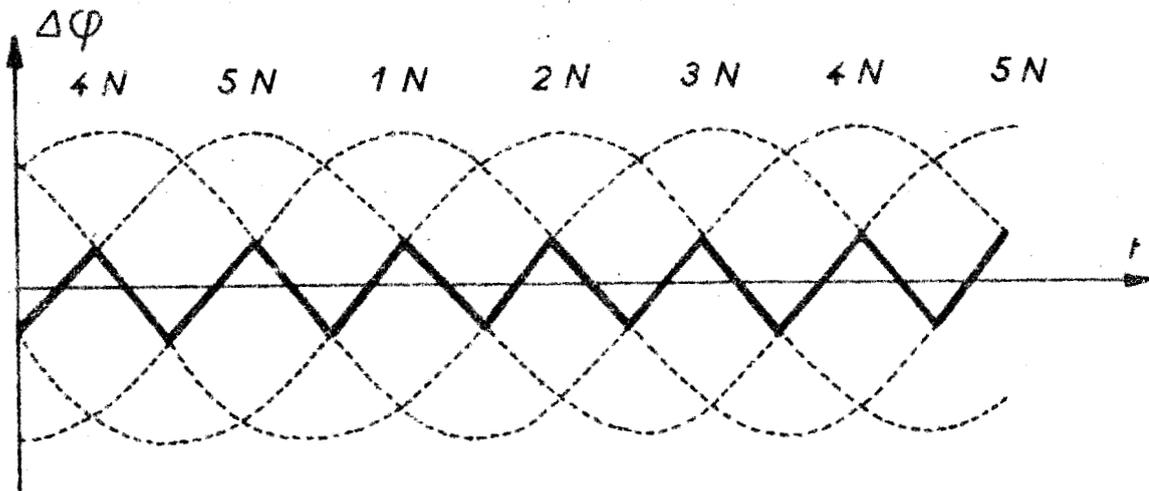
Considérons maintenant un montage polyphasé d'ordre impair $n = 2q + 1$ dans lequel une capacité est en parallèle sur chaque bobine. Les équations de fonctionnement seront vérifiées par un régime d'autant plus voisin de celui sans capacités que la valeur commune C de ces dernières sera faible.

Néanmoins, leur existence amène la possibilité d'apparition d'anomalies de divers ordres que nous avons rencontrées dans les circuits polyphasés d'ordre pair et qui se développent dans le circuit formé par l'association en série d'une capacité nC avec une inductance variable ℓ équivalente aux n bobines en dérivation.

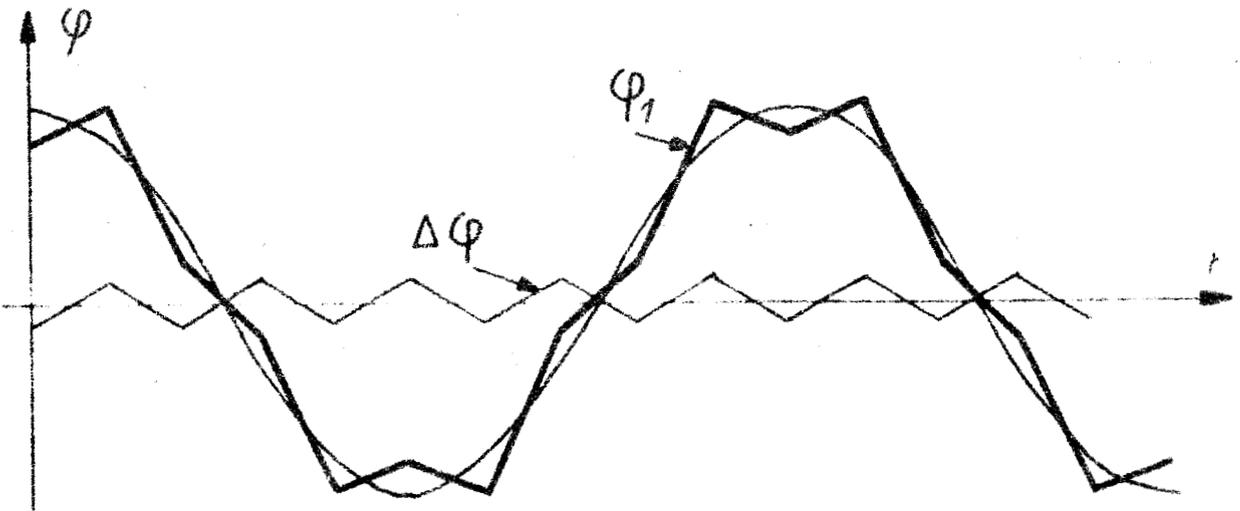
Dans le cas de bobines théoriques, cette inductance équivalente est égale à $\frac{L_2}{2}$ pendant chacun des intervalles de temps t_2 où deux bobines sont simultanément saturées et infiniment grandes pendant l'intervalle de temps :

$$t_1 = \frac{T}{2n} - t_2$$

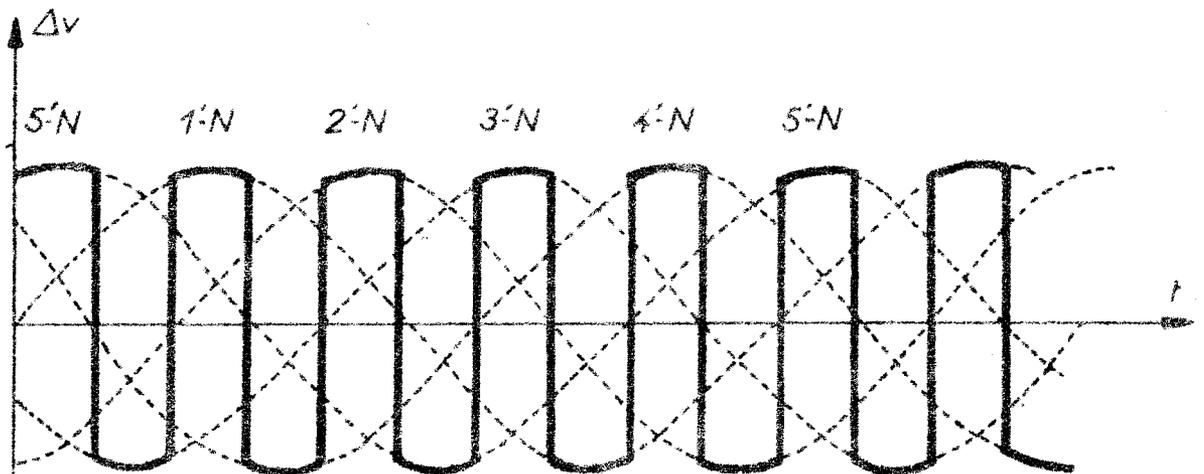
Les anomalies verront donc leur train d'ondes s'étendre sur un intervalle de temps $\frac{T}{2n}$.



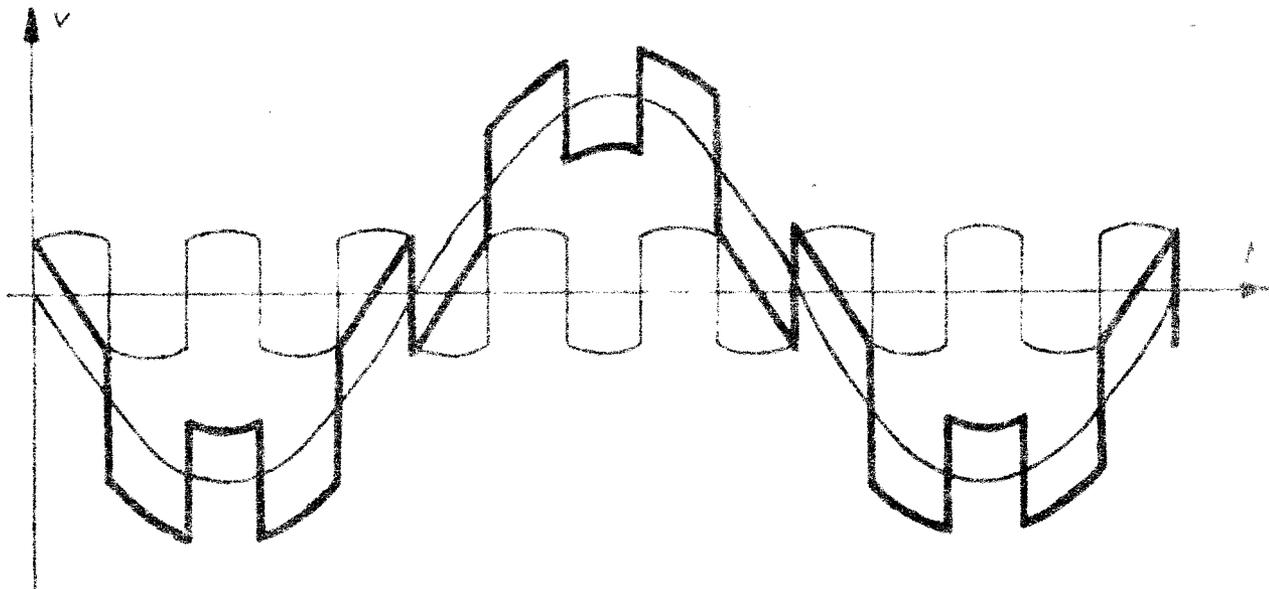
Fig(8-11) Flux homopolaire du montage pentaphasé



Fig(9-11) Flux dans une bobine du montage pentaphasé



Fig(10-11) Tension homopolaire du montage pentaphasé



Fig(11-11) Tension aux bornes d'une bobine du montage pentaphasé



CHAPITRE XII

ETUDE EXPERIMENTALE

DES CIRCUITS POLYPHASES D'ORDRE IMPAIR

L'étude oscillographique présentée dans ce chapitre a été faite sur des montages triphasé et pentaphasé utilisant les bobines M 6 X. décrites au Chapitre I, et dont les enroulements de 100 spires sont couplés en parallèle (Fig. 1-12).

Un enroulement de 200 spires, alimentant le dispositif intégrateur associé à l'amplificateur électronique, permet éventuellement d'enregistrer le flux dans une bobine ; les enroulements de 20 spires, couplés en triangle, peuvent être reliés à une résistance extérieure R en vue de provoquer un amortissement des anomalies, amortissement qu'on peut donc augmenter en réduisant R.

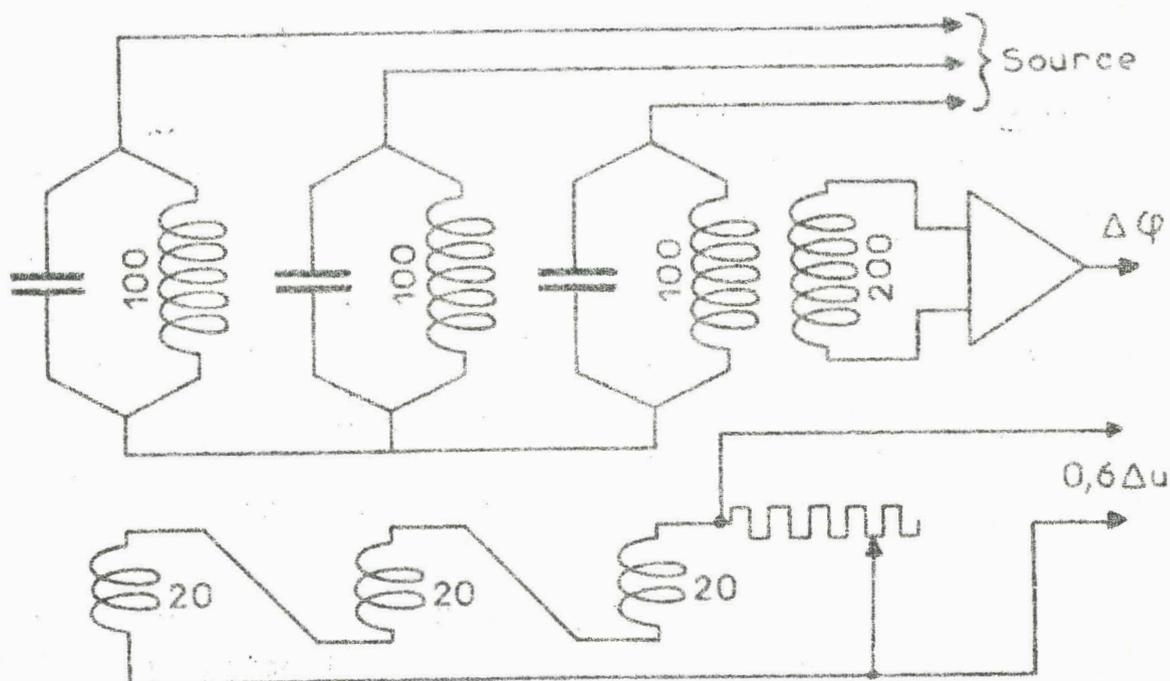


Fig 1-12 Montage d'étude du circuit triphasé

A - MONTAGE TRIPHASE SANS CONDENSATEURS -

Les oscillogrammes n° 1-12 , 2-12 , 3-12 et 4-12 montrent, pour des valeurs différentes de la tension d'essai, les variations de la tension composée u de la tension v , du flux φ et du courant i dans une bobine ainsi que celles du terme homopolaire $3\Delta v$.

La tension composée u reste de forme sinusoïdale en raison de la faible impédance de la source.

Les autres courbes s'acheminent déjà vers les formes théoriques décrites au Chapitre XI dès qu'on atteint la saturation ($U = 70,5 \text{ V}$). Pour des inductions plus fortes, la ressemblance devient plus nette, les points anguleux s'accusent ($U = 75,5 \text{ V}$) et cet aspect se conserve pour des saturations élevées ($U = 80,5 \text{ V}$ et $U = 83 \text{ V}$).

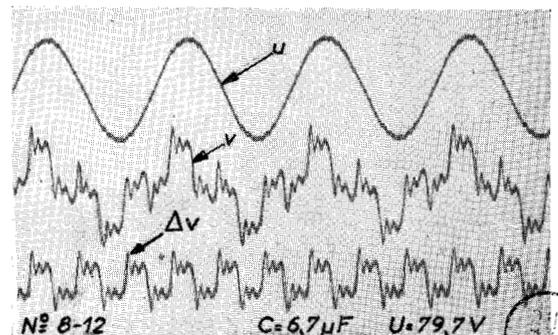
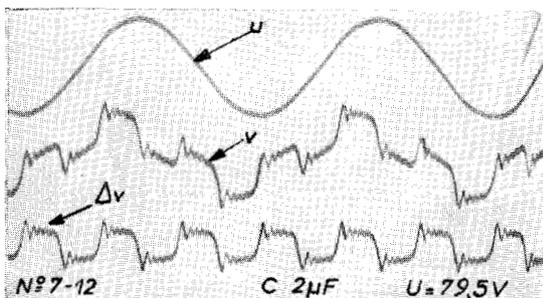
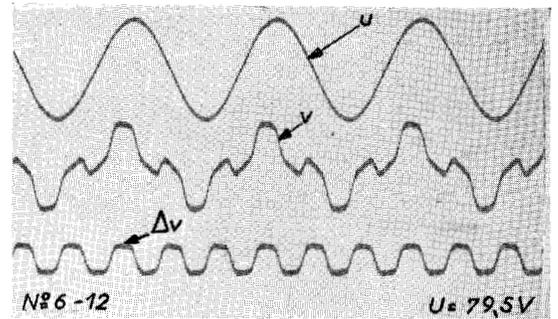
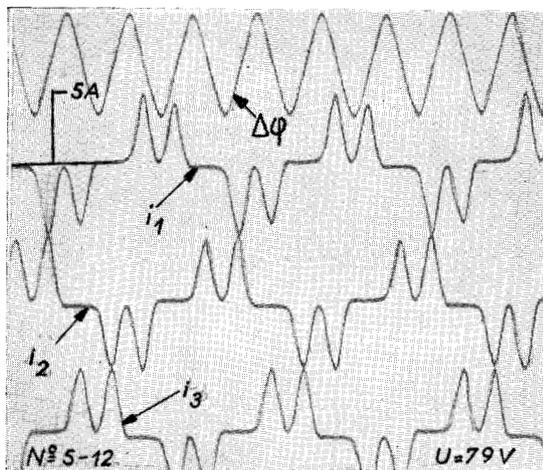
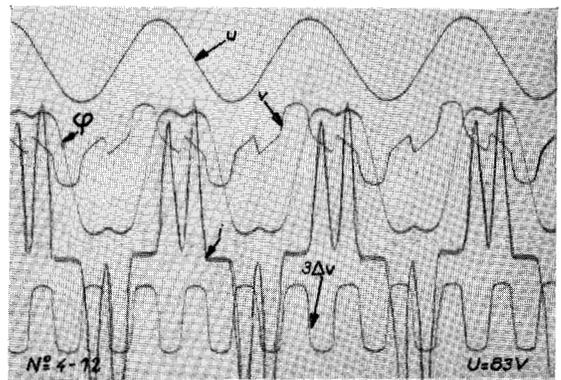
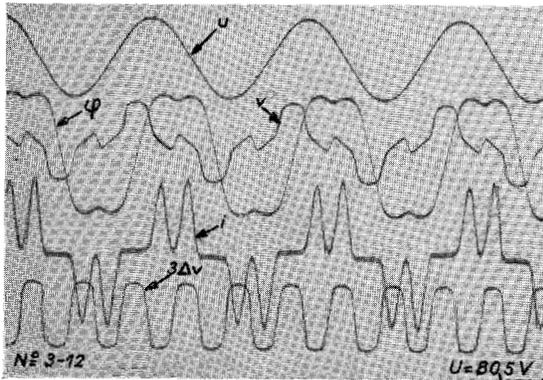
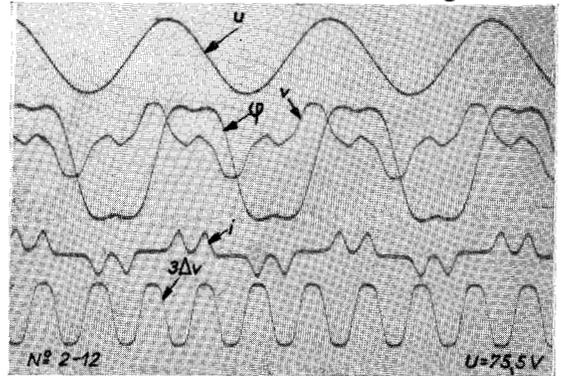
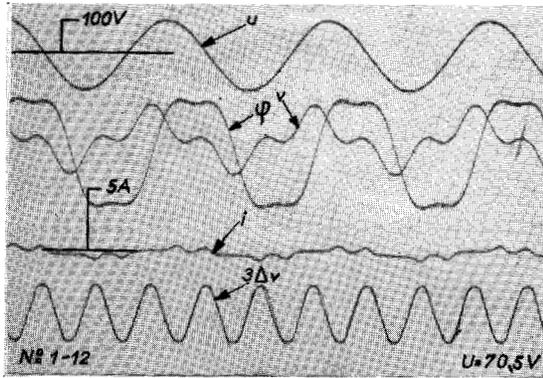
L'oscillogramme n° 5-12 représente les variations du flux homopolaire $\Delta\varphi$ et des courants i_1 , i_2 et i_3 dans les bobines ; pour chacun de ces derniers on observe bien deux impulsions de même sens à chaque demi-période, chaque bobine se saturant en même temps que l'une ou l'autre des deux autres, tandis que la troisième est le siège d'un courant pratiquement nul.

B - MONTAGE TRIPHASE A FAIBLES CAPACITES -

Pour des capacités C d'environ $2 \mu \text{ F}$ par bobine, le terme homopolaire de tension Δv reste, au cours d'un fonctionnement normal, pratiquement identique à celui du montage sans condensateurs mais se complique d'oscillations secondaires ; celles-ci sont formées, à chaque sixième de période, par un train d'ondes dont le nombre d'alternances croît avec la tension d'essai et constitue indiscutablement une anomalie d'origine paramétrique qui prend spontanément naissance dans un certain domaine de tension.

L'oscillogramme n° 7-12 ($U = 79,5 \text{ V}$) montre les variations de la tension composée u , de la tension v aux bornes d'une bobine et celles du terme homopolaire Δv .

MONTAGE TRIPHASE



Sans condensateur : 1 à 6 — Ferrorésonant à faible capacité : 7 et 8.

315
1958



Il doit être comparé à l'oscillogramme n° 6-12 intéressant les mêmes grandeurs du montage sans condensateurs soumis à la même tension ; on observe pour le montage ferro-résonnant la présence d'une anomalie du 9e ordre ; pour des tensions plus faibles, j'ai obtenu celles du 3e, du 5e et du 7e ordre, mais il ne s'agit toujours que d'anomalies d'ordre impair.

Pour des capacités un peu plus fortes, les mêmes observations peuvent être faites ; pour une même tension d'essai, le numéro d'ordre des anomalies observé décroît quand on augmente la valeur de la capacité ; c'est ainsi que, sous la tension $U = 79,5 \text{ V}$ on obtient une anomalie du 5e ordre pour $C = 6,7 \mu \text{ F}$ par bobine (oscillogramme n° 8-12) alors qu'on observait le 9e ordre pour $C = 2 \mu \text{ F}$.

C - MONTAGE TRIPHASE A FORTES CAPACITES -

Dans les montages utilisant des capacités plus importantes, des formes stables d'anomalies de divers ordres peuvent être observées dans certains domaines de tension. Néanmoins, comme dans le montage monophasé à deux circuits bouchons, le développement de l'oscillation paramétrique conduit souvent à des phénomènes plus complexes : régimes troublés dans lesquels l'anomalie ne présente aucune périodicité ou phénomènes de battements dans lesquels son amplitude varie à une fréquence relativement basse par rapport à celle de la source.

1°) Anomalies stables -

Pour une valeur $C = 25,3 \mu \text{ F}$ de la capacité par bobine, l'augmentation progressive de la tension d'essai conduit d'abord à un régime troublé. La mise en service de la résistance de charge $R = 14 \Omega$ reliée aux bornes extrêmes des trois enroulements secondaires de 20 spires associés en triangle se traduit par un amortissement qui stabilise l'anomalie en jeu dans ce domaine de tension.

Les oscillogrammes n° 9-12, 10-12 et 11-12 sont relatifs à la même tension d'essai ($U = 61,5 \text{ V}$).

Le n° 9-12 concerne le montage sans condensateurs ; pour cette tension correspondant à une faible saturation des bobines, le terme homopolaire Δv est quasi sinusoïdal. L'oscillogramme n° 10-12 montre la réduction de ce terme homopolaire quand on introduit les capacités et la résistance de charge. Il caractérise le régime "normal" du montage alors que dans l'oscillogramme n° 11-12 la composante homopolaire de tension, qui est apparue pour une très légère augmentation de la tension d'essai, peut être considérée comme formée, en majeure partie, d'une anomalie du premier ordre en régime stable.

Par élévation progressive de la tension d'essai, cette anomalie du premier ordre prend progressivement l'aspect de l'oscillogramme n° 12-12 enregistré pour $U = 78 \text{ V}$.

Les oscillogrammes n° 13, 14 et 15-12 représentent pour le même montage amorti les anomalies d'ordre 3, 5 et 7 observées pour des tensions plus élevées (80,5, 84,5 et 87 V).

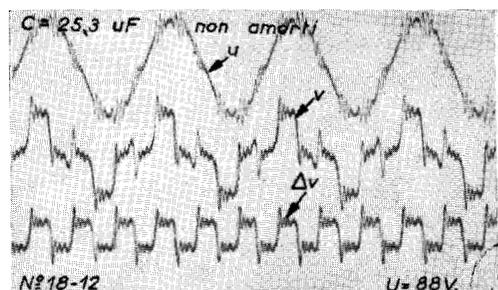
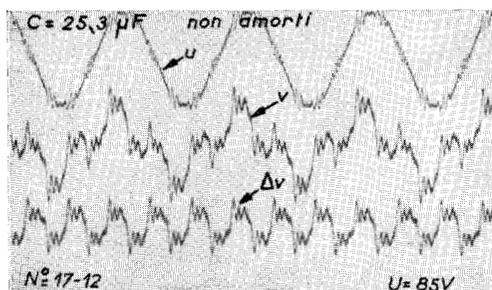
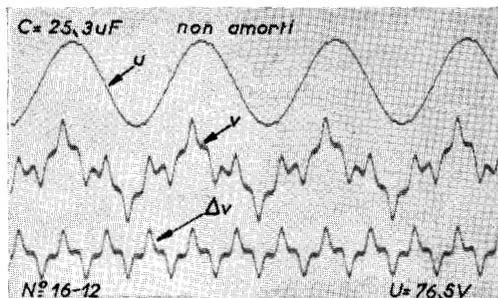
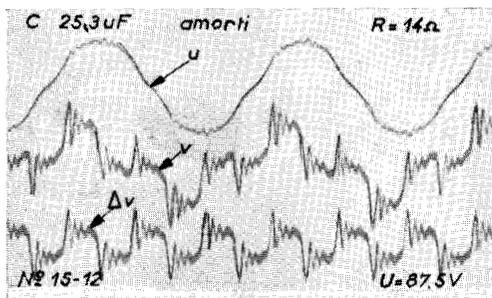
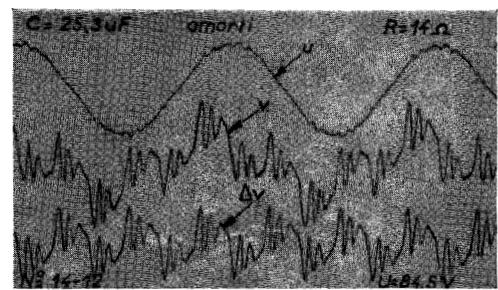
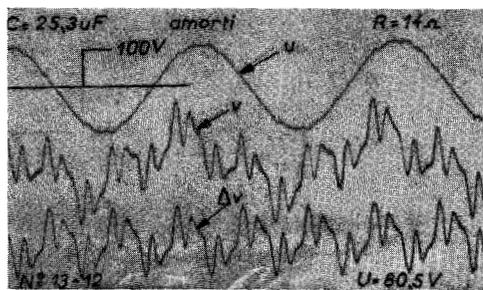
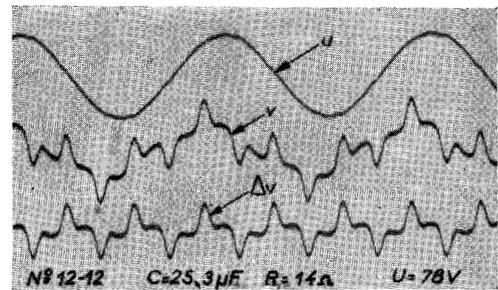
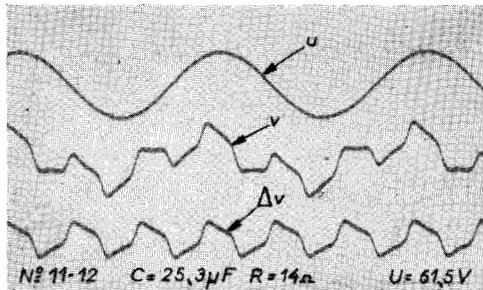
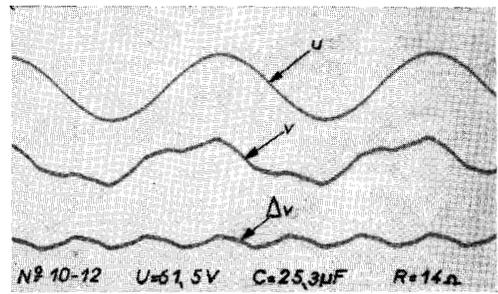
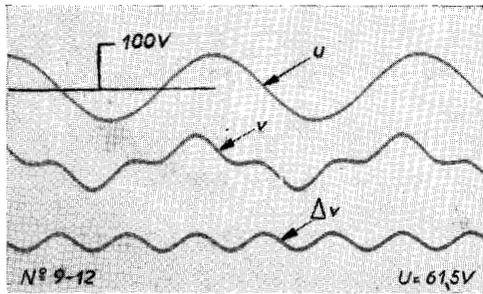
Un amortissement suffisant permet ainsi de stabiliser les anomalies de divers ordres ; les unes peuvent d'ailleurs se présenter en régime stable pour le circuit non amorti tout au moins dans une partie de leur domaine d'existence ; les oscillogrammes n° 16-12 ($U = 76,5$), 17-12 ($U = 85 \text{ V}$) et 18-12 ($U = 88 \text{ V}$) représentent respectivement des anomalies d'ordres 1,5 et 7 comparables à celles des oscillogrammes 12, 14 et 15-12.

2°) Régimes troublés -

Pour un montage non amorti, l'obtention des anomalies en régime stable reste néanmoins exceptionnel. Le développement des oscillations paramétriques conduit généralement à des régimes troublés dans lesquels n'apparaît aucune périodicité. L'oscillogramme n° 19-12 concerne le circuit non amorti ($U=62 \text{ V}$, $C = 25,3 \mu\text{F}$) ; on y trouve le terme homopolaire de tension Δv , la tension composée u et les tensions par bobine v_1 , v_2 et v_3 .

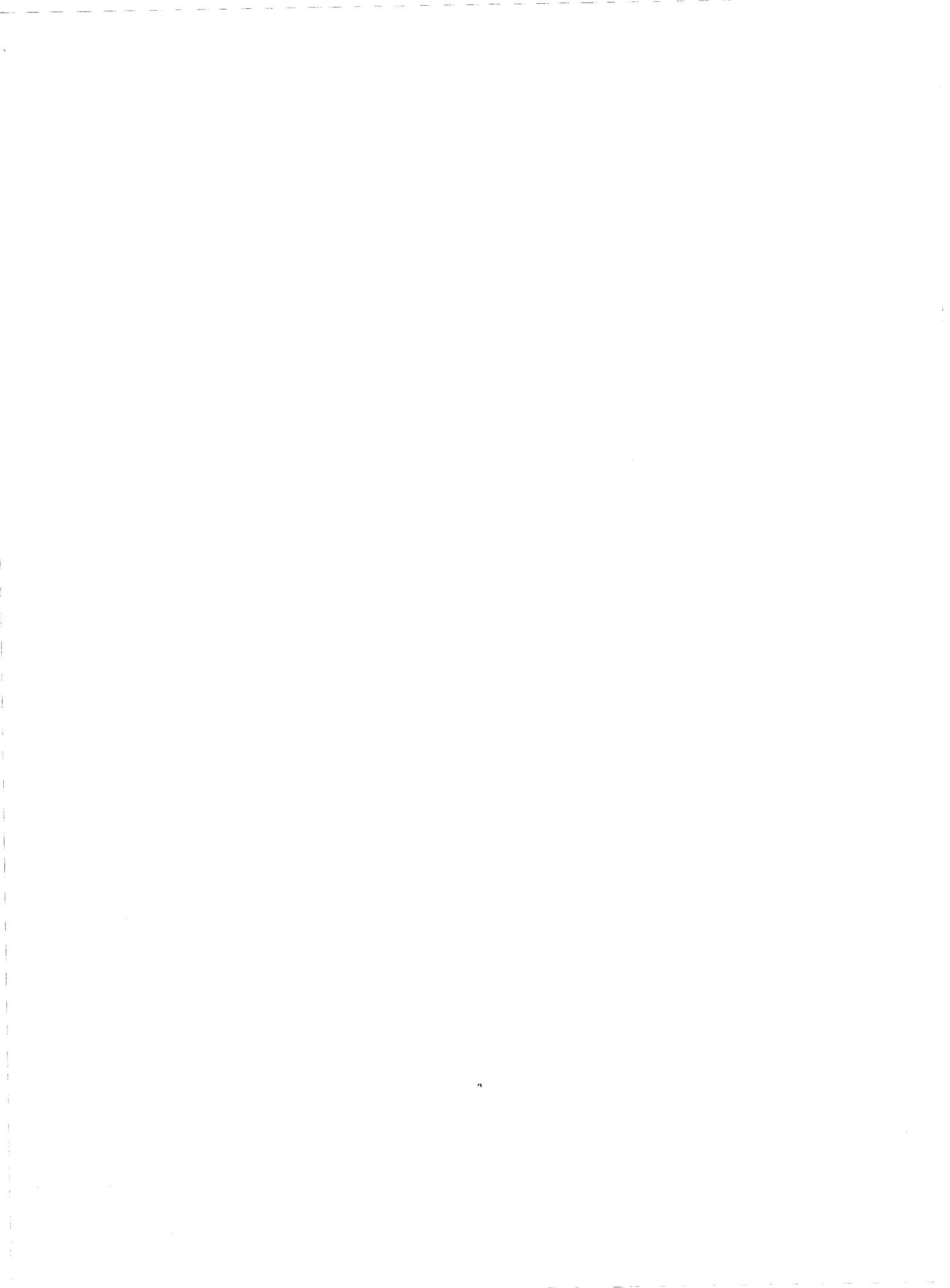
Les oscillogrammes n° 20 et 21-12 enregistrés dans les mêmes conditions précisent quelques aspects de ce régime troublé ; en comptant le nombre d'alternances superposées, par sixième de période, au terme homopolaire du fonctionnement normal,

MONTAGE TRIPHASE

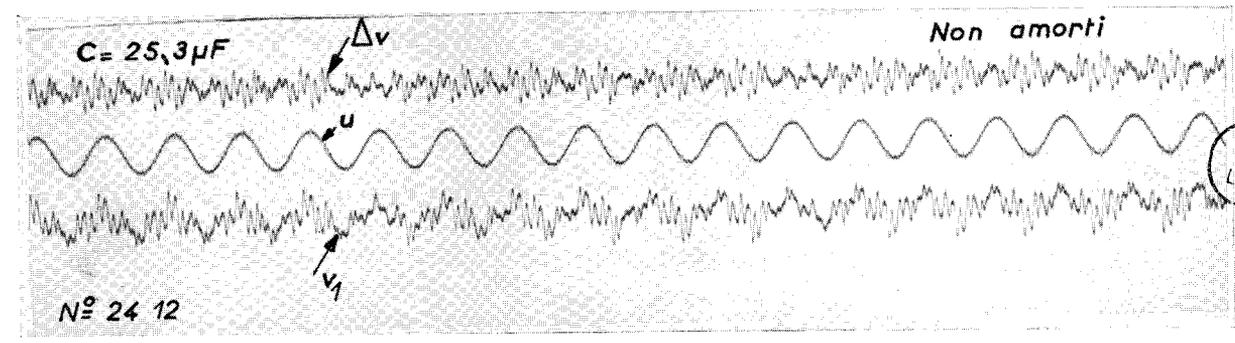
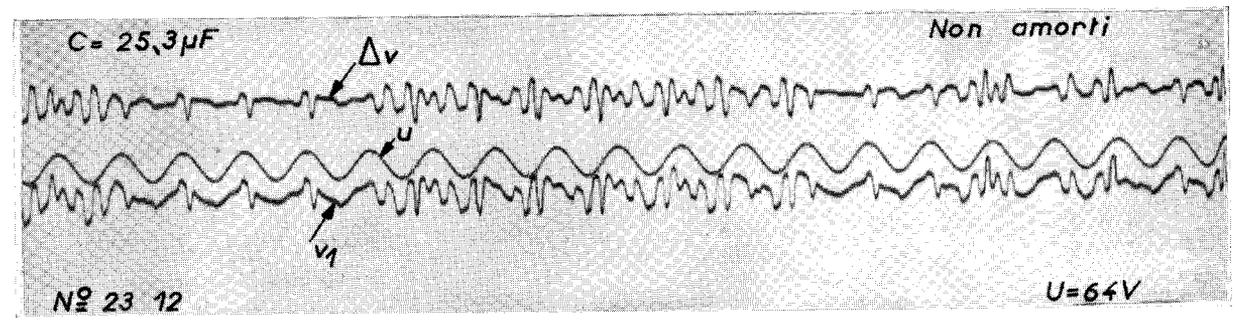
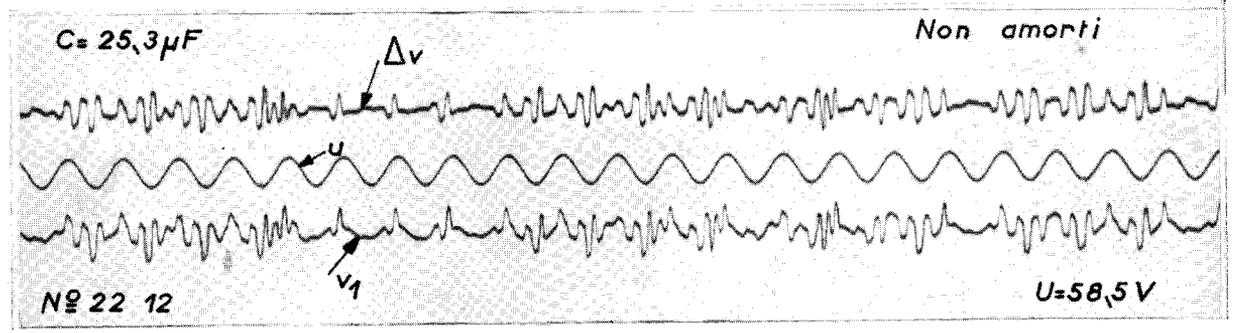
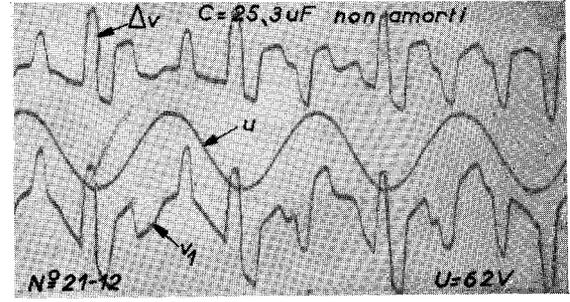
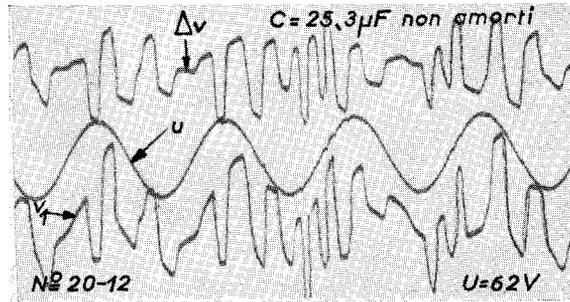
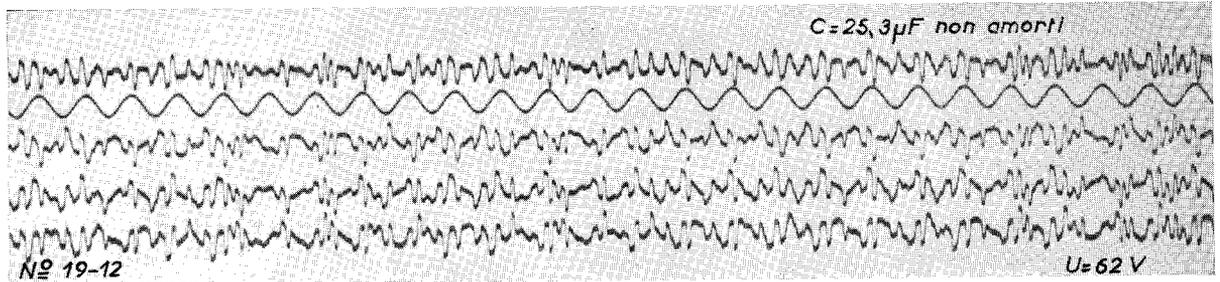


Anomalies stables avec amortissement (11 à 15) et sans amortissement : 16 à 18.
 Sans condensateur : 9 — Régime normal avec capacités et résistance de charge : 10.

P. 15
1977



MONTAGE TRIPHASE



ELS
LILLE

Régime troublé sans amortissement : 19 à 24.



on y trouve une succession désordonnée d'anomalies d'ordres 1, 2 et 3. Les oscillogrammes n° 22, 23 et 24-12 se rapportent aussi à des régimes troublés du circuit non amorti ; ils montrent l'évolution de Δv , u et v_1 pour des tensions d'essai respectives :

$$U = 58,5 \text{ V} , \quad U = 64 \text{ V} \quad \text{et} \quad U = 78,9 \text{ V} .$$

3') Régimes à variations régulières -

On observe fréquemment des phénomènes intermédiaires entre les régimes troublés et les formes stables de l'anomalie ; celle-ci présente alors des déformations qui se répètent avec une assez bonne régularité. Les oscillogrammes n° 25, 26 et 27-12 se succèdent dans le même enregistrement ($U = 61,5 \text{ V}$, $C = 25,3 \mu\text{F}$, $R = 21,6 \Omega$) et concernent l'un de ces phénomènes de battement intéressant l'anomalie du premier ordre. On observera en particulier que le terme homopolaire Δv reprend, au début de l'oscillogramme n°26, les formes d'onde qu'il avait - $(27 + \frac{1}{3})$ périodes plus tôt - au début de l'oscillogramme n°25. Les tensions par bobine v_1 , v_2 et v_3 reprennent aussi les mêmes formes d'onde mais le déphasage subi par le terme homopolaire amène une permutation circulaire des rôles de chaque bobine ; les formes d'onde de v_1 au cours de l'oscillogramme n°25 sont adoptées par v_2 au cours de l'oscillogramme n°26 alors que celles de v_2 sont prises par v_3 et que celles de cette dernière se retrouvent dans la tension v_1 .

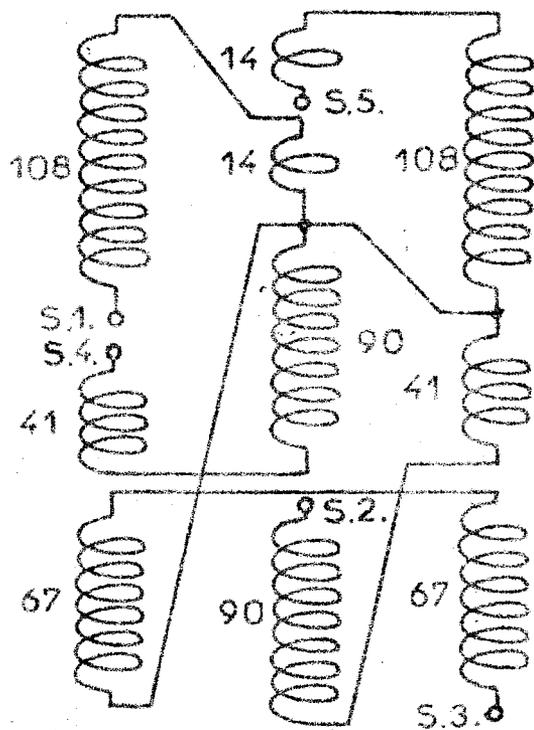
De la même façon, le terme homopolaire reprend au début de l'oscillogramme n°27 les formes d'onde qu'il avait - $(27 + \frac{1}{3})$ périodes plus tôt - au début de l'oscillogramme n°26 et l'on observe une nouvelle permutation des rôles des 3 bobines.

Les oscillogrammes n° 30, 31 et 32-12 enregistrés dans les mêmes conditions présentent à plus grande échelle, trois formes identiques du terme homopolaire Δv se plaçant différemment par rapport à la tension composée u ; il en résulte trois aspects différents de la tension v_1 aux bornes d'une même bobine.

L'influence de l'amortissement sur le comportement du montage est mise en évidence par la comparaison des oscillogrammes n° 27, 28 et 29-12 qui correspondent pratiquement à la même tension d'essai ($U = 61,5 \text{ V}$ ou 62 V) ; on y remarque que le régime troublé obtenu sans amortissement (oscillogramme n° 28 - 12) fait place au phénomène de battement (oscillogramme n° 27 -12) dès qu'on introduit un certain amortissement ($R = 21,6 \Omega$) ; l'augmentation de celui-ci ($R = 9 \Omega$) stabilise l'anomalie (oscillogramme n° 29 - 12).

Un autre exemple de battements intéressant encore l'anomalie du 1er ordre est donné pour une tension d'essai plus élevée ($U = 73 \text{ V}$, $C = 25,3 \mu\text{F}$, $R = 14 \Omega$) par les oscillogrammes n° 34, 35 et 36-12 ; sur l'oscillogramme n° 33-12 la stabilisation est obtenue par un amortissement plus grand ($R = 9 \Omega$).

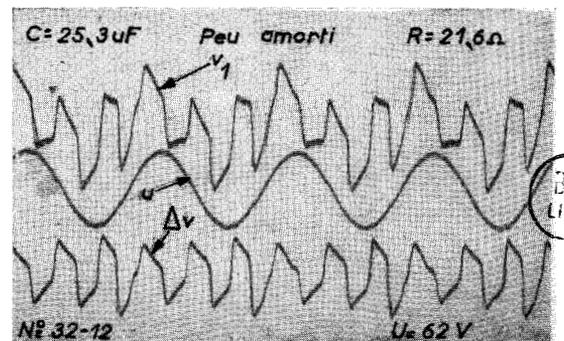
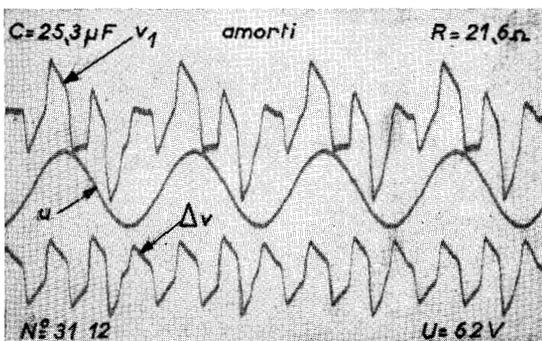
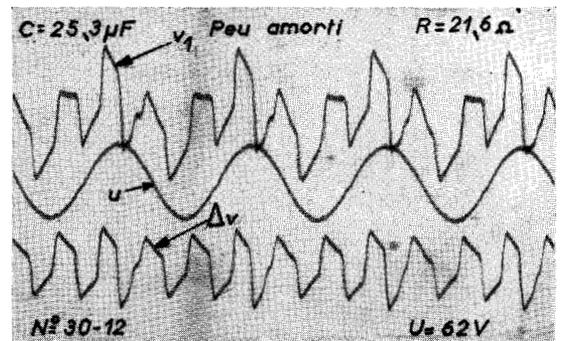
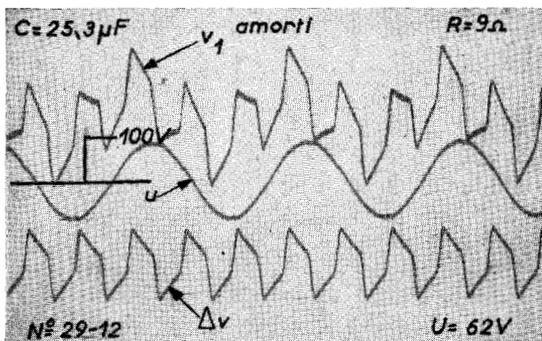
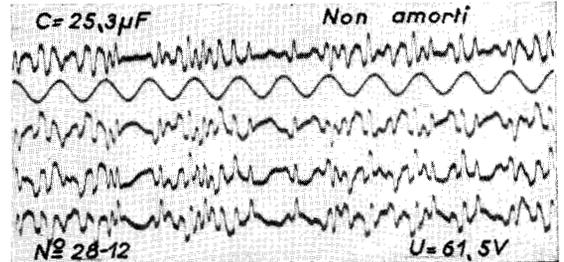
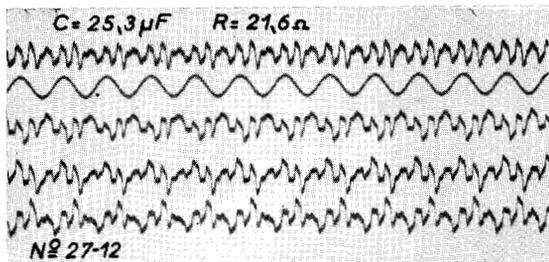
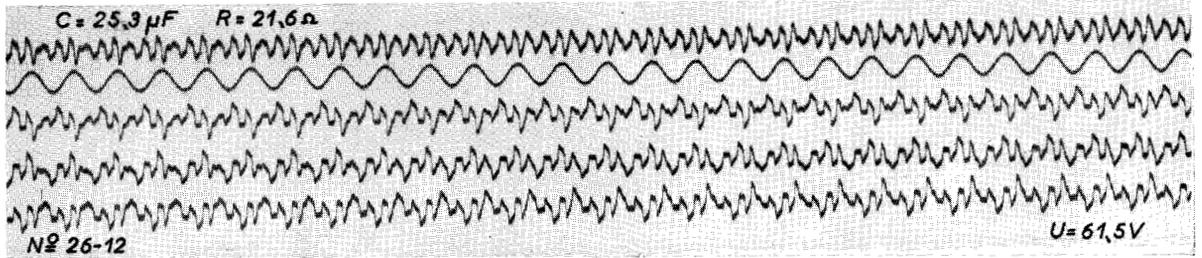
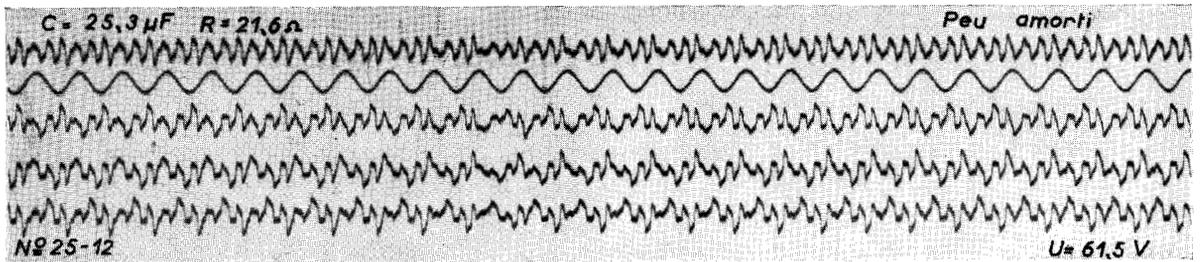
D - MONTAGE PENTAPHASE SANS CONDENSATEURS -



Une étude analogue à celle présentée pour le montage triphasé sans condensateur (oscillogrammes n°1 à 4-12) a été faite pour un montage pentaphasé utilisant de même des bobines M 6 X dont les deux enroulements de 100 spires étaient associés en série. Le système de tensions pentaphasé est obtenu à partir du réseau triphasé par l'intermédiaire d'un régulateur d'induction alimentant, sous tension réglable, un transformateur dont les enroulements secondaires possèdent le nombre de spires convenant à l'obtention du pentaphasé (Fig. 2-12)

Fig 2-12 Disposition sur les 3 noyaux des enroulements du secondaire pentaphasé

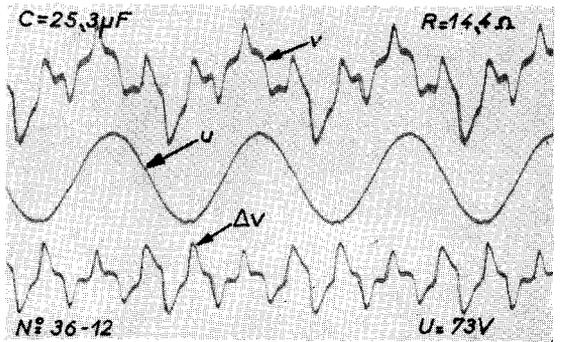
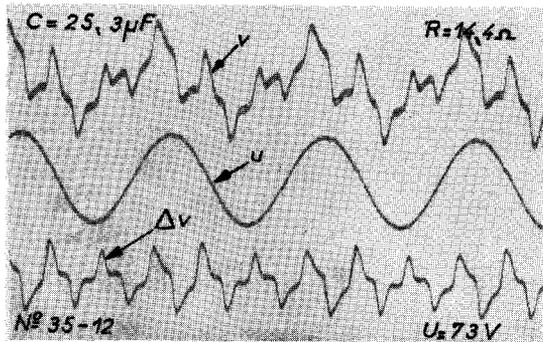
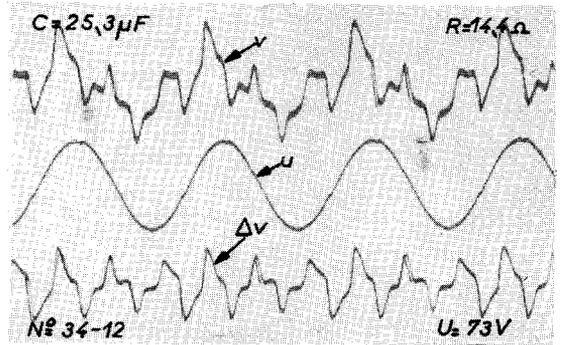
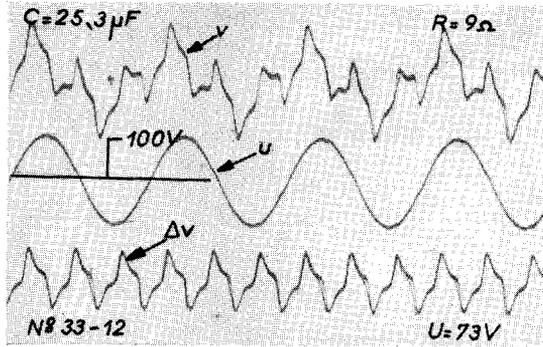
MONTAGE TRIPHASE



BUS LILLE

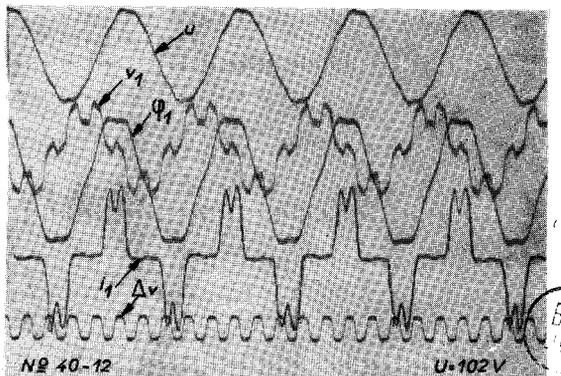
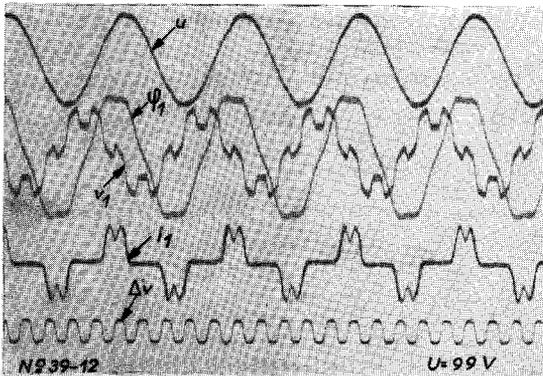
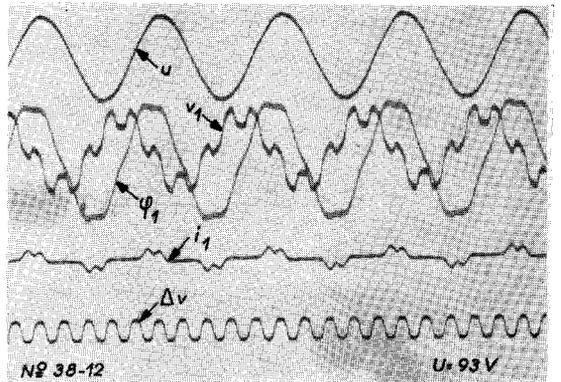
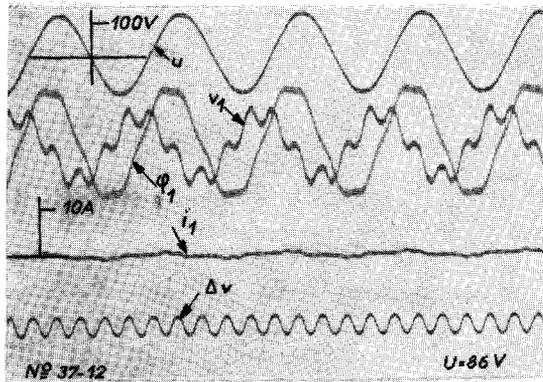
Variations régulières (faible amortissement) : 25 à 27 et 30 à 32.
 Anomalie du 1^{er} ordre stabilisée par un amortissement suffisant : 29.
 Régime troublé (sans amortissement) : 28.

MONTAGE TRIPHASE



Anomalie du 1^{er} ordre stabilisée par un amortissement suffisant : 33.
 Variations régulières (faible amortissement) : 34 à 36.

MONTAGE PENTAPHASE

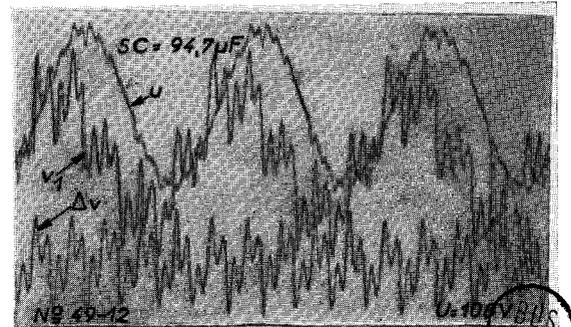
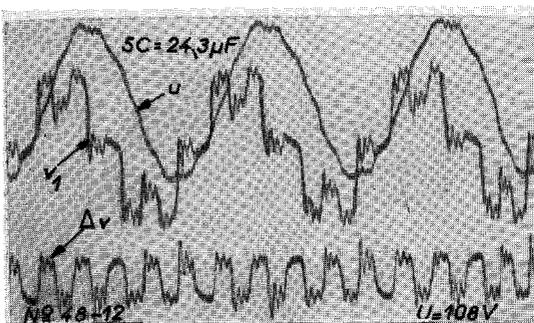
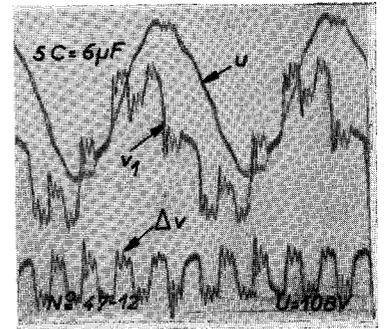
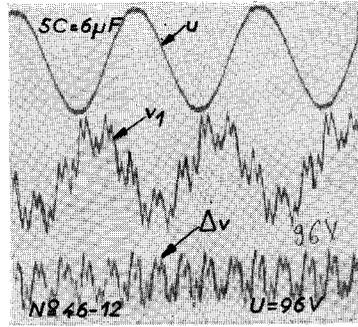
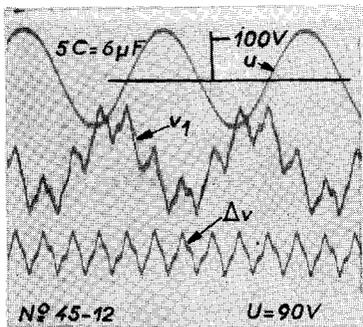
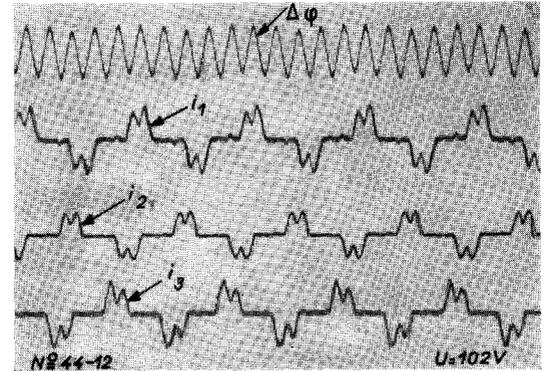
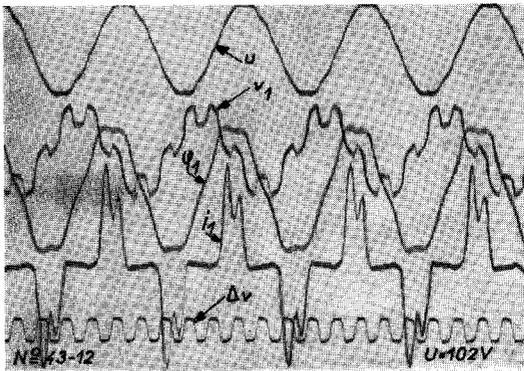
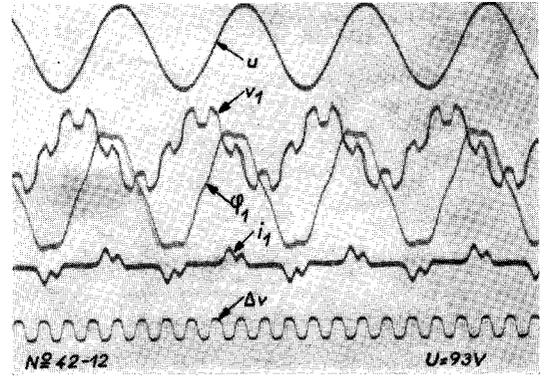
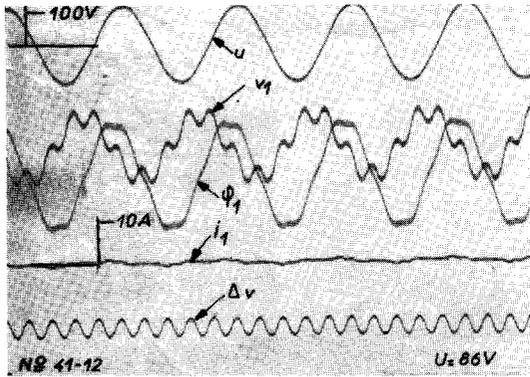


Sans condensateur : 37 à 40





MONTAGE PENTAPHASE



Sans condensateur : 41 à 44 — Montage ferrorésonnant : 45 à 49.



Les oscillogrammes n° 37 à 40-12 correspondent à des tensions d'essai croissantes ayant pour valeurs respectives : 86 , 93 , 99 et 102 V. Nous retrouvons pour des saturations suffisantes, des formes d'onde rappelant nettement celles que nous avons prédéterminées au chapitre précédent (Fig. n°9, 10 et 11-11).

Les oscillogrammes n° 41 , 42 et 43-12 sont enregistrés dans des conditions identiques, pour des tensions de 86 , 93 et 102 V, mais avec permutation des bobines ; on obtient ainsi une "compensation" moins favorable des légères dissymétries présentées tant par la source que par le montage et les formes d'onde sont altérées ; ceci est particulièrement visible pour l'oscillogramme du courant dont les deux impulsions prennent des valeurs nettement différentes.

L'oscillogramme n° 44-12 représente les variations du flux homopolaire $\Delta \varphi$ et des courants dans les bobines n°1, 2 et 3 (U = 102 V). On notera la bonne identité des impulsions du courant i_2 alors que celles des courants i_1 et i_3 présentent des différences notables ; les observations du paragraphe précédent montrent que ces différences résultent de l'impossibilité d'obtenir une symétrie parfaite du montage.

E - MONTAGE PENTAPHASE AVEC CAPACITE : REGIMES STABLES -

Les tensions pentaphasées ne sont guère utilisées, et je me suis donc borné à une étude sommaire ayant pour seul objectif de retrouver pour ce montage la succession des anomalies de divers ordres que mon interprétation fait prévoir. Mes expériences n'ont mis en jeu que des capacités assez faibles ; d'autre part, les variations de l'inductance équivalente deviennent relativement moins accusées quand le nombre de phases augmente, ce qui se traduit par un moindre développement des oscillations paramétriques qui conduisent moins facilement aux régimes troublés ; en conséquence, je n'ai observé pour ce montage que des anomalies en régime stable.

Pour éviter l'obligation de donner exactement la même valeur C aux capacités mises en parallèle sur les 5 bobines, les vérifications expérimentales ont été effectuées sur le montage équivalent (fig. 2-12), obtenu en reliant le neutre des

bobines à celui du transformateur par une capacité $5 C$.

Les oscillogrammes n° 45-12, 46-12 et 47-12 montrent - pour $5 C = 6 \mu F$ - les variations de la tension composée u , de la tension v_1 aux bornes d'une bobine et du terme homopolaire Δv . Si on les compare à ceux du montage sans condensateurs, on y observe des anomalies dont le numéro d'ordre croît avec la tension d'essai ; on obtient ainsi, en régime stable, les anomalies du 1er ordre ($U = 90 V$), du 3e ordre ($U = 96 V$) et du 5e ordre ($U = 102 V$).

L'oscillogramme n° 48-12 ($U = 108 V$) est à rapprocher du n° 47-12 ; on voit qu'une anomalie d'un ordre donné est obtenue avec une tension plus élevée quand la capacité est plus importante ($5 C = 25,3 \mu F$ entre les neutres).

Par ailleurs, la comparaison des oscillogrammes n° 48 et 49-12 ($U = 108 V$, $5 C = 94,7 \mu F$) montre que - pour la même tension - une anomalie d'ordre moins élevé est obtenue pour une capacité plus grande.

RESUME et CONCLUSIONS

- : - : - : - : - : -

L'objet initial de cette thèse était l'étude des divers régimes susceptibles de prendre naissance dans les circuits ferrorésonnants polyphasés. Toutefois, mes essais préliminaires sur le circuit monophasé à deux circuits bouchons en série m'ont incité à donner une certaine importance à ce montage : malgré sa simplicité, il renferme en effet l'essentiel du problème.

J'en étudie d'abord les caractéristiques tension-courant (Chapitre II) qui montrent la complexité des phénomènes ; on en retiendra surtout que ces caractéristiques ne peuvent qu'être le support d'une description sommaire limitée au domaine de la ferrorésonance fondamentale et, par conséquent, incapables de fournir une vue d'ensemble. Elles sont d'ailleurs très différentes de celles que l'on déterminerait en assimilant toutes les tensions mises en jeu à des grandeurs sinusoïdales, et qui ne sauraient donc être utilement considérées pour la prévision de régimes anormaux.

La succession d'anomalies de divers ordres, mise en évidence au Chapitre II, a été décrite en 1957 (B 12) et ces phénomènes ont été interprétés au Chapitre III en utilisant la méthode matricielle (B 13). Les résultats expérimentaux ont vérifié l'hypothèse initiale suivant laquelle la loi de variations de l'inductance du régime normal restait valable à la naissance des anomalies et permettait donc de déterminer les limites de leurs domaines d'apparition.

Au Chapitre IV sont justifiées les formes d'onde que l'on observe en régime stable sur les oscillogrammes enregistrés.

(1) La lettre B, suivie d'un numéro d'ordre renvoie aux références bibliographiques.

Au Chapitre VI la représentation de l'anomalie par un vecteur tournant (B 17) est une image qui interprète simplement la succession des divers ordres liés à la vitesse de rotation de ce vecteur ; elle permet aussi leur prédétermination pour une caractéristique réelle alors que divers auteurs se limitent aux caractéristiques théoriques données par une expression du 3ème degré :

$$i = a_1 \varphi + a_3 \varphi^3$$

qui convient à leur calcul, mais ne correspond guère aux matériaux réels (B 10).

Ce mode de raisonnement donne en outre l'interprétation de l'irréversibilité de l'apparition des anomalies sous tension croissante et leur réversibilité sous tension décroissante.

Les résultats de ce premier montage sont reliés par la suite aux phénomènes susceptibles de se produire dans d'autres circuits ; le Chapitre VII les transpose aux montages en étoile à nombre pair de phases (B 14) et interprète en partie les faits expérimentaux (Chapitre VIII).

Pour un nombre impair de phases, les formes des tensions étoilées d'un montage sans condensateurs sont prévues par une construction élémentaire (Chapitre XI) ; l'adjonction des condensateurs superpose à ces tensions les anomalies du montage monophasé et les oscillogrammes (Chapitre XII) sont en accord avec ces considérations (B 15).

J'étudie aussi le circuit série dont E.ROUELLE a fait une expérimentation très complète (B 5) ; les formes d'onde prévisibles avec une caractéristique schématisée sont précisées au Chapitre IX afin de montrer que les résultats du montage à deux circuits bouchons en éclairent aussi le comportement : l'instabilité du régime à moyen courant correspond au développement de l'anomalie du 1er ordre, alors que celle du 2ème ordre est responsable de l'apparition d'harmoniques pairs et de la "bosse" de la caractéristique tension-courant.

Je ne m'intéresse qu'accessoirement à la démultiplication de fréquence dont R.DEHORS a étudié certains aspects (B 7) ; mon seul but est de relier ces phénomènes au régime fondamental et de mettre en évidence le rôle analogue qu'y jouent les anomalies d'ordres 1 et 2.

De nombreux points mériteraient d'être éclaircis. Pour le montage tétraphasé, je me suis limité aux phénomènes qui se raccordaient indiscutablement à mes prévisions. D'autres régimes ont été simplement cités, peut-être particuliers au montage tétraphasé, et qui demanderaient une étude complémentaire.

Enfin, si pour les divers circuits, mes considérations justifient l'instabilité du fonctionnement normal et permettent de prédéterminer les limites des domaines d'apparition des anomalies, elles n'interprètent leurs formes d'onde qu'à leur naissance et ne préjugent pas du régime final vers lequel évolue le montage (régime stable, battements ou régime troublé).

J'espère que ces difficultés seront levées avec l'aide du calcul numérique et du calcul analogique suivant une méthode d'étude des problèmes non linéaires (B 16), dont le principe est donné en Annexe et qui s'est d'ailleurs révélée applicable à d'autres problèmes (B 18 et B 19).

The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions. It emphasizes that every entry should be supported by a valid receipt or invoice. This ensures transparency and allows for easy verification of the data. The second part of the document outlines the procedures for handling discrepancies. It states that any variance between the recorded amounts and the actual amounts should be investigated immediately. The third part of the document provides a detailed breakdown of the financial data for the period covered. It includes a table showing the total revenue, expenses, and net profit for each month. The final part of the document concludes with a summary of the overall financial performance and a recommendation for future actions.

The following table provides a detailed breakdown of the financial data for the period covered. It includes a table showing the total revenue, expenses, and net profit for each month. The data is as follows:

Month	Revenue	Expenses	Net Profit
January	1000	600	400
February	1200	700	500
March	1500	800	700
April	1800	900	900
May	2000	1000	1000
June	2200	1100	1100
July	2500	1200	1300
August	2800	1300	1500
September	3000	1400	1600
October	3200	1500	1700
November	3500	1600	1900
December	3800	1700	2100
Total	25000	15000	10000

The data shows a steady increase in revenue over the period, with a corresponding increase in expenses. The net profit has also increased significantly, indicating a strong performance. The following table provides a detailed breakdown of the financial data for the period covered. It includes a table showing the total revenue, expenses, and net profit for each month. The data is as follows:

Month	Revenue	Expenses	Net Profit
January	1000	600	400
February	1200	700	500
March	1500	800	700
April	1800	900	900
May	2000	1000	1000
June	2200	1100	1100
July	2500	1200	1300
August	2800	1300	1500
September	3000	1400	1600
October	3200	1500	1700
November	3500	1600	1900
December	3800	1700	2100
Total	25000	15000	10000

The data shows a steady increase in revenue over the period, with a corresponding increase in expenses. The net profit has also increased significantly, indicating a strong performance. The following table provides a detailed breakdown of the financial data for the period covered. It includes a table showing the total revenue, expenses, and net profit for each month. The data is as follows:

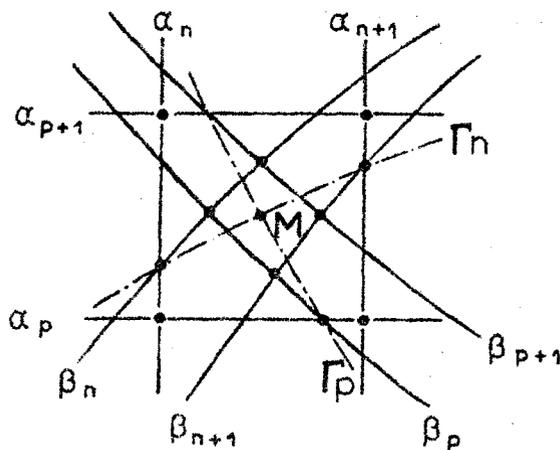
Month	Revenue	Expenses	Net Profit
January	1000	600	400
February	1200	700	500
March	1500	800	700
April	1800	900	900
May	2000	1000	1000
June	2200	1100	1100
July	2500	1200	1300
August	2800	1300	1500
September	3000	1400	1600
October	3200	1500	1700
November	3500	1600	1900
December	3800	1700	2100
Total	25000	15000	10000

ANNEXE

Sur une méthode d'étude de problèmes non linéaires (B 16)

Soit une grandeur d'entrée de forme quelconque, de période T , appliquée à un système présentant une non-linéarité et dont l'état à un instant donné peut être caractérisé par les valeurs de deux grandeurs x et y ; c'est d'une façon générale le cas d'un système régi par une équation du second ordre.

Faisant varier les conditions initiales (x_0, y_0) par échelons d'amplitudes constantes X et Y , nous définissons un quadrillage rectiligne composé



Exemple de solution permanente stable.

d'un système α_n , de droites correspondant à une même valeur nX de x_0 , et d'un système α_p , dont chaque droite correspond à une même valeur pY de y_0 .

La grandeur d'entrée étant supposée toujours appliquée au même instant de sa période, nous retrouverons à l'instant T un quadrillage curviligne, composé de courbes β_n et β_p ; une courbe β_n groupe les points de coordonnées (x_T, y_T) provenant des points initiaux d'abscisse $x_0 = nX$; de même, une courbe β_p groupe les points correspondant aux points d'ordonnée initiale $y_0 = pY$. Les coordonnées (x_T, y_T) des points qui définissent ce quadrillage, se déduisent de (x_0, y_0) par un calcul analytique, si la forme de la grandeur d'entrée et la non-linéarité rendent ce calcul accessible, ou avec l'aide d'une calculatrice dans les cas plus complexes.

On peut en tirer les renseignements suivants :

1. *Comportement du système après l'application de la grandeur d'entrée.* — Les conditions initiales (x_0, y_0) définissent un point M_0 ; le quadrillage curviligne, que peut éventuellement compléter une interpolation, lui fait correspondre le point M_1 à l'instant T , M_2 à l'instant $2T$, etc.

La succession des points M_0, M_1, M_2, \dots peut se présenter de diverses manières :

a. Elle conduit vers un point de régime permanent stable M .

b. Elle ne converge pas vers un point, mais finit par se placer sur une courbe fermée dont un cycle complet est ensuite décrit en un certain nombre de périodes T : c'est le cas des phénomènes de démultiplication de fréquence ou de battement.

c. Elle se continue indéfiniment sans convergence, ni périodicité, ce qui se traduit physiquement par l'obtention d'un régime « troublé ».

On peut donc préciser le comportement du circuit, après l'application de la grandeur d'entrée, et déterminer, dans le cas où plusieurs régimes sont possibles, les domaines pour lesquels les conditions initiales conduiront à l'un ou à l'autre de ces régimes. La détermination de ces domaines suppose que la grandeur d'entrée est appliquée à l'instant de sa période que nous avons adopté pour déterminer le quadrillage rectiligne, mais cette restriction ne concerne visiblement pas les autres conclusions.

2. *Détermination des régimes permanents vérifiant l'équation du circuit.* — Considérons, d'une part le lieu Γ_n des intersections N_n de toute droite α_n avec la courbe β_n de même indice et, d'autre part, le lieu Γ_p des intersections P_p des droites α_p avec les courbes β_p . Soit M un point commun à Γ_n et Γ_p ; si le point M_0 , de coordonnées initiales (x_0, y_0) , est en M , son correspondant, de coordonnées (x_T, y_T) à la fin de la période T , doit se trouver à la fois sur les deux courbes β_n et β_p passant par M ; il est donc, comme M_0 , confondu avec le point M dont les coordonnées représentent alors les valeurs des grandeurs caractéristiques (x, y) au début de chaque période, dans un régime permanent vérifiant l'équation du circuit. Si l'on adopte ces coordonnées comme grandeurs initiales (x_0, y_0) , le régime permanent s'établit sans terme transitoire, dès l'application de la grandeur d'entrée.

3. *Stabilité des solutions permanentes.* — Si le quadrilatère curviligne, formé par les courbes β entourant le point M , est à l'intérieur du carré délimité par les droites correspondantes, ce point M se rapporte à un régime stable.

(*) Séance du 14 février 1966.

(Laboratoire d'Électrotechnique, Institut Électromécanique,
14, boulevard Louis-XIV, Lille, Nord.)

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- : - : - : - : - : - : - : - :

- 1 - C.T. WELLER : "Experiences with grounded neutral Y - Connected potential transformers on ungrounded systems"- Transactions , A.I.E.E., Mars 1931, p.299-316.
- 2 - BOYAJIAN and O.P. Mc CARTY : "Physical nature of neutral instability"- Transactions A.I.E.E., Mars 1931, p.317-327.
- 3 - C.W. LAPIERRE : "Theory of abnormal line to neutral transformers voltages" - Transactions A.I.E.E., Mars 1931, p.328-342.
- 4 - F. NOETHER : "Au sujet des bobines d'extinction d'arcs à la terre" - Electrotech. Z., Décembre 1921, p.1478-1482 - Résumé dans la R.G.E., 6 Mai 1922, t. XI, p.142 D.
- 5 - E. ROUELLE : "Contribution à l'étude expérimentale de la ferrorésonance" - Thèse Lille 1934.
- 6 - E. ROUELLE : "Relaxation, synchronisation et démultiplication de fréquence" - Participation à la Semaine de discussion de Novembre 1937 de la S.F.E. - Bulletin S.F.E., Mars 1938, p.230-240 - Discussion du rapport de Y. ROCARD.
- 7 - R. DEHORS : "Contribution à l'étude de la démultiplication de fréquence" - Thèse Lille 1946.
- 8 - L.A. PIPES : "Matrix analysis of linear time-varying circuits" - Trans. Inst. Radio Engrs. 1953, n°2, p.91-105.
- 9 - T. CHOLEWICKI : "Oscillations dans un circuit formé d'une inductance non linéaire et d'un condensateur" - Archiwum Elektrotechniki 1960, p.405-426.
- 10 - C. HAYASHI : "Higher harmonic oscillations in non linear forced systems" - Colloque International du C.N.R.S. sur

les vibrations forcées dans les systèmes non linéaires -
Marseille, du 7 au 12 Septembre 1964, p.267-285.

- 11 - M. POLOUJADOFF : "Application de deux théorèmes de calcul matriciel à des problèmes d'Electrotechnique" - B.S.F.E., Juin 1964, p.387.
- M. PANET : Comptes-rendus à l'Académie des Sciences :
- 12 - "Sur l'apparition de régimes anormaux dans certains circuits ferrorésonnants" - 19 Août 1957.
- 13 - "Sur les limites des domaines de stabilité du régime normal de certains circuits ferrorésonnants" - 6 Janvier 1958.
- 14 - "Sur les régimes anormaux de certains circuits ferrorésonnants polyphasés d'ordre pair" - 30 Novembre 1959.
- 15 - "Sur les fonctionnements des bobines à noyau de fer couplées en étoile à neutre isolé sur un réseau polyphasé d'ordre impair" - 17 Décembre 1962.
- 16 - "Sur une méthode d'étude de problèmes non linéaires" - 28 Février 1966.
- 17 - "Sur la prédétermination des domaines d'apparition de certaines oscillations paramétriques" - 18 Avril 1966.
- 18 - "Sur la détermination graphique des trajectoires de phase d'un système échantillonné linéaire" - 21 Mars 1966.
- 19 - M. PANET, F. LAURENT et L. POVY : "Sur la détermination graphique des trajectoires de phase d'un système échantillonné non linéaire" - C.R.Acad. Sc. , 21 Mars 1966.
- 20 - I. GUMOWSKI et C. MIRA : "Détermination graphique de la frontière de stabilité d'un point d'équilibre d'une récurrence non linéaire du deuxième ordre à variables réelles" - Electronics Letters, Juillet 1966, Vol.2, n°7, p.239-241.

TABLE DES MATIERES

- : - : - : - : -

	Pages
<u>INTRODUCTION</u> -	1
<u>CHAPITRE I</u> - Chaînes de circuits bouchons ferro-résonnants.	4
<u>CHAPITRE II</u> - Montage monophasé à deux circuits bouchons - Etude expérimentale.	13
<u>CHAPITRE III</u> - Interprétation théorique de l'instabilité du fonctionnement normal.	31
<u>CHAPITRE IV</u> - Mécanisme d'entretien des anomalies et justification des formes d'onde.	43
<u>CHAPITRE V</u> - Vérifications expérimentales complé- mentaires - Régimes troubles et battements.	49
<u>CHAPITRE VI</u> - Représentation vectorielle des anomalies.	55
<u>CHAPITRE VII</u> - Etude théorique des circuits polyphasés d'ordre pair.	71
<u>CHAPITRE VIII</u> - Etude expérimentale du montage tétraphasé.	77
<u>CHAPITRE IX</u> - Le circuit élémentaire série.	89
<u>CHAPITRE X</u> - Etude oscillographique du circuit série.	107

	Pages
<u>CHAPITRE XI</u> - Circuits polyphasés d'ordre impair.	113
<u>CHAPITRE XII</u> - Etude expérimentale des circuits polyphasés d'ordre impair.	125
<u>RESUME et CONCLUSIONS</u> -	145
<u>ANNEXE</u> : "Sur une méthode d'études de problèmes non linéaires".	149
<u>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES</u> -	151

- : - : -

