

N° d'ordre 78

50 376
1967
38

50.376
1967
38

THÈSES

présentées

à la Faculté des Sciences de l'Université de Lille

pour l'obtention du grade de

Docteur-Ingénieur

par

Michel BOURTON

Ingénieur I. D. N.

1^{re} THÈSE : Etude et réalisation d'un asservissement discret non linéaire à modulation de fréquence des impulsions.

2^e THÈSE : Proposition donnée par la Faculté.

*Soutenues le 21 Décembre 1967,
devant la Commission d'Examen*

MM DEHORS

Président

VIDAL

LEBRUN

PANET

Examinateurs



UNIVERSITE DE LILLE

FACULTE DES SCIENCES

DOYENS HONORAIRES :

MM. LEFEBVRE, PARREAU, TILLIEU

PROFESSEURS HONORAIRES :

MM. ARNOULT, BEGHIN, BROCHARD, CAU, CHAPELON, CHAUDRON, CORDONNIER,
DE HEUVELS, DEHORNE, DOLLE, FLEURY, GERMAIN, KAMPE DE FERIET,
KOURGANOFF, LAMOTTE, LELONG, M^{me} LELONG, MAZET, MICHEL, NORMANT,
PARISELLE, PASCAL, PAUTHENIER, ROIG, ROSEAU, ROUBINE, ROUELLE,
WIEMANN, ZAMANSKY

DOYEN :

M. DEFRETIN, Professeur de Biologie marine

ASSESSEURS :

MM. HEUBEL, Professeur de CHIMIE MINERALE

LEBRUN, Professeur de RADIO ELECTRICITE et ELECTRONIQUE.

PROFESSEURS TITULAIRES

M. BACCHUS Pierre	Astronomie et Calcul Numérique
M. BEAUFILS Jean Pierre	Chimie Générale
M. BONNEMAN Pierre	Chimie Industrielle
M. BONTE Antoine	Géologie Appliquée
M. BOUGHON Pierre	Mathématiques
M. BOURIQUET Robert	Botanique
M. CORSIN Pierre	Paléobotanique
M. DECUYPER Marcel	Mathématiques
M. DEFRETIN René	Laboratoire Biologique Maritime de WIMEREUX
M. DEHORS Roger	Physique Industrielle
M. DELATTRE Charles	Géologie Générale
M. DESCOMBES Roger	Mathématiques
M. DURCHON Maurice	Zoologie
M. FOURET René	Physique
M. GABILLARD Robert	Radio
M. GLACET Charles	Chimie Organique
M. HEUBEL Joseph	Chimie Minérale
M. HOCQUETTE Maurice	Botanique
M. LEBEGUE André	Botanique C.S.U AMIENS
M. MARION Ernest	Chimie C.S.U AMIENS
M. MARTINOT-LAGARDE André	Mécanique des Fluides
M. MONTREUIL Jean	Chimie Biologique
M. PEREZ Jean-Pierre	Physique
M. PHAM MAU QUAN	Mathématiques
Mme SCHWARTZ Marie- Hélène	Mathématiques
M. TILLIEU Jacques	Physique Théorique
M. TRIDOT Gabriel	Chimie Minérale Appliquée - E.N.S.C.L.
M. VIVIER Emile	Zoologie C.S.U AMIENS
M. WATERLOT Gérard	Géologie et Minéralogie
M. WERTHEIMER Raymond	Physique Générale

PROFESSEURS A TITRE PERSONNEL

M. DELEAU Paul	Géologie et Minéralogie
M. HEIM DE BALSAC Henri	Zoologie
M. LEBRUN André	Radioélectricité
M. LUCQUIN Michel	Chimie Physique - Département de Chimie
M. PARREAU Michel	Mathématiques
M. SAVARD Jean	Chimie Générale
M. SCHILTZ René	Physique

PROFESSEURS SANS CHAIRE

M. BECART Maurice	Physique
M. BLOCH Vincent	Psychophysiologie
M. BOUISSET Simon	Physiologie Animale
M. CELET Paul	Géologie Générale
M. CONSTANT Eugène	Radio
M. DELHEYE Michel	Chimie Physique et Minérale 1er Cycle
M. GONTIER Gérard	Mécanique des fluides
Mme LEBEGUE Georgette	Physique C.S.U. AMIENS
Mlle LENOBLE Jacqueline	Physique
M. LIEBAERT Robert	I.U.T.
M. LINDER Robert	Botanique
Mlle MARQUET Simone	Mathématiques
M. MENNESSIER Guy	Géologie C.S.U AMIENS
M. MONTARIOL Frédéric	Chimie Minérale Appliquée
M. MORIAEZ Michel	Physique
M. MOUVIER Gérard	Chimie SAINT QUENTIN
M. POUZET Pierre	Calcul Numérique
M. PROUVOST Jean	Géologie et Minéralogie
M. SCHALLER François	Zoologie
M. VAZART Bernard	Botanique AMIENS

PROFESSEURS ASSOCIES

M. DEDECKER Paul	Mathématiques
------------------	---------------

MAITRES DE CONFERENCES

=====

M. ATTELA Marc	Mathématiques APPLiquées
M. BELLET Jean	Physique
M. BENABOU Jean	Mathématiques
M. BILLARD Jean	Physique
M. BOILLET Pierre	Physique
M. BUI TRONG LIEU	Mathématiques
M. CHERRUAULT Yves	Mathématiques
M. CHEVALIER Alfred	Mathématiques C.S.U AMIENS
M. DERCOURT Jean Michel	Géologie et Minéralogie
M. DEVRAINNE Pierre	Chimie Minérale
Mme DIXMIER Suzanne	Mathématiques AMIENS
Mme DRAN Raymonde	Chimie Appliquée et de la Houille
M. GOUBMAND Pierre	Chimie Physique
M. GUILBAULT Pierre	Département de Biologie et Physiologie Animale.
M. GUILLAUME Jean	Botanique
M. HANGAN (associé)	Mathématiques
M. HENRY Lucien	Physique AMIENS
M. HERZ Jean-Claude	Calcul Numérique
M. HEYMAN Michel	Physique C.S.U. AMIENS
M. HUARD DE LA MARRE Pierre	Calcul Numérique
M. JOLY Robert	Zoologie C.S.U. AMIENS
M. LABLACHE-COMBIER Alain	Chimie Générale
M. LACOSTE Louis	Botanique
M. LAMBERT Gérard	Physique SAINT-QUENTIN
M. LANDAIS Jean	Chimie Organique
M. LEHMANN Daniel	Mathématiques
Mme LEHMANN Josiane	Mathématiques
M. LOUCHEUX Claude	Chimie
M. MAES Serge	Physique
M. METTETAL Christian	Zoologie AMIENS
M. MONTEL Marc	Physique C.S.U. VALENCIENNES
M. NGUYEN PHONG CHAU	Mathématiques SAINT-QUENTIN
M. PANET Marius	Electromécanique
M. PARSY Fernand	Mathématiques AMIENS
M. SAADA Georges	Physique

MAITRES DE CONFERENCES (Suite)

=====

M. SEGARD Emile

Chimie Biologique

M. TUDO Joseph

Chimie Minérale Appliquée C.S.U AMIENS

M. VAILLANT Jean

Mathématiques

M. VIDAL Pierre

Physique Industrielle

Mme ZINN-JUSTIN Nicole

Mathématiques

A MA FEMME

A MES PARENTS

avec toute mon affection

AVANT PROPOS

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué à l'institut électromécanique de l'Université de Lille.

C'est avec la plus grande bienveillance que Monsieur le Professeur DEHORS, Directeur de cet Institut, nous a permis d'effectuer nos recherches. Nous tenons à lui exprimer ici notre profonde gratitude pour l'intérêt qu'il nous a toujours témoigné et pour l'enseignement en profondeur qu'il a su nous dispenser.

Monsieur le Professeur DEHORS nous a grandement honoré en voulant bien accepter la Présidence de notre Jury et nous voudrions qu'il trouve ici l'expression de notre respectueux attachement.

Monsieur VIDAL, Maître de Conférences à la Faculté des Sciences de Lille, s'est intéressé de très près à nos recherches; ses conseils éclairés largement prodigués ont été à la source de bien des orientations de nos travaux. Nous déplorons que la faiblesse des mots ne nous permettent pas d'exprimer notre gratitude au Maître qui nous a formé toujours avec la même amicale bienveillance.

Nous remercions très vivement Monsieur le Professeur LEBRUN pour l'aide apportée à la correction de notre rédaction de thèse. Sa participation à notre commission d'examen nous honore grandement.

Nous exprimons notre reconnaissance à Monsieur PANET, Maître de Conférences, pour l'accueil bienveillant qu'il nous a toujours manifesté et pour l'intérêt qu'il a toujours porté à nos travaux. Il a bien voulu accepter de participer à notre jury de thèse. Nous lui en sommes reconnaissant.

Enfin nous tenons à rendre hommage à Messieurs SACRE et FLIPO, chercheurs à l'Institut, pour l'aide amicale qu'ils nous ont apportée et l'esprit d'équipe dont ils ont fait preuve.

Qu'il nous soit permis de remercier la Délégation Générale à la Recherche Scientifique et Technique, pour l'aide matérielle apportée dans la réalisation de ce travail, entrepris dans le cadre d'un contrat de recherche.

S O M M A I R E

INTRODUCTION

I^e PARTIE : ETUDE DU CONVERTISSEUR ANALOGIQUE-DIGITAL

Chapitre I : Divers modes de transmission discrète de l'information. 3

Chapitre II : La modulation intégrale 12

II^e PARTIE : ETUDE THEORIQUE DE L'ASSERVISSEMENT

Chapitre III : Généralités - Régimes transitoires de l'asservissement. 23

Chapitre IV : Equations de récurrence : régimes de fonctionnement. 30

Chapitre V : Etude de la stabilité 44

III^e PARTIE : ETUDE EXPERIMENTALE DE L'ASSERVISSEMENT

Chapitre VI : Simulation de l'asservissement 50

Chapitre VII : Réalisation de l'asservissement 56

INTRODUCTION GENERALE

-:-:-:-

S'il est possible de faire remonter les origines de l'automatique aux temps les plus reculés en considérant l'homme comme un opérateur, son essor, en tant que discipline autonome, ne débuta qu'à une époque beaucoup plus récente, coïncidant avec l'apparition des premières théories des systèmes bouclés. Depuis lors, les recherches entreprises ont créé une science nouvelle, qui s'est tout d'abord orientée vers le domaine linéaire et continu. Ce mode de pensée a beaucoup contribué à la compréhension des systèmes asservis ; et les méthodes d'étude des systèmes linéaires continus ont constitué les bases de l'automatique moderne. Toutefois si de telles théories se révèlent des outils très puissants pour l'analyse et la synthèse des asservissements, elles s'avèrent, par contre inefficaces face aux systèmes réels pour lesquels l'hypothèse de linéarité devient vite inacceptable.

Cette lacune a été, peu à peu, comblée au cours des dernières années et aujourd'hui, de nombreuses méthodes d'étude des systèmes non linéaires sont à la disposition des ingénieurs automaticiens. Néanmoins, ces techniques revêtent rarement un caractère général et seul un regroupement en classes de non linéarités a rendu possible l'opparition d'études d'une certaine ampleur.

Par ailleurs, l'évolution de la conception et de la technique des asservissements a permis le rapprochement des systèmes asservis et des automatismes conditionnels (ou à séquence) tant sur le plan théorique (études logiques) que technique (éléments de calcul). De plus, l'optimisation et par suite l'introduction de calculatrices spécialisées, ont suscité une synthèse des techniques numériques et des méthodes d'asservissement.

Ainsi, s'affirme chaque jour davantage, l'importance de la commande à données discrètes, et plus particulièrement dans le domaine industriel, nombreuses sont les mesures et les commandes effectuées par échantillonnage, soit à cause de la nature même des organes mis en oeuvre, soit pour augmenter la précision de leur régulation, soit encore pour faciliter la transmission des informations.

Opérant avec des variables échantillonnées, les systèmes discrets sont peu sensibles aux bruits ou perturbations et se prêtent facilement aux traitements simultanés de plusieurs informations par une même calculatrice. Utilisés largement dans le domaine des télécommunications, la transmission et le stockage des informations sous forme discrète, ont été très souvent à la base des théories de l'automatique impulsionnelle.

Issu de ces mêmes concepts, un mode de commande discrète non linéaire est appliqué, dans les travaux présentés dans ce mémoire, à l'asservissement d'un moteur. L'ensemble de ces recherches regroupées dans cette étude, fait ressortir trois parties :

- La première s'attache à établir un parallèle entre les modes classiques de modulation impulsionnelle (Chapitre I) et la modulation intégrale introduite dans la régulation (Chapitre II).

- La seconde partie est consacrée à l'analyse de l'asservissement proprement dit : établissement des équations de récurrence régissant son fonctionnement (Chapitre III), recherche des divers modes possibles de régulation (Chapitre IV) puis étude de stabilité vis à vis des conditions initiales (Chapitre V)

- Enfin la troisième partie est réservée au choix des paramètres du système asservi, à sa réalisation et à sa simulation sur calculatrice analogique.

I^e P A R T I E

ETUDE DU CONVERTISSEUR ANALOGIQUE - DIGITAL

CHAPITRE I

DIVERS MODES de TRANSMISSION DISCRETE de L'INFORMATION

Depuis de longues années, les ingénieurs spécialistes des télécommunications, se sont penchés sur le problème de la transmission de l'information. Grâce à eux, les principales difficultés ont été levées et la maîtrise des méthodes parfaitement acquise, notamment en ce qui concerne la modulation continue à porteuse haute fréquence et le multiplexage en fréquence.

Dans la majorité des cas, à l'heure actuelle, on préfère à ces deux techniques celle du multiplexage en temps, dans laquelle l'information, traduite en impulsions modulées, est transmise par plusieurs canaux sur une même bande de fréquence.

En Automatique, l'étude d'une chaîne discrète de régulation s'énonce en termes semblables mais les problèmes soulevés, tant théoriques que pratiques par le projet d'un asservissement sont, à notre sens, essentiellement liés à son utilisation et à son ~~environnement~~. Dans le domaine impulsionnel, l'importance considérable prise par les systèmes échantillonnés, est due en majeure partie, à leur essence même : la transmission discrète des données. C'est ce dernier point que nous voudrions mettre en évidence dans ce chapitre, à l'aide de recherches théorique entreprises sur les divers organes modulateurs.

Auparavant, il convient de souligner l'existence de plusieurs types de modulation ; toutefois il est possible de classer celles-ci en deux grandes catégories selon que la période d'échantillonnage est constante ou variable.

Notre travail se situant dans le cadre des systèmes discrets à période variable, il nous semble indispensable d'établir un parallèle entre les divers modes de modulation et de mettre en lumière leurs avantages et inconvénients, avant d'aborder le problème de la régulation proprement dite.

I-1 Définition des systèmes discrets (1) , (2) , (3)

Dans les systèmes continus, linéaires ou non, l'information en tous les points de la chaîne de régulation est connue à chaque instant mais l'introduction, tout d'abord de relais, puis d'informations discrètes et enfin de calculatrices numériques a montré l'inaptitude des théories concernant les systèmes continus à

résoudre certains problèmes et favorisé la naissance et l'essor des méthodes discontinues.

Cette évolution des asservissements, loin de restreindre leur domaine d'application, l'a considérablement élargi et a permis en particulier de montrer que le traitement d'une information sous forme impulsionnelle est simple et particulièrement bien adapté à l'emploi de calculatrices universelles.

Parmi les systèmes discrets, nous distinguerons d'abord ceux procédant d'un échantillonnage à période constante. Cette opération effectuée sur une fonction du temps $f(t)$ consiste à substituer à celle-ci, la succession des valeurs qu'elle prend à des instants régulièrement espacés.

La valeur échantillonnée $f^*(t)$ de $f(t)$ est ainsi constituée d'une suite de nombres :

$$f(0) , f(T) , f(2 T) , f(3 T) \dots f(nT)$$

Il est bien évident que cette façon d'exprimer $f(t)$ entraîne la perte d'une certaine quantité d'information ; toutefois il est possible de prévoir, par extrapolation, le comportement de la fonction entre les instants d'échantillonnage avec une approximation telle que le comportement global du système ne s'en trouve pas ou peu modifié. Ce raisonnement très simplifié impose deux remarques essentielles :

- la transmission continue implique une redondance des informations.

- Lorsque l'extrapolation envisagée ne permet pas de retrouver certaines variations brusques de la fonction, la période d'échantillonnage est trop élevée vis à vis de celle du phénomène, et doit donc être subordonnée aux caractéristiques de celui-ci.

De plus, il convient d'ajouter que les échantillons $f(nT)$ sont, en réalité, des impulsions ayant une certaine largeur dont il faut parfois tenir compte.

La fonction échantillonnée $f^*(t)$ (fig. I.1 c) peut être considérée comme la multiplication de la fonction $f(t)$ (fig. I.1 a) par la fonction d'échantillonnage $e^*(t)$.

L'opération d'échantillonnage apparaît ainsi comme un procédé de modulation s'exprimant mathématiquement par la relation :

$$f^*(t) = f(t) \times e^*(t) \quad (1.1)$$

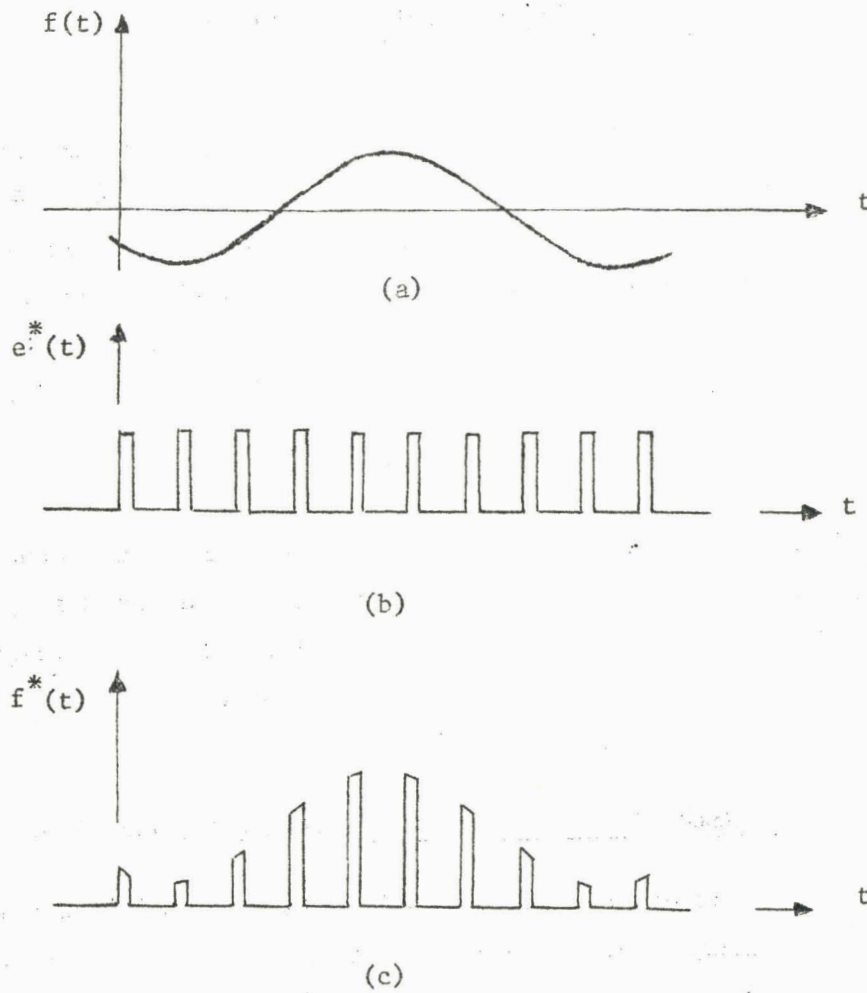


Figure I.1 - Echantillonnage

La fonction $e^*(t)$ périodique se développe en série de FOURIER

$$e^*(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} A_i e^{j2\pi i t/T}$$

d'où en reportant dans l'expression 1.1 :

$$f^*(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} A_i f(t) e^{j.2\pi i t/T} \quad (1.2)$$

En désignant par $F^*(j\omega)$ la transformée de FOURIER de $f^*(t)$, il vient, à partir du théorème de convolution

$$F^*(j\omega) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} A_i F\left[j'\omega - \frac{2\pi i}{T}\right] \quad (1.3)$$

La distribution spectrale de la fonction peut alors être considérée comme une succession de spectres semblables au spectre central, décalés de $\frac{2\pi i}{T}$ et de rapport A_k . Pour reconstituer l'information, il faut donc éliminer les spectres parasites introduits par l'échantillonnage, au moyen d'un filtre passe-bas, et ceci, toutefois au détriment d'une partie du signal. La distorsion ainsi introduite par le processus d'échantillonnage doit être limitée, en choisissant une période appropriée : le théorème de SHANNON-KOCHENBURGER en permet une première appréciation.

Il est intéressant de remarquer que le spectre d'un signal échantillonné peut être constitué par un filtre linéaire ; ce n'est pas le cas des systèmes de commande à contre-réaction fonctionnant en courant alternatif pour lesquels on doit utiliser un filtre non linéaire, du genre détecteur de phase, ce qui revient pratiquement à effectuer une sorte d'échantillonnage.

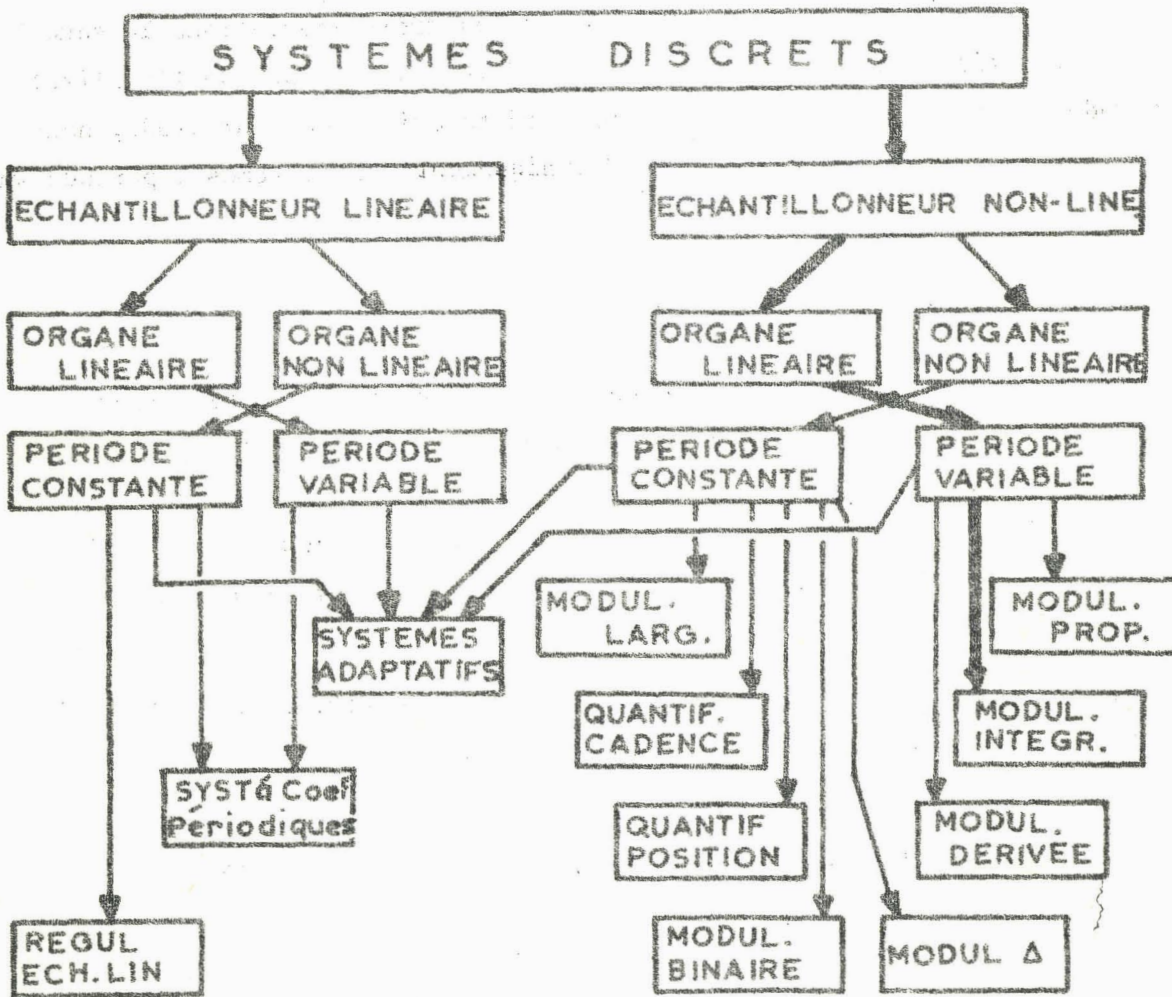
1-2 Classification des systèmes discrets non linéaires (3) (4) (6) (7) (8)

L'analyse et la synthèse des systèmes discrets non linéaires permettent de les diviser en deux catégories, selon la position de la non linéarité : échantillonneur lui-même ou organe quelconque de l'asservissement.

L'étude des systèmes comportant un organe non linéaire autre que l'échantillonneur, bien que complexe, peut être abordée à l'aide des méthodes classiques.

Par contre, dans le cas d'un échantillonneur non linéaire, cette étude devient plus difficile, le principe de superposition ainsi qu'une linéarisation de l'asservissement ne pouvant être envisagés.

De tels échantillonneurs sont de plus séparables en deux classes, selon que la période est constante ou non : nous proposons fig. I.2 une tentative de classification des systèmes discrets.



- Figure 1.2 - Classification des systèmes discrets.

L'information étant transmise sous la forme d'une impulsion, il est logique d'utiliser les divers paramètres de celle-ci comme élément de classification et de modulation.

Trois éléments caractéristiques de l'impulsion (amplitude, largeur, position) sont ainsi utilisés pour définir trois types de systèmes à période d'échantillonnage constante :

- Systèmes à modulation d'amplitude

- Systèmes à modulation de largeur
- Systèmes à modulation de position.

Il est possible également d'envisager ces trois modulations lorsque la période d'échantillonnage est variable; toutefois compte tenu, de l'utilisation de ces modulateurs, ainsi que de la complexité théorique de leur étude, nous nous intéresserons plus loin (chapitre 2), **uniquement** aux systèmes à période variable, et à impulsions calibrées.

1.2.1 - Modulation d'amplitude

L'opération d'échantillonnage consistant à transmettre la valeur de l'information à des instants régulièrement espacés, le signal de sortie comprend des impulsions des deux signes. Dans la modulation d'amplitude, on impose aux impulsions d'être positives, par adjonction d'un signal constant à la valeur d'entrée : celles-ci sont modulées en amplitude autour d'une valeur moyenne, et caractérisées par une largeur τ et une période T constantes.

Sans modulation, le train d'impulsions est caractérisé par une amplitude de constante E_p , et son expression mathématique peut-être établie par la série de FOURIER :

$$e_p = A_0 E_p + A_1 E_p \cos(2\pi f_p t) + A_2 E_p \cos(4\pi f_p t) + A_3 E_p \cos(6\pi f_p t) + \dots$$

A_0, A_1, A_2, \dots coefficients classiques de cette série.

La fonction modulante étant e_m , le signal de sortie du modulateur est caractérisée par $e_s = e_p (1 + K e_m)$ d'où :

$$\begin{aligned} e_s &= A_0 E_p + K A_0 E_p e_m \\ &+ A_1 E_p \cos(2\pi f_p t) + K A_1 E_p e_m \cos(2\pi f_p t) \\ &+ A_2 E_p \cos(4\pi f_p t) + K A_2 E_p e_m \cos(4\pi f_p t) \\ &\vdots \\ &+ A_n E_p \cos(2n\pi f_p t) + K A_n E_p e_m \cos(2n\pi f_p t) \end{aligned} \quad (1.4)$$

En exprimant A_0, A_1, \dots, A_n en posant $E_p = A$

et en appelant τ , la largeur des impulsions,

On obtient :

$$e_p = A\tau + \sum_1^i \frac{2A}{n\pi} \sin(n\pi\tau) \cos(n2\pi ft) \quad (1.5)$$

et

$$e_s = A\tau + \sum_1^i \frac{2A}{n\pi} \sin(n\pi\tau) \cos 2\pi nft + A\tau K e_m + \sum_1^i \frac{2A}{n\pi} K e_m \sin(n\pi\tau) \cos(n2\pi ft) \quad (1.6)$$

La sortie du modulateur soumis à un signal modulant sinusoïdal

$e_m = B \cos 2\pi Ft$, s'écrit :

$$e_s = A\tau + \sum_1^i \frac{2A}{n\pi} \sin(n\pi\tau) \cos(n2\pi ft) + A\tau K B \cos 2\pi Ft + \sum_1^i \frac{2A}{n\pi} K B \sin(n\pi\tau) \cos((2\pi Ft) \cos(2\pi nft)) \quad (1.7)$$

$$= e_p + A\tau K B \cos 2\pi Ft + \sum_1^i \frac{A}{n\pi} K B \sin(n\pi\tau) \left[\sin(nf+F) + \sin(nf-F) \right] \quad (1.8)$$

Cette expression fait apparaître e_p , terme du train non modulé, $A\tau K B \cos 2\pi Ft$ valeur moyenne pondérée du train d'impulsions modulées, et un troisième terme lié à l'apparition de bandes latérales distantes d'une valeur F des harmoniques d'ordre n de f . Le schéma du spectre de fréquence peut alors être représenté par la figure I.3.

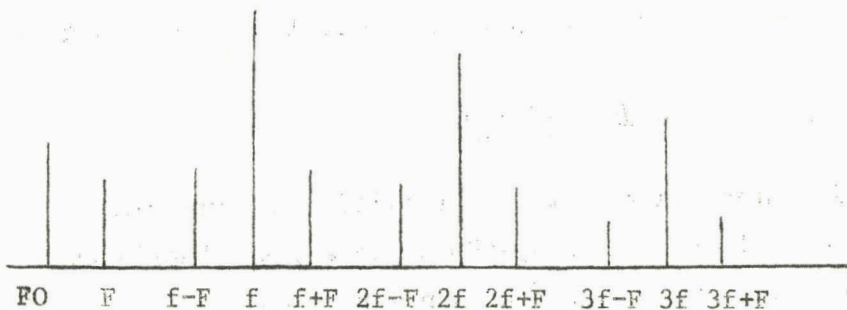


Figure I.3

Au niveau de la démodulation, il convient de conserver la fréquence F et d'éliminer toutes ~~toutes~~ les fréquences supérieures... (théorème de l'échantillonnage).

1.2.2 - Modulation de largeur

Dans ces systèmes discrets à échantillonneur non linéaire, la période est fixe, mais la largeur des impulsions est liée à la valeur de l'erreur aux instants d'échantillonnage par la loi :

$$\tau(t) = \tau + \theta e_m$$

Le train d'impulsions non modulées peut s'exprimer selon une expansion en série de FOURIER identique à celle présentée pour les systèmes à modulation d'amplitude :

$$e_p(t) = Af\tau + \sum_1^i \frac{2A}{n\pi} \sin n\pi f\tau \cos 2n\pi ft \quad (1.9)$$

ceci conduit à l'expression suivante de la réponse du modulateur :

$$e_s(t) = Af\tau + Af\theta e_m + \sum_1^i \frac{2A}{n\pi} \sin n\pi f(\tau + \theta e_m) \cos 2n\pi ft \quad (1.10)$$

Dans le cas où l'échantillonneur est soumis à un signal modulant $B \cos 2\pi Ft$ sa réponse s'exprime :

$$e_s(t) = Af\tau + Af\theta B \cos 2\pi Ft + \sum_1^i \frac{2A}{n\pi} \sin n\pi f(\tau + \theta B \cos 2\pi Ft) \cos 2n\pi ft \quad (1.11)$$

Cette relation permet de montrer l'existence, autour de la fréquence porteuse, d'un nombre infini de bandes latérales, et l'impossibilité de reconstituer complètement l'information par un simple filtrage du signal modulé.

1.2.3 - Modulation de position

Cette dénomination recouvre en réalité plusieurs classes de modulateurs, car elle englobe, à la fois, les systèmes linéaires échantillonnés à période fixe et ceux à période variable éminemment non linéaires.

Le chapitre suivant sera consacré à ce dernier mode d'échantillonnage, qui sert de base à nos travaux.

Dans le paragraphe présent, nous considérons un modulateur délivrant une suite d'impulsions d'amplitude et de largeur fixes. La période d'émission de celles-ci est modulée, mais l'échantillonnage de l'erreur est, par contre, régulièrement espacé. La position des impulsions peut être définie par la loi suivante relative à la période instantanée :

$$\Delta T(t) = T_o + k e_m \quad \text{ou} \quad \frac{\Delta T}{T_o} = 1 + k \frac{e_m}{T_o} = 1 + k f_o e_m \quad (1.12)$$

L'expression mathématique du signal modulant s'écrivant d'après l'équation (1.5) :

$$e_p = A f \tau + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2A}{n\pi} \sin(n\pi f \tau) \cos(2\pi n f t) \quad (1.13)$$

Il vient :

$$e_s = \frac{A \tau}{T_o (1 + k \frac{e_m}{T_o})} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2A}{n\pi} \sin \frac{n\pi \tau}{T_o (1 + k \frac{e_m}{T_o})} \cos \frac{2\pi n t}{T_o (1 + k \frac{e_m}{T_o})} \quad (1.14)$$

$$\text{or} \quad \frac{1}{1 + k \frac{e_m}{T_o}} = 1 - k \frac{e_m}{T_o} + (k \frac{e_m}{T_o})^2 - (k \frac{e_m}{T_o})^3 \dots$$

En se limitant aux premiers termes du développement, on obtient l'expression suivante :

$$e_s = A f_o (1 - k f_o e_m) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2A}{n\pi} \sin \left[n\pi f_o \tau (1 - k f_o e_m) \right] \cos \left[2\pi n f_o (1 - k f_o e_m) t \right] \quad (1.15)$$

Cette relation met en évidence les divers composants du signal de sortie du modulateur.

I-3 Conclusion

Dans le but de préciser le cadre de nos recherches, nous nous sommes plus particulièrement attachés dans ce chapitre à présenter les principaux types de modulateurs pouvant être introduits dans une chaîne d'asservissement.

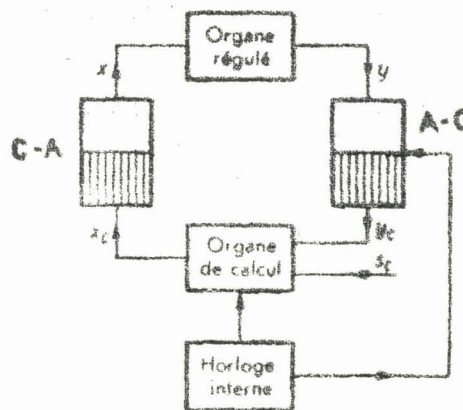
Toutefois nous n'avons pas abordé l'étude des modulations à période non constante : celles-ci servent de base à notre projet d'asservissement et étant par conséquent l'objet d'une attention toute spéciale dans notre deuxième chapitre.

CHAPITRE II

LA MODULATION INTEGRALE

L'automatisation des fabrications et l'utilisation de données documentaires imposent, dans de nombreux cas une très grande rapidité de calcul et la plupart du temps l'utilisation de calculatrices numériques. Mais en dehors des applications où le centre d'intérêt est le calcul proprement dit, les techniques digitales jouent un rôle significatif dans d'autres domaines du traitement de l'information et notamment dans la servorégulation numérique. Parmi les systèmes automatiques arithmétiques, on peut distinguer :

- Les systèmes à boucle : par exemple, les machines-outils automatiques numériques ou les systèmes arithmétiques régulateurs de débit.
- Les systèmes à plusieurs boucles et organe central de commande tels les laminoirs automatisés.



- Figure 2.1 -

La figure 2.1 schématise le principe d'un système numérique à une boucle ; on y remarque, mis à part l'organe à réguler, un ensemble arithmétique de calcul, une horloge (contrôle temporel) et deux convertisseurs : analogique digital et digital analogique.

Ainsi dans tout processus de commande, il existe généralement deux phases de conversion et il nous a semblé intéressant de rechercher une traduction directe de l'information. Parmi les nombreux types de modulateurs, ceux présentés au chapitre précédent répondent peu à cette aspiration, et nous allons nous pencher plus précisément sur un autre principe : la modulation intégrale. Celle-ci peut être introduite sans difficulté dans les régulateurs numériques, grâce à la forme unique de ses impulsions et au type de conversion utilisé ; il convient toutefois de remarquer que les organes de mémorisation devraient, dans cette hypothèse, être adaptés à de tels convertisseurs .

Au niveau du calcul même, le problème se pose en des termes semblables ; en effet, si les calculatrices numériques sont rapides et puissantes, elles nécessitent, contrairement aux calculatrices analogiques, une programmation lourde et peu maniable. Cette idée d'utiliser la programmation de l'une et les organes de calcul de l'autre paraît donc séduisante et a donné naissance aux machines hybrides. Par contre celles-ci nécessitent un dispositif de couplage, l'interface, compliqué et coûteux, et dans cette optique un traducteur analogique-digital fonctionnant selon le principe de la modulation intégrale, présente quelque intérêt.

L'analyse, présentée dans ce chapitre, tient compte de ce double aspect : le modulateur y est étudié tant pour son rôle de convertisseur (modulation simple) que pour sa fonction d'organe de régulation (modulateur à double signe).

II-1 Généralités sur la modulation intégrale

II.1.1 Principe du codage

La modulation intégrale peut être définie par la loi de codage suivante :

"Une impulsion d'amplitude et de largeur constantes, est émise, lorsque l'intégrale du signal d'entrée atteint un multiple d'un certain seuil"

Une telle quantification transforme une fonction d'entrée quelconque en un train d'impulsions, dont la période instantanée dépend directement de l'amplitude du signal.

a) Dans son utilisation en convertisseur, le modulateur délivre uniquement des impulsions positives et exclusivement pour la partie supérieure à zéro du signal. Deux possibilités peuvent alors être envisagées :

- . modulation intégrale autour d'une fréquence impulsionnelle moyenne, (ce qui nécessite l'addition à l'information d'entrée d'un signal constant).
- . Modulation intégrale d'un signal positif.

b) Dans son utilisation en régulateur, le modulateur fournit des impulsions de même polarité que l'erreur (positive ou négative); la sortie s'exprime par la relation.:

$$s_2(t) = A \sum_{n=1}^{\infty} \text{sign } y(T_n) \left[I(t-T_n) - I(t-T_n - \tau) \right] \quad (2.1)$$

dans laquelle A représente l'amplitude de l'impulsion, τ sa largeur, y exprime la sortie du modulateur et T_n l'instant d'émission de la $n^{\text{ième}}$ impulsion. Précisons encore que, dans l'hypothèse où τ est faible devant la période instantanée, l'expression précédente devient :

$$s'_2(t) = A \sum_{n=1}^{\infty} \text{sign } y(T_n) \delta(t-T_n) \quad (2.2)$$

11.1.2 Mise en équation du codeur

La loi exprimée au début du paragraphe précédent permet d'obtenir en fonction des divers paramètres du système, l'instant d'émission de la $n^{\text{ième}}$ impulsion (en supposant connues les valeurs prises par les variables au temps T_{n-1}):

$$y(T_n) - y(T_{n-1}) = \int_{T_{n-1}}^{T_n} e(t) dt = q \quad (2.3)$$

e correspond à l'information d'entrée, y à celle de sortie et q au quantum (seuil d'émission).

Le fonctionnement de l'organe peut être déduit de cette expression, quelle que soit la forme de $e(t)$. Si, par ailleurs, $e(t)$ est décomposable en série de FOURIER, il est possible de ne tenir compte que de la réponse harmonique, établie à la fin du paragraphe suivant.

11.2 Le modulateur : Convertisseur analogique - digital

Ce type de fonctionnement correspond à la modulation intégrale simple, définie au paragraphe 2.1.1. Il est précisé par les équations suivantes, déduites de la loi de codage et de l'expression (2.3) :

$$\left| \begin{array}{l} \frac{dy}{dt} = -x \\ s = A.H(x,q) \end{array} \right. \quad (2.4)$$

$$\text{avec } H(x, q) = \begin{cases} 0 & \text{pour } y < q \\ 1 & \text{pour } y > q \end{cases}$$

Précisons que x représente la fonction d'entrée du convertisseur ; elle est liée à l'information d'entrée par la relation :

$$x(t) = e(t) + E \quad (2.5)$$

E constante, imposant la fréquence moyenne du signal de sortie.

Le but de ce codeur est de traduire en langage numérique, un signal analogique ; il est donc nécessaire, pour préciser sa fonction, de définir la manière selon laquelle est distribuée l'information au moyen d'impulsions.

Dans la mesure où l'entrée du codeur peut être quelconque, il conviendrait d'effectuer l'analyse dans le cas général ; toutefois cette étude n'étant pas exprimable en termes simples, nous ne prendrons en considération que les fonctions d'entrée décomposables en série de FOURIER, par exemple

$$e(t) = M \sin(\omega t + \phi)$$

Trois régimes différents de répartition des impulsions, peuvent alors se présenter :

- périodique
- sous harmonique
- apériodique

selon que la quantité $\frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$ (taux de quantum) est respectivement égale à :

- un entier N
- un nombre rationnel $N + \frac{\alpha}{\delta}$
- un nombre irrationnel

II.2.1 Régime périodique

Ce régime présente un intérêt particulier car il semble le plus apte à fournir un code de traduction simple. Il se caractérise par une fréquence moyenne f_0 (égale à $\frac{E}{q}$) et par des conditions de périodicité qui s'expriment très simplement pour un déphasage ϕ nul ,

$$\text{Lorsque } M < E : E \cdot \frac{2\pi}{\omega} = Nq \text{ ou encore } \frac{\omega}{f_0} = \frac{2\pi}{N} \quad (2.6)$$

$$\text{. pour } M > E : \frac{\omega}{f_0} = \frac{1}{N} \left\{ \pi + 2 \left[\text{Arc sin } \frac{M}{E} - \left| \left(\frac{M}{E} \right)^2 - 1 \right|^{1/2} \right] \right\} \quad (2.7)$$

Ces relations sont également valables, pour une valeur critique ϕ_c du déphasage définie par :

$$\phi_c - \frac{M}{E} \cos \phi_c = \frac{\omega}{f_0} - \frac{M}{E} \quad (2.8)$$

La simplicité d'établissement des conditions de périodicité précédentes (c'est à dire que les valeurs 0 et ϕ_c de l'angle de phase), cache en réalité la complexité du cas général. Néanmoins cette première étude met en lumière l'influence de la valeur de l'angle de phase sur la distribution des impulsions à l'intérieur d'une période de récurrence. Lorsque $0 < \phi < \phi_c$ la connaissance des instants d'émission est nécessaire et résulte par définition de la relation :

$$\int_0^{T_n} E + M \sin (\omega t + \phi) dt = nq$$

En fait, si l'on considère le fonctionnement du modulateur à partir de l'instant initial $t_0 = \frac{\phi}{\omega}$, il est possible d'écrire l'expression précédente sous la forme plus propice au calcul :

$$\int_{t_0}^{t_n + t_0} E + M \sin \omega t dt = nq \quad (2.9)$$

à la condition que $0 < t_0 < \frac{\phi_c}{\omega}$.

. Lorsque M est inférieur à E, cette expression est identique à l'équation (2.6

. Lorsque M est supérieur à E, la relation (2.9) reste valable jusqu'à l'instant $t_{co} = \frac{1}{\omega} (\pi + \text{Arc sin } \frac{E}{M})$; au delà duquel, seul l'intervalle angulaire compris entre $2\pi - \text{Arc sin } \frac{E}{M}$ et 2π correspond à une activité du modulateur. Dans ce dernier cas ($M > E$), la condition globale de périodicité de la distribution impulsioneuse s'obtient par l'intermédiaire de l'équation :

$$\int_{t_0}^{t_{co} + t_0} (E + M \sin \omega t) dt + \int_{\frac{2\pi}{\omega} - t_{co} + \frac{\pi}{\omega} + t_0}^{\frac{2\pi}{\omega} + t_0} (E + M \sin \omega t) dt = Nq$$

ce qui conduit à la relation :

$$N \frac{\omega}{f_0} = \pi + 2 \operatorname{Arc} \sin \frac{E}{M} - 2 \frac{M}{E} \left[1 - \left(\frac{E}{M} \right)^2 \right]^{1/2} \cos \phi \quad (2.10)$$

A l'aide de ces diverses équations, il est toujours possible d'obtenir une distribution des impulsions présentant la même période de répartition que le signal. La position de chaque impulsion dans la période est déterminée à partir des formules suivantes :

Si M est inférieur à E : la situation de la k^{ième} impulsion est telle que :

$$\omega t_k - \frac{M}{E} \cos (\omega t_k + \phi) = k \frac{\omega}{f_0} - \frac{M}{E} \cos \phi \quad (2.11)$$

Si M est supérieur à E, l'expression (2.11) reste valable pour toute impulsion dont l'émission se situe à un instant t_k inférieur à t_{co} ; par contre, si l'émission se situe au delà de cette valeur, sa position est définie par :

$$\omega t_k - \frac{M}{E} \cos (\omega t_k + \phi) = k \frac{\omega}{f_0} + 2 \operatorname{Arc} \sin \frac{E}{M} - \frac{M}{E} \cos \phi + 2 \frac{E}{M} \left[1 - \left(\frac{E}{M} \right)^2 \right]^{1/2} \cos \phi \quad (2.12)$$

Ayant établi les conditions de périodicité et défini la position de chaque impulsion, il est possible de préciser plus complètement la réponse du modulateur à l'aide de l'expansion en série de FOURIER. En effet, pour une valeur de la largeur τ , faible devant le plus petit intervalle de temps ΔT_n entre deux impulsions la sortie s'écrit :

$$s(t) = B_0 + \sum_{r=1}^{\infty} B_r \sin (r \omega t_k + \beta_r)$$

avec

$$B_0 = \frac{\omega}{2\pi} \int_{t_0}^{t_0 + \frac{2\pi}{\omega}} \sum_{n=1}^n \delta(t-t_1) dt = \frac{\omega}{2\pi} \cdot n\Delta \quad (2.13)$$

$$B_r = \frac{\omega}{2\pi} A \left[n + 2 \sum_{l=1}^n \cos r \omega (t_r - t_{r-l}) \right]^{1/2} \quad (2.14)$$

$$\beta_r = \operatorname{Arctg} \frac{\sum_{k=1}^n \cos r \omega t_k}{\sum_{k=1}^n \sin r \omega t_k} \quad (2.15)$$

Remarque : Lors de l'étude précédente, les conditions d'émission des impulsions correspondaient à un fonctionnement synchrone du signal d'entrée et il intervenait dans ces expressions, le nombre entier N d'impulsions par période T.

La périodicité du train d'impulsions étant identique à celle de l'intégrale de la fonction d'entrée, il n'est pas possible d'obtenir un fonctionnement à période T plus faible, la condition N divisible par un entier p, n'apportant qu'une périodicité sur le nombre d'impulsions et non sur la distribution de celles-ci.

II.2.2 Fonctionnement sous harmonique

Dans ce régime, le taux de quantum, défini précédemment (§ 2.2)

$$\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} e(t) dt / q$$

est égal à un nombre rationnel : $N + \frac{\alpha}{\delta}$. Lors du fonctionnement il se produit N impulsions mais à la fin de chaque période du signal, un reliquat de l'intégrale subsiste, dont il faut tenir compte lors des périodes suivantes. Cette remarque permet d'écrire la relation caractéristique de ce régime, valable pour la première période T du signal d'entrée :

$$\int_{T_N}^{\frac{2\pi}{\omega} + t_0} e(t) dt = \frac{\alpha}{\delta} \cdot q$$

T_N étant l'instant d'émission de la $N^{\text{ième}}$ impulsion.

La période ne pouvant être que $\delta \cdot T$, les conditions de périodicité s'expriment de manière analogue à celles du régime périodique :

. pour $E > M$:

$$E \frac{2\pi}{\omega} = (N + \frac{\alpha}{\delta}) q \quad (2.16)$$

. pour $E < M$:

$$\frac{\omega}{f_0} (N + \frac{\alpha}{\delta}) = \pi + 2 \left[\text{Arc sin } \frac{E}{M} - \frac{M}{E} \left| 1 - \left(\frac{E}{M} \right)^2 \right|^{1/2} \sin \phi \right] \quad (2.17)$$

Quant à la position de la $k^{\text{ième}}$ impulsion, elle dépend du nombre écoulé de périodes du signal d'entrée, celui-ci étant égal à la partie entière p de $\frac{k}{N}$.

Les équations fournissant t_k se déduisent donc de l'expression :

$$p \cdot \frac{\alpha}{\delta} q + \int_{t_0}^{t_k + t_0} (E + M \sin \omega t) dt = q$$

soit :

. pour $M < E$:

$$\omega t_k - \frac{M}{E} \cos (\omega t_k + \phi) = (1 - p \frac{\alpha}{\delta}) \frac{\omega}{f_0} + \frac{M}{E} \cos \phi \quad (2.18)$$

. pour $M > E$:

Si $t_k < \frac{1}{\omega} (\pi + \text{Arc sin } \frac{E}{M})$, la relation ci-dessus reste valable.

Si $t_k > \frac{1}{\omega} (\pi + \text{Arc sin } \frac{E}{M})$ l'on obtient :

$$\omega t_k - \frac{M}{E} \cos (\omega t_k + \phi) = (1 - p \frac{\alpha}{\delta}) \frac{\omega}{f_0} + \frac{M}{E} \cos \phi - \pi + 2 \text{Arc sin } \frac{E}{M} + 2 \frac{M}{E} \sin \phi \left[1 - \left(\frac{E}{M} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.19)$$

Ce fonctionnement sous harmonique, de période $\delta \cdot \frac{2\pi}{\omega}$, est réalisé lorsque les conditions (2.16) et (2.17), dépendant essentiellement de q , f_0 et $\frac{M}{E}$ sont remplies. Quoique imposés, par des conditions strictes, ces régimes harmoniques correspondent aux cas, les plus intéressants en pratique, de fonctionnement de ce type de traducteur.

II.2.3 Fonctionnement aperiodique

Ce régime est caractérisé par un taux de quantum égal à un nombre irrationnel. Dans le cas général, cette présence rend l'étude de ce fonctionnement très difficile et nous nous bornerons à une approche de celui-ci en posant ce nombre irrationnel égal à $N + \frac{\alpha}{\delta} + \epsilon$, ϵ quantité faible devant $\frac{\alpha}{\delta}$.

La répartition des impulsions est définie de manière précise par les équations des instants d'émission, 2.20 et 2.21, elles se déduisent des équations 2.18 et 2.19 en remplaçant $\frac{\alpha}{\delta}$ par $\frac{\alpha}{\delta} + \epsilon$ c'est à dire :

. pour $M < E$

ou $M > E$ et $t_k < \frac{1}{\omega} (\pi + \text{Arc sin } \frac{E}{M})$:

$$\omega t_k - \frac{M}{E} \cos (\omega t_k + \phi) = \left[1 - p \left(\frac{\alpha}{\delta} + \epsilon \right) \right] \frac{\omega}{f_0} + \frac{M}{E} \cos \phi \quad (2.20)$$

. pour $M > E$ et $t_k > \frac{1}{\omega} (\pi + \text{Arc sin } \frac{E}{M})$:

$$\omega t_k - \frac{M}{E} \cos (\omega t_k + \phi) = \left[1 - p \left(\frac{\alpha}{\delta} + \epsilon \right) \right] \frac{\omega}{f_0} + \frac{M}{E} \cos \phi - \pi + 2 \text{Arc sin } \frac{E}{M} + 2 \frac{M}{E} \sin \phi \left[1 - \left(\frac{E}{M} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.21)$$

Il est en outre possible à l'aide des équations (2.16) et (2.17) de caractériser le fonctionnement par un taux de fréquence $\frac{\varepsilon}{f_0}$ s'apparentant à un phénomène de glissement :

$$\text{pour } E > M \quad \frac{\varepsilon}{f_0} = \frac{2\pi}{\omega} - \frac{1}{f_0} \left(N + \frac{\alpha}{\delta} \right) \quad (2.22)$$

$$\text{Pour } E < M \quad \frac{\varepsilon}{f_0} = \frac{\pi}{\omega} - \frac{1}{f_0} + 2 \left[\text{Arc sin } \frac{E}{M} - \frac{M}{E} \left| 1 - \left(\frac{E}{M} \right)^2 \right|^{1/2} \sin \phi \right] \quad (2.23)$$

Les équations (2.22) et (2.23) correspondent à un fonctionnement apériodique du modulateur, mais il convient de signaler que les expressions (2.20) et (2.21) pourront être reconduites en partie, lors de l'utilisation de cet organe en régulateur ou plus précisément en modulateur incorporé à un asservissement.

II-3 Le modulateur : organe d'asservissement

Comme nous en avons fait état au début du chapitre, ce modulateur doit, dans son rôle d'organe d'asservissement, délivrer des impulsions de même signe que celui de la fonction d'entrée.

II.3.1 Propriétés caractéristiques

De manière analogue à celle mise en oeuvre lors de l'utilisation en convertisseur analogique-digital, la distribution impulsionnelle joue un rôle considérable dans son emploi en organe d'asservissement car elle définit, avec précision, l'état du système à un instant donné.

Le fonctionnement en régulateur présente la propriété particulière par rapport au convertisseur d'émettre des impulsions quel que soit le signe de la grandeur d'entrée. L'étude de la périodicité de la distribution des impulsions en particulier, lorsque la fonction d'entrée $e(t)$ est symétrique par rapport aux instants $(n+1)T/2$ (T période de $e(t)$) s'en trouve simplifiée. En effet, l'aire $\int e(t)dt$ évaluée sur une période, est alors divisible par le quantum $|q|$ et la répartition des impulsions est synchrone du signal d'entrée $e(t)$. Cette particularité est une conséquence de l'égalité :

$$\int_{\frac{\pi-\beta}{\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}} e(t)dt = - \int_{\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{\pi+\beta}{\omega}} e(t)dt$$

valable quel que soit l'instant β / ω

$$\text{d'où} \quad \int_0^{2\pi/\omega} e(t) dt = 0$$

et d'après l'équation (2.25) $K|Q| = 0$,

$$\text{d'où} \quad k_p = k_n = N$$

On a ainsi N impulsions par demi-période, nombre qu'il est possible de déterminer si l'on connaît la valeur maximale I_M de l'intégrale de $e(t)$; N vaut alors $2 \frac{I_M}{|q|}$.

11.3.2 Lois de fonctionnement

Caractérisé par une périodicité plus simple à obtenir, le fonctionnement nécessite, pour être parfaitement défini, la détermination des instants d'émission d'une impulsion quelconque. Ceux-ci sont obtenus par l'intermédiaire de la loi générale de codage et proviennent de l'expression suivante :

$$y(T_n) - y(T_{n-1}) = \int_{T_{n-1}}^{T_n} e(t) dt = q \quad (2.24)$$

(T_n instant d'émission de la $n^{\text{ième}}$ impulsion)

$$\text{ou encore} \quad y(T_n) - y(0) = k|q| \quad (2.25)$$

k représente le nombre algébrique d'impulsions soit $k = k_p - k_n$ (k_p , nombre d'impulsions positives et k_n nombre d'impulsions négatives).

Cette équation très générale, permet de préciser le fonctionnement de l'organe en tant qu'élément de système asservi.

11.3.3 Réponse en fréquence

Pour établir tout projet d'asservissement, il est nécessaire de connaître, de manière approfondie, chaque organe susceptible de s'y insérer. Dans cette perspective, il nous paraît indispensable, de déterminer pour le modulateur, la réponse en fréquence, c'est à dire la réponse à un signal sinusoïdal pur : $e(t) = M \cos \omega t$.

Les résultats obtenus au paragraphe 231, nous permettent de préciser que cette réponse est de même période que le signal. Le paragraphe 232, par le biais de l'équation (2.25), indique le moyen de préciser cette période ; en effet, l'expression précédente fournit la position de la $n^{\text{ième}}$ impulsion c'est à dire :

$$T_n = - \frac{1}{\omega} \text{Arc sin } k|q| \quad (2.26)$$

La période instantanée s'en déduit alors :

$$\Delta T_n = \frac{1}{\omega} \left[\text{Arc sin } k|q| - \text{Arc sin } (k+1)|q| \right]$$

d'où

$$\Delta T_n = \frac{1}{\omega} \text{Arc sin } \left\{ k(k+1)q^2 + \left[k(k+1)q^2 - 1 \right]^{1/2} \right\} \quad (2.27)$$

De plus, lorsque k est grand, la relation (2.27) se simplifie et devient :

$$\Delta T_n = \text{Arc sin } 2 k (k+1) q^2$$

Ce résultat est particulièrement intéressant, dans la mesure où la répartition des impulsions est fréquemment périodique et même en synchronisme avec le signal d'entrée.

II.4 Conclusion

Si l'analyse du modulateur intégral a pu être approfondie en vue de son rôle de convertisseur analogique digital, il faut bien admettre que l'étude de l'organe d'asservissement n'a été jusqu'ici que très sommaire. Toutefois son importance est telle que nous lui consacrerons la majeure partie des chapitres suivants .

II^e PARTIE

ETUDE THEORIQUE DE L'ASSERVISSEMENT

CHAPITRE III

GENERALITES - REGIMES TRANSITOIRES DE L'ASSERVISSEMENT

L'importance des systèmes discrets est essentiellement liée au rôle joué par les calculateurs dans les chaînes de commande et à leur emploi dans divers domaines de la technique. Une caractéristique commune à ces systèmes, réside dans l'utilisation d'un organe transformant une grandeur continue en un train d'impulsions ; il est ainsi permis de les classer par leur mode de conversion.

Dans les chapitres précédents, nous nous sommes plus particulièrement penché sur les diverses sortes de codage en distinguant plus particulièrement le codeur intégral. En effet celui-ci, par son essence même, variation de la période des impulsions, est non linéaire et nécessite une étude approfondie.

Néanmoins, le caractère propre de cette non linéarité, à savoir que la forme de la sortie (impulsions) est indépendante de l'allure de la grandeur d'entrée permet d'effectuer l'étude de l'asservissement par des moyens relativement simples sans recourir à des développements mathématiques compliqués.

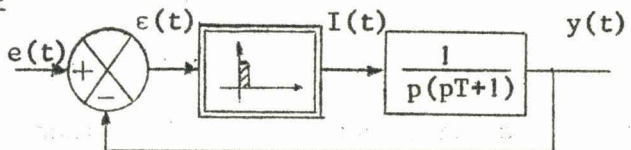
L'asservissement considéré se présente comme l'association d'une partie non linéaire échantillonnée et d'un élément linéaire. Les propriétés dynamiques de l'organe linéaire déterminent, par résolution de l'équation différentielle de celui-ci, le comportement de la sortie.

En effet, la commande de la partie linéaire $L(p)$ peut être envisagée sous la forme d'une sollicitation du type impulsionnel ; en appliquant le principe de superposition, il est ainsi possible de déterminer la réponse de $L(p)$ par simple addition des réponses du système à une commande impulsionnelle.

La recherche du régime transitoire est ainsi ramenée à la détermination des instants d'émission des impulsions, c'est à dire à l'étude du mode d'action de l'élément non-linéaire.

III-1 Présentation du système asservi

Le système asservi, destiné à une régulation de position est représenté par le schéma bloc de la



- Figure 3.1 -

figure 3.1 , il comprend une chaîne d'action composée du générateur d'impulsions et de l'organe à réguler. Celui-ci constitué par un moteur, possède une fonction de transfert du second ordre $\frac{1}{p(Tp+1)}$. Quant au bouclage, il est constitué par un retour potentiométrique.

Le mode d'action du modulateur est précisé par la loi de codage suivante (chapitre II) :

"Une impulsion calibrée est émise lors du passage de l'intégrale de l'erreur par une valeur égale à un multiple positif ou négatif d'un certain quantum ou seuil"

De plus, le générateur impose aux signes du quantum Q et de l'impulsion $I(t)$ d'être liés à celui de l'erreur, par les relations suivantes :

$$Q = N \operatorname{sgn}(\varepsilon) \quad (N = |q|) \quad (3.1)$$

$$I(t) = \begin{cases} A \operatorname{sgn}(\varepsilon_n) & \text{pour } T_n < t < T_n + \tau^* \\ 0 & \text{pour } T_n + \tau < t < T_{n+1} \end{cases} \quad (3.2)$$

$$\text{avec } \operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Il convient de noter que si $\Delta T_n = T_{n+1} - T_n$ est inférieur à τ , l'impulsion remplit toute la période instantanée ΔT_n . Il y a saturation.

* τ est la largeur de l'impulsion

III.2 Equations de fonctionnement

Régi par une équation différentielle du second ordre, l'organe à réguler a son fonctionnement défini par l'équation :

$$T \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} = I(t) \quad (3.3)$$

La résolution de celle-ci s'effectue en deux étapes, selon que $I(t)$ présente la valeur $A \operatorname{sgn}(\varepsilon_n)$ ou la valeur zéro. Ceci permet de distinguer deux systèmes d'équations correspondant aux modes suivants de fonctionnement :

- le régime saturé pour lequel ΔT_n , est inférieur à τ
- le régime non saturé dans le cas contraire.

III.2.1 Régime saturé

A partir des conditions initiales sur la sortie y de l'organe à réguler et sa dérivée y' à l'instant T_n , on obtient un premier groupe d'équations valables pour $\delta t < \alpha$

$$y = T \left[A \operatorname{sgn} (-y_n) - y'_n \right] (e^{-t/T} - 1) + A \operatorname{sgn} (-y_n) t + y_n \quad (3.4)$$

$$\frac{dy}{dt} = \left[y'_n - A \operatorname{sgn} (-y_n) \right] e^{-t/T} + A \operatorname{sgn} (-y_n) \quad (3.5)$$

Ce premier système d'équations précise l'évolution du signal de sortie entre les instants T_n et $T_n + \tau$; il est représentatif du fonctionnement en régime saturé ($g(t) = A \operatorname{sign} (\epsilon_n) = A \operatorname{sign} (-y_n)$).

III.2.2 Régime non saturé

Pour caractériser le régime non saturé, il convient de chercher, en effectuant un changement de variable sur le temps, la solution de l'équation (3.3) compte tenu des conditions initiales $y(\tau)$ et $y'(\tau)$. Par l'intermédiaire de cette méthode de résolution, on aboutit au système d'équations suivant :

$$y = -T \left[A \operatorname{sgn} (-y_n) (D^{-1} - 1) + y'_n \right] e^{-t/T} + T y'_n + y_n + A \tau \operatorname{sgn} (-y_n) \quad (3.6)$$

$$\frac{dy}{dt} = \left[A \operatorname{sgn} (-y_n) (D^{-1} - 1) + y'_n \right] e^{-t/T} \quad (3.7)$$

Ce système précise le fonctionnement du régime non-saturé. A l'aide de ces diverses équations, l'évolution de la fonction d'erreur peut ainsi être entièrement définie; toutefois, afin de généraliser et de simplifier l'étude, la notation réduite suivante est introduite :

$$z = \frac{y}{A}, \quad z' = \frac{y'}{A}, \quad \alpha = \frac{\tau}{T}, \quad \delta t = \frac{t}{T} \quad \text{et} \quad D = e^{-\alpha} = e^{-\tau/T}$$

ceci conduit aux résultats suivants :

$$\text{pour } \delta t > \alpha \quad \left| \begin{aligned} z' &= \left[z'_n + \operatorname{sgn} (z'_n) (D^{-1} - 1) \right] e^{-\delta t} \\ z &= -T \left[z'_n + \operatorname{sgn} (z'_n) (D^{-1} - 1) \right] e^{-\delta t} + T z'_n + z_n + \tau \operatorname{sgn} (z_n) \end{aligned} \right. \quad (3.8)$$

$$\quad \quad \quad (3.9)$$

* on a posé $D = e^{-\tau/T}$; cette notation sera maintenue par la suite.

$$\text{pour } \delta t < \alpha \quad \left\{ \begin{array}{l} z' = \left[z_n' - \operatorname{sgn}(z_n') \right] e^{-\delta t} + \operatorname{sgn}(z_n') \\ z = T \left[\operatorname{sgn}(z_n') - z_n' \right] (e^{-\delta t} - 1) + T \operatorname{sgn} z_n' \delta t + z_n \end{array} \right. \quad (3.10)$$

$$(3.11)$$

III.3 Etude du régime transitoire

L'analyse de la partie transitoire du fonctionnement est subordonnée à la connaissance des instants d'émission des impulsions. La position de celles-ci dépend des niveaux relatifs du seuil et de l'intégrale de l'erreur, laquelle dépend de la sollicitation extérieure et de la sortie de l'asservissement.

Le signal d'erreur $\varepsilon(t) = f(t) - y(t)$ étant nécessairement fonction du temps, l'entrée $x(t)$ de l'organe asservi est constituée par une succession d'impulsions rectangulaires dont le signe change simultanément avec celui de l'erreur. Cette première remarque, associée à la loi de codage, permet de préciser analytiquement les instants T_k d'émission :

$$\int_0^{T_k} \varepsilon(t) dt = \lambda N$$

ou encore :

$$\int_0^{T_k} f(t) dt - \int_0^{T_k} y dt = \lambda N \quad (3.12)$$

λ représente le nombre algébrique d'impulsions tel qu'il a été défini au chapitre précédent (chapitre II)

En réalité, cette expression sert également de base au principe de recherche graphique des instants d'émission des impulsions que nous développerons en fin de chapitre.

III.3.1 Réponse impulsionnelle élémentaire

Recherchons tout d'abord l'expression mathématique de la sortie $y(t)$ du démodulateur (moteur), en remarquant, qu'entre les instants T_k et T_{k+1} , une seule impulsion a été émise.

Pour établir la réponse de la partie continue, considérons l'expression en notation de LAPLACE de l'impulsion dans deux régimes de fonctionnement. Elle s'écrit :

$$\frac{A}{p} \left[e^{-pT_k} - e^{-p(T_k + \tau)} \right] \operatorname{sgn} \left[\varepsilon(T_k) \right] \quad (3.13)$$

pour le régime non saturé ($\Delta T_k < \tau$)

$$\frac{A}{p} \left[e^{-pT_k} - e^{-pT_{k+1}} \right] \operatorname{sgn} \left[\varepsilon(T_k) \right]$$

pour le régime saturé ($\Delta T_k > \tau$)

La réponse de la partie linéaire du second ordre $\frac{1}{p(T_p+1)}$ à une telle sollicitation s'écrit donc :

$$Y_k(p) = \frac{A}{p^2(T_p+1)} \left[e^{-pT_k} - e^{-p(T_k + \tau)} \right] \operatorname{sgn} \varepsilon(T_k) \quad (3.14)$$

en régime non saturé.

$$\text{et } Y_k(p) = \frac{A}{p^2(T_p+1)} \left[e^{-pT_k} - e^{-pT_{k+1}} \right] \operatorname{sgn} \varepsilon(T_k)$$

en régime saturé.

Si nous appelons $h(t)$, la réponse unitaire, il vient :

$$Y_k(p) = L \left[h(t-T_k) - h(t-T_k-\tau) \right] \text{ en régime non saturé } (3.15)$$

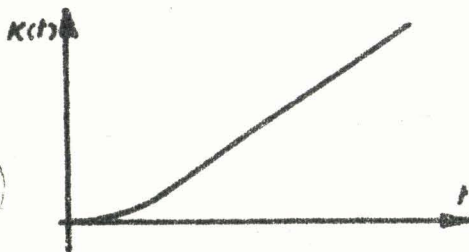
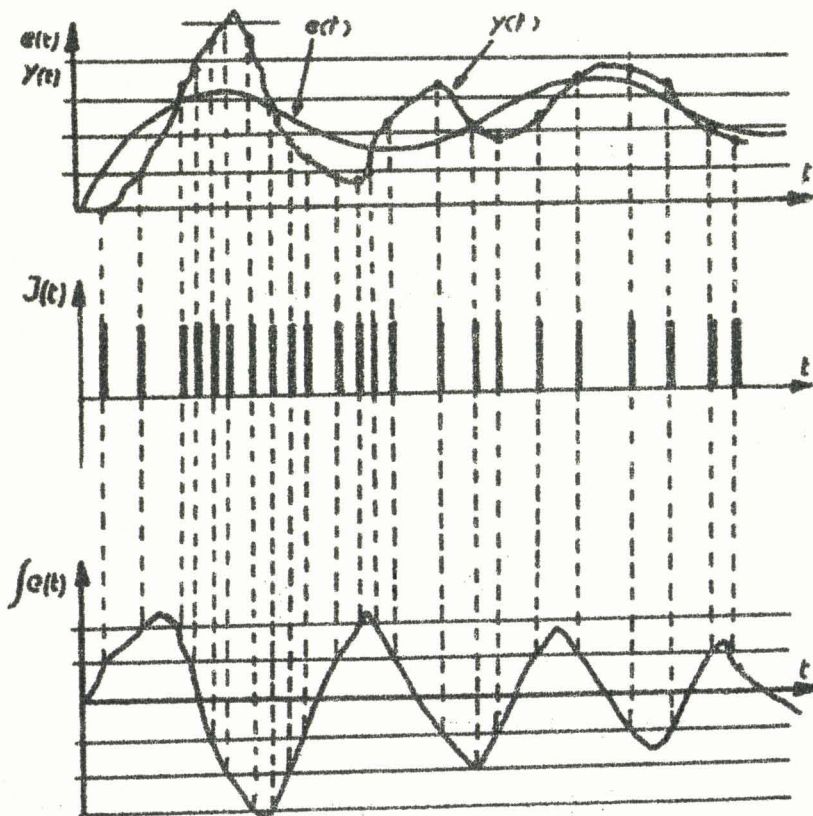
III.3.2 Réponse à une suite d'impulsions

L'image de la sortie $x(t)$ du modulateur intégral peut être définie en considérant la somme de toutes les impulsions émises. A l'instant T_n on obtient donc :

$$L |x(t)| = A \sum_{k=1}^n \frac{1}{p} (e^{-pT_k} - e^{-p(T_k + \tau)}) \cdot \operatorname{sgn} \varepsilon(T_k)$$

L'image de la sortie $y(t)$ de la partie linéaire s'en déduit :

$$L |y(t)| = \frac{A(1-e^{-p\tau})}{p^2(T_p+1)} \sum_{k=1}^n e^{-pT_k} \operatorname{sgn} \varepsilon(T_k) \quad (3.16)$$



- Figure 3.2 : Tracé graphique du régime transitoire -

Compte tenu de l'équation (3.15), il vient donc :

$$y(t) = A \sum_{k=1}^n \left[h(t-T_k) - h(t-T_k - \tau) \right] \operatorname{sgn} \varepsilon(T_k) \quad (3.17)$$

Dans l'hypothèse où $\tau < T_{k+1} - T_k$, quel que soit k , l'expression

$$H(t-T_k) = h(t-T_k) - h(t-T_k - \tau) \quad (3.18)$$

est connue. L'expression (3.17) permet alors de construire la réponse du système par simple addition graphique.

III.3.3 Construction graphique

Celle-ci nécessite la connaissance, d'une part de l'allure graphique d'une réponse impulsionnelle $f(t)$ et de son intégrale $K(t)$ et d'autre part, des instants d'émission des impulsions. Ceux-ci sont déterminés par l'intersection de la courbe représentant $E(t_k)$, (intégrale de l'erreur $\varepsilon(t)$) avec les droites d'ordonnée λN .

A chaque franchissement de seuil correspond une impulsion et à la courbe $E(T_k)$ correspond une courbe $E(T_{k+1})$, déduite de la précédente par simple addition, à l'instant T_k , de l'intégrale $K(t)$ d'une réponse impulsionnelle. Dans la mesure où $H(t)$ tend vers zéro assez rapidement, $K(t)$ se rapproche d'une valeur limite, ce qui facilite la construction. Ayant $E(t)$ par tracés successifs, il est possible d'en déduire l'allure de $\varepsilon(t)$ et ainsi le régime transitoire, la distribution impulsionnelle étant obtenue **directement** par construction.

3-4 Conclusion

Après avoir présenté l'asservissement de position envisagé, nous nous sommes préoccupés de la construction graphique de la réponse de celui-ci à une entrée quelconque.

La réponse impulsionnelle de la partie linéaire étant établie, cette méthode n'exige qu'une quantité de travail modérée. Toutefois, par suite de son caractère pas à pas, elle possède de nombreuses limitations. Aussi le fonctionnement de l'asservissement, compte tenu de ses divers paramètres, exige une étude de mathématique plus approfondie qui sera entreprise dès le chapitre suivant.

CHAPITRE IV

EQUATIONS DE RECURRENCE - REGIMES DE FONCTIONNEMENT

Les systèmes discrets peuvent être définis par le caractère impulsionnel des valeurs représentatives de tout signal. Un asservissement à modulation intégrale entre parfaitement dans le cadre de cette définition, mais, par ailleurs selon certains auteurs, s'en éloigne dans la mesure, où la "période", intervalle entre deux impulsions n'est pas constante. Il est régi par des équations de récurrence mais la variabilité de la période conduit à des relations implicites et rend par conséquent, inopérantes les diverses méthodes de résolution des systèmes échantillonnés classiques : transformée en z ou en z modifié, critères classiques de stabilité....

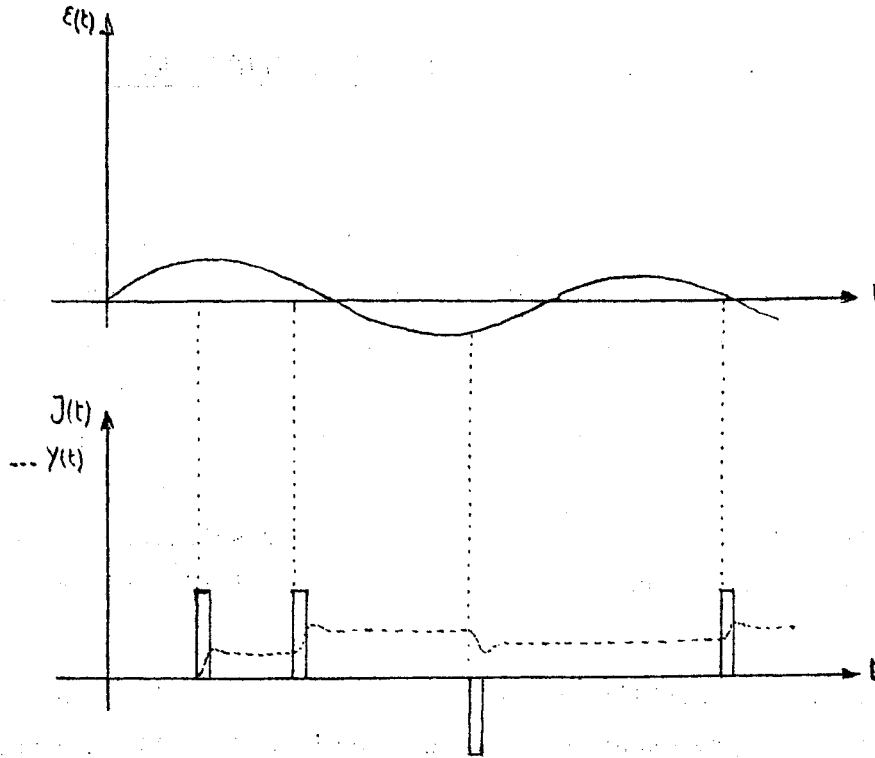
Néanmoins, nous établirons tout d'abord, les équations de récurrence propres à ce système, en proposant une méthode inspirée de celle des intervalles utilisée parfois pour certains asservissements non-linéaires (plus ou moins par exemple). Pour ce faire, nous nous baserons sur les équations dynamiques de fonctionnement élaborées à partir des propriétés de la partie linéaire (Chapitre III)

Ensuite, pour compléter la mise en équation du système asservi, les équations propres à l'organe non linéaire, seront adjointes aux équations de récurrence, il en sera de même pour le quantum q , calculé en fonction des divers paramètres de l'asservissement et à partir des conditions initiales y_n et y'_n à l'instant T_n .

Enfin, en vue de caractériser complètement le système, nous définirons dans un dernier paragraphe, les divers modes ou régimes de fonctionnement et les conditions d'obtention de ceux-ci.

IV-1 Equations de récurrence - Expressions du quantum (10) à (15)

Le fonctionnement de l'asservissement, présenté figure 4.1, est défini par les équations dynamiques établies au chapitre précédent. A partir de ces systèmes d'équations, on obtient directement, sans autre intermédiaire de calcul, les relations de récurrence en figeant l'évolution du système à l'instant T_{n+1} d'émission de la $(n+1)^{\text{ième}}$ impulsion.



- Figura 4.1 -

Les systèmes d'équations récurrentes se distinguent comme les systèmes d'équations dynamiques, par la valeur prise par ΔT_n , ("période instantanée"), vis à vis de la constante de temps τ ou, en notations réduites, de δT_n vis à vis de α .

Lorsque δT_n est supérieur à α , c'est à dire en régime non-saturé, (voir fig. 4.2), on obtient à partir des équations 3.8 et 3.9 :

$$z'_{n+1} = \left[(D^{-1} - 1) \operatorname{sgn}(-z_n) + z'_n \right] e^{-\delta T_n} \quad (4.1)$$

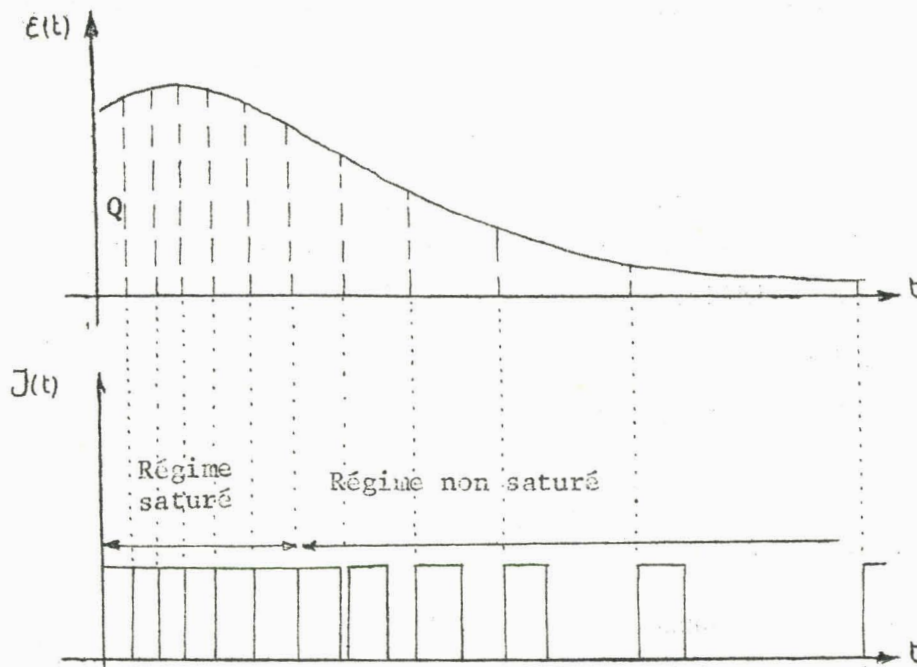
$$z_{n+1} = -T \left[(D^{-1} - 1) \operatorname{sgn}(-z_n) + z'_n \right] e^{-\delta T_n} + z_n + \tau \operatorname{sgn}(-z_n) + T z'_n \quad (4.2)$$

Par contre, lorsque δT_n est inférieur à α , le système ci-dessus devient :

$$z'_{n+1} = \operatorname{sgn}(-z_n)(1 - e^{-\delta T_n}) + z'_n e^{-\delta T_n} \quad (4.3)$$

$$z_{n+1} = T \left[z'_n - \operatorname{sgn}(z_n) \right] (1 - e^{-\delta T_n}) + z_n + T \operatorname{sgn}(-z_n) \delta T_n \quad (4.4)$$

Les équations ainsi établies restent valables pour n'importe quelle commande impulsionnelle ; afin de compléter l'analyse du fonctionnement, il convient de définir les lois d'élaboration de δT_n , ce qui revient à préciser la répartition des impulsions. Dans le cas présent, cette distribution est obtenue par calcul du quantum ; résultant de l'intégration des valeurs dynamiques du signal d'erreur pendant une période δT_n .



- Figure 4.2 -

Pour $\delta T_n > \alpha$

$$q = \int_0^{\alpha} z_1 \delta t + \int_{\alpha}^{\delta t_n} z_2 \delta t$$

z_1 et z_2 correspondent à la valeur de z définie par les équations 3.9 et 3.11.

On obtient ainsi :

$$q = T \left[(D^{-1} - 1) \operatorname{sgn}(-z_n) + z'_n \right] e^{-\delta T_n} + \left[T z'_n + z_n + \tau \operatorname{sgn}(-z_n) \right] \frac{\delta T_n}{2} e^{-\delta T_n} + \dots$$

$$\dots - \frac{\tau}{2T} \operatorname{sgn}(-z_n) \quad (4.5)$$

Pour $\delta T_n < \alpha$

$$q = \int_0^{\delta T_n} z_1 \delta t$$

il vient :

$$q = T \left[z'_n - \operatorname{sgn}(-z_n) \right] (\delta T_n + e^{-\delta T_n} - 1) + z_n \delta T_n + T \operatorname{sgn}(-z_n) \frac{\delta T_n^2}{2} \quad (4.6)$$

IV-2 Analyse de la fonction d'erreur

Il convient maintenant d'analyser plus finement les deux types de fonctionnement déterminés ci-dessus (régime saturé ou non), et de définir, pour chacun de ceux-ci, les différents modes possibles de l'asservissement.

A cet effet nous avons basé notre étude sur l'allure de la fonction d'erreur et, en particulier, sur le nombre de zéros présentés par celle-ci et sur leur position temporelle.

IV.2.1 Allure de la fonction d'erreur

Pour tracer la courbe représentative de la variable erreur, nous avons à notre disposition, les valeurs initiales z_n et z'_n de la sortie ($z = -e$). Dans une première étape nous nous penchons plus précisément sur l'allure de cette courbe, en déterminant ses extrema et valeur asymptotique.

Les expressions des équations dynamiques précisant cette courbe, ont été établies au chapitre précédent et présentent quelques particularités notables.

1 - Dans l'expression de z (pour $\delta t > \alpha$) apparaît, lorsqu'on fait tendre δt vers l'infini, un terme non nul $T z'_n + z_n + \tau \operatorname{sgn}(-z_n)$, dépendant essentiellement des conditions initiales.

2 - D'après l'expression de z' (pour $\delta t > \alpha$), la fonction d'erreur ne présente pas d'extremum au delà du temps réduit α .

a) Position de l'extremum

Le seul extremum de la courbe ne peut donc se situer, d'après la remarque 2 ci-dessus, qu'entre les instants 0 et α . Cette position, déterminée par une dérivée z' nulle (pour $\delta t_0 < \alpha$), à l'instant δt_0 tel que :

$$\delta t_0 = \text{Log} \left[1 - z'_n \text{sgn}(-z_n) \right] \quad (4.7)$$

. impose, puisque δt_0 est compris entre 0 et α :

$$z'_n \text{sgn}(-z_n) < 0 \quad \text{et} \quad \alpha > \text{Log} \left[1 - z'_n \text{sgn}(-z_n) \right]$$

ou encore

$$0 > z'_n \text{sgn}(-z_n) > 1 - D^{-1} \quad (4.8)$$

b) Tracé de la fonction d'erreur

Pour compléter cette recherche et les diverses allures de cette fonction d'erreur, il faut déterminer la valeur prise par z au bout d'un temps infini (donc pour $\delta t > \alpha$) par rapport à celle prise à l'instant réduit α .

Or

$$z_\infty - z(\alpha) = TD \left[(D^{-1} - 1) \text{sgn}(-z_n) + z'_n \right] \quad (4.9)$$

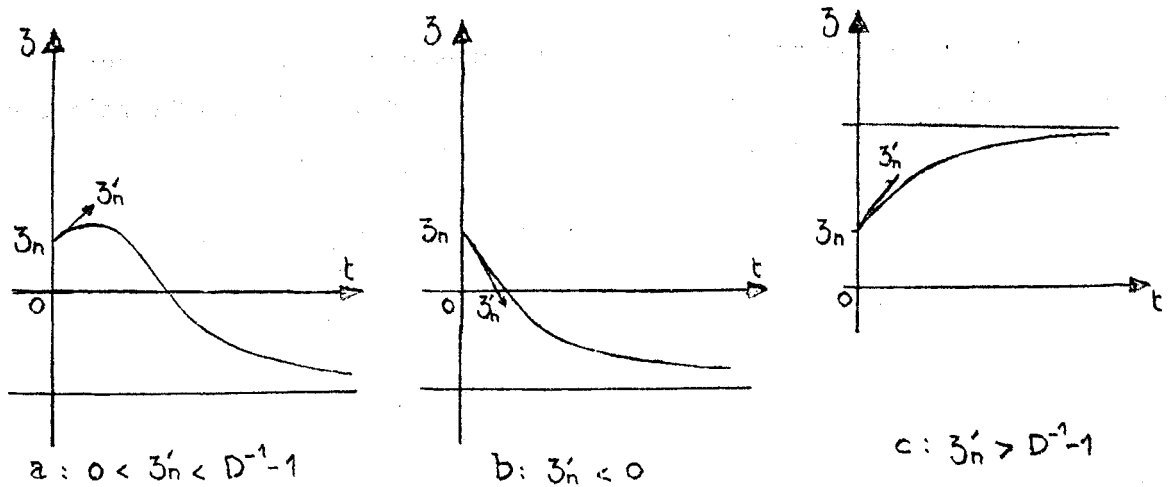
ceci conduit aux résultats suivants :

$$. \quad z_\infty > z(\alpha) \quad \text{si} \quad z'_n > (1 - D^{-1}) \text{sgn}(-z_n)$$

$$. \quad z_\infty < z(\alpha) \quad \text{si} \quad z'_n < (1 - D^{-1}) \text{sgn}(-z_n)$$

On déduit de ces inégalités que, pour une valeur de z_n positive, la valeur finale z_∞ est inférieure à $z(\alpha)$, si la condition (4.8) d'existence d'un extremum est vérifiée.; ou si l'inégalité (4.8) n'étant pas vérifiée, z'_n est négatif.

Enfin la valeur finale est supérieure à $z(\alpha)$ si z'_n est supérieur à $(1 - D^{-1})$. Il est alors possible de dessiner pour z_n positif les trois types d'allures suivantes (figure 4.3).



- Figure 4.3 -

Pour une valeur initiale z_n négative, les conditions et les courbes se déduisent des précédentes par symétrie.

IV.2.2 Zéros de la fonction d'erreur - Condition d'existence

Les diverses configurations de la fonction d'erreur étant définies ci-dessus, il reste, pour déterminer les modes de fonctionnement du système, à préciser les instants où la fonction d'erreur s'annule, par rapport à la largeur de l'impulsion.

L'examen de la figure 4.3 montre que les cas a et b sont les seuls où l'erreur peut s'annuler. L'instant δT_1 correspondant à un zéro de l'erreur antérieur à α est donné par $z_1(\delta T_1) = 0$ soit :

$$T \left[z'_n - \text{sgn}(z_n) \right] (1 - e^{-\delta T_1}) + z_n + T \text{sgn}(z_n) \delta T_1 = 0 \quad (4.10)$$

Quant à l'instant δT_2 ($\delta T_2 > \alpha$), il est défini par l'équation :

$$-T \left[(D^{-1}-1) \text{sgn}(z_n) + z'_n \right] e^{-\delta T_2} + T z'_n + z_n + T \text{sgn}(z_n) = 0 \quad (4.12)$$

Il convient de préciser maintenant les conditions d'existence d'un zéro, et sa position par rapport à α .

L'existence globale d'un zéro de la fonction d'erreur impulsionnelle est liée au signe de sa valeur finale : $Tz'_n + z_n + \tau \operatorname{sgn}(-z_n)$ par rapport au signe de sa valeur initiale z_n .

L'existence d'un zéro est définie par la condition suivante :

$$\left[Tz'_n + z_n + \tau \operatorname{sgn}(-z_n) \right] \operatorname{sgn}(z_n) < 0$$

c'est à dire par l'inégalité :

$$(Tz'_n + z_n) \operatorname{sgn}(z_n) - \tau < 0 \quad (4.13)$$

De plus, pour que δT_1 existe, ou se situe entre 0 et α , il faut et il suffit que la relation suivante déduite des conditions de signe sur $z(\alpha)$ et z_n soit vérifiée :

$$z_n \operatorname{sgn}(-z_n) + \tau + T(1-D) \left[z'_n \operatorname{sgn}(-z_n) - 1 \right] > 0 \quad (4.14)$$

Quant à l'existence de δT_2 (zéro de la fonction d'erreur au delà de l'instant α), elle est subordonnée à la condition nécessaire et suffisante ci-dessous :

$$T \frac{(1-D) \operatorname{sgn}(-z_n) + Dz'_n}{Tz'_n + z_n + \tau \operatorname{sgn}(-z_n)} > D^{-1} \quad (4.15)$$

Remarques :

1 . La condition 4.13 se trouve réalisée si l'inégalité 4.14 ou 4.15 est remplie .

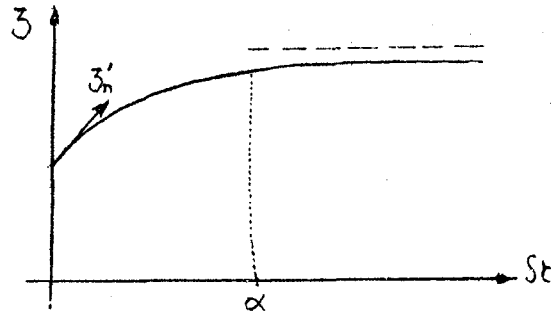
2 . Le paragraphe précédent montre que les relations 4.14 et 4.15 ne peuvent être vérifiées simultanément.

IV-3 Modes et domaines de fonctionnement

L'étude effectuée au précédent paragraphe, constitue une base de recherche des modes de fonctionnement. En effet, grâce à l'allure des courbes de la fig. 4.3, il est maintenant possible de définir des types de fonctionnement et par l'intermédiaire des valeurs de δT_1 et δT_2 d'en préciser les frontières c'est à dire de définir les domaines correspondant à chacun d'eux. Enfin les conditions d'existence de ces deux valeurs δT_1 et δT_2 définissent celles des domaines ainsi établis.

IV.3.1 Divers modes de fonctionnement

a) Le mode de fonctionnement le plus simple, est présenté par le cas de figure 4.3 c (Fig. 4.4)



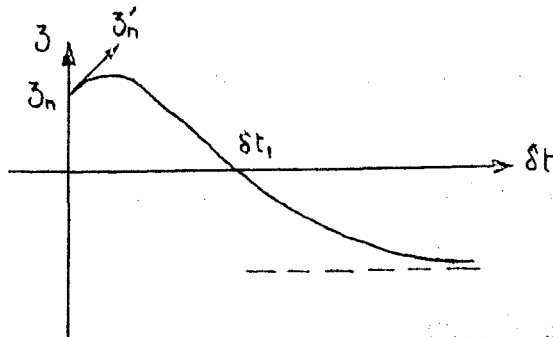
- Figure 4.4 -

La valeur de la fonction d'erreur ε (pour $z_n > 0$) étant toujours positive, l'aire l'est également ainsi que le quantum.

On n'a que deux régimes possibles (appelés A et D dans l'étude des zones du paragraphe suivant) :

- . mode A avec q positif et $\delta T_n < \alpha$ (régime saturé)
- . mode D avec q positif et $\delta T_n > \alpha$ (régime non saturé)

b) Les modes, représentés fig 4.3 a et 4.3 b, se définissent de manière similaire. (Figure 4.5)



- Figure 4.5 -

Tout d'abord, remarquons, que si la valeur asymptotique $Tz'_n + z_n + \text{sgn}(z_n)$ est du signe de z_n , nous sommes ramenés au cas précédent et il n'y a pas de zéro.

Dans le cas contraire, plusieurs modes sont possibles suivant que le régime est saturé ou non (δt_n inférieur ou supérieur à α) et selon la position de l'instant d'annulation δT_1 de l'erreur vis à vis de α . On peut ainsi définir quatre modes :

- . mode B : régime saturé et q positif
- . mode C : régime saturé et q négatif
- . mode E : régime non-saturé et q positif
- . mode F : régime non-saturé et q négatif

Cette classification va être précisée afin de déterminer les limites des domaines de fonctionnement.

Ce paragraphe, comportant une analyse graphique, avait nécessité le choix du signe de z_n ($z_n > 0$); l'étude suivante en a été rendu indépendante.

IV.3.2 Domaines de fonctionnement (16), (17)

Ceux-ci se déduisent directement des résultats précédents dans lesquels nous explicitons la notion "régime saturé" par la condition $\delta T_1 < \alpha$ et non saturé par $\delta T_2 > \alpha$.

IV.3.2.1 - Régime saturé

Le mode A est défini par les conditions aux limites suivantes, qui précisent les frontières du domaine A :

$$0 < q < T \left[z_n' - \text{sgn}(z_n) \right] (\alpha - 1 + D) + \alpha z_n - \frac{T\alpha^2}{2} \text{sgn}(z_n) \quad (4.16)$$

Le mode B est limité dans le temps à la valeur δT_1 , ce qui fixe les frontières du domaine B.

$$0 < q < T \left[z_n' - \text{sgn}(z_n) \right] \left[\delta T_1 - 1 + e^{-\delta T_1} \right] + z_n \delta T_1 - \frac{T}{2} \delta T_1^2 \text{sgn}(z_n) \quad (4.17)$$

Le mode C (inégalité 4.16), nécessite un quantum de signe opposé à celui de z_n et une valeur de q inférieur, en valeur absolue, à la plus grande valeur possible dans le mode B.

$$\begin{aligned} q &\geq T \left[z_n' - \text{sgn}(z_n) \right] (\alpha - 1 + D) + \alpha z_n - \frac{T}{2} \alpha^2 \text{sgn}(z_n) \\ q &< -T \left[z_n' - \text{sgn}(z_n) \right] (\delta T_1 - 1 + e^{-\delta T_1}) - z_n \delta T_1 + \frac{T}{2} \delta T_1^2 \text{sgn}(z_n) \end{aligned} \quad (4.18)$$

IV.3.2.2 - Régime non saturé

Le mode D est simplement défini par $\delta T_n \geq \alpha$ c'est à dire par :

$$q \geq T \left[z'_n - \text{sgn}(z_n) \right] (\alpha - 1 + D) + \alpha z_n - \frac{T}{2} \alpha^2 \text{sgn}(z_n) \quad (4.19)$$

Quant au mode E, il suppose $\alpha \leq \delta T_n \leq \delta T_2$, ce qui fournit le domaine correspondant :

$$\begin{aligned} q \leq & \left[T z'_n + z_n + \tau \text{sgn}(z_n) \right] (1 + \alpha - \text{Log} \frac{T z'_n + z_n + \tau \text{sgn}(z_n)}{T [(D^{-1} - 1) \text{sgn}(z_n) + z'_n]}) - T z'_n \dots \\ & \dots - \tau (1 + \frac{\tau}{2T}) \text{sgn}(z_n) \\ q \geq & T \left[z'_n - \text{sgn}(z_n) \right] (\alpha - 1 + D) + \alpha z_n - \frac{T}{2} \alpha^2 \text{sgn}(z_n) \quad (4.20) \end{aligned}$$

Enfin le mode F (inégalité 4.2) est précisé par $\delta T_n > \delta T_2$, mais aussi par une valeur du quantum inférieure en valeur absolue à la plus grande valeur du mode E soit $q(\delta T_2)$.

$$\begin{aligned} q \leq & - \left[T z'_n + z_n + \tau \text{sgn}(z_n) \right] (1 + \alpha - \text{Log} \frac{T z'_n + z_n + \tau \text{sgn}(z_n)}{T [(D^{-1} - 1) \text{sgn}(z_n) + z'_n]}) + T z'_n \\ & \dots + \tau (1 + \frac{\tau}{2T}) \text{sgn}(z_n) \quad (4.21) \end{aligned}$$

IV-4 Utilisation des courbes de fonctionnement

IV.4.1 Courbes à Z'_n variable

L'étude des courbes ci-dessus situe l'analyse du fonctionnement dans l'espace $Z_n - Z'_n - Z_{n+1} - Z'_{n+1}$. A un quantum Q et à une largeur d'impulsion α donnée correspond une hypersurface. L'étude globale aboutit donc à un réseau d'hypersurfaces, qui sera étudié dans des plans privilégiés, par programmation sur calculatrice numérique (voir Annexe I)

Leur projection sur les plans Z'_{n+1}, Z_n et Z'_{n+1}, Z'_n , permet d'analyser et de prévoir le fonctionnement du système dans une zone donnée.

Le principe consiste, à partir des conditions initiales sur Z et Z' à rechercher les nouvelles valeurs de ces variables à l'instant d'émission d'une impulsion suivant, puis à ramener la valeur de Z ainsi trouvée sur l'axe des abscisses (axe Z_n) par l'intermédiaire de la première bissectrice $Z_{n+1} = Z_n$ et à passer aux courbes correspondant à la nouvelle valeur de Z' (figures 4.6 et 4.7).

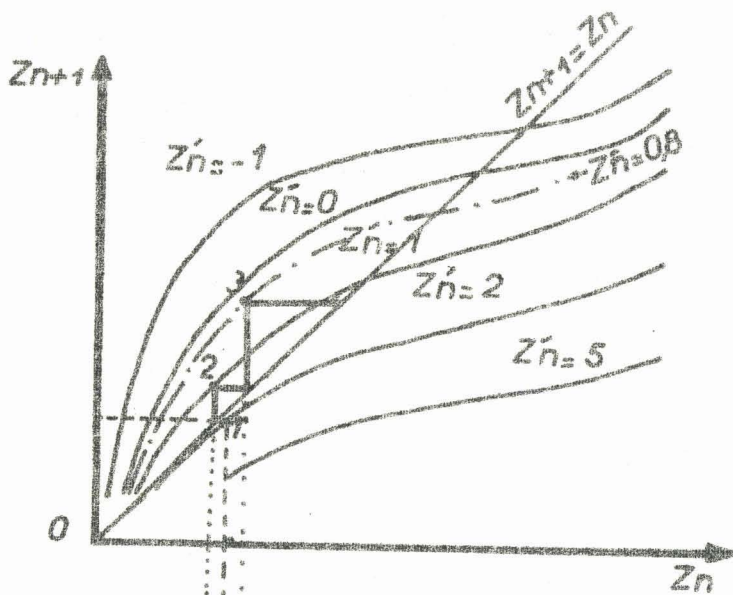


Figure 4.6

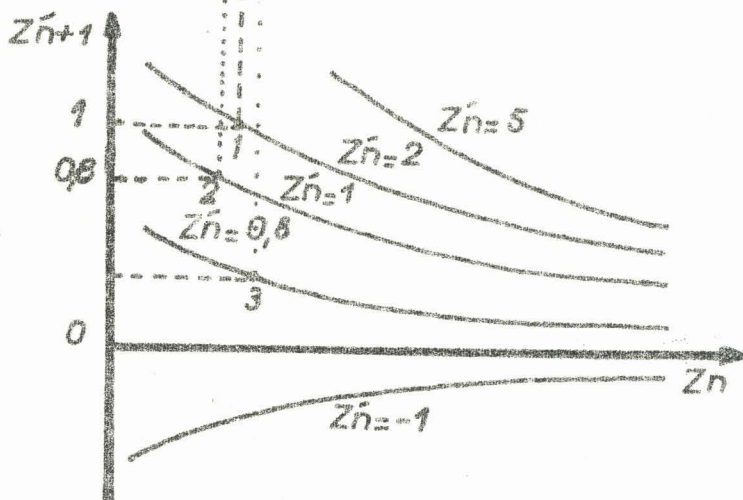
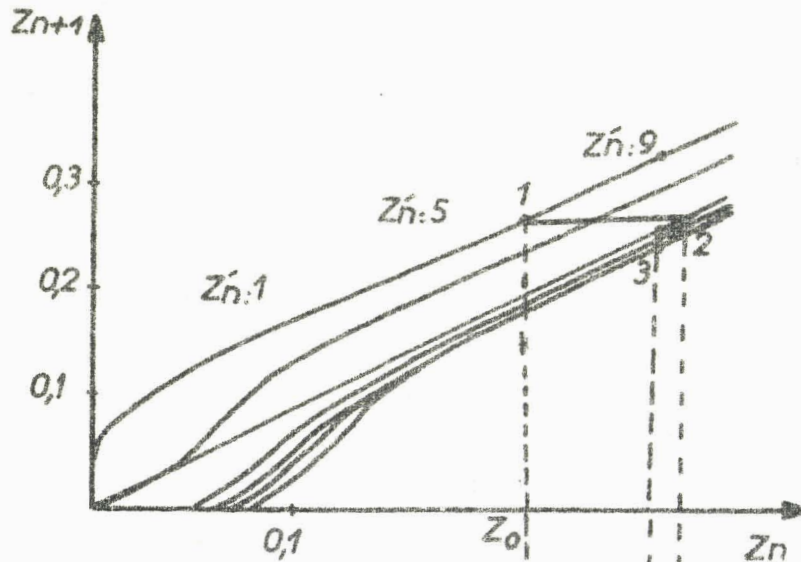


Figure 4.7

IV.4.2 Exemple graphique

Afin de mieux préciser la méthode précédente, nous allons nous intéresser à l'exemple suivant. Choisissons pour largeur et quantum, (en notations réduites), les valeurs : $\alpha = 5$, $q = 0,4$.



Choisissons pour conditions initiales : $Z'_n = 9$, $Z_n = 0,3$.

Ceci correspond aux points marqués (1) (fig. 4.8 et 4.9).

Les abaques ci contre, fournissent les coordonnées du point suivant (numéro 2)

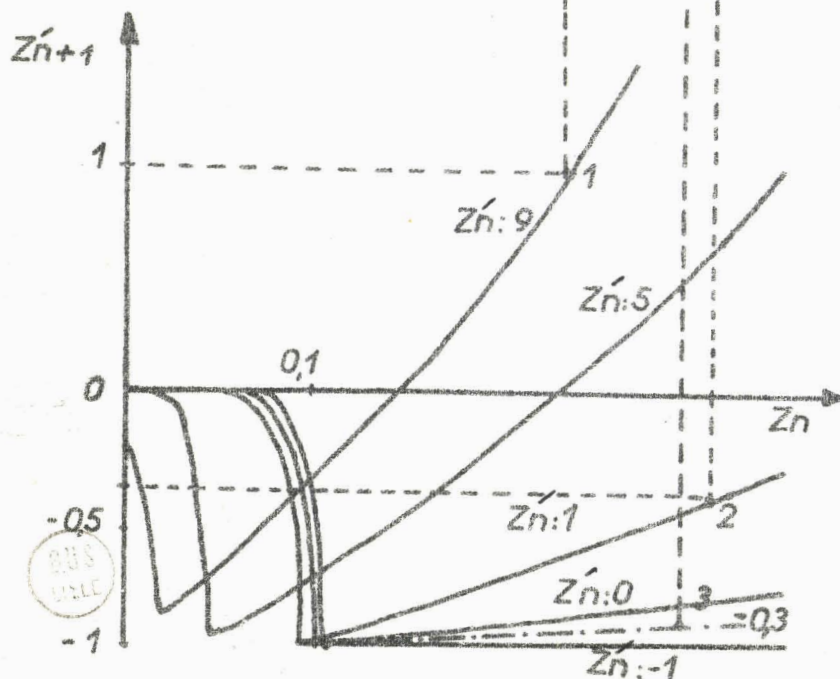
$$Z_{n+1} = 0,27 \text{ , } Z'_{n+1} = 1$$

En utilisant la courbe $Z' = 1$, on obtient les coordonnées n du point 2 soit $Z_{n+2} = 0,25$, $Z'_{n+2} = -0,3$

Par extrapolation, on construit les courbes à $Z' = 0,3$, ce qui permet l'obtention n du point 3

$$Z_{n+3} = 0,22 \text{ , } Z'_{n+3} = -0,8$$

Et ainsi de suite ; on détermine, de cette manière, l'évolution de la sortie du système asservi.



- Figures 4.8 et 4.9 -

IV.4.3 Zones de fonctionnement

Les valeurs de α et q restent égales à 5 et 0,4.

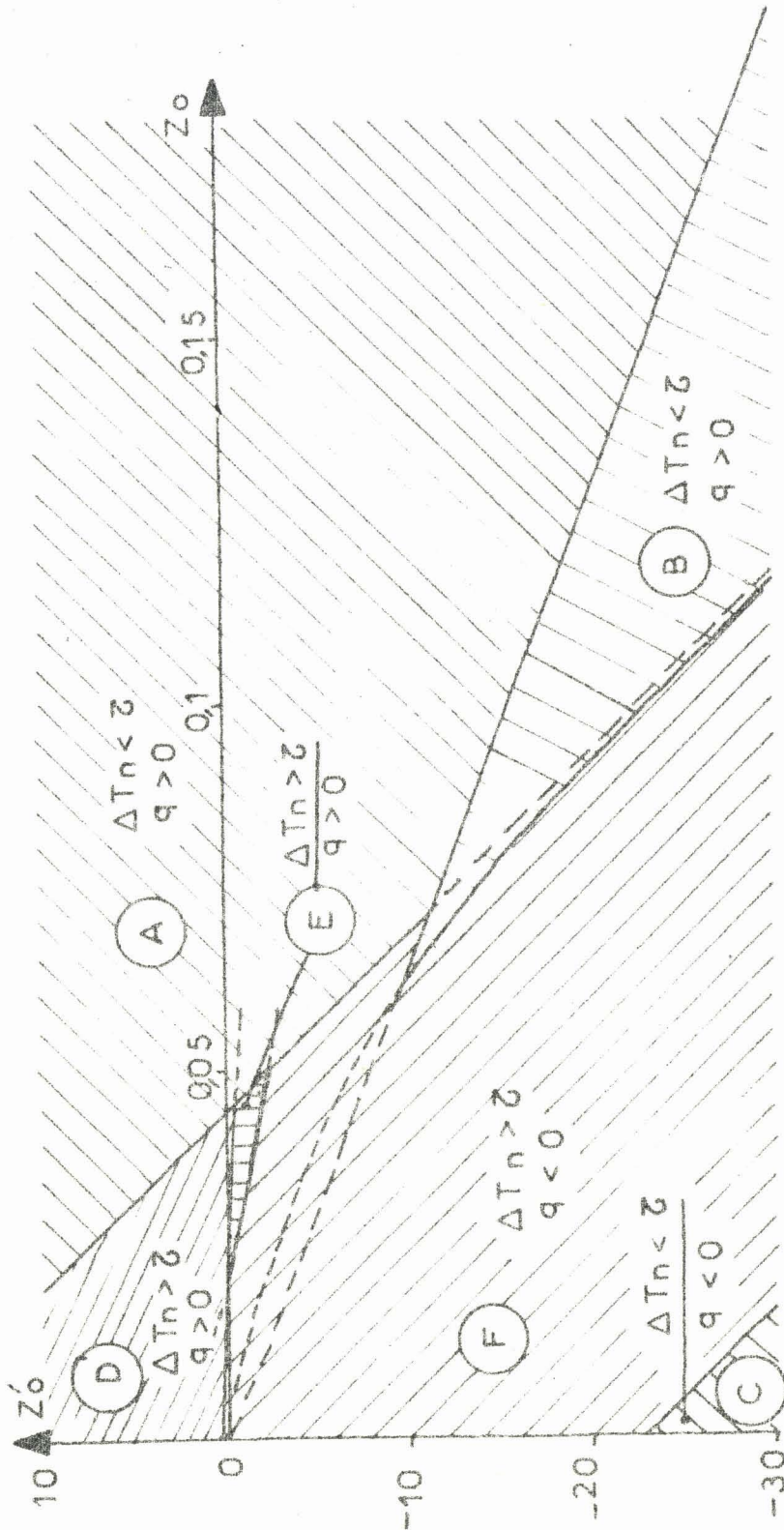


Figure 4.10: Zones de fonctionnement

IV-5 Conclusion

L'extension de la méthode des intervalles a permis l'établissement des équations de récurrence régissant le système . Toutefois, l'aspect implicite de celles-ci et la nécessité d'utiliser des systèmes récurrents d'équations imposent une étude particulièrement complexe du fonctionnement, compliquée en outre, par le nombre élevé des paramètres. Il a toutefois, été possible de définir un certain nombre de zones, à partir d'une analyse élémentaire de la fonction d'erreur. Celles ci se recouvrent parfois et, seule, la connaissance des valeurs des paramètres permettrait une distinction plus nette. Ces valeurs n'ont pas été imposées dans ce chapitre aux seules fins de conserver son caractère général à l'analyse.

CHAPITRE V

ETUDE DE LA STABILITE

En matière de servomécanisme, les questions de stabilité revêtent un caractère important et, même si elles ne constituent pas toujours l'essentiel de l'étude d'un projet, elles sont bien souvent liées à la bonne marche d'un système asservi.

Actuellement, la théorie des systèmes échantillonnés, et en particulier leur analyse et synthèse, a atteint un degré de perfection élevé ; cependant, la stabilité fait encore l'objet de nombreuses recherches, car pour certains problèmes non linéaires, les méthodes d'étude sont insuffisantes en pratique. De plus, cette notion de stabilité est difficile à préciser, de multiples définitions ayant été élaborées, chacune d'entre elles se trouvant justifiée par le concept qui l'a fait naître.

Toutefois, un intérêt tout particulier a été porté ces dernières années sur la seconde méthode de Ljapunov (20), celle-ci a suscité grâce à sa souplesse et à sa puissance d'importants travaux. Malheureusement, en ce qui nous concerne la notion de fonctions de Ljapunov et par voie de conséquence les critères de stabilité qui en découlent, sont pour les unes trop générales pour être utilisées ici, pour les autres trop orientées vers un type d'asservissement pour être applicables à un modulateur intégral. De même les méthodes par linéarisation ne conviennent pas car il semble difficile d'établir une fonction de transfert généralisée simple. Enfin les autres méthodes propres aux systèmes échantillonnés sont également à rejeter car elles supposent toujours une période d'échantillonnage constante.

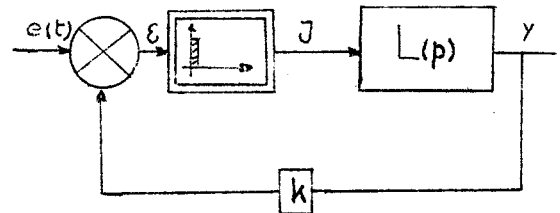
Néanmoins, à partir des équations de récurrence, établies au chapitre précédent, il est possible, en utilisant une méthode de résolution générale des suites, de définir certaines conditions de convergence et par là de stabilité globale du système. Bien qu'assez restrictives, ces conditions aux limites n'en constituent pas moins des conditions suffisantes de stabilité, qui permettent, pour chaque mode de fonctionnement, de préciser les domaines correspondants de stabilité instantanée.

V-1 Equations du système

Parmi les diverses variables d'état susceptibles d'être utilisées pour l'analyse de la stabilité du système nous avons choisi e :

$$e = e - ky$$

comme le rappelle le schéma de principe (figure 5.1) dans lequel y représente la fonction de sortie et e la valeur de consigne, k étant le gain de la boucle de retour.



L'expression ci-dessus s'exprime en notations réduites :

$$z = \frac{e}{A} - ku \quad (5.1)$$

- Figure 5.1 -

Il est ainsi possible d'exprimer les équations établies au chapitre IV en fonction de la variable d'erreur e et de la grandeur de consigne e .

En régime non saturé, il vient :

$$z'_{n+1} = -\frac{e'_{n+1}}{A} + \left[k(D^{-1}-1) \operatorname{sgn}\left(\frac{e_n}{A} - z_n\right) + z'_n - \frac{e'_n}{A} \right] e^{-\delta T_n} \quad (5.2)$$

$$\begin{aligned} z_{n+1} &= -\frac{e_{n+1}}{A} - T \left[z'_n - \frac{e'_n}{A} + k(D^{-1}-1) \operatorname{sgn}\left(\frac{e_n}{A} - z_n\right) \right] e^{-\delta T_n} \dots \\ &\dots + T \left(z'_n - \frac{e'_n}{A} \right) + z_n - \frac{e_n}{A} + kT \operatorname{sgn}\left(\frac{e_n}{A} - z_n\right) \end{aligned} \quad (5.3)$$

et en régime saturé :

$$z'_{n+1} = -\frac{e'_{n+1}}{A} + k(1-e^{-\delta T_n}) \operatorname{sgn}\left(\frac{e_n}{A} - z_n\right) + \left(z'_n - \frac{e'_n}{A} \right) e^{-\delta T_n} \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} z_{n+1} &= -\frac{e_{n+1}}{A} + T \left[z'_n - \frac{e'_n}{A} - \operatorname{sgn}\left(\frac{e_n}{A} - z_n\right) k \right] (1-e^{-\delta T_n}) \dots \\ &\dots + z_n - \frac{e_n}{A} + kT \operatorname{sgn}\left(\frac{e_n}{A} - z_n\right) \delta T_n \end{aligned} \quad (5.5)$$

V-2 Analyse de stabilité par zone de fonctionnement (18) (19)

Le principe d'étude précisé au début de ce chapitre, se matérialise par l'expression $|z_{n+1}| < |z_n|$.

Les quatre équations (5.2) à (5.5) définissent l'évolution de la fonction d'erreur dans le cas général ; pour mener à bien l'étude de la stabilité, nous nous placerons dans le cadre d'un régulateur.

Pour simplifier, posons en outre $k = 1$; ceci nous conduit aux équations :

$$z_{n+1} = -T \left[(D^{-1} - 1) \operatorname{sgn}(-z_n) + z'_n \right] e^{-\delta T} + T z'_n + z_n + \tau \operatorname{sgn}(-z_n) \quad (5.6)$$

en régime non-saturé

$$z_{n+1} = T \left[z'_n - \operatorname{sgn}(-z_n) \right] (1 - e^{-\delta T}) + z_n + T \operatorname{sgn}(-z_n) \delta T \quad (5.7)$$

en régime saturé.

V.2.1 Zones A et B *

Ces zones sont à quantum positif et limitées

pour A par : $0 < q < T(1+z'_n)(\alpha + D^{-1} - 1) + \alpha z_n - T/2 \alpha^2$

pour B par : $0 < q < T(1+z'_n)(e^{-\delta T} - 1) + (T + T z'_n + z_n) \delta T - T \frac{\delta T^2}{2}$

Elles sont séparées par la condition aux limites :

$$T(D-1) + z_n - \tau = 0$$

Le domaine de stabilité est intérieur à la sous-zone :

$$0 < T(1+z'_n)(1 - e^{-\delta T}) + z_n - T \delta T < z_n$$

c'est à dire :

$$z_n > T \left[\delta T - (1+z'_n)(1 - e^{-\delta T}) \right] \quad (5.8)$$

Il est associé à la condition :

$$z'_n < \frac{\delta T}{1 - e^{-\delta T}} - 1 \quad (5.9)$$

V.2.2 Zone C

A quantum négatif, elle est définie par :

$$- \left[z_n + (T z'_n + z_n) \delta T - T/2 \delta T^2 \right] > q > T(1+z'_n)(\alpha - 1 + D^{-1}) + \alpha z_n - T/2 \alpha^2$$

* L'étude sera poursuivie pour $z_n > 0$, étant entendu que le cas $z_n < 0$ s'en déduirait par symétrie.

La partie stable de la zone est définie par la condition : $-z_n < z_{n+1} < 0$
soit la double inégalité :

$$T/2 \left[\delta T_n - (1+z'_n)(1-e^{-\delta T_n}) \right] < z_n < T \left[\delta T_n - (1+z'_n)(1-e^{-\delta T_n}) \right]$$

V.2.3 Zones D et E

Ces zones impliquant un quantum positif, sont définies par les frontières suivantes :

$$\text{pour D : } q > T(1+z'_n)(\alpha + D^{-1} - 1) + \alpha z_n - T/2 \alpha^2$$

$$\text{pour E : } q < (Tz'_n + z_n - \tau)(1 + \alpha - \text{Log} \frac{Tz'_n + z_n - \tau}{T(D-1+Dz'_n)}) + \frac{\tau^2}{2T} - Tz'_n + \tau$$

$$q > T(1+z'_n)(\alpha + D^{-1} - 1) + \alpha z_n - T/2 \alpha^2$$

Elles sont séparées par la condition aux limites :

$$z_n = \tau + T(1-D)$$

Le domaine de stabilité est précisé par les inéquations suivantes :

$$0 < -T(z'_n - D^{-1} + 1)e^{-\delta T_n} + Tz'_n + z_n - \tau < z_n$$

soit d'une part

$$z_n > T(z'_n - D^{-1} + 1)e^{-\delta T_n} - Tz'_n - \tau$$

et d'autre part la condition sur z'_n et δT_n :

$$z'_n < \frac{(1-D^{-1})e^{-\delta T_n} + \alpha}{1 - e^{-\delta T_n}}$$

$$\text{soit } \delta T_n < \text{Log} \frac{D-1+Dz'_n}{D(z'_n - \alpha)}$$

V.2.4 Zone F

Le quantum est négatif et le régime non saturé. L'inégalité suivante détermine la zone :

$$q < -(Tz'_n + z_n - \tau)(1 + \alpha - \text{Log} \frac{Tz'_n + z_n - \tau}{T(D-1+Dz'_n)}) + \tau + \tau^2/2T - Tz'_n$$

Quant au domaine de stabilité, il est limité par :

$$-z_n < -T(z'_n + 1 - D^{-1})e^{-\delta T} z_n + Tz'_n + z_n - \alpha <$$

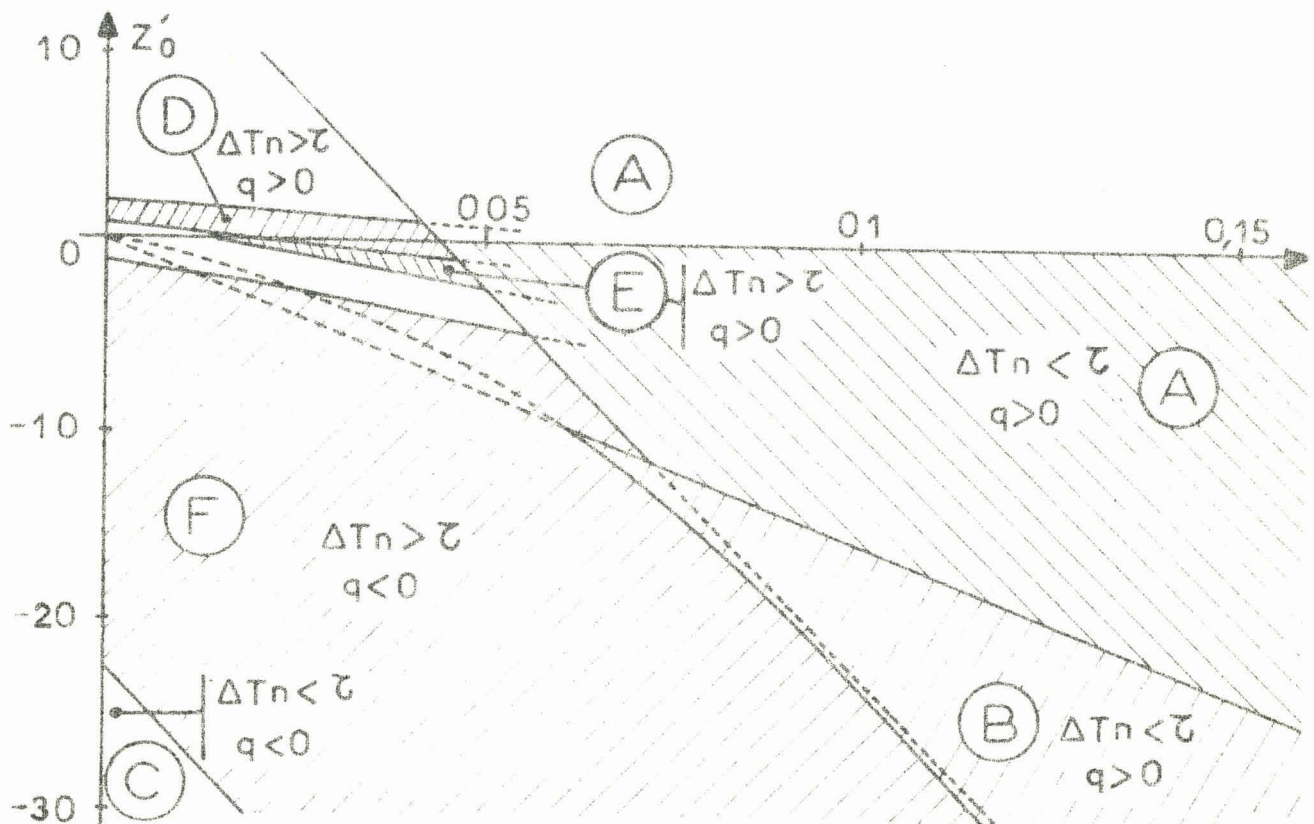
soient les inégalités :

$$z_n > + T/2 (z'_n + 1 - D^{-1})e^{-\delta T} z_n - z'_n + \alpha$$

$$z_n < T (z'_n + 1 + D^{-1})e^{-\delta T} z_n - z'_n + \alpha$$

V-3 Tracé des domaines de stabilité

En vue de compléter l'exemple d'utilisation des courbes présenté au chapitre précédent, la figure 5.2 illustre les zones de stabilité tracées dans le plan $Z_n - Z'_n$ pour les mêmes valeurs de Q et α choisies. Celles-ci ont été déterminées à partir du programme de calcul élaboré pour la détermination des zones de fonctionnement (Annexe 1)



- Figure 5.2 : Domaines de stabilité -

V-4 Conclusion

L'analyse de la stabilité s'avère particulièrement délicate compte tenu du caractère implicite des équations de récurrence. Ceci conduit à des conditions aux limites très difficiles à exploiter malgré la simplicité du principe d'étude. Une frontière se trouvant définie soit par un système de deux équations, soit par une relation implicite, nous avons ainsi été amené à élaborer un programme de tracé de ces domaines sur calculatrice numérique.

Il convient d'attirer l'attention sur le fait que, bien que ces domaines aient été déterminés à partir de conditions correspondant à l'état du système à l'instant d'émission de la $n^{\text{ième}}$ impulsion, les formes des équations n'en restent pas moins valables pour l'état initial du système et ainsi les zones tracées peuvent être considérées dans l'espace des conditions initiales.



III^e PARTIE

ETUDE EXPERIMENTALE DE L' ASSERVISSEMENT

CHAPITRE VI

SIMULATION DE L'ASSERVISSEMENT

Lors de l'analyse et de la synthèse d'un asservissement le calcul analogique constitue un outil de travail fort intéressant ; en effet, grâce à sa simplicité de programmation et à sa rapidité de mise en oeuvre, il offre un gain de temps appréciable pour l'utilisateur ; de plus il permet un réglage aisé des paramètres du problème et ainsi une recherche pratique du fonctionnement optimal d'un système asservi.

Le présent chapitre, destiné à l'étude globale d'un asservissement à modulation intégrale, va s'attacher à préciser les diverses étapes de la simulation :

- simulation du modulateur simple (convertisseur)
- simulation du modulateur double (organe d'asservissement)
- simulation du système asservi.

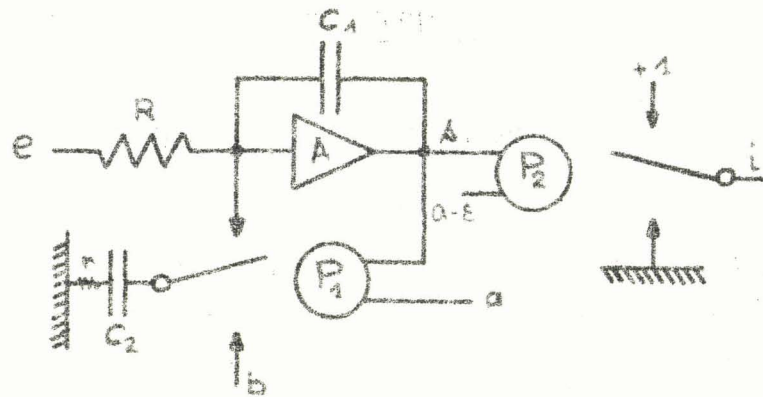
VI-1 Simulation du convertisseur analogique-digital

D'après l'étude entreprise au chapitre II, le problème se résume à : simuler un organe émettant une impulsion de signe bien défini, lorsque l'intégrale de l'entrée atteint un certain seuil (quantum).

L'intégration d'une tension, aisée en calcul analogique, ne pose aucun problème, mis à part une éventuelle saturation de l'amplificateur.

Pour pallier cet inconvénient, il convient d'imposer à cet organe une remise à zéro de sa tension de sortie, après chaque pas de quantification.

Le dispositif adopté utilise la propriété de conservation des charges d'un condensateur ; la tension de sortie de l'intégrateur (Figure 6.1) peut ainsi être modifiée par simple variation imposée à la charge du condensateur (C_1) de bouclage de l'amplificateur. Pour cela, il suffit d'injecter sur une armature de C_1 , à un instant déterminé par le passage de la sortie de l'intégrateur par le passage de la sortie de l'intégrateur par la valeur du quantum (comparateur P_1), la charge préalablement emmagasinée par un condensateur C_2 . (Signalons l'utilité de la résistance r de très faible valeur, destinée à limiter l'intensité transitoire du courant de décharge de C_2)



- Figure 6.1 - Schéma de principe

L'explication du fonctionnement peut se résumer ainsi :

Supposons le condensateur C_2 , chargé initialement au potentiel b . Par principe, le potentiel d'entrée e de l'amplification opérationnel est nul. Lors de la commutation du comparateur P_1 , toute la charge emmagasinée dans le condensateur C_2 est instantanément (constante de temps rC_2) transférée dans C_1 .

Si s_0 correspond à la valeur prise par la tension de sortie s de l'amplification à l'instant de commutation de s_b la tension aux bornes de C_2 , il vient :

$$s_0 - s_b = - \frac{C_2}{C_1} b = s$$

Le comparateur P_1 bascule, pour une entrée en échelon, lorsque la tension $s = Et$ ($RC_1 = 1$) atteint la valeur a : il s'établit alors une fréquence de relaxation définie par :

$$ET = a - b \quad \text{ou encore} \quad F = \frac{E}{a-b}$$

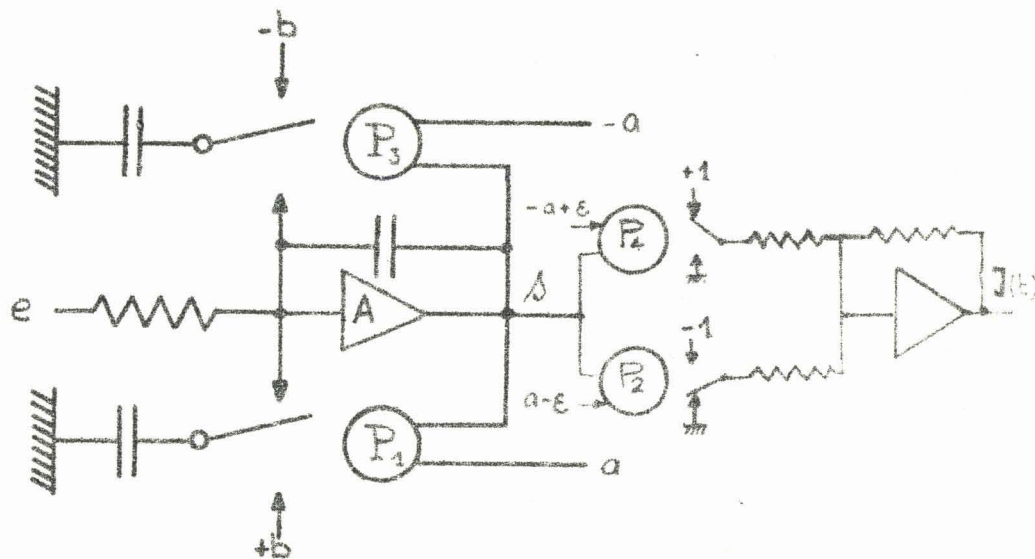
Celle-ci est donc directement fonction de la tension E appliquée et réglable par l'intermédiaire des paramètres a et b .

Enfin, la tension de sortie s , en dents de scie, commande un second comparateur réalisant ainsi une fonction impulsionnelle de même fréquence que s .

VI-2 Simulation du modulateur-organe d'asservissement

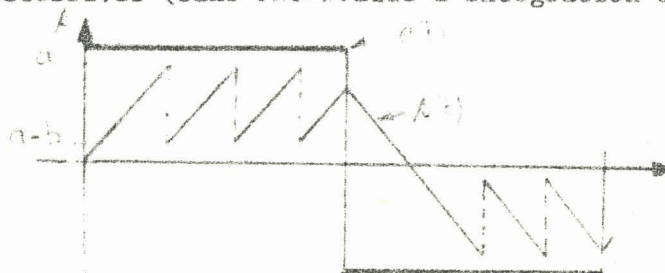
VI.2.1 Principe

Ce mode de fonctionnement correspond à l'émission d'une impulsion lorsque l'intégrale de l'erreur atteint un certain quantum positif ou négatif. Le schéma proposé figure 6.1 répond à cette aspiration dans l'hypothèse où le signal de sortie ne change pas de signe. Le modulateur devant répondre à un signal d'entrée quelconque ; il est nécessaire de réaliser la symétrie du montage par adjonction de deux comparateurs supplémentaires P_3 et P_4 . On aboutit ainsi au schéma de la figure 6.2.



- Figure 6.2 : Le générateur d'impulsions -

De plus, dans le fonctionnement en régulateur, au moment du changement de signe, il faut que les dents de scie, de signe contraire (fig. 6.3), soient successives (sans intervalle d'intégration supplémentaire)



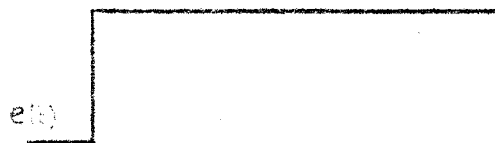
- Figure 6.3 : Evolution de la tension de sortie -

Pour cela il faut imposer $a=b$ ce qui revient à mettre les seuils de retour à la valeur zéro.

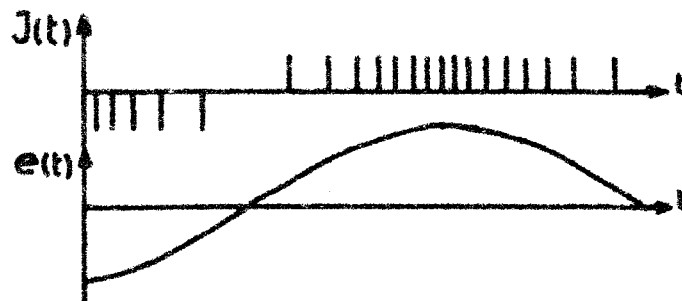
VI.2.2 Résultats de la simulation

A titre de comparaison avec l'étude entreprise au chapitre II, nous donnons simplement, deux types de réponses fort utiles lors de la réalisation d'un projet :

- Réponse indicielle (figure 6.4)
- Réponse harmonique (figure 6.5)



- Figure 6.4 : Réponse indicielle -

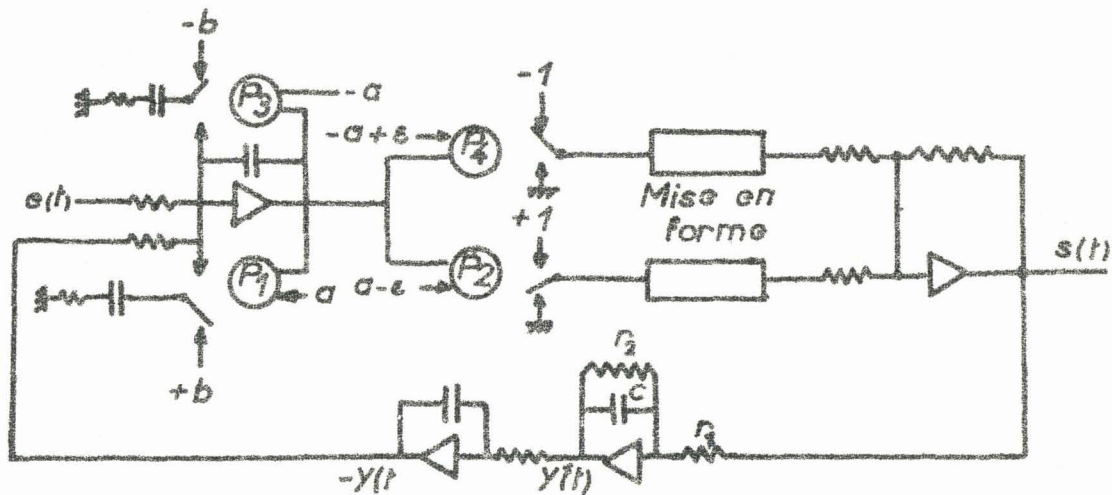


- Figure 6.5 : Réponse harmonique -

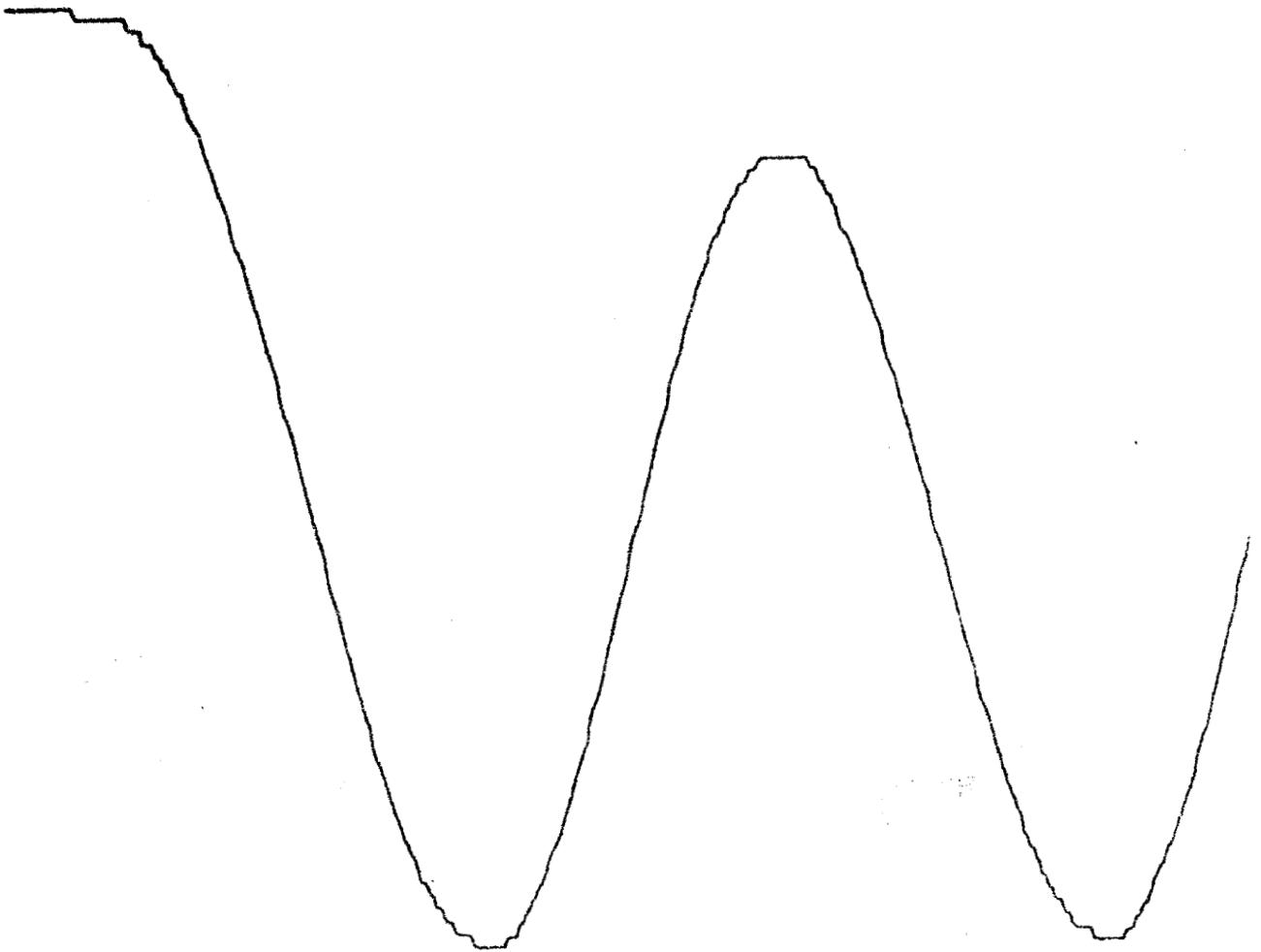
VI-3 Simulation de l'asservissement

Disposant de l'organe modulateur, il suffit, pour compléter la simulation du système asservi, d'ajouter la fonction de transfert représentant le fonctionnement du moteur.

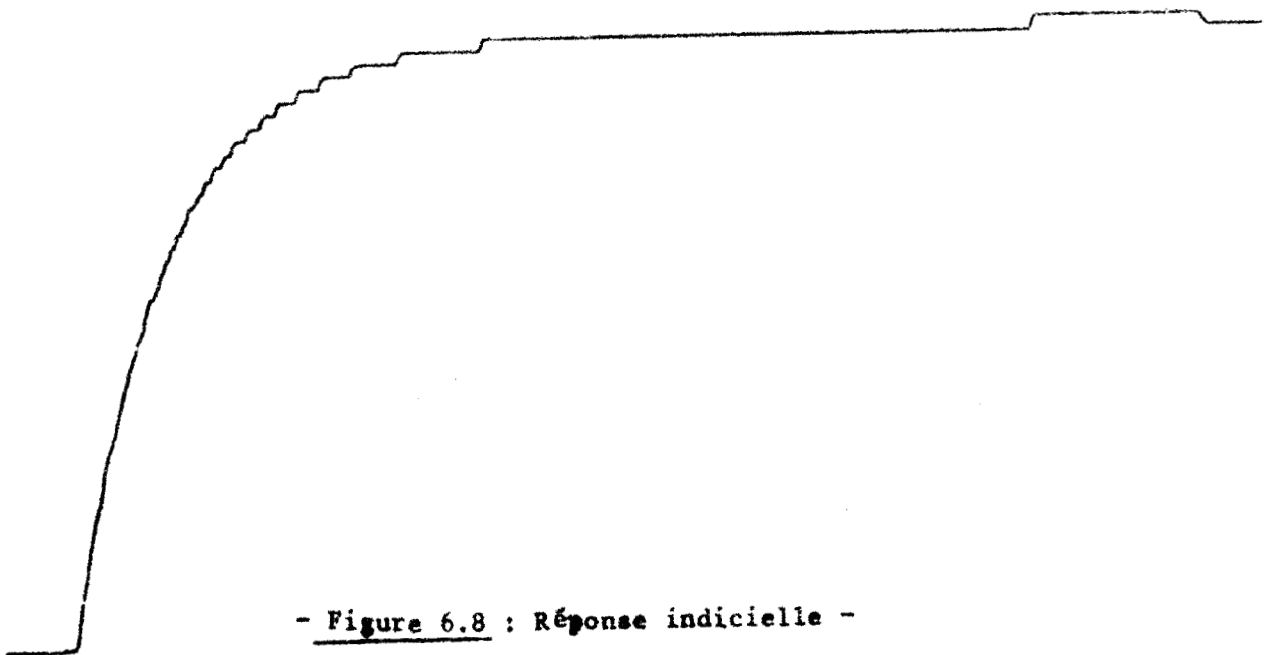
On aboutit alors au schéma global de la figure 6.6



- Figure 6.6 : Simulation de l'asservissement -



- Figure 6.7 : Réponse harmonique (régime transitoire) -



- Figure 6.8 : Réponse indicielle -

BUS
ELLE

CHAPITRE VII

REALISATION DE L'ASSERVISSEMENT

Les études théoriques et la simulation entreprises au cours des chapitres précédents, ont permis de mettre en évidence le fonctionnement du type particulier d'asservissement par modulation intégrale.

Il convient d'aborder maintenant, à la lumière des résultats obtenus, la réalisation du système asservi en mettant l'accent sur les performances exigées dans un tel projet.

VII-1 Choix des paramètres

D'une manière générale, les performances d'un asservissement sont imposées par la but assigné à celui-ci ; elles dépendent essentiellement des valeurs relatives des divers paramètres. La détermination de ceux-ci est subordonnée, dans notre cas, à une recherche de performances en régime transitoire.

Parmi les divers paramètres du système asservi considéré, la constante de temps de l'organe à réguler se trouve nécessairement imposée ; il reste donc à préciser les valeurs de la largeur τ , de l'amplitude A de l'impulsion et du quantum Q .

VII.1.1 Influence du paramètre τ

L'importance de la contribution d'une impulsion à la régulation est subordonnée à la largeur de celle-ci. Une détermination plus précise de cette influence peut-être évaluée en prenant en considération la valeur de l'erreur à l'instant d'échantillonnage T_{n+1} ou plus simplement à l'instant $T_n + \tau$. Ainsi $z(\alpha)$ constitue un critère de choix vis à vis de la compensation et plus précisément de sa rapidité.

Partant des conditions z_n et z'_n , à l'instant T_n , et de l'expression de $z(\alpha)$ obtenue à partir de l'équation (3.9) soit :

$$z(\alpha) = Tz'_n + z_n + T\alpha \operatorname{sgn}(-z_n) + T \left[(1-D^{-1}) \operatorname{sgn}(-z_n) - z'_n \right] e^{-\alpha} \quad (7.1)$$

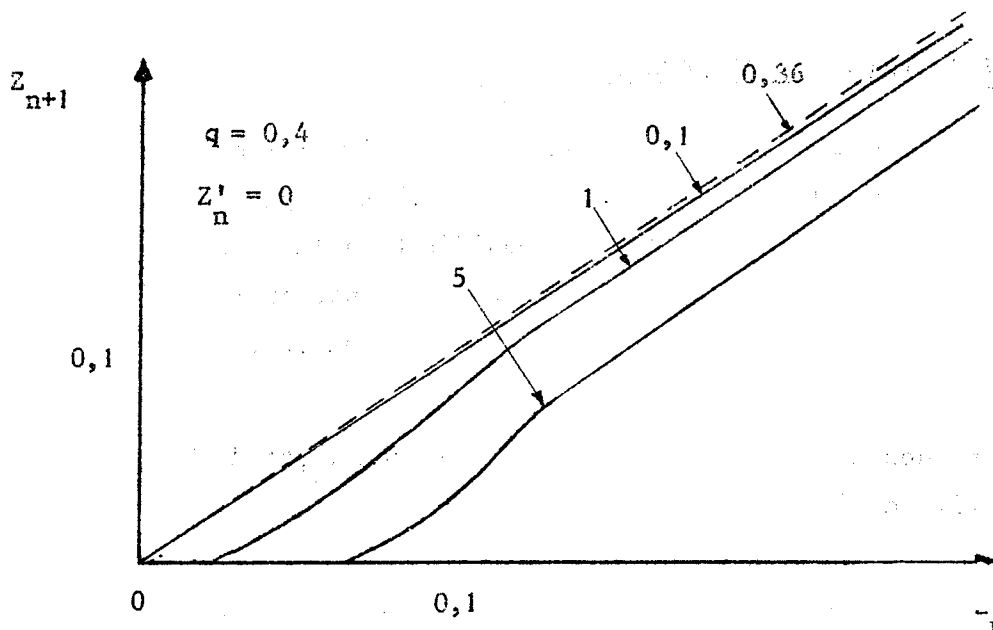
On obtient un minimum de compensation pour la valeur α_M de α annulant l'expression précédente :

$$\alpha_M = \text{Log} \left[1 + z'_n \text{sgn} (-z_n) \right] \quad (7.2)$$

Cette expression dépendant de z'_n , il semblerait souhaitable de réaliser une modulation de largeur des impulsions fonction de z'_n , de manière à s'éloigner de la valeur critique, tant que z'_n présente une valeur notable devant 1. Ce cas se présente, en particulier, en régime transitoire ; toutefois, en régime établi, z'_n tendant vers zéro comme le montrent l'équation (3.8) et les abaques de fonctionnement (figure 4.7) on est ainsi conduit à une valeur particulière :

$$\alpha_{MI} = 0,36 \quad (7.3)$$

Les essais effectués pour diverses valeurs nous placent devant l'alternative : α grand ou petit vis à vis de 0,36 ; toutefois la rapidité de compensation, illustrée figure 7.1, nous incite à orienter notre choix vers les valeurs importantes de α ; par contre, celles-ci conduisent le système à se maintenir plus longtemps en régime saturé, cas peu intéressant en pratique.



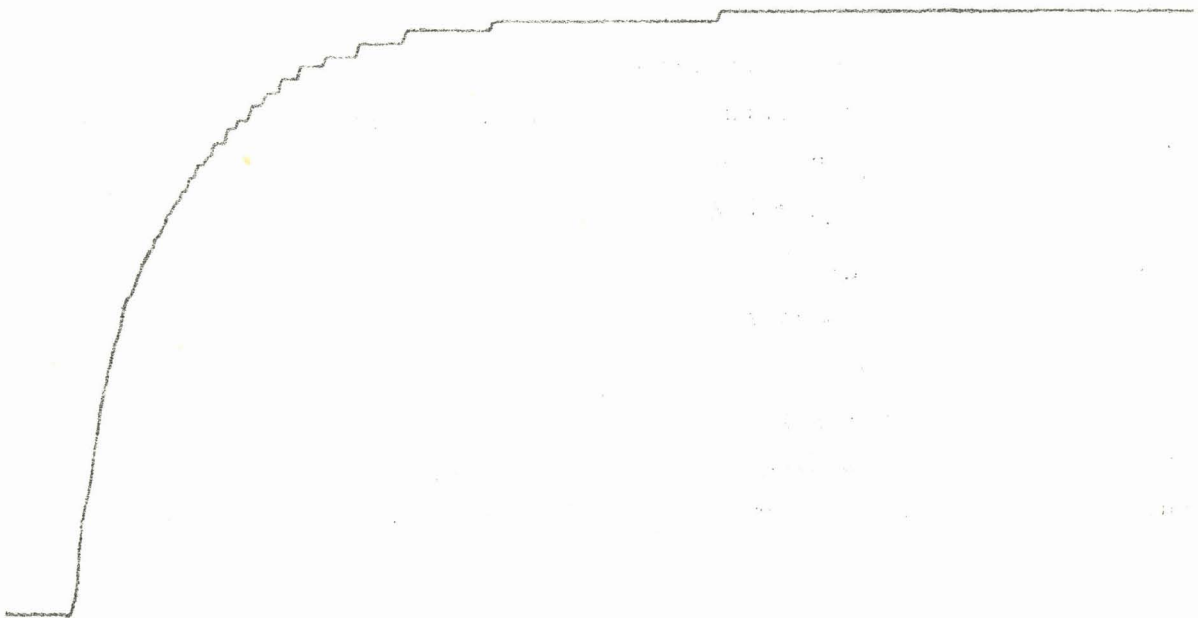
- Figure 7.1 -

Ainsi, malgré la perte de rapidité, qui en résulte, nous nous tournons vers les faibles valeurs de α ($\alpha \ll 0,36$), le paragraphe 7.1.4 montrant de quelle manière sera pallié cet inconvénient.

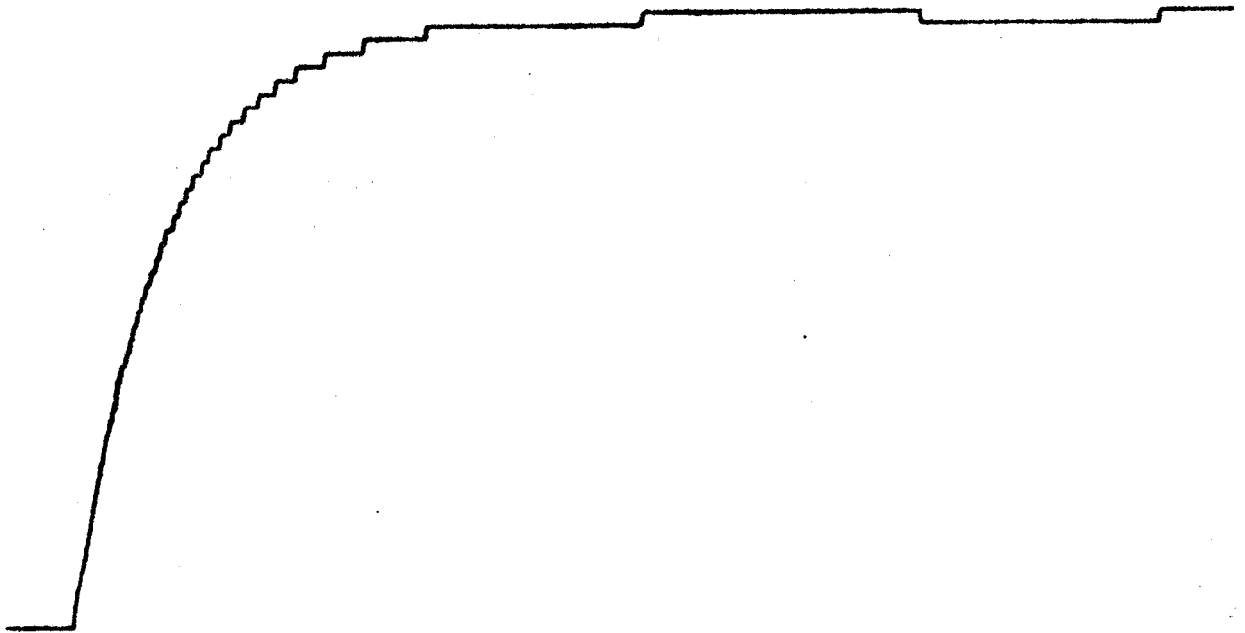
VII.1.2 Principe de détermination de Q et A

Le choix du quantum Q et de l'amplitude A de l'impulsion, à partir de considérations sur la réponse de l'asservissement conduit, en notations réduites, à résoudre un système de sept équations à sept inconnues (z_n , z_{n+1} , z'_n , z'_{n+1} , δT_n , δT_{n+1} et q).

Par souci de simplification, il nous a semblé indispensable de chercher à approcher le fonctionnement du système asservi, par un modèle mathématique moins compliqué. Notre choix s'est porté sur une fonction de transfert du type intégrateur $\frac{k}{p}$, pour l'organe à réguler ; cette approximation a trouvé sa justification en comparant les réponses indicielles du modèle et de l'asservissement. (figures 7.2 et 7.3).



- Figure 7.2 : Réponse indicielle de l'asservissement -



- Figure 7.3 : Réponse indicielle du modèle -

Dans ces conditions les équations précisant l'évolution du système s'écrivent en régime non saturé (condition imposée au système)

$$\epsilon_{n+1} = k A \tau + \epsilon_n \quad (7.4)$$

$$Q = (k A \tau + \epsilon_n) \Delta T_n - k A \frac{\tau^2}{2} - \epsilon_n \tau \quad (7.5)$$

La constante k permet de faire coïncider les deux réponses indicielles, en égalant les valeurs finales des réponses impulsionnelles élémentaires (le calcul donne $k = 1$).

VII.1.3 Choix de l'amplitude A de l'impulsion

La détermination de l'amplitude A des impulsions peut être envisagée, en particulier, en considérant le régime transitoire de l'asservissement, soumis à une entrée en échelon d'amplitude U_0 , et en imposant un nombre donné N d'impulsions pour obtenir une réponse égale à $(1 - \beta) U_0$.

D'après l'équation (7.4), ce nombre N est égal à

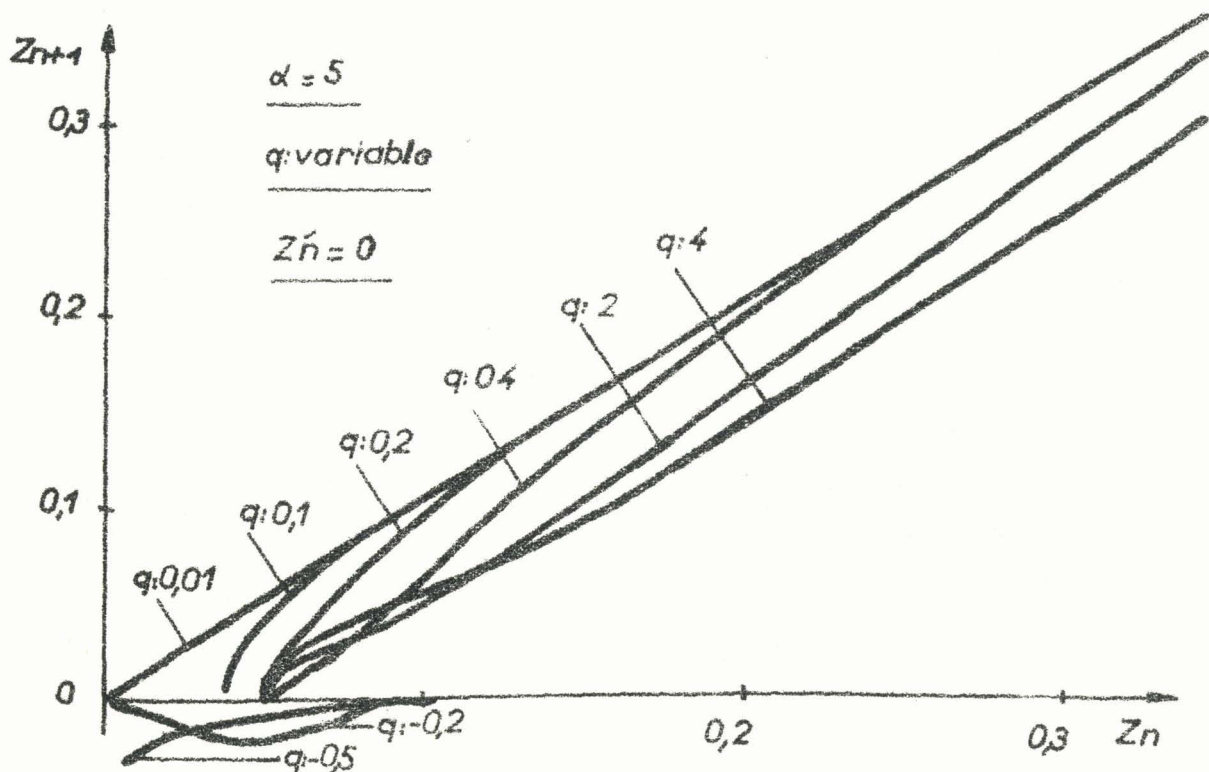
$$N = \frac{U_0 (1 - \beta)}{A \tau} \quad (7.6)$$

Cette formule constitue un rappel de fonctionnement du modulateur présenté au chapitre 2, au cours duquel il était apparu que, pour une valeur donnée des paramètres, la distribution impulsionnelle dépendait de la valeur du signal d'entrée.

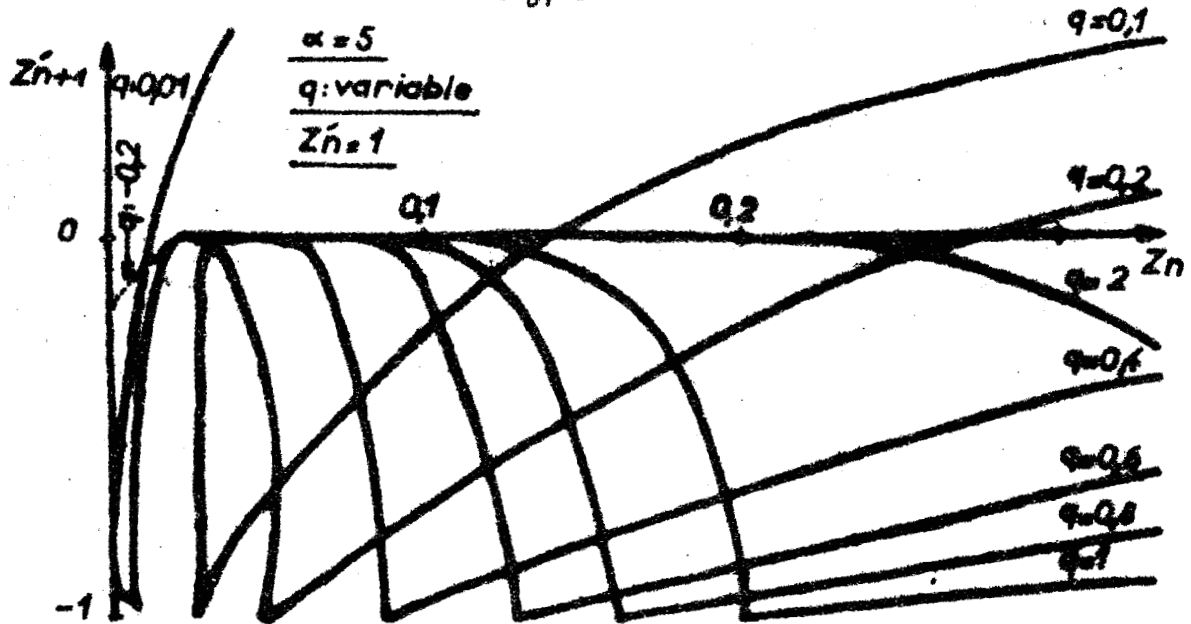
L'équation (7.6) permet de choisir A compte tenu des paramètres U_0 , N et β .

VII.1.4 Choix du quantum Q

L'influence du quantum peut-être mise en lumière par les abaques $z'_{n+1} = f(z_n)$, $z'_{n+1} = g(z_n)$ à quantum q variable, représentées figures 7.3 et 7.4



- Figure 7.3 -



- Figure 7.4 -

En vue du calcul du quantum Q , il convient de préciser que le fonctionnement en régime saturé, cas à éviter en pratique, est obtenu pour des valeurs très faibles de Q , et dans le cas présent pour :

$$Q < U_0 \tau \quad (7.7)$$

La quantité $U_0 \tau$ représente donc une valeur minorante pour le quantum.

Par ailleurs, il est possible de déterminer une valeur souhaitable de celui-ci, en imposant au système, un temps de réponse maximal T_r donné à 8 % du régime permanent pour une entrée en échelon d'amplitude U_0 .

Le choix de la largeur τ de l'impulsion ayant entraîné une perte de rapidité du système (paragraphe 7.1.1), une compensation de celle-ci peut être envisagée en donnant à T_r , une valeur appropriée.

Par définition :

$$T_r = \sum_{n=0}^N \delta T_n \quad (7.8)$$

d'où, à l'aide des équations (7.4) et (7.5) :

$$T_r = \frac{Q}{U_0} \sum_{n=0}^N \frac{1}{1 - n \frac{A}{U_0}} \quad (7.9)$$

La valeur du quantum est alors déterminée, à partir de l'expression :

$$Q = T_r \frac{U_o}{\sum_{i=0}^N \frac{1}{1 - n \frac{\Delta \tau}{U_o}}} \quad (7.10)$$

Une valeur majorante de Q peut être évaluée en donnant à T_r la valeur maximale T_{rm} tolérable : il vient $Q < Q(T_{rm})$.

VII.1.5 Valeurs numériques des paramètres

- Compte tenu de la nécessité d'une marge de sécurité par rapport à la valeur critique α_{PM} (relation 7.3), la largeur réduite α des impulsions est choisie égale à 0,1 c'est à dire faible et éloignée de 0,36.

Sachant que la constante de temps T vaut 55 millisecondes, on en déduit τ , la largeur vraie des impulsions soit la valeur 5,5 millisecondes.

- L'amplitude A des impulsions est déduite de la formule 7.6, à partir des valeurs suivantes :

$U_o = 4$ volts $\beta = 0,33$ (réponse au 2/3 du régime permanent) et $N = 66$ impulsions (réponse permanente en 100)

On obtient alors $A = 8$ volts

- La condition de fonctionnement en régime non-saturé s'exprime par l'inégalité : $Q > U_o \tau$

soit $Q > 0,02$ volt-seconde.

Cherchant à nous éloigner de cette valeur critique, nous adapterons un fonctionnement assez lent, à la limite de la tolérance sur la rapidité :

Un temps de réponse T_r égal à 5 secondes conduit à $Q = 0,2$ volt-seconde

VII-2 Realisation

VII.2.1 Description du modulateur

Au seul énoncé du nom de cet organe : générateur d'impulsions calibrées, on envisage une conception en deux étapes :

génération des impulsions et calibrage (ou mise en forme)

- Le générateur d'impulsions, d'après la définition présentée au chapitre II, doit intégrer la fonction d'erreur, en réaliser une quantification et en déduire l'émission d'une impulsion à chaque pas de quantification.

En s'inspirant de la simulation, l'intégration est réalisée à l'aide d'un amplificateur opérationnel intégré. La quantification de l'intégrale du signal est obtenue par retour à zéro de cette fonction, à chaque passage de celle-ci par une valeur égale au quantum. Pour ceci, est commuté à l'entrée de l'amplificateur, un condensateur préalablement chargé à la valeur du quantum ; chaque commutation impliquant une remise à zéro, l'intégrale quantifiée apparaît ainsi comme une fonction en dents de scie. L'utilisation de cette dernière détermine la génération des impulsions par simple comparaison au quantum diminué d'une valeur ϵ faible fixant la largeur de celles-ci.

- Quant à leur calibrage, il est obtenu grâce à un multivibrateur permettant de disposer d'impulsions réglables en amplitude et en largeur.

(Photo)

- Figure 7.5 : Circuit imprimé : le générateur (simple)
d'impulsions -

(Photo)

- Figure 7.6 : Calibrage des impulsions -

VII.2.2 Réalisation du système asservi

L'utilisation du générateur d'impulsions, en tant qu'organe de système asservi, impose de lier le signe des impulsions à celui de l'erreur à l'instant d'émission. Le schéma, présenté figure 7.5 doit donc être complété par deux comparateurs supplémentaires, rendant active la partie négative du signal d'entrée.

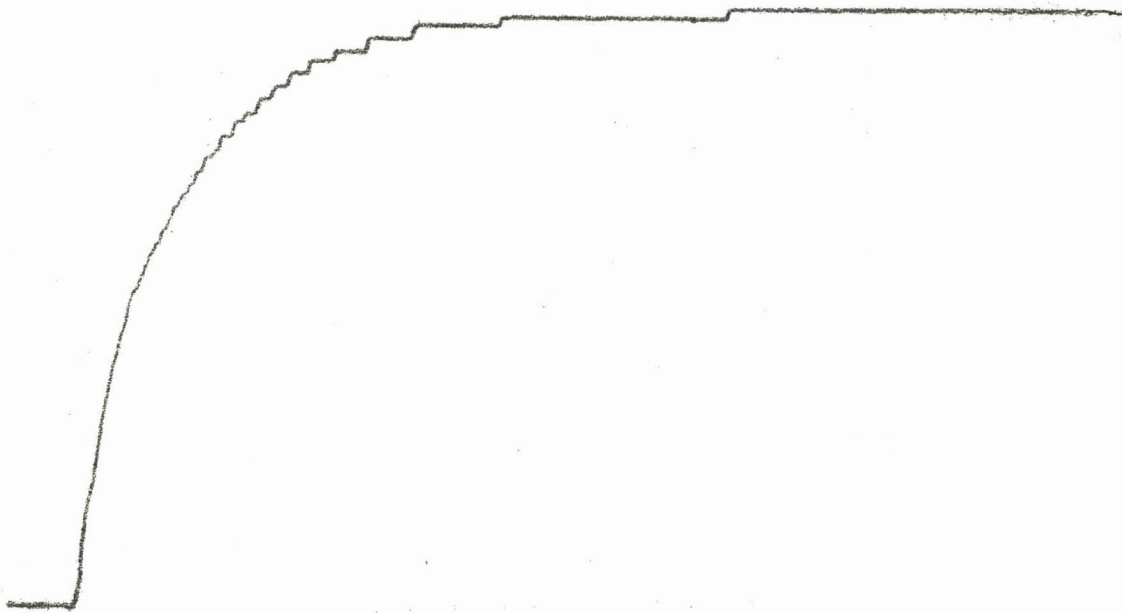
En outre, une deuxième voie de mise en forme des impulsions s'avère indispensable ; la génération double de ces dernières rend difficile l'attaque directe de l'objet à réguler. Toutefois, la solution technique de ce problème se trouve facilitée par le fait que les deux voies de mise en forme ne fonctionnent jamais simultanément, ce qui permet leur couplage.

(Photo)

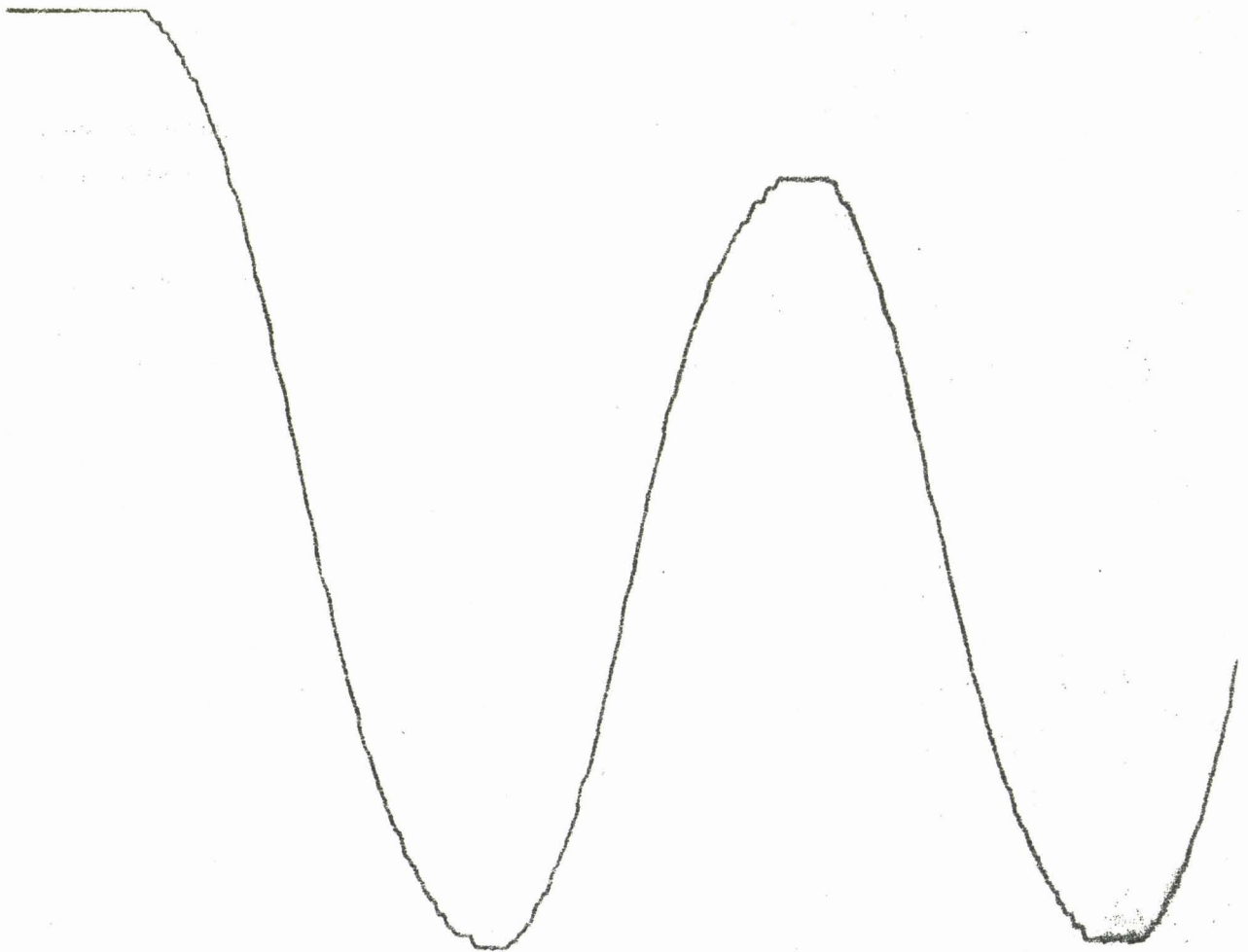
VII-3 Etude expérimentale

A titre de tests de l'asservissement, nous avons relevé :

- la réponse indicielle, qui met en évidence le temps de réponse T_r du système en régime transitoire, et une oscillation limite d'amplitude voisine de A_r en régime permanent.
- la réponse harmonique, dont l'analyse permet de constater que le système n'introduit aucun déphasage en régime permanent.



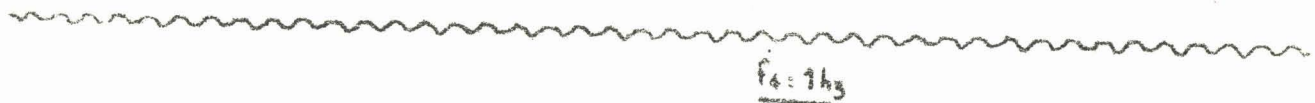
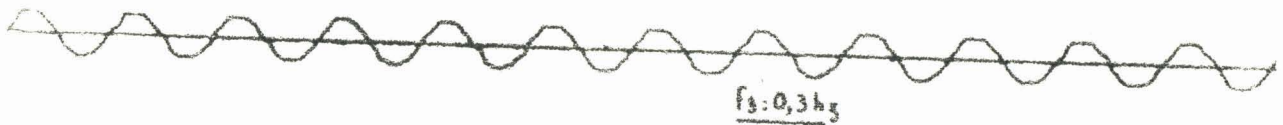
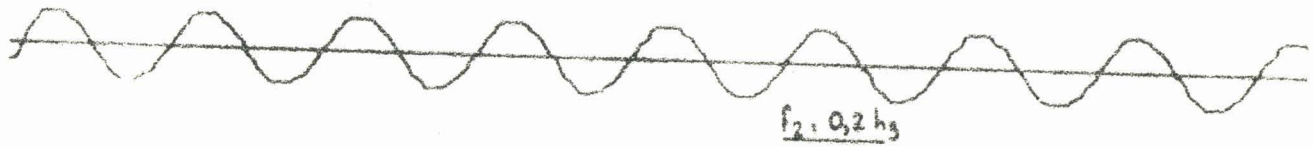
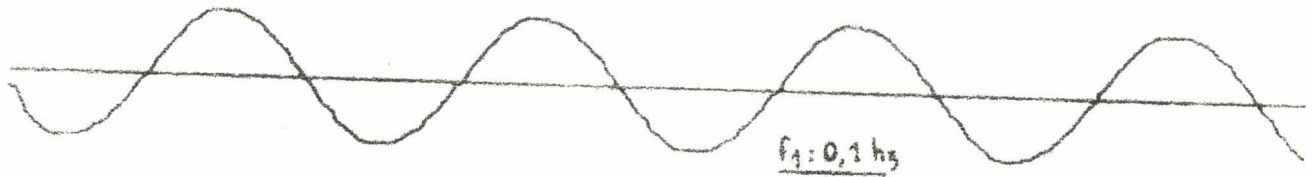
- Figure 7.8 : Réponse indicielle -



- Figure 7.9 : Réponse harmonique -

Enfin, pour préciser le système, les tracés de réponses harmoniques de la figure 7.10, ont été effectués pour diverses fréquences du signal d'entrée de manière à faire apparaître la largeur de la bande passante.

On constate que la fréquence de coupure de celle-ci est pratiquement 2 herzs, ce qui est faible ; toutefois, l'étude a été menée et la réalisation effectuée pour une valeur de q maximale (T_r grand). Or la largeur de la bande passante dépend essentiellement des paramètres q et α . Ainsi, en augmentant la valeur de α et par là même $z(\alpha)$ et en diminuant le quantum donc la période instantanée, on pourra obtenir une bande passante beaucoup plus large.



BHS
L...

- Figure 7.10 : Etude de la bande passante -

CONCLUSION

-:-:-:-:-

L'étude présentée dans ce mémoire, d'un asservissement échantillonné non linéaire à modulation intégrale des impulsions a permis de souligner un certain nombre de points particuliers :

- En premier lieu , il a été possible, de faire apparaître le modulateur comme un organe convertisseur analogique-digital, la loi de distribution des impulsions définissant le mode de codage de la fonction d'entrée.

- Par ailleurs le fonctionnement de cet asservissement est régi par deux systèmes d'équations de récurrence implicites (régimes saturé et non saturé). L'utilisation de ceux-ci a été rendue possible grâce à un tracé d'abaques obtenu à l'aide d'une calculatrice numérique ; de plus six modes différents de fonctionnement ont pu être établis à partir de l'étude de l'allure d'une réponse impulsionnelle.

- En outre, la stabilité du système asservi par rapport aux conditions initiales a été analysée pour les divers modes de fonctionnement.

- Lors de la réalisation de l'asservissement nous avons montré que les paramètres de celui-ci peuvent être déterminés, compte tenu des performances souhaitées (stabilité, régime transitoire...).

De plus ce mode d'asservissement discret non linéaire présenté à travers une réalisation particulière mérite à notre sens quelque attention. Un certain nombre de modifications, d'améliorations sont susceptibles de lui être apportées et d'engendrer de nouvelles recherches :

- un modulateur délivrant des impulsions possédant une plus grande énergie permettrait la commande de moteurs plus puissants.

- une télérégulation pourrait être envisagée ; elle nécessiterait un retour impulsionnel, et de ce fait serait à l'origine d'une nouvelle méthode de contrôle à distance, éléments moteurs (objets en vol ...).

Ce travail entrepris dans un laboratoire de notre Institut devrait s'avérer très rapidement un outil particulièrement bien adapté aux techniques aéronautiques et astronautiques :

Nous espérons que ce travail prélude de nouvelles recherches dans le domaine des régulations discrètes à période d'échantillonnage variable et ouvre ainsi une voie pleine de promesses.

B I B L I O G R A P H I E

(1) TSCHAUNER :

"Introduction à la théorie des systèmes échantillonnés"
Dunod 1963.

(2) Y. SEVELY :

"Systèmes de commande à données échantillonnées"
Editions ENSEEHT (Toulouse) 1967

(3) RUSSEL :

"Modulation et codage dans les systèmes automatiques"
Dunod - 1964.

(4) J.C. GILLE :

"Dynamique de la commande linéaire"
Dunod 1967.

(5) A. BLAQUIERE

"Analyse des systèmes non linéaires "
Presses Universitaires de France - 1966.

(6) S. WĘGRZYŃ :

"Les bases de l'automatique industrielle"
Dunod 1965.

(7) L. POVY - P. VIDAL :

"Sur la stabilité et l'instabilité des systèmes échantillonnés non linéaires"
Compte rendu Acad. Sciences - Avril 1967.

(8) G.J.MURPHY + S.M.WU :

"A stability criterion for Pulse Width-modulated Feedback Control Systems"
IEEE Transactions

(9) CYPKIN :

"Théorie des asservissement par plus ou moins"

Dunod 1962.

(10) C.C.LI - R.W.JONES :

"Intégral Pulse Frequency Modulated Control Systems"
IFAC - Bâle Aout septembre 1963.

(11) T.PAVLIDIS :

"Analysis and synthesis of pulse frequency modulation feedback systems"
Electronics Research Labo. - University of California. Berkeley Cal March 64.

(12) R.L.FANENKOPF - AE.SABROFF - P.C.WHEELER :

"Integral pulse frequency on-off attitude control"
In Guidance and Control : vol. 13 of Progress in Astronautics and Aeronautics.
1964.

(13) A.U.MEYER - E.I.JURY - T.PAVLIDIS :

"Discussion of analysis of a new class of pulse frequency modulated ~~feedback~~;
feedback systems" IEEE Transactions

(14) E.I.JURY - J.BLANCHARD :

"A non linear discrete systems equivalence of IPFM systems".
Electronics Research Labo. - University of California, Beckeley, November 1966.

(15) E.I.JURY - J.BLANCHARD :

"A non linear Discrete Systeme Equivalence of Integral Pulse Frequency
Modulation Systems".
IEEE Trans. on Autom. Control - Aout 1967.

(16) M.BOURTON - P.VIDAL - C.MELIN :

"Divers modes de fonctionnement d'un système discret non linéaire à période
de d'échantillonnage variable"
Comptes rendus Acad. Sciences, Paris - Février 1967.

(17) M.BOURTON - J.C.SACRE - R.FLIPO :

"Sur le fonctionnement d'un système asservi du second ordre non linéaire
à période d'échantillonnage variable"
Comptes rendus Acad. Sciences, Paris - (à paraître)

(18) M. BOURTON :

" Sur la stabilité globale d'un système discret non linéaire à période d'échantillonnage variable"

Comptes Rendus Acad. Sciences, Paris - Février 1967.

(19) M. BOURTON :

" Domaines de stabilité d'un système asservi à modulation intégral d'impulsions, et à partie continue du second ordre"

Comptes Rendus Acad. Sciences, Paris - (à paraître).

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION

CHAPITRE I : ETUDE DU CONVERTISSEUR ANALOGIQUE DIGITAL

I-1	<u>Définition des systèmes discrets</u>	3
I-2	<u>Classification des systèmes discrets non linéaires</u>	6
I.2.1	Modulation d'amplitude	8
I.2.2	Modulation de largeur	10
I.2.3	Modulation de position	

CHAPITRE II : LA MODULATION INTEGRALE

II-1	<u>Généralités sur la modulation</u>	
II.1.1	Principe du codage	13
II.1.2	Mise en équation du codeur	14
II-2	<u>Le modulateur : convertisseur analogique digital</u>	
II.2.1	Régime périodique	15
II.2.2	Fonctionnement sous-harmonique	18
II.2.3	Fonctionnement apériodique	19
II-3	<u>Le modulateur : organe d'asservissement</u>	
II.3.1	Propriétés caractéristiques	20
II.3.2	Lois de fonctionnement	21
II.3.3	Réponse en fréquence	22
II-4	<u>Conclusion</u>	

CHAPITRE III : GENERALITES - REGIMES TRANSITOIRES DE L'ASSERVISSEMENT

III-1	<u>Présentation du système asservi</u>	23
III-2	<u>Equations de fonctionnement</u>	24
III.2.1	Régime saturé	25
III.2.2	Régime non saturé	25

III-3	<u>Etude du régime transitoire</u>	
III.3.1	Réponse impulsionnelle élémentaire	26
III.3.2	Réponse à une suite d'impulsions	27
III.3.3	Construction graphique	29
III-4	<u>Conclusion</u>	

CHAPITRE IV : EQUATIONS DE RECURRENCE - REGIMES DE FONCTIONNEMENT

IV-1	<u>Equations de recurrence - Expressions du quantum</u>	30
IV-2	<u>Analyse de la fonction d'erreur</u>	
IV.2.1	Allure de la fonction d'erreur	33
IV.2.2	Zéros Conditions d'existence	35
IV-3	<u>Modes et domaines de fonctionnement</u>	
IV.3.1	Divers modes de fonctionnement	37
IV.3.2	Domaines de fonctionnement	38
	IV.3.2.1 Régime saturé	
	IV.3.2.2 Régime non saturé	
IV-4	<u>Utilisation des courbes de fonctionnement</u>	
IV.4.1	Courbes de Z'_n variable	39
IV.4.2	Exemple graphique	41
IV.4.3	Zones de fonctionnement	42
IV-5	<u>Conclusion</u>	

CHAPITRE V : ETUDE DE LA STABILITE

V-1	<u>Equations du système</u>	45
V-2	<u>Analyse de stabilité par zone de fonctionnement</u>	45
	V.2.1 Zones A et B	
	V.2.2 Zone C	
	V.2.3 Zones D et E	
	V.2.4 Zone F	
V-3	<u>Tracé des domaines de stabilité</u>	48
V-4	<u>Conclusion</u>	

CHAPITRE VI : SIMULATION DE L'ASSERVISSEMENT

VI-1	<u>Simulation du convertisseur analogique-digital</u>	50
VI-2	<u>Simulation du modulateur-organe d'asservissement</u>	52
	VI.2.1 Principe	
	VI.2.2 Résultats de la simulation	
VI-3	<u>Simulation de l'asservissement</u>	54

CHAPITRE VII : Réalisation de l'asservissement

VII-1	<u>Choix des paramètres</u>	
	VII.1.1 Influence du paramètre τ .	56
	VII.1.2 Principe de détermination de Q et A	58
	VII.1.3 Choix de l'amplitude A de l'impulsion	60
	VII.1.4 Choix du quantum Q	60
	VII.1.5 Valeurs numériques des paramètres	62
VII-2	<u>Realisation</u>	
	VII.2.1 Description du modulateur	62
	VII.2.2 Réalisation du système asservi	65
VII-3	<u>Etude expérimentale</u>	

CONCLUSION

BIBLIOGRAPHIE

A N N E X E S

ANNEXE I

Tracé des courbes de fonctionnement

(Programme sur Calculatrice Numérique)

ANNEXE 1

SALGO,LIST:

```

COMPILATION ALGOL M 40      DATE 6JUILLE
0000  'BEGIN' 'REAL' T, TO, ALPHA, D, ZP, Q, N, S, DTN, A, C, E, G, Z, ZN, ZNP;
0001  'INTEGER' M;
0002  'BOOLEAN' B;
0003  'ARRAY' W[1:2, 1:249], X[1:2, 1:15], Y[1:2, 1:15], V[1:2, 1:15];
0004  'PROCEDURE' COURBE(A, N);
0005  'VALUE' N;
0006  'INTEGER' N1;
0007  'ARRAY' A;
0008  'CODE';
0009  T:=0-2;
0010  NOUVTO:=TO:=DATA;
0011  SPACE(50);
0012  TEXT("*****???\n");
0013  EDIT("F6.3\n, TO);
0014  PRINT(1);
0015  'BEGIN' ALPHA:=TO/T;
0016  TEXT("*****ALPHA=\n");
0017  EDIT("F6.3\n, ALPHA);
0018  TEXT("*****\n");
0019  PRINT(3);
0020  D:=EXP(-ALPHA);
0021  'FOR' ZP:=-1, 0, 1 'DO' 'BEGIN' TEXT("**ZP=\n");
0022  EDIT("F5.1\n, ZP);
0023  TEXT("***\n");
0024  PRINT(3);
0025  M:=1;
0026  W[2, 249]:=1/ALPHA;
0027  W[1, 249]:=4*ALPHA;
0028  'FOR' N:=1 'STEP' 1 'UNTIL' 248 'DO' 'BEGIN' W[1, N]:=0;
0029  W[2, N]:=0;
0030  'END';
0031  'FOR' Q:=0-2, -1, -0.8, -0.6, -0.4, -0.2, -0.1, -0.05, 0.05, 0.1,
0031  0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1, 2 'DO' 'BEGIN' TEXT("Q=\n");
0032  EDIT("F5.2\n, Q);
0033  PRINT(1);
0034  'IF' Q<0 'THEN' 'GOTO' HA;
0035  X[2, 1]:=5/ALPHA;
0036  X[1, 1]:=2/ALPHA;
0037  Y[1, 1]:=2/ALPHA;
0038  'GOTO' HB;
0039  HA: X[2, 1]:=0-1.5;
0040  X[1, 1]:=0-2;
0041  Y[1, 1]:=0-2;
0042  HB: Y[2, 1]:=4;
0043  V[1, 1]:=0-1;
0044  V[2, 1]:=0-1;
0045  'FOR' N1:=2 'STEP' 1 'UNTIL' 15 'DO' 'BEGIN' X[1, N1]:=0;
0046  X[2, N1]:=0;
0047  Y[1, N1]:=0;
0048  Y[2, N1]:=0-1;
0049  V[1, N1]:=9;
0050  V[2, N1]:=9;
0051  'END';
0052  N1:=2;

```



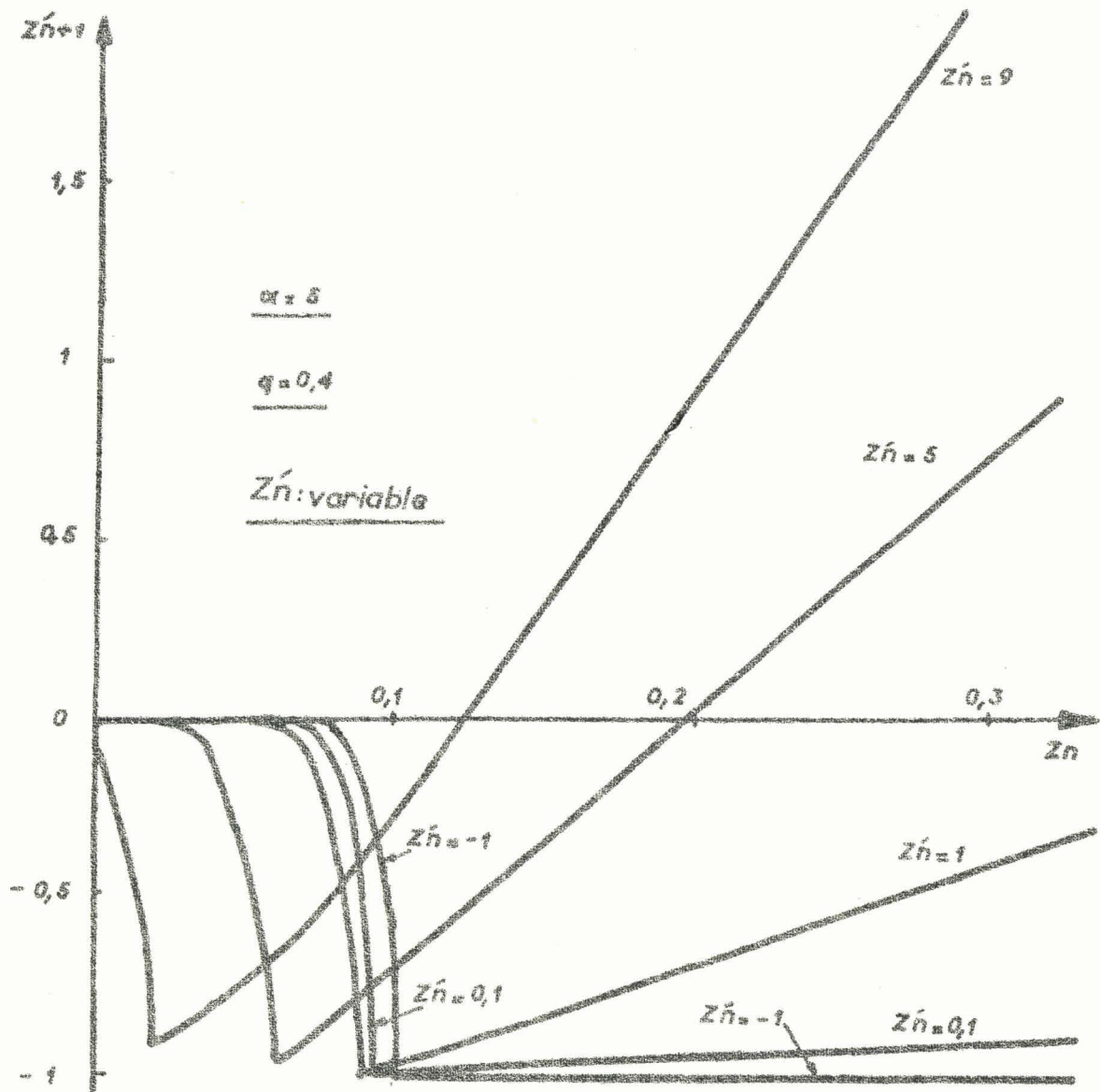
```

0053      B:='FALSE';
0054      'FOR'S:=0.05,0.1,0.2,0.3,0.4,0.5,0.6,0.7,0.8,1,1.2,1.5
0054      '2,3,4'DO'BEGIN'DTN:=S*ALPHA;
0055      NI=N+1;
0056      MI=M+1;
0057      AI=Q-T0+T0/(2*T);
0058      CI=T0-T*ZP;
0059      EI=T*(1/D-1-ZP);
0060      GI=T*(ZP+1);
0061      'IF'DTN<=ALPHA'THEN''GOTO'K;
0062      Z:=C+(A-C+E/EXP(DTN))/DTN;
0063      'IF'Z<0'THEN''GOTO'HG;
0064      ZN:=E/EXP(DTN)-C+Z;
0065      ZNP:=0-E/(T*EXP(DTN));
0066      'GOTO'M1024;
0067      V:Z:=(Q-G*(DTN+EXP(0-DTN)-1)+T*DTN*DTN/2)/DTN;
0068      'IF'Z<0'THEN''GOTO'HG;
0069      ZN:=G*(1-EXP(0-DTN))+Z-T*DTN;
0070      ZNP:=EXP(0-DTN)*(1+ZP)-1;
0071      M1024:SPACE(10);
0072      EDIT('L18.4\,DTN);
0073      EDIT('L18.4\,Z);
0074      EDIT('L18.4\,ZN);
0075      EDIT('L18.4\,ZNP);
0076      PRINT(1);
0077      B:='TRUE';
0078      'IF'DTN>W(1,249)'THEN''GOTO'HC;
0079      'IF'Z>W(2,249)'THEN''GOTO'HC;
0080      W(1,M):=DTN;
0081      W(2,M):=Z;
0082      HC:HG:'END';
0083      'IF'NOT'R'THEN''GOTO'HH;
0084      TEXT('ALPHA=');
0085      EDIT('F6.3\,ALPHA);
0086      SPACE(5);
0087      TEXT('ZP=');
0088      EDIT('F5.1\,ZP);
0089      TEXT('Q=');
0090      EDIT('F5.2\,Q);
0091      PRINT(3);
0092      HH:'END';
0093      JUMP;
0094      TEXT('Z=F(DTN)\);
0095      PRINT(2);
0096      COURBE(W,40);
0097      'END';
0098      'END';
0099      'GOTO'NOUVTO;
0100      'END';

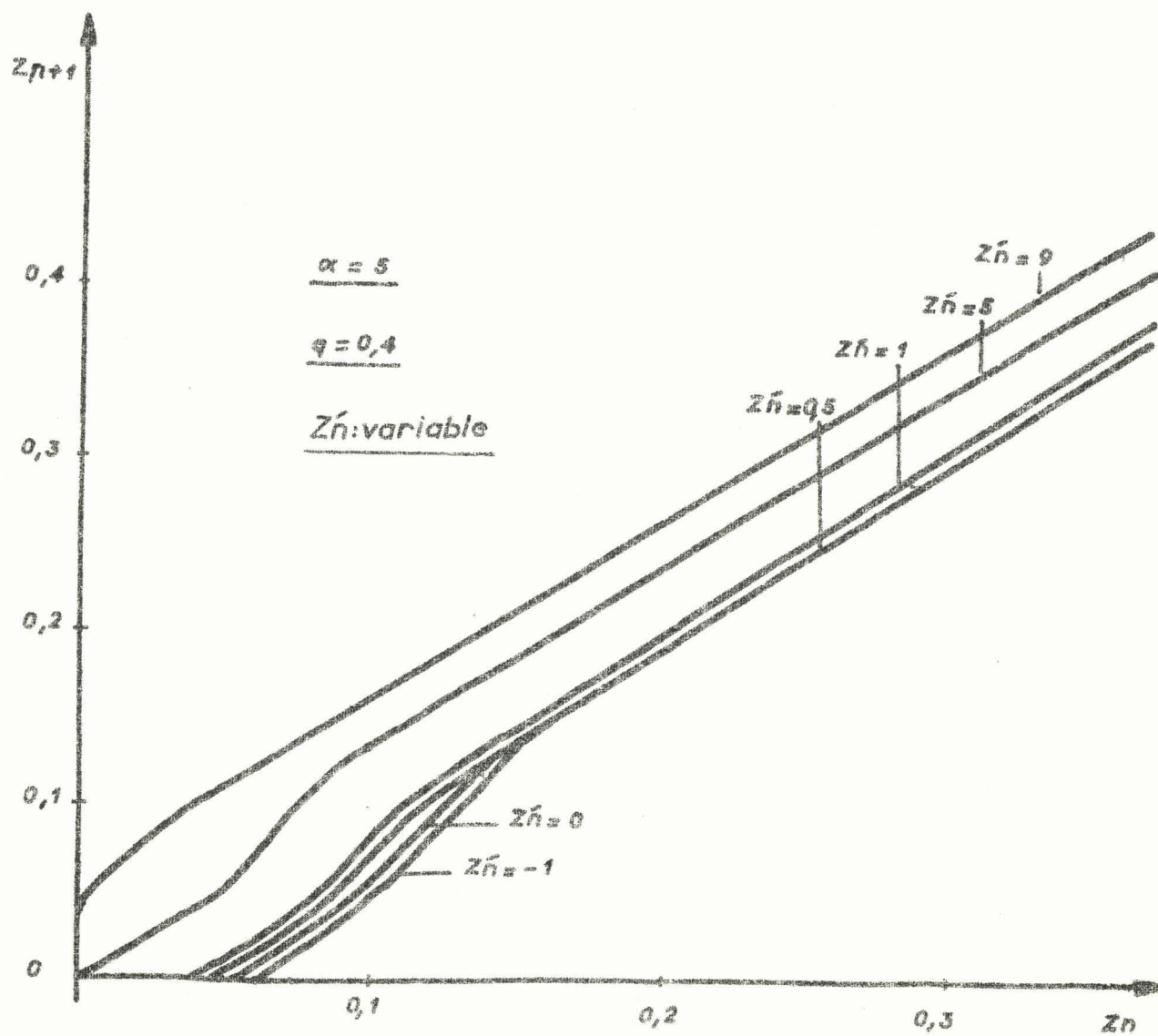
```


ANNEXE II

Influence des paramètres sur les courbes de fonctionnement

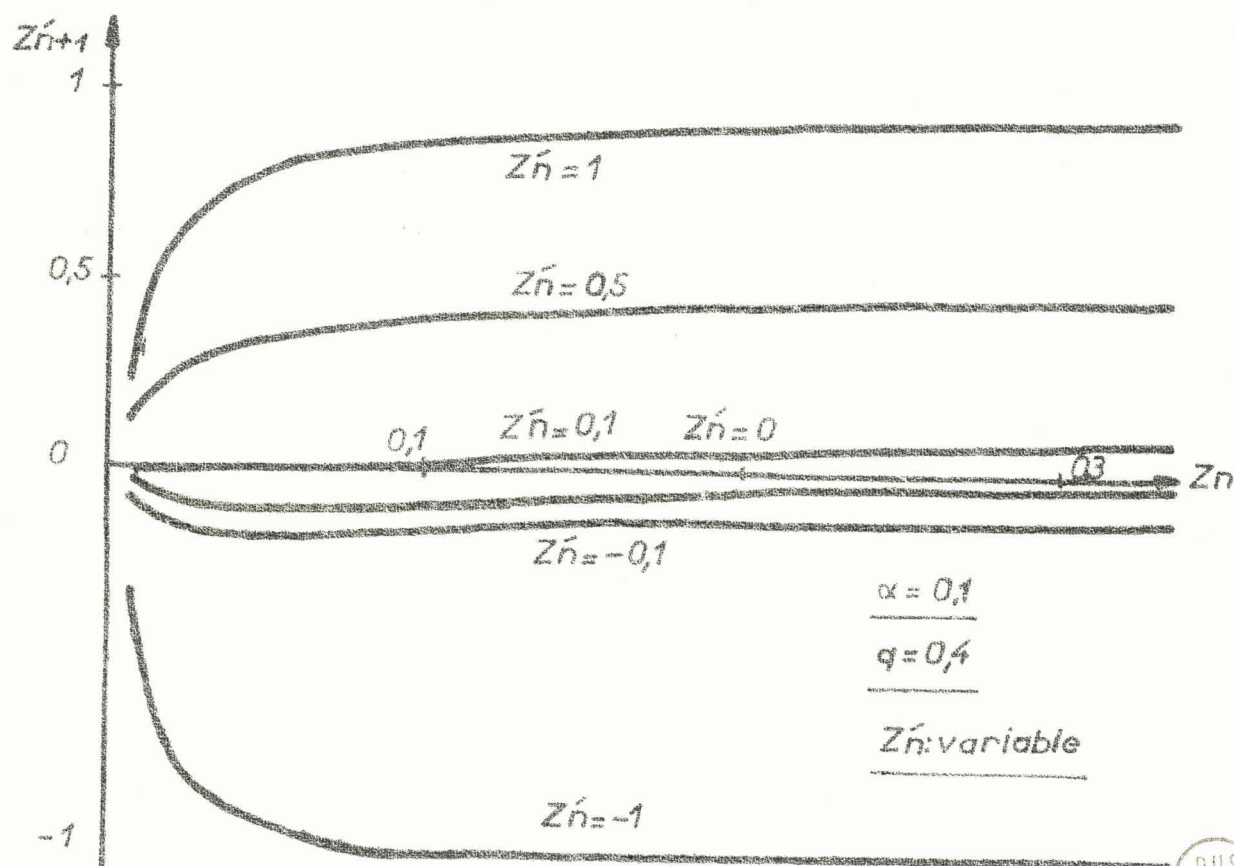
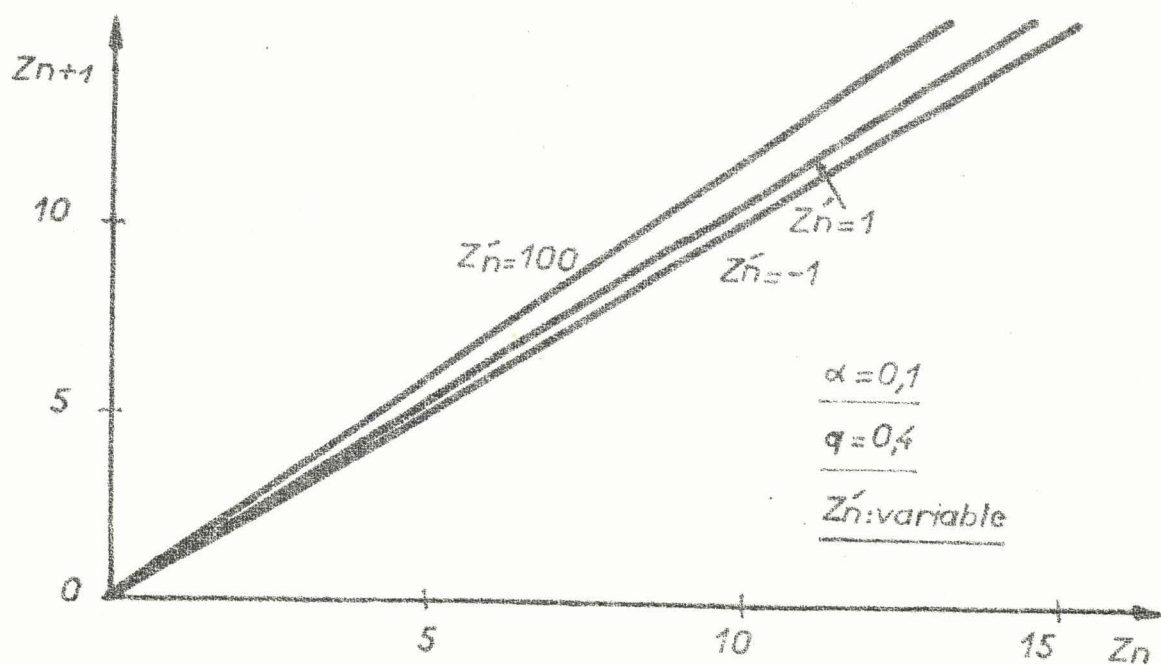


$$Z'_{n+1} = g(Z_n)$$

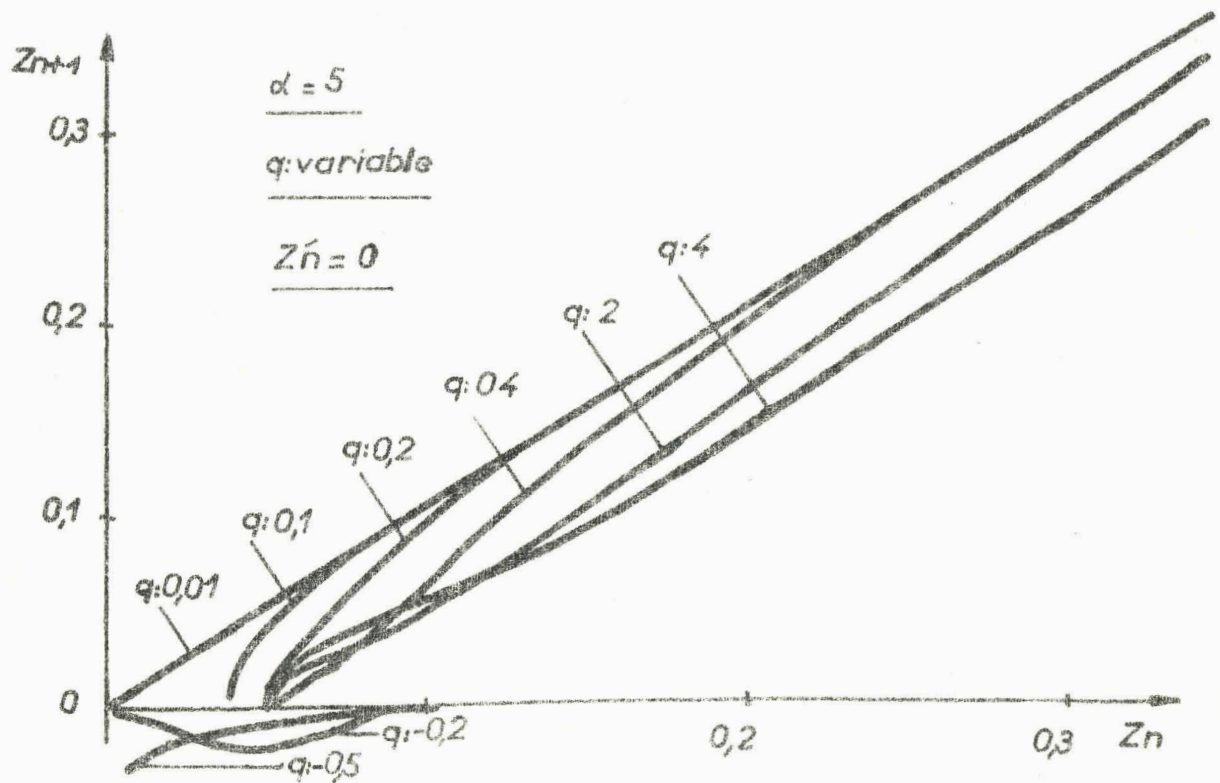


$$Z_{n+1} = f(Z_n)$$

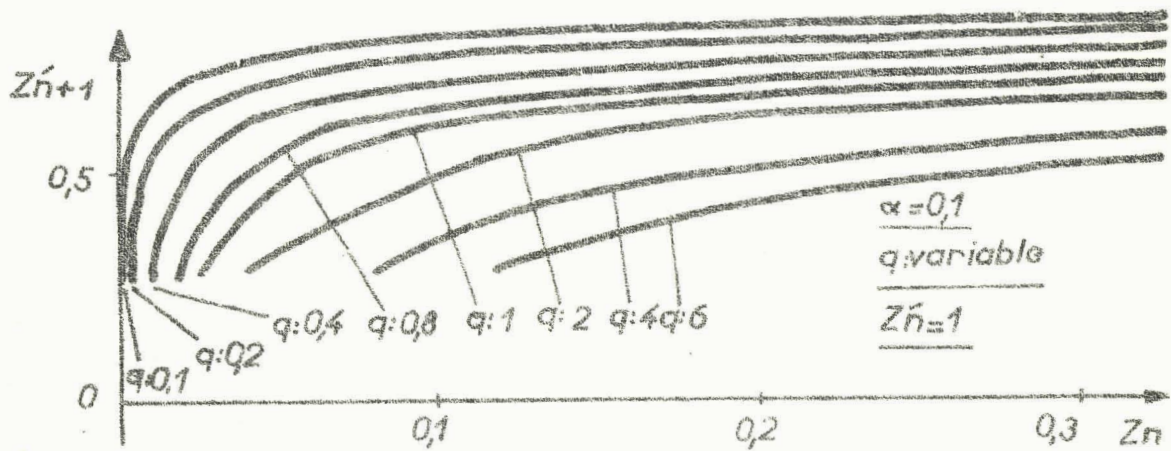
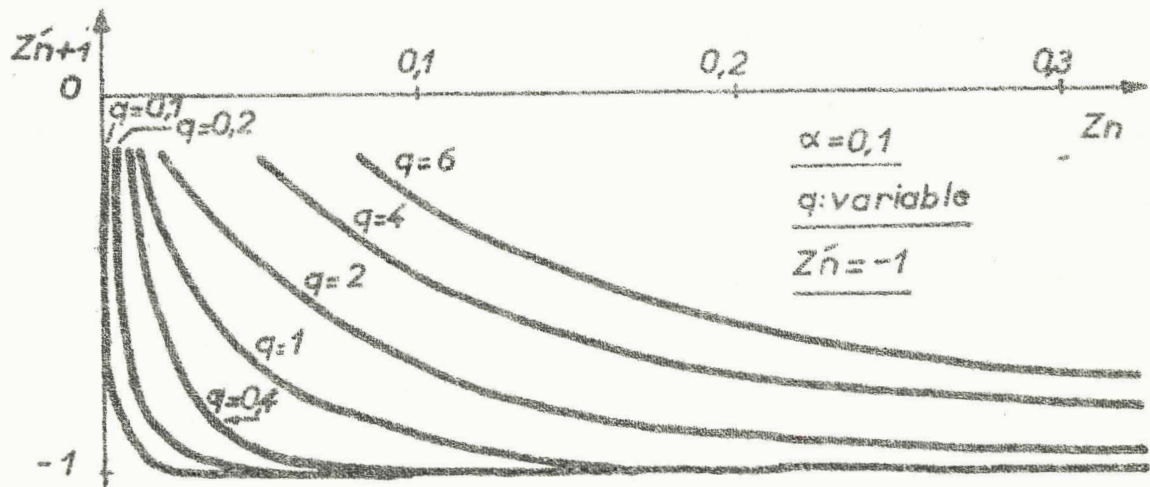




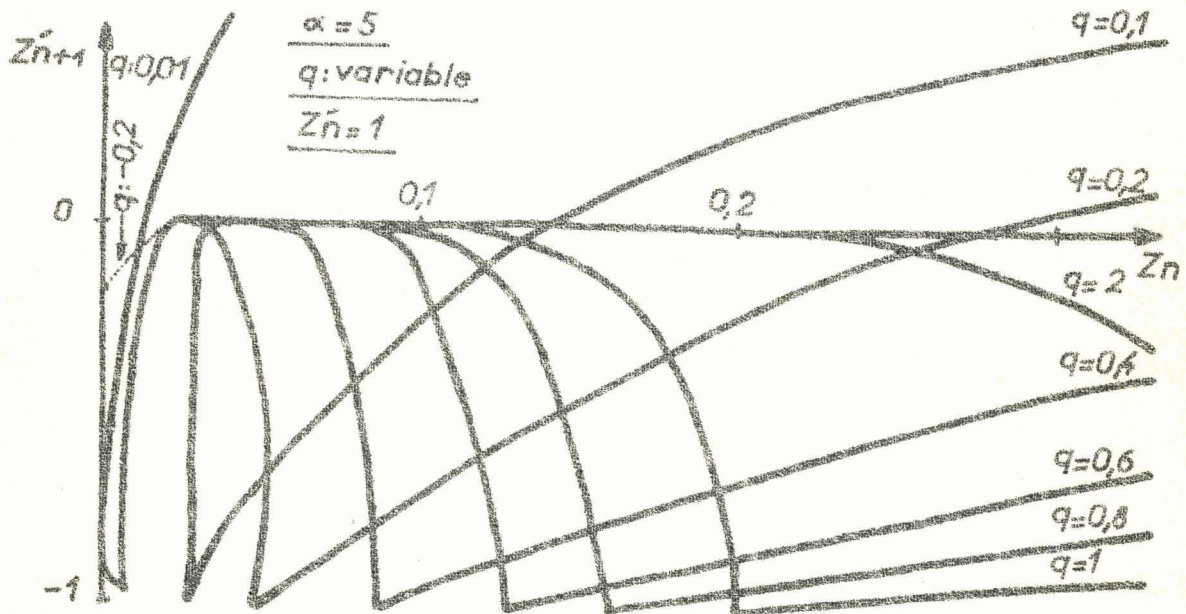
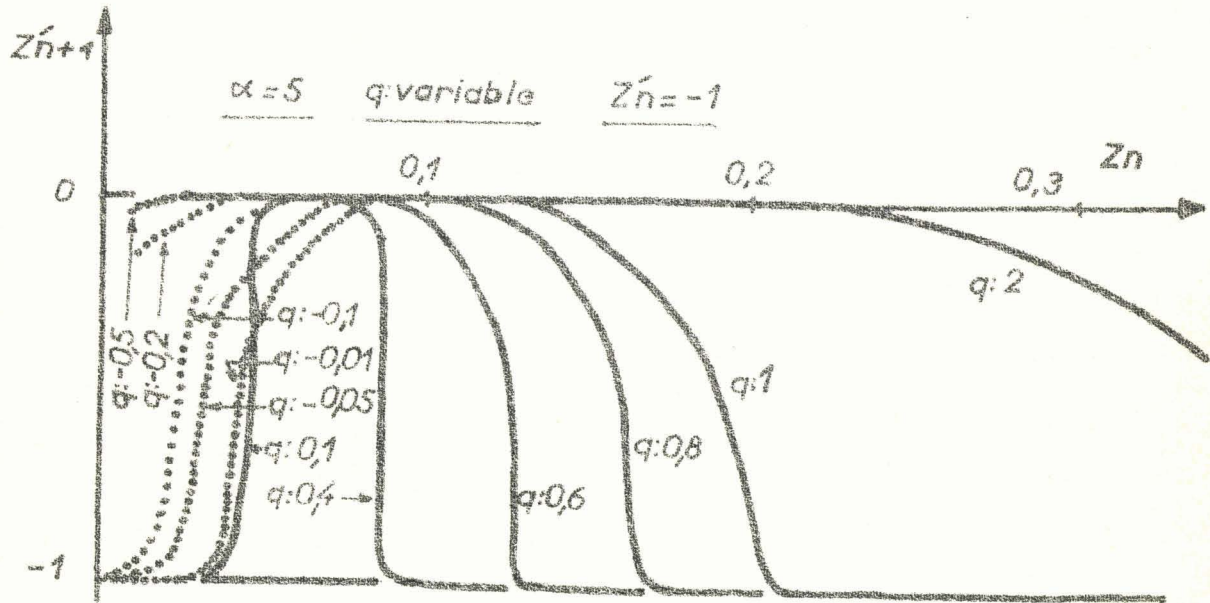
$Z_{n+1} = f(Z_n)$ et $Z'_{n+1} = g(Z_n)$ pour α faible.



$$Z_{n+1} = f(Z_n) \text{ pour } q \text{ variable.}$$



Influence de Z_n^1 pour α faible.

BUS
LILLEInfluence de Z'_n pour α grand.

DEUXIEME THESE :

Processus de reconnaissance des formes

Vu : bon à imprimer

LILLE, le 4 Décembre 1967

Le Doyen de la Faculté des Sciences

