50.376
1967
45

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE
Section de SCIENCES
LILLE

LES RESONANCES DE PLASMA

THEORIES RECENTES ET ASPECT ELECTROMAGNETIQUE

Marc BRAYER

Thèse complémentaire.
(Lille. Sc. phys. 1967.)

Juillet 1967

INTRODUCTION

Les branches de la physique moderne qui utilisent les interactions onde-matière sont chaque jour plus nombreuses. Pour les plasmas nous citerons en particulier:le domaine entier de la propagation électromagnétique et des télécommunications,les études sur les courants et les perturbations magnétiques,ionosphériques,solaires;la génération d'énergie par hydrodynamisme,l'étude des jets de particules,etc...

Dans tous ces problèmes,il faut s'attendre à des singularités lorsque la fréquence de l'onde devient comparable aux fréquences moyennes de collision et d'absortion propres au milieu support.Indépendemment des phénomènes complexes de couplage et d'échange d'énergie qui se produisent alors,l'onde prend une forme très particulière en général.

Deux d'entre elles sont essentielles en pratique: la coupure et la résonance.La première a été intensivement étudiée et nous la négligerons.Nous allons présenter les théories modernes relatives à la seconde,en nous bornant au seul aspect électromagnétique .

I - LE PLASMA COMME MILIEU DE PROPAGATION. LOI DE DISPERSION

I-I: Le tenseur conductivité:

On sait que sous l'action d'un champ électromagnétique, les particules libres d'un gaz ionisé sont mises en mouvement à la fois par les champs électrique et magnétique de l'onde en propagation. Le nombre considérable de charges disponibles conduit à des courants suffisants pour réagir sur le champ primaire. Il s'établit alors une interaction entre le plasma et l'onde électromagnétique, et l'état d'équilibre résultant est décrit simultanément par les équations de Maxwell et de Boltzmann.

Les longueurs d'onde étant toujours très supérieures à la distance moyenne entre particules, on admet valables, pour tout plasma, les théories macroscopiques des milieux continues, proposées par LANDAU (50).

La présence d'un champ magnétique continu B_o rend le plasma fortement anisotrope à cause du comportement différents des ions et électrons vis à vis des forces de LORENTZ.

On sait (cf. par ex. (4) (22) (60)) qu'il vérifie la loi d'Ohm sous la forme tensorielle:

$$\overline{j} = \overline{\sigma}.\overline{E}$$

où la conductivité dépend à la fois :

- du champ magnétique B_o (intensité, direction)
- du plasma lui même (densité des particules, vitesses moyennes, température, pression)
- de l'onde en propagation (direction , fréquence)

En fait, si on décrit l'onde par rapport à un référentiel cartésien avec l'un des axes orienté selon le champ B_o, ou la direction de l'onde au choix, il dépend de 6 coéfficients: σ_{ij}.

Tant que le mouvement des ions et des particules neutres est négligeable devant la vitesse de phase,chacun des termes du tenseur conductivité possède une expression relativement simple dépendant essentiellement des densités des porteurs de charge.C'est l'aspect haute fréquence du plasma.
En basse fréquence,les mouvements des ions lourds et des molécules neutres ne peuvent plus être ignorés et les expressions se compliquent considérablement.

En outre,s'il faut tenir compte de l'agitation thermique, il apparait des termes complémentaires qui donnent naissance aux propriétés hydromagnétiquesdu plasma.

Il ne nous est évidemment pas possible de citer tous les travaux relatifs à $\bar{\sigma}$.On trouvera de nombreuses expressions dans les 3 ouvrages déja cités,et on consultera encore: QUEMADA (66); GINZBURG (36);RATCLIFFE (67);MARGENAU (55) et GILARDINI (35).

I-2 : <u>Permittivité complexe:</u>

La suceptibilité magnétique d'un plasma est en général négligeable comme l'a montré HEALD (44).On prend donc $\mu = \mu_o$.
La suceptibilité électrique n'est pas nulle essentiellement à cause de la polarisation des molécules neutres,mais elle est toujours négligeable devant l'effet de conductivité et on pose toujours: $\varepsilon = \varepsilon_o$.

Cependant,en régime harmonique,il est très intéressant d'introduire,selon un schéma bien connu,la permittivité complexe par:

$$\bar{\varepsilon}^* = \varepsilon_o\left(\bar{I} + \frac{\bar{\sigma}}{j\omega\varepsilon_o} \right)$$

Les expressions précédentes de $\bar{\sigma}$ se transposent immédiatement. Par exemple,en définissant les fréquences de plasma et gyromagnétique respectivement par:

$$\left| \begin{array}{ll} \text{(I)} & \omega_p = (N_e \, e_e^2 / \varepsilon_o \, m_e)^{I/2} \left(\dfrac{m_e + m_i}{m_e m_i}\right)^{I/2} \\ \text{(II)} & \omega_b = \dfrac{e \, B_o}{m} \qquad \text{(e/m pour ion et électron)} \end{array} \right.$$

et avec les variables normalisées:

$$u_{e,i} = \frac{\omega_{b_{e,i}}}{\omega} \qquad \text{(III)}$$

$$\chi = \frac{\omega_p}{\omega} \qquad \text{(IV)}$$

on peut écrire l'expression suivante, en négligeant les collisions, et avec $\vec{B}_o$ choisi le long de l'axe Oz:

$$\bar{\varepsilon}^* = \varepsilon_o \begin{vmatrix} \varepsilon_t & -\varepsilon_x & 0 \\ \varepsilon_x & \varepsilon_t & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{vmatrix} \qquad \text{(V)}$$

où: $\varepsilon_t = I - \chi^2 (I - u_e u_i)(I - u_e^2)^{-I} (I - u_i^2)^{-I}$

$\varepsilon_x = -j \, \chi^2 (u_e - u_i)(I - u_e^2)^{-I} (I - u_i^2)^{-I}$

$\varepsilon_z = I - (\omega_p / \omega)^2$

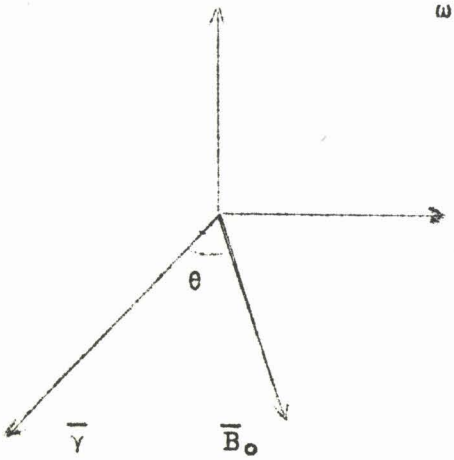
On pourra consulter également les articles de GOLANT (39), (40) pour l'introduction de $\bar{\varepsilon}^*$ spécialement en micro-onde.

I-3 <u>Loi de dispersion</u>:

Prenons une onde plane quelconque en propagation le long de $\bar{\gamma}$, dans un plasma soumis à un champ uniforme $\bar{B}_o$.
Pour la décrire, on prend un référentiel ayany Oz selon $\bar{\gamma}$ et l'une des coordonnées transversales perpendiculaire au plan($\bar{\gamma}, \bar{B}_o$).

L'équation de propagation: $\overline{\gamma} \wedge (\overline{\gamma} \wedge \overline{E}) - \omega^2 \mu \overline{\varepsilon}.\overline{E} = 0$ n'a de solution que si le déterminant associé est nul.
En posant, pour définir l'indice carré de réfraction du plasma:

$$- n^2 = \frac{\overline{\gamma}.\overline{\gamma}}{\omega^2 \varepsilon_o \mu_o}$$



ALLIS (4) montre qu'il conduit à l'équation équivalente:

$$\boxed{A\, n^4 - B\, n^2 + C = F(n^2) = 0} \qquad \text{(VI)}$$

Les coéfficients: A,B et C dépendent des ε_{ij} et de θ.
Par exemple, pour la permittivité définie par (V) on a:

$$A = \varepsilon_z$$
$$B = 2\varepsilon_t \varepsilon_z$$
$$C = \varepsilon_z (\varepsilon_t^2 + \varepsilon_x^2)$$

Puisque $F(n^2)$ est quadratique en n^2, il éxiste au moins deux ondes progressives suceptibles de se propager selon la direction définie par θ. Mais comme, en général, les ε_{ij} sont aussi fonction de n^2 par l'intermédiaire de (γ, ω), il peut en exister d'autres.

Plus précisément, pour les plasmas " froids " tels que la vitesse de phase de l'onde soit très supérieure aux vitesses d'agitation thermique ($v_T \simeq 10^6$ m/s) on peut montrer(par ex. ALLIS (2) AUER (6)) que ces coéfficients ne dépendent en fait que de la fréquence.

On retrouve alors les deux types d'ondes bien connues des plasmas ionosphériques (cf. BUDDEN (16)) :

a) $\theta = 0$: deux ondes TEH à polarisation circulaire.

b) $\theta = \pi/2$: deux ondes TEH et TH respectivement appelées ordinaire et extraordinaire à polarisation linéaire.

c) θ quelconque : deux ondes EH à polarisation elliptique.

Par contre, pour les plasmas " chauds " ,les trajectoires des particules ne sont plus totalement négligeables devant λ_z et dépenden ainsi non seulement des champs E,H mais encore de leurs gradients c'est à dire de $\bar{\gamma}$, donc finalement de n^2.
S'il éxiste N types d'ions différents, il a été montré que les ε_{ij} sont d'ordre (N+1) en n^2, et il existe (N+3) types d'ondes possible au total.
Pour un seul type d'ion léger, on obtient les 4 ondes classiques de la théorie moderne des plasmas (PIDDINGTON (62) ASTRÖM (5)) et comprenant:

a) les deux ondes électromagnétiques pures précédentes.

b) l'onde de plasma dont la vitesse de phase est de l'ordre de la vitesse moyenne d'agitation thermique des électrons: GROSS (42) .

c) l'onde hydromagnétique, ou pseudo-sonore, qui dépend aussi des ions et particules lourdes et possède une vitesse de phase en principe presque indépendante de

la fréquence :DELCROIX (2I) BANOS (7).

Si on néglige les collisions,toutes ces ondes sont soit progressives pures,soit évanescentes pures.L'introduction des chocs relatifs aux particules entraine des dissipations d'énergie et γ,n deviennent des quantités complexes.

Nous n'avons pas pour but ici de discuter systématiquement des solutions réelles de l'équation (VI).Nous citerons toutefois, pour le lecteur intéressé,quelques articles traitant particulièrement de cette question: BRAGINSKIY (I3) DELCROIX (2I) DNESTROVSKII (24)(25) DUNGEY (26) ENGELHART (27) TANENBAUM (82) VAN KAMPEN (86).

II - RESONANCES DE PLASMA .

II-I Définitions

Au sens de l'électromagnétisme,il éxiste pour γ^2 (ou pour n^2) deux valeurs sàngulières très importantes en pratique:

$$\left| \begin{array}{l} \gamma^2 = n^2 = 0 \\ \gamma^2 = n^2 = \infty \end{array} \right.$$

Pour un plasma donné,lorsque ω varie,chaque onde passe tour à tour par ces points singuliers,une ou plusieurs fois,de façon que ce plasma présente des bandes passantes et des bandes interdites pour la propagation.

Théoriquement réduites à des raies en l'absence de pertes, les fréquences de résonnance s'élargissent s'il y a dissipation d'énergie par diffusion et absortion.
La quantité complexe γ^2 varie alors très rapidement d'une forte valeur quasi-réelle négative (onde quasi-progressive) à une forte valeur quasi-réelle positive (onde quasi-évanescente).

Comme l'impédance d'une onde plane est proportionnelle à sa vitesse de phase, donc à I/n, on voit qu'elle peut s'adapter très facilement, au voisinage de la résonance, à un plasma ou à un faisceau de particules dont l'impédance est toujours relativement faible, et lui céder ainsi une grande quantité d'énergie.

Remarque: Il peut être intéressant de noter que dans les études théoriques relatives à la propagation des ondes dans les plasmas, on n'utilise que rarement les représentations ordinaires:

$$\gamma = f(\omega) \quad \text{ou} \quad \gamma^2 = f(\omega^2)$$

parce qu'elles ne sont pas assez riches en informations utiles.

En fait, on les rencontre sous forme normalisée, comme par exemple:

$$\frac{\gamma}{\omega\sqrt{\varepsilon_o \mu_o}} = f(n) \quad \text{ou} \quad \frac{\gamma^2}{\omega^2 \varepsilon_o \mu_o} = f((\omega_p/\omega)^2)$$

Dans tous les cas, les valeurs de résonance correspondent aux asymptôtes.
Il existe des représentations plus subtiles, comme celles données en page I2 et I4. Dans la première, on pose:

$$\left| \begin{array}{l} n_{\parallel}^2 = n^2 \cos^2\theta \\ n_{\perp}^2 = n^2 \sin^2\theta \end{array} \right.$$

et chacune des solutions n^2 de (VI) peut se représenter dans le plan ($n_{\parallel}^2$, $n_{\perp}^2$) pour une valeur donnée de θ. Les points de résonance y apparaissent encore comme des lignes asymptotiques.

Dans le second exemple, on utilise une représentation du type:

$$u_e u_i = f(\chi^2)$$

Les points de résonance correspondent alors à des courbes particulières reliant $u_e u_i$ à χ^2.

II-II Condition de résonance.

A la résonance, l'équation (VI) n'est vérifiée que si:

$$\boxed{A = 0} \qquad \text{(VII)}$$

ce qui traduit ainsi la condition nécéssaire de résonance.

En général, A dépend de θ, et la résonance de plasma se présente alors comme un phénomène anisotrope n'éxistant que sur la surface d'un cone d'axe $\bar{B}_o$.
TAMM (80) a montré que pour θ voisin de θ_{res}, la vitesse de phase de l'onde est inférieure à celle de la lumière, et que les conditions de rayonnement Cerenkov sont satisfaites pour tout faisceau électronique situé à l'intérieur de ce cone.
SHAFRANOV (70) a lui aussi montré l'éxistence de ce rayonnement dans un milieu à dispersion spatiale.

a) Lorsque la direction de l'onde est quelconque dans le plasma ($\theta \neq 0$), l'interprétation de la condition (VII) dépend à la fois de l'onde et du milieu.
Pour un plasma " froid " ALLIS (4) donne l'équation du cone de résonance par:

$$tg\ \theta_{res} = \frac{(\chi^2 - I)(I - u_e^2)(I - u_i^2)}{(I - u_e^2)(I - u_i^2) - \chi^2(I - u_e u_i)} \qquad \text{(IIX)}$$

Son angle au sommet varie de 0 à $\Pi/2$ lorsque ω parcourt un certain intervalle qui dépend du type d'onde, pour un plasma donné.

Pour un plasma "chaud " l'onde de plasma présente une coupure pour l'angle ci-dessus, et son cone de résonance propre est défini par:

$$tg\ \theta_{res} = u_e^2 - I \qquad \text{(IX-a)}$$

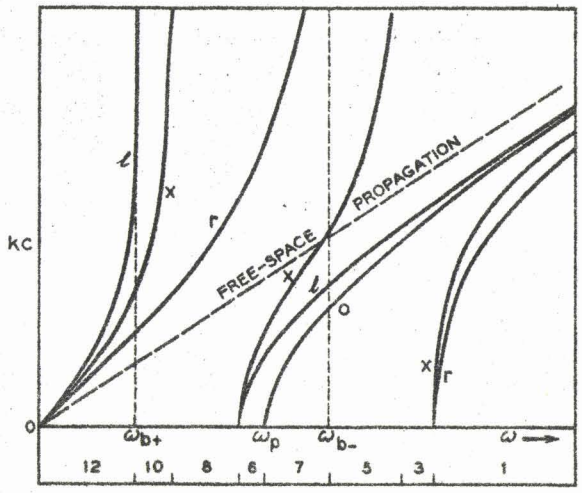


Figure I. Propagation constant plot for the principal waves with ion motion included. The numbers at the bottom scale, refer to regions of the (α^2, β^2) plane

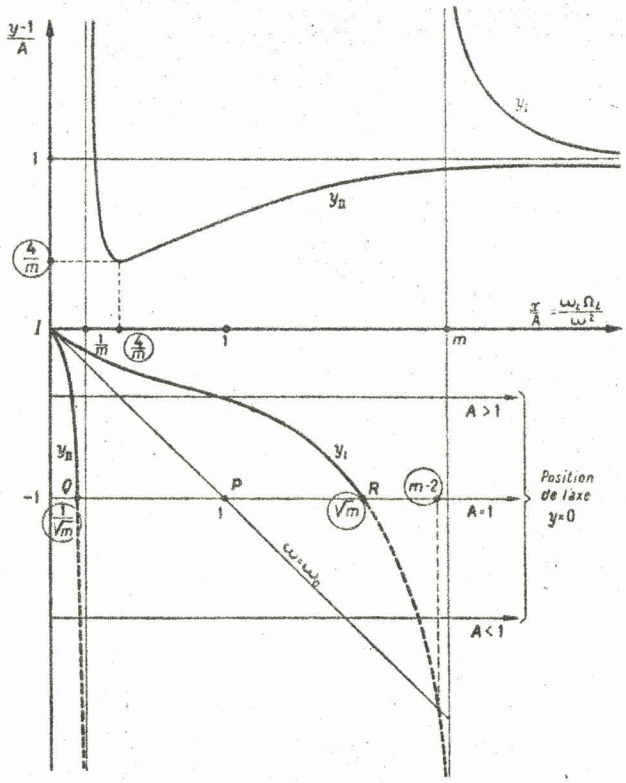


FIG. II — Onde transversales : courbes de dispersion normalisée.

Cette onde peut se coupler avec la plus lente des ondes électromagnétiques lorsque leur vitesse de phase sont du même ordre de grandeur.Ceci a pour effet d'augmenter l'angle de son propre cone de résonance,et cette dernière devient alors une résonance unique due à l'action mutuelle de deux ondes.

L'onde hydromagnétique possède sa propre résonance pour:

$$tg\ \theta_{res} = u_i^2 - I \qquad (IX\ -B)$$

Dans certaines conditions,elle peut se coupler avec l'onde de plasma,ou avec une onde électromagnétique.

On trouvera dans DNESTROVSKII (24)(25) une discution intéressante relative aux valeurs complexes de l'indice lorsqu'il y a couplage entre les ondes ordinaire,extraordinaire et de plasma.

Indépendemment de ces couplages,chaque cone de résonance se modifie différemment lorsque ω varie,de sorte qu'ils s'intersectent en général.Il en résulteque l'on n'obtient pas le même nombre de résonances selon que l'on prend comme variable principale: ω, B_o ou θ.

b) En propagation parallèle à $\overline{B}_o$ ($\theta = 0$),la relation (IIX) conduit,pour un plasma froid, à prendre les conditions:

$$u_e = I \qquad \text{ou} \qquad u_i = I \qquad (X)$$

Les fréquences de résonance sont alors confondues avec les fréquences gyromagnétiques des électrons et des ions.
A faible densité de particules,elles sont assez rapprochées des coupures pour que les bandes interdites soit relativement étroites aux fortes densités,elles s'élargissent.

Pour les ondes électroniques et ioniques des plasmas chauds (IX a et b) se réduisent théoriquement aux mêmes relations.En fait il y a alors oscillation de plasma et nous préciserons ce problème au § III.

The $(n_{\parallel}^2, n_{\perp}^2)$ diagram:

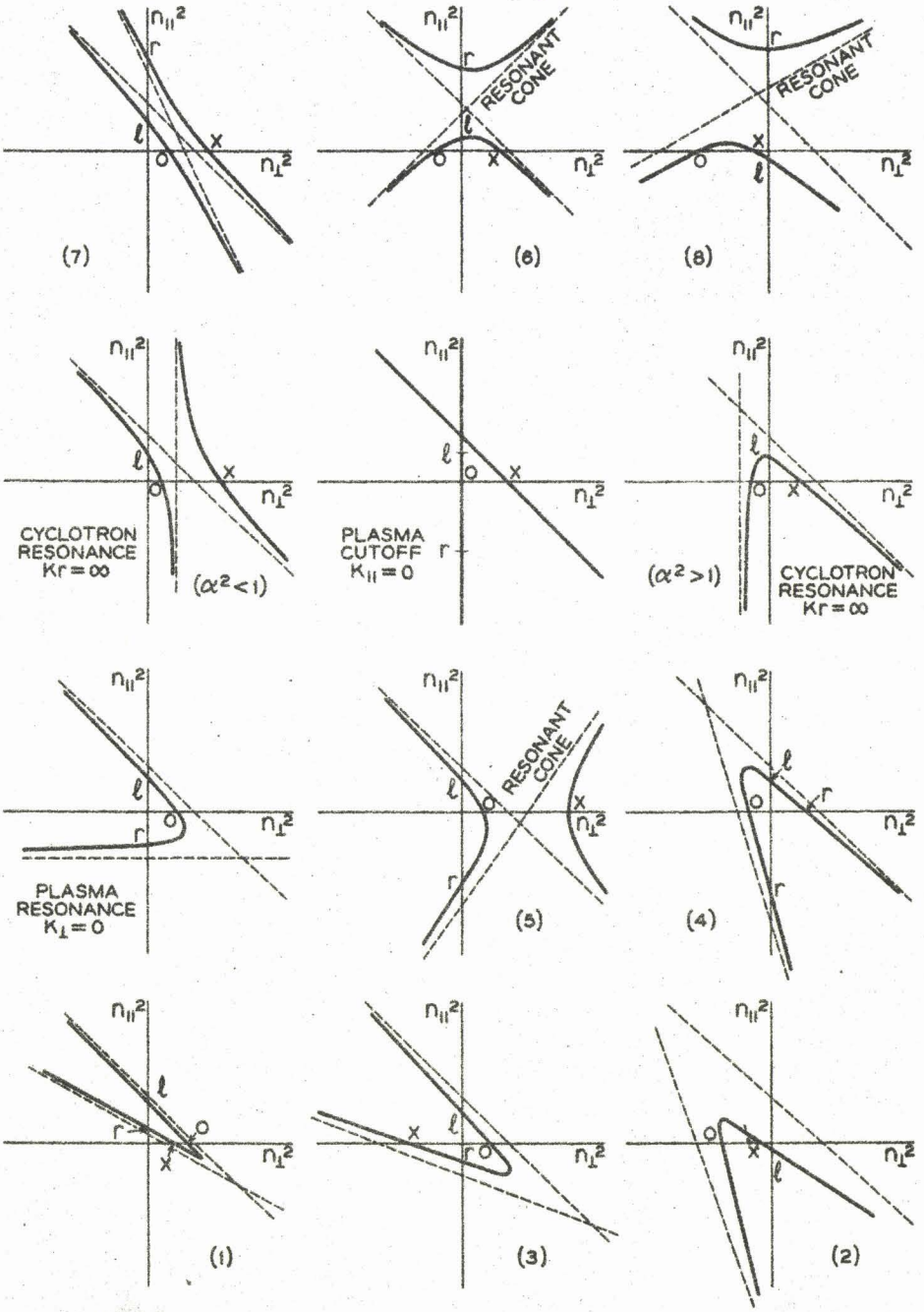


Figure 4 — Parametric plots of $n_{\parallel}^2$ vs. $n_{\perp}^2$ in regions 1 through 8 of the (α^2, β^2) plane.

c) En propagation orthogonale à $\overline{B}_o$, seule l'onde extraordinaire possède une résonance définie par:

$$x^2 = \frac{(I - u_e^2)(I - u_i^2)}{I - u_e u_i} \qquad (XI)$$

L'onde de plasma n'a pas de résonance en général, mais elle peut se coupler avec l'onde éxtraordinaire comme dans le cas oblique.

II-3 Aspect physique des résonances de plasma

Lors d'une résonance, le champ électrique se réduit à la seule composante le long de $\overline{B}_o$, ou est totalement nul.
Comme la vitesse de phase de l'onde tend vers zéro, elle n'est plus généralement négligeable devant les vitesses d'agitation thermique et les théories simplifiées ne donnent que des résultats approximatifs.
Le mouvement des particules étant entretenu par l'onde, une grande partie de son énergie est alors absorbée, et l'onde présente un affaiblissement important comme l'a montré LANDAU (49).

Aux résonances cyclotrons ($\theta = 0$) les phénomènes sont bien connus et les particules effectuent des girations autour de $\overline{B}_o$. En l'absence de collisions, les mouvements seraient d'amplitude croissante car E n'intervient plus dans leur mise en forme. La recherche de l'affaiblissemnt exact apporté à l'onde est un problème difficile. DOYLE (23), reprenant les calculs de GERSHAM (34) recherche les modifications apportée aux distributions des ions et des électrons lorsqu'une perturbation à fréquence supérieure à la moyenne des collisions est introduite.
Il montre alors que pour un plasma non relativiste, à la résonance ionique, la constante de propagation peut s'écrire:

$$\gamma = A(I - j\sqrt{3})$$

Le maximum d'atténuation serait pour $\omega > \omega_{b_i}$.

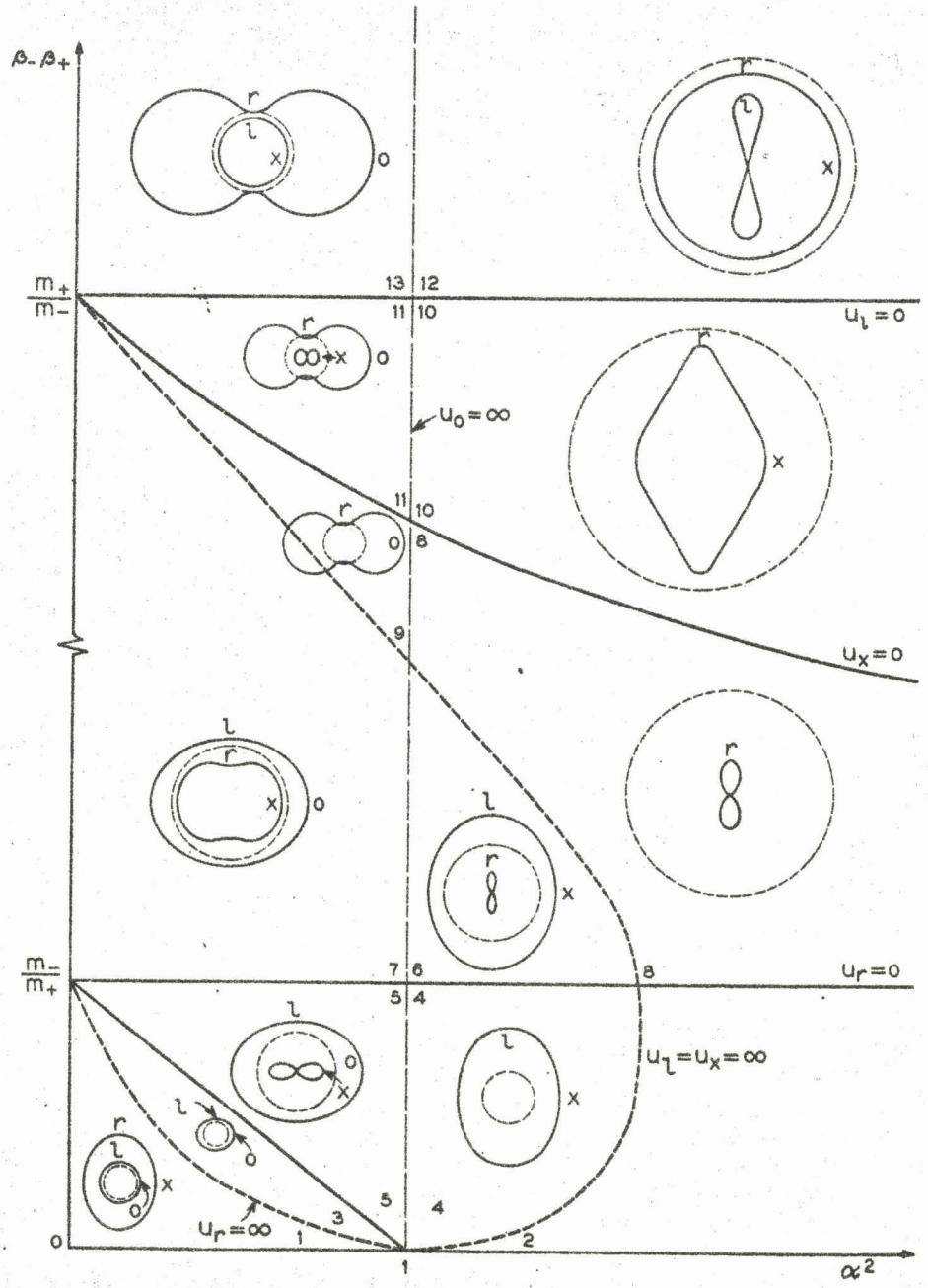


Figure 3 — General (α^2, β^2) plot and phase velocity surfaces for electromagnetic waves.

STIX (76) confirme ce résultat pour un plasma dont les électrons, en l'absence de perturbation, sont tous colinéaires à $\overline{B}_o$.
FRIED (32) a également montré la valeur importante de l'atténuatic de LANDAU.

A la résonance dite de plasma ($\theta = \Pi/2$), les courants électroniques et ioniques se neutralisent le long de B_o, mais s'ajoutent transversalement. Il en résulte un courant très important, alors que le champ magnétique H tend vers zéro.
Pour les plasmas très denses, la résonance n'a pas lieu en fait éxactement pour la valeur qui donne γ^2 infinie, mais plutot lorsque les énergies cinétiques des ions et des électrons acquises en présence du champ électromagnétique sont égales. Tout le plasma oscill alors autour de B_o comme l'a montré AUER (6).

S'il éxiste plusieurs types d'ions, outre les résonances analogues à ci-dessus, il en existent d'autres où les ions seuls oscil lent entre eux, avec des mouvements en opposition de phase, pour échanger leur énergie cinétique.
BUCHSBAUM (I5) a montré, en particulier, que si les collisions sont réduites, l'absortions d'énergie par les ions lourds peut être considérable(chauffage ionique).

III - OSCILLATIONS DE PLASMA

Les oscillations de plasma dues à l'éxistence de charges libres avaient déja été prévues par LANGMUIR dès I929.
BOHM-GROSS (I2), ALLIS (3) ont montré que pour une seule particule ion ou électron, des oscillations ont lieu pour $\omega = \omega_{p_{e,i}}$ et que l'atténuation de LANDAU est due à ce que les particules sont statistiquement regroupées par l'onde qu'elles accompagnent à la vitesse de phase.
Cette modulation de vitesse des particules a pour effet d'entretenir la perturbation incidente (oscillation), mais absorbe de l'énergie.

Cependant,les phénomènes se sont révélés plus compliqués apres quelques expérimentations.On s'est aperçu notemment qu'il pouvait existerdes oscillations permanentes,et de grande amplitude,de fréquence et de vitesse de phase arbitraires.

BERSTEIN (II) et VAN KAMPEN (85) ont alors étudié ce problème. Ce dernier a tout d'abord montré,en l'absence de champ magnétisant,qu'à toute fréquence ω peut être rattachée une onde d'oscillation si on connait la distribution des vitesses v dans l'espace et le temps.
Les équations linéaires de transport(perturbation autour de l'état d'équilibre) admettent des solutions même si les vitesses ne sont pas continument distribuées dans l'espace.On obtient,à l'aide d'une transformation de Laplace,un résultat étonnant:une bande continue de fréquences peut donner un système complet d'ondes stationnaires.
Les oscillations précédentes ne seraient que des paquets d'ondes ayant une exectionnellle durée de vie.

Dans une seconde étude,VAN KAMPEN (86) apporte quelques précisions si les collisions sont suffisemment fréquentes pour qu'on puisse admettre qu'il s'établit alors un état d'équilibre permanent,il existe une loi de dispersion de la forme:

$$\omega^2 - \omega_p^2 + K\gamma^2 = 0 \qquad \text{(XII)}$$

où K dépend de la vitesse moyenne d'agitation thermique des particules.
Dans le cas contraire,il n'existe pas de loi de dispersion.

Physiquement,ces différents résultats seraient obtenus par une excitation tres fine du plasma,qui ne fait osciller que la partie des particules qu'elles peut convenablement regrouper.

BUNEMAN (I7) FRIED (3I) ont montré que le mouvement relatif des ions et des électrons pouvait donner naissance à des oscillations d'amplitude croissantes en présence d'un champ électrique:l'énerg d'accélération prises par les électrons est cédée au profit du plasma en oscillations.

JACKSON (7) a récemment donné une synthèse remarquable de ces problèmes. Il montre que la relation simplifiée qui conduit à la fréquence stationnaire ω_p provient de l'emploi, dans les équations de la théorie macroscopique, des vitesses moyennes prises en I° approximation de distribution.
La loi de dispersion du type (XII) s'introduit des qu'un gradient de pression, tenant compte des collisions, est utilisé.
Avec une distribution de vitesse arbitraire, il retrouve comme VAN KAMPEN, à partir de l'équation de BOLTZMANN, une loi de dispersion en :

$$\frac{\gamma^2}{\omega_p^2} + \int \frac{G(v_z)\, dv_z}{v_z - \frac{j\omega}{\gamma}} = 0 \qquad \text{(XIII)}$$

où $G(v_z)$ est la dérivée normalisée par rapport aux vitesses de la fonction de distribution.

Si cette dernière est suffisemment centrée, et si la vitesse de phase est supérieure à la valeur v_z dominante, un développement limité de (XIII) redonne (XII) sous la forme:

$$\omega^2 - \omega_p^2 \left(I - \frac{3\gamma^2 \quad v^2}{\omega_p^2} + \dots\right) = 0$$

Dans le cas général, il faut chercher les racines de (XIII) JACKSON montre alors que si la distribution n'a qu'un seul somme il ne peut y avoir que des solutions atténuées. Cette atténuation du type de LANDAU, est toujours négligeable pour des vitesses de phase différentes de la valeur moyenne des particules.

Si la distribution des vitesses possède plusieurs sommets (modulation des densités de particules dans l'espace, par exemple) il existe des oscillations permanentes qui peuvent même, dans certains cas, croitre indéfiniment.
Ces oscillations n'ont lieu alors que dans des plages restreintes de fréquences, de façon analogue à celles d'un klystron en présence de la charge d'espace du faisceau.

Remarque:

Dans les deux § précedents,l'étude des lois de dispersion et des résonances s'est effectuée sur la base des équations de Maxwell et de Boltzmann avec les champs macroscopiques.
Les oscillations de plasma du type (XII) s'introduisent alors tout naturellement comme les ondes dites ioniques et électroniques complémentaires.
En l'absence d'agiation thermique,les oscillations sont stationnai et ne transportent aucune énergie (K = 0).Sinon,ω_p joue le role de fréquence de coupure et ces ondes se propagent en imposant aux particules des mouvements cohérents qui entretiennent l'exitation dans le même sens de propagation.

Pour l'onde électronique,seuls les électrons participent à l' oscillation car les ions sont presque immobiles dans le plasma. Pour l'onde ionique,c'est cette fois les électrons qui ne participent plus car leur agitation thermique est trop grande et ils sont alors trop rapides.

Aux fréquences tres basses,les deux types de particules peuve concourir simultanément à l'oscillation par un déplacement d'ensem ble tout en conservant leur agitation propre.On obtient une onde pseudo-sonore avec:

$$\omega^2 + V_s^2\gamma^2 = 0$$

où V_s est pratiquement égal à la vitesse du son dans le plasma.

On trouvera d'intéressantes discussions sur ces oscillations, dans le cadre indiqué,en consultant: DENISSE-DELCROIX (22) OSTERL (58) PAI (59) TANENBAUM (82) GLAUDE (37) STIX (78).

Si on introduit dans les équations de BOLTZMANN une loi de distribution des vitesses,il faut faire intervenir une théorie pu sante avec des développements en intégrales de Fourier dans l'esp ce et le temps sur les champs et les courants.
On trouve alors que les effets de résonance n'existent plus non seulement sur les fréquences fondamentales précédemment indiquées mais encore sur leurs harmoniques avec des amplitudes variables.

Ces études et les techniques correspondantes relèvent alors plus exactement de la spectromètrie physique du plasma.On trouvera des renseignements sur les points particuliers des résonances en consultant,entre autre: BEFEKI (9) CRAWFORD (I9) HIRSHFIELD (45) LANDAUER (5I).
CRAWFORD a montré,en particulier,qu'unplasma borné,uniforme, présente s'il existe en champ électrique variable transversal (tube à décharge,guide d'onde ...) une suite discrète infinie de résonances pour $\omega \geqslant \omega_p$: ce sont les résonances multipolaires.
Les raies d'ordre m supérieur à I dépendent des frontières du pla et du système stationnaire transversal qui y est établi.

IV - LES RESONANCES DE PLASMA EN ONDES CYLINDRIQUES

En guide d'onde,seuls les deux cas particuliers $\theta = 0$ et $\theta = \Pi/2$ sont utilisés.
Les conditions aux limites,non nécéssairement réduites à des enceintes métalliques,imposent aux ondes qui se propagent des formes particulières,dutype EH et HE.
Il s'ensuit que les points de résonance sont,eux aussi, liés dans une certaine mesure aux conditions aux limites.Nous allons préciser leur existence dans les 3 cas suivants:

a) absence de champ magnétique

b) champ magnétique longitudinal

c) " " transversal.

IV-I Pas de champ magnétisant.

A vide,le guide possède une fréquence de coupure qui ne dépend que de sa géométrie: $\omega_c \varepsilon_o \mu_o = s$.
La loi de dispersion de l'onde guidée est alors:

$$\gamma^2 + \omega^2 \varepsilon_o \mu_o = s^2$$

Complétement chargé par un plasma homogène et isotrope ($B_o = 0$) de permittivité:

$$\varepsilon = \varepsilon_o (I - (\frac{\omega_p}{\omega})^2)$$

la loi de dispersion devient: $\gamma^2 + \omega^2 \varepsilon \mu_o = s^2$,ce qui s'ecrit encore:

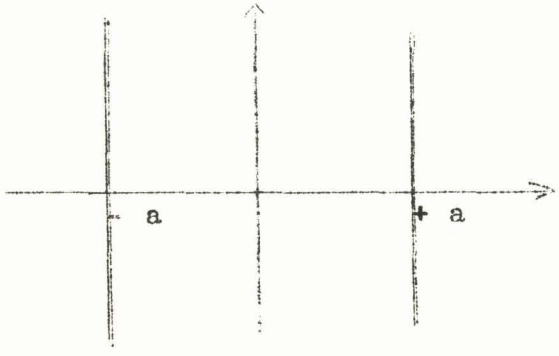
$$\gamma^2 + \omega^2 \varepsilon_o \mu_o = s^2 + s_p^2$$

avec: $s_p = \omega_p \varepsilon_o \mu_o$.

Sous cette dernière présentation,on voit qu'il n'y a simplement qu'une translation de la caractéristique de dispersion à vide. En présence de pertes,ε et γ sont complexes,et l'onde passe d'évanescente pure,pour une fréquence nulle,à progressive pure pour une fréquence infinie.

Ce schéma reste valable pour un plasma inhomogène,isotrope, uniforme selon Oz,mais avec ε et s_p dépendant des coordonnées transversales.En fait,très peu de problèmes de ce type ont été étudiés à cause des hypothèses à faire sur les variations effectives de ε.

Toutefois,la théorie de la diffusion (cf BROWN (I4)) conduit à prendre,en présence de parois métalliques,des densités approchées de la forme:



$$n = n_o \cos \frac{\Pi}{a}$$

en coordonnées cartésiennes,

$$n = n_o \left(I - \frac{r^2}{a^2} \right)$$

en coordonnées circulaires.

Ces approximations permettent alors de résoudre les problèmes aux limites et les équations d'onde avec des fonctions de Mathieu On verra GOLANT (39) pour une étude générale du problème hétérogène.

Le cas d'un guide partiellement rempli par un plasma homogène ou celui d'une structure composée de la superposition de milieux

homogènes se présente ici de façon beaucoup plus simple, car il suffit de raccorder des solutions indépendantes prises dans chaque milieu homogène.
Il faudra toutefois distinguer, comme le fait HAHN (43) deux types de frontières pour un plasma:

frontière non perturbée: le plasma est entièrement confiné dans la frontière (enceinte matérielle)

frontière perturbée: les molécules peuvent quitter le plasmais sont retenues par la charge d'espace.

On ramène toujours le cas perturbé au cas non perturbé équivalent en introduisant une frontière fictive portant une distribution adéquate de charges électriques.

Pour le guide entièrement rempli d'un plasma isotrope, il n'y a pas de résonance à proprement parler puisque la coupure:

$$\omega_c^2 = \omega_{c\,vide}^2 + \omega_p^2$$

est supérieure à ω_p.
En fait, pour $\omega = \omega_p$, on a $\alpha = \beta$ c'est à dire que les constante de phase et d'atténuation sont égales dans le cas des pertes. L'onde est donc déja tres fortement évanescente.

Il n'en est plus de même si le plasma ne remplit pas totalemen le guide, et s'il peut alors transmettre lui même des ondes de surface, comme c'est le cas notemment si le rayon moyen du guide tend vers l'infini.
Tant que $\omega > \omega_p$, la quantité ε_z reste positive, et la structure se comporte comme un diélectrique ordinaire: il existe des ondes guidées et des ondes de surface, mais pas de résonance.
Mais si $\omega < \omega_p$, ε_z est négatif et la structure présente des propriétés tout à fait particulières.

Prenons par exemple une tige de plasma.
On peut montrer (ALLIS (4)) conformément a un résultat général démontré par EPSTEIN (28) qu'il existe une résonance pour $\varepsilon_z = -I$ c'est à dire encore pour:

$$\omega = \frac{\omega_p}{\sqrt{I + \varepsilon_r}}$$

avec : ε_r: permittivité relative du milieu entourant le plasma.
Cette résonance est ici la résonance dipolaire de CRAWFORD.

Pour la tige de plasma isolée,les modes m = 0 et m = I n'ont pas de fréquence de coupure.
S'il existe une enceinte métallique non en contact,le mode de révolution m = 0 est le seul a ne pas avoir de fréquence de coupure.
On trouvera d'intéressantes études sur les plasmasisotropes en probléme cylindrique : AGDUR (I) TRIVELPIECE (83) et en problème cartésien: OLINER (57) TAMIR (79) .

IV-2 Aimantation longitudinale.

Dans le cas d'une aimantation longitudinale,le plasma devient gyrotrope.S'il est homogène,on sait (VAN TRIER (63)) qu'il faut deux solutions s_i^2 pour le nombre d'onde transversal,car la solution d'onde cylindrique est une onde hybride à composantes couplées.
An couple (s_I^2, s_2^2) correspond deux ondes EH et HE vérifiant simultanément une relation de dispersion de la forme: $F(\gamma^2) = 0$,où F est comme (VI) une équation bi-quadratique,à coéfficients A,B et C.En particulier,on retrouve $A = \varepsilon_z$.

a) La résonance de la structure est possible si A = 0 comme nous l'avons vu.
La condition: $\varepsilon_z = 0$ pour $\omega = \omega_p$ entraine ici: $s_I = 0$ et s_2 arbitraire.
Comme les conditions aux limites ne peuvent être vérifiées qu'av les deux $s_i \neq 0$,l'onde guidée n'existe pas dans ces conditions.

En reprenant l'étude de l'équation de dispersion,on vérifie que la solution $\gamma \longrightarrow \infty$ reste possible pour deux valeurs de s^2 à condition de prendre:

$$\left| \begin{array}{l} s_I^2 \longrightarrow \dfrac{\gamma^2 \varepsilon_z}{\varepsilon_t} \\ s_2^2 \longrightarrow \gamma^2 \end{array} \right. \qquad \lim \gamma^2 \varepsilon_z \ : \text{finie.}$$

Alors,pour $\omega = \omega_p$,les oscillations de plasma conduisent bien à une véritable résonance longitudinale.

Ala résonance,l'onde guidée EH se réduit à une LE pure,c'est à dire que H_z tend vers zéro ainsi que les champs transversaux. Seule s_I détermine la valeur E_z.Elle ne dépend pas de la fréquence et appartient au spectre transversal du guide vide.
Puisqu'au voisinage de la résonance,la vitesse de phase de l'onde tend vers zéro,on peut obtenir d'excellentes approximations sur la forme de l'onde à la résonance en admettant que les champs sont quasi-statiques.On verra SMULLIN(74) TRIVELPIECE (84) pour une étude de ces problèmes.

b) Les résonances cyclotrons pour $\omega = \omega_{b_{e,i}}$ peuvent se produire s'il y a compatibilité des champs avec les conditions aux limites.
Il faudra prendre cette fois:

$$\left| \begin{array}{l} s_I^2 \longrightarrow \dfrac{\gamma^2}{\varepsilon_t} \varepsilon_z + 2\,\omega^2 \varepsilon_o \mu_o \varepsilon_z \\ s_2^2 \longrightarrow \gamma^2 \end{array} \right. \qquad \lim \frac{\gamma^2}{\varepsilon_t} \ : \ \text{finie}$$

L'onde est cette fois,à la résonance,une TH avec des champs transversaux restant finies,et à polarisation elliptique en général. Comme précédemment,elle s'obtient par un passage à la limite sur la solution EH normale,ou par l'approximation quasi-statique.

Bien entendu, les deux types de résonance a) et b) existent simultanément, et peuvent même se chevaucher. Comme en espace libre il est donc très difficile de prévoir, à priori, le spectre total de la structure chargée.
On notera simplement que le caractère progressif ou évanescent de l'onde entre ces points de résonance n'est pas systématique, et dépend de leur position relative ALLIS (4).
En particulier, pour l'onde de surface des structures hétérogènes, il faut tenir compte de ce que ε_z change de signe pour $\omega = \omega_p$, et que ε_t est négatif dans deux bandes restreintes ayant chacune ω_{b_e} et ω_{b_i} comme un des points frontières.

IV 3 Aimantation transversale

Le problème conserve le même aspect qu'au § IV 2, compte tenu de la nouvelle expression de la permittivité du plasma.
A chaque direction transversale x_I, x_2 est associé un nombre d'onde p et q.
Le champ $\overline{B}_o$ est supposé dirigé selon $\overline{Ox}_2$.

On obtient encore une loi de dispersion dépendant de p et q.
Le choix de q étant fait (à priori) il faut encore deux valeurs p_I^2 et p_2^2 pour satisfaire les conditions aux limites de l'onde hybride.

Pour discuter de la résonance, il faut distinguer deux cas:

a) $q = 0$

IL existe alors deux ondespossibles pour la structure:

- Une onde TE, avec $\overline{E}$ colinéaire à $\overline{B}_o$.
  Elle est identique au cas d'un milieu isotrope fictif de permittivité ε_z remplissant le guide:
  Il n'y a pas de résonance.

- Une onde TM correspondant à l'onde extraordinaire en espace libre.

On retrouve une résonance dans les conditions analogues et elle correspond à un pôle de ε_t.
Dans certains cas, elle peut dégénérer en une simple TEH, et possède alors des résonances ordinaires pour $\omega = \omega_{b_{e,i}}$.

b) $q \neq 0$

Une première condition est d'avoir $\varepsilon_t = 0$, de façon que:

$p_1^2 \longrightarrow$ valeur finie dépendant des conditions aux limites.

$p_2^2 \longrightarrow \gamma^2$

A la résonance, l'onde est une TE avec champs transversaux finis.

Une seconde condition, très particulière, existe si ω tend vers 0. L'onde reste alors une onde hybride et γ^2 tend vers l'infini comme ε_z avec:

$$\gamma^2 \longrightarrow \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_t} q^2$$

Bien entendu, une telle solution n'existe que si les champs sont compatibles avec les conditions aux limites.

CONCLUSION - Nous avons donné un aperçu, rapide mais complet, des conditions de résonance d'un milieu plasma considéré pour l'onde électromagnétique, comme un diélectrique anisotrope présentant des propriétés particulières.
Nous regrettons, faute de place et de temps, de n'avoir pu illustrer sur quelques exemples bien choisis, les singularités d'onde qui se produisent, et surtout les applications très importantes qui résultent des échanges d'énergie entre l'onde et le plasma.
Néanmoins, nous pensons avoir fait oeuvre utile en classant méthodiquement tous les cas possibles de façon que l'un d'entre eux, s'il est utilisé, soit replacé immédiatement dans son cadre d'ensemble.

ANNEXE BIBLIOGRAPHIQUE

(I) AGDUR B. J. Appl. Phys. 33 - I962 - p 575

(2) ALLIS W. Motions of Ions and Electrons - Handbuch der Physick - vol 2I - I956 - Berlin.

(3) Id Electrons plasma oscillations - Proceeding on électronics waveguides - I958 - Polytechnic press of polytechnic Institute of Brooklyn.

(4) Id Waves in anisotropic plasmas - I963 - MIT Press

(5) ASTROM E. Arkiv f. Physik 2 - I950 - 443

(6) AUER P.L. Phys. of Fluids I - I958 - 50I
Collective oscillations in a cold plasma.

(7) BANOS A. Proc. Roy. Soc. A 233 - I955 - 350
Magnéto-hydrodynamic waves in incompressible and compressible fluids.

(8) BEFEKI and BROWN Am. J. Phys. 29 - I96I - 404
Emission of radiation waves from plasma.

(9) BEFEKI G. Phys. Rev. (Letters) 9 - I963 - p 6

(I0) BEFEKI and BROWN Phys. Fluids 4 - I96I - I73

(II) BERSTEIN J.B. Phys.Rev. I08 - I957 - 546

(I2) BOHM and GROSS Phys. Rev. 75 - I949 - I85I

(I3) BRAGINSKIY S. Soviet Phys. Doklady 2 - I957 - 345
The modes of plasma oscillation in a magnétic field

(I4) BROWN S. Basic Bàta of Plasma Physics I959 - John Wiley and sons - New-York

(I5) BUCHSBAUM S. Phys.Fluids - 3 - I960 - 4I8
Résonance in a plasma with two ions spécies.

(I6) BUDDEN Radio waves in the ionosphère - I96I - Cambridge-

(I7) BUNEMAN Phys. Rev. (Letters) I - I958 - p 8

(I8) CALVERT W. Plasma résonances in the upper ionosphère
J. Geophys. Research 68 - I963 - 6II3

(I9) CRAWFORD F. Phys. Letters 5 - I963 - 244
The mécanism of Tonks-Dattner plasma résonance.

(20) DAWSON J. Phys. Fluids 5 - I962 - 5I7
High fréquency conductivity and émission and absortion coéfficients of a fully ionised plasma

(2I) DELCROIX J. Calculs relatifs aux propagations d'ondes dans les plasmas Rap. LP 6 - Laborat. des Hautes Energies - Orsay- I960

(22) DENISSE-DELCROIX Théorie des ondes dans les plasmas I96I- Dunod -Paris

(23) DOYLE P. Phys. Fluids 2 - I959 - 293
On the béhavior of plasma at résonance

(24) DNESTROVSKII Y. Soviet Phys. JETP I3 - I96I - 986
Dispersion équation for an ordinary wave moving in a plasma accross an external static magnétic field.

(25) Id Soviet Phys. JETP I4 - I962 -I089
.....extraordinary wave ...
.....
.....

(26) DUNGEY J. Nature - 6I - I95I - I029
Dérivation of the dispersion équation for Alfen's magnéto-hydrodynamic waves

(2~~6~~) ENGELHART A. Phys. Fluids 5 - I962 - 29
Dispersion of ion cyclotron waves in magnéto plasmas.

(28) EPSTEIN P. Proc. Natl. Acad. Sci. 40 -I954 - II58
On the possibility of electromagnétic surfaces waves.

(29) FEJER J. J. Geophys. Research 69 - I964 - 5049
Résonance effects of électrostatic oscillations in the ionosphère.

(30) FRANK-KAMENETSKII SovietPhys. JETP I2 - I96I - 569
Natural oscillations of a bounded plasma.

(3I) FRIED B. J. Nuclear Energy C-I - I960 - I90
Longitudinal plasma oscillations in a electric field.

(32) Id Phys. Fluids 4 - I96I I39
Longitudinal oscillation in a hot plasma.

(33) GERSHAM B. J.E.T.P. 24 - I953 - 453
Cinétic théory of magnétohydrodynamic waves

(34) Id Soviet Phys JETP II - I960 - 657
Gyromagnétic résonance absortion of électromagnétic waves in plasma.

(35) GILARDINI A. Phys. Rev. I05 - I957 - p I2 (Juillet)

(36) GINZBURG V. Propagation of electromagnétic waves in plasma I962 - North-Holland.

(37) GLAUDE V. Onde Electrique 429 - I962 - p I070
Ondes longitudinales dans un plasma stationnaire en l'absence de champ magnétique.

(38) GOLANT V. Soviet Phys. JETP 5 - I960 - p I2
Propagation of electromagnétic waves through wave guide filled with plasma.

(39) Id Soviet Phys. JETP 6 - I96I - 38
Propagation of microwaves through waveguide filled with plasma in the positive column of a discharge.

(40) Id Soviet Phys. JETP 5 -I96I - II97
Microwave plasma diagnostic techniques.

(4I) GRAF K. Canad.J. Phys. I0 - I962 - 887
Electromagnétic waves in a bounded ,anisotropic plasma

(42) GROSS E. Phys. Rev. 82 - I95I - 232

(43) HAHN W. Gén. Elec. Rev. 42 - I939 - 258
Small signal théory of vélocity modulated electrons beams.

(44) HEALD M. The application of microwave techniques to stellarotor research. MATT - I7 - I959 - Princeton University.

(45) HIRSHFIELD J.Phys. Rev. I22 - I96I - 7I9
Incohérent microwave radiation from a plasma in a magnétic field.

(46) IMRE K. Phys. Fluids 5 - I962 - 459
Oscillation in a relativistic plasma.

(47) JACKSON J. J. Nuclear Energy C-I - I960 - I7I
Longitudinal plasma oscillation.

(48) KOVRIZHNYKH L. Sovier Phys. JRTP I0 - I960 - II98
Oscillation of an electron-ion plasma

(49) LANDAU L. J. Expt. Theor.Phys. I6 - I946 - 574

(50) LANDAU and LIFSHITZ Electrodynamics of continuous média Pergamon Press - I960

(5I) LANDAUER G. J. Nuclear Energy C-4 - I962 - 395
Génération of harmonics of the électron gyro-fréquency in a Penning discharge.

(52) LAZUKIN Soviet Phys. JETP -36- I959 - 685
Oscillations of a plasma in a magnétic field at fréquency close to cyclotron fréquency.

(53) LEONTOVICH M. Soviet Phys. JETP I3 - I96I - 634
Généralisation of the Kramers-Kronig formulas to média with spatial dispersion.

(54) LIEBOFF R. Phys. Fluids 5 - I962 - 963
Long wavelenght phénomena in a plasma

(55) MARGENAU H. Phys. Rev. 69 - I946 - 508

(56) MELTZ G. Trans on PIEEE AP-I3 - I965 - 94
Leaky waves supported by uniaxial plasma layers.

(57) OLINER A. J. Appl. Phys. 33 - I962 - 23I
Backward waves on isotropic plasma slabs.

(58) OSTERL Rev. Mod. Phys. 32 - I960 - I4I
Théory of linéarized plasma oscillations.

(59) PAI S. Rev. Mod. Phys. 32 - I960 - 882
Wave motion of small amplitude in a fully ionised plasma without external field

(60) PAPOULAR R. Applications des ondes hyperfréquences à l'étude des plasmas/ I965 - Dunod.

(6I) PEREL V. Soviet Phys. JETP I4 - I962 - 633
Absortion of e.m. waves in a plasma.

(62) PIDDINGTON J. Rev. Mod. Phys. 46 - I955 - I037
The four possible waves in a magnéto-ionic medi

(63) PISTOUNOVITCH V. Fusion Nucl. I - I96I - I89
Rayonnement cyclotronique des ions dans un plasma.

(64) PLATZMAN P. Phys. Fluids 4 - I96I - I288
Effects of collisions on the Landau damping of plasma oscillations.

(65) POSTNOV G. Radio Engineer. Electronics 5 - I960 I598
Wave propagation in isotropic plasma waveguide

(66) QUEMADA D. C.R. Acad. Sc. I96I Expressions générales du ten conductivité d'un plasma.

(67) RATCLIFFE J. Magnéto-ionic théory and its applications to the ionosphère - I959 - Cambridge University Press.

(68) ROSENBLUTH M. Phys. Fluids 5 - I962 - 776
Scattering of e.m. waves by a nonequilibrium plasma.

(69) SCHATZMAN E. Onde électr. 436-437 - I963 - 748
Le plasma et ses applications.

(70) SHAFRANOV V. Soviet Phys. JETP 7 - I958 - I0I9
Propagation of an e.m. field in a médium with spatial dispersion.

(7I) SILIN V. Soviet Phys. JETP II-I960 -II36
On the elctromagnétic properties of relativisti plasma

(72) SILIN V. Soviet Phys. JETP 14 - 1962 - 617
High frequency diélectric constant of a plasma.

(73) SITENKO A. Soviet Phys. JETP 4 - 1957 - 512
On the oscillation of an électron plasma in a magnétic field.

(74) SMULLIN L. P.I.R.E 46 - 1958 - 360
Properties of ions filled waveguides

(75) STEPANOV K. Soviet Phys. JETP 11 - 1960 - 192
Cyclotron absortion of e.m; waves in a plasma.

(76) STIX T. Phys. Fluids. 1 - 1958 - 308

(77) Id Phys. Fluids 3 - 1960 - 19
Absortion of plasma waves.

(78) Id The théory of plasma waves - 1962 - Mac Graw Hill

(79) TAMIR T. P.I.E.E.E. 51 - 1963 - 317
The spectrum of e.m. waves guided by a plasma

(80) TAMM I. Am. Scientist. 47 - 1959 - 169

(81) TANAKA Expériments on the négative radiation température at cyclotron résonance IPPJ - 6 - 1963

(82) TANENBAUM B. Phys. Fluids 4 - 1961 - 1262
Dispersion relation in a stationnary plasma.

(83) TRIVELPIECE A. Slow wave propagation in a plasma waveguide

Tech. report n° 7 Microwave Laboratory California Institute of Technologie.

(84) Id J. Appl. Phys. 30 - 1959 1787
Space charge waves incylindrical plasma columns.

(85) VAN KAMPEN N. Physica 21 - 1955 - 949
On the théory of stationnary waves in plasmas

(86) Id Physica 23 - 1957 - 641
The dispersion équation for plasma waves

(87) VAN TRIEP A. Appl. SC. Research B3 - 1953 - 305
Guided e.m. waves in anisotropic médium.

(88) VOLKOV T. Soviet Phys. JETP 10 - 1960 - 302
Ion oscillations in plasmas.

(89) YAKIMENKO V. Soviet Phys. Tech. Phys. 7 - 1963 - 117
Oscillation in a plasma containing two ion spécies.

BIBLIOTHÈQUE UNIVERSITAIRE Section de SCIENCES LILLE