N° D'ORDRE : 70

THÈSE

PRÉSENTÉE

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE LILLE

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

par

François MATHOT
Ingénieur I.D.N.
Licencié ès Sciences

Contribution à l'Etude des Dérivées Aérodynamiques en Ecoulement Hypersonique

Soutenue le 17 Juin 1967 *devant la Commission d'examen.*

MM.	A. MARTINOT-LAGARDE	Président et Rapporteur
	G. GONTIER	Examinateurs
	M. MORIAMEZ	Examinateurs
	M. SCHERER	Invité

O.N.E.R.A.
29, Avenue de la Division Leclerc,
92 CHATILLON

UNIVERSITE DE L I L L E - FACULTE DES SCIENCES

DOYENS HONORAIRES

MM. PRUVOST
LEFEBVRE
PARREAU

PROFESSEURS HONORAIRES

MM. ARNOULT
BEGHIN
CAU
CHAPELON
CHAUDRON
CORDONNIER
DE HEUVELS
DEHORNE
DOLLE

MM. FLEURY
GERMAIN
KOURGANOFF
LAMOTTE
LELONG
Mme LELONG
MM. MAZET
MICHEL
NORMANT

MM. PARISELLE
PASCAL
PAUTHENIER
ROIG
ROSEAU
ROUBINE
WIEMANN
ZAMANSKY
KAMPE DE FERIET

DOYEN

M. TILLIEU, Professeur de PHYSIQUE

ASSESSEURS

MM. DURCHON	Professeur de ZOOLOGIE
HEUBEL	Professeur de CHIMIE MINERALE.

PROFESSEURS

MM. BACCHUS	ASTRONOMIE, CALCUL NUMERIQUE
BECART	PHYSIQUE
BERKER	MECANIQUE DES FLUIDES
BLOCH	PSYCHOPHYSIOLOGIE
BONNEMAN DEMIA	CHIMIE ET PHYSICO-CHIMIE INDUSTRIELLE

MM.	BONTE	GEOLOGIE APPLIQUEE
	BOUGHON	MATHEMATIQUES
	BOUISSET	PHYSIOLOGIE ANIMALE
	BOURIQUET	BOTANIQUE
	CELET	GEOLOGIE
	CORSIN	PALEOBOTANIQUE
	DECUYPER	MATHEMATIQUES
	DEDEKER	PROFESSEUR ASSOCIE DE MATHEMATIQUES
	DEFRETIN	BIOLOGIE MARINE
	DEHORS	PHYSIQUE INDUSTRIELLE
	DELATTRE	GEOLOGIE
	DELEAU	GEOLOGIE
	DELHAYE	CHIMIE MINERALE
	DESCOMBES	CALCUL DIFFERENTIEL & INTEGRAL
	FOURET	PHYSIQUE
	GABILLARD	RADIOELECTRICITE & ELECTRONIQUE
	GLACET	CHIMIE
	GONTIER	MECANIQUE DES FLUIDES
	HEIM DE BALZAC	ZOOLOGIE
	HUCQUETTE	BOTANIQUE GENERALE & APPLIQUEE
	LEBEGUE	BOTANIQUE
Mme	LEBEGUE	PHYSIQUE
MM.	LEBRUN	RADIOELECTRICITE & ELECTRONIQUE
Mlle	LENOBLE	PHYSIQUE
MM.	LIEBAERT	RADIOELECTRICITE
	LINDER	BOTANIQUE
	LUCQUIN	CHIMIE MINERALE
	MARION	CHIMIE
Mlle	MARQUET	MATHEMATIQUES
MM.	MARTINOT-LAGARDE	MECANIQUE DES FLUIDES
	MENESSIER	GEOLOGIE
	MONTARIOL	CHIMIE MINERALE APPLIQUEE
	MONTREUIL	CHIMIE BIOLOGIQUE
	MORIAMEZ	PHYSIQUE

MM. PARREAU	MATHEMATIQUES
PEREZ	PHYSIQUE EXPERIMENTALE
PHAM MAU QUAN	MECANIQUE RATIONNELLE & EXP.
POUZET	CALCUL NUMERIQUE
PROUVOST	GEOLOGIE
SAVARD	CHIMIE GENERALE
SCHALLER	ZOOLOGIE
SCHILTZ	PHYSIQUE
Mme SCHWARTZ	ANALYSE SUPERIEURE
MM. TRIDOT	CHIMIE
VIVIER	BIOLOGIE ANIMALE
WATERLOT	GEOLOGIE ET MINERALOGIE
WERTHEIMER	PHYSIQUE

MAITRES DE CONFERENCES

MM. ATTEIA	MATHEMATIQUES
BEAUFILS	CHIMIE GENERALE
BELLET	PHYSIQUE
BLANCHARD	CHIMIE ORGANIQUE
BOILLET	PHYSIQUE
BUI TRONG LIEU	MATHEMATIQUES
CHASTRETTE	CHIMIE GENERALE - AMIENS
CHERRUAULT	MATHEMATIQUES
COMBET	MATHEMATIQUES
CONSTANT	RADIOELECTRICITE ET ELECTRONIQUE
DERCOURT	GEOLOGIE ET MINERALOGIE
DEVRAINNE	CHIMIE MINERALE
Mme DRAN	CHIMIE APPLIQUEE
MM. GOUDMAND	CHIMIE PHYSIQUE
GUILLAUME	BOTANIQUE
HENRY	PHYSIQUE - AMIENS
HERZ	CALCUL NUMERIQUE
HUARD DE LA MARRE	CALCUL NUMERIQUE

MM. JOLY	ZOOLOGIE - AMIENS
LACOSTE	BOTANIQUE
LAMBERT	PHYSIQUE - SAINT-QUENTIN
MAES	PHYSIQUE
METTETAL	ZOOLOGIE - AMIENS
MOUVIER	CHIMIE - SAINT-QUENTIN
NGUYEN PHONG CHAU	MATHEMATIQUES - SAINT-QUENTIN
PANET	ELECTROMECANIQUE
PARSY	MATHEMATIQUES - AMIENS
RAUZY	MATHEMATIQUES
SAADA	PHYSIQUE
SEGARD	CHIMIE BIOLOGIQUE
TUDO	CHIMIE - AMIENS
VAILLANT	MATHEMATIQUES
VAZART	BOTANIQUE - AMIENS
VIDAL	PHYSIQUE INDUSTRIELLE

SECRETAIRE GENERAL, ATTACHE PRINCIPAL :

M. LEGROS

oooOOOooo

- TABLE DES MATIERES -

	Pages
1 - INTRODUCTION	2
2 - DETERMINATION THEORIQUE DES DERIVEES LONGITUDINALES	3
2.1 - Généralités	3
2.2 - Théorie de l'écoulement potentiel	4
2.3 - Théorie du piston	11
2.4 - Théorie de Newton	16
2.5 - Comparaison entre théories	25
2.6 - Méthodes numériques	25
3 - DETERMINATION EXPERIMENTALE DES DERIVEES AERODYNAMIQUES DE TANGAGE D'UN CORPS DE RENTREE EN SOUFFLERIE HYPERSONIQUE	30
3.1 - Généralités	30
3.2 - Exposés des différentes méthodes	30
4 - MESURE DES DERIVEES AERODYNAMIQUES EN SOUFFLERIE HYPERSONIQUE A RAFALES PAR LA METHODE DES OSCILLATIONS FORCEES	47
4.1 - Introduction	47
4.2 - Principes	48
4.3 - Description de l'installation de mesure	50
4.4 - Maquettes	60
4.5 - Remarques théoriques sur l'évolution des composantes en phase et en quadrature en fonction du centrage	60
4.6 - Conditions d'essai	65
4.7 - Observations	66
4.8 - Précision des mesures	67
4.9 - Comparaisonset discussions des résultats obtenus	67
4.10 - Conclusion	69
ANNEXE 1	
PREPARATION D'UNE BOUCLE MAGNETIQUE	72
ANNEXE 2	
PRINCIPES FONDAMENTAUX DES ANALYSEURS HARMONIQUES ANALOGIQUES UTILISES	74

1 - INTRODUCTION -

L'objet du présent travail est la détermination aux vitesses hypersoniques de certaines des dérivées aérodynamiques. Il s'agira pour un solide de révolution, des dérivées de la portance du moment de tangage par rapport à l'incidence et au taux de rotation de tangage. Leur connaissance est nécessaire pour les études de mécanique de la rentrée d'un engin dans l'atmosphère. Ces quatre dérivées forment ce que l'on appelle en abrégé les dérivées aérodynamiques longitudinales.

Les mesures ont été effectuées dans une soufflerie hypersonique à rafales par une méthode d'oscillations forcées. Les solides utilisés pour cette étude ont été deux cônes émoussés, de 10° de demi-angle d'ouverture. Notre choix a été motivé pour deux raisons :

- Leur forme simple rend aisée l'application des théories actuellement connues.

- Cette forme permet d'éviter les décollements de la couche limite, aux faibles nombres de Reynolds rencontrés en soufflerie.

La première partie de l'exposé rappelle les principaux résultats obtenus à l'aide des théories applicables dans l'intervalle des nombres de Mach de 3 à 20, au calcul des dérivées aérodynamiques dans les écoulements bi ou tridimensionnels.

Dans une seconde partie, sont exposées les différentes méthodes expérimentales utilisées en soufflerie hypersonique :

- Méthodes d'oscillations forcées,

- Méthodes d'oscillations libres,

- Méthodes de vol libre.

La description d'une technique de mesure des dérivées aérodynamiques adaptée aux souffleries à rafales fait l'objet de la 3ème partie. Le solide est mis en oscillations forcées : la composante en phase du moment mesuré est compensée électriquement, et les informations sont enregistrées sur bande magnétique. Les résultats de deux séries d'essais à $M_o = 10$, sur des cônes émoussés sont présentés et comparés, d'une part avec des résultats expérimentaux américains, d'autre part, avec des valeurs calculées par la théorie de Newton modifiée.

En terminant cette introduction, nous tenons à remercier tout particulièrement M. SCHERER qui a bien voulu diriger le présent travail. Son expérience des mesures instationnaires par la méthode des oscillations forcées qu'il développe à la Direction Aérodynamique de l'O.N.E.R.A. depuis plus de quinze années, ses conseils et ses critiques, notamment sur la conception des essais, leur dépouillement et leur interprétation nous ont été d'un secours précieux.

M. LOPEZ, Chef de groupe d'études à la Direction Aérodynamique a dirigé la conception et la réalisation des chaînes électroniques qui nous ont permis d'effectuer nos expériences. Nous le prions de trouver ici l'expression de notre reconnaissance.

Nous remercions M. SUSINI, cadre technique à la Direction Aérodynamique, pour son amicale collaboration durant la partie souvent ingrate de la mise au point de l'appareillage, l'exécution des montages et des essais, ainsi que leur dépouillement, MM. MARASSÉ, d'HUMIERES, Mme FILLON pour l'aide soutenue qu'ils nous ont apportée.

Nous prions M. l'Ingénieur Général CARRIERE, Directeur Scientifique de l'Aérodynamique, et M. REBUFFET Directeur Scientifique Adjoint, sous la direction desquels cette étude a été effectuée d'accepter nos remerciements pour leur appui bienveillant et la confiance qu'ils ont bien voulu nous accorder.

M. le Professeur MARTINOT-LAGARDE, Directeur de l'Institut de Mécanique des Fluides de LILLE, a bien voulu s'intéresser à nos recherches et examiner de près l'ensemble de notre étude. Son accueil bienveillant a été pour nous un appui précieux. Qu'il veuille bien trouver ici l'expression de notre gratitude.

2 - DETERMINATION THEORIQUE DES DERIVEES LONGITUDINALES -

2.1. - Généralités -

On suppose que le fluide n'est pas visqueux.

Le calcul des dérivées aérodynamiques se fait à partir du coefficient local de pression sur le solide oscillant. Il vient, i étant l'incidence, q le taux de rotation de tangage :

$$C_p = C_p\ (i\ ,\ q\ ,\ \dots)$$

Les dérivées aérodynamiques cherchées s'obtiennent par intégration. $\vec{n}$ étant le vecteur unitaire normal (Pl. 1), orienté vers l'intérieur du solide, on a :

$$C_{zi_1} = \frac{\partial C_{z1}}{\partial i_1} = -\frac{1}{S}\iint_A \frac{\partial C_p}{\partial i_1}\cos(n,z_1)\,dA$$

$$C_{mi_1} = \frac{\partial C_{m1}}{\partial i_1} = -\frac{1}{S\ell}\iint_A \frac{\partial C_p}{\partial i_1}\left[x_1\cos(n,z_1) - z_1\cos(n,x_1)\right]dA$$

$$C_{zq1} = \frac{\partial C_{z1}}{\partial \frac{q_1 l}{V_0}} = -\frac{1}{S}\iint_{\Lambda} \frac{\partial C_p}{\partial \frac{q_1 l}{V_0}} \cos(n, z_1)\, dA$$

$$C_{mq1} = \frac{\partial C_{m1}}{\partial \frac{q_1 l}{V_0}} = -\frac{1}{Sl}\iint_{\Lambda} \frac{\partial C_p}{\partial \frac{q_1 l}{V_0}} \left[x_1 \cos(n, z_1) - z_1 \cos(n, x_1)\right] dA$$

Trois théories peuvent être utilisées dans le domaine des vitesses supersoniques et hypersoniques, pour la prévision des forces et moments s'exerçant sur un solide :

- La théorie de l'écoulement potentiel,
  - a) du premier ordre,
  - b) du premier et du second ordre combinés.
- La théorie du piston,
- La théorie de Newton.

L'application de ces théories à des solides de forme simple tels que des cônes et cylindres de révolution, ou des calottes sphériques, permet d'obtenir pour le coefficient de pression,puis pour les dérivées aérodynamiques, des expressions finies, nous voulons dire ne contenant plus aucune dérivation ou intégration.

2.2. - Théorie de l'écoulement potentiel -

La théorie de l'écoulement potentiel a été appliquée en 1956, par MM. TOBAK et WEHREND, à la détermination des dérivées aérodynamiques du cône pointu de révolution, au voisinage de l'incidence nulle.[1]

Le domaine de validité de cette théorie s'étend du domaine transsonique dès que l'onde de choc de tête est attachée, jusqu'à un nombre de Mach tel que le cône de Mach issu de la pointe du cône, soit confondu avec la surface du cône. Dans le cas du cône pointu de révolution, le nombre de Mach M_0 supérieur est donné par

$M_0 = \dfrac{1}{\sin \delta}$, où δ est l'angle de demi-ouverture du cône.

2.2.1. - Théorie de l'écoulement potentiel du premier ordre -

Supposons le cône fixé par sa pointe à un bras fictif et astreint ainsi à suivre une trajectoire circulaire, avec un taux de rotation q autour de l'axe Oy d'un trièdre fixé Ox y z (Planche 2). L'axe de révolution du cône est perpendiculaire au bras fictif, et reste constamment dans le plan Ox z du trièdre fixe.

Le taux de rotation q est supposé petit de telle sorte que $ql \ll V_o$, l étant la longueur de référence et V_o la vitesse du sommet du cône.

Le rayon $\frac{V_o}{q}$ de la trajectoire du point O_1, sommet du cône est alors grand par rapport aux dimensions du corps.

Soit M un point courant de la surface du cône. Son vecteur vitesse par rapport au repère Ox y z est

$$\overrightarrow{V(M)} = \vec{q} \wedge \overrightarrow{OM} = \vec{q} \wedge (\overrightarrow{OO_1} + \overrightarrow{O_1 M}).$$

Projetons le vecteur $\overrightarrow{V(M)}$ dans un trièdre $O_1\, x_1\, y_1\, z_1$

$O_1\, x_1$ étant l'axe de révolution du cône orienté vers l'amont,

$O_1\, y_1$ étant parallèle à l'axe Oy du trièdre fixe.

Dans ce trièdre exprimons $\overrightarrow{OM}$:

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x \\ -\frac{V_o}{q} + r\cos\theta \\ r\sin\theta \end{cases} \qquad \vec{q} \begin{cases} 0 \\ 0 \\ q \end{cases}$$

D'où :

$$\overrightarrow{V(M)} \begin{cases} V_o - qr\cos\theta \\ qx \\ 0 \end{cases}$$

Passons maintenant dans ce trièdre, à des coordonnées cylindriques (x_1, r, θ)

Sur $O_1\, x_1$ la composante de la vitesse est évidemment inchangée.

Sur l'axe $O_1 M$ et sur l'axe qui s'en déduit par une rotation de dans le sens positif,

On obtient : $qx\cos\theta$

$-qx\sin\theta$.

D'où les composantes de V(M) en coordonnées cylindriques dans le trièdre lié au cône.

$$\overrightarrow{V(M)} \begin{cases} V_o - qr\cos\theta \\ qx\cos\theta \\ -qx\sin\theta \end{cases}$$

Les variations $\ell \Delta q$ du taux de rotation réduit $\frac{q\ell}{V_o}$ étant petites, on peut ~~considérer~~ V_o qu'au premier ordre, la vitesse locale de l'écoulement est stationnaire, par rapport au ~~trièdre~~ lié au solide.

Etablissons dans ce trièdre l'équation du potentiel d'un écoulement permanent.

Les composantes de la vitesse étant désignées par u_1, v, w, en coordonnées cylindriques, l'équation de conservation de la masse s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u_1) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\rho v r) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}(\rho w) = 0$$

L'équation de l'impulsion s'écrit :

$$\rho(u_1 du_1 + v\,dv + w\,dw) = -dp = -a^2 d\rho.$$

L'écoulement étant supposé instationnaire la vitesse est le gradient d'un potentiel ϕ. Soient u, v, w, les composantes du vecteur vitesse de perturbation. On peut écrire :

$$\begin{cases} u_1 = V_o + u = \dfrac{\partial \phi}{\partial x} \\ v = \dfrac{\partial \phi}{\partial r} \\ w = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \phi}{\partial \theta} \end{cases}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u_1) = \rho\frac{\partial u_1}{\partial x} + u_1\frac{\partial \rho}{\partial x} = \rho\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{u_1}{a^2}\rho\left(u_1\frac{\partial u_1}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial x} + w\frac{\partial w}{\partial x}\right)$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial(\rho v r)}{\partial r} = \rho\frac{v}{r} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial r} = \rho\frac{v}{r} + \rho\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{a^2}\rho\left(u_1\frac{\partial u_1}{\partial r} + v\frac{\partial v}{\partial r} + w\frac{\partial w}{\partial r}\right)$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial(\rho w)}{\partial \theta} = \frac{1}{r}\left(\rho\frac{\partial w}{\partial \theta} + w\frac{\partial \rho}{\partial \theta}\right)$$

$$= \frac{1}{r}\left[\rho\frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{w}{a^2}\rho\left(u_1\frac{\partial u_1}{\partial \theta} + v\frac{\partial v}{\partial \theta} + w\frac{\partial w}{\partial \theta}\right)\right]$$

En éliminant les termes du second ordre on obtient les expressions simplifiées :

$$\frac{\partial(\rho u_1)}{\partial x} = \rho\left[\frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{u_1^2}{a^2}\frac{\partial u_1}{\partial x}\right] = \rho\left[\frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{V_0^2}{a^2}\frac{\partial u_1}{\partial x}\right] = \rho\left(1-M_0^2\right)\frac{\partial u_1}{\partial x}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial(\rho v r)}{\partial r} = \rho\left(\frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r}\right)$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial(\rho w)}{\partial \theta} = \frac{\rho}{r}\frac{\partial w}{\partial \theta}$$

En portant ces expressions dans l'équation de conservation de la masse, on obtient ;

$$\frac{\partial u_1}{\partial x}\left(1-M_0^2\right) + \frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial \theta} = 0$$

D'où l'équation linéarisée de l'écoulement potentiel permanent ;

$$\left(M_0^2-1\right)\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2\phi}{\partial r^2} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial\theta^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial r} = 0$$

$\phi(x, r, \theta)$ est le potentiel total de l'écoulement. Introduisons un potentiel de perturbation φ tel que :
$\phi(x, r, \theta) = \Omega(x, r, \theta) + \varphi(x, r, \theta)$,
où Ω est le potentiel de l'écoulement en amont, à savoir $\Omega = V_0 x$.
Comme Ω vérifie l'équation ci-dessus, on en déduit que φ doit vérifier cette équation :

$$\left(M_0^2-1\right)\varphi_{xx} - \varphi_{rr} - \frac{1}{r^2}\varphi_{\theta\theta} - \frac{1}{r}\varphi_r = 0 \qquad [2]$$

Ecrivons les conditions aux limites :

1) En théorie linéarisée, la région de l'écoulement perturbée par la présence d'un point est le cône de Mach issu de ce point [3]. Dans le cas présent, cette zone est le cône de Mach issu de la pointe du cône.

   La première condition aux limites consiste à écrire que les vitesses de perturbation sont évanescentes sur le cône de Mach issu de la pointe du cône. Ce cône ayant pour équation :
   $r = \frac{x}{\sqrt{M_0^2-1}}$ on doit avoir sur le cône de Mach issu de la pointe la condition :

$$\varphi\left(x, \frac{x}{\sqrt{M_0^2-1}}, \theta\right) = 0$$

2) Sur la surface du cône, la composante normale de la vitesse locale doit être identiquement nulle : Si R = R(x) est l'équation de la surface du cône on a :

$$\frac{dR}{dx} = \frac{\varphi_r(x,R,\theta)+\Omega_r(x,R,\theta)}{\varphi_x(x,R,\theta)+\Omega_x(x,R,\theta)}$$

Les vitesses Ω_r et Ω_x sont les composantes radiales et axiales de la vitesse de l'écoulement non perturbé. D'où

$$\frac{dR}{dx} = \frac{\varphi_r(x,R,\theta)+v(x,R,\theta)}{\varphi_x(x,R,\theta)+u(x,R,\theta)}$$

Décomposons le potentiel de perturbation en deux parties :

- un potentiel φ_0 indépendant de θ et correspondant à un écoulement axial uniforme,

- un potentiel φ_1 correspondant à un écoulement transversal.

Le potentiel total de perturbation est $\varphi = \varphi_0 + \varphi_1$

Le potentiel φ_0 vérifie l'équation :

$$\varphi_{0rr} + \frac{\varphi_{0r}}{r} - (M_0^2-1)\,\varphi_{0xx} = 0$$

avec les conditions limites :

$$\varphi_0\left(x, \frac{x}{\sqrt{M_0^2-1}}\right) = 0$$

$$\frac{dR}{dx} = \frac{\varphi_{0r}(x,R)}{\varphi_{0x}(x,R)+V_0}$$

Le potentiel φ_1 vérifie l'équation :

$$\varphi_{1rr} + \frac{\varphi_{1r}}{r} + \frac{\varphi_{1\theta\theta}}{r^2} - (M_0^2-1)\,\varphi_{1xx} = 0$$

Il est à remarquer que le calcul de φ_1 doit tenir compte de la composante axiale de la vitesse de l'écoulement $-qr\cos\theta$.

Les conditions aux limites pour l'équation du potentiel φ_1 sont alors :

$$\varphi_1\left(x, \frac{x}{\sqrt{M_o^2-1}}, \theta\right) = 0$$

$$\frac{dR}{dx} = \frac{\varphi_{1r}(x,r,\theta) + qx\cos\theta}{\varphi_{1x}(x,r,\theta) - qR\cos\theta}$$

On obtient donc finalement les expressions des potentiels de perturbation φ_o et φ_1 des écoulements axial et transversal. Le potentiel de perturbation de l'écoulement autour du cône est alors $\varphi = \varphi_o + \varphi_1$

La connaissance du potentiel φ entraîne celle du potentiel total ϕ de l'écoulement autour du cône. On en déduit [1] alors la distribution des vitesses et le coefficient de pression Cp :

$$C_p = \frac{2}{\gamma M_o^2}\left\{\left[1 - \frac{\gamma-1}{2}M_o^2\left[2\frac{\phi_x}{V_o} - \frac{2\phi_x}{V_o^2}qr\cos\theta + \frac{2qx}{V_o}\left(\frac{\phi_r}{V_o}\cos\theta - \frac{\phi_\theta}{rV_o}\sin\theta\right) + \frac{\phi_x^2+\phi_r^2+\left(\frac{\phi_\theta}{r}\right)^2}{V_o^2}\right]\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1\right\}$$

Le coefficient de pression fait intervenir explicitement le taux de rotation de tangage q. Il est alors possible d'obtenir par intégration sur la surface du cône de l'expression $\frac{\partial C_p}{\partial\left(\frac{q\ell}{V_o}\right)}$ les dérivées C_{mq} et C_{zq}.

2.2.2. - Théorie de l'écoulement potentiel du 1er et du 2ème ordre combinés

VAN DYKE a montré [4] que dans le cas de l'écoulement stationnaire, une amélioration des expressions du coefficient de pression et du coefficient de portance donnés par la théorie du 1er ordre, pouvait être obtenue en prenant une expression du potentiel de l'écoulement axial englobant les termes du second ordre.

TOBAK et WEHREND [1], remarquant que dans la théorie du potentiel, l'effet instationnaire n'intervient que dans l'expression du potentiel de l'écoulement transversal et non dans celle du potentiel de l'écoulement axial, en déduisent que l'approximation du 2ème ordre peut aussi, dans ce cas, être utilisée.

L'expression du potentiel de l'écoulement axial uniforme autour d'un cône, exacte au second ordre, obtenue à partir de la théorie de VAN DYKE [3] est alors introduite dans le calcul du coefficient de pression. Les expressions des dérivées C_{zq_1} et C_{mq_1} exactes au second ordre sont ainsi obtenues.

- REFERENCES -

[1] - M. TOBAK et W.R. WEHREND
Stability derivatives of cones at supersonic speeds
NACA - TN 3788 (Septembre 1956).

[2] - LIEPMANN et ROSHKO
Eléments de la dynamique des gaz.
GAUTHIER-VILLARS, Paris (1962)

[3] - M. FENAIN
Théorie des écoulements à potentiel homogène ;
Application au calcul des ailes en supersonique.
CESM (1959)

[4] - VAN DYKE
First order and second order theory of supersonic
flow past bodies of revolution :
J.A.S. Vol. 18 n° 3 - Mars 1951 (p. 161 - 178)

2.3 - Théorie du piston

2.3.1 - Généralités

La théorie du piston a été développée vers 1955 par Lees [1], Ashley et Zartariau [2], dans le cas de l'écoulement stationnaire autour d'un profil bidimensionnel élancé. Une application au cas d'un profil en forme de dièdre élancé, animé d'un mouvement oscillatoire a été entreprise par M. EAST en 1962 [4].

La base physique de la similitude hypersonique [1] réside dans les faits suivants :

- Pour un nombre de Mach élevé de l'écoulement amont, les nombres de Mach locaux sur un profil élancé à faible incidence sont élevés.

- Les ondes de choc et les ondes de Mach sont pratiquement parallèles à la direction de l'écoulement.

Le champ perturbé est donc très étroit, et la composante de la vitesse de perturbation parallèle à la direction de la vitesse à l'infini amont est négligeable devant la composante de la vitesse de perturbation normale à la direction de la vitesse à l'infini amont.

Supposons un profil bidimensionnel élancé se déplaçant par rapport à un trièdre fixe à une vitesse hypersonique. Par rapport à ce repère, l'air à l'infini amont est fixe. Considérons deux plans, fixes dans le repère considéré, normaux à la direction de la vitesse du profil.

Lors du passage du profil, les allures du champ aérodynamique sont indépendantes l'une de l'autre puisque le temps nécessaire à une perturbation pour franchir la distance entre ces deux plans est supérieur au temps de transit du profil. En effet, une perturbation ne peut se déplacer qu'à la vitesse du son, tandis que la vitesse du profil est hypersonique. Dans tout plan fixe normal à la direction du déplacement du profil, l'évolution de l'écoulement dépend donc seulement de la variation en fonction du temps de la pente locale du corps.

Considérons alors un observateur fixe par rapport au repère considéré, regardant à travers une fente fixe, normalement à la direction du déplacement du profil. Il voit, lors du passage de celui-ci, un mouvement du gaz semblable à celui que produirait dans un tube long et étroit, un piston animé d'une vitesse égale à la composante de la vitesse de perturbation, normale à la direction du déplacement du corps. Le problème, initialement bidimensionnel, se ramène donc à un problème unidimensionnel.

2.3.2 - Cas du choc faible

Le cas du choc faible est caractérisé par une composante normale de vitesse locale de perturbation w faible devant la vitesse du son a_0 amont : $|w| < a_0$ ou encore , θ étant la pente locale, et M_0 le nombre de Mach amont : $M_0\theta < 1$

Cherchons une expression du coefficient de pression compte tenu des approximations précédentes [3].

La déviation θ de la vitesse est liée au nombre de Mach M_0 amont et au nombre de Mach local par la relation :

$$\theta = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}\left[\text{Arctg}\sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}}\sqrt{M_0^2-1} - \text{Arctg}\sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}}\sqrt{M^2-1}\right] - \left[\text{Arctg}\sqrt{M_0^2-1} - \text{Arctg}\sqrt{M^2-1}\right]$$

M_0 et M étant grands : $\sqrt{M_0^2-1} \simeq M_0$

$$\sqrt{M^2-1} \simeq M$$

Si on effectue un développement limité au 1er ordre des fonctions Arctg

$\left(\text{Arctg}\, x = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{x} + \varepsilon\left(\frac{1}{x^2}\right)\right)$, on obtient pour la déviation l'expression :

$$\theta = \frac{2}{\gamma-1}\left(\frac{1}{M} - \frac{1}{M_0}\right);$$

D'où
$$\frac{M_0}{M} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0\theta .$$

p_{i0} étant la pression génératrice amont,

p_0 la pression statique amont,

p la pression statique locale,

l'expression du coefficient de pression, par définition, égale à :

$$C_p = \frac{p-p_0}{\frac{1}{2}\rho_0 V_0^2} = \frac{p-p_0}{\frac{1}{2}p_0\gamma M_0^2} = \frac{2}{\gamma M_0^2}\left(\frac{p}{p_0} - 1\right)$$

les lois du choc oblique permettent d'exprimer le quotient :

$$\frac{p}{p_0} = \frac{p}{p_{i0}} \times \frac{p_{i0}}{p_0} = \frac{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2\right)^{\gamma/\gamma-1}}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\gamma/\gamma-1}} \simeq \left(\frac{M_0}{M}\right)^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}}$$

Comme on a obtenu plus haut l'expression de $\frac{M_0}{M}$ en fonction de $M_0\theta$, on a finalement l'expression approchée :

$$\frac{p}{p_0} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0\theta\right)^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2}\frac{w}{a_0}\right)^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}}$$

On en déduit une expression du coefficient de pression.

La vitesse locale de perturbation dans le cas d'un profil oscillant [planche 3] peut s'écrire sous la forme :

$$W = W \text{ stationnaire} \pm W \text{ instationnaire} \quad \begin{cases} + \text{ sur l'intrados} \\ - \text{ sur l'extrados} \end{cases}$$

$i = i(t)$ étant l'incidence du profil, la composante W instationnaire s'écrit :

$$W \text{ instationnaire} = (x - x_o)\frac{di}{dt} + V_o i$$

V_o étant la vitesse amont de l'écoulement

x l'abscisse du point courant

x_o l'abscisse de l'axe d'oscillation.

M. EAST a ainsi calculé le C_{mq_1} d'un profil élancé [4].

2.3.3 - Choc intense

Le cas du choc intense est celui où le produit $M_o\theta \gg 1$. Si δ est l'angle d'inclinaison du choc sur la vitesse V_o à l'infini amont, les lois du choc oblique [3] conduisent à la relation :

$$M_o^2 \sin^2\delta - 1 = \frac{\gamma+1}{2}\,\frac{M_o^2 \sin\delta \sin\theta}{\cos(\delta-\theta)}$$

qui lie le nombre de Mach amont à la pente locale du corps et à l'inclinaison locale du choc.

Les approximations suivantes étant faites :

θ petit $\quad \sin\theta \simeq \theta$

M_o suffisamment grand pour que $\quad M_o\theta \gg 1$

δ faible $\quad \sin\delta \simeq \delta$

et $\delta \simeq \theta$ ce qui entraîne $\cos(\delta-\theta) \simeq 1$

on est conduit à la relation :

$$M_o^2\delta^2 - 1 = \frac{\gamma+1}{2} M_o^2 \delta\theta \quad ; \quad \left(\frac{\delta}{\theta}\right)^2 - \frac{\gamma+1}{2}\frac{\delta}{\theta} - \frac{1}{M_o^2\theta^2} = 0$$

Cette équation a deux racines : seule la plus grande correspond à la solution physique $\delta > \theta$:

$$\frac{\delta}{\theta} = \frac{\gamma+1}{4} + \sqrt{\left(\frac{\gamma+1}{4}\right)^2 + \frac{1}{M_o^2\theta^2}}$$

Le rapport des pressions en amont et en aval du choc s'écrit avec les approximations considérées :

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{2\gamma}{\gamma+1}\left(M_0^2 \sin^2\delta - 1\right) + 1 \simeq \frac{2\gamma}{\gamma+1}\left(M_0^2 \delta^2 - 1\right) + 1 = \gamma M_0^2 \delta\theta + 1$$

d'où $\dfrac{p_1 - p_0}{p_0} = \gamma M_0^2 \delta\theta$ et $C_p = 2\delta\theta$

$$C_p = 2\theta^2\left(\frac{\gamma+1}{4} + \sqrt{\left(\frac{\gamma+1}{4}\right)^2 + \frac{1}{M_0^2\theta^2}}\right)$$

Comme $M_0\theta \simeq \dfrac{W}{a_0}$, on obtient l'expression de C_p en fonction de W.

L'expression de W est fonction de l'incidence i et du taux de rotation de tangage $q = \dfrac{di}{dt}$ Finalement $C_p = C_p(i, q)$

M. EAST a également calculé la dérivée C_{mq_1} d'un profil bidimensionnel en forme de dièdre élancé [4].

2.3.4 - Remarque

Une application de l'analogie du piston à un corps de révolution a été faite par H. SAUERWEIN [5]. Nous n'avons pu avoir communication de ses travaux.

- REFERENCES -

[1] - LEES
Hypersonic flow GALCIT paper n° 404 (1955)

[2] - M. ASHLEY et G. ZARTARIAN
Piston theory
A new aerodynamic tool for the aeroelastician.
IAS preprint 610 (1956).

[3] - P. REBUFFET
Aerodynamique expérimentale (tome 2)
Dunod (1967)

[4] - R.A. EAST
a theoretical and experimental study of oscillating shaped aerofoils in hypersonic flow.
AASU - report N° 228 (Novembre 1962).

[5] - H. SAUERWEIN
Application of the piston analogy to the calculation of stability derivatives of pointed axially symmetric bodies at high Mach number.
RAD - TM - 61- 40 (Oct. 61).

2.4 - Théorie de Newton

2.4.1. - Généralités

Le vol hypersonique n'est possible qu'à des altitudes très élevées où la densité de l'atmosphère est très faible. Le libre parcours moyen des molécules est de l'ordre de grandeur des dimensions de l'engin, et l'hypothèse de la continuité du milieu est abusive. D'où une méthode d'étude des écoulements à grande vitesse en atmosphère raréfiée qui s'appuie sur la théorie corpusculaire de la résistance de l'air due à Newton. L'expérience montre que cette méthode donne encore des résultats acceptables dans des écoulements continus, à condition que le nombre de Mach soit assez grand pour que l'onde de choc soit très voisine du corps (valeur du libre parcours moyen [planche 4] $\lambda = 10^{-3}$ m. à l'altitude $Z = 70$ km ; à la soufflerie R3Ch ($M_o = 10$) l'épaisseur entre l'onde et le solide est de 8 mm au bout de l = 200 mm sur une maquette de cône de 10° de demi angle d'ouverture).

2.4.2 - Hypothèses

La théorie de Newton calcule la force s'exerçant sur un corps de révolution, en supposant non élastique le choc des particules fluides. A leur arrivée sur le solide :

- La composante normale de la quantité de mouvement s'annule.

- La composante tangentielle est conservée.

A partir de ces hypothèses, l'expression du coefficient local de pression est :

$$C_p = \frac{p - p_o}{\frac{1}{2}\rho_o V_o^2} = 2\cos^2\eta$$

avec : η = angle du vecteur vitesse locale relative $\vec{v}$ du fluide par rapport au solide, et du vecteur unitaire local $\vec{n}$ normal à la surface, et orienté vers l'intérieur du solide. On a : $\cos\eta = \dfrac{\vec{v}\cdot\vec{n}}{|\vec{v}|}$

La théorie de Newton donne seulement la pression sur les éléments de surface directement frappés par l'écoulement.
Pour les parties non frappées par l'écoulement, il est supposé que la pression statique locale est égale à la pression statique de l'écoulement amont : $C_p = 0$. Sur une surface donnée, le domaine de validité de la formule $C_p = 2\cos^2\eta$ ne s'étend donc qu'aux points où $\cos\eta \geqslant 0$.

Des considérations d'ordre théorique et expérimental ont conduit à des corrections de cette formule. En particulier, l'expression $C_p = 1{,}84 \cos^2\eta$ s'est montrée mieux adaptée à l'interprêtation des résultats expérimentaux en soufflerie.

2.4.3 - Application au calcul des forces et moments sur une surface conique

En France, MM. GUIRAUD et LAVAL ont déterminé les coefficients de force normale et de moment de tangage. M. BOURCIER a calculé les dérivées aérodynamiques longitudinales d'un cône pointu de révolution au voisinage de l'incidence nulle. Aux U.S.A., M. FISHER a calculé les dérivées longitudinales d'éléments coniques ou sphériques au voisinage de l'incidence nulle.

2.4.4 - Calcul des dérivées aérodynamiques longitudinales au voisinage d'une incidence quelconque.

2.4.4.1 - Généralités - Dans ce paragraphe, les dérivées aérodynamiques longitudinales d'éléments de révolution tronconiques, cylindriques ou sphériques, ainsi que celle d'un cône pointu à base elliptique sont calculées.

Les essais en vol réel ayant montré que, lors de la phase de rentrée, l'angle d'incidence d'un engin peut atteindre des valeurs très élevées, voisines de 180° dans certaines rentrées anormales, il a semblé intéressant de calculer les valeurs des dérivées aérodynamiques longitudinales pour une valeur quelconque de l'incidence.

Accessoirement, les dérivées de roulis du cône elliptique sont calculées à l'incidence nulle et pour des angles de dérapage compris entre 0° et 180°.

2.4.4.2 - Notations

$\vec{v}$ = vecteur vitesse locale du fluide par rapport au trièdre lié au corps.

$\vec{n}$ = vecteur unitaire de la normale à la surface du corps, orienté vers l'intérieur du corps.

η = angle des vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{n}$.

cos. $(\vec{n}, x_1)$, cos. $(\vec{n}, y_1)$ cos. $(\vec{n}, z_1)$: cosinus directeurs du vecteur $\vec{n}$ rapportés au trièdre lié au corps $O_1\, x_1\, y_1\, z_1$.

S = surface de référence

ℓ = longueur de référence

i_1 = angle d'incidence

j_1 = angle de dérapage

q_1 = vitesse angulaire de tangage

p_1 = vitesse angulaire de roulis

V_∞ = vitesse de l'écoulement non perturbé

C_p = $k \cos.^2 \eta$ coefficient de pression newtonien ($C_p = 0$ pour $\frac{\pi}{2} \leq \eta \leq \frac{3\pi}{2}$)

$$C_{zi_1} = -\frac{K}{S}\iint_A \frac{\partial \cos^2\eta}{\partial i_1} \cos(\vec{n}, z_1)\, dA$$

dérivée stationnaire de force normale.

$$C_{mi_1} = -\frac{K}{Sl}\iint_A \frac{\partial \cos^2\eta}{\partial i_1} \left[x_1 \cos(\vec{n}, z_1) - z_1 \cos(\vec{n}, x_1)\right] dA$$

dérivée stationnaire de moment de tangage.

$$C_{zq_1} = -\frac{K}{S}\iint_A \frac{\partial \cos^2\eta}{\partial \frac{q_1 l}{V_0}} \cos(\vec{n}, z_1)\, dA$$

dérivée instationnaire de force normale.

$$C_{mq_1} = -\frac{K}{Sl}\iint_A \frac{\partial \cos^2\eta}{\partial q_1 l/V_0} \left[x_1 \cos(\vec{n}, z_1) - z_1 \cos(\vec{n}, x_1)\right] dA$$

dérivée d'amortissement de tangage.

$$C_{lj_1} = -\frac{K}{Sl}\iint_A \frac{\partial \cos^2\eta}{\partial j_1} \left[y_1 \cos(\vec{n}, z_1) - z_1 \cos(\vec{n}, y_1)\right] dA$$

dérivée stationnaire de moment de roulis.

$$C_{lp_1} = -\frac{K}{Sl}\iint_A \frac{\partial \cos^2\eta}{\partial p_1 l/V_0} \left[y_1 \cos(\vec{n}, z_1) - z_1 \cos(\vec{n}, y_1)\right] dA$$

dérivée d'amortissement de roulis.

2.4.4.3 - Conduite du calcul

a) Calcul de $\cos\eta$

Le calcul de $\cos\eta$ nécessite le calcul du vecteur vitesse de l'écoulement par rapport au corps.

Supposons un trièdre fixe lié à la soufflerie. Par rapport à ce trièdre, le vecteur vitesse de l'écoulement non perturbé est V_0

Supposons le corps animé d'un mouvement oscillatoire de taux de rotation q_1 autour d'un point O fixe de la soufflerie.

Par rapport au trièdre fixe la vitesse d'un point M de la surface du solide est $\vec{q_1} \wedge \vec{OM}$

Le vecteur vitesse local $\vec{v}(M)$ de l'écoulement par rapport au corps est alors $\vec{v}(M) = \vec{V_0} - \vec{q_1} \wedge \vec{OM}$ d'après le théorème de composition des vitesses.

Le vecteur $\vec{v}(M)$ ainsi déterminé est alors projeté sur le trièdre $O_1 x_1 y_1 z_1$ lié au solide.

Connaissant, d'autre part, l'équation de la surface du solide étudié par rapport au trièdre $O_1 x_1 y_1 z_1$, il est possible de calculer les composantes du vecteur normal local.

D'où $\cos\eta = \dfrac{\vec{v} \cdot \vec{n}}{|\vec{v}|} = \cos\eta(i, q)$

b) Calcul des dérivées

Pour chaque valeur donnée i_1 de l'incidence, il importe de déterminer le domaine où $\cos\eta \geqslant 0$. Plusieurs cas peuvent donc apparaître pour un solide donné, car le domaine d'intégration peut varier en fonction de la valeur de l'incidence. On obtiendra donc des expressions des 4 dérivées en fonction de l'incidence i_1 .

Remarque - La marche du calcul est la même dans le cas du solide en dérapage quelconque et à incidence nulle.

2.4.4.4 - Résultats

Tronc de cône de révolution - L'origine des coordonnées est située dans le plan du culot. L'axe de tangage et de réduction des moments est $O_1 y_1$. Pour le tronc de cône et le cylindre les $C_{z i_1}$ et $C_{m i_1}$ ont été calculés dans la référence [7].

1er Cas - Il correspond à un angle d'incidence compris dans l'intervalle $0 \leqslant i_1 \leqslant \delta$ (fig. 1); λ étant le rapport des rayons des faces extrêmes $\frac{R_n}{R_b} < 1$, les expressions sont obtenues :

$$C_{zq1} = \frac{K\pi R_b^3}{3S\ell\,\mathrm{tg}\,\delta}\left[2(1-\lambda^3) - 3\cos^2\delta\,(1-\lambda^2)\right]\cos i_1$$

$$C_{mq1} = -\frac{K\pi R_b^4}{6S\ell^2\sin^2\delta}\left[3(1-\lambda^4) - 8\cos^2\delta\,(1-\lambda^3) + 6\cos^4\delta\,(1-\lambda^2)\right]\cos i_1 .$$

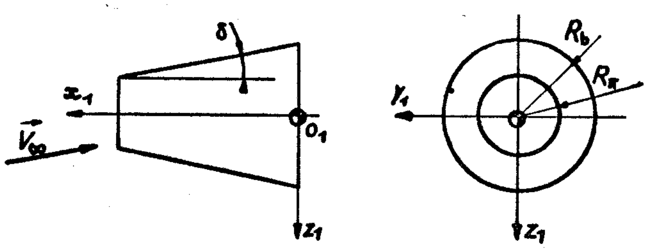


Fig. 1

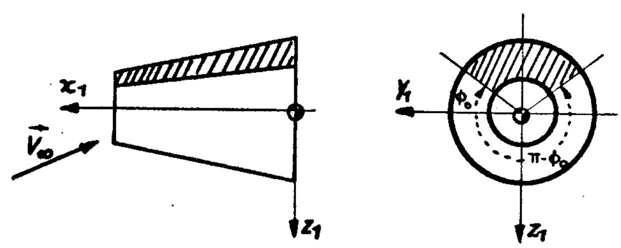


Fig. 2.

2ème Cas - Il correspond à une incidence comprise entre δ et $\pi - \delta$ (fig.2). La frontière du domaine où $\cos\eta \geqslant 0$ est constituée par 2 génératrices situées dans des plans méridiens dont les angles polaires ϕ_0 vérifient la relation $\sin\phi_0 = -\frac{\mathrm{tg}\,\delta}{\mathrm{tg}\,i_1}$.

$$C_{zq1} = \frac{K R_b^3}{3S\ell\,\mathrm{tg}\,\delta\sin\delta}\left[2(1-\lambda^3) - 3\cos^2\delta\,(1-\lambda^2)\right]\left[\frac{\sin\delta\cos i_1}{2}(\pi - 2\phi_0 + \sin 2\phi_0) + 2\cos\delta\sin i_1\cos\phi_0\left(1 - \frac{\cos^3\phi_0}{3}\right)\right]$$

$$C_{mq1} = -\frac{K R_b^4}{6S\ell^2\sin^3\delta}\left[3(1-\lambda^4) - 8\cos^2\delta\,(1-\lambda^3) + 6\cos^4\delta\,(1-\lambda^2)\right]\left[\frac{\sin\delta\cos i_1}{2}(\pi - 2\phi_0 + \sin 2\phi_0) + 2\cos\delta\sin i_1\cos\phi_0\left(1 - \frac{\cos^3\phi_0}{3}\right)\right]$$

<u>Cylindre de révolution</u> - Un seul cas possible quel que soit i_1 (fig. 3).

$$C_{zq_1} = -\frac{4KRL^2}{3S\ell}\sin i_1 \quad ; \quad C_{mq_1} = -\frac{4KRL^3}{9S\ell^2}\sin i_1 .$$

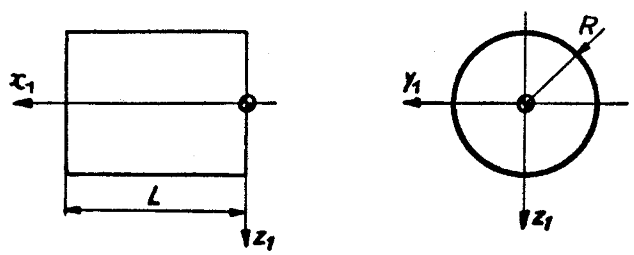


Fig 3.

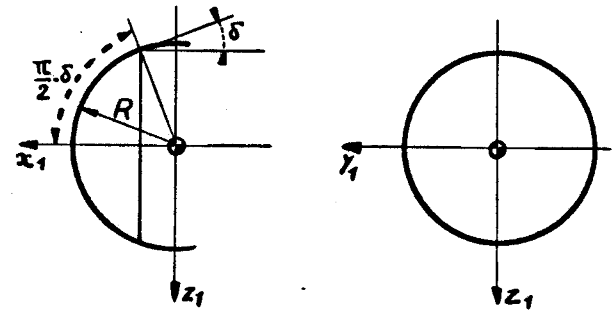


Fig 4.

<u>Calotte sphérique</u>

La force de pression locale étant normale à la surface, lé moment par rapport à un axe passant par le centre de la sphère est nul, quel que soit i_1.

D'où : $$C_{mi_1} = C_{mq_1} = 0 .$$

D'autre part, quelque soit i_1, $\partial C_p / \partial \frac{q_1 \ell}{V_0} = 0$. D'où $C_{zq_1} = 0$ dans tous les cas : seul le coefficient de force normale C_{zi_1} intervient dans les calculs ; il a pour expression :

<u>1er cas</u> (fig. 4) $C_{zi_1} = \frac{K\pi R^2}{2S}\cos.^4\delta \quad \cos. 2i_1$ [réf. 7]

<u>2ème cas</u> (fig. 5). - La courbe frontière est constituéepar un arc de grand cercle. Le domaine où $\cos\eta \geqslant 0$ se divise alors en deux :

1) $\phi_0 \leqslant \phi \leqslant \pi - \phi_0 \quad , \quad 0 \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{2} - \delta$

2) $\pi - \phi_0 \leqslant \phi \leqslant 2\pi - \phi_0 \, , \quad 0 \leqslant \theta \leqslant \mathrm{Arctg}\left(-\frac{1}{\sin\phi \; \mathrm{tg}\, i_1}\right)$

Une expression explicite du C_{zi_1} a été trouvée dans ce cas. Elle est cependant très lourde, ce qui rend difficile son application. D'autre part, son intérêt est limité car, pour un corps de rentrée à grande incidence, la valeur du C_{zi_1} relatif du nez par rapport à l'ensemble est faible.

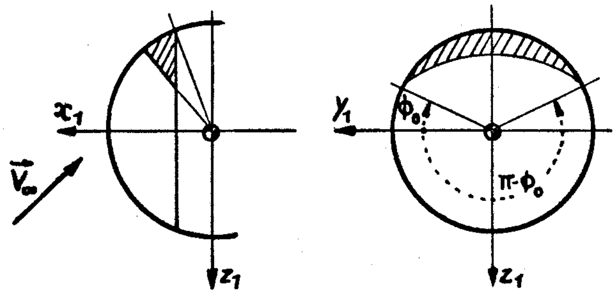


Fig 5.

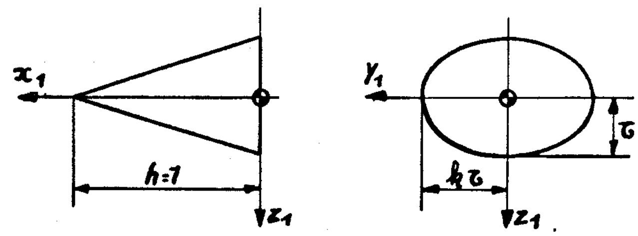


Fig 6.

Cône droit à directrice elliptique

Le cône est défini par (fig. 6) :

k, rapport des axes de la directrice $k > 1$

τ, épaisseur relative ($\operatorname{tg} \delta = \tau$)

$h = 1$, hauteur du cône.

Dérivées de tangage

1er cas : $0 \leqslant i_1 \leqslant \delta$.

$$C_{zi_1} = \frac{2K\pi k^3\tau^2}{S(k^2-1)}\left[1-\frac{1}{k}\sqrt{\frac{1+k^2\tau^2}{1+\tau^2}}\right]\cos 2i_1 ; \quad C_{mi_1} = -\frac{2Kk^3\tau^2\pi(2\tau^2-1)}{3S\ell(k^2-1)}\left[1-\frac{1}{k}\sqrt{\frac{1+k^2\tau^2}{1+\tau^2}}\right]\cos 2i_1 .$$

$$C_{zq_1} = \frac{2Kk^3\tau^2\pi(2\tau^2-1)}{3S\ell(k^2-1)}\left[1-\frac{1}{k}\sqrt{\frac{1+k^2\tau^2}{1+\tau^2}}\right]\cos i_1 .$$

$$C_{mq_1} = -\frac{Kk^3\tau^2\pi}{3S\ell^2(k^2-1)}\left[1-\frac{1}{k}\sqrt{\frac{1+k^2\tau^2}{1+\tau^2}}\right]\left(3\tau^4-2\tau^2+1\right)\cos i_1 .$$

2ème cas : $\delta \leqslant i_1 \leqslant \pi-\delta$ (fig. 7) ϕ_0 est défini par $\sin\phi_0 = -\frac{\operatorname{tg}\delta}{\operatorname{tg} i_1}$

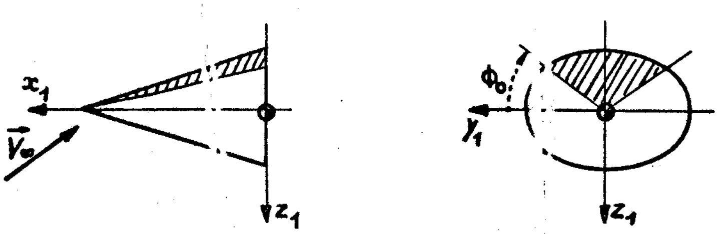


Fig 7.

$$C_{zi_1} = \frac{K k^3 \tau}{S(k^2-1)} \left\{ \tau(\pi - 2\phi_0)\left(1 - \frac{1}{k}\sqrt{\frac{1+k^2\tau^2}{1+\tau^2}}\right)\cos 2i_1 + \frac{1}{2}\left(2\cos\phi_0 + \frac{1+\tau^2}{k\sqrt{(k^2-1)(1+\tau^2)}}\,\mathrm{Log}\left|\frac{k\sqrt{\frac{1+\tau^2}{k^2-1}}+\cos\phi_0}{k\sqrt{\frac{1+\tau^2}{k^2-1}}-\cos\phi_0}\right|\right)\sin 2i_1 \right\}.$$

$$C_{mi_1} = -\frac{2\tau^2-1}{3l}\, C_{zi_1}.$$

$$C_{zq_1} = \frac{K k^3 \tau (2\tau^2-1)}{3Sl(k^2-1)} \left\{ \tau(\pi - 2\phi_0)\left(1 - \frac{1}{k}\sqrt{\frac{1+k^2\tau^2}{1+\tau^2}}\right)\cos i_1 + \left(2\cos\phi_0 + \frac{1+k^2\tau^2}{\sqrt{k(k^2-1)(1+\tau^2)}}\,\mathrm{Log}\left|\frac{k\sqrt{\frac{1+\tau^2}{k^2-1}}+\cos\phi_0}{k\sqrt{\frac{1+\tau^2}{k^2-1}}-\cos\phi_0}\right|\right)\sin i_1 \right\}$$

$$C_{mq_1} = -\frac{K k^3 \tau (3\tau^4-2\tau^2+1)}{6Sl^2(k^2-1)} \left\{ \tau(\pi - 2\phi_0)\left(1 - \frac{1}{k}\sqrt{\frac{1+k^2\tau^2}{1+\tau^2}}\right)\cos i_1 + \left(2\cos\phi_0 + \frac{1+k^2\tau^2}{\sqrt{k(k^2-1)(1+\tau^2)}}\,\mathrm{Log}\left|\frac{k\sqrt{\frac{1+\tau^2}{k^2-1}}+\cos\phi_0}{k\sqrt{\frac{1+\tau^2}{k^2-1}}-\cos\phi_0}\right|\right)\sin i_1 \right\}$$

<u>Dérivées de roulis</u>

<u>1er Cas</u> - Il correspond à un angle de dérapage j_1 compris entre 0 et $\mathrm{Arctg}\, k\tau$.

$$C_{\ell j_1} = \frac{4Kk\tau^2}{3S\ell}\left\{2 - \frac{1}{\frac{1}{k}\sqrt{\frac{k^2-1}{1+\tau^2}}}\,\mathrm{Log}\left|\frac{1+\frac{1}{k}\sqrt{\frac{k^2-1}{1+\tau^2}}}{1-\frac{1}{k}\sqrt{\frac{k^2-1}{1+\tau^2}}}\right|\right\}\cos 2j_1 .$$

$$C_{\ell p_1} = -\frac{Kk\tau^4 n}{2S\ell^2}\left(1 + k^2(1+2\tau^2) - 2k\sqrt{(1+\tau^2)(1+k^2\tau^2)}\right)\cos j_1 .$$

<u>2ème cas</u> - Il correspond à un angle de dérapage j_1 compris entre $\mathrm{Arctg}\, k\tau$ et $\pi - \mathrm{Arctg}\, k\tau$ (fig. 8).

ϕ_0 est défini par $\phi_0 = \mathrm{Arccos}\left(-\frac{k\tau}{\mathrm{tg}\, j_1}\right)$.

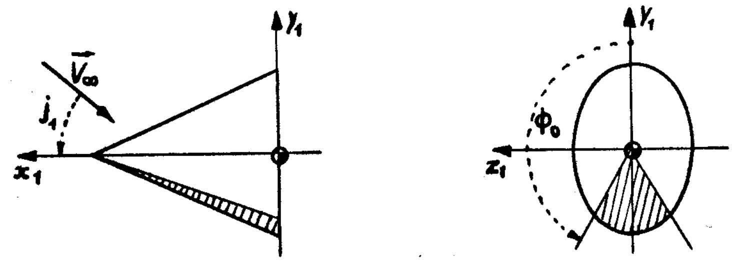


Fig 8.

Le coefficient $C_{\ell j_1}$ est de la forme : $C_{\ell j_1} = A \cos. 2j_1 + B \sin. 2j_1$ avec :

$$A = \frac{2Kk\tau^2}{3S\ell}\left\{-2\left(1+\frac{k\tau}{\mathrm{tg}\, j_1}\right) + \frac{1}{\frac{1}{k}\sqrt{\frac{k^2-1}{1+\tau^2}}}\left[\mathrm{Log}\left|\frac{1+\frac{1}{k}\sqrt{\frac{k^2-1}{1+\tau^2}}}{1-\frac{1}{k}\sqrt{\frac{k^2-1}{1+\tau^2}}}\right| + \mathrm{Log}\left|\frac{1+\frac{\tau}{\mathrm{tg}\, j_1}\sqrt{\frac{k^2-1}{1+\tau^2}}}{1-\frac{\tau}{\mathrm{tg}\, j_1}\sqrt{\frac{k^2-1}{1+\tau^2}}}\right|\right]\right\}$$

et

$$B = -\frac{K\tau^2}{3S\ell}\left\{1 - \frac{k^2\tau^2}{\mathrm{tg}^2 j_1} - k^2\left[\frac{1+\tau^2}{k^2-1} - \tau^2\right]\mathrm{Log}\left|\frac{1-\frac{k^2-1}{k^2(1+\tau^2)}}{1-\frac{(k^2-1)\tau^2}{(1+\tau^2)\,\mathrm{tg}^2 j_1}}\right|\right\}$$

Le coefficient $C_{\ell p_1}$ est le la forme $C_{\ell p_1} = A\cos j_1 + B\sin j_1$ avec :

$$A = -\frac{Kk\tau^4}{4S\ell^2}\left\{2\phi_0\left[1+k^2(1+2\tau^2)\right] \cdot (k^2-1)\sin 2\phi_0 - 4k\sqrt{(1+\tau^2)(1+k^2\tau^2)}\,\mathrm{Arctg}\left(k\sqrt{\frac{1+\tau^2}{1+k^2\tau^2}}\,\mathrm{tg}\,\phi_0\right)\right\}$$

$$B = -\frac{K(k^2-1)k^2\tau^3(1+\tau^2)}{S\ell^2}\left\{\frac{\sin\phi_0}{k^2-1} - \frac{\sin^3\phi_0}{1+k^2\tau^2} - \frac{\sqrt{1+k^2\tau^2}}{(k^2-1)^{3/2}}\,\mathrm{Arctg}\left[\sqrt{\frac{k^2-1}{1+k^2\tau^2}}\sin\phi_0\right]\right\}$$

- REFERENCES -

[1] - HAYES et PROBSTEIN

Hypersonic Flow theory - Academic Press
New-York (1959)

[2] - GUIRAUD

Topics in hypersonic flow theory
SUDAER n° 154 (Mai 1963)

[3] - GUIRAUD

Newtonian flow over a surface - theory and applications :
Symposium de Bristol (April 1959)

[4] - P. LAVAL

Ecoulements hypersoniques sur des surfaces coniques
Publication ONERA n° 106 (1962).

[5] - M. BOURCIER

Application de la méthode asymptotique au calcul des
dérivées aérodynamiques de stabilité en hypersonique pour un cône circulaire.
N.T. ONERA n° 97 (1966)

[6] - F. MATHOT

Formules newtoniennes de détermination des dérivées aérodynamiques de
corps coniques ou sphériques.
La Recherche Aérospatiale n° 111 (Mars-Avril 1966)

[7] - E.L. CLARK et L.L. TRIMMER

Equations and charts for the evaluation of the hypersonic aerodynamic
characteristics of lifting configurations by the Newtonian theory.
AEDC - TDR - 64-25 (1964)

2.5 - Comparaison entre théories

La planche 5 donne l'évolution du C_{mi_1} et la planche 6 celle de C_{mq_1} calculées en fonction du centrage pour un cône de révolution pointu, par les théories du potentiel et la théorie de Newton. L'évolution obtenue par la théorie des corps élancés (*) valable uniquement en supersonique faible a été également portée.

On constate qu'au voisinage du foyer où le C_{mq_1} est dû exclusivement à l'effet instationnaire, les valeurs prévues par les diverses théories sont voisines.

2.6 - Méthodes numériques

2.6.1 - Généralités

Les méthodes numériques consistent à déterminer le coefficient de pression locale directement par intégration des équations générales de la mécanique des fluides. Aucune simplification n'est faite sur ces équations. Seules sont faites des hypothèses sur les valeurs aux frontières. Une linéarisation est cependant effectuée par introduction de paramètres de perturbation qui mesurent l'écart entre le champ aérodynamique stationnaire et le champ instationnaire.

TELENINE et TINIAKOV en 1961 ont étudié le cas de l'écoulement supersonique instationnaire autour d'un cône émoussé. BRONG en 1965 a étudié le cas du cône pointu.

Le calcul de TELENINE et TINIAKOV est plus compliqué que celui de BRONG à cause de la présence de la partie émoussée qui entraîne la présence d'une onde de choc détachée du nez et d'une zone subsonique immédiatement en arrière, entre l'onde et la partie émoussée. Les hypothèses de base et le développement des calculs sont cependant identiques.

2.6.2 - Cas du cône pointu de révolution

Le champ de l'écoulement est déterminé par la géométrie du corps, la nature du gaz, et les conditions de vol.

Le gaz est supposé non visqueux, en équilibre chimique et thermodynamique.

(*) NOTA - On appelle théorie des corps élancés une théorie à potentiel de vitesse, avec l'hypothèse supplémentaire $\sqrt{M_0^2-1}\ \frac{R}{x} \ll 1$.

Pour le cône

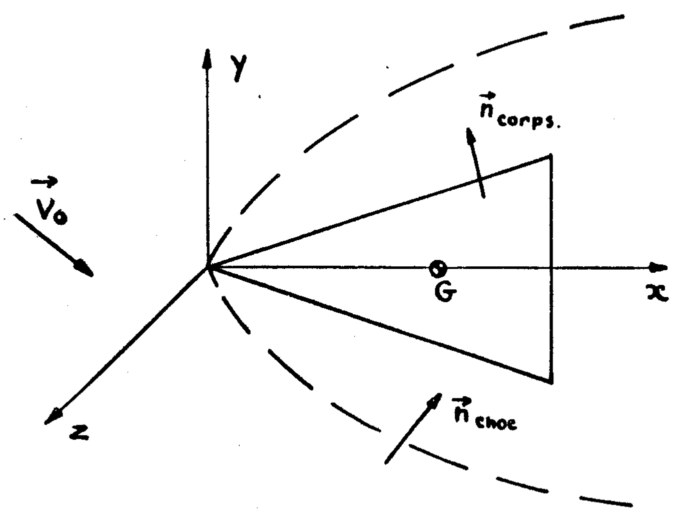
$$\frac{R}{x} = \mathrm{tg}\,\delta \quad \text{tandis que} \quad \sqrt{M_0^2-1} = \frac{1}{\mathrm{tg}\,\alpha}$$

$$\frac{\mathrm{tg}\,\delta}{\mathrm{tg}\,\alpha} \ll 1 \qquad \text{d'où} \quad \alpha \gg \delta$$

La trajectoire du centre de gravité du cône est supposée plane avec deux degrés de liberté en translation et un en rotation dans le plan.

La vitesse du corps est constante et suffisamment élevée pour que l'écoulement autour du corps soit supersonique par rapport à ce dernier.

Le trièdre de référence $Oxyz$ est le trièdre lié au corps. Son origine est à la pointe ; Ox, confondu avec l'axe de révolution est dirigé vers le culot du cône. Soit x_{cg} l'abscisse du centre de réduction G des moments.



Soit $\vec{\Omega}$ le taux de rotation du cône par rapport à l'air au repos en amont.

Soit $M(x,y,z)$ un point courant de la surface du cône. La vitesse à l'infini en amont du choc, s'écrit en fonction de la vitesse $\vec{V}_{cg}$ du point G et du taux de rotation $\vec{\Omega}$:

$$\vec{V}_0 = -\vec{V}_{cg} - \vec{\Omega} \wedge \vec{GM}.$$

Les équations de la mécanique des fluides s'écrivent dans le système d'axes considéré :

équation de continuité : $\dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla . \rho \vec{V} = 0$

équation d'Euler :

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V}.\nabla)\vec{V} + 2(\vec{\Omega} \wedge \vec{V}) + \frac{\vec{\nabla p}}{\rho} = -\frac{d\vec{V}_{cg}}{dt} - \vec{\Omega} \wedge \vec{V}_{cg} + \vec{GM} \wedge \frac{d\vec{\Omega}}{dt} + (\vec{\Omega} \wedge \vec{GM}) \wedge \vec{\Omega}$$

Ces équations sont complétées par l'équation d'état du gaz :

$$p = p(\rho, S).$$

D'autre part, le fait que l'écoulement est adiabatique entraîne :

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \vec{V}\cdot\vec{\nabla}S = 0$$ où S est l'entropie.

Pour une vitesse $\vec{V_{cg}}$ du centre de gravité et un taux de rotation $\vec{\Omega}$ connus, ces quatre équations permettent de déterminer la pression p, la masse volumique ρ, l'entropie S et les trois composantes de la vitesse du fluide par rapport au trièdre mobile de référence.

En plus de ces équations des conditions initiales et des conditions aux frontières doivent être données :

1) Condition à la surface du corps - La vitesse de l'écoulement doit être tangente à la surface du corps.

$\vec{n}_{corps}$ étant le vecteur unitaire normal orienté vers l'extérieur du corps et $\vec{V}$ la vitesse locale, cette condition s'exprime par :

$$\vec{V}\cdot\vec{n}_{corps} = 0$$

2) Condition sur l'onde de choc

Soit $F_{choc}(x,y,z,t) = 0$ l'équation de la surface du choc. Elle est à priori inconnue et fait partie du résultat du calcul.

Les équations du choc s'écrivent localement en fonction de la vitesse relative du choc et des données de l'écoulement amont.

Le vecteur unitaire normal au choc dirigé vers l'aval est :

$$\vec{n}_{choc} = \frac{\vec{\nabla} F_{choc}}{|\vec{\nabla} F_{choc}|}$$

Les équations du choc conduisent au système suivant :

$$\rho_2 V_{n2} = \rho_0 V_{n1}$$

$$\rho_2 V_{n2}^2 + p_2 = \rho_0 V_{n1}^2 + p_0$$

$$h(p_2, \rho_2) + \frac{V_{n2}^2}{2} = h(p_0, \rho_0) + \frac{V_{n1}^2}{2}$$

l'indice (1) correspond aux conditions immédiatement en amont du choc.

l'indice (2) aux conditions immédiatement en aval du choc.

l'indice (n) correspond à la composante de la vitesse normale au choc.

La vitesse de l'écoulement amont est donnée par : $\vec{V_o} = -\vec{V_{cg}} + \vec{GM} \wedge \vec{\Omega}$.

La composante de la vitesse du choc suivant la normale au choc est donnée par :

$$-\frac{\partial F_{choc}/\partial t}{|\nabla F_{choc}|}$$

d'où :

$$V_{n1} = \vec{V_o}\cdot\vec{n}_{choc} + \frac{\frac{\partial F_{choc}}{\partial t}}{|\nabla F_{choc}|}$$

Supposons les équations du choc résolues sous la forme :

$$p_2 = p_2(V_{n1}, p_o, \rho_o)$$

$$\rho_2 = \rho_2(V_{n1}, p_o, \rho_o)$$

$$V_{n2} - V_{n1} = \Delta V_n(V_{n1}, p_o, \rho_o)$$

Ces deux premières égalités donnent la pression et la densité en aval du choc en fonction de la fonction F choc (qui intervient dans l'expression de V_{n1}) et en fonction de $\vec{V_{cg}}$ et $\vec{\Omega}$ (qui interviennent dans l'expression de $\vec{V_o}$).

La dernière équation donne les composantes de la vitesse en aval du choc car :

$$\vec{V_2} = \vec{V_o} + \Delta V_n \cdot \vec{n}_{choc}$$

L'écoulement est donc finalement connu dans la mesure où $\vec{V_{cg}}$ et $\vec{\Omega}$ sont connus.

Soit $i(t)$ l'incidence du cône, et U le module du vecteur vitesse du centre de gravité $U = |\vec{V_{cg}}|$.

$$\vec{V_{cg}} = U(-\vec{x}\cos i + \vec{y}\sin i)$$

$$\vec{\Omega} = q(t)\vec{z}$$

$\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ vecteurs unitaires du trièdre utilisé.

Ramenons nous à un problème de petites perturbations en supposant :

$$i(t) \ll 1 \qquad \frac{q(t)\,l}{U} \ll 1$$

et posons $i(t) = \varepsilon_1 \overline{i}(t)$ et $\frac{ql}{U} = \varepsilon_2 \overline{q}(t)$

$\overline{i}(t)$ et $\overline{q}(t)$ sont supposés être des infiniment petits du 1er ordre dans l'intervalle considéré. ε_1 et ε_2 sont des constantes $\ll 1$.

On peut alors écrire au 1er ordre près :

$$p = p_\alpha(x,y,z,t) + \varepsilon_1 p_\beta(x,y,z,t) + \varepsilon_2 p_\gamma(x,y,z,t).$$
$$\rho = \rho_\alpha(x,y,z,t) + \varepsilon_1 \rho_\beta(x,y,z,t) + \varepsilon_2 \rho_\gamma(x,y,z,t).$$
$$S = S_\alpha(x,y,z,t) + \varepsilon_1 S_\beta(x,y,z,t) + \varepsilon_2 S_\gamma(x,y,z,t).$$
$$\vec{V} = \vec{V_\alpha}(x,y,z,t) + \varepsilon_1 \vec{V_\beta}(x,y,z,t) + \varepsilon_2 \vec{V_\gamma}(x,y,z,t).$$

Ces développements sont substitués dans les équations générales de la mécanique des fluides et par identification des termes d'ordre 1, d'ordre ε_1, d'ordre ε_2 on obtient 3 systèmes d'équations différentielles.

Le système d'ordre 1 définit $p_\alpha, \rho_\alpha, S_\alpha, V_\alpha$; c'est celui qui définit le champ d'écoulement permanent, symétrique de révolution produit par le corps qui se déplacerait avec une vitesse de module V parallèle à l'axe de symétrie.

Les deux autres systèmes sont résolus séparément par une méthode numérique.

L'expression de la pression locale sur le corps en fonction de l'incidence et du taux derotation étant obtenue, les forces et moments instationnaires sont calculés par intégration sur la surface du cône. Il est alors possible d'en déduire les dérivées aérodynamiques.

- REFERENCES -

- G.F. TELENINE et G.P. TINIAKOV
  Ecoulement supersonique instationnaire autour d'un cône à sommet arrondi. (bulletin de l'Académie des Sciences de l'U.R.S.S. - Section des Sciences de l'Ingénieur - Mécanique et construction de machines n° 2 -Mars Avril 1961)

  Traduction SDIT n° 6143 - NOVEMBRE 1961.

- E.A. BRONG
  The flow field about a right circular cone in unsteady flight

  AIAA - Paper n° 65 - 398 (Juillet 1965)

3 - DETERMINATION EXPERIMENTALE DES DERIVEES AERODYNAMIQUES DE TANGAGE D'UN CORPS DE RENTREE EN SOUFFLERIE HYPERSONIQUE.

3.1 - Généralités

Comme en transsonique et en supersonique, les méthodes de mesure en soufflerie hypersonique des dérivées aérodynamiques peuvent se ranger en trois catégories suivant leur principe :

1) Montages sur balance dard en oscillations forcées,
2) Montages sur balance dard en oscillations libres,
3) Vol libre.

Un caractère particulier aux essais en hypersonique est la brève durée du temps d'expérimentation. En vue de réduire la puissance installée nécessaire à l'obtention de nombres de Mach élevés avec une pression génératrice suffisante les souffleries hypersoniques sont généralement du type à rafales, la durée de l'écoulement variant suivant la puissance installée et le nombre de Mach désiré, entre quelques minutes et quelques dizaines de millisecondes.

Il est à signaler cependant que certaines souffleries permettant d'obtenir des nombres de Mach élevés sont à fonctionnement continu. C'est le cas aux U.S.A. des souffleries B et C du VKF à TULLAHOMA, d'un diamètre de veine de 50 pouces (1,25 m) dont les caractéristiques sont les suivantes.

Soufflerie	B	C
M_0	8	10
p_{i0}	45,5 bars	14 bars $< p_{i0} <$ 126 bars
T_{i0}	730° K	915°K $< T_{i0} <$ 1050° K.

Cependant, l'expérimentation en soufflerie hypersonique continue se heurte à des problèmes d'échauffement cinétique très importants du montage en veine, ce qui limite rapidement la durée d'essai.

La briéveté du temps de rafale utilisable oblige donc l'expérimentateur à recourir à des méthodes d'enregistrement automatique des informations au cours de l'essai.

3.2 - Exposé des différentes méthodes

3.2.1 - Méthodes d'oscillations forcées

Des essais en oscillations forcées, en supersonique élevé et en hypersonique ont été effectués sur des corps de rentrée à l'AEDC (VKF) à partir de 1958. WELSH, CLEMENS et WARD [1] [2] ont étudié des balances d'oscillations forcées, à un degré de liberté et à amplitude constante d'environ ± 2°, autour d'un pivot à lames croisées. Sur les lames croisées sont collés les ponts de jauges qui fournissent des forces électromotrices proportionnelles au moment appliqué et au mouvement.

Le mouvement est fourni par un excitateur électro-magnétique travaillant à la fréquence propre du montage.

Si on suppose que le modèle oscille à amplitude constante et à la fréquence de résonance du montage, le moment des forces d'inertie équilibre exactement le moment de rappel aérodynamique et le moment appliqué est exactement égal au moment d'amortissement aérodynamique.

En effet, l'équation différentielle du mouvement est :

$$I\ddot{\theta} + M_q\dot{\theta} + M_i\theta = \mathcal{M}(t) \qquad \text{avec} \quad \theta = \theta_0 e^{j\omega t}$$

$$-\omega^2 I\theta + j\omega M_q\theta + M_i\theta = \mathcal{M}(t) \,. \quad \text{A la résonance,} \quad M_i - \omega^2 I = 0.$$

$$\text{D'où :} \quad j\omega M_q\theta = \mathcal{M}(t).$$

On constate en outre qu'à la résonance, le moment appliqué $\mathcal{M}(t)$ et le mouvement θ sont en quadrature.

Sur le montage utilisé, le réglage de la quadrature est obtenu en formant l'ellipse de LISSAJOUS sur l'écran d'un oscilloscope sur les plaques duquel des tensions proportionnelles au moment et au mouvement sont appliquées. Ce moyen de réglage de la quadrature sur l'oscilloscope est imprécis. L'erreur commise sur le déphasage entre le moment et le mouvement peut atteindre plusieurs degrés. La valeur de la composante en quadrature du moment à laquelle est proportionnelle la valeur de M_q est connue avec une très mauvaise précision.

En 1959, une méthode de mesure des dérivées aérodynamiques en transsonique et en supersonique a été développée à l'ONERA par M. SCHERER [3]. La maquette, montée sur un dard équipé de ponts de jauges extensométriques, est entraînée en oscillations harmoniques d'amplitude constante, à un degré de liberté, à une fréquence imposée, autour d'un axe situé en aval de la maquette. L'entraînement de la balance est assuré par un moteur électrique attelé à un système bielle-manivelle.

Les variations des efforts subis par la maquette au cours des oscillations entraînent des variations alternatives de résistance des jauges extensométriques collées sur le dard et sur un détecteur de position de la maquette.

Les ponts constitués par ces jauges, après équilibrage en résistance à la position moyenne de l'oscillation, sont alimentés par un courant d'analyse sinusoïdal pur de fréquence égale à la fondamentale du mouvement imposé à la maquette.

Le produit de l'intensité sinusoïdale du courant par la variation de résistance des jauges donne naissance dans la diagonale de mesure de chaque pont à une différence de potentiel égale à la somme des termes suivants :

1) Une composante continue.

2) Une composante de fréquence double de celle du mouvement.

3) Des composantes alternatives dues aux bruits.

Les composantes périodiques sont éliminées en appliquant la différence de potentiel aux bornes d'un galvanométre à temps de réponse élevé par rapport à la période du mouvement. Son indication reste proportionnelle à la composante continue seulement.

En réglant la phase du courant d'analyse successivement en phase puis en quadrature avec le mouvement, on obtient sur le galvanomètre des valeurs proportionnelles aux composantes en phase et en quadrature avec le mouvement.

Le réglage en phase est obtenu lorsque la figure de LISSAJOUS en vue sur l'écran de l'oscilloscope auquel on a appliqué, d'une part, le courant d'analyse et d'autre part, la tension issue du détecteur de mouvement, se réduit à une droite. La précision de ce réglage est suffisante car la composante du moment en phase avec le mouvement est grand.

Le réglage en quadrature est obtenu en annulant la déviation du galvanomètre lié au détecteur de position. La précision de ce réglage est de l'ordre de 2.10^{-3} rd.

Le réglage en quadrature est donc plus précis et plus commode que dans la méthode mise en oeuvre au VKF, puisqu'on se ramène dans le cas présent à l'utilisation d'une méthode de zéro.

Ce montage et cette méthode de mesure ont été appliqués dans la soufflerie continue C4 du LRBA de Vernon, à la mesure de l'amortissement de tangage de corps de révolution à $M_o = 4,26$. Pour des nombres de Reynolds voisins, les résultats obtenus, comparés à ceux obtenus au VKF sur des configurations semblables sont satisfaisants [4].

L'application de cette méthode s'est révélée très commode en soufflerie continue. En soufflerie à rafales, elle est inapplicable car les galvanomètres utilisés ont un temps de réponse voisin du temps de rafale utile.

3.2.2 - Méthodes d'oscillations libres

Dans les méthodes d'oscillations libres, la maquette animée d'un mouvement à un seul degré de liberté est soumise en plus des forces aérodynamiques, à une force de rappel élastique.

L'équation linéaire du mouvement de la maquette est alors :

$$I\ddot{\theta} - M_q\dot{\theta} + (K - M_i)\theta = 0.$$

où K est le coefficient de la force de rappel élastique $K\theta$.

Le coefficient d'amortissement de l'oscillation à l'instant t est alors :

$$\alpha = -\frac{M_q}{2\sqrt{I}\sqrt{K-M_i}}$$

et le nombre d'oscillations : $$N = \frac{t}{2\pi}\sqrt{\frac{K-M_i}{I}}$$

La mesure de la fréquence et du décrément logarithmique suffit donc pour calculer le coefficient C_{mq_1} et le coefficient de stabilité statique C_{mi_1}, en supposant connus la rigidité K, et le moment d'inertie I de la maquette.

La mise en oeuvre d'une méthode de mesure en oscillations libres, présente de ce fait, l'avantage de ne nécessiter qu'un appareillage d'excitation et de détection simples.

En 1959, le VKF [1] a utilisé un dispositif d'oscillations libres avec fixation de la maquette aux parois de la soufflerie par un support transversal.

Sur ce support est fixé un détecteur électromagnétique de déplacement dont la partie mobile est solidaire de la maquette. La liaison barreau-partie mobile du détecteur se fait par l'intermédiaire de roulement à billes. La maquette peut osciller librement autour du barreau.

L'inconvénient de ce dispositif réside dans le dispositif de support dont l'intéraction avec la maquette est très mal connue. D'autre part, l'amortissement parasite dû aux roulements à billes et au flux rémanent dans le détecteur de déplacement doivent être retranchés de l'amortissement total.

Le VKF en 1959, la Direction GSMA de l'ONERA en 1962, ont développé des dispositifs de mesure en oscillations libres avec montage sur dard de la maquette.

La maquette est fixée sur un dard monobloc, taillé en lames croisées à l'une de ses extrémités. Les lames croisées assurent trois fonctions :

1°) Suspension de la maquette,

2°) Création de la force de rappel élastique,

3°) Détection des positions angulaires instantanées de la maquette.

La détection est assurée grâce à un pont de jauges extensométriques collées sur les lames croisées, et une chaîne électronique comportant, en aval du pont de jauges, un amplificateur dynamique et un enregistreur.

Un mécanisme d'armement et de déverrouillage rapides permet d'imposer à la maquette une amplitude initiale et de la libérer brusquement sans perturber le début de la relaxation.

L'inconvénient de cette méthode est sa sensibilité à toute non linéarité apportée par le montage, telle que les jeux ou les frottements dus à la fixation sur le dard, ou le rappel élastique des lames croisées. Il arrive fréquemment que la linéarisation ne puisse pas être atteinte, en particulier lorsque des amplitudes importantes du mouvement sont en jeu. Il est essentiel de définir très exactement le système étudié en tenant compte des non linéarités qui se manifestent par des variations de la fréquence avec l'amplitude des déplacements au cours d'une oscillation libre.

Une étude de ces non linéarités a été entreprise par M. VAUCHERET à GSMA. Un catalogue de cas types non linéaires a pu être établi, et l'étude de certains cas de non linéarités d'origine aérodynamique a pu être entreprise [5] [6] [7].

Des mesures d'amortissement dynamique sur des cônes émoussés de 10° de demi angle d'ouverture ont été publiées par l'AEDC, à des nombres de Mach allant jusqu'à $M_0 = 20$.

3.2.3 - Vol libre

Dans le domaine hypersonique, l'étude du mouvement d'une maquette en vol libre peut être effectuée en utilisant deux types d'installations :

1°) le tunnel de tir,

2°) la soufflerie classique.

3.2.3.1 - Essais au tunnel de tir [8]

3.2.3.1.1. - Généralités

L'atmosphère de haute altitude rencontrée par un engin lors de sa rentrée est reconstituée dans un long tube de dimensions suffisantes. La maquette est tirée dans ce tube, à l'aide d'un canon pneumatique. Le fluide moteur généralement utilisé est l'hélium. La vitesse atteinte par la maquette est égale à la vitesse de vol de l'engin réel.

Les conditions de similitude sont alors mieux respectées que dans une soufflerie classique. La possibilité d'obtenir des nombres de Reynolds élevés est un avantage important qui permet une meilleure simulation de la courbe limite, condition nécessaire pour obtenir des coefficients de portance et de moment valables. Cette condition est encore plus importante dans le cas d'un corps de rentrée stabilisé par une jupe. Il est difficile dans une soufflerie hypersonique classique, où les nombres de Reynolds rapportés à la longueur de la maquette ne dépassent guère 3 ou 4 millions, d'empêcher le décollement de la couche limite et on est amené à utiliser des dispositifs de déclenchement de transition qui altèrent le profil géométrique de la maquette. L'utilisation d'un tunnel de tir pressurisé permet d'atteindre le nombre de Reynolds de vol et d'éviter, par conséquent, l'emploi de tels dispositifs.

3.2.3.1.2 - Détermination des coefficients

Le tunnel est équipé d'un ensemble de tranches de mesure comprenant des appareils photographiques. Les photos obtenues lors du passage de la maquette, à des instants connus avec précision grâce à des compteurs électroniques, permettent de restituer la position de la maquette, par détermination des coordonnées de son centre de gravité, et de la direction de son axe de référence. On dispose donc d'un ensemble discret d'attitudes de la maquette au cours du vol.

Le mouvement de la maquette étant déterminé par les trois systèmes de forces : forces d'inertie, forces de pesanteur, forces aérodynamiques, la connaissance du mouvement permet de déterminer ces systèmes de forces et en particulier les forces aérodynamiques.

La loi du mouvement dépend de trois types de grandeurs :

- grandeurs connues (pesanteur, conditions de tir, caractéristiques mécaniques de la maquette).

- inconnues du problème (coefficients aérodynamiques cherchés).

- conditions initiales.

Les cinq paramètres définissant l'attitude de la maquette sont mesurés par restitution des photographies. Un programme de calcul permet de déterminer les coefficients aérodynamiques à partir de ces mesures.

3.2.3.2 - Essais en soufflerie classique

Quoique la technique du vol libre en soufflerie soit utilisée depuis longtemps pour certaines études particulières comme la vrille, ce n'est que depuis quelques années que la mesure en soufflerie supersonique des dérivées aérodynamiques a été tentée par la technique du vol libre.

Les premiers essais de déterminations de ces dérivées ont été effectuées en 1952 par A. AURIOL [9] au LRBA de VERNON. Le procédé a été repris par B. DAYMAN Jr. au JPL, Pasadena (Californie) [10] [11] par la Direction GSMA de l'ONERA dans les souffleries de Modane-Avrieux, en 1962 [12] [13], et par L. PENNELEGION en 1966, au N.P.L. en Grande Bretagne [14].

Lancer de la maquette.

Les maquettes peuvent être lancées de deux manières :

1°) La maquette est suspendue par des fils à la partie supérieure de la veine. Sa libération est réalisée en sectionnant les fils à l'intérieur de la maquette. Dans certains cas, l'apport de chaleur peut être suffisamment élevé pour brûler les fils à leur intersection avec l'onde de choc de tête. Il est alors nécessaire de protéger les fils de suspension dans des tubes creux refroidis par une circulation d'eau ou d'air sous pression.

L. PENNELEGION, R.F. CASH et M.J. SHILLING [14] ont utilisé ce type de lancée dans des essais au tube à choc à $M_\infty = 8,6$. Le but de ces expériences était la détermination des C_{z1}, C_{m1}, C_{x1}.

2°) La maquette est lancée à contre-courant avec un canon pneumatique monté en aval de la zone de visualisation. La maquette traverse la zone de visualisation en décélérant, puis, emportée par l'écoulement, retraverse la zone de visualisation [13].

La vitesse relative par rapport à l'air diminue constamment du début à la fin de la trajectoire. Par rapport à la caméra, la vitesse moyenne de la maquette, calculée sur un aller-retour dans le champ de visualisation, est égale à la vitesse nominale du vent dans la soufflerie. Pour que les variations des coefficients aérodynamiques en fonction du nombre de Mach soient négligeables, il faut réduire au maximum la variation de vitesse relative.

Cette méthode semble avoir été préférée à la précédente par les divers expérimentateurs, en particulier pour les essais en vue de déterminer les coefficients instationnaires. Elle permet en effet d'appliquer plus facilement une impulsion de vitesse angulaire à la maquette.

Définition de la maquette

La précision du dépouillement, en particulier, pour la détermination de la dérivée C_{mq1}, est d'autant plus grande que le nombre d'oscillations observables est important. Ce dernier dépend uniquement de la maquette et, évidemment, du champ observable. On démontre qu'il est indépendant de la pression génératrice [13]. Pour augmenter le nombre de cycles, il faut augmenter le rapport de la masse de la maquette à son moment d'inertie. Ceci est réalisé en plaçant un lest en métal de forte densité au centrage convenable.

Appareillage

Le mouvement de la maquette est cinématographié avec une caméra à cadence rapide (2000 à 5000 images/seconde). La maquette peut être éclairée en permanence par des projecteurs. Cependant, en vue d'éliminer le flou causé par le déplacement de la maquette pendant le temps d'exposition de la pellicule, il est intéressant d'utiliser une lampe à éclairs synchronisée avec la caméra.

Quoique l'étude du tangage ne nécessite, en principe, que l'enregistrement du mouvement de la maquette dans le plan vertical, il est intéressant d'enregistrer, également, le mouvement dans le plan horizontal. Deux caméras synchronisées disposées perpendiculairement l'une par rapport à l'autre sont alors nécessaires. En vue de permettre le repérage des vues prises au même instant, une base de temps est enregistrée simultanément sur les deux films.

Résultats

Des résultats concernant l'amortissement de tangage à $M_0 = 4,5$ d'un cône pointu de 10° de demi-angle d'ouverture ont été publiés par le J.P.L.

Des résultats en C_{mq_1} avec une comparaison vol libre-soufflerie ont été publiés par M. COSTE, de l'ONERA [13]. Le corps étudié est une configuration à jupe, essayée aux nombres de Mach 3,4 et 4,5 à des incidences atteignant plus de 30°. Il est intéressant de noter que dans les essais de M. COSTE la transition a été déclenchée naturellement par le simple effet du mouvement de la maquette.

3.2.4 - Mesure en soufflerie à rafales courtes du coefficient d'amortissement de tangage par une méthode de vol libre.

3.2.4.1 - Introduction

Le présent paragraphe a pour but de présenter une étude préliminaire à la mesure de la dérivée C_{mq_1} par une méthode de vol libre dans une soufflerie à rafales courtes du type de la soufflerie R4Ch de Chalais-Meudon.

Cette étude semble faire double emploi avec celle de M. COSTE qui a effectué des essais en vol libre dans la soufflerie S3 de Modane-Avrieux à $M_0 = 3,4$ et $M_0 = 4,5$ [13]. Cependant, les conditions d'essai plus sévères à R4Ch qu'à S3Ma, notamment celle concernant la durée de la rafale, nécessitent une étude plus approfondie en vue de définir les caractéristiques de la maquette.

Dans les essais entrepris à S3Ma, la maquette, tirée à contre courant par un canon pneumatique situé en aval de la zone de visualisation, traverse celle-ci, puis, entraînée par le courant d'air, la retraverse. On dispose ainsi de deux éléments de trajectoire exploitables. Le déplacement maximal dans le champ de prise de vue est une donnée importante.

Supposons que le point, où la vitesse de la maquette par rapport à la soufflerie s'annule, soit situé dans la zone de visualisation : si l'on suppose la traînée C_x constante, le déplacement maximal de la maquette suivant l'axe de la soufflerie, visible dans la zone de visualisation, est :

$$e = \frac{1}{2} \rho_0 V_0^2 S C_x \frac{(nT)^2}{2m}$$

où : T est la période de l'oscillation propre de l'engin,

m la masse de la maquette,

n le nombre d'oscillations pendant le temps de passage de la maquette dans la zone de visualisation.

Sans amortissement, le mouvement d'oscillation peut s'écrire : $\theta = \theta_o \sin\omega t$.

$$I\ddot{\theta} = \frac{1}{2}\rho_o V_o^2 S \ell C_{mi1}\theta$$

$$-\omega^2 I\theta = \frac{1}{2}\rho_o V_o^2 S \ell C_{mi1}\theta$$

d'où : $\omega = \sqrt{-\frac{\frac{1}{2}\rho_o V_o^2 S\ell C_{mi1}}{I}}$; $T = 2\pi\sqrt{-\frac{I}{\frac{1}{2}\rho_o V_o^2 S\ell C_{mi1}}}$

Le nombre d'oscillations observables sur un parcours de longueur e, suivant l'axe de la soufflerie est alors :

$$n = \sqrt{\frac{e\,\ell\, C_{mi1}}{2\pi^2 C_{x1}\frac{I}{m}}}$$

On en déduit que n dépend du rayon de giration $\sqrt{\frac{I}{m}}$ et du rapport $\frac{C_{mi1}}{C_{x1}}$
n est d'autant plus grand que $\frac{C_{mi1}}{C_{x1}}$ est grand et $\sqrt{\frac{I}{m}}$ petit.

Dans le cas d'une soufflerie du type R4Ch, compte tenu du temps d'expérimentation dont on dispose (150.10^{-3} s), on ne peut avoir qu'un seul passage de la maquette. Il faut donc, à la fois, que pendant les 150 millisecondes de la rafale, la maquette reste constamment dans la zone de visualisation, et que le nombre n d'oscillations soit maximum.

L'étude qui suit concerne la recherche et l'optimisation de ces deux conditions.

3.2.4.2 - Conditions d'essais et conditions de vol supposées

La simulation de la rentrée d'une capsule conique de révolution à une altitude de 20 000 m. (conditions voisines de celles de la rentrée du dernier étage de "Bérénice" [15] [16]) est supposée effectuée à la soufflerie R4Ch.

Les conditions génératrices de cette soufflerie sont les suivantes :

$M_o = 14$ $p_{io} = 150$ bars $T_{io} = 1650°K$

La durée utile de la rafale est de 150 millisecondes.

Les conditions locales de l'écoulement sont alors :

$T = 41°K$

$a = 126{,}64$ m/s. (vitesse locale du son)

$V = 1800{,}96$ m/s.

$\frac{1}{2}\rho V^2 = 5\,000$ pascals

$\rho = 3{,}06.10^{-3}$ kg/m3.

La masse volumique $\rho = 3{,}06.10^{-3}$ correspond à une altitude de 42 000 m [17].

Supposons la rentrée à $M_o = 14$ d'un engin réel de longueur 2 m. à l'altitude de 20 000 m.

A 20 000 m., $\rho_{vol} = 8{,}8.10^{-2}\ kg/m^3$, $T_{vol} = 216°K$, $\mathcal{R}_{e\ell\ vol} = 51.10^6$.

3.2.4.3 - Définition de la maquette

Cherchons les conditions de similitude que doit remplir la maquette en vol libre [18].

Les dimensions du jet en soufflerie imposent l'échelle des longueurs :

$\bar{\ell} = \frac{L_{vol}}{\ell} = \frac{2}{0{,}2} = 10$ en supposant une longueur l de la maquette égale à 0,2 m. Le nombre de Reynolds en soufflerie est alors $\mathcal{R}_{e\ell} = 300\ 000$.

Les températures locales imposent l'échelle des températures donc l'échelle des vitesses puisque : $a = 20{,}1\sqrt{T}$.

$$\bar{T} = \frac{T_{vol}}{T} = \frac{216}{41} = 5{,}27.$$

$$\bar{v} = \sqrt{\bar{T}} = 2{,}3.$$

Les masses volumiques imposées déterminent l'échelle des masses volumiques :

$$\bar{\rho} = \frac{\rho_{vol}}{\rho} = \frac{8{,}8.10^{-2}}{3{,}06.10^{-3}} = 28{,}8.$$

On dispose donc maintenant des échelles :

longueur $\bar{\ell} = 10$

vitesse $\bar{v} = 2{,}3$

masses volumiques $\bar{\rho} = 28{,}8$.

On en déduit :

- l'échelle des masses : $\bar{m} = \bar{\rho}\,\bar{\ell}^3$ $\bar{m} = 28{,}8.10^3$
- l'échelle des moments d'inertie : $\bar{I} = \bar{\rho}\,\bar{\ell}^5$ $\bar{I} = 28{,}8.10^5$
- l'échelle des temps : $\bar{t} = \frac{\bar{\ell}}{\bar{v}}$ $\bar{t} = 4{,}36$.

Supposons que l'on ait à étudier un engin réel dont la forme géométrique simplifiée serait un cône pointu de révolution de 10° de demi angle d'ouverture.

Ses caractéristiques sont :

Longueur L = 2 m.

Masse M = 135 kg.

Centrage $\frac{X}{L}$ = 0,45 à partir du culot, centrage moyen pour un corps de rentrée.

Calculons son moment d'inertie de tangage, en assimilant l'engin à un cône homogène.

$$I_{mini} = 59 \text{ kg.m2} \quad \text{au centrage} \quad \frac{X}{L} = 0{,}25$$

$$\text{D'où au centrage } \frac{X}{L} = 0{,}45 \quad : \quad I_{0,45} = 59 + 135\,(0{,}4)^2 = 80{,}6 \text{ kgm}^2$$

Déterminons les caractéristiques de la maquette dynamiquement semblable.

$$\ell = 0{,}2 \text{ m.}$$

$$m = \frac{135}{28{,}8} \cdot 10^{-3} = 4{,}7 \cdot 10^{-3} \text{ kg.}$$

$$I' = \frac{80{,}60}{28{,}8} \cdot 10^{-5} = 2{,}8 \cdot 10^{-5} \text{ kgm2.}$$

Le rayon de giration de la maquette est $r' = 7{,}75 \cdot 10^{-2}$ m.

3.2.4.4 - Possibilité d'expérimentation dans le cas d'une maquette dynamiquement semblable

L'engin en vol réel est supposé animé d'un mouvement de tangage pur, sans mouvement de roulis. Les équations de la mécanique du vol conduisent, dans ce cas, à l'équation caractéristique du second degré [19].

$$\lambda^2 + \frac{\rho}{2}\left(C_{zi1}\frac{S}{m} - C_{mq1}\frac{S\ell^2}{I'}\right)\lambda - \frac{\rho}{2}\left(\frac{C_{mi1}S\ell}{I'} + \frac{C_{zi1}S}{m} \times \frac{\rho}{2} \times \frac{C_{mq1}S\ell^2}{I'}\right) = 0$$

La pulsation propre de l'engin est Ω_0 tel que :

$$\left(\frac{\Omega_0}{V_{vol}}\right)^2 = \frac{\rho_{vol}}{2}\left[\frac{C_{mi1}S\ell}{I}\right]$$

$$\left(\frac{\Omega_0}{V_{vol}}\right)^2 = \frac{8{,}8 \cdot 10^{-2}}{2}\left(\frac{0{,}25 \times 2 \times 37 \cdot 10^{-2}}{80{,}6}\right) = 10^{-4} \qquad \frac{\Omega_0}{V_{vol}} = 10^{-2}$$

La pulsation propre de la maquette est ω_0 tel que :

$$\frac{\overline{\Omega}}{\overline{V}} = \frac{\frac{\Omega_0}{V_{vol}}}{\frac{\omega_0}{V}} = \frac{\overline{t}^{-1}}{\overline{\ell}.\overline{t}^{-1}} = \overline{\ell}^{-1} = 0{,}1$$

d'où $\frac{\omega_0}{V} = 0{,}1$

La longueur d'onde de la trajectoire de la maquette est :

$$\lambda = \frac{2\pi V}{\omega_0} = 63 \text{ m.}$$

La période de la maquette est :

$$T = \frac{\lambda}{V} = \frac{63}{1800} = 35.10^{-3} s.$$

On dispose donc de $n = \frac{150.10^{-3}}{35.10^{-3}} =$ 4,3 oscillations.

Ce nombre est insuffisant pour déterminer l'amortissement de l'oscillation de la maquette et en déduire le C_{mq1}.

3.2.4.5 - Recherche du centrage optimum pour avoir un nombre maximum d'oscillations.

3.2.4.5.1. - Calcul du nombre d'oscillations

La période propre de la maquette est un paramètre qui dépend de la géométrie de la maquette et des conditions locales de l'écoulement.

$$\omega_0 = V\sqrt{\frac{\rho S \ell}{2}}\sqrt{\frac{C_{mi1}}{I'}}$$

Les conditions de l'écoulement et les paramètres géométriques S, ℓ sont imposés mais il est possible de jouer sur le centrage de façon à rendre ω_0 minimum. En effet, I' et C_{mi1} sont des fonctions du centrage $\frac{x}{\ell}$.

Prenons l'origine des X au culot et posons $X = \frac{x}{\ell}$

$$C_{mi1}^{(X)} = C_{mi1}^{(0)} - X C_{zi1} = -(X - 0{,}33)\, C_{zi1} \quad \text{puisque } C_{mi1} = 0 \text{ pour } X = 0{,}33$$

$$I'(X) = I'_{mini} + (X - 0{,}25)^2 \ell^2 m^2$$

Ecrivons que $\frac{d\omega}{dX} = 0$ ce qui revient à annuler la dérivée de $\frac{C_{mi1}}{I'}$.

$$\frac{d\left(\frac{C_{mi1}}{I'}\right)}{dX} = \frac{d}{dX}\left[-\frac{(X-0{,}33)\, C_{zi1}}{I'_{mini} + (X-0{,}25)^2 \ell^2 m^2}\right] = 0$$

Il vient $I'_{mini} + \ell^2 m^2 \left(-\chi^2 + 0{,}66\,\chi - 0{,}104\right) = 0$

Comme $I'_{mini} = 0{,}109$, l'équation se réduit à : $\chi^2 - 0{,}66\,\chi = 0$

On a une équation du second degré admettant les racines :

$$\chi = 0 \quad \text{et} \quad \chi = 0{,}66$$

La racine $\chi = 0$ correspond à un $C_{mi1} > 0$ donc à une configuration instable. Elle est donc physiquement inacceptable. Seule, la racine $\chi = 0{,}66$ présente un intérêt

pour $\frac{x}{\ell} = 0{,}66$ $\quad C_{mi1} = -0{,}7$

Calculons $I'_{0,66}$:

$$I'_{0,66} = \left[(0{,}33)^2 + (0{,}33)^2\right] m\ell^2 = 4{,}13.10^{-5}\ \text{kg m}^2$$

Le rayon de giration est : $r = 9{,}4.10^{-2}$ m.

La pulsation propre de la maquette est $\omega_0 = 244$ rd/s.

D'où la période propre correspondante :

$$T = \frac{2\pi}{244} = 25{,}8.10^{-3}\ s$$

La période optimale serait donc de $25{,}8.10^{-3}$ s.

D'où en 150 ms de rafale le nombre d'oscillations observables serait de :

$$n = \frac{150.10^{-3}}{25{,}8.10^{-3}} = 5{,}8.$$

3.2.4.5.2 - Calcul de l'amortissement du mouvement

L'équation caractéristique du système des équations de la mécanique du vol se réduit à une équation du type :

$$\lambda^2 + 2\varepsilon\omega_0\lambda + \omega_0^2 = 0$$

L'évolution de l'incidence de la maquette en fonction du temps est alors un mouvement sinusoïdal amorti de la forme :

$$\theta = \theta_0 e^{-\varepsilon\omega_0 t}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Calculons la décroissance logarithmique $\varepsilon\omega_0$:

$$\frac{\varepsilon\omega_0}{V} = 5,34.10^{-3}$$

D'où : $\varepsilon\omega_0 = 5,34.10^{-3} \times 1,8.10^3 = 9,6$

$$\theta = \theta_0 e^{-9,6t}\cos(244\,t + \varphi)$$

Calculons le décrément logarithmique $2\pi\varepsilon$

$$2\pi\varepsilon = \varepsilon\omega_0 T = 9,6 \times 25,8.10^{-3} = 0,248.$$

$$e^{-0,248} = 0,779.$$

D'où $\quad \theta(t+T) = 0,779\ \theta(t).$

On aurait donc une décroissance de l'ordre de 22 % par période.
En 5 périodes, il est possible de voir la décroissance de θ, donc il semble possible d'effectuer des mesures de cet amortissement.

3.2.4.6 - Réalisation pratique

Dans les 150 millisecondes de la rafale la maquette doit se déplacer en restant dans le champ de visualisation. En supposant que le coefficient de traînée de la maquette soit une constante, en ce qu'elle est indépendante de l'incidence,

on a : $x = -\frac{1}{2}\rho V^2 \frac{SC_x}{2m} t^2 + V_0 t$

$$x = -116\,t^2 + V_0 t$$

Le déplacement maximum en 150.10^{-3}s. doit être de l'ordre de 0,4 m.

$$0{,}4 = -116 \times (150.10^{-3})^2 + V_0 (150.10^{-3})$$

D'où $V_0 = 20$ m/s

La vitesse initiale doit donc être au maximum de 20 m/s.

3.2.4.7. - Conclusion

L'étude précédente montre qu'il est possible dans une soufflerie type R4Ch d'effectuer la simulation d'une rentrée et de se placer dans des conditions telles que la mesure de l'amortissement de tangage soit possible.

Les difficultés sont maintenant d'ordre technologique :

- Construction d'une maquette d'une masse de 47 grammes et de 20 cm de long présentant une résistance et une indéformabilité suffisante, et ayant un moment d'inertie donné.

- Réalisation d'une impulsion permettant d'obtenir une vitesse initiale de 20 m/s.

Il serait possible de tirer des conclusions d'essais avec une maquette non dynamiquement semblable.

- REFERENCES -

[1] - C.J. WELSH, R.L. LEDFORD, L.K. WARD, J.P. RHUDY :
Dynamic stability tests in hypersonic tunnels and at large model amplitudes.
AEDC - TR - 59-24 (Déc. 1959).

[2] - C.J.WELSH, Q.P. HANCE, L.K. WARD :
A forced oscillation balance system for the Von Karman facility
40 x 40 luch supersonic tunnel
AEDC - TN - 61-63 (Mai 61).

[3] - M. SCHERER :
Mesure des dérivées aérodynamiques en écoulement transsonique et supersonique.
Publication ONERA n° 104 (1962).

[4] - F. MATHOT :
Procès-verbal ONERA 5/1879 A : Maquettes HB1, HB2, AEDC ;
dérivées aérodynamiques de tangage en oscillations forcées à C4 Vernon,
4,26. (non publié)

[5] - X. VAUCHERET :
Méthode pratique de dépouillement d'oscillations libres à un degré de
liberté en présence d'une force de rappel discontinue.
La Recherche Aéronautique n° 89 (Juillet-Août 1962).

[6] - X. VAUCHERET :
Dépouillement d'oscillations libres d'un corps de rentrée présentant
un cycle limite.
La Recherche Aérospatiale n° 104 (Janvier-Février 1965).

[7] - X. VAUCHERET et P. BROUSSAUD :
Dispositif d'oscillations libres pour souffleries à rafales.
La Recherche Aérospatiale n° 107 (Juillet - Août 1965).

[8] - C. CAPELIER :
La mesure des coefficients aérodynamiques au tunnel de tir.
Colloque AFITAE - Toulouse 8-9/11/1965.

[9] - A. AURIOL :
Sur une nouvelle méthode pour déterminer en soufflerie les caractéristiques
aérodynamiques des projectiles :
ComptesrendusAcadémie des Sciences 29/9/1952 - tome 235 p. 701.

[10] - B. DAYMAN Jr. :
Simplified free-flight testing in a conventionnal wind tunnel
J P L - TR n° 32-346 (Octobre 1962).

[11] - B. DAYMAN Jr. :
Definitive interference free experimental studies of vehicle motion
AIAA - paper n° 64 - 476 (Juillet 1964).

[12] - J. COSTE :
Essais de tirs et largages sur maquette dans la soufflerie S3 de Modane-Avrieux.
La Recherche Aéronautique n° 86 (Janvier-Février 1962).

[13] - J. COSTE :
Détermination des coefficients aérodynamiques par des vols libres dans une soufflerie supersonique.
La Recherche Aérospatiale n° 114 (Septembre Octobre 1966).

[14] - L. PENNELEGION, R.F. CASH, M.J. SHILLING :
Free flight tests in the NPL 6 In. (15 cm) shock tunnel of model HB2 using multiple spark recording.
N P L Aéro Report 1212 (19/10/1966).

[15] - P. CONTENSOU :
Bérénice, Fusées d'études de la rentrée
Revue Française d'Astronautique 1 - 1965.

[16] - R. CERESUELA :
Problèmes aérodynamiques posés par le lancement d'un missile.
Session ATMA 1965.

[17] - U.S. Standard Atmosphère, 1962
NASA - (Décembre 1962).

[18] - A. MARTINOT - LAGARDE :
Analyse dimensionnelle, applications à la mécanique des fluides
rapport technique ONERA n° 41 (1948).

[19] - J. BOUTTES :
Mécanique Aérospatiale tome 1 (1965)
Cours du Centre d'Etudes Supérieures de Mécanique

4 - MESURE DES DERIVES AERODYNAMIQUES EN SOUFFLERIE HYPERSONIQUE A RAFALES PAR LA METHODE DES OSCILLATIONS FORCEES

4.1 - INTRODUCTION

Les procédés de mesure des dérivées aérodynamiques par la méthode des oscillations forcées rappelées dans le chapitre précédent (3.2.1.), ne peuvent être appliqués directement aux essais dans les souffleries à rafales brèves, le temps de réponse des galvanomètres de lécture n'étant pas compatible avec la faible durée de l'écoulement sain, en l'espèce de l'ordre de 10 à 20 secondes aux nombres de Mach compris entre 6 et 10.

Un appareillage de mesure, ne présentant pas cet inconvénient, a été étudié sous la direction de M. LOPEZ, Ingénieur Chef de Groupe d'études à l'ONERA.

Le principe de cet appareillage, qui est exposé ci-après, repose essentiellement sur l'enregistrement des informations instantanées données par l'essai en soufflerie et leur reproduction dans une échelle de temps compatible avec les temps de réponse des appareils d'analyse harmonique, analogique ou numérique existants à l'heure actuelle.

La mise au point a été effectuée à la soufflerio R3Ch à Mo = 10, en mesurant les dérivées de tangage sur des maquettes en forme de cônes émoussés de 10° de demi angle d'ouverture pour lesquelles des résultats théoriques et des valeurs expérimentales obtenues par d'autres méthodes devaient permettre des recoupements.

Après avoir rappelé les principes, les montages en veine, les chaînes d'enregistrement et de lecture sont décrits.

Les indications nécessaires à leur mise en oeuvre sont données.

Les résultats obtenus en soufflerie sont présentés et discutés en vue de qualifier la validité de la méthode d'essai.

4.2 - PRINCIPES

4.2.1 - Montage

La maquette est fixée sur un montage de même nature que celui indiqué en 3.2.1.1.

4.2.2 - Mode d'alimentation des jauges

Dans le cas présent, les jauges des dynamomètres et du détecteur de mouvement sont alimentées en courant continu.

4.2.3 - Enregistrement magnétique des signaux

Les diagonales de mesure des ponts de jauges sont reliées aux entrées d'amplificateurs électroniques à courant continu dont les signaux de sortie sont enregistrés sur bande magnétique.

4.2.4 - Compensation électrique de la composante du moment en phase avec le mouvement

L'expérience a montré qu'il est indispensable d'utiliser dans les chaînes d'enregistrement et de lecture un dispositif de compensation de la composante du moment en phase avec le mouvement imposé.

En effet, la détermination des dérivées aérodynamiques nécessite la connaissance des composantes du moment M respectivement en phase et en quadrature avec le mouvement harmonique imposé θ [3]

à savoir $\begin{cases} R(M) \\ J(M) \end{cases}$ En notation complexe, on a donc :

$$\vec{M} = R(M) + j\,J(M)$$

où j est l'opérateur complexe.

Le déphasage entre le moment M mesuré par le dynamomètre et le mouvement θ étant généralement voisin de 0° ou de 180°, l'ordre de grandeur du terme en quadrature $J(M)$ est faible devant celui du terme en phase $R(M)$.

Pour une chaîne de mesure de caractéristiques données, la mesure de $R(M)$ sera effectuée avec une incertitude relative meilleure que celle obtenue dans la mesure de $J(M)$.

Or, il est nécessaire de connaître $J(M)$ avec la même précision que $R(M)$, pour le calcul de la dérivée C_{mq_1}. Il faut donc que l'incertitude absolue sur $J(M)$ soit faible par rapport à $J(M)$ (voir réf. [3]).

Une solution consiste à augmenter au maximum le gain de la chaîne d'enregistrement pour disposer d'un signal électrique M d'un niveau aussi élevé que possible. Mais cette solution présente l'inconvénient d'agir sur le module de M, donc risque d'entraîner la saturation de la bande magnétique à l'enregistrement.

$$|M| = \sqrt{(R(M))^2 + (J(M))^2} \simeq |R(M)|$$

puisque $|J(M)|$ est petit devant $R(M)$.

Comme la mesure de $J(M)$ présente seule de l'intérêt, c'est $J(M)$ seule qu'il faut enregistrer avec le gain le plus élevé. Pour cela, un moyen consiste à compenser $R(M)$ de telle sorte que :

$|M| \simeq |J(M)|$ avant l'enregistrement sur la bande.

La réduction de $|R(M)|$ à une valeur aussi faible que possible est réalisée par un dispositif de compensation électrique monté en aval de l'amplificateur continu de la voie d'enregistrement du moment M, qui soustrait du signal M un signal proportionnel à l'élongation θ. Le terme en quadrature $J(M)$ restant inchangé, le terme en phase $R(M)-k\theta$ peut être rendu de module aussi faible que possible.

Le moment résiduel a ses deux composantes $R(M)-k\theta$ et $J(M)$ du même ordre de grandeur ; il est même possible que le terme imaginaire soit plus grand que le terme réel. Le module du moment résiduel est :

$$|M'| = \sqrt{(R(M)-k\theta)^2 + (J(M)^2} \simeq |J(M)|\sqrt{2}$$

L'enregistrement sur bande magnétique du moment résiduel M' peut alors être effectué avec un gain d'amplification plus grand que précédemment sans risque de saturation [planches 8 et 9].

Et, dans ces conditions, la composante $J(M)$ sera mesurée avec une meilleure précision par l'analyseur analogique.

L'exemple numérique suivant illustre l'intérêt de la compensation du terme en phase à l'enregistrement. Il concerne un essai sur le pont dynamométrique M_1 centré le plus en avant de la maquette, sur lequel le moment aérodynamique est important.

Au dépouillement, le galvanomètre de lecture a donné :

$J(M) = 170$ divisions pour $R(M) - k\theta = 204$ divisions.

La valeur du terme en phase non compensé aurait donné dans les mêmes conditions 900 divisions de lecture.

La compensation permet donc dans ce cas de multiplier par $\frac{|M'|}{|M|} = 3,6$ la précision avec laquelle est connue $J(M)$.

L'exemple suivant concerne un essai sur le point de jauges M_2 placé le plus en arrière de la maquette, et sur lequel le moment dû aux forces d'inertie est très important.

Le galvanomètre de lecture a donné :

$$\mathcal{J}(M) = 326 \text{ divisions}$$

$$\mathcal{R}(M) - k\,\theta = 328 \text{ divisions}$$

La valeur de $\mathcal{R}(M)$ en supposant que le même gain d'amplification ait pu être utilisé serait :

$$\mathcal{R}(M) = 7\,150 \text{ divisions.}$$

La précision sur $\mathcal{J}(M)$ est cette fois multipliée par :

$$\frac{7\,160}{460} = 15{,}6$$

Une seconde compensation de la composante en phase enregistrée $\mathcal{R}(M) - k\,\theta$ est effectuée à la lecture par un compensateur incorporé à l'analyseur analogique.

L'intérêt de cette compensation supplémentaire sera montré plus loin (paragraphe 6.4.4.5).

4.2.5 - Traitement de l'enregistrement

Une boucle est confectionnée avec une partie de bande magnétique dont la longueur contient un nombre entier de périodes du mouvement imposé.

De cette façon, le temps de lecture n'est plus limité à la durée de l'essai. Il est en effet possible de relire les informations soit à la même vitesse, soit à une vitesse différente de celle de l'enregistrement.

Les signaux peuvent être traités soit analogiquement par un analyseur harmonique analogique soit par un procédé digital. L'appareillage de lecture qui a été utilisé et qui est décrit plus loin est analogique. (6.4.4.2.b)

4.3 - DESCRIPTION DE L'INSTALLATION DE MESURE

4.3.1 - Souffleries

Les caractéristiques des souffleries hypersoniques à rafales brèves de l'ONERA à CHALAIS-MEUDON sont les suivantes :

Soufflerie	Nombre de Mach M	P max (bar)	T mini degré K	durée de l'écoulement sec.
R2Ch	5 à 7	80	700	30
R3Ch	8 à 10	120	1 100	10

Ces deux souffleries ont des chambres d'expériences de mêmes dimensions (longueur 1,5 m, largeur 1 m, hauteur 1,8 m) qui permettent une installation commode du montage.

Le jet libre issu de la tuyère a un diamètre de 0,3 m.

Les essais destinés à la mise au point de l'appareillage de mesure ont été effectués dans la soufflerie R3Ch à $M_0 = 10$. Le montage à R2Ch serait identique.

4.3.2 - Balance

La balance (pl. 10) se décompose en trois parties principales :

a) Un dard dynamométrique à deux composantes de moment, M_1 et M_2, sur lequel est montée la maquette. Il est équipé de deux ponts de jauges extensométriques à résistance, alimentés sous une tension continue de 6 volts.

Il est possible de fixer un accéléromètre sur le dard, au niveau de la partie dynamométrique. Equipé d'un pont de jauges en semi-conducteur alimentées sous une tension continue de 2 volts, il fournit une force électromotrice en phase avec le mouvement proportionnelle à $-\omega^2 \theta$, θ étant l'élongation du mouvement imposé à la maquette.

Le dard oscille autour d'un axe monté sur un palier à billes lié au bâti de la balance. Cet axe est situé en aval de la maquette.

b) Un détecteur du mouvement imposé est fixé au bâti de la balance en aval de l'axe d'oscillation. Constitué d'une lame d'acier attaquée par un ressort, il est équipé d'un pont de jauges extensométriques en semi-conducteur ; il donne un signal proportionnel à l'élongation θ du mouvement.

c) Le dispositif d'entraînement en oscillations forcées, constitué par un moteur électrique attelé à un système bielle manivelle anime l'ensemble dard-maquette du mouvement d'oscillations de tangage.

4.3.3 - Mise en place de la balance [planche 11]

Dans la première campagne d'essais, la balance était fixée directement sur la table mobile en incidence et dérapage de la soufflerie.

Ce montage présentait une fréquence de vibrations parasites de 19 Hz, voisine de la fréquence de 23 Hz choisie pour les essais.

Un autre dispositif a été réalisé depuis ; indépendant de la table i, j, il permet de lier directement la balance à la charpente de la chambre d'expérience. La fréquence propre de ce nouveau montage est de l'ordre d'une centaine de Hz.

Les signaux enregistrés au cours de la seconde campagne d'essais ont comporté beaucoup moins de parasites d'origine mécanique.

4.3.4 - Chaînes de mesure

4.3.4.1 - Généralités - Les dispositifs d'alimentation et d'enregistrement sont concentrés dans une centrale de mesure indépendante de la soufflerie. Cette disposition permet de réduire au minimum le personnel chargé de la conduite de l'essai. Il suffit, en effet, d'un seul opérateur pour effectuer l'ensemble des mesures.

La liaison entre la balance montée dans la veine et la centrale de mesures, située à une centaine de mètres de la soufflerie, est assurée par un réseau de câbles blindés.

4.3.4.2 - Chaînes d'alimentation -

Les chaînes d'alimentation comportent deux circuits indépendants :

a) un circuit d'alimentation du moteur de la balance,

b) un circuit d'alimentation des ponts de jauges.

a) Alimentation du moteur de la balance

Le moteur est alimenté à partir d'une boîte d'alimentation régulée à thyratrons. La fréquence de rotation du moteur devant rester rigoureusement constante au cours d'un essai, la polarisation des grilles des thyratrons est commandée par la tension délivrée par une génératrice tachymétrique entraînée par l'arbre du moteur.

Un disque percé de trous régulièrement espacés est calé sur l'arbre du moteur. Le défilement des trous devant une cellule photoélectrique excitée par une source de lumière, engendre par occultation du pinceau lumineux un nombre d'impulsions par seconde proportionnel à la fréquence de rotation, qui est lue directement sur un fréquence-mètre ROCHAR.

b) Alimentation des ponts de jauges

Tous les ponts de jauges sont alimentés à partir de la même boîte d'alimentation qui délivre une tension continue de 6 Volts. Les circuits des ponts équipés de jauges à semi-conducteurs comportent une résistance en série qui permet, au niveau des ponts, d'abaisser la tension de 6 Volts à 2 Volts.

4.3.4.3 - Chaîne d'enregistrement

4.3.4.3.1. - Description - Un schéma de la chaîne d'enregistrement est donné sur la planche 12.

Elle comporte, en aval des ponts de mesure :

- Des amplificateurs transistorisés à courant continu ROCHAR.

- Un dispositif de compensation électrique de la composante du moment en phase $\mathcal{R}(M)$ avec l'élongation θ du mouvement imposé.

- Un enregistreur magnétique TOLANA à 4 pistes.

4.3.4.3.2. - Dispositif de compensation

Le signal électrique à retrancher de $\mathcal{R}(M)$ est prélevé sur la voie d'enregistrement du mouvement θ en aval de l'amplificateur continu.

Le réglage en grandeur et en signe de la tension de compensation $k\,\theta$ est réalisé par un dispositif comportant un potentiomètre, un inverseur et un ampli continu. La vérification que ce dispositif ne donne pas de déphasage a été effectué avec l'analyseur analogique.

4.3.4.3.3. - Mise en oeuvre d'un essai

Le moment M s'exerçant sur le dynamomètre est égal à la somme du moment M_I dû aux forces d'inertie s'exerçant sur la maquette, et du moment aérodynamique M_a

$$M = M_I + M_a$$ en notations complexes.

$M_I = + \omega^2 I \theta$ où I est le moment d'inertie de l'ensemble maquette plus partie pesée du dard. M_I est donc en phase avec θ.

L'égalité précédente se traduit par :

$$\begin{cases} \mathcal{R}(M) = M_I + \mathcal{R}(M_a) \\ \mathcal{J}(M) = \mathcal{J}(M_a) \end{cases}$$

Nous désignerons par V un essai avec vent,

par $\overline{V}$ un essai sans vent

par C un essai avec compensation de $\mathcal{R}(M)$

par $\overline{C}$ un essai sans compensation.

Les signaux des dynamomètres et du détecteur de mouvement sont enregistrés simultanément suivant les séquences suivantes :

- sans écoulement, en atmosphère raréfiée, à fréquence d'oscillation constante sans compensation du terme en phase :

$$\begin{cases} \mathcal{R}(M_{\overline{V}\overline{C}}) = M_I \\ \mathcal{J}(M_{\overline{V}\overline{C}}) = 0 \end{cases}$$

- dans les mêmes conditions, avec compensation électrique du terme en phase.

$$\begin{cases} \mathcal{R}(M_{\overline{V}C}) = M_I - k\,\theta \\ \mathcal{J}(M_{\overline{V}C}) = 0 \end{cases}$$

- Avec écoulement, à la même fréquence d'oscillation, avec la même valeur de la compensation.

$$\mathcal{R}(M_{vc}) = M_I - k\theta + \mathcal{R}(M_a)$$

$$\mathcal{J}(M_{vc}) = \mathcal{J}(M_a)$$

La restitution du terme en phase $\mathcal{R}(M)$ mesuré effectivement lors de l'essai avec vent est obtenue par : $\mathcal{R}(M) = \mathcal{R}(M_{vc}) + \mathcal{R}(M_{\bar{v}\bar{c}}) - \mathcal{R}(M_{\bar{v}c})$

Lors d'une première série d'essais, la f.e.m. en provenance d'un accéléromètre fixé sur le dard au niveau de la partie dynamométrique a été enregistrée simultanément avec celles en provenance du détecteur de mouvement et des dynamomètres. L'enregistrement supplémentaire de ce signal, qui n'intervient pas dans le calcul des dérivées aérodynamiques, permet par comparaison avec celui en provenance du détecteur de mouvement, d'évaluer le déphasage dû à l'amortissement de structure mécanique de l'ensemble dard-maquette et de vérifier qu'il est très faible, de l'ordre de 0,002 rd.

4.3.4.4 - Chaîne de lecture

4.3.4.4.1 - Principe du dépouillement

Le principe théorique sur lequel est fondée la conception de l'appareillage de lecture est le suivant : il s'agit de la détermination analogique de l'oscillation fondamentale d'un signal périodique par mesure de ses deux composantes en phase et en quadrature avec un signal sinusoïdal de référence.

Soient i_1, i_2, i'_2, des courants périodiques de la forme :

$$i_1 = I_1 \cos(\omega t + \varphi) + \Sigma I_n \cos(n\omega t + \varphi_n)$$

$$i_2 = I_2 \cos \omega t$$

$$i'_2 = I'_2 \sin \omega t$$

Les produits $i_1 i_2$ et $i_1 i'_2$ ont pour expression :

$$i_1 i_2 = \frac{I_1 I_2}{2} \cos\varphi + \frac{I_1 I_2}{2} \cos(2\omega t + \varphi) + \Sigma I_2 I_n \cos \omega t \cos(n\omega t + \varphi_n)$$

$$i_1 i'_2 = -\frac{I_1 I_2}{2} \sin\varphi + \frac{I_1 I_2}{2} \sin(2\omega t + \varphi) + \Sigma I_2 I_n \sin \omega t \cos(n\omega t + \varphi_n)$$

Dans les expressions de chacun de ces deux produits apparaît un terme indépendant du temps et proportionnel respectivement à la composante i_1 en phase avec i_2 ou à la composante de i_1 en quadrature. Les autres termes sinusoïdaux seront sans influence sur l'appareil de lecture final placé à la sortie du multiplieur, si le temps de réponse de cet appareil est grand par rapport à $\frac{2\pi}{\omega}$.

Cependant, ce temps de réponse doit être plus petit que la période de lecture d'une boucle. Le multiplieur, au contraire, doit avoir un temps de réponse court par rapport à $\frac{2\pi}{\omega}$.

4.3.4.4.2 - Description de l'appareillage de lecture comportant l'analyseur analogique à cellules de Hall.

La chaîne de lecture comporte :

a) L'enregistreur magnétique équipé pour la lecture des boucles.

b) L'analyseur analogique protégé à son entrée par un atténuateur réglable.

c) Les galvanomètres de lecture.

a) Enregistreur magnétique (planche 13).-

L'enregistreur magnétique a été modifié et équipé de façon à pouvoir lire des boucles dont la longueur peut atteindre plus de 10 mètres. La vitesse de défilement de la bande 1,52 m/s, est la même à l'enregistrement et à la lecture La durée de la rafale dans la soufflerie est de 10 s. On peut avec une seule boucle exploiter une rafale complète puisque les parties de la bande magnétique correspondant à l'amorçage et au désamorçage de la soufflerie sont éliminées.

La boucle, confectionnée suivant le procédé exposé en annexe, contient un nombre entier de cycles. Le signal d'analyse θ est ainsi une sinusoïde pure. La perturbation inévitable qui reste sur le signal correspondant du moment, est éliminée par l'analyseur.

b) Analyseur harmonique analogique

L'ensemble constituant cet analyseur est entièrement transistorisé. Un schéma fonctionnel en est donné planche 14.

Il comprend :

- deux circuits comportant chacun une cellule de Hall.

- un dispositif de compensation électrique du terme en phase.

Circuits d'alimentation des cellules de Hall.

Ces circuits sont au nombre de trois :

- le premier est parcouru par un courant issu du signal θ . Il comporte, outre des ampli. de tension et de puissance, un déphaseur permettant de régler la phase du courant d'analyse et un transformateur permettant d'éliminer une éventuelle composante de courant continu.

Le secondaire de ce transformateur fournit le courant sinusoïdal à partir duquel sont créées les inductions B_1 et B_2 dans les cellules de Hall.

- Le second circuit est alimenté par le signal θ et fournit à la première cellule un courant en phase avec θ . L'ensemble constitué par ces deux premiers circuits est destiné au réglage en quadrature ou à la mesure de θ^2.

- Le troisième circuit permet l'alimentation de la seconde cellule de Hall, suivant 4 combinaisons :

  - directement par un signal en phase avec le moment M .
  - par un courant proportionnel à $M - \lambda\theta$ à travers le dispositif de compensation du terme en phase.
  - à travers le dispositif de compensation pour le courant $\lambda\theta$
  - directement par le courant en phase avec θ .

La première combinaison permet la mesure du terme en phase de M. On connecte A_0 B_1 (repères sur planche 6).

La seconde combinaison (A 2, B 1, C 2) permet d'annuler le terme en phase enregistré sur la boucle. Le signal à analyser est alors pratiquement en quadrature avec θ . L'intérêt de cette compensation supplémentaire sera montré plus loin (paragraphe 43.4.4.5).

La troisième (A 2, B 0, C 2) permet de mesurer la valeur de la compensation $\lambda\theta$ et de vérifier que le circuit de compensation n'introduit pas de déphasage parasite. Dans tous les cas, le déphasage ainsi décelé s'est montré inférieur à 10^{-4} radian.

La quatrième (A1, C1, B0) permet d'étalonner chaque circuit en les alimentant simultanément par un même signal sinusoïdal et de contrôler la présence d'un déphasage relatif éventuel entre les réponses de chaque cellule. Ce signal sinusoïdal remplace l'élongation θ ; il est fourni par un générateur B.F.

Lors de la mesure du terme en quadrature, les deux cellules doivent donner simultanément une réponse nulle.

4.3.4.4.3 - Mise en oeuvre de l'appareillage

On a vu au paragraphe 43.4.4.2.a que :

1°) Dans chaque séquence d'enregistrement une boucle est constituée par une longueur de bande magnétique contenant un nombre entier de cycles. Elle peut être lue pendant un temps illimité, et les forces électromotrices qu'elle fournit, préalablement filtrées, sont soumises à une analyse harmonique au moyen de l'analyseur analogique décrit en 43.4.4.2.b qui fournit des valeurs proportionnelles aux composantes en phase et en quadrature.

2°) Les tensions fournies par l'appareil sont lues sur des galvanomètres à temps de réponse grand par rapport à la période du mouvement imposé θ .

Un déphasage parasite même très petit introduit par l'appareillage entraîne une erreur sur le terme en quadrature mesuré. La correction de cette erreur nécessite la connaissance du déphasage parasite. Ce dernier peut être dû à plusieurs causes :

- d'ordre mécanique : frottement des parties mobiles de la balance, amortissement de structure de l'ensemble dard-maquette.

- d'ordre électrique : imperfection des appareils d'enregistrement et de dépouillement.

Dans certains cas, le déphasage peut atteindre des valeurs voisines de 0,01 radian. A titre d'exemple, on peut citer un cas qui s'est présenté sur le pont M_2 où les mesures sur l'essai sans vent donnent :

$$\mathcal{R}(M_{\bar{v}c}) = 10\,626 \text{ unités analogiques}$$

$$\mathcal{J}(M_{\bar{v}c}) = -126{,}9 \text{ unités analogiques,}$$

alors que $\mathcal{J}(M_{\bar{v}c})$ devrait être nul.

D'où $tg.\,\varphi_1 = -\dfrac{126{,}9}{10626} = -1{,}19\,\%$

Si l'on fait l'hypothèse que le déphasage φ_1, qu'il soit d'origine mécanique ou électrique, se conserve lors de l'essai avec vent, une correction est à faire sur le terme en quadrature aérodynamique $\mathcal{J}(M_{vc})$.

Le terme en quadrature corrigé est égal à :

$$\mathcal{J}(M) = \mathcal{J}(M_{vc}) - |M|\,tg.\,\varphi_1 = \mathcal{J}(M_{vc}) - \mathcal{R}(M)\,tg.\,\varphi_1$$

Dans l'exemple numérique considéré ci-dessus, le moment mesuré sur le dynamomètre lors de l'essai avec vent se traduit par $\mathcal{R}(M)$ = 10 000 unités analogiques tandis que $\mathcal{J}(M_{vc}) = -300$ unités.

$$\mathcal{J}(M) = -300 - 10000\cdot(1{,}19\cdot 10^{-2}) = -181 \text{ unités}$$

On constate sur cet exemple que la correction est de l'ordre de $\dfrac{119}{300} = 33\,\%$ de la valeur du terme en quadrature mesuré. Il est donc très important de connaître avec précision, et pour chaque essai, la valeur du déphasage parasite.

Trois types d'analyseurs analogiques ont été utilisés en vue de faire face à des exigences de plus en plus rigoureuses quant à la précision.

Ce sont :

a) un analyseur à thermocouples,

b) un analyseur électrodynamique,

c) un analyseur à cellules de Hall.

Ils font appel à des phénomènes physiques différents pour réaliser la multiplication des valeurs instantanées des deux courants i_1 et i_2.

Les phénomènes de base et les performances obtenues avec ces trois types d'appareils sont données en annexe. La chaîne décrite au paragraphe 4.3.4.4.2 est celle qui comporte l'analyseur analogique à cellules de Hall, qui s'est révélé être le plus précis des trois.

4.3.4.4.4 - Mise en oeuvre de l'analyseur à cellules de Hall

a) Réglage en quadrature et lecture de la composante en quadrature.-

Pour la première cellule, le courant à analyser est le courant i_2. Pour les deux cellules, on désire un courant analyseur en quadrature avec i_2.

Par action sur le déphaseur, on annule la réponse de la première cellule. Le réglage en quadrature est effectué.

La réponse de la seconde cellule qui est alimentée par $i_1 = \mathcal{R}(i_1) + j\,\mathcal{J}(i_1)$ est alors proportionnelle à $I_2\,\mathcal{J}(i_1)$. La mesure analogique de la composante en quadrature est ainsi effectuée.

b) Mise en phase et lecture du terme en phase.-

Le déphaseur est construit de telle façon qu'une fois le réglage en quadrature effectué, le courant analyseur qui le traverse, soit déphasé de $\frac{\pi}{2}$ par simple action sur un contacteur.

Le courant analyseur ainsi mis en phase, la première cellule donne une réponse proportionnelle à I_2^2.

La seconde cellule donne une réponse proportionnelle à $I_2\,\mathcal{R}(i_1)$.

4.3.4.4.5 - Intérêt de la compensation à la lecture

Son principe et sa réalisation sont analogues à ceux utilisés lors de l'enregistrement. Son circuit produisant un déphasage parasite inférieur à 10^{-4} radian, l'erreur introduite sur le terme en quadrature peut être considérée comme négligeable.

La composante résiduelle en phase, après cette seconde compensation, est pratiquement nulle. L'indication du galvanomètre de lecture fluctue autour du zéro, de quelques divisions sous l'influence des bruits parasites.

Le signal M apparent qui attaque la seconde cellule de Hall est alors pratiquement en quadrature avec le signal θ. Dans ces conditions, une erreur sur le réglage en quadrature n'entraîne qu'une erreur négligeable sur la mesure du terme en quadrature. En effet, $\mathcal{J}(M) = M_{apparent.} \sin \varphi_{apparent}$ en valeur exacte.

Supposons une erreur $\delta\varphi$ sur le réglage en quadrature. On mesure alors

$$\mathcal{J}'(M) = M_{apparent} \sin.(\varphi_{apparent} + \delta\varphi)$$

Comme φ apparent $\simeq \frac{\pi}{2}$,
$\mathcal{J}(M) \simeq M$ apparent

$$J'(M) \simeq M_{apparent} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \delta\varphi\right) = M_{apparent} \cos.(\delta\varphi)$$

$\delta\varphi$ étant petit, $\cos.(\delta\varphi) \simeq 1$ d'où $J'(M) \simeq J(M)$

4.3.4.4.6 - Présentation finale des lectures.-

Après restitution du terme en phase (voir paragraphe43.4.3.3.), on obtient les lectures :

$$\mathcal{L}\,[\theta M \cos.\varphi]$$

$$\mathcal{L}\,[\theta M \sin\varphi]$$

$$\mathcal{L}\,[\theta^2]$$

On en déduit $\mathcal{L}\left[\frac{M}{\theta}\cos.\varphi\right]$ et $\mathcal{L}\left[\frac{M}{\theta}\sin\varphi\right]$

qui interviendront dans le calcul automatique des coefficients.

4.3.4.5 - Etalonnage de l'ensemble de l'appareillage (planche 15)

L'ensemble des chaînes d'enregistrement et de lecture comporte des appareils dont les caractéristiques sont fonction des conditions d'essai :

- tension d'alimentation des jauges,
- gains des amplis ROCHAR situés sur les voies d'enregistrement,
- valeur des coefficients de l'atténuateur situé en amont de l'analyseur,
- gain des amplis de l'analyseur,
- sensibilité de travail des galvanomètres.

En se ramenant à des valeurs de référence pour chacune de ces caractéristiques, il est possible de définir un coefficient d'étalonnage global permettant de passer directement des valeurs obtenues au dépouillement analogique aux valeurs dimensionnées des quantités mesurées. Le coefficient d'étalonnage est donc donné en m.N /radian par unité de lecture.

Les caractéristiques d'inertie de la maquette étant préalablement obtenues par la méthode produit directe [3], l'étalonnage des chaînes est effectué pour chaque essai, en dépouillant la séquence sans vent, sans compensation du terme en phase. On a :

$$-I\,\omega^2\theta = R(M\bar{v}\bar{c})$$

Les deux ponts de mesure M_1 et M_2 ayant le même coefficient, on a après s'être ramené aux caractéristiques de référence pour chaque élément des chaînes :

$$-I_1\,\omega^2 = R(M_1\bar{v}\bar{c}) = \sigma\,\frac{\mathcal{L}\,[R(M_1\bar{v}\bar{c})]}{\theta}$$

$$-I_2\,\omega^2 = R(M_2\bar{v}\bar{c}) = \sigma\,\frac{\mathcal{L}\,[R(M_2\bar{v}\bar{c})]}{\theta}$$

σ étant le coefficient d'étalonnage cherché, $\frac{\mathcal{L}\,[R(M_1\bar{v}\bar{c})]}{\theta}$ et

$\mathcal{L}\left[\frac{R(M_2 \bar{v} \bar{c})}{\theta}\right]$ les valeurs obtenues au dépouillement ramenées aux mêmes caractéristiques de référence.

D'où

$$\boxed{\sigma = \frac{\omega^2 \left[I_2 - I_1\right]}{\mathcal{L}\left[\frac{R(M_1 \bar{v} \bar{c})}{\theta}\right] - \mathcal{L}\left[\frac{R(M_2 \bar{v} \bar{c})}{\theta}\right]}}$$

4.4 - MAQUETTES

4.4.1 - Description

Les maquettes étudiées sont des cones émoussés de 10° de demi-angle d'ouverture. Leur diamètre de culot est : $2r_{culot} = 0{,}09$ m. Les émoussements définis par le quotient $\frac{r'}{r_c}$ du rayon r d'émoussement du nez au rayon de culot ont respectivement pour valeur 0,22 et 0,33 (planches 16 et 17).

4.4.2 - Structure

Les faibles valeurs des efforts aérodynamiques à mesurer obligent à réduire au maximum les moments dus à l'inertie des maquettes. Cette nécessité a conduit au choix de matériau de faible densité tel que le balsa.

D'autre part, les conditions d'essai assez sévères quant à l'échauffement cinétique, rencontrées à la soufflerie R3Ch, nécessitent un matériau protecteur capable de tenir pendant 10 secondes à des températures de paroi atteignant 500°.

Ces deux exigences ont conduit à réaliser des maquettes en construction mixte : la structure est en balsa (densité 0,12), le nez est protégé par une enveloppe en silastène, élastomère silicone à point de sublimation élevé.

Des essais préliminaires sur des maquettes mannequin ont permis de constater que l'échauffement de la partie tronconique est nettement moins élevé que celui de la partie émoussée. La protection en silastène a donc été limitée au voisinage de la pointe, ce qui a autorisé un gain substantiel sur la masse des maquettes, la densité du silastène (0,7) étant 5,8 fois supérieure à celle du balsa.

La masse propre des maquettes essayées a pu ainsi être réduite à 40 grammes.

4.5 - REMARQUES THEORIQUES SUR L'EVOLUTION DES COMPOSANTES EN PHASE ET EN QUADRATURE EN FONCTION DU CENTRAGE.

4.5.1.- Introduction

Les résultats d'essais seront présentés dans un paragraphe ultérieur. Cependant, il semble intéressant de chercher à prévoir l'évolution des valeurs de $\mathcal{R}(M)$ et de $\mathcal{J}(M)$ lorsqu'on fait varier le centrage de la maquette.

Les formules ci-dessous sont établies pour le mouvement de tangage pur. Les force et moment aérodynamiques sont supposés être des fonctions linéaires de l'incidence i et du taux de rotation de tangage q. Ceci implique en particulier que la dérivée dynamique C_{mq1} soit indépendante de l'incidence.

Enfin le dard sera supposé infiniment rigide, ce qui conduit à négliger ses déformations élastiques.

4.5.2 - Notations et conventions

Ox axe longitudinal du montage commun au dard et à la maquette. L'origine O est le point d'oscillation du dard.

O_1, O_2 : points fixes sur l'axe Ox, où sont mesurés les moments.
F : foyer de la maquette ; ce point est fixe par rapport à la maquette.
M : point quelconque choisi sur la maquette.

Les abscisses x_F et x_M par rapport au dard varient avec le centrage de la maquette.

ℓ : longueur de la maquette, prise comme longueur de référence.

En fonction de ce qui précède, les expressions des dérivées longitudinales o: exprimées en fonction des valeurs de ces dernières en O_1 sont :

$$(C_{zi1})_M = (C_{zi1})_{O1}$$

$$(C_{zq1})_M = (C_{zq1})_{O1} + \frac{x_M - x_{O1}}{\ell} C_{zi1}$$

$$(C_{mi1})_M = (C_{mi1})_{O1} - \frac{x_M - x_{O1}}{\ell} C_{zi1}$$

$$(C_{mq1})_M = (C_{mq1})_{O1} - \frac{x_M - x_{O1}}{\ell}\left[(C_{zq1})_{O1} - (C_{mi1})_{O1}\right] - \left(\frac{x_M - x_{O1}}{\ell}\right)^2 C_{zi1}$$

4.5.3 - Evolution du terme d'inertie en fonction du centrage

Soit $m r_G^2$ le moment d'inertie de tangage de la maquette autour de son centre de gravité G, d'abscisse x_G dans le système d'axes lié au dard.

L'ensemble dard-maquette étant animé du mouvement $\theta = \theta_0 e^{j\omega t}$, le moment dû aux forces d'inertie s'exerçant sur la maquette, par rapport au point de mesure O_1 est :

$$\mathcal{M}_{O1} = \mathcal{M}_G + F(x_G - x_1)$$

$$\mathcal{M}_{O1} = m r_G^2 \ddot{\theta} + m x_G \ddot{\theta}(x_G - x_1) = -\omega^2\theta_0\left[m r_G^2 + m x_G(x_G - x_1)\right]$$

La partie pesée du dard, élément du dard situé en amont du point de mesure O_1 a une masse μ_1, un centre de gravité γ_1 d'abscisse x_{γ_1}, et un moment d'inerti de tangage $\mu_1 \rho_{B1}^2$. En supposant la masse concentrée en γ_1, le moment dû aux forces d'inertie introduit par la partie pesée du dard est :

$$\mathcal{M}'_{O1} = \mathcal{M}'_{\gamma 1} + f\,(x_{\gamma 1} - x_1)$$

$$\mathcal{M}'_{O1} = \mu_1 \rho_{B1}^2 \ddot{\theta} + \mu_1 x_{\gamma 1} \ddot{\theta}\,(x_{\gamma 1} - x_1) = -\omega^2 \theta_0 \left[\mu_1 \rho_{B1}^2 + \mu_1 x_{\gamma 1}(x_{\gamma 1} - x_1)\right]$$

Pour le point O_1, la quantité $\mu_1 \rho_{B1}^2 + \mu_1 x_{\gamma 1}(x_{\gamma 1} - x_1) = C^{te}$.
car indépendante de x_G.

Posons $\delta I_1 = \mu_1 \rho_{B1}^2 + \mu_1 x_{\gamma 1}(x_{\gamma 1} - x_1)$

Le moment total dû aux forces d'inertie, mesuré en O_1 est alors

$$M_I^{(O_1)} = \mathcal{M}_{O1} + \mathcal{M}'_{O1} = -\omega^2 \theta_0 \left[m r_B^2 + m x_G (x_G - x_1) + \delta I_1\right]$$

Posons :

$$I_1 = m r_B^2 + m x_G (x_G - x_1) + \delta I_1$$

$$I_2 = m r_B^2 + m x_G (x_G - x_2) + \delta I_2$$

Dans ces égalités, la variable est x_G. I_1 et I_2 sont des fonctions paraboliques de x_G qui passent respectivement par un minimum pour :

$$x_G = \frac{x_1}{2}$$

$$x_G = \frac{x_2}{2}$$

Dans les essais effectués x_G est de l'ordre de grandeur de x_1 ou x_2.

La maquette étant à un centrage donné x_{G_0}, supposons qu'on fasse varier ce dernier de Δx_G.

$$I_1 + \Delta I_1 = m(x_{G_0} + \Delta x_G)(x_{G_0} + \Delta x_G - x_1) + m r_B^2 + \delta_1 \simeq m\left[x_{G_0}^2 + \Delta x_G (2 x_{G_0} - x_1)\right] + m r_B^2 + \delta I_1$$

en négligeant $(\Delta x_G)^2$.

On obtiendrait une formule semblable pour I_2.

Dans les essais effectués, $x_G \simeq 0{,}3$ m et $\Delta x_G = 0{,}005$ m. $(\Delta x_G)^2 = 25 \cdot 10^{-6}$ peut être négligé devant $\Delta x_G (2 x_{G_0} - x_1) \simeq 0{,}0015$.

On peut donc linéariser l'évolution des termes d'inertie lorsque la variation de centrage est faible.

x_{G_0} étant donné, les pentes locales de I_1 et I_2 sont données par :

$$m(2 x_{G_0} - x_1) \text{ pour } I_1 \quad , \quad \text{et} \quad m(2 x_{G_0} - x_2) \text{ pour } I_2 \quad ,$$

$$2 x_{G_0} - x_1 < 2 x_{G_0} - x_2 \,.$$

La différence entre ces deux pentes est : $m\,(x_2 - x_1)$

L'écart relatif entre les pentes est ainsi de l'ordre de $\dfrac{x_2 - x_1}{2\,x_G - x_1} \simeq 12\,\%$

La maquette étant à un centrage donné, supposons une variation Δx_G du centrage.

$$I_1 + \Delta I_1 = m(x_G + \Delta x_G)(x_G + \Delta x_G - x_1) + m r_\beta^2 + \delta I_1 \simeq m\left[x_G^2 + \Delta x_G\,(2x_G - x_1)\right] + m r_\beta^2 + \delta I_1$$

$$I_2 + \Delta I_2 = m(x_G + \Delta x_G)(x_G + \Delta x_G - x_2) + m r_\beta^2 + \delta I_2 \simeq m\left[x_G^2 + \Delta x_G\,(2x_G - x_2)\right] + m r_\beta^2 + \delta I_2\,.$$

en négligeant $(\Delta x_G)^2$

Dans les essais effectués $x_G \simeq 0{,}3$ m et $\Delta x_G = 0{,}005$ m. $(\Delta x_G)^2 = 25.10^{-6}$ peut être négligé devant $\Delta x_G\,(2x_G - x_1) \simeq 0{,}0015$.

On peut ainsi linéariser l'évolution des termes d'inertie lorsque la variation de centrage est faible.

Pour un x_{G_0} fixe donné les pentes locales de I sont données par :

$$m\,(2\,x_{G_0} - x_1)$$

$$m\,(2\,x_{G_0} - x_2)$$

On obtient pour I_1 et I_2 deux droites de pentes voisines.

$$I_1 - I_2 = m\,\Delta x_G\,(x_2 - x_1) + \delta I_1 - \delta I_2$$

On constate que $I_1 - I_2$ est fonction linéaire de Δx_G, la pente en fonction de Δx_G étant $m\,(x_2 - x_1)$

Dans le cas présent :

$$m\,(x_2 - x_1) \simeq -0{,}00294.$$

Lorsqu'on fait varier le centrage de la maquette de $\Delta x_G = 5.10^{-3}\,m$, $I_1 - I_2$ varie de $-5.10^{-3} \times 2{,}94.10^{-3} = 14{,}70.10^{-6}$ kgm², alors que $I_1 - I_2$ est de l'ordre de 1 000.10^{-6} kg.m2.

Lorsqu'on passe d'une configuration à une autre, la variation est donc de l'ordre de 1,5 %.

4.5.4 - Evolution de la composante du moment aérodynamique en phase, en fonction du centrage.

Soient $\mathcal{R}(M)$ la composante du moment aérodynamique en phase

$\mathcal{R}(F)$ la composante de force normale aérodynamique en phase.

On démontre que : $Cmi_1 = \dfrac{\mathcal{R}(M)}{1/2\,\rho V^2 S \ell}$

$$Czi_1 = \frac{\mathcal{R}(F)}{1/2\,\rho V^2 S}$$

lorsqu'on néglige les déformations et que $R(F)$ et $R(M)$ sont des composantes rapportées à 1 rd d'amplitude.

De la formule $C_{mi1} = (C_{mi1})_{01} - \dfrac{x_M - x_{01}}{l} C_{zi1}$ on tire :

$$R(M)_M = R(M)_{01} - (x_M - x_{01})\ R(F)$$

Comme $R(F)$ est indépendant du centrage $R(M)_M$ varie linéairement en fonction de x_M, qui varie comme le centrage de la maquette.

$$R(M)_{01} = R(M)_M - (x_{01} - x_M)\ R(F)$$

Le terme en phase mesuré en 01 varie donc linéairement en fonction du centrage de la maquette, aux déformations près.

4.5.5 – Evolution de la composante du moment aérodynamique en quadrature, en fonction du centrage (planche 18).

Lorsqu'on néglige les déformations, on démontre que le C_{mq1} en un point d'abscisse x de la maquette, dans les axes liés au dard, est donné par la relation :

$$C_{mq1}^{(x)} = \frac{x}{l} C_{mi}^{(x)} + \frac{J(M)_x}{1/2\, \rho V^2 S l \omega^*} \qquad \text{ou} \quad \omega^* = \frac{\omega l}{V} \quad \text{fréquence réduite}$$

D'autre part en hypersonique, on peut faire l'approximation :

$$C_{mi1}^{(x)} = - C_{zq1}^{(x)}$$

Alors, d'après la formule de transport linéarisée ;

$$C_{mq1}^{(01)} = C_{mq1}^{(M)} + 2\frac{(x_{01} - x_M)}{l} C_{mi1}^{(M)} - \left(\frac{x_{01} - x_M}{l}\right)^2 C_{zi1}$$

Supposons que le point M considéré soit le foyer F de la maquette.

$$C_{mi1}^{(M)} = C_{mi1}^{(F)} = 0$$

La formule de transport se réduit alors à :

$$\begin{cases} C_{mq1}^{(01)} = C_{mq1}^{(F)} - \left(\dfrac{x_{01} - x_F}{l}\right)^2 C_{zi1} \\[2ex] C_{mq1}^{(02)} = C_{mq1}^{(F)} - \left(\dfrac{x_{02} - x_F}{l}\right)^2 C_{zi1} \end{cases}$$

$$C_{mq1}^{(01)} = \frac{x_{01}}{l} C_{mi1}^{(01)} + \frac{J(M)_{01}}{1/2\, \rho V^2 S l \omega^*} = \frac{x_{01}}{l}\left(\frac{x_F - x_{01}}{l}\right) C_{zi1} + \frac{J(M)_{01}}{1/2\, \rho V^2 S l \omega^*}$$

$$\frac{x_{01}}{l}\left(\frac{x_F - x_{01}}{l}\right) C_{zi1} + \frac{J(M)_{01}}{1/2\, \rho V^2 S l \omega^*} = C_{mq1}^{(F)} - \left(\frac{x_{01} - x_F}{l}\right)^2 C_{zi1}$$

D'où $\dfrac{J(M)_{01}}{1/2\, \rho V^2 S l \omega^*} = C_{mq1}^{(F)} - \dfrac{x_F}{l}\left(\dfrac{x_F - x_{01}}{l}\right) C_{zi1}$

Posons $\dfrac{J(M)}{1/2\, \rho V^2 S l \omega^*} = \overline{J(M)}$

$$\begin{cases} \overline{J(M)_{o1}} = Cmq_1^{(F)} - \dfrac{x_F}{l}\left(\dfrac{x_F - x_{o1}}{l}\right) Cz_{i1} \\ \\ J(M)_{o2} = Cmq_1^{(F)} - \dfrac{x_F}{l}\left(\dfrac{x_F - x_{o2}}{l}\right) Cz_{i1} \end{cases}$$

$Cmq_1^{(F)} = C^{te}$ ainsi que Cz_{i1} et $1/2\ \rho V^2 S\, l\, \omega^*$

Les termes en quadrature mesurés sont des fonctions paraboliques de x_F donc du centrage de la maquette qui passent par un maximum pour : $\begin{cases} x_F = \dfrac{x_1}{2} \\ x_F = \dfrac{x_2}{2} \end{cases}$

Lorsqu'on déplace la maquette sur le dard d'une quantité Δx_F petite, on peut linéariser et écrire ; autour d'une abscisse x_{F_0}

$$\begin{cases} \overline{J(O_1)} = Cmq_1^{(F)} - \dfrac{\Delta x_F}{l}\left(\dfrac{2\, x_{F_0} - x_1}{l}\right) Cz_{i1} \\ \\ \overline{J(O_2)} = Cmq_1^{(F)} - \dfrac{\Delta x_F}{l}\left(\dfrac{2\, x_{F_0} - x_2}{l}\right) Cz_{i1} \end{cases}$$

On trouve deux droites de pentes locales $\dfrac{2\, x_{F_0} - x_1}{l^2}\, Cz_{i1}$, $\dfrac{2\, x_{F_0} - x_2}{l^2}\, Cz_{i1}$

La différence relative entre ces deux pentes est égale à : $\dfrac{x_1 - x_2}{2\, x_{F_0} - x_1} \simeq 13\%$.

4.6 - CONDITIONS D'ESSAI

4.6.1 - Données d'essai

Deux séries d'essais ont été effectuées l'une sur la maquette d'émoussement 0,33, l'autre sur la maquette d'émoussement 0,22. Les grandeurs de référence choisies sont la longueur l de la maquette et la section S du culot.

4.6.1.1 - Maquette d'émoussement 0,33

Deux centrages ont été étudiés

$$\frac{x_1}{l} = 0{,}687 \qquad \frac{x_2}{l} = 0{,}452 \quad \text{(à partir du culot).}$$

L'amplitude des oscillations est $\theta_o \pm 2{,}5°$

L'incidence moyenne de la maquette est $i = 0°$

Le dérapage est nul.

La fréquence d'oscillation est de 23 Hz ce qui donne une fréquence réduite $\omega^* = 0{,}0188$.

Le nombre de Mach est Mo = 10

Le nombre de Reynolds moyen rapporté à la longueur l de la maquette est

$$\mathcal{R}_{el} = 1{,}64.10^6$$

4.6.2.2 - Maquette d'émoussement 0,22

Six centrages ont été étudiés.

Configuration	$\frac{x_1}{l}$	$\frac{x_2}{l}$ (origine en culot)
1	0,613	0,41
2	0,588	0,395
3	0,563	0,36

L'amplitude des oscillations est $\theta_0 = \pm 2{,}5°$

L'incidence moyenne de la maquette est $i = 0°$

Le dérapage est nul.

Pour les 3 configurations des essais ont été effectués à 23 Hz ce qui donne une fréquence réduite $\omega^* = 0{,}0256$.

En configuration 2 des essais ont été également effectués à 22 Hz. La fréquence réduite correspondante est $\omega^* = 0{,}0248$.

Le nombre de Mach est Mo = 10.

Le nombre de Reynolds moyen rapporté à la longueur l de la maquette est

$$\mathcal{R}_l = 1{,}86.10^6.$$

6.3 - Les résultats sont portés sur les planches 19 à 23 en annexe. Les coefficients C_{mi1}, C_{mq1} sont portés en fonction du centrage. Une planche présente l'évolution du foyer en fonction de l'émoussement de la maquette.

4.7 - OBSERVATIONS

Le calcul automatique des coefficients [5] tient compte :

a) des déformations élastiques du dard,

b) des forces d'inertie déterminées préalablement avant chaque essai, sans vent et en atmosphère raréfiée,

c) du mouvement particulier de la maquette dans lequel les axes de réduction des moments et d'oscillation ne sont pas confondus.

Le paragraphe 4.3.4.3.3.a mis en évidence l'importance de la correction du terme en quadrature $\mathcal{J}(M)$, nécessitée par les déphasages parasites.

L'expérience a montré qu'en faisant varier le centrage de la maquette donc le moment mesuré au droit des dynamomètres, la variation du terme en quadrature parasite $\mathcal{J}(M\bar{v}c)$ reste sensiblement linéaire. Il semble donc possible de définir un déphasage moyen donné par $\operatorname{tg} \varphi_s = \frac{\mathcal{J}(M\bar{v}c)}{\mathcal{R}(M\bar{v}\bar{c})}$

Sous l'hypothèse que la correction à effectuer sur le terme en quadrature est proportionnelle au moment mesuré sur le dard lors de l'essai avec vent, la valeur du terme en quadrature dû au seul moment aérodynamique est alors :

$$\mathcal{J}(M_a) = \mathcal{J}(M_{vc})_{mesuré} - \operatorname{tg} \varphi_s \times \mathcal{R}(M_v)_{mesuré}$$

où $\mathcal{R}(M_v) = \mathcal{R}(M\bar{v}\bar{c}) + \mathcal{R}(M_{vc}) - \mathcal{R}(M\bar{v}c)$ (voir 4.3.4.3.3)

4.8 - PRECISION DES MESURES

L'amplitude du mouvement d'oscillation est obtenue avec une précision de l'ordre de 1 %.

La fréquence du mouvement est stable à une précision de l'ordre de 0,5 %.

La mesure dès termes en phase est effectuée avec une erreur relative inférieure à 1 %.

La mesure des termes en quadrature est effectuée avec une erreur relative inférieure à 3 %, due essentiellement aux parasites résiduels d'origine électrique, et non au réglage en quadrature.

Le calcul d'erreur [3] basé sur les valeurs précédentes conduit à :

- une erreur relative de l'ordre de 2 % sur le coefficient C_{mi1}
- une erreur absolue de l'ordre de $\frac{\Delta x}{l} = 0,01$ sur la position du foyer.
- une erreur relative de l'ordre de 10 % sur le coefficient C_{mq1}.

4.9 - COMPARAISONS ET DISCUSSION DES RESULTATS OBTENUS

4.9.1 - Discussion des résultats

L'expérience a montré que les essais présentant le moins de dispersion par rapport à une courbe moyenne, par ailleurs assez voisine de la courbe théorique, sont ceux pour lesquels le terme en phase, lors de l'essai avec vent, a été le mieux compensé. L'enregistrement a été effectué dans les meilleures conditions de gain possibles.

Nous avons vu au paragraphe 4.6.2.2. que des essais en configuration 2 ont été effectués à 22 et 23 cycles. Les essais à 23 cycles ont donné de très mauvais résultats à cause d'une fréquence parasite qui apparut aux essais, par visualisation de l'enregistrement sur oscilloscope. Cet incident, dû probablement à l'excitation d'une fréquence propre de l'ensemble maquette-partie dynamomètrique, a conduit à réduire la fréquence à 22 Hz. Les essais effectués à 22 Hz ont pu être exploités.

D'une manière générale, les fréquences parasites ont toujours été une gène pour ces essais. L'utilisation d'un dard plus rigide et la conduite des essais à des fréquences plus basses auraient certainement permis de se libérer de ces inconvénients. D'autre part, le moment dû aux effets d'inertie, proportionnel à ω^2 aurait été considérablement réduit, ce qui aurait également diminué les déformations.

Cependant, le dard étant câblé en jauges classiques à résistance, la nécessité d'obtenir des signaux d'un niveau suffisant en tension, a imposé une fréquence telle que les fréquences parasites ne soient pas trop gênantes tout en ayant des réponses de dynamomètres assez élevées pour pouvoir être mesurées avec une précision correcte.

4.9.2 - Comparaisons

Les résultats obtenus sont comparés, d'une part avec les valeurs calculées par la théorie de Newton modifiée, et d'autre part avec des résultats obtenus par MM. HODAPP, USELTON et BURT, dans la soufflerie à écoulement continu de 1,27 m. de diamètre du "Von Karman Gas Dynamic Facility Arnold Engeneering Development Center" à Tullahoma (Tennessee), sur des maquettes de cônes de 10° de demi angle d'ouverture et dans les conditions suivantes [6] :

Emoussement r/r culot	Mo	Centrage	$\mathcal{R}_\ell$	P_i bars	T_i °K	θ_0 degrés	ω^*
0,15	10	40%, 45% et 50%	$0,64.10^6$ $2,26.10^6$ $4,54.10^6$	13,79 68,95 124,11	925 1025 1055	± 2°	0,0184
0,30	10	40%, 45% 50%	$0,55.10^6$ $2,25.10^6$ $3,85.10^6$	13,79 68,95 124,10	925 1025 1055	± 2°	0,014

La longueur ℓ de la maquette utilisée dans les essais du VKF est de l'ordre de 0,70 m.

Si les températures génératrices du VKF sont de l'ordre de celle de R3Ch (1100°K), les pressions génératrices sont inférieures ou égales. Cependant, compte tenu du fait que la maquette américaine a une longueur environ 3,5 fois plus grande que celle de nos maquettes, les nombres de Reynolds sont comparables.

- Position du foyer

De l'évolution du C_{mi1} en fonction du centrage (planches 19 et 20), on déduit la position du foyer :

maquette d'émoussement 0,22 $\frac{x_F}{l}$ = 0,32 à partir du culot,

maquette d'émoussement 0,33 $\frac{x_F}{l}$ = 0,42 à partir du culot.

La planche 21 indique une évolution du foyer en fonction de l'émoussement qui recoupe à moins de 1 % l'évolution trouvée par le VKF avec des maquèttes d'émoussement 0/0,15/0,30. L'expérience indique donc une avance du foyer vers le nez de la maquette lorsque l'émoussement croît, alors que la théorie semblerait indiquer au contraire un léger recul.

- Amortissement de tangage C_{mq1} (planches 22 et 23)

En fonction du nombre de Reynolds, les points expérimentaux obtenus se placent sensiblement dans la zone des valeurs obtenues par le VKF sur une maquette d'émoussement 0,30.

Il semble cependant difficile de déceler une relation entre les valeurs de C_{mq1} et les nombres de Reynolds.

4-10 - CONCLUSION

Les essais effectués à des centrages différents sur la maquette d'émoussement 0,22 ont permis d'étudier l'évolution du C_{mq1} en fonction du centrage. Il semble que l'évolution soit comparable à celle donnée par la théorie de Newton, mais qu'elle se situe nettement en dessous de la prévision newtonienne. Le recoupement avec les résultats américains semble cependant satisfaisant, eu égard en particulier à la précision demandée sur la valeur de la dérivée C_{mq1}.

L'intérêt de la méthode mise au point par rapport à celles existant déjà, réside :

- D'une part, dans l'utilisation de l'enregistrement magnétique. Ce procédé permet de généraliser à des essais en soufflerie à rafales, la méthode dite "du produit scalaire" couramment utilisée pour des mesures similaires dans les souffleries continues.

- D'autre part, dans la mise au point d'une chaîne électronique permettant d'atteindre une grande précision dans la mesure du terme en quadrature $\mathfrak{I}(M)$. Ce progrès est dû à la mise en oeuvre d'un dispositif de compensation du terme en phase lors de l'enregistrement des signaux, qui permet de travailler avec un gain plus élevé de la chaîne d'enregistrement, donc d'amplifier la composante en quadrature sans risque de saturation de la bande magnétique.

Au dépouillement, l'utilisation d'un analyseur analogique à cellules de Hall permet d'effectuer les mesures avec une précision atteignant le 1% sur le terme en phase et 3% sur le terme en quadrature. La précision sur $\mathcal{J}(M)$ n'est limitée que par les bruits parasites.

Finalement la précision atteinte sur la mesure de la dérivée C_{mq_1} est de l'ordre de 10 %.

La chaîne de mesure ainsi mise au point a été utilisée pour des essais en soufflerie hypersonique à rafales. Cependant, rien n'empêche son utilisation dans des souffleries continues où le coût de l'essai est élevé à cause de la puissance mise en jeu. Le temps d'expérimentation, donc le prix de l'éssai, pourrait ainsi être considérablement réduit.

Il y a enfin lieu de remarquer que les performances de l'appareillage peuvent encore être améliorées par l'utilisation de dards équipés de ponts de jauges en silicium qui permettraient d'augmenter la sensibilité des dynamomètres. Ceci permettrait en particulier :

- de travailler à des fréquences d'oscillations plus faibles que celles utilisées dans les essais présentés ci-dessus, sans perdre sur le niveau de tension des signaux obtenus. La fréquence de travail étant nettement différente de la fréquence propre du montage, une cause de parasites pourrait être diminuée. D'autre part, le moment dû à l'inertie de la maquette qui est une fonction du carré de la fréquence d'oscillation imposée serait considérablement diminué.

- Le module d'inertie $\frac{I}{V}$ des parties dynamométriques pourrait être augmenté. Un dard plus rigide permettrait de réduire les corrections de déformation.

Néanmoins, le matériel existant permet déjà la mesure avec une précision de l'ordre de 10 %, de la dérivée d'amortissement de tangage C_{mq_1} en soufflerie hypersonique à rafales.

- REFERENCES -

[1] - P. REBUFFET, J-D. VAGNER, J.P. CHEVALLIER
Souffleries hypersoniques de recherches de Chalais-Meudon
NT ONERA N° 83 (1965)

[2] - F. MATHOT
Méthode de mesure des dérivées aérodynamiques en soufflerie hypersonique à rafales
La Recherche Aérospatiale n° 114 (Sept. Oct. 1966).

[3] - M. SCHERER
Mesure des dérivées aérodynamiques en écoulement transsonique et supersonique.
Publication ONERA n° 104 (1962).

[4] - L. KOCH et G. LAMBERT
L'effet Hall dans les semi conducteurs et ses possibilités d'application.
L'Onde Electrique, 39 (382) 1959.

[5] - M.O. AGUESSE
Mesure des dérivées aérodynamiques en soufflerie
Calcul automatique sur IBM 610 et AET des coefficients sans dimension en tangage et lacet.
Document intérieur ONERA (non publié)

[6] - HODAPP Jr. A.E., USELTON B.L. and BURT G.E. : Dynamic stability characteris tics on a 10 degree cone at Mach number 10
AEDC - TDR - 64 - 98 (May 1964).

- A N N E X E 1 -

PREPARATION D'UNE BOUCLE MAGNETIQUE

On a vu (paragraphe 4.3.4.4.2 a) que la boucle magnétique doit contenir un nombre entier de cycles, afin que le signal d'analyse θ soit une sinusoïde pure.

La voie donnant le signal θ est reliée aux plaques de déflexion verticales d'un oscilloscope cathodique. La boucle étant arbitrairement raccordée, on déclenche au passage de la coupure devant la tête de lecture, le balayage de l'oscilloscope, et on photographie sur une pellicule "polaroïd" l'oscillogramme obtenu.

Sur le cliché obtenu, on distingue (planche 24) :

- à gauche, une sinusoïde pure correspondant au signal enregistré en fin de boucle.

- au centre, une discontinuité et une zone perturbée correspondant au passage du raccord devant la tête de lecture.

- à droite, l'amortissement de cette perturbation et le retour progressif à la sinusoïde pure, correspondant au signal enregistré en début de boucle.

On connait :

- La fréquence à laquelle l'essai a été effectué, donc la période T de l'oscillation.

- La vitesse de défilement de la boucle magnétique devant la tête de lecture $V = 1{,}52$ m/s.

- La vitesse de balayage de l'oscilloscope.

Le raccord parfait doit mettre en concordance deux points tels que :

  - leur niveau de tension, donc leur ordonnée sur l'oscillogramme, doit être le même.

  - l'évolution locale de la tension en ces points, donc les pentes des oscillogrammes, doit être la même.

Par simple mesure sur l'oscillogramme, ou mesure la période T , et les quantités δT_D et δT_F à couper en début et en fin de boucle ; ces valeurs correspondent sur la boucle aux longueurs : $L = VT$

$$\delta L_D = \frac{\delta T_D}{T} L$$

$$\delta L_F = \frac{\delta T_F}{T} L$$

Il suffit de couper les longueurs δL_D et δL_F et d'effectuer le raccord. On a alors sur la boucle ainsi obtenu un nombre entier de sinusoïdes du courant d'analyse θ.

- A N N E X E 2 -

PRINCIPES FONDAMENTAUX DES ANALYSEURS HARMONIQUES ANALOGIQUES UTILISES

a) Analyseur à thermocouples

Un premier procédé de multiplication a consisté à utiliser deux thermocouples, l'un traversé par un courant égal à la somme $i_1 + i_2$, l'autre par la différence $i_1 - i_2$.

Les tensions qui prennent naissance aux bornes de sortie des thermocouples sont proportionnelles aux carrés $(i_1 + i_2)^2$ et $(i_1 - i_2)^2$. La différence de ces deux tensions est alors proportionnelle à $i_1 i_2$.

Cet appareil a présenté trois défauts majeurs :

1°) L'organe essentiel de l'appareil étant à fonctionnement thermique, son temps de réponse est de 3 à 4 secondes donc de l'ordre de grandeur de la période de lecture de la boucle magnétique à analyser. L'expérience a montré que l'appareil était très sensible à la perturbation introduite par la soudure de la boucle.

2°) Bien qu'au cours de la mesure, les thermocouples ne soient traversés que par quelques centaines de microampères, l'effet Joule provoque une dérive de zéro.

3°) Les caractéristiques (V, i) et les temps de réponse des deux thermocouples n'étant pas les mêmes, les déphasages des circuits des deux thermocouples diffèrent.

b) Analyseur électrodynamique

Un deuxième type d'analyseur est fondé sur les propriétés d'un champ magnétique s'exerçant sur un courant.

Une bobine est solidaire d'une lame légèrement flexible. Elle peut se déplacer dans le champ d'induction magnétique constant et radial d'un aimant permanent.

La lame supportant la bobine est encastrée dans un bâti. Au niveau de l'encastrement est collé un pont de jauges à résistance.

La bobine est parcourue par le courant sinusoïdal i_2 (ou i'_2). La force électromagnétique alternative proportionnelle à i_2 (ou i'_2), subie par la lame, crée au niveau du pont de jauges une contrainte alternative en phase avec i_2 (ou i'_2). La variation de résistances des jauges est alors en phase avec i_2 (ou i'_2).

Le pont de jauges est alimenté avec le courant i_1. La tension dans la diagonale de mesure du pont est proportionnelle au produit $i_1 i_2$ (ou $i_1 i'_2$)

On recueille cette tension sur un galvanomètre à temps élevé par rapport à la période du mouvement telle qu'elle apparaît à la lecture, mais faible par rapport à la période de lecture de la boucle : son indication est proportionnell au seul terme de courant continu $I_1 I_2 \cos \varphi$ (ou $I_1 I_2 \sin \varphi$)

Cet appareil présente les avantages suivants :

- Il est linéaire : le courant i_2 (ou i'_2) peut être réglé de façon que la force électromagnétique s'exerçant sur la lame ne crée pas de déplacement important dans le champ de l'aimant. Le débattement de la bobine ne dépasse pas $\pm 1°$, et son déplacement se fait dans un champ d'induction magnétique constant. La force reste donc bien proportionnelle à i_2 (ou i'_2). La flexion du cadre restant dans le domaine élastique, la variation de résistance des jauges reste linéaire et en phase avec i_2 (ou i'_2).

- Le temps de réponse de l'appareil est meilleur que celui de l'appareil précédent. En effet, la bobine répond jusqu'à des fréquences de l'ordre de 200 Hz alors que la fréquence du mouvement imposé est 23. Le temps de réponse des galvanomètres est de l'ordre de 2 s. Donc, il est supérieur à $\frac{1}{23} = 0,04$ s.e inférieur à la période de lecture de la boucle qui est d'environ 6 s.

L'inconvénient de l'appareil est son manque de sensibilité. En effet, sur un essai sans vent où le moment dû aux forces d'inertie est de l'ordre de 0,0106 N.ı l'appareil donne une lecture de 680 divisions. La sensibilité maximale serait don de $16,5.10^{-6}$ m.N/div. de lecture, l'amplitude des oscillations étant $\theta_0 = \pm 2,$!

Les termes en quadrature à mesurer sont de l'ordre de $8,7.10^{-4}$ m.N à 11.10^{-5} m.N On a donc à lire pour $\Im(M)$ des quantités de l'ordre de 50 à 8 divisions suivant les ponts. Les lectures se faisant au maximum à ± 1 division près, l'imprécision due à la lecture peut atteindre 10%.

c) <u>Analyseur à cellules de Hall</u>

<u>Rappels</u> - L'effet Hall [4], découvert en 1879 par l'Américain Hall, existe dans tous les métaux. S'il est très faible dans le cas des métaux ordinaires, il est de 10^2 à 10^4 fois plus fort dans le cas des semi conducteurs et peut devenir susceptible d'applications pratiques.

Soit une plaque solide en semi conducteur, d'épaisseur h, traversé par un courant d'intensité I, dirigé suivant l'axe Ox, placé dans une induction magnétique $\vec{B}$ normal à la plaque et dirigé suivant Oz (planche 25). A cause de la force exercée par l'induction $\vec{B}$ sur les électrons en mouvement, le champ électrique $\vec{E}$, en régime permanent, n'est plus parallèle au vecteur courant don à Ox. Il apparaît une composante E_y du champ $\vec{E}$ dirigée suivant Oy.

Si l'on place deux électrodes sur les faces planes perpendiculaires à Oy , il apparaît entre elles une tension :

$$V = k \frac{BI}{h}$$

où h est l'épaisseur de la plaque

et k le coefficient de Hall caractéristique du matériau.

<u>Application à un multiplieur de courant</u>

Supposons deux intensités i_1 , i_2 proportionnelles à deux grandeurs physiques.

Le cristal, parcouru par le courant i_2, est placé normalement à une induction $B = a i_1$ créée par le courant i_1 . Entre les électrodes de Hall, on recueille la tension $V = \frac{k}{h} a i_1 i_2$

k, h, a étant des constantes, V est proportionnel au produit $i_1 i_2$.

Par rapport aux appareils précédents, voici les avantages que présente un analyseur analogique fondé sur l'effet Hall :

- linéarité à la précision des mesures.
- temps de réponse "instantané" puisque la cellule de Hall répond à des fréquences de l'ordre du MHz.
- encombrement réduit et circuits annexes entièrement transistorisés.
- déphasages parasites éventuels exclusivement d'origine électrique, donc faciles à corriger.
- sensibilité 6 fois plus grande que celle de l'appareil électrodynamique. Le même moment de 0,0106 m.N est lu avec 4 200 unités analogiques.

Les lectures des termes en quadrature sont alors de l'ordre de 300 à 50 divisions. Ellessont faites en moyenne à $\pm$ 2 divisions près. La précision atteinte est, suivant les cas, 3 à 6 fois supérieure à celle obtenue par l'analyseur électrodynamique.

NOMENCLATURE DES PLANCHES

	Planches
Conventions et Notations	1
Théorie du Potentiel	2
Théorie du Piston - cas du profil bidimensionnel	3
Libre parcours moyen l en mètres entre 0 et 90 km d'altitude	4
Evolutions théoriques du C_{mi1} d'un cône pointu de 10° en fonction du centrage	5
Evolutions théoriques du C_{mq1} d'un cône pointu de 10° en fonction du centrage	6
Evolution de l'incidence au cours d'une rafale à R4 Ch	7
Influence d'une erreur $\delta \varphi$ commise sur le réglage en quadrature	8
Intérêt de la compensation à l'enregistrement	9
Balance de tangage	10
Montage en veine dans R3 Ch	11
Schéma fonctionnel des chaînes d'enregistrement	12
Chaîne de lecture - Montage de la boucle sur l'enregistreur	13
Schéma fonctionnel de multiplieur à cellules de Hall	14
Etalonnage des dynamomètres	15
Maquette d'émoussement 0,22	16
Maquette d'émoussement 0,33	17
Evolution du terme en quadrature l_u en fonction du centrage	18
Maquette d'émoussement 0,33 - Evolution du C_{mi1} en fonction du centrage	19

Planches

Maquette d'émoussement 0,22 - Evolution du C_{mi1} en fonction du centrage 20

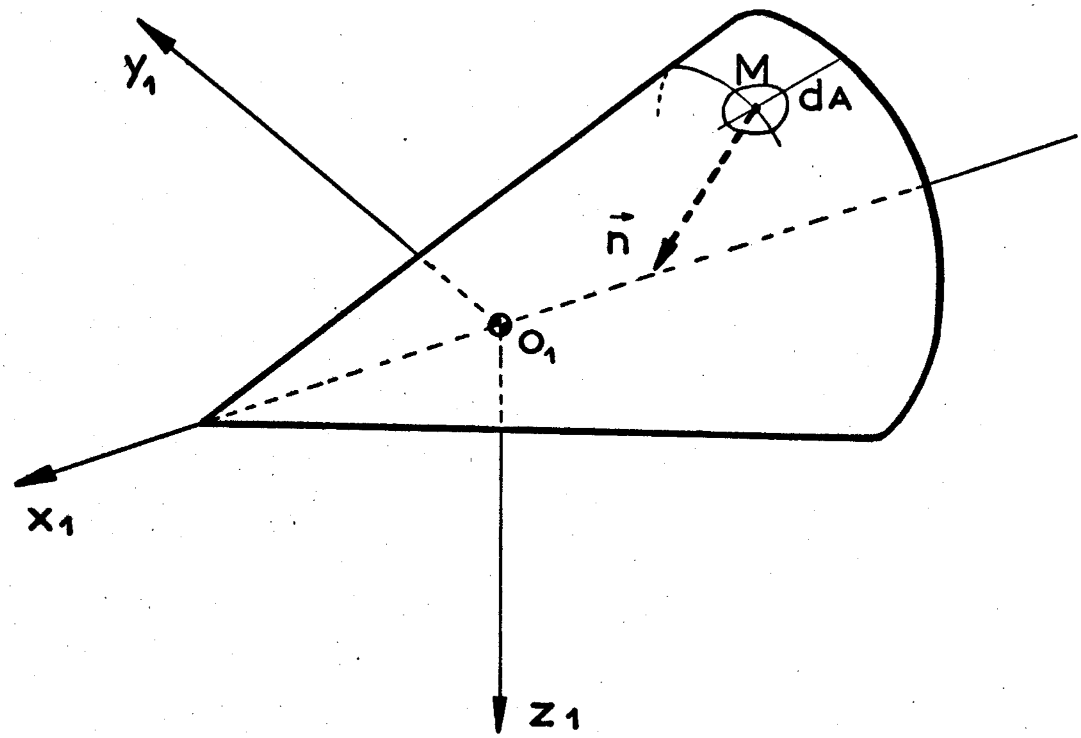
Evolution du foyer en fonction de l'émoussement 21

Maquette d'émoussement 0,33 - Evolution du C_{mq1} en fonction du centrage 22

Maquette d'émoussement 0,22 - Evolution du C_{mq1} en fonction du centrage 23

Procédé de raccord d'une boucle magnétique 24

Effet Hall 25



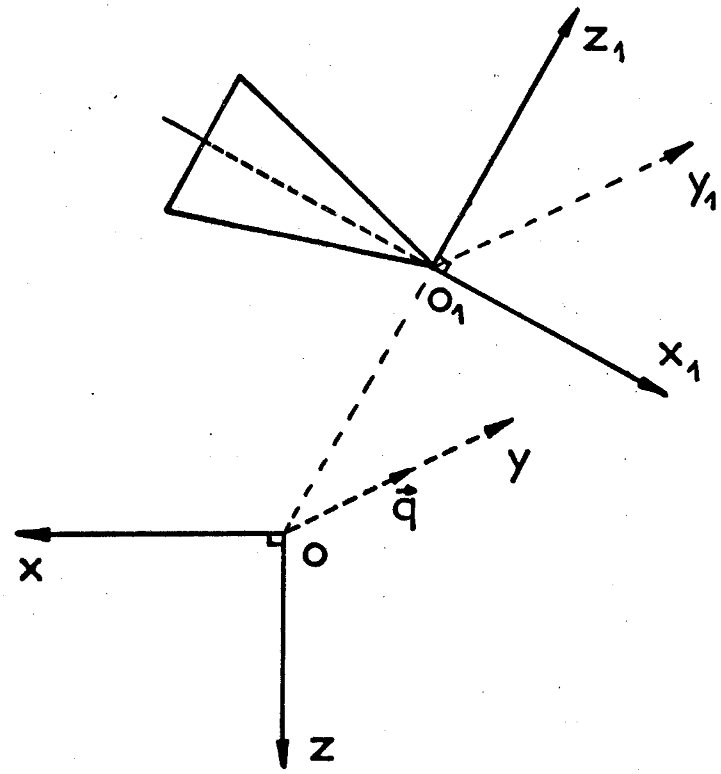
le trièdre $o_1 x_1 y_1 z_1$ est lié au solide

$$M \begin{cases} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{cases} \qquad \vec{n} \begin{cases} \cos(\vec{n}, x_1) \\ \cos(\vec{n}, y_1) \\ \cos(\vec{n}, z_1) \end{cases}$$

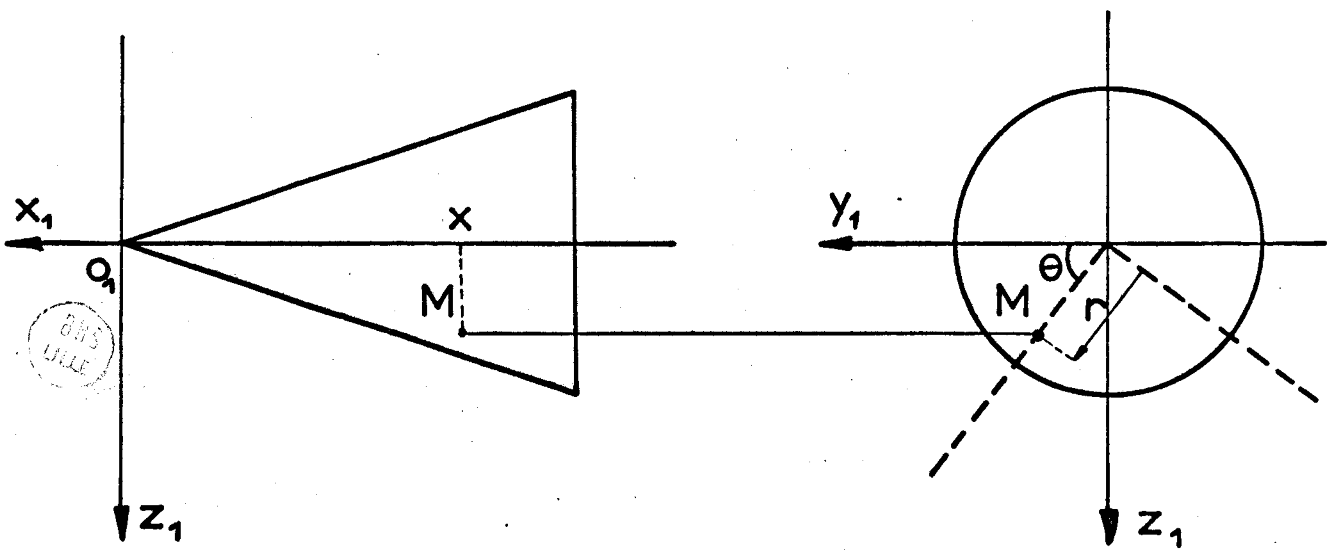
$\vec{n}$ ètant dirigé vers l'interieur du solide

l'axe de tangage est confondu avec l'axe oy_1

THEORIE DU POTENTIEL

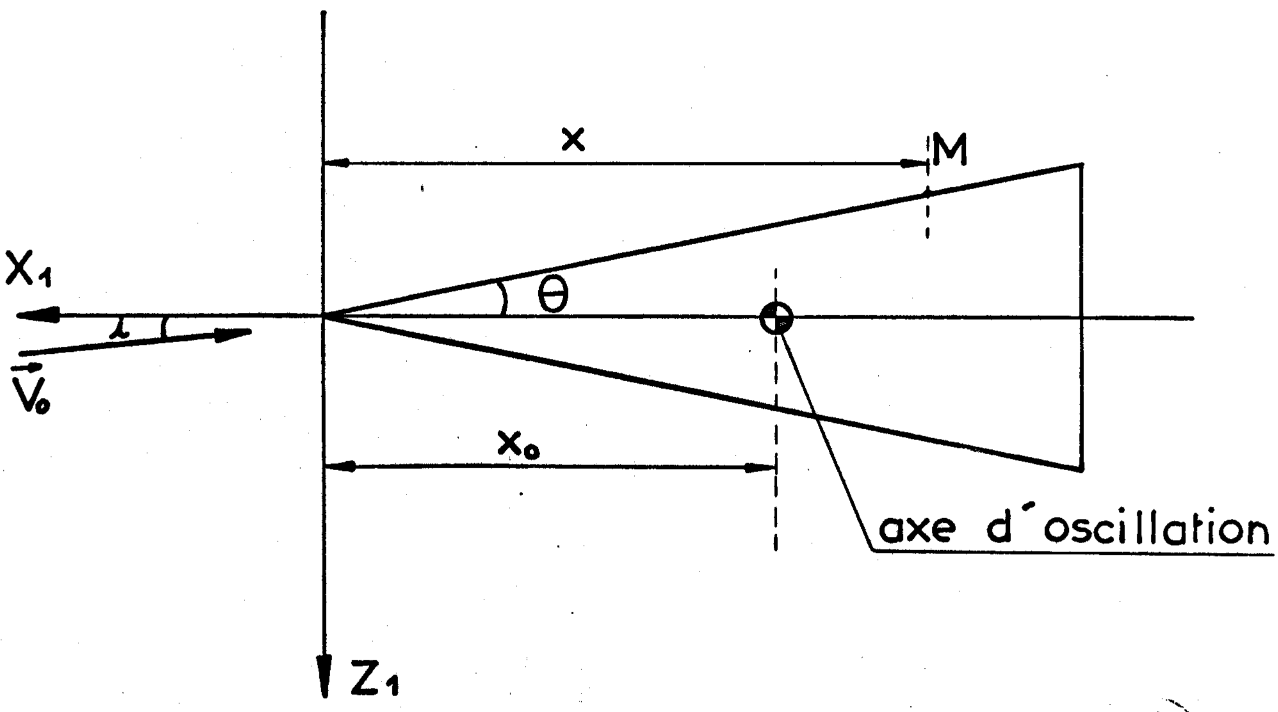


passage des coordonnées cartésiennes $O_1 x_1 y_1 z_1$
aux coordonnées cylindriques (x, r, θ)

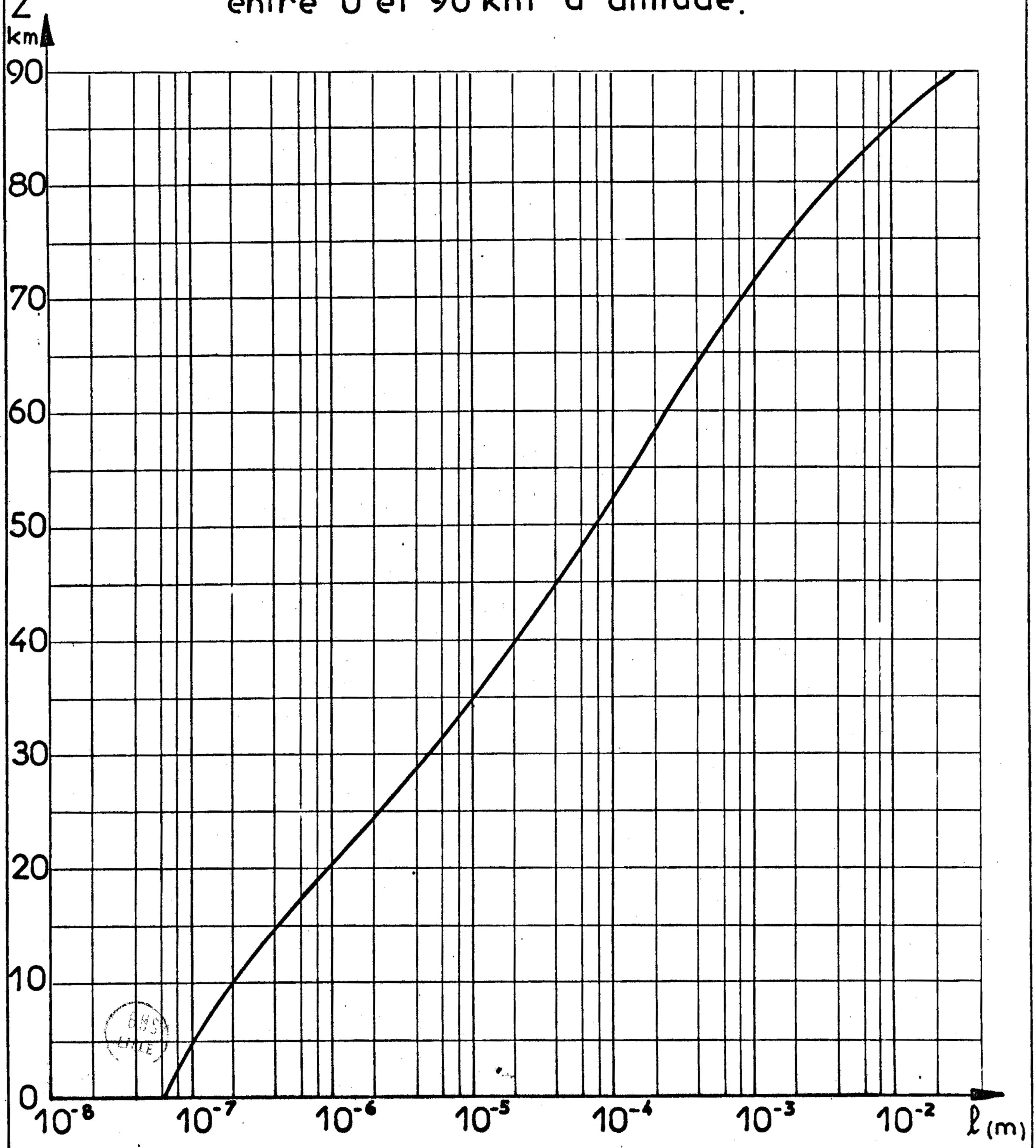


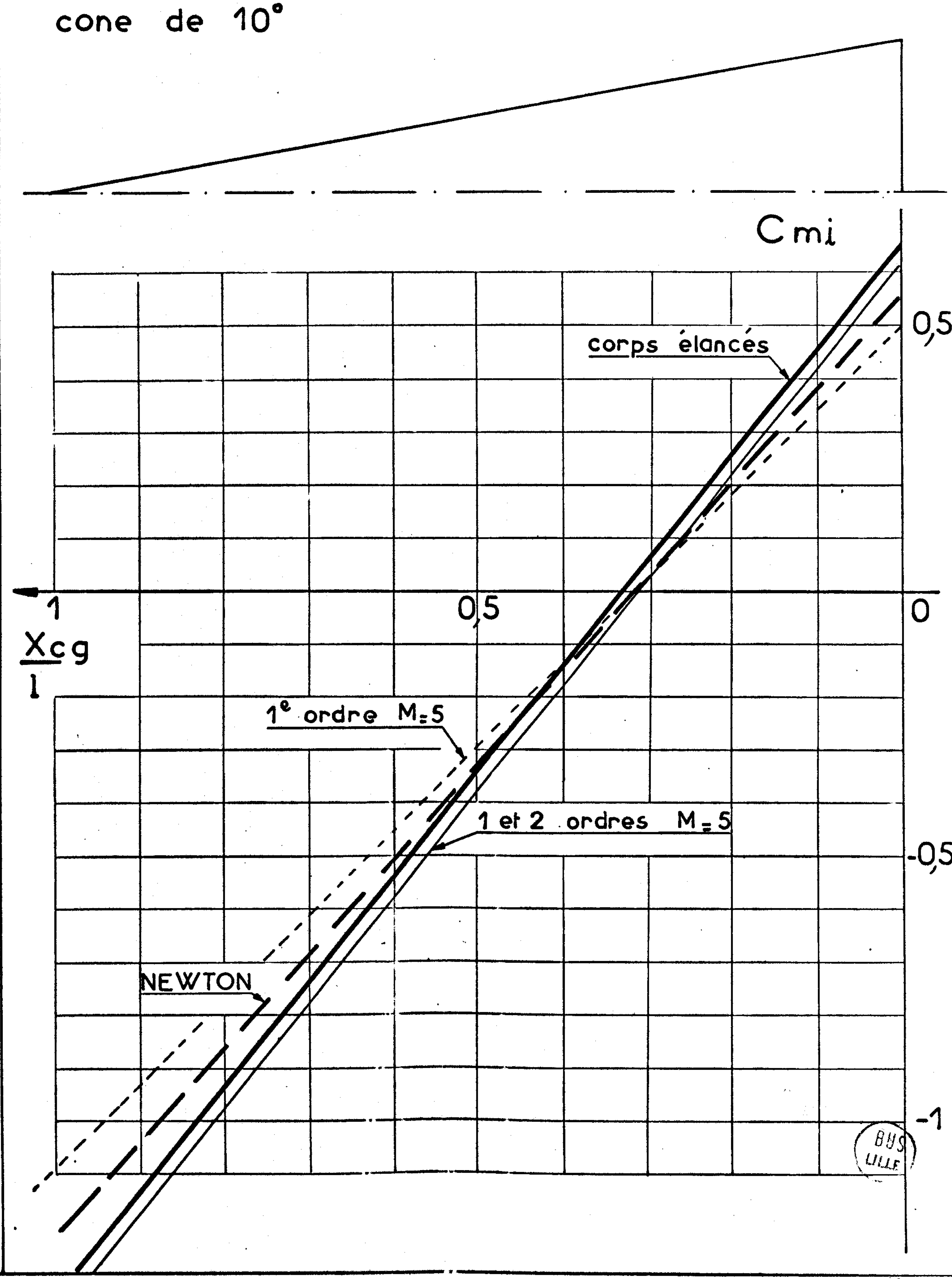
THEORIE DU PISTON

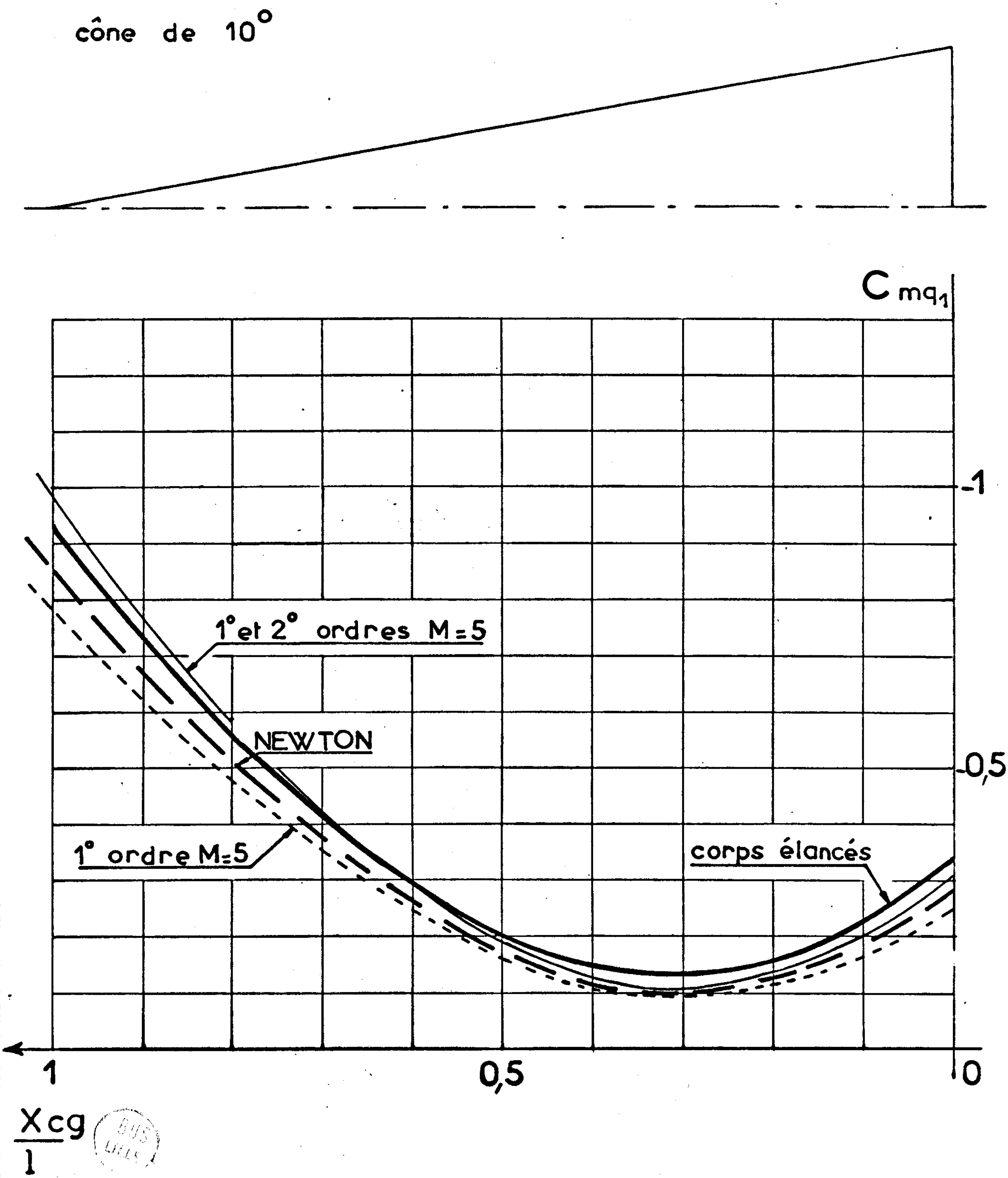
cas du profil bidimensionnel



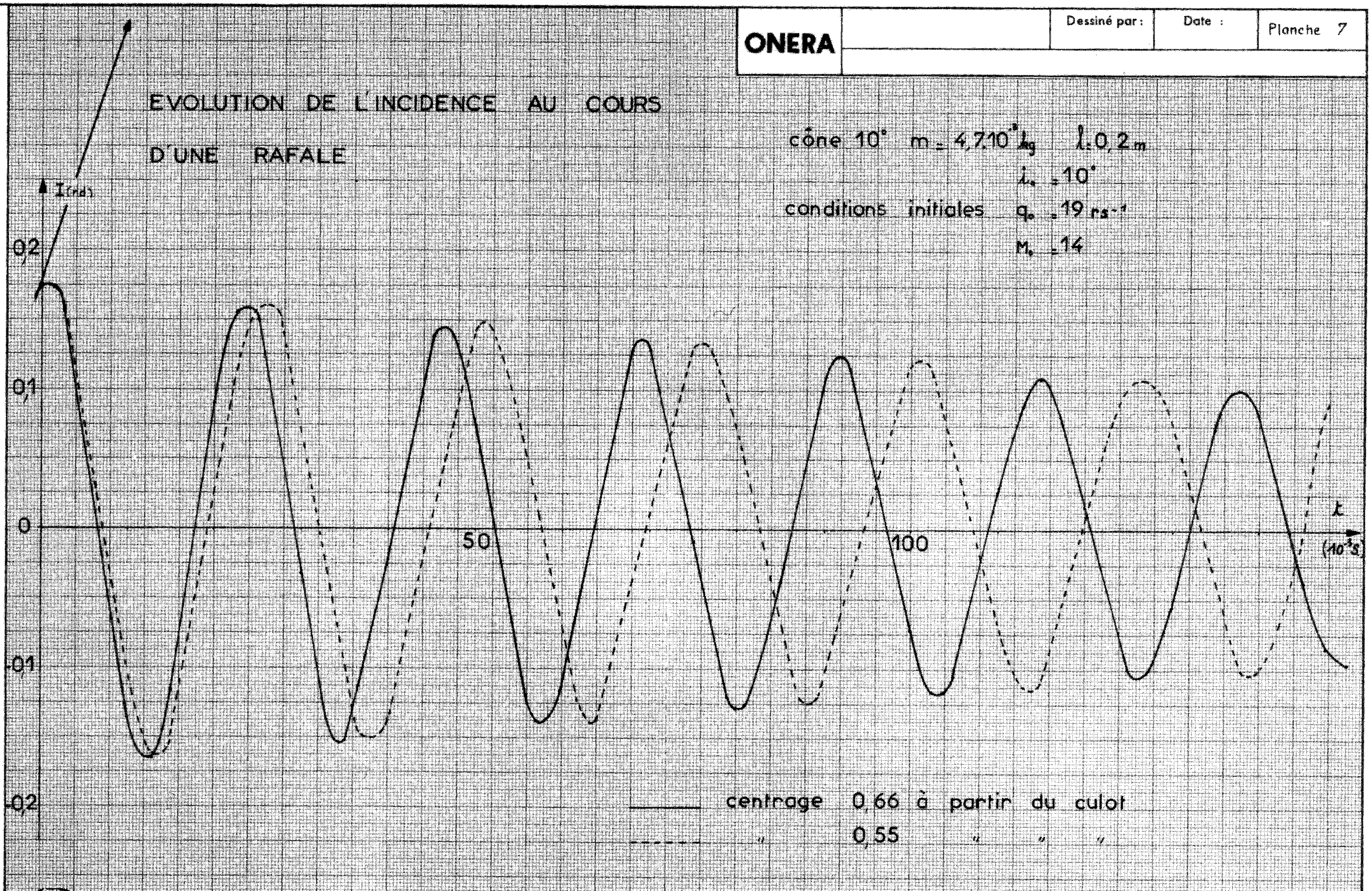
libre parcours moyen ℓ en m.
entre 0 et 90 km d'altitude.

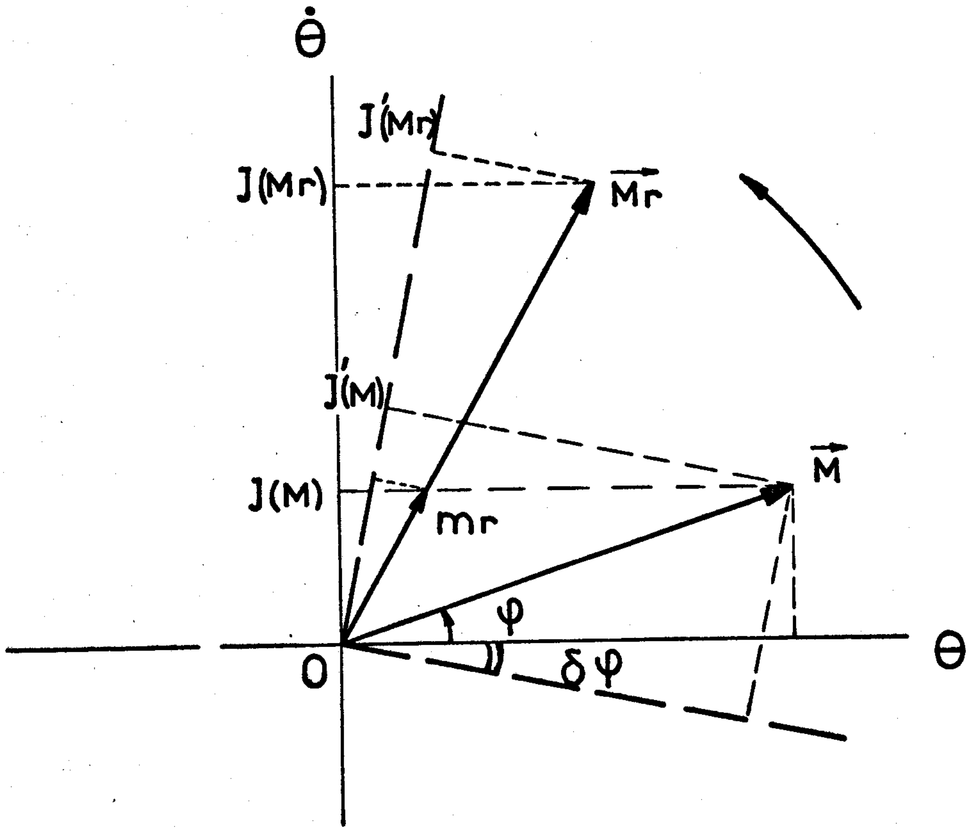



cone de 10°
Cmi
0,5
corps élancés
1
0,5
0
Xcg / l
1e ordre M=5
1 et 2 ordres M=5
-0,5
NEWTON
-1


cône de 10°
C_{mq_1}
-1
-0,5
1° et 2° ordres M=5
NEWTON
1° ordre M=5
corps élancés
1
0,5
0
$\frac{Xcg}{l}$

ONERA | Dessiné par : | Date : | Planche 7





$\vec{M}$ = moment

Θ = mouvement

$\dot{\Theta} = \Theta e^{j\frac{\pi}{2}}$

$\vec{m}_r$ = moment compensé

$\vec{Mr}$ = moment compensé. amplifié

J(M) : composante en quadrature vraie

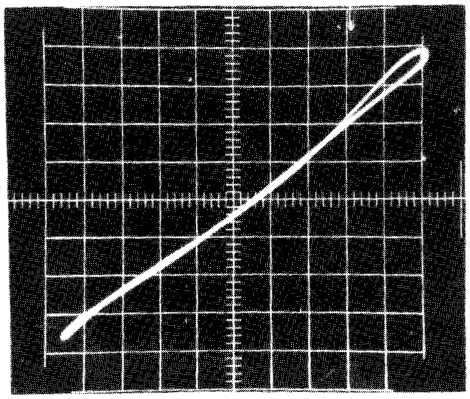
J'(M) : composante en quadrature mesurée

$\delta\varphi$: erreur commise sur le règlage en quadrature.

INTERET DE LA COMPENSATION A L'ENREGISTREMENT

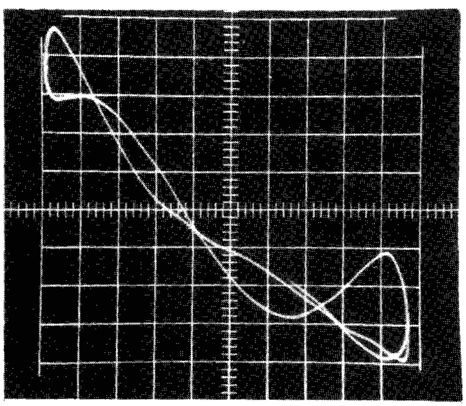
cliché (1)

sans vent sans compensation



cliché (2)

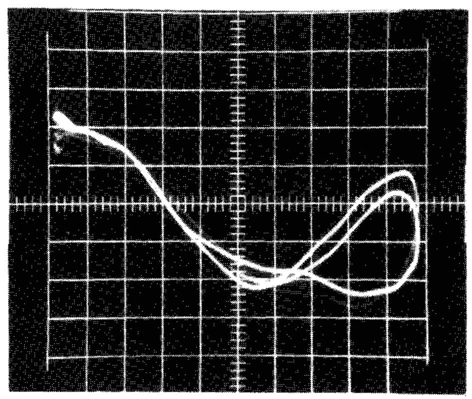
sans vent avec compensation



coefficient d'atténuation 6,2 fois plus faible qu'en (1)

cliché (3)

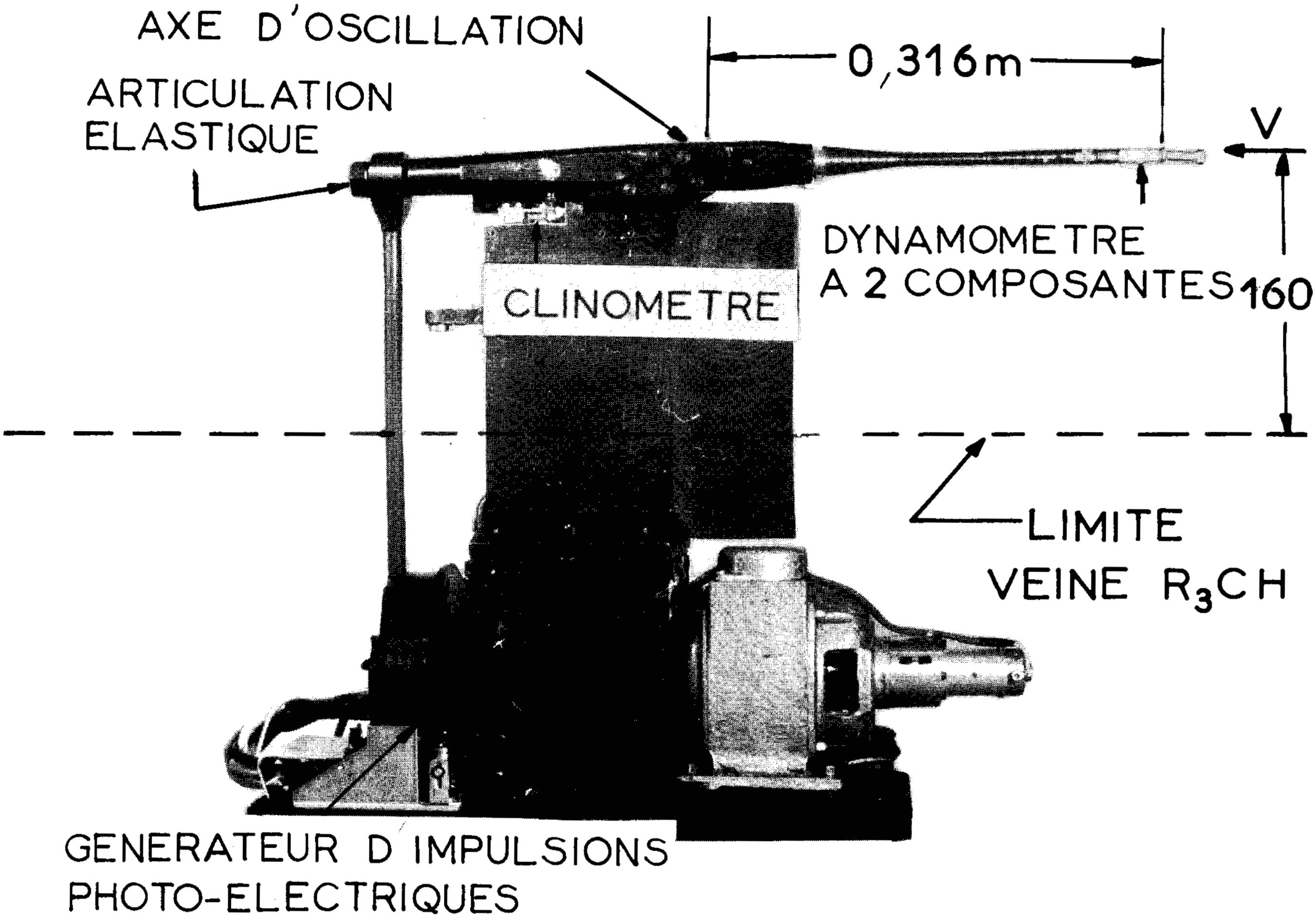
avec vent avec compensation



coefficient d'atténuation 7,65 fois plus faible qu'en (1)

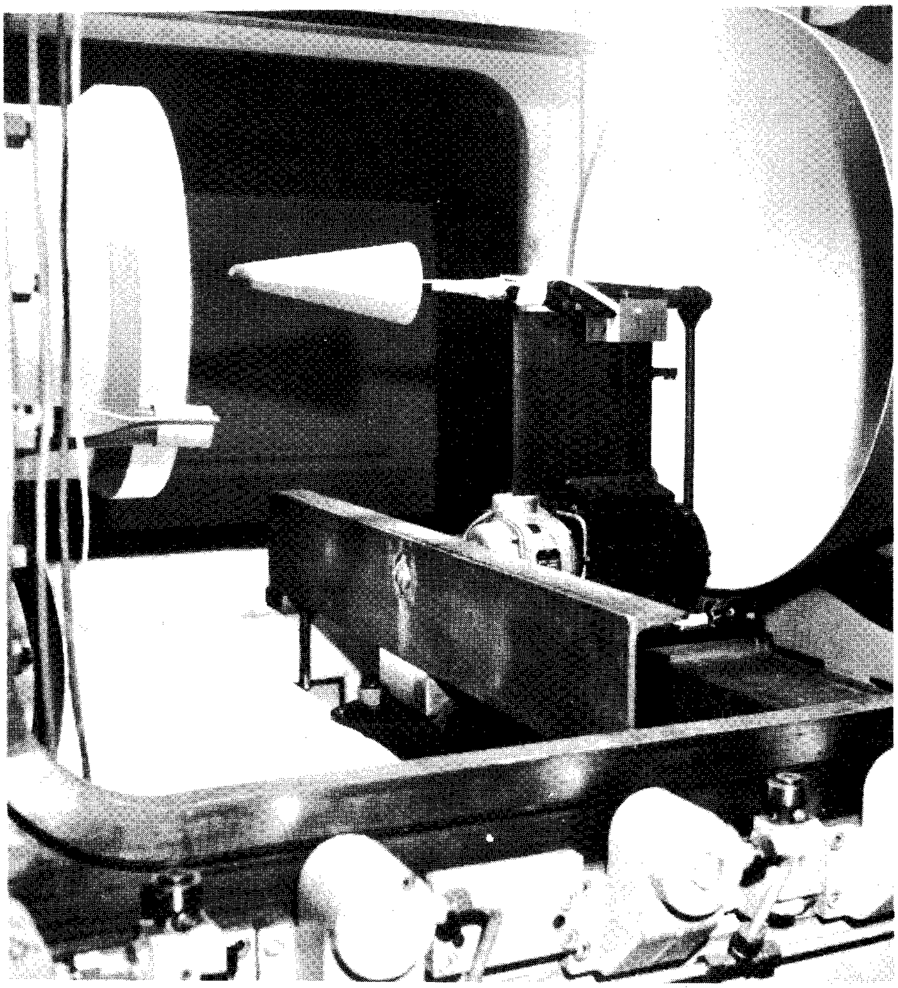
la sensibilité propre de l'oscilloscope (0,5 volt/division) est la même pour les trois clichés

SOUFFLERIES HYPERSONIQUES R_2 et R_3 Ch

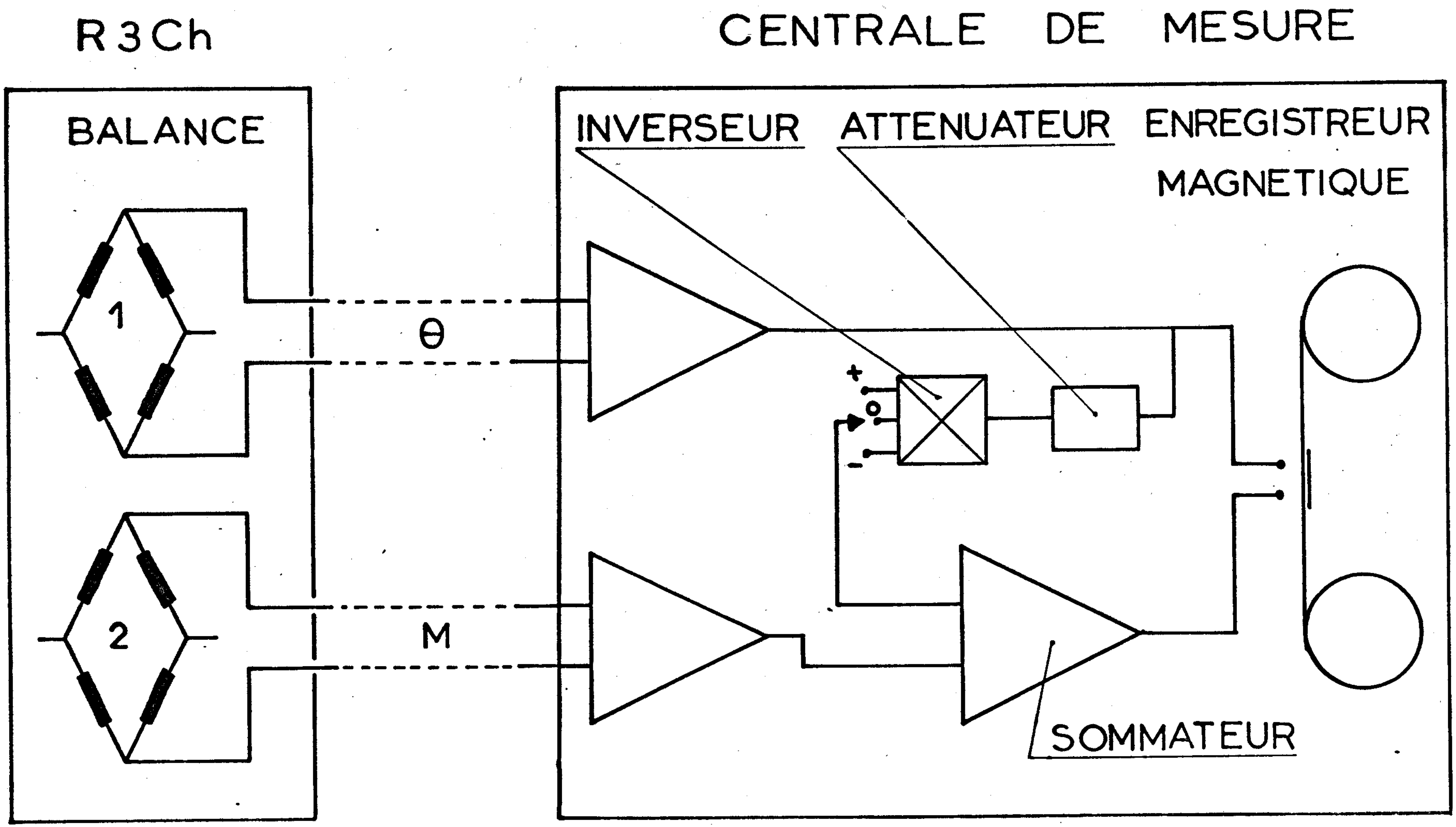


BALANCE DE TANGAGE.

MONTAGE EN VEINE DANS R3Ch



ENREGISTREMENT



Ponts de jauges: (2) sur dynamomètre, (1) sur clinomètre.

CHAINE DE LECTURE

MONTAGE DE LA BOUCLE SUR L'ENREGISTREUR

BOUCLE MAGNÉTIQUE

TÊTE DE LECTURE

TÊTE D'ENREGISTREMENT

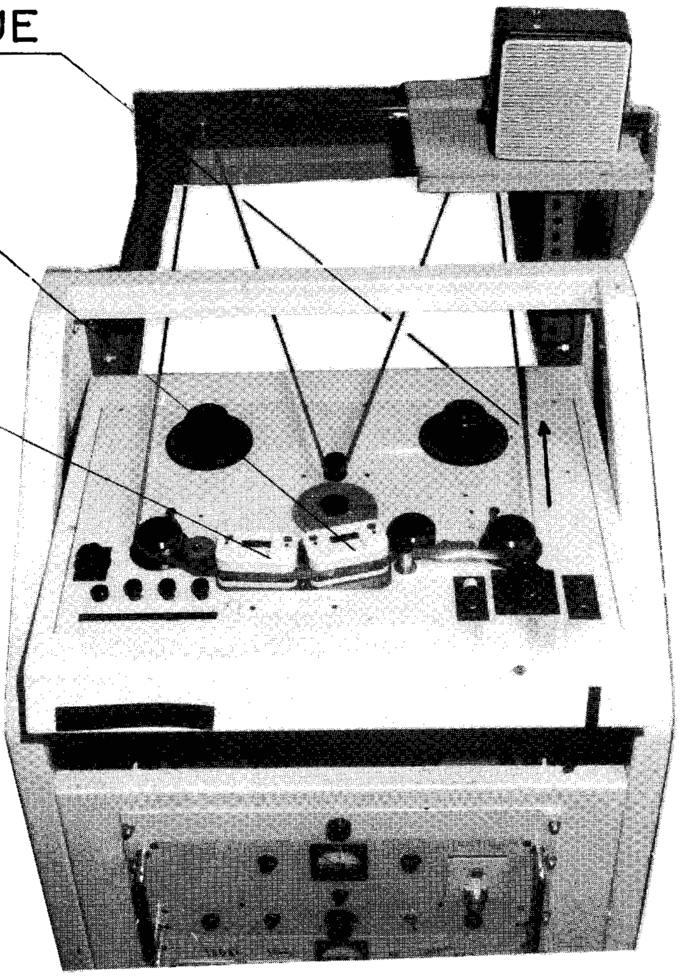
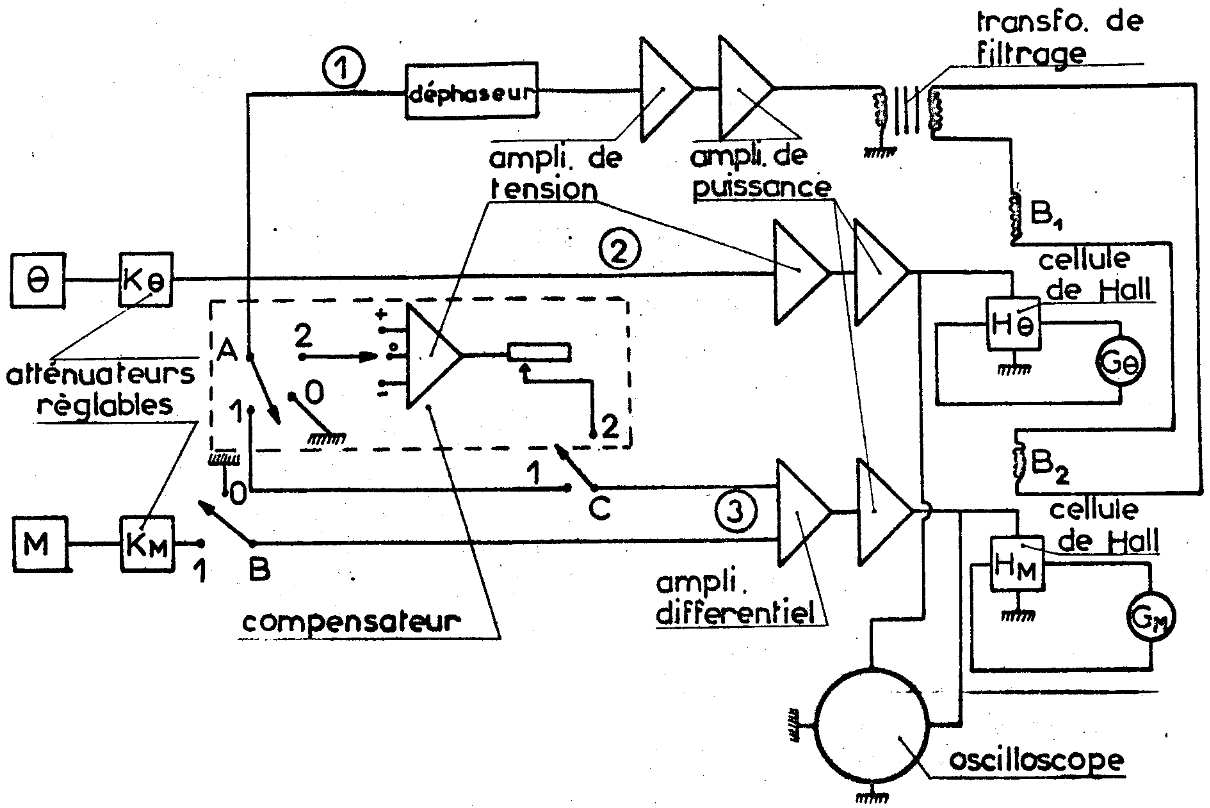


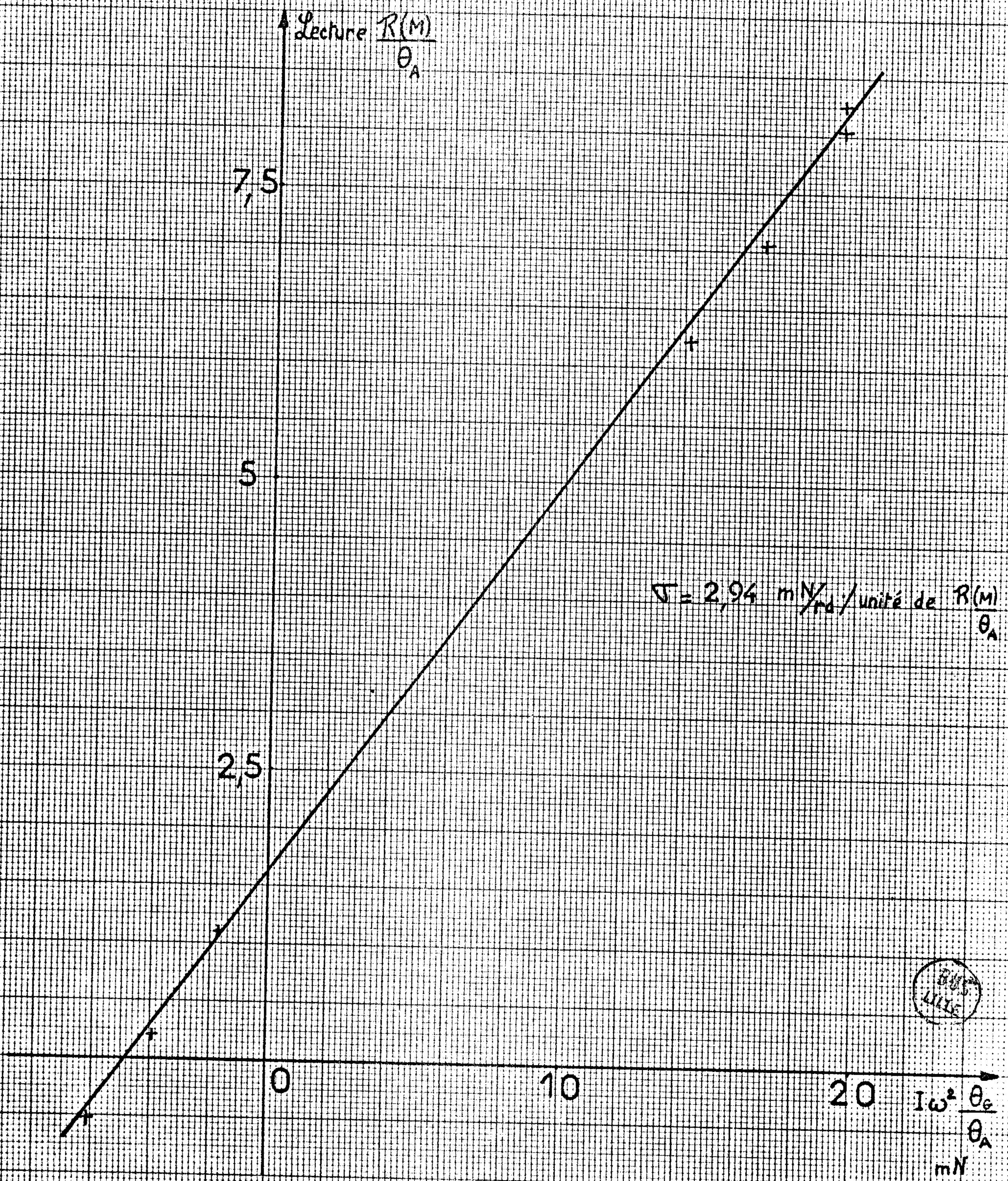
Schéma fonctionnel de l'analyseur à cellules de Hall



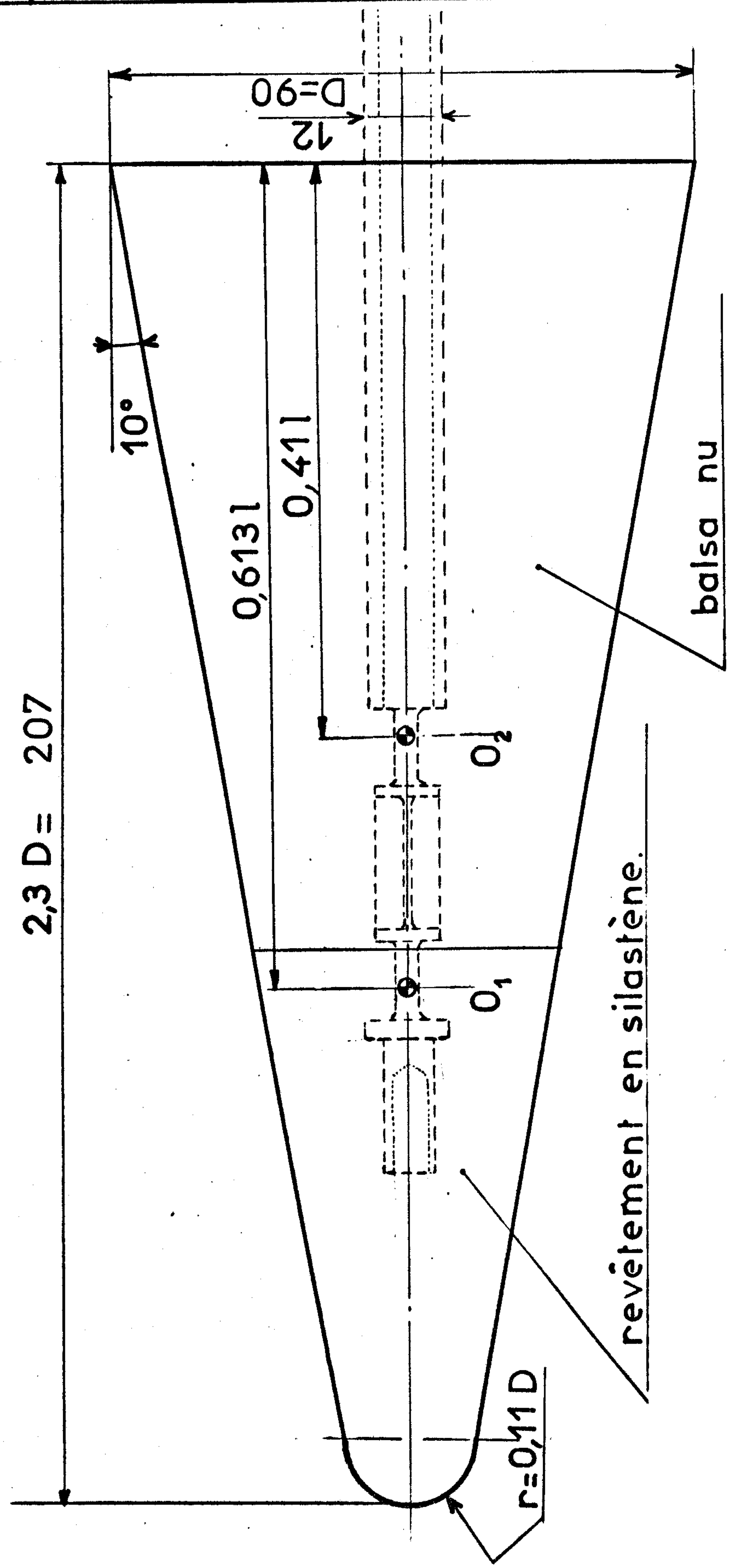
Numéro de combinaison	Position des contacteurs A	B	C	Phases d'opération	Lectures sur galva G_θ	G_M	Nature de l'opération.
1	0	1	Hors Circuit		θ^2	$\theta M \cos\varphi$	Mesure du terme en phase de M.
2	2	1	2	1	θ^2	0	Réglage de la compensation du terme en phase.
				2	0	$\theta M \sin\varphi$	Mesure du terme en quadrature de M.
3	2	0	2	1	0	0	Contrôle de l'absence de déphasage parasite éventuellement introduit par l'opération précédente.
				2	θ^2	$\lambda\theta^2$	Mesure de la valeur de la compensation introduite lors de l'opération 2.
4	1	0	1	1	0	0	Calibrage avec courant sinusoïdal pur étalon.
				2	θ^2	θ^2	

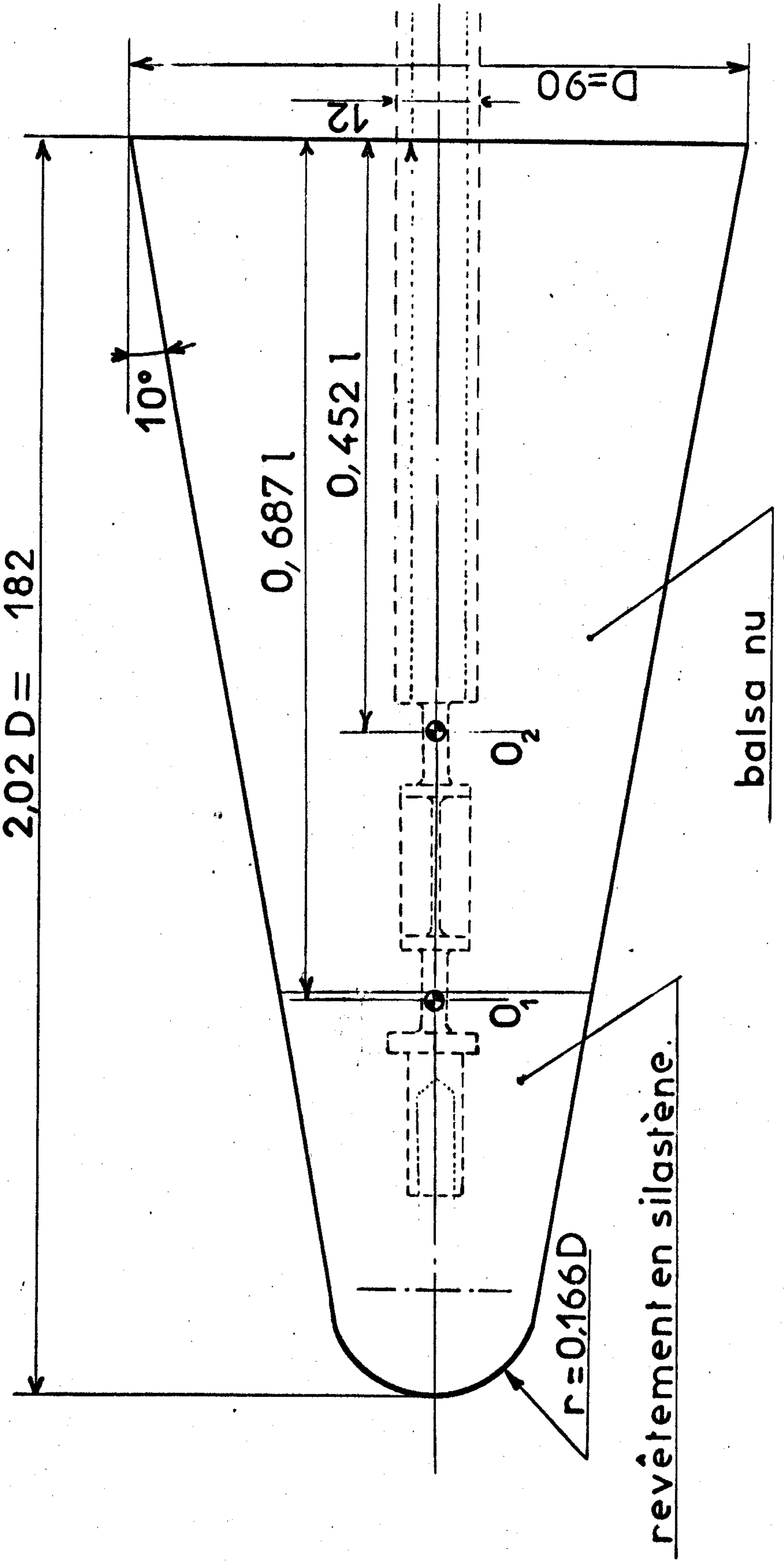
ONERA		Dessiné par :	Date :	Planche 15

ETALONNAGE DES DYNAMOMETRES



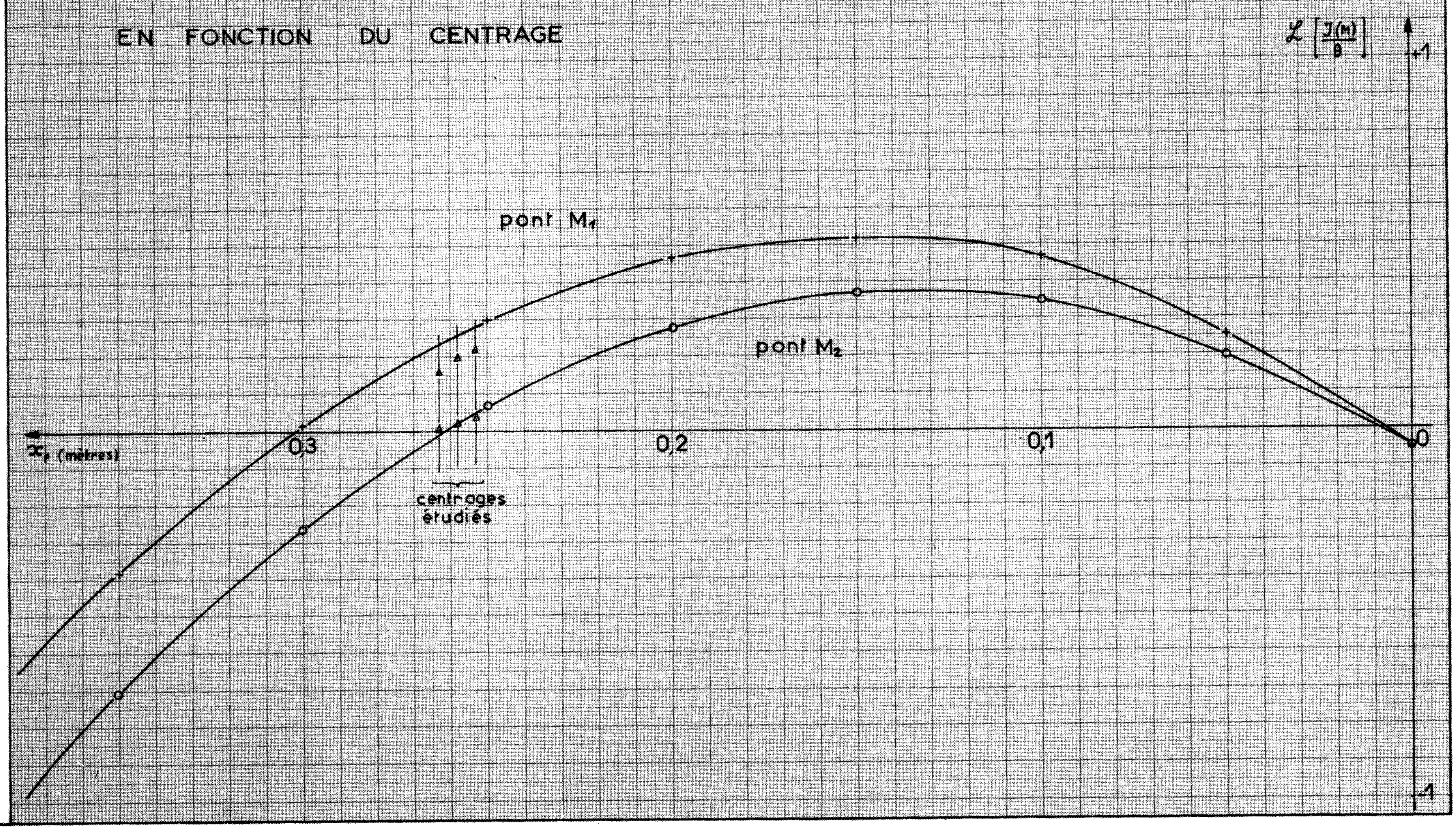
ONERA

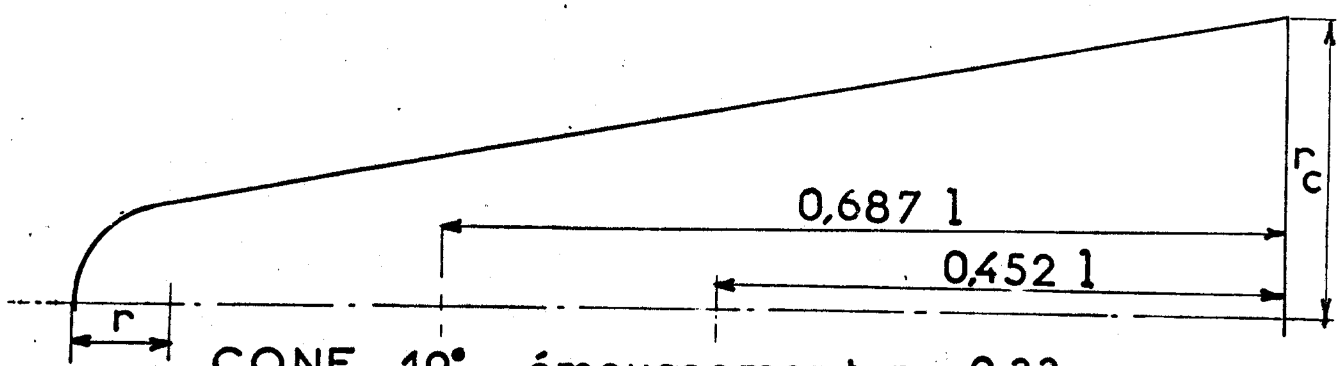

D=90
12
10°
0,613 l
0,41 l
2,3 D = 207
balsa nu
O_2
O_1
revêtement en silastène.
r=0,11 D


D=90
12
2,02 D = 182
0,687 l
0,452 l
10°
O_2
O_1
balsa nu
revêtement en silastène.
r = 0,166D

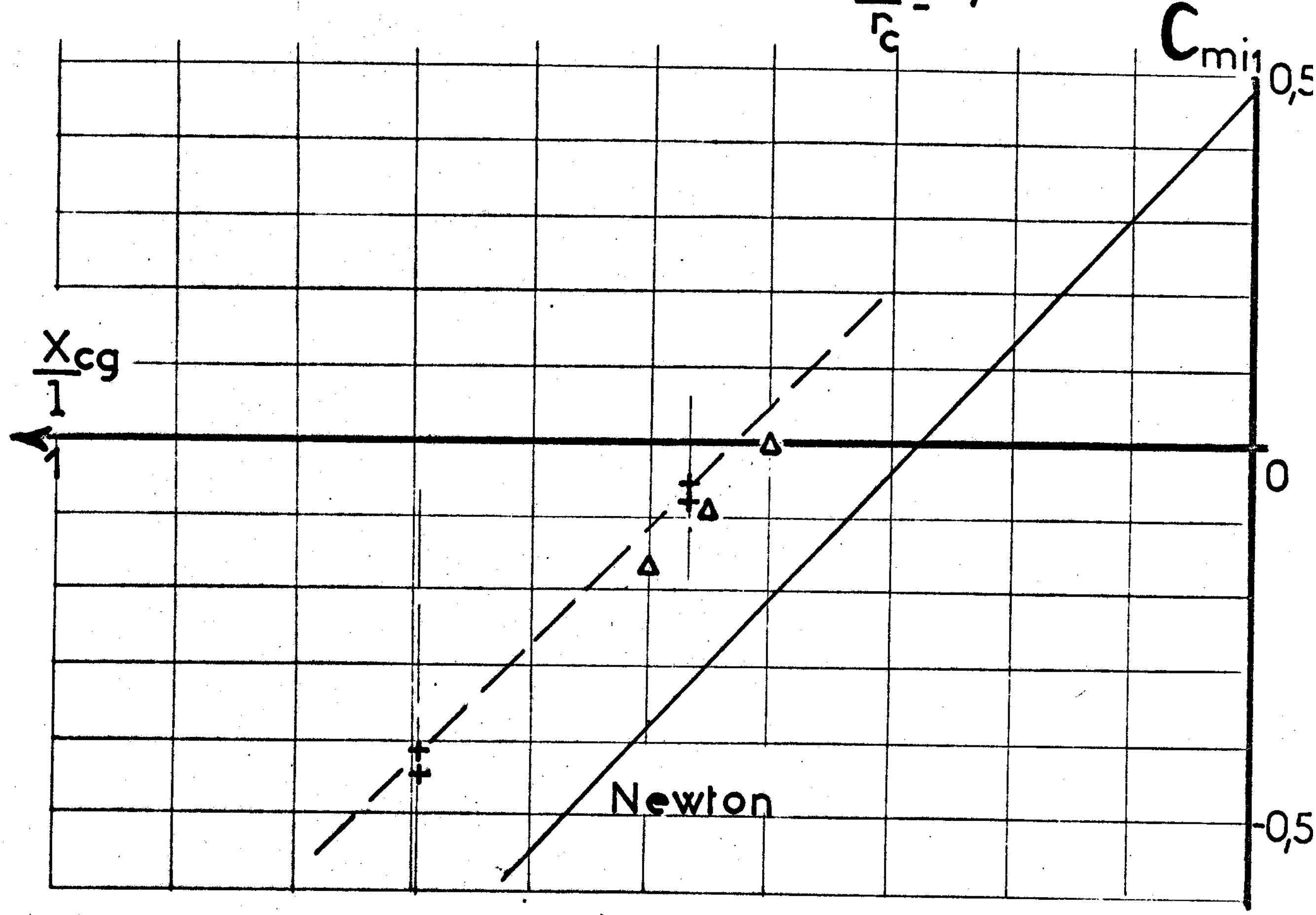
ONERA | Dessiné par : | Date : | Planche 18

EVOLUTION DES TERMES EN QUADRATURE EN FONCTION DU CENTRAGE

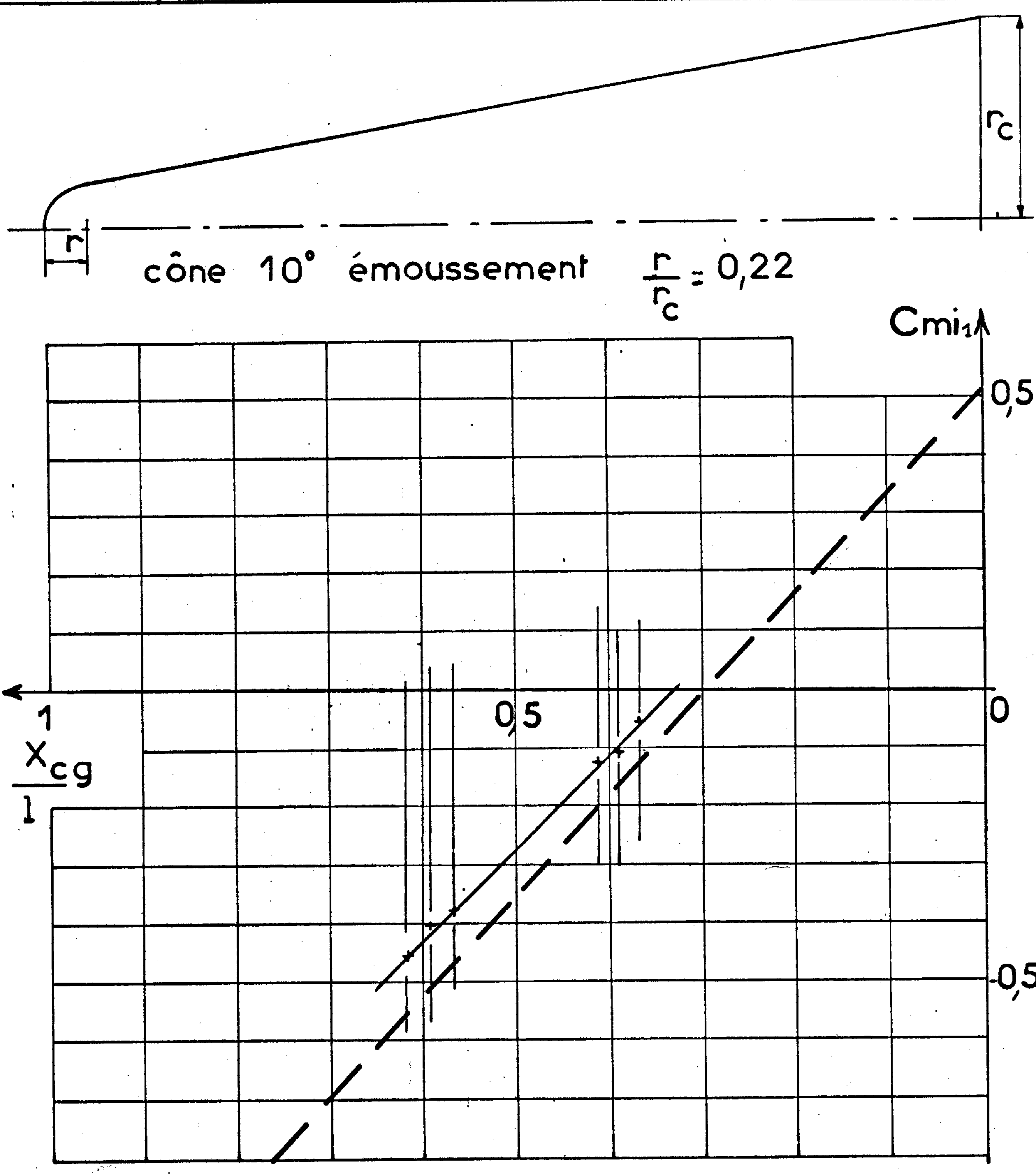




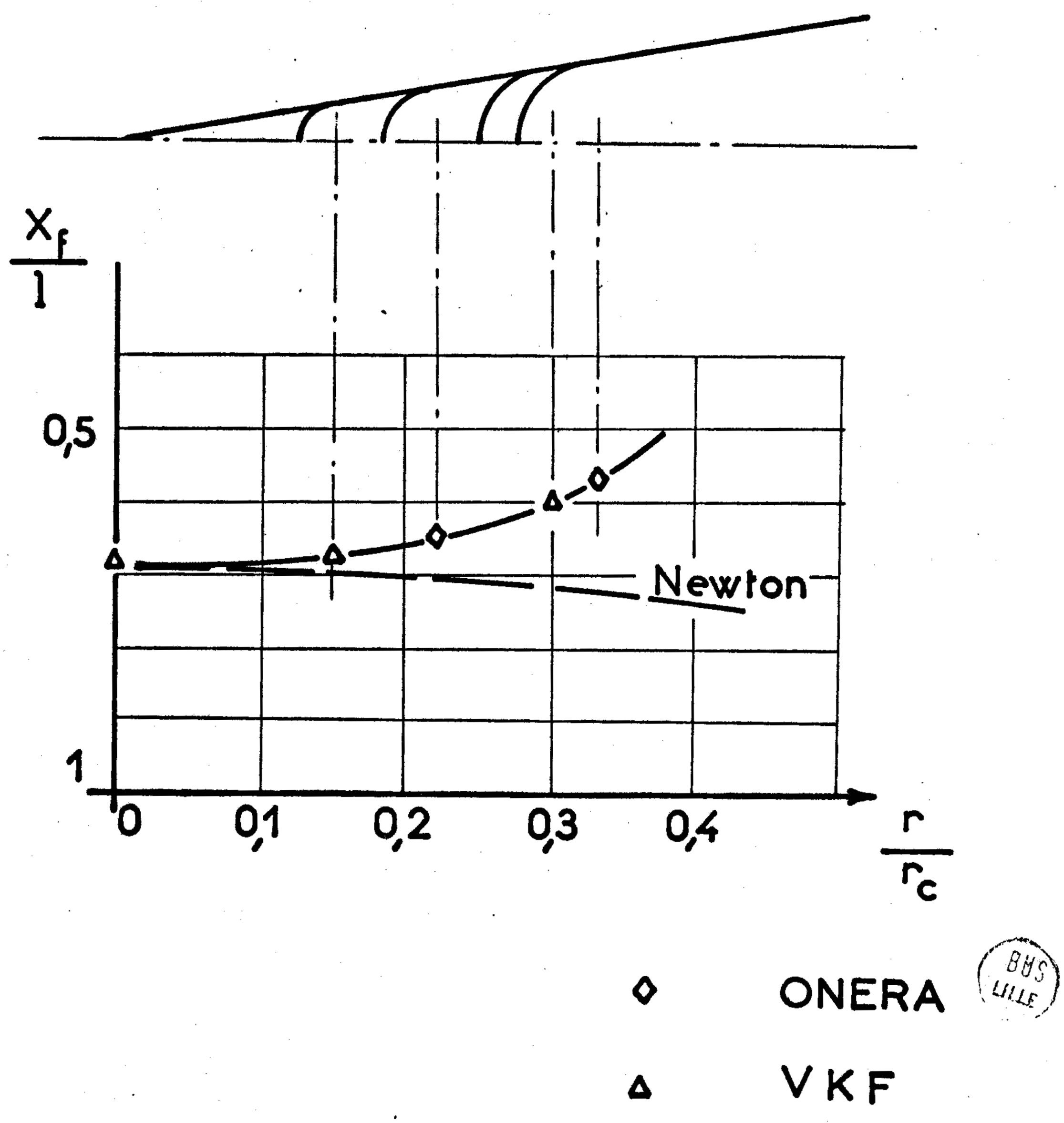
CONE 10° émoussement $\frac{r}{r_c} = 0,33$

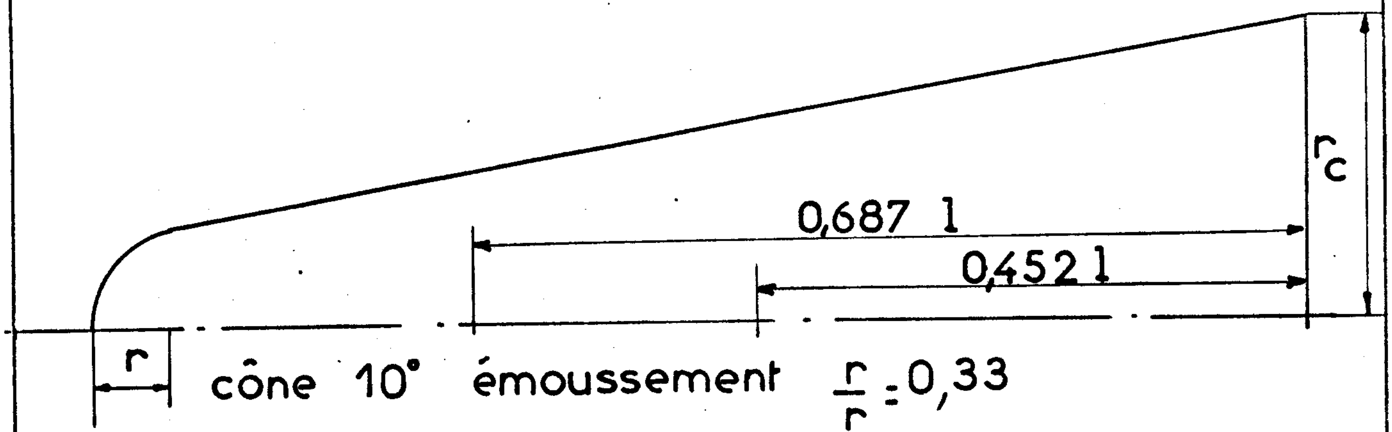


	$\frac{r}{r_c}$	$\mathcal{R}_{el}$	
+	0,33	$1,64.10^6$	R3CH
Δ	0,3	$3,82.10^6$	VKF

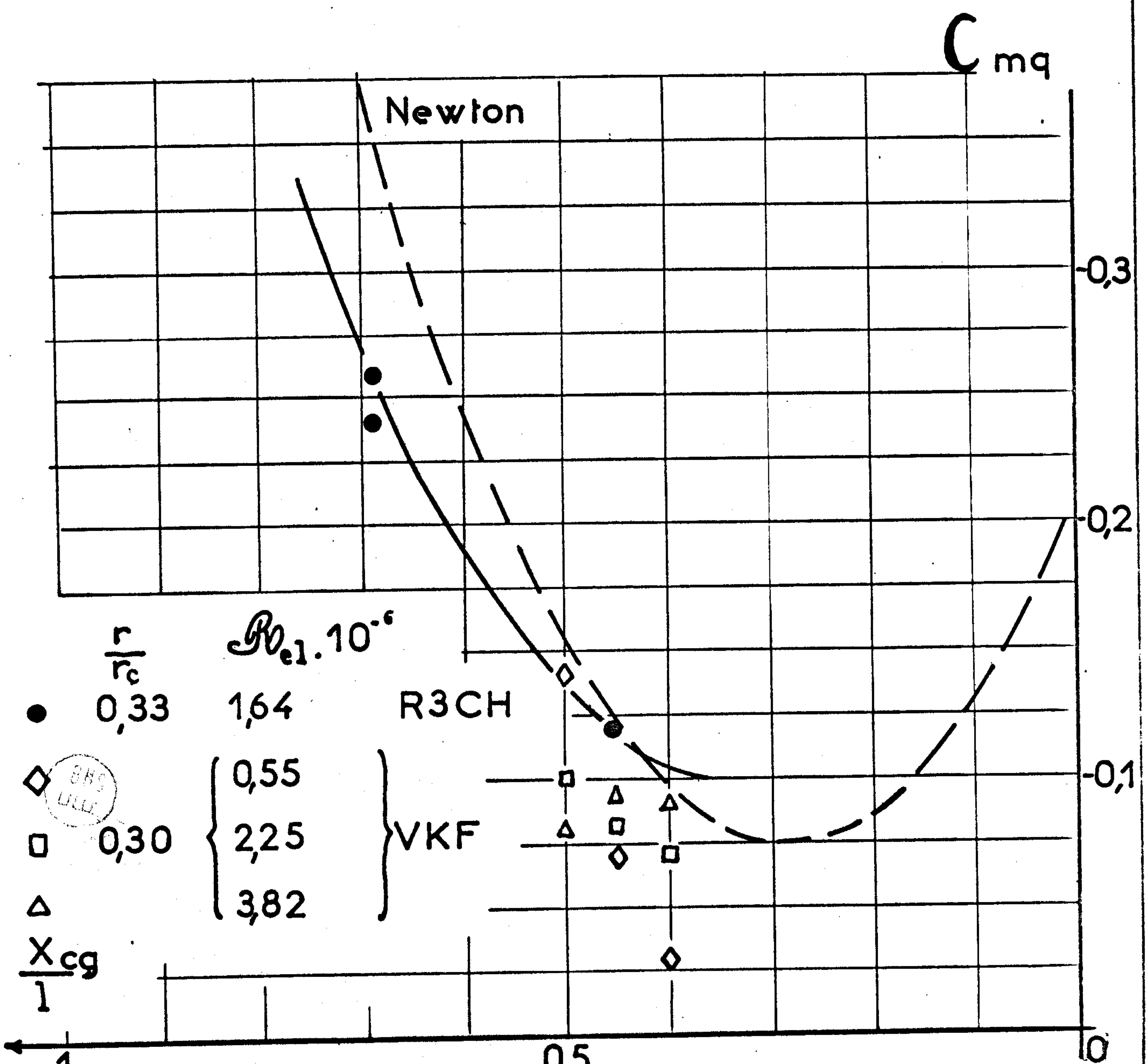

r
r_c
cône 10° émoussement $\frac{r}{r_c} = 0,22$
Cmi₁
0,5
0
-0,5
1
0,5
$\frac{X_{cg}}{l}$

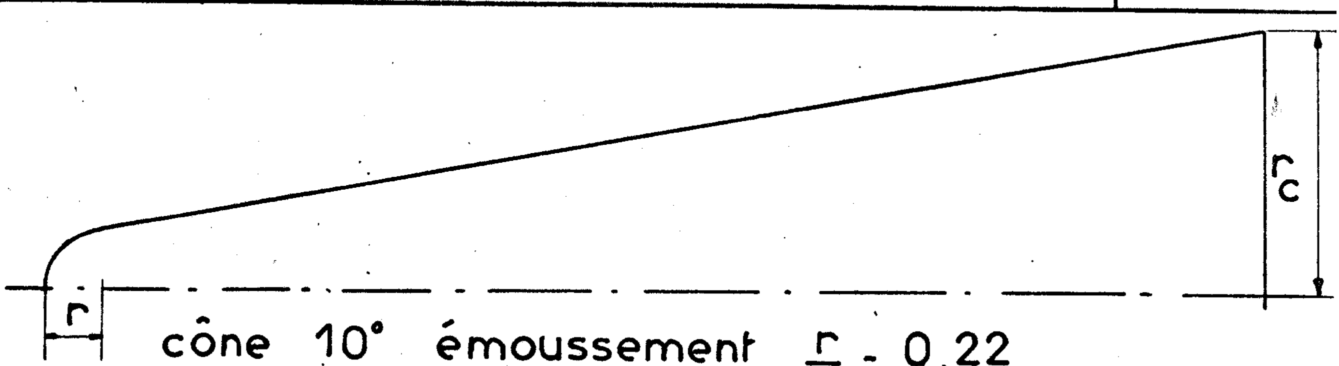
EVOLUTION DU FOYER EN FONCTION DE L'EMOUSSEMENT



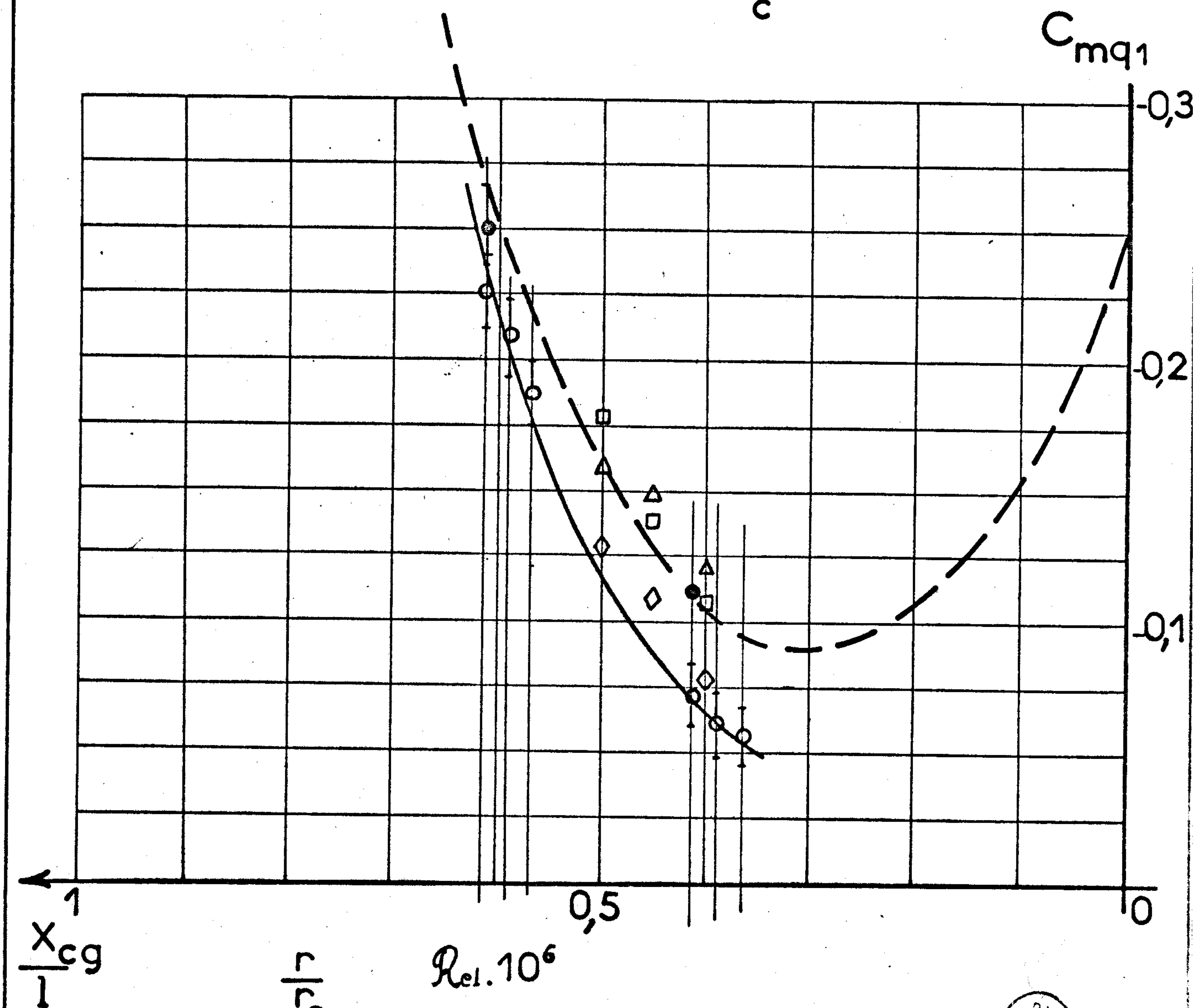


cône 10° émoussement $\frac{r}{r_c}$ = 0,33



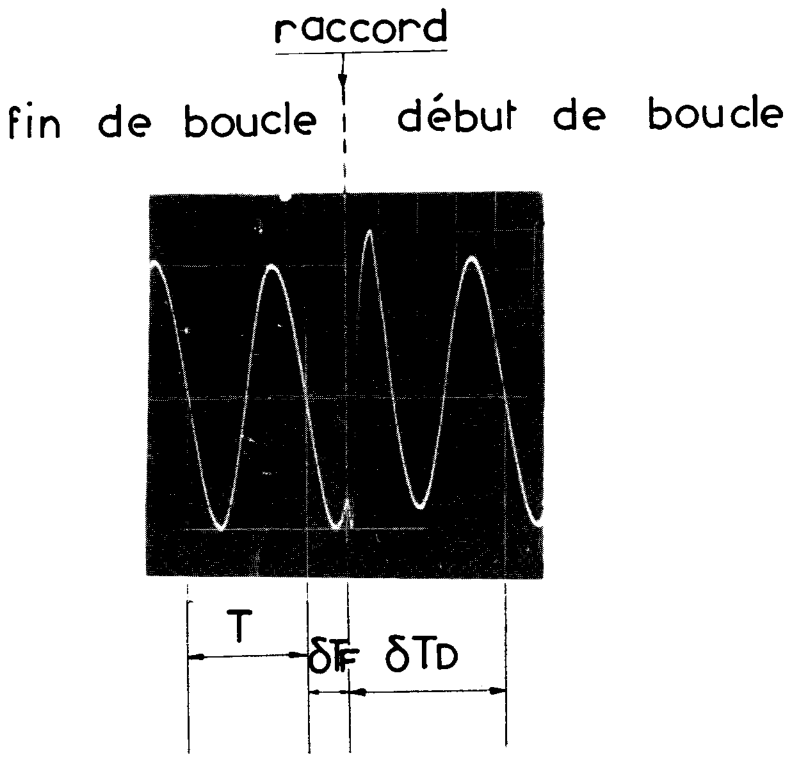


cône 10° émoussement $\frac{r}{r_c} = 0,22$



	$\frac{r}{r_c}$	$\mathcal{R}_{el} \cdot 10^6$	
●	0,22	1,86	R3CH
◊		0,64	
□	0,15	2,26	VKF
△		4,54	

PROCEDE DE RACCORD D'UNE BOUCLE MAGNETIQUE



T : période du signal d'analyse correspondant à une longueur $L = VT$ sur la bande

δT_F : à l'intervalle δT_F correspond une longueur $\delta L_F = \dfrac{\delta T_F}{T} . L$ à supprimer en fin de boucle

δT_D : à l'intervalle δT_D correspond une longueur $\delta L_D = \dfrac{\delta T_D}{T} . L$ à supprimer en début de boucle

$V = 1{,}52$ m/s vitesse de défilement de la boucle

EFFET HALL