

50336
1968

50.376
1968
120

THESES

présentées à la

FACULTE DES SCIENCES

de l'Université de

LILLE

par

François LHOTE

Ingénieur I.D.N.

Licencié ès-Sciences

Deuxième Thèse

Propositions données par la Faculté

(Monsieur le Professeur PRUDHOMME)



LA FONCTION DE COMPTAGE

EN AUTOMATIQUE DISCRETE

Thèses soutenues le 10 Juillet 1968 devant la Commission d'examen

M. R. DEHORS , Président

P. VIDAL

M. PANET

SCD LILLE 1



D 030 272694 6

50 376
1968
120

50.376
1968
120

THESES

présentées à la

FACULTE DES SCIENCES

de l'Université de

LILLE

par

François LHOTE

Ingénieur I.D.N.

Licencié ès-Sciences

Deuxième Thèse

Propositions données par la Faculté

(Monsieur le Professeur PRUDHOMME)



LA FONCTION DE COMPTAGE
EN AUTOMATIQUE DISCRETE

Thèses soutenues le 10 Juillet 1968 devant la Commission d'examen

M. R. DEHORS , Président

P. VIDAL

M. PANET

M. PRUDHOMME

A mes parents

AVANT-PROPOS

L'Automatique Industrielle use aujourd'hui abondamment de techniques numériques ou hybrides à base de comptage. Leur importance est attestée par la publication de documents nombreux, rendant compte de la très grande diversité des technologies et de la multiplicité des applications.

Cependant, si l'on doit se féliciter de cette abondance de documentation, on doit également regretter qu'il n'existe pratiquement aucune unité de doctrine en ce domaine. Les systèmes proposés sont généralement donnés a priori, et paraissent souvent irréductibles les uns aux autres ; tout au plus voit-on suggérer certains "truquages" permettant de modifier le compteur binaire pur, posé au départ comme archétype.

C'est pourquoi il nous a semblé utile de tenter une synthèse des questions relatives à la nature et aux fonctions du comptage.

On ne trouvera dans ce travail ni une revue des technologies, ni une énumération des montages, ni même une bibliographie exhaustive, mais un simple essai pour renouveler et approfondir la présentation théorique du sujet.

Puissions-nous contribuer ainsi à combler certaines lacunes de l'Automatique des Systèmes discrets.

1 - DEFINITIONS

1-1 COMPTAGE

Le comptage est l'opération arithmétique récurrente qui fait passer d'un nombre entier N au nombre consécutif N' , selon la relation

$$N' = N + 1 .$$

La séquence élémentaire de comptage peut être décomposée en deux temps :

- état initial : N se trouve en mémoire ;
- première phase : addition d'une unité à N ;
- seconde phase : mémorisation du résultat N' qui remplace N .

Concrètement le comptage est généralement appliqué à la détermination du nombre d'occurrences successives d'un évènement unique, que nous assimilerons à une impulsion de durée quelconque, pouvant survenir à des instants quelconques.

1-2 COMPTEUR MODULO M

Un compteur est un système séquentiel prenant pour chaque nouvelle impulsion d'entrée un état interne stable Q^N distinct des précédents, représentant selon une correspondance bi-univoque le numéro N de l'impulsion.

Soit M le nombre, nécessairement fini, d'états internes Q^0, Q^1, Q^{M-1} décrits par le compteur ; ce nombre constitue la capacité du compteur considéré. Si le nombre d'impulsions vient à dépasser M , le système est généralement conçu de manière à revenir à l'état Q^0 , et à reprendre la séquence de comptage à partir de cet état.

Le comptage automatique présente donc un caractère cyclique, et le nombre N associé à l'état Q^N n'est égal au nombre des impulsions qu'à M près.

2 - STRUCTURE DES COMPTEURS BINAIRES

2-1 SIGNAL D'ENTREE

L'absence ou la présence d'une impulsion est traduite en pratique par le niveau 0 ou le niveau 1 d'une variable binaire d'entrée E.

Le changement d'état interne du compteur peut être provoqué :

- Soit par l'apparition de l'impulsion, c'est à dire par la montée du signal E (transition du niveau 0 au niveau 1) ;
- Soit par sa disparition, c'est à dire par la chute de E (transition de 1 à 0).

Pour notre part nous emprunterons nos exemples aux systèmes de la seconde catégorie, pour lesquels le contenu du compteur représente le nombre d'impulsions complètes reçues avant l'instant considéré.

On peut passer aux systèmes du premier type en changeant E en \bar{E} .

2-2 SIGNAUX DE SORTIE

Un compteur est régi par une table de codage donnée à l'avance, qui représente un nombre N par un mot binaire de longueur p (minimale ou non) :

$$S^N = S_{p-1}^N \ S_{p-2}^N \ \dots \ S_1^N \ S_0^N .$$

Les p variables S_i constituent les grandeurs de sortie du compteur.

2-3 VARIABLES D'ETAT INTERNE

Comme tout système séquentiel, un compteur peut être représenté par un schéma fonctionnel du type général représenté à la figure 1.

Ce schéma fait apparaître n variables secondaires Q_j , permettant de matérialiser l'état interne du système par l'enregistrement dans n mémoires du mot binaire :

$$Q = Q_{n-1} \ Q_{n-2} \ \dots \ Q_1 \ Q_0 .$$

Le schéma général peut être explicité par deux schémas partiels (figure 2) :

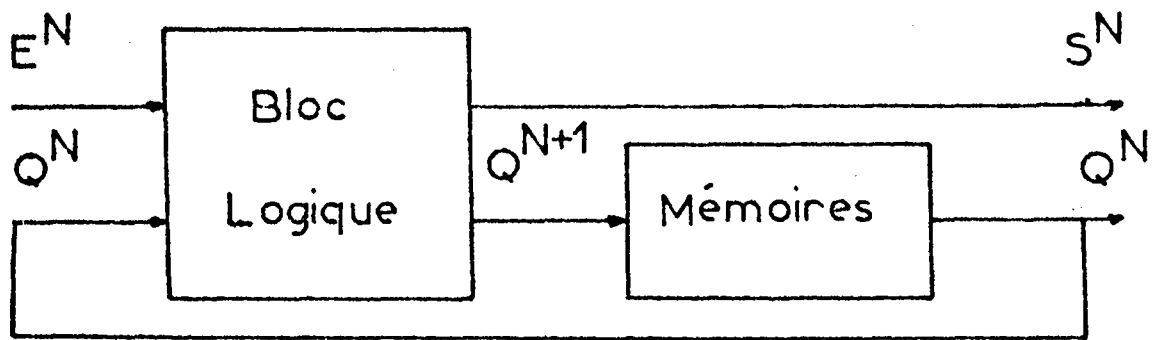


Fig.1 : Schéma fonctionnel général d'un compteur

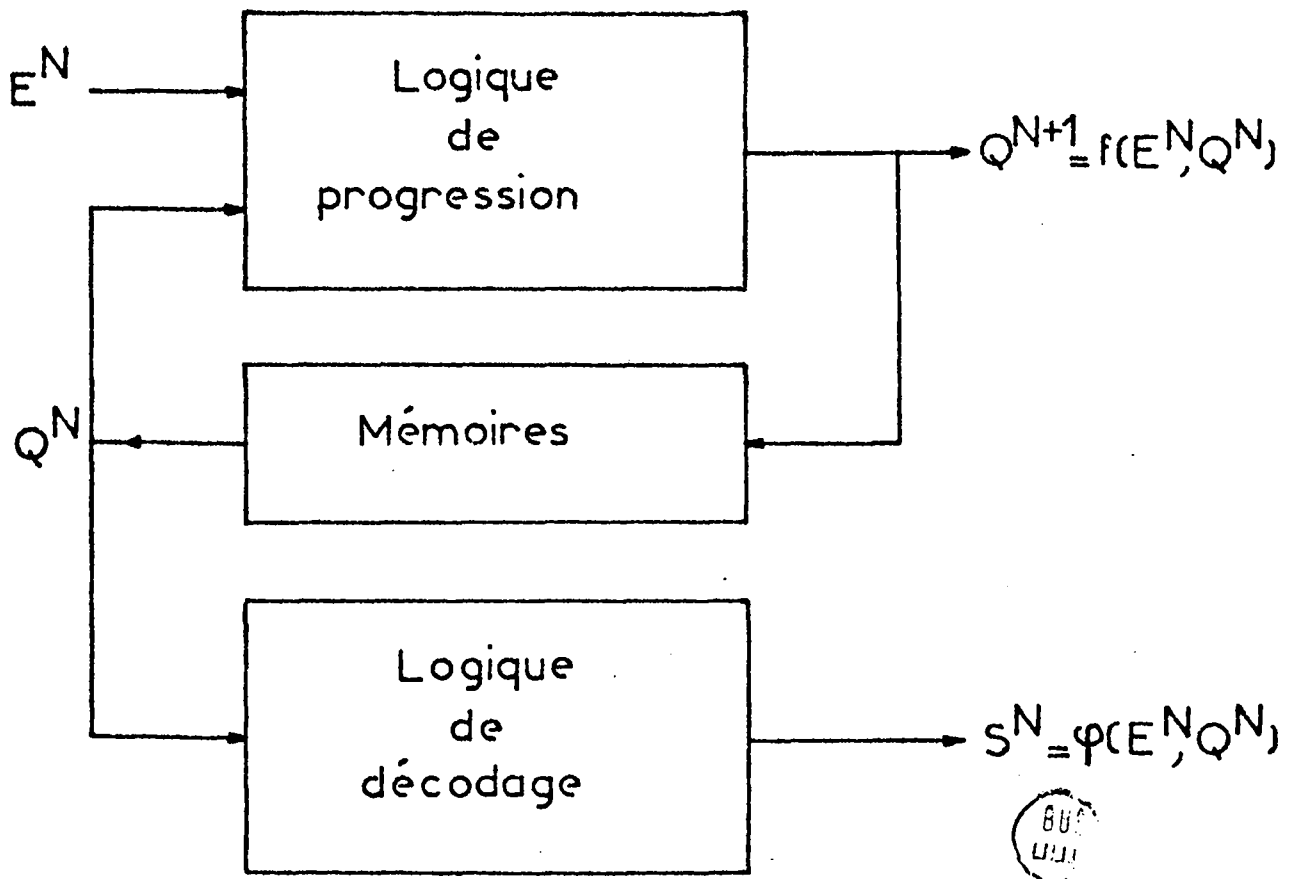


Fig.2 : Schéma fonctionnel équivalent

- le premier représente l'élaboration des variables secondaires ; il comporte un système combinatoire que nous appellerons "logique de progression" du compteur, faisant passer de l'état interne Q^N à Q^{N+1} selon n fonctions de la forme :

$$Q_j^{N+1} = f_j (E^N, Q_{n-1}^N, Q_{n-2}^N, \dots, Q_0^N) ; j = 0, 1, 2 \dots n-1 ;$$

- le second représente l'élaboration des sorties ; c'est un système purement combinatoire, que nous appellerons "logique de décodage" car il exprime les sorties S_i en fonction des seules variables secondaires Q_j :

$$S_i^N = \varphi_i (Q_{n-1}^N, Q_{n-2}^N, \dots, Q_0^N) ; i = 0, 1, \dots, p-1.$$

Deux stratégies principales peuvent être mises en oeuvre pour la conception d'un compteur travaillant selon une table de codage donnée (quelconque)

Première méthode : Détermination de variables secondaires en nombre minimal ($2^{n-1} < M \leq 2^n$), assignées en vue d'une logique de progression aussi simple que possible ; le circuit de décodage découle alors directement du choix effectué auparavant pour les variables secondaires.

Deuxième méthode : Identification des variables Q_j aux sorties S_i , même si ces dernières sont surabondantes (codage redondant). Le décodeur est ainsi supprimé, ce qui présente notamment l'avantage d'éliminer les aléas combinatoires dûs à la logique de décodage. Par contre l'économie n'est pas toujours certaine, car le nombre de mémoires peut se trouver accru, ainsi que la complexité de la logique de progression.

Dans la suite de cet exposé nous nous bornerons à considérer des compteurs de ce type, dont les premiers ne diffèrent que par la présence d'un décodeur ne posant aucun problème particulier. Nous pouvons ainsi définir n'importe quel compteur comme un registre, commandé par une logique de progression faisant apparaître, en réponse à une suite d'impulsions, la suite des codes des entiers successifs modulo M.

3 - SPECIFICATION D'UN COMPTEUR

Il existe plusieurs manières équivalentes de spécifier le fonctionnement attendu d'un compteur binaire ; nous les présenterons rapidement en les illustrant par l'exemple d'un compteur modulo 6. Dans tous les cas ces diverses représentations ne font apparaître que les régimes stables, et en aucune façon les transitoires qui y conduisent, et qui relèvent de l'analyse fine du dispositif effectivement adopté.

Au lieu de la table de codage déjà signalée (figure 3), on peut se donner le schéma des phases, ou chronogramme, du compteur (figure 4) ; ce procédé est particulièrement indiqué ici, puisque la présence d'une seule entrée primaire se traduit par l'existence d'une séquence de fonctionnement unique. On peut noter sur ce schéma l'existence de $2 M$ états totaux stables, correspondant au dédoublement des M états internes stables en fonction de la valeur du signal d'entrée E . Ces $2 M$ états totaux apparaissent sur le diagramme des états (figure 5), auquel nous pouvons donner une forme circulaire faisant ressortir le fonctionnement cyclique du compteur. Il en va de même du graphe de fluence (figure 6), qui ne comporte que les M états internes du système.

Cette dernière représentation suggère d'une manière frappante l'analogie profonde existant entre un compteur binaire modulo M et un disque-codeur d'angle à M points. En effet un disque - codeur placé dans la position N fournit un mot binaire figurant le nombre N dans un système de codage déterminé ; si le disque tourne alors d'un incrément de position angulaire, il y a progression d'une unité, et apparition du code du nombre $N' = N + 1$; enfin si le disque dépasse la position $M - 1$, il y a retour à 0 de l'information codée, et mesure de la position à M incréments près (ce qui correspond à la définition des angles modulo 2Π).

Cette analogie nous incite à proposer le terme "roue de comptage", ou "anneau de comptage" en remplacement du terme généralement usité d'"échelle de comptage", qui met bien en évidence le fonctionnement récursif des compteurs, mais non pas leur périodicité.

N	Q ₂	Q ₁	Q ₀
0	0	0	1
1	0	1	0
2	0	0	0
3	0	1	1
4	1	0	1
5	1	1	1

Fig.3 : Table de codage

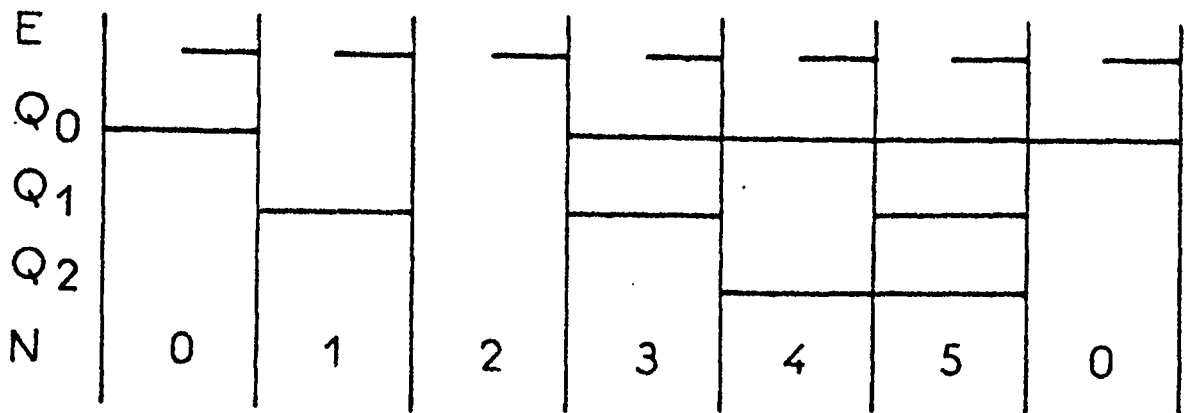
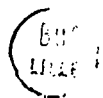
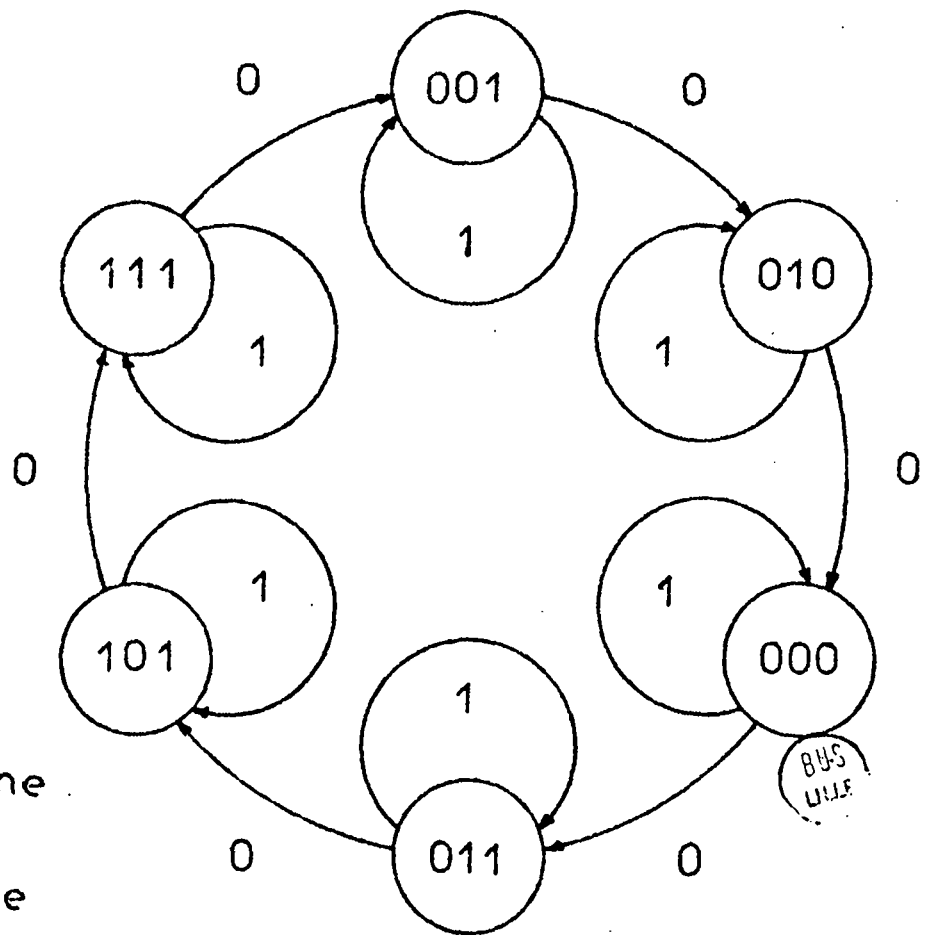
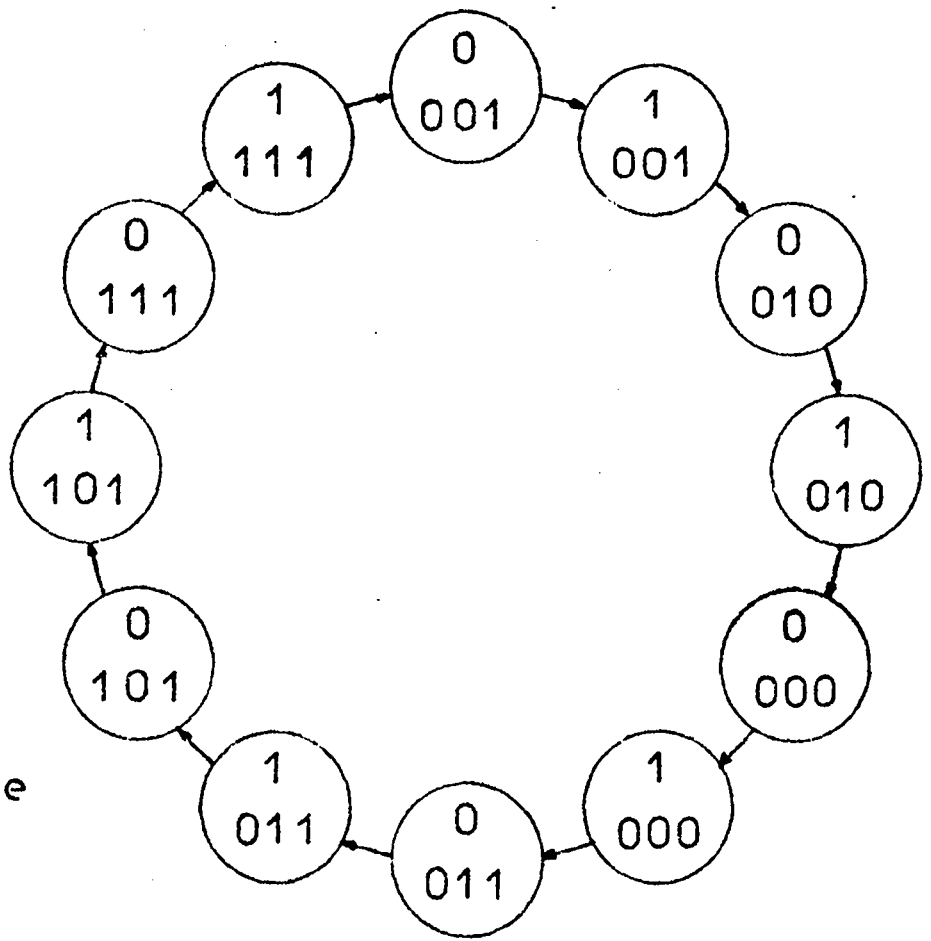


Fig.4: Chronogramme





4 - COMPOSANTS DES COMPTEURS ELECTRONIQUES

Pour des raisons de standardisation sur l'intérêt desquelles il est inutile d'insister, les compteurs sont aujourd'hui généralement construits à partir de modules élémentaires normalisés. Ces circuits intégrés sont d'une part des opérateurs combinatoires classiques permettant l'élaboration de la logique de décodage, et d'autre part les organes de mémoire bistables permettant la réalisation du registre, dont nous allons examiner maintenant les principales caractéristiques.

4-1 SYNCHRONISATION

Le principal écueil de la synthèse des systèmes séquentiels est le problème des aléas ; sa résolution est grandement facilitée par l'emploi de plus en plus fréquent de modules synchronisés. De tels éléments présentent, en plus d'un certain nombre d'entrées de commande X, Y, Z, T, une entrée d'horloge H ; ils se caractérisent par le fait que leurs changements d'état sont bien conditionnés par la valeur des entrées de commande, mais ne se produisent qu'à des instants déterminés par le signal H (périodique ou non).

Plus précisément : les instants de commutation correspondent soit aux montées, soit aux chutes de H. Si l'on pose, conformément à la figure 7 :

$$\left| \begin{array}{l} \overline{d^- H}(t) = \overline{H(t - \epsilon) H(t + \epsilon)} \\ \overline{d^+ H}(t) = \overline{H(t - \epsilon) H(t + \epsilon)} \end{array} \right.$$

on peut dire que les signaux de commande sont validés (pour un modulo sensible aux chutes de H) par la condition :

$$\overline{d^- H}(t) = 1,$$

ce qui revient à dire que les véritables grandeurs de commande sont respectivement :

$$Xd^-H, Yd^-H, Zd^-H, Td^-H, \text{ etc ...}$$

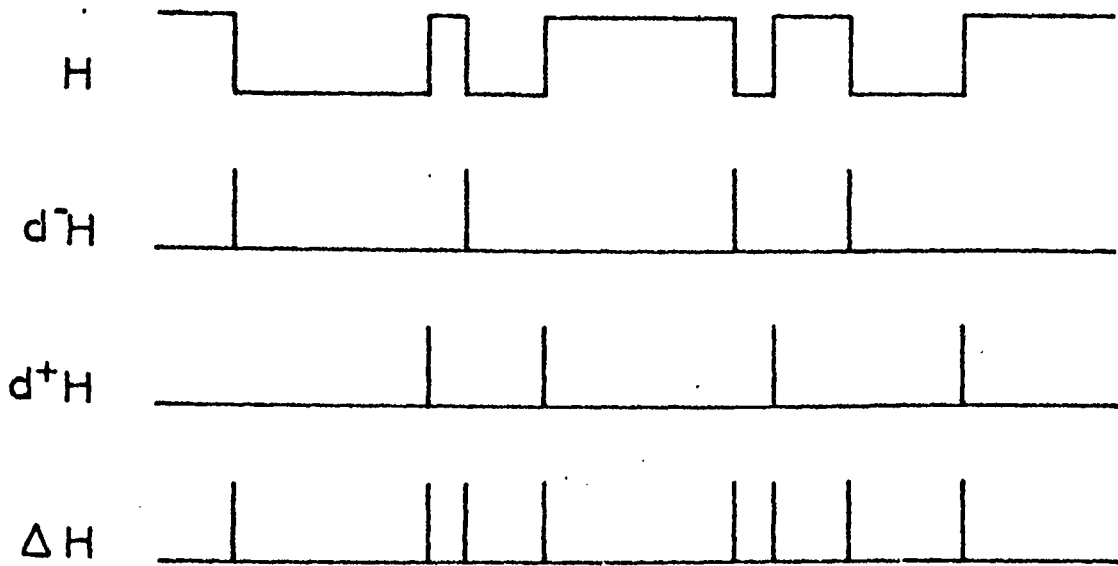
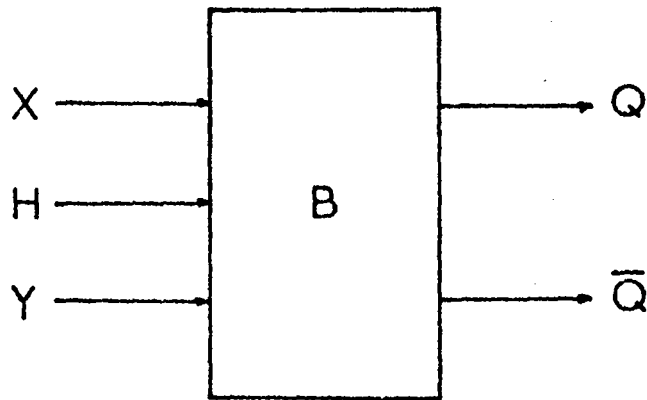


Fig. 7



Dans ces conditions, quels que soient sa complexité et le nombre de ses propres variables d'état interne, le fonctionnement du bistable B_i peut être défini globalement par une simple relation de récurrence du premier ordre reliant l'état interne stable suivant la N-ième chute de H à l'état total stable la précédant.

Celle relation, dans laquelle le signal d'horloge ne figure pas explicitement, peut être donnée soit par une table de vérité, soit par une expression algébrique que nous appellerons fonction de succession caractéristique du bistable :

$$Q_i^{N+1} = f(X_i^N, Y_i^N, Z_i^N, T_i^N \dots ; Q_i^N).$$

Il est parfois intéressant de considérer également la variable de transition ΔQ_i^N ; cette variable, qui vaut 1 lorsque le bistable est prêt à basculer, n'est autre que la différence modulo 2 de Q_i^{N+1} et de Q_i^N , et représente en quelque sorte la dérivée discrète de Q_i :

$$\Delta Q_i^N = Q_i^{N+1} \oplus Q_i^N.$$

Nous appellerons fonction de transition caractéristique du bistable la relation existant entre ΔQ_i^N , et l'état total stable précédant la N-ième chute de H :

$$\Delta Q_i^N = g(X_i^N, Y_i^N, Z_i^N, T_i^N \dots ; Q_i^N).$$

Remarque :

Avec les notations précédentes on notera que :

$$\Delta Q(t) = d^-H(t) + d^+H(t).$$

4-2 BISTABLES A DEUX ENTREES DE COMMANDE

La plupart des bistables comportent une entrée X d'enclenchement, permettant de mettre la sortie Q à l'état 1, et une entrée Y de déclenchement permettant de mettre cette sortie à l'état 0.

Les six premières lignes de la table de vérité de la fonction de succession se trouvent ainsi définies sans ambiguïté.

X^N	Y^N	Q^N	$Q^N + 1$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	?
1	1	1	?

Pour les deux dernières lignes se pose par contre un problème de priorité entre les deux ordres X et Y, simultanément égaux à 1, quatre solutions distinctes peuvent être trouvées :

1° - Priorité à l'enclenchement

F. de succession : $Q^N + 1 = X^N + \bar{Y}^N \cdot Q^N$

F. de transition : $\Delta Q^N = X^N \cdot \bar{Q}^N + \bar{X}^N \cdot Y^N \cdot Q^N$

2° - Priorité au déclenchement

F. de succession : $Q^N + 1 = X^N \cdot \bar{Y}^N + \bar{Y}^N \cdot Q^N$

F. de transition : $\Delta Q^N = X^N \cdot \bar{Y}^N + Y^N \cdot Q^N$

3° - Priorité au changement d'état (mémoire dite "J - K") :

F. de succession : $Q^N + 1 = X^N \cdot \bar{Q}^N + \bar{Y}^N \cdot Q^N$

F. de transition : $\Delta Q^N = X^N \cdot \bar{Q}^N + Y^N \cdot Q^N$

4° - Priorité au maintien de l'état antérieur (mémoire dite "P - Q")

F. de succession : $Q^N + 1 = X^N \cdot \bar{Y}^N \cdot \bar{Q}^N + (X^N + \bar{Y}^N) \cdot Q^N$

F. de transition : $\Delta Q^N = X^N \cdot \bar{Y}^N \cdot \bar{Q}^N + \bar{X}^N \cdot Y^N \cdot Q^N$

Il arrive aussi que certains bistables prennent pour $X = Y = 1$ une sortie aléatoire, ou de niveau incertain ; leur fonctionnement n'est donc pas complètement défini. On parle alors de mémoire de type "S - R" ; les huit équations précédentes peuvent toutes leur convenir, à condition d'y joindre la relation supplémentaire :

$$X^N \cdot Y^N = 0 .$$

4-3 BISTABLES A ENTREE DE COMMANDE UNIQUE

Un tel bistable comporte une seule entrée X pour mettre la sortie Q dans l'état désiré.

Il est clair que la variable X^N doit prendre deux valeurs complémentaires a et \bar{a} pour pouvoir imposer les deux valeurs complémentaires de Q^{N+1} possibles à partir de $Q^N = 0$.

De même X^N doit prendre deux valeurs complémentaires b et \bar{b} pour contrôler Q^{N+1} à partir de $Q^N = 1$.

Q^N	Q^{N+1}	X^N
0	0	a
0	1	\bar{a}
1	0	b
1	1	\bar{b}

Il existe donc quatre solutions :

1° - Bistable de type D (élément de retard) :

$$Q^{N+1} = X^N \quad ; \quad \Delta Q^N = X^N \oplus Q^N$$

2° - Variante

$$Q^{N+1} = \overline{X^N} \quad ; \quad \Delta Q^N = \overline{X^N \oplus Q^N}$$

3° - Bistable de type T (compteur modulo 2) :

$$Q^{N+1} = X^N \oplus Q^N \quad ; \quad \Delta Q^N = X^N$$

4° - Variante :

$$Q^{N+1} = \overline{X^N \oplus Q^N} \quad ; \quad \Delta Q^N = \overline{X^N}$$

Nous ne nous étendrons pas sur la réalisation pratique de ces bistables à 1 ou 2 entrées ; nous nous bornerons à quelques remarques :

a) outre leurs entrées principales, les bistables présentent généralement des entrées auxiliaires asynchrones, permettant leur remise inconditionnelle à 0 ou à 1 ;

b) les bistables commercialement disponibles sont presque toujours des modules symétriques, appartenant donc aux types : J - K, P - Q, S - R, D et T ;

c) le bistable J - K associé à une logique très sommaire permet de réaliser simplement tous les autres types de fonctionnement, et tend de ce fait à la plus large diffusion.

5 - SYNTHESE DES COMPTEURS SYNCHRONES

Un compteur synchrone est constitué de bistables attaqués en parallèle par un même signal d'horloge, qui n'est autre que l'impulsion dont il s'agit de compter les apparitions successives. On obtient ainsi une commutation simultanée de tous les bistables, rendant impossible l'élaboration de sorties erronées pendant les régimes transitoires. D'autre part le signal à compter n'intervient pas explicitement dans la logique de progression.

Le processus de synthèse comporte différentes étapes, que nous illustrerons à l'aide de l'exemple déjà considéré au paragraphe 3.

5-1 ETABLISSEMENT DE LA TABLE DE SUCCESSION (OU DE TRANSITION)

La table de codage associe à tout entier N inférieur à M un mot binaire :

$$Q^N = Q_{n-1}^N \dots Q_i^N \dots Q_0^N .$$

On peut compléter cette table par n nouvelles colonnes (figure 8) associant à chaque nombre N le successeur de Q^N , c'est à dire le mot :

$$Q^{N+1} = Q_{n-1}^{N+1} \dots Q_i^{N+1} \dots Q_0^{N+1} .$$

On peut aussi compléter la table de codage par n colonnes faisant correspondre à N le mot ΔQ^N constitué par les n variables de transition ΔQ_i^N (figure 9) :

$$\Delta Q^N = \Delta Q_{n-1}^N \dots \Delta Q_i^N \dots \Delta Q_0^N .$$

5-2 DETERMINATION DES FONCTIONS DE SUCCESSION (OU DE TRANSITION) DU COMPTEUR

(figures 10 et 11)

La table de succession peut être considérée comme la table de vérité de n semi-fonctions booléennes simultanées de n variables. En utilisant une méthode générale de minimalisation de fonctions simultanées incomplètement définies, on parvient à n expressions logiques de la forme :

$$Q_i^{N+1} = f_i (Q_{n-1}^N \dots Q_i^N \dots Q_0^N) ,$$

N	Q_2^N	Q_1^N	Q_0^N	Q_2^{N+1}	Q_1^{N+1}	Q_0^{N+1}
0	0	0	1	0	1	0
1	0	1	0	0	0	0
2	0	0	0	0	1	1
3	0	1	1	1	0	1
4	1	0	1	1	1	1
5	1	1	1	0	0	1

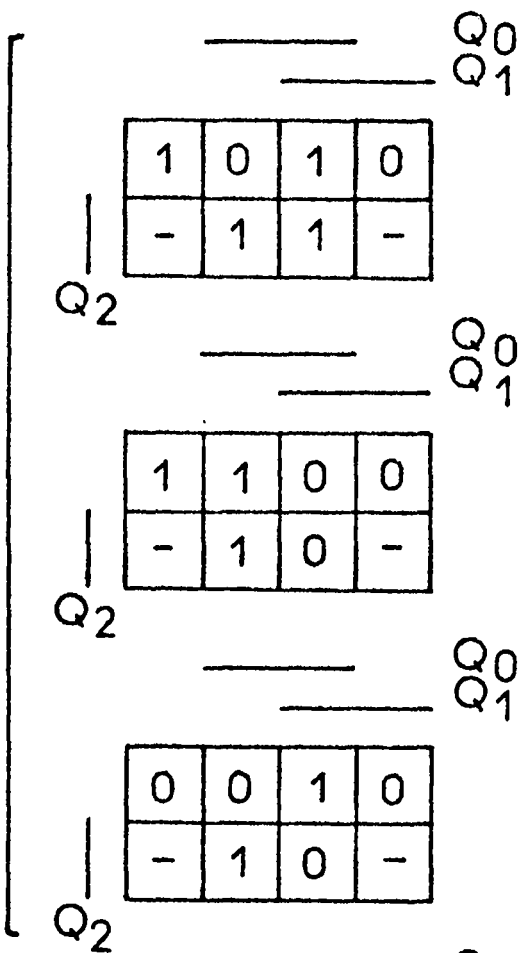
Fig. 8 : Table de succession

N	Q_2^N	Q_1^N	Q_0^N	ΔQ_2^N	ΔQ_1^N	ΔQ_0^N
0	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	0	1	0
2	0	0	0	0	1	1
3	0	1	1	1	1	0
4	1	0	1	0	1	0
5	1	1	1	1	1	0

535
LILLE

Fig. 9 : Table de transition

Fig. 10

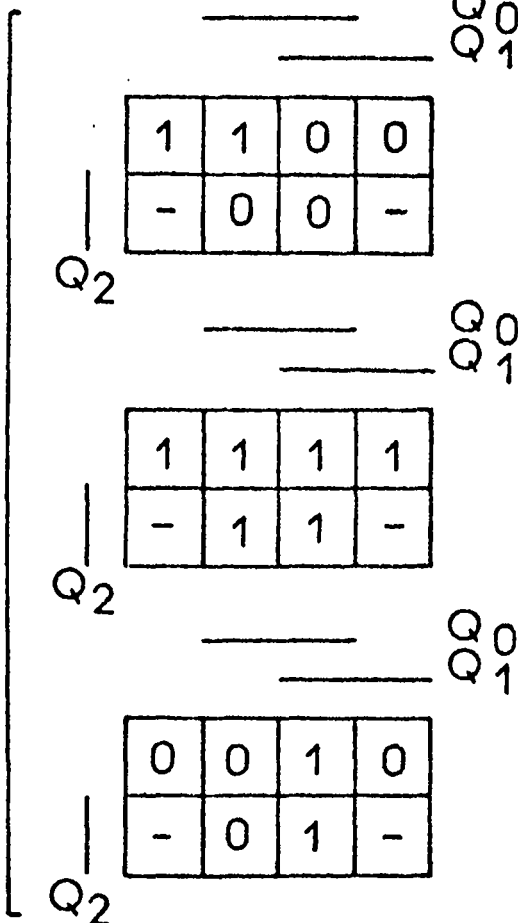


$$Q_0^{N+1} = \bar{Q}_1 \cdot \bar{Q}_0 + (Q_2 + Q_1) \cdot Q_0$$

$$Q_1^{N+1} = \bar{Q}_1$$

$$Q_2^{N+1} = Q_1 \cdot Q_0 \cdot \bar{Q}_2 + \bar{Q}_1 \cdot Q_2$$

Fig. 11



$$\Delta Q_0 = \bar{Q}_1 \cdot \bar{Q}_0 + \bar{Q}_2 \cdot \bar{Q}_1 \cdot Q_0$$

$$\Delta Q_1 = \bar{Q}_1 + Q_1$$

$$\Delta Q_2 = Q_1 \cdot Q_0 \cdot \bar{Q}_2 + Q_1 \cdot Q_2$$



ou encore :

$$Q_i^N + 1 = F_{1, i} (Q_n^N - 1 \dots Q_{i+1}^N, Q_{i-1}^N, \dots Q_0^N) \cdot \overline{Q_i^N} \\ + F_{2, i} (Q_n^N - 1 \dots Q_{i+1}^N, Q_{i-1}^N, \dots Q_0^N) \cdot Q_i^N.$$

A partir de la table de transition on obtient de même :

$$\Delta Q_i^N = g_i (Q_n^N - 1, \dots Q_i^N, \dots Q_0^N),$$

d'où :

$$\Delta Q_i^N = G_{1, i} (Q_n^N - 1, \dots Q_{i+1}^N, Q_{i-1}^N, \dots Q_0^N) \cdot \overline{Q_i^N} \\ + G_{2, i} (Q_n^N - 1, \dots Q_{i+1}^N, Q_{i-1}^N, \dots Q_0^N) \cdot Q_i^N.$$

5-3 CALCUL DES VARIABLES D'ENTREE DES BISTABLES

L'étape suivante consiste à déterminer les expressions logiques des variables d'entrée des différents bistables du compteur.

Pour chaque bistable cette détermination résulte de la confrontation entre la fonction de succession (ou de transition) obtenue lors de l'étape précédente, et la fonction de succession (ou de transition) caractéristique du type de bistable employé. On est amené ainsi à résoudre une équation booléenne dont les inconnues sont les variables d'entrée du bistable, au nombre d'une ou deux selon les cas.

5-3-1 METHODE DE RESOLUTION D'UNE EQUATION BOOLEENNE A DEUX INCONNUES (1)

Soit à résoudre l'équation

$$U(x, y) = V(x, y);$$

on peut encore l'écrire :

$$U(x, y) V(x, y) + \overline{U}(x, y) \overline{V}(x, y) = 1,$$

et la mettre sous la forme :

$$A(y) x + B(y) \overline{x} = 1.$$

Cette équation a comme solution ,

λ désignant un paramètre arbitraire :

$$(1) \quad x = \lambda A(y) + \overline{B}(y),$$

à condition que soit satisfaite l'équation de possibilité :

$$(2) \quad A(y) + B(y) = 1.$$

Cette équation peut à son tour s'écrire :

$$C y + D \bar{y} = 1,$$

elle admet comme solution :

$$(3) \quad y = \mu C + \bar{D},$$

à condition que soit satisfaite la seconde équation de possibilité (qui ne contient plus ni x ni y) :

$$(4) \quad C + D = 1.$$

S'il en est ainsi, la solution finale s'obtient en remplaçant y par son expression dans (1) :

$$\left| \begin{array}{l} x = \lambda A (\mu C + \bar{D}) + \bar{B} (\mu C + \bar{D}), \\ y = \mu C + \bar{D}. \end{array} \right.$$

Cette solution, si elle existe, n'est généralement pas unique.

5-3-2 BISTABLE J - K (figure 12)

L'équation à résoudre s'écrit, en partant par exemple de la fonction de transition ΔQ_i^N :

$$G_{1, i} (Q_n^N - 1, \dots, Q_{i+1}^N, Q_i^N - 1, \dots, Q_0^N) \cdot \bar{Q}_i^N + G_{2, i} (Q_n^N - 1, \dots, Q_{i+1}^N, Q_i^N - 1, \dots, Q_0^N) \cdot Q_i^N = J_i \bar{Q}_i^N + K_i Q_i^N,$$

soit, avec des notations allégées :

$$G_1 \bar{Q} + G_2 Q = J \bar{Q} + K Q.$$

La solution générale contient deux paramètres arbitraires :

$$\left| \begin{array}{l} J = \lambda \cdot Q + G_1 \cdot \bar{Q}, \\ K = \mu \cdot \bar{Q} + G_2 \cdot Q. \end{array} \right.$$

Borne inférieure ($\lambda = \mu = 0$) :

$$\left| \begin{array}{l} J_m = G_1 \cdot \bar{Q}, \\ K_m = G_2 \cdot Q. \end{array} \right.$$

Borne supérieure ($\lambda = \mu = 1$)

$$\left| \begin{array}{l} J_M = G_1 + Q, \\ K_M = G_2 + \bar{Q}. \end{array} \right.$$

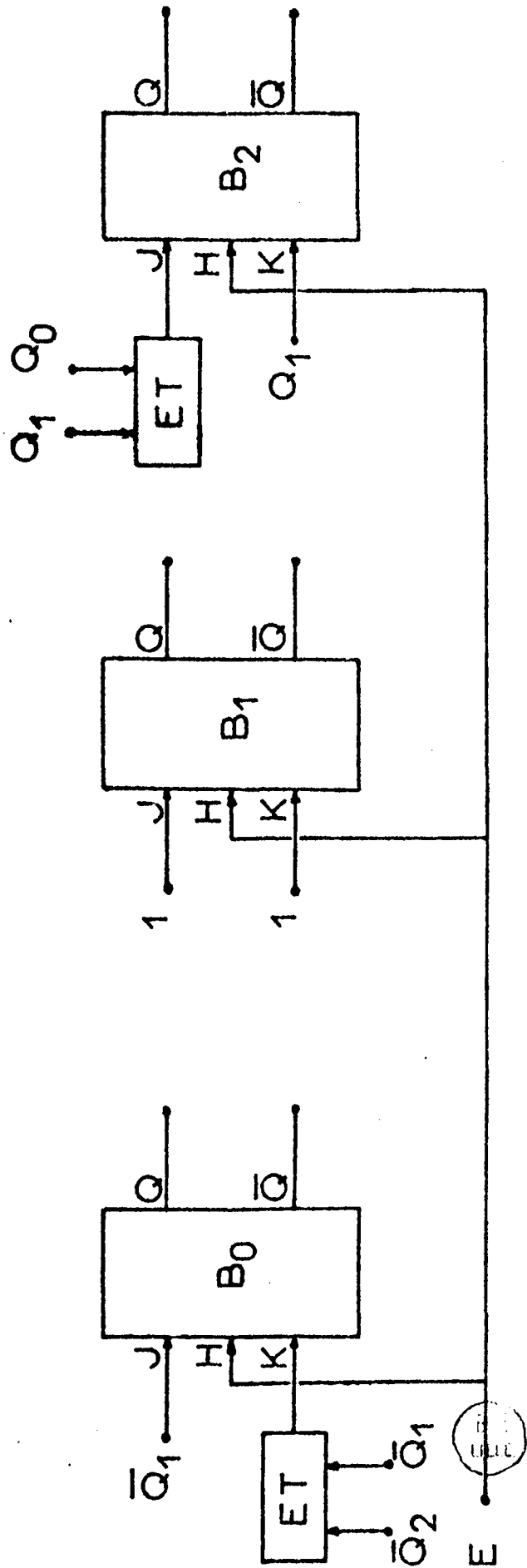


Fig. 12

Parmi toutes ces solutions, il n'en existe qu'une qui soit indépendante de la sortie Q du bistable considéré :

$$\begin{cases} J = G_1, \\ K = G_2. \end{cases}$$

Cette solution, est d'ailleurs évidente, mais elle peut cependant ne pas être la meilleure si l'on dispose déjà dans le circuit de variables telles que $G_1 \cdot \bar{Q}$ et $G_2 \cdot Q$.

5-3-3 BISTABLE P - Q (figure 13)

En notant A et B les entrées d'enclenchement et de déclenchement pour éviter la confusion avec la sortie Q du bistable, nous avons à résoudre :

$$G_1 \cdot \bar{Q} + G_2 \cdot Q = A \cdot \bar{B} \cdot \bar{Q} + \bar{A} \cdot B \cdot Q$$

Solution générale :

$$\begin{cases} A = \lambda \cdot (\bar{G}_2 + \bar{Q}) + G_1 \cdot \bar{Q}, \\ B = \lambda \cdot \mu \cdot Q + (\lambda + \mu) \cdot \bar{G}_1 \cdot \bar{Q} + G_2 \cdot Q. \end{cases}$$

La borne inférieure est la même qu'au paragraphe précédent :

$$\begin{cases} A_m = G_1 \cdot \bar{Q}, \\ B_m = G_2 \cdot Q. \end{cases}$$

La borne supérieure est maintenant :

$$\begin{cases} A_M = \bar{G}_2 + \bar{Q}, \\ B_M = \bar{G}_1 + Q. \end{cases}$$

Il n'existe aucune solution indépendante de Q, sauf si $G_1 \cdot G_2 = 0$; on retrouve alors :

$$\begin{cases} A = G_1, \\ B = G_2. \end{cases}$$

Dans le cas général on a la possibilité d'identifier l'une des entrées du bistable à l'une de ses sorties ; selon l'une des deux solutions :

$$\begin{cases} A = G_1 \cdot \bar{Q} + \bar{G}_2 \cdot Q, \\ B = Q. \end{cases} \quad \begin{cases} A = \bar{Q}, \\ B = \bar{G}_1 \cdot \bar{Q} + G_2 \cdot Q. \end{cases}$$

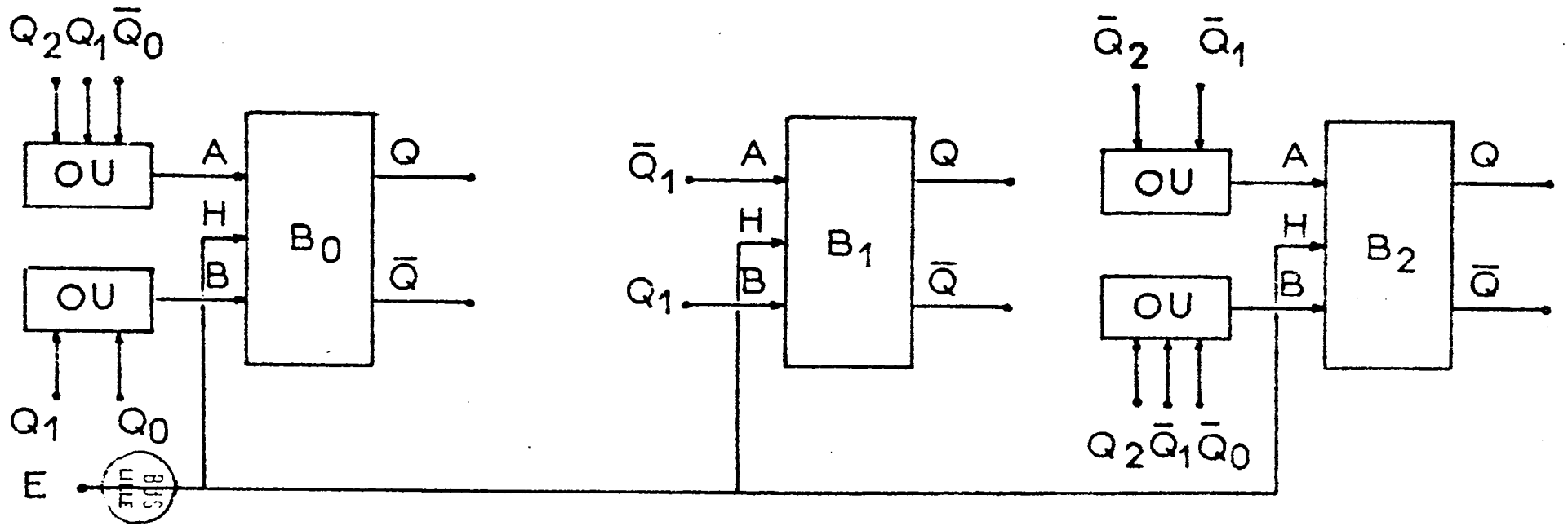


Fig. 13

5-3-4 BISTABLE S - R (figure 14)

Equations à résoudre simultanément :

- une équation du type précédent (J - K ou P - Q) ;
- une équation traduisant la condition R. S = 0

Après transformation en une équation unique, ces deux équations donnent la solution suivante, qui est un cas particulier des solutions obtenues aux paragraphes 5-2 et 5-3 :

$$\begin{cases} S = \lambda \cdot \bar{G}_2 \cdot Q + G_1 \cdot \bar{Q}, \\ R = \mu \cdot \bar{G}_1 \cdot \bar{Q} + G_2 \cdot Q. \end{cases}$$

Borne inférieure :

$$\begin{cases} S_m = G_1 \cdot \bar{Q}, \\ R_m = G_2 \cdot Q. \end{cases}$$

Borne supérieure :

$$\begin{cases} S_M = G_1 \cdot \bar{Q} + \bar{G}_2 \cdot Q, \\ R_M = \bar{G}_1 \cdot \bar{Q} + G_2 \cdot Q. \end{cases}$$

Il n'y a de solution indépendante de Q que si $G_1 \cdot G_2 = 0$, d'où :

$$\begin{cases} S = G_1, \\ R = G_2. \end{cases}$$

5-3-5 BISTABLE D (figure 15)

L'équation de succession :

$$Q_i^N + 1 = f_i (Q_{n-i}^N, \dots, Q_i^N, \dots, Q_0^N) = D_i$$

admet une solution unique évidente :

$$D = f.$$

5-3-6 BISTABLE T (figure 16)

L'équation de transition :

$$\Delta Q_i^N = g_i (Q_{n-1}^N, \dots, Q_i^N, \dots, Q_0^N) = T_i$$

donne immédiatement :

$$T = g.$$

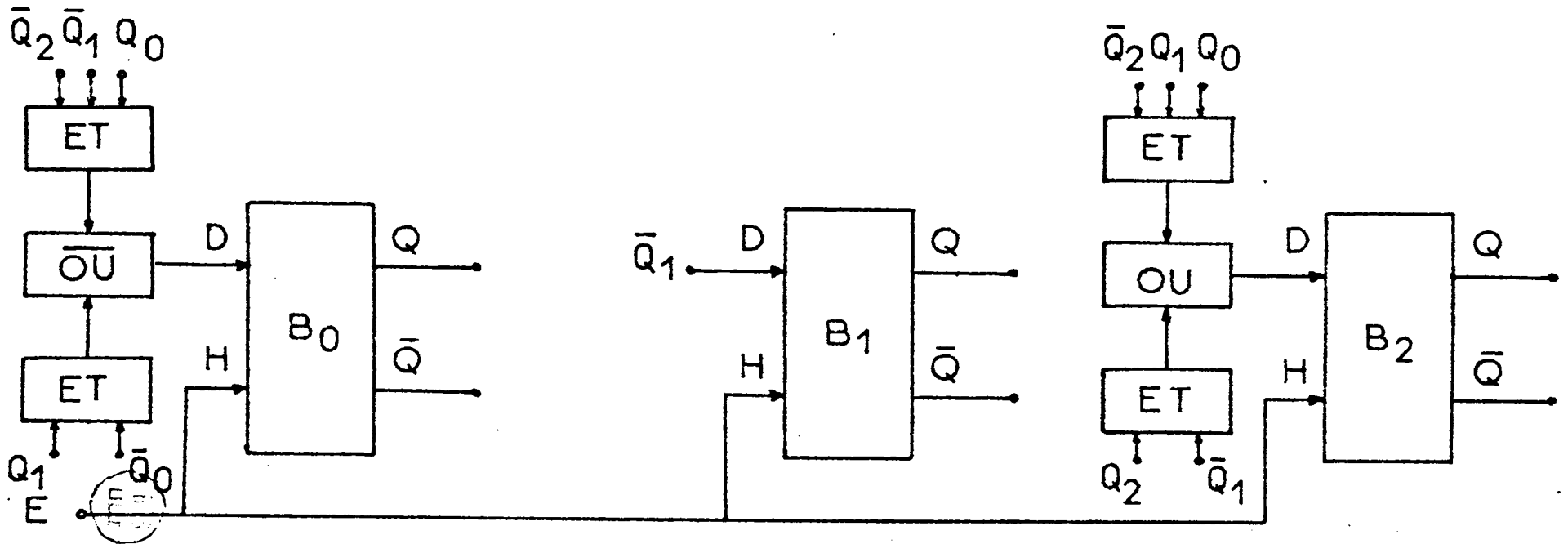


Fig. 15

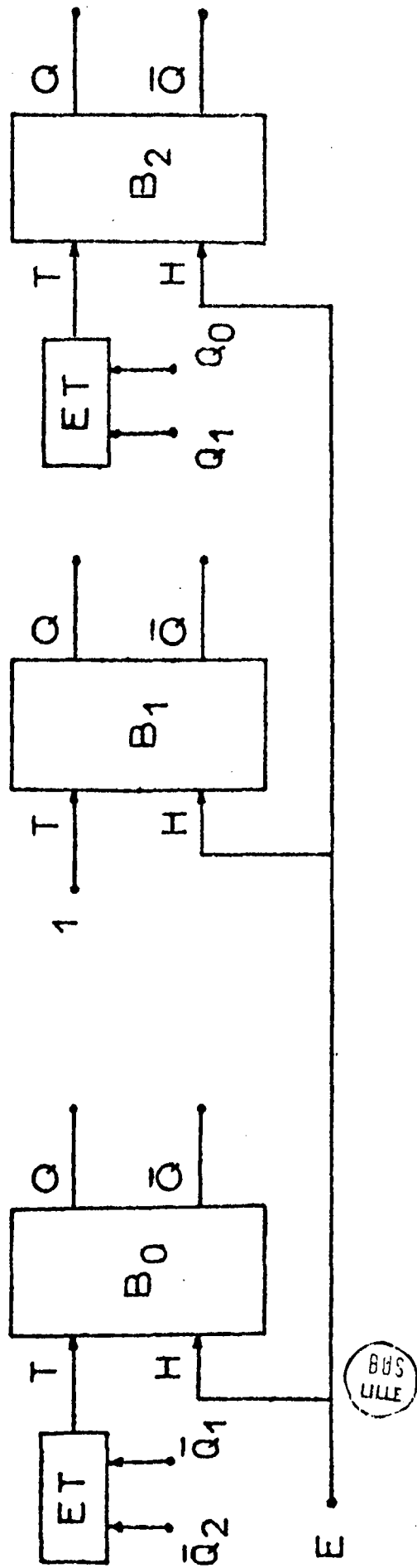


Fig.16

6 - SYNTHESE DES COMPTEURS ASYNCHRONES

Dans le but de simplifier les variables d'entrée des bistables, les compteurs asynchrones à bascules synchronisées utilisent des signaux d'horloge constitués de diverses combinaisons de E et Q_i , qui peuvent différer d'un étage à l'autre.

Le choix des grandeurs d'horloge H_i vient après l'élaboration des tables de succession (ou de transition), et constitue l'étape essentielle de la synthèse ; chaque entrée d'horloge H_i doit nécessairement :

- présenter une chute aux instants où le bistable correspondant B_i doit changer d'état ;
- posséder une expression simple, afin qu'on ne perde pas dans l'élaboration d'une logique d'horloge le bénéfice espéré dans la logique de progression.

Cette détermination résulte généralement de l'examen du chronogramme, qui met en évidence les concomittances des différents signaux.

L'expression de la fonction de succession (ou de transition) de Q_i se déduit ensuite de la table correspondante, en ne considérant que les valeurs de N pour lesquelles H_i présente une transition négative. On obtient ainsi une semi-fonction ayant un domaine de définition plus restreint qu'avec un compteur synchrone, pour lequel toutes les valeurs de N devaient être retenues. Il en résulte généralement une expression algébrique plus simple, et une réalisation plus économique.

Remarque : Les commutations ne sont plus parfaitement synchronisées d'où :

- des aléas séquentiels (courses critiques), si certaines précautions ne sont pas prises pour décaler légèrement dans le temps certains signaux d'horloge les uns par rapport aux autres ;
- des aléas combinatoires ; se traduisant par des sorties erronées pendant les régimes transitoires.

Pour cette dernière raison, les compteurs asynchrones sont surtout réservés aux divisions de fréquence d'impulsions, dans lesquels on ne cherche à obtenir qu'une impulsion à chaque retour à zéro du compteur, et non l'indication de chaque état intermédiaire de celui-ci.

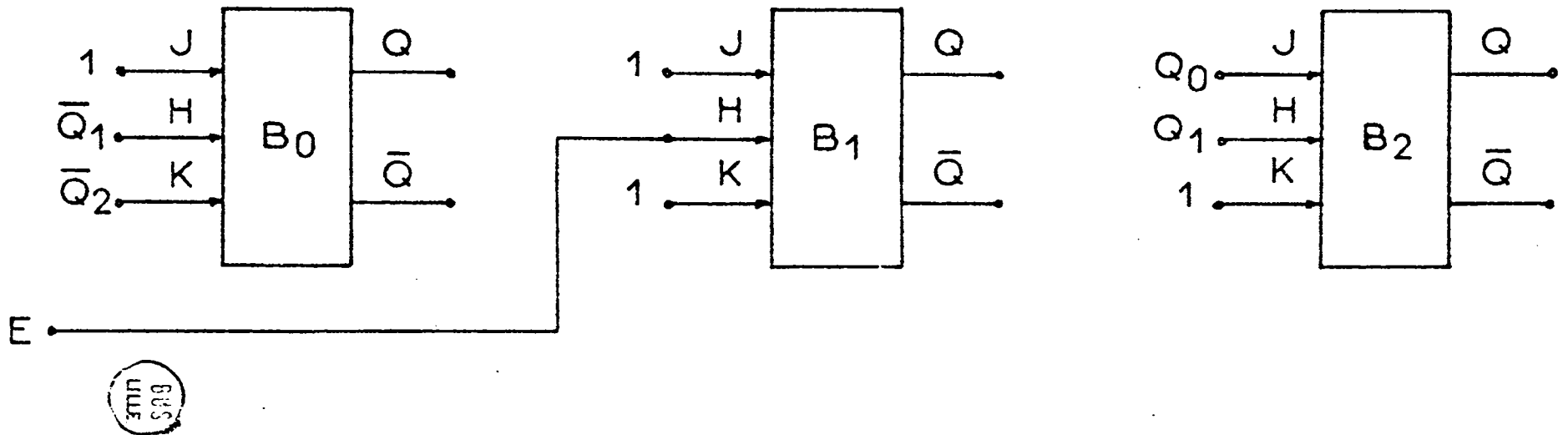


Fig. 17 : exemple de compteur asynchrone ,
 bistables de type J-K, avec : $H_0 = \bar{Q}_1$, $H_1 = E$, $H_2 = Q_1$.

7 - APPLICATION AUX COMPTEURS CLASSIQUES

n-1

7-1 COMPTEUR BINAIRE (codage naturel : $N = \sum_{i=0}^{n-1} Q_i 2^i$)

Un compteur modulo $M = 2^P$ comporte p étages, dont chacun change d'état lorsque tous les précédents sont parvenus à l'état 1. Les fonctions de transition sont donc :

$$\Delta Q_0^N = 1 ; \Delta Q_1^N = Q_0^N ; \dots \Delta Q_i^N = Q_0^N Q_1^N \dots Q_{i-1}^N ; \text{etc...}$$

On peut en déduire le tableau suivant, qui donne les expressions des variables d'entrée en fonction du type de bistable utilisé et du mode de réalisation (synchrone ou asynchrone).

Type du bistable	<u>C - Synchrone</u> $H_i = E$	<u>C. Asynchrone</u> $H_0 = 1 ; H_i = Q_{i-1}$
J - K	$J_0 = K_0 = 1$ $J_i = K_i = Q_0 \dots Q_{i-1}$	$J_i = K_i = 1$
P - Q S - R	$S_0 = \bar{Q}_0 ; R_0 = Q_0$ $S_i = Q_0 \dots Q_{i-1} \bar{Q}_i ; R_i = Q_0 \dots Q_i$	$S_i = \bar{Q}_i$ $R_i = Q_i$
D	$D_0 = \bar{Q}_0$ $D_i = Q_0 \dots Q_{i-1} \bar{Q}_i + \overline{Q_0 \dots Q_{i-1}} \cdot Q_i$	$D_i = \bar{Q}_i$
T	$T_0 = 1$ $T_i = Q_0 \dots Q_{i-1}$	$T_i = 1$

7-2 COMPTEURS A DECALAGE

Nous appelons ainsi un compteur régi par une table de codage dont chaque ligne se déduit de la précédente par un décalage d'un rang vers la gauche, avec réintroduction à droite de la lettre perdue par débordement.

On a donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_i^{N+1} = Q_{i-1}^N \text{ (lire : } i-1 \text{ modulo } M). \\ \Delta Q_i^N = Q_{i-1}^N \cdot \bar{Q}_i^N + \bar{Q}_{i-1}^N \cdot Q_i^N \end{array} \right.$$

Il s'agit d'un registre à décalage bouclé en anneau sur lui-même. Une réalisation synchrone d'impose, et conduit aux expressions suivantes des variables d'entrée des M bistables :

J - K P - Q S - R	$J_i = Q_{i-1}$ $K_i = \bar{Q}_{i-1}$
D	$D_i = Q_{i-1}$
T	$T_i = Q_{i-1} \cdot \bar{Q}_i + \bar{Q}_{i-1} \cdot Q_i$

Cette structure peut encore se simplifier dans certains cas. Ainsi pour un codage de position, défini par :

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_i^N = 0 \text{ pour } i \neq N, \\ Q_i^N = 1 \text{ pour } i = N, \end{array} \right.$$

on peut écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_i^{N+1} = Q_{i-1}^N \cdot \bar{Q}_i^N, \\ \Delta Q_i^N = Q_{i-1}^N + Q_i^N, \end{array} \right.$$

d'où :

J - K	$J_i = Q_{i-1}$ $K_i = 1$
P - Q	$S_i = Q_{i-1}$
S - R	$R_i = \overline{Q}_{i-1}$
D	$D_i = Q_{i-1}$
T	$T_i = Q_{i-1} + Q_i$

7-3 COMPTEUR LINEAIRE

On désigne parfois ainsi un compteur constitué de M bistables s'enclenchant successivement à chaque impulsion, et déclenchés simultanément par la Mième impulsion.

Le nombre N se trouve représenté par l'état tel que :

$$Q_0 \dots Q_{N-1} \cdot \overline{Q}_N \dots \overline{Q}_{M-1} = 1.$$

On a :

$$\begin{cases} Q_0^{N+1} = \overline{Q}_{M-1}^N \\ Q_i^{N+1} = Q_{i-1}^N \overline{Q}_{M-1}^N \end{cases}$$

et :

$$\begin{cases} \Delta Q_0^N = \overline{Q}_0^N + Q_{M-1}^N, \\ \dots \\ \Delta Q_i^N = Q_{i-1}^N \overline{Q}_i^N + Q_{M-1}^N, \\ \dots \\ \Delta Q_{M-1}^N = Q_{M-2}^N + Q_{M-1}^N. \end{cases}$$

Les fonctions d'entrée des bistables s'en tirent sans peine, par une réalisation synchrone seule intéressante ici :

<p>J - K</p>	$\left. \begin{aligned} J_0 &= 1 && ; && K_0 \\ J_i &= Q_{i-1} && ; && K_i \\ J_{M-1} &= Q_{M-2} && ; && K_{M-1} \end{aligned} \right\} = Q_{M-1}$
<p>P - Q S - R</p>	$\left. \begin{aligned} S_0 &= \bar{Q}_0 && R_0 \\ S_i &= Q_{i-1} \bar{Q}_i && ; && R_i \end{aligned} \right\} = Q_{M-1}$
<p>D</p>	$\begin{aligned} D_0 &= \bar{Q}_{M-1} \\ D_i &= Q_{i-1} \bar{Q}_{M-1} \end{aligned}$
<p>T</p>	$\left. \begin{aligned} T_0 &= \bar{Q}_0 && + \\ T_i &= Q_{i-1} \bar{Q}_i && + \\ T_{M-1} &= Q_{M-2} && + \end{aligned} \right\} Q_{M-1}$

.../...

8 - DISPOSITIFS ANNEXES

Les compteurs usuels présentent souvent, en plus de leur fonction principale, certaines possibilités supplémentaires que nous allons maintenant présenter rapidement.

8-1 PREDISPOSITION

Prédisposer le compteur à N_0 consiste à inscrire le nombre N_0 dans le registre de manière que le comptage s'opère à partir de ce contenu initial.

On utilise pour cela les entrées non synchronisées Z_i et U_i de remise à 0 et de remise à 1 des bistables B_i . Si le nombre N_0 affiché s'écrit :

$$N_0 = A_{n-1} A_{n-2} \dots A_i \dots A_0,$$

on doit réaliser les équations :

$$\left| \begin{array}{l} Z_i = \bar{A}_i \cdot I, \\ U_i = A_i \cdot I, \end{array} \right.$$

dans lesquelles I désigne un ordre d'inscription, appliqué préalablement au comptage.

Cas particulier : remise à zéro du compteur.

Si on ne désire prédisposer le compteur qu'au seul nombre $N = 0$ et si le codage employé est tel que $N = 0$ s'écrit uniquement à l'aide de 0, il suffit de réaliser :

$$\forall i : Z_i = Z,$$

Z étant l'ordre général de remise à zéro.

8-2 PRESELECTION

Présélectionner un nombre N_s consiste à délivrer un signal S lorsque le contenu du compteur passe par la valeur N_s préalablement affichée ; S est donné par :

$$S = \prod_{i=0}^{i=M-1} (A_i \cdot Q_i + \bar{A}_i \cdot \bar{Q}_i).$$

8-3 PREDETERMINATION DE LA CAPACITE DE COMPTAGE

Pour ramener la capacité de comptage à $M' < M$, il suffit de provoquer la remise à 0 du compteur par le signal traduisant la coïncidence entre N et M' :

$$Z = \prod_{i=0}^{i=M-1} (A_i \cdot Q_i + \bar{A}_i \cdot \bar{Q}_i)$$

Cependant, si l'on veut éviter d'avoir (très fugitivement) $N = M'$ avant le retour à 0, il faut détecter la coïncidence de N et de $M' - 1$, et donner alors aux entrées des bistables les valeurs qu'elles auraient normalement dû prendre pour l'état $N = M - 1$ qui précède la remise à zéro naturelle.

8-4 DECOMPTAGE

Il y a décomptage lorsqu'on passe de N à $N' = N - 1$ à chaque impulsion nouvelle.

La détermination d'un décompteur se fait comme celle d'un compteur, mais en inversant le sens de la progression, c'est à dire en substituant Q^{N-1} à Q^{N+1} comme successeur de Q^N ; les variables de transition deviennent alors :

$$\Delta Q_i^N = Q_i^N \oplus Q_i^{N-1}$$

8-5 COMPTAGE REVERSIBLE

Un compteur réversible comporte un registre, un réseau logique de progression, un réseau logique de régression, et un circuit d'aiguillage validant l'un ou l'autre de ces deux réseaux suivant qu'il y a ordre de comptage ($C = 1, D = 0$), ou de décomptage ($C = 0, D = 1$); pour $C = D = 0$, il y a inhibition totale du compteur, qui reste dans son état antérieur.

Si nous désignons par X_i^+ l'expression logique d'une entrée du bistable B_i dans le fonctionnement en compteur, et par X_i^- l'expression logique de cette même entrée dans le fonctionnement en décompteur, nous aurons comme fonction d'entrée pour le compteur réversible :

$$X_i = C \cdot X_i^+ + D \cdot X_i^-$$

On remarquera l'analogie du compteur réversible avec un codeur d'angle susceptible de tourner dans les deux sens.

9 - APPLICATIONS

Sans prétendre passer en revue les innombrables applications des systèmes de comptage, nous voudrions en esquisser un classement, basé sur la nature des signaux de comptage.

Nous distinguerons tout d'abord les techniques hybrides des techniques purement numériques - que l'on peut cependant reconstruire après une conversion analogique - numérique préalable, ou avant une conversion numérique - analogique ultérieure.

9-1 TECHNIQUES HYBRIDES

Nous considérons sous ce titre les emplois des compteurs dans lesquels les impulsions à compter résultent de la conversion directe de signaux analogiques en impulsions au moyen de modulateurs d'impulsions appropriés.

9-1-1 Un premier type de modulateur fonctionne de la manière suivante :

$x(t)$ étant le signal analogique d'entrée, et Δx un incrément fixe, il y a émission d'une impulsion $f(t_i)$ aux instants t_i définis par l'équation :

$$x(t) = 0 \text{ modulo } \Delta x ;$$

la fonction $f(t_i)$ est elle-même définie par les conditions :

$$\begin{cases} f(t_i) = +1 & \text{si } x(t_i) > x(t_{i-1}), \\ f(t_i) = 0 & \text{si } x(t_i) = x(t_{i-1}), \\ f(t_i) = -1 & \text{si } x(t_i) < x(t_{i-1}). \end{cases}$$

En pratique on utilise pour le comptage une impulsion unidirectionnelle représentant $|f(t_i)|$, associée à une information binaire qui représente le signe de $f(t_i)$ et commande le sens de calcul d'un compteur réversible :

$$\begin{cases} f(t_i) = +1 & \Rightarrow \text{comptage} , \\ f(t_i) = -1 & \Rightarrow \text{décomptage} . \end{cases}$$

Le contenu du compteur est alors :

$$y(t_n) = y(t_0) + \sum_{i=1}^{i=n} f(t_i).$$

Remarquons que

$$f(t_i) = \frac{x(t_i) - x(t_{i-1})}{\Delta x},$$

nous voyons que $y(t_n)$ représente la traduction numérique de l'information analogique quantifiée $x^*(t)$ dont l'expression dans l'intervalle de temps (t_{n_1}, t_{n+1}) s'écrit :

$$x^*(t) = x(t_0) + \Delta x \sum_1^n f(t_i) = x(t_n).$$

Le compteur réversible permet donc une reconstitution numérique quantifiée de la grandeur analogique $x(t)$, où l'incrément Δx correspond au chiffre binaire de plus faible poids.

EXEMPLE 1

Si $x(t)$ est une position (de translation ou de rotation) détectée par un générateur d'impulsions doté d'une discrimination du sens de parcours, le compteur fournit une mesure quantifiée de cette position et remplace ainsi avantageusement un véritable codeur binaire en vue d'un asservissement numérique.

EXEMPLE 2

Si $x(t)$ est une tension, le système engendrant les impulsions et le compteur constituent un convertisseur analogique-numérique.

9-1-2

Un second type de modulateur, auquel nous limiterons notre étude, délivre une impulsion à tout instant t_i où l'entrée $x(t)$ satisfait à l'équation :

$$\int_0^{t_i} x(t) dt = 0 \text{ modulo } q,$$

q étant un quantum fixé (système I.P.F.M.)

Le train d'impulsions émis sur un intervalle de temps T peut être interprété comme un codage unaire série de la valeur moyenne de $x(t)$ dans cet intervalle, ou de la valeur instantanée de $x(t)$ si la durée de T est très courte, compte tenu de la vitesse d'évolution de x (modulation de fréquence).

Il n'est peut être pas inutile de définir ce que nous entendons par codage unaire :

- l'alphabet unaire est constitué d'une lettre unique, notée 1, matérialisée par une impulsion ;

- le mot unaire représentant le nombre n est matérialisé par n impulsions, émises successivement sur une ligne unique dans le cas de la représentation série. Notons que ces impulsions ne sont pas nécessairement espacées régulièrement, et que l'absence d'impulsion à un instant donné ne constitue pas une information ; ce codage n'est donc en aucune manière un codage binaire équilibré.

Le train d'impulsions fourni par le modulateur peut être traité par un compteur d'au moins trois manières :

A - COMPTAGE AVEC REMISE A ZERO APRES T

Le contenu du compteur avant remise à zéro est la représentation binaire parallèle du nombre d'impulsions reçues. Il y a donc en définitive conversion analogique-numérique de la grandeur x (t) échantillonnée avec la période T.

B - COMPTAGE SANS REMISE A ZERO EXTERNE PAR UN COMPTEUR DE GRANDE CAPACITE

Si le nombre unaire N_0 représente le niveau de x (t) dans l'intervalle de temps [0, T], si N_i représente de même le niveau de x dans l'intervalle [i T, (i + 1) T], il est clair que le compteur effectue la sommation temporelle :

$$y(t) = \sum_{i=0}^n N_i, \quad nT \leq t < (n+1)T.$$

On peut dire que le compteur fonctionne en intégrateur, puisqu'il donne à chaque instant sous forme numérique la primitive du signal x (t) :

$$y(t) \Leftrightarrow \int_0^t x(t) \cdot dt.$$

C - COMPTAGE PAR UN COMPTEUR DE GRANDE CAPACITE, AVEC REMISE A ZERO APRES KT
(K >> 1).

Le contenu y du compteur, lu avant remise à zéro et divisé par K, fournit la valeur moyenne du signal analogique x (t) ; on peut encore parler de fonctionnement en intégrateur, mais en précisant qu'il s'agit maintenant d'une intégrale définie.

9-2 TECHNIQUES NUMERIQUES

Nous nous bornerons à envisager sous ce titre deux grands types d'application des compteurs.

9-2-1 PROGRAMMATION

Un compteur à décalage modulo M permet de construire très simplement un programmeur séquentiel à M phases. Si le contenu du compteur est un mot binaire ayant un seul 1, il suffit d'un circuit OU à M entrées (au plus) pour obtenir n'importe quel mot binaire de longueur M en représentation série, c'est à dire n'importe quelle séquence de M phases.

L'emploi de P circuits OU permet de commander indépendamment P voies distinctes.

Notons que les impulsions provoquant le décalage du compteur et donc la progression de la séquence, peuvent être non périodiques ; les phases successives peuvent avoir des durées extrêmement variables, et être éventuellement déclenchées par des informations issues du processus commandé lui-même. De plus des boucles conditionnelles peuvent être aménagées dans ce programme, grâce à l'emploi de circuits de prédisposition du compteur.

9-2-2 Traitement de l'information

Un grand nombre d'opérations mathématiques peuvent être réalisées par des compteurs, recevant leurs données sous forme unaire-série, et donnant les résultats sous forme binaire-parallèle.

La composition de ces opérations nécessite une reconversion des signaux binaires en signaux unaires, dont nous allons commencer par donner le principe.

A - CONVERSION BINAIRE → UNAIRE

Première méthode

Le nombre binaire N à convertir est inscrit par prédisposition dans un décompteur D de capacité M auquel on envoie les impulsions d'une horloge H jusqu'à provoquer le retour à zéro ; le train d'impulsions d'horloge émis pendant la durée du décomptage constitue le signal unaire souhaité X.

Seconde méthode

Un compteur de capacité M reçoit les impulsions d'une horloge de période τ .

Le front montant de chaque sortie Q_i de bistable est mis en forme, de manière à produire une brève impulsion $d^+ Q_i$.

.../...

Le nombre N se trouvant inscrit dans un registre ou dans un autre compteur sous forme d'un mot binaire

$$A_{n-1} A_{n-2} \dots A_i \dots A_0,$$

on obtient l'information unaire X au moyen de n circuits ET associés à un circuit OU selon la relation :

$$X = A_{n-1} \cdot d^+ Q_0 + \dots + A_{n-1-i} \cdot d^+ Q_i + \dots + A_0 \cdot d^+ Q_{n-1}.$$

Dans les deux cas le mot unaire est constitué par l'ensemble de toutes les impulsions transmises par une certaine ligne, pendant un temps T égal à M périodes τ de l'horloge.

B - ADDITION

N_1 et N_2 étant représentés par deux trains d'impulsions synchrones, il suffit de décaler d'une fraction de période τ le second train par rapport au premier et de les réunir au moyen d'un circuit OU placé avant le compteur pour obtenir la somme de $N_1 + N_2$ en numération binaire.

C - SOUSTRACTION

La différence $N_1 - N_2$ peut être élaborée par un compteur réversible recevant en comptage le signal unaire représentant N_1 et en décomptage le signal unaire décalé représentant N_2 .

D - INTEGRATION

Comme nous l'avons indiqué en 0-1-2, un compteur de grande capacité fournit l'intégrale dans le temps de l'information unaire qu'il reçoit.

Les opérations précédentes peuvent être combinées avec l'intégration pour réaliser un intégrateur-sommeur algébrique.

Ceci permet d'envisager, sous forme numérique, toutes les fonctions dévolues, sous forme analogique, aux amplificateurs opérationnels. D'où les applications: résolution d'équations différentielles, génération de signaux (rampe, parabole, sinusoïde), simulation et régulation numérique de processus, etc. Mais les compteurs se prêtent également à diverses opérations non linéaires, dont nous citerons maintenant les plus importantes.

E - DIVISION

Les impulsions émises lors du retour à zéro d'un compteur modulo M constituent un nombre unaire égal au quotient par M du nombre unaire incident N.

On peut donc diviser N par un nombre M quelconque, éventuellement variable, en utilisant un compteur à prédétermination.

L'association en cascade de plusieurs compteurs opère successivement les divisions correspondantes.

F - MULTIPLICATION

Le second procédé décrit pour la conversion binaire-unaire peut servir de multiplieur.

Si l'on substitue aux impulsions d'horloge un nombre unaire N', le système émet pendant le temps T un nombre d'impulsions N'', égal au nombre N' d'impulsions reçues, multiplié par le rapport du nombre (binaire) N à la capacité M du compteur :

$$N'' = N' \times \frac{N}{M} .$$

Un tel système peut, par exemple, servir de corrélateur s'il est suivi d'un intégrateur élaborant une valeur moyenne ; associé à un générateur sinusoïdal également numérique, il peut constituer un véritable transféromètre numérique.

G - TRADUCTION DE FONCTION

La traduction d'un nombre binaire x en un nombre binaire y selon une loi biunivoque $y = f(x)$ peut se faire par conversion binaire → unaire et comptage selon un codage correspondant à la loi désirée.

Les opérations précédentes n'épuisent pas les possibilités des compteurs. Nous terminerons en décrivant un dispositif d'extraction de racine carrée basé sur la relation :

$$n^2 = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = \sum_{i=1}^n (2i - 1) .$$

Un premier compteur C₁ de capacité 2 M transforme un signal d'horloge de fréquence f en un signal de fréquence $\frac{f}{2M}$, qui est appliqué à un second compteur C₂, de capacité M, prédisposé à M - 1.

Si nous désignons par Q_i les sorties des m bistables de C₂ et si nous considérons le mot binaire

$$Q_{m-1} Q_{m-2} \dots Q_0 1,$$

il est clair que ce mot représente, après réception de la i-ème impulsion, le nombre 2 i - 1.

Ce nombre est converti en unaire à partir d'impulsions de fréquence f provenant de l'horloge-mère, puis envoyé sur un décompteur D prédisposé à la valeur x dont on désire calculer la racine carrée.

L'ensemble du processus s'arrête lorsque le contenu de D , soit :

$$x - \sum_{i=0}^n (2i - 1)$$

devient nul ; le contenu n de C_2 représente alors le résultat cherché.

10 - C O N C L U S I O N

L'aperçu que nous venons de donner de ses possibilités d'application montre que le compteur constitue un élément fonctionnel essentiel de très nombreux systèmes discrets, et justifie l'importance que nous avons accordée à l'analyse et à la synthèse de type particulier de système séquentiel.

La quasi-universalité du compteur en tant qu'organe de calcul s'explique par le fait qu'il opère par simple sommation temporelle des nombres unaires successivement présentés à son entrée ; ce procédé est à l'origine même du calcul arithmétique, qui a longtemps consisté pour l'homme à "compter sur ses doigts" (calcul proprement "digital").

Il faut cependant noter une certaine lourdeur des multiples reconversions binaires-unaires qui interviennent nécessairement dans les opérations complexes. C'est pourquoi ces techniques trouvent surtout leur application dans des appareils numériques ou hybrides spécialisés plutôt que dans les grandes machines de traitement automatique de l'information, à fonctionnement essentiellement binaire.

BIBLIOGRAPHIE SOMMAIRE

- 1 - G. BOULAYE - Application des équations booléennes à l'étude des bascules synchronisées - Automatismes, t. XIII, (1968), n° 1, p. 20-24.
- 2 - J. BRUNIN - Logique binaire et commutation - Dunod 1966.
- 3 - M. CHEVALIER - Appareillage électrique des automatismes industriels. Eyrolles, 1965.
- 4 - J. CHINAL - Techniques booléennes et calculateurs arithmétiques - Dunod, 1967.
- 5 - J. FLORINE - La synthèse des machines logiques - Dunod 1964.
- 6 - J. FLORINE , M. DE HAGEN : registres, compteurs et sélecteurs électroniques sans bascules bistables. Automatismes, t. XII, (1967), n° 11, p. 548-553.
- 7 - J. FRANKLIN - Dynamic Testing Instruments - Wireless World, octobre 1966.
- 8 - JM KRAUSENER - Bascules et compteurs en circuits intégrés T.T.L. - Electronique Industrielle, n° 110 (1968), p. 11-17.
- 9 - JC MAILLET - Synthèse des compteurs synchrones. Electronique Industrielle, n° 100 (1968) p. 31-35, et n° 101, p. 171-175.
- 10 - P NASLIN - Circuits logiques et automatismes à séquences. Dunod 1965.
- 11 - JP. PERRIN, M. DENOUE, E. DACLIN - Systèmes logiques t: I et II, Dunod 1967.
- 12 - H. SOUBIES - CAMY - Les techniques binaires et le traitement de l'information. Dunod, 1966.
- 13 - R.L. VALLEE - Les fonctions dibinaires / Automatismes -. XIII, (1968), n° 4, p. 141-145.

