

UNIVERSITÉ DE LILLE

FACULTÉ DES SCIENCES

---

CENTRE DE 3<sup>e</sup> CYCLE D'ELECTRONIQUE

**THÈSE DE 3<sup>e</sup> CYCLE**

---

Étude théorique et expérimentale  
de la puissance hyperfréquence  
délivrée par un semi-conducteur en avalanche  
Influence de la température

---

Membres du Jury : M. GABILLARD, Président  
M. LEBRUN, Examineur  
M. CONSTANT, Examineur  
M. SEMICHON, Invité

Présentée à Lille, le 2 Octobre 1968

par

**Etienne ALLAMANDO**

UNIVERSITE DE LILLE

FACULTE DES SCIENCES

DOYENS HONORAIRES :

MM. LEFEBVRE, PARREAU

PROFESSEURS HONORAIRES :

MM. ARNOULT, BEGHIN, BROCHARD, CAU, CHAPPELON, CHAUDRON,  
CORDONNIER, DEHEUVELS, DEHORNE, DOLLE, FLEURY, P. GERMAIN,  
KAMPE DE FERIET, KOURCANOFF, LAMOTTE, LELONG, Mme LELONG, MM. MAZET  
MICHEL, NORMANT, PARISELLE, PASCAL, PAUTHENIER, ROIG, ROSEAU,  
ROUBINE, ROUELLE, WIEMAN, ZAMANSKY.

---

DOYEN :

M. DEFRETIN, Biologie et Physiologie Animales

ASSESSEURS :

MM. HEUBEL, Professeur de Chimie Minérale  
LEBRUN, Professeur en Electronique

PROFESSEURS :

MM. BACCHUS	Mathématiques Appliquées
BEAUFILS	Chimie
BONNEMAN	Chimie
BECART	Physique
BLOCH	Biologie et Physiologie Animales
BONTE	Sciences de la terre
BOUGHON	Mathématiques Pures
BOUISSET	Biologie et Physiologie Animales
BOURIQUET	Biologie Végétale
CELET	Sciences de la Terre
CONSTANT	Electronique, Electrotechnique et et Automatique
CORSIN	Sciences de la terre

MM. DECUYPER	Mathématiques Pures
DEDECKER	Mathématiques Pures
DEHORS	Electronique, Electrotechnique et Automatique
DELATRE	Sciences de la terre
DELEAU	Sciences de la Terre
DELHAYE	Chimie
DESCOMBES	Mathématiques Pures
DURCHON	Biologie et Physiologie Animales
FOURET	Physiques
GABILLARD	Electronique, Electrotechnique et Automatique
GLACET	Chimie
GONTIER	Mathématiques Appliquées
HEIM DE BALSAC	Biologie et Physiologie Animales
HOCQUETTE	Biologie végétale
LEBEGUE	Botanique
Mme LEBEGUE	Physique
Mlle LENOBLE	Physique
MM. LIEBAERT	Electronique, Electrotechnique et Automatique, génie Electrique
LINDER	Biologie Végétale
LUCQUIN	Chimie
MARION	Chimie
MARTINET LAGARDE	Mathématiques Appliquées
Mlle MARQUET	Mathématiques Pures
MENNESSIER	Géologie
MONTARIOL	Chimie
MONTREUIL	Chimie
MORIAMEZ	Physique
MOUVIER	Chimie
PEREZ	Physique
PHAM MAU QUAN	Mathématiques Pures
POUZET	Mathématiques Appliquées
PROUVOST	Sciences de la Terre
SAVARD	Chimie
SCHILTZ	Physique

MM. SCHALLER	Biologie et Physiologie Animale
Mme SCHWARTZ	Mathématiques Pures
MM. TILLIEU	Physique
TRIBOT	Chimie
VAZART	Botanique
VIVIER	Biologie et Physiologie Animales
WATERLOT	Sciences de la Terre
WERTHEIMER	Physique

#### MAITRES DE CONFERENCES

Mme BADIER	Physique
BASTIANT	Mathématiques
MM. BELLET	Physique
BENABOU	Mathématiques Pures
BILLARD	Physique
BOILLET	Physique
BUI TRONG LIEU	Mathématiques Pures
CHERRUAULT	Mathématiques Pures
CHEVALIER	Mathématiques
DERCOURT	Sciences de la Terre
DEVRAINNE	Chimie
Mme DIXMIER	Mathématiques
M. DOUCET	Chimie
Mme DRAN	Chimie
MM. DUQUESNOY	Chimie
GOUDMAND	Chimie
GUILBAULT	Biologie et Physiologie Animale
GUILLAUME	Biologie Végétale
HANGAN	Mathématiques
HENRY	Physique
HERZ	Mathématiques Appliquées
HEYMAN	Physique
HUARD DE LA MAPRE	Mathématiques Appliquées
JOLY	Biologie et Physiologie Animales



MM. LABLACHE COMBIER	Chimie
LACOSTE	Biologie Végétale
LAMBERT	Physique
LANDAIS	Chimie
LEHMANN	Mathématiques Pures
Mme LEHMANN	Mathématiques Pures
MM. LOUCHEUX	Chimie
MAES	Physique
METTETAL	Zoologie
MONTEL	Physique
NGUYEN PHONG CHAU	Mathématiques
PANET	Electronique, Electrotechnique et Automatique
PARSY	Mathématiques Pures
RACZY	Physique
ROBERT	Calcul Numérique
SAADA	Physique
SEGARD	Chimie
TUDO	Chimie Minérale Appliquée
VAILLANT	Mathématiques Pures
VIDAL	Electronique, Electrotechnique et Automatique
Mme ZINN-JUSTIN	Mathématiques Pures.

A TOUS MES MAITRES  
A QUI JE DOIS CE QUE JE SAIS  
ET CE QUE JE SUIS.

A ma femme

Ce travail a été effectué au Département Electronique, Electrotechnique, Automatique - Service de Radioélectricité et Electronique - Laboratoire "Hyperfréquences et Semi-conducteurs" - de la Faculté des Sciences de LILLE.

Je remercie vivement Monsieur le Professeur GABILLARD d'avoir bien voulu m'accueillir dans son service et de me faire l'honneur de présider mon Jury.

Je remercie, tout particulièrement, Monsieur le Professeur CONSTANT pour l'aide précieuse et les conseils judicieux qu'il n'a cessé de me prodiguer tout au long de ce travail.

Je tiens à remercier Monsieur le Professeur LEBPUN qui m'a apporté tout son appui moral, aussi bien au cours de mes études au Conservatoire National des Arts et Métiers que durant la préparation de cette thèse.

Ce travail a été effectué en étroite collaboration avec le Laboratoire d'Electronique et de Physique Appliquée. Je remercie très vivement tous les membres de l'équipe des Semi-conducteurs ainsi que les Ingénieurs du L.E.P. qui m'ont aidé, de façon très efficace, et en particulier Monsieur SEMICHON, qui me fait l'honneur de juger ce Mémoire.

Je remercie également tout le Personnel technique et administratif pour leur aimable collaboration.

## S O M M A I R E

### CHAPITRE I.

Mécanismes fondamentaux régissant le fonctionnement des oscillateurs du type A.T.T.

### CHAPITRE II.

Etude expérimentale des oscillateurs.

### CHAPITRE III.

Détermination théorique et expérimentale de la température de la jonction. Etude de sa répartition.

### CHAPITRE IV.

Evaluation des grandeurs caractéristiques d'un semi-conducteur en champ fort. Etude de leur variation en fonction de la température.

### CHAPITRE V.

Théorie du fonctionnement non linéaire des oscillateurs du type A.T.T.

### CHAPITRE VI.

Interprétation.

## NOTATIONS

De manière générale,

- les grandeurs purement alternatives (valeur moyenne nulle) sont en miniscule :  $i$
- les grandeurs alternatives ayant une composante continue (valeur moyenne non nulle) sont en majuscule et portent un indice  $\sim$  :  $I$
- les grandeurs stationnaires continues, indépendantes du temps, sont en majuscule :  $I$ , ainsi que les amplitudes maximales des courants alternatifs (les indices 1, 2... n, indiquent qu'ils s'agit de la composante d'ordre 1, 2... n).

### Densités de courants\*

#### Continus

- $J$  courant dans le circuit de la jonction
- $J_0$  courant dans la diode
- $J_s$  courant de saturation
- $J_{ca}$  courant de conduction en zone d'avalanche

#### Alternatifs $j$ courant total dans la diode

- $j_1$  courant hyperfréquence à l'oscillation
- $j_{ca}$  courant de conduction en zone d'avalanche
- $j_{ct}$  courant de conduction en zone de transit
- $j_{da}$  courant de déplacement en zone d'avalanche
- $j_{dt}$  courant de déplacement en zone de transit

- de bruit  $\sqrt{i_n^2}$  courant de bruit délivré dans le circuit extérieur par la diode
- $\sqrt{i_{no}^2}$  courant de bruit généré par la zone d'avalanche en l'absence de champ alternatif.

---

\* Grandeurs à multiplier par  $S$ , surface de la jonction, pour avoir les courants.

$\sqrt{i^2}$  générateur équivalent de courant de bruit de la diode  
 $W(f)$  densité spectrale de courant de bruit.

### tensions

$U_z$  tension d'avalanche à faible courant  
 $U$  tension continue appliquée à la diode  
 $U_o$  tension continue aux bornes de la jonction  
 $U_a$  tension continue aux bornes de la zone d'avalanche  
 $U_t$  tension continue aux bornes de la zone de transit  
  
 $u_T$  tension alternative totale  
 $u_a$  tension alternative aux bornes de la zone d'avalanche  
 $u_t$  tension alternative aux bornes de la zone de transit  
  
 $\sqrt{u^2}$  générateur équivalent de tension de bruit de la diode.

### champs

$E$  champ électrique appliqué à la diode  
 $E_o$  champ continu aux bornes de la jonction  
 $E_M$  champ maximum au niveau de la jonction  
 $E_a$  champ continu en zone d'avalanche  
 $e_a$  champ alternatif en zone d'avalanche  
 $e_t(x)$  champ alternatif en zone de transit.

### Puissances

$P_b$  puissance de bruit due à la diode  
 $P_e$  puissance émise par la diode  
 $P_u$  puissance utilisable dans le récepteur  
 $N(f)$  densité spectrale de puissance

### Résistances

$R_o$  résistance caractéristique du guide ou du coaxial  
 $R_D$  résistance différentielle de la diode  
 $R_T$  résistance due aux effets thermiques  
 $R_c$  résistance différentielle due à l'effet de charge d'espace  
 $R_{th}$  résistance thermique  
 $R_s$  résistance ohmique série de la diode



$R_{\delta}$  résistance dynamique en zone d'avalanche  
 $R_t$  résistance dynamique en zone de transit  
 $R_p$  résistance de charge du circuit dans le plan de la diode  
 $R_{HF}$  résistance due aux pertes HF dans le circuit

### Impédances

$Z$  impédance totale du circuit  
 $Z_D$  impédance totale de la jonction  
 $Z'_D = R'_D + j X'_D$  impédance de la diode dans son circuit hyperfréquence.  
 $Z_{\delta}$  impédance dynamique en zone d'avalanche  
 $Z_t$  impédance dynamique en zone de transit  
 $X$  réactance  
 $X_D$  réactance de la jonction  
 $X_p$  réactance de la monture  
 $L_s$  self induction série de la diode  
 $L_{\delta}$  self induction de la zone d'avalanche =  $\frac{X_{\delta}}{\omega}$   
 $C$  capacité totale de la jonction à l'avalanche  
 $C_j$  capacité totale de la jonction  
 $C_t$  capacité de la zone de transit  
 $C_{\delta}$  capacité de la zone d'avalanche  
 $C_{th}$  capacité thermique  
 $C_B$  capacité du boîtier de la diode

### Divers

$B_0(z), B_1(z) \dots B_n(z)$  : fonctions de Bessel modifiées de première espèce.  
 $C(\tau)$  fonction d'autocorrélation  
 $D_n, D_p$  constantes de diffusion des électrons et des trous  
 $f = \frac{\omega}{2\pi}$  fréquence de travail  
 $f_a = \frac{\omega_a}{2\pi}$  fréquence d'avalanche  
 $f_c$  fréquence de coupure de la diode

$f_a = \frac{\omega_o}{2\pi}$	fréquence d'oscillation
$\Delta f$	bande passante du récepteur
$g$	taux de génération des porteurs
$i = \sqrt{-1}$	
$K$	paramètre
$M, M_n, M_p$	taux de multiplication des porteurs
$N_A, N_D$	concentration des accepteurs et des donneurs
$n, p$	concentration des trous et des électrons
$q$	charge de l'électron
$Q$	coefficient de qualité
$Q_s$	coefficient de qualité de la diode
$S$	surface de la jonction
$T$	température absolue
$T_B$	température du boîtier
$T_b$	température équivalente de bruit
$T_j$	température de la jonction
$v$	vitesse de saturation des porteurs
$v_n, v_p$	vitesse des électrons et des trous
$W$	largeur de la jonction
$y \left\{ \right.$	paramètres dépendant de l'amplitude des oscillateurs
$z \left\{ \right.$	

---

$\alpha_n, \alpha_p$       taux d'ionisation des électrons et des trous ( $\alpha_p = k \alpha_n$ )

$$\beta^2 = \frac{I_o}{I_x} = \frac{\omega_a^2}{\omega^2} \quad \text{paramètre}$$

$$\gamma = \frac{\Delta V}{\Delta T} \quad \text{coefficient}$$

$\delta$       largeur de la zone d'avalanche

$\epsilon$       permittivité diélectrique relative du matériau

$\eta$       rendement en puissance

$\eta_e$       rendement en puissance émise

$\eta_u$  rendement en puissance utilisable

$\theta = \omega \tau_t$  angle de transit

$\lambda(\theta) = \frac{\sin \theta}{\theta} + \frac{\delta}{W - \delta}$  paramètre

$\mu(\theta) = 1 - \frac{\sin \theta}{\theta}$  paramètre

$\mu_n, \mu_p$  mobilités des électrons et des trous

$\rho_n, \rho_p$  charge d'espace des électrons et des trous

$\rho_o$  densité de charges fixes

$\sigma = a + \omega \tau_j$  paramètre

$\tau_x$  intervalle de temps moyen entre deux ionisations

$\tau_t$  temps de transit en zone de transit

$\tau_\delta$  temps de transit en zone d'avalanche

$\tau_Y$  retard moyen du au transit des porteurs en zone de multiplication

$\phi$  phase

$\chi(\theta) = \frac{1 - \cos \theta}{\theta}$  paramètre

Remarque : Nous appelons diode A.T.T. une diode à Avalanche et à Temps de Transit.

## I N T R O D U C T I O N

Le développement des recherches spatiales et la généralisation de l'intégration des composants ont amenés les physiciens à concevoir des dispositifs à l'état solide qui remplaceront, dans un proche avenir, les dispositifs similaires à composants discrets utilisés en hyperfréquences. Parmi ces systèmes, une place de plus en plus importante est réservée aux composants basés sur l'utilisation des plasmas dans les solides.

Depuis 1965, le laboratoire Hyperfréquences et Semi-conducteurs de la Faculté des Sciences de Lille étudie les propriétés hyperfréquences des semi-conducteurs en champ fort <sup>(1)</sup> <sup>(2)</sup>. Dans le cadre de ces recherches, nous avons étudié, pour notre part, les oscillations hyperfréquences qui prennent naissance dans un semi-conducteur en régime d'avalanche. En collaboration avec la laboratoire d'Electronique et de Physique Appliquée (L.E.P.), nous avons réalisé et étudié de nombreux oscillateurs hyperfréquences à l'état solide basés sur ces phénomènes.

Nous présentons ici une contribution à l'étude théorique et expérimentale de la puissance hyperfréquence délivrée par un oscillateur A.T.T. (à Avalanche et Temps de Transit). Contrairement aux nombreux travaux théoriques déjà publiés sur ces sujets <sup>(3)</sup> <sup>(4)</sup> et basés sur un régime de fonctionnement linéaire, nous avons développé essentiellement ici une théorie non linéaire et nous l'avons appliqué aux structures semi-conductrices étudiées expérimentalement.

En effet, seule une théorie en régime non linéaire permet de mettre en évidence toutes les propriétés des oscillateurs étudiés. A notre connaissance de telles théories n'ont été élaborées que partiellement par Tager <sup>(5)</sup> et Baddorf <sup>(6)</sup>.

Le travail exposé ici permet de calculer la puissance hyperfréquence émise par un oscillateur A.T.T. et d'étudier les variations de cette puissance en fonction de la densité de courant et de la température.

Dans une première partie nous décrivons les mécanismes fondamentaux qui permettent la production des puissances hyperfréquences à partir de jonctions semi-conductrices en régime d'avalanche.

Dans une seconde partie, après avoir décrit les dispositifs expérimentaux utilisés, nous donnons l'ensemble des résultats obtenus sur des jonctions semi-conductrices réalisées dans du silicium.

On constate, que la température est un paramètre essentiel qui limite les performances obtenues et nous étudions dans les chapitres III et IV les effets thermiques. Tout d'abord, nous montrons chapitre III comment on peut calculer la répartition de la température dans une jonction semi-conductrice en avalanche et nous étudions ensuite chapitre IV l'influence de la température sur les grandeurs caractéristiques de l'ionisation dans le semi-conducteur.

Nous développons, chapitre V, la théorie en régime non linéaire et nous obtenons les expressions permettant le calcul de l'impédance et de la puissance délivrée par un semi-conducteur en régime d'avalanche.

Enfin, dans une dernière partie (chapitre VI) nous essayons, à partir de l'étude théorique présentée, d'interpréter les résultats expérimentaux obtenus et les variations de la puissance hyperfréquence délivrée en fonction du courant de polarisation et de la température.

# CHAPITRE I

## MECANISMES FONDAMENTAUX REGISSANTS LE FONCTIONNEMENT

### DES OSCILLATEURS DU TYPE ATT

- I. 1 Généralités
- I. 2 Obtention d'une résistance négative
- I. 3 Phénomène d'émission dû au champ électrique
  - a) Effet Zener
  - b) Ionisation par Chocs
- I. 4 Structures utilisées
- I. 5 Caractérisation expérimentale des structures.



## I. 1 GENERALITES

Les oscillateurs du type A.T.T. (temps de transit en avalanche) se composent essentiellement d'une structure semi-conductrice, placée dans un circuit hyperfréquence convenable.

Les structures semi-conductrices utilisées sont diverses mais ont en commun l'utilisation de deux mécanismes fondamentaux :

- les porteurs mobiles sont créés par une émission due au champ électrique.
- Ces porteurs transitent dans une zone désertée à une vitesse finie qui détermine la durée de leur interaction avec le champ électrique.

Ces deux mécanismes permettent de faire apparaître une résistance négative susceptible d'apporter au circuit hyperfréquence une énergie suffisante pour entretenir des oscillations.

## I. 2 OBTENTION D'UNE RESISTANCE NEGATIVE

Nous allons montrer, sur un exemple simple, mais qui peut être difficile à réaliser en pratique, comment il est possible d'obtenir une résistance négative à partir :

- d'une part d'une émission de porteurs de charge due au champ électrique (cette émission aura lieu dans ce que nous appellerons la zone de multiplication).
- d'autre part, d'un retard dû à la durée du transit des porteurs dans ce que nous appellerons la zone de transit.

Diode à émission de champ.

Considérons une diode à vide constituée de deux électrodes A et B distantes de  $d$ . ( fig. A I )

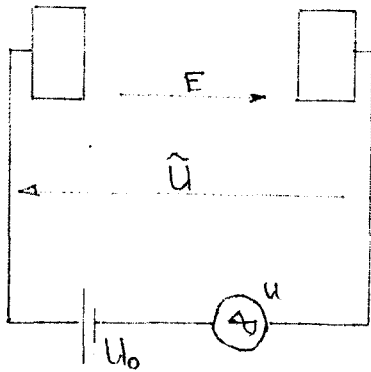


fig. A 1

Ces électrodes sont soumises à une tension alternative superposée à une tension continue.

On admettra (si on néglige ici la charge d'espace) que la tension est proportionnelle au champ  $E$ .

Supposons qu'il se produise une émission de porteurs de charges (électrons) due au champ sur l'électrode A (effet Fowler-Nordhéc par exemple).

Cette émission se produira essentiellement lorsque le champ alternatif est maximum (fig. A 2). L'énergie fournie par le champ à un électron émis en A est  $\mathcal{E}_1$  tel que :

$$\mathcal{E}_1 = \int_0^d q E dx = \int_0^d U dx$$

avec  $\begin{cases} q = \text{charge de l'électron} \\ U = U_0 + u \cos \omega t \end{cases}$

La partie alternative de cette énergie s'écrit :

$$\mathcal{E}_1 = q \frac{U}{d} \cdot \int_0^d \cos \omega t dx$$

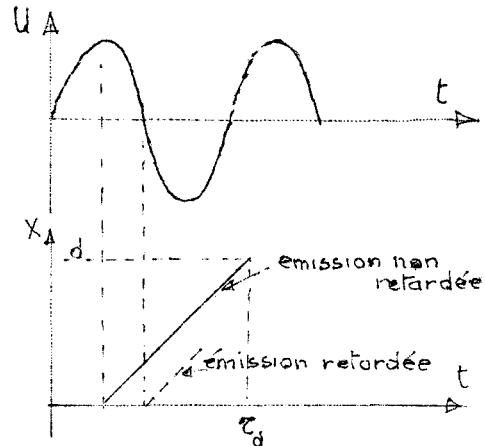


fig. A 2

Pour simplifier, supposons que les électrons se propagent à une vitesse finie  $v$ , indépendante du champ alternatif (électron relativiste par exemple)

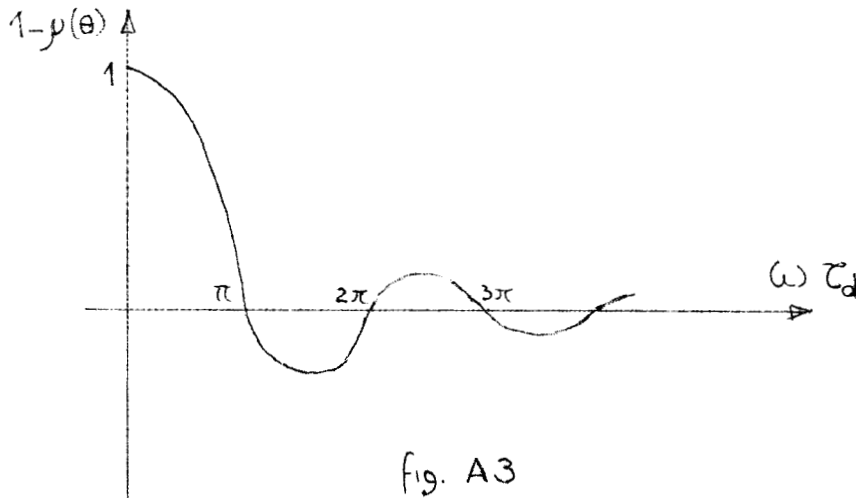
En définissant  $\tau$  et  $\tau_d$  par les relations

$$\tau = \frac{x}{v} \quad \text{et} \quad \tau_d = \frac{d}{v} \quad \text{l'intégrale s'écrit}$$

$$\mathcal{E}_1 = q \frac{U}{d} v \int_0^d \cos \omega \tau d\tau$$

Soit 
$$\mathcal{E}_1 = -q \cdot U \frac{\sin \omega \tau_d}{\omega \tau_d} = -q U (1 - p(\theta))$$

L'énergie fournie à l'électron est négative pour certains angles de transit  $\theta = \omega \tau_d$  comme le montre la fig. A 3. Ceci correspond à une résistance négative.

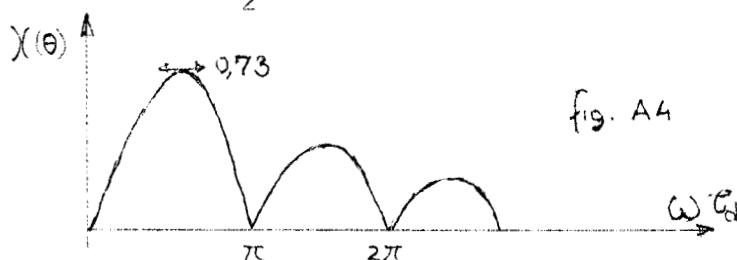


Supposons à présent que le phénomène d'émission (sur l'électrode A) soit retardée par rapport à l'instant où le champ est maximum et que ce retard corresponde à  $\omega \tau = \frac{-\pi}{2}$ . L'énergie cédée par le champ à la valeur  $\mathcal{E}_2$  :

$$\mathcal{E}_2 = + q \frac{U}{d} \cdot v \cdot \int_0^d \sin \omega \tau d\tau$$

$$\mathcal{E}_2 = - q U \frac{1 - \cos \omega \tau_d}{\omega \tau_d} = - q U \chi(\theta)$$

L'énergie fournie à l'électron est toujours négative quelle que soit la valeur de l'angle de transit  $\theta$ . (fig. A4) La résistance alternative présentée par la diode est toujours négative. Ces considérations montrent l'intérêt d'obtenir une émission de champ retardée. Dans l'étude des structures semi-conductrices utilisées nous verrons qu'il est possible d'obtenir un retard voisin de  $\frac{\pi}{2}$ .



### I. 3 PHENOMENE D'EMISSION DU AU CHAMP ELECTRIQUE DANS UN SEMI-CONDUCTEUR

Nous avons examiné l'interaction entre le champ électrique et un électron en cours de transit. Il convient, à présent, de montrer comment peut s'effectuer l'émission des porteurs dans un semi-conducteur. L'émission, par champ électrique s'obtient essentiellement par deux mécanismes fondamentaux : l'effet Zener et l'ionisation par chocs. Dans les deux cas, il y a création simultanée d'un électron et d'un trou.

#### a) Effet Zener :

Il peut être défini comme une génération spontanée de paires électron-trous due à la transition iso-énergétique d'électrons de la bande de valence dans la bande de conduction. Cette transition n'est évidemment possible que s'il y a dans le cristal deux régions telles qu'il existe dans la bande de valence de la première des niveaux occupés et dans la bande de conduction de la deuxième des niveaux libres de mêmes énergies. Une telle configuration du diagramme d'énergie peut être obtenue, par exemple, en appliquant un champ électrique constant à un semi-conducteur intrinsèque (fig. A 4 )

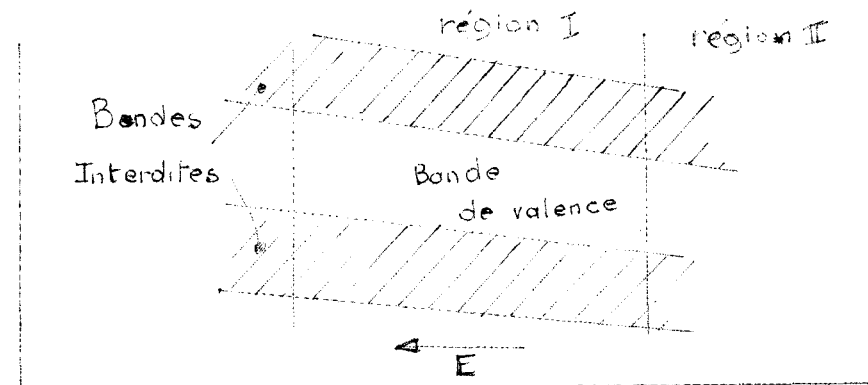


Figure A 4 : Effet Zener dans un semi-conducteur intrinsèque soumis à un champ électrique uniforme  $E$ .

Cependant, la probabilité de transition d'un électron d'une bande à l'autre est une fonction très rapidement décroissante de l'épaisseur de la zone interdite. Il en résulte que l'effet Zener ne se produit qu'en présence de champs considérables. Une étude approfondie de ce phénomène a été faite par A G Chynoweth ( 7 )

#### b) Ionisation par chocs

Contrairement à l'effet Zener, ce mécanisme nécessite pour se déclencher l'existence d'un porteur initial, électron ou trou. Sous l'influence du champ élevé de l'ordre de  $10^7$  V/m qui règne dans la zone désertée ce porteur libre acquiert de l'énergie au cours de son libre parcours moyen, c'est-à-dire jusqu'à la rencontre avec les atomes fixes du réseau cristallin. Si l'énergie acquise est relativement faible, le choc est élastique et l'énergie <sup>est</sup> cédée au réseau cristallin (production de phonons). Pour des valeurs plus grandes de cette énergie le choc est susceptible de briser une liaison covalente et de donner ainsi naissance à une paire électron-trou. Ceci correspond à la transition d'un électron de valence dans la bande de conduction lors d'une collision suffisamment énergétique.

Les porteurs initiaux se déplaçant les uns vers la droite, les autres vers la gauche acquièrent de l'énergie et, par le même processus que celui décrit précédemment, ils peuvent à leur tour créer de nouvelles paires électron-trou. Le phénomène est cumulatif et conduit rapidement à une avalanche uniforme. Néanmoins l'établissement de l'avalanche n'est pas instantanée et c'est cette "inertie" de l'avalanche qui permettra l'obtention (pratiquement quel que soit le temps de transit) d'une résistance négative comme il a été démontré au § 1.2. On définit un taux d'ionisation,  $\alpha_p$  pour le trou et  $\alpha_n$  pour les électrons. Ce taux d'ionisation représente le nombre de paires créées par un porteur initial au cours d'un déplacement unitaire dans la direction du champ.

En définitive, c'est le diagramme des énergies, défini à partir de la distribution des impuretés et de la différence de potentiel appliqué qui détermine le phénomène prépondérant. Pour les structures que nous avons étudiées, l'effet Zener sera toujours négligeable.

## I-4 STRUCTURES SEMICONDUCTRICES UTILISEES

### a) Introduction

A la température ambiante, l'importance des champs nécessaires à l'émission dans les semiconducteurs entraîne un courant de conduction tel qu'ils sont détruits par échauffement. Pour éviter cet effet il y a lieu de rechercher des structures dans lesquelles les conditions à une interface limitent le courant de conduction. De telles conditions se trouvent réunies en particulier dans les jonctions PN polarisées en inverse que nous utilisons. Les jonctions utilisées sont planes et les structures sont pratiquement unidimensionnelles. Au cours de cette étude, sauf pour envisager les effets de non uniformité de température, nous n'utiliserons qu'une seule variable géométrique  $x$  qui représentera l'abscisse portée par un axe  $Ox$  perpendiculaire au plan de la jonction. Dans les jonctions PN le taux d'ionisation est une fonction très rapidement croissante avec le champ électrique ce qui permet de définir avec une bonne approximation une zone où l'émission de champ est largement prépondérante : c'est la zone de multiplication d'épaisseur  $\delta$  et une zone de transit d'esporteurs générés où l'émission de champ est pratiquement négligeable. Si on appelle  $W$  l'épaisseur de la zone désertée la zone de transit occupera la largeur  $(W - \delta)$ . Toute étude théorique d'un oscillateur ATT nécessite une connaissance aussi complète que possible de l'élément actif et au minimum la détermination de  $\delta$  et  $W$ . La détermination de  $\delta$  et de  $W$  sera faite à partir des courbes  $(N_D - N_A)(x)$  du dopage données par le constructeur ou à partir des fonctions  $\alpha_N(E)$  et  $\alpha_P(E)$  fournis par ailleurs [8] . Les courbes  $(N_D - N_A)(x)$  peuvent être précisées également par la mesure de la capacité présentée par la jonction polarisée en inverse [9] . Suivant la valeur relative donnée pour  $\delta$  et  $W$  l'étude théorique sera effectuée selon l'un des trois modèles théoriques proposés par Read, Misawa puis Tager.

Ces modèles permettent l'étude analytique de toutes les structures que nous utilisons. Les deux premiers sont des cas particuliers du modèle de Tager. Nous présentons les caractéristiques spécifiques à chacun de ces modèles.



a) Modèle de Read (figure A 5)

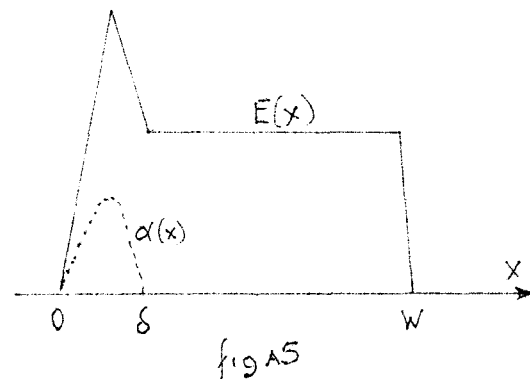
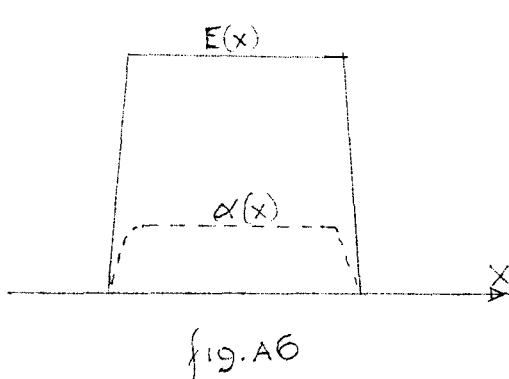
Ce modèle peut être réalisé avec une diode de profil  $P^+ N N^- N^+$  ou  $N^+ PP^- N^+$ . L'épaisseur  $\delta$  de la zone en avalanche est définie par un champ supérieur à un champ critique  $E_c$ . On remarque que l'épaisseur de la zone de transit ( $W - \delta$ ) est grande devant l'épaisseur  $\delta$  de celle en avalanche où sont produits les porteurs de charge : trous et électrons

b) Modèle de Misawa (figure A 6)

La zone de multiplication s'étend à toute la zone désertée ( $\delta \approx W$ ). Le profil théorique est  $P^+ I N^+$ . Le champ électrique est constant de même que le taux d'ionisation  $\alpha$  à travers toute l'épaisseur  $W$  de la jonction.

c) Modèle de Tager (Figure A 7)

C'est un modèle intermédiaire entre les deux précédents car la zone de transit et celle d'avalanche ont une épaisseur comparable. (Par exemple  $W - \delta = 2$  à  $6$  fois  $\delta$ ). Ce modèle est réalisable à l'aide d'un profil de diffusion  $P^+ N N^+$  ou par une jonction graduelle.



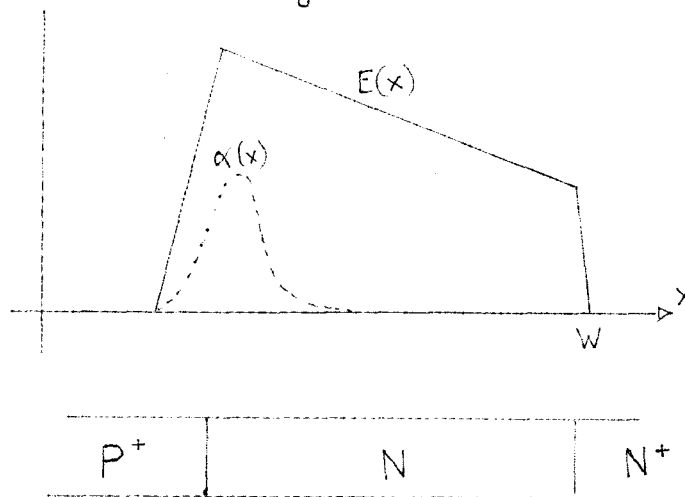


fig. A7

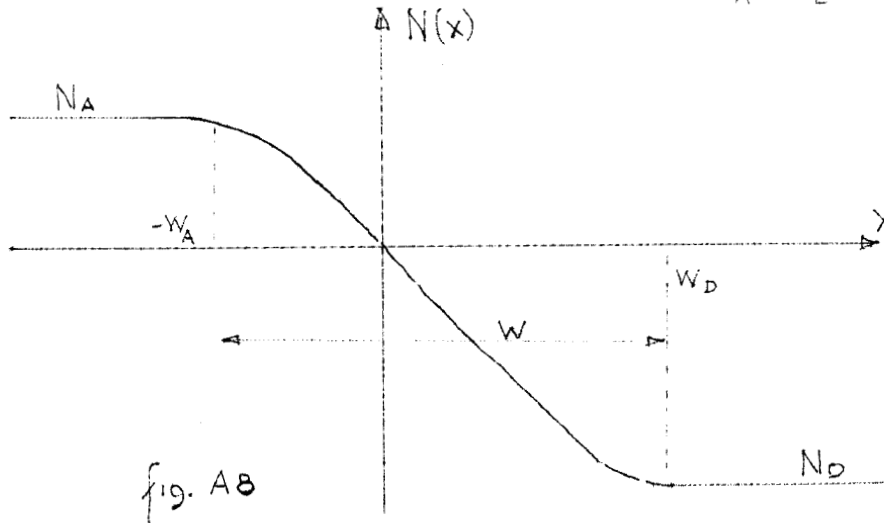
### I. 5 CARACTERISATION EXPERIMENTALE DES STRUCTURES

A partir de la connaissance de certaines grandeurs physiques, directement mesurables, il est possible de caractériser entièrement une structure semi-conductrice. On utilise dans ce but les théories que nous exposerons au fur et à mesure de ce travail. Nous allons montrer rapidement comment on peut exploiter les résultats des mesures de capacité, de résistance dynamique et de la tension de claquage pour caractériser une structure. Un tableau récapitulatif, page 15, montre de façon schématique la manière dont on peut calculer tous les autres paramètres.

#### a) Mesure de capacité

Nous allons montrer que la mesure de la capacité présentée par une diode polarisée sous une tension inverse permet de déterminer le profil de dopage  $N(x)$ .

Soit une jonction PN, de profil quelconque (figure A 8), dans laquelle  $W_A$  et  $W_D$  sont l'épaisseur de la zone désertée respectivement du côté P et du côté N de la jonction. On pose que  $W = W_A + W_D$



Sous une tension inverse  $V$  la diode présente la capacité  $C$  par section unitaire. Si  $A$  est l'aire de cette section on a

$$C = \frac{\epsilon}{W} = \frac{C}{A} \quad (1.01)$$

Supposons que cette tension s'accroisse d'une valeur  $dV$ , la capacité emmagasine une charge supplémentaire  $dQ$  telle que

$$dQ = dQ_D = dQ_A = C dV \quad (1.02)$$

$$\text{avec } \begin{cases} dQ_A = e N_A dW_A & (1.03) \end{cases}$$

$$\begin{cases} dQ_D = e N_D dW_D & (1.04) \end{cases}$$

$dW = dW_A + dW_D$  représente l'accroissement total de l'épaisseur de la zone désertée qui est la somme des accroissements du côté P et du côté N provoqués par l'augmentation  $dV$  de la tension inverse. Grâce à (1.03) et (1.04),

on peut encore écrire  $dW$  sous la forme :

$$dW = dW_D \left( 1 + \frac{dW_A}{dW_D} \right) = dW_D \left( 1 + \frac{N_D}{N_A} \right) \quad (1.05)$$

d'autre part, la différentiation de l'équation (I.01) donne

$$dW = - \frac{\epsilon}{c^2} dc \quad (I.06)$$

La comparaison des formules (I.05) et (I.06)

$$dW_D = - \frac{\epsilon}{c^2} \frac{dc}{1 + \frac{N_D}{N_A}} \quad (I.07)$$

grâce à (I.04) puis à (I.02) on écrira successivement que

$$\frac{dQ_D}{e N_D} = - \frac{\epsilon}{c^2} \frac{dc}{1 + \frac{N_D}{N_A}}$$

$$\frac{c dV}{e N_D} = - \frac{\epsilon}{c^2} \frac{dc}{1 + \frac{N_D}{N_A}}$$

soit 
$$N_D = \frac{-c^3}{e} \left(1 + \frac{N_D}{N_A}\right) \frac{dV}{dc}$$

cependant, généralement un côté est beaucoup plus donné que l'autre et dans le cas où  $N_A \gg N_D$  on a avec une très bonne approximation

$$N_D = \frac{-c^3}{e} \left(\frac{dc}{dV}\right)^{-1}$$

enfin ceci entraîne que  $W = W_A + W_D \neq W_D$ . En conséquence

$$N_D(W) \neq \frac{\epsilon^2}{e(W_D)^3} \left| \frac{dc}{dV} \right|^{-1} \quad (I.08)$$

Le profil de dopage est donc parfaitement déterminable dans la mesure où l'aire de la jonction est constante et connue. A partir du profil de dopage il est à présent possible de déterminer la forme du champ électrique à travers la jonction grâce à l'équation de Poisson et ceci à une constante additive près (cette constante se détermine à partir de la tension appliquée à la diode).

$$\frac{E}{x} (x) = \frac{q}{\epsilon} N(x)$$

Connaissant le champ  $E(x)$  on peut calculer les taux d'ionisation  $\alpha_n(E(x))$  et  $\alpha_p(E(x))$ .

La variation du champ et des taux d'ionisation avec  $x$  nous indique à quel modèle théorique la structure étudiée semble la plus proche.

#### b) Mesure de la tension d'avalanche

La mesure de la tension d'avalanche permet d'obtenir des renseignements sur le dopage de la région la moins dopée d'une jonction PN. Ce calcul nécessite la connaissance des variations des taux d'ionisation avec  $E$

#### Calcul du taux d'ionisation

Nous considérons un modèle unidimensionnel et nous négligeons l'effet de charge d'espace due aux porteurs mobiles. D'autre part, nous supposons que le taux de multiplication des électrons  $\alpha_n$  est égal au taux de multiplication  $\alpha_p$  des trous.

Dans ces conditions soit  $n_1$  et  $n_2$  le nombre de paires créées respectivement entre 0 et  $x$  et entre  $(x + dx)$  et  $W$ . (figure A 9).

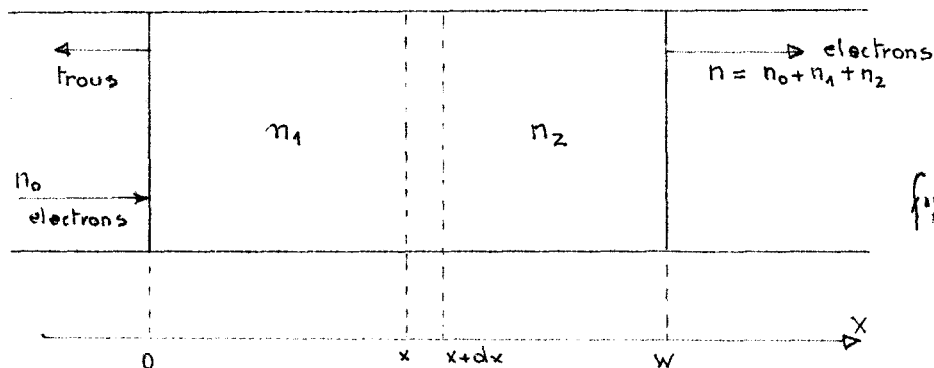


fig. A 9

Le nombre  $dn_1$  de paires créées dans l'intervalle de longueur  $dx$  est défini par les  $(n_0 + n_1)$  électrons entrant en  $x$  et par les  $n_2$  trous entrant en  $(x + dx)$ .

$$dn_1 = (n_0 + n_1) \alpha dx + n_2 \alpha dx = n \alpha dx$$

$n$  étant le nombre moyen de porteurs dans la tranche  $dx$  et  $\alpha$  la valeur moyenne du taux d'ionisation dans cette tranche. On peut faire la somme de  $\alpha$  dans toute la zone comprise entre  $x = 0$  et  $x = W$ .

$$n \int_0^W \alpha dx = n - n_0 = n \left(1 - \frac{1}{M}\right)$$

en posant  $M = \frac{n}{n_0} =$  taux de multiplication qui tend vers l'infini lorsque l'avalanche est établie. En conséquence,

$$\boxed{\int_0^W \alpha dx = 1} \quad (I.09)$$

Dans le cas où  $\alpha_n$  est différent de  $\alpha_p$  le calcul est analogue et donne en posant  $\alpha_p(E) = k \alpha_n(E)$

$$M(0) = \frac{k - 1}{k - z}$$

$$M(W) = z \frac{k - 1}{k - z}$$

avec  $z = \exp (k - 1) \int_0^W \alpha dx$

La condition d'avalanche s'écrit  $k = z$  soit

$$\boxed{\psi = \int_0^W \alpha dx = \frac{1}{k - 1} \text{Log} k} \quad (I.10)$$



Pour le germanium  $k \sim 2$  d'où  $\psi = 0,7$   
 silicium  $k \sim 0,1$   $\psi = 2,56$

Nous exposerons au chapitre IV la théorie de Shockley qui donne l'expression analytique de  $\alpha$  en fonction du champ électrique et de la température. Dans la pratique nous utilisons une expression approchée de la forme :

$$\alpha = C(E)^g \quad (I.11)$$

Pour le silicium  $C = 1,8 \cdot 10^{-35} \text{ cm}^{-1}$ ,  $g = 7$

Cette expression de  $\alpha$  permet de calculer, à l'aide de la condition d'avalanche, la tension de claquage d'une jonction PN. Ainsi dans le cas d'une jonction de type abrupte le champ et la tension à travers la jonction ont pour expression :

$$E = E_M \left(1 - \frac{x}{W}\right) \quad \text{avec} \quad E_M = \frac{2 V_0}{W}$$

$$U = U_0 \left(1 - \frac{x}{W}\right)^2 \quad \text{avec} \quad U_0 = \frac{eN}{\epsilon} W^2$$

À l'aide de (I.09) et de (I.11) dans le cas où  $\alpha_n = \alpha_p$

$$1 = \int_0^W C E^g dx$$

soit en remplaçant E par son expression en fonction de x

$$1 = C \int_0^W \left(\frac{2 V_0}{W}\right)^g \left(1 - \frac{x}{W}\right)^g dx$$

$$U_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{g+1}{\epsilon}\right)^{\frac{2}{g+1}} \left(\frac{eN}{\epsilon}\right)^{\frac{1-g}{1+g}} \quad (I.12)$$

soit pour le silicium  $U_0 = 5,3 \cdot 10^{13} (N)^{-3/4}$

Le même calcul effectué pour une jonction graduelle de gradient d'impuretés a donné :

$$U_B = \frac{4}{3} \left( \frac{\epsilon}{e \cdot a} \right)^2 \frac{6,29}{c}^{1/5}$$

Nous donnons en annexe I, un calcul plus complet de la tension d'avalanche  $U_c$  et du champ maximum  $E_M$  pour différentes structures.

La connaissance de la tension d'avalanche permet de connaître le dopage de la partie la moins dopée de la jonction. Inversement, la tension d'avalanche peut être calculée lorsque le dopage est connu.

### c) Résistance de la diode :

On montre ( 18 ) ( chap. V ) que la partie réelle de l'impédance de la diode pour des fréquences suffisamment basses et en absence d'échauffement important s'écrit :

$$R_c = \frac{(W - \delta)^2}{2 \epsilon \cdot v \cdot S}$$

Pratiquement afin d'éviter l'échauffement de la diode on effectuera la mesure de résistance dynamique à l'aide d'un petit signal de mesure de fréquence de l'ordre de 1 à 10 MHz, la diode étant polarisée en avalanche et traversée par un courant continu assez faible. Ces précautions étant prises la mesure de  $R_c$  permet la détermination de l'épaisseur en avalanche  $\delta$ . En effet,  $W$  est obtenu par la mesure de la capacité  $C$  effectuée sous une tension voisine de celle d'avalanche et la section  $S$  est déterminée par le cache photographique utilisé lors de l'Épitaxie ou par une mesure au microscope.

En résumé, à partir des mesures de capacité, et de résistance de charge d'espace (et éventuellement de la tension d'avalanche) il est possible de caractériser assez facilement une structure semi-conductrice en déterminant en particulier les grandeurs  $\delta$  et  $W$ . Nous verrons chapitre V comment, à partir de ces deux grandeurs, il est possible de calculer la puissance d'un oscillateur ATT.

grandeur accessible à la mesure	Paramètre fondamental	Permet, à son tour, de déterminer
$R_D$ (V. 113)	$\delta$	
$C$	$W$	
Constructeur ou observation au microscope	$S$	
courbes théoriques diffusion		
$C = f(V_z)$ (I.08)	$N(x)$	(V.1)
	$E(x)$	(IV.05)
	$\alpha(E, X)$	(IV.02)
	$V_z$	
$R_D = \varepsilon(T)$ (IV.16 et 18)	$v_n(T)$ et $v_p(T)$	
$Z_D = h(\omega)$ (V.91 et 92)	$\omega_a$ et $I_x$	
	$R_{th}$	(III.24)
	$C_{th}$	
$T_B$	$T_j$	
$(C, C, \omega, I_x, \frac{I_o}{I_{st}})$ (V.135)	$P$	

## CHAPITRE II

### ETUDE EXPERIMENTALE DES OSCILLATEURS

#### II-1- DESCRIPTION DU CIRCUIT HYPERFREQUENCE

- a) Schéma de principe
- b) Réalisation pratique
  - 1) Principe de réalisation
  - 2) Réalisation
  - 3) Autres réalisations
  - 4) Conclusion

#### II-2 DESCRIPTION DE L'APPAREILLAGE DE MESURE ET DE CONTROLE

- a) Mesure de la température de fonctionnement de la jonction semiconductrice
- b) Relevé des performances
  - 1) Mesure de la puissance
  - 2) Mesure de la fréquence
  - 3) Analyse du spectre.

#### II-3 ETUDE DE L'OSCILLATION

- a) Monochromaticité
- b) Accord du circuit hyperfréquence
- c) Etude de la puissance hyperfréquence émise en fonction du courant d'alimentation  $I_0$
- d) Influence de la température de fonctionnement.

## II.1 - DESCRIPTION DU CIRCUIT HYPERFREQUENCE

### a) Schéma de principe

La diode semi-conductrice est placée dans une structure hyperfréquence dont le schéma équivalent est représenté figure B 1. Le circuit hyperfréquence ramène une susceptance  $X$  en série avec la diode. La puissance émise est recueillie sur une charge d'impédance égale à l'impédance caractéristique  $R_0$  et l'adaptation entre la source et la charge s'effectue à l'aide d'un transformateur  $T_r$ . L'ensemble du montage est schématisé fig.B 1.

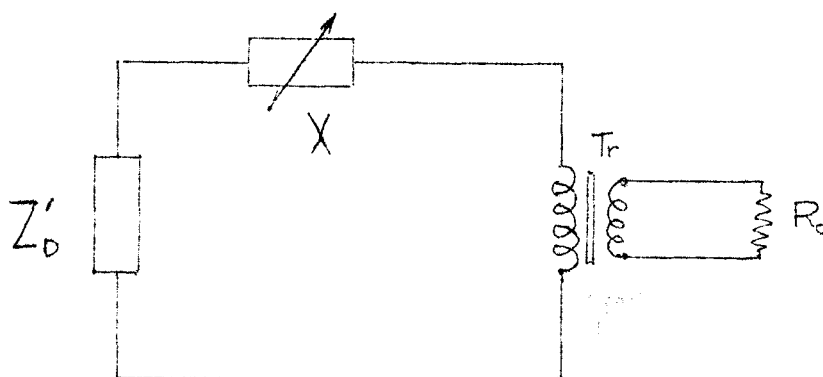


Figure B 1

Schéma dans lequel :

$X$  est la susceptance ramenée en série dans le plan de la diode

$T_r$  un transformateur, de rapport  $n$ , réalisant l'adaptation

$R_0$  l'impédance caractéristique du circuit

$Z'_D$  l'impédance de la diode dans sa monture.

La diode, avec sa monture, peut se représenter par le schéma équivalent fig. B 2.

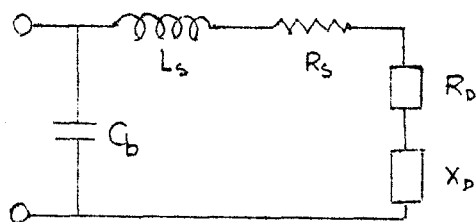


fig. B 2

où  $R_s$  est la résistance série du semiconducteur

$L_s$  la self de la connexion

$C_b$  la capacité du boîtier

$R_D$  résistance de la jonction semiconductrice

$X_D$  Réactance de la jonction semiconductrice.

Appelons, pour simplifier,  $R'_D$  et  $X'_D$  les composantes de l'impédance  $Z'_D$  de la diode dans sa monture. Dans ces conditions le régime stationnaire en oscillation est défini par les équations :

$$\sum R = R_D + R_p = 0 \quad (\text{II.1.})$$

$$\sum X = X_D + X = 0 \quad (\text{II.2.})$$

$R_p$  est l'impédance ramenée dans le plan de la diode ayant pour origine l'impédance de charge  $R_0$ . On a  $R_p = n^2 R_0$

Tous ces paramètres sont des fonctions de la fréquence. Nous verrons au chapitre V que les équations (II.1, II.2) permettent le calcul de la puissance émise et de la fréquence de travail. Nous allons montrer comment on peut réaliser en hyperfréquence le schéma de la figure B 1.

#### b) Réalisation pratique

##### 4) Principe de réalisation

La diode est montée dans un circuit hyperfréquence en guide d'ondes bande X, sous dimensionné, représenté fig. B 3.

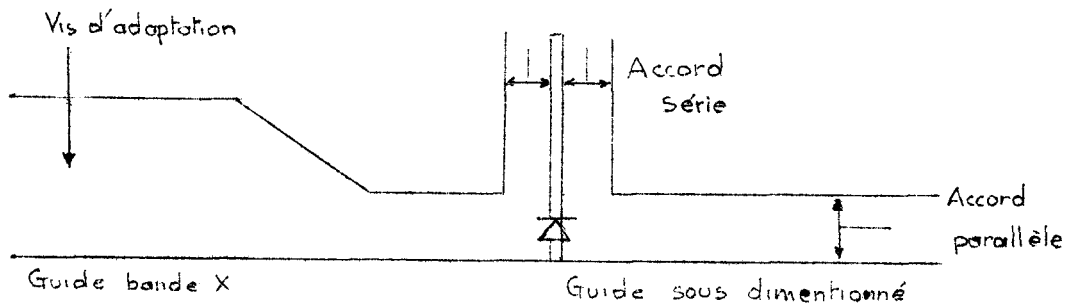


Figure B 3

L'utilisation d'un guide d'ondes de hauteur réduite permet, d'une part, de réaliser une meilleure adaptation de la diode au guide d'ondes. D'autre

part, nous verrons au chapitre V, que la puissance délivrée à courant d'alimentation constant est maximum pour une résistance de charge qui, tout au moins au départ de l'oscillation, est extrêmement faible (de l'ordre de l'ohm). Or la résistance de charge est déterminée par l'impédance caractéristique du guide et par le rapport du transformateur d'adaptation que constitue la vis d'adaptation.

Le piston d'accord guide d'onde ramène dans le plan de la diode une susceptance qui, en première approximation, permet de compenser la capacité parasite de la diode  $C_b$ .

La susceptance  $x$ , du schéma fig. B 1, est réalisée à l'aide du piston coaxial d'accord. Une vis, réglable en position et en profondeur, permet d'adapter la diode à la charge et joue le rôle du transformateur  $T_r$  du circuit équivalent de la figure B 1.

## 2) Réalisation

Nous présentons, fig. B 4, le dessin technologique de la réalisation. On remarque, sur ce dessin, que l'alimentation de la diode s'effectue entre la partie supérieure, portant le piston coaxial, et le reste du circuit. Ceci présente l'inconvénient de porter l'un des dispositifs d'accord à un potentiel de l'ordre de 70 V.

L'isolement électrique de la partie supérieure est réalisé à l'aide d'une feuille de mica d'épaisseur 2/100 de mm qui joue en même temps le rôle de découplage hyperfréquence grâce à la capacité importante qu'elle présente (de l'ordre de 40 à 100 pF).

Le piston de court-circuit en coaxial est muni de lèvres afin d'assurer un bon contact électrique. Le contact entre le conducteur central et la partie supérieure de la monture de la diode est assuré grâce à la pression d'un ressort logé dans le conducteur central. Le piston de court circuit guide d'onde est un piston à piège.

Ce circuit hyperfréquence peut recevoir les diodes commercialisées, en boîtier symétrique ou non, de petites dimensions. Le matériau choisi est

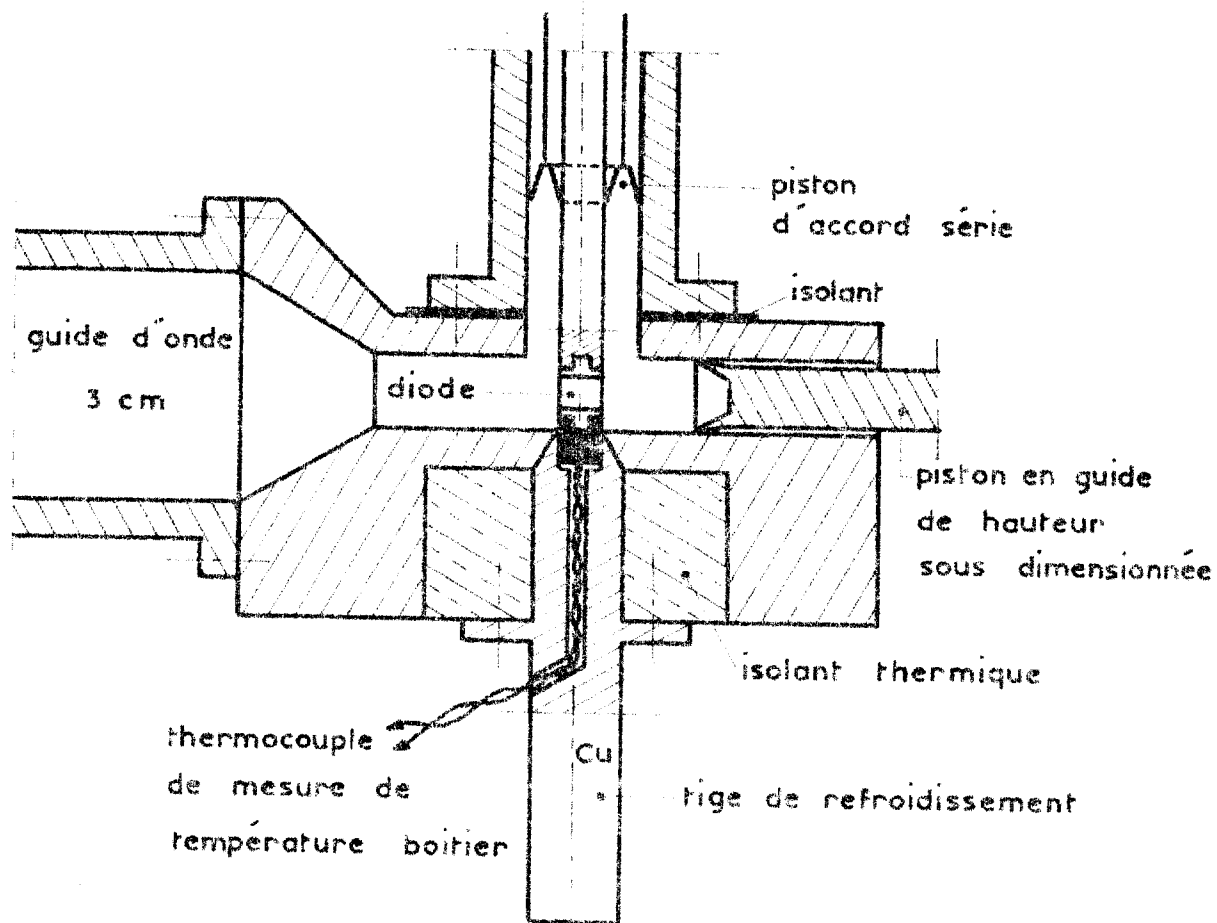


Figure B4:

buse des propriétés hyperfréquences des oscillateurs

7.1.2.



le laiton pour la facilité avec laquelle il se travaille et sa relative bonne conductivité électrique et thermique.

Néanmoins pour les parties directement en contact avec la diode nous avons utilisé le cuivre, meilleur conducteur de la chaleur, et pour certaines pièces nous avons utilisé le bronze phosphoreux pour son élasticité.

Cette réalisation nous a donné dans l'ensemble satisfaction. Elle présente cependant certains inconvénients dont nous reparlerons ; c'est pourquoi nous avons également étudié d'autres circuits hyperfréquences que nous allons décrire rapidement\*.

### 3) Autres réalisations

#### Cavité coaxiale

Le circuit est schématisé fig. B 5.

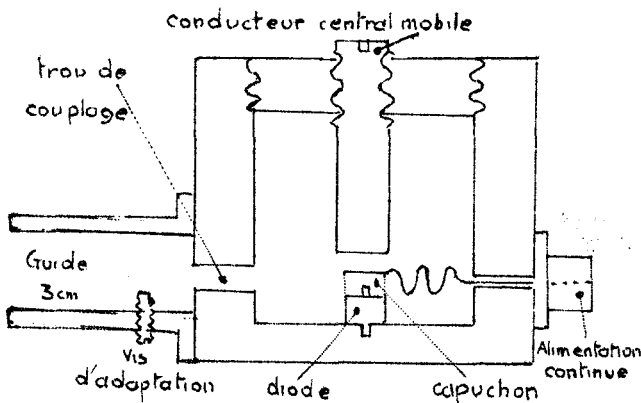


Figure B 5 : Cavité coaxiale

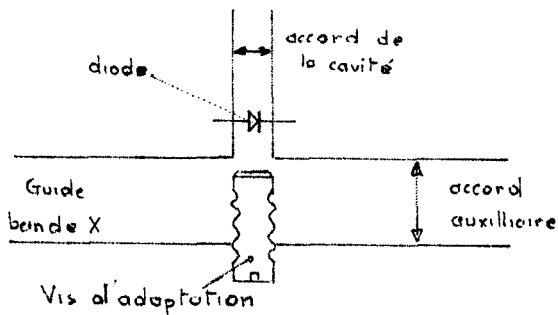
La modification, grâce au conducteur central mobile, du volume de la cavité permet de modifier la fréquence d'oscillation de la diode. Une vis d'accord permet, en outre, l'adaptation de la charge à la cavité. Le découplage de l'alimentation est assuré grâce au fil de connexion plié en accordéon et dont le self avec la capacité du passage à travers la paroi réalise un filtre passe-bas efficace. La cavité est de dimensions

très réduites (hauteur de l'ordre de 10 mm) évitant ainsi l'existence de modes de fréquence inférieure à celles de la bande X.

Nous avons remarqué l'influence importante de la position du fil de connexion sur le coefficient de qualité de la cavité et sur la fréquence d'oscillation.

\* Cette étude des circuits hyperfréquences, qui a été effectuée en collaboration avec Martinache [11], est décrite en détail par ailleurs [12].

Cavité guide d'ondes (fig. B 6)



La cavité, guide d'onde, se compose du piston d'accord et de la diode. Elle est couplée au guide bande X par l'intermédiaire d'une fente partiellement obstruée par la vis d'adaptation. Le guide d'onde, composant cette cavité, est de hauteur très réduite (3 mm). Un piston en guide bande X permet de parfaire l'accord. L'ensemble forme un Te plan E.

Fig. B 6 : Cavité guide d'ondes

4) Conclusion

Nous avons essentiellement utilisé lors de notre étude la réalisation présentée fig. B 4. Cette réalisation permet en effet de faire varier facilement la température de fonctionnement et de compenser exactement les variations de la susceptance (causées par des variations de la température  $T_j$  ou du courant d'alimentation  $I_0$ ) de la diode grâce aux deux pistons d'accord. Enfin le calcul de la puissance émise par un oscillateur nécessite le calcul de l'impédance de la diode dans son circuit hyperfréquence à partir du schéma équivalent. Ce schéma équivalent est facile à obtenir dans le cas de la réalisation adoptée (fig. B 4).

Nous indiquons cependant les caractéristiques des autres circuits hyperfréquences :

- cavité coaxiale : la température de fonctionnement ne peut être modifiée. La résonance de la cavité est obtenue généralement lorsque le conducteur central est enfoncé presque complètement. Cet accord est très "pointu" et la compensation exacte des variations de susceptance est difficile. Enfin le schéma équivalent est relativement complexe.

- Cavité guide d'ondes : Dans cette réalisation, il n'est absolument pas possible de faire varier la température de fonctionnement. On constate que, généralement, un enfoncement maximum de la vis d'adaptation est favorable à l'obtention d'un spectre étroit et puissant. Cet enfoncement est très critique et réagit sur les autres réglages.

## II-2 DESCRIPTION DE L'APPAREILLAGE DE MESURE ET DE CONTROLE

### a) Mesure de la température de fonctionnement de la jonction semi-conductrice :

Le circuit hyperfréquence que nous avons présenté permet aussi de faire varier facilement la température de fonctionnement. Nous remarquons en effet, sur la fig. B 4, que le support de diode se prolonge vers le bas par un cylindre de cuivre. Ce cylindre contient une résistance chauffante de 40 w qui permet d'obtenir une température du boîtier de la diode supérieure à la température ambiante. Le refroidissement s'effectue en faisant baigner le cylindre dans l'azote liquide. Le dispositif permet ainsi de faire varier la température du boîtier entre - 100°C et + 80°C. La température du boîtier est mesurée à l'aide d'un thermo-couple en contact direct avec la diode (fig. B 4).

Cependant, en fonctionnement normal, nous appliquons à la diode une puissance continue  $P_o$  égale au produit de la tension d'avalanche  $U_o$  par le courant continu  $I_o$  traversant la diode. Cette puissance appliquée, de l'ordre de plusieurs watts, est presque entièrement convertie en chaleur. En effet, si nous appelons  $P_e$  la puissance hyperfréquence émise et  $P_{th}$  la puissance dissipée thermiquement, on a :

$$P_{th} = P_o - P_e$$

Les rendements que nous avons obtenus sont encore suffisamment faibles pour que en général on assimile  $P_{th}$  à  $P_o$ .

La puissance appliquée  $P_o$  a donc pour conséquence une température de fonctionnement différente de celle du boîtier. Si nous appelons  $R_{th}$  la résistance thermique existant entre la jonction et le boîtier et si  $T_j$  et  $T_B$  sont

respectivement la température de la jonction et la température du boîtier on a la relation simple :

$$T_j = T_B + R_{th} P_{th} \neq T_B + R_{th} P_o \quad (II.3.)$$

Cette relation montre qu'il suffit de modifier la température du boîtier pour modifier d'une même quantité la température de la jonction. Les grandeurs  $T_B$ ,  $R_{th}$  et  $P_o$  étant connues, la relation (II.3.) permet le calcul de la température de la jonction. Avec le dispositif décrit la température de la jonction peut varier généralement entre  $-20^{\circ}\text{C}$  et  $250^{\circ}\text{C}$ .

#### b) Relevé des performances

Trois grandeurs nous semblent caractéristiques du fonctionnement des oscillateurs ATT. Ce sont : la puissance hyperfréquence émise, la fréquence  $f_0$  des oscillations et la largeur du spectre d'émission. La fig. B 7 représente le banc de mesure que nous avons utilisé pour caractériser, en bande X, les oscillateurs construits.

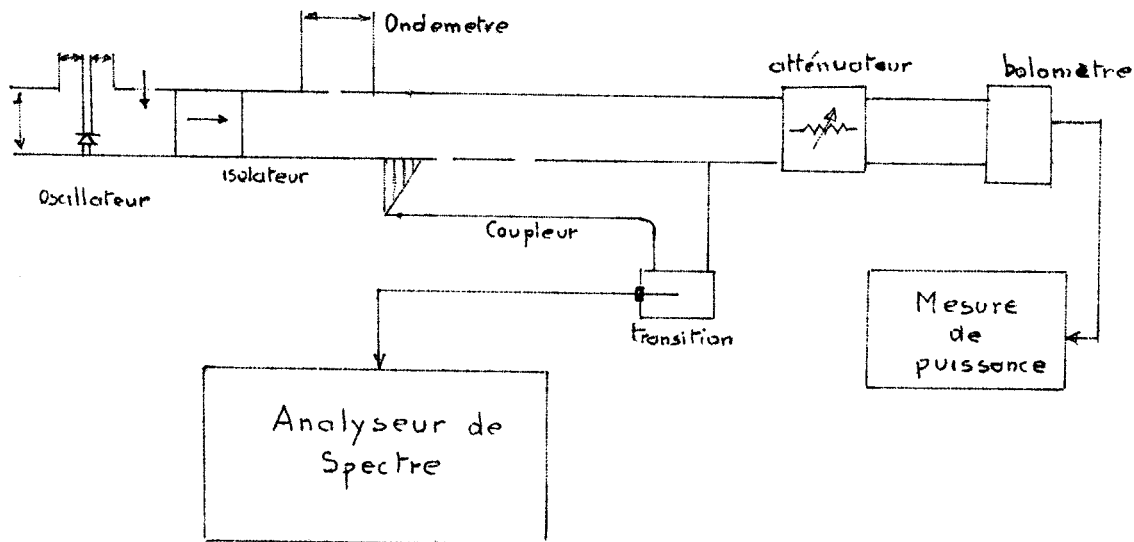


Figure B 7

Sur ce banc de mesure nous trouvons successivement (fig. B 7) :

- la structure hyperfréquence portant la diode
- la ligne directionnelle d'isolement 40 dB et d'atténuation de 1 dB.
- l'ondemètre à absorption pour mesurer la fréquence  $f_o$  des oscillations. Son coefficient de qualité de  $3 \cdot 10^3$  permet une bonne précision sur la mesure de la fréquence d'oscillation  $f_o$ .
- le coupleur directif permettant de diriger vers un analyseur de spectre une faible partie du signal émis. (Rapport du couplage de 20 dB)
- une thermistance associée à un pont de mesure de puissance et précédée d'un atténuateur de 20 dB permet d'effectuer toutes mesures de puissance comprise entre  $10^{-6}$  watt et 1 watt.

Indiquons à présent comment s'effectuent les trois mesures fondamentales.

#### 1) Mesure de puissance

L'appareillage utilisé pour cette mesure est de marque HEWLETT PACKARD type 431 C avec compensation des variations de la température ambiante par une seconde thermistance. La thermistance de mesure comporte une courbe d'étalonnage indiquant le coefficient à appliquer à la lecture selon la fréquence de travail. Plusieurs thermistances, pour différentes bandes de fréquence, sont utilisables avec le même pont permettant ainsi à l'ensemble de couvrir une très large bande de fréquences. Outre le coefficient de la courbe d'étalonnage, il y a lieu de tenir compte de l'atténuation apportée par la ligne directionnelle (1 dB), le coupleur directif (faible) et l'atténuateur variable. Par ailleurs, on observe généralement qu'un oscillateur à diode ATT produit facilement des ondes de fréquences harmoniques ou générées par effet paramétrique.

Le bolomètre de mesure de puissance est à très large bande de fréquences et par conséquent il mesure la puissance émise, pratiquement dans tout le spectre de fréquences. Il est intéressant de ne mesurer uniquement que la puissance émise à une fréquence déterminée en intercalant un filtre passe-bas entre l'oscillateur et le bolomètre. Bien entendu, lors de la mesure de puissance, il conviendra de tenir compte de l'atténuation résiduelle apportée par cet élément.

## 2) Mesure de fréquence

Le modèle utilisé, de marque PHILIPS, est du type à absorption. L'accord de la cavité de l'ondemètre sur la fréquence émise se décèle par une brutale diminution de puissance sur le mesureur de puissance. Cet accord peut aussi se mettre en évidence par une raie d'absorption sur le spectre montré à l'analyseur.

## 3) Analyse du spectre

L'observation du spectre s'effectue sur un analyseur de spectre. Cet appareil, très perfectionné, est de marque Hewlett Packard, type 851 B. Il permet l'examen de spectres de largeur comprise entre 1 kHz et  $20 \cdot 10^9$  Hz dont la fréquence est comprise entre 0,01 et 12,4 GHz pour l'entrée directe sur le mélangeur interne. Cette fréquence limite supérieure peut être portée à 42 GHz par l'utilisation de mélangeurs extérieurs constitués de cristaux fonctionnant simultanément en mélangeur et multiplicateur de la fréquence de l'oscillateur local interne. L'oscillateur local est un carcinotron fonctionnant entre 2 et 4 GHz, dont la dérive est inférieure à 40 kHz mais peut être ramenée à moins de 10 kHz grâce à une stabilisation interne. La mesure de la fréquence des spectres de largeur inférieure à 300 kHz est possible avec une bonne précision par un dispositif dit d'identification. La déviation verticale du spot sur l'écran peut s'effectuer selon une loi linéaire quadratique ou logarithmique.

## II-3 ETUDE DE L'OSCILLATION

Nous présentons les résultats et les performances moyennes que nous avons obtenus avec la plupart des oscillateurs construits en bande X.

### a) Monochromaticité

Nous avons mesuré des largeurs spectrales variant entre quelques mégahertz et quelques kilohertz. Dans les cas favorables cette largeur est inférieure à 10 kHz. La largeur spectrale diminue généralement lorsque la température de fonctionnement est abaissée. On ne peut cependant dire que cet effet est général car nous avons parfois remarqué le phénomène inverse. Nous

essayerons d'interpréter l'effet constitué au chapitre VI.

b) Accord du circuit hyperfréquence

Lorsqu'on modifie la température de fonctionnement (à courant constant) ou que l'on modifie le courant d'alimentation  $I_0$ , on constate qu'il faut modifier les réglages initiaux si l'on désire soit conserver la même fréquence d'oscillation soit obtenir le maximum de puissance. Sur la réalisation, fig. B 4, la modification du piston d'accord coaxial est généralement très faible ce qui indique que la susceptance de la diode varie peu avec la température et avec le courant d'alimentation.

On remarque que pour des courants d'alimentation correspondant à une faible puissance émise l'impédance de charge ramenée dans le plan de la diode paraît petite car la vis d'adaptation est fortement enfoncée. Puis au fur et à mesure de l'augmentation de puissance on est amené à relever progressivement la vis d'adaptation ce qui indique que l'impédance de charge optimale augmente.

On constate, à l'analyseur de spectre, que la diode émet des ondes de fréquences multiples de la fondamentale (harmoniques) et que leur amplitude n'est pas négligeable. Cet effet a été observé et exploité par Thériot [13] .

Dans la réalisation, présentée fig. B 4, si on ne prend pas soin d'utiliser le réglage correspondant à la longueur de coaxial la plus faible, on peut générer des ondes à fréquence inférieure à la fréquence de coupure du guide d'ondes. Ceci se produit d'autant plus facilement que le courant de seuil est d'autant plus bas que la fréquence émise est plus faible. Il faut éviter cet effet car, bien que l'émission ne se propage pas dans le guide d'onde (guide à la coupure) elle est cependant suffisante pour modifier largement l'impédance de la diode. Par ailleurs, un contact parfait est à maintenir au niveau des lèvres de contact entre le piston et le conducteur central. Ces lèvres sont réalisées en matériau suffisamment élastique (bronze ou phosphore). Néanmoins il convient de les resserrer périodiquement.

c) Etude de la puissance hyperfréquence émise en fonction du courant d'alimentation  $I_o$

Les courbes présentées, fig. B 8, montrent l'évolution de la puissance émise lorsque le courant d'alimentation est modifié. Nous remarquons qu'un courant minimum (que nous noterons ultérieurement  $I_{st}$ ) ou courant de départ est nécessaire pour engendrer des oscillations. Au delà de ce courant de seuil la puissance émise s'accroît tout d'abord proportionnellement à l'accroissement du courant  $\Delta I$  ( $I_o - I_{st} = \Delta I$ ) puis proportionnellement au carré de l'intensité  $I_o$  et enfin proportionnellement au courant  $I_o$ . Ceci montre, qu'à forte puissance, le rendement  $\eta = \frac{P_o}{U_o I_o}$  tend vers une valeur finie et constante (zone de saturation).

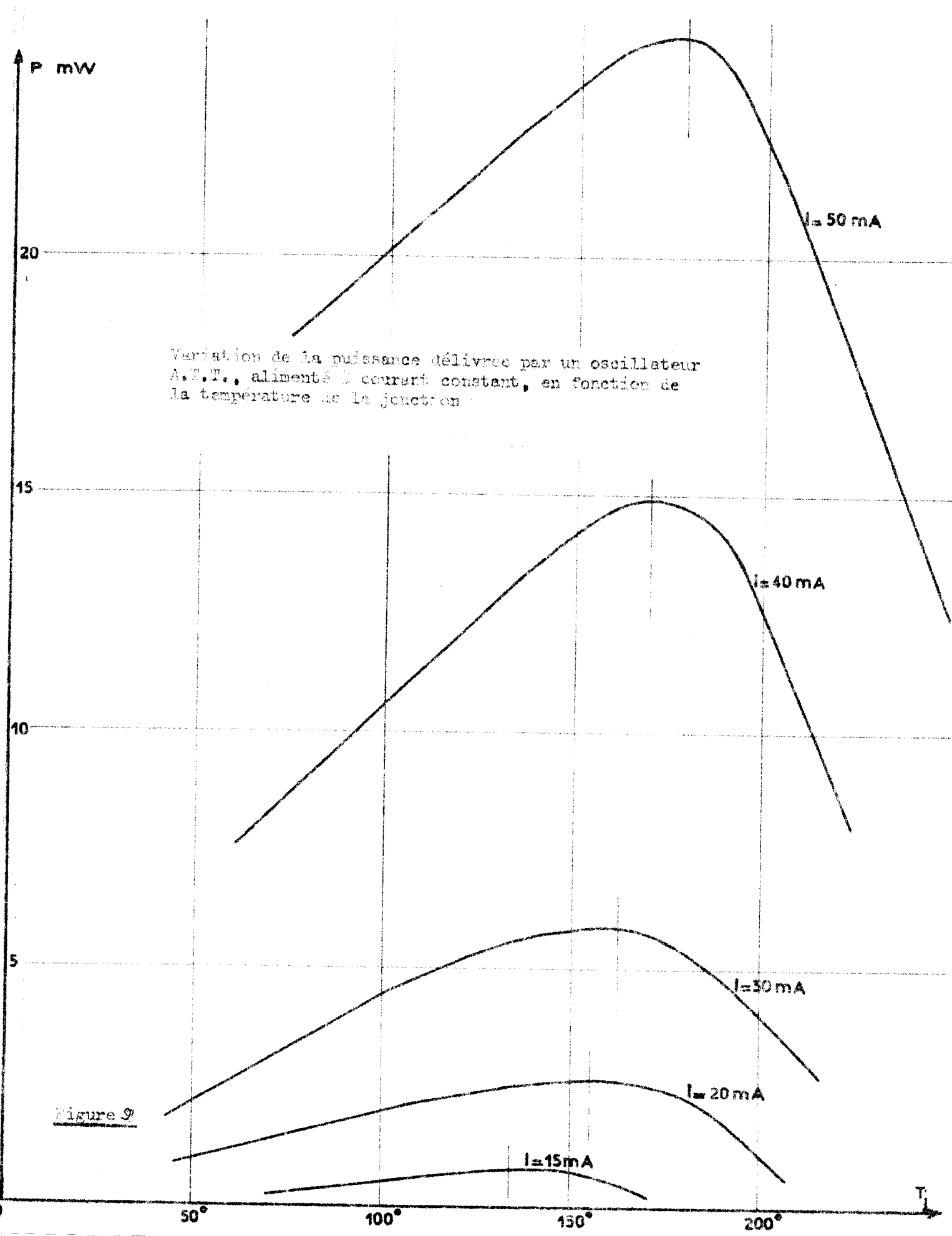
d) Influence de la température de fonctionnement

Nous montrons, fig. B 9, la variation de la puissance hyperfréquence émise, pour différents courants  $I_o$ , en fonction de la température de fonctionnement, c'est-à-dire en fonction de la température de la jonction calculée d'après la relation (II-3).

On remarque que la puissance passe par un maximum pour une température optimale  $T_{opt}$  dont la valeur augmente avec le courant  $I_o$ . Cette température optimale se situe entre une trentaine de degrés et  $250^\circ\text{C}$  selon la valeur de  $I_o$ . Pour des températures inférieures à la température optimale, la croissance est relativement lente, (au maximum de l'ordre de 20 % par  $100^\circ\text{C}$ ). Par contre, au delà de la température optimale la puissance décroît très rapidement.

Dans l'interprétation qui sera faite au chapitre VI nous montrerons que l'accroissement de la puissance est imputable à une diminution de la vitesse des porteurs avec la température tandis que la diminution de puissance provient du courant de saturation  $I_s$ .





- CHAPITRE III -

DETERMINATION THEORIQUE ET EXPERIMENTALE DE LA TEMPERATURE DE LA JONCTION. ETUDE DE SA REPARTITION
---

III.1 : INTRODUCTION

III.2 : TRANSFERT DE CHALEUR DANS LES SEMI-CONDUCTEURS

- a) Mécanismes de transfert
- b) Lois d'écoulement de la chaleur

III.3 : CALCUL THEORIQUE DE LA TEMPERATURE DE FONCTIONNEMENT

- a) Introduction
- b) Calcul théorique
- c) Application aux diodes utilisées

III.4 : ETUDE DE LA REPARTITION DE LA TEMPERATURE A TRAVERS LA ZONE DÉ-SERTÉE  
DE LA JONCTION

- a) Introduction
- b) Origine du gradient de température
- c) Profil de température
- d) Influence sur la répartition de courant

III.5. : DETERMINATION EXPERIMENTALE DE LA RESISTANCE THERMIQUE D'UNE DIODE

- a) Introduction
- b) Expression de la résistance dynamique
- c) Expression de la résistance thermique

### III.1 - INTRODUCTION

Nous nous proposons, dans ce chapitre, d'appliquer les lois fondamentales régissant les échanges thermiques au calcul de la température de la jonction et à l'étude de la répartition de la chaleur à travers la diode.

L'étude de la répartition de la chaleur à travers la diode est fondamentale car elle permet, d'une part, au constructeur de concevoir une structure qui soit parfaitement adaptée aux températures élevées qui sont nécessaires pour obtenir une puissance hyperfréquence importante (en effet nous verrons au chapitre V que, aux niveaux importants, la puissance hyperfréquence est proportionnelle au courant d'alimentation  $I_0$  donc qu'elle est proportionnelle à la puissance continue dissipée). D'autre part, nous montrerons au cours de cette étude, qu'une non uniformité de la température de la jonction entraîne un rendement inférieur au rendement théorique.

Nous commençons donc par rappeler les mécanismes et les lois qui rendent compte de l'écoulement de la chaleur dans les solides.

Ceci nous permettra de calculer la température  $t_j$  atteinte par la jonction en fonctionnement normal et, par conséquent, de connaître la résistance thermique  $R_{th}$  existant entre la jonction et le milieu ambiant. Nous supposons, dans ce calcul, que la chaleur est engendrée dans la zone désertée et que, dans cette zone, la température est uniforme.

Cette hypothèse n'est pas toujours vérifiée en pratique et nous allons montrer l'influence d'une non uniformité de température sur la densité de courant après avoir donné la répartition de la chaleur à travers la jonction.

Enfin, la détermination théorique exacte de la résistance thermique paraît malaisée ; il est utile de pouvoir la mesurer expérimentalement. Nous indiquons la façon dont cette mesure s'effectue à partir de la modification de la caractéristique statique d'une diode sous l'influence de la température.

### III.2 - TRANSFERT DE CHALEUR DANS LES SEMI-CONDUCTEURS

#### a) Mécanismes de transfert:

Le transfert de la chaleur dans les semi-conducteurs s'effectue grâce à plusieurs mécanismes qui sont :

- La transmission par phonons acoustiques ou optiques
- La transmission par photons, électrons, trous ou paires électron-trous.

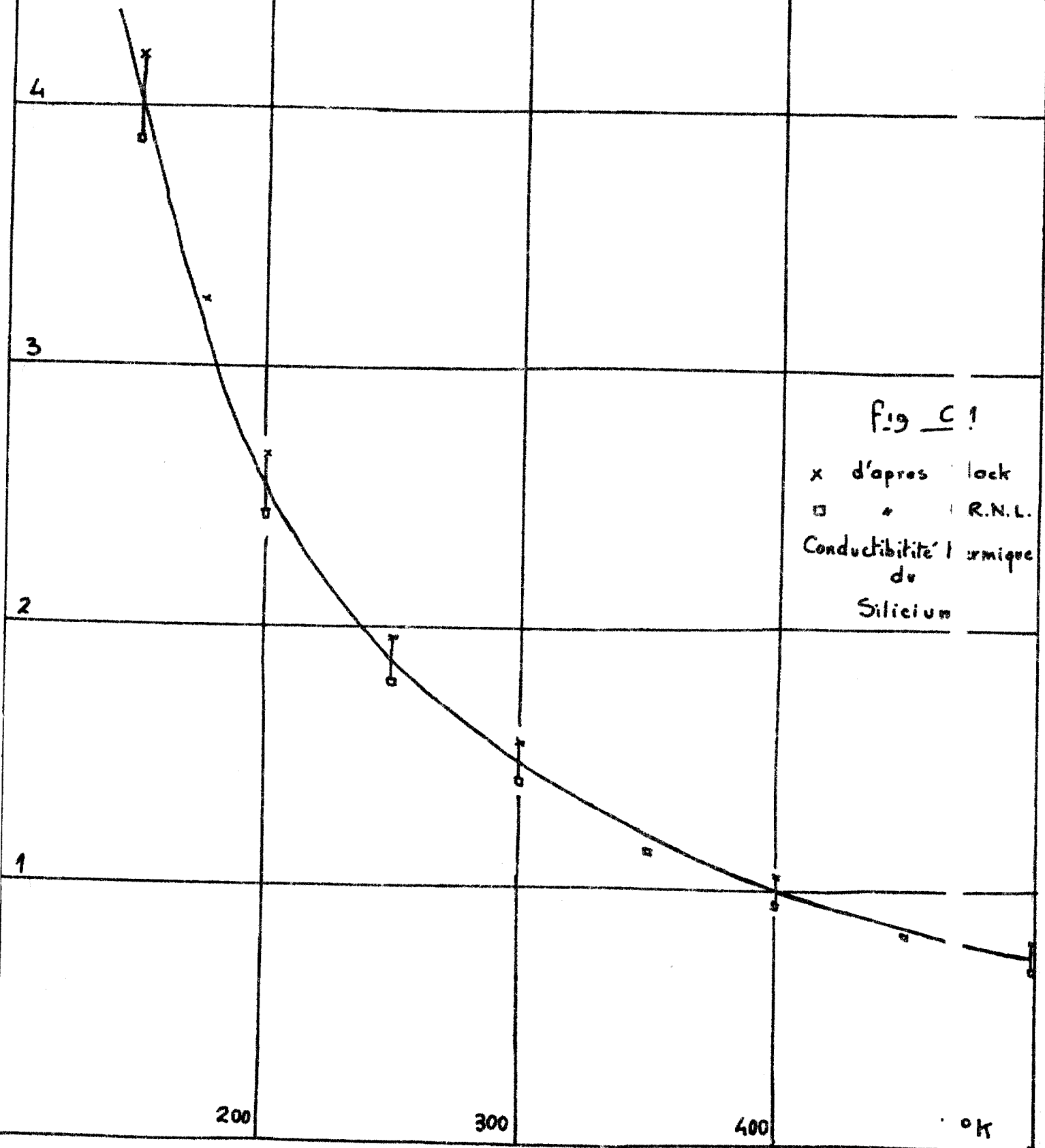
Ces mécanismes contribuent à des degrés divers à la conduction thermique du métal. Aux températures habituelles d'utilisation (+ 200 à + 400°K) la conduction s'effectue essentiellement grâce aux phonons.

Considérons un cristal monoatomique. Chaque atome vibre autour d'une position d'équilibre qui correspond à sa place dans le cristal et cette vibration, qui constitue l'agitation thermique du cristal, est en relation avec sa température thermodynamique: L'agitation serait nulle pour une température égale au zéro absolu. Ces vibrations s'effectuent grâce à l'élasticité que constitue les forces interatomiques. En effet, chaque atome exerce sur son voisin une force sensiblement proportionnelle au déplacement et qui tend à le ramener dans sa position d'équilibre. Les vibrations collectives des atomes prennent la forme d'ondes de déplacement à travers le volume du solide. Ces ondes, appelées phonons (acoustiques ou optiques selon leur niveau d'énergie), expliquent le transfert d'énergie thermique à travers le réseau cristallin. La conductivité prend une certaine valeur, déterminée par les interactions des phonons entr'eux ou avec des porteurs de charge ou encore <sup>par</sup> des dispersions dues à des inhomogénéités de structure cristalline.

L'étude du transfert de chaleur a fait l'objet de nombreux travaux tant théoriques qu'expérimentaux [14] [15] [16] [17] [18]

Nous nous contenterons de cet exposé très succinct sur un sujet encore assez mal connu. Nous présentons, figure C 1, une courbe donnant la conductivité du **Silicium** en fonction de la température. Nous indiquons les points expérimentaux trouvés par Slock(x) [17] et ceux trouvés par l'O.R.N.L.(p)[18].

$K \text{ (W.cm}^{-1}\text{.T}^{-1}\text{)}$



## b) Lois d'écoulement de la chaleur

### Conduction thermique

Nous venons de voir par quels mécanismes s'effectue le transfert de chaleur dans un semi conducteur. L'accumulation de chaleur est caractérisée par la capacité calorifique du semi conducteur tandis que l'évacuation thermique est représentée par la conductivité thermique K.

Soit un élément de volume  $dv = dx dy dz$

(fig. C.2)

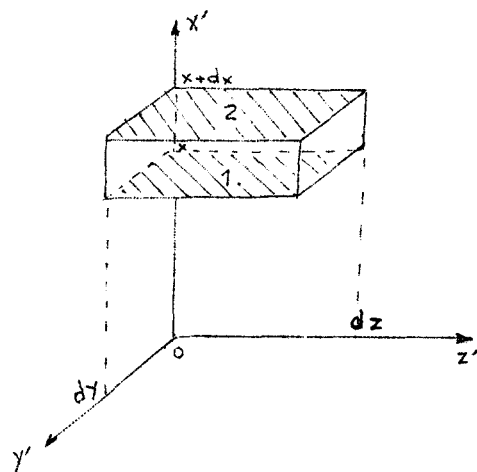


Figure C.2

Le flux de chaleur  $\Delta Q$  parvenu dans cet élément de volume durant le temps  $dt$  a pour valeur :

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} dt (dx dy dz) \quad (\text{III.01})$$

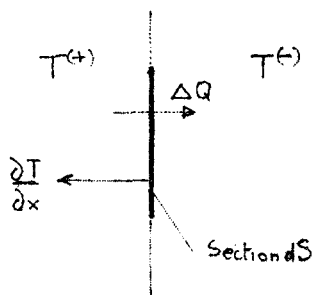
où  $\left\{ \begin{array}{l} \rho \text{ est la masse spécifique} \\ C \text{ la chaleur spécifique à volume constant} \\ \frac{\partial T}{\partial t} \text{ l'élévation de température par unité de temps.} \end{array} \right.$

La capacité thermique quantifie la rapidité avec laquelle la chaleur se propage.

Supposons, à présent, que la chaleur emmagasinée s'évacue à travers une section S grâce à la conductivité thermique K de matériau. On aura une

perte de chaleur  $\Delta Q$  d'expression :

$$\Delta Q = - K \frac{\partial T}{\partial x} dS dt \quad (\text{III.02})$$



où  $\left\{ \begin{array}{l} K \text{ est la conductivité thermique par élément de surface } dS \\ \Delta Q \text{ est la perte de chaleur par élément de surface } dS. \end{array} \right.$

Figure C.3

Grâce aux expressions (III.01) et (III.02) nous allons établir une relation entre les grandeurs :

$K C \frac{\partial T}{\partial t}$  et  $\frac{\partial T}{\partial x}$  en effectuant le bilan des quantités de chaleur entrées et sorties du cube élémentaire que nous avons présenté fig. C 2.

Ainsi par la face 1 il sort à l'abscisse  $x$  la quantité de chaleur.

$$- \left[ K \frac{\partial T}{\partial x} \right]_x (dy dz) dt$$

Par la face 2 du cube il entre à l'abscisse  $(x + dx)$  la quantité de chaleur :

$$\left[ K \frac{\partial T}{\partial x} \right]_{x+dx} (dy dz) dt$$

Ecrivons que la quantité de chaleur emmagasinée est égale à la différence entre la quantité de chaleur entrée et la quantité de chaleur sortie.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ K \frac{\partial T}{\partial x} \right] (dx dy dz) dt = \left[ \left( K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x+dx} - \left( K \frac{\partial T}{\partial x} \right)_x \right] (dy dz) dt$$

En considérant que les autres faces donnent des contributions analogues, on arrive à l'expression suivante (en notant  $k_x, k_y, k_z$  les conductibilités thermiques selon les directions  $Ox, Oy$  et  $Oz$ ).

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (\text{III.03})$$

La conductivité thermique  $K$  n'est pas une constante car elle est fonction des coordonnées  $x, y, z$  et fonction de l'orientation du cristal. D'autre part, elle varie avec la température. Néanmoins, si les écarts de température sont faibles et dans le cas d'un cristal homogène et isotrope, l'expression (III.03) s'écrit plus simplement :

$$\boxed{\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = K \cdot \Delta T} \quad (\text{III.04})$$

avec  $\begin{cases} K = \text{conductivité par élément de volume} \\ \Delta T = \text{laplacien de la température } T. \end{cases}$

Nous n'avons considéré, jusqu'à présent, que la transmission de chaleur à travers un solide. Cependant ce solide peut être le siège d'un dégagement localisé de chaleur et l'équation (III.04) s'écrit dans ce cas (par élément de volume)

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = K \cdot \Delta T + q(x, y, z) \quad (\text{III.05})$$

où {  $q$  représente l'apport de chaleur en  $\text{watt.cm}^{-3}$   
 $T$  est la température exprimée en degrés celsius ou kelvin  
 $K$  est la conductivité thermique en  $\text{W.cm}^{-1}.\text{T}^{-1}$   
 $\rho$  = masse volumique du matériau en  $\text{Kg.m}^{-3}$   
 $C$  = chaleur spécifique qui s'exprime en  $\text{J. T}^{-1}$

C'est cette dernière équation qui va nous permettre l'étude de la répartition de la chaleur à travers les diodes et d'en déterminer leur résistance thermique.

Dans le cas, très fréquent en pratique, où une puissance thermique  $P$  n'est produite que dans une région bien définie de l'espace, de température uniforme  $T_1$  et que l'évacuation des calories s'effectue vers un radiateur (boîtier) de température uniforme  $T_2$  la résistance thermique existant entre le milieu à température  $T_1$  et le milieu à température  $T_2$  est donné par la relation :

$$R_{th} = \frac{T_1 - T_2}{P}$$

Nous donnons, à présent, quelques exemples simples d'application de l'équation (III.04) en calculant la résistance thermique présentée par un solide de conductivité thermique  $K$  dans lequel la propagation du flux de chaleur s'effectue :

- de façon rectiligne
- sous forme conique
- dans un milieu semi infini



Nous admettrons qu'il n'y a aucun apport de chaleur à l'intérieur du solide considéré et que le régime permanent est obtenu.

### 1) Propagation rectiligne (fig. C 4)

C'est le cas d'un barreau de section  $S$  et de longueur  $\ell$ . On a :

$$R_{th} = \int_0^{\ell} \frac{dx}{K(x) S(x)}$$

Si le barreau est homogène de section constante  $S$  on a simplement :

$$R_{th} = \frac{\ell}{K \cdot S} \quad (III.06)$$

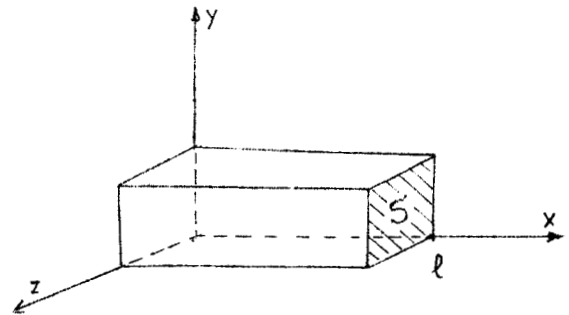


Figure C 4

### 2) Propagation conique (fig. C 5)

On a :

$$R_x = R_1 + \frac{R_2 - R_1}{\ell} x$$

Or  $S_x = \pi R_x^2$  d'où

$$S_x = \pi \left[ R_1 + \frac{R_2 - R_1}{\ell} x \right]^2$$

Si la conductivité  $K(x)$  est une constante, on obtient :

$$R_{th} = \frac{1}{\pi K} \int_0^{\ell} \frac{dx}{\left( R_1 + \frac{R_2 - R_1}{\ell} x \right)^2} = \frac{4}{\pi} \times \frac{1}{K} \times \frac{\ell}{d_1 d_2}$$

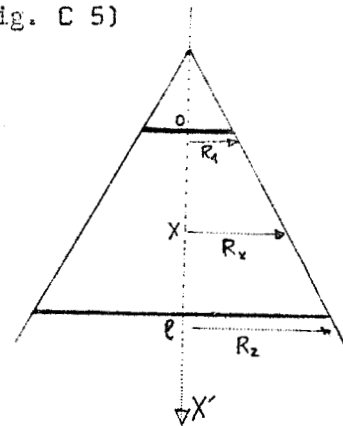


Figure C 5

### 3) Propagation dans un milieu semi-infini

Après le passage du flux de chaleur à travers l'étranglement, on observe la dispersion des lignes de flux. Si le diamètre  $d_1$  est suffisamment

petit devant la valeur de  $d_2$  et de  $\ell$   
on peut considérer que la propagation s'effectue comme dans un milieu semi infini. La résistance thermique correspondante est appelée résistance de constriction.

Dans ces conditions,  
la résistance thermique aura  
pour valeur :

$$R_{thc} = \frac{1}{2 K d_1} \quad (III.07)$$

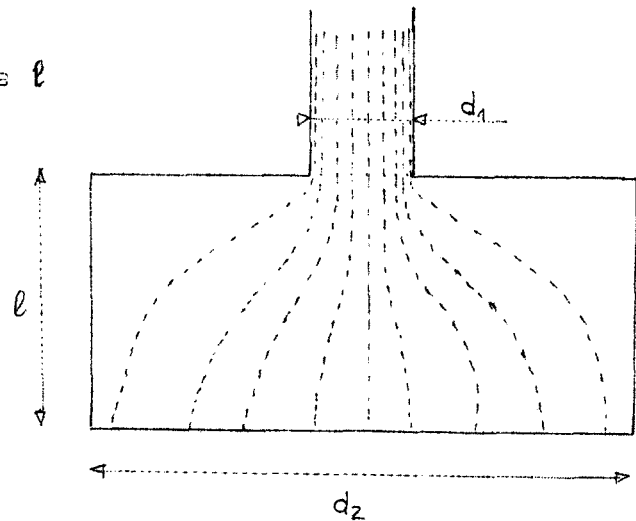


Figure C 6

Dans le cas où les hypothèses :

$$\begin{cases} d_2 \gg d_1 \\ \ell \gg d_1 \end{cases}$$

ne sont pas vérifiées, nous utiliserons l'expression :

$$R_{th} = \frac{1}{\pi K d_1} \arctg \frac{4 \ell}{d_1} \quad (III.08)$$

Ces expressions (III.07) et (III.08) seront établies en annexe III.

Nous présentons un tableau indiquant pour les principaux métaux utilisés la valeur de la conductibilité thermique mesurée à la température ambiante.

# TABLEAU DES CONDUCTIVITES THERMIQUES

(mesurées à 300°K)

## Matériaux semi-conducteurs

Silicium K  $\approx 1,50 \text{ W.cm}^{-1} \text{ T}^{-1}$

Germanium = 0,60

Arséniure de gallium = 0,44 ( $\pm 0,04$ )

## Métaux

Cuivre K =  $3,86 \text{ W.cm}^{-1} \text{ T}^{-1}$

Aluminium = 2,10

Laiton = 1

Bronze phosphoreux = 3,86

Or = 2,98

Argent = 4,24

## Divers

Air K =  $2,5 \cdot 10^{-4} \text{ W.cm}^{-1} \text{ T}^{-1}$

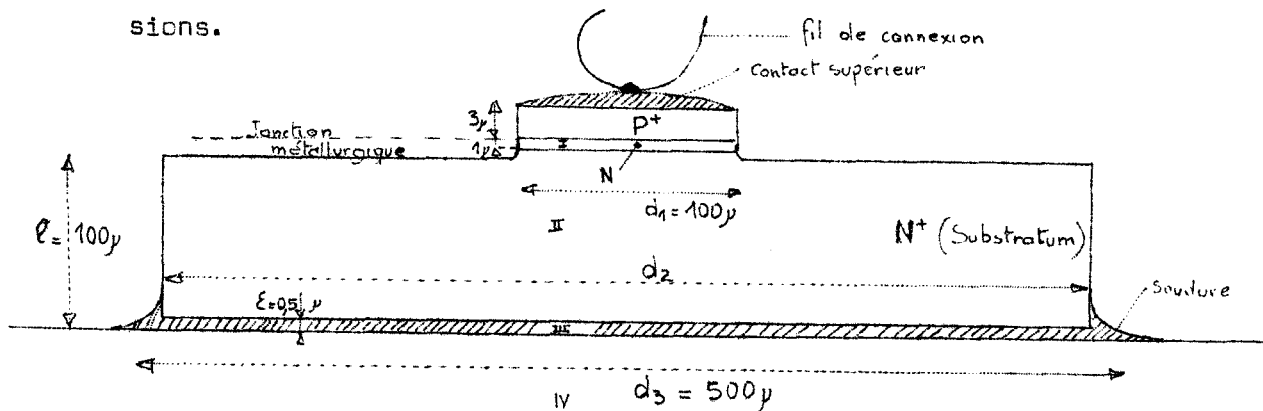
Céramique 8 à  $18 \cdot 10^{-3}$

### III.3 - CALCUL THEORIQUE DE LA TEMPERATURE DE FONCTIONNEMENT D'UNE DIODE A.T.T.

#### a) Introduction

Nous allons calculer la température de la jonction en considérant le trajet emprunté par le flux thermique et en appliquant les équations fondamentales du transport de la chaleur.

Pour fixer les idées représentons schématiquement (fig. C 7) les structures semi conductrices utilisées avec des ordres de grandeur des dimensions.



$$d_2 \neq d_3$$

Figure C 7

Si l'on suppose la zone de charge d'espace à température uniforme et si l'on néglige les variations de la conductivité avec la température en admettant que la chaleur est produite de façon uniforme dans la zone avalanche, on a :

$$T_j = T_B + R_{th} P \quad (III.09)$$

Dans cette relation  $R_{th}$  est donné par la relation (III.08) soit :

$$R_{th} = \frac{1}{\pi d_1 K} \arctg \frac{4l}{d_1}$$

Nous allons maintenant tenir compte de façon plus précise des variations de la conductivité et des variations de température dans la zone de charge d'espace. Le calcul rigoureux est difficile et il nous faudra faire des hypothèses simplificatrices (Nous supposons essentiellement le problème à 1 seule dimension). Il sera ensuite possible d'obtenir en combinant le résultat ainsi obtenu et celui donné par (III.08), une solution, valable en première approximation, tenant compte de tous les facteurs.

Ce calcul peut s'effectuer de façon simple en utilisant le modèle structural représenté fig. C 8.

Signalons que le principe du calcul est dû à Clorfeine [19] et que nous l'avons appliqué aux diodes utilisées.

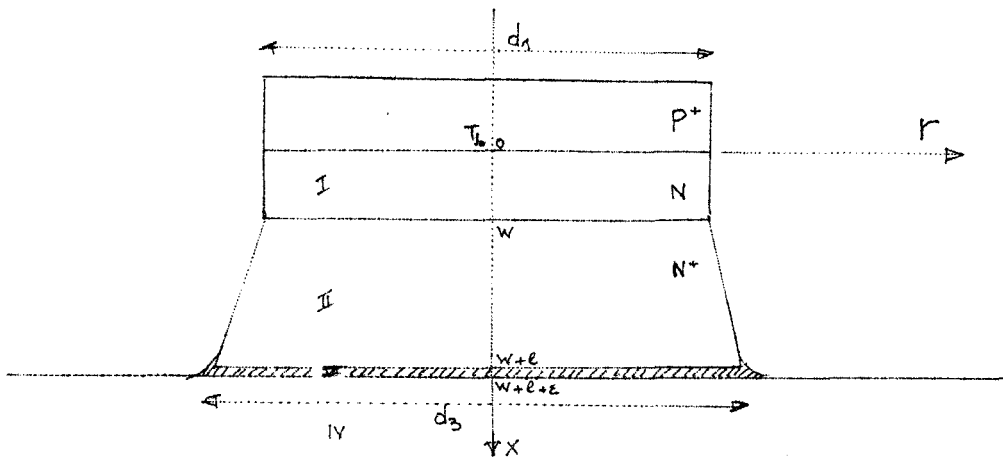


Figure C 8

Ce modèle théorique comporte les hypothèses simplificatrices suivantes :

- la hauteur  $w$  de la zone avalanche où se trouve localisé l'échauffement est faible devant son diamètre. Dans ces conditions, il n'y a aucune évacuation radiale par convection ou par rayonnement.

- la chaleur dégagée est toute entière évacuée vers le bas, dans le sens  $Ox$ . Généralement, la conduction thermique par le fil de connexion (Figure C 7) supérieure est en effet négligeable. De même sont négligeables les pertes par rayonnement et convection.

- Nous supposons une répartition de la température uniforme à travers la jonction selon un rayon r.

- Nous admettons que la conductivité thermique varie avec la température (figure C 1).

$$k = \frac{a}{T} \quad (\text{III.10})$$

a est une constante pour un matériau et un dopage donné dans une certaine gamme de températures.

#### b) Calcul théorique

Dans ces conditions, le calcul s'effectue de la façon suivante : appelons q(x) la quantité de chaleur générée par unité de volume à l'ordonnée x. L'équation différentielle (III.05) s'écrit en régime permanent :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ k \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right] = - q(x) \quad (\text{III.11})$$

Soit avec  $k = \frac{a}{T}$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial T}{T \partial x} \right] = - \frac{q(x)}{a}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} [L_n T] = - \frac{q(x)}{a}$$

d'où :

$$\boxed{T(x) = T_{j0} \exp [- \xi (x)]} \quad (\text{III.12})$$

L'application de cette relation au calcul de la température en zone I nécessite la connaissance de  $\xi (x)$ . Cette fonction a pour valeur :

$$\xi (x) = \int_0^{x'} \int_0^{x''} \frac{1}{a_1} q(x'') dx' dx'' \quad (\text{III.13})$$

$x'$  et  $x''$  étant des variables secondaires.

Dans la région II la conductivité est égale à  $\frac{a_1}{T}$  et  $q(x) = 0$   
La résolution de (III.11) donne :

$$T(x) = T(w) \exp. \eta \frac{w-x}{a_2} \quad (\text{III.14})$$

$$\text{avec } \eta = \int_0^W q(x) dx \quad (\text{III.15})$$

obtenu en écrivant que sur l'interface des régions I et II, il n'y a pas de discontinuité pour la tangente à la courbe  $T(x)$  (les dérivées sont égales).

A l'interface des régions II et III nous avons l'égalité :

$$T(w + \ell) = T(w) \exp. - \eta \frac{\ell}{a_2} \quad (\text{III.16})$$

Dans la région III il s'agit d'une simple résistance de contact.  
Par conséquent, si  $k_3$  est la conductance de la soudure :

$$T(w + \ell + \epsilon) = T(w + \ell) - \frac{\epsilon}{k_3 s_3} P \quad (\text{III.17})$$

avec  $P$  la puissance continue dissipée thermiquement.

Enfin, la région IV est une région dont les dimensions sont pratiquement infinies si la diode est montée dans un circuit hyperfréquence de dimensions importantes. Cette résistance est une résistance de constriction pour laquelle nous négligerons l'effet de température car les écarts entre le boîtier et la température ambiante sont généralement faibles.

$$T(w + \ell + \epsilon) = T_A + \frac{1}{2 d_3 k_4} P \quad (\text{III.18})$$

où

- $d_3$  est le diamètre de la partie soudée du substrat. (car  $d_3$  peut être différent de  $d_1$  le diamètre de la jonction)
- $T_A$  est la température du milieu ambiant.

Nous allons à présent éliminer les grandeurs  $T(w + \ell + \epsilon)$  et  $T(w + \ell)$  entre les expressions (III.18) (III.16) et (III.17)

$$T_A + \left( \frac{1}{2 d_3 k_4} + \frac{\epsilon}{k_3 S_3} \right) P = T(w) \exp. \frac{-\eta \ell}{a_2}$$

$T(w)$  est obtenue par l'expression (III.12) en faisant  $x = w$

$$T(w) = T_{jo} \exp. [-\xi(w)]$$

dans ces conditions :

$$T_A + \left( \frac{1}{2 d_3 k_4} + \frac{\epsilon}{k_3 S_3} \right) P = T_{jo} \exp. - \left( \eta \frac{\ell}{a_2} + \xi(w) \right)$$

Rappelons que  $T_{jo}$  est la température à l'ordonnée  $x = 0$  c'est-à-dire au niveau de la jonction métallurgique. C'est donc la température atteinte par la jonction.

D'autre part,  $\eta$  représente d'après (III.15) la puissance dissipée dans la région I par unité de section.

$$\eta = \frac{P}{S_1} \quad \text{(III.19)}$$

Ce qui nous permet d'écrire :

$$T_{jo} = \left\{ T_A + \frac{1}{2 d_3 k_4} + \frac{\epsilon}{k_3 S_3} P \right\} \exp. \left[ \frac{\ell}{a_2 S_1} P + \xi(w) \right] \quad \text{(III.20)}$$

### c) Application aux diodes utilisées

Nous allons à présent calculer la fonction  $\xi(w)$  dans les cas suivants :

diode de P I N (Misawa) ; diode Read, diode  $P^+ N N^+$



### 1) cas d'une diode P.I.N

Le champ électrique  $E(x)$  est, par définition, constant à travers la jonction. Il en résulte que  $q(x)$  est une constante.

$$q(x) = \frac{P}{w \cdot S_1}$$

$$\xi(w) = \frac{1}{w S_1} \int_0^w \int_0^w \frac{P}{a_1} dx' dx'' = \frac{w}{2 a_1 S_1} P$$

### 2) Cas d'une diode Read

Le profil du champ  $E(x)$  pour cette diode donne le résultat suivant :

$$\xi(w) \approx \frac{w}{2,5 a_1 S_1} P$$

### 3) Cas d'une diode $P^+ NN^+$

C'est le cas des diodes que nous utilisons et pour lequel le profil du champ le plus simple a l'allure donnée (fig. C 9)

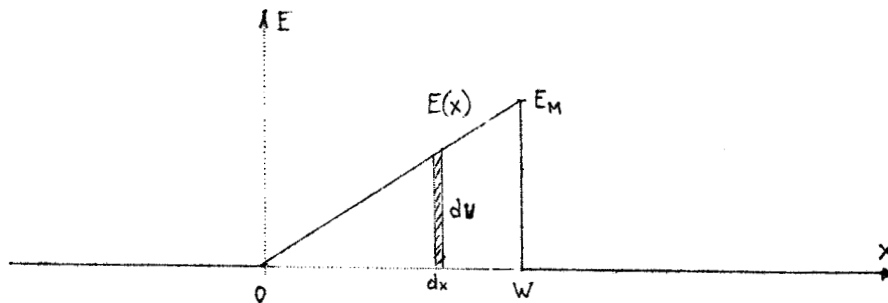


Figure C 9

Dans le cas d'un tel profil de champ d'équation

$$E(x) = \frac{E_M}{w} x$$

La chute de tension dans la tranche d'épaisseur  $dx$  est  $dU = \frac{E_M}{w} x dx$ .

La puissance  $q(x)$ , dépensée par élément de volume  $(S_1 dx)$ , est donc :

$$q(x) = \frac{I dU}{S dx} = \frac{I E_M}{S_1 w} x$$

Comme la puissance totale  $P$  s'exprime par  $P = \frac{E_M W}{2} I$  on a :

$$q(x) = \frac{2 P}{S_1 W^2} x$$

En conséquence, la fonction  $\xi(w)$  a pour valeur

$$\xi(w) = \frac{2 P}{S_1 W^2} \int_0^W \int_0^W \frac{1}{a_1} z dx' dx'' = \frac{w}{3 a_1 S_1} P$$

et l'expression s'écrit :

$$T_{jo} = \left[ T_A + \left( \frac{1}{2 d_3 k_4} + \frac{\epsilon}{k_3 S_3} \right) P \right] \exp. \left[ \frac{l}{a_2} + \frac{w}{3 a_1} \right] \frac{P}{S_1}$$

(III.21)

L'expression (III.21) donne la valeur de la température  $T_{jo}$  atteinte dans le cas d'une diode  $P^+ NN^+$ . Elle est rigoureuse, en ce sens qu'elle tient compte de la variation de la conductivité thermique avec la température, de la résistance de construction du circuit hyperfréquence ( $\frac{1}{2 d_3 k_4}$ ) de la résistance de la soudure ( $\frac{\epsilon}{k_3 S_3}$ ) et enfin de la résistance de la zone avalanche ( $\frac{w}{3 a_1 S_1}$ ) et du substrat, ( $\frac{l}{a_2 S_1}$ ).

Son emploi est cependant incommode et nous allons essayer de donner une expression plus simple en effectuant les approximations justifiées par les ordres de grandeur des divers paramètres. Ainsi avec les ordres de grandeur suivants :

- pour les conductances :

$$\begin{aligned} a_1 &= 400 \text{ W. cm}^{-1}. \\ a_2 &= 350 \text{ W. cm}^{-1} \\ k_3 &= 3 \text{ W. cm}^{-1} \cdot \text{T}^{-1} \text{ (soudure à l'or)} \\ k_4 &= 3,85 \text{ W. cm}^{-1} \cdot \text{T}^{-1} \text{ (cuivre)} \end{aligned}$$

- pour les dimensions :

$$\ell = 100 \mu$$

$$w = 3 \mu$$

$$d_1 = 100 \mu$$

$$\epsilon = 0,5 \mu$$

$$d_3 = 500 \mu$$

$$P = 3 \text{ W}$$

L'application numérique de l'expression (III.21) donne le résultat :

$$T_{jo} = [T_A + (2,60 + 2 \cdot 10^{-3}) 3] \exp. [0,28 \cdot 10^{-4} + 0,25 \cdot 10^{-6}] \frac{3}{10^{-4}}$$

On voit que l'on peut négliger en première approximation :

- la résistance de la soudure (si toutefois cette soudure est effectuée soigneusement)
- la résistance de la zone en avalanche

et nous écrirons :

$$T_{jo} \neq \left[ T_A + \frac{P}{2 d_3 k_4} \right] \exp. \frac{\ell}{a_2 S_1} P \quad (\text{III.22})$$

Remarquons, à présent, que la grandeur  $\frac{\ell \langle T \rangle}{a_2 S_1}$  représente la résistance thermique de la région II dans le cas de la figure C 8. En pratique la région II a la forme indiquée sur la figure C 7 et, dans ce cas, la résistance thermique de la région a pour expression d'après (III.08) et (III.10)

$$R_{th} = \frac{\langle T \rangle}{\pi d_1 a_2} \arctg \frac{4\ell}{d_1} \quad (\text{III.23})$$

Pour tenir compte de la géométrie du problème et pour généraliser l'expression (III.22), en première approximation, nous remplaçons la grandeur  $\frac{\ell \langle T \rangle}{a_2 S_1}$  par l'expression (III.23).

Nous obtenons\* :

$$T_{jo} = \left[ T_A + \frac{P}{2 d_3 k_4} \right] \exp \frac{R_{th} P}{\langle T \rangle} \quad (III.24)$$

$R_{th}$  représente la résistance thermique de la région II (à la température moyenne  $\langle T \rangle$ ) quel que soit sa géométrie.

Introduisons la température du boîtier de la diode  $T_B$  qui vaut :

$$T_B = T_A + \frac{P}{2 d_3 k_4} \quad (III.25)$$

L'expression (III.24) s'écrit dans ces conditions :

$$T_{jo} = T_B \exp \frac{R_{th} P}{\langle T \rangle} \quad (III.26)$$

Pour les puissances  $P$  inférieures au watt cette expression se simplifie à l'aide d'un développement limité de l'exponentielle.

$$T_{jo} = T_B + \frac{T_B}{\langle T \rangle} R_{th} P$$

soit avec  $\langle T \rangle \neq T_B$

$$T_{jo} \neq T_B + R_{th} P \quad (III.27)$$

C'est la formule classique. La comparaison des expressions (III.27) et (III.24), fig. C 10, montre que, pour les faibles puissances, il est inutile de tenir compte de la variation de la conductivité thermique avec la température.

A rendement constant, il est souhaitable de dissiper une puissance  $P$  la plus grande possible afin d'obtenir la puissance hyperfréquence la plus importante. Nous sommes limités dans cette voie, en particulier, par la tempé-

---

\* Les températures sont ici exprimées en degrés Kelvin

rature maximale que peut supporter une jonction (de l'ordre de 220° C pour les jonctions au silicium). Les expressions que nous venons de donner montrent l'intérêt d'utiliser des structures dans lesquelles l'épaisseur  $\ell$  du substratum est faible devant le diamètre de la jonction.

Nous avons tracé, fig. C 11, la puissance continue  $P$  qu'il est possible d'appliquer en fonction de l'épaisseur  $\ell$  du substratum pour une température maximale de jonction de 220° et dans les conditions suivantes :

$$\begin{aligned} a_2 &= 350 \text{ W.cm}^{-1} & d_3 &= 500 \mu \\ k_4 &= 3,85 \text{ W.cm}^{-1} \cdot \text{T}^{-1} & d_1 &= 100 \mu \end{aligned}$$

On remarque qu'une épaisseur de substratum la plus faible possible est favorable pour obtenir une dissipation thermique importante (utilisation de diodes dites inversées). Cependant les valeurs maximales indiquées de la puissance dissipable sont optimistes pour les raisons suivantes :

- nous n'avons pas tenu compte de l'existence éventuelle des résistances thermiques d'origines diverses (contacts thermiques) entre le boîtier et le milieu ambiant.

- nous avons admis que le boîtier et le circuit hyperfréquence sont en matériau excellent conducteur de la chaleur (la conductivité  $k_4$  est celle du cuivre).

#### Remarque :

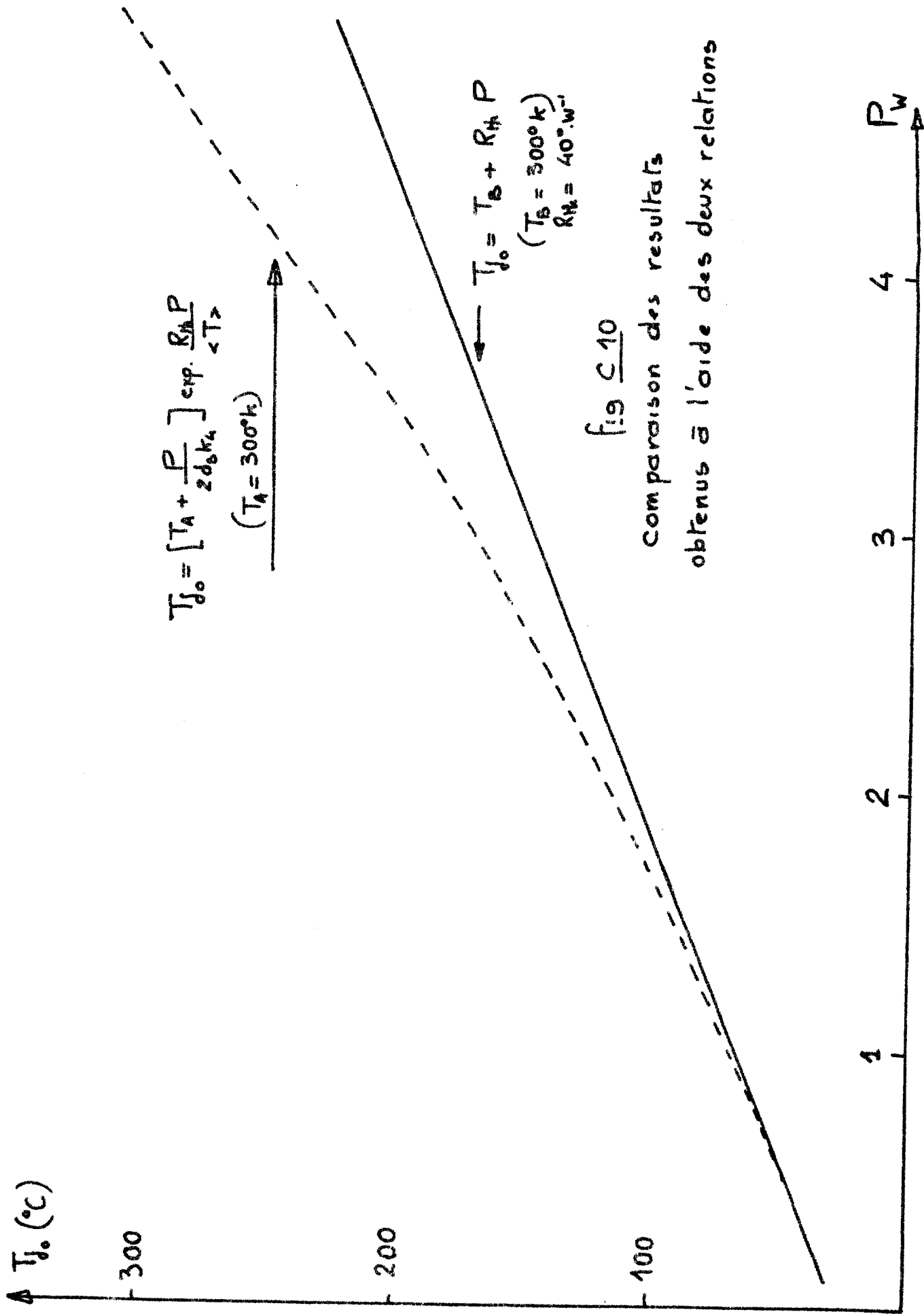
Afin de connaître l'importance du gradient de température à travers la zone de charge d'espace (zone I) nous allons calculer la température atteinte à l'interface des régions I et II en utilisant l'expression (III.12) dans le cas d'une diode  $P^+ NN^+$ . On a vu que  $\xi(w)$  avait pour valeur

$$\xi(w) = \frac{w}{3 a_1 S_1} P$$

d'où

$$T(w) = T_{j0} \exp \left[ - \frac{w}{3 a_1 S_1} P \right]$$

soit une variation relative de température :



$\Delta P_{\text{max}} \text{ (W)}$

10

1

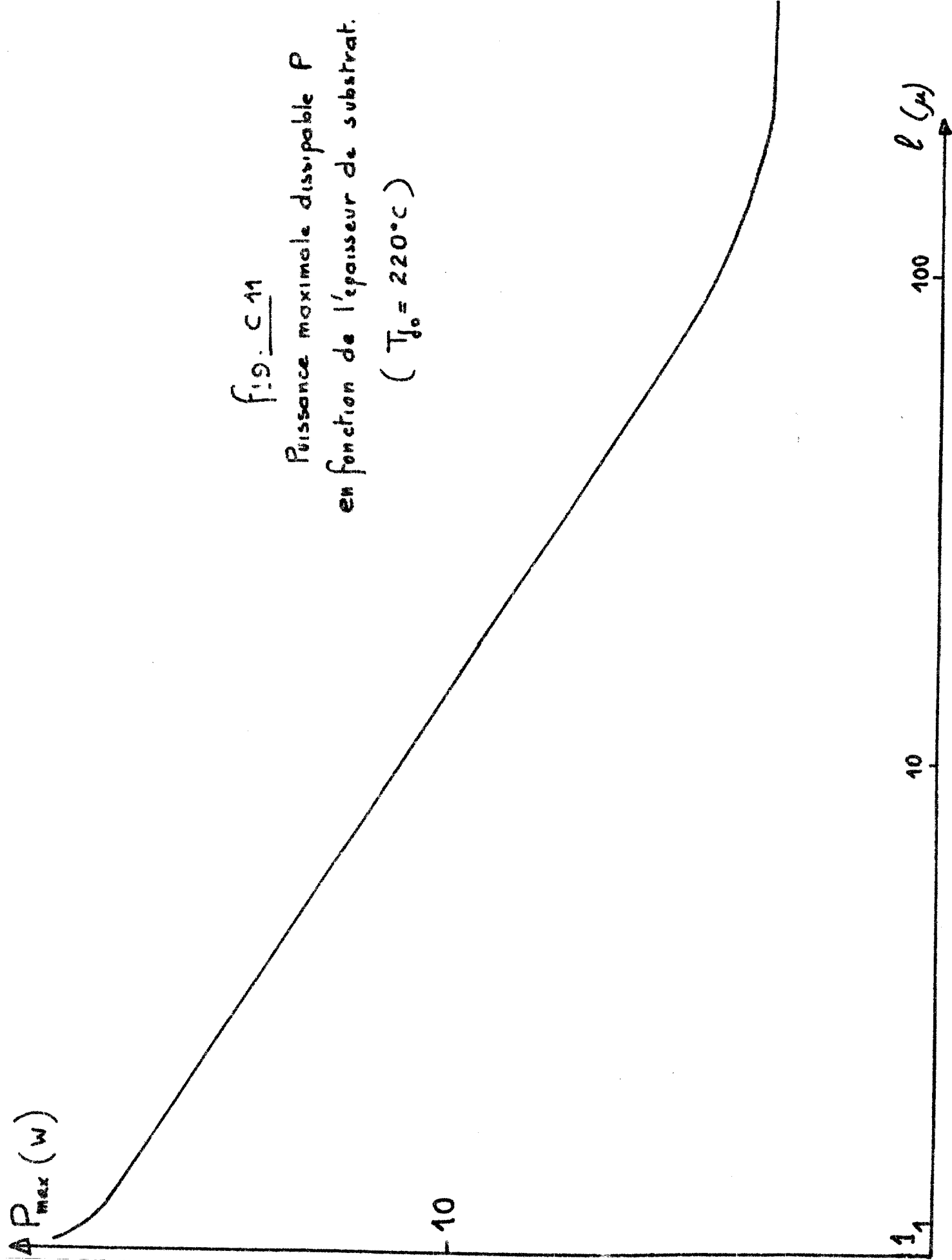
10

100

$l \text{ (}\mu\text{)}$

Fig. C.11

Puissance maximale dissipable  $P$   
en fonction de l'épaisseur de substrat.  
( $T_{j0} = 220^\circ\text{C}$ )



$$\frac{\Delta T_{jo}}{T_{jo}} = 1 - \exp \left[ - \frac{w}{3 a_1 S_1} P \right]$$

L'application, avec les valeurs numériques précédentes, donne une variation relative de température d'environ 0,2 % c'est-à-dire parfaitement négligeable.

### III.4 - ETUDE DE LA REPARTITION DE LA TEMPERATURE A TRAVERS LA ZONE DESERTEE DE LA JONCTION

#### a) Introduction

Dans le calcul de la température de la jonction  $T_{jo}$ , que nous avons exposé au § 3, nous avons supposé que la zone chauffée (d'épaisseur  $w$  et de diamètre  $d$ ) se trouvait à une température constante. Nous avons vu, qu'effectivement la variation de température le long d'un axe  $Ox$  perpendiculaire au plan de la jonction était négligeable. Nous allons montrer, à présent, que la répartition de la température n'est pas uniforme dans un plan parallèle à celui de la jonction et nous serons amenés à déterminer la température atteinte dans la zone désertée en fonction de la distance au centre de la jonction (fig. C 12).

Nous verrons, par ailleurs, (§ 5) que la tension d'avalanche d'une diode est une fonction de la température. La jonction possédant une répartition de température non uniforme on peut la décomposer en une infinité de diodes élémentaires à température uniforme mais variable d'une diode à l'autre. La tension  $U_o$  aux bornes de l'ensemble des diodes est constante (fixée par la batterie de polarisation) et l'on conçoit que le courant dans chaque diode élémentaire sera différent selon sa température.

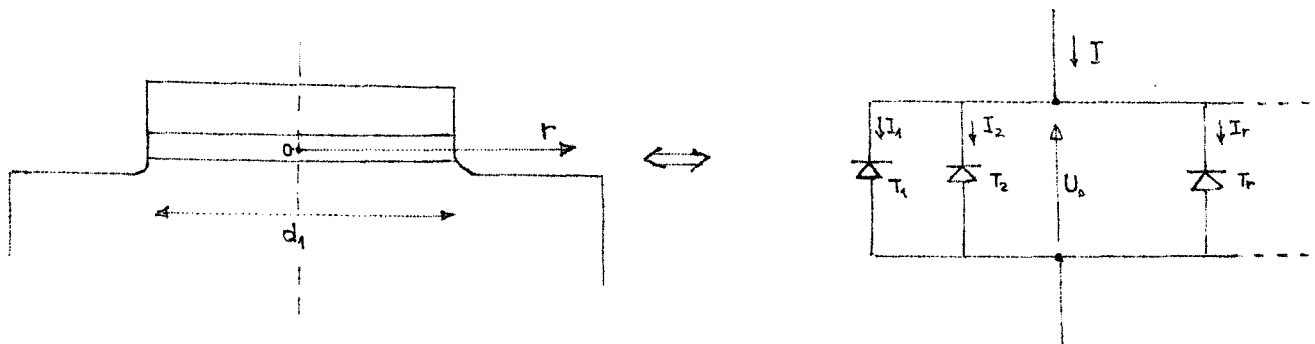


Fig. C 12: Etude de la répartition de la température de la jonction en fonction de la distance  $r$  au centre



Chacune de ces diodes élémentaires aura une section identique, notée  $S$ , une température différente  $T_r$ , un courant variable  $I_r$ . Le courant total sera bien entendu la somme des courants élémentaires :

$$J = J_1 + J_2 + J_3 + \dots + J_r + \dots$$

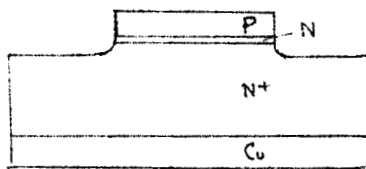
De cette façon, nous obtiendrons la répartition du courant à travers la section de la diode.

Nous envisageons, au chapitre VI, l'influence d'une répartition de courant non uniforme sur la puissance hyperfréquence émise. Nous verrons que la non-uniformité a pour effet de diminuer la puissance et le rendement.

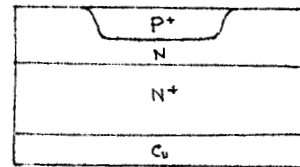
#### b) Origine du gradient de température

La température à travers la zone de charge d'espace devient non uniforme si la section de la source de chaleur (zone de charge d'espace) est inférieure à la section du matériau qui évacue cette chaleur.

Ceci est le cas dans les différents montages qui sont représentés fig. C 13.

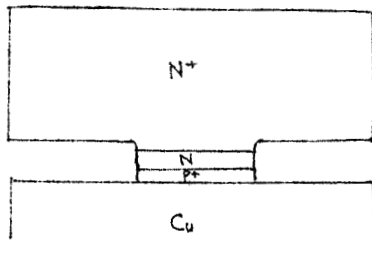


A - mésa

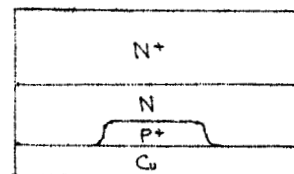


B - planar

Montages "Face Up"



D - mésa inversé



C - planar inversé

Montages "Flip Chip"

Figure C 13

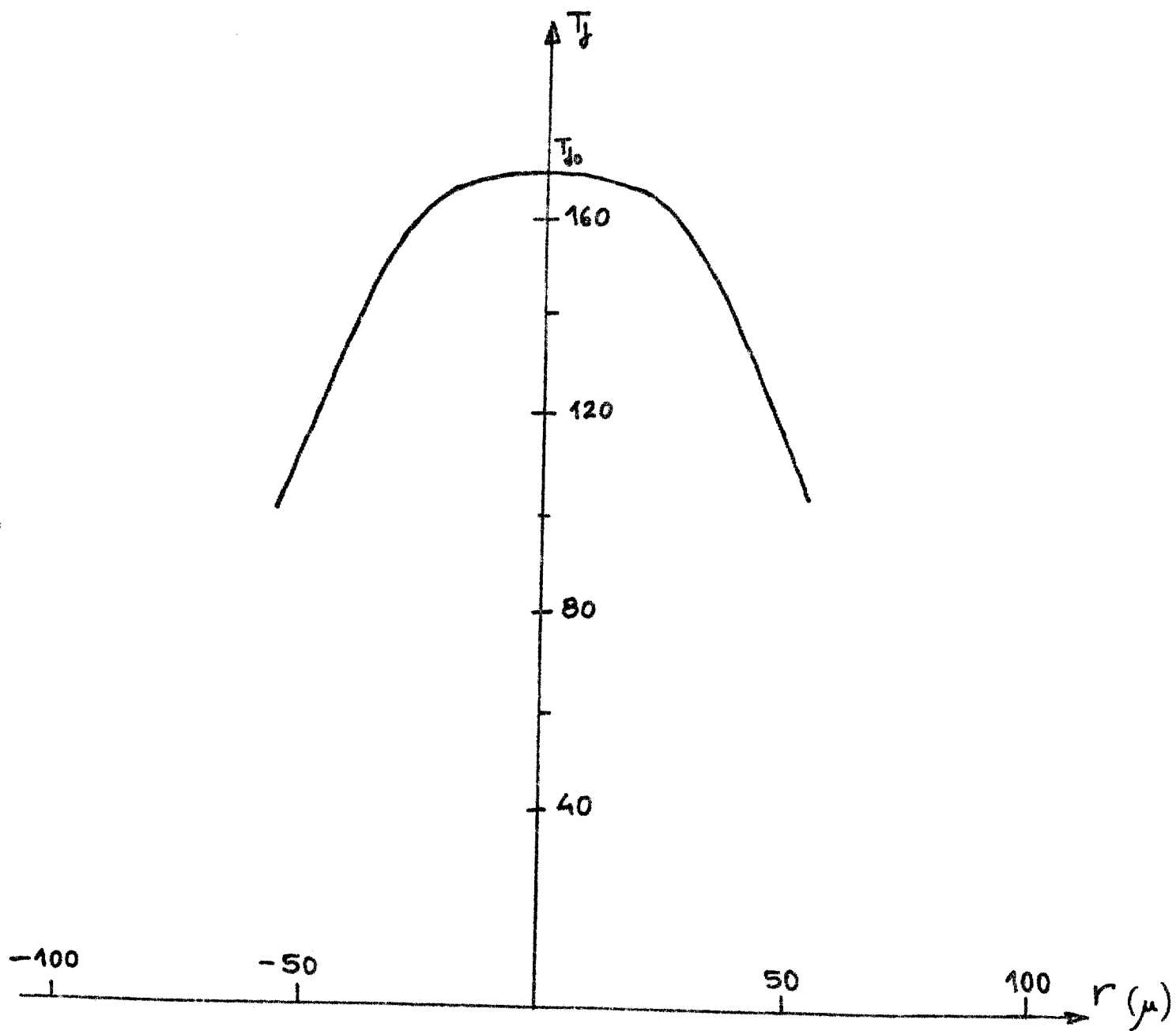


fig. C 14

Température atteinte par un  
point de la jonction situé à la distance  $r$   
du centre

(  $S = 10^{-4} \text{ cm}^2$  et  $P = 4 \text{ w}$  )

Dans les montages "Flip Chip" Fig. C 13 la structure planar (C) présente une capacité de jonction prohibitive et seul le mesa (D) semble possible.

### c) Profil de température

Ces différents montages ont été étudiés, dans une première approche, par Haitz [20] qui a utilisé des méthodes numériques. Nous trouvons, fig. C 14, les courbes donnant la température atteinte en fonction de la distance  $r$  au centre de la jonction. Ces courbes ont été établies pour les jonctions que nous utilisons et avec les valeurs numériques suivantes :

$$\begin{cases} - S = 10^{-4} \text{ cm}^2 \\ - P = 4 \text{ W} \end{cases}$$

Indiquons que les courbes tracées sont approximatives car le calcul en a été fait en supposant une répartition de puissance uniforme c'est-à-dire une répartition de courant uniforme. Nous verrons prochainement que cette hypothèse ne se vérifie pas\*.

Nous remarquons, fig. C 14, l'évolution très rapide de la température avec la distance au centre de la jonction.

Nous allons, à présent, déterminer la répartition du courant à travers la jonction.

### d) Influence de l'échauffement sur la répartition du courant

Nous venons de montrer que la température de la jonction n'est pas uniforme.

La tension d'avalanche d'une jonction dépend de sa température  $T$  par la relation (annexe II) :

$$U_Z(T) = U_Z(T_0) \left[ 1 + \gamma \frac{(T - T_0)}{U_0(T_0)} \right] \quad (\text{III.28})$$

---

\* Nous trouverons que la densité de courant est plus forte sur les bords de la jonction qu'au centre. Dans ces conditions la répartition de température calculée et représentée fig. C 14 doit être légèrement plus uniforme.

avec  $\left\{ \begin{array}{l} \gamma = \frac{\Delta U_Z}{\Delta T} \\ U_Z(T_0) : \text{tension d'avalanche présentée à } T_0 \text{ pour un courant très faible.} \end{array} \right.$

En courant continu l'impédance de la diode se réduit à la résistance de charge d'espace  $R_c$ . Si  $U_0$  est la tension extérieure appliquée le courant  $I_0$  traversant la diode est égal à :

$$\begin{aligned} R_c \cdot I_0 &= U_0 - U_Z(T) \\ R_c \cdot I_0 &= U_0 - U_Z(T_0) \left[ 1 + \gamma \frac{T - T_0}{U_Z(T_0)} \right] \end{aligned} \quad (\text{III.29})$$

Par conséquent, à un profil de température donné  $T(r)$  correspondra un profil de courant  $I_0(r)$ .

Il est commode de représenter une jonction non uniforme comme une infinité de diodes élémentaires à température uniforme mais variable de l'une à l'autre. Ces diodes sont montées en parallèle et soumises à une même différence de potentiel  $U_0$  (fig. C 15)

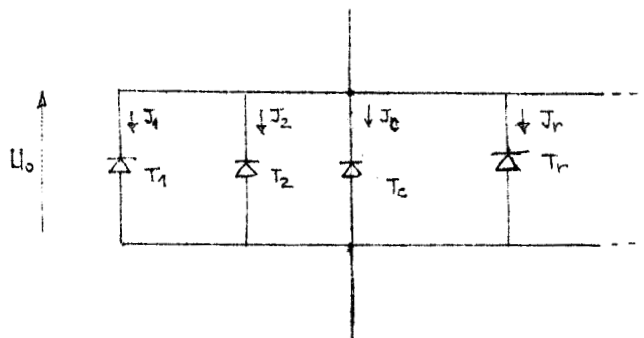


Figure C 15

Sur la figure C 15, nous avons noté  $T_c$  et  $J_c$  la température et la densité de courant au centre de la jonction,  $T_1$  et  $J_1$  les valeurs correspondantes à la périphérie de la jonction et  $T_r$  et  $J_r$  les valeurs en un point

situé à une distance  $r$  quelconque du centre.

On peut, par exemple, considérer chaque diode élémentaire comme équivalente à une diode de tension  $U_z$  constante mais dont la résistance  $R_{Dr}$  ( $R_{Dr} = R_c + R_r$ ) varie avec la température puisque, d'après (III\_42) fig. C 16

$$R_{Tr} = \gamma R_{th} U_r = \dots$$

$$\text{et } U_r = U_z + \gamma (T_r - T_0)$$

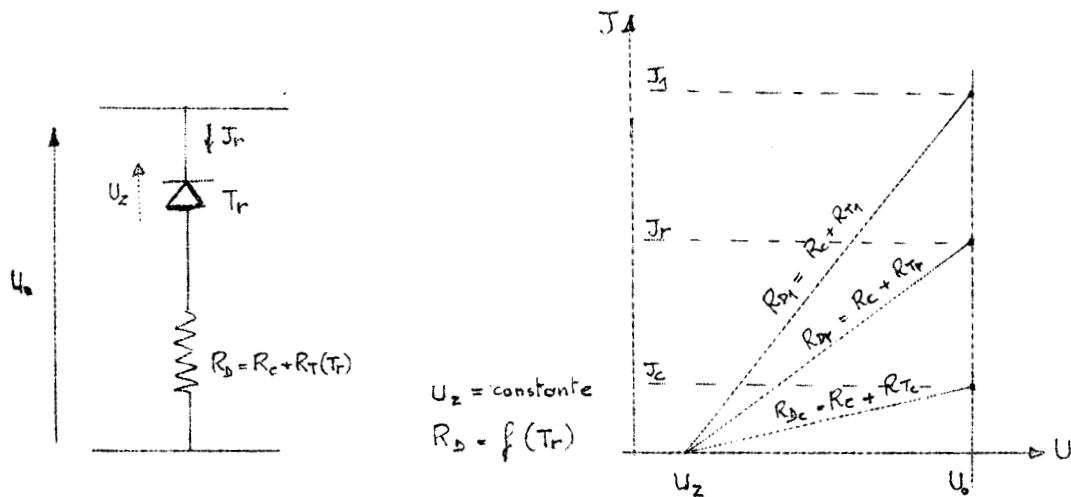


Figure C 16

On remarque que la densité de courant au centre est plus petite car c'est à cet endroit que la température de la jonction est la plus importante.

Une autre façon équivalente, que nous utiliserons ici, consiste à considérer chaque diode élémentaire comme une diode de tension  $U_z$ , variable avec la température, en série avec sa résistance de charge d'espace  $R_c$  (fig. C17)

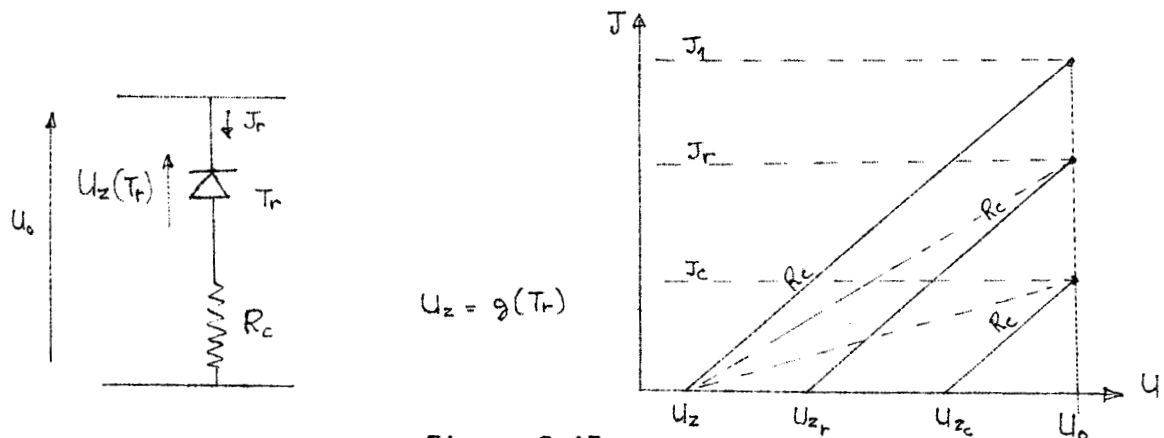


Figure C 17

La densité de courant  $J_r$  traversant la diode portée à la température  $T_r$  est égale d'après (III.29) à :

$$J_r = \frac{U_o - U_{or}(T)}{S R_c} = \frac{U_o - U_{zo} - \gamma (T_r - T_o)}{S R_c} \quad (\text{III.30})$$

Expression dans laquelle :

- $U_{zo}$  est la tension d'avalanche d'une diode élémentaire
- $S R_c$  est la résistance de charge d'espace d'une diode\* surface unité qui a pour valeur d'après (V.113)

$$S R_c = \frac{(W - \delta)^2}{2 \epsilon \gamma}$$

c'est une constante, en première approximation, pour toutes les diodes élémentaires.

La connaissance du profil de température  $T(r)$  permet à partir des paramètres  $U_o$ ,  $U_{zo}$ ,  $\gamma$  et  $(S R_c)$  de trouver aisément le profil de la densité de courant  $J(r)$ . Pour faire ce calcul il est commode d'introduire le courant au centre  $J(o) = J_c$  dans l'expression (III.30).  $J_c$  a pour valeur :

$$J_c = \frac{U_o - U_{zo} - \gamma (T_c - T_o)}{S R_c}$$

On obtient ainsi :

$$J(r) = J_c = \frac{2 \epsilon \gamma \gamma}{(W - \delta)^2} [T_c - T(r)] \quad (\text{III.31})$$

Cette relation est intéressante car elle montre que la variation de la densité de courant dépend essentiellement de la valeur de la résistance de charge d'espace  $R_c$  présentée par la diode. Si celle-ci est élevée ( $\delta \ll W$ ) la variation sera relativement faible, dans le cas contraire ( $\delta \approx W$ ) la variation de  $J(r)$  sera considérable.

Pour illustrer ces considérations nous avons représenté (fig. C 18) pour différentes structures semi-conductrices la variation du rapport  $\frac{J(r) - J_c}{\langle J \rangle}$  avec  $r^*$ .

---

\* On a :  $\langle J \rangle \neq \frac{P}{S V_o}$

Nous avons envisagé deux structures : (les valeurs de  $\gamma$  sont calculées à partir des relations de l'annexe II) :

(A) $P^+ VN^+$	$\delta = 1 \mu$	$W = 2 \mu$	$\gamma = 0,52$
(B) $P^+ NN^+$	$\delta \neq 0 \mu$	$W = 2 \mu$	$\gamma = 0,56$

On voit que la variation relative de  $J(r)$  est beaucoup plus importante pour une jonction graduelle (A) que pour une jonction abrupte ( $\frac{\delta}{W} \ll 1$ )(B). Remarquons que, la variation relative est considérable et peut atteindre 100 %. Cette non uniformité dans la répartition du courant diminuera le rendement d'un oscillateur A.T.T. (avalanche, temps de transit) et nous en discuterons chapitre VI.

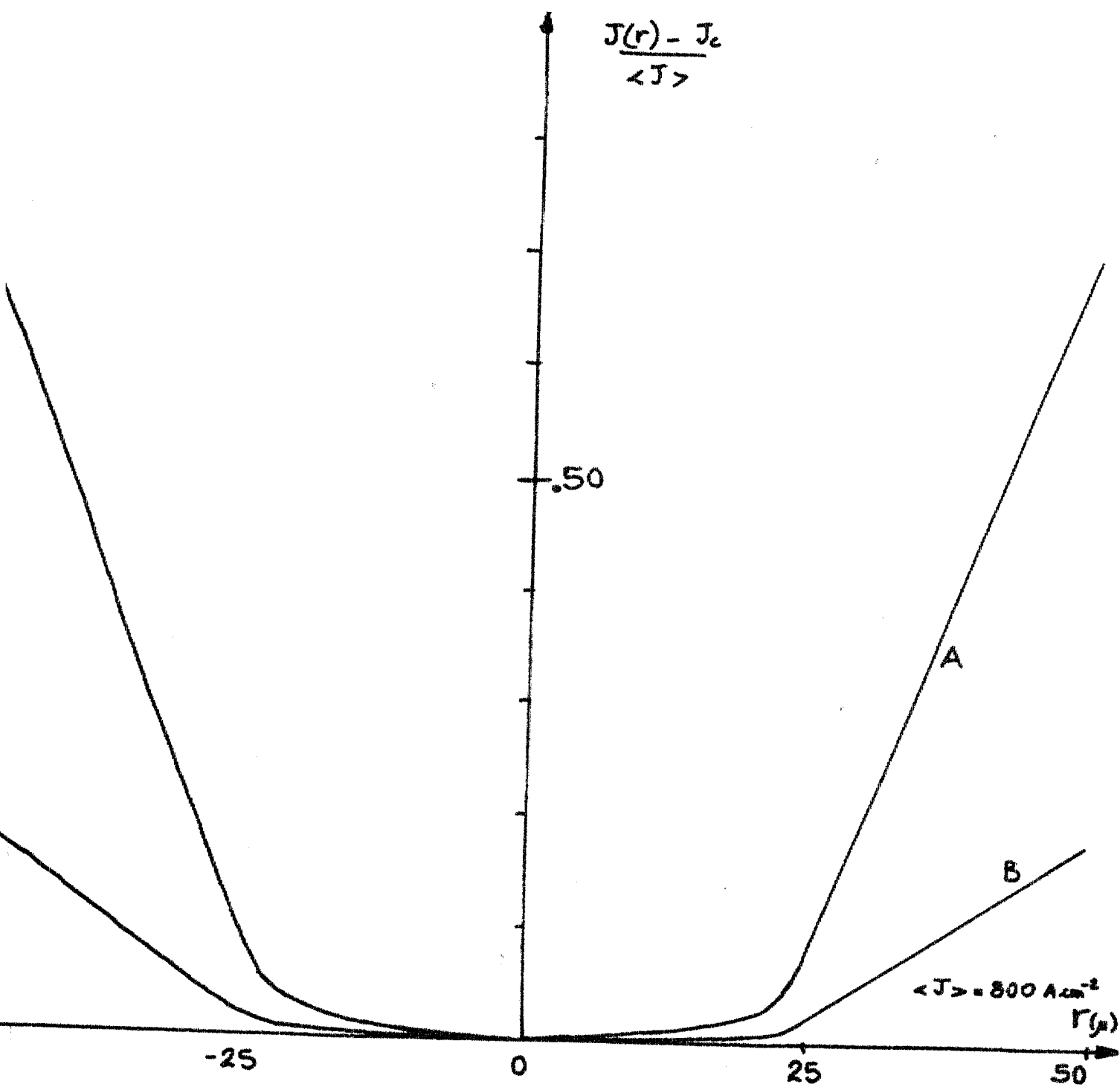


fig. C 18

densité de courant  
en fonction de la distance  
 $r$  au centre



### III.5 - DETERMINATION DE LA RESISTANCE THERMIQUE D'UNE DIODE

#### a) Introduction

Le calcul théorique de la résistance thermique, que nous avons exposé au § 3, permet au constructeur de voir quels sont les paramètres sur lesquels il doit agir lors de la fabrication afin d'obtenir une résistance thermique la plus petite possible.

Cependant ce calcul est approché (hypothèses de départ trop simplifiées) et il convient de déterminer expérimentalement la valeur de la résistance thermique. Nous allons montrer que cette détermination s'effectue, dans le cas d'une diode A.T.T., en mesurant la résistance dynamique de la diode. La méthode est décrite plus en détail dans un travail récent [10].

#### b) Expression de la résistance dynamique

Nous verrons que le taux d'ionisation  $\alpha$  dépend du champ électrique  $E$  et de la température  $T_j$  de la jonction (chapitre IV) et nous écrirons :

$$\alpha = f(E, T_j)$$

soit en différenciant :

$$d\alpha = \frac{\partial \alpha}{\partial E} dE + \frac{\partial \alpha}{\partial T} dT_j \quad (\text{III.32})$$

La condition d'avalanche impose que :

$$\int_0^W (\alpha + d\alpha) dx = 1$$

d'où

$$\int_0^W d\alpha = 0$$

$$\text{soit} \quad \int_0^W \left( \frac{\partial \alpha}{\partial E} dE + \frac{\partial \alpha}{\partial T} dT_j \right) dx = 0 \quad (\text{III.33})$$

La variation  $dI$  du courant  $I$  entraîne une variation  $dT_j$  de la température  $T_j$  de la jonction. Par ailleurs, la modification du champ électrique  $dE$  (entraînant la variation  $dI$ ) peut se décomposer en deux parties :

$$\begin{cases} dE_c : \text{provenant d'une perturbation de la charge d'espace} \\ dE_T : \text{résultat de la variation } dT \text{ de la température } T_j \text{ de la jonction.} \end{cases}$$

$$dE = dE_c + dE_T \quad (\text{III.34})$$

$dE$  et  $dE_T$  sont des fonctions de l'abscisse  $x$  dont les dérivées doivent satisfaire à la relation de Poisson. Une modification  $dT_j$  de la température  $T_j$  de la jonction ne doit pas sensiblement modifier la répartition des charges mobiles. Par conséquent les dérivées de  $E$  et de  $E_c$  par rapport à  $x$  ne diffèrent que d'une constante et  $dE_T$  est indépendant de  $x$ . On peut donc écrire à partir de (III.33) :

$$\frac{dE_T}{dT} = K = \frac{\int_0^W \left| \frac{\partial \alpha x'}{\partial T} \right| dx}{\int_0^W \frac{\partial \alpha}{\partial E} dx} \quad (\text{III.35})$$

La variation  $dU$  de la tension d'avalanche  $U_0$  provoquée par la variation  $dT$  de la température s'exprime par :

$$dU = \int_0^W (dE) dx = \int_0^W (dE_c) dx + \int_0^W (dE_T) dx \quad (\text{III.36})$$

ou

$$dU = dU_T + dU_c$$

Ceci nous conduit à exprimer la résistance dynamique de la diode sous la forme :

$$R_D = \frac{dU}{dI} = R_T + R_c \quad (\text{III.37})$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} R_T = \frac{d U_T}{d I} \\ R_C = \frac{d U_C}{d I} \end{array} \right.$$

La mesure de  $R_C$  s'effectue à l'aide d'un pont de mesure d'impédance avec une fréquence de mesure suffisamment importante (supérieure à 1 MHz) pour éviter un échauffement supplémentaire. La diode étant polarisée en zone d'avalanche.

Au contraire  $R_D$  est mesuré par la pente de la caractéristique  $I = f(V)$  relevée en courant continu. Ces deux grandeurs permettent de calculer  $R_T$  grâce à la relation (III.37). Nous allons montrer, à présent, que  $R_T$  est lié simplement à la résistance thermique  $R_{th}$  (jonction-boitier).

c) Expression de la résistance thermique

La température  $T_j$  de la jonction est liée à la température  $T_B$  du boitier par la relation approchée :

$$T = T_B + R_{th} P \neq T_B + R_{th} U_o I_o \quad (III.38)$$

avec  $P$  = puissance continue appliquée à la diode.

En supposant que le boitier est maintenu à température constante, on a :

$$dT = R_{th} (U_o d I_o + I_o d U_o) \quad (III.39)$$

Les diodes utilisées ont des tensions d'avalanche de l'ordre de 50 volts et nous pourr ons généralement négliger  $(I_o d U_o)$  devant  $(U_o d I_o)$ .

Dans ces conditions la relation (III.35) s'écrit :

$$d E_T = K. R_{th}. U_o. d I_o$$

calculons la variation d  $U_T$  de la tension d'avalanche qui correspond à d  $E_T$  :

$$d U_T = \int_0^W d E_T dx = K.W . R_{th}.U_o.d I_o$$

Or nous avons vu que :

$$R_T = \frac{d U_T}{d I_o}$$

Par conséquent :

$$R_T = K W R_{th} U_o \quad (III.40)$$

Il convient à présent de déterminer la valeur de K. D'après (III.36) on a :

$$d U_o = \int_0^W d E_T dx + \int_0^W d E_c dx$$

La mesure de d  $U_o$ , pour un courant donné (d  $E_c = 0$ ), résultant d'une variation d T de la température  $T_j$  de la jonction conduit à :

$$d U_o = \int_0^W d E_T dx = K W d T$$

d'où on en déduit K

$$K = \frac{1}{W} \left| \frac{d U_o}{d T} \right| \text{ I constant}$$

soit si nous appelons :

$\gamma =$	$\frac{d U_o}{d T}$	I constant

(III.41)

on obtient

$$K = \frac{1}{W} \gamma$$

et la résistance  $R_T$  a pour expression d'après (III.40) :

$$R_T = \gamma R_{th} U_o \quad (III.42)$$

En définitive grâce à (III.37) et (III.42) nous écrivons :

$$\boxed{R_{Th} = \frac{R_D - R_C}{\gamma U_o}} \quad (III.43)$$

En conclusion pour déterminer la résistance thermique d'une diode A.T.T. il suffit :

1) de mesurer, à courant constant, la variation  $dU_o$  de la tension d'avalanche  $U_o$  pour une variation de la température  $dT_B$  du boîtier (car on a sensiblement  $dT_j = dT_B$ ). On obtient alors  $\gamma$  par la relation (III.41).

2) de mesurer, à fréquence très élevée, l'impédance de la diode polarisée en zone d'avalanche ce qui nous donne  $R_C$ .

3) de tracer la caractéristique  $I_o = f(U_o)$  relevée en continu dont la pente est égale à  $\frac{1}{R_D}$ .

4) de porter les grandeurs précédemment mesurées ainsi que la valeur de la tension d'avalanche dans la relation (III.43) pour trouver  $R_{th}$  la résistance thermique jonction-boîtier.

Indiquons que cette méthode comporte des hypothèses simplificatrices et que, en conséquence, le calcul ne donne qu'une valeur relativement approchée de la résistance thermique. Cependant, dans la pratique, elle nous a paru suffisamment précise et il ne semble pas nécessaire d'effectuer une détermination plus rigoureuse.

C H A P I T R E    I V

EVOLUTION DES GRANDEURS CARACTERISTIQUES D'UN  
SEMI-CONDUCTEUR EN CHAMP FORT :

ETUDE DE LEURS VARIATIONS EN FONCTION DE LA TEMPERATURE

IV.1. INTRODUCTION

IV.2. TAUX D'IONISATION DANS UN SEMI-CONDUCTEUR

- a) Introduction
- b) expressions phénoménologiques du taux d'ionisation
- c) théorie de Shockley
- d) influence de la température.

IV.3. VARIATION DE LA VITESSE DES PORTEURS DE CHARGE ET DE L'ÉPAISSEUR EN AVALANCHE

- a) Introduction
- b) mesure de la vitesse des porteurs
- c) mesure de l'épaisseur  $\delta$  de la zone en avalanche

IV.4. EVOLUTION DU COURANT DE SATURATION

- a) Détermination du courant de saturation
- b) mesure en fonction de la température.

## I N T R O D U C T I O N

Avant de faire le calcul exact de la puissance délivrée par un oscillateur A.T.T., il est intéressant d'essayer d'évaluer les grandeurs caractéristiques d'un semi-conducteur en avalanche (taux d'ionisation, vitesse des porteurs) et de donner l'évolution de ces grandeurs avec la température.

La température  $T_j$  de fonctionnement en oscillateur, d'une jonction semi-conductrice en avalanche peut être, en effet, fort différente de la température ambiante.

## IV.2. TAUX D'IONISATION DANS UN SEMI-CONDUCTEUR

### a) Introduction

Nous avons défini, au chapitre I, le taux d'ionisation ( $\alpha_n$  pour les électrons et  $\alpha_p$  pour les trous) qui représente le nombre de porteurs générés par unité de longueur par un porteur incident.

Ceci nous a permis d'obtenir la condition d'avalanche

$$\text{ - cas où } \alpha = \alpha_n = \alpha_p \quad \int_0^W \alpha \, dx = 1 \quad (\text{IV.01})$$

$$\text{ - cas où } \alpha_n \neq \alpha_p \quad \int_0^W \alpha_n \left[ \exp \int_0^x (\alpha_p - \alpha_n) \, dx' \right] \, dx = 1 \quad (\text{IV.02})$$

Cependant nous n'avons pas donné l'expression de  $\alpha$  qui permet le calcul de la condition d'avalanche. Nous allons, tout d'abord, présenter les expressions phénoménologiques employées pratiquement. Ensuite nous établirons l'expression théorique de  $\alpha$  grâce à la théorie de Shockley. <sup>(21)</sup>.

Enfin nous étudierons l'influence de la température sur le taux d'ionisation.

### b) Expressions phénoménologiques de $\alpha$

Différents auteurs ont proposé les expressions suivantes pour les taux d'ionisation  $\alpha_n$  des électrons et  $\alpha_p$  des trous :

(Nous indiquons les valeurs des constantes dans le cas du silicium).

Mc Kay <sup>(22)</sup> :

$$\alpha_n = \alpha_p = \alpha(E) = \alpha_0 e^{\lambda E} \quad (\text{IV.03}) \text{ avec } \begin{cases} \alpha_0 = 2 \, 800 \, \text{m}^{-1} \\ \lambda = 0,168 \, 10^{-6} \, \text{m.V}^{-1} \end{cases}$$



Chynoweth (23)

$$\alpha_j = a_j e^{-\frac{b_j}{E}} \quad (\text{IV.04})$$

avec pour le silicium

$$\left\{ \begin{array}{l} a_n = 2,6 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-1} \\ b_n = 1,65 \cdot 10^6 \text{ V.cm}^{-1} \end{array} \right. \quad \left| \quad \begin{array}{l} a_p = 15 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-1} \\ b_p = 3,13 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-1} \end{array} \right.$$

(pour les électrons)      (pour les trous)

Les courbes tracées, fig. D01, correspondent aux taux d'ionisation définis par l'expression (IV.02).

Maserjian (24)

$$\alpha = a e^{-\frac{b}{E}} \quad (\text{IV.05})$$

$\alpha$  étant défini par une grandeur moyenne  $\bar{\alpha}$  dans l'expression (IV.01) qui s'écrit  $\int_0^W \bar{\alpha} dx = 1$ .

Fulop (25)

$$\alpha = C E^g \quad (\text{IV.06})$$

avec  $\left\{ \begin{array}{l} c = 1,8 \cdot 10^{-35} \text{ cm}^{-1} \\ g = 7 \end{array} \right.$

Cet auteur a, comme Meserjian, utilisé un taux d'ionisation moyen  $\bar{\alpha}$  pour les trous et les électrons. D'autres auteurs recommandent une valeur de  $g$  différente; ainsi, d'après Tager, il faut prendre  $g = 5,5$  et, d'après Read,  $g = 6$ .

Nous présentons, fig. D01, quelques courbes  $\alpha = f(E)$  tracées par différents auteurs dans le cas du silicium.

Remarquons enfin que certains auteurs (Tager, Mac Intyre) admettent que le rapport  $\alpha_p/\alpha_n$  est une constante  $k$  indépendante de  $E$  (ainsi  $k = 0,1$  pour le Si et 2 pour le Ge).

Les variations éventuelles de  $k$  avec le champ  $E$  ont été étudiées par Moll (26) (pour le silicium  $k$  varierait entre 0,1 et 0,3).

$\alpha (\text{cm}^{-1})$

$10^5$

$10^4$

$10^3$

$10^2$

Chynoweth

Masserion

$\alpha_p$

$\alpha_n$

Chynoweth

Fulop

fig. D 01

courbes  $\alpha = f(E)$   
de quelques auteurs

$E. (10^5 \text{ V.cm}^{-1})$

5

4

3

2

c) Théorie de Shockley

Nous avons vu, au chapitre I, que l'ionisation c'est à dire la production de paires électron-trous peut avoir lieu lors d'une collision d'un porteur avec un atome fixe si toutefois ce porteur possède suffisamment d'énergie. Nous noterons donc  $\epsilon_i$  l'énergie nécessaire pour qu'il puisse y avoir ionisation. Cette condition n'est cependant pas suffisante et Shockley admet qu'il faut que la particule subisse en moyenne  $r$  chocs avant qu'il y ait effectivement ionisation. Les chocs, non ionisants, ont pour conséquence une perte d'énergie  $\epsilon_r$  qui se traduit par la production de phonons optiques ( $\epsilon_r \approx 63 \cdot 10^{-3}$  eV pour le Si). Distinguons, par conséquent, les collisions ionisantes et les collisions non ionisantes.

Collisions non ionisantes :

Les porteurs sont d'énergie inférieure à  $\epsilon_i$ . Si on appelle  $L_i$  le libre parcours moyen des porteurs entre deux collisions, la probabilité  $P_r$  pour qu'il n'y ait pas de chocs sur une distance de parcours  $l$  sera de :

$$P_r = e^{-\frac{l}{L_r}} \quad (IV.09)$$

Remarquons que  $\epsilon_i$  n'est pas égal à la largeur de bande interdite  $E_g$ . Shockley prend  $\epsilon_i \approx \frac{3}{2} E_g$

Collisions ionisantes :

S'il n'y a ionisation qu'après  $r$  collisions, la probabilité d'ionisation est égale à  $\frac{1}{r}$ . Le libre parcours moyen  $L_i$ , entre deux ionisations, a pour valeur :

$$L_i = r L_r \quad (IV.10)$$

Les porteurs ionisants sont d'énergie supérieure à  $\epsilon_i$  et égale à  $\epsilon$ . Chaque collision fait perdre l'énergie  $\epsilon_r$  et nous pouvons calculer la distance  $L$ , parcourue par un porteur incident, au delà de laquelle il ne peut plus

ioniser, son énergie étant devenue inférieure à  $\epsilon_i$ . Le nombre de collisions est égal à  $\frac{\epsilon - \epsilon_i}{r \epsilon_r}$ . Avec un parcours moyen, entre deux ionisations,  $L_i$  nous obtenons:

$$L = \frac{L_i}{r} \frac{\epsilon - \epsilon_i}{\epsilon_r} = L_R \frac{\epsilon - \epsilon_i}{\epsilon_r} \quad (\text{IV.11})$$

La probabilité pour qu'il n'y ait pas ionisation sur cette distance  $L$  est:

$$P_r = \exp \left( - \frac{L}{L_i} \right)$$

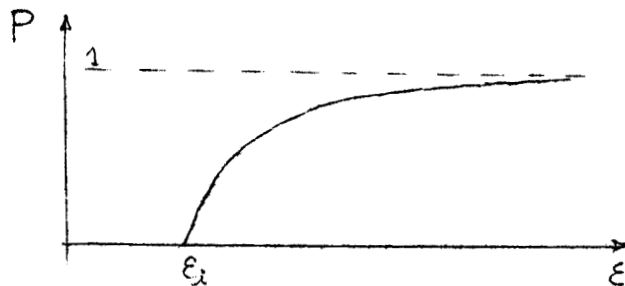
d'où une probabilité d'ionisation égale à :

$$P = 1 - \exp \left( - \frac{L}{L_i} \right)$$

$$1 - \exp \left[ - \frac{(\epsilon - \epsilon_i) L_R}{\epsilon_r L_i} \right]$$

$$P = 1 - \exp \left[ - \frac{\epsilon - \epsilon_i}{\epsilon_r - r} \right]$$

fonction que nous représentons ci-dessous :



Nous allons, à présent, calculer  $\alpha$  en considérant l'énergie acquise par un porteur au cours de son déplacement. Afin que l'énergie acquise  $\epsilon$  soit supérieure à  $\epsilon_i$  il faut qu'il parcourt une distance supérieure à  $l_0$ , définie par:

$$q E l_0 = \epsilon_i$$

$$\text{où} \quad l_0 = \frac{\epsilon_i}{qE}$$

La probabilité pour qu'il effectue ce parcours  $l_0$  sans choc est :

$$\exp \left[ - \frac{l_0}{l_r} \right] = \exp \left[ - \frac{\epsilon_i}{qE L_r} \right]$$

C'est donc, par conséquent, la probabilité pour que ce porteur acquière une énergie égale à  $\epsilon_i$ . Afin qu'elle devienne supérieure à  $\epsilon_i$ , il faut que le porteur effectue  $n$  tentatives c'est à dire  $n$  chocs d'où :

$$n \exp \left[ - \frac{\epsilon_i}{q E L_r} \right] = 1$$

$$n = \exp \frac{\epsilon_i}{q E L_r}$$

Au cours de ces  $n$  essais il perd l'énergie :

$$n \epsilon_r = \epsilon_r \exp \frac{\epsilon_i}{q E L_r}$$

Les  $n$  tentatives lui ont permis d'atteindre une énergie supérieure à  $\epsilon_i$ . Ce porteur doit, en outre, effectuer en moyenne  $r$  collisions, avec cette énergie supérieure à  $\epsilon_i$  afin d'ioniser un atome.

L'énergie  $\epsilon_c$  prise au champ électrique pour une collision ionisante vaut donc :

$$\epsilon_c = r n \epsilon_r = r \epsilon_r \exp \frac{\epsilon_i}{q E l_r}$$

D'autre part, si  $\lambda$  est la distance moyenne parcourue dans la direction du champ entre deux collisions ionisantes, l'énergie prise au champ à la valeur :

$$\epsilon_0 = q E \lambda$$

d'où il en résulte avec  $\lambda = \frac{1}{\alpha}$

$$\alpha = \frac{qE}{r \epsilon_r} \exp \left( - \frac{\epsilon_i}{q E L_r} \right) \quad (\text{IV.12})$$

Le taux d'ionisation dépendra de quatre constantes  $\epsilon_i$ ,  $\epsilon_r$ ,  $L_r$  et  $r$ . L'expression (IV.12) peut s'écrire plus simplement :

$$\alpha = a \exp - \frac{b}{E} \quad (\text{IV.13})$$

avec

$$\begin{cases} a = q \frac{E}{r \epsilon_r} \\ b = \frac{\epsilon_i}{q L_r} \end{cases}$$

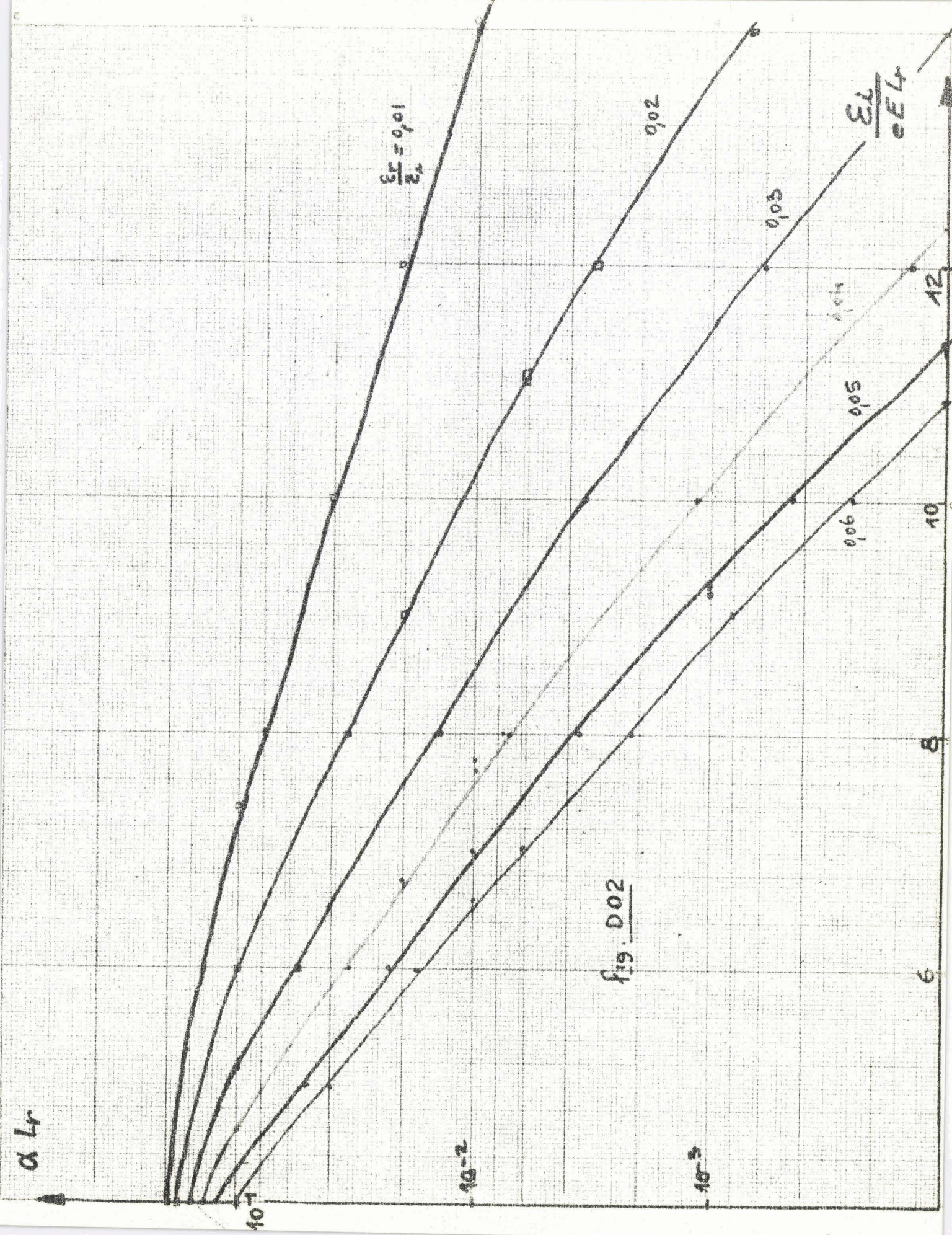
Cette expression montre la variation très rapide du taux d'ionisation  $\alpha$  avec le champ électrique. Nous présentons fig. D01 l'allure de cette fonction.

#### d) Influence de la température

Pour étudier l'influence de la température sur le taux d'ionisation, nous allons utiliser les résultats théoriques obtenus par Baraff <sup>(27)</sup>. Ces résultats sont résumés sur les courbes de la fig. D 02 qui permettent d'obtenir le taux d'ionisation en fonction du champ électrique  $E$  appliqué, si l'on connaît  $\epsilon_r$ ,  $\epsilon_i$  et  $L_r$ . Pour le silicium on a sensiblement :

$$\begin{cases} \epsilon_i \approx \frac{3}{2} E_g = 1,4 \text{ à } 1,5 \text{ eV} \\ \epsilon_r = 63.10^{-3} \text{ eV} \\ L_r = 62 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^{-1} \text{ pour les électrons (à } 300^\circ\text{K)} \\ L_r = 38 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^{-1} \text{ pour les trous (à } 300^\circ\text{K)} \end{cases}$$







Examinons, à présent, quels sont les paramètres qui sont susceptibles de se modifier sous l'influence de la température. On sait, d'après Mac Farlane (28), que  $E_g$  varie mais que sa variation est faible :

$$\frac{E_g}{E_{go}} \approx - 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \text{ (entre } 20 \text{ et } 120^\circ\text{C)} \quad (\text{IV.14})$$

Nous donnons, fig. D02, la variation de  $E_g$  en fonction de la température. Nous considérerons donc que  $\epsilon_i$  est une constante.

Le libre parcours moyen  $L_r$  et la perte d'énergie par collision  $\epsilon_r$  sont des fonctions largement variables avec la température. En effet, l'élévation de température augmente l'agitation thermique des atomes du réseau ce qui multiplie les collisions. Le libre parcours moyen  $L_r$  diminue car les chocs sont plus nombreux. La perte d'énergie  $\epsilon_r$  est plus faible, les collisions étant moins énergiques.

Pour rendre compte des variations de ces grandeurs C.R. Crowell et Sze (29) suggèrent d'utiliser la relation suivante :

$$\frac{\epsilon_r(T)}{\epsilon_r(o)} = \text{th} \frac{\epsilon_r(o)}{2kT}$$

D'autre part, la perte d'énergie durant un parcours unité du porteur est indépendante de la température et on peut écrire :

$$\frac{\epsilon_r(T)}{L_r(T)} = \frac{\epsilon_r(o)}{L_r(o)} = \text{Cte}$$

d'où

$$\boxed{\frac{\epsilon_r(T)}{\epsilon_r(o)} = \frac{L_r(T)}{L_r(o)} = \text{th} \frac{\epsilon_r(o)}{2kT}} \quad (\text{IV.15})$$

Nous avons tracé, fig. D04, la courbe de variation de  $L_r(T)$  et  $\epsilon_r(T)$  en fonction de la température.



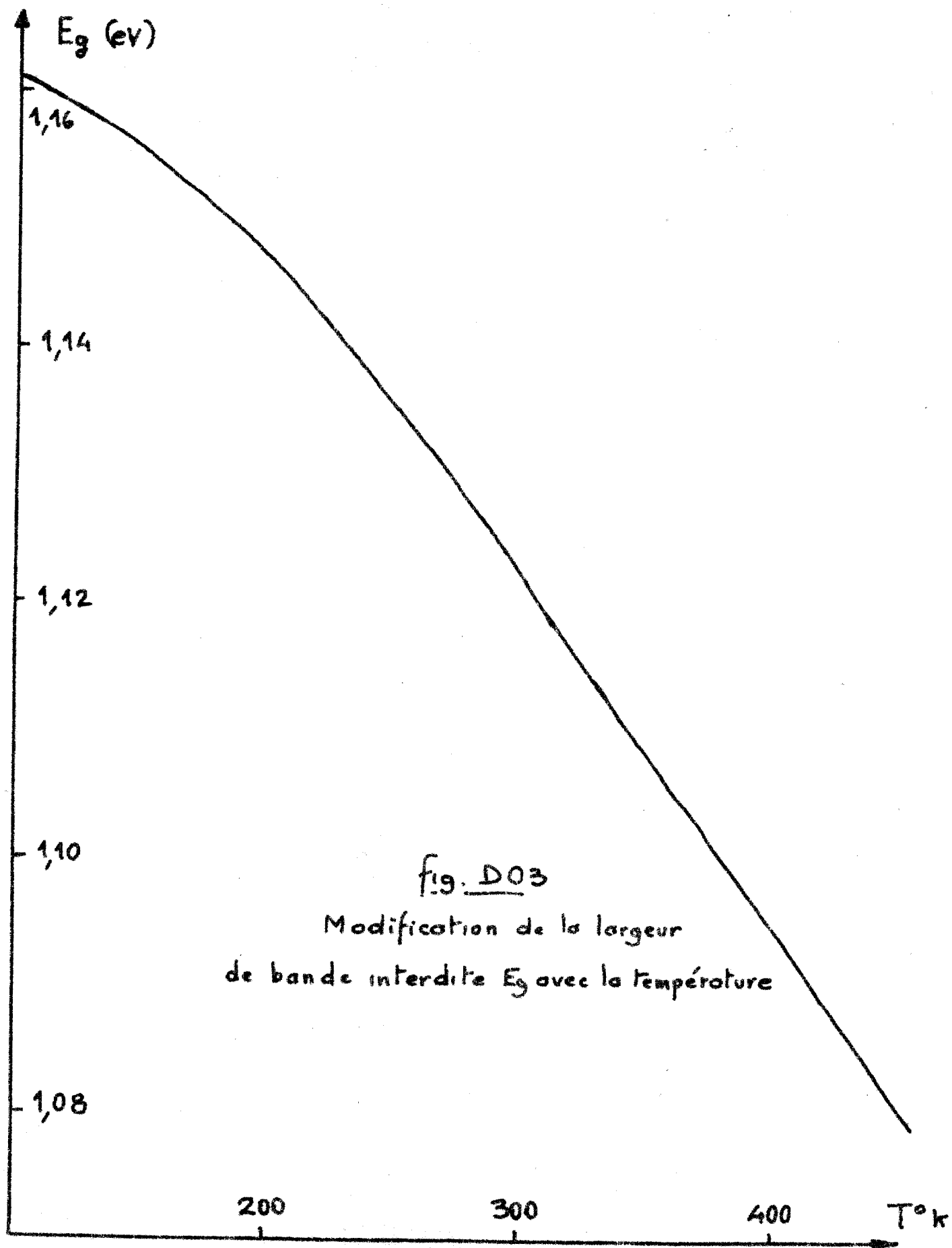
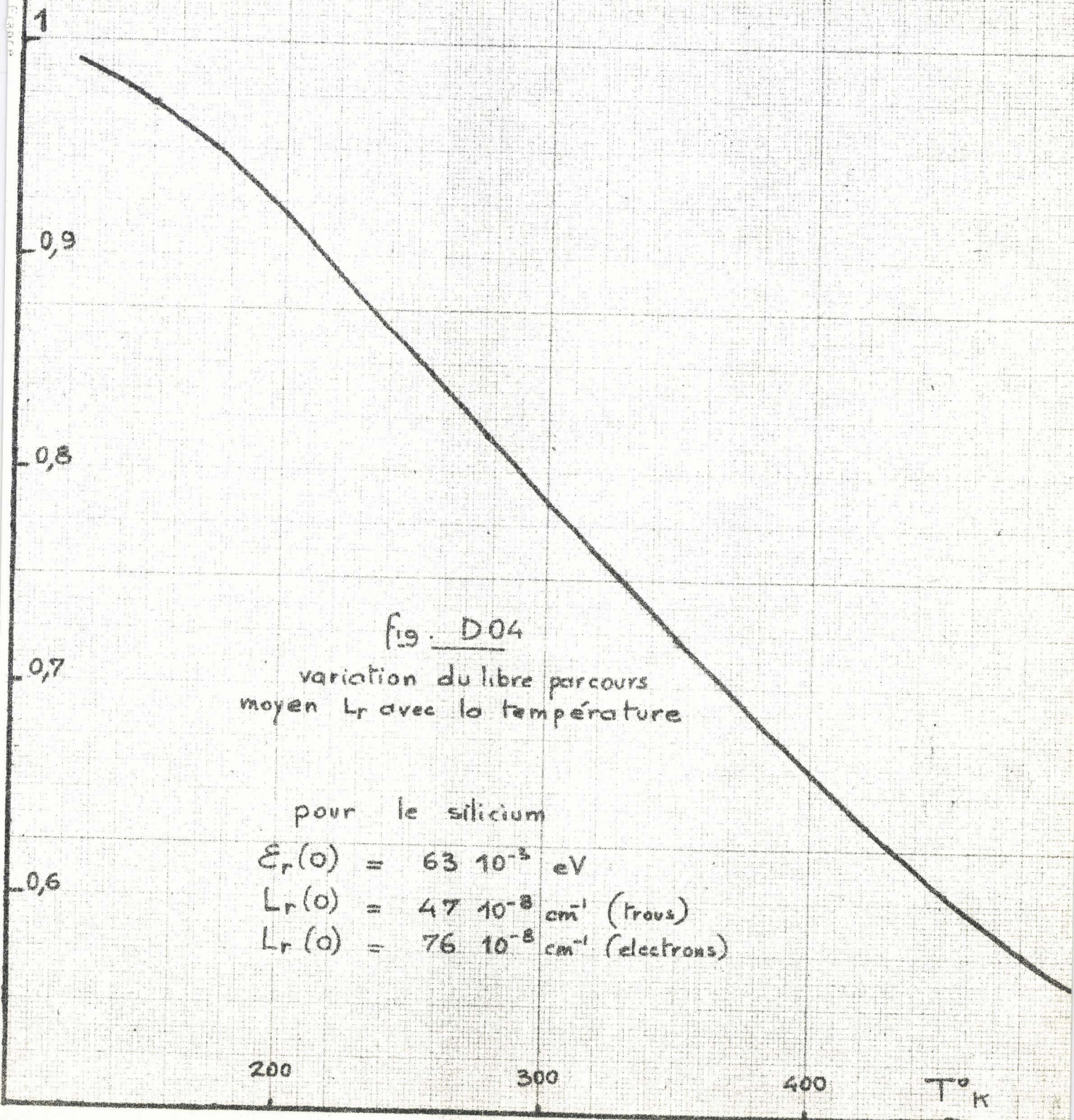


fig. D03

Modification de la largeur  
de bande interdite  $E_g$  avec la température

$$\frac{L_r(T)}{L_r(0)} = \frac{\varepsilon_r(T)}{\varepsilon_r(0)}$$



Dans ces conditions, à partir de la connaissance de  $\epsilon_i$  et du calcul de  $\epsilon_r(T)$  et  $L_r(T)$  effectué pour une température donnée, il est aisé grâce aux courbes de la fig. D02 de trouver le taux d'ionisation des trous ou des électrons correspondant à cette température. Nous donnons fig. D05, les résultats obtenus, c'est à dire l'évolution du taux d'ionisation en fonction du champ électrique pour les températures: 100°K - 213 °K - 300°K et 400°K.

#### IV.3. VARIATION DE LA VITESSE DES PORTEURS ET DE L'ÉPAISSEUR EN AVALANCHE :

##### a) Introduction

La vitesse des porteurs de charge peut se déterminer expérimentalement en mesurant la résistance de charge d'espace  $R_c$ . Rappelons l'expression de la résistance de charge d'espace :

$$R_c = \frac{(W - \delta)^2}{2\epsilon S v} \quad (\text{IV.16})$$

Dans le cas de deux zones de transit ( $W_N - \delta_N$ ) et ( $W_P - \delta_P$ ) cette expression se généralise

$$R_c = \sum_{j = p, n} \frac{(W_j - \delta_j)^2}{2 \epsilon S v_j} \quad (\text{IV.17})$$

avec

$$\begin{cases} W = W_N + W_P \\ \delta = \delta_N + \delta_P \end{cases}$$

Dans cette expression, les grandeurs qui sont susceptibles de varier avec la température sont :

- la vitesse  $v$  des porteurs (qui est une vitesse de saturation vis à vis du champ  $E$  dans le cas de champs très intenses)
- l'épaisseur  $\delta$  de la zone en avalanche.



$\alpha_n \text{ (cm}^{-1}\text{)}$

$10^5$

$10^4$

$10^3$

$T = 100^\circ \text{K}$

$T = 213^\circ \text{K}$

$T = 300^\circ \text{K}$

$T = 400^\circ \text{K}$

fig. D05

Taux d'ionisation  $\alpha_n$   
en fonction du champ  $E$   
pour différentes températures

$\frac{1}{E} \text{ (cm.V}^{-1}\text{)}$

4

3



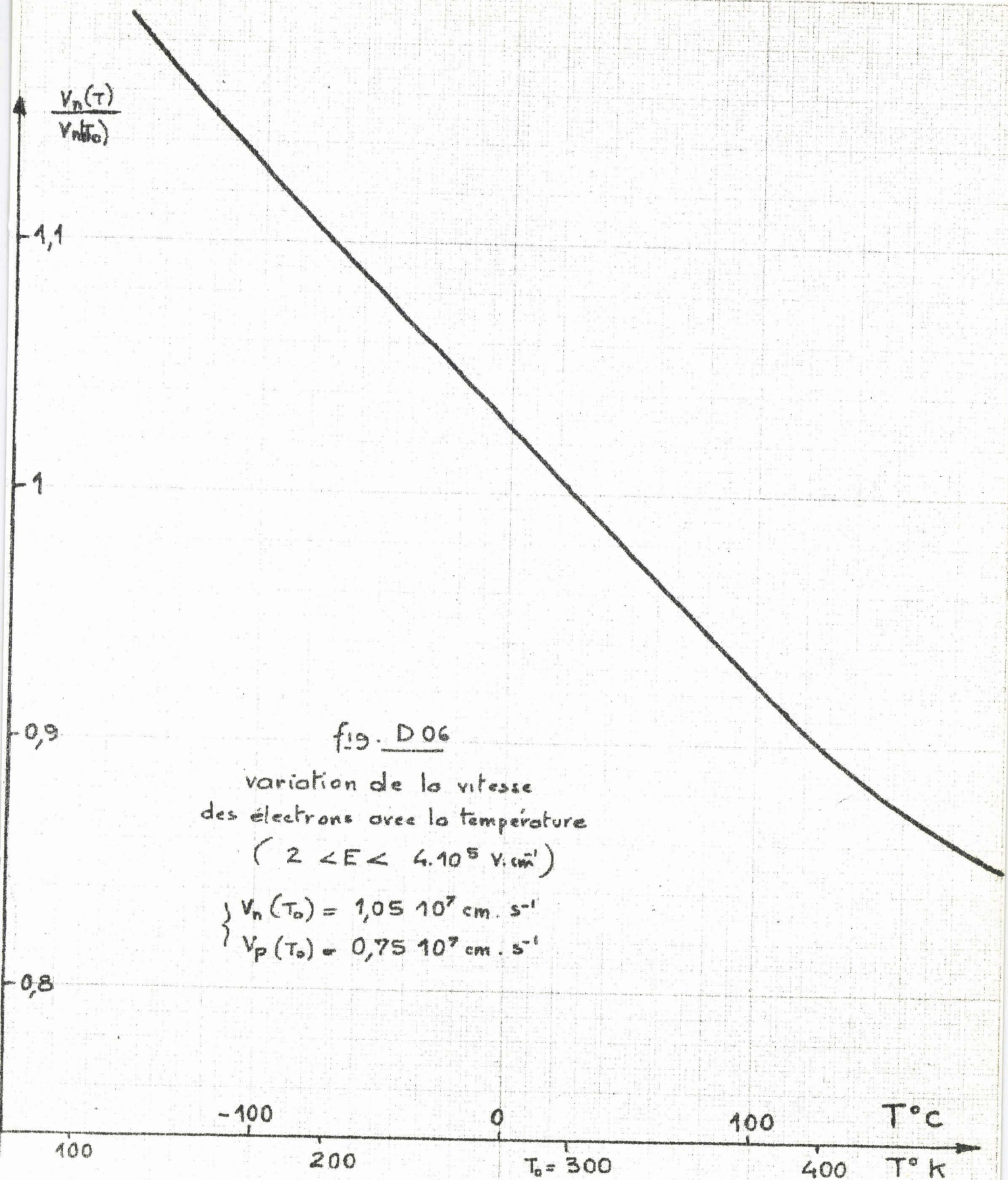
Pour obtenir une relation reliant les variations de vitesse  $v$  et les variations d'épaisseur  $\delta$ , différentions (IV.16) par rapport à la température. On obtient :

$$\frac{\partial R_c}{R_c \partial T} = \frac{-2 \delta_o}{W - \delta_o} - \frac{\partial \delta_o}{\delta_o \partial T} - \frac{\partial v}{v \partial T} \quad (\text{IV.18})$$

Nous allons montrer que l'exploitation de la relation (IV.18) permet de mesurer la vitesse des porteurs, électrons et trous, ainsi que l'épaisseur  $\delta$  en avalanche en fonction de la température. Signalons, que le calcul théorique de la vitesse en fonction de la température a été effectué par Mc LEAN and PAIGE <sup>(30)</sup>.

#### b) Mesure de la vitesse des porteurs

La mesure de la résistance de charge d'espace  $R_c$ , en fonction de la température nous permet de connaître la variation de la vitesse des porteurs si l'on prend la précaution de rendre petit le premier terme de l'équation (IV.18). Ceci est possible en utilisant une diode dont la zone de transit des porteurs  $(W - \delta_o)$  est de dimensions beaucoup plus importantes que celles de la zone en avalanche ( $\delta_o$ ). On peut alors, dans la relation (IV.18), négliger le terme  $\frac{2 \delta_o}{W - \delta_o} \times \frac{\partial \delta_o}{\delta_o \partial T}$ . Les travaux effectués dans notre laboratoire, selon cette méthode, indiquent une variation approximative de  $R_c$  de 10 % et, par conséquent (relation IV.16), une variation relative de 10 % de la vitesse des électrons pour une variation de température de 100 °C. Ceci se trouve confirmé par les travaux de DUH et MOLL <sup>(31)</sup> dont nous reproduisons fig. D06 les résultats en ce qui concerne la vitesse des électrons. Enfin remarquons que l'étude de la vitesse des électrons nécessite l'utilisation d'une diode  $P^+ N N^+$  dont la zone de transit s'étend presque exclusivement dans la partie N. Cette zone n'est en effet, traversée que par les électrons (fig. D07). De même l'étude de la vitesse des trous nécessite l'utilisation d'une diode  $N^+ P P^+$ .



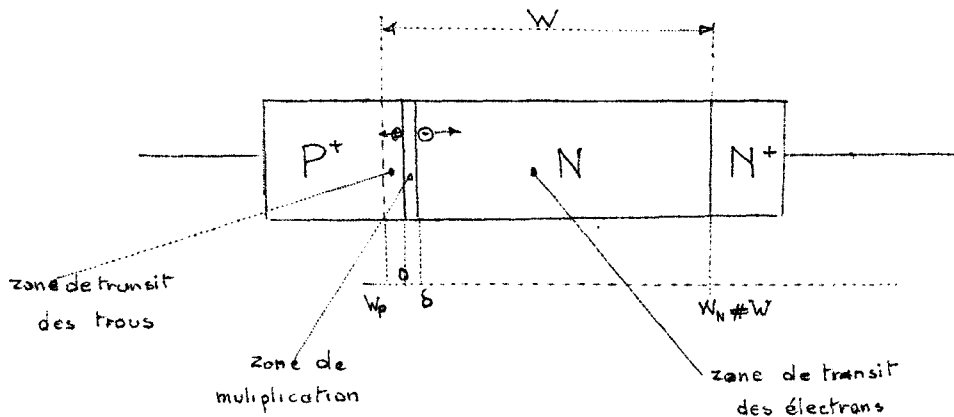


figure D07

c) Mesure de l'épaisseur  $\delta$  de la zone en avalanche

A partir de la connaissance des variations de la vitesse des porteurs, il est possible de déterminer la variation de l'épaisseur  $\delta$  de la zone en avalanche en mesurant la résistance  $R_c$  de charge d'espace en fonction de la température. On peut par exemple, utiliser une diode  $P^+ N N^+$  ou  $N^+ P P^+$  dans laquelle les zones de transit des porteurs trous et électrons sont d'épaisseur connue mais quelconque.

L'expression (IV.18) sera remplacée, pour ce modèle, par :

$$\frac{R_c}{R_c \frac{\partial T}{\partial T}} = \frac{\sum_{j = pn} \frac{(W_{jo} - \delta_{jo})^2}{v_{jo}} \left( \frac{-2 \delta_{jo}}{W_{jo} - \delta_{jo}} \frac{\partial \delta_j}{\partial T} - \frac{\partial v_j}{v_{jo} \partial T} \right)}{\sum_{j = pn} \frac{(W_{jo} - \delta_{jo})^2}{v_{jo}}} \quad (IV.19)$$

Il est cependant plus commode d'utiliser une jonction semi-conductrice où une des deux zones de transit est négligeable. Dans ces conditions, la relation (IV.18) montre que si l'on veut, à partir des variations de  $R$  avec  $T$ , étudier précisément les variations de  $\delta$  il faut que le terme  $\left( \frac{2 \delta}{W - \delta} \right)$  soit le plus élevé possible, c'est à dire que  $\delta \neq W$ . On voit qu'une détermination précise de la fonction  $\delta(T)$  nécessite l'utilisation d'une structure où  $\delta \neq W$  (diode  $pvn$  par exemple).

Les résultats obtenus en (IV.3-b) nous ont permis de déterminer la variation relative de la vitesse  $\frac{\Delta v}{v}$  pour une variation de température de  $\Delta T = 100^\circ$ . On peut donc écrire :

$$\frac{+ \Delta R_c}{R_c} \neq \frac{- 2\delta}{W - \delta} \frac{\Delta \delta}{\delta} + \left| \frac{\Delta v}{v} \right| \quad (\text{IV.20})$$

Dans cette expression  $\Delta R$  est la variation de la charge d'espace correspondant à  $\Delta T$  et  $\Delta \delta$ , la variation correspondante de l'épaisseur de la zone en avalanche. La relation (IV.20) permet donc (puisque  $\frac{\Delta v}{v}$  est connu) la détermination de  $\Delta \delta$ .

Nous donnons, fig. D08, les variations relatives  $\frac{R_c(T)}{R_c(T_0)}$  de  $R_c$  pour deux diodes de structures différentes :

- échantillon A :  $\delta = 0,85\mu$   $W = 3\mu$
- " B :  $\delta = 0,9\mu$ ,  $W = 2,3\mu$

On voit que les variations relatives de  $R_c$  sont différentes pour l'échantillon A et l'échantillon B. Dans le cas A, les variations de  $R_c$  sont essentiellement déterminées par la fonction  $v(T)$ , dans le cas B il faut, par contre, tenir compte des variations de  $\delta$  que l'on peut aussi déterminer. On trouve que  $\delta$  augmente légèrement avec la température. La variation relative est de l'ordre de 10 % pour un  $\Delta T$  de  $100^\circ\text{C}$ .

#### IV.4. EVOLUTION DU COURANT DE SATURATION

##### a) Détermination du courant de saturation

En zone inverse la caractéristique théorique d'une jonction à l'allure donnée fig. D09



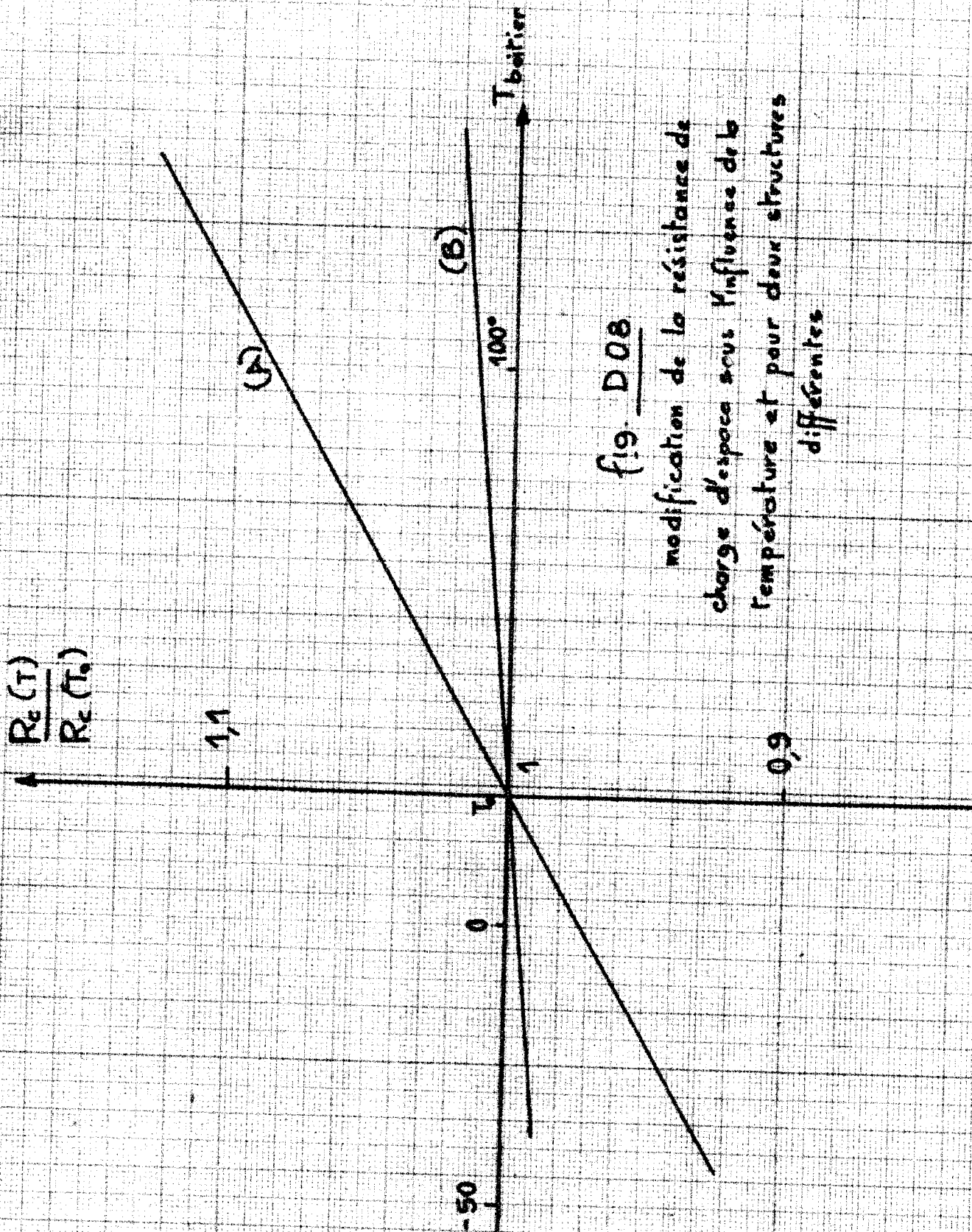


fig. D08

modification de la résistance de  
charge d'espace sous l'influence de la  
température et pour deux structures  
différentes

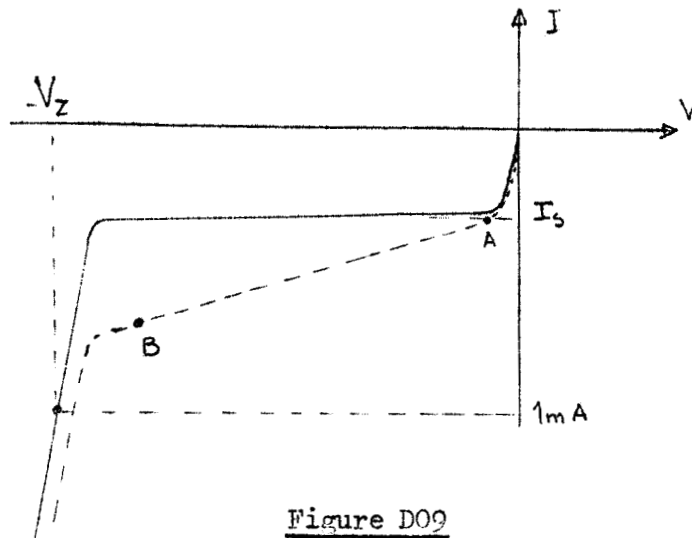


Figure D09

$V_z$  représente la tension d'avalanche et  $I_s$  de courant des porteurs minoritaires générés par effet thermique.

En pratique, le relevé de la caractéristique inverse donne une allure différente représentée en pointillé sur la fig. D09.

Il devient alors difficile de déterminer le courant de saturation  $I_s$  dont l'expression théorique est

$$I_s = C T^3 e^{-\frac{E_g}{kT}} \quad (\text{IV.21})$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} T = \text{température absolue} \\ E_g = \text{largeur de la bande interdite} \\ k = \text{constante de Boltzman} \\ C = S \left( \frac{D_n}{L_n N_A} + \frac{D_p}{L_p N_D} \right) 37,1 \cdot 10^{23} \end{array} \right.$$

où  $L_n$  et  $L_p$  représentent la longueur de diffusion des électrons et des trous  
 $D_n$  et  $D_p$  sont les coefficients de diffusion des électrons et des trous  
 et  $N_A$  et  $N_D$  sont les concentrations des atomes dopeurs.

Soit pour le silicium :

$$I_s = C \cdot T^3 e^{-\frac{14000}{T}}$$

L'augmentation du courant de saturation, vis à vis de sa valeur théorique, est due aux causes suivantes :

- existence de courants de surface qui contournent la jonction. Cet effet est diminué en utilisant une structure planar et en passivant les jonctions (formation d'oxydes protecteurs et isolants). Les courants de contournement sont plus faibles à basse température car la résistivité du silicium augmente.
- génération de porteurs dans la zone de déplétion produits par émission dû au champ. Cet effet nécessite des champs électriques de l'ordre de  $10^6 \text{ V.cm}^{-1}$ .
- génération de porteurs dans la zone de déplétion par ionisation des atomes du réseau.
- Augmentation de la section effective de la jonction aux tensions inverses importantes. Cet effet est généralement négligeable.

De façon approchée, on peut tenir compte de ces différents effets en considérant une diode comme une diode parfaite shuntée par une résistance de fuite  $R_f$  (fig. D10).

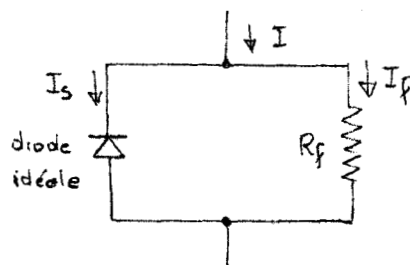


Figure D10

Le courant  $I$  mesuré extérieurement a pour valeur

$$I = I_s + \frac{V}{R_f} \quad (\text{IV.22})$$

On détermine  $R_f$  en considérant deux points A et B de la caractéristique fig. D09. Il est ensuite aisé de trouver  $I_s$  grâce à l'équation (IV.22).

b) Mesure en fonction de la température

Dans le cas du silicium, la variation du courant de saturation  $I_s$  en fonction de la température est donné par :

$$\boxed{\frac{d I_s}{dT} = \frac{I_s}{T} \left[ 3 + \frac{9100}{T} \right]} \quad (\text{IV.23})$$

La mesure de  $I_s$  en fonction de la température peut sembler facile. En réalité elle présente quelques difficultés qui sont :

- la modification des états de surface sous l'action de la chaleur (modifications qui ne sont généralement pas réversibles).
- la mesure s'effectue dans des conditions différentes de celles de l'utilisation en oscillateur car toute la diode se trouve portée à une température uniforme, alors que nous avons vu, au chapitre III, que cette température est largement variable à travers la diode fonctionnant en oscillateur.

Pour ces raisons, nous ne pouvons prétendre donner des valeurs exactes du courant de saturation en fonction de la température. Nous donnons fig. D11, l'évolution que nous avons constaté, en précisant que les mesures diffèrent sensiblement d'un échantillon à l'autre.

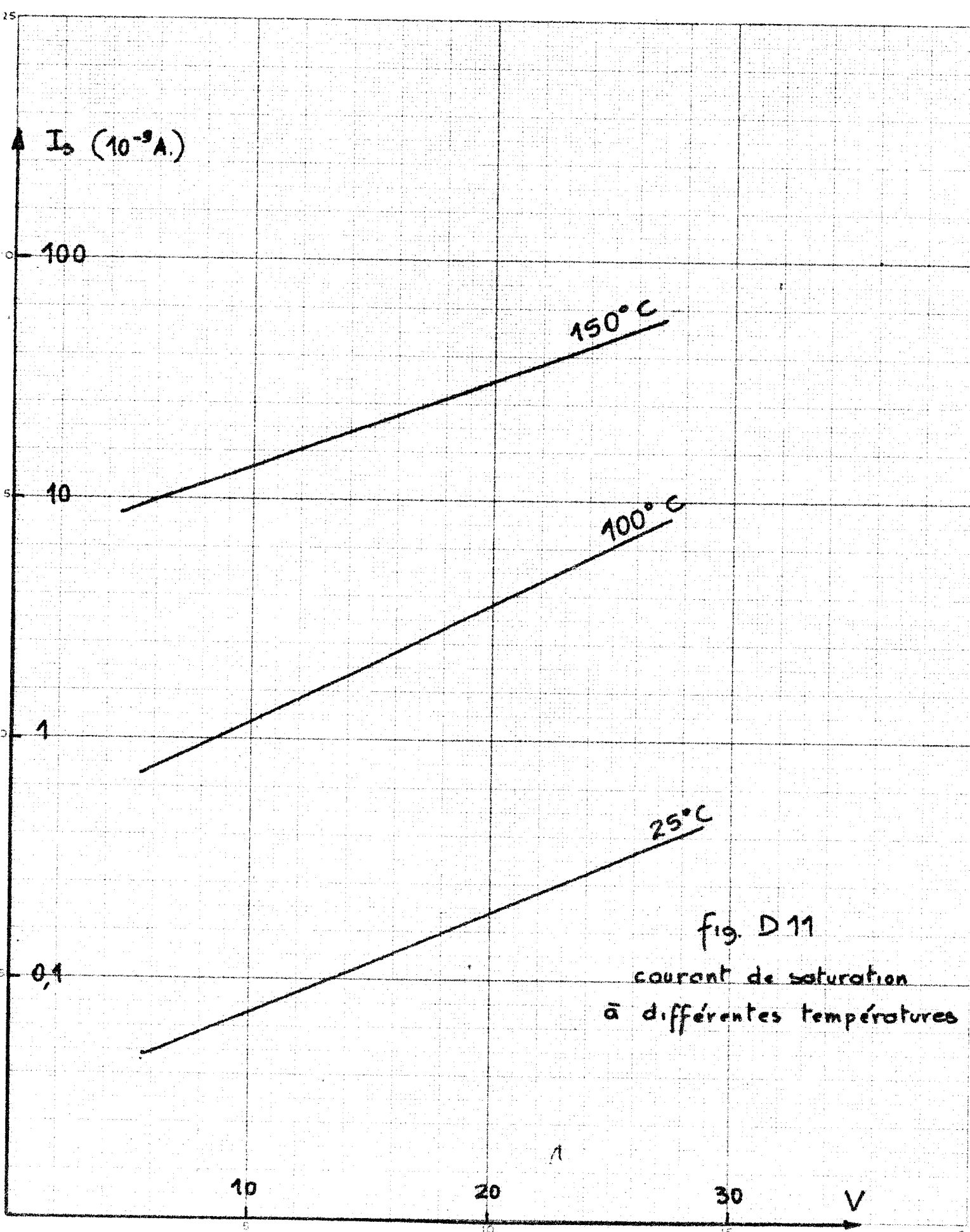


fig. D 11  
courant de saturation  
à différentes températures

## CHAPITRE V

### THEORIE DE FONCTIONNEMENT NON LINEAIRE DES OSCILLATEURS DU TYPE A.T.T.

#### V.1. INTRODUCTION

#### VI.2. RELATIONS FONDAMENTALES

- a) Equation de Poisson
- b) Equation de continuité
- c) courant total

#### V.3. THEORIE DE L'IMPEDANCE PRESENTÉE PAR UNE DIODE A.T.T. EN REGIME NON LINEAIRE

- a) limites de validité de la théorie
- b) principe de calcul
- c) impédance en zone d'avalanche
- d) impédance en zone de transit
- e) impédance totale
- f) discussion des formules obtenues.

#### V.4. UTILISATION EN OSCILLATEUR HYPERFREQUENCE

- a) introduction
- b) détermination de la puissance émise et du rendement maximum correspondant
- c) puissance maximale recueillie
  - 1) régime à faible courant
  - 2) régime à courant moyen
  - 3) régime à fort courant
- d) Discussion des résultats obtenus

#### V.5. CONCLUSION

## V.1. - INTRODUCTION

Nous avons vu, au chapitre I, que l'on pouvait caractériser une structure semi-conductrice par les paramètres fondamentaux  $\delta$  et  $W$ . A partir de ces paramètres nous nous proposons, dans ce chapitre, d'essayer de calculer la puissance délivrée par un oscillateur A.T.T. en fonction du courant  $I_0$  traversant la diode.

Dans ce but il nous faut tout d'abord calculer l'impédance présentée par une diode A.T.T. en régime linéaire et non linéaire. Nous insisterons sur la partie non linéaire du calcul car les oscillations engendrées sont essentiellement des phénomènes non linéaires et, d'autre part, la théorie en régime linéaire a été détaillée par ailleurs [32]. La connaissance de la partie réelle de l'impédance nous permettra ensuite de calculer la puissance émise.

Nous nous inspirons très largement dans cette étude des travaux théoriques de Tager. Au cours de ce travail, nous avons pu, d'une part, mener à terme les calculs signalés par cet auteur et, d'autre part, appliquer ces théories à des cas réels et en particulier à l'étude de l'influence de la température sur le fonctionnement d'un oscillateur A.T.T.

## V.2. - RELATIONS FONDAMENTALES

L'étude des semi-conducteurs nécessite l'utilisation de plusieurs équations qui régissent les mécanismes de transport des charges. Nous présentons les équations fondamentales qui nous seront nécessaires au cours de ce travail. Toutes ces équations sont données ici en ne considérant qu'une seule dimension, la jonction semi-conductrice étudiée étant supposée plane.

### a) Equation de Poisson

La distribution des charges de densité  $qN(x)$  dans le semi-conducteur permet de déterminer le champ électrique  $E$  par :

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{qN(x)}{\epsilon} \quad (V.1)$$

avec  $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$  = permittivité du diélectrique.

La distribution des charges fixées est donnée par le profil de dopage. Cette distribution peut facilement se calculer à partir des expressions théoriques de diffusion des impuretés. Ce profil est modifié par la présence de porteurs de charge mobiles. Par conséquent :

$$N(x) = (N_D - N_A + p - n) \quad (V.2)$$

$N_D$ ,  $N_A$ ,  $p$  et  $n$  étant des fonctions de la distance  $x$

#### b) Equations de continuité

Le principe de la conservation des courants permet d'écrire que :

$$\vec{\text{div}} \vec{J} = -q \frac{\partial N}{\partial t} \quad (V.3)$$

en l'appliquant aux semi-conducteurs, nous écrirons pour un modèle unidimensionnel :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial p}{\partial t} = -v_p \frac{\partial p}{\partial x} + g \end{array} \right. \quad (V.4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial n}{\partial t} = v_n \frac{\partial n}{\partial x} + g \end{array} \right. \quad (V.5)$$

$g$  représente le taux de génération des porteurs dû à des effets thermiques, photo-électriques ou d'avalanche. Aussi :

$$g = g_{\text{photon}} + g_{\text{thermique}} + g_{\text{avalanche}}$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} g_{\text{thermique}} = \frac{n_0 - n}{\tau_n} + \frac{p_0 - p}{\tau_p} \\ g_{\text{avalanche}} = \alpha_n |v_n| n + \alpha_p |v_p| p \end{array} \right.$$



- $v_n$  et  $v_p$  sont les vitesses de déplacement des porteurs électrons et trous
- $(n_0 - n)$  et  $(p_0 - p)$  sont les porteurs libres générés par effet thermique et qui disparaissent avec les constantes de temps  $\tau_n$  et  $\tau_p$ .

Pratiquement nous considérons les deux premiers effets comme négligeables et nous écrivons :

$$g = \alpha_n |v_n| n + \alpha_p |v_p| p \quad (V.6)$$

c) Courant total

Le courant total est la somme du courant de conduction  $I_c$  et du courant de déplacement  $\tilde{I}_d$ . Le courant de déplacement se calcule d'après :

$$i_d = \frac{\epsilon S \partial E}{\partial t} \quad (V.7)$$

où  $S$  est la surface de la jonction.

Le courant de conduction est dû au déplacement des porteurs :

$$I_c = I_n + I_p \quad (V.8)$$

avec

$$I_n = q |v_n| \cdot n \cdot S$$

$$I_p = q |v_p| \cdot p \cdot S$$

A ces courants il faut ajouter le courant de diffusion, soit :

$q D_p \frac{\partial p}{\partial x}$  et  $q D_n \frac{\partial n}{\partial x}$ . Cependant ces courants de diffusion seront considérés

comme négligeables dans le fonctionnement en zone avalanche où les charges et les vitesses des porteurs sont très importants. Nous écrivons donc :

$$\tilde{I}(t) = \frac{\epsilon S \partial E}{\partial t} + I_n + I_p \quad (V.9)$$

V.3. - THEORIE DE L'IMPEDANCE PRESENTEE PAR UNE DIODE A.T.T. EN REGIME NON LINEAIRE.

Dans ce travail nous avons préféré utiliser pour le calcul de l'impédance une méthode analytique au lieu d'une méthode numérique car, bien qu'elle nécessite de nombreuses hypothèses simplificatrices pour être menée à terme, elle permet toutefois une meilleure compréhension des phénomènes physiques ; et une confrontation à tous les stades du calcul de la théorie avec l'expérimentation.

Nous considérons deux zones différentes dans la zone désertée: La zone en avalanche et la zone de transit des porteurs. Ceci nous conduit au calcul séparé de l'impédance de ces zones puis de l'impédance totale.

Nous allons exposer le principe du calcul mis en oeuvre mais auparavant précisons les limites de validité.

a) Limites de validité de la théorie:

Nous utilisons les hypothèses simplificatrices suivantes :

- les taux de multiplication des électrons et des trous sont supposés égaux. ( $\alpha_n = \alpha_p = \alpha$ )

(Néanmoins le calcul pourrait se généraliser assez facilement en utilisant la relation  $\alpha_n = k \alpha_p$ )

- Les vitesses des porteurs,  $V_n$  et  $V_p$ , sont considérées comme égales et indépendantes du champ électrique (vitesse de saturation). Ces vitesses seront notées  $v$ .

- La période des oscillations observées est beaucoup plus grande que la constante de relaxation diélectrique du silicium.

- Nous supposons que le temps de transit des porteurs en avalanche est relativement faible (pas forcément négligeable)

$$\tau'_\delta = \frac{\delta}{2 v} < \frac{1}{\omega}$$

(ainsi si  $\delta = 1 \mu$  il faut que la fréquence soit inférieure à 33 GHz).

- Nous admettons comme valable l'approximation du 1er harmonique, c'est-à-dire, nous supposons que le courant alternatif délivré dans le circuit extérieur à la diode (circuit résonant série) est sinusoïdal. Cette approxima-

tion est justifiée dans le cas habituel où le coefficient de qualité du circuit hyperfréquence est assez important.

Dans ces conditions, le calcul de l'impédance s'effectue de la manière suivante :

b) Principe de calcul

Nous avons vu, au chapitre I, que le taux d'ionisation étant une fonction très rapidement croissante avec le champ électrique, il est possible de distinguer dans la zone désertée d'épaisseur  $W$ , une zone en avalanche  $\delta$  et une zone de transit d'épaisseur  $(W - \delta)$ .

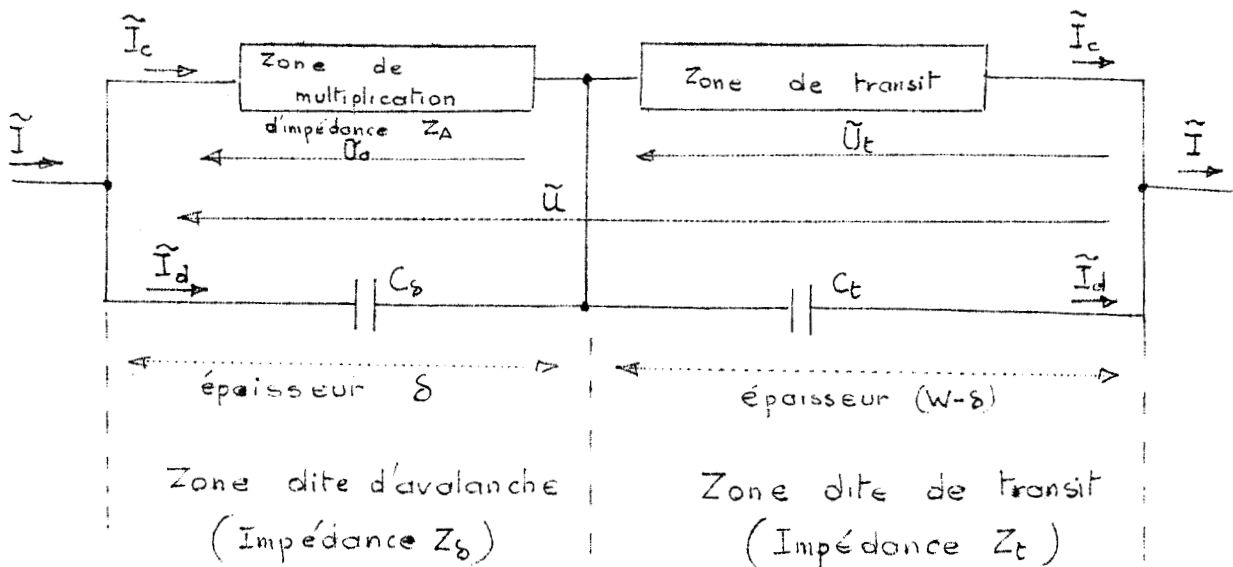


Figure E 1

La figure E 1 représente le schéma électrique équivalent à la diode. Les grandeurs de courants et de champ électrique sont composées d'une grandeur continue et d'une grandeur alternative. On peut écrire :

$$\tilde{I}_c(t) = I_0 + i_c(t) \quad (V.10)$$

$$\tilde{I}_d(t) = i_d(t) \quad (V.11)$$

$$\tilde{I}(t) = I_0 + i(t) \quad (V.12)$$

$I(t)$  représente le courant total traversant la diode et le circuit extérieur,  $I_c(t)$  est le courant de conduction résultant de la multiplication par avalanche et  $I_d(t)$  représente le courant de déplacement.

Etant donné que  $\hat{I}(t) = \hat{I}_c(t) + \hat{I}_d(t)$  on a aussi

$$i(t) = i_c(t) + i_d(t) \quad (V.14)$$

Dans le cas le plus général ces grandeurs alternatives peuvent se décomposer en une suite de fonctions sinusoïdales. Ainsi :

$$i(t) = I_1 \cos \omega t + I_2 \cos 2\omega t + \dots + I_n \cos n \omega t \quad (V.15)$$

$$i_c(t) = + I_{c1} \cos \omega t + I_{c2} \cos 2 \omega t + \dots + I_{cn} \cos n \omega t \quad (V.16)$$

$$i_d(t) = I_{d1} \cos \omega t + I_{d2} \cos 2 \omega t + \dots + I_{dn} \cos n \omega t \quad (V.17)$$

Ces courants alternatifs peuvent avoir deux origines : ils sont dûs aux oscillations autoentretenues ou ils représentent le signal de mesure dans le cas de la mesure d'impédance. Nous nous occuperons, par la suite, des termes fondamentaux (pulsation  $\omega$ ) pour lesquels nous calculerons l'impédance.

Nous commençons par établir la relation fondamentale du courant  $i_c$  circulant dans la zone de multiplication. Cette relation est ensuite utilisée pour le calcul de l'impédance  $Z_A$  puis  $Z_\delta$  de la zone en avalanche. Si nous définissons une grandeur complexe  $M$  telle que (nous utiliserons par la suite la notation imaginaire) :

$$M = \frac{i_{c1}}{i_1} \quad (V.18)$$

Nous pouvons calculer l'impédance de la zone de transit  $Z_t$  en fonction de  $M$ . En effet, le courant  $i_1$  dans cette zone est la somme d'un courant de conduction ( $i_{c1} \cdot e^{-j\omega \frac{x}{V}}$ ) et d'un courant de déplacement  $j \omega \epsilon S e_1(x)$  d'où :

$$\begin{aligned} i_1(t) &= i_{c1} e^{-j\omega \frac{x}{V}} + j \omega \epsilon S e_1 \\ &= M i_1 e^{-j\omega \frac{x}{V}} + j \omega \epsilon S e_1 \\ e_1(x) &= i_1 \frac{1 - M e^{-j\omega \frac{x}{V}}}{j \omega \epsilon S} \end{aligned} \quad (V.19)$$

En intégrant  $E(x)$  entre  $\delta$  et  $(W - \delta)$  on obtient la tension  $u_t$  aux bornes de la zone de transit et l'impédance s'écrit :

$$Z_t = \frac{u_{t1}}{i_1} \quad (V.20)$$

Enfin si on décompose l'impédance en parties réelles et imaginaires en écrivant pour la zone d'avalanche :

$$Z_\delta = R_\delta + j X_\delta \quad (V.21)$$

et pour la zone de transit

$$Z_t = R_t + j X_t \quad (V.22)$$

on a encore :

$$\begin{cases} R_D = R_\delta + R_t \\ X_D = X_\delta + X_t \end{cases} \quad (V.23)$$

Tel est le principe du calcul de l'impédance de la diode que nous allons entreprendre. Dans ce but, il faut tout d'abord connaître la grandeur  $M$  c'est-à-dire étudier la zone en avalanche.

#### c) Impédance en zone d'avalanche

Le calcul de  $I_c(t)$  s'effectue grace aux équations (V.4) et (V.5) qui sont :

$$\frac{\partial p}{\partial t} = - \frac{1}{qS} \frac{\partial I_p}{\partial n} + \alpha v (n + p) \quad (V.24)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{qS} \frac{\partial I_n}{\partial n} + \alpha v (n + p) \quad (V.25)$$

Par addition de ces équations on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial t} (p + n) = - \frac{1}{qS} \left( \frac{\partial I_p}{\partial n} - \frac{\partial I_n}{\partial n} \right) + 2 \alpha v (n + p)$$

d'autre part

$$\overset{\sim}{I}_c(t) = S q v (n + p) \quad (V.26)$$

ce qui permet d'écrire :

$$\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} I_C(t) = - \left( \frac{\partial I_P}{\partial n} - \frac{\partial I_n}{\partial n} \right) + 2 \alpha I_C(t) \quad (V.27)$$

Intégrons cette équation entre les limites  $x = 0$  et  $x = \delta$

$$\tau_\delta \frac{\partial}{\partial t} \tilde{I}_C = - \left[ I_P - I_n \right]_0^\delta + 2 \tilde{I}_C \int_0^\delta \alpha dx$$

avec  $\tau_\delta = \frac{\delta}{v}$  (temps de transit en avalanche pour les porteurs générés à l'extrémité de la zone).

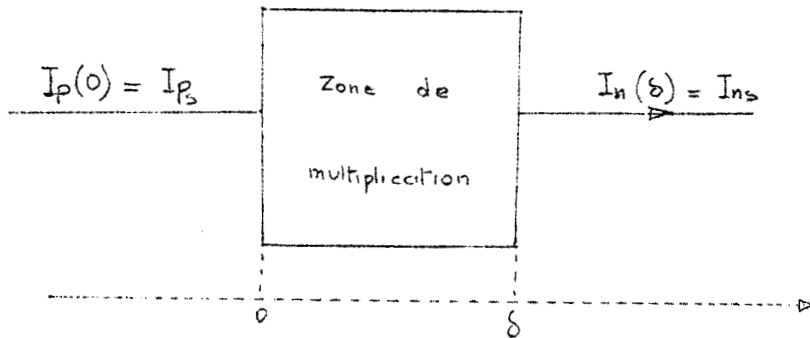


Figure E 2 : Zone de multiplication

$$\text{Or pour } \begin{cases} x = 0 & - J_p(0) = J_{ps} \\ x = \delta & - J_n(\delta) = J_{ns} \end{cases} \quad \text{et} \quad J_s = J_{ns} + J_{ps}$$

$I_s$  étant le courant de saturation de la jonction PN

Il en résulte que :

$$\left[ I_P - I_n \right]_0^\delta = - 2 \tilde{I}_C + 2 I_s$$

d'où

$$\left[ \frac{\tau_{\delta}}{2} \frac{\partial}{\partial t} \tilde{I}_c = \tilde{I}_c \left\{ \psi [E(t)] - 1 \right\} + I_s \right] \quad (V.28)$$

avec

$$\psi = \int_0^{\delta} \alpha [E(t)] \quad dx \quad (V.29)$$

Nous avons supposé, dans ce calcul, que la zone de multiplication était d'épaisseur infiniment petite ( $\delta \rightarrow 0$ ). Pratiquement, il n'en est pas toujours ainsi et il convient de tenir compte du temps de transit des porteurs dans la zone d'avalanche. Pour tenir compte de cet effet, il est intéressant d'essayer d'introduire un retard  $\tau_Y$  à l'établissement du courant  $I_c$  d'avalanche et les équations précédentes s'écrivent :

$$\left[ \frac{\tau_{\delta}}{2} \frac{\partial}{\partial t} \tilde{I}_c = \tilde{I}_c \left\{ \psi [E(t + \tau_Y)] - 1 \right\} + I_s \right] \quad (V.30)$$

avec :

$$\psi = \int_0^{\delta} \alpha [E(t + \tau_Y)] \quad dx \quad (V.31)$$

Le paramètre  $\tau_Y$  dépend du profil de dopage de la jonction et de l'amplitude des composantes alternatives. Il augmente très rapidement avec  $\tau_{\delta}$ .

Le calcul de  $\tau_Y$  est difficile [33] et nous nous contentons de donner sa valeur pour deux cas particuliers :

- jonction PN abrupte ( $\frac{\delta}{W} = 0,21$ ) on trouve que  $\tau_Y = - 0,0026 \tau_{\delta}'$  (V.32)

- jonction PN graduelle ( $\frac{\delta}{W} = 0,35$ ) " " "  $\tau_Y = - 0,1 \tau_{\delta}'$  (V.33)

Dans un travail récent [32] Boittiaux a pris la valeur

$$\tau_Y = - \tau_{\delta}' \left( \frac{\delta}{W} \right)^{0,8} \frac{W}{\delta}$$

Pour calculer le courant en avalanche  $\tilde{I}_c$ , il convient de résoudre l'équation différentielle (V.30). Nous allons la résoudre dans le cas d'un régime linéaire puis dans le cas d'un régime non linéaire.

1) Régime linéaire (petits signaux)

Les grandeurs  $I_c(t)$  et  $E(t + \tau_Y)$  peuvent se décomposer en une grandeur continue et une grandeur alternative soit :

$$\tilde{I}_c(t) = I_o + i_c(t) \quad (V.34)$$

$$\tilde{E}(t + \tau_Y) = E_o + e_{a1}(t + \tau_Y) \quad (V.35)$$

D'autre part, si le signal alternatif est très faible, ( $e_{a1} \ll E_o$ ) le régime est linéaire et avec une bonne approximation on peut écrire :

$$\psi(E) = \psi(E_o + e_{a1}) \approx \psi(E_o) + \frac{\partial \psi}{\partial E_o} \cdot e_{a1}(t + \tau_Y) \quad (V.36)$$

Dans ces conditions l'équation différentielle (V.30) peut se mettre sous la forme :

$$\boxed{\frac{\tau_\delta}{2} \frac{\partial i_c(t)}{\partial t} = I_o \frac{\partial \psi}{\partial E} e_{a1}(t + \tau_Y) - i_c(t) \frac{I_s}{I_o}} \quad (V.37)$$

Cette équation tient compte de la condition d'avalanche en régime continu.

Si  $e_{a1}(t)$  et  $i_{c1}(t)$  sont des fonctions sinusoïdales du temps on peut écrire en notation imaginaire :

$$j \frac{\omega \tau_\delta}{2} i_{c1} = I_o \frac{\partial \psi}{\partial E} \exp(j\omega \tau_Y) \cdot e_{a1} - i_{c1} \frac{I_s}{I_o}$$

( $\omega \tau_Y$ ) étant une quantité petite,  $\exp(j\omega \tau_Y) \approx 1 + j\omega \tau_Y$

$$i_{c1} \cdot \frac{I_s}{I_o} + j \frac{\omega \tau_\delta}{2} i_{c1} = I_o \frac{\partial \psi}{\partial E} (1 + j\omega \tau_Y) e_{a1}$$

d'où l'impédance  $Z_A$

$$Z_A = \frac{e_{a1}}{i_{c1}} \approx \frac{1}{I_o \frac{\partial \psi}{\partial E}} \left( \frac{I_s}{I_o} + \frac{j\omega \tau_\delta}{2} \right) (1 - j\omega \tau_Y)$$

avec

$$(\omega \tau_Y)^2 \ll 1$$



$$Z_A = \frac{1}{I_0 \frac{\partial \psi}{\partial E}} \left[ \left( \frac{I_s}{I_0} + \frac{\omega^2 \tau_\delta \tau_Y}{2} \right) + j \omega \left( \frac{\tau_\delta}{2} - \tau_\delta \frac{I_s}{I_0} \right) \right] \quad (V.38)$$

On peut négliger  $\tau_Y \frac{I_s}{I_0}$  devant  $\tau_\delta$  ce qui fait apparaître une résistance  $R_\delta$  et une self  $L_\delta$  telles que :

$$\left\{ \begin{array}{l} L_\delta = \frac{\tau_\delta}{2 I_0 \frac{\partial \psi}{\partial E}} \end{array} \right. \quad (V.39)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R_\delta = \sigma L_\delta \omega \end{array} \right. \quad (V.40)$$

avec  $\left\{ \begin{array}{l} \sigma = a + \omega \tau_Y \end{array} \right. \quad (V.41)$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \frac{2}{\omega \tau_\delta} \times \frac{I_s}{I_0} \end{array} \right. \quad (V.42)$$

Vectoriellement ceci traduit un déphasage de  $\frac{\pi}{2}$  entre le champ  $e_{a1}$  et le courant  $i_{e1}$  produit par la self auquel s'ajoute un déphasage  $\theta = \arctg (a + \omega \tau_Y) \neq a = |\omega \tau_Y|$  ( $\tau_Y$  étant en effet généralement négatif).

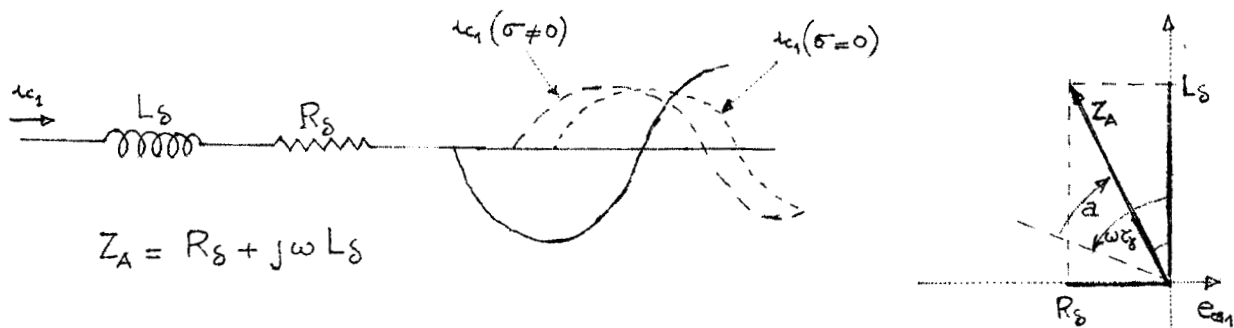


Figure E 3 : Schéma équivalent de l'avalanche et représentation vectorielle.

Nous présentons, figure E 3, le schéma équivalent à l'avalanche et la représentation vectorielle. Les angles  $\alpha$  et  $\omega \tau_Y$  ont été volontairement exagérés dans le but de faciliter la compréhension du dessin.

Il convient de tenir compte du courant de déplacement et le schéma équivalent de la zone en avalanche devient :

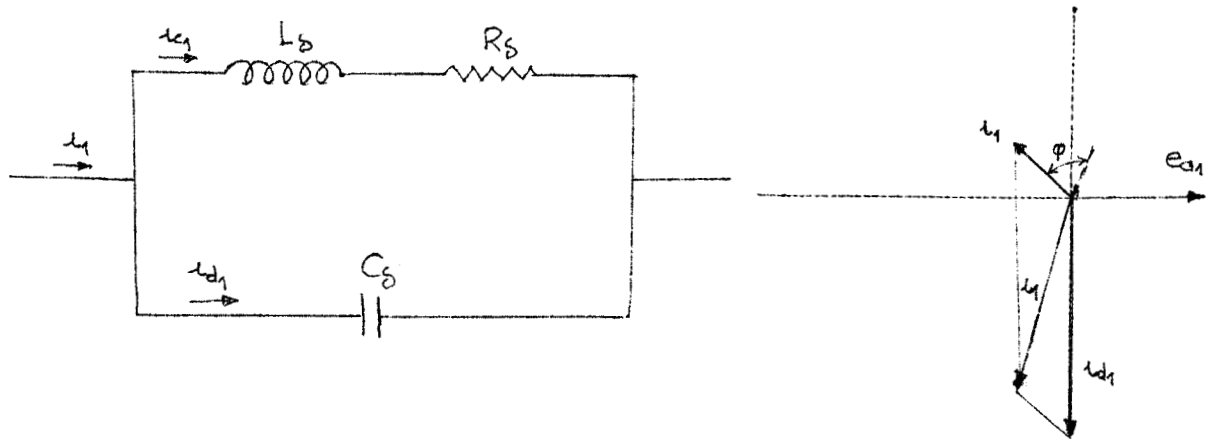


Figure E 4 : Impédance  $Z_\delta$  de la zone de multiplication et représentation vectorielle des courants.

Nous désignons par  $\varphi$  le déphasage entre le courant d'avalanche  $i_{c1}$  et le courant total  $i_1$ . Introduisons les paramètres  $\omega_a$  pulsation d'avalanche et  $\beta$  qui sont définis par

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_a^2 = \frac{1}{L_\delta C_\delta} \end{array} \right. \quad (V.43)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta^2 = \frac{\omega_a^2}{\omega^2} = -\frac{I_{c0}}{I_X} \end{array} \right. \quad (V.44)$$

$\left\{ \begin{array}{l} \omega \text{ étant la pulsation de fonctionnement.} \\ I_X \text{ est défini par ( V. 43 ) pour } \omega_a = \omega \end{array} \right.$

On obtient :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{-\sigma}{1 - \beta^2} \quad (V.45)$$

$$Z_{\delta} = \frac{1}{\omega C_{\delta}} \frac{\sigma \beta^2 - j (\sigma^2 - \beta^2 + 1)}{(1 - \beta^2)^2 + \sigma^2} \quad (V.46)$$

Nous allons, à présent, effectuer le calcul de l'impédance en zone d'avalanche en considérant le cas général (régime non linéaire).

## 2) Régime non linéaire:

Le calcul de l'impédance, en régime non linéaire, s'effectue en considérant une non linéarité du courant de conduction  $i_c(t)$ . Nous supposons que le courant extérieur  $i(t)$  reste sinusoïdal ce qui implique que le coefficient de qualité du circuit est infini ou encore que l'impédance présentée aux composantes de  $i(t)$  soit infinie sauf pour la composante de premier harmonique.

Pour le calcul nous admettrons que cette condition est remplie car, en pratique, nous utilisons des coefficients de qualité importants. Dans ce travail, nous nous limitons au calcul de l'impédance présentée par la diode au premier harmonique du courant  $i(t)$  et de la tension  $u_a(t)$ .

Nous présentons, tout d'abord, un calcul simplifié dans lequel nous négligeons l'influence du terme  $\sigma$ , c'est-à-dire en supposant que le courant de saturation  $I_s$  est nul et que le temps de transit en zone avalanche est négligeable. Ensuite nous traitons le cas général qui tient compte de l'influence de  $\sigma$ .

La non linéarité de courant s'accompagne généralement d'une non linéarité de tension que nous exposons rapidement dans une remarque faite à la fin du chapitre.

### Calcul simplifié

Dans ce calcul nous négligeons  $\sigma$  et nous supposons que  $\beta^2 < 1$ .  
Dérivons l'équation (V.30). Il vient :

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} [L_n \tilde{i}_c(t)] = \frac{2}{\tau_{\delta}} \frac{\partial \psi(E)}{\partial t} \quad (V.47)$$

On peut remplacer  $\frac{\partial \psi(E)}{\partial t}$  par

$$\frac{\partial \psi(E)}{\partial t} = \frac{\partial \psi(E)}{\partial E} \times \frac{\partial E}{\partial t}$$

La dérivée du champ s'obtient à partir de l'équation exprimant le courant total  $i(t)$  traversant la diode.

$$I(t) = I_c(t) + I_d(t)$$

$$I(t) = \check{I}_c(t) + eS \frac{\partial E}{\partial t}$$

ce qui permet d'écrire (V.47) sous la forme :

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} [I_n I_c(t)] = \frac{2}{\tau_\delta} \frac{\partial \psi(E)}{\partial t} \frac{i(t) - i_c(t)}{eS} \quad (V.48)$$

$\frac{\partial \psi(E)}{\partial t}$  peut être obtenue à partir de l'équation (V.39) et avec l'aide de (V.43) exprimant  $\omega_a$  on a en définitive l'expression :

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} [I_n \check{I}_c(t)] = \frac{\omega_a^2}{I_o} [i(t) - i_c(t)] \quad (V.49)$$

Dans l'hypothèse  $\beta^2 < 1$  on peut négliger  $i_c(t)$  devant  $i(t)$

$$\boxed{\frac{\partial^2}{\partial t^2} [I_n I_c(t)] = \frac{\omega_a^2}{I_o} i(t)} \quad (V.50)$$

Avec les conditions aux limites

$$\left\{ \begin{array}{l} I_c(0) = I_{00} \\ \frac{\partial I_c(0)}{\partial t} = 0 \end{array} \right. \quad (V.51)$$

la résolution de l'équation différentielle (V.50) donne la solution :

$$\tilde{i}_c(t) = I_{oo} e^{z(1 - \cos \omega t)} \quad (V.52)$$

$I_{oo}$  est une fonction de  $z$ , grandeur que nous déterminerons en reportant (V.52) dans (V.50). On obtient en portant la solution (V.52) dans (V.50) et à partir du développement en série de Fourier (V.16) de  $i(t)$

$$z = \frac{\beta^2 \tilde{i}(t)}{I_o \cos \omega t} = \frac{\beta^2 I_1}{I_o} \left[ 1 + \frac{I_2}{I_1} \frac{\cos 2 \omega t}{\cos \omega t} + \dots + \frac{I_n}{I_1} \frac{\cos n \omega t}{\cos \omega t} \right]$$

Cette expression montre que  $z$  est directement proportionnel à l'amplitude du courant alternatif qui traverse le circuit extérieur à la diode. D'après notre hypothèse de départ, les harmoniques d'ordre supérieur à 1 du courant extérieur à la diode sont d'amplitudes beaucoup plus faibles que l'amplitude de la fondamentale. Nous pouvons donc écrire :

$$z = \beta^2 \frac{I_1}{I_o} \quad (V.53)$$

L'expression (V.52) montre que le courant de conduction  $I_c$  est une fonction non linéaire de  $z$  et en conséquence de l'amplitude  $I_1$  du courant total. Nous allons faire apparaître les diverses composantes du courant  $i_c(t)$  en développant (V.52) en une série de Fourier. Cette série, à cause des conditions aux limites (V.51) a la forme suivante :

$$I_c(t) = I_o + I_{c1} \cos \omega t + I_{c2} \cos 2 \omega t + \dots + I_{cn} \cos n \omega t \quad (V.54)$$

L'amplitude des composantes est donnée par :

$$\begin{cases} I_o = \frac{I_{oo} e^z}{\pi} \int_0^\pi e^{-z \cos \xi} d\xi \\ I_{cn} = \frac{2 I_{oo} e^z}{\pi} \int_0^\pi e^{-z \cos \xi} \cos n \xi d\xi \end{cases} \quad (V.55)$$

avec

$$\xi = \omega t$$

Il est intéressant de faire apparaître les fonctions de Bessel modifiées de première espèce qui sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} B_0(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi e^{-z \cos \xi} d\xi \\ B_n(z) = \frac{(-1)^n}{\pi} \int_0^\pi e^{-z \cos \xi} \cos n \xi d\xi \end{array} \right. \quad (V.56)$$

le développement en série (V.54) va pouvoir s'écrire :

$$I_c(t) = I_{00} e^z \left[ B_0(z) - 2 B_1(z) \cos \omega t + \dots + 2 (-1)^n B_n(z) \cos n \omega t \right] \quad (V.57)$$

$$\text{soit en posant} \quad \phi(z) = \frac{2}{z} \frac{B_1(z)}{B_0(z)} \quad (V.58)$$

on obtient

$$I_c(t) = I_{00} e^z B_0(z) \left[ 1 - z \phi(z) \cos \omega t + \dots + 2 (-1)^n B_n(z) \cos n \omega t \right] \quad (V.59)$$

Nous avons tracé la fonction  $\phi(z)$  fig. E 5. Cette fonction est toujours positive. Comme, d'autre part, la composante continue de  $I_c(t)$  ne peut être que le courant continu  $I_0$  traversant la diode ceci détermine la fonction  $I_{00}$ . En conséquence on écrira :

$$I_c(t) = \frac{I_0}{B_0(z)} e^{-z \cos \omega t}$$

Et le premier harmonique de  $I_c(t)$  s'écrit

$$i_{c1}(t) = - I_0 \cdot z \phi(z) \cos \omega t = - 2 I_0 \frac{B_1(z)}{B_0(z)} \cos \omega t \quad (V.60)$$

Si  $z$  est très grand, l'amplitude de  $i_{c1}$  tend vers  $2 I_0$ .

Nous sommes en mesure, à présent, de calculer l'impédance  $Z_\delta$  présentée à la fréquence fondamentale par la zone avalanche. La figure E 6, donnant la représentation vectorielle des courants, permet de comprendre le calcul qui suit. (Dans ce calcul  $u_{a1}$  sera l'amplitude de la fondamentale du développement en série de Fourier de la tension  $u_a$  aux bornes de la zone en avalanche).

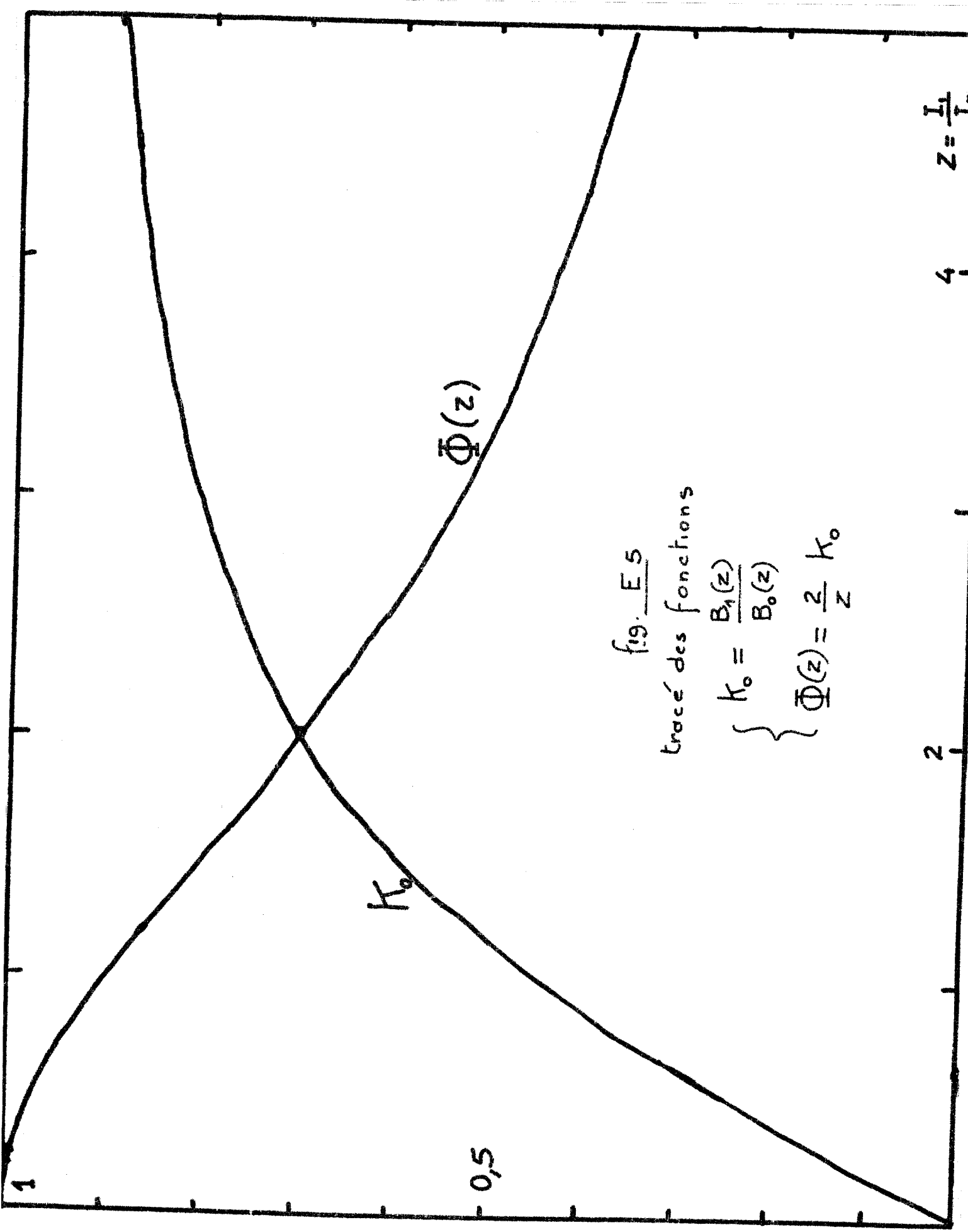


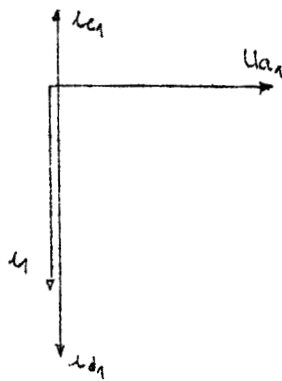
fig. E 5  
tracé des fonctions

$$\left\{ \begin{array}{l} K_0 = \frac{B_1(z)}{B_0(z)} \\ \Phi(z) = \frac{2}{z} K_0 \end{array} \right.$$

2

4

$z = \frac{I_1}{I_2}$



On a successivement :

$$Y_{\delta} = \frac{1}{Z} = \frac{i_1}{U_{a1}} = \frac{i_{d1}}{U_{a1}} + \frac{i_{c1}}{U_{a1}}$$

$$Y_{\delta} = \omega C_{\delta} e^{j \frac{\pi}{2}} + \frac{i_{c1}}{i_1} \times \frac{i_1}{U_{a1}}$$

$$Y_{\delta} = \omega C_{\delta} e^{j \frac{\pi}{2}} + \frac{i_{c1}}{i_1} Y_{\delta}$$

Figure E 6

Représentation vectorielle des  
1ers harmoniques des divers  
courants.

$$Y_{\delta} \left[ 1 - \frac{i_{c1}}{i_1} \right] = \omega C_{\delta} e^{j \frac{\pi}{2}}$$

en utilisant (V.60) :

$$\frac{i_{c1}}{i_1} = \frac{i_{c1}}{i_0} \times \frac{I_0}{i_1} = + z \phi(z) e^{-j \frac{\pi}{2}} \frac{\beta^2}{z} e^{-j \frac{\pi}{2}}$$

$$\boxed{Z_{\delta} = -j \frac{1}{C_{\delta} \omega} \left[ 1 + \beta^2 \phi(z) \right]} \quad (V.61)$$

On retrouve l'expression de  $Z_{\delta}$  en régime linéaire (V.46) en faisant :

$$\begin{cases} \phi(z) = + 1 & \text{pour } z = 0 \\ \sigma = 0 \\ \beta^2 \ll 1 \end{cases}$$

#### Calcul dans le cas général

Il faut abandonner ici toutes les hypothèses simplificatrices faites dans le cas simplifié. Le principe du calcul est identique mais nécessite des développements importants. Nous nous contenterons de donner les principaux résultats obtenus en partant de la relation (V.30) dont la solution est :

$$\tilde{I}_c = \frac{I_0}{B_c(y)} e^{-y \cos(\omega t + \varphi)}$$



Le premier harmonique du courant de conduction s'écrit :

$$i_{c1} = - I_0 y \phi(y) \cos (\omega t + \varphi) \quad (V.62)$$

expression dans laquelle

$$\phi(y) = \frac{2}{y} \frac{B_1(y)}{B_0(y)} = \frac{2}{y} K_0(y) \quad (V.63)$$

(fonction similaire à celle définie pour  $z = \frac{I_1}{I_x}$  fig. ES)

Dans ces relations  $y$  est relié [ ] à la grandeur  $z$  par la relation

$$\left(\frac{y}{z}\right)^2 = \frac{1}{[1 - \beta^2 \phi(y) \cos \omega \tau_\gamma]^2 + \phi^2(y) [a B_0^2(y) + \sin \omega \tau_\gamma]^2} \quad (V.64)$$

qui peut se mettre sous la forme ( $\omega \tau_\gamma$  généralement  $\ll 1$ )

$$\left(\frac{y}{z}\right)^2 \approx \frac{1}{[1 - \beta^2 \phi(y)]^2 + \phi^2(y) \sigma_1^2} \quad (V.65)$$

avec

$$\sigma_1^2 = a B_0^2(y) + \omega \tau_\gamma \quad (V.66)$$

Nous montrons, en annexe IV, comment on peut obtenir rapidement la relation V.65.

L'angle  $(\pi - \varphi)$  représente le déphasage entre le courant de conduction  $i_{c1}$  et le courant total  $i_1$ . Le calcul de  $\varphi$  s'obtient par un raisonnement analogue (cf. annexe IV). On trouve que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin \varphi = \frac{\sigma_1 \phi(y)}{\sqrt{[1 - \beta^2 \phi(y)]^2 + \sigma_1^2 \phi^2(y)}} \\ \cos \varphi = \frac{1 - \beta^2 \phi(y)}{\sqrt{[1 - \beta^2 \phi(y)]^2 + \sigma_1^2 \phi^2(y)}} \\ \operatorname{tg} \varphi = \frac{\sigma_1 \phi(y)}{1 - \beta^2 \phi(y)} \end{array} \right. \quad (V.67)$$

L'angle  $\varphi$  est donc une fonction non linéaire de l'amplitude des oscillations (représenté par  $y$ ). Il varie également avec les paramètres  $\beta^2$  et  $a$ .

On peut alors déterminer l'impédance de la zone en avalanche. On trouve :

$$Z_{\delta} = -j \frac{1}{C_{\delta} \omega} \left\{ 1 + \frac{\beta^2 \phi(y)}{\sqrt{[1 - \beta^2 \phi(y)]^2 + \sigma_1^2 \phi^2(y)}} (\cos \varphi + j \sin \varphi) \right\}$$

soit si  $\sigma^2 \neq 0$  (V.68)

$$Z_{\delta} = -j \frac{1}{C_{\delta} \omega} \times \frac{1}{1 - \beta^2 \phi(y)} \quad (V.69)$$

d) Impédance en zone de transit

Nous avons montré dans le paragraphe "principe du calcul" que l'impédance de la zone de transit s'obtient par les expressions :

$$Z_t = \frac{\int_{\delta}^{W-\delta} e_1(x) dx}{\delta}$$

avec  $e_1(x) = i_1 \frac{1 - M e^{-j\omega \frac{x}{v}}}{j \omega \epsilon S}$

Introduisons le paramètre  $\theta$  angle de transit

$$\theta = \omega \frac{W - \delta}{v} = \omega \tau_t \quad (V.70)$$

On trouve que :

$$Z_t = -j \frac{I_0}{\omega C_t} \left[ 1 - \frac{M}{j\theta} (1 - e^{-j\theta}) \right] \quad (V.71)$$

Il est intéressant de passer en fonctions circulaires de  $\theta$  et de mettre sous la forme :

$$\boxed{\omega C_t Z_t = M X(\theta) - j \left( 1 - M \frac{\sin \theta}{\theta} \right)} \quad (V.72)$$

avec 
$$X(\theta) = \frac{1 - \cos \theta}{\theta} \quad (V.73)$$

L'impédance  $Z_t$  de la zone de transit sera parfaitement connue dans la mesure où l'on peut déterminer M. Nous allons calculer M dans les trois cas suivants : en régime linéaire, en régime non linéaire simplifié ( $\beta^2 < 1$ ,  $\sigma = 0$ ) et en régime non linéaire généralisé.

1) Régime linéaire

On sait que 
$$M = \frac{i_{c1}}{i_1} \quad (V.74)$$

or nous avons

$$\left\{ \begin{array}{l} i_{c1} = \frac{U_{a1}}{R_\delta + j \omega L_\delta} \\ i_1 = \frac{U_{a1}}{Z_\delta} \end{array} \right. \quad (V.75)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} i_{c1} = \frac{U_{a1}}{R_\delta + j \omega L_\delta} \\ i_1 = \frac{U_{a1}}{Z_\delta} \end{array} \right. \quad (V.76)$$

d'où :

$$M = \frac{-\beta^2}{(1 - \beta^2)^2 + \sigma^2} \left[ (1 - \beta^2) + j \sigma \right] \quad (V.77)$$

Portons cette valeur dans

$$Z_t = \frac{-\beta^2}{(1 - \beta^2)^2 + \sigma^2} \frac{1}{\omega C_t} \left[ A(\theta) + j B(\theta) \right] \quad (V.78)$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} A(\theta) = (1 - \beta^2) X(\theta) - \sigma [1 - \mu(\theta)] \\ B(\theta) = \sigma X(\theta) + (1 - \beta^2) [1 - \mu(\theta)] + \frac{(1 - \beta^2)^2}{\beta^2} \end{array} \right.$$

en notant

$$\mu(\theta) = 1 - \frac{\sin \theta}{\theta} \quad (V.79)$$

2) Régime non linéaire simplifié ( $\beta^2 \ll 1, \sigma = 0$ )

$$M = \frac{i_{c1}}{i_1} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} i_{c1} = - I_0 z \phi(z) e^{-j \frac{\pi}{2}} \\ i_1 = z \frac{I_0}{\beta^2} e^{j \frac{\pi}{2}} \end{cases}$$

d'où :

$$\boxed{M = - \beta^2 \phi(z) = - \frac{I_0}{I_x} \phi(z)} \quad (V.80)$$

valeur qui portée dans l'équation (V.72) donne :

$$\boxed{\omega C_t Z_t = - \beta^2 \phi(z) x(\theta) - j \left[ 1 + \frac{\sin \theta}{\theta} \beta^2 \phi(z) \right]} \quad (V.81)$$

3) Régime non linéaire généralisé ( $\beta^2$  quelconque,  $\sigma \neq 0$ )

$$M = \frac{i_{c1}}{i_1} = \frac{I_0}{i_1} \times \frac{i_{c1}}{I_x} = \frac{I_x}{i_1} \times \frac{i_{c1}}{I_0} \times \frac{I_0}{I_x} = \beta^2 \frac{e^{-j(\pi/2 + \alpha)}}{z} \frac{i_{c1}}{I_0}$$

or

$$\frac{i_{c1}}{I_0} = y \phi(y) e^{-j \left( \frac{\pi}{2} - \alpha + \varphi \right)}$$

$$\boxed{M = \frac{- \beta^2 \phi(y) (\cos \varphi + j \sin \varphi)}{\sqrt{[1 - \beta^2 \phi(y)]^2 + \sigma_1^2 \phi^2(y)}}} \quad (V.82)$$

Cette valeur portée dans (V.72) donne le résultat :

$$\begin{aligned} \omega C_t Z_t = & - \beta^2 \frac{\phi(y)}{\sqrt{[1 - \beta^2 \phi(y)]^2 + \sigma_1^2 \phi^2(y)}} \left[ x(\theta) \cos \varphi - \sin \varphi \frac{\sin \theta}{\theta} \right] \\ & - j \left[ 1 + \frac{\beta^2 \phi(y)}{\sqrt{[1 - \beta^2 \phi(y)]^2 + \sigma_1^2 \phi^2(y)}} \left( \cos \varphi \frac{\sin \theta}{\theta} + x(\theta) \sin \varphi \right) \right] \end{aligned} \quad (V.83)$$

e) Impédance totale

Nous venons de calculer successivement l'impédance de la zone en avalanche puis l'impédance de la zone de transit. Ces deux zones étant traversées l'une après l'autre par le courant total, l'impédance totale est la somme des impédances des deux zones.

Le calcul de l'impédance totale est donc facile, dans son principe, et nous nous contenterons de donner les résultats.

1) Régime linéaire : si on pose  $Z_D = R_D + j X_D$

$Z_D$  étant l'impédance totale présentée par la diode. On trouve :

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega C R_D = (1 - \frac{\delta}{W}) \frac{-\beta^2}{(1 - \beta^2)^2 + \sigma^2} [(1 - \beta^2) \chi(\theta) - \sigma \lambda(\theta)] \end{array} \right. \quad (V.84)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega C X_D = - \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2)^2 + \sigma^2} + \frac{\beta^2}{(1 - \beta^2)^2 + \sigma^2} [(1 - \frac{\delta}{W}) (1 - \beta^2) \mu(\theta) - \sigma \chi(\theta)] \end{array} \right. \quad (V.85)$$

avec 
$$\lambda(\theta) = \frac{\sin \theta}{\theta} + \frac{\delta}{W - \delta} \quad (V.86)$$

2) Régime non linéaire simplifié ( $\beta^2 < 1$ , et  $\sigma = 0$ )

$$Z_D = R_D + j X_D$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega C R_D = - \beta^2 \phi(z) (1 - \frac{\delta}{W}) \chi(\theta) \end{array} \right. \quad (V.87)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega C X_D = - 1 - \beta^2 \phi(z) (1 - \frac{\delta}{W}) \chi(\theta) \end{array} \right. \quad (V.88)$$

### 3) Régime non linéaire généralisé

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega C R_D = - \frac{\beta^2 \phi(y)}{\sqrt{[1 - \beta^2 \phi(y)]^2 + \sigma_1^2 \phi^2(y)}} \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) [\chi(\theta) \cos - \lambda(\theta) \sin] \\ \end{array} \right. \quad (V. 89)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} - \omega C X_D = 1 + \frac{\beta^2 \phi(y)}{\sqrt{[1 - \beta^2 \phi(y)]^2 + \sigma_1^2 \phi^2(y)}} \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) [\lambda(\theta) \cos + \chi(\theta) \sin] \\ \end{array} \right. \quad (V. 90)$$

On retrouve les équations (V.87) et (V.88) en portant  $\beta^2 \ll 1$ ,  $\sigma = 0$  et  $\phi(y) = \phi(z)$  dans les équations (V.89) et (V.90).

Le paramètre  $\varphi$  fait intervenir l'influence du retard  $\tau_Y$  et du courant de saturation  $I_s$  par le terme  $\sigma_1$ . Il est donc intéressant de faire apparaître  $\sigma_1$  dans ces dernières équations en utilisant les expressions de  $\varphi$  (V.67). On obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_D = \frac{1}{\omega C} \times \frac{-\beta^2 \phi(y)}{[1 - \beta^2 \phi(y)]^2 + \sigma_1^2 \phi^2(y)} \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) \left[ [1 - \beta^2 \phi(y)] \chi(\theta) - \sigma_1 \lambda(\theta) \phi(y) \right] \\ \end{array} \right. \quad (V. 91)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} X_D = \frac{-1}{\omega C} - \frac{1}{\omega C} \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) \left[ [1 - \beta^2 \phi(y)] \lambda(\theta) + \sigma_1 \chi(\theta) \phi(y) \right] \frac{\beta^2 \phi(y)}{[1 - \beta^2 \phi(y)]^2 + \sigma_1^2 \phi^2(y)} \\ \end{array} \right. \quad (V. 92)$$

### f) Discussion des formules obtenues

L'expression (V.91) de la partie réelle de l'impédance montre que lorsque, en régime linéaire ( $\phi(y) = 1$ ) on a  $\beta^2 > 1$  l'impédance est positive et on ne peut engendrer des oscillations. Cependant si la diode est excitée par des niveaux importants  $\phi(y)$  décroît, on peut avoir  $\beta^2 \phi(y) < 1$  et la partie réelle devient négative et susceptible d'engendrer des oscillations à des fréquences inférieures à celles de l'avalanche.

Le passage de négatif en positif correspond à une amplitude  $z_{\max}$  telle que d'après (V.89) :

$$\operatorname{tg} \varphi_{\max} = \frac{\chi(\theta)}{\chi(\theta)}$$

c'est-à-dire

$$\frac{\chi(\theta)}{\chi(\theta)} = \frac{\sigma_1 \phi(y_{\max})}{1 - \beta^2 \phi(y_{\max})}$$

avec

$$\sigma_1 \neq a B_0^2(y)$$

De façon qualitative on peut dire que  $z_{\max}$  sera d'autant plus important que  $a$  est petit et que  $\theta$  est plus grand que 1.

D'autre part, on remarque que le déphasage  $\varphi$  entre  $i_{c1}$  et  $i_1$ , fonction de l'amplitude  $z$  des oscillations, de  $\beta^2$  et de  $a$ , varie entre deux limites  $\varphi_{\min}$  et  $\varphi_{\max}$ . Nous venons de définir  $\varphi_{\max}$

$$\varphi_{\max} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\chi(\theta)}{\chi(\theta)}$$

et  $\varphi_{\min}$  est défini par (V.67) en régime linéaire ( $\phi(y) = 1$ ).

En conséquence :

$$\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{a - \omega |\tau_Y|}{1 - \beta^2} < \varphi < \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\chi(\theta)}{\chi(\theta)} \quad (\text{V.93})$$

Entre ces valeurs limites de  $\varphi$  la résistance de la diode est négative.

Ordres de grandeurs :  $a = 10^{-3}$  -  $\beta = 0,5$  -  $\theta = 2,3$  -  $\tau_Y = 0$

On obtient :

$$1,33 \cdot 10^{-3} < \varphi < \frac{\pi}{4}$$

La partie réelle de l'impédance, négative pour certaines valeurs des paramètres, permet d'envisager l'emploi des diodes A.T.T. comme oscillateurs ou amplificateurs.

En régime non linéaire on remarque que son modèle décroît lorsque  $z$  ou  $y$  augmentent, c'est-à-dire lorsque l'amplitude du signal alternatif (de mesure ou d'oscillation) aux bornes de la diode augmente. En fonctionnement en oscillateur le fait se traduira par une limitation de la puissance émise. Il se remarque également lors des mesures d'impédance. [32]

Pour le calcul de la puissance émise nous utiliserons quatre expressions possibles de la résistance de diode (V.91) correspondant à quatre cas particuliers. L'exploitation par des méthodes analytiques de l'expression complète (V.91) s'avère en effet extrêmement complexe.

Etudions, tout d'abord, les deux expressions qui sont valables lorsque  $\sigma_1 = 0$ , c'est-à-dire lorsque le courant de saturation  $I_s$  est négligeable et la zone d'avalanche d'épaisseur étroite.

1) si  $\beta^2 < 1$  : on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_D = \frac{-\beta^2}{\omega C} \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) x(\theta) \phi(z) \end{array} \right. \quad (V.94)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} X_D \neq -\frac{1}{\omega C} \end{array} \right. \quad (V.95)$$

dans ce cas  $Z = \frac{I_1}{I_x} = \frac{\omega C U_1}{I_x}$

$U_1$  étant l'amplitude de la tension alternative aux bornes de la jonction. Notons que si  $Z$  est grand la fonction  $\phi(z)$  tend vers  $\frac{2}{Z}$  et l'on écrit dans ce cas :

$$R_D = -\frac{1}{\omega C} \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) x(\theta) \frac{2 I_0}{I_1} \quad (V.96)$$



2) Si  $\beta^2$  est quelconque :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_D = - \frac{1}{\omega C} \left( 1 - \frac{\delta}{W} \right) x(\theta) \frac{\beta^2 \phi(y)}{1 - \beta^2 \phi(y)} \end{array} \right. \quad (V.97)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} X_D = - \frac{1}{\omega C} \left[ 1 + \left( 1 - \frac{\delta}{W} \right) \lambda(\theta) \frac{\beta^2 \phi(y)}{1 - \beta^2 \phi(y)} \right] \end{array} \right. \quad (V.98)$$

avec 
$$y = Z \frac{1}{1 - \beta^2 \phi(y)}$$

L'expression de la résistance  $R_D$  est analogue à celle trouvée précédemment (relation (V.94)). Il paraît donc intéressant de mettre  $R_D$  sous la forme :

$$\boxed{R_D = - \frac{2}{\omega C} \left( 1 - \frac{\delta}{W} \right) x(\theta) \frac{I_0}{I_1} K_0} \quad \text{avec } K_0 = \frac{B_1(y)}{B_0(y)} \quad (V.99)$$

Si l'on utilise l'expression de  $Z_\delta$  obtenue précédemment (relation (V.74)), on a :

$$z = \frac{I_1}{I_x} = \frac{U_{a1}}{I_x |Z_\delta|}$$

et

$$y = \frac{\omega C_\delta U_{a1}}{I_x} = \frac{2 \nu \alpha' U_{a1}}{\omega \delta} \quad (V.100)$$

Il est commode de faire intervenir la tension alternative totale  $U_1$  aux bornes de la jonction. On obtient dans le cas où l'angle de transit  $\theta$  est faible :

$$y = \frac{\omega C U_1}{I_x}$$

Dans le cas où  $\theta$  est quelconque :

$$y = \frac{U_1}{I_x [1 - \beta^2 \phi(y)] |Z_D|}$$

avec

$$|Z_D|^2 = \frac{1}{\omega^2 C^2} \left\{ 1 + 2 \lambda(\theta) \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) \frac{\beta^2 \phi(y)}{1 - \beta^2 \phi(y)} + \left(1 - \frac{\delta}{W}\right)^2 \left[ \lambda^2(\theta) + x^2(\theta) \right] \frac{\beta^4 \phi^2(y)}{[1 - \beta^2 \phi(y)]^2} \right\} \quad (V.101)$$

que nous écrirons plus simplement en définissant un facteur  $K_D$  tel que :

$$|Z_D| = \frac{1}{\omega C} K_D$$

d'où

$$y = \frac{\omega C U_1}{I_x [1 - \beta^2 \phi(y)] K_D} \quad (V.102)$$

$K_D$  est une fonction de l'angle de transit  $\theta$ , de  $\beta^2$  et de  $y$ . Il est très souvent de l'ordre de 1. Remarquons que pour  $U_1$  suffisamment grand  $y$  est important et  $K_D \neq 1$  d'où :

$$R_D = \frac{-2}{\omega C} \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) x(\theta) \frac{I_0}{I_1} \quad (V.103)$$

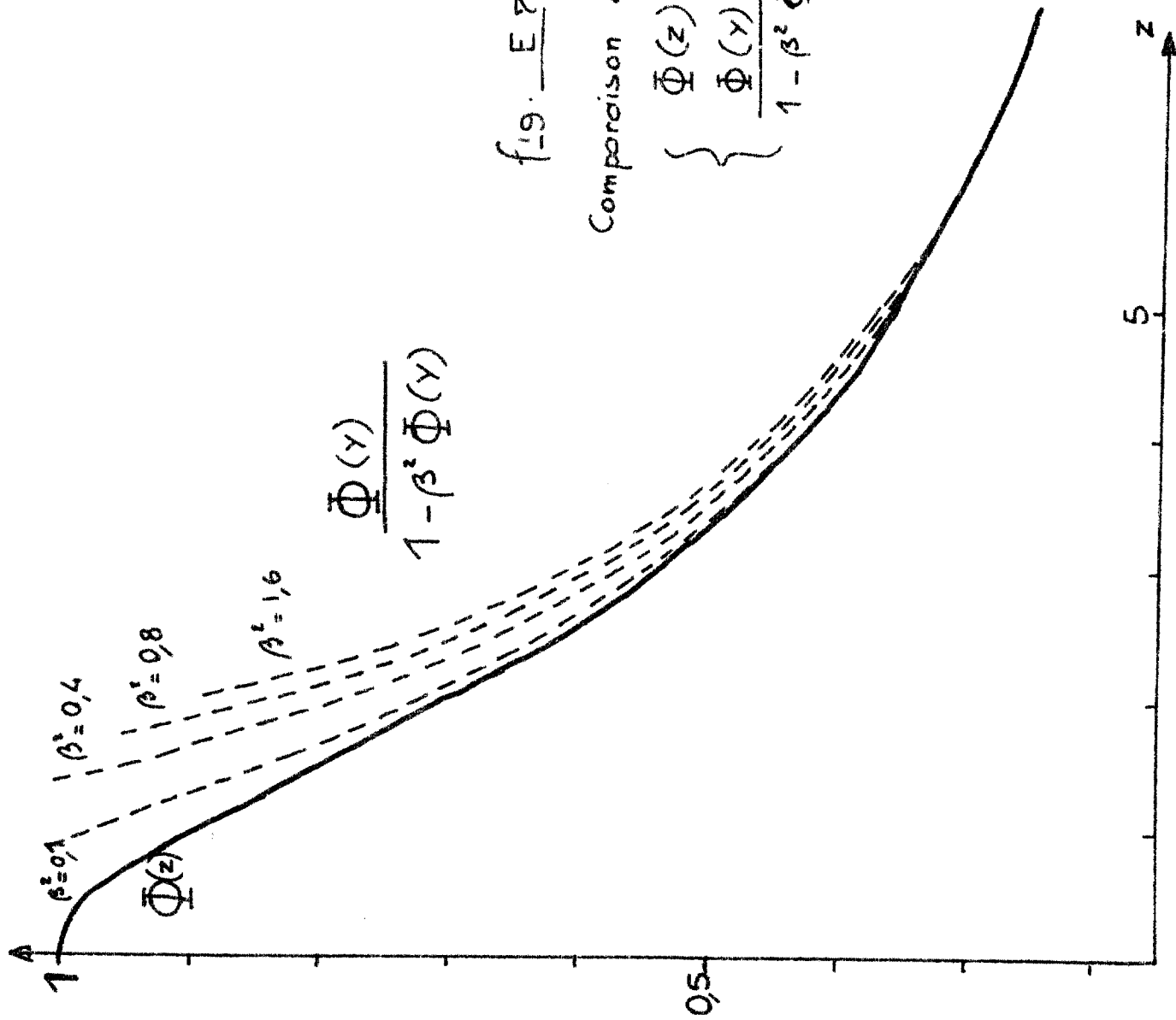
On retrouve l'expression (V.94) lorsque  $z$  est grand. Ceci se remarque également sur la fig. E 7, où nous avons tracé  $\phi(z)$  et  $\frac{\phi(y)}{1 - \beta^2 \phi(y)}$  pour différentes valeurs de  $\beta^2$  en fonction  $z$ .

On peut envisager des cas plus généraux et en particulier l'influence du courant de saturation et du temps de transit en zone d'avalanche ( $\sigma_1 \neq 0$ ) Considérons deux cas correspondant à  $\tau_Y = 0$  puis  $a = 0$  avec, dans chacun des cas,  $\beta^2 < 1$ .

3) si  $\tau_Y = 0$  et  $a \neq 0$

$$\left\{ \begin{aligned} R_D &= \frac{-1}{\omega C} \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) \beta^2 \phi(y) x(\theta) \frac{1 - a B_o^2(y) \phi(y) \frac{\lambda(\theta)}{x(\theta)}}{1 + a^2 B_o^4(y) \phi^2(y)} \end{aligned} \right. \quad (V.104)$$

$$\left\{ \begin{aligned} X_D &= - \frac{1}{\omega C} \end{aligned} \right. \quad (V.105)$$



f. 9. EP

Comparaison des fonctions

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi(z) \\ \frac{\Phi(\gamma)}{1-\beta^2\Phi(\gamma)} \end{array} \right.$$

avec

$$\begin{cases} y^2 = z^2 \frac{1}{1 + a^2 B_o^4(y) \phi^2(y)} \\ a = \frac{2}{\omega \delta} \frac{I_s}{I_o} \end{cases}$$

On a ici

$$z = \frac{I_1}{I_x} = \frac{\omega C U_1}{I_x}$$

Il peut être intéressant d'écrire l'expression de la résistance de la diode sous la forme :

$$R_D = - \frac{2}{\omega C} \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) x(\theta) \frac{I_o}{I_1} K_o K_1 \quad (V.106)$$

avec  $K_1$  un terme correctif de valeur :

$$K_1 = \frac{1 - a B_o^2(y) \phi(y) \frac{\lambda(\theta)}{x(\theta)}}{\sqrt{1 + a^2 B_o^4(y) \phi^2(y)}} \quad (V.107)$$

L'expression (V.104) montre qu'un courant  $I_s$  important amène une diminution du module de la résistance négative. Comme il sera montré prochainement, cette diminution peut être telle que la résistance passe par des valeurs positives (figure E 8) . Remarquons que cette diminution est fortement accentuée pour des niveaux importants. Ainsi le terme :

$$B_o^2(y) \phi(y) = 2 \frac{B_o(y) B_1(y)}{y} \quad \text{est égal à 13 pour } y = 3 \text{ mais il vaut 1380 pour } y = 6.$$

Par ailleurs, rappelons que cette expression n'est valable que pour une structure ayant une zone en avalanche très étroite ( $\tau_Y = 0$ ). Ordre de grandeur de  $a$  : Avec  $I_o = 30 \text{ mA}$   $f = 10 \text{ GHz}$   $\delta = 1\mu$  et  $I_s = 0,1$  puis  $10 \mu\text{A}$  on trouve respectivement que :

$$a \approx 10^{-5} \quad a \approx 10^{-3}$$

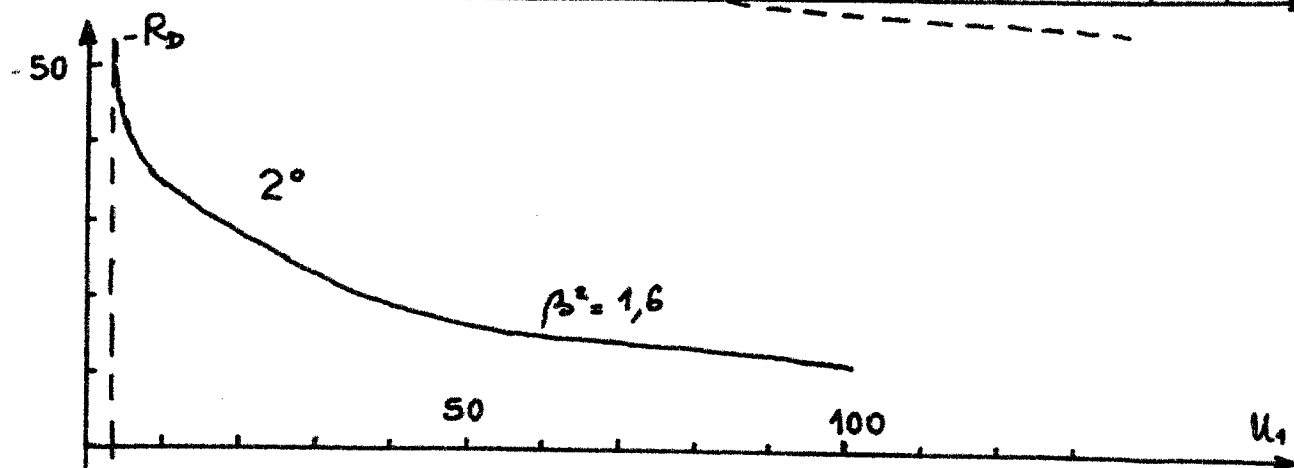
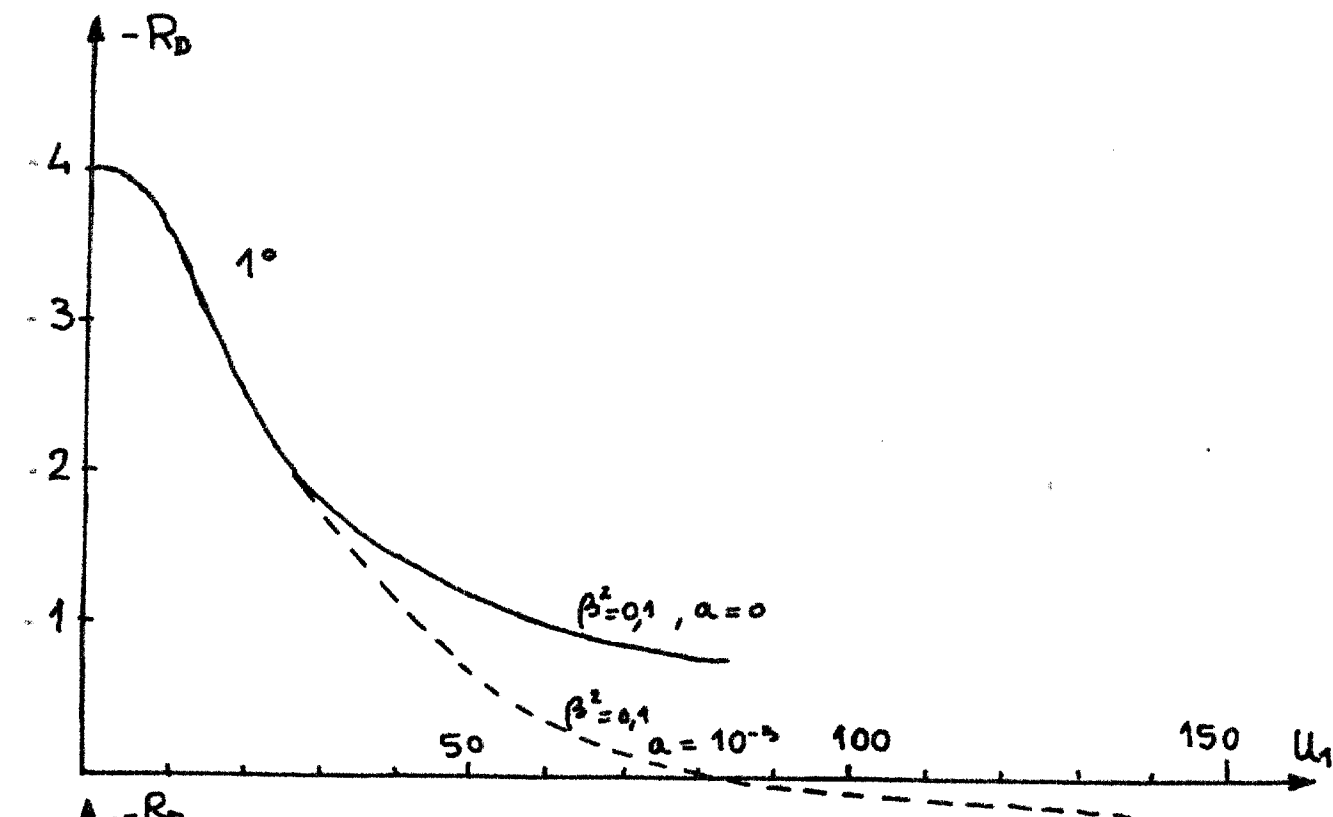


fig. E 8

- 1° Influence du courant de saturation  $I_s(\alpha)$
- 2° Résistance de diode aux courants  $I_0$  supérieurs à  $I_x$  ( $\beta^2 > 1$ )

4) si  $a = 0$  et  $\tau_y \neq 0$

Nous écrirons avec  $\tau_y$  généralement négatif

$$\left\{ \begin{array}{l} R_D = \frac{-\beta^2}{\omega C} \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) x(\theta) \phi(y) \frac{1 + \omega |\tau_y| \frac{\lambda(\theta)}{x(\theta)} \phi(y)}{1 + \omega^2 \tau_y^2 \phi^2(y)} \\ X_D = -\frac{1}{\omega C} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (V.108) \\ (V.109) \end{array}$$

$$\text{avec } \left\{ \begin{array}{l} y^2 = z^2 \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_y^2 \phi^2(y)} \\ z = \frac{\omega C U_1}{I_x} \end{array} \right.$$

Introduisons un facteur correctif  $K_2$

$$K_2 = \frac{1 + \omega |\tau_y| \frac{\lambda(\theta)}{x(\theta)} \phi(y)}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau_y^2 \phi^2(y)}} \quad (V.110)$$

qui permet d'écrire  $R_D$  sous la forme :

$$\boxed{R_D = -\frac{2}{\omega C} \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) x(\theta) \frac{I_0}{I_1} K_2} \quad (V.111)$$

Ce coefficient correctif  $K_2$  est, sauf pour une largeur en avalanche importante, généralement voisin de 1. Ainsi calculons la valeur de  $\omega \tau_y$  dans deux cas particuliers (avec  $\delta = 1\mu$ ,  $f = 10$  GHz et  $\omega \tau'_\delta = 0,314$ ).

- diode PN graduelle

$$\begin{aligned} \text{On a } \tau_y &= -0,1 \tau'_\delta \\ \omega \tau_y &= -31,4 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

- diode PN abrupte

$$\begin{aligned} \text{On a } \tau_y &= -0,0026 \tau'_\delta \\ \omega \tau_y &= -0,817 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

Ceci montre que le coefficient correctif  $K_2$ , qui représente l'influence de  $\tau_y$ , a pour effet d'exalter la valeur du module de la résistance de la diode mais que cette influence est généralement faible.

Rappelons enfin que l'expression (V.106) n'est valable que pour des structures ayant un courant de saturation très faible ( $a \neq 0$ ).

Afin d'illustrer ces relations nous avons tracé, figure E 8, les variations de  $R_D$  en fonction de la tension  $U_1$  appliquée à la diode, dans le cas des faibles courants ( $\beta^2 = 0,1$ ) et dans le cas des forts courants ( $\beta^2 = 10$ ). Nous voyons que, d'une part, le module de la résistance diminue rapidement avec le niveau et que, d'autre part, pour les forts courants une résistance positive en régime linéaire peut devenir négative en régime non linéaire.

Nous avons étudié plus particulièrement (cas où  $\beta^2 = 0,1$ ) à faible courant) l'influence du courant de saturation sur la valeur de  $R_D$ . On voit que cette influence peut devenir considérable à hauts niveaux. Le terme  $a B_0^2(y) \phi(y)$  de la relation (V.104) devenant largement supérieur à 1.

Dans la suite de ce travail, pour calculer la puissance hyperfréquence émise nous utiliserons l'expression suivante de la résistance de la diode :

$$R_D = - \frac{2}{\omega C} \left( 1 - \frac{\delta}{W} \right) \times (0) \frac{I_0}{I_1} K_0 K_1 K_2 \quad (V.112)$$

$K_1$  et  $K_2$  traduisent l'influence du courant de saturation  $I_s$  et du terme  $\tau_y$  tandis que  $K_0$  a pour expression (V.63) c'est-à-dire :

$$K_0 = \frac{B_1(y)}{B_0(y)}$$

Remarquons que si  $y$  est grand le facteur  $K_0$  tend vers 1 et que les variations de  $K_0$  en fonction de  $y$  seront d'autant plus faibles que  $y$  sera grand. Nous avons tracé, fig. E 5, le facteur  $K_0$  en fonction de  $y$ .

Remarque 1: Non linéarité de tension

Nous avons considéré la non linéarité du courant en avalanche mais il existe une autre cause de non linéarité : c'est la non linéarité de multiplication ayant pour origine la variation non linéaire de  $\psi(E)$  avec  $E$ . Ce effet se traduit par une diminution de la tension continue  $U_0$  aux bornes de la diode proportionnellement à la puissance émise. Il convient d'utiliser une nouvelle variable  $z'$  liée à  $z$  par la fonction  $\gamma(\alpha)$

$$z' = \gamma(\alpha) z$$

$$\alpha = \frac{U_1}{U_0}$$

Cette fonction  $\gamma(\alpha)$  a été tracée par Tager[ ]. Cependant dans le cas des diodes PN ou P<sup>+</sup>N N<sup>+</sup> nous négligerons cette forme de non linéarité car la diminution de tension observée expérimentalement est très faible (inférieure à 1 %).

Remarque 2: L'impédance calculée représente l'impédance de la structure semi-conductrice. Il faudrait tenir compte des éléments parasites ramenés par l'encapsulation du semi-conducteur. Dans ces conditions le schéma complet de la diode est le suivant

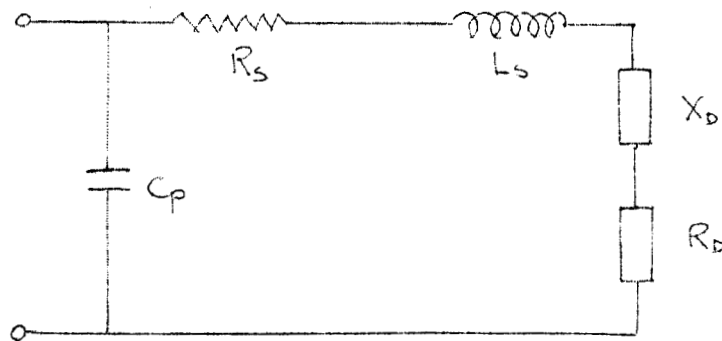


Figure E 8

Schéma dans lequel

$R_D$  et  $X_D$  = parties réelles et imaginaires de l'impédance du semi-conducteur

$R_s$  = résistance parasite dû aux contacts et au substrat.

$L_s$  = self série ayant pour origine le fil de connexion du semi-conducteur

$C_p$  = capacité parasite du boîtier.



Remarque 3

Dans le cas où  $\sigma = 0$  et pour des fréquences faibles ( $\beta^2 \gg 1$ ) l'expression (V.84) de la résistance de la diode s'écrit  $R_c$  et a pour valeur :

$$R_c = \frac{(W - \delta)^2}{2 \epsilon v S} \quad (V.113)$$

En effet dans ces conditions :

$$\left\{ \begin{array}{l} x(\theta) \neq \omega \frac{W - \delta}{2 v} \\ \frac{-\beta^2}{1 - \beta^2} \neq 1 \end{array} \right.$$

L'expression (V.113) de l'impédance de la diode aux fréquences faibles est identique à celle trouvée par Tager [ ]

## V.4 - UTILISATION EN OSCILLATEUR HYPERFREQUENCE

### a) Introduction

L'étude de l'impédance d'une diode A.T.T. nous a appris que la partie réelle pouvait prendre des valeurs négatives dans certaines conditions. Cette résistance négative permet d'espérer un fonctionnement en oscillateur hyperfréquence. Nous allons montrer comment s'opère le calcul de la puissance hyperfréquence émise et du rendement.

La diode est montée dans une structure hyperfréquence comme il est décrit au chapitre II. Nous avons vu que le schéma équivalent au circuit hyperfréquence avec la diode est le suivant :

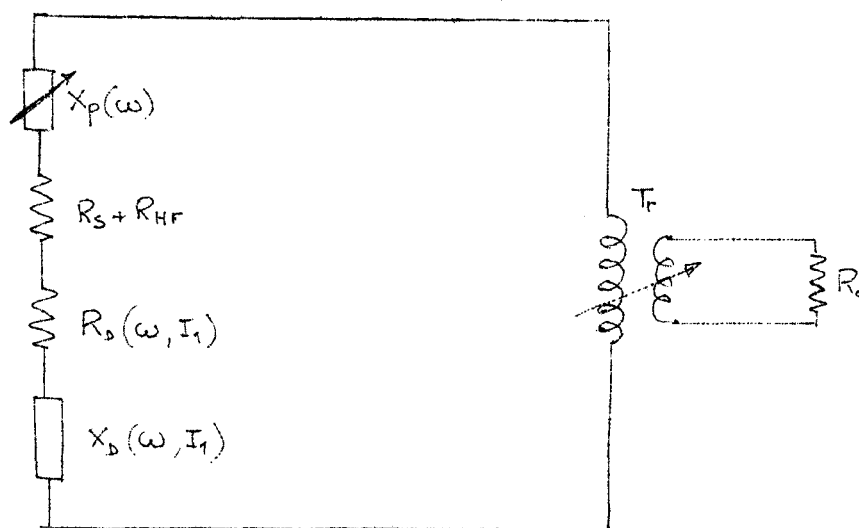


Figure E 9

Dans ce schéma  $R_D$  et  $X_D$  représentent l'impédance de la diode,  $X_p$  la susceptance d'accord mise en série,  $R_s$  la résistance série de la diode et  $R_{HF}$  les pertes du circuit hyperfréquence. Le transformateur  $T_r$ , représentant l'élément hyperfréquence d'adaptation, ramène la résistance  $R_o$ . Sans transformateur, cette résistance serait égale à la résistance caractéristique  $R_0$ .

Dans ces conditions la valeur stationnaire de la fréquence des oscillations entretenues qui vont prendre naissance dans le circuit sera déterminée par le système d'équation :

$$\left\{ \begin{array}{l} X_D(\omega_o, I_1) + X_P(\omega_o) = 0 \end{array} \right. \quad (V.114)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R_D(\omega_o, I_1) + R_P(\omega_o) + R_s + R_{HF} = 0 \end{array} \right. \quad (V.115)$$

$\omega_o$  est la pulsation  $\omega$  qui satisfait aux équations ci-dessus. Il représente la pulsation d'oscillation. Dans le but d'alléger l'écriture dans la suite de ce travail l'indice zéro sera sous entendu.

Avant d'effectuer le calcul de la puissance nous allons introduire un paramètre  $I_x$  défini comme étant égal au courant  $I_o$  qui donnerait une pulsation d'avalanche  $\omega_a$  égale à la pulsation d'oscillation  $\omega_o$ .  $I_x$  est donc défini par l'équation (V.43)

$$I_x = \frac{\epsilon \tau_\delta}{2 \frac{\partial \psi}{\partial E}} \omega^2 \quad (V.116)$$

Nous pouvons introduire  $I_x$  dans l'expression des paramètres  $\beta$  et  $z$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta^2 = \frac{\omega_a^2}{\omega^2} = \frac{I_o}{I_x} \end{array} \right. \quad (V.117)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} z = \beta^2 \frac{I_1}{I_o} = \frac{I_1}{I_x} \end{array} \right. \quad (V.118)$$

Remarquons que pour des fréquences très supérieures à la fréquence d'avalanche ( $\beta^2 \ll 1$ ) la susceptance de la diode  $X_D$  est voisine de la susceptance présentée par la capacité de la diode  $C$ . Par conséquent on peut écrire :

$$X_P \neq \frac{-1}{C\omega}$$

La pulsation d'oscillation  $\omega$  dépendra donc peu du courant d'alimentation  $I_o$  et la stabilité de l'oscillateur sera essentiellement fonction de la stabilité mécanique du circuit hyperfréquence.

Nous allons effectuer le calcul, d'une part, de la puissance ( $P_e$ ) émise et, d'autre part, de la puissance ( $P_u$ ) effectivement reçue dans l'impédance de charge ( $R_p$ ) en tenant compte des pertes dans le circuit hyperfréquence ( $R_{HF}$ ) et dans la diode ( $R_s$ ).

b) Détermination de la puissance émise et du rendement maximum correspondant

Puissance émise

Considérons le schéma de la figure E 9.  $I_1$  est l'amplitude du courant alternatif parcourant le circuit. Ce courant n'existe que lorsque des oscillations hyperfréquences sont engendrées. La puissance émise est donnée par l'expression :

$$P_e = |R_D(\omega_1, I_1)| \frac{I_1^2}{2} \quad (V.119)$$

Le rendement de l'émission  $\eta_e$  se calcule aisément à partir de la connaissance de la tension continue  $U_o$  aux bornes de la diode et du courant continu  $I_o$  qui la traverse :

$$\eta_e = \frac{P_e}{U_o I_o}$$

La résistance de la diode, en régime non linéaire, est donnée par (V.112), soit :

$$R_D = \frac{-2}{\omega C} \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) \times (\theta) \frac{I_o}{I_1} \cdot K_o \cdot K_1 \cdot K_2$$

Rappelons que

$$\left\{ \begin{array}{l} K_o = \frac{B_1(y)}{B_o(y)} \text{ expression qui tend rapidement vers 1} \\ \text{lorsque } y \text{ augmente (voir fig. E 5)} \\ K_1 = \text{coefficient correctif dû au courant de saturation } I_s \\ \text{(de l'ordre de 1) (V.107)} \\ K_2 = \text{coefficient correctif (voisin de 1) dû au temps de} \\ \text{transit en zone d'avalanche. (V.110)} \end{array} \right.$$

En remplaçant dans (V.119)  $R_D$  par son expression la puissance émise  $P_e$  s'écrit :

$$P_e = \frac{-1}{\omega C} \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) x(\theta) I_0 I_1 (K_0 K_1 K_2) \quad (V.120)$$

Aux larges amplitudes d'oscillations le paramètre  $y$  est grand et  $K_0 = \frac{B_1(y)}{B_0(y)}$  est voisin de 1 (fig. E 5). Par conséquent on voit que la puissance émise  $P_e$  est sensiblement proportionnelle à  $I_1$  et augmente avec la tension hyperfréquence  $U_1$  aux bornes de la jonction. On a en effet :

$$I_1 = \frac{U_1}{|Z_D|} = \frac{\omega \cdot C \cdot U_1}{K_D}$$

La tension hyperfréquence  $U_1$  ne peut évidemment dépasser la tension d'avalanche  $U_0$  car la jonction doit rester polarisée en inverse. Par ailleurs si  $U_1$  est grand la capacité de la jonction va être modulée à la pulsation  $\omega$  et cette modulation peut devenir suffisante pour provoquer des effets paramétriques importants. Enfin il se produit une modulation de la vitesse des porteurs dès que le champ électrique devient inférieur à  $10^4 \text{ V.cm}^{-1}$ . Il est raisonnable de ne pas dépasser un taux de modulation de la capacité de la jonction de 25 % ce qui correspond, dans le cas d'une jonction abrupte, à une tension alternative maximale  $U_{1\text{max}} = 0,5 U_0$ .

Dans ces conditions la puissance maximale émise a pour expression :

$$P_{e\text{max}} = 0,5 x(\theta) \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) \frac{U_0 I_0}{K_D} K_T(y_{\text{max}}) \quad (V.121)$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} K_T(y) = \frac{K_0 K_1 K_2}{K_D} \\ y_{\text{max}} \text{ correspond à } U_1 \text{ max.} \end{array} \right. \quad (V.122)$$

$K_T$  est une fonction de  $y$ , de l'angle de transit  $\theta$ , du courant de polarisation  $I_0$  (par  $\beta^2$ ) du courant de saturation  $I_s$  et de l'épaisseur  $\delta$  en

avalanche (par  $\tau_Y$ ).  $K_T$  a pratiquement pour valeur 1 lorsque les différents paramètres obéissent aux conditions suivantes :

$$y_{\max} \gg 3 \quad \beta^2 \ll 1 \quad \tau_Y = 0 \quad I_s = 0$$

Par conséquent la limite maximale de la puissance émise est :

$$P_{e_{\max}} = 0,5 \quad (\theta) \quad \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) U_0 I_c \quad (V.123)$$

Cette expression est maximale pour  $x(\theta)$  maximum (c'est-à-dire  $\theta = 2,3$ ) et pour  $\delta \ll W$ .

Dans le cas où  $\beta^2$  est quelconque il convient de calculer le facteur correctif  $K_T$  qui est fonction de  $y_{\max}$  (V.122). L'évaluation rigoureuse de  $y_{\max}$  est difficile. Il est intéressant de remarquer que  $K_T$  diminue lentement avec  $\beta^2$  (c'est-à-dire avec le courant de polarisation  $I_0$ ) et avec le courant de saturation  $I_s$ . Il croît lentement avec l'augmentation de  $y_{\max}$  et avec  $\tau_Y$  (c'est-à-dire avec  $\delta$ ). On peut donc se contenter d'une estimation de  $y_{\max}$ . Nous prendrons l'expression approchée, exacte pour  $\theta$  petit.

$$y_{\max} = \frac{\omega C U_{1\max}}{I_x} \quad (V.124)$$

Dans cette expression  $I_x$  est un paramètre dont la valeur se détermine facilement, de façon expérimentale, en bande X [32]. Dans cette bande, si on prend  $U_{1\max} = 0,5 U_0$ , les valeurs de  $y_{\max}$  varient entre 3 et 6. Pour une fréquence inférieure, de l'ordre de 5 GHz,  $y_{\max}$  a une valeur voisine de 10. Nous représentons, fig. E 10, les variations de  $K_T$  (pour  $a = 0$ ,  $\tau_Y = 0$ ) avec  $\beta^2$  lorsque  $y_{\max} = 4$  ( $f = 9$  GHz) correspondent à  $y_{\max} = 8$  (cas d'une fréquence de travail de 5 GHz).

Remarquons que la diminution de  $K_T$  (et donc de la puissance  $P_e$ ) s'effectue très lentement avec le courant  $I_0$ ; cette diminution est d'autant plus lente que  $y_{\max}$  est grand.  $K_T$  garde une valeur appréciable même pour des valeurs de  $\frac{I_0}{I_x}$  largement supérieures à 1.



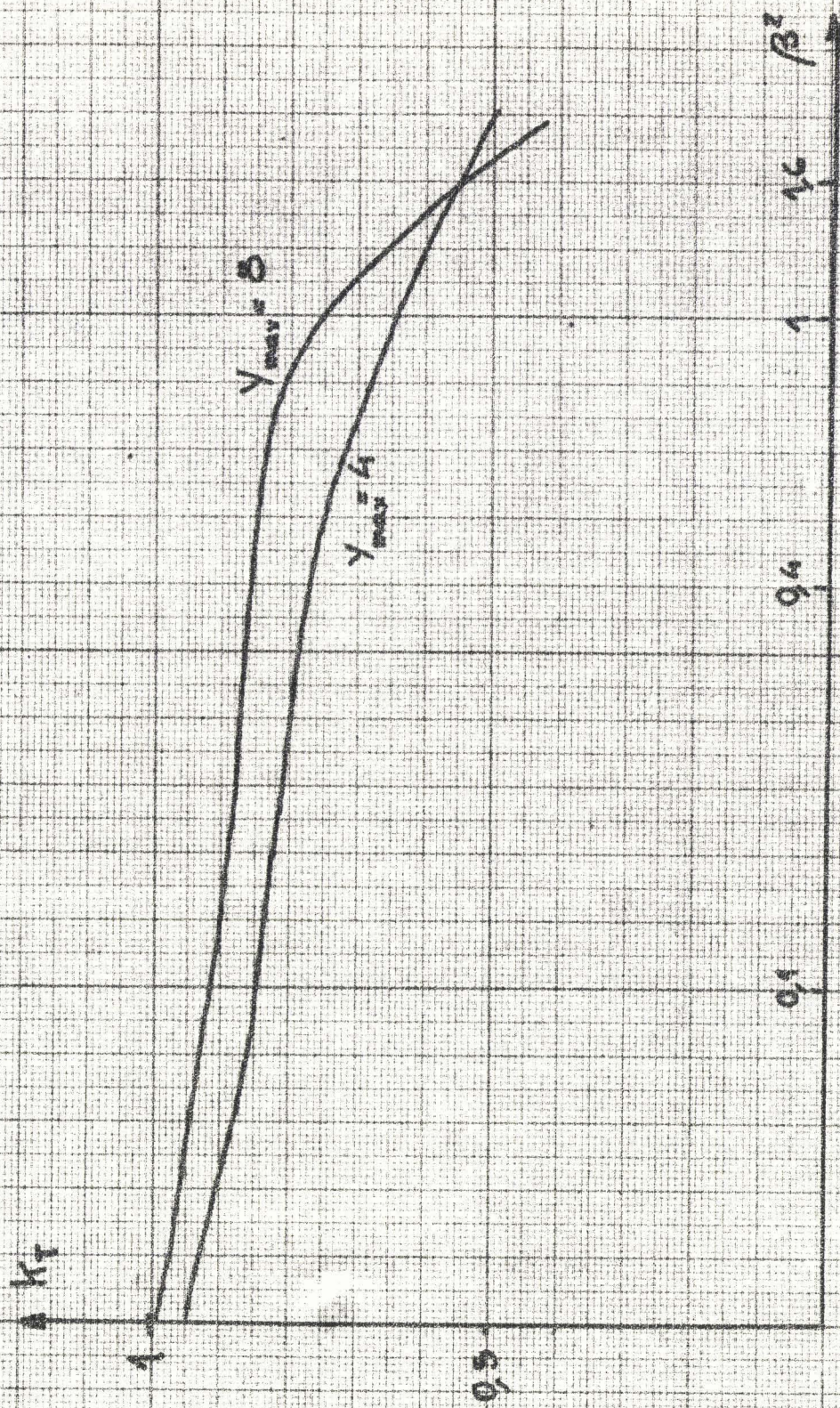


fig. E10  
variation du paramètre  $k_T$   
en fonction de  $\beta^2$



Ce résultat montre qu'il n'est pas possible de prévoir le courant optimum de fonctionnement à partir de la théorie en régime linéaire.

### Rendement à l'émission $\eta_e$

Nous obtenons à partir de l'expression de la puissance émise :

$$\eta_e = 0,5 \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) x(\theta) K_T \quad (V.125)$$

Le rendement est maximum et égal à 35% si on a :

$$K_T = 1 \quad ; \quad \theta = 2,3 \quad ; \quad \delta = 0 \quad ; \quad \beta^2 < 1 \quad ; \quad y_{\max} = \infty$$

Ceci n'est jamais le cas et  $\eta_e$  diminue lentement avec le courant  $I_o$  (par le terme  $\beta^2$ ) et lorsque  $\delta$  augmente. Dans le cas où  $I_s \neq 0$  et  $\tau_y \neq 0$  il convient de calculer le coefficient correctif  $K_T$  à l'aide de l'expression (approchée) (V.124) précédente de  $y_{\max}$ . Remarquons que dans le cas d'une diode PIN, le rendement semble nul ( $\delta \neq W$ ) d'après (V.125) Il ne faut pas oublier cependant que le coefficient correctif  $K_T$  n'est plus négligeable étant donné que  $\tau_y$  est grand. De toutes façons pour ces diodes la notion de largeur  $\delta$  de la zone avalanche n'est plus significative ( $\delta$  varie rapidement avec  $I_o$ ). On sait qu'il se produit une résistance négative qui n'est pas dû au temps de transit [8]. Si l'on excepte le cas particulier d'une diode PIN la correction introduite par  $\tau_y$  est souvent faible et la diminution du rendement est dû au terme  $\frac{\delta}{W}$  et éventuellement à l'existence d'un courant de saturation  $I_s$  important. Il convient donc d'utiliser une structure semi-conductrice dont l'épaisseur ( $W - \delta$ ) de la zone de transit correspond à  $\theta = 2,3$  et dont l'épaisseur  $\delta$  de la zone en avalanche est aussi petite que possible\*.

---

\* Remarquons, d'une part, qu'il est difficile d'obtenir pratiquement une épaisseur  $\delta$  en avalanche beaucoup plus petite que  $0,5 \mu$  et que, d'autre part, une zone en avalanche très étroite peut se traduire par des effets nuisibles (tension d'avalanche plus faible conduisant à une tension alternative  $U_1$  maximale plus faible, influence plus grande du courant de saturation  $I_s$ .)



c) Puissance recueillie par  $P_u$

La puissance recueillie dans la charge  $R_p$  est toujours inférieure à la puissance émise  $P_e$  que nous venons de calculer. On peut en effet écrire que

$$P_u = P_e - P_J$$

$P_J$  étant la puissance dissipée par effet Joule dans la résistance série  $R_s$  de la diode et dans la résistance  $R_{HF}$  qui caractérise les pertes du circuit hyperfréquence.

On sait que  $P_e = |R_D| \frac{I_1^2}{2}$  et en remplaçant  $R_D$  par son expression (V.120) on obtient avec  $Q^{-1} = \omega C (R_s + R_{HF})$  (V.125)

$$P_u = \left| \frac{+1}{\omega C} \left( 1 - \frac{\delta}{W} \right) x(\theta) \cdot I_0 \cdot I_1 \cdot (K_0 \cdot K_1 \cdot K_2) - \frac{I_1^2}{2 \omega C Q} \right| \quad (V.126)$$

Le terme correctif  $(K_0 \cdot K_1 \cdot K_2)$  est une fonction de  $\theta$ ,  $\beta^2$ ,  $I_s$ ,  $\tau_y$  et  $y$ . On voit que la puissance émise est généralement (y pas trop faible) proportionnelle à  $I_1$  et la puissance perdue proportionnelle à  $I_1^2$ . Par conséquent il apparaît un courant optimum que nous noterons  $I_{10}$ , (soit  $y_0$  la valeur de  $y$  correspondante) qui rend l'expression (V.126) maximale, égale à  $P_{u_{max}}$ . Ce courant optimum  $I_{10}$  sera d'autant plus élevé que le courant continu  $I_0$  sera plus important. Pratiquement, nous obtenons le courant optimum  $I_{10}$  en modifiant la résistance de charge  $R_p$  grâce à un adaptateur. La relation :

$$R_D(\omega, I_1) + R_p(\omega) + R_s + R_{HF} = 0$$

montre en effet, qu'en modifiant  $R_p$  on modifie le courant  $I_1$ . Le courant optimum  $I_{10}$  est obtenu lorsque la puissance recueillie est maximale ( $P_u = P_{u_{max}}$ ).

Nous allons maintenant calculer la puissance maximale recueillie en considérant les différents cas suivants :

- Le régime à faible courant ( $\beta^2 \ll 1$ ),  $I_{10}$  et  $y_0$  sont faibles

- Le régime à courant moyen : on suppose que  $I_{10}$  et  $y_0$  sont suffisamment importants pour que la fonction  $K_0 = \frac{B_1(y_0)}{B_0(y_0)}$  soit voisine de 1.

- Le régime à courant élevé :  $I_1$  et  $y$  atteignent alors leur valeur maximale  $I_{1\max}$  et  $y_{\max}$  valeur qui en première approximation ne dépend plus de  $I_0$

### 1) Régime à faible courant

Dans ce cas on a  $\beta^2 < 1$ ,  $y = z$  sont faibles ainsi que  $I_1$ . L'expression (V.126) de la puissance s'écrit :

$$P_u = \left[ \frac{+ K_1 K_2}{\omega C} \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) x(\theta) \frac{I_c}{I_x} \phi(z) - \frac{1}{\omega C Q} \right] \frac{I_1^2}{2}$$

(V.127)

avec 
$$z = \frac{I_1}{I_x}$$

Il ne peut y avoir émission d'ondes hyperfréquences que si le courant  $I_0$  traversant la diode est supérieur à une valeur limite appelé courant de seuil et noté  $I_{st}$ . Nous allons calculer  $I_{st}$  en écrivant que pour  $I_0 = I_{st}$  on doit avoir  $P_u = 0$ . On obtient ainsi :

$$I_{st} = \frac{I_x}{K_1 K_2 Q \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) x(\theta)}$$

(V.128)

Rappelons que  $Q$  est le coefficient de qualité de la diode associé à son circuit hyperfréquence.

$$Q = \frac{1}{\omega C (R_{HF} + R_s)}$$

(V.129)

Pour une même diode, le courant de seuil  $I_{st}$ , dépendra donc de la qualité du circuit hyperfréquence dans laquelle elle est montée.

Le courant  $I_{st}$  est une grandeur facilement déterminable pratiquement aussi il paraît intéressant de l'introduire dans l'expression (V.127). Nous obtenons une forme commode pour le traitement mathématique qui va suivre

$$P_u = \frac{(I_x)^2}{2 \omega C Q} \left[ \frac{I_o}{I_{st}} \phi(z) - 1 \right] z^2 \quad (V.130)$$

La puissance recueillie  $P_u$  dans la charge  $R_p$  sera maximale pour un courant  $I_{10}$  (correspondant à  $z_o$ ) qui rendra l'expression (V.130) maximale. Il suffit d'écrire que  $\left| \frac{\partial P_u}{\partial I_1} \right|_{I_1=I_{10}} = 0$ , pour trouver la valeur opti-

male de  $I_{10}$  (ou  $z_o$ ). Le calcul des dérivées des fonctions de Bessel qui apparaissent dans  $\phi(z)$  est assez long et nous donnons directement le résultat. On obtient :

$$\frac{I_o}{I_{st}} = \frac{1}{1 - K_o^2(z_o)} \quad (V.131)$$

$$\text{où} \quad K_o(z_o) = \frac{B_1(z_o)}{B_o(z_o)}$$

Cette relation donne la valeur du courant optimum  $I_{10}$  ou  $z_o$  en fonction du rapport  $\frac{I_o}{I_{st}}$ . Nous avons représenté cette relation fig. E 11. On remarque que pour  $\frac{I_o}{I_{st}} > 1,5$  on a  $z_o \neq \frac{I_o}{I_{st}}$ .

Reportons cette valeur optimale dans l'expression (V.130) de la puissance :

$$P_{u_{max}} = \frac{I_x^2}{2 \omega C Q} H \left( \frac{I_o}{I_{st}} \right) \quad (V.132)$$

$$\text{avec} \quad \begin{cases} H \left( \frac{I_o}{I_{st}} \right) = z_o^2 \left[ \frac{\phi(z_o)}{1 - K_o^2(z_o)} - 1 \right] \\ K_o(z_o) = \sqrt{1 - \frac{I_{st}}{I_o}} \end{cases} \quad (V.133)$$

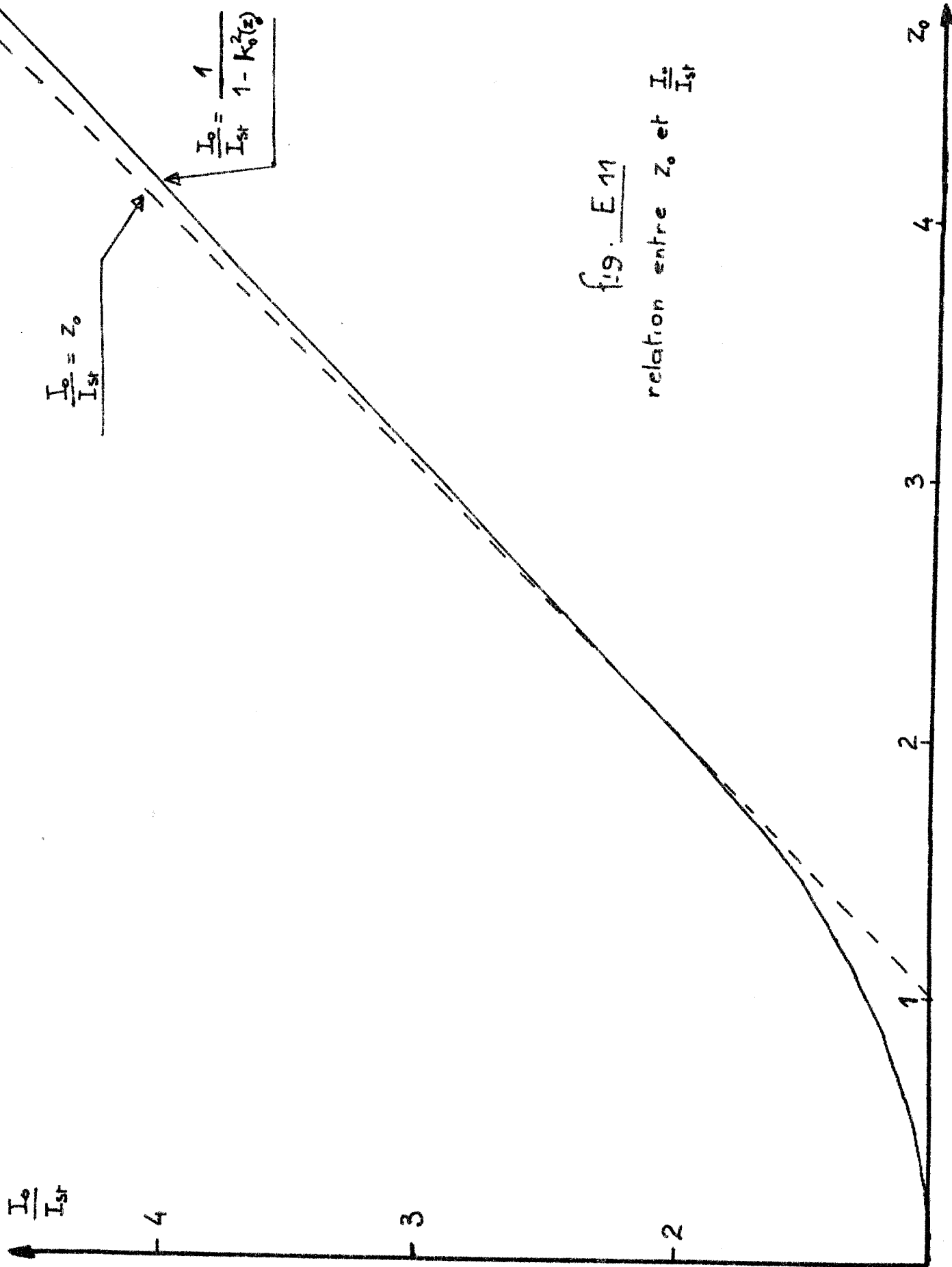


fig. E 11

relation entre  $Z_0$  et  $\frac{I_0}{I_{st}}$

Nous avons tracé, fig. E 12, la fonction  $H \left( \frac{I_o}{I_{st}} \right)$ . Il est alors très commode de calculer la puissance qui sera émise par une diode donnée traversée par un courant  $I_o$  donné si l'on connaît (expérimentalement ou par le calcul) la valeur des paramètres  $I_{st}$ ,  $I_x$ ,  $C$  et  $Q$ .

On peut donner une expression différente de la puissance en définissant une fonction  $F \left( \frac{I_o}{I_{st}} \right)$  telle que :

$$F \left( \frac{I_o}{I_{st}} \right) = H \left( \frac{I_o}{I_{st}} \right) [1 - K_o^2(z_o)]^2 \quad (V.134)$$

L'expression (V.132) de la puissance s'écrit dans ces conditions

$$P_{u_{max}} = \frac{I_x^2}{2 \omega C Q} \frac{1}{[1 - K_o^2(z_o)]^2} F \left( \frac{I_o}{I_{st}} \right)$$

Introduisons, à présent, l'expression (V.131) du rapport  $\frac{I_o}{I_{st}}$

$$P_{u_{max}} = \frac{I_o^2}{2 \omega C Q} \left( \frac{I_x}{I_{st}} \right)^2 F \left( \frac{I_o}{I_{st}} \right)$$

En remplaçant le courant de seuil  $I_{st}$  par son expression (V.128) on obtient :

$$P_{u_{max}} = K_1^2 K_2^2 \frac{I_o^2}{2 \omega C} Q \left( 1 - \frac{\delta}{W} \right)^2 x^2(\theta) F \left( \frac{I_o}{I_{st}} \right) \quad (V.135)$$

Cette expression est très analogue à celle trouvée par Tager [ ]. Nous avons tracé, fig. E 13, la fonction  $F \left( \frac{I_o}{I_{st}} \right)$ . On remarque que pour un rapport  $\frac{I_o}{I_{st}}$  suffisamment grand la fonction  $F \left( \frac{I_o}{I_{st}} \right)$  tend vers 1. La puissance  $P_{u_{max}}$  est alors proportionnelle au carré du courant  $I_o$  et proportionnelle au coefficient de qualité  $Q$ . Si  $\frac{I_o}{I_{st}} \sim 1$  on peut montrer que la puissance  $P_{u_{max}}$  est proportionnelle à  $Q$  et à la différence  $(I_o - I_{st})^2$ . (Annexe V)

$H\left(\frac{T_0}{T_{51}}\right)$

10

1

0.1

2

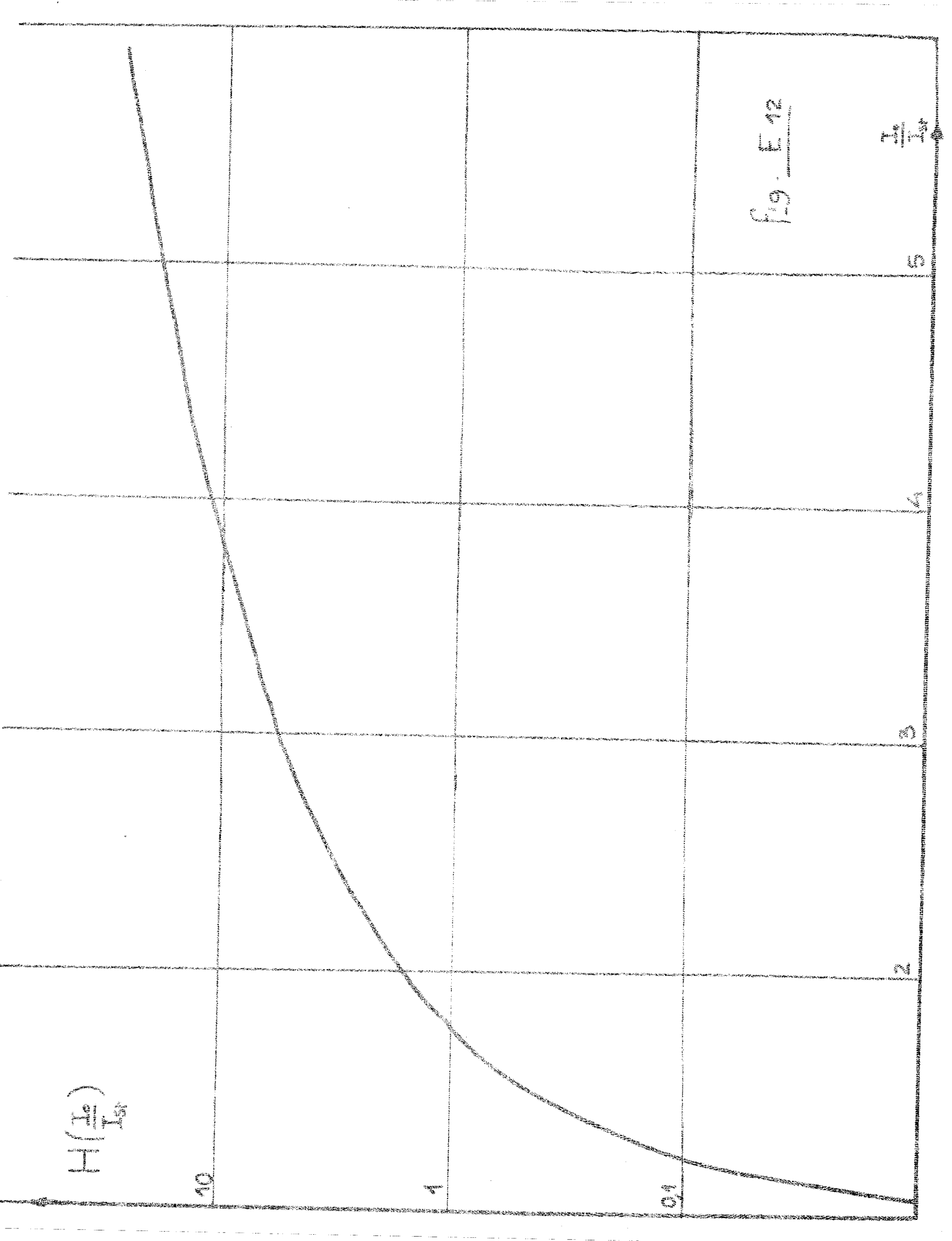
3

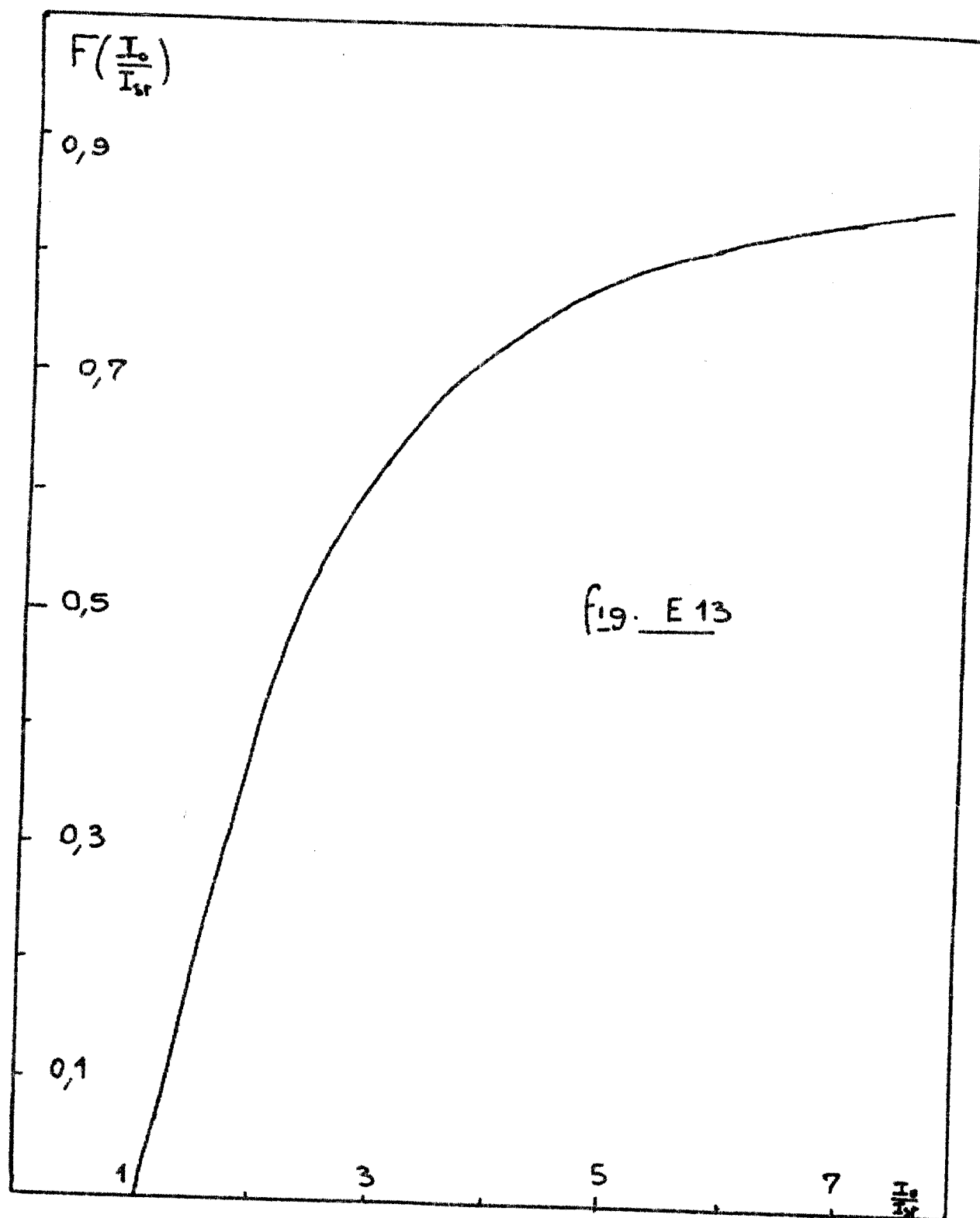
4

5

$\frac{T_0}{T_{51}}$

Fig. E 12





Enfin nous pouvons calculer l'impédance de charge optimale  $R_{P_0}$  sachant que :

$$P_{u_{\max}} = \frac{1}{2} R_{P_0} I_{10}^2$$

Dans ces conditions on trouve :

$$R_{P_0} = (R_s + R_{HF}) F \left( \frac{I_0}{I_{st}} \right) \quad (V.136)$$

La charge est toujours plus petite que  $(R_s + R_{HF})$  mais tend vers cette valeur à fort niveau.

Remarquons enfin que  $I_s$  et  $\tau_Y$  interviennent dans l'expression de la puissance par les facteurs correctifs  $K_1$  et  $K_2$ .

## 2) Régime à courants moyens

Dans ce cas nous avons  $y_{\max} > 3$  et  $\beta^2$  qui est quelconque. Nous admettrons que, dans ce régime,  $y$  a une valeur suffisamment importante pour que le facteur correctif  $(K_0 K_1 K_2)$  soit voisin de 1. Dans ces conditions ce facteur varie peu avec  $y$  et on peut considérer, en première approximation, que  $(K_0 K_1 K_2)$  est indépendant de  $I_1$ .

Rappelons l'expression générale de la puissance recueillie:

$$P_n = \frac{K_0 K_1 K_2}{\omega C} \left( 1 - \frac{\delta}{W} \right) x(\theta) I_0 I_1 - \frac{I_1^2}{2 \omega C Q}$$

Le courant alternatif optimum de fonctionnement  $I_{10}$  est obtenu en écrivant que

$$\left| \frac{\partial P_u}{\partial I_1} \right|_{I_1=I_{10}} = 0$$

On obtient facilement sa valeur

$$I_{10} = (K_0 K_1 K_2) Q \left( 1 - \frac{\delta}{W} \right) x(\theta) I_0 \quad (V.138)$$



Le courant optimum  $I_{10}$  de fonctionnement (auquel correspond  $y_0$ ) est proportionnel au courant continu  $I_0$  qui traverse la diode. Portons cette valeur de  $I_{10}$  dans l'expression de la puissance (V.137)

$$P_{u_{\max}} = (K_0 K_1 K_2)^2 \frac{I_0^2}{2 \omega C} Q \left(1 - \frac{\delta}{W}\right)^2 x^2(\theta) \quad (V.139)$$

Cette expression est identique à l'expression de la puissance trouvée dans le cas du régime à courant faible (V.135) lorsqu'on considère que la fonction  $F\left(\frac{I_0}{I_{st}}\right)$  est égale à 1 (le courant  $I_0$  étant important). ou plus exactement à  $K_0$  (≠1). On remarque que la puissance recueillie, en première approximation, est proportionnelle au carré du courant continu  $I_0$  traversant la diode. Il apparaît un facteur correctif  $(K_0 K_1 K_2)^2$  qui montre l'influence à puissance moyenne, du courant de saturation  $I_s$  et de  $\tau_y$ . Ce facteur est en particulier une fonction du paramètre  $y_0$ , que l'on peut déterminer à partir de (V.138). Calculons la résistance de charge optimale  $R_{Po}$

$$R_{Po} = \frac{2 P_{u_{\max}}}{(I_{10})^2} = \frac{1}{\omega C Q}$$

$$R_{Po} = R_s + R_{HF} \quad (V.140)$$

Cette résistance optimale serait donc indépendante du courant.

### 3) Régime à forts courants

Dans ce cas  $\beta^2$  est grand et  $y$  a des valeurs élevées.

Reprenons l'expression (V.126) de la puissance  $P_u$

$$P_{u_{\max}} = \frac{K_0 K_1 K_2}{\omega C} \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) x(\theta) I_0 I_1 - \frac{I_1^2}{2 \omega C Q}$$

Dans cette expression  $K_0$  a pour valeur

$$K_0 = \frac{B_1(y)}{B_0(y)} \quad (V.141)$$

Plus le courant continu  $I_0$  sera grand et plus le courant optimum  $I_{10}$  (ou encore  $y_0$ ) sera important. Ce courant hyperfréquence  $I_{10}$  est relié à la tension alternative  $U_1$  aux bornes de la diode par

$$I_1 = \frac{U_1}{|Z_D|} = \frac{\omega C U_1}{K_D}$$

Il est évident que la tension alternative  $U_1$  ne peut dépasser la tension d'avalanche  $U_0$ . Nous avons admis que  $U_1 \leq 0,5 U_0$ . Dans ces conditions  $I_1$  est limité à la valeur :

$$I_{1_{\max}} = 0,5 \omega C U_0$$

ou

$$y_{\max} = \frac{0,5 \omega C U_0}{I_X [1 - \beta^2 \phi(y_{\max})] K_D} \quad (V.142)$$

On s'aperçoit que, puisque  $I_1$  est limité à la valeur  $I_{1_{\max}}$ , il n'est plus possible de se régler à la valeur optimale du courant  $I_1$  pour des courants continus  $I_0$  très intenses. On peut donc considérer que, pour ce régime de fonctionnement, la puissance maximale sera obtenue pour  $y = y_{\max}$ .

L'expression de la puissance émise s'écrit dans ces conditions :

$$P_{u_{\max}} = \frac{K_0 K_1 K_2}{2 K_D} \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) x(\theta) U_0 I_0 - \frac{\omega C U_0^2}{8 K_D Q} \quad (V.143)$$

et le rendement a pour expression :

$$\text{avec } \frac{K_0 K_1 K_2}{K_D} = K_T (y_{\max}) \quad (V.144)$$

$$\eta_{u_{\max}} = \frac{1}{2} K_T (y_{\max}) \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) x(\theta) - \frac{\omega C U_0}{8 I_0 K_D Q} \quad (V.145)$$

que nous écrivons :

$$\eta_{u_{\max}} = \eta_e - \eta_p \quad (V.146)$$

$\eta_p$  étant le rendement correspondant à la puissance dissipée dans les résistances de pertes.

$$\text{avec } \left\{ \begin{array}{l} \eta_e = \frac{1}{2} K_T(y_{\max}) \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) x(\theta) \\ \eta_p = \frac{\omega C U_0}{8 I_0 K_D Q} = \frac{y_{\max}}{4 \beta^2 Q} \end{array} \right. \quad (V.147)$$

$$\eta_p = \frac{\omega C U_0}{8 I_0 K_D Q} = \frac{y_{\max}}{4 \beta^2 Q} \quad (V.148)$$

Cette expression (V.148) est intéressante car elle montre l'effet des pertes à vide ( $\eta_p$ ). On voit que la diminution du rendement  $\eta_p$  est inversement proportionnel à  $Q$  et à  $I_0$ . En bande X, avec  $y_{\max} = 5$ ,  $Q = 30$ ,  $\beta^2 = 1 = \frac{I_0}{I_x}$  on trouve  $\eta_p \sim \frac{1}{10} \eta_e$ .

Si l'on néglige les pertes à vide ( $\eta_p \ll \eta_e$ ) pour  $\beta^2$  pas trop grand,  $K_T$  est indépendant de  $I_0$  et, dans ces conditions, la puissance hyperfréquence s'accroît proportionnellement au courant continu  $I_0$  (rendement  $\eta_u = c^{te}$ ). Avec  $K_T = 1$ ,  $\theta = 2,3$ ,  $\beta^2 < 1$ ,  $\frac{\delta}{W} = 0,25$  on trouve un rendement théorique max. de 26 %.

Si  $\beta^2$  est grand il faut alors tenir compte du facteur  $K_D$  (qui compose  $K_T$ ) et qui augmente avec  $\beta^2$ . Ceci se traduit par une diminution de  $\eta_u$ . On peut écrire d'après (V.101) :

$$\eta_{u_{\max}} = 0,50 \frac{K_0 K_1 K_2 \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) x(\theta)}{\sqrt{1 + 2 \lambda(\theta) \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) \frac{\beta^2 \phi(y_{\max})}{1 - \beta^2 \phi(y_{\max})} + \left(1 - \frac{\delta}{W}\right)^2 \left[\lambda^2(\theta) + x^2(\theta)\right]}} \dots \frac{\beta^4 \phi^2(y_{\max})}{\left[1 - \beta^2 \phi(y_{\max})\right]^2} \quad (V.149)$$

On voit que lorsque  $\beta^2 \phi(y_{\max})$  tend vers 1 par valeurs inférieures le dénominateur tend vers l'infini et le rendement tend à s'annuler. Ce raisonnement est, bien entendu, approché car en réalité si le rendement décroît

y va devenir différent de sa valeur maximale  $y_{\max}$ . Cependant, cette remarque est intéressante car elle permet de définir un courant limite de fonctionnement (en émission de champ et temps de transit). Ainsi, il faut que  $\beta^2 \phi(y_{\max}) < 1$  qui peut s'écrire puisque  $y_{\max}$  est grand :

$$\beta^2 < \frac{y_{\max}}{2}$$

soit un courant maximum  $I_o$  égal à  $I_{o\max}$

$$I_{o\max} = \frac{\omega C U_o}{4 K_D [1 - \beta^2 \phi(y_{\max})]}$$

$$I_{o\max} = \frac{\omega C U_o}{4 \sqrt{[1 - \beta^2 \phi(y_{\max})]^2 + 2\lambda(\theta) (1 - \frac{\delta}{W}) \beta^2 \phi(y_{\max}) [1 - \beta^2 \phi(y_{\max})] + (1 - \frac{\delta}{W})^2 \dots \dots [\lambda^2(\theta) + x^2(\theta)] \beta^4 \phi^2(y_{\max})}}$$

$$I_{o\max} \approx \frac{\omega C U_o}{4 (1 - \frac{\delta}{W}) \sqrt{\lambda^2(\theta) + x^2(\theta) (1 - \frac{\delta}{W})}} \gg \frac{\omega C U_o}{4 (1 - \frac{\delta}{W})} \quad (V.150)$$

On peut faire une application numérique en bande X.  $y_{\max}$  est de l'ordre de 4 ce qui donne  $\beta_{\max}^2 = 2$ . On trouve une densité de courant maximale  $J_{o\max} \approx 2000 \text{ A cm}^{-2}$ . Le même calcul effectué dans la bande des 5 GHz donnerait  $y_{\max} \approx 9$  et  $J_{o\max} \approx 1300 \text{ A cm}^{-2}$ .

Remarquons que pour

$$\beta^2 \phi(y_{\max}) > 1$$

le fonctionnement n'est plus possible car la résistance de la diode devient positive (équation V.100).

Il est néanmoins possible d'obtenir des oscillations hyperfréquences pour des densités de courant très élevées, grâce à d'autres effets (variations de l'épaisseur  $\delta$  avec  $I_0$ ) qui sont étudiés par ailleurs [ 8 ].

Enfin il est intéressant de donner la valeur de l'impédance de charge  $R_p$  correspondante :

$$\text{avec } \begin{cases} P_{U_{\max}} = R_p \frac{(I_1)^2}{2} \\ P_{U_{\max}} \neq \frac{K_0 \cdot K_1 \cdot K_2}{\omega C} \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) x(\theta) I_0 I_1 \end{cases}$$

et en remplaçant  $I_1$  par sa valeur maximale  $I_{1\max} = 0,5 \omega C U_0$  on obtient :

$$R_p = 4 \frac{K_0 K_1 K_2}{\omega^2 C^2} \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) x(\theta) \frac{I_0}{U_0} \quad (V.151)$$

La résistance de charge doit augmenter proportionnellement au courant d'alimentation  $I_0$ .

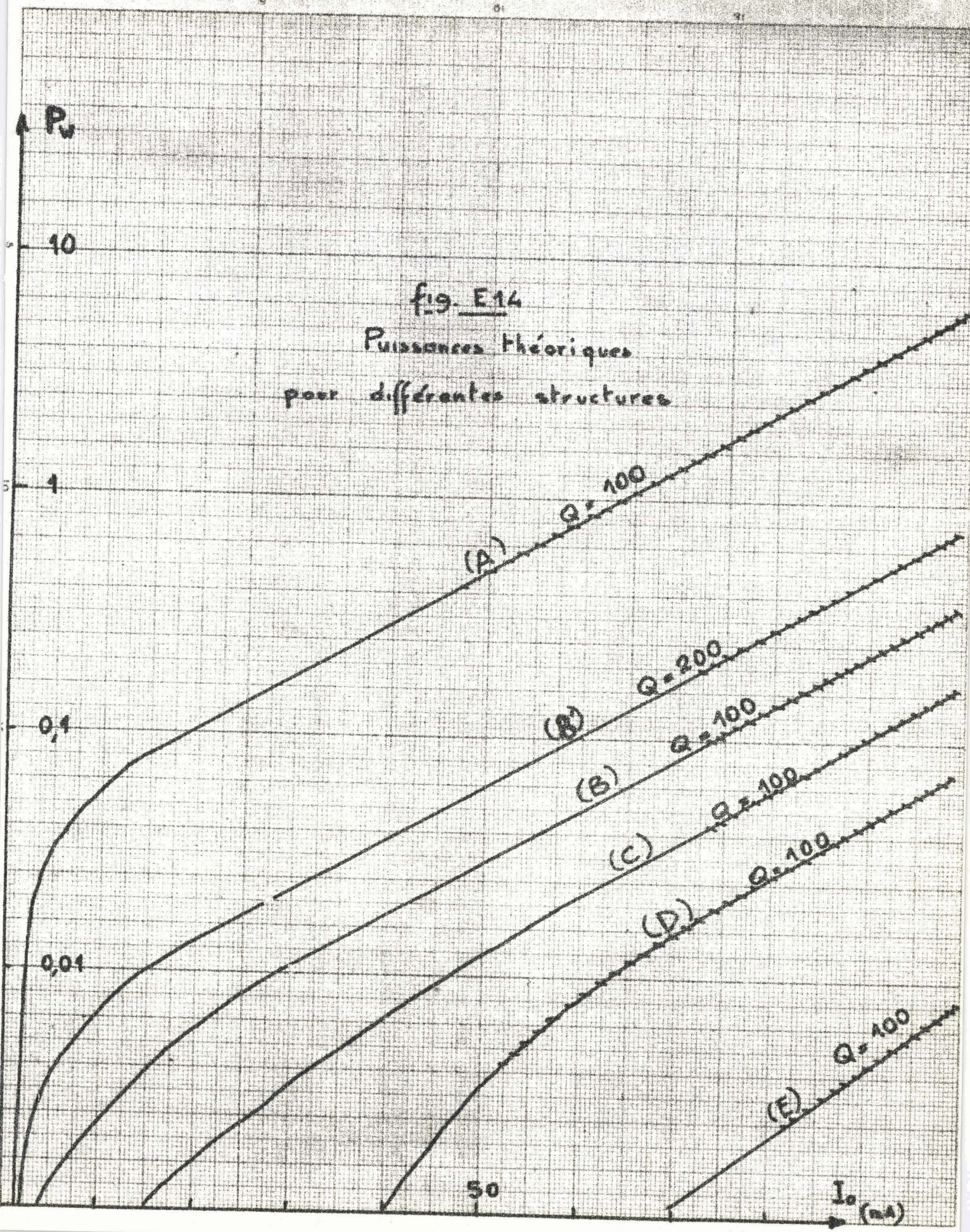
En application des expressions que nous avons trouvées, nous présentons, figure E 14, les courbes théoriques de la puissance émise pour différentes structures.

#### Valeurs numériques

Courbe A :	= 1 $\Omega$ cm	$\delta = 0,85 \mu$	$W = 4 \mu$	$I_{st} = 1,5 \text{ mA}$	$U_0 = 85 \text{ V}$
B :	1	0,85	2	4	56
C :	2,5	1,07	2	8	56
D :	5	2,1	3	26	75
E :	5	1,52	2	42	50

Sur les courbes, figure E 14, les parties hachurées correspondent à une température de la jonction supérieure à  $220^\circ$  (si  $R_{th} = 50^\circ/W$ ). On voit que c'est la dissipation thermique qui limite essentiellement la puissance et le rendement d'un oscillateur A.T.T.







Remarquons que les puissances les plus importantes sont obtenues à l'aide de diodes  $P^+ NN^+$  dont la zone N est très dopée ( $\rho = 1 \Omega.cm$ ). Par ailleurs, les puissances indiquées sont optimistes car nous avons supposé dans le calcul que les pertes du circuit hyperfréquence et de la diode sont très faibles ( $Q = 100$ ).

#### d) Discussion des résultats obtenus

La relation (V.150) permet de calculer le courant maximal permettant d'obtenir un rendement appréciable\*. On a :

$$I_{Omax} = I_x \times \phi(y_{max}) \approx \frac{I_x \omega C U_0}{4 I_x}$$

soit :

$$I_{Omax} \approx \frac{\omega C U_0}{4}$$

Il est intéressant d'étudier dans quelle mesure le choix d'un autre matériau que le silicium peut permettre l'obtention de performances plus intéressantes. On peut, tout d'abord, remarquer que la formule permettant le calcul du rendement maximal est indépendante des caractéristiques du matériau dans la mesure où la structure semi conductrice est optimisée ( $\theta = 2,3$  ;  $\frac{\delta}{W} \ll 1$ ). Cependant si l'on s'intéresse au fonctionnement en continu, il n'est pas toujours possible d'atteindre ce rendement maximum. Le courant nécessaire pour l'obtenir ( $\approx I_{max}$ ) peut, en effet, entraîner une élévation de température prohibitive de la jonction. C'est alors que les caractéristiques d'un matériau semi conducteur peuvent intervenir. Ainsi, pour une même largeur  $W$  de la zone de déplétion (donnant par exemple  $\theta = 2,3$  à la fréquence d'oscillation), la tension d'avalanche

---

\* En réalité le rendement maximum est obtenu pour une valeur un peu inférieure (20 à 30 %) à cette valeur. Les pertes à vide sont alors généralement négligeables.

est deux fois plus faible dans le germanium que dans l'arséniure de gallium ou le silicium. La puissance continue nécessaire pour obtenir un rendement maximal est légèrement inférieure à :

$$U_a I_{\max} \quad \text{soit} \quad \frac{\omega C U_c^2}{4}$$

On voit que cette puissance continue optimale sera 4 fois plus faible pour le germanium que pour le silicium ou l'arséniure de gallium. L'utilisation du germanium semble donc indiquée (il faut cependant se rappeler, d'une part, que la température limite de fonctionnement du germanium (150°) est deux fois plus faible que celle du silicium (300°) et que la conductivité thermique y est plus faible. Dans ces conditions, le silicium peut, dans certains cas, s'avérer supérieur au germanium.

#### V.5 - CONCLUSION

Il est intéressant de résumer ici rapidement les résultats théoriques obtenus dans ce chapitre. Ils portent, essentiellement, sur la puissance d'un oscillateur fonctionnant dans un régime purement de temps de transit.

Nous avons vu que la puissance et le rendement sont maximum, (valeur théorique voisine de 20 %) lorsque l'angle de transit est de l'ordre de 2,3 et que l'avalanche est extrêmement localisée dans une faible partie de la zone de charge d'espace. Le fonctionnement semble possible, par ailleurs, pour des courants largement supérieurs au courant de résonance  $I_x$  ( $\omega < \omega_a$ ). Ceci constitue un résultat important qui ne peut être obtenu à partir de l'étude du régime linéaire. La puissance maximale est obtenue dans le silicium et l'arséniure de gallium pour des densités de courant de l'ordre de 2000 A/cm<sup>2</sup>, en bande X, et de 1000 A/cm<sup>2</sup> dans la bande des 5 GHz. Dans le germanium, les densités de courant nécessaires sont moins élevées et ce semi conducteur peut être intéressant à utiliser malgré sa dissipation thermique et sa température limite de fonctionnement plus faible.



## CHAPITRE VI

### INTERPRETATION

#### VI.1. INTRODUCTION

#### VI.2. ETUDE DE LA VARIATION DE LA PUISSANCE HYPERFREQUENCE EN FONCTION DU COURANT CONTINU $I_0$ TRAVERSANT LA DIODE

1. Détermination théorique et expérimentale du courant de  
seuil  $I_{st}$
2. Etude du régime en oscillation
  - a) régime à faibles courants
  - b) régime à courants moyens
  - c) régime à forts courants

#### VI.3. ETUDE DE LA VARIATION DE LA PUISSANCE HYPERFREQUENCE EN FONCTION DE LA TEMPERATURE DE FONCTIONNEMENT

1. Discussion théorique préliminaire
  1. Influence de la vitesse  $v$  des porteurs
  2. Etude des variations de  $\delta$
  3. Influence du courant de saturation  $I_s$
2. Vérification expérimentale.

## VI.1. INTRODUCTION

Nous nous proposons, dans ce chapitre, de comparer les résultats expérimentaux aux résultats théoriques obtenus au chapitre V. Rappelons, que nous avons établi un ensemble de relations permettant le calcul de la puissance délivrée par un oscillateur A.T.T. en fonction des grandeurs caractéristiques de la jonction en avalanche. On a :

$$P_u = f \left[ I_0, I_s(T), W, \delta(T), I_x(T), \omega, v(T) \dots \right] \quad (VI.01)$$

Donc, si l'on veut calculer la puissance  $P_u$ , il faut déterminer les différentes variables de la fonction  $f$ . L'épaisseur  $\delta$  de la jonction effectivement en avalanche est déterminée par une mesure de la résistance de charge d'espace  $R_c$  (chapitre I),  $W$  peut s'obtenir à partir de la capacité  $C$  de la jonction. Nous avons vu, au chapitre IV, comment s'effectue la mesure de la vitesse des porteurs et, par ailleurs, il est facile de connaître  $I_0$  et  $I_{st}$ . Enfin, dans un travail récent <sup>(32)</sup>, Boittiaux a montré comment on peut obtenir la valeur du courant  $I_x$ . Nous pouvons donc déterminer expérimentalement tous les paramètres qui interviennent dans l'expression théorique de la puissance. Il est ainsi possible de prévoir théoriquement les variations de la puissance  $P_u$  en fonction du courant  $I_0$  et de la température  $T$  puis de comparer les résultats obtenus aux valeurs trouvées expérimentalement.

## VI.2. ETUDE DE LA VARIATION DE LA PUISSANCE HYPERFREQUENCE EN FONCTION DU COURANT CONTINU $I_0$ TRAVERSANT LA DIODE

### 1. Détermination théorique et expérimentale du courant de seuil $I_{st}$ (ou courant d'accrochage).

Nous avons obtenu, chapitre V, une relation permettant le calcul du courant de seuil  $I_{st}$

$$I_{st} = \frac{I_x}{Q \left( 1 - \frac{\delta}{W} \right) \chi(\theta)} \quad (VI.02)$$

Il est intéressant de comparer les valeurs théoriques calculées à partir de (VI.02) aux valeurs observées expérimentalement. Cependant, pour calculer  $I_{st}$ , il est nécessaire de déterminer le coefficient de qualité  $Q$  du circuit. Ce coefficient de qualité est défini par :

$$Q = \frac{1}{\omega C (R_s + R_{HF})} \quad (VI.03)$$

Il peut s'estimer à partir de la mesure de la résistance série de la diode ou s'obtenir expérimentalement en mesurant, en ondes décimétriques, la valeur du coefficient de qualité du circuit. Remarquons, que le coefficient de qualité que nous utilisons est différent de celui envisagé par Kramer <sup>(34)</sup> dans l'étude du bruit et qu'il est généralement beaucoup plus petit. En effet, si on appelle  $f_c$  la fréquence de coupure de la diode, on a sensiblement

$$Q < \frac{2 \times f_c (-6 \text{ volts})}{f_o} \sim 50 \quad (VI.04)$$

$f_o$  est la fréquence d'oscillation.

Nous avons porté, sur la figure F 01, les valeurs expérimentales et théoriques du courant de seuil  $I_{st}$ . On voit que l'accord avec la théorie est relativement satisfaisant. On constate cependant une certaine dispersion des résultats. Cette dispersion peut être due à la non uniformité de la jonction à faible courant. Ainsi la densité du courant existant effectivement dans une petite partie de la jonction est beaucoup plus importante que la densité moyenne  $\langle J \rangle$  défini par la relation  $\langle J \rangle = I_o/s$ . On peut donc obtenir des courants de seuil plus faibles que ceux prévus théoriquement<sup>35</sup>. Remarquons que cet effet de non uniformité s'observe également lors de la mesure de la résistance de charge d'espace  $R_c$  à courant  $I_c$  croissant <sup>(10)</sup>.

---

<sup>35</sup> Nous avons observé sur certaines jonctions pour lesquelles l'avalanche est particulièrement non uniforme des courants de seuil très faibles (de l'ordre de 1 mA). Cependant les puissances recueillies ainsi sont peu importantes.

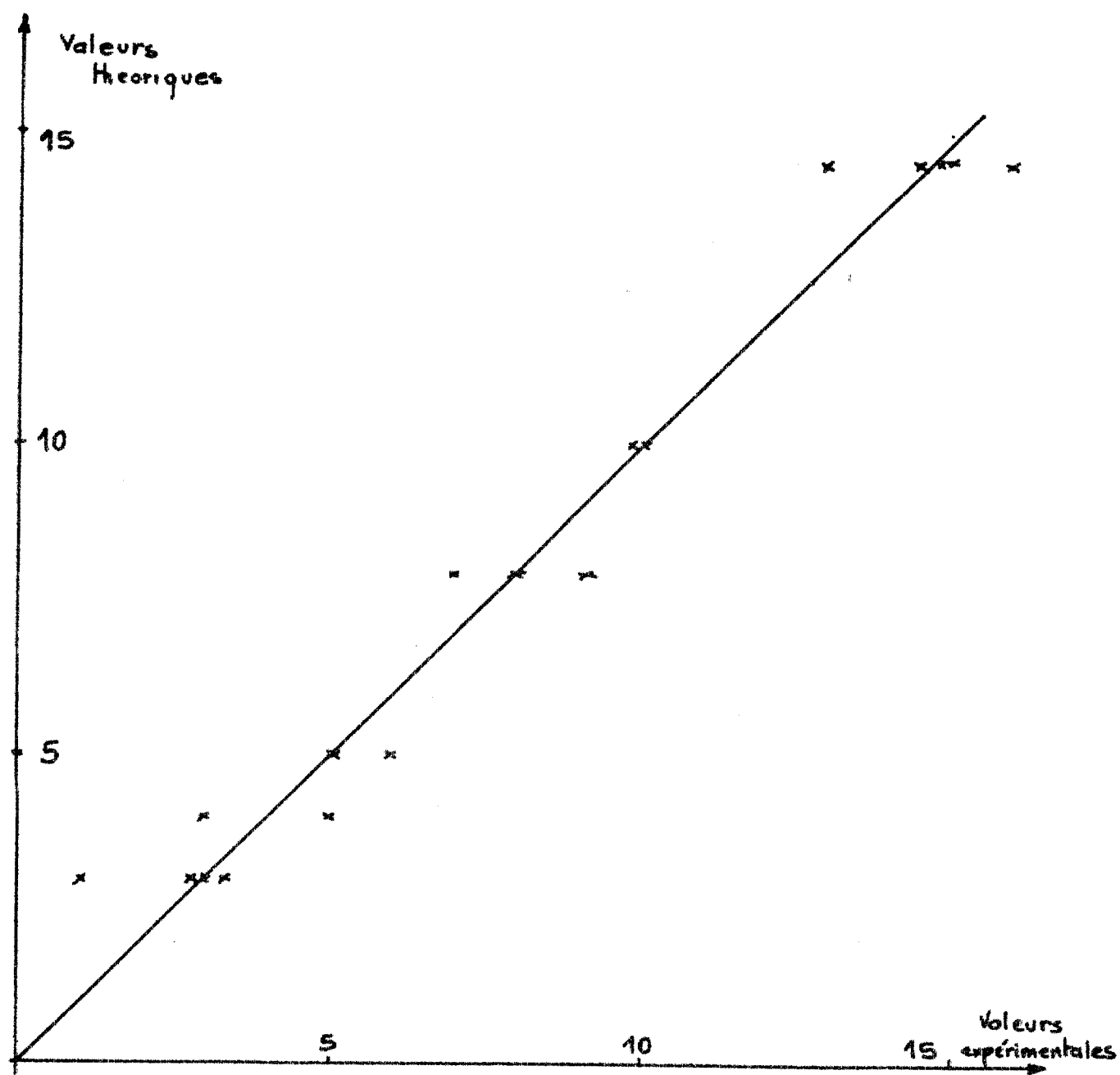


fig. F01  
 Courants de seuil  
 comparaison des valeurs théoriques  
 et expérimentales

## 2) Etude du régime en oscillation

Avant de comparer les valeurs expérimentales de la puissance émise aux valeurs prévues par la théorie exposée au chapitre V., nous allons rappeler les principaux résultats théoriques obtenus. Nous avons distingué trois régimes de fonctionnement :

α) Le fonctionnement à faible courant ( $I_o$  est voisin de  $I_{st}$ ) où la puissance recueillie est proportionnelle au carré de l'accroissement de courant (Annexe V).

$$P \sim Q (I_o - I_{st})^2 \quad (VI.05)$$

et la résistance de charge optimale inférieure à la somme ( $R_s + R_{HF}$ )

$$R = (R_s + R_{HF}) F \left( \frac{I_o}{I_{st}} \right) \quad (VI.06)$$

β) le régime à courant moyen dans lequel la puissance est proportionnelle à  $I_o^2$

$$P = (K_o \cdot K_1 \cdot K_2)^2 \frac{I_o^2}{2 \omega C} Q \left( 1 - \frac{\delta}{W} \right)^2 \chi^2(\theta) F \left( \frac{I_o}{I_{st}} \right) \quad (VI.07)$$

et la résistance de charge optimale tend vers une valeur constante égale à

$$R_p = R_s + R_{HF} \quad (VI.08)$$

γ) Enfin le régime à fort courant où la puissance recueillie est proportionnelle au courant  $I_o$

$$P = \frac{(K_o \cdot K_1 \cdot K_2)}{2 K_D} \left( 1 - \frac{\delta}{W} \right) \chi(\theta) U_o I_o \quad (VI.09)$$

la résistance de charge étant supérieure à  $R_s + R_{HF}$  et proportionnelle au courant  $I_o$

Nous nous proposons maintenant, pour ces trois régimes de fonctionnement, d'étudier la validité des résultats théoriques.

a) Régime à faibles courants

Nous avons porté, fig. F 02, les variations de la puissance délivrée au voisinage du courant de seuil, en fonction de  $(I_0 - I_{st})^2$ . On voit que la relation théorique (VI.05) est bien vérifiée. D'autre part on constate, au voisinage du courant de seuil, que la résistance de charge est très faible comme le prévoit la théorie (VI.06). En effet le réglage optimum est obtenu lorsque la vis de l'adaptateur est enfoncée au maximum.

b) Régime à courants moyens

Nous montrons, fig. F03, les variations de la puissance délivrée en fonction de  $I_0^2$ . On remarque que les points expérimentaux sont proches de la droite théorique résultant de l'expression (VI.07). On peut essayer d'effectuer une comparaison plus quantitative à partir de la relation (V.135) que l'on peut écrire, avec l'aide de (V.128), sous la forme :

$$P = \frac{I_0^2}{2 \omega C} \frac{I_x}{I_{st}} \chi(\theta) \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) F\left(\frac{I_c}{I_{st}}\right) \quad (VI.10)$$

Cette expression permet d'effectuer le calcul de la puissance pour deux échantillons de structure différente. La comparaison des valeurs calculées avec les valeurs expérimentales est illustrée figures F04, F05. On voit que les points expérimentaux sont assez proches de la courbe théorique mais que, en général, la puissance recueillie est inférieure à la valeur prévue par l'équation (VI.10).

Nous interpréterons cet effet ultérieurement comme une conséquence de la non uniformité de la température à travers la jonction.

La résistance de charge d'espace  $R_c$  d'une diode est une grandeur fondamentale et sa mesure est facile. Il est donc intéressant de faire appa-

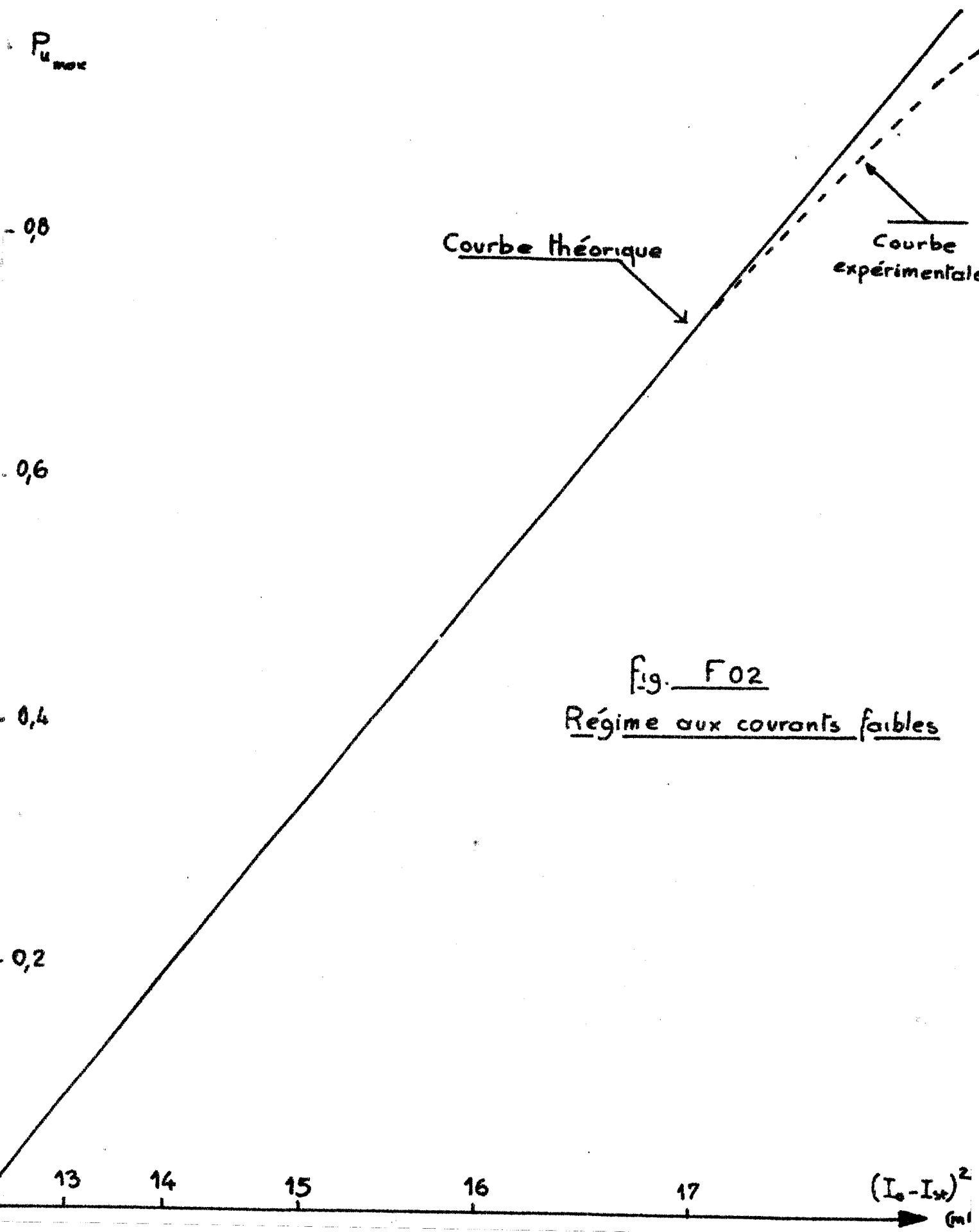


fig. F 02  
Régime aux courants faibles

$P_0$   
max

3

2

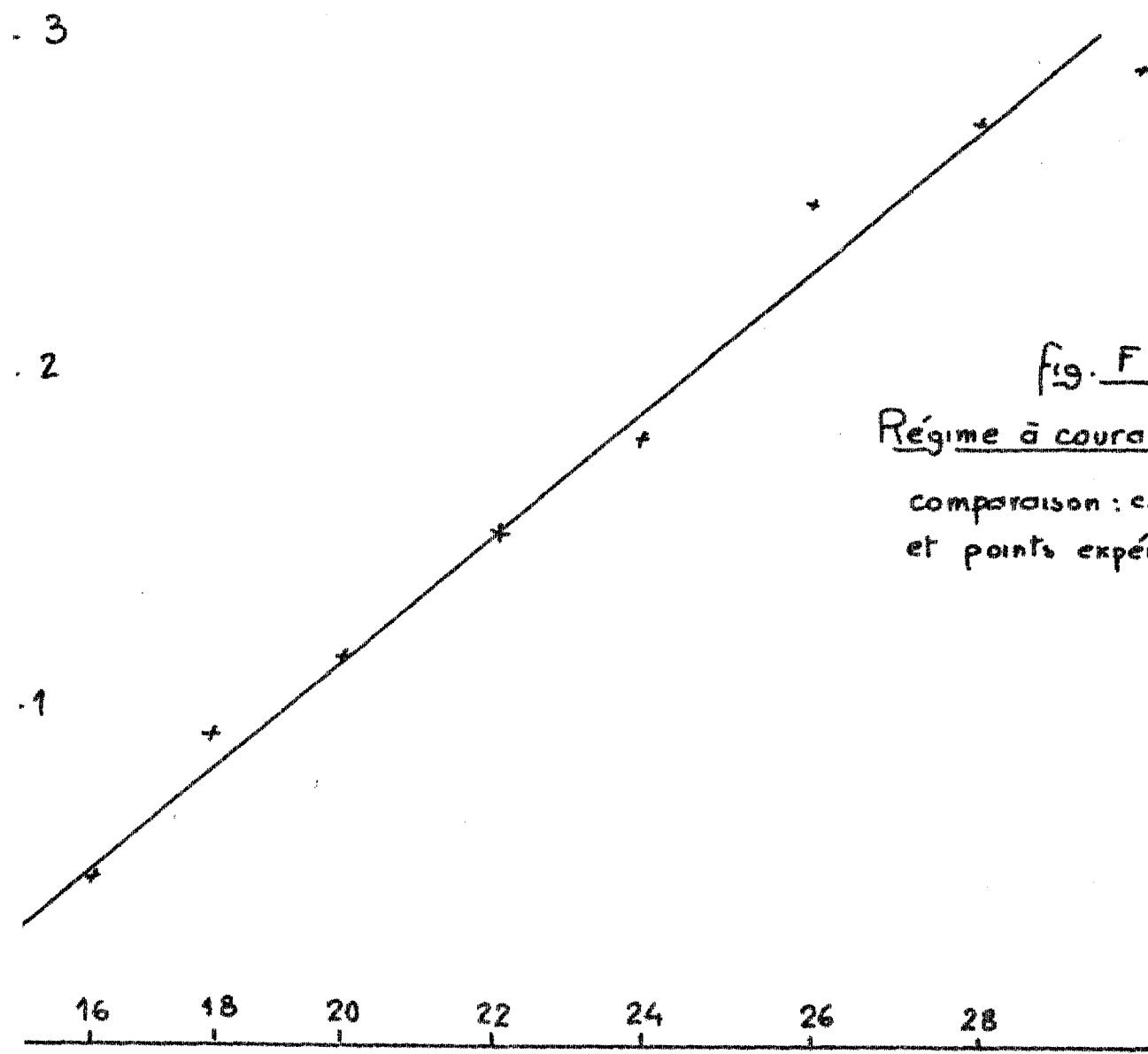
1

16 18 20 22 24 26 28 30  $I_0^2$  (mA)

fig. F03

Régime à courants moyens

comparaison : courbe théorique  
et points expérimentaux





raitre  $R_c$  dans l'expression (V.135) de la puissance à courant moyen. Rappelons les expressions de  $R_c$  (V.113) et de la puissance.

$$\begin{cases} R_c = \frac{(W - \delta)^2}{2 \varepsilon v S} \\ P_{u_{max}} = \frac{I_o^2}{2 \omega C} Q \left(1 - \frac{\delta}{W}\right)^2 \chi^2(\theta) F\left(\frac{I_o}{I_{st}}\right) \end{cases}$$

On obtient :

$$P_{u_{max}} = \frac{I_o^2 Q v}{\omega W} \chi^2(\theta) F\left(\frac{I_o}{I_{st}}\right) R_c \quad (VI.11)$$

On peut donc dire, de façon qualitative, que pour des épaisseurs désertées  $W$  identiques (en négligeant la variation de la fonction  $\chi(\theta)$  et des coefficients de qualités voisins la puissance hyperfréquence recueillie est proportionnelle à la valeur de la résistance de charge d'espace. Ceci est d'autant plus vrai lorsque  $\theta$  est de l'ordre de 2,3. La mesure de la résistance de charge d'espace  $R_c$  d'une diode inconnue permet, par conséquent, de dire si cette diode est susceptible de fournir des puissances appréciables.

Afin d'illustrer ces considérations nous donnons, pour quelques structures, les puissances moyennes recueillies et les résistances de charges d'espace correspondantes :

série	Puissances moyennes	Résistance de charge d'espace
Z	90 mW	40 $\Omega$
E	80	35
M	50	28
A B	20	10
P	10	2

La résistance de charge d'espace apparaît donc comme un bon critère dans le choix d'une diode.

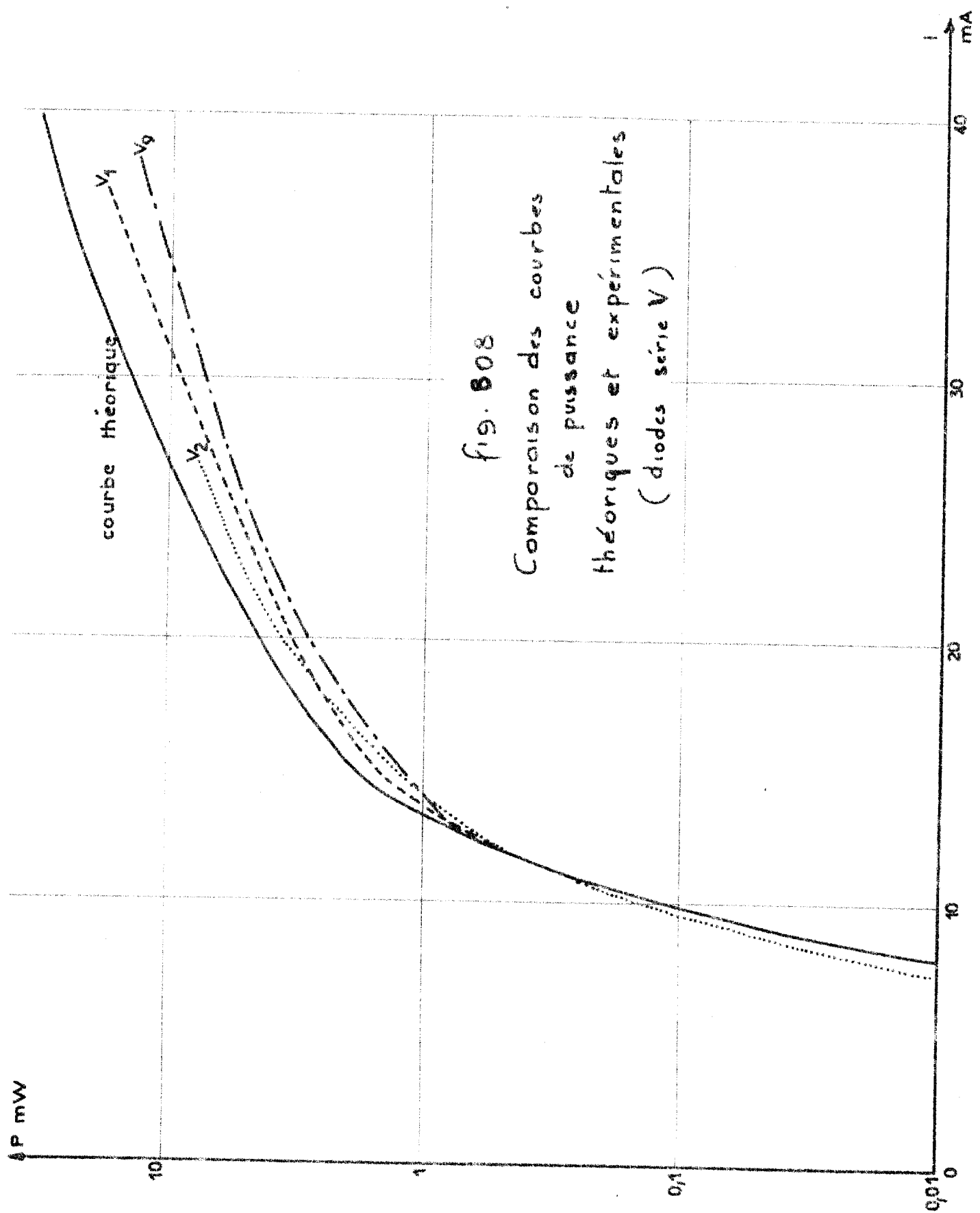
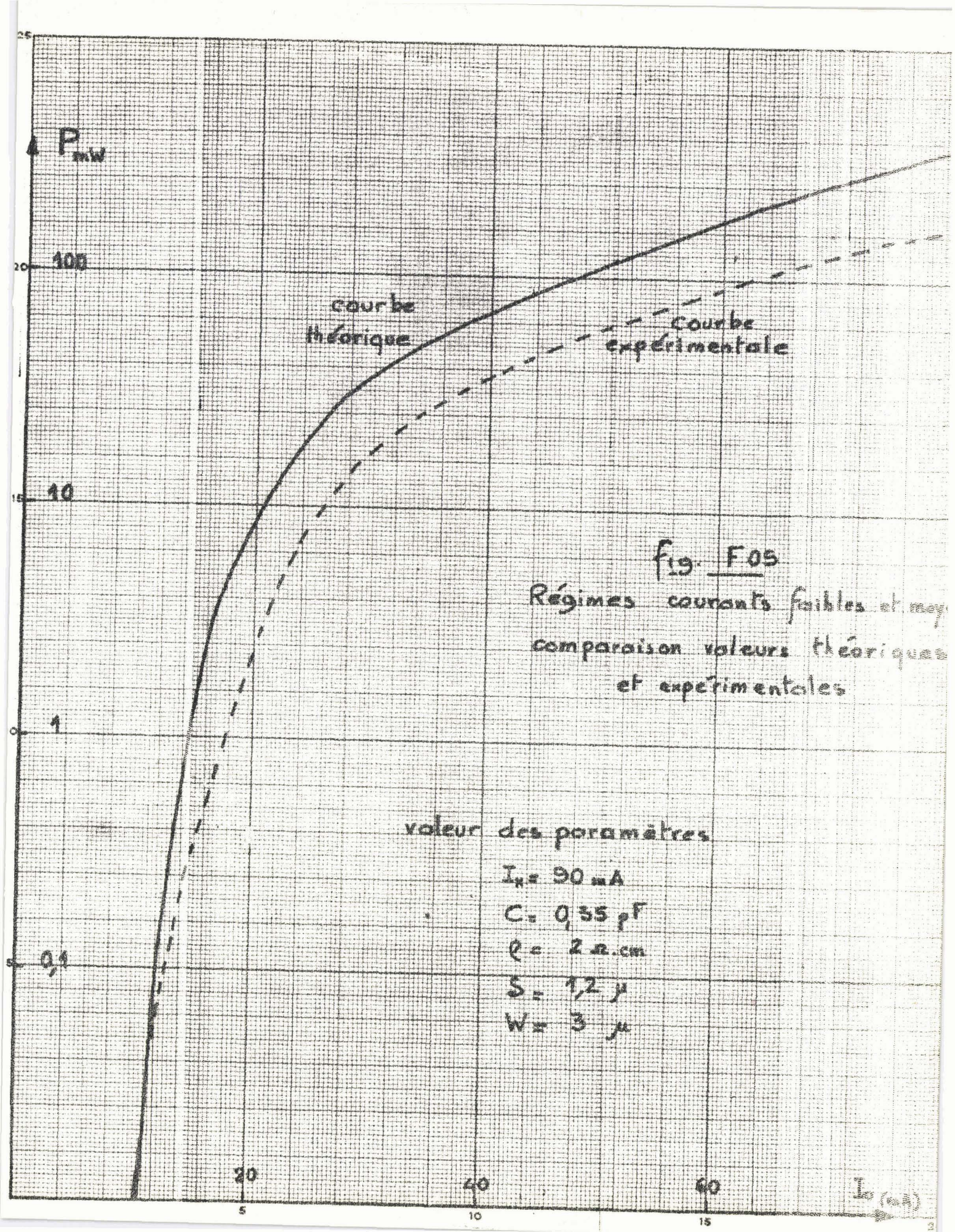


fig. 808  
Comparaison des courbes  
de puissance  
théoriques et expérimentales  
(diodes série V)





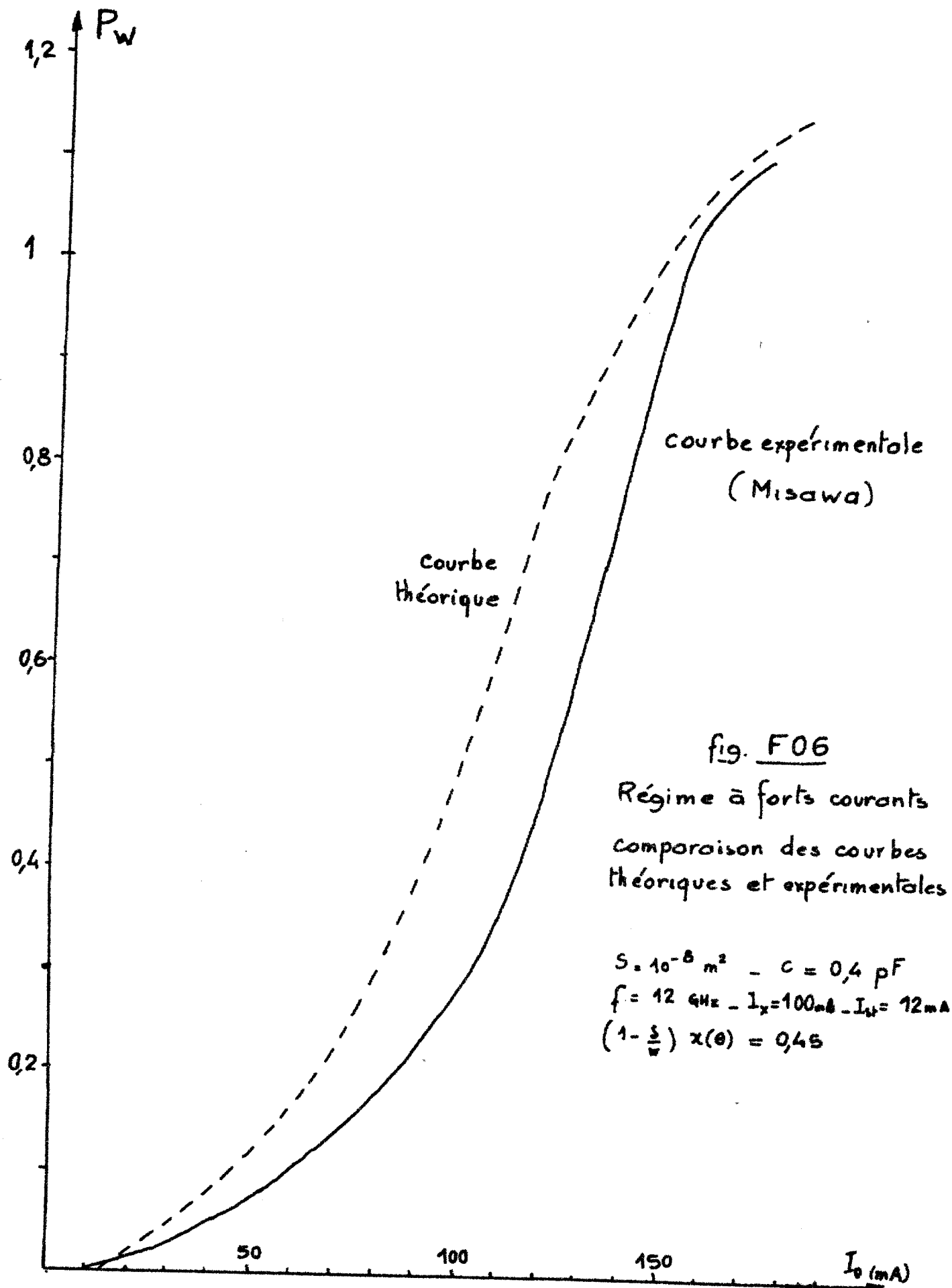


c) Régime à forts courants

Dans ce cas, la puissance obtenue doit être (pour  $I_0/I_{st}$  très grand) proportionnelle à  $I_0$  et le rendement constant. Nous n'avons pu effectuer expérimentalement la vérification de notre théorie car la valeur du courant nécessaire est trop élevée pour être réalisable dans nos structures. Misawa (38), avec une diode de résistance thermique faible, a pu obtenir ce régime. Nous donnons, fig. F 06, les résultats obtenus par cet auteur et l'on voit, aux forts niveaux, que la puissance est effectivement proportionnelle au courant  $I_0$  traversant la diode.

Nous avons essayé d'effectuer une vérification plus quantitative en calculant la puissance théorique délivrée, à l'aide des expressions (VI.05) (VI.07) et (VI.09). Nous avons tracé, fig. F 06, la courbe théorique ainsi obtenue et l'on voit que la différence entre les valeurs théoriques et expérimentales est de l'ordre de 1 à 3 db. Remarquons, d'ailleurs, que les valeurs expérimentales sont inférieures aux valeurs calculées. Cette différence peut s'expliquer par les effets thermiques que nous avons étudiés au chapitre III. Nous avons vu que, pour <sup>une</sup> jonction optimale, la variation peut atteindre 100 %. Dans ces conditions, plusieurs effets peuvent se produire qui limitent la puissance obtenue.

D'une part, même si la densité moyenne de courant  $\langle J \rangle$  à travers la jonction est inférieure à la densité maximale, certaines régions de la zone de charge d'espace sont traversées par un courant très supérieur à  $\langle J \rangle$  et la puissance recueillie est plus faible. D'autre part, si la densité de courant  $J$  varie d'un point à un autre point, on peut craindre qu'il ne soit pas possible d'optimiser la résistance de charge pour toutes ces densités. Nous avons vu en effet, (chapitre V), que la résistance de charge optimale est une fonction du courant  $I_0$  traversant la diode et donc de  $J$ . Dans ces conditions, on peut penser qu'une variation de 100 % de  $J$  peut se traduire par une diminution de la puissance du même ordre. C'est ce que l'on constate expérimentalement. Il est évident que ces considérations sont valables quels que soient les régimes de fonctionnement et permettent d'expliquer pourquoi les courbes théoriques sont toujours supérieures aux courbes expérimentales.



Un autre effet qui peut limiter la puissance aux courants élevés, c'est la modulation de la vitesse des porteurs qui se produit lorsque la tension alternative  $U_1$  aux bornes de la jonction est importante.

Cet effet a été étudié par ailleurs (39) et les résultats montrent qu'il est négligeable pour des tensions alternatives  $U_1$  inférieures à 25 volts. Néanmoins, aux forts courants ( $U_1 > 25$  v), ceci permet d'expliquer la diminution considérable du rendement. Dans notre étude nous avons admis que  $U_1 < 0,5 U_0$ . Avec des tensions d'avalanche de l'ordre de 90 volts il convient de tenir compte de la modulation de vitesse des porteurs et nos résultats sont optimistes.

Le rendement maximum possible pour une diode optimisée ( $\omega \tau = 2,3$ ,  $\frac{\delta}{W} = 0,25$  (jonction abrupte) serait de l'ordre de 20 %.

Remarque : Nous avons vu, au chapitre V, comment il était possible de déterminer le courant  $I_0$  maximum qui correspond à une densité de courant de l'ordre de 2000 A/cm<sup>2</sup>. Nous avons essayé de vérifier expérimentalement cette valeur et, pour cela, nous avons utilisé des impulsions très courtes de courant. Nous avons effectivement constaté que, pour un courant d'environ 200 mA soit une densité de courant de 2000 A/cm<sup>2</sup> (la jonction utilisée a une section de  $10^{-4}$  cm<sup>2</sup>), la puissance hyperfréquence émise décroît brutalement.

### VI.3. ETUDE DE LA VARIATION DE LA PUISSANCE HYPERFREQUENCE EN FONCTION DE LA TEMPERATURE DE FONCTIONNEMENT

#### 1. Discussion théorique préliminaire

Nous avons vu, au chapitre V, que la puissance délivrée par un oscillateur dépend, entre autres facteurs, du courant de saturation  $I_s$ , de la vitesse des porteurs  $v$  et de l'épaisseur  $\delta$  en avalanche. Or, on sait, (chapitre IV) que ces paramètres dépendent de la température  $T_j$  de la jonction et, dans ces conditions, on voit que la puissance délivrée sera fonction de  $T_j$ .

Nous nous proposons ici d'étudier la modification de la puissance avec la température  $T_j$ .

Nous nous intéressons, essentiellement, aux zones d'oscillations à courants importants ( $I_o \gg I_{st}$ ). Dans ces cas, la puissance que l'on peut obtenir a pour expression

— aux courants moyens ( $I_o/I_s > 3$ ) (VI.12)

$$P_U = \frac{I_o^2}{2 \omega C} \cdot 0(K_2 K_o)^2 \left[ 1 - \frac{\delta(T)}{W} \right]^2 \chi^2 [\theta(T)] \frac{\left[ 1 - a B_o^2(y) \beta(y) \frac{\lambda(\theta)}{\chi(\theta)} \right]^2}{1 + a^2 B_o^2(y) \beta^2(y)}$$

— aux courants forts :

$$P_U \approx \frac{I_o K_o K_2}{\omega C} \left[ 1 - \frac{\delta(T)}{W} \right] \chi [\theta(T)] \frac{1 - a B_o^2(y) \beta(y) \frac{\lambda(\theta)}{\chi(\theta)}}{1 + a^2 B_o^2(y) \beta^2(y)} \quad (VI.13)$$

A partir de ces deux expressions, il est intéressant de voir comment les variations de  $\delta$ , de  $v$  et de  $I_s$  avec la température vont se traduire sur la puissance délivrée  $P_u$ .

## 2. Influence de la vitesse $v$ des porteurs

L'influence de la vitesse des porteurs se fera sentir par le terme  $\chi(\theta)$  (en effet  $\theta = \omega \frac{W - \delta}{v}$ ). Les variations de  $\chi(\theta)$ , en fonction de la température, seront déterminées<sup>V</sup> essentiellement par les variations de la vitesse limite des porteurs<sup>W</sup>.

Si  $\theta$  est petit ( $\theta < 2,3$ ), le terme  $\chi(\theta)$  de l'expression (VI.12 et 13) de la puissance, est sensiblement proportionnel à  $\theta$  et, dans ces conditions, la puissance augmente lorsque la température augmente. Dans le cas des diodes

<sup>W</sup> Remarquons que le paramètre  $\delta$  se modifie également avec la température et nous savons que  $\delta$  augmente lorsque la température augmente tandis que  $v$  diminue. Les influences de  $\delta$  et  $v$  sont donc contradictoires. Cependant, sauf pour des structures proches de la PIN, nous pouvons considérer l'influence de  $\delta$  comme négligeable et le terme  $\theta$  n'est alors fonction que de la vitesse  $v$  des porteurs.

où  $\theta$  est élevé ( $> 2,3$ ) le terme  $\chi(\theta)$  diminue avec la température et provoque une diminution de la puissance délivrée. Pour une diode optimisée ( $\theta \neq 2,3$ ,  $\delta \ll W$ ) la puissance variera peu avec la température si toutefois on néglige l'influence du courant de saturation  $I_s$ .

### 3) Etude des variations de $\delta$

Lorsque la température augmente, nous avons vu (chapitre IV) que  $\delta$  augmente. Par conséquent l'expression (VI.12) montre que la puissance diminue. Cet effet sera peu sensible pour des structures optimisées dans lesquelles  $\delta/W \ll 1$ . Il sera, par contre, important pour une structure graduelle où  $\delta \neq W/2$ .

### 4) Influence du courant de saturation $I_s$

L'augmentation de la température entraîne un accroissement du courant de saturation  $I_s$  ce qui a pour effet d'augmenter dans les relations VI.12 et 13) le terme  $a B_0^2(y) \phi(y)$  et de diminuer la puissance hyperfréquence. Cette influence sera d'autant plus importante que le courant continu  $I_s$  est petit ( $I_0$  intervient au dénominateur dans l'expression de  $a$  :  $a = \frac{2v}{s} \frac{I_s}{I_0}$ ) et que les niveaux d'oscillations seront importants. Y a alors une valeur élevée et la fonction de Bessel  $B_0(y)$  peut prendre des valeurs considérables : Ainsi pour  $y > 6$  le terme  $B_0^2(y) \phi(y)$  est supérieur à 1000. Il suffit donc d'un courant de saturation  $I_s$  de l'ordre du  $\mu A$  pour que le terme  $a B_0^2(y) \phi(y) \frac{\lambda(\theta)}{\chi(\theta)}$  soit de l'ordre de l'unité et la puissance délivrée négligeable. Cependant pratiquement l'effet de  $I_s$  ne se fera sentir qu'aux très hautes températures car nous avons vu (chapitre IV) que si les variations de  $I_s$  en fonction de la température sont considérables,  $I_s$  a une valeur négligeable pour une température inférieure à 100 °C.

Dans le cas où le courant continu traversant la diode est suffisamment important la puissance est proportionnelle à  $K_1^2$  et l'on peut obtenir la température maximale de fonctionnement en écrivant, par exemple, que le terme  $K_1^2$  est de l'ordre de 0,5 soit



$$K_1^2 = 0,5$$

ou encore :  $K_1 = 0,7$

La température de fonctionnement  $T_{j\max}$  est donnée par

$$I_s(T)_{\max} = 0,3 \frac{\omega \delta}{2v} I_o B_o^{-2}(y) \cdot \phi^{-1}(y) \cdot \frac{\chi(\theta)}{\lambda(\theta)} \quad (\text{VI.14})$$

Dans le cas des courants plus élevés ( $I_o > I_x$ ) la puissance est proportionnelle à  $K_1$  et on obtient de la même façon la température maximale de fonctionnement en écrivant :

$$I_s(T)_{\max} = 0,5 \frac{\omega \delta}{2v} I_o B_o^{-2}(y) \phi^{-1}(y) \frac{\chi(\theta)}{\lambda(\theta)} \quad (\text{VI.15})$$

Ces deux relations nous permettent connaissant les variations du courant de saturation avec la température le calcul approximatif de la température maximale de fonctionnement.

On voit que cette température maximale augmente avec le courant  $I_o$ . Il est intéressant d'essayer de l'estimer dans un cas pratique. Par exemple pour une jonction abrupte optimisée ( $\theta = 2,3$ ) si  $I_o = 20 \text{ mA}$  et  $y_{\max} = 6$  on trouve  $I_s = 5 \mu\text{A}$  ce qui, pour le silicium, correspond à une température limite de fonctionnement de l'ordre de  $250^\circ\text{C}$ .

Remarque : Nous ne considérons ici que les régimes d'oscillations à fort courant. Si  $I_o$  est voisin du courant de seuil  $I_{st}$ , il faut tenir compte dans l'expression de la puissance de la fonction  $F(\frac{I_o}{I_{st}})$ . Etant donné que  $I_{st}$  augmente avec  $I_s$ , on voit que les variations de  $I_s$  peuvent entraîner une diminution de la puissance qui peut être appréciable, (si  $I_o$  voisin de  $I_{st}$ ). Au voisinage de l'accochage la température limite de fonctionnement est donc sensiblement plus faible qu'aux régimes à courant  $I_o$  élevé.

### 5) Conclusion

On peut essayer de résumer les diverses observations que nous avons faites dans ce chapitre. Pour une jonction optimisée ( $\chi(\theta)$  maximum  $\delta/W$  faible) la variation de la vitesse des porteurs et de la largeur de la zone en avalanche doit n'entraîner qu'une variation négligeable de la puissance délivrée. Par contre le courant de saturation est susceptible d'entraîner une diminution de puissance à des températures d'autant plus élevée que le courant de polarisation sera important. Schématiquement on peut représenter les variations de puissance avec la température  $T_j$  par le graphique (fig. F07).

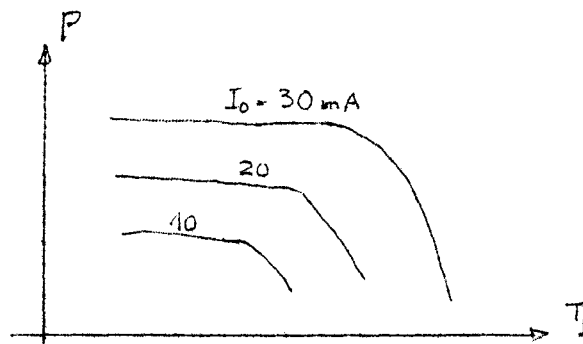


Figure F 07

### VI.2. VERIFICATION EXPERIMENTALE

Nous portons, fig. FO 8, F09, les variations observées de puissance en fonction de la température de  $T_j$  pour différentes valeurs du courant de polarisation  $I_0$ . On constate qu'effectivement, comme le prévoit la théorie, la puissance diminue aux températures élevées et d'autant plus vite, que le courant de polarisation  $I_0$  est faible. On observe par contre aux températures plus basses une augmentation de puissance avec la température que l'on peut assez facilement interpréter : la plupart des structures en essai ne sont en effet pas optimisées. L'angle de transit  $\theta$  est faible, et l'on peut considérer que  $\chi(\theta)$  est pratiquement proportionnel à  $\theta$ . Dans ces conditions, pour des courant de polarisation  $I_0$ , pas trop élevés on a

$$P \sim \chi^2(\theta) \sim \theta^2 \sim \frac{1}{v^2}$$

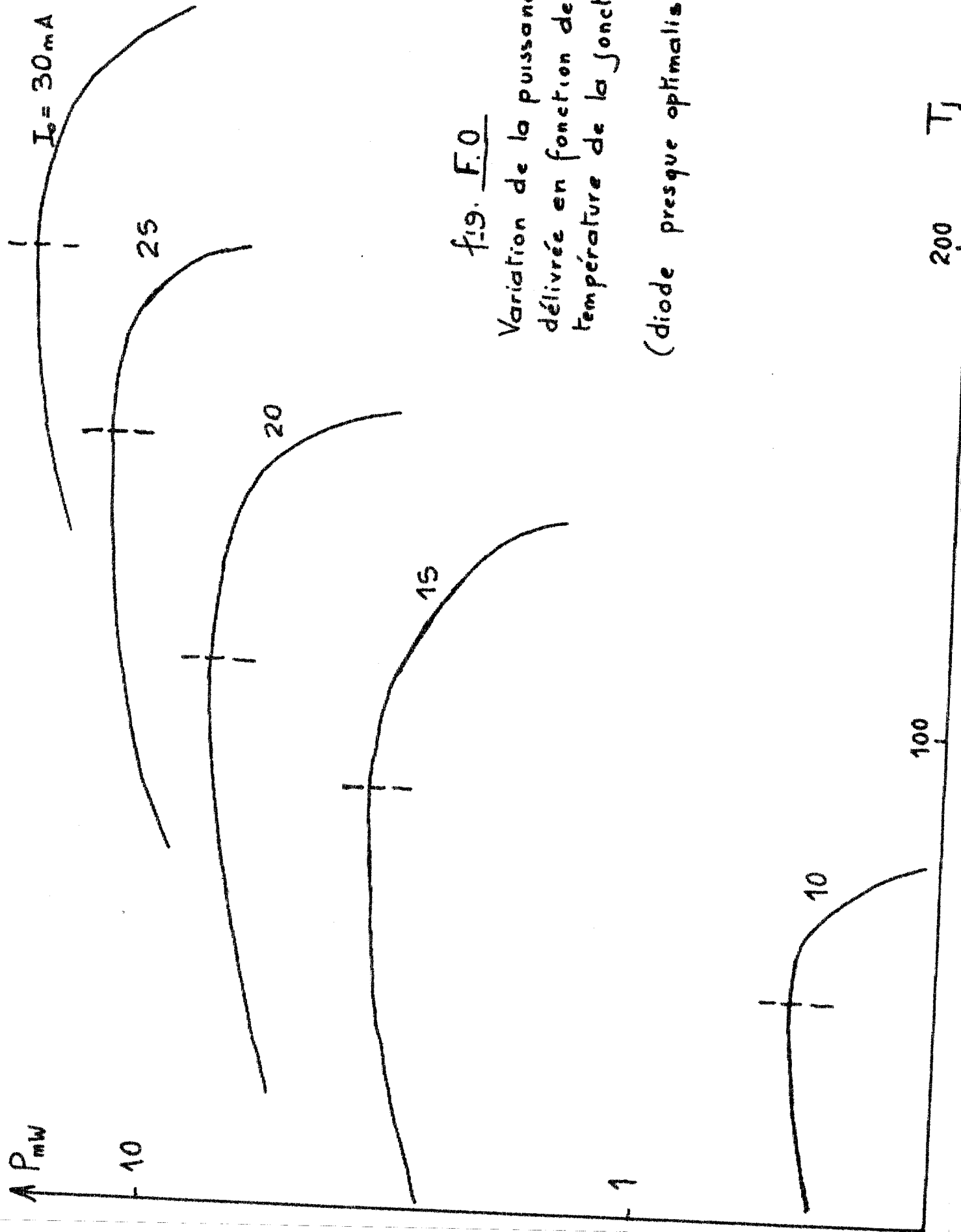


fig. F.0

Variation de la puissance  
délivrée en fonction de la  
température de la jonction  $T_J$

(diode presque optimisée)

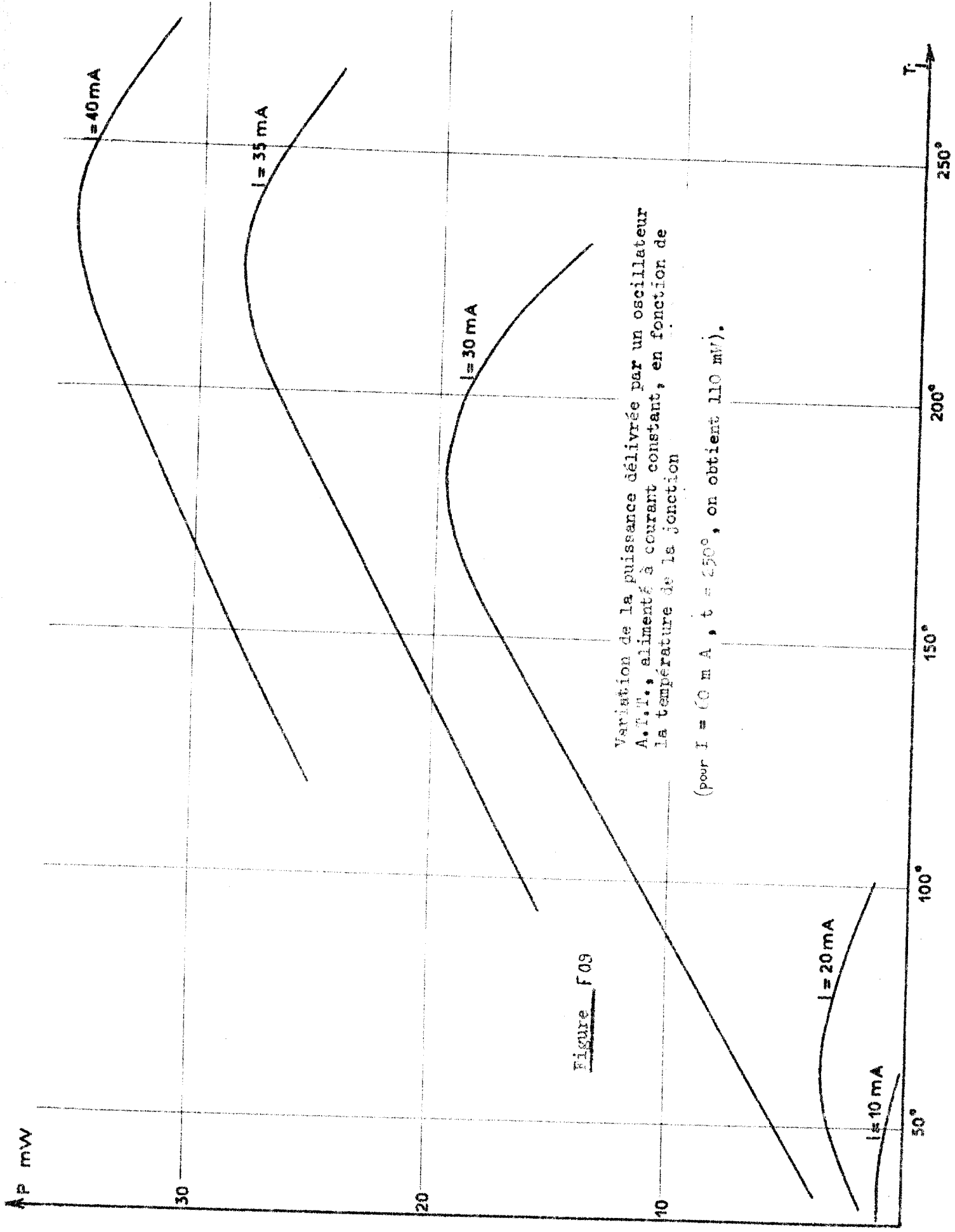


Figure F09

Variation de la puissance délivrée par un oscillateur A.T.T., alimenté à courant constant, en fonction de la température de la jonction

(pour  $I = 60$  mA,  $t = 250^\circ$ , on obtient 110 mW).

$v$  diminue avec  $T$  et l'on doit donc observer une augmentation de  $P$  avec la température ; c'est bien ce que l'on constate expérimentalement. Sur la fig. F08, 09 on voit que la variation relative  $v$  est de l'ordre de 10 % pour une variation de Température de 100 °C. La puissance doit donc augmenter de 20 % tous les 100 °. L'augmentation observée expérimentalement est généralement plus forte et il est possible qu'un effet supplémentaire puisse intervenir.

En résumé, il est possible, d'interpréter qualitativement les variations de Puissance avec la température. Cette étude théorique et expérimentale permet donc de conclure que la température maximale (souvent optimale) de fonctionnement d'un oscillateur A.T.T. croît avec le courant de polarisation  $I_0$  et peut atteindre des valeurs relativement élevées (dans le cas du silicium de l'ordre de 300 °C pour un courant  $I_0$  important).

ANNEXE 1

TENSION D'AVALANCHE DES STRUCTURES SEMI-  
CONDUCTRICES

Nous allons calculer puis représenter la relation existant entre l'épaisseur  $W$  de la zone désertée et la tension d'avalanche  $U_0$  pour les structures suivantes :

- Diode PIN
- Diode  $P^+N$  abrupte
- Diode  $P^+N N^+$

Nous tracerons également les courbes donnant le champ maximum  $E_M$  en fonction de la tension d'avalanche  $U_0$ .

1) Diode PIN

Le champ dans la zone désertée est constant (fig. 01)

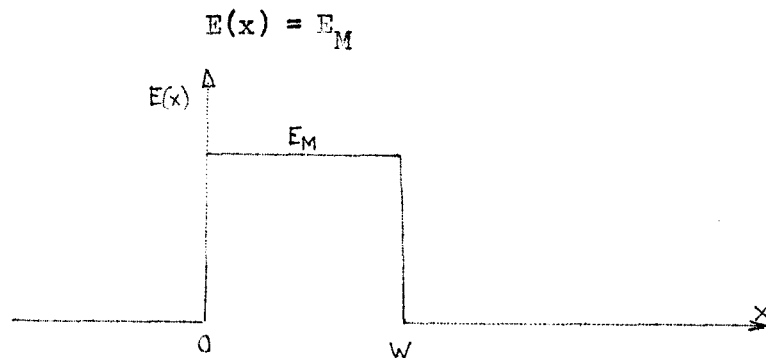


Figure 01

La tension d'avalanche  $U_0$  est :

$$U_0 = E_M \cdot W$$

(A.00)



$E_N (10^5 \text{ V.cm}^{-1})$

10  
8  
6  
5  
4  
3  
2

Jonction P+N abrupte

Jonction PIN

$V_Z$

20 30 50 100 200 500 1000

fig. 02

relation entre le champ maximum  $E_M$   
et la tension d'avalanche  $V_Z$  pour 2 diodes

diode PIN

diode P+N abrupte

La condition d'avalanche indique que l'on doit avoir

$$\int_0^W \alpha_n \exp \left[ - \int_0^x (\alpha_n - \alpha_p) dx' \right] dx = 1 \quad (\text{A.01})$$

avec

$$\alpha_j = a_j e^{-\frac{b_j}{E_M}} \quad (\text{A.02})$$

On obtient en éliminant  $W$  entre les équations (A.00) et (A.01)

$$\boxed{\exp(\alpha_n - \alpha_p) \frac{U_a}{E_M} = \frac{\alpha_n}{\alpha_p}} \quad (\text{A.03})$$

On donne à  $E_M$  une valeur quelconque. Cette valeur détermine, grâce à l'équation (A.02), les grandeurs  $\alpha_n$  et  $\alpha_p$  qui, reportées dans l'équation (A.03), donnent la valeur de la tension d'avalanche  $U_a$ . Nous montrons, fig. 02, l'évolution de la tension d'avalanche  $U_a$  en fonction du champ électrique  $E_M$ .

A partir de la connaissance de  $U_a$  et de  $E_M$ , il est aisé de calculer  $W$  grâce à la relation (A.00).

## 2) Diode $P^+N$ abrupte

Le champ électrique  $E(x)$  qui règne dans la zone de déplétion est représenté fig. 03

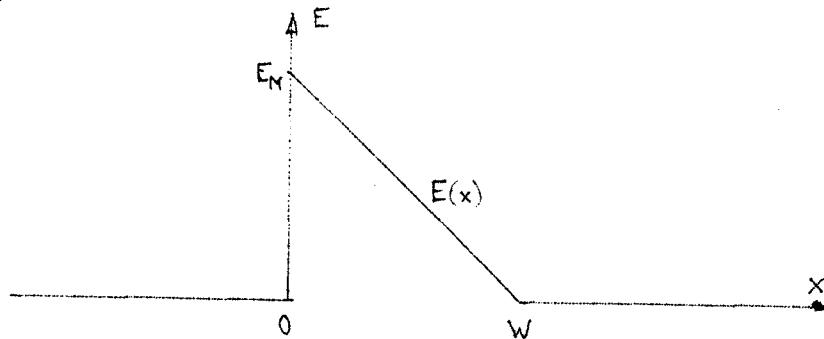


figure 03



Il a, par conséquent, pour expression :

$$E(x) = E_M \left( 1 - \frac{x}{W} \right) \quad (A.04)$$

La tension d'avalanche  $U_a$  a pour valeur :

$$U_a = E_M \cdot \frac{W}{2} \quad (A.05)$$

Le taux d'ionisation s'écrit

$$\alpha_j = a_j e^{-\frac{b_j}{E_M(1 - \frac{x}{W})}} \quad (A.06)$$

Nous portons les valeurs  $\alpha_n$  et  $\alpha_p$  du taux d'ionisation dans la condition d'avalanche (A.01) et nous obtenons une relation entre  $E_M$  et  $W$ . (A.07)

Il suffit ensuite d'éliminer  $W$  entre (A.05) et (A.07) pour trouver la relation entre le champ maximum  $E_M$  et la tension d'avalanche  $U_a$  dont nous reproduisons, fig. 04, l'évolution.

D'autre part, si nous remplaçons dans (A.06)  $E_M$  par sa valeur tirée de (A.05) nous obtenons :

$$\alpha_j = a_j e^{-\frac{b_j W}{2 U_a (1 - \frac{x}{W})}}$$

Les taux d'ionisation  $\alpha_n$  et  $\alpha_p$  portés dans l'équation (A.01) nous donnent une relation entre  $U_a$  et  $W$ . Cette relation est tracée fig. 05.

### 3°) Diode $P^+ N N^+$

Le champ électrique  $E(x)$  a pour équation

$$E(x) = \frac{U_a}{W} + \frac{E_M}{2} \left( 1 - \frac{2x}{W} \right) \quad (A.08)$$

dont l'allure est donnée fig. 04

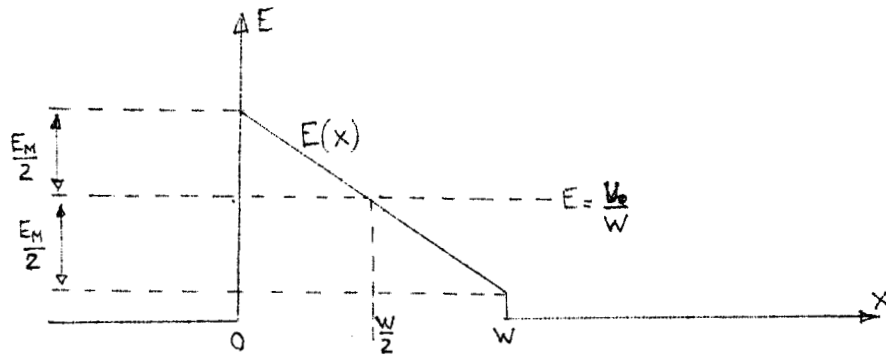


Figure 04

La jonction étant abrupte  $E_M$  a pour valeur

$$E_M = \frac{e N W}{\epsilon}$$

L'expression (A.08) peut encore s'écrire

$$E(x) = E_M \left[ 1 - \frac{eN}{\epsilon E_M} x \right] \quad (A.09)$$

La tension d'avalanche  $U$  a pour valeur

$$U = \int_0^W E(x) dx = W \left[ E_M - \frac{eN}{2\epsilon} W \right] \quad (A.10)$$

Le taux d'ionisation s'obtient aisément

$$\alpha_j = \alpha_j e^{-b_j \frac{1}{E_M(1 - \frac{eN}{\epsilon E_M} x)}}$$

Nous portons les valeurs de  $\alpha_n$  et de  $\alpha_p$  dans la condition d'avalanche (A.01) pour trouver le champ maximum  $E_M$  en fonction de l'épaisseur  $W$  et en fonction de la concentration  $N$  en atomes dopeurs. Il suffit ensuite d'éliminer le champ électrique  $E_M$  en combinant avec l'équation (A.10) pour trouver une relation donnant la tension d'avalanche  $U$  en fonction du dopage  $N$  et de l'épaisseur  $W$ . Nous avons tracé cette relation fig. 05.



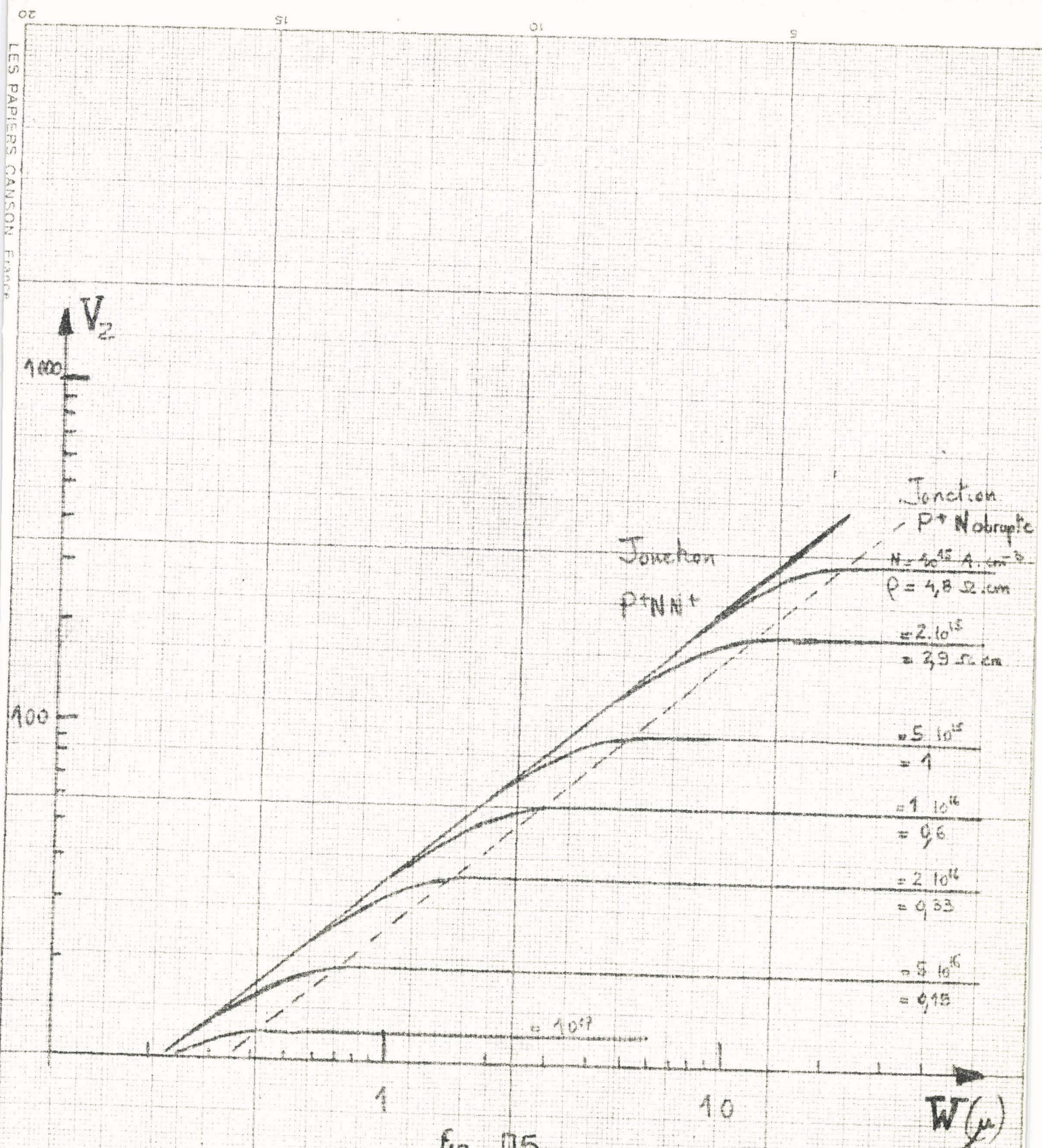


fig. 05  
Tension d'avalanche  
d'une diode  $P^+NN^+$  et d'une diode  $P^+N$  abrupte

## A N N E X E    I I

### CALCUL DU COEFFICIENT DE TEMPERATURE $\gamma$ D'UNE JONCTION P N AU SILICIUM

Nous avons défini, au chapitre III, un coefficient de température  $\gamma$  :

$$\gamma = \frac{d U_o}{dT}$$

qui caractérise le taux de variation de la tension d'avalanche en fonction de la température. Dans le cas des diodes A.T.T. où le claquage s'effectue par un phénomène d'avalanche, le coefficient de température est positif et nous pouvons calculer sa valeur.

Cette variation de tension d'avalanche est due à une variation du taux d'ionisation  $\alpha$ . Nous allons utiliser pour  $\alpha$ , l'expression établie au chapitre IV.

$$\alpha = a e^{-\frac{b}{E}} \tag{A.10}$$

avec

$$\begin{cases} a = q \frac{E}{r \epsilon_r} \\ b = \frac{\epsilon_i}{q l_r} \end{cases}$$

dérivons l'équation (A.10) par rapport à T :

$$\frac{\partial \alpha}{\alpha \partial T} = - \frac{1}{E} \frac{\partial b}{\partial T}$$

dérivons à nouveau (A.10) mais cette fois par rapport à E :

$$\frac{\partial \alpha}{\alpha \partial E} = \frac{b}{E^2} \left( 1 + \frac{E}{b} \right)$$

à partir de ces différentielles on obtient la variation du champ électrique en fonction de la température

$$\frac{\partial E}{\partial T} = \frac{-E}{b \left( 1 + \frac{E}{b} \right)} \frac{\partial b}{\partial T}$$

La quantité  $b$  ne renferme qu'un seul terme ( $l_r$ ) dont la valeur varie rapidement avec la température. En conséquence, on écrira en remarquant que cette équation valable pour un profil de champ  $E(x)$  quelconque, l'est aussi pour le champ maximum  $E_M$  :

$$\frac{\partial E_M}{E_M \partial T} = \frac{1}{1 + \frac{E_M}{b}} \frac{\partial l_r}{l_r \partial T}$$

Nous avons quelques renseignements sur l'évolution du libre parcours moyen des phonons ( $l_r$ ) en fonction de la température. LEE a effectué deux mesures de  $l_r$  à 100 et 300°K [35]. Si on admet que la variation est linéaire on a sensiblement :

$$\frac{\partial l_r}{l_r \partial T} \approx -5,15 \cdot 10^{-4} \text{ C}^{-1}$$

d'où

$$\frac{\partial E_M}{E_M \partial T} = \frac{5,15 \cdot 10^{-4}}{1 + \frac{E_M}{b}} \quad (\text{A.11})$$

Nous appliquons cette relation au calcul du coefficient de température  $\gamma$  dans le cas d'une diode PIN, d'une diode P N abrupte et enfin d'une diode  $P^+ N N^+$ .



a) Cas d'une diode PIN

Le champ  $E$  est constant et a pour valeur :

$$E_{\max} = \langle E \rangle = \frac{U_0}{W}$$

d'où on en déduit après intégration de (A.11) que :

$$\gamma = \frac{5,15 \cdot 10^{-4}}{1 + \frac{E_M}{b}} U_0 \quad (\text{A.13})$$

Nous avons donné, en Annexe I, sur la figure<sup>02</sup> la valeur de la tension d'avalanche  $U_0$ , d'une diode PIN en fonction du champ maximum  $E_M$ . Grâce à la courbe tracée et à l'équation (A.13) nous pouvons tracer, fig. 11,  $(\frac{\gamma}{U_0})$  en fonction de  $U_0$  pour une diode PIN au silicium. On remarque que  $\gamma/U_0$  reste voisin de  $0,45 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ . On rencontre, dans la littérature, le coefficient de température relatif  $\beta$  qui n'est autre que  $\gamma/U_0$ .

b) Cas d'une fonction abrupte

La théorie classique [36] montre que, dans ce cas, on a :

$$\frac{d U_0}{U_0 dT} = 2 \frac{d E_M}{E_M dT}$$

Par conséquent avec l'aide de (A.11) on obtient :

$$\gamma = \frac{d U_0}{dT} = \frac{1,03 \cdot 10^{-3}}{1 + \frac{E_M}{b}} U_0 \quad (\text{A.14})$$

avec  $b = 2 \cdot 10^6 \text{ V.cm}^{-1}$  et à partir de la courbe  $E_M = f(U_0)$  tracée en annexe I pour

une jonction abrupte, nous sommes en mesure de tracer la fonction  $\gamma/U_0 = g(U_0)$ .

Nous avons représenté cette fonction fig 11. On voit que  $\gamma/U_0$  reste voisin de  $0,85 \cdot 10^{-3} T^{-1}$ .

c) Cas d'une diode  $P^+ N N^+$ :

En annexe I nous avons vu que le champ électrique  $E(x)$  a pour expression:

$$E(x) = \frac{U_0}{W} + \frac{e N W}{\epsilon} \left[ \frac{1}{2} - \frac{x}{W} \right]$$

La valeur maximale du champ électrique est obtenue à l'abscisse  $x = 0$

$$E_M = \frac{U_0}{W} + \frac{e N W}{2 \epsilon} \quad (A.15)$$

Différentions cette expression par rapport à la température

$$\frac{\partial E_M}{\partial T} = \frac{1}{W} \frac{\partial U_0}{\partial T} = \frac{1}{W} \gamma$$

$$\gamma = \frac{W \cdot E_M}{1 + \frac{E_M}{b}} \cdot 5,15 \cdot 10^{-4} = 5,15 \cdot 10^{-4} \left[ 1 + \frac{e N W^2}{2 \epsilon U_0} \right] U_0 \quad (A.16)$$

En annexe I nous avons tracé, dans le cas d'une diode  $P^+ N N^+$ , la tension d'avalanche  $U_0$  en fonction du dopage  $N$  et de l'épaisseur  $W$  de la zone désertée. Pour deux dopages donnés ( $p = 1 \Omega \cdot \text{cm}$  et  $5 \Omega \cdot \text{cm}$ ) et plusieurs largeurs  $W$ , nous obtenons les tensions Zener correspondantes. A l'aide de l'expression (A.15), nous trouvons le champ maximum  $E_M$ . Les données sont ensuite reportées dans la relation (A.16) et nous permettent de tracer la courbe  $\gamma/U_0 = f(U_0)$  représentée fig. 11.

Pour une diode  $P^+ N N^+$  de résistivité  $4,8 \Omega \cdot \text{cm}$ , on trouve que  $\gamma/U_0$  est voisin de  $5 \cdot 10^{-4} \cdot T^{-1}$ , valeur assez proche de la PIN.

Le coefficient de température de la diode  $P^+ N N^+$ , de résistivité  $1 \Omega \cdot \text{cm}$  est par contre largement variable avec la tension d'avalanche.

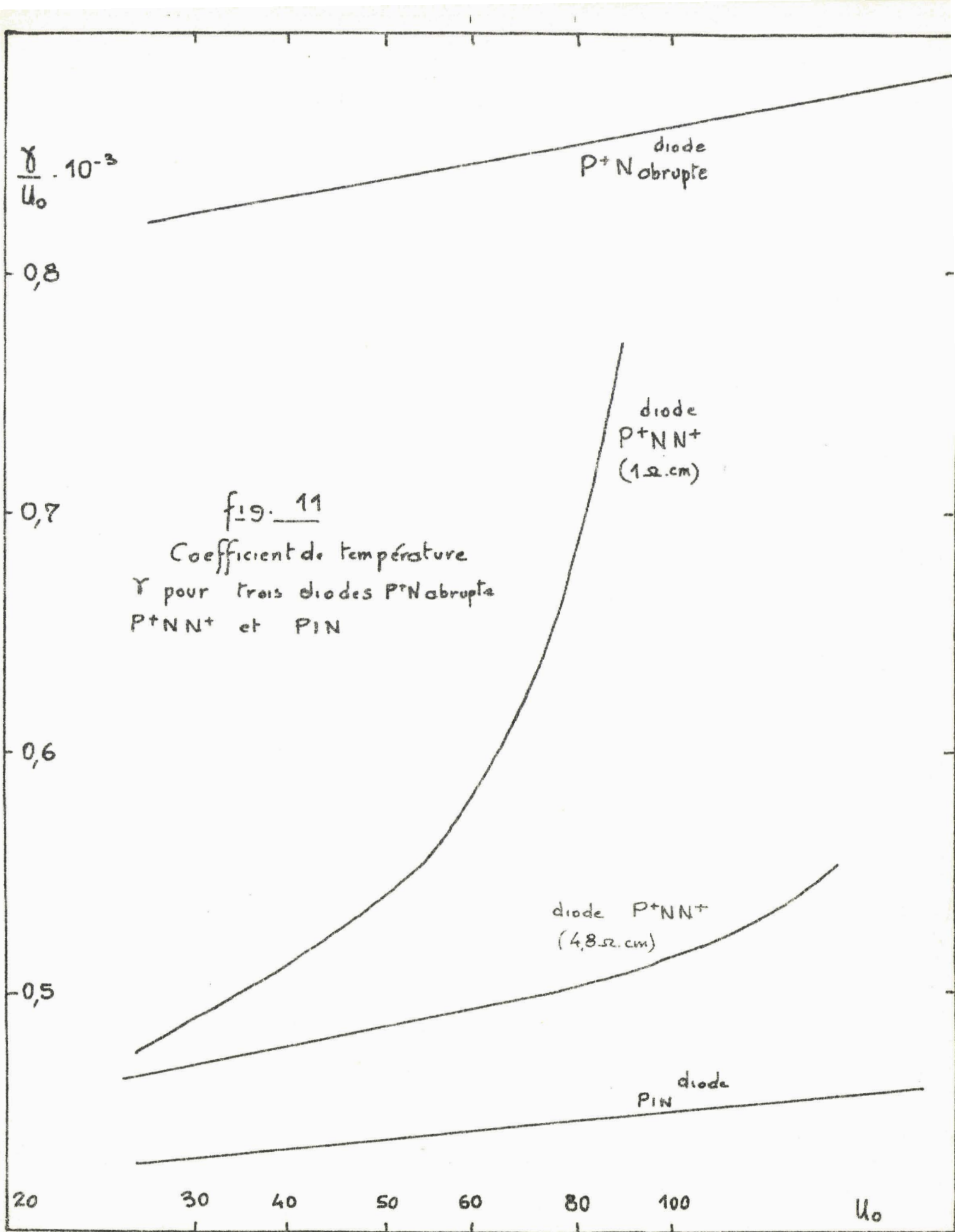
La connaissance du coefficient de température  $\gamma$  permet donc de savoir à quel modèle théorique, la structure étudiée se rapproche le plus. Elle permet par conséquent, d'estimer la valeur du champ électrique maximum  $E_M$  qui règne en zone avalanche.

Remarquons enfin, que les valeurs calculées de  $\gamma/U_0$  pour une jonction abrupte sont assez proches de celles mesurées par Mc Kay qui trouve :

$$\text{Pour } U_0 = 32 \text{ v} \quad - \quad \frac{\gamma}{U_0} = 8,8 \cdot 10^{-4}$$

$$U_0 = 125 \quad - \quad \frac{\gamma}{U_0} = 8,9 \cdot 10^{-4}$$





# ANNEXE III

## CALCUL DE LA RESISTANCE THERMIQUE DE CONSTRICITION PRESENTEE PAR UNE DIODE

Nous considérons, dans ce calcul, une surface chauffée circulaire et une propagation de la chaleur dans un milieu semi-infini. Les surfaces à température constante sont des semi-ellipsoïdes d'équation :

$$\frac{x^2}{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \mu} + \frac{y^2}{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \mu} + \frac{1}{\mu} z^2 = 1 \quad (\text{A. 20})$$

$\frac{d}{2}$  représentant les demi-axes de l'ellipsoïdes et  $\mu$  un paramètre.

Considérons deux surfaces  $S_1$  et  $S_2$ . Nous allons calculer la résistance thermique entre ces deux surfaces  $R_\mu$ . L'intégration de  $R_\mu$  de 0 à  $\mu$  nous donnera la résistance thermique totale entre l'aire chauffée et la surface de paramètre  $\mu$ . Le calcul se fait plus commodément en utilisant l'analogie électrique - thermique qui fait correspondre les grandeurs suivantes :

R électrique	→	R thermique
U (tension)	→	T (température)
I (courant)	→	P (puissance dissipée thermiquement).

En utilisant les grandeurs électriques nous pouvons calculer la charge superficielle  $Q$  sur la surface  $S_1$  (fig. 20).

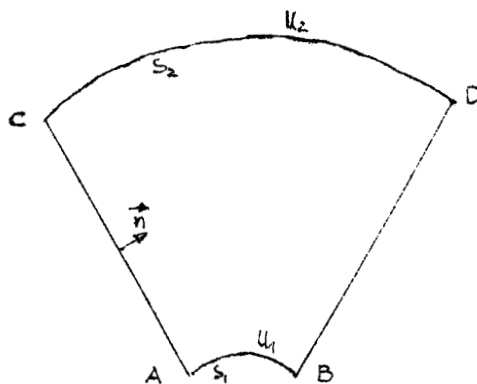


Figure 20

Si  $\vec{n}$  est un vecteur normal à AC on a :

$$Q = \frac{1}{4\pi} \int_{S_1} \left| \frac{\partial U}{\partial n} \right| dS_1$$

La densité de courant vaut :

$$J = K \left| \frac{\partial U}{\partial n} \right|$$

avec K la conductivité.

Le courant total a donc pour valeur:

$$I = K \int_{S_1} \left| \frac{\partial U}{\partial n} \right| dS_1$$

La résistance entre les surfaces  $S_1$  et  $S_2$  est égale à :

$$R = \frac{U_2 - U_1}{I} = \frac{U_2 - U_1}{K \int_{S_1} \left| \frac{\partial U}{\partial n} \right| dS_1} = \frac{U_2 - U_1}{4\pi k Q}$$

qui s'écrit plus simplement en introduisant la capacité C entre les surfaces  $S_1$  et  $S_2$

$$C(U_2 - U_1) = 0$$

$$R = \frac{1}{4\pi C} \quad (\text{A.21})$$

Dans le cas particulier de surfaces semi-ellipsoïdes, on a [37]:

$$C^{-1} = \int_0^{\mu} \frac{d\mu}{\left[\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \mu\right] \sqrt{\mu}}$$

d'où

$$R_y = \frac{1}{4\pi K} \int_0^{\mu} \frac{d\mu}{\left[\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \mu\right] \sqrt{\mu}}$$

On peut voir que  $z = \sqrt{\mu}$ , d'où en effectuant un changement de variable:

$$R_{\mu} = \frac{1}{2\pi K} \int_0^{\sqrt{\mu}} \frac{dz}{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + z^2}$$

$$\boxed{R_{\mu} = \frac{1}{\pi Kd} \operatorname{arc\,tg} \frac{2\sqrt{\mu}}{d}} \quad (\text{A.22})$$

### Cas particuliers

1°) Pour une longue constriction

$$\mu \rightarrow \infty$$

On a plus simplement

$$\boxed{R = \frac{1}{2 Kd}} \quad (\text{A.23})$$

Nous représentons, fig. 21, les surfaces à température constante.

2°) Pour une constriction limitée par une surface  $z = 1$

C'est le cas habituel des solides dont les dimensions ne sont pas infinies. La valeur maximale du paramètre est :

$$\begin{cases} z_{\max} = \sqrt{u_{\max}} \\ z_{\max} = 1 \end{cases}$$

La résistance de constriction a alors pour expression :

$$R_C = \frac{1}{\pi K d} \operatorname{arc\,tg.} \frac{2l}{d} \quad (A.24)$$

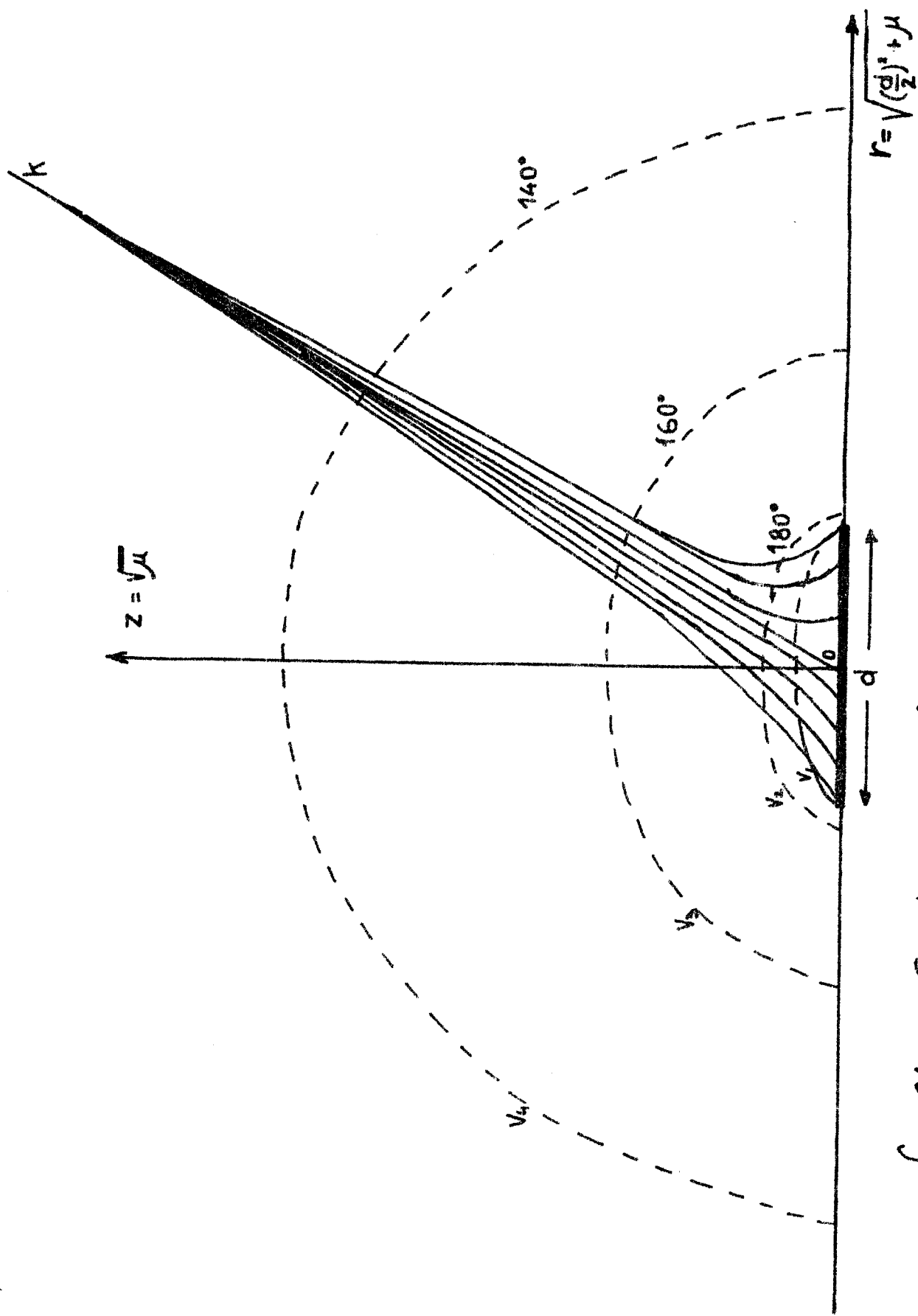


fig. 21 - Construction du flux de chaleur issu d'une jonction circulaire de diamètre  $d$ . Représentation des ellipsoïdes isothermes et d'un flux de chaleur dans la direction  $O-k$

ANNEXE I V

CALCUL DU DEPHASAGE  $\varphi$  ET DE LA RELATION ENTRE  
y ET z

Pour calculer l'impédance en régime non linéaire généralisé, nous avons utilisé, sans la démontrer, la relation (V.65) qui existe entre z et y

$$\left(\frac{y}{z}\right)^2 = \frac{1}{[1 - \beta^2 \phi(y)]^2 + \sigma_1^2 \phi^2(y)}$$

avec

$$\sigma_1 \neq \alpha B_o^2(y) \phi(y) + \omega \tau_y$$

De même, nous avons donné les expressions (V.67) du déphasage  $\varphi$  entre le courant total et le courant de conduction.

Nous allons montrer que ces diverses relations peuvent s'obtenir très simplement en comparant les expressions (V.84) (V.87) et (V.89) de la résistance de diode, obtenues dans le cas d'un régime linéaire et dans le cas d'un régime non linéaire.

Il convient pour cela d'écrire l'expression (V.89) du régime non linéaire généralisé en faisant réapparaître le quotient y/z

$$\omega C R_D = - \beta^2 \frac{y}{z} \phi(y) \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) [x(\theta) \cos \varphi - \lambda(\theta) \sin \varphi] \quad (A.31)$$

Nous allons identifier (A. 31) à l'expression (V.84) du régime linéaire pour trouver y/z et  $\varphi$ . Cependant, auparavant transformons l'expression (V.84) en remarquant que pour  $\sigma = 0$  on obtient l'expression (V.87) du régime non linéaire simplifié, si toutefois nous avons remplacé  $\beta^2$  par  $\beta^2 \phi(z)$ . Effectuons cette modification dans l'expression (V.84). En notant  $\sigma_1$  le paramètre  $\sigma$

du régime non linéaire et en remplaçant  $\phi(z)$  par  $\phi(y)$  nous obtenons :

$$\omega C R_D = - \frac{\beta^2 \phi(y)}{[1 - \beta^2 \phi(y)]^2 + \sigma_1^2 \phi^2(y)} \left(1 - \frac{\delta}{V}\right) \left[ [1 - \beta^2 \phi(y)] x(\theta) - \sigma_1 \lambda(\theta) \right] \quad (A.32)$$

Identifions (A.31) avec (A.32)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{y}{z} \cos \varphi = \frac{1 - \beta^2 \phi(y)}{[1 - \beta^2 \phi(y)]^2 + \sigma_1^2 \phi(y)} \\ \frac{y}{z} \sin \varphi = \frac{1}{[1 - \beta^2 \phi(y)]^2 + \sigma_1^2 \phi^2(y)} \end{array} \right. \quad (A.33)$$

(A.34)

Elevons (A.33) et (A.34) au carré et additionnons

$$\left( \frac{y}{z} \right)^2 = \frac{1}{[1 - \beta^2 \phi(y)]^2 + \sigma_1^2 \phi^2(y)}$$

identique à l'expression (V.74) donné précédemment si toutefois

$$\sigma_1 = a B_0^2(y) \phi(y) + \omega \tau_Y \quad \text{**}$$

Dans ces conditions en remplaçant le quotient  $(\frac{y}{z})$  dans les expressions (A.33) et (A.34) par la valeur trouvée, il est aisé d'obtenir les expressions de  $\varphi$

---

\*\* Rappelons l'expression de  $\sigma_1$  en régime linéaire

$$\sigma = a + \omega \tau_Y$$



$$\cos \varphi = \frac{1 - \beta^2 \phi(y)}{\sqrt{[1 - \beta^2 \phi(y)]^2 + \sigma_1^2 \phi^2(y)}}$$

$$\sin \varphi = \frac{\sigma_1 \phi(y)}{\sqrt{[1 - \beta^2 \phi(y)]^2 + \sigma_1^2 \phi^2(y)}}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sigma_1 \phi(y)}{1 - \beta^2 \phi(y)}$$

A N N E X E V

EXPRESSION DE LA PUISSANCE HYPERFREQUENCE RECUEILLIE  
POUR DES COURANTS  $I_0$  LEGEREMENT SUPERIEURS AU COURANT  
DE SEUIL  $I_{st}$

Rappelons l'expression (V.135) de la puissance recueillie  $P_{u_{max}}$  dans la charge pour des courants  $I_0$  peu importants (avec  $K_1 = K_2 = 1$ )

$$P_{u_{max}} = \frac{I_0^2}{2 \omega C} \left(1 - \frac{\delta}{W}\right)^2 \chi^2(\theta) F\left(\frac{I_0}{I_{st}}\right) \quad (A.41)$$

Le courant de départ  $I_{st}$  détermine, avec  $I_0$ , la valeur de  $z$  c'est à dire la valeur du courant hyperfréquence  $I_1$

$$\frac{I_0}{I_{st}} = \frac{1}{1 - K_0^2(z)} \quad (A.42)$$

où 
$$K_0(z) = \frac{B_1(z)}{B_0(z)}$$

Nous allons chercher la valeur vers laquelle tend la fonction  $F\left(\frac{I_0}{I_{st}}\right)$  lorsque le rapport  $\frac{I_0}{I_{st}}$  tend vers 1. Cette fonction a pour expression d'après (V.134) :

$$F\left(\frac{I_0}{I_{st}}\right) = z_0^2 \left[1 - K_0^2(z)\right]^2 \left[ \frac{\phi(z)}{1 - K_0^2(z)} - 1 \right] \quad (A.43)$$

Nous avons vu, au chapitre V (courbe E5), que pour des valeurs de  $z$

faibles on a

$$\phi(z_0) = \frac{2}{z_0} K_0(z_0) \rightarrow 1 \quad (\text{A.44})$$

et  $K_0(z_0) \rightarrow \frac{z_0}{2}$  (A.45)

Introduisons ces valeurs (A.44) et (A.45) des paramètres  $\phi(z_0)$  et  $K_0(z_0)$  dans l'expression (A.43) de la fonction  $F(I_0/I_{st})$ . On obtient :

$$F\left(\frac{I_0}{I_{st}}\right) \rightarrow \frac{z_0^4}{4} \left[ 1 - \frac{z_0^2}{4} \right] \quad (\text{A.46})$$

Remplaçons, de même, dans l'équation (A.42) le paramètre  $K_0(z_0)$  par la valeur limite (A.45)

$$z_0 \rightarrow 2 \sqrt{1 - \frac{I_{st}}{I_0}} \quad (\text{A.47})$$

Il suffit, à présent, d'éliminer  $z_0$  entre les équations (A.46) et (A.47) pour trouver :

$$\boxed{F\left(\frac{I_0}{I_{st}}\right) \rightarrow \frac{4 I_{st}}{I_0} \left(1 - \frac{I_{st}}{I_0}\right)^2} \quad (\text{A.48})$$

Portons la valeur limite de la fonction  $F(I_0/I_{st})$  dans l'expression (A.41) de la puissance :

$$\boxed{P_{u_{max}} = \frac{2}{\omega C} \left(\frac{I_{st}}{I_0}\right) \left(1 - \frac{I_{st}}{I_0}\right)^2 \chi^2(\theta) (I_0 - I_{st})^2} \quad (\text{A.49})$$

Cette expression montre que, au voisinage du courant de seuil  $I_{st}$ , la puissance hyperfréquence recueillie  $P_{u_{max}}$  est proportionnelle au carré de l'accroissement du courant  $(I_0 - I_{st})$ .

## C O N C L U S I O N

Le travail présenté ici constitue une étude théorique et expérimentale de la puissance délivrée par un oscillateur à diode à avalanche et temps de transit. Contrairement aux nombreux travaux publiés sur ce sujet, nous avons essentiellement développé une théorie non linéaire et nous l'avons appliquée, de façon quantitative, aux structures semi-conductrices étudiées expérimentalement.

La concordance entre les comportements effectivement observés et la théorie est satisfaisante. Ceci indique que les hypothèses simplificatrices qui ont été nécessaires pour mener le calcul à terme, sont parfaitement justifiées.

Dans ces conditions, il nous est possible de définir les caractéristiques de la structure semi-conductrice optimale permettant d'obtenir les performances maximales dans un régime de fonctionnement à temps de transit. Ainsi pour une jonction PN le profil de diffusion optimum correspond sensiblement à celui d'une jonction abrupte et la largeur ( $W - \delta$ ) de la zone désertée doit être choisie de façon à obtenir à la fréquence d'oscillation un angle de transit  $\theta$  voisin de 2,3. On peut, par ailleurs, estimer la densité de courant optimale (de l'ordre de  $2000 \text{ A/cm}^2$  en bande X) au delà de laquelle on devrait observer une saturation de la puissance et obtenir un ordre de grandeur du rendement maximum qui devrait pouvoir atteindre 20 % dans le mode de fonctionnement à temps de transit. En réalité, un tel rendement n'est jamais atteint car les effets thermiques se traduisent par une répartition non uniforme du courant à travers la diode qui entraîne une diminution de la puissance émise.

Par ailleurs, la théorie effectuée nous a permis d'interpréter l'influence de la température du semi-conducteur sur la puissance délivrée. Nous avons montré que, sauf aux températures très élevées, la puissance obtenue à partir d'une structure optimisée ( $\theta = 2,3 - \delta \ll W$ ) ne devrait pas varier sensiblement avec la température. La température maximale de fonctionnement d'un oscillateur A.T.T. a été étudiée et nous avons vu qu'elle est d'autant plus élevée que le courant d'alimentation  $I_0$  est plus important. Dans le cas du silicium cette température peut atteindre des valeurs relativement élevées de l'ordre de  $300^\circ\text{C}$ .

En résumé, le travail réalisé permet une bonne estimation de la puissance délivrée par un oscillateur A.T.T. quelque soit la structure semi-conductrice utilisée. Il reste maintenant à envisager d'autres modes de fonctionnement en oscillation pour des densités de courant plus élevées. Bien que les mécanismes fondamentaux qui interviennent alors ne sont pas forcément identiques à ceux envisagés au cours de ce travail, la théorie effectuée ici doit pouvoir constituer, pour ces études nouvelles, une bonne base de départ.

## B I B L I O G R A P H I E

- |1| E. CONSTANT, E. ALLAMANDO - C.R. Acad. Sc. p. 1316 (1966)
- |2| E. CONSTANT, A. SEMICHON - Onde électrique, 496, p. 703-720, (1968)
- |3| GUMMEL H.K., SCHARFETTER D.L. - B S T J 45, p. 1797, (1966)
- |4| GILDEN M., HINES M.E. - I.E.E.E. Trans. ED 13, p. 169 (1966)
- |5| TAGER - Soviet Physics Uspek 9, n° 6, p. 892-912, (1967)
- |6| BATDORF and al - J. Appl. Phys. 38, p. 2796-2809
- |7| CHYNOWETH A.G. - "Progress in semiconductors", vol. 4, Heywood L.T.D. London 1960.
- |8| VAESKEN G. - D.E.A. Lille, 1968
- |9| HOUDART - Mémoire Ing. CNAM, Lille (à paraître)
- |10| PAUQUET J - Mémoire C.N.A.M., Lille 1968
- |11| MARTINACHE - D.E.A. Lille, Juin 1968
- |12| MARTINACHE - Thèse de 3e cycle, Lille (à paraître)
- |13| THERIOT J.M. - D.E.S. Lille, Juin 1966
- |14| HOLLAND M.G. "Phonon scattering in semiconductors from thermal conductivity studies", Phys. Rev., 134, p.A'471, (1964)
- |15| COLLOWAY - Phys. Rev., t. 113, p. 1046 (1959)
- |16| KLEMENS - Solid State Phys. Vol. 7, Academic Press, Inc. New York, (1958)
- |17| SLACK - Phys. Rev. t. 134, n° 4A, p. A 1058-A 1069 (1963)
- |18| GODFREY and al - OAK Ridge National Laboratory, REPORT N° ORNL 3556 (1964)
- |19| CLORFEINE - Microwave Journal , n° 3, p. 93-97, Mars 1968
- |20| HAITZ - "Non uniform thermal conductance in avalanche microwave oscillators" Communication privée, Texas Instruments, Dallas (1968).

- |21| SHOCKLEY - Solid State electr. t. 2, p. 35, (1961)
- |22| Mc KAY - Phys. Rev. 94, p. 887 (1954)
- |23| CHYNOWETH - Phys. Rev. 109, p. 1537 (1958)
- |24| MASERJIAN - "Determination of avalanche breakdown in PN junction"  
Phys. Rev. 30, p. 1613-1614, Juin 1959
- |25| FULOP - "Correlation of avalanche breakdown voltage of silicium PN junction"  
Solid state electr. 10, p. 39-43, (1967)
- |26| MOLL J.L.; DUH C.Y - I.E.E.E. Trans., ED 14, p. 46, (1967)
- |27| BARAFF G.A., - Phys. Rev. 128, p. 1507 (1962)
- |28| Mc FARLANE and al - Phys. Rev. t. 111, p. 1245, (1958)
- |29| CROWELL et SZE - "Temperature dependance of avalanche multiplication in  
semiconductors", Appl. Phys. Lett. 9, n° 6, p. 242 (1966)
- |30| Mc LEAN and PAIGE - J. Phys Chim. Solids, vol 16, p. 220 (1960)
- |31| DUH ET MOLL - "Electron drift velocity in avalanching silicon diodes"  
I.E.E.E. Trans. n° 1, janv. 1967
- |32| BOITTIAUX B. - Thèse 3e cycle, Lille, Octobre 1968
- |33| A.L. ZAKHAROV - "Proc. Conf. on impact ionization and tunnel effect in  
semiconductors", Baku IF AN USSR (1962)
- |34| KRAMER - Thèse Ing. Doct. Lille, Oct. 1968
- |35| LEE and al - Phys. Rev. T. 134, p. 761 (1964)
- |36| PETITCLERC - "Electronique Physique des semiconducteurs" Gauthier villars  
Paris (1962)
- |37| RAGNAR HOLM - "Electric contacts handbook" Springer Verlag, Berlin, 1958
- |38| MISAWA - "Microwave silicium avalanche diode" I.E.E.E. Trans. ED 14, n° 9,  
p. 580, sept. 1967
- |39| P.T. GREILING and G.I. HADDOD - Conférence internationale de MOGA, Hambourg,  
Sept. 1968.

# TABLE DES MATIERES

## INTRODUCTION

<u>CHAPITRE I. :</u>	<u>Mécanismes fondamentaux régissant le fonctionnement des oscillateurs du type A.T.T.</u>	1
1. Généralités		1
2. Obtention d'une résistance négative		1
3. Phénomène d'émission dû au champ électrique		4
a) effet Zener		4
b) Ionisation par chocs		5
4. Structures utilisées		6
5. Caractérisation expérimentale des structures		8
<u>CHAPITRE II. :</u>	<u>Etude expérimentale des oscillateurs</u>	17
1. Description du circuit hyperfréquence		18
a) schéma de principe		18
b) réalisation pratique		19
- principe de réalisation		19
- réalisation		20
- autres réalisations		22
- conclusion		23
2. Description de l'appareillage de mesure et de contrôle		24
a) mesure de la température de fonctionnement de la jonction semi-conductrice		24
b) relevé des performances		25
- mesure de la puissance		26
- mesure de la fréquence		27
- analyse du spectre		27



3. Etude de l'oscillation	27
a) monochromaticité	27
b) accord du circuit hyperfréquence	28
c) étude de la puissance hyperfréquence émise en fonction du courant d'alimentation $I_0$	29
d) influence de la température de fonctionnement	29

CHAPITRE III. : Détermination théorique et expérimentale de la température de la jonction. Etude de sa répartition.

1. Introduction	32
2. Transfert de chaleur dans les semi-conducteurs	33
a) mécanisme de transfert	33
b) lois d'écoulement de la chaleur	35
3. Calcul théorique de la température de fonctionnement	41
a) introduction	41
b) calcul théorique	43
c) applications aux diodes utilisées	45
4. Etude de la répartition de la température à travers la zone désertée de la jonction	53
a) introduction	53
b) origine du gradient de température	54
c) profil de température	56
d) influence sur la répartition du courant	56
5. Détermination expérimentale de la résistance thermique d'une diode.	62
a) introduction	62
b) expression de la résistance dynamique	62
c) Expression de la résistance thermique	64

CHAPITRE IV. : Evolution des grandeurs caractéristiques d'un  
semi-conducteur en champ fort - Etude de leur  
variation en fonction de la température

1. Introduction	69
2. Taux d'ionisation dans un semi-conducteur	70
a) introduction	70
b) expressions phénoménologiques du taux d'ionisation	70
c) théorie de Shockley	73
d) influence de la température	76
3. Variation de la vitesse des porteurs de charge et de l'épaisseur en avalanche	81
a) introduction	81
b) mesure de la vitesse des porteurs	83
c) mesure de l'épaisseur $\delta$ de la zone en avalanche	85
4. Evolution du courant de saturation	86
a) détermination du courant de saturation	
b) mesures en fonction de la température	90

CHAPITRE V. : Théorie de fonctionnement non linéaire des  
oscillateurs du type A.T.T.

1. Introduction	93
2. Relations fondamentales	93
a) equation de Poisson	93
b) equation de continuité	94
c) courant total	95
3. Théorie de l'impédance présentée par une diode A.T.T. en régime non linéaire	96
a) limites de validité de la théorie	96
b) principe de calcul	97
c) impédance en zone d'avalanche	99

d) Impédance en zone de transit	112
e) impédance totale	
f) discussion des formules obtenues	116
4. Utilisation en oscillateur hyperfréquence	127
a) introduction	127
b) détermination de la puissance émise et du rendement maximum correspondant	129
c) puissance maximale recueillie	134
- régime à faible courant	135
- régime à courant moyens	141
- régime à forts courants	1
d) Discussion des résultats obtenus	148
V.5. <u>CONCLUSION</u>	149

## CHAPITRE VI.      Interprétation

1. Introduction	151
2. Etude de la variation de la puissance hyperfréquence en fonction du courant continu $I_0$ traversant la diode	
1) détermination théorique et expérimentale du courant de seuil $I_{st}$	151
2) Etude du régime en oscillation	154
a) régime à faibles courants	155
b) régime à courants moyens	155
c) régime à forts courants	161
3. Etude de la variation de la puissance hyperfréquence en fonction de la température de fonctionnement.	
1) Discussion théorique préliminaire	163
1) influence de la vitesse $v$ des porteurs	164
2) étude des variations de $\delta$	165
3) influence du courant de saturation $I_s$	165
2) Vérification expérimentale.	167

## LISTE DES COURBES

page 21	Circuit Hyperfréquence d'Etudes des oscillateurs A.T.T.
30	Variation de la puissance hyperfréquence délivrée par un oscillateur A.T.T., alimenté à courant constant, en fonction de la température de la jonction
34	Conductibilité thermique du silicium
40	Tableau des conductivités thermiques
51	Calcul de la température atteinte par la jonction
52	Puissance maximale dissipable en fonction de l'épaisseur du substratum
55	Température atteinte par un point de la jonction situé à la distance $r$ du centre
61	Densité de courant en fonction de la distance $r$ au centre de la jonction
72	Courbes $\alpha = f(E)$ selon quelques auteurs
77	Résultats théoriques de Baraff
79	Modification de la largeur de bande interdite $E_g$ avec la température.
80	Variation du libre parcours moyen $L_r$ avec la température.
82	Taux d'ionisation $\alpha_n$ en fonction du champ $E$ pour différentes températures.
84	Variation de la vitesse des électrons avec la température
87	Modification de la résistance de charge d'espace sous l'influence de la température.
91	Courant de saturation $I_s$ à différentes températures
109	Tracé des fonctions $K_0(z)$ et $\phi(z)$
121	Comparaison des fonctions $\phi(z)$ et $\frac{\phi(y)}{1 - \beta^2 \phi(y)}$

page 123	Influence de $I_s$ et de $\beta^2$ sur la résistance de la diode
132	Variation du paramètre $K_T$ en fonction de $\beta^2$
137	Relation entre $z_0$ et $\frac{I_0}{I_{st}}$
139	Fonction $H(\frac{I_0}{I_{st}})$
140	Fonction $F(\frac{I_0}{I_{st}})$
147	Puissances théoriques pour différentes structures
153	Courants de seuil théoriques et expérimentaux.
156	Puissance délivrée aux courants faibles
157	Puissance délivrée aux courants moyens
159 } 160 }	Comparaison courbes théoriques et expérimentales
162	Puissance délivrée aux courants forts
168 } 169 }	Variation de la puissance délivrée en fonction de la température

## Annexes

page 2	relation entre $E_M$ et $V_Z$ pour les diodes PIN et $P^+N$ abrupte.
6	Tension d'avalanche d'une diode $P^+N N^+$ et d'une diode $P^+N$ abrupte.
12	Coefficient de température $\gamma$ pour différentes diodes
17	Construction d'un flux de chaleur.

# E R R A T A

Page 2 { (7<sup>e</sup> ligne) à la place de Fowler Nordhen lire Fowler Nordheim

(11<sup>e</sup> ligne) lire  $\varepsilon_1 = \int_0^d q E dx = \int_0^d q \frac{u}{d} dx$

11 (1<sup>ère</sup> équation): lire  $\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{e N(x)}{\varepsilon}$

13 (ligne 14) lire  $U_0 = \frac{e N}{\varepsilon} W^2$

14 (ligne 3) ref 10

36 (ligne 9) lire  $\left[ k \frac{\partial T}{\partial x} \right]_{x+dx} (dydz) dt$

78 (ligne 5) lire fig. D03 au lieu de D02

88 (ligne 1) lire "le courant" au lieu "de courant"

89 (ligne 4) lire "et en passivant"

111 (ligne 6) référence (5)

117 (ligne 3, 12, 15) lire  $\frac{\lambda(\theta)}{\chi(\theta)}$  au lieu de  $\frac{\chi(\theta)}{\chi(\theta)}$

118 (ligne 4) lire "module" au lieu de "modèle"

119 (ligne 2) lire  $\frac{\beta^2 \phi(y)}{1 - \beta^2 \phi(y)}$  (expression V.97)

126 (ligne 4) lire "cet effet" au lieu de "ce effet"

127 (dernière ligne) référence (5)

128 (dernière ligne) lire "stabilité" au lieu de "stabilité"

131 (ligne 5) lire  $P_{\text{emax}} = 0,5 \chi(\theta) \left(1 - \frac{\delta}{W}\right) U_0 I_0$

138 (ligne 15) lire référence (5)

page 143 (ligne 8) lire  $I_{\max} = \frac{0,5 \omega C U_0}{K_D}$

147 ajouter section  $S = 10^{-4} \text{ cm}^2$

159 lire courbe F04 et non B08

164 { (formule VI.13) lire  $\frac{\sqrt{1 + a^2 B_0^4(y) \phi^2(y)}}{1 + a^2 B_0^2(y) \phi^2(y)}$  et non  $\frac{\sqrt{1 + a^2 B_0^4(y) \phi^2(y)}}{1 + a^2 B_0^2(y) \phi^2(y)}$   
 (formule VI.12) lire  $\frac{\sqrt{1 + a^2 B_0^4(y) \phi^2(y)}}{1 + a^2 B_0^2(y) \phi^2(y)}$  au lieu de  $\frac{\sqrt{1 + a^2 B_0^4(y) \phi^2(y)}}{1 + a^2 B_0^2(y) \phi^2(y)}$

165 (au milieu) lire  $a = \frac{2v}{\omega \delta} \frac{I_s}{I_0}$

166 (avant dernière ligne) lire "accrochage" au lieu de "accochage"

168 lire courbe F08

170 lire fig. "D06" au lieu de "F08 et F09"