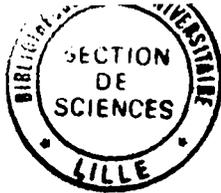


50376  
1968  
169



50376  
1968  
169

UNIVERSITE DE LILLE  
FACULTE DES SCIENCES

THESE DE 3e CYCLE

MENTION PHYSIQUE DU SOLIDE

CONTRIBUTION A L'ETUDE DES EFFETS NON LINEAIRES DANS LES  
SOLIDES : APPLICATION A LA PRODUCTION HARMONIQUE D'HYPERSONS A 2 GIGAHERTZ.

Membres du Jury : M. MORIAMEZ Président.  
M. VIDAL Examineur.  
M. MONTEL Examineur.

Présentée à LILLE, le 9 Juillet 1968



030 031652 1

UNIVERSITE DE LILLE  
FACULTE DES SCIENCES

Doyens Honoraires

MM. H. LEFEBVRE -- M. PARREAU.

Professeurs Honoraires

MM. ARNOULT -- BEGHIN -- BROCHARD -- CAU -- CHAPPELON -- CHAUDRON --  
CORDONNIER -- DEHEUVELS -- DEHORNE -- DOLLE -- FLEURY -- P. GERMAIN --  
KAMPE DE FERIET -- KOURGANOFF -- LAMOTTE -- LELONG -- Mme LELONG --  
MM. MAZET -- MICHEL -- NORMANT -- PARISELLE -- PASCAL -- PAUTHENIER -- ROIG  
ROSEAU -- ROUBINE -- ROUELLE -- WIEMAN -- ZAMANSKY.

Doyen

M. DEFRETIN , Professeur de Biologie et Physiologie animales.

Assesseurs

MM. HEUBEL -- Professeur de Chimie Minérale.  
LEBRUN -- Professeur d'Electronique, Electrotechnique et Auto-  
matique.

Professeurs

MM. BACCHUS	Mathématiques Appliquées.
BEAUFILS	Chimie.
BONNEMAN	Chimie.
BECART	Physique.
BLOCH	Biologie et Physiologie animales.
BONTE	Sciences de la Terre.
BOUGHON	Mathématiques pures.
BOUISSET	Biologie et Physiologie animales.
BOURIQUET	Biologie Végétale.
CELET	Sciences de la Terre.
CONSTANT	Electronique, Electrotechnique et Auto- matique.

MM. CORSIN	Sciences de la Terre.
DECUYPER	Mathématiques Pures.
DEDECKER	Mathématiques Pures.
DEFRETIN	Biologie et Physiologie animales.
DEHORS	Electronique, Electrotechnique et Auto- matique.
DELATTRE	Sciences de la Terre.
DELEAU	Sciences de la Terre.
DELHAYE	Chimie.
DERCOURT	Sciences de la Terre.
DESCOMBES	Mathématiques Pures.
DURCHON	Biologie et Physiologie animales.
FOURET	Physique.
GABILLARD	Electronique, Electrotechnique et Auto- matique.
GLACET	Chimie.
GONTIER	Mathématiques Appliquées.
HEIM DE BALSAC	Biologie et Physiologie animales.
HEUBEL	Chimie.
HOCQUETTE	Biologie Végétale.
LEBEGUE	Botanique.
Mme LEPEGUE	Physique.
MM. LEBRUN	Electronique, Electrotechnique et Auto- matique.
Mle LENOBLE	Physique.
MM. LIEBAERT	Electronique, Electrotechnique et Auto- matique.
LINDER	Biologie Végétale.
LUCQUIN	Chimie.
MARION	Chimie.
MARTINOT-LAGARDE	Mathématiques Appliquées.
Mle MARQUET	Mathématiques Pures.
MM. MENNESSIER	Géologie.
MONTARIOL	Chimie.
MONTREUIL	Chimie.

MM. MORIAEZ	Physique.
MOUVIER	Chimie.
PARREAU	Mathématiques Pures.
PEREZ	Physique.
PHAM MAU QUAN	Mathématiques Pures.
POUZET	Mathématiques Appliquées.
PROUVOST	Sciences de la Terre.
SAVARD	Chimie.
SCHILTZ	Physique.
SCHALLER	Biologie et Physiologie animales.
Mme SCHWARTZ	Mathématiques Pures.
MM. TILLIEU	Physique.
TRIDOT	Chimie.
VAILLANT	Mathématiques Pures.
VAZART	Botanique.
VIVIER	Biologie et Physiologie animales.
WATERLOT	Sciences de la Terre.
WERTHEIMER	Physique.

#### Maîtres de Conférences

Mme BADIER	Physique.
Mle BASTIANI	Mathématiques Pures.
MM. BELLET	Physique.
BENABOU	Mathématiques Pures.
BILLARD	Physique.
BOILLET	Physique.
BUI TRONG LIEU	Mathématiques Pures.
CHERRUAULT	Mathématiques Pures.
CHEVALIER	Mathématiques.
DEVRAINNE	Chimie.
Mme DIXMIER	Mathématiques.
M. DOUCET	Chimie.
Mme DRAN	Chimie.

MM. DUQUESNOY	Chimie.
GOUDMAND	Chimie.
GUILBAULT	Biologie et Physiologie animales.
GUILLAUME	Biologie Végétale.
HANGAN	Mathématiques.
HENRY	Physique.
HERZ	Mathématiques Appliquées.
HEYMAN	Physique.
HUARD DE LA MARRE	Mathématiques Appliquées.
JOLY	Biologie et Physiologie animales.
LABLACHE-COMBIER	Chimie.
LACOSTE	Biologie Végétale.
LAMBERT	Physique.
LANDAIS	Chimie.
LEHMANN	Mathématiques Pures.
Mme LEHMANN	Mathématiques Pures.
MM. LOUCHEUX	Chimie.
MAES	Physique.
METTETAL	Zoologie.
MONTEL	Physique.
NGUYEN PHONG CHAU	Mathématiques.
PANET	Electronique, Electrotechnique et Automatique.
PARSY	Mathématiques Pures.
RACZY	Physique.
ROBERT	Mathématiques Appliquées.
SAADA	Physique.
SEGARD	Chimie.
TUDO	Chimie Minérale Appliquée.
VIDAL	Electronique, Electrotechnique et Automatique.
Mme ZINN-JUSTIN	Mathématiques Pures.

Ce travail a été entrepris au Laboratoire d'Ultrasons de la Faculté des Sciences de Lille, sous la direction de Monsieur le Professeur MORIAMEZ dont les conseils et les critiques m'ont été extrêmement bénéfiques. Je lui suis profondément reconnaissant d'avoir bien voulu m'accueillir dans son Laboratoire.

J'adresse mes plus vifs remerciements à M. P.THERY, Maître-Assistant à la Faculté des Sciences de Lille, qui m'a initié à la recherche et qui m'a apporté une aide précieuse et efficace au cours de ce travail.

Que Messieurs les Professeurs P.VIDAL et M.MONTEL veuillent bien trouver ici l'expression de ma profonde gratitude pour avoir accepté d'être membres du Jury.

Mes remerciements les plus cordiaux vont à mes camarades de laboratoire, particulièrement à M. M.MARTIN qui a réalisé l'installation à hélium liquide et à M. F.HAINE qui m'a aidé dans la partie électronique de ce travail.

Je remercie encore les mécaniciens qui ont réalisé les cavités hyperfréquences.

## I N T R O D U C T I O N

---

Un phonon est un quantum d'énergie de vibration du réseau cristallin par analogie à un photon, qui est le quantum d'énergie électromagnétique. Les hypersons sont des quanta élastiques ayant des fréquences de l'ordre du gigahertz (tandis que les ultrasons sont caractérisés par des fréquences de l'ordre du mégahertz).

BARANSKII (1), et BOMMEL et DRANSFELD (2) ont décrit les premiers techniques de production et de détection d'hypersons jusqu'à 2 GHz en 1958. Les hypersons étaient produits par la vibration de la surface d'un barreau de quartz piézoélectrique placé dans la région de champ électrique élevé d'une cavité réentrante. JACOBSEN (3) a produit en 1959 des hypersons à 24 GHz et, récemment, THAXTER et TANNENWALD (4) à 70 GHz. Plusieurs auteurs (5,6) ont souligné l'importance des hypersons dans le développement de la physique du solide (interaction spin-phonon, magnon-phonon, électron-phonon, phonon-phonon) et dans les applications technologiques (lignes à retard et amplificateurs acoustiques).

Le but de ce travail est d'étudier la production harmonique d'hypersons. Les phénomènes non linéaires à l'origine de cette production harmonique peuvent apparaître à la surface d'un solide, où l'onde acoustique fondamentale est produite dans des matériaux piézoélectriques, et dans le volume du solide au cours de la propagation de l'onde fondamentale.

- 
- |                          |   |
|--------------------------|---|
| (1) BARANSKII            | Soviet Physics, Doklady 2 ; 237 ; (1958). |
| (2) BOMMEL , DRANSFELD   | Phys. Rev. Letters 1 ; 234 ; (1958).      |
| (3) JACOBSEN             | Phys. Rev. Letters ; 2 ; 249 ; (1959).    |
| (4) THAXTER , TANNENWALD | Appl. Phys. Letters ; 5 ; 67 ; (1964).    |
| (5) ROWELL               | Brit. J. Appl. Phys. ; 14 ; 60 ; (1963).  |
| (6) TEHON , WANUGA       | Proc. I.E.E.E. ; 52 ; 1113 ; (1964).      |

Dans le cas de matériaux piézoélectriques, la production harmonique "de surface" est due à la variation de la constante piézoélectrique, en fonction du champ électrique, propriété propre aux milieux piézoélectriques. La production harmonique "en volume", qui apparaît lorsqu'une onde acoustique d'amplitude finie se propage dans le volume d'un solide, est due aux propriétés élastiques non linéaires du milieu. Ces propriétés anharmoniques sont quantitativement décrites par les constantes élastiques du troisième ordre. La connaissance de ces constantes élastiques du troisième ordre est nécessaire pour établir l'équation d'état d'un solide et pour expliquer quantitativement des phénomènes non linéaires tels que la variation des constantes élastiques du deuxième ordre en fonction de la température, la chaleur spécifique à hautes températures et l'atténuation des ondes ultrasonores et hypersonores. Du point de vue microscopique, les constantes élastiques du deuxième ordre sont reliées aux dérivées secondes du potentiel cristallin par rapport aux déplacements, et les constantes élastiques du troisième ordre, aux dérivées troisièmes (ou potentiel anharmonique). La détermination de ces constantes élastiques du troisième ordre peut donc donner une information supplémentaire sur le potentiel cristallin.

CHAPITRE I - EFFETS NON LINEAIRES DE VOLUME - INTERACTION PHONON-PHONON.

1.1 - Etude en mécanique classique.

1.1.1 - Milieu non dissipatif.

1.1.1.1 - Constantes élastiques du 3<sup>ème</sup> ordre.

1.1.1.2 - Notation contractée.

1.1.1.3 - Equation du mouvement.

1.1.1.4 - Résolution de l'équation du mouvement par la théorie  
des perturbations.

1.1.2 - Milieu dissipatif.

1.2 - Etude en mécanique quantique.

Comparaison des résultats avec ceux obtenus en mécanique classique.

1 - EFFETS NON LINEAIRES DE VOLUME - INTERACTION PHONON-PHONON

Deux ondes sonores différentes de faible intensité se propageant dans un solide linéaire n'interagissent pas. Cependant, si l'intensité de ces ondes croît, les propriétés non linéaires du solide ne sont plus négligeables et les deux ondes interagissent pour former une troisième onde.

L'interaction entre deux ondes acoustiques cohérentes de fréquence et de polarisation bien définies peut donner une information beaucoup plus détaillée sur l'interaction phonon-phonon, que la variation de l'atténuation de l'onde acoustique en fonction de la température (ou des phénomènes thermiques tels que la conductivité thermique). Les phénomènes thermiques doivent d'abord supposer l'existence d'une interaction à trois phonons et ensuite faire la moyenne sur la distribution des phonons thermiques du réseau. L'interaction entre deux ondes acoustiques cohérentes pour former une troisième onde acoustique (7) ou, ce qui est équivalent, l'interaction d'une onde cohérente avec elle-même pour former des ondes de fréquences harmoniques, (8) prouve directement l'existence des processus à trois phonons et vérifie les règles de sélection. Lorsque l'intensité des ondes acoustiques interagissantes est connue, on peut mesurer la constante de couplage pour cette interaction en fonction de l'orientation du cristal et de la polarisation des ondes (7).

Les premières observations de l'interaction entre ondes acoustiques cohérentes furent faites aux fréquences de l'ordre du mégahertz par GEDROITS et KRASILNIKOV (8) et par BREAZEALE et THOMPSON (7) (production harmonique à 60 MHz dans l'aluminium polycristallin). ROLLINS et TAYLOR (9) ont étudié l'interaction phonon-phonon non colinéaire dans des matériaux polycristallins en détectant l'onde produite par l'interaction de deux ondes primaires

- 
- (7) BREAZEALE , THOMPSON      Appl. Phys. Letters ; 3 ; 77 ; (1963).  
(8) GEDROITS , KRASILNIKOV      Soviet Physics J.E.T.P. ; 16 ; 1122 ; (1963).  
(9) ROLLINS , TAYLOR      Phys. Rev. ; 136 ; A 591 ; (1964).

de grande intensité, de fréquences, et de polarisations différentes. Ils ont vérifié expérimentalement pour la première fois les règles de sélection pour l'interaction à trois phonons.

Puisque l'intensité de l'onde résultante est proportionnelle au carré de la fréquence, il est intéressant d'étudier ces phénomènes aux fréquences de l'ordre du gigahertz. Ces effets furent observés par SHIREN (10) en 1963 à 9 GHz dans MgO, puis par CARR (11) en 1964 dans le quartz.

## 1.1 - ETUDE CLASSIQUE.

### 1.1.1 - MILIEU NON DISSIPATIF.

#### 1.1.1.1 - Constantes élastiques du troisième ordre.

En fonction des coordonnées lagrangiennes  $(x_i)$ , la déformation en un point du cristal s'écrit :

$$\eta_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right]$$

$u$  étant le déplacement d'une particule du cristal dont les coordonnées avant la déformation sont  $(x_i)$ . La déformation en un point de l'espace de coordonnées eulériennes  $(\alpha_i)$  serait :

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u_i}{\partial \alpha_j} + \frac{\partial u_j}{\partial \alpha_i} - \frac{\partial u_k}{\partial \alpha_i} \cdot \frac{\partial u_k}{\partial \alpha_j} \right]$$

Dans la description lagrangienne du cristal, on étudie le comportement en fonction du temps des particules dont on suit l'évolution.

---

(10) SHIREN  
(11) CARR

Phys. Rev. Letters ; 11 ; 3 ; (1963).  
Phys. Rev. Letters ; 13 ; 332 ; (1964).

Dans la description eulérienne, au contraire, on définit un élément de volume de l'espace et on s'intéresse aux particules qui le traversent.

Appelons  $t_{ij}$  la tension thermodynamique définie par THURSTON (12): la somme  $t_{ij} \cdot d\eta_{ij}$  est égale à la différentielle du travail par unité de volume original accompli par des contraintes au cours de la déformation à entropie constante du milieu. Il vient :

$$t_{ij} = \rho_0 \left[ \frac{\partial \xi}{\partial \eta_{ij}} \right]_S$$

où  $\rho_0$  est la masse spécifique du cristal non déformé et  $\xi$  l'énergie interne par unité de masse :  $\xi (S, \eta_{ij})$ ,  $t_{ij}$  est relié à la contrainte  $T_{mn}$  par l'expression :

$$t_{ij} = J \cdot T_{mn} \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_m} \cdot \frac{\partial x_j}{\partial \alpha_n}$$

avec  $J = \begin{vmatrix} \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} & \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} & \frac{\partial \alpha_3}{\partial x_1} \\ \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_2} & \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} & \frac{\partial \alpha_3}{\partial x_2} \\ \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_3} & \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_3} & \frac{\partial \alpha_3}{\partial x_3} \end{vmatrix}$

Pour une transformation isentropique, les expressions des constantes élastiques du 2<sup>ème</sup> ordre et du 3<sup>ème</sup> ordre sont les suivantes :

$$C_{ijkl} = \left[ \frac{\partial t_{ij}}{\partial \eta_{km}} \right]_S = \rho_0 \left[ \frac{\partial^2 \xi}{\partial \eta_{ij} \cdot \partial \eta_{km}} \right]_S$$

$$C_{ijkmpq} = \rho_0 \left[ \frac{\partial^3 \xi}{\partial \eta_{ij} \cdot \partial \eta_{km} \cdot \partial \eta_{pq}} \right]_S$$

il en résulte que, si l'on développe l'énergie en négligeant les termes d'ordre supérieur à trois en fonction des déformations, on obtient :

$$\rho_0 \left[ \xi(\eta_{ij}, S) - \xi(0, S) \right] = \frac{1}{2} C_{ijkm} \eta_{ij} \cdot \eta_{km} + \frac{1}{6} C_{ijkmpq} \eta_{ij} \eta_{km} \eta_{pq}$$

### 1.1.1.2 - Notation contractée.

Nous emploierons la convention de K. BRUGGER (13) où :

$$\eta_{11} \rightarrow \eta_1 ; \quad \eta_{22} \rightarrow \eta_2 ; \quad \eta_{33} \rightarrow \eta_3 ; \quad 2\eta_{23} \rightarrow \eta_4 ; \quad 2\eta_{31} \rightarrow \eta_5 ; \quad 2\eta_{12} \rightarrow \eta_6$$

et  $t_{ij} \rightarrow t_\alpha$

$$C_{\lambda\mu} = \frac{\partial t_\lambda}{\partial \eta_\mu} ; \quad C_{\lambda\mu\nu} = \frac{\partial^2 t_\lambda}{\partial \eta_\mu \partial \eta_\nu}$$

avec cette notation, on obtient :

$$\begin{aligned} \rho_0 \left[ \xi(\eta_{ij}, S) - \xi(0, S) \right] &= \frac{1}{2} C_{\lambda\mu} \eta_\lambda \cdot \eta_\mu + \frac{1}{6} C_{\lambda\mu\nu} \eta_\lambda \cdot \eta_\mu \cdot \eta_\nu \\ &= \frac{1}{2} \sum_{\lambda} C_{\lambda\lambda} \eta_\lambda^2 + \sum_{\lambda < \mu} C_{\lambda\mu} \eta_\lambda \cdot \eta_\mu + \frac{1}{6} \sum_{\lambda} C_{\lambda\lambda\lambda} \eta_\lambda^3 \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{\lambda \neq \mu} C_{\lambda\lambda\mu} \eta_\lambda^2 \cdot \eta_\mu + \sum_{\lambda < \mu < \nu} C_{\lambda\mu\nu} \eta_\lambda \eta_\mu \eta_\nu \end{aligned}$$

Cette dernière forme est intéressante car le facteur numérique devant chaque symbole de sommation vaut  $\left(\frac{1}{n!}\right)$  où  $n$  est le nombre d'indices égaux dans les déformations.

(13) K. BRUGGER

Phys. Rev.; 133A ; 1611 ; (1964).

1.1.1.3 - Equation du mouvement.

D'après le résultat précédent, la densité lagrangienne associée au cristal où le déplacement en un point est  $\vec{u}(x,y,z,t)$  s'écrit :

$$L = \frac{1}{2} \dot{u}^2 - \frac{1}{2} C_{ijkl} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial u_m}{\partial x_k} - \frac{1}{2} C_{ijkl} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial x_m} \\ - \frac{1}{6} C_{ijkmpq} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial u_m}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial u_q}{\partial x_p}$$

la densité lagrangienne apparaît donc comme une fonction de la forme :

$$L = L \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \frac{\partial u_k}{\partial t}, x_m, t \right)$$

Le lagrangien joue un rôle important dans la mécanique des systèmes discrets car on peut en tirer les équations du mouvement. Pour des systèmes continus, les équations du mouvement sont données directement en fonction de la densité lagrangienne. GOLDSTEIN (14) montre en appliquant le principe d'HAMILTON que les équations du mouvement sont dans ce cas :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{u}_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial L}{\partial \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)} \right) = 0$$

On en déduit l'équation du mouvement :

$$\rho \ddot{u}_i = \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j \partial x_m} \left[ C_{ijkl} + \frac{\partial u_p}{\partial x_q} M_{ijkmpq} \right]$$

avec :

$$M_{ijkmpq} = C_{ijkmpq} + \delta_{kp} \cdot C_{ijmq} + \delta_{ik} \cdot C_{jmpq} + \delta_{ip} \cdot C_{jkmq}$$

(14) GOLSTEIN

Mécanique Classique - Presses Universitaires de France - PARIS 1964.

L'équation non linéaire pour des ondes longitudinales colinéaires se propageant suivant l'axe X du quartz a une forme simple :

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \left[ C_{111} + \frac{\partial u}{\partial x} (C_{1111} + 3 C_{11}) \right]$$

En posant  $v^2 = \frac{C_{11}}{\rho}$  on a :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{3 C_{111} + C_{1111}}{\rho} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Remarquons que le membre de gauche de cette équation représente l'équation d'onde classique obtenue en négligeant les termes non linéaires.

#### 1.1.1.4 - Résolution de l'équation par la théorie des perturbations.

Supposons une solution du type :

$$u(x) = u_1 \sin(k_1 x - \omega_1 t) + u_2 \sin(k_2 x - \omega_2 t) + u_s(x)$$

où  $u_1$  et  $u_2$  sont indépendants de  $x$  et beaucoup plus grands que  $u_s$ . On obtient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_s(x)}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 u_s(x)}{\partial x^2} = & - \frac{v^2}{2} S_1^2 \cdot k_1 \sin 2(k_1 x - \omega_1 t) - \frac{v^2}{2} S_2^2 \cdot k_2 \sin 2(k_2 x - \omega_2 t) \\ & - \frac{v^2}{2} S_1 \cdot S_2 (k_1 + k_2) \sin \left[ (k_1 + k_2) x - (\omega_1 + \omega_2) t \right] \\ & - \frac{v^2}{2} S_1 \cdot S_2 (k_1 - k_2) \sin \left[ (k_1 - k_2) x - (\omega_1 - \omega_2) t \right] \end{aligned}$$

où l'amplitude de la déformation  $S = ku$  et  $v_a^2 = \frac{3 C_{111} + C_{1111}}{\rho}$

On a négligé à droite les termes  $u_1 \cdot u_s$  et  $u_2 \cdot u_s$ .

Le premier terme de droite représente l'interaction de l'onde  $u_1$  avec elle-même pour produire une 2ème harmonique,  $u_2$  joue le même rôle dans le 2ème terme. Les deux derniers termes représentent l'interaction entre les

ondes  $u_1$  et  $u_2$  pour produire les fréquences somme et différence.

Pour la production harmonique  $u_2 = 0$ . En prenant une solution de la forme :

$$u_s(x) = A_{2f_1}(x) \cdot \cos 2(k_1x - \omega_1t)$$

et en identifiant les termes en sinus et cosinus, on obtient :

$$\frac{\partial A_{2f_1}}{\partial x} = - \frac{\Gamma}{8} \cdot S_1^2$$

et

$$\frac{\partial^2 A_{2f_1}}{\partial x^2} = 0$$

avec :

$$\Gamma = \frac{v^2}{a} = 3 + \frac{C_{111}}{C_{11}}$$

La solution de ces équations, avec la condition aux limites  $A_{2f_1}(x=0)=0$ , est :

$$A_{2f_1} = - \frac{\Gamma}{8} \cdot S_1^2 \cdot x$$

Dans le cas où  $u_2 \neq 0$ , on obtient la même expression pour  $A_{2f_1}$  et l'expression suivante pour l'amplitude des fréquences somme et différence:

$$A_{f_1 + f_2} = - \frac{\Gamma}{4} \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot x$$

Il est intéressant d'exprimer ces résultats en fonction des puissances acoustiques. La puissance acoustique est égale, d'après JACOBSEN, au produit de la densité d'énergie acoustique :

$$\left[ \frac{1}{2} C_{11} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right]$$

par la vitesse du son  $v$  et par la surface du barreau de quartz  $A$ . La puissance acoustique de l'onde de fréquence  $f_1$  est :

$$P_1 = \frac{1}{2} \rho v \omega_1^2 u_1^2 \cdot A$$

(avec  $\omega = v k$ )

On en déduit :

$$P_{2f_1} = \frac{\pi^2 \cdot \Gamma^2 \cdot f_1^2 \cdot P_1^2 \cdot x^2}{2\rho A v^5}$$

$$P_{f_1 \pm f_2} = \frac{\pi^2 \Gamma^2}{2\rho A v^5} \cdot (f_1 \pm f_2)^2 \cdot P_1 \cdot P_2 x^2$$

Remarquons que la puissance acoustique  $P_{2f_1}$  de l'onde harmonique est proportionnelle :

- au carré de la fréquence fondamentale  $f_1$
- au carré de la puissance acoustique fondamentale  $P_1$
- au carré de la distance parcourue  $x$ .

Remarque :

Troisième harmonique

On pourrait reprendre les calculs précédents en tenant compte dans l'équation du mouvement des termes du 4<sup>ème</sup> ordre (donc des constantes élastiques du 4<sup>ème</sup> ordre).

On appliquerait une seconde fois la théorie des perturbations, en cherchant une solution de la forme :

$$u = \underbrace{u_1 \sin(k_1 x - \omega_1 t)}_{\text{fondamental}} - \underbrace{\frac{\Gamma}{8} S_1^2 x \cdot \cos 2(k_1 x - \omega_1 t)}_{\text{2ème harmonique}} + \underbrace{\frac{9\mu}{8} (x)}_{\text{3ème harmonique}}$$

1.1.2 - Milieu dissipatif

Jusqu'ici nous avons supposé que le milieu élastique était sans perte ou que le libre parcours des phonons était infini. Il est facile de généraliser en tenant compte des pertes (impuretés, dissipation aux frontières, dislocations, etc..). Ces processus causent la décroissance exponentielle du fondamental avec un libre parcours moyen  $l_1$ . L'équation du mouvement pour le fondamental devient (15) :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2 \alpha_1 \frac{v^3}{\omega_1^2} \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} = 0$$

qui admet la solution :

$$u_1 = u_0 e^{-\alpha_1 x} \sin (k_1 x - \omega_1 t)$$

où

$$\alpha_1 = \alpha_0 \left[ 1 - \frac{5}{2} \left( \frac{\alpha_0}{k} \right)^2 + \dots \right]$$

$$k_1 = \frac{\omega}{v} \left[ 1 - \frac{3}{2} \left( \frac{\alpha_0}{k} \right)^2 + \dots \right]$$

Remarquons que nos conditions expérimentales sont telles que  $\frac{\alpha_0}{k} \ll 1$ , donc  $\alpha_1 \neq \alpha_0$  et  $k_1 \neq \frac{\omega}{v}$

Pour la production harmonique, en reprenant les résultats de 3.1.1.3 et 3.1.1.4, on cherche une solution du type :

$$u(x) = u_0 \cdot e^{-\alpha_1 x} \sin (k_1 x - \omega_1 t) + u_s(x) = u_1 + u_s(x)$$

et on obtient :

$$\frac{\partial^2 u_s}{\partial t^2} - v^2 \cdot \frac{\partial^2 u_s}{\partial x^2} - 2 \alpha_2 \frac{v^3}{\omega_2^2} \frac{\partial^3 u_s}{\partial x^2 \partial t} = v^2 \Gamma \frac{\partial u_1}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2}$$

$\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont les inverses des libres parcours moyens  $l_1$  et  $l_2$  aux fréquences  $f_1$  et  $2f_1$ .

Si on cherche une solution de la forme :

$$u_s(x) = A_{2f_1} \cdot e^{-\alpha_2 x} \cos 2(k_1 x - \omega_1 t), \text{ on trouve que :}$$

$$A_{2f_1} = \frac{\Gamma}{8} S_1^2 \left[ \frac{e^{-\alpha_2 x} - e^{-2\alpha_1 x}}{\alpha_2 - 2 \alpha_1} \right]$$

On retrouve par cette méthode le résultat trouvé par ailleurs par P.H. CARR (16).

Ainsi, dans un milieu dissipatif, l'amplitude du 1er harmonique croît linéairement avec la distance, passe par un maximum à la distance de stabilisation  $x_s$  :

$$x_s = \frac{\ln \left( \frac{2 \alpha_1}{\alpha_2} \right)}{2 \alpha_1 - \alpha_2}$$

puis décroît exponentiellement. Ce comportement a été observé dans les expériences de GEDROITS et KRASILNIKOV citées en introduction (8).

$$\text{Si } l_2 = l_1 \quad , \quad x_s = 0,69 l_1$$

---

(8) GEDROITS, KRASILNIKOV Soviet Physics J.E.T.P. ; 16 ; 1122 ; (1963).

1.2 - ETUDE EN MECANIQUE QUANTIQUE.

La théorie classique du paragraphe précédent est suffisante pour décrire l'interaction entre ondes élastiques microscopiques. Cependant, le traitement quantique a l'avantage de montrer la nature fondamentale de l'interaction. La solution présente traite l'interaction entre trois phonons longitudinaux colinéaires comme pour le cas classique. Le cas le plus général où les phonons sont non colinéaires a été étudié par TAYLOR et ROLLINS (9) pour un milieu anisotrope. Nous traiterons l'interaction phonon-phonon au moyen de la théorie des perturbations (17,18,19) dépendant du temps.

D'après les résultats du paragraphe 3.1.1., l'hamiltonien non perturbé  $H_0$  et la perturbation  $H_1$  ont pour expression :

$$H_0 = \frac{1}{2\rho} \int p^2 dV + \frac{C_{11}}{2} \int \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 dV$$

$$H_1 = \left(\frac{C_{11}}{2} + \frac{C_{111}}{6}\right) \int \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^3 dV$$

où  $p$  est l'opérateur impulsion et  $u$  l'opérateur déplacement.

L'intégration est faite sur le volume  $V$  du cristal (quartz coupe X).  $H_0$  est diagonalisé dans la représentation "n" au moyen des relations suivantes :

$$u = \sqrt{\frac{\hbar}{2\rho\omega V}} \sum_{\alpha} \left( a_{\alpha} e^{i \vec{k} \cdot \vec{r}} + a_{\alpha}^{\dagger} e^{-i \vec{k}_{\alpha} \cdot \vec{r}} \right)$$

$$p = -i \sqrt{\frac{\hbar\omega\rho}{2V}} \sum_{\alpha} \left( a_{\alpha} e^{i \vec{k} \cdot \vec{r}} - a_{\alpha}^{\dagger} e^{-i \vec{k}_{\alpha} \cdot \vec{r}} \right)$$

$a_{\alpha}$  : opérateur d'annihilation

$a_{\alpha}^{\dagger}$  : opérateur de création

La sommation sur l'indice  $\alpha$  porte sur les  $N$  modes normaux du cristal. Rappelons les propriétés des opérateurs de création et d'annihilation.

- (9) TAYLOR , ROLLINS Phys. Rev.; 136 ; A 591 ; (1964).  
 (17) FOURET Cours de D.E.A. de Physique du Solide (Lille 1966).  
 (18) ZIMAN Electrons et Phonons (Oxford 1960).  
 (19) SCHIFF Quantum Mechanics (London 1955).

$$a_{\alpha}^{+} |n_{\alpha}\rangle = \sqrt{n_{\alpha} + 1} |n_{\alpha} + 1\rangle$$

$$a_{\alpha} |n_{\alpha}\rangle = \sqrt{n_{\alpha}} |n_{\alpha} - 1\rangle$$

où  $|n\rangle$  est le vecteur ket d'état de l'état quantique contenant  $n$  phonons.

$$a_{\alpha} a_{\alpha'}^{+} - a_{\alpha'}^{+} a_{\alpha} = \delta_{\alpha\alpha'}$$

Puisque  $u$  et  $p$  sont réels,  $a_{\alpha}^{+} = a_{-\alpha}$

En utilisant les transformations précédentes, les relations  $v^2 = \frac{C_{11}}{\rho}$  et  $\omega = k.v$ , et la définition de la fonction delta,

$$\int \frac{e^{i(\vec{k}_{\alpha} - \vec{k}_{\alpha'}) \cdot \vec{r}}}{V} dV = \delta(\vec{k}_{\alpha} - \vec{k}_{\alpha'})$$

On retrouve le résultat classique :

$$H_0 = \sum_{\alpha} \frac{\hbar \omega_{\alpha}}{2} (a_{\alpha}^{+} a_{\alpha} + a_{\alpha} a_{\alpha}^{+})$$

et l'énergie du système non perturbé  $E_0 = \langle n | H_0 | n \rangle$  devient :

$$E_0 = \sum_{\alpha} \hbar \omega_{\alpha} (n_{\alpha} + \frac{1}{2})$$

Cette expression montre bien que l'énergie de chaque mode normal est quantifiée. Le quantum d'énergie est appelé un phonon.

Dans l'étude de l'interaction phonon-phonon par la théorie des perturbations, le déplacement  $u$  est considéré comme étant la superposition des déplacements de trois ondes :  $u = u_1 + u_2 + u_3$  où  $u_1$  et  $u_2$  sont beaucoup plus grands que  $u_3$ , car  $u_3$ , qui est produit par l'interaction de  $u_1$  et  $u_2$  est petit. Les règles de sélection pour l'interaction sont :

$$\begin{aligned} \omega_1 + \omega_2 &= \omega_3 && \text{(conservation de l'énergie)} \\ \vec{k}_1 + \vec{k}_2 &= \vec{k}_3 + n \vec{K} && \text{(conservation de l'impulsion)} \end{aligned}$$

$n$  étant un entier et  $\vec{K}$  le vecteur du réseau réciproque.

Pour les hypersons, le vecteur d'une onde "k" est beaucoup plus petit que le vecteur du réseau réciproque "K" qui est de l'ordre de l'inverse de la distance interréticulaire du réseau. Ainsi l'entier  $n$  dans la 2ème règle de

sélection est nul, et nous avons donc des processus normaux (N). Si  $n$  n'était pas nul, nous aurions des processus Umklapp (U), importants dans la conductivité thermique par exemple (13).

Pour des phonons colinéaires, la deuxième règle de sélection devient scalaire. On a donc :

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$$

et

$$k_1 + k_2 = k_3$$

Ces deux règles sont simultanément vérifiées quand la vitesse de phase  $v$  est la même pour les trois phonons colinéaires.

Dans le cas de phonons non colinéaires, les règles de sélection peuvent être vérifiées seulement lorsque les trois phonons n'ont pas la même polarisation. Par exemple, l'interaction entre deux ondes transversales différentes pour former une onde longitudinale, ou entre une onde transversale et une onde longitudinale pour former une onde longitudinale vérifie ces règles de sélection.

En tenant compte de ces règles de sélection et du fait que l'intégrale

$$\int_V e^{i(k_1 + k_2 - k_3) \cdot r} dV$$

est non nulle seulement dans le volume d'interaction  $V_{int}$ , on peut transformer la perturbation  $H_1$  et aboutir à l'expression :

$$H_1 = C \left[ (a_3^+ a_1 a_2 + a_1^+ a_2^+ a_3) \delta(k_1 + k_2 - k_3) + (a_2^+ a_3^+ a_1 + a_1^+ a_2 a_3) \delta(k_1 - k_2 - k_3) \right]$$

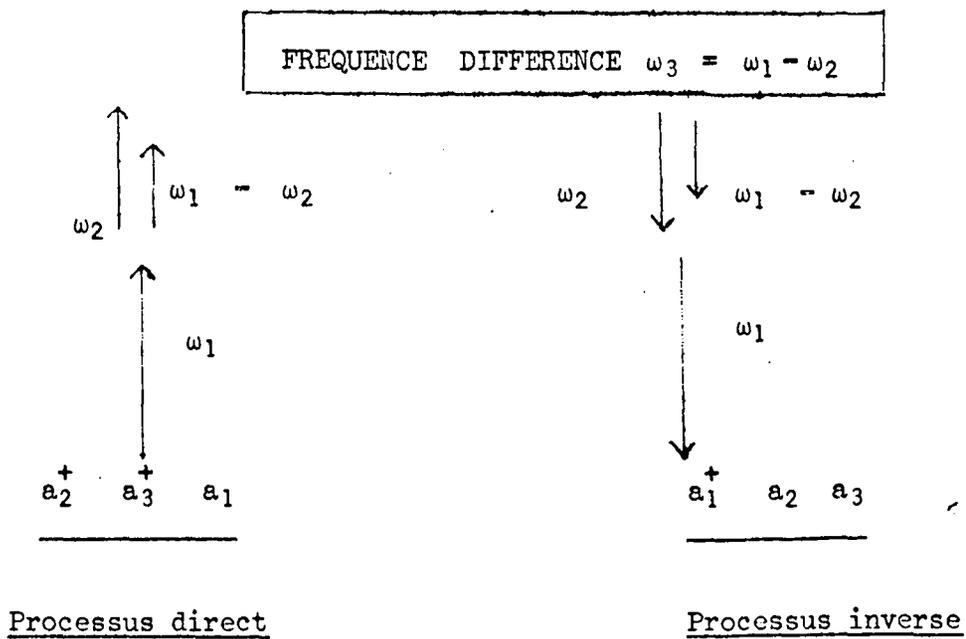
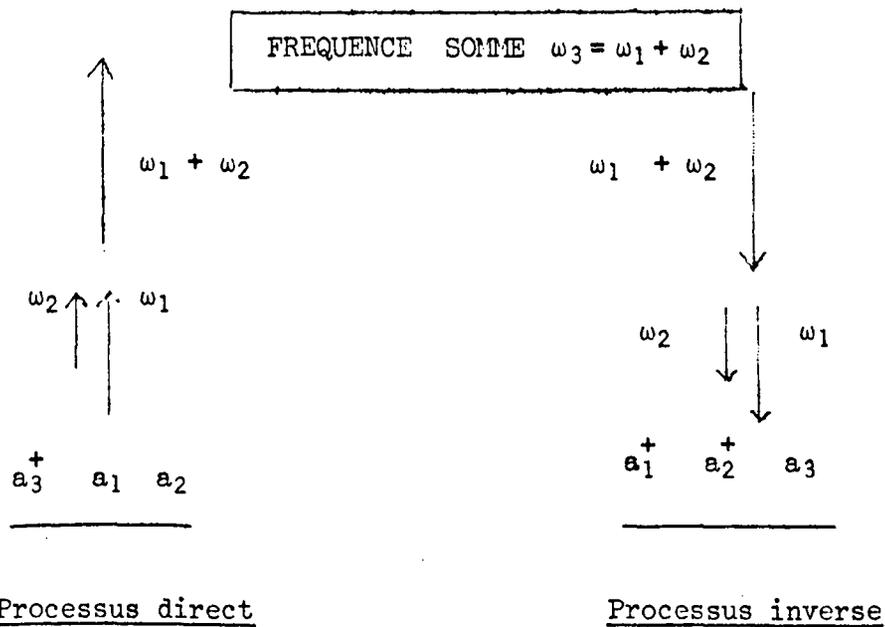
où :

$$C = C_{11} \cdot \Gamma \cdot V_{int} \left( \frac{\chi}{2\rho V} \right)^{3/2} \cdot \frac{k_1 k_2 k_3}{(\omega_1 \omega_2 \omega_3)^{1/2}}$$

et  $|\vec{k}_1| \gg |\vec{k}_2|$

La sommation sur  $\alpha$  est supprimée puisque un seul mode normal est excité pour une fréquence donnée.

Les diagrammes pour chacun des quatre termes de  $H_1$  sont représentés par la figure suivante :



Calculons d'abord la probabilité de transition pour la fréquence somme, qui correspond à la fréquence somme dans l'équation classique du mouvement. Le terme  $a_3^+ a_1 a_2$  représente le processus par lequel les phonons de fréquence  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont détruits et un phonon de fréquence  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$  est créé. Ceci représente donc le flux d'énergie allant des faisceaux de phonons  $\omega_1$  et  $\omega_2$  au faisceau  $\omega_3$ . Le terme  $a_1^+ a_2^+ a_3$  représente le processus inverse. Lorsque l'on fait le bilan de l'énergie passée des faisceaux  $\omega_1$  et  $\omega_2$  au faisceau  $\omega_3$ , on a :

$$W_{\text{net}} = W_{1,2 \rightarrow 3} - W_{3 \rightarrow 1,2}$$

où

$$W_{1,2 \rightarrow 3} = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle n_1 - 1 ; n_2 - 1, n_3 + 1 | a_3^+ a_1 a_2 | n_1 n_2 n_3 \rangle \right|^2 C^2 \rho_e$$

$$W_{3 \rightarrow 1,2} = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle n_1 + 1 ; n_2 + 1, n_3 - 1 | a_1^+ a_2^+ a_3 | n_1 n_2 n_3 \rangle \right|^2 C^2 \rho_e$$

et  $\rho_e = \frac{L}{\pi \hbar v}$

$\rho_e$  est la densité d'états à une dimension pour un cristal de longueur L. On utilise la densité d'états à une dimension plutôt que la densité d'états à trois dimensions puisque nous sommes dans le cas de trois phonons longitudinaux colinéaires. Cela revient à négliger la diffraction, ce qui est valable puisque la longueur d'onde des hypersons (de l'ordre du  $\mu$ ) est beaucoup plus faible que les dimensions du cristal.

En utilisant les propriétés des opérateurs de création et d'annihilation, nous retrouvons les résultats de SIMONS (20).

$$W_{\text{net}} = \frac{2\pi}{\hbar} C^2 \rho_e \left[ n_1 n_2 (n_3 + 1) - n_3 (n_1 + 1) (n_2 + 1) \right]$$

$$= \frac{2\pi}{\hbar} C^2 \rho_e \left[ n_1 n_2 - n_3 (n_1 + n_2 + 1) \right]$$

Comme par hypothèse  $u_3$  est beaucoup plus petit que  $u_1$  et  $u_2$ , le deuxième terme dans la dernière équation est négligeable devant le premier. La puissance à la fréquence  $f_1$  est :

$$P_1 = \left( \frac{n_1 \hbar \omega_1}{V} \right) \cdot A \cdot v$$

de même

$$P_2 = \left( \frac{n_2 \hbar \omega_2}{V} \right) \cdot A \cdot v$$

à la fréquence somme  $f_3 = f_1 + f_2$ ,

$$P_3 = \hbar \omega_3 \cdot W_{\text{net}}$$

d'où

$$P_3 = \frac{\Gamma^2 (\omega_1 + \omega_2)^2}{4\rho v^5 A^3} V_{\text{int}}^2 P_1 \cdot P_2$$

$$= \frac{\pi^2 \Gamma^2 (f_1 + f_2)^2}{\rho A v^5} P_1 P_2 x^2$$

après avoir posé  $V_{\text{int}} = A \cdot x$  (le volume d'interaction est égal au produit de l'aire du barreau par la distance parcourue par les ondes acoustiques).

Si nous comparons ce résultat avec le résultat du chapitre précédent :

$$P_{f_1 + f_2} = \frac{\pi^2 \Gamma^2 (f_1 + f_2)^2}{2\rho A v^5} P_1 P_2 x^2,$$

on constate que les deux résultats sont identiques à un facteur 2 près. Les conclusions sont les mêmes pour  $P_{f_1 - f_2}$ .

Malgré cette différence, la comparaison des résultats montre bien que les processus à trois phonons correspondent à la solution de la mécanique classique.

CHAPITRE II : EFFETS NON LINEAIRES DE SURFACE

---

2 - 1 : Diélectriques non piézoélectriques.

2 - 2 : Quartz piézoélectrique.

2-2-1 : Variation de la constante piézoélectrique en  
fonction du champ électrique.

2-2-2 : Variation de la constante diélectrique en fonc-  
tion du champ électrique.

---

## 2 - EFFETS NON LINEAIRES DE SURFACE

---

P. H CARR (16) a montré expérimentalement que la pression de radiation sur la face d'un barreau placé dans la région du champ électrique de grande intensité d'une cavité réentrante entraîne la production harmonique d'hypersons dans des diélectriques non piézoélectriques. Dans ce chapitre, nous rappellerons d'abord l'étude de ce phénomène et ensuite nous envisagerons les processus physiques susceptibles d'augmenter l'importance des effets dans le quartz piézoélectrique.

### 2 - 1 : Diélectriques non piézoélectriques:

L'équation d'onde longitudinale pour un milieu non piézoélectrique, par exemple le quartz de coupe Z, est (21):

$$\frac{1}{v_{33}^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{T_{33}}{c_{33}} \right) \quad (2-1-1)$$

où la contrainte de radiation longitudinale est :

$$T_{33} = \frac{\epsilon_0}{2} \left( \kappa_3 - \frac{\partial \kappa_3}{\partial S_3} \right) E_3^2 \quad (2-1-2)$$

w est le déplacement d'un petit élément de volume à partir de sa position d'équilibre suivant l'axe z,  $v_{33}$  est la vitesse du son,  $c_{33}$  est la constante élastique,  $\kappa_3$  est la constante diélectrique,  $\frac{\partial \kappa_3}{\partial S_3}$  est la composante longitudinale de la constante électrostrictive et  $E_3$  est la composante du champ électrique suivant l'axe z. La dérivée du membre de droite de (2-1-1) est discontinue en  $z = z_0$ , ordonnée de la surface du barreau.

(16) CARR  
(21) STRATTON

I.E.E.E. ; 13 ; 103 ; (1966).  
Théorie de l'électromagnétisme, Dunod (1961).

L'équation (2-1-1) devient (22) :

$$\frac{1}{v_{33}^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{\epsilon_0 E_r^2}{2 c_{33}} \left[ \kappa_3 (\kappa_3 - 1) + \frac{\partial \kappa_3}{\partial S_3} \right] \cdot \delta (z - z_0) \quad (2-1-3)$$

On a utilisé le fait que  $E_3 = E_r = \kappa^{-1} \cdot E_0$ , où  $E_0$  est le champ électrique juste à l'extérieur du barreau.  $E_r$  est une fonction variant lentement avec  $z$ . Mais JACOBSEN (22) a montré que cette contribution au membre de droite de (2-1-3) est négligeable devant la fonction delta, puisque la variation de  $E_r$  est faible au cours d'une longueur d'onde acoustique ( $\lambda$  électrique  $\gg \lambda$  acoustique). Le terme  $\kappa (\kappa - 1)$  qui provient de la discontinuité de la constante diélectrique est appelé contrainte de MAXWELL-FARADAY et présente une valeur plus élevée que le terme électrostrictif (16).

Le carré du champ électrique a pour expression :

$$E_r^2 (t) = E_r^2 \cdot \sin^2 \omega t = \frac{E_r^2}{2} (1 - \cos 2 \omega t)$$

$\omega = 2\pi f$ ,  $f$  étant la fréquence de résonance de la cavité.

La contrainte électrique sur la surface du barreau varie donc à la fréquence double de la fréquence de résonance de la cavité.

L'équation (2-1-3) devient donc :

$$\frac{1}{v_{33}^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{\epsilon_0 \cdot E_r^2}{4 c_{33}} \cdot \cos 2 \omega t \left[ \kappa_3 (\kappa_3 - 1) + \frac{\partial \kappa_3}{\partial S_3} \right] \delta (z - z_0) \quad (2-1-4)$$

Cette équation admet pour solution (22):

$$w = \frac{\epsilon_0 \cdot E_r^2}{8 k \cdot c_{33}} \left[ \kappa_3 (\kappa_3 - 1) + \frac{\partial \kappa_3}{\partial S_3} \right] \cdot \cos 2 \left[ k (z - z_0) - \omega t \right] \quad (2-1-5)$$

l'amplitude de la déformation  $S = \frac{\partial w}{\partial z}$  est :

$$S = \frac{\epsilon_0 \cdot E_r^2}{4 \rho \cdot v_{33}^2} \left[ \kappa_3 (\kappa_3 - 1) + \frac{\partial \kappa_3}{\partial S_3} \right] \quad \text{avec } c_{33} = \rho \cdot v_{33}^2$$

En utilisant les valeurs de CADDY pour le quartz de coupe Z (23).

$$\kappa (\kappa - 1) = 16,55 \qquad \frac{\partial \kappa_3}{\partial S_3} = - 2,07$$

$$\rho = 2660 \text{ kg/m}^3 \qquad v_{33} = 6\,800 \text{ m/sec}$$

on trouve que :

$$S = 2,64 \times 10^{-22} E_r^2$$

Le résultat (2-1-5) montre que la fréquence de l'onde élastique produite par pression de radiation est égale au double de la fréquence de résonance de la cavité dans laquelle est placé le barreau non piézoélectrique.

En utilisant la définition de la puissance acoustique du paragraphe (1.1.1.4), on obtient :

$$P_2 = \frac{\epsilon_0^2}{32 \cdot \rho \cdot v_{33}} \left[ \kappa_3 (\kappa_3 - 1) + \frac{\partial \kappa_3}{\partial S_3} \right]^2 \cdot E_r^4 \cdot A$$

$P_2$  étant la puissance acoustique produite à la fréquence double de celle de la puissance électromagnétique incidente.

## 2 - 2 : Quartz piézoélectrique.

Envisageons les phénomènes physiques responsables d'effets non linéaires accrus dans le quartz piézoélectrique. L'équation d'onde longitudinale dans un milieu piézoélectrique linéaire s'obtient en exprimant la force qui s'exerce sur un élément de volume macroscopique :

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial T_1}{\partial x} \qquad (2-2-1)$$

et en tenant compte des équations d'état piézoélectrique à une dimension (24):

$$T_1 = c_{11}^E \cdot S_1 - e_{11} \cdot E_1 \qquad (2-2-2a)$$

$$D_1 = e_{11} \cdot S_1 + \epsilon_{11}^S \cdot E_1 \qquad (2-2-2b)$$

(23) CADDY  
(24) MASON

Piézoélectricité ; (Dover 1964).  
Physical Acoustics and the Properties of Solids  
(D. Van Nostrand 1958).

où  $e_{11}$  est la constante de contrainte piézoélectrique,  $c_{11}^E$  est la constante élastique à champ électrique  $E$  constant et  $\epsilon_{11}^S$  est la constante diélectrique à déformation constante  $S_1$ . En utilisant (2-2-2a), l'équation (2-2-1) devient :

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c_{11}^E \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = - \frac{\partial}{\partial x} (e_{11} \cdot E_1) \quad (2-2-3)$$

Le champ électrique figurant au membre droit de (2-2-3) est celui provenant de la charge de polarisation qui accompagne l'onde au cours de sa propagation. En utilisant (2-2-2b), l'équation (2-2-3) devient :

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^D \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{e_{11} \cdot D_1}{\epsilon_{11}^S} \right) \quad (2-2-4)$$

où  $c^D = c^E (1 + k_{11}^2)$

avec  $k_{11}^2 = \frac{e_{11}^2}{c_{11}^E \cdot \epsilon_{11}^S}$  constante de couplage électromécanique sans dimension.

Pour le quartz de coupe X,  $k_{11}^2 = 0,98 \times 10^{-2}$  (24)

D'après l'équation de MAXWELL, on voit que  $\frac{\partial D}{\partial x}$  est égal à la densité de charge  $\rho_E$ , qui est nulle partout sauf dans la cavité réentrante excitée par une source électromagnétique externe. A cause des mêmes arguments que dans le paragraphe précédent,  $\lambda$  électrique  $\gg \lambda$  acoustique, la contribution dominante dans le membre droit de (2-2-4) vient du terme :

$$\frac{e_{11} \cdot D_1}{\epsilon_{11}^S} \cdot \delta(x - x_0) \quad \text{et l'équation (2-2-4) devient :}$$

$$\frac{1}{v_{11}^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = - S \cdot \delta(x - x_0) \quad (2-2-5)$$

où :

$$S = \frac{d_{11} \cdot D_1}{\epsilon_{11}^T} = d_{11} \cdot E_r = \frac{d_{11}}{k} \cdot E_o$$

avec :

$$v_{11}^2 = \frac{c_{11}}{\rho} D$$

$$d_{11} = \frac{e_{11}}{E} \quad \text{constante de déformation piézoélectrique}$$

$$\epsilon_{11}^T = (1 + k_{11}^2) \cdot \epsilon_{11}^S \quad \text{constante diélectrique à contrainte constante.}$$

$$E_r = \frac{D_1}{\epsilon_{11}^T} \quad \text{champ électrique juste à la face du barreau}$$

Le problème est maintenant de trouver des termes non linéaires assez grands à ajouter au membre droit de (2-2-5) pour rendre la production harmonique d'hypersons dans le quartz piézoélectrique de coupe X beaucoup plus grande que dans le cas précédent des milieux non piézoélectriques. On doit donc trouver un terme plus grand que la pression de radiation.

L'explication la plus vraisemblable des effets importants dans le quartz piézoélectrique est que le coefficient  $\frac{d}{\kappa}$  du membre droit de (2-2-5) dépend lui-même du champ électrique.

On verra que la variation de la constante diélectrique  $\kappa$  ( $D = \kappa \epsilon_0 \cdot E_r$ ) est trop faible pour rendre compte des phénomènes observés.

### 2 - 2 - 1 : Variation de la constante piézoélectrique en fonction du champ électrique.

NY TSI ZE (25) a étudié la variation de la constante piézoélectrique  $d$  en fonction du champ électrique et a observé en particulier que la déformation piézoélectrique d'un parallélépipède rectangle d'un quartz piézoélectrique ne croît plus proportionnellement au potentiel électrique appliqué et paraît tendre vers une limite pour des potentiels élevés.

Si nous supposons une variation exponentielle (11) de la constante piézoélectrique en fonction du champ électrique :

$$d(E) = d_{11} \cdot \exp(-E_r \cdot E_s^{-1}) = d_{11} \left[ 1 - \frac{E_r}{E_s} + \frac{1}{2} \left( \frac{E_r}{E_s} \right)^2 - \frac{1}{6} \left( \frac{E_r}{E_s} \right)^3 + \dots \right]$$

avec  $E_s$  une constante de saturation à préciser par les résultats expérimentaux.

(11) CARR

Phys. Rev. Letters ; 13 ; 332 ; (1964).

(25) NY TSI ZE

Compt. Rend. ; 184 ; 1645 ; (1927).

taux, on obtient :

$$S = d_{11} \cdot E_r - \frac{d_{11}}{E_s} \cdot E_r^2 + \frac{d_{11}}{2 E_s^2} \cdot E_r^3 + \dots \quad (2-2-6)$$

Par suite de l'excitation du barreau de quartz par le champ électrique, le premier terme de (2-2-6) rend compte du fondamental, le second terme du second harmonique et le troisième terme du troisième harmonique.

On peut résoudre l'équation (2-2-5) par la méthode déjà utilisée pour résoudre l'équation (2-1-4), et en exprimant les résultats sous forme de puissances acoustiques  $P_1$  et  $P_2$  comme précédemment pour le fondamental et le second harmonique, on trouve :

$$P_1 = \frac{1}{2} (\rho \cdot v_{l1}^3 \cdot d_{l1}^2) \cdot E_r^2 \cdot A$$

$$P_2 = \frac{1}{32} (\rho \cdot v_{l1}^3 \cdot d_{l1}^2) \cdot E_s^{-2} \cdot E_r^4 \cdot A$$

on a la relation :

$$\frac{P_2}{P_1^2} = \frac{E_s^{-2}}{8 \rho \cdot v_{l1}^3 \cdot d_{l1}^2 \cdot A}$$

En utilisant cette dernière relation et nos résultats expérimentaux, on trouve que  $E_s^{-1}$  est de l'ordre de  $10^{-7} \cdot \text{mV}^{-1}$ .

2 - 2 - 2 : Variation de la constante diélectrique en fonction du champ électrique.

Considérons maintenant la possibilité de production harmonique d'hyperpersons par la variation de la constante diélectrique en fonction du champ électrique. Ce phénomène a été étudié au sujet de l'effet électro-optique (26) On montre que :

$$\frac{1}{\kappa} - \frac{1}{\kappa_0} = r_{11} \cdot E_1 \quad \text{avec}$$

$\kappa_0$  : constante diélectrique lorsque le champ électrique est nul.  
 $\kappa$  : constante diélectrique en présence du champ électrique.  
 $r_{11}$  : constante électro-optique.

(26) American Institute of Physics Handbook, Mc GRAW HILL, 1957 page 6-96.

En utilisant les relations  $D = \kappa \cdot \epsilon_0 \cdot E_r$

et 
$$S = \frac{d_{11} \cdot D_1}{\epsilon_{11}^T} = \frac{d_{11} \cdot \kappa \cdot \epsilon_0 \cdot E_r}{\epsilon_{11}^T}$$

une comparaison du coefficient de  $E_r^2$  avec celui de (2-2-6) montre que :

$$E_s^{-1} = \kappa r_{11} = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ mV}^{-1},$$

valeur beaucoup plus faible que la valeur mesurée :

$$E_s^{-1} = 10^{-7} \text{ mV}^{-1}$$

Nous pouvons donc penser que la contribution la plus forte à la production harmonique d'hypersons en surface est due à la variation de la constante piézoélectrique en fonction du champ électrique.

CHAPITRE III - RESULTATS EXPERIMENTAUX.

3.1 - Dispositif Expérimental.

3.2 - Méthode de mesure.

3.3 - Résultats expérimentaux.

3.3.1 - Production harmonique dans  $Al_2O_3$  par pression de radiation.

3.3.2 - Production harmonique dans un quartz de coupe X.

### 3.1. - DISPOSITIF EXPERIMENTAL.

L'étude expérimentale des phénomènes anharmoniques met en oeuvre une technique de production et de détection d'ondes hypersonores (27) que nous décrirons succinctement en insistant sur certains de ses aspects les plus caractéristiques.

La face libre d'un quartz de coupe X (par exemple) est placée perpendiculairement aux lignes de champ électrique dans la partie axiale d'une cavité électromagnétique réentrante. JACOBSEN (3) a montré que dans ces conditions une zone voisine de la surface est la source d'une déformation élastique qui se propage dans le reste du cristal. Le rapport du flux d'énergie élastique engendré dans le quartz au flux d'énergie électromagnétique pénétrant dans la cavité est très faible : environ  $10^{-4}$  pour un quartz de coupe X. Le rendement est le même pour le processus inverse.

Avec un taux de conversion aussi faible, il convient d'utiliser une source puissante d'impulsions H.F. et un récepteur sensible. Mais les phénomènes de "claquage" dans les cavités imposent une limitation de 100 W environ pour la puissance crête des impulsions HF.

EMETTEUR : il est constitué par les éléments principaux d'un radar de fréquence variable entre 0,9 GHz et 1,1 GHz. Cet émetteur délivre des trains d'ondes d'une durée de 2  $\mu$ s, avec une puissance crête de 100 W. La fréquence de répétition est variable entre 100 et 1000 Hz.

CAVITES : elles sont du type réentrant et accordées à 0,9 GHz ou 1,8 GHz. Elles sont munies d'un système permettant de retrouver l'accord lorsqu'elles sont placées dans le cryostat. A la résonance, la puissance réfléchie est inférieure de 20 décibels à la puissance incidente.

---

(3) JACOBSEN  
(27) THERY

Phys. Rev. Letters ; 2 ; 249 ; (1959).  
Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle ; LILLE, Avril 1967.

RECEPTEUR : nous disposons d'une détection superhétérodyne de type classique constituée par un mélangeur préamplificateur où l'on réalise un battement à 30 MHz avec un oscillateur local, suivi d'un amplificateur à faible bruit dont la fréquence centrale est 30 MHz et la largeur de bande 10MHz. La puissance minimale des impulsions qu'il est possible de distinguer du bruit de fond est  $10^{-10}$  W.

CRISTAUX : l'une des principales difficultés provient de la précision très élevée requise pour les monocristaux utilisés. L'orientation des échantillons utilisés par rapport aux axes de symétrie cristallographiques était réalisée à cinq minutes d'arc près. Le poli optique est nécessaire pour obtenir des réflexions avec le minimum de pertes. L'angle entre les faces doit être tel qu'après plusieurs réflexions les interférences destructives, dues à l'inclinaison des plans d'onde par rapport à la face de détection du transducteur, ne réduisent pas trop l'amplitude du signal. Cet angle doit être de quelques secondes d'arc (6 secondes d'arc pour les cristaux utilisés). Les défauts de planéité étaient de l'ordre du dixième de la longueur d'onde du sodium.

La figure 1 représente l'ensemble quartz-cavités et la figure 2 l'ensemble du montage expérimental utilisé. En raison de l'atténuation des hypersons par les chocs avec les phonons thermiques, les expériences sont effectuées à la température de l'hélium liquide (28).

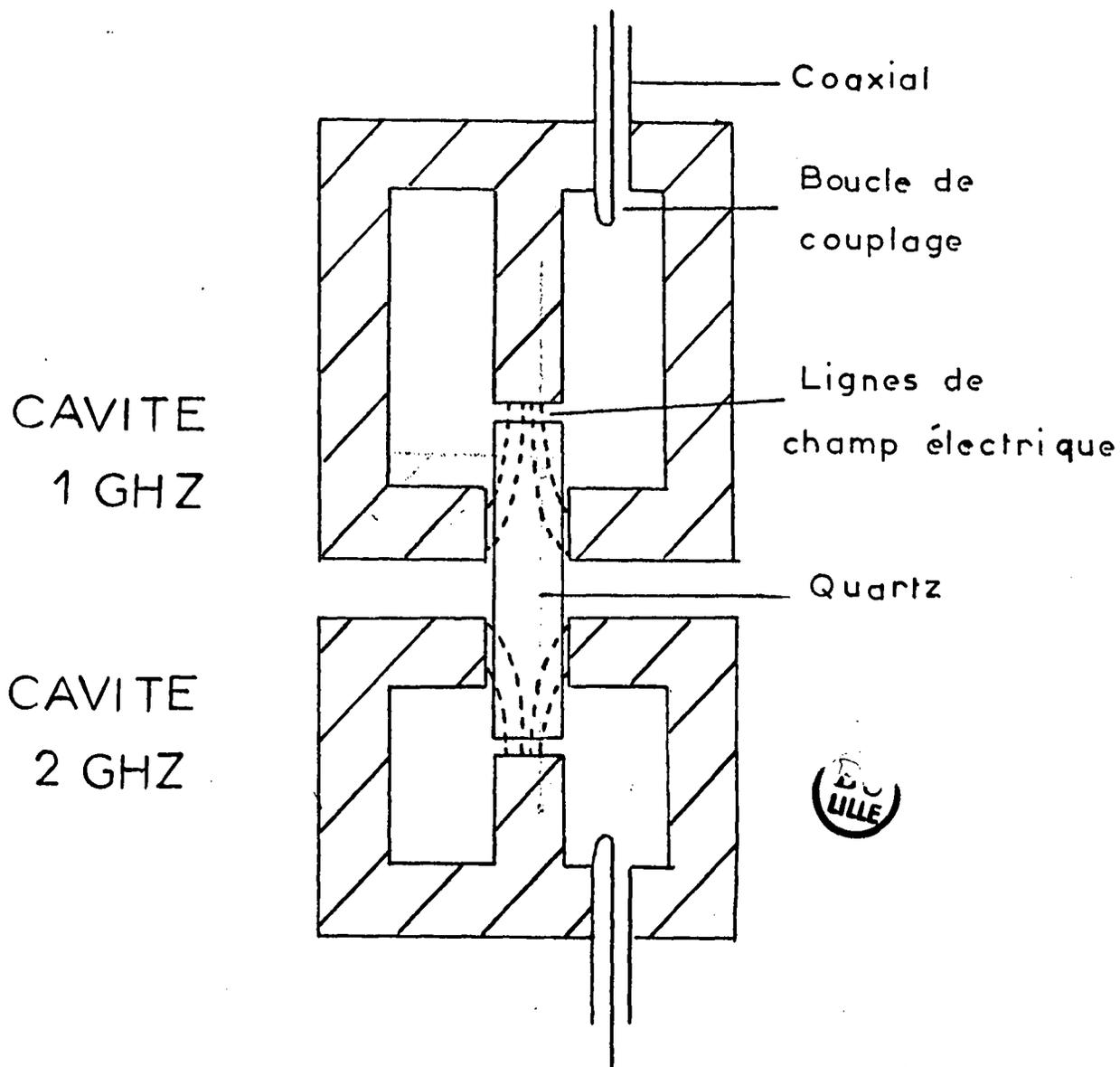


Figure 1: Assemblée acoustique

3.2 - METHODE DE MESURE.

Les impulsions H.F. de durée 2  $\mu$ sec et de puissance crête  $P_0$  excitent la cavité réentrante. La puissance acoustique  $P_1$  produite sur la surface du barreau est égale à  $aP_0$  ( $a$  étant de l'ordre de  $10^{-4}$ ). Si l'on opère par réflexion, l'onde acoustique traverse le barreau, est réfléchi sur l'autre face du barreau et revient à la première face où une faible fraction de la puissance acoustique est convertie en puissance électromagnétique  $P_2$  détectée par le récepteur superhétérodyne. En tenant compte de l'atténuation, on peut extrapoler la courbe donnant le niveau des échos successifs obtenus après chaque aller et retour dans le barreau de quartz à la distance zéro où  $P_2 = aP_1$  puisque, d'après JACOBSEN, le facteur de conversion énergie acoustique-énergie électromagnétique est égal au facteur de conversion énergie électromagnétique-énergie acoustique. On a alors :

$$a = (P_2/P_0)^{1/2}$$

La mesure absolue de la puissance acoustique  $P_1$  exige donc la mesure absolue de la puissance électromagnétique  $P_0$ . On pourrait mesurer cette puissance crête  $P_0$  à partir de sa valeur moyenne, de sa largeur et de la fréquence de répétition. Cette technique comporte des difficultés provenant principalement du fait que la forme des impulsions n'est pas rectangulaire.

Pour éviter ces difficultés, nous avons utilisé une technique dans laquelle la puissance crête du radar (environ 100 W) est atténuée puis comparée à la puissance crête connue du klystron d'un générateur d'échos de mesure (environ 1 mW), ayant même fréquence que le radar.

La puissance crête du klystron est mesurée en deux étapes. D'abord nous utilisons le klystron en fonctionnement continu et nous mesurons sa puissance à l'aide d'un détecteur à thermistance HEWLETT PACKARD 431C. Ensuite nous utilisons le klystron en régime pulsé de façon que sa puissance crête soit égale à sa puissance en continu. La mesure absolue de la puissance électromagnétique  $P_2$  détectée s'effectue en introduisant à travers un

coupleur directif 20 db un signal de puissance connue et de même fréquence que les échos hypersonores. On peut ainsi mesurer la puissance  $P_2$  relative à chaque écho hypersonore en faisant déplacer l'écho de mesure sur l'écran de l'oscilloscope et en ajustant sa hauteur et celle de l'écho hypersonore considéré avec un atténuateur variable.

Nous avons pu ainsi mesurer le facteur "a" à  $\pm 20\%$ . L'erreur principale provient de la difficulté de comparer sur l'oscillographe deux niveaux faibles, à cause du bruit de fond du récepteur.

### 3.3 - RESULTATS EXPERIMENTAUX.

#### 3.3.1 - Production d'hypersons dans $Al_2O_3$ par pression de radiation.

Nous plaçons un barreau de corindon (non piézoélectrique) dans l'ensemble acoustique décrit précédemment. Le barreau est en contact avec le conducteur central d'une cavité résonnant à 1 GHz. La cavité à 1 GHz est excitée par des impulsions de 2  $\mu$ s, de puissance crête 100 W. Les hypersons produits par pression de radiation se propagent jusqu'à l'autre face du barreau sur laquelle est déposée une couche mince piézoélectrique de sulfure de cadmium. Cette couche, placée dans la cavité à 2 GHz, transforme une partie de l'énergie acoustique en énergie électromagnétique détectée par le récepteur superhétérodyne. L'onde acoustique réfléchiée par la couche de CdS retourne à la face du barreau dans la cavité à 1 GHz où aucun signal n'est détecté. Cette remarque met donc en évidence le fait que le mode de production n'a pas d'inverse et que le barreau utilisé n'est pas piézoélectrique.

Nous avons pu réaliser cette expérience à la température ambiante, l'atténuation des hypersons étant faible dans  $Al_2O_3$  (de l'ordre de 2 db/cm à 2 GHz).

La figure 3 montre la production d'échos longitudinaux dans  $Al_2O_3$  (orienté suivant l'axe d'ordre 3).

Le temps séparant l'impulsion H.F. et le premier écho correspond au temps mis par l'écho pour aller de la face productrice du barreau à l'autre face détectrice. Le temps entre le premier et le second écho correspond à un aller et retour dans le barreau et est égal au double du temps précédent.

Ceci prouve que les hypersons sont produits à la face du barreau placée dans la cavité à 1 GHz, et non par la couche piézoélectrique déposée sur l'autre face du barreau, placée dans la cavité à 2 GHz.

La figure 4 montre des échos produits et détectés dans la cavité à 2 GHz par la couche de CdS. Cette expérience par réflexion permet de mesurer le facteur de conversion électromécanique de l'ensemble cavité + couche : on le trouve de l'ordre de  $10^{14}$ .

En tenant compte de l'atténuation et du facteur de conversion électromécanique, on peut déterminer la puissance acoustique du premier écho détecté au niveau de la surface productrice. Nous avons trouvé que cette puissance acoustique était au mieux à 70 db en-dessous de la puissance H.F. incidente. Ceci montre que les hypersons ainsi produits sont caractérisés par une puissance inférieure de 30 db aux hypersons produits par piézoélectricité (puisque dans ce cas le facteur de conversion est de l'ordre de 40 db).

Nous avons effectué une vérification expérimentale supplémentaire du fait que la pression de radiation produit des hypersons à la fréquence double de celle des impulsions H.F. excitant la cavité émettrice résonnant à 1 GHz. En effet, nous avons remplacé la cavité à 2 GHz par une autre cavité à 1 GHz : aucun signal n'a été détecté par la couche de CdS placée dans la cavité réceptrice (résonnant alors à 1 GHz).

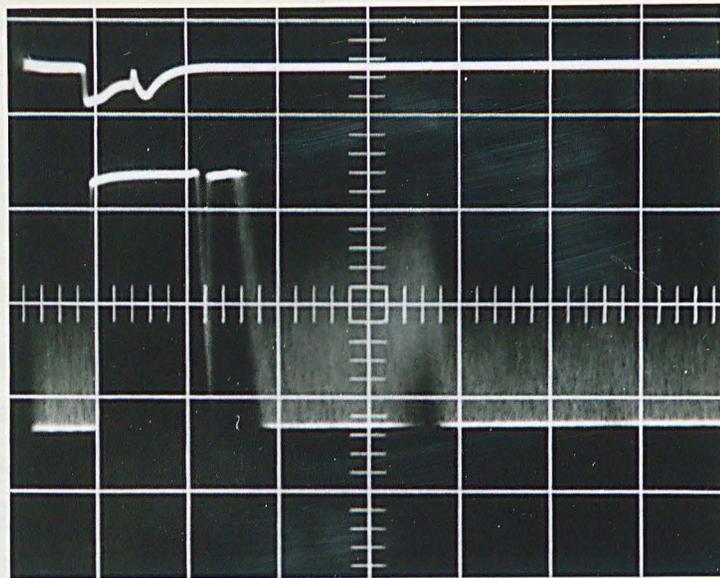


Figure 3 : Hypersons produits harmoniquement à 2 GHz par pression de radiation dans  $\text{Al}_2\text{O}_3$  à température ambiante.

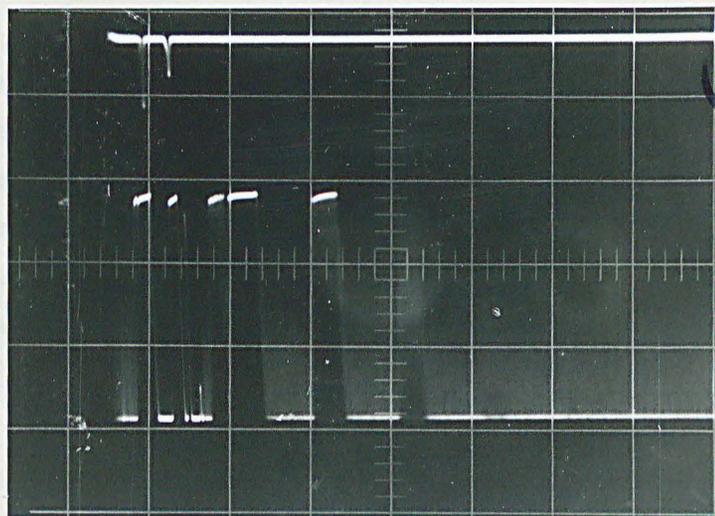


Figure 4 : Hypersons produits à 2 GHz par une couche de CdS déposée sur  $\text{Al}_2\text{O}_3$  à température ambiante.

### 3.3.2 - Production harmonique dans un quartz de coupe X.

Nous avons placé un barreau de quartz de coupe X dans l'ensemble acoustique décrit précédemment. Des hypersons sont produits à la surface du barreau placé dans la cavité à 1 GHz. Cette cavité est excitée par des impulsions H.F. de durée 2  $\mu$ s qui traversent un filtre passe-bas éliminant les harmoniques supérieurs. Les hypersons longitudinaux se propagent avec une vitesse de 5800 m/sec vers l'autre face du barreau placée dans la cavité à 2 GHz. Le deuxième harmonique acoustique y est partiellement transformé en énergie électromagnétique détectée par le récepteur superhétérodyne.

Cet effet a été mis en évidence à la température ambiante. Nous donnons ici les résultats de l'expérience faite à l'hélium liquide.

La figure 5 montre les échos obtenus à 1 GHz en opérant par réflexion dans la cavité à 1 GHz. La figure 6 montre les échos produits harmoniquement et simultanément à 2 GHz. En opérant par réflexion comme à 1 GHz, on a aussi obtenu des échos à 2 GHz en excitant la cavité à 2 GHz par la source H.F. à 2 GHz.

Sur la figure 6, on constate que le temps séparant le premier et le second écho (correspondant à un aller et retour de l'onde hypersonore dans le barreau de quartz) est égal au double du temps séparant l'impulsion H.F. et le premier écho, correspondant à un aller de l'onde hypersonore. Cela montre bien que le deuxième harmonique est produit à la surface du barreau placée dans la cavité résonnant à 1 GHz.

Nous avons relevé la courbe de l'atténuation des hypersons produits harmoniquement à 2 GHz. Comme le montre la figure 6, lorsque l'amplificateur n'est plus saturé, nous observons une décroissance exponentielle de l'amplitude des échos lors de leur propagation dans le barreau de quartz. L'atténuation des hypersons produits harmoniquement à 2 GHz est de 2 db/cm. De plus,

cette atténuation a la même valeur pour les hypersons produits directement à 2 GHz à partir d'une source H.F. à 2 GHz. Ces mesures nous permettent de dire que le phénomène observé est dû exclusivement à un phénomène de surface comme il a été discuté au paragraphe (2-2).

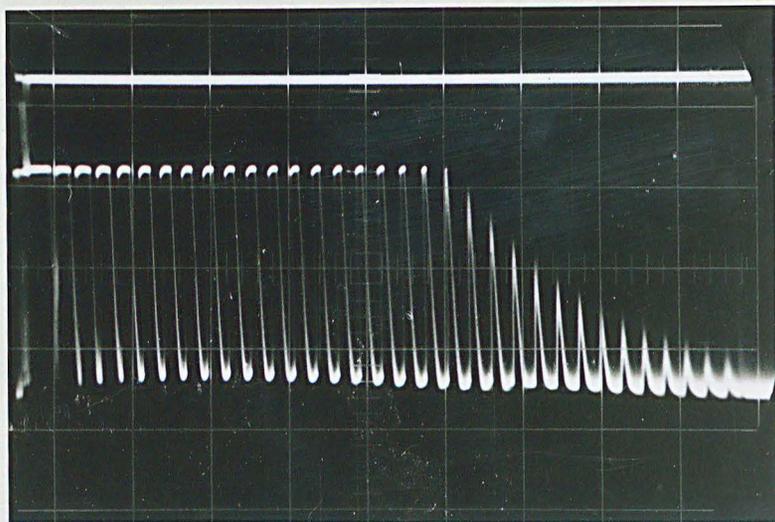


Figure 5 : Hypersons produits à 1 GHz par effet piézoélectrique dans un quartz de coupe X à 4,2°K.

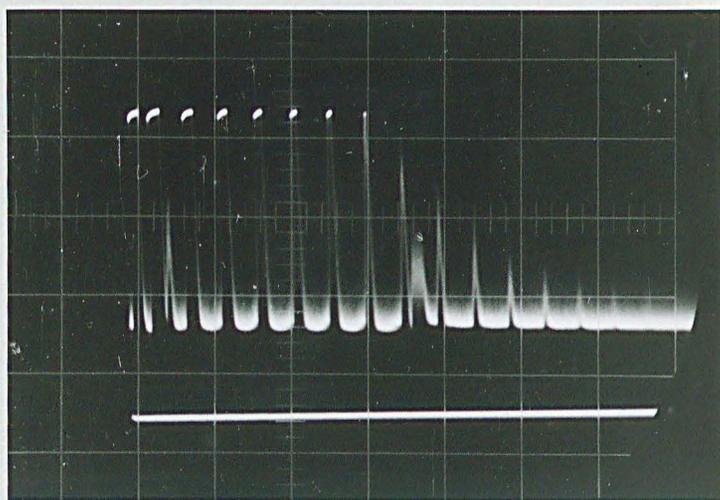


Figure 6 : Hypersons produits harmoniquement à 2 GHz dans un quartz de coupe X à 4,2°K.

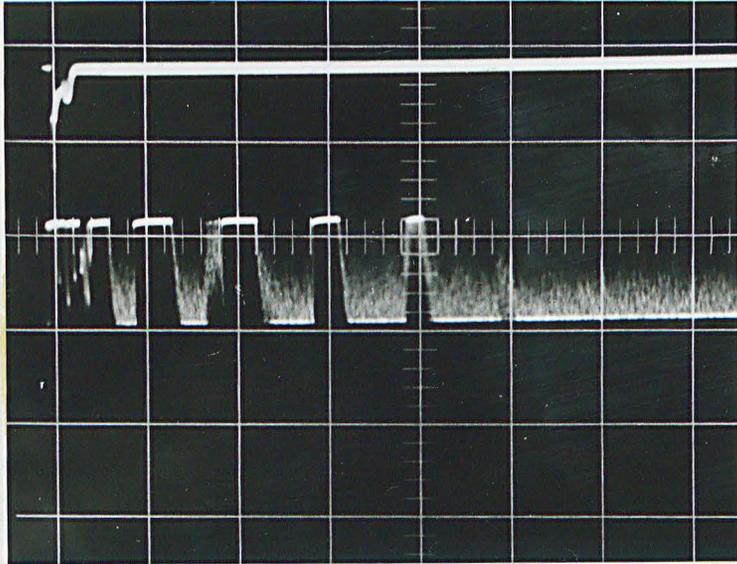


Figure 5bis : Hypersons produits à 1 GHz par effet piézoélectrique dans un quartz de coupe X à température ambiante.

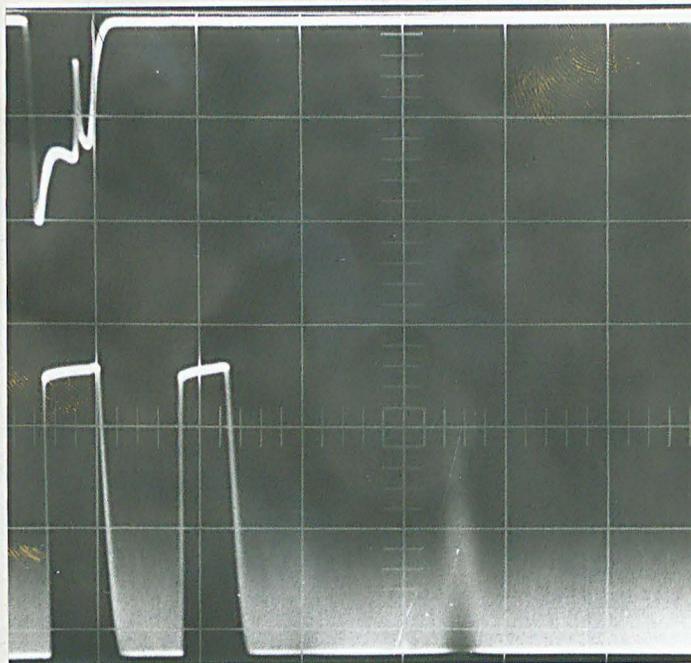


Figure 6bis : Hypersons produits harmoniquement à 2 GHz dans un quartz de coupe X à température ambiante.

Au paragraphe (2.2.1), nous avons montré par le calcul que la puissance acoustique  $P_2$  du deuxième harmonique est proportionnelle au carré de la puissance acoustique  $P_1$  du fondamental. Nous avons vérifié expérimentalement cette propriété anharmonique. Si l'on diminue par exemple de 5 db la puissance du fondamental, la puissance du deuxième harmonique diminue de 10 db (cf. figure 8).

Les résultats de l'expérience à la température de l'hélium liquide nous permettent de dire que la puissance acoustique du deuxième harmonique est cent fois plus faible que la puissance acoustique du fondamental. En effet, la puissance H.F. excitant la cavité à 1 GHz était de + 50 dbm (0 dbm = 1 milliwatt) et la puissance détectée du premier écho harmonique était -52 dbm. En tenant compte de l'atténuation dans le quartz et de la valeur du coefficient électromécanique des cavités, la puissance acoustique du fondamental à la surface du barreau vaut + 10 dbm et la puissance acoustique de l'harmonique vaut - 10 dbm : la puissance acoustique harmonique est donc à -20db de la puissance acoustique fondamentale.

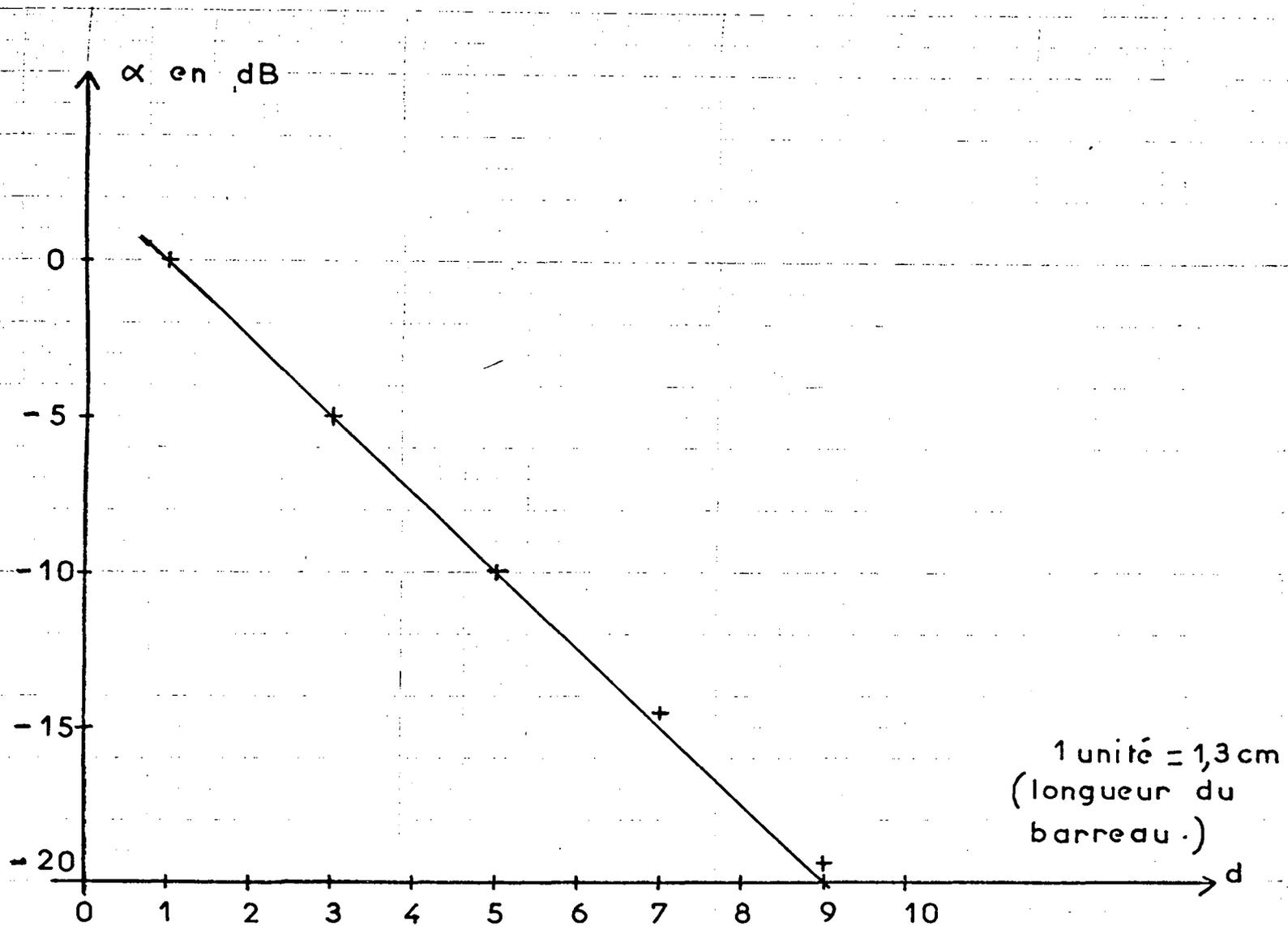


Figure 7: Atténuation des hypersons produits harmoniquement à 2 Ghz dans un quartz X à 4,2°K.

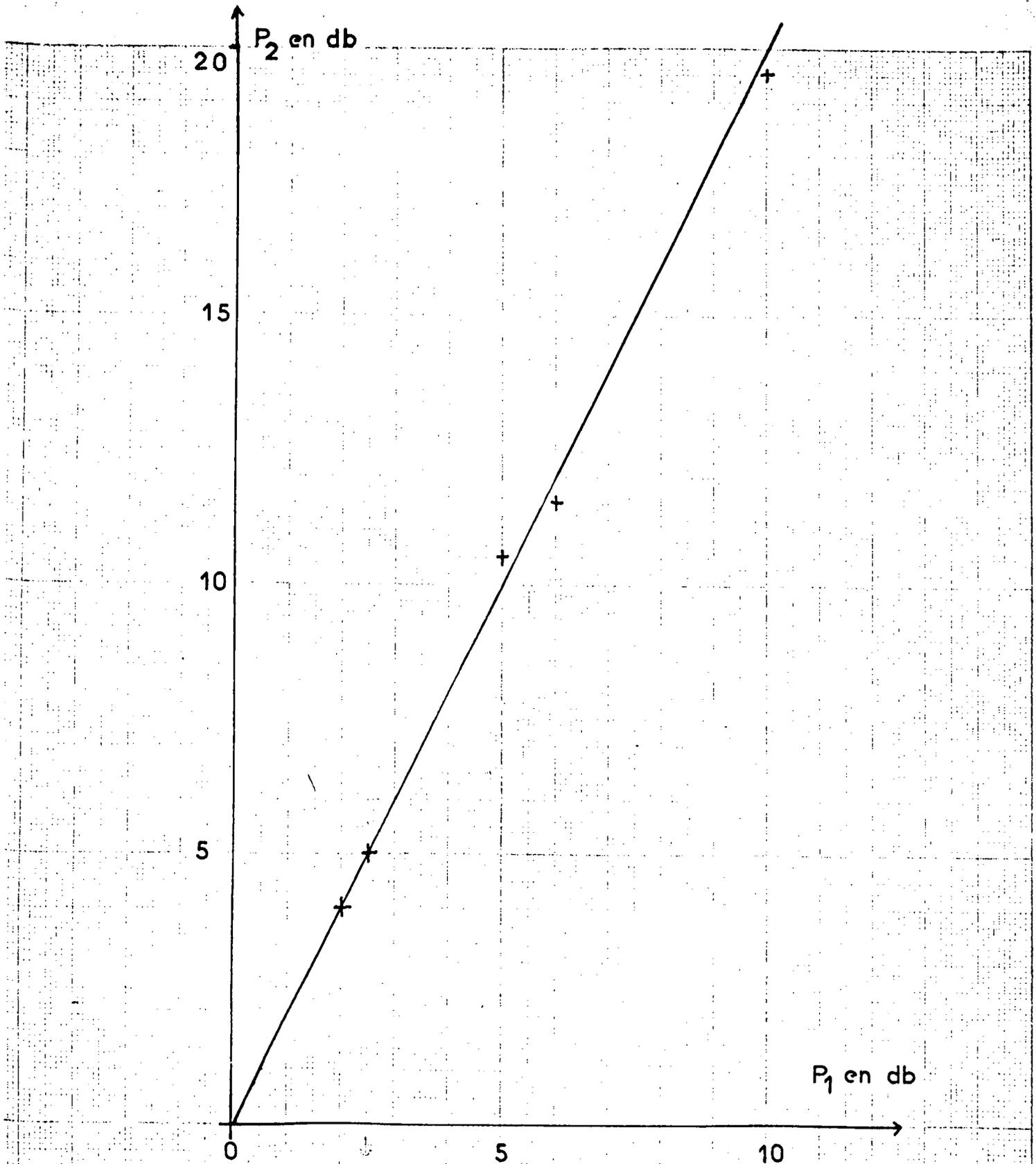


Figure 8 : Variation de la puissance acoustique harmonique en fonction de la puissance acoustique fondamentale .

Nous avons identifié le phénomène observé dans le quartz de coupe X à un phénomène de surface. Cependant, les effets de volume dus aux interactions phonon-phonon, comme il est expliqué au chapitre 1, existent, mais semblent trop faibles pour être mis en évidence expérimentalement. On peut conclure que les effets de volume apparaissent, dans ce cas, plus faibles que les effets de surface. En effet, le libre parcours des phonons est de l'ordre de 10 cm dans les conditions expérimentales présentes. La longueur du barreau de quartz utilisé étant de 1,3 cm (donc plus faible que le libre parcours des phonons), on aurait pu constater la croissance de l'amplitude des premiers échos de l'harmonique si l'effet de volume était supérieur à l'effet de surface: en effet, d'après le résultat du paragraphe (1.1.2), la distance de stabilisation est de l'ordre du libre parcours moyen (si  $l_1 = l_2$ , nous avons obtenu  $x_s = 0,69 l_1$ ; si  $l_1 = 2 l_2$   $x_s = 0,50 l_1$ ). Nous ne pouvons donc que donner une limite supérieure pour la valeur de la constante de couplage  $\Gamma$ . En utilisant le résultat du paragraphe (1.1.1.4) :

$$P_{2f_1} = \frac{\pi^2 \cdot \Gamma^2 \cdot f_1^2 \cdot P_1^2 \cdot x^2}{2 \rho \Lambda v^5}$$

nous trouvons que  $|\Gamma| = 1,6$

d'après les résultats de notre manipulation à l'hélium liquide. Nous pouvons donc prendre cette valeur de  $|\Gamma|$  comme limite supérieure.

$$\left| 3 + \frac{C_{111}}{C_{11}} \right| < 1,6$$

or :

$$C_{11} = 0,87 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$$

d'où :

$$|C_{111}| < 4,0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$$

Ce résultat est compatible avec celui trouvé par Mc SKIMIN (29) :

$$C_{111} = 2,1 \pm 0,07 \times 10^{11} \text{ N/m}^2 \quad (\text{à température ambiante}).$$

(29) Mc SKIMIN ; THURSTEN · ANDREATCH J. Appl. Phys.;37 ; 267 ; (1966).

## C O N C L U S I O N

---

Au chapitre I, nous avons retrouvé par la mécanique classique les résultats de CARR sur les effets non linéaires de volume. Nous avons ensuite repris l'étude de SIMONS sur l'interaction de trois phonons longitudinaux colinéaires. Nous avons exprimé ces résultats en termes de puissances acoustiques (mesurables) et les avons comparés avec ceux obtenus par la mécanique classique.

Au chapitre II, nous avons fait une étude des effets non linéaires de surface. Nous avons d'abord rappelé le résultat de CARR et STRANDBERG concernant la production d'ondes élastiques dans des milieux non piézoélectriques par pression de radiation. Nous avons ensuite cherché l'origine des effets non linéaires de surface dans le quartz piézoélectrique en étudiant successivement la variation de la constante piézoélectrique en fonction du champ électrique (à partir des travaux de NY TSI ZE), et la variation de la constante diélectrique en fonction du champ électrique (à partir des travaux de FRANKEN). Comme CARR, nous avons conclu que c'est la variation de la constante piézoélectrique en fonction du champ électrique qui contribue le plus largement à la production harmonique d'hypersons.

Au chapitre III, nous avons exposé notre méthode de mesure des puissances acoustiques et nos résultats expérimentaux. Nous avons mis en évidence expérimentalement la production d'hypersons dans des matériaux non piézoélectriques par pression de radiation, avec un rendement environ mille fois plus faible que par effet piézoélectrique direct. Nous avons réalisé cette expérience à 1 GHz avec un barreau de corindon à la température ambiante : Cette preuve expérimentale de la production d'ondes élastiques par pression de radiation a été faite pour la première fois à notre connaissance en 1963 par CARR à 4,5 GHz avec un barreau de quartz de coupe Z, dans l'hélium liquide. Nous l'obtenons à température ambiante.

Notre étude expérimentale effectuée sur le quartz de coupe X à 1 GHz à la température ambiante, puis dans l'hélium liquide a montré que le deuxième harmonique détecté semblait être dû aux effets de surface. Nous avons trouvé que le taux de conversion de la puissance acoustique fondamentale à la puissance acoustique harmonique était de 1%. En adoptant la valeur de la constante de couplage  $\Gamma$  obtenue à partir des valeurs de  $C_{11}$  et  $C_{111}$  de Mc SKIMIN, ( $\Gamma = 0,53 \pm 0,08$ ), on obtiendrait un taux de conversion environ dix fois plus faible que le précédent. Cela signifie que l'effet de volume dû aux interactions phonon-phonon semble être environ dix fois plus faible que l'effet mis en évidence dans nos expériences.

Les résultats des chapitres 1 et 2 mettent en évidence une propriété essentielle permettant de distinguer les effets de surface des effets de volume: la puissance harmonique produite en surface est indépendante de la fréquence fondamentale, alors que la puissance harmonique produite en volume est proportionnelle au carré de la fréquence fondamentale. Cette propriété montre l'intérêt de reprendre l'étude de ces phénomènes à fréquence plus grande. En effectuant ces expériences vers 10 GHz (au lieu de 1 GHz), on obtiendrait théoriquement un effet de volume 100 fois plus grand, et il serait possible de le mettre en évidence expérimentalement.

Cette orientation des recherches est actuellement en cours de développement.

B I B L I O G R A P H I E

---

- ( 1 ) - BARANSKII - Soviet Physics ; Doklady 2 ; 237 ; (1958).
- ( 2 ) - BOMMEL ; DRANSFELD - Phys. Rev. Letters 1 ; 234 ; (1958).
- ( 3 ) - JACOBSEN - Phys. Rev. Letters 2 ; 249 ; (1959).
- ( 4 ) - THAXTER ; TANNENWALD - Appl. Phys. Letters; 5 ; 67 ; (1964).
- ( 5 ) - ROWELL - Brit. J. Appl. Phys.; 14 ; 60 ; (1963).
- ( 6 ) - TRHON ; WANUGA - Proc. I.E.E.E. ; 52 ; 1113 ; (1964).
- ( 7 ) - BREAZEALE ; THOMPSON - Appl. Phys. Letters, 3 ; 77 ; (1963).
- ( 8 ) - GEDROITS ; KRASILNIKOV - Soviet Physics J.E.T.P.; 16 ; 1122 ; (1963)
- ( 9 ) - ROLLINS ; TAYLOR - Phys. Rev.; 136 ; A 591; (1964).
- (10) - SHIREN - Phys. Rev. Letters; 11 ; 3 ; (1963).
- (11) - CARR - Phys. Rev. Letters; 13 ; 332 ; (1964).
- (12) - THURSTON - Physical Acoustics, Volume IA ; Academic Press.
- (13) - BRUGGER - Phys. Rev. 133 A ; 1611 ; (1964).
- (14) - GOLSTEIN - Mécanique classique - Presses Universitaires de France Paris 1964.
- (15) - BLACKSTOCK - J. Acoust. Soc. Amer.; 39 ; 411 ; (1966).
- (16) - CARR - I.E.E.E.; 13 ; 103 ; (1966).
- (17) - FOURET - Cours de D.E.A. de Physique du Solide (Lille 1966).
- (18) - ZIMAN - Electrons et Phonons (Oxford 1960).
- (19) - SCHIFF - Quantum Mechanics (London 1955).
- (20) - SIMONS - Proc. Phys. Soc.; 82 ; 401 ; (1963).
- (21) - STRATTON - Théorie de l'électromagnétisme, Dunod (1961).
- (22) - JACOBSEN - J. Acoust. Soc. Amer.; 32 ; 949 ; (1960).
- (23) - CADDY - Piézoélectricité ; (Dover 1964).
- (24) - MASON - Physical Acoustics and the Properties of Solids (D. Van Nostrand 1958).
- (25) - NY TSI ZE - Compt. Rend.; 184 ; 1645 ; (1927).
- (26) - American Institute of Physics Handbook , Mc GRAW HILL ; page 6-96.1957.
- (27) - THERY - Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle - LILLE, Avril 1967.
- (28) - M. MARTIN - D.E.S. LILLE, Décembre 1966.
- (29) - Mc SKIMIN ; THURSTON ; ANDREATCH - J. Appl. Phys., 37 ; 267 (1966).

## TABLE DES MATIERES

### INTRODUCTION

#### CHAPITRE I : EFFETS NON LINEAIRES DE VOLUME - INTERACTION PHONON-PHONON.

1.1 - Etude en mécanique classique.	
1.1.1 - Milieu non dissipatif.	
1.1.1.1 - Constantes élastiques du 3 <sup>ème</sup> ordre.	5
1.1.1.2 - Notation contractée.	7
1.1.1.3 - Equation du mouvement.	8
1.1.1.4 - Résolution de l'équation du mouvement par la théorie des perturbations.	9
1.1.2 - Milieu dissipatif.	11
1.2 - Etude en mécanique quantique.	14
Comparaison des résultats avec ceux obtenus en mécanique classique.	

#### CHAPITRE II - EFFETS NON LINEAIRES DE SURFACE.

2.1 - Diélectriques non piézoélectriques.	21
2.2 - Quartz piézoélectrique.	23
2.2.1 - Variation de la constante piézoélectrique en fonction du champ électrique.	25
2.2.2 - Variation de la constante diélectrique en fonction du champ électrique.	26



CHAPITRE III - RESULTATS EXPERIMENTAUX.

3.1 - Dispositif Expérimental.	29
3.2 - Méthode de mesure.	31
3.3 - Résultats expérimentaux.	
3.3.1 - Production harmonique par pression de radiation dans $Al_2O_3$	33
3.3.2 - Production harmonique dans un quartz de coupe X.	35
<u>CONCLUSION</u>	39
<u>BIBLIOGRAPHIE.</u>	41