

Mm

MM

# DOYENS HONORAIRES

2

# MM. LEFEBVRE PARREAU

# PROFESSEURS HONORAIRES

MM.	ARNOULT
	BEGHIN
	BROCHARD
	CAU
	CHAPPELON
	CHAUDRON
	CORDONNIER
	DEHEUVELS
	DEHORNE
	DOLLE

50376

1968

MM .	FLEURY	MM .	PARISELLE
	GERMAIN		PASCAL
	KAMPE DE FERIET		PAUTHENIER
	KOURGANOFF		ROIG
	LAMOTTE		ROSEAU
	LELONG		ROUBINE
Mme	LELONG		ROUELLE
MM .	MAZET		WIEMAN
	MICHEL		ZAMANSKY
	NORMANT		

50.376

1968 52

## DOYEN

M. DEFRETIN, Professeur de Biologie et Physiologie

Animales.

Professeur de Chimie.

## ASSESSEURS.

MM. HEUBEL LEBRUN

Professeur d'Electronique, Electrotechnique et Automatique.

Section SCIENCES

#### PROFFESSEURS.

MM. BACCHUS BEAUFILS BONNEMAN BECART BLOCH BONTE BOUGHON BOUISSET BOURIQUET CELET CONSTANT

ASTRONOMIE. CALCUL NUMERIQUE CHIMIE CHIMIE SPECTROSCOPIE MOLECULAIRE PSYCHOPHYSIOLOGIE GEOLOGIE APPLIQUEE MATHEMATIQUES PHYSIOLOGIE GENERALE PHYSIOLOGIE VEGETALE GEOLOGIE DYNAMIOUE HYPERFREQUENCES. SEMI-CONDUCTEURS



MM. CORSIN DECUYPER DEDECKER DEFRETIN DEHORS DELATTRE DELEAU DELHAYE DESCOMBES DURCHON FOURET GABILLARD GLACET GONTIER HEIM DE BALSAC HEUBEL HOCQUETTE DERCOURT LEBRUN Mle LENOBLE MM. LIEBAERT LINDER LUCQUIN MARTINOT-LAGARDE Mle MARQUET MM. MONTARIOL MONTREUIL MORIAMEZ MOUVIER PARREAU PEREZ PHAM MAU QUAN POUZET PROUVOST SAVARD SCHILTZ SCHALLER Mme SCHWARTZ MM. TILLIEU TRIDOT VIVIER WATERLOT WERTHEIMER

VAILLANT

PALYNOLOGIE. PALEONTOLOGIE VEGETALE MATHEMATIQUES MATHEMATIQUES BIOLOGIE MARINE AUTOMATIQUE. CALCUL ANALOGIQUE GEOLOGIE REGIONALE SEDIMENTOLOGIE SPECTROSCOPIE RAMAN MATHEMATIQUES ENDOCRINOLOGIE DES INVERTEBRES PHYSIQUE DES SOLIDES. RAYONS X ELECTRONIQUE. ELECTROTECHNIQUE. AUTOMATIQUE CHIMIE ORGANIQUE MECANIQUE DES FLUIDES ECOLOGIE DES VERTEBRES CHIMIE MINERALE BOTANIQUE GEOLOGIE STRUCTURALE ELECTRONIQUE. ELECTROTECHNIQUE. AUTOMATIQUE. OPTIQUE ATMOSPHERIQUE ELECTRONIQUE. ELECTROTECHNIQUE. AUTOMATIQUE. CYTOGENETIOUE CHIMIE DE LA COMBUSTION MECANIQUE DES FLUIDES. MATHEMATIQUES METALLURGIE PHYSICO-CHIMIE BIOLOGIOUE PHYSIQUE DES ULTRASONS CHIMIE MATHEMATIOUES MECANIOUE DES CRISTAUX MATHEMATIOUES CALCUL NUMERIQUE MINERALOGIE CATALYSE SPECTROSCOPIE GENERALE ENTOMOLOGIE MATHEMATIQUES PHYSIQUE THEORIQUE CHIMIE MINERALE APPLIQUEE PROSTITOLOGIE ET MICROSCOPIE ELECTRONIQUE GEOLOGIE STRATIGRAPHIQUE SPECTROSCOPIE HERTZIENNE. ELECTRONIQUE QUANTIQUE. MATHEMATIQUES

3

### MAITRES DE CONFERENCES

4

MM. BELLET BENABOU BILLARD BOILLET BUI TRONG LIEU CHERRUAULT DEVRAINNE Mme DRAN MM. GOUDMAND GUILBAULT GUILLAUME HERZ HUARD DE LA MARRE JOLY LABLACHE-COMBIER LACOSTE LAMBERT LANDAIS LEHMAWN Mme LEHMAWN MM. LOUCHEUX MAES MONTEL NGUYEN PHONG CHAU PANET PARSY RACZY ROBERT SAADA SEGARD VIDAL Mme ZINN-JUSTIN MM. HANGAN AUBIN BEGHIN CAPURON CARREZ LAURENT MONSIGNY POUSOLLE

já

PHYSIQUE MATHEMATIQUES PHYSIQUE PHYSIQUE MATHEMATIQUES MATHEMATIQUES CHIMIE CHIMIE CHIMIE BIOLOGIE ET PHYSIOLOGIE ANIMALES BIOLOGIE VEGETALE CALCUL NUMERIQUE CALCUL NUMERIQUE BIOLOGIE ET PHYSIOLOGIE ANIMALES CHIMIE BIOLOGIE VEGETALE PHYSIOUE CHIMIE MATHEMATIQUES MATHEMATIQUES CHIMIE PHYSIOUE PHYSIQUE MATHEMATIOUES ELECTROTECHNIQUE MATHEMATIQUES PHYSIQUE MATHEMATIQUES PHYSIQUE CHIMIE AUTOMATIQUE MATHEMATIQUES MATHEMATIQUES MATHEMATIQUES MECANIQUE DES FLUIDES BIOLOGIE ANIMALE CALCUL NUMERIQUE AUTOMATIQUE CHIMIE BIOLOGIQUE CHIMIE

A MES PARENTS A MA FEMME Nous remercions très vivement Monsieur Norbert SEGARD, Directeur de l'Institut Supérieur d'Electronique du Nord, Doyen de la Faculté libre des Sciences, de nous avoir permis d'effectuer ce travail dans ses laboratoires.

Nous exprimons à Monsieur GABILLARD, Professeur à la Faculté des Sciences de LILLE, notre reconnaissance pour avoir accepté de présider le jury.

Nous remercions Messieurs MORIAMEZ et RACZY, Professeurs à la Faculté des Sciences de LILLE, d'avoir bien voulu être nos examinateurs.

Que Monsieur POULIQUEN, Responsable Scientifique des Laboratoires d'Ultrasons de la Faculté libre des Sciences de LILLE et de l'Institut Supérieur d'Electronique du Nord, attaché de recherche au C.N.R.S., trouve ici l'expression de notre gratitude pour les conseils et l'aide qu'il nous a apportés.

Pendant la préparation de cette thèse, j'ai bénéficié du concours des membres de l'équipe d'Ultrasons et de l'atelier de mécanique de l'I.S.E.N. A tous, j'exprime ma reconnaissance.

Je remercie tout particulièrement Monsieur Gaston VANDECANDELAERE pour sa collaboration amicale dont j'ai pu bénéficier durant ces quelques années.

Ce travail a été réalisé dans le cadre d'un contrat avec le C.E.A. Nous prions Madame DESTRIBATS et ses collaborateurs du Laboratoire de Contrôle non Destructif du Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay, de trouver ici l'expression de nos remerciements.

## TABLE DES MATIERES

Introduction.

Chapitre I.	METHODE PAR "IMPULSION-ECHO".
	I.1 Principe.
	I.2 Performances idéales.
	I.3 Réalisations existantes.
	I.4 Améliorations envisageables.
Chapitre II	. ETUDE D'UN PALPEUR INDUSTRIEL.
I	I.1 Mesures d'impédances.
I	I.2 Schéma équivalent.
I	I.3 Conclusions sur l'amortissement.
Chapitre II	I. SOLUTIONS ENVISAGEES.
II	I.1 Adoption d'une forme de signal électrique.
II	I.2 Utilisation de la simulation analogique.
<u>11</u>	I.3 Influence du temps de montée du signal d'émission.
Chapitre IV	. ETUDE DETAILLEE D'UN TRANSDUCTEUR PIEZOELECTRIQUE.
I	V.1 Schéma équivalent exact.
	IV.1.1 Equations des milieux piézoélectriques.
	IV.1.2 Equation d'onde.
	IV.1.3 Schéma équivalent.
I	V.2 Schéma équivalent approché.
	IV.2.1 Transformation valable autour de la
	résonance.
	IV.2.2 Vérification de validité sur une grande
	plage de fréquence.
I	V.3 Etude de la réponse à l'échelon d'un ensemble
	émetteur-récepteur. Influence des amortissements.

IV.3.1 Matériau étudié.

IV.3.2 Simulation analogique.

IV.3.3 Influence des amortissements.

- IV.4 Vérifications expérimentales de la validité des calculs analogiques.
  - IV.4.1 Dispositifs expérimentaux.
  - IV.4.2 Amortissements utilisés.
  - IV.4.3 Résultats obtenus.
- IV.5 Choix des impédances acoustiques et électriques. IV.5.1 Impédances acoustiques.
  - IV.5.2 Impédances électriques.

#### Chapitre V. REALISATION DE L'APPAREILLAGE.

- V.1 Réalisation du "palpeur".
- V.2 Appareillage électronique.
  - V.2.1 Base de temps.
  - V.2.2 Mise en forme.
  - V.2.3 Amplification de puissance.
  - V.2.4 Réception.

#### Chapitre VI. RESULTATS OBTENUS.

Conclusion.

- Annexe I. Mesures d'impédances d'un palpeur classique.
- Annexe II. Réponse à un échelon d'un ensemble émetteur-récepteur calculée à partir du schéma de Watanabe.
- Annexe III. Mise en équations et "cablage-machine" d'un transduc--teur émetteur selon le schéma de Watanabe.
- Annexe IV. Schéma équivalent exact d'un transducteur piézoélectrique.
- Annexe V. Mise en équations des palpeurs amortis. Simulation sur calculatrice analogique.
- Annexe VI. Calcul approché de la réponse d'un ensemble émetteurrécepteur à partir des cœfficients de réflexion subis par une onde mécanique se propageant dans l'ensemble.

Bibliographie.

#### INTRODUCTION

Depuis des siècles, les hommes pratiquent l'art des essais par le son.

Ces méthodes primitives d'essais non destructifs sont basées sur le fait que la présence d'un défaut, tel qu'une fissure, modifie la note produite par un objet vibrant à sa fréquence naturelle.

Elles ont été utilisées très longtemps et dans de nombreux domaines. On les a rendues plus sensibles, au cours des années, par l'utilisation de divers appareils: stéthoscopes, microphones, vibreurs, etc..., jusqu'au moment où l'on a pu utiliser des vibrations de longueurs d'onde beaucoup plus courtes.

On conçoit en effet la nécessité d'utiliser une longueur d'onde du même ordre de grandeur que la dimension du défaut.

Une fréquence de vibration de 2600 hertz, par exemple, équivaut, dans la plupart des métaux, à une longueur d'onde de 2 mêtres. En portant la fréquence au mégahertz, cette longueur d'onde tombe à environ 6 millimêtres, ce qui permet la détection de défauts beaucoup plu petits.

On utilise fréquemment des fréquences allant jusqu'à 10 mégahertz. Les ondes acoustiques de telles fréquences sont nettement au dessus de la limite d'audibilité (environ 20 kilohertz) et sont appelées "ultrasonores".

Les méthodes normales de génération de sons (haut-parleur, vibreur mécanique,...) ne peuvent plus être ici utilisées. Il faut faire appel aux propriétés bien connues de la piézoélectricité que possèdent certains cristaux.

L'effet piézoélectrique fut découvert en 1880 par les frères Curie (1), qui remarquèrent qu'une plaque découpée dans un cristal suivant une direction particulière pouvait produire une différence de potentiel électrique entre ses faces lorsqu'on lui appliquait une pression mécanique. En 1881, Lippmann prévit l'effet inverse et montra que de tels cristaux pourraient servir à produire des signaux électriques proportionnels aux vibrations mécaniques alternées qu'on leur appliquerait, ou encore produire des vibrations mécaniques en fonction des signaux électriques.

De nombreuses applications de la piézoélectricité nous sont devenues familières (microphones, pick-up à cristal, etc...). En ce qui concerne les essais non destructifs, l'aspect le plus intéressant de ces propriétés est la possibilité de produire et de détecter de très hautes fréquences.

Une des premières utilisations des ultasons fut, en 1912, la détection des icebergs puis, lors de la première guerre mondiale, le développement de la détection des sous-marins et du sondage maritime.

Le chercheur russe Sokolov semble avoir été le premier à suggérer l'emploi des vibrations ultasonores pour la détection des défauts dans les matériaux.

En 1929, il décrit des expériences sur la génération de ces ondes et sur leur propagation dans divers milieux, tout particuliè--rement dans les métaux. Il suggéra alors que..."les vibrations ultasonores soient utilisées pour compléter les essais aux rayons X".

En 1933, Mülhauser prit un brevet donnant les détails d'une méthode de contrôle utilisant un émetteur et un récepteur ultrasonores(2)

En 1935, Sokolov publia les détails d'une réalisation de générateurs à quartz, de méthodes de couplages à un objet métallique ainsi que diverses méthodes de détection (3),(4),(5).

Les ondes émises par le générateur étaient transmises au matériau à étudier par une couche de mercure.

Sokolov expérimenta diverses méthodes de détection de l'énergie ultrasonore: cristal de sel de Rochelle, détection optique en observant les déformations de la surface d'un bain d'huile placé sur le matériau.etc...

Ultérieurement, il traita les problèmes de dispersion du

- 8 -

faisceau ultasonore au sein du matériau et montra que la dispersion était d'autant plus faible que le grain était fin. Il mit en évidence les phénomènes de réflexions parasites.

Diverses méthodes destinées à surmonter certaines de ces difficultés ont été suggérées par Sokolov et, plus tard, par Otpushchennikov et Shayber (6).

Pendant ce temps (vers 1936), Pohlman, en Allemagne, avait expérimenté la propagation des ondes acoustiques dans les métaux présentant des défauts (7).

Citons également les travaux de Kruse, Trost et Götz,(8). En 1940, Behr résuma les travaux effectués en Russie dans ce nouveau domaine de contrôle, donnant les détails sur les diverses méthodes ainsi que les inconvénients de chacune d'elles.

En 1940 également, la Hair-Line Crack Sub-Committee of the Iron and Steel Institute contacta une entreprise commerciale pour la mise au point d'une méthode de détection de petites félures dans l'acier. Les recherches aboutirent à la méthode "impulsionéchos". Elle utilisait de courtes impulsions d'ondes ultrasonores détectées par un cristal de quartz semblable à celui de l'émetteur et placé à côté de lui (Fig. 1)



FIG. 1. Méthode par "impulsion-échos".

Vers 1949, un appareil complet, basé sur ce principe, fut réalisé par Sproule. Les résultats de l'expérience pratique furent

- 9 -

rassemblés par Desh, Sproule et Dawson en 1946 (9).

A peu près en même temps, aux Etats-Unis, Firestone mettait au point une méthode par "impulsion-échos" utilisant un seul cristal servant à la fois d'émetteur et de récepteur (10),(11),(12).

Le principe de base de la méthode est resté le même depuis Sproule et Firestone.

Il existe actuellement beaucoup de méthodes de contrôle non destructif par ultrasons. Citons par exemple les méthodes par réso--nance, transmission, réflexion, les systèmes à ondes entretenues et à impulsions, etc...

Si les méthodes sont si nombreuses, cela tient à l'imperfection de chacune d'elles. L'idéal serait d'obtenir une méthode quasiuniverselle permettant de controler les défauts en nombres, position et importance et de mesurer des épaisseurs dans une gamme assez étendue.

La méthode par "impulsion-échos" semble pouvoir atteindre ce but à condition de subir certains perfectionnements.

Le problème de ces perfectionnements nous fut posé par le service de métallurgie du Commissariat à l'Energie Atomique en vue du contrôle des combustibles nucléaires et de leurs gaines protec--trices.

Il fallait conserver le principe de la méthode afin de pouvoir garder les mêmes infrastructures d'appareillages ultrasonores, les mêmes transducteurs, en modifiant le moins possible les dipositifs annexes déja existants.

Une première étude fut faite sur un "palpeur" habituel. Cela nous a montré la nécessité de pousser nos recherches surtout du côté des amortissements de transducteurs. Ayant choisi un mode de fonctionnement, et déterminé les buts à atteindre, la simulation analogique des "palpeurs" nous a indiqué quel était l'amortissement optimal.

Un appareillage fut réalisé selon les résultats de sette simulation.

Les résultats expérimentaux obtenus sont très encourageants car les impulsions échos ont une durée de 150 nanosecondes, permettant de séparer des défauts distants dans l'acier ,par exemple, de moins de 500 microns et de mesurer évidemment des épaisseurs de cet ordre de grandeur. Chapitre I . METHODE PAR "IMPULSION-ECHOS".

# I.1. Principe

Afin de préciser les objectifs de notre étude, il est bon de décrire le principe de cette méthode de contrôle, qui s'apparente à celle du R.A.D.A.R.

Un émetteur d'ultrasons E engendre une impulsion ultrasonore qui se propage d'abord dans le milieu couplant (l'eau, dans notre cas), puis pénétre dans le matériau à analyser en se réfléchissant sur toutes les discontinuités d'impédance acoustique qui peuvent être les défauts où les extrémités.

Chaque réflexion produit une impulsion mécanique qui revient sur le "palpeur" E, engendrant à ses bornes une impulsion électrique dont l'amplitude et le retard par rapport à l'émission permettent de juger de l'importance du défaut et de déterminer sa position au sein du matériau.

La figure 2 représente la position relative du "palpeur", du matériau et ses défauts ainsi que la distribution dans le temps des impulsions électriques aux bornes du "palpeur":

> $T_0$ : émission.  $T_1$ : écho de la face d'entrée.  $T_D$ : échos de défauts.

T2: écho de la face de sortie.



#### I.2. Performances idéales.

Pour localiser les défauts ou mesurer les épaisseurs, il faut obtenir, à la réception, des impulsions électriques $(T_1, T_D, T_2)$  les plus brèves possibles de façon à pouvoir les séparer et d'amplitude la plus forte possible pour parvenir à détecter les défauts les plus minimes (petits défauts d'homogénéité donnant de faibles échos).

I.3. Réalisations existantes.

Les dispositifs existant actuellement utilisent comme signal d'excitation du "palpeur" des trains d'ondes sinusoïdales dont la fréquence est égale à la fréquence propre du transducteur utilisé.

Description du "palpeur":

Emetteur-récepteur d'ultrasons, il comprend essentiellement trois parties (fig 3) - le transducteur

- l'amortisseur

- les électrodes

Le TRANSDUCTEUR est constitué d'un élément piézoélectrique tel que le quartz, le titanate de baryum, le zirconate de plomb, le métaniobate de plomb, etc..., ou d'un mélange de ces divers corps sous forme de céramiques

Cet élément est taillé ou moulé, le plus souvent sous forme d'un disque de faible épaisseur, dont une face est en contact avec l'eau, milieu couplant, et l'autre avec l'amortisseur. Ce transducteur est un élément vibrant en résonance; il est donc nécessaire de l'amortir pour qu'il puisse délivrer une impulsion de forme donnée.

L'AMORTISSEUR est un corps que l'on place en contact avec une face du transducteur pour en amortir les vibrations. Il est choisi en fonction de son impédance acoustique.

Les ELECTRODES sont le plus souvent des dépots d'argent sur les deux faces du transducteur; elles servent, soit à appliquer un champ électrique variable à l'émission, soit à capter les charges produites, à la réception, sous l'effet des forces mécaniques.



FIG. 3. Schéma d'un palpeur.

I.4. Améliorations possibles.

L'étude a débuté par l'examen d'un palpeur habituel afin d'éxa--miner la possibilité d'obtenir une période de l'oscillation du trans--ducteur, à la réception. Il faut pour cela choisir la forme du signal d'excitation ainsi que l'amortissement du transducteur. Chapitre II. ETUDE D'UN PALPEUR INDUSTRIEL.

Le "palpeur" étudié est un élément 10 mégahertz des REALISATIONS ULTRASONIQUES.

II.1. Mesures d'impédances. (voir Annexe I)

La première étude simplifiée du palpeur a consisté en la détermination des composants R,  $C_1$ ,  $C_2$ , L du schéma équivalent de Watanabe (fig 4). (13),(14),(15).

Cela fut fait à l'aide de mesures effectuées au Q-METRE FERISOL M.803.A entre 7 et 11 mégahertz.



FIG. 4. Schéma de Watanabe

Les composantes  $\mathcal{R}$  et  $\mathcal{X}$  de l'impédance sont directement mesurées et on en déduit celles de l'admittance: G et B.

Le diagramme de Kennely B = f(G) nous donne la valeur de  $C_1$  à partir de la valeur de  $B = B_0$  lorsque G est maximal  $(G_0)$ .

On peut tracer finalement le diagramme circulaire de la branche motionnelle L, C<sub>2</sub>, R soit  $B_m = f(G_m)$  avec  $B_m = B - B_0$  et  $G_m = G_0$ . Tous les points sont bien disp**osés sur** un cercle, du moins pour les fréquences voisines de 9 mégahertz. La valeur maximale de G, soit  $G_0$ , nous donne R et les fréquences quadrantales  $F_1$  et  $F_2$  fournissent L et C<sub>2</sub>.

Les figures 5 et 6 reproduisent les diagrammes de Kennely de l'admittance et le diagramme circulaire motionnel.

II.2. Schéma équivalent.

Les valeurs numériques des éléments sont les suivantes:

R = 0,7 ohms; L = 0,186 microhenry;  $C_2 = 1820$  picofarads et  $C_1 = 2657$  picofarads

Le résultat le plus important est la valeur du coéfficient de qualité de la branche motionnelle: Q = 14.7.





FIG. 5. Diagramme de Kennely de l'admittance

FIG. 6. Diagramme circulaire de l'admittance motionnelle.

Ce cœ fficient de qualité traduit un amortissement mécanique assez faible du transducteur. On peut songer à augmenter cet amortisse--ment pour éliminer tout régime oscillant du transducteur.

## II.3. Conclusions sur l'amortissement.

Nous verrons (paragraphe IV.2.) que la résistance R du schéma de Watanabe est donnée par R  $\# A \cdot \rho_B \cdot v_B / 4(e_{33}A/t)^2$  où A et t sont respectivement la surface et l'épaisseur du transducteur,  $\rho_B$  et  $v_B$  la masse volumique et la vitesse du son dans l'amortisseur, et  $e_{33}$  une constante piézoélectrique.

Dans le cas présent, pour un transducteur au titanate de baryum, t = 0,27 mm; A = 78,5.10<sup>-6</sup> m<sup>2</sup>; et e<sub>33</sub> = 17,5 C/m<sup>2</sup>. d'aprés Mason (16). La valeur expérimentale de R; 0,7 ohms donne:  $\rho_{\rm B} \cdot v_{\rm B} \neq 10^{6} \text{kg/m}^{2} \text{sec.}$ 

L'amortisseur est constitué d'araldite chargée par de la poudre métallique. Or, 10<sup>6</sup> kg/m<sup>2</sup>sec correspond à l'impédance mécanique carac--téristique de l'araldite.

IL SEMBLE DONC QUE L'INFLUENCE DE LA "CHARGE" METALLIQUE SOIT NEGLIGEABLE SUR L'AMORTISSEMENT.

- 16 -

#### Chapitre III. SOLUTIONS ENVISAGEES.

III.1. Adoption d'une forme de signal électrique.

Rappelons que nous voulons obtenir, à la réception, une seule période d'oscillation.

On peut, à priori, imaginer un certain nombre de signaux électri--ques susceptibles d'engendrer la "monoimpulsion" désirée. Pour fixer notre choix, il nous a semblé intéressant d'étudier la réponse à l'éche--lon unité de l'ensemble émetteur-récepteur, en utilisant le schéma très simplifié de Watanabe.



FIG. 7. Schéma équivalent de Watanabe de l'ensemble émetteur-récepteur

La figure 7 représente les schémas équivalents de l'émetteur et du récepteur avec: V = excitation d'émetteur.

F = force mécanique dans l'eau.

V'= tension électrique aux bornes du récepteur.

quant à R<sub>m</sub>, il traduit l'amortissement mécanique

et r , l'amortissement électrique, c'est-à-dire la résistance de sortie du générateur et l'impédance d'entrée du récepteur. Les amortissements sont identiques dans les deux cas.

En posant  $\mathcal{V}, \mathcal{F}$ , et  $\mathcal{V}'$  transformées de Laplace de V, F et V et rC =  $\mathcal{T}$ ; rC =  $\mathcal{T}$ ; R C =  $\mathcal{T}_{m}$  et L C =  $1/\omega_{m}^{2}$ , la fonction de transfert de l'émetteur peut s'écrire:

$$\frac{\mathcal{F}}{\mathcal{V}} = \frac{\tau_{m} p}{\tau_{m}^{2} p^{3} + (\tau_{m}^{2} + 1/\omega_{m}^{2}) p^{2} + (\tau_{m}^{2} + \tau_{i}^{2} + \tau) p + 1}$$
(1)

On a de même pour le récepteur:

- 17 -

$$\frac{v'}{2\mathcal{F}} = \frac{\tau_{i} p}{\tau_{m}^{2} p^{3} + (\tau_{m} + 1/\omega_{m}^{2}) p^{2} + (\tau_{m} + \tau_{i} + \tau) p + 1}$$
(2)

Enfin, la transformée de Laplace ' de la réponse à l'échelon est

$$\frac{\mathcal{V}'}{\left\{\tau/\omega_{m}^{2}p^{3}+(\tau\tau_{m}+1/\omega_{m}^{2})p^{2}+(\tau_{m}+\tau_{i}+\tau)p+.1\right\}^{2}} (3)$$

Nous développons en annexe II le calcul de V'. Deux cas sont possibles:

1) Les racines du dénominateur de (3) sont, l'une réelle, - $\varphi$  et les deux autres sont complexes conjuguées, -a + jb et -a - jb. On a alors V' = (At + A')  $e^{-\varphi t}$  + Bt  $e^{-at}sin(bt + \varphi)$  + C  $e^{-at}sin(bt + \varphi')$ 

2) Les racines sont toutes trois réelles, -q',  $-\beta$ ,  $-\gamma$ . On a alors:  $V' = (At + A') e^{-q't} + (Bt + B') e^{-q't} + (Ct + C') e^{-\gamma t}$ 

La figure 8 reproduit plusieurs cas de réponses calculées numériquement.

Nous constatons que, dans certains cas, par exemple pour r = 1 ohm et  $p_B v_B = 10^7 \text{ kg/m}^2 \text{sec}$ , cette réponse s'apparente très fort à une oscillation pseudo-périodique exponentiellement amortie que nous noterons:

$$V'_{opt} = K e^{-at} sin\omega t$$

C'est à ce type de réponse que nous avons songé pour obtenir une "monoimpulsion". En effet, dans l'expression de V'<sub>opt</sub>, si l'on change l'origine des temps en posant  $t = \theta + T$  avec  $T = 2\pi/\omega$ , on obtient:

$$V'_{opt}(\theta) = K e^{-aT} e^{-a\theta} \sin 2\pi\theta/T$$

On voit donc qu'en émettant au temps T un échelon d'amplitude  $-e^{-aT}$ , on crée un second régime  $-V'_{opt}(\theta)$ . La répose globale est alors la première période de V'\_\_\_\_\_\_ uniquement.

Nous obtenons ainsi la "monoimpulsion" désirée au niveau de la réception.



FIG. 8. Divers cas possibles de réponses à l'échelon.

## III.2. Utilisation de la simulation analogique

Le mode d'excitation étant choisi, il reste à définir les amortis--sements appropriés à un transducteur particulier. Cette étude est faite en utilisant un schéma plus complet. Rappelons que tous les calculs effectués en Annexe II l'ont été en utilisant le schéma de Watanabe. Malgré cette approximation, les calculs numériques sont longs et fastidieux. Il nous semble plus simple d'utiliser la simulation analo--gique. Il suffit, dans cette méthode de calcul, de faire varier certains cœfficients pour étudier tous les cas possibles d'amortisse--ment.

Cette méthode de calcul est d'abord utilisée avec le schéma de Watanabe pour l'étude de l'influence du temps de montée du signal d'excitation.

- 19 -

#### III.3.

Influence du temps de montée du signal d'excitation.

Cette étude a été faite avec les valeurs numériques du palpeur étudié au chapitre II et en tenant compte de la résistance de sortie du générateur d'attaque. (fig 9)





Rappelons quelques valeurs numériques:  $L_m = 0,186$  microhenry;  $C_m = 1820$  pF; C = 2657 pF. Nous avons pris le cas r = 5 ohms.

La mise en équations, ainsi que le "cablage-machine", sont développés en Annexe III.

Rappelons (15) que la vitesse de déplacement de la face émissive du transducteur est proportionnelle au courant électrique i<sub>2</sub> circulant dans la branche motionnelle.

La figure 10 représente la tension V et le courant motionnel i correspondant à un temps de montée de 0,25 seconde en temps-machine, soit 25 nanosecondes en temps reel.



FIG. 10.

Réponse simulée du transducteur émetteur.

REMARQUE: Le temps de montée 7 est pris entre 10 % et 90 % de la valeur finale.

La figure 11 représente les variations relatives de l'amplitude de la première alternance du courant motionnel:  $i_{2M}/i_{2MM}$  en fonction du temps de montée . Nous constatons que si  $\overline{c}$  varie de 0 à 25 nanosecondes, l'amplitude  $i_{2M}$  varie assez peu (# 10 %). Dans la réalisation pratique du générateur il sera donc inutile de réaliser des temps de montée inférieurs à ces 25 nanosecondes (le quart de la période propre du transducteur).

P



FIG. 11. Influence du temps de montée du signal d'excitation.

# Chapitre IV. ETUDE DETAILLEE D'UN TRANSDUCTEUR

### PIEZOELECTRIQUE

Définissons maintenant le schéma équivalent d'un transducteur piézoélectrique, régi par des équations différentielles linéaires susceptibles d'être facilement "cablées" sur calculatrice analogique.

IV.1. Schéma équivalent exact

Nous établissons en premier lieu les équations générales des milieux piézoélectriques et déduisons l'équation de propagation d'une onde mécanique.

Ces résultats sont ensuite appliqués aux transducteurs utilisés au cours de ce travail.

Les calculs, résumés en annexe IV, ont déjà été effectués par plusieurs auteurs et, en particulier, par D.A.Berlincourt et ses collaborateurs (17).

# IV.1.1. Equations des milieux piézoélectriques

Pour désigner les différentes constantes, piézoélectriques, élastiques, diélectriques, etc..., nous utilisons la notation matricielle plus commode que la notation tensorielle (18),(19).

En choisissant le champ électrique, la contrainte, le champ magnétique et la température comme variables indépendantes, la fonction de Gibbs résultante s'écrit:

$G = U - S_i T_i - E_m D_m$	-	$H_{m} B_{m} - \sigma \theta$	(4)
avec i = 1 à 6 et m	XIII	1 à 3	
Dans cette expression: U	=	énergie interne	
S	-	déformation	
T	25	contrainte	
E	200	champ électrique	
D	eraare armaa	induction électrique	
H	202	champ magnétique	
В	-	induction magnétique	
6	-	entropie	
9	-	température	

Les phénomènes étant réversibles:

 $dG = -S_i dT_i - D_m dE_m - B_m dH_m - c d \Theta$ (5)

On peut définir diverses constantes. Dans le cas le plus général, ces constantes se répartissent comme suit:

21	constantes	élastiques	S i.j	2000	
18		piézoélectriques	d <sup>H</sup> O m.j	200	
6		diélectriques	ETH O mk		
6		magnétiques	M <sub>mk</sub> <sup>TE 0</sup>		
3		Pyroélectriques	P <sub>m</sub>		(6)
3		pyromagnétiques	im <sup>TE</sup>		
9		magnétodiélectriques	m mk		
6		de dilatation	a BH		
1	chaleur spe	écifique	EHT	3	

avec i et j = 1 à 6 et m et k = 1 à 3

Les indices supérieurs désignent les paramétres constants. REMARQUE: Dorénavant, nous considèrerons uniquement les variations

dS, dE, etc... que nous noterons S, E, etc...

Dans la pratique, on néglige les effets du champ magnétique sur les matériaux piézoélectriques. On néglige de même les différences entre les constantes adiabatiques et isothermes.(Justification en annexe IV)

Si, de plus, les échanges thermiques sont négligeables, on obtient:

S	800	sE	T	+	d <sub>+</sub>	E	(a)	
D	222	d	T	+	εT	E	(b)	(7)

l'indice t de d<sub>t</sub> indiquant qu'il s'agit de la matrice transposée de d.

On peut obtenir d'autres équations simplifiées suivant la nature des variables indépendantes: Avec contrainte et induction électrique:

$$S = s^{D} T + g_{t} D \qquad (a)$$
  

$$E = -g T + \beta^{T} D \qquad (b)$$
(8)

Avec déformation et champ électrique:

$$T = c^{E} S - e_{t} E \qquad (a)$$

$$D = e S + e^{S} E \qquad (b)$$
(9)

Avec déformation et induction électrique:

$$T = c^{D} S - h_{t} D \qquad (a)$$
  

$$E = -h S + s^{S} D \qquad (b) \qquad (10)$$

# IV.1.2. Equation d'onde dans les corps piézoélectriques

Nous ne traitons ici que le cas des ondes planes longitudinales. Soit  $x_3$  la direction de propagation. L'équation de Newton s'écrit:

$$\frac{\partial^2 \xi_3}{\partial t^2} = \frac{\partial T_3}{\partial x_3}$$
(11)

 $\xi_3$  est le déplacement des particules dans la direction  $x_3$  par rapport à leur position moyenne.

Si nous prenons comme variables indépendantes la déformation et l'induction électrique, nous pouvons utiliser le système d'équations (10) qui s'écrit:

$$T_{3} = c_{33}^{D} s_{3}^{S} - h_{33}^{D} D_{3}^{S} (a)$$

$$E_{3} = -h_{33}^{S} s_{3}^{S} + \beta \frac{s}{33}^{S} D_{3}^{S} (b)$$
(12)

Le cristal piézoélectrique étant isolant électrique,  $\partial D/\partial x = 0$ . On sait d'autre part que  $S_3 = \partial \xi_3/\partial x_3$ 

Finalement l'équation de Newton (11) devient:

$$\frac{\partial^2 \xi_3}{\partial t^2} = \frac{c_{33}^D}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 \xi_3}{\partial x_3^2}$$
(13)

C'est l'équation d'une onde plane se propageant à la vitesse v :

$$v^{D} = (c_{33}^{D} / \rho)^{\frac{1}{2}}$$
 (14)

Considérons un transducteur se présentant sous forme d'une pastille de surface  $\mathcal{G}$  et d'épaisseur e.

Nous nous proposons de déterminer les forces mécaniques dévelop--pées sur les faces, à partir des équations (12) et de l'expression générale d'une vibration sinusoïdale stationnaire de pulsation  $\omega$  et de vitesse de propagation v<sup>D</sup>, cette vibration étant exprimée sous forme de déplacement  $\xi_3$ .

т3	$= c_{33}^{D}$	s <sub>3</sub>	- h <sub>33</sub>	D <sub>3</sub>	(a)	(25)
E3	=-h <sub>33</sub>	s <sub>3</sub>	+ \$ 33	D <sub>3</sub>	(b)	(1)

$$\mathcal{E}_{3} = \left\{ A \sin \frac{\omega x_{3}}{v} + B \cos \frac{\omega x_{3}}{v} \right\} e^{d\omega t}$$
(16)

Soient  $x_3 = 0$  et  $x_3 = e$  les abscisses des deux faces,

F<sub>1</sub> et F<sub>2</sub> les forces développées sur elles,

U<sub>1</sub> et U<sub>2</sub> leurs vitesses de déplacement,

V la différence de potentiel entre elles et

I le courant électrique traversant l'élément.

Tout cela avec les conventions de signes de la figure 12.





- 25 -

En posant  $Z_0 = \int \rho v^D$ , nous obtenons l'expression des forces  $F_1$  et  $F_2$  en fonction des vitesses  $U_1$  et  $U_2$  et du courant I:

$$F_{1} = \frac{Z_{0}}{j \, tg \, \omega \, e/v^{D}} \, U_{1} + \frac{Z_{0}}{j \, sin \, \omega \, e/v^{D}} \, U_{2} + \frac{h_{33}}{j \, \omega} \, I$$
(17)

$$F_{2} = \frac{Z_{0}}{j \sin \omega e/v^{D}} U_{1} + \frac{Z_{0}}{j tg \omega e/v^{D}} U_{2} + \frac{h_{33}}{j \omega} I$$
(18)

De même, en posant  $C_0 = \mathcal{G}/\beta_{33}^S$  e, on obtient la difference de potentiel V en fonction des mêmes variables.

$$V = \frac{h_{33}}{j\omega} U_1 + \frac{h_{33}}{j\omega} U_2 + \frac{1}{j\omega C_0} I$$
(19)

L'introduction d'un transformateur électromécanique parfait de rapport N défini par  $\frac{\text{force de sortie}}{\text{tension d'entrée}}$ , soit N = C<sub>0</sub> h<sub>33</sub>, permet de postuler l'équivalence avec un circuit électrique fermé sur des transformateurs électromécaniques de rapport N et satisfaisant aux équations (17),(18),(19). (voir figure 13).

La mise en équations de ce circuit et la comparaison avec les relations (17, 18, 19) nous donnent finalement :

$$Z_{a} = \frac{h_{33}}{jN\omega} = \frac{1}{j\omega C_{0}}$$
 (20)



FIG.13.

$$Z_{\rm b} = \frac{Z_0}{j\,\sin\omega\,e/v^{\rm D}} - \frac{N^2}{jC_0\omega} \qquad (21)$$

$$Z_{c} = Z_{d} = j Z_{0} tg \omega e/2v^{D}$$
(22)

Le regroupement des deux transformateurs et l'introduction de  $q' = \pi \omega / \omega_0 = \omega e / v^D$  donnent le schéma équivalent final de la figure 14.



FIG. 14. Schéma équivalent d'un transducteur vibrant en épaisseur.

Application à un transducteur chargé.

Dans le cas où les sorties mécaniques sont fermées sur des impédances acoustiques  $Z_B$  et  $Z_Q$ , nous allons aboutir à un simple quadripole.

Z<sub>R</sub>: amortisseur.

Zo: milieu couplant, l'eau.

A l'aide de la transformation de Norton (21) (26), nous aboutis--sons au schéma équivalent exact et complet du transducteur (figure 15).



FIG. 15. Schéma équivalent exact du palpeur émetteur.

Pour déterminer le schéma équivalent du palpeur récepteur, il suffit de considérer le milieu couplant comme une ligne à retard d'impédance caractéristique Z<sub>Q</sub> en ignorant les réflexions entre émetteur et récepteur, ce qui est justifié par le fait que la durée des impulsions est faible devant le temps de parcours.

Cette ligne se comporte comme un générateur délivrant une force 2 F<sub>2</sub> sous une impédance  $Z_0$  (figure 16).



FIG. 16. Schéma équivalent exact du palpeur récepteur.

Ces schémas équivalents exacts possèdent quelques inconvénients: ils comportent en particulier des éléments non linéaires (les impédances 2 j  $Z_0 tg q'/2$  et -2 j  $Z_0 cotg q'/2$ ).

Modifions donc ce schéma pour y faire apparaître des éléments électriques linéaires tels que capacités, self, etc...

Cette modification nécessite quelques approximations.

## IV.2. Schéma équivalent approché.

Nous allons donc essayer de transformer les impédances non linéaires 2 j  $Z_0$  tg q/2 et -2 j  $Z_0$  cotg q/2 en des éléments électriques classiques

IV.2.1. Transformation valable autour de fo

Soit l'impédance  $z = -2 j Z_0 \operatorname{cotg} q/2.$  (23)

Essayons de l'identifier à un circuit résonant série qui possède comme z la propriété d'avoir une impédance nulle pour  $f = f_0$  soit  $q' = \pi$ .

Posons  $f = f_0 + \delta f$  autour de  $f_0$ 

En nous limitant au premier terme dans le développement de tg  $(\pi/2 \ Sf/f_0)$ , on peut montrer que :

$$z \# 2 j Z_0 \frac{\pi}{2} \frac{\delta f}{f_0}$$
 (24)

Par ailleurs, l'impédance d'un circuit résonant série L , C , m, peut s'écrire:

$$z' \# 4 j \pi L_m \delta f \text{ avec } L_m C_m \omega_0^2 = 1 \qquad (25)$$

En identifiant z et z' dans les relations (24) et (25), nous obtenons:

$$L_{m} = \frac{L_{0}}{4f_{0}}$$
et  $C_{m} = \frac{1}{\pi^{2}Z_{0}f_{0}}$ 
(26)

Un raisonnement identique montre que l'impédance 2 j  $Z_0$  tg q/2peut se mettre sous la forme d'un circuit résonant parallèle L , C avec:

$$L_{p} = \frac{4 Z_{0}}{\pi^{2} f_{0}}$$
et  $C_{p} = \frac{1}{16 Z_{0} f_{0}}$ 
(27)

RAPPELONS QUE LES TRANSFORMATIONS (26) ET (27) NE SONT VALABLES QU'AUTOUR DE LA RESONANCE  $f_{0}$ .

# IV.2.2. Vérification de validité autour d'une grande plage de fréquence.

Pour effectuer cette vérification, calculons simplement la courbe de réponse  $F_2/2N V = f(f)$  en amplitude et en phase du shéma exact de la figure 15 et celle du schéma approché dé fini par les relations (26) et (27).

La figure 17 résume ces calculs et démontre la validité de la transformation.

Dans la suite de notre étude, nous utilisons toujours les schémas équivalents approchés. La figure 18 en est une représentation accompagnée du rappel de l'expression des divers composants.



FIG. 17. Réponse du palpeur émetteur calculée avec le schéma réel et avec le schéma approché.



- 30 -



= résistance de sortie du générateur r r' = résistance d'entrée du récepteur  $Z_B = \mathcal{G} \rho_B v_B = impédance$  acoustique de l'amortisseur d'émetteur  $Z'_{B} = \mathscr{G} \rho_{B} v'_{B} = impédance$  acoustique de l'amortisseur de récepteur  $L_{m} = Z_{0} / 4f_{0}$ ;  $C_{m} = 1/\pi^{2}Z_{0}f_{0}$ ;  $L_{p} = 4Z_{0} / \pi^{2}f_{0}$ ;  $C_{p} = 1/16 Z_{0}F_{0}$ avec  $Z_0 = \mathcal{G} p v^D$  = impédance acoustique du transducteur  $C_0 = \mathcal{G}/\beta_{33}^S e = capacité parallèle$  $N = C_0 h_{33} = rapport de transformation électro-mécanique$  $v^{D} = (c^{D}_{33} / \rho)^{\frac{1}{2}} =$  vitesse du son dans le transducteur  $f_0 = v^D/2e = fréquence de résonance mécanique du transducteur$ = épaisseur du transducteur 9 = surface du transducteur  $c_{33}^{D}$  = élasticité à induction électrique constante  $\mathcal{E}_{33}^{S} = 1/\beta_{33}^{S} = \text{constante diélectrique}$ h<sub>33</sub> = une constante piézoélectrique (champ électrique/déformation, à induction électrique constante).

FIG.18.

- 31 -

IV.3. Etude de la réponse à l'échelon-unité d'un ensemble émetteur-récepteur. Influence des amortissements.

# IV.3.1. Matériau étudié.

Toute cette étude théorique et pratique a été faite sur un transducteur TIBALIT 12 fabriqué par la société C.F.E. (Céramique Ferroélectrique).

Le TIBALIT 12 est une céramique ferroélectrique, c'est-à-dire, possédant un cycle d'hystérésis dans sa caractéristique D = f(E) et qui acquiert, aprés avoir été polarisée correctement, des propriétés piézoélectriques.

Ce transducteur se présente sous la forme d'un disque de un centimètre de diamètre et de 0,26 millimètre d'épaisseur.

Les différents cœfficients donnés par le constructeur sont les suivants:

$$\epsilon_{33}^{S} / \epsilon_{0} = 1500$$
  
 $h_{33} = 16,7.10^{8} V/m$   
Constante de fréquence = 2400 Hz.m  
 $\rho = 5700 kg/m^{3}$ 

On en déduit:

 $v^{D} = 4800 \text{ m/sec}$ ;  $f_{0} = 9230 \text{ kHz}$ ;  $Z_{0} = 2150 \text{ kg/sec}$  N = 6,69 N/V;  $C_{1} = C_{0} / 4N^{2} = 22,37 \text{ pF}$ ;  $C_{m} = 5,11 \text{ pF}$  $L_{m} = 58,20 \text{ H}$ ;  $L_{p} = 94,34 \text{ H}$ ;  $C_{p} = 3,151 \text{ pF}$ 

Nous utilisons dans les calculs la notation  $C_{M}$  représentant les capacités  $C_{m}$  et  $-C_{0}/4N^{2}$  en série, soit  $C_{M} = 6,63$  pF.

Par ailleurs nous avons  $Z_0 = 117,22 \text{ kg/sec}$ 

$$Z_{\rm B} = \int \rho_{\rm B} v_{\rm B} \text{ avec} = 78,54.10^{-6} \text{ m}^2$$

## IV.3.2. Simulation analogique.

Nous donnons, en Annexe V, la mise en équations des schémas équivalents et le "cablage" sur calculatrice analogique NADAC 20. Les calculs sont faits pour diverses valeurs des résistances électriques r et r' et des impédances acoustiques d'amortisseurs  $\rho_{\rm B}v_{\rm B}$  et $\rho'_{\rm B}v'_{\rm B}$ .

Nous opérons en deux temps:

- -) Etude de la réponse acoustique F<sub>2</sub> du palpeur émetteur et enregistrement sur bande magnétique pour tous les cas d'amortissement envisagés.
- -) Etude de la réponse électrique V' du palpeur récepteur aux excitations acoustiques F<sub>2</sub> précédemment enregistrées et ce, pour chaque cas d'amortissement envisagé.

REMARQUE: L'intérêt de l'enregistrement sur bande magnétique est double: il permet de ne "cabler" qu'un des deux palpeurs sur la calculatrice, et réduit d'une façon considérable le nombre de manipulations des cœfficients; en effet, l'étude de 50 cas diffé--rents pour chaque palpeur (5 valeurs d'amortissement acoustique et 10 de résistance électrique) nous aurait conduit à 2500 combi--naisons possibles, c'est-à-dire à autant de "manipulations des cœfficients alors que la méthode d'enregistrement a limité ce nombre à la centaine.

Les résultats de la simulation sont enregistrés à l'aide d'un appareil M.E.C.I.

La figure 19 représente quelques types de réponses obtenues. On remarque immédiatement la similitude entre ces réponses et les courbes calculées au paragraphe III.1, notamment dans le cas  $\rho_{\rm B}v_{\rm B} = \rho_{\rm B}^{*}v_{\rm B}^{*} = 10^{7} \text{ kg/m}^{2} \text{sec}$ , où l'on obtient une sinusoïde exponen--tiellement amrtie presque parfaite.

Pour regrouper tous les résultats intéressants, nous reprodui--sons sur la figure 20 les variations, en fonction des résistances r et r', a) de l'amplitude relative de la première alternance de la



FIG. 19. Quelques résultats de la simulation.

réponse  $(V_1)$  par rapport à celle de l'échelon V,

et b) de l'amplitude relative de cette première alternance V; par rapport à celle de la troisième alternance V;



émetteur et récepteur.

# IV.3.3. Influence des amortissements.

Ces résultats conduisent aux conclusions suivantes:

 Les impédances électriques r et r' ont de l'influence, surtout sur les amplitudes d'oscillations, mais moins sur leur amortissement.

 2) - Les impédances acoustiques d'amortisseurs n'ont aucune influence sur l'amplitude de la première alternance de la tension V' à la réception. (Ce résultat est justifié en annexe VI.)

3) - Par contre, ces impédances acoustiques ont beaucoup
d'influence sur l'amortissement des oscillations.

Par ailleurs, à ce stade, il semble intéressant de discuter la validité du schéma équivalent de Watanabe.

Les calculs de la réponse à une excitation en échelon dans le cas d'utilisation de ce schéma ont montré (paragraphe III.1.) la possibilité de trois types de réponses:

- régime oscillant peu amorti

- régime oscillant amorti quasi-exponentiellement
- régime apériodique

Par contre, les calculs par simulation sur le schéma complet montrent plutôt quatre types de réponses: (voir fig 21)

- régime oscillant peu amorti
- -régime oscillant amorti quasi-exponentiellement
- régime apériodique
- régime oscillant à fréquence moitié

On peut donc dire que le schéma de Watanabe est valable pour les transducteurs peu amortis ou, du moins, lorsque l'amortisseur a une impédance caractéristique mécanique inférieure à celle du transducteur lui-même. $(Z_B Z_0)$ . Au-delà, le schéma de Watanabe ne peut plus rendre compte des phénomènes.

La division de fréquence est prévisible à partir des courbes de réponse de la figure 17 (pour  $Z_B$  assez fort, on a un maximum de réponse pour 4 mégahertz au lieu de 8 mégahertz) et justifiée par l'annexe VI.

# IV.4. Vérification expérimentale des calculs analogiques.

#### IV.4.1. Dispositif expérimental.

La figure 22 représente le dispositif expérimental.





# FIG. 22. Dispositif expérimental.

Le palpeur émetteur est constitué de deux pièces de laiton et d'une pièce de "téflon" permettant le montage de l'amortisseur dans une enceinte (A) prévue à cet effet. Le fond de cette enceinte est conique, de façon à dévier vers l'extérieur les signaux acoustiques susceptibles d'être émis par le transducteur au sein de l'amortis--seur.

Ce palpeur est fixé sur un boitier de laiton destiné à contenir le dispositif électronique d'attaque du transducteur. Ce boitier est lui-même vissé sur le fond de la cuve à ultrasons réalisée en LUCOFLEX.

Le palpeur récepteur (identique à l'émetteur) est solidaire d'un plan dit "de référence" dont l'inclinaison par rapport au reste de l'appareillage est réglable par trois vis, permettant ainsi de régler le parallélisme entre les deux transducteurs.

Le dispositif électronique doit permettre, dans cette partie du travail, l'étude expérimentale de la réponse à un échelon de tension d'un ensemble émetteur-récepteur, l'échelon de tension V étant fourni sous une impédance r.

En fait, nous avons utilisé un générateur de signaux rectangu--laires FERISOL P.301.A. en réglant la durée à quelques microsecondes. On peut ainsi assimiler la montée du signal à un échelon-unité.

Ce générateur ayant une impédance interne de 50 ohms, nous avons placé dans le boitier A prévu à cet effet (voir fig 22) un diviseur résistif constitué d'une résistance de 50 ohms et de la résistance r désirée, le transducteur étant placé aux bornes de cette dernière.

La résistance r étant faible (1 à 10 ohms) devant les 50 ohms, on peut considérer que, d'une part, le générateur P.301.A. et le câble de transmission seront bien adaptés à la charge et que, d'autre part, l'ensemble générateur-câble-diviseur constitue bien, pour le transducteur, un générateur de résistance interne r. Pour observer la tension de sortie de ce générateur non chargé (tension V sur la figure 18), il suffit d'observer la tension aux bornes de r en l'abscence de transducteur (voir fig 23).



FIG. 23. Attaque électrique de l'émetteur.

L'observation des signaux électriques existant aux bornes du transducteur récepteur n'a été faite que dans le cas r' = 50 ohms; cela correspond au cas r' infini de nos calculs par simulation, en effet ces calculs nous ont montré qu'au delà de r' égal à environ une dizaine d'ohms la forme du signal de réception ne varie quasi--ment plus.

Cette résistance est simplement l'impédance d'entrée du tiroir 1.S.1. TEKTRONIX relié au transducteur récepteur par un câble 50 ohms. (voir fig 24)



FIG. 24. Observation du signal-récepteur.

REMARQUE: Toutes les observations ont été faites à l'aide d'un oscilloscope TEKTRONIX 531 équipé du tiroir à échantillonnage 1.S.1.

# IV.4.2. Amortissements utilisés.

Les vérifications expérimentales ont été faites pour deux

amortisseurs différents : l'eau et le mercure.

Dans le cas de l'eau, il a suffit d'en remplir l'enceinte (A) (voir fig 22), le contact électrique étant réalisé par un petit ressort appuyant sur la métallisation de la face arrière du transduc--teur.

Le mercure, choisi pour la valeur de son impédance mécanique caractéristique (# 1,8.10<sup>7</sup> kg/m<sup>2</sup>sec), permet une bonne comparaison avec les résultats de la simulation.

# IV.4.3. Résultats obtenus.

Deux groupes d'essais furent ainsi réalisés :

- Emetteur et récepteur amortis par de l'eau.
- Emetteur amorti par de l'eau et récepteur amorti par du mercure.

Les figures 25 nous montrent, juxtaposées, les réponses obtenues pour des cas identiques, par la simulation et par l'expérience.

Cette comparaison nous montre un accord parfait entre théorie et expérience.

Nous pouvons donc nous baser sur la simulation pour choisir l'amortisseur idéal.



Sortie génerateur non chargé et chargé par le palpeur







r=10 ohms r'= 50 ohms  $\rho v = 1.5.10^6 \text{ kg/m}^2 \text{s}$  B B $\rho' v' = 2.10^7 \text{ kg/m}^2 \text{s}$ 

Fig 25. RESULTATS EXPERIMENTAUX

-42-

# IV.5. Choix des impédances acoustiques et électriques.

Aprés avoir vérifié expérimentalement la validité des résultats de la simulation, nous pouvons choisir les impédances acoustiques et électriques susceptibles d'amortir les transducteurs piézoélectriques de façon à obtenir la réponse désirée, réponse proche du régime pseudo périodique exponentiellement amorti.

Il est toutefois nécessaire d'ajouter quelques critères impératifs:

 1 - Les amortissements de l'émetteur et du récepteur doivent être identiques car dans la méthode par "impulsions-échos", c'est un seul palpeur qui sert à la fois d'émetteur et de récepteur (cf. paragraphe I.1) Cela impose:

$$\rho_{\rm B} v_{\rm B} = \rho_{\rm B}^{\prime} v_{\rm B}^{\prime}$$
 et  $r = r^{\prime}$ .

- 2 L'amortisseur acoustique doit être réalisable.
- 3 La valeur de la résistance r = r' doit être compatible avec les appareils utilisés (générateur et amplificateur de réception)

#### IV.5.1. Impédance acoustique.

Nous avons vu au paragraphe IV.3.3. les quatre types de réponses possibles (cf fig 21) :

- régime oscillant peu amorti
- régime oscillant amorti quasi-exponentiellement
- régime apériodique
- régime oscillant à fréquence moitié

Il faut nous placer dans le second cas, en dessous de ce que nous appelons "l'amortissement critique", ce dernier étant obtenu avec un amortisseur d'impédance mécanique caractéristique égale à celle du transducteur, soit  $Z_0$  (2,74.10<sup>7</sup> kg/m<sup>2</sup>sec dans le cas du TIBALIT 12).

Nous choisissons donc une impédance mécanique caractéristique comprise entre  $10^7$  et 2,7.10<sup>7</sup> kg/m<sup>2</sup>sec.

Le problème se réduit donc à réaliser cet amortisseur.

Un moyen commode, semble-t-il, pour réaliser cet impédance mécanique caractéristique de valeur voulue, est d'utiliser des mélanges de résine polymérisable et de poudre métallique.C'est ainsi que sont construits les palpeurs industriels, tel celui que nous avons étudié au chapitre II.

Cependant, d'après certains auteurs, en particulier G.Kossoff (21) et M.F.Zeutschel (22), il est difficile, contrairement à ce que l'on pourrait attendre, de réaliser ainsi, de façon reproductible, les impédances acoustiques désirées.

D'après Kossoff, un amortisseur réalisé avec de l'araldite (deux tiers de résine D et un tiers de Polyamid 75, Ciba) chargée de poudre de tungstène peut présenter une impédance mécanique caractéris--tique variant de  $6.10^6$  à  $16.10^6$  kg/m<sup>2</sup>sec, bien que mélange soit toujours fait dans les mêmes conditions (proportions, vitesse de centrifugation, température, etc...)

Zeutschel, lui, ayant mis au point une méthode d'analyse du faisceau ultrasonore émis par un palpeur, constate des dissymétries aléatoires dans ce faisceau, pour des palpeurs de fabrications identi--ques.

Il est bon également de rappeler le peu d'éfficacité de l'amor--tisseur équipant le palpeur étudié au chapitre II.

Compte tenu de ces expériences, nous avons jugé inutile de les refaire, et décidé d'envisager une autre solution pour la réalisation de l'amortisseur qui doit avoir, comme nous l'avons vu, une impédance mécanique caractéristique d'environ  $2.10^7$  kg/m<sup>2</sup>sec.

Or, le mercure, déja utilisé lors de la vérification expérimen--tale, présente une impédance de  $1,8.10^7$  kg/m<sup>2</sup>sec. C'est donc final--lement avec ce matériau qu'est réalisé l'amortisseur.

## IV.5.2. Impédance électrique.

Les valeurs des résistances électriques r et r' ont moins

d'importance sur l'amortissement que celles des impédances acoustiques. Aussi pouvons-nous les choisir facilement en fonction des dispositifs d'attaque et de réception.

L'énergie électrique est transportée par des câbles d'impédance caractéristique égale à 50 ohms. Pour réaliser l'adaptation, il faut obtenir des impédances d'entrée et de sortie des appareils électriques égales à 50 ohms.

Il est alors facile de diviser par quatre ces impédances à l'aide de transformateurs à large bande placés dans le palpeur lui-même. Ces transformateurs, mis au point par Ruthroff (23), sont également employés dans la construction du générateur d'excitation.

Dans ces conditions, la valeur des résistances électriques d'amortissement est prise égale à 12,5 ohms au niveau du transducteur.

#### Chapitre V. REALISATION DE L'APPAREILLAGE.

Dans le chapitre précédent, nous avons défini les caractéristiques du palpeur à réaliser. Nous en décrivons la réalisation ainsi que celle de l'appareillage électronique capable de fournir l'impulsion d'excitation, de recevoir et d'amplifier le signal de réception.

V.1. Réalisation du palpeur.

Le "palpeur" comporte trois pièces principales:

- transducteur avec électrodes
- amortisseur (mercure)
- transformateur d'impédance électrique,

le tout constituant un ensemble comportant un système de connexion électrique et de fixation permettant de l'intégrer dans un appareillage déja existant.

La figure 26 présente le schéma complet du palpeur.

Il est formé d'un cylindre de "téflon" rempli de mercure, fermé à une de ses extrémités par le transducteur lui-même et à l'autre par un bouchon d'acier conique.

Le tout est serti dans un carter de laiton contenant, en outre, le transformateur 2:1 d'adaptation d'impédance connecté à une borne B.N.C.

**REMARQUES:** 

La métallisation extérieure du transducteur forme l'élec--trode de masse.

La seconde électrode est constituée par le mercure amortisseur lui-même, connecté au transformateur par le bouchon d'acier conique dont la conicité a été étudiée pour ne pas renvoyer sur le transducteur des signaux ultrasonores émis par la face arrière en contact avec le mercure

Il faut avoir soin, au préalable, de supprimer la métal--lisation existant sur la face arrière du transducteur. Si cette précaution n'était pas prise, la métal--lisation se soulèverait de la surface du trans--ducteur sous l'effet du phénomène d'amalgame avec le mercure dont l'amortissement serait alors inefficace.



FIG. 26. Croquis en coupe du palpeur.

V.2. Appareillage électronique.

Le dispositif électronique comprend quatre parties: -) horloge, -) mise en forme, -)amplification, -) réception. L'horloge ou base de temps, délivre des impulsions de déclenchement périodiques. Elle est interne ou externe, c'est-à-dire que l'on peut, le cas échéant, utiliser des impulsions de déclenche--ment produites par un en ensemble plus complet comprenant tout ce dispositif par "impulsions-èchos" et d'autres organes de traitement de l'information au gré de l'utilisateur (convertisseur temps-ampli--tude pour la mesure des épaisseurs, dispositifs à seuil pour discriminer les défauts selon leur importance,etc...).

Le dispositif de mise en forme permet, à partir des impulsions de déclenchements précédentes, de réaliser le signal nécessaire au bon fonctionnement du palpeur: des impulsions de durée réglable et dont nous pouvons pondérer à volonté les amplitudes des diverses composantes.

L'amplificateur de puissance a une impédance interne de 50 ohms.

L'amplificateur de réception a une impédance d'entrée de 50 ohms.

#### V.2.1. Base de temps.

On ne décrit ici que la base de temps interne permettant un fonctionnement autonome.

C'est simplement un multivibrateur astable assymétrique (fig 27).

Le potentiomètre P<sub>1</sub> définit, avec la capacité de 27 nanofarads, la fréquence de récurrence des impulsions de déclen--chement dont la durée est fixée par la constan--te de temps du circuit de base du second tran--sistor (150 k et 150 pF)

La faible valeur de



cette dernière capacité permet d'obtenir des temps de montée faibles

à la sortie du multivibrateur.

Un dernier transistor amplifie les impulsions pour les rendre utilisables par la suite du montage.

V.2.2. Mise en forme.

Il est, à ce stade, nécessaire de définir exactement le "Profil" du signal que nous désirons produire.

Les amortissements des transducteurs sont choisis de façon à obtenir, à la réception, une "monoimpulsion", en excitant le palpeur à l'aide d'un signal combinant deux échelons-unité d'amplitude différente, de polarité contraire et séparés par un temps égal à la période propre du transducteur.(soit T, de l'ordre de 100 nanosecondes dans le cas présent.) (voir fig 28)

En fait, il n'est pas possible de réaliser directe--ment ce signal, car il faut qu'à la fin de l'impulsion, FIG. la tension soit revenue à sa valeur initiale de façon à pouvoir travailler de manière répétitive.



FIG. 28. Combinaison des deux échelons-unité.

Pratiquement, l'impulsion d'excitation est une combinaison de plusieurs signaux élémentaires:

- les deux échelons précédemment définis
- deux échelons-rampes de pentes opposées et décalés dans le temps du même écart T. (voir fig 29)

La somme des deux échelons-unité produit la "monoimpulsion"; quant aux échelons-rampes, ils viennent ajouter un signal négligeable vus le temps de montée d'environ 100 nanosecondes de leur somme et les les résultats de la première simulation effectuée au paragraphe III.2. (cf fig 11).



a) échelons-unité

b) échelons-rampes



FIG. 29. Impulsion d'excitation.

La "mise en forme" permet les réglages suivants:

- durée d'impulsion

- amplitudes relatives des fronts d'impulsion

Elle se fait en deux temps: - le générateur d'impulsions comporte le réglage de la durée et produit un signal rectangulaire; - celui-ci est dérivé et détecté pour n'en garder que la partie positive (fig 30.).

Le réglage du rapport entre les fronts se fait par le biais de la constante de temps de dérivation.

L'impulsion rectangulaire est produite par un multivibrateur monostable attaqué par les impulsions de déclenchement venant de la base de temps (fig 31.).

Le potentiométre P, règle la durée de l'impulsion.

c) détection FIG. 30. "Mise en forme"

La dérivation et la détection se font au niveau du dernier étage amplificateur et seront décrite au paragraphe V.2.3.









FIG. 31. Monostable de mise en forme.

### V.2.3. Amplification de puissance.

Le montage "base-commune" est empoyé pour l'amplificateur de puissance à cause de sa rapidité de réponse et de l'abscence presque totale de réaction du circuit de sortie sur le circuit de sortie.

Par ailleurs, il possède une impédance d'entrée très faible et une impédance de sortie très grande. Les transistors ainsi utilisés présentent un gain en courant voisin de l'unité ( $I_c = q'I_e$ )

Dans notre montage, les transistors servent de séparateurs c'est-à-dire qu'en imposant un courant d'entrée I<sub>e</sub>, le circuit de collecteur se comporte comme un générateur de courant I<sub>c</sub>



FIG. 32. Montage "base-commune"

quasiment égal à I, quelle que soit la charge.

Nous améliorons l'adaptation entre deux étages consécutifs en intercalant un transformateur.

Les transformateurs sont fabriqués suivant la méthode des "transformateurs-lignes" décrite par Ruthroff. (23).

Suivant le mode de bobinage, ils ont un rapport de transfor--mation de 2, 1, 1/2 ou -1.

La figure 33 représente le schéma de l'amplificateur de puissance.

Le premier étage (transistor T<sub>1</sub>) de l'amplificateur de puis--sance transforme l'impulsion de tension délivrée par le monostable de mise en forme en une impulsion de courant.

C'est un étage "collecteur commun" dont la charge est constituée par une résistance de 50 ohms en série avec le primaire d'un transformateur 2:1.

Le courant de sortie de ce transformateur est injecté dans l'émetteur du premier étage "base commune"  $(T_2)$  et a une valeurcrête de 500 milliampères environ.

Deux étages en cascades ( $T_2$  et  $T_3$ ) produisent une impulsion de 1 ampère encore amplifiée à l'aide de deux étages "base commune" ( $T_4$  et  $T_5$ ) montés en parallèle et regroupés par leur entrée et leur sortie au moyen de deux circuits "hybrides" comportant chacun deux transformateurs.

Ces circuits "hybrides", décrits par Ruthroof (23), servent à diviser le courant, à l'entrée, en deux parties égales, chacune d'elles étant injectée dans l'émetteur d'un des transistors  $T_4$  et  $T_5$ . A la sortie, ces deux courants sont regroupés à l'aide d'un second circuit "hybride".

Enfin, l'impulsion de courant passe par un dernier étage "base commune" T<sub>6</sub> constitué d'un transistor NS 9211 alimenté sous une tension de 150 volts.

Ce transistor se comporte comme un générateur de courant.

Si l'on veut obtenir une impédance interne du montage égale à 50 ohms, il suffit de placer ces 50 ohms en parallèle sur le collecteur. Cette résistance est constituée par l'impédance d'entrée du dispositif de réception.

C'est au niveau de l'émetteur de ce dernier transistor  $T_6$  que se situe la fin du dispositif de mise en forme, à savoir la dérivation et la détection (cf fig 30).







FIG. 33. Amplificateur de puissance.

La DERIVATION, comme le montre la figure 34, consiste simplement en un primaire de transformateur monté en parallèle sur l'émetteur du transistor  $T_6$ , le secondaire étant fermé sur un rhéostat bobiné.

Soit I le courant débité par les étages amplificateurs précédants, et soit r la résistance d'entrée du transistor.

Soient, d'autre part, L et R le cœfficient de self-induction et la résistance de l'ensemble transformateur-rhéostat vu du primaire .





Le courant traversant L et R est, lors de la montée de l'impulsion, de la forme:

$$i' = \frac{Ir}{r+R} \left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}\right)$$

et le courant i dans l'émetteur est:

 $i = I - i' = I \left\{ 1 - \frac{r}{r+R} \left( 1 - e^{-t/T} \right) \right\}$  avec  $T = \frac{L}{R}$ 

Nous obtenons bien le courant I en partie dérivé avec la constante de temps  $\mathcal{T} = L/R$ . Celle-ci varie avec la position du curseur sur le rhéostat car R est proportionnel au nombre de tours tandis que L l'est au carré de ce nombre de tours.

La DETECTION, quant à elle, se fait au sein du transistor luimême, polarisé en classe C, et qui joue le rôle d'élément non linéaire.

La figure 35 montre la forme de l'impulsion de sortie du dernier étage pour trois constantes de temps différentes de la dérivation, la charge étant de 50 ohms (tiroir 1.S.1. Tektronix).

- 54 -



FIG. 35. Signal de sortie. hor: 20 nanosecondes/div Sensibilités : {vert: 20 volts/div

# V.2.4. Réception.

Nous avons utilisé, comme amplificateur de réception, un appareillage déja existant ua C.E.A. après l'avoir modifié pour amener son impédance d'entrée à la valeur de 50 ohms et après avoir ajouté un dispositif à diodes pour éviter la saturation lors de l'émission.

La figure 36 est un schéma d'ensemble de tout le dispositif.





Chapitre VI. RESULTATS OBTENUS.

Dans cette dernière partie, nous donnons rapidement les résultats obtenus à l'aide du dispositif réalisé.

La figure 37, reproduit l'impulsion de tension obtenue aux bornes du "palpeur" récepteur après réflexion sur une cible de laiton. Nous pouvons dire que nous avons bien une "monoimpulsion" au sens défini précedemment au paragraphe III.1. à savoir: une seule période d'oscillation propre du transducteur dont la durée est d'environ 150 nanosecondes.



FIG. 37. Monoimpulsion. (hor: 100 nsec/div)

La figure 38 représente les divers échos reçus réflexions multiples au sein d'une feuille d'acier de 2 millimétres d'épaisseur.



FIG. 38. Echos après réflexion sur une feuille d'acier. (hor: 500 nsec/div)

Nous avons également testé l'appareillage en "transmission" c'est-à-dire en utilisant un second "palpeur" comme récepteur selon le montage de la figure 39. On observe bien les diverses réflexions multiples au sein d'une feuille d'acier de 0,5 millimétre. Là encore les résultats sont satisfaisants. (fig 40)





FIG. 39. Essais par transmission. FIG. 40. Résultats correspondants. (hor: 100 nsec/div)

- 57 -

Enfin, la figure 41 reproduit deux oscillogrammes relevés dans les laboratoires du C.E.N.Saclay montrant bien la comparaison entre les performances du nouveau dispositif et celles d'un dispositif classique.

Dans les mêmes conditions, l'écho obtenu dure effectivement 150 nanosecondes alors que celui de l'autre dispositif dure plus de 2 microsecondes.



FIG. 41. Comparaison entre le nouveau dispositif et un dispositif classique. (hor:  $1 \mu \text{sec/div}$ )

#### CONCLUSION.

-) Au début de l'étude, nous avons vu l'impossibilité d'obtenir une mono-impulsion par l'emploi d'un palpeur du commerce. C'est pourquoi nous avons repris le problème à ses débuts et déterminé, par simulation analogique, les caractéristiques nécessaires de l'amortisseur ainsi que de la forme à donner au signal électrique d'excitation.

-) Les résultats obtenus aves un transducteur TIBALIT 12 résonant aux environs de 10 mégahertz sont excellents : nous parvenons à obtenir une seule période d'oscillation du transducteur; les résultats expérimentaux concordent parfaitement avec les prévisions théoriques.

-) Un autre avantage du dispositif est la souplesse des réglages de la durée et de la dérivation de l'impulsion d'excitation (cf § V.2.3.). En effet, ces réglages permrttent de corriger les dispersions qui peuvent se produire dans les caractéristiques des différents palpeurs, tant du point de vue transducteur que de celui de l'amortisseur. Dès que l'on se trouve dans un régime de fonctionnement du second type (réponse, à l'échelon-unité, sous forme pseudo-sinusoïdale amortie quasiexponentiellement), on peut récupérer, à la réception, la monoimpulsion.

-) Par ailleurs, si, dans notre cas, nous nous sommes attachés à obtenir une mono-impulsion électrique, à la réception, il est possible, en utilisant le même principe de l'impulsion profilée, obtenir une mono-impulsion ultrasonore dans l'eau ou le matériau à traiter. Depuis la fin de cette étude proprement dite, des améliorations ont été envisagées et expérimentées, en particulier dans le domaine de la définition en largeur. En effet, si la définition en profondeur avait été accrue en comparaison des dispositifs classiques, la définition en largeur restait la même. Elle est liée à la largeur du faisceau ultrasonore, elle-même liée à la surface du transducteur. Or, il est impossible de diminuer beaucoup le diamètre du transducteur, sous peine de voir le faisceau ultrasonore se transformer en une onde sphérique.

La seule solution, semble-t-il, est la focalisation des ultrasons; des essais ont été effectués sur des transducteurs sphériques émettant ou recevant les signaux ultrasonores par leur face concave. La largeur du faisceau, au centre de courbure, est alors de 0,5 millimètres environ.

Mais les fabricants éprouvent beaucoup de difficultés à réaliser ces transducteurs focalisants.

C'est pourquoi d'autres essais ont été faits sur des lentilles ultrasonores de plexiglass. Là encore, les résultats donnent entière satisfaction du point de vue des dimensions de faisceaux, au prix, cependant, d'une légère perte d'énergie lors de la traversée des lentilles.

Les améliorations que l'on peut envisager au sujet de la brièveté des échos sont les suivantes :

-) utiliser à la place du mercure un amortisseur solide constitué par de l'étain, par exemple. Cela permettrait l'utilisation d'un transducteur beaucoup pus mince, car il n'aurait plus à jouer le rôle de paroi du réservoir à mercure.

-) améliorer alors les temps de montée du générateur électronique: ceux-ci devant rester inférieurs au quart de la période propre du transducteur (cf & III-3). Il faut signaler enfin que le palpeur amorti, mis au point au cours de cette étude a été utilisé dans une autre étude comme générateur d'ultrasons à large bande.

# ANNEXE I

Mesures d'impédances d'un palpeur classique, au Q-Métre.

Nous avons vu, au chapitre II, que ces mesures d'impédance ont pour but de déterminer les éléments du schéma équivalent de Watanabe relatif à un "palpeur" 10 mégahertz des REALISATIONS ULTASONIQUES. (figure 1.1)

La constante diélectrique du titanate de baryum, matériau costituant le transducteur, est supérieure à 1000 (24). Le palpeur présente donc une très faible impédance. Dans ces conditions, les mesures au



FIG. I.1. Schéma de Watanabe.

Q-métre ne peuvent se faire qu'en utilisant le montage-série (25).

Ce mode de mesure nous oblige à réaliser une plaquette annexe permettant de réaliser les deux accords sans modifier les capacités parasites (fig I.2)



au Q-Métre.

Nous pouvons ainsi déterminer directement les variations de  $\mathcal{R}$  et  $\mathcal{I}$ , résistance et réactance du dipôle en fonction de la fréquence (fig I.3)

Il est alors facile d'en déduire les variations de G et B, conductance et susceptance par les relations bien connues:

$$G = \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{R}^2 + \chi^2} \quad \text{et } B = \frac{-\chi}{\mathcal{R}^2 + \chi^2} \quad (\text{voir fig I.4})$$

Pour déterminer les valeurs C1, C2, L et R, il est plus commode de tracer le diagramme de Kennely de l'admittance: B = f(G)C'est la figure I.5. Le maximum de G est obtenu pour la fréquence fo de résonance de la branche "motionnelle" L, C2, R. A ce moment,  $B = B_0 = 277 C_1 f_0$ 

 $D'où C_{1} = B_{0} / 2\pi f_{0}$ .





FIG. I.3. Variations de l'impédance en fonction de la fréquence.



Si, maintenant, on veut obtenir le diagramme circulaire de l'admittance motionnelle, il suffit de tracer la courbe  $B_m = f(G_m)$  avec:



Kennely de l'admittance

(voir fig I.6)



motionnelle.

Tous les points sont alors sensiblement disposés sur un du moins pour les fréquences voisines de 9 mégahertz.

Les fréquences quadrantales f<sub>1</sub> et f<sub>2</sub> sont celles pour lesquelles  $B_m = \frac{+}{G}G_m$ , c'est-à-dire,  $B_m = \frac{+}{G}G_0/2$ .

Ainsi pour  $f_1 : R = 1/2\pi C_2 f_1 - 2\pi L f_1$ 

et pour 
$$f_2$$
:  $R = -1/2\pi C_2 f_2 + 2\pi L f_2$ 

En définitive, les quatre éléments du circuit équivalent ont pour valeurs :

$$R = 1/G_0$$

$$L = R/2\pi (f_2 - f_1)$$

$$C_2 = (f_2 - f_1)/2\pi f_1 f_2 R$$

$$C_1 = B_0 / 2\pi f_0$$

soit, en valeurs ,umériques :

$$R = 0,7$$
 ohm  
 $L = 0,186$  microhenry  
 $C_2 = 1820$  picofarads  
 $C_1 = 2657$  picofarads.

## ANNEXE II

Réponse à l'échelon-unité d'un ensemble émetteur-récepteur calculée d'aprés le schéma de Watanabe.

Nous avons vu au paragraphe III.1. (relation (3)):

$$\mathcal{V}' = \frac{2\tau_{m}\tau_{i} p}{\left\{\tau/\omega_{m}^{2} p^{3} + (\tau_{m}\tau_{m} + 1/\omega_{m}^{2}) p^{2} + (\tau_{m}\tau_{i} + \tau_{p} + 1)\right\}^{2}}$$
(1)

ce que nous pouvons encore écrire :

$$V' = F_{1}(p) \cdot F_{2}(p) \cdot 2\tau_{m}\tau_{i} \text{ avec}$$

$$F_{1}(p) = \frac{1}{\tau/\omega_{m}^{2} p^{3} + (\tau\tau_{m} + 1/\omega_{m}^{2}) p^{2} + (\tau_{m} + \tau_{i} + \tau)p + 1}$$
(II)
et  $F_{2}(p) = \frac{p}{\tau/\omega_{m}^{2} p^{3} + (\tau\tau_{m} + 1/\omega_{m}^{2}) p^{2} + (\tau_{m} + \tau_{i} + \tau)p + 1}$ 

Soient  $f_1(t)$  et  $f_2(t)$  les originaux respectifs de  $F_1(p)$  et  $F_2(p)$ . On sait, d'aprés le théorème de Borel, que l'original du produit  $F_1(p) \cdot F_2(p)$  sera :

$$\int_{0}^{t} f_{1}(\theta) \cdot f_{2}(t) - \theta \cdot d\theta = \int_{0}^{t} f_{1}(t - \theta) \cdot f_{2}(\theta) \cdot d\theta \quad (III)$$

-) Calculons donc  $f_1(t)$  et  $f_2(t)$  :

Soient -q,  $-\beta$  et  $-\beta$  les racines du dénominateur de (I). Alors,  $\omega^{2}/\tau$ 

$$F_{1}(p) = \frac{m/t}{(p+q') \cdot (p+\beta) \cdot (p+\gamma)}$$
  
et 
$$F_{2}(p) = \frac{p \cdot \omega_{m}^{2}/\tau}{(p+q') \cdot (p+\beta) \cdot (p+\gamma)}$$

et leurs originaux sont:

$$f_{1}(t) = \frac{\omega_{m}^{2}}{\tau} \left\{ \frac{e^{-q't}}{(\beta - q') \cdot (\gamma - q')} + \dots (p \ c) \dots \right\}$$
(IV)

$$f_{2}(t) = -\frac{\omega_{m}}{\tau} \left\{ \frac{q' e^{-q't}}{(\beta - q') \cdot (\gamma - q')} + \dots (p c) \dots \right\}$$
(V)

Nous avons dans les expressions (IV) et (V), trois termes entre crochets dont les deux derniers se déduisent du premier par une mermutation circulaire sur  $d, \beta \in V$ . Nous n'écrirons dorénavant que ce premier terme.

Exprimons 
$$f_1(\theta)$$
 et  $f_2(t - \theta)$  pour appliquer la relation (III) :  
 $f_1(\theta) = \frac{\omega^2}{\tau} \left\{ \frac{e^{-q'\theta}}{(\beta - q') \cdot (\gamma - q')} + \cdots \right\}$  (VI)

$$f_{2}(t - \theta) = -\frac{\omega_{m}^{2}}{\tau} \left\{ \frac{q' e^{+q(\theta - t)}}{(\beta - q) \cdot (\gamma - q)} + \cdots \right\}$$
(VII)

Il suffit alors d'intégrer le produit  $f_1(\theta) \cdot f_2(t - \theta)$  par rapport à  $\theta$ . Auparavant, nous aurons écrit les relations (VI) et (VII) sous une autre forme :

$$f_{1}(\theta) = \frac{\omega_{m}^{2}}{\tau} \frac{1}{(q'-\beta)\cdot(\beta-\gamma)\cdot(\gamma-q')} \left\{ (\gamma-\beta)e^{-q'\theta} + \dots \right\} (VIII)$$

$$f_{2}(t-\theta) = -\frac{\omega_{m}^{2}}{\tau} \frac{1}{(q-\beta)\cdot(\beta-\gamma)\cdot(\gamma-q)} \left\{q(\gamma-\beta)e^{q(\theta-t)}+\cdots\right\}(IX)$$

$$f_{1}(\theta) \cdot f_{2}(t-\theta) = -\frac{\omega^{4}}{\tau^{2}} \frac{1}{(d-\beta)^{2} \cdot (\beta-\gamma)^{2} \cdot (\gamma-\alpha')^{2}} \times \left\{ q(\gamma-\beta)^{2} e^{-dt} + q(\beta-q)(\gamma-\beta) e^{-qt} e^{(q'-\gamma)\theta} + q(q-\gamma)(\gamma-\beta) e^{-qt} e^{(q'-\gamma)\theta} + q(q-\gamma)(\gamma-\beta) e^{-qt} e^{(q'-\gamma)\theta} + \dots \right\}$$

$$\mathfrak{E}_{1}(\theta) \cdot \mathfrak{E}_{2}(t-\theta) = -\frac{\omega^{4}}{\tau^{2}} \frac{1}{(q'-\beta)^{2} \cdot (\beta-\gamma)^{2} \cdot (\gamma-q')^{2}} \times \left\{ \left[ q(\gamma-\beta)^{2} + q(\beta-q)(\gamma-\beta)e^{(q'-\gamma)\theta} + q'(q-\gamma)(\gamma-\beta)e^{(q'-\beta)\theta} \right] e^{-q't} + \cdots \right\}$$
(XI)

En intégrant de 0 à t, nous aurons l'original de  $F_1(p) \cdot F_2(p)$  :

$$F_{1}(p) \cdot F_{2}(p) \Box - \frac{\omega_{m}^{4}}{\tau^{2}(q-\beta)^{2}(\beta-\gamma)^{2}(\gamma-q)^{2}} \times \left\{ \left\{ q(\gamma-\beta)^{2} + \frac{\beta(\beta-\gamma)(\gamma-q)}{\beta-q} + \frac{\gamma(\gamma-\beta)(\beta-q)}{\gamma-q} - \frac{q(\beta-q)(\gamma-\beta)}{q-\gamma} - \frac{q(q-\gamma)(\gamma-\beta)}{q-\gamma} + \frac{q(q-\gamma)(\gamma-\beta)}{q-\gamma} \right\} e^{-q't} + \cdots + \right\}$$

Soit encore :

$$F_{1}(p) \cdot F_{2}(p) \Box - \frac{\omega_{m}^{4}}{\tau^{2}(q-\beta)^{2}(\beta-\gamma)^{2}(\gamma-q)^{2}} \times \left\{ \left\{ q(\gamma-\beta)^{2} + \frac{(\beta-\gamma)(\gamma-q)(q+\beta)}{\beta-q} + \frac{(\gamma-\beta)(\beta-q)(q+\gamma)}{\gamma-q} \right\} e^{-q't} + \dots \right\}$$
(XII)

Nous savons que -q,  $-\beta$ et  $-\gamma$  sont les racines du dénominateur de (I). Deux cas peuvent se présenter concernant ces racines:

- -) On peut avoir trois racines réelles
- -) On peut avoir une racine réelles et deux complexes conjuguées.

Dans le premier cas, nous obtiendrons une tension V' de la forme:  $V' = (At + A')e^{-q/t} + (Bt + B')e^{-g/t} + (Ct + C')e^{-f/t}$ .

Etudions l'autre cas: q' réel,  $\beta = a + jb$  et  $\gamma = a - jb$ . Le cœfficient de e<sup>-q't</sup> dans l'expression de V' sera

At + A' avec:  

$$A = \frac{-2d T_m T_i \omega_m^4}{\tau^2 \left\{ (q' - a)^2 + b^2 \right\}^2}$$
et A'=  $\frac{2T_m \tau_i \omega_m^4 (2q(a - 3q^2 + a^2 + b^2))}{\tau^2 \left\{ (q' - a)^2 + b^2 \right\}^3}$ 
(XIII)

Quant aux cœfficients de e<sup>-/3t</sup> et de e<sup>-//t</sup> seront respectivement:

$$\frac{\tau_{m}\tau_{i}\omega_{m}^{4}}{2b^{2}\tau^{2}\left\{\left(d-a\right)^{2}+b^{2}\right\}^{2}} \times (\mathcal{R}+\mathcal{X}j) \text{ et}$$

$$\frac{\tau_{m}\tau_{i}\omega_{4}}{2b^{2}\tau^{2}\left\{\left(d-a\right)^{2}+b^{2}\right\}^{2}} \times (\mathcal{R}-j\mathcal{X}) \text{ avec:}$$

$$\mathcal{R} = \left\{ a \left\{ (q'-a)^2 - b^2 \right\} - 2b^2 (q'-a) \right\} t + 2b^2 \frac{3q'^2 - a^2 - b^2 - 2q'a}{b^2 + (q'-a)^2} = Mt + M'$$

 $\mathcal{I} = b(q^2 - a^2 - b^2)t - \frac{a}{b}\left\{(q' - a)^2 + b^2\right\} + 2b\frac{3b^2 - q^3 + qa^2 + q^2a - a^3 - ab^2}{b^2 + (q' - a)^2} = Nt + N'$ 

Puisque, par ailleurs,

$$e^{-\beta t} = e^{-(a + jb)t} = (\cos bt - j \sin bt)e^{-at}$$
  
et  $e^{-\gamma t} = e^{-(a - jb)t} = (\cos bt + j \sin bt)e^{-at}$ 

on peut regrouper les termes en e<sup>78t</sup> et e<sup>7t</sup>:

$$\frac{\tau_{\rm m} \tau_{\rm i} \omega_{\rm m}^{4}}{b^{2} \varepsilon^{2} \left\{ (a'-a)^{2} + b^{2} \right\}^{2}} \left\{ \text{ kt sin } (bt + \varphi) + k' \text{ sin } (bt + \varphi') \right\} e^{-at}$$

avec 
$$\varphi = \operatorname{Arc} \operatorname{tg} M/N$$
;  $\varphi' = \operatorname{Arc} \operatorname{tg} M'/N'$   
 $k = N/\cos \varphi$  et  $k' = N'/\cos \varphi'$ 

Pour les régimes oscillants, on peur finalement écrire:

$$V' = (At + A')e^{-q't} + Bt e^{-at}sin (bt + \varphi) + C e^{-at}sin (bt + \varphi').$$
  
avec :

- II.4 -

$$A = -\frac{24 \Gamma_m \Gamma_1 \omega_m^4}{r^2 \left\{ (d-a)^2 + b^2 \right\}^2}$$

$$A' = \frac{2 \Gamma_m \tau_1 \omega_m^4 (2(a-3)^2 + a^2 + b^2)}{r^2 \left\{ (d'-a)^2 + b^2 \right\}^3}$$

$$B = \frac{\tau_m \tau_1 \omega_m^4}{b^2 \tau^2 \left\{ (d-a)^2 + b^2 \right\}^2} k$$

$$C = \frac{\tau_m \tau_1 \omega_m^4}{b^2 \tau^2 \left\{ (d-a)^2 + b^2 \right\}^2} k'$$

$$\varphi = \text{Arc tg M/N}$$

$$\varphi' = \text{Arc tg M/N}$$

$$\varphi' = \text{Arc tg M/N}$$

$$k = N/\cos \varphi$$

$$k' = N'/\cos \varphi'$$

$$M = a \left\{ (q'-a)^2 - b^2 \right\} - 2 b^2 (q'-a)$$

$$M' = 2 b^2 \frac{3q^2 - a^2 - b^2 - 2q}{b^2 + (q'-a)^2}$$

$$N = b (q^2 - a^2 - b^2)$$

$$N' = 2 b \frac{3b^2 q' - q'^3 + q'a^2 + q'^2a - a^3 - ab^2}{b^2 + (q'-a)^2} - \frac{a}{b} \left\{ (q'-a)^2 + b^2 \right\}$$
## ANNEXE III

Mise en équations et "cablage-machine" d'un transducteur émetteur selon le schéma de Watanabe. Soient (figure 9), V, la tension de sortie du générateur non chargé, v, la tension aux bornes du transducteur,  $i_1$ , le courant dans la capacité C,  $i_2$ , le courant dans la branche motionnelle du schéma de Watanabe et r, la résistance de sortie du générateur.

Posons  $q_1$  = charge de C et  $q_2$  = charge de C<sub>m</sub>;

On a :  

$$v = \frac{q_1}{c} = \frac{q_2}{c_m} + R_m \frac{dq_2}{dt} + L_m \frac{d^2q_2}{dt^2}$$

$$V = \frac{q_2}{c_m} + R_m \frac{dq_2}{dt} + L_m \frac{d^2q_2}{dt^2} + r(\frac{dq_1}{dt} + \frac{dq_2}{dt})$$

$$q_1 = C \left(\frac{q_2}{c_m} + R_m \frac{dq_2}{dt} + L_m \frac{d^2q_2}{dt^2}\right)$$

$$\frac{\mathrm{dq}_1}{\mathrm{dt}} = C \left(\frac{1}{C_m} \frac{\mathrm{dq}_2}{\mathrm{dt}} + R_m \frac{\mathrm{d}^2 q_2}{\mathrm{dt}^2} + L_m \frac{\mathrm{d}^3 q_2}{\mathrm{dt}^3}\right)$$

$$V = \frac{q_2}{C_m} + R_m \frac{dq_2}{dt} + L_m \frac{d^2q_2}{dt^2} + r \frac{dq_2}{dt} + \frac{rC}{C_m} \frac{dq_2}{dt} + rR_m C \frac{d^2q_2}{dt^2} + rL_m C \frac{d^3q_2}{dt^3}$$
Posons  $q_2 = q$ ,  $\frac{dq_2}{dt} = q'$ ,  $\frac{d^2q_2}{dt^2} = q''$ , etc;...

$$V = rCL_{m} q^{m} + (L_{m} + rR_{m}C) q^{m} + (R_{m} + r + rC/C_{m}) q^{m} + 1/C_{m} q$$

Finalement, l'équation reliant i, à la tension V sera :

$$V = k_0 q + k_1 q' + k_2 q'' + k_3 q''' \text{ avec}$$

$$k_0 = 1/C_m$$

$$k_1 = R_m + r(1 + C/C_m)$$

$$k_2 = L_m + rR_mC$$

$$k_2 = rL_mC$$

Il faut maintenant passer en "temps-machine" t<sub>M</sub>

Supposons une dilatation du temps telle que  $t_M = kt$ . Soit Q l'analogue de q en temps-machine (q = Q) On a q' = dq/dt = (dq/dt<sub>M</sub>).(dt<sub>M</sub> /dt) = kQ' q'' = = = k<sup>2</sup>Q'' q''' = = = k<sup>3</sup>Q'''

L'équation "machine" est donc :

$$V = k_0 Q + kk_1 Q' + k^2 k_2 Q'' + k^3 k_3 Q'''$$

Nous avons choisi ici  $k = 10^7$  afin d'avoir des oscillations de fréquence approximative de 1 hertz.

Nous disposons donc enfin de l'équation-machine suivante :

$$V = K_0 Q + K_1 Q' + K_2 Q'' + K_3 Q''$$
  
avec  $K_0 = k_0 = 1/C_m$   
 $K_1 = kk_1 = \left\{ R_m + r(1 + C/C_m) \right\} 10^7$   
 $K_2 = k^2k_2 = (L_m + 2R_mC) 10^{14}$   
 $K_3 = k^3k_3 = rL_mC 10^{21}$ 

Possèdant cette équation, il faut la câbler sur la calculatrice analogique. Nous avons adopté le montage de la figure III.1. qui permet d'appliquer une tension V quelconque et, en particulier, l'échelon-unité de tension désiré.

Pour r = 5 ohms, les cœfficients à afficher sur le câblage sont les suivants :

$$k_2 / 100 k_3 = 0,0790$$
  
 $k_1 / 1000 k_3 = 0,0526$   
 $k_0 / 10000 k_3 = 0,0222$ 





# ANNEXE IV

Schéma équivalent exact d'un transducteur piézoélectrique - Equations des milieux piézoélectriques

Les équations piézoélectriques dérivent directement des poten--tiels thermodynamiques.

Les constantes piézoélectriques relient des tenseurs symétriques d'ordre deux (contrainte ou déformation) à des vecteurs (induction ou champ électrique) et sont donc des tenseurs d'ordre Trois.

Les constantes élastiques relient deux tenseurs symétriques d'ordre deux (contrainte et déformation) et sont donc des tenseurs d'ordre quatre.

Les constantes diélectriques relient deux vecteurs et sont donc des tenseurs d'ordre deux.

Nous utilisons ici la notation matricielle, plus simple et plus concise que la notation tensorielle. (18) (19).

On peut choisir le champ électrique et la contrainte comme variables indépendantes et il en résulte la forme la plus habituelle des équations piézoélectriques. Dans le cas général, on doit également introduire le champ magnétique et la température.

La fonction de Gibbs résultante s'écrit alors :

 $G = U - S_{i} T_{i} - E_{m} D_{m} - H_{m} B_{m} - \sigma \theta$   $avec \begin{cases} i = 1 \ge 6 \\ m = 1 \ge 3 \end{cases}$ 

Dans cette expression,

- U = Energie interne.
- S = Déformation.
- T = Contrainte.
- $E = Champ \, électrique.$
- D = Induction électrique.
- H = Champ magnétique.
- B = Induction magnétique.
- $\sigma$  = Entropie.
- $\theta$  = Température.

Puisqu'il s'agit de phénomènes réversibles,

 $dG = -S_{i} dT_{i} - D_{m} dE_{m} - B_{m} dH_{m} - \sigma d\theta$ 

Par suite,  $S_i = (-\frac{\partial G}{\partial T_i})_{E,H,\Theta}$ ;  $D_m = (-\frac{\partial G}{\partial E_m})_{T,H,\Theta}$  $B_m = (-\frac{\partial G}{\partial H_m})_{E,T,\Theta}$ ;  $\sigma = (-\frac{\partial G}{\partial \Theta})_{E,H,T}$ .

Exprimons les différentielles totales:

$$dS_{i} = \left(\frac{\partial S_{i}}{\partial T_{j}}\right)_{E,H,\theta} dT_{j} + \left(\frac{\partial S_{i}}{\partial E_{m}}\right)_{T,H,\theta} dE_{m} + \left(\frac{\partial S_{i}}{\partial H_{m}}\right)_{E,T,\theta} dH_{m} + \left(\frac{\partial S_{i}}{\partial \theta}\right)_{E,T,H} d\theta (I)$$

$$dD_{m} = \frac{\left(\frac{\partial D_{m}}{\partial T_{j}}\right)_{E,H,\theta} dT_{j} + \left(\frac{\partial D_{m}}{\partial E_{k}}\right)_{T,H,\theta} dE_{k} + \left(\frac{\partial D_{m}}{\partial H_{k}}\right)_{E,T,\theta} dH_{k} + \left(\frac{\partial D_{m}}{\partial \theta}\right)_{E,T,H} d\theta (II)$$

$$dE_{m} = \left(\frac{\partial B_{m}}{\partial T_{j}}\right)_{E,H,\theta} dT_{j} + \left(\frac{\partial B_{m}}{\partial E_{k}}\right)_{T,H,\theta} dE_{k} + \left(\frac{\partial B_{m}}{\partial H_{k}}\right)_{E,T,\theta} dH_{k} + \left(\frac{\partial B_{m}}{\partial \theta}\right)_{E,T,H} d\theta (III)$$

$$dG_{m} = \left(\frac{\partial G_{m}}{\partial T_{j}}\right)_{E,H,\theta} dT_{j} + \left(\frac{\partial G_{m}}{\partial E_{k}}\right)_{T,H,\theta} dE_{k} + \left(\frac{\partial B_{m}}{\partial H_{k}}\right)_{E,T,\theta} dH_{k} + \left(\frac{\partial B_{m}}{\partial \theta}\right)_{E,T,H} d\theta (III)$$

$$dG_{m} = \left(\frac{\partial G_{m}}{\partial T_{j}}\right)_{E,H,\theta} dT_{j} + \left(\frac{\partial G_{m}}{\partial E_{m}}\right)_{T,H,\theta} dE_{m} + \left(\frac{\partial G_{m}}{\partial H_{m}}\right)_{E,T,\theta} dH_{m} + \left(\frac{\partial G_{m}}{\partial \theta}\right)_{E,T,H} d\theta (IV)$$

$$avec : \begin{cases} i et j = 1 \ge 6 \\ m et k = 1 \ge 3 \end{cases}$$

Nous avons aussi :

.

$$\frac{\partial D_m}{\partial T_j} = \left(-\frac{\partial^2 G}{\partial E_m \cdot \partial T_j}\right)_{H,\theta} \text{ et } \frac{\partial S_j}{\partial E_m} = \left(-\frac{\partial^2 G}{\partial T_j \cdot \partial E_m}\right)_{H,\theta}$$

Ces définitions étant données, les relations (I) à (IV) s'écrivent donc: en ne s'intéressant qu'aux variations  $dS_i$ ,  $dD_m$ , etc..., et en les notant  $S_i$ ,  $D_m$ , etc...:

(v)

$$S_{i} = S_{ij}^{E,H,\Theta} T_{j} + d_{mi}^{H,\Theta} E_{m} + d_{mi}^{E,\Theta} H_{m} + q_{i}^{E,H} d\theta \quad (a)$$

$$D_{m} = d_{mj}^{H,\Theta} T_{j} + \mathcal{E}_{mk}^{T,H,\Theta} E_{k} + m_{mk}^{T,\Theta} H_{k} + p_{m}^{T,H} d\theta \quad (b)$$

$$E_{m} = d_{mj}^{H,\Theta} T_{j} + \mathcal{E}_{mk}^{T,H,\Theta} E_{k} + m_{mk}^{T,\Theta} H_{k} + p_{m}^{T,H} d\theta \quad (b)$$

$$B_{m} = d_{mj}^{T} T_{j} + m_{km}^{T} E_{\kappa} + m_{k}^{T} H_{\kappa} + i_{m}^{T,E} d\theta \quad (c)$$

$$d = d_{j}^{E,H} T_{j} + p^{T,H} E_{\kappa} + i_{m}^{T,E} H_{\kappa} + \rho c_{m}^{E,H,T} d\theta \quad (d)$$

Dans	les	cas	les	plus	généraux	il	У	a	6	équations	pour	S
									3		pour	D
									3		pour	B
									1		pour	d

Cela donne, pour le cristal triclinique, classe 1, :

2	1 constant	es élastiques
1	8	piézoélectriques
)	6	diélectriques
1	6	magnétiques
	3	pyroélectriques
1	3	pyromagnétiques
1	9	magnétodiélectriques
(	6	de dilatation
	chaleur	spécifique.

Dans la pratique, on peut ignorer les effets du champ magnétique sur les matériaux piézoélectriques.

Par ailleurs, on peut signaler que les différences entre les constantes adiabatiques et isothermes sont très souvent négligeables.

Pour obtenir ces constantes adiabatiques, en fonction de leurs homologues isothermes, il suffit d'imposer d = 0 dans l'équation (V.d) et de substituer la valeur de d ainsi trouvée dans les équations (V.a,b,c).

Par exemple, pour un cristal du type P.Z.T. 5 (Levite-Corporation), les différences ne sont que de 0,03, 0,1 et 0,15 % en ce qui concerne  $s_{33}^E$ ,  $d_{33}$  et  $\frac{T}{33}$ 

REMARQUE : Pour obtenir obtenir les équations homologues des équations (V) dans le cas adiabatique, il suffirait de partir du potentiel thermodynamique H<sub>A</sub> au lieu de la fonction de Gibbs G. On aurait alors :

 $dH_{A} = -S_{i} dT_{i} - D_{m} dE_{m} - B_{m} dH_{m} + \theta d\sigma$ 

Dans les éléments piézoélectriques en vibration, il y a le plus souvent des échanges thermiques négligeables. Dans ce cas, les équations(V) deviennent, sous forme matricielle :

$$S = S^{E} T + d_{+} E \qquad (a)$$
  

$$D = d T + E^{T} E \qquad (b)$$
(VI)

L'indice <sub>t</sub> de d<sub>t</sub> signifie qu'il s'agit de la matrice transposée de la matrice d.

Par un raisonnement similaire, en choisissant d'autres variables indépendantes et en introduisant de nouvelles constantes, on peut établir trois autres groupes d'équations pour les milieux piézoélectriques:

Variables: contrainte et induction électrique.

S	= 5	S D	T	+	g <sub>t</sub>	D	8	(a)		
E	=-(	J	Т	+	<b>B</b> T	D		(b)	(VI	I)

Variables: déformation et champ électrique.

$$T = c^{E} S - e_{+} E \qquad (a)$$
  

$$D = e S + e^{S} E \qquad (b)$$
(VIII)

Variables: déformation et induction électrique.

$$T = cD S - ht D (a)$$
  

$$E = -h S + \rhoS D (b)$$
(IX)

Les définitions des diverses constantes piézoélectriques découlent des équations (VI) à (IX) :

$$d = \left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)_{T} = \left(\frac{\partial D}{\partial T}\right)_{E}$$

$$g = \left(\frac{\partial S}{\partial D}\right)_{T} = \left(-\frac{\partial E}{\partial T}\right)_{D}$$

$$e = \left(-\frac{\partial T}{\partial E}\right)_{S} = \left(\frac{\partial D}{\partial S}\right)_{E}$$

$$h = \left(-\frac{\partial T}{\partial D}\right)_{S} = \left(-\frac{\partial E}{\partial S}\right)_{D}$$
(X)

Les  $c_{ij} et \beta_{mk}$  s'expriment à partir des élasticités s<sub>ij</sub> et des constantes diélectriques  $\epsilon_{mk}$  de la façon suivante :

$$c_{ij} = \frac{(-1)^{i+j} \Delta_{ij}}{\Delta}$$
(XI)

$$\beta_{mk} = \frac{(-1)^{m+k} \Delta_{mk}}{\Delta}$$
(XII)

Dans l'équation (XI),  $\Delta$  est le développement du déterminant de la matrice s<sub>ij</sub> et  $\Delta_{ij}$  est le mineur obtenu en supprimant la i<sup>ème</sup> ligne et la j<sup>ème</sup> colonne.

De même pour (XII) àl'aide de la matrice  $\mathcal{E}_{mk}$ .

Les quatre constantes piézoélectriques sont liées par les relations suivantes :

 $d_{mi} = \mathcal{E}_{nm}^{T} \cdot g_{ni} = e_{mj} \cdot g_{ji}$   $g_{mi} = \mathcal{P}_{nm}^{T} \cdot d_{ni} = h_{mj} \cdot g_{ji}$   $e_{mi} = \mathcal{E}_{nm}^{S} \cdot h_{ni} = d_{mj} \cdot g_{ji}$  m et n = 1 à 3 i et j = 1 à 6 (XIII)  $h_{mi} = \mathcal{P}_{nm}^{S} \cdot e_{ni} = g_{mj} \cdot g_{ji}$ 

Les équations (VI) sont les plus utilisées car le champ électrique et la contrainte sont des variables intéressantes.

Les équations (VII) sont également employées car  $\beta_{mk} = 1/\epsilon_{mk}$ , sauf dans les cristaux tricliniques et monocliniques.

Enfin, les équations (VIII) et (IX) utilisent la déformation comme l'une de leurs variables indépendantes. Elles s'appliquent à la transmission d'impulsions acoustiques, à condition que la déformation soit à une dimension. En ce qui concerne les résonateurs, il est généralement impossible d'obtenir une déformation à une dimension; toutefois, on peut s'en approcher lors de la vibration d'un plateau mince et étendu dans son mode de vibration en épaisseur et dans certains modes transversaux.

### - Equation d'onde dans les corps piézoélectriques.

Les milieux piézoélectriques sont anisotropes.

Pour chaque direction de propagation, il y a trois ondes acoustiques possibles dont les directions de vibration sont orthogonales mais dont, en général, les vitesses sont différentes.

Dans certains cas seulement, on a des ondes purement longitudinales ou purement transversales.

Nous ne traitons ici que le cas des ondes purement logitudinales et, de plus, des ondes planes.

Soit x<sub>3</sub> la direction de propagation de cette onde plane longitudinale. L'équation deNewton s'écrit :

$$\rho \frac{\partial^2 \xi_3}{\partial t^2} = \frac{\partial T_3}{\partial x_3}$$
(XIV)

 $\xi_3$  étant le déplacement des particules dans la direction  $x_3$  par rapport à leur position moyenne.

Supposons que les variables indépendantes sont la déformation et l'induction électrique. Nous pouvons alors appliquer les relations (IX) qui se réduisent, dans le cas simple présent, à :

$$T_{3} = c_{33}^{D} S_{3} - h_{33} D_{3}$$
(a)  

$$E_{3} = -h_{33} S_{3} + \beta_{33}^{S} D_{3}$$
(b)  
(XV)

Si le cristal est un isolant électrique, div D = 0, donc  $\partial D/\partial x = 0$ 

$$\frac{\partial T_3}{\partial x_3} = c_{33}^D \frac{\partial S_3}{\partial x_3}$$
(XVI)

et puisque 
$$S_3 = \partial \tilde{S}_3 / \partial x_3$$
,  
 $\frac{\partial T_3}{\partial x_3} = c_{33}^D \frac{\partial^2 \tilde{S}_3}{\partial x_3^2}$  (XVII)

L'équation de Newton (XIV) devient ainsi l'équation de propagation:

1283	c_33 2263	
d t <sup>2</sup>	p d x3	(XVIII)

Et la vitesse de propagation est :

$$v^{D} = (c_{33}^{D} / \rho)^{\frac{1}{2}}$$
 (XIX)

- <u>Schéma équivalent d'un transducteur vibrant en</u> épaisseur, le champ électrique étant perpendiculaire aux faces.

Soit un transducteur se présentant sous la forme d'une pastille de surface  $\mathcal S$  et d'épaisseur e .

Nous utilisons comme équations de départ les relations (XV) définies précedemment et l'expression d'une vibration sinusoïdale stationnaire de pulsation  $\omega$  et de vitesse de propagation  $v^{D} = (c_{33}^{D} / \rho)^{\frac{1}{2}}$ , cette vibration étant exprimée sous forme de déplacement  $\xi_{3}$ .

$$\mathcal{E}_{3} = \left(A \sin \frac{\omega x_{3}}{v} + B \cos \frac{\omega x_{3}}{v}\right) e^{j\omega t} \qquad (XX)$$

Soient  $x_3 = 0$  et  $x_3 = e$  les abscisses des deux faces.

F<sub>1</sub> et F<sub>2</sub> les forces qui y sont développées.

U<sub>1</sub> et U<sub>2</sub> leurs vitesses de déplacement.

V la différence de potentiel électrique entreelles.

I le courant électrique. Tout cela avec les conventions de signes indiqués sur la figure IV.1.





Prenons U<sub>1</sub>, U<sub>2</sub> et I comme variables indépendantes de départ. Nous avons:

$$\dot{\xi}_{3}(x_{3}=0) = U_{1}e^{j\omega t}$$
 et  $\dot{\xi}_{3}(x_{3}=e) = -U_{2}e^{j\omega t}$  (XXI)

Cela permet de déterminer les constantes A et B de l'expression (XX).

$$A = -\frac{1}{j\omega} \left( \frac{U_2}{\sin \omega e/v^D} + \frac{U_1}{tg \, \omega e/v^D} \right)$$
  
B =  $\frac{1}{j\omega} U_1$  (XXII)

Les forces  $F_1$  et  $F_2$  peuvent s'exprimer en fonction de  $U_1$ ,  $U_2$  et  $I = \int D_3$  en utilisant les relations (XV a), (XX) et (XXII) et en remarquant que

$$F_1 = -\mathcal{G}T_3 (x_3=0)$$
 et  $S_3 = d \xi_3 / d x_3$ 

On aboutit ainsi à :

$$F_1 = \frac{c_{33}^D}{jv^D} \left( \frac{U_2}{\sin \omega e/v^D} + \frac{U_1}{tg \omega e/v^D} \right) + \frac{h_{33}}{j\omega} I \qquad (XXIII)$$

Posons  $Z_0 = \mathcal{G}\rho v^D = \mathcal{G}\rho (c_{33}^D / \rho)^{\frac{1}{2}} = \mathcal{G}(\rho c_{33}^D)^{\frac{1}{2}} = \text{Impédance acoustique du transducteur.}$ 

Nous obtenons finalement :

$$F_{1} = \frac{Z_{0}}{j \operatorname{tg} \omega e/v^{D}} U_{1} + \frac{Z_{0}}{j \operatorname{sin} \omega e/v^{D}} U_{2} + h_{33} I/j\omega \qquad (XXIV)$$

et, de même :

$$F_{2} = \frac{Z_{0}}{j \sin \omega e/v^{D}} U_{1} + \frac{Z_{0}}{j tg \omega e/v^{D}} U_{2} + h_{33} I/j\omega \qquad (XXV)$$

V = 
$$\int_0^e E_3 dx_3$$
 et se calcule à partir de (XV b) :  
V =  $\int_0^e E_3 dx_3 = -h_{33} \int_0^e S_3 dx_3 + \beta \frac{S}{33} \int_0^e D_3 dx_3$ , ce qui devient :  
V =  $\frac{h_{33}}{jw} (U_1 + U_2) + \frac{\beta \frac{S}{33}}{jw} \frac{e}{g} I$ 

soit, en posant

$$C_0 = \frac{\mathcal{G}}{33} e \qquad (XXVI)$$

8

$$V = \frac{h_{33}}{j\omega} U_1 + \frac{h_{33}}{j\omega} U_2 + \frac{I}{j\omega C_0}$$
(XXVII)

On peut introduire un transformateur électromécanique parfait de rapport N défini par <u>force de sortie</u> tension d'entrée , soit :

$$N = -\frac{\int_{0}^{e} T_{3}}{\int_{0}^{e} E_{3} dx_{3}} = \frac{h_{33} \int_{0}^{D} D_{3}}{\int_{33}^{s} e^{D} D_{3}} = \frac{h_{33} \int_{0}^{Q} D_{3}}{\int_{33}^{s} e^{D} D_{3}} = C_{0} h_{33} = N$$
(XXVIII)

Postulons alors l'équivalence avec un circuit électrique fermé sur des transformateurs électromécaniques parfaits de rapport N et satisfaisant aux équations (XXIV),(XXV) et (XXVII). Soit donc le schéma de la figure IV.2.



Mettons en équations ce circuit :

$$V_1 = (Z_a + \frac{Z_b}{N^2} + \frac{Z_c}{N^2}) I_1 + (Z_a + \frac{Z_b}{N^2}) I_2 + Z_a I$$
 (XXIX)

$$V_2 = (Z_a + \frac{Z_b}{N^2}) I_1 + (Z_a + \frac{Z_b}{N^2} + \frac{Z_d}{N^2}) I_2 + Z_a I$$
 (XXX)

$$V = Z_a I_1 + Z_a I_2 + Z_a I$$
 (XXXI)

On peut transformer ces équations en remarquant que

$$V_1 = F_1 / N$$
;  $V_2 = F_2 / N$ ;  $I_1 = NU_1$ ;  $I_2 = NU_2$ .

$$F_1 = (N^2 Z_a + Z_b + Z_c) U_1 + (N^2 Z_a + Z_b) U_2 + NZ_a I$$
 (XXXII)

$$F_2 = (N^2 Z_a + Z_b) U_1 + (N^2 Z_a + Z_b + Z_d) U_2 + NZ_a I$$
 (XXXIII)

$$V = NZ_a U_1 + NZ_a U_2 + Z_a I$$
 (XXXIV)

Il suffit alors de comparer, terme à terme, les relations (XXXII), (XXXIII) et (XXXIV) aux relations (XXIV),(XXV) et (XXVII) .

On aboutit finalement à :

$$Z_{a} = \frac{h_{33}}{jN\omega} = 1/jC_{0}\omega \qquad (XXXV)$$

$$Z_{b} = \frac{Z_{0}}{j \sin \omega e/v^{D}} - \frac{N^{2}}{jC_{0}\omega}$$
(XXXVI)

$$Z_{c} = Z_{d} = j Z_{0} tg \omega e/2v^{D}$$
(XXXVII)

Rappelons :  $C_0 = \frac{g}{\beta_{33}} e$ ;  $Z_0 = \frac{g}{p} v^D$ ;  $N = C_0 h_{33} = \frac{g}{h_{33}} / e\beta_{33}^S$ Posons  $q' = \pi \omega / \omega_0$  avec  $\omega_0 = \pi v^D / e$  et  $\omega = 2\pi f$ , soit  $q = \omega e / v^D$ .

En regroupant les deux transformateurs de la figure IV.2 et en les faisant passer en tête du circuit, on obtient finalement le schéma de la figure IV.3.



FIG. IV.3. Schéma équivalent d'un trasducteur plat vibrant en épaisseur.

Rappelons ici toutes les hypothèses et approximation faites au cours de ce calcul :

- les constantes adiabatiques et isothermes sont égales.
- l'effet du champ magnétique est négligeable sur les milieux piézoélectriques.
- la déformation est à une seule dimension.
- les phénomènes ont une amplitude assez faible pour rester linéaires.

Enfin, les calculs ont été faits en supposant un régime harmonique; ils sont valables pour toutes pulsations et, par suite, pour tous signaux décomposables en intégrales de Fourrier.

## - Adaptation à un transducteur amorti et chargé.

Il faut maintenant adapter ce schéma de la figure IV.3. à notre cas particulier, c'est-à-dire à celui où les sorties mécaniques  $F_1$  et  $F_2$  sont fermées sur des impédances mécaniques (ou acoustiques)  $Z_B$  et  $Z_Q$ ;  $Z_B$  étant celle de l'amortisseur et  $Z_Q$  celle de l'eau, milieu couplant.

Ne perdons pas de vue qu'il faut calculer la force F<sub>2</sub> émise dans l'eau, compte tenu de la tension V appliquée au transducteur.

L'adjonction de Z<sub>B</sub> et Z<sub>Q</sub>  $(Z_B = \mathcal{I}_B v_B \text{ et } Z_Q = \mathcal{I}_B v_Q)$  nous permet de compléter le schéma de la figure IV.3. pour obtenir celui de la figure IV.4. présenté sous forme d'un quadripole électromécanique.

FIG. 14.4.



Effectuons maintenant plusieurs transformations basées sur la trans--formation de Norton appliquée aux éléments encadrés de la figure IV.4. et explicitée sur la figure IV.5. (voir (21) et (26)).



Dans le cas présent,  $Z_1 = Z_2 = Z_B + j Z_0 tg q/2$ .

Le circuit encadré dans la figure IV.4. se transforme successivement comme le montre la figure IV.6. (a,b,c).



En reportant ce circuit dans la figure IV.4., en regroupant les deux transformateurs (N et 2) ainsi que les impédances en j $Z_0$  tgq/2 et en  $Z_0$ /j sinq', on aboutit au schéma équivalent réel de la figure IV.7. dans lequel on supprime le transformateur 2N et où l'on impose alors une tension d'entrée égale à 2N V.



transducteur émetteur.

Ce schéma représente un "palpeur" émetteur mais est tout aussi valable, sauf en ce qui concerne l'impédance Z<sub>0</sub>, pour un palpeur récepteur. Nous savons que l'eau, milieu couplant, se comporte comme une de transmission sans pertes ni dispersion, en première approximation. Puisque nous travaillerons en impulsions et que la durée de celles-ci sera nettement inférieure au temps de parcours, nous pouvons ignorer le signal réfléchi sur le récepteur.

Vue du palpeur émetteur, la ligne se comporte comme une impédance  $Z_Q$ . A la sortie, nous aurons un cœfficient de réflexxion, pour la force, égal à  $r = -(Z_Q - Z_E)/(Z_Q + Z_E)$ ,  $Z_E$  étant "l'impédance d'entrée " mécanique du récepteur.

Le signal d'entrée effectif sera donc:

$$F'_2 = F_2 (1 + r) = F_2 \frac{Z_Q + Z_E - Z_Q + Z_E}{Z_Q + Z_E} = 2 F_2 \frac{Z_E}{Z_Q + Z_E}$$

Ainsi, vue du récepteur, l'eau se comporte comme un générateur délivrant la force  $2F_2$  sous une impédance  $Z_0$ .

La figure IV.8. nous donne alors le schéma équivalent exact du palpeur récepteur.



FIG. IV.8. Schéma équivalent exact du palpeur récepteur.

ANNEXE V

Mise en équations des palpeurs amortis.

Simulation sur calculatrice analogique.

Reprenons le schéma de la figure 18 et effectuons la mise en équations par mailles.



FIG. V.1. Palpeur émetteur.

Soient I = dQ/dt = Q' = Courant dans R =  $4N^2r$ .  $i_1 = dq_1/dt = q'_1$  = Courant dans le circuit série  $L_m, C_m$ .  $i_2 = dq_2/dt = q'_2$  = Courant dans C.  $i_3 = dq_3/dt = q'_3$  = Courant dans  $L_p$ .

Notons tout de suite que la grandeur intéressante est égale à

$$F_2 = Z_0 (i_1 - i_2 - i_3)$$

Mise en équations par mailles :

(1) 
$$2NV = R Q' + \frac{1}{C_1} Q - \frac{1}{C_1} q_1$$

(II) 
$$0 = -\frac{1}{C_1} Q + (\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_M}) q_1 + (Z_B + Z_Q) q_1 + L_m q_1 + (Z_B - Z_Q)(q_2 + q_3)$$

(III) 
$$0 = (Z_B - Z_Q) q'_1 + (Z_B + Z_Q) q'_2 + (Z_B + Z_Q) q'_3 + \frac{1}{C_p} q_2$$

(IV) 
$$0 = (Z_B - Z_Q) q'_1 + (Z_B + Z_Q) q'_2 + (Z_B + Z_Q) q'_3 + L_p q''_3$$

La comparaison de (III) et (IV) donne

(IV') 
$$0 = -\frac{1}{C_p} q_2 + L_p q''_3$$

Nous aurons donc à résoudre le système d'équations (I), (II), (III) et (IV').

- V.1 -

Notons tout de suite

$$\frac{1}{L_{m}}\left(\frac{1}{C_{1}}+\frac{1}{C_{M}}\right) = \frac{1}{L_{p}}\frac{1}{C_{p}} = \omega_{0}^{2}$$

Ceci est évident lorsqu'on se souvient que la capacité  $C_M$  est la résultante de la mise en série de  $C_m$  et  $-C_1 = -C_0/4N^2$ . Ainsi,  $1/C_1 + 1/C_M = 1/C_1 + 1/C_m - 1/C_1 = 1/C_m$ et  $\frac{1}{L_m C_m} = \frac{1}{L_m} (\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_M}) = \omega_0^2$ ; d'autre part,  $\frac{1}{L_p C_p} = \omega_0^2$ 

Pour résoudre le système, il faudra exprimer chaque terme par sa dérivée d'ordre supérieur en fonction du reste.

$$\mathbb{R} Q' = 2N V - \frac{1}{C_1} Q + \frac{1}{C_1} q_1$$
 (a)

$$q''_{1} = \frac{1}{L_{m}C_{1}} Q - \omega_{0}^{2} q_{1} - \frac{Z_{B} + Z_{Q}}{L_{m}} q_{1}' - \frac{Z_{B} - Z_{Q}}{L_{m}} (q_{2}' + q_{3}')$$
(b)

$$q'^2 = -\frac{z_B - z_Q}{z_B + z_Q} q_1' - q_3' - \frac{1}{c_p (z_B + z_Q)} q_2$$
 (c)

$$q''_3 = w_0^2 q_2$$
 (d)

Passage en "temps-machine".

Soit une dilatation du temps égale à k. (cf annexe III, page III.2)

Q' se transforme en k.Q'

Q" ;..... en k<sup>2</sup>.Q" etc.....

Il vient alors les "équations-machine" suivantes :

$$R Q' = \frac{2N}{k} V - \frac{1}{kC_1} Q + \frac{1}{kC_1} q_1$$
(A)

$$q_{1}^{"} = \frac{1}{k^{2}L_{m}C_{1}} q_{1}^{'} - \frac{0}{k^{2}} q_{1} - \frac{Z_{B}^{'} + Z_{Q}^{'}}{kL_{m}} q_{1}^{'} - \frac{Z_{B}^{'} - Z_{Q}^{'}}{kL_{m}} (q_{2}^{'} + q_{3}^{'})$$
(B)

$$q_{2}^{\prime} = -\frac{z_{B}^{\prime} - z_{Q}}{z_{B}^{\prime} + z_{Q}} q_{1}^{\prime} - q_{3}^{\prime} - \frac{1}{kC_{p}(z_{B}^{\prime} + z_{Q})} q_{2}$$
(C)

$$q_3'' = \frac{\omega_0}{k^2} q_2$$
 (D)

Ces quatre équations vont être "câblées" sur la calculatrice NADAC. 20. S.E.A.

Posons 
$$B = 1/1000 \text{ k C}_1$$
  
 $C = 1/10 \text{ k R C}_1$   
 $D = 100/\text{ k}^2\text{L}_m \text{ C}_1 \text{ R}$   
 $E = 1/10 \text{ k}^2 \text{ L}_p \text{ C}_p$   
 $F = (Z_B - Z_Q)/10 \text{ k L}_m$   
 $G = (Z_B + Z_Q)/10 \text{ k L}_m$   
 $H = (Z_B - Z_Q)/(Z_B + Z_Q)$   
 $I = 1/100 \text{ k C}_p (Z_B + Z_Q)$   
 $J = 1/\text{k}^2 \text{ L}_p \text{ C}_p$ 

Les équations à résoudre sont, en définitive :

$$R Q' = \frac{2N}{k} V - 1000 B Q + 1000 B q_1$$
(V)

$$q''_1 = \frac{p}{100} R Q - 10 E q_1 - 10 G q_1' - 10 F q_2' - 10 F q_3'$$
 (VI)

$$q_2' = -Hq_1' - q_3' - 100 Iq_2$$
 (VII)

$$q''_3 = J q_2$$
(VIII)

La figure V.2 représente le "câblage" de ces quatre équations ainsi que du dispositif permettant de connaître directement le terme  $(q'_1 - q'_2 - q'_3)$ c'est-à-dire le courant dans l'impédance Z<sub>Q</sub> puisque c'est ce terme qui est la grandeur intéressante dans le cas de l'émetteur.

Valeurs numériques des cœfficients.

 $B \approx 0,447$ E = 0,0336J = 0,3363

037

r (ohms)	R (kg/sec)	С	D	
1	179,078	0,2496	0,0429	
2	358,156	0,1248	0,0214	
3	537,234	0,0832	0,0143	
4	716,312	0,0624	0,0107	
5	895,380	0,0499	0,0086	
6	1074,478	0,0416	0,0071	
8	1432,624	0,0312	0,0054	
10	1790,780	0,0250	0,0043	

Coefficients variant avec r :

Coéfficients variant avec  $Z_{B}$  :

$\rho_{\rm B} v_{\rm B} (kg/m^2 sec)$		$Z_{B}^{(kg/sec)}$	F	G	Н	I
1,49	25.106	117,2217	0	0,0040	0	0,1354
5	.106	392,7	0,0067	0,0087	0,541	0,0624
1	.107	785,4	0,0115	0,0155	0,739	0,0351
2	<b>.</b> 10 <sup>7</sup>	1570,9	0,0251	0,0324	0,770	0,0168
5	.107	3927,0	0,0655	0,0695	0,942	0,0078

BUS

La première valeur d'impédance acoustique étudiée ( $\rho_B v_B = 1,4925.10^6$  kg/m<sup>2</sup>sec) correspond à l'eau; elle permet une bonne comparaison avec des résultats expérimentaux. (cf § IV.4.3.)









Fig V.2. CABLAGE EMETTEUR

Voyons maintenant le transducteur récepteur.

Le schéma adopté est celui de la figure V.3 compte tenu des diverses conclusions de l'annexe IV.



FIG. V.3. Transducteur récepteur.

La mise en équations est identique à celle du transducteur émetteur en changeant uniquement les premiers membres.

$$0 = RQ' + \frac{1}{C_1}Q - \frac{1}{C_1}q_1$$
 (IX)

$$-2F_{2} = -\frac{1}{C_{1}}Q + (\frac{1}{C_{1}} + \frac{1}{C_{M}})q_{1} + (Z_{B} + Z_{Q})q_{1}^{*} + L_{m}q_{1}^{*} + (Z_{B} - Z_{Q})(q_{2}^{*} + q_{3}^{*})(x)$$

$$2F_{2} = (Z_{B} - Z_{Q}) q_{1}^{*} + (Z_{B} + Z_{Q}) q_{2}^{*} + (Z_{B} + Z_{Q}) q_{3}^{*} + \frac{1}{C_{p}} q_{2}$$
(XI)

$$2F_{2} = (Z_{B} - Z_{Q}) q_{1}^{*} + (Z_{B} + Z_{Q}) q_{2}^{*} + (Z_{B} + Z_{Q}) q_{3}^{*} + L_{p} q_{3}^{*}$$
(XII)

La combinaison de (XI) et (XII) donne:

$$0 = -\frac{1}{C_{p}}q_{2} + L_{p}q_{3}^{"}$$
(XII'

En introduisant trois nouveaux cœfficients (K,L et M), nous avons les équations à cabler en temps-machine.

$$K = Z_Q \cdot 10^{10} / 100 \ k^2 \ L_m$$
$$L = Z_Q \cdot 10^9 / 10 \ k \ (Z_B + Z_Q)$$
$$M = 100 / R$$

$$R Q' = -1000 B Q + 1000 B q_{1}$$
(XIII)  

$$q_{1}'' = \frac{D}{100} R Q - 10 E q_{1} - 10 G q_{1}' - 10 F q_{2}' - 10 F q_{3}' - 2 K 10^{-8} F_{2}$$
(XIV)  

$$q_{2}' = -H q_{1}' - q_{3}' - 100 I q_{2} + 2 L 10^{-8} F_{2}$$
(XV)  

$$q_{3}'' = J q_{2}$$
(XVI)

La figure V.4 représente le "cablage de ces quatre équations ainsi que du dispositif permettant de connaître directement la quantité  $(Q - q_1)/C_1$ c'est-à-dire la tension aux bornes de la capacité  $C_1$ , tension de sortie du système.

<u>REMARQUE</u> : En fait, sur le "cablage "émetteur", la grandeur d'entrée n'est pas V mais 2NV/10k et la grandeur de sortie n'est pas F<sub>2</sub> mais  $1000(q_1^{\prime}-q_2^{\prime}-q_3^{\prime})$ c'est-à-dire  $1000F_2/kZ_0$  (en temps-machine).

Il faut donc, pour connaître la réponse  $F_2$  à la tension V multiplier la grandeur de sortie par le cœ fficient  $2NZ_0.10^{-4}$ .

De même, pour le cablage récepteur, l'entrée est  $2F_2/Z_0.10^7$  et la sortie est 100 (Q - q<sub>1</sub>) = 100C<sub>1</sub>V'.2N.

Il faudra donc multiplier la sortie par  $1/100Z_0C_1.10^7$ .

Nouveaux cœfficients numériques:

K = 0,0201

r(ohms)	1	2	3	4	5	6	8	10
M=100/R	0,5584	0,2792	0,1861	0,1396	0,1117	0,0931	0,0698	0,0550
			je navnov v oberdanici dovrovatkov potrečkove stoj		CONTRACTOR OF	presentation of the second	en mander stor de la registrar à la marcha de la madera d	8

$Z_{B}^{(kg/sec)}$	117,2217	392,7	785,4	1570,9	3927
L	0,5000	0,2303	0,1297	0,0621	0,0290

- V.7 -



Fig V4 CABLAGE RECEPTEUR

#### Enregistrement sur bande magnétique.

En regardant les figures V.2 et V.4, nous constatons qu'il faut, pour câbler l'émetteur, 11 amplificateur opérationnels et 12 de ces amplificateurs pour le récepteur. Il est évidemment impossible de câbler l'ensemble sur la calculatrice NADAC 20 qui, comme son nom l'indique, ne peut comporter que 20 amplificateurs.

La seule façon de procéder est alors d'enregistrer sur bande magnétique le signal  $F_2$  de sortie de l'émetteur et de le réinjecter ensuite sur le récepteur.

Nous avons vu que la dilatation de temps utilisée pour la simula--tion est  $k = 10^8$ , or nous savons que nous allons obtenir en temps réel des oscillations de fréquence voisine de 10 mégahertz ce qui correspond à 0,1 hertz en temps-machine. On ne peut évidemment pas enregistrer directement de tels signaux; il faut passer par le biais de la modulation.

La modulation d'amplitude est à rejeter car les bandes magnétiques, même de haute qualité, sont de sensibilité très variable.

Il faut utiliser la modulation de fréquence.

A l'enregistrement, on utilise un oscillateur de fréquence f modulée par la tension E à enregistrer, de telle façon que  $f = f_0 + kE$ ; c'est cette fréquence f que l'on enregistre.

A la lecture il faut un discriminateur de fréquence délivrant une tension v telle que  $v = k^{*}E$ . (voir figure V.5)

En fait, l'oscillateur modulé est un multivibrateur astable dont alimente l'une des bases de transistor à l'aide d'une résistance par la tension E en série avec une tension auxiliaire très forte. Ainsi se trouvet-on dans une zone linéaire de la variation de fréquence.

Le discriminateur est constitué d'un trigger de Schmidt déclenchant un multivibrateur monostable délivrant des impulsions de hauteur et de durée constantes à la fréquence f. Un filtre passe-bas en extrait la valeur moyenne qui vaut v' = k" (f + kE) = k"f + kk"E. Il suffit alors de mettre en série avec celle-ci une tension constante de  $-k"f_0$ . Il reste à la sortie:

 $v = v' - k''f_0 = kk''E = k'E.$ 

E oscillateur 
$$f = f_0 + kE$$
 magnétophone  
ENREGISTRENT  
magnétophone  $f = f_0 + kE$  discrimin@teur  $v = k'E$   
LECTURE

FIG. V.5. Enregistrement sur bande magnétique.

### ANNEXE VI

Calcul approché de la réponse d'un ensemble émetteur-récepteur à partir des cœfficients de réflexion d'une onde mécanique qui se propage dans l'ensemble. Nous allons, dans cette annexe, essayer de prévoir approximativement la forme de l'impulsion acoustique engendrée dans l'eau par le transducteur émetteur et de l'impulsion électrique résultante aux bornes du transducteur récepteur.

Les calculs effectués sont basés sur la considération des différentes impédances mécaniques caractéristiques en présence (27),(28).

Considérons en effet le transducteur de la figure VI.1.

Soient Z<sub>Q</sub>, Z<sub>Q</sub>, et Z<sub>B</sub> respective--ment les impédances acoustiques du milieu couplant (eau), du transduc--teur et de l'amortisseur.

Dans le sens transducteurmilieu couplant, nous avons un cœfficient de réflexion r pour les forces égal à

$$r = \frac{Z_Q - Z_0}{Z_0 + Z_0}$$

De même à l'interface transducteur-amortisseur:

$$r' = \frac{Z_B - Z_0}{Z_B + Z_0}$$

-3-2 -2-2M+r) r2 r.2 r2 r' rr(+r) 1+r r'(1+r) **r**' C C' rr-2(1+r) c r.2 r2 -2 r2m3(1+r) r2r.3 r3 r.3 r3r4(+r) r3r4

Zo

5-18-1

ZB

ZQ

Norscher)



Un signal électrique quelconque, appliqué aux bornes du transducteur engendrera, par effet piézoélectrique inverse, deux ondes de forces mécaniques, dont la forme ne nous intéresse pas pour le moment et d'ampli--tudes égales que nous noterons 1 et se propageant en sens contraires.

-) La première de ces ondes arrivant à l'interface  $Z_0$ ,  $Z_0$  se réfléchit partiellement (r) et se transmet partiellement (1 + r) dans le milieu couplant.

Après un aller et retour dans le transducteur et une réflexion sur l'autre interface, il y aura une nouvelle transmission de signal d'ampli--tude rr'(1 + r) décalée dans le temps d'un intervalle  $2e/v^D$ , et ainsi de suite.

Ainsi, la première onde considérée produit dans le milieu couplant

des émissions décalées chacune, dans le temps, de 2e/v<sup>D</sup> et d'amplitudes relatives :

1 + r; rr'(1 + r);  $r^{2}r'^{2}(1 + r)$ ;  $r^{3}r'^{3}(1 + r)$ ; etc....

-) La seconde de ces ondes produit, de même, une succession de signaux décalée de  $e/v^D$  par rapport à l'ensemble précédent et d'amplitudes :

r'(1 + r);  $rr'^{2}(1 + r)$ ;  $r^{2}r'^{3}(1 + r)$ ;  $r^{3}r'^{4}(1 + r)$ ; etc...

En définitive, nous pouvons représenter, en fonction du temps, l'émission du transducteur émetteur par des impulsions de forces d'amplitudes notées sur la figure VI.2.



Voyons maintenant comment réaginait ce même transducteur soumis, de la part du milieu couplant  $(Z_Q)$  à un signal mécanique  $F_2(t)$  dont l'amplitude sera notée 1 (fig VI.3)

Cette onde de force pénêtre en partie dans le transducteur (1 - r), produisant un signal électrique aux bornes du transducteur proportionnel à (1 - r), par effet piézoélectrique direct.

Après réflexion, nous avons un nouveau signal proportionnel à r'(1 - r) décalé dans le temps de  $e/v^{D}$ et ainsi de suite.



FIG. VI.3.

La figure VI.4 représente la succession dans le temps des différents signaux électriques aux bornes du transducteur à un facteur multiplicatif près ne dépendant que des coëfficients piézoélectriques du transducteur.

1-2



Il s'agit maintenant d'étudier la réaction du transducteur récepteur à un signal mécanique semblable à celui de la figure VI.2. Il faut combiner les figures VI.2. et VI.4.

Temps	0	e/v <sup>D</sup>	2e/v <sup>D</sup>	3e/v <sup>D</sup>	$4 e/v^{D}$	5 e/v <sup>D</sup>	6 e/v <sup>D</sup>	7 e/v <sup>D</sup>
Régime fourni par 1 + r	A	r'A	rr'A	rr' <sup>2</sup> A	r <sup>2</sup> r <sup>,2</sup> A	r <sup>2</sup> r <sup>3</sup> A	r <sup>3</sup> r <sup>3</sup> A	r <sup>3</sup> r <sup>4</sup> A
r'(1 + r)		r'A	r <sup>2</sup> A	rr' <sup>2</sup> A	r r' <sup>3</sup> A	r <sup>2</sup> r <sup>3</sup> A	r <sup>2</sup> r <sup>4</sup> A	r <sup>3</sup> r <sup>4</sup> A
rr'(1 + r)			rr'A	rr' <sup>2</sup> A	r <sup>2</sup> r <sup>2</sup> A	r <sup>2</sup> r <sup>3</sup> A	r <sup>3</sup> r <sup>3</sup> A	r <sup>3</sup> r <sup>4</sup> A
$rr'^2(1+r)$				rr' <sup>2</sup> A	rr' <sup>3</sup> A	$r^2r^3A$	r <sup>2</sup> r <sup>4</sup> A	r <sup>3</sup> r <sup>4</sup> A
$r^{2}r'^{2}(1 + r)$					$r^2 r'^2 A$	r <sup>2</sup> r' <sup>3</sup> A	r <sup>3</sup> r' <sup>3</sup> A	r <sup>3</sup> r <sup>4</sup> A
$r^2 r'^3 (1 + r)$						$r^2r^3A$	r <sup>2</sup> r <sup>4</sup> A	r <sup>3</sup> r <sup>4</sup> A
$r^{3}r^{3}(1 + r)$					-		r <sup>3</sup> r <sup>3</sup> A	$r^3r^4A$
$r^{3}r^{4}(1 + r)$			1 · .					r <sup>3</sup> r <sup>4</sup> A

Dans le tableau ci-dessus, il suffit de sommer les colonnes et on trouvera les amplitudes des impulsions aux bornes du transducteur.

Temps	V .
0	A
e/v <sup>D</sup>	2r'A
$2e/v^{D}$	$(2rr' + r'^2)A$
3e/v <sup>D</sup>	4rr <sup>2</sup> A
4e/v <sup>D</sup>	$(3r^{2}r'^{2} + 2rr'^{3})A$
5e/v <sup>D</sup>	6r <sup>2</sup> r' <sup>3</sup> A
6e/v <sup>D</sup>	$(4r^{3}r'^{3} + 3r^{2}r'^{4})A$
7e/v <sup>D</sup>	8r <sup>3</sup> r <sup>4</sup> A
18.	etc

La figure VI.5 représente la succession de ces diverses grandeurs pour un cas correspondant à  $Z_0 = 2150 \text{ kg/sec}$ ,  $Z_0 = 117 \text{ kg/sec}$  et  $Z_B = 785 \text{ kg/sec}$  soit r = -0,9 et r' = -0,47. (Cas correspondant au transducteur TIBALIT 12 amorti par un amortisseur d'impédance mécanique caractéristique  $10^7 \text{ kg/m}^2$ sec avec l'eau comme milieu couplant).



De toute façon, quelque soit r', la première impulsion a toujours l'amplitude A égale à (1+r).(1-r) à un facteur multiplicatif près ne dépendant que des cœfficients piézoélectriques du transducteur.

Ainsi l'amplitude V'<sub>1</sub> de notre signal de la figure 21 (§ IV.4.1. page 37) ne dépend pas du cœfficient de réflexion r' ni, par suite, de la nature de l'amortisseur.
Calculons maintenant les amplitudes successives obtenues avec un
amortisseur d'impédance acoustique Z <sub>B</sub> supérieure à celle du transducteur
Z <sub>0</sub> . Nous aurons donc un cœfficient de réflexion r' positif
Par ailleurs, le milieu couplant étant toujours de l'eau,
Z <sub>Q</sub> <z<sub>0 et r est négatif</z<sub>
La figure VI.6 représente la réponse V' dans le cas:
$\rho_{\rm B} v_{\rm B} = \rho_{\rm B} v_{\rm B} = 5.10^7  {\rm kg/m}^2 {\rm sec}$
A

-0,44A -0,44A FIG. VI.6.

0.58A

Nous constatons bien une succession de signaux groupés sous forme de couples d'impulsions de même signe, chaque groupe étant tour à tour positif, puis négatif, etc....

## BIBLIOGRAPHIE.

(1)	CURIE, P. et CURIE, J.: Compt. Rend. Acad. Sci. Fr.,91, 383, 1880.
(2)	MULHAUSER, : Brevet Allemand, No 569,598, Février 1933.
(3)	SOKOLOV, S. J.: "Practical Applications of the Diffraction of Light on Supersonic Waves." Phys. Z., 36, pp 142, 1935.
(4)	SOKOLOV, S. J.: "Ultrasonic Oscillations and their Applications." Elec. Techn. Inst. (Leningrad), 1935.
(5)	SOKOLOV, S. J.: U.S. Patent, No 2.164.125.
(6)	SHRAIBER, D. S.: "Testing of Metal by the use of Ultrasonics." Z. Lab., 9, pp 1001, 1940.
(7)	POHLMAN, R.: Phys. Z., 113, pp 697, 1939.
(8)	KRUSE, F. : "On the Testing of Materials by Supersonics." Doctor's Thesis, Hannover, Technische Hochschule 1938.
(9)	DESH, C. H. et collaborateurs : "The Detection of Cracks in Steel by Means of Supersonic Waves." J. Am. Welding Soc., Suppl., Janvier 1947.
(10)	FIRESTONE, F. A.: U.S. Patent No 2.280.226., 1942.
(11)	FIRESTONE, F. A.: U.S. Patent No 2.398.701., 1946.
(12)	FIRESTONE, F. A.: U.S. Patent No 2. 439.131. 1948.
(13)	BANKS, B., OLDFIELD, G. E. et RAWDING, H.: "La Détection
	Ultrasonique des Défauts dans les Métaux." EYROLLES, Editeur, Paris.

(14) Physical Acoustics. Principles and Methods.

Vol. I, Part. A, Methods and Devices. pp 242, Edité par MASON W. P., ACADEMIC PRESS, New-York, London.

(15) CADY, : "Piezoelectricity." pp 298.

Mc. GRAW HILL, BOOK Cie, New-York, London, 1946.

(16) Physical Acoustics. (cf 14) pp 204.

(17) Physical Acoustics. (cf 14) pp 182.

(18) ASTIER. P.: Seconde Thèse, 10 Mars 1967.

- (19) NYE, J. F.: "Propriétés Physiques des Cristaux." DUNOD, 1961.
- (20) Notice C.F.E.: "Les TIBALITS, céramiques piézoélectriques." Janvier 1963.

(21) KOSSOFF, G;: The Effects of Backing and Matching on the Performance of Piezoelectric Ceramic Transducers." I.E.E.E. Trans. on Sonics and Ultrasonics, Mars 1966.

- (22) ZEUTSCHEL, M. F.: "The Measurements of Ultrasonic Transducer Characteristics." Instrument Research and Development Physics and Instrument Laboratory. Handford Loboratories, Rapport du contrat No AT(45-1)-1350, Juin 1964.
- (23) RUTHROOFF, C. L.: "Some Broad-Band Transformers." Proc. I.E.E.E. aout 1959, pp 1337.

(24) Physical Acoustics. (cf 14) pp 206.

(25) Considérations Techniques sur l'Emploi du Q-Mêtre. FERISOL 1963.

- (26) Physical Acoustics. (cf 14) pp 240.
- (27) REDWOOD, M.: "Transient Performance of a Piezoelectric Transducer." J. Acoust. Soc. Am., 33, pp 521, 1961.
- (28) REDWOOD, M.: "Experiments with the Electrical Analog of a Piezoelectric Transducer."

J. Acoust. Soc. Am., 36, pp 187, 1964.

