

50 376

Numéro d'ordre 173

1968

59

50.376

1968

54

THÈSES

présentées

à la Faculté des Sciences de l'Université de Lille

pour obtenir

le Grade de Docteur ès Sciences Physiques

par

M. G. SÉGUIER

Ingénieur H E I

Ingénieur E S E

Licencié ès Sciences

Docteur Ingénieur



PREMIÈRE THÈSE : **Etude de montages redresseurs en vue d'applications électrotechniques**

DEUXIÈME THÈSE : **Proposition donnée par la Faculté**

Soutenues le 17 Juin 1968 devant la Commission d'Examen

M M. R. DEHORS Président et rapporteur

M. PANET

P. VIDAL

Invités M M. E. ROUELLE

R. BONNEFILLE



D 030 174780 5

ETUDE DE MONTAGES REDRESSEURS
EN VUE D'APPLICATIONS ELECTROTECHNIQUES

Si l'apparition des semi-conducteurs a provoqué une profonde évolution dans les diverses branches de l'électronique, il ne semble pas devoir en être de même pour l'ensemble de l'électrotechnique.

L'électronique peut, au moins pour nombre de ses applications, être caractérisée par l'emploi de fréquences variables. Les éléments dits actifs, tubes à vide ou semi-conducteurs, permettent de moduler la chute de tension qu'ils créent dans un circuit d'ordinaire alimenté par une tension continue. Ces variations correspondent à une puissance généralement très supérieure à celle des signaux de commande qui les ont provoquées.

L'électrotechnique est marquée par l'emploi d'une fréquence unique pour la production, la distribution et l'utilisation de l'énergie électrique. Cette unicité de la fréquence est très favorable car les transformateurs permettent facilement de présenter l'énergie sous la tension la plus commode aux divers points d'un réseau. La valeur faible adoptée pour la fréquence industrielle permet d'opérer avec un excellent rendement le passage de la forme mécanique de l'énergie à sa forme électrique ou inversement.

Le domaine où les éléments à chute de tension interne commandée jouent un rôle important en électrotechnique est celui des changements de fréquence : passage du continu à l'alternatif, transformation inverse, passage de l'alternatif à des signaux de même nature mais de fréquence différente. Ces changements sont certes possibles avec des machines tournantes à collecteur mais les difficultés liées à ce dernier les fait écarter de plus en plus fréquemment et empêche leur emploi aux tensions élevées.

L'amélioration des procédés de production d'énergie électrique sans passer par la forme mécanique (convertisseurs thermoioniques, piles à combustibles) fera apparaître la nécessité de transformer en alternatif le continu ainsi produit.

Les transports de courant continu à longue distance exigent la transformation continu-alternatif et l'opération inverse aux extrémités de la liaison.

Au point de vue des utilisations, les équipements utilisant les montages redresseurs pour obtenir la tension continue indispensable pour certaines applications sont déjà nombreux. Même pour la transformation en énergie mécanique, l'alternatif à fréquence fixe présente l'inconvénient d'imposer aux moteurs simples une vitesse de rotation directement liée à la fréquence de leur tension d'alimentation. Les changeurs de fréquence montés en amont des moteurs ne cesseront de voir leur importance croître, le besoin qualitatif que constitue la variation de vitesse venant de plus en plus fréquemment s'ajouter au besoin quantitatif de puissance développée.

Les avantages de la fréquence unique pour les réseaux sont tels que le principe de cette unicité ne saurait être mis en question, mais l'évolution de la technique électrique fait présager une multiplication rapide des équipements de changement de fréquence.

Les procédés statiques de changement de fréquence font tous appel à des redresseurs. Mais l'importance des puissances qui caractérise souvent l'électrotechnique et le souci des valeurs élevées du rendement qui en découle conduisent à faire travailler les redresseurs en commutation et non en modulation.

Les redresseurs sont ou bloqués ou conducteurs. Dans le premier cas ils sont soumis à une tension qui peut être élevée et parcourus par un courant négligeable ; dans le second ils laissent passer un courant souvent important et on souhaiterait que la tension à leurs bornes soit alors négligeable.

Avant la mise au point des semi-conducteurs de puissance, on utilisait surtout les redresseurs à vapeur de mercure. Ils présentent le grave inconvénient d'une chute de tension interne élevée, de 15 à 30 volts, lors de la phase conductrice.

Les redresseurs au silicium, diodes ou thyristors, ont une chute de tension interne beaucoup plus faible, 1 à 2 volts ; de plus leur encombrement est très réduit et leur mise en oeuvre facile. Ils se sont substitués aux redresseurs à arc dans presque toutes les applications traditionnelles de ces derniers ; de plus ils permettent d'envisager de nouveaux dispositifs changeurs de fréquence.

La principale application des redresseurs est l'obtention d'une tension continue à partir d'un ensemble de tensions alternatives. Ayant remarqué que le redressement mécanique qu'opère le collecteur des dynamos à courant continu ne présente pas les deux principaux inconvénients des montages redresseurs statiques usuels, facteur de puissance réduit et chute inductive importante, il nous a semblé intéressant d'étudier les montages statiques redressant selon le même principe. La première partie de ce mémoire sera consacrée à ces montages, qualifiés de montages redresseurs à commutation série. Après l'étude générale de ce mode de commutation, et pour montrer l'intérêt qu'il présente, nous le comparerons aux autres modes. Cette comparaison sera appliquée aux choix du montage à effectuer lorsque un ensemble redresseur est alimenté par un réseau triphasé.

La tension de sortie d'un montage redresseur est riche en signaux de fréquences multiples de la fréquence des tensions alternatives appliquées à l'entrée. La deuxième partie traitera de la multiplication de fréquence à l'aide de redresseurs. Nous étudierons plus particulièrement le doubleur de fréquence monophasé et son application au doublement de la vitesse synchrone des moteurs. Nous insisterons sur les conditions que doivent remplir ces montages multiplicateurs et sur la façon d'obtenir des caractéristiques facilement utilisables car le doubleur de fréquence étudié n'est que le premier d'une série de montages possibles permettant d'obtenir divers facteurs de multiplication.

La troisième partie de ce mémoire sera consacrée à l'emploi de redresseurs au secondaire des moteurs asynchrones polyphasés. Si les enroulements sièges des tensions induites sont mis en court-circuit non plus directement mais par l'intermédiaire de redresseurs, les courants secondaires présentent une composante unidirectionnelle dont nous étudierons les effets. Cette adjonction de redresseurs ne constitue qu'une première réponse, très grossière d'ailleurs, au problème beaucoup plus général que nous poserons, celui de l'impédance secondaire optimale des moteurs asynchrones

Les diverses parties de ce travail, ayant toutes pour objet l'étude de circuits à redresseurs, conduisent inévitablement à des calculs numériques très longs quand on veut arriver à des résultats concrets. Il faut sans cesse avoir recours aux procédés de calcul des régimes transitoires et aux décompositions en série des grandeurs non sinusoïdales. Nous n'évoquerons pas les calculs permettant de passer des relations établies aux caractéristiques tracées. Mais nous insisterons sur le sens physique des phénomènes étudiés, sur la justification des mises en équation et sur le choix de paramètres permettant d'obtenir des caractéristiques qui bien que générales soient d'une utilisation facile. Nous souhaitons que ce texte puisse être un instrument de travail commode pour ceux qui aborderont des problèmes analogues.

Ces travaux ont été effectués sur la direction de Monsieur le Professeur DEHORS de la Faculté des Sciences de Lille. Nous tenons à lui exprimer ici notre très profonde reconnaissance car c'est lui qui nous a encouragé, après notre thèse de Docteur-Ingénieur, à poursuivre dans la voie de la recherche scientifique. Il a toujours été pour nous un guide et un conseiller attentif et bienveillant.

Nous remercions aussi la Direction Générale des Hautes Etudes Industrielles qui nous a laissé entière latitude pour mener de front et coordonner nos responsabilités pédagogiques et nos activités de recherche.

Nous tenons aussi à remercier tous nos collègues et amis de l'Institut Electromécanique de la Faculté des Sciences de Lille et de l'Ecole des Hautes Etudes Industrielles pour l'aide pratique qu'ils nous ont apportée.

1ère Partie

LES MONTAGES REDRESSEURS A COMMUTATION SERIE

INTRODUCTION

Les forces électromotrices engendrées dans la plupart des machines électriques sont de nature électromagnétique. Produites par une variation cyclique de flux à travers un bobinage, elles sont alternatives et de valeur moyenne nulle.

Pour obtenir une tension continue à partir de ces forces électromotrices, il faut opérer une "commutation" c'est-à-dire modifier de façon périodique les connexions des bobinages sources de tensions alternatives pour obtenir la tension unidirectionnelle désirée.

Trois modes de commutation sont possibles. Pour bien en montrer la différence et bien que cette désignation soit encore peu usitée, nous les qualifierons respectivement de "commutation parallèle", de "commutation parallèle double" et de "commutation série".

0.1. LES TROIS MODES DE COMMUTATION

0.1.1. Commutation parallèle

Le redressement par commutation parallèle consiste à appliquer aux bornes de sortie du montage redresseur celle des tensions alternatives qui, à chaque instant, présente le signe de la tension continue désirée. S'il y en a plusieurs, c'est la plus grande qui est choisie.

C'est le principe utilisé dans les montages redresseurs usuels (fig.1). Pour permettre la comparaison des tensions alternatives, les bobinages où elles sont induites sont montés en étoile autour d'un point commun N qui constitue d'ailleurs l'une des bornes de la source de tension redressée. L'autre borne M de celle-ci est réunie grâce à l'une des diodes, à celle des bornes 1, 2 ou 3 en triphasé qui présente, à l'instant considéré, le potentiel le plus élevé par rapport à N. Les redresseurs effectuent donc un choix.

$$u_c = v_1, \text{ quand } v_1 > v_2 \text{ et } v_3 ;$$

$$u_c = v_2, \text{ quand } v_2 > v_1 \text{ et } v_3 ;$$

$$u_c = v_3, \text{ quand } v_3 > v_1 \text{ et } v_2 ;$$

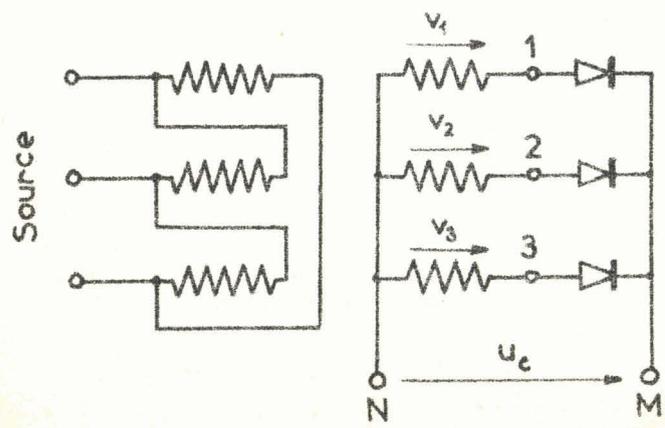


Fig.1 - Exemple de commutation parallèle - montage transformateur triphasé - redresseurs.

Les trois redresseurs permettant de réunir le point M à l'une des bornes 1, 2 ou 3 constituent un commutateur "plus positif". Si on avait réuni à M les anodes de trois redresseurs, on aurait réalisé un commutateur "plus négatif" : à chaque instant, u_c serait égale à la plus négative des tensions v_1 , v_2 et v_3 (fig. 2).

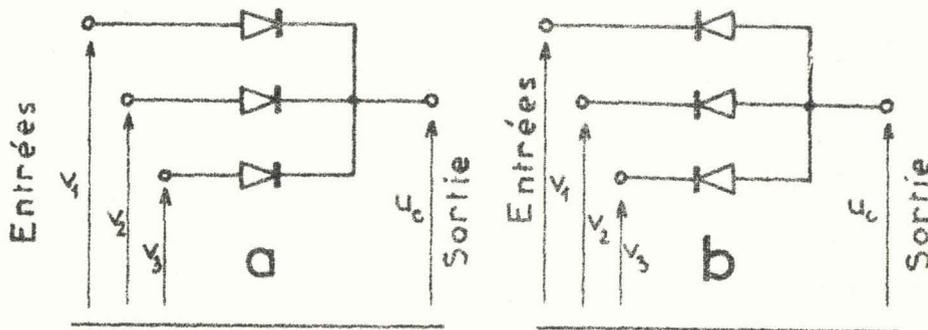


Fig. 2 - Commutateurs à diodes
a) plus positif
b) plus négatif

0.1.2. Commutation parallèle double

Connus aussi sous le nom de montages en pont de Graëtz, les montages à commutation parallèle double ne diffèrent des précédents que par l'adjonction à la série de diodes à cathodes équipotentielles d'une série de diodes à anodes réunies (fig. 3)

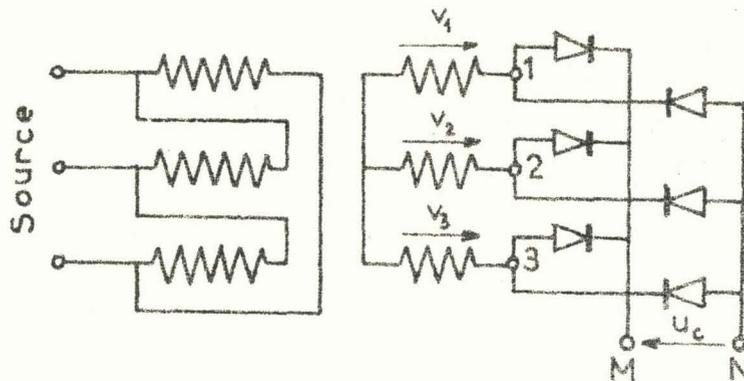


Fig 3 - Exemple de commutation parallèle double : montage transformateur triphasé - redresseurs.

Les enroulements sièges des tensions alternatives à redresser sont encore groupés en étoile, mais les redresseurs effectuent une double comparaison. La diode conductrice de la première série (commutateur "plus positif") réunit la borne M à la plus positive des bornes secondaires du transformateur ; la diode passante de la seconde série (commutateur "plus négatif") réunit N à la plus négative.

0.1.3. Commutation série

Le redressement par commutation série, d'un ensemble de forces électromotrices alternatives consiste à additionner à chaque instant celles de même signe pour obtenir la tension continue. Dans ce but les bobinages sièges de ces forces électromotrices sont mis en série (ce qui suppose que leur somme instantanée soit nulle). Le sommet du polygone ainsi formé dont le potentiel relatif est le plus élevé est relié à la borne positive de la source de tension redressée ; celui dont le potentiel est le plus faible est réuni à la borne moins.

C'est le mode de commutation réalisé par le collecteur des dynamos génératrices (fig.4). Les balais, situés dans l'axe interpolaire s'il s'agit d'une machine Gramme, additionnent les forces électromotrices, toutes de même signe, induites dans les bobines situées sous un même pôle à l'instant représenté,

$$u_c = v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = - (v_5 + v_6 + v_7 + v_8).$$

Après un huitième de tour,

$$u_c = v_2 + v_3 + v_4 + v_5 = - (v_6 + v_7 + v_8 + v_1).$$

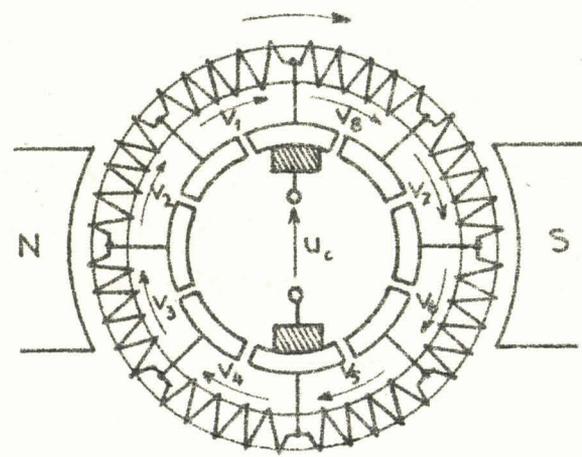


Fig.4 - Exemple de commutation série : dynamo génératrice (schéma)

0.2. MONTAGES REDRESSEURS STATIQUES A COMMUTATION SERIE.

Il est possible de réaliser, grâce à un ensemble de redresseurs, l'addition effectuée dans une dynamo génératrice par son collecteur.

Les q enroulements, sièges des q tensions alternatives de somme nulle, sont groupés en un polygone. A chacun des sommets de celui-ci est réunie l'anode d'une série de diodes D₁, D₂...D_q dont les cathodes réunies forment la borne "plus" de la source de tension redressée. A chacun des sommets est également réunie la cathode d'une seconde série de diodes D'₁, D'₂ ... D'_q dont les anodes équipotentielles forment la bornes "moins".

La figure 5 donne le schéma du montage permettant de redresser les six tensions secondaires d'un transformateur tri-hexaphasé. La tension redressée u_c, égale à v_M - v_N, a pour expressions successives :

pour v₁, v₂ et v₃ positifs, u_c = v₁+v₂+v₃ = - (v₄+v₅+v₆),
 pour v₂, v₃ et v₄ positifs, u_c = v₂+v₃+v₄ = - (v₅+v₆+v₁).

0.3. INTERET DE L'ETUDE DE LA COMMUTATION SERIE

Avant nos première études sur ce mode de redressement ^{(1) (1)} la commutation série était peu utilisée, seul, parmi les montages courants, celui en pont de Graetz placé au secondaire d'un transformateur en triangle se rattachant à ce mode de commutation.

(1) Les chiffres entre crochets se rapportent à la bibliographie annexée à ce mémoire

Les autres montages redresseurs usuels utilisaient tous le mode parallèle ou, plus rarement, sa variante le montage parallèle double. Il convient d'examiner si cette préférence, explicable historiquement, reste justifiable et dans quelle mesure.

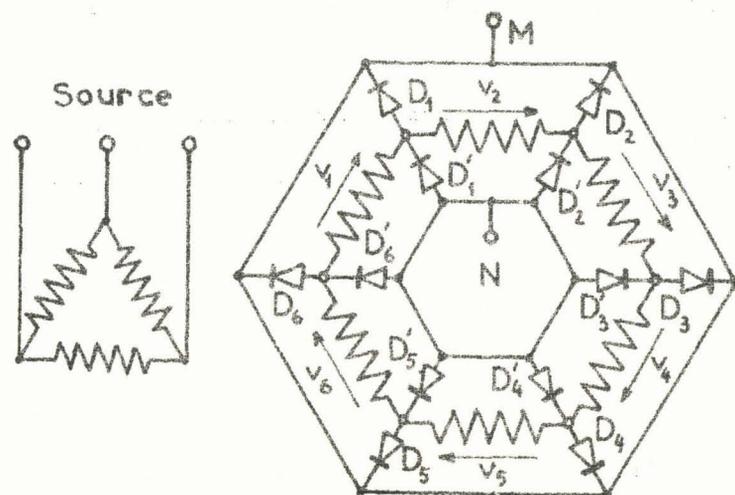


Fig. 5 - Schéma de montage redresseur statique à commutation série : redressement des six tensions secondaires d'un transformateur tri-hexaphasé

0.3.1. Inconvénients de la commutation série

Les inconvénients résultant du passage de la commutation parallèle à la commutation série apparaissent dès l'observation du schéma de la fig. 5. Il s'agit :

- du grand nombre de redresseurs nécessaires, deux fois plus, à égalité de nombre de phases, qu'avec le montage parallèle.
- de la chute de tension, non plus dans une, mais dans deux diodes en série
- du fait que, si pour la moitié des redresseurs, les cathodes sont équipotentielles, pour les autres ce sont les cathodes qui doivent être réunies.

Ces inconvénients étaient particulièrement graves lorsqu'on utilisait des redresseurs polyanodiques à vapeur de mercure et à cathode liquide "unique". Ces redresseurs supportent en outre facilement les surcharges de faible durée et les tensions inverses correspondant aux tensions redressées usuelles dans les applications industrielles.

Les diodes au silicium dont l'emploi tend à se généraliser, suppriment la sujétion des cathodes équipotentielles et rendent mineur l'inconvénient de la chute de tension dans les redresseurs. Mais ces diodes supportent plus difficilement les surcharges même très brèves ; de plus elles ne tolèrent qu'une tension inverse maximale assez réduite, d'où la fréquence nécessaire d'en mettre plusieurs en série.

Si le redressement par commutation série limite plus efficacement le courant de court-circuit, il facilitera la protection des diodes. Si, de plus, il réduit notablement la tension inverse aux bornes des redresseurs, la multiplication par deux du nombre de redresseurs indiqués par les schémas peut ne pas entraîner une augmentation

du nombre de diodes réellement nécessaires et de la chute de tension qu'elles provoquent.

Quant au montage à commutation parallèle double il présente les trois inconvénients signalés a priori pour la commutation série

0.3.2. Inconvénients de la commutation parallèle

Les inconvénients de la commutation parallèle sont bien connus ; au fur et à mesure que, pour réduire le taux d'ondulation de la tension redressée, on augmente le nombre de phases du système de tensions alternatives, le fonctionnement des bobinages sièges de ces tensions est de moins en moins satisfaisant :

- le facteur de puissance diminue,
- la chute de tension en charge due à l'empiètement augmente.

Aussi limite-t-on presque toujours à trois le nombre de phases. Lorsqu'on désire une tension redressée à faible ondulation résiduelle, on doit utiliser des montages à étoiles multiples avec transformateurs interphases.

A nombre égal de phases les performances des montages à commutation parallèle double sont le plus souvent supérieures à celles des montages à commutation parallèle, mais elles se dégradent de la même façon quand ce nombre croît

Or dans l'étude du seul montage utilisant systématiquement la commutation série, la dynamo à courant continu, les problèmes de facteur de puissance de l'enroulement de l'induit et de la chute de tension inductive en charge ne sont même pas soulevés. On admet implicitement que le facteur de puissance est égal à un et la chute inductive négligeable, et cela quel que soit le nombre de phases⁽¹⁾

Aussi nous a-t-il semblé intéressant d'étudier le fonctionnement du montage "transformateur-redresseurs" alimenté par une source de tensions alternatives sinusoïdales et opérant par commutation série.

Les propriétés des montages redresseurs à commutation parallèle et celles, d'ailleurs voisines, des montages à commutation parallèle double sont bien connues, surtout grâce aux travaux de MM. DEMONTVIGNIER⁽²⁾ et GIROZ. Ce dernier⁽³⁾ a mentionné les avantages que pourrait donner

(1) Avec des tensions à redresser de forme d'onde sinusoïdale et un nombre de phases élevé, le facteur de puissance, calculé ultérieurement, est égal à 0,90. Le facteur de puissance plus voisin de l'unité des dynamos est dû à la forme d'onde, à peu près trapézoïdale, des forces électromotrices engendrées dans les sections. Quant à l'empiètement, la commutation mécanique opérée par le collecteur en limite la durée, ce qui ne va pas sans inconvénient.

potentiel est le plus élevé. Ce sommet est l'extrémité de l'enroulement siège de la dernière tension positive, les tensions étant comptées dans l'ordre direct de succession des phases.

En effet, si, à un instant donné, les tensions $v_1, v_{i+1} \dots v_q$ et v_1 sont positives alors que $v_2, v_3 \dots v_{i-1}$ sont négatives, le débit du redresseur D_1 porte la borne N au potentiel du sommet 1 et bloque toutes les autres diodes réunies à N. On vérifie que les tensions aux bornes de $D_q, D_{q-1}, D_{q-2} \dots$ et de $D_2, D_3, D_4 \dots$, qui ont respectivement pour valeur $-v_1, -(v_1 + v_q), -(v_1 + v_q + v_{q-1}), \dots$ et $v_2, v_2 + v_3, v_2 + v_3 + v_4, \dots$ sont toutes négatives.

De même la borne N, à laquelle sont reliées les anodes des redresseurs D'_1, D'_2, \dots, D'_q est réunie par le débit de la diode correspondante au sommet du polygone dont le potentiel est le plus faible. Ce sommet correspond à l'extrémité du dernier enroulement dont la tension est négative ou à l'origine du premier enroulement siège d'une tension positive.

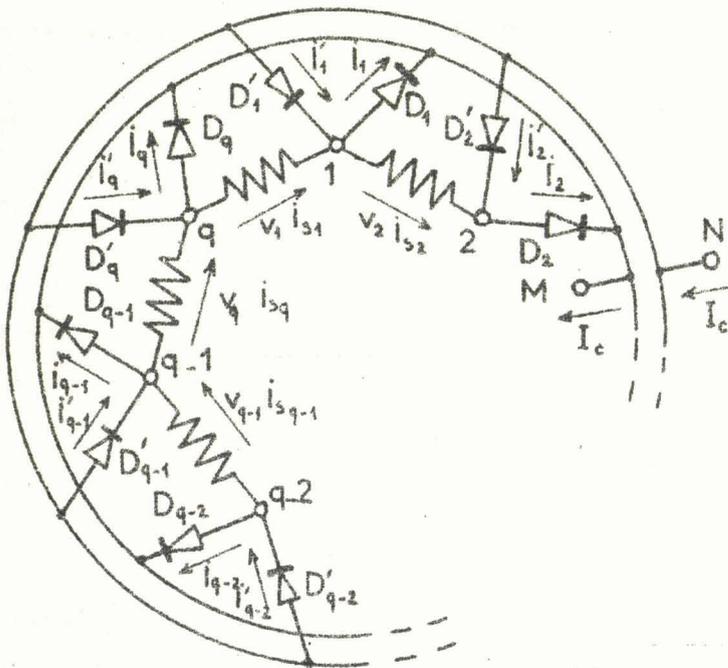


Fig. 6 - Schéma utilisé pour l'étude générale du redressement par commutation sériée.

I.1.2. Forme d'onde et valeur de la tension redressée

La tension redressée instantanée u_c , différence de potentiel entre l'extrémité du dernier enroulement secondaire et l'origine du premier dont les tensions sont positives, est égale à la somme des tensions positives du système polyphasé ou, ce qui revient au même, à la somme changée de signe des tensions négatives.

Il faut examiner séparément le cas où le nombre q de phases est pair et celui où il est impair.

I.1.2.1. Nombre de phases pair.

A chaque instant il y a autant de tensions secondaires positives que de tensions négatives.

Pendant l'intervalle de temps compris entre l'instant $t = 0$, où la tension v_1 devient positive et la tension $v_{\frac{q}{2}+1}$ négative, et l'instant $t = \frac{T}{q}$, où v_2 et $v_{\frac{q}{2}+2}$ changent de signe, les diodes D_1 et $D'_{\frac{q}{2}+1}$ sont conductrices. La tension redressée u_c a alors pour valeur

$$u_c = v_{\frac{q}{2}+2} + v_{\frac{q}{2}+3} + \dots + v_q + v_1.$$

$$u_c = \frac{V_m}{\sin \frac{\pi}{q}} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{q} \right). \quad (2)$$

Cette tension est maximale au milieu de l'intervalle $0, \frac{T}{q}$ et vaut alors

$$u_{c \text{ max}} = \frac{V_m}{\sin \frac{\pi}{q}}.$$

Elle est minimale aux deux extrémités de cet intervalle où elle a pour valeur

$$u_{c \text{ min}} = \frac{V_m}{\text{tg} \frac{\pi}{q}}.$$

Pendant l'intervalle $\frac{T}{q}, \frac{T}{2q}$, les diodes $D'_{\frac{q}{2}+2}$ et D_2 sont conductrices, la tension u_c est égale à $\frac{2}{2}$

$$u_c = v_{\frac{q}{2}+3} + v_{\frac{q}{2}+5} + \dots + v_q + v_1 + v_2$$

$$= \frac{V_m}{\sin \frac{\pi}{q}} \cos \left(\omega t - \frac{3\pi}{q} \right),$$

expression identique à celle donnée par la relation (2) au déphasage de $\frac{2\pi}{q}$ près. La tension redressée est donc formée de q sommets de sinusoides par période.

Sa valeur moyenne U_{co} définie par

$$U_{co} = \frac{q}{T} \int_0^{\frac{T}{q}} \frac{V_m}{\sin \frac{\pi}{q}} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{q} \right) dt,$$

a pour valeur

$$U_{co} = \frac{q}{\pi} V_m. \quad (3)$$

L'importance relative des ondulations est donnée par :

$$\frac{u_{c \text{ max}} - u_{c \text{ min}}}{2 U_{co}} = \frac{\pi}{2 q} \frac{1 - \cos \frac{\pi}{q}}{\sin \frac{\pi}{q}}. \quad (4)$$

I.1.2.2. Nombre de phases impair.

A chaque instant le nombre de tensions secondaires positives diffère de celui des tensions négatives.

Entre l'instant $t = 0$ où la tension v_1 devient positive et celui, $t = \frac{T}{2q}$, où $v_{\frac{q}{2}+3}$ cessera de l'être, les diodes D_1 et $D'_{\frac{q}{2}+1}$ sont passantes et la tension redressée a pour expression

$$\begin{aligned}
 u_c &= v_{\frac{q+3}{2}} + v_{\frac{q+5}{2}} + \dots + v_q + v_1 \\
 &= \frac{V_m}{2 \sin \frac{\pi}{2q}} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2q} \right). \quad (5)
 \end{aligned}$$

Au cours de cet intervalle, u_c est maximale et vaut $\frac{V_m}{2 \sin \frac{\pi}{2q}}$ à l'instant $t = \frac{T}{4q}$; u_c est minimale aux instants $t = 0$ et $t = \frac{T}{2q}$ et a alors pour valeur $\frac{V_m}{2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{2q}}$.

Pendant l'intervalle $\frac{T}{2q}, \frac{T}{q}$, seules sont positives les tensions $v_{\frac{q+5}{2}}, v_{\frac{q+7}{2}}, \dots, v_q$ et v_1 . Les diodes conductrices sont $D'_{\frac{q+3}{2}}$ et D_1 . L'expression de la tension redressée,

$$u_c = \frac{V_m}{2 \sin \frac{\pi}{2q}} \cos \left(\omega t - \frac{3\pi}{2q} \right),$$

est identique à celle donnée par la relation (5), au déphasage de $\frac{2\pi}{2q}$ près.

La tension redressée est donc formée, pendant chaque période T , de $2q$ sommets de sinusoides.

Sa valeur moyenne est toujours :

$$U_{co} = \frac{q}{\pi} V_m ;$$

son taux d'ondulation est égal à

$$\frac{u_{c\text{-max}} - u_{c\text{-min}}}{2 U_{co}} = \frac{\pi}{4q} \frac{1 - \cos \frac{\pi}{2q}}{\sin \frac{\pi}{2q}}$$

I.1.3. Tension inverse et courant direct des redresseurs

I.1.3.1. Expressions et valeur de crête de la tension inverse

Pendant l'intervalle $0, \frac{T}{q}$, la tension v_1 est la dernière tension devenue positive, la diode D_1 est donc conductrice.

Entre les instants $t = \frac{T}{q}$ et $t = \frac{2T}{q}$, le débit de D_2 rend la tension v_{D_1} aux bornes de D_1 égale à $-v_2$.

Les expressions successives de v_{D_1} seront donc :

pour $0 < t < \frac{T}{q}$, $v_{D_1} = 0$;

pour $\frac{T}{q} < t < \frac{2T}{q}$, $v_{D_1} = -v_2 = v_3 + v_4 + \dots + v_q + v_1$;

pour $\frac{2T}{q} < t < \frac{3T}{q}$, $v_{D_1} = -v_2 - v_3 = v_4 + \dots + v_q + v_1$;

.....
pour $(q-1) \frac{T}{q} < t < T$, $v_{D_1} = -v_2 - v_3 - \dots - v_{q-1} - v_q = v_1$.

De même la tension $v_{D'_1}$ aux bornes de la diode D'_1 aura successivement comme expressions :

pour $\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2} + \frac{T}{q}$, (D'_1 conductrice), $v_{D'_1} = 0$;

pour $\frac{T}{2} + \frac{T}{q} < t < \frac{T}{2} + \frac{2T}{q}$, (D'_2 conductrice), $v_{D'_1} = v_2$;

pour $\frac{T}{2} + \frac{2T}{q} < t < \frac{T}{2} + \frac{3T}{q}$, (D'_3 conductrice) $v_{D'_1} = v_2 + v_3$;

.....
 pour $\frac{T}{2} - \frac{T}{q} < t < \frac{T}{2}$, (D'_q conductrice) $v_{D'_1} = v_2 + v_3 + \dots + v_q = -v_1$.

La tension aux bornes d'une diode, dont les expressions successives sont les diverses sommes des tensions polyphasées se présentant dans l'ordre de succession des phases, sera minimale lorsque la plus négative de ces sommes sera minimale. La tension inverse maximale est donc égale à la valeur maximale de la tension redressée:

$$\text{si } q \text{ est pair, } v_{i \text{ max}} = \frac{V_m}{\sin \frac{\pi}{q}}, \quad (6)$$

$$\text{si } q \text{ est impair, } v_{i \text{ max}} = \frac{V_m}{2 \sin \frac{\pi}{2q}} \quad (6')$$

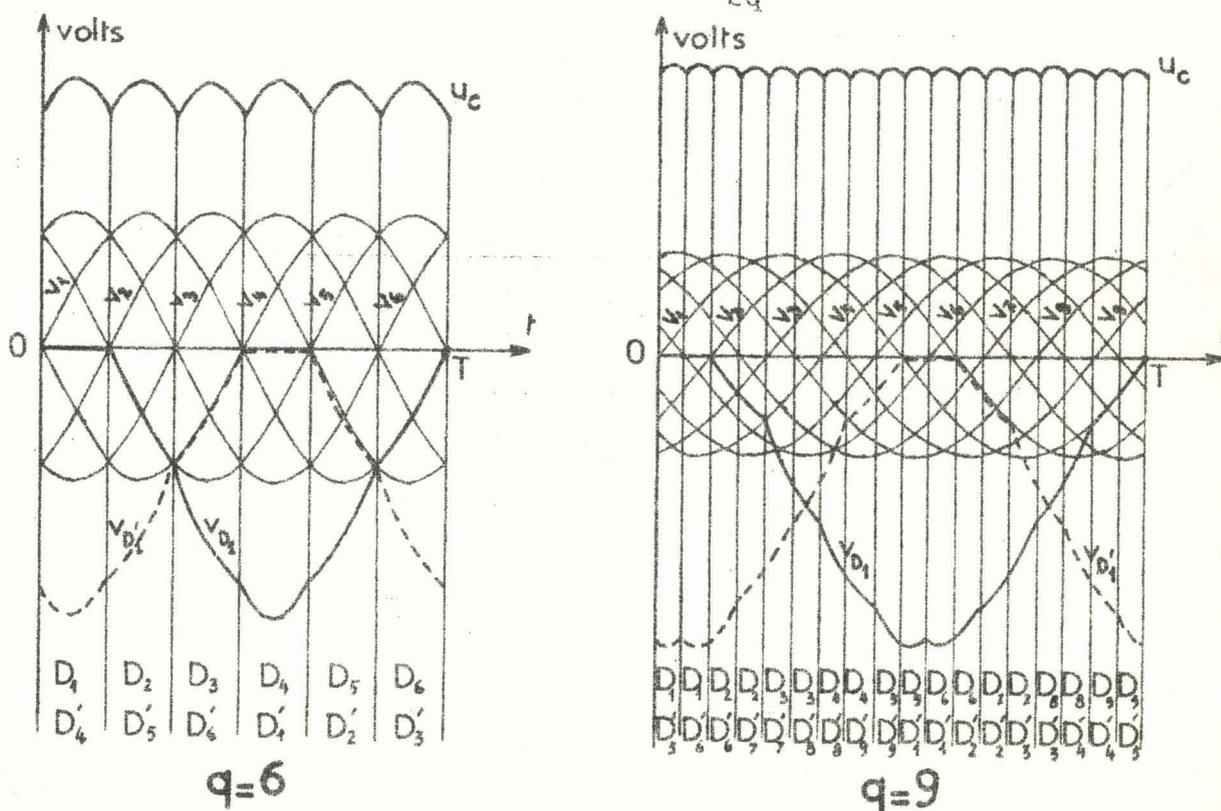


Fig. 7 - Détermination de la forme d'onde de la tension redressée u_c et des tensions aux bornes des diodes D_1 et D'_1 à partir des tensions secondaires v_1, v_2, \dots, v_q , en hexaphasé ($q = 6$) et en ennéaphasé ($q = 9$).

La figure 7 montre, par exemple, la détermination de la forme d'onde de la tension redressée u_c et des tensions v_{D_1} et $v_{D'_1}$ aux bornes des diodes D_1 et D'_1 à partir de celles des tensions secondaires v_1, v_2, \dots, v_q , d'abord pour $q = 6$ puis pour $q = 9$. Durant chaque intervalle sont indiquées les deux diodes qui assurent la conduction.

I.1.3.2. Courant direct et facteur d'utilisation des redresseurs.

Si I_c désigne le courant continu, supposé sans ondulation résiduelle, que débite le montage redresseur, chaque diode assure le passage de I_c pendant $\frac{T}{q}$.

Donc pour chacune des $2q$ diodes,

$$i_{\max} \text{ ou } i'_{\max} = I_c, \quad (7)$$

$$i_{\text{moy}} \text{ ou } i'_{\text{moy}} = \frac{I_c}{q}. \quad (8)$$

Pour évaluer l'emploi qui est fait des performances des diodes par le montage redresseur, on peut introduire la notion de "facteur d'utilisation" ; c'est le rapport de la puissance débitée au produit, par leur nombre, de la tension inverse maximale des diodes et de leur courant direct moyen, soit

$$f_r = \frac{U_{co} I_c}{2q v_{i \max} i_{\text{moy}}};$$

$$\text{si } q \text{ est pair, } f_r = \frac{q}{2\pi} \sin \frac{\pi}{q}, \quad (9)$$

$$\text{si } q \text{ est impair, } f_r = \frac{q}{\pi} \sin \frac{\pi}{2q}. \quad (9')$$

I.1.4. Courant et facteur de puissance secondaire.

Ici encore il convient de distinguer le cas où le nombre de phases q est pair de celui où il est impair.

I.1.4.1. Nombre de phases pair.

Les bornes N et M sont dans ce cas réunies, par le débit des diodes correspondantes, à deux sommets directement opposés du polygone formé par les enroulements secondaires. Le courant I_c va de N à M par deux circuits comptant chacun $\frac{q}{2}$ phases donc d'égale impédance ; chacun d'eux est traversé par un courant $\frac{I_c}{2}$.

Le courant i_{sn} dans l'enroulement de rang n est égal à $\frac{I_c}{2}$ pendant l'alternance où v_n est positif, à $-\frac{I_c}{2}$ pendant l'alternance négative de v_n . Les courants secondaires ont donc pour valeur efficace

$$I_s = \frac{I_c}{2} \quad (10)$$

La puissance apparente du secondaire du transformateur étant $q \frac{V_m}{\sqrt{2}} I_s$, le facteur de puissance secondaire a pour valeur

$$f_s = \frac{U_{co} I_c}{q \frac{V_m}{\sqrt{2}} I_s} = \frac{q}{\pi} \frac{V_m I_c}{q \frac{V_m}{\sqrt{2}} \frac{I_c}{2}}$$

$$f_s = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} = 0,90. \quad (11)$$

I.1.4.2. Nombre de phases impair

Le courant continu I_c passe de N à M, à l'intérieur du polygone des enroulements secondaires, par deux circuits. Ceux-ci sont le siège de tensions de sommes égales mais l'un comporte une phase de plus que l'autre.

Si les enroulements de toutes les phases, ont même résistance et puisqu'on néglige les réactances, le courant dans chacun des deux circuits est inversement proportionnel au nombre de phases qui le forment.

Entre les instants 0 et $\frac{T}{2q}$, les redresseurs D_1 et D'_{q+1} sont conducteurs ; le courant I_c va de N à M à travers les enroulements des phases $\frac{q+1}{2} + 1, \frac{q+1}{2} + 2, \dots, q$ et 1 d'une part, à travers les phases $\frac{q+1}{2}, \frac{q+1}{2} - 1, \dots, 3$ et 2 d'autre part. Le premier circuit comprend $\frac{q+1}{2}$ phases, alors que le second n'en compte que $\frac{q-1}{2}$. Durant cet intervalle, le courant i_{s1} dans le premier enroulement a pour valeur $I_c \frac{q-1}{2q}$.

On détermine, de la même façon, l'expression de i_{s1} pendant les $2q$ intervalles de la période soit :

$$0 < t < \frac{T}{2q}, D_1 \text{ et } D'_{q+1} \text{ conducteurs, } i_{s1} = \frac{I_c}{2} \left(1 - \frac{1}{q}\right) ;$$

$$\frac{T}{2q} < t < \frac{2T}{2q}, D_1 \text{ et } D'_{q+3} \text{ conducteurs, } i_{s1} = \frac{I_c}{2} \left(1 + \frac{1}{q}\right) ;$$

$$\frac{2T}{2q} < t < \frac{3T}{2q}, D_2 \text{ et } D'_{q+3} \text{ conducteurs, } i_{s1} = \frac{I_c}{2} \left(1 - \frac{1}{q}\right) ;$$

.....

$$(q-1) \frac{T}{2q} < t < \frac{T}{2}, D_{\frac{q+1}{2}} \text{ et } D'_q \text{ conducteurs, } i_{s1} = \frac{I_c}{2} \left(1 - \frac{1}{q}\right) ;$$

$$\frac{T}{2} < t < (q+1) \frac{T}{2q}, D_{\frac{q+1}{2}} \text{ et } D'_1 \text{ conducteurs, } i_{s1} = -\frac{I_c}{2} \left(1 - \frac{1}{q}\right) ;$$

.....

$$(2q-1) \frac{T}{2q} < t < T, D_q \text{ et } D'_{\frac{q+1}{2}} \text{ conducteurs, } i_{s1} = -\frac{I_c}{2} \left(1 - \frac{1}{q}\right).$$

Egal à $\frac{|I_c|}{2} \left(1 - \frac{1}{q}\right)$ pendant $q + 1$ intervalles et à $\frac{|I_c|}{2} \left(1 + \frac{1}{q}\right)$ pendant les $q - 1$ autres, le courant secondaire à pour valeur efficace

$$I_s = \frac{I_c}{2} \frac{\sqrt{q^2 - 1}}{q} \quad (10')$$

Le facteur de puissance secondaire est alors donné par

$$f_s = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{q}{\sqrt{q^2 - 1}} \quad (11')$$

Egal à 0,955 pour $q = 3$, ce facteur tend vers 0,90 quand le nombre de phases secondaires croît.

Ce calcul met en évidence un premier avantage des montages à commutation série sur ceux fonctionnant en commutation parallèle simple ou double : le facteur de puissance secondaire garde une valeur élevée quel que soit le nombre de phases.

Il convient aussi de remarquer que, quelle que soit la valeur de q , le courant qui traverse chaque enroulement secondaire a une valeur moyenne nulle. Il n'y a donc pas à craindre de saturation magnétique du transformateur.

Les courants en ligne, désignés par j_{p1} , j_{p2} , j_{p3} , se déduiront directement des courants secondaires, soit :

$$\left. \begin{aligned} j_{p1} &= i_{p1} - i_{p2} \\ j_{p2} &= i_{p2} - i_{p3} \\ j_{p3} &= i_{p3} - i_{p1} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Si les enroulements primaires forment une étoile sans conducteur neutre et sont montés sur un circuit magnétique symétrique à trois noyaux, l'addition des effets des diverses forces magnétomotrices donne un flux résultant nul dans chaque noyau puisqu'on néglige les ampères-tours magnétisants et qu'aucun courant n'a de composante continue.

On a donc :

$$\begin{aligned} 0 &= n_1 i_{p1} - \frac{n_1}{2} i_{p2} - \frac{n_1}{2} i_{p3} - \sum_{N_1} n_2 i_s + \frac{1}{2} \sum_{N_2} n_2 i_s + \frac{1}{2} \sum_{N_3} n_2 i_s \\ 0 &= n_1 i_{p2} - \frac{n_1}{2} i_{p1} - \frac{n_1}{2} i_{p3} - \sum_{N_2} n_2 i_s + \frac{1}{2} \sum_{N_1} n_2 i_s + \frac{1}{2} \sum_{N_3} n_2 i_s \\ 0 &= n_1 i_{p3} - \frac{n_1}{2} i_{p1} - \frac{n_1}{2} i_{p2} - \sum_{N_3} n_2 i_s + \frac{1}{2} \sum_{N_1} n_2 i_s + \frac{1}{2} \sum_{N_2} n_2 i_s \end{aligned}$$

La somme des trois courants primaires étant nulle, les trois relations précédentes donnent :

$$\left. \begin{aligned} n_1 i_{p1} &= \frac{2}{3} \left(\sum_{N_1} n_2 i_s - \frac{1}{2} \sum_{N_2} n_2 i_s - \frac{1}{2} \sum_{N_3} n_2 i_s \right) \\ n_1 i_{p2} &= \frac{2}{3} \left(\sum_{N_2} n_2 i_s - \frac{1}{2} \sum_{N_1} n_2 i_s - \frac{1}{2} \sum_{N_3} n_2 i_s \right) \\ n_1 i_{p3} &= \frac{2}{3} \left(\sum_{N_3} n_2 i_s - \frac{1}{2} \sum_{N_1} n_2 i_s - \frac{1}{2} \sum_{N_2} n_2 i_s \right) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Le système d'équations (14) n'est équivalent au système (12) que si la somme des ampères-tours secondaires est nulle, c'est-à-dire si

$$\sum_{N_1} n_2 i_s + \sum_{N_2} n_2 i_s + \sum_{N_3} n_2 i_s = 0. \quad (15)$$

I.1.5.2. Cas du secondaire triphasé (fig. 9)

Le nombre de phases secondaires étant impair, la forme d'onde des courants secondaires est celle représentée en figure 9.

Puisque la condition (15) est remplie, quel que soit le couplage des enroulements primaires, le courant dans chacun de ceux-ci est le même, à $\frac{n_2}{n_1}$ près, que dans le bobinage secondaire monté sur le même noyau. La tension et le courant par enroulement primaire ont pour valeurs efficaces :

$$V_p = \frac{n_1}{n_2} \frac{\pi}{3\sqrt{2}} U_{co} ; I_p = \frac{n_2}{n_1} \frac{\sqrt{2}}{3} I_c.$$

Si le primaire est en triangle, les courants en ligne ont la forme d'onde représentée et valent

$$j_p = \frac{n_2}{n_1} I_c \sqrt{\frac{2}{3}} = I_p \sqrt{3}.$$

Les divers facteurs de puissance, au secondaire et en ligne sont égaux

$$f_s = \frac{U_{co} I_c}{3 V_s I_s} = f_p = \frac{U_{co} I_c}{3 V_p I_p} = f_L = \frac{U_{co} I_c}{\sqrt{3} V_p J_p} = \frac{3}{\pi} = 0,955.$$

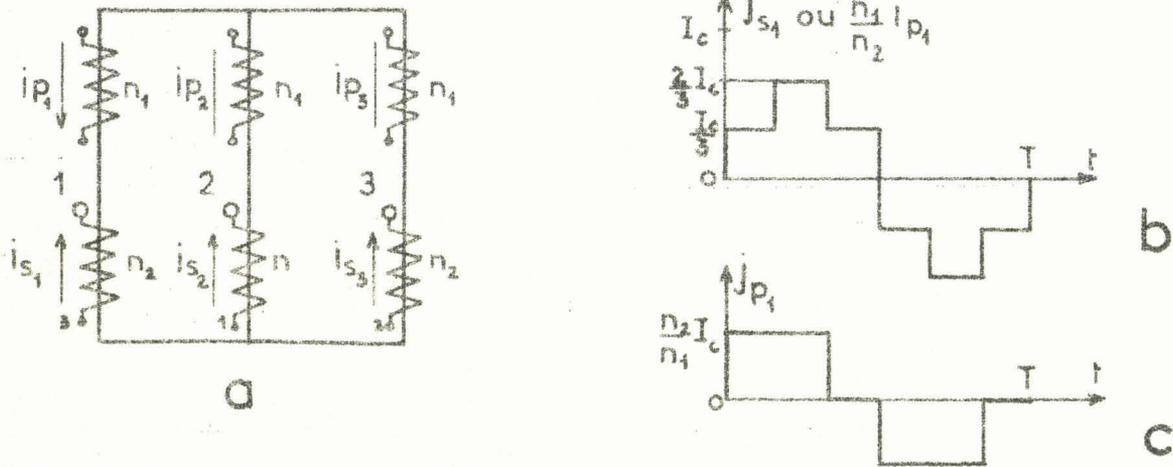


Fig. 9 - Transformateur triphasé - triphasé :

- schéma des enroulements
- forme d'onde des courants secondaires et primaires
- forme d'onde des courants en ligne (cas du triangle).

1.1.5.3. Cas du secondaire hexaphasé (fig.10)

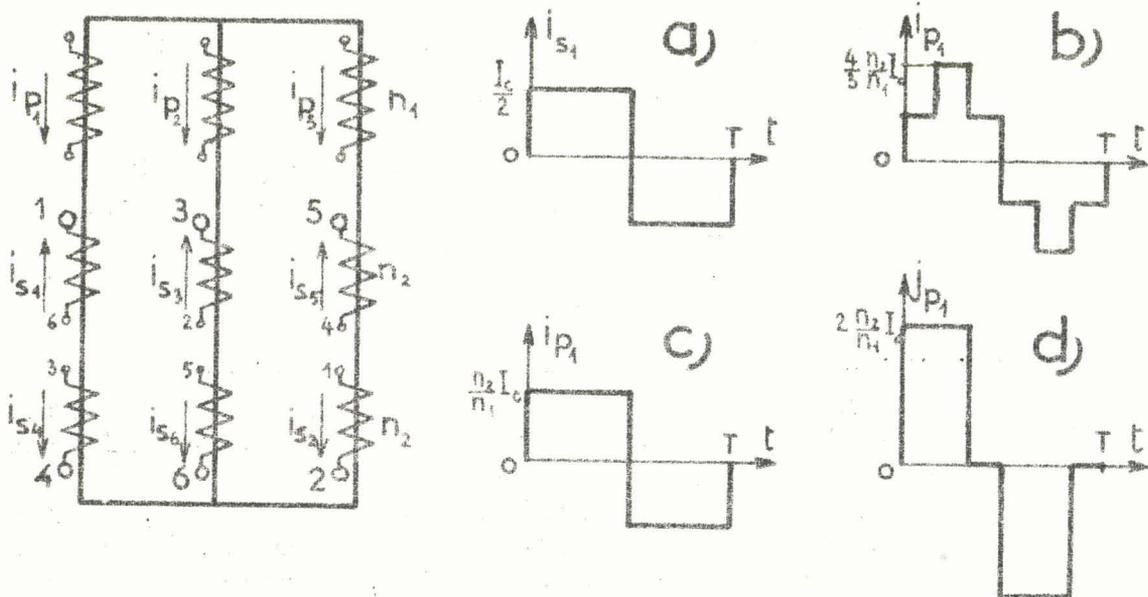


Fig.10 - Transformateur triphasé-hexaphasé : schéma des enroulements et formes d'ondes :

- des courants secondaires
- des courants primaires (couplage en étoile)
- des courants primaires (couplage en triangle)
- des courants en ligne (couplage en triangle)

Le nombre de phases secondaires étant pair, le courant dans celles-ci est alternativement égal à $+\frac{I_c}{2}$ et $-\frac{I_c}{2}$

D'autre part, les courants i_{s1} et i_{s4} , i_{s3} et i_{s6} , i_{s5} et i_{s2} sont, à chaque instant, égaux et opposés.

La relation (15) n'étant pas satisfaite, la forme d'onde du courant dans les enroulements primaires dépend du couplage de ceux-ci.

Enroulements primaires en triangle

Les relations (12) donnent

$$i_{p1} = \frac{2n_2}{n_1} i_{s1} ; i_{p2} = \frac{2n_2}{n_1} i_{s3} ; i_{p3} = \frac{2n_2}{n_1} i_{s5}$$

La tension et le courant par enroulement primaire ont pour valeurs

$$V_p = \frac{n_1}{n_2} \frac{\pi}{6\sqrt{2}} U_{co} ; I_p = \frac{n_2}{n_1} I_c$$

Le facteur de puissance primaire est donc

$$f_p = \frac{U_{co} I_c}{3 V_p I_p} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} = 0,90.$$

En ligne, le courant et le facteur de puissance sont

$$J_p = \frac{n_2}{n_1} 2 \sqrt{\frac{2}{3}} I_c ; f_L = \frac{3}{\pi} = 0,955.$$

Enroulements primaires en étoile

Les courants primaires, donnés par les relations,

$$i_{p1} = \frac{4}{3} \frac{n_2}{n_1} (i_{s1} - \frac{1}{2} i_{s3} - \frac{1}{2} i_{s5}),$$

$$i_{p2} = \frac{4}{3} \frac{n_2}{n_1} (i_{s3} - \frac{1}{2} i_{s5} - \frac{1}{2} i_{s1}),$$

$$i_{p3} = \frac{4}{3} \frac{n_2}{n_1} (i_{s5} - \frac{1}{2} i_{s1} - \frac{1}{2} i_{s3}),$$

ont pour valeur $I_p = \frac{n_2}{n_1} \frac{2}{3} \sqrt{2} I_c$.

Le facteur de puissance est alors

$$f_p = \frac{3}{\pi} = 0,955.$$

I.1.5.4. Cas du secondaire ennéaphasé.

Le diagramme vectoriel et le schéma des enroulements de la figure 11 montrent l'un des moyens d'obtenir à partir d'un primaire triphasé, neuf tensions équilibrées aux bornes de neuf enroulements secondaires groupés en polygone. Pour ce mode de réalisation les nombres de spires doivent réaliser les deux conditions :

$$n'_2 = 0,743 n_2 ; n''_2 = 0,395 n_2$$

Pour tracer la forme d'onde des courants secondaires (fig. 12a), nous avons négligé la différence de résistance des enroulements des phases 1,4,7 et de ceux des six autres phases. Les relations (10') et (11') sont alors applicables et donnent

$$I_s = 0,994 \frac{I_c}{2} ; f_s = 0,905.$$

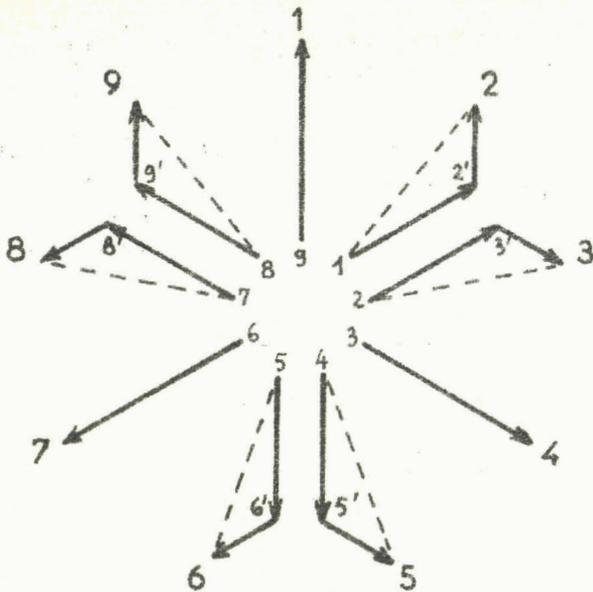


Fig. 11 - Transformation triphasé - ennéaphasé.

Diagramme vectoriel des tensions secondaires et représentation schématique des enroulements.

Le "dimensionnement" des enroulements secondaires doit tenir compte, en plus du facteur de puissance f_s , du facteur d'utilisation des spires secondaires. Le rapport de la somme des tensions entre bornes à la somme des tensions engendrées dans les spires secondaires est ici

$$\frac{9 V_m}{3 V_m + 6 V_m (0,743 + 0,395)} = 0,916.$$

Des courants secondaires on déduit la somme des ampères-tours secondaires pour les divers noyaux (fig. 12b). Pour le noyau 1, par exemple,

$$\sum_{N_1} n_2 i_s = n_2 \left[i_{s_1} - 0,743 (i_{s_5} + i_{s_6}) + 0,395 (i_{s_3} + i_{s_9}) \right].$$

Enroulements primaires en triangle

Les courants dans les enroulements primaires groupés en triangle ont la même forme d'onde que les sommes d'ampères-tours secondaires par noyau.

Le premier, par exemple, a pour expression

$$i_{p_1} = \frac{1}{n_1} \sum_{N_1} n_2 i_s$$

et pour valeur

$$I_p = 1,38 \frac{n_2}{n_1} I_c.$$

La tension primaire étant

$$V_p = \frac{n_1}{n_2} \frac{\pi}{9 \sqrt{2}} U_{co},$$

le facteur de puissance primaire f_p est égal à 0,975.

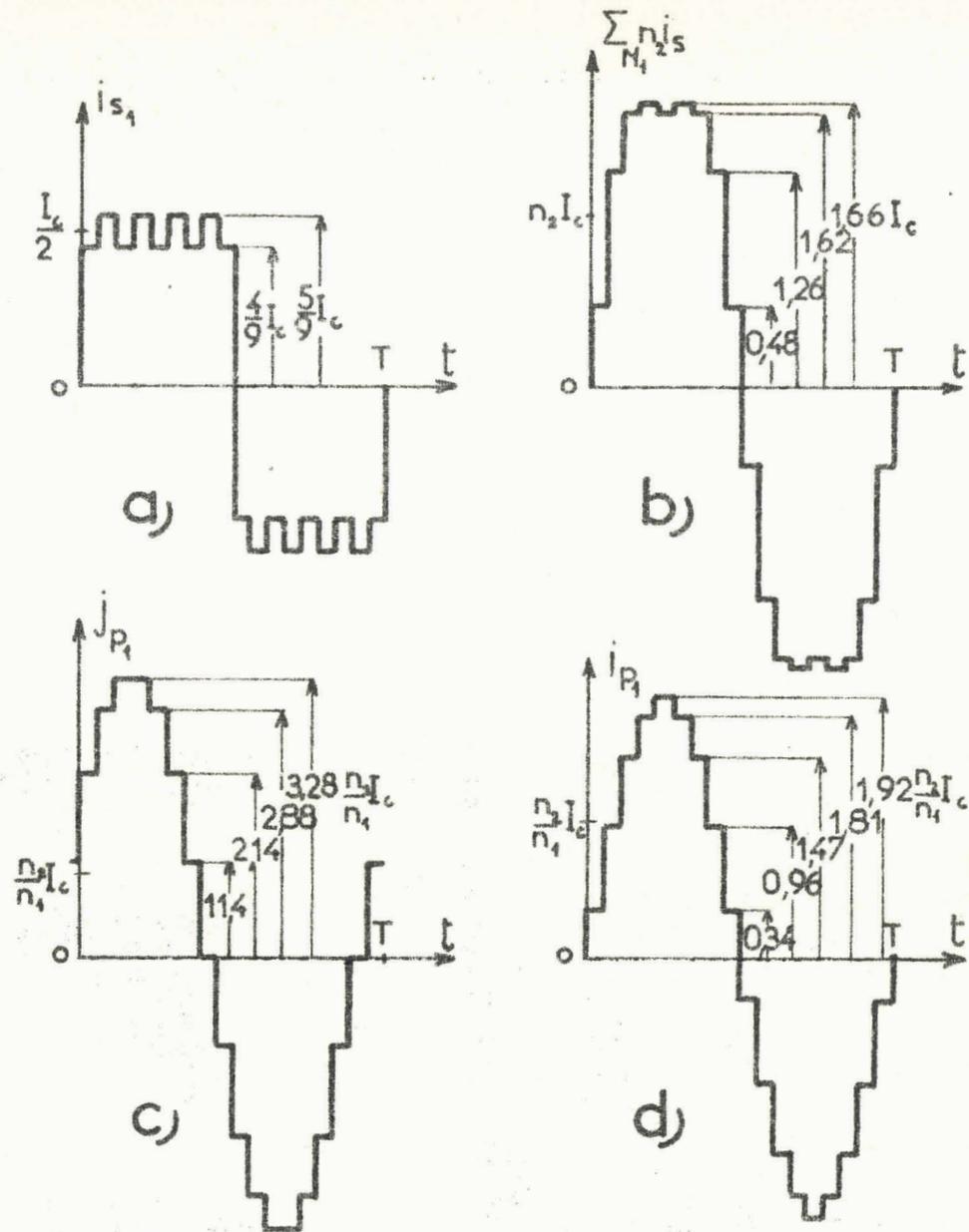


Fig.12 - Forme d'onde des courants dans le cas du montage ennéphasé.

- a) courants secondaires ;
- b) ampères-tours secondaires par noyau ;
- c) courants en ligne, si le primaire est en triangle ;
- d) courants primaires dans le cas de l'étoile.

Des courants primaires on peut déduire la forme d'onde des courants en ligne (fig.12c) et leur valeur

$$J_p = 2,35 \frac{n_2}{n_1} I_c$$

Le facteur de puissance en ligne f_L a pour valeur 0,99

Enroulements primaires en étoile

Les relations (14) permettent de tracer la forme d'onde des courants primaires (fig.12d). Leur valeur

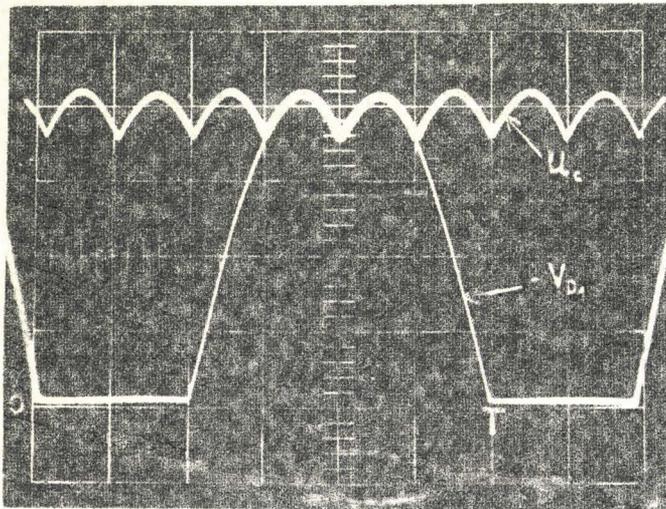
$$I_p = 1,36 \frac{n_2}{n_1} I_c$$

donne comme facteur de puissance primaire
 $f_p = 0,99$.

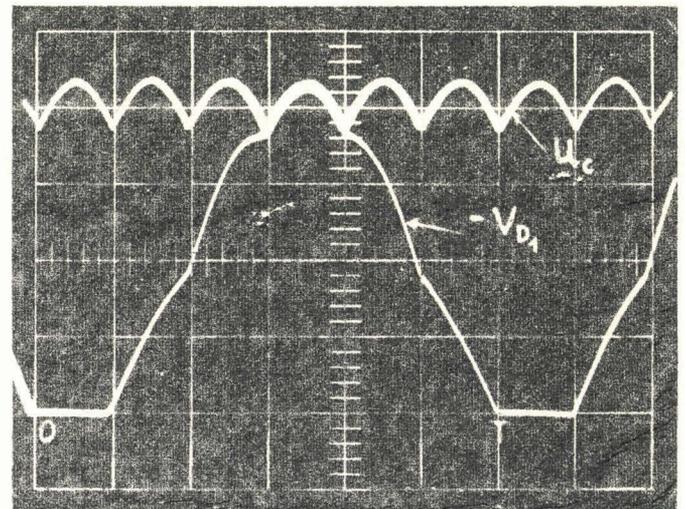
I.1.6. Vérification expérimentale.

La vérification de l'étude qui précède a porté sur les formes d'ondes des tensions et des courants. Les valeurs calculées à partir de ces formes d'ondes seront vérifiées à la fin de l'étude de la chute de tension en charge, en effet les relations établies jusqu'ici donnent les caractéristiques du montage à vide ou aux charges très faibles.

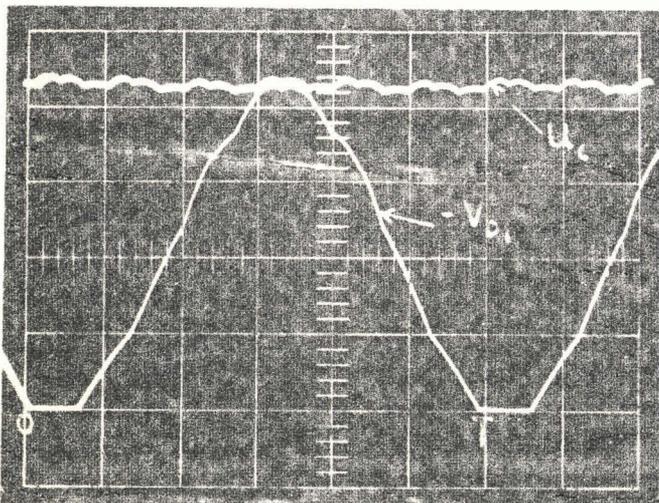
Les relevés oscillographiques de la figure 13 donnent la forme d'onde de la tension redressée u_c et de la tension v_{D_1} aux bornes de la diode D_1 lors du fonctionnement à vide, successivement pour un nombre q de phases égal à 3, 6 et 9.



$q = 3$



$q = 6$

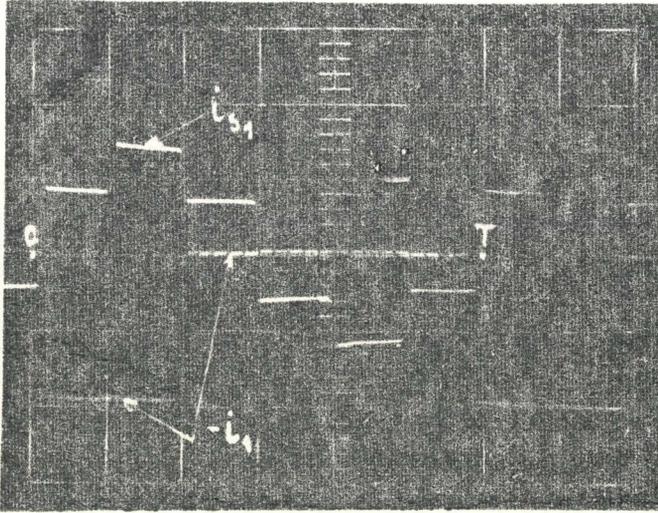


$q = 9$

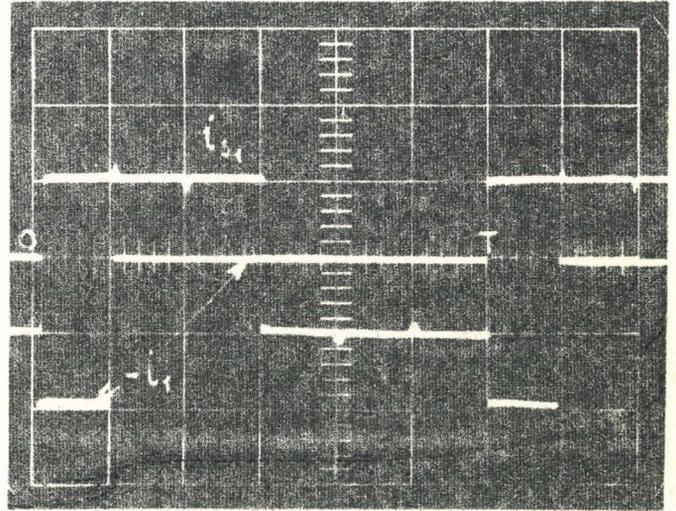
Fig.13 - Relevés oscillographiques de la tension redressée u_c et de la tension v_{D_1} aux bornes de la diode D_1 effectués à vide.

La figure 14 donne, pour les mêmes valeurs de q , les formes d'ondes du courant i_1 dans la diode D_1 et de celui i_{s1} dans l'enroulement secondaire de rang 1 lorsque le courant continu débité I_c est faible.

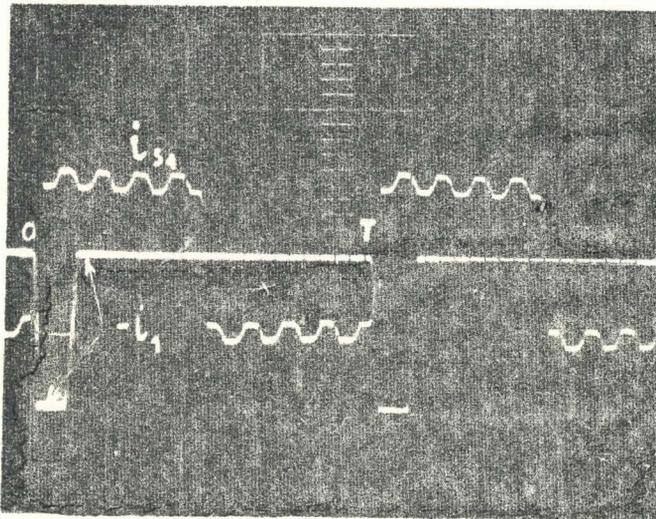
Tous les relevés effectués confirment avec la même netteté que ceux reproduits ici, la description des phénomènes qui a servi de base aux calculs précédents.



$q = 3$



$q = 6$



$q = 9$

Fig.14 - Relevés oscillographiques, effectués à faible charge, des courants i_{s1} dans l'enroulement secondaire 1 et i_1 dans la diode D_1 .

I.2. CHUTE DE TENSION EN FONCTIONNEMENT NORMAL.

Les impédances des éléments du montage redresseur et de son réseau d'alimentation entraînent la diminution de la tension redressée U_c au fur et à mesure que le courant continu débité I_c croît.

Surtout pour les montages de forte puissance, ce sont les réactances qui, provoquant le recouvrement des intervalles de conduction des diodes, sont la plus importante cause de chute de tension.

Nous nous limiterons d'abord au cas où la valeur du courant continu I_c est assez faible pour que le nombre de diodes de la même série en conduction simultanée n'excède pas 2. Cela correspond d'ordinaire à toute la zone de fonctionnement normal du montage, entre la marche à vide et la marche en surcharge transitoirement tolérable.

I.2.1. Chute de tension due à l'empiètement.

En raison de la réactance de fuites des enroulements du transformateur et de celle du réseau qui alimente celui-ci, le courant dans un enroulement secondaire ne peut pas s'inverser instantanément au moment où la force électromotrice qui y est induite change de signe. Cette inversion nécessite un certain intervalle de temps durant lequel l'enroulement "en commutation" est mis en court-circuit par le débit simultané des deux diodes de la même série reliées à ses deux extrémités.

Pour l'étude de ce phénomène et de la chute de tension redressée $\Delta_1 U_c$ qu'il entraîne, on tiendra compte de l'ensemble des réactances par la considération d'une réactance unique $N_2\omega$ ramenée à chacun des enroulements secondaires.

I.2.1.1. Nombre de phases secondaires pair.

Juste avant l'instant $t = 0$, la tension secondaire v_q est positive, alors que v_1 est négative. Le polygone des enroulements est relié à la borne M par le débit de la diode D_q (fig.15) ; le courant i_{s1} dans la première phase est $-\frac{I_c}{2}$.

A partir de l'instant $t = 0$ où la tension v_1 devient positive, la diode D_1 cesse d'être bloquée, l'enroulement de la phase 1 est court-circuité par le débit simultané de D_q et D_1 .

Ce court-circuit dure pendant l'intervalle compris entre les instants $t = 0$ où $i_{s1} = -\frac{I_c}{2}$ et $t = \frac{\alpha}{\omega}$ où $i_{s1} = +\frac{I_c}{2}$, α désignant l'angle de recouvrement ou d'empiètement.

Angle d'empiètement.

Pendant l'intervalle $0, \frac{\alpha}{\omega}$,

$$v_1 = V_m \sin \omega t = N_2 \frac{d i_{s1}}{dt}$$

Le courant i_{s1} ne pouvant subir de discontinuité a pour expression

$$i_{s1} = -\frac{V_m}{N_2\omega} \cos \omega t + \frac{V_m}{N_2\omega} - \frac{I_c}{2}.$$

L'instant $t = \frac{\alpha}{\omega}$ de fin de commutation correspond à la valeur $+\frac{I_c}{2}$ du courant i_{s1} . D'où la relation donnant l'angle

$$\frac{I_c}{2} = -\frac{V_m}{N_2 \omega} (\cos \alpha - 1) - \frac{I_c}{2}$$

$$\text{ou } 1 - \cos \alpha = \frac{N_2 \omega I_c}{V_m} \quad (16)$$

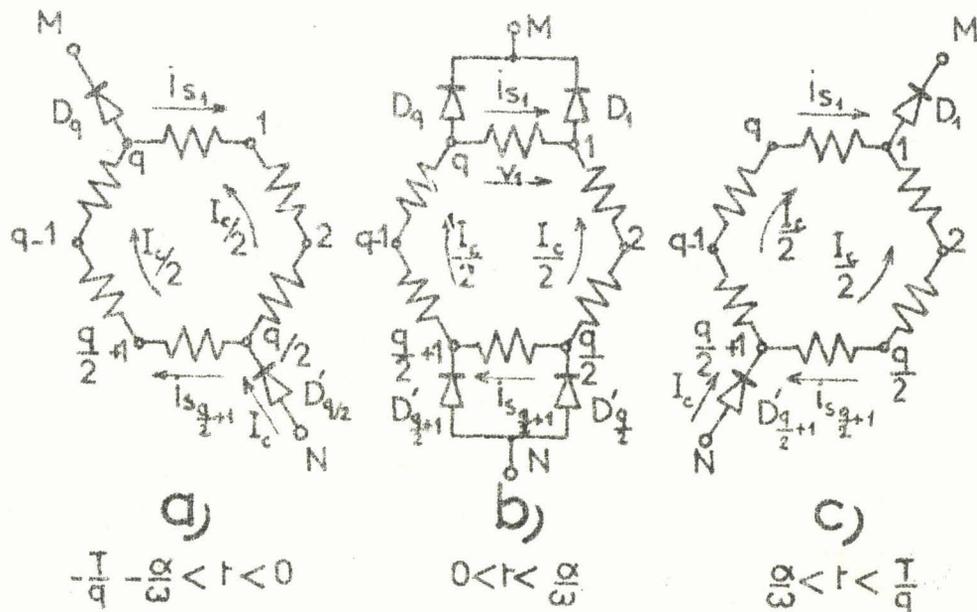


Fig.15 - Représentation des trois étapes de l'inversion du courant dans les enroulements 1 et $\frac{q}{2} + 1$, dans le cas où q est pair (seules les diodes conductrices ont été représentées).

Chute de tension.

Pendant la mise en court-circuit de l'enroulement 1, la somme des tensions positives est amputée de v_1 ; il en résulte une diminution $\Delta_1 U_c$ de la tension redressée moyenne

$$\Delta_1 U_c = \frac{q}{T} \int_0^{\frac{\alpha}{\omega}} V_m \sin \omega t \, dt = \frac{q}{\omega T} V_m (1 - \cos \alpha)$$

$$\Delta_1 U_c = \frac{q}{2\pi} N_2 \omega I_c \quad (17)$$

Commutation à l'autre borne.

Durant l'intervalle $0, \frac{\alpha}{\omega}$ nécessaire pour l'inversion du courant dans l'enroulement 1, le passage de la valeur $-\frac{I_c}{2}$ à la valeur $+\frac{I_c}{2}$ du courant dans la bobine de rang $\frac{q}{2} + 1$ nécessite sa mise en court-circuit par le débit simultané des redresseurs $D'_{\frac{q}{2}}$ et $D'_{\frac{q}{2}+1}$.

La suppression de la tension $v_{\frac{q}{2}+1}$, égale à $-v_1$, dans la somme des tensions négatives $v_{\frac{q}{2}+1}$ rend celle-ci égale, au signe près, à la somme des tensions positives.

La figure 15 montre les trois étapes de la commutation des enroulements 1 et $\frac{q}{2} + 1$. Tant pendant le débit de quatre diodes que pendant celui de deux diodes,

les deux circuits joignant les bornes M et N totalisent la même tension et le même nombre de phases ; le courant dans les enroulements non court-circuités reste toujours égal à $I_c/2$.

1.2.1.2. Nombre de phases secondaires impair

L'étude de la tension redressée et des courants secondaires dans le cas où q est impair, effectuée en négligeant toutes les réactances, avait donné, notamment, les résultats suivants :

- Le changement de diode réunissant un des sommets du polygone à la borne M ne s'effectue pas en même temps que le changement de diode reliant un autre sommet à la borne N.
- Les courants dans les deux circuits joignant les points N et M sont différents. Le circuit comptant $\frac{q+1}{2}$ phases secondaires est parcouru par $\frac{I_c}{2} (1 - \frac{1}{q})$, l'autre par $\frac{I_c}{2} (1 + \frac{1}{q})$.

En particulier, lors de son inversion dans un enroulement, le courant passe de $\frac{I_c}{2} (1 - \frac{1}{q})$ à $-\frac{I_c}{2} (1 - \frac{1}{q})$ ou inversement.

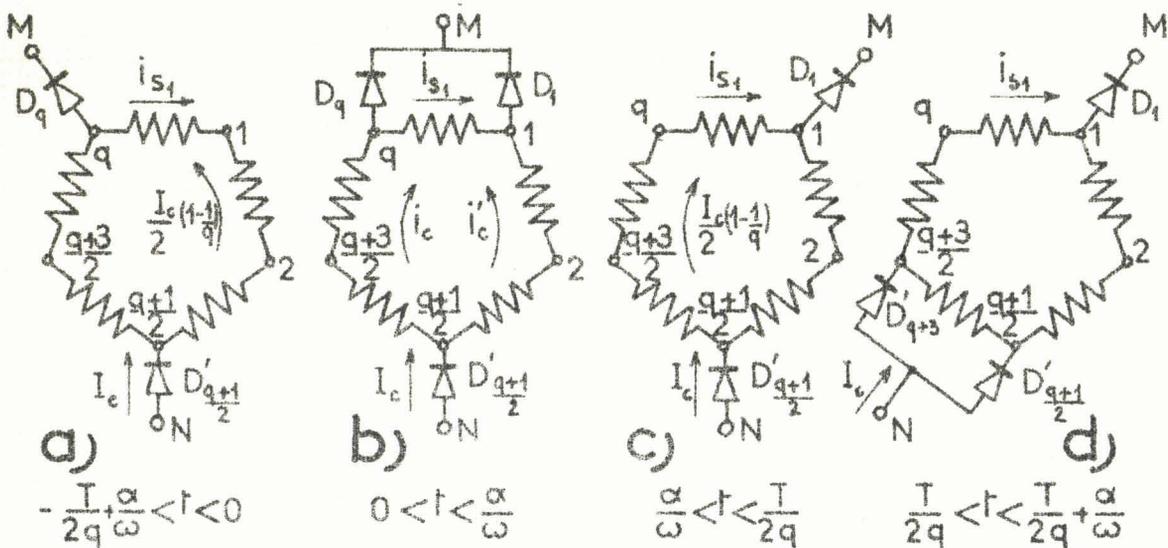


Fig.16 - Etapes de l'inversion du courant dans les enroulements dans le cas où q est impair.

La réactance $N_2\omega$ des enroulements secondaires a ici deux effets :

- Elle impose une certaine durée $\frac{\alpha}{\omega}$ à l'inversion du courant dans l'enroulement en commutation.
- Elle s'oppose aux brusques modifications du courant dans les enroulements non commutés.

Nous étudierons ces deux phénomènes en supposant le courant continu I_c assez faible pour que l'angle d'empîement soit inférieur à $\frac{\pi}{q}$; il y a alors tantôt 2, tantôt 3 redresseurs simultanément conducteurs. La figure 16 montre les étapes de l'inversion du courant dans l'enroulement de la première phase et le début de l'inversion dans la phase de rang $\frac{q+2}{2}$.

Angle d'empietement
 Pendant l'intervalle $0, \frac{\alpha}{\omega}$ durant lequel l'enroulement 1 est mis en court-circuit par le débit simultané des diodes D_q et D_1 , on a

$$N_2 \frac{d i_{s1}}{dt} = v_1 = V_m \sin \omega t,$$

$$\text{et } i_{s1} = -\frac{V_m}{N_2 \omega} \cos \omega t + C^{te}.$$

La valeur $-\frac{I_c}{2} (1 - \frac{1}{q})$ du courant i_{s1} à l'instant $t = 0$ donne la constante d'intégration. L'instant $t = \frac{\alpha}{\omega}$ étant caractérisé par $i_{s1} = +\frac{I_c}{2} (1 - \frac{1}{q})$, on en déduit

$$1 - \cos \alpha = \frac{N_2 \omega I_c}{V_m} (1 - \frac{1}{q}). \quad (16')$$

Courant dans les enroulements non commutés.

Dès la mise en court-circuit de l'enroulement 1 la répartition du courant I_c entre les deux circuits reliant les bornes N et M se modifie.

Si l'on désigne par i_c et i'_c (fig.16b) les courants dans ces deux circuits, en identifiant les expressions de la tension à leurs bornes, il vient :

$$v_{\frac{q+3}{2}} + v_{\frac{q+5}{2}} + \dots + v_q - \frac{q-1}{2} N_2 \frac{d i_c}{dt} = -v_{\frac{q+1}{2}} - v_{\frac{q-1}{2}} \dots - v_2 - \frac{q-1}{2} N_2 \frac{d i'_c}{dt}$$

$$\text{ou } v_2 + v_3 + \dots + v_q = \frac{q-1}{2} N_2 \left(\frac{d i_c}{dt} - \frac{d i'_c}{dt} \right)$$

Puisque la somme des tensions secondaires est nulle et que $I_c = i_c + i'_c$ est constant, la relation précédente devient

$$-v_1 = (q-1) N_2 \frac{d i_c}{dt} \quad (18)$$

Le courant i_c est donc de la forme

$$i_c = \frac{V_m}{(q-1)N_2 \omega} \cos \omega t + C^{te},$$

$$\text{ou, puisque, à l'instant } t = 0, i_c = \frac{I_c}{2} (1 + \frac{1}{q}),$$

$$i_c = \frac{V_m}{(q-1)N_2 \omega} (\cos \omega t - 1) + \frac{I_c}{2} (1 + \frac{1}{q}).$$

Ce courant atteint la valeur $\frac{I_c}{2} (1 + \frac{1}{q})$ lorsque

$$1 - \cos \omega t = \frac{N_2 \omega I_c}{V_m} (1 - \frac{1}{q}),$$

ou, si l'on compare à la relation (16'), à la fin de la commutation de l'enroulement 1.

Les deux phénomènes, inversion du courant dans l'enroulement court-circuité et modification du courant dans les autres phases, ont donc même durée.

Le résultat était prévisible car l'intervalle de temps nécessaire pour que la tension v_1 fasse varier le courant dans un enroulement de $2 I_c (1 - \frac{1}{q})$ est le même pour que l'absence de cette tension dans la somme des q tensions engendrées dans le polygone fasse varier le courant dans les $q - 1$ autres phases de

$$I_c \left(\frac{q+1}{q} - \frac{q-1}{q} \right) \text{ soit } \frac{2 I_c}{q}. \text{ En effet } \frac{2 I_c}{q} = \frac{1}{q-1} 2 I_c (1 - \frac{1}{q}).$$

Chute de tension.

Pendant l'intervalle $0, \frac{\alpha}{\omega}$ la tension redressée a pour expression

$$u_c = v_{\frac{q+3}{2}} + v_{\frac{q+5}{2}} + \dots + v_q - \frac{q-1}{2} N_2 \frac{di_c}{dt},$$

soit, en tenant compte de la relation (18),

$$u_c = v_{\frac{q+3}{2}} + v_{\frac{q+5}{2}} + \dots + v_q + \frac{v_1}{2}.$$

La somme des tensions positives est donc amputée de $\frac{v_1}{2}$

De même pendant l'intervalle $\frac{T}{2q}, \frac{T}{2q} + \frac{\alpha}{\omega}$ la tension redressée a pour valeur

$$u_c = v_{\frac{q+5}{2}} + v_{\frac{q+7}{2}} + \dots + v_q + v_1 - \frac{q-1}{2} N_2 \frac{di_c}{dt},$$

$$\text{avec } (q-1) N_2 \frac{di_c}{dt} = -v_{\frac{q+3}{2}}.$$

A la somme des tensions positives s'ajoute donc

$$\frac{1}{2} v_{\frac{q+3}{2}} = -\frac{V_m}{2} \sin \left[\omega \left(t - \frac{T}{2q} \right) \right].$$

La réduction $\Delta_1 U_c$ de la tension redressée moyenne due à l'empiètement a pour valeur

$$\Delta_1 U_c = \frac{2q}{T} \int_0^{\frac{\alpha}{\omega}} \frac{1}{2} V_m \sin \omega t dt = \frac{2q}{2\omega T} V_m (1 - \cos \alpha);$$

$$\Delta_1 U_c = \frac{q}{2\pi} N_2 \omega I_c \left(1 - \frac{1}{q} \right). \quad (17')$$

La tension redressée à vide étant $U_{co} = \frac{q}{\pi} V_m$, la chute de tension par empiètement a pour valeur relative

$$\frac{\Delta_1 U_c}{U_{co}} = \frac{N_2 \omega I_c}{2 V_m}, \text{ si } q \text{ est pair,}$$

$$\frac{\Delta_1 U_c}{U_{co}} = \frac{N_2 \omega I_c}{2 V_m} \left(1 - \frac{1}{q} \right), \text{ si } q \text{ est impair.}$$

Le redressement par commutation série fait donc disparaître le second des deux inconvénients présentés par les montages à commutation parallèle simple ou double lorsque le nombre de phases augmente, l'accroissement de la chute inductive relative, comme il avait supprimé le premier, la diminution du facteur de puissance secondaire.

I.2.2. Autres causes de chute de tension.

Pour les valeurs du courant I_c correspondant au fonctionnement normal des montages redresseurs, c'est-à-dire à des angles de recouvrement faibles, on peut obtenir avec une bonne approximation la chute de tension redressée en charge en ajoutant les chutes de tension dues aux diverses causes évaluées séparément

De même que la chute de tension inductive $\Delta_1 U_c$ a été calculée en négligeant l'effet des résistances et de la chute de tension des diodes conductrices, les diminutions $\Delta_2 U_c$ et $\Delta_3 U_c$ dues à ces deux phénomènes peuvent être établies en négligeant l'empiètement que provoquent les réactances. On adoptera donc pour le calcul de $\Delta_2 U_c$ et $\Delta_3 U_c$ les résultats de l'étude simplifiée effectuée au paragraphe I.1.

I.2.2.1. Chute de tension due aux résistances.

La chute de tension redressée due aux résistances se déduit aisément de l'expression des pertes par effet Joule :

$$p_J = q r_2 I_s^2 + q_1 r_1 I_p^2 + q_1 r_1' J_p^2,$$

où r_2 ; r_1 et r_1' sont les résistances respectives des enroulements secondaires du transformateur, des enroulements primaires et du réseau amont,

q et q_1 les nombres de phases secondaires et primaires

I_s , I_p et J_p les intensités efficaces dans les enroulements secondaires, primaires et dans les fils de ligne.

Tous ces courants s'expriment aisément en fonction de I_c et les pertes peuvent s'écrire

$$p_J = R_c I_c^2,$$

en désignant par R_c la résistance totale du montage redresseur et de son réseau d'alimentation ramenée du côté continu.

La chute ohmique a pour valeur

$$\Delta_2 U_c = R_c I_c. \quad (19)$$

Ainsi la chute ohmique, pour les trois montages alimentés à partir d'un réseau triphasé étudiés précédemment, a pour expression :

$$q = 3, \text{ primaire en triangle, } \Delta_2 U_c = \left\{ \frac{r_2}{\sqrt{2}} + 2 \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \left(\frac{r_1}{3} + r_1' \right) \right\} I_c;$$

$$\text{primaire en étoile, } \Delta_2 U_c = \left\{ \frac{r_2}{\sqrt{2}} + \frac{2}{3} \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 (r_1 + r_1') \right\} I_c.$$

$$q = 6, \text{ primaire en triangle, } \Delta_2 U_c = \left\{ \frac{3}{2} r_2 + \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 (3r_1 + 8r_1') \right\} I_c;$$

$$\text{primaire en étoile, } \Delta_2 U_c = \left\{ \frac{3}{2} r_2 + \frac{8}{3} \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 (r_1 + r_1') \right\} I_c.$$

$$q = 9, \text{ primaire en triangle, } \Delta_2 U_c = \left\{ 2,22r_2 + \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 (5,7r_1 + 16,6r_1') \right\} I_c;$$

$$\text{primaire en étoile, } \Delta_2 U_c = \left\{ 2,22r_2 + \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 5,55(r_1 + r_1') \right\} I_c.$$

I.2.2.2. Chute de tension dans les diodes.

Chacune des diodes laisse passer le courant I_c pendant un $q^{\text{ième}}$ de la période des tensions d'alimentation. La liaison des bornes N et M au polygone formé par les enroulements secondaires exigeant la conduction de deux diodes en série, la chute de tension $\Delta_3 U_c$ due aux diodes a pour valeur

$$\Delta_3 U_c = 2 (u)_{I_c}, \quad (20)$$

en désignant par $(u)_{I_c}$ la chute de tension lue sur la caractéristique des diodes utilisées pour un courant I_c .

I.2.3. Vérification expérimentale

L'observation de la forme d'onde des courants et des tensions montre bien la réduction de la tension redressée u_c pendant chacun des intervalles de conduction simultanée de deux diodes consécutives. Quand le nombre de phases est pair, on observe q réductions de la tension u_c par rapport aux q sommets de sinusoides qui la composent à vide. Quand q est impair, il y a $2q$ transitions par période et la tension redressée présente $2q$ intervalles à valeur réduite.

La figure 17 donne un exemple de relevé effectué sur un montage redresseur à trois phases secondaires.

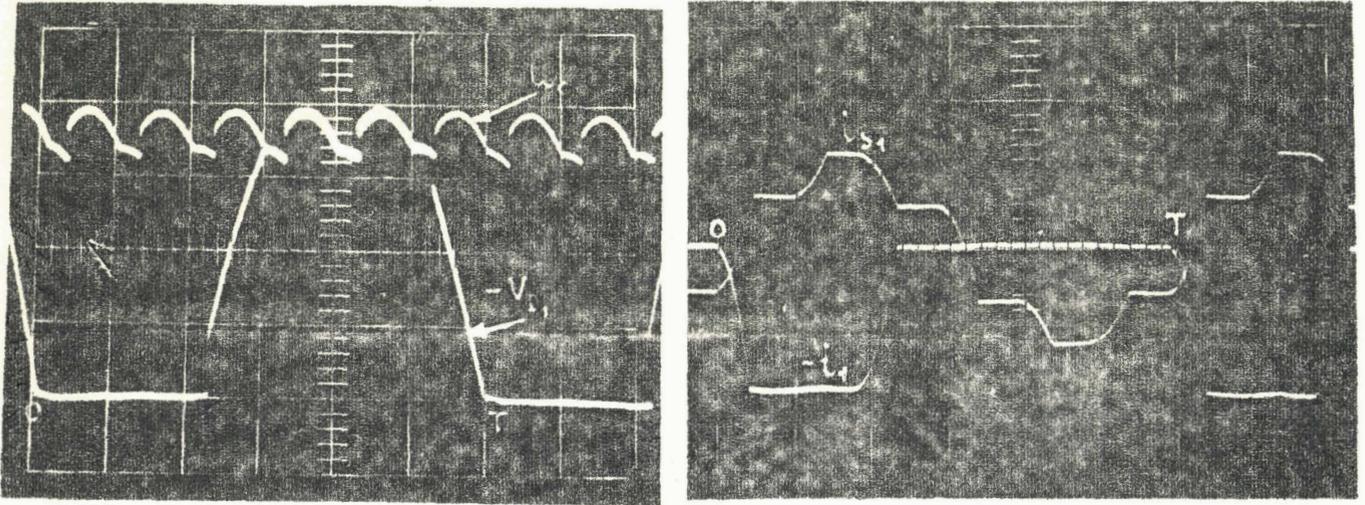


Fig. 17 - Relevé oscillographique de la tension redressée u_c , de la tension v_{p1} aux bornes de la diode D_1 , du courant i_1 dans celle-ci et du courant i_{s1} dans l'enroulement secondaire de rang 1,

pour $q = 3$ et $\alpha = 20^\circ$

En relevant, point par point, les courbes caractéristiques de divers montages redresseurs et en les comparant à celles que les relations précédemment établies permettent de prédéterminer, il est possible de vérifier toutes ces relations.

La figure 18, par exemple, donne pour q égal à 3, les caractéristiques de tension redressée U_c , de courant secondaire I_s , primaire I_p et en ligne J_p en fonction du courant continu débité I_c telles qu'on les a relevées expérimentalement (courbes en traits pleins). On a également tracé (courbes en traits interrompus) les caractéristiques calculées à l'aide des relations (3), (10'), (12), (13), (17'), (19) et (20) qui permettent, dans ce cas, d'écrire

$$u_c = \frac{3}{\pi} U_p \frac{n_2}{n_1} \sqrt{2} - \frac{3}{2\pi} n_2 \omega I_c \frac{2}{3} - \left[\frac{r_2}{\sqrt{2}} + 2 \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \left(\frac{r_1}{3} + r_1' \right) \right] I_c - 2 (u)_{L_j}$$

$$I_s = \frac{I_c}{2} \frac{\sqrt{3}}{3} ; I_p = \frac{n_2}{n_1} \frac{\sqrt{2}}{3} I_c ; J_p = \frac{n_2}{n_1} I_c \sqrt{\frac{2}{3}}$$

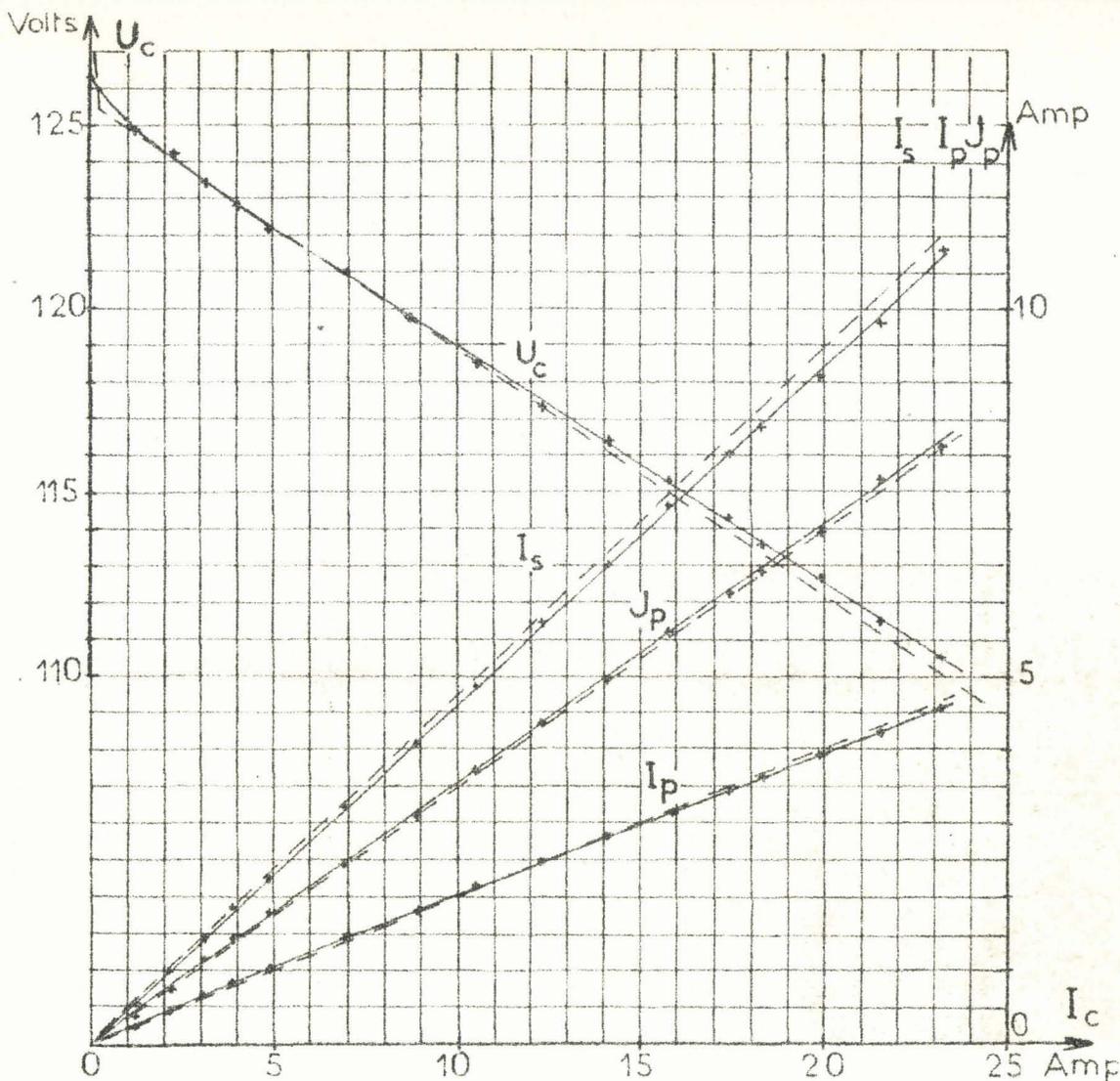


Fig.18 - Comparaison des caractéristiques relevées et des caractéristiques calculées dans le cas suivant :

réseau d'impédance négligeable, $U_p = 220^V$;

transformateur triangle-triangle, $\frac{n_2}{n_1} = 0,428$, $n_2 = 0,38^R$, $n_1 = 0,63^R$

$N_{2\omega} = 0,94^R$; diodes au silicium, seuil de tension

$0,7^V$, $u = 1^V$ pour $I_c = 20^A$.

La quasi identité des courbes théoriques et des courbes relevées expérimentalement a également été observée pour les montages redresseurs à 6 et 9 phases secondaires. Elle montre, en particulier, la légitimité de l'évaluation de la chute totale de tension par addition des chutes de tension dues aux diverses causes et évaluées séparément.

1.3. CARACTERISTIQUE TOTALE DE TENSION

Il est possible de déterminer toute la caractéristique de tension $U_c = f(I_c)$ entre le point à vide ($U_{c0}, 0$) et le point en court-circuit.

Pour que les relations établies soient générales, c'est-à-dire qu'on puisse les appliquer quel que soit le nombre q de tensions redressées, il faut supposer la continuité de l'inter-

valle de conduction de chacune des diodes au cours de la période.

Lorsque le courant continu débité I_c augmente, l'angle d'empiétement α croît. Aux valeurs croissantes de cet angle correspondent une suite de modes de fonctionnement marqués par le débit simultané tantôt de une et tantôt de deux diodes de la même série, puis de 2 ou de 3, puis de 3 ou de 4, etc.. Pour chacun de ces modes, la relation établie entre l'angle α et le courant I_c permet de déduire des valeurs limites de cet angle le domaine des valeurs de I_c correspondantes, elle permet aussi d'établir l'expression de la tension redressée U_c en fonction du courant I_c donc l'équation des diverses portions de la caractéristique totale.

L'étude générale est menée en supposant le courant redressé I_c parfaitement lissé et en ne tenant compte que des reactances ramenées à chacune des phases secondaires $N_2\omega$ d'ailleurs supposées constantes.

Après l'étude du fonctionnement en court-circuit qui donne l'extrémité de la caractéristique de tension, nous déterminerons les diverses portions de celle-ci en distinguant le cas où le nombre q de phases secondaires est pair de celui où il est impair. Chaque partie de cette étude sera suivie des vérifications correspondantes.

I.3.1. Fonctionnement en court-circuit

Lorsque les bornes k et N sont réunies (fig.19) chaque enroulement secondaire est mis en court-circuit car chacun des sommets du polygone est réuni à M, N par deux diodes montées tête-bêche.

Le courant dans l'enroulement de rang 1, par exemple donné par la relation

$$N_2 \frac{di_{s1}}{dt} = V_m \sin \omega t,$$

a pour expression, en régime permanent,

$$i_{s1} = - \frac{V_m}{N_2 \omega} \cos \omega t$$

de même $i_{s2} = - \frac{V_m}{N_2 \omega} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{q} \right)$

.....
 $i_{sq} = - \frac{V_m}{N_2 \omega} \cos \left[\omega t - (q-1) \frac{2\pi}{q} \right].$

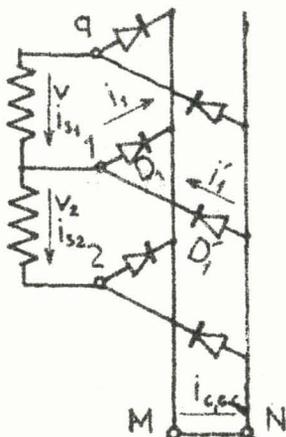


Fig.19 - Schéma utilisé pour la détermination des courants de court-circuit.

Les courants secondaires sont sinusoïdaux, ils forment un système q phasé équilibré et ont pour valeur efficace

$$I_s = \frac{V_m}{\sqrt{2} N_2 \omega} \quad (21)$$

Le courant passant dans la paire de diodes réunies à la même borne secondaire est la différence des courants dans deux phases consécutives. Les redresseurs D_1 et D_2 par exemple, font circuler le courant $i_{s1} - i_{s2}$ tel que

$$i_{s1} - i_{s2} = 2 \sin \frac{\pi}{q} \frac{V_m}{N_2 \omega} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{q} \right).$$

Durant l'intervalle $\frac{T}{2q}, \frac{T}{2} + \frac{T}{2q}$, la diode D_1 est conductrice et laisse passer $i_{s1} - i_{s2}$ du sommet 1 à la borne M ; durant le reste de la période, c'est la diode D_1 qui assure le passage de ce courant de N vers 1.

Le courant dans chacune des diodes, étant formé à chaque période d'une demi-sinusoïde d'amplitude $\frac{2V_m}{N_2 \omega} \sin \frac{\pi}{q}$ a pour valeur moyenne

$$i_{\text{moy,cc}} = \frac{2}{\pi} \frac{V_m}{N_2 \omega} \sin \frac{\pi}{q}. \quad (22)$$

Le courant de court-circuit, somme des courants arrivant en M par les diodes conductrices de la série $D_1, D_2 \dots D_q$ ou partant de N par celles de la seconde série a pour valeur moyenne

$$I_{c,cc} = q i_{\text{moy,cc}} = \frac{2q}{\pi} \frac{V_m}{N_2 \omega} \sin \frac{\pi}{q}. \quad (23)$$

Sa forme d'onde dépend du nombre de phases

Si ce nombre q est pair, le courant $i_{c,cc}$ a pour expressions successives

$$\begin{aligned} \text{pour } -\frac{T}{2q} < t < \frac{T}{2q}, i_{c,cc} &= i_{\frac{q}{2}+1} + i_{\frac{q}{2}+2} + \dots + i_q ; \\ &= i_{s_{\frac{q}{2}+1}} - i_{s_{\frac{q}{2}+2}} + i_{s_{\frac{q}{2}+2}} - i_{s_{\frac{q}{2}+3}} + \dots + i_{s_q} - i_{s_1} \\ &= i_{s_{\frac{q}{2}+1}} - i_{s_1} = \frac{2V_m}{N_2 \omega} \cos \omega t. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{pour } \frac{T}{2q} < t < \frac{3T}{2q}, i_{c,cc} &= i_{\frac{q}{2}+2} + i_{\frac{q}{2}+3} + \dots + i_q + i_1 ; \\ &= i_{s_{\frac{q}{2}+2}} - i_{s_2} = \frac{2V_m}{N_2 \omega} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{q} \right). \end{aligned}$$

Le courant de court-circuit est donc formé de q sommets de sinusoïdes par période T .

Si le nombre de phases secondaires est impair, l'expression de $i_{c,cc}$ est modifiée $2q$ fois par période. Ainsi

$$\begin{aligned} \text{pour } 0 < t < \frac{T}{2q}, i_{c,cc} &= i_{\frac{q+3}{2}} + i_{\frac{q+5}{2}} + \dots + i_q = i_{s_{\frac{q+3}{2}}} - i_{s_1} \\ &= \frac{2V_m}{N_2 \omega} \cos \frac{\pi}{2q} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2q} \right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{pour } \frac{T}{2q} < t < \frac{T}{q}, i_{c,cc} &= i_{\frac{q+3}{2}} + i_{\frac{q+5}{2}} + \dots + i_1 = i_{s_{\frac{q+3}{2}}} - i_{s_2} ; \\ &= \frac{2V_m}{N_2 \omega} \cos \frac{\pi}{2q} \cos \left(\omega t - \frac{3\pi}{2q} \right). \end{aligned}$$

Le courant de court-circuit est donc, lorsque q est impair, formé de $2q$ sommets de sinusoïdes par période T .

La nature sinusoïdale des courants dans les enroulements secondaires du transformateur et, par là, dans les bobinages primaires et dans les conducteurs de ligne facilite la correction due aux résistances. Pour tenir compte de celles-ci, on multiplie les courants donnés par les relations (21), (22) et (23) par le facteur

$$\frac{N_2}{\sqrt{R_2^2 + N_2^2 \omega^2}},$$

en désignant par R_2 la résistance totale du transformateur et du réseau amont ramenée à une phase secondaire en régime sinusoïdal⁽¹⁾.

Les relevés oscillographiques dont la figure 20 reproduit deux exemples, confirment bien la forme d'onde des courants lors du fonctionnement en court-circuit.

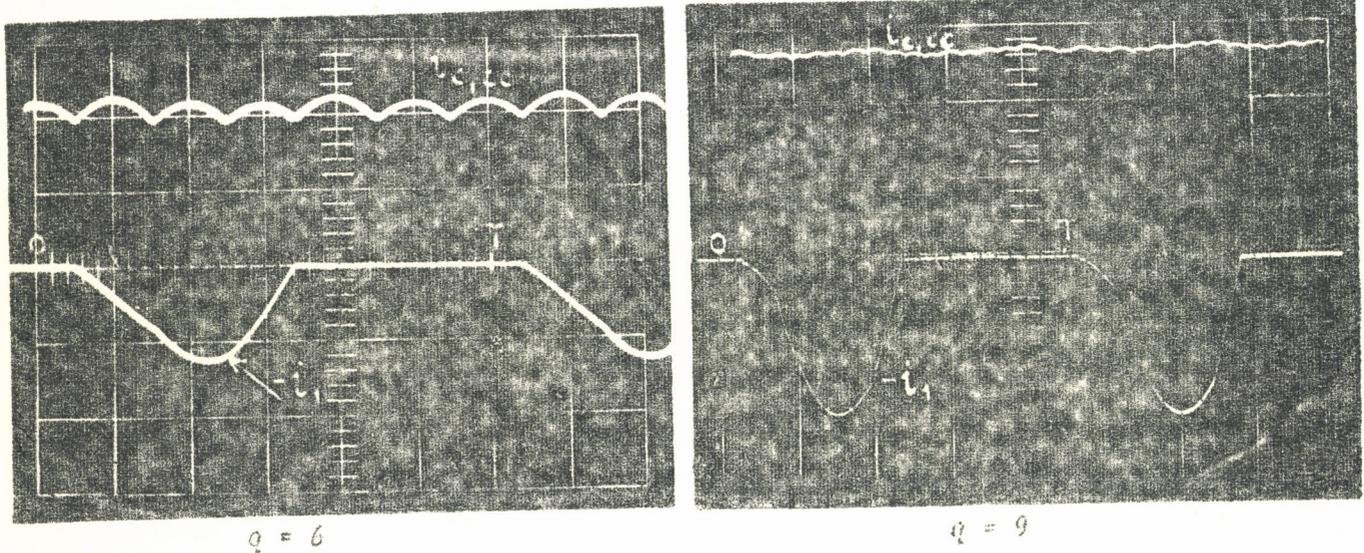


Fig. 20 - Relevés oscillographiques du courant i_1 dans la diode D_1 et du courant total $i_{c,cc}$ lors du fonctionnement en court-circuit.

I.3.2. Nombre de phases pair. Caractéristique de tension

Si le nombre de phases secondaires est pair, à chaque instant il y a autant d'enroulements mis en court-circuit par le débit simultané de diodes de la série $D_1, D_2 \dots D_q$ que d'enroulements mis en court-circuit par l'empiètement de la conduction des diodes de la seconde série. Le courant continu suppose constant I_c se partage également entre les deux voies offertes à son partage par les phases non court-circuitées. La tension aux bornes de la phase 1, par exemple, parcourue par un courant constant tant qu'elle n'est pas en commutation, reste égale à $V_m \sin \omega t$. Quelle que soit la valeur de l'angle d'empiètement α , les diodes D_1 et $D'_{\frac{q}{2}+1}$ deviennent conductrices à l'instant $t = 0$.

I.3.2.1. Diagramme des conductions

On peut établir (fig. 21) un diagramme donnant en fonction du temps, l'état passant ou bloqué des diver-

(1) La mise en court-circuit de chacune des phases secondaires nécessite la conduction de deux diodes en série. La chute de tension interne à la limitation des courants de court-circuit peut-être importante pour les montages à faible valeur de la tension redressée à vide.

ses diodes. Pour chacune d'elles on représente par un trait fort son intervalle de conduction lorsque α est nul ; ce trait est suivi d'un axe gradué en α et indiquant pour chaque valeur de cet angle jusqu'à quel instant sa conduction se poursuit. Dans l'intervalle entre les axes correspondant à deux diodes consécutives de la même série on indique le rang de l'enroulement secondaire qui est mis en court-circuit par le débit simultané de ces deux diodes.

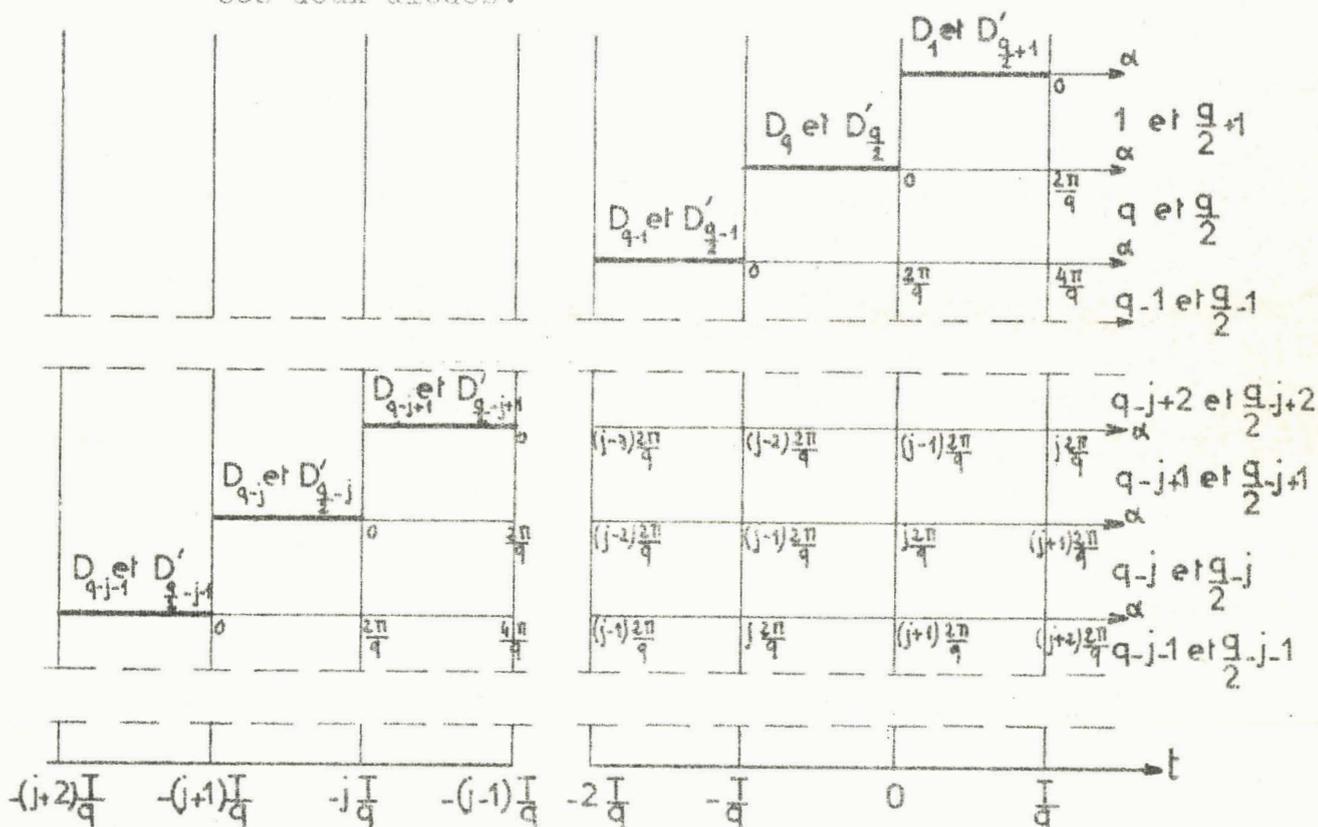


Fig. 21 - Éléments du diagramme donnant l'intervalle de conduction des diodes en fonction de l'angle de recouvrement α .

Cas où le nombre de phases q est pair.

Entre les instants $t = 0$ et $t = \frac{\pi}{\omega}$ par exemple, le diagramme de la figure 21 indique les redresseurs conducteurs et le numéro des enroulements mis en court-circuit.

Si $0 < \alpha < \frac{2\pi}{q}$,

pour $0 < t < \frac{\pi}{\omega}$: D_1, D_q et $D'_{\frac{q}{2}+1}, D'_{\frac{q}{2}}$ conducteurs,
1 et $\frac{q}{2} + 1$ en court-circuit ;

pour $\frac{\alpha}{\omega} < t < \frac{\pi}{\omega}$: D_1 et $D'_{\frac{q}{2}+1}$ conducteurs ;
pas d'enroulement en court-circuit.

Si $\frac{2\pi}{q} < \alpha < \frac{4\pi}{q}$,

pour $0 < t < \frac{\pi}{\omega}$: D_1, D_q, D_{q-1} et $D'_{\frac{q}{2}+1}, D'_{\frac{q}{2}}, D'_{\frac{q}{2}-1}$ conducteurs ;
1, q et $q/2$ en court-circuit ;

pour $\frac{\alpha}{\omega} - \frac{T}{q} < t < \frac{T}{q}$: D_1, D_q et $D'_{\frac{q}{2}+1}, D'_{\frac{q}{2}}$ conducteurs;
1 et $\frac{q}{2} + 1$ en court-circuit.

.....
Si $j \frac{2\pi}{q} < \alpha < (j+1) \frac{2\pi}{q}$, (j nombre entier positif)

pour $0 < t < \frac{\alpha}{\omega} - j \frac{T}{q}$: $D_1, D_q \dots D_{q-j}$ et $D'_{\frac{q}{2}+1}, D'_{\frac{q}{2}} \dots D'_{\frac{q}{2}-j}$ cond.;
1, $q \dots q-j+1$ et $\frac{q}{2}+1, \frac{q}{2} \dots \frac{q}{2}-j+1$
en court-circuit;

pour $\frac{\alpha}{\omega} - j \frac{T}{q} < t < \frac{T}{q}$: $D_1, D_q \dots D_{q-j+1}$ et $D'_{\frac{q}{2}+1}, D'_{\frac{q}{2}} \dots D'_{\frac{q}{2}-j+1}$
conducteurs;
1, $q \dots q-j+2$ et $\frac{q}{2}+1, \frac{q}{2} \dots \frac{q}{2}-j+2$
en court-circuit.

1.3.2.2. Valeur de l'angle d'empiètement.

La diode D_1 étant conductrice entre les instants $t = 0$ et $t = \frac{T}{q} + \frac{\alpha}{\omega}$, la diode D_q entre $t = -\frac{T}{q}$ et $t = \frac{\alpha}{\omega}$, l'enroulement de la phase 1 est en court-circuit durant l'intervalle $0, \frac{\alpha}{\omega}$.

Au cours de celui-ci, le courant i_{s1} , toujours donné par la relation

$$N_2 \frac{d i_{s1}}{dt} = v_1 = V_m \sin \omega t,$$

doit passer de la valeur $-\frac{I_c}{2}$ à celle $+\frac{I_c}{2}$ qui caractérise la fin de la commutation.

L'angle α est donc encore donné par la relation

(16),

$$1 - \cos \alpha = \frac{N_2 \omega I_c}{V_m}.$$

1.3.2.3. Valeur de la chute de tension.

Dans le cas général d'un angle α compris entre $j \frac{2\pi}{q}$ et $(j+1) \frac{2\pi}{q}$, pendant l'intervalle $0, \frac{\alpha}{\omega} - j \frac{T}{q}$, la somme des tensions positives est amputée des termes $v_{q-j+1}, v_{q-j+2} \dots v_q$ et v_1 correspondants aux enroulements mis en court-circuit par les diodes de la première série. Entre les instants $t = \alpha - j \frac{T}{q}$ et $t = \frac{T}{q}$, l'enroulement de rang $q - j + 1$ n'est plus en court-circuit.

La diminution de la tension redressée moyenne par suite de l'empiètement est donc

$$\Delta_1 U_c = \frac{q}{T} \int_0^{\frac{T}{q}} (v_{q-j+2} + v_{q-j+3} + \dots + v_q + v_1) dt \\ + \frac{q}{T} \int_0^{\frac{\alpha}{\omega} - j \frac{T}{q}} v_{q-j+1} dt.$$

$$\Delta_1 U_c = \frac{q}{2\pi} V_m (1 - \cos \alpha) = \frac{c}{2\pi} N_2 \omega I_c. \quad (17)$$

La relation (17) s'applique donc à toute la partie de la caractéristique de tension pour laquelle les hypothèses initiales sont admissibles. Si l'on tient

compte des seules réactances, depuis le fonctionnement à vide jusqu'au voisinage du court-circuit, la tension redressée U_c décroît linéairement en fonction du courant I_c

$$U_c = \frac{q}{\pi} \left(V_m - \frac{1}{2} N_2 \omega I_c \right). \quad (24)$$

On peut, du moins en première approximation, tenir compte des chutes de tension redressée $\Delta_2 U_c$ et $\Delta_3 U_c$ dues aux résistances et aux redresseurs en utilisant les relations (19) et (20). Toutefois celles-ci donnent des valeurs excessives et cela d'autant plus que l'angle d'empiètement est plus grand. En effet,

- le courant dans chacun des enroulements secondaires n'est plus tantôt égal à $-\frac{I_c}{2}$ et tantôt à $+\frac{I_c}{2}$; durant les transitions il est inférieur à $\frac{I_c}{2}$, d'où une réduction des pertes joule et de la chute ohmique $\Delta_2 U_c$.
- l'écoulement du courant I_c s'effectue, à chacune des bornes N et M, par plusieurs diodes et non pas une seule; la chute de tension $\Delta_3 U_c$ évaluée en supposant le passage de I_c dans les diodes conductrices est donc excessive.

1.3.2.4. Zone à empiètement constant

Les relations (16) et (24) ne permettent pas de tracer la caractéristique de tension jusqu'au point en court-circuit. En effet pour donner à la tension U_c une valeur nulle elles exigeraient un courant I_c égal à $\frac{2V_m}{N_2\omega}$, valeur supérieure à $I_{c,cc}$, et un angle d'empiètement égal à π . Cette valeur de α supposerait la conduction simultanée de $\frac{q}{2} + 1$ diodes de chaque série; or l'étude du fonctionnement en court-circuit a montré que le débit simultané de $\frac{q}{2}$ redresseurs à chacune des bornes M et N était suffisant pour mettre en court-circuit permanent la totalité des enroulements secondaires.

On doit donc limiter le tracé de la partie linéaire de la caractéristique de tension donnée par la relation (24) au point correspondant à la valeur maximale de l'angle α , soit

$$\alpha_{\max} = \pi - \frac{2\pi}{q} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \quad (25)$$

$$I_c = \frac{V_m}{N_2\omega} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{q} \right); \quad U_c = \frac{q}{2\pi} V_m \left(1 - \cos \frac{2\pi}{q} \right)$$

La dernière partie de la caractéristique qui relie ce point au point en court-circuit est dite "à empiètement constant". L'intervalle de conduction de chacune des diodes reste égal à $\frac{\pi}{2}$ mais se décale dans le temps. Ainsi la diode D_1 , conductrice dès l'instant $t=0$ tant que le courant I_c est inférieur à $\frac{V_m}{N_2\omega} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{q} \right)$ ne devient passante que pour $t = \frac{\pi}{2q}$ lors du fonctionnement en court-circuit.

M. ROUSKOFF [4] avait déjà dû avoir recours à ces zones de fonctionnement à empiètement constant pour joindre les divers segments rectilignes de la caractéristique de tension des montages à commutation parallèle (1).

I.3.2.5. Exemple de caractéristique. Vérifications.

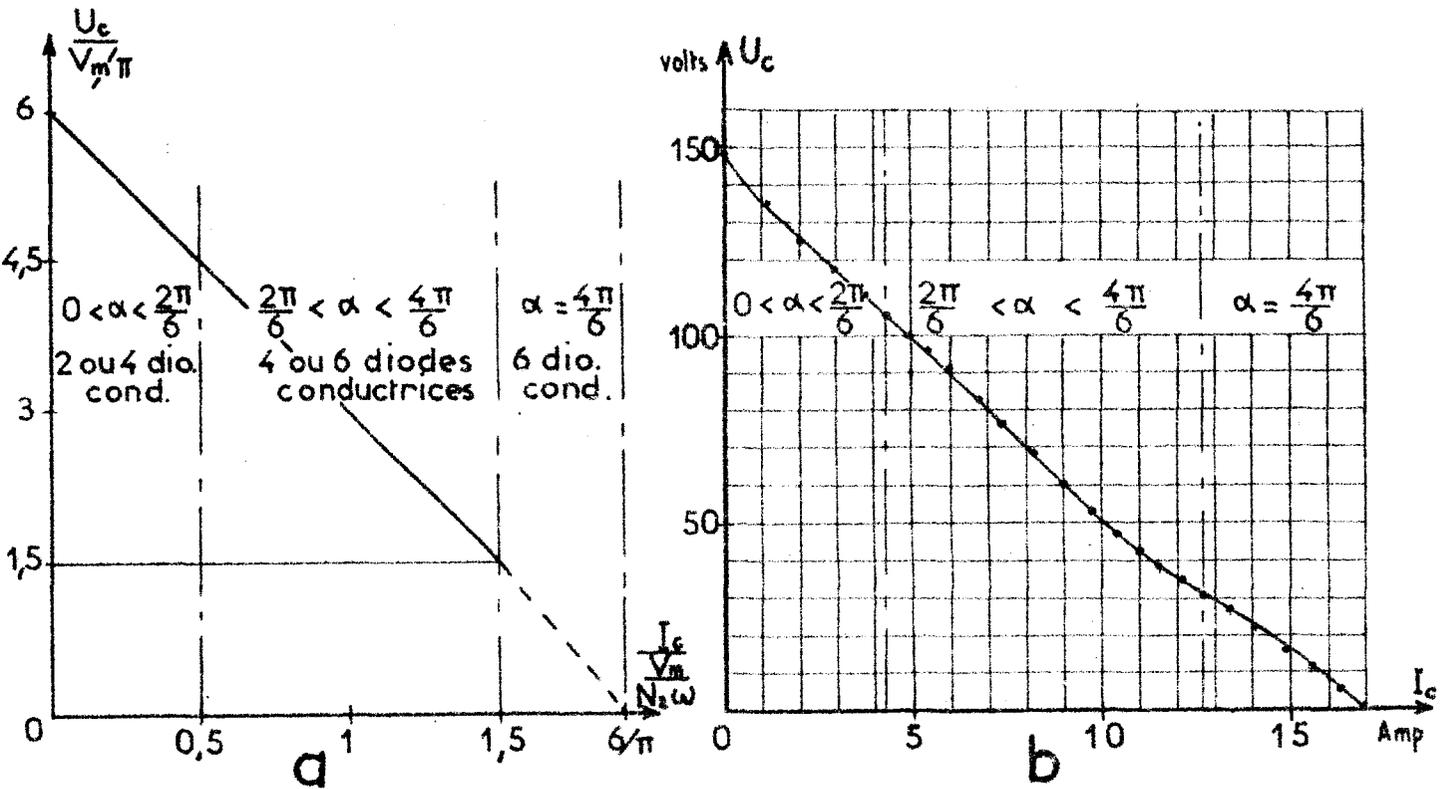


Fig. 22 - Caractéristique totale de tension d'un montage redresseur à six phases secondaires.

- a) Tracé théorique à partir des valeurs de V_m , q et $N_2 \omega$
 b) relevé expérimental obtenu dans les conditions suivantes :
 transformateur tri-hexaphasé alimenté sous 110 V

$\frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{2}$; $r_1 = 1,95 \Omega$, $r_2 = 2,2 \Omega$, $N_2 \omega = 7,5 \Omega$; diodes au silicium

(1) L'établissement de l'équation de la caractéristique pour la zone à empiètement constant devrait tenir compte de la nature du récepteur, de ses constantes, de celles des éléments du montage redresseur, ainsi que du rapport des grandeurs relatives au récepteur et au montage lui-même. En effet, pour cette zone, on ne peut accepter les hypothèses admises précédemment ; elle correspond au passage de la partie linéaire de la courbe, où le récepteur était supposé si inductif qu'il maintenait constant le courant redressé i_c , au point en court-circuit pour lequel ce courant formé de sommets de sinusoides est indépendant du récepteur.

Les relations (23), (24) et (25) permettent de déterminer la caractéristique de tension d'un montage redresseur à partir des seules valeurs de V_m , N_2 et q . La figure 22a donne la courbe obtenue ainsi dans le cas où le nombre d'enroulements secondaires est égal à six.

Tous les relevés expérimentaux, dont la figure 22b donne un exemple, vérifient bien la linéarité de la caractéristique de tension sur presque toute sa longueur. Les écarts par rapport à la courbe théorique sont facilement justifiables par les effets des résistances et de la chute de tension interne des diodes. On vérifie aussi que les conditions expérimentales, sans faire varier la valeur du courant de court-circuit, modifient notablement l'allure de la courbe relevée au voisinage du point correspondant à ce courant.

I.3.3. Nombre de phases impair. Caractéristique de tension

Comme dans le cas où l'angle de commutation α n'excédait pas $\frac{\pi}{q}$, les réactances $N_2 \omega$ interviennent tant dans l'inversion du courant dans les enroulements en court-circuit que dans les variations de la répartition du courant continu I_c entre les deux voies formées par les enroulements non court-circuités.

Il est commode de tracer, comme dans le cas d'un nombre pair de phases, un diagramme des conductions (fig.23). Toutefois il n'est plus possible de graduer une fois pour toutes l'axe des temps. En effet, si les diodes successives entrent toujours en conduction avec des intervalles de temps égaux, à cause des variations du courant dans les enroulements non commutés, il n'est plus certain que les diodes deviennent passantes dès que la tension secondaire de même indice devient positive (redresseurs de la série $D'_1, D'_2 \dots D'_q$)

Pendant un $q^{\text{ième}}$ de la période T , entre l'instant t_1 où la diode D_1 devient conductrice et l'instant $t_1 + \frac{T}{q}$ par exemple, le diagramme de la figure 23 permet de dresser la liste des diodes conductrices et des phases secondaires, repérées par leur rang, mises en court-circuit.

Si $2j \frac{\pi}{q} < \alpha < (2j+1) \frac{\pi}{q}$, (j nombre entier positif ou nul)

pour $t_1 < t < t_1 + \frac{\alpha - 2j \frac{T}{2q}}{\omega}$: $D_1, D_q \dots D_{q-j}$ et $D'_{\frac{q+1}{2}}, D'_{\frac{q-1}{2}} \dots D'_{\frac{q+1-2j}{2}}$ cond.;
 $1, q \dots q-j+1$ et $\frac{q+1}{2}, \frac{q-1}{2} \dots \frac{q+3-2j}{2}$ en c.-c.

pour $t_1 + \frac{\alpha - 2j \frac{T}{2q}}{\omega} < t < t_1 + \frac{T}{2q}$: $D_1, D_q \dots D_{q-j+1}$ et $D'_{\frac{q+1}{2}}, D'_{\frac{q-1}{2}} \dots D'_{\frac{q+1-2j}{2}}$ cond.;
 $1, q \dots q-j+2$ et $\frac{q+1}{2}, \frac{q-1}{2}, \dots \frac{q+3-2j}{2}$ en c.-c.

pour $t_1 + \frac{T}{2q} < t < t_1 + \frac{\alpha - (2j-1) \frac{T}{2q}}{\omega}$: $D_1, D_q \dots D_{q-j+1}$ et $D'_{\frac{q+3}{2}}, D'_{\frac{q+1}{2}} \dots D'_{\frac{q+1-2j}{2}}$ cond.;
 $1, q \dots q-j+2$ et $\frac{q+3}{2}, \frac{q+1}{2}, \dots \frac{q+3-2j}{2}$ en c.-c.

pour $t_i + \frac{\alpha}{\omega} - (2j+1)\frac{T}{2q} < t < t_i + \frac{T}{q}$: $D_1, D_q \dots D_{q-j+1}$ et $D'_{\frac{q+3}{2}}, D'_{\frac{q+1}{2}} \dots D'_{\frac{q+3-2j}{2}}$ cond.;
 $1, q \dots q-j+2$ et $\frac{q+3}{2}, \frac{q+1}{2} \dots \frac{q+3-2j}{2}$ en c.c.t.

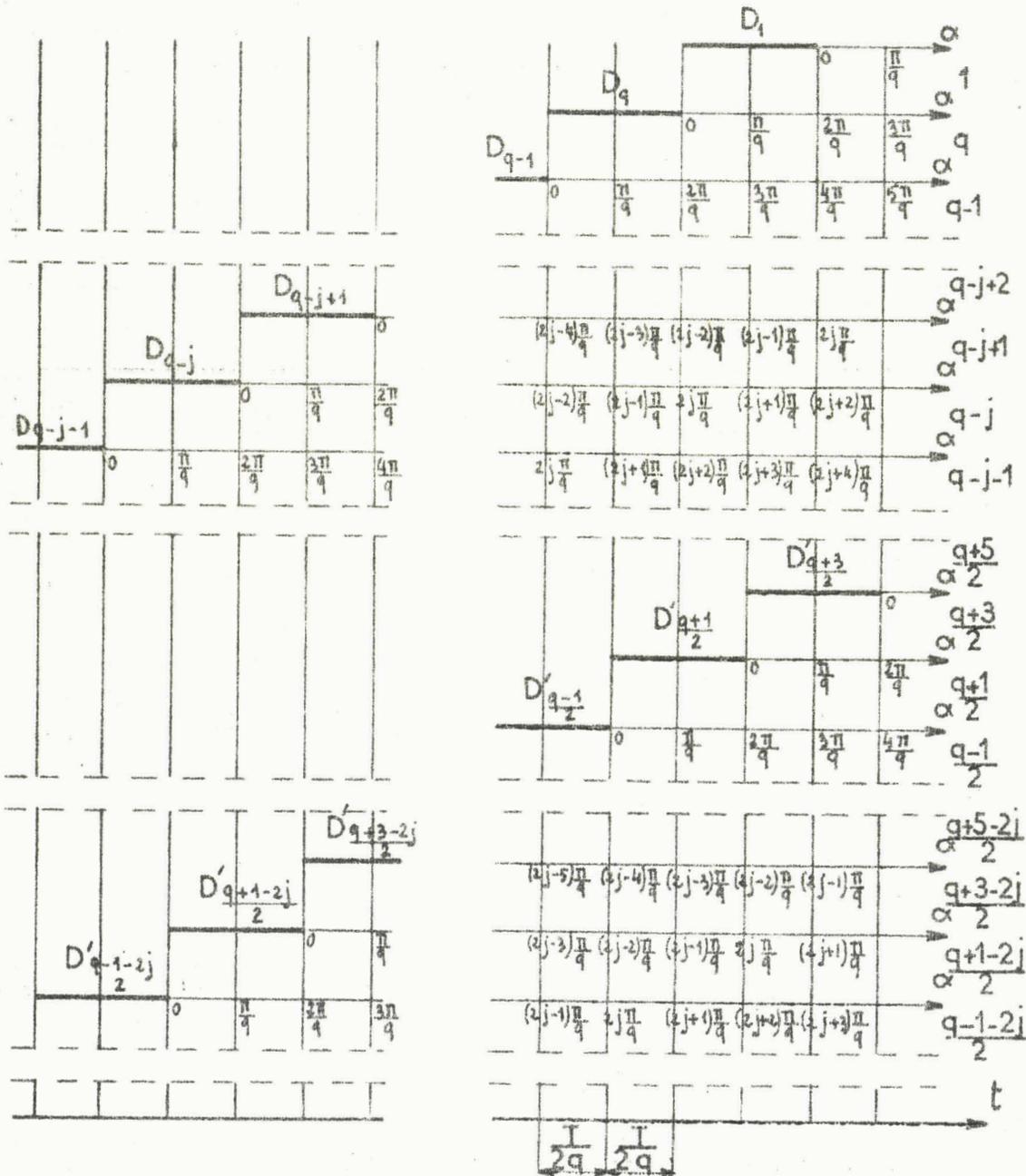


Fig. 23 - Diagramme des conductions dans le cas où q est impair, donnant en fonction de l'angle α l'intervalle de conduction des diodes et le rang de l'enroulement que le débit simultané de deux diodes consécutives met en court-circuit

Si $(2j+1)\frac{\pi}{q} < \alpha < (2j+2)\frac{\pi}{q}$,

pour $t_i < t < t_i + \frac{\alpha}{\omega} - (2j+1)\frac{T}{2q}$: $D_1, D_q \dots D_{q-j}$ et $D'_{\frac{q+1}{2}}, D'_{\frac{q-1}{2}} \dots D'_{\frac{q+1-2j}{2}}$ conducteur
 $1, q \dots q-j+1$ et $\frac{q+1}{2}, \frac{q-1}{2} \dots \frac{q+1-2j}{2}$ en court-circ.t.

pour $t_1 + \frac{\alpha}{\omega} - (2j+1)\frac{T}{2q} < t < t_1 + \frac{T}{2q}$: $D_1, D_q \dots D_{q-j}$ et $D'_{\frac{q+1}{2}}, D'_{\frac{q-1}{2}} \dots D'_{\frac{q+1-2j}{2}}$ conduct.;
 $1, q, \dots q-j+1$ et $\frac{q+1}{2}, \frac{q-1}{2} \dots \frac{q+3-2j}{2}$ en c.t.c.

pour $t_1 + \frac{T}{2q} < t < t_1 + \frac{\alpha}{\omega} - 2j\frac{T}{2q}$: $D_1, D_q \dots D_{q-j}$ et $D'_{\frac{q+3}{2}}, D'_{\frac{q+1}{2}} \dots D'_{\frac{q+1-2j}{2}}$ conduct.
 $1, q, \dots q-j+1$ et $\frac{q+3}{2}, \frac{q+1}{2} \dots \frac{q+3-2j}{2}$ en c.t.c.

pour $t_1 + \frac{\alpha}{\omega} - 2j\frac{T}{2q} < t < t_1 + \frac{T}{q}$: $D_1, D_q \dots D_{q-j+1}$ et $D'_{\frac{q+3}{2}}, D'_{\frac{q+1}{2}} \dots D'_{\frac{q+1-2j}{2}}$ conduct.;
 $1, q, \dots q-j+2$ et $\frac{q+3}{2}, \frac{q+1}{2} \dots \frac{q+3-2j}{2}$ en c.t.c.

Il convient de distinguer le cas où l'angle α est compris entre $2j\frac{\pi}{q}$ et $(2j+1)\frac{\pi}{q}$ de celui où il est compris entre $(2j+1)\frac{\pi}{q}$ et $(2j+2)\frac{\pi}{q}$ car les relations obtenues sont différentes.

I.3.3.1. Etude du fonctionnement pour $2j\frac{\pi}{q} < \alpha < (2j+1)\frac{\pi}{q}$.

Les schémas de la figure 24 représentent le montage redresseur à l'instant qui précède le début du court-circuit de l'enroulement secondaire de rang 1, puis durant les quatre premières étapes de ce court-circuit qui correspondent à un $q^{\text{ième}}$ de la période T , enfin à l'instant où la commutation de cet enroulement vient de se terminer.

A l'instant $t = t_1 - \varepsilon$, où la diode D_1 va devenir conductrice (fig.24a), deux groupes de j enroulements numérotés de $q-j+1$ à q et de $\frac{q+3-2j}{2}$ à $\frac{q+1}{2}$ sont en court-circuit. Les deux voies offertes au passage du courant I_c comptent l'une $\frac{q-1-2j}{2}$ phases, parcourues par i_c , l'autre $\frac{q+1-2j}{2}$ phases parcourues par i'_c . Le courant dans l'enroulement 1 à l'instant où il entre en commutation est donc

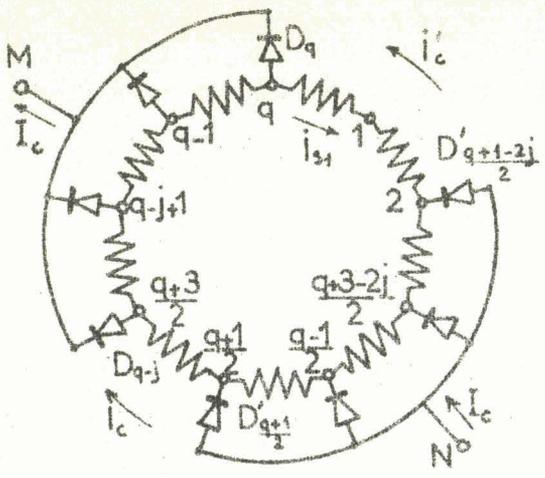
$$(i_{s1})_{t_1} = - (i'_c)_{t_1} \quad (26)$$

Durant l'intervalle $t_1, t_1 + \frac{\alpha}{\omega} - 2j\frac{T}{2q}$ (fig.24b) qui débute avec la fermeture du court-circuit de la phase 1 et se termine par l'ouverture de celui de l'enroulement $q-j+1$, les deux voies permettant le passage du courant I_c comptent chacune $\frac{q-1-2j}{2}$ phases secondaires.

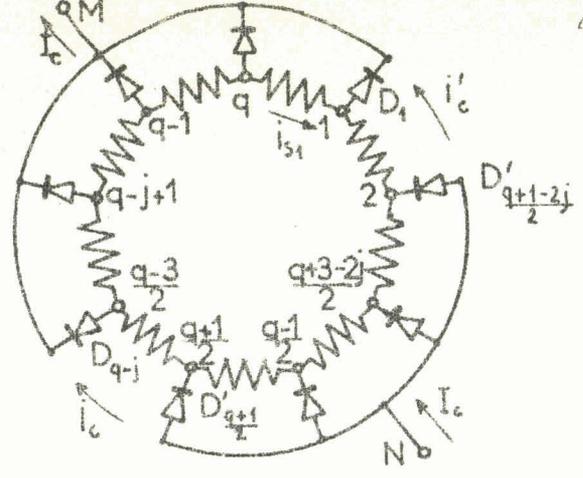
L'intervalle $t_1 + \frac{\alpha}{\omega} - 2j\frac{T}{2q}, t_1 + \frac{T}{2q}$ (fig.24c) voit le courant i_c parcourir $\frac{q+1-2j}{2}$ enroulements, le courant i'_c seulement $\frac{q-1-2j}{2}$.

Entre l'instant $t = t_1 + \frac{T}{2q}$ caractérisé par l'entrée en court-circuit de la phase $\frac{q+3}{2}$ et celui $t = t_1 + \frac{\alpha}{\omega} - (2j-1)\frac{T}{2q}$ où la diode D'_{q+1-2j} se bloque (fig.24d), les courants i_c et i'_c traversent chacun $\frac{q-1-2j}{2}$ enroulements.

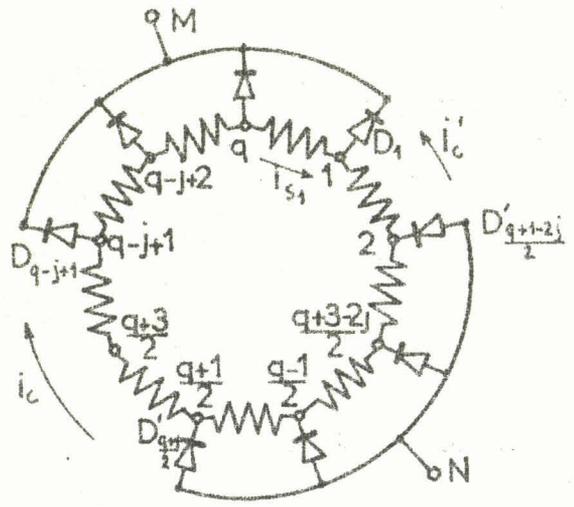
L'intervalle $t_1 + \frac{\alpha}{\omega} - (2j+1)\frac{T}{2q}, t_1 + \frac{T}{q}$ (fig.24e) se termine lorsque la diode D_2 devient conductrice. Il trouve le montage présentant la même configuration qu'à l'instant $t = t_1 - \varepsilon$ à l'accroissement d'une unité de tous les indices près.



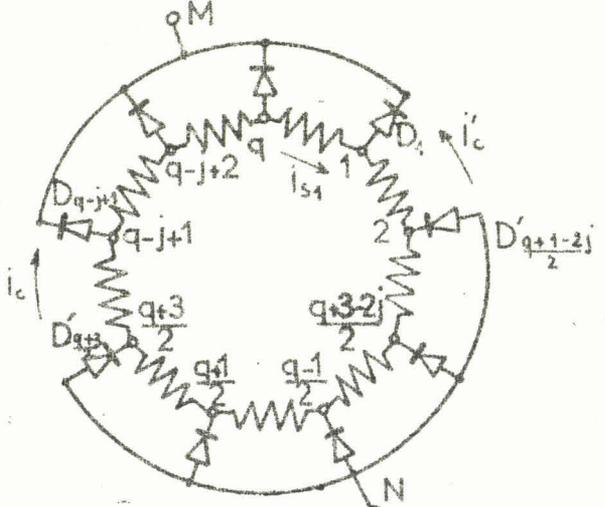
a) $t = t_1 - \epsilon$



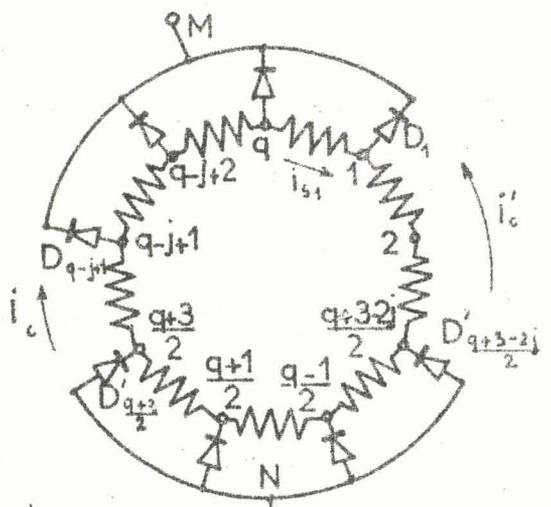
b) $t_1 < t < t_1 + \frac{\alpha + 2j}{\omega} \frac{T}{2q}$



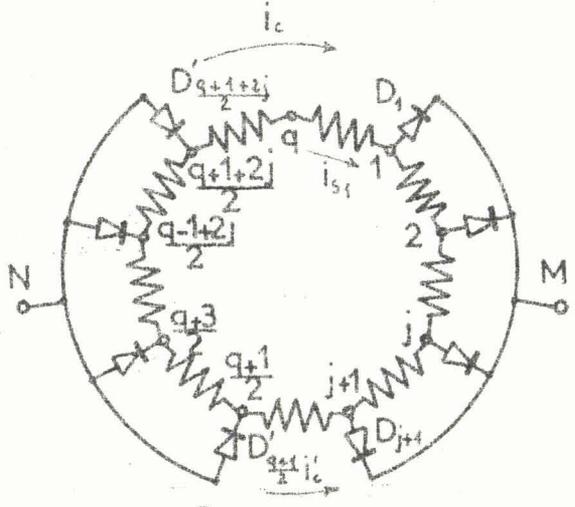
c) $t_1 + \frac{\alpha}{\omega} + 2j \frac{T}{2q} < t < t_1 + \frac{T}{2q}$



d) $t_1 - \frac{T}{2q} < t < t_1 + \frac{\alpha}{\omega} - (2j-1) \frac{T}{2q}$



e) $t_1 + \frac{\alpha}{\omega} - (2j+1) \frac{T}{2q} < t < t_1 + \frac{T}{q}$



f) $t = t_1 + \frac{\alpha}{\omega} + \epsilon$

Fig.24 - Nombre de phases impair. $2j \pi/q < \alpha \leq (2j+1) \pi/q$.
 Représentation schématique du montage au début et à la fin de la conduction de l'enroulement 1, ainsi lors des quatre premières étapes intermédiaires. (seules les diodes conductrices sont figurées)
 Les schémas correspondent à $q = 9$ et $j = 3$.

L'instant $t = t_1 + \frac{\alpha}{\omega}$ marque la fin du court-circuit de la phase 1 (fig.24f). A l'augmentation de j de tous les indices près, le schéma du montage est le même qu'à l'instant $t = t_1 + \frac{\alpha}{\omega} - 2j \frac{T}{2q}$. Le courant i_{s1} a donc pour valeur, en fin de commutation,

$$(i_{s1})_{t_1 + \frac{\alpha}{\omega}} = (i_c)_{t_1 + \frac{\alpha}{\omega}} = I_c - (i'_c)_{t_1 + \frac{\alpha}{\omega} - 2j \frac{T}{2q}} \quad (27)$$

Expressions successives et forme d'onde de la tension redressée.

L'identité des deux expressions de la tension redressée comptée suivant les deux voies offertes au courant I_c donne, pour l'intervalle $t_1, t_1 + \frac{\alpha}{\omega} - 2j \frac{T}{2q}$,

$$\begin{aligned} u_c &= v_{\frac{q+3}{2}} + \dots + v_{q-j} - \left(\frac{q-1-2j}{2}\right) N_2 \frac{di_c}{dt}, \\ &= v_2 - \dots - v_{\frac{q+1-2j}{2}} - \left(\frac{q-1-2j}{2}\right) N_2 \frac{di'_c}{dt}. \end{aligned}$$

La constance du courant I_c entraîne l'égalité des deux dérivées $-\frac{di_c}{dt}$ et $\frac{di'_c}{dt}$. D'où la valeur de cette dernière, durant l'intervalle considéré,

$$\frac{di'_c}{dt} = -\frac{1}{(q-1-2j)N_2} (v_{\frac{q+3}{2}} \dots + v_{q-j} + v_2 + \dots + v_{\frac{q+1-2j}{2}}). \quad (28)$$

L'élimination des dérivées permet d'exprimer la tension redressée u_c en fonction des seules tensions secondaires. En procédant ainsi pour les quatre intervalles situés entre les instants $t = t_1$ et $t = t_1 + \frac{T}{q}$, on trouve comme expressions successives de u_c :

$$\text{pour } t_1 < t < t_1 + \frac{\alpha}{\omega} - 2j \frac{T}{2q},$$

$$u_c = -v_2 \dots - v_{\frac{q+1-2j}{2}} + \frac{1}{2} (v_{\frac{q+3}{2}} \dots + v_{q-j} + v_2 \dots + v_{\frac{q+1-2j}{2}}), \quad (29)$$

$$\text{pour } t_1 + \frac{\alpha}{\omega} - 2j \frac{T}{2q} < t < t_1 + \frac{T}{2q},$$

$$u_c = -v_2 \dots + v_{\frac{q+1-2j}{2}} + \frac{q-1-2j}{2(q-2j)} (v_{\frac{q+3}{2}} \dots + v_{q-j+1} + v_2 \dots + v_{\frac{q+1-2j}{2}}), \quad (30)$$

$$\text{pour } t_1 + \frac{T}{2q} < t < t_1 + \frac{\alpha}{\omega} - (2j-1) \frac{T}{2q},$$

$$u_c = v_{\frac{q+5}{2}} \dots + v_{q-j+1} + \frac{1}{2} (-v_2 \dots - v_{\frac{q+1-2j}{2}} - v_{\frac{q+5}{2}} \dots - v_{q-j+1}), \quad (31)$$

$$\text{pour } t_1 + \frac{\alpha}{\omega} - (2j-1) \frac{T}{2q} < t < t_1 + \frac{T}{q},$$

$$u_c = v_{\frac{q+5}{2}} \dots + v_{q-j+1} + \frac{q-1-2j}{2(q-2j)} (-v_2 \dots - v_{\frac{q+3-2j}{2}} - v_{\frac{q+5}{2}} \dots - v_{q-j+1}), \quad (32)$$

La tension redressée, formée de portions de sinusoides, a une période égale à $\frac{T}{2q}$. En effet tous les termes de la relation (31) sont $\frac{T}{2q}$ décalés de $\frac{T}{q}$ par rapport aux termes correspondants de l'expression (29). De même la relation (32) se déduit terme à terme de la relation (30) au retard de $\frac{T}{2q}$ près.

Les deux éléments de sinusoides qui constituent l'onde de tension u_c durant chacune de ses périodes se joignent sans présenter de discontinuité aux instants $t = t_1 + K \frac{T}{2q}$, K étant un nombre entier positif ou nul. En effet ces instants sont caractérisés par l'entrée en

conduction d'une nouvelle diode, or celle-ci ne devient passante que lorsque la tension aux bornes de l'enroulement secondaire, mis en court-circuit du fait de cette conduction, est nulle. Au contraire, l'instant $t_1 + \frac{\alpha}{\omega} K \frac{\pi}{2q}$ correspondant au blocage d'un redresseur, peut être marqué par une discontinuité de la tension redressée.

Détermination de l'instant t_1

La continuité de la tension u_c à l'instant $t = t_1 + \frac{\pi}{2q}$ permet de déduire des relations (30) et (31)

$$(q-2j)(v_{\frac{q+3}{2}})_{t_1 + \frac{\pi}{2q}} = (v_{\frac{q+3}{2}} + \dots + v_{q-j+1} + v_2 \dots + v_{\frac{q+1-2j}{2}})_{t_1 + \frac{\pi}{2q}}$$

L'instant t_1 est donc caractérisé par l'égalité

$$\sin \omega t_1 = - \frac{1}{q-2j} \frac{\sin j \frac{\pi}{q}}{\cos \frac{\pi}{2q}} \cos \left[\omega t_1 + (2j+1) \frac{\pi}{2q} \right]. \quad (33)$$

Pour chaque valeur de j on peut donc calculer la valeur de t_1 par la relation

$$\operatorname{tg} \omega t_1 = - \frac{\sin j \frac{\pi}{q} \cos (2j+1) \frac{\pi}{2q}}{(q-1-2j) \cos \frac{\pi}{2q} + \cos j \frac{\pi}{q} \cos (2j+1) \frac{\pi}{2q}}. \quad (34)$$

Ce n'est que pour les valeurs faibles de l'angle d'empiètement ($j=0, \alpha < \frac{\pi}{q}$) que la diode D_1 devient conductrice à l'instant $t = 0$ où la tension v_1 devient positive. Pour les valeurs plus fortes de cet angle, t_1 est négatif l'avance à l'entrée en conduction des diodes est constante pour chaque valeur de j .

Valeur de l'angle de commutation α .

Durant l'intervalle $t_1, t_1 + \frac{\alpha}{\omega}$, l'enroulement secondaire de rang 1 étant en court-circuit, son courant varie suivant la relation

$$N_2 \frac{di_{s1}}{dt} = V_m \sin \omega t.$$

Puisqu'il ne peut subir de discontinuité, les valeurs de i_{s1} en début et en fin de commutation sont liées par

$$(i_{s1})_{t_1 + \frac{\alpha}{\omega}} = (i_{s1})_{t_1} - \frac{V_m}{N_2 \omega} \left[\cos (\omega t_1 + \alpha) - \cos \omega t_1 \right].$$

Des relations (26) et (27) on déduit

$$(i'_c)_{t_1 + \frac{\alpha}{\omega} - 2j \frac{\pi}{2q}} - (i'_c)_{t_1} = I_c + \frac{V_m}{N_2 \omega} \left[\cos (\omega t_1 + \alpha) - \cos \omega t_1 \right] \quad (35)$$

L'expression de la dérivée du courant i'_c [relation (28)] entre les instants $t = t_1$ et $t = t_1 + \frac{\alpha}{\omega} - 2j \frac{\pi}{2q}$ permet de calculer sa variation durant cet intervalle

$$(i'_c)_{t_1 + \frac{\alpha}{\omega} - 2j \frac{\pi}{2q}} - (i'_c)_{t_1} = \int_{t_1}^{t_1 + \frac{\alpha}{\omega} - 2j \frac{\pi}{2q}} \frac{1}{(q-1-2j)N_2} (v_{\frac{q+3}{2}} \dots + v_{q-j} + v_2 \dots + v_{\frac{q+1-2j}{2}}) dt.$$

$$= \frac{V_m}{N_2 \omega (q-1-2j)} \frac{\cos (2j+1) \frac{\pi}{2q}}{\cos \frac{\pi}{2q}} \left[\cos (\omega t_1 + \alpha - j \frac{\pi}{q}) - \cos (\omega t_1 + j \frac{\pi}{q}) \right]$$

En reportant dans la relation (35), il vient

$$\cos (\omega t_1 + \alpha) - \cos \omega t_1 + \frac{1}{q-1-2j} \frac{\cos (2j+1) \frac{\pi}{2q}}{\cos \frac{\pi}{2q}} \left[\cos (\omega t_1 + \alpha - j \frac{\pi}{q}) - \cos (\omega t_1 + j \frac{\pi}{q}) \right] = - \frac{N_2 \omega I_c}{V_m}. \quad (36)$$

Après simplification et compte tenu de la relation (33), on trouve

$$1 - \cos(2\omega t_1 + \alpha) = \frac{N_2 \omega I_c}{V_m} \frac{\sin(\omega t_1 + j \frac{\pi}{q})}{\sin j \frac{\pi}{q}} \quad (37)$$

Pour chaque valeur de j , l'angle ωt_1 étant connu, cette égalité permet de suivre l'augmentation de l'angle d'empiètement α en fonction de celle du courant redressé I_c

Valeur de la tension redressée U_c

La tension redressée, de période $\frac{T}{2q}$, a pour valeur moyenne

$$U_c = \frac{2q}{T} \int_{t_1}^{t_1 + \frac{\alpha}{\omega} - 2j \frac{T}{2q}} \frac{1}{2} (v_{\frac{q+3}{2}} \dots + v_{q-j}) dt - \frac{1}{2} (v_2 \dots + v_{\frac{q+1-2j}{2}}) dt$$

$$+ \frac{2q}{T} \int_{t_1 + \frac{\alpha}{\omega} - 2j \frac{T}{2q}}^{t_1 + \frac{T}{2q}} \frac{q-1-2j}{q-2j} (v_{\frac{q+3}{2}} \dots + v_{q-j+1}) dt - \frac{q+1-2j}{2(q-2j)} (v_2 \dots + v_{\frac{q+1-2j}{2}}) dt.$$

Ce calcul mené en tenant compte des relations (33) et (36) donne

$$U_c = \frac{q}{\pi} V_m \left\{ \cos \omega t_1 + \sin \omega t_1 \operatorname{tg} \left(\omega t_1 + (2j+1) \frac{\pi}{2q} \right) \right\} - \frac{q}{2\pi} N_2 \omega I_c \left(1 - \frac{1}{q-2j} \right). \quad (38)$$

A chaque valeur de j correspond, sur la caractéristique de tension, un segment rectiligne de pente négative d'autant plus faible que j est plus grand.

1.3.3.2. Etude du fonctionnement pour $(2j+1) \frac{\pi}{q} < \alpha < (2j+2) \frac{\pi}{q}$.

L'application au cas où l'angle d'empiètement α est compris entre $(2j+1) \frac{\pi}{q}$ et $(2j+2) \frac{\pi}{q}$ de la méthode d'étude indiquée pour $2j \frac{\pi}{q} < \alpha < (2j+1) \frac{\pi}{q}$ conduit aux relations suivantes :

$$\operatorname{tg} \omega t_1 = \frac{\sin(j+1) \frac{\pi}{q} \cos(2j+1) \frac{\pi}{q}}{\cos(j+1) \frac{\pi}{q} \cos(2j+1) \frac{\pi}{2q} - (q-1-2j) \cos \frac{\pi}{2q}}, \quad (34')$$

$$1 - \cos(2\omega t_1 + \alpha) = \frac{N_2 \omega I_c}{V_m} \frac{\sin[\omega t_1 + (j+1) \frac{\pi}{q}]}{\sin(j+1) \frac{\pi}{q}}, \quad (37')$$

$$U_c = \frac{q-1-2j}{q-2-2j} \left\{ \frac{q}{\pi} V_m \frac{\sin(j+1) \frac{\pi}{q}}{\sin[\omega t_1 + (j+1) \frac{\pi}{q}]} - \frac{q}{2\pi} N_2 \omega I_c \right\}. \quad (38')$$

Les deux séries de relations (34), (37), (38) et (34'), (37'), (38') ne sont applicables que tant que l'angle α est inférieur à $\pi - \frac{2\pi}{q}$, donc pour j compris entre 0 et $\frac{q-2}{2}$. Elles donnent $q-2$ segments linéaires possibles de la caractéristique totale de tension. Le tracé de la fin de celle-ci, entre l'extrémité du dernier segment et le point de court-circuit, fait appel à la notion de "zone à empiètement constant" signalée à propos des montages à nombre pair de phases.

I.3.3.3. Application aux montages usuels. Vérifications

Pour le montage à trois phases secondaires, l'étude précédente ne présente guère d'intérêt car elle ne permet de tracer la caractéristique de tension que pour α variant entre 0 et $\frac{\pi}{2}$. Or ce segment linéaire était déjà donné par la relation (17') ; il relie le point à vide $(U_{c0} = \frac{2}{\pi} V_m, I_c = 0)$ au point $(U_c = \frac{2}{4} U_{c0}, I_c = \frac{2}{4} \frac{V_m}{N_2 \omega})$. La zone dite à empiètement constant, entre ce dernier et le point en court-circuit $(U_c = 0, I_c = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} \frac{V_m}{N_2 \omega})$ est donc pour ce montage particulièrement importante.

M. Demontvignier⁽⁵⁾ a étudié le tracé complet de la caractéristique de tension du seul montage qui alimenté à partir d'un réseau triphasé et fonctionnant en commutation parallèle double présente des performances intéressantes, le montage à trois phases secondaires.

Si l'on étudie par la même méthode et en adoptant les mêmes hypothèses le montage à commutation série et si l'on prend des valeurs de V_m et de $N_2 \omega$ donnant la même tension à vide U_{c0} et le même courant de court-circuit $I_{c,cc}$, la caractéristique de tension est confondue sur toute sa longueur avec celle du montage à commutation parallèle double.

Pour vérifier cette identité, particulièrement importante, car, comme nous le verrons ultérieurement, on est souvent amené à mettre en parallèle ces deux montages redresseurs, nous avons réalisé un transformateur triphasé à deux secondaires ayant même encombrement et même position par rapport au primaire, l'un étant couplé en étoile, l'autre en triangle comptant $\sqrt{3}$ fois plus de spires mais de section $\sqrt{3}$ fois moindre. Les caractéristiques de tension redressée obtenues à partir de chacun des secondaires sont pratiquement confondues sur toute leur longueur. De même on vérifie que lorsque les deux montages redresseurs, mis en parallèle grâce à une bobine interphase, débitent sur un même récepteur ils se partagent bien par moitié le courant continu total et cela depuis les faibles charges jusqu'au court-circuit.

Pour le montage à neuf phases secondaires, les relations (34), (37), (38) donnent quatre segments possibles de la caractéristique totale de tension, celles repérées par (34'), (37') et (38') en donnent trois ; l'expression (23) permet en outre de calculer le courant de court-circuit. Les valeurs du courant I_c et de la tension U_c pour chacune des extrémités de ces sept segments linéaires sont groupées dans le tableau I. Au-dessus du tiret reliant les coordonnées des deux points qui limitent la même portion de la caractéristique, on a indiqué la valeur de l'angle ωt_1 correspondant à ce mode de fonctionnement.

α	0	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°		c.c.			
U_c/U_{c0}	1	0,97	0,89	-2°30'	0,77	0,61	-5°20'	0,46	0,27	-7°50'	0,16	0	-20°
$I_c/\frac{V_m}{N_2\omega}$	0	0,068	0,20		0,48	0,73		1,12	1,37		1,71	1,97	
U_c/U_{c0}		0,96	2°50'	0,86	0,705	6°	0,52	0,33	9°	0,15			
$I_c/\frac{V_m}{N_2\omega}$		0,078		0,26	0,62		0,93	1,36		1,62			

Tableau I - Montage redresseur à 9 phases secondaires. Coordonnées des extrémités des sept segments linéaires de la caractéristique de tension.

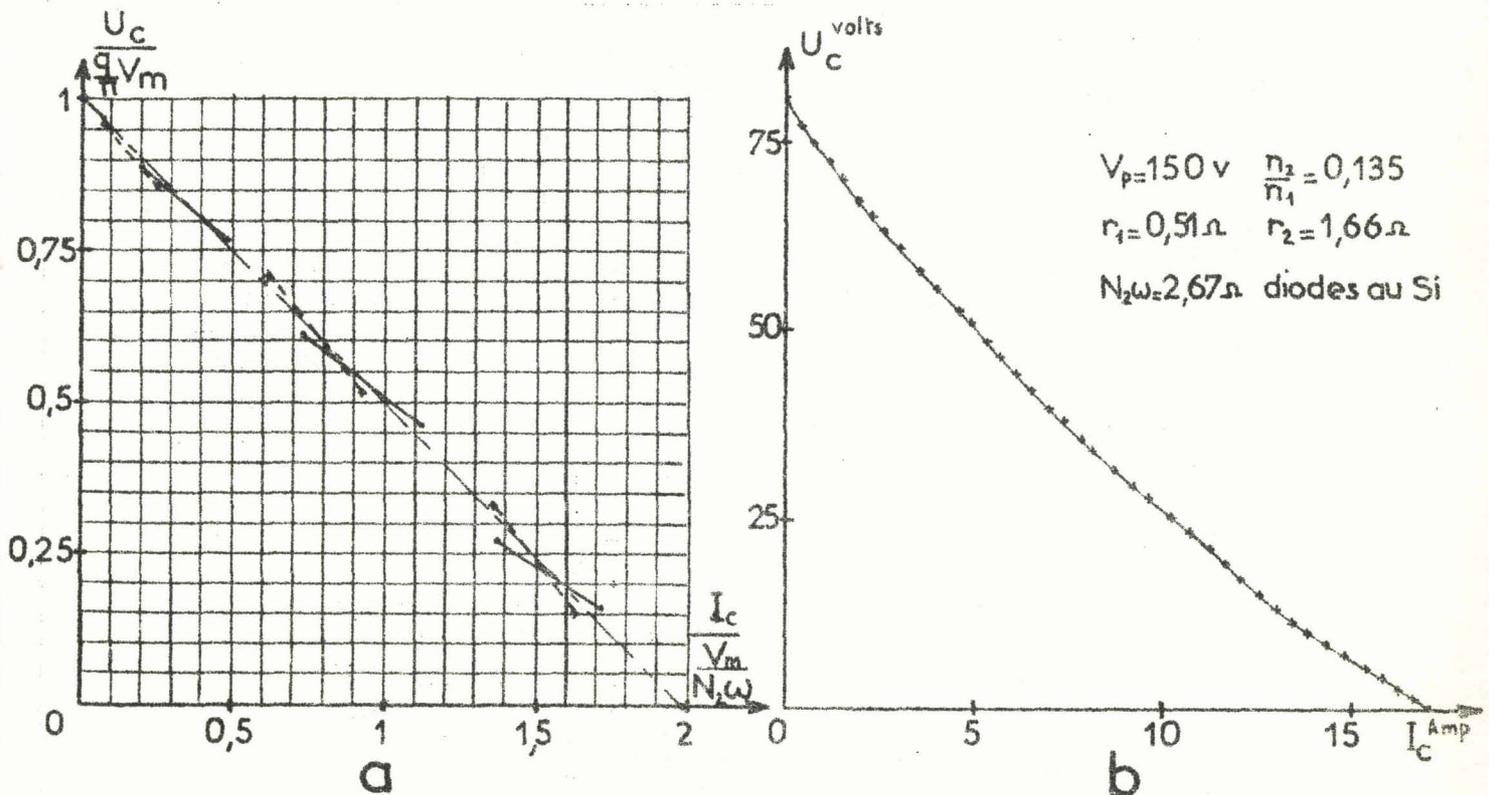


Fig. 25 - Caractéristique totale de tension du montage à neuf phases.

- a) caractéristique théorique
 b) exemple de relevé expérimental.

La figure 25a donne la caractéristique de tension telle qu'on la déduit des résultats du tableau I. Les segments en traits pleins correspondent aux modes de fonctionnement pour lesquels l'angle α est compris entre $2j \frac{\pi}{q}$ et $(2j+1) \frac{\pi}{q}$, ceux en traits interrompus aux modes

de fonctionnement pour lesquels $(2j+1)\frac{\pi}{q} < \alpha < (2j+2)\frac{\pi}{q}$. On voit que les relations établies ne permettent pas d'obtenir la valeur de la tension U_c pour toutes les valeurs du courant I_c comprises entre zéro et $I_{c,cc}$, qu'au contraire elles donnent deux valeurs possibles de U_c pour certaines plages du courant I_c . On peut enfin remarquer que les divers segments se situent au voisinage de la droite joignant le point à vide au point en court-circuit, droite qui constitue la caractéristique des montages à grand nombre de phases secondaires (1)

Tous les relevés expérimentaux dont la figure 25b donne un exemple mettent en évidence l'allure sensiblement linéaire de la caractéristique réelle.

Les relevés oscillographiques de la forme d'onde des courants et des tensions expliquent la différence entre caractéristiques théorique et réelle. Ils indiquent que, pour certaines valeurs du courant I_c , au cours de chaque période T , l'intervalle de conduction des diodes n'est pas continu

Cela tient aux brusques variations de la tensions inverse des diodes déjà rencontrées aux faibles charges (fig.17): chaque blocage de diode correspond à une discontinuité de la tension redressée u_c et, par là, de la tension aux bornes des redresseurs non conducteurs.

Pour ne pas multiplier les reproductions de relevés oscillographiques, nous nous sommes contenté de reporter sur la figure 26 la portion de la forme d'onde de la tension v_{D_1} voisine de l'instant $t = 0$. Cette tension est formée de tronçons continus de durée $T/18$, une discontinuité apparaît à l'instant du passage d'un tronçon à l'autre qui correspond au blocage d'une diode. Au fur et à mesure que l'angle α croit, ces segments, toujours repérés par les mêmes lettres, se décalent dans le temps. Quand l'un d'eux, situé au-dessus de ceux qui l'entourent, atteint la valeur zéro, la diode D_1 devient conductrice, un bref intervalle de conduction apparaît avant l'intervalle principal. L'augmentation du courant I_c entraîne l'accroissement du premier ; quand il rejoint le second le fonctionnement à conduction continue des diodes est assuré. Il se maintient tant qu'un nouvel accroissement de I_c ne fait pas réapparaître une autre phase à conduction discontinue.

(1) Quand le nombre de phases q tend vers l'infini, les effets de son caractère pair ou impair disparaissent. La relation (24)

$$U_c = \frac{q}{\pi} (V_m - \frac{1}{2} N_2 \omega I_c)$$

donne la totalité de la caractéristique entre le point à vide $(\frac{q}{\pi} V_m, 0)$ et le point en court-circuit $(0, 2V_m/N_2\omega)$.

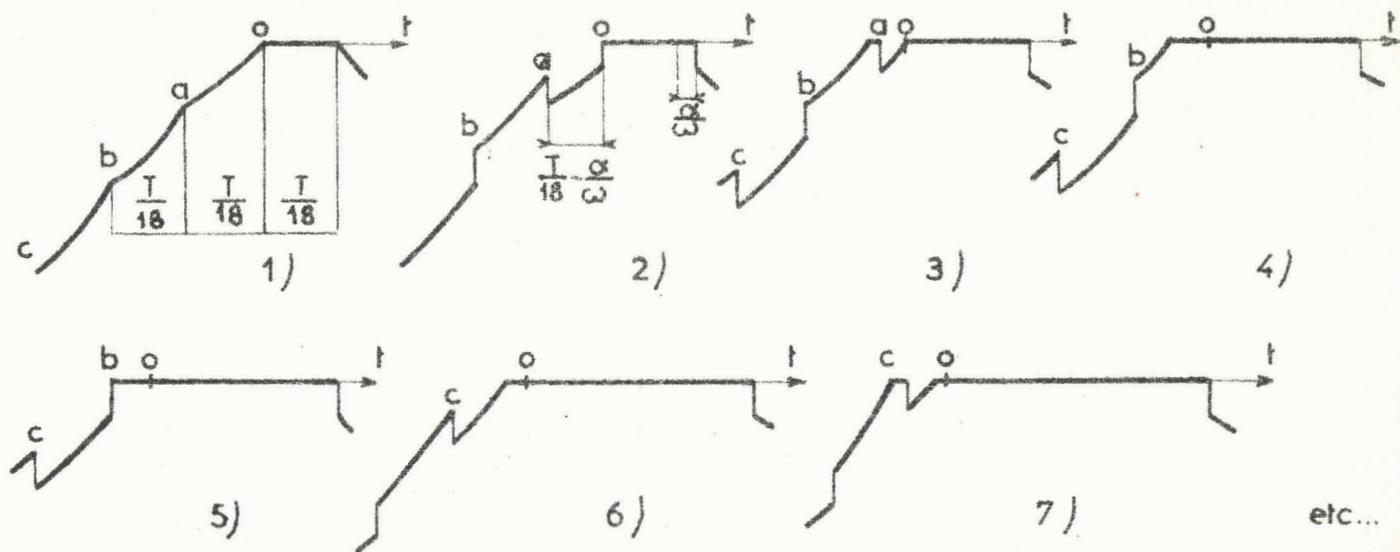


Fig. 26 - Evolution de la forme d'onde de la tension v_{D_1} au fur et à mesure que le courant continu I_c croît. La diode D_1 est conductrice quand v_{D_1} est nul.

La figure 27 montre l'accroissement de l'angle de conduction de la diode D_1 en fonction du courant I_c tel qu'on l'a observé lors du relevé de la caractéristique de la figure 25b

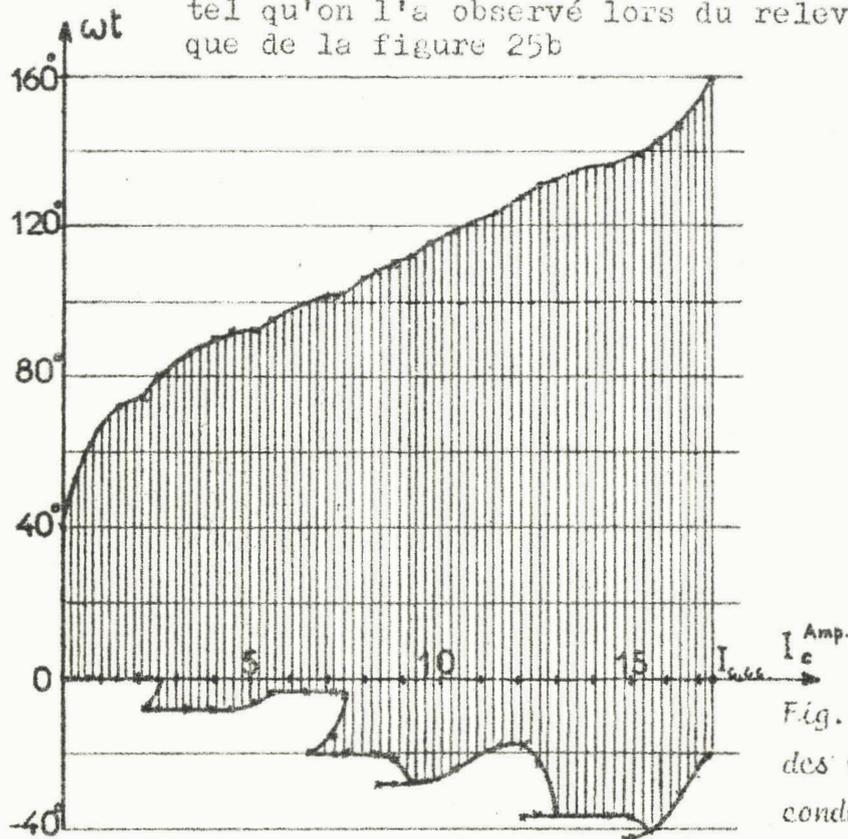


Fig. 27 - Exemple de relevé des variations de l'angle de conduction de la diode D_1 lorsque le courant continu I_c va de zéro à $I_{c,cc}$.

L'hypothèse de la continuité de l'intervalle de conduction des diodes est la seule permettant une étude générale de la caractéristique totale de tension des montages redresseurs. Si dans le cas où le nombre de phases q est pair elle permet de tracer cette caractéristique depuis le point à vide jusqu'au voisinage du court-circuit, lorsque ce nombre est impair elle ne peut donner que des segments non jointifs de cette courbe car pour de nombreuses valeurs du courant la conduction continue des diodes n'est pas vérifiée. Toutefois ces segments suffisent à donner l'allure générale de la caractéristique.

Si au lieu de l'étude générale on s'attachait à celle d'un montage particulier, il faudrait si q est impair, procéder "pas à pas" c'est-à-dire examiner séparément chacun des modes de fonctionnement rencontrés au fur et à mesure que I_C croît. On peut toutefois remarquer que, lorsque le nombre q de phases est élevé, la caractéristique s'éloigne peu de celle correspondant à une valeur infinie de ce nombre, la droite joignant les points à vide et en court-circuit. Pour q égal à 9 cette approximation est déjà acceptable.

Notons enfin que nous avons observé des phénomènes analogues de conduction discontinue des redresseurs pour des montages à commutation parallèle ou parallèle double.

I.4. FONCTIONNEMENT A COMMUTATION RETARDEE

Pour modifier la tension redressée délivrée par un montage redresseur alimenté par des tensions alternatives constantes, on remplace les diodes par des redresseurs à électrode de commande. Ces électrodes permettent de retarder l'instant où chaque redresseur se substitue à celui de la même série qui le précède pour assurer le passage du courant continu I_C .

Si l'on se contente de faire varier la tension redressée entre sa valeur maximale $\frac{q}{\pi} V_m$ et zéro, il suffit de remplacer les q diodes $D_1, D_2 \dots D_q$ de la première série par des redresseurs commandés. Nous n'envisagerons pas ici le cas où, pour pouvoir inverser la tension redressée et passer ainsi du fonctionnement en redresseur à celui en onduleur, les $2q$ redresseurs du montage seraient munis d'électrodes de commande.

Comme pour l'étude du fonctionnement en commutation naturelle (voir § I.1.), nous supposerons que l'inductance du circuit de débit est telle que le courant I_C soit rigoureusement constant. Nous négligerons les diverses causes de chute de tension et le phénomène d'empiètement.

Ici encore il convient de distinguer le cas où le nombre q de phases est pair de celui où il est impair.

I.4.1. Nombre de phases secondaires pair.

Le retard à l'amorçage des redresseurs de la série $D_1, D_2 \dots D_q$ est caractérisé par l'angle ψ . L'intervalle

de conduction de chacun d'eux reste égal à $\frac{T}{q}$ mais débute avec un retard de $\frac{\psi}{\omega}$ par rapport au fonctionnement en commutation naturelle. Ainsi le redresseur D_1 , au lieu de devenir conducteur à l'instant $t = 0$ où la tension $v_1 = V_m \sin \omega t$ devient positive, sera conducteur entre les instants $t = \frac{\psi}{\omega}$ et $t = \frac{\psi}{\omega} + \frac{T}{q}$. Au contraire, chacune des diodes de la série D'_1, D'_2, \dots, D'_q devient passante dès que la tension secondaire de même indice devient négative.

Si $\frac{\psi}{\omega}$ est inférieur à $\frac{T}{q}$,

pour $0 < t < \frac{\psi}{\omega}$, $D'_{\frac{q}{2}+1}$ et D_q sont conducteurs;

pour $\frac{\psi}{\omega} < t < \frac{T}{q}$, $D'_{\frac{q}{2}+1}$ et D_1 sont conducteurs;

pour $\frac{T}{q} < t < \frac{T}{q} + \frac{\psi}{\omega}$, $D'_{\frac{q}{2}+2}$ et D_2 sont conducteurs, etc...

Dans le cas général où $K \frac{T}{q} < \frac{\psi}{\omega} < (K+1) \frac{T}{q}$, K étant un nombre entier positif ou nul,

pour $0 < t < \frac{\psi}{\omega} - K \frac{T}{q}$, $D'_{\frac{q}{2}+1}$ et D_{q-K} sont conducteurs ;

pour $\frac{\psi}{\omega} - K \frac{T}{q} < t < \frac{T}{q}$, $D'_{\frac{q}{2}+1}$ et D_{q-K-1} sont conducteurs ,

I.4.1.1. Forme d'onde et valeur de la tension redressée.

Dans le cas général d'un angle ψ compris entre $K \frac{2\pi}{q}$ et $(K+1) \frac{2\pi}{q}$, la tension redressée u'_c a pour expressions successives :

$$\text{pour } 0 < t < \frac{\psi}{\omega} - K \frac{T}{q}, u'_c = v_{\frac{q}{2}+2} + v_{\frac{q}{2}+3} \dots + v_{q-K}$$

$$u'_c = V_m \frac{\cos(K+1)\frac{\pi}{q}}{\sin \frac{\pi}{q}} \cos(\omega t + K\frac{\pi}{q}). \quad (39)$$

$$\text{pour } \frac{\psi}{\omega} - K \frac{T}{q} < t < \frac{T}{q}, u'_c = v_{\frac{q}{2}+2} + v_{\frac{q}{2}+3} \dots + v_{q-K+1}$$

$$u'_c = V_m \frac{\cos K\frac{\pi}{q}}{\sin \frac{\pi}{q}} \cos[\omega t + (K-1)\frac{\pi}{q}]. \quad (40)$$

$$\text{pour } \frac{T}{q} < t < \frac{\psi}{\omega} - (K-1) \frac{T}{q}, u'_c = v_{\frac{q}{2}+3} + v_{\frac{q}{2}+4} \dots + v_{q-K+1}$$

$$u'_c = V_m \frac{\cos(k+1)\frac{\pi}{q}}{\sin \frac{\pi}{q}} \cos[\omega t + (k+2)\frac{\pi}{q}]. \quad (41)$$

L'identité, au déphasage de $\frac{2\pi}{q}$ près, des expressions (39) et (41) montre que la périodicité de la tension redressée est encore $\frac{T}{q}$. Cette tension est formée à chacune de ses périodes de deux portions de sinusoides ; si elle ne subit pas de discontinuité aux instants, tel $t = \frac{T}{q}$, marqués par l'entrée en conduction d'une diode de la seconde série, elle en présente une quand un redresseur commandé entre en conduction.

Sa valeur moyenne U'_{co} donnée par

$$U'_{co} = \frac{q}{\pi} \frac{V_m}{\sin \frac{\pi}{q}} \left\{ \int_0^{\frac{\psi}{\omega} - K\frac{T}{q}} \cos(k+1)\frac{\pi}{q} \cos(\omega t + \frac{k\pi}{q}) dt + \int_{\frac{\psi}{\omega} - K\frac{T}{q}}^{\frac{T}{q}} \cos k\frac{\pi}{q} \cos[\omega t + (k-1)\frac{\pi}{q}] dt \right\}$$

a pour valeur

$$U'_{co} = \frac{q}{\pi} V_m \frac{1 + \cos \psi}{2}. \quad (42)$$

Quand l'angle ψ croit de 0 à π , la tension redressée varie entre son maximum $\frac{q}{\pi} V_m$ et zéro.

I.4.1.2. Courant et facteur de puissance secondaire.

Durant l'intervalle $0, \frac{\psi}{\omega} - K \frac{T}{q}$, le courant continu I_c se partage, à l'intérieur du polygone formé par les enroulements secondaires, entre deux voies ; l'une comporte $\frac{q}{2} - K - 1$ phases, l'autre $\frac{q}{2} + K + 1$. Si l'on admet que ce partage s'effectue en raison inverse du nombre d'enroulements, le courant est égal à $\frac{I_c}{2} \left[1 + \frac{2(K+1)}{q} \right]$ dans le premier circuit, à $\frac{I_c}{2} \left[1 - \frac{2(K+1)}{q} \right]$ dans l'autre.

De même, pendant l'intervalle $\frac{\psi}{\omega} - \frac{KT}{q}, \frac{T}{q}$, une voie compte $\frac{q}{2} - K$ enroulements secondaires pour lesquels le courant est $\frac{I_c}{2} \left(1 + \frac{2K}{q} \right)$, dans les $\frac{q}{2} + K$ phases formant l'autre voie le courant est $\frac{I_c}{2} \left(1 - \frac{2K}{q} \right)$.

Au cours d'une période T , le courant dans un même enroulement secondaire est égal à

$$\begin{aligned} & \frac{I_c}{2} \left[1 - \frac{2}{q}(K+1) \right] \text{ pendant } \frac{q}{2} + K + 1 \text{ intervalles de durée } \frac{\psi}{\omega} - \frac{KT}{q}, \\ & \frac{I_c}{2} \left[1 + \frac{2}{q}(K+1) \right] \text{ pendant } \frac{q}{2} - K - 1 \text{ intervalles de même durée,} \\ & \frac{I_c}{2} \left(1 - \frac{2K}{q} \right) \text{ pendant } \frac{q}{2} + K \text{ intervalles de durée } (K+1) \frac{T}{q} - \frac{\psi}{\omega}, \\ & \frac{I_c}{2} \left(1 + \frac{2K}{q} \right) \text{ pendant } \frac{q}{2} - K \text{ intervalles de même durée.} \end{aligned}$$

La valeur efficace I'_s des courants secondaires est donc donnée par la relation :

$$I'^2_s = \frac{I_c^2}{4T} \left\{ \left(\frac{\psi}{\omega} - K \frac{T}{q} \right) \left[\left(\frac{q}{2} + K + 1 \right) \left(1 - \frac{2K}{q} - \frac{2}{q} \right)^2 + \left(\frac{q}{2} - K - 1 \right) \left(1 + \frac{2K}{q} - \frac{2}{q} \right)^2 \right] + \left(K \frac{T}{q} + \frac{T}{q} - \frac{\psi}{\omega} \right) \left[\left(\frac{q}{2} + K \right) \left(1 - \frac{2K}{q} \right)^2 + \left(\frac{q}{2} - K \right) \left(1 + \frac{2K}{q} \right)^2 \right] \right\}$$

Cette expression se simplifie pour donner

$$I'_s = \frac{I_c}{2} \sqrt{1 + \frac{4K}{q^2} (K+1) - \frac{2}{q} (2K+1) \frac{\psi}{\pi}} \quad (43)$$

A courant continu I_c donné, le courant secondaire diminue de $\frac{I_c}{2}$ à zéro quand l'angle de retard passe de 0 à π .

La puissance apparente du secondaire du transformateur étant $q \frac{V_m}{\sqrt{2}} I'_s$ et la puissance active débitée $U'_{co} I_c$, le facteur de puissance secondaire a pour valeur

$$f'_s = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{1 + \cos \psi}{\sqrt{1 + \frac{4K}{q^2} (K+1) - \frac{2}{q} (2K+1) \frac{\psi}{\pi}}} \quad (44)$$

Le facteur de puissance f'_s égal à 0,90 pour nul et à zéro pour ψ égal à π est une fonction décroissante de l'angle ψ , mais entre ces deux limites sa valeur est toujours supérieure à celle, $\frac{U'_{co}}{U_c} \times 0,90$, qui correspondrait à un rapport $\frac{I'_s}{I_c}$ constant.

I.4.2. Nombre de phases secondaires impair

Même en commutation naturelle, lorsque le nombre de phases q est impair, les entrées en conduction des redresseurs des deux séries sont décalées de $\frac{T}{2q}$. Lorsqu'on retarde de $\frac{\psi}{\omega}$ l'amorçage des redresseurs de la série $D_1, D_2 \dots D_q$, il faut distinguer le cas où l'on débloque l'un de ces redresseurs moins de $\frac{T}{2q}$ avant l'entrée en conduction d'une diode de la série $D'_1, D'_2 \dots D'_q$ de celui où ce déblocage a lieu moins de $\frac{T}{2q}$ après.

En désignant encore par K un nombre entier positif ou nul,

$$\text{si } 2K \frac{T}{2q} < \frac{\psi}{\omega} < (2K+1) \frac{T}{2q},$$

pour $0 < t < \frac{\psi}{\omega} - 2K \frac{T}{2q}$, D'_{q+1} et D_{q-K} sont conducteurs,

pour $\frac{\psi}{\omega} - 2K \frac{T}{2q} < t < \frac{T}{2q}$, D'_{q+1} et D_{q-K+1} sont conducteurs,

pour $\frac{T}{2q} < t < \frac{T}{q}$, D'_{q+3} et D_{q-K+1} sont conducteurs ;

$$\text{si } (2K+1) \frac{T}{2q} < \frac{\psi}{\omega} < (2K+2) \frac{T}{2q},$$

pour $0 < t < \frac{T}{2q}$, D'_{q+1} et D_{q-K} sont conducteurs,

pour $\frac{T}{2q} < t < \frac{\psi}{\omega} - 2K \frac{T}{2q}$, D'_{q+3} et D_{q-K} sont conducteurs,

pour $\frac{\psi}{\omega} - 2K \frac{T}{2q} < t < \frac{T}{q}$, D'_{q+3} et D_{q-K+1} sont conducteurs.

I.4.2.1. Forme d'onde et valeur de la tension redressée

La tension redressée u_c a maintenant pour période $\frac{T}{q}$, elle est formée de deux portions de sinusoïdes par période. Sa valeur ne subit de discontinuité que lors de l'amorçage d'un redresseur à commutation retardée.

Sa valeur moyenne, calculée dans les deux cas indiqués, soit par

$$U'_{co} = \frac{q}{T} \left\{ \int_0^{\frac{\psi}{\omega} - k \frac{T}{q}} (V_{q+3} \dots + V_{q-k}) dt + \int_{\frac{\psi}{\omega} - k \frac{T}{q}}^{\frac{T}{2q}} (V_{q+3} \dots + V_{q-k+1}) dt + \int_{\frac{T}{2q}}^{\frac{T}{q}} (V_{q+5} \dots + V_{q-k+1}) dt \right\},$$

soit par

$$U'_{co} = \frac{q}{T} \left\{ \int_0^{\frac{T}{2q}} (V_{q+3} \dots + V_{q-k}) dt + \int_{\frac{T}{2q}}^{\frac{\psi}{\omega} - k \frac{T}{q}} (V_{q+5} \dots + V_{q-k}) dt + \int_{\frac{\psi}{\omega} - k \frac{T}{q}}^{\frac{T}{q}} (V_{q+5} \dots + V_{q-k+1}) dt \right\}$$

est toujours égale à

$$U'_{co} = \frac{q}{\pi} V_m \frac{1 + \cos \psi}{2} \quad (42)$$

Malgré la diversité des formes d'ondes, quels que soient le nombre de phases et la valeur de l'angle ψ , la même relation lie à cet angle la tension redressée moyenne.

I.4.2.2. Courant et facteur de puissance secondaire

Le calcul de la valeur efficace I'_s des courants secondaires doit être effectué dans les deux cas signalés précédemment, il conduit d'ailleurs à des relations

différentes.

$$\frac{2K}{2q} \frac{T}{\omega} < \frac{\Psi}{\omega} < (2K+1) \frac{T}{2q}$$

Entre les instants $t = 0$ et $t = \frac{\Psi}{\omega} - K \frac{T}{q}$, $\frac{q-2K-1}{2}$ enroulements secondaires sont parcourus par $\frac{I_c}{2} \frac{q+2K+1}{q}$, les $\frac{q+2K+1}{2}$ autres par $\frac{I_c}{2} \frac{q-2K-1}{q}$.
Il en est de même pour l'intervalle $T/2q$, T/q .
Pour $\frac{\Psi}{\omega} - K \frac{T}{q} < t < \frac{T}{2q}$, $\frac{q-2K+1}{2}$ phases sont traversées par $\frac{I_c}{2} \frac{q+2K-1}{q}$ et $\frac{q+2K-1}{2}$ par $\frac{I_c}{2} \frac{q-2K+1}{2}$.

Au cours d'une période T , chaque enroulement se trouve parcouru par une fraction donnée du courant I_c durant autant d'intervalles qu'il y a de phases traversées par cette fraction du courant total pendant un intervalle donné de la période.

D'où la relation donnant I'_s ,

$$I'_s = \frac{I_c}{2} \sqrt{\left\{ \left(\frac{\Psi}{\omega} - K \frac{T}{q} \right) \left[\frac{q-2K-1}{2} \left(\frac{q+2K+1}{q} \right)^2 + \frac{q+2K+1}{2} \left(\frac{q-2K-1}{q} \right)^2 \right] + \left(\frac{T}{2q} - \frac{\Psi}{\omega} + K \frac{T}{q} \right) \left[\frac{q-2K+1}{2} \left(\frac{q+2K-1}{q} \right)^2 + \frac{q+2K-1}{2} \left(\frac{q-2K+1}{q} \right)^2 \right] \right\}}$$

qui, après simplifications, devient

$$I'_s = \frac{I_c}{2} \sqrt{\frac{q^2 - 1}{q^2} - \frac{4K}{q} \left(\Psi - K \frac{\pi}{q} \right)}. \quad (43')$$

$$\frac{(2K+1) T}{2q} < \frac{\Psi}{\omega} < (2K+2) \frac{T}{2q}$$

En comptant, comme précédemment, le nombre de phases secondaires parcourues par une fraction donnée du courant I_c durant chacun des intervalles de temps, on voit que le courant I_s est donné par la relation

$$I'_s = \frac{I_c}{2} \sqrt{\left\{ \left[\frac{T}{2q} + \frac{T}{q} - \left(\frac{\Psi}{\omega} - K \frac{T}{q} \right) \right] \left[\frac{q-2K-1}{2} \left(\frac{q+2K+1}{q} \right)^2 + \frac{q+2K+1}{2} \left(\frac{q-2K-1}{q} \right)^2 \right] + \left[\left(\frac{\Psi}{\omega} - K \frac{T}{q} \right) - \frac{T}{2q} \right] \left[\frac{q-2K-3}{2} \left(\frac{q+2K+3}{q} \right)^2 + \frac{q+2K+3}{2} \left(\frac{q-2K-3}{q} \right)^2 \right] \right\}}$$

On en déduit

$$I'_s = \frac{I_c}{2} \sqrt{\frac{q^2 - 4K^2 + 3}{q^2} - \frac{4(K+1)}{q} \left(\Psi - 2K \frac{\pi}{q} \right)}. \quad (43'')$$

Les relations (43') et (43'') permettent un tracé continu de la courbe donnant, à courant continu I_c constant, la variation du courant I'_s en fonction de l'angle Ψ . D'abord constante et égale à $\frac{I_c \sqrt{q^2 - 1}}{2q}$ tant que Ψ est égal à $\frac{\pi}{q}$, la valeur de I'_s diminue ensuite pour s'annuler lorsque Ψ égale π .

Ces relations donnent également le moyen de calculer la valeur du facteur de puissance secondaire du transformateur.

Que le nombre de phases soit pair ou impair et quelle que soit sa valeur, le rapport $\frac{I'_c}{I_c}$ et le facteur de puissance f'_s diffèrent peu de ceux que donnerait une valeur infinie de q .

Dans ce cas, le courant I_c sort du polygone par une borne décalée de Ψ par rapport à celle située face à la borne d'entrée. Le courant dans chaque enroulement est égal à $I_c \frac{\pi - \Psi}{2\pi}$ pendant la fraction $\frac{\pi + \Psi}{2\pi}$ de la période T , à $I_c \frac{\pi + \Psi}{2\pi}$ durant le reste de celle-ci. Sa valeur efficace est donnée par la relation

$$I'_s = \frac{I_c}{2} \sqrt{1 - \frac{\Psi^2}{\pi^2}} \quad (44)$$

Le facteur de puissance secondaire est alors

$$f'_s = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{1 + \cos \Psi}{\sqrt{1 - \frac{\Psi^2}{\pi^2}}} \quad (45)$$

Les courbes donnant I'_s en fonction de l'angle Ψ tracées pour q égal à 3, 6, 9 et pour un nombre infini de phases (fig. 28) montrent la légitimité de l'approximation indiquée, même pour 3 phases seulement. Aussi nous n'avons reproduit les courbes $f'_s = f(\Psi)$ que pour q infini ou égal à 3. Quant à la courbe donnant U'_{c0} elle est totalement indépendante de q .

Comme lors du fonctionnement en commutation naturelle, il n'est pas possible d'établir des relations générales donnant la valeur des courants et du facteur de puissance au primaire du transformateur. Il faut traiter chaque montage séparément, en utilisant, si le primaire est triphasé les relations (12), (13) et (14).

Toutefois la diminution des courants secondaires quand, à I_c constant, l'angle de retard Ψ croît entraîne dans tous les cas une réduction simultanée des courants primaires.

La figure 29 montre par exemple, la détermination, à partir des tensions secondaires, de la forme d'onde de la tension redressée u'_c , du courant secondaire i_{s1} et du courant i_{p1} dans l'un des trois enroulements primaires groupés en triangle, d'abord pour $q = 6$ puis pour $q = 3$. Durant chaque intervalle sont indiqués les deux redresseurs qui assurent la conduction.

Le tracé expérimental des courbes donnant la valeur de la tension redressée à vide et celle du courant secondaire à faible charge en fonction de l'angle Ψ a été effectué pour q égal à 3 puis à 6. Les courbes obtenues sont très voisines de celles de la figure 28.

De même, les relevés oscillographiques montrent que les formes d'ondes évoluent bien en fonction de Ψ comme prévu. La figure 30 donne un exemple de relevé effectué en triphasé pour un angle Ψ voisin de 45° .

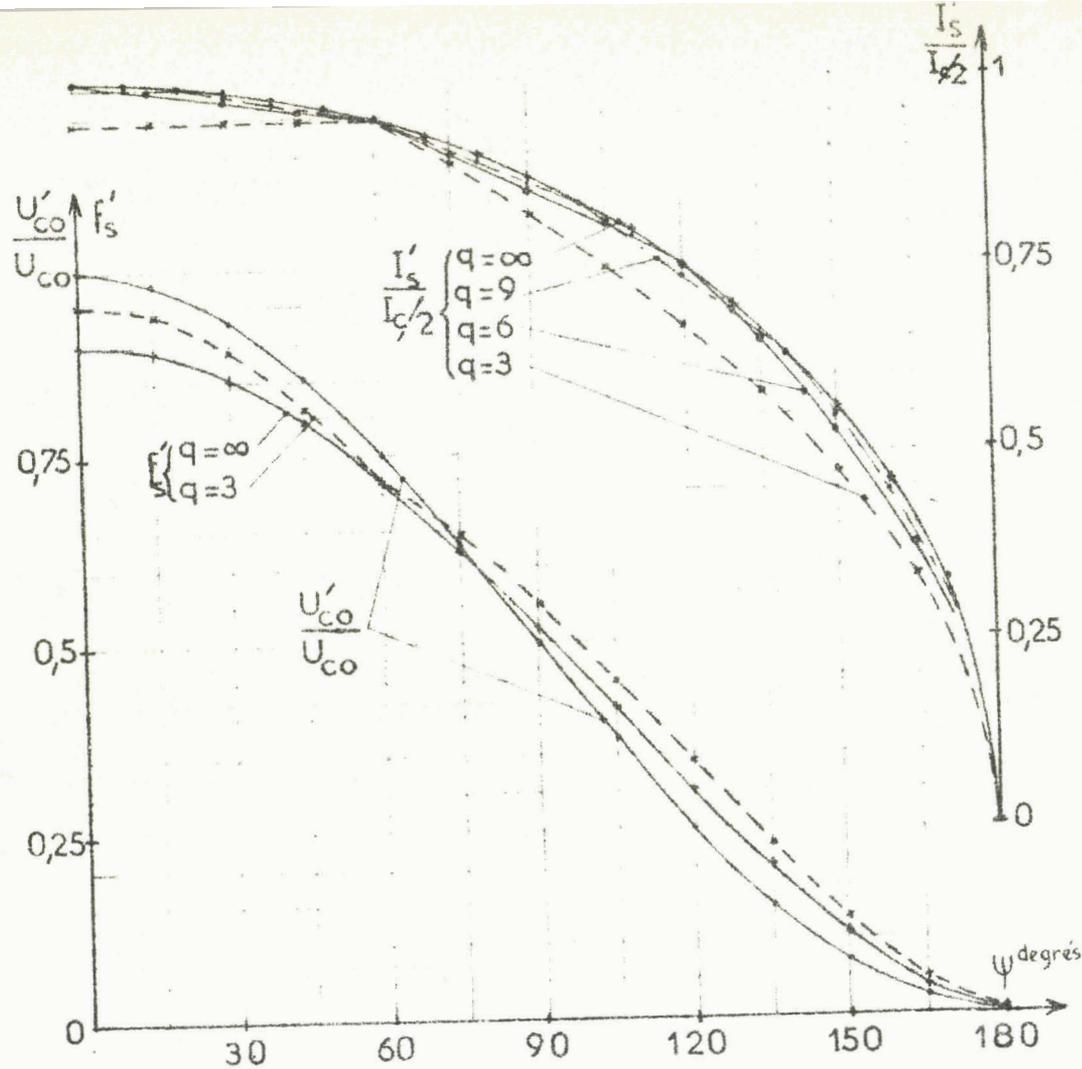


Fig. 28 - Courbes donnant, en fonction de l'angle ψ ,
le rapport U'_{co} / U_{co} , le rapport $I'_s / I_{c/2}$, le facteur de puissance f'_s

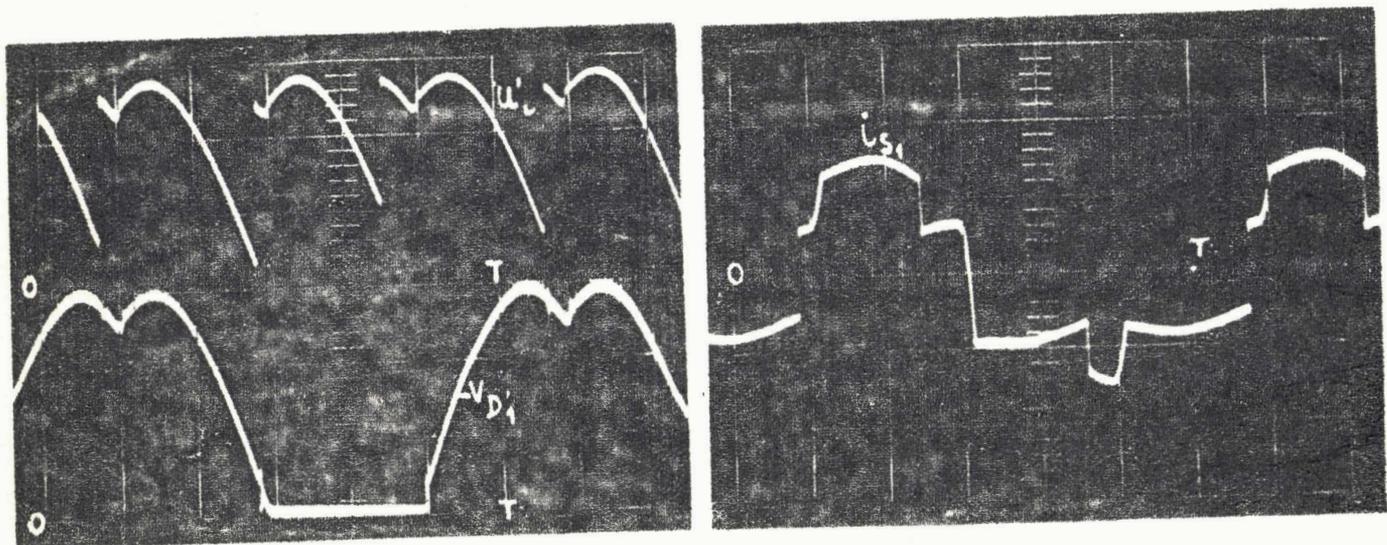


Fig. 30 - Relevé oscillographique de la tension redressée u'_c , de la tension $v_{D'_1}$ aux bornes de la diode D'_1 et du courant i_{S_1} dans l'enroulement secondaire de rang 1,

pour $q = 3$ et $\psi = 45^\circ$.

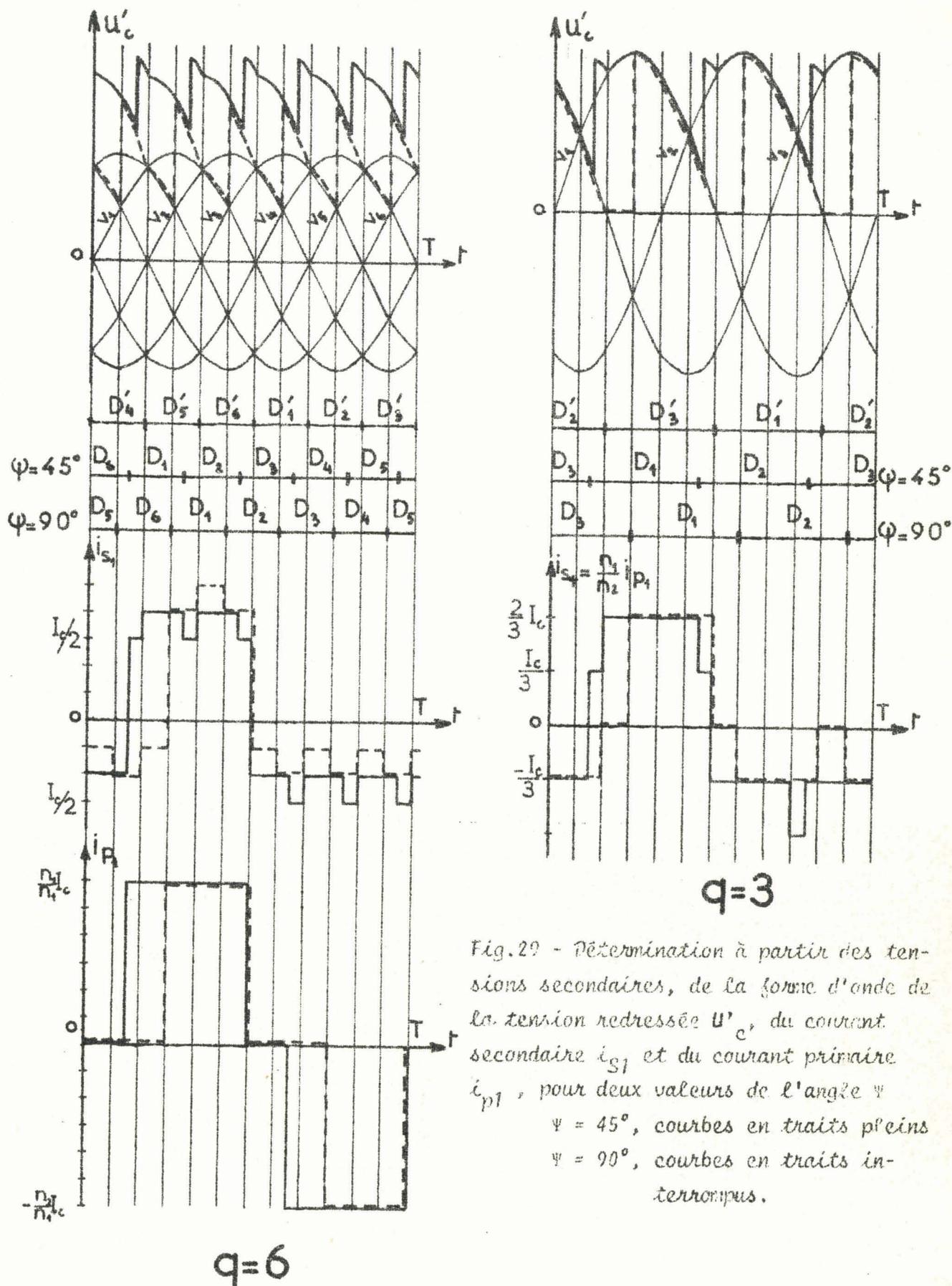


Fig. 29 - Détermination à partir des tensions secondaires, de la forme d'onde de la tension redressée u'_c , du courant secondaire i_{s1} et du courant primaire i_{p1} , pour deux valeurs de l'angle ψ

$\psi = 45^\circ$, courbes en traits pleins

$\psi = 90^\circ$, courbes en traits interrompus.

II. COMPARAISON GÉNÉRALE DES MONTAGES REDRESSEURS.

APPLICATION AUX MONTAGES ALIMENTÉS PAR UN RÉSEAU TRIPHASÉ.

La substitution de plus en plus fréquente de diodes ou de thyristors au silicium aux redresseurs à vapeur de mercure dans les montages redresseurs statiques conduit à remettre en question le choix des schémas utilisés pour ces montages. La chute de tension interne beaucoup plus faible des semi-conducteurs élargit le domaine d'intérêt de montages que la conduction de deux diodes en série aurait autrefois fait écarter (6).

Toutefois, l'extrême fragilité de ces redresseurs en cas de surcharge même très brève, conduit à ne pas séparer l'étude des performances lors du fonctionnement normal de celle des contraintes qu'ont à supporter les redresseurs en cas de court-circuit.

L'étude du redressement par commutation série, qui précède, permet une comparaison générale des performances de ce mode de redressement et de celles données par les montages à commutation parallèle ou parallèle double. Pour préciser cette comparaison nous l'appliquons ensuite au cas, particulièrement important, des montages redresseurs alimentés par un réseau triphasé.

II.1.COMPARAISON GENERALE DES TROIS MODES DE COMMUTATION

Le principe des trois modes de commutation a été présenté précédemment (voir § 0.1). A l'aide des mêmes hypothèses que celles utilisées pour la commutation série, en utilisant les notations des figures 31P et 31P.D. (1) qui, pour les commutations parallèle et parallèle double, correspondent à la figure 6 pour la commutation série, on peut établir sans difficulté les relations générales qui les caractérisent.

II.1.1.Courants et tensions en commutation naturelle

Nous avons groupé dans le tableau II les relations donnant, pour les trois types de montages, en fonction du nombre de phases q , de l'amplitude V_m des tensions secondaires et du courant continu I_c , les caractéristiques de la tension redressée (valeur moyenne U_{co} et taux d'ondulation $\frac{U_{c\max} - U_{c\min}}{2 U_{co}}$), des diodes

(nombre n_r , courant direct moyen i_{moy} , tension inverse maximale $v_{i\max}$ et facteur d'utilisation f_r) et des enroulements secondaires (courant efficace I_s et facteur de puissance f_s)

(1) Pour faciliter la comparaison, le même numéro est affecté aux relations correspondantes de trois types de montages redresseurs L'indice P., P.D., ou S. indique s'il s'agit du montage parallèle, parallèle double ou série.

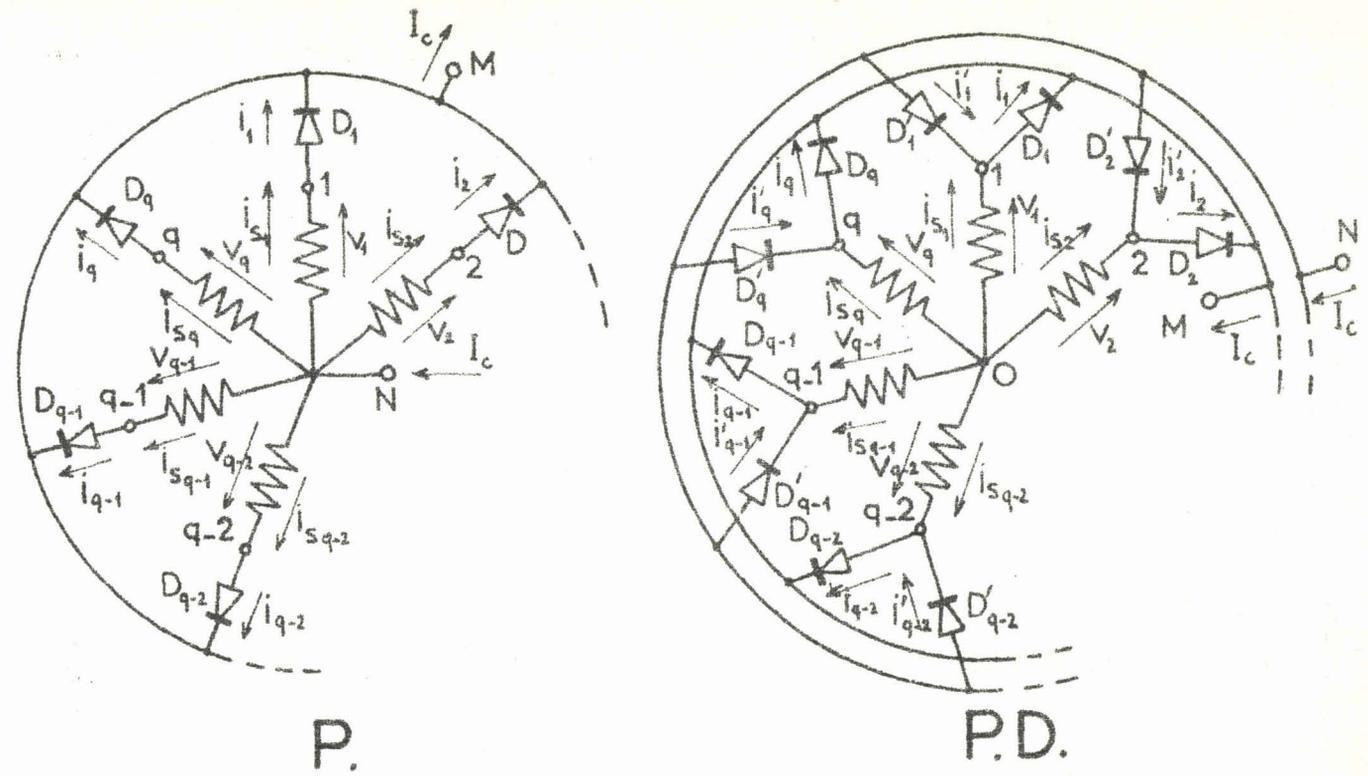


Fig. 31 - Schémas utilisés pour l'étude générale du redressement par commutation parallèle P. ,
par commutation parallèle double P.D.

Montage	Parallèle (P.)		Parallèle double (P.D)		Série (S.)			
	q pair	q impair	q pair	q impair	q pair	q impair		
U _c	U _{co}	$\frac{q}{\pi} V_m \sin \frac{\pi}{q}$	$2 \frac{q}{\pi} V_m \sin \frac{\pi}{q}$		$\frac{q}{\pi} V_m$		(3)	
	ondul.	$\frac{\pi}{2q} \frac{1 - \cos \frac{\pi}{q}}{\sin \frac{\pi}{q}}$	$\frac{\pi}{2q} \frac{1 - \cos \frac{\pi}{q}}{\sin \frac{\pi}{q}}$	$\frac{\pi}{4q} \frac{1 - \cos \frac{\pi}{2q}}{\sin \frac{\pi}{2q}}$	$\frac{\pi}{2q} \frac{1 - \cos \frac{\pi}{q}}{\sin \frac{\pi}{q}}$	$\frac{\pi}{4q} \frac{1 - \cos \frac{\pi}{2q}}{\sin \frac{\pi}{2q}}$	(4)	
diodes	n _r	q	2q		2q		(8)	
	i _{moy}	I _c /q	I _c /q		I _c /q			
	v _{i max}	2V _m	2V _m cos $\frac{\pi}{2q}$	2V _m	2V _m cos $\frac{\pi}{2q}$	$\frac{V_m}{\sin \frac{\pi}{q}}$	$\frac{V_m}{2 \sin \frac{\pi}{2q}}$	(6)
	f _r	$\frac{q}{2\pi} \sin \frac{\pi}{q}$	$\frac{q}{\pi} \sin \frac{\pi}{2q}$	$\frac{q}{2\pi} \sin \frac{\pi}{q}$	$\frac{q}{\pi} \sin \frac{\pi}{2q}$	$\frac{q}{2\pi} \sin \frac{\pi}{q}$	$\frac{q}{\pi} \sin \frac{\pi}{2q}$	(9)
Secou	I _s	$\frac{I_c}{\sqrt{q}}$	$I_c \sqrt{\frac{2}{q}}$		$\frac{I_c}{2}$	$\frac{I_c \sqrt{q^2 - 1}}{2q}$	(10)	
	f _s	$\frac{\sqrt{2q}}{\pi} \sin \frac{\pi}{q}$	$\frac{2\sqrt{q}}{\pi} \sin \frac{\pi}{q}$		$\frac{2\sqrt{2}}{\pi} = 0,90$	$0,90 \frac{q}{\sqrt{q^2 - 1}}$	(11)	

Tableau II - Relations générales caractérisant le fonctionnement en commutation naturelle des trois types de montages.

L'examen des relations générales du tableau I amène immédiatement quelques remarques.

- Les montages parallèle double et série nécessitent, à nombre de phases q donné, deux fois plus de diodes que le montage parallèle. Toutefois cet inconvénient est réduit par le fait que la "puissance apparente" de l'ensemble des diodes est la même pour les trois montages.
- L'ondulation de la tension redressée u_c est identique dans les trois cas, si le nombre q est pair ; u_c est alors formé de q sommets de sinusoides par période T . Si q est impair, les montages parallèle double et série présentent l'intérêt de donner une ondulation beaucoup plus faible, la tension u_c étant alors formée de $2q$ sommets de sinusoides par période T .
- La diminution du facteur de puissance secondaire f_s , au fur et à mesure que q croît, est un des principaux inconvénients de la commutation parallèle. Le montage parallèle double multiplie ce facteur par $\sqrt{2}$. La commutation série présente l'avantage de lui donner une valeur élevée et sensiblement indépendante du nombre de phases.

Le tableau III illustre ces remarques. Pour les premières valeurs de q et les trois types de commutation il donne le nombre n_r de redresseurs nécessaires, le facteur d'ondulation et le facteur de puissance secondaire f_s .

q		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
n_r	P.	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	P.D.	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
	S.		6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
ondul.	P.	0,79	0,30	0,16	0,10	0,07	0,051	0,039	0,031	0,025	0,020	0,017
	P.D.	0,79	0,07	0,16	0,025	0,07	0,013	0,039	0,0075	0,025	0,005	0,017
	S.		0,07	0,16	0,025	0,07	0,013	0,039	0,0075	0,025	0,005	0,017
f_s	P.	0,635	0,675	0,635	0,59	0,55	0,515	0,49	0,46	0,44	0,415	0,40
	P.D.	0,90	0,955	0,90	0,835	0,78	0,73	0,69	0,65	0,62	0,59	0,57
	S.		0,955	0,90	0,92	0,90	0,91	0,90	0,905	0,90	0,903	0,90

Tableau III - Valeurs de n_r , du taux d'ondulation et de f_s pour les premières valeurs de q et les trois types de montages.

Les tableaux II et III permettent de dégager quelques conclusions :

- La substitution des montages parallèle double ou série au montage parallèle, afin de réduire le taux d'ondulation de la tension redressée, ne justifie le doublement du nombre de diodes que si q est impair.
- Le montage parallèle ne saurait convenir pour obtenir un faible taux d'ondulation car le facteur de puissance secondaire diminue rapidement en fonction de q .

c) Les montages parallèle double et série présentent de nombreuses analogies mais le second se révèle préférable dès que q est supérieur à 4 car il donne un facteur de puissance plus élevé.

S'il n'est pas possible de donner une expression générale du facteur de puissance primaire, on peut toutefois remarquer que ce facteur à une valeur d'autant plus voisine de l'unité que f_s est plus élevé et que le rapport des nombres de phases au secondaire et au primaire est plus grand. Cette remarque renforce les deux dernières conclusions.

II.1.2. Effets des impédances

Quel que soit le mode de commutation, les impédances des éléments du montage redresseur et de son réseau d'alimentation entraînent la diminution de la tension redressée au fur et à mesure que le courant continu débité I_c croît. Toutefois cet effet gênant des impédances ne saurait être séparé de leur rôle bénéfique, la limitation des courants en cas de défaut, de court-circuit en particulier. La comparaison à ce double point de vue des trois types de montages est essentielle lorsque les redresseurs sont des semi-conducteurs très sensibles aux surcharges même brèves.

Tant comme cause de chute de tension que comme limite imposée aux courants de court-circuit ce sont les réactances qui d'ordinaire se révèlent les plus importantes. On tient compte de l'ensemble des réactances par la considération d'une réactance unique $N_2 \omega$ ramenée à chacun des enroulements secondaires.

II.1.2.1. Chute de tension due à l'empiètement en fonctionnement normal

Quand une diode devient conductrice, à cause des réactances, celle qui l'était précédemment ne peut se bloquer instantanément. Lors de l'entrée en conduction d'une diode il y a débit simultané de celle-ci et de celle qui va se bloquer. Cet empiètement des intervalles de conduction, caractérisé par l'angle α correspondant, provoque pour tous les montages une réduction $\Delta_1 U_c$ de la tension redressée moyenne.

Aux relations (16) et (17), (16') et (17'), donnant, pour les redresseurs à commutation série à nombre pair ou impair de phases, l'angle d'empiètement α et la chute de tension $\Delta_1 U_c$, correspondent en commutation parallèle,

$$1 - \cos \alpha = \frac{N_2 \omega I_c}{V_m \sin \frac{\pi}{q}}, \quad (16)_P$$

$$\Delta_1 U_c = \frac{q}{2} N_2 \omega I_c, \quad (17)_P$$

- c) Les montages parallèle double et série présentent de nombreuses analogies mais le second se révèle préférable dès que q est supérieur à 4 car il donne un facteur de puissance plus élevé.

S'il n'est pas possible de donner une expression générale du facteur de puissance primaire, on peut toutefois remarquer que ce facteur à une valeur d'autant plus voisine de l'unité que f_s est plus élevé et que le rapport des nombres de phases au secondaire et au primaire est plus grand. Cette remarque renforce les deux dernières conclusions.

II.1.2. Effets des impédances

Quel que soit le mode de commutation, les impédances des éléments du montage redresseur et de son réseau d'alimentation entraînent la diminution de la tension redressée au fur et à mesure que le courant continu débité I_c croît. Toutefois cet effet gênant des impédances ne saurait être séparé de leur rôle bénéfique, la limitation des courants en cas de défaut, de court-circuit en particulier. La comparaison à ce double point de vue des trois types de montages est essentielle lorsque les redresseurs sont des semi-conducteurs très sensibles aux surcharges même brèves.

Tant comme cause de chute de tension que comme limite imposée aux courants de court-circuit ce sont les réactances qui d'ordinaire se révèlent les plus importantes. On tient compte de l'ensemble des réactances par la considération d'une réactance unique $N_2 \omega$ ramenée à chacun des enroulements secondaires.

II.1.2.1. Chute de tension due à l'empiètement en fonctionnement normal

Quand une diode devient conductrice, à cause des réactances, celle qui l'était précédemment ne peut se bloquer instantanément. Lors de l'entrée en conduction d'une diode il y a débit simultané de celle-ci et de celle qui va se bloquer. Cet empiètement des intervalles de conduction, caractérisé par l'angle α correspondant, provoque pour tous les montages une réduction $\Delta_1 U_c$ de la tension redressée moyenne.

Aux relations (16) et (17), (16') et (17'), donnant, pour les redresseurs à commutation série à nombre pair ou impair de phases, l'angle d'empiètement α et la chute de tension $\Delta_1 U_c$, correspondent en commutation parallèle,

$$1 - \cos \alpha = \frac{N_2 \omega I_c}{V_m \sin \frac{\pi}{q}}, \quad (16)_P$$

$$\Delta_1 U_c = \frac{q}{2} N_2 \omega I_c, \quad (17)_P$$

et en commutation parallèle double,

$$1 - \cos \alpha = \frac{N_2 \omega I_c}{V_m \sin \frac{\pi}{q}}, \quad (16)_{P.D.}$$

$$\Delta_1 U_c = \frac{q}{\pi} N_2 \omega I_c. \quad (17)_{P.D.}$$

La comparaison de la chute de tension due à l'empiétement des trois types de montages redresseurs ne saurait résulter de celle des relations (17). En effet, pour réaliser une source de tension redressée fournissant la même tension U_{co} à vide et capable de débiter le même courant I_c , les trois montages nécessiteraient des enroulements secondaires dont la tension V_m et donc la réactance $N_2 \omega$ seraient différentes. Il est préférable de comparer les expressions de la chute de tension relative $\frac{\Delta_1 U_c}{U_{co}}$ en fonction de la puissance $U_{co} I_c$ pour les trois montages redresseurs utilisant le même transformateur et alimentés par le même réseau, donc de même V_m et $N_2 \omega$.

Des relations (3) et (17) on déduit :

$$\frac{\Delta_1 U_c}{U_{co}} = \frac{\pi}{2q \sin^2 \frac{\pi}{q}} \frac{N_2 \omega}{V_m^2} U_{co} I_c, \quad (46)_P.$$

$$\frac{\Delta_1 U_c}{U_{co}} = \frac{\pi}{4q \sin^2 \frac{\pi}{q}} \frac{N_2 \omega}{V_m^2} U_{co} I_c, \quad (46)_{P.D.}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta_1 U_c}{U_{co}} &= \frac{\pi}{2q} \frac{N_2 \omega}{V_m^2} U_{co} I_c, \text{ si } q \text{ est pair,} \\ &= \frac{\pi}{2q} \left(1 - \frac{1}{q}\right) \frac{N_2 \omega}{V_m^2} U_{co} I_c, \text{ si } q \text{ est impair.} \end{aligned} \quad (46)_S.$$

Le montage à commutation parallèle double donne, quel que soit le nombre de phases, une chute relative deux fois moindre que le montage à commutation parallèle.

Quant au montage série, si pour $q = 3$ et $q = 4$ il donne la même chute relative que le montage parallèle double, pour les nombres de phases plus élevés il lui est, de ce point de vue encore, supérieur car il donne une chute de tension plus réduite.

II.1.2.2. Autres causes de chute de tension en fonctionnement normal.

Quel que soit le montage on peut exprimer les intensités efficaces dans les enroulements secondaires, primaires et dans les fils de ligne en fonction du courant continu I_c et mettre en évidence la résistance totale R_c du montage redresseur et de son réseau d'alimentation ramenée du côté continu.

La chute de tension redressée due aux résistances a pour valeur

$$\Delta_2 U_c = R_c I_c. \quad (19)$$

Cette chute est d'autant plus faible que les facteurs de puissance secondaire, primaire et en ligne sont plus voisins de l'unité. A ce point de vue le montage parallèle est donc moins intéressant que les montages parallèle double ou série, ce dernier étant d'ailleurs préférable quand le nombre de phases secondaires q est supérieur à 4. La réduction de $\Delta_2 U_C$ s'accompagne de celle des pertes joule qui lui sont proportionnelles donc de l'augmentation du rendement du montage.

Quel que soit le mode de commutation, chacune des diodes laisse passer le courant I_C pendant un $q^{\text{ième}}$ de la période des tensions d'alimentation. D'où l'expression de la chute de tension $\Delta_3 U_C$ due aux diodes :

$$\Delta_3 U_C = (u) I_C, \quad (20)_P.$$

$$\Delta_3 U_C = 2 (u) I_C, \quad (20)_{P.DetS.}$$

$(u) I_C$ désignant la chute de tension lue pour le courant I_C sur la caractéristique des diodes utilisées.

Les montages parallèle double et série sont de ce point de vue inférieurs au montage parallèle ; exigeant la conduction de deux diodes en série, ils entraînent le doublement de la chute de tension $\Delta_3 U_C$ et des pertes joule correspondantes.

II.1.2.3. Limitation des courants de court-circuit.

La comparaison des courants de court-circuit n'est aisée que si l'on ne tient compte que de la principale cause limitant ces courants la réactance $N_2 \omega$ ramenée à chaque enroulement secondaire. La figure 32 donne pour les montages parallèle et parallèle double, comme la figure 19 pour le montage série, les schémas équivalents permettant l'étude du régime d'une des phases lorsque les bornes M et N sont directement réunies.

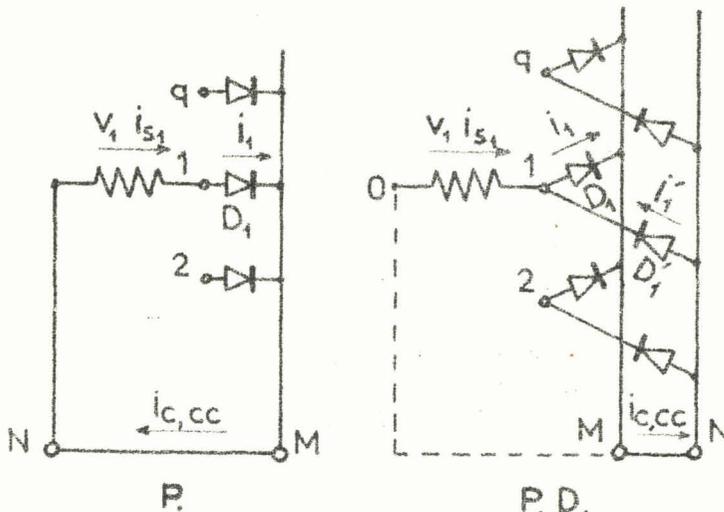


Fig.32 - Schémas utilisés pour la détermination des courants de court-circuit, en commutation parallèle P. et en commutation parallèle double P.D.

En commutation parallèle, chaque enroulement secondaire, étant mis en court-circuit à travers une diode, est parcouru par un courant de la forme

$$i_{s1} = \frac{V_m}{N_2 \omega} (1 - \cos \omega t).$$

La valeur moyenne du courant de court-circuit a pour expression

$$I_{c,cc} = q \frac{V_m}{N_2 \omega} \quad (23)_P.$$

En commutation parallèle double, chaque borne secondaire est réunie au court-circuit par deux diodes montées tête-bêche ; à cause des $2q$ diodes et du court-circuit, les q bornes secondaires sont équipotentielles et forment un point neutre. Chaque enroulement, étant placé entre deux points neutres, est parcouru par un courant alternatif. Pour la phase 1, par exemple,

$$i_{s1} = - \frac{V_m}{N_2 \omega} \cos \omega t.$$

L'alternance positive des q courants secondaires arrive à la borne M par les diodes de la série $D_1, D_2 \dots D_q$, l'alternance négative arrive de la borne N par les diodes $D'_1, D'_2 \dots D'_q$. D'où le courant de court-circuit moyen

$$I_{c,cc} = \frac{q}{\pi} \frac{V_m}{N_2 \omega} \quad (23)_{P.D}$$

En commutation série (voir § I.3.1), le courant de court-circuit a pour valeur moyenne

$$I_{c,cc} = \frac{q}{\pi} 2 \sin \frac{\pi}{q} \frac{V_m}{N_2 \omega} \quad (23)_S.$$

La comparaison des courants moyens $i_{moy,cc}$ dans les diodes découle directement de celle des courants dans le court-circuit car, quel que soit le mode de commutation, on peut utiliser la relation

$$i_{moy,cc} = \frac{I_{c,cc}}{q} \quad (47)$$

Sans préjuger des résultats de cette comparaison qui doit tenir compte des valeurs différentes à donner à V_m et $N_2 \omega$ pour les divers montages, on peut tirer quelques conclusions de l'observation de leur comportement en cas de court-circuit.

Le montage à commutation parallèle double présente sur celui à commutation parallèle l'avantage d'empêcher la composante moyenne du courant dans les enroulements secondaires de se développer. En commutation série, les courants dans les enroulements sont également alternatifs ; de plus les diodes sont traversées par la différence des courants de deux phases consécutives,

cette différence est d'autant plus faible que le nombre de phases est plus grand.⁽¹⁾

II.1.2.4. Comparaison des caractéristiques de tension.

C'est la caractéristique donnant la tension redressée U_c en fonction du courant débité I_c qui permet la meilleure comparaison du double effet des impédances des montages redresseurs. La caractéristique idéale (fig.33) serait telle que les impédances ne provoquent aucune chute de tension entre la marche à vide et le fonctionnement à une surcharge transitoirement tolérable puis entraînent une brusque descente de la courbe jusqu'au point de court-circuit.

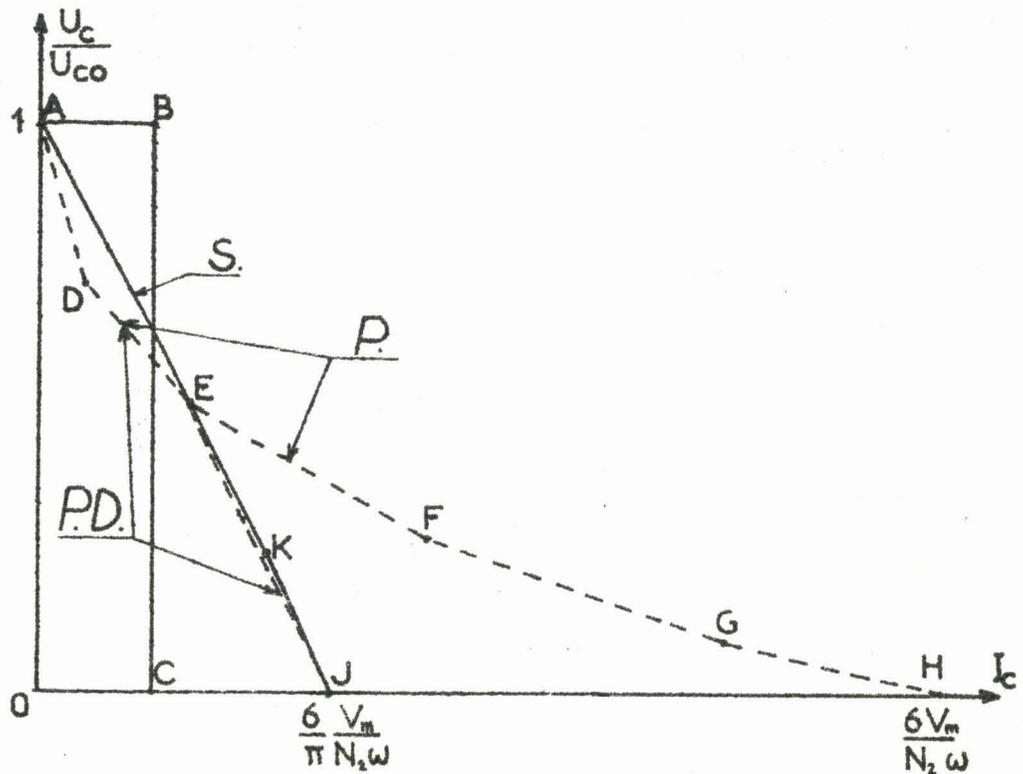


Fig.33 - Représentation de la caractéristique idéale ABC.
 (On a tracé, pour $q = 6$, la caractéristique
 - du montage parallèle, ADEFGH,
 - du montage parallèle double, ADEJ,
 - du montage série, AKJ,
 en supposant l'égalité de $V_m/N_2\omega$ pour les trois montages.)

(1) C'est pour les montages à commutation série que la contribution de la chute de tension interne des diodes à la limitation des courants de court-circuit est la plus importante. La mise en court-circuit de chacune des phases secondaires nécessite en effet la conduction de deux diodes en série alors que pour les autres montages il n'y a qu'une diode dans le circuit de chaque enroulement.

La détermination de la totalité de la caractéristique de tension des montages à commutation parallèle est bien connue. Lorsque le courant continu I_c croît, l'angle d'empiètement augmente ; aux valeurs croissantes de cet angle correspond une suite de modes de fonctionnement marqués par le débit simultané tantôt de une et tantôt de deux diodes, puis de 2 ou de 3, puis de 3 ou de 4 etc... Ces modes successifs se traduisent, sur la caractéristique, par des segments rectilignes de pente négative d'autant plus faible que le nombre de diodes en débit simultané est plus élevé.

Les mêmes procédés s'appliquent aux montages à commutation parallèle double et conduisent à une caractéristique de même forme. Toutefois l'analogie cesse quand l'angle d'empiètement atteint $\pi - \frac{2\pi}{q}$ car apparaît alors la conduction simultanée de deux diodes réunies au même sommet de l'étoile formée par les enroulements secondaires.

Nous avons calculé (voir § 1.3) la caractéristique totale de tension des montages à commutation série.

Toutefois la comparaison portant sur le début de la caractéristique où se situent les points normaux de fonctionnement et sur le courant de court-circuit est suffisante. Un montage est d'autant meilleur que la chute de tension relative $\Delta U_c / I_{c,cc}$ au départ de la courbe est plus faible et que le courant de court-circuit est plus réduit.

Si l'on s'en tient à l'effet des seules réactances $N_2 \omega$, des relations (3), (17) et (23) on déduit :
pour les montages à commutation parallèle

$$\frac{\Delta_1 U_c}{U_{c0}} = \frac{q}{2 \sin \pi/q} \frac{I_c}{I_{c,cc}}, \quad (48)_P$$

pour les montages à commutation parallèle double

$$\frac{\Delta_1 U_c}{U_{c0}} = \frac{q}{2\pi \sin \pi/q} \frac{I_c}{I_{c,cc}}, \quad (48)_{P.D}$$

pour les montages à commutation série

$$\frac{\Delta_1 U_c}{U_{c0}} = \frac{q}{\pi} \sin \frac{\pi}{q} \frac{I_c}{I_{c,cc}}, \quad \text{si } q \text{ est pair,} \quad (48)_S$$

$$\frac{\Delta_1 U_c}{U_{c0}} = \frac{q-1}{\pi} \sin \frac{\pi}{q} \frac{I_c}{I_{c,cc}}, \quad \text{si } q \text{ est impair.} \quad (48')_S$$

Ces relations montrent la nette supériorité des montages à commutation parallèle double sur ceux fonctionnant en commutation parallèle puisque, à $\frac{I_c}{I_{c,cc}}$ donné, ils entraînent une chute inductive π fois plus faible. Les redresseurs série, qui donnent la même chute que les redresseurs parallèle double pour q égal à 3 et à 4, se montrent supérieurs pour les nombres de phases plus élevés.

Pour illustrer cette comparaison, on a calculé pour quelques valeurs de q (tableau IV), le rapport du courant de court-circuit au courant nominal en supposant que ce dernier corresponde à une chute inductive de 5 pour cent.

q		3	4	5	6	7	8	9	10	$\rightarrow \infty$
$\frac{I_{c\ cc}}{I_{c\ nom}}$	P.	34,6	56,6	85	120	161,5	209	263	324	$\rightarrow \infty$
	P.D.	11	18	27	38,2	51,3	66,4	84	103	$\rightarrow \infty$
	S.	11	18	15	19,1	16,6	19,5	17,4	19,7	$\rightarrow 20$

Tableau IV - Valeurs du rapport du courant de court-circuit au courant nominal pour une chute de tension à pleine charge de 5 %.

II.1.3. Bilan de la comparaison lors du fonctionnement en commutation naturelle

Pour dresser un bilan de la comparaison générale des trois modes de redressement lors du fonctionnement en commutation naturelle, il est intéressant de regrouper les résultats obtenus en considérant l'un après l'autre les divers points de vue.

Le tableau V donne le classement obtenu par les trois types de montages, à égalité de phases secondaires au point de vue nombre de diodes et chute de tension correspondante, ondulation de la tension redressée, utilisation des enroulements du transformateur, chute de tension en fonctionnement normal et limitation des courants de court-circuit.

Point de vue	Nombre de diodes	Ondulation de u_c		Utilisation du transform.		Caractérist. de tension		Limitation des $i_{s\ c\ s}$	
		q pair	q imp.	$q=3$ ou 4	$q > 4$	$q=3$ ou 4	$q > 4$	$q=3$ ou 4	$q > 4$
Parallèle	1 ^{er}	ex aeq.	3 ^e	3 ^e	3 ^e	3 ^e	3 ^e	3 ^e	3 ^e
P. Double	2	ex aeq.	1 ^{er}	1 ^{er}	2 ^e	1 ^{er}	2 ^e	1 ^{er}	2 ^e
Série	2	ex aeq.	1 ^{er}	1 ^{er}	1 ^{er}	1 ^{er}	1 ^{er}	1 ^{er}	1 ^{er}

Tableau V - Classement, à nombre de phases égal, des trois modes de commutation.

Il n'est pas possible d'établir un classement global définitif applicable à toutes les applications. Nous verrons, plus loin, comment, même en limitant le problème, il est nécessaire de nuancer la comparaison des diverses solutions possibles. Toutefois, il est aisé de dégager quelques conclusions.

- a) Le montage parallèle ne peut présenter quelque intérêt que lorsque le nombre q de tensions à redresser est faible et lorsque le souci de limiter le nombre de diodes l'emporte devant l'importance attachée à toutes les autres performances.
- b) Pour les faibles valeurs de q , les montages parallèle double et série présentent les mêmes avantages et sont globalement supérieurs au montage parallèle surtout si q est impair.
- c) Pour les valeurs élevées de q , le montage série est indiscutablement le meilleur.

Pour concrétiser ces remarques nous avons reproduit (fig.34) les caractéristiques de tension en fonctionnement normal obtenues, en utilisant les mêmes diodes et le même transformateur, pour les trois modes de commutation. Sur chaque famille de courbes, on a indiqué en outre la puissance débitée du côté continu $U_c I_c$ pour quelques valeurs de la puissance apparente du transformateur.

Lorsqu'il y a trois phases secondaires, la caractéristique de tension et l'utilisation du transformateur obtenues avec les montages parallèle double et série sont nettement meilleures que celles données par le montage parallèle.

Pour q égal à 6, la supériorité du montage série sur le montage parallèle double apparaît nettement sur les courbes.

Lorsque q est égal à 9, cette supériorité est encore plus marquée. Avec le même transformateur, le montage série permet d'obtenir une puissance du côté continu supérieure de 50 % à celle qu'on aurait avec le montage parallèle et de 25 % à celle que donnerait la commutation parallèle double. De plus la tension redressée délivrée par le premier est beaucoup plus constante.

De même, pour q successivement égal à 3, 6 et 9, on a relevé les caractéristiques totales de tension en utilisant les mêmes éléments mais en les assemblant suivant les schémas des montages parallèle, parallèle double ou série. La comparaison de la pente initiale de la courbe et du courant de court-circuit permet d'apprécier la qualité de cette caractéristique.

La partie initiale de la courbe $U_c/U_{c0} = f(I_c)$ étant la même, à q donné, pour les montages parallèle et parallèle double, ce dernier présente une caractéristique préférable puisqu'il donne un courant de court-circuit plus réduit.

Pour q égal à 3 les caractéristiques des montages parallèle double et série sont équivalentes, le montage série correspondant à une pente initiale $\sqrt{3}$ fois plus faible mais à un courant $I_{c,cc}$ $\sqrt{3}$ fois plus fort. Quand le nombre de phases est égal à 6, la caractéristique en commutation série est meilleure que celle obtenue en

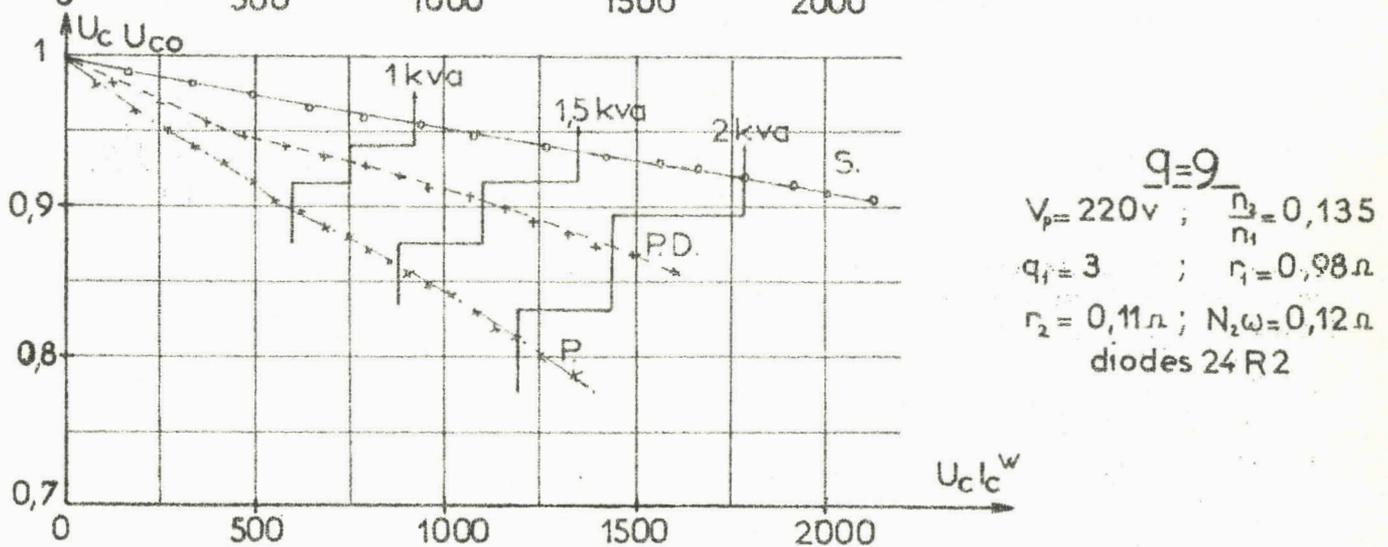
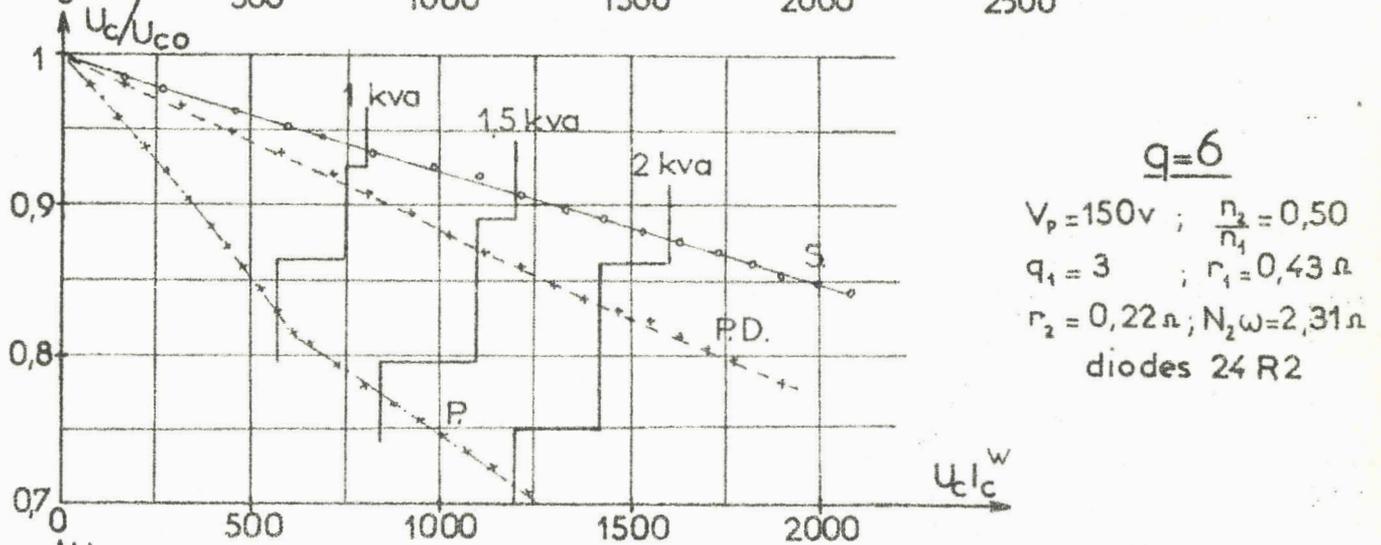
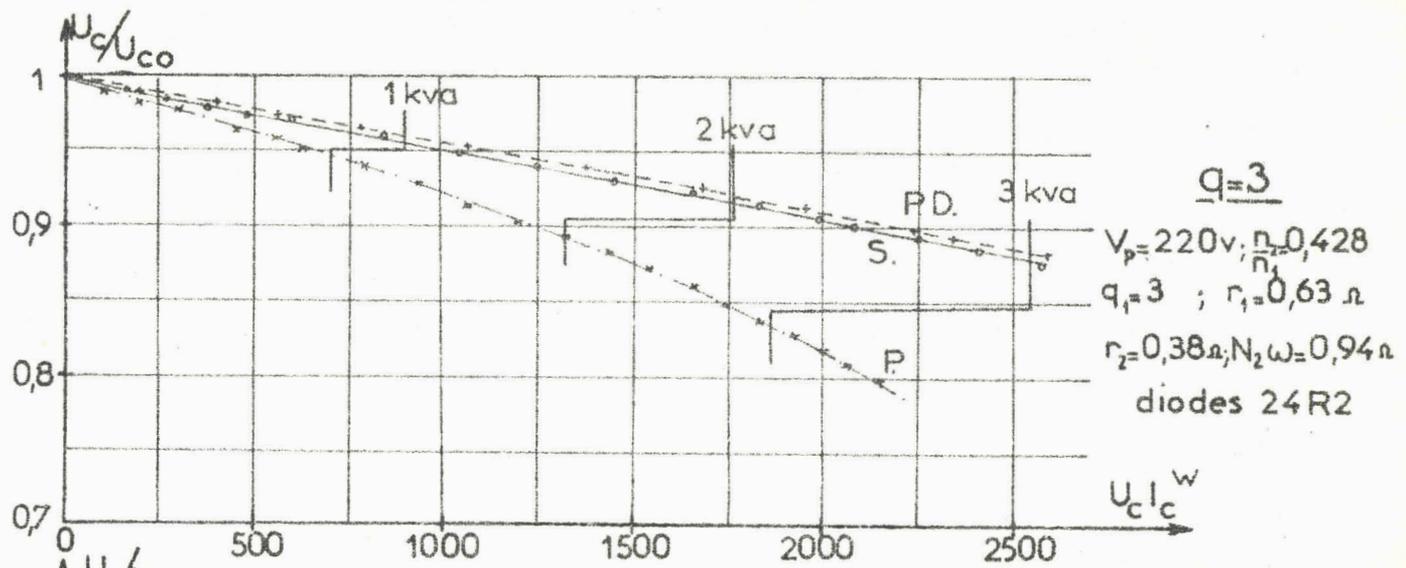


Fig.34 - Caractéristiques donnant la valeur relative de la tension redressée en fonction de la puissance débitée.

Pour chaque valeur de q , on a utilisé le même transformateur et les mêmes diodes pour les trois types de montages redresseurs.

commutation parallèle double ; $I_{C,cc}$ est, en effet, le même et la pente initiale $\sqrt{3}$ fois plus réduite. Lorsque q égale 9 la supériorité du montage série est encore plus marquée (pente et courant de court-circuit plus faibles).

La figure 35 donne un exemple de relevé des caractéristiques totales obtenues en utilisant, pour les trois modes de commutation, le même transformateur et les mêmes diodes. On peut noter l'assez bonne concordance de cette comparaison pratique avec celle, théorique, indiquée sur la figure 33.

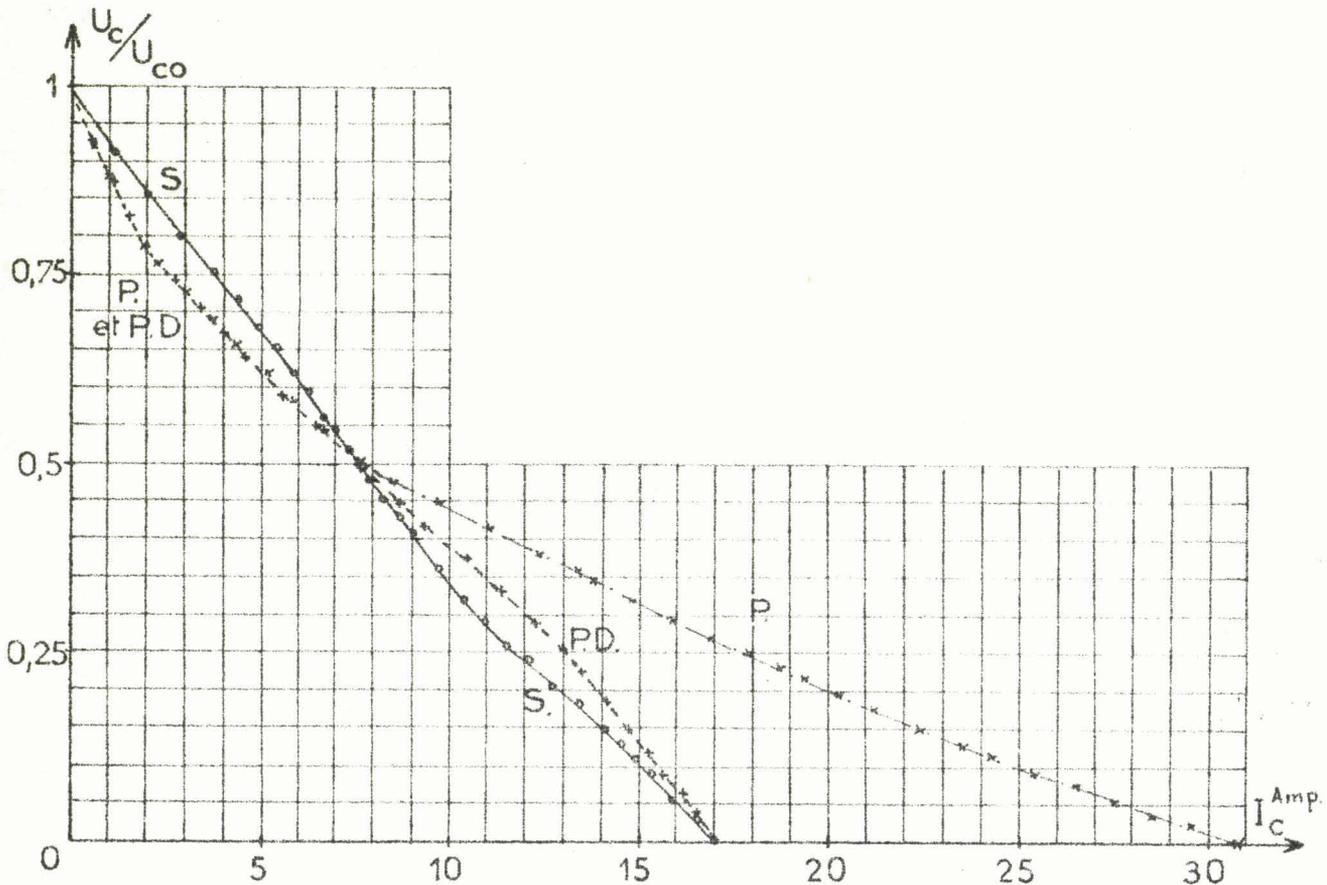


Fig. 35 - Caractéristiques totales de tension obtenues pour $q = 6$, avec les trois modes de commutation en utilisant les mêmes diodes et le même transformateur tri-hexaphasé.

$$V_p = 110V ; \frac{n_1}{n_2} = 0,5 ; r_1 = 1,95\Omega ; r_2 = 2,2\Omega ; N_2 = 7,5\Omega ; \text{diodes au } S_i 24R_2.$$

II.1.4. Fonctionnement à commutation retardée

La substitution aux diodes de redresseurs munis d'électrodes de commande permet de faire varier la tension continue à la sortie d'un montage redresseur.

Alors que dans les montages à commutation parallèle il est aisé de remplacer toutes les diodes par des redresseurs commandés car leurs cathodes sont équipotentielles,

pour les montages parallèle double nous n'envisagerons, comme nous l'avons fait en commutation série, que le cas usuel où seules les diodes de la série $D_1, D_2 \dots D_q$ sont remplacées par des redresseurs commandés.

Quel que soit le montage, le retard introduit par les électrodes de commande est caractérisé par l'angle ψ .

II.1.4.1. Valeur de la tension redressée.

La tension redressée a pour valeur moyenne

- en commutation parallèle,

$$U'_{co} = \frac{q}{\pi} V_m \sin \frac{\pi}{q} \cos \psi = U_{co} \cos \psi, \quad (42)_P.$$

- en commutation parallèle double,

$$U'_{co} = \frac{q}{\pi} V_m \sin \frac{\pi}{q} (1 + \cos \psi) = U_{co} \frac{1 + \cos \psi}{2}, \quad (42)_{P.D.}$$

- en commutation série,

$$U'_{co} = \frac{q}{2\pi} V_m (1 + \cos \psi) = U_{co} \frac{1 + \cos \psi}{2}. \quad (42)_S.$$

Les deux derniers modes de commutation permettent, en faisant varier l'angle ψ de 0 à π , de faire passer la tension redressée U'_{co} de U_{co} à zéro ; ils ne permettent pas, du moins dans les conditions indiquées, de l'inverser. Au contraire le montage parallèle permet de faire passer U'_{co} de $+ U_{co}$ à $- U_{co}$, il semble donc, pour le fonctionnement en mutateur, économiquement irremplaçable.

II.1.4.2. Courant dans les enroulements secondaires

Le courant dans chacun des redresseurs est égal au courant continu I_c pendant un intervalle de T/q et nul pendant le reste de période T . On en déduit facilement la valeur efficace I'_s des courants secondaires.

En commutation parallèle, le courant dans chaque enroulement est égal à I_c pendant le débit du redresseur de même indice. A courant I_c donné, quel que soit l'angle ψ , l'intensité I'_s garde la même valeur

$$I'_s = \frac{I_c}{\sqrt{q}} \quad (43)_P.$$

En commutation parallèle double, le courant dans la phase 1, par exemple, est égal à I_c quand le redresseur D_1 est conducteur et à $- I_c$ quand la diode D'_1 est passante. L'intensité a la même valeur qu'en commutation naturelle.

Toutefois, lorsque l'angle ψ devient supérieur à $\pi - 2\pi/q$, pendant une fraction de la période les deux redresseurs réunis à la même borne secondaire sont simultanément conducteurs et le courant I_c ne passe plus dans les enroulements. D'où les deux expressions de l'intensité secondaire.

$$\left. \begin{aligned} I'_s &= I_c \sqrt{\frac{2}{q}}, \text{ pour } 0 < \psi < \pi - \frac{2\pi}{q}, \\ I'_s &= I_c \sqrt{1 - \frac{\psi}{\pi}}, \text{ pour } \pi - \frac{2\pi}{q} < \psi < \pi \end{aligned} \right\} \quad (43)_{P.D.}$$

En commutation série, le courant I'_s dans les enroulements secondaires diminue quand l'angle ψ croît comme l'indiquent les relations (43), (43') et (43").

La comparaison des relations (43) montre l'important avantage que présentent les montages à commutation série sur les autres types de montages ; quand le retard à l'amorçage des redresseurs réduit la tension redressée, les courants secondaires et les pertes joule correspondantes diminuent.

Toutefois, si cette supériorité est toujours vraie par rapport aux montages à commutation parallèle, elle ne se révèle exacte par rapport aux montages à commutation parallèle double que si le nombre de phases est supérieur à 3. Pour q égal à 3, en effet, la diminution de I'_s quand ψ varie de $\frac{\pi}{3}$ à π est exactement la même pour les montages parallèle double et série.

Bien qu'il ne soit pas possible d'établir des relations générales, il est certain que la réduction des courants secondaires entraîne celle des courants primaires et en ligne, et par là, des pertes joule dues à ces courants.

II.2. APPLICATION AUX MONTAGES ALIMENTÉS EN TRIPHASÉ.

L'étude générale qui précède trouve une de ces principales applications dans la comparaison des montages redresseurs alimentés par un réseau triphasé.

Avant de voir le montage le mieux adapté à chaque type de besoins et ainsi les services qu'on peut attendre de ceux fonctionnant en commutation série, il est nécessaire de limiter le nombre de montages à comparer car présentant un réel intérêt.

II.2.1. Limitation des montages à comparer.

Quelques remarques permettent d'éliminer parmi tous les montages possibles ceux dont les performances sont peu satisfaisantes et de ne retenir que cinq montages qui soit directement, soit par leurs groupements, permettront de répondre au mieux aux diverses applications.

- a) Les montages à nombre de phases secondaires non multiple de 3 sont sans intérêt.

Le transformateur monté entre le réseau et les redresseurs permet d'obtenir un nombre quelconque de tensions secondaires équilibrées ; mais si q diffère de 3 ou de l'un de ses multiples, le facteur d'utilisation des spires secondaires est mauvais : la somme des tensions engendrées dans ces spires est nettement supérieure à la somme des tensions apparaissant entre les bornes. Seuls les montages pour lesquels q est égal à 3, 6, 9 ... sont à retenir.

- b) Les performances des montages à commutation parallèle ou parallèle double diminuent lorsque le nombre de phases secondaires augmente.

Pour ces montages, en effet, le facteur de puissance secondaire est une fonction décroissante de q (relations 11), la chute de tension inductive augmente avec q (relations 17) sans que pour autant le courant dans les diodes, en cas de court-circuit, soit réduit (tableau IV). L'ignorance de l'effet des réactances a parfois conduit à construire des équipements à 9, 12 ou plus phases secondaires en vue de réduire l'ondulation de la tension redressée ; ces montages onéreux se sont révélés inutilisables à cause de l'effondrement de la tension en fonction du débit.

Les montages à commutation parallèle ou parallèle double ne sont intéressants que pour q égal à 3 et, exceptionnellement, pour 6 phases secondaires, Seuls les montages à commutation série gardent de bonnes performances lorsque q a une valeur élevée.

- c) C'est pour les nombres de phases secondaires impairs que l'intérêt des montages à commutation parallèle double et série est le plus sensible

A q donné, ces montages nécessitent deux fois plus de redresseurs que le montage parallèle. Ce doublement ne trouve toute sa justification que s'il entraîne la diminution du facteur d'ondulation de la tension redressée, or ce n'est le cas que pour les valeurs impaires du nombre de phases.

- d) L'augmentation au-delà de 9 du nombre de phases des montages à commutation série ne présente guère d'intérêt.

Les montages série ne voyant pas leurs performances électriques diminuer quand q augmente, on pourrait envisager, pour réduire l'ondulation résiduelle de la tension redressée, de passer de 3 à 9, 15, 21 ... phases secondaires. Au-delà de 9 l'accroissement du coût du montage n'est plus justifié car la plus minime différence des trois tensions appliquées aux bobines primaires entraînerait des fluctuations de la tension redressée supérieures à celles dues au montage redresseur lui-même. La figure 13 montre que ces fluctuations sont déjà appréciables pour q égal à 9.

Ces remarques permettent de limiter à cinq les montages redresseurs qu'il convient de retenir :

- montage parallèle à trois phases secondaires P.3.
- montage parallèle double à trois phases second. P.D.3.
- montage série à trois phases secondaires S.3.
- montage parallèle à six phases secondaires P.6.
- montage série à neuf phases secondaires S.9.

Il est nécessaire de rappeler les caractéristiques de ces cinq montages telles qu'elles découlent de l'étude générale avant d'examiner les raisons qui, pour chaque type d'applications, conduisent à préférer l'un ou l'autre d'entre eux.

II.2.2. Caractéristiques des cinq montages retenus.

II.2.2.1. Fonctionnement en commutation naturelle.

Les relations générales du tableau II permettent de calculer, pour les cinq montages mentionnés précédemment, le taux d'ondulation de la tension redressée à vide et, en fonction de la valeur moyenne U_{CO} de cette tension et du courant continu I_C , les caractéristiques des diodes et des enroulements secondaires. Des relations entre ampères-tours on déduit le facteur de puissance primaire f_p et, si les enroulements primaires sont en triangle, le facteur de puissance en ligne f_L . Les résultats sont groupés dans le tableau VI.

Montage		P.3	P.D.3	S.3	P.6	S.9	
Taux d'ondulation		0,30	0,07	0,07	0,07	0,0075	
Diodes	Nombre	3	6	6	6	18	
	i_{moy}	$I_C/3$	$I_C/3$	$I_C/3$	$I_C/6$	$I_C/9$	
	$V_{i \text{ max}}$	$2,1 U_{CO}$	$1,05 U_{CO}$	$1,05 U_{CO}$	$2,1 U_{CO}$	$\approx U_{CO}$	
Secondaire	$V_m/\sqrt{2}$	$0,855 U_{CO}$	$0,43 U_{CO}$	$0,74 U_{CO}$	$0,74 U_{CO}$	$0,247 U_{CO}$	
	I_s	$0,58 I_C$	$0,82 I_C$	$0,47 I_C$	$0,41 I_C$	$0,497 I_C$	
	f_s	0,675	0,955	0,955	0,55	0,905	
Primaire	étoile $f_p = f_L$	0,827	0,955	0,955	0,955	0,99	
	triangle	f_p	0,827	0,955	0,955	0,78	0,975
		f_L	0,827	0,955	0,955	0,955	0,99

Tableau VI - Caractéristiques, lors du fonctionnement en commutation naturelle, des montages redresseurs usuels alimentés en triphasé.

II.2.2.2. Effets des impédances.

Les montages P.D.3., S.3. et S.9. présentent l'inconvénient de nécessiter la conduction de deux diodes en série. Il en résulte, par rapport aux autres montages, un doublement de la chute de tension due aux diodes et des pertes correspondantes.

Au contraire, ces trois montages, ayant de meilleurs facteurs de puissance, nécessitent, à densité de courant égale, moins de cuivre pour réaliser les bobinages, la chute ohmique et les pertes joule sont donc plus faibles.

Mais ce sont les réactances qui provoquent la principale chute de tension en charge et contribuent le plus à la limitation des courants de court-circuit. Il est difficile d'établir une relation précise entre les réactance $N_2 \omega$ des cinq montages qui donneraient la même tension redressée à vide U_{c0} et pourraient débiter le même courant I_c . On peut supposer que la réactance $N_2 \omega$ est proportionnelle au carré des nombres de spires secondaires donc au carré des tensions secondaires. Après avoir calculé ainsi la chute de tension inductive $\Delta_1 U_c$ lors du débit du même courant I_c et le rapport du courant dans les diodes, en cas de court-circuit, au courant nominal, on a comparé (tableau VII) les résultats trouvés pour les cinq montages redresseurs en prenant comme références les valeurs correspondant au montage P.3.

Montage	P.3.	P.D.3.	S.3.	P.6.	S.9.
Chute inductive	1	0,5	0,5	1,5	0,22
$\frac{I_{\text{moy cc}}}{I_{\text{moy nom}}}$	1	0,636	0,636	2,3	2,26

Tableau VII - Valeurs relatives des chutes inductives et des courants dans les diodes en cas de court-circuit pour les cinq montages redresseurs comparés.

Si les résultats portés dans ce tableau dépendent de l'hypothèse faite sur la valeur de $N_2 \omega$, le produit des deux nombres indiqués pour chaque montage est indépendant de $N_2 \omega$ et permet de caractériser les effets des réactances. Plus ce produit est faible plus le bilan de ces effets est favorable. A ce point de vue, les montages P.D.3, S.3. et S.9. sont nettement supérieurs au montage P.3., celui indiqué par P.6. est mauvais.

Pour comparer les possibilités offertes par chacun des cinq montages de faire assurer la protection des diodes par les réactances, volontairement accrues si c'est nécessaire, on a tracé (fig.36) les courbes donnant pour les diodes le rapport entre le courant de court-circuit et le courant nominal en fonction de la chute inductive à pleine charge.

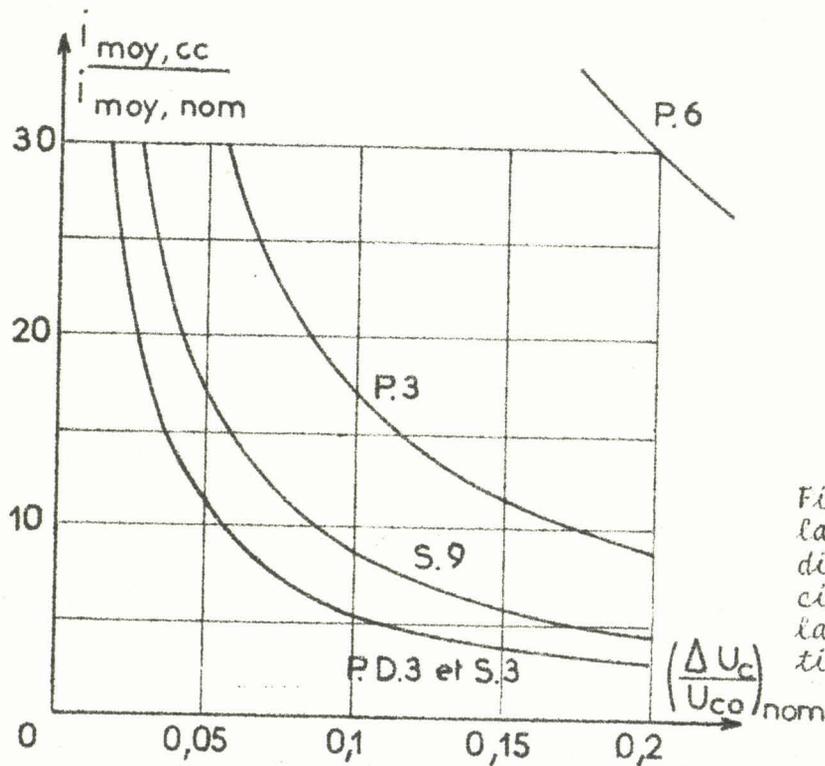


Fig.36 - Courbes donnant la surintensité dans les diodes en cas de court-circuit en fonction de la chute inductive relative à pleine charge.

II.2.2.3. Fonctionnement à commutation retardée.

Les montages redresseurs à commutation parallèle P.3 ou P.6 permettent avec 3 ou 6 redresseurs commandés de faire varier la tension U'_{co} de $+U_{co}$ à $-U_{co}$. Les autres montages P.D.3 et S.3 ou S.9. ne permettent, si on n'utilise que 3 ou 9 redresseurs à amorçage contrôlé et 3 ou 9 diodes ordinaires, que de faire varier U'_{co} de U_{co} à zéro.

Mais le montage à commutation parallèle double ou série P.D.3, S.3 et S.9. permettent une réduction des courants dans les bobinages du transformateur et dans la ligne d'alimentation quand l'augmentation de l'angle ψ réduit la tension redressée. Les courbes de la figure 37 montrent, pour les cinq montages redresseurs, comment à courant continu constant varie l'intensité dans les enroulements secondaires en fonction de la tension redressée. Pour insister sur la diminution des pertes par effet joule liée à la réduction de I'_s quand U'_{co} diminue, on a également tracé les courbes donnant le carré du rapport I'_s/I_s .

La diminution de I'_s en fonction de l'angle ψ des montages P.D.3, S.3 et S.9 s'accompagne d'une diminution analogue du courant dans les enroulements primaires et en ligne et des pertes correspondantes.

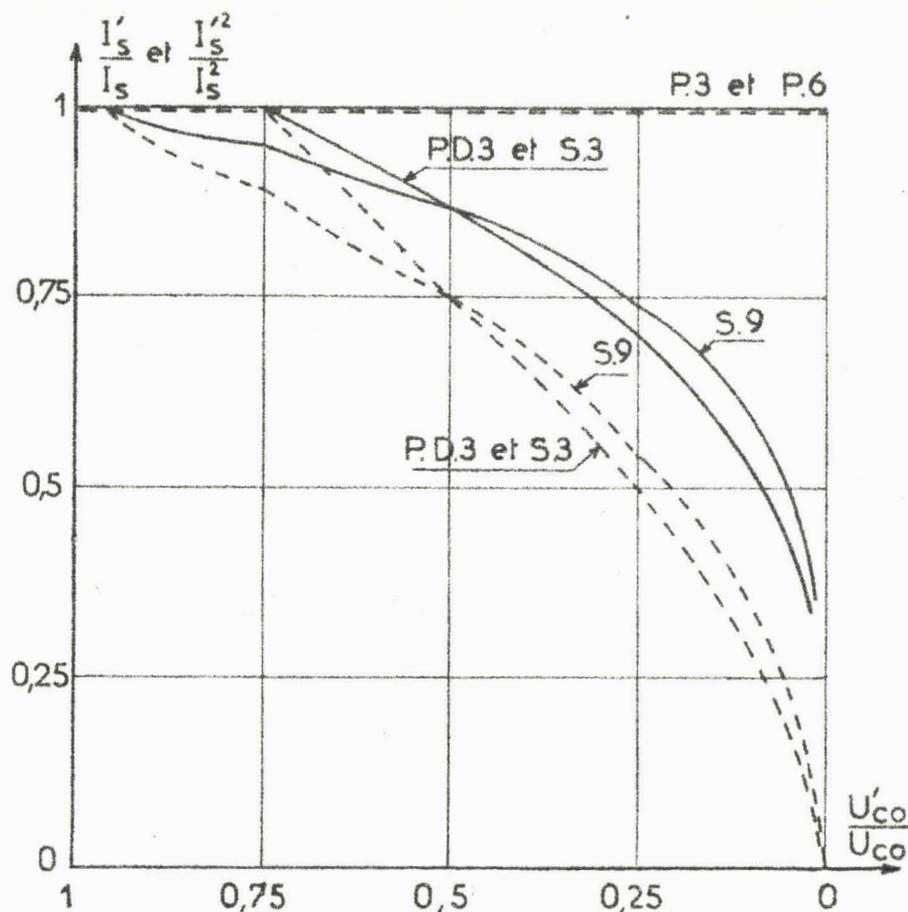


Fig. 37 - Courbes donnant, à courant I_c constant, les variations du rapport I'/I_s et (traits interrompus) de son carré en fonction de la tension redressée.

II.2.3. Choix du montage à utiliser.

Avant même de chercher lequel des cinq montages dont nous venons de donner les caractéristiques est le mieux adapté à l'une ou l'autre des applications, l'examen des tableaux VI et VII et des figures 36 et 37 impose quelques remarques :

- Des quatre montages nécessitent trois ou six redresseurs ce sont les montages P.D.3 et S.3 qui présentent, et de loin, les meilleures caractéristiques. Ce n'est que la nécessité de six redresseurs et la chute de tension dans deux de ces derniers en série qui peuvent en limiter l'utilisation
- Le montage P.3 présente des performances moyennes, celles du montage P.6 sont mauvaises.
- Les caractéristiques des montages P.D.3 et S.3 sont absolument identiques.
- Le montage S.9, vu le grand nombre de redresseurs qu'il suppose à un domaine d'applications nettement distinct.

Il est hors de question d'établir une liste complète des applications des montages redresseurs alimentés par un réseau triphasé afin d'indiquer le montage qui convient

le mieux à chacune d'elles. Mais, si l'on s'en tient aux caractéristiques demandées à la source de tension redressée, on voit que la quasi-totalité des applications ne fait apparaître que quatre types principaux de besoins.

II.2.3.1. Source de tension redressée "constante" dont le taux d'ondulation n'a guère d'importance.

Pour de nombreuses applications le taux d'ondulation élevé correspondant au montage triphasé à commutation parallèle P.3 ne présente pas d'inconvénient. Mais on a trop souvent tendance à continuer à utiliser ce montage pour satisfaire ce type de besoins comme il était normal de la faire lorsqu'on utilisait des redresseurs à vapeur de mercure. La chute de tension dans les diodes semi-conductrices étant environ dix fois plus faible (1V à 1,5V au lieu de 10 à 30V) il faut reconsidérer le problème et voir si les montages P.D.3 et S.3 ne seraient pas plus intéressants alors même qu'on n'a pas besoin de la qualité de la tension redressée qu'ils procurent.

On peut éliminer immédiatement deux cas où la solution optimale ne prête guère à discussion

- a) Si la tension redressée U_{CO} est trop élevée pour que les diodes puissent supporter la tension inverse $2,1 U_{CO}$, envisager de conserver le montage P.3 en mettant deux diodes en série à la place d'une seule serait absurde car le seul avantage de ce montage serait perdu. Il faut utiliser l'un des schémas P.D.3 ou S.3.
- b) Si la tension redressée U_{CO} est très faible, 12 ou 24V par exemple, la chute de tension dans deux diodes conductrices en série aurait une valeur relative excessive et grèverait trop lourdement le rendement du montage. C'est le seul cas où l'intérêt du montage P.3 ne puisse être mis en doute.

Restent tous les cas intermédiaires qui, avec les données technologiques actuelles, correspondent aux valeurs de la tension redressée comprises entre 50 et 500V environ. Deux points principaux sont à retenir pour la comparaison, quant aux caractéristiques et au coût total, des montages P.3 et P.D.3 ou S.3.

- a) Remplacer le montage P.3 par l'un des montages P.D.3 ou S.3 permet de réduire de 21 % la puissance apparente du transformateur utilisé. La diminution des pertes joule dans les bobinages liée à cette réduction peut compenser le doublement des pertes dans les diodes : c'est au-dessus de 100V pour les montages redresseurs de faible puissance, quelques dizaines de KW par exemple, de 200V pour ceux de quelques centaines de KW et de 400V pour ceux devant débiter un MW que le passage du montage P.3 au montage P.D.3 ou S.3 se traduit

d'ordinaire par une augmentation du rendement total. Il n'est pas rare, en outre, que la réduction du prix du transformateur compense le remplacement des trois diodes (P.3) par six diodes pour les montages P.D.3 ou S.3, car ces dernières n'ont à supporter qu'une tension inverse moitié et, étant plus faciles à protéger, peuvent être choisies d'un calibre inférieur.

- b) Remplacer le montage P.3 par l'un des montages P.D.3 ou S.3 permet, à chute de tension en charge donnée, de simplifier la protection des diodes ou, à protection donnée, de réduire la chute de tension. Il est plus difficile avec le montage P.3 d'obtenir que la tension redressée diminue très peu en charge et cela nécessite une protection des diodes contre les courts-circuits plus coûteuse, emploi d'un court-circuiteur à la sortie du transformateur par exemple. En effet, les réactances, principales causes de la chute de tension en charge, contribuent beaucoup plus efficacement à la protection des diodes dans les montages P.D.3 ou S.3 que dans le montage P.3. Si l'on accepte une chute de tension à pleine charge de 5 à 10 % suivant les cas, les diodes utilisées dans les montages P.D.3 ou S.3 pourront supporter un court-circuit pendant le temps nécessaire au fonctionnement du disjoncteur placé à l'entrée du transformateur. Avec le montage P.3 il faudrait accepter une chute de tension plus de trois fois supérieure pour obtenir le même résultat. La simplification possible des protections permise par les montages P.D.3 et S.3 peut-être un élément important dans la comparaison du prix total de l'installation.

S'il n'est pas possible de trancher une fois pour toutes entre les montages comparés, il se révèle nécessaire d'effectuer dans chaque cas particulier la comparaison des caractéristiques et des coûts.

II.2.3.2. Source de tension redressée "constante" à faible taux d'ondulation

Pour obtenir une tension redressée formée de six sommets de sinusoïdes par période, trois montages simples à 6 diodes peuvent être utilisés, les montages redresseurs à trois phases secondaires et à commutation parallèle double P.D.3 ou à commutation série S.3 et le montage redresseur à six phases secondaires et à commutation parallèle P.6. Les performances de ce dernier sont si mauvaises à tous les points de vue qu'il est pratiquement abandonné.

Pour les faibles valeurs de la tension redressée, on préfère substituer au montage P.6. le montage redresseur utilisant deux secondaires en étoile triphasée fonctionnant en commutation parallèle et réunis par une

bobine d'absorption. Malgré la chute de tension de 15 % se produisant au début de la caractéristique en charge lorsqu'on passe du fonctionnement à vide au débit de l'intensité critique, ce montage dit "en double étoile" est supérieur au montage P.6 dès qu'il s'agit de mettre en oeuvre quelque puissance.

Pour l'obtention d'une tension redressée d'ordre hexaphasé la comparaison porte en fait sur les montages P.D.3 ou S.3 et le montage double étoile. Ce dernier nécessite un transformateur plus difficile à construire et de puissance plus élevée, une bobine d'absorption ; il assure une moins bonne autoprotection des diodes et produit la brusque variation de tension aux faibles charges déjà signalée. Ses seuls avantages sont d'utiliser des diodes de courant nominal moitié mais de tension inverse double et de diviser par deux les pertes dans les diodes. De ce fait, c'est pour les basses tensions seulement qu'il sera plus intéressant que les autres.

R. Dormenval (7) situe vers 100V pour les faibles puissances et 200V pour les puissances élevées les valeurs de la tension redressée au-dessus desquelles les montages P.D.3 et S.3 sont préférables au montage double étoile.

II.2.3.3. Source de tension redressée "constante" à très faible taux d'ondulation.

La mise en parallèle, grâce à une bobine d'absorption, de deux montages triphasés, l'un à commutation série, l'autre à commutation parallèle double, permet d'obtenir une tension redressée qui, formée de 12 sommets de sinusoïdes par période, a un taux d'ondulation de 1,7%. On profite ainsi des excellentes propriétés des montages P.D.3 et S.3 et de l'identité de leurs caractéristiques de tension. Le facteur de puissance du primaire commun est égal à 0,99. La chute de tension entre la marche à vide et le fonctionnement à intensité critique n'est que de 3,5 %.

Il faut que la tension redressée, soit très faible eu égard à la puissance pour que le seul inconvénient de ce montage, la chute de tension dans deux diodes en série, oblige à lui préférer un montage fonctionnant à commutation parallèle. Il s'agit alors d'ordinaire d'utiliser deux transformateurs, dont les primaires sont en étoile pour l'un, en triangle pour l'autre, ayant chacun deux secondaires en étoile.

Pour l'obtention de taux d'ondulation inférieurs à 1,7 % les montages à commutation série, dont les performances ne diminuent pas quand le nombre de tensions secondaires à redresser augmente, se révèlent supérieurs aux montages à commutation parallèle ou parallèle double.

Le montage S.9 qui donne un taux d'ondulation de 0,75 % fait travailler les bobinages tant secondaires que primaire avec un excellent facteur de puissance, la figure 38 montre un exemple de réalisation.

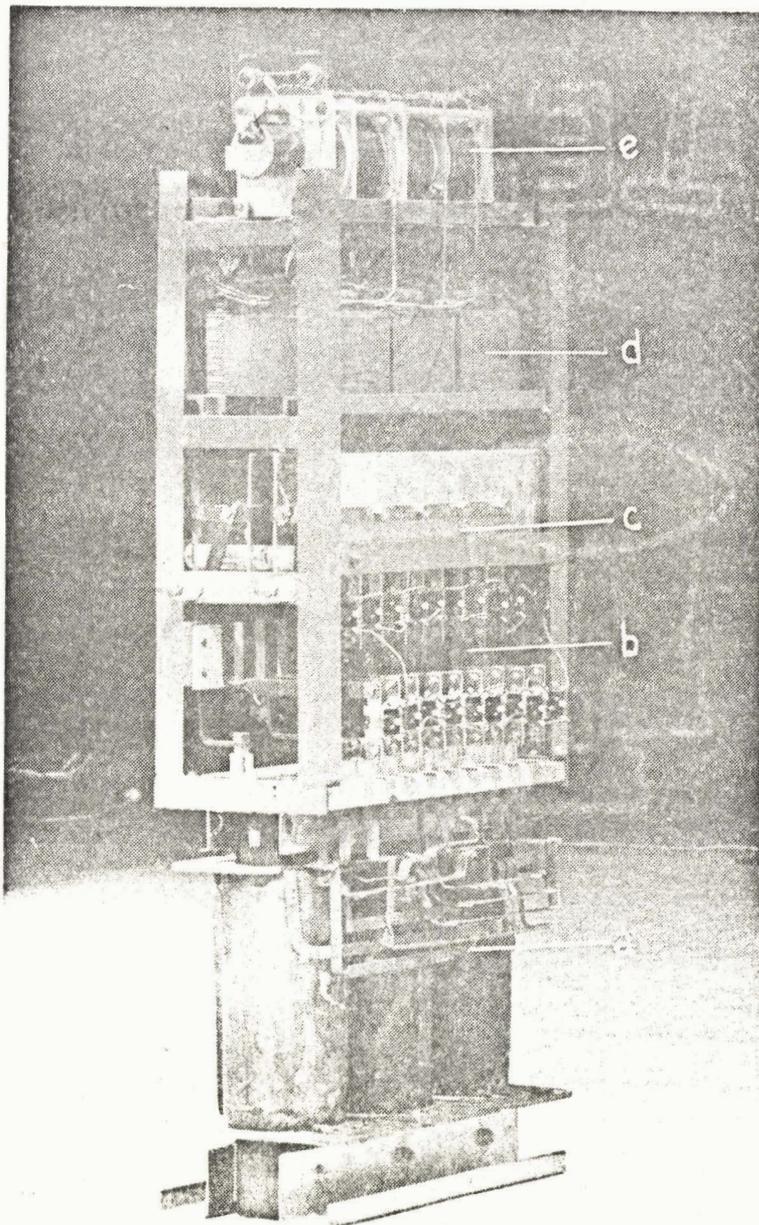


Fig.38 - Montage redresseur fonctionnant en commutation série avec 9 phases secondaires.
 alimentation : 220^{V} , 50^{Hz} triphasé ; sortie : 110^{V} , 200^{A} ;
 régulation par injection de tension série.
 a) Transformateur
 b) fusibles de protection des diodes
 c) diodes sur radiateurs
 e) autotransformateurs à curseurs alimentant les transformateurs série
 Encombrement hors tout : $1^{\text{m}}20$; $0^{\text{m}}75$; $0^{\text{m}}35$.

II.2.3.4. Source de tension redressée "réglable"

Lorsqu'on substitue aux diodes des redresseurs à électrode de commande pour faire varier la tension redressée par action sur l'instant d'amorçage de ces derniers, la comparaison des effets des réactances perd de son importance. La chute inductive peut être compensée. Quant à la protection des redresseurs il est facile de provoquer leur blocage rapide en cas de surintensité ; on

peut d'ailleurs, sans accroître notablement la puissance de dimensionnement du transformateur, augmenter les réactances de fuites.

La comparaison des divers montages redresseurs porte surtout sur la valeur des facteurs de puissance et le nombre de redresseurs commandés nécessaires ainsi que leurs caractéristiques. Il faut noter aussi que si tous les redresseurs commandés sont à cathodes équipotentielles la génération et la mise en oeuvre des signaux de déblocage sont facilitées.

Aussi le remplacement de redresseurs à forte chute de tension interne par des thyristors ne provoque pas une évolution des schémas des montages utilisés aussi nette que pour le redressement en commutation naturelle. En effet substituer, à nombre de phases secondaires donné, un montage parallèle double ou série à un montage parallèle nécessite, si on veut obtenir la même variation de la tension redressée, deux fois plus de thyristors à tension inverse moitié mais à courant efficace égal. De plus le nombre de générateurs d'impulsions est doublé et la moitié commande des thyristors à cathodes non équipotentielles. Aussi, malgré la valeur médiocre des facteurs de puissance, les montages à commutation parallèle avec secondaires en étoile triphasée ou avec plusieurs étoiles triphasées et bobines interphases restent d'ordinaire les plus intéressants.

C'est lorsque la valeur moyenne U'_{co} de la tension redressée ne doit varier qu'entre son maximum U_{co} et zéro que le passage de la commutation parallèle ou série présente d'importants avantages.

Ainsi passer du montage P.3 à l'un des montages P.D.3 ou S.3. n'entraîne qu'un inconvénient, l'addition de trois diodes et les pertes joule correspondantes, mais des avantages considérables : division par deux de la tension inverse maximale des trois thyristors, facteur d'ondulation de la tension redressée réduit, diminution de 21 % de la puissance apparente du transformateur et surtout réduction des pertes joule dans les bobinages quand, à courant continu donné, la tension redressée décroît. Si l'on suppose la même densité de courant au primaire et au secondaire le passage du montage P.3 à l'un des montages P.D.3 ou S.3 réduit ces pertes de 21 % quand U'_{co} égale U_{co} , de 42 % quand U'_{co} égale $0,5 U_{co}$ et de 61 % quand U'_{co} n'est plus que de $0,25 U_{co}$. Sauf pour les montages à très faible tension redressée, ce passage est bénéfique et cela d'autant plus que la puissance plus élevée amène à attribuer plus d'importance à la valeur du rendement.

De même quand la tension redressée doit être formée de 6 portions de sinusoïdes par période, le remplacement du montage à double étoile triphasée par l'un des montages P.D.3 ou S.3. permet de réduire la puissance du transformateur, de supprimer la bobine d'absorption, de remplacer 3 des 6 thyristors par de simples diodes, de diviser par deux le nombre de générateurs d'impulsions nécessaires et de réduire les pertes joule dans les enroulements du transformateur quand le retard à l'amorçage des redresseurs croît. Les seuls inconvénients de ce remplacement, chute de tension supplémentaire dans les diodes, intensité efficace quadruple dans les trois thyristors, ne l'emportent qu'exceptionnellement sur les multiples avantages.

Pour obtenir avec un seul transformateur une tension redressée variable à très faible taux d'ondulation les montages à commutation série sont pratiquement les seuls utilisables.

III. CONCLUSION

Les diodes et les thyristors au silicium permettent d'envisager l'emploi, pour les montages redresseurs, de schémas autres que ceux utilisés avec les redresseurs à vapeur de mercure.

Certaines des performances du redressement qu'elle effectue, de façon mécanique, le collecteur des dynamos à courant continu nous ont conduit à étudier les montages redresseurs statiques qui opéreraient de la même façon, par addition des tensions de même signe et non plus par comparaison.

Nous avons d'abord caractérisé les diverses façons de redresser un ensemble de q tensions alternatives sinusoïdales et montré que les montages redresseurs pouvaient se grouper en trois catégories

- les montages à commutation "parallèle" ; les bobinages sièges des q tensions à redresser sont groupés en étoile, q redresseurs à cathodes réunies choisissent, à chaque instant, la tension alternative qu'il convient d'appliquer entre les bornes de sortie.
- les montages à commutation "parallèle double" : les q enroulements sont encore en étoile mais $2q$ redresseurs sont nécessaires, q ont leurs cathodes équipotentielles, les q autres ont leurs anodes réunies. Ces redresseurs effectuent une double comparaison et la tension continue est, à chaque instant, égale à la différence entre la plus positive et la plus négative des tensions à redresser.
- les montages à commutation "série" : les q enroulements sièges des tensions alternatives sont montés en polygone, les $2q$ redresseurs utilisés réunissent la borne "plus" de la source de tension redressée au sommet le plus positif du polygone, la borne "moins" au sommet le plus négatif. Ainsi, à chaque instant, la tension redressée est la somme des tensions alternatives de même signe.

La première partie de cette étude a été consacrée au fonctionnement des montages redresseurs procédant par commutation série, elle a permis d'établir des relations générales car applicables quel que soit le nombre q de phases du système polyphasé de tensions alternatives à redresser.

Ce mode de commutation présente les propriétés suivantes :

- tension redressée d'ordre q si le nombre de phases est pair, d'ordre $2q$ s'il est impair,
- facteurs de puissance au secondaire et au primaire du transformateur de valeur élevée,
- chute de tension par empiètement réduite,
- bonne autoprotection des diodes,
- en commutation retardée, réduction du courant dans les enroulements du transformateur quand la tension redressée diminue.

Mais surtout, et c'est en cela que ce mode de commutation se révèle différent des autres, les caractéristiques restent bonnes même si le nombre de phases prend une valeur élevée.

Pour pouvoir situer le domaine d'intérêt du redressement par commutation série nous avons rappelé, dans la seconde partie, les propriétés des montages à commutation parallèle et parallèle double. La comparaison des trois types de montages ainsi rendue possible conduit aux conclusions suivantes :

- c'est lorsque le nombre de phases q est impair que les redresseurs à commutation parallèle double et à commutation série présentent le plus d'intérêt.
- les performances des montages à commutation parallèle se dégradent rapidement quand q augmente.
- les performances des montages à commutation parallèle double évoluent de la même façon en fonction du nombre de phases q mais sont toujours supérieures à celles des redresseurs à commutation parallèle de même q .
- seuls les montages à commutation série voient leurs caractéristiques rester pratiquement indépendantes du nombre de tensions redressées. Les performances sont les mêmes que celles du montage à commutation parallèle double pour q égal à 3 ou à 4. Ensuite la comparaison est d'autant plus favorable à la commutation série que q est plus grand.

Cette comparaison générale permet de guider le choix du mode de commutation et celui du nombre de tensions à redresser quand rien n'en limite les possibilités. Nous pensons aux ensembles alternateurs-redresseurs qui fort logiquement, grâce aux semi-conducteurs, se substituent aux dynamos génératrices à collecteur.

Les résultats de cette comparaison générale ont pu être précisés quand nous avons limité le problème à celui des montages alimentés à partir d'un réseau triphasé. Malgré la diversité des applications possibles des montages ainsi alimentés et des impératifs liés à chacun d'eux, il est possible de guider assez étroitement le choix du montage à adopter.

Le transformateur monté entre le réseau triphasé et les redresseurs permet de soumettre à la commutation un nombre q de tensions secondaires égal à 3 ou à un multiple de 3. Mais ce n'est que pour q égal à 3 que le fonctionnement en commutation parallèle donne des caractéristiques acceptables, même alors les montages à commutation parallèle double et série se révèlent souvent supérieurs tant au point de vue prix que pour ce qui est des caractéristiques.

Pour les montages à plus de trois phases secondaires, en commutation parallèle il faut grouper ces phases en plusieurs étoiles triphasées et utiliser des bobines d'absorption. La commutation parallèle double ne présente guère d'intérêt. Au contraire, les domaines des tensions et des puissances où la commutation série est préférable s'élargissent d'autant plus que le nombre de phases est plus grand.

2ème Partie

MULTIPLICATION, A L'AIDE DE REDRESSEURS,
DE LA VITESSE SYNCHRONE DES MACHINES TOURNANTES.

INTRODUCTION

Le vitesse de synchronisme Ω d'une machine reliée à un réseau de fréquence f n'est fonction que de son nombre de pôles $2p$

$$\Omega = 2 \pi \frac{f}{p}$$

Le cas des machines asynchrones à collecteur étant mis à part, cette vitesse Ω est celle à laquelle tournent les machines synchrones et au voisinage immédiat de laquelle tournent les machines asynchrones d'induction.

La valeur maximale de la vitesse synchrone correspond à 2 pôles. Elle est de 3000 T/min pour les machines reliées à un réseau à 50 Hz. Or, pour certaines applications, on souhaiterait obtenir une vitesse plus élevée. Cela suppose une multiplication de la fréquence lors du passage du réseau aux bornes de la machine.

Les montages redresseurs offrent cette possibilité ; ils permettent, en effet, à partir d'un réseau de fréquence f d'obtenir un ou plusieurs signaux dont le développement en série de Fourier contient des termes de fréquence multiple de f .

Outre la possibilité d'obtenir une vitesse supérieure à la limite normale pour un réseau de fréquence donnée, ces montages permettent d'obtenir plusieurs vitesses synchrones pour une même machine. Il suffit d'alimenter celle-ci sous la fréquence f puis sous une ou plusieurs fréquences multiples de f .

Parmi les quelques montages possibles, nous ne développerons ici que l'étude du plus simple et sans doute le plus intéressant, celui qui permet de doubler la vitesse synchrone d'une machine monophasée. L'étude de ce montage sera d'ailleurs orientée vers son utilisation par des machines asynchrones.

Après avoir montré les caractéristiques imposées au montage redresseur par le comportement à fréquence variable du moteur asynchrone monophasé, nous examinerons le fonctionnement du montage redresseur lui-même puis celui de l'ensemble montage redresseur-machine. Nous terminerons par quelques notes sur l'utilisation par les machines synchrones de ce doubleur de fréquence, sur l'amélioration possible des performances de ce dernier et sur les autres montages multiplicateurs de fréquence.

I. MOTEUR ASYNCHRONE MONOPHASÉ ALIMENTÉ SOUS DES FRÉQUENCES DIFFÉRENTES.

Si l'examen du fonctionnement à fréquence variable du moteur asynchrone polyphasé a fait l'objet d'études récentes, notamment à propos de la technique des cycloconvertisseurs (8), il ne semble pas en avoir été de même pour le moteur monophasé. Un examen très sommaire des modifications des caractéristiques de ce dernier lorsque la fréquence varie suffit à dégager les conditions que devra remplir le montage redresseur doubleur de fréquence.

I.1. MODIFICATION DES CARACTÉRISTIQUES.

I.1.1. Diagramme du courant.

Tous les procédés d'étude du moteur asynchrone monophasé sans phase auxiliaire conduisent à un diagramme du courant primaire présentant dans le système d'axes courant actif - courant réactif une forme circulaire. Poloujadoff (9) a d'ailleurs montré l'identité des résultats obtenus par les théories des champs tournants et du champ transversal. Toutes deux conduisent au schéma équivalent de la figure 39 où

- r_1 et x_1 désignent la résistance et la réactance des fuites du primaire,
- r_2 et x_2 les grandeurs correspondantes du secondaire ramenées au primaire,
- X_m la réactance magnétisante,
- g le glissement $\frac{\Omega - \Omega'}{\Omega}$.

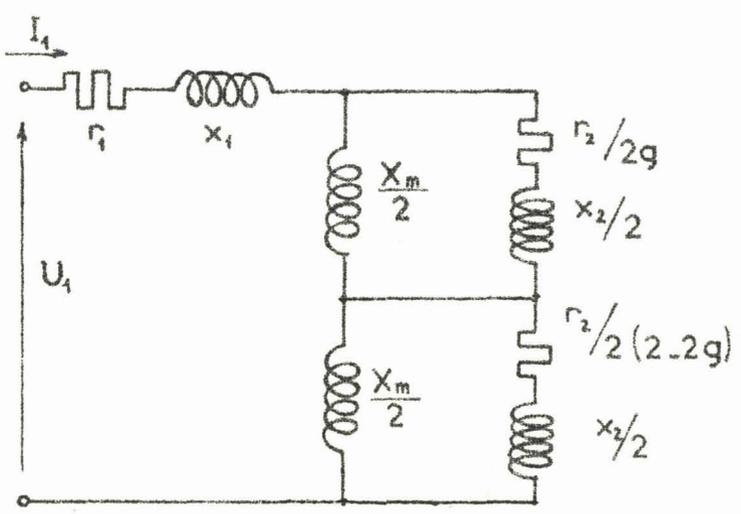


Fig.39 - Schéma équivalent au moteur asynchrone monophasé.

Lorsque la vitesse angulaire Ω' passe de zéro à l'infini l'extrémité du vecteur représentant le courant I_1 décrit la portion B_C, B_0, B_∞ du cercle de la figure 40. A la vitesse synchrone, le courant $O B_0$ diffère peu du courant magnétisant créateur du flux et donc de la force contre-électromotrice équilibrant la tension d'alimentation U_1 . Pour une vitesse infinie (point B_∞), le secondaire équivaut à une réactance.

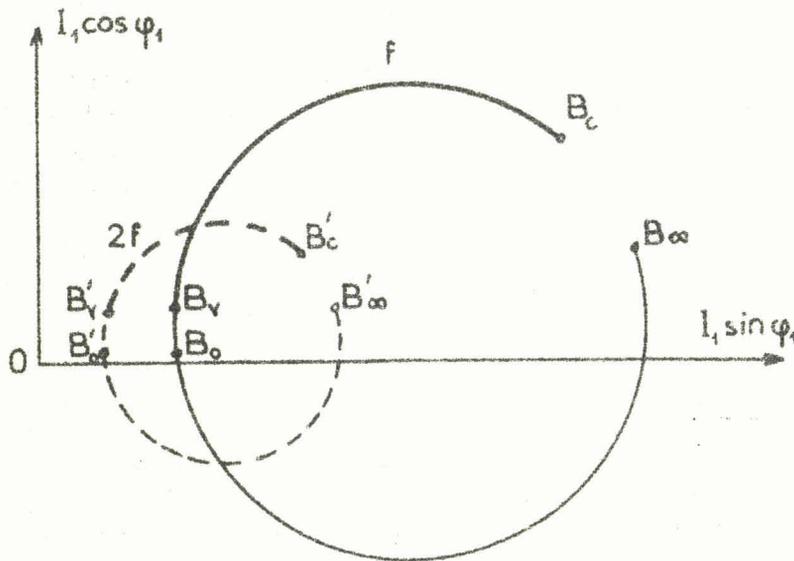


Fig. 40 - Diagramme circulaire du courant du moteur asynchrone monophasé,

— à la fréquence f ,
 --- à la fréquence $2f$,
 Seule la partie comprise entre B (arrêt) et B (marche à vide) correspond à la production d'un couple moteur.

Si, la tension U_1 restant constante, la fréquence f varie prenant la valeur Kf , le lieu de l'extrémité du courant I_1 , décrit un nouveau cercle se déduisant approximativement du précédent par une homothétie de rapport $1/K$ (fig. 40)

En effet, le flux nécessaire pour équilibrer la même tension primaire est K fois plus faible puisque sa pulsation est multipliée par K . Si on admet que la présence de l'entrefer rend constante la réluctance du circuit magnétique, le courant magnétisant est, comme le flux, divisé par K .

De même, la longueur $O B_{\infty}$ caractérisant le point B_{∞} , qui est à peu près diamétralement opposé au point B_0 , est elle aussi divisée approximativement par K . Lorsque la vitesse est infinie, le courant diffère peu du quotient de la tension par la réactance des fuites totales ramenée au primaire, or celle-ci est proportionnelle à la fréquence.

La figure 41 donne un exemple de diagrammes relevés expérimentalement pour une même tension mais des fréquences différentes. Elle montre la légitimité des approximations précédentes et de la règle de transformation homothétique qui en découle.

Toutefois lorsque la fréquence tend vers zéro, l'impédance équivalente au moteur tend vers la seule résistance primaire r_1 . En continu, le cercle se réduirait à un seul point correspondant à un courant actif de valeur $\frac{U_1}{r_1}$ très élevé.

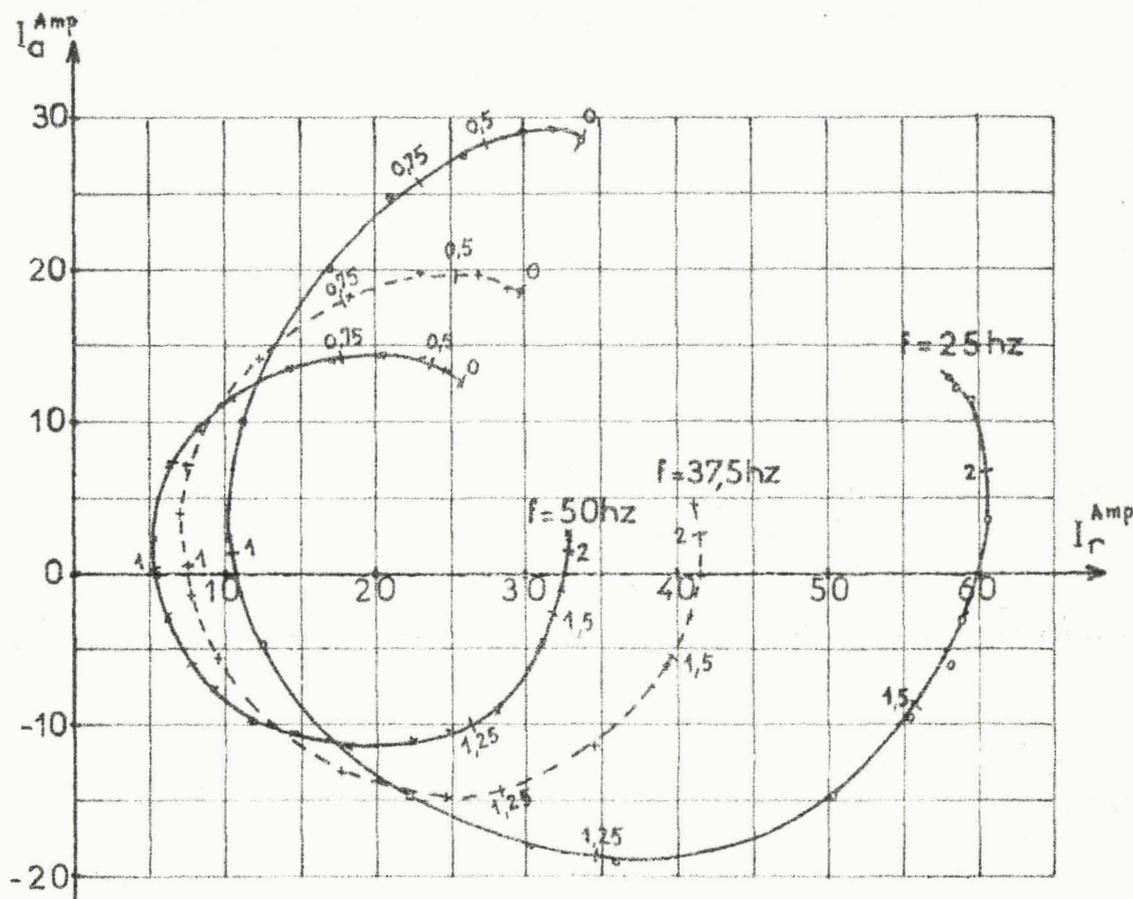


Fig.41 - Diagrammes du courant relevés pour un moteur asynchrone mono-phasé alimenté sous la même tension, successivement à 25; 37,5 et 50 Hz. Les courbes sont graduées en s'/s . En continu le moteur absorberait 220^A .

1.1.2. Caractéristique couple-vitesse.

L'augmentation de la fréquence, à tension U_1 donnée, entraîne une réduction du courant actif donc de la puissance électrique que le moteur peut absorber.

Sans entrer dans le détail de la comparaison des pertes à fréquences différentes, on peut en déduire que la puissance mécanique susceptible d'être fournie par le moteur diminue quand f croît. Or cette puissance est développée à une vitesse plus élevée. Il se produit donc une très notable réduction des ordonnées de la courbe couple-vitesse quand la fréquence augmente.

La figure 42 donne un exemple de relevé des courbes de couple utile en fonction de la vitesse pour une même tension d'alimentation mais trois fréquences différentes.

Ces courbes mettent clairement en évidence

- la nette réduction du couple maximum quand la fréquence augmente,
- la supériorité du couple maximum de freinage sur le couple moteur maximum. Si les couples dus aux champs tournants direct et inverse s'opposent lors de la marche en moteur, ils ajoutent leurs actions au-delà de la vitesse synchronic.

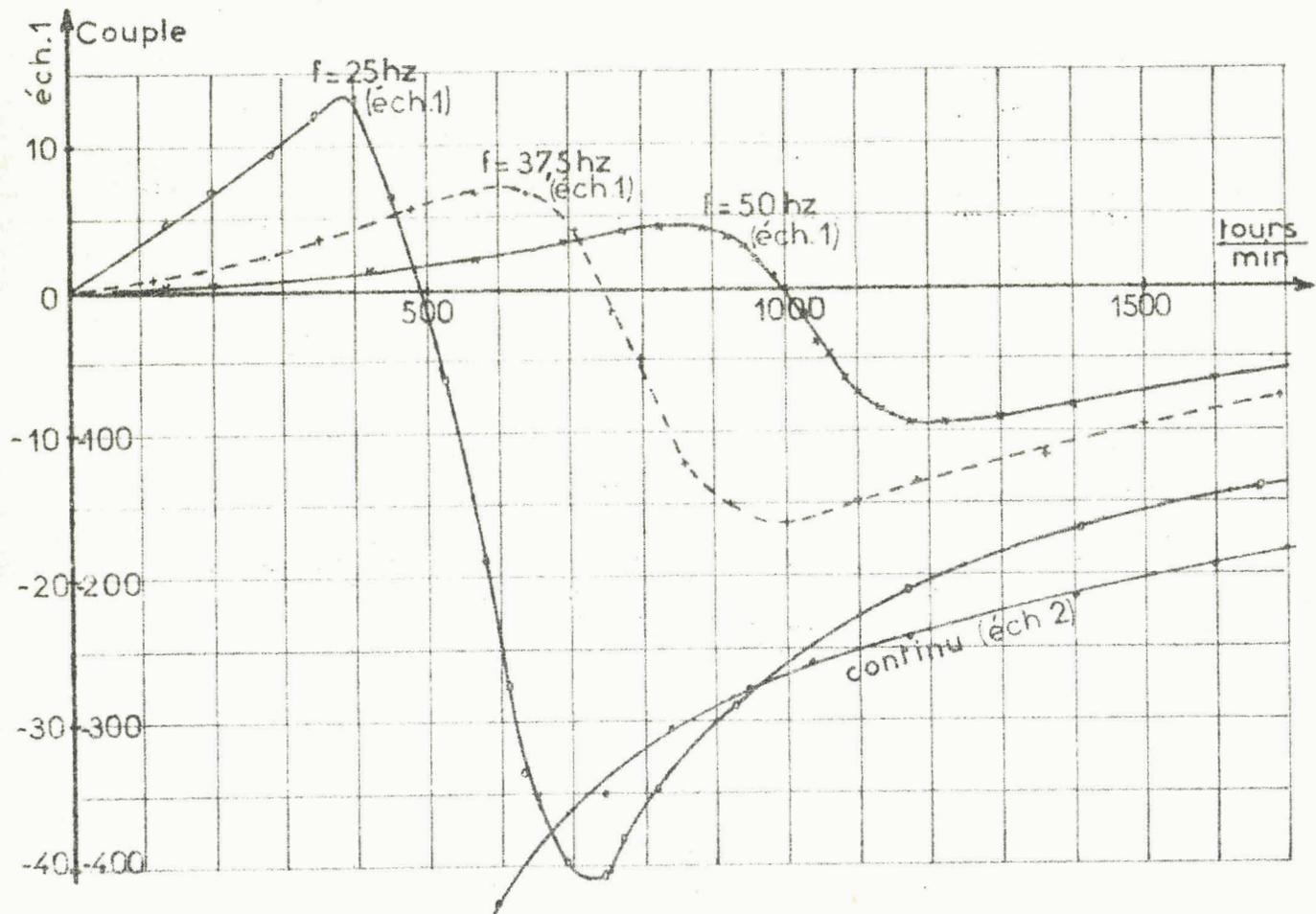


Fig. 42 - Courbes couple utile-vitesse relevées pour un moteur monophasé à 6 pôles alimenté sous la même tension à 50 Hz, à 37,5 Hz et à 25 Hz (échelle 1) puis en continu (échelle 2).

Si le moteur est alimenté en continu, il fonctionne en frein électromagnétique. Le couple s'opposant à la rotation qu'il développe croît rapidement en fonction de la vitesse puis se maintient à des valeurs très élevées. Nous avons dû (fig. 42) changer d'échelle pour pouvoir représenter une partie de la courbe de couple relevée lors de l'alimentation en courant continu du moteur.

I.2. CONDITIONS IMPOSÉES AU MONTAGE REDRESSEUR.

Le réseau d'alimentation ayant une fréquence f , si le montage redresseur fonctionne en simple alternance il fournit une tension comportant, outre une composante continue, des termes sinusoïdaux de fréquence f , $2f$, $4f$

Un montage redresseur double alternance délivre une tension redressée formée d'un terme constant et de tensions de fréquence $2f$, $4f$, $6f$...

La brève étude du comportement du moteur asynchrone qui précède montre les deux conditions imposées au montage redresseur destiné au doublement de la fréquence :

- a) Il faut supprimer la composante continue de la tension redressée. Cette composante, même si elle était d'une importance relative faible par rapport aux autres termes du développement en série de la tension redressée, donnerait lieu à un courant notable et donc à des pertes par effet joule élevées. Mais surtout elle produirait un couple de freinage si fort que toute montée en vitesse serait impossible.
- b) Il faut utiliser un montage redresseur double alternance. Si la tension appliquée au moteur comportait un terme de fréquence f , le couple de freinage créé par ce terme après le passage à la vitesse $2\pi f/p$ interdirait le dépassement de celle-ci. Or il n'est pas possible avec un circuit simple, compte tenu de l'importance des variations de l'impédance équivalente au moteur en fonction de sa vitesse, de rendre négligeable pour toutes les vitesses le quotient des termes de fréquences respectives f et $2f$ obtenus à partir du montage simple alternance.

II. ETUDE DU MONTAGE DOUBLEUR DE FRÉQUENCE.

II.1. PRINCIPE. PROCÉDÉS D'ETUDE.

Parmi les montages redresseurs doubleurs de fréquence alimentés en monophasé, nous avons retenu celui qui correspond aux impératifs imposés par le moteur et qui comporte le nombre minimum d'éléments (10).

Entre les sommets A et C (fig.43) d'un pont de Graetz formé de quatre diodes D_1, D_2, D_3, D_4 on applique la tension alternative de pulsation ω fournie par le réseau.

$$v = V_m \sin \omega t. \quad (49)$$

La tension redressée v' apparaissant entre les sommets B et D est appliquée au moteur M par l'intermédiaire d'une capacité C qui absorbe la composante continue de v' . Nous désignerons par v_c et v_s les tensions respectives aux bornes du condensateur et du moteur.

$$v' = v_c + v_s \quad (50)$$

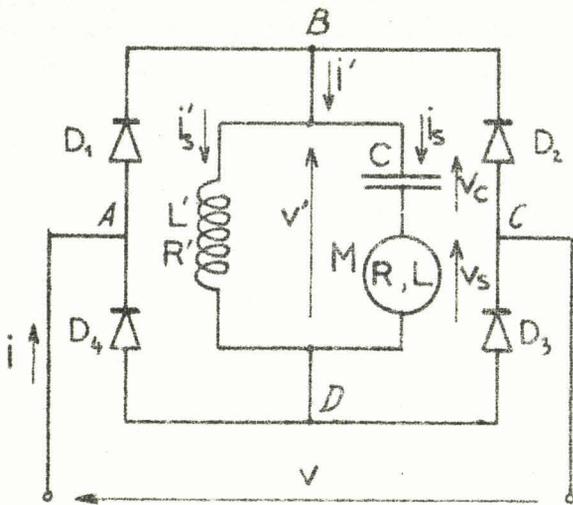


Fig.43 - Schéma du montage doubleur de fréquence utilisé pour l'alimentation du moteur M.

Si l'on n'ajoutait pas de dérivation entre les sommets B et D du pont, le courant i_s dans le moteur s'annulerait. En effet la capacité C ne pouvant que se charger, la tension à ses bornes prendrait une valeur constante égale à V_m et bloquerait le débit des diodes.

Aussi doit-on placer entre B et D une bobine de constantes R' et L' qui absorbe un courant i'_s sensiblement constant. Cette impédance, en empêchant le courant redressé total i' de s'annuler, assure la conduction des diodes pendant tout ou partie de chacune des alternances de la tension v .

$$i' = i_s + i'_s, \text{ si positif} \quad (51)$$

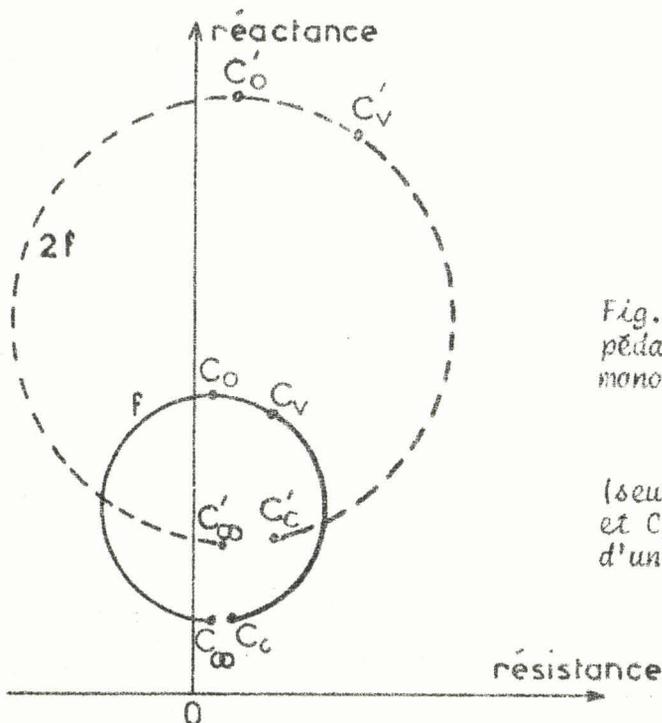


Fig.44 - Diagramme circulaire de l'impédance de la machine asynchrone monophasée.

— à la fréquence f
 --- à la fréquence $2f$
 (seule la partie comprise entre C et C_V correspond à la production d'un couple moteur).

Pour étudier ce montage nous substituerons au moteur son impédance équivalente. Du diagramme du courant (fig.40) on déduit immédiatement celui de l'impédance (fig.44). Si l'on conserve les mêmes hypothèses, l'extrémité du vecteur impédance se déplace sur un cercle lorsque la vitesse passe de zéro (point C_C) à une valeur infinie (point C_∞). Les points C_V et C_0 correspondent respectivement au fonctionnement à vide et à la vitesse synchrone. Quand la fréquence d'alimentation est multipliée par K , le diagramme subit une homothétie de rapport K .

Le moteur se comporte donc comme une résistance variable en série avec une réactance elle-même variable.

Pour l'étude du circuit doubleur de fréquence, on remplacera le moteur par une impédance de constantes R et L sans s'occuper des variations de ces constantes en fonction de la vitesse ou de la fréquence. L'application à l'impédance très variable que constitue le moteur des caractéristiques générales ainsi obtenues sera réservée à l'étude de l'ensemble doubleur de fréquence-moteur asynchrone (1).

Deux procédés permettent le tracé des caractéristiques du multiplicateur de fréquence.

Le premier suppose que le courant i'_S absorbé par la réactance d'entretien est suffisant pour assurer à tout instant la conduction de deux diodes, D_1 et D_3 ou D_2 et D_4 .

Le second suppose des intervalles de temps où cette conduction n'est pas assurée.

Les résultats obtenus sont donc complémentaires. A courant i'_S donné le premier mode de fonctionnement correspond aux faibles consommations du moteur, le second aux valeurs élevées du courant absorbé par ce dernier.

II.2. CAS DE LA CONDUCTION CONTINUE DES DIODES

Si le courant i'_S est insuffisant pour que, malgré la nature alternative du courant i_S , leur somme i' reste toujours positive, la tension redressée a pour valeur, en négligeant la chute de tension dans les deux diodes conductrices à chaque instant,

$$v' = | V_m \sin \omega t |. \quad (52)$$

Le montage équivaut alors à celui représenté sur la fig.45 et permet, si l'on suppose nulle l'impédance interne de la

(1) Pour toute la portion du diagramme correspondant à la marche en moteur, R est positif. Le facteur de puissance est d'ordinaire compris entre 0,2 et 0,8, ce qui correspond à des valeurs de L (2 ou 4 ou 6...) ω / R comprises entre 5 et 0,75. Ceci explique le choix des coefficients de qualité ultérieurement utilisés lors du tracé des courbes.

source de tension v' , l'étude séparée des deux dérivations montées entre les points B et D.

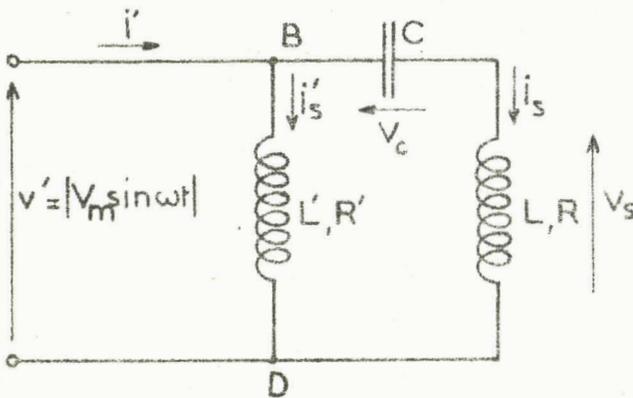


Fig. 45 - Schéma équivalent au montage doubleur de fréquence si i' est toujours positif. (L, R impédance équivalente au moteur).

La tension v' a pour développement en série de Fourier

$$v' = \frac{2}{\pi} V_m - \frac{4}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{V_m}{4p^2-1} \cos 2p \omega t. \quad (53)$$

Outre le terme constant, elle comprend donc tous les harmoniques pairs de la tension d'alimentation mais leur importance relative diminue très vite à rang croissant.

$$v' = \frac{2}{\pi} V_m \left(1 - \frac{2}{3} \cos 2\omega t - \frac{2}{15} \cos 4\omega t - \frac{2}{35} \cos 6\omega t - \frac{2}{63} \cos 8\omega t \dots \right).$$

II.2.1. Tension de sortie v_s .

Le terme $\frac{2}{\pi} V_m$ est inclus en totalité dans l'expression de la tension v_c . La valeur efficace $V_{s,2p}$ de l'harmonique de rang $2p$ de la tension de sortie v_s se déduit de celle V de la tension d'alimentation par la relation

$$V_{s,2p} = \frac{4}{\pi} \frac{V}{4p^2-1} \frac{\sqrt{R^2 + L^2 4p^2 \omega^2}}{\sqrt{R^2 + (L2p\omega - \frac{1}{C2p\omega})^2}},$$

ou, en posant

$$\frac{L2\omega}{R} = Q_2 \text{ et } LC4\omega^2 = K, \quad (54)$$

$$V_{s,2p} = V \frac{4}{\pi(4p^2-1)} \frac{\sqrt{1 + Q_2^2 p^2}}{\sqrt{1 + Q_2^2 (p - \frac{1}{pK})^2}}. \quad (55)$$

Les courbes de la figure 46 donnent, en fonction de K , la valeur des rapports $\frac{V_{s2}}{V}$, $\frac{V_{s4}}{V}$ et $\frac{V_{s6}}{V}$ pour quelques valeurs de Q_2 .

Tous ces rapports tendent vers zéro quand les valeurs du paramètre K et de la capacité C qui lui est proportionnelle tendent elles-mêmes vers zéro.

Chaque harmonique de la tension v_s prend une valeur supérieure à celle, $\frac{4}{\pi} \frac{V}{4p^2-1}$, du terme correspondant de la tension v' dès que K est supérieur à $1/2p^2$. Après être passé par son maximum, pour K égal à $1/p^2$ qui correspond à sa mise en résonance, il tend rapidement vers $\frac{4}{\pi} \frac{V}{4p^2-1}$.

Pour les valeurs de K nettement supérieures à l'unité, l'influence du coefficient Q_2 est négligeable, tous les termes du développement en série de la tension v_c ont sensiblement la même amplitude que les termes alternatifs de mêmes fréquences de la tension redressée v' .

II.2.2. Tension v_c aux bornes du condensateur.

La tension v_c aux bornes du condensateur comprend un terme moyen, $v_{c \text{ moy}} = \frac{2}{\pi} V_m$, et tous les harmoniques pairs de la tension d'alimentation. Ces derniers ont pour amplitude :

$$V_{c,2p,\text{max}} = \frac{4}{\pi} \frac{V_m}{4p^2 - 1} \frac{1}{\sqrt{R^2 + \left(L2p\omega - \frac{1}{C2p\omega}\right)^2}},$$

ou, compte tenu des notations adoptées,

$$V_{c,2p,\text{max}} = \frac{4}{\pi} \frac{V_m}{4p^2 - 1} \frac{\frac{Q_2}{pK}}{\sqrt{1 + Q_2^2 \left(p - \frac{1}{pK}\right)^2}} \quad (56)$$

On peut tracer (fig. 47) les courbes donnant, pour diverses valeurs de Q_2 , les variations de

$$\frac{V_{c2 \text{ max}}}{V_m}, \quad \frac{V_{c4 \text{ max}}}{V_m}, \quad \frac{V_{c6 \text{ max}}}{V_m}$$

en fonction de K et comparer ces rapports à $v_{c \text{ moy}}/V_m$.

L'amplitude de chacun des termes alternatifs du développement en série de la tension v_c est égale à $\frac{4}{\pi} \frac{V_m}{4p^2 - 1}$ pour K nul, elle croît ensuite en fonction de ce paramètre et passe par un maximum d'autant plus élevé et correspondant à une valeur de K d'autant plus voisine de $1/p^2$ que le facteur Q_2 est plus grand. Lorsque K continue à croître, cette amplitude tend ensuite vers zéro.

Pour les valeurs de K nettement supérieures à l'unité, la tension v_c est pratiquement constante et égale à $v_{c \text{ moy}}$.

II.2.3. Choix de la capacité.

Les courbes de la figure 46 montrent que, pour que le terme de fréquence $2f$ de la tension de sortie présente une amplitude notable et que les termes de fréquence plus élevée aient une valeur relative réduite, il faut choisir une capacité C telle que le coefficient K , égal à $LC4\omega^2$, soit voisin de l'unité ou supérieur à celle-ci.

Les courbes montrent aussi que la tension de fréquence $2f$ varie très rapidement pour les valeurs de K inférieures à 1. Sa diminution est la même quand K passe de 1 à 0,5 que lorsque ce paramètre passe de 1 à l'infini.

Quand le récepteur présente une réactance très variable pour lui fournir une tension de fréquence $2f$ sensiblement constante, il faut choisir C tel que K soit toujours supérieur à

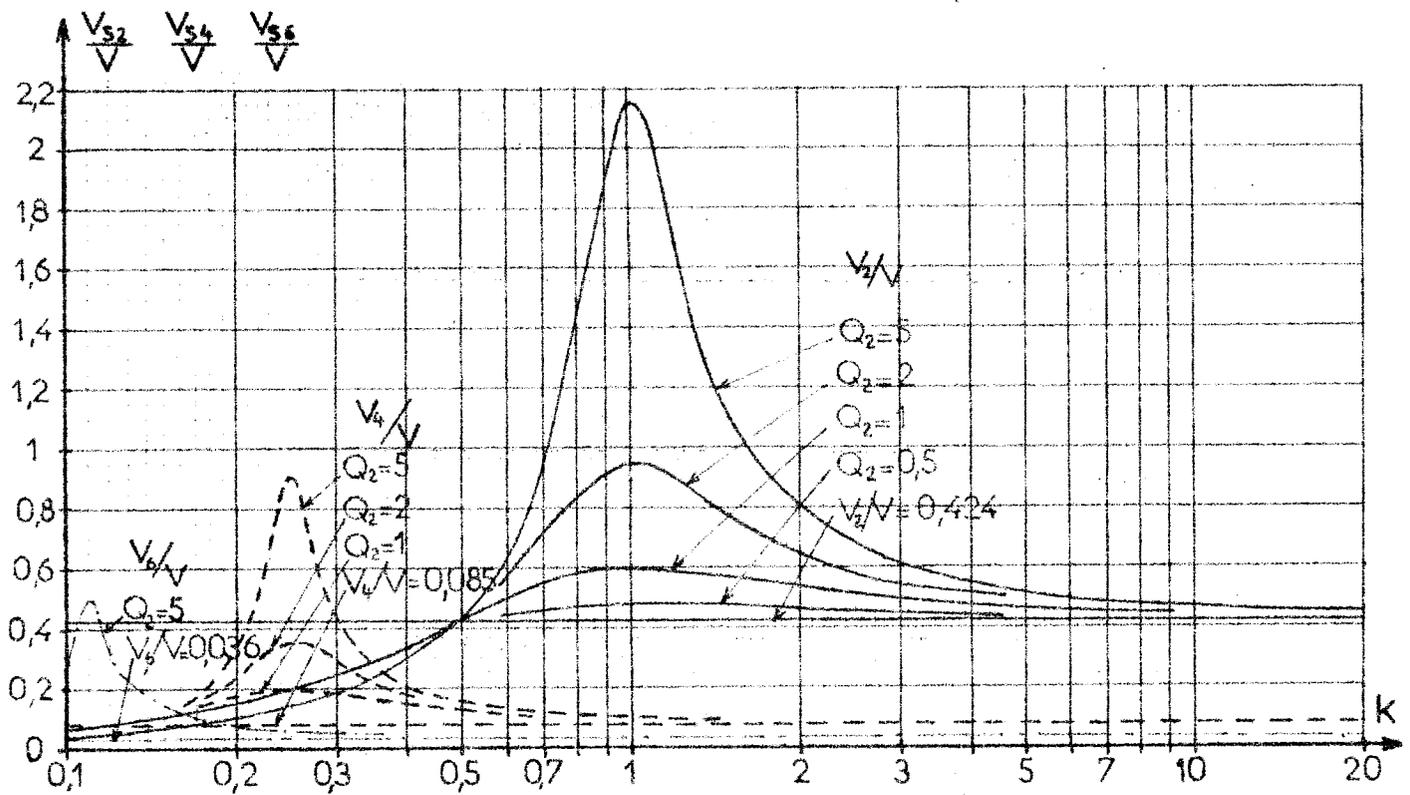


Fig. 46 - Courbes donnant les variations des trois premiers termes du développement en série de la tension v aux bornes du récepteur en fonction de K pour diverses valeurs de Q_2 .

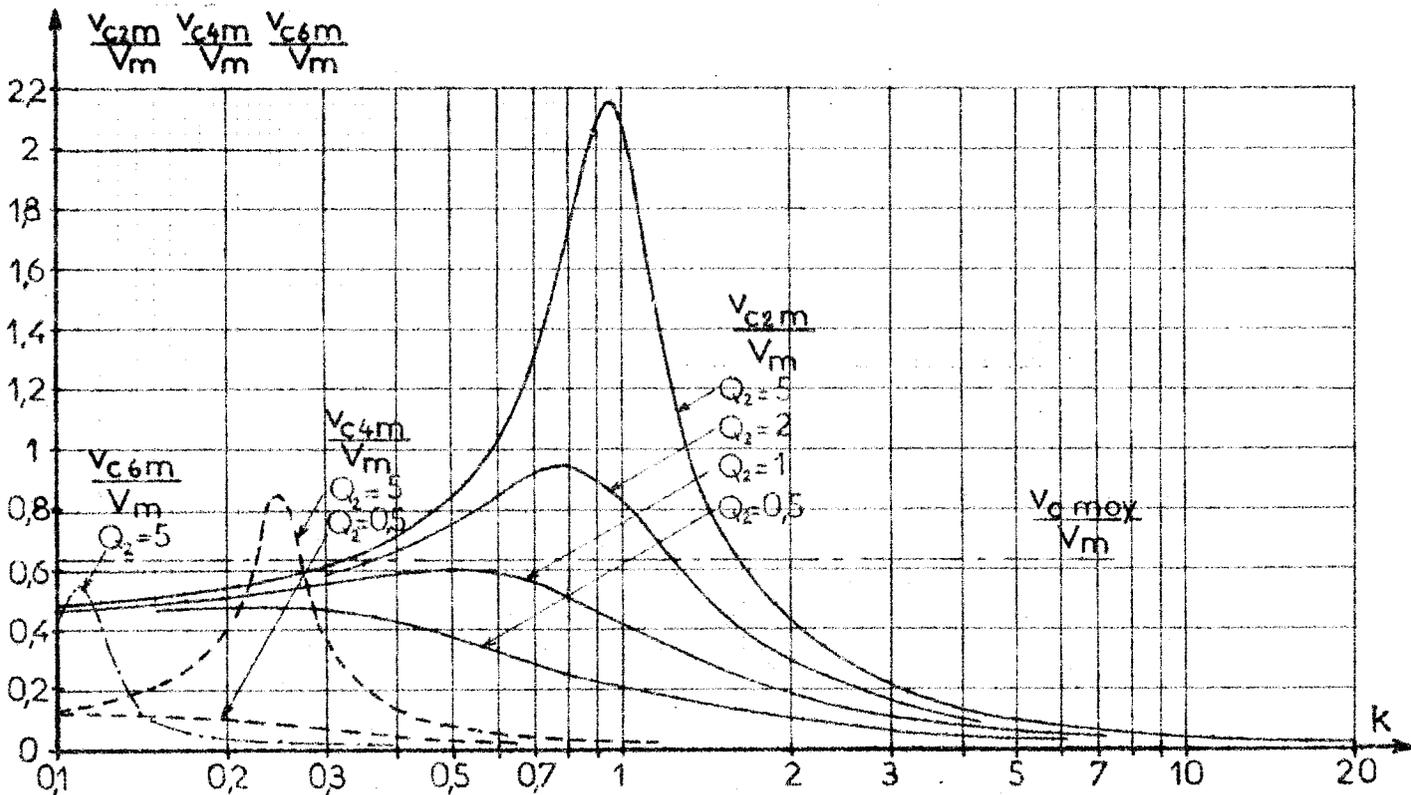


Fig. 47 - Courbes donnant en fonction de K et pour diverses valeurs de Q_2 les variations des trois premiers termes du développement en série de la tension v_c aux bornes du condensateur.

l'unité. Si K est égal à 4, par exemple, pour la valeur minimale de la réactance du récepteur, pour cette valeur et toutes les valeurs supérieures de L le montage de la figure 43 se comporte comme une source de tension v_s constante et égale à $v_s = -\frac{4}{\pi} V_m \left(\frac{1}{3} \cos 2\omega t + \frac{1}{15} \cos 4\omega t + \frac{1}{35} \cos 6\omega t + \dots \right)$.

Les courbes de la figure 47 montrent le second avantage du fonctionnement avec une capacité telle que K soit toujours nettement supérieur à l'unité. La tension v_c est alors unidirectionnelle quelle que soit la réactance du récepteur et le condensateur utilisé peut-être électrolytique

II.2.4. Courant d'entretien de la conduction

La dérivation de constantes R'L' montée en parallèle avec l'ensemble condensateur-moteur (fig.43) a pour but d'empêcher le courant total i' débité par le pont à quatre redresseurs de s'annuler.

i' est la somme du courant alternatif i_s , dont la valeur et la forme d'onde varient avec les caractéristiques du récepteur, et du courant unidirectionnel i'_s . Ce dernier doit être aussi constant que possible, pour pouvoir compenser au mieux les valeurs négatives instantanées de i_s , d'où la nature inductive de l'impédance d'entretien.

II.2.4.1. Forme d'onde du courant i'_s

La tension $v' = \{ V_m \sin \omega t \}$ fait circuler dans l'impédance de constantes R'L' un courant i'_s tel que

$$v' = R' i'_s + L' \frac{d}{dt} i'_s.$$

Ce courant a une période moitié de celle T de la tension d'alimentation. Entre les instants $t=0$ et $t = \frac{T}{2}$ il a pour expression :

$$i'_s = \frac{V_m}{\sqrt{R'^2 + L'^2 \omega^2}} (R' \sin \omega t + L' \omega \cos \omega t + A e^{-\frac{R'}{L'} t}),$$

(A constante d'intégration).

En posant $Q' = \frac{L' \omega}{R'}$ et en égalant les valeurs de i'_s aux instants $t=0$ et $t = T/2$, il vient

$$i'_s = \frac{V_m}{R'} \frac{1}{1 + Q'^2} (\sin \omega t - Q' \cos \omega t + \frac{2 Q'}{1 - e^{-\pi Q'}} e^{-\frac{\omega t}{Q'}}). \quad (57)$$

La figure 48 donne la forme d'onde du courant i'_s pour trois valeurs du coefficient Q' . Elle montre que, même pour des valeurs de Q' de l'ordre de 5 donc très faciles à obtenir, le courant i'_s s'écarte peu de sa valeur moyenne

$$i'_s \text{ moy} = \frac{2}{\pi} \frac{V_m}{R'}. \quad (58)$$

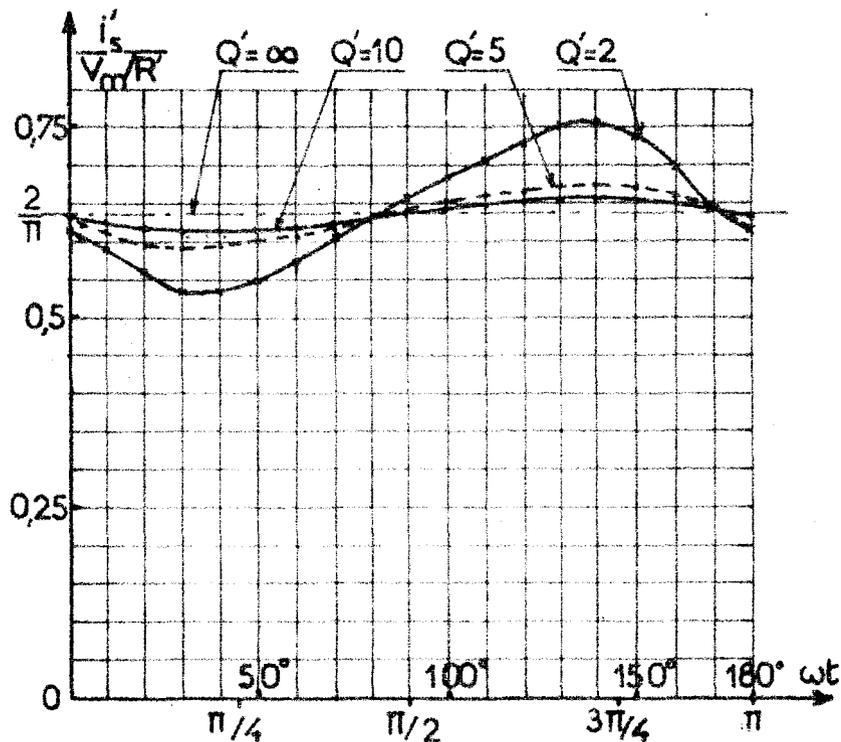


Fig. 48 - Forme d'onde du courant i'_s pour diverses valeurs du coefficient Q' .

II.2.4.2. Valeur du courant i'_s .

Pour que la conduction du pont soit toujours assurée, il faut que tout au long de la période soit satisfaite la condition

$$i'_s > i_s \quad (59)$$

La valeur à donner au courant i'_s dépend donc de celle du courant i_s et de sa forme d'onde.

Pour avoir une idée de la puissance consommée dans le circuit d'entretien, on effectue les hypothèses suivantes :

- on suppose le courant i'_s parfaitement constant, donc la puissance active P'_s absorbée par R' égale à $v'_{\text{moy}} i'_s \text{ moy}$.
- on confond le courant i_s avec sa composante de fréquence $2f$
- on suppose le coefficient K très supérieur à l'unité.

Dans ces conditions, le courant dans le récepteur a pour amplitude :

$$i_{s \text{ max}} = i_{s2 \text{ max}} = \frac{\sqrt{2} V_{s2}}{\sqrt{R^2 + L^2 4 \omega^2}}$$

ou, compte tenu des relations (54) et (55)

$$i_{s \text{ max}} = \frac{4}{3\pi} \frac{V_m}{R} \frac{1}{\sqrt{1 + Q_2^2}}$$

La puissance P_s fournie au récepteur, égale à $R I_s^2$ devient alors

$$P_s = R \frac{i_s^2}{2} \max = \frac{16}{9\pi^2} \frac{V^2}{R} \frac{1}{1+Q_2^2}$$

La condition (59) peut s'écrire

$$i'_s \text{ moy} > \frac{4}{\pi} \frac{V_2}{3} \frac{V}{R} \frac{1}{\sqrt{1+Q_2^2}}$$

$$P'_s = v' \text{ moy} i'_s \text{ moy} = \frac{2}{\pi} V \sqrt{2} i'_s \text{ moy} > \frac{16}{3\pi^2} \frac{V^2}{R} \frac{1}{\sqrt{1+Q_2^2}} > 3 P_s.$$

Le maintien de la conduction des diodes supposerait donc la dépense dans le circuit d'entretien d'une puissance plus de trois fois supérieure à celle fournie au récepteur.

II.3. CAS DE LA CONDUCTION DISCONTINUE DES DIODES.

La réalisation de la condition (59) nécessaire pour assurer la conduction continue du pont à diodes conduit à une dépense de puissance très élevée. Si on la réalisait pour la consommation maximale du récepteur, on obtiendrait un rendement global du montage d'autant plus faible que, la puissance perdue dans le circuit d'entretien n'étant pas modifiée, celle fournie au récepteur serait plus réduite.

Il convient donc de choisir une valeur du courant i'_s assez réduite pour que la conduction soit discontinue quand le moteur tend à consommer un courant important. La conduction ne deviendra alors continue que pour les faibles valeurs du courant absorbé par le moteur.

Pour tenir compte des intervalles où aucune diode n'est conductrice, il faut substituer au schéma équivalent de la figure 45 celui de la figure 49. La diode fictive D' n'est passante que si de sa conduction résulte le débit d'un courant i' positif.

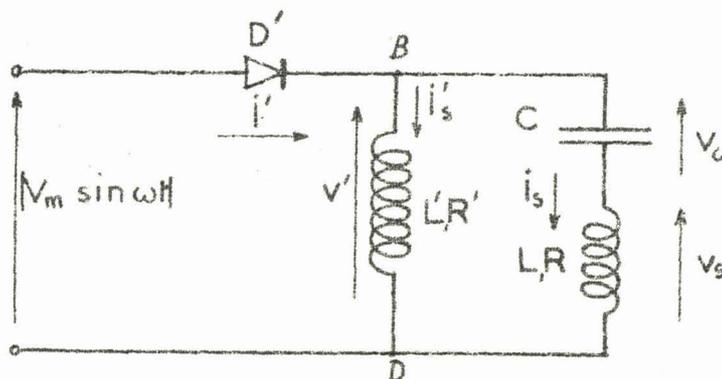


Fig. 49 - Schéma équivalent au montage de la figure 43. (les 4 diodes sont remplacées par la diode fictive D').

Trois remarques permettent de simplifier l'étude du fonctionnement de ce montage :

- Le condensateur doit présenter une capacité assez élevée pour que, quelles que soient les valeurs prises par les constantes R et L du récepteur, toutes les variations de la tension v' soient transmises à ce dernier et que les

fluctuations de la tension v_c soient faibles par rapport à sa valeur moyenne (voir § II.2.3.)

Nous supposons la capacité infiniment grande et assimilons la tension v_c à ses bornes à une force contre-électromotrice constante.

- b) Même si son coefficient de qualité est médiocre, la réactance d'entretien est parcourue par un courant i'_s dont les fluctuations sont faibles par rapport à sa valeur moyenne (voir § II.2.4.1).

Nous admettrons que le courant i'_s est constant, ce qui revient à supposer L' infini.

- c) Pour un régime donné, le moteur ne peut être assimilé à une impédance dont les coefficients R et L seraient constants. Toutefois nous ferons cette approximation en prenant pour R et L les constantes correspondant à des signaux sinusoïdaux de fréquence $2f$.

II.3.1. Calcul de l'intervalle de conduction. Premier cas

Toutes les grandeurs variables i' , i_s , v' et v_s ont pour période $\frac{T}{2}$; il suffit donc d'étudier le fonctionnement du montage pour une alternance de la tension d'alimentation.

Nous examinerons d'abord le cas où la diode D' est bloquée lors des minima de la tension $|V_m \sin \omega t|$. Nous verrons ensuite le cas où les passages par zéro de cette tension se situent en dehors de l'intervalle de blocage.

Si la diode D' est bloquée, les quatre grandeurs considérées ont pour expression

$$\left. \begin{aligned} i' &= 0 \\ i_s &= -i'_s \\ v_s &= -R i'_s \\ v' &= v_c - R i'_s \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

elles sont constantes, puisque nous avons supposé i'_s et v_c constants.

Ce mode de fonctionnement cesse à l'instant $t = t_0$ (fig.50) où $V_m \sin \omega t$ devient supérieur à $v_c - R i'_s$.

$$V_m \sin \omega t_0 = v_c - R i'_s \quad (61)$$

A partir de l'instant $t = t_0$, la diode D' est conductrice et le courant i' positif. Les tensions v' et v_s et le courant i_s sont alors donnés par les relations

$$\left. \begin{aligned} v' &= V_m \sin \omega t, \\ v_s &= V_m \sin \omega t - v_c, \\ R i_s + L \frac{di_s}{dt} &= V_m \sin \omega t - v_c. \end{aligned} \right\} \quad (62)$$

La conduction de D' cesse à l'instant $t = t_1$ où le courant i' s'annule

$$(i_s)_{t_1} = -i'_s \quad (63)$$

Enfin de $t = t_1$ à $t = \frac{T}{2}$, D' étant bloqué, on retrouve les mêmes relations (60) que durant l'intervalle $0, t_0$.

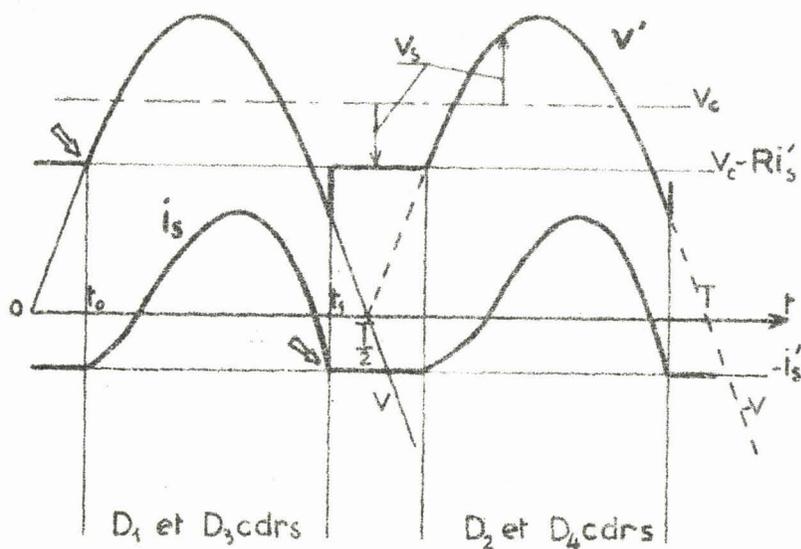


Fig50 - Détermination des instants de début et de fin de conduction du pont. Tracé de la forme d'onde de v' , v_s et i_s .

Ces où t_1 est inférieur à $T/2$.

La valeur des angles ωt_0 et ωt_1 est fonction d'une part du rapport entre le courant i'_s et celui que tend à absorber le récepteur, de la constante de temps de ce dernier d'autre part. On utilise comme paramètres caractérisant le fonctionnement les deux rapports :

$$x = \frac{i'_s R}{V_m} \quad \text{et} \quad Q_2 = \frac{L \omega}{R} \quad (64)$$

On obtient une première relation en suivant les variations du courant i_s au cours de l'intervalle t_0, t_1 . Egal à $-i'_s$ pour t égal à t_0 , ce courant est ensuite donné par la relation

$$R i_s + L \frac{di_s}{dt} = V_m \sin \omega t - v_c ;$$

d'où son expression

$$i_s = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}} \sin(\omega t - \varphi) - \frac{v_c}{R} + \left\{ -i'_s - \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}} \sin(\omega t_0 - \varphi) + \frac{v_c}{R} \right\} e^{-\frac{R}{L}(t-t_0)}$$

$$\text{avec } t \tan \varphi = \frac{L \omega}{R}.$$

A l'instant $t = t_1$, le courant i_s est à nouveau égal à $-i'_s$.

$$-i'_s = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}} \sin(\omega t_1 - \varphi) - \frac{v_c}{R} + \left\{ -i'_s - \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}} \sin(\omega t_0 - \varphi) + \frac{v_c}{R} \right\} e^{-\frac{R}{L}(t_1-t_0)}$$

Après avoir effectué la simplification que permet la relation (61) et mis en évidence le coefficient Q_2 , il vient
$$\sin \omega t_1 - \frac{Q_2}{2} \cos \omega t_1 - (1 + \frac{Q_2^2}{4}) \sin \omega t_0 = -\frac{Q_2}{2} (\cos \omega t_0 + \frac{Q_2}{2} \sin \omega t_0) e^{-\frac{R}{L}(t_1-t_0)} \quad (65)$$

Cette égalité permet pour chaque valeur de Q_2 , de déterminer les angles ωt_0 et ωt_1 qui se correspondent.

La seconde relation s'obtient en écrivant que la ten-

sion v_s a une valeur moyenne nulle.

$$0 = \frac{2}{T} \left[\int_0^{t_0} -Ri'_s dt + \int_{t_0}^{t_1} (V_m \sin \omega t - u_c) dt + \int_{t_1}^{T/2} -Ri'_s dt \right]$$

ou $V_m (\cos \omega t_0 - \cos \omega t_1) = Ri'_s (\omega t_0 + \pi - \omega t_1) + u_c (\omega t_1 - \omega t_0)$.

Compte tenu des relations (61) et (64), on obtient

$$\cos \omega t_0 - \cos \omega t_1 + (\omega t_0 - \omega t_1) \sin \omega t_0 = x \pi. \quad (66)$$

Les équations (65) et (66) permettent, en fonction des paramètres Q_2 et x , de déterminer la valeur des angles de début et de fin de conduction ωt_0 et ωt_1 (portions en traits pleins des courbes de la figure 52).

II.3.2. Calcul de l'intervalle de conduction. Deuxième cas

Les relations (65) et (66) ne permettent pas, sauf pour une valeur nulle de Q_2 , de suivre tout l'accroissement, en fonction de x , de l'angle de conduction $\omega(t_1 - t_0)$ depuis zéro jusqu'à π . En effet, si le récepteur est inductif, l'intervalle $t_1 - \frac{T}{2}$ est inférieur à 0, t_0 (fig.50). Lorsque l'angle de conduction augmente, t_1 atteint la valeur $\frac{T}{2}$ alors que t_0 est encore positif. Un nouvel accroissement de cet angle trouvera t_1 supérieur à $\frac{T}{2}$.

Dans ce cas (figure 51), le pont est bloqué pour $t_1 - \frac{T}{2} < t < t_0$; durant cet intervalle, on a encore

$$\left. \begin{aligned} i_s &= i'_s \\ v_s &= -R i'_s \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

L'instant $t = t_0$ est toujours donné par la relation (61)

Mais, pendant l'intervalle de conduction, soit pour $t_0 < t < t_1$, la tension v_s aux bornes du récepteur présente deux expressions successives (1).

$$\left. \begin{aligned} v_s &= R i_s + L \frac{di_s}{dt} = V_m \sin \omega t - v_c, \text{ si } t_0 < t < \frac{T}{2}, \\ v_s &= R i_s + L \frac{di_s}{dt} = -V_m \sin \omega t - v_c, \text{ si } \frac{T}{2} < t < t_1. \end{aligned} \right\} \quad (62')$$

Comme dans le cas précédent, deux relations permettent de calculer ωt_0 et ωt_1 en fonction des paramètres x et Q_2 .

La première s'obtient en écrivant que le courant i_s , égal à $-i'_s$ pour $t=t_0$, retrouve cette même valeur pour $t=t_1$.

$$\sin \omega t_1 - \frac{Q_2}{2} \cos \omega t_1 + \left(1 + \frac{Q_2^2}{4}\right) \sin \omega t_0 = Q_2 e^{-\frac{2(\omega t_1 - \pi)}{Q_2}} + \frac{Q_2}{2} (\cos \omega t_0 + \frac{Q_2}{2} \sin \omega t_0) e^{-\frac{2(\omega t_1 - \omega t_0)}{Q_2}}. \quad (65')$$

(1) On trouve ici un mode de fonctionnement avec discontinuité de l'intervalle de conduction de chaque diode au cours de la même période T . Nous avons signalé cette éventualité lors de l'étude de la commutation série (1ère partie, § I.3.3.3.).

D_1 et D_3 sont conducteurs pour $0 < t < t_1 - \frac{T}{2}$ et $t_0 < t < \frac{T}{2}$

D_2 et D_4 sont conducteurs pour $\frac{T}{2} < t < t_1$ et $\frac{T}{2} + t_0 < t < T$.

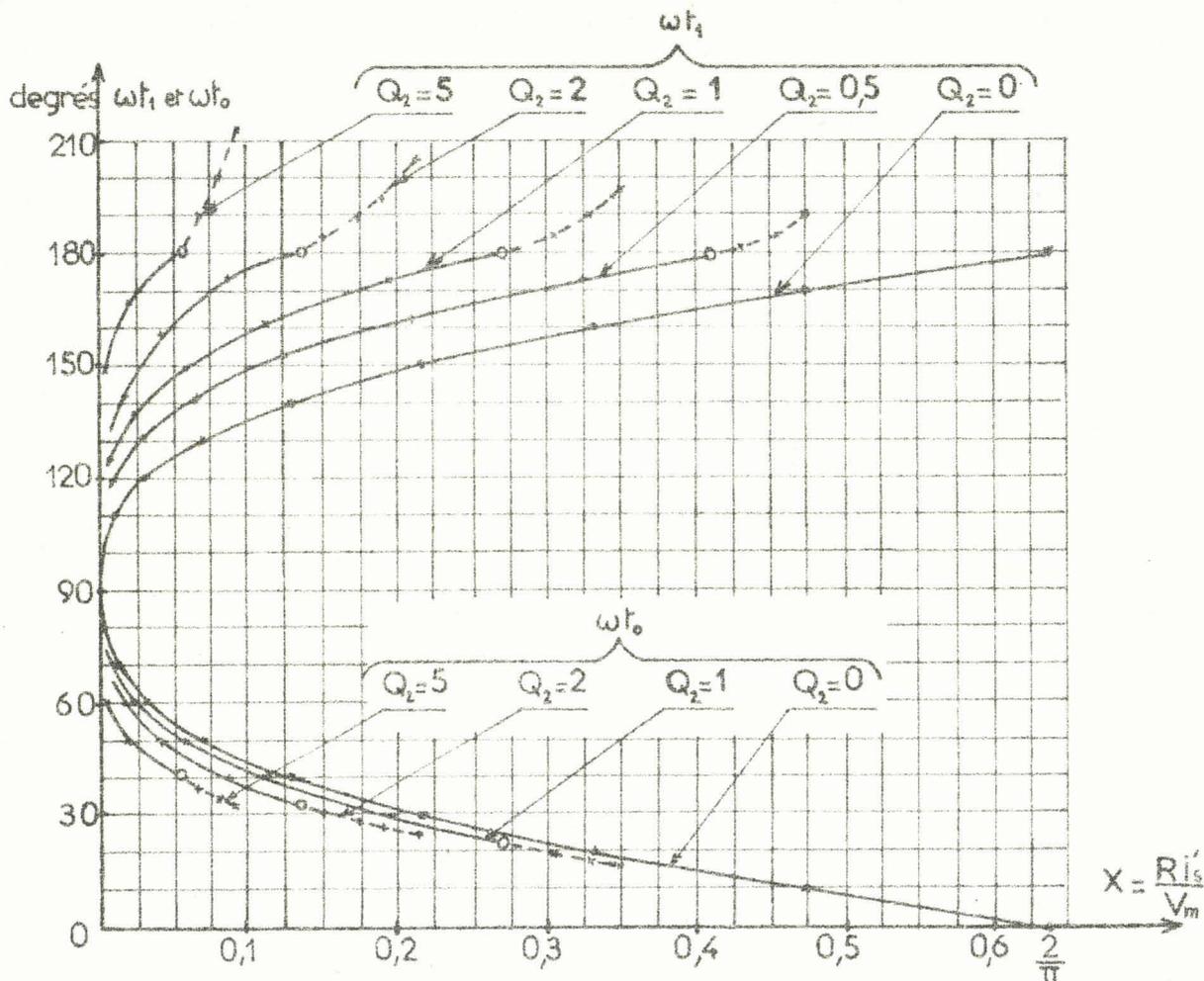


Fig.52 - Courbes donnant pour divers Q_2 , l'angle de début ωt_0 et de fin ωt_1 de conduction en fonction de x .

La partie des courbes en traits pleins correspond à $t_1 < \frac{T}{2}$, celle en traits interrompus à $t_1 > \frac{T}{2}$.

L'utilisation des caractéristiques tracées en fonction de x' et Q_2 sera particulièrement aisée. Elle ne nécessitera que la connaissance la résistance R' du circuit d'entretien et des constantes du récepteur relevé en régime sinusoïdal à la fréquence $2f$.

Le passage de x à x' suppose l'établissement des relations liant i'_s et i'_{sth}

Le courant i'_s est égal au quotient par R' de la tension moyenne aux bornes du circuit d'entretien.

Lors du premier mode de fonctionnement ($t_1 < \frac{T}{2}$)

$$i'_s = \frac{2}{TR'} \left[\int_0^{t_0} (v_c - Ri'_s) dt + \int_{t_0}^{t_1} V_m \sin \omega t dt + \int_{t_1}^{T/2} (v_c - Ri'_s) dt \right];$$

en tenant compte de la relation (61), on en déduit

$$i'_s = i'_{sth} \frac{1}{2} [(\pi + \omega t_0 - \omega t_1) \sin \omega t_0 + \cos \omega t_0 - \cos \omega t_1]. \quad (68)$$

De la même façon, lors du deuxième mode de fonctionnement ($t_1 > \frac{\pi}{2}$), on trouve

$$i'_s = i'_{sth} \frac{1}{2} [(\pi + \omega t_0 - \omega t_1) \sin \omega t_0 + \cos \omega t_0 + \cos \omega t_1 + 2]. \quad (68')$$

Le rapport i'_s/i'_{sth} , égal à l'unité lors de la conduction continue, augmente quand l'intervalle de conduction diminue. Il tend vers $\frac{\pi}{2}$ quand t_0 et t_1 tendent tous deux vers $\pi/4$ (1).

Pour chacun des points $(\omega t_0, \omega t_1)$ des courbes de la figure 52, on peut substituer à la valeur de x qui leur correspond celle du nouveau paramètre x' . Il suffit pour cela d'utiliser la relation

$$x' = x \sqrt{2} \frac{i'_{sth}}{i'_s} \sqrt{1 + Q_2^2}. \quad (69)$$

On peut dès lors tracer les courbes donnant, pour diverses valeurs de Q_2 et en fonction de x' , les angles ωt_0 et ωt_1 . Elles servent de base à l'établissement de toutes les caractéristiques.

Les premières de celles-ci sont d'ailleurs celles qui, à partir des relations (68) et (68') donnent les variations du rapport $\frac{i'_s}{i'_{sth}}$ (fig. 54).

Les courbes donnant ce rapport pour diverses valeurs de Q_2 comprises entre zéro et cinq diffèrent toutes très peu de celle correspondant à un récepteur purement résistant. Toutefois la conduction continue, obtenue pour x' égal à $\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$ lorsque Q_2 est nul, est atteinte pour des valeurs de x' d'autant plus faibles que Q_2 est plus grand.

(1) Si les courants i'_s ou i'_{sth} tendent vers zéro, il en est de même des rapports x ou x' ; la capacité se charge alors à la valeur de crête V_m de la tension $|v|$, la tension v' aux bornes du circuit d'entretien est constamment égale à V_m .

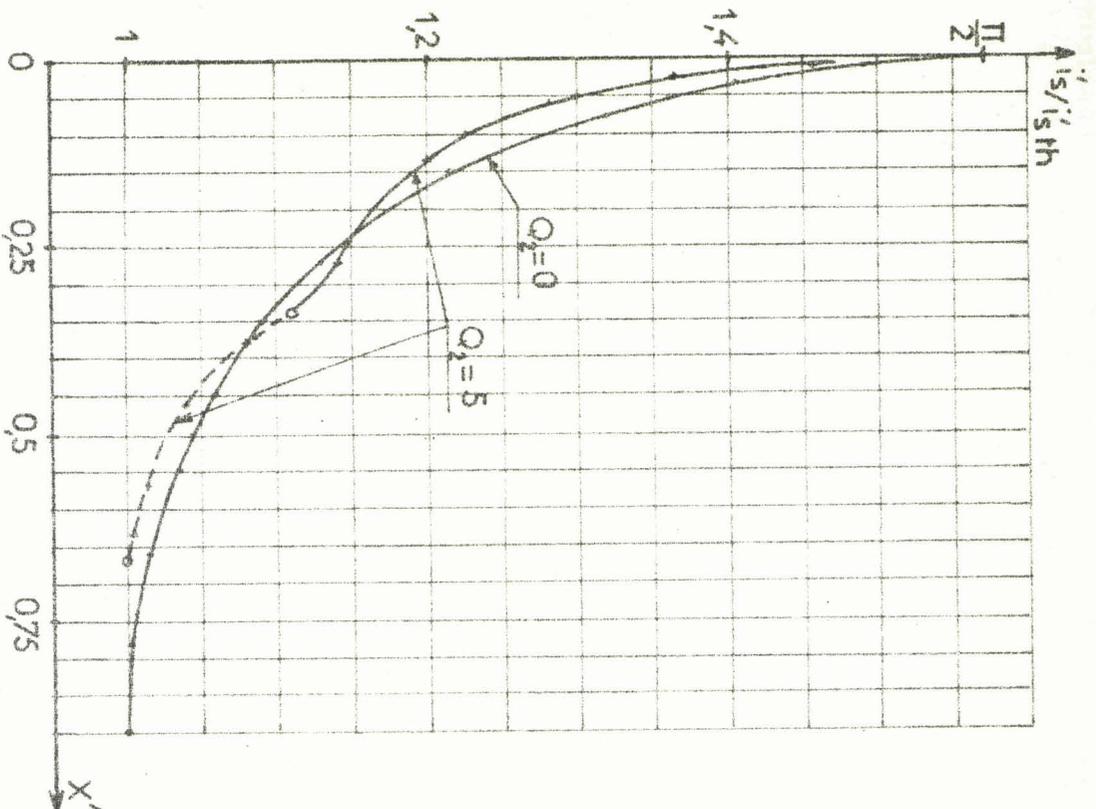


Fig 54 2, Courbes donnant le rapport $\frac{i'_{s}}{i_{s}th}$ en fonction de

$$X' = \frac{r'_{s}th}{r_{s}th} \quad \text{pour } Q_2 = 0 \text{ et}$$

$$Q_2 = 5.$$

(La partie en traits interrompus de la seconde courbe correspond au fonctionnement suivant le 2ème mode.)

II.3.4. Caractéristiques de tensions

La tension alternative V_g aux bornes du récepteur a pour expressions successives :

1er mode ($t_1 < \frac{T}{2}$),

$$\text{pour } 0 < t < t_0, \quad V_s = -R_{11}' ,$$

$$\text{pour } t_0 < t < t_1, \quad V_s = V_m \sin \omega t - V_c = V_m (\sin \omega t - \sin \omega t_0) - R_{11}' ,$$

$$\text{pour } t_1 < t < \frac{T}{2}, \quad V_s = -R_{11}' .$$

2ème mode ($t_1 > \frac{T}{2}$),

$$\text{pour } t_1 - \frac{T}{2} < t < t_0, \quad V_s = -R_{11}' ,$$

$$t_0 < t < \frac{T}{2}, \quad V_s = V_m (\sin \omega t - \sin \omega t_0) - R_{11}' ,$$

$$\frac{T}{2} < t < t_1, \quad V_s = -V_m (\sin \omega t + \sin \omega t_0) - R_{11}' .$$

On en déduit la valeur du rapport de la composante de fréquence $2f$ de v_s à la tension d'alimentation du montage

$$\frac{V_{s2}}{V} = \frac{2}{\pi} \sqrt{A^2 + B^2}, \quad (70)$$

avec pour le premier mode,

$$A = \frac{\sin \omega t_0}{2} (\cos 2\omega t_1 - \cos 2\omega t_0) - \frac{1}{2} (\sin \omega t_0 - \sin \omega t_1) + \frac{1}{6} (\sin 3\omega t_0 - \sin 3\omega t_1),$$

$$B = \frac{\sin \omega t_0}{2} (\sin 2\omega t_0 - \sin 2\omega t_1) - \frac{1}{2} (\cos \omega t_0 - \cos \omega t_1) + \frac{1}{6} (\cos 3\omega t_0 - \cos 3\omega t_1),$$

et, pour le deuxième mode,

$$A = \frac{\sin \omega t_0}{2} (\cos 2\omega t_1 - \cos 2\omega t_0) - \frac{1}{2} (\sin \omega t_0 + \sin \omega t_1) + \frac{1}{6} (\sin 3\omega t_0 + \sin 3\omega t_1),$$

$$B = -\frac{2}{3} + \frac{\sin \omega t_0}{2} (\sin 2\omega t_0 - \sin 2\omega t_1) - \frac{1}{2} (\cos \omega t_0 + \cos \omega t_1) + \frac{1}{6} (\cos 3\omega t_0 + \cos 3\omega t_1).$$

Le rapport $\frac{V_{s2}}{V}$ croît de zéro à $\frac{4}{3\pi}$ lorsque le paramètre x' passe de zéro à la valeur assurant la conduction continue (fig. 55a). Ici encore les courbes tracées pour des valeurs de Q_2 inférieures à 5 s'écartent peu de celle correspondant à Q_2 nul.

Les composantes de fréquence $4f$, $6f$... de la tension de sortie ont une importance faible par rapport à celle du terme de fréquence $2f$ du moins tant que x' assure à ce dernier une valeur suffisante. Ce n'est que dans ce cas que l'on peut confondre la valeur efficace V_s de la tension de sortie avec celle V_{s2} de son fondamental.

Sur la figure 55a on a ajouté les courbes donnant V_{s4}/V et V_{s6}/V en fonction de x' pour une valeur nulle de Q_2 .

La tension continue v_c aux bornes du condensateur a pour valeur

$$v_c = v'_{\text{moy}} = V_m \sin \omega t_0 + R i'_s$$

$$\text{donc } \frac{V_c}{V} = \sqrt{2} (\sin \omega t_0 + x) \quad (71)$$

Les courbes de la figure 55b montrent la décroissance de ce rapport depuis $\sqrt{2}$ jusqu'à $\sqrt{2} \frac{2}{\pi}$ lorsqu'on passe du blocage permanent des diodes à la conduction continue. Ici encore l'influence de Q_2 se révèle très réduite

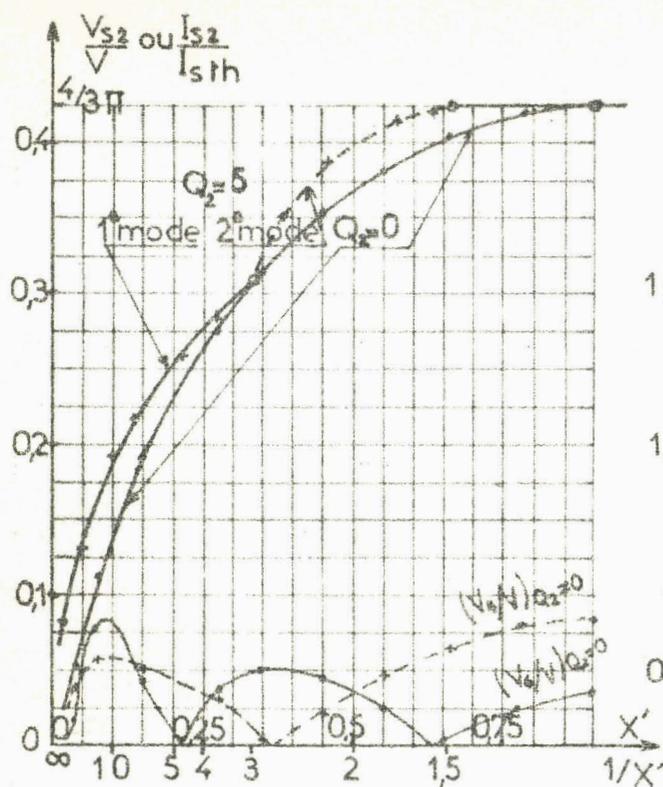
II.3.5. Caractéristiques de courant

La valeur efficace I_{s2} du terme de fréquence $2f$ du courant dans le récepteur se déduit immédiatement de celle de la tension correspondante.

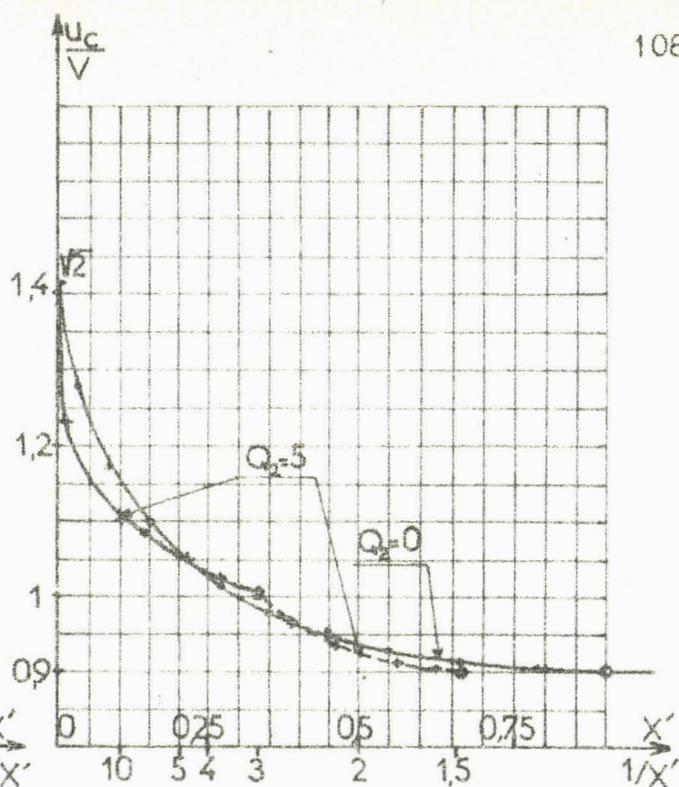
$$I_{s2} = \frac{V_{s2}}{R \sqrt{1 + Q_2^2}}$$

Le rapport de I_{s2} au courant I_{sth} qu'absorberait le récepteur alimenté sous une tension de fréquence $2f$ et de valeur V est égal au rapport des tensions correspondantes

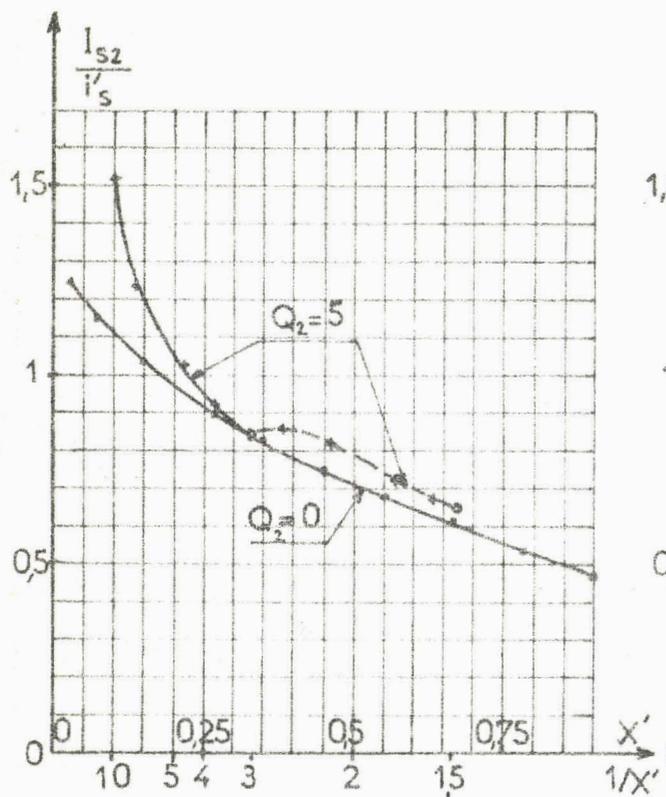
$$\frac{I_{s2}}{I_{sth}} = \frac{V_{s2}}{V} \quad (72)$$



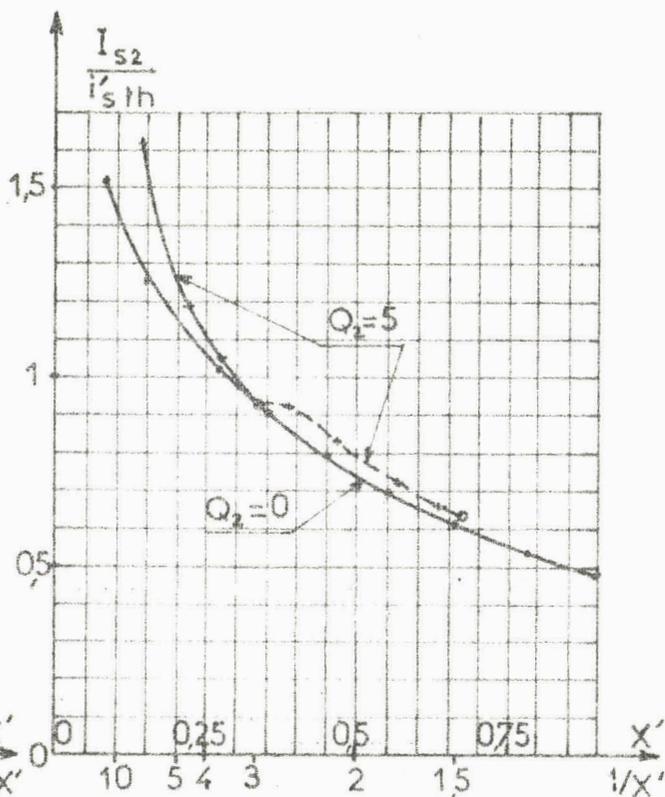
a) harmonique de fréquence $2f$ de la tension et du courant de sortie.



b) tension aux bornes du condensateur.



c) harmonique de fréquence $2f$ de i_s



d) harmonique de fréquence $2f$ de i_s

Fig. 55 - Caractéristiques de tensions et de courant en conduction discontinue tracées en valeurs relatives, pour $Q_2 = 0$ et $Q_2 = 5$, en fonction de X' .

et peut être lu sur les caractéristiques de la figure 55a.

Il est intéressant de comparer la valeur I_{s2} du courant utile à celle du courant d'entretien réel i'_{s} ou théorique i'_{sth} .

Le rapport $\frac{I_{s2}}{i'_{s}}$ se déduit de $\frac{I_{s2}}{I_{sth}}$ et de $\frac{i'_{s}}{i'_{sth}}$. En effet

$$\frac{I_{s2}}{i'_{s}} = \frac{I_{s2}}{I_{sth}} \frac{I_{sth}}{i'_{sth}} \frac{i'_{sth}}{i'_{s}},$$

$$\frac{I_{s2}}{i'_{s}} = \frac{V_{s2}}{V} \frac{1}{x'} \frac{i'_{sth}}{i'_{s}}. \quad (73)$$

Les courbes correspondantes (fig.55c) montrent que plus on s'éloigne de la conduction continue plus $\frac{I_{s2}}{i'_{s}}$ croît. Ce rapport est supérieur à l'unité pour les faibles valeurs de l'angle de conduction. L'objectif que l'on s'était assigné en abordant l'étude du fonctionnement avec conduction discontinue du pont est donc atteint.

Le rapport $\frac{I_{s2}}{i'_{sth}}$ a pour valeur

$$\frac{I_{s2}}{i'_{sth}} = \frac{V_2}{V} \frac{1}{x'}, \quad (74)$$

il varie, en fonction de x' , dans le même sens que le rapport précédent (fig.55d) et permet de mettre en évidence une des propriétés du montage doubleur de fréquence.

A tension d'alimentation et à circuit d'entretien donnés, donc à des valeurs constantes de V et de i'_{sth} , le courant I_{s2} , dans le récepteur varie relativement peu en fonction de l'impédance de ce dernier. Pour Q_2 égal à zéro par exemple, si cette impédance est multipliée par 20 et fait passer x' de 0,0375 à 0,75, le rapport I_{s2}/i'_{sth} ne passe que de 1,68 à 0,56, le courant I_{s2} n'est donc divisé que par 3.

En toute première approximation, le montage peut-être considéré comme une source de courant de fréquence $2f$ constant, ce courant ayant une valeur voisine de celle du courant continu d'entretien.

II.3.6. Caractéristique de puissance. Rendement

La puissance P_{s2} fournie sous forme de signaux de fréquence $2f$ au récepteur de résistance R est $R I_{s2}^2$. On peut la comparer à celle que lui fournirait une source de tension de même fréquence et de valeur constante et égale à V .

Ce rapport

$$\frac{P_{s2}}{P_{sth}} = \left(\frac{I_{s2}}{I_{sth}} \right)^2 = \left(\frac{V_{s2}}{V} \right)^2 \quad (75)$$

diminue très rapidement lorsque x' décroît comme l'indiquent les variations de V_{s2}/V (fig.55a).

Il est plus intéressant de suivre l'évolution du rapport $\frac{V_{s2} I_{s2}}{V i'_{sth}}$ qui, à tension d'alimentation et à circuit d'entretien donnés, montre les variations de la puissance apparente fournie aux récepteurs. Les courbes correspondantes (fig.56a) montrent que, dans un large domaine de valeurs de x' , le produit $V_{s2} I_{s2}$ varie peu.

Le montage se comporte comme une source de puissance apparente sensiblement constante, cette puissance étant proportionnelle

- au carré de la tension d'alimentation V^2
- à l'inverse de la résistance du circuit d'entretien $\frac{V}{i'_{sth}}$.

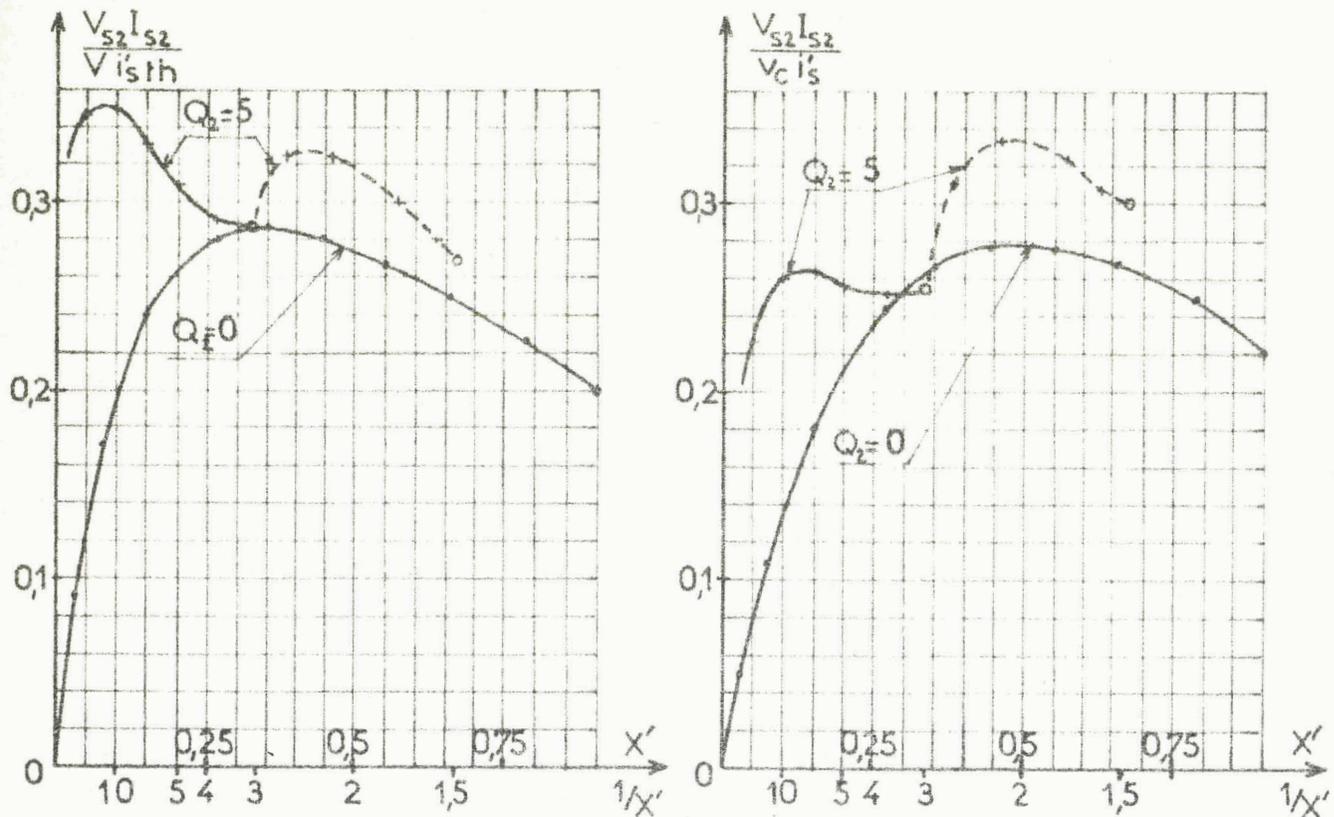


Fig.56 - Courbes donnant en fonction de x' et pour deux valeurs de Q_2 les

rapports : $\frac{V_{s2} I_{s2}}{V i'_{sth}}$ et $\frac{V_{s2} I_{s2}}{V_c i'_s}$

La puissance P'_s dépensée dans le circuit d'entretien est donnée par le produit $v'_{\text{moy}} i'_s$, ou, v_c étant égal à la valeur moyenne de v' , par le produit

$$P'_s = v_c i'_s \quad (76)$$

Le rendement de la transformation de fréquence est approximativement égal à

$$\eta = \frac{P_{s2}}{P_{s2} + v_c i'_s} = \frac{V_{s2} I_{s2} \frac{1}{\sqrt{1+Q_2^2}}}{V_{s2} I_{s2} \frac{1}{\sqrt{1+Q_2^2}} + v_c i'_s}$$

relation dans laquelle on néglige la puissance fournie au récepteur sous forme de signaux de fréquence $4f, 6f...$

Les courbes de la figure 56b, donnant en fonction de K' le rapport de $V_{s2} I_{s2}$ à $v_c i'_s$, montrent que même pour Q_2 égal à zéro le rendement maximal est faible ($0,28/1,28 = 22\%$). Les pertes dans le circuit d'entretien et la puissance apparente fournie au récepteur n'étant pas notablement modifiées par Q_2 , plus Q_2 est grand plus le rendement est faible.

II.4. VERIFICATION EXPERIMENTALE.

La vérification expérimentale de toute la théorie du montage doubleur de fréquence qui précède peut se limiter au relevé de quelques caractéristiques et à l'enregistrement oscillographique de quelques formes d'ondes.

II.4.1. Relevé des caractéristiques

L'étude théorique du montage nous a conduit à prédéterminer un grand nombre de caractéristiques ; elles donnent, en fonction du paramètre x' égal à $\frac{i'_{sth}}{I_{sth}}$, les variations des rapports

$$\frac{i'_s}{i'_{sth}}, \frac{V_{s2}}{V}, \frac{v_c}{V}, \frac{I_{s2}}{i'_s}, \frac{I_{s2}}{i'_{sth}}, \frac{P_{s2}}{P_{sth}}, \frac{V_{s2}I_{s2}}{Vi'_{sth}} \text{ et } \frac{V_{s2}I_{s2}}{v_c i'_s}.$$

Seule la vérification des trois premières caractéristiques est nécessaire puisque les cinq derniers rapports se déduisent directement des trois premiers.

En effet :

$$\frac{I_{s2}}{i'_s} = \frac{1}{x'} \frac{V_{s2}}{V} \frac{i'_{sth}}{i'_s} ; \frac{I_{s2}}{i'_{sth}} = \frac{1}{x'} \frac{V_{s2}}{V} ; \frac{P_{s2}}{P_{sth}} = \left(\frac{V_{s2}}{V}\right)^2 ;$$

$$\frac{V_{s2}I_{s2}}{Vi'_{sth}} = \frac{1}{x'} \left(\frac{V_{s2}}{V}\right)^2 ; \frac{V_{s2}I_{s2}}{v_c i'_s} = \frac{1}{x'} \left(\frac{V_{s2}}{V}\right)^2 \frac{V}{v_c} \frac{i'_{sth}}{i'_s}.$$

La figure 57 donne le schéma du montage expérimental utilisé pour le relevé de $\frac{v_c}{V}, \frac{i'_s}{i'_{sth}}$ et $\frac{V_{s2}}{V}$ confondu avec $\frac{V_s}{V}$. Les caractéristiques sont relevées à V, I_{sth} et Q_2 constants :

- l'interrupteur K_1 fermé et celui indiqué par K_2 ouvert, on règle, avant chaque série de mesures, les constantes R et L du récepteur ;
- ensuite K_1 ouvert, pour chaque point, on règle i'_{sth} l'interrupteur K_2 étant ouvert puis, l'ayant fermé, on lit i'_s, v_c et V_s .

La figure 58 donne trois séries de courbes relevées à l'aide de ce montage, elles sont très voisines de celles obtenues par le calcul (fig.54, 55a et 55b). L'impossibilité d'observer rigoureusement les conditions ayant servi de bases à ce dernier (i'_s constant, impédance du condensateur négli-

geable devant celle du récepteur) mais surtout l'imperfection de certains éléments (condensateur électrolytique, diodes à chute de tension interne non nulle) suffisent amplement à justifier les faibles écarts constatés (1).

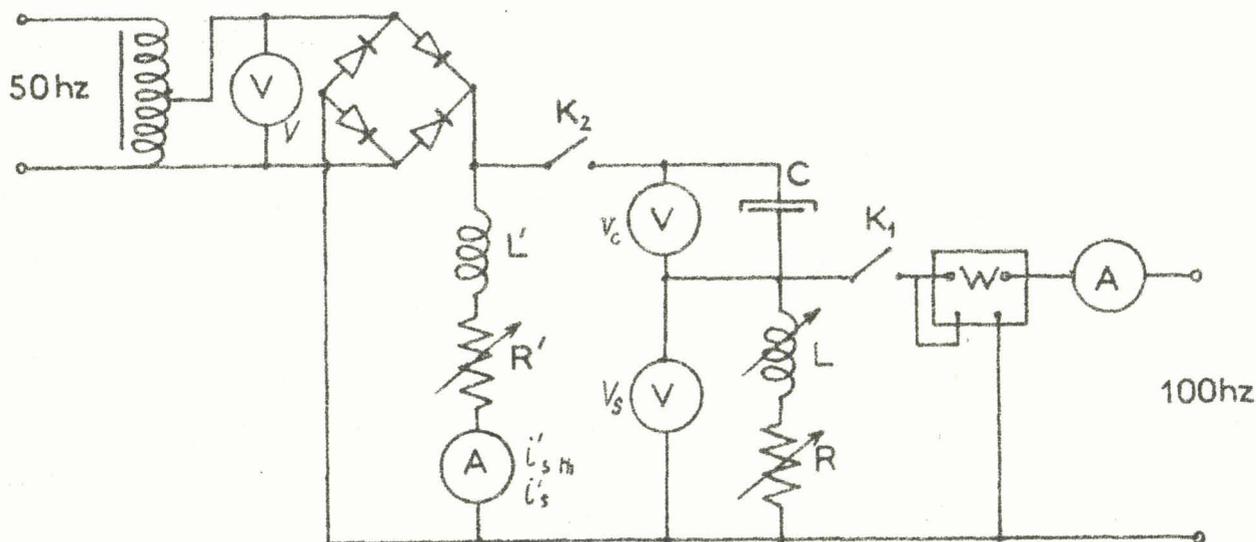


Fig.57 - Schéma du montage utilisé pour le relevé des caractéristiques du doubleur de fréquence.

(1) La non constance de i'_s en fonction du temps est à l'origine du léger décalage des valeurs de x' marquant les passages d'un mode de conduction à un autre.

La valeur limitée de C entraîne une surtension aux bornes du récepteur d'autant plus forte qu'il est plus inductif et l'augmentation de V_s/V avec Q_2 en particulier lors de la conduction continue.

Le condensateur électrolytique a été retenu car il est seul capable de donner une capacité suffisante avec un encombrement et un prix réduits. Ses fuites non négligeables expliquent une valeur de V_c/V inférieure à $2\sqrt{2}/\pi$ en conduction continue et une valeur de V_s/V trop forte lorsque x' est faible. A l'oscilloscope on voit que même à courant i'_s nul il subsiste un intervalle de conduction.

Les diodes au silicium utilisées présentent un seuil de tension très net. Il justifie, en particulier, la suppression ou l'atténuation des brusques changements de pente des caractéristiques théoriques. Ces changements, en effet, marquent le passage de t_1 d'un côté à l'autre de $T/2$, or pour t voisin de $T/2$ les tensions v et $-v$ sont très faibles.

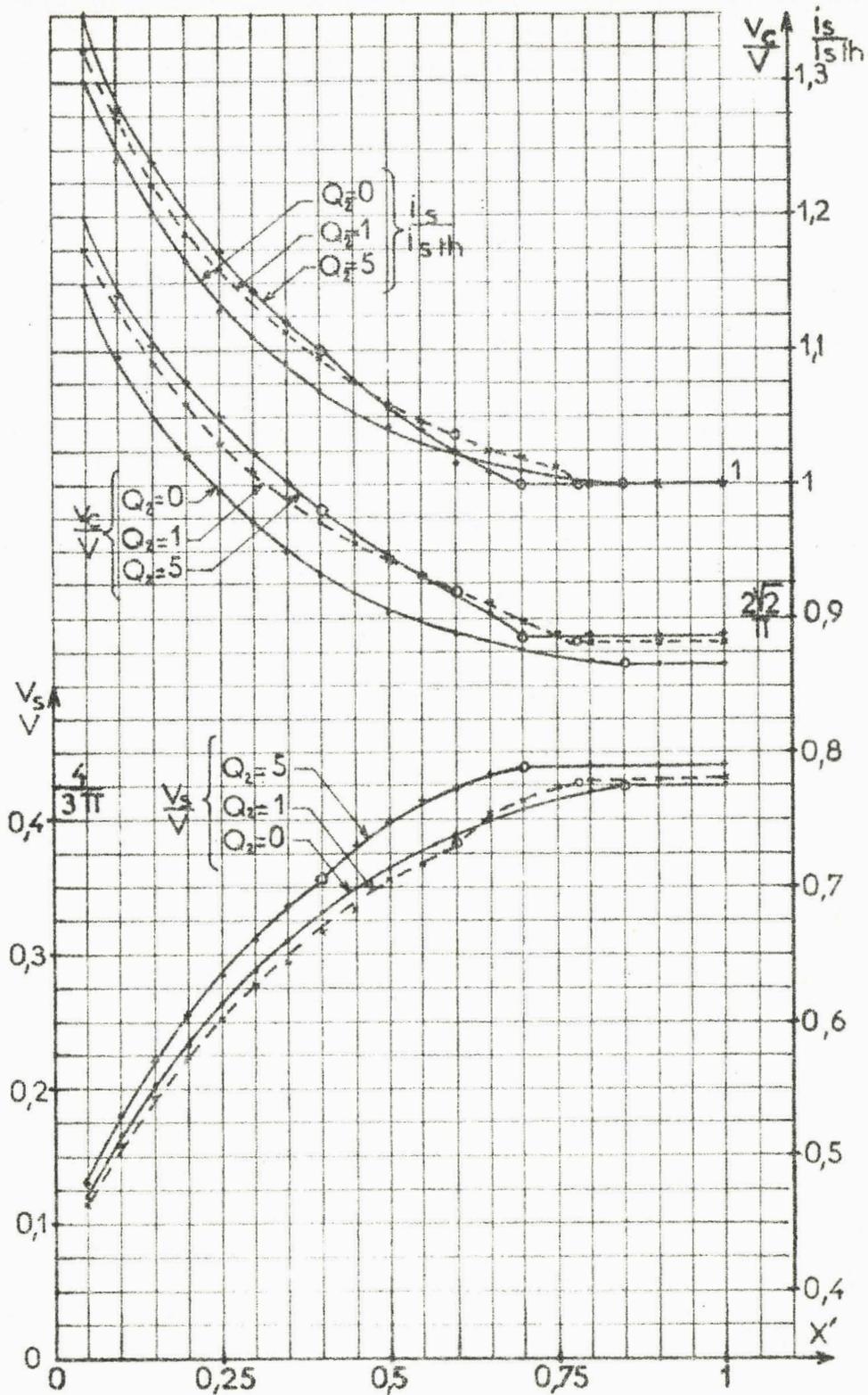


Fig. 58 - Exemples de courbes donnant en fonction de x' les rapports $\frac{i'_s}{i'_{ssth}}$ et $\frac{V_c}{V}$ pour diverses valeurs de Q_2 .
 (On a indiqué par des points plus importants les passages du premier mode de conduction discontinu au deuxième mode, puis de celui-ci à la conduction continue)
 Relevés effectués à I_{ssth} constant et égal à 1 A ; $V = 100$ V ; $L' = 1$ H, C condensateur électrolytique de $720 \mu F$; diodes au silicium, seuil 0,7 V.

II.4.2. Relevé des formes d'ondes.

Le relevé des formes d'ondes permet de vérifier la description des phénomènes qui a servi de base aux calculs. On trouve sur la figure 59 quelques oscillogrammes de la tension redressée v' et du courant de sortie i_s , ils correspondent tout à fait aux formes d'ondes des figures 50 et 51. Les segments horizontaux indiquent les intervalles de blocage des diodes, v' et i_s étant alors constants.

On voit que lorsque Q_2 est nul (cliché a) l'intervalle de conduction est centré sur le milieu de l'alternance de la tension v .

Pour les valeurs non nulles de Q_2 , cet intervalle subit un décalage arrière. Tant que i'_{sth} (ou x') est faible, il reste tout entier situé au cours de la même alternance de v (1er mode de conduction discontinue, cliché c). Pour les valeurs plus fortes du courant i'_{sth} , la conduction amorcée au cours d'une alternance se poursuit durant le début de la suivante (2e mode de conduction discontinue, cliché d)

Quel que soit Q_2 , une valeur importante de x' donne une conduction continue (clichés b et e) et une tension v' formée d'alternances sinusoïdales.

On vérifie enfin que, si pour un récepteur résistant (relevés a et b) le courant i_s a la même forme d'onde que la tension v' à la composante moyenne de celle-ci près, plus Q_2 est grand plus le courant se rapproche d'une sinusoïde de fréquence $2f$ (relevés c, d, e)

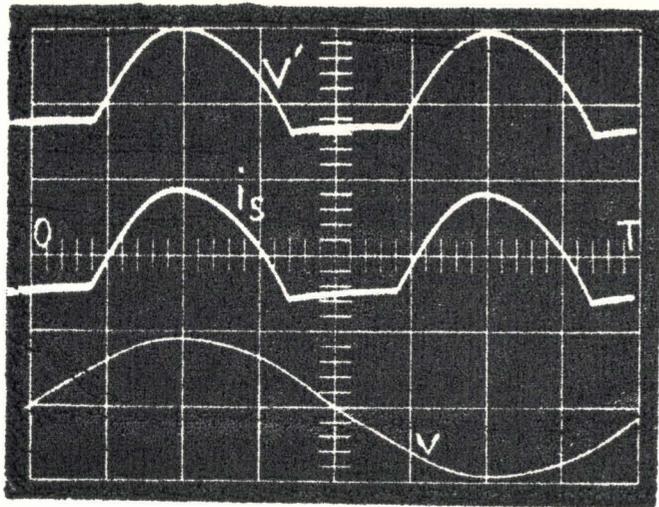
III. MOTEUR ASYNCHRONE MONOPHASÉ

ALIMENTÉ PAR LE MONTAGE DOUBLEUR DE FRÉQUENCE.

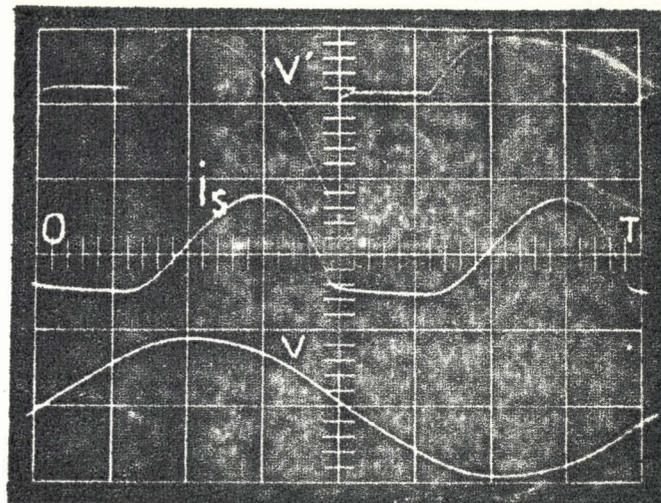
Grâce aux paramètres choisis et à l'emploi des grandeurs relatives, l'étude générale du montage doubleur de fréquence s'applique facilement au débit sur un récepteur quelconque. Nous nous attachons tout particulièrement au cas où le récepteur est un moteur asynchrone monophasé (1).

L'étude précédente permet de passer des "caractéristiques théoriques" c'est-à-dire des caractéristiques qu'aurait le moteur alimenté directement par une tension sinusoïdale de valeur V et de fréquence $2f$, aux "caractéristiques réelles" de la machine placée dans le montage de la figure 43.

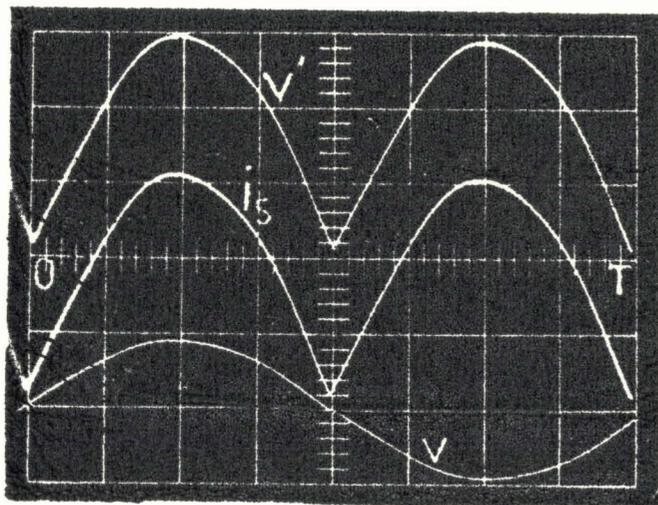
(1) Nous considérerons seulement le cas du moteur sans phase auxiliaire, s'il y en avait une la transformation des caractéristiques s'opérerait exactement de la même façon.



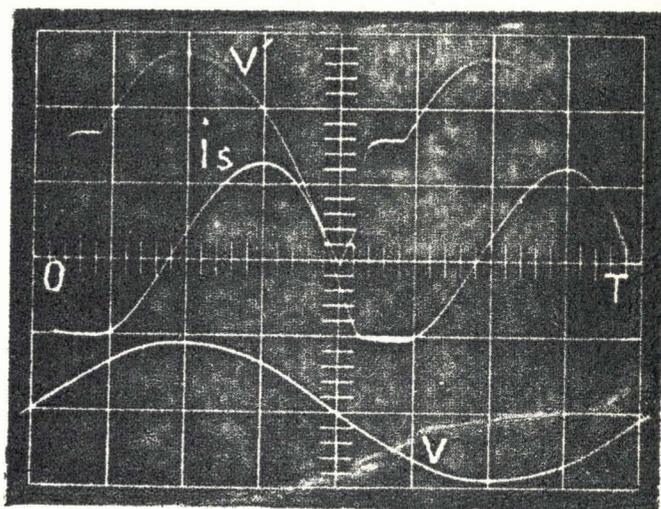
a)



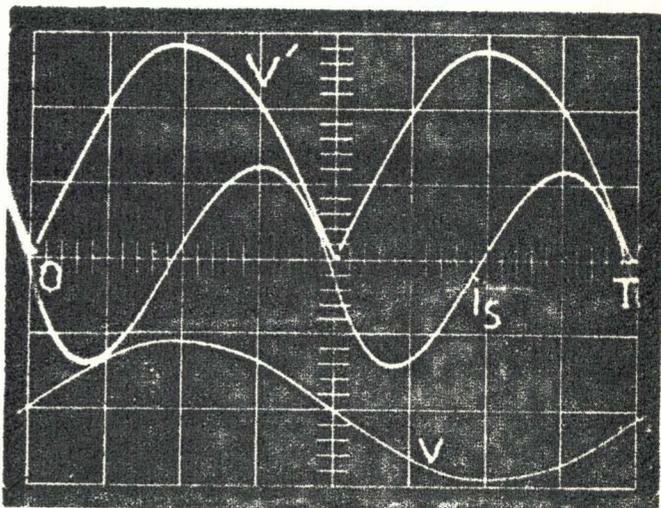
c)



b)



d)



e)

Fig. 59 - Relevé oscillographique de la tension v' et du courant i
 $V = 100 \text{ V}$; $I_{sth} = 1 \text{ A}$; $\delta f = 50 \text{ Hz}$
 $Q_2 = 0$ (clichés a et b)

- a) $i'_{sth} = 0,5 \text{ A}$, conduction discontinue (1^{er} mode)
 b) $i'_{sth} = 1 \text{ A}$, conduction continue
 $Q_2 = 5$ (clichés c, d, e)
 c) $i'_{sth} = 0,2 \text{ A}$, conduction discontinue (1^{er} mode)
 d) $i'_{sth} = 0,55 \text{ A}$, conduction discontinue (2^{ème} mode)
 e) $i'_{sth} = 1 \text{ A}$, conduction continue

Le relevé de $v(t)$ à la partie inférieure des clichés permet de préciser les déphasages.

Le passage s'effectue grâce aux "caractéristique de transfert" qui donnent le rapport des grandeurs correspondantes et qui ne mettent en jeu que 2 paramètres x' et Q_2 . On a d'ailleurs montré que Q_2 intervenait peu ; aussi, pour clarifier les constructions, nous n'utiliserons que les courbes de transfert correspondant à une valeur nulle de Q_2 .

L'établissement des caractéristiques du moteur ne nécessite donc que le relevé préalable de ses performances lorsqu'il est directement alimenté par une tension de fréquence $2f^{(1)}$.

III.1. DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES

A tension d'alimentation V du montage et à résistance R' du circuit d'entretien données, la détermination des caractéristiques du moteur nécessite avant tout la connaissance de la tension V_{S2} à ses bornes. Or celle-ci varie avec l'impédance apparente du moteur, c'est-à-dire avec sa vitesse.

III.1.1. Tension aux bornes du moteur

Le tracé de la courbe donnant V_{S2} en fonction de la vitesse N s'effectue en trois temps (fig. 60)

- a) on trace la caractéristique théorique de courant $I_{sth} = f(N)$.
- b) On trace la caractéristique $V_{S2}/V = f(I_{sth})$; elle se déduit de la courbe $V_{S2}/V = f(x')$ de la figure 55a. En effet le paramètre x' est défini par le rapport i'_{sth}/I_{sth} ; à tension V et à circuit d'entretien donnés, i'_{sth} est constant et $1/x'$ est proportionnel à I_{sth} . On trace donc $V_{S2}/V = f(1/x')$ en veillant à prendre pour $1/x'$ une échelle telle que celle de I_{sth} qui en découle soit la même que lors du tracé de $I_{sth} = f(N)$
- c) Pour chaque valeur de N , le courant I_{sth} donne la tension V_{S2} .

Sur la figure 60, la construction est indiquée pour trois valeurs de i'_{sth} . Du moins tant qu'on n'atteint pas la conduction continue ($x' \geq 0,90$; $V_{S2}/V = 0,424$) à courant I_{sth} donné, plus i'_{sth} est grand, plus la valeur du rapport $\frac{1}{x'}$, ou I_{sth}/i'_{sth} est élevée et plus la tension V_{S2} est voisine de $0,424 V$.

Si on voulait tenir compte de l'influence de Q_2 sur les caractéristiques de transfert, il suffirait de tracer en plus de $I_{sth} = f(N)$ la courbe $Q_2 = f(N)$ et pour chaque valeur du courant I_{sth} de lire V_{S2}/V sur la courbe correspondant au même Q_2 .

(1) Le relevé des "caractéristiques théoriques" ne peut, en fait, s'effectuer sous la tension V . Pour avoir une tension suffisante aux bornes du moteur incorporé au doubleur de fréquence on doit alimenter ce dernier sous une tension très supérieure à la tension nominale du moteur. On doit relever les caractéristiques théoriques en alimentant le moteur sous une tension voisine de $0,5 V$.

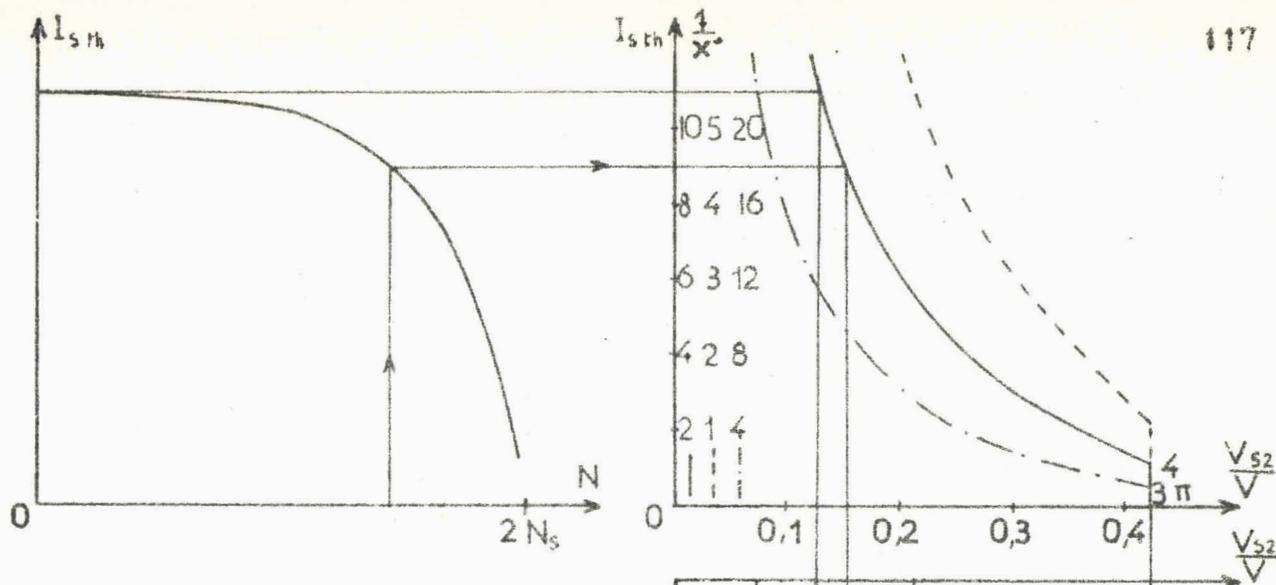


Fig. 60 - Construction graphique de la courbe $\frac{V_{S2}}{V} = f(N)$ à partir des courbes $I_{sth} = f(N)$ et $\frac{V_{S2}}{V} = f\left(\frac{1}{x}\right)$ pour trois valeurs de i'_{sth} .

(Les courbes en traits interrompus et celles en traits mixtes correspondent respectivement à des valeurs de i'_{sth} double et moitié de celle donnant les courbes en traits pleins).

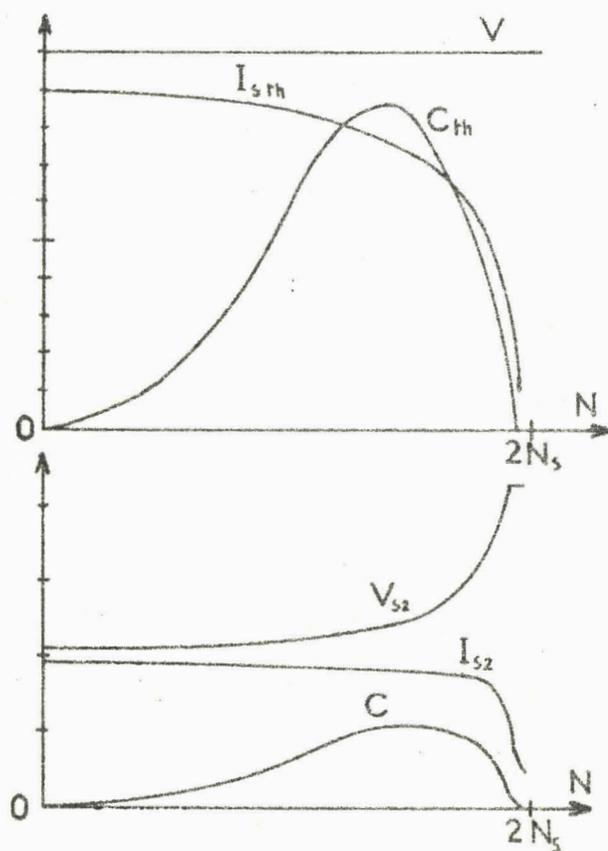


Fig. 61 - Transformation des caractéristiques théoriques de courant et de couple. (Les caractéristiques de tension et de courant sont à une échelle double, celle de couple quadruple de celles utilisées pour les caractéristiques théoriques.).

III.1.2. Détermination des autres caractéristiques.

A circuit d'entretien donné, la caractéristique théorique de courant donne en fonction de la vitesse la valeur du paramètre x' . On peut alors lire sur les courbes tracées lors de l'étude générale du doubleur de fréquence les diverses grandeurs de sortie comme on vient de la faire pour la tension

On peut aussi (fig.61) partir de la caractéristique $V_{S2}/V = f(N)$ tracée précédemment et en déduire les autres grandeurs à l'aide des approximations usuelles :

A vitesse donnée, le moteur équivaut à une impédance constante, le courant est proportionnel à la tension, la puissance et le couple au carré de celle-ci.

L'augmentation de la tension aux bornes du moteur quand sa vitesse croît modifie notablement les caractéristiques entraînant, en particulier,

- une limitation du courant absorbé,
- un décalage du maximum de couple vers les vitesses élevées.

Mais ces modifications dépendent fortement de la valeur donnée au courant d'entretien i'_{sth} ⁽¹⁾.

III.2. CHOIX DES ÉLÉMENTS DU MONTAGE.

Le choix des éléments du montage destiné à doubler la fréquence d'alimentation d'un moteur donné porte essentiellement sur les valeurs à donner à la tension V , au courant d'entretien i'_{sth} et à la capacité C . Ce choix est fonction des caractéristiques du moteur, des conditions de couple et de rendement qu'on lui impose et de la puissance qu'on consent à dépenser dans le circuit d'entretien.

S'il n'est pas possible de traiter chaque cas particulier on peut montrer comment sera orienté ce choix lors des deux modes d'applications les plus fréquemment envisagés. Pour concrétiser nos raisonnements nous supposerons avoir affaire à un petit moteur de caractéristiques moyennes:

- courant à vide égal à la moitié du courant nominal,
- couple maximum obtenu pour deux fois le courant nominal,
- courant au démarrage égal à cinq fois le courant nominal.

(1) On confond la tension et le courant de sortie avec les termes de fréquence $2f$ de ces grandeurs. Par la suite, pour alléger les notations, nous supprimerons l'indice 2 à côté de l'indice S . En opérant ainsi on sous-estime légèrement V_S et I_S mais aussi le couple C , car les couples dus aux harmoniques 4, 6.... ajoutent leur effet à celui créé par les signaux de fréquence $2f$.

III.2.1. Le rapport V/V_S nom n'est pas imposé.

Le premier cas à envisager est celui où la tension nominale V_S nom du moteur étant donnée on peut choisir la tension V d'alimentation du montage, ou bien, celle-ci étant donnée, on a à spécifier la tension nominale du moteur destiné à fonctionner à la sortie du doubleur de fréquence.

Entre la marche à vide et le démarrage le paramètre x' varie dans le rapport de 1 à 0,1 ; les performances du montage, dépendent du choix du courant d'entretien car c'est lui qui indique la portion des caractéristiques de transfert utilisées entre ces deux fonctionnements limites.

Supposons que grâce à des valeurs croissantes de i'_{sth} on obtienne la conduction continue des diodes successivement pour les fonctionnements à vide, à courant nominal, à couple maximum et à l'arrêt, c'est-à-dire pour des intensités qui, si le moteur était alimenté sous V_S nom seraient de $0,5 I_{nom}$, I_{nom} , $2 I_{nom}$ et $5 I_{nom}$.

Pour chaque valeur de i'_{sth} on peut, ayant x' , lire sur les caractéristiques de transfert les rapports V_S/V ou I_S/I_{sth} et i'_s/i'_{sth} pour les quatre points considérés. On rend alors V_S/V égal à V_S nom/ V pour le fonctionnement nominal et on en déduit pour les trois autres la valeur de V_S , I_S , i'_s et éventuellement de C grâce aux relations

$$\frac{V_S}{V_{Snom}} = \frac{V_S}{V} \frac{V}{V_{Snom}}, \quad I_S = \frac{V_S}{V_{Snom}} (I_S)_{V_{Snom}},$$

$$C = \left(\frac{V_S}{V_{Snom}}\right)^2 (C)_{V_{Snom}}, \quad i'_s = \frac{i'_s}{i'_{sth}} x' \frac{V}{V_{Snom}} (I_S)_{V_S nom}.$$

Les résultats, groupés dans le tableau VIII, concrétise ce que faisait prévoir l'étude générale du doubleur de fréquence :

Plus le courant d'entretien est faible, plus la limitation du courant absorbé par le moteur est efficace, mais celle-ci nécessite une nette variation de la tension aux bornes du moteur en fonction de sa charge et s'opère au détriment du couple maximum (et du couple de démarrage).

On peut dès lors choisir la valeur de la tension d'alimentation et du courant d'entretien i'_{sth} .

- a) si la réduction du couple maximum (et du couple de démarrage) n'est pas gênante, on pourra se placer au voisinage des conditions correspondant à la conduction continue à vide seulement,

$$i'_{sth} \approx 1,25 I_S nom,$$

$$V \approx 3 V_S nom.$$

La surtension à vide est faible (20 % environ) mais le couple maximum n'est que la moitié de celui que dévelop-

perait le moteur alimenté sous tension constante.

De plus le montage fonctionne alors dans sa zone de rendement maximum (voir fig. 56b).

Limite de la conduction continue	Grandeurs caractéristiques	Fonctionnement			
		à vide	nominal	à C_{max}	à l'arrêt
à vide seulement	x'	0,90	0,45	0,225	0,09
	V_s	$1,21V_{s\text{ nom}}$	$V_{s\text{ nom}}=0,35V$	$0,715V_{s\text{ nom}}$	$0,37V_{s\text{ nom}}$
	I_s	$0,605I_{s\text{ nom}}$	$I_{s\text{ nom}}$	$1,43I_{s\text{ nom}}$	$1,85I_{s\text{ nom}}$
	C		$C_{\text{ nom}}$	$0,51C_{\text{ max}}$	
	i'_s	$1,28I_{s\text{ nom}}$	$1,36I_{s\text{ nom}}$	$1,43I_{s\text{ nom}}$	$1,64I_{s\text{ nom}}$
jusqu'au fonctionnement nominal	x'	1,80	0,90	0,45	0,18
	V_s	$V_{s\text{ nom}}$	$V_{s\text{ nom}}=0,424V$	$0,825V_{s\text{ nom}}$	$0,51V_{s\text{ nom}}$
	I_s	$0,5I_{s\text{ nom}}$	$I_{s\text{ nom}}$	$1,65I_{s\text{ nom}}$	$2,55I_{s\text{ nom}}$
	C		$C_{\text{ nom}}$	$0,68C_{\text{ max}}$	
	i'_s	$2,12I_{s\text{ nom}}$	$2,12I_{s\text{ nom}}$	$2,25I_{s\text{ nom}}$	$2,5I_{s\text{ nom}}$
jusqu'au fonctionnement à C_{max}	x'	3,60	1,80	0,90	0,36
	V_s	$V_{s\text{ nom}}$	$V_{s\text{ nom}}=0,424V$	$V_{s\text{ nom}}$	$0,75V_{s\text{ nom}}$
	I_s	$0,5I_{s\text{ nom}}$	$I_{s\text{ nom}}$	$2I_{s\text{ nom}}$	$3,75I_{s\text{ nom}}$
	C		$C_{\text{ nom}}$	$C_{\text{ max}}$	
	i'_s	$4,24I_{s\text{ nom}}$	$4,24I_{s\text{ nom}}$	$4,24I_{s\text{ nom}}$	$4,6I_{s\text{ nom}}$
jusqu'à l'arrêt	x'	9	4,5	2,25	0,90
	V_s	$V_{s\text{ nom}}$	$V_{s\text{ nom}}=0,424V$	$V_{s\text{ nom}}$	$V_{s\text{ nom}}$
	I_s	$0,5I_{s\text{ nom}}$	$I_{s\text{ nom}}$	$2I_{s\text{ nom}}$	$5I_{s\text{ nom}}$
	C		$C_{\text{ nom}}$	$C_{\text{ max}}$	
	i'_s	$10,6I_{s\text{ nom}}$	$10,6I_{s\text{ nom}}$	$10,6I_{s\text{ nom}}$	$10,6I_{s\text{ nom}}$

Tableau VIII . Caractéristiques obtenues pour quatre valeurs du courant d'entretien théorique.

- b) si la réduction du couple maximum (et du couple de démarrage) doit être atténuée, il faut assurer la conduction continue pour le courant nominal et même pour des intensités supérieures.

La tension d'alimentation V est alors égale à $\frac{3}{4\pi} V_{s\text{ nom}}$, soit $2,36 V_{s\text{ nom}}$.

Plus i'_{sth} est fort, moins le couple maximum est réduit (à moins que i'_{sth} n'excede $4 I_{s\text{ nom}}$ environ, valeur au delà de laquelle ce couple reste constant) mais plus le rendement du montage est faible.

Quant à la capacité C à donner au condensateur, son choix ne présente aucune difficulté. On s'attachera à ce que, même à l'arrêt où le moteur présente sa réactance minimale, la réactance du condensateur soit nettement inférieure à celle du moteur.

III.2.2. La tension V et les caractéristiques du moteur sont imposées.

Souvent on voudra faire fonctionner sous la fréquence $2f$ un moteur prévu pour la fréquence f obtenant ainsi des vitesses de rotation voisines de N_s et de $2 N_s$.

Cherchons d'abord, en fonction de la tension V_n d'alimentation du moteur à la fréquence f , la tension V_{snom} qu'on devrait lui fournir lorsqu'on passe à $2f$.

A glissement donné l'impédance du moteur est sensiblement proportionnelle à la fréquence. Pour obtenir la même puissance lors des deux fonctionnements, il faudrait donc

$$V_{snom} = \sqrt{2} V_n,$$

et il en résulterait

$$I_{snom} = I_n / \sqrt{2},$$

I_n désignant le courant nominal à la fréquence f .

Si l'on adopte ce rapport des tensions nominales, le flux, lorsque la vitesse synchrone est doublée, est $\sqrt{2}$ fois plus faible. Les pertes dans le fer par hystérésis sont proportionnelles à la fréquence, les pertes par courants de Foucault au carré de celle-ci ; de plus les deux types de pertes sont sensiblement proportionnels au carré du flux ou de l'induction. Les pertes par hystérésis sont donc inchangées, celles par courants de Foucault sont doublées. Toutefois les pertes par effet Joule dans les enroulements ayant leur valeur divisée par deux, à puissance donnée, on obtiendra pour la plupart des moteurs un échauffement moindre et un meilleur rendement lors du fonctionnement à la vitesse synchrone double.

De la tension aux bornes du moteur on peut déduire, comme dans le cas précédent, la tension V à appliquer à l'entrée du doubleur de fréquence. Par exemple, si on tolère une réduction du couple maximum,

$$V \approx 3 V_{snom} \approx 4,25 V_n,$$

$$i'_{sth} \approx 1,25 I_{snom} \approx 0,9 I_n.$$

L'obtention, à partir d'un réseau d'alimentation donné, de bonnes caractéristiques pour les deux vitesses synchrones suppose l'emploi d'un transformateur.

Celui-ci peut-être placé entre le réseau et le montage de la figure 43. Il est souvent préférable d'utiliser un secondaire à point milieu, ce qui permet d'effectuer le redressement double alternance avec deux diodes seulement.

Pour réduire la puissance apparente du transformateur, on peut éviter qu'il ait à transmettre la puissance consommée par le circuit d'entretien. On place son primaire en série avec les diodes et la capacité C et on ne monte sur le secondaire que le seul moteur.

Pour les montages à faible puissance il est rare que l'on consente à l'addition d'un transformateur et la tension V a alors une valeur trop faible.

Si on alimente le doubleur de fréquence sous la tension V_n , la tension aux bornes du moteur sera si faible ($0,424 V_n$ en conduction continue) qu'il ne pourra développer qu'un couple minime.

Si V_n correspond à la tension simple du réseau, on devra monter le doubleur de fréquence sur la tension composée. De même si le moteur présente deux enroulements statoriques pouvant être mis en série ou en parallèle, on les groupera en série lors du fonctionnement à faible vitesse et en parallèle lorsque le moteur est placé à la sortie du doubleur de fréquence. Ce n'est que dans le cas où l'on dispose d'un stator à 2 bobinages et de la tension simple pour la vitesse synchrone N_s , de la tension composée pour la vitesse double que l'on se rapproche du rapport optimal des tensions d'alimentation.

Dans tous les cas où la tension à l'entrée du montage multiplicateur de fréquence est insuffisante, pour ne pas trop affaiblir le couple maximum il faut prendre une valeur du courant d'entretien suffisante pour assurer la conduction continue jusqu'à la charge correspondant à ce maximum.

III.3. EXEMPLES DE CARACTERISTIQUES OBTENUES

La figure 62 donne, en fonction de la vitesse, les caractéristiques de couple utile et de courant absorbé d'un moteur bipolaire monophasé de faible puissance alimenté à la fréquence $2f$ d'abord sous une tension très faible ($V = 2V_n$) puis sous une tension plus normale ($V = 3,2V_n$).

La comparaison avec les courbes relevées en alimentant directement le moteur à la fréquence f sous la tension V_n met nettement en évidence les résultats escomptés :

- le montage assure une limitation du courant absorbé par le moteur, sa valeur ne peut guère excéder i_{sth} .
- le maximum de couple se produit pour un glissement d'autant plus faible que i_{sth} est plus réduit.

L'observation de l'évolution de la forme d'onde des tensions et des courants au fur et à mesure que le courant absorbé par le moteur croît est bien celle que l'étude générale du montage faisait prévoir.

La figure 63 donne les relevés oscillographiques effectués lors du tracé de la troisième série de courbes de la figure 62. Le cliché a correspond à la marche à vide (conduction continue), le cliché b au point à rotor calé (conduction discontinue).

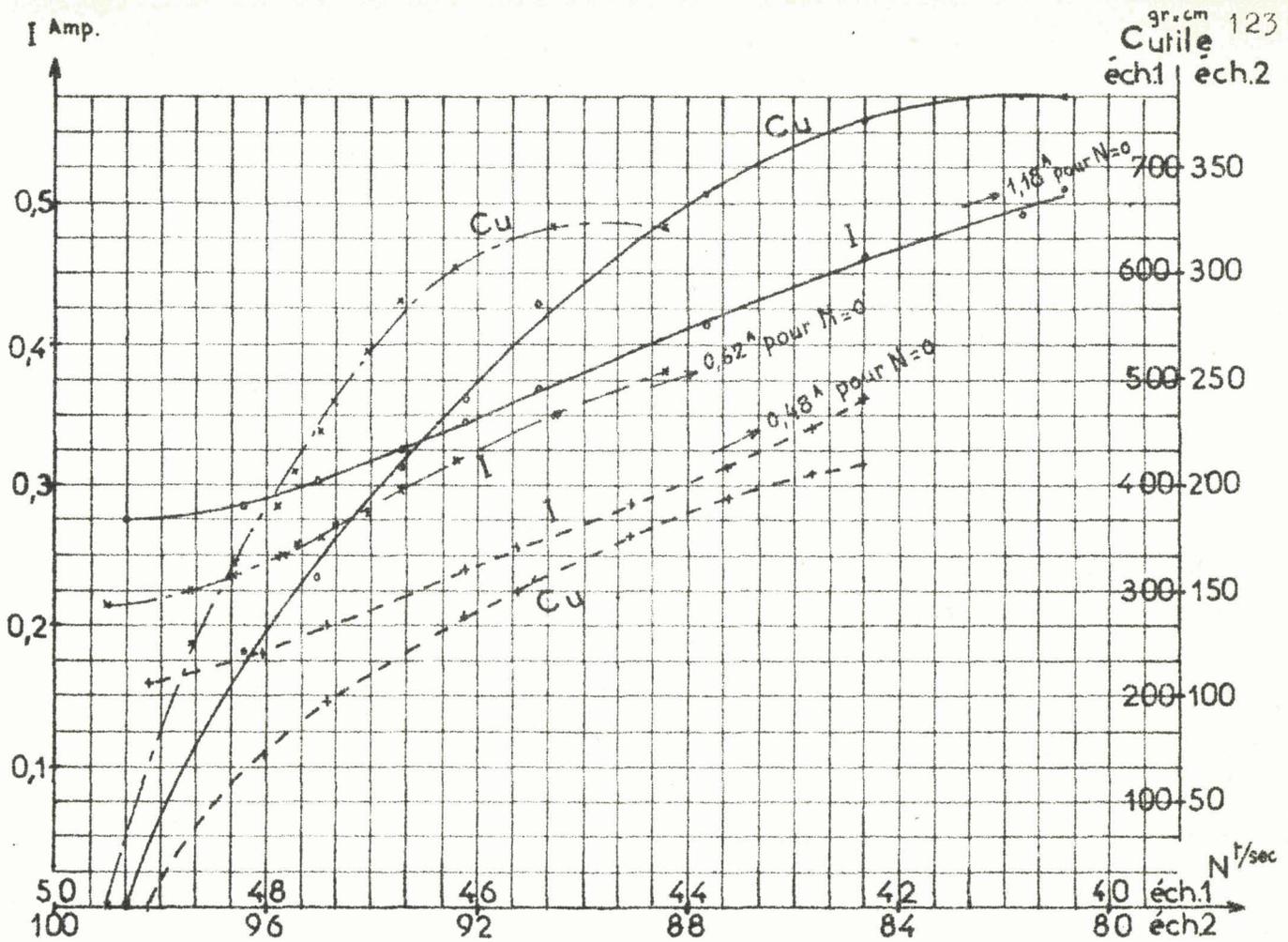


Fig.62 - Caractéristiques de courant absorbé et de couple utile en fonction de la vitesse d'un même moteur monophasé bipolaire

- en traits pleins (échelles 1) : moteur alimenté directement à 110^V, 50 Hz
- en traits interrompus (échelles 2) : moteur placé à la sortie du doubleur de fréquence alimenté sous 220^V, 50 Hz. $C = 360 \mu F$, $i'_{sth} = 0,5 A$
- en traits mixtes (échelles 2) : moteur à la sortie du doubleur de fréquence alimenté sous 350 V, 50 Hz. $C = 360 \mu F$, $i'_{sth} = 0,5 A$.

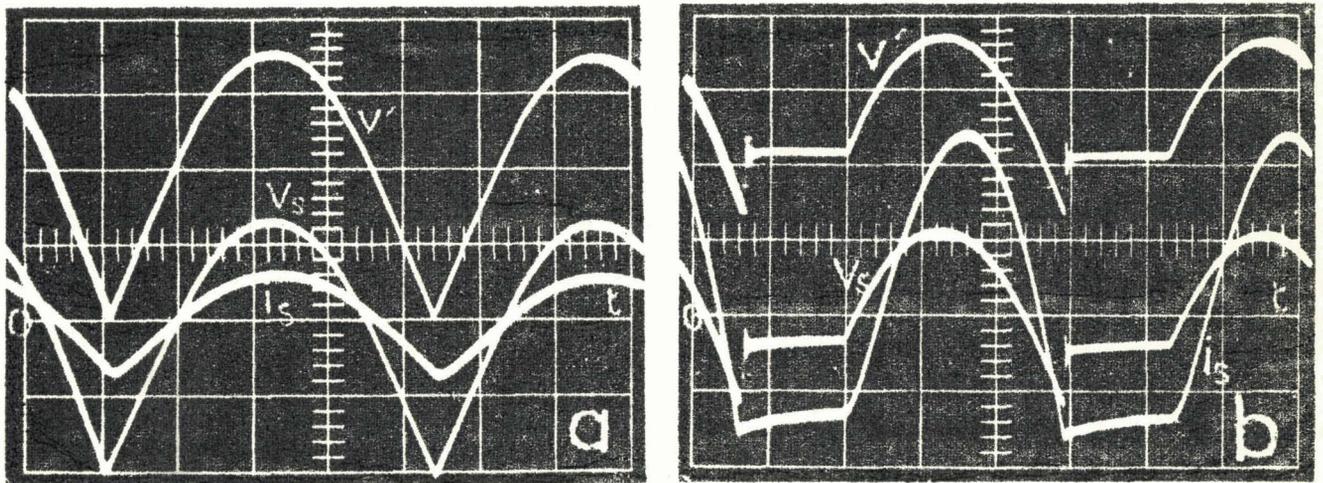


Fig.63 - Relevés oscillographiques des tensions v' et v_s et du courant i_s .

III.4. NOTES SUR LA MULTIPLICATION DE VITESSE DU MOTEUR SYNCHROME.

L'étude générale du montage doubleur de fréquence qui s'applique aisément au cas où le récepteur est un moteur asynchrone serait d'une application plus difficile, du moins lors du fonctionnement avec conduction discontinue des diodes, lorsqu'il s'agit d'un moteur synchrone.

Le passage des caractéristiques théoriques aux caractéristiques réelles suppose en effet la possibilité d'assimiler le récepteur à une impédance constante, c'est approximativement le cas d'une machine asynchrone à vitesse donnée. Il en est tout autrement pour le moteur synchrone, mais nous allons montrer que l'on doit travailler alors en conduction continue mode de fonctionnement pour lequel toutes les relations sont très simplifiées.

III.4.1. Nécessité du fonctionnement à conduction continue des diodes.

Le moteur synchrone ne saurait être assimilé à une impédance constante car le courant qu'il absorbe est fonction non de la tension mais de l'écart entre celle-ci et la force électromotrice correspondant au flux inducteur.

Si l'on suit le fonctionnement de la machine à l'aide du plus simple des diagrammes, celui à reactance synchrone constante, le courant \bar{I}_S se déduit de la tension aux bornes \bar{V}_S et de la force électromotrice \bar{E} par la relation

$$\bar{E} = \bar{V}_S - \bar{Z} \bar{I}_S \text{ ou } \bar{I}_S = \frac{1}{\bar{Z}} (\bar{V}_S - \bar{E}),$$

\bar{Z} désignant l'impédance synchrone d'argument ζ supposée constante.

Les axes décalés de ζ et de $\zeta - \frac{\pi}{2}$ par rapport au vecteur $-\bar{V}_S$ permettent (fig.64) de lire, à V_S/Z près, les puissances active P_S et réactive Q_S consommées par le moteur

$$P_S = \frac{V_S}{Z} Ab, \quad Q_S = \frac{V_S}{Z} Ab'.$$

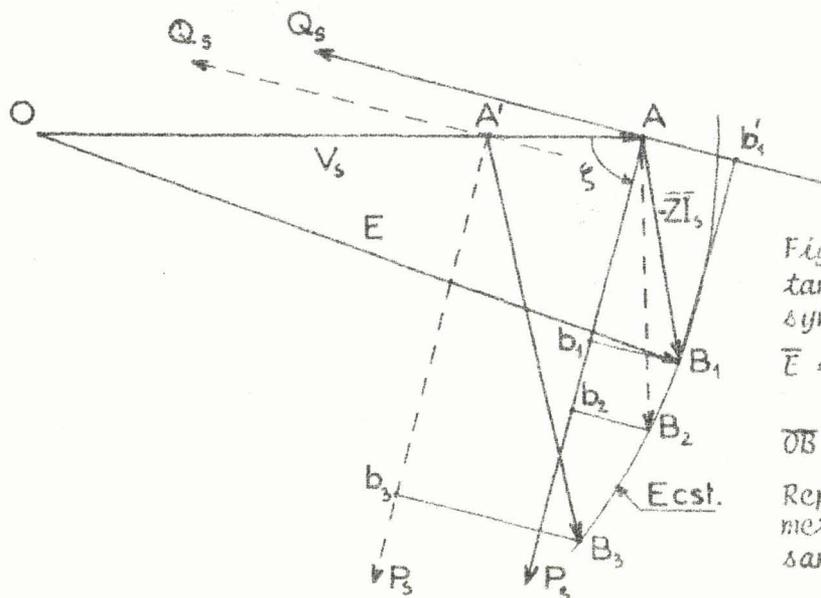


Fig.64 - Diagramme à réactance synchrone du moteur synchrone.

$$\bar{E} = \bar{V}_S - \bar{Z} \bar{I}_S$$

$$\overline{OB} = \overline{OA} + \overline{AB}$$

Représentation des axes permettant la lecture des puissances.

Supposons le montage fonctionnant en conduction discontinue et le moteur ayant une force électromotrice constante; pour un couple résistant donné l'extrémité du vecteur $-\bar{Z} \bar{I}_S$ est en B_1 . Si le couple résistant augmente, la puissance électrique absorbée par le moteur croît également passant de Ab_1 à Ab_2 , le courant I_S augmente. Mais la tension V_S variant en sens inverse du courant sa valeur passe de OA à OA' et l'échelle des puissances est dilatée. La puissance représentée par Ab_2 l'est maintenant par la longueur $A'b_3$, le point de fonctionnement vient en B_3 qui correspond à un courant I_S égal à $A'B_3/Z$ au lieu de $A B_2/Z$ donc nettement plus grand. Cette augmentation de I_S entraîne une nouvelle réduction de V_S d'où un nouvel accroissement de I_S , etc... Le fonctionnement est instable.

On doit donc faire travailler le montage en conduction continue afin que la tension aux bornes du moteur soit constante. Le fonctionnement de la machine est alors le fonctionnement normal d'un moteur synchrone alimenté sous tension constante.

Toutefois cela nécessite un courant d'entretien de valeur relative élevée et donc un rendement global de la transformation de fréquence très faible.

III.4.2. Obtention de deux vitesses synchrones.

Si le moteur doit fonctionner successivement à la vitesse N_S lorsqu'il est alimenté par une tension V_N de fréquence f et à la vitesse $2 N_S$ lorsqu'on le monte à la sortie du doubleur de fréquence, l'obtention de ces deux fonctionnements à partir de la même source ne présente pas la même souplesse que celle rencontrée à propos du moteur asynchrone.

Si la machine synchrone est à flux inducteur constant (c'est le cas des petites unités qui sont le plus souvent à aimants permanents) lorsqu'on double la vitesse de force électromotrice est également doublée. Pour éviter un courant anormal il faut multiplier dans le même rapport la tension aux bornes du moteur, ce qui suppose

$$V = \frac{V_S}{0,424} = \frac{2 V_N}{0,424} = 4,72 V_N.$$

On doit donc prévoir l'emploi d'un transformateur adaptateur de tension. Si le moteur tournant à la vitesse N_S est alimenté sous la tension V_N ; on alimentera le doubleur de fréquence par la même tension mais on montera le moteur au secondaire d'un transformateur de rapport 4,72 lors du fonctionnement à la vitesse double.

IV. GROUPEMENTS ET VARIANTES DU MULTIPLICATEUR DE FRÉQUENCE ÉTUDIÉ.

En utilisant le principe indiqué pour doubler la fréquence d'un signal monophasé, il est possible, à partir d'un réseau triphasé, de réaliser un doubleur de fréquence triphasé ou des multiplieurs monophasés de rapport supérieur à deux.

Le rendement de la transformation peut être amélioré si on substitue aux diodes des redresseurs à amorçage retardé.

IV.1. MULTIPLICATEURS ALIMENTÉS EN TRIPHASÉ.

En alimentant en triphasé (fig.65a) trois montages analogues à celui de la figure 43 groupés en étoile ou en triangle on peut fournir à un récepteur triphasé un système équilibré de tensions de fréquence $2f$

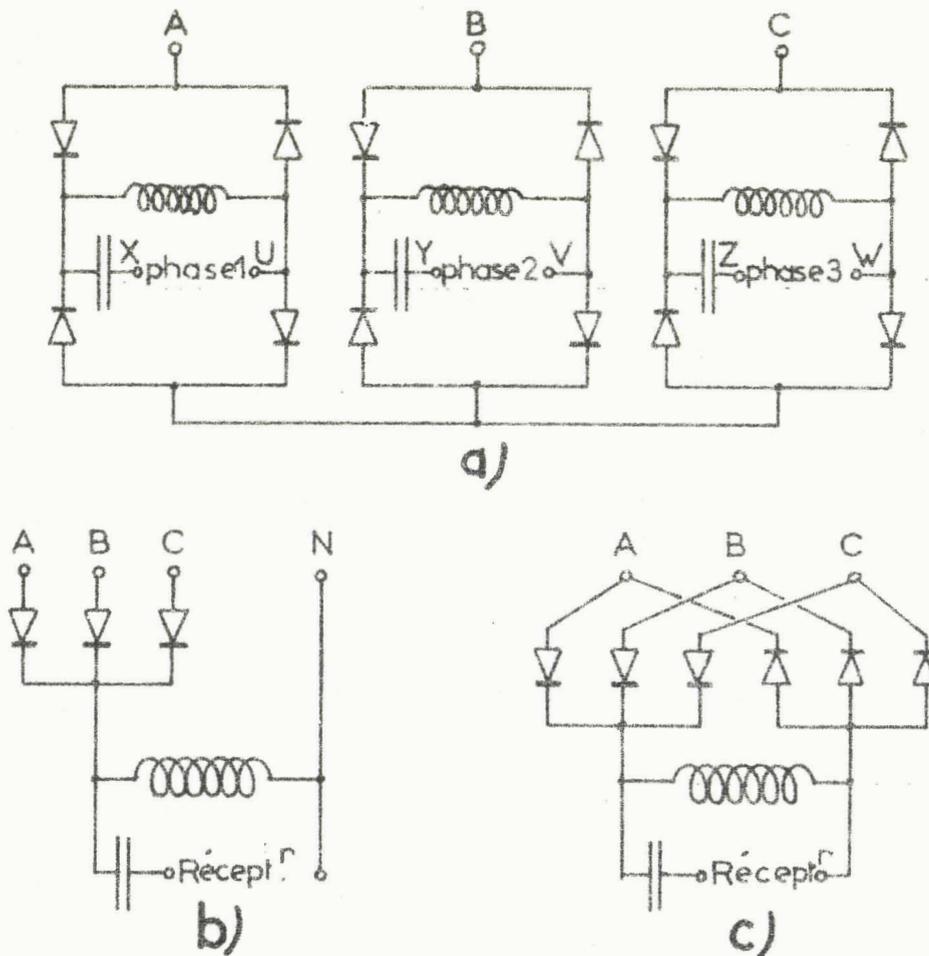


Fig65 - Multiplieurs de fréquence permettant, à partir d'un système triphasé de fréquence f , d'obtenir ;

- un système triphasé de fréquence $2f$,
- un signal monophasé de fréquence $3f$,
- un signal monophasé de fréquence $6f$.

De même, à partir d'un réseau triphasé de fréquence f , on peut grâce à 3 ou 6 redresseurs fournir à un récepteur monophasé des signaux alternatifs de fréquence $3f$ ou $6f$ (fig. 65b et 65c).

Toutefois, plus le rapport des variations de la tension redressée à sa valeur moyenne est faible plus le rendement de la transformation de fréquence tend vers une valeur réduite du moins si on utilise de simples diodes.

IV.2. AMÉLIORATION DU RENDEMENT DE LA TRANSFORMATION.

L'étude générale du montage de la figure 43 montre comment remédier à la modicité du rendement de la transformation de fréquence en réduisant le rapport de la puissance dépensée dans le circuit d'entretien à celle fournie au récepteur.

Le montage redresseur fournit, à partir de la tension sinusoïdale v de fréquence f , une tension redressée v' décomposable en un terme moyen et des termes sinusoïdaux de fréquence $2f$, $4f$... Ces derniers sont transmis au récepteur par l'intermédiaire d'une capacité. L'ensemble capacité-récepteur absorbe un courant alternatif i_s .

Pour que la source de tension v puisse être reliée à cet ensemble par le débit des redresseurs il faut ajouter entre les points B et D d'un circuit d'entretien parcouru par un courant unidirectionnel i'_s . La tension v n'est appliquée entre B et D que lorsque le courant total $i_s + i'_s$ est positif.

Le courant dans le circuit d'entretien doit être du même ordre de grandeur que le courant alternatif dans le récepteur. Cette nécessité est liée au principe même de l'utilisation d'un montage redresseur en multiplicateur de fréquence.

Mais la puissance dépensée dans le circuit d'entretien est proportionnelle à la valeur moyenne v'_{moy} de la tension redressée v' , la puissance fournie sous forme de signaux de fréquence $2f$ au récepteur est proportionnelle au terme de même fréquence du développement en série de cette tension V'_{2m} . Pour augmenter le rendement du doubleur de fréquence il faut donc réduire le rapport v'_{moy}/V'_{2m} . On obtient ce résultat en substituant aux diodes des redresseurs à électrode de commande.

Avec des diodes et en supposant la conduction continue du pont, les rapports de v'_{moy} et de V'_{2m} à l'amplitude V_m de la tension d'alimentation ont pour valeur

$$\frac{v'_{\text{moy}}}{V_m} = \frac{2}{\pi} ; \quad \frac{V'_{2m}}{V_m} = \frac{2}{\pi} \frac{2}{3}$$

Si la conduction continue est assurée par des redresseurs commandés dont l'entrée en conduction est retardée de ψ/ω , ces rapports deviennent

$$\frac{v'_{\text{moy}}}{V_m} = \frac{2}{\pi} \cos \psi \quad \text{et} \quad \frac{V'_{2m}}{V_m} = \frac{2}{\pi} \frac{2}{3} \sqrt{\cos^2 \psi + 4 \sin^2 \psi}$$

Quand l'angle ψ croît de 0 à $\frac{\pi}{2}$, v'_{moy} diminue et s'annule, au contraire V'_{2m} augmente jusqu'à atteindre une valeur double (fig.66)(1) (2).

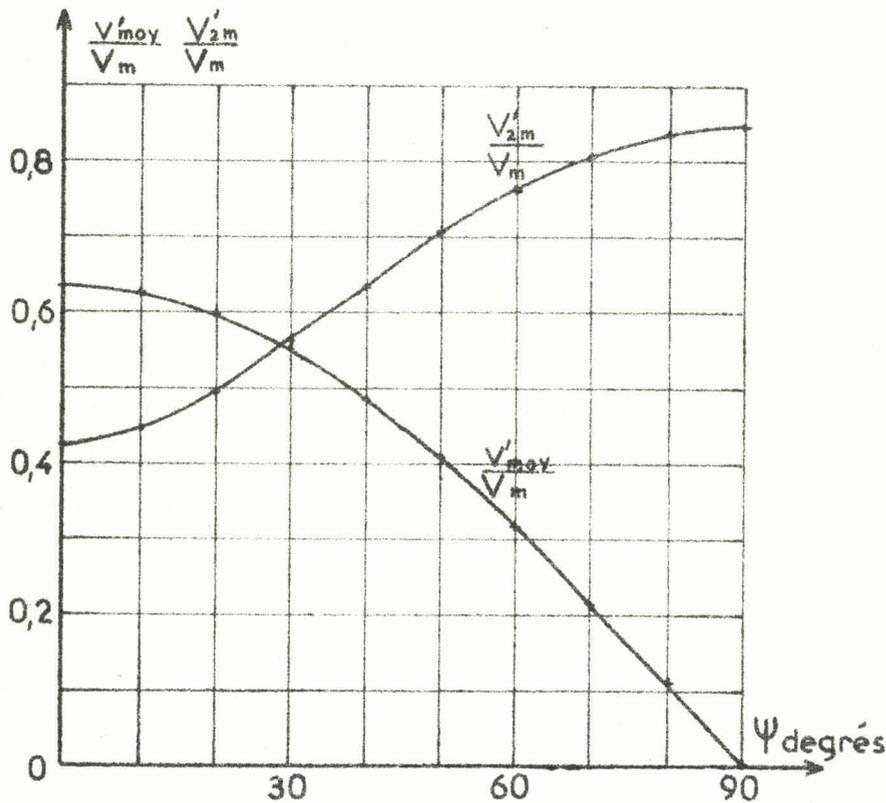


Fig. 66 - Variations des rapports $\frac{v'_{\text{moy}}}{V_m}$ et

$\frac{V'_{2m}}{V_m}$ en fonction du retard à l'amorçage ψ des redresseurs.

(1) Si le circuit d'entretien est très inductif, il consomme une puissance égale à $v'_{\text{moy}} i_s$.

Si la capacité en série avec le récepteur est telle que $LC\omega^2$ soit toujours très supérieur à l'unité, le terme de fréquence $2f$ de la tension v_s aux bornes du récepteur a une amplitude égale à V'_{2m} .

(2) Lorsque le nombre de tensions d'amplitude V_m soumises au redressement est égal à q , le terme constant et celui de fréquence $q f$ de la tension redressée sont donnés par les relations

$$v'_{\text{moy}} = \frac{q}{\pi} V_m \sin \frac{\pi}{q} \cos \psi,$$

$$V'_{qm} = \frac{q}{\pi} V_m \sin \frac{\pi}{q} \frac{2}{q^2 - 1} \sqrt{\cos^2 \psi + q^2 \sin^2 \psi}$$

L'amplitude V'_{qm} est multipliée par q quand l'angle ψ variant de 0 à $\frac{\pi}{2}$ fait passer v'_{moy} de son maximum à zéro

Il serait illusoire d'espérer faire fonctionner le montage avec une valeur nulle de v'_{moy} , car l'existence de l'indispensable courant continu d'entretien suppose une valeur moyenne non nulle de la tension redressée. Toutefois le retard à l'amorçage des redresseurs permet une notable diminution de la tension continue redressée et une augmentation de la tension aux bornes du récepteur. Il en résulte une très nette augmentation du rendement global de la transformation.

V. CONCLUSION.

Nous avons proposé un montage très simple pour doubler la fréquence : partant d'une tension alternative de fréquence f on en redresse les deux alternances ; sur la tension redressée, en série avec le récepteur, on monte un condensateur qui absorbe la composante continue de cette tension ; ce condensateur tendrait à bloquer le débit des redresseurs aussi doit-on placer en parallèle avec l'ensemble condensateur-récepteur une impédance inductive chargée d'assurer la conduction des diodes.

L'étude générale du montage ne présente guère de difficulté lorsque la tension redressée est formée de demi-sinusoïdes complètes, mais cela suppose une dépense de puissance dans l'impédance d'entretien de la conduction ayant une valeur relative élevée.

Aussi avons-nous analysé le cas où la conduction n'est assurée que par intermittence et proposé une méthode d'étude permettant une utilisation rapide des caractéristiques générales du doubleur de fréquence fonctionnant dans ces conditions.

Parmi les nombreuses utilisations possibles de ce montage nous n'avons étudié que celle, particulièrement importante, de la multiplication de la vitesse synchrone des machines synchrones ou asynchrone. A partir d'une même source, on peut obtenir des vitesses variant du simple au double.

Toutefois on peut obtenir le même résultat à fréquence constante grâce à deux enroulements primaires ou à des changements de connexions d'un seul enroulement (11), on change de vitesse en changeant de nombre de pôles. Malgré la complexité de certains de ces procédés, ils se révèlent souvent plus intéressants, surtout pour les grosses unités, à cause de la supériorité du rendement.

Là où le montage étudié trouve son champ d'application privilégié c'est dans l'obtention avec des machines bipolaires normales de vitesses qu'on ne peut obtenir sans changer de fréquence, 6 000 t/min par exemple à partir d'un réseau à 50 Hz. Cependant la modicité de son rendement ne rend ce procédé statique de changement de fréquence intéressant que pour les petites unités. La possibilité qu'il offre de limiter le courant absorbé peut pour ces machines être un avantage important.

Ce multiplicateur de fréquence est susceptible de groupements et de variantes permettant notamment d'obtenir d'autres facteurs de multiplication ou d'améliorer le rendement de la transformation. Le mode d'étude indiqué pour le doubleur de fréquence monophasé devrait faciliter l'examen des nombreux autres montages possibles basés sur le même principe.

3ème Partie.

EMPLOI DE REDRESSEURS

AU SECONDAIRE DES MOTEURS ASYNCHRONES POLYPHASÉS.

Il est possible d'améliorer le diagramme des courants du moteur asynchrone. Il nous a semblé intéressant de poser dans toute sa généralité le problème de l'impédance secondaire optimale. La mise en court-circuit des enroulements secondaires par l'intermédiaire de redresseurs permet d'apporter une première solution, très imparfaite certes mais simple, à ce problème qui ne pourra manquer d'attirer la curiosité des chercheurs.

I. IMPEDANCE SECONDAIRE OPTIMALE DU MOTEUR ASYNCHRONE.

Le moteur asynchrone peut recevoir deux modes pratiques de réalisation :

- le moteur à cage d'écureuil ne permet pas la modification des caractéristiques du secondaire.
- Lorsque le secondaire est bobiné et accessible par des bagues on peut en modifier les caractéristiques par addition d'éléments extérieurs.

La présence de bagues permet de concilier les conditions apparemment contradictoires imposées au moteur asynchrone.

- Au démarrage ou lors du freinage par inversion du flux le rotor doit être résistant pour que le couple soit fort et l'appel de courant primaire modéré.
- En marche normale, au voisinage de la vitesse synchrone, le secondaire doit être peu résistant pour que les pertes par effet Joule y soient faibles et le rendement meilleur.

Le moteur à cage suppose un compromis, le rotor est assez résistant pour que le couple de démarrage soit suffisant sans que les pertes Joule en charge normale soient excessives.

Quand le moteur est à rotor bobiné, grâce à un rhéostat on peut le démarrer avec un couple fort et un courant primaire réduit. Ce rhéostat est éliminé au fur et à mesure que la vitesse augmente. En marche normale cette résistance additionnelle est complètement supprimée, d'où des pertes Joule rotoriques relativement faibles.

L'emploi d'un rotor bobiné et de bagues est indispensable dans les montages ou, pour faire varier la vitesse, on prélève à la sortie du secondaire une partie de la puissance qui lui vient du stator et que l'on récupère sous forme de puissance mécanique s'ajoutant à celle développée par le moteur asynchrone (montage Métacin à une machine auxiliaire, système Kramer) ou sous forme de puissance électrique restituée au réseau d'alimentation (montage Métacin à deux machines auxiliaires, système Scherbius, montage Thyrasyntrol).

Mais lorsqu'on utilise le moteur à rotor bobiné à la seule fin d'augmenter la résistance des circuits secondaires au démarrage ou au freinage on peut se demander si on utilise suffisamment les possibilités offertes par l'accès au secondaire que permettent les bagues.

L'impédance optimale serait une impédance qui mise en série avec chaque phase du rotor jouerait non seulement le rôle du rhéostat secondaire mais améliorerait aussi les performances du moteur en marche normale.

Cette impédance serait non fragmentale, ce qui supprimerait le dispositif d'élimination progressive des résistances fractionnées formant les rhéostats usuels. De plus, si son encombrement le permettait, on pourrait rendre cette impédance solidaire du rotor et supprimer l'ensemble balais-bagues.

I.1. DIAGRAMME OPTIMAL DU MOTEUR ASYNCHRONE

Lorsque le glissement du moteur asynchrone varie de l'infini à zéro l'extrémité du vecteur représentant le courant primaire I_p décrit, dans le système d'axes courant actif-courant réactif, un arc de cercle. Nous avons indiqué sur celui-ci (fig. 67 a) la valeur du glissement g pour quelques points d'abord quand le rhéostat est éliminé (graduation 1) puis quand l'introduction de ce dernier multiplie par 2, 4 ou 8 la résistance des phases secondaires (graduations 2, 3 ou 4).

Le rhéostat sert à modifier la graduation en glissement du diagramme pour que tout au long du démarrage le courant ne soit pas trop fort et que le couple garde une valeur élevée. On part, par exemple, du point C ; quand la montée en vitesse amène le point de fonctionnement en B, en réduisant la résistance on passe de la graduation 4 à la graduation 3 et le point revient en C. Quand le glissement ne sera plus que de 25 % on passera à la graduation 2 et quand il atteindra 12,5 % on éliminera le dernier élément du rhéostat.

Quand le glissement est fort, grâce au rhéostat, on maintient le point de fonctionnement dans la zone C B du cercle ; après démarrage, le rhéostat éliminé, le moteur travaille sur l'arc A B.

Le premier rôle de l'impédance rotorique cherchée serait de contracter la portion du diagramme correspondant aux fortes valeurs du glissement g (fig. 67 b) :

- pour g compris entre 1 (ou 2 si on veut freiner par inversion du flux) et 0,10 par exemple, le point de fonctionnement se déplacerait peu dans une zone correspondant à un courant acceptable et à un couple élevé.
- pour g compris entre 0,10 et zéro, on retrouverait le fonctionnement normal du moteur lorsque son rhéostat est éliminé.

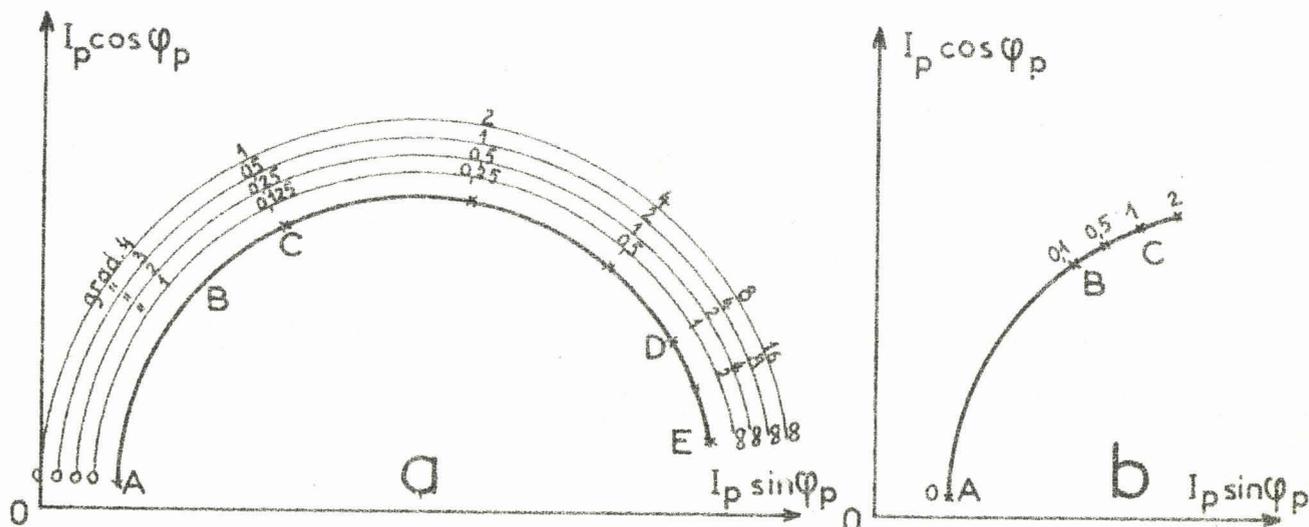


Fig. 67 - Diagrammes du courant primaire d'un moteur asynchrone polyphasé gradués en glissement.

- modifications de la graduation obtenues par un rhéostat secondaire.
- diagramme correspondant à une impédance qui jouerait le même rôle que le rhéostat.

Le second rôle attribué à l'impédance cherchée est l'amélioration du facteur de puissance, celle-ci entraînant deux avantages : réduction du courant absorbé par le moteur et augmentation du rendement de celui-ci.

On ne peut espérer réduire tout le diagramme à un segment de droite confondu avec l'axe des courants actifs. A glissement nul, le secondaire d'une machine d'induction n'est le siège d'aucune tension et le courant primaire est forcément égal au courant magnétisant représenté par le vecteur \vec{OA} sur tous les diagrammes.

On considérerait l'impédance secondaire additionnelle comme optimale si elle permettait d'obtenir le diagramme représenté sur la figure 68 où le facteur de puissance est égal à l'unité sauf sur l'arc inévitable conduisant au point A.

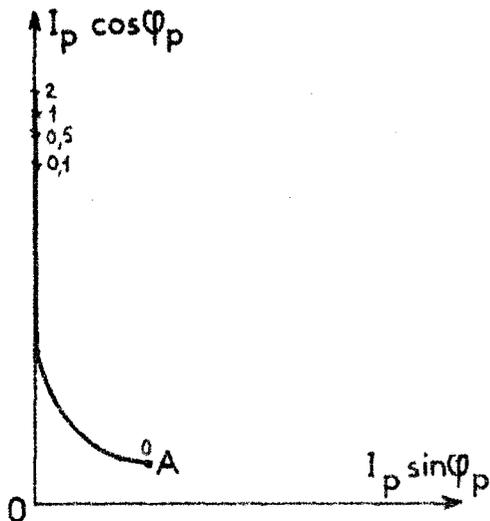


Fig. 68 - Diagramme optimal du moteur asynchrone d'induction.
Le lieu de l'extrémité du vecteur courant primaire est gradué en valeurs du glissement.

I.2. VARIATION AVEC LE GLISSEMENT DE L'IMPÉDANCE OPTIMALE.

Le diagramme circulaire du courant primaire se déduit du schéma monophasé équivalent au moteur où les grandeurs secondaires ont été ramenées au primaire après égalisation des fréquences et des nombres de phases des deux armatures (fig.69).

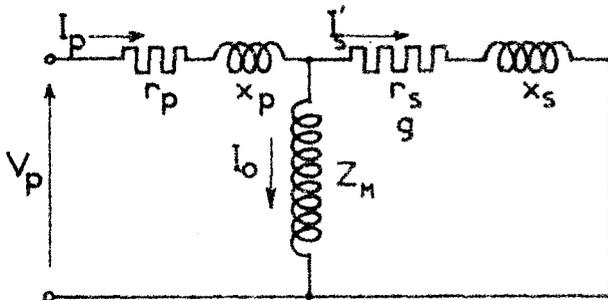


Fig. 69 - Schéma équivalent au moteur asynchrone polyphasé:
 r_p, x_p résistance et réactance des fuites primaires;
 $r_s/g, x_s$ résistance et réactance des fuites secondaires;
 Z_M impédance magnétisante.

Pour simplifier non négligerons la chute de tension due au passage du courant magnétisant I_0 dans l'impédance primaire, ce qui revient à placer directement sous la tension V_p l'impédance magnétisante Z_M (fig.70) et à supposer I_0 constant. Le rhéostat ou l'impédance cherchée viennent alors se placer en série avec les résistances r_p et r_s/g et la réactance des fuites totales X dans la dérivation absorbant le courant I'_s .

Si I_0 est constant, puisque I'_s est donné par la différence $\bar{I}_p - \bar{I}_0$, le diagramme des courants secondaires est identique à celui des courants primaires à condition de prendre comme origine des axes sur les figures 67 et 68 le point A.

Le lieu décrit par l'extrémité du vecteur représentant l'impédance totale \bar{Z}_t du circuit absorbant le courant I'_s se déduit de celui décrit par l'extrémité du vecteur \bar{I}'_s par une inversion de rapport V et une symétrie par rapport à l'axe réel.

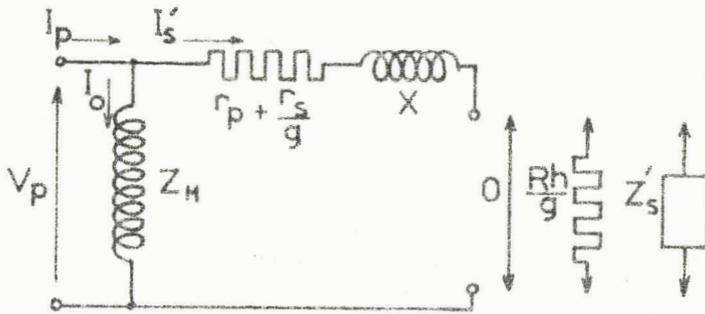


Fig. 70 - Schéma équivalent simplifié. Suivant le cas, le circuit du courant I' est fermé par un court-circuit, le rhéostat ou l'impédance cherchée.

Lorsque l'impédance totale \bar{Z}_t se réduit à $r_p + r_s/g + j X$, le lieu de l'extrémité du vecteur qui la représente est une droite parallèle à l'axe réel que l'on peut graduer en glissement (fig. 71) on retrouve la même graduation sur le cercle obtenu par inversion.

L'addition d'un rhéostat entraîne une nouvelle graduation en glissement du lieu de l'extrémité de \bar{I}'_s , donc de celui de l'extrémité de \bar{Z}_t ; sur ce dernier, par chaque valeur de g , la différence entre \bar{Z}_t avec rhéostat et \bar{Z}_t sans rhéostat, donne la valeur de Rh/g .

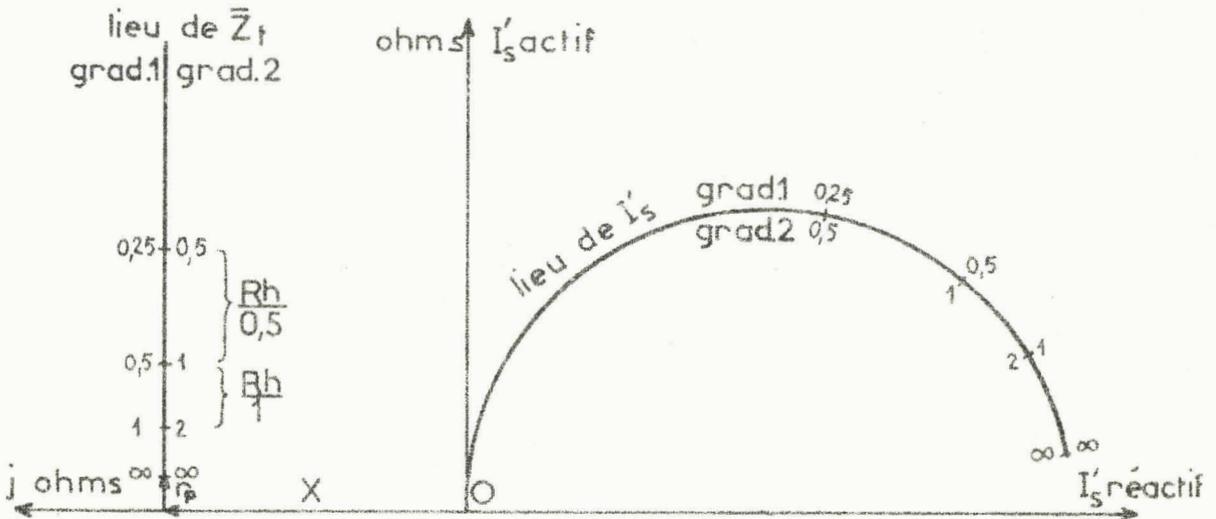


Fig. 71 - Passage du lieu de l'extrémité de \bar{I}'_s à celui de l'extrémité de \bar{Z}_t . Détermination de l'impédance nécessaire pour changer de graduation. (Ici on passe de 1 en 2 par addition d'un rhéostat Rh égal à r_s)

La même méthode permet d'obtenir pour chaque valeur du glissement la valeur à donner à l'impédance Z'_s pour obtenir le diagramme des courants de la figure 68.

Ayant les lieux de l'extrémité de \bar{I}'_s avec et sans impédance additionnelle, on en déduit grâce à une inversion et une symétrie les lieux correspondants de l'extrémité de \bar{Z}'_t , toutes ces courbes sont graduées en glissement. Pour chaque valeur de g , la différence entre l'impédance totale secondaire correspondant au diagramme souhaité et celle obtenue sans impédance additionnelle donne la valeur de celle-ci (fig.74).

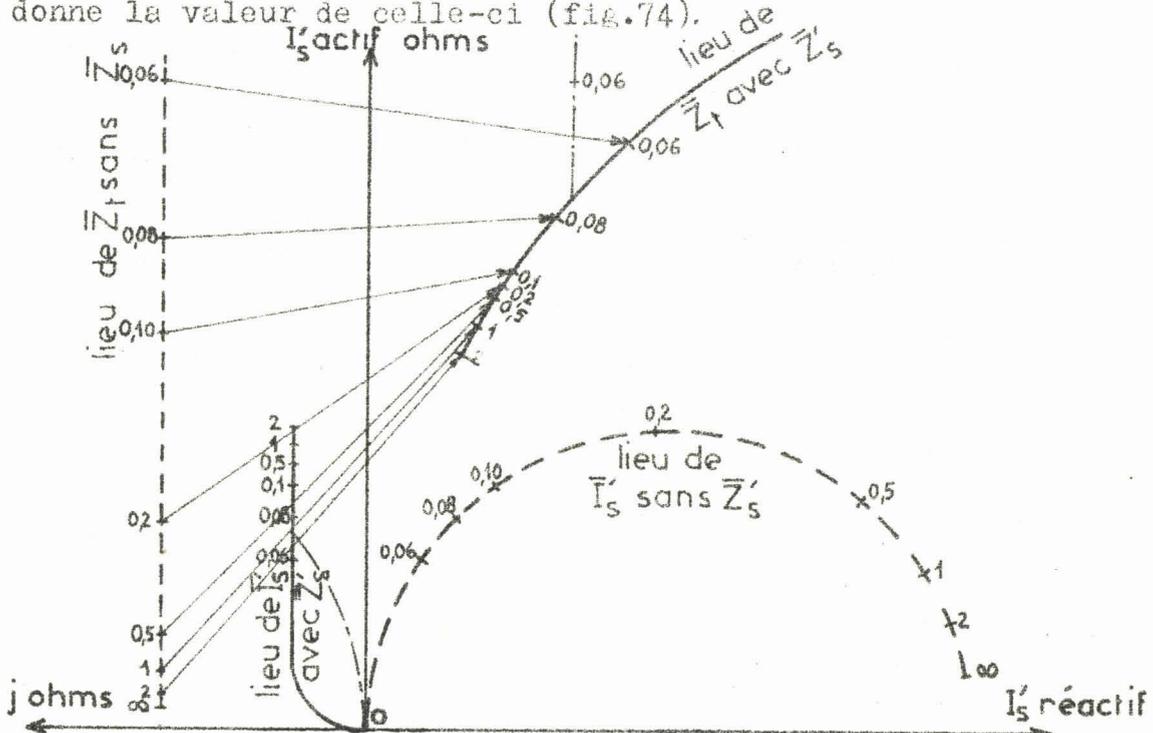


Fig. 74 - Détermination graphique de l'impédance \bar{Z}'_s permettant d'obtenir le lieu optimal de \bar{I}'_s et de \bar{Z}'_t (en traits interrompus lieux correspondant à Z'_s nul)

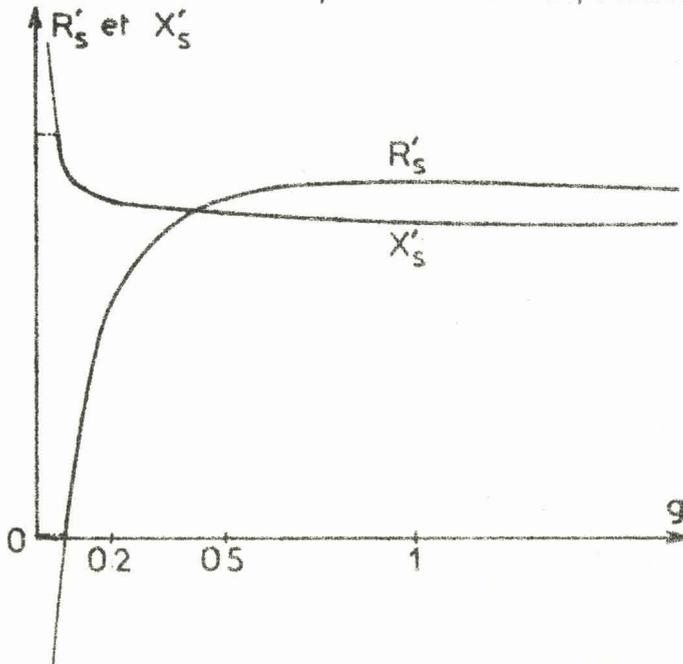


Fig. 75 - Courbes donnant en fonction de g les composantes X'_s et R'_s de l'impédance "optimale" $\bar{Z}'_s = R'_s - jX'_s$ ramenée à la pulsation primaire.

L'impédance Z'_s doit être résistante et capacitive donc de la forme $R'_s - j X'_s$, R'_s et X'_s variant en fonction du glissement comme représenté sur la fig.75. On remarque que R'_s doit être négatif si on ne veut pas, à courant secondaire actif et à couple donné, augmenter g lorsque celui-ci présente de faibles valeurs. Pour supprimer cette difficulté, il suffit en principe, d'apporter aux courbes des figures 74 et 75 les modifications indiquées en traits mixtes. (1)

I.3. VARIATION DE L'IMPÉDANCE OPTIMALE AVEC LA FRÉQUENCE SECONDAIRE.

La valeur de Z'_s que nous venons de déterminer est celle de l'impédance additionnelle secondaire souhaitée ramenée au nombre de spires, au nombre de phases et à la pulsation primaires.

La recherche des éléments constituant cette impédance est facilitée si l'on trace les courbes donnant, en fonction de la pulsation secondaire $g\omega$, les variations des composantes R_s et X_s de l'impédance optimale ramenée à la fréquence secondaire Z_s .

Pour arriver aux schémas équivalents des figures 69 et 70 on avait écrit l'équation d'une phase rotorique, équation dans laquelle tous les termes avaient une pulsation $g\omega$ et ceux correspondant aux divers flux une amplitude proportionnelle à $g\omega$. En divisant tous les termes de cette relation par g , les réactances étaient proportionnelles à ω et les résistances étaient multipliées par $1/g$; d'où une analogie formelle avec l'équation d'un circuit fonctionnant à la même pulsation ω que le primaire et la possibilité de combinaisons entre grandeurs secondaires et primaires.

Pour ramener à la fréquence secondaire une impédance calculée à la pulsation primaire, il suffit donc de la multiplier par g . Ainsi

$$\overline{Z}_s = R_s - j X_s = g \overline{Z}'_s = g R'_s - jg X'_s$$

Cette relation permet de tracer à partir des courbes de la fig.75 celles donnant les composantes de l'impédance rotorique optimale en fonction de la pulsation $g\omega$ des courants qui y circulent (fig.76).

(1) Si le fonctionnement à facteur de puissance primaire égal à l'unité entraîne toujours une réduction du courant primaire par rapport au fonctionnement normal, il n'en est pas de même au secondaire. Dans cet enroulement, le courant est réduit pour les fortes valeurs du glissement mais accru au voisinage de la marche à vide.

La modification proposée correspond à une diminution de I_p à tous les régimes et de I'_s aux vitesses faibles et moyennes. Au voisinage du synchronisme I'_s prend la même valeur qu'en l'absence d'impédance additionnelle.

Les courbes de la figure 76 montrent qu'on doit chercher une impédance $R_s - j X_s$ dont les deux éléments R_s et X_s aient des valeurs voisines et croissent à peu près proportionnellement à la fréquence. Toutefois pour les faibles valeurs du glissement, de zéro à 0,10 par exemple, la résistance R doit être négligeable afin de ne pas augmenter les pertes Joule secondaires.

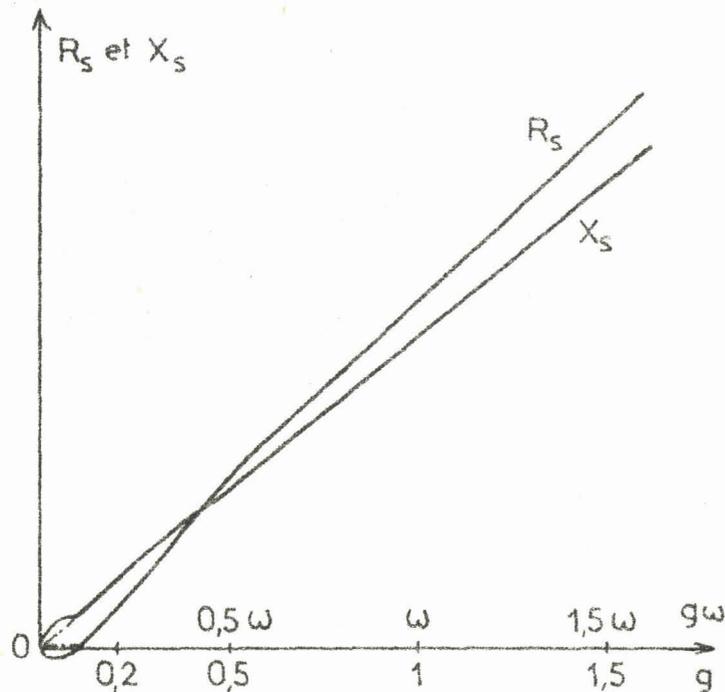


Fig. 76 - Variation des composantes R_s , X_s de l'impédance "optimale" $Z_s = R_s - j X_s$ en fonction de la pulsation w des courants qui la parcourent.

De longs développements seraient nécessaires pour traiter de la recherche des groupements d'éléments permettant de se rapprocher des courbes idéales de la figure 76, pour comparer les diverses solutions en tenant compte de leurs imperfections mais aussi de leur simplicité relative, pour étudier enfin le fonctionnement du moteur lorsqu'on s'écarte du diagramme optimal.

Nous avons pensé qu'il serait déplacé dans ce mémoire axé sur l'utilisation des redresseurs d'insister sur la recherche de solutions mettant en oeuvre des éléments à coefficients constants. Nous voudrions seulement à partir d'un exemple montrer que le recours à des éléments linéaires conduit à des assemblages assez compliqués.

I.4. EXEMPLE DE CIRCUIT À ÉLÉMENTS LINÉAIRES.

On peut, par exemple, partir du circuit utilisé par certains constructeurs pour l'élimination progressive de la résistance de démarrage. Il est formé d'une résistance R en parallèle avec une inductance L de résistance négligeable (fig.77a)

Si on utilise la pulsation réduite w , définie par le rapport $w = \frac{R\omega}{\Omega}$ où Ω est tel que $L\Omega = R$, le circuit équivaut à une impédance $R_s - j X_s$ ayant pour composantes :

$$R_s = R \frac{w^2}{1 + w^2}, \quad X_s = R \frac{-w}{1 + w^2}$$

La courbe $R_s/R = f(w)$ tracée sur la figure 78 (pour $K=0$) montre que R_s négligeable pour w voisin de zéro croît ensuite à peu près linéairement en fonction de w du moins tant que celui-ci est inférieur à un. Mais la réactance X_s est supérieure ou égale à R_s dans toute cette zone et a le signe inverse de celui souhaité.

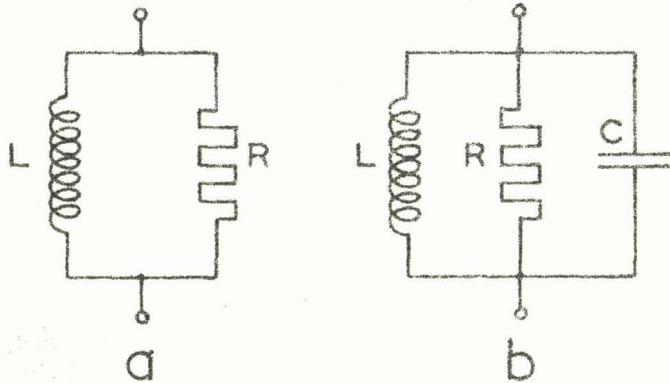


Fig. 77 - Circuits dont les composantes R_s et X_s de l'impédance équivalente Z_s varient en fonction de la fréquence suivant les courbes de la figure 78.

La mise en parallèle avec le circuit précédent d'une capacité C (fig. 77b) permet de réduire quelque peu ces lacunes.

Si l'on désigne par K la valeur du coefficient $L C \Omega^2$, l'impédance équivalente Z_s a maintenant pour composantes

$$R_s = R \frac{w^2}{w^2 (1-2K) + 1 + K^2 w^4},$$

$$X_s = R \frac{K w^3 - w}{w^2 (1-2K) + 1 + K^2 w^4}.$$

Les courbes de la figure 78 montrent que l'addition de C permet de réduire le rapport de $-X_s$ à R_s dans la zone où $R_s(w)$ est quasi-linéaire.

Ce montage, pourtant le meilleur que l'on puisse obtenir par la combinaison de trois éléments constants, est loin de donner les résultats indiqués par les courbes de la figure 76. Pour s'approcher de celles-ci il faut mettre en oeuvre un plus grand nombre d'éléments linéaires ou avoir recours à des éléments non linéaires.

C'est ainsi que nous allons examiner les possibilités offertes par la mise en court-circuit des phases du rotor par l'intermédiaire de redresseurs.

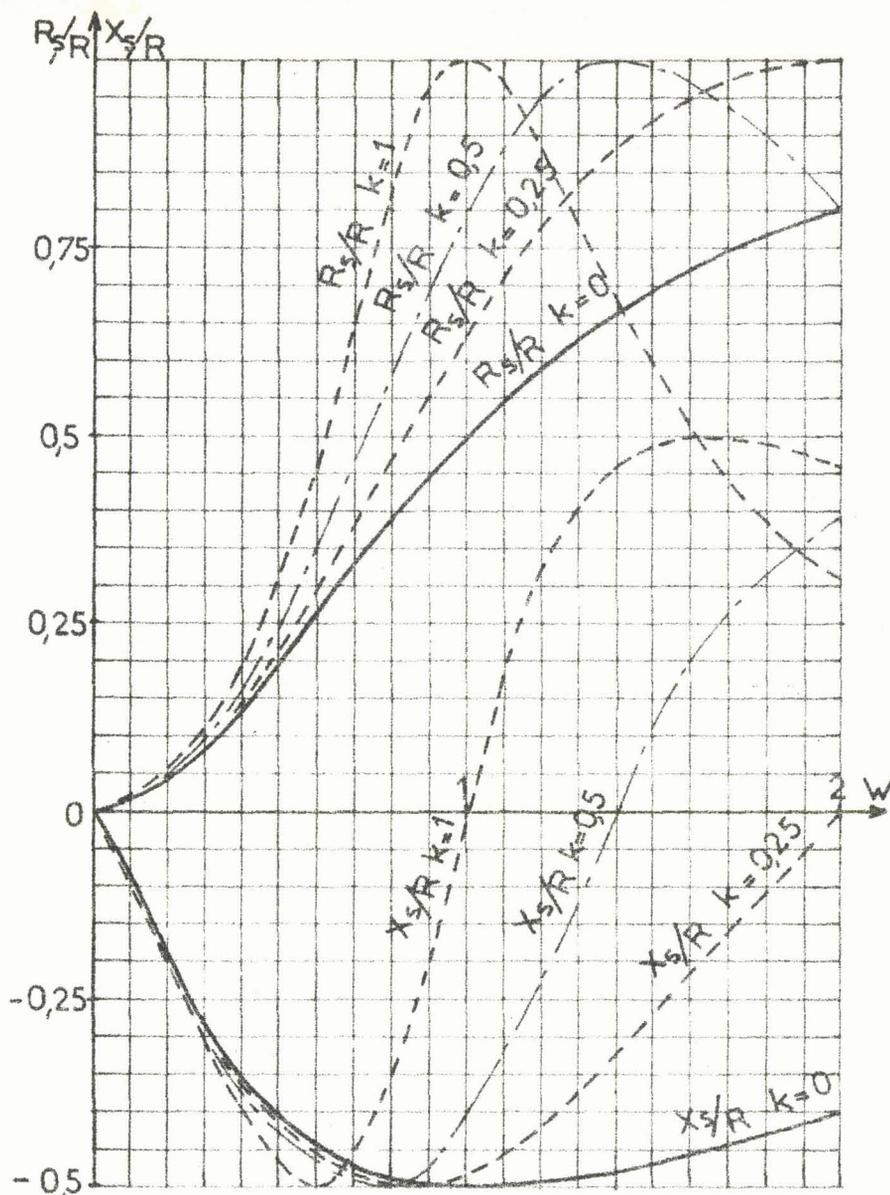


Fig. 78 - Courbes donnant en fonction de $W = \frac{L\omega}{R}$ les composantes R_s et X_s de l'impédance $\bar{Z}_s = R_s - jX_s$

Les courbes ont été tracées pour diverses valeurs du paramètre K égal à $\frac{R^2 C}{L}$

En traits pleins, courbes correspondant au circuit de la figure 77 a ($K=0$)

II. EFFETS DES REDRESSEURS AU SECONDAIRE DU MOTEUR ASYNCHRONE.

La différence de potentiel aux bornes d'une impédance de constantes R et L alimentée, à travers un redresseur, par une tension alternative sinusoïdale de pulsation ω , présente une forme d'onde variant avec la valeur du rapport $L\omega/R$. Formée d'une seule alternance lorsque l'impédance est purement résistive, elle comporte, en outre, une portion de l'autre alternance de plus en plus importante au fur et à mesure que $L\omega/R$ augmente.

Dans le développement en série de la tension aux bornes de l'impédance le terme de même fréquence que la tension d'alimentation est

en phase avec celle-ci pour $L\omega/R$ nul ou infini, mais entre ces deux valeurs extrêmes il présente un déphasage avant.

De plus le développement du courant comporte une composante continue d'autant plus grande que la valeur de $L\omega/R$ est plus élevée.

On peut utiliser ces deux propriétés pour modifier les caractéristiques du moteur asynchrone polyphasé, en fermant sur eux-mêmes les enroulements secondaires en étoile non pas directement mais par l'intermédiaire des redresseurs (fig.79).

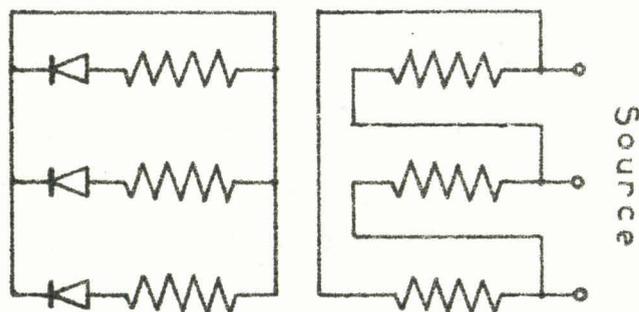


Fig. 79 - Fermeture sur des diodes des enroulements secondaires d'un moteur asynchrone triphasé.

On peut espérer de l'adjonction de redresseurs qu'elle produise, du moins partiellement, les effets attendus de l'impédance optimale :

- Le déphasage avant du terme fondamental des tensions et donc des courants secondaires équivaut à un effet capacitif.
- Plus le glissement et la fréquence des courants rotoriques sont élevés, plus la composante continue de ces courants est importante. L'augmentation des pertes Joule qui en résulte donne bien l'accroissement de la résistance apparente du secondaire qui était recherchée.

De plus ce montage présente l'intérêt de ne pas introduire dans les courants primaires le terme correspondant à la composante continue des courants rotoriques.

Nous procéderons d'abord à la comparaison des caractéristiques du moteur avec et sans redresseurs dans ses circuits rotoriques avant de montrer les possibilités offertes par l'addition de ces redresseurs.

II.1. COMPARAISON DES CARACTÉRISTIQUES AVEC ET SANS REDRESSEURS.

L'étude du moteur asynchrone polyphasé est facilitée par l'hypothèse du flux tournant constant. Nous l'adopterons car elle est la seule permettant une comparaison générale des caractéristiques avec et sans redresseurs.

Si on néglige la chute de tension due à la résistance et à la réactance des fuites du primaire, la force électromotrice induite dans chaque phase secondaire a une pulsation $g\omega$ et une valeur E_s proportionnelle au glissement

$$E_s = g E = g \frac{V_p}{m} \quad (77)$$

E désignant la f.é.m. induite à l'arrêt
et m le rapport de transformation stator-rotor.

Si de plus, on suppose que malgré la présence de redresseurs on puisse affecter chaque phase secondaire de résistance R d'un coefficient d'inductance de fuites constant L , l'étude des grandeurs secondaires peut s'opérer à l'aide du schéma monophasé équivalent de la figure 80.

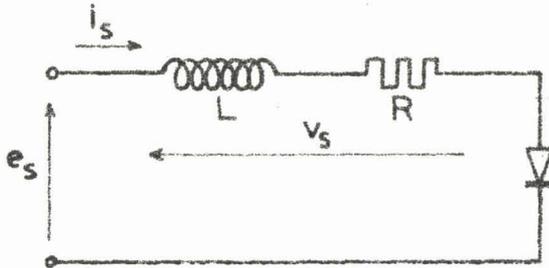


Fig. 80 - Schéma monophasé utilisé pour l'étude de la tension et du courant secondaires

J. Lecorguillier (12) a donné de nombreux résultats numériques sur le circuit R, L alimenté par une tension alternative sinusoïdale à travers un redresseur. Nous les avons utilisés en les complétant pour les adapter au problème particulier ici traité.

I.1.1. Etude de la tension secondaire.

Si la force électromotrice e_s est de la forme $E_s \sqrt{2} \sin \omega t$, le redresseur est conducteur pour ωt compris entre zéro et θ . La chute de tension v_s dans l'enroulement secondaire est égale à e_s durant cet intervalle et nulle durant le reste de la période.

Les courbes de la figure 81 donnent, en fonction de la pulsation réduite $w = \frac{L\omega}{R}$ avec $L\Omega = R$,

- l'angle de conduction θ du redresseur au cours de chaque période.
- le rapport $v_{i \max} / E$ caractérisant la valeur de la tension inverse maximale aux bornes de la diode.
- les rapports $\frac{V_{s0}}{E_s}$, $\frac{V_{s1}}{E_s}$, $\frac{V_{s2}}{E_s}$ et $\frac{V_{s3}}{E_s}$, V_{s0} , V_{s1} , V_{s2} et V_{s3} désignant les valeurs du terme constant et des termes sinusoïdaux de pulsation ω , 2ω et 3ω du développement en série de la tension v_s .
- le déphasage γ du terme V_{s1} en avance sur la force électromotrice e_s .

Le calcul des harmoniques 4, 5... montre que leur importance relative est très réduite quelle que soit la valeur de w (1).

(1) Le tracé des courbes a été effectué pour w compris entre 0,1 et 30. Lorsque la vitesse est nulle, le rapport $\frac{L\omega}{R}$ varie suivant les moteurs entre 5 et 20. Le paramètre w est nul pour la vitesse synchrone mais pour w compris entre 0 et 0,1 les grandeurs étudiées varient très peu.

II.1.2. Etude du courant secondaire.

La tension v_s aux bornes de l'enroulement de constantes R et L ayant pour valeur

$$\begin{aligned} v_s &= E_s \sqrt{2} \sin g\omega t, \text{ pour } 0 < g\omega t < \theta, \\ v_s &= 0, \text{ pour } \theta < g\omega t < 2\pi, \end{aligned}$$

Le courant secondaire i_s a pour expressions,

$$i_s = \frac{E_s \sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + L^2 g^2 \omega^2}} \left\{ \sin(g\omega t - \varphi) + \sin\varphi e^{-\frac{R}{L}t} \right\}, \text{ pour } 0 < g\omega t < \theta,$$

avec $\operatorname{tg} \varphi = Lg\omega / R$,

$$i_s = 0, \text{ pour } \theta < g\omega t < 2$$

On comparera la valeur de ce courant et de ses composantes à celle $I_{s\text{th}}$ qu'il aurait s'il n'y avait pas de redresseurs.

$$I_{s\text{th}} = \frac{E_s}{\sqrt{R^2 + L^2 g^2 \omega^2}} = \frac{g V_p}{m L g \omega \sqrt{1 + \frac{R^2}{L^2 g^2 \omega^2}}} = \frac{V_p}{m L \omega} \frac{w}{\sqrt{1+w^2}}. \quad (78)$$

Les premiers termes du développement en série du courant i ont pour valeur efficace :

$$\begin{aligned} I_{s0} &= \frac{V_{s0}}{R} = \frac{V_p}{m L \omega} \frac{V_{s0}}{E_s} w, \\ I_{s1} &= \frac{V}{\sqrt{R^2 + L^2 g^2 \omega^2}} = \frac{V_p}{m L \omega} \frac{V_{s1}}{E_s} \frac{w}{\sqrt{1+w^2}}, \\ I_{s2} &= \frac{V}{\sqrt{R^2 + L^2 4g^2 \omega^2}} = \frac{V_p}{m L \omega} \frac{V_{s2}}{E_s} \frac{w}{\sqrt{1+4w^2}}, \\ I_{s3} &= \frac{V}{\sqrt{R^2 + L^2 9g^2 \omega^2}} = \frac{V_p}{m L \omega} \frac{V_{s3}}{E_s} \frac{w}{\sqrt{1+9w^2}} \dots \end{aligned} \quad (79)$$

Connaissant les variations des rapports V_{s0}/E_s , V_{s1}/E_s , V_{s2}/E_s ... en fonction de w , on peut tracer les courbes donnant les valeurs de I_{s0} , I_{s1} , I_{s2} , I_{s3} ... rapportées à $V_p/m L \omega$ ou à $V_p/m R$. L'influence du redresseur est plus nettement mise en évidence, surtout pour les faibles valeurs de w , si l'on rapporte ces courants au courant "théorique" $I_{s\text{th}}$ grâce aux relations

$$\begin{aligned} \frac{I_{s0}}{I_{s\text{th}}} &= \frac{V_{s0}}{E_s} \sqrt{1+w^2}; \quad \frac{I_{s1}}{I_{s\text{th}}} = \frac{V_{s1}}{E_s}; \\ \frac{I_{s2}}{I_{s\text{th}}} &= \frac{V_{s2}}{E_s} \frac{\sqrt{1+w^2}}{\sqrt{1+4w^2}}; \quad \frac{I_{s3}}{I_{s\text{th}}} = \frac{V_{s3}}{E_s} \frac{\sqrt{1+w^2}}{\sqrt{1+9w^2}} \dots \end{aligned} \quad (80)$$

Sur la figure 82 on a tracé l'évolution, en fonction de w , de ces quatre rapports ainsi que celle de $I_s/I_{s\text{th}}$, I_s désignant la valeur efficace du courant secondaire réel i_s .

La courbe donnant $I_{s\text{th}}/V_p/m L \omega$ permet de passer des valeurs réactives de I_s , I_{s0} , I_{s1} , I_{s2} et I_{s3} à leurs valeurs rapportées à la quantité constante $V_p/m L \omega$.

II.1.3. Valeur du courant primaire.

Au courant secondaire ramené au primaire I'_s , il convient d'ajouter I_0 pour obtenir le courant primaire réel. Le passage du secondaire au primaire s'effectue comme pour un transformateur; toutefois, il faut tenir compte de la nature particulière du couplage.

Nous supposons les deux armatures bipolaires triphasées et le flux créé par chacune de leurs phases réparti sinusoidalement le long de l'entrefer.

La composante continue I_{s0} des courants secondaires des trois phases donne un flux résultant nul, on ne trouvera donc pas de terme correspondant dans les courants primaires.

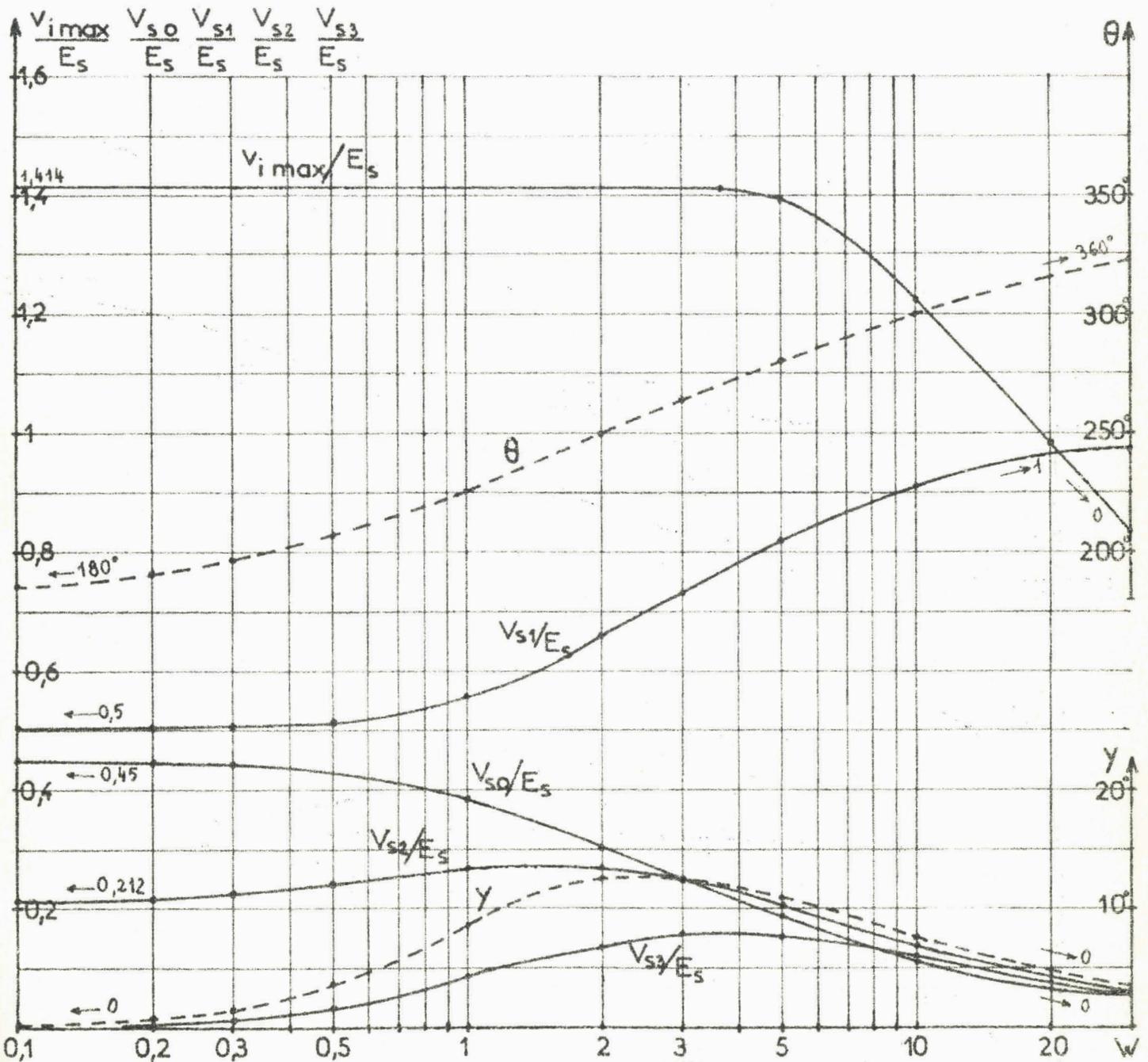


Fig. 81 - Courbes donnant en fonction de la pulsation réduite $W = L\omega / R$,
 - l'angle de conduction de la diode
 - la tension inverse maximale à ses bornes
 - les composantes de la tension v
 - le déphasage du terme fondamental.

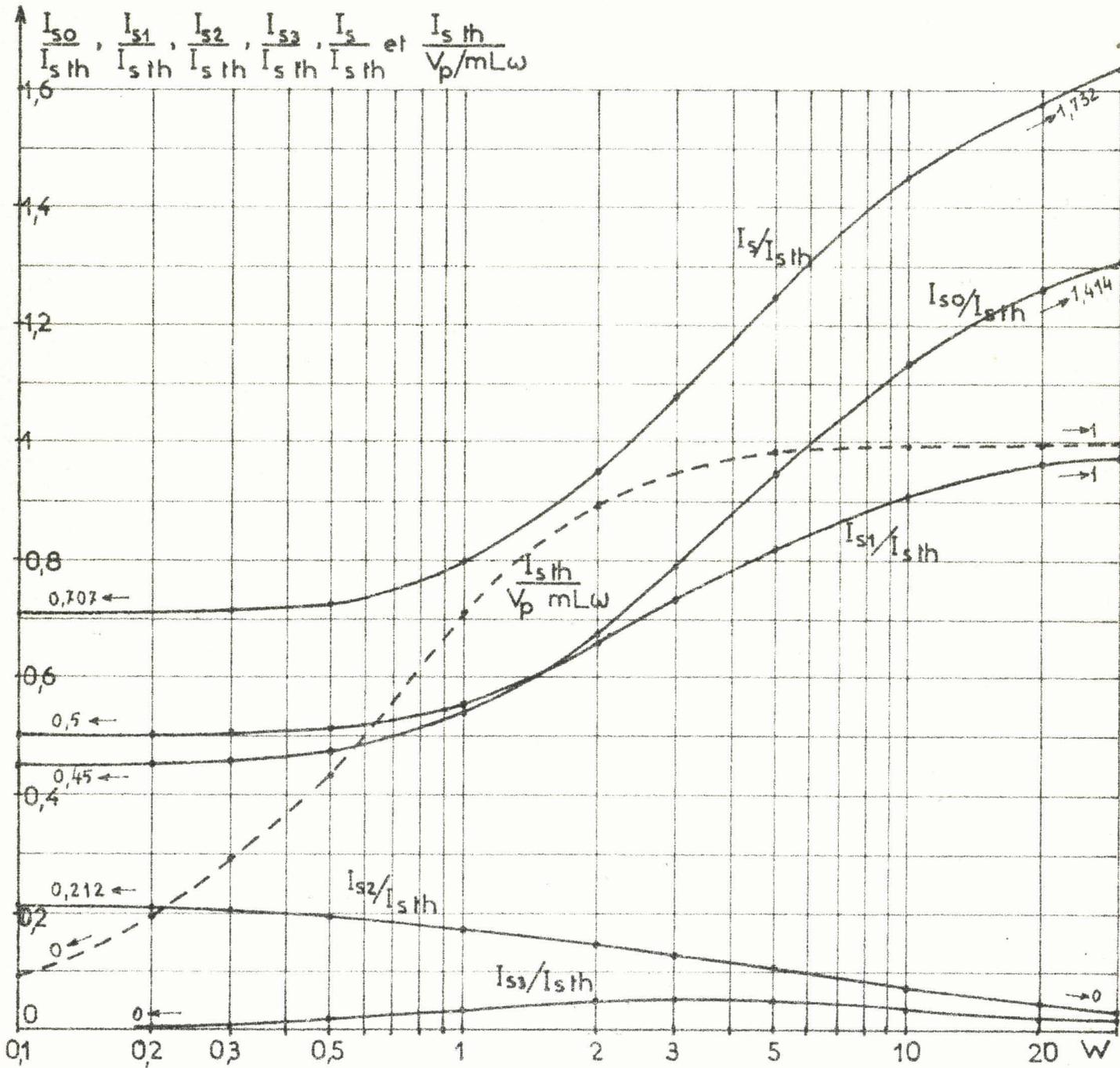


Fig. 82 - Courbes donnant en fonction de la pulsation réduite W la valeur efficace I_s du courant i_s et des premiers termes de son développement en série rapportée à celle I_{sth} du courant qui circulerait en l'absence de redresseur.

La courbe $\frac{I_{sth}}{V_p/mLw} = f(W)$ permet de calculer la valeur réelle de tous ces courants.

Les termes de pulsation $g\omega$ et de valeur I_{s1} créent un flux tournant de vitesse $g\omega$ par rapport au rotor et ω par rapport au stator. Ils sont à l'origine des courants primaires de pulsation ω .

$$I'_{s1} = I_{s1}/m.$$

Les courants rotoriques de pulsation $2g\omega$ forment un système d'ordre inverse et le flux tournant qu'ils créent, ayant une vitesse $-2g\omega$ par rapport au secondaire, présente par rapport au stator une vitesse $(1-3g)\omega$. Les courants que ce flux induit dans les bobines primaires sont tels, si on peut négliger l'impédance du réseau d'alimentation et du bobinage statorique, qu'ils équilibrent la force magnétomotrice qui leur a donné naissance. Les courants primaires comportent donc un terme de pulsation $(1-3g)\omega$ variable et de valeur égale à I'_{s2} (1)

$$I'_{s2} = I_{s2}/m.$$

Les harmoniques de rang 3 du secondaire forment un système homopolaire et donnent un flux de valeur nulle. Quant aux termes de rang plus élevé, leur importance est si faible qu'on peut négliger leurs effets.

Ces remarques permettent de simplifier l'expression donnant la valeur du courant primaire

$$I'_s = \sqrt{I_{s1}^2 + I_{s2}^2 + I_{s4}^2 + I_{s5}^2 + \dots} \approx \frac{1}{m} \sqrt{I_{s1}^2 + I_{s2}^2}. \quad (81)$$

En l'absence de redresseur ce courant serait

$$I'_{sth} = \frac{1}{m} I_{sth} = \frac{V_p}{m^2 L \omega} \frac{w}{\sqrt{1+w^2}}. \quad (82)$$

D'où le rapport caractérisant l'influence de l'addition du redresseur

$$\frac{I'_s}{I'_{sth}} \approx \sqrt{\left(\frac{V_{s1}}{E_s}\right)^2 + \left(\frac{V_{s2}}{E_s}\right)^2 \frac{1+w^2}{1+4w^2}}. \quad (83)$$

Les relations (82) et (83) permettent de tracer, en fonction de w , les courbes (fig.83) donnant $\frac{I'_{sth}}{V_p/m^2 L \omega}$ et $\frac{I'_s}{I'_{sth}}$.

II.1.4. Puissance transmise au rotor. Couple moteur.

Pour déterminer le couple électromagnétique nous utiliserons la démonstration classique lorsqu'on admet la constance du flux dans l'entrefer. Le rappel rapide de ce calcul dans le

(1) Le flux d'origine rotorique et de vitesse $(1-3g)\omega$ par rapport au stator tend à entraîner ce dernier dans le sens direct si g est inférieur à $1/3$, dans le sens inverse pour les valeurs supérieures du glissement. Le stator étant fixe, l'égalité de l'action et de la réaction entraîne la création par les harmoniques 2 des courants secondaires d'un couple moteur pour g supérieur à $1/3$; d'un faible couple de freinage pour les glissements réduits.

cas où le rotor est mis directement en court-circuit facilitera la comparaison avec le cas où on interpose des redresseurs.

La force électromotrice engendrée par le flux tournant dans chacune des phases du rotor est de la forme

$$e_s = g \frac{V_p \sqrt{2}}{m} \sin g\omega t ;$$

l'induction au droit des $2 n_2$ conducteurs de l'enroulement considéré a pour valeur

$$B = \pm \frac{e_s}{2 n_2 L v} ,$$

en désignant par L la longueur utile d'un conducteur et par v la vitesse du flux par rapport au rotor de diamètre D .

En remplaçant e_s et v par leur valeur, il vient

$$B = \pm \frac{g V_p \sqrt{2} \sin g\omega t}{m 2n_2 L \pi D \frac{g\omega}{2\pi}} = \pm \frac{V_p \sqrt{2} \sin g\omega t}{m n_2 L D \omega} \quad (84)$$

Si les enroulements secondaires sont mis directement en court-circuit, le courant dans la phase considérée a pour expression

$$i_{sth} = \frac{g V_p \sqrt{2}}{m \sqrt{R^2 + L^2 g^2 \omega^2}} \sin (g\omega t - \varphi_2),$$

avec $\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{L g \omega}{R}$.

Le couple instantané s'exerçant sur chaque conducteur est égal à

$$c_{th} = B i_{sth} L D / 2 ,$$

$$c_{th} = \frac{g V_p^2}{m^2 n_2 \omega} \left(\frac{R}{R^2 + L^2 g^2 \omega^2} \sin^2 g\omega t - \frac{L g \omega}{R^2 + L^2 g^2 \omega^2} \sin g\omega t \cos g\omega t \right).$$

Les termes pulsatoires correspondant aux conducteurs des diverses phases se compensent et le couple total C_{th} est égal à $3 \times 2 n_2$ fois le couple moyen par conducteur

$$C_{th} = 6 n_2 \frac{g V_p^2}{m^2 n_2 \omega} \frac{1}{2} \frac{R}{R^2 + L^2 g^2 \omega^2}$$

$$C_{th} = \frac{3 V_p^2}{m^2 \omega L \omega} \frac{W}{1 + w^2} \quad (85)$$

Les relations (85) et (78) donnent la puissance transmise du stator au rotor et transformée en puissance mécanique P_{2th} ou en pertes Joule P_{Jsth} .

$$P_{2th} = C_{th} \omega (1-g) = \frac{3 V_p^2}{m^2 L \omega} (1-g) \frac{W}{1 + w^2} \quad (86)$$

$$P_{Jsth} = 3 R I_{sth}^2 = \frac{3 V_p^2}{m^2 L \omega} g \frac{W}{1 + w^2} \quad (87)$$

On en déduit la valeur de la puissance totale traversant l'entrefer

$$P'_{sth} = P_{2th} + P_{Jsth} = \frac{3 V_p^2}{m^2 L \omega} \frac{W}{1 + w^2} \quad (88)$$

Si les enroulements secondaires sont fermés sur eux-mêmes par l'intermédiaire de redresseurs, à tension primaire V_p donnée, le flux dans l'entrefer, la force électromotrice induite dans

chaque phase e_s et l'induction B au droit des conducteurs ont la même valeur que dans le cas précédent.

Mais à cause des diodes, la chute de tension v_s dans un bobinage rotorique diffère de e_s ; si l'on s'en tient aux deux premiers termes du développement en série de v_s , il vient

$$v_s = \frac{g V_p \sqrt{2}}{m} \left[\frac{V_{s0}}{E_s \sqrt{2}} + \frac{V_{s1}}{E_s} \sin (g \omega t + \gamma) \right]$$

Le courant dans l'enroulement considéré a pour expression

$$i_s = \frac{g V_p \sqrt{2}}{m} \left[\frac{V_{s0}}{E_s \sqrt{2}} \frac{1}{R} + \frac{V_{s1} \sin (g \omega t + \gamma - \varphi_2)}{E_s \sqrt{R^2 + L^2 g^2 \omega^2}} \right].$$

Le couple instantané s'exerçant sur chaque conducteur rotorique est donné par la relation

$$c = B i_s L \frac{D}{2}$$

$$c = \frac{g V_p^2}{m^2 n_2 \omega} \left[\frac{V_{s0}}{E_s R \sqrt{2}} \sin g \omega t + \frac{V_{s1}}{E_s} \frac{\sin g \omega t \sin (g \omega t + \gamma - \varphi_2)}{\sqrt{R^2 + L^2 g^2 \omega^2}} \right].$$

Le couple total a une valeur constante et égale à 6 n_2 fois le couple moyen par conducteur

$$C = \frac{3 V_p^2 g}{m^2 \omega} \frac{V_{s1}}{E_s} \frac{\cos (\gamma - \varphi_2)}{\sqrt{R^2 + L^2 g^2 \omega^2}},$$

$$C = \frac{3 V_p^2}{m^2 \omega L \omega} \frac{V_{s1}}{E_s} \frac{w \cos \gamma + w^2 \sin \gamma}{1 + w^2}, \quad (89)$$

$\frac{V_{s1}}{E_s}$ et γ étant donnés en fonction de w par deux des courbes de la figure 81.

La relation (89) donne la puissance fournie par le stator et au rotor et transformée en puissance mécanique

$$P_2 = \frac{3 V_p^2}{m^2 L \omega} (1-g) \frac{V_{s1}}{E_s} \frac{w \cos \gamma + w^2 \sin \gamma}{1 + w^2}. \quad (90)$$

Quant à la puissance dépensée en pertes joule secondaires on peut l'évaluer à l'aide de la relation

$$p_{js} = 3 R I_{sth}^2 \left(\frac{I_s}{I_{sth}} \right)^2, \quad (91)$$

le rapport $\frac{I_s}{I_{sth}}$ étant lu, pour chaque w , sur la courbe correspondante de la figure 82.

Il n'est plus possible de trouver une relation simple, analogue à celle donnée en (88), exprimant la puissance totale P'_s égale à $P_2 + p_{js}$. L'addition des redresseurs fait intervenir dans la valeur de P_2 et de p_{js} des coefficients fonctions de w apparemment très différents.

Cependant le tracé des courbes (fig. 83) donnant en fonction de w les variations des rapports des couples et des pertes joule secondaires avec et sans redresseurs;

$\frac{C}{C_{th}}$ et $\frac{p_{js}}{p_{js_{th}}}$, montre que ces deux rapports sont pratiquement confondus pour w compris entre 0 et 20. La courbe $\frac{C}{C_{th}}$ donne donc aussi, entre ces deux limites, la valeur du rapport $\frac{P'_s}{P'_{s_{th}}}$.

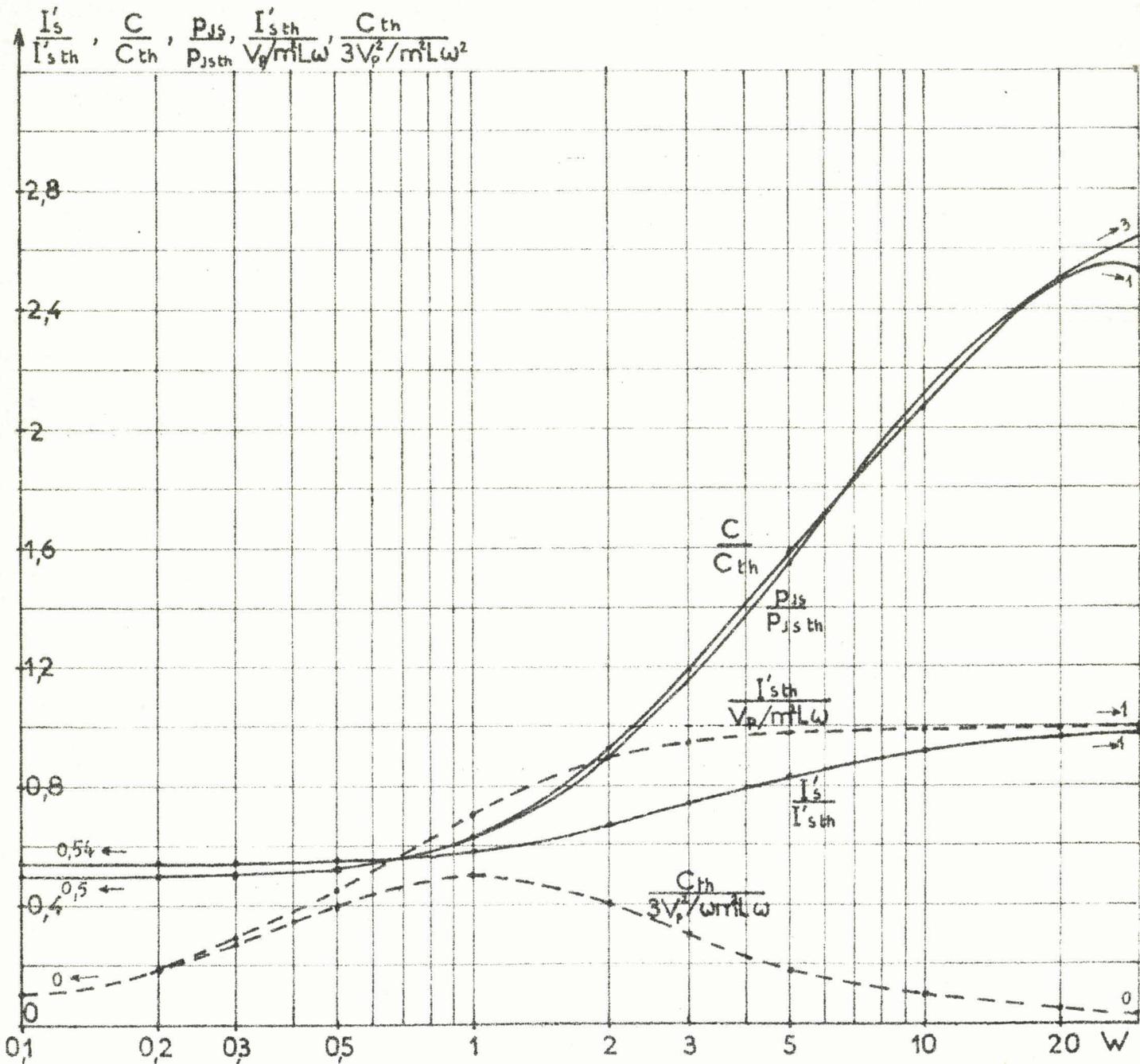


Fig. 83 - Courbes donnant en fonction de la pulsation réduite W la valeur du courant primaire I'_s , du couple C et des pertes Joule secondaires p_{JS} rapportée à la valeur correspondante lorsqu'il n'y a pas de redresseur.

Les courbes $\frac{I'_{sth}}{V_p / m^2 L \omega}$ et $\frac{C_{th}}{3V_p^2 / m^2 L \omega^2}$ permettent de passer des rapports

aux grandeurs réelles.

II.1.5. Diagramme des courants. Impédance additionnelle équivalente.

Grâce aux hypothèses adoptées, il est possible de tracer un diagramme des courants utilisable quel que soit le moteur au secondaire duquel sont ajoutés les redresseurs et de calculer l'impédance additionnelle équivalant à l'emploi de ces derniers.

En l'absence des redresseurs, le courant secondaire ramené au primaire à pour valeur

$$I'_{sth} = \frac{V_p}{m^2 L \omega} \frac{W}{\sqrt{1 + w^2}}$$

et sa composante active est égale à

$$I'_{sth \text{ actif}} = \frac{P'_{sth}}{3 V_p} = \frac{V_p}{m^2 L \omega} \frac{w}{1 + w^2}$$

Lorsque w varie de zéro à l'infini, l'extrémité du vecteur I'_{sth} décrit un demi-cercle de diamètre $\frac{V_p}{m^2 L \omega}$ (fig.84).

Lorsqu'il y a des redresseurs (1) pour chaque valeur de w , on obtient I'_s et $I'_s \text{ actif}$ grâce aux relations

$$I'_s = I'_{sth} \times \frac{I'_s}{I'_{sth}} \quad \text{et} \quad I'_s \text{ actif} = I'_{sth \text{ actif}} \times \frac{C}{C_{th}}$$

les rapports I'_s / I'_{sth} et C / C_{th} étant lus sur les caractéristiques correspondantes de la figure 83.

Le diagramme ainsi obtenu (fig.84) est assimilable, avec une bonne approximation, à un arc de cercle.

En effectuant la construction indiquée (voir § I.2.) on déduit des diagrammes des courants l'impédance du secondaire vu du primaire, avec ou sans redresseurs.

L'inversion de rapport m^2 / V_p , donné en w , les deux lieux de l'extrémité de cette impédance. La différence entre les deux valeurs correspondant au même w donne l'impédance équivalant à l'addition des redresseurs, cette différence est évaluée en $L\omega$.

Pour ramener cette différence à la pulsation secondaire il faut multiplier par le glissement Lg (voir § I.3.) Ici on multiplie successivement par w soit $\frac{Lg}{R}$ puis par $\frac{R}{L\omega}$ ce qui permet de trouver l'impédance rapportée à la résistance secondaire R .

L'adjonction des redresseurs équivaut à l'emploi d'une impédance additionnelle Z_3 résistante et inductive. Les deux composantes R_3 et X_3 de celle-ci rapportées à la résistance R , varient en fonction de la pulsation réduite w comme l'indiquent les courbes de la figure 85.

(1) Dans ce cas, il serait plus exact de parler de puissances que de courants, car le courant secondaire ramené au primaire n'est pas sinusoïdal. I'_s représente le courant correspondant à la puissance apparente $3V_p I'_s$ fournie par le primaire au secondaire et $I'_{sth \text{ actif}}$ le courant correspondant à la puissance active $3V_p I'_{sth \text{ actif}}$ ainsi fournie.

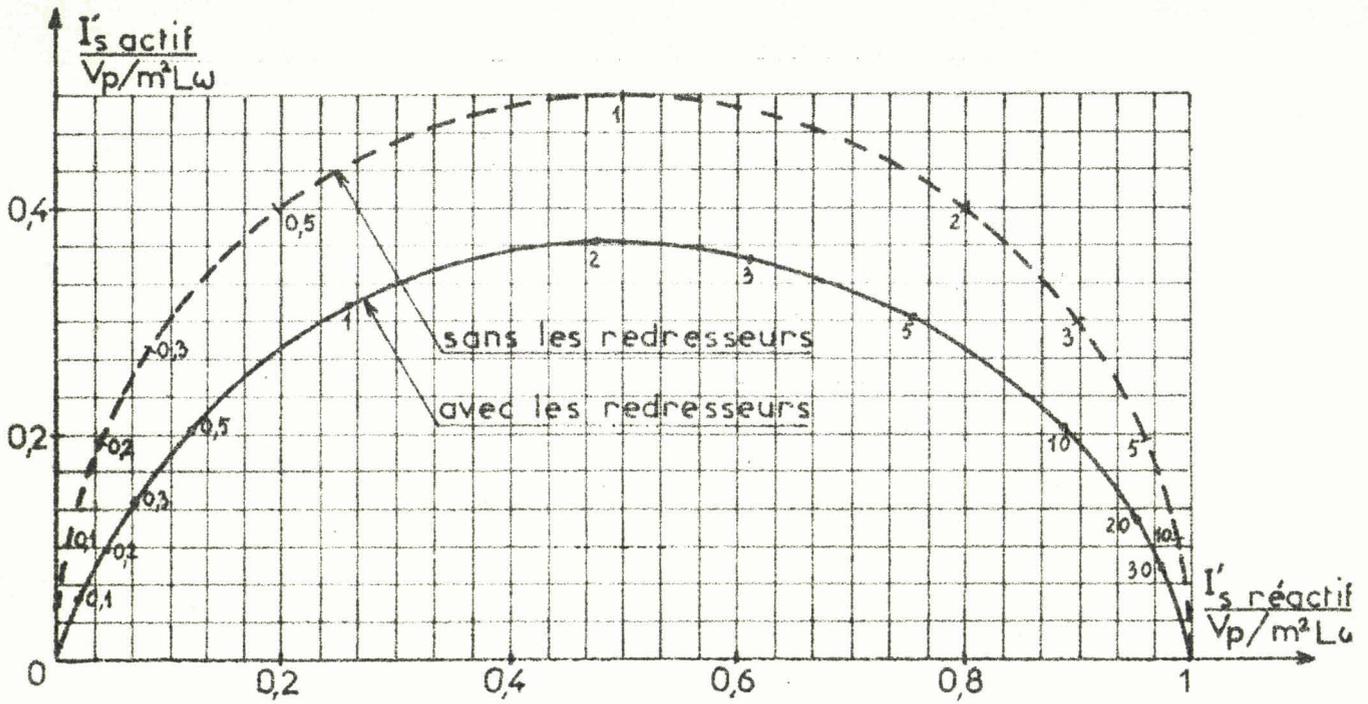


Fig. 84 - Diagramme du courant secondaire ramené au primaire.
(Les deux courbes sont graduées en pulsation réduite w)

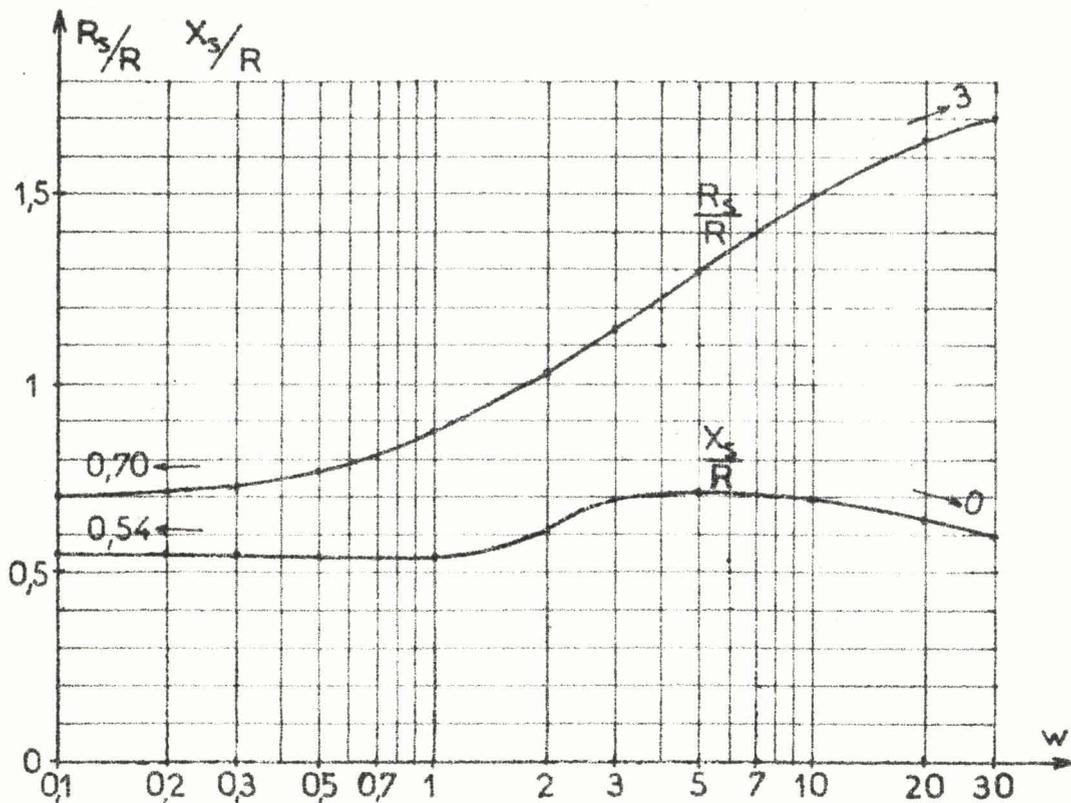


Fig. 85 - Variation en fonction de $\frac{L_q w}{R}$ des composantes R_s/R , X_s/R de l'impédance secondaire additionnelle équivalant à l'emploi de redresseurs.

II.1.6. Bilan de la comparaison. Vérifications expérimentales.

Ce sont les courbes I'_s/I'_{sth} et C/C_{th} tracées en fonction de w (fig.83) qui montrent le mieux les avantages et les inconvénients de l'emploi des redresseurs.

Pour les faibles valeurs de w et donc du glissement, le couple est plus diminué que le courant, les redresseurs réduisent donc les performances du moteur.

Pour w supérieur à 0,7, le rapport C/C_{th} devient supérieur à I'_s/I'_{sth} , les redresseurs réduisent plus le courant absorbé que le couple. Plus w est grand, plus l'effet des redresseurs est bénéfique ; quand ce paramètre dépasse 2,3, on obtient le double avantage de la réduction du courant et de l'augmentation du couple.

II.1.6.1. Valeurs faibles du glissement

Pour les faibles valeurs de w , tous les rapports obtenus lors des calculs précédents ont sensiblement la même valeur que pour w nul.

Pour $0 < w < 0,5$,

$$\frac{I'_s}{I'_{sth}} \approx 0,707 ; \frac{I'_{s'}}{I'_{sth}} \approx 0,50 ; \frac{C}{C_{th}} \approx \frac{P_{js}}{P_{js_{th}}} \approx 0,54.$$

Lors du fonctionnement normal du moteur au voisinage de la vitesse synchrone, l'addition des redresseurs nécessite, pour obtenir un même couple, un glissement sensiblement doublé d'où le doublement correspondant des pertes Joule secondaires. Le courant primaire étant moins réduit que le couple, l'obtention d'un couple égal suppose un courant plus fort donc des pertes Joule statoriques accrues et une réduction du facteur de puissance. Ce dernier résultat apparait clairement sur la figure 84.

Pour vérifier ces remarques nous avons relevé (fig.86), les caractéristiques en charge d'un moteur triphasé alimenté sous la même tension et dont les phases secondaires sont fermées sur elles-mêmes soit directement soit par l'intermédiaire de diodes.

Ces courbes, tracées en fonction de la puissance utile, vérifient bien le doublement du glissement g , l'augmentation du courant absorbé I_p , la réduction du rendement η et du facteur de puissance f_p lorsqu'on ajoute les redresseurs.

II.1.6.2. Valeurs élevées du glissement

Pour les fortes valeurs du glissement donc de la pulsation réduite w , l'adjonction des redresseurs équivaut à une augmentation de la résistance secondaire le couple est augmenté et le courant absorbé réduit.

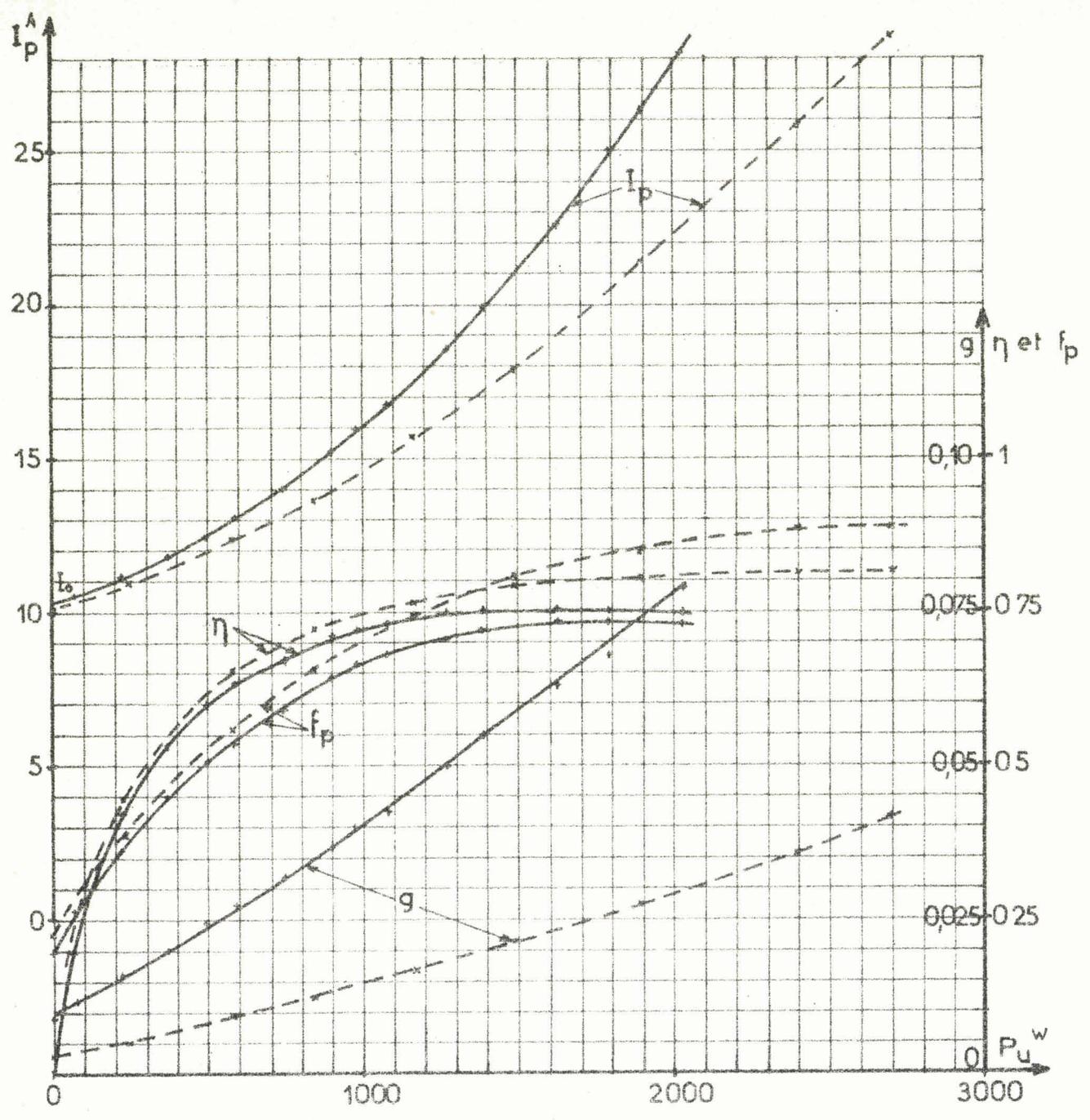


Fig. 86 - Caractéristiques d'un moteur asynchrone triphasé relevées avec redresseurs au secondaire (courbes en traits pleins) ou sans redresseurs (courbes en traits interrompus)

Moteur utilisé : moteur C E M, 4 CV , 220 ou 380 V , 50 Hz, 4 pôles.
Tension aux bornes du rotor ouvert 75 V.

Les caractéristiques ont été relevées en alimentant le moteur sous 75 V à 50 Hz, le stator jouant ici le rôle de secondaire .

Nous l'avons vérifié en relevant le diagramme des courants primaires d'un moteur alimenté sous tension réduite (fig. 87) La courbe obtenue est bien celle que faisait prévoir le diagramme théorique de la figure 84 ; On note toutefois une réduction du courant actif quand le glissement est voisin de $1/3$, elle est due au changement de signe du couple dû aux harmoniques 2 des courants secondaires. (1)

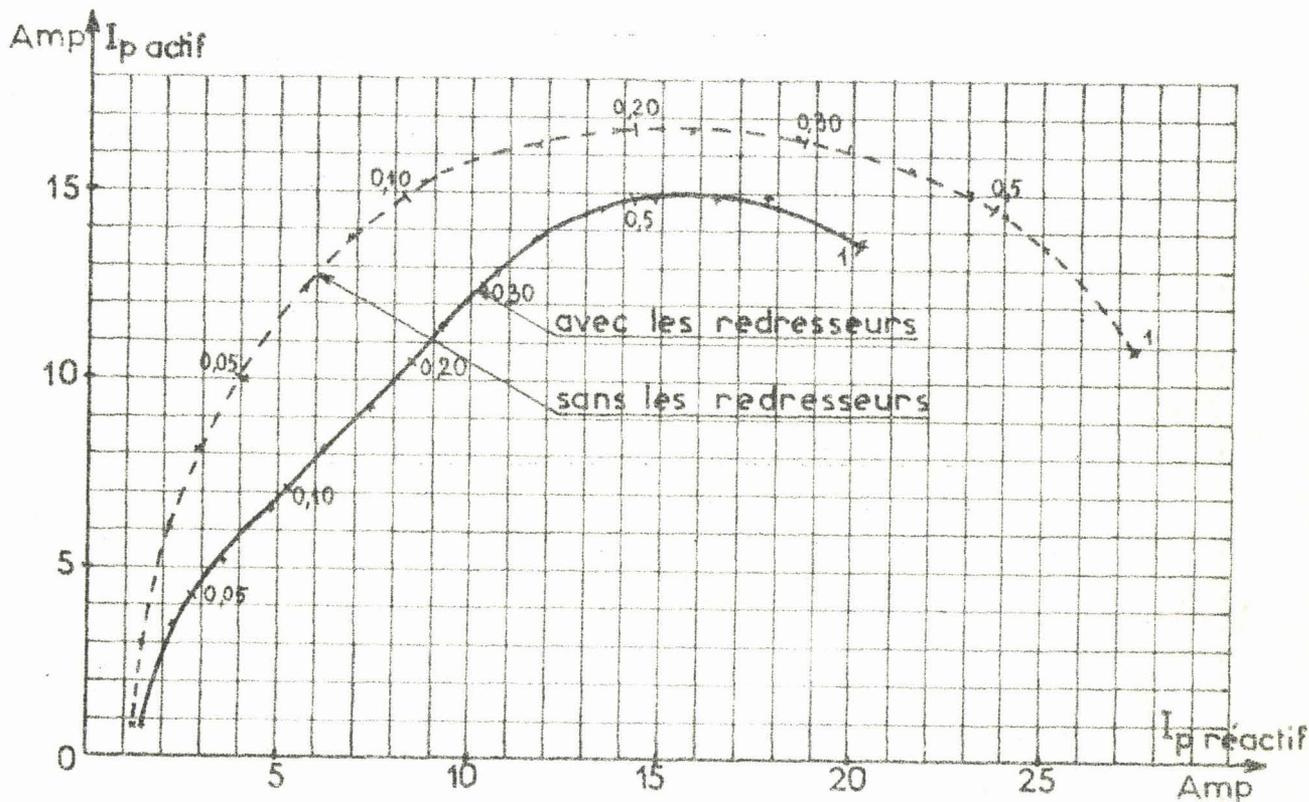


Fig. 87 - Diagramme, gradué en glissement, du courant primaire absorbé.

Les courbes ont été relevées avec le même moteur que celui ayant servi au tracé des caractéristiques de la figure 86, mais la tension d'alimentation a été réduite de E à 20 Volts.

(1) L'observation à l'oscilloscope des formes d'ondes de la tension aux bornes des diodes, du courant au secondaire et au primaire et de leur évolution en fonction du glissement vérifie bien la description du fonctionnement ayant servi de base aux calculs.

II.2. POSSIBILITES D'UTILISATION.

Le moyen très simple de modification des caractéristiques que constitue la seule addition de diodes au secondaire ne saurait assurer toutes les améliorations attendues de l'impédance secondaire optimale mais elle permet déjà d'obtenir des résultats intéressants .

II.2.1. Emploi des diodes seules.

L'emploi de diodes comme seul dispositif de démarrage ne peut convenir que pour les moteurs de faible puissance, car, si les redresseurs augmentent notablement le couple aux faibles vitesses et abrègent ainsi la durée de la montée en vitesse, ils n'assurent qu'une limitation du courant absorbé assez réduite.

Vu leur faible encombrement on pourra aisément, dans ce cas, monter les diodes sur le rotor, supprimant l'ensemble balais-bagues, et les court-circuiter, dès que la vitesse est suffisante, grâce à des contacts actionnés par la force centrifuge.

II.2.2. Emploi de diodes et de résistances.

Les diodes peuvent être un excellent complément aux résistances de démarrage. En effet (voir fig.85) leur adjonction fait apparaître le rotor comme plus résistant et lui fait jouer une partie du rôle du rhéostat. La valeur à donner à ce dernier pourra de ce fait être notablement réduite et cela d'autant plus que sa valeur ohmique sera elle aussi apparemment accrue. En outre cet accroissement étant d'autant plus sensible que le glissement est plus élevé, il en résulte sur le diagramme des courants une contraction de l'échelle des glissements très favorable. Deux exemples permettront de concrétiser ces remarques.

Le premier est relatif à un démarrage en deux temps. Sur la figure 88a on a reproduit la partie utile des diagrammes de la figure 84 en prenant pour $L\omega/R$ la valeur 5.

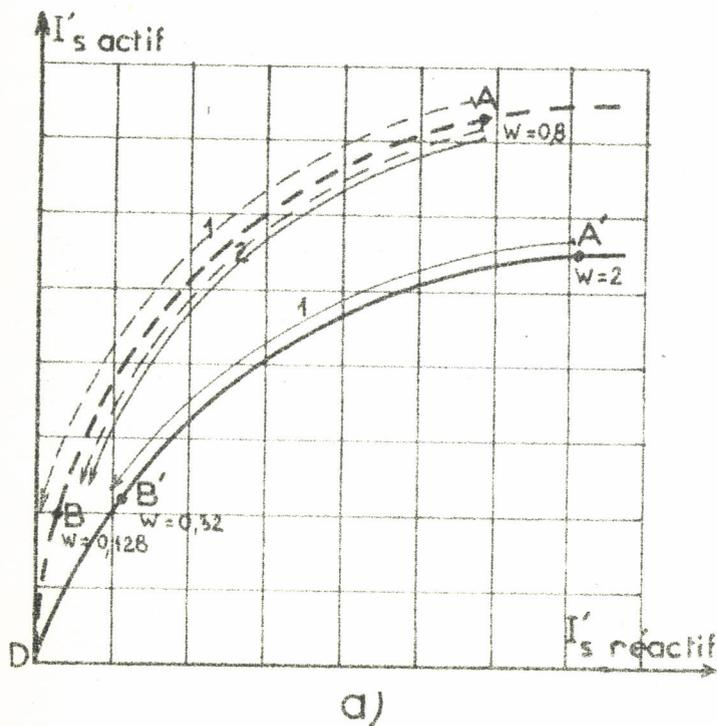
Lorsqu'il n'y a pas de diodes, le point de fonctionnement à glissement égal à un est placé en A, par exemple, grâce à un rhéostat qui multiplie par 6,25 la résistance secondaire R. Le point se déplace jusqu'en B qui correspond à un glissement de 16 %. L'élimination du rhéostat ramène le point représentatif en A, il se déplace ensuite sur la portion A D du diagramme jusqu'à atteindre le régime de fonctionnement imposé par la charge entraînée.

Avec des diodes, on obtient sensiblement le même couple et le même courant à l'arrêt en partant du point A', pour cela il suffit de multiplier par 2,5 la résistance secondaire. Lorsque le glissement atteint la valeur 0,16 (point B'), la mise en court-circuit du rhéostat et des diodes fait passer le point en A et la fin de la montée en vitesse s'effectue comme dans le premier cas.

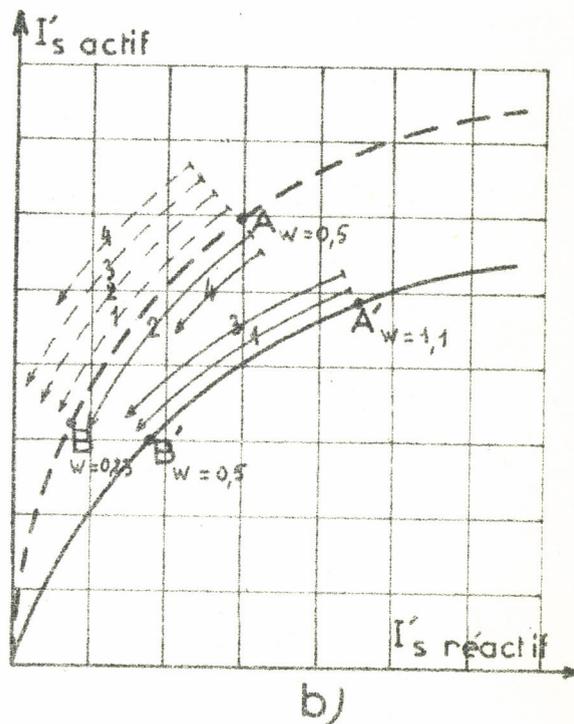
L'addition des diodes a permis de ramener de 5,25 R à 1,5 R la résistance par phase du rhéostat. Cette réduction serait encore plus importante si la valeur initiale adoptée pour w était plus élevée.

Le second exemple (fig.88b) est celui d'un démarrage en quatre étapes, nous supposons encore le rapport $L\omega/R$ égal à 5.

Le démarrage sans diodes, peut s'effectuer, par exemple, entre les points A et B correspondant respectivement à w égal à 0,5 et 0,23. Lors du premier temps, le rhéostat porte à 10 R la résistance secondaire ; le point de fonctionnement décrit l'arc AB quand le glissement passe de 1 à 0,46. La résistance rotorique est ramenée à 4,6 R lors du deuxième temps, A correspond à g égal à 0,46 et B à 0,21. La troisième étape s'effectue avec une résistance totale de 2,1 R ; le point passe de A à B quand g décroît de 0,21 à 0,10. Enfin l'élimination complète du rhéostat ramène le point de fonctionnement en A.



$R_h = 5,25 R$: $g = 1$ pour A, $g = 0,16$ pour B
 $R_h = 0$: $g = 0,16$ pour A
 $R_h = 1,5 R$: $g = 1$ pour A', $g = 0,16$ pour B'



$R_h = 9 R$: $g = 1$ pour A, $g = 0,46$ pour B
 $R_h = 3,6 R$: $g = 0,46$ pour A, $g = 0,21$ pour B
 $g = 1$ pour A', $g = 0,46$ pour B'
 $R_h = 1,1 R$: $g = 0,21$ pour A, $g = 0,10$ pour B
 $R_h = 0$: $g = 0,10$ pour A, $g = 0,22$ pour A'

Fig. 88 - Exemples de trajets décrits sur le diagramme des courants par le point de fonctionnement lors du démarrage.

Si l'on emploie des diodes, on obtient le même résultat quant au couple et au courant absorbé en assignant comme limites du déplacement les points A' et B' qui correspondent à w égal à 1,1 et 0,5. Le premier temps du démarrage s'effectue avec les diodes et une résistance secondaire de $4,6 R$; lorsque g passe de 1 à 0,46 le point va de A' à B'. On passe à la deuxième étape en conservant la même valeur au rhéostat mais en court-circuitant les diodes, ce deuxième temps s'opère donc sur l'arc A B et correspond à g variant de 0,46 à 0,21. Le troisième temps s'obtient en éliminant totalement le rhéostat mais en remettant en service les diodes, le point de fonctionnement revenu en A' atteindra B' pour g égal à 0,10. La dernière étape débute par la mise en court-circuit des diodes et le retour du point en A.

Dans ce cas, l'adjonction des redresseurs permet de remplacer la résistance de démarrage de valeur $9 R$ fractionnée en trois éléments par une résistance unique de valeur $3,6 R$. De plus alors que trois commutateurs étaient nécessaires pour éliminer successivement les diverses fractions du rhéostat, deux suffisent, l'un pour mettre en ou hors service les diodes, l'autre pour court-circuiter la résistance additionnelle.

Ces deux exemples montrent que même si les diodes ne suffisent pas à assurer seules le démarrage d'un moteur, leur emploi présente deux avantages.

- a) Il permet de réduire notablement la résistance du rhéostat et donc de reculer vers les puissances plus élevées les limites d'utilisation des procédés employant la force centrifuge pour éliminer les éléments ajoutés lors du démarrage.
- b) Il permet de réduire le nombre d'éléments nécessaires et l'appareillage quand le démarrage s'opère en plusieurs étapes. La mise en service des diodes équivaut approximativement à doubler la résistance secondaire par phase et assure ainsi toutes les étapes intermédiaires entre celles obtenues par la modification de la valeur ohmique du rhéostat.

III. CONCLUSION

Nous avons d'abord défini ce que nous entendions par "impédance secondaire optimale d'un moteur asynchrone". Il s'agit d'une impédance passive formée d'un ou plusieurs éléments, linéaires ou non, qui placée au secondaire du moteur remplirait deux fonctions :

- assurer le démarrage dans les meilleures conditions de couple fort et de courant réduit
- améliorer le facteur de puissance en charge au voisinage de la vitesse synchrone.

L'obtention de ces résultats ne peut être recherchée que dans l'utilisation des variations de la fréquence secondaire qui diminue au fur et à mesure que la vitesse augmente.

Nous avons montré les caractéristiques que doit présenter cette impédance additionnelle vue du primaire du moteur mais ramenée à la pulsation des courants secondaires. Elle doit être équivalente à une impédance résistante et capacitive dont le module croît proportionnellement à la fréquence et dont l'argument reste voisin de $\pi/4$.

La recherche de l'impédance peut être abordée de diverses façons suivant qu'on veut mettre en oeuvre des éléments linéaires, des inductances saturables ou des redresseurs et examiner les possibilités offertes par les combinaisons de ces divers composants.

Nous nous sommes contenté ensuite d'étudier la plus simple des solutions faisant appel à des redresseurs. Si on ferme sur eux-mêmes les enroulements secondaires du moteur asynchrone par l'intermédiaire de redresseurs, les courants induits sont unidirectionnels.

Vue du primaire, l'adjonction des redresseurs équivaut à l'addition d'une résistance au secondaire, résistance qui augmente avec le glissement. Toutefois cet accroissement est limité et la réactance est elle aussi légèrement accrue.

L'extrême simplicité de cette première solution ne saurait procurer la totalité des améliorations attendues de l'impédance optimale mais permet déjà l'obtention de résultats intéressants. Le procédé d'étude utilisé permet en outre d'aborder l'examen de solutions plus complexes et de juger les possibilités qu'elles présentent.

B I B L I O G R A P H I E

- (1) G.SEGUIER . Les montages redresseurs à commutation série.
Revue Générale de l'Electricité, t.73, n°12,
Décembre 1964, p. 615-631
- (2) H.DEMONTVIGNIER . Méthode générale de calcul des redresseurs à
vapeur de mercure
Revue Générale de l'Electricité, t.15, n°12,
22 Mars 1924, p. 493-499
- Quelques propriétés des redresseurs à vapeur
de mercure.
Revue Générale de l'Electricité, t.16, n°13,
27 Septembre 1924, p. 506-517
- Théorie des redresseurs à arc à commutation
retardée.
Revue générale de l'Electricité, t.32, n°19,
12 Novembre 1932, p. 625-635, et n° 20,
19 Novembre 1932, p. 659-667.
- Essai d'une théorie de l'ionisation résiduelle
dans l'arc à mercure. Conséquences pratiques
sur le fonctionnement des redresseurs.
Revue Générale de l'Electricité, t.50, n°4,
Octobre 1941, p. 239-255
- La consommation de puissance réactive par le
circuit continu dans les redresseurs et les
onduleurs.
Revue Générale de l'Electricité, t.60, n°12,
Décembre 1951, p. 509-516.
- Le filtrage des courants de redresseurs-ondu-
leurs par inductance pure
Revue générale de l'Electricité, t.73, n°6,
Juin 1964, p. 339-352
- Calcul de la charge critique d'un système de
bobines médiatrices dans un montage redresseur-
onduleur
Revue Générale de l'Electricité, t.73, n°10,
Octobre 1964, p. 489-500

- (3) H.GIROZ . La transformation statique du courant continu en courant alternatif. Etude du fonctionnement en inversé des redresseurs statiques.
Bulletin de la Société Française des Electriciens, Octobre 1926, t.6 (4e série) n°61, p. 1014-1044.
- (4) G.KOUSKOFF . Fonctionnement des soupapes ioniques
Revue Générale de l'Electricité, t.57, n°3, Mars 1948, p. 105-113, et t.57, n°4, Avril 1948, p. 162-172 et t.57, n°5, Mai 1948, p. 204-215.
- (5) M.DEMONTVIGNIER . Limitation des courants transitoires de court-circuit franc continu dans un redresseur à semi-conducteurs en couplage Graetz.
Bulletin de la Société Française des Electriciens, 8e série, t.2, n°14, Février 1961, p. 106-119.
- (6) G.SEGUIER . Comparaison générale des montages redresseurs. Application aux montages alimentés par un réseau triphasé.
Revue Générale de l'Electricité, t.76, n°12, Décembre 1967, p. 1471-1488.
- (7) R.DORMENVAL . Caractéristiques d'un redresseur en couplage pont triphasé.
Revue Technique Merlin-Gerin, n°49, p. 33-47
Caractéristiques d'un redresseur en couplage double étoile ou hexaphasé avec bobine d'absorption.
Revue Technique Merlin-Gerin, n°50, p. 3-20
- (8) B.BRONIEWSKI . Procédé pour le réglage de la vitesse et du couple d'une machine asynchrone à rotor bobiné et disposition pour la mise en oeuvre de ce procédé.
Brevet Français 1 156 617, 11 Aout 1956
- (9) M.POLOUJADOFF . Contribution à l'étude des moteurs asynchrones monophasés.
Revue Générale de l'Electricité, t.68, n°10, Novembre 1959, p. 591-604.

- (10) G.SEGUIER . Procédé pour la multiplication de la fréquence d'une tension alternative, dispositif et installation pour la mise en oeuvre de ce procédé.
Brevet Français, n°PV 126.194, 27 Octobre 1967.
- (11) H.de PISTOYE . Sur l'étude des moteurs asynchrones polyphasés à plusieurs vitesses.
Revue Générale de l'Electricité, 5, 12, 19, 26 Novembre et 3, 10, 17, et 31 Décembre 1927, t.22, p. 725-745, 775-796, 829-852, 881-905, 945-963, 1003-1019, 1065-1083 et 1181-1182.
- (12) J.LECORGUILLIER . Les redresseurs en simple alternance.
Eyrolles éditeur, 1953

T A B L E D E S M A T I È R E S

ÉTUDE DE MONTAGES REDRESSEURS
EN VUE D'APPLICATIONS ELECTROTECHNIQUES

	Pages
<u>INTRODUCTION</u>	1
<u>1ère Partie : LES MONTAGES REDRESSEURS À COMMUTATION SÉRIE</u>	
<u>Introduction</u>	
Les trois modes de commutation	4
Montages redresseurs statiques à commutation série	6
Intérêt de l'étude de la commutation série	6
<u>Etude des montages redresseurs statiques à commutation série</u>	
<u>Etude des tensions et des courants.</u>	
Fonctionnement du montage	9
Forme d'onde et valeur de la tension redressée	10
Tension inverse et courant direct des redresseurs	12
Courant et facteur de puissance secondaire	14
Courant et facteur de puissance primaire	16
Vérification expérimentale	22
<u>Chute de tension en fonctionnement normal</u>	
Chute de tension due à l'empiètement	24
Autres causes de chute de tension	28
Vérification expérimentale	30
<u>Caractéristique totale de tension</u>	
Fonctionnement en court-circuit	32
Nombre de phases pair	34
Nombre de phases impair	39
<u>Fonctionnement à commutation retardée</u>	
Nombre de phases pair	50
Nombre de phases impair	53
<u>Comparaison générale des montages redresseurs. Application aux montages alimentés en triphasé</u>	
<u>Comparaison générale des trois modes de commutation</u>	
Courants et tensions en commutation naturelle	58
Effets des impédances	61
Bilan de la comparaison en commutation naturelle	67
Fonctionnement à commutation retardée	70
<u>Application aux montages alimentés en triphasé.</u>	
Limitation des montages à comparer	72
Caractéristiques des cinq montages retenus	74
Choix du montage à utiliser	77
<u>Conclusion</u>	83

<u>2ème Partie : MULTIPLICATION, À L'AIDE DE REDRESSEURS, DE LA VITESSE SYNCHRONE DES MACHINES TOURNANTES.</u>	86
<u>Introduction</u>	86
<u>Moteur asynchrone monophasé alimenté sous des fréquences différentes</u>	
Modification des caractéristiques	87
Conditions imposées au montage redresseur	91
<u>Etude du montage doubleur de fréquence</u>	
Principe. Procédés d'étude	91
Cas de la conduction continue des diodes	93
Cas de la conduction discontinue des diodes	99
Calcul de l'intervalle de conduction. 1er cas.	100
Calcul de l'intervalle de conduction. 2ème cas.	102
Courant d'entretien. Changement de paramètre	103
Caractéristiques de tensions.	106
Caractéristiques de courant	107
Caractéristique de puissance. Rendement	109
Vérification expérimentale	111
<u>Moteur asynchrone monophasé alimenté par le montage doubleur de fréquence</u>	114
Détermination des caractéristiques	116
Choix des éléments du montage	118
Exemples de caractéristiques obtenues	122
Notes sur la multiplication de vitesse du moteur synchrone	124
<u>Groupements et variantes du multiplicateur de fréquence étudié</u>	
Multiplicateurs alimentés en triphasé	126
Amélioration du rendement de la transformation	127
<u>Conclusion</u>	
<u>3ème Partie : EMPLOI DE REDRESSEURS AU SECONDAIRE DES MOTEURS ASYNCHRONES POLYPHASÉS.</u>	131
<u>Impédance secondaire optimale du moteur asynchrone</u>	
Diagramme optimal du moteur asynchrone	132
Variation avec le glissement de l'impédance optimale	134
Variation de l'impédance optimale avec la fréquence secondaire	138
Exemple de circuit à éléments linéaires	139

<u>Effets des redresseurs au secondaire du moteur asynchrone</u>	141
Comparaison des caractéristiques avec et sans redresseurs.	142
Etude de la tension secondaire	143
Etude du courant secondaire	144
Valeur du courant primaire	144
Puissance transmise au rotor. Couple moteur	147
Diagramme. Impédance additionnelle équivalente	151
Bilan de la comparaison. Vérifications	153
Possibilités d'utilisation	156
<u>Conclusion</u>	158
<u>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES</u>	160

