

UNIVERSITÉ DE LILLE

FACULTÉ DES SCIENCES

CENTRE DE 3<sup>e</sup> CYCLE D'ELECTRONIQUE

THÈSE DE 3<sup>e</sup> CYCLE

Recherche théorique et expérimentale  
des possibilités d'adaptation de certaines  
méthodes de prospection électromagnétique  
à la détection des cavités souterraines



Membres du Jury M. GABILLARD, Président  
M. BONTE, Examineur  
M. LEBRUN, Examineur

Présentée à Lille, le Septembre 1968

par

**Jean-Paul DUBUS**

Ingénieur C N A M

**INSTITUT RADIOTECHNIQUE**  
B.P. 36  
59000 Lille-Distribution  
Amms

UNIVERSITE DE LILLE

FACULTE DES SCIENCES

DOYENS HONORAIRES :

MM. LEFEBVRE, PARREAU

PROFESSEURS HONORAIRES :

MM. ARNOULT, BEGHIN, BROCHARD, CAU, CHAPPELON, CHAUDRON,  
CORDONNIER, DEKEUVELS, DEHORNE, DOLLE, FLEURY, P. GERMAIN,  
KAMPE DE FERIET, KOURCANOFF, LAMOTTE, LELONG, Mme LELONG, MM. MAZET  
MICHEL, NORMANT, PARISELLE, PASCAL, PAUTHENIER, ROIG, ROSEAU,  
ROUBINE, ROUELLE, WIEMAN, ZAMANSKY.

---

DOYEN :

M. DEFRETIN, Biologie et Physiologie Animales

ASSESEURS :

MM. HEUBEL, Professeur de Chimie Minérale  
LEBRUN, Professeur en Electronique

PROFESSEURS :

MM. BACCHUS	Mathématiques Appliquées
BEAUFILS	Chimie
BONNEMAN	Chimie
BECART	Physique
BLOCH	Biologie et Physiologie Animales
BONTE	Sciences de la terre
BOUGHON	Mathématiques Pures
BOUISSET	Biologie et Physiologie Animales
BOURIQUET	Biologie Végétale
CELET	Sciences de la Terre
CONSTANT	Electronique, Electrotechnique et Automatique
CORSIN	Sciences de la terre

MM. DECUYPER	Mathématiques Pures
DEDECKER	Mathématiques Pures
DEHORS	Electronique, Electrotechnique et Automatique
DELATTRE	Sciences de la terre
DELEAU	Sciences de la Terre
DELHAYE	Chimie
DESCOMBES	Mathématiques Pures
DURCHON	Biologie et Physiologie Animales
FOURET	Physiques
GABILLARD	Electronique, Electrotechnique et Automatique
GLACET	Chimie
GONTIER	Mathématiques Appliquées
HEIM DE BALSAC	Biologie et Physiologie Animales
HOCQUETTE	Biologie végétale
LEBEGUE	Botanique
Mme LEBEGUE	Physique
Mlle LENOBLE	Physique
MM. LIEBAERT	Electronique, Electrotechnique et Automatique, génie Electrique
LINDER	Biologie Végétale
LUCQUIN	Chimie
MARION	Chimie
MARTINOT LAGARDE	Mathématiques Appliquées
Mlle MARQUET	Mathématiques Pures
MENNESSIER	Géologie
MONTARIOL	Chimie
MONTREUIL	Chimie
MORIAMEZ	Physique
MOUVIER	Chimie
PEREZ	Physique
PHAM MAU QUAN	Mathématiques Pures
POUZET	Mathématiques Appliquées
PROUVOST	Sciences de la Terre
SAVARD	Chimie
SCHILTZ	Physique

MM. SCHALLER	Biologie et Physiologie Animale
Mme SCHWARTZ	Mathématiques Pures
MM. TILLIEU	Physique
TRIDOT	Chimie
VAZART	Botanique
VIVIER	Biologie et Physiologie Animales
WATERLOT	Sciences de la Terre
WERTHEIMER	Physique

MAITRES DE CONFERENCES

Mme BADIER	Physique
BASTIANT	Mathématiques
MM. BELLET	Physique
BENABOU	Mathématiques Pures
BILLARD	Physique
BOILLET	Physique
BUI TRONG LIEU	Mathématiques Pures
CHERRUAULT	Mathématiques Pures
CHEVALIER	Mathématiques
DERCOURT	Sciences de la Terre
DEVRAINNE	Chimie
Mme DIXMIER	Mathématiques
M. DOUCET	Chimie
Mme DRAN	Chimie
MM. DUQUESNOY	Chimie
GOUDMAND	Chimie
GUILBAULT	Biologie et Physiologie Animale
GUILLAUME	Biologie Végétale
HANGAN	Mathématiques
HENRY	Physique
HERZ	Mathématiques Appliquées
HEYMAN	Physique
HUARD DE LA MAPRE	Mathématiques Appliquées
JOLY	Biologie et Physiologie Animales

MM. LABLACHE COMBIER	Chimie
LACOSTE	Biologie Végétale
LAMBERT	Physique
LANDAIS	Chimie
LEHMANN	Mathématiques Pures
Mme LEHMANN	Mathématiques Pures
MM. LOUCHEUX	Chimie
MAES	Physique
METTETAL	Zoologie
MONTEL	Physique
NGUYEN PHONG CHAU	Mathématiques
PANET	Electronique, Electrotechnique et Automatique
PARSY	Mathématiques Pures
RACZY	Physique
ROBERT	Calcul Numérique
SAADA	Physique
SEGARD	Chimie
TUDO	Chimie Minérale Appliquée
VAILLANT	Mathématiques Pures
VIDAL	Electronique, Electrotechnique et Automatique
Mme ZINN-JUSTIN	Mathématiques Pures.

A mes Parents

Ce travail nous a été confié par Monsieur le Professeur GABILLARD, Directeur de l'INSTITUT RADIOTECHNIQUE de la Faculté des Sciences de LILLE.

Nous tenons à lui exprimer toute notre gratitude pour la compréhension qu'il a témoignée à notre égard et pour les conseils qu'il nous a prodigués tout au long de notre étude.

Ce travail a été entrepris à l'instigation de l'INSTITUT FRANCAIS du PETROLE et nous tenons à remercier cet organisme pour l'aide qu'il nous a apportée lors de l'expérimentation.

Nous tenons également à remercier Monsieur MONTEILHET Président-Directeur Général, Messieurs EUGENE et SCHILTZ, Ingénieurs, ainsi que le personnel de la Société Anonyme de Matériel de Construction pour l'autorisation qu'ils nous ont accordée et pour l'accueil qu'ils nous ont réservé lors de l'accès aux carrières de PORT-MARON.

Nous remercions aussi Monsieur DUVERGER, Ingénieur du Corps des Mines pour l'aide qu'il nous a apportée lors de la recherche de terrains d'expérimentation.

Le service des Ponts et Chaussées a exécuté des sondages sur l'aéroport de LESQUIN spécialement à notre intention et nous tenons à l'en remercier particulièrement.

Tous les membres de l'équipe de géopropagation nous ont aidé et participé à nos expériences qui s'effectuent souvent dans des conditions physiques et climatiques pénibles.

Nous tenons ici à exprimer toute notre reconnaissance à Monsieur Francis LOUAGE, Docteur-Ingénieur, et Messieurs J. BAUDET, J. FONTAINE, D. PODVIN, M. QUINTIN, J.P. THERY.

Nous remercions également le personnel technique et administratif pour leur collaboration efficace.

## I N T R O D U C T I O N

Les procédés électriques de prospection du sous-sol par courant continu ont connu leurs premiers développements à la suite des travaux des Frères SCHLUMBERGER. Par la suite, d'autres méthodes, mettant en jeu des courants alternatifs ou des impulsions, ont été développées.

Parmi ces procédés on peut citer deux grandes classes : les méthodes par impulsions ; Elles s'apparentent aux procédés séismiques et s'adaptent parfaitement à l'étude des milieux diélectriques tels que les couches glaciaires ; les méthodes magnétotelluriques : Mises au point par le Professeur CAGNIARD, elles utilisent des ondes électromagnétiques, créées naturellement dans l'atmosphère par des orages magnétiques. Les puissances mises en jeu sont gigantesques et le spectre s'étend du continu à quelques Hertz de sorte que les ondes pénètrent profondément dans le sol. Il en résulte que ces méthodes s'appliquent à la prospection à très grande profondeur. Cependant, le caractère naturel et par suite aléatoire de ces ondes rend les mesures difficiles.

Le travail que nous présentons porte sur certaines applications de l'électromagnétisme à la détection des hétérogénéités du sous-sol à faible profondeur.

Dans ces applications, les ondes sont produites par un émetteur localisé dont on est maître de la puissance et de la fréquence. Les mesures peuvent se faire dans un plus large domaine de fréquence et sont plus fiables qu'en magnétotellurique.

Ce travail a été exécuté au sein de l'équipe de Géopropagation du Professeur GABILLARD, à laquelle nous avons apporté une contribution par des travaux théoriques et expérimentaux.

Dans une première partie, en utilisant le formalisme introduit par WAIT en 1962, nous rappelons le comportement d'ondes planes à la surface d'un milieu stratifié à trois couches. Puis nous examinons le rayonnement d'un dipôle magnétique vertical au-dessus du même milieu et nous donnons les possibilités limites de la détection des hétérogénéités peu profondes en fonction de leurs caractéristiques géométriques.

Dans une seconde partie, après avoir montré les difficultés théoriques rencontrées dans l'étude de la propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu conducteur présentant des variations latérales de conductivités, nous examinons, par une étude expérimentale sur le terrain ou sur modèle analogique, la possibilité de détection : d'hétérogénéités fortement conductrices (telles que des zones de dissolution formées à l'intérieur d'un banc de gypse) et d'hétérogénéités non conductrices (telles que d'anciennes cheminées d'extraction de craie).

Dans une troisième partie, nous présentons une étude expérimentale du comportement du champ magnétique créé à la surface du sol par un dipôle électrique vertical enterré au voisinage d'une hétérogénéité conductrice. Nous dégageons de ces mesures une interprétation géophysique du phénomène et une application possible à la prospection.

PREMIERE PARTIE

## CHAPITRE . I .

Nous avons été amené à nous intéresser au problème de la détection depuis la surface du sol d'anciennes carrières de craie.

Ces carrières très nombreuses aux environs de LILLE (et également dans la région Parisienne) ne sont pas toujours connues du service des mines et leur présence insoupçonnée crée un danger pour les constructions urbaines. Plusieurs catastrophes ont déjà été produites par leur effondrement spontané entraînant la ruine des immeubles construits au-dessus d'elles.

Toute méthode permettant de déceler la présence de ces anciennes carrières oubliées présente donc un grand intérêt économique et social.

Nous avons essayé de développer une méthode électromagnétique pour la détection de ces carrières.

### I. ETUDE DE LA DETECTION DES RESEAUX DE CARRIERES SOUTERRAINES PAR UNE METHODE DU TYPE MAGNETOTELLURIQUE

#### I<sub>1</sub> - Position du problème

La coupe géologique d'un terrain possédant un réseau de galeries d'anciennes carrières de craie est représentée figure.I.

La coupe théorique d'un tel milieu peut être représentée par celle de la figure.II.

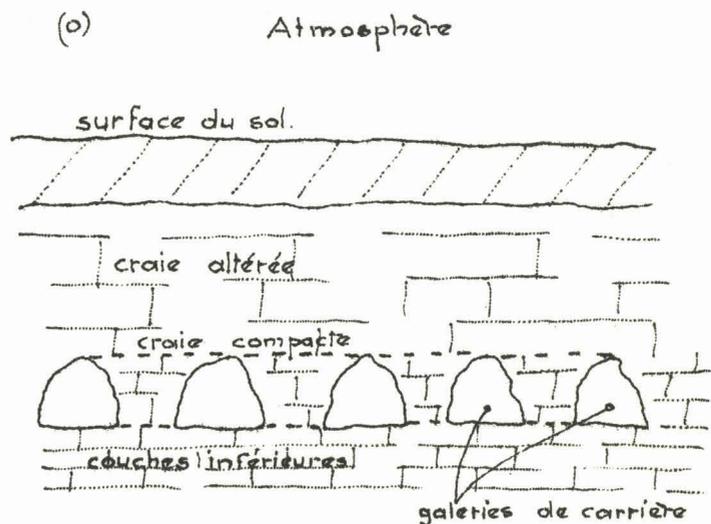


Figure.I.

Ce milieu possède 4 couches superposées. Le milieu supérieur, d'indice (0) représente l'atmosphère, et ses caractéristiques électriques sont :

$\sigma_0 = 0, \epsilon_0$  et  $\mu_0$ . Le milieu (1) représente la couche de terrain située entre le plafond des galeries des carrières et la surface du sol. Elle possède les caractéristiques  $\sigma_1, \epsilon_1, \mu_0$ . La couche (2) d'épaisseur  $h_2$  correspond à la partie de la craie exploitée. Compte tenu du coefficient d'exploitation, on peut attribuer à la conductivité de cette couche une valeur  $\sigma_2 \neq \frac{\sigma_1}{100}$ . La couche (3) représente l'ensemble des couches inférieures et elle possède une conductivité  $\sigma_3 \neq \sigma_1$ .

Une méthode électromagnétique possible pour la détection de la couche (2), consiste à utiliser une onde plane existant naturellement dans l'atmosphère ou créée artificiellement et atteignant la surface du sol avec une incidence  $\theta$ .

Figure.III.

On peut montrer que la mesure, à la surface du sol,

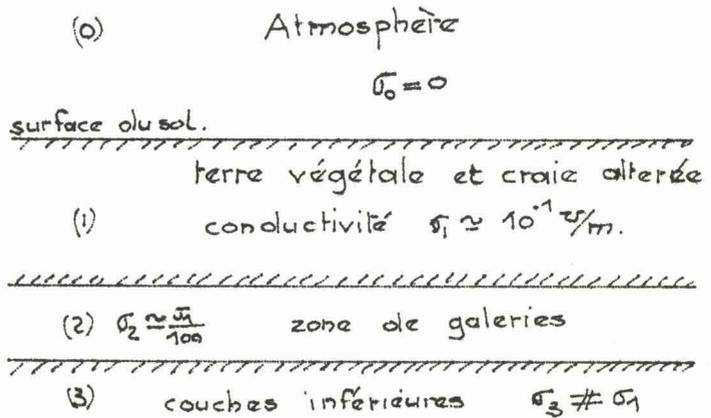


Figure.II.

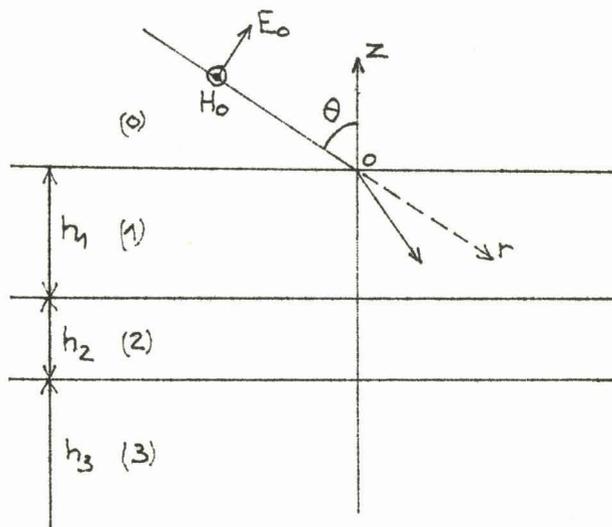


Figure.III.

du rapport du champ électrique et du champ magnétique tangentiels (encore appelé impédance de surface), peut permettre de mettre en évidence dans certaines conditions, l'existence de la couche (2), c'est-à-dire de déceler la présence des galeries des carrières.

I<sub>2</sub> - Rappels sur la détermination de l'impédance de surface d'une onde plane en présence d'un sol stratifié à trois couches

Le milieu à trois couches est repéré dans un système de coordonnées cartésiennes x, y, z, où le plan xoy est confondu avec la surface du sol.

Le champ magnétique  $H_{ny}$  dans la couche d'indice (n) est la solution de l'équation d'onde :

$$(\Delta - \gamma_n^2)H_{ny} = 0 \quad (1)$$

où  $\Delta$  est l'opérateur Laplacien

et  $\gamma_n^2$  le facteur de propagation dans la couche n et a pour expression :

$$\gamma_n^2 = j\omega\mu (\sigma_n + j\omega\epsilon_n)$$

La solution générale de cette équation peut se mettre sous la forme <sup>(5)</sup> :

$$H_{ny} = (a_n e^{u_n z} + b_n e^{-u_n z}) e^{-j\lambda x} \quad (2)$$

où  $u_n^2 = \gamma_n^2 + \lambda^2$  avec  $\lambda =$  constante d'intégration.

Dans l'atmosphère, le champ magnétique d'une onde plane d'angle d'incidence  $\theta$  s'exprime par :

$$H_{oy} = H_0 e^{-\gamma_0 r} \quad (3)$$

Ce champ peut encore s'écrire en exprimant r en fonction

de x et de z à l'aide des formules de rotation d'axes :

$$H_{oy} = M_o e^{-\gamma_o x \sin \theta} e^{\gamma_o z \cos \theta} \quad (4)$$

En identifiant (2) et (4) on obtient :  $j\lambda = \gamma_o \sin \theta$  (5)

et  $u_n^2 = \gamma_n^2 - \gamma_o^2 \sin^2 \theta$  (6)

Pour calculer l'impédance de surface, il faut connaître le champ électrique à la surface du sol.

Celui-ci est obtenu à l'aide de l'équation :

$$\vec{E}_n = \frac{-1}{\sigma_n + j\omega\epsilon_n} \text{rot } \vec{H}_n$$

Le vecteur champ magnétique ne possède qu'une composante, il en résulte que la composante tangentielle du champ électrique s'écrit :

$$E_{nx} = \frac{-1}{\sigma_n + j\omega\epsilon_n} \frac{\partial H_{ny}}{\partial z}$$

ou encore :

$$E_{nx} = K_n (a_n e^{u_n z} - b_n e^{-u_n z}) e^{-j\lambda x} \quad (7)$$

avec :

$$K_n = \frac{-u_n}{\sigma_n + j\omega\epsilon_n}$$

L'impédance de surface obtenue pour  $n = 0$  et  $z = 0$  s'écrit donc :

$$\frac{E_{ox}}{H_{oy}} = K_o \frac{a_o - b_o}{a_o + b_o} \quad (8)$$

Les coefficients  $a_o$  et  $b_o$  sont déterminés à l'aide des conditions aux limites écrites sur les surfaces de séparation des divers milieux.

Les conditions aux limites expriment la continuité des composantes tangentielles des champs électrique et magnétique lors du passage de l'onde du milieu  $n$  au milieu  $n+1$ .

Elles s'écrivent :

$$\text{pour } z = -z_n \quad \left[ \begin{array}{l} H_{ny} = H_{n+1} y \\ \frac{K_n}{u_n} \frac{H_{ny}}{\partial z} = \frac{K_{n+1}}{u_{n+1}} \frac{\partial H_{n+1} y}{\partial z} \end{array} \right. \quad (9)$$

avec  $n = 0, 1, 2, \dots$

Dans le cas d'un milieu à  $N$  couches, les conditions aux limites s'expriment sous la forme de  $2N$  équations à  $2N$  inconnues du type  $a_n$  et  $b_n$ .

Et la résolution de ce système linéaire<sup>(5)</sup> permet d'écrire le rapport  $\frac{b_0}{a_0}$  sous la forme introduite par WAIT en 1962 :

$$\frac{b_0}{a_0} = \frac{K_0 - Z_1}{K_0 + Z_1}$$

avec :

$$Z_1 = K_1 Q_1 \quad \text{et} \quad Q_1 = \frac{Z_2 + K_1 \operatorname{th} u_1 h_1}{K_1 + Z_2 \operatorname{th} u_1 h_1}$$

$$Z_2 = K_2 Q_2 \quad Q_2 = \frac{Z_3 + K_2 \operatorname{th} u_2 h_2}{K_2 + Z_3 \operatorname{th} u_2 h_2}$$

(10)

$$Z_n = K_n Q_n \quad Q_n = \frac{Z_{n+1} + K_n \operatorname{th} u_n h_n}{K_n + Z_{n+1} \operatorname{th} u_n h_n}$$

$$Z_{N-1} = K_{N-1} Q_{N-1} \quad Q_{N-1} = \frac{K_N + K_{N-1} \operatorname{th} u_{N-1} h_{N-1}}{K_{N-1} + K_N \operatorname{th} u_{N-1} h_{N-1}}$$

Des expressions (8) et (10) on tire :

$$Z_1 = K_0 \frac{a_0 - b_0}{a_0 + b_0} = \frac{E_{ox}}{H_{oy}}$$

I<sub>3</sub> - Cas de la détection de galeries de carrières

Dans ce cas la conductivité du milieu (1) est la même que celle du milieu (3)  $\sigma_1 = \sigma_3$  et  $\gamma_1 = \gamma_3$ .

Par ailleurs, les couches (1), (2) et (3) sont conductrices et on fait l'hypothèse que la fréquence de l'onde incidente est telle que l'on peut négliger l'influence du courant de déplacement et on peut écrire :

$$\sigma_n \gg \omega \epsilon_n \quad \text{avec} \quad n = 1, 2 \text{ et } 3$$

La couche (0) est l'atmosphère et on a :

$$\sigma_0 = 0 \quad \gamma_0^2 = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \quad \text{et} \quad |\gamma_0^2| \ll |\gamma_1^2|, |\gamma_2^2|, |\gamma_3^2|$$

Dans ce cas :

$$u_n = \sqrt{\gamma_n^2 + \gamma_0^2 \sin^2 \theta} = \gamma_n \sqrt{1 - \frac{\gamma_0^2}{\gamma_n^2} \sin^2 \theta} \quad (11)$$

et  $u_n \neq \gamma_n$

Il en résulte les relations suivantes :

$$K_n = (1+j) \sqrt{\frac{\omega \mu}{2}} \frac{1}{\sqrt{\sigma_n}} \quad \gamma_n h_n = (1+j) \frac{h_n}{\delta_n} = (1+j) \eta_n$$

en appelant  $\delta_n = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma_n}}$  la profondeur de pénétration de l'onde dans le milieu d'indice (n).

L'impédance de surface devient alors dans le cas d'un milieu à trois couches conductrices :

$$\frac{E_{ox}}{H_{oy}} = Z_1 = Q_1 K_1 \quad \text{avec} \quad Q_1 = \frac{Z_2 + K_1 \operatorname{th} (1+j) \eta_1}{K_1 + Z_2 \operatorname{th} (1+j) \eta_1} \quad (12)$$

$$Z_2 = K_2 Q_2 \quad \text{avec} \quad Q_2 = \frac{K_3 + K_2 \operatorname{th} (1+j) \eta_2}{K_2 + K_3 \operatorname{th} (1+j) \eta_2}$$

On remarque dans ces expressions que  $K_1$  ne dépend que des caractéristiques électriques ( $\sigma, \mu, \epsilon$ ) des trois milieux conducteurs, tandis que  $Q_1$  dépend aussi des caractéristiques géométriques des couches du sous-sol. En particulier, si le sol est homogène, l'onde plane pénètre dans le milieu (1) et n'est réfléchié par aucune interface (voir figure.III.Bis).

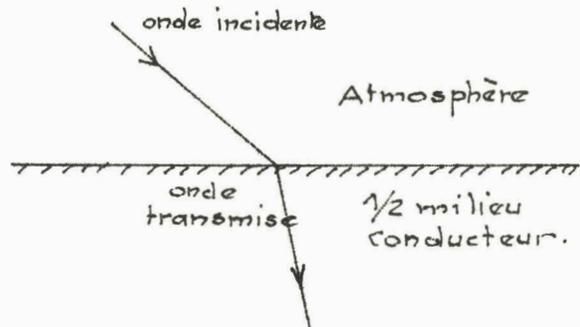


Figure.III.bis

On peut alors considérer que le sol forme un milieu possédant une épaisseur  $h_1 = \infty$ .

Dans ce cas :

$$Q_1 = \frac{Z_2 + K_1}{Z_2 + K_1} = 1$$

L'impédance de surface s'écrit alors :

$$Z_\infty = \frac{E_{ox}}{H_{oy}} = K_1 \neq \frac{Y_1}{\sigma_1} = (1+j) \sqrt{\frac{\omega \mu}{2}} \frac{1}{\sqrt{\sigma_1}}$$

Il en résulte que le rapport de l'impédance de surface au-dessus d'un milieu stratifié et de l'impédance de surface au-dessus d'un demi-milieu homogène de conductivité  $\sigma_1$  est égal à  $Q_1$ .

Pour être capable de déterminer les possibilités d'application d'une méthode du type magnétotellurique à la détection de galeries de carrières, il est nécessaire d'étudier l'évolution du facteur  $Q_1$  en fonction de  $\eta_2 = \frac{h_2}{\delta_2}$  et en fonction des paramètres  $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$  et  $\frac{h_1}{h_2}$ , où  $\delta_2$  est la profondeur de pénétration de l'onde dans le milieu (2).

Les valeurs du module du facteur  $Q_1$  ont été calculées pour des valeurs de  $\eta_2$  variant de  $10^{-4}$  à 10. Les résultats sont groupés sur les planches I, II et III.

Le coefficient  $Q_1$  passe par des valeurs maximums pour certaines valeurs de  $\eta_2$  fonction des caractéristiques  $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$  et  $\frac{h_1}{h_2}$  des divers milieux.

On pourrait utiliser alors une méthode de détection basée sur la mesure de l'impédance de surface en divers points de la surface du sol.

Dans ce cas, la fréquence de travail serait déterminée par la valeur de  $\eta_2$  donnant le maximum de  $|Q_1|$  et elle serait fonction des dimensions géométriques de l'hétérogénéité à détecter (profondeur  $h_1$  et épaisseur  $h_2$ ) et de la conductivité  $\sigma_1$  du toit des galeries.

Mais on peut remarquer sur les planches I à III que l'amplitude maximum de  $Q_1$ , pour un rapport de conductivité donné, diminue quand le rapport  $h_1/h_2$  augmente.

Il en résulte que plus l'épaisseur de l'hétérogénéité est faible vis-à-vis de sa profondeur, plus sa détection est difficile.

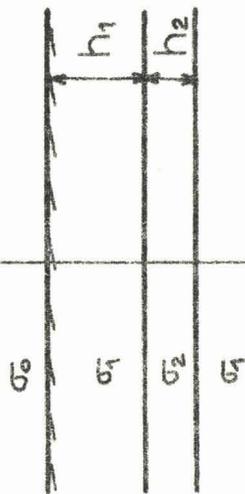
La planche .IV. représente, pour un rapport de conductivité donné  $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 1000$ , les courbes pratiques des valeurs maximum de  $(Q_1)$  en fonction de l'épaisseur de l'hétérogénéité  $h_2$  avec pour paramètre sa profondeur  $h_1$ .

$A | Q_1 |$

MILIEU STRATIFIÉ A  
3 COUCHES

Module de  $Q_1$

1,4



1,2

$$RM = \sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}} = 3$$

1

Planche 1

$$\frac{h_1}{h_2} = 0,3$$

$$\frac{h_1}{h_2} = 0,5$$

$$\frac{h_1}{h_2} = 1$$

$$\frac{h_1}{h_2} = 3$$

$$\eta_2 = \frac{h_2}{52}$$

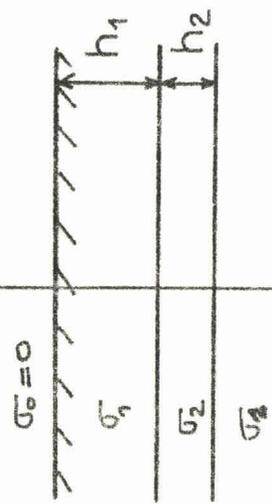
$10^{-3}$   $10^{-2}$   $10^{-1}$



$|Q_1|$

MILIEU STRATIFIÉ A  
3 COUCHES

Module de  $Q_1$



$RM = \sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}} = 10$

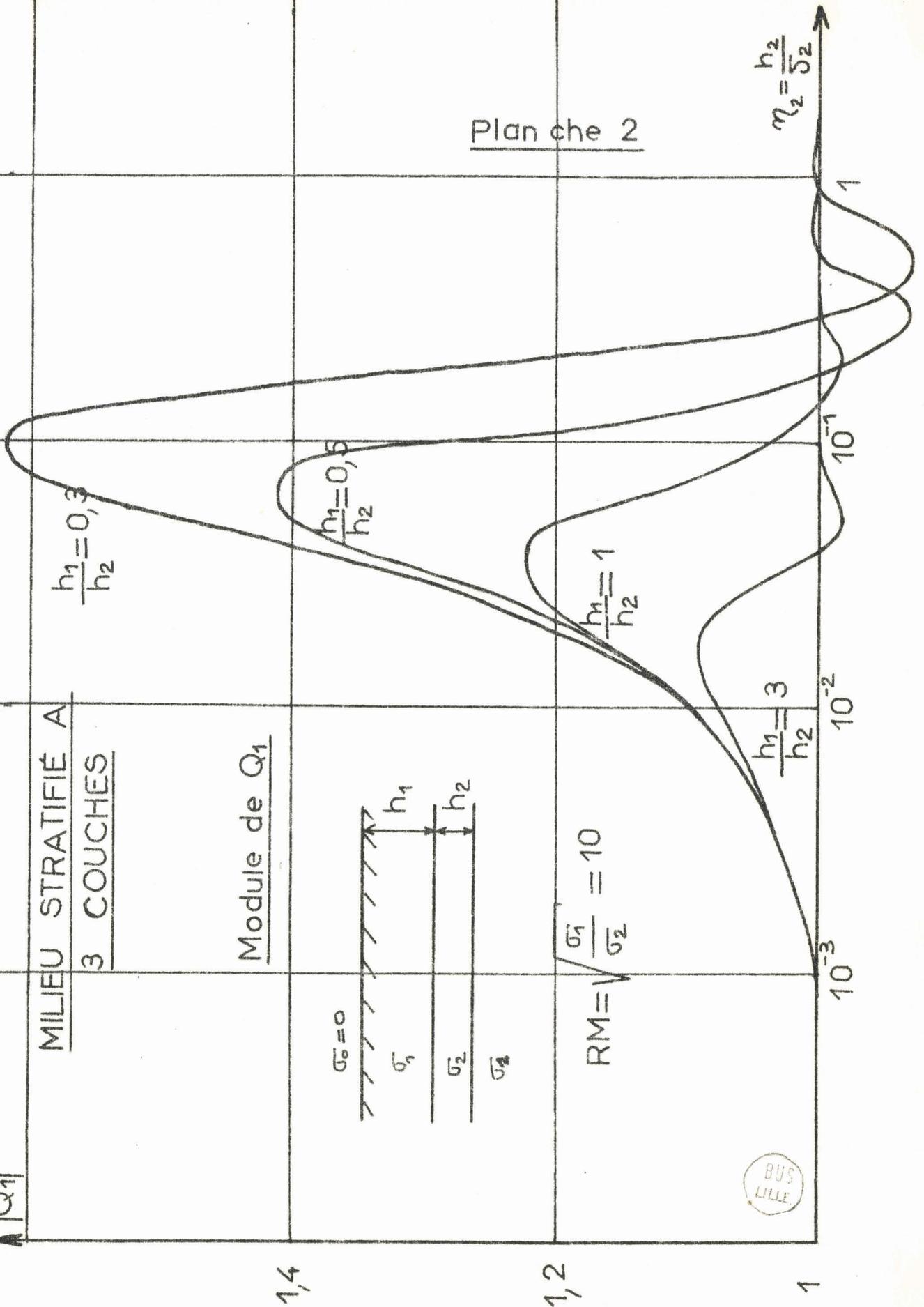
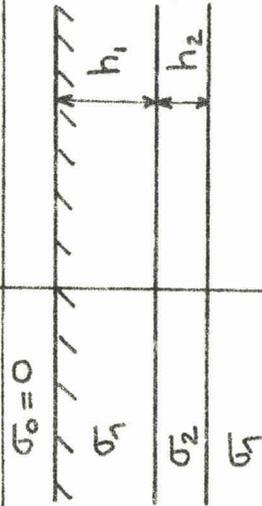


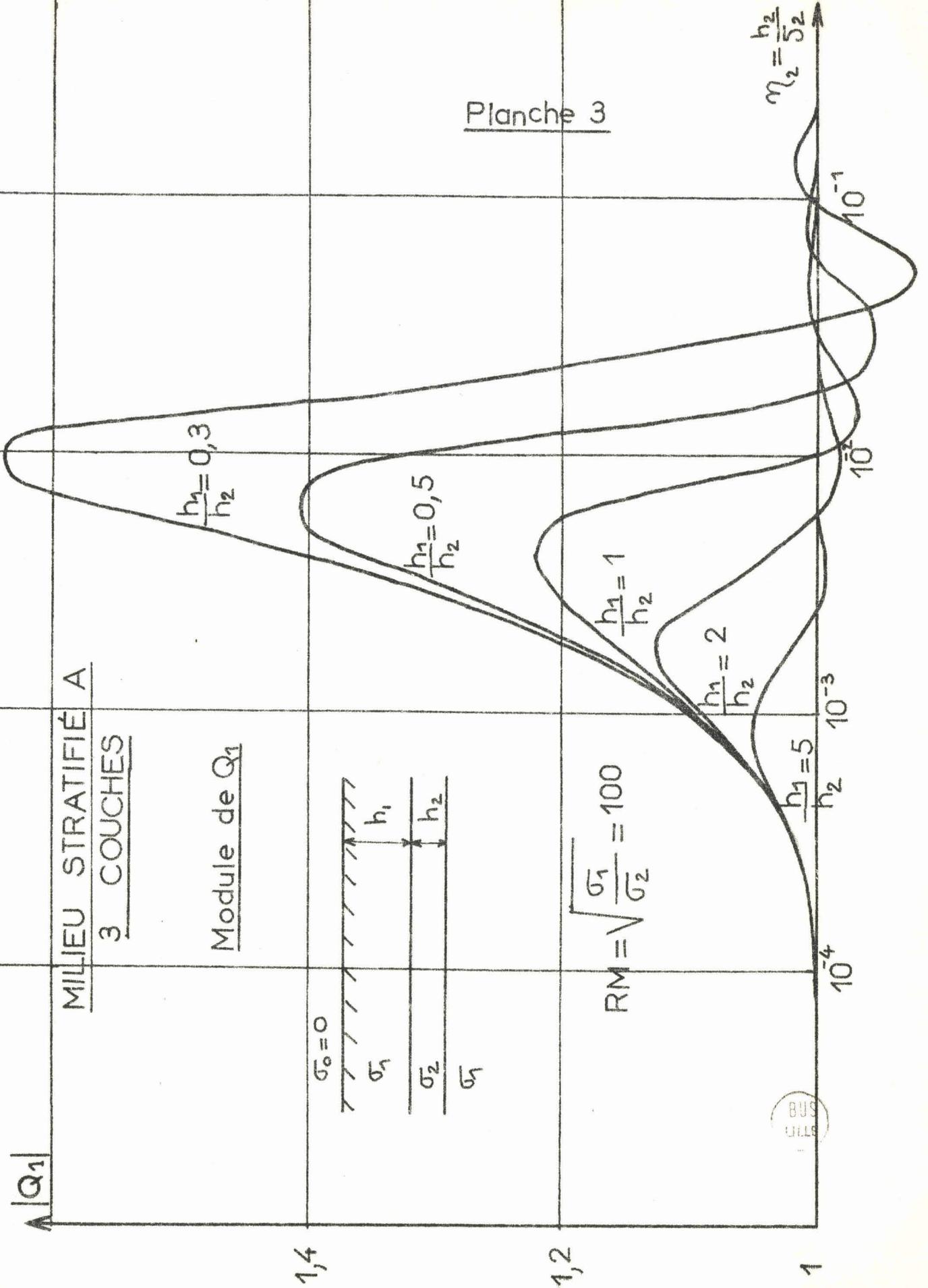
Planche 3

MILIEU STRATIFIÉ A  
3 COUCHES

Module de  $Q_1$

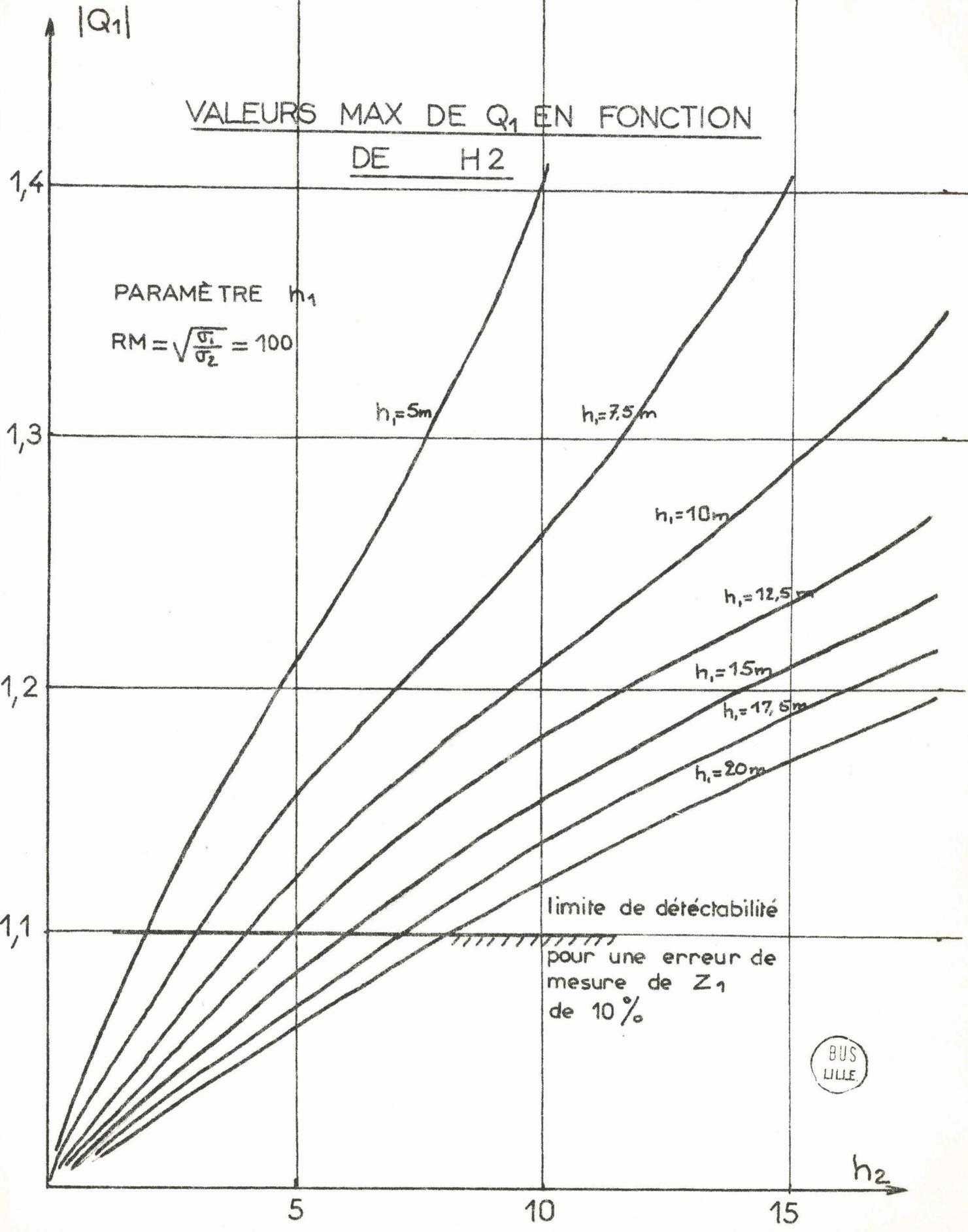


$$RM = \sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}} = 100$$



VALEURS MAX DE Q<sub>1</sub> EN FONCTION  
DE H<sub>2</sub>

PARAMÈTRE h<sub>1</sub>  
RM =  $\sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}} = 100$



limite de détectabilité  
pour une erreur de  
mesure de Z<sub>1</sub>  
de 10%



A l'aide de ce réseau de courbes, on peut estimer, en fonction de l'erreur faite sur la mesure de  $\frac{E_{ox}}{H_{oy}}$  la limite de détectabilité d'une hétérogénéité en fonction de sa profondeur.

Si on admet une erreur de mesure minimum de l'ordre de 10%, une galerie de carrière de 4m. de hauteur ne sera visible que si la profondeur est inférieure à environ 10m. Il est alors évident qu'une hétérogénéité ne sera détectable que si ses dimensions sont de l'ordre de grandeur de sa profondeur.

D'autre part, l'étude précédente montre que la détection des hétérogénéités situées à des profondeurs variant entre 0 et 20m, nécessite la création d'une onde plane dans un domaine de fréquence variant entre 20 kHz et 100 kHz.

Dans cette bande de fréquence la possibilité d'utiliser des ondes créées naturellement est exclue, et il est nécessaire de disposer d'un émetteur puissant situé à une distance importante du point de mesure. La réalisation pratique d'un tel émetteur serait très coûteuse et la méthode serait difficilement exploitable. Il est plus facile d'envisager l'utilisation d'un dipôle émissif placé près de la zone à prospecter. Nous allons donc étudier l'influence de la couche (2) sur le champ électromagnétique au voisinage d'un dipôle émissif.

Le principe de la mesure consiste à disposer à la surface du sol un dipôle émissif et à relever les composantes du champ électrique et magnétique à une distance  $r_0$  de l'émetteur. La distance entre le point de mesure du champ et l'émetteur étant faible, on peut limiter la puissance d'émission et n'avoir besoin que d'un appareillage d'un prix de revient raisonnable.

Par ailleurs, il est nécessaire de répéter les mesures en plusieurs points de la surface du sol et il faut pour cela que l'émetteur soit facilement déplaçable. Un tel dispositif est réalisable en utilisant une antenne d'émission du type dipôle magnétique.

CHAPITRE . I I .

II. ETUDE DU RAYONNEMENT D'UN DIPOLE MAGNETIQUE VERTICAL PLACE A LA SURFACE D'UN MILIEU CONDUCTEUR

Dans ce chapitre nous étudions la détection d'hétérogénéités non conductrices à l'aide du procédé décrit précédemment et nous en déduisons les conditions limites de détection.

II<sub>1</sub> - Rappels sur le rayonnement du dipôle magnétique vertical au-dessus d'un milieu stratifié

Le dispositif est repéré dans un système de coordonnées cylindriques (figure.V.). Le dipôle magnétique vertical émetteur (DMV) est situé sur l'axe oz à l'ordonnée h.

Le relevé des composantes du champ magnétique et électrique s'effectue au point P de coordonnées (r, φ, z). Les stratifications étant horizontales, le vecteur de Hertz magnétique ne possède qu'une composante  $\pi_z^*$ . Les champs électrique et magnétique sont donnés par les expressions :

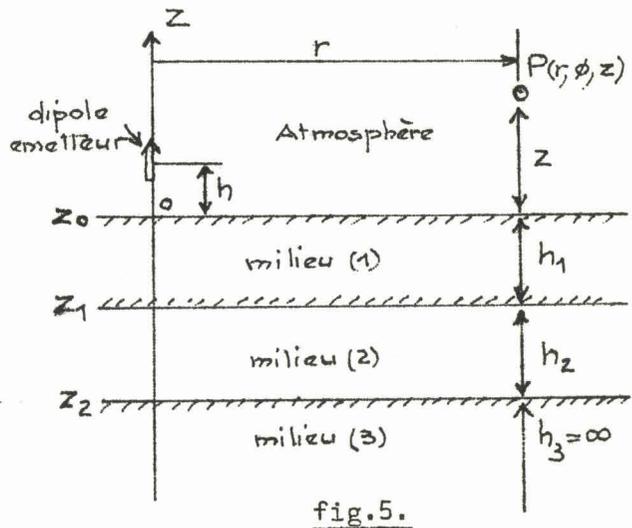


fig.5.

$$\begin{aligned}
 E_{\phi}^* &= j\omega\mu \frac{\partial \pi_z^*}{\partial r} & H_r^* &= \frac{\partial^2 \pi_r^*}{\partial z \partial r} \\
 H_z^* &= -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial \pi_z^*}{\partial r} \right] & & (15)
 \end{aligned}$$

Dans le milieu (n) le potentiel de Hertz est solution de l'équation d'onde :

$$(\Delta - \gamma_n^2) \pi_{nz}^* = 0 \quad (16)$$

et la solution générale de cette équation peut se mettre sous la forme :

$$\pi_{nz}^* = \int_0^\infty [A_n(\lambda) e^{u_n} + B_n(\lambda) e^{-u_n}] J_0(\lambda r) d\lambda \quad (17)$$

avec :  $u_n = \sqrt{\gamma_n^2 + \lambda^2}$  et  $\lambda$  : variable d'intégration

Dans l'atmosphère où se trouve le dipôle émetteur, le potentiel total  $\pi_{ot}^*$  est égal à la somme du potentiel primaire  $\pi_{op}^*$  et du potentiel secondaire  $\pi_{os}^*$  :

$$\vec{\pi}_{ot}^* = \vec{\pi}_{op}^* + \vec{\pi}_{os}^*$$

Le potentiel primaire s'écrit :  $\pi_{op}^* = m_1 \frac{e^{-\gamma_0 R_0}}{R_0}$

où :  $m_1 = \frac{NIS}{4\pi}$  = moment magnétique du DMV.

$R_0$  est la distance séparant l'émetteur et le point de mesure.

Le potentiel primaire peut se mettre sous la forme de l'intégrale de SOMMERFELD<sup>(6)</sup> :

$$\pi_{op}^* = \int_0^\infty \frac{\lambda}{u_0} e^{\pm u_0(z-h)} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (19)$$

Le signe + est utilisé lorsque  $|z| < |h|$

Le signe - est utilisé lorsque  $|z| > |h|$

et le potentiel secondaire peut s'écrire :

$$\pi_{os}^* = \int_0^\infty B_0(\lambda) e^{-u_0 z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (20)$$

Dans le milieu d'indice (n) il n'y a pas de dipôle émetteur et le potentiel n'est qu'un potentiel secondaire de la forme :

$$\pi_{ns} = \int_0^{\infty} [A_n(\lambda) e^{u_n z} + B_n(\lambda) e^{-u_n z}] J_0(\lambda r) d\lambda \quad (21)$$

La dernière couche d'indice (N) ayant une épaisseur infinie, l'onde qui y pénètre n'est que réfractée et le potentiel de Hertz correspondant s'écrit :

$$\pi_{Ns} = \int_0^{\infty} [A_N(\lambda) e^{y_N z}] J_0(\lambda r) d\lambda \quad (22)$$

Les fonctions  $A_n(\lambda)$  et  $B_n(\lambda)$  sont solution du système d'équations aux limites.

Les conditions aux limites s'énoncent :

$$\text{sur l'interface } z = z_n \quad \begin{cases} E_{n\phi} = E_{(n+1)\phi} \\ H_{nr} = H_{(n+1)r} \end{cases} \quad (23)$$

$$\text{ou encore pour } z = z_n \quad \begin{cases} \frac{\partial \pi_{nz}}{\partial r} = \frac{\partial \pi_{n+1 z}}{\partial r} \\ \frac{\partial^2 \pi_{nz}}{\partial z \partial r} = \frac{\partial^2 \pi_{n+1 z}}{\partial z \partial r} \end{cases} \quad (24)$$

$$\frac{\partial \pi_{nz}}{\partial r} = \frac{\partial \pi_{n+1 z}}{\partial r} \quad \text{se développe de la façon suivante :}$$

$$\int_0^{\infty} -\lambda \left[ \frac{\lambda}{u_n} e^{u_n h} + B_n(\lambda) \right] J_1(\lambda r) d\lambda = \int_0^{\infty} -\lambda [A_{n+1}(\lambda) + B_{n+1}(\lambda)] J_1(\lambda r) d\lambda \quad (25)$$

On peut montrer à l'aide des lois de Snell<sup>(7)</sup> que la variable  $\lambda$  est la même dans n'importe quel milieu. Il en résulte que l'on peut écrire l'égalité des "intégrants" de la relation (25) soit :

$$\left[ \frac{\lambda}{u_0} e^{u_0 h} + B_0(\lambda) \right] = A_1(\lambda) + B_1(\lambda) \quad (26)$$

Et les conditions aux limites peuvent encore s'écrire :

$$\text{pour } z = z_n \quad \left[ \begin{array}{l} \pi_{nz} = \pi_{n+1} z \\ \frac{\partial \pi_{nz}}{\partial z} = \frac{\partial \pi_{n+1} z}{\partial z} \end{array} \right.$$

Par analogie<sup>(5) (11)</sup> avec le système d'équation (21) obtenus dans le cas de l'incidence perpendiculaire d'une onde plane, on obtient :

$$\frac{B_0}{A_0} = \frac{L_0 - Y_1}{L_0 + Y_1} \quad \text{avec } Y_1 = L_1 P_1 \quad \text{avec } P_1 = \frac{Y_2 + L_1 \operatorname{th} u_1 h_1}{L_1 + Y_2 \operatorname{th} u_1 h_1}$$

$$Y_n = L_n P_n \quad P_n = \frac{Y_{n+1} + L_n \operatorname{th} u_n h_n}{L_n + Y_{n+1} \operatorname{th} u_n h_n} \quad (28)$$

$$Y_{N-1} = L_N \cdot P_{N-1} \cdot P_{N-1} = \frac{L_N + L_{N-1} \operatorname{th} u_{N-1} h_{N-1}}{L_{N-1} + L_N \operatorname{th} u_{N-1} h_{N-1}}$$

$$\text{avec } L_n = \frac{u_n}{j\omega\mu}$$

Il faut noter que dans le cas d'une onde plane, l'admittance de surface  $Y_1$  était égale au rapport du champ magnétique et du champ électrique. Tandis que dans le cas d'une onde produite par un dipôle DMV, l'admittance de surface  $Y_1$  n'est pas égale au rapport des champs mais au rapport :  $\frac{\partial \pi_{oz}^*}{\partial z} / \pi_{oz}^*$ .

Par ailleurs, on peut dire que le potentiel de Hertz créé par un dipôle du type DMV peut être considéré comme la superposition d'une infinité d'ondes planes, mais leur angle d'incidence  $\theta$  n'est plus un nombre réel. Il s'agit d'ondes planes dégénérées.

Dans le cas le plus général, on peut démontrer qu'il en est de même pour n'importe quel dipôle<sup>(11)</sup>.

## II<sub>2</sub> - Composantes du champ créé par un DMV au-dessus d'un terrain à trois couches. Méthode du demi-milieu équivalent

L'expression intégrale du potentiel de Hertz est entièrement définie et pour obtenir l'expression des composantes des champs, il est nécessaire de calculer les diverses intégrales puis d'appliquer les relations différentielles (15).

Mais dans le cas où  $\gamma_0 r$  est beaucoup plus petit que l'unité et où  $\gamma_n$  est très supérieur à  $\gamma_0$ , il est possible de définir un demi-milieu équivalent au demi-milieu stratifié<sup>(5)</sup> tel que son facteur de propagation  $\gamma_e$  soit égal à  $P_1 \gamma_1$ . Et dans le cas des très basses fréquences, ( $\sigma_n \gg \omega \epsilon_n$ ) on peut facilement rattacher le facteur  $P_1$  au facteur  $Q_1$  utilisé au chapitre précédent par la relation :

$$P_1 = \frac{1}{Q_1} \quad (29)$$

Il en résulte que pour déterminer les composantes des champs d'un dipôle à la surface d'un milieu stratifié, il est possible d'utiliser les expressions suivantes obtenues pour un demi-milieu homogène dans l'approximation des très basses fréquences<sup>(6)</sup>.

$$E_{\phi}^* = \frac{2j\omega\mu m_1}{\gamma_e r^2} \left[ (3 + 3\gamma_e r + \gamma_e^2 r^2) e^{-\gamma_e r} - 3 \right]$$

$$H_r^* = -\frac{m_1}{r^3} \left[ 16K_1 I_1 + 4\gamma_e r (K_0 I_1 - I_0 K_1) + \gamma_e^2 r^2 (K_0 I_0 - K_1 I_1) \right] \quad (30)$$

$$H_z^* = - \frac{2m_1}{\gamma_e r^5} \left[ 9 - (9 + 9\gamma_e r + 4\gamma_e^2 r^2 + \gamma_e^3 r^3) e^{-\gamma_e r} \right]$$

dans lesquelles on remplace le facteur de propagation  $\gamma_e$  par  $\gamma_1/Q_1$  et où :

$m_1$  = moment magnétique du dipôle émetteur

$K_0, K_1, I_0, I_1$  sont les fonctions de Bessel modifiées de seconde et de première espèce d'ordre 0 et d'ordre 1.

Les expressions (30) sont tout à fait classiques, mais à notre connaissance, les courbes représentatives sont toujours tracées dans les cas d'approximations. En effet, l'argument des fonctions de Bessel n'est pas un imaginaire pur, mais un terme complexe de la forme :

$$w = A + jB = M \exp(\phi)$$

La décomposition en fonctions Ber, Bei, Ker et Kei n'est plus valable et nous avons du adopter une décomposition analogue du type suivant :

$$I_0(w) = \text{Fer}(M, \phi) + j \text{Fei}(M, \phi) \quad ; \quad I_1(w) = \text{Fer}_1(M, \phi) + j \text{Fei}_1(M, \phi)$$

$$K_0(w) = \text{Ger}(M, \phi) + j \text{Gei}(M, \phi) \quad ; \quad K_1(w) = \text{Ger}_1(M, \phi) + j \text{Gei}_1(M, \phi)$$

Pour déterminer l'influence d'une hétérogénéité conductrice sur le champ créé par un DMV à la surface du sol, nous avons développé les calculs dans le cas particulier du milieu stratifié à trois couches. Ce travail a été effectué sur le calculateur Bull type Gamma M40 de la Faculté des Sciences de LILLE dont le programme est donné en annexe.I.

Les résultats obtenus permettent d'effectuer une étude critique de la méthode proposée.

### II<sub>3</sub> - Etude critique de la méthode

Les champs électrique et magnétique sont étudiés en fonction

de la variable  $\eta = r/\delta_1$ . La mesure s'effectuant à une distance  $r$  donnée, la variable réelle est la fréquence et on a :

$$f = 25 \times 10^4 \frac{\eta^2}{r^2 \sigma_1}$$

Les paramètres de calcul sont  $H = h_1/h_2$ ,  $M = \sigma_1/\sigma_2$  et  $RH 1 = r/h_1$ . On obtient alors des courbes en fonction de grandeurs sans dimensions que l'on peut interpréter dans un cas général.

Les courbes des champs créés au-dessus d'un milieu à trois couches sont comparées à celles du demi-milieu homogène. Il est évident que l'influence du milieu à trois couches sur la propagation des ondes, diffère de celle du demi-milieu lorsque le contraste de conductivité  $M$  est suffisamment important. Dans le cas particulier où nous nous plaçons, le contraste de conductivité est égal à 500.

Le programme de calcul donné en annexe permet de refaire la même étude dans n'importe quel autre cas particulier.

Il faut cependant noter que ce calcul n'est valable que lorsque le facteur de propagation  $\gamma_2$  est grand vis-à-vis de  $\gamma_0$ , c'est-à-dire qu'il est toujours nécessaire de vérifier la relation :

$$\sigma_2 \gg \omega \epsilon_0$$

Par ailleurs, du point de vue expérimental seule l'étude du champ magnétique est intéressante. En effet, l'amplitude du champ électrique  $E_\phi$  décroît très vite en fonction de la distance et elle est difficilement mesurable.

Les planches.V. et V.Bis. représentent l'évolution des amplitudes des champs  $H_r$  et  $H_z$  en fonction de  $\eta$  pour  $H = 0,2 =$  constante et pour diverses valeurs du paramètre  $RH 1$ .

On remarque que l'effet du milieu à trois couches est d'autant plus marqué que le paramètre  $RH 1$  est plus grand. Pour  $RH 1 < 1$ , les courbes relatives au milieu stratifié sont pratiquement confondues

DMV AU DESSUS D UN MILIEU STRATIFIÉ A 3 COUCHES

$$H_z^* = \frac{m_1}{r^3} h_z$$

$$M = \frac{g_1}{g_2} = 500$$

$$H = 0,2 = \frac{h_1}{h_2}$$

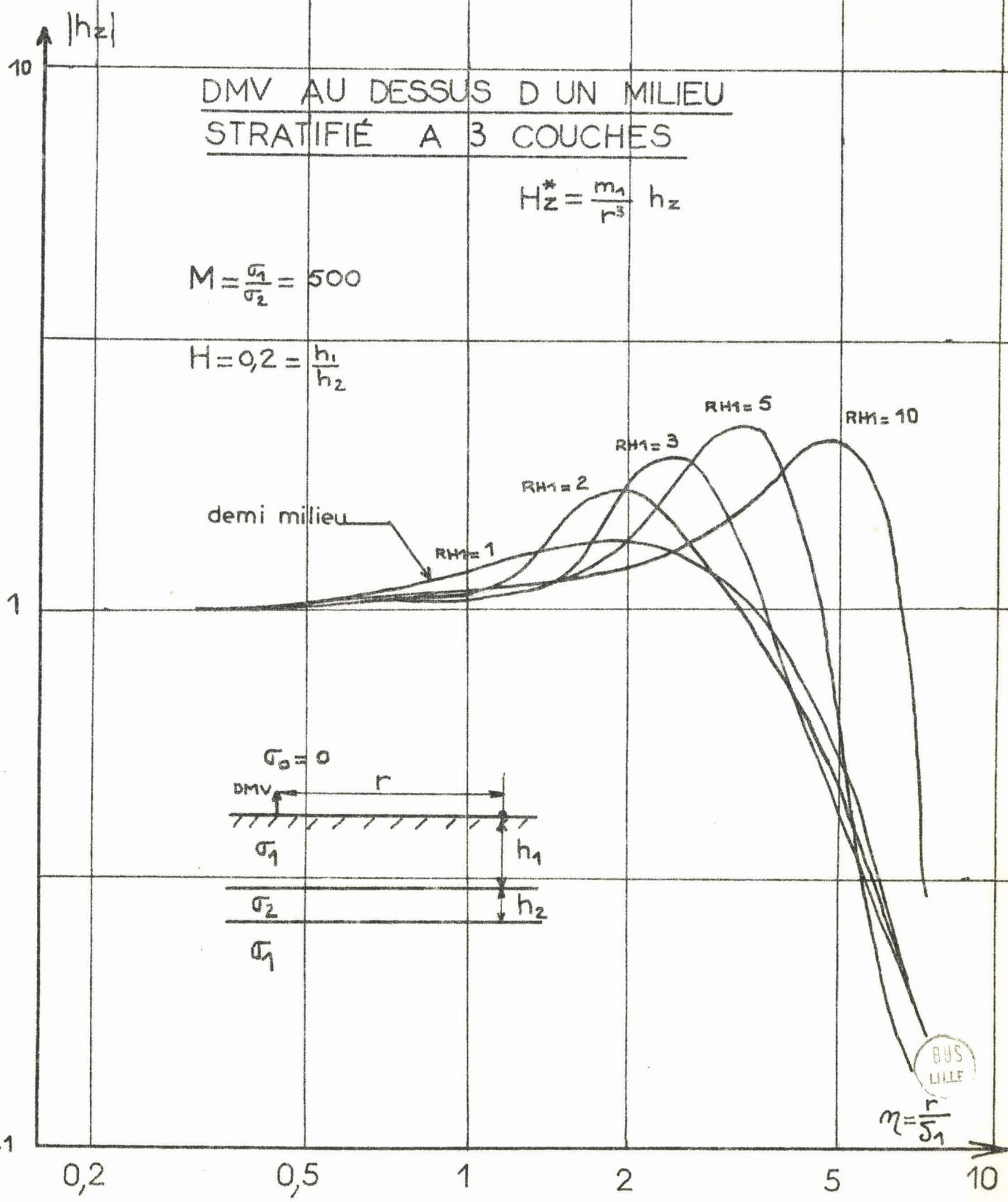
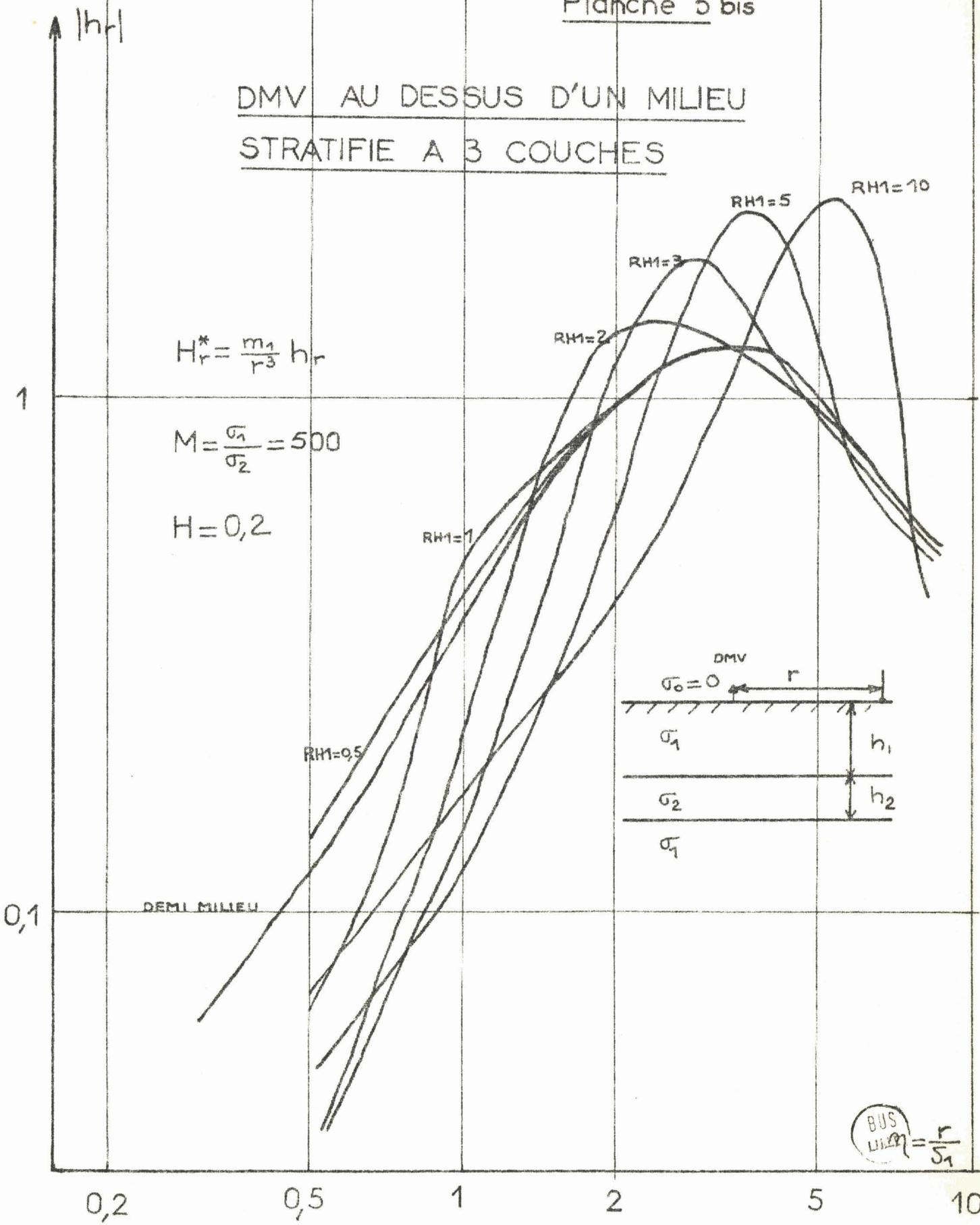


Planche 5 bis

DMV AU DESSUS D'UN MILIEU  
STRATIFIE A 3 COUCHES



BUS  
 $\frac{h_1}{h_2} = \frac{r}{\sigma_1}$

avec celles du demi-milieu. En effet, pour les faibles valeurs de  $RH_1$ , le récepteur n'est plus influencé que par l'onde directe. Il semble que l'on ait avantage à augmenter la valeur de  $RH_1$  pour que l'effet des stratifications soit le plus important possible ; mais pour une valeur donnée de  $h_1$ , l'accroissement de  $RH_1$  entraîne l'augmentation de  $r$ , Or, on constate sur la figure.5.Bis, qu'en augmentant  $r$  on accroît la bande de fréquence dans laquelle il est possible de déceler une différence entre la courbe relative au demi-milieu et celle relative au milieu.

D'autre part, si  $r$  devient très grand ( $r > 1000m$ ), les résultats risquent d'être perturbés par l'effet d'éventuelles variations latérales de conductivité.

Le choix de  $RH_1$  résulte donc d'un compromis entre ces diverses contraintes. On remarque qu'une valeur de  $RH_1$  voisine de 5 peut convenir dans cette application.

Les planches.VI. et VI.Bis. représentent l'évolution des amplitudes des champs  $H_r$  et  $H_z$  en fonction de  $n$ , pour  $M = 500$ ,  $RH_1 = 5 =$  constante et pour diverses valeurs de  $H$ .

Ces courbes montrent que l'effet de stratification diminue au fur et à mesure que  $H = h_1/h_2$  augmente. Pour une valeur de  $H$  supérieure ou égale à 4 les courbes du milieu stratifié sont pratiquement confondues avec celles du demi-milieu.

Il en résulte que l'on <sup>peut</sup> peut espérer détecter de telles hétérogénéités par cette méthode que si leurs dimensions sont grandes vis-à-vis de leur profondeur.

### III - CONCLUSION DE LA PREMIERE PARTIE

L'étude précédente fait le point des connaissances actuelles sur le comportement des ondes électromagnétiques créées par des dipôles placés au-dessus de milieux stratifiés.

DMV AU DESSUS D'UN MILIEU STRATIFIE A 3 COUCHES

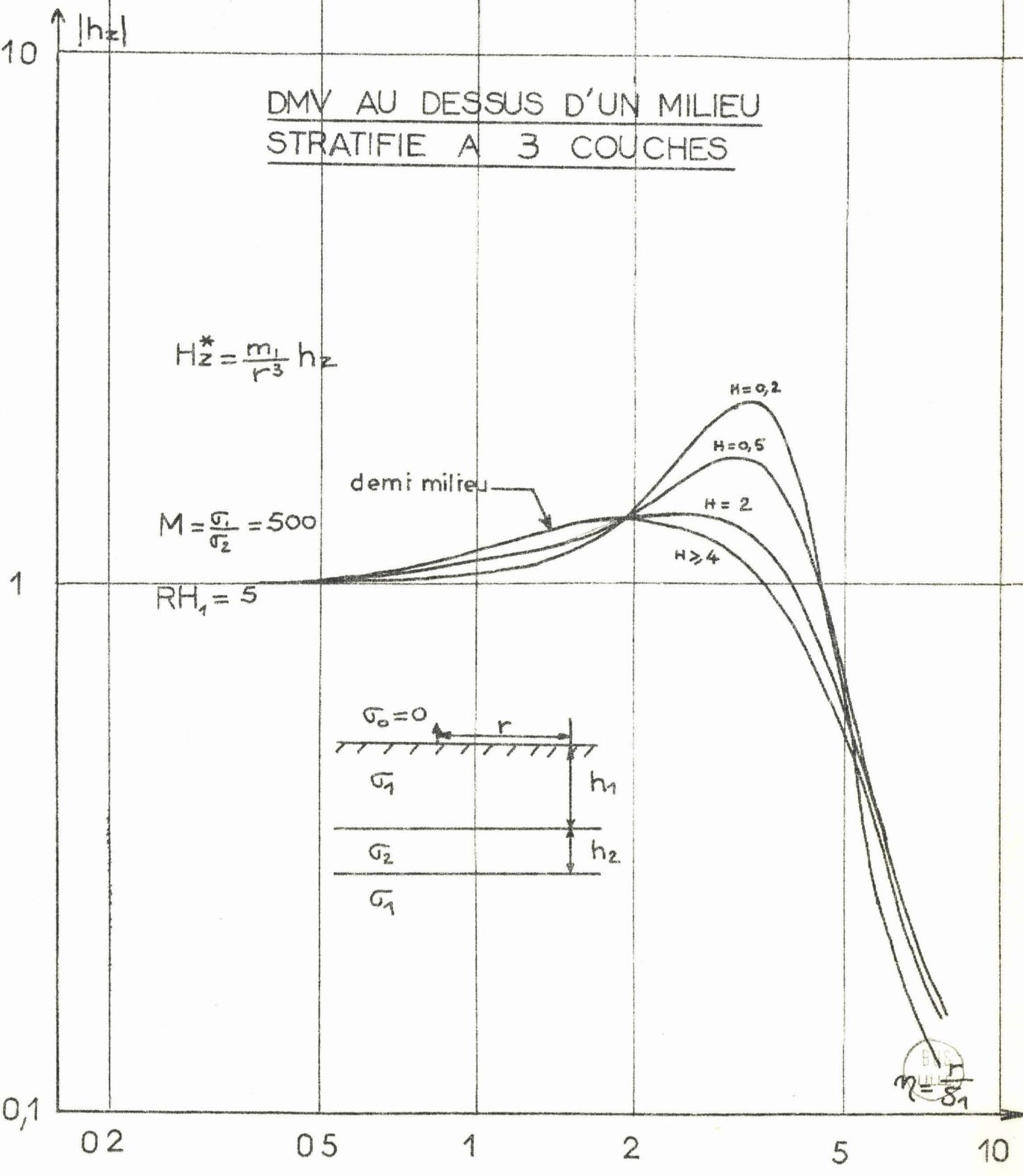


Planche 6 bis

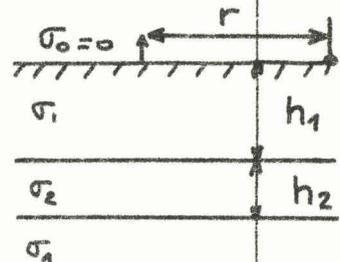
DMV AU DESSUS D UN MILIEU STRATIFIE A 3 COUCHES

$$H_r^* = \frac{m_1}{r^3} h_r$$

$$M = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 500$$

$$RH_1 = 5$$

DEMI MILIEU



H=0,2  
H=0,5  
H=2  
H>4

1

0,1

0,2

0,5

1

2

5

10

Elle permet de montrer qu'une hétérogénéité qui s'apparente à une couche horizontale s'étendant indéfiniment latéralement et de conductivité différente de celle du milieu encaissant, ne perturbe le rayonnement d'un dipôle émetteur que dans le cas où le contraste est important et quand ses dimensions sont au moins égales à la profondeur à laquelle elle est située.

Les hétérogénéités telles qu'un réseau de galeries de carrières ou telle qu'une succession d'anciennes cheminées d'extraction de craie constituent en réalité des anomalies localisées que caractérise une variation latérale de la conductivité du sous-sol. Or les résultats obtenus dans l'étude du rayonnement d'un DMV ne sont valables, du point de vue pratique, que si l'étendue de l'hétérogénéité est grande vis-à-vis de la distance séparant l'émetteur et le point de mesure. Lorsque cette condition n'est plus remplie, il faut choisir une structure théorique plus compliquée, et dans ce cas, le traitement mathématique devient inextricable et offre moins d'intérêt que qu'une étude expérimentale sur modèle analogique.

Les méthodes de détections mises en jeu uniquement depuis la surface du sol risquent dans ce cas de ne donner que des résultats assez médiocres.

Par contre l'étude expérimentale de la seconde partie de notre thèse permet de montrer, que, lorsque l'on fait rayonner un dipôle au sein du milieu conducteur, le relevé des champs au voisinage du dipôle peut dans certains cas révéler la présence et la position des hétérogénéités.

SECONDE PARTIE

## C H A P I T R E . I .

Dans cette seconde partie de notre travail, nous décrivons les tentatives que nous avons faites pour mettre au point un procédé de détection d'un type très particulier de cavités souterraines qui se rencontre en très grand nombre aux environs de LILLE et qui pose des problèmes aux Urbanistes chargés de l'édification de la Métropole Nord.

Ces cavités datent de l'occupation espagnole des Flandres et sont dues au mode d'extraction de la crêpe à cette époque.

### I- DETECTION DE CAVITES SOUTERRAINES SITUEES A FAIBLE PROFONDEUR

#### I<sub>1</sub> - Description de la méthode et données du problème

La coupe de l'hétérogénéité est représentée figure.VIII. Elle possède une forme cylindrique d'axe vertical. Son diamètre est d'environ 6 m et sa hauteur est voisine de 10m. La partie supérieure du cylindre est située à une profondeur approximative de 3m.

Si l'on effectue un forage vertical au voisinage de l'hétérogénéité et si l'on plonge, dans ce forage, une antenne du type dipôle électrique, les cavités dévieront les lignes de courant et déformeront la carte des champs électrique et magnétique produite à la surface du sol. Inversement, l'étude de cette carte nous renseigne sur la présence d'une hétérogénéité située au voisinage de l'antenne. On peut augmenter ainsi par cette méthode, la zone d'investigation d'un sondage mécanique.

Notons dès maintenant, que seule la carte du champ électrique présente de l'intérêt dans cette application ; car le champ magnétique est sensible aux pièces métalliques et perméables, enterrées au voisinage de l'antenne (tuyaux de fonte ou d'acier par exemple).

Pour résoudre théoriquement le problème, il faut déterminer le potentiel de Hertz créé par l'antenne et écrire pour cela les conditions aux limites, non seulement sur le plan horizontal correspondant à l'interface air-sol, mais aussi sur les parois des hétérogénéités qui possèdent une forme quelconque. Il en résulte que le traitement théorique du problème est compliqué et en fait impossible lorsque la cavité possède une forme quelconque.

Il est par contre possible d'étudier le champ électrique sur modèle analogique.

## I<sub>2</sub> - Etude sur modèle analogique

La transposition du milieu de propagation réel sur modèle analogique introduit un rapport de similitude K égal au quotient des dimensions du milieu réel et des dimensions correspondantes sur le modèle.

Ce rapport de similitude K entraîne des conditions à respecter entre les caractéristiques électriques des milieux de propagation réel et réduit.

Ce sont ces conditions que nous nous proposons d'établir à présent.

Les équations qui déterminent la propagation du champ électromagnétique dans un milieu conducteur tel que le sol sont les équations de Maxwell. Elles s'énoncent en régime harmonique de la façon suivante :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = (\sigma + j\omega\epsilon)\vec{E} \quad (31)$$

où :

$\vec{E}$  et  $\vec{H}$  sont respectivement les champs électrique et magnétique  
 $\sigma$ ,  $\epsilon$  et  $\mu$  sont respectivement : la conductivité, la permittivité, et  
la perméabilité du milieu de propagation  
 $\omega$  est la pulsation du courant parcourant l'antenne

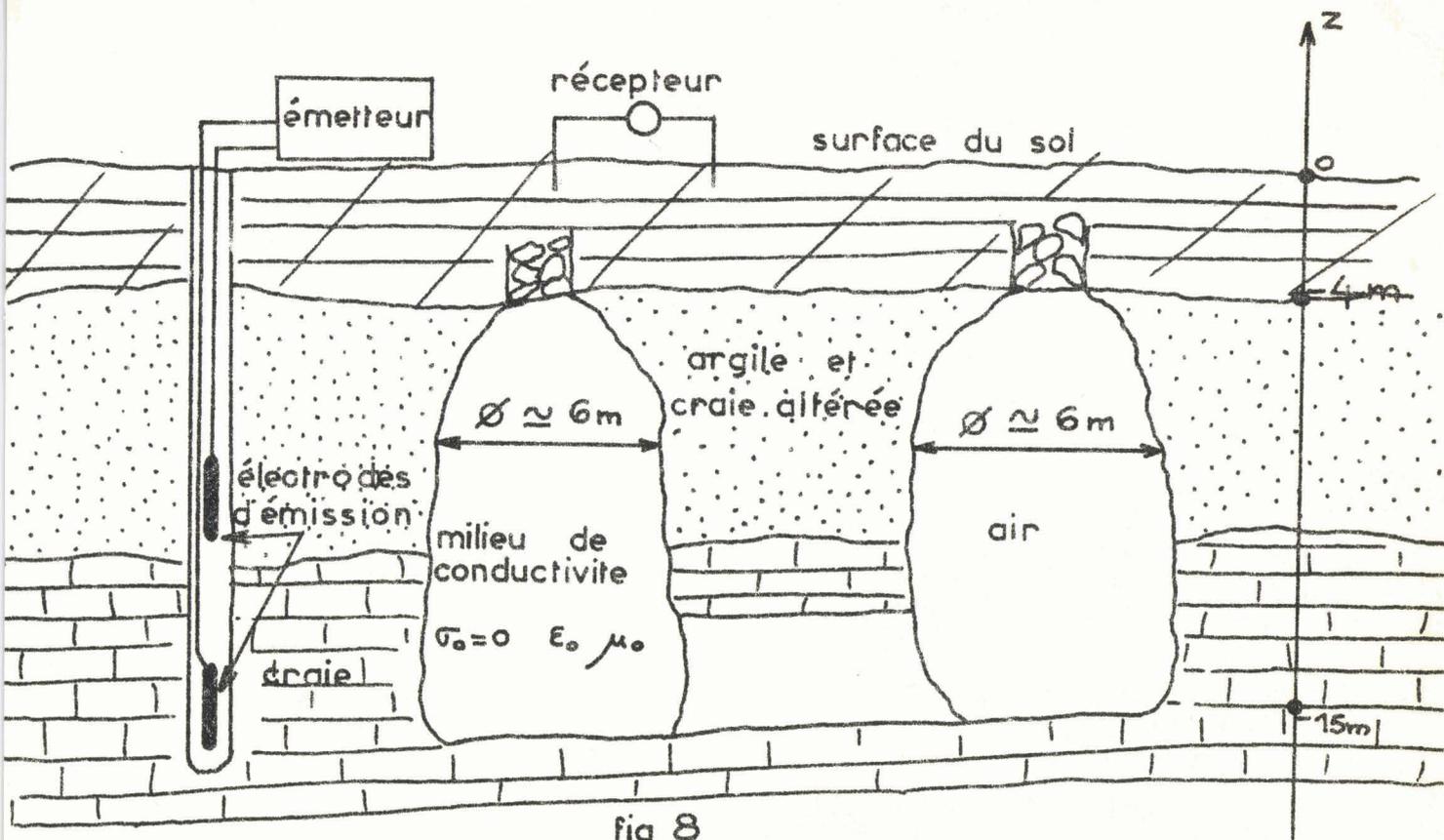


fig 8

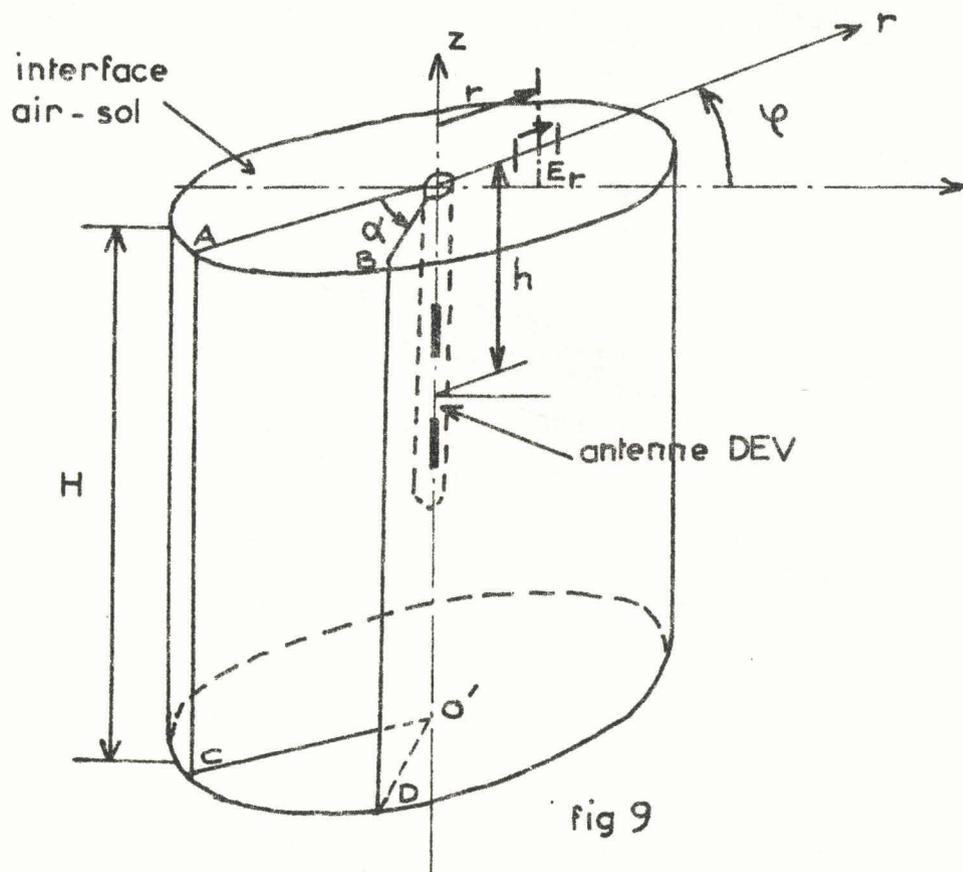


fig 9

Le sol étant un milieu de conductivité élevée et la fréquence du courant parcourant l'antenne étant faible, on peut négliger le courant de déplacement et écrire :  $\sigma \gg \omega \epsilon$

d'où :

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} \quad , \quad \vec{\text{rot}} \vec{H} = \sigma\vec{E} \quad \text{pour le milieu réel} \quad (32)$$

et

$$\vec{\text{rot}} \vec{E}_m = -j\omega_m\mu_m\vec{H}_m \quad , \quad \vec{\text{rot}} \vec{H}_m = \sigma_m\vec{E}_m \quad \text{pour le modèle} \quad (33)$$

Si l'on remarque que le rotationnel a pour dimensions l'inverse d'une longueur ( $L^{-1}$ ), on voit facilement qu'il existe une similitude entre le milieu de propagation réel et le milieu de propagation réduit quand le système d'équations simultanées suivant est vérifié<sup>(12)</sup> :

$$\frac{\sigma_m}{\sigma} = \frac{\omega_m}{\omega} = \frac{\ell_m}{\ell} = k$$

où ( $\ell$ ) représente l'unité de longueur du milieu réel

et ( $\ell_m$ ) est l'unité de longueur correspondante du modèle

### I<sub>2.1.</sub> - Dispositif de mesure

La structure naturelle du modèle est du type cylindrique ( $r, \phi, z$ ). Elle est représentée fig. IX. L'antenne est disposée suivant l'axe oz à une profondeur h, l'interface air-sol correspond à la surface supérieure de ce cylindre d'ordonnée  $z = 0$  et le champ électrique radial est mesuré le long d'un rayon (or). Mais un modèle construit de cette façon est encombrant. En effet, le rayon R du cylindre et sa hauteur H doivent être suffisamment grands pour que les effets de bords soient négligeables. Il faut par conséquent leur donner une valeur au moins égale à la profondeur de pénétration des ondes dans le milieu conducteur.

Or, si on appelle  $\gamma_1 = j\omega\mu\sigma$  le facteur de propagation du

milieu conducteur, et  $r$  la distance séparant le récepteur et l'axe vertical de l'antenne, la pulsation  $\omega$  et la distance  $r$  sont suffisamment faibles pour que le produit  $\gamma_1 r$  soit petit devant 1. On se trouve pratiquement dans le cas du courant continu.

Dans ce cas on montre facilement que dans le milieu conducteur, les filets de courant ne sont pas déformés quand le modèle est réduit au secteur (OO'ABCD). Si on appelle  $I$  le courant traversant l'antenne et  $\alpha$  l'angle au sommet du secteur, le courant apparent  $I_a$  de l'antenne est alors égal à  $I_a = \frac{2\pi I}{\alpha}$ .

La figure IXbis représente le dispositif de mesure.

L'échelle du modèle est 1/150 ; ses dimensions sont 80 cm X 60 cm. Le milieu conducteur est réalisé à l'aide d'une solution d'eau salée de conductivité égale à 0,6 siemens par mètre.

Les hétérogénéités sont simulées à l'aide de blocs isolants, de formes convenables, et plongés dans l'électrolyte.

L'antenne est située à une profondeur  $h = 0,1$ m et elle est parcourue par un courant sinusoïdal de fréquence 300kHz. L'équivalent du champ électrique radial apparaissant à la surface du sol est simulé par la différence de potentiel développée aux bornes de deux électrodes de platine plongées dans la solution le long de la paroi d'ordonnée  $z = 0$ .

Cette ddp est d'abord appliquée à l'entrée d'une sonde d'adaptation, puis amplifiée à l'aide d'un amplificateur différentiel alternatif à taux de réjection élevé ( $5 \cdot 10^4$ ).

L'ensemble, électrodes et sonde d'adaptation, est placé sur un chariot guidé par des rails, le long de la paroi  $z = 0$ .

La figure 11 représente la coupe du milieu ainsi réalisé. On mesure la décroissance du champ électrique radial  $E_r$  en fonction de la distance  $r$  séparant le récepteur et l'axe vertical de l'antenne.

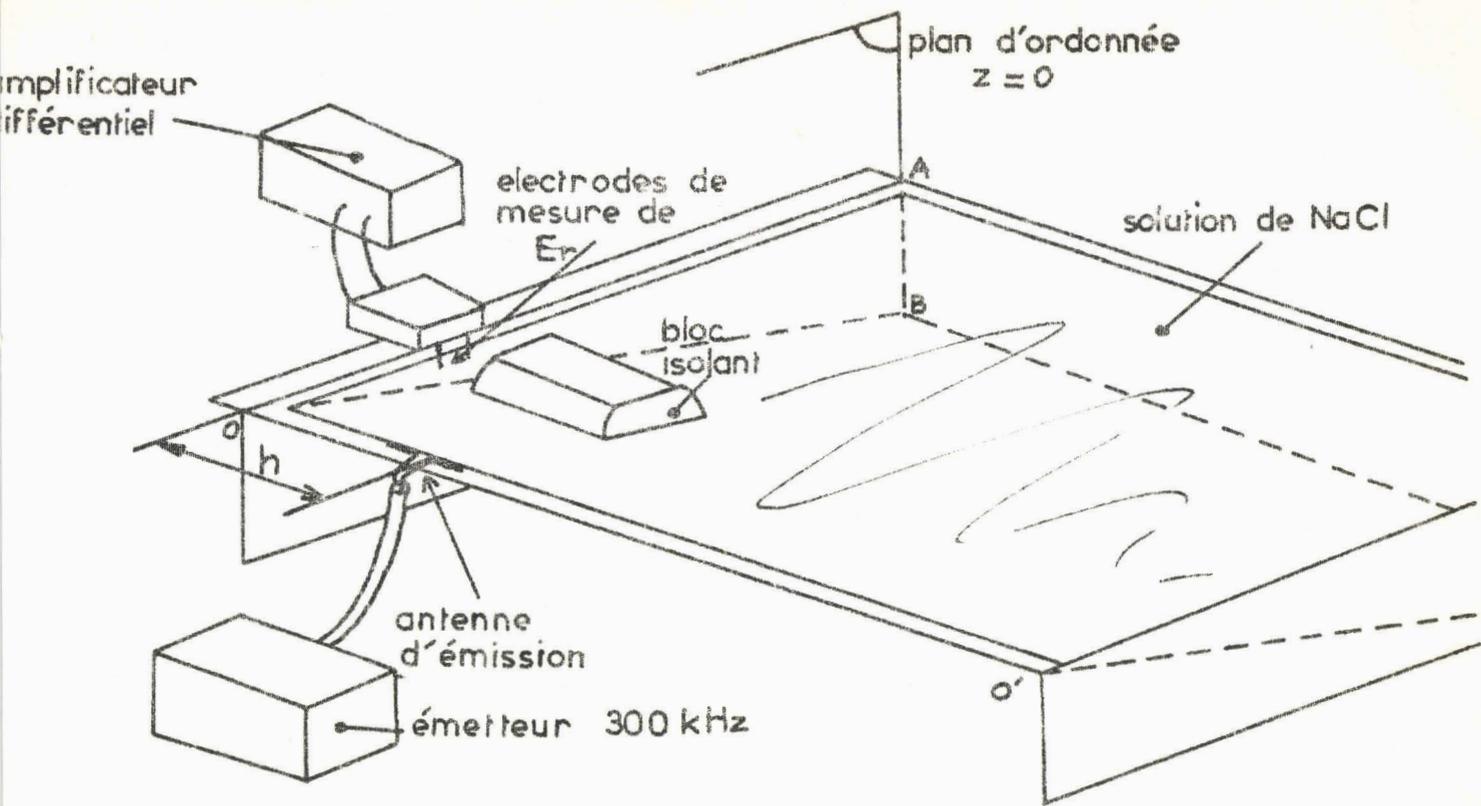


figure 9 bis

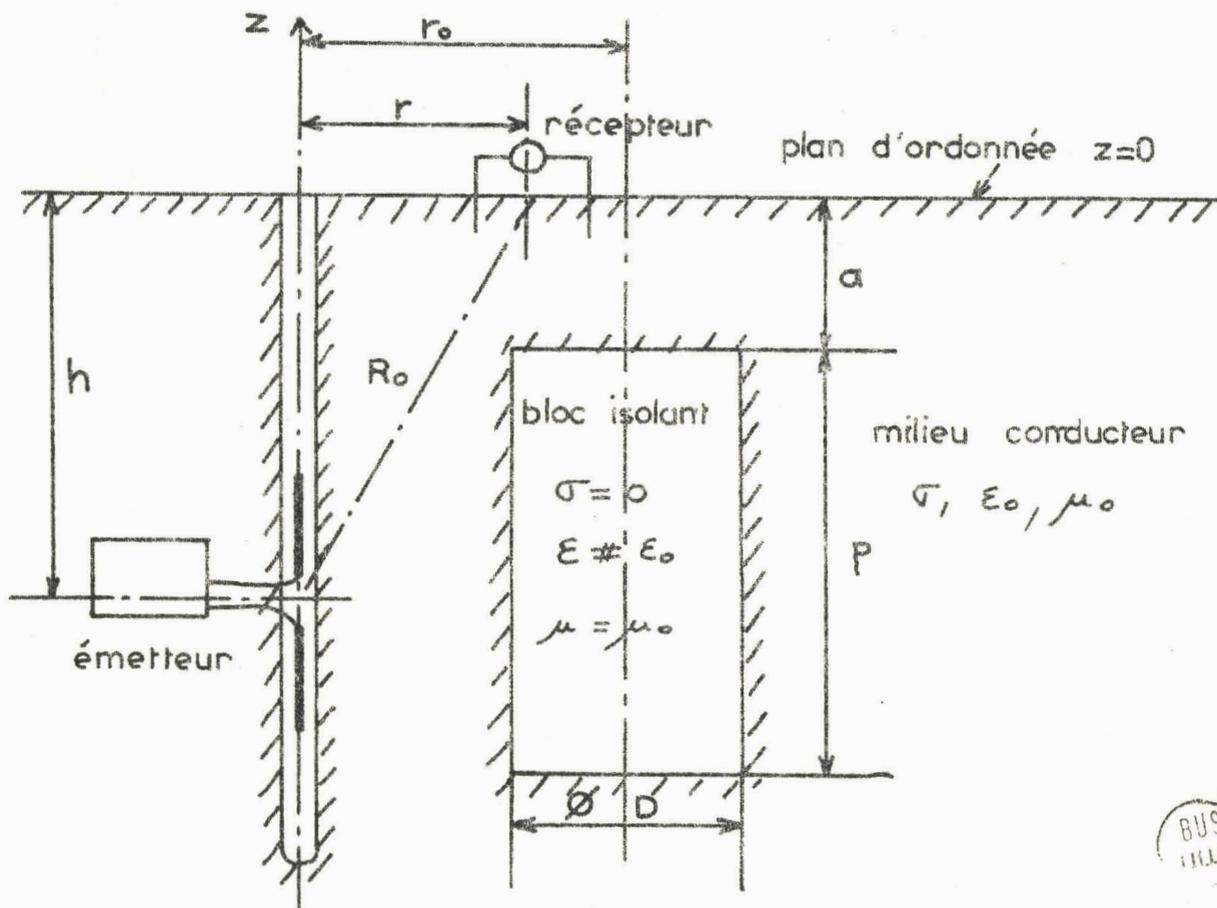


figure 10

BUS  
LILLE

## I<sub>2.2.</sub> - Résultats de mesures sur modèle analogique

### I<sub>2.2.1.</sub> - Etalonnage du modèle

L'étalonnage du modèle analogique est effectué en mesurant la composante  $E_r$  du champ électrique en fonction de la distance  $r$  et en absence de blocs isolants.

Pour vérifier que la structure ainsi réalisée correspondait bien à celle du demi-milieu homogène et infini, la décroissance du champ a été comparée à celle calculée théoriquement.

Les résultats sont groupés sur la planche XI. Les conditions de mesure sont les suivantes :

- Fréquence du signal émis : 300 kHz
- Profondeur  $h$  de l'antenne : 0,1m
- Longueur  $\ell$  de l'antenne : 3,5 cm
- Conductivité  $\sigma_1$  du milieu conducteur : 2 siemens/mètre

La courbe en traits pleins représente la décroissance du champ électrique  $E_r$  relevée expérimentalement.

La courbe en traits mixtes correspond à la courbe théorique du champ  $E_r$  créé par un dipôle ayant le même moment électrique que le dispositif émetteur utilisé dans la cuve analogique.

Son expression est (5) (6) :

$$E_r = - \frac{2P_0 h}{R_0^5} (3 + 3\gamma_1 R_0 + \gamma_1^2 R_0^2) e^{-\gamma_1 R_0} \quad (35)$$

où  $P_0 = \frac{I\ell}{4\pi\sigma}$  : moment électrique du dipôle

$\gamma_1^2$  = facteur de propagation dans le milieu conducteur

$$\neq j\omega\mu\sigma_1$$

$$R_0 = \sqrt{r^2 + h^2}$$

CHAMP  $E_r$  CRÉÉ PAR UNE ANTENNE VERTICALE

champ théorique et expérimental

- — — champ théorique pour un dipole
- - - - champ théorique pour une antenne longue
- — — champ expérimental relevé sur le modèle

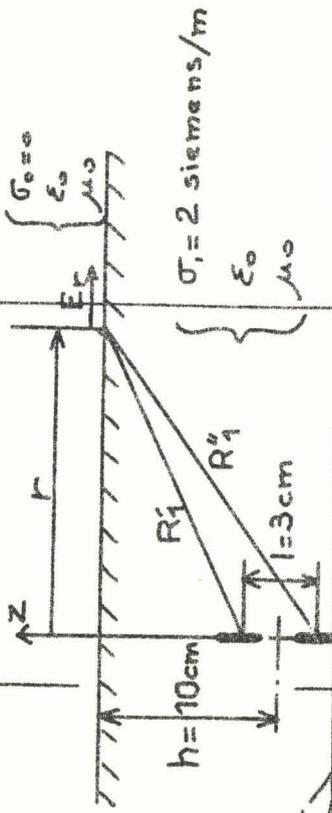


figure 11

$E_r$

9 V/m

6 V/m

3 V/m

10

20

r en cm.

BUS LILLE

On remarque une nette divergence entre la courbe théorique et la courbe expérimentale relevée au voisinage de l'antenne. Ceci est dû au fait que près de l'émetteur tous les points de l'antenne ne sont plus situés à la même distance du point de réception et on ne peut plus tenir compte de l'approximation du dipôle.

Il est alors nécessaire d'effectuer une correction du champ théorique, en considérant l'antenne d'émission comme étant formée par une juxtaposition de dipôles de longueur  $dh$  et créant un champ  $e_r$  tel que :

$$e_r = \frac{2p_o r}{R_o^5} (3 + 3\gamma_1 R_o + \gamma_1^2 R_o^2) e^{-\gamma_1 R_o} \cdot dh \quad (36)$$

Le calcul du champ  $E_r$  créé par une antenne verticale de longueur finie, développé en annexe.II., permet d'aboutir à l'expression finale :

$$E_r = E P'_1 r \left[ \frac{1 + \gamma_1 R'_1}{R'_1{}^3} e^{-\gamma_1 R'_1} - \frac{1 + \gamma_1 R''_1}{R''_1{}^3} e^{-\gamma_1 R''_1} \right] \quad (37)$$

avec :

$$P'_1 = \frac{I}{4\pi\sigma}$$

$R'_1$  = distance de l'électrode supérieure de l'antenne au point de mesure

$R''_1$  = distance de l'électrode inférieure de l'antenne au point de mesure

La courbe représentative de cette expression est celle en traits interrompus de la planche.11.

On remarque une bonne correspondance de cette courbe théorique avec celle relevée expérimentalement sur le modèle analogique.

### I<sub>2.2.2.</sub> Influence d'une hétérogénéité isolante au voisinage de l'antenne

Les courbes  $E_r = f(r)$  en présence de blocs isolants ont été relevées en fonction de deux paramètres.

Ces paramètres sont :

- . la profondeur  $a$  du sommet du bloc isolant
- . la distance  $r_0$  de l'axe de l'antenne à l'axe de la cavité

La figure.12. représente  $E_r = f(r)$  pour une distance  $r_0 = 146\text{mm}$  en fonction du paramètre  $a$ .

On remarque les modifications profondes de l'évolution de  $E_r$  en fonction de  $r$  que crée la présence des blocs isolants, lorsque ceux-ci sont à très faible profondeur.

La figure.13. représente  $E_r = g(r)$  pour une profondeur  $a = 2\text{cm}$  en fonction du paramètre  $r_0$ .

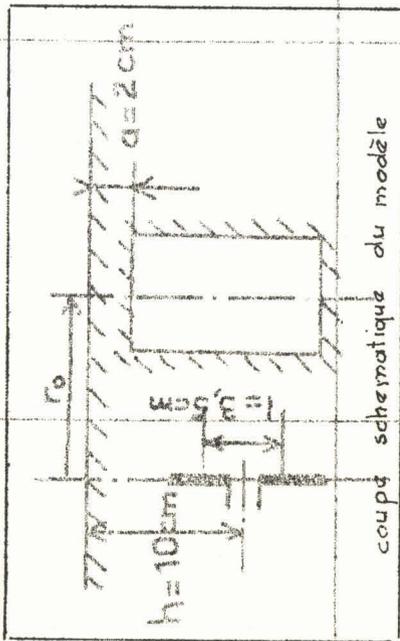
On remarque sur cette dernière figure que la présence de la cavité est d'autant moins perceptible que le rapport : dimensions de la cavité sur distance antenne-cavité, est plus faible. La figure.13.Bis. illustre mieux le phénomène. Sur cette figure, nous avons représenté le rapport du champ électrique relevé en présence de cavité et celui relevé au-dessus du milieu homogène. On remarque alors que la modification du champ électrique est encore notable quand la cavité est située loin du dipôle émetteur. On peut ainsi prévoir les limites de détectabilité de cette méthode. En particulier, on peut admettre qu'une cavité de 6 mètres de diamètre située à 17 mètres de l'antenne d'émission ne sera plus détectable par cette méthode si l'épaisseur du terrain qui la recouvre est supérieure à 4 mètres environ.

Le cas de figure  $r_0 = 210\text{mm}$  et  $a = 20\text{mm}$  a été choisi sur le modèle parce qu'il correspondait à une configuration réelle sur le terrain.

Un essai de correspondance entre les mesures faites sur le terrain et celles entreprises sur le modèle a été effectué.

$E_r$  EN FONCTION DE  $r$

pour  $a=2\text{cm}$   
paramètre  $r_0$



$E_r$

$9 \text{ V/m}$

$6 \text{ V/m}$

$3 \text{ V/m}$

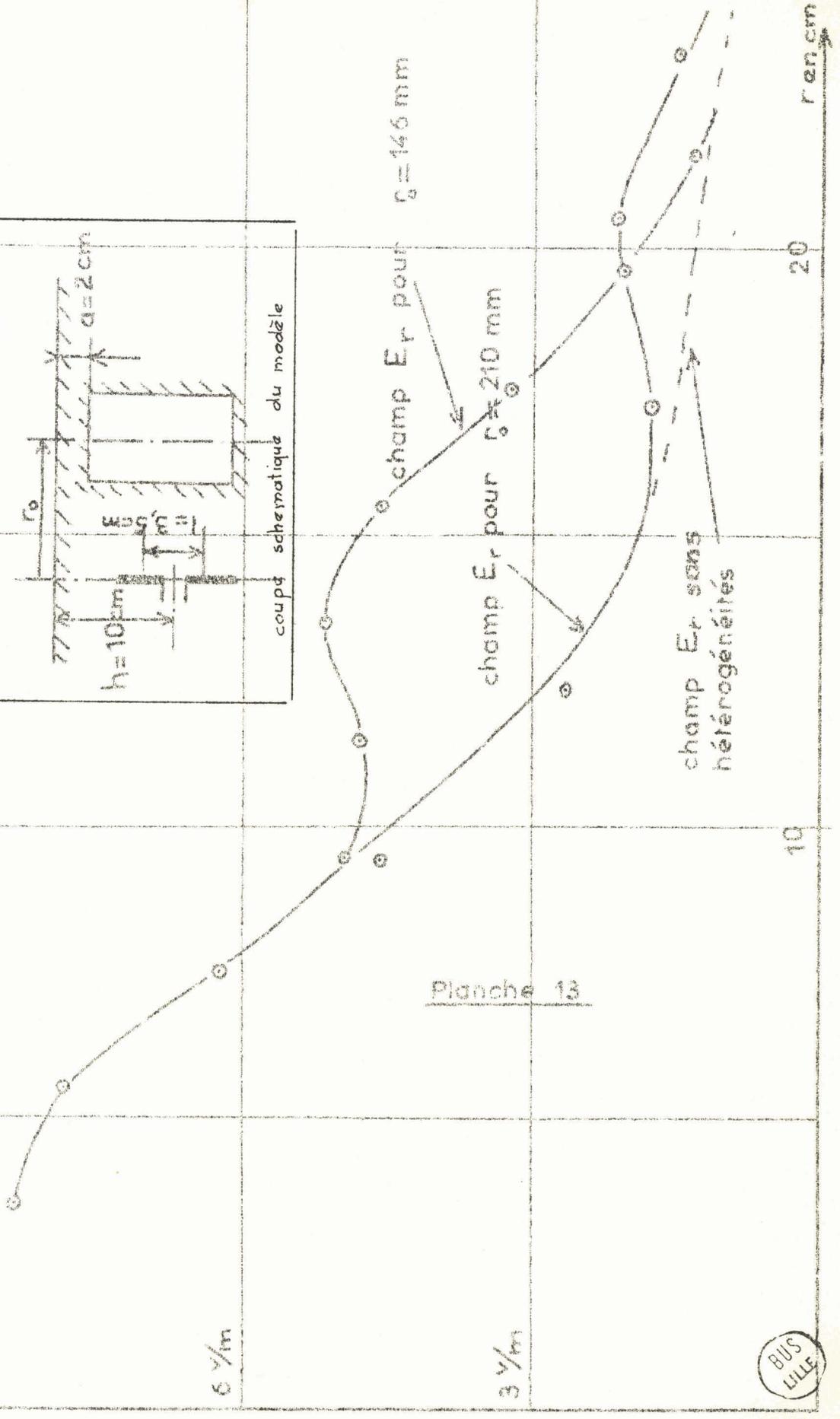


Planche 13



$E_r$  EN FONCTION DE  $r$

pour  $g = 146 \text{ mm}$   
paramètre  $a$

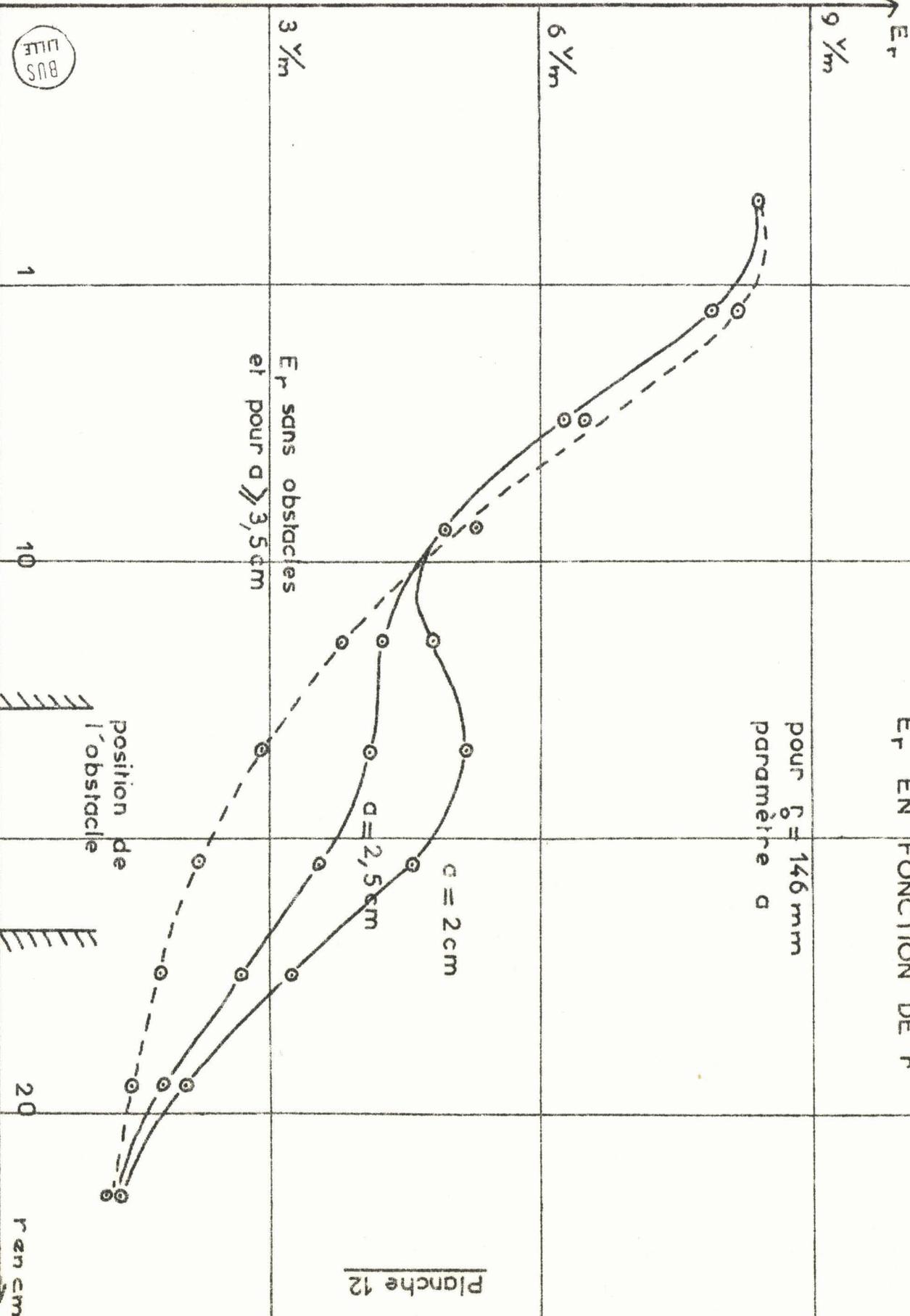


Planche 12

BUS  
LILLE

### I<sub>3</sub> - Résultats de mesures sur le terrain

Les caractéristiques du terrain correspondant sont les suivantes :

- . conductivité  $\sigma \neq 10^{-2}$  S/m (terre végétale et argile)
- . fréquence du signal émis : 2 KHz
- . Profondeur de l'antenne  $h = 15,5$ m
- . Longueur de l'antenne : 5mètres
- . Distance antenne-cavités : 31 mètres
- . Diamètre supposé de la cavité  $\neq 5$ mètres
- . Profondeur supposée du sommet de la cavité environ 3mètres

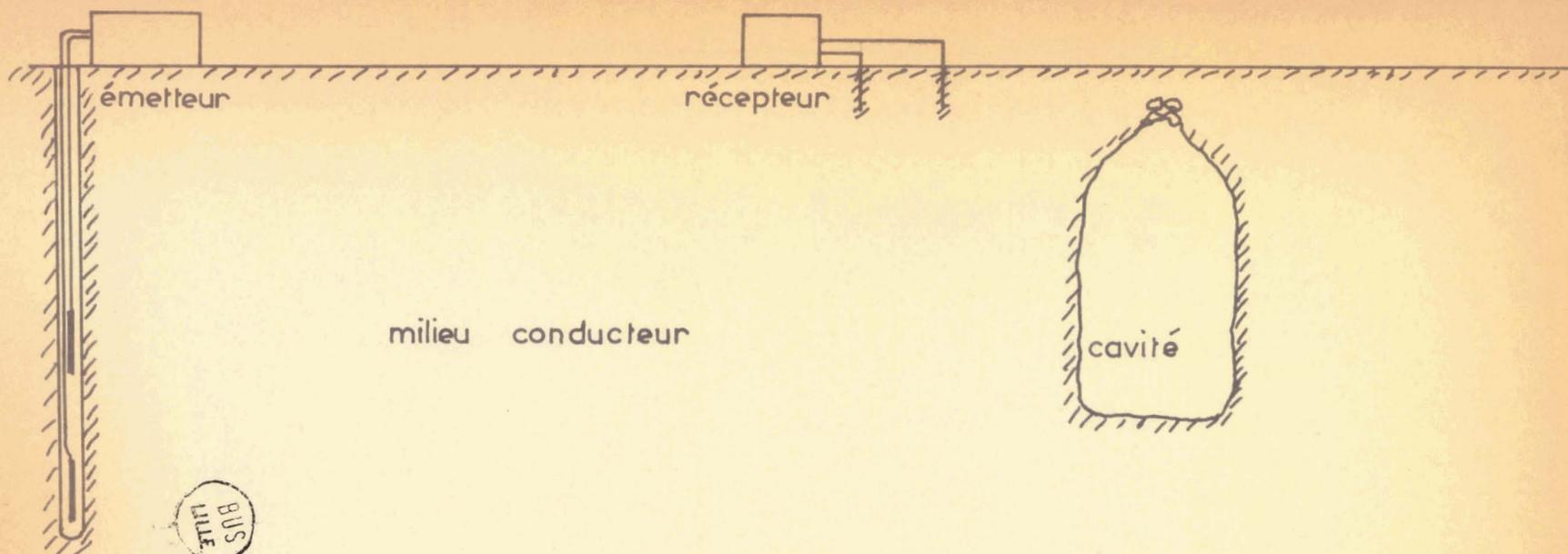
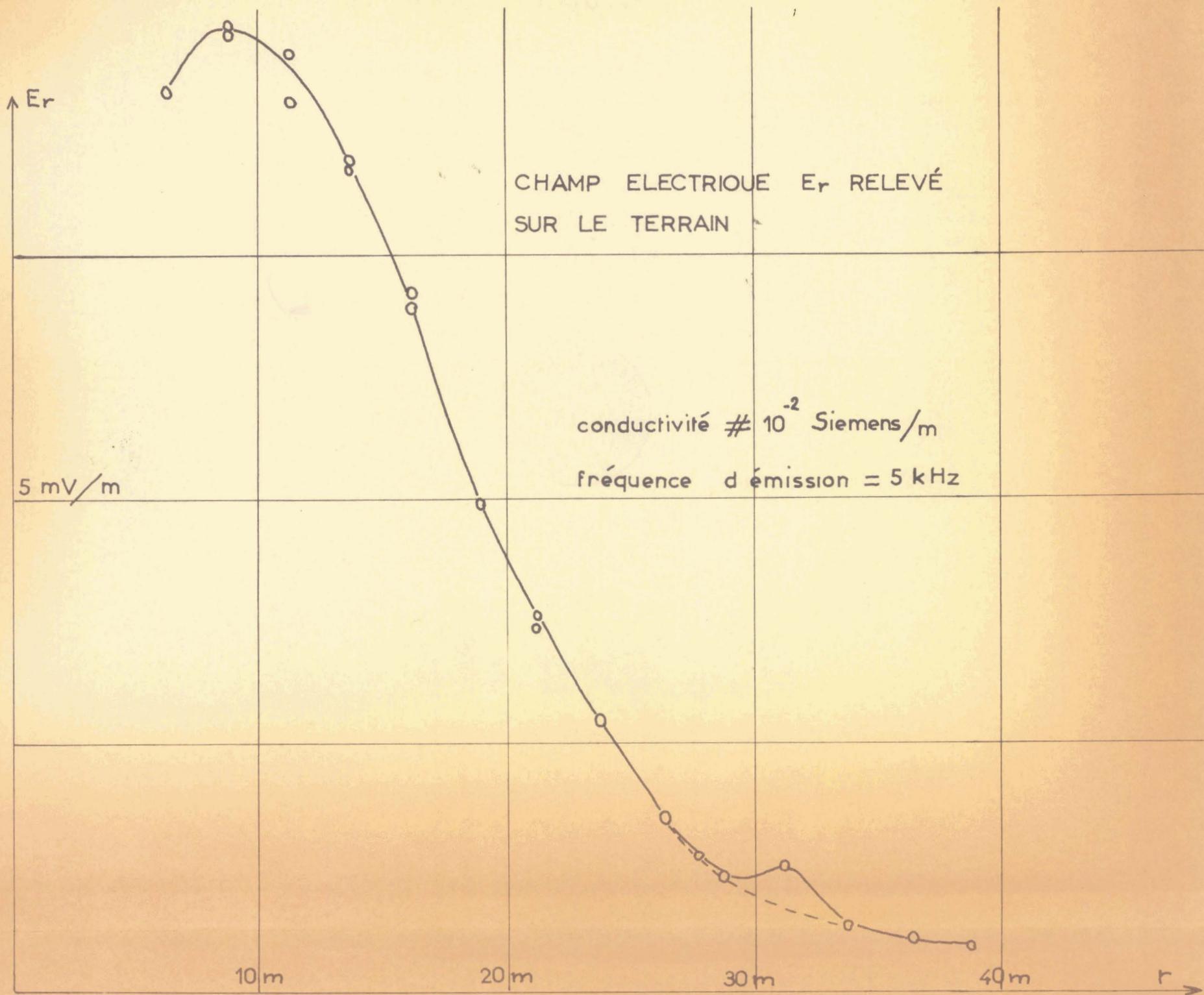
La courbe de décroissance du champ électrique radial relevé est représentée figure.14.

Le rapport entre le champ relevé en présence de cavité et celui mesuré au-dessus du terrain homogène est tracé en traits pleins sur la figure.14.Bis. Sur cette planche sont représentées en pointillés les courbes correspondantes (1,2,3 et 4) relevées sur le modèle analogique.

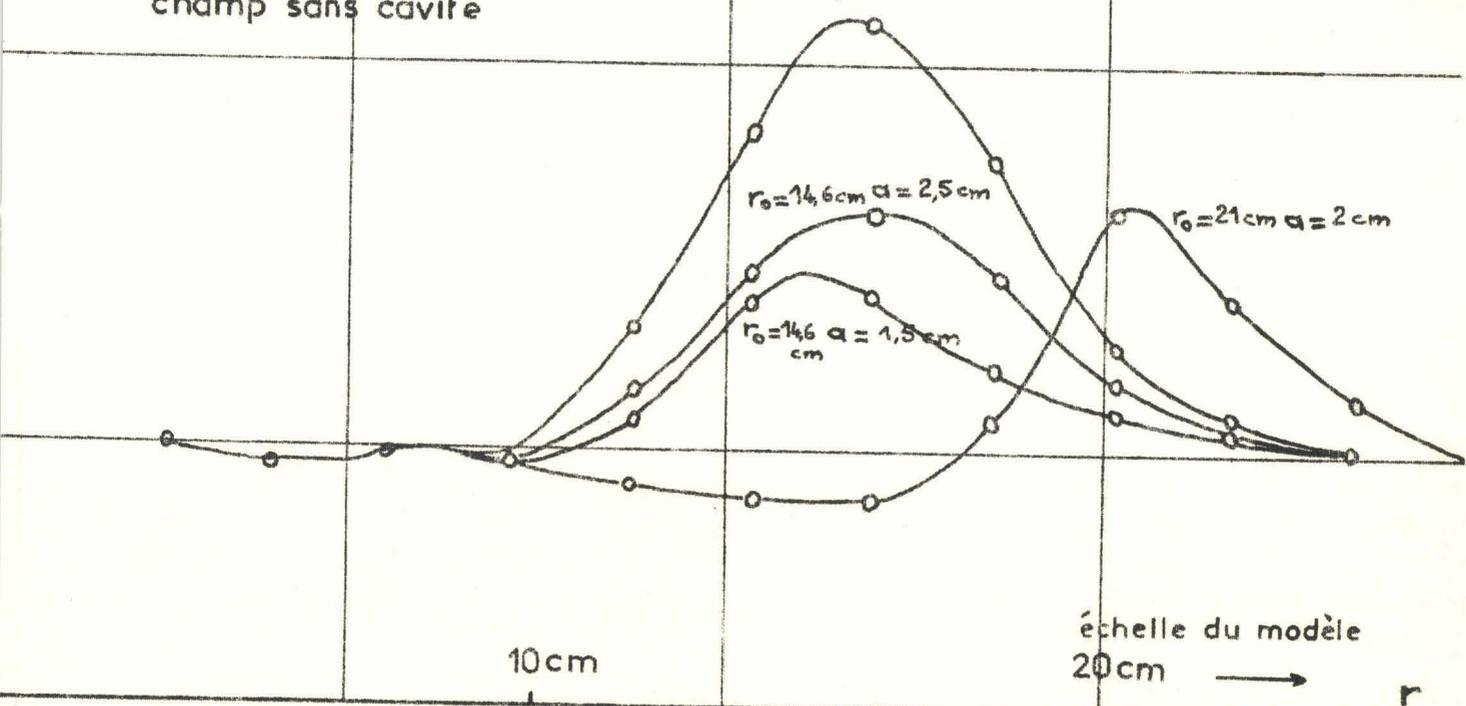
La courbe (1) représente la perturbation apportée par une cavité cylindrique dont le sommet se trouverait à une profondeur égale à 3 mètres. On remarque que la courbe relevée sur le modèle est beaucoup plus large que celle obtenue sur le terrain. Ceci est dû au fait que la cavité du modèle est cylindrique tandis que sur le terrain elle doit avoir une extrémité conique.

En effet, les mêmes mesures ont été effectuées sur le modèle avec une cavité à extrémité conique dont les dimensions sont données figure.14.Bis. Les courbes relevées en fonction de sa profondeur sont les courbes 2, 3 et 4.

Avec ce modèle, on remarque que lorsque le sommet de la cavité est placé à une profondeur égale à 1cm, la perturbation apportée sur le champ électrique est la même que celle obtenue sur le terrain. On voit qu'il est alors possible de préciser, à l'aide du modèle analogique, la forme et la profondeur de la cavité du terrain.



$$R = \frac{\text{champ avec cavité}}{\text{champ sans cavité}}$$



10m

20m

30m

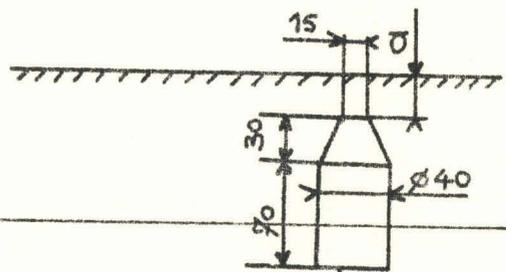
10cm

échelle du modèle  
20cm →

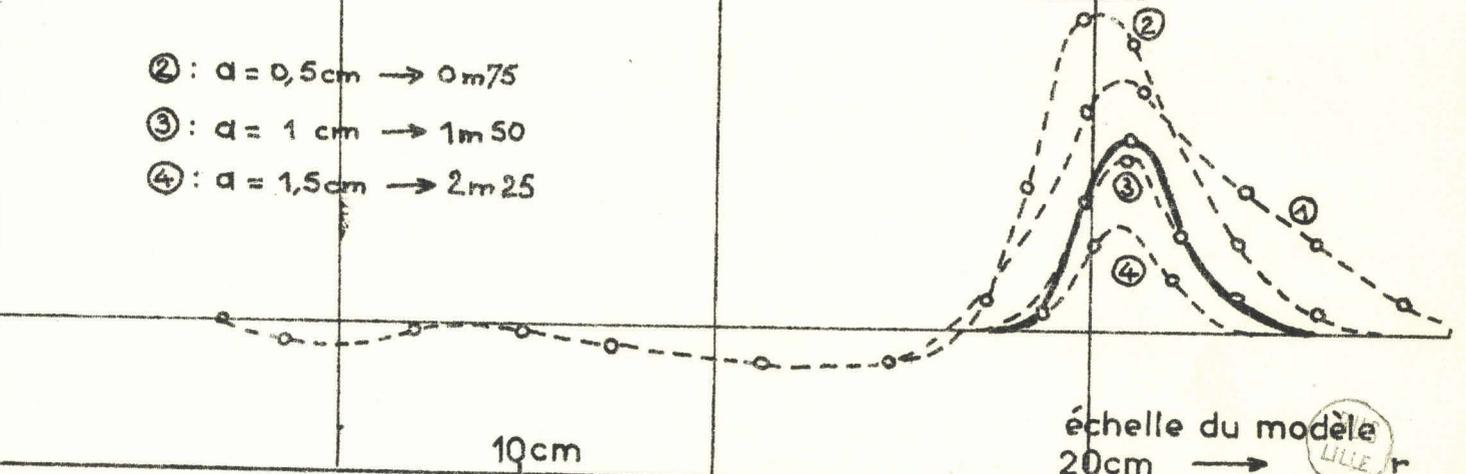
r

échelle du terrain  
→

Fig 13 bis



- ② :  $a = 0,5 \text{ cm}$  → 0m75
- ③ :  $a = 1 \text{ cm}$  → 1m 50
- ④ :  $a = 1,5 \text{ cm}$  → 2m 25



10m

20m

30m

10cm

échelle du modèle  
20cm →

LILLE

r

échelle du terrain  
→

Fig 14 bis

Les dimensions de l'obstacle sont faibles vis-à-vis de la distance antenne-cavité et l'effet est cependant décelable. Mais il faut noter que c'est le cas limite de validité de la méthode. Par contre, des mesures sur modèle laissent supposer qu'il est possible d'obtenir un effet très net si les cavités sont situées à une distance de l'antenne comprise entre 10 mètres et 22 mètres.

#### I<sub>4</sub> - Conclusion

Nous avons montré que l'étude sur modèle analogique offrait un moyen d'aborder et de résoudre le problème de la détection d'hétérogénéités de forme quelconque, pour lesquelles une étude mathématique rigoureuse est pratiquement impossible.

Par ailleurs, des mesures faites sur le modèle décrit, donnent des résultats identiques à ceux obtenus sur le terrain.

Malgré des difficultés technologiques importantes, le traitement géophysique sur modèle a permis de mettre au point une méthode possible de détection de cavités souterraines et d'établir rapidement le domaine de validité de cette méthode.

En particulier, dans le cas où les cavités sont situées à très faible profondeur ( $a < 5m$ ) et lorsque leurs dimensions sont du même ordre de grandeur que la distance antenne-récepteur, cette méthode permet d'étendre notablement la zone d'investigation d'un sondage mécanique.

## C H A P I T R E . I I .

### II - ETUDE EXPERIMENTALE DE LA DETECTION D'HETEROGENEITES CONDUCTRICES A MOYENNE PROFONDEUR

Dans ce chapitre, nous décrivons les tentatives que nous avons faites pour mettre au point un procédé de détection d'hétérogénéités conductrices localisées à l'intérieur d'une couche géologique à grande résistivité.

La structure géologique décrite est représentée figure.15. Elle est constituée d'un banc de gypse, d'épaisseur pratiquement constante et voisine de 8 mètres, s'étendant horizontalement sur plusieurs centaines d'hectares à une profondeur de 80 mètres.

Le gypse est exploité et la carrière constituant la zone d'exploitation repose sur des couches horizontales de marne et de calcaire. Elle est surmontée d'un empilement de couches horizontales de marne, de sable, d'eau et de terre végétale.

A l'intérieur du banc de gypse, il existe des zones de dissolution où la marne a remplacé le gypse<sup>\*</sup>.

La présence des zones de marne apporte d'énormes difficultés d'exploitation : (risques d'éboulements, pendage de la couche de gypse) entraînant une désorganisation du chantier, qui accroît sensiblement le coût d'exploitation.

Etant donné la structure décrite, nous avons cherché des procédés électromagnétiques qui permettraient de détecter à distance la position et l'importance de ces zones de marne.

---

Les zones de dissolution sont communément appelées zones de marne ou boules de marne

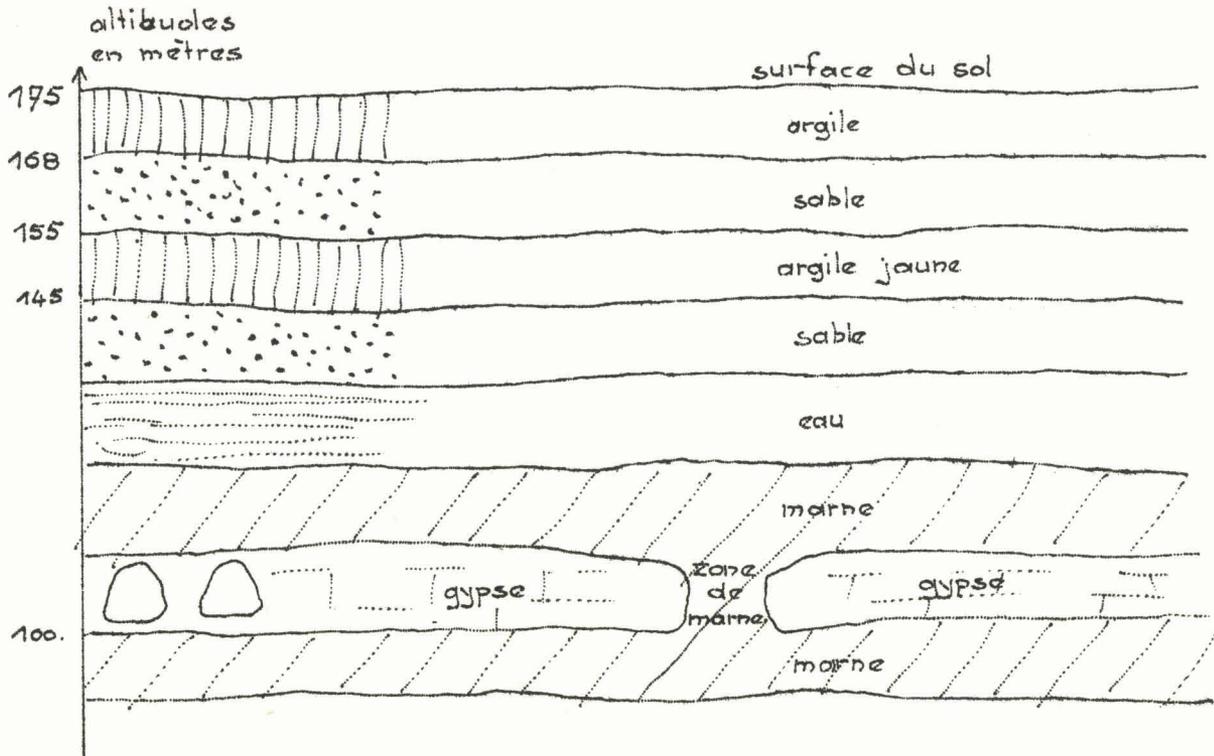


Figure.15.

II<sub>2</sub> - Description d'une méthode électromagnétique de détection d'hétérogénéités conductrices

- Position du problème -

Du point de vue électromagnétique, la structure géologique décrite se présente de la façon suivante : (figure.16.).

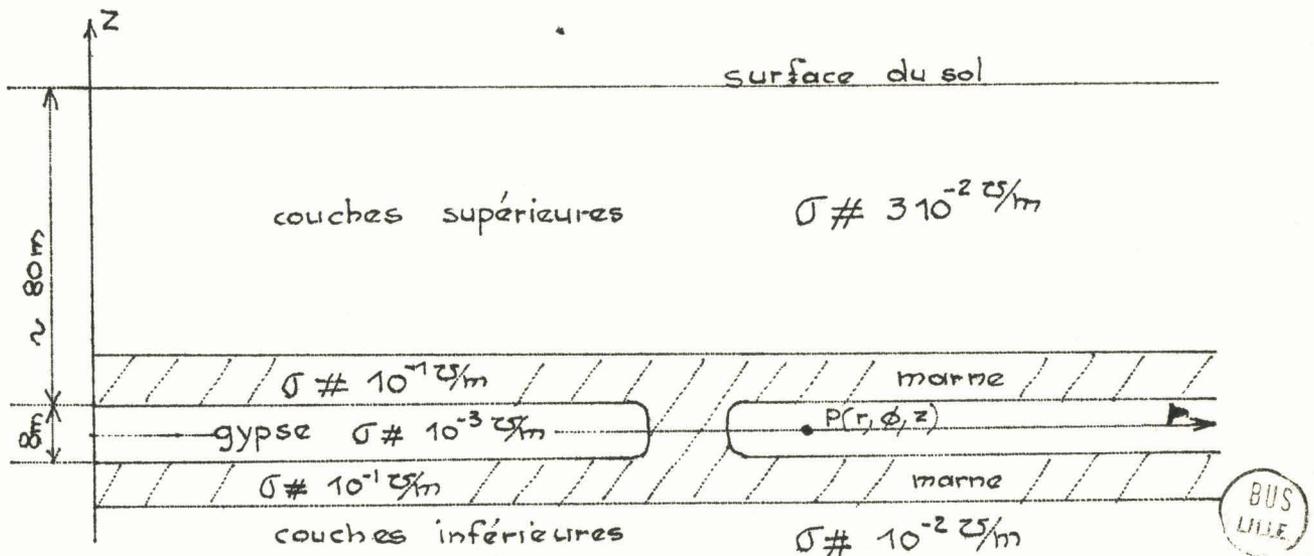


Figure.16.

Des mesures de conductivité<sup>(1)</sup> des roches ont été effectuées par la méthode décrite en annexe.I.

Elles montrent que le gypse possède une conductivité moyenne de  $10^{-3}$  Siemens/m. Les couches de marne inférieure et supérieure ont une conductivité égale à  $10^{-1}$  Siemens/m. Pour les autres couches de terrain la conductivité est évaluée à  $310^{-2}$  Siemens/m.

Il ressort de ces mesures que la couche de gypse est prise en "sandwich" entre deux couches de marne beaucoup plus conductrices que le gypse. Et l'ensemble marne-gypse-marne peut être considéré comme un guide d'onde géologique où le diélectrique serait remplacé par un matériau de conductivité relativement faible.

Les zones de dissolution agissent sur ce guide d'onde géologique comme des zones de court-circuit. Pour détecter les zones de dissolution, on pourrait faire se propager dans les galeries qui mènent au front de taille, une onde moyenne fréquence ( $100 \text{ kHz} < F < 1 \text{ MHz}$ ) et mesurer au front de taille, le rapport champ électrique vertical  $E_z$  sur champ magnétique horizontal  $H_\phi$ . Si le front de taille est proche d'une zone de dissolution, le champ électrique diminue fortement et le champ magnétique augmente. Le rapport  $E_r/H_\phi$  est alors caractéristique de la présence d'une zone conductrice en avant du front de taille<sup>(21)</sup>. Mais un tel procédé ne convient pas dans notre cas, car il ne donne qu'une information locale : la fréquence de l'onde est telle qu'elle ne permet de détecter qu'une hétérogénéité conductrice située à une très faible distance du front de taille.

Pour que la zone d'investigation soit plus importante, il faut que la profondeur de pénétration des ondes soit grande et par conséquent il est nécessaire d'utiliser des fréquences très faibles ( $F < 5 \text{ kHz}$ ). Si l'on diminue trop la fréquence, la détection des champs électrique et magnétique devient difficile.

Une étude du rayonnement d'une antenne électrique verticale émettant une onde très basse fréquence dans le guide marne-gypse-marne a été effectuée par l'équipe du Professeur GABILLARD.

Dans un système de coordonnées cylindriques où l'antenne est située à l'origine des axes et où un point P est repéré par les coordonnées  $r, \phi, z$ , (figure.15.), le champ électrique vertical  $E_z$  en un point  $P(r, \phi, 0)$  du banc de gypse homogène a la forme :

$$E_z(z=0) = -j \frac{I\ell}{\pi\sigma_0 h \delta_0^2} \left\{ 1 + (1-j) \frac{\delta_1}{h} K_0 \left[ (2j)^{1/2} \frac{r}{\delta_0} \sqrt{1 + (1-j) \frac{\delta_1}{h}} \right] + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left( 1 - 2jn^2 \pi^2 \frac{\delta_0}{h^2} K_0 \left( 2n\pi \frac{r}{h} \right) \right) \right] \right\} \quad (38)$$

et le champ magnétique transversal  $H_\phi$  a pour expression:

$$H_\phi(z=0) = \frac{I\ell}{\pi\delta_0 h} \left\{ \frac{j}{2}^{1/2} \sqrt{1 + (1-j) \frac{\delta_1}{h}} K_1 \left[ (2j)^{1/2} \frac{r}{\delta_0} \sqrt{1 + (1-j) \frac{\delta_1}{h}} \right] + \frac{\delta_0}{h} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ 2n\pi K_1 \left( 2n\pi \frac{r}{h} \right) \right] \right\} \quad (39)$$

où :

- I : courant circulant dans l'antenne
- ℓ : longueur de l'antenne d'émission
- $\delta_1$  : profondeur de pénétration dans la marne
- $\delta_0$  : profondeur de pénétration dans le gypse
- h : hauteur de la couche de gypse

$K_1$  et  $K_0$  représentent les fonctions de Kelvin d'ordre 0 et d'ordre 1 :

$$\delta_1 = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma_1}}$$

Les mesures de champ électrique et de champ magnétique rayonnés par une antenne verticale à la fréquence 1 kHz ont donné les résultats réunis sur les figures.16. et .17.

H  
A/m

courbe expérimentale

$10^4$

$10^3$

$10^2$

$10^1$

champ H devant  
la marne

champ H dans le  
gypse sain

champ H derrière  
la marne

inclusion de  
marne

Planche 16

BUS  
LILLE

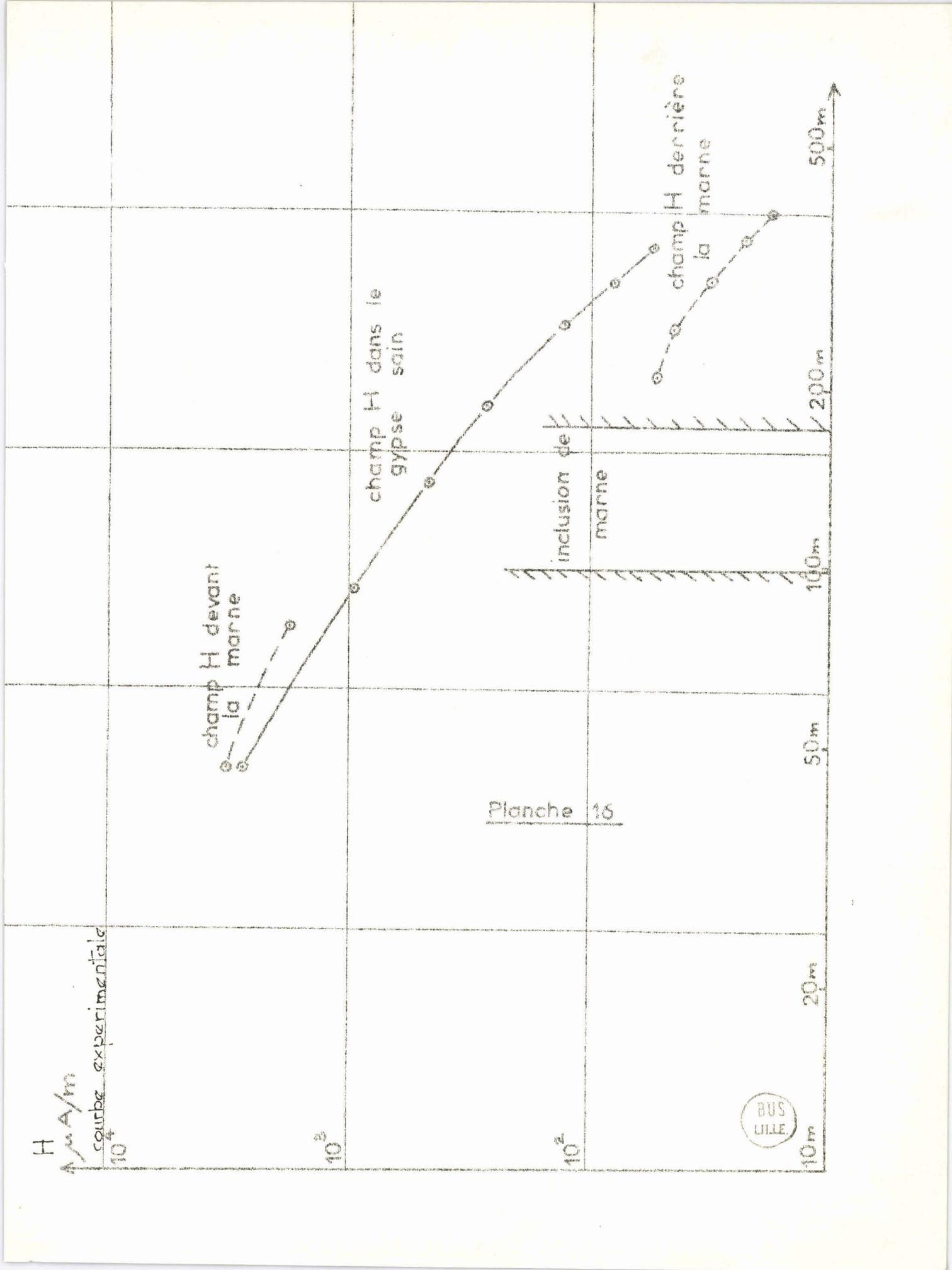
20m

50m

100m

200m

500m



E en mV/m

100

10

1

100m

20m

50m

100m

200m

500m

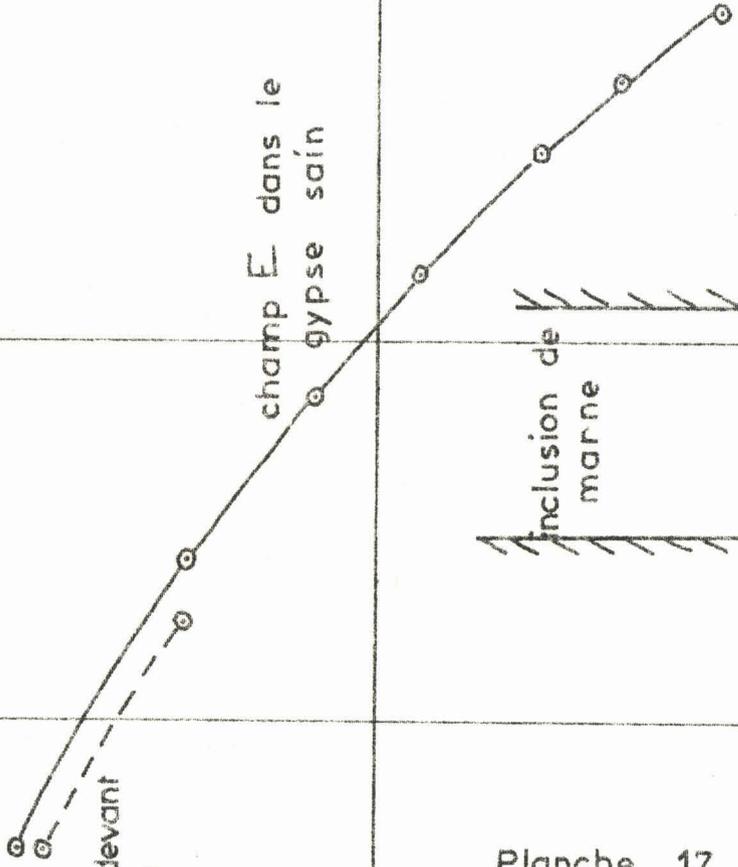
champ E devant  
la marne

champ E dans le  
gypse sain

Planche 17

inclusion de  
marne

champ E derriere  
la marne



Les courbes en traits continus représentent les courbes expérimentales de la décroissance du champ électrique  $E_z$  et du champ magnétique  $H_\phi$  en fonction de la distance  $r$ , dans le banc de gypse supposé sain.

Les courbes en traits pointillés représentent les valeurs de ces champs dans la direction d'une hétérogénéité conductrice.

Pour des points situés entre l'antenne et la zone de marne, le champ électrique a une valeur plus faible et le champ magnétique a une amplitude plus élevée que les champs magnétique et électrique mesurés dans une partie saine du gisement.

Ceci traduit la réflexion de l'onde sur le front de la zone de marne.

Tandis qu'en des points situés derrière cette zone, les champs électrique et magnétique sont fortement atténués. Cette étude préliminaire montre que l'hétérogénéité a une influence marquée, et qu'il est possible de développer une méthode de détection à l'intérieur de galeries de mines déjà exploitées.

### II<sub>3</sub> - Méthode de détection d'hétérogénéités à l'intérieur de galeries de mines

#### II<sub>3.1</sub>. - Aspect qualitatif de la direction du champ magnétique tangentiel créé par une antenne proche d'une hétérogénéité conductrice

L'étude des champs électrique et magnétique émis par une antenne électrique verticale en présence d'une hétérogénéité conductrice peut s'effectuer de deux façons différentes :

- soit par une méthode directe
- soit à l'aide d'un raisonnement physique et un calcul approché.

II.3.1.1. - Méthode directe

Nous allons montrer que la méthode directe conduit à déterminer le potentiel de Hertz créé en chaque point par l'antenne d'émission et par conséquent à écrire les conditions aux limites sur les surfaces de séparation du gypse et de la marne.

Or la surface latérale de l'hétérogénéité n'a pas une forme simple et il n'est pas possible dans le cas général de trouver un système de coordonnées tel que le traitement théorique soit facilement abordable.

En effet, la figure.18. montre le système de coordonnées cylindrique dans lequel est repérée la structure.

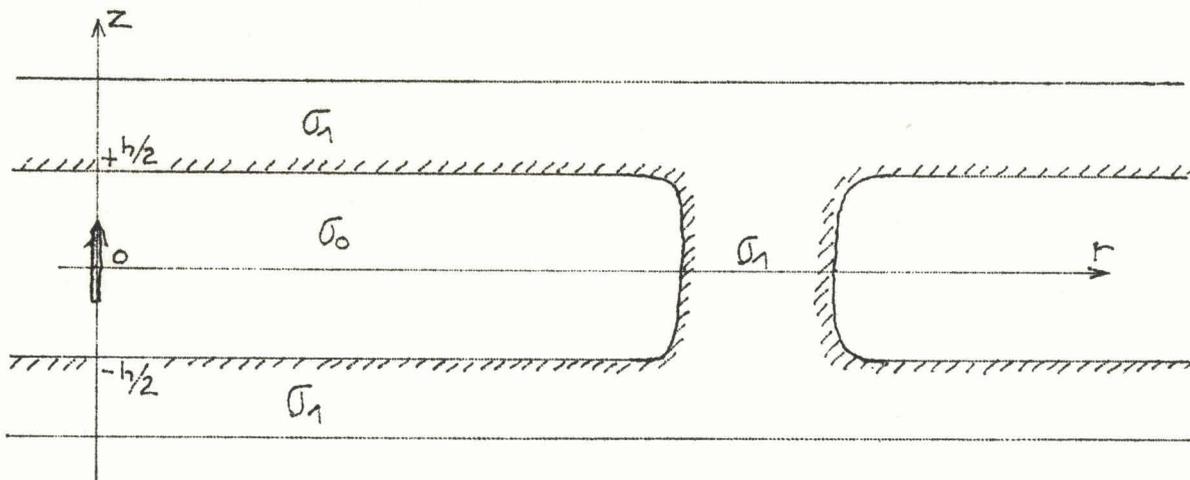


Figure.18.

L'antenne est placée à l'origine du système et cette origine est située au milieu de la couche de gypse.

L'axe vertical  $oz$  est orienté vers le haut. La couche de gypse est supposée limitée par deux plans horizontaux coupant l'axe  $oz$  aux ordonnées  $+h/2$  et  $-h/2$ , elle a une conductivité  $\sigma_0$  beaucoup plus faible que la conductivité  $\sigma_1$  des couches de marne supérieure ou inférieure. La zone de dissolution a une conductivité  $\sigma_1$ .

Le champ électromagnétique d'un dipôle électrique vertical ne possédant dérive d'un potentiel de Hertz dans n'importe qu'elle couche, qu'une composante verticale<sup>(3)</sup>  $\pi_{iz}$  où i est l'indice caractérisant la couche de terrain considéré.

En tout point extérieur au dipôle le potentiel de Hertz vérifié l'équation d'onde sans second membre :

$$(\Delta - \gamma_i^2) \pi_{iz} = 0 \quad (40)$$

L'excitation est sinusoïdale avec une fréquence suffisamment basse pour pouvoir écrire :

$$\sigma_i \gg \omega \epsilon_i \quad \text{et} \quad \gamma_i^2 = j\omega \mu_i \sigma_i$$

$\pi_i$  admet une solution à variables séparées de la forme :

$$\pi_i = Z_i(z) \cdot R_i(r) \cdot \Phi_i(\phi) \quad (41)$$

$$\pi_i = \int_{\lambda=0}^{\infty} (C_i e^{jn\phi} + D_i e^{-jn\phi}) (A_i e^{u_i z} + B_i e^{-u_i z}) (E_i J_n(\lambda r) + F_i N_n(\lambda r)) d\lambda \quad (42)$$

où :

$$u_i^2 = \lambda^2 + \gamma_i^2 \quad \lambda = \text{variable d'intégration}$$

et n définit la variation du potentiel de Hertz par rapport à la variable  $\phi$ .

Dans le cas d'une symétrie de révolution n=0 et  $\pi_i$  a la forme suivante :

$$\pi_i = \int_{\lambda=0}^{\infty} K (A_i e^{u_i z} + B_i e^{-u_i z}) \cdot (E_i J_0(\lambda r)) d\lambda \quad (43)$$

Dans le cas général,  $A_i, B_i, C_i, D_i, F_i, E_i$  sont solutions du système d'équation obtenu en écrivant les conditions aux limites sur les interfaces.

Ces conditions traduisent la continuité des composantes tangentielles des champs sur les surfaces de séparation des milieux.

Mais la surface latérale de la zone de marne est dans le cas général une surface quelconque.

On peut faire une approximation en assimilant la section droite du cylindre symbolisant la zone de marne à un cercle ou à une ellipse.

Dans ce cas, malgré les équations simples de ces surfaces on est conduit à un traitement compliqué d'un système d'équations aux dérivées partielles. On pourrait néanmoins espérer résoudre numériquement de tels systèmes. Mais ces méthodes fastidieuses n'ont pas été utilisées dans le cadre de ce travail.

On peut remarquer lors de l'étude directe du champ électromagnétique, que dans le cas où le milieu possède une symétrie de révolution, il est évident que les lignes de force du champ magnétique forment des cercles concentriques centrés sur l'axe vertical de l'antenne. Par contre, dans le cas de la présence d'une hétérogénéité, les conditions aux limites écrites sur la surface latérale de l'hétérogénéité font intervenir une composante  $H_\phi$  et une composante  $H_r$  du champ magnétique tangentiel. Il en résulte une déformation des lignes de force de ce champ et cette déformation est en relation directe avec la position et la forme de l'hétérogénéité conductrice.

Une théorie simplifiée, basée sur un raisonnement physique permet de prévoir la forme des lignes de force du champ magnétique créé par une antenne verticale au voisinage d'une zone de marne.

### II 3.1.2. - Interprétation physique de la direction des lignes de champ magnétique tangentiel

Dans un milieu homogène, le courant émis par l'antenne circule dans la masse du terrain en conservant une symétrie de révolution par rapport à l'axe vertical de l'antenne d'émission. Une stratification horizontale du terrain n'altère pas cette symétrie de révolution.

Par contre une variation latérale de conductivité crée une dissymétrie de la répartition du courant autour du dipôle émetteur.

Il est possible de décrire cette dissymétrie par la présence d'un courant supplémentaire au courant à distribution symétrique qui circulerait dans le sol si l'hétérogénéité n'existait pas.

La figure.19. représente la forme de ce courant supplémentaire.

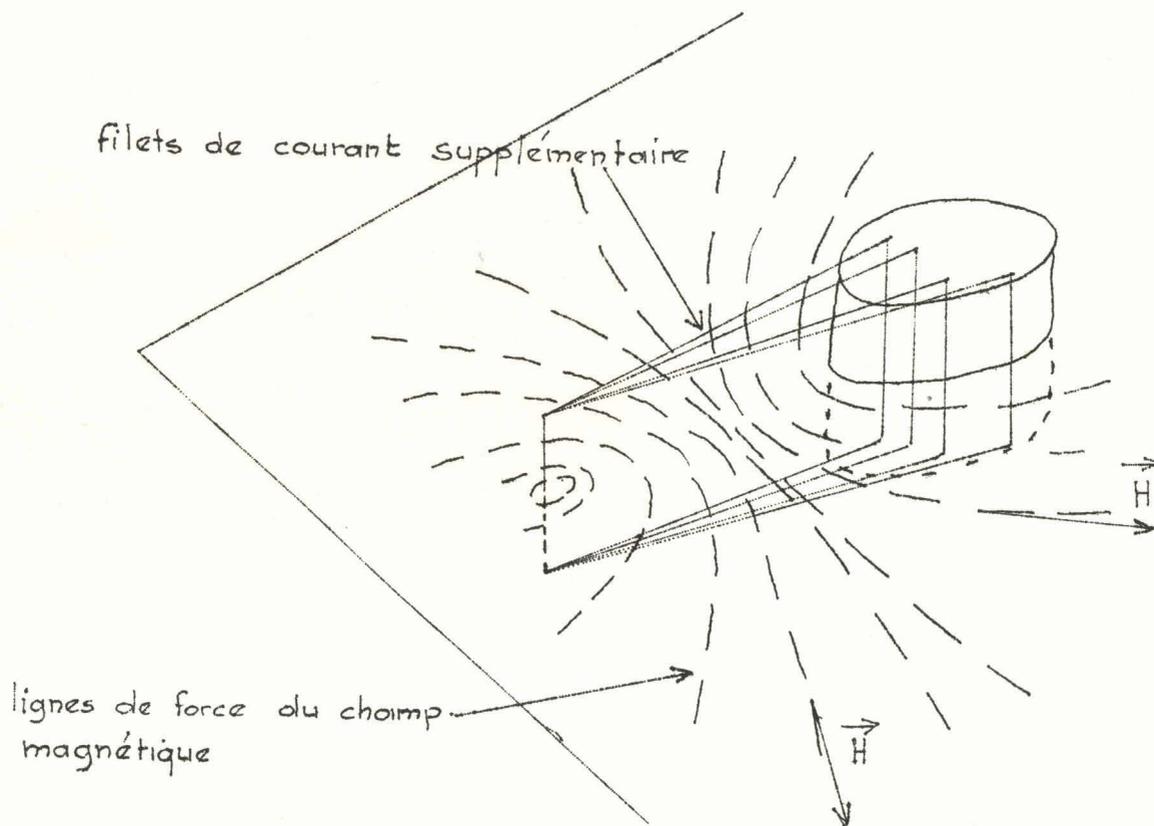


Figure.19.

On remarque que cet ensemble de courants forme une distribution de boucles de courant rectangulaire, chacune de ces boucles étant elle-même composée d'une distribution de dipôles électriques élémentaires rayonnants. L'aspect des lignes de force du champ magnétique créé par ce courant supplémentaire ressemble au champ créé par un grand cadre. Le champ de ce grand cadre s'ajoute vectoriellement au champ à symétrie cylindrique qui existerait seul en l'absence de l'hétérogénéité et provoque une déviation

de sa direction. En très basse fréquence, les lignes orthogonales aux lignes de force du champ magnétique tangentiel appelées encore lignes transformées sont l'image des filets de courant.

Dans le cas d'une structure homogène ces lignes transformées sont des droites convergeant vers l'antenne, tandis qu'en présence d'une hétérogénéité les lignes orthogonales, à cause de la déviation dont nous avons expliqué la cause, convergent vers la zone de court-circuit.

De cette étude qualitative, on peut imaginer une méthode de détection des zones de marne qui peut être mise en oeuvre en opérant à l'intérieur des galeries de mines exploitées.

### II<sub>3.2.</sub> Etude expérimentale de la détection des zones de dissolution\* en opérant depuis l'intérieur des galeries de mines exploitées d'une carrière de gypse

#### II<sub>3.2.1.</sub> - Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental comporte deux stations :

- une station fixe d'émission
- une station mobile

La station fixe est composée d'un émetteur délivrant une puissance de 1 kW à la fréquence 1 kHz<sup>(20)</sup>.

L'émetteur délivre un signal en modulation morse (période 8 secondes). A la réception, on peut ainsi distinguer le signal émis du bruit parasite ambiant.

La photographie.A. montre le dispositif émetteur installé dans une galerie de mine, et la photographie.B. montre le type de signal obtenu à la réception. La station mobile, dont le schéma synoptique est représenté fig.20., se compose d'un cadre ferrite orientable suivi d'un amplificateur avec filtres. Les caractéristiques détaillées de ce cadre de ferrite et de la chaîne de réception sont donnés en annexe.IV.

En chaque point de mesure on recherche le minimum de champ magnétique, en orientant le cadre dans le plan horizontal, et on relève son azimuth.

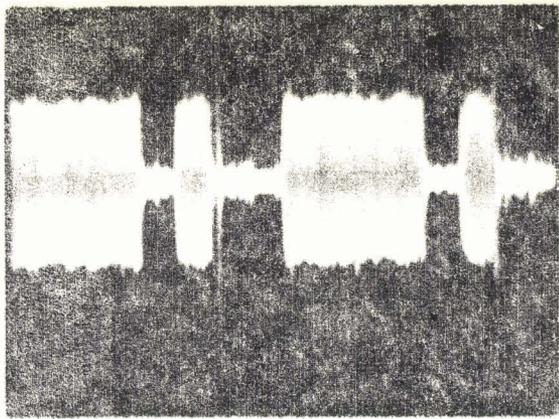


photo B

signaux recueillis aux bornes  
du cadre ferrite récepteur



photo A

dispositif émetteur  
installé dans une  
galerie de mine

BUS  
LILLE

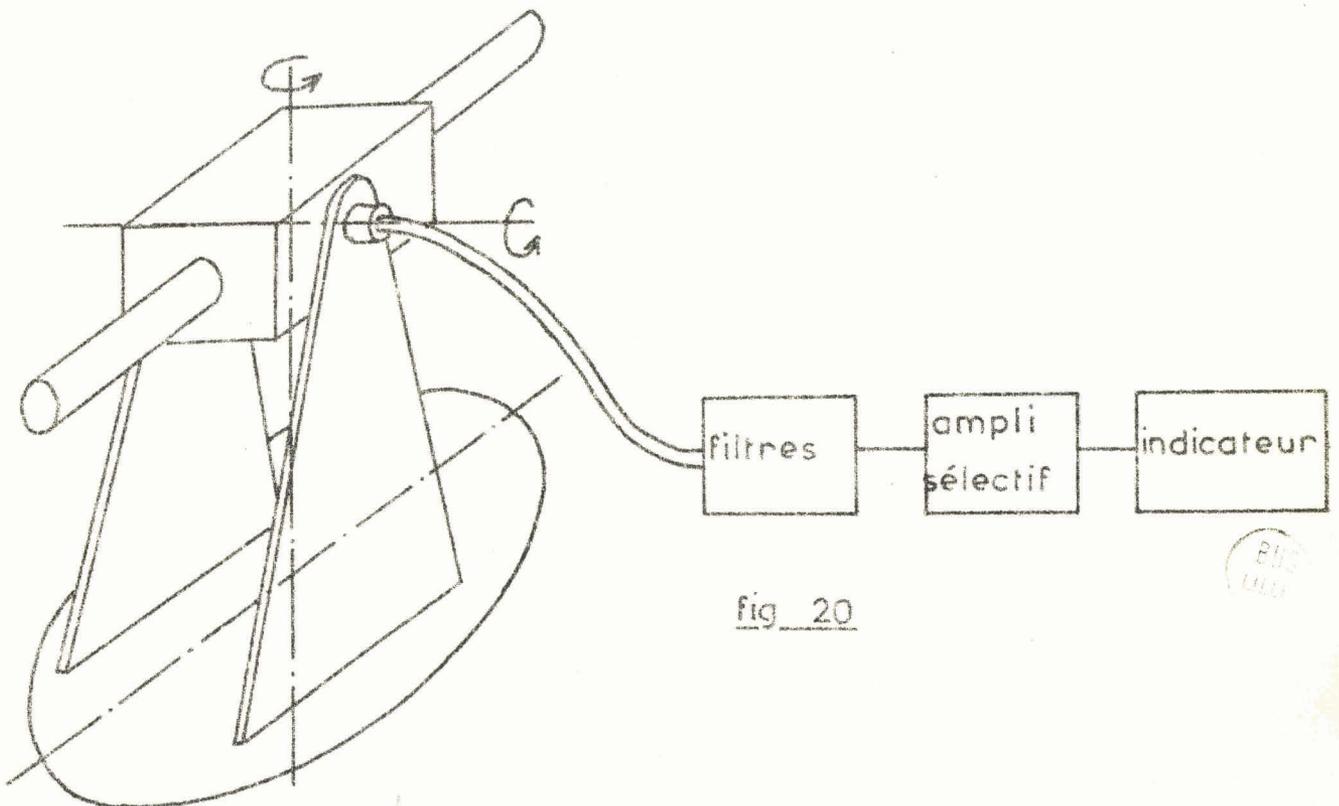


fig 20

BUS  
LILLE

## II 3.2.2. - Résultats expérimentaux

Les mesures présentées ont été effectuées dans les carrières de gypse de la Société Anonyme de Matériaux de Construction. Ces carrières sont situées à VAUX-SUR-SEINE près de PONTOISE. La structure du terrain d'expérimentation possède les caractéristiques décrites précédemment.

La planche.21. représente la vue en plan de la carrière en cours d'exploitation.

La partie hachurée représente une zone d'exploitation "foudroyée". (Le foudroyage consiste en un effondrement contrôlé d'une partie de carrière déjà exploitée. Un tel procédé évite qu'avec les temps, un effondrement soudain provoque une catastrophe minière.) La conductivité moyenne de cette zone est de l'ordre de grandeur de celle d'une zone de marne. Le quadrillage représente la position exacte des galeries de la carrière. La zone bordée de hachures représente une zone de marne connue.

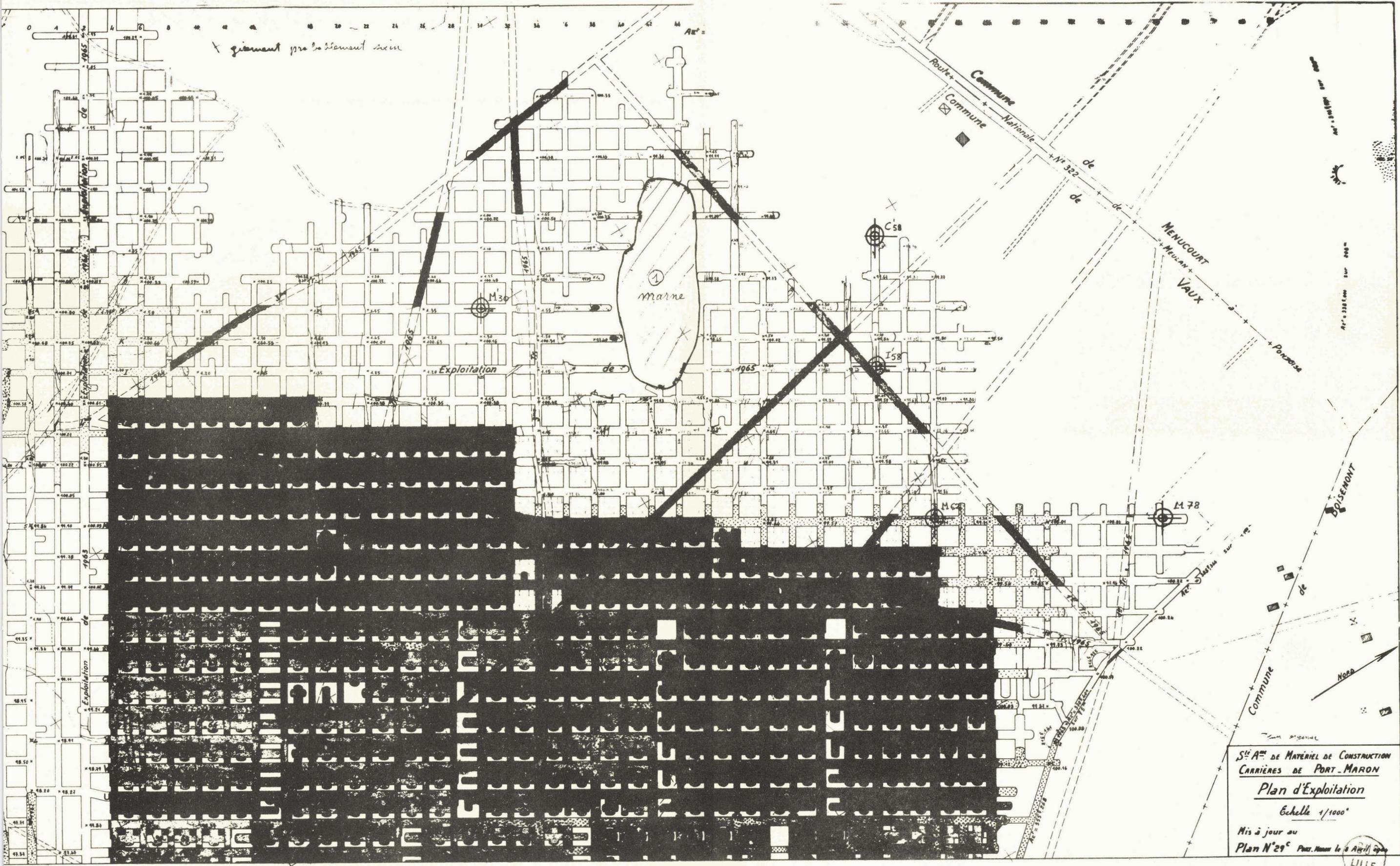
Des mesures ont été effectuées avec trois positions successives d'émetteur (position M'30 - C'58 - I'58).

La position M'30 a été choisie pour tester la méthode sur la zone de marne connue.

La planche.22. donne les résultats de mesures correspondantes où les directions des flèches représentent la direction du minimum de champ. Elles tendent bien à converger vers l'hétérogénéité conductrice. Le même phénomène est observable sur le contour de la zone foudroyée ; cependant l'effet semble moins net.

Cela peut s'expliquer par le fait que la zone foudroyée correspond à une zone de marne décomprimée et sa conductivité moyenne est plus faible que celle de la zone de marne naturelle. De plus il subsiste dans les zones foudroyées un plancher de gypse formant une couche relativement isolante.

En des points situés en haut et à gauche de la planche.22. tels que les points G10, K'12, C'8, les directions des lignes orthogonales



x gisement probable de silex

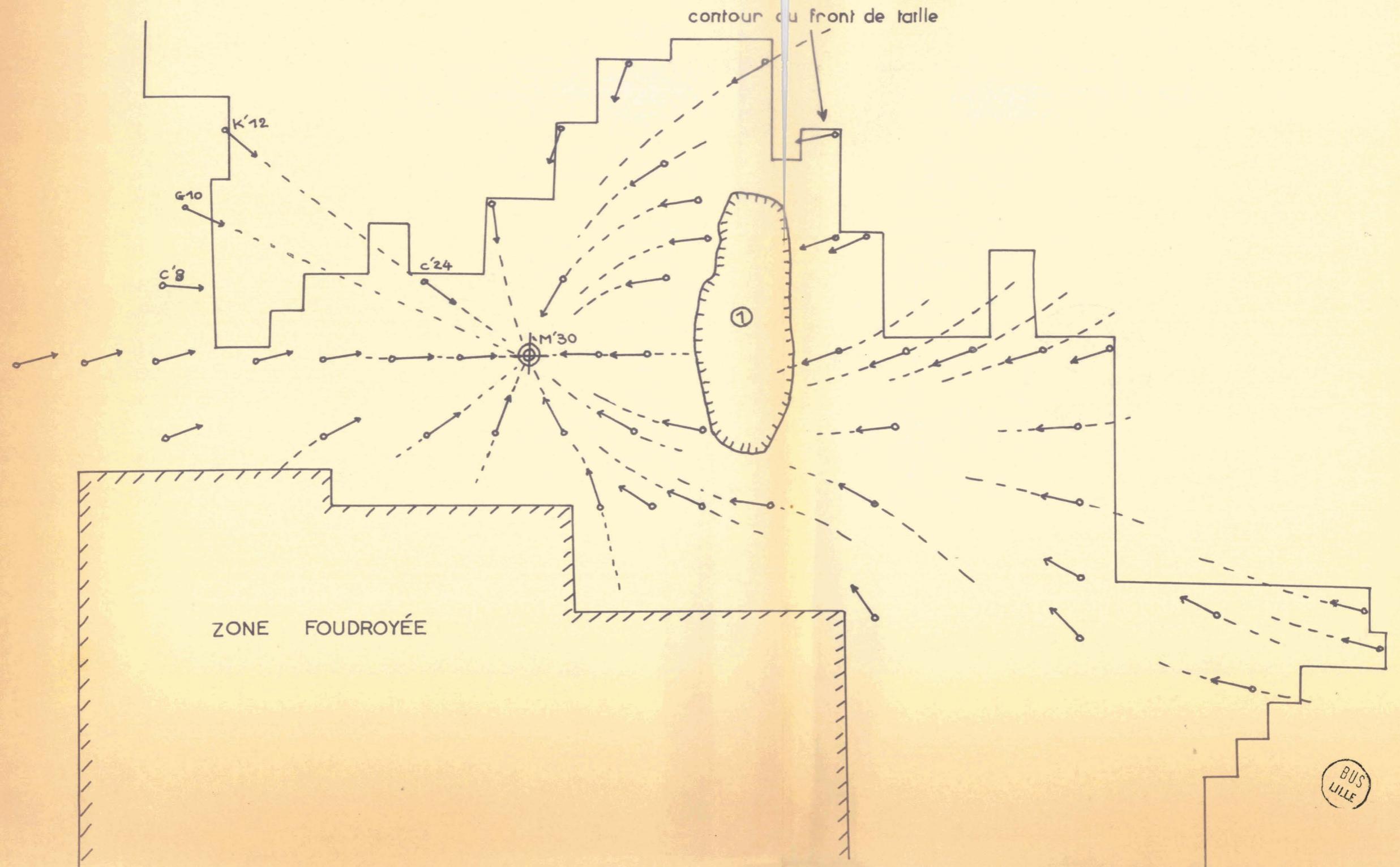
marne

Exploitation

S<sup>te</sup> A<sup>me</sup> DE MATÉRIEL DE CONSTRUCTION  
 CARRIÈRES DE PORT-MARON  
 Plan d'Exploitation  
 Echelle 1/1000<sup>e</sup>  
 Mis à jour au  
 Plan N° 29<sup>e</sup> Par. Mars le 6 Avril 1965

LILLE

ÉMETTEUR EN M'30



BUS  
LILLE

convergent vers l'antenne d'émission. On peut alors en déduire que cette partie de gisement est probablement saine. Par contre sur la partie droite de cette planche, les directions des minimums de champ révèlent la présence probable de nouvelles zones de marne.

Les deux positions d'émetteur : C'58 et I'58 permettent de préciser leur position.

Les planches.23. et .24. donnent les résultats des mesures relatives à ces deux positions d'émetteur. On voit sur ces planches que l'on peut préciser les positions et les formes des zones de marne.2. et.3. Les mesures effectuées aux points M70, M74 et M78 semblent révéler l'existence de la zone de marne n°4.

#### II<sub>4</sub> - Conclusion

La planche.25. résume les résultats obtenus. Il a été possible par cette méthode d'avoir une connaissance assez précise de la nature du banc de gypse situé en avant du front de taille.

En particulier nous avons pu déterminer la forme et l'importance des zones de marne.3. et .4., tandis que la région située en haut et à gauche du front de taille avait pu être reconnue comme saine.

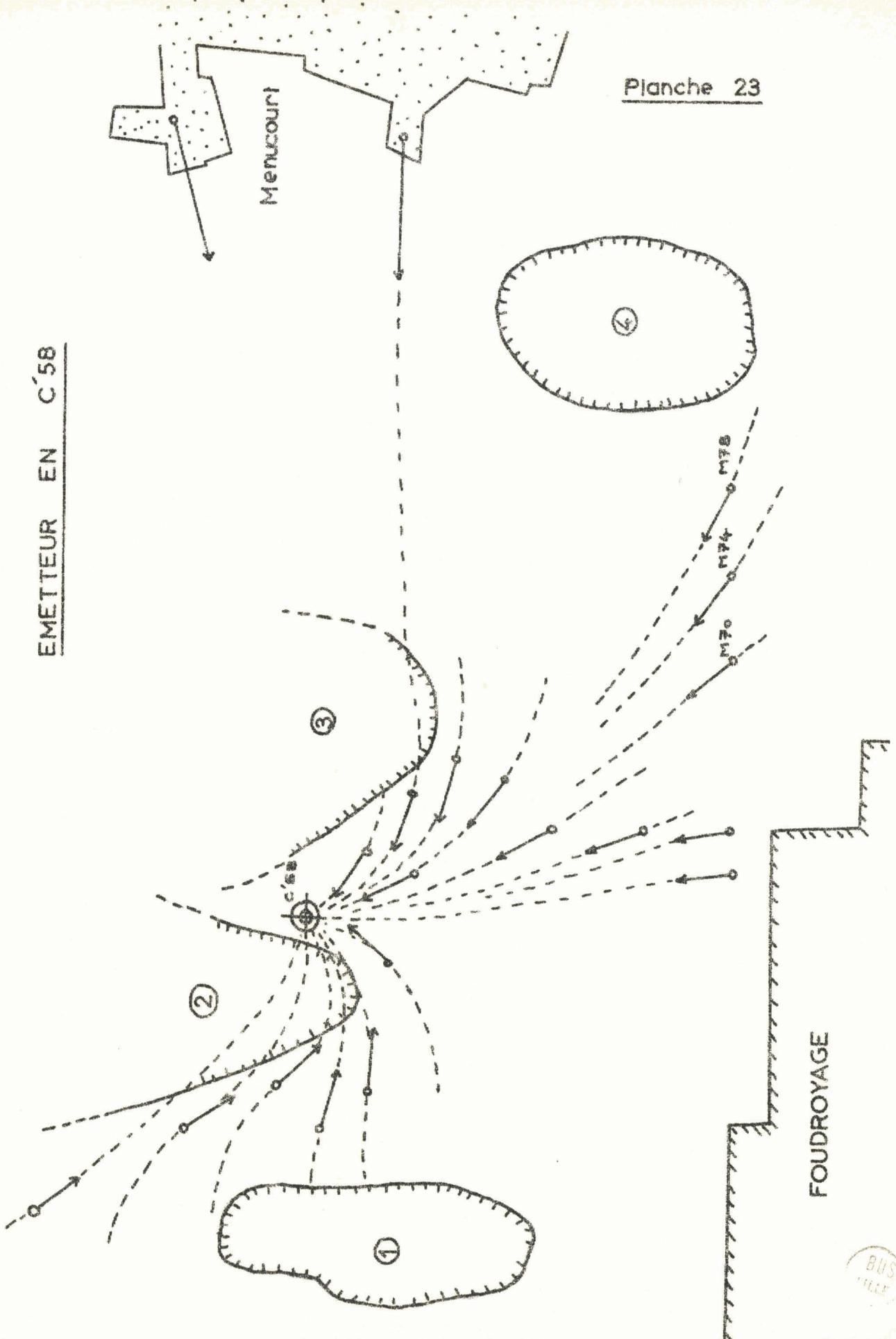
L'exploitation ultérieure de la carrière a confirmé notre interprétation.

L'exploitation de cette méthode a permis d'améliorer les connaissances sur la propagation des ondes émises par une antenne verticale dans une telle structure. En particulier, étant donné l'importance de la perturbation apportée par les hétérogénéités et compte tenu des longueurs d'onde utilisées, nous avons pensé que le champ magnétique créé à la surface du sol pouvait peut-être contenir une information sur la position des hétérogénéités conductrices souterraines.

Pour cette raison, le relevé systématique du champ magnétique en chaque point de la surface du sol a été effectué.

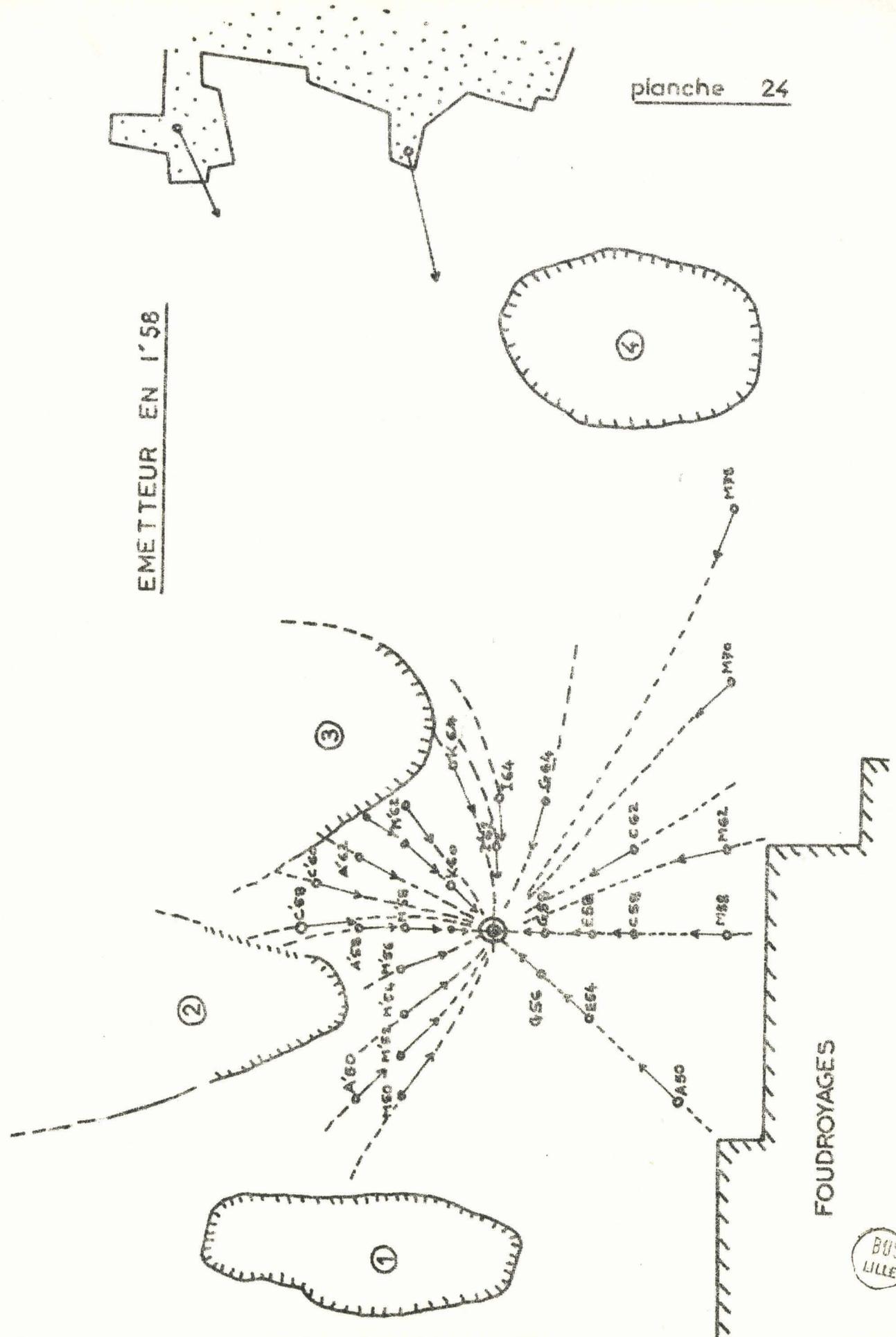
EMETTEUR EN C'58

Planche 23



BUS  
VILLE

EMETTEUR EN 1'58

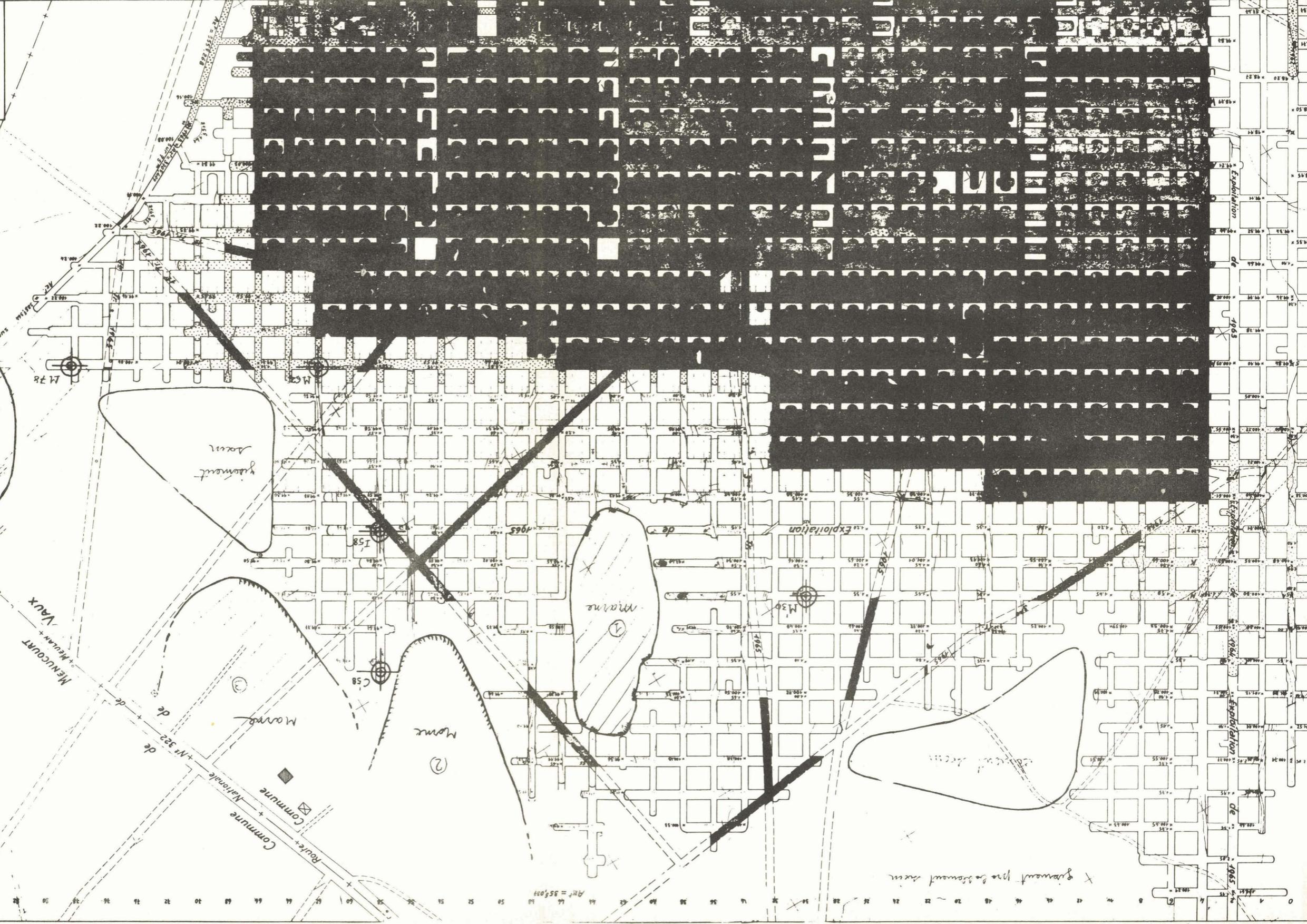


BUS LILLE

BUS  
LILLE

Société de Matériel de Construction  
CARRIÈRES DE PORT-MARON  
Plan d'Exploitation  
Échelle 1/1000  
Mis à jour au  
Plan N° 29

Commune de BOISEMONT  
Commune de NAUVAUX  
Commune de MENUCOURT  
Route Nationale  
N° 322  
N° 323  
N° 324  
N° 325  
N° 326  
N° 327  
N° 328  
N° 329  
N° 330  
N° 331  
N° 332  
N° 333  
N° 334  
N° 335  
N° 336  
N° 337  
N° 338  
N° 339  
N° 340  
N° 341  
N° 342  
N° 343  
N° 344  
N° 345  
N° 346  
N° 347  
N° 348  
N° 349  
N° 350  
N° 351  
N° 352  
N° 353  
N° 354  
N° 355  
N° 356  
N° 357  
N° 358  
N° 359  
N° 360  
N° 361  
N° 362  
N° 363  
N° 364  
N° 365  
N° 366  
N° 367  
N° 368  
N° 369  
N° 370  
N° 371  
N° 372  
N° 373  
N° 374  
N° 375  
N° 376  
N° 377  
N° 378  
N° 379  
N° 380  
N° 381  
N° 382  
N° 383  
N° 384  
N° 385  
N° 386  
N° 387  
N° 388  
N° 389  
N° 390  
N° 391  
N° 392  
N° 393  
N° 394  
N° 395  
N° 396  
N° 397  
N° 398  
N° 399  
N° 400



Ar = 55,001

x gisement des Boisemont

II<sub>5</sub> - Etude expérimentale du champ magnétique créé en surface par une antenne verticale enterrée au voisinage d'une hétérogénéité conductrice

II<sub>5.1</sub>. - Dispositif de mesure

Le dispositif de mesure est schématisé figure.26. Le dispositif d'émission est le même que celui décrit précédemment.

L'antenne d'émission est placée entre le plancher et le plafond de la carrière de gypse. Elle est alimentée par un émetteur très basse fréquence<sup>(20)</sup> (1kHz) délivrant une puissance voisine de 1,5kW.

Le principe de la mesure consiste à déterminer en divers points de la surface du sol, la direction et le sens de la composante horizontale du champ magnétique. Mais pour avoir la plus grande précision possible on repère l'azimuth de la direction perpendiculaire à cette composante.

Le champ magnétique est capté à l'aide d'une bobine à noyau fer-rite. Le relevé de l'azimuth, laisse subsister une incertitude de 180° sur la direction des lignes orthogonales et par conséquent sur le sens du champ. On lève cette indétermination en envoyant au point de mesure, un signal de référence à l'aide du dispositif de la figure.26.

Ce dispositif comprend :

- une station fixe de référence

Elle est composée d'une bobine captrice de champ magnétique très basse fréquence.

Le signal recueilli à la sortie du capteur sert de signal de modulation à un émetteur radio. Cette station est disposée en un point quelconque de la surface du sol mais de préférence en un point où l'amplitude du champ est très supérieure à celle des champs parasites, c'est-à-dire près de la position de l'émetteur souterrain.

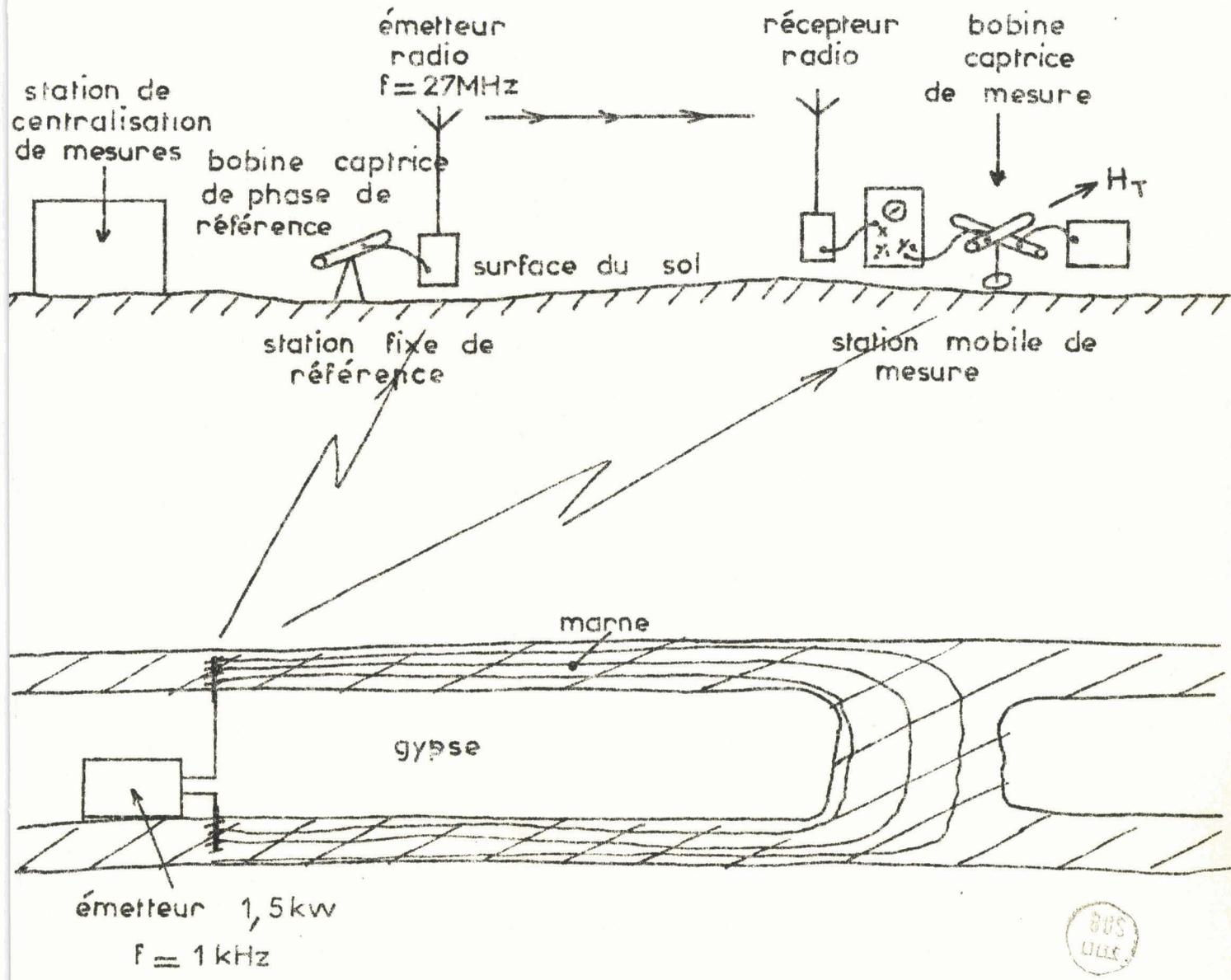


fig : 26

- une station mobile de mesure

Elle comprend un capteur de champ magnétique très basse fréquence pouvant effectuer une rotation de  $360^\circ$  dans le plan horizontal.

Ce capteur est composé de deux bobines à noyau ferrite A et B disposées perpendiculairement l'une par rapport à l'autre (fig.27.). On fait tourner ce dispositif jusqu'à ce que la bobine A soit placée dans la direction perpendiculaire à la composante horizontale du champ magnétique. Pour cela on observe le passage par une valeur minimum du signal A.

La bobine B se trouve alors placée dans la direction de la composante tangentielle  $H_T$  du champ magnétique. La phase du signal B est alors comparée à l'aide d'un oscilloscope à celle du signal de référence transmis par radio.

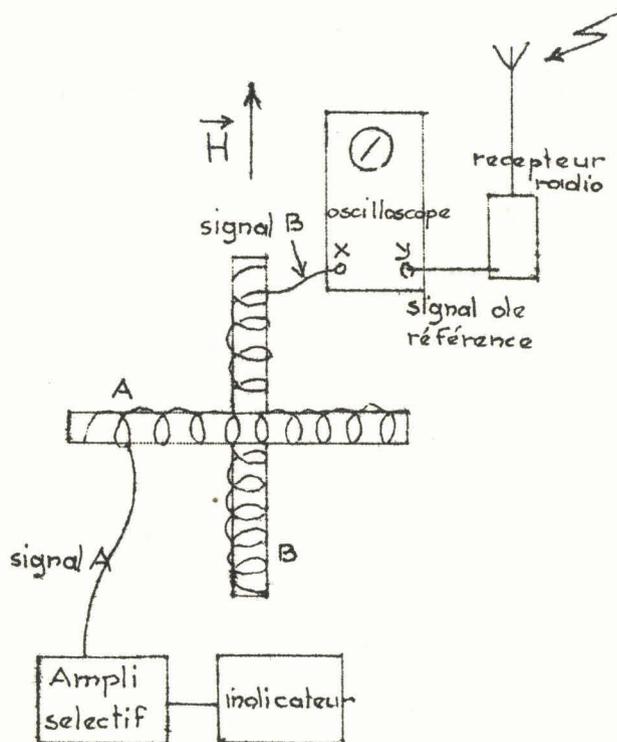


figure.27.

La fréquence du champ magnétique étant faible, on peut négliger les temps de parcours des ondes radio devant la période du signal de mesure. Il en résulte qu'au point de mesure, le déphasage entre le signal B et le signal de référence est voisin de 0 ou de  $\pi$  suivant le sens du branchement de la bobine. Une fois ce sens repéré, on peut se servir de cette bobine pour mesurer en grandeur et en signe la composante du champ au point de mesure. Les détails technologiques du capteur de champ magnétique utilisé sont donnés en annexe.IV.

### II<sub>5.2.</sub> - Résultats expérimentaux

La planche.28. représente la vue en plan de la surface du sol située au-dessus de la carrière.

La verticale de l'antenne d'émission est repérée au point M'35. La zone de marne correspond à la zone bordée de hachures.

Les flèches disposées sur cette planche indiquent le sens et la direction perpendiculaire à la composante horizontale du champ magnétique à la surface du sol. Elles correspondent aux tangentes des lignes orthogonales aux lignes de force du champ magnétique tangentiel.

On remarque que ces lignes orthogonales décrivent des boucles autour de deux zones que nous appelons "pôles". Le sens de parcours de ces boucles est opposé. Il en résulte que la composante verticale du champ magnétique au niveau du pôle A est en sens inverse à celle du pôle B.

La carte du champ magnétique tangentiel à la surface du sol est très différente de celle relevée dans les galeries de la carrière.

### II<sub>5.3.</sub> - Essai d'interprétation et application à la prospection

La structure idéalisée du milieu de propagation est rappelée figure.29.

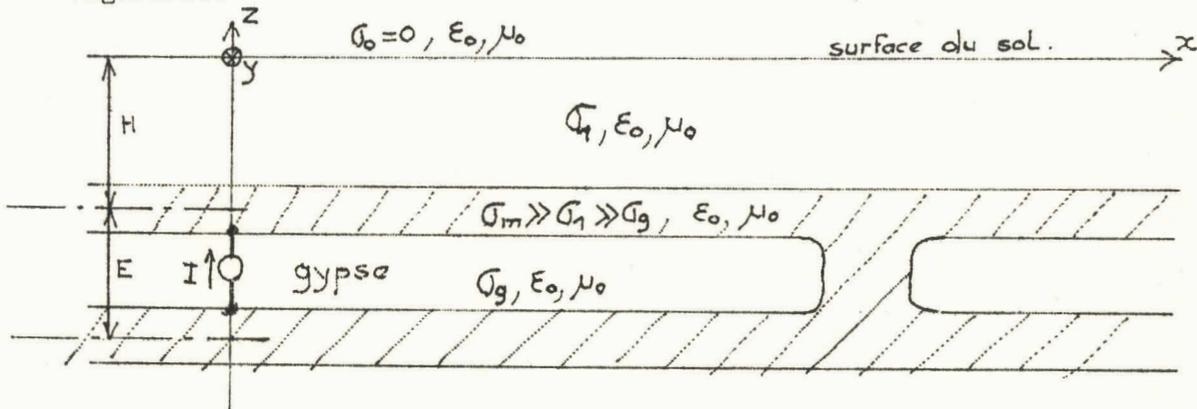
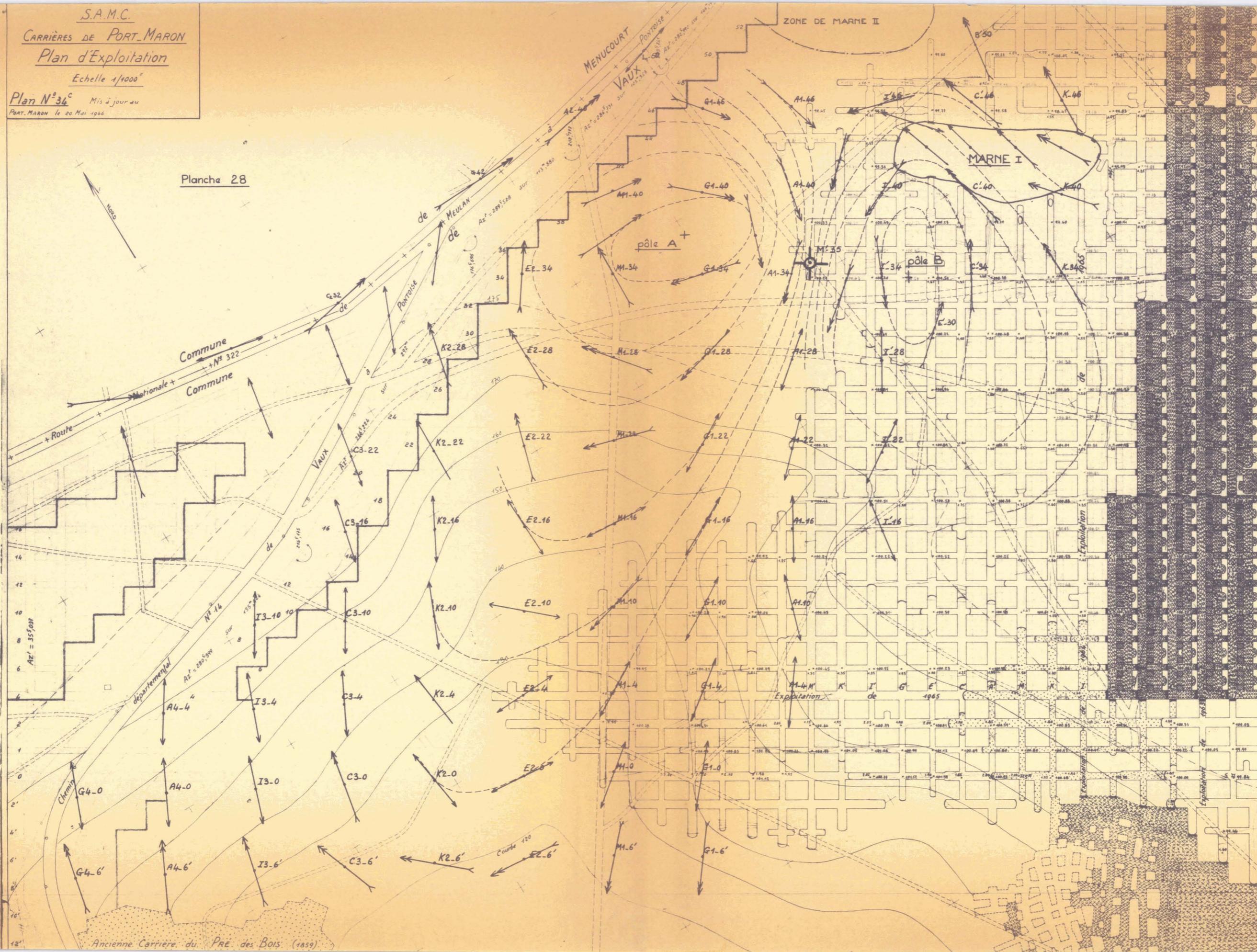


Figure.29.

S.A.M.C.  
 CARRIÈRES DE PORT-MARON  
 Plan d'Exploitation  
 Echelle 1/1000

Plan N°34<sup>c</sup> Mis à jour au  
 PORT-MARON le 20 Mai 1966

Planche 28



Les couches de marne encadrant la couche de gypse ont une conductivité  $\sigma_m$  très élevée ( $10^{-1}$  S/m). Si on appelle  $\sigma_0$  et  $\sigma_1$  les conductivités respectives de la couche de gypse et des couches environnantes, on peut écrire :

$$\sigma_m > \sigma_1 \gg \sigma_g$$

Il en résulte qu'une partie importante du courant I émis par l'antenne a tendance à être canalisée dans les couches de marne et à se refermer de préférence par l'hétérogénéité conductrice comme nous l'avons montré au §.II<sub>3.1.2.</sub>

Nous avons appelé les courants ainsi canalisés "les courants supplémentaires". L'ensemble des courants supplémentaires forment un faisceau de boucles de courant.

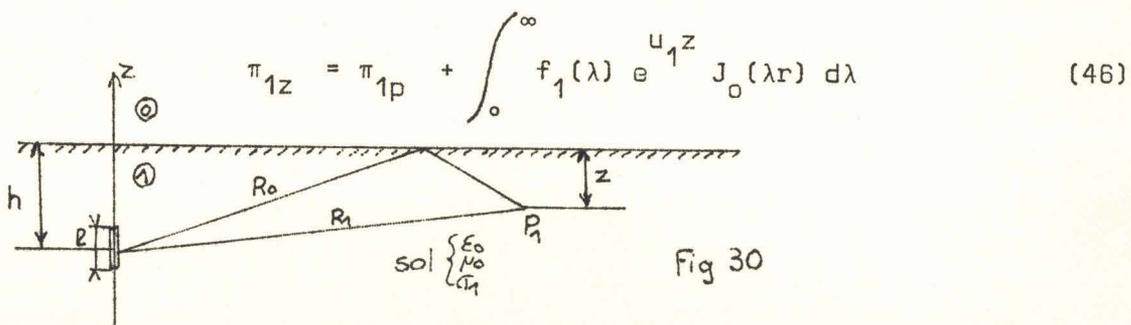
Le champ magnétique créé en surface, par une antenne électrique placée au voisinage d'une hétérogénéité conductrice, résulte donc de la superposition des champs créés par une antenne électrique verticale immergée dans un demi-milieu homogène et par chaque boucle de courant supplémentaire.

Champ magnétique créé en surface par une antenne électrique verticale dans un demi-milieu homogène

La figure.30. représente le dipôle émetteur de longueur  $l$  placé dans le demi-milieu conducteur à une profondeur  $h$ .

Sur cette figure on associe l'indice 1 au milieu conducteur et l'indice 0 au milieu isolant (air).

Dans un système de coordonnées cylindriques à symétrie de révolution, le potentiel créé en un point  $P_1(r, \phi, z)$  du milieu 1 peut se mettre sous la forme <sup>(6)</sup> :



$\pi_{1p}$  = potentiel primaire = potentiel qui serait créé par le dipôle dans un milieu homogène indéfini =

$$P_1 \frac{e^{-\gamma_1 R}}{R}$$

avec  $P_1 = \frac{I\ell}{4\pi(\sigma_1 + j\omega\epsilon_0)}$  = moment électrique de l'antenne.

Le potentiel primaire  $\pi_{1p}$  peut encore se mettre sous la forme<sup>(3)</sup> :

$$\frac{e^{-\gamma_1 R}}{R} = \int_0^\infty \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + \gamma_1^2}} e^{-u_1(z-h)} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (47)$$

Le potentiel créé en un point  $P_0(r, \phi, z)$  du milieu 0 n'est qu'un potentiel secondaire et il s'écrit :

$$\pi_{0z} = \int_0^\infty f_0(\lambda) e^{-u_0 z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (48)$$

Il en résulte que :

$$\pi_{1z} = \int_0^\infty \left[ \frac{P_1 \lambda}{\sqrt{\lambda^2 + \gamma_1^2}} e^{-u_1(z-h)} + f_1(\lambda) e^{u_1 z} \right] J_0(\lambda r) d\lambda \quad (49)$$

Les fonctions  $f_0(\lambda)$  et  $f_1(\lambda)$  obtenues en écrivant les conditions aux limites sur l'interface sol-air ( $z = 0$ ) ont pour expression :

$$f_1(\lambda) = P_1 \frac{\lambda}{u_1} e^{u_1 h} \frac{\gamma_0^2 u_1 - \gamma_1^2 u_0}{\gamma_0^2 u_1 + \gamma_1^2 u_0} \quad (50)$$

$$f_0(\lambda) = P_1 \frac{\lambda}{u_1} e^{u_1 h} \frac{2\gamma_1^2 u_1}{\gamma_0^2 u_1 + \gamma_1^2 u_0}$$

où  $u_1^2 = \lambda^2 + \gamma_1^2$  et  $u_0^2 = \lambda^2 + \gamma_0^2$

Or on peut écrire :

$$\frac{\gamma_0^2 u_1 - \gamma_1^2 u_0}{\gamma_0^2 u_1 + \gamma_1^2 u_0} = -1 + \frac{2\gamma_0^2 u_1}{\gamma_0^2 u_1 + \gamma_1^2 u_0}$$

Le potentiel  $\pi_{1z}$  peut donc se mettre sous la forme :

$$\pi_{1z} = P_1 \int_0^\infty e^{-u_1(z-h)} + e^{+u_1(z+h)} \frac{J_0(\lambda r)}{u_1} \lambda d\lambda - P_1 \int_0^\infty \frac{2\gamma_1^2 u_0 e^{u_1(z+h)}}{\gamma_0^2 u_1 + \gamma_1^2 u_0} \frac{J_0(r) d\lambda}{u_1}$$

ou encore :

$$\pi_{1z} = P_1 \frac{e^{-\gamma_1 R_1}}{R_1} - P_1 \frac{e^{-\gamma_1 R_0}}{R_0} - \pi'_{1z} \quad (51)$$

avec  $R_1^2 = r^2 + (z-h)^2$   $R_0^2 = r^2 + (z+h)^2$

$$\text{et } \pi_{1z} = P_1 \int_0^\infty \frac{2\gamma_0^2 u_1}{\gamma_0^2 u_1 + \gamma_1^2 u_0} e^{u_1(z+h)} \frac{J_0(\lambda r)}{u_1} \lambda d\lambda \quad (52)$$

On remarque sur cette expression que le potentiel de Hertz créé en un point  $P_1(r, \phi, z)$  est égal à la somme des potentiels primaires créés par deux dipôles émetteurs disposés symétriquement par rapport au plan  $z=0$  dans un milieu indéfini, et à laquelle s'ajoute le terme  $\pi'_{1z}$  qui met en évidence le contraste des caractéristiques électriques ( $\epsilon, \mu, \sigma$ ) entre les milieux 1 et 0.

Dans notre cas, le milieu 0 est l'atmosphère et la fréquence est suffisamment basse pour pouvoir écrire :

$$\gamma_0 = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \neq 0 \quad \text{et} \quad \sigma_1 \gg \omega \epsilon_1$$

Il en résulte que  $\pi'_{1z} \neq 0$  et  $\pi_{1z} = P_1 \frac{e^{-\gamma_1 R_1}}{R_1} - \frac{e^{-\gamma_1 R_0}}{R_0}$  (53)

Le potentiel de Hertz ne possédant qu'une composante  $\pi_z$  le champ magnétique  $H \neq \sigma_1 \text{rot} \vec{\pi}$  ne possède lui qu'une composante

$H_\phi \neq -\sigma_1 \frac{\partial \pi_{z1}}{\partial r}$ . En dérivant l'expression (53) on obtient :

$$H \neq P_1 \sigma_1 r \left[ \frac{1 + \gamma_1 R_1}{R_1^3} e^{-\gamma_1 R_1} - \frac{1 + \gamma_1 R_0}{R_0^3} e^{-\gamma_1 R_0} \right] \quad (54)$$

Pour des points situés à la surface du sol ; ( $z = 0$ ) et  $R_1^2 = r^2 + h^2 = R_0$ , on remarque que toutes les composantes du champ magnétique sont nulles.

Il en résulte que : si le dipôle électrique vertical rayonne dans un demi-milieu conducteur repérable par un système de coordonnées cylindriques possédant une symétrie de révolution le champ magnétique est nul à la surface de séparation des deux demi-milieus.



Dans notre cas cette surface de séparation est la surface du sol.

Si on relève un champ magnétique non nul à la surface du sol, celui-ci ne peut être dû qu'à une absence de symétrie de révolution créée par la présence d'une hétérogénéité au voisinage de l'antenne ou par des stratifications multiples du milieu conducteur.

Autrement dit, ce champ magnétique est créé par l'ensemble des courants supplémentaires qui agit comme une bobine plate d'axe horizontal.

La figure.31. montre comment les lignes de force circulent entre les deux pôles (points où le champ magnétique à la surface du sol est vertical), autour desquels le réseau des lignes orthogonales au champ magnétique tangentiel doit décrire des boucles.

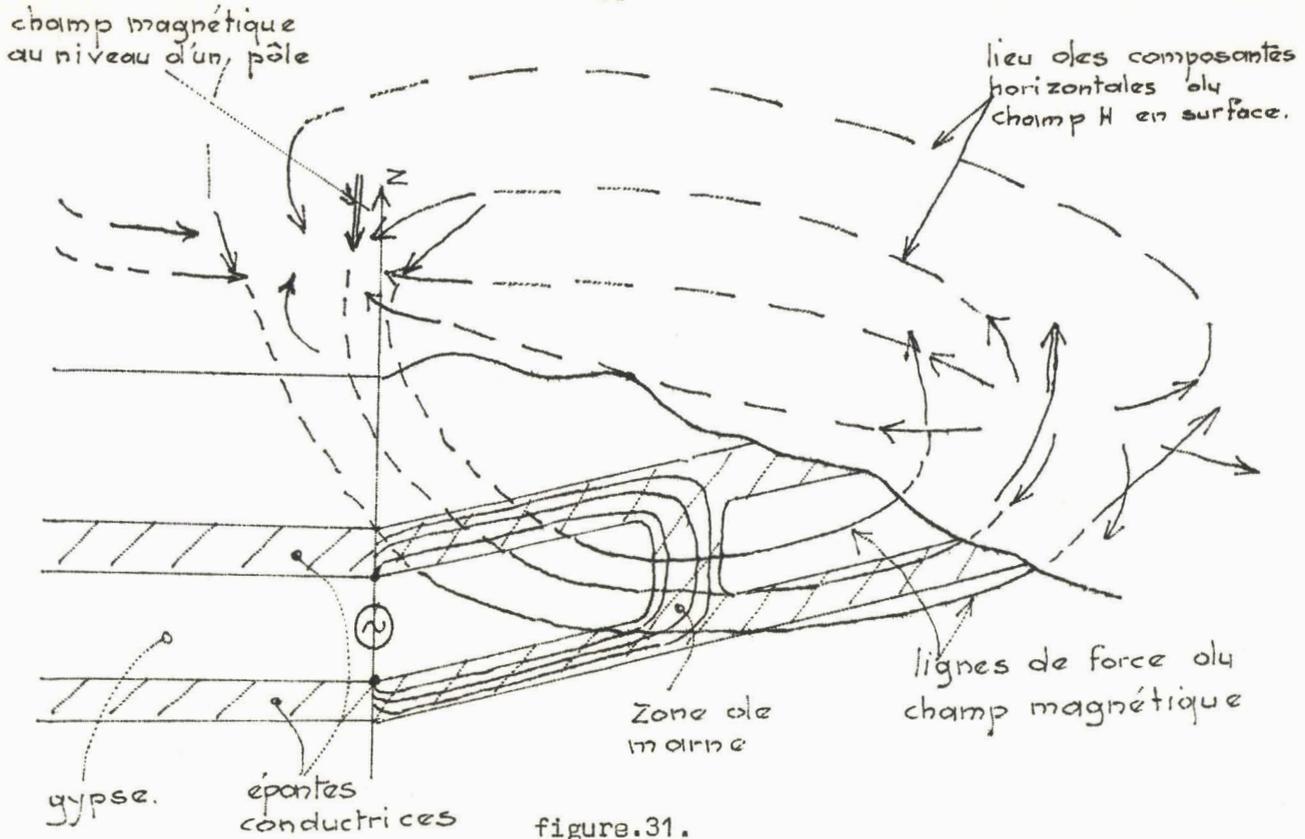


figure.31.

En réalité, comme le montre la planche.29., le phénomène est plus complexe. En effet, les dimensions de l'hétérogénéité ne sont pas petites vis-à-vis de la distance ~~la séparant~~ de l'antenne d'émission.

D'autre part, en général cette hétérogénéité n'est pas seule. Il en résulte que les pôles peuvent être considérés comme créés par une distribution de boucles de courant.

Par exemple, dans le cas de la planche.28., les pôles A et B sont visiblement dûs à la présence des zones de marne I et II, et en première approximation, tout se passe comme s'ils étaient créés par deux boucles de courant formant un angle  $\theta$  entre elles.

Cette interprétation est qualitative, mais il semble possible par une étude sur modèle analogique, d'arriver par essais et ~~retouches~~ successives, à obtenir un modèle conforme à la structure recherchée du sous-sol.

Une telle étude n'a pas été effectuée dans le cadre de ce travail, mais on peut entrevoir une application possible, de cette méthode, à la prospection.

## C O N C L U S I O N

Dans la première partie de ce travail, en nous inspirant du formalisme introduit par WAIT en 1962, nous avons étudié le rayonnement d'un dipôle magnétique vertical au-dessus d'un milieu stratifié à trois couches, et examiné une application possible à la détection de réseaux de galeries d'anciennes carrières de craie.

Les procédés classiques de prospection électrique en courant continu avaient été essayés par des Sociétés de prospection géologique pour détecter ces carrières, et abandonnés.

Nous avons montré que la prospection par courant continu ne peut en effet donner aucun résultat, mais qu'il existe une bande de fréquence avec laquelle la présence des carrières peut être décelée.

Nous pensons que l'originalité de notre travail est d'avoir poussé les calculs jusqu'à pouvoir indiquer les ordres de grandeur jusqu'où une telle détection pouvait être envisagée. Pratiquement la méthode ne peut donner des résultats fiables que si les carrières sont très proches de la surface du sol.

Dans la seconde partie de ce travail, nous avons mis au point un modèle analogique, permettant de prévoir l'influence d'une hétérogénéité isolante sur le rayonnement d'une antenne électrique verticale enterrée.

Dans une dernière partie, l'interprétation de la direction du champ magnétique, créé à l'intérieur d'un banc de gypse par une antenne électrique verticale disposée au voisinage d'une zone de marne, a conduit à la mise au point d'une méthode de détection de telles hétérogénéités opérant depuis l'intérieur des carrières.

Par ailleurs, une étude systématique du champ magnétique de surface a montré que les masses conductrices des zones de marne avaient une influence importante sur la direction du champ magnétique à la surface du sol, et qu'il doit être possible d'imaginer en utilisant cet effet, une méthode de détection de ces hétérogénéités mise en oeuvre depuis la surface du sol.

## B I B L I O G R A P H I E

- (1) DESBRANDES R., DUBUS J.P., "Sur une campagne de mesures de résistivité"  
Rapport I.F.P., 1965
- (2) GABILLARD R., "Propagation souterraine dans un guide géologique"symétrique"  
Groupe d'études sur le "support physique du signal" du CETHEDC,  
17 Mai 1967
- (3) SOMMERFELD, "Partial differential equations in physics", ACADEMIC PRESS,  
NEW YORK, 1949
- (4) BANOS, "Dipole radiation in the presence of a conducting half space",  
PERGAMON PRESS, OXFORD, NEW YORK, PARIS, 1966
- (5) WAIT J.R., "Electromagnetic waves in stratified media"  
PERGAMON PRESS, OXFORD, NEW YORK, PARIS, 1962
- (6) GABILLARD R., "Propagation des ondes électromagnétiques dans les milieux  
conducteurs"Application aux télécommunications souterraines.  
Tome.I. : Propagation dans un milieu infini et dans un demi-milieu  
Juillet 1967, 185p., Rapport I.R.E.L., 67-110
- (7) STRATTON J.A., "Théorie de l'électromagnétisme", DUNOD, 1961
- (8) ANGOT, "Compléments de mathématiques"  
Ed. de la revue d'optique, 1965
- (9) BANNISTER P.R., "Some notes on the utilisation of a vertical magnetic  
dipole to determine the properties of a stratified earth"  
Report to U.S. Navy Underwater sound Laboratory, LONDON, CONNECTICUT, 1965
- (10) JAHNKE - ENDE - LOSCH, "Tables of higher functions"  
G.B. Teubner VERLAGSGESELLSCHAFT, STUTTGART, 1960

- (11) GABILLARD R., FONTAINE J., DUBUS J.P., CORNILLE P., "Etude théorique des dipôles électriques et magnétiques en présence d'un demi-milieu conducteur stratifié", Rapport I.R.E.L., 1968
- (12) LARTER T.C., LOUAPRE M.E., STOGRYN A.P., "Laboratory simulation of VLF propagation and underground antenna performance" (Space Electronics Corp., Glendale, California), 1961
- (13) MORIN P., UTZMANN, FABRE B., "Utilisation des modèles métalliques pour l'étude des champs telluriques sur structures cylindriques" Revue de l'Institut Français du Pétrole, Mars 1960
- (14) HODGMAN C.D., WEAST R.C., SELBY S.M., Handbook of Chemistry and Physics, RUBBER Pub. Co, p.229-285
- (15) WAIT J.R., "The magnetic dipole antenna immersed in a conducting medium", Proc.I.R.E., 40, 1952
- (16) LASFARGUES P., "Prospection électrique par courants continus", MASSON, 1957
- (17) KAUFMANN A., DOURIAUX R., "Les fonctions de la variable complexe", EYROLLES, GAUTHIER-VILLARS, 1962
- (18) WAIT J.R., "A conducting permeable sphere in the presence of a coil carrying an oscillating current" J. Physics, 31, 1953
- (19) DUBUS J.P., D.E.A. Electronique, LILLE, 1966
- (20) PODVIN D., Thèse 3ème Cycle, LILLE, 1968

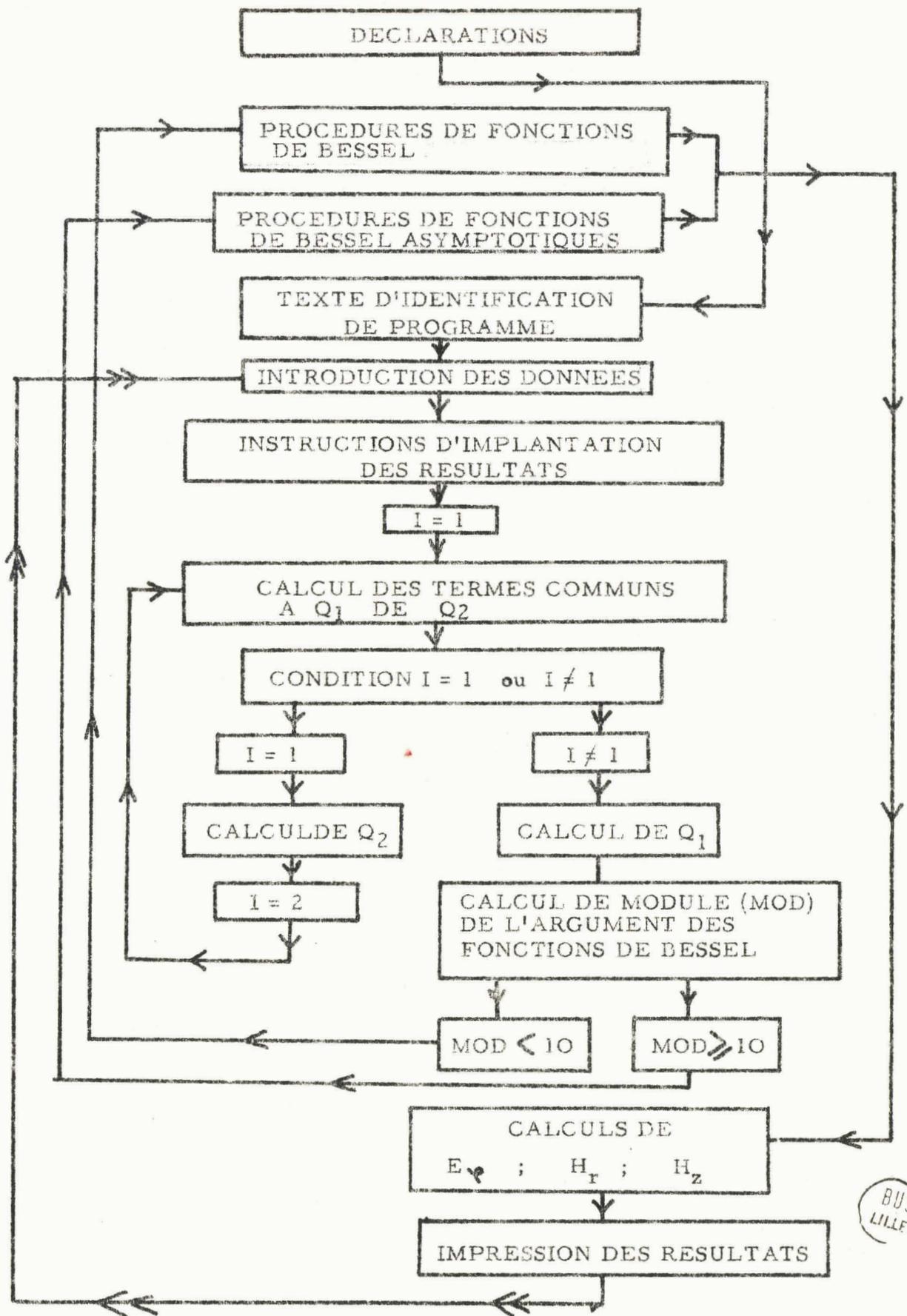
A N N E X E . I .PROGRAMME DE CALCUL DES COMPOSANTES DU CHAMP ELECTROMAGNETIQUE CREE PAR  
UN DMV PLACE A LA SURFACE D'UN MILIEU STRATIFIE A TROIS COUCHES

L'organisation de ce programme est schématisée sur le bloc diagramme de la page suivante. Pour calculer les parties réelle et imaginaire des composantes  $E_\phi$ ,  $H_r$  et  $H_z$ , il est nécessaire de déterminer pour chaque valeur de la variable  $y = \eta$  les grandeurs  $Q_1$ ,  $Q_2$  et les valeurs des fonctions de Bessel  $Fer_n$ ,  $Fei_n$ ,  $Ger_n$  et  $Gei_n$  de la variable  $W = MOD \exp (PHI)$ . Pour cette raison, les programmes de calcul des fonctions de Bessel et des fonctions asymptotiques correspondantes ont été introduits sous forme de procédures. L'utilisation des procédures des fonctions asymptotiques est conditionnée par la valeur du module (MOD) de l'argument  $W$ .

LISTAGE DU PROGRAMME

Le listage du programme est donné pages 3 à 8. L'introduction des données s'effectue dans l'ordre suivant :

R H 1 = , M = , H = , SIGMA 1 = , H 1 =



BUS LILLE

```

PILATION ALGOL M 40      DATE 060668&
0000  'BEGIN' 'REAL' W, M, H, EXW, CW, TGW, THW, CHW, RM, E, F, DQ2, A, B, C, D, K, L, DQ1, RQ
0000  I, IQ1, QI, AQI, WQ, VQ, R, S, REPHI, IEPHI, EXWQ, CVQ, SVQ, RHI, Y, EPHI, PHI, MOD, O
0000  I2, T, Z, RHZ, IHZ, HZ, AEPHI, AHZ, ETA, ETA1, ETA2, HI, RR, II, PR, PI, RHR, IHR, SIG
0000  MAI, FREQ, HR, AHR, FER, FEI, FER1, FEI1, GER, GEI, GER1, GEI1, RAP, P;
0001  'INTEGER' I;
0002  'REAL' 'PROCEDURE' AFERFEI(M, R, PHI);
0003  'VALUE' M, R, PHI;
0004  'INTEGER' M;
0005  'REAL' R, PHI;
0006  'COMMENT' (CETTE, PROCEDURE, CALCULE, LA, PARTIE, RELLE, DE, IO, POUR, M=0, LA,
0006  PARTIE, IMAGINAIRE, DE, IO, POUR, M=1, ON, DOIT, AVOIR, R>>, DETERMINATION, ASY
0006  MPTOTIQUE);
0006  'BEGIN' 'REAL' A, B, CS, SN, EXA, D, F, G;
0007  A:=R*COS(PHI);
0008  B:=R*SIN(PHI);
0009  CS:=COS(B-PHI/2);
0010  SN:=SIN(B-PHI/2);
0011  D:=(1+COS(PHI))/8/R;
0012  F:=SIN(PHI)/8/R;
0013  EXA:=EXP(A)/SQRT(2*3.141592*R);
0014  'IF' M=0 'THEN' G:=CS*D+F*SN 'ELSE' G:=D*SN-F*CS;
0015  AFERFEI:=EXA*G;
0016  'END' DEPROCEDUREAFERFEI;
0017  'REAL' 'PROCEDURE' AFERIFEI(M, R, PHI);
0018  'VALUE' M, R, PHI;
0019  'INTEGER' M;
0020  'REAL' R, PHI;
0021  'COMMENT' (PARTIE, REELLE, DE, II, POUR, M=0, PARTIE, IMAGINAIRE, POUR, M=1, VA
0021  LABLE, SI, R>>);
0021  'BEGIN' 'REAL' A, B, CS, SN, EXA, D, F, G;
0022  A:=R*COS(PHI);
0023  B:=R*SIN(PHI);
0024  CS:=COS(B-PHI/2);
0025  SN:=SIN(B-PHI/2);
0026  D:=(1-3/8/R*COS(PHI));
0027  F:=3/8/R*SIN(PHI);
0028  EXA:=EXP(A)/SQRT(2*3.141592*R);
0029  'IF' M=0 'THEN' G:=D*CS-F*SN 'ELSE' G:=D*SN+F*CS;
0030  AFERIFEI:=EXA*G;
0031  'END' DEPROCEDUREAFERIFEI;
0032  'REAL' 'PROCEDURE' AGERGEI(M, R, PHI);
0033  'VALUE' M, R, PHI;
0034  'INTEGER' M;
0035  'REAL' R, PHI;
0036  'COMMENT' (PARTIE, REELLE, DE, KO, POUR, M=0, PARTIE, IMAGINAIRE, POUR, M=1, VA
0036  LABLE, SI, R>>);
0036  'BEGIN' 'REAL' A, B, CS, SN, EXA, D, F, G;
0037  A:=R*COS(PHI);
0038  B:=R*SIN(PHI);
0039  CS:=COS(B+PHI/2);
0040  SN:=SIN(B+PHI/2);
0041  D:=(1-COS(PHI))/8/R;
0042  F:=SIN(PHI)/8/R;
0043  EXA:=EXP(-A)*SQRT(3.1415926/2/R);
0044  'IF' M=0 'THEN' G:=CS*D+SN*F 'ELSE' G:=CS*F-SN*D;
0045  AGERGEI:=EXA*G;
0046  'END' DEPROCEDUREAGERGEI;

```



```

0047 'REAL' 'PROCEDURE' 'AGERIGEII (M,R,PHI) ;
0048 'VALUE' M,R,PHI ;
0049 'INTEGER' M ;
0050 'REAL' R,PHI ;
0051 'COMMENT' (PARTIE, REELLE, DE, KI, POUR, M=0, PARTIE, IMAGINAIRE, POUR, M=1, VA
0051 LABLE, S1, R>>) ;
0051 'BEGIN' 'REAL' A,B,CS,SN,EXA,D,F,G ;
0052 A:=R*COS(PHI) ;
0053 B:=R*SIN(PHI) ;
0054 CS:=COS(B+PHI/2) ;
0055 SN:=SIN(B+PHI/2) ;
0056 D:=(1+3*COS(PHI))/8/R ;
0057 F:=3*SIN(PHI)/8/R ;
0058 EXA:=EXP(-A)*SQRT(3.1415926/2/R) ;
0059 'IF' M=0 'THEN' G:=CS*D-SN*F 'ELSE' G:=-CS*F-SN*D ;
0060 AGERIGEII:=EXA*G ;
0061 'END' 'DEPROCEDURE' 'AGERIGEII ;
0062 'REAL' 'PROCEDURE' 'FERFEI (M,R,PHI) ;
0063 'VALUE' M,R,PHI ;
0064 'REAL' R,PHI ;
0065 'INTEGER' M ;
0066 'COMMENT' 'CETTEPROCEDURECALCULEFER(R.EXP(J.PHI))SIM=0OUFEI (R.EXP(J.PH
0066 I))SIM=1 ;
0066 'BEGIN' 'REAL' S,K,N,W ;
0067 S:=1 ;
0068 K:=S ;
0069 W:=S ;
0070 'FOR' N:=2 'STEP' 2 'UNTIL' 100 'DO' 'BEGIN' K:=K*R*R/(N*N) ;
0071 'IF' M=0 'THEN' W:=K*COS(N*PHI) 'ELSE' W:=K*SIN(N*PHI) ;
0072 S:=S+W ;
0073 'END' ;
0074 'IF' M=0 'THEN' FERFEI:=S 'ELSE' FERFEI:=S-1 ;
0075 'END' 'FERFEI ;
0076 'REAL' 'PROCEDURE' 'FERIFEII (M,R,PHI) ;
0077 'VALUE' M,R,PHI ;
0078 'REAL' R,PHI ;
0079 'INTEGER' M ;
0080 'COMMENT' 'CETTEPROCEDURECALCULEFERI (R.EXP(J.PHI))SIM=0OUFEII (R.EXP(J,
0080 PHI))SIM=1 ;
0080 'BEGIN' 'REAL' S,K,N,W ;
0081 'IF' M=0 'THEN' S:=COS(PHI) 'ELSE' S:=SIN(PHI) ;
0082 K:=1 ;
0083 W:=S ;
0084 N:=2 ;
0085 EI: 'IF' S=S+W 'THEN' 'GOTO' SORTIE ;
0086 K:=K*R*R/(N*N) ;
0087 'IF' M=0 'THEN' W:=K*COS((N+1)*PHI)/(N/2+1) 'ELSE' W:=K*SIN((N+1)*PHI)/(N
0087 /2+1) ;
0088 S:=S+W ;
0089 N:=N+2 ;
0090 'GOTO' EI ;
0091 SORTIE: FERIFEII:=S*R/2 ;
0092 'END' 'FERIFEII ;
0093 'REAL' 'PROCEDURE' 'GERGEI (P,R,PHI) ;
0094 'VALUE' P,R,PHI ;
0095 'REAL' R,PHI ;
0096 'INTEGER' P ;
0097 'COMMENT' 'CETTEPROCEDURECALCULEGER(R.EXP(J.PHI))SIP=0ETGEI (R.EXP(J.PH

```



```

0097 1))SIP=1;
0097 'BEGIN''REAL'S,K,N,W,J,T,C,A;
0098 K:=1;
0099 S:=0;
0100 W:=1;
0101 'FOR'N:=2'STEP'2'UNTIL'100'DO''BEGIN'K:=K*R*R/(N*N);
0102 T:=0;
0103 'FOR'J:=1'STEP'1'UNTIL'N/2'DO'T:=T+1/J;
0104 'IF'P=0'THEN'W:=T*COS(N*PHI)*K'ELSE'W:=T*SIN(N*PHI)*K;
0105 S:=S+W;
0106 'END';
0107 A:=LN(2)-LN(R)-0.577215664902;
0108 'IF'P=0'THEN'C:=A*FERFEI(0,R,PHI)+PHI*FERFEI(1,R,PHI)'ELSE'C:=A*FERF
0108 EI(1,R,PHI)-PHI*FERFEI(0,R,PHI);
0109 GERGEI:=C+S;
0110 'END'GERGEI;
0111 'REAL''PROCEDURE'GERIGEII(P,R,PHI);
0112 'VALUE'P,R,PHI;
0113 'REAL'R,PHI;
0114 'INTEGER'P;
0115 'COMMENT'CETTEPROCEDURECALCULEGERI(R*EXP(J,PHI))SIP=0ETGEII(R*EXP(J,
0115 PHI))SIP=1;
0115 'BEGIN''REAL'S,K,N,W,J,T,C,A;
0116 K:=1;
0117 'IF'P=0'THEN'S:=COS(PHI)'ELSE'S:=SIN(PHI);
0118 W:=S;
0119 N:=2;
0120 E1:'IF'S=S+W'THEN''GOTO'SORTIE;
0121 K:=K*R*R/(N*N);
0122 T:=0;
0123 'FOR'J:=1'STEP'1'UNTIL'N/2'DO'T:=T+1/J;
0124 T:=2*T+1/(N/2+1);
0125 'IF'P=0'THEN'W:=T*COS((N+1)*PHI)*K/(N/2+1)'ELSE'W:=T*SIN((N+1)*PHI)*
0125 K/(N/2+1);
0126 S:=S+W;
0127 N:=N+2;
0128 'GOTO'E1;
0129 SORTIE:A:=LN(R)-LN(2)+0.577215664902;
0130 'IF'P=0'THEN'C:=A*FERIFEII(0,R,PHI)-PHI*FERIFEII(1,R,PHI)+COS(PHI)/R
0130 'ELSE'C:=A*FERIFEII(1,R,PHI)+PHI*FERIFEII(0,R,PHI)-SIN(PHI)/R;
0131 GERIGEII:=C+S*R/4;
0132 'END'GERIGEII;
0133 TEXT("CALCULDEQDANSLECASD'UNMILIEUSTRATIFIE,E,PHI,HZPOURUNDMVENFONCTI
0133 ONDEETA\);
0134 PRINT(4);
0135 F2:RHI:=DATA;
0136 TEXT("RHI:=\);
0137 SPACE(2);
0138 EDIT("L11.5\RHI);
0139 PRINT(4);
0140 M:=DATA;
0141 TEXT("M:=\);
0142 SPACE(2);
0143 EDIT("L11.5\M);
0144 PRINT(4);
0145 H:=DATA;
0146 TEXT("H:=\);
0147 SPACE(2);

```



```

0148 EDIT("L11.5\,H):
0149 PRINT(4):
0150 SIGMA1:=DATA:
0151 HI:=DATA:
0152 TEXT("SIGMA1:=\"):
0153 SPACE(2):
0154 EDIT("L11.5\,SIGMA1):
0155 PRINT(4):
0156 TEXT("HI:=\"):
0157 SPACE(2):
0158 EDIT("F6.2\,HI):
0159 PRINT(4):
0160 SPACE(19):
0161 TEXT("EPH1\"):
0162 SPACE(8):
0163 TEXT("AEPH1\"):
0164 SPACE(7):
0165 TEXT("HZ\"):
0166 SPACE(9):
0167 TEXT("AHZ\"):
0168 SPACE(9):
0169 TEXT("HR\"):
0170 SPACE(10):
0171 TEXT("AHR\"):
0172 PRINT(4):
0173 *FOR I,Y:=0.5,1,1.5,2,2.3,2.6,3,3.5,4,4.5,5,6,7,8,10'DO 'BEGIN'ETA:=Y:
0174 RM:=SQRT(M):
0175 I:=1:
0176 W:=Y/H/RM/RH1:
0177 ETA2:=W:
0178 EI:EXW:=EXP(W):
0179 CW:=COS(W):
0180 TGW:=SIN(W)/CW:
0181 THW:=(EXW-1/EXW)/(EXW+1/EXW):
0182 *IF I=1 THEN *BEGIN CHW:=(EXW+1/EXW)/2:
0183 E:=1/RM+THW:
0184 F:=1+1/RM*THW:
0185 DQ2:=F*F+TGW*TGW*E*E:
0186 A:=(1/(CW*CW)*E*F)/DQ2:
0187 B:=(TGW*(1-1/M)/(CHW*CHW))/DQ2:
0188 I:=2:
0189 W:=Y/RH1:
0190 ETA1:=W:
0191 *GOTO EI:
0192 *END:
0193 C:=PM*A-RM*R*THW*TGW+THW:
0194 D:=RM*B+RM*A*THW*TGW+TGW:
0195 K:=1+RM*A*THW-RM*B*TGW:
0196 I:=THW*TGW+RM*R*THW+RM*A*TGW:
0197 DQ1:=K*K+L*L:
0198 RQ1:=(C*K+D*L)/DQ1:
0199 IQ1:=(D*K-C*L)/DQ1:
0200 Q12:=(RQ1*RQ1+IQ1*IQ1):
0201 Q1:=SQRT(Q12):
0202 AQ1:=ARCTAN(IQ1/RQ1):
0203 WQ:=Y*(RQ1+IQ1)/Q12:
0204 VQ:=Y*(RQ1-IQ1)/Q12:
0205 MD:=SQRT(WQ*WQ+VQ*VQ):

```

805  
FILE

```

0206 MOD:=MOD/2;
0207 P:=VQ/WQ;
0208 PHI:=ARCTAN(VQ/WQ);
0209 EXWQ:=EXP(WQ);
0210 SVQ:=SIN(VQ);
0211 CVQ:=COS(VQ);
0212 R:=3*(RQ1*RQ1-IQ1*IQ1)+3*(RQ1-IQ1)*Y;
0213 S:=6*RQ1*IQ1+3*(RQ1+IQ1)*Y+2*Y*Y;
0214 REPHI:=R/EXWQ*CVQ+S/EXWQ*SVQ-3*(RQ1*RQ1-IQ1*IQ1);
0215 IEPHI:=S/EXWQ*CVQ-R/EXWQ*SVQ-6*RQ1*IQ1;
0216 EPHI:=SQRT(REPHI*REPHI+IEPHI*IEPHI);
0217 AEPHI:=ARCTAN(IEPHI/REPHI);
0218 T:=3*R-2*Y*Y*VQ;
0219 Z:=3*S+2*Y*Y*(1+WQ);
0220 RHZ:=-1/(Y*Y)*(18*RQ1*IQ1-(CVQ*Z-T*SVQ)/EXWQ);
0221 IHZ:=1/(Y*Y)*(9*(RQ1*RQ1-IQ1*IQ1)-(T*CVQ+Z*SVQ)/EXWQ);
0222 HZ:=SQRT(RHZ*RHZ+IHZ*IHZ);
0223 AHZ:=ARCTAN(IHZ/RHZ);
0224 'IF'MOD>=10'THEN'BEGIN'FER:=AFERFEI(0,MOD,PHI);
0225 FEI:=AFERFEI(1,MOD,PHI);
0226 FER:=AFERIFEII(0,MOD,PHI);
0227 FEII:=AFERIFEII(1,MOD,PHI);
0228 GER:=AGERGEI(0,MOD,PHI);
0229 GEI:=AGERGEI(1,MOD,PHI);
0230 GERI:=AGERIGEII(0,MOD,PHI);
0231 GEII:=AGERIGEII(1,MOD,PHI);
0232 'END'ELSE'BEGIN'FER:=FERFEI(0,MOD,PHI);
0233 FEI:=FERFEI(1,MOD,PHI);
0234 FER:=FERIFEII(0,MOD,PHI);
0235 FEII:=FERIFEII(1,MOD,PHI);
0236 GER:=GERGEI(0,MOD,PHI);
0237 GEI:=GERGEI(1,MOD,PHI);
0238 GERI:=GERIGEII(0,MOD,PHI);
0239 GEII:=GERIGEII(1,MOD,PHI);
0240 'END';
0241 RR:=FERI*GER-FEII*GEI-FER*GERI+FEI*GEII;
0242 II:=FEII*GER+FERI*GEI-FEII*GERI-FER*GEII;
0243 PR:=FER*GER-FEII*GEI-FERI*GERI+FEII*GEII;
0244 PI:=FEI*GER+FER*GEI-FERI*GEII-FEII*GERI;
0245 RHR:=16*(FERI*GERI-FEII*GEII)+4*WQ*RR-4*VQ*II-(WQ*WQ-VQ*VQ)*PR+2*WQ*
0246 VQ*PI;
0247 IHR:=16*(FERI*GEII+FEII*GERI)+4*VQ*RR+4*WQ*II-2*WQ*VQ*PR-(WQ*WQ-VQ*V
0248 Q)*PI;
0249 HR:=SQRT(RHR*RHR+IHR*IHR);
0250 AHR:=-ARCTAN(IHR/RHR);
0251 RAP:=EPHI/HR;
0252 FREQ:=Y*Y*250+04/(RHI*RHI)/HI/HI/SIGMAI;
0253 SPACE(1);
0254 TEXT("ETA1=\);
0255 EDIT("F8.4\,ETA);
0256 SPACE(2);
0257 EDIT("L11.5\,EPHI);
0258 SPACE(2);
0259 EDIT("F8.5\,AEPHI);
0260 SPACE(2);
0261 EDIT("L11.5\,HZ);
0262 SPACE(2);
0263 EDIT("F8.5\,AHZ);

```

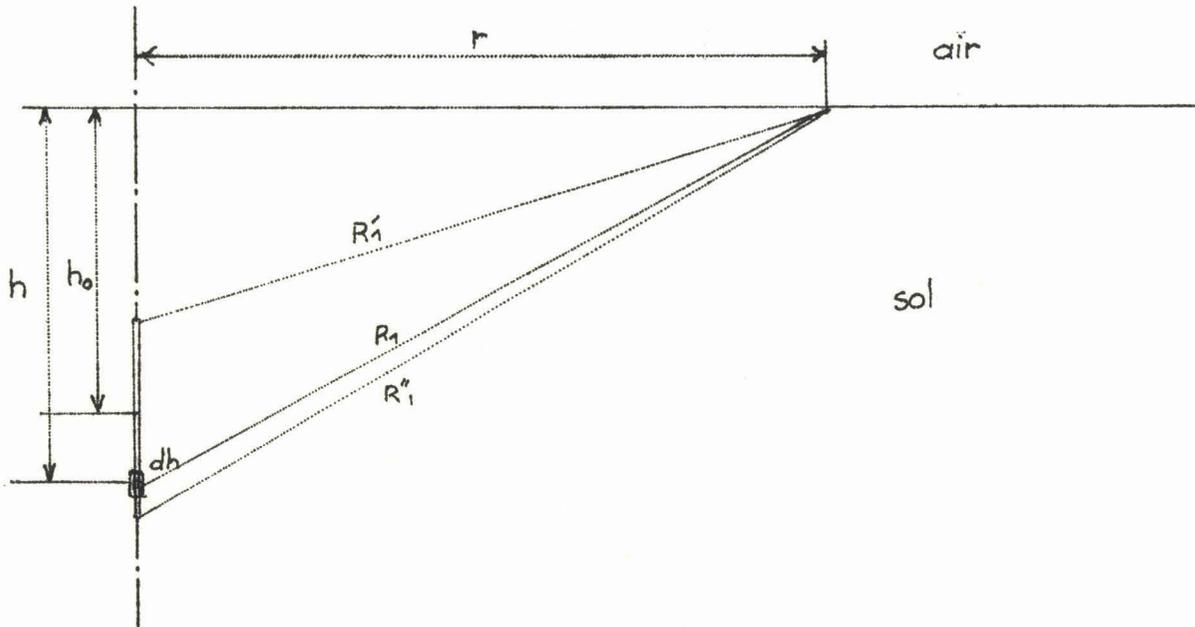


```
0262 SPACE(2);
0263 EDIT("L11.5\,HR);
0264 SPACE(2);
0265 EDIT("F8.5\,AHR);
0266 PRINT(2);
0267 TEXT("ETA1:=\);
0268 EDIT("F8.4\,ETA1);
0269 PRINT(1);
0270 TEXT("ETA2:=\);
0271 EDIT("F8.4\,ETA2);
0272 PRINT(1);
0273 TEXT("FREQ:=\);
0274 EDIT("L11.5\FREQ);
0275 PRINT(1);
0276 TEXT("RAP:=\);
0277 SPACE(2);
0278 EDIT("L11.5\RAP);
0279 PRINT(1);
0280 'END';
0281 'GOTO'F2;
0282 'END'
```

FIN DE COMPILATION

ANNEXE . I I .

ESSAI DE DETERMINATION DE L'EXPRESSION DU CHAMP ELECTRIQUE  $E_r$  A LA SURFACE  
DU SOL CREE PAR UNE ANTENNE ELECTRIQUE VERTICALE DE LONGUEUR FINIE ET  
ENTERREE A UNE PROFONDEUR  $h_0$  --



L'expression du champ  $E_r$  créé par un D.E.V. de longueur  $dh$  est :

$$E_r = - \frac{2p'_1 r h dh}{R_1^5} (3 + 3\gamma_1 R_1 + \gamma_1^2 R_1^2) e^{-\gamma_1 R_1}$$

avec :  $R_1^2 = r^2 + h^2$  et  $p'_1 = \frac{1}{4\pi\sigma}$  ( $\sigma \gg \omega\epsilon$ )

L'antenne de longueur finie peut être considérée comme une somme de dipôles de longueur  $dh$  et le champ  $E_r$  créé par tous ces dipôles peut s'écrire :

$$E_r = - 2p'_1 r \int_{h'_1}^{h''_1} \frac{(3 + 3\gamma_1 R_1 + \gamma_1^2 R_1^2)}{R_1^5} e^{-\gamma_1 R_1} h dh$$

Cette intégrale peut se décomposer en 3 intégrales simples  
et  $E_r$  peut s'écrire :

$$E_r = -2p'_1 r \left[ I_1 + I'_1 + I''_1 \right]$$

avec :

$$I_1 = 3 \int_{h'_1}^{h''_1} \frac{e^{-\gamma_1 (r^2+h^2)^{1/2}}}{(r^2+h^2)^{5/2}} h \, dh$$

$$I'_1 = 3\gamma_1 \int_{h'_1}^{h''_1} \frac{e^{-\gamma_1 (r^2+h^2)^{1/2}}}{(r^2+h^2)^2} h \, dh$$

$$I''_1 = \gamma_1^2 \int_{h'_1}^{h''_1} \frac{e^{-\gamma_1 (r^2+h^2)^{1/2}}}{(r^2+h^2)^{3/2}} h \, dh$$

En posant  $v = (r^2+h^2)^{1/2} = R_1 \rightarrow v \, dv = h \, dh$  ou  $R_1 \, dR_1 = h \, dh$

Chacune de ces intégrales devient :

$$I_1 = 3 \int_{R'_1}^{R''_1} \frac{e^{-\gamma_1 R_1} dR_1}{R_1^4} \quad ; \quad I'_1 = 3\gamma_1 \int_{R'_1}^{R''_1} \frac{e^{-\gamma_1 R_1} dR_1}{R_1^3}$$

$$\text{et } I''_1 = \gamma_1^2 \int_{R'_1}^{R''_1} \frac{e^{-\gamma_1 R_1} dR_1}{R_1^2}$$

$$\text{Or } I = \int \frac{e^{ax}}{x^m} dx = \frac{-1}{m-1} \cdot \frac{e^{ax}}{x^{(m-1)}} + \frac{a}{m-1} \frac{e^{ax}}{x^{(m-1)}} dx$$

(intégration de I par partie)

$$\text{et } I' = \int \frac{e^{ax} dx}{x} = \text{Log } x + \frac{ax}{1!} + \frac{a^2 x^2}{2 \cdot 2!} + \frac{a^3 x^3}{3 \cdot 3!} + \dots$$

Il en résulte que :

$$I_1 = - \frac{e^{-\gamma_1 R_1}}{R_1^3} + \frac{\gamma_1 e^{-\gamma_1 R_1}}{2R_1^2} - \frac{\gamma_1^2}{2} \left[ \frac{e^{-\gamma_1 R_1}}{R_1} + \gamma_1 \text{Log } R_1 \frac{\gamma_1^2 R_1}{1!} + \frac{\gamma_1^3 R_1^2}{2 \cdot 2!} + \dots \right]$$

$$I'_1 = - \frac{3}{2} \frac{\gamma_1 e^{-\gamma_1 R_1}}{R_1^2} - \frac{3}{2} \gamma_1^2 \left( - \frac{e^{-\gamma_1 R_1}}{R_1} - \gamma_1 \text{Log } R_1 + \frac{\gamma_1^2 R_1}{1!} - \frac{\gamma_1^3 R_1^2}{2 \cdot 2!} - \dots - \frac{\gamma_1^4 R_1^3}{3 \cdot 3!} \right)$$

$$I''_1 = - \frac{\gamma_1^2 e^{-\gamma_1 R_1}}{R_1} - \gamma_1^3 \left( \text{Log } R_1 - \gamma_1 R_1 + \frac{\gamma_1^2 R_1^2}{2 \cdot 2!} - \frac{\gamma_1^3 R_1^3}{3 \cdot 3!} \right)$$

$$\text{et } E_r = -2p'_1 r \left[ - \frac{e^{-\gamma_1 R_1}}{R_1^3} - \frac{\gamma_1 e^{-\gamma_1 R_1}}{R_1^2} \right]_{R'_1}^{R''_1}$$

et

$$E_r = -2p'_1 r \left[ \frac{1 + \gamma_1 R'_1}{R'_1{}^3} e^{-\gamma_1 R'_1} - \frac{1 + \gamma_1 R''_1}{R''_1{}^3} e^{-\gamma_1 R''_1} \right]$$

ANNEXE. III.

METHODE DE MESURE DE LA RESISTIVITE DES ROCHES "IN SITU"

La méthode de mesure de conductivité est une méthode dérivée de celle du quadripôle.

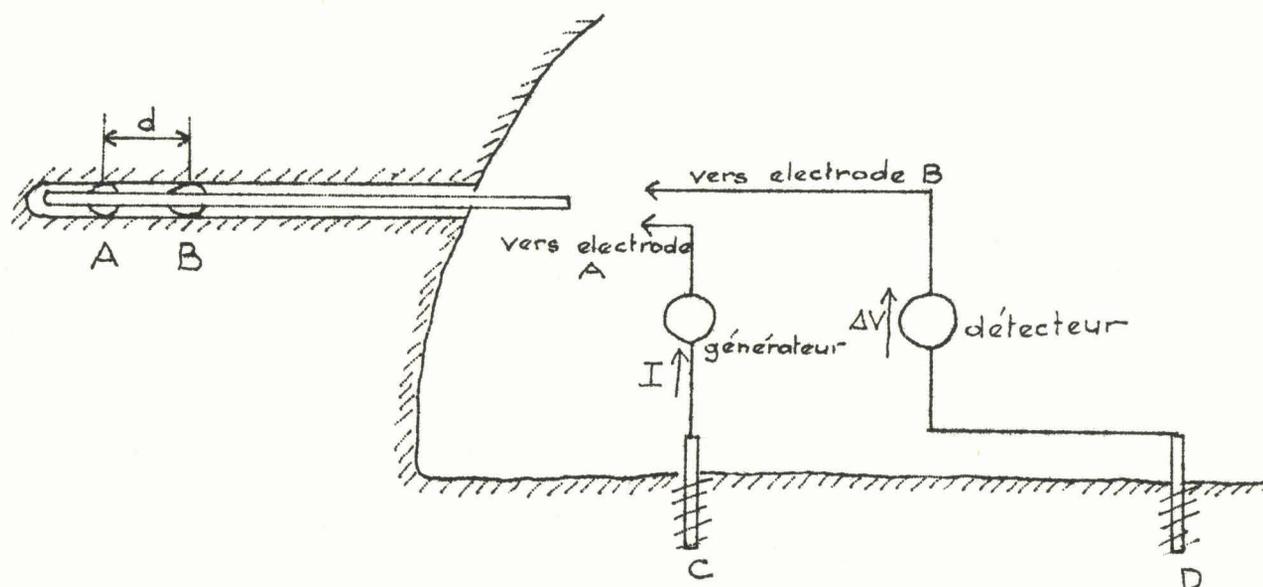


Figure.I.

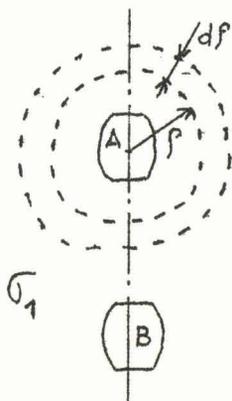
Le schéma de principe du dispositif est représenté figure.I.

Il comprend essentiellement deux électrodes A et B séparées par une distance  $d$  et disposées sur un support isolant. L'ensemble est placé à l'intérieur d'un petit sondage, foré par exemple dans la paroi d'une galerie de carrière.

On fait circuler un courant  $I$  à l'aide d'un générateur TBF entre l'électrode A et une électrode C, et on mesure la différence de potentiel existant entre l'électrode B et l'électrode D, située loin du dispositif.

Le raisonnement suivant montre que le rapport  $\frac{\Delta V}{I}$  est proportionnel à la résistivité de la roche au voisinage des électrodes A et B.

La résistance d'une couronne sphérique de rayon  $\rho$  d'épaisseur  $d\rho$  et centrée sur l'électrode A (figure.II.), a pour expression :



$$dR = \frac{1}{\sigma_1} \frac{d\rho}{4\pi\rho^2}$$

La différence de potentiel entre la surface intérieure de la couronne sphérique et la surface extérieure est :

$$dV = I dR$$

figure.II.

(I = cte)

Il en résulte que la différence de potentiel  $\Delta V$  entre l'électrode B et l'électrode D supposée située à l'infini est :

$$\Delta V = \int_{\infty}^d I dR = \frac{I}{4\pi\sigma_1} \int_{\infty}^d \frac{d\rho}{\rho^2} = \frac{I}{4\pi\rho_1 d}$$

soit :

$$\rho_1 = \frac{1}{\sigma_1} = 4\pi d \frac{\Delta V}{I}$$

### RESULTATS DE MESURE

Les mesures de résistivité du gypse de la marne en fonction de la fréquence ont été effectuées à l'aide du dispositif décrit précédemment.

Elles ont donné les résultats résumés sur la figure.III.

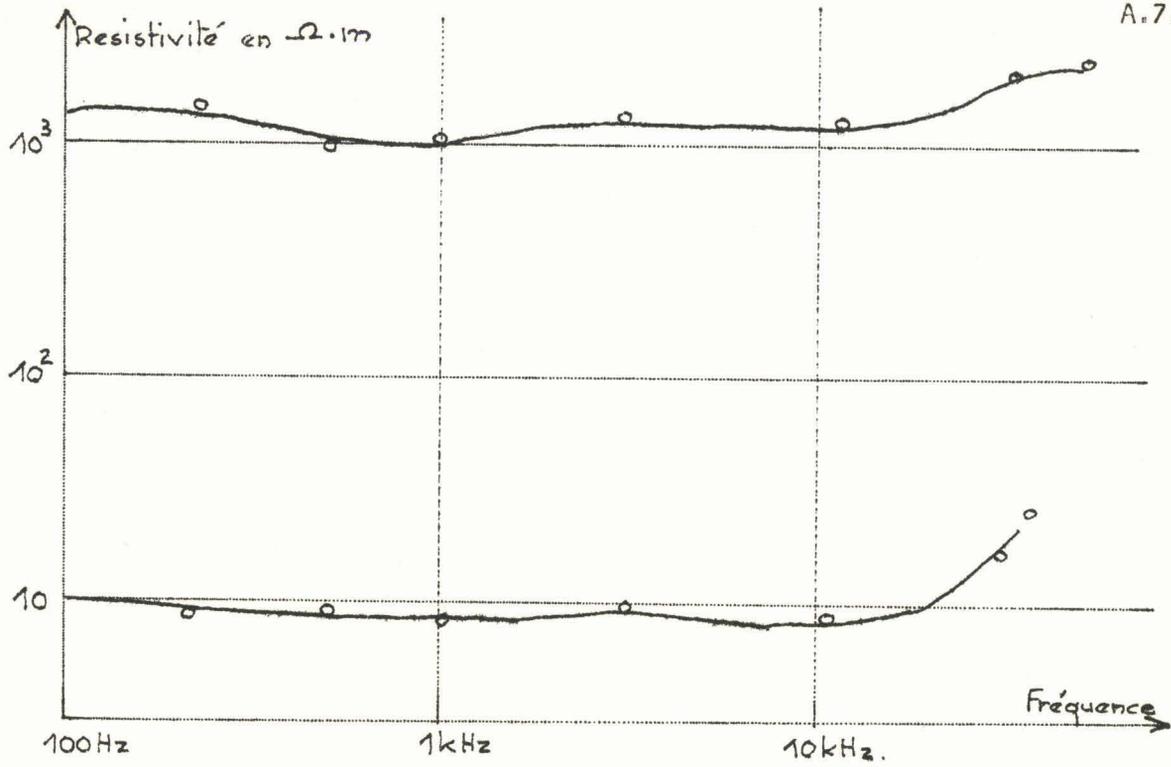


Figure.III.

On remarque que le gypse et la marne ont une conductivité constante en fonction de la fréquence.

Les variations de conductivité apparaissent au-delà de kHz sont dues à une limitation en fréquence de l'appareillage.

ANNEXE . I V .DESCRIPTION TECHNOLOGIQUE DES CAPTEURS DE CHAMP MAGNETIQUE BASSE FREQUENCE

Le capteur de champ magnétique est destiné à être fréquemment déplacé en des lieux souvent difficilement praticables ; il en résulte que son poids et son encombrement doivent être les plus faibles possibles. Pour cette raison la réalisation de bobines à noyau magnétique a été préférée à la construction de cadres à air.

Caractéristiques du bobinage

On désire une sensibilité de bobinage la plus grande possible. Il en résulte que pour une amplitude donnée de champ magnétique  $H_0$ , la f.e.m. développée aux bornes du bobinage doit être la plus élevée possible.

Si la bobine est considérée seule, la f.e.m.  $E$  a pour expression dans le cas d'une onde sinusoïdale :

$$E = - N \frac{d\phi}{dt} = \mu_0 \mu_r H_0 \omega Ns \quad (1)$$

où  $\mu_r$  : perméabilité relative du noyau magnétique

$\omega$  : pulsation du champ magnétique

$N$  : nombre de spires de la bobine

$S$  : section du noyau magnétique

En accordant le bobinage, on peut accroître sensiblement l'amplitude de la tension développée à ses bornes.

Le schéma électrique équivalent au système est alors celui représenté figure.I., et à l'accord la tension  $V$  a pour expression :

$$V \neq QE = \mu_0 \mu_r Q H_0 \omega NS \quad (2)$$

où  $Q$  est le coefficient de qualité du résonateur ainsi réalisé.

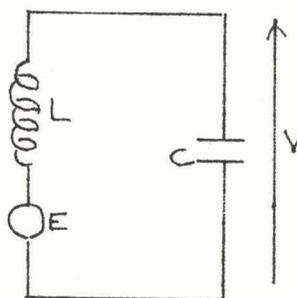


Fig I

On voit immédiatement à l'aide de l'expression(2) que la sensibilité  $\frac{V}{H_0}$  du

bobinage sera d'autant plus élevé que sa section  $S$ , son nombre de spires  $N$ , son coefficient de qualité  $Q$  et la perméabilité du noyau magnétique  $\mu_r$  seront plus importants.

### Choix du noyau magnétique

Un coefficient de qualité  $Q$  et une perméabilité  $\mu_r$  nécessitent l'emploi d'un noyau magnétique introduisant peu de pertes, possédant une perméabilité initiale  $\mu_{ir} (> 10^4)$  et des dimensions géométriques telles que le champ démagnétisant ait une influence réduite<sup>(19)</sup>.

Ces conditions sont le mieux satisfaites en utilisant un barreau magnétique en matériau ferrite de forme très allongée.

### CARACTERISTIQUES TECHNIQUES DU CADRE FERRITE

#### Caractéristiques électriques

Le noyau ferrite est un cylindre de section droite circulaire, il a une longueur de 500 mm et un diamètre de 16 mm. La perméabilité du

ferrite est voisine de 100. C'est la perméabilité maximum que le constructeur peut atteindre dans la construction d'un barreau extrudé.

Le bobinage du cadre est réalisé de telle sorte que le plus grand nombre de spires puisse être logé dans un espace minimum. Il est constitué d'un enroulement de 10 000 spires de fil de cuivre de 0,5mm de diamètre.

Les caractéristiques électriques de la bobine ainsi réalisée sont résumées sur le tableau suivant :

Fréquence	Condensateur d'accord	Q	Résistance parallèle
312,5Hz	20,6nF	137	$R_p \approx 8M\Omega$
1000 Hz	1,7nF	62	$R_p \approx 8M\Omega$
2000 Hz	10 pF		

Le cadre ferrite est très sensible aux pièces métalliques : lors de la mesure, il est nécessaire de l'éloigner de la masse de l'appareillage et de ramener l'information électrique à l'aide d'un câble coaxial d'une longueur pouvant atteindre 100 mètres.

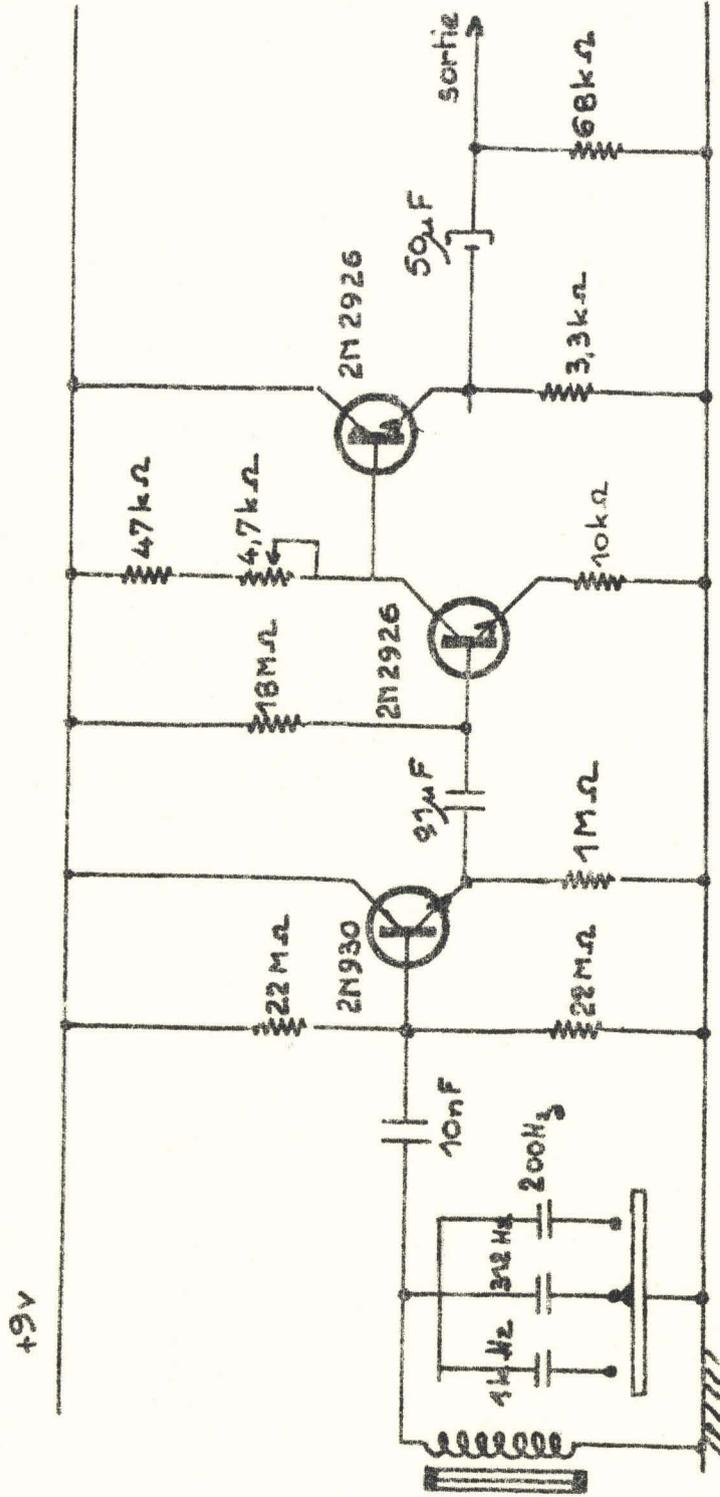
Il est par conséquent nécessaire de disposer entre le cadre ferrite et le câble, un amplificateur adaptateur d'impédances.

On remarque sur le tableau précédent que la résistance parallèle apparente du circuit accordé du cadre est de l'ordre de 8 M $\Omega$ . Il en résulte que l'amplificateur adaptateur d'impédance doit avoir une impédance d'entrée très grande et au moins égale à 10 M $\Omega$ .

Un tel "étage d'entrée" est réalisé à l'aide d'un transistor à faible bruit alimenté à très faible courant de collecteur (5 à 10 $\mu$ A).

Le schéma de détail de l'adaptateur est donné sur la planche suivante.

# Adaptateur d'impédance



- Impédance d'entrée #  $8M\Omega$
- Impédance de sortie #  $150\Omega$
- Gain # 5

BU  
LILLE

### Réalisation pratique

Deux types de capteurs de champ magnétique ont été construits.

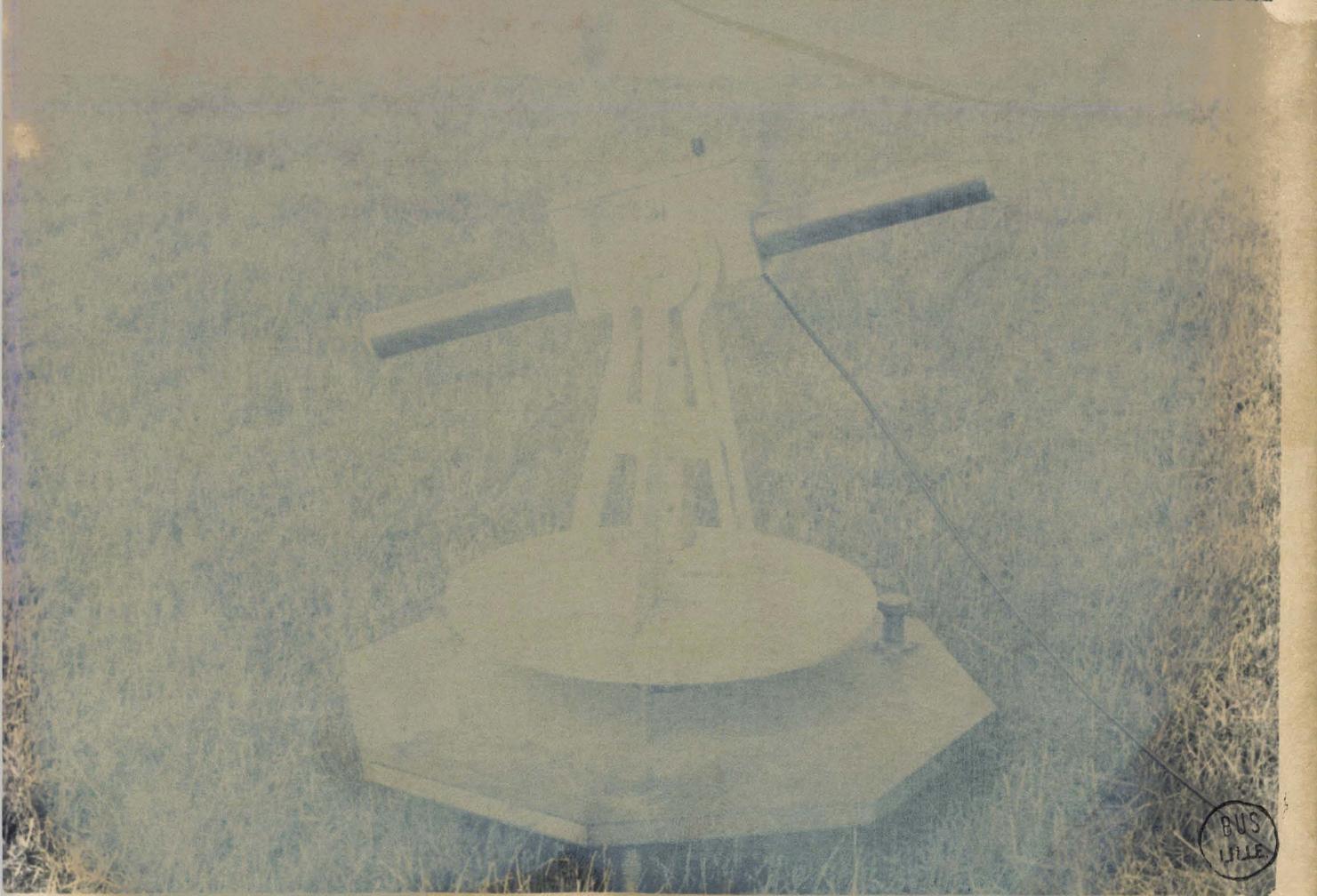
Le premier capteur construit est constitué de deux barreaux ferrite formant entre eux un angle de  $\pi/2$  radians (cadres ferrites croisées). Pour éviter une interaction électrique entre les deux cadres, les circuits électriques de chacun sont totalement indépendants (alimentation et adaptateur d'impédance).

L'ensemble est monté sur un support tournant à vis calantes permettant au système de tourner dans un plan horizontal autour d'un axe vertical, quelque soit l'inclinaison du sol à l'endroit où il est posé.

La photographie.A. montre le capteur en cours de mesure. Le deuxième capteur est constitué d'un seul barreau ferrite accompagné de l'adaptateur décrit précédemment.

Il peut tourner autour d'un axe horizontal, il s'adapte sur le plateau tournant du capteur précédent et il permet ainsi la mesure de l'amplitude du champ magnétique quelque soit l'orientation dans l'espace du vecteur champ.

La photographie.B. montre ce capteur en cours de mesure.



ETUDE DES POSSIBILITES D'APPLICATION DE L'ELECTROMAGNETISME A LA

DETECTION D'HETEROGENEITES SOUTERRAINES

INTRODUCTION

1ère PARTIE

CHAPITRE.I.

*ASPECTS DE LA DETECTION DE STRATIFICATIONS HORIZONTALES PAR UNE METHODE  
DU TYPE MAGNETOTELLURIQUE*

- I<sub>1</sub> - Position du problème
- I<sub>2</sub> - Rappels sur la détermination de l'impédance de surface d'une onde plane en présence d'un sol stratifié
- I<sub>2</sub> - Cas de la détection de galeries de carrières

CHAPITRE.II.

*ETUDE DU RAYONNEMENT D'UN DIPOLE MAGNETIQUE VERTICAL PLACE A LA SURFACE  
D'UN MILIEU CONDUCTEUR A TROIS COUCHES*

- II<sub>1</sub> - Rappels sur le rayonnement d'un OMV au-dessus d'un milieu stratifié
- II<sub>2</sub> - Composantes du champ créé par un OMV au-dessus d'un terrain à trois couches
- II<sub>3</sub> - Etude critique de la méthode
- III - Conclusion de la 1ère Partie

## 2ème Partie

ETUDE EXPERIMENTALE DE LA DETECTION D'HETEROGENEITES FAIBLEMENT ET FORTEMENT CONDUCTRICES A L'AIDE D'UN DIPOLE ELECTRIQUE VERTICAL ENTERRE

### CHAPITRE.I.

*DETECTION D'HETEROGENEITES SOUTERRAINES FAIBLEMENT CONDUCTRICES SITUEES A FAIBLE PROFONDEUR*

I<sub>1</sub> - Description de la méthode et position du problème

I<sub>2</sub> - Etude sur modèle analogique

I<sub>2.1.</sub> Dispositif de mesure

I<sub>2.2.</sub> Résultats de mesure sur modèle analogique

I<sub>2.2.1.</sub> Etalonnage du modèle

I<sub>2.2.2.</sub> Influence d'une hétérogénéité isolante au voisinage de l'antenne

I<sub>3</sub> - Résultats de mesures sur terrain réel

I<sub>4</sub> - Conclusion

### CHAPITRE.II.

*ETUDE EXPERIMENTALE DE LA DETECTION D'HETEROGENEITES CONDUCTRICES A MOYENNE PROFONDEUR*

II<sub>1</sub> - Description de la structure géologique

II<sub>2</sub> - Description d'une méthode de détection d'hétérogénéités conductrices  
- Position du problème -

II<sub>3</sub> - Méthode de détection d'hétérogénéités à l'intérieur de galeries de mine

II<sub>3.1.</sub> Aspect qualitatif de la direction du champ magnétique tangentiel créé par une antenne proche d'une hétérogénéité conductrice

II<sub>3.1.1.</sub> - Méthode directe

II<sub>3.1.2.</sub> - Interprétation physique de la direction des lignes de champ magnétique tangentiel

II<sub>3.2.</sub> Etude expérimentale de la détection des hétérogénéités en opérant à l'intérieur de galeries de mine

II<sub>3.2.1.</sub> - Dispositif expérimental

II<sub>3.2.2.</sub> - Résultats expérimentaux

II<sub>4</sub> - Conclusion

II<sub>5</sub> - Etude expérimentale du champ magnétique créé en surface par une antenne verticale enterrée au voisinage d'une hétérogénéité conductrice

II<sub>5.1.</sub> - Dispositif de mesure

II<sub>5.2.</sub> - Résultats expérimentaux

II<sub>5.3.</sub> - Interprétation et application à la prospection

CONCLUSION

BIBLIOGRAPHIE

ANNEXES

