

UNIVERSITÉ DE LILLE

FACULTÉ DES SCIENCES

---



\*0300136105\*

CENTRE DE 3<sup>e</sup> CYCLE D'ELECTRONIQUE

**THÈSE DE 3<sup>e</sup> CYCLE**

---

Sur une méthode de mesure du déphasage  
d'une onde de surface se propageant  
le long d'un demi-milieu conducteur stratifié

---



Membres du Jury : M. GABILLARD, Président  
M. BONTE, Examineur  
M. RACZY, Examineur

Présentée à Lille, le 13 Juillet 1968

par

**Patrick CORNILLE**

Licencié ès-sciences

UNIVERSITE DE LILLE

FACULTE DES SCIENCES

DOYENS HONORAIRES :

MM. LEFEBVRE, PARREAU

PROFESSEURS HONORAIRES :

MM. ARNOULT, BEGHIN, BROCHARD, CAU, CHAPPELON, CHAUDRON,  
CORDONNIER, DEHEUVELS, DEHORNE, DOLLE, FLEURY, P. GERMAIN,  
KAMPE DE FERIET, KOURCANOFF, LAMOTTE, LELONG, Mme LELONG, MM. MAZET  
MICHEL, NORMANT, PARISSELLE, PASCAL, PAUTHENIER, ROIG, ROSEAU,  
ROUBINE, ROUELLE, WIEMAN, ZAMANSKY.

---

DOYEN :

M. DEFRETIN, Biologie et Physiologie Animales

ASSESEURS :

MM. HEUBEL, Professeur de Chimie Minérale  
LEBRUN, Professeur en Electronique

PROFESSEURS :

MM. BACCHUS	Mathématiques Appliquées
BEAUFILS	Chimie
BONNEMAN	Chimie
BECART	Physique
BLOCH	Biologie et Physiologie Animales
BONTE	Sciences de la terre
BOUGHON	Mathématiques Pures
BOUISSET	Biologie et Physiologie Animales
BOURIQUET	Biologie Végétale
CELET	Sciences de la Terre
CONSTANT	Electronique, Electrotechnique et Automatique
CORSIN	Sciences de la terre

MM. DECUYPER	Mathématiques Pures
DEDECKER	Mathématiques Pures
DEHORS	Electronique, Electrotechnique et Automatique
DELATRE	Sciences de la terre
DELEAU	Sciences de la Terre
DELHAYE	Chimie
DESCOMBES	Mathématiques Pures
DURCHON	Biologie et Physiologie Animales
FOURET	Physique
GABILLARD	Electronique, Electrotechnique et Automatique
GLACET	Chimie
GONTIER	Mathématiques Appliquées
HEIM DE BALSAC	Biologie et Physiologie Animales
HOCQUETTE	Biologie végétale
LEBEGUE	Botanique
Mme LEBEGUE	Physique
M <sup>le</sup> LENOBLE	Physique
MM. LIEBAERT	Electronique, Electrotechnique et Automatique, génie Electrique
LINDER	Biologie Végétale
LUCQUIN	Chimie
MARION	Chimie
MARTINOT LAGARDE	Mathématiques Appliquées
M <sup>le</sup> MARQUET	Mathématiques Pures
MENNESSIER	Géologie
MONTARIOL	Chimie
MONTREUIL	Chimie
MORIAMEZ	Physique
MOUVIER	Chimie
PEREZ	Physique
PHAM MAU QUAN	Mathématiques Pures
POUZET	Mathématiques Appliquées
PROUVOST	Sciences de la Terre
SAVARD	Chimie
SCHILTZ	Physique

MM. SCHALLER	Biologie et Physiologie Animale
Mme SCHWARTZ	Mathématiques Pures
MM. TILLIEU	Physique
TRIDOT	Chimie
VAZART	Botanique
VIVIER	Biologie et Physiologie Animales
WATERLOT	Sciences de la Terre
WERTHEIMER	Physique

MAITRES DE CONFERENCES

Mme BADIER	Physique
BASTIANT	Mathématiques
MM. BELLET	Physique
BENABOU	Mathématiques Pures
BILLARD	Physique
BOILLET	Physique
BUI TRONG LIEU	Mathématiques Pures
CHERRUAULT	Mathématiques Pures
CHEVALIER	Mathématiques
DERCOURT	Sciences de la Terre
DEVRAINNE	Chimie
Mme DIXMIER	Mathématiques
M. DOUCET	Chimie
Mme DRAN	Chimie
MM. DUQUESNOY	Chimie
GOUDMAND	Chimie
GUILBAULT	Biologie et Physiologie Animale
GUILLAUME	Biologie Végétale
HANGAN	Mathématiques
HENRY	Physique
HERZ	Mathématiques Appliquées
HEYMAN	Physique
HUARD DE LA MAPRE	Mathématiques Appliquées
JOLY	Biologie et Physiologie Animales

MM. LABLACHE COMBIER	Chimie
LACOSTE	Biologie Végétale
LAMBERT	Physique
LANDAIS	Chimie
LEHMANN	Mathématiques Pures
Mme LEHMANN	Mathématiques Pures
MM. LOUCHEUX	Chimie
MAES	Physique
METTETAL	Zoologie
MONTEL	Physique
NGUYEN PHONG CHAU	Mathématiques
PANET	Electronique, Electrotechnique et Automatique
PARSY	Mathématiques Pures
RACZY	Physique
ROBERT	Calcul Numérique
SAADA	Physique
SEGARD	Chimie
TUDO	Chimie Minérale Appliquées
VAILLANT	Mathématiques Pures
VIDAL	Electronique, Electrotechnique et Automatique
Mme ZINN-JUSTIN	Mathématiques Pures.

A mes Parents

Ce travail m'a été confié par Monsieur le Professeur GABILLARD,  
Directeur de l'INSTITUT RADIOTECHNIQUE de la Faculté des Sciences de LILLE.

Je tiens à lui exprimer toute ma gratitude pour la compréhension  
qu'il a témoignée à mon égard et pour les conseils qu'il m'a prodigués tout  
au long de cette étude.

Je tiens également à remercier la Direction des Recherches et  
Moyens d'Essais (D.R.M.E.) pour l'appui financier apporté à ce travail sous  
forme d'un Contrat de Recherches.\*

Je remercie tous les membres de l'équipe de Géopropagation  
qui m'ont aidé et participé à mes expériences, en particulier Messieurs  
F. LOUAGE, J. FONTAINE, J. BAUDET, C. CLARISSE, J.P. DUBUS, D. PODVIN,  
M. QUINTIN, J.P. THERY.

Je remercie également tout le personnel technique et  
administratif pour leur collaboration amicale et efficace.

---

## 1. INTRODUCTION

---

L'étude de la propagation dans le sol d'ondes électromagnétiques sinusoïdales émises par un dipole situé dans l'air, a déjà fait l'objet de nombreux travaux théoriques depuis SOMMERFELD<sup>(8)</sup>.

Les premiers travaux théoriques où l'on tient compte de la stratification du sol semblent avoir été ceux de RIORDAN<sup>(11)</sup> qui a appliqué la théorie du dipole électrique de SOMMERFELD à l'étude de l'impédance de deux fils rectilignes posés sur la surface d'un milieu conducteur à deux couches.

Par la suite d'autres auteurs se sont intéressés au rayonnement d'un dipole au-dessus d'un milieu isotrope à trois et quatre couches (9,10). Ce n'est que récemment avec l'apparition d'un nouveau formalisme introduit par WAIT<sup>(4)</sup> que ces résultats ont pu être généralisés à un milieu conducteur à N couches.

Notre travail, effectué de 1965 à 1968 dans le cadre de l'équipe de Géopropagation dirigée par le Professeur GABILLARD, fait partie d'un travail collectif dans lequel nous nous sommes plus particulièrement intéressé au problème de la mesure expérimentale de la phase des champs rayonnés par un dipole situé au-dessus d'un milieu conducteur stratifié.

En effet la phase, sensible à la stratification des terrains, peut par sa mesure nous renseigner sur la nature géologique du terrain, aussi avons-nous recherché les relations entre le déphasage d'une onde de surface et la structure géologique du site où nous avons expérimenté.

En outre le procédé de mesure s'est avéré applicable à la mesure de la phase du courant circulant le long d'une antenne, constituée par un fil de longueur finie posé sur le sol. La connaissance de la phase et du module du courant permet le calcul du rayonnement de cette antenne.

L'étude du rayonnement d'une telle antenne est en effet particulièrement intéressante pour son application à la transmission d'informations à travers le sol.

Après avoir donné dans une première partie la description du procédé de mesure utilisé pour la mise en évidence de ces déphasages, nous nous sommes intéressé dans une seconde partie à l'étude théorique du dipole électrique horizontal au-dessus d'un milieu conducteur à  $N$  couches et plus particulièrement à l'étude théorique d'un milieu à trois couches.

Dans une troisième partie, nous donnons les résultats expérimentaux et l'étude de leurs relations avec un modèle théorique à trois couches. Enfin dans une dernière partie, nous décrivons l'appareillage de mesure et les difficultés rencontrées dans son utilisation.

---

## 2. DESCRIPTION DU PROCEDE DE MESURE

---

### 2.1. MESURE DU DEPHASAGE D'UNE ONDE ELECTROMAGNETIQUE SE PROPAGEANT DANS LE SOL.

---

#### 2.1.1. Définition du déphasage

Les expressions des champs électromagnétiques, rayonnés par un dipole et reçus à la surface du sol en un point donné, peuvent s'écrire sous la forme :

$$E = |E| e^{j\omega t} e^{j\phi}$$

ou

$$H = |H| e^{j\omega t} e^{j\psi}$$

où les termes de phase :  $\phi$  et  $\psi$  dépendent :

- de la distance  $r$  comprise entre le dipole émetteur et le point de réception.
- de la fréquence.
- de la nature et structure géologique du terrain, c'est-à-dire des résistivités et des épaisseurs des différentes couches qui le composent.

Nous nous sommes intéressés à une mesure directe de la phase des ondes électromagnétiques basse fréquence se propageant dans le sol. Dans ce but, nous avons mis au point une méthode de mesure et construit un appareillage pour la mise en évidence et la mesure du déphasage de l'onde se propageant dans le sol. Le principe de mesure utilisé est applicable aux différents cas de dipole : électrique ou magnétique, vertical ou horizontal, situé à la surface du sol ou au-dessus, et aux dipôles enterrés à condition cependant d'avoir une liaison possible avec ces dipôles, ce qui est par exemple le cas des dipôles disposés verticalement dans des sondes de forage.

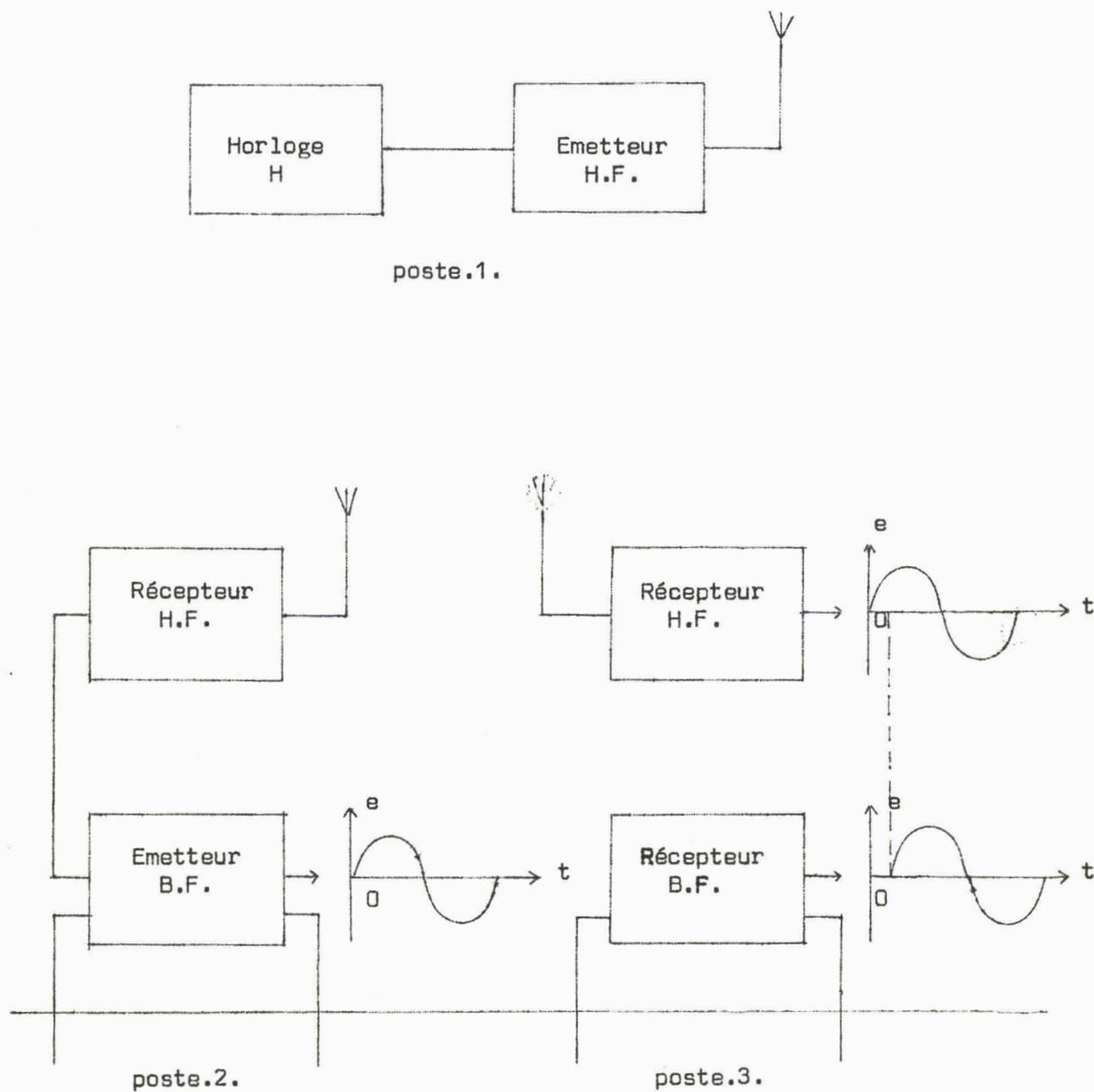


Fig.1. Schéma synoptique du procédé de mesure de la phase d'une onde de surface.

### 2.1.2. Mise en évidence du déphasage

On utilise pour mettre en évidence le déphasage d'une onde électromagnétique se propageant dans le sol, un système comprenant un émetteur et deux récepteurs fonctionnant en haute fréquence, qui permet de transmettre une référence de phase. Le schéma synoptique de la figure.1. montre le principe d'utilisation de ce système.

Un émetteur H.F. constituant le poste (1) fixe, est modulé en amplitude par une horloge basse-fréquence H. Le signal H.F. modulé, émis par le poste (1), est reçu simultanément aux postes (2) et (3), par deux récepteurs H.F. dont l'un restitue le signal basse fréquence de l'horloge à un amplificateur B.F. de puissance émettant dans le sol, l'autre servant de référence au signal dont on désire mesurer le déphasage qu'il a acquis au cours de sa transmission à travers le sol du poste (2) vers le poste (3).

On donnera plus loin les raisons qui ont conduit à utiliser un système symétrique comprenant deux récepteurs.

## 2.2. MESURE DU DEPHASAGE DU COURANT LE LONG D'UNE ANTENNE

### 2.2.1. Définition du déphasage

La théorie de la propagation des ondes électromagnétiques basse fréquence se calcule en considérant le rayonnement d'un dipole placé à l'origine des axes à une hauteur h au-dessus ou en-dessous de l'interface air-sol. On peut considérer une antenne comme un dipole si la longueur de cette antenne est très inférieure à la longueur d'onde de propagation dans le milieu considéré.

Pour une onde plane se propageant dans un milieu illimité, on définit une constante de propagation  $\gamma$  qui est donnée par :

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

avec :

$$\alpha = \frac{\omega}{c} \left[ \frac{\mu_r \epsilon_r}{2} \left( \sqrt{1 + \left[ \frac{\sigma}{\epsilon \omega} \right]^2} - 1 \right) \right]^{1/2}$$
$$\beta = \frac{\omega}{c} \left[ \frac{\mu_r \epsilon_r}{2} \left( \sqrt{1 + \left[ \frac{\sigma}{\epsilon \omega} \right]^2} + 1 \right) \right]^{1/2}$$

Où  $\alpha$  caractérise l'atténuation et  $\beta$  le déphasage de l'onde se propageant dans le milieu considéré. Ce qui donne dans le cas particulier :

- d'un milieu isolant :

$$\sigma = 0 \quad \left| \begin{array}{l} \alpha = 0 \\ \beta = \frac{2\pi}{\lambda_i} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\mu_r \epsilon_r} \end{array} \right.$$

- d'un milieu conducteur :

$$\frac{\sigma}{\omega \epsilon} \gg 1 \rightarrow \alpha \approx \beta = \frac{2\pi}{\lambda_c} \approx \frac{\omega}{c} \sqrt{\mu_r \epsilon_r} \sqrt{\frac{\sigma}{2\epsilon \omega}}$$

soit encore :

$$\alpha \approx \beta \approx \frac{1}{\delta} \quad \text{avec} \quad \delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}}$$

Pour un milieu isolant comme l'air, on trouvera une longueur d'onde  $\lambda_i = 3 \cdot 10^4$  m pour une fréquence de 10 KHz. On trouvera par contre une longueur d'onde  $\lambda_c = 10^2$  m pour un milieu conducteur comme le sol ayant une résistivité de  $10 \Omega/m$  pour la même fréquence.

La présence d'un milieu conducteur a donc pour principal effet de raccourcir les longueurs d'ondes. Dans le cas d'une antenne placée à l'interface de deux milieux dont l'un est isolant et l'autre conducteur, l'onde se propage le long de l'antenne avec une longueur d'onde comprise entre les deux valeurs limites données ci-dessus.

Dans la plupart des mesures effectuées pour l'étude de la propagation des ondes électromagnétiques basse fréquence, on utilise des antennes situées dans l'interface air-sol, dont la longueur dépasse parfois 1000 m. De ce fait il n'est plus possible d'assimiler ces antennes à de simples dipôles et il sera donc nécessaire de connaître la phase et l'atténuation du courant le long de l'antenne pour pouvoir calculer les champs. Le champ en un point sera donné par la somme intégrale de tous les champs créés en ce point par une succession de dipôles situés le long de l'antenne en tenant compte de l'atténuation et du déphasage du courant pour chaque dipôle considéré.

### 2.2.2. Choix du procédé de mesure

Pour mesurer la phase du courant le long de l'antenne, on pourrait penser, à priori, utiliser un phasemètre ordinaire dont l'une des entrées serait couplée à l'antenne par un tore situé près de l'émetteur et l'autre à un second tore, mobile le long de l'antenne et connecté à l'entrée du phasemètre au moyen d'un câble.

Outre qu'un tel procédé demanderait une longueur de câble aussi longue que l'antenne elle-même, on conçoit que des mesures effectuées selon ce principe ne pourraient donner des résultats valables. En effet le câble du tore, nécessairement situé le long de l'antenne, est couplé par self-induction et par capacité au câble de l'antenne, effet encore renforcé par la présence du sol conducteur, un tel procédé de mesure doit donc être écarté.

### 2.2.3. Mise en évidence du déphasage

Le principe et l'appareillage utilisés pour la mesure de la phase des ondes électromagnétiques se propageant dans le sol, peuvent servir à la mesure de la phase du courant le long d'un fil isolé, posé sur la surface du sol, formant antenne comme le montre la figure (2).

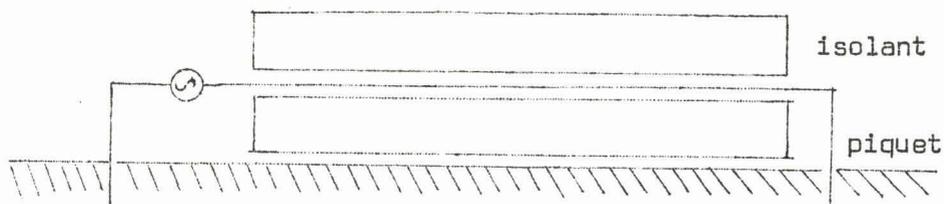


fig.2. Antenne monofilaire à la surface du sol

Le principe utilisé permet d'éviter les difficultés évoquées ci-dessus. La seule différence entre la mesure de phase dans le sol et celle le long d'une antenne concerne l'application du procédé de mesure. En effet le signal reçu au poste (3) est pris directement le long de l'antenne par couplage magnétique au moyen d'un tore au lieu d'être pris aux bornes de deux piquets enfoncés dans le sol.

Cette seule différence a cependant pour résultat de faciliter beaucoup la mesure, car le signal reçu au poste (3) possède une grande amplitude, ne suivant pas une loi d'atténuation en  $\frac{1}{r^3}$  comme dans le cas des ondes se propageant dans le sol.

---

3. ETUDE THEORIQUE DU D.E.H.\* AU-DESSUS D'UN MILIEU STRATIFIE

---

3.1. ETUDE DU D.E.H. AU-DESSUS D'UN MILIEU A N COUCHES

---

3.1.1. Expressions des composantes du vecteur de Hertz

Rappelons tout d'abord les expressions des composantes du vecteur de Hertz qui serviront dans la suite de notre calcul et dont la démonstration est donnée en annexe :

$$\Pi_{x_0} = p_0 \left[ \frac{e^{-\gamma_0 R_0}}{R_0} + \int_0^\infty R_{II} e^{-u_0(z+h)} \frac{\lambda}{u_0} J_0(\lambda r) d\lambda \right]$$

$$\Pi_{z_0} = p_0 \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty \frac{R_{II} + R_I}{\lambda} e^{-u_0(z+h)} J_0(\lambda r) d\lambda$$

avec :

$$R_I = \frac{N_0 - Y_1}{N_0 + Y_1} \quad \text{et} \quad N_0 = \frac{u_0}{J\omega\mu_0}$$

$$R_{II} = \frac{K_0 - Z_1}{K_0 + Z_1} \quad \text{et} \quad K_0 = \frac{u_0}{J\omega\mu_0}$$

Où l'impédance  $Z_1$  et l'admittance  $Y_1$  sont définis pour un milieu à N couches au moyen des relations de récurrence, démontrées en annexe, et dont on rappelle ci-dessous les expressions :

$$Z_n = K_n \frac{Z_{n+1} + K_n \cdot \text{th } u_n h_n}{K_n + Z_{n+1} \cdot \text{th } u_n h_n} \quad \text{avec} \quad K_n = \frac{u_n}{\gamma_n} J\omega\mu_0$$

\* Dans tout ce qui suit, l'abréviation D.E.H. signifie :

"Dipole Electrique Horizontal"

$$Y_n = N_n \frac{Y_{n+1} + N_n \cdot \text{th } u_n h_n}{N_n + Y_{n+1} \cdot \text{th } u_n h_n} \quad \text{avec} \quad N_n = \frac{u_n}{J\omega\mu_0}$$

Ces expressions sont définies sur l'interface  $z_{n-1}$ .

### 3.1.2. Approximation des milieux conducteurs

Ces expressions peuvent encore s'écrire sous la forme :

$$Z_n = K_n \frac{\frac{Z_{n+1}}{J\omega\mu_0} \frac{\gamma_n^2}{u_n} + \text{th } u_n h_n}{1 + \frac{Z_{n+1}}{J\omega\mu_0} \frac{\gamma_n^2}{u_n} \cdot \text{th } u_n h_n}$$

$$Y_n = N_n \frac{1 + \frac{u_n}{Y_{n+1} \cdot J\omega\mu_0} \cdot \text{th } u_n h_n}{\frac{u_n}{Y_{n+1} \cdot J\omega\mu_0} + \text{th } u_n h_n}$$

Si l'on pose :  $Z_n = K_n \cdot Q_n$  et  $Y_n = N_n \frac{1}{Q_n}$

On peut écrire :

$$\frac{Z_{n+1}}{J\omega\mu_0} \frac{\gamma_n^2}{u_n} = \frac{\gamma_n^2}{\gamma_{n+1}^2} \frac{u_{n+1}}{u_n} Q_{n+1}$$

et

$$\frac{u_n}{Y_{n+1} \cdot J\omega\mu_0} = \frac{u_n}{u_{n+1}} \hat{Q}_{n+1}$$

Dans le cas d'un D.E.H. placé dans l'air au-dessus d'un milieu fortement conducteur, on a :

$$|\gamma_n| > |\gamma_0| \quad \text{ce qui implique : } u_n \approx \gamma_n$$

La validité de cette approximation est discutée en détail dans le livre cité en référence (4).

Cette approximation simplifie le calcul de  $Q_n$  et  $\hat{Q}_n$  et rend ces coefficients indépendants de la variable d'intégration  $\lambda$ . Leur nouvelle expression est donnée ci-dessous :

$$Q_n = \frac{\frac{\gamma_n}{\gamma_{n+1}} \cdot Q_{n+1} + \text{th } \gamma_n h_n}{1 + \frac{\gamma_n}{\gamma_{n+1}} \cdot \hat{Q}_{n+1} + \text{th } \gamma_n h_n}$$

$$\frac{1}{Q_n} = \frac{1 + \frac{\gamma_n}{\gamma_{n+1}} \cdot \hat{Q}_{n+1} + \text{th } \gamma_n h_n}{\frac{\gamma_n}{\gamma_{n+1}} \cdot \hat{Q}_{n+1} + \text{th } \gamma_n h_n}$$

Ces coefficients ont pour valeur, sur la dernière interface  $z_{N-1}$  :

$$Q_N = 1 \quad \text{et} \quad \hat{Q}_N = 1$$

ce qui implique l'égalité :

$$Q_{N-1} = \hat{Q}_{N-1}$$

et donc d'une manière générale l'égalité :  $Q_n = \hat{Q}_n$  quelque soit  $n$ . Cette égalité permet de définir l'admittance et l'impédance sous la forme :

$$Z_n \approx K_n \cdot Q_n \quad \text{et} \quad Y_n \approx N_n \frac{1}{Q_n}$$

### 3.1.3. Calcul des composantes du vecteur de Hertz

On s'intéresse particulièrement à la mesure des composantes radiales du champ électrique à la surface du sol pour un D.E.H. placé sur le sol. Il suffit donc de faire  $h = 0$  pour avoir les expressions des

composantes du vecteur de Hertz qui permettent le calcul de la valeur des composantes du champ électrique dans ce cas. Les composantes du vecteur de Hertz ont donc comme expression :

$$\begin{aligned} \Pi_{x_0} &= \rho_0 \int_0^{\infty} e^{-u_0 z} [R_{\text{I}} + 1] \frac{\lambda}{u_0} J_0(\lambda r) d\lambda \\ \Pi_{z_0} &= \rho_0 \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\infty} e^{-u_0 z} [R_{\text{II}} + R_{\text{I}}] \frac{1}{\lambda} J_0(\lambda r) d\lambda \end{aligned}$$

Les coefficients  $R_{\text{II}}$  et  $R_{\text{I}}$  se calculent avec les expressions de l'impédance et de l'admittance prises sur l'interface  $z_0$  délimitant l'air et le milieu conducteur.

Pour un D.E.H. placé dans l'air au-dessus d'un milieu stratifié conducteur, ces expressions ont pour valeur :

$$R_{\text{II}} = \frac{K_0 - K_1 \cdot Q_1}{K_0 + K_1 \cdot Q_1} \quad \text{et} \quad R_{\text{I}} = \frac{N_0 - \frac{N_1}{Q_1}}{N_0 + \frac{N_1}{Q_1}}$$

Ces deux dernières expressions étant valables dans le cas de l'approximation des milieux conducteurs où l'on peut définir l'impédance et l'admittance sous la forme :

$$Z_1 \approx K_1 Q_1 \quad \text{et} \quad Y_1 \approx \frac{N_1}{Q_1}$$

On remarque que les composantes du vecteur de Hertz dépendent du facteur de stratification  $Q_1$  qui se calcule par récurrence au moyen de l'expression de  $Q_n$  définie précédemment.

Ce facteur détermine bien la structure géologique du terrain puisqu'il ne dépend, pour une fréquence donnée, que de la résistivité  $\rho_n$  et de l'épaisseur  $h_n$  des différentes couches  $n$ .

En effet pour un D.E.H. situé dans l'air au-dessus d'un milieu conducteur stratifié, l'approximation :  $u_n \approx \gamma_n$  permet d'écrire le facteur de stratification  $Q_n$  en fonction du terme récurrent  $Q_{n+1}$  dont l'expression est :

$$Q_n \approx \frac{\gamma_n Q_{n+1} + \gamma_{n+1} \cdot \text{th } \gamma_n h_n}{\gamma_{n+1} + \gamma_n \cdot Q_{n+1} \cdot \text{th } \gamma_n h_n}$$

avec :

$$\gamma_n \approx (1+J) \frac{1}{\delta_n} \quad \text{et} \quad \delta_n \approx 500 \sqrt{\frac{\rho_n}{f}}$$

### 3.1.4. Cas d'un milieu homogène infini

Dans le cas d'un milieu homogène infini, le coefficient de stratification  $Q_n$  a pour valeur l'unité, les coefficients de réflexion  $R_{II}$  et  $R_I$  deviennent alors :

$$R_{II} = \frac{K_0 - K_1}{K_0 + K_1} = \frac{u_0 \gamma_1^2 - u_1 \gamma_0^2}{u_0 \gamma_1^2 + u_1 \gamma_0^2}$$

$$R_I = \frac{N_0 - N_1}{N_0 + N_1} = \frac{u_0 - u_1}{u_0 + u_1}$$

Ces expressions sont rigoureuses, reportées dans les expressions des composantes du vecteur de Hertz, elles donnent :

$$\Pi_{x_0} = 2p_0 \int_0^{\infty} \frac{e^{-u_0 z}}{u_0 + u_1} J_0(\lambda r) \cdot \lambda \cdot d\lambda$$

$$\Pi_{z_0} = -2p_0 \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\infty} e^{-u_0 z} \frac{u_0 - u_1}{u_0 \gamma_1^2 + u_1 \gamma_0^2} J_0(\lambda r) \cdot \lambda \cdot d\lambda$$

Le calcul de ces expressions à la surface du sol ( $z=0$ ) est connu, aussi rappelle-t'on seulement leur valeur :

$$\Pi_{x_0} = \frac{2\rho_0}{\gamma_0^2 - \gamma_1^2} \frac{1}{r^3} \left[ (1+\gamma_1 r) e^{-\gamma_1 r} - (1+\gamma_0 r) e^{-\gamma_0 r} \right]$$

$$\Pi_{z_0} = \frac{2\rho_0}{\gamma_1^2} \cos\theta \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left[ \left[ \gamma_1^2 - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \cdot \frac{\partial}{\partial r} \right] \left[ I_0\left(\frac{\gamma_1 r}{2}\right) \cdot K_0\left(\frac{\gamma_1 r}{2}\right) \right] \right]$$

Cette dernière composante étant calculée dans le cas de l'approximation des basses fréquences où l'on a  $\gamma_0^2 \approx 0$ .

### 3.1.5. Milieu équivalent à un milieu infini

Par analogie avec un milieu, homogène et infini, nous posons :

$$K_e = K_1 \cdot Q_1 \quad \text{et} \quad N_e = \frac{N_1}{Q_1}$$

ce qui implique les égalités suivantes :

$$\frac{u_e}{\gamma_e^2} = \frac{u_1}{\gamma_1^2} Q_1 \quad \text{et} \quad u_e = u_1 \frac{1}{Q_1}$$

On tire facilement de ces deux expressions le facteur de propagation équivalent qui a pour valeur :

$$\gamma_e = \frac{\gamma_1}{Q_1}$$

Remarquons que ce facteur permet de définir la résistivité équivalente du milieu stratifié qui a pour expression :

$$\rho_e \approx \rho_1 \cdot Q_1$$

sachant que :

$$\gamma_1 \approx (1+J) \frac{1}{\delta_1} \quad \text{et} \quad \delta_1 \approx 500 \left( \frac{\rho_1}{f} \right)^{1/2}$$

Pour déterminer les expressions des composantes du vecteur de Hertz dans le cas général d'un milieu stratifié conducteur, il suffit donc de remplacer  $u_1$  par  $u_e$  et  $\gamma_1$  par  $\gamma_e$ . On rappelle ci-dessous les diverses expressions démontrées précédemment dans lesquelles on a remplacé :  $u_1$  par  $u_e$  et  $\gamma_1$  par  $\gamma_e$ .

. Expressions des coefficients de réflexion parallèle et perpendiculaire

$$R_{II} = \frac{K_o - K_e}{K_o + K_e} = \frac{u_o \gamma_e^2 - u_e \gamma_o^2}{u_o \gamma_e^2 + u_e \gamma_o^2}$$

$$R_I = \frac{N_o - N_e}{N_o + N_e} = \frac{u_o - u_e}{u_o + u_e}$$

. Expressions des composantes du vecteur de Hertz

$$\Pi_{x_o} = 2p_o \int_0^{\infty} \frac{e^{-u_o z}}{u_o + u_e} J_o(\lambda r) \cdot \lambda \cdot d\lambda$$

$$\Pi_{z_o} = -2p_o \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\infty} e^{-u_o z} \frac{u_o - u_e}{u_o \gamma_e^2 + u_e \gamma_o^2} J_o(\lambda r) \cdot \lambda \cdot d\lambda$$

. Valeur des composantes du vecteur de Hertz à la surface du sol :

$$\Pi_{x_o} = \frac{2p_o}{\gamma_o^2 - \gamma_e^2} \frac{1}{r^3} \left[ (1 + \gamma_e r) e^{-\gamma_e r} - (1 + \gamma_o r) e^{-\gamma_o r} \right]$$

$$\Pi_{z_o} = \frac{2p_o}{\gamma_e^2} \cos \theta \frac{\partial}{\partial r} \left[ \left[ \gamma_e^2 - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \cdot \frac{\partial}{\partial r} \right] \left[ I_o \left( \frac{\gamma_e r}{2} \right) \cdot K_o \left( \frac{\gamma_e r}{2} \right) \right] \right]$$

### 3.1.6. Calcul de $\vec{\text{div}} \vec{\Pi}$

Calculons la valeur de  $\vec{\text{div}} \vec{\Pi}$  pour  $z = 0$  dont l'expression servira dans le calcul des composantes du champ électrique à la surface du sol. Sachant que  $\vec{\text{div}} \vec{\Pi}$  est défini par :

$$\text{div } \vec{\Pi} = \frac{\partial \Pi_{x_0}}{\partial x} + \frac{\partial \Pi_{z_0}}{\partial z}$$

On obtient :

$$\text{div } \vec{\Pi} = p_0 \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\infty} \left[ (R_{\text{I}} + 1) \frac{\lambda}{u_0} - (R_{\text{II}} + R_{\text{I}}) \frac{u_0}{\lambda} \right] J_0(\lambda r) \cdot d\lambda$$

Dans le cas d'un milieu homogène infini, cette expression se simplifie et a pour valeur rigoureuse :

$$\text{div } \vec{\Pi} = 2p_0 \gamma_0^2 \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\infty} \frac{1}{u_0 \gamma_1^2 + u_1 \gamma_0^2} J_0(\lambda r) \cdot \lambda \cdot d\lambda$$

Dans le cas de l'approximation des basses fréquences où l'on a :  $\gamma_0^2 \approx 0$ ,  $\vec{\text{div}} \vec{\Pi}$  a pour valeur approchée :

$$\text{div } \vec{\Pi} \approx 2p_1 \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\infty} \frac{1}{u_0} J_0(\lambda r) \cdot \lambda \cdot d\lambda$$

sachant que :  $p_0 \gamma_0^2 = p_1 \gamma_1^2$

L'expression finale de  $\vec{\text{div}} \vec{\Pi}$  est connue, on en rappelle ci-dessous le résultat final :

$$\text{div } \vec{\Pi} \approx -2p_1 \frac{\cos \theta}{r^2} (1 + \gamma_0 r) e^{-\gamma_0 r}$$

Pour connaître maintenant le résultat de  $\vec{\text{div}} \vec{\Pi}$  dans le cas d'un milieu

stratifié conducteur, il suffit de remplacer  $\gamma_1$  par  $\gamma_e$ , d'où l'expression finale de  $\text{div} \vec{\Pi}$  dans ce cas :

$$\text{div} \vec{\Pi} \approx -2p_e \frac{\cos\theta}{r^2} (1 + \gamma_e r) e^{-\gamma_e r}$$

$$\text{avec : } p_e = \frac{Idl}{4\pi} \frac{J\omega\mu_0}{\gamma_e^2}$$

### 3.1.7. Expressions des composantes du champ électrique

On s'intéresse particulièrement à la mesure des composantes horizontales du champ électrique à la surface du sol pour un D.E.H. placé sur le sol. Le champ électrique a pour expressions :

$$\vec{E} = -\gamma_e^2 \vec{\Pi} + \vec{\text{grad}} \text{div} \vec{\Pi}$$

dont les composantes horizontales en coordonnées cylindriques sont données par :

$$E_{r_0} = -\gamma_e^2 \Pi_{x_0} \cos\theta + \frac{\partial}{\partial r} \text{div} \vec{\Pi}$$

$$E_{\theta_0} = +\gamma_e^2 \Pi_{x_0} \sin\theta + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \text{div} \vec{\Pi}$$

On reporte dans ces expressions la valeur de  $\Pi_{x_0}$  et de  $\text{div} \vec{\Pi}$  calculés précédemment. On obtient finalement la valeur des composantes horizontales du champ électrique dont on donne ci-dessous le résultat final :

$$E_r \approx \frac{2p_e \cos\theta}{r^3} \left[ (1 + \gamma_e r + \gamma_e^2 r^2) e^{-\gamma_e r} + (1 + \gamma_e r) e^{-\gamma_e r} \right]$$

$$E_\theta \approx \frac{2p_e \sin\theta}{r^3} \left[ 2(1 + \gamma_e r) e^{-\gamma_e r} - (1 + \gamma_e r) e^{-\gamma_e r} \right]$$

Dans le cas général où l'on a :  $|\gamma_e r| \ll 1$ , ces expressions peuvent encore s'écrire sous la forme :

$$E_r \approx \frac{2p_e \cos\theta}{r^3} \left[ 1 + (1+\gamma_e r)e^{-\gamma_e r} \right]$$

$$E \approx \frac{2p_e \sin\theta}{r^3} \left[ 2 - (1+\gamma_e r)e^{-\gamma_e r} \right]$$

On obtient finalement les composantes horizontales du champ électrique dans le cas où les expressions ne dépendent, pour une distance donnée, que du facteur de stratification  $Q_1$ . Il faut pour cela que la distance entre le dipole émetteur et le point de mesure vérifie la condition :  $|\gamma_e r| \ll 1$ .

### 3.2. ETUDE D'UN MILIEU A TROIS COUCHES

#### 3.2.1. Etude du facteur de stratification d'un milieu à N couches

Nous rappelons ci-dessous l'expression du facteur récurrent de stratification d'un milieu à N couches :

$$Q_n \approx \frac{\gamma_n Q_{n+1} + \gamma_{n+1} \cdot \text{th} \gamma_n h_n}{\gamma_{n+1} + \gamma_n \cdot Q_{n+1} \cdot \text{th} \gamma_n h_n}$$

avec :  $\gamma_n^2 = J\omega\mu (\sigma_n + J\omega\epsilon_n)$

sachant que :

$$\frac{\sigma_n}{\omega\epsilon_n} \gg 1 \quad \cdot, \text{ on a : } \gamma_n^2 \approx J\omega\mu\sigma_n$$

d'où :

$$\gamma_n \approx (1+J) \cdot \frac{1}{\delta_n} \quad \text{avec} \quad \delta_n = \left[ \frac{2}{\omega\mu\sigma_n} \right]^{1/2} \approx 500 \left[ \frac{\rho_n}{f} \right]^{1/2}$$

Le facteur récurrent  $Q_n$  peut donc s'écrire sous la forme :

$$Q_n \approx \frac{\left[ \frac{\rho_{n+1}}{\rho_n} \right]^{1/2} \cdot Q_{n+1} + \text{th}(1+J) \frac{h_n}{\delta_n}}{1 + \left[ \frac{\rho_{n+1}}{\rho_n} \right]^{1/2} \cdot Q_{n+1} \cdot \text{th}(1+J) \frac{h_n}{\delta_n}}$$

Posons pour faciliter l'écriture de ce facteur :

$$\alpha_n = \left[ \frac{\rho_{n+1}}{\rho_n} \right]^{1/2} \cdot Q_{n+1} \quad \text{et} \quad \beta_n = \frac{h_n}{\delta_n}$$

sachant que :

$$\text{th}(1+J)\beta_n = \frac{\text{th}\beta_n + J\text{tg}\beta_n}{1 + J\text{th}\beta_n \cdot \text{tg}\beta_n}$$

Le facteur  $Q_n$  peut encore s'écrire :

$$Q_n \approx \frac{\alpha_n + \text{th}\beta_n + J\text{tg}\beta_n (1 + \alpha_n \cdot \text{th}\beta_n)}{(1 + \alpha_n \text{th}\beta_n) + J\text{tg}\beta_n (\alpha_n + \text{tg}\beta_n)}$$

soit encore :

$$Q_n \approx \frac{(1 + \text{tg}^2\beta_n) (1 + \alpha_n \text{th}\beta_n) (\alpha_n + \text{th}\beta_n) + J\text{tg}\beta_n \cdot (1 - \alpha_n^2) (1 - \text{th}^2\beta_n)}{(1 + \alpha_n \text{th}\beta_n)^2 + \text{tg}^2\beta_n \cdot (\alpha_n + \text{th}\beta_n)^2}$$

Remarquons que  $\beta_n$  est réel et  $\alpha_n$  complexe sauf pour la dernière couche où l'on a :  $Q_N = 1$  ce qui implique  $\alpha_N^2 = \frac{\rho_N}{\rho_{N-1}}$  réel.

L'expression de  $Q_n$  écrite sous cette forme permet le calcul de  $Q_1$  sur ordinateur et l'étude du module et de la phase de la résistivité équivalente du milieu physique, puisque l'on a :

$$\rho_e = \rho_1 \cdot Q_1$$

### 3.2.2. Etude du facteur de stratification d'un milieu à trois couches

Les raisons qui nous ont conduit à choisir un milieu à trois couches dans lequel  $\rho_1 = \rho_3$  seront données dans le chapitre suivant concernant l'étude expérimentale.

Dans ce cas, le facteur de stratification  $Q_1$  peut s'écrire sous la forme :

$$Q_n = \frac{(1 + \operatorname{tg}^2 \beta_1) (1 + \chi \cdot Q_2 \operatorname{th} \beta_1) (\chi \cdot Q_2 + \operatorname{th} \beta_1) + J(1 - \chi^2) (1 - \operatorname{th}^2 \beta_1)}{(1 + \chi \cdot Q_2 \operatorname{th} \beta_1)^2 + \operatorname{tg}^2 \beta_1 (\chi \cdot Q_2 + \operatorname{th} \beta_1)^2}$$

pour cela nous avons posé :

$$\alpha_1 = \left[ \frac{\rho_2}{\rho_1} \right]^{1/2} \cdot Q_2 = \chi \cdot Q_2 \quad \text{et} \quad \alpha_2 = \left[ \frac{\rho_1}{\rho_2} \right]^{1/2} = \frac{1}{\chi}$$

$Q_2$  se déduit donc de  $Q_1$  en remplaçant  $\beta_1$  par  $\beta_2$  et  $\chi \cdot Q_2$  par  $\frac{1}{\chi}$ . On dispose maintenant de tous les éléments nécessaires au calcul de  $Q_1$ . On remarque que le facteur de stratification  $Q_1$  ne dépend que de trois grandeurs normalisées  $\beta_1, \beta_2, \chi$  on a en effet :

$$Q_1 = Q_1(\beta_1, \beta_2, \chi) = Q_1 \left[ \frac{h_1}{\delta_1}, \frac{h_2}{\delta_2}, \left[ \frac{\rho_2}{\rho_1} \right]^{1/2} \right]$$

### 3.2.3. Expression du champ électrique

Les expressions du champ électrique sont obtenues en remplaçant le facteur de propagation équivalent par sa valeur. Soit en effet :

$$\gamma_e = \frac{\gamma_1}{Q_1} \quad \text{d'où} \quad \gamma_e r = \frac{\gamma_1 r}{Q_1} = (1+J) \frac{\eta}{Q_1}$$

$$\text{avec} \quad \eta = \frac{r}{\delta_1}$$

d'où finalement les expressions  $E_r$  et  $E_\theta$  des composantes horizontales du champ électrique :

$$E_r \approx \frac{2p_e \cos\theta}{r^3} \left[ 1 + \left[ 1 + (1+J) \frac{n}{Q_1} \right] e^{-(1+J) \frac{n}{Q_1}} \right]$$

$$E_\theta \approx \frac{2p_e \sin\theta}{r^3} \left[ 2 - \left[ 1 + (1+J) \frac{n}{Q_1} \right] e^{-(1+J) \frac{n}{Q_1}} \right]$$

En remplaçant  $Q_1$  par sa valeur, on peut maintenant séparer les parties réelles et imaginaires des composantes du champ électrique et obtenir ainsi le module et la phase de celles-ci. En effet, ces composantes peuvent s'écrire sous la forme :

$$E_r \approx \cos\theta \cdot E_o \cdot |E_r| e^{-J\phi_r}$$

$$E_\theta \approx \sin\theta \cdot E_o \cdot |E_\theta| e^{-J\phi_\theta}$$

avec :  $E_o = \frac{2p_e}{r^3}$  et  $p_e = \frac{Idl}{4\pi} \frac{J\omega\mu_o}{\gamma_e^2} = \frac{Idl}{4\pi} \frac{1}{\sigma_e}$

On remarque que la normalisation donne des termes de phase dépendant de quatre grandeurs normalisées :  $n, \beta_1, \beta_2, \chi$ , on a en effet :

$$\phi = \phi(n, \beta_1, \beta_2, \chi) = \phi \left[ \frac{r}{\delta_1}, \frac{h_1}{\delta_1}, \frac{h_2}{\delta_2}, \left[ \frac{\rho_2}{\rho_1} \right]^{1/2} \right]$$

Pour la mesure expérimentale de ces déphasages, nous nous sommes essentiellement intéressés à la mesure de la phase  $\phi_\theta$  de la composante  $E_\theta$  du champ électrique.

---

#### 4. ETUDE EXPERIMENTALE

---

##### 4.1. LOCALISATION DES MESURES

---

Les mesures effectuées ont été réalisées dans la forêt de Phalempin, forêt qui se situe au sud de LILLE et dont l'accès est particulièrement aisé. Cette forêt offrait en outre l'avantage de permettre l'installation du matériel important que nécessitaient ces mesures, comme le montre d'ailleurs la photo de l'appareillage.

De plus au milieu de celle-ci, se trouve un manoir dont une partie a été transformée en laboratoire où l'on a pu installer à demeure l'émetteur haute fréquence qui constitue le poste (1) de mesure. L'endroit où se tient ce manoir porte le nom de l'"Ermitage".

A cause de l'éloignement du terrain de mesure du laboratoire de l'Institut, et de l'importance du matériel mis en oeuvre, il ne nous a pas été possible de réaliser de nombreuses expériences et mesures.

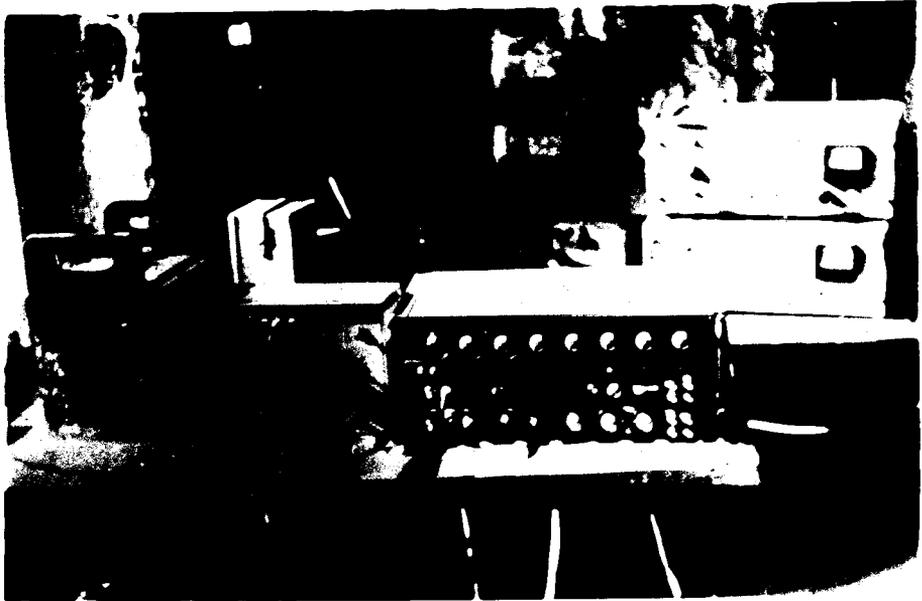
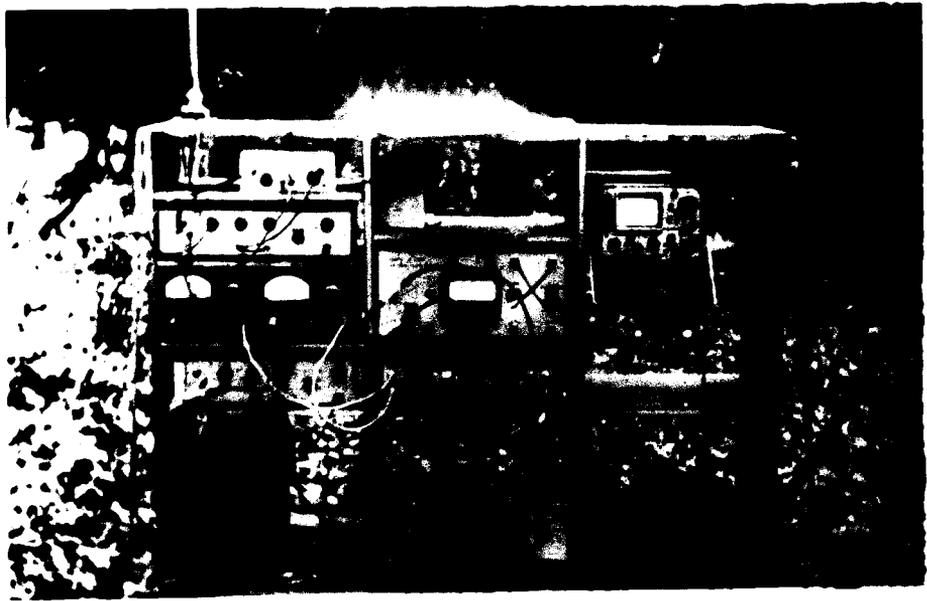
##### 4.2. DESCRIPTION DES MESURES

---

Cependant deux séries de mesure ont été réalisées. Une première série à 400m. de l'Ermitage qui a servi à concevoir et mettre au point un matériel de mesure, matériel qui a ensuite été employé pour la deuxième série de mesure qui s'est tenue à 50m. environ de l'Ermitage.

Dans les deux cas les dipôles ont été placés dans la direction W.NW.-E.SE., les mesures se faisant dans la direction perpendiculaire aux dipôles, c'est-à-dire la direction N.NE.-S.SW., direction qui correspond à un maximum d'amplitude de la composante  $E_{\theta}$  du champ électrique ( $\theta = \frac{\pi}{2}$ ).

Les fréquences de mesure et la distance  $r$  séparant le dipôle du point de mesure, ont été choisies de telle manière que les deux conditions suivantes soient vérifiées :



BUS  
LILLE

$$|\gamma_0 r| = \frac{\omega}{c} \cdot r \ll 1 \quad \text{et} \quad \eta = \frac{r}{\delta_1} < 10$$

afin que la phase mesurée ne tienne compte que de l'influence du sol. En effet, dans le cas contraire où  $r$  et  $\omega$  ne vérifient pas ces conditions, la phase mesurée serait due essentiellement à l'influence de l'atmosphère et ne dépendrait que du terme :  $|\gamma_0 r| = \frac{\omega}{c} \cdot r$ , terme qui définit le déphasage d'une onde plane se propageant dans l'atmosphère.

#### 4.3. PROBLEMES POSES PAR L'ETUDE THEORIQUE DE $Q_1$

Nous nous sommes intéressés essentiellement à la mesure de la phase de la composante  $E_\theta$ . Celle-ci est définie au moyen de l'expression :  $\gamma_e r = \gamma_1 r \frac{1}{Q_1}$  où  $Q_1$  est le facteur de stratification qui dépend des résistivités et des épaisseurs des différentes couches composant le milieu conducteur.

Le calcul de ce facteur dans le cas général d'un milieu stratifié possédant un très grand nombre de couches est possible à réaliser sur ordinateur et ne rencontre pas de grandes difficultés.

Remarquons cependant que pour un milieu à  $N$  couches le facteur de stratification  $Q_1$  dépend de  $2N-1$  inconnues qui sont les résistivités  $\rho_n$  et les épaisseurs  $h_n$  des différentes couches, la dernière couche  $N$  ayant une épaisseur  $h_N$  égale à l'infini.

Pour pouvoir comparer les mesures expérimentales à des résultats théoriques, il faut maintenant faire un choix sur le nombre des couches que nous allons considérer pour calculer le facteur  $Q_1$ .

#### 4.4. CHOIX DU NOMBRE DE COUCHES POUR L'ETUDE THEORIQUE DE $Q_1$

Notre but n'étant pas, pour l'instant, de faire de la prospection géophysique, mais de mettre au point une méthode de mesure qui puisse

ensuite être développée et utilisée dans ce but, nous nous sommes donc servis des deux coupes géologiques du terrain de mesure en notre possession.

Ces coupes ont été réalisées selon deux directions perpendiculaires se croisant à la hauteur de l'Ermitage, l'une dans la direction W.NW.-E.SE. du dipole émetteur, l'autre dans la direction N.NE.-S.SW. de l'axe de mesure.

Ces coupes géologiques montrent un terrain composé de quatre couches, ce qui donne sept inconnues pour le calcul de  $Q_1$ .

Cependant si nous prenons pour le calcul de  $Q_1$  les hauteurs des couches situées en-dessous du dipole, il ne reste plus que quatre inconnues, qui sont les quatre résistivités des couches considérées.

Il ne nous a pas été possible de connaître les valeurs de ces résistivités, seules les valeurs approchées des deux premières couches ont pu être mesurées.

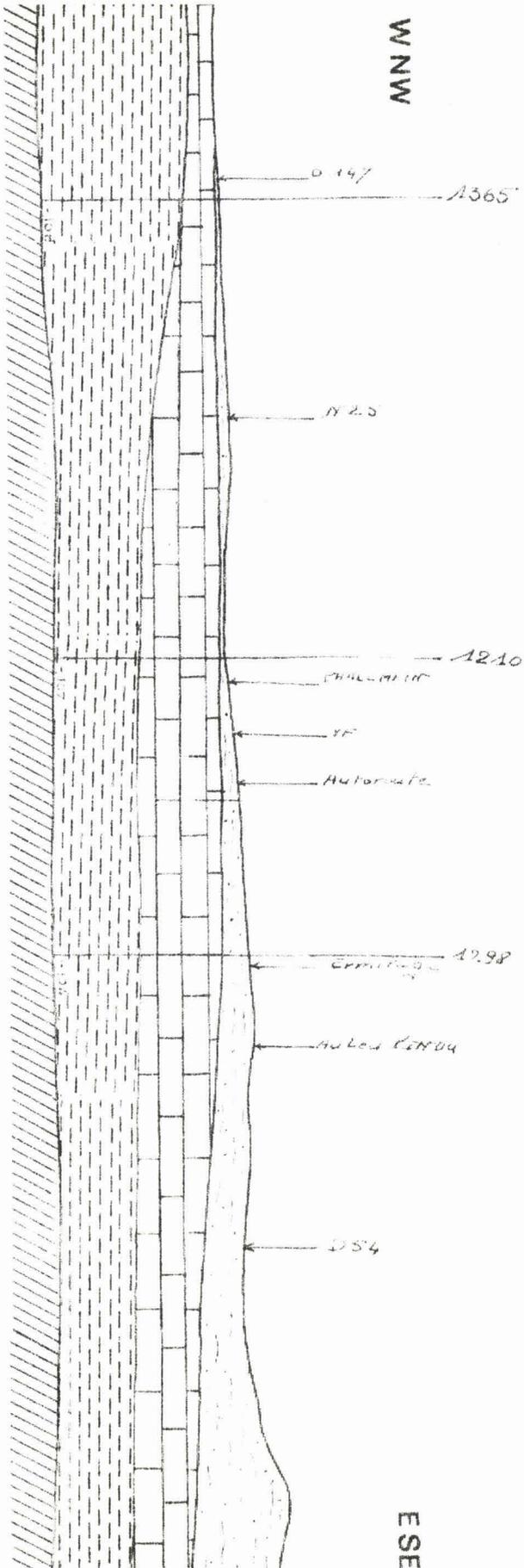
Aussi ce fait joint à des raisons exposées ci-dessous, nous ont amené à choisir un modèle théorique ne comprenant que trois couches.

#### 4.5. RAISONS DU CHOIX D'UN MODELE THEORIQUE A TROIS COUCHES

Les raisons qui nous ont conduit à choisir un modèle théorique à trois couches sont dues essentiellement à la nature géologique du site où nous avons expérimenté.

En effet les mesures ont été effectuées dans une forêt, ce qui indique la présence d'une première couche de type argileuse, hautement conductrice. Ce que confirme d'ailleurs les coupes géologiques du terrain. En outre ces coupes géologiques montrent la présence d'une deuxième couche beaucoup moins conductrice, suivie de deux autres couches de nouveau hautement conductrices.

Ceci nous a conduit à prendre comme modèle théorique un modèle à trois couches dont la première a pour épaisseur  $h_1$  et pour résistivité  $\rho_1$ , la seconde ayant pour épaisseur  $h_2$  et pour résistivité  $\rho_2$ , suivie d'une dernière couche d'épaisseur infinie et de résistivité  $\rho_1$ , identique à celle de la première couche.



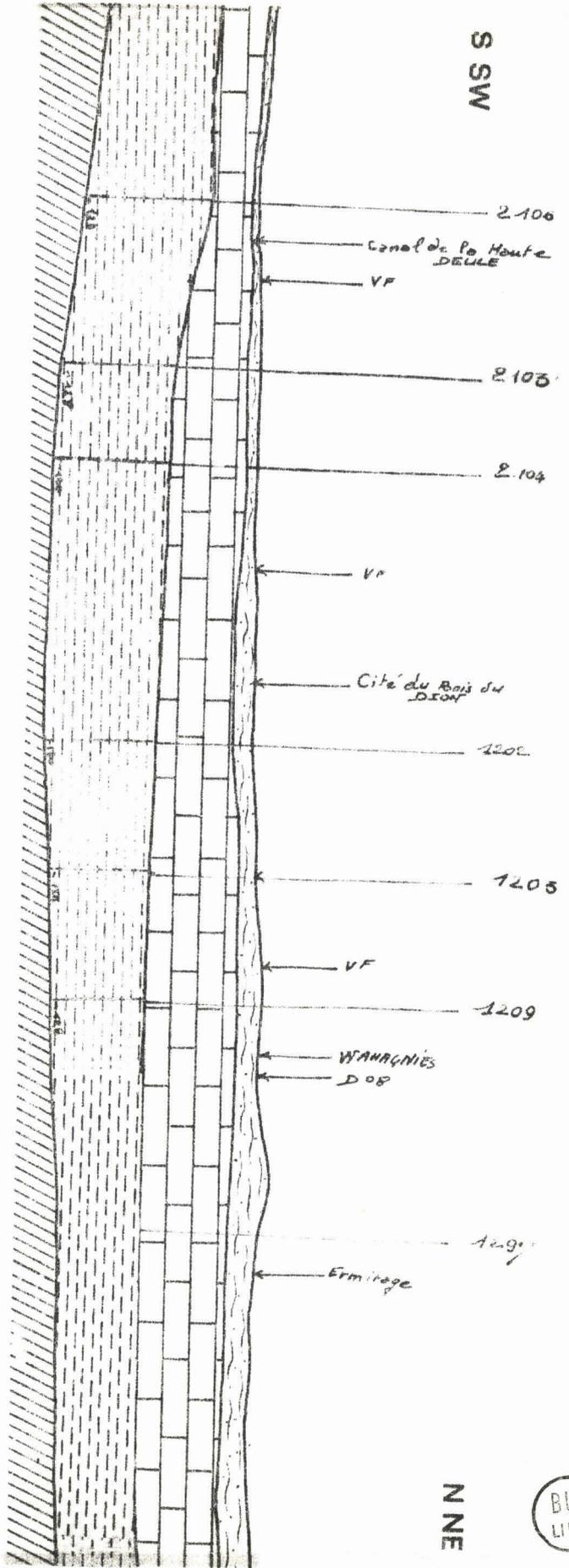
H 1/5000  
L 1/50000

Quaternaire + Tertiaire  
Socle  
(Carbonifère ou Dévonien)



Senonien + Turonien supérieur

S SW



N NE



H 1/5,000  
 L 1/50,000

Quaternaire + Tertiaire  
 Socle  
 (Carbonifère ou Dévonien)



Senonien + Turonien supérieur

La figure.3. donne la coupe géologique du modèle théorique choisi pour l'interprétation des résultats expérimentaux. Dans cette figure les hauteurs  $h_1$  et  $h_2$  représentent les épaisseurs des deux premières couches du terrain d'expérimentation, dont les valeurs sont mesurées sur les coupes géologiques données précédemment.

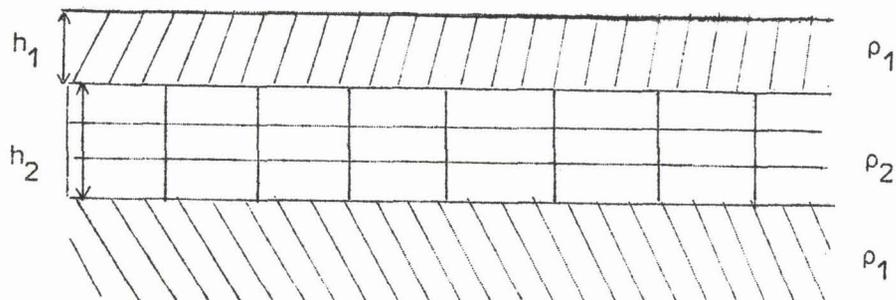


figure.3. Modèle théorique à trois couches

#### 4.6. CONDITION DE MESURE

Le principe de mesure utilisé nous oblige à travailler à fréquence constante et à mesurer la phase en fonction de la distance  $r$  séparant le dipole émetteur du point de mesure. La variable de mesure est donc la distance  $r$ , la fréquence étant choisie comme paramètre.

Pour faciliter le dépouillement de nos mesures et la comparaison avec les résultats théoriques, les fréquences de mesure sont choisies multiples de 1 kHz. La mesure de la phase étant effectuée, à fréquence constante, systématiquement tous les 10m.

Ces conditions permettent de réaliser un programme simple de calcul de la phase sur calculateur électronique et d'associer à chaque point de mesure un point calculé, ce qui facilite beaucoup le dépouillement des mesures et le tracé des courbes.

#### 4.7. PROGRAMMATION ET DEPOUILLEMENT DES MESURES

Tous les calculs ont été réalisés sur un ordinateur BULL-G.E.

de type M 40 du Laboratoire de Calcul numérique de la Faculté des Sciences de LILLE.

Les programmes ont été écrits en Algol, pour cela il a fallu poser :

$$\alpha_1 = RM \cdot Q_2 \quad \alpha_2 = \frac{1}{RM} \quad \beta = W \quad \text{et} \quad \eta = Y$$

Le facteur de stratification  $Q_1$  est défini sous la forme :

$$Q_1 = RQ_1 + JIQ_1$$

où  $RQ_1$  et  $IQ_1$  sont les parties réelles et imaginaires de  $Q_1$  dont l'expression a été donnée au chapitre précédent.

Le facteur de propagation a pour expression :

$$\gamma_e \approx (1+J) \frac{1}{\delta_1} \frac{1}{Q_1}$$

d'où :

$$\gamma_e r \approx (1+J) \cdot Y \cdot \frac{RQ_1 - JIQ_1}{RQ_1^2 + IQ_1^2}$$

$$\gamma_e r \approx Y \cdot \frac{RQ_1 + IQ_1}{RQ_1^2 + IQ_1^2} + J Y \frac{RQ_1 - IQ_1}{RQ_1^2 + IQ_1^2}$$

$$\gamma_e r \approx WQ + J VQ$$

Cette dernière expression reportée dans la composante  $E_\theta$  permet la séparation en partie réelle et imaginaire de cette composante, et donc le calcul du module et de la phase de celle-ci.

Le programme en Algol de ce calcul est donné en Annexe.

Les données de ce programme sont :

- pour la première série :

$$\rho_1 \approx 6\Omega/m \quad \rho_2 \approx 80\Omega/m$$

$$h_1 \approx 19m \quad h_2 \approx 50m$$

. Pour la deuxième série :

$$\begin{aligned} \rho_1 &\approx 80 \Omega \cdot m & \rho_2 &\approx 80 \Omega \cdot m \\ h_1 &\approx 22 \text{ m} & h_2 &\approx 50 \text{ m} \end{aligned}$$

Pour les deux séries la condition  $Y = \frac{r}{\delta_1} < 10$  implique pour  $\rho_1 \approx 80 \Omega \cdot m$  et  $f = 1 \text{ kHz}$  une distance  $r < 500 \text{ m}$ . Il ne nous a pas été possible pratiquement de dépasser la distance de 200m. à cause de difficultés naturelles, propres au terrain de mesure.

Les courbes représentées dans ce travail donnent la variation de la phase :

$$\Phi = -\phi_0 \left[ \frac{r}{\delta_1}, \frac{h_1}{\delta_1}, \frac{h_2}{\delta_2}, \left[ \frac{\rho_2}{\rho_1} \right]^{1/2} \right]$$

en fonction de  $Y = \frac{r}{\delta_1}$  pour une fréquence  $F$  donnée.

L'ordinateur, pour un point donné, fournit la valeur de  $Y$ , il suffit alors de reporter en ordonnée sur le graphique, la valeur mesurée et la valeur calculée de la phase pour tracer ainsi, point par point et simultanément, les courbes théoriques et expérimentales.

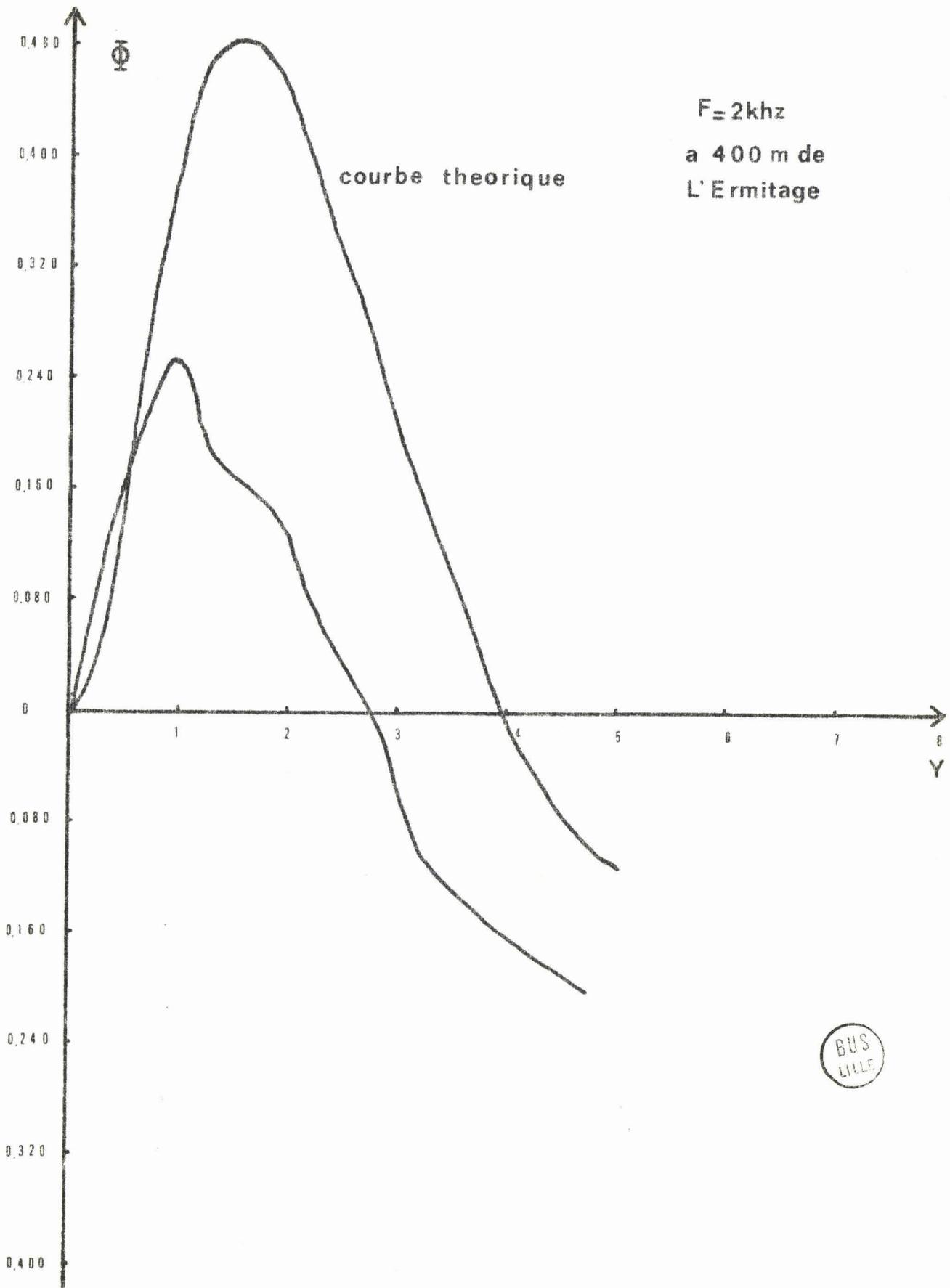
Remarquons que si les résultats expérimentaux étaient fournis sous forme digitale, il serait alors possible de tracer automatiquement au moyen d'une table traçante les deux courbes théoriques et expérimentales correspondantes.

#### 4.8. COMPARAISON DES RESULTATS THEORIQUES ET EXPERIMENTAUX

On peut constater sur les courbes données dans ce travail un écart assez important entre les courbes expérimentales et théoriques.

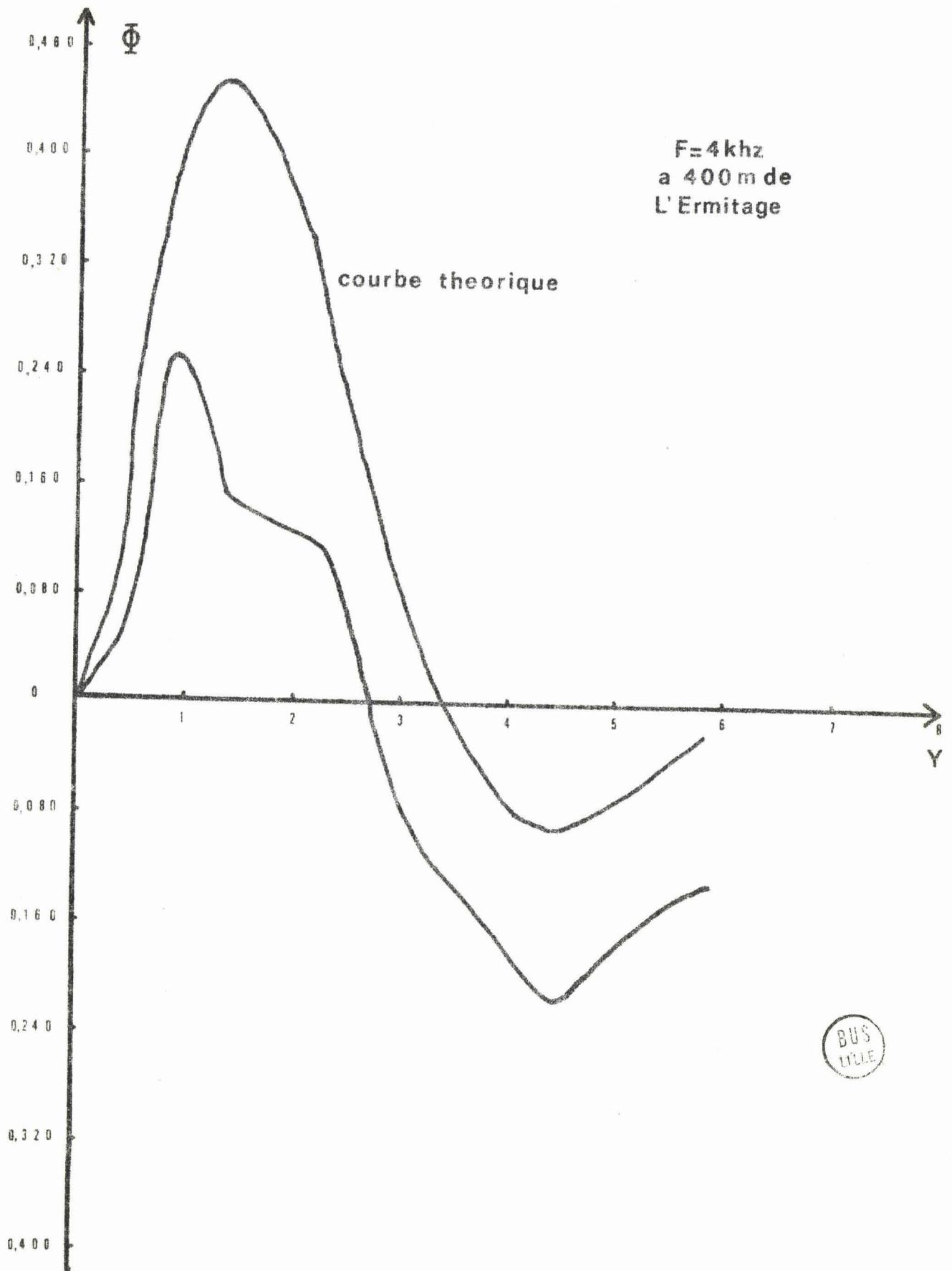
On constate cependant que les courbes théoriques se déduisent des courbes expérimentales en ajoutant à ces dernières une quantité à peu près constante.

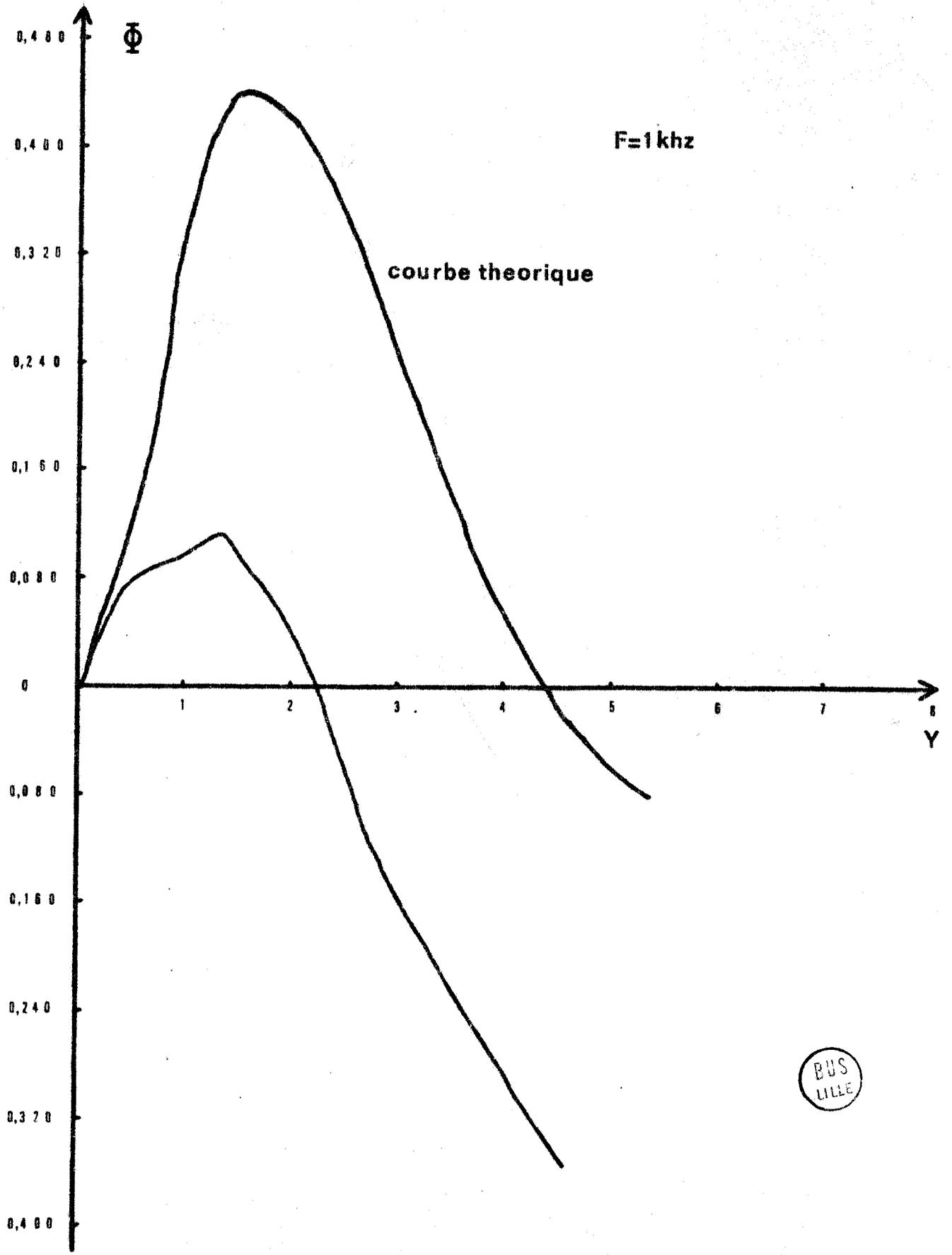
Ce fait nous conduit à penser que cet écart est du à une erreur systématique propre à notre procédé de mesure.

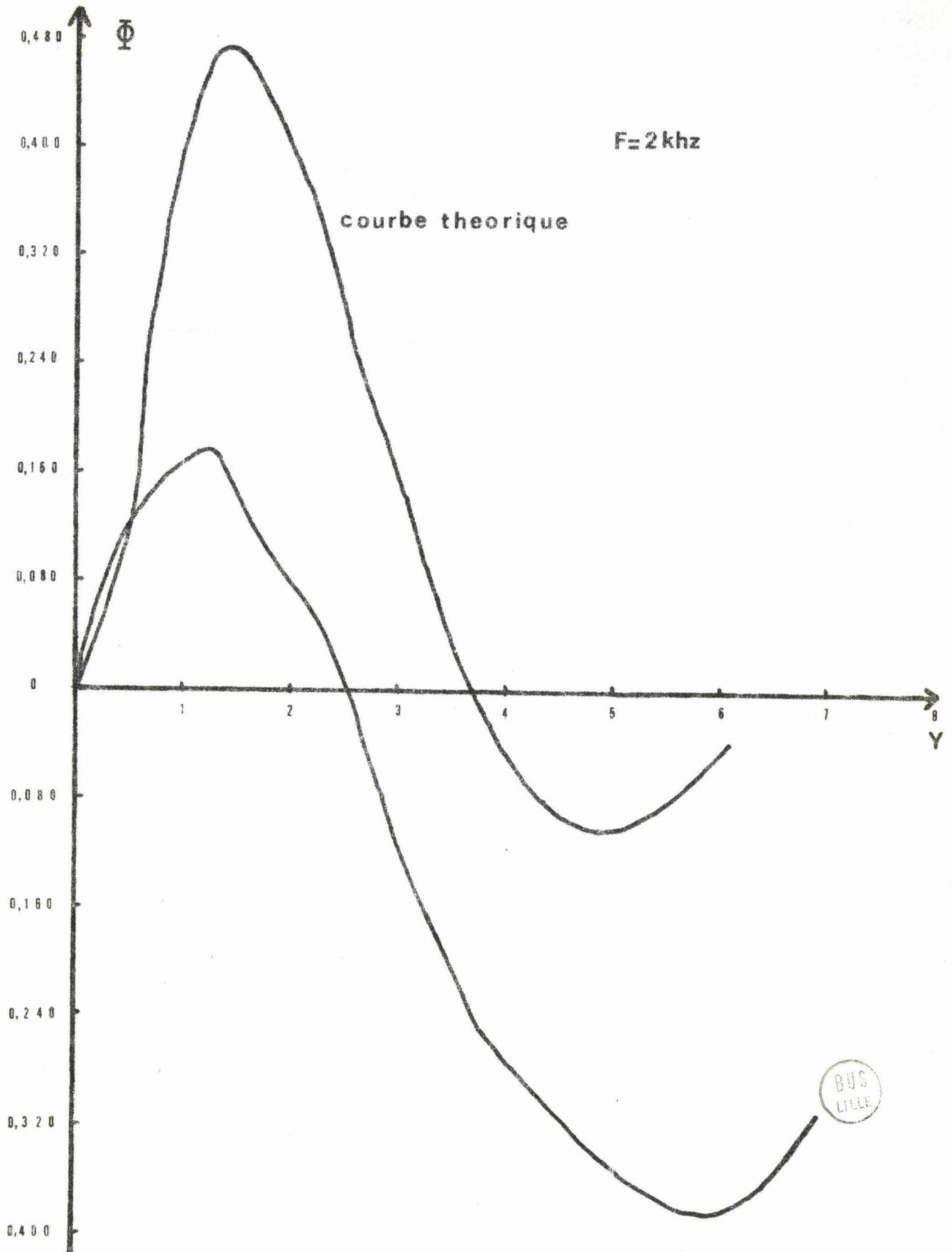


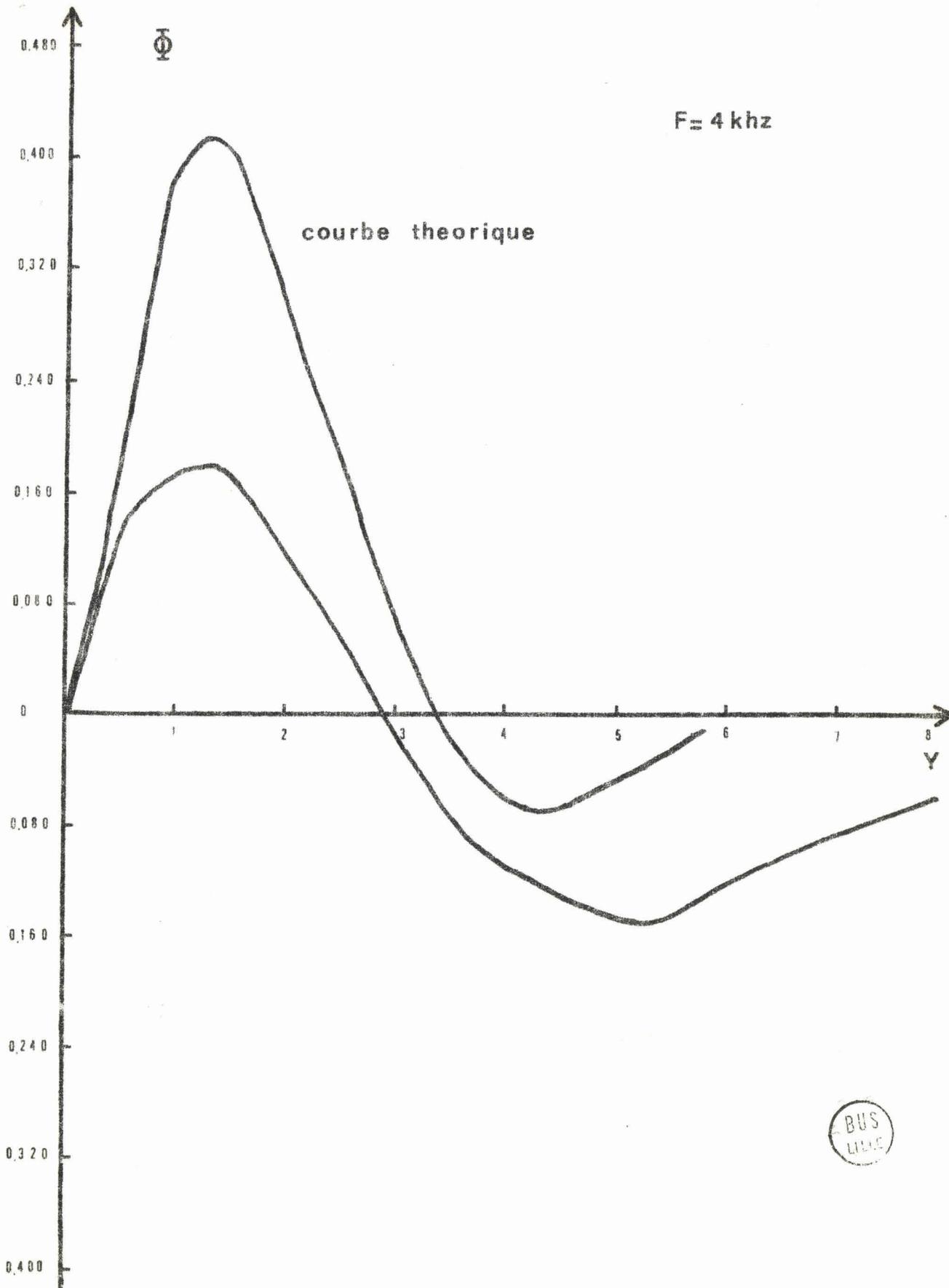
$F = 2\text{kHz}$   
a 400 m de  
L'Ermitage

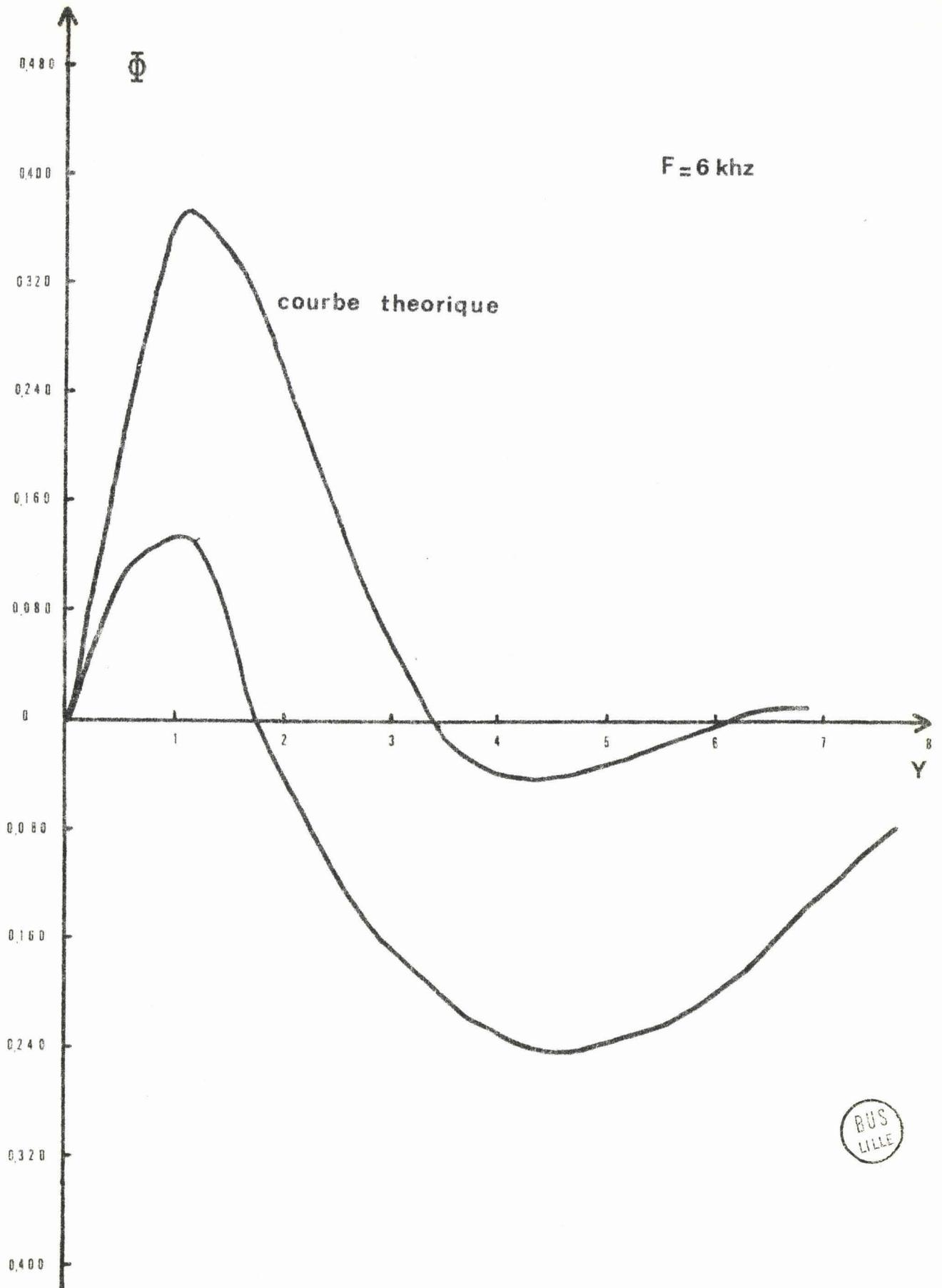












En effet nous verrons par la suite que notre appareillage nécessite deux réglages avant toute mesure. Ces réglages consistent à réaliser deux zéros de phase, le premier entre le courant émis par le dipole dans le sol et la tension de référence donnée par le récepteur H.F. du poste (3), le second entre deux amplificateurs sélectifs qui se trouvent aux entrées du phasemètre.

Nous pensons que c'est ce dernier réglage qui est la cause principale de cet écart. En effet, comme nous le montrons dans le chapitre suivant, la phase d'un amplificateur sélectif varie très vite autour de sa fréquence d'accord. Aussi toute variation légère de la fréquence d'accord de cet amplificateur se traduit par une variation importante de la phase de celui-ci.

Les deux amplificateurs sélectifs, malgré une construction aussi symétrique que possible, ne sont pas rigoureusement symétriques. De ce fait toute variation d'un paramètre de l'un des deux amplificateurs, après avoir réalisé un réglage de zéro de phase, se traduit par un déphasage entre les deux amplificateurs qui vient s'ajouter à toutes les mesures effectuées par la suite.

La mesure de ces écarts, qui correspond à un léger décalage en fréquence d'un amplificateur par rapport à l'autre et dont l'ordre de grandeur est de  $18^\circ, 15^\circ, 7^\circ, 12^\circ$ , pour la série des quatre fréquences 1,2,4,6 kHz, confirme bien ce point de vue.

Il ne nous a malheureusement pas été possible de corriger ces écarts en recommençant les mesures à cause de l'importance du matériel utilisé pour réaliser ces mesures, comme le montre d'ailleurs la photo de l'appareillage de mesure.

#### 4.9. ETUDE DES POSSIBILITES DE PROSPECTION GEOPHYSIQUE

##### 4.9.1. Introduction

Nous avons vu que la phase  $\phi$  des champs rayonnés par un dipole dépendait de la fréquence, de la distance entre le dipole émetteur et le

point de réception, et des épaisseurs  $h_n$  et des résistivités  $\rho_n$  des différentes couches composant le terrain.

En outre nous avons donné dans le cas du D.E.H. placé sur le sol, la relation  $\phi_\theta(r, f, h_n, \rho_n)$  qui relie ces variables à la phase des composantes horizontales du champ électrique.

Pour pouvoir étudier un milieu conducteur à N couches, il faut mettre au point une méthode de mesure et de dépouillement utilisable sur ordinateur. En effet afin de pouvoir réaliser de la prospection géophysique, il faut définir une méthode d'investigation susceptible de déterminer les 2N-1 inconnues que sont les épaisseurs et les résistivités des différentes couches. Les résultats expérimentaux obtenus dans ce travail montrent l'une des méthodes possibles pour la solution de ce problème.

#### 4.9.2. Etude d'une possibilité de prospection géophysique

Afin de connaître la structure géologique du terrain, il n'est pas nécessaire de relever, pour une fréquence donnée, toute la courbe  $\phi_\theta$  en fonction de la distance r. On remarque en effet que, pour une fréquence donnée, la phase  $\phi_\theta$  s'annule à partir d'une certaine distance. Il est donc intéressant d'étudier dans le cas général la solution  $\phi_\theta(r, f, h_n, \rho_n) = 0$ .

Du point de vue expérimental, ceci se traduit par la recherche d'une seule distance où la phase s'annule. Ainsi l'étude de la structure géologique d'un terrain stratifié à N couches se résume à la recherche de 2N-1 zéros de phase pour 2N-1 fréquences données.

La solution de ce problème nécessite cependant la résolution d'un système de 2N-1 équations à 2N-1 inconnues.

Avec un choix particulier des fréquences de mesure, il serait sans doute possible de simplifier ce problème.

#### 4.9.3. Etude d'un choix particulier des fréquences de mesure

En effet il suffirait de chercher les zéros de phase pour des fréquences décroissantes afin de mettre en évidence successivement, pour

chaque fréquence de mesure, l'influence d'une couche inférieure supplémentaire.

Le problème se réduirait alors pour la première mesure à un problème à une inconnue qui est la résistivité de la première couche et pour les mesures suivantes à un problème à deux inconnues qui sont la résistivité  $\rho_n$  de la couche  $n$  et l'épaisseur  $h_{n-1}$  de la couche précédente  $n-1$ .

La solution du problème se réduirait alors à la résolution successive de  $N-1$  systèmes de deux équations à deux inconnues. Soient au total  $2N-1$  points de mesure en comprenant le point de mesure pour la première couche.

Une tentative effectuée dans ce sens sur un modèle théorique à deux couches a montré qu'il fallait mesurer la distance où la phase s'annule avec une précision au moins égale à  $\pm 1m$ , soit  $\pm 0,5^\circ$  sur la mesure du zéro de phase, pour que le système de deux équations à deux inconnues ait une solution.

Il faut maintenant déterminer les couples de fréquence qui seront choisis pour détecter les différentes couches et résoudre les systèmes de deux équations. Ce problème est difficile à traiter dans le cas général. Cependant il suffirait de partir de la plus haute fréquence déterminant la résistivité de la première couche et de descendre systématiquement en fréquence avec un écart constant de fréquence suffisamment petit afin de pouvoir associer deux fréquences entre elles pour résoudre chaque système de deux équations.

#### 4.9.4. Conclusion

L'utilisation de la mesure de phase à la prospection géophysique, telle que nous l'avons décrite précédemment est donc possible.

Cependant cette méthode nécessitera un grand nombre de mesures réalisées avec précision, de plus le dépouillement de ces mesures dépendra de l'habileté du programme permettant leur exploitation sur ordinateur.

En outre il faut remarquer qu'il existe une limite théorique pour l'épaisseur des couches et le contraste de résistivité entre celles-ci

en dessous de laquelle il est matériellement impossible de mettre en évidence l'influence de ces couches.

Ceci peut être constaté numériquement en utilisant le programme machine donné en annexe avec des données expérimentales minimales.

#### 4.10. RESULTAT EXPERIMENTAL DE LA MESURE DE LA PHASE LE LONG D'UNE

##### ANTENNE MONOFILAIRE

##### 4.10.1. Introduction

Toute l'étude théorique définie précédemment n'est applicable qu'au cas d'un dipole.

D'un point de vue expérimental, ceci implique que la longueur de la base d'émission soit petite vis-à-vis de la longueur d'onde de l'onde qui se propage le long de la base d'émission située dans l'interface air-sol.

Il faut donc déterminer l'ordre de grandeur de cette approximation, ce qui revient à étudier le problème théorique de l'antenne monofilaire située dans l'interface séparant un milieu isolant d'un milieu conducteur.

Le problème de l'étude théorique d'une antenne de longueur finie au-dessus d'un sol non parfaitement conducteur est un problème difficile qui n'a pas encore été traité dans toute sa généralité. Ce problème fera sans doute l'objet d'une étude approfondie dans le cadre des recherches menées au Laboratoire de Géopropagation.

##### 4.10.2. Résultat expérimental

Comme il a été dit dans le deuxième chapitre, il s'est avéré que le matériel utilisé pour la mesure du déphasage d'une onde de surface se propageant dans l'interface air-sol pouvait aussi servir à la mesure de l'onde se propageant le long d'une antenne monofilaire située dans cet interface.

Une seule expérience a donc été réalisée dans la forêt de Phalempin, dans le même site où nous avons expérimenté, sur une antenne de longueur finie afin de mettre en évidence le déphasage du courant le long de cette antenne et d'en obtenir une valeur approchée.

Cette mesure a été effectuée sur une antenne de longueur 400m, posée sur le sol, à une fréquence de 10 kHz. La longueur d'onde du signal se propageant le long de l'antenne a été trouvée de l'ordre de :  $\lambda \approx 3\text{kms}$  soit une longueur d'onde dix fois plus courte que celle de l'onde plane correspondante se propageant dans l'air (voir pour cela le deuxième chapitre).

Ce résultat expérimental donne une indication sur la longueur de la base d'émission qu'il faut choisir afin que la base d'émission puisse être considérée comme un dipôle. La longueur de la base d'émission choisie pour cette étude expérimentale a été de l'ordre de grandeur de 5m.

---

## 5. DESCRIPTION ET UTILISATION DE L'APPAREILLAGE DE MESURE

---

### 5.1. INTRODUCTION

---

La mesure de la phase des ondes électromagnétiques basse-fréquence se propageant à la surface du sol est une mesure difficile.

Les difficultés rencontrées sont principalement de deux ordres :

- déphasage apporté par l'appareillage
- amplitude du signal à mesurer, faible et noyé dans le bruit

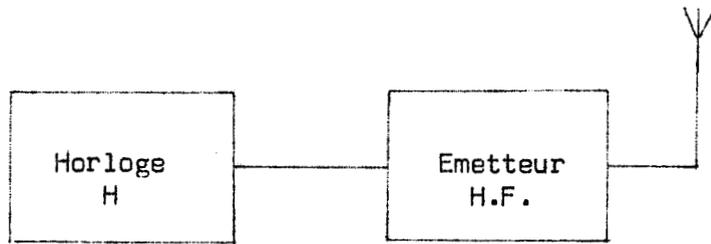
Ces difficultés nous ont conduit à étudier systématiquement la réponse en phase de tout l'appareillage et à concevoir un principe de mesure symétrique.

D'autre part, le signal se propageant dans le sol a une loi d'atténuation en  $\frac{1}{r^3}$ , c'est-à-dire que pour un signal émis d'amplitude 1V, le signal reçu à 100m n'a plus qu'une amplitude de 1 $\mu$ V.

Ce signal est de plus noyé dans un bruit dont l'amplitude peut atteindre le volt. Ce bruit a déjà fait l'objet d'une analyse spectrale. Il est dû principalement aux rayonnements des lignes haute-tension sur 50Hz, de l'émetteur de St Assise sur 16 KHz et de l'émetteur de radiodiffusion de Radio-Lille, situé à 2 kms environ du site d'expérimentation, émettant sur la fréquence de 1,4 MHz avec une puissance de l'ordre de 150 kW.

Pour connaître la phase d'un signal basse fréquence donné, après démodulation, par un récepteur haute fréquence, il faut étudier comment se produit et se propage un signal haute-fréquence modulé en amplitude et comment le signal est reçu, amplifié et démodulé.

Pour la bonne compréhension de ce qui va suivre, nous redonnons ci-après le schéma de la figure.1. représentant le principe de mesure symétrique de la phase d'une onde de surface.



poste.1.

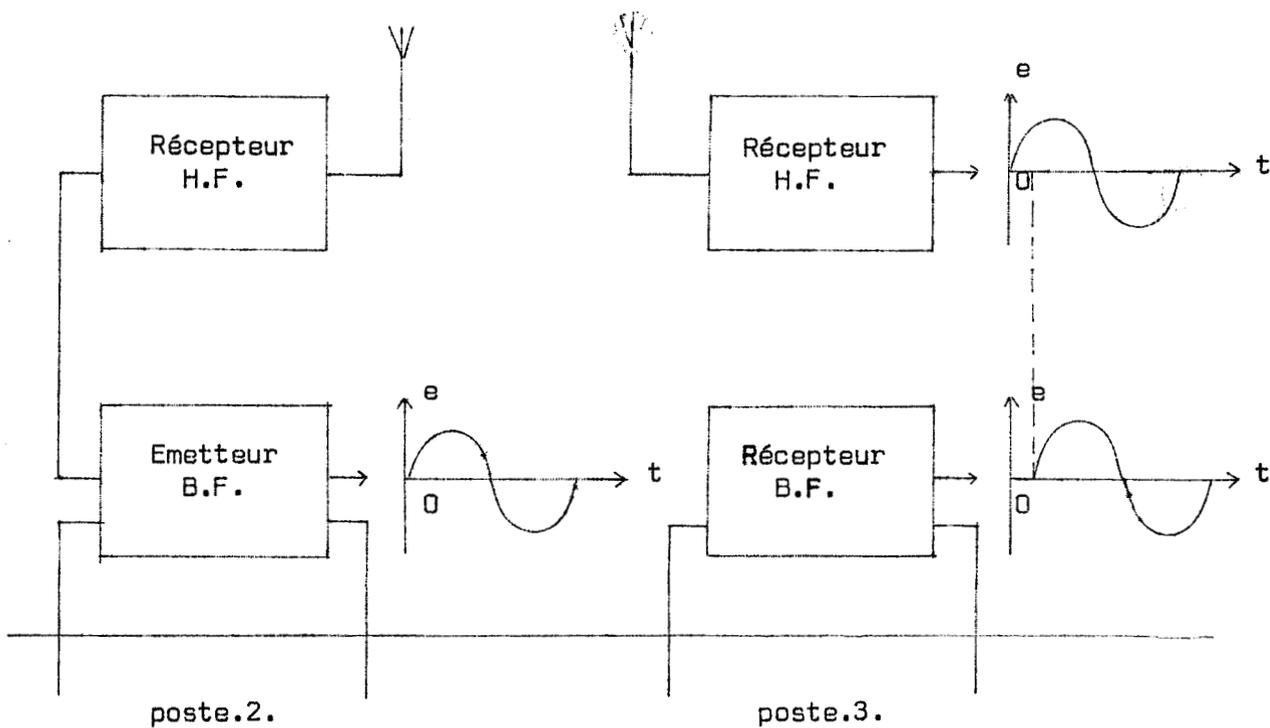


Fig.1. Schéma synoptique du procédé de mesure de la phase d'une onde de surface.



## 5.2. DESCRIPTION DE LA PARTIE HAUTE FREQUENCE DE L'APPAREILLAGE

### 5.2.1. Choix du type de modulation de l'émetteur haute fréquence

#### 1. Choix du procédé de modulation

Le procédé de modulation choisi pour notre appareillage est celui de la modulation d'amplitude. En effet ce type de modulation est simple à mettre en oeuvre et donne le moins de difficultés pour réaliser, à la réception, une bonne démodulation du signal basse fréquence.

L'emploi des autres procédés de modulation :

- Modulation de fréquence
- Modulation à bande latérale unique

quoique plus compliqués à mettre au point, peut être envisagé, mais ils nécessiteront des précautions supplémentaires. En effet les relations de fréquence et de phase doivent être respectées lors de la démodulation du signal. On trouvera quelques indications sur ces problèmes dans le livre cité en référence<sup>(28)</sup> dans la bibliographie (p.206 à 219 et p.405 à 419).

#### 2. Etude de la modulation d'amplitude

Le signal basse fréquence provenant d'une horloge est envoyé dans un amplificateur dont la sortie est connectée, au moyen d'un transformateur adaptateur d'impédance, au circuit collecteur du transistor de puissance haute fréquence.

Le schéma classique de ce type de modulation est donné page suivante.

L'ensemble formé par l'amplificateur et le transformateur possède une bande-passante déterminée par la fréquence de coupure à -3dB, ce qui donne un déphasage de 45° pour un système du premier ordre.

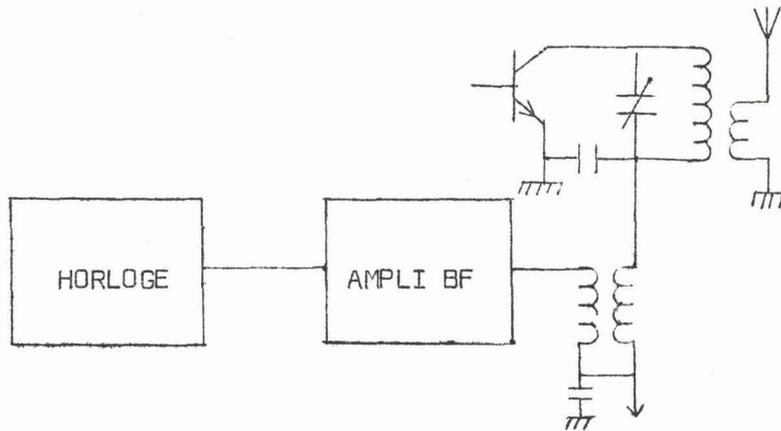


fig.4. Schéma de modulation d'amplitude

Ce déphasage est l'une des raisons qui nous ont conduit à employer une méthode de mesure symétrique, comprenant deux récepteurs haute fréquence, qui ne dépend pas de la phase du signal émis.

L'émetteur utilisé est un émetteur à transistor, construit au Laboratoire, de puissance 2W, piloté quartz sur 27 MHz.

### 5.2.2. Etude du champ rayonné par un émetteur haute fréquence

La modulation d'amplitude s'exprime par l'expression bien connue :

$$E = (1 + m \cos \omega t) \cdot \cos \Omega t$$

où  $m$  est le taux de modulation et  $\omega$  la pulsation du signal basse fréquence.

Cette expression peut encore s'écrire sous la forme :

$$E = \cos \Omega t + \frac{m}{2} [ \cos(\Omega + \omega)t + \cos(\Omega - \omega)t ]$$

Sous cette forme apparaissent les deux fréquences latérales :

$$f_1 = \frac{\Omega + \omega}{2\pi} \qquad f_2 = \frac{\Omega - \omega}{2\pi}$$

Si on pose :

$$\frac{2\pi r}{\lambda_1} = 2\pi r \cdot \frac{f_1}{c} = r \frac{\Omega + \omega}{c}$$

$$\frac{2\pi r}{\lambda} = 2\pi r \cdot \frac{f}{c} = r \frac{\Omega}{c}$$

$$\frac{2\pi r}{\lambda_2} = 2\pi r \cdot \frac{f_2}{c} = r \frac{\Omega - \omega}{c}$$

Le champ rayonné par une antenne a pour expression :

$$E = \frac{1}{r} \left[ \cos \Omega \left( t - \frac{r}{c} \right) + \frac{m}{2} \left[ \cos(\Omega + \omega) \left( t - \frac{r}{c} \right) + \cos(\Omega - \omega) \left( t - \frac{r}{c} \right) \right] \right]$$

soit :

$$E = \frac{1}{r} \left[ 1 + m \cos \omega \left( t - \frac{r}{c} \right) \right] \cos \Omega \left( t - \frac{r}{c} \right)$$

C'est ce champ qui est reçu par les antennes des deux récepteurs haute fréquence où le signal reçu subit diverses transformations qui font l'objet de l'étude du paragraphe suivant.

### 5.2.3. Etude de la réception d'un signal haute fréquence

#### 1. Amplification du signal reçu

Le signal reçu par l'antenne du récepteur a pour valeur :

$$E = \frac{E_0}{r} \left[ 1 + m \cos \omega \left( t - \frac{r}{c} \right) \right] \cos \Omega \left( t - \frac{r}{c} \right)$$

si  $r$  est la distance entre l'émetteur et le récepteur.

Le signal reçu subit à l'intérieur du récepteur diverses transformations afin d'être amplifié et démodulé.

Le schéma synoptique de ce récepteur est donné dans la figure.5.

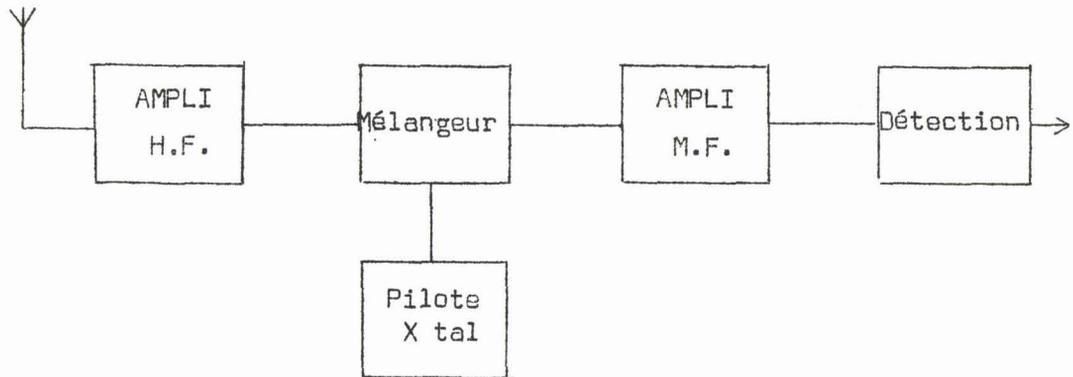


fig.5. Schéma synoptique d'un récepteur H.F.

Le signal reçu par l'antenne est d'abord amplifié par un premier étage amplificateur comprenant des circuits sélectifs, puis envoyé dans un étage mélangeur.

A la sortie de ce mélangeur, on obtient un signal dont la fréquence porteuse est maintenant une fréquence  $f$  plus basse telle que :  $f = f_1 - f_0$ .

avec  $f_1$  : fréquence incidente égale à 27 MHz

$f_0$  : fréquence de l'oscillateur égale à 26 MHz

La fréquence  $f$  obtenue est ensuite facilement amplifiée par deux étages amplificateurs à circuits sélectifs dont la bande passante  $\Delta f$  doit être environ deux fois la valeur de la plus grande fréquence que l'on veut transmettre dans le sol. C'est-à-dire que la bande passante sera de 20kHz pour une fréquence maximum à transmettre de 10 kHz.

## 2. Etude d'un amplificateur sélectif

Le signal haute fréquence, modulé en amplitude, traverse plusieurs étages de type amplificateur sélectif. Il nous faut étudier maintenant la phase des signaux transmis à travers de tels étages.

On peut montrer\* que pour la plupart des quadripoles, la phase du signal de sortie par rapport au signal d'entrée du quadripole s'exprime en fonction de la dérivée de l'atténuation par rapport à la

fréquence, celle-ci étant exprimée en échelle logarithmique. La phase  $\phi$ , à une fréquence arbitraire  $f_c$ , nous est donnée par l'expression :

$$\phi = B(f_c) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dA}{du} \log \coth \frac{|u|}{2} \cdot du$$

$$\text{avec : } u = \log \frac{f}{f_c}$$

Dans le cas des amplificateurs sélectifs, la phase se déduit donc de la courbe d'amplitude  $A(f)$  du quadripole sélectif. On trouvera ci-après les courbes de phase et d'amplitude d'un amplificateur sélectif idéal (figure.6.).

Pour un signal à l'entrée d'un amplificateur sélectif de la forme :

$$E_e = e_0 \left[ \cos \Omega \left( t - \frac{r}{c} \right) + \frac{m}{2} \cos(\Omega + \omega) \left( t - \frac{r}{c} \right) + \frac{m}{2} \cos(\Omega - \omega) \left( t - \frac{r}{c} \right) \right]$$

chaque composante est amplifiée avec une amplitude et une phase qui sont données par les courbes en amplitude et phase du quadripole considéré.

. Pour la fréquence porteuse, la réponse en phase de l'amplificateur est nulle, d'où :

$$e = e_0 \cos \Omega \left( t - \frac{r}{c} \right)$$

. Pour la fréquence latérale inférieure, la réponse en phase de l'amplificateur est  $+\phi$ , d'où :

$$e_1 = e \cos [ (\Omega - \omega)t' + \phi ]$$

. Pour la fréquence latérale supérieure, la réponse en phase de l'amplificateur est  $-\phi$ , d'où :

$$e_2 = e \cos [ (\Omega + \omega)t' - \phi ]$$

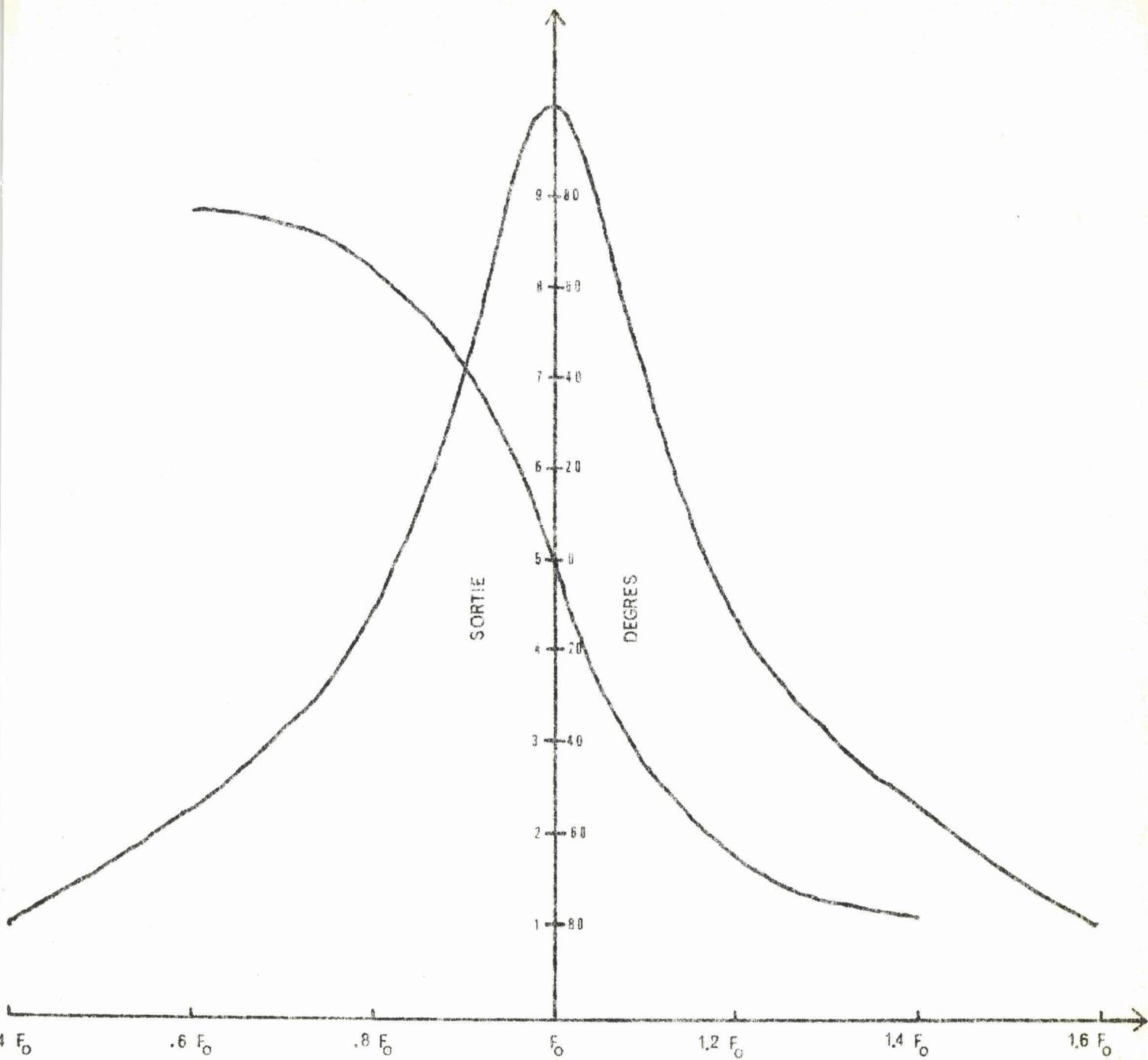


Fig 6 Courbes D'Amplitude et de Phase



sachant que :  $e < e_0$ ,  $e$  étant donné par la réponse en amplitude de l'amplificateur .

avec :  $t' = t - \frac{r}{c}$

d'où finalement :

$$E_s = e_0 \left[ 1 + \frac{e}{e_0} m \cos \left[ \Omega \left( t - \frac{r}{c} \right) - |\phi| \right] \cos \Omega \left( t - \frac{r}{c} \right) \right]$$

On constate donc qu'un déphasage apparaît et que celui-ci peut être important, on a par exemple :

$$|\phi| \approx 45^\circ \quad \text{pour} \quad \frac{e}{e_0} \approx 0,7 \quad (\text{voir figure.6.})$$

C'est l'une des raisons supplémentaires qui nous ont conduit à utiliser un procédé de mesure symétrique employant deux récepteurs haute fréquence appariés en phase.

L'un des deux récepteurs donnera le signal basse fréquence qui, après avoir été amplifié en puissance, sera envoyé dans le sol, l'autre fournissant la référence pour la mesure de la phase du signal qui s'est propagé dans le sol.

### 3. Méthode d'appariement des deux récepteurs

On a vu tout l'intérêt d'avoir deux récepteurs appariés en phase. Pour contrôler et régler ces récepteurs, on utilise un émetteur modulé en amplitude par un synthétiseur de fréquence GENERAL RADIO type 1162-A lui-même wobbulé en fréquence dans toute la gamme de fréquence de la demi-bande passante des amplificateurs sélectifs.

Les signaux basses fréquences obtenus, après démodulation, des récepteurs sont comparés en phase au moyen d'une méthode de LISSAJOUS. On observe sur l'écran de l'oscilloscope une ellipse qui se déforme à mesure que le signal basse fréquence du synthétiseur est wobbulé. Il suffit en général de retoucher les condensateurs d'accord des derniers étages amplificateurs sélectifs pour obtenir une droite dans toute la plage de

fréquence désirée.

On peut réaliser au moyen de cette méthode de réglage, un appariement rigoureux en phase des deux récepteurs H.F.

#### 4. Démodulation des signaux modulés en amplitude

A la sortie d'un récepteur, la détection restitue le terme de modulation qui est de la forme :

$$e = e_0 \left[ 1 + m \cos\left(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda'}\right) \right]$$

avec  $\lambda' = 2\pi \frac{c}{\omega}$

Ainsi dans le cas de deux récepteurs H.F. séparés par une distance  $\ell$ , alignés avec l'émetteur H.F. sur une même droite, on obtient une différence de phase :

$$\phi = \frac{2\pi(r_1 - r_2)}{\lambda'} = \frac{\omega \ell}{c}$$

pour  $\ell = 100\text{m}$        $\omega = 2\pi \cdot 10^4$        $c = 3 \cdot 10^8$

$$\phi \approx 2,1 \cdot 10^{-2} \quad \text{soit } \phi \approx 1,15^\circ$$

pour  $\ell = 10\text{m}$        $\omega = 2\pi \cdot 10^4$        $c = 3 \cdot 10^8$

$$\phi \approx 2,1 \cdot 10^{-3} \quad \text{soit } \phi \approx 0,11^\circ$$

Quoique le déphasage soit faible, on a placé les deux récepteurs et l'émetteur en triangle où l'émetteur occupe le sommet du triangle et les deux récepteurs la base.

On est ainsi assuré que la différence de marche  $\ell$  entre les deux côtés du triangle est inférieure à 10m, même dans le cas d'un déplacement de l'un des deux récepteurs, à condition que l'émetteur soit situé à une distance suffisamment grande de la base du triangle.

Il est possible de rendre négligeable ce déphasage en plaçant un émetteur suffisamment puissant à une grande distance des deux récepteurs.

### 5.3. ETUDE DE LA PARTIE BASSE FREQUENCE DE L'APPAREILLAGE

#### 5.3.1. Amplitude et phase du signal émis par l'émetteur de puissance

##### 1. Amplitude du signal émis

Du fait de la loi d'atténuation en  $\frac{1}{r^3}$  du signal se propageant dans le sol, il est nécessaire d'émettre le signal dans le sol avec un émetteur basse fréquence très puissant.

Afin d'obtenir un signal d'amplitude élevée, on doit, pour une puissance donnée, tenter d'obtenir un courant d'émission élevé, donc une résistance entre piquets la plus faible possible.

Cette résistance a comme expression :

$$\frac{1}{R} = \pi\sigma h \left[ \frac{1}{\text{Log} \frac{2\ell}{d}} + \frac{1}{\text{Log} \frac{2h}{d}} \right]$$

où h est la hauteur des piquets, d leurs diamètres et  $\ell$  la distance les séparant. Dans cette expression  $\sigma$  représente la conductivité du terrain.

La puissance émise dans les piquets par l'émetteur est :  $P = R I^2$

L'amplitude du signal reçu est alors :

$$|V_{\theta}| = \frac{2p_1}{L} \cdot \frac{|E_{\theta}|}{r^3}$$
$$|V_{\theta}| = \frac{1}{2\pi\sigma} \cdot \left[ \frac{P}{R} \right]^{1/2} \cdot \frac{\ell}{L} \frac{|E_{\theta}|}{r^3}$$

où L est la longueur de la base de réception.

pour :  $\sigma = 10^{-1} \text{ v/m}$   $P = 1\text{kW}$   $R = 40\Omega$   $\ell = L = 5\text{m}$

On a :

$$|V_{\theta}| \approx \frac{25}{\pi} \frac{|E_{\theta}|}{r^3}$$

avec :  $0,9 < |E_{\theta}| < 2,4$  pour un milieu à 3 couches

d'où : 
$$|V_{\theta}| \approx \frac{10}{r^3}$$

A 100m la tension de mesure est de l'ordre de  $10\mu\text{V}$ .

## 2. Phase du signal émis

Le signal basse fréquence donné par l'un des deux récepteurs haute fréquence est amplifié en puissance par un émetteur basse fréquence, il acquiert au cours de cette amplification un déphasage .

Dans le cas où l'émetteur peut être assimilé à un système du premier ordre, le déphasage est de  $45^\circ$  à la fréquence de coupure. Celle-ci est de l'ordre de 10 kHz pour l'émetteur que nous avons utilisé pour nos mesures.

Il a donc fallu prévoir un étage déphaseur avant l'émetteur pour pouvoir compenser tout déphasage du courant d'émission.

Avant toute mesure, un réglage de zéro de phase entre le courant d'émission dans les piquets et la tension de référence donnée par le deuxième récepteur H.F. du poste.3. est réalisé au moyen d'une méthode de LISSAJOUS.

Pour réaliser ce zéro de phase, il faut mettre deux amplificateurs sélectifs, appariés en phase, avant les voies x et y de l'oscilloscope afin d'éliminer la distortion de classe B du courant d'émission.

Toute erreur dans ce réglage se traduit par un déphasage constant qui s'ajoute à toutes les mesures effectuées par la suite.

Dans la réalisation d'un appareillage plus élaboré, un asservissement en phase dans la plage de fréquence considérée entre le signal donné

par le récepteur et le courant d'émission éviterait tout réglage fastidieux et permettrait une méthode de wobulation en fréquence de la mesure de la phase.

### 5.3.2. Description du phasemètre

#### 1. Problèmes posés par la mesure de la phase

Il faut mesurer la phase d'un signal dont l'amplitude peut atteindre le  $\mu\text{V}$  noyé dans un bruit qui peut dépasser le volt.

Il faut donc utiliser un amplificateur sélectif pour extraire le signal du bruit.

L'étude effectuée précédemment sur l'amplificateur sélectif montre que ce signal risque d'acquérir un déphasage important si l'amplificateur n'est pas correctement accordé sur la fréquence du signal. Afin d'éviter cette difficulté, le signal de référence et le signal de mesure traversent respectivement deux chaînes absolument identiques comprenant chacune un amplificateur sélectif dont la fréquence d'accord est donnée par un potentiomètre double à axe de commande unique pour les deux voies. Un deuxième potentiomètre de faible valeur et de bonne précision permet un réglage facile de l'appariage en phase des deux voies avant toutes mesures.

#### 2. Description de la chaîne de mesure du phasemètre

Le schéma synoptique de cette chaîne est donné ci-après (fig.7.). Il comprend deux voies qui donnent les deux signaux sinusoïdaux dont on désire mesurer leur déphasage. Chaque voie comprend à l'entrée un étage atténuateur avec un filtre 50 Hz et un filtre passe-bas suivi d'un amplificateur large bande GENERAL RADIO type 1232 A utilisé en position flat à -20db, avec à la sortie un amplificateur sélectif dont le schéma est donné en annexe.

Chaque voie donne un signal dont on ajuste l'amplitude afin de pouvoir déclencher correctement le trigger. Un voltmètre différentiel

mesure la différence d'amplitude entre les deux signaux sinusoïdaux à la sortie des deux voies afin que l'on puisse contrôler que leurs amplitudes sont identiques.

Les deux triggers transforment les signaux sinusoïdaux en signaux rectangulaires qui sont ensuite envoyés dans un bistable où l'on obtient un créneau de durée proportionnelle au déphasage entre les deux signaux. La durée de ce créneau peut être mesurée au moyen d'un oscilloscope TEKTRONIX 422, comme nous l'avons fait pour nos mesures, ou par un compteur numérique.

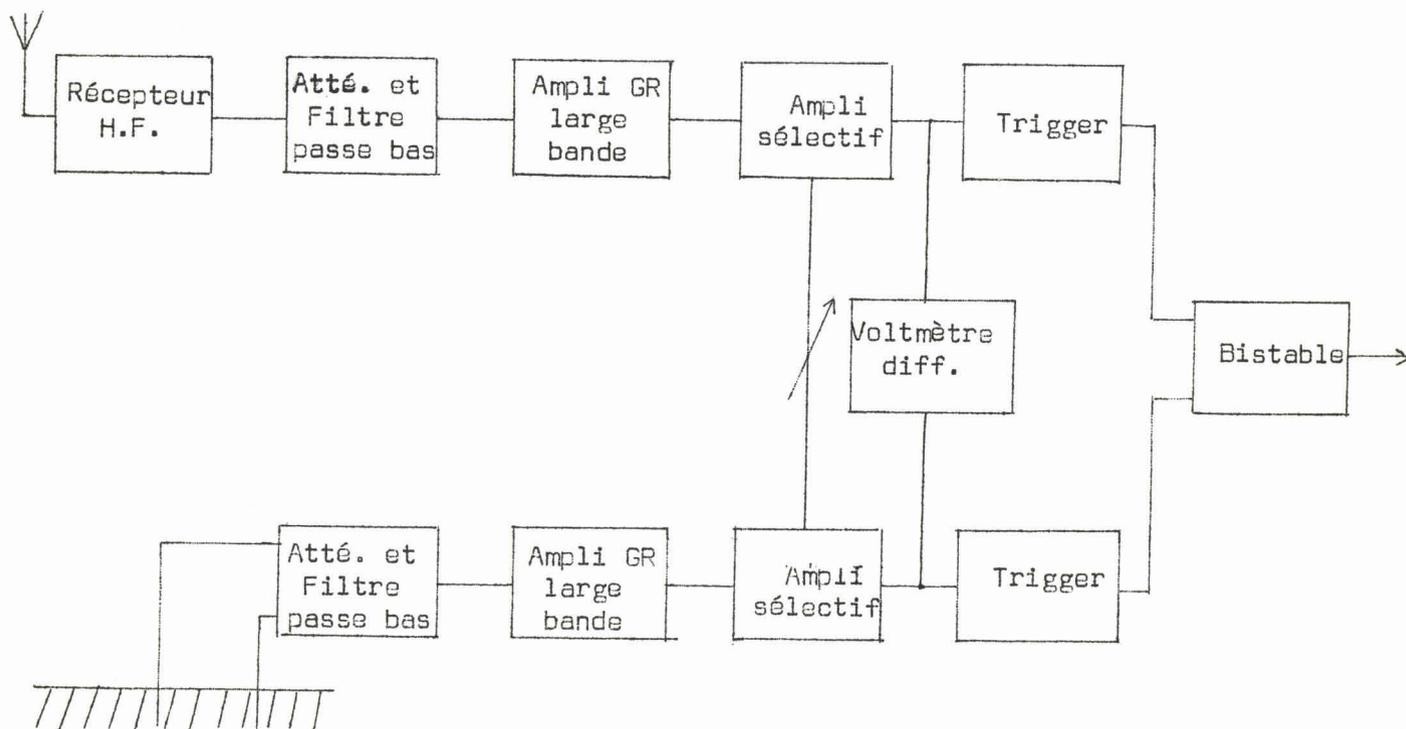


fig.7. Schéma synoptique du poste.3. de mesure comprenant le schéma du phasemètre.

### 3. Amélioration de la précision des mesures

La précision des mesures effectuées dépend de la précision et de la stabilité du zéro de phase entre les deux amplificateurs sélectifs.

On dispose sur le marché international des appareils de mesure d'un appareil plus élaboré, que celui employé dans ce travail, l'amplificateur sélectif double voie type 1034 de chez AD-YU dont l'appariage en

phase est assuré automatiquement à  $0,3^{\circ}$  près. En outre la fréquence d'accord de cet appareil peut être réglée électroniquement, permettant ainsi la wobulation en fréquence de celui-ci. Il ne nous a malheureusement pas été possible d'acquérir cet appareil.

L'utilisation simultanée de cet appareil et du synthétiseur de fréquence GENERAL RADIO, wobulés en fréquence respectivement par deux signaux synchrones, permet d'envisager le relevé automatique des courbes de phase en fonction de la fréquence pour une distance  $r$  donnée.

---

CONCLUSION

---

Nous avons décrit dans cette thèse un procédé de mesure de la phase des ondes électromagnétiques basse fréquence se propageant à la surface du sol et nous avons cherché les relations entre ce déphasage et la stratification du terrain en vue d'une utilisation à la prospection géophysique.

Malgré les difficultés que pose la mesure de ce déphasage, nous avons réussi à le mettre en évidence et même à en donner une valeur suffisamment approchée afin de pouvoir comparer les résultats expérimentaux obtenus à un modèle théorique.

Nous avons montré que pour pouvoir exploiter les résultats expérimentaux, un appareillage plus élaboré et plus précis était nécessaire et nous avons donné quelques indications précises sur les améliorations que l'on pourrait apporter dans le choix et la fabrication de l'appareillage.

L'étude théorique donnée dans ce travail a permis d'interpréter les résultats obtenus et son application est généralisable au cas d'un milieu à N couches.

L'ensemble de ce travail montre qu'une réalisation industrielle de l'appareillage est possible et que son utilisation à la prospection géophysique est déjà envisageable.

ANNEXEA. ETUDE THEORIQUE DU D.E.H. AU-DESSUS D'UN MILIEU A N COUCHESA.1. Solution générale

Considérons un dipole électrique horizontal, parallèle à l'axe des x, situé dans l'air à la hauteur h au-dessus du sol.

Soit  $h_n$  l'épaisseur de la n<sup>ième</sup> couche, le potentiel de Hertz doit satisfaire l'équation :

$$(\Delta - \gamma_n^2)\Pi_n = 0 \quad \text{avec} \quad \gamma_n^2 = J\omega\mu_n(\sigma_n + J\omega\epsilon_n)$$

Le potentiel de Hertz a deux composantes :  $\Pi_{xn}$  et  $\Pi_{zn}$  qui sont :

$$\Pi_{x0} = \Pi'_{x0} + \Pi''_{x0} \quad \text{et} \quad \Pi_{z0} = \Pi''_{z0} \quad \text{pour} \quad z \geq 0$$

$$\Pi_{xn} = \Pi'_{xn} + \Pi''_{xn} \quad \Pi_{zn} = \Pi''_{zn} \quad \text{pour} \quad z_n \leq z \leq 0$$

$$\Pi_{xN} = \Pi'_{xN} + \Pi''_{xN} \quad \Pi_{zN} = \Pi''_{zN} \quad \text{pour} \quad z \leq z_N$$

où le potentiel primaire nous est donné par :

$$\Pi'_{x0} = p_0 \frac{e^{-\gamma_0 R}}{R} = p_0 \int_0^{\infty} \frac{e^{-u_0(z-h)}}{u_0} J_0(\lambda r) \lambda \cdot d\lambda$$

$$\text{avec} \quad : \quad p_0 = \frac{Idl}{4\pi} \frac{J\omega\mu_0}{\gamma_0^2} \quad \text{et} \quad u_0^2 = \lambda^2 + \gamma_0^2$$

$$\text{pour} \quad : \quad 0 \leq z \leq h$$

## A.II.

où la solution générale des potentiels secondaires est donnée par :

$$\Pi_n = \cos m\theta \int_0^{\infty} \left[ A_n(\lambda) e^{u_n z} + B_n(\lambda) e^{-u_n z} \right] J_m(\lambda r) \cdot d\lambda$$

$$\text{avec } \cos\theta = \frac{x}{r}$$

On supposera dans toute la suite du calcul que la perméabilité des couches est égale à la perméabilité du vide, c'est-à-dire :  $\mu_n = \mu_0$ .

### A.2. Composantes des champs

Les composantes des champs électriques et magnétiques sont données par les expressions :

$$\vec{E} = -\gamma^2 \vec{\Pi} + \vec{\text{grad}} \text{ div } \vec{\Pi}$$

$$\vec{H} = \frac{\gamma^2}{J\omega\mu} \vec{\text{rot}} \Pi$$

c'est-à-dire en coordonnées cartésiennes :

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma^2 \Pi_x + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial \Pi_x}{\partial x} + \frac{\partial \Pi_z}{\partial z} \right] \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\partial \Pi_x}{\partial x} + \frac{\partial \Pi_z}{\partial z} \right] \\ -\gamma^2 \Pi_z + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\partial \Pi_x}{\partial x} + \frac{\partial \Pi_z}{\partial z} \right] \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\gamma^2}{J\omega\mu} \frac{\partial \Pi_z}{\partial y} \\ \frac{\gamma^2}{J\omega\mu} \left[ \frac{\partial \Pi_x}{\partial z} - \frac{\partial \Pi_z}{\partial x} \right] \\ - \frac{\gamma^2}{J\omega\mu} \frac{\partial \Pi_x}{\partial y} \end{bmatrix}$$

### A.III.

#### A.3. Conditions aux limites

Les conditions aux limites pour les interfaces  $n$ , impliquent la continuité des composantes tangentielles des champs  $E$  et  $H$ , c'est-à-dire :

$$\begin{array}{ccc} E_{xn-1} = E_{xn} & | & H_{xn-1} = H_{xn} \\ E_{yn-1} = E_{yn} & | & H_{yn-1} = H_{yn} \\ & z=z_{n-1} & z=z_{n-1} \end{array}$$

On obtient après dérivation et réduction, les conditions aux limites pour les composantes du vecteur de Hertz sur les interfaces  $n$  :

$$\begin{array}{ccc} \gamma_{n-1}^2 \Pi_{xn-1} = \gamma_n^2 \Pi_{xn} & | & \gamma_{n-1}^2 \Pi_{zn-1} = \gamma_n^2 \Pi_{zn} \\ \gamma_{n-1}^2 \frac{\partial \Pi_{xn-1}}{\partial z} = \gamma_n^2 \frac{\partial \Pi_{xn}}{\partial z} & | & \frac{\partial \Pi_{xn-1}}{\partial x} + \frac{\partial \Pi_{zn-1}}{\partial x} = \frac{\partial \Pi_{xn}}{\partial x} + \frac{\partial \Pi_{zn}}{\partial z} \\ & z=z_{n-1} & z=z_{n-1} \end{array}$$

Pour  $n = 1$  à  $N$ , soient deux système de  $2N$  équations à  $2N$  inconnues à résoudre.

#### A.4. Expressions des potentiels secondaires

composantes  $\Pi_{x=}$  : Il y a symétrie autour de  $Oz$ , donc les potentiels secondaires ne dépendent pas de  $\theta$ , donc  $m=0$ , d'où les expressions :

$$z > 0 \quad \Pi_{x0} = \int_0^{\infty} F_0(\lambda) e^{-u_0 z} J_0(\lambda r) \cdot d\lambda$$

A.IV.

$$\begin{aligned}
 z_N < z < 0 & \quad \Pi_{xn} = \int_0^{\infty} \left[ F_n(\lambda) e^{u_n z} + G_n(\lambda) e^{-u_n z} \right] J_0(\lambda r) \cdot d\lambda \\
 z < z_N & \quad \Pi_{xN} = \int_0^{\infty} F_N(\lambda) \cdot e^{u_N z} J_0(\lambda r) \cdot d\lambda
 \end{aligned}$$

composantes  $\Pi$

On doit retrouver la même valeur pour les potentiels secondaires pour  $\theta = \theta_0 + 2\pi$ , donc  $m = 1$ , d'où les expressions :

$$\begin{aligned}
 z > 0 & \quad \Pi_{z0} = -\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\infty} P_0(\lambda) e^{-u_0 z} J_0(\lambda r) \frac{d\lambda}{\lambda} \\
 z_N < z < 0 & \quad \Pi_{zn} = -\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\infty} \left[ P_n(\lambda) e^{u_n z} + Q_n(\lambda) e^{-u_n z} \right] J_0(\lambda r) \frac{d\lambda}{\lambda} \\
 z < z_N & \quad \Pi_{zN} = -\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\infty} P_N(\lambda) e^{u_N z} J_0(\lambda r) \frac{d\lambda}{\lambda}
 \end{aligned}$$

sachant que :  $-\frac{1}{\lambda} \frac{\partial}{\partial x} J_0 = \cos \theta \cdot J_1$

A.5. Solution du système  $\Pi_x$

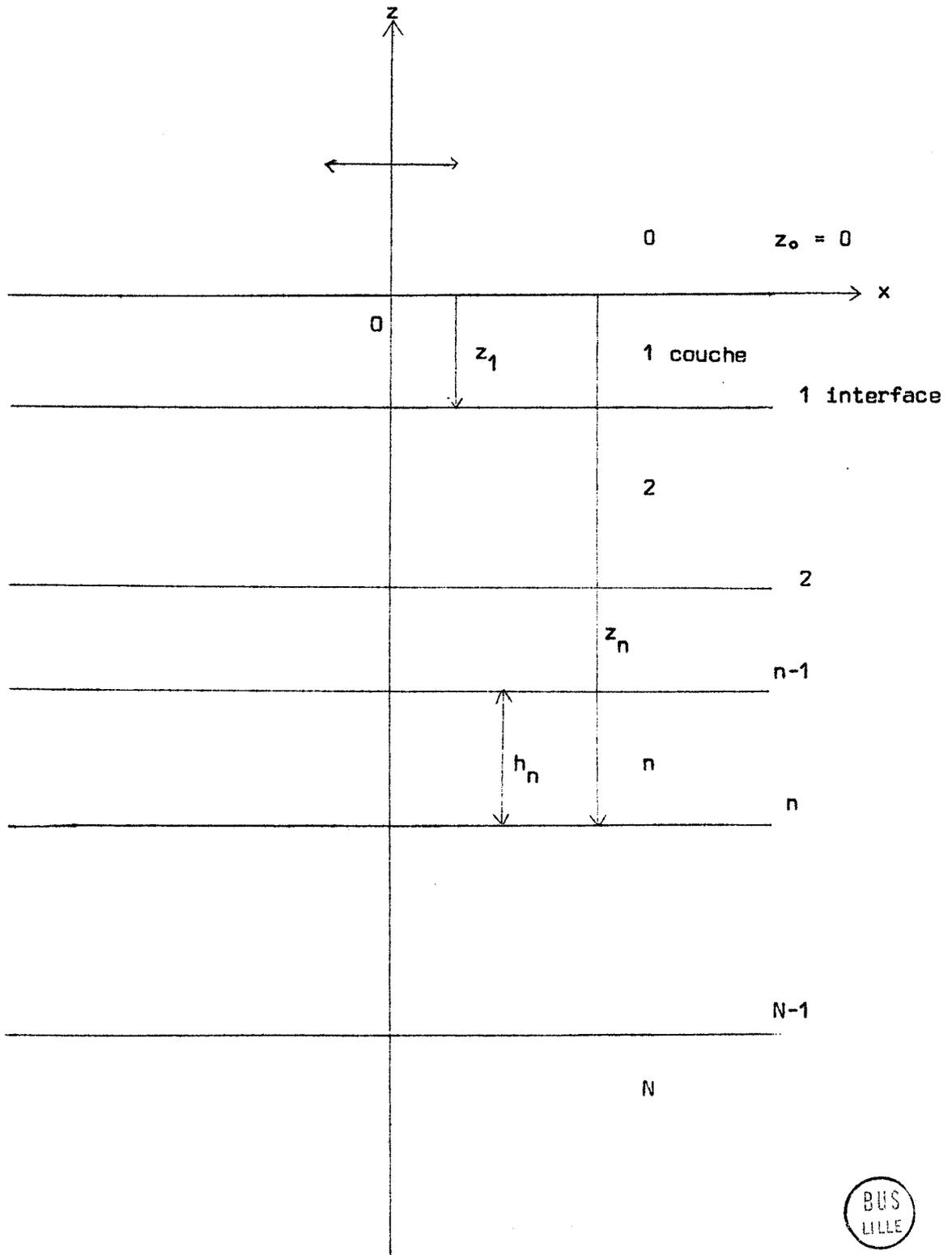
Posons pour faciliter l'écriture du système :

$$\psi_{xn} = F + G \quad \text{avec} \quad F = F_n e^{u_n z} \quad \text{et} \quad G = G_n e^{-u_n z}$$

Les conditions aux limites pour les potentiels  $\Pi_{xn}$ , impliquent :

$$\gamma_n^2 \psi_{xn}^2 = \gamma_{n-1}^2 \psi_{xn-1}^2 \quad \text{et} \quad \gamma_n^2 \frac{\partial \psi_{xn}}{\partial z} = \gamma_{n-1}^2 \frac{\partial \psi_{xn-1}}{\partial z}$$

pour  $z = z_{n-1}$



D.E.H. au-dessus d'un milieu conducteur, stratifié à N couches

pour  $z = z_n$ , on a :  $\gamma_n^2 \psi_{xn} = \gamma_n^2 (F + G)$

pour  $z = z_{n-1}$ , on a :  $\gamma_n^2 \psi_{xn} = \gamma_n^2 (F e^{+u_n h_n} + G e^{-u_n h_n})$

les conditions aux limites pour  $z = z_{n-1}$  nous donnent :

pour  $z = z_{n-1}$ , on a :  $\gamma_{n-1}^2 \psi_{xn-1} = \gamma_n^2 (F e^{+u_n h_n} + G e^{-u_n h_n})$

On a de même :

pour  $z = z_n$ , on a :  $\gamma_n^2 \frac{\partial \psi_{xn}}{\partial z} = \gamma_n^2 u_n (F - G)$

pour  $z = z_{n-1}$ , on a :  $\gamma_n^2 \frac{\partial \psi_{xn}}{\partial z} = \gamma_n^2 u_n (F e^{+u_n h_n} - G e^{-u_n h_n})$

les conditions aux limites pour  $z = z_{n-1}$ , donnent :

pour  $z = z_{n-1}$ , on a :  $\gamma_{n-1}^2 \frac{\partial \psi_{xn-1}}{\partial z} = \gamma_n^2 u_n (F e^{+u_n h_n} - G e^{-u_n h_n})$

Posons ;

$$Y_{n+1}(z_n) = \frac{1}{J\omega\mu_0} \frac{\frac{\partial \psi_{xn}}{\partial z}}{\psi_{xn}} \quad \text{et} \quad N_n = \frac{u_n}{J\omega\mu_0}$$

d'où :

$$Y_{n+1}(z_n) = N_n \frac{F - G}{F + G}$$

$$Y_n(z_{n-1}) = N_n \frac{F e^{+u_n h_n} - G e^{-u_n h_n}}{F e^{+u_n h_n} + G e^{-u_n h_n}}$$

pour  $n = 1$  à  $n = N - 1$ , en éliminant  $F$  et  $G$  entre les deux équations, on obtient :

$$Y_n = N_n \frac{Y_{n+1} + N_n \operatorname{th} u_n h_n}{N_n + Y_{n+1} \operatorname{th} u_n h_n}$$

Cette relation donne par récurrence, l'admittance  $Y_n$  à l'interface  $z_{n-1}$  en fonction de l'admittance  $Y_{n+1}$  à l'interface  $z_n$ , située à une distance  $h_n$  en-dessous de  $z_{n-1}$ . On remarque de plus que pour la dernière interface  $N-1$ , on a :  $Y_N = N_N$ .

#### A.6. Solution du système $\Pi_z$

Posons pour faciliter l'écriture du système :

$$\psi_{zn} = P + Q \quad \text{avec} \quad P = - \frac{P_n e^{u_n z}}{\lambda} \quad Q = - \frac{Q_n}{\lambda} e^{-u_n z}$$

Les conditions aux limites pour les potentiels  $\Pi_{zn}$ , impliquent :

$$Y_n^2 \psi_{zn} = Y_{n-1}^2 \psi_{zn-1} \quad \text{et} \quad \psi_{xn} + \frac{\partial \psi_{zn}}{\partial z} = \psi_{xn-1} + \frac{\partial \psi_{zn-1}}{\partial z}$$

$$\text{pour } z = z_{n-1}$$

Remarquons que :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[ \psi_{zn} \lambda^2 + \frac{\partial \psi_{xn}}{\partial z} \right] = \psi_{xn} u_n^2 + \lambda^2 \frac{\partial \psi_{zn}}{\partial z}$$

ce qui conduit à définir l'impédance  $Z_{n+1}(z_n)$  comme le rapport de ces deux expressions :

$$Z_{n+1}(z_n) = \frac{J\omega\mu_0}{Y_n^2} \frac{\psi_{xn} u_n^2 + \lambda^2 \frac{\partial \psi_{zn}}{\partial z}}{\psi_{zn} \lambda^2 + \frac{\partial \psi_{xn}}{\partial z}}$$

Ecrivons maintenant les relations pour les interfaces  $z_n$  et  $z_{n-1}$  :

$$\text{pour } z_n : \psi_{xn} u_n^2 + \lambda^2 \frac{\partial \psi_{zn}}{\partial z} = u_n^2 (F + G) + \lambda^2 u_n (P - Q)$$

$$\text{pour } z_{n-1} : \psi_{xn} u_n^2 + \lambda^2 \frac{\partial \psi_{zn}}{\partial z} = u_n^2 (Fe^{+u_n h_n} + Ge^{-u_n h_n}) + \lambda^2 u_n (Pe^{+u_n h_n} - Qe^{-u_n h_n})$$

les conditions aux limites en  $z_{n-1}$  donnent :

$$\psi_{xn} \gamma_n^2 + \lambda^2 \left[ \psi_{xn} + \frac{\partial \psi_{zn}}{\partial z} \right] = \psi_{xn-1} \gamma_{n-1}^2 + \lambda^2 \left[ \psi_{xn-1} + \frac{\partial \psi_{zn-1}}{\partial z} \right]$$

d'où :

$$\psi_{xn-1} \cdot u_{n-1}^2 + \lambda^2 \frac{\partial \psi_{zn-1}}{\partial z} = u_n^2 (Fe^{+u_n h_n} + Ge^{-u_n h_n}) + \lambda^2 u_n (Pe^{+u_n h_n} - Qe^{-u_n h_n})$$

On a de même :

$$\text{- pour } z_n : \psi_{zn} \lambda^2 + \frac{\partial \psi_{xn}}{\partial z} = \lambda^2 (P+Q) + u_n (F-G)$$

$$\text{- pour } z_{n-1} : \psi_{xn} \lambda^2 + \frac{\partial \psi_{xn}}{\partial z} = \lambda^2 (Pe^{+u_n h_n} + Qe^{-u_n h_n}) + u_n (Fe^{+u_n h_n} - Ge^{-u_n h_n})$$

les conditions aux limites en  $z_{n-1}$  donnent :

$$\gamma_n^2 \psi_{zn} \lambda^2 + \gamma_n^2 \frac{\partial \psi_{xn}}{\partial z} = \gamma_{n-1}^2 \cdot \psi_{zn-1} \lambda^2 + \gamma_{n-1}^2 \cdot \frac{\partial \psi_{xn-1}}{\partial z}$$

$$\text{d'où : } \gamma_{n-1}^2 \psi_{zn-1} \lambda^2 + \gamma_{n-1}^2 \frac{\partial \psi_{xn-1}}{\partial z} = \gamma_n^2 \lambda^2 (Pe^{+u_n h_n} + Qe^{-u_n h_n}) + u_n \gamma_n^2 (Fe^{+u_n h_n} - Ge^{-u_n h_n})$$

d'où finalement :

$$Z_{n+1}(z_n) = K_n \frac{u_n(F+G) + \lambda^2(P-Q)}{u_n(F-G) + \lambda^2(P+Q)}$$

$$Z_n(z_{n-1}) = K_n \frac{u_n(Fe^{u_n h_n} + Ge^{-u_n h_n}) + \lambda^2(Pe^{u_n h_n} - Qe^{-u_n h_n})}{u_n(Fe^{+u_n h_n} + Ge^{-u_n h_n}) + \lambda^2(Pe^{+u_n h_n} + Qe^{-u_n h_n})}$$

par regroupement des termes en  $u_n F + \lambda^2 P$  et  $u_n G - \lambda^2 Q$  et par élimination de ces termes entre  $Z_{n+1}$  et  $Z_n$ , on obtient une relation de récurrence entre l'impédance  $Z_n$  à l'interface  $z_{n-1}$  en fonction de l'impédance  $Z_{n+1}$  à l'interface  $z_{n-1}$  située à une distance  $h_n$  en-dessous de  $z_{n-1}$  :

si on pose :

$$K_n = \frac{u_n}{\gamma_n^2} J\omega\mu_0 \quad \text{et} \quad Z_N = K_N$$

on a :

$$Z_n = K_n \frac{Z_{n+1} + K_n \text{th} u_n h_n}{K_n + Z_{n+1} \text{th} u_n h_n}$$

pour  $n = 1$  à  $N - 1$ .

### A.7. Expression de $\Pi_{x_0}$ —

Sachant que :

$$\frac{e^{-\gamma_0 R}}{R} = \int_0^{\infty} e^{u_0(z-h)} \frac{\lambda}{u_0} J_0(\lambda r) \cdot d\lambda$$

On a :

$$\Pi_{x_0} = p_0 \int_0^{\infty} \left[ F_0(\lambda) e^{-u_0 z} + \frac{\lambda}{u_0} e^{u_0(z-h)} \right] J_0(\lambda r) d\lambda$$

d'où :

$$\psi_{x_0}(z_0) = F_0(\lambda) + \frac{\lambda}{u_0} e^{-u_0 h}$$

$$\frac{1}{J\omega\mu_0} \frac{\partial \psi_{x_0}}{\partial z}(z_0) = N_0 \left[ \frac{\lambda}{u_0} e^{-u_0 h} - F_0(\lambda) \right]$$

$$Y_1 = \frac{1}{J\omega\mu_0} \frac{\frac{\partial \psi_{x_0}}{\partial z}}{\psi_{x_0}} = N_0 \frac{1 - F_0(\lambda) \frac{u_0}{\lambda} e^{+u_0 h}}{1 + F_0(\lambda) \frac{u_0}{\lambda} e^{+u_0 h}}$$

si on pose :  $F_0(\lambda) = R_{\perp} \frac{\lambda}{u_0} e^{-u_0 h}$ , on a :

$$Y_1 = N_0 \frac{1 - R_{\perp}}{1 + R_{\perp}} \longrightarrow R_{\perp} = \frac{N_0 - Y_1}{N_0 + Y_1}$$

On obtient facilement la composante  $\Pi_{x_0}$  :

$$\Pi_{x_0} = p_0 \frac{e^{-\gamma_0 R}}{R} + \int_0^{\infty} R_{\perp} e^{-u_0(z+h)} \frac{\lambda}{u_0} J_0 d\lambda$$

avec :  $N_0 = \frac{u_0}{J\omega\mu_0}$ ,  $Y_1$  étant défini par la relation de récurrence calculée précédemment.

#### A.8. Expression de $\Pi_{z_0}$

La composante  $\Pi_{z_0}$  a pour expression :

$$\Pi_{z_0} = -p_0 \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\infty} \frac{P_0(\lambda)}{\lambda} J_0(\lambda r) d\lambda$$

avec :

$$Z_1(z_0) = \frac{J\omega\mu_0}{\gamma_0^2} \frac{\psi_{x_0} u_0^2 + \lambda^2 \frac{\partial \psi_{z_0}}{\partial z}}{\psi_{z_0} \lambda^2 + \frac{\partial \psi_{x_0}}{\partial z}}$$

Où  $Z_1$  est défini par les expressions :

$$\psi_{x_0} = \left[ \frac{N_0 - Y_1}{N_0 + Y_1} + 1 \right] \frac{\lambda}{u_0} e^{-u_0 h}$$

$$\frac{\partial \psi_{x_0}}{\partial z} = \left[ 1 - \frac{N_0 - Y_1}{N_0 + Y_1} \right] \lambda e^{-u_0 h}$$

$$\psi_{z_0} = -P_0(\lambda) \frac{1}{\lambda} e^{-u_0 h}$$

$$\frac{\partial \psi_{z_0}}{\partial z} = +P_0(\lambda) \frac{u_0}{\lambda} e^{-u_0 h}$$

après simplification, on trouve la valeur de  $P_0(\lambda)$  :

$$-P_0(\lambda) = \frac{N_0 - Y_1}{N_0 + Y_1} + \frac{K_0 - Z_1}{K_0 + Z_1}$$

ce qui permet d'écrire la composante  $\Pi_{z_0}$  sous la forme :

$$\Pi_{z_0} = p_0 \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\infty} \frac{R_{II} + R_{\perp}}{\lambda} e^{-u_0(z+h)} J_0(\lambda r) \cdot d\lambda$$

$$\text{avec : } R_{II} = \frac{K_0 - Z_1}{K_0 + Z_1} \quad K_0 = \frac{u_0}{\gamma_0} Z J_{\omega \mu_0}$$

$$R_{\perp} = \frac{N_0 - Y_1}{N_0 + Y_1} \quad N_0 = \frac{u_0}{J \omega \mu_0}$$

$Z_1$  et  $Y_1$  étant définis par les relations de récurrence calculées précédemment.

\$JOB,LEGUY FONTAINE 8004,0,006,800;

\$ALGO,LIST;

COMPILATION ALGOL M 40 DATE 0506688

```
0000 'BEGIN' 'REAL' Y,W,A,B,C,D,E,F,H,I,K,L,ETA,ETA1,ETA2,EXW,CW,TGW,THW,C
0000 HW,WQ,VQ,SVQ,CVQ,EWQ,RM,RHI,DQ1,DQ2,RQ1,IQ1,QI2,QI,AQ1,RE,IE,PHI,ME,
0000 R01,R02,H1,H2,R,FO,DEL,M;
0001 R01:=DATA;
0002 R02:=DATA;
0003 H1:=DATA;
0004 H2:=DATA;
0005 M:=R02/R01;
0006 H:=H1/H2;
0007 FO:=0;
0008 [CI]'FOR'FO:=FO+10*3'WHILE'FO<=6*10*3'DO''BEGIN''FOR'R:=10'STEP'10'L
0008 NTIL'700'DO''BEGIN'RHI:=R/H1;
0009 DEL:=500*SQRT(R01/FO);
0010 Y:=R/DEL;
0011 'IF'Y<=10'THEN''BEGIN'ETA:=Y;
0012 RM:=SQRT(M);
0013 I:=1;
0014 W:=Y/H/RM/RHI;
0015 ETA2:=W;
0016 E1:=EXW:=EXP(W);
0017 CW:=COS(W);
0018 TGW:=SIN(W)/CW;
0019 THW:=(EXW-1/EXW)/(EXW+1/EXW);
0020 'IF'I=1'THEN''BEGIN'CHW:=(EXW+1/EXW)/2;
0021 E:=1/RM+THW;
0022 F:=1+1/RM*THW;
0023 DQ2:=F*F+TGW*TGW*E*E;
0024 A:=(1/(CW*CW)*E*F)/DQ2;
0025 B:=(TGW*(1-1/M)/(CHW*CHW))/DQ2;
0026 I:=2;
0027 W:=Y/RHI;
0028 ETA1:=W;
0029 'GOTO'E1;
0030 'END';
0031 C:=RM*A-RM*B*THW*TGW+THW;
0032 D:=RM*B+RM*A*THW*TGW+TGW;
0033 K:=1+RM*A*THW-RM*B*TGW;
0034 L:=THW*TGW+RM*B*THW+RM*A*TGW;
0035 DQ1:=K*K+L*L;
0036 RQ1:=(C*K+D*L)/DQ1;
0037 IQ1:=(D*K-C*L)/DQ1;
0038 QI2:=(RQ1*RQ1+IQ1*IQ1);
0039 QI:=SQRT(QI2);
```



```

0040      AQI:=ARCTAN(IQI/RQI);
0041      WQ:=Y*(RQI+IQI)/QI2;
0042      VQ:=Y*(RQI-IQI)/QI2;
0043      EWQ:=EXP(WQ);
0044      SVQ:=SIN(VQ);
0045      CVQ:=COS(VQ);
0046      RE:=2-((1+WQ)*CVQ+VQ*SVQ)/EWQ;
0047      IE:=((1+WQ)*SVQ-VQ*CVQ)/EWQ;
0048      PHI:=ARCTAN(-IE/RE);
0049      ME:=SQRT(IE^2+RE^2);

0050      'END' 'ELSE' 'GOTO' 'ICI';
0051      TEXT("FO:=\");
0052      SPACE(1);
0053      EDIT("F5.0\,FO);
0054      SPACE(2);
0055      TEXT("R:=\");
0056      SPACE(1);
0057      EDIT("F4.0\,R);
0058      SPACE(2);
0059      TEXT("Y:=\");
0060      SPACE(1);
0061      EDIT("F4.2\,Y);
0062      SPACE(4);
0063      TEXT("PHI:=\");
0064      SPACE(1);
0065      EDIT("L9.3\,PHI);
0066      SPACE(4);
0067      TEXT("ME:=\");
0068      SPACE(1);
0069      EDIT("L9.3\,ME);
0070      PRINT(2);
0071      'END';
0072      'END';
0073      'END';

```

FIN DE COMPILATION





## B I B L I O G R A P H I E

### OUVRAGES D'ELECTROMAGNETISME

- (1) BANOS A., "Dipole radiation in the presence of a conducting half-space" PERGAMON PRESS, 1966
- (2) WATT A.D., "V.L.F. radio engineering", PERGAMON PRESS, 1967
- (3) STRATTON J. A., "Théorie de l'Electromagnétisme", DUNOD, 1961
- (4) WAIT J. R., "Electromagnetic waves in stratified media", PERGAMON PRESS, 1962
- (5) BREKHOVSKIKH L.M., "Waves in layered media", ACADEMIC PRESS, 1960
- (6) LANGER R.E., "Electromagnetic waves", MADISON, The University of Wisconsin Press, 1962
- (7) GABILLARD R., "Propagation des ondes électromagnétiques dans les milieux conducteurs", Rapport I.R.E.L. (Cours polycopié), 1967

### ARTICLES CONCERNANT L'ELECTROMAGNETISME

- (8) SOMMERFELD A., "Über die ausbreitung der wellen in der drachtlosen Telegraphie", Ann. Physik, 28, 665, 1909 et 81, 1135, (1926)
- (9) WORD D.R., BOSTICK F.X., AMES J.R. and L.A., "ULF-ELF earth mode communications via horizontal electric dipoles at the surface"
- (10) WORD D.R., HOPKINS G.H., PATRICK J.R. and F.W., "Subsurface resistivity sounding in the Delaware Basin", E.E.R.L. Report N°137, Contract NONR375 (17), NR 081-253, April 1965

(11) RIORDAN J., "Mutual impedance of grounded wires for horizontal stratified two-layer earth", Bell System Technical Journal, vol12, p.162-177, (1933)

(12) WAIT J.R., "The electromagnetic fields of a horizontal dipole in the presence of a conducting half-space", Can. J. Phys., Vol.39, p.1017-1028, (1961)

(13) WAIT J.R., "Fields of a horizontal dipole over a stratified anisotrope half-space", I.E.E.E. Trans., Vol.AP-14, N°6, p.790-792, Nov.1966

(14) WAIT J.R., "Asymptotic theory for dipole radiation in the presence of a lossy slab lying on a conducting half-space", I.E.E.E. Trans., Vol.AP-15, N°5, p.645-648, Sept. 1967

#### OUVRAGES MATHÉMATIQUES

(15) ANGOT A., "Compléments de Mathématiques", Editions de la Revue d'Optique, 1965

(16) ERDELYI A., "Tables of integral transforms", Mc GRAW-HILL, Vol.I. and II 1954

(17) C.N.R.S., "Procédures Algol en analyse numérique", Ed. du C.N.R.S, 1967

(18) CAMPBELL G.A., FOSTER R.M., "Fourier integrals for practical applications" D. VAN NOSTRAND COMPANY, 1961

(19) PETIAU G., "La théorie des fonctions de Bessel", Ed. du C.N.R.S., 1955

(20) ARSAC J., LENTIN A., NIVAT M., NOLIN L., "Algol, théorie et pratique" GAUTHIER-VILLARS, 1965

(21) LABORDE J., "Cours pratique de langage Algol", DUNOD, 1967

(22) Mc LACHLAN N.W., "Bessel functions for Engineers", OXFORD, CLARENDON PRESS, 1961

(23) MAGNUS W., OBERHETTINGER F., "Functions of mathematical physics" CHELSEA, 1949

OUVRAGES ET ARTICLES EN ELECTRONIQUE

(24) VITERBI A.J., "Principles of coherent communications", Mc GRAW-HILL, 1966

(25) BODE H.W., "Relations between attenuation and phase in feedback amplifier design", Bell System Technical Journal, p.421-454, 1938

(26) BODE H.W., "Network analysis and feedback amplifier design" D. VAN NOSTRAND COMPANY, Fourteenth printing, April 1964

(27) MILLMAN J., TAUB H., "Pulse, digital and switching waveforms", Mc GRAW-HILL, 1965

(28) PANTER P.F., "Modulation, noise and spectral analysis" Mc GRAW-HILL, 1965

(29) HARKNESS S., "Two transistor - Operated frequency - Selective amplifiers" Electronic Engineering, p.622-626, Septembre 1964

(30) STEIN S., JONES J.J., "Modern communication principles", Mc GRAW-HILL, 1967

# T A B L E   D E S   M A T I E R E S

	<u>pages</u>
<u>1. INTRODUCTION</u>	1
<u>2. DESCRIPTION DU PROCEDE DE MESURE</u>	3
2.1. Mesure du déphasage d'une onde électromagnétique se propageant dans le sol	3
2.1.1. Définition du déphasage	3
2.1.2. Mise en évidence du déphasage	4
2.2. Mesure du déphasage du courant le long d'une antenne	4
2.2.1. Définition du déphasage	4
2.2.2. Choix du procédé de mesure	6
2.2.3. Mise en évidence du déphasage	6
<u>3. ETUDE THEORIQUE DU D.E.H. AU-DESSUS D'UN MILIEU STRATIFIE</u>	8
3.1. Etude du D.E.H. au-dessus d'un milieu à N couches	8
3.1.1. Expression des composantes du vecteur de Hertz	8
3.1.2. Approximation des milieux conducteurs	9
3.1.3. Calcul des composantes du vecteur de Hertz	10
3.1.4. Cas d'un milieu homogène infini	12
3.1.5. Milieu équivalent à un milieu infini	13
3.1.6. Calcul de $\text{div } \vec{\pi}$	15
3.1.7. Expressions des composantes du champ électrique	16
3.2. Etude d'un milieu à trois couches	17
3.2.1. Etude du facteur de stratification d'un milieu à N couches	17
3.2.2. Etude du facteur de stratification d'un milieu à 3 couches	19
3.2.3. Expressions du champ électrique	19
<u>4. ETUDE EXPERIMENTALE</u>	21
4.1. Localisation des mesures	21

	<u>Pages</u>
4.2. Description des mesures	21
4.3. Problèmes posés par l'étude théorique de $Q_1$	22
4.4. Choix du nombre de couches pour l'étude de $Q_1$	22
4.5. Raisons du choix d'un milieu conducteur à trois couches	23
4.6. Conditions de mesure	24
4.7. Programmation et dépouillement des mesures	24
4.8. Comparaison des résultats théoriques et expérimentaux	26
4.9. Etude des possibilités de prospection géophysique	27
4.9.1. Introduction	27
4.9.2. Etude d'une possibilité de prospection géophysique	28
4.9.3. Etude d'un choix particulier de fréquences de mesure	28
4.9.4. Conclusion	29
4.10. Résultat expérimental de la mesure de la phase le long d'une antenne monofilaire	30
4.10.1. Introduction	30
4.10.2. Résultat expérimental	30
<u>5. DESCRIPTION ET UTILISATION DE L'APPAREILLAGE DE MESURE</u>	32
5.1. Introduction	32
5.2. Description de la partie haute fréquence de l'appareillage	33
5.2.1. Choix du type de modulation de l'émetteur H.F.	33
5.2.2. Etude du champ rayonné par un émetteur H.F.	34
5.2.3. Etude de la réception d'un signal haute fréquence	35
5.3. Etude de la partie basse fréquence de l'appareillage	40
5.3.1. Amplitude et phase du signal émis par l'émetteur de puissance	40
5.3.2. Description du phasemètre	42
<u>CONCLUSION</u>	45
<u>ANNEXE</u>	
<u>BIBLIOGRAPHIE</u>	

