

THÈSE

présentée à la

FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE LILLE

pour obtenir le grade de
DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

par

Pierre THERY



Etude des interactions
entre ondes acoustiques
de très hautes fréquences
dans les cristaux isolants



Soutenue le 29 Octobre 1969, devant la COMMISSION D'EXAMEN

M. GABILLARD	Président
M. MORIAMEZ	Examineur
M. VIDAL	Examineur
M. GRIVET	Membre invité

UNIVERSITE DE LILLE

Faculté des Sciences.

Doyens Honoraires.

MM. H. LEFEBVRE - M. PARREAU -

Professeurs Honoraires.

MM. ARNOULT, BEGHIN, BROCHARD, CAU, CHAPPELON, CHAUDRON, CORDONNIER, DEHEUVELS, DEHORNE, DOLLE, FLEURY, P. GERMAIN, KAMPE DE FERIET, KOURGANOFF, LAMOTTE, LELONG, Mme LELONG.

MM. MAZET, MICHEL, NORMANT, PARISELLE, PASCAL, PAUTHENIER, ROIG, ROSEAU, ROUBINE, ROUELLE, WIEMAN, ZAMANSKY.

Doyen.

M. DEFRETIN, Professeur de Biologie et Physiologie animales.

Assesseurs.

MM. HEUBEL, Professeur de Chimie Minérale.

LEBRUN, Professeur d'Electronique, Electrotechnique et Automatique.

Professeurs.

MM. BACCHUS	Mathématiques Appliquées
BEAUFILS	Chimie
BONNEMAN	Chimie
BECART	Physique
BLOCH	Biologie et Physiologie Animales
BONTE	Sciences de la Terre
BOUGHON	Mathématiques pures
BOUISSET	Biologie et Physiologie Animales
BOURIQUET	Biologie Végétale
CELET	Sciences de la Terre
CONSTANT	Electronique, Electrotechnique et Automatique
CORSIN	Sciences de la Terre
DECUYPER	Mathématiques pures
DEDECKER	Mathématiques Pures
DEFRETIN	Biologie et Physiologie Animales
DEHORS	Electronique, Electrotechnique et Automatique
DELATRE	Sciences de la Terre
DELEAU	Sciences de la Terre
DELHAYE	Chimie
DERCOURT	Géologie et Minéralogie
DESCOMBES	Mathématiques Pures
DURCHON	Biologie et Physiologie Animales
FOURET	Physique
GABILLARD	Electronique, Electrotechnique et Automatique
GLACET	Chimie

	GONTIER	Mathématiques Appliquées
	HEIM DE BALSAC	Biologie et Physiologie Animales
	HEUBEL	Chimie
	HOCQUETTE	Biologie Végétale
	LEBRUN	Electronique, Electrotechnique et Automatique
Mle	LENOBLE	Physique
	LINDER	Biologie Végétale
	LURQUIN	Chimie
	MARTINOT-LAGARDE	Mathématiques Appliquées
Mle	MARQUET	Mathématiques Pures
	MONTARIOL	Chimie
	MONTREUIL	Chimie
	MORIAMEZ	Physique
	PARREAU	Mathématiques Pures
	PEREZ	Physique
	PHAM MAU QUAN	Mathématiques Pures
	PROUVOST	Sciences de la Terre
	SAVARD	Chimie
	SCHILTZ	Physique
	SCHALLER	Biologie et Physiologie Animales
Mme	SCHWARTZ	Mathématiques Pures
	TILLIEU	Physique
	TRIDOT	Chimie
	VAILLANT	Mathématiques Pures
	VIDAL	Automatique Théorique et Appliquée
	WATERLOT	Sciences de la Terre
	WERTHEIMER	Physique

Maîtres de conférences.

	MM. AUBIN	Mathématiques Pures
	BEGHIN	Mécanique des Fluides
	BELLET	Physique
	BENABOU	Mathématiques Pures
	BILLARD	Physique
	BOILLET	Physique
	BUI TRONG LIEU	Mathématiques Pures
	CAPURON	Biologie Animale
	CARREZ	Calcul Numérique
	CHERRUAULT	Mathématiques Pures
	CORTOIS	Physique
	DEVRAINNE	Chimie
Mme	DRAN	Chimie
	GOUDMAND	Chimie
	GUILBAULT	Biologie et Physiologie Animales
	GUILLAUME	Biologie Végétale
	HUARD DE LA MARRE	Mathématiques Appliquées
	JOLY	Biologie et Physiologie Animales
	LABLACHE-COMBIER	Chimie
	LACOSTE	Biologie Végétale
	LANDAIS	Chimie
	LAURENT	Mathématiques

LEHMANN	Mathématiques Pures
Mme LEHMANN	Mathématiques Pures
LOUCHEUX	Chimie
MAES	Physique
MONSIGNY	Chimie biologique
MONTEL	Physique
PANET	Electronique, Electrotechnique et Automatique
PARSY	Mathématiques Pures
PONSOLLE	Chimie CSU Valenciennes
RACZY	Physique
ROBERT	Calcul Numérique
SAADA	Physique
SALMER	Radioélectricité et Electronique
SEGARD	Chimie
Mme ZINN-JUSTIN	Mathématiques Pures

=====

A ma femme

A mes parents

Ce travail a été effectué dans le laboratoire d'Hypersons de la Faculté des Sciences de Lille ; je suis heureux d'exprimer toute ma reconnaissance à Monsieur le Professeur MORIAMEZ qui m'a confié ce sujet et m'a donné de larges facilités me permettant de mener à bien ces recherches.

J'ai l'honneur de remercier Monsieur GRIVET, Professeur à la Faculté des Sciences d'Orsay qui a bien voulu accepter d'examiner ce travail.

Je remercie Monsieur le Professeur GABILLARD qui a bien voulu présider le jury et Monsieur le Professeur VIDAL qui a accepté d'en être membre.

J'adresse mes plus vifs remerciements à Monsieur BRIDOUX, Maître-Assistant qui participa très étroitement à l'élaboration de ces études. Le climat de compréhension et d'échanges permanents durant la préparation de cette thèse furent d'un encouragement continu.

Je remercie très sincèrement Madame MORIAMEZ chargée de Recherche au C.N.R.S. pour sa collaboration aux mesures diélectriques qui ont été réalisées simultanément et pour sa persévérance dans l'art difficile du polissage des cristaux utilisables en acoustique haute-fréquence.

Mes remerciements cordiaux vont à mes camarades de Laboratoire, particulièrement à Monsieur MARTIN qui m'a aidé dans les expériences à la température de l'hélium liquide et à Monsieur HAINE qui a toujours contribué au perfectionnement des dispositifs expérimentaux.

Je remercie Monsieur CHIRON, Directeur de Recherche, qui nous a fourni une couche mince piézoélectrique utilisée dans les expériences de génération harmonique d'ondes acoustiques par tension de radiation.

.../...

Je remercie Monsieur DUMAS, Directeur de recherche, de l'intérêt qu'il a bien voulu manifester pour nos travaux et du concours qu'il nous a prodigué pour l'obtention de cristaux ferroélectriques utilisables en acoustique microonde.

Je remercie vivement Monsieur LEFEBVRE, Professeur Technique Adjoint à l'I.U.T. de Valenciennes qui a réalisé les cavités hyperfréquences.

TABLE DES MATIERES

I - INTRODUCTION

1.1	Sommaire	1
1.2	Plan de la thèse	7

2 - RESULTATS THEORIQUES

2.1	<u>Equations du mouvement avec termes non linéaires</u>	8
	- 1 - Coordonnées Lagrangiennes.	8
	- 2 - Equations du mouvement.	11
2.2	<u>Energie potentielle macroscopique et équations d'état</u>	12
	- 1 - Equations d'état pour un cristal piézoélectrique.	12
	- 2 - Equations d'état linéaires.	14
2.3	<u>Propagation des ondes acoustiques suivant les directions (100) et (001) des cristaux rhomboédriques.</u>	17
	- 1 - Vitesse et vibrations propres	17
	- 2 - Energie acoustique transportée.	20
2.4	<u>Excitation des ondes acoustiques suivant la direction (100) du quartz et de LiNbO_3.</u>	21
	- 1 - Excitation des ondes acoustiques longitudinales suivant la direction (100) du quartz	22
	- 2 - Excitation des ondes acoustiques transversales suivant la direction (100) de LiNbO_3	25

2.5	<u>Interaction entre ondes acoustiques cohérentes.</u>	30
- 1 -	Equation d'onde avec termes non linéaires	30
- 2 -	Interactions électromécaniques sur la surface des cristaux isolants	34
- 3 -	Génération harmonique d'ondes acoustiques par pertes diélectriques	38
- 4 -	Effets non linéaires dans la propagation des ondes acoustiques. Etude en mécanique classique	41
- 1 -	Interaction entre ondes acoustiques colinéaires	41
- 2 -	Génération de la 3 ^e . harmonique	45
- 5 -	Effets non linéaires dans la propagation des ondes acoustiques. Etude en mécanique quantique	48
- 6 -	Interaction entre ondes acoustiques transversales suivant la direction (100) de LiNbO_3	54
2.6	<u>Effets non linéaires dans l'excitation et la propagation des ondes acoustiques.</u>	56
- 1 -	Equations couplées	56
- 2 -	Transferts d'énergie au cours de la propagation - Equations de MANLEY ROWE	
- 3 -	Résolution des équations couplées - solution approchée	63
2.7	<u>Interactions entre ondes acoustiques se propageant dans un milieu de dimension finie.</u>	65
- 1 -	Interaction entre ondes longitudinales	
- 2 -	Interaction entre ondes transversales	67
- 3 -	Génération de la 3 ^e . harmonique	67

2.8	<u>Interactions entre ondes acoustiques dans un milieu avec faibles pertes</u>	68
	- 1 - Mécanismes d'atténuation dans les isolants	68
	- 2 - Distance de stabilisation	71
3	<u>TECHNIQUES EXPERIMENTALES</u>	75
3.1	<u>Montage Expérimental</u>	76
3.2	<u>L'assemblée acoustique</u>	78
3.3	<u>Mesure de la perte de conversion électromécanique</u>	78
3.4	<u>Effets d'interférence dans la propagation des ondes acoustiques</u>	80
3.5	<u>Mesure du champ électrique appliqué sur les cristaux piézoélectriques</u>	83
	- 1 - Principe de la méthode	83
	- 2 - Mesure du facteur de "remplissage"	84
4	<u>RESULTATS EXPERIMENTAUX ET INTERPRETATION</u>	87
4.1	<u>Excitation et propagation des ondes acoustiques dans le quartz et le niobate de lithium coupe (001)</u>	88
	- 1 - Coupe X du quartz	89
	- 2 - LiNbO_3 coupe (001)	90
	- 3 - Variation en température	93
4.2	<u>Génération harmonique d'ondes acoustiques par tension de radiation</u>	93
	- 1 - Méthode expérimentale	94
	- 2 - Résultats expérimentaux	95
	- 3 - Interprétation	96

4.3	<u>Interaction entre ondes élastiques longitudinales colinéaires suivant la direction (100) du quartz.</u>	97
	- 1 - Méthode expérimentale ~ génération harmonique - ~ Interaction entre ondes longitudinales colinéaires	90
	- 2 - Résultats expérimentaux	100
	- 3 - Interprétation	104
4.4	<u>Interaction entre ondes acoustiques colinéaires suivant la direction (001) de LiNbO₃.</u>	108
	- 1 - Résultats expérimentaux ~ génération harmonique - ~ Interaction entre ondes colinéaires de fréquences distinctes	108
	- 2 - Interprétation	110
4.5	<u>Génération de la 3^e. harmonique</u>	114
	- 1 - Résultats expérimentaux	116
	- 2 - Interprétation	118
4.6	<u>Résultats obtenus dans la coupe (100) de LiNbO₃</u>	118
	- 1 - Résultats obtenus sur le cristal de LiNbO ₃ coupe (100) de dimensions $\Phi = 3$ L = 15 mm	118
	- 2 - Résultats obtenus sur le cristal de longueur 10mm	119
4.7	<u>Conclusion</u>	121
5	- <u>PROJET DE RECHERCHE FUTURE</u>	123
	APPENDICE : Propriétés piézoélectriques de LiNbO ₃	126
	BIBLIOGRAPHIE	127

I - INTRODUCTION

I.1 - SOMMAIRE

Lorsque la surface d'un cristal est animée d'une vibration haute fréquence sinusoïdale, une onde mécanique H.F. se propage normalement à partir de cette surface. La propagation des ondes mécaniques est permise par l'interdépendance des mouvements des plans cristallins voisins. Les hypersons sont des ondes acoustiques de fréquence supérieure à 10^9 Hz. Leur production met en oeuvre les techniques propres aux hyperfréquences. L'étude des hypersons est relativement récente puisqu'ils n'ont été mis en évidence qu'en 1958 (1) (2) dans des cristaux piézoélectriques. La technique expérimentale consiste à soumettre la surface libre d'un barreau piézoélectrique au champ électrique intense d'une cavité résonnante. La surface cristalline est alors soumise à une force d'origine piézoélectrique sinusoïdale de même fréquence et il y a propagation d'ondes acoustiques à partir de la surface cristalline soumise au champ H.F. Par la suite des ondes acoustiques de plus hautes fréquences ont été produites (3) (5) (6). Ces ondes acoustiques ont été utilisées pour étudier les divers types d'interactions où interviennent les vibrations mécaniques.

Elles ont permis par exemple d'étudier l'interaction électron-phonon dans les semi-conducteurs et conducteurs, (65) (66) (67), l'interaction spin-phonon dans les cristaux ferromagnétiques (34) (44). Dans ce travail nous avons étudié les interactions entre ondes acoustiques col inéaires excitées simultanément dans les cristaux piézoélectriques. Nous avons montré que ces interactions sont dues aux effets non linéaires dans l'excitation et la propagation des ondes acoustiques.

Lorsque deux ondes acoustiques de fréquences f_1 et f_2 se propagent simultanément dans un cristal piézoélectrique, elles ne restent pas indépendantes l'une de l'autre au cours de la propagation. Nous montrerons que les

forces de rappel des plans cristallins vers leur position d'équilibre ne sont pas des fonctions linéaires de leur écart par rapport à la position d'équilibre. Les termes non-linéaires par rapport aux déplacements font apparaître des forces de rappel dites "anharmoniques" qui permettent le transfert d'énergie entre les ondes mécaniques qui se propagent simultanément dans le cristal. Ainsi lorsque les ondes de pulsation ω_1 et ω_2 se propagent dans le cristal, les ondes de pulsation $2\omega_1$, $2\omega_2$, $\omega_2 \pm \omega_1$ apparaissent au cours de la propagation. L'amplitude des ondes de pulsations $2\omega_1$, $2\omega_2$, et $\omega_2 \pm \omega_1$ augmente avec la distance parcourue dans le cristal. Il y a donc transfert progressif d'énergie entre les ondes acoustiques fondamentales et les ondes apparaissant par effets non linéaires dans la propagation des ondes acoustiques.

L'étude quantique du problème permet de montrer que les échanges d'énergie entre les ondes mécaniques se font par quanta. Une onde perd un quantum et deux autres en gagnent un ou inversement. Dans ces interactions il y a conservation du vecteur d'onde et de l'énergie lorsque l'on passe de l'état initial à l'état final. Puisque les quanta d'énergie peuvent apparaître ou disparaître, il semble naturel de les considérer comme des particules définies par leur énergie et leur quantité de mouvement. Ces particules sont les phonons. L'introduction des phonons présente une certaine analogie avec celle des photons en électromagnétisme. Les ondes lumineuses sont également quantifiées et échangent de l'énergie par quanta. Il faut cependant remarquer que les photons n'interagissent pas directement les uns sur les autres puisque les équations de l'électrodynamique sont linéaires. Par contre, il peut y avoir interactions entre les quanta d'énergie élastique. Dans la suite de ce travail, nous parlerons de phonons ou d'ondes acoustiques suivant que nous nous intéresserons aux aspects quantiques ou classiques des phénomènes.

Les ondes acoustiques peuvent également interagir sur la surface des cristaux piézoélectriques où elles sont produites. L'interaction fait alors intervenir les champs électriques appliqués sur le cristal.

Lorsque deux champs électriques de fréquences f_1 et f_2 sont simultanément appliqués sur la surface d'un cristal piézoélectrique, ils interagissent entre eux et avec les vibrations de la surface cristalline pour produire des vibrations mécaniques de fréquence $2 f_1$, $2 f_2$, $f_2 \pm f_1$. Cette interaction, de nature électromécanique, est due aux effets de non-linéarités d'origines piézoélectrique et diélectrique sur la surface du cristal. Les non-linéarités diélectriques ont souvent des effets plus importants que les non-linéarités piézoélectriques. Elles sont à l'origine de la tension de radiation qui est source d'ondes acoustiques dans les cristaux non piézoélectriques.

Pour différencier les 2 types d'interactions électromécaniques sur la surface des cristaux piézoélectriques, nous avons réalisé des expériences dans lesquelles les ondes acoustiques fondamentales ne sont pas excitées simultanément. Nous éliminons ainsi l'interaction entre champs électriques sur la surface du cristal. Nous pouvons encore mettre en évidence l'interaction entre ondes acoustiques en retardant l'excitation des impulsions acoustiques de fréquence f_1 et f_2 d'une durée égale au temps d'un trajet aller-retour dans le cristal. Dans ces conditions, nous avons pu mettre en évidence les effets anharmoniques dans la propagation des hypersons puisqu'en première approximation, l'interaction électromécanique localisée sur la surface du cristal est supprimée. Lorsqu'il n'y a pas couplage entre ondes acoustiques au cours de la propagation (la constante de couplage en volume est alors nulle) ces expériences permettent de mettre en évidence l'interaction entre un champ électrique et une vibration mécanique sur la surface d'un cristal piézoélectrique.

Le problème de la génération et de la propagation de deux ondes acoustiques dans un milieu piézoélectrique non linéaire de dimension finie a été étudié en utilisant un formalisme identique à celui de ARMSTRONG et al. (15) qui ont étudié l'interaction des ondes électromagnétiques dans un diélectrique non linéaire. Nous avons obtenu des résultats formellement

identiques à ceux de CARR qui a étudié par cette méthode la génération harmonique d'ondes acoustiques.

Du point de vue théorique, ces effets s'expriment en fonction des constantes du 3ème ordre d'origine élastique, diélectrique et piézoélectrique. Les constantes élastiques du 3ème ordre peuvent être mesurées en basse fréquence. Elles s'obtiennent en mesurant l'effet d'une contrainte uniaxiale ou hydrostatique sur la vitesse des ondes acoustiques. Les constantes piézoélectriques et diélectriques du 3ème ordre peuvent être obtenues à partir des constantes élasto-optiques et piézo-optiques mesurées aux fréquences optiques (11). D'un point de vue microscopique, les constantes du 2ème ordre sont liées aux dérivées secondes du potentiel cristallin par rapport aux déplacements atomiques. Les dérivées du 3ème ordre sont liées aux dérivées troisièmes du potentiel cristallin. La mise en évidence de l'interaction entre ondes acoustiques donne donc une information supplémentaire sur le potentiel cristallin.

Du point de vue expérimental, nous nous sommes d'abord intéressés aux interactions électromécaniques sur la surface des cristaux isolants. Nous avons mis en évidence la génération harmonique d'ondes acoustiques par tension de radiation suivant l'axe (001) du corindon (12). Nous avons pu interpréter les résultats expérimentaux en supposant que la source d'ondes acoustiques était la tension de MAXWELL FARADAY. En faisant varier la température entre 4,2° K et 80° K, nous avons vérifié que cette production d'ondes acoustiques ne dépendait pas de la température.

Les non-linéarités responsables de la génération harmonique d'ondes acoustiques dans le quartz coupe X sont beaucoup plus difficiles à identifier (7) (18). Suivant CARR, la production harmonique ne semble pas être due aux effets non linéaires dans la propagation des ondes acoustiques puisque les résultats obtenus ne dépendent pas de la longueur du cristal. D'autre part,

la production harmonique observée est trop importante pour être due aux non-linéarités électromécaniques. Dans une première étape, nous avons retrouvé les résultats de CARR sur la génération harmonique d'ondes acoustiques dans le quartz coupe X (37). Les résultats expérimentaux obtenus semblent montrer que les phénomènes d'interaction étudiés sont masqués par de très importants effets anharmoniques liés principalement aux dislocations et contraintes résiduelles sur la surface des cristaux. Nous avons ensuite étudié l'interaction entre ondes acoustiques collinéaires de fréquences différentes suivant la direction (100) du quartz (38). Les résultats expérimentaux semblent montrer que deux ondes acoustiques distinctes interagissent surtout dans le volume du cristal au cours de la propagation (les effets observés varient avec la longueur d'interaction entre ondes acoustiques). La constante de couplage entre ondes acoustiques semble beaucoup plus faible qu'à la température ambiante. Ces expériences ont été réalisées à la température de l'hélium liquide afin d'éviter la forte atténuation aux températures supérieures à 20° K.

Nous étudions ensuite l'interaction entre ondes acoustiques longitudinales suivant la direction (001) de LiNbO_3 . Les résultats expérimentaux obtenus sur des cristaux de longueurs différentes nous ont permis de montrer que la génération harmonique et l'interaction entre ondes acoustiques collinéaires dépendait de la longueur d'interaction dans le cristal. Les ondes acoustiques interagissent donc au cours de leur propagation suivant la direction (001) de LiNbO_3 . Dans toutes les expériences réalisées, nous avons pu montrer que la réflexion du système d'ondes sur la surface externe du cristal (après un aller dans le cristal) est accompagné d'une inversion du transfert d'énergie entre ondes fondamentales et harmoniques. L'amplitude d'élongation des ondes de fréquences $2f_1$, $2f_2$, $f_2 \pm f_1$ s'annule après chaque aller retour effectué dans le cristal. En faisant varier la température de 4,2° K à 300° K, nous avons pu mettre en évidence une dépendance en température de l'interaction entre ondes acoustiques. Les résultats obtenus à la température de l'hélium liquide n'ont pu être comparés aux résultats théoriques puisque les constantes

qui interviennent dans les résultats théoriques n'ont pas été mesurées dans cette gamme de température. La génération de la 3ème harmonique d'ondes acoustiques suivant la direction (001) de LiNbO_3 semble également due aux effets non linéaires dans la propagation des ondes acoustiques. Les résultats obtenus sur des cristaux de longueurs différentes ont pu être interprétés en supposant que l'interaction entre l'onde acoustique fondamentale et l'harmonique 2 est prépondérante au cours de la propagation des ondes acoustiques.

Pour étudier l'interaction entre ondes acoustiques transversales, nous avons utilisé la coupe (100) de LiNbO_3 . Cette coupe est intéressante du point de vue théorique. Elle permet de vérifier si les processus d'interaction dont l'étude fait l'objet de ce travail sont seuls responsables du couplage entre ondes acoustiques. Dans la coupe (100) de LiNbO_3 , il n'y a théoriquement aucune interaction entre ondes acoustiques. La seule interaction possible est la génération d'ondes acoustiques par tension de radiation. Du point de vue expérimental, nous avons pu mettre en évidence une génération harmonique d'ondes acoustiques au cours de la propagation des ondes acoustiques. Cette divergence entre les résultats théoriques et expérimentaux peut être expliquée en supposant que les propriétés mécaniques et électromécaniques de LiNbO_3 suivant la direction (100) sont très sensibles à la composition du cristal utilisé (qui peut être différente de celle du composé stoechiométrique LiNbO_3). Avec les cristaux utilisés, nous avons également mesuré des vitesses de propagation et des facteurs de couplage électromécanique variables d'un échantillon à l'autre et très différents des valeurs théoriques. Cette divergence entre résultats théoriques et expérimentaux est certainement due à une variation de dimension de la maille cristalline (due à une variation de la composition des cristaux utilisés).

I.2 - PLAN DE LA THESE

Dans le chapitre 2, "RESULTATS THEORIQUES", nous étudions la théorie de l'excitation et la propagation des ondes acoustiques dans les cristaux piézoélectriques. Nous rappelons d'abord l'équation des ondes acoustiques sous sa forme générale. Nous utilisons ensuite le développement au 1er ordre de cette équation par rapport aux variables électriques et mécaniques, pour étudier l'excitation et la propagation des ondes acoustiques suivant les directions (100) et (001) du quartz et du niobate de lithium. Les résultats obtenus au 1er ordre sont ensuite utilisés pour étudier séparément les effets non linéaires dans l'excitation et la propagation des ondes acoustiques.

Tous les résultats obtenus en mécanique classique peuvent être retrouvés en mécanique quantique lorsque l'on tient compte des "chocs" entre phonons cohérents se propageant dans le réseau cristallin. L'ensemble de ces résultats nous permet de donner la solution générale du problème de l'interaction entre ondes acoustiques produites simultanément dans un cristal piézoélectrique. Nous ne considérons plus séparément les interactions entre ondes acoustiques sur la surface et dans le volume du cristal. Nous introduisons la dispersion associée au couplage anharmonique afin de pouvoir considérer les amplitudes d'élongation produites aux fréquences $2 f_1$, $2 f_2$, $f_2 \pm f_1$ par effets non linéaires sur la surface du cristal comme les conditions initiales du problème de propagation étudié. Nous obtenons alors des expressions théoriques directement comparables aux résultats expérimentaux qui nous permettent d'étudier les conditions de réflexion du système d'ondes acoustiques sur les surfaces externes du cristal.

Dans le dernier paragraphe, nous introduisons un terme perte dans l'équation d'onde afin de pouvoir étudier l'interaction entre ondes acoustiques lorsque le libre parcours moyen des ondes qui interagissent n'est pas infini. Nous montrons alors que le transfert d'énergie entre les ondes

fondamentales et les ondes qui apparaissent dans la propagation est maximum lorsque le système d'onde a parcouru une certaine distance dans le cristal appelée "distance de stabilisation".

Dans le chapitre 3, "TECHNIQUES EXPERIMENTALES", nous décrivons en détail les méthodes de mesure utilisées en acoustique haute fréquence. Toutes les mesures de puissance acoustique se ramènent à des mesures de puissance en hyperfréquence. La perte de conversion électromécanique des systèmes transducteurs a été calculée à partir de la valeur absolue de la puissance électromagnétique détectée pour chaque "écho" acoustique et de la puissance électromagnétique utilisée pour produire les ondes acoustiques. Le champ électrique appliqué sur chaque cristal a été mesuré en utilisant une méthode de perturbation. Connaissant le champ électrique appliqué, nous avons pu calculer le facteur de couplage électromécanique de chaque cristal en haute fréquence. Le coefficient mesuré est un facteur de couplage effectif puisqu'il dépend de l'état de surface de l'échantillon utilisé (polissage, dislocations).

Dans le chapitre 4, "RESULTATS EXPERIMENTAUX ET INTERPRETATION", nous décrivons en détail les expériences de production, propagation, interaction entre ondes acoustiques dans la gamme 1GHz - 4 GHz. Les caractères originaux des résultats obtenus ont été exposés dans le chapitre d'introduction I.1.

Dans le chapitre 5, "PROJETS DE RECHERCHE FUTURE", nous proposons d'autres méthodes expérimentales pour vérifier les hypothèses émises pour interpréter nos résultats. Nous nous proposons, en particulier, d'utiliser la diffraction de la lumière par les ondes acoustiques pour mesurer la puissance acoustique aux différentes fréquences en chaque point du cristal. Cette méthode a l'avantage de permettre la mesure de la puissance transportée par une onde acoustique en fonction de la distance parcourue dans le cristal. Elle permet également une mise en évidence plus facile des harmoniques élevés qui apparaissent lors de la propagation dans le cristal.

2 - RESULTATS THEORIQUES

Nous avons utilisé la théorie classique de l'élasticité pour étudier les divers types d'interactions entre ondes acoustiques excitées simultanément dans un cristal piézoélectrique. Nous savons que l'interaction entre ondes acoustiques est un phénomène du second ordre (tout comme l'atténuation des ondes acoustiques), qui dépend des termes d'anharmonicité dans le mouvement des atomes. Il faut donc reprendre la théorie de l'élasticité en gardant les termes du 2ème ordre. Ces termes étant faibles par rapport aux termes linéaires, nous pouvons résoudre les équations du mouvement en utilisant une méthode de perturbation. Nous montrons ainsi qu'il est possible de trouver la solution de l'équation d'onde non linéaire sous forme d'ondes planes ayant une amplitude croissante au cours de la propagation. Afin de pouvoir appliquer la théorie au calcul, nous avons étudié particulièrement le problème de l'interaction entre les ondes acoustiques excitées simultanément suivant les directions (100) et (001) du quartz et du niobate de lithium. Nous avons ainsi obtenu des résultats théoriques comparables aux résultats expérimentaux du chapitre 4. Dans les cristaux piézoélectriques la tension élastique est fonction de la valeur des déformations élastiques et du champ électrique en chaque point du cristal. Les termes linéaires par rapport aux variables électriques permettent de rendre compte de la génération d'ondes acoustiques par effet piézoélectrique linéaire. Les termes non linéaires sont à l'origine d'interactions électromagnétiques au niveau de la surface du cristal soumise aux champs électriques haute fréquence.

2.1 - EQUATION DU MOUVEMENT AVEC TERMES NON LINEAIRE

1) Coordonnées lagrangiennes

Dans la description Lagrangienne du cristal, on exprime la position instantanée des points matériels (qui constituent le cristal) en fonction de

leurs positions initiales dans le cristal en équilibre. Toute grandeur physique dépendant du mouvement des points du cristal est fonction du temps et des positions initiales des particules. Si les (a_j) sont les coordonnées des points matériels dans l'état d'équilibre, les positions instantanées (x_j) des points dans l'état déformé sont fonctions des (a_j) et du temps. Il en est de même pour le vecteur déplacement défini par la relation $u_i(a_j, t) = x_i(a_j, t) - a_i$. 2.1.1.

Avec ces coordonnées lagrangiennes, nous pouvons exprimer la déformation en chaque point du cristal à l'aide du tenseur des déformations dont les composantes sont définies de la façon suivante :

$$\eta_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial a_j} + \frac{\partial u_j}{\partial a_i} + \frac{\partial u_k}{\partial a_i} \cdot \frac{\partial u_k}{\partial a_j} \right) \quad 2.1.1.$$

La déformation du milieu est généralement accompagnée d'un changement de volume. Soit dv_0 un élément de volume du cristal dans l'état d'équilibre. Dans l'état déformé dv_0 n'a généralement pas la même valeur. Le nouvel élément de volume dv est lié à dv_0 par la relation :

$$dv = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial a_1} & \frac{\partial x_1}{\partial a_2} & \frac{\partial x_1}{\partial a_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial a_1} & \frac{\partial x_2}{\partial a_2} & \frac{\partial x_2}{\partial a_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial a_1} & \frac{\partial x_3}{\partial a_2} & \frac{\partial x_3}{\partial a_3} \end{vmatrix} dv_0 = J dv_0 \quad 2.1.3.$$

La variation locale de volume est définie par le déterminant J qui peut être calculé lorsque l'on connaît l'ensemble des gradients de déplacement en chaque point du cristal.

Puisqu'il y a conservation de la masse, la variation de masse volumique est liée à la variation de volume par la relation :

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{dv_0}{dv} = \frac{1}{J} \quad 2.1.4.$$

(ρ masse volumique dans l'état déformé)/

La tension élastique T_{ij} qui s'exerce entre les différents éléments de volume du cristal est habituellement définie pour un état déformé (caractérisé par la déformation élastique η_{kl}). D'autre part, la déformation η_{kl} est définie indépendamment de toute tension élastique par le vecteur déplacement en chaque point du milieu. Puisque T_{ij} et η_{kl} ne sont pas définis pour un même état de déformation du cristal $T_{ij} \cdot d\eta_{ij}$ n'est pas un travail élémentaire.

Avec THURSTON (12) nous pouvons introduire une tension thermodynamique t_{ij} telle que $t_{ij} \cdot d\eta_{ij}$ soit un travail élémentaire par unité de volume du cristal non déformé. Cette relation de définition permet de montrer que la tension élastique T_{ij} habituellement utilisée en élasticité est liée à la tension thermodynamique t_{kl} pour la relation :

$$T_{ij} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial x_i}{\partial a_k} \right) \left(\frac{\partial x_j}{\partial a_l} \right) t_{kl} \quad 2.1.5.$$

Lorsque la déformation s'annule $\frac{\partial x_i}{\partial a_k} \rightarrow \delta_{ik}$, $J \rightarrow 1$, et $T_{ij} \rightarrow t_{ij}$.
Au contraire à fortes déformations T_{ij} est différent de t_{ij}

2) Equations du mouvement

En utilisant la relation 2.1.5. nous pouvons exprimer l'équation de la dynamique sous la forme suivante :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{1}{J} \left(\frac{\partial x_j}{\partial a_m} \right) \left(\frac{\partial x_i}{\partial a_k} \right) t_{km} \right) \quad 2.1.6.$$

On peut montrer (12) que : $\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{1}{J} \frac{\partial x_j}{\partial a_m} \right) = 0$

De sorte que :

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t^2} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial x_j}{\partial a_m} \right) \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial x_i}{\partial a_k} t_{km} \right) \quad 2.1.7.$$

En introduisant la masse volumique dans l'état non déformé ρ_0 , nous obtenons l'équation du mouvement suivante :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial a_m} \left(\frac{\partial x_i}{\partial a_k} \right) t_{km} \quad 2.1.8.$$

t_{km} est une tension thermodynamique qui dérive de l'expression d'un potentiel thermodynamique. Pour définir les tensions thermodynamiques en acoustique, il faut utiliser l'hypothèse de réversibilité locale. L'état du système variant d'un point à l'autre dans le cristal, nous considérons que tout se passe comme s'il y avait équilibre thermodynamique local en chaque point. L'état thermodynamique dépend alors du point considéré dans le cristal et du temps.

Dans le cristal piézoélectrique la tension élastique dépend des variables élastiques et électriques. Nous utiliserons la déformation

élastique η_{ik} comme variable mécanique indépendante. Ce choix permet d'éliminer les rotations rigides dans l'expression de l'énergie de déformation et présente l'avantage d'être pratique en acoustique puisque nous aurons souvent à considérer la propagation d'ondes représentées par un seul terme du tenseur des déformations. La variable thermique indépendante sera la température absolue T puisque nous avons étudié la propagation des ondes acoustiques dans différentes conditions de température. La variable électrique indépendante sera le champ ou l'excitation électrique; Le choix de la variable électrique dépend des conditions limites sur la surface du cristal.

2.2. ENERGIE POTENTIELLE MACROSCOPIQUE ET EQUATIONS D'ETAT

- 1 - Equations d'état pour un cristal piézoélectrique

L'existence des forces qui s'exercent entre les différentes particules constituant un solide se traduit à l'échelle macroscopique par une énergie potentielle qui dépend de l'état de déformation et de la distribution du champ électrique dans le cristal. Lorsque le cristal est soumis à des déformations d'origine élastique et électrique il apparaît une densité d'énergie potentielle par unité de volume non déformé u , qui peut être développée au 3ème ordre par rapport à l'ensemble des variables électriques et élastiques. Puisqu'il n'y a pas d'échange thermique dans les transformations élastiques que nous aurons à considérer (la fréquence des vibrations étudiées est supérieure à 1 GHz), nous utiliserons des constantes adiabatiques pour développer en chaque point du cristal l'énergie potentielle sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 v = & -\frac{1}{2} C_{ijkl}^E \eta_{ij} \eta_{kl} + \frac{1}{2} \epsilon_{ij}^n E_i E_j + e_{ijk} \eta_{ij} E_k \\
 & - \frac{1}{6} C_{ijklmn}^E \eta_{ij} \eta_{kl} \eta_{mn} + \frac{1}{2} d_{ijkl} E_i E_j \eta_{kl} \\
 & + \frac{1}{2} f_{ijklm} E_i \eta_{jk} \eta_{lm} + \frac{1}{6} \epsilon_{ijk}^n E_i E_j E_k.
 \end{aligned} \tag{2.2.1}$$

A partir de cette expression, il est facile de dériver les équations d'état suivantes :

$$\begin{aligned}
 t_{ij} = - \left. \frac{\partial v}{\partial \eta_{ij}} \right|_E = & C_{ijkl}^E \eta_{kl} - e_{ijk} E_k + \frac{1}{2} C_{ijklmn}^E \eta_{kl} \eta_{mn} \\
 & - \frac{1}{2} d_{ijkl} E_k E_l - f_{ijklm} \eta_{kl} E_m
 \end{aligned} \tag{2.2.2}$$

$$\begin{aligned}
 D_i = \left. \frac{\partial v}{\partial E_i} \right|_n = & e_{ikl} \eta_{kl} + \epsilon_{ij}^n E_j + \frac{1}{2} \epsilon_{ijk}^n E_j E_k \\
 & + d_{ijkl} E_j \eta_{kl} + \frac{1}{2} f_{ijklm} \eta_{jk} \eta_{lm}
 \end{aligned} \tag{2.2.3}$$

Dans ces équations nous avons introduit des coefficients du 2e et 3e ordre qui interviennent avec les termes quadratiques et cubiques du développement de l'énergie potentielle.

$$C_{ijkl}^E = \left. \frac{\partial t_{ij}}{\partial \eta_{kl}} \right|_E \quad \text{Constante élastique à champ électrique nul.}$$

$$e_{ijn} = - \left. \frac{\partial t_{ij}}{\partial E_n} \right|_n = \frac{\partial D_n}{\partial \eta_{ij}} \quad \text{coefficient piézoélectrique à déformation nulle.}$$

$$\epsilon_{ij}^n = \left. \frac{\partial D_i}{\partial E_j} \right|_n \quad \text{constante diélectrique à déformation nulle}$$

$$C_{ijklmn} = \left. \frac{\partial C_{ijkl}}{\partial \eta_{mn}} \right|_E \quad \text{constante élastique du 3ème ordre à champ électrique nul.}$$

$$d_{ijnp} = \frac{\partial e_{ijn}}{\partial E_p} = -\frac{\partial \epsilon_{ji}}{\partial \eta_{np}} \quad \text{constante électrostrictive (liée à l'effet élasto optique)}$$

$$f_{ijklm} = \frac{\partial e_{ijk}}{\partial \eta_{lm}} \quad \text{constante piézoélectrique du 3ème ordre (liée à l'effet acoustoélectrique)}$$

$$\epsilon_{ijk}^n = \left. \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial E_k} \right|_n \quad \text{Constante diélectrique du 3ème ordre à déformation nulle.}$$

2) Equations d'état linéaires

Lorsque l'on limite les développements ci-dessous au 1er ordre, nous obtenons les équations couplées suivantes :

$$t_{ij} = C_{ijkl}^E n_{kl} - e_{ijn} E_n \quad 2.2.4.$$

$$D_m = e_{mkl} n_{kl} + \epsilon_{mn}^n E_n \quad 2.2.5.$$

Ces équations montrent que dans tout cristal piézoélectrique les déformations élastiques sont couplées à des champs électriques et inversement. Les ondes électromagnétiques qui se propagent dans un tel milieu sont couplées aux ondes acoustiques et inversement. Une onde acoustique est donc accompagnée d'une onde électromagnétique d'énergie beaucoup plus faible qui se propage à la même vitesse. De même une onde électromagnétique est accompagnée

d'une onde acoustique, l'ensemble se propageant à une vitesse un peu inférieure à la vitesse de la lumière dans le même diélectrique non piézo-électrique. Du point de vue de la propagation des ondes acoustiques, la seule conséquence importante de ce couplage est une légère augmentation de la vitesse des ondes acoustiques (ou un durcissement du milieu de propagation) causé par les champs électriques qui accompagnent les déformations élastiques.

Les équations d'états (2.2.4 et 5) sont limitées au 1er ordre par rapport aux variables électriques et mécaniques. La déformation élastique contient des termes d'ordre 2 par rapport aux gradients de déplacement ($\partial u_i / \partial a_j$). Dans la théorie linéaire des phénomènes de propagation et d'excitation, il n'est pas nécessaire de maintenir ces termes au 2ème ordre qui sont beaucoup plus faibles que les termes de degré 1. ($\partial u / \partial a \approx 10^{-5}$). Pour obtenir des équations linéaires par rapport aux gradients de déplacement, on introduit souvent le tenseur d'élongation $S_{k\ell}$ qui a l'avantage d'être linéaire par rapport aux variables $\partial u_i / \partial x_j$ (mais qui ne représente pas une déformation). On le définit de la façon suivante :

$$S_{k\ell} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial a_\ell} + \frac{\partial u_\ell}{\partial a_k} \right)$$

Pour les ondes longitudinales se propageant suivant la direction (100) le tenseur des élongations n'a qu'une composante non nulle

$$S_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial a_1} \quad ; \quad \text{Pour les ondes transversales nous pouvons avoir } S_{12} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial a_1} \right)$$

ou $S_{13} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_3}{\partial a_1} \right)$ suivant qu'elles sont polarisées suivant (010) ou (001)

Notation contractée

Dans les calculs pratiques on simplifie souvent les équations d'état en contractant les indices suivant la convention de K. BRUGGER (41).

Pour les tensions nous utilisons la convention suivante :

$$t_{11} \sim t_1 \quad t_{22} \sim t_2 \quad t_{33} \sim t_3 \quad t_{23} \sim t_4 \quad t_{13} \sim t_5 \quad t_{12} \sim t_6$$

pour les déformations la relation de définition est un peu différente :

$$2\eta_{23} \sim \eta_4 \quad 2\eta_{13} \sim \eta_5 \quad 2\eta_{12} \sim \eta_6 \quad \eta_{11} \sim \eta_1 \quad \eta_{22} \sim \eta_2 \quad \eta_{33} \sim \eta_3$$

L'introduction des facteurs 2 dans la définition des déformations $\eta_4 \eta_5 \eta_6$ a pour conséquence :

$$\frac{\partial}{\partial \eta_{12}} = \frac{\partial}{\partial \eta_{21}} = \frac{\partial}{\partial \eta_6}$$

En utilisant cette convention, nous simplifions également l'écriture des constantes élastiques et piézoélectriques. Les constantes élastiques du 2ème ordre C_{ijkl} qui apparaissent dans la théorie linéaire de l'élasticité forment un tenseur du 2ème ordre de 81 composantes. Ce tenseur est invariant par permutation de i et j , k et l , ij et kl , le nombre de constantes indépendantes se réduit à 21. De même il y a 27 coefficients piézoélectriques qui constituent un tenseur de rang 3. Les indices ij de e_{mij} peuvent être permutés, le nombre de coefficients piézoélectriques se réduit donc à 18. Après contraction des indices, les équations d'état linéaires prennent la forme simple suivante :

$$t_i = C_{ij}^E S_j - e_{ni} E_n \quad 2.2.6.$$

$$D_m = e_{mj} S_j + \epsilon_{mn}^\eta E_n \quad 2.2.7.$$

Ces équations d'états linéaires permettent d'étudier l'excitation et la propagation des ondes acoustiques dans les cristaux piézoélectriques.

2.3. - PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES SUIVANT LES DIRECTIONS (100) ET (001) DES CRISTAUX RHOMBOEDRIQUES

Lorsqu'une onde acoustique plane se propage dans un cristal anisotrope, la direction de propagation de l'énergie (matérialisée par le rayon lumineux en optique) n'est généralement pas confondue avec la direction de propagation des plans d'onde. Dans les expériences pratiques, on produit les ondes acoustiques en faisant vibrer la surface externe des cristaux étudiés sous l'action de forces extérieures (quartz en vibration...). Les plans d'ondes sont parallèles à la surface externe supposée en mouvement vibratoire uniforme. Ils se propagent donc perpendiculairement à cette surface. Les échantillons étudiés sont généralement cylindriques, l'axe du cylindre est confondu avec la direction de propagation des plans d'onde. Lorsque l'axe du cylindre n'est pas confondu avec une direction cristalline propre, l'énergie ne se propage pas dans la même direction que le vecteur d'onde, elle se dirige donc vers les parois latérales du cylindre où elle est diffusée (puisque la surface latérale n'est généralement pas optiquement plane.). Dans ces conditions il n'est pas possible de mesurer la puissance transportée par l'onde acoustique. La mesure de puissance en acoustique n'est possible que suivant les directions cristallines propres. Ces directions sont souvent confondues avec les axes de symétrie des cristaux. Nous avons réalisé toutes nos expériences suivant les directions (100) et (001) de trois cristaux rhomboédriques, le quartz, le corindon et le niobate de lithium. Déterminons tout d'abord la vitesse de propagation et la polarisation des ondes qui se propagent suivant ces directions.

1) Vitesse et vibrations propres

Les propriétés élastiques des cristaux rhomboédriques apparaissent dans le tableau de leurs constantes élastiques. La symétrie des cristaux

est telle que seules 6 constantes élastiques ont des valeurs indépendantes : C_{11} , C_{33} , C_{44} , C_{12} , C_{13} , C_{14} . Les déformations η_5 et η_6 sont couplées entre elles par le coefficient C_{14} . Les vibrations élastiques représentées par ces déformations seront donc mécaniquement couplées. De même il est facile de voir que η_2 est mécaniquement couplée à η_4 . La propagation des ondes acoustiques dans les cristaux rhomboédriques a été étudiée en détail par FARNELL (18). Deux conclusions sont particulièrement intéressantes pour notre étude.

- ~ La direction (100) est propre à la fois pour les ondes longitudinales et transversales.
- ~ La direction (001) n'est propre que pour les ondes longitudinales.

Pour calculer les vitesses de propagation, il faut d'abord déterminer les coefficients de CHRISTOFFEL définis par la relation : $\Gamma_{ik} = l_j l_l C_{ijkl}$ (l_1, l_j) sont les composantes suivant j et l du vecteur unitaire dirigé suivant la direction de propagation.

Lorsque le cristal est piézoélectrique, il y a lieu de remplacer les constantes élastiques à champ électrique constant par des constantes élastiques modifiées par le couplage piézoélectrique. Ces constantes ont été définies par KYAM (19) et ne sont notablement différentes des constantes élastiques habituelles que lorsque les coefficients piézoélectriques sont importants.

a) Etudions la propagation suivant la direction (100)

Les constantes modifiées sont liées aux constantes élastiques habituelles par la relation : $C'_{ijkl} = C_{ijkl} + \frac{e_{lij} e_{lk\ell}}{\epsilon_{11}}$

A partir du tableau des constantes élastiques nous pouvons calculer les coefficients du déterminant de Christoffel qui prend la forme suivante :

$$\begin{vmatrix} C'_{11} - \rho v^2 & 0 & 0 \\ 0 & C'_{66} - \rho v^2 & C'_{14} \\ 0 & C'_{14} & C'_{44} - \rho v^2 \end{vmatrix} = 0$$

Les racines de ce déterminant sont les vitesses de propagation suivant la direction (100)

$$v_1^2 = \frac{C'_{11}}{\rho} ; \quad v_2^2 = \frac{C'_{44} + C'_{66} \pm \sqrt{(C'_{66} - C'_{44})^2 + 4 C'_{14}^2}}{2\rho} \quad 2.3.1.$$

Les directions de vibration sont confondues avec les directions propres qui diagonalisent la matrice associée au déterminant de CHRISTOFFEL. A la vitesse v_1 correspond une onde longitudinale ; aux vitesses v_2 et v_3 correspondent deux ondes transversales (l'une rapide, l'autre lente). Les directions de vibration correspondantes sont orthogonales et situées dans le plan \vec{a}_2, \vec{a}_3 . L'angle θ formé par l'axe \vec{a}_2 et la direction de vibration de l'onde transversale rapide s'exprime en fonction des constantes élastiques par la relation suivante :

$$\text{tg } \theta = + \frac{C'_{44} - C'_{66} + \sqrt{(C'_{44} - C'_{66})^2 + 4 C'_{14}^2}}{2 C'_{14}} \quad 2.3.2.$$

La direction de vibration transversale lente est perpendiculaire à celle de l'onde transversale rapide.

b) pour la propagation suivant (001)

Le déterminant de CHRISTOFFEL prend la forme suivante :

$$\begin{vmatrix} C'_{44} - \rho v^2 & 0 & 0 \\ 0 & C'_{44} - \rho v^2 & 0 \\ 0 & 0 & C'_{33} - \rho v^2 \end{vmatrix} = 0 \quad 2.3.3.$$

L'onde longitudinale se propage à la vitesse v_L telle que $v_L^2 = \frac{C'_{33}}{\rho}$.
 Les deux ondes transversales sont polarisées suivant (010) et (100) et se propagent à la même vitesse $v_t^2 = \frac{C'_{44}}{\rho}$.

2) Energie acoustique transportée.

Calculons le flux d'énergie transporté par chacune des ondes acoustiques étudiées dans le chapitre ci-dessus.

a) Propagation suivant (100)

Soit U_1 , l'amplitude de déplacement de l'onde acoustique longitudinale. Les composantes du vecteur de POINTING définies par la relation $P_i^L = T_{i1} u_1$, peuvent s'exprimer en fonction de U_1 par la relation :

$$P_1^L = \frac{\rho v^3 k_1^2 U_1^2}{2} = \frac{\rho v^3 S_1^2}{2} \quad P_2^L = P_3^L = 0 \quad 2.3.4.$$

k_1 vecteur d'onde, S_1 amplitude d'élongation liée à l'amplitude de déplacement par la relation $S_1 = k_1 U_1$

Pour la propagation de l'onde transversale rapide suivant (100) nous ne trouvons également qu'une composante non nulle parmi les 3 composantes du vecteur de POINTING :

$$P_1^{TR} = \frac{k_R^2 v_R A_2^2}{2} (C_{66} \cos^2 \theta + 2 C_{56} \sin \theta \cos \theta + C_{55} \sin^2 \theta)$$

En utilisant la relation qui définit $\text{tg } \theta$ (2.3.2) nous montrons que :
 $C_{66} \cos^2 \theta + 2 C_{56} \sin \theta \cos \theta + C_{55} \sin^2 \theta = \rho v_R^2$ 2.3.5.
 et nous obtenons une expression identique à l'expression précédente pour le vecteur de POINTING.

$$P_1^{TR} = \frac{\rho v_R^3 S^2}{2} \quad \text{avec } S = K_R A_2 \quad 2.3.6.$$

b) La direction (001) des cristaux rhomboédriques n'est pas une direction de propagation propre pour les ondes transversales. Le vecteur de POINTING associé à l'onde transversale polarisée suivant (010) a deux composantes. L'une est dirigée suivant (001), l'autre suivant (010). Le vecteur de POINTING fait donc avec le vecteur d'onde un angle ψ défini par la relation

$$\text{tg } \psi = P_2/P_3 = - C_{14}/C_{44}$$

2.4 - EXCITATION DES ONDES ACOUSTIQUES SUIVANT LA DIRECTION (100) DU QUARTZ ET DE LiNbO_3 .

Dans le chapitre précédent nous avons vu que la propagation des ondes acoustiques dans les cristaux piézoélectriques était modifiée par le couplage piézoélectrique.

Lorsque les constantes piézoélectriques sont faibles, les constantes élastiques ne sont pratiquement pas modifiées. Le couplage piézoélectrique ne perturbe donc que très faiblement la propagation des ondes acoustiques. L'intérêt essentiel du couplage piézoélectrique est de permettre l'excitation des

ondes acoustiques en appliquant un champ électrique variable sur la surface d'un cristal piézoélectrique. Lorsqu'un cristal piézoélectrique est placé dans un champ électrique variable, la surface est soumise à une force variable dans le temps. En effet, à l'extérieur du cristal, la tension élastique est nulle, à l'intérieur elle est proportionnelle au champ électrique interne. La surface cristalline est donc soumise à une force proportionnelle au gradient de tension élastique. La force variable qui s'exerce sur la surface du cristal est source d'ondes acoustiques. Ces ondes se propagent à partir de la surface soumise au champ HF puisque cette surface constitue un plan d'onde (lorsque le cristal est uniformément excité par le champ électrique). La mesure de la puissance acoustique transportée par les ondes ainsi produites n'est possible que si la surface cristalline soumise au champ HF est perpendiculaire à une direction propre. Nous n'étudierons donc l'excitation des ondes acoustiques que suivant la direction (100) du quartz et de LiNbO_3 qui est propre pour les ondes longitudinales et transversales. Tous les problèmes de propagation étudiés dans la suite de ce travail pourront se ramener à ces deux exemples fondamentaux.

1) Excitation des ondes acoustiques longitudinales suivant la direction (100) du quartz.

Dans la configuration expérimentale, la champ électrique est appliqué normalement à la surface des cristaux ; il a donc pour seule composante E_1 . Puisque nous étudions la propagation d'ondes longitudinales, l'élongation correspondante est de la forme $S_1 = \partial u_1 / \partial a_1$ et les équations d'état linéaires prennent la forme simple suivante :

$$t_1 = C_{11}^E \frac{\partial u_1}{\partial a_1} - e_{11} E_1 \quad 2.4.1.$$

$$D_1 = e_{11} \frac{\partial u_1}{\partial a_1} + \epsilon_{11}^\eta E_1 \quad 2.4.2.$$

Le champ électrique dans le cristal est connu lorsqu'on a résolu les équations de MAXWELL. L'intégration de ces équations se simplifie dans le cas présent puisque $\text{div } \vec{D} = 0$ se réduit à $\partial D_1 / \partial x_1 = 0$ (D_1 et D_2 sont nuls). D_1 est donc indépendant de la variable d'espace a_1 . D'autre part D_1 a la même valeur de part et d'autre de la surface cristalline soumise au champ HF puisque le diélectrique ne porte pas de charge superficielle, donc D_1 externe = D_1 interne. La valeur de l'excitation électrique dans le cristal a même valeur qu'au dehors du cristal. Cette valeur étant fixée par la configuration expérimentale, nous devons considérer l'excitation élastique comme variable électrique indépendante.

A partir des équations (2.4.1 et 2) nous pouvons exprimer la tension élastique en fonction de la déformation du milieu et de l'excitation électrique D_1 .

$$t_1 = C_{11}^D \frac{\partial u_1}{\partial a_1} - \frac{e_{11} D_1}{\epsilon_{11} \eta} \quad \text{avec } C_{11}^D = C_{11}^E + \frac{e_{11}^2}{\epsilon_{11} \eta} \quad 2.4.3.$$

En reportant dans l'équation du mouvement (2.1.8) nous obtenons l'équation des ondes acoustiques avec terme source :

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial a_1^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial a_1} \left(\frac{e_{11} D_1}{\epsilon_{11} \eta C_{11}^D} \right) \quad 2.4.4.$$

$$\text{Avec } v^2 = \frac{C_{11}^D}{\rho}$$

Cette équation est classique en électroacoustique. Elle est résolue en régime impulsionnel en cherchant des solutions sous forme d'ondes planes progressives qui se propagent perpendiculairement à la surface cristalline soumise au champ électrique E_1 . Cette équation a été résolue par ailleurs (17) (42). Donnons les caractéristiques de la solution. L'onde acoustique

produite sur la surface du cristal peut être représentée en fonction de l'excitation électrique par la relation :

$$S_1 = \frac{e_{11} D_1}{\epsilon_{11} C_{11}} \cos(k_1 a_1 - \omega t)$$

k_1 est le vecteur d'onde = $2\pi/\lambda_1$

Calculons la puissance acoustique produite. Lorsque l'amplitude de déformation est constante sur la section droite A du faisceau hypersonore, la puissance acoustique s'exprime en fonction de l'amplitude d'élongation par la relation (2.3.4.) $P = \frac{\rho v^3 A S^2}{2}$

Lorsque l'amplitude de déformation n'est pas uniforme sur la section droite du faisceau acoustique nous devons remplacer AS^2 par l'intégrale $\int_A S^2 dA$

Nous obtenons alors pour la puissance acoustique

$$P_{ac} = \frac{\rho v^3 e_{11}^2}{2\epsilon_{11} n^2 C_{11}^2} \int_A D_1^2 dA \quad 2.4.5.$$

Le facteur de couplage électromécanique $k_{11}^2 = \frac{e_{11}^2}{\epsilon_{11} C_{11}^D}$ peut être

utilisé pour simplifier l'expression (2.4.5) nous obtenons alors :

$$P_{ac} = \frac{vk_{11}^2}{2\epsilon_{11} n} \int_A D_1^2 dA \quad 2.4.6.$$

Cette expression montre que la puissance produite est d'autant plus importante que l'excitation électrique D_1 est plus intense au niveau de la surface cristalline soumise au champ électrique. Nous sommes donc conduits à utiliser des résonateurs hyperfréquence qui ont la propriété de localiser des champs électriques très intenses en certains endroits de l'espace.

Parmi les cavités habituellement utilisées dans la gamme 1-10 GHz, nous avons choisi les cavités de type réentrant qui ont la propriété de produire un champ électrique très intense à l'extrémité du central. La formule théorique (2.4.6) reste cependant difficile à vérifier puisque nous ne connaissons pas l'expression analytique de l'excitation électrique au voisinage de l'électrode centrale d'une cavité réentrante excitée par une puissance électromagnétique donnée. Nous sommes donc conduits à mesurer le champ électrique sur la surface du cristal. Nous avons pu mesurer les intégrales du type $\int_A D_1^2 dA$ en utilisant une méthode de perturbation dont le principe sera développé dans le chapitre 3.5.

2) Excitation des ondes acoustiques transversales suivant la direction (100) de LiNbO₃

Pour étudier l'excitation et la propagation des ondes acoustiques transversales, nous utiliserons de préférence le niobate de lithium comme cristal piézoélectrique. Tout d'abord, les ondes acoustiques transversales peuvent être excitées par un champ électrique normal. Le dispositif expérimental est donc simplifié. D'autre part, le coefficient électromécanique de LiNbO₃ est très important suivant cette direction pour l'onde transversale rapide ($k_{16} \approx 0,6$)

Nous avons vu que les ondes transversales se propagent suivant (100) sont représentées par les élongations

$$S_5 = \left(\frac{\partial u_3}{\partial a_1} \right), \quad S_6 = \left(\frac{\partial u_2}{\partial a_1} \right)$$

Lorsque l'on applique un champ électrique E_1 suivant la direction (100) de LiNbO₃, il apparaît dans le cristal des cisaillements qui peuvent être calculés à partir des équations d'état 2.2.4 et 2.2.5;

$$T_5 = C_{44}^E \frac{\partial U_3}{\partial a_1} + C_{14}^E \frac{\partial U_2}{\partial a_1} - e_{15} E_1 \quad 2.4.7.$$

$$T_6 = C_{14}^E \frac{\partial U_3}{\partial a_1} + C_{66}^E \frac{\partial U_2}{\partial a_1} + e_{22} E_1 \quad 2.4.8.$$

De la même façon que dans le paragraphe précédent, nous pouvons montrer que D_1 est une intégrale première du problème en fonction de laquelle il convient d'exprimer les résultats. Si nous remplaçons E_1 par sa valeur en fonction des variables D_1 , $\partial u_2/\partial a_1$, $\partial u_3/\partial a_1$ nous obtenons les équations couplées suivantes :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 U_2}{\partial t^2} = C_{14} \frac{\partial^2 U_3}{\partial a_1^2} + C'_{66} \frac{\partial^2 U_2}{\partial a_1^2} + \frac{\partial}{\partial a_1} \left(\frac{e_{22} D_1}{\epsilon_{11}^n} \right) \quad 2.4.9.$$

$$\rho_0 \frac{\partial^2 U_3}{\partial t^2} = C'_{44} \frac{\partial^2 U_3}{\partial a_1^2} + C'_{14} \frac{\partial^2 U_2}{\partial a_1^2} - \frac{\partial}{\partial a_1} \left(\frac{e_{15} D_1}{\epsilon_{11}^n} \right) \quad 2.4.10.$$

avec :

$$C'_{66} = C_{66}^E + \frac{e_{22}^2}{\epsilon_{11}^n} \quad C'_{44} = C_{44}^E + \frac{e_{15}^2}{\epsilon_{11}^n}$$

$$C'_{14} = C_{14}^E - \frac{e_{15} e_{22}}{\epsilon_{11}^n}$$

Ce système d'équations montre qu'il y a excitation simultanée des élongations $\partial u_3/\partial a_1$ et $\partial u_2/\partial a_1$ lorsque le cristal est soumis à l'excitation électrique D_1 . Ces 2 vibrations sont couplées mécaniquement par C'_{14} .

$\partial u_2/\partial a_1$ et $\partial u_3/\partial a_1$ ne sont pas les élongations représentant des vibrations mécaniques propres. Il est plus commode de traiter le problème dans un système d'axes $(\vec{a}'_1, \vec{a}'_2, \vec{a}'_3)$ défini de façon telle que les vibrations $\partial u'_2/\partial a_1$ et $\partial u'_3/\partial a_1$ soient des vibrations propres. Ces vibrations peuvent être séparées expérimentalement puisque leurs vitesses de propagation ne sont pas les mêmes. Pour déterminer le système d'axes $(\vec{a}'_1, \vec{a}'_2, \vec{a}'_3)$

il suffit de reprendre les résultats du chapitre précédent. \vec{a}'_2 est la direction de polarisation de l'onde transversale rapide \vec{a}'_3 celle de l'onde transversale lente. θ est l'angle (\vec{a}_2, \vec{a}'_2). Les relations de transformation des constantes élastiques et piézoélectriques établies par CADY (21) sont les suivantes :

$$\begin{aligned} C_{66}^{\theta} &= \sin^2 \theta C_{44} + \cos^2 \theta C_{66} + 2 \sin \theta \cos \theta C_{14} \\ C_{55}^{\theta} &= \cos^2 \theta C_{44} + \sin^2 \theta C_{66} - 2 \sin \theta \cos \theta C_{14} \\ C_{56}^{\theta} &= (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) C_{14} - \cos \theta \sin \theta (C_{66} - C_{44}) \\ e_{15}^{\theta} &= \cos \theta e_{15} - \sin \theta e_{16} \\ e_{16}^{\theta} &= \cos \theta e_{16} + \sin \theta e_{15} \end{aligned}$$

La valeur de θ pour laquelle les vibrations transversales sont dé-couplées est déterminée par l'équation qui annule le terme de couplage C'_{14} soit :

$$(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) C'_{14} - \cos \theta \sin \theta (C'_{66} - C'_{44}) = 0$$

Cette équation se transforme facilement pour se mettre sous la forme 2.3.2.

Dans le paragraphe 2.3. nous avons calculé les vitesses de propa-gation des ondes transversales lentes et rapides. Posons :

$$C_R = \rho v_R^2 \quad ; \quad C_L = \rho v_L^2$$

Avec ces notations nous pouvons mettre les équations (2.4.9 et 10) sous la forme suivante :

$$\frac{\partial^2 u'_2}{\partial a_1^2} - \frac{1}{v_R^2} \frac{\partial^2 u'_2}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial a_1} \left(\frac{e_{16}^{\theta} D_1}{\epsilon_{11}^n C_R} \right) \quad 2.4.11$$

$$\frac{\partial^2 u'_3}{\partial a_1^2} - \frac{1}{v_L^2} \frac{\partial^2 u'_3}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial a_1} \left(\frac{e_{15}^\theta D_1}{\epsilon_{11}^n C_L} \right) \quad 2.4.12$$

Ces équations sont formellement identiques à l'équation (2.4.4.) ; elles admettent donc comme solutions des ondes ayant pour amplitude d'élongation :

$$s'_6 = \frac{e_{16}^\theta D_1}{\epsilon_{11}^n C_R} \quad s'_5 = \frac{e_{15}^\theta D_1}{\epsilon_{11}^n C_L}$$

A partir de ces relations, il est facile de calculer les puissances acoustiques produites par l'excitation électrique D_1

$$P_{TR} = \frac{\rho v_R^2 e_{16}^{\theta 2}}{2\epsilon_{11}^n C_R^2} \int_A D_1^2 dA \quad P_{TL} = \frac{\rho v_L^2 e_{15}^{\theta 2}}{2\epsilon_{11}^n C_L^2} \int_A D_1^2 dA$$

Par analogie avec ce qui a été fait dans la coupe (100) du quartz, nous pouvons définir des facteurs électromécaniques pour les ondes transversales par les relations :

$$k_{16}^2 = \frac{e_{16}^{\theta 2}}{\epsilon_{11}^n C_R} \quad k_{15}^2 = \frac{e_{15}^{\theta 2}}{\epsilon_{11}^n C_L}$$

Nous obtenons alors l'expression de la puissance des ondes acoustiques transversales produites par l'excitation électrique D_1

$$P_{TR} = \frac{k_{16}^2 v_R}{2\epsilon_{11}^n} \int_A D_1^2 dA \quad P_{TL} = \frac{k_{15}^2 v_L}{2\epsilon_{11}^n} \int_A D_1^2 dA$$

Remarques

La théorie de l'excitation et la propagation des ondes acoustiques exposée à partir de la théorie de l'élasticité n'est valable que dans la gamme de fréquence à déterminer. Les équations d'état (loi de HOOKE, équation de couplage piézoélectrique) supposent que la propagation a lieu dans un milieu continu. La théorie n'est donc valable que si l'on peut considérer le milieu continu pour l'onde acoustique ($\lambda \gg$ distance entre les atomes). La fréquence des ondes acoustiques haute fréquence qui se propagent avec la vitesse du son détermine la limite haute fréquence de la théorie. Du point de vue purement acoustique nous pouvons considérer que la théorie est valable jusqu'aux fréquences de l'ordre de 10^{13} Hz.

Dans les cristaux piézoélectriques, la longueur d'onde électromagnétique correspondant à cette fréquence est de l'ordre de 10μ . La fréquence limite ci-dessus est trop importante puisque les atomes peuvent vibrer en résonance sous l'action d'onde électromagnétique de $\lambda \sim 100\mu$. La théorie du continu ne prévoit ni ces résonances ni la dispersion associée. Elle n'est donc pas utilisable. La limite supérieure en fréquence sera donc placée vers 10^{12} Hz. L'hypothèse du continu est donc valable dans toute la gamme des hyperfréquences et dans une partie du spectre infrarouge.

Dans tout ce qui précède nous avons étudié la théorie de l'excitation et la propagation des ondes acoustiques dans les cristaux piézoélectriques en utilisant des équations d'état linéaires. Toute onde acoustique peut être décomposée en ondes planes monochromatiques indépendantes. Chaque onde monochromatique est excitée et se propage indépendamment des autres dans le cristal. Cette propagation sans perte et l'absence d'interaction entre ondes acoustiques sont les conséquences directes de l'hypothèse simplificatrice qui consiste à utiliser des équations d'état linéaires. Les résultats obtenus ne sont pas conformes à la réalité puisque l'expérience montre que les ondes acoustiques s'affaiblissent et interagissent entre elles au cours de leur propagation. En utilisant des équations d'état non linéaires (2.3.2) et (2.3.3),

nous faisons apparaître un couplage entre les ondes acoustiques qui se propagent simultanément dans le réseau. Ce couplage permet de rendre compte à la fois de l'interaction entre ondes acoustiques cohérentes et de l'atténuation des ondes acoustiques (lorsque l'on considère leurs interactions avec les ondes d'agitation thermique).

2.5 - INTERACTION ENTRE ONDES ACOUSTIQUES COHERENTES

1) Equation d'onde avec termes non linéaires

L'interaction entre ondes acoustiques cohérentes a été observée pour la première fois en 1962 dans la gamme 1 MHz - 10 MHz. GEDROITS et KASIL'NIKOF (22) ont observé la production de l'harmonique 2 d'une onde longitudinale fondamentale de fréquence 5 MHz. BREAZEALE et THOMPSON (23) ont ensuite effectué un doublage de fréquences 30 MHz - 60 MHz dans l'aluminium polycristallin. L'interaction d'ondes acoustiques non colinéaires a été étudiée par ROLLINS dans quelques matériaux polycristallins. Ce fut la première vérification expérimentale de l'interaction à 3 phonons exprimée théoriquement par JONES et KOBETT (29), puis par CHIDRESS et HAMBRICK (30).

Un inconvenient de ces expériences aux fréquences ultrasoniques est que la puissance de l'onde diffusée par interaction phonons-phonons est toujours très faible. La puissance diffusée augmentant avec le carré de la fréquence, cette diffusion est beaucoup plus importante lorsque des ondes acoustiques haute fréquence interagissent entre elles. Lorsque le cristal est fortement non linéaire, les harmoniques peuvent transporter des puissances hypersonores du même ordre de grandeur que les ondes qui interagissent. Des effets non linéaires très intenses ont pu être mis en évidence dans MgO (34) (35).

Récemment P.H. CARR a étudié la génération harmonique d'ondes acoustiques haute fréquence dans les cristaux isolants (28). Les expériences ont été réalisées dans le quartz, le corindon, la périclase (MgO). Les résultats expérimentaux ont pu être interprétés dans le corindon et MgO, mais un problème d'interprétation reste posé dans le quartz. Quantitativement la production harmonique d'hypersons dans une coupe X de quartz ne peut s'interpréter comme la conséquence d'effets non linéaires dans la propagation ou dans la production des hypersons.

Dans ce travail, nous avons surtout chercher à séparer les interactions électromécaniques sur la surface des cristaux des interactions purement mécaniques dans le volume du cristal. Avant de commencer cette étude, il est important de s'assurer qu'il ne peut y avoir d'interactions électromécaniques au cours de la propagation des ondes acoustiques. Nous avons vu en effet qu'il n'y a pas propagation d'ondes acoustiques sans propagation d'ondes électromagnétiques couplées. Le champ électrique variable qui accompagne l'onde acoustique intervient dans les termes supérieurs de l'énergie libre du cristal et peut être à l'origine d'une génération harmonique d'ondes acoustiques. Récemment, Mc MAHON a repris le problème de la propagation des ondes acoustiques dans un milieu piézoélectrique non linéaire. Les conclusions obtenues sont les mêmes que lorsque le couplage piézoélectrique est linéaire. La propagation des ondes mécaniques est indépendante de la propagation des ondes électromagnétiques couplées (au 2ème ordre) ; elle peut donc être étudiée d'un point de vue purement acoustique en utilisant des coefficients mécaniques et électromécaniques modifiés par le couplage piézoélectrique (10).

Puisque les conditions expérimentales nous limitent aux directions cristallines propres, nous étudierons l'interaction entre ondes acoustiques se propageant suivant la direction (100) du quartz. Etudions d'abord l'interaction entre ondes élastiques longitudinales.

Les équations d'état (2.2.2.) et (2.2.3.) prennent la forme suivante :

$$t_1 = C_{11}^E \eta_1 - e_{11} E_1 + \frac{1}{2} (C_{111}^E \eta_1^2 - 2f_{111} E_1 \eta_1 - d_{111} E_1^2) \quad 2.5.1.$$

$$D_1 = e_{11} \eta_1 + \epsilon_{11}^n E_1 + \frac{1}{2} (f_{111} \eta_1^2 + 2d_{111} E_1 \eta_1 + \epsilon_{111}^n E_1^2) \quad 2.5.2.$$

Dans la configuration expérimentale, la surface du cristal est soumise à la tension de radiation :

$$T_{1R} = E_1 D_1 - \epsilon_{11} \frac{E_1^2}{2} \quad 2.5.3.$$

qui en vertu du principe de l'action et de la réaction se retrouve en chaque point du cristal (36).

La tension élastique en chaque point du cristal vaut donc :

$$T_1 = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial x_1}{\partial a_1} \right)^2 t_1 + T_{1R}$$

Pour déterminer l'équation du mouvement nous reprenons l'équation fondamentale de la dynamique :

$$\rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left[\frac{1}{J} \left(\frac{\partial x_1}{\partial a_1} \right)^2 t_1 + \frac{\partial}{\partial x_1} T_{1R} \right] \quad 2.5.4.$$

Nous pouvons transformer cette relation comme nous l'avons fait pour l'équation 2.1.6. Nous mettrons alors l'équation du mouvement sous la forme :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_1}{\partial a_1^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial a_1} \left(\frac{e_{11} D_1}{\epsilon_{11}^n C_{11}^D} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial a_1} \left[f_{111} - \frac{2e_{11} d_{111}}{\epsilon_{11}^n} + e_{11} + \frac{e_{11}^2 \epsilon_{111}^n}{\epsilon_{11}^n{}^2} \right] \frac{D_1}{C_{11}^D \epsilon_{11}^n} \left(\frac{\partial u_1}{\partial a_1} \right) \\ &- \frac{\partial}{\partial a_1} \left[\epsilon_{11}^n - d_{111} + e_{11} \frac{\epsilon_{111}^n}{\epsilon_{11}^n} \right] \frac{D_1^2}{2\epsilon_{11}^n{}^2 C_{11}^D} \quad 2.5.5. \\ &- \frac{\partial}{\partial a_1} \left[\frac{1}{2} \left(3 + \frac{C_{111}^D}{C_{11}^D} \right) \right] \left(\frac{\partial u_1}{\partial a_1} \right)^2 \end{aligned}$$

Pour établir cette équation, nous avons posé :

$$C_{11}^D = C_{11}^E + \frac{e_{11}^2}{\epsilon_{11}^n} ; \quad v^2 = \frac{C_{11}^D}{\rho_0}$$

$$C_{111}^D = C_{111}^E - \frac{e_{11}^2}{\epsilon_{11}^n} + 3 \frac{e_{11} f_{111}}{\epsilon_{11}^n} - 3 \frac{e_{11}^2 d_{111}}{\epsilon_{11}^{n2}} + \frac{e_{11}^3}{\epsilon_{11}^{n3}}$$

Les termes du 2ème membre de l'équation 2.5.5. proportionnels à l'excitation électrique D_1 varient brusquement au niveau de la surface cristalline. La tension élastique associée à ces termes est d'origine électromécanique; elle passe de 0 à l'extérieur du cristal à une valeur uniforme dans le cristal (20). La variation en surface peut être représentée par la fonction de DIRAC. Nous obtenons donc comme équation d'onde :

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial a_1^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = \frac{e_{11} D_1}{\epsilon_{11}^n C_{11}^D} \delta(a_1 - a_0)$$

$$+ \left(f_{111} - \frac{2e_{11} d_{111}}{\epsilon_{11}^n} + \frac{e_{11}^2 \epsilon_{111}^n}{\epsilon_{11}^{n2}} + e_{11} \right) \frac{D_1}{\epsilon_{11}^n C_{11}^D} \left(\frac{\partial u_1}{\partial a_1} \right)^2 \delta(a_1 - a_0)$$

$$+ \frac{1}{2} \left[\epsilon_{11}^n \left(\frac{\epsilon_{11}^n}{\epsilon_0} - 1 \right) + d_{111} - \frac{e_{11} \epsilon_{111}^n}{\epsilon_{11}^n} \right] \frac{D_1^2}{2\epsilon_{11}^2 C_{11}^D} \delta(a_1 - a_0)$$

$$- \frac{1}{2} \left[3 + \frac{C_{111}^D}{C_{11}^D} \right] \frac{\partial}{\partial a_1} \left(\frac{\partial u_1}{\partial a_1} \right)^2 \quad 2.5.6.$$

a_0 est l'abscisse de la surface du cristal.

Le premier terme du membre de droite décrit l'effet piézoélectrique linéaire. La solution de l'équation d'onde linéaire a été étudiée dans le chapitre 2.4. L'existence des termes proportionnels à D_1^2 et $(\partial u_1 / \partial a_1) D_1$

montre qu'il y a génération d'ondes acoustiques par couplage entre les champs électriques appliqués d'une part et entre champ électrique et vibration mécanique (excitée sur la surface par effet piézoélectrique) d'autre part. Il y a également couplage entre déformations élastiques dans le volume du cristal au cours de la propagation des ondes acoustiques. Ce couplage est représenté par les termes proportionnels à $(\partial u_1 / \partial a_1)^2$ dans l'équation 2.5.6.

2) Interactions électromécaniques sur la surface des cristaux isolants

Pour calculer l'amplitude des vibrations mécaniques qui apparaissent par effets électromécaniques non linéaires sur la surface des cristaux, il suffit de maintenir dans l'équation d'onde 2.5.6. les termes proportionnels à $\nabla(a_1 - a_0)$ qui sont prépondérants sur la surface du cristal. Nous obtenons alors pour la surface cristalline l'équation du mouvement suivant (84) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_1}{\partial a_1^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} &= \frac{e_{11} D_1}{\epsilon_{11}^n C_{11}^D} \delta(a_1 - a_0) \\ &+ (f_{1111} - 2 \frac{e_{11} d_{1111}}{\epsilon_{11}^n} + \frac{e_{11}^2 \epsilon_{1111}^n}{\epsilon_{11}^{n2}} + e_{11}) \frac{D_1}{\epsilon_{11}^n C_{11}^D} \left(\frac{\partial u_1}{\partial a_1} \right) \delta(a_1 - a_0) \\ &+ \epsilon_{11}^n \left[\left(\frac{\epsilon_{11}^n}{\epsilon_0} - 1 \right) - d_{1111} + \frac{e_{11} \epsilon_{1111}^n}{\epsilon_{11}^n} \right] \frac{D_1^2}{2 \epsilon_{11}^{n2} C_{11}^D} \delta(a_1 - a_0) \quad 2.5.7. \end{aligned}$$

Supposons que la surface du cristal soit soumise à l'action de deux champs électriques de pulsations ω_1 et ω_2 . L'excitation électrique peut être représentée par l'expression :

$$D_1 = D_{f_1} \cos(\omega_1 t + \phi_1) + D_{f_2} \cos(\omega_2 t + \phi_2) \quad 2.5.8.$$

Au premier ordre près, la vibration de la surface du cristal s'obtient en superposant les vibrations mécaniques de fréquences f_1 et f_2 produites par effet piézoélectrique linéaire. Donc

$$\left(\frac{\partial u_1}{\partial a_1}\right) = -\frac{e_{11}^D f_1}{\epsilon_{11}^n C_{11}^D} \cos(\omega_1 t + \phi_1) + \frac{e_{11}^D f_2}{\epsilon_{11}^n C_{11}^D} \cos(\omega_2 t + \phi_2) \quad 2.5.9.$$

Les équations 2.5.8. et 2.5.9. permettent de calculer le 2ème membre de l'équation du mouvement 2.5.7. qui contient un terme continu et des termes sinusoidaux de fréquences $2f_1$, $2f_2$, $f_2 \pm f_1$. Au 2ème ordre la surface du cristal est soumise à la superposition d'une déformation statique et de vibrations élastiques de fréquences $2f_1$, $2f_2$, $f_2 \pm f_1$. Après résolution de l'équation d'onde au 2e ordre par la théorie des perturbations, nous obtenons l'amplitude d'élongation produite aux fréquences $f_2 \pm f_1$ par interaction entre le champ électrique de fréquence f_2 et la vibration mécanique de fréquence f_1 (ou inversement) :

$$S_{f_2 \pm f_1} = S_{f_1} S_{f_2} \left[1 + \frac{e_{11}^n \epsilon_{111}^n}{\epsilon_{11}^n{}^2} - \frac{2d_{111}}{\epsilon_{11}^n} + \frac{f_{111}}{e_{11}^n} \right] \quad 2.5.10.$$

De la même façon, nous obtenons l'amplitude d'élongation des vibrations mécaniques de fréquences $f_2 \pm f_1$ produite par interaction entre champs électriques appliqués :

$$S_{f_2 \pm f_1} = \frac{S_{f_1} S_{f_2}}{2K^2} \left[\left(\frac{\epsilon_{11}^n}{\epsilon_0} - 1\right) + \frac{d_{111}}{\epsilon_{11}^n} - \frac{e_{11}^n \epsilon_{111}^n}{\epsilon_{11}^n{}^2} \right] \quad 2.5.11.$$

K^2 est le facteur de couplage électromécanique du cristal : $K^2 = \frac{e_{11}^2}{\epsilon_{11}^n C_{11}^D}$

Lorsque les champs électriques de fréquences f_1 et f_2 sont appliqués simultanément sur la surface du cristal, l'amplitude d'élongation produite aux fréquences $f_2 \pm f_1$ est égale à la somme des expressions 2.5.10 et 2.5.11. Nous obtenons alors :

$$S_{f_2 \pm f_1} = \frac{S_{f_1} S_{f_2}}{2K^2} \left[\left(\frac{\epsilon_{11}^n}{\epsilon_0} - 1 \right) - \frac{d_{111}}{\epsilon_{11}^n} (4K^2 - 1) + \frac{e_{11} \epsilon_{111}^n}{\epsilon_{11}^n{}^2} (2K^2 - 1) + \frac{2K^2 f_{111}}{e_{11}} \right] \quad 2.5.12.$$

Pour l'amplitude d'élongation produite à la fréquence $2f_1$ nous obtenons de la même façon :

$$S_{2f_1} = \frac{S_{f_1}^2}{4K^2} \left[\left(\frac{\epsilon_{11}^n}{\epsilon_0} - 1 \right) - \frac{d_{111}}{\epsilon_{11}^n} (4K^2 - 1) + \frac{e_{11} \epsilon_{111}^n}{\epsilon_{11}^n{}^2} (2K^2 - 1) + \frac{2K^2 f_{111}}{e_{11}} \right] \quad 2.5.13.$$

Ces relations montrent qu'il peut y avoir génération d'ondes acoustiques aux fréquences $2f_1$, $2f_2$, et $f_2 \pm f_1$ lorsqu'un cristal non piézo-électrique ($K^2 = 0$; $e = 0$) est soumis à deux champs électriques de fréquences f_1 et f_2 . Les ondes acoustiques sont alors produites par tension de radiation et par électrostriction. Dans ce cas on exprime souvent l'amplitude d'élongation produite en fonction de l'amplitude du champ électrique appliqué au cristal et de la vitesse des ondes acoustiques par la relation :

$$S_{2f_1}(0) = \frac{\epsilon_0 E_{f_1}^2}{4\rho v^2} \left[\epsilon_r (\epsilon_r - 1) + d_{111} \right] \quad 2.5.14.$$

ϵ_r constante diélectrique relative dans la direction (100).

E_{f_1} amplitude du champ électrique dans le cristal.

D'un point de vue plus mathématique, nous pouvons dire que les discontinuités de la constante diélectrique et du coefficient électrostrictif sont sources d'ondes acoustiques sur la surface du cristal. En pratique, la production ^{d'hypersons} par tension de radiation est généralement beaucoup plus importante, que la génération d'hypersons par électrostriction. Dans tout ce qui précède, nous avons calculé l'amplitude d'élongation produite aux fréquences $2f_1$, $2f_2$, $f_2 \pm f_1$ au cours de la génération des ondes acoustiques. Pour caractériser entièrement les effets non linéaires dans le processus de génération, il faut également déterminer le déphasage initial entre les ondes acoustiques fondamentales et les ondes produites par effet non linéaire dans la génération des acoustiques. Entre l'onde fondamentale de fréquence f_1 et la 2ème harmonique de fréquence $2f_1$ nous définissons le déphasage par la relation :

$$\theta = 2 \phi_{f_1} - \phi_{2f_1} \quad \text{avec} \quad \phi_i = k_i a_1 - \omega_i t - \Phi_i$$

Entre les ondes fondamentales de fréquences f_1 et f_2 et les ondes mixtes de fréquences $f_3 = f_2 \pm f_1$ le déphasage est défini par la relation

$$\theta = \phi_{f_2} \pm \phi_{f_1} - \phi_{f_2 \pm f_1}$$

Calculons le déphasage entre les ondes produites par effets non linéaires dans la génération des ondes acoustiques et les ondes acoustiques fondamentales. En élevant l'expression (2.5.8.) au carré, il est facile de voir que le déphasage entre les champs électriques de fréquences f_1 et f_2 fondamentales et les champs électriques de fréquences $2f_1$, $2f_2$, $f_2 \pm f_1$ est nul. La solution de l'équation 2.5.6. est telle que les ondes acoustiques produites par effet piézoélectrique sont en phase avec les champs électriques appliqués. Le déphasage entre les ondes acoustiques fondamentales de fréquences f_1 et f_2 et les ondes de fréquences $2f_1$, $2f_2$, $f_2 \pm f_1$ est donc nul.

Les expressions 2.5.12, 13, montrent que l'amplitude d'élongation produite sur la surface du cristal aux fréquences $f_2 \pm f_1$ et $2f_1$ ne dépend pas de la fréquence des champs électriques appliqués. Ces expressions s'obtiennent en effectuant le produit d'un facteur dynamique (qui ne dépend que de l'amplitude des ondes acoustiques se propageant dans le cristal), par un facteur ne dépendant que des constantes piézoélectriques et diélectriques du 3ème ordre. Ces constantes peuvent être calculées à partir des constantes élasto-optiques et électro-optiques. La polarisation ionique qui est inexistante aux fréquences optiques est à l'origine d'une variation avec la fréquence des coefficients électromécaniques du 3ème ordre. En supposant que les interactions électromécaniques aux fréquences microondes et optiques étaient dues aux mêmes processus d'interaction, MILLER (9) a montré que les coefficients qui interviennent dans ces interactions suivant la direction (001) de LiNbO_3 sont liés entre eux par les relations :

$$\epsilon_{333}^{(\text{HF})} = 3\epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \left[\frac{n^2}{n^2 - 1} \right]^2 r_{33}$$

$$d_{333}^{(\text{HF})} = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \left[\frac{n^2}{n^2 - 1} \right]^2 p_{33}$$

r_{33} et p_{33} sont les coefficients électro-optiques et élasto-optiques.

3) Génération harmonique d'ondes acoustiques par chauffage diélectrique.

La production harmonique d'hypersons par effet thermique a été observée pour la première fois par WHITE (48) à la température ambiante. Le principe de l'expérience est simple. Lorsqu'un solide isolant est soumis à un champ électrique de pulsation ω , il s'échauffe (si l'angle de perte n'est pas nul). Dans l'énergie calorifique ainsi fournie au cristal figure une composante de pulsation 2ω . La variation de température correspondante est à l'origine d'une variation uniforme de la tension élastique dans

le milieu à la pulsation 2ω . Au niveau de la surface du cristal, il y a discontinuité de tension élastique et génération d'ondes acoustiques. Pour calculer l'amplitude d'élongation de l'onde produite en fonction du champ électrique appliqué, nous calculons la composante à 2ω de la variation d'entropie dans le cristal puis la tension élastique produite par chauffage diélectrique (33)

La puissance calorifique absorbée par unité de volume P_c est liée à la densité moyenne d'énergie électromagnétique localisée dans le cristal par la relation (35) :

$$P_c = 2\omega \operatorname{tg} \delta W_o$$

W_o densité moyenne d'énergie électromagnétique

$\operatorname{tg} \delta$ tangente de l'angle de perte

La densité moyenne d'énergie électromagnétique localisée dans le cristal W_o peut s'exprimer en fonction de l'excitation électrique D_1 . Elle contient un terme indépendant du temps et un terme de pulsation 2ω :

$$W_o = D_{f_1}^2 \left(\frac{1 + \cos 2 \omega t}{2\epsilon_{11}} \right)$$

La puissance calorifique dissipée uniformément dans tout le volume du cristal contient également une composante de pulsation 2ω . Cet échauffement uniforme et périodique de tout le cristal provoque à la pulsation 2ω la variation d'entropie suivante :

$$\Delta S = \frac{1}{T_o} \frac{D_{f_1}^2}{4} \operatorname{tg} \delta \sin 2\omega t.$$

Cette variation d'entropie produit une tension élastique uniforme dans tout le solide. La variation de la tension élastique sur la surface du

solide est source d'ondes acoustiques. En introduisant l'entropie et la température dans les équations d'état (2.2.4 et 5) nous obtenons pour la tension thermodynamique t_1 l'expression suivante :

$$t_1 = C_{11} \eta_1 + \left(\frac{e_{11} p_1 - \lambda_1 \epsilon_{11}}{\epsilon_{11} \frac{\rho C_v}{T_0} - p_1^2} \right) \Delta S$$

$\Delta S = S - S_0$ variation d'entropie par rapport à l'état d'équilibre local.

P_1 = coefficient pyroélectrique à température égale à T_0 et déformation nulle.

λ_1 = coefficient de température des tensions thermodynamiques à déformations et champ électrique nuls

C_v = chaleur spécifique à volume constant

T_0 = Température absolue dans l'état libre de contraintes élastiques, électriques et thermiques.

Généralement $\epsilon_{11} \frac{\rho C_v}{T_0} \gg P_1^2$

l'expression de la tension t_1 peut donc être simplifiée et l'équation des ondes acoustiques avec ΔS comme terme source prend la forme :

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial a_1^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = \left(\lambda_1 - \frac{e_{11} p_1}{\epsilon_{11}} \right) \frac{D_f^2 \text{tg } \delta}{4 \epsilon_{11} \rho C_v C_{11}} \sin 2\omega t.$$

La solution de cette équation d'onde a la forme suivante

$$\left(\frac{\partial u}{\partial a}\right)_{2f_1} = \left(\frac{e_{11}P_1}{\epsilon_{11}} - \lambda_1\right) \frac{D_{f_1}^2}{\rho C_v C_{11} 4\epsilon_{11}} \sin 2(k_1 a - \omega_1 t)$$

Comme dans le chapitre précédent nous pouvons exprimer D_{f_1} en fonction de l'amplitude d'élongation de l'onde acoustique de fréquence f_1 . Nous obtenons alors l'expression suivante pour l'onde acoustique produite à la fréquence $2f_1$:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial a}\right)_{2f_1} = \frac{S_{f_1}^2}{4\rho C_v K^2} \left(-\lambda_1 + \frac{e_{11}P_1}{\epsilon_{11}}\right) \text{tg}\delta \sin 2(k_1 a - \omega_1 t)$$

Cette expression montre qu'il y a production harmonique d'ondes acoustiques par chauffage diélectrique au niveau de la surface cristalline soumise au champ électrique haute fréquence. Les ondes acoustiques ainsi produites ne sont pas en phase avec les ondes acoustiques produites par effets non-linéaires dans la génération ondes acoustiques. Dans l'expression (2.5.19) interviennent des coefficients qui n'ont pas été mesurés (à notre connaissance). Cependant, à partir des relations entre constantes adiabatiques et isothermes, nous avons pu évaluer ces coefficients pour les cristaux étudiés. $\left(\frac{\partial u}{\partial a}\right)$ est généralement un ordre de grandeur en dessous de la valeur obtenue en considérant l'effet des seules non-linéarités électromécaniques. Cette interaction pourra donc être négligée dans la suite de ce travail.

4 - EFFETS NON LINEAIRES DANS LA PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES

ETUDE EN MECANIQUE CLASSIQUE.

- 1) Interaction de deux ondes acoustiques se propageant suivant la direction (100) du quartz.

Pour étudier l'interaction entre ondes acoustiques, nous utilisons

l'équation d'onde (2.5.6.). Dans le volume du cristal, les termes proportionnels à D_1 sont nuls puisque $\mathcal{J}(a_1 - a_0)$ ne présente une valeur importante que sur la surface du cristal. En supprimant ces termes nous obtenons l'équation d'onde suivante :

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial a_1^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial a_1} \left(3 + \frac{C_{111}^D}{C_{11}^D} \right) \left(\frac{\partial u_1}{\partial a_1} \right)^2 \quad 2.5.20.$$

Le deuxième membre de cette équation différentielle est source d'ondes acoustiques. Le terme source n'est différent de 0 que s'il y a propagation d'ondes acoustiques fondamentales dans le cristal. Pour le calculer, nous pouvons utiliser l'expression des ondes qui se propagent dans le cristal piézoélectrique soumis simultanément aux champs électriques de fréquences f_1 et f_2 (équation 2.5.9) :

$$\left(\frac{\partial u_1}{\partial a_1} \right) = S_{f_1} \cos(k_1 a_1 - \omega_1 t - \phi_1) + S_{f_2} \cos(k_2 a_1 - \omega_2 t - \phi_2)$$

Nous obtenons alors l'équation d'onde avec terme source dû aux effets non linéaires dans la propagation des ondes acoustiques. Les amplitudes d'élongation des ondes fondamentales sont souvent de l'ordre de 10^{-3} ($S_{f_1}^2 \sim 10^{-6}$). Le 2ème membre de l'équation 2.5.20 peut être considéré comme une faible perturbation de l'équation d'onde linéaire. Nous pouvons donc chercher les solutions de cette équation non linéaire sous la forme :

$$u_1 = A_{f_1} \sin(k_1 a_1 - \omega_1 t - \phi_1) + A_{f_2} \sin(k_2 a_1 - \omega_2 t - \phi_2) + u'_1$$

u'_1 est le terme de perturbation ajouté à la solution de l'équation d'onde linéaire. En portant cette solution dans 2.5.20 nous obtenons en ne tenant compte que des seuls termes variables dans le temps :

$$\frac{\partial^2 u_1'}{\partial a_1^2} - \frac{\partial^2 u_1'}{v^2 \partial t^2} = -\frac{\Gamma}{2} \left[S_{f_1}^2 k_1 \sin 2(k_1 a_1 - \omega_1 t - \phi_1) S_{f_2}^2 k_2 \sin 2(k_2 a_1 - \omega_2 t - \phi_2) \right. \\ \left. + 2S_{f_1} S_{f_2} (k_2 + k_1) \sin [(k_1 + k_2) a_1 - (\omega_2 + \omega_1)t - (\phi_1 + \phi_2)] \right. \\ \left. + 2S_{f_1} S_{f_2} (k_2 - k_1) \sin [(k_2 - k_1) a_1 - (\omega_2 - \omega_1)t - (\phi_2 - \phi_1)] \right]$$

avec $\Gamma = 3 + C_{111}^D / C_{11}^D$. On résout cette équation en cherchant des solutions sous forme d'ondes de fréquences $2f_1$, $2f_2$, $f_2 \pm f_1$ ayant une amplitude variable au cours de la propagation. Nous obtenons alors pour le vecteur déplacement suivant l'axe (100) du cristal l'expression générale suivante :

$$u_1(a_1, t) = A_{f_1} \sin(k_1 a_1 - \omega_1 t - \phi_1) + A_{f_2} \sin(k_2 a_1 - \omega_2 t - \phi_2) \\ - \frac{\Gamma}{8} \left[S_{f_1}^2 a_1 \cos 2(k_1 a_1 - \omega_1 t - \phi_1) + S_{f_2}^2 a_1 \cos 2(k_2 a_1 - \omega_2 t - \phi_2) \right. \\ \left. + 2 S_{f_1} S_{f_2} a_1 \cos [(k_1 + k_2) a_1 - (\omega_1 + \omega_2) t - (\phi_1 + \phi_2)] \right. \\ \left. + 2 S_{f_1} S_{f_2} a_1 \cos [(k_2 - k_1) a_1 - (\omega_2 - \omega_1) t - (\phi_2 - \phi_1)] \right] \quad 2.5.21.$$

Il y a déformation progressive des ondes fondamentales au cours de la propagation puisqu'il y a apparition d'ondes harmoniques d'amplitudes croissantes au cours de la propagation. Il y a également transfert progressif d'énergie entre les ondes fondamentales de fréquences f_2 , f_1 et les ondes nouvelles de fréquences $f_2 \pm f_1 = f_3$ qui apparaissent au cours de la propagation dans le cristal. Les ondes ainsi couplées satisfont les conditions $f_3 = f_2 \pm f_1$ et $k_3 = k_2 \pm k_1$. Ces relations ne sont pas indépendantes car en basse fréquence $k = 2\pi f/v$.

La méthode de résolution de l'équation d'onde reste valable tant que l'amplitude des ondes produites au cours de la propagation reste faible

par rapport à l'amplitude des ondes fondamentales et que cette dernière reste constante au cours de la propagation. Elle est particulièrement valable au voisinage de la surface du cristal.

En hyperfréquence, la grandeur la plus accessible à la mesure est la puissance. C'est pourquoi nous calculons les amplitudes d'élongation à partir de la solution obtenue puis les puissances acoustiques correspondantes (en utilisant la relation 2.3.4). Nous obtenons alors les expressions suivantes pour les puissances acoustiques produites aux fréquences $2f_1$ et f_2+f_1 :

$$S_{2f_1} = \frac{\Gamma k_1 a_1 S_{f_1}^2}{4}$$

$$S_{f_2+f_1} = \frac{\Gamma(k_2-k_1) a_1 S_{f_1} S_{f_2}}{4}$$

$$P_{2f_1} = \frac{\pi f_1^2 a_1^2 P_{f_1}^2}{2\rho v^5 A}$$

$$P_{f_2+f_1} = \frac{\pi \Gamma^2 (f_2+f_1)^2 a_1^2 P_{f_1} P_{f_2}}{2\rho v^5 A}$$

A section droite du faisceau acoustique.

P_{f_i} puissance acoustique transportée par l'onde de fréquence f_i .

Dans le cas où la déformation n'est pas uniforme sur la surface soumise au champ HF, la puissance acoustique produite s'exprime en fonction de l'amplitude d'élongation par la relation suivante : $P_{ac} = \frac{\rho v^3}{2} \int_A S^2 dA$. Les formules précédentes peuvent être généralisées en remplaçant $1/A$ qui intervient dans l'expression (2.5.22) par la valeur effective suivante :

$$\frac{1}{A_{eff}} = \frac{\int_A S_{f_1}^2(r) dA}{\left[\int_A S_{f_1}^2(r) dA \right]^2}$$

Ces résultats nous permettent de caractériser le couplage entre ondes acoustiques se propageant simultanément dans un cristal non linéaire.

L'expression 2.5.22 montre que l'amplitude d'élongation produite par effet non linéaire est égale au produit d'un facteur dynamique $(k_2 \pm k_1) S_{f_1} S_{f_2}$ (qui dépend de la fréquence des ondes acoustiques fondamentales) par un facteur qui ne dépend que des constantes élastiques et de la longueur d'interaction entre ondes acoustiques dans le cristal. Le coefficient Γ caractérise l'interaction entre ondes acoustiques longitudinales suivant la direction (100) du quartz. L'interaction entre ondes dans le volume du cristal est donc très différente de l'interaction entre ondes acoustiques localisées sur la surface du cristal. Elle dépend de la fréquence des ondes acoustiques et de la longueur d'interaction dans le cristal.

2) Génération de la 3ème harmonique d'une onde acoustique se propageant dans un milieu non linéaire sans perte.

Lorsqu'on développe la tension thermodynamique au 3ème ordre, le 2ème membre de l'équation d'onde contient des termes cubiques qui sont à l'origine de la génération de la 3ème harmonique des ondes qui se propagent dans le cristal. THURSTON a donné l'équation d'onde limitée au 3ème ordre dans un milieu non linéaire (12). Dans un cristal piézoélectrique, le couplage piézoélectrique modifie la valeur des constantes élastiques du 2ème et 3ème ordre, mais l'équation d'onde garde la même forme que dans les cristaux non piézoélectriques.

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial a_1^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = -\frac{\Gamma}{2} \frac{\partial}{\partial a_1} \left(\frac{\partial u_1}{\partial a_1} \right)^2 - \frac{\Gamma_4}{3} \frac{\partial}{\partial a_1} \left(\frac{\partial u_1}{\partial a_1} \right)^3 \quad 2.5.23.$$

De la même façon que dans les paragraphes précédents, il est facile de montrer que Γ_4 est un coefficient d'interaction entre ondes acoustiques, suivant la direction (100) du quartz. Γ_4 s'exprime en fonction des constantes élastiques par la relation :

$$\Gamma_4 = \frac{3}{2} + \frac{3C_{111}^D}{C_{11}^D} + \frac{C_{1111}^D}{2C_{11}^D}$$

Nous pouvons chercher la solution de l'équation (2.5.23) en utilisant la théorie des perturbations *

$$u_1 = A_{f_1} \sin(k_1 a_1 - \omega_1 t) - \frac{\Gamma}{8} S_{f_1}^2 a_1 \cos 2(k_1 a_1 - \omega_1 t) + u_2''$$

u_2'' est un terme de perturbation ajouté à la solution de l'équation d'onde limitée au 2ème ordre.

En reportant dans l'équation 2.5.23 nous obtenons :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_2''}{\partial a_1^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u_2''}{\partial t^2} = & - \frac{\Gamma}{8} S_{f_1}^3 k_1^2 a_1 \left[3 \cos 3(k_1 a_1 - \omega_1 t) + \cos(k_1 a_1 - \omega_1 t) \right] \\ & - \frac{3}{16} \Gamma S_{f_1}^3 k_1 \left[\frac{5}{3} \sin 3(k_1 a_1 - \omega_1 t) + \cos(k_1 a_1 - \omega_1 t) \right] \\ & - \frac{\Gamma_4}{4} S_{f_1}^3 k_1 \left[\sin 3(k_1 a_1 - \omega_1 t) + \sin(k_1 a_1 - \omega_1 t) \right] \end{aligned}$$

Cette équation admet comme solutions des ondes ayant une amplitude variable au cours de la propagation. Posons :

$$\begin{aligned} u_2''(a_1 t) = & B(a_1) \sin 3(k_1 a_1 - \omega_1 t) + C(a_1) \sin(k_1 a_1 - \omega_1 t) \\ & + D(a_1) \cos 3(k_1 a_1 - \omega_1 t) + E(a_1) \cos(k_1 a_1 - \omega_1 t) \end{aligned}$$

Les amplitudes (fonctions de a_1) introduites obéissent aux équations différentielles suivantes :

$$\frac{\partial^2 B}{\partial a_1^2} - 6k_1 \frac{\partial B}{\partial a_1} = - \frac{15}{48} \Gamma^2 S_{f_1}^3 k_1 + \frac{\Gamma}{4} S_{f_1}^3 k_1$$

$$\frac{\partial^2 D}{\partial a_1^2} + 6k_1 \frac{\partial D}{\partial a_1} = - \frac{3}{8} \Gamma^2 S_{f_1}^3 k_1^2 a_1$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial a_1^2} - 2k_1 \frac{\partial E}{\partial a_1} = - \frac{3\Gamma^2 S_{f_1}^2 k_1}{16} + \frac{\Gamma_4 S_{f_1}^3 k_1}{4}$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial a_1^2} + 2k_1 \frac{\partial C}{\partial a_1} = - \frac{\Gamma^2 S_{f_1}^3 k_1 a_1}{8}$$

Ces deux systèmes d'équations s'intègrent facilement lorsque l'amplitude des ondes varie peu sur une longueur d'onde acoustique (soit $\partial^2 B / \partial a_1^2 \ll k^2 B$). La solution générale s'écrit alors sous la forme suivante :

$$U_s = A_{f_1} \sin(k_1 a_1 - \omega_1 t) - \frac{\Gamma S_{f_1}^2 a_1}{8} \cos 2(k_1 a_1 - \omega_1 t) - \frac{\Gamma^2 S_{f_1}^3 k_1 a_1^2}{32} \left[\sin 3(k_1 a_1 - \omega_1 t) + \sin(k_1 a_1 - \omega_1 t) \right] + \frac{\Gamma^2 S_{f_1}^3 a_1}{16} \left[\frac{2}{3} \cos 3(k_1 a_1 - \omega_1 t) + \cos(k_1 a_1 - \omega_1 t) \right] - \frac{\Gamma_4 S_{f_1} a_1}{24} \left[\cos 3(k_1 a_1 - \omega_1 t) + 3 \cos(k_1 a_1 - \omega_1 t) \right]$$

$k_1 a_1$ étant de l'ordre de 10^5 dans les conditions expérimentales, le terme proportionnel à $\Gamma^2/16$ est beaucoup plus faible que le terme qui le précède. Il peut être négligé au cours de la propagation. L'amplitude de 3^{ème} harmonique est donc la somme de 2 termes principaux proportionnels à a_1 et a_1^2 . Le terme proportionnel à a_1^2 (qui est proportionnel à Γ^2) représente l'interaction de l'harmonique 2 avec le fondamental pour former l'harmonique 3 (La fréquence différence de pulsation ω_1 apparaît également.) Le terme proportionnel à Γ_4 représente l'interaction de l'onde fondamentale avec elle-même pour former l'harmonique 3.

Pour conclure ce paragraphe, nous pouvons calculer le déphasage entre les ondes acoustiques fondamentales et les ondes produites par effet non linéaire dans la propagation des ondes acoustiques. Si nous utilisons la définition des déphasages donnée dans le chapitre précédent, il est facile de voir à partir de l'équation 2.5.21 que :

$$\theta_{2f_1} = 2\phi_{f_1} - \phi_{2f_1} = \frac{\pi}{2}$$

et

$$\theta_{f_2 \pm f_1} = \phi_{f_2 \pm f_1} - \phi_{f_2} - \phi_{f_1} = \frac{\pi}{2}$$

2.5 - EFFETS NON LINEAIRES DANS LA PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES. ETUDE EN MECANIQUE QUANTIQUE.

La théorie classique émise au paragraphe précédent est suffisante pour décrire l'interaction entre ondes élastiques. Cependant, le traitement quantique a l'avantage de montrer la nature fondamentale de l'interaction. La solution présente traite l'interaction entre trois phonons longitudinaux colinéaires comme pour le cas classique. Le cas le plus général où les phonons sont non colinéaires a été étudié par TAYLOR et ROLLINS (9) pour un milieu anisotrope. Nous traiterons l'interaction phonon-phonon au moyen de la théorie des perturbations (22, 27, 28, 29) dépendant du temps.

Lorsqu'il y a propagation suivant la direction (100) du quartz, l'hamiltonien non perturbé H_0 et la perturbation H_1 ont pour expression (50)

$$H_0 = \frac{1}{2\rho} \int_V p^2 \, dV + \frac{C_{11}}{2} \int_V \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \cdot dV$$

$$H_1 = \left(\frac{C_{11}}{2} + \frac{C_{111}}{6} \right) \int_V \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^3 \cdot dV$$

p est l'opérateur impulsion et u l'opérateur déplacement.

L'intégration est faite sur le volume V du cristal (quartz coupe X). H_0 est diagonalisé dans la représentation "n" au moyen des relations suivantes :

$$u = \sqrt{\frac{\hbar}{2\rho\omega V}} \sum_{\alpha} (a_{\alpha} e^{i\vec{k}_{\alpha} \cdot \vec{r}} + a_{\alpha}^{\dagger} e^{-i\vec{k}_{\alpha} \cdot \vec{r}})$$

$$p = -i \sqrt{\frac{\hbar\omega\rho}{2V}} \sum_{\alpha} (a_{\alpha} e^{i\vec{k}_{\alpha} \cdot \vec{r}} - a_{\alpha}^{\dagger} e^{-i\vec{k}_{\alpha} \cdot \vec{r}})$$

a_{α} : opérateur d'annihilation

a_{α}^{\dagger} : opérateur de création.

La sommation sur l'indice α porte sur l'ensemble des ondes qui se propagent dans le cristal. Les opérateurs a_{α} et a_{α}^{\dagger} ont les propriétés suivantes :

$$\sim a_{\alpha}^{\dagger} |n_{\alpha}\rangle = \sqrt{n_{\alpha} + 1} |n_{\alpha} + 1\rangle$$

$$a_{\alpha} |n_{\alpha}\rangle = \sqrt{n_{\alpha}} |n_{\alpha} - 1\rangle$$

où $|n_{\alpha}\rangle$ est le vecteur ket d'état quantique contenant n_{α} phonons.

$$\sim a_{\alpha} a_{\alpha}^{\dagger} - a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha} = \delta_{\alpha\alpha'}$$

\sim Puisque u et p sont réels, $a_{\alpha}^{\dagger} = a_{\alpha}$

En utilisant les relations précédentes, et la définition de la fonction delta, il est facile de montrer que :

$$\int_V \frac{\exp i(\vec{k}_{\alpha} - \vec{k}_{\alpha'}) \cdot \vec{r}}{V} dV = \delta(\vec{k}_{\alpha} - \vec{k}_{\alpha'})$$

Nous obtenons alors le résultat classique :

$$H_0 = \sum_{\alpha} \frac{\hbar\omega_{\alpha}}{2} (a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha} + a_{\alpha} a_{\alpha}^{\dagger})$$

et l'énergie du système non perturbé $E_0 = \langle n | H_0 | n \rangle$ devient :

$$E_0 = \sum_{\alpha} h \omega_{\alpha} \left(n_{\alpha} + \frac{1}{2} \right)$$

Cette expression montre que l'énergie de chaque onde acoustique est quantifiée. Le quantum d'énergie est appelé un phonon.

Dans l'étude de l'interaction phonon-phonon par la théorie des perturbations, le déplacement u est considéré comme la superposition des déplacements de trois ondes : $u = u_1 + u_2 + u_3$. u_1 et u_2 sont beaucoup plus grands que u_3 puisque u_3 est produit par l'interaction de u_1 et u_2 . Les règles de sélection pour l'interaction sont :

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 \quad (\text{conservation de l'énergie})$$

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_3 + n \vec{K} \quad (\text{conservation de l'impulsion})$$

n étant un entier et \vec{K} le vecteur du réseau réciproque.

Pour les ondes acoustiques considérées, le vecteur d'onde " k " est beaucoup plus petit que le vecteur du réseau réciproque " K " qui est de l'ordre de l'inverse de la distance inter-réticulaire du réseau. Ainsi l'entier n dans la 2ème règle de sélection est nul, et nous avons à étudier uniquement des processus normaux (N).

Pour des phonons colinéaires, la deuxième règle de sélection est également scalaire. Ces deux règles sont simultanément vérifiées puisque la vitesse de phase v est la même pour les trois phonons colinéaires.

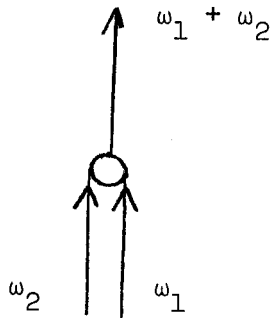
En tenant compte de ces règles de sélection et du fait que l'intégrale $\int_V \exp i (k_1 + k_2 - k_3) \cdot dv$ est non nulle seulement dans le volume d'interaction V_{int} , on peut transformer la perturbation H_1 et aboutir lorsque l'on pousse

la théorie de perturbations au 2ème ordre à l'expression :

$$H_1 = \left[(a_3^+ a_1 a_2 + a_1^+ a_2^+ a_3) \delta(k_1 + k_2 - k_3) + (a_2^+ a_3^+ a_1 + a_1^+ a_2 a_3) \delta(k_1 - k_2 - k_3) \right] C_{111} \Gamma V_{int} \left(\frac{\hbar}{2\rho V} \right)^{3/2} \frac{k_1 k_2 k_3}{(\omega_1 \omega_2 \omega_3)^{1/2}}$$

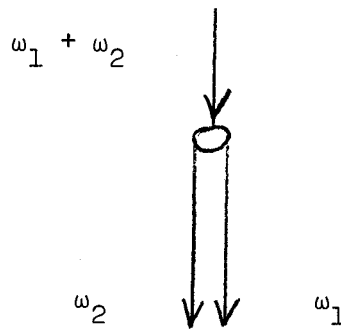
Les diagrammes pour chacundes quatre termes de H_1 sont représentés par la figure suivante :

FREQUENCE SOMME $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$



$a_3^+ a_1 a_2$

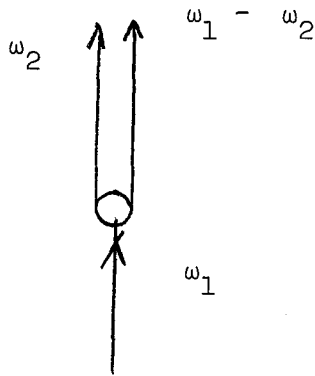
Processus direct



$a_1^+ a_2^+ a_3$

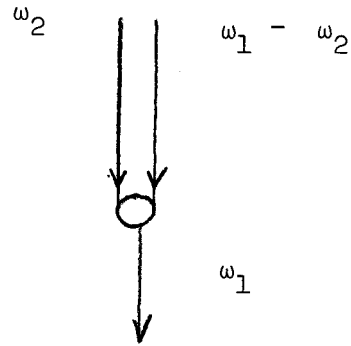
Processus inverse

FREQUENCE DIFFERENCE $\omega_3 = \omega_1 - \omega_2$



$$\frac{a_2^+ a_3^+ a_1}{\text{---}}$$

Processus direct



$$\frac{a_1^+ a_2 a_3}{\text{---}}$$

Processus inverse

Calculons d'abord la probabilité de transition pour la fréquence somme, (qui correspond à la fréquence somme dans l'équation classique du mouvement). Le terme $a_3^+ a_1 a_2$ représente le processus par lequel les phonons de fréquence ω_1 et ω_2 sont détruits et un phonon de fréquence $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ est créé. Ceci représente donc le flux d'énergie allant des faisceaux de phonons ω_1 et ω_2 au faisceau ω_3 . Le terme $a_1^+ a_2^+ a_3$ représente le processus inverse. Lorsque l'on fait le bilan de l'énergie passée des faisceaux ω_1 et ω_2 au faisceau ω_3 , nous obtenons :

$$W = W_{1,2 \rightarrow 3} - W_{3 \rightarrow 1,2}$$

où :

$$W_{1,2 \rightarrow 3} = \frac{2\pi}{\hbar} \langle n_1 - 1 ; n_2 - 1, n_3 + 1 | a_3^+ a_1 a_2 | n_1 n_2 n_3 \rangle^2 \cdot c^2 \cdot \rho_e$$

$$W_{3 \rightarrow 1,2} = \frac{2\pi}{\hbar} \langle n_1+1 ; n_2+1, n_3-1 | a_1^+ a_2^+ a_3 | n_1 n_2 n_3 \rangle^2 \cdot c^2 \rho_e$$

$$\rho_e = \frac{L}{\pi \hbar v}; C = C_{11} \Gamma V_{int} \left(\frac{\hbar}{2\rho v}\right)^{3/2} \frac{k_1 k_2 k_3}{(\omega_1 \omega_2 \omega_3)^{1/2}}$$

ρ_e est la densité d'états à une dimension pour un cristal de longueur L.

En utilisant les propriétés des opérateurs de création et d'annihilation, nous retrouvons les résultats de SIMONS (99) :

$$\begin{aligned} W &= \frac{2\pi}{\hbar} c^2 \rho_e \left[n_1 n_2 (n_2+1) - n_3 (n_1+1) (n_2+1) \right] \\ &= \frac{2\pi}{\hbar} c^2 \rho_e \left[n_1 n_2 - n_3 (n_1+n_2+1) \right] \end{aligned}$$

Comme par hypothèse ω_3 est beaucoup plus petit que ω_1 et ω_2 le deuxième terme dans la dernière équation est négligeable devant le premier. La puissance à la fréquence f_1 est :

$$P_{f_1} = \left(\frac{n_1 \hbar \omega_1}{V} \right) \cdot A \cdot v$$

de même :

$$P_{f_2} = \left(\frac{n_2 \hbar \omega_2}{V} \right) \cdot A \cdot v$$

à la fréquence somme $f_3 = f_1 + f_2$,

$$P_{f_3} = \hbar \omega_3 \cdot W$$

d'où :

$$P_{f_3} = \frac{\Gamma^2(\omega_1 + \omega_2)^2}{4\rho v^5 A^3} V_{int}^2 P_1 \cdot P_2$$

$$= \frac{\pi^2 \Gamma^2(f_1 + f_2)^2}{\rho A v^5} P_1 P_2 a_1^2$$

après avoir posé $V_{int} = A \cdot a_1$ (le volume d'interaction est égal au produit de l'aire du barreau par la distance parcourue par les ondes acoustiques).

Si nous comparons ce résultat avec le résultat du chapitre précédent :

$$P_{f_1+f_2} = \frac{\pi^2 \Gamma^2(f_1+f_2)^2}{2\rho A v^5} P_1 P_2 a_1^2$$

on constate que les deux résultats sont identiques à un facteur 2 près. Les conclusions sont les mêmes pour $P_{f_1-f_2}$. Malgré cette différence, la comparaison des résultats montre bien que les processus à trois phonons correspondent à la solution de la mécanique classique. Les résultats obtenus par la mécanique classique et par la mécanique quantique sont identiques au facteur 2 près. Cette divergence est probablement due à une limitation du traitement quantique due au principe d'incertitude $\Delta n \Delta \Phi \sim 1$. (L'opérateur n est lié à l'observable P). Les ondes étudiées étant cohérentes $\Delta \Phi \sim 0$ et Δn est très élevé. La cohérence des ondes acoustiques est probablement à l'origine du facteur 2 qui sépare les résultats quantiques des résultats classiques.

6 - INTERACTIONS ENTRE ONDES ACOUSTIQUES TRANSVERSALES SUIVANT LA DIRECTION (100)
DE LiNbO₃.

Nous avons vu dans le paragraphe 2.4 que les ondes transversales lentes et rapides sont simultanément excitées par la seule composante E_1 du

champ électrique. Lorsque ces ondes sont simultanément excitées, l'énergie libre du cristal peut être représentée par l'expression suivante : (obtenue à partir de 2.3.1.) :

$$\begin{aligned}
 U = & \frac{1}{2} \left[c_{44} \eta_5^2 + 2c_{14} \eta_6 \eta_5 + c_{66} \eta_6^2 \right] \\
 & + \frac{\epsilon_{11}}{2} E_1^2 - e_{15} E_1 \eta_5 - e_{16} E_1 \eta_6 \\
 & + \frac{1}{6} \left[c_{555} \eta_5^3 + 3c_{556} \eta_5^2 \eta_6 + 3c_{665} \eta_6^2 \eta_5 + c_{666} \eta_6^3 \right] \\
 & + \frac{1}{2} \left[d_{115} E_1^2 \eta_5 + d_{116} E_1^2 \eta_6 \right] - \frac{1}{2} \left[f_{155} E_1 \eta_5^2 + f_{166} E_1 \eta_6^2 + f_{156} E_1 \eta_5 \eta_6 \right]
 \end{aligned}$$

2.5.23.

Cette expression peut être simplifiée par la symétrie du problème. Les cristaux de LiNbO_3 admettent un plan de symétrie perpendiculaire à l'axe (100) qui est confondu avec la direction de propagation des ondes acoustiques. L'énergie du cristal est donc invariante lorsque l'on inverse le sens de propagation.

Dans cette opération de symétrie : $\eta_5 = \frac{\partial u_3}{\partial a_1}$, $\eta_6 = \frac{\partial u_2}{\partial a_1}$, E_1 , changent de signe.

Les termes quadratiques de l'expression 2.5.23 restent invariants; par contre, les termes cubiques changent de signe. Pour que l'énergie reste invariante, il faut donc que tous les coefficients du troisième ordre introduits dans 2.5.23 soient nuls. Les termes cubiques sont à l'origine de toutes les interactions où interviennent les ondes acoustiques. Puisqu'ils sont nuls, il ne peut y avoir d'effets non linéaires ni dans la génération, ni dans la propagation des ondes acoustiques transversales suivant la direction (100) de LiNbO_3 . La tension de radiation ne pouvant être à l'origine d'une génération

harmonique d'ondes transversales, il n'y a aucune interaction entre ondes acoustiques transversales suivant la direction (100) de LiNbO_3 . Seule la génération harmonique d'ondes acoustiques longitudinales par tension de radiation pourra être mise en évidence dans une coupe (100) de LiNbO_3 .

2.6 - EFFETS NON LINEAIRES DANS L'EXCITATION ET LA PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES.

1) Equations couplées.

A partir des résultats obtenus dans le chapitre précédent, nous pouvons obtenir la solution de l'équation d'onde 2.5.6. En superposant les ondes acoustiques produites par effets non linéaires dans l'excitation et la propagation, nous pouvons écrire la solution générale sous la forme suivante :

$$S_{f_2 \pm f_1}(a_1 t) = S_{f_2 \pm f_1}(0) \cos \left[(k_2 \pm k_1) a_1 - (\omega_2 \pm \omega_1) t - (\phi_2 \pm \phi_1) \right] \\ + S_{f_2 \pm f_1}(a_1) \cos \left[(k_2 \pm k_1) a_1 - (\omega_2 \pm \omega_1) t - (\phi_2 \pm \phi_1) \right]$$

$S_{f_2 \pm f_1}(0)$ et $S_{f_2 \pm f_1}(a_1)$ ont été calculés dans les paragraphes 2.5.2. et 4.

Cette façon de procéder à l'inconvénient d'introduire séparément les ondes acoustiques produites par effet non linéaire dans l'excitation et la propagation des ondes acoustiques fondamentales. Les résultats du chapitre 2.5.4 montrent que l'amplitude des ondes de fréquences $f_2 \pm f_1$ varie au cours de la propagation lorsqu'elles sont en quadrature avec les ondes fondamentales. Les ondes produites par effet non linéaire dans la génération des ondes acoustiques en phase avec les ondes fondamentales ne sont pas modifiées au cours de la propagation. Nous ne pouvons donc considérer les amplitudes d'élongation produites aux fréquences $f_2 \pm f_1$ sur la surface du cristal comme les conditions initiales du problème d'interaction au cours de la propagation dans le

volume du cristal. Pour pouvoir tenir compte de ces conditions initiales, il faut utiliser une méthode plus générale qui permette de calculer les variations d'amplitude et de phase ^{au cours} de la propagation des ondes acoustiques de fréquences $f_2 \pm f_1$ dans le cristal. Cette méthode de résolution doit en particulier tenir compte du phénomène de dispersion des vecteurs d'onde associé au couplage anharmonique. Pour calculer les variations d'amplitude et de phase des ondes acoustiques produites aux fréquences $f_2 \pm f_1$ nous utilisons une méthode de résolution identique à celle de ARMSTRONG et al. (15) qui ont étudié l'interaction entre ondes lumineuses dans un diélectrique non linéaire.

L'équation des ondes acoustiques se propageant suivant la direction (100) du quartz avec termes non linéaires limitée au 2ème ordre a déjà été utilisée dans le chapitre 2.5.4. Elle peut s'exprimer de la façon suivante :

$$\frac{\partial^2 u_{f_i}}{\partial a_1^2} - \frac{\partial^2 u_{f_i}}{v^2 \partial t^2} = - \frac{\Gamma_D}{2\partial a_1} \left(\frac{\partial u_1}{\partial a_1} \right)^2$$

u_{f_i} ; déplacement provoqué par le passage de l'onde de fréquence f_i .

$\left(\frac{\partial u_1}{\partial a_1} \right)^2$: carré de l'élongation provoquée par le passage des ondes de fréquences différentes de f_i suivant la direction de propagation (100)

Le 2ème membre de cette équation est source d'ondes acoustiques. Lorsque l'onde de fréquence f_1 se propage seule suivant la direction (100), il contient un terme continu et un terme sinusoïdal de fréquence $2f_1$. Il y a donc production de l'harmonique 2. Lorsque 2 ondes de fréquences f_1 et f_2 se propagent simultanément dans le milieu il y a également production des ondes de fréquence $f_2 \pm f_1$. Supposons d'abord le milieu sans perte et cherchons des solutions de la forme :

$$\frac{\partial u_{f_i}}{\partial a_1} = \frac{1}{2} \left[S_{f_i} c \exp i(k_i a_1 - \omega_i t) + S_{f_i}^* c \exp -i(k_i a_1 - \omega_i t) \right] \quad 2.6.2.$$

$S_{f_i c}$ est l'amplitude complexe de l'onde de fréquence f_i liée à l'amplitude réelle S_{f_i} et à la phase ϕ_i par la relation $S_{f_i c} = S_{f_i} \exp i \phi_i$

Pour généraliser le traitement du chapitre 2.5; nous supposons maintenant que l'amplitude complexe de l'onde acoustique varie au cours de la propagation. S_{f_i} et ϕ_i sont donc fonction de la distance parcourue dans le cristal.

Par raison de simplicité, limitons le nombre des ondes qui interagissent entre elles à 3. Soient f_1, f_2, f_3 les fréquences de ces 3 ondes acoustiques. Pour déterminer l'équation d'onde à la fréquence f_3 , il suffit de calculer le terme source produit par les ondes de fréquences f_1 et f_2 . Ce terme source contient des termes variant aux seules fréquences $2f_1, 2f_2, f_2+f_1$; f_3 ne pourra donc prendre que l'une de ces 4 valeurs.

Etudions d'abord le couplage entre les ondes acoustiques de fréquences f_1, f_2 et f_1+f_2 . Avec $f_3 = f_1+f_2$, l'équation 2.6.1. prend la forme suivante :

$$\frac{\partial^2 u_{f_3}}{\partial a_1^2} - \frac{\partial^2 u_{f_3}}{v^2 \partial t^2} = - \frac{i \Gamma(k_2+k_1)}{4} S_{f_1 c} S_{f_2 c} \exp i \left[(k_1+k_2) a_1 - (\omega_1+\omega_2) t \right]$$

La propagation des ondes acoustiques étant faiblement perturbée par le couplage anharmonique, nous pouvons supposer que la variation de l'amplitude des ondes acoustiques est faible sur une longueur d'onde acoustique donc :

$$\frac{\partial^2 S_{f_3 c}}{\partial a_1^2} \ll k_3 \quad \frac{\partial S_{f_3 c}}{\partial a_1} \ll k_3^2 S_{f_3 c}$$

Nous obtenons alors entre amplitudes complexes d'élongation la relation :

$$\frac{\partial S_{f_3}^c}{\partial a_1} = - \frac{i\Gamma (k_2+k_1)}{4} S_{f_1}^c S_{f_2}^c \exp i \Delta k a_1 \quad 2.6.3.$$

avec $\Delta k = k_1 + k_2 - k_3$

Lorsque $f_3 = f_2 - f_1$, nous obtenons de la même façon :

$$\frac{\partial S_{f_3}^c}{\partial a_1} = - \frac{i\Gamma (k_2-k_1)}{4} S_{f_2}^c S_{f_1}^c \exp i \Delta k a_1 \quad \Delta k = k_2 - k_1 - k_3$$

Nous pouvons obtenir les équations différentielles correspondantes aux fréquences f_1 et f_2 en calculant les termes source faisant intervenir les ondes de fréquences f_2 et f_3 puis f_1 et f_3 . Nous obtenons alors 3 équations du type 2.6.3. reliant les amplitudes d'élongation complexes. En introduisant le déphasage θ par la relation : $\theta = \Delta k a_1 + \phi_1 + \phi_2 - \phi_3$, nous pouvons exprimer les relations du type 2.6.3. en fonction des amplitudes d'élongation réelles et de θ . Les parties réelles de ces équations permettent d'étudier la variation des amplitudes d'élongation en fonction de la distance parcourue dans le cristal (équat. 2.6.4.). Elles font intervenir le déphasage θ qui n'intervenait pas dans les équations du chapitre 2.5.4.

$$\frac{\partial S_{f_2+f_1}}{\partial a_1} = \frac{\Gamma (k_2+k_1)^2}{4k_3} S_{f_1} S_{f_2} \sin\theta \quad (a)$$

$$\frac{\partial S_{f_2}}{\partial a_1} = - \frac{\Gamma (k_2+k_1)^2}{4k_2} S_{f_1} S_{f_2+f_1} \sin\theta \quad (b) \quad 2.6.4.$$

$$\frac{\partial S_{f_1}}{\partial a_1} = \pm \frac{\Gamma (k_3-k_2)^2}{4k_1} S_{f_2} S_{f_2+f_1} \sin\theta \quad (c)$$

En utilisant la relation entre les parties imaginaires des équations 2.6.3., il est facile de montrer que la variation spatiale du déphasage est liée aux amplitudes d'élongation par la relation suivante :

$$\frac{\partial \theta}{\partial a_1} = \Delta k + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial a_1} \text{Log } S_{f_1} S_{f_2} S_{f_2+f_1} \quad 2.6.5.$$

Les amplitudes et phases des ondes acoustiques qui se propagent dans le cristal sont donc couplées entre elles par les équations 2.6.4. et 5. Les coefficients de la forme $(k_2+k_1)^2/k_3$ qui interviennent dans ces équations peuvent être simplifiés puisqu'aux fréquences considérées la dispersion des ondes acoustiques est très faible. Nous avons donc $k_3 \sim k_1+k_2$. Pour donner un ordre de grandeur de Δk , on assimile souvent les plans réticulaires perpendiculaires à la direction de propagation à une rangée d'atomes identiques séparés par la distance a . La relation entre le vecteur d'onde et la pulsation des ondes acoustiques se propageant suivant cette chaîne est la suivante :
 (49) $k = \frac{2}{a} \arcsin \frac{k_0 a}{2}$. k_0 est le vecteur d'onde acoustique en basse fréquence ($k_0 = \frac{\omega}{v}$). Aux fréquences considérées qui sont de l'ordre de 10^9 Hz, nous pouvons développer cette loi de dispersion en série et nous obtenons pour Δk la valeur suivante :

$$\Delta k = \frac{a^2 \omega_1 \omega_2 \omega_3}{8 v^3} \sim 10^{-5}$$

L'effet de dispersion est donc négligeable. Nous pouvons simplifier les équations 2.6.4. qui prennent la forme suivante :

$$\frac{\partial S_{f_2+f_1}}{\partial a_1} = \frac{\Gamma k_3}{4} S_{f_1} S_{f_2} \sin \theta \quad (a)$$

$$\frac{\partial S_{f_2}}{\partial a_1} = - \frac{\Gamma k_2}{4} S_{f_1} S_{f_2+f_1} \sin \theta \quad (b) \quad 2.6.6.$$

$$\frac{\partial S_{f_1}}{\partial a_1} = + \frac{\Gamma k_1}{4} S_{f_2} S_{f_2+f_1} \sin \theta \quad (c)$$

L'étude mathématique de la génération harmonique d'ondes acoustiques peut être traitée de manière analogue. Nous obtenons alors les équations couplées suivantes :

$$\frac{\partial S_{2f_1}}{\partial a_1} = \frac{\Gamma k_1}{4} S_{f_1}^2 \sin\theta ; \quad \frac{\partial S_{f_1}}{\partial a_1} = - \frac{\Gamma k_1}{4} S_{f_1} S_{2f_1} \sin\theta$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial a_1} = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial a_1} \text{Log } S_{f_1}^2 S_{2f_1}$$

Remarque : En prenant $\frac{\pi}{2}$ comme déphasage relatif entre les ondes fondamentales et les ondes de fréquences $f_2 \pm f_1$, nous obtenons l'équation suivante :

$$\frac{\partial S_{f_2 \pm f_1}}{\partial a_1} = \frac{\Gamma(k_2 \pm k_1)}{4} S_{f_1} S_{f_2}$$

Cette équation a été obtenue au chapitre 2.5.4 en supposant uniquement une variation d'amplitude avec les coordonnées d'espace. La solution donnée chapitre 2.5.4 peut être considérée comme un cas particulier du présent traitement qui est plus général.

2) Transferts d'énergie au cours de la propagation. Equations de MANLEY ROWE.

Nous venons de voir que lorsque $0 < \theta < \pi$ l'amplitude d'élongation des ondes produites aux fréquences $f_2 \pm f_1$ augmente au cours de la propagation, par contre, l'amplitude des ondes fondamentales peut augmenter ou diminuer suivant le processus d'interaction étudié. Nous pouvons donner une interprétation plus concrète de ces interactions entre ondes acoustiques en étudiant l'aspect énergétique du problème. Les échanges d'énergie entre ondes acoustiques peuvent être évalués en calculant la variation spatiale des quantités du type $S_{f_i}^2$ qui sont proportionnelles à la puissance transportée par les

ondes de fréquence f_v . Considérons par exemple l'interaction entre ondes de fréquences f_1 , f_2 , $f_2 - f_1$. A partir des relations (2.6.6.), il est facile de calculer les dérivées spatiales des différentes intensités acoustiques et de montrer que les quantités :

$$\frac{S_{f_2-f_1}^2}{k_2-k_1} - \frac{S_{f_1}^2}{k_1} ; \frac{S_{f_2-f_1}^2}{k_2-k_1} + \frac{S_{f_2}^2}{k_2} ; \frac{S_{f_1}^2}{k_1} + \frac{S_{f_2}^2}{k_2}$$

se conservent au cours de la propagation. Nous pouvons interpréter ces lois de conservation de la façon suivante : lorsque le nombre de quanta à la fréquence $f_2 - f_1$ augmente d'une certaine quantité, il augmente de la même quantité à la fréquence f_1 mais il diminue d'une quantité égale à la fréquence f_2 . $S_{f_1}^2/k_1$ est une quantité proportionnelle au nombre de quanta transportés par l'onde de fréquence f_1 puisque le numérateur est proportionnel à la puissance acoustique et le dénominateur à l'énergie d'un phonon.

Nous pourrions étudier de la même façon le processus d'interaction entre ondes de fréquences f_1 , f_2 et $f_1 + f_2$. Cette fois la quantité de quanta qui apparaît à la fréquence $f_2 + f_1$ est égale à celle qui disparaît à la fois aux fréquences f_1 et f_2 .

Dans tous ces processus d'interaction, il y a conservation de l'énergie acoustique puisque le système d'onde se propage sans s'atténuer. La puissance acoustique totale W est donc une constante du mouvement. Une quatrième relation de conservation du cours de la propagation peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{\rho v^3 A}{2} (S_{f_1}^2 + S_{f_2}^2 + S_{f_3}^2) = W$$

Cette étude énergétique de l'interaction entre ondes acoustiques nous permet d'envisager la possibilité d'une amplification paramétrique en acoustique. Dans le processus d'interaction entre les ondes de fréquences

f_1 , f_2 , $f_2 - f_1$, il y a amplification aux fréquences f_1 , $f_2 - f_1$ et affaiblissement à la fréquence f_2 . L'onde acoustique de fréquence f_2 très intense (onde pompe), peut amplifier l'onde de fréquence f_1 excitée simultanément dans le cristal.

Nous pourrions observer effectivement une amplification paramétrique acoustique si cette interaction était la seule possible. La dispersion des ondes acoustiques étant négligeable aux fréquences considérées, le processus d'interaction entre ondes de fréquences f_1 , f_2 , $f_1 + f_2$ est également possible. Dans cette interaction l'onde acoustique de fréquence f_1 perd une quantité d'énergie égale à la quantité d'énergie gagnée dans le processus entre les ondes de fréquences f_1 , f_2 , $f_2 - f_1$. Pour observer une amplification paramétrique effective il faut donc supprimer le processus d'interaction entre ondes de fréquences f_1 , f_2 , $f_2 + f_1$. Ceci peut être réalisé en produisant une modification du milieu telle qu'il y ait dispersion de la vitesse des ondes acoustiques à la fréquence $f_1 + f_2$ (56). Le phénomène de dispersion associé à une résonance ferro-magnétique dans MgO a permis la mise en évidence d'une amplification de 1db/cm dans la bande X à la température de l'hélium liquide (83).

3) Résolution des équations couplées. Solution approchée.

Les équations du type 2.6.6. ont été résolues par ARMSTRONG et al. (15). L'intégration de ces équations permet de définir S_{f_3} comme une fonction elliptique (sinus amplitude) de la distance parcourue dans le cristal et des conditions initiales. (les conditions initiales sont des paramètres). La fonction sinus amplitude étant périodique l'amplitude d'élongation des ondes acoustiques varie périodiquement dans l'espace.

Solution approchée.

Lorsque la puissance acoustique transportée par les ondes fondamentales reste toujours très supérieure à la puissance acoustique transportée

par les ondes de fréquence $f_2 \pm f_1$ nous pouvons résoudre le problème suivant une méthode de perturbation. Cette hypothèse est particulièrement bien adaptée à notre étude puisqu'elle correspond aux conditions expérimentales. La puissance acoustique transportée par les ondes de fréquences $f_2 \pm f_1$ étant faible par rapport aux puissances acoustiques fondamentales, les variations spatiales des puissances acoustiques aux fréquences f_1 et f_2 peuvent être négligées. Il en est de même pour les variations d'amplitude d'élongation au cours de la propagation des ondes acoustiques fondamentales. Donc :

$$S_{f_1}(a_1) = S_{f_1}(0) \text{ et } S_{f_2}(a_1) = S_{f_2}(0)$$

Dans ce cas la solution de l'équation différentielle 2.6.5. prend la forme simple suivante :

$$S_{f_2 \pm f_1}(a_1) \cos \theta(a_1) = S_{f_2 \pm f_1}(0) \cos \theta(0) \quad 2.6.8.$$

En reportant dans 2.6.6. (a) nous obtenons après intégration l'amplitude d'élongation produite aux fréquences $f_2 \pm f_1$ lors de la génération et la propagation des ondes acoustiques.

$$S_{f_3}^2(a_1) = S_{f_3}^2(0) + \left[\frac{\Gamma}{4} (k_2 \pm k_1)^2 a_1 S_{f_1} S_{f_2} \right]^2 + \frac{\Gamma}{2} (k_2 \pm k_1) a_1 S_{f_1} S_{f_2} S_{f_3}(0) \sin \theta(0) \quad 2.6.9.$$

avec $f_3 = f_2 \pm f_1$

$\theta(0)$ est le déphasage relatif entre les ondes fondamentales et l'onde de fréquence $f_2 \pm f_1$ lors de la génération des ondes acoustiques.

$S_{f_3}(0)$ est l'amplitude d'élongation produite à la fréquence f_3 lors de la génération des ondes acoustiques.

La relation 2.6.8. permet de calculer θ en fonction de la distance parcourue dans le cristal.

$$\theta(a_1) = \text{Arc cos} \left[\frac{S_{f_2+f_1}(o) \cos \theta(o)}{S_{f_2+f_1}(a_1)} \right] \quad 2.6.10.$$

Lorsque les conditions initiales sont telles que $S_{f_2+f_1}(o) = 0$ ou que $\theta(o) = \frac{\pi}{2}$, θ reste toujours égal à $\frac{\pi}{2}$ au cours de la propagation dans le cristal.

Le problème de la génération harmonique d'ondes acoustiques dans un cristal piézoélectrique peut être traité d'une manière analogue. La solution générale des équations du mouvement fait intervenir des fonctions elliptiques. Dans les conditions de nos expériences nous pouvons simplifier la résolution mathématique du problème en utilisant une méthode de perturbation. Nous obtenons alors une solution formellement identique à celle qui a été trouvée pour l'interaction de 2 ondes acoustiques colinéaires distinctes qui peut être écrite sous la forme suivante :

$$\theta(a_1) = \text{Arc cos} \left[\frac{S_{2f_1}(o) \cos \theta(o)}{S_{2f_1}(a_1)} \right] \quad 2.6.11.$$

$$S_{2f_1}^2(a_1) = S_{2f_1}^2(o) + \left[\frac{\Gamma}{4} k_1 a_1 S_{f_1}^2 \right]^2 + \frac{\Gamma}{2} k_1 a_1 S_{f_1} S_{2f_1}(o) \sin \theta(o) \quad 2.6.12.$$

$S_{2f_1}(o)$ est l'amplitude d'élongation produite lors de la génération des ondes acoustiques, $\theta(o)$ le déphasage relatif entre les ondes fondamentales et harmoniques sur la surface du cristal.

2-7. INTERACTION ENTRE ONDES ACOUSTIQUES SE PROPAGEANT DANS UN MILIEU DE DIMENSIONS FINIES.

A partir des équations (2.6.9) et (2.6.12), nous pouvons calculer les amplitudes d'élongation qui apparaissent aux fréquences $2f_1$ et f_2+f_1 lorsque les ondes de fréquences f_1 et f_2 sont excitées simultanément suivant la direction (100) d'un cristal de quartz semi infini. Ces expressions

tiennent compte des effets non linéaires dans la génération et la propagation des ondes acoustiques.

Pour appliquer les résultats obtenus au problème de l'interaction entre ondes acoustiques dans un milieu de dimension finie, il faut étudier soigneusement les conditions de réflexion du système d'ondes sur les surfaces libres du cristal. BREAZEALE (73) a montré qu'il y avait inversion de transfert d'énergie entre une onde acoustique longitudinale et la 2ème harmonique ^{correspondante} lorsque le système d'ondes se réfléchit sur une surface libre de contrainte. Puisqu'il y a inversion du transfert d'énergie, la puissance acoustique produite par effet non linéaire dans la propagation des ondes acoustiques s'annule après chaque aller-retour effectué dans le cristal.

Les relations obtenues dans le chapitre précédent permettent de montrer qu'il en est de même pour la puissance acoustique produite aux fréquences $f_2 \pm f_1$. Considérons la génération des ondes acoustiques de fréquences $f_2 \pm f_1$ au cours de la propagation des ondes acoustiques fondamentales de fréquences f_1 et f_2 . Le déphasage θ vaut $\pi/2$ avant réflexion. Après réflexion $\theta = \pi/2 + \Delta\theta$. $\Delta\theta$ est la variation du déphasage au cours de la réflexion du système d'ondes. Les conditions initiales de la 2e traversée du cristal sont donc :

$$S_{f_2 \pm f_1} = \frac{\Gamma}{4} (k_2 \pm k_1) L S_{f_1} S_{f_2}$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} + \Delta\theta$$

L'amplitude d'élongation produite après un aller retour dans le cristal peut être calculée en appliquant la relation 2.6.9. Nous obtenons pour un trajet aller retour effectué dans le cristal.

$$S_{f_2 \pm f_1} (2L) = \frac{\sqrt{2}}{4} (k_2 \pm k_1) S_{f_1} S_{f_2} (1 + \cos \Delta\theta)^{\frac{1}{2}}$$

avec $\theta = \phi_2 \pm \phi_1 - \phi_3$

Lorsque le système d'ondes longitudinales se réfléchit sur une surface libre de contrainte ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 augmentent de π . Donc $\Delta\theta = \pi$ et $S_{f_2 \pm f_1}(2L) = 0$. L'amplitude d'élongation aux fréquences $f_2 \pm f_1$ s'annule après un aller retour dans le cristal.

Les conditions expérimentales sont telles que l'harmonique et le mélange sont détectés après un simple aller dans le cristal. Nous pourrions donc toujours détecter les ondes acoustiques produites par effets non linéaires dans la génération et la propagation des ondes acoustiques. Le déphasage initial entre les ondes fondamentales et harmoniques étant nul, nous détecterons après traversée du cristal les amplitudes d'élongation suivantes aux fréquences $2f_1$ et $f_2 \pm f_1$

$$S_{2f_1}^2(L) = S_{2f_1}^2(o) + \left[\frac{\Gamma k_1 S_{f_1}^2 L}{4} \right]^2 \quad 2.7.1.$$

$$S_{f_2 \pm f_1}^2(L) = S_{f_2 \pm f_1}^2(o) + \left[\frac{\Gamma(k_2 \pm k_1)}{4} S_{f_1} S_{f_2} L \right]^2 \quad 2.7.2.$$

Nous ne pourrions observer aucune variation de l'atténuation apparente des échos détectés, puisque l'amplitude d'élongation produite aux fréquences $2f_1$ et $f_2 \pm f_1$ s'annule chaque fois que le système d'onde α effectué un aller-retour dans le cristal.

2) Interaction entre ondes acoustiques transversales

Lorsque les ondes qui interagissent sont transversales le déphasage relatif ne change pas à la réflexion (une onde transversale se réfléchit sans déphasage). L'amplitude de déformation aux fréquences $2f_1$ et $f_2 \pm f_1$ augmente donc linéairement avec la distance parcourue dans le cristal.

3) Génération de la 3ème harmonique.

La 3ème harmonique d'une onde acoustique longitudinale qui se

propage dans un cristal n'est pas affectée de la même façon que l'harmonique 2 lorsque le système d'ondes se réfléchit sur une surface libre de contrainte. En effet le déphasage relatif entre l'onde acoustique fondamentale et la 3ème harmonique vaut $\theta = 3\phi_1 - \phi_3$. A la réflexion θ augmente de 2π . L'amplitude d'élongation produite à la fréquence $3f_1$ par effets non linéaires dans la propagation des ondes acoustiques n'est donc pas détruite après un aller-retour dans le cristal. Lorsque l'interaction de l'onde fondamentale avec elle-même est plus importante que l'interaction de l'onde fondamentale avec l'harmonique 2, nous devons nous attendre à observer une croissance des échos détectés après chaque aller-retour effectué dans le cristal.

2.8 - INTERACTION ENTRE ONDES ACOUSTIQUES DANS UN MILIEU AVEC FAIBLES PERTES

Dans tous les calculs précédents, nous n'avons pas tenu compte de l'atténuation des ondes acoustiques. Nous avons supposé que leur libre parcours moyen était infini. Il n'en est jamais ainsi puisque le libre parcours moyen des ondes acoustiques est toujours limité soit par l'atténuation intrinsèque du milieu, soit par les effets d'interférence dans la propagation des ondes acoustiques (voir chapitre 3.3) Lorsque le transfert d'énergie entre ondes fondamentales et harmoniques est faible par rapport à l'énergie dissipée dans la propagation des ondes acoustiques, les résultats obtenus dans les chapitres précédents peuvent être généralisés en remplaçant la distance réellement parcourue dans le cristal par une distance effective qui tient compte de l'atténuation des ondes acoustiques aux différentes fréquences.

1) Mécanismes d'atténuation dans les isolants

Nous avons vu que les ondes acoustiques sont couplées à toutes les ondes qui se propagent dans le réseau ; elles sont donc couplées aux ondes d'agitation thermique. La dépendance en température de l'atténuation des ondes acoustiques s'interprète habituellement en supposant l'existence de ce seul

mécanisme d'interaction. Sur la figure 1 sont représentées les courbes donnant la variation en température de l'atténuation des ondes acoustiques dans le quartz coupe X (la fréquence est un paramètre). Les courbes obtenues dans les autres cristaux isolants indiquent généralement une dépendance analogue en température.

Sous 10°K , l'atténuation semble indépendante de la température et varie entre 0,01 et 1 db/cm. On attribue habituellement cette atténuation résiduelle à une diffusion des ondes acoustiques par les impuretés et par les parois externes du cristal. Cette atténuation n'est généralement pas représentée puisque les courbes d'atténuation α sont normalisées à 0 db/cm lorsque la température tend vers 0°K .

Dans la région $10^{\circ}\text{K} < T < 40^{\circ}\text{K}$ la longueur d'onde acoustique est beaucoup plus petite que le libre parcours moyen des phonons thermiques. On considère alors que les phonons cohérents interagissent individuellement avec les phonons thermiques pour créer l'autres phonons thermiques (25)

Lorsque la température devient supérieure à 40°K , le libre parcours moyen des phonons thermiques diminue et devient petit par rapport à la longueur d'onde acoustique. Il n'y a plus interaction entre phonons individuels, mais entre une vibration mécanique cohérente et un ensemble de vibrations thermiques. Suivant Akieser (26) le passage des ondes acoustiques dans le cristal écarte les phonons thermiques de leur distribution à l'équilibre. Le retour à l'état d'équilibre se fait suivant un processus irréversible qui est à l'origine d'une perte d'énergie acoustique. L'étude de l'interaction entre phonons thermiques et ondes acoustiques cohérentes permet de donner une interprétation microscopique de l'atténuation des ondes acoustiques. Cette théorie a été récemment revue en détail par KLEMENS (27).

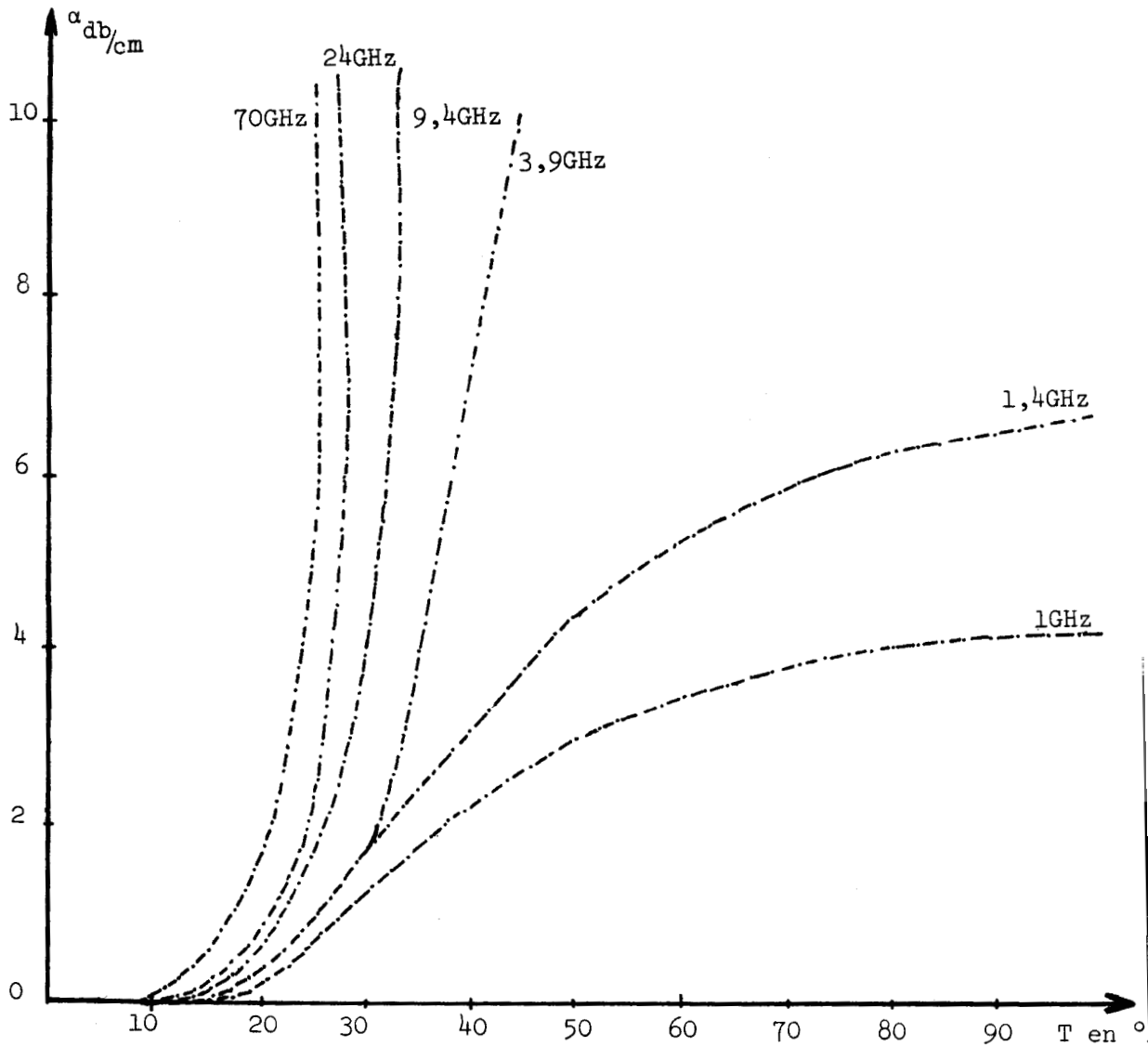


Figure 1 - Atténuation des ondes acoustiques longitudinales dans le quartz coupe X en fonction de la température. Toutes les courbes ont été normalisées à 0db/cm lorsque la température est inférieure à 10°K . Les mesures à 1,4 et 3,9 GHz ont été faites par BOMMEL et DRANSFELD (17), à 9,4 GHz et 24 GHz par JACOBSEN (3), à 70 GHz par TAXTER et TANNENWALD (5).

Pour généraliser les résultats du chapitre 2.5.4, il faut d'abord ajouter un terme de dissipation à l'équation d'onde 2.5.3. afin d'introduire les pertes d'énergie au cours de la propagation des ondes acoustiques. Tous les mécanismes de perte étant caractérisés par un temps de relaxation τ ; nous pouvons admettre que le cristal est toujours sollicité vers son état d'équilibre. A haute température, cette tendance est habituellement représentée par une loi de Hooke de la forme suivante:

$$t_{ij} = (C_{ijkl} + j\omega \eta_{ijkl}) \eta_{kl}$$

η_{ijkl} est le tenseur viscosité généralisé.

La tension élastique n'est pas en phase avec la déformation élastique locale.

En portant cette tension thermodynamique dans (2.1.8), nous obtenons au 1er ordre l'équation d'onde suivante (suivant la direction (100) du quartz :

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial a_1^2} + \frac{2\alpha v}{\omega^2} \frac{\partial^3 u_1}{\partial a_1^2 \partial t} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = 0 \quad 2.8.1.$$

α est le coefficient d'atténuation. Il est lié au coefficient de viscosité suivant la direction de propagation par la relation :

$$\alpha = \frac{\eta \omega^2}{2\rho v^3}$$

A haute température, l'atténuation est proportionnelle au carré de la fréquence. Cette dépendance en fréquence est généralement vérifiée dans les diélectriques lorsque la température est telle que $\omega\tau \ll 1$. (le temps de relaxation est beaucoup plus faible que la période). Il est intéressant de noter que cette relation est obtenue avec la seule hypothèse de l'existence d'un mécanisme

physique qui introduit un déphasage entre la tension et la déformation. Le coefficient α qui a la dimension de l'inverse d'une longueur peut être écrit sous la forme $\alpha = 1/\lambda_j$; λ est le libre parcours moyen des ondes acoustiques à la fréquence considérée. Pour une fréquence donnée, les solutions de l'équation 2.8.1. sont de la forme :

$$u = u_0 \exp -a_1/\lambda \exp j (ka_1 - \omega t)$$

L'énergie transportée par l'onde acoustique qui est proportionnelle au carré de l'amplitude de déplacement diminue donc au cours de la propagation suivant la loi $P(a_1) = P_0 \exp - 2a_1/\lambda$

2) Distance de stabilisation

Lorsque l'on ajoute un terme de dissipation à l'équation des ondes acoustiques, nous obtenons l'équation suivante :

$$\frac{\partial^2 u_{f_i}}{\partial a_1^2} + \frac{2 \alpha_i v}{\omega_i^2} \frac{\partial^3 u_{f_i}}{\partial a_1^2 \partial t} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u_{f_i}}{\partial t^2} = - \frac{\Gamma \partial}{2 \alpha_i} \left(\frac{\partial u_1}{\partial a_1} \right)^2 \quad 2.8.2.$$

α_i est le coefficient d'atténuation à la fréquence f_i

L'équation sans second membre admet les solutions suivantes aux fréquences f_1 et f_2

$$\frac{\partial u_{f_1}}{\partial a_1} = S_{f_1} \exp - \alpha_1 a_1 \cos (k_1 a_1 - \omega_1 t - \phi_1)$$

$$\frac{\partial u_{f_2}}{\partial a_1} = S_{f_2} \exp - \alpha_2 a_1 \cos (k_2 a_1 - \omega_2 t - \phi_2)$$

Lorsque les pertes sont faibles, nous pouvons obtenir une solution de l'équation d'onde non linéaire en supposant que l'amplitude des ondes

acoustiques varie au cours de la propagation. Aux fréquences $f_2 \pm f_1$, nous chercherons donc des solutions de la forme :

$$\frac{\partial u_{f_2 \pm f_1}}{\partial a_1} = S_{f_2 \pm f_1}(a_1) \exp - \alpha_3 a_1 \sin \left[(k_2 \pm k_1) a_1 - (\omega_2 \pm \omega_1) t - (\phi_2 \pm \phi_1) \right]$$

En portant cette forme de solution dans 2.8.2. nous obtenons :

$$\frac{\partial S_{f_2 \pm f_1}}{\partial a_1} = \frac{\Gamma}{4} S_{f_1} S_{f_2} (k_2 \pm k_1) \exp - (\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3) a_1 \quad 2.8.3.$$

Lorsque $S_{f_2 \pm f_1}(0) = 0$, nous obtenons pour amplitude d'élongation :

$$S_{f_2 \pm f_1}(a_1) = \frac{\Gamma S_{f_1} S_{f_2} (k_2 \pm k_1)}{4(\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3)} \left[\exp - \alpha_3 a_1 - \exp - (\alpha_1 + \alpha_2) a_1 \right] \quad 2.8.4.$$

A la fréquence $2f_1$, nous obtenons de la même façon lorsque $\alpha_2 \neq 2\alpha_1$

$$S_{2f_1} = \frac{\Gamma S_{f_1}^2 k_1}{4(2\alpha_1 - \alpha_2)} \left(\exp - \alpha_2 a_1 - \exp - 2\alpha_1 a_1 \right) \quad 2.8.5.$$

Ces résultats prennent une forme identique à ceux qui ont été obtenus dans le chapitre 25, lorsque l'on remplace a_1 qui représente la distance réellement parcourue dans le cristal par une valeur "effective" définie de la façon suivante :

$$a_{\text{eff}} = \frac{\exp - \alpha_3 a_1 - \exp - (\alpha_1 + \alpha_2) a_1}{\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3} \quad \text{lorsque 3 ondes interagissent dans le cristal}$$

$$a_{\text{eff}} = \frac{\exp - \alpha_2 a_1 - \exp - 2\alpha_1 a_1}{2\alpha_1 - \alpha_2} \quad \text{lorsqu'une onde interagit avec elle-même pour former l'harmorique 2.}$$

Rappelons que $\alpha_i = 1/\lambda_i$ (λ_i est le libre parcours moyen des ondes acoustiques de fréquence f_i).

Lorsque $a_1 \ll \lambda_i$ pour toutes les fréquences, $a_{\text{eff}} \approx a_1$. La valeur effective de a_1 est égale à la distance réellement parcourue dans le cristal.

La fonction définissant a_{eff} est d'abord croissante, passe par un maximum, puis décroît exponentiellement. L'abscisse du maximum est appelée "distance de stabilisation". Calculons cette distance :

$$\frac{\partial a_{\text{eff}}}{\partial a_1} = \frac{-\alpha_3 \exp -\alpha_3 a_1 + (\alpha_1 + \alpha_2) \exp -(\alpha_1 + \alpha_2) a_1}{\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3} = 0$$

donc :

$$a_s = \frac{1}{\alpha_3 - (\alpha_1 + \alpha_2)} \text{Log} \frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2} \quad 2.8.6.$$

Pour l'harmonique 2, nous trouvons :

$$a_s = \frac{1}{\alpha_2 - 2\alpha_1} \text{Log} \frac{\alpha_1}{2\alpha_1} \quad \text{lorsque } \alpha_2 \neq 2\alpha_1 \quad 2.8.7.$$

Cette dépendance de la puissance acoustique transportée par l'harmonique 2 avec la distance parcourue dans le cristal a été observée expérimentalement (22).

L'atténuation des ondes acoustiques dépend de la fréquence. La distance de stabilisation est donc également fonction de la fréquence des ondes qui interagissent. La dépendance en fréquence de la distance de stabilisation dépend du mécanisme d'atténuation. Calculons la distance de stabilisation pour la génération harmonique d'ondes acoustiques en admettant que le libre parcours moyen à la fréquence harmonique est de la forme $\lambda_2 = \lambda_1/2^n$, n caractérisant le mécanisme d'atténuation.

Pour les 4 premières valeurs entières de n , nous obtenons les distances de stabilisation suivantes :

n	a_s
0	: $0,69l_1$
1	: $0,5 l_1$
2	: $0,35l_1$
3	: $0,23l_1$
4	: $0,15l_1$

Puisque l'amplitude de déformation du 2ème harmonique atteint son maximum lorsque la distance parcourue dans le cristal est égale à la distance de stabilisation (qui est généralement égale à la moitié du libre parcours moyen dans les conditions expérimentales) ; le libre parcours moyen doit être grand pour permettre une conversion harmonique appréciable. Rappelons que dans la configuration expérimentale, nous ne pourrons mettre en évidence la croissance des échos harmoniques détectés en fonction de la distance parcourue avec une onde fondamentale longitudinale (il y a inversion du transfert d'énergie à chaque réflexion). Par contre, la distance de stabilisation pourra être mise en évidence si les ondes qui interagissent sont transversales.

3 - TECHNIQUES EXPERIMENTALES

Dans ce chapitre, nous exposons tout d'abord la méthode utilisée pour mesurer la perte de conversion électromécanique des transducteurs utilisés en acoustique haute fréquence. Ces transducteurs HF sont généralement constitués par une cavité résonnante (système d'excitation) et un cristal piezoélectrique (quartz ou LiNbO_3). La mesure de la perte de conversion électromécanique de ces transducteurs revient à une mesure de puissance en hyperfréquence puisqu'elle s'obtient à partir de la puissance électromagnétique détectée pour chaque "écho acoustique" et de la puissance HF excitant la cavité résonnante.

Pour vérifier les résultats du chapitre (2.4) sur l'excitation des ondes acoustiques dans les cristaux piezoélectriques, il faut connaître la valeur de l'intégrale $\int_A D_1^2 dA$ étendue à la surface cristalline soumise au champ électrique HF. La valeur de cette intégrale peut être mesurée en utilisant une méthode de perturbation initialement proposée par P.H. Carr (14) qui consiste à mesurer la variation de la fréquence de résonance du système d'excitation lorsque l'on déplace le cristal piezoélectrique dans la cavité.

Dans ce chapitre, nous étudierons également l'influence des effets d'interférence sur la propagation des ondes acoustiques. Nous verrons en particulier que la puissance transportée par une onde acoustique ne dépend pas uniquement de l'efficacité du système d'excitation. Les imperfections géométriques des échantillons utilisés peuvent être à l'origine d'effets d'interférence dans la propagation des ondes acoustiques qui diminuent fortement la puissance acoustique après chaque aller-retour effectué dans le cristal.

3.1. MONTAGE EXPERIMENTAL

Nous avons dans un travail antérieur (42) produit et détecté des hypersons à différentes fréquences par effet piezoélectrique linéaire sur la surface d'un barreau de quartz de coupe X, placé dans la région de champ électrique intense d'une cavité réentrante. Nous avons étudié la propagation des ondes acoustiques à la température de l'hélium liquide car l'atténuation dans le quartz est très importante en haute fréquence lorsque la température est supérieure à 20° K. Par la suite, nous nous sommes attachés plus particulièrement à mesurer les puissances électromagnétiques mises en jeu aussi bien à l'émission qu'à la détection afin de pouvoir calculer les pertes de conversion électromécaniques des systèmes utilisés.

Rappelons le système utilisé pour produire et détecter les hypersons. Puisque nous détectons les hypersons par réflexion, le montage expérimental présente une analogie avec les systèmes radar. Une impulsion H.F. de forte puissance produite par un magnéton excite une cavité réentrante dans laquelle est placé le transducteur piezoélectrique. Entre le magnéton et la cavité résonnante, nous avons placé un atténuateur calibré, un filtre et un circulateur (fig. 2). L'atténuateur permet d'ajuster la puissance H.F. incidente à valeur désirée. Le filtre élimine les harmoniques supérieurs produits par le magnéton. Le circulateur permet de différencier l'énergie électromagnétique qui entre dans la cavité de l'énergie électromagnétique qui vient de la cavité (énergie des "échos hypersonores").

Les échos hypersonores qui excitent la cavité quelques microsecondes après l'impulsion H.F. traversent le circulateur de la porte 2 à la porte 3 (fig. 2). Ils sont ensuite détectés par un récepteur superhétérodyne protégé par un atténuateur électronique. Les échos ainsi détectés peuvent être observés sur un oscillographe cathodique ou enregistrés. L'enregistreur a souvent été utilisé avec un "boxcard". C'est un échantillonneur intégrateur synchrone permettant d'enregistrer l'intensité d'une fraction quelconque du train d'onde, la durée d'échantillonnage pouvant atteindre des valeurs aussi faibles que 5 ns. Le temps d'intégration peut être choisi de manière à améliorer le rapport signal/bruit de la chaîne d'amplification

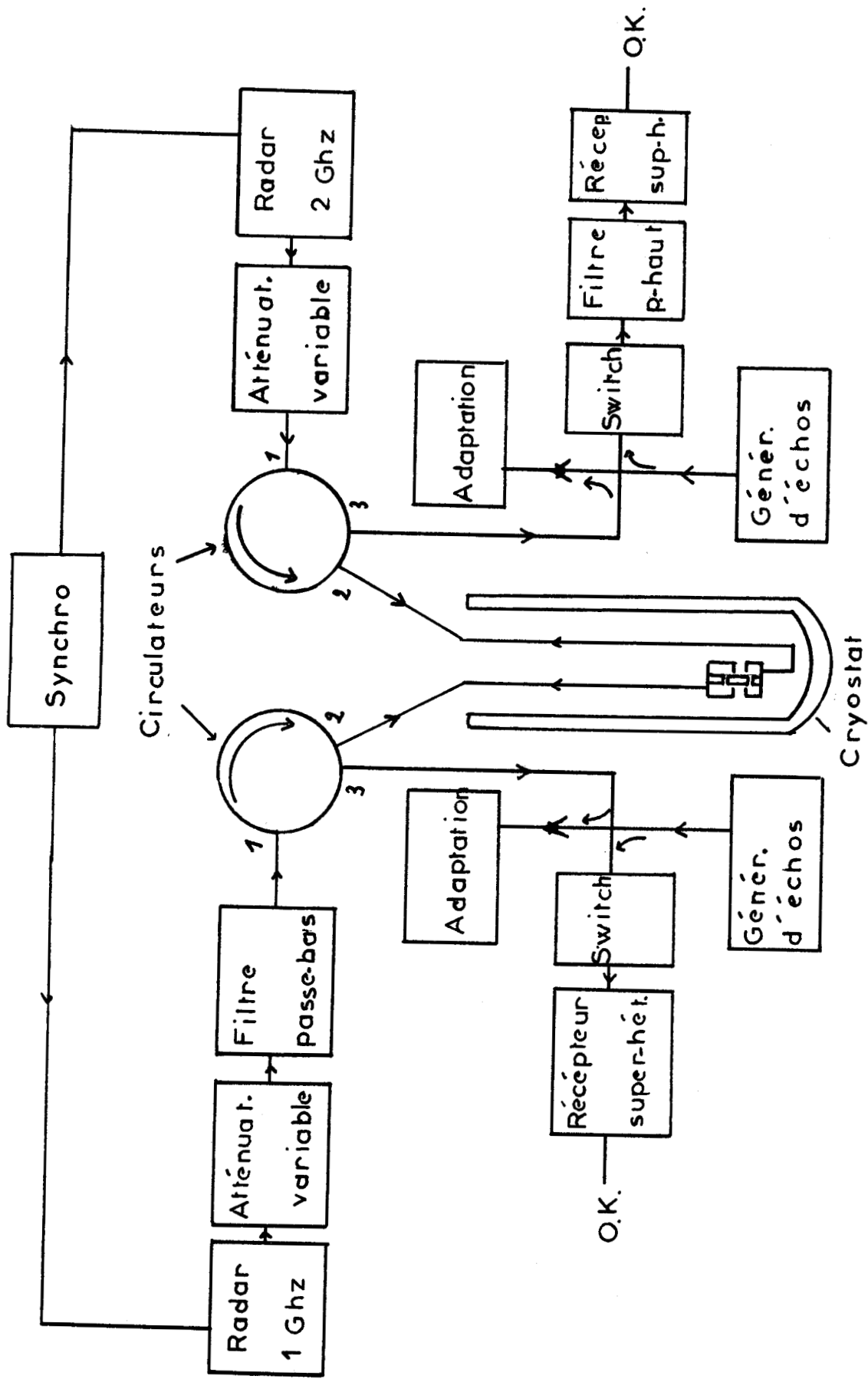


Figure 2 : Montage expérimental

d'un facteur très important (82). La puissance minimale des impulsions qu'il est possible de distinguer du bruit de fond est de l'ordre de 10^{-13} W.

Nous avons pu mesurer la puissance absolue des "échos hypersonores" en introduisant dans le récepteur des impulsions H.F., de même fréquence et de puissance connue, au moyen d'un coupleur directif (20 db). La puissance crête de chaque écho a été mesurée par comparaison avec l'"écho de mesure" (tous les échos sont observés simultanément sur l'oscillographe après détection).

Dans le cas de la génération harmonique d'ondes acoustiques, l'expérience est un peu plus compliquée à réaliser (50). Deux éléments de montage symétriques sont installés afin de pouvoir comparer les caractéristiques de l'onde hypersonore produite linéairement à la fréquence 1860 MHz et celles de l'onde produite harmoniquement à la même fréquence (à partir d'une onde fondamentale de fréquence 930 MHz). Une extrémité du barreau piezoélectrique est placée dans la région de champ électrique intense d'une cavité résonnant à 1860 MHz permettant à la fois de détecter les échos harmoniques et de produire une onde hypersonore pulsée de fréquence 1860 MHz par effet piezoélectrique linéaire en utilisant le montage habituel (fig. 2). Dans l'un et l'autre cas, le circulateur et l'atténuateur commandé protègent le récepteur lors de l'émission de l'impulsion de grande puissance.

Ce montage nous a également permis d'étudier l'interaction entre ondes élastiques colinéaires de fréquences différentes. Pour réaliser un mélange d'ondes hypersonores, nous soumettons l'extrémité libre d'un barreau piezoélectrique au champ H.F. d'une cavité excitée simultanément sur deux fréquences de résonance distinctes f_1 et f_2 . L'onde hypersonore de fréquence $f_2 - f_1$ se propageant suivant l'axe du barreau est détectée sur la face opposée dans une cavité résonnant à la fréquence $f_2 - f_1$. L'excitation de la cavité émettrice aux deux fréquences f_1 et f_2 est effectuée au moyen d'un coupleur directif qui permet d'isoler les deux sources H.F. Les mesures de puissance sont faites de la même façon que dans les expériences sur la production harmonique d'hypersons. La puissance acoustique aux différentes fréquences s'obtient à partir de la puissance électromagnétique des

échos détectés lorsqu'on connaît les pertes de conversion électromécaniques des systèmes d'émission et de réception.

3.2. L'ASSEMBLEE ACOUSTIQUE

L'assemblée acoustique est constituée par le cristal piezoélectrique avec une cavité résonnante placée à chaque extrémité (fig. 3). La répartition du champ électrique dans un tel résonnateur a déjà été étudiée en détail (42). Nous avons pu faire varier la fréquence de résonance des cavités utilisées au moyen d'un obstacle en téflon de position variable suivant l'axe de la cavité. Dans les expériences à basse température, le système de commande des obstacles de téflon était fixé sur la tête du cryostat afin de pouvoir faire varier la fréquence des cavités par une commande extérieure.

Toutes les cavités utilisées étaient bien adaptées dans la gamme 1 GHz - 3 GHz ; à la résonance la puissance réfléchie était toujours 15 db sous le niveau de la puissance incidente.

3.3. MESURE DE LA PERTE DE CONVERSION ELECTROMECHANIQUE

La cavité résonnante excitée par des impulsions H.F. de puissance crête P_0 produit par effet piezoélectrique linéaire une onde acoustique de puissance $P_{ac} = a P_0$. a est la perte de conversion électromécanique de l'ensemble constitué par la cavité et le transducteur piezoélectrique. L'onde acoustique ainsi produite se réfléchit sur les faces terminales du barreau. A chaque réflexion, une faible partie de l'énergie acoustique proportionnelle à la puissance transportée par l'onde acoustique est transformée en énergie électromagnétique, qui est détectée par le récepteur superhétérodyne. La transformation de l'énergie acoustique en énergie électrique est alors due à l'effet piezoélectrique inverse. Le coefficient de conversion de l'énergie électrique en énergie acoustique étant égal au coefficient de conversion de l'énergie acoustique en énergie électrique, la puissance électromagnétique P_{rec} détectée par le récepteur est égale à :

$$P_{rec} = a P_{ac} = a^2 P_0$$

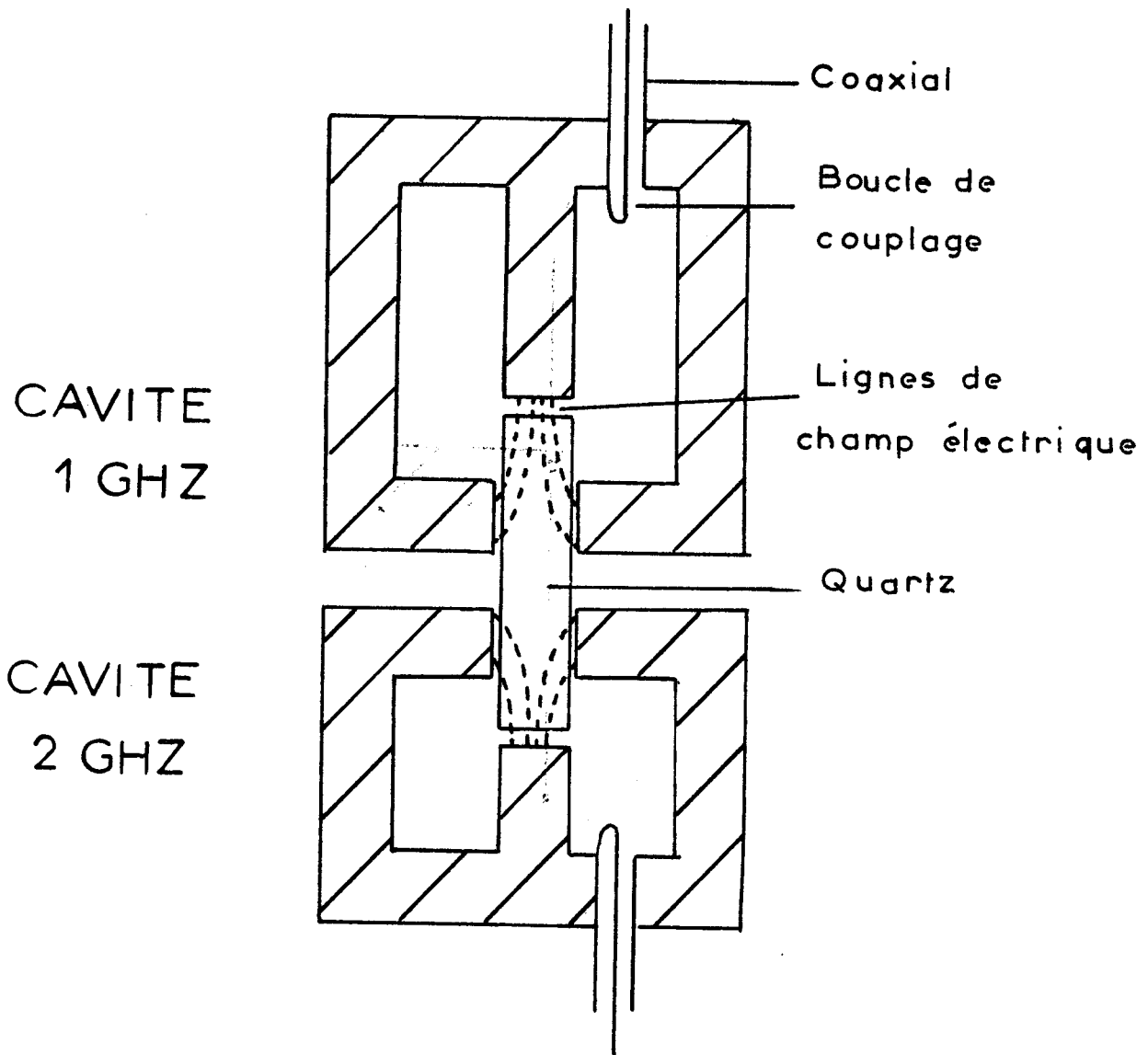


Figure 3: Assemblée acoustique

L'expression de la perte de conversion électromécanique en fonction des puissances H.F. incidente et détectée est donc :

$$a = \left[P_{\text{rec}} / P_0 \right]^{1/2}$$

Pour mesurer la puissance haute fréquence P_0 , nous pouvons utiliser 2 méthodes. La première consiste à mesurer la puissance moyenne excitant la cavité, la largeur et la fréquence de répétition des impulsions. Connaissant le facteur de forme, il est facile de calculer la puissance crête des impulsions haute fréquence. Cette technique comporte des difficultés provenant principalement du fait que la forme des impulsions n'est pas parfaitement rectangulaire.

Pour éviter cette erreur expérimentale, nous avons utilisé une méthode de comparaison directe. La puissance crête P_0 incidente a été mesurée par comparaison avec l'impulsion H.F. calibrée qui sert également à mesurer les échos hypersonores. Nous avons atténué la puissance crête P_0 jusqu'à ce que l'impulsion initiale soit égale à l'"écho de mesure" non atténué. La mesure consiste essentiellement à comparer les enveloppes des deux signaux H.F. sur un oscillographe après détection. L'erreur sur la mesure de P_0 est surtout due à la comparaison des signaux détectés sur oscillographe. La puissance crête de l'impulsion H.F. calibrée a été mesurée en deux étapes. D'abord nous utilisons l'oscillateur H.F. en fonctionnement continu et nous mesurons sa puissance à l'aide d'un détecteur à thermistance HEWLETT-PACKARD 431 C. Nous utilisons ensuite l'oscillateur en régime pulsé de façon que sa puissance crête soit égale à la puissance mesurée en continu.

Pour calculer la valeur effective de P_0 mise en jeu dans la transformation électroacoustique, il faut tenir compte de l'énergie réfléchie par la cavité résonnante qui n'est jamais parfaitement adaptée. La puissance effective P_0 est égale à la puissance incidente diminuée de la puissance réfléchie par la cavité. Nous avons vérifié que l'énergie réfléchie est toujours comprise entre le 1/10 et le 1/100 de l'énergie incidente. Nous n'avons donc pas tenu compte de cette perte d'énergie due à la désadaptation puisque la puissance réfléchie est inférieure à l'erreur expérimentale. Les premiers "échos" hypersonores ont été mesurés en ajustant la puissance de

l'émetteur à une valeur telle que le récepteur superhétérodyne ne soit pas saturé. En extrapolant à la distance zéro la courbe des échos détectés, nous avons pu calculer la puissance acoustique produite au niveau de la surface cristalline où l'énergie électrique est transformée en énergie acoustique. La perte de conversion électromécanique ainsi définie ne dépend pas de l'atténuation des ondes acoustiques, elle caractérise uniquement les propriétés électromécaniques de l'ensemble constitué par le cristal piezo-électrique et la cavité. (Lorsque les extrémités du cristal sont parfaitement parallèles).

Pour déterminer l'erreur expérimentale associée à notre technique de mesure, nous avons fait plusieurs fois la même expérience (l'assemblée acoustique était démontée complètement entre chaque expérience). Nous avons vérifié que la perte de conversion électromécanique qui est de l'ordre de -30 db était mesurée à 1 db près. L'erreur expérimentale sur la perte de conversion électromécanique est donc de l'ordre de 20 %. L'erreur principale provient de la difficulté de comparer sur l'oscillographe deux niveaux faibles à cause du bruit de fond du récepteur, sur la figure 4 nous avons représenté une série d'échos hypersonores avec l'écho de mesure entre le 8ème et le 9ème écho hypersonore.

3.4. EFFETS D'INTERFERENCE DANS LA PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES

Lorsque la température tend vers 0°K l'atténuation des ondes acoustiques tend vers une valeur très faible (6). La détection des échos hypersonores par effet piezoélectrique inverse nous permet théoriquement de mettre en évidence l'affaiblissement des ondes acoustiques au cours de la propagation puisque nous détectons à chaque réflexion sur les parois externes du cristal une très faible partie d'énergie acoustique proportionnelle à la puissance transportée par l'onde acoustique. Nous n'avons jamais observé par cette méthode une atténuation égale à l'atténuation intrinsèque du milieu de propagation, ni de décroissance exponentielle qui pourrait être due à l'atténuation résiduelle à basse température. Nous observons généralement

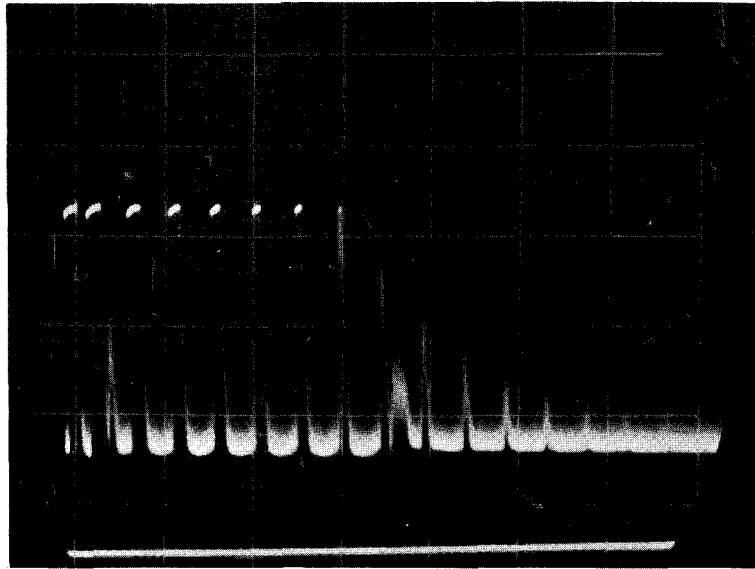


Figure 4 - Echos acoustiques produits et détectés par effet piézoélectrique linéaire. Nous avons représenté l'écho de mesure entre le 8e et le 9e écho acoustique.

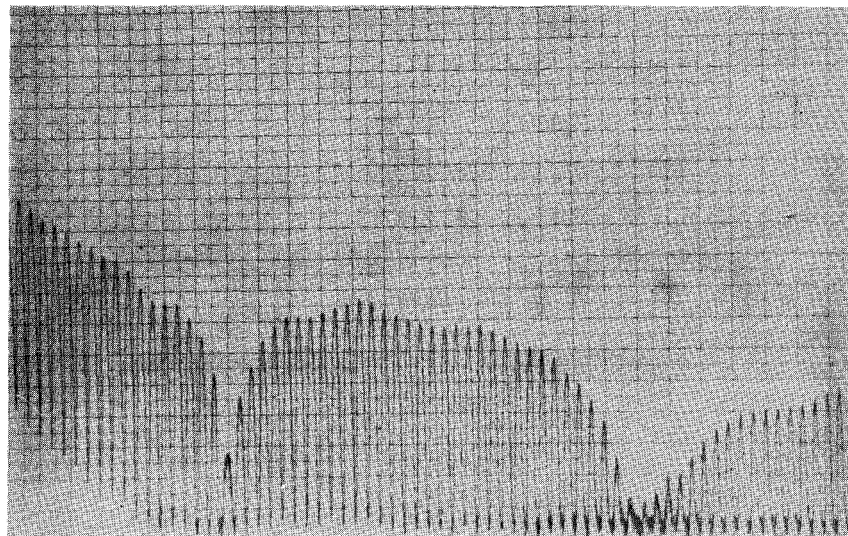


Figure 5 - Echos acoustiques produits et détectés par effet piézoélectrique linéaire. La modulation de l'amplitude des échos est due aux effets d'interférence dans la propagation des ondes acoustiques.

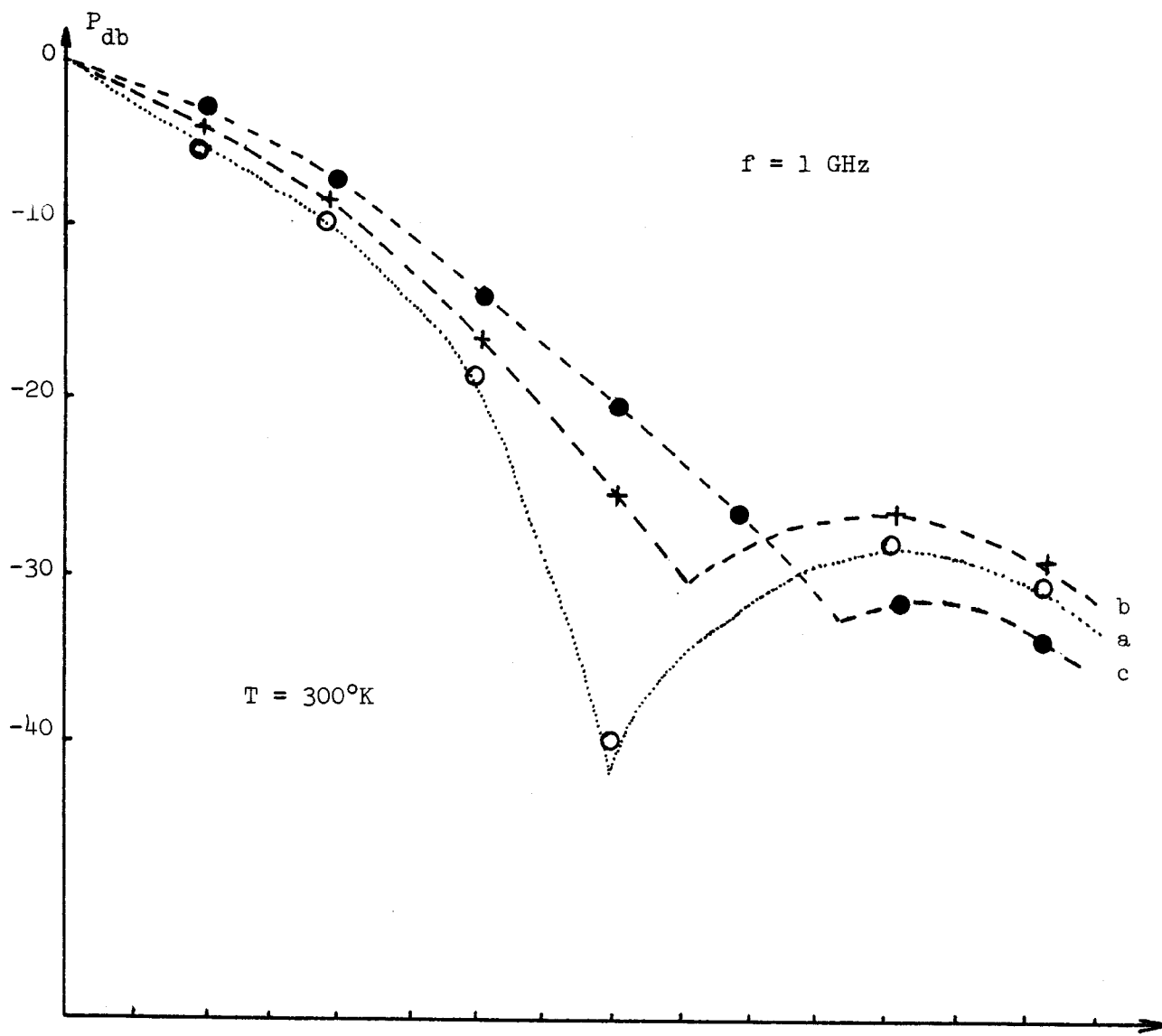
une décroissance non exponentielle des échos acoustiques. L'écart par rapport à sa décroissance exponentielle prévue pouvant atteindre 5 db/cm (fig. 5).

Cette décroissance non exponentielle des "échos acoustiques" détectés s'interprète habituellement en supposant l'existence d'effets d'interférence dans la propagation des ondes acoustiques. Ces effets ne dépendent pas de la température et sont responsables de l'atténuation à basse température (puisque les ondes acoustiques sont alors très faiblement atténuées $\alpha \sim 10^{-2}$ db/cm). Ces phénomènes d'interférence dans la propagation des ondes acoustiques peuvent avoir plusieurs causes. Les imperfections géométriques des échantillons étudiés sont à l'origine des effets les plus destructifs. Lorsque les faces cristallines extrêmes du cristal ne sont pas parfaitement parallèles, le faisceau d'ondes acoustiques s'écarte de l'axe du barreau à chaque réflexion. L'énergie électromagnétique détectée n'est plus proportionnelle à la puissance acoustique puisque tous les points de la surface sur laquelle il y a réflexion ne vibrent pas en phase (44). On montre alors (44) que la décroissance exponentielle prévue pour les échos hypersonores est modulée par la fonction $(2J_1(z)/z)^2$ avec $z = 2 \alpha kr$; J_1 est la fonction de BESSEL de 1ère espèce, r rayon du barreau cylindrique, k vecteur d'onde acoustique, α angle des faces terminales. Cette modulation présente une suite alternée de maxima (inférieurs à 1) et de minima nuls. Si le manque de parallélisme est tel que $2 \alpha kr = 3,83$ (1er zéro de la fonction de BESSEL) aucune énergie n'est détectée lors de la 1ère réflexion. Les échos ensuite détectés sont beaucoup plus faibles que prévu. La perte d'insertion mesurée dans ces conditions est très importante puisque les "échos" détectés ont une valeur très inférieure à la valeur qu'ils auraient si le système de détection n'était pas sensible à la phase de l'onde acoustique.

Une mauvaise orientation des axes cristallographiques par rapport à l'axe du barreau peut également être à l'origine d'une perte de conversion électromécanique élevée. L'influence d'un manque de parallélisme et d'une désorientation cristallographique sur la décroissance des échos hypersonores a été étudiée systématiquement (43) par GATES qui a trouvé des résultats

théoriques en accord avec les résultats expérimentaux. La rugosité et le manque de planéité des faces terminales provoquent également des effets d'interférences destructifs dans la propagation des ondes acoustiques. Avec un défaut de planéité inférieur à $0,1 \mu\text{m}$ on obtient habituellement de bons résultats. La propagation des ondes acoustiques dans le cristal dépend fortement du mode d'excitation sur la surface du cristal. La configuration du champ électrique appliqué sur le cristal peut varier fortement entre chaque expérience puisqu'elle dépend des positions relatives de l'électrode d'excitation et du cristal piezoélectrique.

Dans les conditions expérimentales toute la surface cristalline soumise au champ électrique n'est pas excitée uniformément et toute variation de position perturbe la propagation. De plus, il peut y avoir un déphasage entre les vibrations des différents points de la surface du cristal. Ces déphasages dans une section droite du faisceau hypersonore sont à l'origine d'effets d'interférences dans la propagation des hypersons. Ce phénomène est gênant pour la reproductibilité des courbes relevées et rend difficile la mesure du libre parcours moyen des phonons acoustiques. Pour nous placer dans les conditions de mesures optimales, nous avons tracé les courbes de propagation de la figure 6. avec comme paramètre la surface d'échantillon excitée. A puissance d'excitation constante = + 28,6 dbm, nous avons donné au diamètre du central de la cavité les valeurs successives 6 mm, 5 mm, 3,5 mm ; nous avons obtenu les courbes a, b, c. Ces courbes montrent que les effets d'interférences diminuent lorsque la surface cristalline excitée diminue (le premier minimum se déplace vers les distances parcourues plus grandes). Aux erreurs d'expérience près, les ordonnées à l'origine sont les mêmes. La perte d'insertion ne dépend donc pas de la surface de cristal excitée. Nous n'avons pas réduit la section du central à un diamètre inférieur à 3,5 mm afin d'éviter la génération d'ondes acoustiques transversales. Nous retrouvons les résultats de LAMB et RICHTER qui ont étudié systématiquement l'influence du système d'excitation sur l'atténuation apparente des ondes acoustiques (46).



1 unité = longueur du cristal

Figure 6 - Influence du système d'excitation sur la propagation des ondes acoustiques. La surface de l'électrode d'excitation a un diamètre de 6 mm pour la courbe a, 5 mm pour la courbe b et 3,5 mm pour la courbe c.

Les puissances acoustiques en db sous 10 μ W sont représentées en fonction de la distance parcourue dans le cristal.

Le libre parcours moyen des ondes acoustiques cohérentes n'est donc jamais infini. Il est limité à la fois par l'atténuation intrinsèque du milieu et certains effets d'interférence qui se manifestent dans la propagation des ondes acoustiques.

3.5. MESURE DU CHAMP ELECTRIQUE APPLIQUE SUR LES CRISTAUX PIEZOELECTRIQUES

Pour mesurer le champ électrique appliqué sur les cristaux piezoélectriques (fig. 3), nous utilisons une méthode de perturbation (14) qui consiste à mesurer la variation de la fréquence de résonance de la cavité utilisée lorsque l'on déplace le cristal piezoélectrique suivant son axe (fig. 7). Nous avons donc réalisé un montage mécanique qui nous a permis de mesurer le déplacement du cristal piezoélectrique suivant l'axe de la cavité. Nous avons pu ainsi mesurer l'intégrale $\int_A D_1^2 dA$ qui permet de calculer le champ électrique lorsqu'il est uniforme sur toute la section droite du barreau piezoélectrique.

1. Principe de la méthode

Le rapport de l'énergie moyenne sur la fréquence de résonance d'un oscillateur harmonique est un invariant adiabatique. Le rapport de l'énergie électromagnétique moyenne sur la fréquence de résonance d'une cavité est donc invariant. Lorsque l'énergie électromagnétique moyenne W_0 localisée dans la cavité varie d'une quantité ΔW , il en résulte une variation de fréquence liée à la variation d'énergie par la relation :

$$\frac{\Delta W}{W_0} = \frac{\Delta f}{f_0} \quad 3-5-1$$

Considérons la cavité du type réentrant (fig. 7) excitant un cristal piezoélectrique de position variable suivant l'axe de l'électrode centrale. Si l'on déplace le cristal vers le central d'une distance Δd à partir de sa position initiale d_0 , l'énergie électromagnétique moyenne localisée dans la cavité diminue de la quantité

$$\Delta W = \left[\frac{E_0 D_0}{4} - \frac{ED}{4} \right] A \Delta d \quad 3-5-2$$

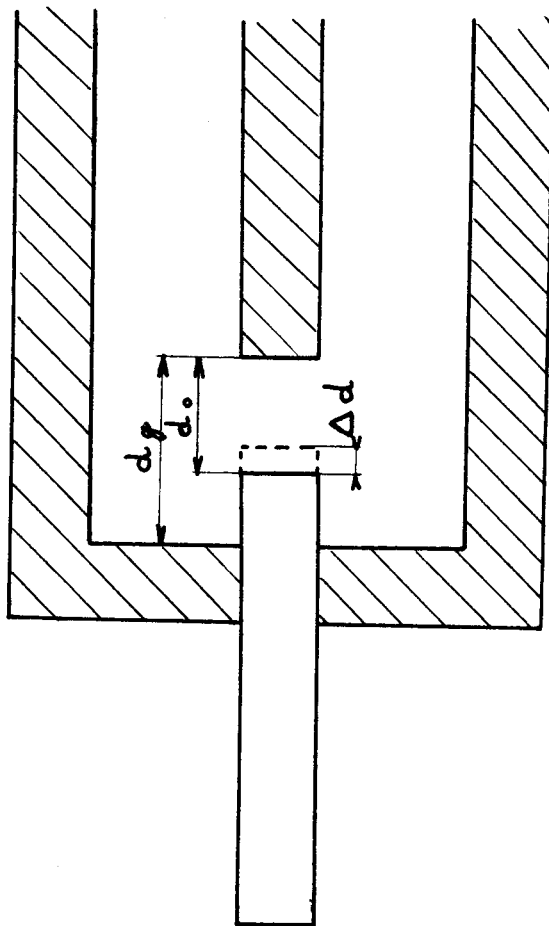


Figure 7 - Schéma du montage utilisé pour mesurer le champ électrique appliqué sur les cristaux piézoélectriques.

$\frac{E_0 D_0}{4}$ est la densité moyenne d'énergie électromagnétique dans le vide

$\frac{ED}{4}$ est la densité moyenne d'énergie électromagnétique dans le cristal

A surface de base du cristal

Pour établir cette formule, nous avons supposé que du point de vue électrique, tout se passe comme si l'on avait rempli le volume $A \cdot \Delta d$ par une lame diélectrique de constante diélectrique relative ϵ_r suivant l'axe du cristal. Lorsque le champ électrique est uniquement axial et que l'épaisseur de la pastille est beaucoup plus faible que son diamètre, E_0 est lié à E par la relation $E_0 = \epsilon_r E$. Ces conditions sont d'autant mieux réalisées que le cristal est proche de l'électrode centrale de la cavité résonnante puisque le champ électrique est normal à cette électrode.

L'introduction de la lame diélectrique de volume $A \cdot \Delta d$ est à l'origine de la variation de fréquence suivante :

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{(\epsilon_r - 1)}{4W_0 \epsilon_r} \int_V D_1^2 dv \quad V = A \Delta d$$

Le champ électrique étant uniforme dans la pastille

$$\int_V D_1^2 dv = \Delta d \int_A D_1^2 dA$$

En portant dans la relation ci-dessus, nous obtenons

$$\frac{1}{f_0} \frac{\Delta f}{\Delta d} = \frac{(\epsilon_r - 1)}{4W_0 \epsilon_r} \int_A D_1^2 dA$$

Soit d_0 la position initiale du cristal $\left. \frac{\Delta f}{\Delta d} \right|_{d_0}$ est la pente de la courbe donnant la fréquence de résonance en fonction de d au point d_0 . Posons :

$$s(d_0) = \frac{1}{f_0} \left. \frac{\Delta f}{\Delta d} \right|_{d_0}$$

En utilisant d'autre part la relation définissant le facteur de qualité d'une cavité résonnante, $Q_0 = \frac{\omega_0 W_0}{P}$ (ω_0 pulsation à la résonance, P_0 puissance électromagnétique excitant la cavité), nous pouvons exprimer l'intégrale qui intervient dans la perte d'insertion électromécanique de

la façon suivante :

$$\int_A D_1^2 dA = \frac{2 s(d_o) P_o Q_o}{\pi f_o (\epsilon_r - 1)} \quad 3.5.3.$$

La perte de conversion électromécanique peut s'exprimer en fonction de ces grandeurs mesurables. En portant 3.5.3. dans 2.4.6. nous obtenons la perte de conversion d'une coupe X de quartz excitée par une cavité résonnante :

$$a = \frac{P_{ac}}{P_o} = \frac{v_1 k_{11}^2 s(d_o) Q_o}{\pi f_o (\epsilon_r - 1)} \quad 3.5.4.$$

JACOBSEN, supposant que toutes les lignes de champ électrique étaient localisées dans le cristal piézoélectrique, avait obtenu la perte de conversion suivante (20) :

$$a = \frac{v_1 k_{11}^2 Q_o}{2\pi f_o (d_o (\epsilon_r - 1) + dg)} \quad 3.5.5.$$

d_o et d_g sont définis sur la figure (6)

L'expression (3.5.4) est plus proche de la réalité puisque nous n'avons pas supposé que toutes les lignes de champ électrique étaient localisées dans le cristal piézoélectrique. Nous pouvons donc définir un facteur de remplissage du cristal R par le rapport des expressions (3.5.4) et (3.5.5) R est inférieur à 1 et représente la fraction de l'énergie électromagnétique localisée dans le cristal. Ce coefficient s'exprime en fonction des grandeurs mesurables définies ci-dessus par la relation :

$$R = \frac{2s(d_o) [d_o (\epsilon_r - 1) + dg]}{(\epsilon_r - 1)}$$

En utilisant les valeurs publiées des constantes électromécaniques nous obtenons les pertes de conversion suivantes :

- pour l'excitation d'ondes longitudinales suivant la direction (100) du quartz

$$a_{11} = 6,3 \text{ m/s} \frac{Q_o s(d_o)}{f_o}$$

- pour l'excitation des ondes longitudinales suivant la direction (001) du

$$\text{LiNbO}_3 \quad a_{33} = 2,2 \text{ m/s} \frac{Q_0 s(d_0)}{f_0}$$

- pour l'excitation des ondes transversales suivant la direction (100) de

LiNbO_3

$$a_{16} = 1,6 \text{ m/s} \frac{Q_0 s(d_0)}{f_0}$$

$$a_{15} = 1,7 \text{ m/s} \frac{Q_0 s(d_0)}{f_0}$$

2) Mesure du facteur de "remplissage"

Pour chaque cavité utilisée, nous avons calculé le coefficient de remplissage R qui caractérise l'efficacité du système d'excitation. Les fréquences de résonance des cavités utilisées pouvaient être ajustées à la valeur voulue au moyen d'un obstacle en téflon mobile le long de l'électrode centrale. Nous avons d'abord tracé la courbe donnant la fréquence de résonance en fonction de la position du cristal piézoélectrique dans la cavité. La position du cristal dans la cavité était repérée à l'aide d'une vis micrométrique. La variation de la fréquence de résonance a été mesurée avec un wobulateur. Sur la figure (8) nous avons reproduit la courbe obtenue avec la cavité utilisée pour produire les ondes acoustiques dans LiNbO_3 . Sur cette courbe, nous pouvons faire quelques remarques. Lorsque le cristal piézoélectrique est à proximité de l'électrode centrale, la pente varie peu. Dans cette région, le champ électrique est donc constant. Lorsque le cristal est totalement enfoncé dans le fond de la cavité le champ est très faible puisque la pente de la courbe tend vers zéro lorsque d tend vers d_g .

Les premières expériences ont été réalisées sur des cristaux de quartz de diamètre 6mm excités par des cavités semi-réentrantes ayant un piston central de diamètre 6 mm. Le diamètre intérieur du conducteur externe était calculé de façon à ce que l'impédance caractéristique de la cavité soit égale à $75\Omega \cdot s(d_0)$, Q_0 , f_0 ont été mesurés en plaçant le cristal très près de l'électrode centrale. Avec $f_0 = 930 \text{ MHz}$, $Q_0 = 1170$, $s(d_0) = 1,60 \text{ m}^{-1}$

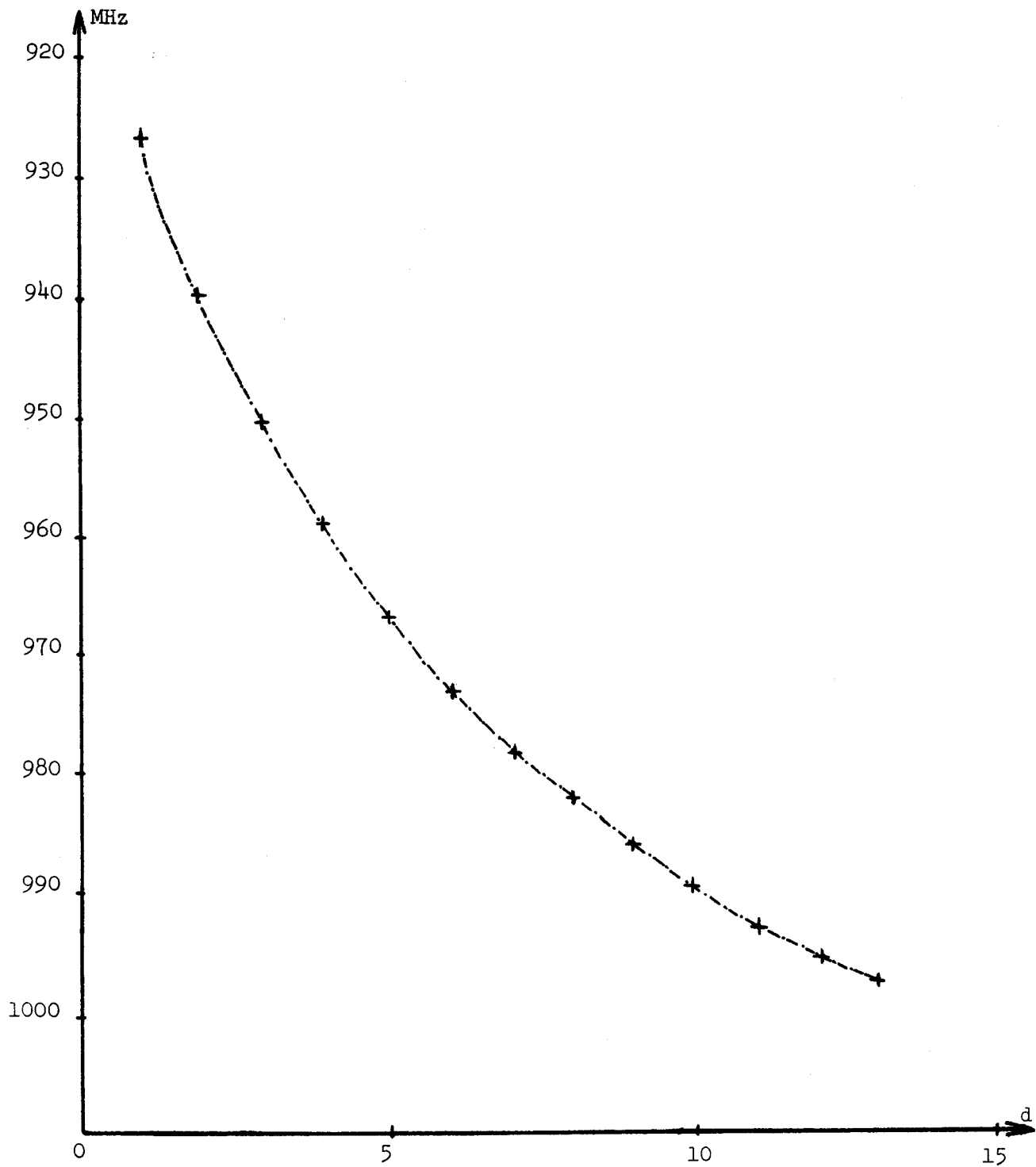


Figure 8 - Courbe représentant la fréquence de résonance de la cavité [utilisée avec un barreau de LiNbO_3 coupe (001)] en fonction de la position du cristal dans la cavité. Pour $d = 0$ le cristal touche l'électrode centrale.

nous avons obtenu une valeur de 0,14 pour le facteur de remplissage. Ce résultat montre que seule une faible partie de l'énergie électromagnétique est effectivement utilisée pour produire les ondes acoustiques.

4 - RESULTATS EXPERIMENTAUX ET INTERPRETATION

Dans ce chapitre nous présentons d'abord les résultats expérimentaux concernant l'excitation et la propagation des ondes acoustiques dans la coupe X de quartz et LiNbO_3 coupe (001). Nous montrons que les imperfections de la surface cristalline soumise au champ électrique HF peuvent être à l'origine d'une diminution apparente du facteur de couplage électromécanique des cristaux étudiés.

Nous étudions ensuite la génération d'ondes acoustiques par effets non linéaires dans le corindon, le quartz et LiNbO_3 . La génération harmonique d'ondes acoustiques par tension de radiation a été observée suivant la direction (001) du corindon. Les résultats expérimentaux ont pu être interprétés à l'aide des résultats théoriques du chapitre 2.5. L'interaction entre ondes acoustiques longitudinales colinéaires suivant la direction (100) du quartz est beaucoup plus difficile à interpréter. La génération harmonique d'ondes acoustiques semble indépendante de la longueur du cristal, par contre l'interaction entre ondes acoustiques colinéaires semble croître avec la longueur du cristal. Cette dernière interaction semble due aux effets non linéaires dans l'excitation et la propagation des ondes acoustiques. La génération harmonique d'ondes acoustiques qui est beaucoup plus forte que l'interaction entre ondes acoustiques colinéaires semble provoquée par d'importants phénomènes anharmoniques localisés au voisinage de la surface du cristal où sont produites les ondes acoustiques.

Nous étudions ensuite l'interaction entre ondes acoustiques longitudinales suivant la direction (001) de LiNbO_3 . Les expériences réalisées sur des cristaux de longueurs différentes nous ont permis de montrer que la

génération harmonique et le mélange d'ondes acoustiques dépendaient de la longueur du cristal. Il y a donc interaction au cours de la propagation dans le cristal. En faisant varier la température de $4,2^{\circ}\text{K}$ à 300°K , nous avons pu mettre en évidence une dépendance en température de la génération harmonique d'ondes acoustiques. L'interaction entre ondes acoustiques longitudinales colinéaires semble moins sensible aux effets de la température. Les résultats obtenus à la température de l'hélium liquide n'ont pu être interprétés puisque les constantes qui interviennent dans les résultats théoriques n'ont pas été mesurées dans cette gamme de température (à notre connaissance). La génération de la 3ème harmonique d'ondes acoustiques longitudinales se propageant suivant la direction (001) de LiNbO_3 semble également due aux effets non linéaires dans la propagation des ondes acoustiques. Les résultats obtenus sur des cristaux de différentes longueurs ont pu être interprétés en supposant que l'interaction entre l'onde acoustique fondamentale et l'harmonique 2 est prépondérante au cours de la propagation des ondes acoustiques.

Pour étudier l'interaction entre ondes acoustiques transversales, nous avons utilisé la coupe (100) de LiNbO_3 . Les caractères de l'interaction entre ondes acoustiques transversales n'ont pu être mis en évidence puisque les propriétés électromécaniques des cristaux étudiés étaient très différentes de celles du composé stoéchiométrique LiNbO_3 . Les résultats obtenus semblent montrer que les propriétés mécaniques et électromécaniques de LiNbO_3 sont très sensibles à la composition du cristal.

4.1 - Etude de l'excitation et la propagation des ondes acoustiques dans le quartz et le niobate de lithium coupe (001).

Les cristaux de quartz ont été taillés et polis au laboratoire. Les cristaux de LiNbO_3 ont été fournis (orientés et polis) par la Compagnie Générale d'Electricité. La préparation des cristaux utilisables en acoustique haute fréquence est très délicate puisque les tolérances exigées correspondent aux performances actuellement réalisées dans l'usinage des cristaux.

Les barreaux sont orientés avec une précision supérieure à 7' d'arc. Le parallélisme des faces terminales est également très important puisque la propagation des ondes acoustiques ne peut être mise en évidence avec un défaut de parallélisme supérieur à 30" d'arc. Les surfaces du barreau doivent être également très planes afin d'éviter les effets d'interférences lors de la réflexion du faisceau d'ondes acoustiques. Tous les cristaux utilisés étaient plans à 0,1 μm près. Les cristaux ainsi préparés ont été placés dans les cavités réentrantes décrites dans les chapitres précédents. Nous avons mesuré la perte de conversion électromécanique et le champ électrique appliqué sur chaque cristal afin de pouvoir calculer le facteur de couplage électromécanique de chaque échantillon utilisé.

1) Coupe X de quartz

La perte de conversion s'exprime en fonction des grandeurs mesurables introduites dans le chapitre 3.5 par la relation :

$$a = \frac{k_{11}^2 v s(d_o) Q_o}{\pi f_o (\epsilon_r - 1)}$$

$v = 5,7 \cdot 10^3$ m/s a été calculé à partir du temps séparant chaque "écho" détecté. Nous avons pris $\epsilon_r = 4,5 \pm 0,1$ comme constante diélectrique relative afin de tenir compte de tous les résultats publiés. Les résultats obtenus sur le quartz de diamètre 6 mm et de longueur 13 mm sont présentés dans le tableau 1. Le facteur de couplage électromécanique ^{théorique} à la température ambiante a été calculée à partir des constantes piézoélectriques mesurée par méthodes statiques (21). La valeur ainsi calculée est une valeur maximum puisque toutes les valeurs mesurées aux fréquences ultrasoniques sont légèrement plus faibles. PITT et Mc KINLEY (52) ont étudié la dépendance en température des constantes piézoélectriques du quartz. Ils ont pu mettre en évidence une diminution de 10 % entre les valeurs mesurées successivement à la température ambiante et à la température de l'hélium liquide. Nous avons tenu compte de cette variation en température en utilisant la valeur $k_{11}^2 = 7,2 \cdot 10^{-3}$ (au lieu de $9 \cdot 10^{-3}$) à la température

TABLEAU 1

Facteur de couplage électromécanique du quartz coupe X

f_0 MHz	Q_0	$s(d_0) m^{-1}$	$a \times 10^{-3}$ mesuré	$k_{11}^2 \times 10^{-3}$ mesuré	k_{11}^2 théorique
930 ± 1	1170 ± 117	161 ± 8	$0,6 \pm 0,1$	6 ± 2	$7,2 \cdot 10^{-3}$
1860 ± 1	400 ± 40	350 ± 17	$0,13 \pm 0,02$	$3,3 \pm 1$	"

TABLEAU 2

Facteur de couplage électromécanique de $LiNbO_3$ coupe (001)

échantillons dimensions en mm	f_0 MHz	Q_0	$s(d_0) m^{-1} \times 10$	$a \times 10^{-3}$ mesuré	$k_{33}^2 \times 10^{-3}$ mesuré	$k_{33}^2 \times 10^{-3}$ théorique
5x5L = 10	2010 ± 1	400 ± 40	$1,5 \pm 0,1$	$2 \pm 0,4$	70 ± 17	32
5=3L = 10	1010 ± 1	400 ± 40	$0,25 \pm 0,01$	$0,6 \pm 0,1$	68 ± 17	"
5=3L = 15	960 ± 1	360 ± 36	$0,52 \pm 0,02$	$1 \pm 0,2$	60 ± 15	"

TABLEAU 3

Variation en température de la perte d'insertion d'un transducteur acoustique HF constitué par un barreau de $LiNbO_3$ coupe (001) à 950 MHz et 1900 MHz.

f_0	80°K	300°K
950 MHz	$25 \cdot 10^{-3}$	$12,5 \cdot 10^{-3}$
1900 MHz	$8 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$

ambiante. Même en tenant compte de cette variation en température, la valeur théorique du facteur de couplage électromécanique est supérieure à toutes les valeurs mesurées. Cette divergence peut s'interpréter en supposant l'existence d'imperfections sur la surface du cristal soumise au champ électrique HF. Les ondes acoustiques qui sont produites dans cette zone superficielle sont fortement diffusées lorsque la longueur d'onde acoustique ($5 \mu\text{m}$ à 1GHz) est du même ordre de grandeur que la profondeur des défauts superficiels. Ces observations sont en accord avec les résultats obtenus par ailleurs (69) qui ont permis de mettre en évidence une relation entre l'état de surface des cristaux et la valeur effective du facteur de couplage électromécanique. On montre en particulier qu'il est possible d'obtenir pour chaque échantillon usiné un facteur de couplage électromécanique de valeur égale à la valeur théorique et indépendant de l'échantillon utilisé en dissolvant dans l'acide la surface usinée avant le polissage final.

2) LiNbO₃ coupe (001)

Nous avons procédé de la même façon que pour le quartz. Les expériences ont été réalisées sur plusieurs échantillons de forme et dimensions variables. Avec l'échantillon parallélépipédique que nous possédons, nous avons pu mettre simultanément en évidence la propagation d'ondes acoustiques longitudinales et transversales. Les ondes transversales sont excitées par la composante tangentielle du champ appliqué sur le cristal. Nous avons mesuré les vitesses de propagation qui sont liées entre elles par la relation simple suivante : $v_L = 2v_T = (7,2 \pm 0,1) 10^3 \text{m/s}$. Pour chaque échantillon nous avons ensuite calculé le facteur de couplage électromécanique. Les résultats expérimentaux présentés dans le tableau 2 montrent que les 3 cristaux étudiés avaient des propriétés élastiques et électromécaniques identiques.

La valeur du facteur de couplage électromécanique mesurée est légèrement supérieure à la valeur théorique mesurée aux fréquences ultrasoniques (56) (68). Des valeurs très différentes allant jusqu'à $k_{33}^2 = 330 \cdot 10^{-3}$

ont également été publiées (55). Cette divergence entre résultats publiés peut s'interpréter en supposant que les cristaux de LiNbO_3 actuellement fabriqués n'ont pas la même composition (60). Ils n'ont donc pas les mêmes propriétés électromécaniques que le composé stoechiométrique LiNbO_3 .

Pour confirmer la valeur théorique du facteur de couplage électromécanique utilisée nous avons mesuré les constantes élastiques et piézoélectriques suivant la direction (001) de LiNbO_3 en utilisant la "méthode de résonance" proposée par MASON (68) qui consiste à mesurer l'impédance électrique d'une lame mince piézoélectrique dans la gamme 1 MHz - 10 MHz. Lorsque les fréquences de résonance et d'antirésonance fondamentales sont facilement repérables, nous pouvons calculer le carré du facteur de couplage électromécanique à partir de ces fréquences en utilisant la relation :

$$k_{33}^2 = \frac{\pi f_R}{2 f_A} \cotg \frac{\pi f_R}{2 f_A}$$

f_R et f_A sont les fréquences de résonance et d'antirésonance fondamentales. Cette relation montre que le facteur de couplage électromécanique est d'autant plus élevé que l'écart entre fréquences de résonance et d'antirésonance est important.

La constante élastique à excitation électrique constante C_{33}^D s'exprime en fonction de la fréquence d'antirésonance par la relation :

$$C_{33}^D = 4 e^2 \rho f_A^2 \quad (e \text{ est l'épaisseur de la lame}).$$

Nous avons mesuré les fréquences $f_R = 1,043$ MHz et $f_A = 1,050$ MHz en mesurant l'impédance électrique équivalente d'une lame d'épaisseur 3,55mm (au pont général radio type 716 C). A partir des valeurs mesurées, nous obtenons $C_{33}^D = (2,58 \pm 0,05) \cdot 10^{11}$ N/m² et $k_{33}^2 = (20 \pm 8) \cdot 10^{-3}$ (au lieu de $2,52 \cdot 10^{11}$ N/m² et $32 \cdot 10^{-3}$ dans la littérature (56)). Les propriétés élastiques et électromécaniques des cristaux de LiNbO_3 utilisés sont donc les mêmes que celles du

composé stoechiométrique LiNbO_3 suivant la direction (001) (aux erreurs d'expériences près). La légère augmentation de k_{33}^2 observée en haute fréquence semble difficile à interpréter puisque la dispersion des constantes piézoélectriques n'a jamais été mise en évidence aux fréquences de l'ordre du GHz. (à notre connaissance).

3) Variation en température

Nous avons mesuré avec le même montage la perte de conversion électromécanique d'un transducteur constitué par une cavité résonnante et un cristal de LiNbO_3 coupe (001) à la température ambiante puis à la température de l'azote liquide. Les résultats expérimentaux présentés dans le tableau 3 montrent que le facteur de couplage électromécanique augmente lorsque la température diminue.

Cette variation est probablement attribuable à l'influence de la température sur la valeur des constantes piézoélectriques et diélectriques du cristal. Cette dépendance en température est d'autant plus importante que le cristal est ferroélectrique. A notre connaissance la variation de ces constantes n'a pas été mesurée dans un tel intervalle de température. Les résultats expérimentaux semblent montrer que k_{33}^2 double de valeur dans cet intervalle de température (si l'on suppose que les caractéristiques du système d'excitation ne varient pas entre la température ambiante et la température de l'azote liquide).

4.2 - Génération harmonique d'ondes acoustiques par tension de radiation

Lorsqu'un cristal isolant est placé dans le champ électrique intense d'une cavité résonnante, la surface cristalline soumise au champ électrique HF subit une force proportionnelle au carré du champ électrique appliqué qui tend à l'attirer dans la cavité (36). Cette force ramenée à l'unité de surface est la "tension de radiation". Elle contient un terme continu de l'ordre de $3 \cdot 10^{-6} \text{ N/cm}^2$ (dans la configuration expérimentale) et un terme sinusoïdal de fréquence $2f_1$ (f_1 est la fréquence du champ électrique appliqué).

La variation de tension élastique sur la surface du cristal est source d'ondes acoustiques. Les ondes se propagent normalement à partir de la surface excitée, dans le cristal non piézoélectrique. La vitesse de propagation et l'atténuation des ondes ainsi produites est la même que si elles avaient été produites par effet piézoélectrique direct sur la surface d'un cristal piézoélectrique.

Elles peuvent être détectées et mesurées sur l'autre extrémité du cristal au moyen d'un transducteur piézoélectrique (couche mince de sulfure de cadmium) placé dans une cavité résonnant à la fréquence double.

Cette génération harmonique d'ondes acoustiques par tension de radiation existe également dans les cristaux piézoélectriques et intervient dans la génération harmonique d'ondes acoustiques. Les effets sont alors beaucoup plus difficiles à mettre en évidence car les interactions électromécaniques localisées sur la surface des cristaux piézoélectriques sont généralement plus faibles que les interactions purement mécaniques au cours de la propagation d'ondes acoustiques.

1) Méthode expérimentale

La méthode expérimentale consiste à soumettre l'extrémité libre d'un barreau de corindon cylindrique de diamètre 5mm au champ électrique HF intense d'une cavité réentrante résonnant à 930 MHz. La cavité à 930 MHz est excitée par des impulsions HF de durée μ s ayant une puissance crête de l'ordre de 50W. Les ondes acoustiques de fréquence 1860 MHz produites par tension de radiation se propagent suivant l'axe du barreau (normalement à la surface soumise au champ HF). Elles sont détectées au moyen d'une couche piézoélectrique (sulfure de cadmium) déposée sur l'extrémité opposée, placée dans une cavité résonnant à la fréquence 1860 MHz. Les ondes acoustiques réfléchies sur la couche de CdS n'ont pu être détectées dans la cavité émettrice. Cette remarque met en évidence le fait que la transformation électromécanique étudiée n'a pas d'inverse et que le barreau n'est pas piézoélectrique.

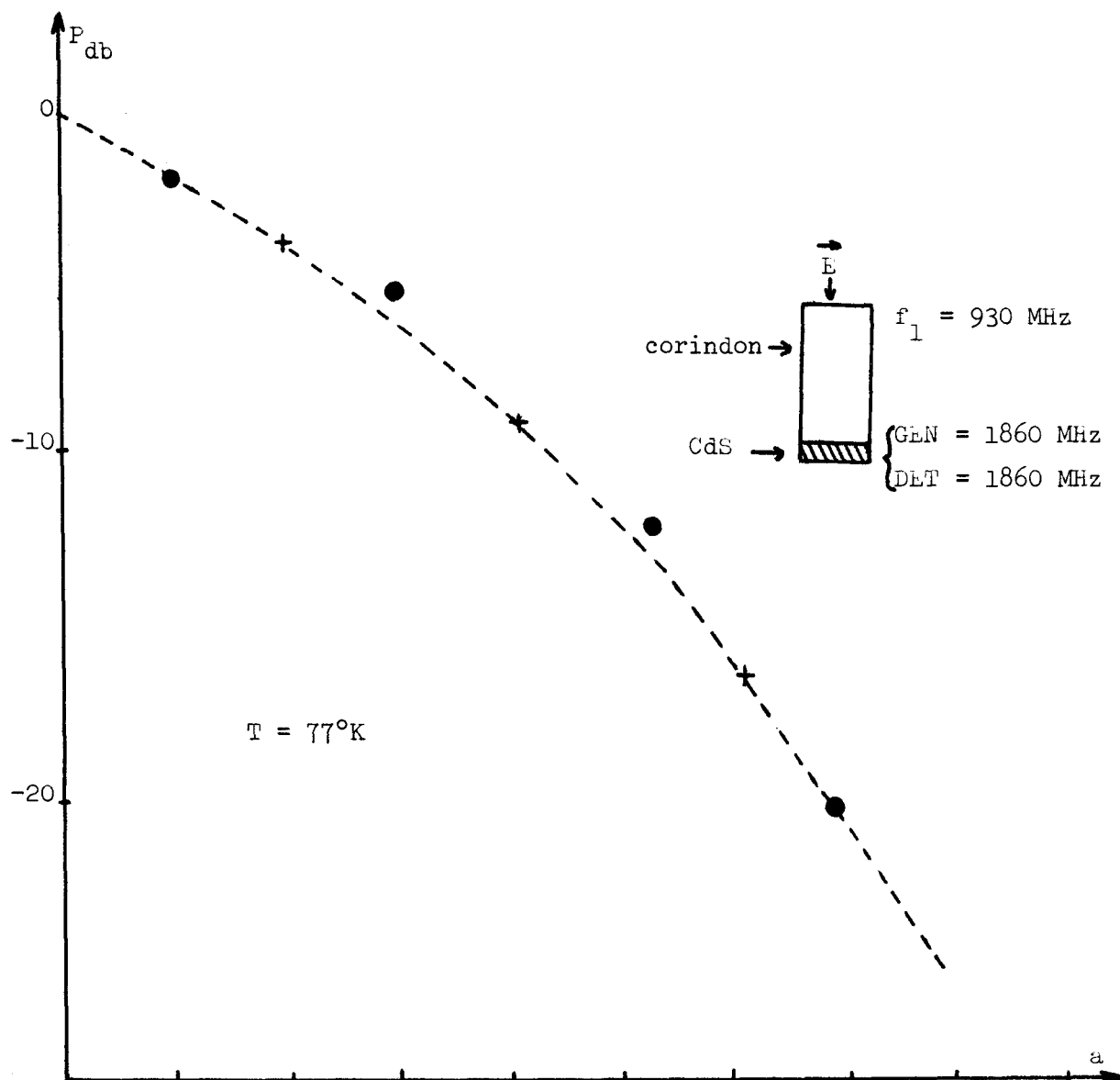
Après avoir remplacé la cavité détectrice résonnant à 1860 MHz par une cavité résonnant à la fréquence fondamentale 930 MHz, nous avons vérifié qu'il n'y avait pas production d'ondes acoustiques à la fréquence fondamentale.

2) Résultats expérimentaux

Sur un même graphique nous avons tracé les courbes joignant les puissances acoustiques détectées pour chaque écho produit par tension de radiation et par effet piézoélectrique linéaire à 1860 MHz en fonction du nombre d'aller-retour effectués dans le cristal. (Fig.9). Les niveaux d'émission des différentes sources de puissance haute fréquence ont été réglés de façon à ce que les ordonnées à l'origine des 2 courbes soient égales. Aux erreurs d'expériences près les 2 courbes sont confondues. Les ondes acoustiques harmoniques se comportent comme si elles avaient été produites par effet piézoélectrique linéaire.

Si nous faisons maintenant varier le niveau de la puissance électromagnétique excitant la cavité, nous constatons que la puissance acoustique à la fréquence $2f_1$ détectée pour chaque écho varie de façon telle que $P_{2f_1}/P_{f_1}^2 = \text{Cte}$. La génération harmonique d'ondes acoustiques par tension de radiation est donc proportionnelle au carré de la puissance électromagnétique appliquée. Cette relation met en évidence le caractère non linéaire de l'interaction étudiée.

La courbe représentant la puissance acoustique détectée pour chaque "écho" produit par la couche de CdS à 1860 MHz en fonction de la distance parcourue dans le cristal a été utilisée pour calculer la perte de conversion électromagnétique du système de détection qui vaut 32 db ou $0,6 \cdot 10^{-3}$. Connaissant cette perte de conversion nous avons pu calculer la puissance acoustique correspondant à chaque "écho" acoustique détecté. L'ordonnée à l'origine de la courbe représentant la puissance acoustique des "échos" produits par tension de radiation en fonction de la distance parcourue



1 unité = longueur du cristal

Figure 9 - Génération harmonique d'ondes acoustiques par tension de radiation

Les puissances acoustiques en db sous $5,6 \cdot 10^{-9} \text{ W}$ sont représentées en fonction de la distance parcourue dans le cristal.

- Echos acoustiques produits par tension de radiation dans la cavité résonnant à 930 MHz (détectés par la couche de CdS à 1860 MHz).
- + Echos acoustiques produits et détectés par effet piezoélectrique dans la couche de CdS à 1860 MHz.

La cavité résonnant à 930 MHz est excitée par des impulsions électromagnétiques de puissance crête égale à 50W. Les expériences ont été réalisées à la température de l'azote liquide.

dans le cristal (fig.9), détermine la puissance acoustique produite sur la surface du cristal par tension de radiation. Lorsque la cavité est excitée par des impulsions HF de puissance crête égale à 50W, la puissance acoustique produite sur la surface du cristal est de l'ordre de 6,5 nW. L'amplitude d'élongation correspondante est de $(3,5 \pm 1) 10^{-10}$. Le rendement de la transformation électroacoustique est donc de l'ordre de -100 dB. L'expérience réalisée à la température de l'azote liquide, puis à celle de l'hélium liquide, a montré que la génération harmonique d'ondes acoustiques n'était pas sensible aux effets de la température entre 4 et 80°K. Ce résultat peut s'interpréter facilement puisque la constante diélectrique du corindon ne semble pas sensible aux effets de la température entre 4 et 80°K.

3) Interprétation

Les résultats théoriques concernant la génération harmonique d'ondes acoustiques par tension de radiation ont été développées dans le chapitre 2.5.3. La direction propre utilisée étant l'axe (001) du corindon, il suffit de remplacer l'indice 1 de l'expression (2.5.14) par l'indice 3 pour obtenir l'expression de l'amplitude d'élongation produite sur la surface du cristal à la fréquence $2f_1$

$$S_{2f_1}(0) = \frac{\epsilon_0 E_{f_1}^2}{4\rho v^2} \left[\epsilon_r (\epsilon_r - 1) + d_{333} \right]$$

Le terme proportionnel à $\epsilon_r (\epsilon_r - 1)$ vient de la discontinuité de la constante diélectrique sur la surface du cristal. La tension élastique correspondante est la tension de MAXWELL-FARADAY. L'autre terme proportionnel à d_{333} représente l'amplitude d'élongation produite par électrostriction. La constante électrostrictrice d_{333} est liée à la constante photoélastique p_{33} par la

$$\text{relation : } d_{33} = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \left[\frac{n^2}{n^2 - 1} \right] p_{33}$$

A notre connaissance p_{33} n'a pas été mesuré dans le corindon. Nous supposons

donc, comme dans le quartz, que le terme d'électrostriction, plus faible que le terme de MAXWELL-FARADAY peut être négligé par rapport à $\epsilon_r(\epsilon_r - 1)$. La vérification de la formule rappelée ci-dessus nécessite la mesure du champ électrique dans la cavité. Cette mesure a été effectuée en utilisant la méthode de perturbation décrite chapitre 3.5. Avec les résultats suivants $s(d_o) = 200 \text{ m}^{-1}$, $Q_o = 515$, $f_o = 930 \text{ MHz}$, $P_o = 50 \text{ W}$, $A = 2.10^{-5} \text{ m}^2$ nous avons obtenu $E_{f_1} = (4 \pm 1) 10^5 \text{ V/m}$

et $S_{2f_1}(0) = (0,8 \pm 0,2) 10^{-10}$

Ce résultat est à comparer à l'amplitude d'élongation mesurée $(3,5 \pm 1) 10^{-10}$. Les deux résultats obtenus par $S_{2f_1}(0)$ sont du même ordre de grandeur. La différence qui subsiste entre 1 le résultat théorique $0,8.10^{-10}$ et le résultat expérimental $3,5.10^{-10}$ doit provenir essentiellement de l'hypothèse simplificatrice qui a été faite en supposant que le champ électrique était uniforme sur la surface du cristal. Nous pensons, en particulier, que le champ électrique est plus intense au voisinage de la circonférence du cristal.

En conclusion, nous avons pu montrer, quantitativement qu'il y avait génération harmonique d'ondes acoustiques par tension de radiation sur la surface d'un cristal non piézoélectrique soumis à un champ électrique HF. Cette transformation électromécanique, bien que caractérisée par un rendement très faible, est intéressante à étudier car elle présente l'avantage d'être générale.

4.3. INTERACTIONS ENTRE ONDES ACOUSTIQUES LONGITUDINALES COLINEAIRES SUIVANT LA DIRECTION (100) DU QUARTZ.

Lorsque deux ondes acoustiques colinéaires sont excitées simultanément suivant la direction (100) du quartz, elles interagissent à la fois sur la surface du cristal au cours de la génération des ondes acoustiques et

dans le volume au cours de leur propagation. Ces deux effets ne peuvent être différenciés à partir de la courbe représentant la puissance acoustique détectée pour chaque "écho" en fonction de la distance parcourue dans le cristal, car l'amplitude des ondes de fréquences $2f_1$, $2f_2$, $f_2 \pm f_1$ produites par effet anharmonique dans la propagation des ondes acoustiques s'annule après chaque aller-retour effectué dans le cristal. L'interaction en volume ne se manifeste donc pas par une diminution de l'atténuation apparente des "échos détectés". La seule façon de séparer les non-linéarités électromécaniques des non-linéarités mécaniques est d'étudier l'interaction entre ondes acoustiques en fonction de la fréquence des ondes qui interagissent et de la longueur du cristal étudié. Les résultats obtenus dans les chapitres 2.5.4. et 2.7. montrent en effet l'amplitude d'élongation des ondes acoustiques produites aux fréquences $2f_1$, $2f_2$, $f_2 \pm f_1$ augmente linéairement avec la fréquence et la longueur du cristal lorsqu'elles sont produites par effets anharmoniques dans la propagation. Par contre, elle est indépendante de la fréquence et de la longueur du cristal si l'interaction mise en évidence est d'origine électromécanique.

Pour mettre ces effets en évidence nous avons détecté la puissance acoustique transportée par les ondes de fréquences $2f_1$, $f_2 - f_1$ après un aller dans chaque cristal de quartz étudié. Les fréquences des ondes fondamentales en interaction étaient voisines de 1 GHz pour f_1 et 3 GHz pour f_2 de sorte que les ondes de fréquences $2f_1$ et $f_2 - f_1$ ont pu être détectées avec la même cavité de fréquence variable autour de 2 GHz. Les expériences réalisées sur des cristaux de longueurs différentes nous ont permis de montrer que la génération harmonique d'ondes acoustiques suivant la direction (100) du quartz est indépendante de la longueur du cristal, par contre les effets de l'interaction entre ondes acoustiques colinéaires de fréquences différentes semblent augmenter avec la longueur du cristal. Les résultats obtenus sur la génération harmonique d'ondes acoustiques ont pu être comparés avec ceux de P.H. CARR qui a réalisé le doublage de fréquence 4,5 GHz - 9 GHz

dans une coupe X de quartz à la température de l'hélium liquide (7). L'ensemble des résultats obtenus sur une coupe X de quartz montre que la génération harmonique d'ondes acoustiques semble croître linéairement avec la fréquence de l'onde fondamentale. Ces effets semblent être provoqués par une interaction d'origine purement mécanique. L'interaction entre ondes acoustiques colinéaires distinctes semble résulter de mécanismes d'interaction différents. Un essai d'interprétation est proposé.

1) Méthode expérimentale

Les ondes acoustiques sont produites sur la surface de barreaux de quartz coupe (100) de diamètre 3 et 6mm, placés dans la région de champ intense d'une cavité résonnante (Fig. 3). La cavité émettrice peut être excitée simultanément sur ses 2 premières fréquences de résonance par des impulsions électromagnétiques de forte puissance. Les ondes de fréquences $2f_1$ et $f_2 - f_1$ sont détectées après traversée du cristal dans une autre cavité de fréquence variable contenant l'autre extrémité du cristal. Les ondes acoustiques fondamentales de fréquences f_1 et f_2 sont détectées après réflexion dans la cavité émettrice. En mesurant la puissance électromagnétique utilisée pour exciter la cavité aux différentes fréquences et la puissance acoustique détectée pour chaque "écho", nous avons pu calculer la perte de conversion électromécanique des systèmes transducteurs aux fréquences f_1 , f_2 , $2f_1$, $f_2 - f_1$. Elles sont de l'ordre de - 32 db dans la gamme de fréquences comprises entre 1 et 3 GHz. Sur les figures 10 a et b nous présentons les "échos acoustiques" détectés aux fréquences $2f_1$. **A** la décroissance exponentielle attendue se superpose un battement dû aux effets d'interférence dans la propagation des ondes acoustiques. Cette modulation complique l'étude de la propagation dans le cristal puisque la puissance électromagnétique détectée pour chaque "écho" n'est pas proportionnelle à la puissance acoustique incidente. Pour tenir compte de cet effet aux fréquences à détecter nous avons produit et détecté à ces mêmes fréquences des ondes acoustiques par effet piézoélectrique linéaire dans la cavité détectrice fig. 10b.

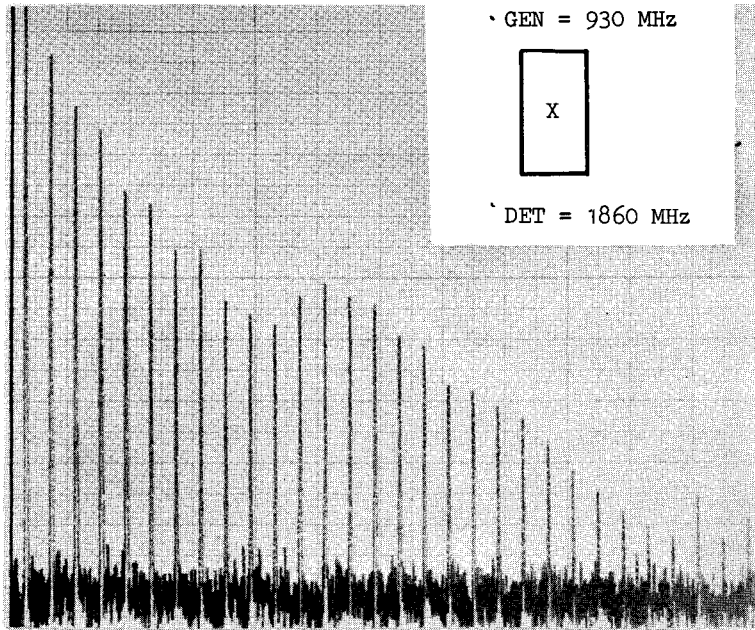


Figure 10 a - Echos acoustiques produits par effets non linéaires dans l'excitation et la propagation d'une onde acoustique de fréquences 930 MHz.

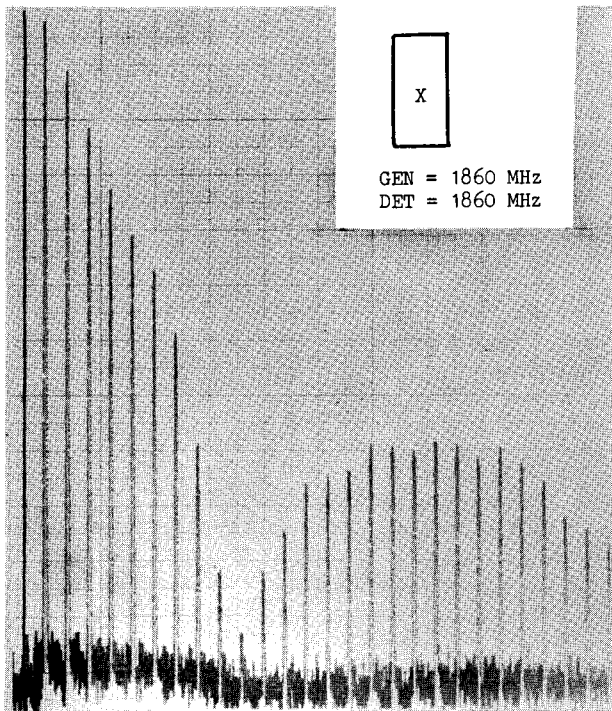


Figure 10 b - Echos acoustiques de fréquence 1860 MHz produits et détectés par effet piézoélectrique linéaire.

Nous pouvons ainsi calculer la perte de conversion électromécanique du système de détection et nous obtenons un système "d'échos de mesure" dont l'amplitude est modulée par des effets d'interférence dans la propagation des ondes acoustiques. Ce système d'échos peut être utilisé pour étudier la propagation des ondes produites par effet non linéaire dans le milieu (indépendamment des effets d'interférence dans la propagation des ondes acoustiques). Il suffit pour cela de comparer la courbe des "échos détectés" à la courbe joignant les "échos de mesure" produits à la même fréquence par effet piézoélectrique linéaire.

2) Résultats expérimentaux

Nous avons réalisé nos premières expériences d'interaction entre ondes acoustiques sur un cristal de quartz coupe X de diamètre 6mm et longueur 13mm. Afin de pouvoir reproduire ces expériences en plus haute fréquence, nous avons ensuite utilisé des quartz de diamètre 3mm qui sont plus adaptés aux dimensions des cavités résonnant au voisinage de 10 GHz. Nous présenterons d'abord en détail les résultats obtenus sur le quartz de diamètre 6mm. L'ensemble des résultats expérimentaux obtenus en utilisant la même méthode sera ensuite reporté dans le tableau 4.

Génération harmonique d'ondes acoustiques

Sur la figure 11 nous représentons les puissances acoustiques mesurées pour les "échos" de fréquence f_1 et $2f_1$ en fonction du nombre aller-retour effectués dans le cristal. La référence 0db correspond à une puissance acoustique de $0,45 \cdot 10^{-6}$ W à la fréquence $2f_1$. (L'amplitude d'élongation est de $7,8 \cdot 10^{-5}$). La puissance acoustique fondamentale correspondante est de 10,3 mW. Sur le même graphique sont également représentés les "échos" acoustiques produits par effet piézoélectrique linéaire aux fréquences $f_1 = 930$ MHz et $2f_1 = 1860$ MHz. Ces courbes nous ont permis de calculer les pertes de conversion électromécaniques aux fréquences fondamentales et harmoniques ainsi que les libres parcours moyens (à partir de la décroissance des échos

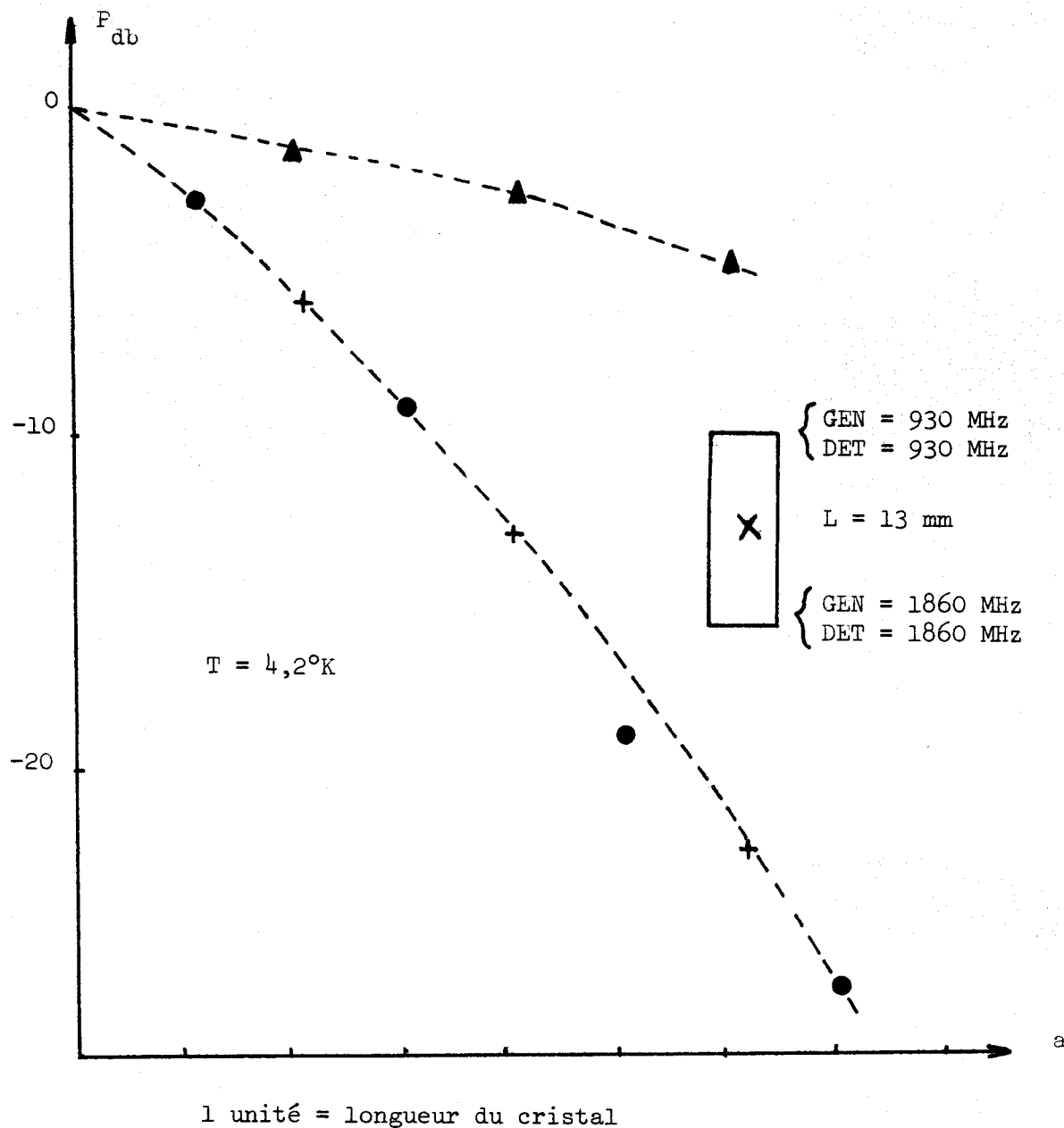


Figure 11 - Génération de la 2ème harmonique d'une onde acoustique longitudinale dans le quartz coupe X.

Les puissances acoustiques en db sous $0,45 \cdot 10^{-6}$ W sont représentées en fonction de la distance parcourue dans le cristal

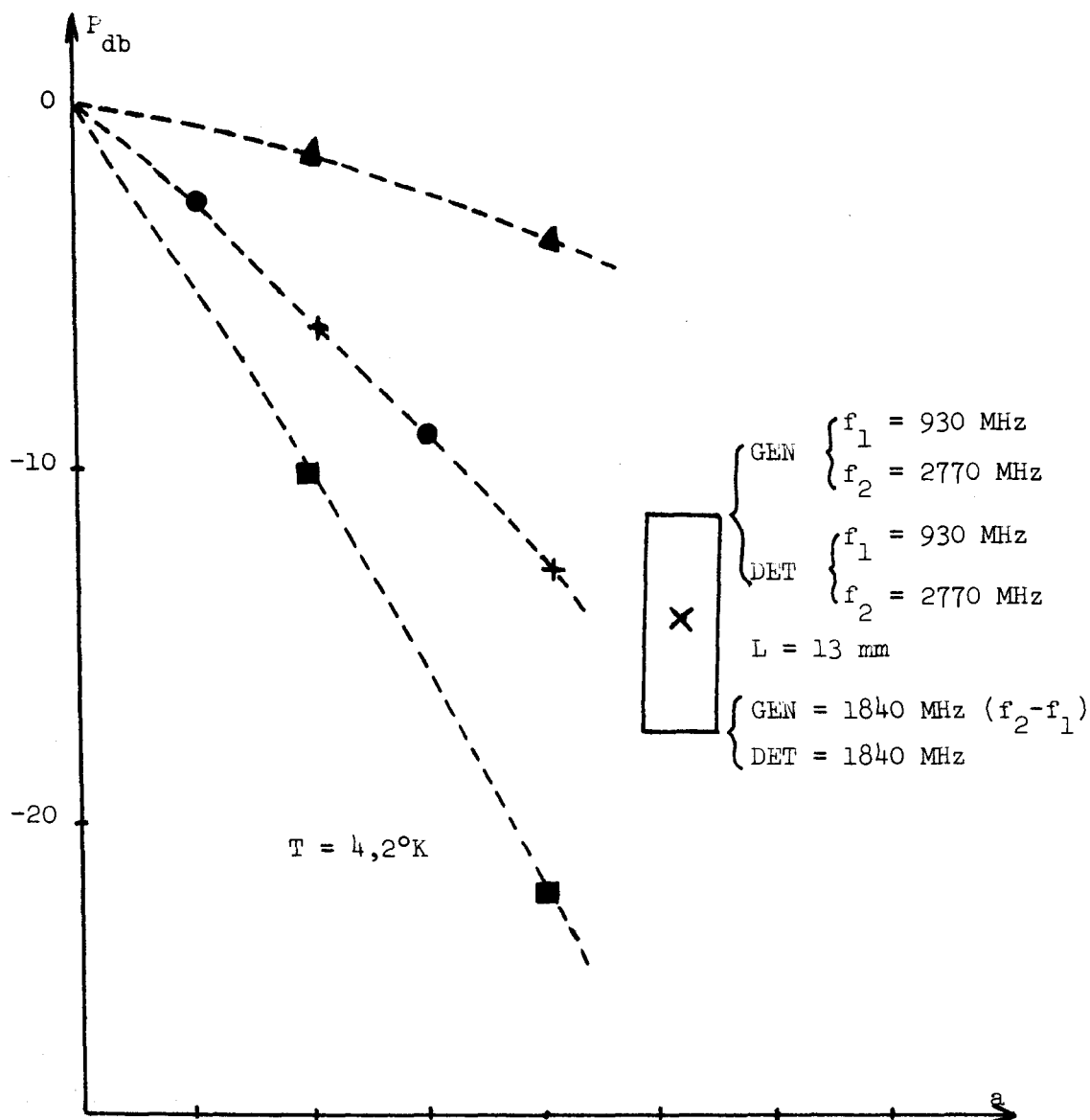
- Echos acoustiques produits par effets non linéaires dans l'excitation et la propagation d'une onde de fréquence 930 MHz (détectés dans la cavité résonnant à 1860 MHz)
- + Echos de mesure produits et détectés par effet piezoélectrique linéaire dans la cavité résonnant à 1860 MHz
- ▲ Echos acoustiques de fréquence 930 MHz produits et détectés par effet piezoélectrique linéaire dans la cavité émettrice.

acoustiques). En excitant un nombre maximum "d'échos", nous avons mesuré des libres parcours moyens de 57 ± 20 cm et 42 ± 10 cm aux fréquences fondamentales et harmoniques. La courbe joignant les "échos" produits à la fréquence 1860 MHz par effets non linéaires à partir d'une source de fréquence 930 MHz est confondue avec la courbe joignant les échos de mesure produits à 1860 MHz par effet piézoélectrique linéaire. L'onde acoustique longitudinale produite par effet non linéaire à la fréquence $2f_1$ ne subit donc pas d'amplification appréciable sur plusieurs aller-retour effectués dans le cristal.

Interaction entre ondes longitudinales colinéaires de fréquences f_1 et f_2 .

Sur la figure 12 nous représentons les puissances acoustiques détectées aux fréquences f_1 , f_2 , $f_2 - f_1$ en fonction du nombre d'aller-retour effectués dans le cristal. La référence 0db correspond à une puissance acoustique de $35,5 \cdot 10^{-9}$ W à la fréquence $f_2 - f_1$ ou une amplitude d'élongation de $7 \cdot 10^{-7}$. Cette puissance acoustique est produite par interaction entre ondes acoustiques fondamentales de puissances 10,7 mW et 234,4 mW aux fréquences 2770 MHz et 930 MHz. Comme dans les expériences de génération harmonique d'ondes acoustiques, les "échos" de fréquence $f_2 - f_1$ produits par effet non linéaire dans la propagation des ondes acoustiques se répartissent sur la courbe joignant les "échos" de même fréquence produits par effet piézoélectrique linéaire. Il n'y a donc pas d'amplification appréciable à la fréquence $f_2 - f_1$ après plusieurs aller-retour dans le cristal. En excitant un nombre maximum d'"échos" aux fréquences f_1 , f_2 , $f_2 - f_1$, nous avons pu mesurer des libres parcours moyens de 57 ± 20 cm, 33 ± 8 cm, 42 ± 10 cm à ces différentes fréquences.

Connaissant l'ordonnée à l'origine des courbes joignant "les échos" acoustiques détectés aux différentes fréquences, nous avons pu calculer les puissances acoustiques transportées par les ondes qui interagissent dans le cristal. Les rapports P_{2f_1} et $P_{f_2 - f_1} / P_{f_1} P_{f_2}$ qui interviennent dans les résultats théoriques ont pu être évalués.



1 unité = longueur du cristal

Figure 12 - Interaction entre ondes acoustiques longitudinales collinéaires dans le quartz coupe X.

Les puissances acoustiques en db sous $35,5 \cdot 10^{-9} \text{ W}$ sont représentées en fonction de la distance parcourue dans le cristal.

- Echos acoustiques de fréquence $f_2 - f_1 = 1840 \text{ MHz}$ produits par effets non linéaires dans l'excitation et la propagation des ondes fondamentales de fréquences f_1 et f_2 (détectés dans la cavité résonnant à 1840 MHz).
- + Echos de mesure produits et détectés par effet piezoélectrique linéaire dans la cavité résonnant à 1840 MHz.
- (▲) Echos acoustiques de fréquences 2770 MHz et 930 MHz produits et détectés par effet piezoélectrique linéaire dans la cavité émettrice.

Avec $f_1 = 930$ MHz, $f_2 = 2770$ MHz $f_3 = 1840$ MHz, nous avons obtenu $P_{2f_1}/P_{f_1}^2 = 0,36 \cdot 10^{-2} \text{ W}^{-1}$ et $P_{f_2-f_1}/P_{f_1} P_{f_2} = 0,16 \cdot 10^{-4} \text{ W}^{-1}$ à la température de l'hélium liquide. Ces relations font apparaître le caractère non linéaire des interactions mises en évidence. Les résultats peuvent être utilisés pour calculer les rapports d'amplitude d'élongation qui interviennent dans les résultats théoriques (équations 2.7.1. et 2). Nous utilisons pour cela la relation 2.3.4.

Les résultats obtenus $S_{2f_1}/S_{f_1}^2 = (0,5 \pm 0,1) \cdot 10^4$ et $S_{f_2-f_1}/S_{f_1} S_{f_2} = (0,3 \pm 0,1) \cdot 10^2$ montrent que l'interaction entre ondes acoustiques colinéaires distinctes suivant la direction (100) du quartz est beaucoup plus faible que l'interaction d'une onde acoustique avec elle-même pour former l'harmonique 2. Ce résultat sera difficile à interpréter puisque ces interactions ont théoriquement des intensités sensiblement égales.

En reproduisant ces expériences sur les barreaux de longueurs différentes, nous avons pu étudier la variation des rapports $S_{2f_1}/S_{f_1}^2$ et $S_{f_2-f_1}/S_{f_1} S_{f_2}$ avec la longueur des cristaux étudiés. Les résultats expérimentaux présentés dans le tableau 4 nous ont permis de mettre en évidence une différence fondamentale entre l'interaction d'une onde acoustique avec elle-même pour former l'harmonique 2 et l'interaction de deux ondes acoustiques colinéaires de fréquences différentes. L'amplitude d'élongation produite à la fréquence $2f_1$ est indépendante de la distance parcourue dans le cristal alors que l'amplitude d'élongation produite à la fréquence $f_2 - f_1$ dépend de la longueur du cristal. Nous retrouvons les résultats expérimentaux de P.H. CARR sur la génération harmonique d'ondes acoustiques. La comparaison quantitative de nos résultats avec ceux qui ont été obtenus à 1,2 et 4,5 GHz (tableau 4) montre que le rapport $S_{2f_1}/S_{f_1}^2$ varie linéairement avec la fréquence de l'onde

TABLEAU 4

Variation des rapports $S_{2f_1}/S_{f_1}^2$ et $S_{f_2-f_1}/S_{f_1} S_{f_2}$ avec la fréquence des ondes acoustiques et la longueur des cristaux de quartz coupe X utilisés.

Dimension des cristaux en mm	Mesuré $f_1 = 0,93 \text{ GHz}$ $S_{2f_1}/S_{f_1}^2 \times 10^4$	$S_{f_2-f_1}/S_{f_1} S_{f_2} \times 10^2$	Littérature (a) 1,2 GHz $S_{2f_1}/S_{f_1}^2 \times 10^4$ 4,5 GHz
$\phi = 6$ L = 13	$0,5 \pm 0,1$	$3 \pm 0,5$	$0,87 \pm 0,1$; $4,4 \pm 0,1$
$\phi = 3$ L = 20	$0,4 \pm 0,1$	$4,2 \pm 0,6$	
$\phi = 3$ L = 30	$0,5 \pm 0,1$	$7,4 \pm 0,8$	$0,77 \pm 0,1$ (b) ; $1,7 \pm 0,4$

(a) Réf. (28)

(b) la longueur du cristal était de 31 mm.

fondamentale (28). Cette dépendance en fréquence qui caractérise une interaction en volume est difficile à concilier avec les résultats obtenus sur des cristaux de longueurs différentes qui semblent montrer que la génération harmonique d'ondes acoustiques est localisée sur la surface du cristal.

3) Interprétation

Pour interpréter ces résultats nous avons utilisé les résultats du chapitre 2.7. Lorsque deux ondes acoustiques de fréquences f_1 et f_2 sont excitées simultanément suivant la direction (100) du quartz, les amplitudes d'élongation produites aux fréquences $2f_1$ et $f_2 - f_1$ sont liées aux amplitudes d'élongation fondamentales par les relations :

$$(S_{2f_1}(L)/S_{f_1}^2)^2 = \left(\frac{\Gamma}{4} k_1 L\right)^2 + (S_{2f_1}(o)/S_{f_1}^2)^2$$

$$(S_{f_2-f_1}(L)/S_{f_1} S_{f_2})^2 = \left(\frac{\Gamma}{4} (k_2 - k_1) L\right)^2 + (S_{f_2-f_1}(o)/S_{f_1} S_{f_2})^2$$

Γ est la constante de couplage suivant la direction (100) du quartz.

Evaluons l'importance relative des deux termes qui interviennent dans les expressions rappelées ci-dessus.

Le terme $S_{2f_1}(o)/S_{f_1}^2$ représente les effets non linéaires dans la génération des ondes acoustiques. Les coefficients qui interviennent dans l'expression de l'amplitude d'élongation produite sur la surface du cristal (équation 2.5.12) ont été calculés (28) à partir des coefficients élasto et électrooptiques. Les résultats sont les suivants :

$$\epsilon_{111} = 10^{-22} \text{ Cb.V}^{-2}, d_{111} = 3.10^{-11} \text{ C/Vm}; f_{111} = 94. \text{Cm}^{-2}$$

En prenant $\epsilon_r = 4,5$ il est facile de montrer que la tension de radiation est la cause principale des interactions électromécaniques sur la surface du cristal. En portant ces valeurs numériques dans l'équation (2.5.12) nous obtenons : $S_{2f_1}^{(e)}/S_{2f_1}^2 = 88$.

La valeur ainsi calculée est beaucoup plus faible que la valeur expérimentale $S_{2f_1}^{(L)}/S_{f_1}^2 = 0,5 \cdot 10^4$. La génération harmonique d'ondes acoustiques qui semble localisée sur la surface du cristal (puisque elle est indépendante de la longueur) ne peut être due à des interactions d'origine électromécaniques.

Nous avons ensuite évalué le terme représentant la génération harmonique d'ondes acoustiques par effets anharmoniques au cours de la propagation. ($\frac{\Gamma k_1}{4} L$) Le coefficient de couplage Γ a été calculé à partir de la constante élastique du 3ème ordre C_{111} mesurée aux fréquences ultrasoniques à la température ambiante. Avec $C_{11}^{D111} = 0,87 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$, $C_{111} = -2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}$ nous obtenons $\Gamma = 0,6$ pour la valeur du coefficient de couplage entre ondes acoustiques à la température ambiante. Nous obtenons alors pour le cristal de longueur 13mm $\Gamma k_1 L/4 = 2,1 \cdot 10^3$.

Le résultat obtenu est proche du résultat expérimental ($0,5 \cdot 10^4$) mais ne permet pas d'attribuer la génération harmonique d'ondes acoustiques à une interaction dans le volume du cristal puisque les effets observés sont indépendants de la longueur des cristaux étudiés.

Les résultats expérimentaux actuels semblent montrer que la génération harmonique d'ondes acoustiques est due à une interaction de l'onde fondamentale avec elle-même localisée sur la surface du cristal où sont produites les ondes acoustiques. Il a été montré (71) que la puissance acoustique produite à la fréquence $2f_1$ pouvait varier de 15db lorsque la surface du cristal est traitée à l'acide avant le polissage final. Le traitement consiste à dissoudre la zone superficielle qui est fortement perturbée par

le travail des cristaux avant polissage. Les résultats obtenus sont à rapprocher de ceux de HIKATA et al. (72) qui ont mis en évidence le rôle important des dislocations sur la génération harmonique d'ondes acoustiques. ^{L'interaction} observée dans une coupe X de quartz ne peut être attribuée aux mécanismes d'interaction étudiés dans le chapitre 2.5. Il semble que les phénomènes d'interactions étudiés soient masqués par la présence de très importants phénomènes anharmoniques liés principalement aux dislocations et contraintes résiduelles sur la surface des cristaux.

Par contre, l'interaction entre ondes acoustiques distinctes semble être due à une interaction entre ondes acoustiques se propageant simultanément suivant la direction (100) du quartz (le rapport $S_{f_2-f_1} / S_{f_1} S_{f_2}$ augmente avec la longueur du cristal.)

A partir des résultats expérimentaux, nous avons calculé la valeur effective du coefficient du couplage entre ondes acoustiques à la température de l'hélium liquide. La valeur ainsi calculée (0,05) est beaucoup plus faible que la valeur théorique 0,6 calculée en utilisant la constante élastique du 3^o ordre mesurée à la température ambiante aux fréquences ultrasoniques (85). Cette diminution de la constante de couplage entre ondes acoustiques peut être attribuée à une variation en température des constantes du 3^{ème} ordre qui n'a pas été étudiée à notre connaissance. Une variation en fréquence de la constante Γ qui pourrait être également envisagée semble peu probable dans la gamme de fréquences comprise entre 1 et 3 GHz (73). En prenant $\Gamma = 0,05$, il est facile de voir que les non linéarités mécaniques et électromécaniques du milieu ont des effets sensiblement équivalents. Pour le quartz de longueur 13mm nous obtenons $\frac{\Gamma}{4} (k_2 - k_1) L = 3,7 \cdot 10^2$ pour l'interaction en volume et $S_{f_2-f_1}^{(o)} / S_{f_1} S_{f_2} = 1,7 \cdot 10^2$ pour l'interaction électromécanique sur la surface du cristal.

Ces résultats peuvent être utilisés pour calculer l'importance relative des effets anharmoniques dans la propagation des ondes acoustiques par rapport aux autres interactions qui se manifestent dans le cristal.

Il suffit pour cela d'évaluer le rapport suivant : (obtenu à partir de l'expression 2.7 ~~2~~)

$$\frac{S_{f_2-f_1}(L)/S_{f_1} S_{f_2}}{\frac{\Gamma}{4}(k_2-k_1)L} = \left[1 + \frac{S_{f_2-f_1}^2(0)/S_{f_1}^2 S_{f_2}^2}{\left(\frac{\Gamma}{4}(k_2-k_1)L\right)^2} \right]^{1/2}$$

Ce rapport varie fortement avec la constante de couplage entre ondes acoustiques. Il vaut 1,15 avec $\Gamma = 0,05$. Nous avons mesuré ce rapport en réalisant les expériences dans lesquelles les ondes acoustiques fondamentales ne sont pas excitées simultanément (expériences avec excitation des ondes acoustiques de fréquences f_1 et f_2 non synchrones) nous éliminons ainsi l'interaction entre champs électriques appliqués simultanément sur la surface du cristal. Cette interaction étant prépondérante sur la surface du cristal, (le terme proportionnel à $\epsilon_r(\epsilon_r-1)$ est prépondérant dans l'expression 2.5.12), nous pouvons considérer en première approximation qu'il n'y a plus d'interactions électromécaniques sur la surface du cristal. Nous pouvons encore observer l'interaction entre ondes acoustiques de fréquences f_1 et f_2 en retardant l'une par rapport à l'autre l'excitation des impulsions de fréquences f_1 et f_2 d'une durée égale à un multiple du temps d'un trajet aller-retour dans le cristal. L'interaction observée est alors due aux effets non-linéaires dans la propagation des ondes acoustiques.

Le rapport :

$$\frac{S_{f_2-f_1}/S_{f_1} S_{f_2} \mid (f_1, f_2 \text{ synchrones})}{S_{f_2-f_1}/S_{f_1} S_{f_2} \mid (f_1, f_2 \text{ non synchrones})}$$

est une mesure de l'importance relative de l'influence des non-linéarités électromécaniques et mécaniques sur l'interaction des ondes acoustiques excitées dans un cristal piézoélectrique. Le numérateur (f_1 et f_2 synchrones) dépend que des non-linéarités en volume (en première approximation).

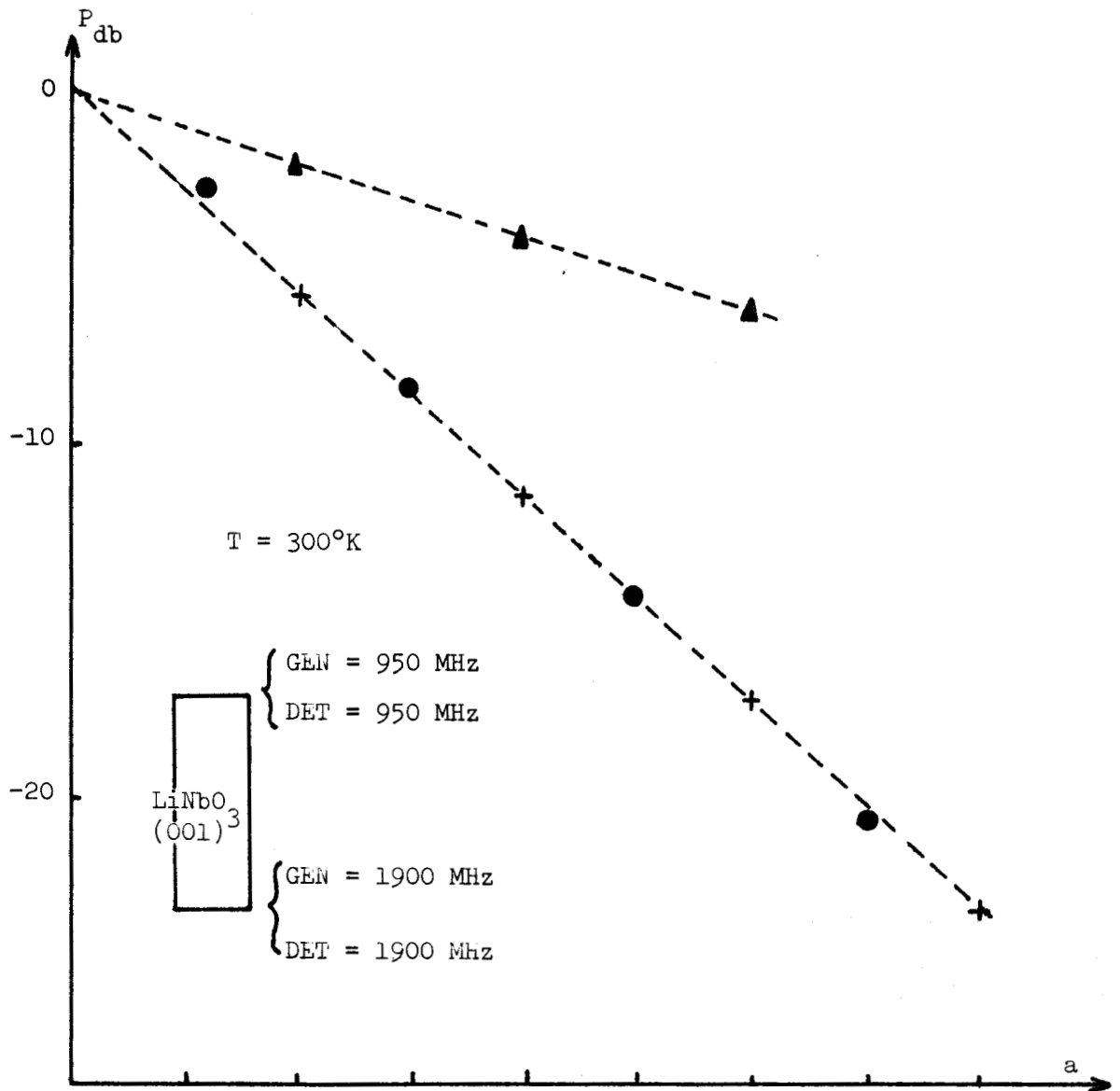
Dans le quartz de longueur 13mm, nous avons obtenu la valeur $1,4 \pm 0,5$. L'interaction entre deux ondes acoustiques distinctes se propageant suivant la direction (100) du quartz est surtout due aux non-linéarités mécaniques du milieu, mais l'erreur expérimentale est trop importante pour chiffrer exactement les influences respectives des non-linéarités mécaniques et électromécaniques.

4.4 - INTERACTIONS ENTRE ONDES ACOUSTIQUES LONGITUDINALES COLINEAIRES SUIVANT LA DIRECTION (001) DE LiNbO_3

Dans LiNbO_3 , l'atténuation des ondes acoustiques est beaucoup plus faible que dans le quartz (0,3 db/cm au lieu de 3,5 db/cm à 1 GHz à la température ambiante). Nous avons donc pu mettre en évidence l'interaction entre ondes acoustiques dans une gamme de température allant de 4,2 à 300°K. Les premiers résultats expérimentaux ont été obtenus sur un échantillon de forme parallélépipédique. Dans ce cas, la section droite du faisceau acoustique est difficile à définir puisque l'électrode d'excitation et l'échantillon étudiés ont des sections droites géométriquement différentes. Nous avons obtenu des résultats précis et reproductibles en utilisant une électrode de diamètre faible vis à vis des dimensions latérales de l'échantillon étudié.

1) Résultats expérimentaux

Sur la figure 13 nous présentons la courbe joignant la puissance acoustique détectée pour chaque écho aux fréquences fondamentales et harmoniques en fonction du nombre d'aller-retour effectués dans le cristal de



1 unité = longueur du cristal

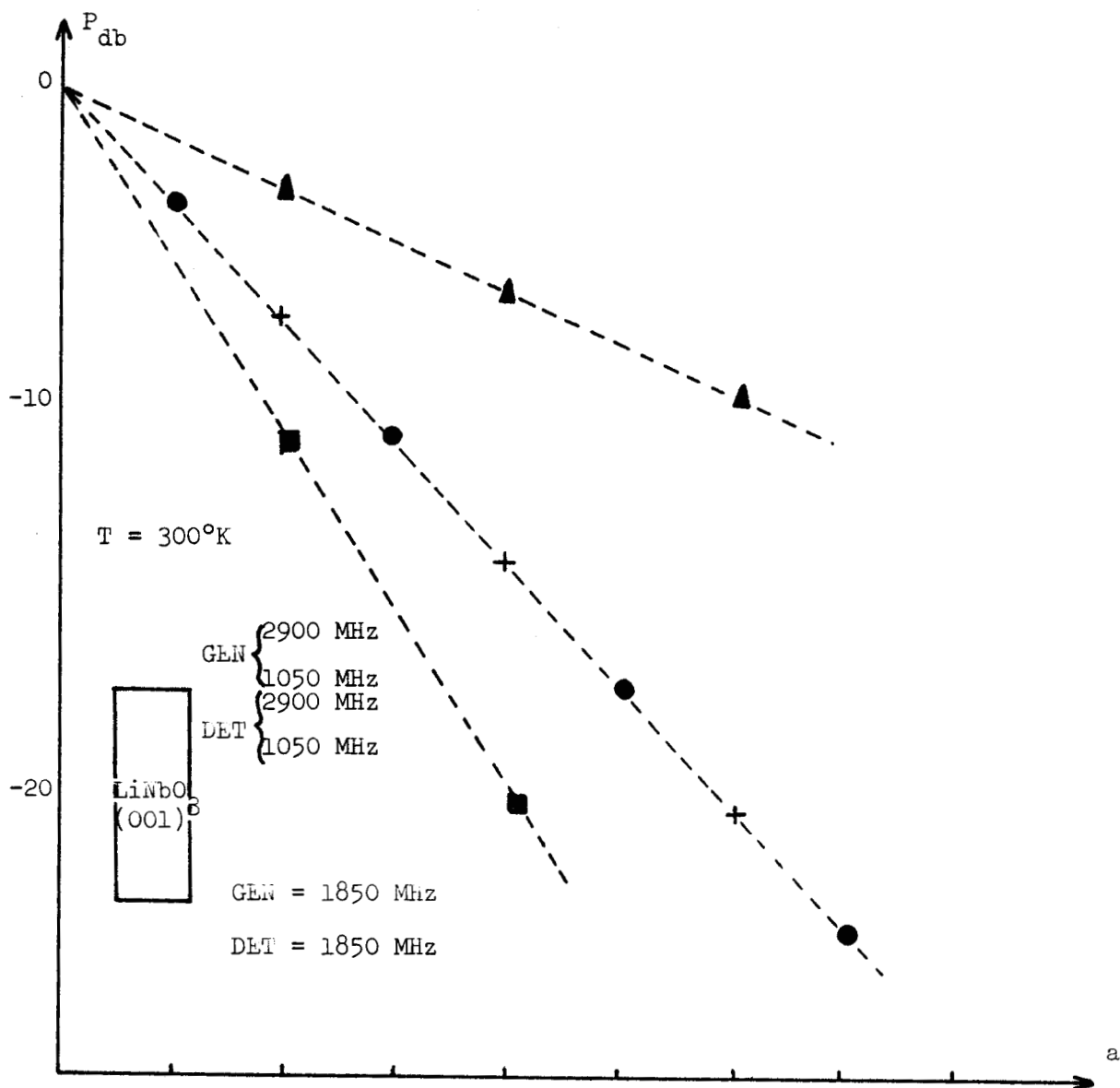
Figure 13 - Génération de la 2ème harmonique d'une onde acoustique longitudinale dans $LiNbO_3$ coupe (001)

Les puissances acoustiques en db sous $0,14 \cdot 10^{-6} W$ sont représentées en fonction de la distance parcourue dans le cristal.

- Echos acoustiques de fréquence 1900 MHz produits par effet non linéaire à partir de l'onde fondamentale de fréquence 950 MHz détectés dans la cavité résonnant à 1900 MHz.
- † Echos de mesure produits et détectés dans la cavité résonnant à 1900 MHz.
- ▲ Echos acoustiques de fréquence 950 MHz produits et détectés dans la cavité émettrice.

dimensions 5 x 5 x 10mm. La référence 0 db correspond à une puissance acoustique de 0,15 mW à la fréquence $2f_1$. L'amplitude d'élongation correspondante est égale à 10^{-7} (l'amplitude d'élongation fondamentale est de $6,7 \cdot 10^{-6}$). Comme dans le cas du quartz, les "échos harmoniques" se répartissent sur la courbe des "échos de mesure". La puissance acoustique produite à la fréquence harmonique s'annule donc après chaque aller-retour effectué dans le cristal. Nous avons pu tracer des courbes semblables en étudiant l'interaction entre ondes acoustiques distinctes se propagent suivant la direction (100) de LiNbO_3 (Fig. 14). Les "échos" acoustiques de fréquence $f_2 - f_1$ produits par effet non linéaire dans le cristal se répartissent également sur la courbe joignant les échos de même fréquence produits par effet piézoélectrique linéaire. Il n'y a donc pas amplification sur plusieurs aller-retour dans le cristal. A partir de la pente de ces courbes, nous avons calculé les libres parcours moyens aux fréquences $f_1 = 1050$ MHz, $f_2 = 2900$ MHz, $f_3 = f_2 - f_1 = 1850$ MHz. Les résultats obtenus $l_1 = 5$ cm, $l_2 = 3$ cm, $l_3 = 1,7$ cm montrent que le libre parcours moyen est de l'ordre de grandeur de la longueur du cristal à 3 GHz. L'erreur sur les libres parcours moyens est très importante (40 %) car l'atténuation des ondes acoustiques est très importante pour les fréquences voisines de 3 GHz. Le libre parcours moyen des ondes acoustiques correspondantes n'a pu être évalué qu'à partir de la pente des premiers échos acoustiques.

Nous avons également utilisé les courbes 13 et 14 pour calculer la puissance acoustique transportée par chaque onde dans le cristal. Nous avons obtenu pour $P_{2f_1} / P_{f_1}^2$ et $P_{f_2 - f_1} / P_{f_1} P_{f_2}$ les valeurs $4,5 \cdot 10^{-4} \text{ W}^{-1}$ et $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ W}^{-1}$ qui restent constantes jusqu'à des puissances acoustiques de 4 W/cm^2 qui ont été produites dans le cristal. Les rapports d'amplitude d'élongation correspondants à ces résultats ont été calculés de la même façon que dans le paragraphe précédent. La variation des rapports $S_{2f_1} / S_{f_1}^2$ et $S_{f_2 - f_1} / S_{f_1} S_{f_2}$ avec la longueur du cristal apparaît dans le tableau 5 où sont groupés les résultats expérimentaux obtenus sur des cristaux de longueur 10 et 15mm.



1 unité = longueur du cristal

Figure 14 - Interaction entre ondes acoustiques longitudinales collinéaires dans LiNbO₃ coupe (001)

Les puissances acoustiques en db sous $40 \cdot 10^{-6}$ W sont représentées en fonction de la distance parcourue dans le cristal.

- Echos acoustiques de fréquence 1850 MHz produits par effets non linéaires dans la propagation des ondes acoustiques fondamentales détectées dans la cavité résonnant à 1850 MHz.
- + Echos de mesure produits et détectés dans la cavité résonnant à 1850 MHz
- ▲ ■ Echos acoustiques de fréquences 1050 et 2900 MHz produits et détectés dans la cavité émettrice.

Les résultats expérimentaux semblent montrer qu'il y a interaction dans le volume du cristal puisque les effets observés augmentent avec la longueur des cristaux étudiés. Notons également que le rapport obtenu à la fréquence $f_2 - f_1$ est double du rapport obtenu à la fréquence $2f_1$. Tous ces résultats sont cohérents et semblent montrer que les ondes acoustiques interagissent en se propageant suivant la direction (001) de LiNbO_3 .

Les effets observés à la température de l'hélium liquide montrent également que les ondes acoustiques interagissent en se propageant dans le cristal. En comparant les tableaux 5 (a) et (b), nous pouvons mettre en évidence une forte dépendance en température de la génération harmonique d'ondes acoustiques. La dépendance en température de l'interaction entre deux ondes acoustiques distinctes semble moins importante. Cette variation n'apparaît pas sur les expériences réalisées sur le barreau de longueur 10mm. Pour préciser cette dépendance en température nous avons étudié la génération harmonique d'ondes acoustiques à la température de l'azote liquide sur le barreau de dimensions 5 x 5 x 10. Le rapport $S_{2f_1} / S_{f_1}^2$ passe de $2,2 \cdot 10^3$ à la température ambiante à $1,3 \cdot 10^3$ à température de l'azote liquide. La variation de ce rapport entre la température ambiante et 80°K étant du même ordre de grandeur qu'entre 300° et $4,2^\circ\text{K}$, il semble que le rapport $S_{2f_1} / S_{f_1}^2$ varie surtout dans la gamme de température comprise entre 80 et 300°K .

2) Interprétations

Pour interpréter ces résultats, nous avons évalué l'importance relative des 2 termes qui interviennent dans la valeur des rapports $S_{2f_1} / S_{f_1}^2$ et $S_{f_2 - f_1} / S_{f_1} S_{f_2}$ (équations 2.7.1 et 2.7.2) Le premier exprime l'amplitude de déformation produite par effet non linéaire lors de la génération des ondes acoustiques. La deuxième tient compte l'interaction phonon-phonon à l'intérieur du cristal au cours de la propagation des ondes acoustiques.

TABLEAU 5

Variation des rapports $S_{2f_1}/S_{f_1}^2$ et $S_{f_2-f_1}/S_{f_1} S_{f_2}$ avec la longueur des cristaux de LiNbO_3 coupe (001) utilisés.

a) A la température ambiante

Dimensions de l'échantillon en mm.	$S_{2f_1}/S_{f_1}^2 \times 10^3$	$S_{f_2-f_1}/S_{f_1} S_{f_2} \times 10^3$
5 x 5 x 10	2,2 ± 0,3	4 ± 0,5
$\Phi = 3, L = 10$	1,8 ± 0,3	3,6 ± 0,5
$\Phi = 3, L = 15$	4,6 ± 0,5	7,4 ± 1

b) A la température de l'hélium liquide

Dimensions de l'échantillon en mm.	$S_{2f_1}/S_{f_1}^2 \times 10^3$	$S_{f_2-f_1}/S_{f_1} S_{f_2} \times 10^3$
$\Phi = 3, L = 10$	1 ± 0,1	3,9 ± 1
$\Phi = 3, L = 15$	2,6 ± 0,2	5,5 ± 1

Pour évaluer l'amplitude d'élongation produite au cours de la génération des ondes acoustiques, nous utilisons la valeur des constantes électrooptiques et élasto-optiques mesurées aux fréquences optiques (74) (75). A l'aide des résultats du paragraphe 2.5.2, nous pouvons calculer la valeur des coefficients qui interviennent dans l'équation 2.5.12 : $d_{333}/\epsilon_{33} = -1,62$ et $e_{33} \epsilon_{333}/\epsilon_{33} = -2,1$. Nous ne pouvons tenir compte du terme $2k^2 f_{333}/e_{33}$ qui est lié à l'effet acoustoélectrique ; aucune des données nécessaires au calcul n'est connue actuellement pour LiNbO_3 . Nous pensons cependant que ce terme est faible dans le cas des diélectriques (dans le quartz il est négligeable (28)). Tous calculs faits, nous obtenons $S_{2f_1}(o)/S_{f_1}^2 = 0,3 \cdot 10^3$ et $S_{f_2-f_1}/S_{f_1} S_{f_2} = 0,6 \cdot 10^3$.

En ce qui concerne la production d'hypersons en volume, elle a pour effet d'augmenter l'amplitude de déformation de chaque "écho" détecté des quantités

$$S_{2f_1} = \frac{\Gamma}{4} k_1 L S_{f_1}^2 \quad \text{à la fréquence } 2f_1$$

$$\text{et } S_{f_2-f_1} = \frac{\Gamma}{4} (k_2 - k_1) L S_{f_2} S_{f_1} \quad \text{à la fréquence } f_2 - f_1$$

Une valeur de Γ a été récemment publiée (10). On pourrait se demander s'il n'y a pas lieu, dans les conditions de l'expérience présente, d'ajouter à cette valeur publiée le terme $-e_{33}^2/\epsilon_{33} C_{33}^D$ qui permet de tenir compte de la tension de radiation. Après vérification, l'influence de ce terme, qui est de l'ordre de 10^{-2} semble négligeable devant $(2,6 \pm 0,4)$. Nous trouvons finalement par le calcul $S_{2f_1}/S_{f_1}^2 = (5,5 \pm 0,8) \cdot 10^3$ et $S_{f_2-f_1}/S_{f_1} S_{f_2} = (1,2 \pm 0,2) \cdot 10^3$ aux fréquences utilisées pour un cristal de longueur 10mm.

Ces résultats montrent que l'interaction dans le volume du cristal au cours de la propagation est la principale cause d'interaction entre ondes

acoustiques. Les valeurs calculées pour les rapports S_{2f_1}/S_{2f_1} et $S_{f_2-f_1}/S_{f_1} S_{f_2}$ sont du même ordre de grandeur que les résultats expérimentaux présentés dans le tableau 5 mais un facteur 3 subsiste entre les résultats théoriques et expérimentaux. Nous pouvons interpréter cette divergence en rappelant que la formule théorique utilisée s'applique au cas où les pertes sont nulles au cours de la propagation ; ceci n'est vérifié que lorsque la longueur du barreau est faible vis à vis des libres parcours moyens l_1, l_2, l_3 . Les résultats expérimentaux $l_1 = 5$ cm, $l_2 = 3$ cm, et $l_3 = 1,7$ cm montrent que l'approximation est légitime pour l'onde f_1 mais l'est moins pour les ondes f_2 et f_3 dans un cristal de longueur 1cm.

Lorsqu'on tient compte de l'atténuation en utilisant pour le barreau une longueur effective définie par la relation :

$$L_{\text{eff}} = \frac{\exp - L/l_3 - \exp - (1/l_1 + 1/l_2)L}{1/l_1 + 1/l_2 - 1/l_3}$$

Nous obtenons $L_{\text{eff}} = 5$ mm pour le barreau de longueur 10mm. Les valeurs théoriques des rapports d'élongation obtenus avec cette longueur effective sont présentés dans le tableau 6. (p. 115)

Nous pouvons constater un accord quantitatif entre les résultats théoriques et expérimentaux. L'interaction de 2 ondes acoustiques longitudinales se propageant suivant la direction (001) de LiNbO_3 peut donc être interprétée comme une conséquence des effets anharmoniques dans la propagation des hypersons. Nous avons pu confirmer cette hypothèse en retrouvant les ~~conclusions~~ précédentes dans des expériences où les ondes acoustiques fondamentales ne sont pas excitées simultanément. Nous n'avons pu calculer les valeurs théoriques à la température de l'hélium liquide puisque les constantes qui interviennent dans les expressions théoriques n'ont pas été mesurées dans cette gamme de température. Nous pouvons cependant obtenir des renseignements sur la variation en température des constantes élastiques du 3ème ordre.

L'interaction observée à basse température semble également due aux effets non linéaires dans la propagation des ondes acoustiques (tableau 5). La constante de couplage effective est donc plus faible qu'à la température ambiante. La réelle variation en température du couplage anharmonique entre ondes acoustiques est plus importante que celle qui apparaît dans le tableau 5 car le libre parcours moyen des ondes acoustiques est beaucoup plus important à la température de l'hélium liquide qu'à la température ambiante. La longueur effective à basse température est égale à la longueur réelle du cristal. Γ étant lié aux constantes élastiques du 2ème et 3ème ordre par la relation $\Gamma = 3 + C_{333}^D / C_{33}^D$, les résultats expérimentaux obtenus dans les expériences de génération harmonique d'ondes acoustiques semblent montrer que le rapport C_{333}^D / C_{33}^D varie lorsque la température passe 4 à 300°K. L'étude systématique de la dépendance en température des interactions étudiées nécessiterait une amélioration de la précision sur les mesures des puissances acoustiques.

4.5 - GENERATION DE LA 3ème HARMONIQUE SUIVANT LA DIRECTION (001) de LiNbO_3

Deux processus d'interaction peuvent être envisagés dans la génération de la 3ème harmonique d'une onde acoustique se propagent dans un cristal. Il y a d'une part, interaction entre 3 phonons fondamentaux pour produire un phonon à la fréquence $3f_1$. L'amplitude d'élongation ainsi produite à la fréquence $3f_1$ augmente linéairement avec la distance parcourue dans le cristal et s'exprime en fonction des constantes élastiques du 4ème ordre. Il y a d'autre part, interaction entre l'onde fondamentale et l'harmonique 2 pour produire l'harmonique 3. L'amplitude d'élongation produite à la fréquence $3f_1$ est proportionnelle au carré de la distance parcourue dans le cristal puisque l'amplitude d'élongation produite à la fréquence $2f_1$ est proportionnelle à la distance parcourue dans le cristal. Cette augmentation en a_1^2 de l'amplitude d'élongation ne peut être effective sur plusieurs aller-retour dans le

TABEAU 6

Comparaison des valeurs théoriques et expérimentales obtenues pour les rapports $S_{2f_1}/S_{f_1}^2$ et $S_{f_2-f_1}/S_{f_1}S_{f_2}$ dans les cristaux de LiNbO_3 coupe (001) utilisés.

Dimensions de l'échantillon en mm.	Mesuré		Calculé	
	$S_{2f_1}/S_{f_1}^2$	$S_{f_2-f_1}/S_{f_1}S_{f_2}$	$S_{2f_1}/S_{f_1}^2$	$S_{f_2-f_1}/S_{f_1}S_{f_2}$
$5 \times 5, L = 10$	$2,2 \pm 0,3$	$4 \pm 0,5$	$2,3 \pm 1$	6 ± 2
$\phi = 3, L = 10$	$1,8 \pm 0,3$	$3,6 \pm 0,5$	$2,3 \pm 1$	6 ± 2
$\phi = 3, L = 15$	$4,6 \pm 0,5$	$7,4 \pm 0,5$	$4,4 \pm 1$	$9 \pm 2,5$

TABEAU 7

Variation du rapport $S_{3f_1}/S_{f_1}^3$ avec la température et la longueur de l'échantillon étudié.

Dimensions de l'échantillon en mm.	$S_{3f_1}/S_{f_1}^3 \times 10^7$	
	$T = 4,2^\circ\text{K}$	$T = 300^\circ\text{K}$
$\phi = 3, L = 10$	$4,7 \pm 0,5$	$5,5 \pm 0,5$
$\phi = 3, L = 15$	$9,7 \pm 1$	11 ± 1

cristal puisque l'amplitude d'élongation à la fréquence $2f_1$ s'annule après chaque aller-retour dans le cristal. L'amplitude d'élongation produite à la fréquence $3f_1$ s'annulera donc également après chaque aller-retour dans le cristal. Afin de mettre cette interaction en évidence, nous avons réalisé les expériences sur des cristaux de longueur 10 et 15 mm. Les résultats obtenus à la température de l'hélium liquide semblent montrer que l'interaction entre l'onde acoustique fondamentale et l'harmonique 2 est prépondérante dans la génération de la 3ème harmonique.

Résultats expérimentaux

La méthode expérimentale utilisée pour mettre en évidence et mesurer la puissance acoustique produite à la fréquence $3f_1$ est identique à celle qui a été utilisée pour étudier l'interaction entre ondes acoustiques colinéaires. L'onde acoustique fondamentale est produite sur la surface du cristal placée dans une cavité résonnant au voisinage de 950 MHz. L'onde harmonique de fréquence $3f_1$ est détectée sur l'autre extrémité du cristal au moyen d'une cavité de fréquence variable résonnant au voisinage de 2850 MHz.

Les courbes joignant les sommets des échos produit par effet non linéaire et par effet piézoélectrique linéaire à la même fréquence peuvent être utilisées pour mettre en évidence une interaction à 3 phonons dans le volume du cristal. Nous avons vu chapitre 2.7 que l'effet de l'interaction entre 3 phonons fondamentaux pour former un phonon de fréquence $3f_1$ n'est pas détruit après un aller-retour effectué dans le cristal. L'atténuation apparente des échos acoustiques ainsi produits est donc plus faible que l'atténuation des ondes acoustiques produites à la même fréquence par effet piézoélectrique linéaire. Cette variation d'atténuation permet de mesurer le coefficient de couplage Γ_1 qui intervient dans l'interaction à 3 phonons suivant la direction (001) de LiNbO_3 . La variation d'atténuation est d'autant plus facile à mettre en évidence que le libre parcours moyen des ondes qui interagissent est grand vis à vis de la distance parcourue dans le cristal

La mesure se fera donc de préférence à basse température (la longueur du cristal est alors beaucoup plus petite que le libre parcours moyen des ondes qui interagissent). A partir des echos détectés, nous avons tracé les courbes joignant les puissances acoustiques détectées pour chaque "écho" en fonction du nombre d'aller-retour dans le cristal. Nous avons pu comparer les courbes obtenues en ajustant les ordonnées à l'origine à la même valeur. Les courbes sont confondues au début de la propagation et ne deviennent distinctes qu'à partir du 4ème "écho" (fig. 16). L'interaction entre 3 phonons fondamentaux colinéaires semble donc faible suivant la direction (001) de LiNbO_3 puisqu'elle n'a pu être mise en évidence dès le début de la propagation de l'onde fondamentale. La différence d'atténuation mise en évidence à partir du 4ème "écho" détecté est difficilement mesurable à cause des effets d'interférence dans la propagation des ondes acoustiques qui deviennent très importants lorsque la distance parcourue est grande par rapport à la longueur du cristal.

L'ordonnée à l'origine de la courbe des "échos harmoniques" permet de calculer la puissance acoustique produite par interaction électromécanique sur la surface du cristal et interaction entre les ondes de fréquences f_1 et $2f_1$ après traversée du cristal (l'effet de cette interaction s'annule après chaque aller-retour dans le cristal). Comme pour la génération harmonique d'ondes acoustiques nous avons d'abord calculé le rapport $P_{3f_1}(0)/P_{f_1}^3$ pour chaque échantillon étudié puis $S_{3f_1}/S_{f_1}^3$ en utilisant la relation 2.3¹⁴.

Dans le tableau 7 (page 115) nous présentons les résultats obtenus à la température de l'hélium liquide. Nous n'avons mis en évidence aucune variation en température du rapport $S_{3f_1}/S_{f_1}^3$ entre 4 et 300°K.

Les expériences réalisées à la température ambiante nous ont permis de distinguer dès le début de la propagation une différence d'atténuation apparente entre les "échos" acoustiques de fréquence $3f_1$ produits par effet

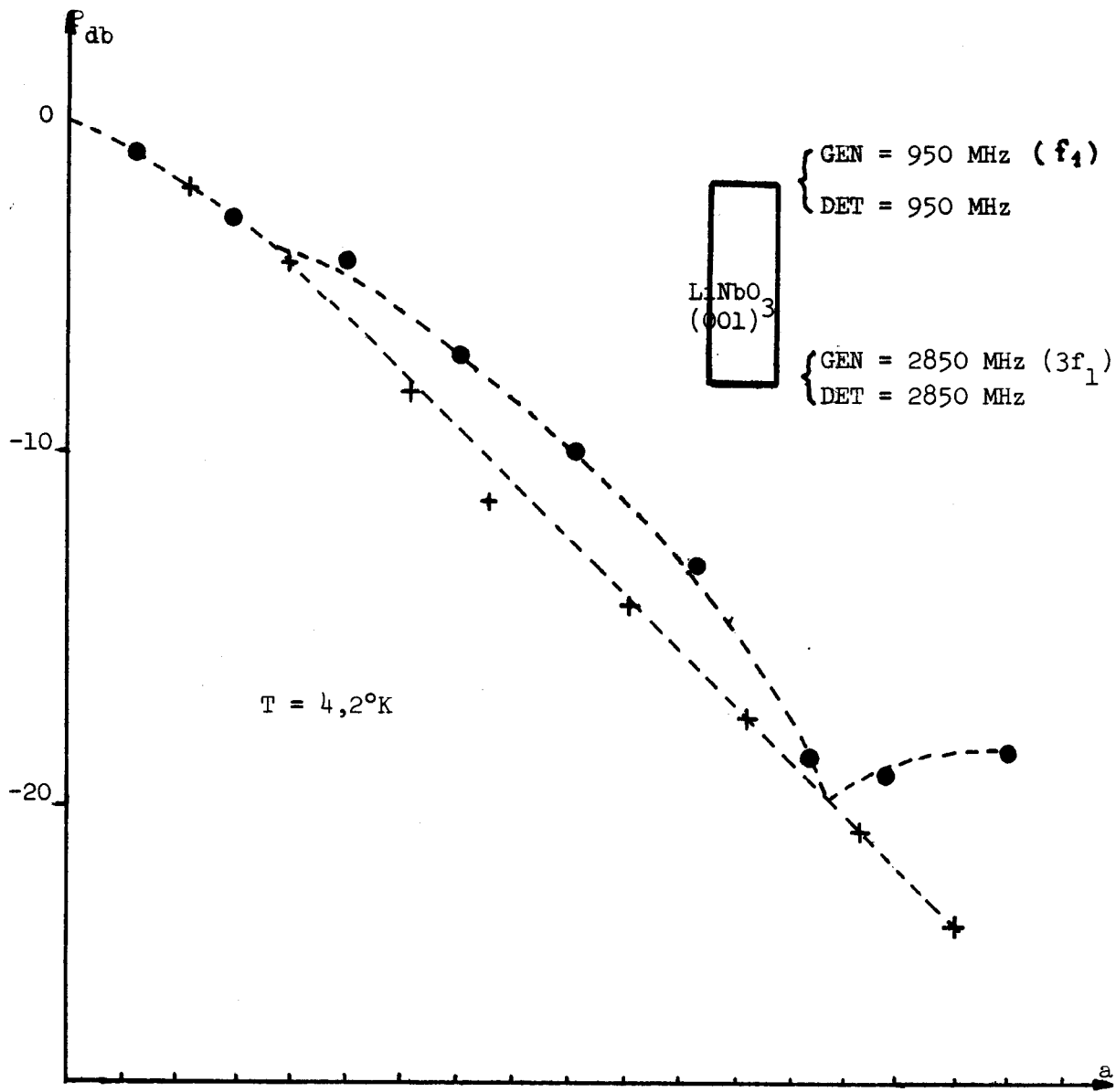


Figure 16 - Génération de la 3ème harmonique d'une onde acoustique longitudinale dans LiNbO_3 coupe (001).

Les puissances acoustiques en db sous $1,7 \cdot 10^{-6}$ W sont représentées en fonction de la distance parcourue dans le cristal.

- Echos harmoniques de fréquence 2850 MHz produits par effets non linéaires au cours de la propagation de l'onde fondamentale de fréquence 950 MHz détectés dans la cavité résonnant à 2850 MHz.
- + Echos de mesure de produits et détectés dans la cavité résonnant à 2850 MHz.

anharmonique dans le cristal et par effet piézoélectrique linéaire à la même fréquence. Il semble que le processus d'interaction entre 3 phonons fondamentaux de fréquence f_1 soit plus important qu'à la température de l'hélium liquide. Cette interaction est difficile à mettre en évidence et n'a pu être mesurée avec précision puisque le libre parcours des ondes acoustiques n'est que de 1,7 cm au voisinage de 3 GHz.

2) Interprétation

Pour donner une première interprétation des résultats obtenus, nous avons évalué l'importance du terme représentant l'interaction entre le fondamental et l'harmonique 2 qui intervient dans l'expression de S_{3f_1} (équation 2.5.24). Cette interaction provoque après traversée du cristal¹ une amplitude d'élongation égale à $\frac{3\Gamma^2}{32} S_{f_1}^3 k_1 L^2 / 12$.

Nous obtenons en tenant compte de cette seule interaction $S_{3f_1} / S_{f_1}^3 = 4,8 \cdot 10^7$ pour le cristal de longueur 10 mm et $4 \cdot 10^7$ pour le cristal de longueur 15 mm. Ces valeurs calculées sont proches des valeurs mesurées expérimentalement (tableau 7). La génération de la 3ème harmonique semble donc surtout due à l'interaction entre le fondamental et l'harmonique 2 au cours de la traversée du cristal. L'effet des non linéarités électromécaniques sur la surface du cristal semble donc beaucoup plus faible que les effets anharmoniques dans la propagation des ondes acoustiques. Le terme proportionnel à Γ_4 qui représente l'interaction du fondamental avec lui-même pour former l'harmonique 3 n'a pu être évalué puisque la constante élastique du 4ème ordre C_{1111}^D n'a pas été mesurée (à notre connaissance). Le coefficient Γ_4 semble faible à basse température puisque l'interaction à 3 phonons n'a pas été mise en évidence à la température de l'hélium liquide.

4.6 - RESULTATS OBTENUS DANS LA COUPE (100) DE LiNbO_3

Pour étudier l'interaction entre ondes acoustiques transversales nous avons utilisé la coupe (100) de LiNbO_3 . Cette coupe présente un grand

intérêt pratique. Elle permet d'exciter des ondes acoustiques transversales très puissantes car le facteur de couplage électromécanique k_{16} a une valeur très élevée (0,67). Les résultats expérimentaux obtenus nous ont montré que les propriétés électromécaniques des cristaux utilisés étaient très différentes de celles du composé stoechiométrique LiNbO_3 et variaient fortement d'un échantillon à l'autre. Ces variations semblent dues à une variation de la composition du cristal. Elles sont à rapprocher des variations de l'indice extraordinaire de réfraction et de la température de Curie qui ont été mises en évidence par ailleurs (79) (80).

Afin de mettre en évidence ces anomalies électromécaniques, rappelons d'abord les propriétés électromécaniques du composé stoechiométrique LiNbO_3 suivant la direction cristalline (100). Nous donnerons ensuite les résultats expérimentaux obtenus dans les cristaux de longueurs 10 et 15 mm. Un champ électrique appliqué suivant la direction (100) de LiNbO_3 excite deux ondes acoustiques transversales se propageant avec les vitesses $(4,95) \cdot 10^3$ et $(4,1) \cdot 10^3$ m/s. L'onde transversale rapide transporte une puissance acoustique beaucoup plus importante que l'onde transversale lente puisque les facteurs de couplage électromécaniques correspondant valent respectivement 0,67 et 0,07. L'onde longitudinale qui se propage suivant la direction (100) peut être excitée par un champ électrique parallèle à la surface du cristal. Le facteur de couplage électromécanique correspondant est de 0,27.

1) Résultats obtenus avec le cristal de LiNbO_3 coupe (100) de dimensions $\phi = 3$ mm $L = 15$ mm.

Pour étudier l'excitation et la propagation des ondes acoustiques, nous avons placé le cristal dans une cavité réentrante et avons mesuré le champ électrique appliqué sur le cristal en utilisant la méthode décrite dans le chapitre 3.5. Les échos détectés sont représentés après enregistrement sur la figure 17. L'enregistrement permet de mettre en évidence la propagation de 2 types d'ondes se propageant avec des vitesses différentes. Les vitesses de propagation $(6,6 \pm 1,5) \cdot 10^3$ et $(3,8 \pm 1) \cdot 10^3$ m/s ont été calculées à

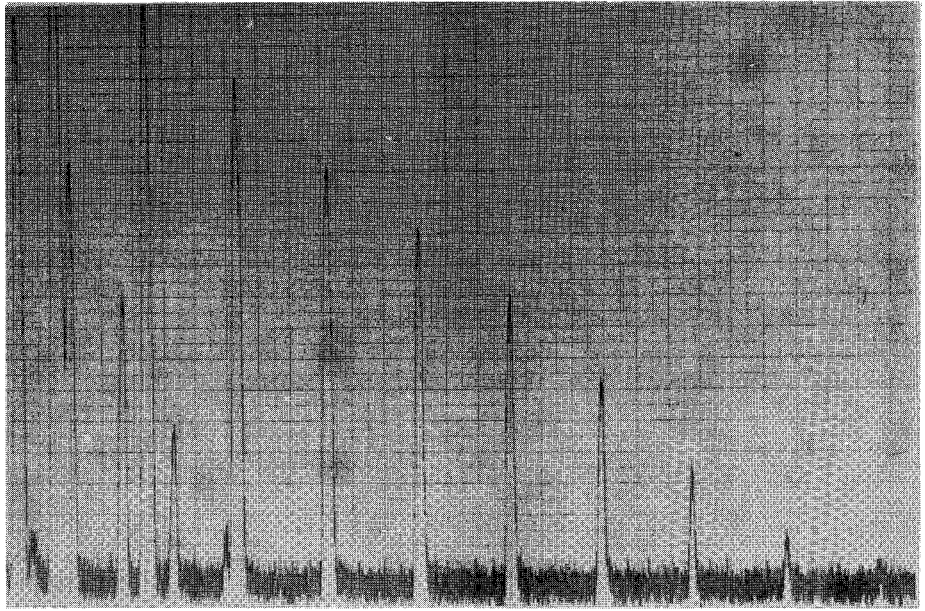


Figure 17 a - Echos acoustiques produits et détectés par effet piézoélectrique dans le barreau de LiNbO_3 coupe (100) de longueur 15 mm.

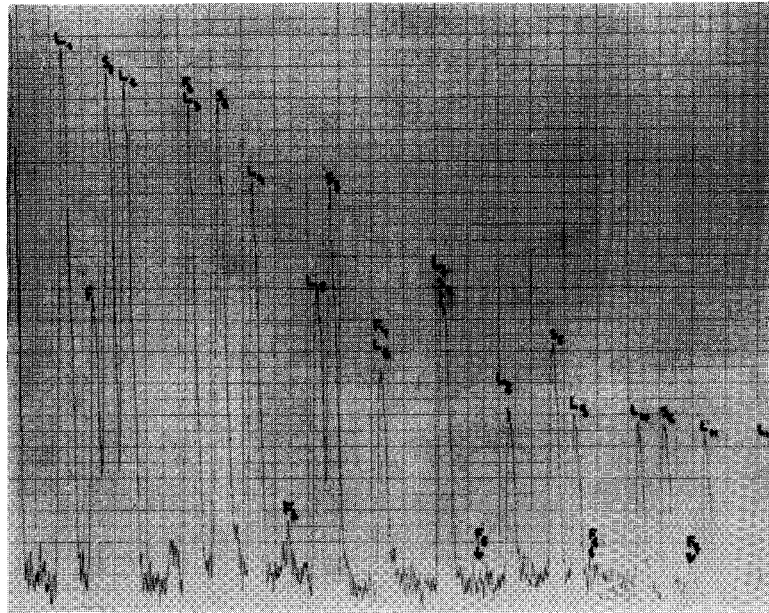


Figure 17 b - Echos acoustiques produits et détectés par effet piézoélectrique dans le barreau de LiNbO_3 coupe (100) de longueur 10 mm.

partir du temps séparant les "échos" acoustiques détectés. Ces vitesses de propagation nous conduisent à supposer que les "échos" détectés correspondant à la propagation d'ondes quasi longitudinales pour $v = (6,6 \pm 1,5)10^3$ m/s et quasi transversales lentes pour $v = (3,8 \pm 0,1) 10^3$ m/s.

Le facteur de couplage électromécanique qui intervient dans l'excitation de l'onde transversale lente (calculé à partir des données expérimentales suivantes : $f_0 = 945$ MHz, $s(d_0) = 952$ m/s , $Q_0 = 400$) a une valeur égale à 0,043. Cette valeur est du même ordre de grandeur que k_{15} . Il semble que l'onde qui se propage à la vitesse $3,8 \cdot 10^3$ m/s ait des propriétés très voisines de celles de l'onde transversale lente qui se propage normalement suivant la direction (100) du composé stoechiométrique LiNbO_3 . Les propriétés élastiques et électromécaniques du cristal utilisé sont difficiles à rapprocher de celle du composé stoechiométrique LiNbO_3 , puisque l'onde transversale rapide qui transporte une puissance acoustique théoriquement 100 fois plus importante que l'onde transversale lente n'a pas été mise en évidence.

La génération harmonique d'ondes acoustiques observée sur ce cristal présente également des caractères très particuliers. Nous avons observé une croissance des "échos acoustiques" quasi transversaux cumulative sur plusieurs aller-retour effectués dans le cristal. Il y a donc génération harmonique d'ondes acoustiques au cours de la propagation dans le cristal. Si nous supposons que les caractères cinématiques de l'onde quasi transversale qui se propage normalement suivant (100) sont voisins de ceux d'une onde transversale, il semble que les déformations élastiques provoquées par le passage de l'onde acoustique ne sont pas symétriques par rapport au plan (100). Nous trouvons là encore des résultats en contradiction avec les conclusions du chapitre 2.5.6. car théoriquement il n'y a aucune génération harmonique d'ondes acoustiques suivant la direction (100) de LiNbO_3 .

2) Résultats obtenus dans le cristal de dimension $\Phi = 3$ mm L = 10 mm

Nous avons mis en évidence cette fois 3 trains d'ondes se propageant avec les vitesses $(6,9 \pm 0,1) 10^3$, $(4,6 \pm 0,1) 10^3$ et $(3,7 \pm 0,1) 10^3$ m/s.

Les "échos" détectés pour chaque train ayant sensiblement la même puissance les 3 facteurs de couplage électromécaniques semblent avoir des valeurs voisines. Le cristal étudié a donc des propriétés mécaniques et électromécaniques différentes de celles du cristal étudié ci-dessus et de celles du composé stoechiométrique LiNbO_3 .

Il semble donc que les vitesses de propagation et les facteurs de couplage électromécaniques qui interviennent dans l'excitation des ondes acoustiques suivant la direction (100) de LiNbO_3 fassent partie des propriétés physiques qui sont très sensibles à la composition du bain à partir duquel les cristaux ont été élaborés. On pourrait envisager de chercher à établir une relation entre les propriétés piézoélectriques et la structure des cristaux de LiNbO_3 . Cette étude réalisée pour des cristaux de quartz (76) (77); semble difficile à généraliser aux cristaux de LiNbO_3 qui ont une structure beaucoup plus complexe.

4.7 - CONCLUSION

Dans ce travail, nous avons traité le problème de l'interaction entre ondes acoustiques colinéaires par la théorie des perturbations. Nous généralisons ainsi les études théoriques actuelles qui portent sur la génération harmonique d'ondes acoustiques. Nous avons examiné l'éventualité d'une interaction entre ondes acoustiques sur la surface des cristaux isolants par pertes diélectriques. Cet effet est généralement faible et peut être négligé lorsque les pertes diélectriques ne sont pas importantes. Nous avons montré que l'interaction entre ondes acoustiques dépendait de l'atténuation aux différentes fréquences. Nous avons tenu compte des effets de l'atténuation en remplaçant la distance réellement parcourue dans le cristal par une distance effective dépendant du processus d'atténuation.

Pour mettre en évidence ces mécanismes d'interaction, nous avons réalisé un ensemble d'expériences sur le quartz, le corindon et LiNbO_3 .

Les ondes acoustiques colinéaires ont été produites en excitant une cavité résonnante sur 2 fréquences de résonance distinctes. Nous avons ainsi obtenu des résultats expérimentaux directement comparable aux résultats théoriques. Les différentes interactions électromécaniques localisées sur la surface des cristaux ont pu être séparées en réalisant des expériences dans lesquelles les ondes acoustiques ne sont pas excitées simultanément. Nous supprimons ainsi l'interaction entre champs électriques localisés sur la surface en cristal et nous avons pu mettre en évidence l'interaction entre ondes acoustiques dans le volume du cristal.

Nos résultats expérimentaux semblent montrer que les ondes acoustiques excitées suivant la direction (001) de LiNbO_3 interagissent au cours de la propagation. L'amplitude d'élongation mesurée aux fréquences $2f_1$, $f_2 - f_1$ augmente avec la longueur d'interaction dans le cristal. Cette hypothèse est confirmée par les résultats obtenus sur la génération de la 3ème harmonique à la température de l'hélium liquide. La génération de la 2ème harmonique d'ondes acoustiques semble plus sensible à la température que l'interaction entre ondes acoustiques distinctes. Ces dépendances en température peuvent être utilisées pour distinguer ces deux types d'interaction entre ondes acoustiques.

Ces interactions peuvent être différenciées beaucoup plus facilement dans le quartz coupe X puisqu'ils semblent avoir des origines différentes. La génération harmonique d'ondes acoustiques semblent due à d'importants phénomènes anharmoniques localisés au voisinage de la surface des cristaux; Par contre, l'interaction entre ondes acoustiques distinctes semble due aux effets non linéaires dans l'excitation et la propagation des ondes acoustiques. Les effets non linéaires dans la génération des ondes acoustiques sont surtout dus à l'interaction entre champ électriques appliqués. Cette interaction a également été mise en évidence dans les expériences de génération harmonique d'ondes acoustiques réalisées sur le corindon. L'interaction entre champs électriques et vibration mécanique qui est à l'origine d'effets non linéaires dans la génération des ondes acoustiques est beaucoup plus faible que

l'interaction entre champ électriques appliqués. Pour mettre cette interaction en évidence, il serait intéressant de reconsidérer ces problèmes d'interactions dans des pastilles piézoélectriques de faible épaisseur : les effets de l'interaction entre champ électrique appliqué et vibration mécanique seraient alors beaucoup plus importants puisque l'amplitude de vibration sur la surface de la pastille peut atteindre des valeurs très importantes à la résonance.

5 - PROJETS DE RECHERCHE FUTURE

Pour confirmer les hypothèses émises sur l'interaction entre ondes acoustiques dans le volume des cristaux piézoélectriques il est indispensable d'étudier la variation en fréquence des effets observés. Nous produisons dans ce but des ondes acoustiques de fréquences comprises entre 8 et 10 GHz. Les premiers résultats obtenus dans cette gamme de fréquences montrent que les effets d'interférence dans la propagation des ondes acoustiques sont beaucoup plus importants. La mesure des puissances acoustiques devient beaucoup moins précise lorsque les échos acoustiques sont détectés par effet piézoélectrique inverse. Afin de mesurer les puissances, indépendamment des effets d'interférence dans la propagation des ondes acoustiques nous participons actuellement à la réalisation d'un bolomètre supraconducteur (97). Nous avons mis en évidence la détection d'ondes acoustiques de fréquences comprises entre 1 et 3 GHz. au moyen d'une couche d'étain supraconductrice déposée sur un quartz cristallin de coupe X. Cette détection a l'avantage d'être moins sensible à la fréquence que la détection piézoélectrique. Elle semble pouvoir être utilisée en haute fréquence sans être limitée par les imperfections dans la forme des cristaux.

Pour augmenter la précision sur les mesures de puissances acoustiques à la température ambiante nous utilisons la diffraction de la lumière par les ondes acoustiques haute fréquence. Aux fréquences supérieures à 1 GHz la lumière incidente sous l'angle de BRAGG est diffractée seulement au premier ordre RAMAN NATH (93). L'intensité de la lumière diffractée est directement proportionnelle à la puissance acoustique qui se propage dans le cristal, et indépendante de la fréquence (91). En faisant varier l'angle d'incidence de la lumière sur les plans d'ondes acoustiques nous pouvons obtenir une analyse harmonique de la déformation qui se propage dans le cristal. Nous pouvons également mettre en évidence l'atténuation intrinsèque des ondes

acoustiques fondamentales et la croissance des harmoniques au cours de la propagation en translatant le cristal suivant son axe. Nous détectons ainsi toutes les puissances des ondes acoustiques se propageant dans le volume du cristal et supprimons les difficultés inhérentes à la détection piézoélectrique. Cette méthode a l'avantage de mettre en évidence les variations d'amplitude fondamentale et harmonique avec la distance parcourue dans le cristal.

L'étude des effets non linéaires devient particulièrement intéressante lorsque l'amplitude de l'onde fondamentale atteint une valeur très élevée. Dans ce cas la solution obtenue par la théorie des perturbations n'est plus applicable mais peut être généralisée. Le problème mathématique a été résolu numériquement par COOK et BLACKSTOK (88) (89) (90).

- COOK utilise un calcul itératif - la distorsion du plan d'ondes est supposée décrite par la variation de la vitesse de phase de chacun de ses points. La vitesse de phase de chaque point du plan d'onde est proportionnelle à la vitesse de groupes. La distorsion est calculée chaque fois que l'onde a parcouru une très faible distance dans le cristal.

- BLACKSTOK ramène l'équation d'onde à une équation de BURGER dont la solution est la dérivée logarithmique d'une série de FOURRIER. Lorsque l'onde fondamentale est initialement sinusoïdale, cette méthode est pratique pour déterminer les composants de FOURRIER de la déformation qui se propage dans le cristal.

Pour compléter ces études, nous pourrions également mettre en évidence une déformation élastique continue dans le volume du cristal siège d'ondes acoustiques. (16). Les ondes acoustiques peuvent être détectées par les non linéarités mécaniques et piézoélectriques du milieu. Dans les cristaux piézoélectriques, une différence de potentiel continue est associée à la déformation statique. Cette différence de potentiel est facilement mesurable lorsque l'échantillon siège de vibrations hypersonores est une pastille mince métallisée. Ce système pourrait trouver une application pratique dans la détection des ondes hyperfréquence de forte puissance.

APPENDICE - Propriétés piézoélectriques de LiNbO_3

Le niobate de lithium sous forme de monocristaux possède des propriétés acoustiques et piézoélectriques très intéressantes. Il a été l'objet ces dernières années de nombreux travaux. Parmi les différents procédés de croissance cristalline possible, la méthode de Czochralski (tirage à partir du bain fondu) est particulièrement bien adaptée pour l'élaboration de monocristaux de plusieurs centimètres cubes. Les cristaux obtenus sont cristallisés dans la classe 3m. Leurs propriétés diélectriques, piézoélectriques et élastiques peuvent être représentées par les tableaux suivants :

Cstes diélectriques relatives						
ϵ_{11}^s	o	o	o			$\epsilon_{11}^s/\epsilon_0 = 44$
o	$\epsilon_{11}^s/\epsilon_0$	o				$\epsilon_{33}^s/\epsilon_0 = 29$
o	o	$\epsilon_{33}^s/\epsilon_0$				

Cstes élastiques						
C_{11}^E	C_{12}^E	C_{13}^E	C_{14}^E	o	o	$C_{11}^E = 2,03$
C_{12}^E	C_{11}^E	C_{13}^E	$-C_{14}^E$	o	o	$C_{12}^E = 0,53$
C_{13}^E	C_{13}^E	C_{33}^E	o	o	o	$C_{13}^E = 0,75$
C_{14}^E	$-C_{14}^E$	o	C_{44}^E	o	o	$C_{14}^E = 0,09$
o	o	o	o	C_{44}^E	C_{14}^E	$C_{33}^E = 2,45$
o	o	o	o	C_{14}^E	C_{66}^E	$C_{44}^E = 0,60$
						$C_{66}^E = 0,75$

Cstes piézoélectriques						
o	o	o	o	e_{15}	e_{22}	$e_{15} = 3,7$
$-e_{22}$	e_{22}	o	e_{15}	o	o	$e_{22} = 2,5$
e_{31}	e_{31}	e_{33}	o	o	o	$e_{31} = 0,2$
						$e_{33} = 1,3$

B I B L I O G R A P H I E

- 1 - K.N. BARANSKI, Soviet Physics, Doklady 2, 237, 1958.
- 2 - E.N. BOMMEL, K. DRANSFELD, Phys. Rev. letters ; 1, 234, 1958.
- 3 - E.H. JACOBSEN, Quantum Electronics, Columbia University Press, 469, 1960.
- 4 - GAVIN, I.E.E.E. Transactions on aerospace and electronics systems, Vol. AES 1, 2, 1965.
- 5 - J.B. THAXTER, P.E. TANNEWALD, Appl. Phys. letters, 5, 67, 1964.
- 6 - I. ILLUKOR, E.H. JACOBSEN. Sciences 153, 1113, 1966.
- 7 - P. H. CARR, Phys. Rev. letters, 13, 332, 1964.
- 8 - P. H. CARR, I.E.E.E. Trans. Sonics Ultrasonics, SU-13, 103, 1966.
- 9 - R.C. MILLER, Appl. Phys. letters, 5, 17, 1964.
- 10 - D.H. McMAHON, J. Acoust. Am., 10, 1007, 1968.
- 11 - Ed. BRIDOUX, P. THERY, M. MORIAMEZ, M. MARTIN, CR Acad. PARIS, 264, 1968
- 12 - R.N. THURSTON, Physical Acoustics, (W.P MASON, Ed. Academic Press Inc. NEW-YORK 1964), vol. 1, Part. A.
- 13 - W.P MASON, Physical Acoustics and the properties of solids, (D. Van Nostrand Co Inc. Princeton, NJ, 1958).
- 14 - P.H. CARR, J. Acoust. Soc. Am., 41, 75, 1967.
- 15 - J.A. ARMSTRONG, N. BLOEMBERGEN, J. DUCUING, P.S PERSHAN, Phys. Rev., 127, 1918, 1962.
- 16 - P.H. CARR, A.J. SLOBODNICK, J. Appl. Phys., 38, 13, 1967.
- 17 - H. BOMMEL, K. DRANSFELD, Phys. Rev., 117, 1245, 1960.
- 18 - G.W. FARNEL, Cand. J. Phys., 39, 65, 1961.
- 19 - J.J. KYAME, J. Acoust. Soc. Am., 21, 159, 1949.
- 20 - E.H. JACOBSEN, J. Acoust. Soc. Am., 32, 949, 1960.
- 21 - CADY, Piezoelectricity, Dever Publications, Inc. NEW-YORK.
- 22 - A.A. GEFROITS, V.A. KRASIL'NIKOV, Soviet Phys. J.E.T.P., 16, 1122, 1963.
- 23 - M.A. BREAZEALE, Do THOMPSON, J. Appl. Phys. letters, 3, 77, 1963.

- 24 - F.R. ROLLINS, L.H. TAYLOR, and P.H. TODD, Phys. Rev., 136, A 597, 1964.
- 25 - L. LANDAU, G. RUMER, Physik Z. Soviet Union, 11, 18, 1937.
- 26 - A. AKIESER, J. Phys. U.R.S.S., 1, 277, 1939.
- 27 - P.G. KLEMENS, Physical Acoustics, Academic Press, NEW-YORK 1965,
- 28 - P.H. CARR, Phys. Rev., 169, 719, 1968.
- 29 - G.L. JONES, D.R. KOBLET, J. Acoust. Soc. Am., 35, 5, 1963.
- 30 - J.D. CHILDRESS, G.G. HAMBRICK, Phys. Rev., 136, A 411, 1964.
- 31 - F.R. ROLLINS, Appl. Phys. letters 2, 147, 1963.
- 32 - L.H. TAYLOR, F.R. ROLLINS, Phys. Rev., 136, A 591, 1964.
- 33 - F.R. ROLLINS, L.H. TAYLOR, P.H. TODD, Phys. Rev. 136, A 597, 1964.
- 34 - N.S. SHIREN, Phys. Rev. Letters, 11, 3, 1963.
- 35 - N.S. SHIREN, Appl. Phys. letters 4, 82, 1964.
- 36 - J.H. STRATTON, Electromagnetic Theory Mc Grow-Hill, 1941.
- 37 - M. MORIAMEZ, P. THERY, Ed. BRIDOUX, M. MARTIN, CR Acad. Sc. PARIS, t 267, sér. B, 1195, 1968.
- 38 - Ed. BRIDOUX, P. THERY, M. MORIAMEZ, M. MARTIN, CR Acad. Sc. PARIS, t 268, sér. B, 1463, 1969.
- 39 - P. THERY, Ed BRIDOUX, F. HAINE, Cl. MORIAMEZ, CR Acad. Sc. PARIS, t.268, sér. B, 285, 1969.
- 40 - M. MORIAMEZ, Ed. BRIDOUX, P. THERY, F. HAINE, CR. Acad. Sc. PARIS t.268, sér. B, 589, 1969.
- 41 - BRUGGER, Phys. Rev. 133, 1611, 1963.
- 42 - THERY, Thèse de 3ème cycle LILLE, 1967.
- 43 - E. GATES, Proc. I.E.E.E., 52, 1129, 1964.
- 44 - P.H. CARR and MWP STRANDBERG, J. Phys. Chem. Solids, 23, 923, 1962.
- 45 - BRUHAT, Electricité (MASSON Editeur, 1956), p.561.
- 46 - L. LAMB, J. RICHTER, J. Acoust. Soc. Am., 41, 4, 1967.
- 47 - F.E. BORGUIS, C.H. PAPAS, Handbuch der Physik springer Verlag 1958), Vol. XV, p. 412.
- 48 - R.M. WHITE, J. Appl. Phys., 34, 3559, 1963.
- 49 - C. KITTEL, Introduction to solid state physics NEW-YORK Wiley 1953, P. 109.

- 50 - E. BRIDOUX, Thèse 3ème cycle, LILLE 1968.
- 51 - R. BECHMAN, I.R.E. Trans. on Ultrasonic engineering, 3, 43, 1965.
- 52 - A. PITT, DWR. Mc KINLEY, Cand. J. Res., A 14, 57, 1936.
- 53 - H.F. TIERSTEN, J. Acoust. Soc. Am., 35, 53, 1963.
- 54 - M. ONOE, H.F. TIERSTEN, A.H. MERTZLER, J. Acoust. Soc. Am., 35, 36, 1963.
- 55 - T. YAMADA, N. NUZEKI, H. TOYADA, Japan J. Appl. Phys. Vol. 6, 151, 1967.
- 56 - A.W. WARNER, M. ONOE, G.A. COQUIN, J. Acoust. Soc. Am. 42, 1223, 1967.
- 57 - A.W. WARNER, Proc. Nineteenth Annual Symposium on frequency control, US. Army Electronics Laboratory Ft Marmouth, N.J., 1965, 5.
- 58 - W.P. MASON, Piezoelectric crystals and their application to ultrasonics (D. Van Nostrand 1959).
- 59 - A.A. BALLMAN, J. Am. Ceram. Soc., 48, 112, 1965.
- 60 - P. LERNER, G. LEGRAS, J.P. DUMAS, J. Cristal Growth, 3, 4, 231, 1968.
- 61 - Proc. I.R.E., Vol. 37, 1378, 1949.
- 62 - Proc. I.R.E., Vol. 45, 353, 1957.
- 63 - Proc. I.R.E., Vol. 46, 764, 1958.
- 64 - Proc. I.R.E., Vol. 14, 1161, 1961.
- 65 - TAVERNIER, Onde Electrique, Novembre 1965.
- 66 - H.E. BOMMEL, Phys. Rev. 96, 220, 1954.
- 67 - L. Mc KINNON, Phys. Rev. 98, 1181, 1955.
- 68 - W.P. MASON, Piezoelectric crystals and their Application to Ultrasonics (D. Van Nostrand 1959), 4 ed., P. 39.
- 69 - J. LAMB, J. SEGUIN, J. Acoust. Soc. Am., 39, 752, 1966.
- 70 - R.N. THURSTON, H.J. Mc SKIMIN, P. ANDREATCH Jr., J. Appl. Phys. 37, 267, 1966.
- 71 - GUERMEUR, Thèse PARIS 1968.
- 72 - A. HIKATA, B. CHICK, C. ELBAUM, J. Appl. Phys. 36, 229, 1965.
- 73 - HERPIN, Annales de Physique 7, 91, 1952.
- 74 - R.W. DIXON, M.G. COHEN, Appl. Phys. letters 8, 205, 1966.
- 75 - TURNER, Appl. Phys. letters 8, 303, 1966.
- 76 - Lord KELVIN, Phil. Mag. 36, 331, 1893.
- 77 - R.E. GIBBS, Proc. Roy. Soc. 110, 443, 1926.

- 78 - M.A. BREAZEALE, W.B. GAUSER, "Symposium on anharmonic Properties of Solids", Détroit Michigan, Oct. 1965, J. Métales 17, 1022, 1965.
- 79 - J.G. BERGMAN, A. ASHKIN, A.A. BALLMAN, J.M. DZIEDZIC, H.J. LEVINSTEIN and R.G. SMITH, Appl. Phys. letters 12,92, 1968.
- 80 - HORNER FAY, W.J. ALFORD, H.M. DESS, Appl. Phys. letters 12, 89, 1968.
- 81 - J. LAMB, J. RICHTER, Proc. Roy. Soc. London, A. 293, 479, 1966.
- 82 - R. LEFEVRE, thèse 3ème cycle LILLE 1969.
- 83 - N.S. SHIREN, Proc. of I.E.E.E, 53, 10, 1540, 1965.
- 84 - P. THERY, E. BRIDOUX, M. MORIAMEZ - Colloque sur les interactions des électrons, phonons, avec les surfaces cristallines LILLE 1969
A paraître au journal de physique.
- 85 - R.N. THURSTON, H.J. Mc Skimin, P. Andreatch Jr, J. Appl. Phys., 37, 267, 1966;
- 86 - R.T. BEYER, "Nonlinear Acoustics", Phys. Acoustics - II - B - pp. 231-264
- 87 - H. LAMB, "Dynamical Theory of Sound" p. 179
- 88 - B.D. COOK, J. A.S.A, 34, 941 (1962)
- 89 - D.T. BLACKSTOCK, J. A.S.A., 36, S 34 (1964)
- 90 - D.T. BLACKSTOCK, J. A.S.A. 39, 411 (1966)
- 91 - E.A. HIEDEMANN et K.L ZANKEL, Acustica 11, 213, (1961)
- 92 - L.E. HARGROVE et K. ACHYUTHAN, Physical Acoustics II B, p. 333 - 369
- 93 - C.F. QUATE, C.D.W. Wilkinson et D.K. Winslow, Proc. I.E.E.E. 53, 1604 (1965).
- 94 - ZIMAN Electron et phonon Oxford 1960
- 95 - SCHIFF Quantum mechanics London 1955
- 96 - SIMONS Proc. Phys. Soc., 82, 401, 1963.
- 97 - M. MARTIN, P. THERY, Mme Cl. MORIAMEZ, Melle M.R. LEFEVERE
CR. Acad. Sc. PARIS 268 B.