

50 376

1969

125^{n°} d'ordre 92

THESE

présentée à

LA FACULTE DES SCIENCES DE L'UNIVERSITE DE LILLE

Pour Obtenir le titre de

DOCTEUR-INGENIEUR

Par

M. J. LESENNE

Ingénieur HEI



MULTIPLICATION DE FREQUENCE PAR UN MONTAGE REDRESSEUR

FONCTIONNANT EN COMMUTATION RETARDEE

Thèse soutenue le 26 Juin 1969 devant la Commission d'Examen

M. DEHORS	Président
M. SEGUIER	Rapporteur
MM PANET	Examineurs
MAIZIERES	

*A MA FEMME
A MES FILLES
A MA MERE*

MULTIPLICATION DE FREQUENCE PAR UN MONTAGE REDRESSEUR

FONCTIONNANT EN COMMUTATION RETARDEE

De nombreuses équipes de recherche se penchent actuellement sur le problème de la variation de vitesse du moteur asynchrone. Après quelques solutions ne répondant qu'en partie ou avec des performances médiocres à ce qu'on attend de ces variateurs de vitesse, il est apparu lentement que la solution ne pouvait se trouver que dans l'alimentation du moteur par une tension de fréquence et de tension variables.

La mise au point de dispositifs assurant cette double variation de façon continue se révèle assez malaisée et il nous a été demandé de contribuer à l'étude de l'étape intermédiaire entre la fréquence fixe et la fréquence continûment variable en mettant au point le montage qui permet de multiplier la fréquence dans un rapport fixe.

Nous montrerons d'abord, dans l'introduction, comment se situe le multiplicateur de fréquence à redresseurs contrôlés par rapport aux autres types de changeurs de fréquence, les conditions qui lui sont imposées et la zone de fonctionnement où il convient de le faire travailler.

Ces remarques préliminaires ayant permis de préciser les éléments nécessaires et l'ordre de grandeur de l'angle de retard à l'amorçage des redresseurs qui constituent l'essentiel du montage, il reste à en étudier le fonctionnement. Dans une première partie, nous examinerons le mode de fonctionnement dit "à conduction continue", c'est-à-dire, tel qu'il y ait toujours un ou plusieurs redresseurs passants. La seconde partie sera consacrée à l'étude de la "conduction discontinue".

Nous terminerons par la vérification expérimentale des conclusions de l'étude théorique et par la description d'un exemple de réalisation.

Notre mémoire se situe dans le prolongement direct de l'étude du doubleur de fréquence à diodes effectuée par Monsieur SEGUIER. Nous le remercions très vivement de nous avoir confié ce travail, d'avoir dirigé nos recherches avec attention et bienveillance.

Nous exprimons aussi notre reconnaissance à tous nos camarades de l'équipe de recherche en électronique des courants forts que Monsieur SEGUIER organise dans le cadre du Service Electrotechnique de la Faculté des Sciences de Lille. Monsieur le Professeur PANET responsable de ce service a fait tout son possible pour nous faciliter les conditions de travail et d'expérimentation, nous lui exprimons ici notre vive gratitude.

Nous remercions aussi la Direction de l'Ecole des Hautes Etudes Industrielles qui nous a permis de réaliser dans ses ateliers le montage prototype.

INTRODUCTION

Obtenir à partir d'une source de fréquence f , une ou plusieurs tensions de fréquence kf (k , nombre entier supérieur à un) n'est pas un problème nouveau. Diverses solutions lui ont été apportées, nous les rapporterons d'abord brièvement.

M. SEGUIER a proposé un montage statique à redresseurs assurant lui aussi cette multiplication. Nous rappellerons comment il a été amené à définir les divers éléments de ce montage par ailleurs très simple.

Son étude s'était limitée au fonctionnement du montage à diodes. Nous montrerons comme il l'avait d'ailleurs signalé, que pour accroître le rendement du multiplicateur, il faut substituer des redresseurs contrôlés aux simples diodes.

0.1. LES MULTIPLICATEURS DE FREQUENCE

Pour situer le montage qui fait l'objet de ce mémoire par rapport aux autres multiplicateurs de fréquence, il convient de rappeler rapidement les principes mis en oeuvre dans ces derniers.

Comme la plupart des problèmes posés aux électrotechniciens, celui de la multiplication de fréquence peut être résolu par :

- . l'emploi de machines tournantes
- . l'emploi de montages statiques

Dans ce second cas, on peut envisager soit des solutions magnétiques, soit des solutions mettant en oeuvre des redresseurs.

0.1.1. Emploi de machines tournantes

=====

Si on consent à mettre en jeu des machines tournantes pour changer de fréquence, le nombre de combinaisons possibles est très grand. Beaucoup ont été envisagées, peu ont été réellement utilisées car il semble bien coûteux d'utiliser des machines tournantes à la simple fin de multiplier la fréquence. Signalons quelques-unes des solutions proposées.

0.1.1.1. Emploi d'un moteur synchrone et d'un alternateur

La façon la plus simple de passer de la fréquence f à la fréquence kf est d'entraîner par un moteur synchrone de $2p_1$ pôles un alternateur de $2p_2$ pôles. Le moteur alimenté à la fréquence f a une vitesse synchrone proportionnelle à $\frac{f}{p_1}$, les tensions à la sortie de l'alternateur une fréquence égale à fp_2/p_1 . Le rapport de multiplication est donc égal à $\frac{p_2}{p_1}$.

0.1.1.2. Utilisation d'un alternateur excité en alternatif⁽¹⁾⁽¹⁾

On peut superposer à la vitesse du flux inducteur due à l'entraînement mécanique du rotor celle due au phénomène de champ tournant.

Par exemple, un moteur synchrone alimenté à la fréquence f entraîne un alternateur de même nombre de pôles. L'inducteur de ce dernier est feuilleté et alimenté à la fréquence f . Le flux inducteur est décomposable grâce au théorème de Leblanc, à deux flux tournants constants dont la vitesse par rapport au rotor est égale à la vitesse synchrone. Le premier de sens inverse à la rotation est fixe par rapport au stator et n'y induit rien ; le second dont la vitesse s'ajoute à celle du rotor induit au stator des tensions de fréquence $2f$.

0.1.1.3. Groupes convertisseurs ⁽²⁾

Le montage précédent n'est qu'un cas particulier du groupe convertisseur de fréquence avec machines à bagues.

Si on entraîne à la vitesse angulaire Ω_e le rotor d'une machine dont le stator alimenté à la fréquence f , crée un champ tournant de vitesse Ω_s , on recueille entre les bagues rotoriques des tensions de pulsation $y\Omega_s$ et d'amplitude également proportionnelle à y , avec :

$$y = \frac{\Omega_s - \Omega_e}{\Omega_s}$$

Ω_e étant compté positivement si le sens de rotation est celui du champ tournant, négativement dans le cas contraire.

(1) Les chiffres entre crochets se rapportent à la bibliographie annexée à ce mémoire.

Pour multiplier la fréquence f , il suffit d'entraîner le convertisseur à $2p_2$ pôles par un moteur synchrone de $2p_1$ pôles, les vitesses angulaires sont alors :

$$\Omega_e = 2\pi \frac{f}{p_1} \quad \text{et} \quad \Omega_s = 2\pi \frac{f}{p_2}$$

et la fréquence de sortie

$$yf = f \frac{\frac{1}{p_2} - \frac{1}{p_1}}{\frac{1}{p_2}} = \frac{f}{p_1} (p_1 - p_2)$$

Il convient de fonctionner avec y positif donc $p_1 > p_2$, pour que le moteur d'entraînement et le stator du convertisseur ajoutent leurs puissances pour donner celle recueillie aux bagues. Sinon la puissance entrant au stator se partagerait entre deux fractions, l'une renvoyée au réseau par la machine synchrone fonctionnant en alternateur, l'autre recueillie sous forme de signaux de fréquence multiple entre les bagues. Le deuxième mode de fonctionnement est évidemment à écarter car il donne à la sortie une puissance donnée par la différence des puissances mises en jeu par les deux machines ; celles-ci doivent être de dimensions plus importantes et le rendement est moins élevé.

0.1.1.4. Convertisseurs de fréquence mono-induit

Pour assurer le passage de la puissance électrique de la fréquence f à la fréquence Kf en réduisant la fraction de cette puissance qui subit la transformation électromécanique puis la transformation inverse, plusieurs schémas ont été proposés.

On a notamment envisagé de mettre sur le stator de la même machine deux bobinages présentant des nombres de pôles différents, l'un est relié à la source de fréquence f , les signaux de fréquence Kf sont recueillis aux bornes de l'autre.

Le rotor peut être une simple cage ^{3} ou être alimenté en courant continu ^{4}. Dans l'un ou l'autre cas, les signaux recueillis ont une forme complexe et il est nécessaire de privilégier, par mise en résonance par exemple, les termes sinusoïdaux qu'on veut utiliser. De plus, un moteur d'entraînement est nécessaire pour fournir un complément de puissance.

Ces quelques exemples, et nous n'avons pas énuméré toutes les possibilités offertes par les machines à collecteur, montrent que la conversion de fréquence par groupes tournants offre un grand nombre de solutions. Toutes présentent l'inconvénient de nécessiter deux machines, ce qui semble bien onéreux pour effectuer une transformation de la présentation de l'énergie électrique.

0.1.2. Transformateurs magnétiques de fréquence

=====

De nombreux changeurs de fréquence statiques ont été étudiés. Ils utilisent tous la non-linéarité de la caractéristique $B(H)$ des matériaux magnétiques.

La figure 1 donne le schéma de principe servant de base aux transformateurs magnétiques de fréquence. Si on alimente par une tension

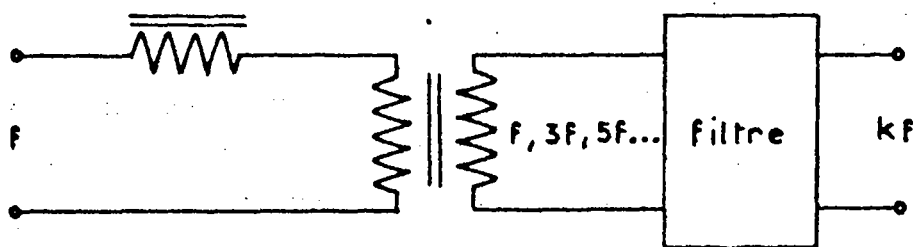


Fig.1 - Schéma de principe de la multiplication de fréquence par transformateur saturable -

sinusoïdale de fréquence f et d'amplitude suffisante un transformateur, le circuit magnétique de ce dernier travaille, par instant, au-delà du coude de la caractéristique $B(H)$, le flux et la tension induite au secondaire

n'ont plus la forme d'onde sinusoïdale et sont riches en harmoniques. A noter toutefois qu'à cause de la symétrie des caractéristiques magnétiques, on n'obtiendra que des harmoniques impairs. Par un filtrage convenable, on ne retiendra que celui de ces harmoniques qu'on veut envoyer au récepteur.

Nous ne saurions rapporter ici toutes les variantes possibles de multiplicateurs magnétiques. Nous nous contenterons de suivre l'évolution du tripleur de fréquence et de montrer qu'on peut obtenir un facteur de multiplication pair et réaliser ainsi un doubleur de fréquence par exemple.

0.1.2.1. Tripleurs de fréquence

Dès 1912, SPINELLI⁽⁵⁾ fit breveter un tripleur de fréquence utilisant un transformateur triphasé avec noyau de retour (fig.2)

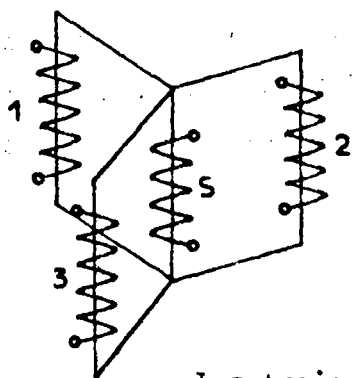


Fig.2 - Tripleur de fréquence à transformateur à quatre noyaux.
1, 2, 3 enroulements alimentés en triphasé de fréquence.
S enroulement de sortie.

Les trois noyaux extrêmes portent les bobines primaires alimentées en triphasé, le noyau central porte le bobinage aux bornes duquel on recueille la tension de fréquence triple.

A cause de la saturation, les flux dans les noyaux des trois phases comportent des termes de fréquence f , $3f$, $5f$, $7f$, $9f$, $11f$, etc... Les trois flux de fréquence f ou $5f$ ou $7f$ ou $11f$ forment des systèmes directs ou inverses de somme nulle seuls se forment par le noyau central les systèmes homopolaires de fréquence $3f$, $9f$, $15f$, etc...

Le même résultat peut être obtenu en utilisant trois transformateurs monophasés dont les bobines primaires sont connectées en étoile. Les enroulements secondaires forment un triangle ouvert aux bornes duquel on recueille la tension de fréquence triple.

C'est le tripleur magnétique de fréquence conventionnel. KRESALDO⁽⁶⁾ a donné tous les éléments permettant le calcul des éléments qui le constituent.

Un tel montage présente de nombreux inconvénients :

- l'amplitude de la tension de sortie dépend beaucoup de celle des tensions d'entrée, ce qui conduit souvent à stabiliser ces dernières.
- le facteur de puissance est très faible à cause de la valeur élevée du courant magnétisant nécessaire pour produire la saturation.
- à cause de la forte réactance de fuite entre le bobinage secondaire et les enroulements primaires, la tension de sortie diminue rapidement avec le courant débité.
- le rendement de la transformation est faible et atteint difficilement 70 % même sur charge purement résistive ; ceci en raison de l'importance des pertes dans le fer et dans les enroulements primaires.

On a essayé de réduire ces nombreux inconvénients et BIRINGER⁽⁷⁾ a proposé un dispositif dénommé "triducteur" qui nécessite toujours trois circuits magnétiques monophasés mais portant chacun quatre enroulements sur chacun de leurs deux noyaux (fig.3).

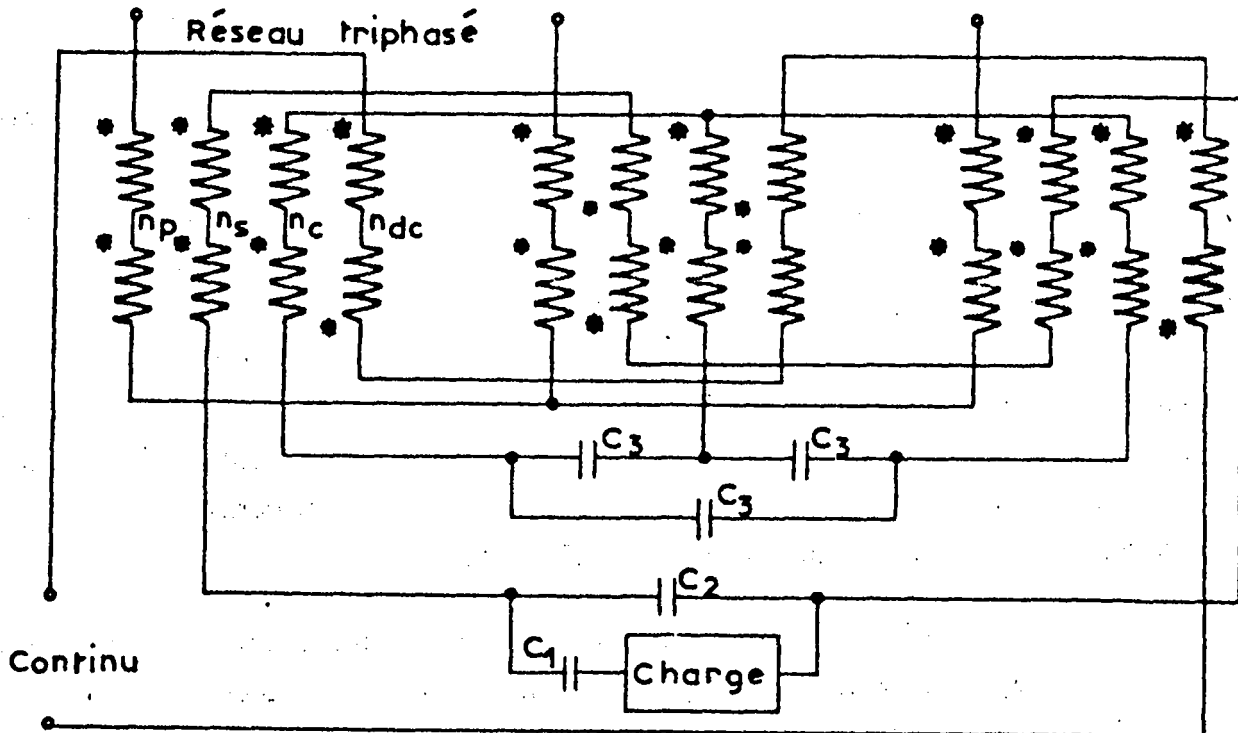


Fig. 3 - Schéma du "triducteur" (On a repéré par un astéristique les bornes d'entrée des divers enroulements) -

Les enroulements primaires (n_p) alimentés par le réseau triphasé de fréquence f sont encore couplés en étoile ; les enroulements secondaires (n_s) forment encore un triangle ouvert, l'addition de capacités en série C_1 ou en parallèle avec la charge permet de limiter les effets de la réactance des bobinages. Ces capacités permettent, sans atteindre le régime de ferrorésonance, de multiplier par deux ou trois la puissance fournie à la charge et ainsi d'atteindre un rendement voisin de 90 %.

Les enroulements de compensation (n_c) groupés eux aussi en étoile et débitant sur les capacités C_1 permettent d'accroître le facteur de puissance primaire et de réduire les harmoniques des courants pris en réseau.

Les deux enroulements de commande (n_{dc}) montés en sens inverse, sur chacun des circuits, permettent, en déplaçant le point moyen de fonctionnement autour duquel se situe le cycle du flux, de faire varier l'amplitude des signaux de fréquence $3f$ fournis à la charge ou inversement de rendre cette amplitude indépendante des variations de charge.

Le triducteur et ses variantes ont été étudiés par de nombreux auteurs, citons BRUDERLINK^{8}, qui a précisé l'influence des divers éléments, MERTENS^{{9}{10}}, qui avec trois fois trois transformateurs monophasés obtient, à partir du triphasé, 50 Hz du triphasé ou du diphasé 150 Hz et des puissances de plusieurs dizaines de KW. SCHRODER^{11}, avec trois transformateurs triphasés dont les bobines primaires produisent trois systèmes triphasés de flux décalés de 40° et dont les trois triangles ouverts secondaires sont mis en série, passe de 50 Hz à 450 Hz.

Il est inutile de poursuivre cette énumération d'articles et de reproduire l'importante bibliographie annexée à chacun d'eux pour montrer l'intérêt porté à la multiplication de fréquence par cette voie malgré la complexité des montages auquel elle conduit.

0.1.2.2. Doubleurs de fréquence

L'obtention d'harmoniques pairs par saturation d'un circuit magnétique suppose l'absence de symétrie entre les alternances positives et négative donc la présence d'un courant continu de pré-aimantation qui déplace le point moyen de fonctionnement.

STORM^{12} et BIRINGER^{13} citent le montage représenté sur la figure 4. Le courant continu accentue la saturation de l'un des deux circuits magnétiques durant une alternance de la tension d'alimentation, l'autre pendant l'alternance suivante. Il faut mettre une forte inductance en série avec la source de courant continu pour réduire l'importance du courant de fréquence $2f$ qui passe dans cette source. Au contraire, le récepteur est mis en série avec un circuit résonnant accordé sur la fréquence $2f$.

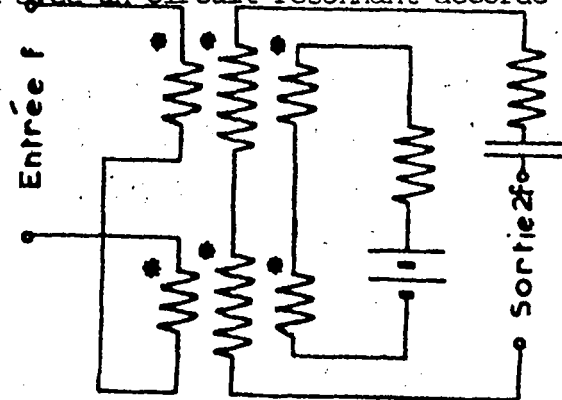


Fig. n°4 Doubleur de fréquence
à deux circuits magnétiques monophasés

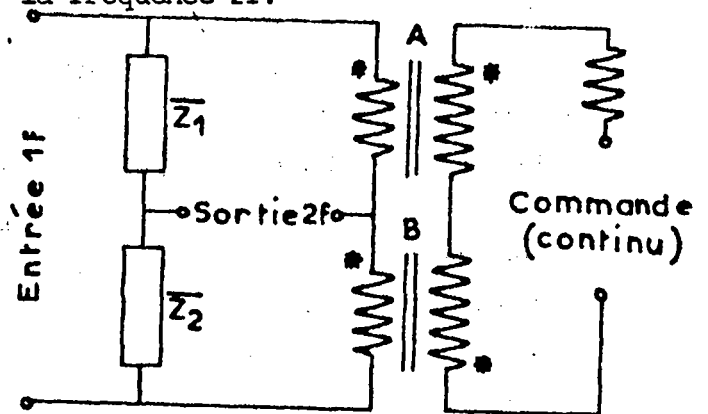


Fig. n°5 Doubleur de
fréquence en pont

Dans son ouvrage sur les amplificateurs magnétiques, STORM¹² signale aussi la montage en pont (fig.5). Le pont étant symétrique, $\bar{Z}_1$ égale $\bar{Z}_2$, en l'absence de courant continu de commande, la tension de sortie est nulle. Si l'on envoie du courant continu, on déplace le point moyen de fonctionnement dans un sens pour un circuit magnétique, en sens inverse pour l'autre. Pendant l'alternance positive de la tension d'entrée un noyau, A par exemple, se sature avant l'autre B ; durant l'intervalle séparant les instants où les deux noyaux se saturent, on obtient une tension entre les bornes de sortie. Pendant l'autre alternance, B se sature avant A et l'impulsion recueillie à la sortie a le même sens que lors de l'alternance positive. La tension recueillie ne comporte donc que des termes de fréquence $2f$ ou multiple de $2f$.

Signalons enfin l'étude de KNAPKE^{14} qui donne la théorie générale des montages multiplicateurs de fréquence débitant sur charge résistive et remarquons que toute la littérature technique consacrée aux amplificateurs magnétiques traite plus ou moins directement des multiplicateurs magnétiques de fréquence.

0.1.3. Changeurs de fréquence à redresseurs

=====

Nous ne saurions citer toutes les études consacrées aux cyclo-convertisseurs, il s'agit d'ailleurs non de multiplier la fréquence mais de la démultiplier.

Rappelons simplement le principe de cette opération utilisée par certains constructeurs pour faire varier par paliers successifs la vitesse des moteurs asynchrones. Disposant des trois tensions de fréquence f du réseau triphasé, on peut réunir la borne de sortie S (fig.6a) à l'une des trois bornes d'entrée A , B ou C en rendant conducteur le redresseur contrôlé correspondant. Grâce à six redresseurs groupés deux par deux en parallèle inverse, on peut rendre la tension de sortie v_s égale à l'une quelconque des trois tensions v_A , v_B ou v_C et former chacune des alternances de v_s d'un certain nombre de portions de ces trois courbes (fig.6b).

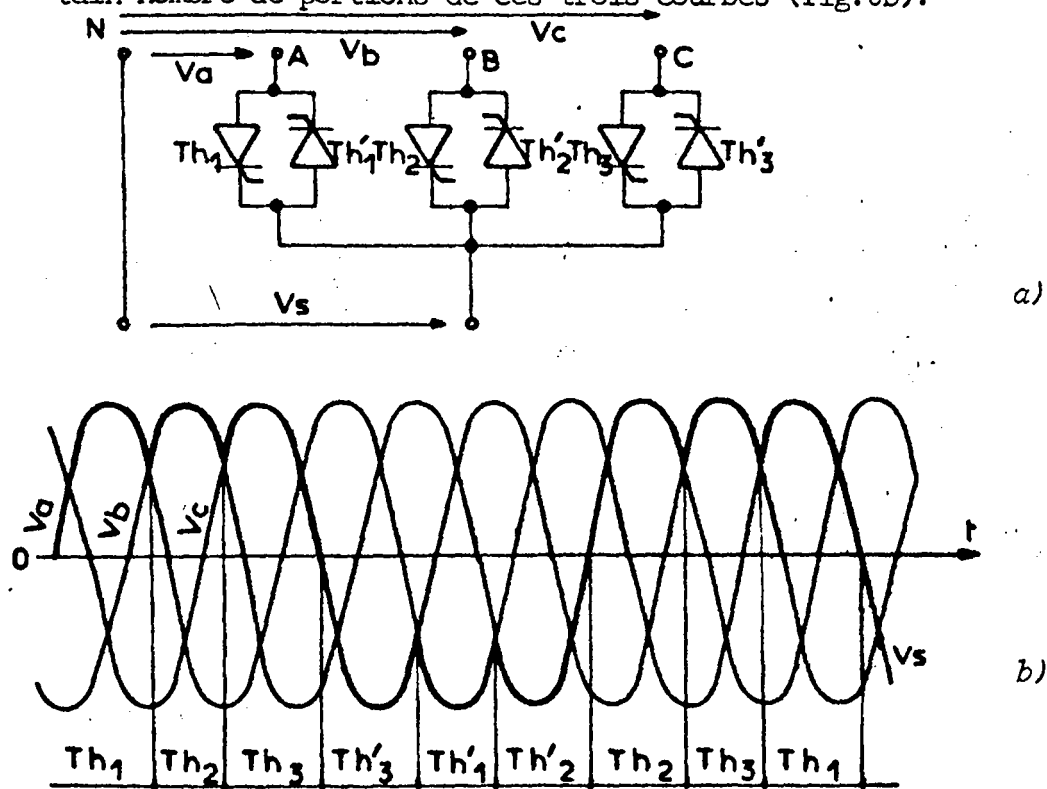


Fig.6 - Démultiplicateur de fréquence à redresseurs contrôlés

a) schéma de principe du montage

b) exemple de tracé de v_s à partir de v_A , v_B et v_C ici passage de f à $3/7 f$.

(on a indiqué le thyristor conducteur durant chaque intervalle).

BIRINGER^[15] a utilisé le montage de la figure 6a pour tripler la fréquence en rendant v_s successivement égal à 3 des six tensions possibles ($\pm v_A$, $\pm v_B$ et $\pm v_C$) au cours de chacune des demi-périodes des tensions d'alimentation (fig.7a).

Il a ensuite amélioré les performances en prenant non plus une de ces tensions mais la moyenne de 2 ; pour cela, il a ajouté des selfs entre les bornes A, B et C et rendu deux redresseurs simultanément conducteurs (fig.7b). Les résultats obtenus sont excellents mais il faut utiliser des redresseurs à commande non seulement de la fermeture mais aussi de la coupure, ce qui rend le montage très onéreux et en limite le domaine d'emploi aux faibles puissances.

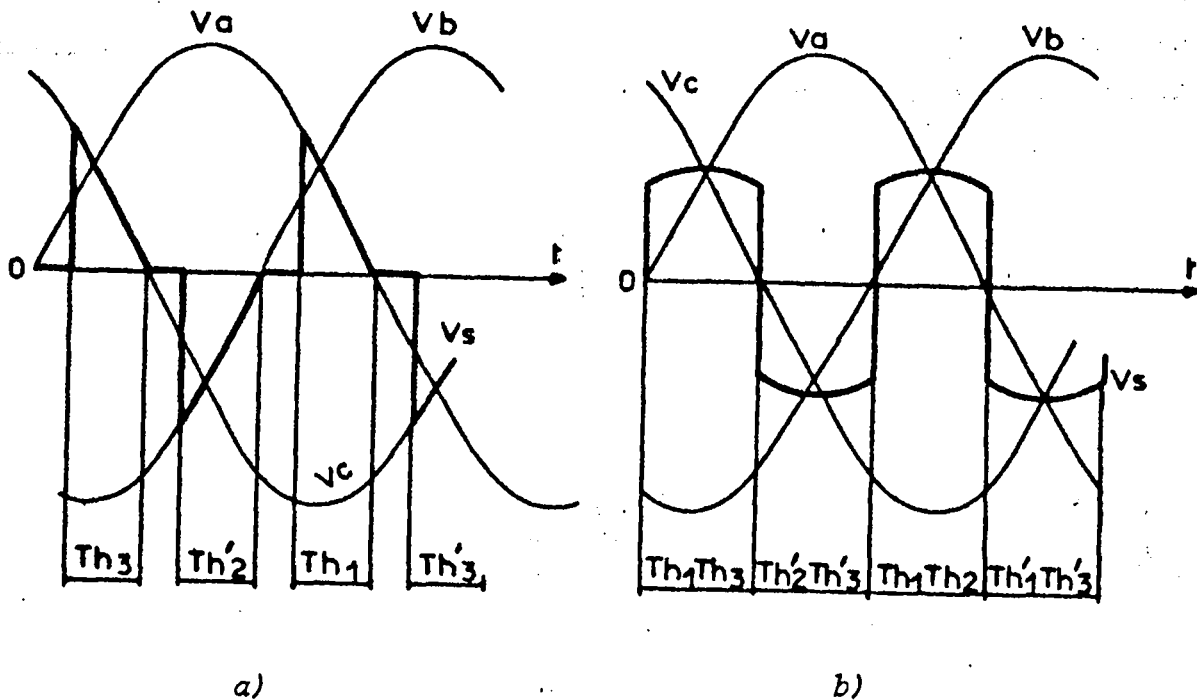


Fig.7 - Tracé de la forme d'onde de la tension délivrée par un tripleur de fréquence

- a) emploi de redresseurs contrôlés simples
- b) emploi de redresseurs contrôlés à commande à l'ouverture.

0.2. EMPLOI DE MONTAGES REDRESSEURS POUR MULTIPLIER LA FREQUENCE

G. SEGUIER^[16], à la suite de son étude des montages redresseurs, a eu l'idée d'utiliser la richesse en harmoniques de la tension redressée pour multiplier la fréquence.

Le principe de cette multiplication permet d'obtenir un grand nombre de rapports K , puisque K est alors égal à l'ordre de la tension redressée. Après avoir rappelé ce principe, nous résumons les résultats obtenus lors de son étude du doubleur de fréquence à diodes, résultats qui conduisent à substituer aux diodes des redresseurs commandés. C'est l'étude du doubleur de fréquence à thyristors qui fait l'objet de ce mémoire.

0.2.1. Principe de la multiplication^{17} =====

Un montage redressant q tensions sinusoïdales de période T délivre entre ses bornes de sortie une tension redressée v' formée par période de T , d'un certain nombre de portions de sinusoïdes. Ce nombre est appelée ordre de la tension redressée.

Si on passe en revue tous les montages redresseurs possibles⁽¹⁸⁾ on remarque qu'à partir des q tensions alternatives, on obtient une tension redressée

- d'ordre q , si le montage fonctionne en commutation parallèle ;
- d'ordre q , en commutation parallèle double si q est pair ;
- d'ordre $2q$, en commutation parallèle double, si q est impair ;
- d'ordre q , en commutation série, si q est pair ;
- d'ordre $2q$, en commutation série, si q est impair.

Le développement en série de la tension redressée v' fait apparaître un terme de fréquence qf (ou $2qf$) important surtout si q est faible ou si l'on retarde fortement l'entrée en conduction des redresseurs.

La tension v' est appliquée (fig.8) au récepteur de fréquence multiple par l'intermédiaire d'un condensateur qui absorbe la composante moyenne de v' . Ce condensateur bloquerait le débit du montage redresseur, il faut aussi doit-on monter en parallèle avec l'ensemble capacité-récepteur une impédance dite "d'entretien de la conduction". Les redresseurs débitent tant que le courant total i , somme du courant alternatif dans le récepteur et du courant d'entretien i_e , est positif.

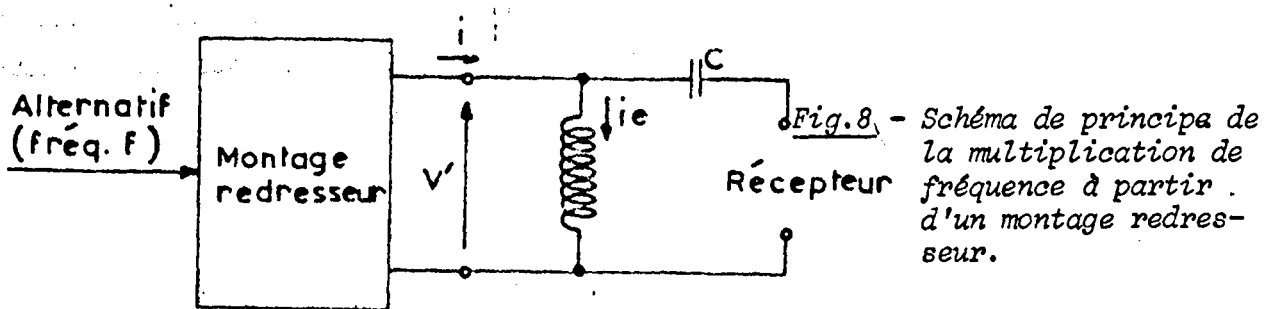


Fig. 8 - Schéma de principe de la multiplication de fréquence à partir d'un montage redresseur.

0.2.2. Le doubleur de fréquence

=====

Pour montrer les propriétés des montages utilisant ce principe, SEGUIER^[16] a étudié le premier des multiplicateurs possibles, le doubleur de fréquence monophasé à diodes (fig. 9).

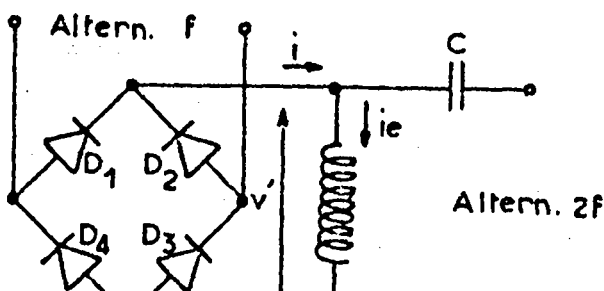


Fig. 9 - Doubleur de fréquence monophasé -

De l'examen du fonctionnement de ce montage, il résulte que :

- la conduction des diodes n'est continue, c'est-à-dire qu'il y a toujours deux diodes passantes, D_1 et D_3 ou D_2 et D_4 , seulement quand l'impédance du récepteur est assez grande.
- lorsque ce dernier tend à prendre un courant trop élevé, on passe en conduction discontinue. Par moments, toutes les diodes sont bloquées. Le courant dans le récepteur ne peut excéder une certaine valeur, ce qui assure la protection de tous les éléments du montage.
- le rendement de la transformation est faible à cause de la consommation de puissance dans le circuit d'entretien.

Cette modicité du rendement tient au fait que les pertes dues au courant i_e sont proportionnelles à ce courant et à la valeur moyenne de la tension redressée v' tandis que la puissance utile est proportionnelle au courant dans le récepteur et aux variations de la tension redressée.

Comme il n'est pas possible de jouer sur le rapport des courants, pour améliorer le rendement, il faut réduire la tension redressée moyenne, c'est-à-dire, substituer aux diodes des redresseurs à électrode de commande des thyristors par exemple.

0.2.3. Plan de l'étude du doubleur à thyristors

=====

C'est à la suite de cette suggestion que nous avons entrepris l'étude du doubleur de fréquence à thyristors. Les procédés de calcul et les conclusions s'appliquent aisément aux multiplicateurs à rapport plus élevés, mais la complexité des relations obtenues nous a conduit à nous en tenir à un montage précis.

Nous commencerons par examiner le fonctionnement en conduction continue, c'est-à-dire, lorsque le montage redresseur débite sans interruption.

Nous étudierons ensuite le cas de la conduction discontinue, qui correspond au blocage de tous les redresseurs durant certains intervalles.

Après quelques vérifications expérimentales, nous montrerons un exemple d'application, le doublement de la vitesse synchrone d'un moteur d'induction.

Il semble, en effet, que la multiplication de la vitesse synchrone des moteurs soit le principal domaine d'application de ce type de montages. Il semble intéressant, dans de nombreux cas, de pouvoir faire tourner des machines avec des vitesses synchrones de 6 000, 9 000 T/min. ou plus à partir du réseau à 50 Hz avec l'introduction entre ce dernier et le moteur d'un montage statique simple.

I. FONCTIONNEMENT EN CONDUCTION CONTINUE

La figure 10 donne le schéma du doubleur de fréquence à thyristors alimentant un récepteur, un moteur M, par exemple, sous une tension de pulsation double de celle ω , de la tension d'alimentation du montage.

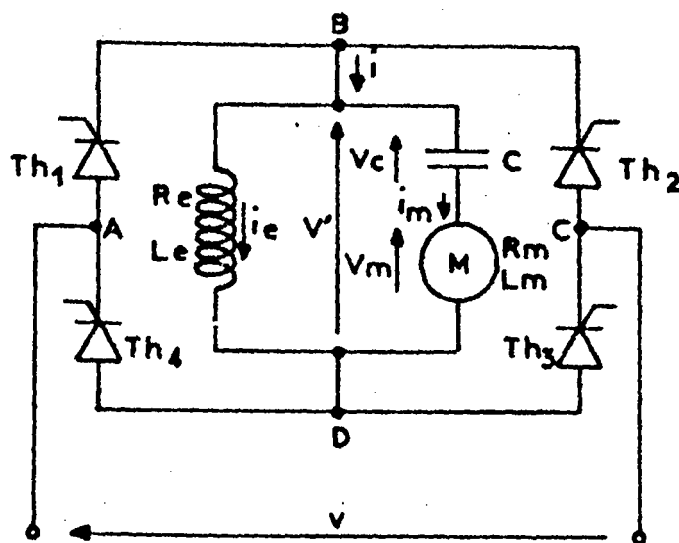


Fig.10 - Schéma du doubleur de fréquence utilisant un montage redresseur en pont.-

Tout au long de cette étude, nous utiliserons les notations suivantes :

- . v tension appliquée à l'entrée du pont redresseur
- . v' tension redressée
- . v_c tension aux bornes de la capacité
- . v_M tension aux bornes du récepteur
- . i courant débité par le pont redresseur
- . i_e courant absorbé par le circuit d'entretien
- . i_M courant absorbé par le récepteur
- . R_e, L_e résistance et self du circuit d'entretien
- . R_M, L_M résistance et self du récepteur
- . C valeur de la capacité en série avec le récepteur.

Les angles seront toujours rapportés à l'échelle de la pulsation de la tension d'alimentation. Ainsi, nous poserons :

$$\operatorname{tg} \phi_e = \frac{L_e \omega}{R_e} = Q_c ; \quad \operatorname{tg} \phi_M = \frac{L_M \omega}{R_M} = Q_M$$

et désignerons par ψ le retard à l'amorçage des redresseurs lu à l'échelle des ωt .

Pour tenir compte des variations des caractéristiques du récepteur, nous utiliserons les paramètres :

$$Q_M \text{ et } K = \frac{R_e}{R_M}$$

ce dernier augmentant au fur et à mesure que, plus chargé, le moteur tend à absorber plus de courant.

Nous négligerons l'impédance de la source de tension v supposée constante quel que soit le régime, nous supposerons aussi que la chute de tension dans les redresseurs conducteurs peut être négligée.

Entre les sommets A et C d'un pont formé de quatre thyristors, Th_1 , Th_2 , Th_3 et Th_4 , on applique la tension alternative sinusoïdale fournie par le réseau

$$v = V_M \sin \omega t \quad (1)$$

La tension redressée v' apparaissant entre B et D est appliquée au moteur M par l'intermédiaire de la capacité C qui absorbe la composante moyenne de v'

$$v' = v_c + v_M \quad (2)$$

L'impédance d'entretien absorbe un courant i_e qui permet le débit du pont redresseur, malgré la nature alternative du courant i_M , tant que le courant redressé i donné par

$$i = i_e + i_M \quad (3)$$

reste positif.

Tant que le courant i_M a une amplitude faible, i reste positif tout au long de la période, on est en régime de conduction continue.

Quand i_M devient plus important, durant certains intervalles de temps, aucun redresseur ne débite. L'étude de ce mode de fonctionnement fera l'objet de la deuxième partie de ce mémoire.

Les résultats obtenus pour l'un puis l'autre des deux modes possibles sont complémentaires. Le premier correspond aux faibles consommations du récepteur, l'autre aux valeurs élevées du courant qu'il tend à absorber.

Remarques

1) Pour obtenir la tension v' , on peut utiliser deux redresseurs seulement mais un transformateur à point milieu est alors nécessaire (Fig.11). Si l'on désigne par v et $-v$ les deux tensions secondaires, ce montage conduit aux mêmes relations que celui de la figure 10.

2) L'emploi d'un pont mixte, formé de deux diodes et de deux redresseurs commandés ne saurait convenir, car au fur et à mesure que l'angle de retard à l'amorçage ψ de ces derniers réduit la composante continue de la tension redressée, il réduit aussi l'harmonique 2 de cette tension.

I.1. ETUDE DE LA TENSION REDRESSEE

I.1.1. Schéma équivalent au montage

=====

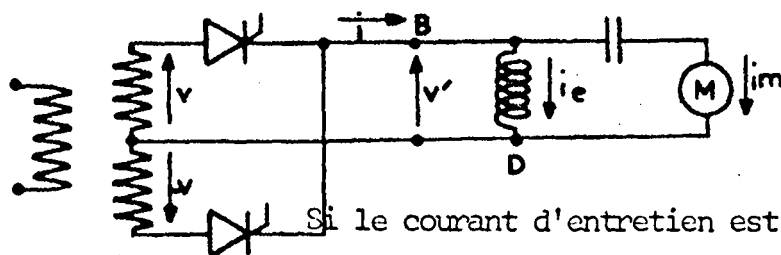


Fig.11 - Schéma du montage doubleur de fréquence utilisant un transformateur à point milieu -

Si le courant d'entretien est suffisant pour que le courant i soit toujours positif, le pont redresseur est toujours conducteur.

$$\begin{aligned} \text{Pour } \frac{\psi}{\omega} < t < \frac{\pi+\psi}{\omega}, \text{ Th}_1 \text{ et Th}_3 \text{ cdrs, } v' &= V_m \sin \omega t \\ \text{Pour } \frac{\pi+\psi}{\omega} < t < \frac{2\pi+\psi}{\omega}, \text{ Th}_2 \text{ et Th}_4 \text{ cdrs, } v' &= -V_m \sin \omega t \end{aligned} \quad (4)$$

La tension entre les points B et D est toujours imposée par la source et les redresseurs, le montage équivaut à celui représenté par la figure 12. On peut étudier séparément le régime des deux circuits alimentés par la tension v' .

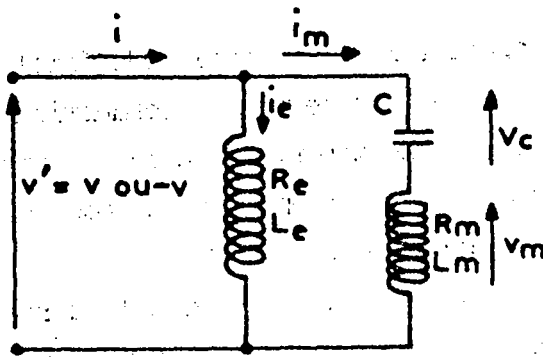


Fig.12 - Circuit équivalent au montage lors du fonctionnement en conduction continue -

I.1.2. Développement en série de la tension v'

=====

La tension redressée v' (fig.13) peut se mettre sous la forme

$$v' = V'_0 + \sum_{p=1}^{\infty} V'_{2p,m} \sin(2p\omega t - \theta_{2p}) \quad (p \text{ nombre entier})$$

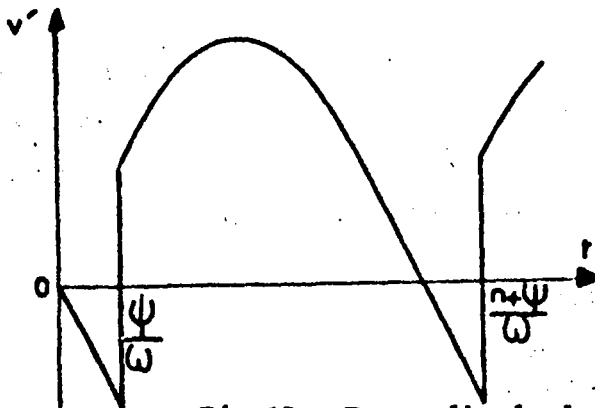


Fig.13 - Forme d'onde de la tension redressée v' -

avec

$$V'_0 = \frac{2}{T} \int_{\psi/\omega}^{\pi+\psi/\omega} V_m \sin \omega t \, dt,$$

$$V'_{2p,m} = \sqrt{A_{2p}^2 + B_{2p}^2}$$

$$\tan \theta_{2p} = \frac{B_{2p}}{A_{2p}}$$

$$A_{2p} = \frac{4}{T} \int_{\psi/\omega}^{\pi+\psi/\omega} V_m \sin \omega t \sin 2p\omega t \, dt,$$

$$B_{2p} = \frac{4}{T} \int_{\psi/\omega}^{\pi+\psi/\omega} V_m \sin \omega t \cos 2p\omega t \, dt,$$

Le calcul de ces diverses quantités donne :

$$\begin{aligned} V'_0 &= \frac{2}{\pi} V_m \cos \psi, \\ A_{2p} &= \frac{2}{\pi} V_m \left[\frac{\sin(2p+1)\psi}{2p+1} - \frac{\sin(2p-1)\psi}{2p-1} \right] \\ B_{2p} &= \frac{2}{\pi} V_m \left[\frac{\cos(2p+1)\psi}{2p+1} - \frac{\cos(2p-1)\psi}{2p-1} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

donc

$$\begin{aligned} V'_{2p,m} &= \frac{4}{\pi} \frac{V_m}{4p^2-1} \sqrt{4p^2 \sin^2 \psi + \cos^2 \psi} \\ \operatorname{tg} \theta_{2p} &= \frac{2p \sin 2p\psi \sin \psi + \cos 2p\psi \cos \psi}{2p \cos 2p\psi \sin \psi - \sin 2p\psi \cos \psi} \end{aligned}$$

Ces relations permettent de tracer, en fonction de l'angle ψ , les courbes donnant les rapports V'_0/V , V'_2/V , V'_4/V et V'_6/V (fig.14). Elles montrent l'intérêt des fortes valeurs du retard.

La tension redressée moyenne V'_0 égale à 0,90 V pour ψ nul, décroît avec ψ et s'annule pour ψ égal à $\pi/2$.

La tension de fréquence $2f$, passe de 0,424 V à 0,828 V quand ψ croît de zéro à $\pi/2$.

Plus ψ est voisin de $\pi/2$, plus le terme moyen qui diminue le rendement est réduit, plus le terme utile de fréquence $2f$ est important. On verra plus loin qu'il n'est pas possible de faire fonctionner le montage avec ψ égal à $\pi/2$ mais qu'on peut s'approcher très près de cette valeur limite.

Il faut remarquer que les tensions de fréquence multiple de $2f$ augmentent elles aussi avec ψ , mais elles sont peut gênantes ^{16} et de plus, leur importance relative est toujours réduite. En effet :

$$(V'_{2p})_{\psi=0} = \frac{4}{\pi} \frac{V}{4p^2-1}, \quad (V'_{2p})_{\psi=\frac{\pi}{2}} = \frac{4}{\pi} \frac{2pV}{4p^2-1}$$

et si p est grand

$$(V'_{2p})_{\psi=0} \approx \frac{1}{\pi} \frac{V}{4p^2} \quad \text{et} \quad (V'_{2p})_{\psi=\frac{\pi}{2}} \approx \frac{2}{\pi} \frac{V}{2p}$$

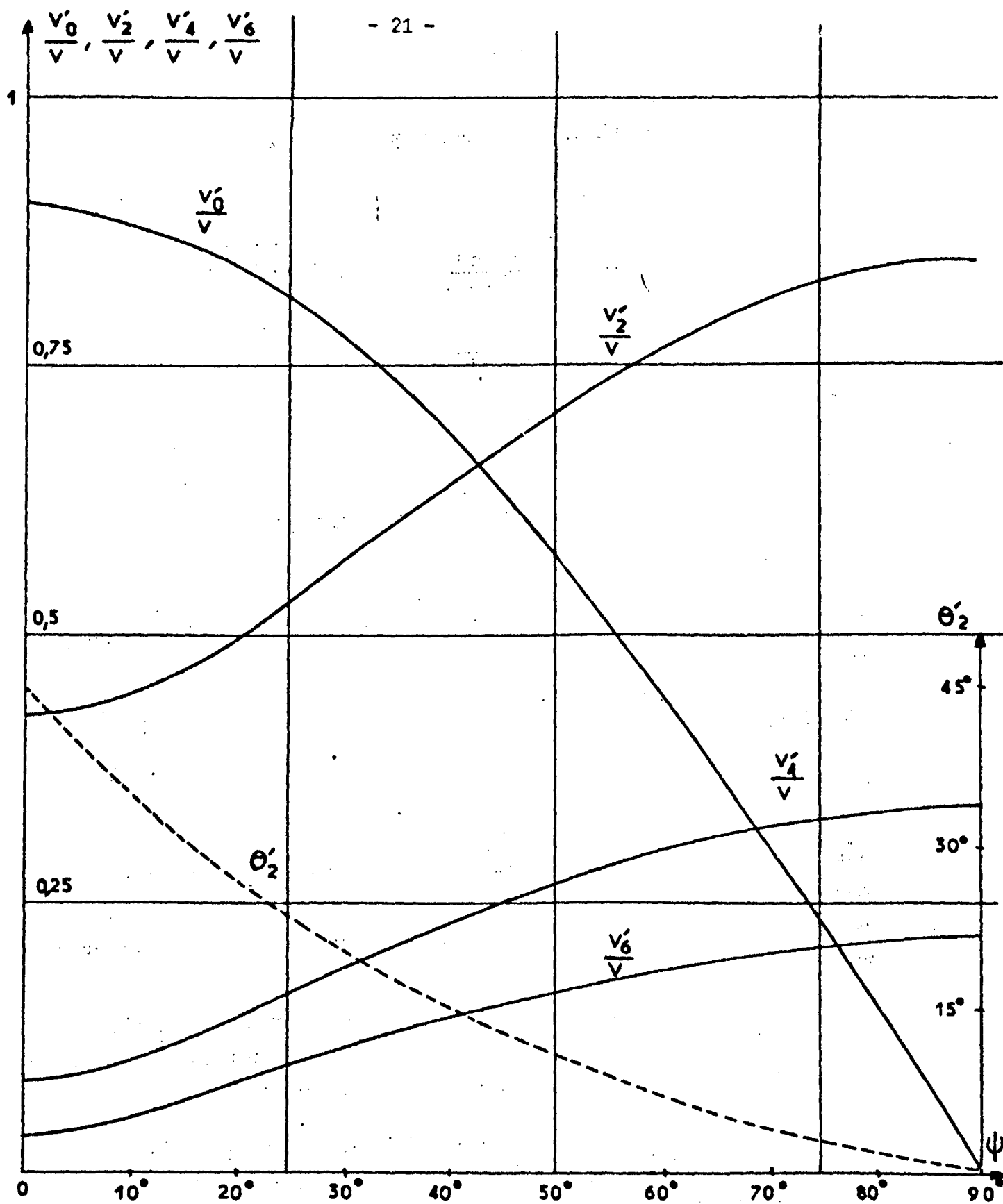


Fig.14 - Courbes donnant, en fonction de l'angle de retard ψ ,
 . l'importance relative des premiers termes du développement
 en série de la tension redressée v'
 . le déphasage du terme de fréquence $2f$.

Sur la figure 14, nous avons également tracé la courbe donnant le déphasage de la tension de fréquence $2f$ par rapport aux brusques variations de la tension redressée.

De la dernière des relations (5), on déduit :

$$\operatorname{tg} \theta_2 = \frac{3 \cos \psi - \cos 3\psi}{\sin 3 - 3 \sin \psi}$$

Mais l'angle θ_2 est à l'échelle des $2\omega t$ et situe l'harmonique 2 par rapport à la tension v

$$v'_2 = V'_{2m} \sin (2\omega t - \theta_2)$$

Il est préférable de prendre pour origine des temps, l'instant $t = \frac{\psi}{\omega}$ où les thyristors Th_1 et Th_3 sont débloqués, en posant :

$$t' = t - \frac{\psi}{\omega} \quad (6)$$

Il vient donc :

$$v'_2 = V'_{2m} \sin (2\omega t' + 2\psi - \theta_2)$$

ou

$$v'_2 = V'_{2m} \sin 2 (\omega t' + \theta'_2)$$

avec

$$\theta'_2 = \psi - \frac{\theta_2}{2} \quad (7)$$

L'angle θ'_2 donne, à l'échelle des ωt et par rapport à l'instant $t = \frac{\psi}{\omega}$, le déphasage de la sinusoïde de fréquence $2f$ qui, avec les autres termes, constitue la tension v' .

Egal à $\frac{\pi}{4}$ pour ψ nul, θ'_2 tend vers zéro quand l'angle ψ tend vers $\pi/2$.

I.2. TENSIONS AUX BORNES DU RECEPTEUR ET DE LA CAPACITE

I.2.1. Etude de la tension de sortie v_M

Le terme V'_0 du développement en série de la tension redressée v' se retrouve en totalité dans l'expression de la tension v_c aux bornes du condensateur.

La valeur efficace $V_{M,2p}$ de l'harmonique de rang $2p$ de la tension de sortie v_M se déduit de celle V de la tension d'alimentation par la relation :

$$V_{M,2p} = \frac{4}{\pi} \frac{V}{4p^2 - 1} \cdot 4p^2 \sqrt{\sin^2 \psi + \cos^2 \psi} \frac{\sqrt{R_M^2 + L_M^2 4p^2 \omega^2}}{\sqrt{R_M^2 + (L_M^2 p \omega - \frac{1}{C 2p \omega})^2}}$$

ou, en posant

$$Q_M = \frac{L_M \omega}{R_M}$$

et

$$K' = 4 L_M C \omega^2$$

(8)

$$V_{M,2p} = \frac{4}{\pi} \frac{V}{4p^2 - 1} \sqrt{4p^2 \sin^2 \psi + \cos^2 \psi} \frac{\sqrt{1 + Q_M^2 4p^2}}{\sqrt{1 + Q_M^2 (2p - \frac{4}{2p K'})^2}} \quad (9)$$

A tension redressée donnée (V et ψ), la valeur des divers harmoniques de la tension v_M ne dépend que de Q_M et de K' .

Les courbes de la figure 15 donnent, en fonction de K' et pour diverses valeurs de Q_M , la valeur des tensions $V_{M,2}$, $V_{M,4}$ et $V_{M,6}$ rapportées respectivement à V'_2 , V'_4 et V'_6 .

Toutes les courbes $V_{M,2p}/V'_{2p}$ tendent vers zéro quand la valeur du paramètre K' ou de la capacité C , qui lui est proportionnelle, tend elle-même vers zéro.

Chaque harmonique de la tension v_M prend une valeur supérieure à celle du terme correspondant de la tension v' dès que K' est supérieur à $1/2p^2$. Le maximum a lieu pour $K' = 1/p^2$, ce qui correspond à sa mise en résonance, et a pour valeur $V'_{2p} \sqrt{1 + Q_M^2 4p^2}$. Puis le rapport $V_{M,2p}/V'_{2p}$ tend rapidement vers l'unité.

Pour les valeurs de K' nettement supérieures à l'unité, l'influence du coefficient Q_M est négligeable, tous les termes du développement en série de la tension v_M ont sensiblement la même valeur que les termes correspondants de la tension redressée v' .

I.2.2. Tension v_C aux bornes de la capacité

=====

La tension v_C aux bornes du condensateur comprend :

. La tension redressée moyenne $V'_0 = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} V \cos \psi$

. les tensions alternatives de pulsation égale à 2ω ou à ses multiples

La valeur efficace de l'harmonique de rang $2p$ est

$$V_{c,2p} = \frac{4}{\pi} \frac{V}{4p^2 - 1} \sqrt{4p^2 \sin^2 \psi + \cos^2 \psi} \sqrt{\frac{1/C2p\omega}{R_M^2 + (L_M 2p\omega - \frac{1}{C2p\omega})^2}}$$

ou en mettant en évidence le terme de même fréquence de la tension redressée v' et les paramètres Q_M et K' .

$$V_{c,2p} = V'_{2p} \sqrt{\frac{Q_M/2pK'}{1 + Q_M^2 (2p - \frac{1}{2pK'})^2}} \quad (10)$$

Les courbes de la figure 16 donnent, en fonction de K' et pour quelques valeurs de Q_M , les variations des rapports

$$\frac{V_{c,2}}{V'_{2}}, \quad \frac{V_{c,4}}{V'_{4}} \quad \text{et} \quad \frac{V_{c,6}}{V'_{6}}$$

$\frac{V_{c,2p}}{V'_{2p}}$ tend vers un, quand K' tend vers zéro. Lorsque ce paramètre augmente, le rapport croît et atteint son maximum égal à $\sqrt{\frac{1+4p^2 Q_M^2}{1+4p^2 Q_M^2}}$ pour K' égal à $4Q_M^2/1+4p^2 Q_M^2$.

Le maximum est donc d'autant plus élevé et la valeur de K' qui le donne d'autant plus voisine de $1/p^2$ que le coefficient Q_M est plus grand.

Lorsque K' continue à croître $V_{c,2p}$ tend rapidement vers zéro. Pour les valeurs de K' nettement supérieures à l'unité, la tension v_c est pratiquement constante et égale à v'_0 .

I.2.3. Choix de la capacité

Les courbes de la figure 15 montrent que pour obtenir un terme de fréquence $2f$ d'amplitude nettement supérieure à celle des termes de fréquence plus élevée, il faut choisir une valeur élevée de K' .

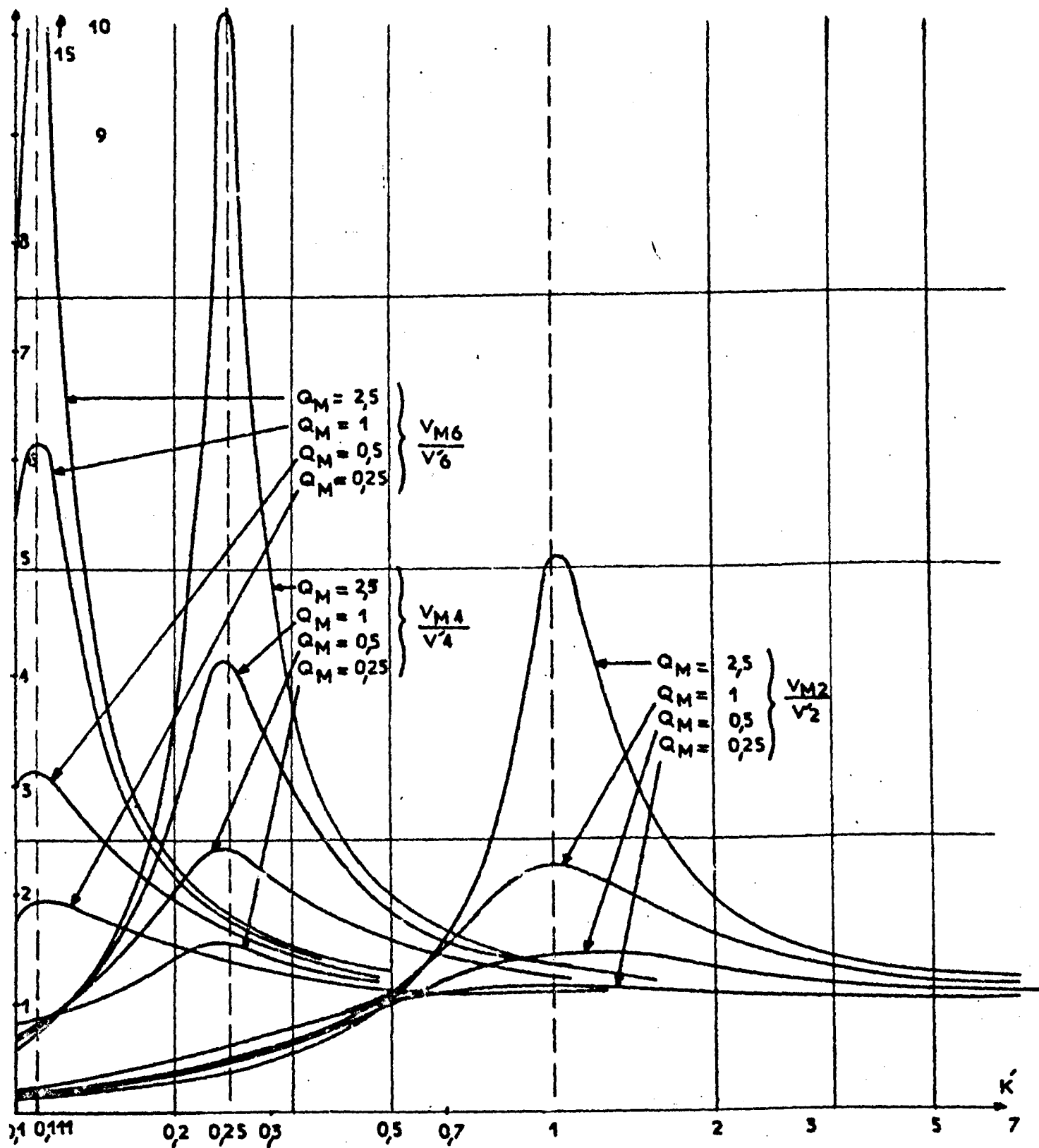


Fig.15 - Courbes donnant, en fonction de $K' = 4L_m C \omega^2$, les variations des rapports $V_{M2}/V'2$, $V_{M4}/V'4$ et $V_{M6}/V'6$ entre termes de même fréquence de la tension de sortie et de la tension redressée -

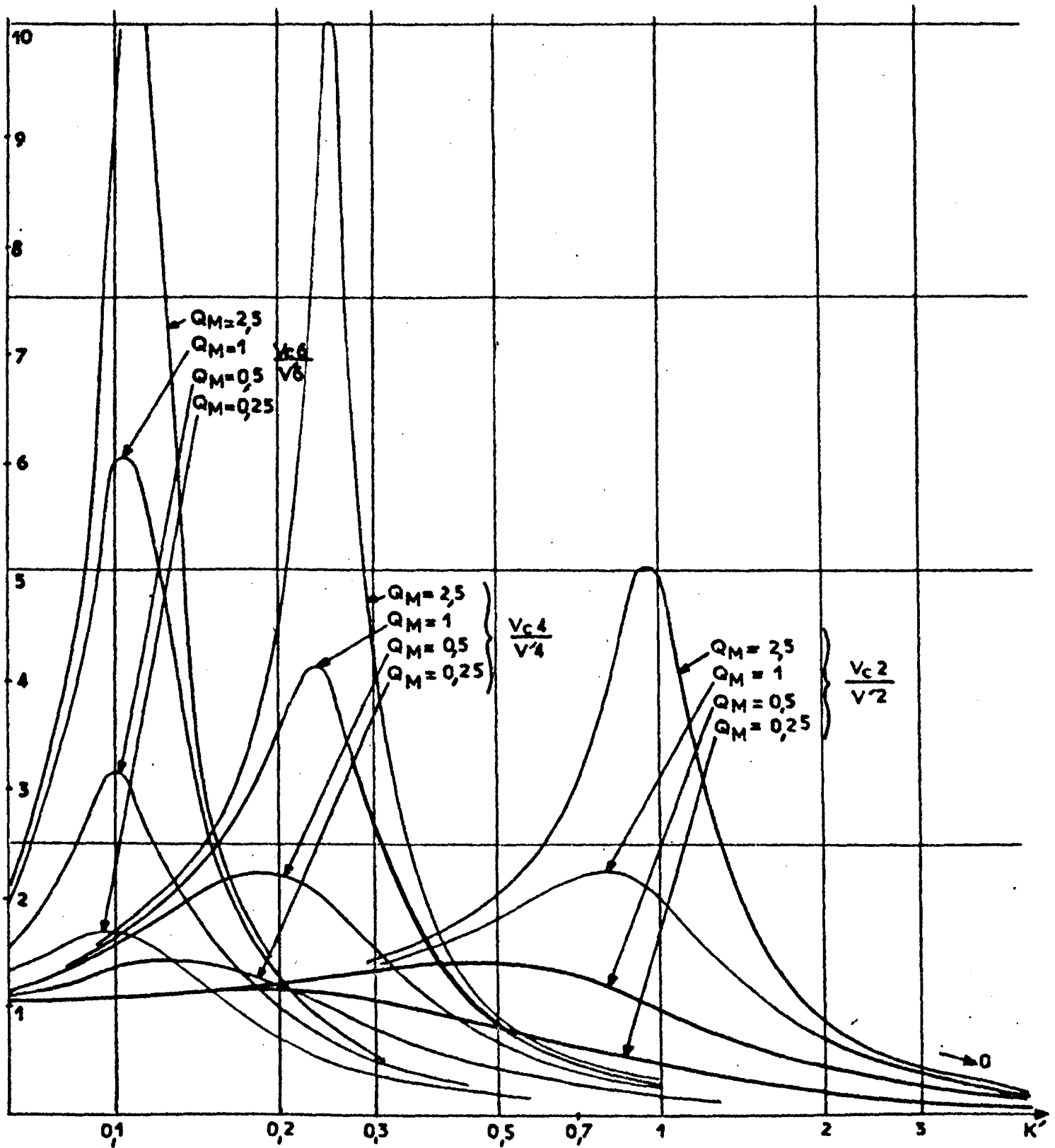


Fig.16 - Courbes donnant, en fonction de $K' = 4L_M \omega^2$, les variations des rapports $V_{c2}/V'2$, $V_{c4}/V'4$, $V_{c6}/V'6$ entre termes de même fréquence de la tension aux bornes de la capacité et de la tension redressée -

Si le récepteur présente une réactance très variable, comme c'est le cas pour un moteur dont l'impédance apparente est fonction de la charge, il faut prendre une valeur de C telle que K' soit toujours nettement supérieur à un afin d'obtenir une tension de fréquence $2f$ sensiblement constante.

Les courbes de la figure 16 soulignent le second avantage du fonctionnement à K' élevé. Dans ce cas, en effet, la tension v_c est unidirectionnelle, quelle que soit la réactance du récepteur, puisque v_c peut être confondu avec V'_0 . On a alors la possibilité d'utiliser des condensateurs électrolytiques qui permettent d'obtenir de fortes valeurs de C avec un volume et un coût réduits.

Il n'y a pas lieu de reprendre les calculs des diverses tensions harmoniques en envisageant le cas du récepteur résistant (K' et Q_M sont alors tous deux nuls).

L'étude qui précède a suffisamment montré ce qu'on attend de la capacité et, par là, la valeur qu'il convient de lui donner.

La capacité doit absorber la composante moyenne V'_0 de la tension redressée v' et transmettre au récepteur la totalité des variations de cette tension.

Pour cela, il suffit que son impédance, infinie pour le terme moyen, soit très faible devant celle du récepteur pour les signaux de fréquence $2f$ ou multiple.

Nous supposons, dans la suite des calculs, cette condition réalisée et prendrons une tension de sortie égale à :

$$v_M = v' - V'_0 \quad (11)$$

donc où tous les termes sinusoïdaux du développement en série ont même amplitude et même phase que dans la tension redressée.

I.3. ETUDE DU COURANT D'ENTRETIEN

La dérivation de constantes R_e et L_e a pour but d'absorber un courant i_e tel que le courant total i débité par le pont redresseur ne s'annule pas.

Puisque ce résultat est, dans cette première partie, supposé obtenu, il est facile de trouver l'expression du courant d'entretien et de donner quelques exemples de forme d'onde.

I.3.1. Expression du courant d'entretien i_e

Le courant i_e se déduit de la tension redressée v' par :

$$R_e i_e + L_e \frac{di_e}{dt} = v' ,$$

avec

$$v' = V_m \sin \omega t \text{ pour } \frac{\psi}{\omega} < t < \frac{\psi + \pi}{\omega}$$

Il est donc donné par une expression de la forme :

$$i_e = \frac{V_m}{R_e^2 + L_e^2 \omega^2} \left\{ R_e \sin \omega t - L_e \omega \cos \omega t + A e^{-\frac{R_e}{L_e} \left(t - \frac{\psi}{\omega} \right)} \right\}$$

On détermine la constante d'intégration A en indiquant par i la valeur de i_e à l'instant $t = \frac{\psi}{\omega}$ et en écrivant que le courant ne peut subir de discontinuité. Il vient alors :

$$i_e = \frac{V_m}{R_e^2 + L_e^2 \omega^2} \left\{ (R_e \sin \omega t - L_e \omega \cos \omega t) + \left[i_\psi \frac{R_e^2 + L_e^2 \omega^2}{V_m} - (R_e \sin \psi - L_e \omega \cos \psi) \right] e^{-\frac{R_e}{L_e} \left(t - \frac{\psi}{\omega} \right)} \right\}$$

La périodicité de la tension redressée indique que

$$(i_e)_{\frac{\psi}{\omega}} = (i_e)_{\frac{\psi + \pi}{\omega}} = i_\psi$$

D'où l'équation donnant i_ψ

$$i = \frac{V_m}{R_e^2 + L_e^2 \omega^2} \left\{ (R_e \sin \psi - L_e \omega \cos \psi) \left(1 + e^{-\frac{R_e}{L_e} \frac{\pi}{\omega}} \right) \right\} + i_\psi e^{-\frac{R_e}{L_e} \frac{\pi}{\omega}}$$

On en déduit, en mettant en évidence ϕ_e et Q_e tels que

$$t_g \phi_e = \frac{L_e \omega}{R_e} = Q_e, \quad (12)$$

$$i_\psi = \frac{V_m}{\sqrt{R_e^2 + L_e^2 \omega^2}} \frac{1 + e^{-\frac{\pi}{Q_e}}}{1 - e^{-\frac{\pi}{Q_e}}} \sin(\phi_e - \psi)$$

Pour que i_ψ soit positif, il faut que $\sin(\phi_e - \psi)$ soit positif, donc que

$$\psi < \phi_e \quad (13)$$

La condition nécessaire mais non suffisante pour que la conduction continue soit assurée, même à vide ($i_M=0$), est que le retard à l'amorçage ψ soit inférieur à l'argument du circuit d'entretien.

On ne peut compter sur le courant absorbé par le récepteur pour assurer la continuité de la conduction du pont pour les valeurs de t voisines de ψ/ω . En effet, nous avons montré (courbe $\theta'_2=f(\psi)$ de la figure 15), que pour les valeurs de ψ voisines de $\pi/2$, l'onde de tension v'_2 passe par zéro au voisinage de $t = \psi/\omega$. Si le récepteur est inductif dont absorbe un courant déphasé en arrière de v'_2 , ce courant sera négatif pour $t = \psi/\omega$ et se soustrayant de i tendra non à augmenter le courant total i , mais à provoquer le blocage du pont.

La condition (13) montre l'intérêt des valeurs élevées du coefficient Q_e de qualité du circuit d'entretien.

En effet, pour améliorer le rendement de la transformation de fréquence, nous avons vu (§I.1.2.) qu'il fallait travailler pour des valeurs de ψ voisines de $\pi/2$. La réduction de V'_0 et l'accroissement de V'_2 qu'on espère obtenir ainsi, ne sont possibles que si ϕ_e est lui-même voisin de $\pi/2$.

Si la conduction continue est assurée, l'expression du courant d'entretien devient, compte tenu de la valeur de i_ψ ,

$$i_e = \frac{V_m}{R_e (1 + Q_e^2)} \left\{ \sin(\omega t - \phi_e) + \frac{2 \sin(\phi_e - \psi)}{1 - e^{-\frac{\pi}{Q_e}}} e^{-\frac{(\omega t - \psi)}{Q_e}} \right\} \quad (14)$$

Pour l'étude de i_e , nous serons amenés soit à utiliser cette relation, en prenant d'ailleurs pour origine des temps, le déblocage des thyristors, soit à considérer son développement en série de Fourier.

$$i_e = \frac{V'_o}{R_e} + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{V'_{2p,m}}{Z_{e,2p}} \sin(2p\omega t - \theta_{2p} - \phi_{2p}) \quad (15)$$

V'_o , $V'_{2p,m}$ et θ_{2p} sont donnés par le développement en série de la tension redressée,

$$Z_{e,2p} = \sqrt{R_e^2 + L_e^2 4p^2 \omega^2} = R_e \sqrt{1 + 4p^2 Q_e^2}$$

$$\phi_{2p} = \arctan \frac{L_e 2p\omega}{R_e} = \arctan 2p Q_e$$

On remarque que la valeur moyenne I_{eo} du courant d'entretien,

$$I_e = \frac{V'_o}{R_e} = \frac{2}{\pi} \frac{V_m}{R_e} \cos \psi \quad (16)$$

diminue au fur et à mesure que l'accroissement du retard ψ réduit la tension redressée moyenne.

I.3.2. Forme d'onde du courant d'entretien i_e

La relation (14), modifiée au posant $t' = t - \psi/\omega$, c'est-à-dire en prenant pour origine l'instant de déblocage des redresseurs,

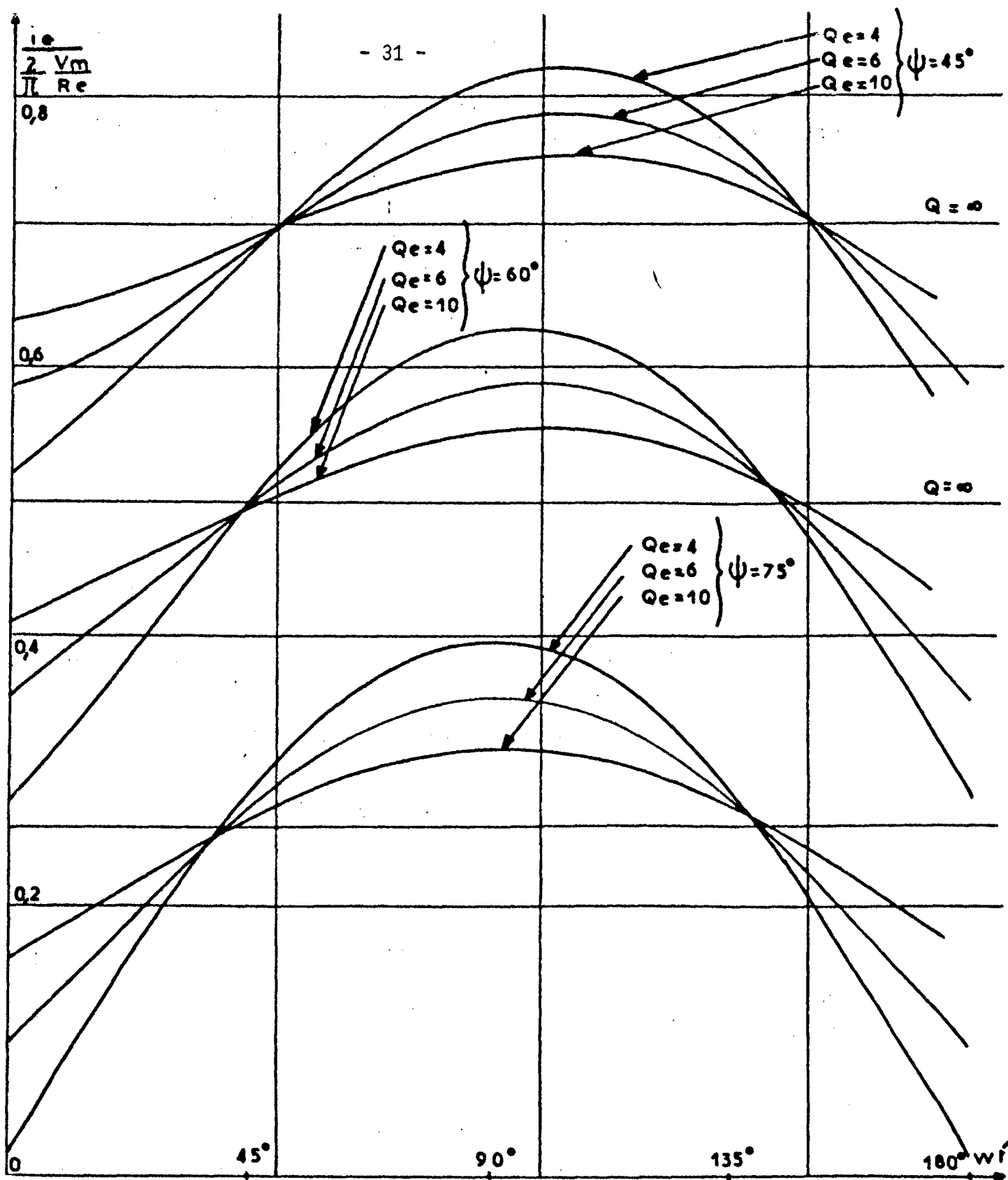


Fig.17 - Forme d'onde du courant i_e , au long de l'une de ses périodes, tracée pour trois valeurs^e de Q_e et

- . en traits pleins, pour^e : $\psi = 45^\circ$
- . en traits interrompus pour : $\psi = 60^\circ$
- . en traits mixtes, pour : $\psi = 75^\circ$

$$i_e = \frac{V_m}{R_e \sqrt{1 + Q_e^2}} \left\{ \sin(\omega t' + \psi - \phi_e) + 2 \frac{\sin(\phi_e - \psi)}{1 - e^{-\frac{\pi}{Q_e}}} e^{-\frac{\omega t'}{Q_e}} \right\} \quad (17)$$

nous a permis de calculer, point par point, pour diverses valeurs de Q_e et de ψ la forme d'onde du courant d'entretien i_e .

La figure 17 reproduit deux familles de courbes $i_e(\omega t')$ correspondant à deux valeurs de ψ .

A angle ψ donné, plus Q_e est grand, moins le courant i_e s'écarte de sa valeur moyenne $\frac{2}{\pi} V_m / R_e \cos \psi$.

A facteur de qualité Q_e donné, plus l'angle de retard ψ croît, plus l'importance relative de l'ondulation est grande.

Pour préciser cette influence de ψ sur les variations du courant i_e , nous avons calculé le taux d'ondulation à % de ce dernier

$$a \% = 100 \frac{i_{e \max} - i_{e \min}}{2 I_{co}}$$

ce qui permet de tracer les courbes $a \% = f(\psi)$ pour diverses valeurs de Q_e (exemple, figure 18). On voit l'influence considérable de Q sur l'ondulation de i_e .

Alors que travaillant avec un pont à diodes, donc à ψ nul, G. SEGUIER avait pu admettre, avec une approximation raisonnable, l'hypothèse du courant d'entretien constant, cette hypothèse est peu satisfaisante ici, puisqu'on doit travailler avec des valeurs de ψ voisines de $\pi/2$.

Nous l'avons toutefois adoptée pour une première étude approchée des phénomènes et, en particulier, pour arriver à des relations sous forme littérale.

Mais, pour une étude plus précise, il faudra tenir compte des variations de i_e et avoir recours au calcul numérique.

I.3.3. Puissance dépensée dans le circuit d'entretien

=====

Pour déterminer la puissance P_e dépensée, nous envisagerons d'abord le cas limite de Q_e infini donc de i_e constant, puis chercherons l'expression générale de cette puissance.

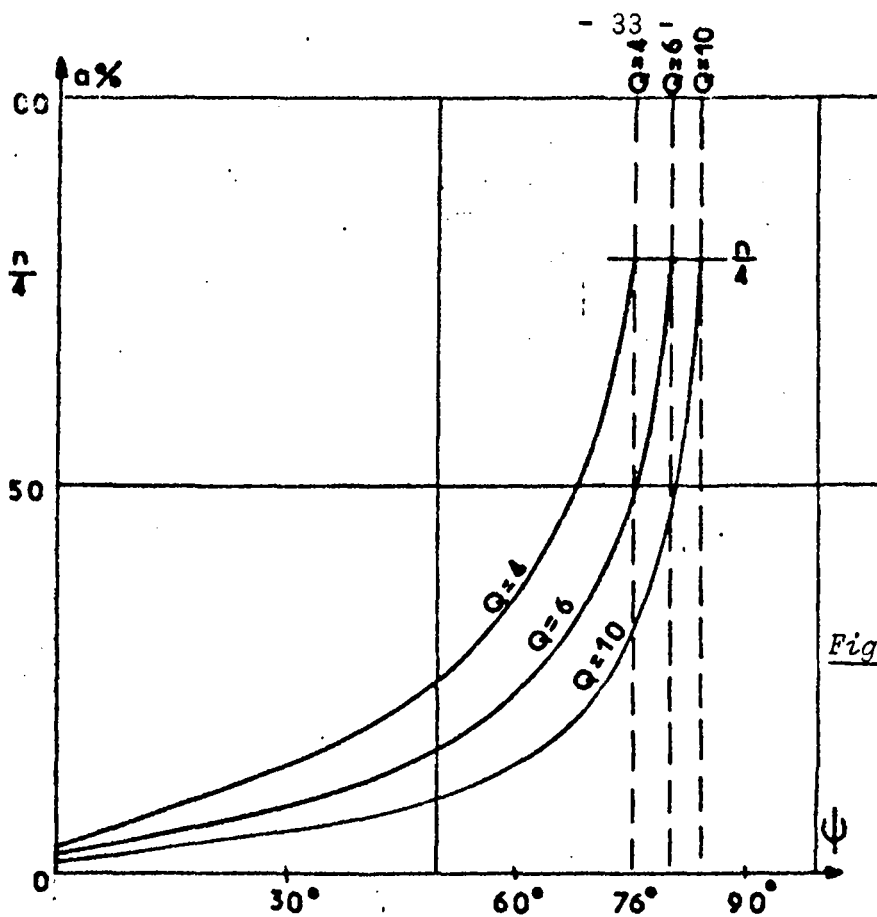


Fig.18 - Courbes donnant, en fonction de l'angle ψ , et pour trois valeurs de Q , le taux d'ondulation du courant d'entretien -

I.3.3.1. Cas où Q_e est infini

Si le courant i_e est constant, tous les termes du développement en série de la tension v' donnent avec i_e des produits de valeur moyenne nulle, sauf le terme constant V'_0 .

$$P_e = V'_0 i_e$$

ou, en remplaçant V'_0 puis i_e par leur valeur

$$P_e = \frac{2}{\pi} V_m \cos \psi i_e = \frac{4}{\pi^2} \frac{V_m^2}{R_e} \cos^2 \psi \quad (18)$$

I.3.3.2. Cas où Q_e a une valeur finie

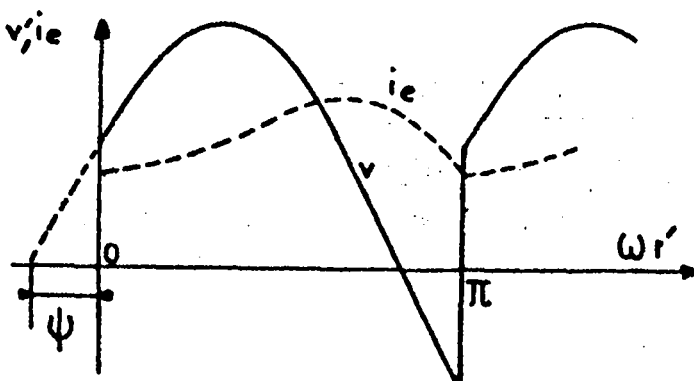


Fig.19 - Forme d'onde de la tension v' aux bornes du circuit d'entretien et du courant i_e qui le traverse si Q_e a une valeur finie.

Si le courant d'entretien i_e n'est pas constant, la puissance absorbée pour la résistance R_e est supérieure à celle donnée par la relation (18), en effet, les produits moyens des harmoniques de la tension v' par ceux du courant i_e ne sont plus nuls.

Le calcul de P_e est facilité par le changement de l'origine des temps (fig.19).

Pour $\omega t' < \pi$,

$$v' = V_m \sin(\omega t' + \psi),$$

$$i_e = \frac{V_m}{R_e \sqrt{1+Q_e^2}} \left\{ \sin(\omega t' + \psi - \phi_e) + \frac{2\sin(\phi_e - \psi)}{1 - e^{-\frac{\pi}{Q_e}}} e^{-\frac{\omega t'}{Q_e}} \right\}$$

D'où l'expression de la puissance instantanée

$$p_e = \frac{V_m^2}{R_e \sqrt{1+Q_e^2}} \left\{ \sin(\omega t' + \psi - \phi_e) \sin(\omega t' + \psi) + \frac{2\sin(\phi_e - \psi)}{1 - e^{-\frac{\pi}{Q_e}}} \sin(\omega t' + \psi) e^{-\frac{\omega t'}{Q_e}} \right\}$$

La puissance P_e , définie par

$$P_e = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi p_e d\omega t$$

et calculée à partir de la relation précédente, a pour valeur

$$P_e = \frac{V_m^2}{2R_e} \cos^2 \phi_e + \frac{2}{\pi} \frac{V_m^2}{R_e} \frac{1 + e^{-\pi/Q_e}}{1 - e^{-\pi/Q_e}} \sin^2(\phi_e - \psi) \cos \phi_e \sin \phi_e \quad (19)$$

I.4. RENDEMENT DE LA TRANSFORMATION DE FREQUENCE

Le rendement de la transformation de fréquence est le quotient de la puissance P_M fournie au récepteur par la somme $P_M + P_e$.

A tension d'alimentation V et à circuit d'entretien donnés, le courant i_M absorbé par le récepteur augmente au fur et à mesure que son impédance diminue. Cette impédance est caractérisée par

$$K = \frac{R_e}{P_M} \quad \text{et} \quad \phi_M = \arctg \frac{L_M \omega}{R_M}$$

Nous étudierons comment varie le rendement à ρ_M donné tant que K est inférieur à la valeur K_{lim} au delà de laquelle la conduction continue ne serait plus assurée et examinerons l'influence de ψ .

Pour permettre notamment le raccordement avec les courbes ultérieurement établies en conduction discontinue, nous envisagerons successivement deux cas :

- . celui où Q_e est infini
- . celui où Q_e a une valeur finie.

Dans l'un et l'autre cas, nous envisagerons deux types de récepteurs :

- . récepteur purement résistant, donc tel que le courant i_M ait la même forme d'onde que la tension v_M
- . Récepteur résistant et inductif. Nous supposons alors que le courant i_M est confondu avec le terme de fréquence $2f$ de son développement en série.

I.4.1. Q_e infini. Récepteur résistant

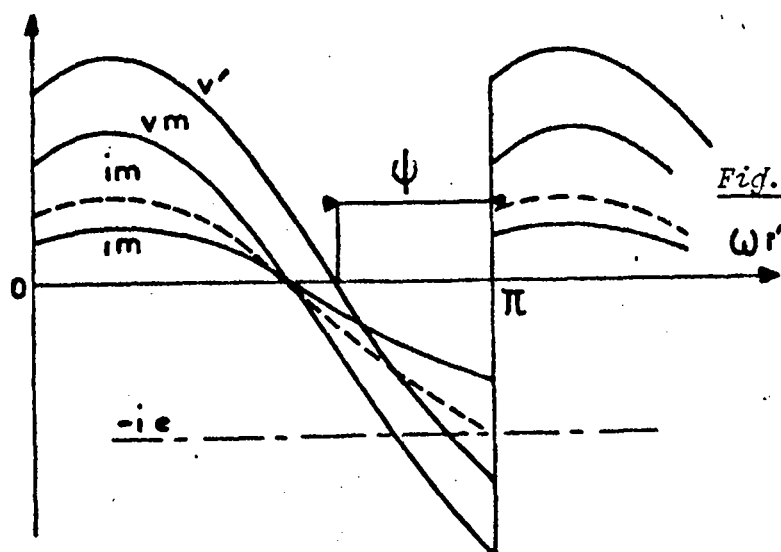


Fig. 20 - Débits sur résistance, cas où Q est infini : Forme d'onde des tensions v' et V_M et du courant i_M (en traits interrompus, courant i_M pour k_{lim}).

La tension v' ayant pour expression, pour $0 < \omega t' < \psi$,

$$v' = V_m \sin(\omega t' + \psi)$$

le courant i_M dans le récepteur (fig.20), égal à

$$i_M = \frac{v_M}{R_M} = \frac{v' - v'_0}{R_M}$$

est donné par

$$i_M = \frac{V_M}{R_M} \left\{ \sin(\omega t' + \psi) - \frac{2}{\pi} \cos \psi \right\}$$

Pour que la conduction soit toujours assurée, il faut que $i_M + i_e$ soit toujours positif. La valeur minimale de i_M correspondant aux instants $t' = 0$ ou π , cette condition s'écrit :

$$i_e > \frac{V_m}{R_M} \left(\sin \psi + \frac{2}{\pi} \cos \psi \right)$$

ou, puisque i_e est constant et égal à I_{eo} ,

$$\frac{2}{\pi} \frac{V_m}{R_e} \cos \psi > \frac{V_m}{R_M} \left(\sin \psi + \frac{2}{\pi} \cos \psi \right)$$

il faut que K soit inférieur à K_{lim} tel que

$$K_{lim} = \frac{1}{1 + \frac{\pi}{2} \operatorname{tg} \psi} \quad (20)$$

La valeur maximale de K est d'autant plus faible que l'angle ψ est plus grand.

La puissance fournie au récepteur est égale à

$$\begin{aligned} P_M &= \frac{1}{\pi} \int_0^\pi R_M i_M^2 d\omega t' \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{V_m^2}{R_M} \left\{ \sin(\omega t' + \psi) - \frac{2}{\pi} \cos \psi \right\}^2 d\omega t' \\ P_M &= \frac{V_m^2}{\pi R_M} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{4 \cos^2 \psi}{\pi} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

et, puisque la puissance P_e dépensée dans le circuit d'entretien est :

$$P_e = \frac{4 V_m^2}{\pi^2 R_e} \cos^2 \psi$$

le rendement a pour valeur :

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{8 \cos^2 \psi}{K(\pi^2 - 8 \cos^2 \psi)}} \quad (22)$$

Le rendement croît avec le paramètre K et donc le courant absorbé par le récepteur.

Le rendement maximum est donc obtenu pour K_{lim} et a pour valeur alors :

$$\eta_{max} = \frac{\pi^2 \cos^2 \psi}{\pi^2 + 4\pi \sin \psi \cos \psi} \quad (23)$$

Les courbes de la figure 21 donnent, en fonction de ψ , les variations de η_{max} et de K_{lim} . Elles montrent que en travaillant au voisinage de $\psi = \frac{\pi}{2}$, on peut obtenir des rendements très élevés. La marche à égal à $\pi/2$ est impossible puisqu'alors K_{lim} est nul, c'est-à-dire que la résistance du récepteur doit être nulle ou celle du circuit d'entretien infinie.

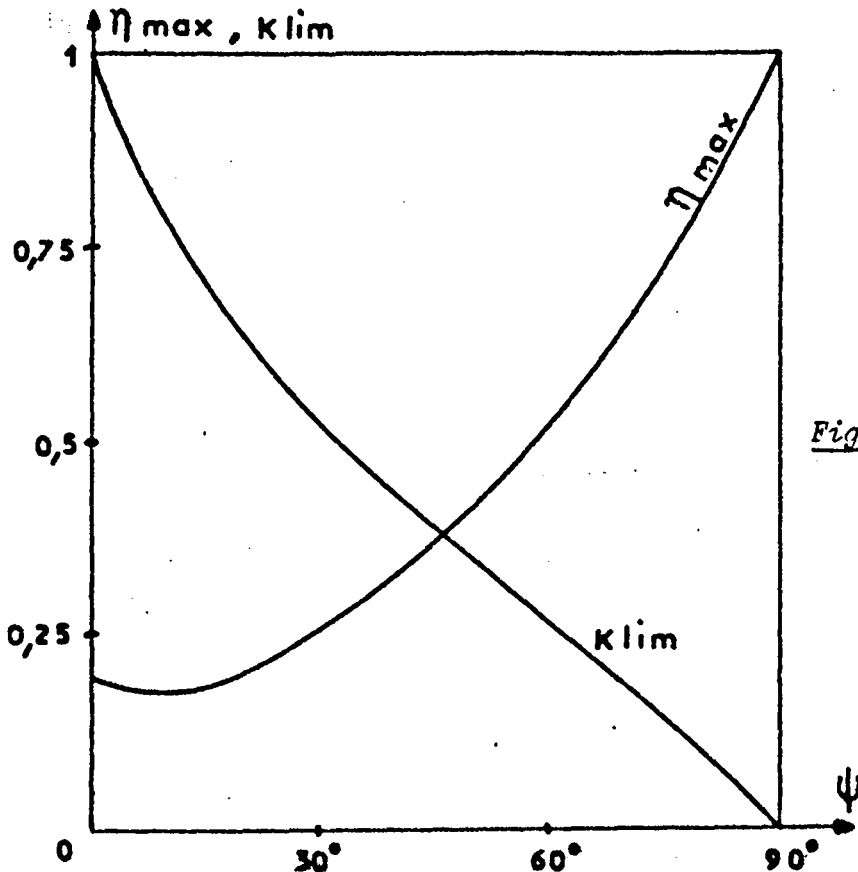


Fig. 21 - Variations de η_{max} et de K_{lim} en fonction de ψ .
Cas du récepteur résistant et du circuit d'entretien de Q_e infini. -

I.4.2. Q_e infini. Récepteur résistant et inductif

Si le récepteur est inductif, la forme d'onde du courant i_M diffère de celle de $v'-V'_0$. Le terme le plus important du développement en série de i_M est celui de fréquence $2f$ et celà d'autant plus que le récepteur est plus inductif, c'est-à-dire que l'impédance du récepteur croît plus rapidement avec la fréquence.

Nous supposons le courant dans le récepteur sinusoïdal et le confondrons avec le courant de fréquence $2f$ qui a pour valeur :

$$I_{M2} = \frac{V_{M2}}{\sqrt{R_M^2 + L_M^2 4\omega^2}} = \frac{V_{M2}}{R_M \sqrt{1 + 4Q_M^2}}$$

Si l'on désigne par $\cos \phi_{M2}$ le facteur de puissance du récepteur pour les signaux de fréquence $2f$,

$$\cos \phi_{M2} = \frac{R_M}{\sqrt{R_M^2 + L_M^2 4\omega^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 4Q_M^2}} \quad (24)$$

il vient

$$I_{M2} = \frac{V_{M2}}{R_M} \cos \phi_{M2}$$

La condition de conduction continue devient

$$i_e = I_{eo} > I_{M2} \sqrt{2}$$

ou

$$\frac{2}{\pi} \frac{V_m}{R_e} \cos \psi > \frac{4}{3\pi} \frac{\cos \phi_{M2}}{R_M} V_m \sqrt{4 \sin^2 \psi + \cos^2 \psi}$$

on en déduit la valeur de K_{lim} au dessous de laquelle la conduction continue est assurée

$$K_{lim} = \frac{3}{2} \frac{1}{\cos \phi_{M2}} \frac{1}{\sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi}} \quad (25)$$

La puissance fournie au récepteur sous forme de signaux de fréquence $2f$ est

$$\begin{aligned} P &= V_{M2} I_{M2} \cos \phi_{M2} \\ &= \frac{16}{9\pi^2} \frac{V_M^2}{2} (4 \sin^2 \psi + \cos^2 \psi) \frac{\cos^2 \phi_{M2}}{R_M} \end{aligned} \quad (26)$$

Celle dépensée dans le circuit d'entretien restant encore égale à

$$P_e = \frac{4 V_M^2}{\pi^2 R_e} \cos^2 \psi$$

le rendement de la transformation est donné par la relation

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{2}{2K(1+4\text{tg}^2\psi)\cos^2\phi_{M2}}} \quad (27)$$

Le rendement croît avec $K \cos\phi_{M2}$ donc le courant dans le récepteur et $\cos\phi_{M2}$ donc le facteur de puissance de ce dernier.

Le rendement maximum est obtenu pour K égal à K_{lim} et vaut alors :

$$\eta_{max} = \frac{1}{1 + \frac{3}{(\sqrt{1+4\text{tg}^2\psi})\cos\phi_{M2}}} \quad (28)$$

Sur la figure 22, nous avons tracé la courbe donnant K_{lim} $\cos\phi_{M2}$ en fonction de ψ et celles montrant les variations avec cet angle de η_{max} pour divers $\cos\phi_{M2}$.

Le rendement maximum tend encore vers un quand ψ tend vers $\pi/2$, mais pour les valeurs inférieures de cet angle, η_{max} dépend fortement de $\cos\phi_{M2}$. Ce résultat était prévisible puisque les pertes et I_{2M} sont indépendantes de $\cos\phi_{M2}$ alors que la puissance utile lui est proportionnelle.

La comparaison avec les courbes de la figure 21 montre que l'hypothèse du courant sinusoïdal dans le récepteur conduit pour les valeurs de $\cos\phi_{M2}$ voisines de l'unité à des valeurs de K_{lim} et η_{max} plus élevées.

I.4.3. Q_e de valeur finie. Récepteur résistant

Nous avons déjà calculé l'expression de i_e en fonction de ωt (relation (17)) et, puisque le récepteur est supposé purement résistant, celle du courant i_M est :

$$i_M = \frac{V_M}{R} \left\{ \sin(\omega t + \psi) - \frac{2}{\pi} \cos\psi \right\}$$

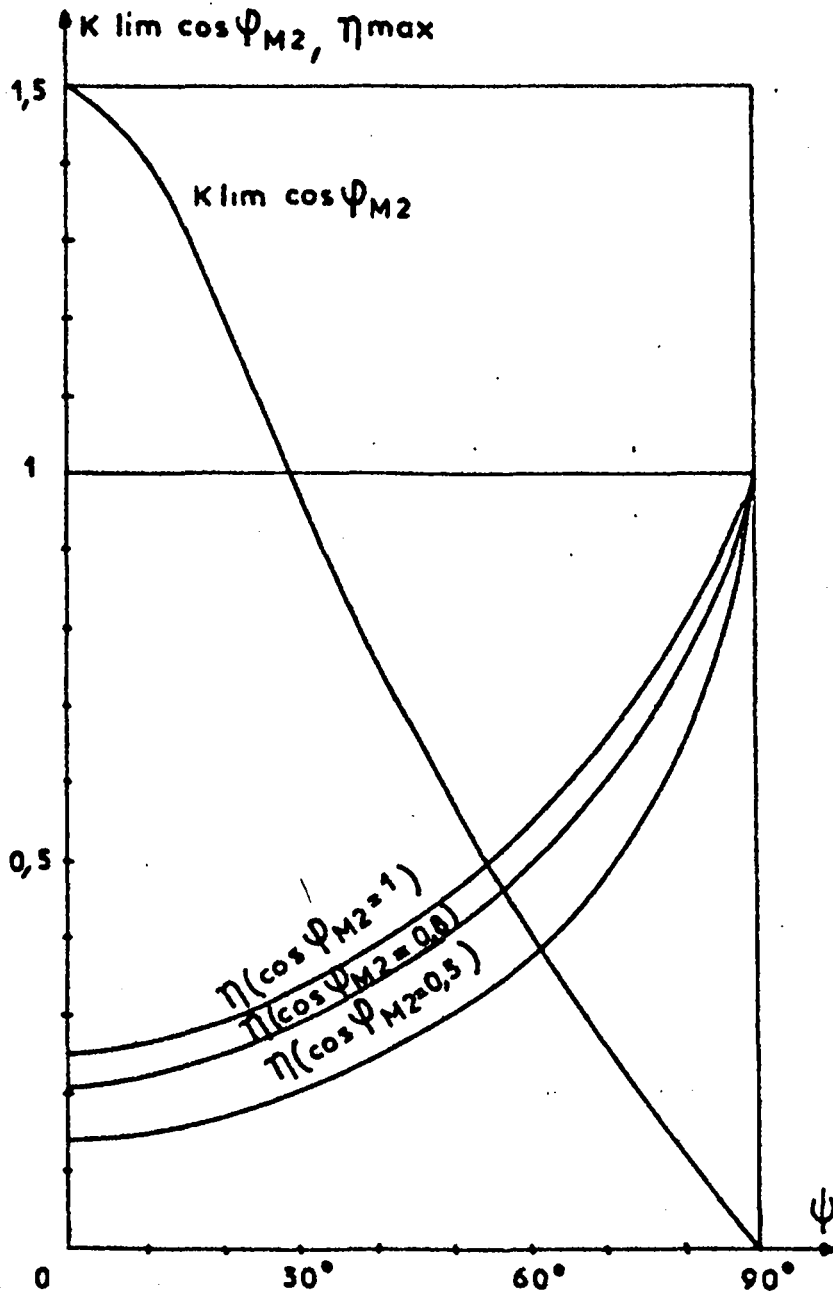


Fig.22 - Récepteur inductif Q_e supposé infini : caractéristiques donnant $K_{lim} \cos \phi_{M2}$ et le rendement maximum en fonction de l'angle ψ

La figure 23 montre que pour $\omega t'$ tendant vers π , i_M décroît alors que $-i_e$ croît ; la condition de conduction continue $i_M + I_e > 0$ sera vérifiée tant que

$$(i_M)_\pi > -(i_e)_\pi$$

ce qui donne :

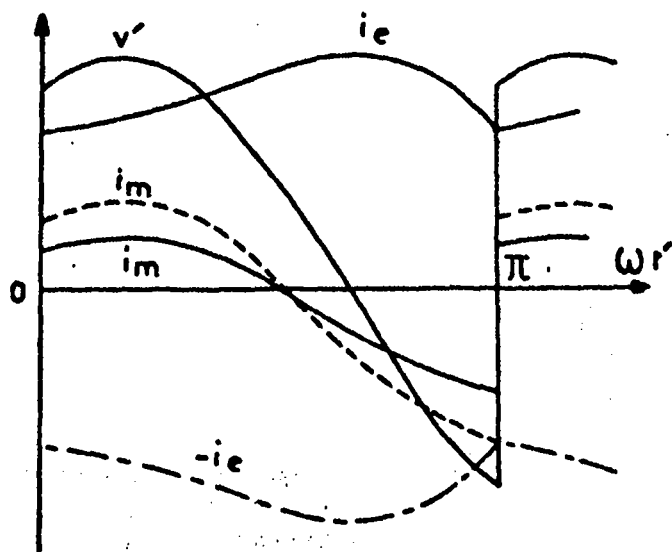


Fig. 23 - Forme d'onde des courants i_e et i_m dans le cas où Q_e a une valeur finie et où le récepteur est purement résistif (En traits interrompus, forme d'onde de i_m correspondant à K_{lim})

$$\frac{V_m}{R_e \sqrt{1+Q_e^2}} \left\{ \sin(\phi_e - \psi) + \frac{2\sin(\phi_e - \psi)}{1 - e^{-\frac{\pi}{Q_e}}} e^{-\frac{\pi}{Q_e}} \right\} > \frac{V_m}{R} \left(\sin\psi + \frac{2}{\pi} \cos\psi \right)$$

on en déduit

$$K_{lim} = \frac{\sin(\phi_e - \psi)}{\sqrt{1+Q_e^2} \left(\sin\psi + \frac{2}{\pi} \cos\psi \right) \text{th} \frac{\pi}{2Q_e}} \quad (29)$$

On voit que K_{lim} s'annule pour ψ égal à ϕ_e {condition(13)} ; à ψ donné, K_{lim} est d'autant plus faible que Q_e est plus réduit.

Des valeurs de P_M et de P_e données respectivement par les relations (21) et (19), on déduit l'expression du rendement

$$\eta = \frac{\frac{V_M^2}{\pi R_M} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi} \cos^2 \psi \right)}{\frac{V_m^2}{\pi R_M} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi} \cos^2 \psi \right) + \frac{V_m^2}{R_e} \left(\frac{\cos^2 \phi_e}{2} + \frac{2}{\pi} \frac{1+e^{-\frac{\pi}{Q_e}}}{1-e^{-\frac{\pi}{Q_e}}} \sin^2 (\phi_e - \psi) \cos \phi_e \sin \phi_e \right)}$$

ou après simplifications,

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{1}{K} \frac{\cos \phi_e}{\frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi} \cos^2 \psi} \left\{ \frac{2 \sin^2(\phi_e - \psi) \sin \phi_e}{\operatorname{th} \frac{\pi}{2Q_e}} + \frac{\pi}{2} \cos \phi_e \right\}} \quad (30)$$

On voit bien que le rendement croît quand, à ψ et ϕ_e donnés, le paramètre K et donc le courant absorbé par le récepteur augmentent.

Pour trouver la valeur maximale de η , il suffit donc de remplacer K par $K_{\lim}$. Il vient alors :

$$\eta_{\max} = \frac{1}{1 + \frac{\pi \sin \psi + 2 \cos \psi}{\pi^2 - 8 \cos^2 \psi} \left\{ 4 \sin \phi_e \sin(\phi_e - \psi) + \pi \cos \phi_e \frac{\operatorname{th} \frac{\pi}{2Q_e}}{\sin(\phi_e - \psi)} \right\}} \quad (31)$$

Sur la figure 24, après avoir rappelé les courbes $K_{\lim} = f(\psi)$ et $\eta_{\max} = f(\psi)$ obtenues pour Q_e infini, nous avons tracé les mêmes courbes pour Q_e égal à 4, 6 et 10.

Plus Q_e est faible, plus la valeur limite de K diminue à ψ donné. De plus, à ψ donné, le rendement maximal est plus réduit.

Ces courbes et leur comparaison avec celles correspondant à Q_e infini montrent l'intérêt des fortes valeurs du coefficient de qualité du circuit d'entretien.

I.4.3. Q_e de valeur finie. Récepteur résistant et inductif

En tenant toujours compte des variations de i_e quand Q_e a une valeur finie et en supposant le récepteur assez inductif pour qu'on puisse confondre i_M avec son terme sinusoïdal de fréquence $2f$, il est encore possible de calculer $K_{\lim}$ et $\eta_{\max}$.

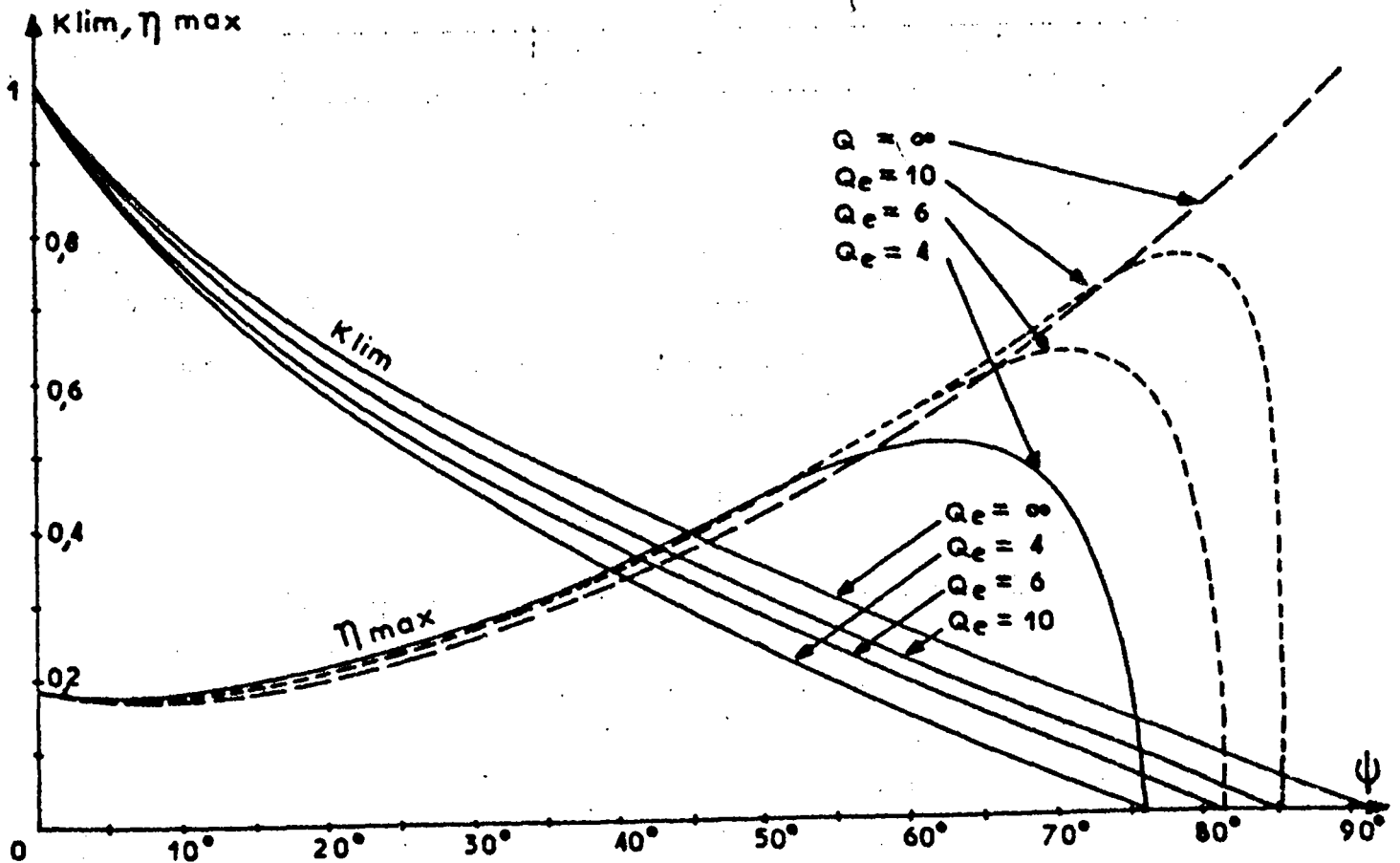


Fig.24 - Courbes donnant, dans le cas d'une charge purement résistante, les valeurs limites du rapport R/R_M et du rendement en fonction de ψ et pour diverses valeurs de Q_e

La figure 25 montre l'influence du facteur de puissance du récepteur. Les trois ondes de courant i_M tracées, quoi que ayant la même amplitude, correspondent l'une à K_{lim} , l'autre à la valeur maximale à K et pour la troisième, on n'est plus en conduction continue. Ce tracé montre en outre, que K'_{lim} n'est plus déterminé par

$$(i_e)_\pi - I_{M2}\sqrt{2} = 0$$

le décalage de l'onde de courant i_M permet d'envisager des valeurs plus élevées de K_{lim} .

C'est maintenant tout au long de la période de i_e et de i_M qu'il faut s'assurer que la condition $i_M + i_e > 0$ doit être assurée et que l'égalité de i_M et de $-i_e$ donnant K_{lim} doit être recherchée.

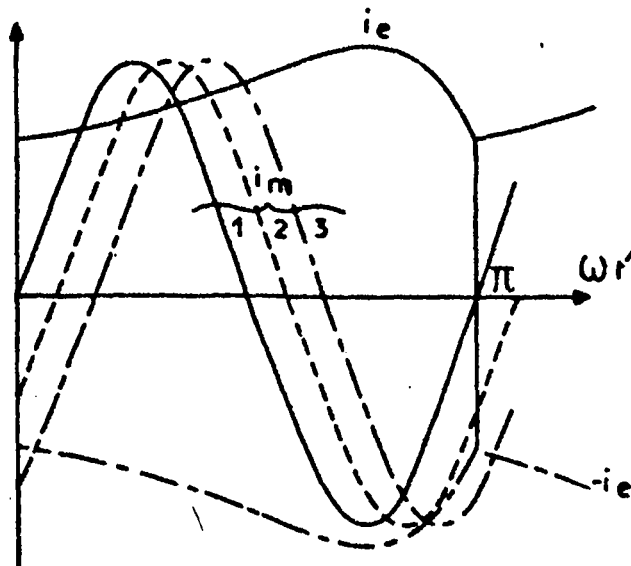


Fig. 25 - Débit sur un récepteur inductif, le circuit d'entretien ayant un Q_e fini.
Formes d'ondes des courants i_e et i_M .
- l'onde 1 de i_M correspond à $K < K_{lim}$
- l'onde 2 à $K = K_{lim}$
- l'onde 3 à $K > K_{lim}$

L'expression du courant i_e a été déterminée

$$i_e = \frac{V_m}{R_e \sqrt{1+Q_e^2}} \left\{ \sin(\omega t' + \psi - \phi_e) + \frac{2\sin(\phi_e - \psi)}{1 - e^{-\frac{\pi}{Q_e}}} e^{-\frac{\omega t'}{Q_e}} \right\}$$

celle de i_{M2} se déduit de la relation (7)

$$i_{M2} = I_{M2} \sqrt{2} \sin \left\{ 2(\omega t' + \theta'_2) - \phi_{M2} \right\}$$

avec

$$I_{M2} \sqrt{2} = \frac{V'_{2m}}{R_M \sqrt{1+4Q_M^2}}$$

La condition $i_2 + i_{M2} > 0$ s'écrit donc :

$$\frac{V_m}{R_e} \cos \phi_e \left\{ \sin (\omega t' + \psi - \phi_e) + \frac{2 \sin(\phi_e - \psi)}{1 - e^{-\pi/Q_e}} e^{-\omega t'/Q_e} \right\} + \frac{V_m}{R_m} \frac{4}{3\pi} \sqrt{4 \sin^2 \psi + \cos^2 \psi} \cos \phi_{M2} \sin \left\{ 2(\omega t' + \theta'_2) - \phi_{M2} \right\} > 0$$

Il faut donc chercher la valeur maximale de $K = \frac{R_e}{R_m}$ telle que la condition

$$\frac{\cos \phi_e}{K} \left\{ \sin(\omega t' + \psi - \phi_e) + \frac{2 \sin(\phi_e - \psi)}{1 - e^{-\pi/Q_e}} e^{-\omega t'/Q_e} \right\} + \frac{4}{3\pi} \sqrt{4 \sin^2 \psi + \cos^2 \psi} \cos \phi_{M2} \sin \left\{ 2(\omega t' + \theta'_2) - \phi_{M2} \right\} > 0 \quad (32)$$

soit vérifiée tout au long de l'intervalle compris entre $\omega t'$ nul et $\omega t'$ égal à π .

L'étude analytique de cette relation est fort complexe à cause de la multiplicité des paramètres ($\psi, \phi_e, \psi_{Me}, \theta'_2$) notamment. Aussi, avons-nous été amenés à traiter le problème sur calculatrice numérique. Nous avons ainsi déterminé point par point les courbes de la figure 26 qui donnent K_{lim} en fonction de ψ pour diverses valeurs de Q_e dans le cas où $\cos \phi_{M2}$ égale 0,80. Nous n'avons pas reproduit les courbes calculées pour $\cos \phi_{M2} = 0,5$ car, à condition de tracer $K_{lim} \cos \phi_{M2}$ et non K_{lim} en fonction de ψ , nous avons trouvé qu'elles étaient pratiquement confondues avec celles correspondant à $\cos \phi_{M2} = 0,80$.

On remarque que les courbes tracées diffèrent peu de celles obtenues en supposant Q_e infini. La seule différence notable tient à ce que K_{lim} s'annule pour ψ égal à ϕ_e {condition (13)} et donc pour une valeur de ψ d'autant plus faible que Q_e est plus réduit.

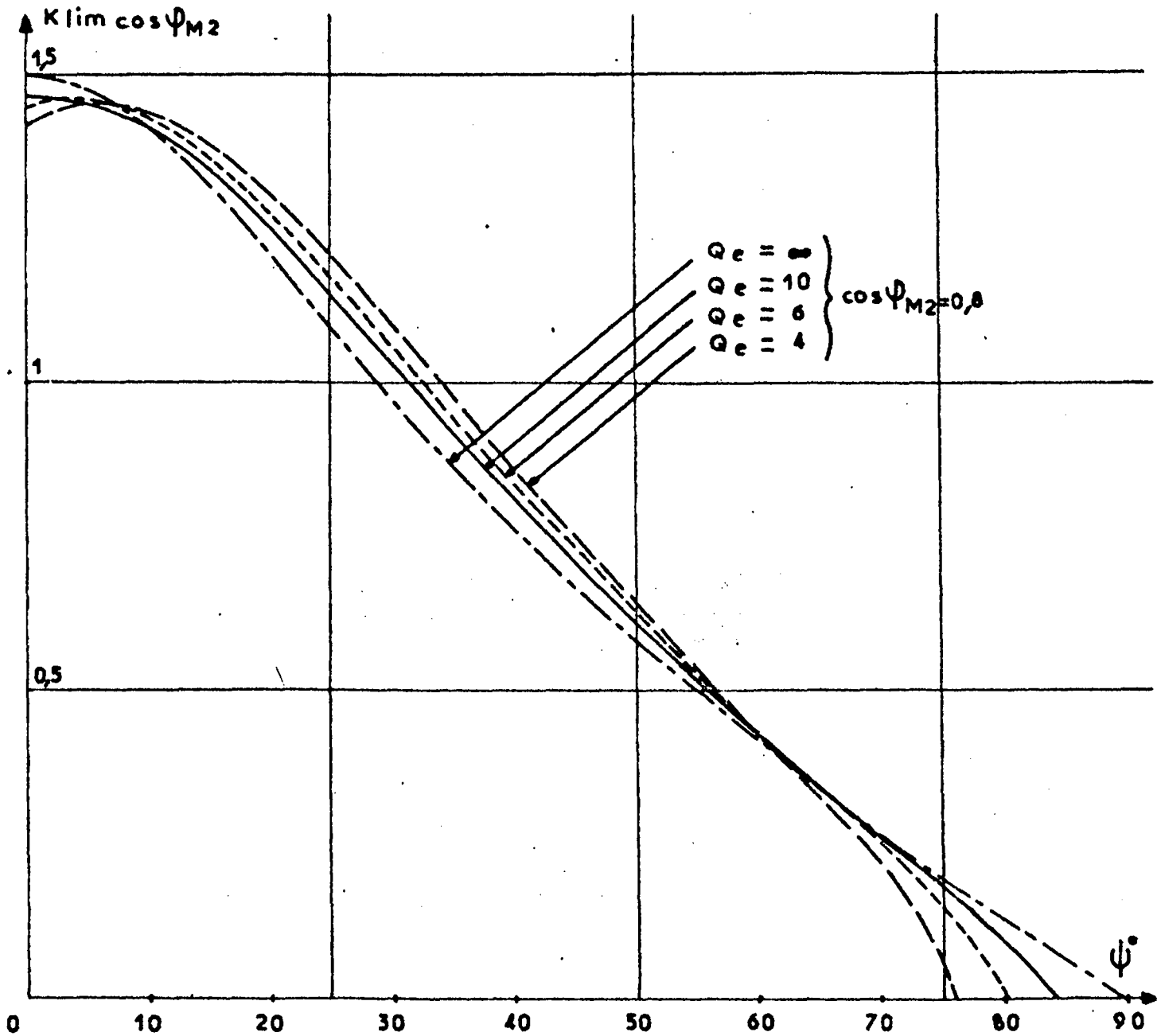


Fig. 26 - Caractéristiques $K_{lim} = f(\psi)$, pour diverses valeurs de Q_e , calculées dans le cas d'un récepteur résistant et inductif de $\cos \phi_{M2}$ égal à 0,80.

(rappel de la courbe $K_{lim} \cos \phi_{M2} = f(\psi)$ indépendante de $\cos \phi_{M2}$ correspondant à Q_e infini).

Le calcul du rendement ne présente pas de difficulté puisque la puissance dépensée dans le circuit d'entretien P_e et celle P fournie au récepteur sous forme de signaux de fréquence $2f$ ont été déterminées précédemment relations (19) et (26)

Puisque

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{P_e}{P}}$$

il vient :

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{9\pi^2 R_M \cos^2 \phi_e}{16R_e \cos^2 \phi_{M2} (4\sin^2 \psi + \cos^2 \psi)} + \frac{18\pi^2 R_M \cos \phi_e \sin \phi_e \sin^2(\phi_e - \psi)}{8\pi \cos^2 \phi_{M2} \operatorname{th} \frac{\pi}{2Q_e} (4\sin^2 \psi + \cos^2 \psi)}}$$

ou après simplifications :

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{1}{K \cos^2 \phi_{M2}} \frac{9 \cos \phi_e}{4 \sin^2 \psi + \cos^2 \psi} \left\{ \frac{\pi \cos \phi_e}{4} + \frac{\sin \phi_e \sin^2(\phi_e - \psi)}{\operatorname{th} \frac{\pi}{2Q_e}} \right\}} \quad (33)$$

On trouve comme lors des trois études précédentes que le rendement croît quand, à angle ψ et à circuit d'entretien donnés, le courant, proportionnel à $K \cos \phi_{M2}$, fourni au récepteur et le facteur de puissance $\cos \phi_{M2}$, de ce dernier augmente.

Nous avons tracé (fig. 27) les courbes donnant le rendement maximum en fonction de ψ pour diverses valeurs de Q_e et de $\cos \phi_{M2}$. Les points ayant servi à l'établissement de ces caractéristiques ont été obtenus en remplaçant dans la relation (33) K par K_{lim} calculé à l'aide de la condition (32).

L'allure des courbes reste la même que lorsque Q_e était supposé infini, à l'annulation de K_{lim} et donc de η_{max} pour ψ égal à ϕ_e près. Mais, comme nous l'espérions, les caractéristiques des figures 26 et 27 montrent que les ondulations de Q_e autour de sa valeur moyenne peuvent conduire à des valeurs de K_{lim} et de η_{max} supérieures à celles trouvées en supposant constant le courant d'entretien.

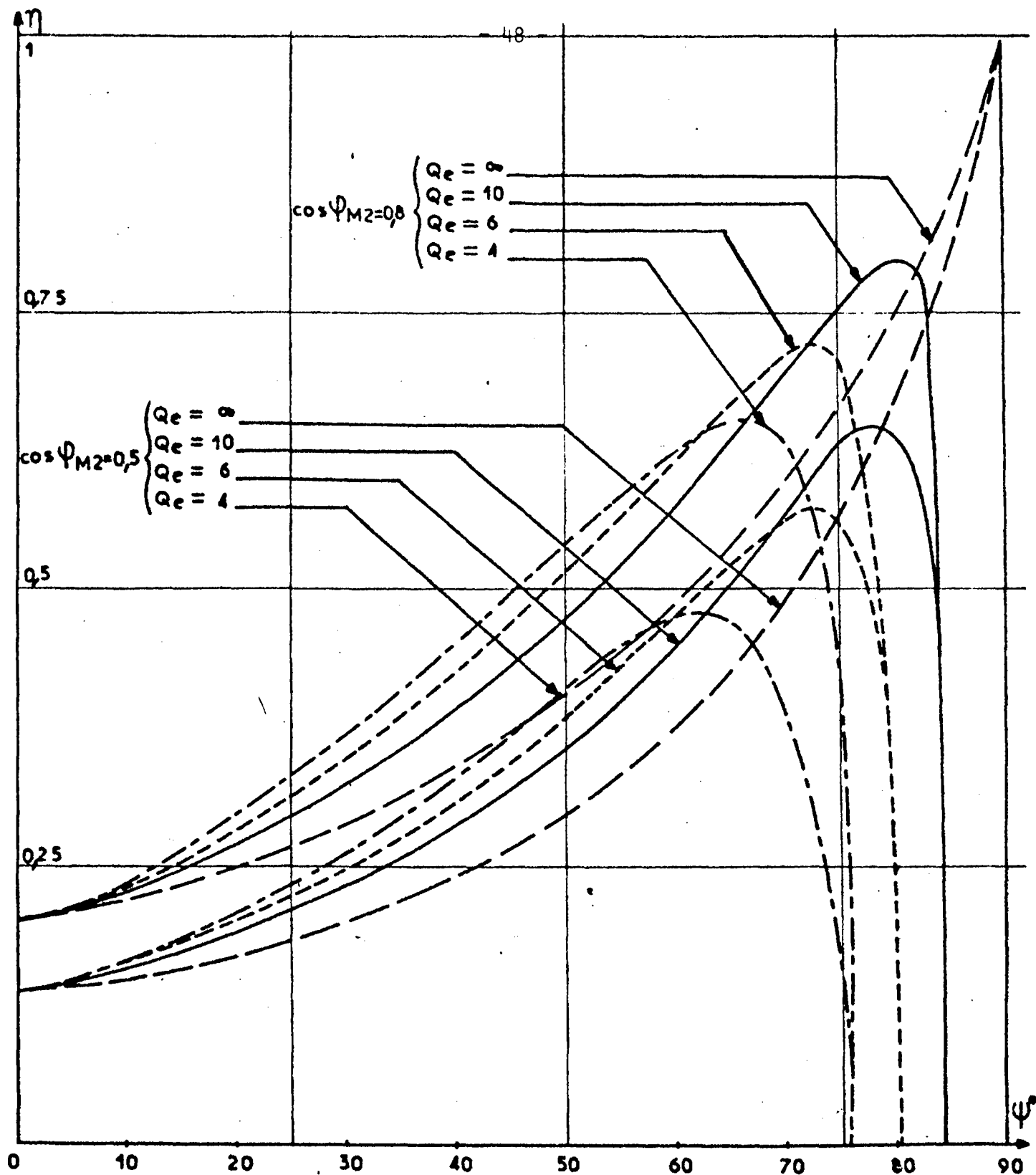


Fig. 27 - Valeur maximale du rendement tracée en fonction de ψ , pour $\cos \phi_{M2}$ égal à 0,8 et 0,5 et diverses valeurs de Q_e , en ne tenant compte pour le courant et la puissance dans le récepteur que du terme de fréquence $2f$.

I.5. CONCLUSION DE L'ETUDE DE LA CONDUCTION CONTINUE

Tant que la conduction continue du pont est assurée, le montage alimenté sous tension constante délivre une tension constante au récepteur. Pour que l'amplitude du terme de fréquence $2f$ de cette dernière ait une valeur élevée, il faut que l'angle de retard ψ soit voisin de $\pi/2$.

La constance de la tension de sortie facilite l'étude de celle-ci, de la tension aux bornes de la capacité et du courant dans le circuit d'entretien.

Nous nous sommes surtout attachés à l'étude du rendement de la transformation de fréquence. Devant la complexité du problème, nous avons essayé de le cerner en envisageant successivement quatre cas. Il est intéressant de remarquer que les quatre familles de caractéristiques ainsi déterminées sont voisines et conduisent aux mêmes conclusions.

a) le rendement est toujours de la forme :

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{A}{K}}$$

A étant une constante à circuit d'entretien et à angle ψ donnés. Le paramètre K est proportionnel au courant débité I_m dans le récepteur, plus I_m est fort, plus le rendement est élevé.

Ce résultat était prévisible : le courant et les pertes dans le circuit d'entretien étant constants, plus la puissance fournie au récepteur croît et plus le rendement de la transformation sera important.

b) puisqu'il est intéressant de travailler avec K élevé, nous avons cherché le maximum de K correspondant à la limite du fonctionnement en conduction continue et tracé les courbes donnant le rendement correspondant. Elles montrent que ce rendement croît avec l'angle ψ et soulignent l'intérêt des valeurs de ψ voisines de $\pi/2$.

Au voisinage immédiat de $\pi/2$, les courbes de rendement tombent brusquement et η s'annule pour ψ égal à ϕ_e . Cette chute de η est due au fait que même en l'absence de récepteur, le circuit d'entretien seul n'assure la conduction continue que si ψ est inférieur à son argument ϕ_e . Puisque dans cette première partie, nous ne nous intéressons qu'à la conduction continue pour l'assurer aux fortes valeurs de ψ ; il fallait réduire I_M et avec lui le rendement. Le zéro de η pour $\psi = \phi_e$ découle de la valeur nulle qu'a alors K_{lim} , c'est-à-dire, que dès qu'on branche un récepteur on passe immédiatement dans la zone de fonctionnement à conduction discontinue.

Puisque le rendement s'améliore quand K augmente ou quand l'on s'approche du fonctionnement avec conduction discontinue, puisque le rendement croît quand ψ augmente réduisant la valeur de la charge au-delà de laquelle on passe en conduction discontinue, on voit qu'un bon rendement en conduction continue suppose qu'on travaille près de la limite de passage d'un mode de fonctionnement à l'autre.

Il est donc important d'examiner comment évoluent les performances du montage en conduction discontinue surtout lorsque l'on doit débiter sur une charge variable. Vouloir toujours rester en conduction continue conduirait en effet, dans ce cas, à travailler souvent à K notablement à K_{lim} donc avec un rendement médiocre.

II FONCTIONNEMENT EN CONDUCTION DISCONTINUE

Lorsque l'impédance du récepteur, branché à la sortie du doubleur de fréquence, diminue, le paramètre K augmente et atteint une valeur K_{lim} au-delà de laquelle la conduction du pont redresseur n'est plus continue.

Pour tenir compte des intervalles de temps où aucun thyristor n'est conducteur, il faut substituer au schéma équivalent de la figure 12 celui de la figure 28. Le thyristor fictif Th n'est passant que tant que sa conduction entraîne le débit d'un courant i positif. Il se bloque ensuite jusqu'à l'impulsion de commande suivante.

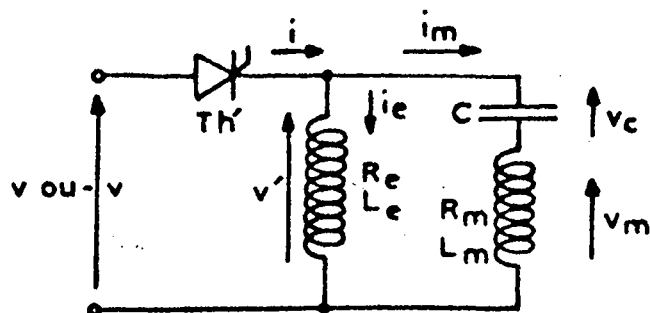


Fig. 28 - Schéma équivalent au montage doubleur de fréquence lors du fonctionnement en conduction discontinue. -

L'étude du fonctionnement en conduction discontinue n'est possible qu'à l'aide de certaines hypothèses que l'examen du fonctionnement précédent permet d'ailleurs de justifier.

a) Nous supposons constante la tension aux bornes de la capacité

Le condensateur C doit en effet présenter une capacité assez élevée pour que, quelles que soient les valeurs prises par les constantes R_M et L_M du récepteur, toutes les variations de la tension v' soient transmises à ce dernier et que les fluctuations de v_c soient faibles par rapport à sa valeur moyenne V_c .

Lors de l'étude du premier mode de fonctionnement, nous avons d'ailleurs déjà supposé la constance de v_c . Ici, cette hypothèse est d'ailleurs encore plus légitime puisque nous montrerons que plus on s'éloigne de K_{lim} , plus la valeur moyenne de v' croît et plus ses fluctuations diminuent.

b) Nous supposerons aussi constant le courant d'entretien

ce qui revient à admettre que L_c est infinie.

Les calculs effectués à l'aide de cette hypothèse en conduction continue ont conduit à des résultats très voisins de ceux établis en tenant compte des fluctuations de i_e . Ici, il serait très difficile d'en tenir compte et cela est d'ailleurs d'autant moins nécessaire que, comme nous venons de le signaler, plus on s'éloigne de la conduction continue, plus la tension v' aux bornes du circuit d'entretien s'écarte peu de sa valeur moyenne.

Malgré ces simplifications, l'étude analytique des phénomènes n'est guère possible car les tensions v' , v_c et v_M et le courant i_e ne sont plus constants et dépendent de la charge. Aussi la plupart des résultats ont-ils été obtenus à l'aide d'une calculatrice numérique.

Après avoir suivi la réduction de l'intervalle de conduction au fur et à mesure que le courant pris par le récepteur tend à augmenter, nous déterminerons successivement les caractéristiques de tensions, de courants, de puissance et de rendement.

II.1. DETERMINATION DE L'ANGLE DE CONDUCTION

II.1.1. Relations utilisées

=====

Les diverses variables du schéma de la figure 28 sont régies par des systèmes d'équations dépendant de l'état passant ou bloqué de Th'

Pour $\frac{\psi}{\omega} < t < t_1$, Th' est conducteur :

$$v' = V_m \sin \omega t$$

$$v_M = V_m \sin \omega t - V_c$$

$$R_M i_M + L_M \frac{di_M}{dt} = V_m \sin \omega t - V_c$$

(34)

Pour $t_1 < t < \frac{T}{2} + \frac{\psi}{\omega}$, Th' est bloqué :

$$\left. \begin{aligned} i &= 0 \\ i_M &= -i_e = \text{Cte} \\ v_M &= -R_M i_e \\ v' &= V_c - R_M i_e \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

L'angle de conduction α est égal à $\omega t_1 - \psi$ est diminuée au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la conduction continue.

La figure 29 schématisé la forme d'onde de la tension v' et du courant i_M .

L'instant t_1 est tel que

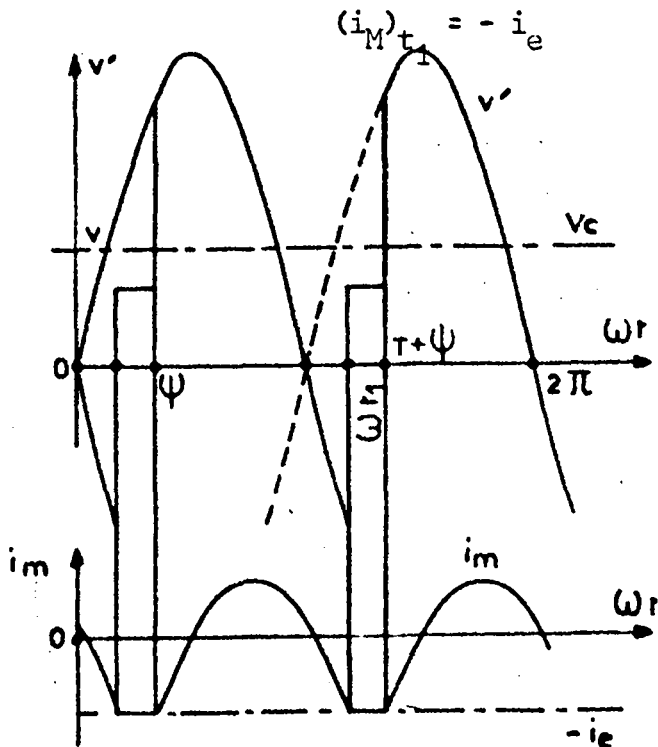


Fig. 29 - Fonctionnement en conduction discontinue.

Formes d'ondes de la tension v' et du courant i_M (v_M est toujours égal à $v' - v_c$) -

or, i_M se déduit de la dernière des relations du système (34)

Puisque ce courant est égal à $-i_e$ pour $t = \frac{\psi}{\omega}$ et qu'il ne peut subir de discontinuité, durant l'intervalle $\frac{\psi}{\omega}$, t_1 il a pour expression

$$i_M = \frac{V_m}{Z_M} \sin(\omega t - \phi_M) - \frac{V_c}{R_M} + \left\{ -i_e - \frac{V_m}{Z_M} \sin(\psi - \phi_M) + \frac{V_c}{R_M} \right\} e^{-\frac{R_M}{L_M} \left(t - \frac{\psi}{\omega} \right)}$$

On obtient une première relation en t_1 en écrivant $(i_M)_{t_1} = -i_e$
 ou

$$-i_e = \frac{V_m}{Z_M} \sin(\omega t_1 - \phi_M) - \frac{V_c}{R_M} + \left\{ -i_e - \frac{V_m}{Z_M} \sin(\psi - \phi_M) + \frac{V_c}{R_M} \right\} e^{-\frac{R_M}{L_M} \left(t_1 - \frac{\psi}{\omega} \right)} \quad (36)$$

La deuxième relation s'obtient à partir de V_c qui est égal à la valeur moyenne de v'

$$V_c = \frac{2}{T} \int_{\psi/\omega}^{t_1} V_m \sin \omega t \, dt + \int_{t_1}^{T/2 + \psi/\omega} (V_c - R_M i_e) \, dt$$

$$V_c = \frac{V_m}{\pi} (\cos \psi - \cos \omega t_1) + (V_c - R_M i_e) \left(\frac{\pi + \psi - \omega t_1}{\pi} \right) \quad (37)$$

Or, i_e est égal à $\frac{V_c}{R_e}$. En reportant dans la relation précédente et en mettant en évidence le paramètre $K = \frac{R_e}{R_M}$, il vient :

$$V_c = V_m \frac{K(\cos \psi - \cos \omega t_1)}{\pi + (K-1)(\omega t_1 - \psi)} \quad (38)$$

En remplaçant V_c par son expression dans la relation (36) et compte tenu des égalités :

$$Z_M = R_M \sqrt{1+Q_M^2} ; \sin \phi_M = \frac{Q_M}{1+Q_M^2} ; \cos \phi_M = \frac{1}{\sqrt{1+Q_M^2}} ; i_e = \frac{V_c}{R_e}$$

il vient

$$\frac{(K-1)(\cos \psi - \cos \omega t_1) \left(1 - e^{\frac{-(\omega t_1 - \psi)}{Q_M}} \right)}{\pi + (K-1)(\omega t_1 - \psi)} - \frac{1}{1+Q_M^2} \left\{ (\sin \omega t_1 - Q_M \cos \omega t_1) - (\sin \psi - Q_M \cos \psi) e^{\frac{(\omega t_1 - \psi)}{Q_M}} \right\} = 0 \quad (39)$$

II.1.2. Variations de l'angle de conduction α

=====

La résolution de l'équation implicite (39), pour diverses valeurs de ψ , de Q_M et de K permet de tracer les courbes donnant :

$$\omega t_1 = f(K), \text{ à } \psi \text{ et } Q_M \text{ donnés.}$$

Il est d'ailleurs préférable de donner (fig.30) les caractéristiques :

$$\alpha = \omega t_1 - \psi = f(K), \text{ à } \psi \text{ et } Q_M \text{ donnés.}$$

Les valeurs de Q_M choisies correspondent à des facteurs de puissance $\cos \phi_{M2}$ du récepteur à la fréquence $2f$ de 1 ; 0,8 ; 0,5 et 0,24.

L'angle α cesse d'être égal à $\pi/2$ pour une valeur de K d'autant plus faible que ψ et $\cos \phi_{M2}$ sont plus grands, on vérifie ainsi l'influence de ces deux facteurs sur K_{lim} (voir fig.22).

La diminution de α , pour $K > K_{lim}$ est à peu près proportionnelle au logarithme de ce paramètre.

Remarques

a) Lors du débit sur un récepteur résistant, l'instant t_1 est donné par la relation

$$\frac{(K-1)(\cos \psi - \cos \omega t_1)}{\pi + (\omega t_1 - \psi)(K-1)} - \sin \omega t_1 = 0 \quad (40)$$

b) Pour $Q_M=0$, les valeurs de K_{lim} trouvées au paragraphe I.4.1. et celles données par l'équation (40) sont les mêmes. Dans les deux cas, en effet, on a supposé i_e constant et pris pour i_M le courant réel v_M/R_M .

Par contre, pour Q_M différent de zéro, on trouve ici des valeurs plus faibles de K_{lim} qu'au paragraphe I.4.2. Pour obtenir une solution analytique, on avait alors confondu i_M avec son terme de fréquence $2f$. On voit que cette hypothèse avait conduit à minimiser les pointes de i_M et donc à surestimer K_{lim} .

Pour $\cos \phi_{M2}=0,8$, soit $Q_M=3/8$, on trouve, par exemple, 0,331 alors que lors de l'étude de la conduction continue, on avait 0,524.

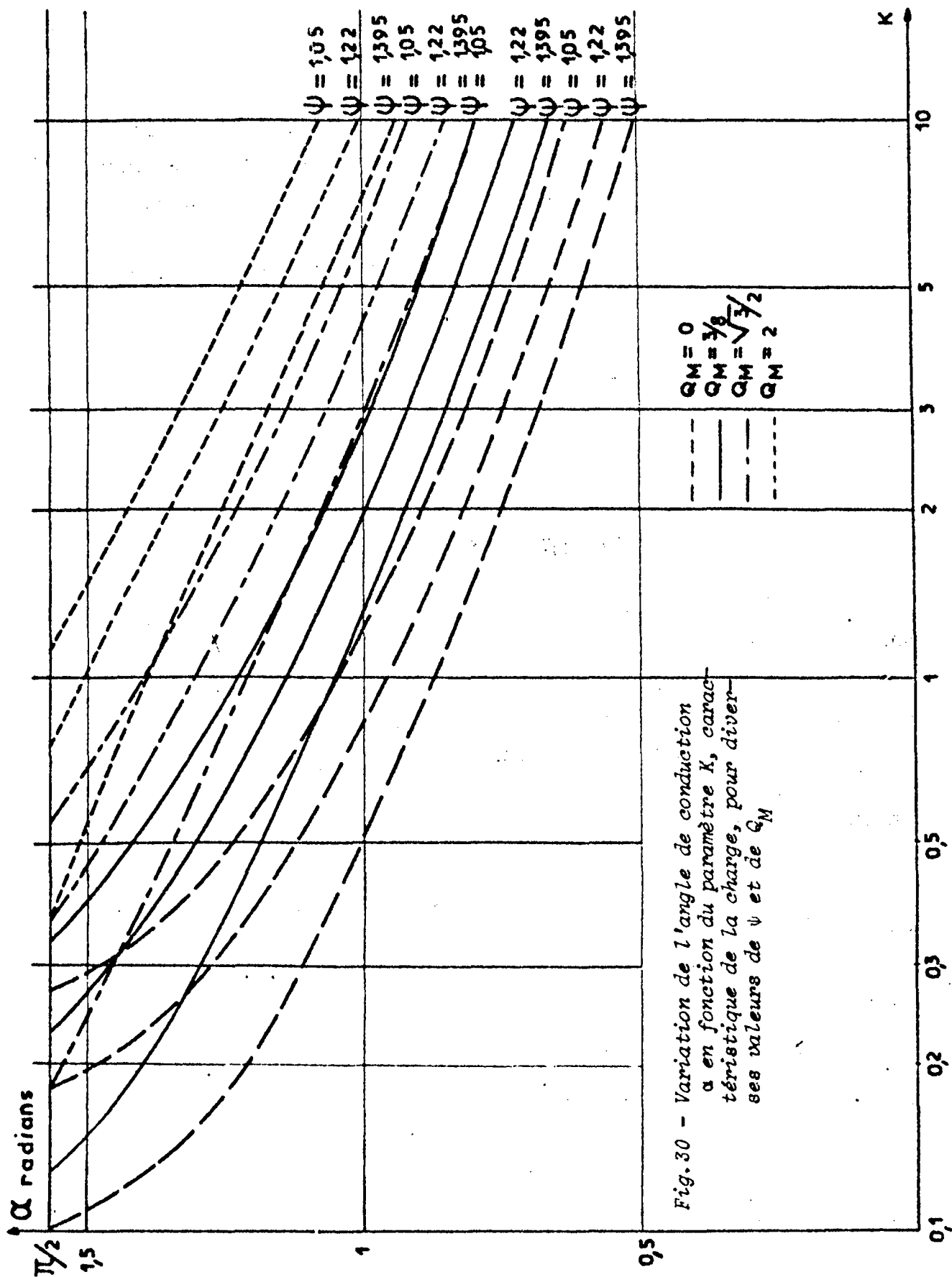


Fig. 30 - Variation de l'angle de conduction α en fonction du paramètre K , caractéristique de la charge, pour diverses valeurs de ψ et de Q_M

II.2. ETUDE DES TENSIONS

Contrairement à ce qui se passe en conduction continue, les diverses tensions varient. Il est donc nécessaire de suivre l'évolution de la tension aux bornes du condensateur V_C , à la sortie v_M et aux bornes du circuit d'entretien v' .

Cette dernière est d'ailleurs la somme des deux autres.

II.2.1. Tension aux bornes de la capacité =====

La tension aux bornes de la capacité V_C est supposée constante pour un régime donné.

La relation (38) donne sa valeur

$$V_C = KV_m \frac{\cos\psi - \cos\omega t_1}{\pi + (K-1)(\omega t_1 - \psi)}$$

On vérifie que pour $\omega t_1 = \pi + \psi$, cette relation donne bien la valeur $V_C = \frac{2}{\pi} V_m \cos\psi$ correspondant à la conduction continue.

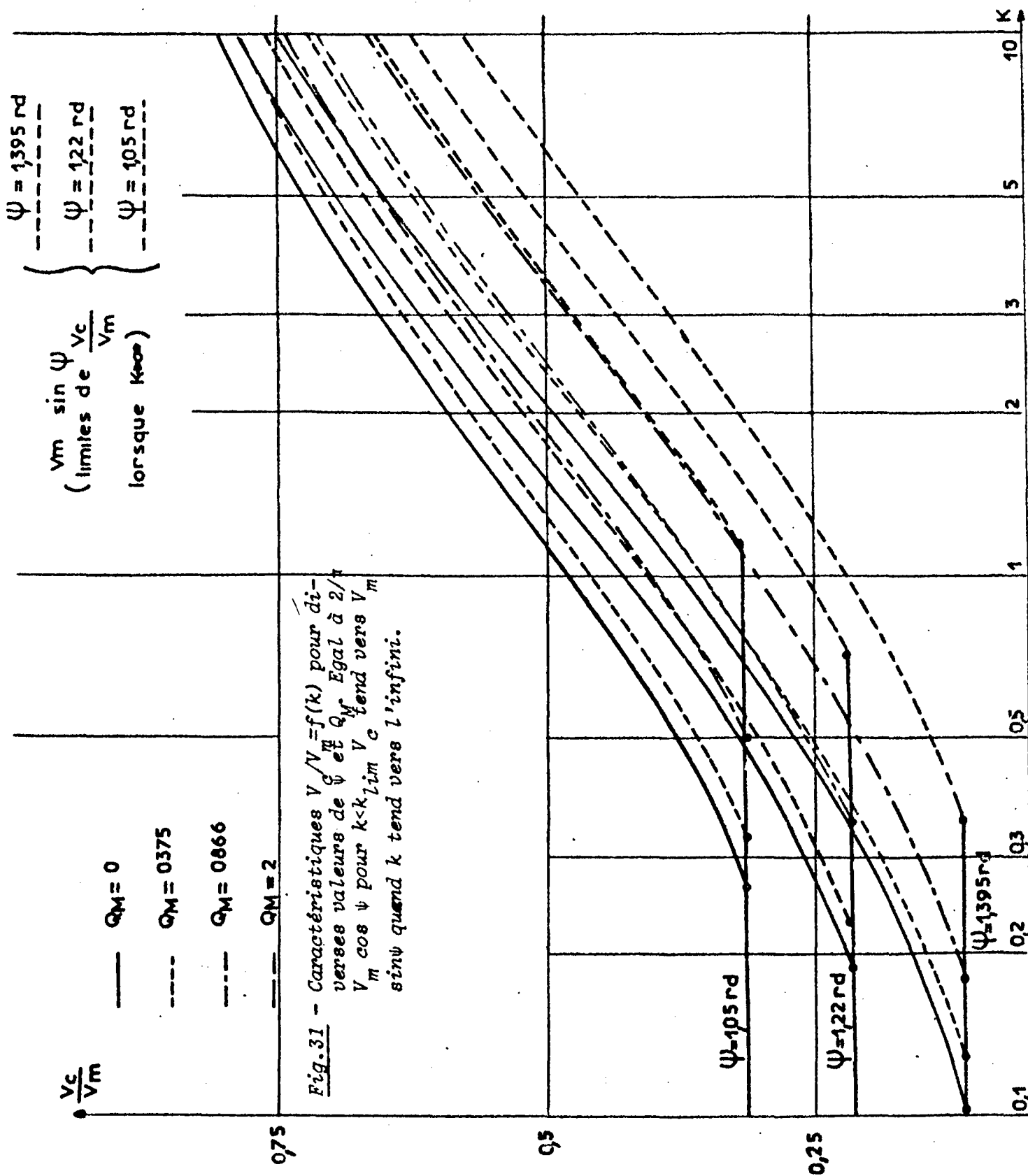
Pour $K > K_{lim}$, la tension V_C augmente, elle tend vers V_m sin quand K tendant vers l'infini l'angle de conduction tend vers zéro.

Les courbes de la figure 31 montrent pour diverses valeurs de ψ et de Q_M la croissance que V_C , en fonction de K , quand ce paramètre K est supérieur à K_{lim} .

Cette augmentation de V_C est importante car elle entraîne deux conséquences :

a) Au fur et à mesure que K augmente, le courant d'entretien croît. La tension v_M ayant une valeur moyenne nulle, V_C est aussi la tension moyenne aux bornes du circuit d'entretien. Le courant dans ce dernier est donc :

$$i_e = \frac{V_C}{R_e}$$



La croissance de i_e avec K entraîne celle des pertes Joule dans R_e . Il faudra en tenir compte lors de l'examen du rendement de la transformation et lors du dimensionnement du circuit d'entretien si l'on prévoit un fonctionnement permanent possible dans le domaine de la conduction discontinue.

b) de la même façon, c'est la valeur maximale de K qui déterminera la tension nominale du condensateur C .

II.2.2. Tension v' à la sortie du pont redresseur

=====

La tension v' a une valeur moyenne égale à V_c . Sa valeur instantanée est $V_m \sin \omega t$ pendant l'intervalle de conduction.

C'est dans l'intervalle de blocage qu'il faut étudier ici v' pour s'assurer que la tension aux bornes des redresseurs est positive à l'instant où leur arrivent les impulsions de déclenchement.

Quand le pont est bloqué, la tension v' est constante (voir figure 29).

De $v' = V_c - R_M i_e$, on déduit :

$$v' = V_m \frac{(K-1)(\cos \psi - \cos \omega t_1)}{\pi + (K-1)(\omega t_1 - \psi)} \quad (41)$$

Les courbes de la figure 32 montrent que la palier à v' constant, qui apparaît dès que K est supérieur à K_{lim} , correspond à une valeur négative tant que K est inférieur à 1. Si le paramètre K continue à croître, v' augmente et tend vers $V_m \sin \psi$ si K tend vers l'infini.

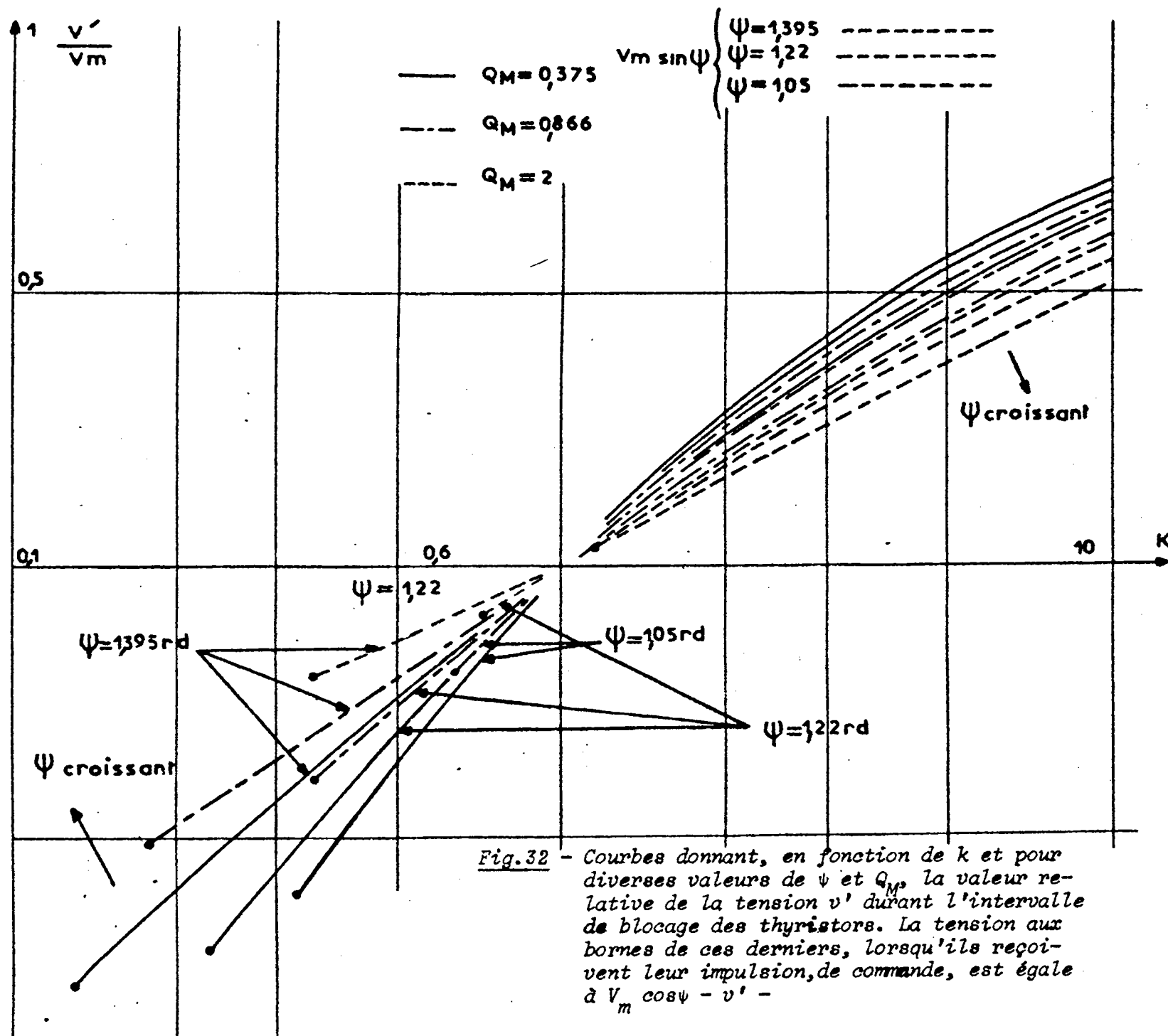
K ayant une valeur finie, v' est inférieur à la valeur $V_m \times \sin \psi$ de la tension v à l'instant $t = \psi/\omega$, où l'on envoie les impulsions de déblocage aux redresseurs. La tension entre anode et cathode de ces derniers étant alors égale à $V_m \sin -v'$, on est assuré de l'amorçage quels que soient ψ et K .

II.2.3. Tensions aux bornes du récepteur

=====

La tension de sortie v_M du doubleur de fréquence a pour expressions :

$$\begin{aligned} \text{pour } \frac{\psi}{\omega} < t < t_1, \quad v_M &= V_m \sin \omega t - V_c, \\ \text{pour } t_1 < t < \frac{T}{2} + \frac{\psi}{\omega}, \quad v_M &= -R_M i_e \end{aligned}$$



On peut en déduire les deux composantes A_2 et B_2 du terme de fréquence $2f$ du développement en série de la tension v_M .

$$A_2 = \frac{4}{T} \left\{ \int_{\psi/\omega}^{t_1} (V_m \sin \omega t - V_c) \sin 2\omega t \, dt + \int_{t_1}^{T/2 + \psi/\omega} -R_M i_e \sin 2\omega t \, dt \right\}$$

$$B_2 = \frac{4}{T} \left\{ \int_{\psi/\omega}^{t_1} (V_m \sin \omega t - V_c) \cos 2\omega t \, dt + \int_{t_1}^{T/2 + \psi/\omega} -R_M i_e \cos 2\omega t \, dt \right\}$$

Les calculs effectués en tenant compte des relations

$$R_e i_e = V_c \text{ et } K = \frac{R_e}{R_M}$$

il vient :

$$\begin{aligned} A_2 &= \frac{2}{\pi} V_m \left\{ \frac{\sin \omega t_1 - \sin \psi}{2} - \frac{\sin 3\omega t_1 - \sin 3\psi}{6} + \frac{V_c}{V_m} \left(1 - \frac{1}{K}\right) \frac{\cos 2\omega t_1 - \cos 2\psi}{2} \right\} \\ B_2 &= \frac{2}{\pi} V_m \left\{ \frac{\cos 3\psi - \cos 3\omega t_1}{6} - \frac{\cos \psi - \cos \omega t_1}{2} + \frac{V_c}{V_m} \left(1 - \frac{1}{K}\right) \frac{\sin 2\psi - \sin 2\omega t_1}{2} \right\} \end{aligned} \quad (42)$$

Pour chaque groupe de valeurs de ψ et de Q_M , les variations de l'angle t_1 et du rapport V_c/V_m en fonction de K étant connues, ces relations permettent de tracer les caractéristiques montrant comment varie la valeur $V_{M,2}$ du terme de fréquence $2f$ de la tension de sortie

$$V_{M2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{A_2^2 + B_2^2}$$

Les courbes $V_{M2}/V = f(K)$ tracées pour diverses valeurs de ψ et de Q_M (fig.33) montrent la diminution de la tension de fréquence $2f$ au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la conduction continue. On remarque, quès que K est nettement supérieur à K_{lim} , les caractéristiques correspondant aux diverses valeurs de ψ sont très voisines et que c'est surtout Q_M qui influe sur l'importance de V_{M2} .

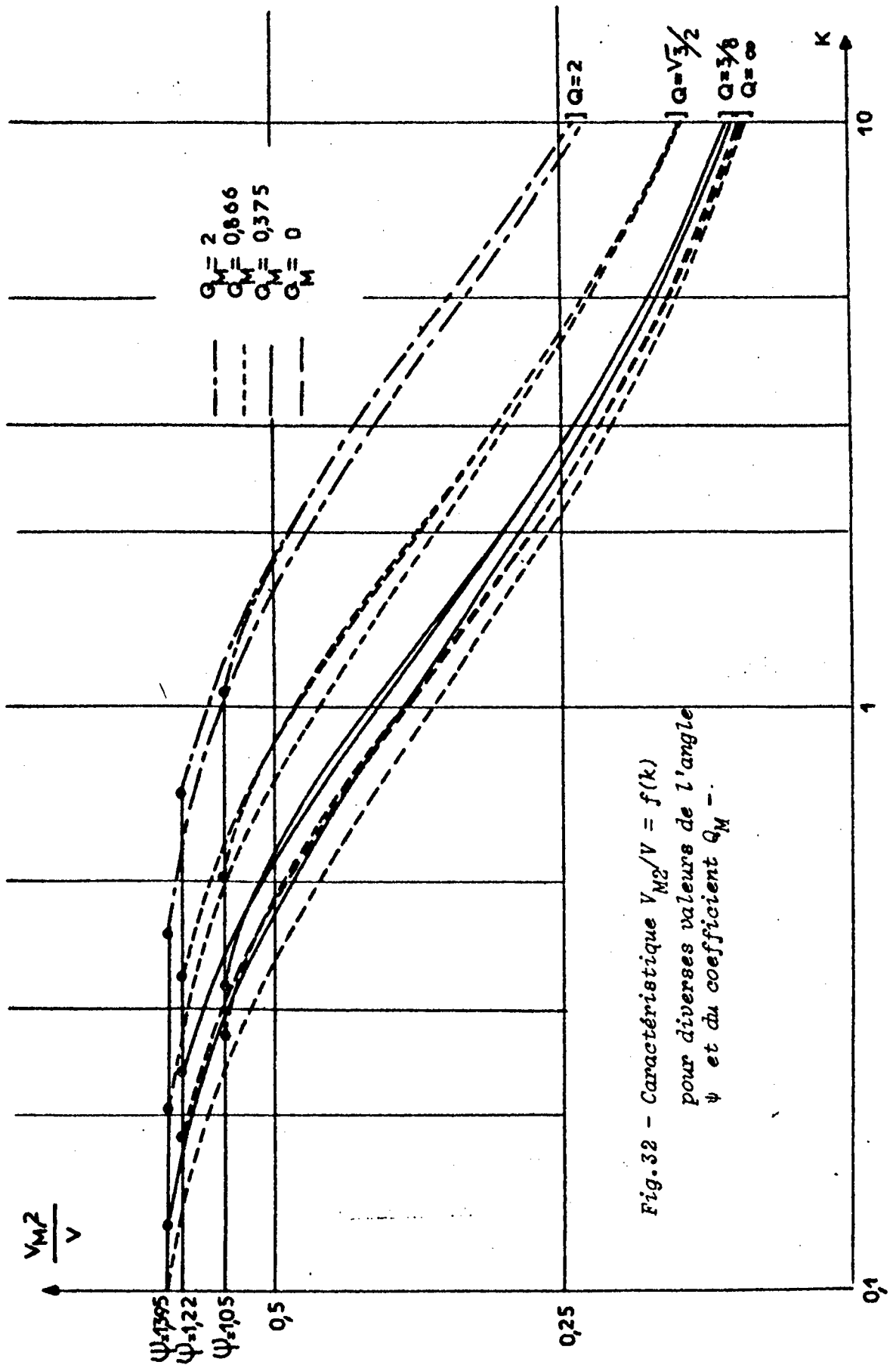


Fig.32 - Caractéristique $V_{M2}/V = f(k)$
pour diverses valeurs de l'angle
 ψ et du coefficient Q_M -

Remarque

Le calcul de l'amplitude des termes de fréquence $4f$, $6f$... nous a montré que leur importance relative était très faible devant celle du terme de fréquence $2f$.

II.3. COURANTS, PUISSANCES ET RENDEMENT

II.3.1. Courants d'entretien i_e et dans le récepteur i_M

Le courant i_e dans le circuit d'entretien est supposé constant ; il est donné par le rapport :

$$i_e = V_c / R_e$$

et les caractéristiques $i_e = f(K)$ sont les mêmes à un coefficient près que celles de la figure 31. Nous avons d'ailleurs signalé que la croissance de i_e avec K quand on dépasse K_{lim} entraîne celle des pertes dans le circuit d'entretien.

Le courant i_M absorbé par le récepteur peut, avec une bonne approximation, être confondu avec son seul harmonique de fréquence $2f$.

Nous supposons donc :

$$I_M = I_{M2} = \frac{V_{M2}}{\sqrt{R_M^2 + 4L_M^2 \omega^2}} = \frac{V_{M2} K}{R_e \sqrt{1 + 4Q_M^2}}$$

Les caractéristiques $R_e I_{M2} / V = f(K)$ de la figure 34 tracées pour diverses valeurs de Ψ et de Q_M montrent comment augmente le courant dans le récepteur au fur et à mesure que l'impédance de ce dernier diminue.

Pour I_{M2} , on trouve comme pour V_{M2} que si Q_M a une forte influence celle de l'angle Ψ est réduite.

Le courant de sortie I_M croît moins vite que K . Quand l'impédance du récepteur diminue tendant à augmenter le courant absorbé, V_M diminue. Il y a donc une certaine limitation du courant.

Ainsi, pour $Q_M=0$ et $\psi = 80^\circ$, quand K passe de 2 à 20, I_M est multiplié par 5 et non par 10. Cette limitation favorable à la protection du récepteur est toutefois moins forte que celle rencontrée par M. SEGUIER pour les montages à diodes. Si, la réduction de V_{M2} et de I_{M2} entraîne une montée de la puissance apparente de sortie suivant une pente beaucoup moins forte qu'une croissance en $1/K$, on ne trouve plus la diminution de cette puissance au-delà d'une certaine valeur de R_M qu'il avait signalée.

II.3.2. Puissance et rendement

=====

Les pertes dans le circuit d'entretien ont pour valeur

$$P_e = R_e i_2^2 = \frac{V_c^2}{R_e} ;$$

la puissance fournie au récepteur sous forme de signaux de fréquence $2f$ est

$$P_M = \frac{V_{M2}^2}{R_M(1+4Q_M^2)}$$

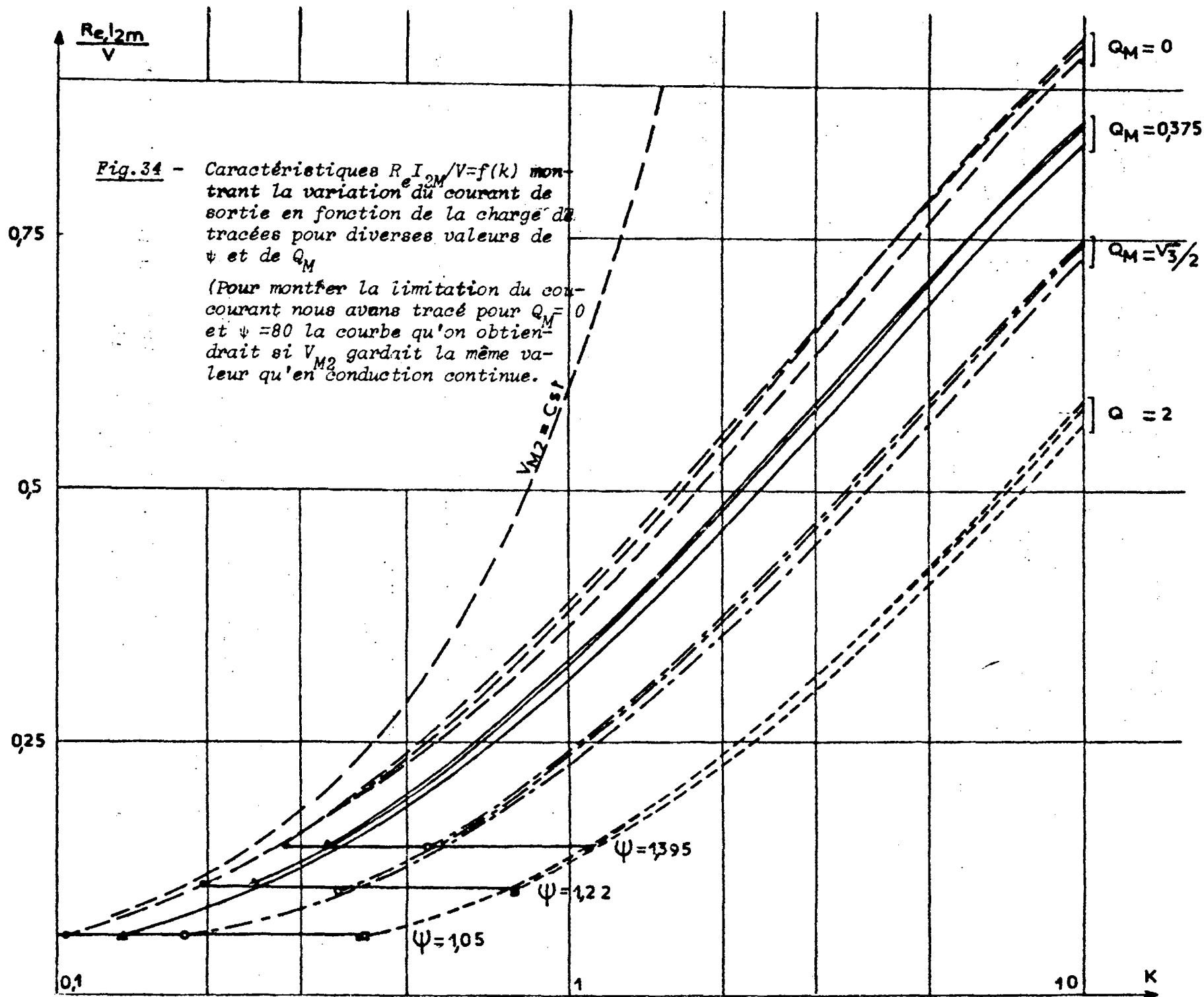
Si on ne tient compte que de celle-ci, le rendement a pour expression :

$$\eta = \frac{\frac{V_M^2}{R_M(1+4Q_M^2)}}{\frac{V_c^2}{R_e} + \frac{V_{M2}^2}{R_M(1+4Q_M^2)}} = \frac{1}{1 + \frac{1+4Q_M^2}{K} \frac{V_c^2}{V_{M2}^2}} \quad (43)$$

Des caractéristiques donnant V_c et V_{M2} en fonction de K on a déduit celles de rendement (fig.35).

Les courbes $\eta=f(K)$ tracées pour diverses valeurs de Q_M et de ψ montrent

a) à K et Q_M donnés, donc lors du débit sur un récepteur donné, le rendement est d'autant meilleur que ψ est plus grand.



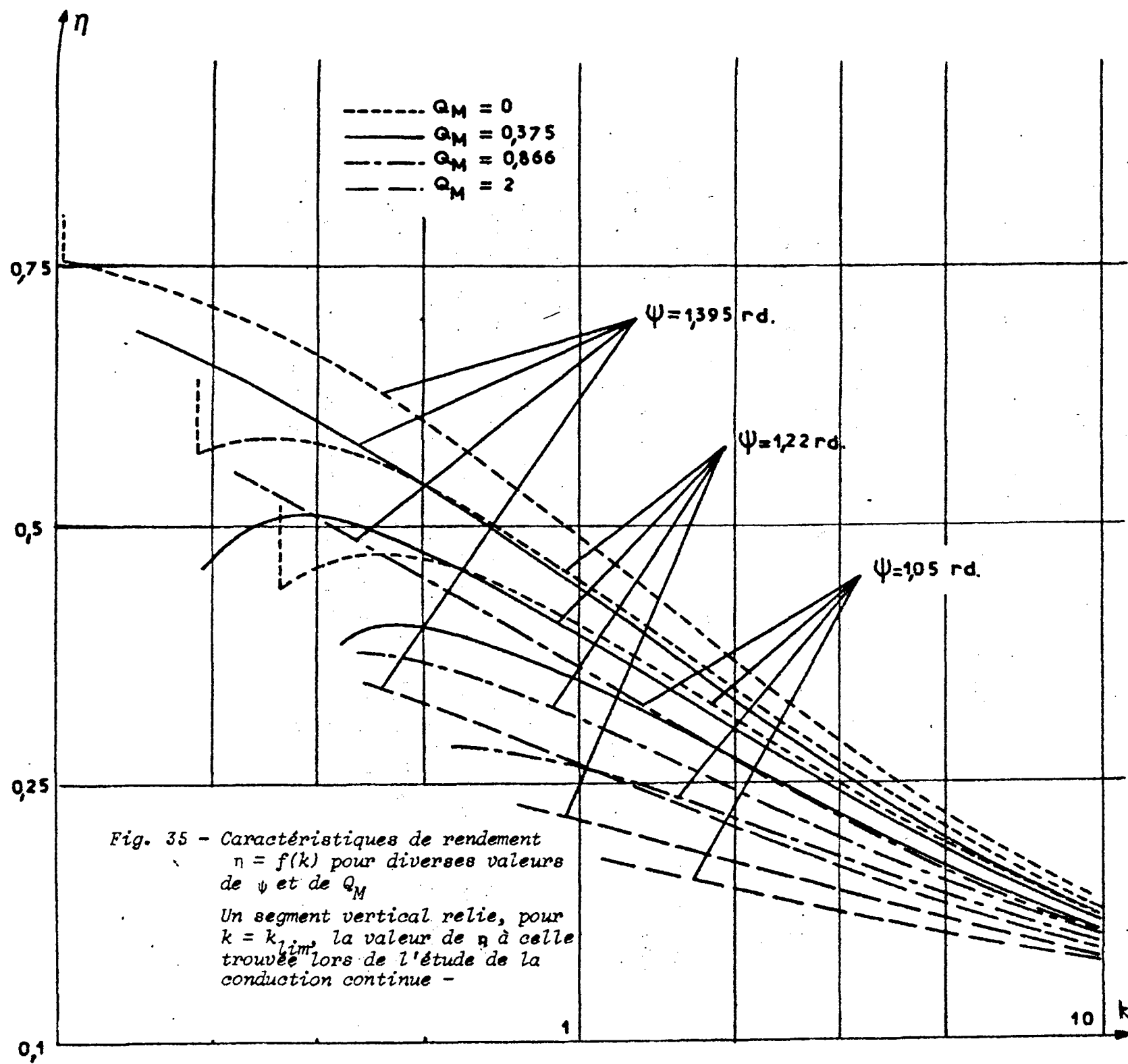


Fig. 35 - Caractéristiques de rendement
 $\eta = f(k)$ pour diverses valeurs
 de ψ et de Q_M
 Un segment vertical relie, pour
 $k = k_{lim}$, la valeur de η à celle
 trouvée lors de l'étude de la
 conduction continue -

b) à K et ψ donnés, le rendement diminue quand le facteur de puissance du récepteur diminue

c) enfin, à ψ et Q_M donnés, le rendement diminue au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la conduction continue.

Remarques

Les courbes $\eta = f(K)$ déduites de la relation (43) ne se raccordent pas à celles établies lors de l'étude de la conduction continue. Ceci tient à la différence des hypothèses ayant servi aux calculs effectués pour les deux modes de fonctionnement.

. lors du débit sur résistance, nous avons évalué η à l'aide du courant i_M réel. En le confondant maintenant avec son seul terme de fréquence $2f$, nous négligeons la puissance due aux harmoniques de rang plus élevé et il est normal de trouver un rendement moindre.

. De même dans le cas du récepteur résistant et inductif, nous trouvons un rendement plus faible. Dans l'un et l'autre cas, nous avons confondu i_M avec i_{M2} , l'écart est dû maintenant à la différence des valeurs de K_{lim} . Au paragraphe I.4.2., nous avons déterminé K_{lim} en ne tenant compte que de i_{M2} d'où une valeur plus forte que celle trouvée en conduction discontinue où une telle simplification n'a pas été nécessaire. Les valeurs de K_{lim} lues sur la figure 30 sont donc plus exactes.

En supposant dans la première partie que V_M est constant pour des valeurs de K supérieures en fait à K_{lim} , on surévaluait P_M et donc le rendement.

II.4. CONCLUSIONS DE L'ETUDE THEORIQUE DU DOUBLEUR DE FREQUENCE

L'étude du fonctionnement en conduction discontinue amène quelques remarques générales; en les confrontant avec celles notées à la fin de l'examen du premier mode de fonctionnement on pourra en déduire quelques observations quant aux conditions de bonne utilisation du doubleur de fréquence.

II.4.1. Remarques générales sur la conduction discontinue

=====

Le tracé des caractéristiques du montage fonctionnant en conduction discontinue a été mené en supposant Q_e infini; il ne permet donc pas de tirer de conclusion directe quant à l'influence du coefficient de surtension du circuit d'entretien.

L'examen des caractéristiques établies permet de formuler les conclusions suivantes :

a) l'amorçage des redresseurs commandés est toujours assuré puisque la tension à leurs bornes est positive, quels que soient ψ et K , à l'instant où ils reçoivent leurs signaux de déblocage. On pourra donc utiliser pour ces derniers des impulsions de faible largeur.

b) le rendement de la transformation de fréquence augmente quand l'angle de retard croît. Certes, on pénètre alors plus rapidement dans la zone de fonctionnement discontinu, mais l'amorçage que nous venons de signaler se vérifie pour l'un et l'autre des modes de fonctionnement.

c) quand la charge augmente, à ψ donné, le rendement croît d'abord pour décroître ensuite quand l'on tend vers le court-circuit. Le rendement varie assez lentement autour de son maximum alors que pour K on a pris une échelle logarithmique. On a donc une valeur de η très voisine de $\eta_{\max}$ pour une large plage de valeurs du courant débité.

d) en conduction discontinue, les tensions varient. Celle qui apparaît aux bornes du récepteur diminue au fur et à mesure que l'impédance de ce dernier décroît. D'où un intéressant effet de limitation du courant. La tension aux bornes de la capacité croît au fur et à mesure que le courant débité augmente ; il faut en tenir compte dans le choix de la capacité électrolytique et dans le dimensionnement de la self d'entretien, le courant dans celle-ci étant égal au quotient par sa résistance R_E de la tension moyenne aux bornes de C .

II.4.2. Conditions de bonne utilisation du doubleur de fréquence

L'étude théorique du doubleur de fréquence a montré la possibilité d'obtenir la transformation avec un rendement intéressant. Mais pour bien connaître les caractéristiques de ce montage et pouvoir ainsi bien l'utiliser, il a été nécessaire de donner un grand nombre de courbes. Suivant ce que l'on en attend, il convient en effet d'opérer des choix différents.

D'une façon générale, on peut dire que :

plus l'angle ψ est voisin de $\pi/2$, plus le rendement maximal est élevé, plus vite on passe en conduction discontinue, mode de fonctionnement pour lequel la tension de sortie varie.

Il faut donc adopter un compromis entre le rendement et la constance de la tension de sortie.

Si l'on veut que la tension de sortie soit constante entre la marche à vide et la pleine charge, il faudra toujours rester en conduction continue. Compte tenu de la valeur maximale de Q_e qu'on sait réaliser, on choisira une valeur de l'angle ψ telle qu'elle assure le rendement optimal (courbes de la fig.27).

Ayant choisi ψ on a K_{lim} (fig.26) qui correspond au courant de pleine charge. Ce dernier, qui donne la valeur minimale de R_M , et la valeur de K_{lim} déterminent la résistance du circuit d'entretien.

On a déjà souligné les inconvénients de ce fonctionnement à pertes constantes.

Si l'on tolère une diminution de la tension de sortie, on pourra augmenter la valeur du rendement pour qu'il soit acceptable dans toute la zone comprise entre le quart de la pleine charge et celle-ci. On choisira donc une valeur plus élevée de ψ et on adoptera pour le circuit d'entretien, une résistance telle que K donnant le rendement maximum, se situe, par exemple, vers la demi-charge. Pour celle-ci et les intensités supérieures, on se situera donc dans la zone de fonctionnement à conduction discontinue.

On peut d'ailleurs utiliser volontairement la chute de tension de sortie pour limiter le courant de surcharge du récepteur. C'est notamment le cas lorsque le doubleur de fréquence alimente un moteur asynchrone.

Bien que l'application du doublement de fréquence à l'alimentation des moteurs soit très importante et ait d'abord été conçue en vue de cette application, nous ne montrerons pas comment on passe des caractéristiques du moteur alimenté sous tension constante à celles obtenues lorsqu'il est à la sortie du doubleur. La méthode indiquée par SEGUIER^{1} avec le montage à diodes et sa discussion de la partie des caractéristiques qu'il convient d'utiliser est ici encore applicable. Nous nous contenterons de donner, en appendice, un exemple de relevé des courbes obtenues pour un moteur asynchrone alimenté à travers un doubleur à thyristors fonctionnant à ψ voisin de $\pi/2$.

III VERIFICATIONS EXPERIMENTALES

La théorie du montage doubleur de fréquence doit être suivie de relevés expérimentaux destinés à vérifier les résultats obtenus. Ils permettent, en outre, de voir l'influence des approximations qui ont été nécessaires pour pouvoir mener à bien les calculs.

Nous nous contenterons, après avoir rappelé le montage expérimental utilisé, de reproduire quelques formes d'ondes enregistrées et quelques-unes de familles de courbes caractéristiques que ce montage permet de relever.

III.1. MONTAGE EXPERIMENTAL

Tant pour l'observation des formes d'ondes que pour le tracé des caractéristiques, nous avons utilisé le montage de la figure 36.

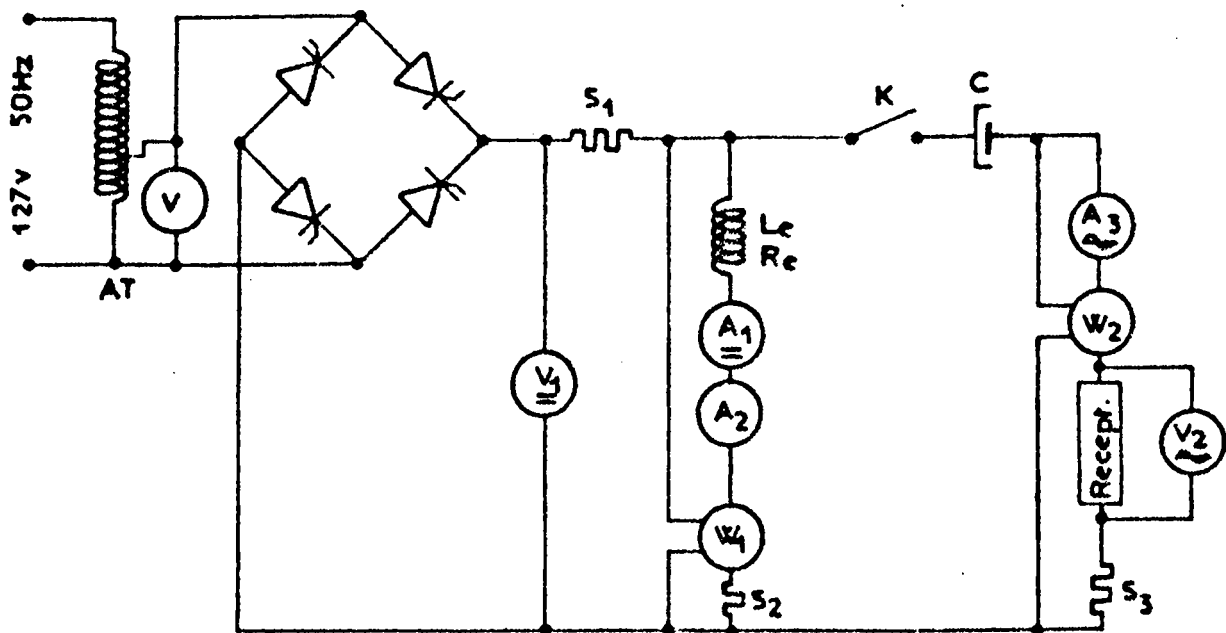


Fig.36 - Schéma montrant les divers appareils de mesures insérés dans le doubleur de fréquence pour en relever les caractéristiques -

III.1.1. Circuits principaux

=====

Le pont redresseur est alimenté à partir du réseau par l'intermédiaire d'un autotransformateur à curseur AT d'une puissance apparente suffisante pour que l'on puisse négliger l'impédance interne de la source. AT permet de maintenir la tension V constante ou de la réduire pour étudier le fonctionnement aux fortes valeurs de K , c'est-à-dire, lorsque l'impédance du récepteur devient très faible.

Le pont redresseur est formé de quatre thyristors :

SESCO 2N 1777

courant direct efficace, 7 ampères

tension inverse maximale, 400 volts.

Le voltmètre magnétoélectrique V_1 donne la tension redressée moyenne $(V')_{\text{moy}}$.

Le circuit d'entretien est constitué par un variomètre du type Ayrton et Perry, de résistance équivalente moyenne 5, 10Ω , permettant d'obtenir un coefficient de self-induction variable de 0,062 H à 0,247 H soit un coefficient de qualité Q_e pouvant varier de façon continue entre 3,83 et 15,25. Les ampèremètres magnétoélectrique A_1 et ferromagnétique A_2 indiquent les valeurs moyenne et efficace du courant d'entretien. La puissance dépensée dans le circuit d'entretien est mesurée par le wattmètre W_1 .

L'interrupteur K permet de brancher la charge à travers la capacité C . Le condensateur électrolytique employé est de 1 500 μ F, la tension moyenne à ses bornes est donnée par V_1 . L'ampèremètre et le voltmètre ferromagnétiques A_3 et V_2 et le wattmètre électrodynamique W_2 donnent le courant I_M , la tension V_M et la puissance P_M à la sortie du doubleur.

Les shunts non inductifs de faible résistance S_1 , S_2 et S_3 permettent de relever la forme d'onde des courants i , i_e et i_M .

III.1.2. Commande du pont redresseur

=====

Les générateurs d'impulsions utilisés pour déclencher deux à deux les quatre thyristors du pont redresseur sont des générateurs à transistor unijonction, alimentés et synchronisés par le réseau, utilisant un thyristor auxiliaire⁽¹⁹⁾.

La figure 37 donne le schéma de l'un de ces générateurs et indique les caractéristiques de ses éléments.

La tension alternative d'entrée, redressée par la diode D_1 puis écrêtée par les deux diodes Zener D_2 charge la capacité C' . Lorsque la tension aux bornes de celle-ci atteint la tension de pic du transistor unijonction UJT celui-ci devient passant, la capacité C' se décharge dans la résistance r et provoque l'amorçage du thyristor auxiliaire Th' .

La conduction de Th' porte le point M à un potentiel très peu supérieur à celui de N, la capacité C' ne peut plus se charger ; il ne peut donc y avoir qu'un déclenchement de UJT et de Th' par période.

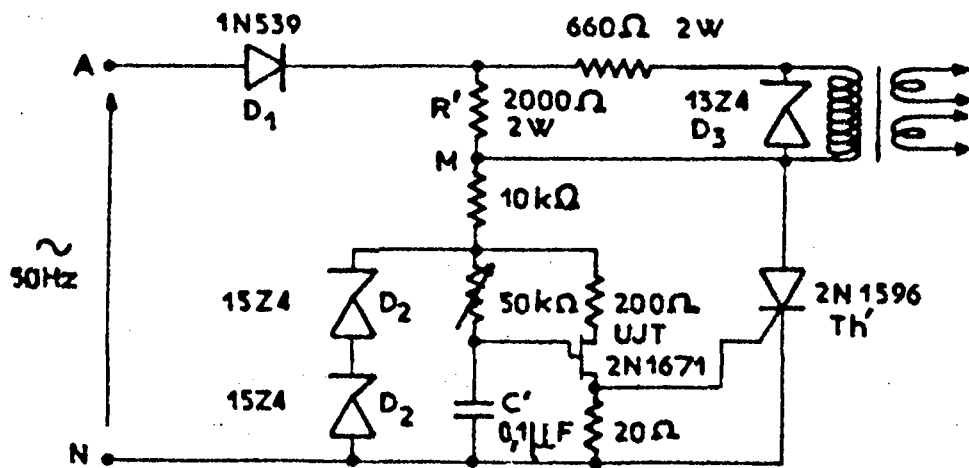


Fig. 37 - Schéma d'un des générateurs d'impulsions utilisés pour déclencher les thyristors -

Lorsqu' Th'' s'amorce portant le point A d'un potentiel voisin de celui de A à un potentiel voisin de celui de N, il apparaît une brusque surtension aux bornes de la résistance R' . Cette surtension, limitée par la diode Zener D_3 , est appliquée au primaire d'un transformateur d'impulsions à deux secondaires. On obtient ainsi deux impulsions simultanées permettant de débloquent les thyristors Th_1 et Th_3 par exemple.

Pour la commande des deux autres Th_2 et Th_4 , on a besoin d'impulsions déphasées de π par rapport aux précédentes. On a donc réalisé un second montage identique mais alimenté par $v_N - v_A$ au lieu de $v_A - v_N$. Pour régler l'écart des impulsions délivrées par les deux générateurs, on agit sur les potentiomètres placés dans le circuit de charge des capacités C' .

Lors de notre étude expérimentale, afin de pouvoir faire varier notablement l'angle ψ , nous alimentons les générateurs par un petit déphaseur à champ tournant. Lors de l'exploitation industrielle du doubleur de fréquence cet appareil n'est pas nécessaire puisqu'on travaille à ψ constant ; les potentiomètres d'équilibrage permettent, d'ailleurs, d'ajuster l'angle ψ à la valeur adoptée.

III.2. RELEVÉ DES FORMES D'ONDES

Le relevé des formes d'ondes permet de vérifier la description des phénomènes qui a servi de base aux calculs et de voir l'influence des facteurs négligés par les hypothèses simplificatrices.

Trois séries d'oscillogrammes montrent l'influence de Q_e et de ψ sur le fonctionnement à vide, puis la modification des formes d'ondes dues à des charges croissantes, en distinguant le cas du récepteur résistant de celui du récepteur résistant et inductif.

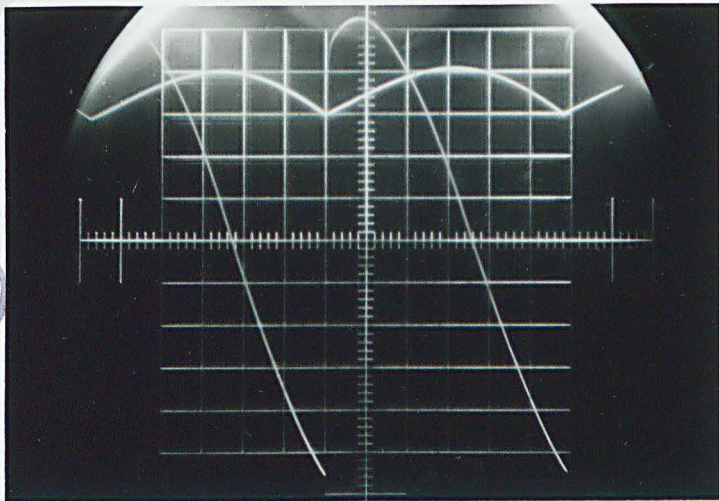
III.2.1. Fonctionnement à vide (fig.38)

=====

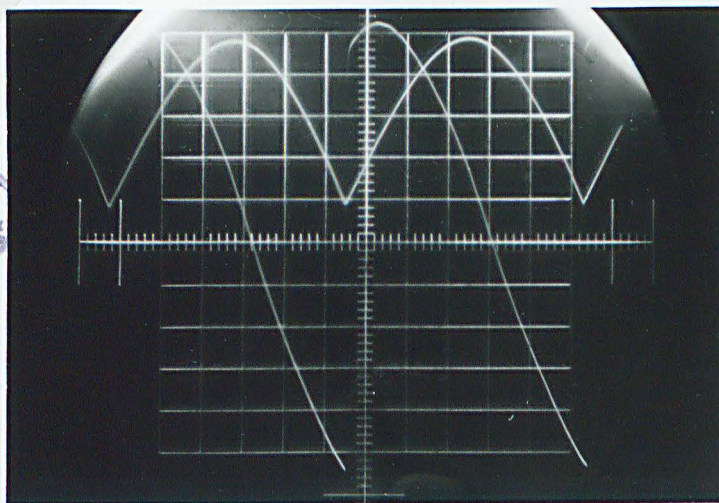
Les relevés de la figure 40 illustrant bien le fonctionnement à vide du montage (K ouvert).

A angle de retard donné, l'ondulation du courant d'entretien croît quand le coefficient de surtension de ce circuit diminue. C'est ce que montre la comparaison des clichés a et b, puis c et d, relevé pour des valeurs égales de ψ mais des Q_e différents.

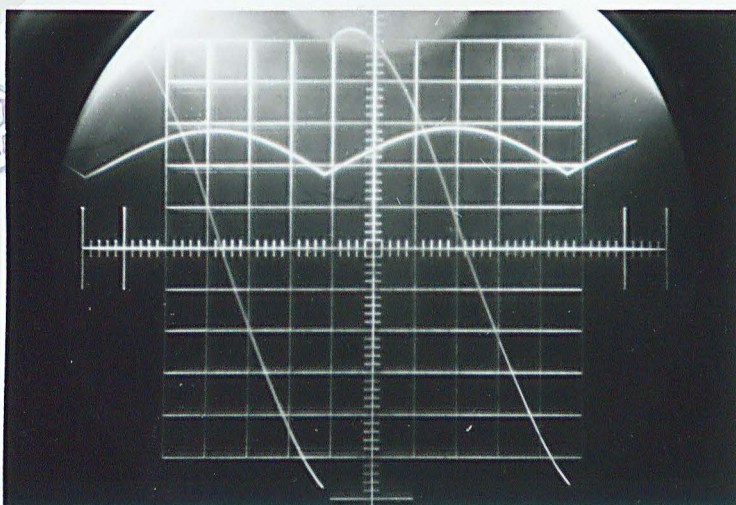
A coefficient Q_e donné, l'ondulation du courant i_e augmente quand l'angle ψ se rapproche de $\pi/2$. La comparaison des clichés a et c, puis b et d montre bien le phénomène.



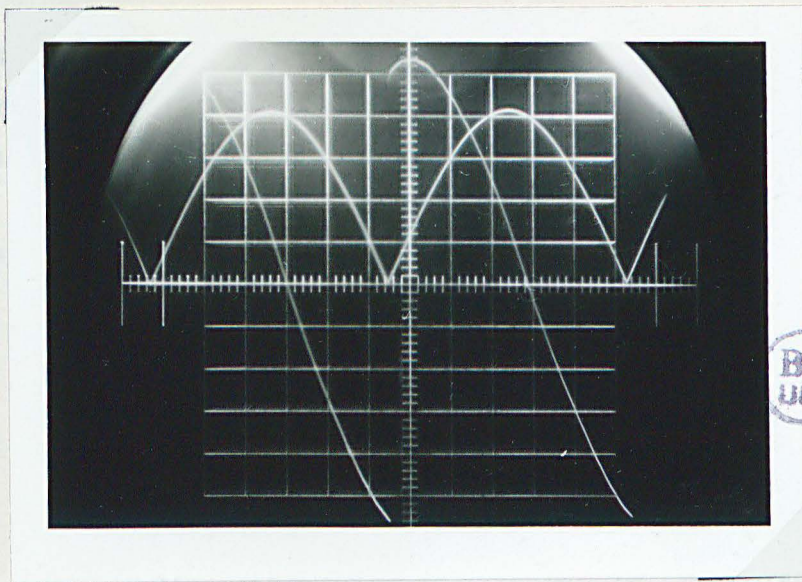
a) ψ faible
 Q_e fort



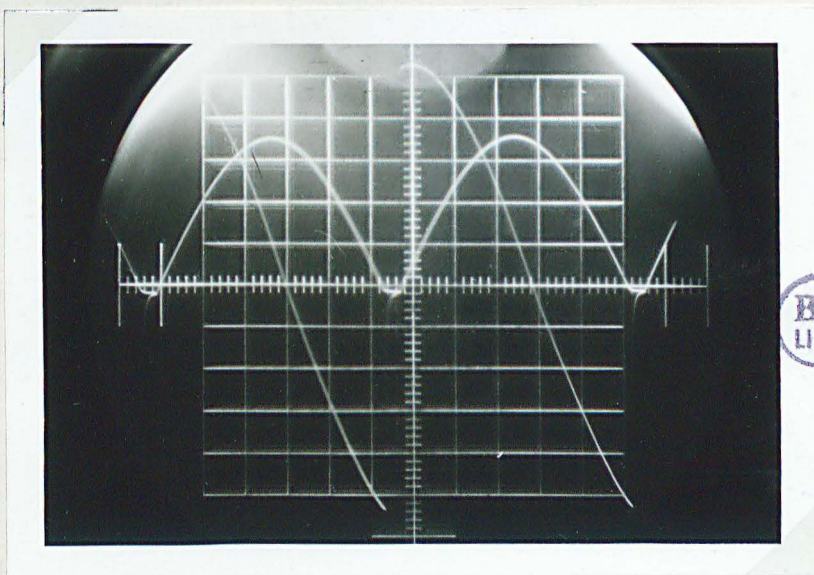
b) ψ faible
 Q_e moyen



c) ψ normal
 Q_e fort



d) ψ_{normal}
 Q_e moyen



e) ψ_{fort}
 Q_e fort

Fig.38 - Relevés oscillographiques montrant l'influence de l'angle et du coefficient Q sur la forme d'onde

- . de la tension (alternative) v' à la sortie du pont redresseur
- . du courant (unidirectionnel) i_e dans le circuit d'entretien.

Pour les fortes valeurs de Ψ , même si Q_e est élevé la conduction continue n'est pas assurée, même à vide condition (13). On voit apparaître des segments à tension v' et à courant i_e nuls qui correspondent aux intervalles où aucun redresseur n'est conducteur.

Le régime à vide tel qu'on l'observe est bien celui trouvé par le calcul, il est vrai que pour effectuer ce dernier (voir § I.3.) aucune approximation n'avait été nécessaire.

III.2.2. Fonctionnement sur charge résistante (fig.39)

=====

Les cinq relevés de la figure 39 ont été obtenus à V et Ψ constants, pour un circuit d'entretien (R_e et Q_e) donné. Ils correspondent à des valeurs de plus en plus fortes du courant débité dans le récepteur.

Au fur et à mesure que R_M décroît, ou que $K = R_e/R_m$ augmente, ils montrent bien :

- . que les intervalles à redresseurs bloqués (v' est alors distinct d'une portion de sinusoïde) voient leur importance relative s'accroître,

- . que la valeur de la tension redressée moyenne augmente et avec elle le courant moyen dans le circuit d'entretien.

Il est d'ailleurs intéressant de noter que la croissance des zones de non conduction des redresseurs s'accompagne de la suppression progressive des portions négatives de la tension v' et par là de la réduction du taux d'ondulation de celle-ci. Plus on est en conduction discontinue, plus faibles sont les variations du courant d'entretien et plus est légitime l'hypothèse du courant i_e constant.

Les formes d'ondes relevées diffèrent de celles ayant servi à nos calculs (exemple figure 29) de deux façons :

- . durant la phase de blocage, la tension v' n'est pas constante mais formée de segments de pente positive pour K moyen ou négative pour les fortes valeurs de ce paramètre. De plus, v' ne subit pas de discontinuité quand la conduction cesse.

. pour les fortes valeurs de K , lors de l'entrée en débit d'un redresseur, v' ne passe pas instantanément sur une portion de sinusoïde. Plus la charge est forte, plus les brusques montées de v' sont tempérées.

Ces deux différences sont des conséquences des hypothèses utilisées dans les calculs :

- . le circuit d'entretien n'a pas une self infinie
- . la capacité C n'a pas une valeur infinie
- . l'impédance de la source n'est pas négligeable.

Influence de la valeur limitée de Q_e

Pour montrer comment la valeur limitée du coefficient de self induction L_e du circuit d'entretien explique la forme d'onde de v' durant les intervalles de blocage, il suffit de reprendre (fig.40a) le circuit équivalent au montage.

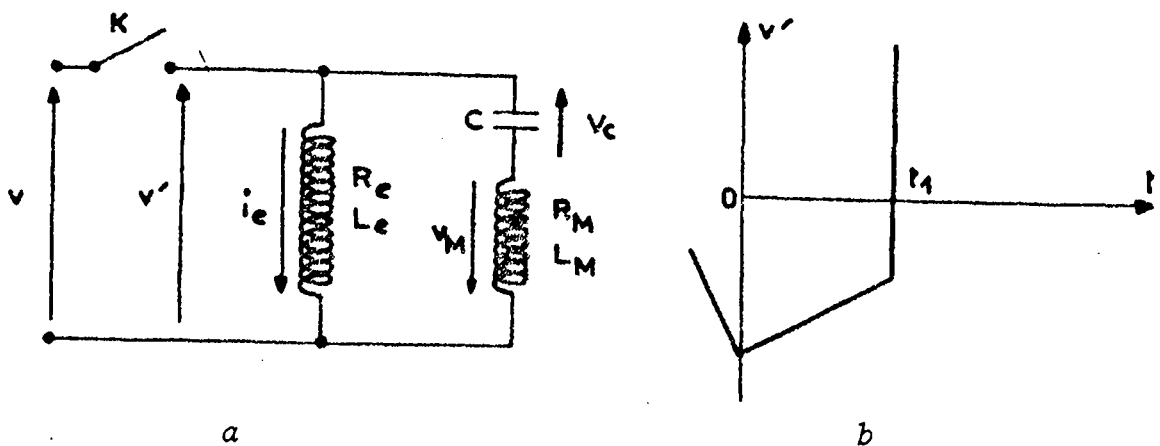


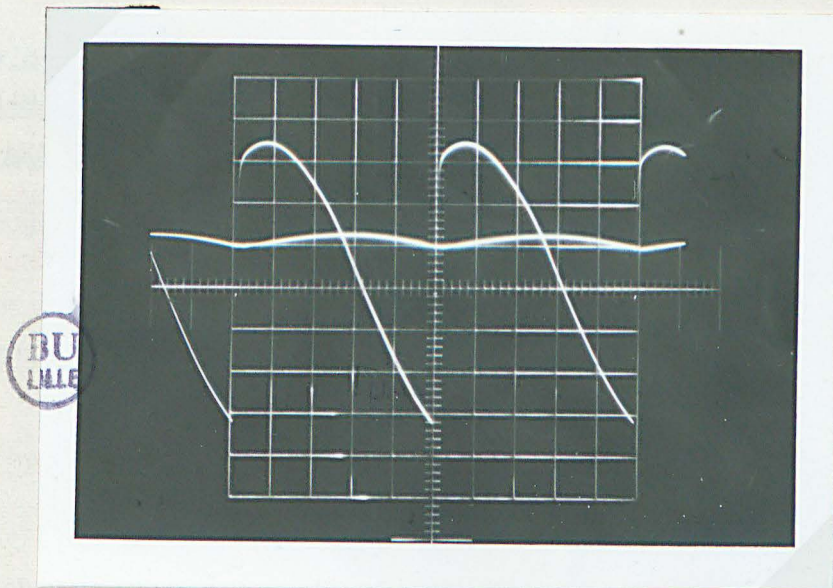
Fig.40 - Fonctionnement du montage pendant les phases de blocage
 a) schéma équivalent
 b) forme d'onde de la tension v'

Supposons encore que C est tel que V_c puisse être assimilé à une force contre électromotrice constante. L'instant du blocage, pris ici comme origine des temps, est tel que :

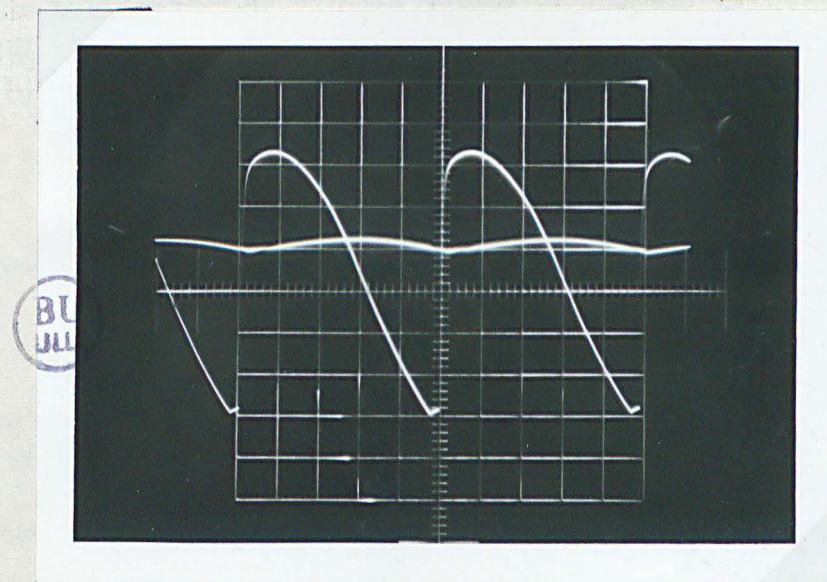
$$i_R = -i_M$$

avec

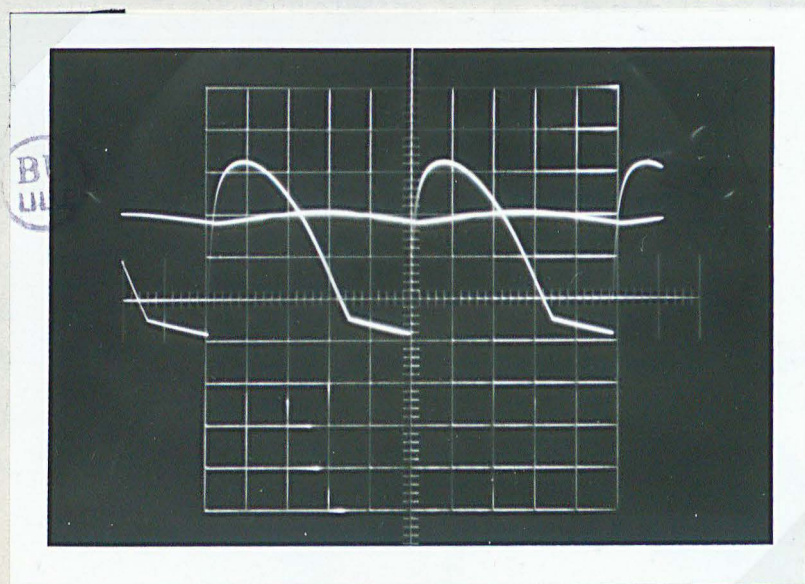
$$R_e i_e + L_e \frac{di_e}{dt} = R_M i_M + L_M \frac{di_M}{dt} + V_c = v_0$$



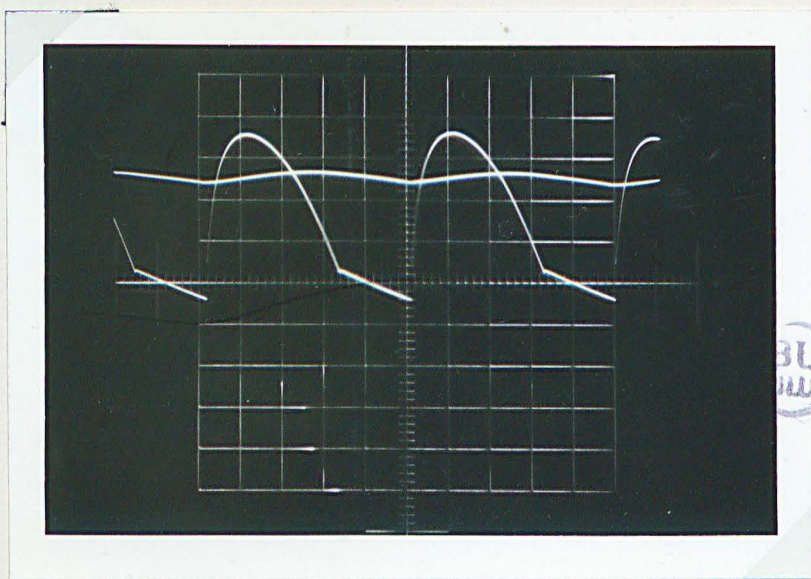
a) à vide



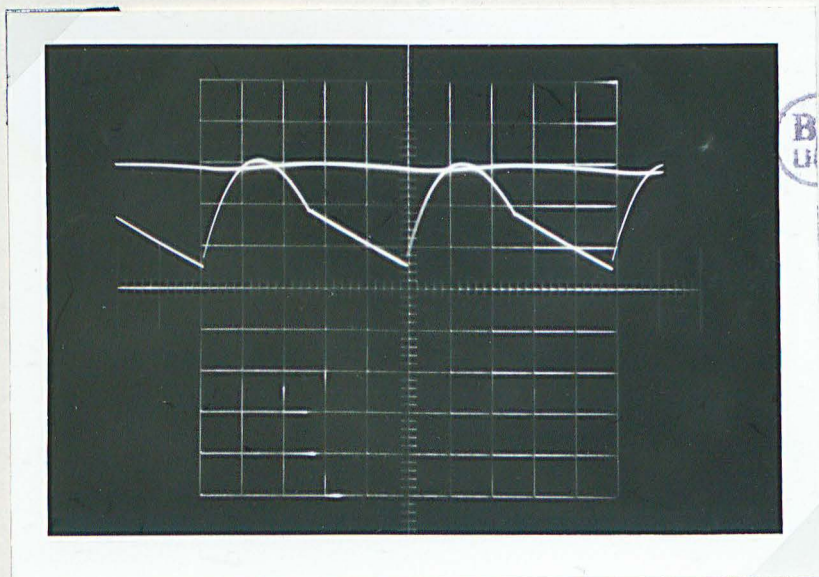
b) à faible charge



c) à forte charge



d) en surcharge



e) au voisinage du court-circuit

Fig.39 - Relevés oscillographiques effectués à ω et Q_e constants, montrant l'évolution de la forme d'onde de la tension v' et du courant i_e lorsque la résistance du récepteur diminue -

Après l'ouverture de l'interrupteur K équivalent, on a encore

$$(R_e + R_M) i_e + (L_e + L_M) \frac{di_e}{dt} = V_c$$

Le courant i_e ne peut subir de discontinuité, il en est de même de di_e/dt ; la tension v' égale à $R_e i_e + L_e di_e/dt$ ne change pas brusquement de valeur lors de l'extinction des redresseurs.

De l'équation liant i_e à V_c , on déduit :

$$i_e = \frac{V_c}{R_e + R_M} + A e^{-t/\tau},$$

- . A, constante dépendant de la valeur initiale du courant i_e
- . τ , constante de temps égale à $\frac{L_e + L_M}{R_e + R_M}$

De l'expression de i_e , on passe à celle de la tension v' qui est de la forme :

$$v' = \frac{R_e}{R_e + R_M} V_c + B e^{-t/\tau}$$

- . B, constante pour un circuit et une valeur initiale de i_e donnés.

La tension v' tend vers $V_c R_e / (R_e + R_M)$ mais si L_e et donc τ ont une valeur finie, elle ne prend pas instantanément cette valeur comme nous l'avions admis lors du tracé de la forme d'onde de la figure 29 puisqu'alors L_e était supposé infini.

Influence des autres hypothèses

La capacité C est d'une valeur telle, que son impédance pour les termes de fréquence 2f ou multiple, soit négligeable devant celle du récepteur. Si cette condition peut être remplie depuis la marche à vide jusqu'en nette surcharge, elle ne l'est évidemment pas quand on s'approche du court-circuit.

Plus les valeurs de Q_e et C sont fortes et plus l'impédance interne de la source est faible, plus les formes d'ondes relevées se rapprochent de celles ayant servi aux calculs. L'approximation est d'autant meilleure pour un montage donné que l'on s'écarte plus du débit sur un court-circuit.

III.2.3. Fonctionnement sur charge résistante et inductive (fig.41)

=====

Lors du débit sur un récepteur résistant et inductif, les formes d'ondes de la tension v' et du courant i_e varient lorsque le débit croît comme dans le cas d'une charge purement résistive.

La différence apparaît au niveau de la forme d'onde du courant dans le récepteur i_M . Plus Q_M est grand, plus la forme d'onde de i_M s'écarte de celle de la tension redressée. Les relevés de la figure 41, effectués à ψ et Q_e donnés pour des valeurs voisines de K mais des charges de plus en plus inductives, montrent que i_M se rapproche progressivement de son terme fondamental de fréquence $2f$.

III.3. RELEVÉ DES CARACTERISTIQUES

L'étude théorique nous a conduit à prédéterminer un grand nombre de caractéristiques en fonction du paramètre K qui est le rapport de la résistance du circuit d'entretien à celle du circuit de charge.

Pour pouvoir mesurer aisément ce paramètre et lui faire décrire toute la plage des valeurs nécessitées par l'adoption d'une échelle logarithmique, nous avons été conduit, lors des vérifications expérimentales, à n'envisager que le cas du récepteur purement résistant.

Dans ce cas, en effet, avec le dispositif expérimental adopté, on obtient aisément :

$$R_e = \frac{(v')_{\text{moy}}}{(i_e)_{\text{moy}}}$$

$$R_M = \frac{(v_M)_{\text{eff}}}{(i_M)_{\text{eff}}}$$

Pour un récepteur résistant et inductif, la valeur de R_M se déduirait de la puissance active P_M mais la détermination de Q_M serait très malaisée et ne pourrait être qu'approximative. De plus, l'obtention de charges de Q_M constant et dont la valeur varierait dans le rapport de 1 à 100 est pratiquement irréalisable.

Après avoir vérifié, à vide, la condition limite de conduction continue et indiqué le procédé de mesure de l'angle ψ , nous avons relevé les caractéristiques en charge à Q_e constant pour diverses valeurs de ψ , puis à ψ constant pour divers Q_e .

III.3.1. Fonctionnement à vide

=====

A vide, nous avons vérifié, à l'imprécision des mesures près, que la condition de conduction continue était bien :

$$\phi_e > \psi$$

La valeur de ϕ_e est déduite de l'étalonnage du variomètre, l'angle ψ fut d'abord déduit de l'observation de l'instant d'amorçage des redresseurs à l'oscilloscope. Cette détermination se révèle très imprécise.

Cela nous a conduit à examiner avec attention le procédé de mesure de l'angle ψ qui, nous l'avons vu, est le paramètre influant le plus sur le rendement de la transformation.

On peut déduire ψ de la tension redressée moyenne indiquée par le voltmètre V_1 lorsque K est ouvert puisque :

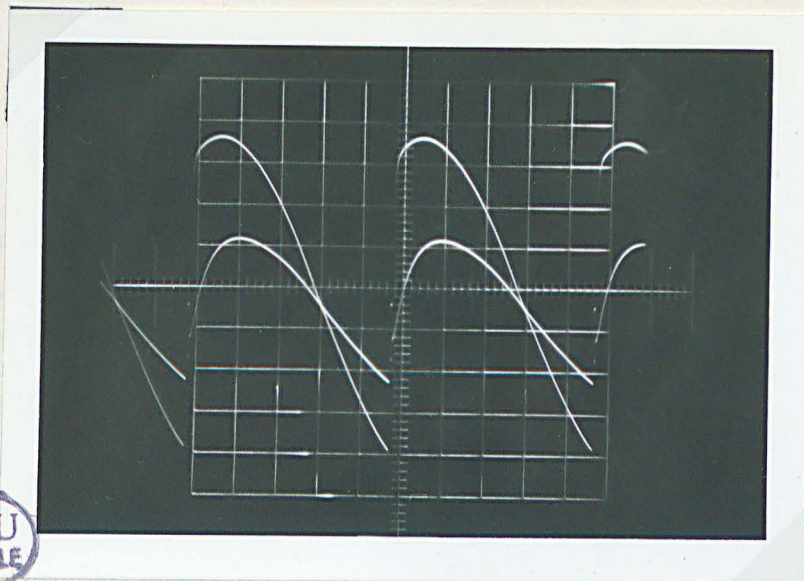
$$V'_0 = \frac{2}{\pi} V_m \cos \psi$$

Toutefois, la mesure devient très imprécise si les instants d'amorçage des deux groupes de redresseurs ne sont pas exactement décalés de $\frac{T}{2}$.

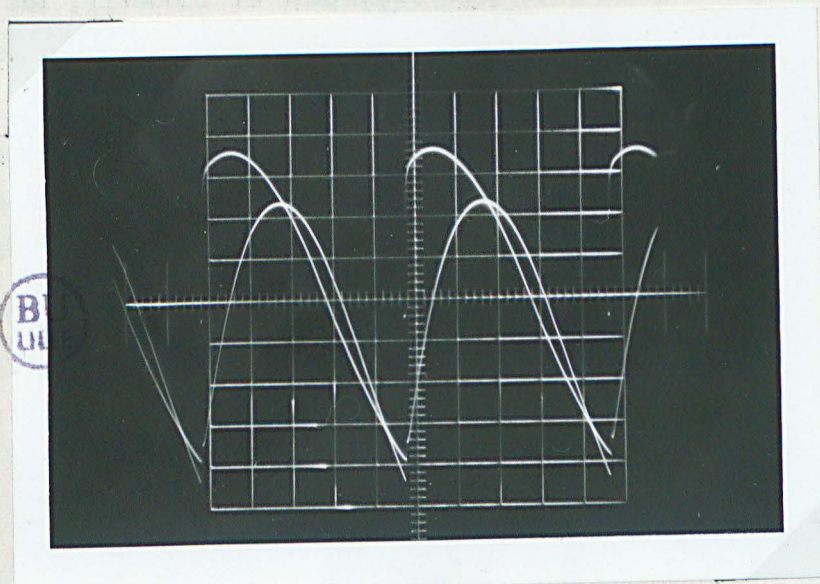
Supposons que les deux premiers amorcent pour $t = \frac{\psi - \epsilon}{\omega}$, les autres pour $t = \frac{\pi + \psi + \epsilon}{\omega}$, la tension redressée moyenne a alors pour valeur :

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\psi - \epsilon}^{\pi + \psi + \epsilon} V_m \sin \omega t \, d\omega t + \frac{1}{2\pi} \int_{\pi + \psi + \epsilon}^{\psi - \epsilon} -V_m \sin \omega t \, d\omega t$$

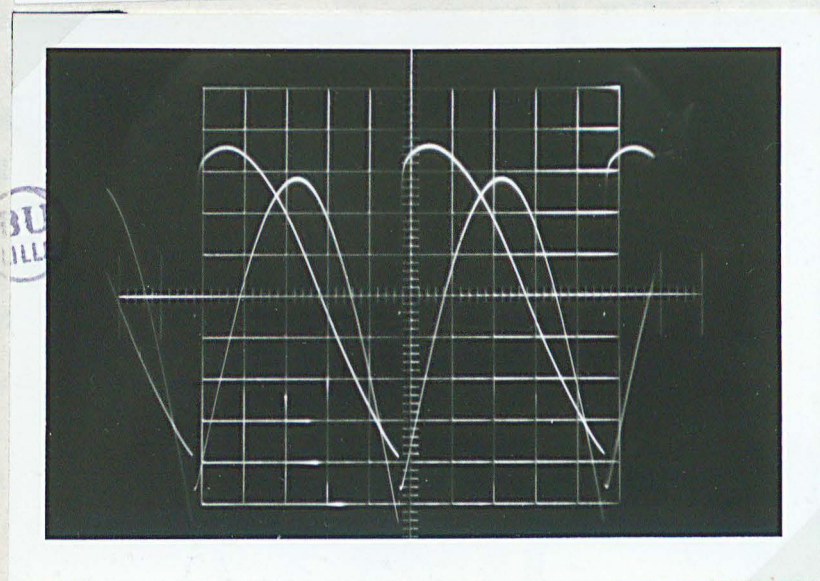
$$\text{soit } \frac{2}{\pi} V_m \cos \frac{\epsilon}{2} \cos \left(\psi + \frac{\epsilon}{2} \right)$$



a) Q_M faible



b) Q_M moyen



c) Q_M fort

Fig.41 - Forme d'onde de la tension v' et du courant i_M dans le récepteur lorsque ce dernier est résistance et inductif -

L'erreur relative sur la tension redressée est, compte tenu du fait que ϵ est faible, :

$$\Delta V'_0 \% \approx 100 \frac{\cos \psi - \cos(\psi + \epsilon/2)}{\cos \psi}$$

$$\approx 50 \epsilon \operatorname{tg} \psi$$

Si $\epsilon = 1^\circ$ et $\psi = 80^\circ$ $\Delta V'_0 = 5 \%$, l'écart de 1° entre les instants d'amorçage produit le même effet sur V'_0 que si l'angle ψ avait varié de un demi degré.

Pour déterminer ψ avec précision par mesure de V'_0 , il faut donc s'assurer que les deux groupes d'impulsions de déblocage sont bien distantes de $T/2$. Pour cela, à l'oscilloscope, on adopte une durée de balayage égale à $T/2$ et on amène en coïncidence, par les potentiomètres de réglage des générateurs d'impulsions, les deux traces dues aux deux portions de sinusoides formant v' durant chaque période T .

Cette précaution prise, le calcul de ψ par $\psi = \arccos \frac{\pi V'_0}{V_m}$ donne ψ avec une bonne approximation. Pour ψ voisin de 80° , si le rapport V'_0/V_m est connu à 1 % près, l'angle est connu à 1/5ème de degré près.

III.3.2. Caractéristiques en charge à Q_e constant

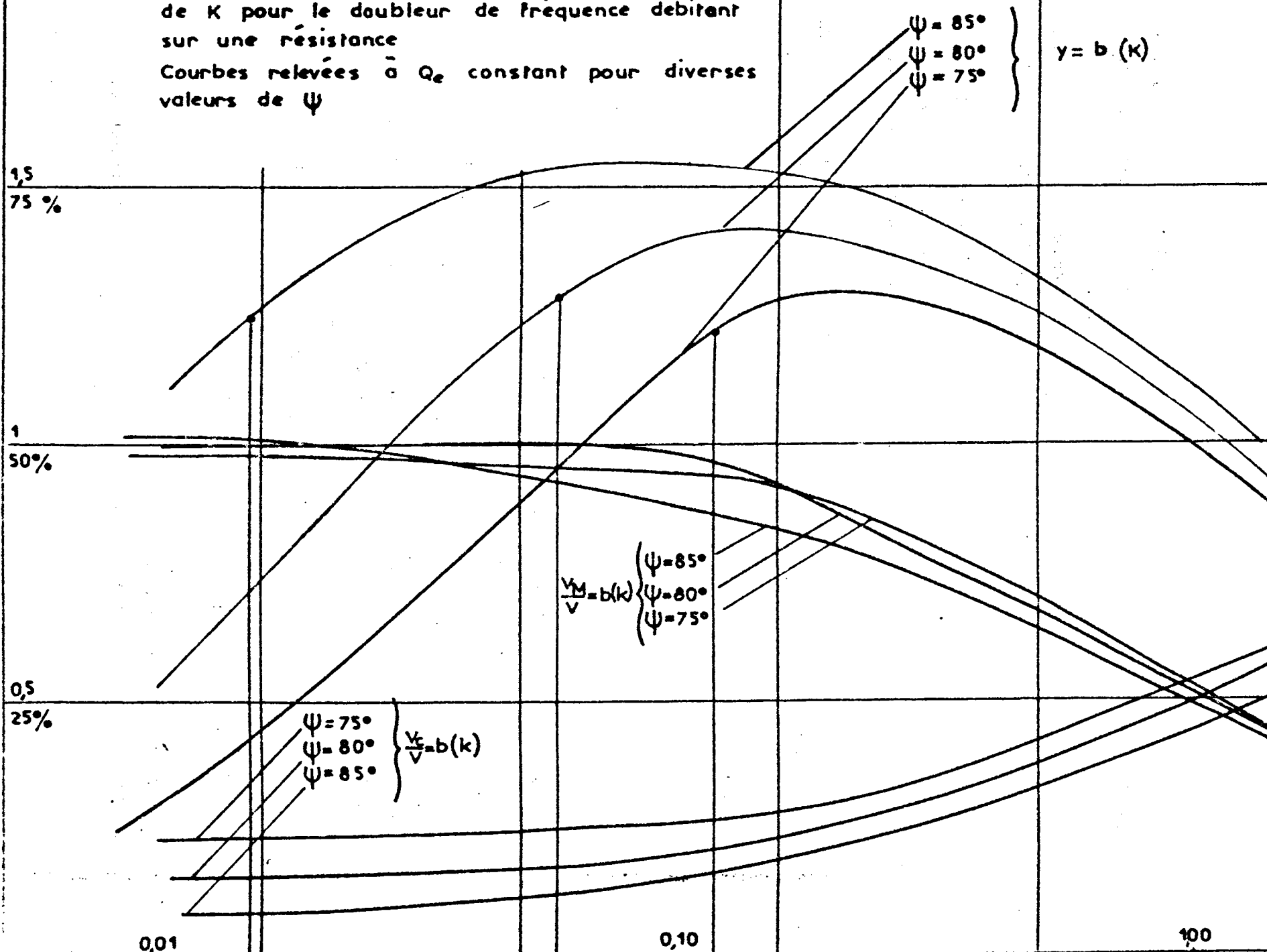
Nous avons relevé à Q_e constant et égal à 15 et pour trois valeurs de l'angle Ψ , soit 75° , 80° et 85° , les caractéristiques $\eta = f(K)$, $V_M/V = f(K)$ et $V_C/V = f(K)$.

Nous avons indiqué sur ces courbes (fig.42) le point de passage de la conduction continue à la conduction discontinue.

Comparons les résultats obtenus à ceux donnés par le calcul.

La valeur de K_{lim} est d'autant plus faible que l'angle ψ est plus grand. Toutefois, K_{lim} est légèrement inférieur à celui calculé. Ceci tient à la valeur limitée de Q_e qui fait que i_e est inférieur à sa valeur moyenne à la fin de chaque phase conductrice.

Fig. 42 Caractéristiques η , $\frac{V_M}{V}$, $\frac{V_C}{V}$ tracées en fonction de K pour le doubleur de fréquence débitant sur une résistance
 Courbes relevées à Q_e constant pour diverses valeurs de ψ



Les courbes $\eta = f(K)$ donnent très sensiblement les résultats prévus. Ceci est dû à la compensation des écarts dûs aux hypothèses simplificatrices et à la nature des puissances mesurées.

Le courant d'entretien n'est pas rigoureusement constant, les pertes Joule dans R_e mesurées par le wattmètre comportent outre l'effet du terme moyen, celui des harmoniques.

La puissance mesurée dans le circuit récepteur est elle aussi plus forte que celle ayant servi de base aux calculs puisqu'on n'avait tenu compte, pour ces derniers, que de la puissance portée par les signaux de fréquence $2f$.

L'accroissement de cette puissance est plus notable que celui de la précédente mais il est tempéré par le fait que la capacité C n'étant pas infinie, une partie des variations de la tension v' n'est pas transmise au récepteur.

Les courbes $\eta = f(K)$ montrent bien :

- . que le rendement est maximal dans la zone correspondant à la conduction discontinue,

- . que la valeur de ce maximum est d'autant plus grande que l'angle ψ est plus voisin de 90° ,

- . que, malgré l'échelle logarithmique adoptée, le rendement ne diminue que lentement de part et d'autre de son maximum quand K varie.

On voit que pour ψ égal à 85° , par exemple, on peut obtenir un rendement supérieur ou égal à 75 % pour une charge dont la résistance peut varier dans le rapport de 1 à 4,5. Pour obtenir le même rendement avec deux machines tournantes en cascade, il faudrait que chacune d'elles ait un rendement de 86,5 % mais avec des machines, on ne pourrait maintenir un tel rendement entre la pleine charge et moins du quart de celle-ci.

Les courbes $V_M/V = f(K)$ ont bien d'ailleurs l'allure prévue. La tension aux bornes du récepteur est sensiblement constante tant qu'on est en conduction continue, puis elle diminue progressivement au fur et à mesure qu'on pénètre plus avant dans le domaine de la conduction discontinue.

Certes, la valeur de V_M en conduction continue est nettement plus élevée que celle donnée par $4V/3\pi\sqrt{3\sin^2\psi+1}$ car on mesure non pas la valeur efficace du seul harmonique 2, mais celle de la tension totale aux bornes du récepteur. A cause des harmoniques et puisque ψ est très voisin de $\pi/2$, V_M est, dans ces conditions, peu différent de V .

La légère réduction de V_M , quand K s'approche par valeur inférieure de K_{lim} , est due à la valeur limitée de la capacité C qui absorbe une partie des variations de v' d'autant plus forte que la résistance du récepteur diminue.

La pente des courbes $V_M/V=f(K)$ dans le domaine de la conduction discontinue est, pour cette raison, légèrement plus forte que celle prévue. L'effet de limitation du courant dans le récepteur dû au rétrécissement des intervalles passants au fur et à mesure que la charge croît est donc très notable.

Les courbes $V_c/V = f(K)$ montrent bien que la tension aux bornes de C est égale à $2/\pi \sqrt{2} \cos\psi$ en conduction continue puis croît avec K quand ce paramètre est supérieur à K_{lim} .

La légère augmentation de V_c dans la première zone est due à la valeur limitée de C .

Pour $K > K_{lim}$, la pente positive de $V_c/V = f(K)$ est très voisine de celle calculée. Toutefois, en poursuivant les mesures au-delà de K égal à 2, nous avons remarqué que V_c tendait vers V et non vers $\sqrt{2} V \sin\psi$. Cela est dû à l'inévitable chute de tension due au réseau amont. Nous n'avons d'ailleurs pas reproduit pour les diverses courbes leur partie relative aux valeurs élevées de K car les mesures sont alors trop tributaires des déformations produites dans la tension d'alimentation du montage.

III.3.3. Caractéristiques en charge à ψ constant

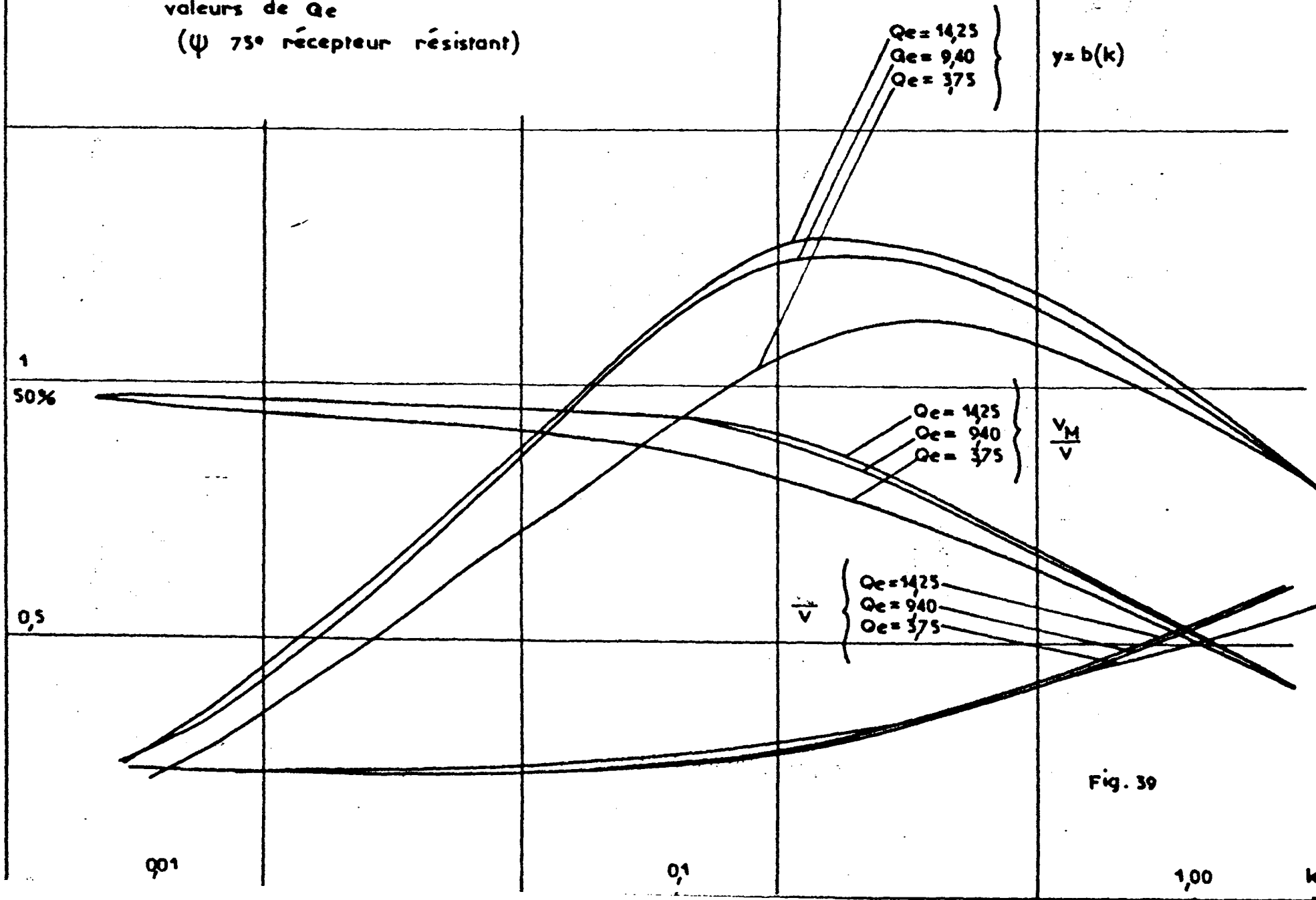
=====

Pour montrer l'influence sur les performances du montage du coefficient de qualité Q_e , nous avons relevé (fig.43) les caractéristiques donnant η , V_M/V et V_c/V en fonction de K , à ψ constant et égal à 75° , pour diverses valeurs de Q_e , soit 14,25 - 9,40 et 3,75.

$\eta, \frac{V_e}{V}, \frac{V_M}{V}$
 100 %V, V

Fig. 43 Caractéristiques de rendement η , de tension de sortie V_M , de tension aux bornes de la capacité V_e relevées en fonction de k , pour diverses valeurs de Q_e

(ψ 75° récepteur résistant)



Ces courbes montrent bien que K_{lim} est d'autant plus faible que Q_e est plus réduit. Si ϕ_e était inférieur à ψ , on sait que le régime à conduction continue ne serait pas possible.

La valeur de K rendant η maximal est d'autant plus faible que Q_e est plus grand ; mais quel que soit K , une valeur plus forte de Q_e conduit à un rendement plus important.

La variation de Q_e n'affecte guère l'allure des courbes donnant les tensions V_M et V_C , à ceci près que la conduction discontinue apparaissant plus tôt, ces tensions cessent d'être sensiblement constantes pour des valeurs de K qui diminuent quand Q_e décroît.

Cette série de courbes conduit aux deux conclusions suivantes :

- . les performances du montage, notamment son rendement, sont d'autant meilleures que Q_e est plus grand,
- . toutefois, au-delà d'une certaine valeur de Q_e , 10 environ, les effets de l'accroissement de ce coefficient sont assez réduits. On remarque qu'en le portant de 9,40 à 14,25, on n'a guère modifié les caractéristiques.

IV CONCLUSION

Parmi les montages statiques permettant de multiplier la fréquence, l'un des plus simples, quant à sa conception et des plus intéressants quant à son rendement, consiste à utiliser les montages redresseurs.

Un montage redresseur d'ordre n alimenté à la fréquence f délivre une tension redressée comportant, outre le terme moyen, un terme sinusoïdal de fréquence nf et des termes de fréquence multiple. La valeur du signal de fréquence nf est d'autant plus grande que le retard à l'amorçage des redresseurs est plus voisin de $\pi/2$.

Pour multiplier par n la fréquence, on peut donc utiliser un montage d'ordre n . La tension redressée est appliquée au récepteur par l'intermédiaire d'une capacité qui arrête la composante moyenne. Cette capacité bloquerait les redresseurs aussi doit-on brancher en parallèle avec l'ensemble condensateur-récepteur, un circuit dit "d'entretien de la conduction" formé d'une self de coefficient de surtension élevé.

Ce procédé a été trouvé et breveté par SEGUIER. Il a donné une étude complète du doubleur de fréquence à diodes qui, vu la modicité du rendement obtenu, l'a conduit à la nécessité de substituer aux diodes des redresseurs commandés. Notre travail a porté sur le doubleur à redresseurs et avait notamment pour but de déterminer :

- . la forme d'onde qu'il convient de donner aux impulsions de déblocage des redresseurs,
- . la valeur optimale de l'angle ψ de retard à l'amorçage des redresseurs,
- . l'influence du coefficient de surtension Q_c du circuit d'entretien,
- . la zone de travail du doubleur où son rendement est maximal.

Cette étude s'est révélée assez délicate, comme celles relatives aux montages redresseurs d'ailleurs, car nous ne pouvions admettre les nombreuses et importantes hypothèses simplificatrices nécessaires pour rendre les calculs aisés. Elles auraient entaché gravement la précision des résultats et n'auraient pas permis de répondre aux questions relatives à l'utilisation optimale du montage.

Pour la plupart des calculs, nous avons dû avoir recours à un ordinateur et même alors il a souvent fallu enserrer certains cas réels entre deux cas plus simples voisins.

Les vérifications expérimentales ont montré la bonne précision des résultats ainsi obtenus et confirmé les conclusions que nous en avons déduites.

Lorsque la charge placée à la sortie du doubleur de fréquence augmente, on passe du fonctionnement en conduction continue au fonctionnement en conduction discontinue, les redresseurs ne débitent alors que par intermittence. La durée relative des phases de blocage croît d'ailleurs au fur et à mesure que le courant pris par le récepteur augmente. C'est au début de la zone à conduction discontinue que se situe le fonctionnement à rendement maximum.

Les performances sont très influencées par la valeur de l'angle ψ , celui-ci doit être très voisin de $\pi/2$. Une valeur de l'ordre de 85° semble très intéressante, un angle plus fort donnerait, à la chute de la tension de sortie en fonction du débit, une valeur excessive.

Le coefficient de qualité Q_e du circuit d'entretien conduit à des performances d'autant meilleurs qu'il est plus important. Toutefois, au delà de 10, les avantages tirés d'une augmentation de Q_e ne sont guère perceptibles.

A tous les régimes, la tension aux bornes des redresseurs bloqués, au moment où ils doivent entrer en conduction, est positive. On peut donc commander les redresseurs par des impulsions brèves.

Enfin, au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la conduction continue, la tension aux bornes du récepteur de fréquence double diminue. On peut utiliser cette propriété pour protéger le récepteur contre les surintensités.

Convenablement utilisé, le doubleur de fréquence présente des performances intéressantes. Pour un angle ψ de 85° et un coefficient Q_e de 15, on peut obtenir un rendement de la transformation supérieur ou égal à 75 % et cela pour un courant débité variant entre la pleine charge et le quart de celle-ci. Avec des machines tournantes, il serait assez malaisé de faire mieux.

Le doubleur de fréquence n'est que le premier d'une série de multiplicateurs utilisant le même principe. A partir d'un réseau triphasé, on peut passer aisément de la fréquence f aux fréquences $3f$ ou $6f$; si on accepte l'emploi d'un transformateur, on peut obtenir un coefficient de multiplication quelconque.

Si les caractéristiques déterminées pour le doubleur ne sont pas numériquement utilisables pour les autres montages, les conclusions auxquelles nous avons abouties quant au choix des paramètres et à la zone optimale de fonctionnement, peuvent leur être appliquées.

Il semble que ce soit pour la multiplication de la vitesse synchrone des moteurs asynchrones que ces montages présentent le plus d'intérêt. Ils permettent, avec un montage statique simple, de faire tourner au-delà de 3 000 t/min des moteurs alimentés à partir du réseau de fréquence industrielle.

B I B L I O G R A P H I E

- {1} BETHENOD, "Les alternateurs haute fréquence", Chiron Editeur, 1926.
- {2} PICHOIR, "Machines Electriques", tome III, fasc.2, Masson Editeur, 1965.
- {3} LAPIERRE et LOUIS, "Double energy conversion in an air gap. A nouvel asynchronous frequency changer", Power App. syst., t.22, p.1373-1377, 1956.
- {4} SUMAKOV et SEMANOV, "Convertisseur de fréquence synchrone mono-induit", Izvest. Vyssh. Uchebn. Zaved. Elektromekh, n°2, p.180-185, 1967.
- {5} SPINELLI, "Transformatore elettrico delle corrente alternata triphasa in corelli monophasa con frequenza triplicata", Brevet Italien n° 124 825.
- {6} KRESALDO, "Un calcul d'un tripleur de fréquence au schéma de montage fondamental", Elektrotech. Obzor Ceskol, t.52, N°10, p.519-525, 1963.
- {7} BIRINGER, "The triductor", Communic. Electro. t.27, p.590-593, Nov.1956.
- {8} BRUDERLINK, "Essais sur modèles réduits pour des tripleurs de fréquence statiques avec différentes sortes de noyaux", Elektrotech. ZA, t.83, n°1, p.12-15, 1962.
- {9} MERTENS, "Changeur statique de fréquence de 50 Hz triphasé en 150 Hz triphasé", Elektrotech. ZA, t.83, n°16, p.523-527, 1962.
- {10} MERTENS, "Tripleur de fréquence statique pour convertisseur 50 Hz triphasé en diphasé 150 Hz", Elektrotech ZA, t.84, n°8, p.259-261, 1963.
- {11} SCHROEDER, "Triducteur triphasé pour l'alimentation de machines asynchro-nes", Elektrotech ZA, t.83, n°15, p.491-494, 1962.

-
- {12} STORM, "Magnetic Amplifiers", John Wiley Edit, 1955.
- {13} BIRINGER, "Design of the resistively load static frequency doubler", Power. Appar. Syst., t.26, p.834-839, 1956.
- {14} KNAPKE, "Théorie d'un multiplicateur magnétique de fréquence pour le cas d'une charge ohmique", Wissensch. Zeitung Elektrotech, t.5, n°2, p.97-123, 1965.
- {15} BIRINGER, "An S.C.R. frequency tripler", Proc. International Conf. Magne. Washington.
- {16} G. SEGUIER, "Etude de montages redresseurs en vue d'applications électrotechniques", Thèse de Doctorat ès Sciences, Lille, 1968.
- {17} G. SEGUIER, "Procédé pour la multiplication de la fréquence d'une tension alternative, dispositif et installation par la mise en oeuvre de ce procédé", Brevet français, n°154 2034.
- {18} G. SEGUIER, "Comparaison générale des montages redresseurs. Application aux montages alimentés par un réseau triphasé", Rev. Gén. Elect., t.76, n°12, p.1472-1488, Déc. 1967.
- {19} GENERAL ELECTRIC, "S.C.R. Manual " 4ème Edition, FW Gutzwiller Editeur.

TABLE DES MATIERES

0. Introduction	Pages
0.1. Les multiplicateurs de fréquence	
0.1.1. Emploi de machines tournantes	3
0.1.2. Transformateurs magnétiques de fréquence	6
0.1.3. Changeurs de fréquence à redresseurs	11
0.2. Emploi de montages redresseurs pour multiplier la fréquence	
0.2.1. Principe de la multiplication	13
0.2.2. Le doubleur de fréquence	14
0.2.3. Plan de l'étude du doubleur à thyristors	15
I. FONCTIONNEMENT EN CONDUCTION CONTINUE	
I.1. Etude de la tension redressée	
I.1.1. Schéma équivalent au montage	18
I.1.2. Développement en série de la tension v'	19
I.2. Tensions aux bornes du récepteur et de la capacité	
I.2.1. Etude de la tension de sortie	22
I.2.2. Etude de la tension aux bornes de la capacité	23
I.2.3. Choix de la capacité	24
I.3. Etude du courant d'entretien	
I.3.1. Expression du courant d'entretien i_e	28
I.3.2. Forme d'onde du courant d'entretien i_e	30
I.3.3. Puissance dépensée dans le circuit d'entretien	32
I.4. Etude du rendement de la transformation	
I.4.1. Q_e infini. Récepteur résistant	35
I.4.2. Q_e infini. Récepteur résistant et inductif	38
I.4.3. Q_e de valeur finie. Récepteur résistant	39
I.4.4. Q_e de valeur finie. Récepteur résistant et inductif	42
I.5. Conclusion de l'étude de la conduction continue	49

II. FONCTIONNEMENT EN CONDUCTION DISCONTINUE

II.1. Détermination de l'angle de conduction	
II.1.1. Relations utilisées	52
II.1.2. Variations de l'angle de conduction α	55
II.2. Etude des tensions	
II.2.1. Tension aux bornes de la capacité	57
II.2.2. Tension v' à la sortie du pont redresseur	59
II.2.3. Tension aux bornes du récepteur	59
II.3. Courants, puissances et rendement	
II.3.1. Courant d'entretien i_e et dans le récepteur i_m	63
II.3.2. Puissances et rendement	64
II.4. Conclusions de l'étude théorique du doubleur de fréquence	
II.4.1. Remarques générales sur la conduction discontinue	68
II.4.2. Conditions de bonne utilisation du doubleur de fréquence	69

III. VERIFICATIONS EXPERIMENTALES

III.1. Montage expérimental	
III.1.1. Circuits principaux	72
III.1.2. Commande du pont redresseur	72
III.2. Relevé des formes d'onde	
III.2.1. Fonctionnement à vide	74
III.2.2. Fonctionnement sur charge résistante	77
III.2.3. Fonctionnement sur charge résistante et inductive	82
III.3. Relevé des caractéristiques	
III.3.1. Fonctionnement à vide	84
III.3.2. Caractéristiques en charge à Q_e constant	85
III.3.3. Caractéristiques en charge à ψ constant	88

IV. CONCLUSION

APPENDICE

BIBLIOGRAPHIE

