

376  
969  
83

50.376  
1969  
83

N° d'ordre :  
N° d'enregistrement  
au C.N.R.S. :

# THÈSE

présentée

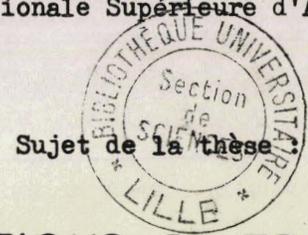
A LA FACULTE DES SCIENCES  
DE L'UNIVERSITE DE LILLE

pour obtenir le grade de  
docteur es sciences physiques

par

Monsieur Roger OUZIAUX

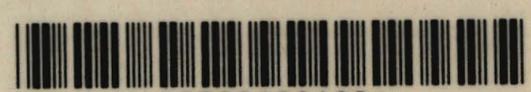
Professeur de Mécanique Appliquée  
à l'Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers



## CONTRIBUTIONS DIVERSES A L'ÉTUDE DES MACHINES VOLUMÉTRIQUES ET DES TURBOMACHINES

Soutenu le 10 décembre 1969 devant la  
commission d'examen :

M.M. les Professeurs	A. MARTINOT-LAGARDE	président
	M. DECUYPER	
	A. LEBRUN	examineurs
	G. GONTIER	
	M. SEDILLE	rapporteur



\*0300109420\*

A V A N T    P R O P O S

---

Je tiens à remercier vivement et à assurer de ma profonde reconnaissance :

Monsieur Georges MAURICE, directeur honoraire de l'E.N.S.A.M. de Lille qui est à l'origine de toute ma carrière de mécanicien. Il m'a fait confiance en venant me proposer le poste de Chef de travaux pratiques de mécanique dans son école alors que j'étais encore élève de l'Ecole Normale Supérieure de l'Enseignement Technique. Il a fait ensuite l'impossible pour trouver des crédits d'équipement pour mon laboratoire et m'a aidé à créer puis à développer l'enseignement de machines au Centre Régional Associé au C.N.A.M.

Monsieur Henri DAGET, actuel directeur de l'E.N.S.A.M. de Lille, qui depuis son arrivée à l'école n'a cessé de m'inciter à préparer une thèse de doctorat et m'a beaucoup aidé matériellement.

Monsieur le Professeur SEDILLE, avec qui je collabore depuis son arrivée à la chaire de machines du Conservatoire National des Arts et Métiers, qui a bien voulu être mon rapporteur de thèse, cautionnant ainsi mon travail de l'autorité que lui apporte sa réputation internationale et celle de la Société RATEAU qu'il dirige.

Monsieur le Professeur MARTINOT LAGARDE, Directeur honoraire de l'Institut de Mécanique des Fluides, avec qui j'ai entretenu d'excellents rapports pendant plus de vingt ans de contacts entre l'I.M.F.L. et l'E.N.S.A.M., et qui concrétise l'intérêt qu'il veut bien porter à mon travail en acceptant la présidence du jury d'examen.

Monsieur le Professeur GONTIER, pour les encouragements qu'il m'a témoignés et ses conseils en cours de rédaction de cette thèse.

Messieurs les Professeurs LEBRUN et DECUYPER, qui ont amicalement insisté pour que je rédige ces rapports sur mes travaux et ont accepté de faire partie du jury.

Messieurs N.ULTRE, M. MATON, G. LEFRANC, D.CORNETTE, H.DOROT, J.CYFFERS, R.BOVANI, V.REMOLEUX, ingénieurs machines du C.N.A.M., formés par le Centre Régional Associé de Lille, dont les travaux sont cités dans cette thèse et avec qui j'ai travaillé dans la plus amicale ambiance d'équipe.

Mes collaborateurs du laboratoire de mécanique appliquée de l'E.N.S.A.M., sans oublier le personnel technique qui ne nous a jamais ménagé son aide matérielle dans tous nos travaux.

## I N T R O D U C T I O N

L'enseignement du cours de machines au Centre Régional de Lille associé au Conservatoire National des Arts et Métiers m'a permis de participer à de nombreux travaux de recherche, dont j'ai le plus souvent proposé le sujet, en dirigeant un certain nombre de mémoires d'ingénieur C.N.A.M., spécialité machines ou mécanique, dont on trouvera la liste en annexe.

Etant donné la formation particulière de ces élèves, la direction de leur travail doit, sauf exception, être très précise et très suivie si on veut leur donner une chance raisonnable de parvenir au terme de leur recherche sans sombrer dans un découragement très compréhensible étant donné les conditions dans lesquelles ils travaillent. Il s'établit ainsi une collaboration étroite entre le professeur qui dirige le mémoire et l'élève ingénieur et, lors de la rédaction finale, il est parfois bien difficile de distinguer la part de leurs contributions respectives.

Ceci m'a incité à essayer de profiter des nouvelles dispositions de la circulaire du 21 janvier 1969 pour présenter en soutenance un ensemble de travaux relatifs aux machines hydrauliques et thermiques, comprenant deux recherches à caractère pédagogique et huit recherches de laboratoire, ces dernières étant le fruit d'une collaboration avec des élèves ingénieurs C.N.A.M. dans les conditions indiquées plus haut.

J'ai choisi de présenter les études qui me semblaient avoir le plus d'intérêt ou le plus d'originalité et qui se rapportaient le plus directement au domaine d'étude des machines hydrauliques et thermiques. La faiblesse des moyens dont nous disposons explique que nous nous sommes limités le plus souvent aux machines hydrauliques ou aérauliques qui posent des problèmes expérimentaux moins difficiles, la température n'y jouant qu'un rôle secondaire. D'autre part les horaires de travail des élèves ingénieurs du C.N.A.M. permettent difficilement de trouver le temps nécessaire pour atteindre l'équilibre thermique, avant lequel toute mesure sur une machine thermique devient illusoire.

Une autre particularité de ces recherches est qu'elles ont toutes été effectuées sans crédits spéciaux et que, dans la plupart des cas, les mesures sont faites pendant le week end ou le soir. Ceci présente de nombreux inconvénients :

- Le matériel de mesure n'est pas réservé à l'usage du chercheur mais sert entre temps à des travaux pratiques d'élèves ou à des travaux courants de l'industrie qui l'emploie. L'utilisation le samedi et le dimanche de matériel employé à d'autres fins en semaine conduit à une perte de temps considérable en montages et démontages. Dans certains cas, pour des mesures très délicates, on peut arriver à des essais complètement aberrants et à l'impossibilité de reproduire des résultats déjà obtenus.

- La machine étudiée n'est parfois mise à notre disposition que pour une durée très limitée, entre la fin de la construction et la livraison au client.

Toutes ces considérations font que chacun des sujets abordés dans cette thèse a en général une amplitude limitée et comporte sans doute un certain nombre d'imperfections. La durée de chaque recherche doit rester compatible avec ce qui nous semble nécessaire pour juger que le candidat a les qualités et les aptitudes suffisantes pour être digne de recevoir le diplôme d'ingénieur C.N.A.M. Les suggestions de travaux à poursuivre données dans les diverses conclusions de ces recherches nous ont été impossibles à mettre en oeuvre pour les raisons matérielles exposées précédemment.

Ces conditions de travail expliquent également la diversité des sujets abordés, ceux ci étant choisis non en fonction d'un programme de recherches bien structuré, qui nécessiterait une alimentation régulière en crédits, mais en fonction des possibilités matérielles du moment et de l'intérêt que peuvent y porter les industriels qui veulent bien nous aider, c'est à dire le plus souvent les employeurs de nos candidats ingénieurs C.N.A.M.

Nous avons regroupé les travaux présentés en trois rubriques :

- A. Machines alternatives et volumétriques.
- B. Turbomachines.
- C. Dynamique appliquée aux machines.

Leur diversité rend impossible une introduction théorique de l'ensemble et nous renvoyons le lecteur au début de chacune des études présentées.

TABLE DES MATIERES

	Page
AVANT PROPOS. . . . .	2
INTRODUCTION. . . . .	4

A. MACHINES ALTERNATIVES ET VOLUMETRIQUES

1. UTILISATION DU LANGAGE BASIC TIME SHARING AU CALCUL D'UNE POMPE ALTERNATIVE.

1.1. Buts. . . . .	9
1.2. Organigramme . . . . .	10
1.3. Exemple numérique. . . . .	12
1.4. Comparaison avec une hypothèse de calcul plus sommaire .	17
1.5. Généralisation. . . . .	17
1.6. Bibliographie. . . . .	18

2. REPARTITION DES PRESSIONS ENTRE LES SEGMENTS TEFLON D'UN COMPRESSEUR SANS GRAISSAGE.

2.1. Problèmes posés par la segmentation téflon des compresseurs sans graissage. . . . .	19
2.2. Etude d'une maquette pneumatique alimentée par réservoirs. .20	20
2.3. Etude d'une maquette analogique. . . . .	24
2.4. Etude de la maquette pneumatique à l'aide d'un compresseur. 27	27
2.5. Conclusions générales. . . . .	30
2.6. Bibliographie. . . . .	31

3. ETUDE DES PHENOMENES PULSATOIRES DANS LES CIRCUITS ASSOCIES AUX COMPRESSEURS ALTERNATIFS.

3.1. Problèmes posés par la régularisation du débit des compresseurs alternatifs. . . . .	32
3.2. Défauts de fonctionnement des compresseurs et de leurs circuits dûs aux résonances. . . . .	33
3.3. Classification des circuits pneumatiques. . . . .	35
3.4. Etude de l'analogie tuyauterie/ligne à constantes réparties.36	36
3.5. Etude de l'analogie volume/ligne à constantes localisées. . 38	38
3.6. Comparaison des méthodes d'étude des circuits. . . . .	42
3.7. Méthode de l'analogie électrique. . . . .	44
3.8. Exemple simple d'utilisation. . . . .	46
3.9. Conclusions. . . . .	51
3.10. Bibliographie. . . . .	52

4. ANOMALIES DANS LES MESURES DE DEBIT DES MACHINES VOLUMETRIQUES PAR SYSTEME DEPRIMOGENE.

4.1. Constatations expérimentales à l'origine de cette étude. . .53	53
4.2. Rappel sommaire des publications relatives à la mesure des débits pulsés. . . . .	54

	Page
4.3. Etude expérimentale des erreurs de mesure du débit en régime pulsatoire à l'aide d'un système déprimogène à diaphragme normalisé. . . . .	55
4.4. Essai d'interprétation théorique des résultats obtenus. . . . .	57
4.5. Recherche expérimentale de remèdes. . . . .	59
4.6. Conclusions. . . . .	62
4.7. Bibliographie. . . . .	64

B. TURBOMACHINES

5. ESSAI DE GENERALISATION DES NOTIONS DE VITESSE SPECIFIQUE ET DE DIAMETRE SPECIFIQUE DES TURBOMACHINES.

5.1. Introduction. . . . .	65
5.2. Application des lois de l'analyse dimensionnelle à une turbomachine. . . . .	65
5.3. Coefficients de vitesse angulaire spécifique $\Omega$ et de rayon spécifique $\Lambda$ . . . . .	66
5.4. Exemples simples de représentation dans le plan $\Lambda, \Omega$ . . . . .	70
5.5. Application à la classification générale des turbomachines. . . . .	73
5.6. Application à l'étude de la cavitation. . . . .	77
5.7. Conclusion. . . . .	78
5.8. Bibliographie. . . . .	79

6. INFLUENCE DE LA VISCOSITE ET DES JEUX SUR LE FONCTIONNEMENT D'UNE POMPE CENTRIFUGE.

6.1. Introduction. . . . .	80
6.2. Etude expérimentale de l'influence de la viscosité. . . . .	80
6.3. Recherche de facteurs de correction de viscosité. . . . .	84
6.4. Influence du jeu radial à l'aspiration sur les courbes caractéristiques. . . . .	86
6.5. Influence du jeu radial à l'ouïe d'aspiration sur le débit de fuite. . . . .	89
6.6. Influence du jeu axial sur le comportement du fluide compris entre rotor et stator. . . . .	95
6.7. Influence du jeu axial sur la puissance dissipée par frottements fluides à l'extérieur du rotor. . . . .	98
6.8. Conclusions. . . . .	99
6.9. Bibliographie. . . . .	100

7. INFLUENCE D'UNE PREROTATION A L'ASPIRATION SUR LES CARACTERISTIQUES ET LA CAVITATION D'UNE POMPE HELICE.

7.1. Introduction. . . . .	101
7.2. Présentation du banc d'essais. . . . .	101
7.3. Influence de la prérrotation sur les courbes caractéristiques. . . . .	104
7.4. Etude de la distribution de vitesses créée par l'inclinaire. . . . .	110
7.5. Influence de la prérrotation sur la cavitation de la pompe. . . . .	114
7.6. Conclusions. . . . .	122
7.7. Bibliographie. . . . .	123

	Page
8. INFLUENCE DE LA GIRATION SUR LA MESURE DU DEBIT ET DE LA PRESSION D'UN VENTILATEUR PAR LA METHODE DU CAISSON REDUIT.	
8.1. Introduction. . . . .	124
8.2. Rappel du principe de la méthode du caisson réduit. . . . .	124
8.3. Anomalies constatées dans l'emploi de la méthode du caisson réduit. . . . .	127
8.4. Etude de l'influence de la giration sur les mesures de débit et de pression. . . . .	128
8.5. Analyse des résultats. . . . .	130
8.6. Conclusion. . . . .	135
8.7. Bibliographie. . . . .	136

C. DYNAMIQUE APPLIQUEE AUX MACHINES.

9. VIBRATIONS DE TORSION D'UN HELICO COMPRESSEUR ENTRAINE PAR MOTEUR SYNCHROME.

9.1. Incidents observés dans l'exploitation d'un hélico compresseur de 2 000 ch. . . . .	138
9.2. Recherche des vitesses critiques de torsion de l'ensemble. . . . .	140
9.3. Localisation des points dangereux. . . . .	148
9.4. Recherche des causes de l'excitation torsionnelle. . . . .	150
9.5. Recherche d'une solution. . . . .	154
9.6. Conclusions. . . . .	157
9.7. Bibliographie. . . . .	158

10. CONTRIBUTION A LA DETERMINATION THEORIQUE ET EXPERIMENTALE DES VITESSES CRITIQUES DE FLEXION.

10.1. Introduction. . . . .	159
10.2. Méthodes de calcul pratique des vibrations de flexion. . . . .	159
10.3. Influence des moments d'inertie des volants sur les vitesses critiques de flexion. . . . .	171
10.4. Méthodes de mesure utilisées. . . . .	173
10.5. Comparaison des résultats des mesures expérimentales et des calculs. . . . .	178
10.6. Conclusions générales. Travaux à poursuivre. . . . .	181
10.7. Bibliographie. . . . .	182

ANNEXE

1. Liste des publications. . . . .	183
2. Liste des mémoires d'ingénieur C.N.A.M. dirigés. . . . .	184
3. Liste des mémoires d'ingénieur C.N.A.M. en cours de recherches. . . . .	185

A

MACHINES ALTERNATIVES  
ET  
VOLUMETRIQUES

# 1. Utilisation du langage basic time sharing au calcul d'une pompe alternative

## 1.1. BUTS

Cette application du langage basic time sharing a été choisie, à titre pédagogique, comme premier exemple d'utilisation à l'étude des machines volumétriques. Comme nous le verrons, il est susceptible d'être généralisé au calcul d'autres types de machines alternatives.

Les buts poursuivis dans cette application sont :

- une première initiation des étudiants à des méthodes qu'ils auront à utiliser fréquemment dans des calculs analogues : tracé de courbes définissant la cinématique ou l'évolution des pressions dans la machine étudiée, calcul de maximums ou d'intersection avec variation automatique du pas, calcul d'aires représentant le volume refoulé ou l'énergie cinétique à accumuler par le volant, enchaînement dans un même programme d'une suite d'opérations logiques aboutissant au calcul complet de la machine.

- une démonstration des possibilités de l'ordinateur dans ce genre de calculs : sa puissance de calcul et sa rapidité permettent de choisir des hypothèses plus proches de la réalité que celles adoptées habituellement dans les calculs manuels.

- une justification, à posteriori, des hypothèses de calcul proposées, la comparaison des résultats permettant d'apprécier la marge d'erreur introduite par des hypothèses plus sommaires.

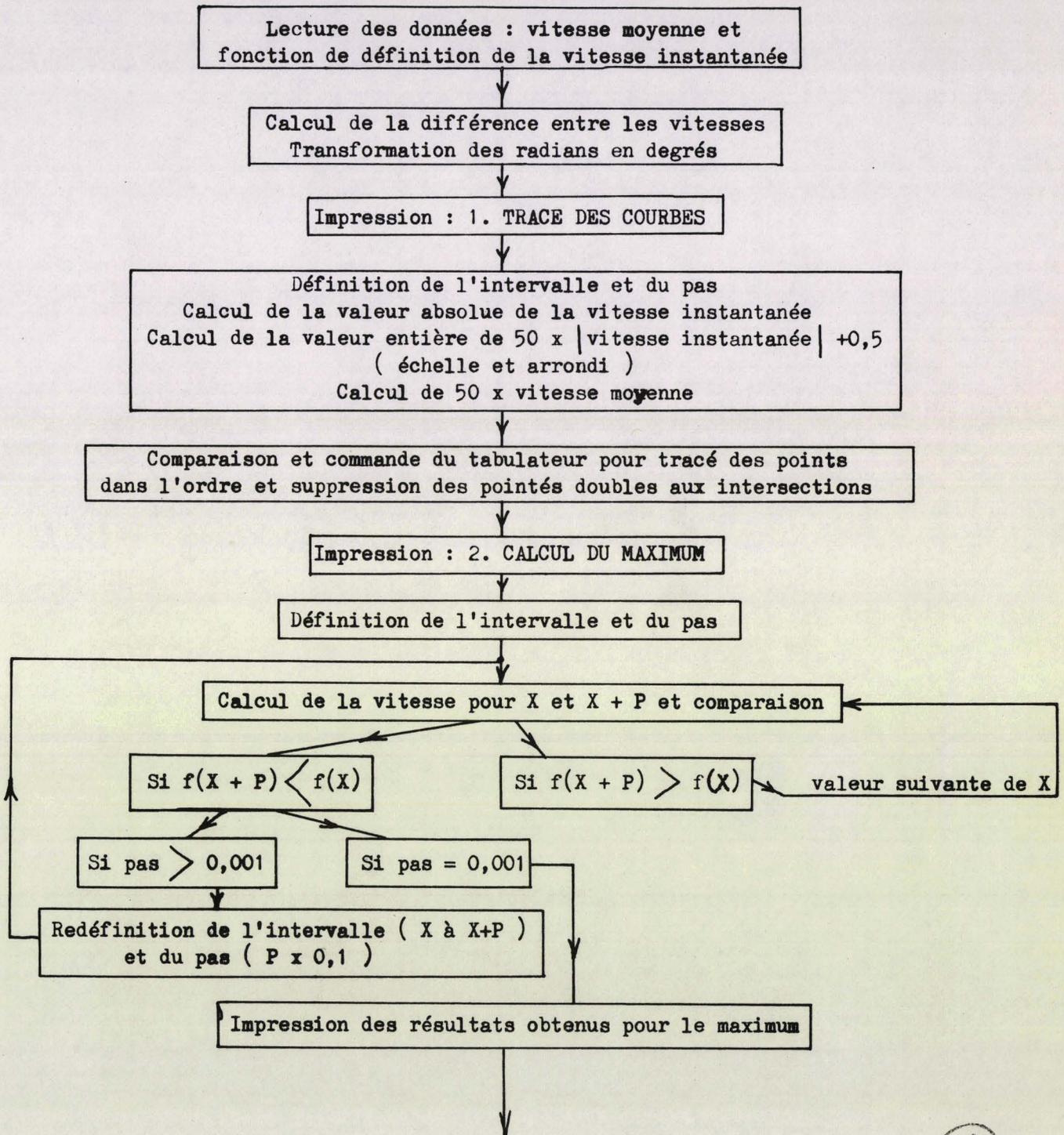
## 1.2. ORGANIGRAMME

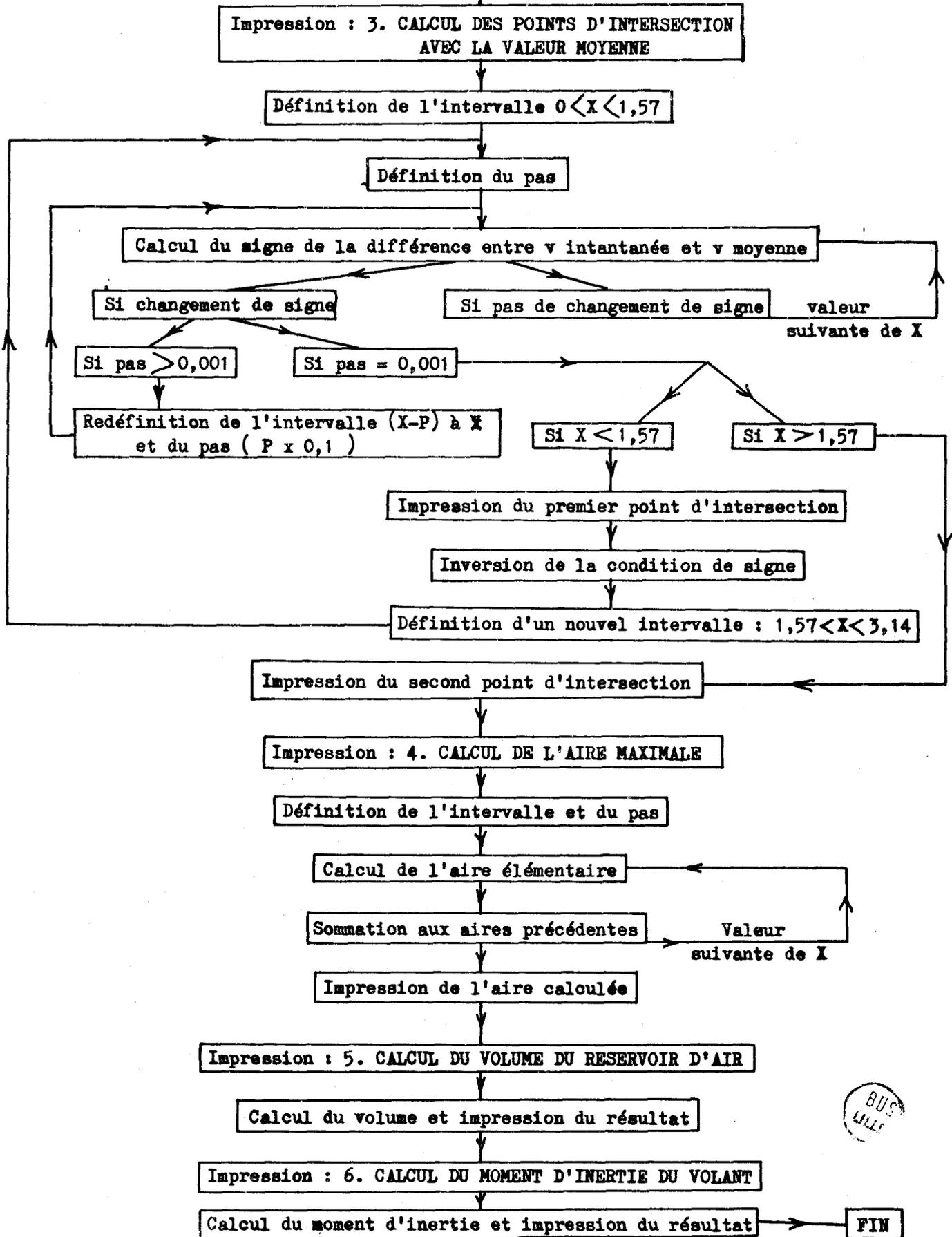
Nous ne rappellerons pas ici les méthodes de calcul classiques d'une pompe alternative [1]. Nous nous proposons, la pression dans le cylindre étant supposée constante pendant l'aspiration et le refoulement, de déterminer, compte tenu de l'inclinaison de la bielle :

- le tracé des courbes du débit instantané et du couple des forces de pression.
- le maximum de ces courbes et la position angulaire correspondante.
- l'aire représentant le débit à accumuler dans le réservoir d'air ou l'énergie cinétique à emmagasiner dans le volant.
- le volume du réservoir d'air et le moment d'inertie global du volant nécessaires pour respecter les conditions initiales imposées pour la régularisation du débit et de la vitesse.

On est conduit à l'organigramme suivant :

ORGANIGRAMME





BUS  
LILLE

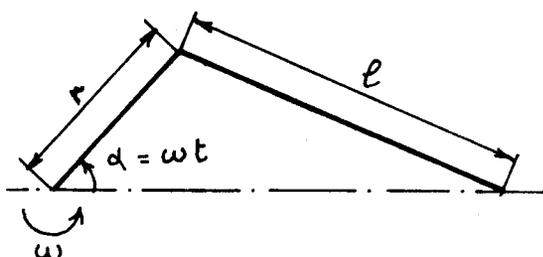
On remarquera la méthode de calcul utilisée pour la détermination du maximum et des points d'intersection : pour diminuer le temps de calcul, on balaye d'abord l'ensemble de l'intervalle étudié avec un pas  $P = 0,1$ , puis un intervalle de  $0,1$  radian comprenant la solution exacte avec un pas de  $0,01$  et enfin un intervalle de  $0,01$  comprenant la solution exacte avec un pas de  $0,001$ .

L'aire est calculée par la méthode des trapèzes avec un pas de  $0,001$  qui, dans ce cas, n'entraîne pas un temps de calcul exagéré.

Ce programme pourrait être très facilement généralisé en introduisant les données  $m = l/r$ , course, alésage, vitesse de rotation,  $p - p_a$ , coefficient de régularisation de débit, coefficient d'irrégularité cyclique, sous la forme de READ et DATA. Il pourrait alors être utilisé pour tout type de pompe alternative monocylindrique double effet ou bicylindrique simple effet, en introduisant les DATA correspondants sous forme d'une bande perforée.

### 1.3. EXEMPLE NUMÉRIQUE

Soit à calculer une pompe alternative monocylindrique double effet ayant un alésage de  $100$  mm et une course de  $150$  mm. On néglige le volume de la tige de piston. Elle est entraînée à  $300$  t/mn par un moteur électrique à couple constant. Le rapport de la longueur de la bielle à celle de la manivelle est  $m = l/r = 4$ .



Les positions angulaires du vilebrequin sont comptées à partir du point mort extérieur.

On admet que, pendant l'aspiration, la pression effective à l'intérieur du cylindre est négligeable et que, pendant le refoulement elle vaut  $p - p_a = 15$  bar. On néglige les forces d'inertie propres du système.

L'étude cinématique du système bielle manivelle donne [2]

$$v = -\omega r \sin \alpha \left( 1 + \cos \alpha \left( m^2 - \sin^2 \alpha \right)^{-\frac{1}{2}} \right)$$

Le débit instantané est  $q_v = S v$  ( $v$  : vitesse du piston,  $S$  section du cylindre)

le couple instantané est  $C = F v / \omega$  ( $F$  : force sur le piston)

Avec ces hypothèses on obtient des courbes analogues pour le débit-volume  $q_v$  et pour le couple  $C$ . On peut alors poser :

$$Y = \left| v / \omega r \right| = \left| q_v / S \omega r \right| = \left| C / F r \right| = \left| \sin \alpha \left( 1 + \cos \alpha \left( m^2 - \sin^2 \alpha \right)^{-\frac{1}{2}} \right) \right|$$

dont la valeur moyenne est  $Y = 2/\pi$

Le programme utilisé est le suivant :

```
1 PRINT"CALCUL DU RESERVOIR D'AIR ET DU VOLANT D'UNE POMPE ALTERNATIVE"
2 PRINT"-----"
3 PRINT
5 REM CALCULS PRELIMINAIRES
6 REM 10 : VITESSE REDUITE MOYENNE
7 REM 15 : VITESSE REDUITE INSTANTANEE V/WR (W = VITESSE ANGULAIRE)
8 REM 20 : ECART ENTRE 10 ET 15
9 REM 25 : TRANSFORMATION DES RADIANS EN DEGRES
10 LET B = 2/3.14159
15 DEF FNY(X) = SIN(X) *(1 +COS(X))*(16 -SIN(X)*SIN(X))+(-1/2))
20 DEF FNI(X) = FNY(X) - B
25 DEF FND(X) = X * 130/3.14159
105 PRINT"1.TRACE DES COURBES V/WR = QV/SWR = C/FR"
106 PRINT"-----"
107 PRINT
108 PRINT
109 PRINT
110 FOR X = 0 TO 6.28 STEP .2
115 LET Y = ABS(FNY(X))
117 LET M = INT(50*Y +.5)
119 LET N = INT(50*B)
121 IF M = N THEN 135
123 IF M > N THEN 129
125 PRINT TAB(M);"*";TAB(N);"+"
127 GO TO 140
129 PRINT TAB(N);"+";TAB(M);"*"
131 GO TO 140
135 PRINT TAB(M);"*"
140 NEXT X
201 PRINT
202 PRINT
203 PRINT
204 PRINT
205 PRINT"2.CALCUL DU MAXIMUM ET DE L'ANGLE CORRESPONDANT POUR X <3.14"
206 PRINT"-----"
207 PRINT
210 LET M1 = 0
215 LET M2 =3.14
220 LET P = .1
225 FOR X = M1 TO M2 STEP P
230 LET Y = FNY(X)
235 LET Z = FNY(X+P)
240 IF Z>= Y THEN 250
245 GO TO 255
250 NEXT X
255 IF P = .001 THEN 280
260 LET M1 = X
265 LET M2 = X + P
270 LET P = P * .1
275 GO TO 225
280 PRINT"LA VALEUR MAXIMALE EST Y =";Y;"POUR UN ANGLE X =";X;"RADIANS"
281 PRINT"A 1/1000 RADIAN PRES PAR DEFAULT. D'OU X =";FND(X);"DEGRES"
```



```
303 PRINT
304 PRINT
305 PRINT"3.CALCUL DES POINTS D'INTERSECTION POUR X < 3.14"
306 PRINT"-----"
307 PRINT
310 LET C = - 1
315 LET M1 = 0
320 LET M2 = 1.57
325 LET P = .1
330 FOR X = M1 TO M2 STEP P
335 IF FNI(X) * C > 0 THEN 345
340 GO TO 355
345 LET C = FNI(X)
350 NEXT X
355 IF P = .001 THEN 378
360 LET M2 = X
365 LET M1 = X - P
370 LET P = P * .1
375 GO TO 330
378 IF X > 1.57 THEN 410
380 LET X1 = X
385 PRINT"PREMIER POINT D'INTERSECTION POUR X1 =";X1;"RADIANS = ";FND(X)
386 PRINT"DEGRES"
390 LET C = 1
395 LET M1 = 1.57
400 LET M2 = 3.14
405 GO TO 325
410 LET X2 = X
415 PRINT"SECOND POINT D'INTERSECTION POUR X2 =";X2;"RADIANS = ";FND(X);
416 PRINT"DEGRES"
419 PRINT
420 PRINT"CES DEUX POINTS D'INTERSECTION SONT OBTENUS A 1/1000 RADIAN";
421 PRINT" PRES PAR","EXCES"
452 PRINT
453 PRINT
454 PRINT
455 PRINT"4.CALCUL DE L'AIRES COMPRISE ENTRE LES DEUX COURBES"
456 PRINT"-----"
457 PRINT
458 PRINT
460 LET A = 0
465 FOR X = X1 TO X2 STEP .001
470 LET Y = .001 * FNI(X)
475 LET A = A + Y
480 NEXT X
485 PRINT"L'AIRES COMPRISE ENTRE LES DEUX COURBES EST A =";A
502 PRINT
503 PRINT
504 PRINT
```



```
505 PRINT"5.CALCUL DU RESERVOIR D'AIR"
506 PRINT"-----"
507 PRINT
508 PRINT
510 REM L'UNITE DE LONGUEUR UTILISEE EST LE DM
515 LET V = A * (3.14159/4) * .75 * 50
520 PRINT"LE VOLUME DU RESERVOIR D'AIR NECESSAIRE POUR OBTENIR UN";
521 PRINT"COEFFICIENT DE REGULARISATION DE 1/50 EST V =";V;"LITRES"
602 PRINT
603 PRINT
604 PRINT
605 PRINT"6.CALCUL DU VOLANT"
606 PRINT"-----"
607 PRINT
608 PRINT
610 LET C = 15E5*3.14159/4*.1*.1*.075
615 LET W = 3.14159*300/30
620 LET J = C*A*30/(W*W)
630 PRINT"LE MOMENT D'INERTIE DU VOLANT NECESSAIRE POUR OBTENIR";
631 PRINT"UN COEFFICIENT D'IRREGULARITE CYCLIQUE DE 1/30 EST J =";J;
632 PRINT"M2KG"
700 END
```

Réponse de la console time sharing :

1. TRACE DES COURBES  $V/WR = QV/SWR = C/FR$  : voir page suivante (1)

2.CALCUL DU MAXIMUM ET DE L'ANGLE CORRESPONDANT POUR  $X < 3.14$   
-----

LA VALEUR MAXIMALE EST  $Y = 1.03088$  POUR UN ANGLE  $X = 1.34$  RADIANS  
A 1/1000 RADIAN PRES PAR DEFAULT. D'OU  $X = 76.7764$  DEGRES

3.CALCUL DES POINTS D'INTERSECTION POUR  $X < 3.14$   
-----

PREMIER POINT D'INTERSECTION POUR  $X_1 = .552$  RADIANS = 31.6273 DEGRES  
SECOND POINT D'INTERSECTION POUR  $X_2 = 2.275$  RADIANS = 130.348 DEGRES

CES DEUX POINTS D'INTERSECTION SONT OBTENUS A 1/1000 RADIAN PRES PAR EXCES

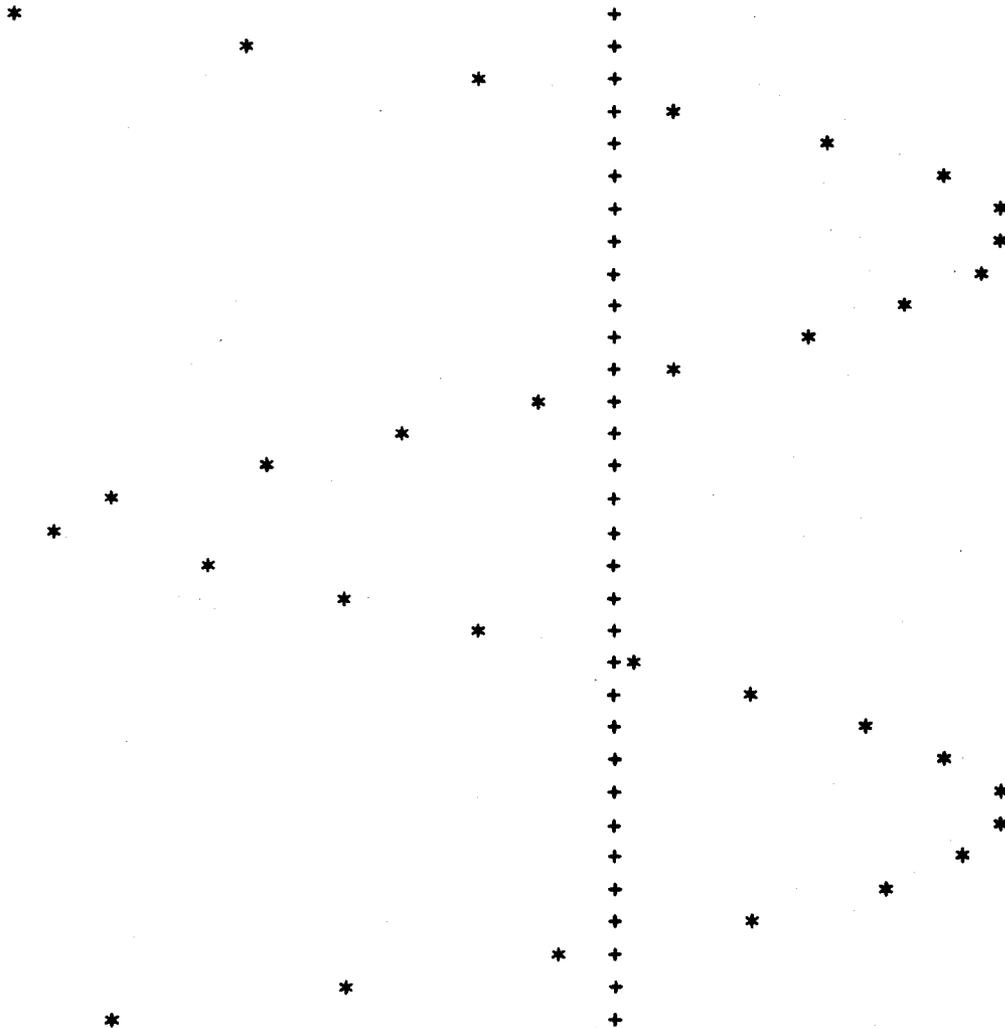
4.CALCUL DE L'AIRE MAXIMALE COMPRISE ENTRE LES DEUX COURBES  
-----

L'AIRE MAXIMALE COMPRISE ENTRE LES DEUX COURBES EST  $A = .545942$

(1) Pour faciliter la mise en page, les résultats ne sont pas donnés dans l'ordre

1. TRACE DES COURBES  $V/WR = QV/SWR = C/FR$

---



5. CALCUL DU RESERVOIR D'AIR

---

LE VOLUME DU RESERVOIR D'AIR NECESSAIRE POUR OBTENIR UN  
COEFFICIENT DE REGULARISATION DE 1/50 EST  $V = 16.0793$  LITRES

6. CALCUL DU VOLANT

---

LE MOMENT D'INERTIE DU VOLANT NECESSAIRE POUR OBTENIR  
UN COEFFICIENT D'IRREGULARITE CYCLIQUE DE 1/30 EST  $J = 14.6626$  M2KG

#### 1.4. COMPARAISON AVEC UNE HYPOTHESE DE CALCUL PLUS SOMMAIRE.

En remplaçant l'expression exacte de la vitesse par son développement limité à l'ordre 2 :

$$v = -\omega r \left( \sin\alpha + \frac{\sin 2\alpha}{2m} \right)$$

c'est à dire en substituant à la ligne 15 du programme précédent la ligne :

$$15 \text{ DEF FNY}(X) = \text{SIN}(X) + .125 * \text{SIN}(2*X),$$

on obtient pratiquement la même courbe à deux points près, compte tenu des arrondis utilisés par la console ( qui n'est pas un traceur de courbes ).

Le tableau suivant donne la comparaison des valeurs obtenues par les deux méthodes :

	1 <sup>o</sup> méthode	méthode approchée
Valeur maximale de Y	1,03088	1,02917
Angle correspondant du vilebrequin	1,340	1,344
Points d'intersection (radians)	0,552	0,553
	2,275	2,279
Aire maximale	0,545942	0,544606
Volume du réservoir d'air (litres)	16,0793	16,040
Moment d'inertie du volant (m <sup>2</sup> kg)	14,6626	14,6267
Durée du calcul (secondes)	24,67	13,00

On peut en conclure que, pour le calcul d'une pompe alternative, compte tenu des hypothèses simplificatrices utilisées et des valeurs de l/r couramment rencontrées, la méthode de calcul classique ne tenant compte que de l'harmonique 2 est largement suffisante en pratique.

Il est donc possible d'utiliser cette simplification de la cinématique du système bielle manivelle, non seulement dans les calculs manuels, mais aussi dans tous les programmes analogues, ce qui permet de réduire la durée du calcul et son prix de revient.

#### 1.5. GENERALISATION.

La généralisation de tels programmes, relatifs aux machines hydrauliques ou thermiques peut être envisagée à de nombreux points de vue, dont nous citerons quelques exemples non limitatifs :

- Automatisation du calcul de projets par utilisation d'un programme type et introduction de données ou modification de sous-programmes par bandes perforées.
- Etude systématique de l'influence d'un paramètre que l'on fait varier pas à pas.

- Calcul des machines à fluides compressibles en tenant compte des propriétés thermodynamiques du fluide réel, par exemple de la loi de variation de la chaleur massique à pression constante de l'air en fonction de la température.
- Détermination automatique de la puissance maximale absorbée par un compresseur dans le cas d'un fonctionnement à pression de refoulement constante et à pression d'aspiration variable ( surpresseurs, pompes à vide ).
- Optimisation de cycles thermiques de turbines à gaz ou à vapeur obtenue par un calcul répétitif pas à pas.
- Utilisation de nouvelles méthodes de calcul, par exemple emploi possible du rendement indiqué polytropique pour le calcul des turbines à vapeur, ce rendement ne dépendant que des qualités aérodynamiques de l'aubage utilisé et non, comme c'est le cas pour le rendement indiqué par rapport à l'isentropique, des propriétés thermodynamiques de la vapeur dans la zone de détente utilisée. [3] [4]

J'ai proposé l'étude d'un certain nombre de ces méthodes comme sujet de mémoire d'ingénieur à l'un de mes élèves du C.N.A.M. [5] . Cette étude permettra sans doute d'explorer les possibilités du langage basic time sharing dans ce domaine ainsi que les limitations imposées par les dimensions maximales possibles pour les programmes et les fichiers.

Au point de vue pédagogique, la simplicité de ce langage en permettra une première application à des exemples simples et au dépouillement des essais de laboratoire pour les étudiants du second cycle. Cette première initiation facilitera l'étude de projets plus complets, ne pouvant guère être abordés avant le troisième cycle, lorsque les étudiants ont acquis une maîtrise suffisante de la théorie des machines.

#### 1.6. BIBLIOGRAPHIE.

- [1] R. OUZIAUX. Mécanique appliquée. Tome III. Dynamique des machines alternatives. Pompes et compresseurs volumétriques. DUNOD 1962. p 87/119.
- [2] - id - p 1/4
- [3] W. ENDRES. Calcul de la détente polytropique de la vapeur d'eau. Revue Brown Boveri. Mars 1966. p 206/209
- [4] D. MEUNIER et A. HOUBERECHTS : Programmation d'une table de vapeur d'eau à multiples entrées. Revue E.P.E. (Université de Louvain) n° 4/1967 p 194/207
- [5] G. CARETTE Utilisation du langage basic time sharing au calcul des machines hydrauliques et thermiques. Mémoire d'ingénieur machines du C.N.A.M. en préparation au Centre Associé de Lille.

## 2. Répartition des pressions entre les segments téflon d'un compresseur sans graissage

### 2.1. Problèmes posés par la segmentation téflon des compresseurs sans graissage

#### 1. Les compresseurs alternatifs sans graissage.

Rappelons qu'ils sont utilisés dans toutes les applications pour lesquelles il est nécessaire que le fluide comprimé reste pur, alors que les caractéristiques de pression ou de débit demandées sont incompatibles avec le domaine d'utilisation des turbocompresseurs. Les principaux domaines d'emploi sont les industries alimentaires et pharmaceutiques, l'industrie chimique, la métallurgie, les automatismes pneumatiques. [1]

Les deux procédés utilisés pour éviter l'emploi d'une lubrification à l'huile sont :

- le remplacement des segments par des chambres de détente, réparties le long du piston comme les gorges d'une segmentation classique. L'utilisation d'un nombre suffisant de chambres permet de ramener la fuite à une valeur acceptable. Le contact piston-cylindre n'existant plus, il faut assurer le guidage à l'extérieur, en prolongeant la tige du piston.

- l'utilisation de segments en téflon, présentant des caractéristiques d'emploi très supérieures aux segments en graphite utilisés antérieurement dans le même but. Le téflon, renforcé par des charges diverses qui lui sont incorporées par frittage ( bronze, verre, bisulfure de molybdène ), présente un très faible coefficient de frottement de glissement (  $f = 0,04$  sur l'acier poli ), une bonne résistance à l'usure et une température d'utilisation en continu de  $180^{\circ}\text{C}$ .

#### 2. La segmentation téflon. Etude critique.

Les segments téflon sont en général en trois ou quatre parties, avec recouvrement. Ils sont maintenus en place par un ressort expanseur ( fig 2.1. ).

On constate expérimentalement qu'un seul de ces segments suffit pratiquement à assurer l'étanchéité entre les deux chambres du cylindre. Pour une différence de pression de 100 bars, qui nécessite environ 20 segments simples en bronze, on peut se contenter de 4 segments téflon. Piston et cylindre sont donc beaucoup moins longs, ce qui présente de nombreux avantages pour leur construction ( rigidité, dilatations, prix de revient ).

Mais cette étanchéité exceptionnelle présente un défaut aux différences de pression élevées : l'usure de la segmentation est assez rapide, le segment " battant " dans sa gorge. Ce phénomène limite leur emploi à des différences de pression de 25 bars si l'on veut obtenir des durées d'utilisation suffisantes.

### 3. But de l'étude. Remède proposé.

Cette usure anormale peut être interprétée comme une conséquence de l'étanchéité exceptionnelle de cette segmentation. De ce fait le premier segment est soumis pratiquement à la totalité de la différence de pression existant entre les faces du piston, ce qui entraîne des chocs brutaux sur les parois de la gorge et l'usure prématurée du segment par matage.

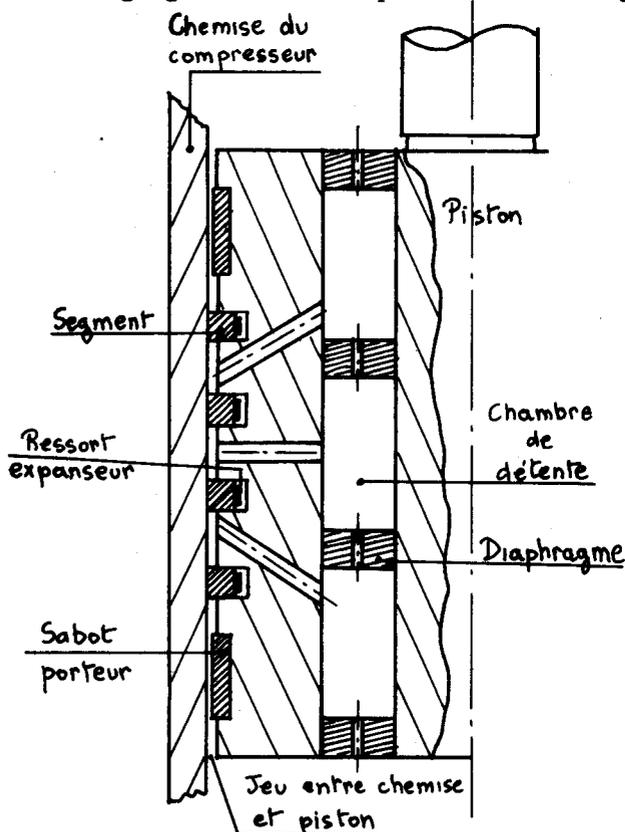


figure 2.1.

Il faut donc diminuer cette différence de pression appliquée au premier segment en la ramenant à une valeur acceptable, c'est à dire assurer une meilleure répartition de la différence de pression entre tous les segments.

Une première amélioration de la tenue a pu être obtenue en augmentant le jeu aux coupes des segments. Ce procédé crée une fuite qui répartit mieux les différences de pression. Cependant l'érosion progressive des lèvres de la coupe augmente graduellement le débit de fuite pendant la durée de vie du segment et diminue trop le rendement volumétrique du compresseur.

Pour maintenir un étagement des pressions constant dans le temps et prédéterminé avec précision, Monsieur N. ULTRÉ, alors technicien aux Ets DUJARDIN, a émis l'idée de créer cet étagement au moyen de diaphragmes et de chambres de détente selon la figure 2.1. et il m'a proposé de choisir cette étude comme sujet de mémoire d'ingénieur C.N.A.M. [2]

Nous verrons également (§ 2.2.3.) que l'étude des régimes transitoires permet de proposer une autre explication du phénomène et de suggérer un remède plus simple (§ 2.5.), n'augmentant pas sensiblement les fuites.

Nous nous proposons de décrire brièvement les principaux essais, effectués à l'aide d'une maquette pneumatique alimentée par réservoir, d'une maquette analogique et à l'aide d'une maquette pneumatique alimentée par compresseur.

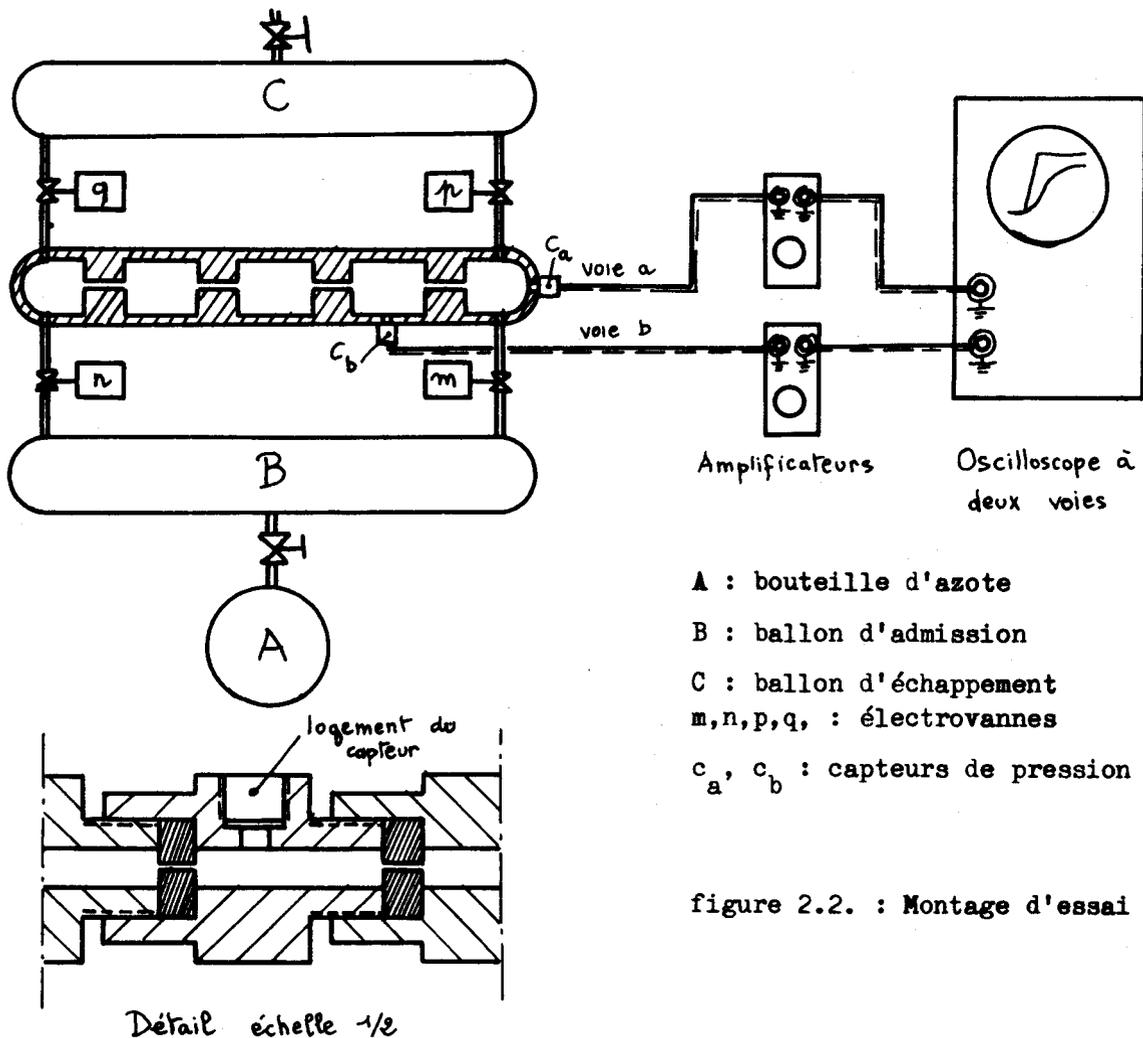
## 2.2. Etude d'une maquette pneumatique alimentée par réservoirs.

### 1. But des essais.

Ils sont destinés à étudier la répartition des pressions en régime permanent et l'évolution de la pression en fonction du temps dans chacune des chambres de détente d'un montage diviseur de pression, analogue à celui dont l'emploi est envisagé à l'intérieur du piston. Cette première étude est essentielle pour comparer le temps d'établissement du régime permanent avec la durée d'un cycle de compresseur, ce qui permettra de prévoir les essais complémentaires nécessaires.

## 2. Description du montage.

Le schéma du montage est représenté par la figure 2.2. Tous les percages et les chambres de détente sont identiques. La figure de détail montre que les diaphragmes sont facilement amovibles.



- A : bouteille d'azote
- B : ballon d'admission
- C : ballon d'échappement
- m, n, p, q, : électrovannes
- $c_a$ ,  $c_b$  : capteurs de pression

figure 2.2. : Montage d'essai

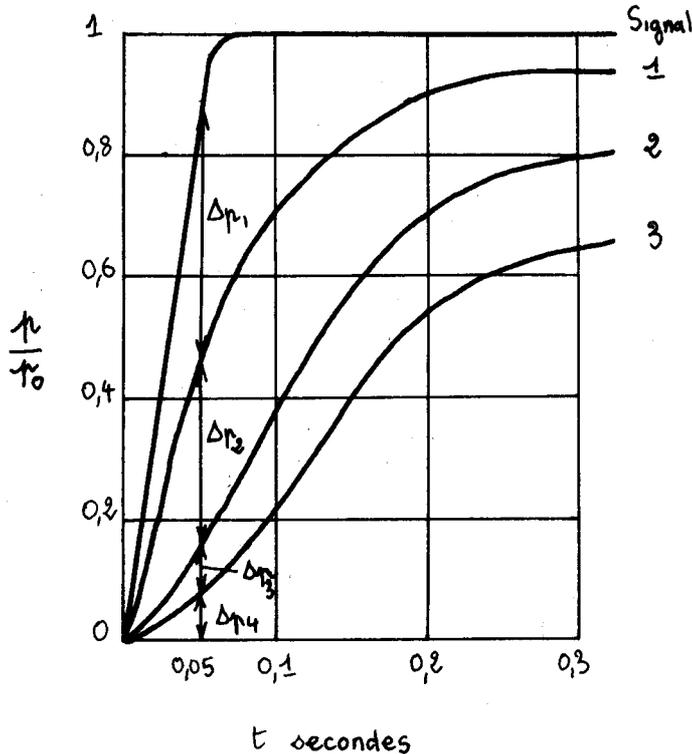
Les électrovannes m, n, p, q, sont du type à ouverture sous tension, assurant une étanchéité aussi parfaite que possible.

Les pressions sont mesurées par des capteurs à quartz VIBROMETER reliés, par l'intermédiaire de leur amplificateur, à un oscilloscope bicourbe permettant l'obtention simultanée de l'évolution en fonction du temps de la pression appliquée à l'entrée et de la pression dans l'une des chambres. On relève successivement la pression dans toutes les chambres en déplaçant le capteur  $c_b$ ,  $c_a$  restant fixe pour vérifier la forme du signal appliqué.

Dans l'état initial, les vannes p et q sont ouvertes et les vannes m et n sont fermées. Le ballon B contient de l'azote à une pression de 80 bars. Le ballon C contient de l'azote à une pression de 20 bars, afin de se rapprocher du fonctionnement d'un compresseur multiétagé où le taux de compression par étage dépasse rarement 4, et aussi pour éviter d'atteindre la vitesse du son dans chacune des détentes successives.

### 3. Etude du régime transitoire. Premières conclusions.

Simultanément on ferme la vanne p et on ouvre la vanne m ( fig 2.2.), le même signal commandant de déclenchement de la base de temps de l'oscilloscope. La figure 2.3. représente les courbes p ( t ) relevées pour un montage à quatre diaphragmes. Plusieurs relevés ont été effectués avec des pressions d'admission et d'échappement différentes mais le tracé des réponses en coordonnées réduites  $p/p_0$  donne pratiquement une courbe unique pour chaque chambre de détente.



Pour un compresseur à 300 t/mn, la durée d'un cycle est de 0,2 seconde et le temps de montée en pression est de l'ordre de 0,05 seconde, valeur que nous choisirons comme référence dans tous nos essais.

On constate que la période d'établissement du régime permanent est de l'ordre de 0,3 seconde. Celui-ci ne peut donc être atteint dans un compresseur. L'étude de ce régime est donc tout à fait secondaire dans cette application et pourra être négligée par la suite.

Pour le temps de référence de 0,05 s on constate que les différences de pression entre les chambres sont inégales et ont des valeurs décroissantes dans le sens de l'écoulement.

De cette première série d'essais on peut donc tirer les conséquences suivantes :

a) on peut prévoir, qualitativement, que pour réaliser un meilleur étage des pressions il faudra diminuer relativement les pertes de charge dans les premiers diaphragmes.

b) bien que le montage ait été réalisé pour faciliter l'interchangeabilité des diaphragmes, la détermination par tâtonnements successifs des dimensions optimales des diaphragmes est une opération très longue. Pour gagner du temps on est conduit à essayer d'utiliser l'analogie électrique.

c) l'examen des courbes permet de suggérer une autre explication de l'usure prématurée des premiers segments: des fuites existent entre les chambres annulaires séparées par les segments; qualitativement on doit donc y observer le même phénomène, ce qui permet aussi d'expliquer la différence de pression plus importante existant sur le premier segment. L'amélioration de tenue obtenue en augmentant la coupe des segments s'explique de manière analogue.

d) la forme des courbes, comparée à la courbe théorique de réponse indicative d'un système du premier ordre [3] [4], montre une analogie suffisante pour assimiler la maquette pneumatique à un système du premier ordre. Ce point sera vérifié dans l'étude analogique.

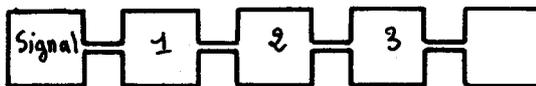
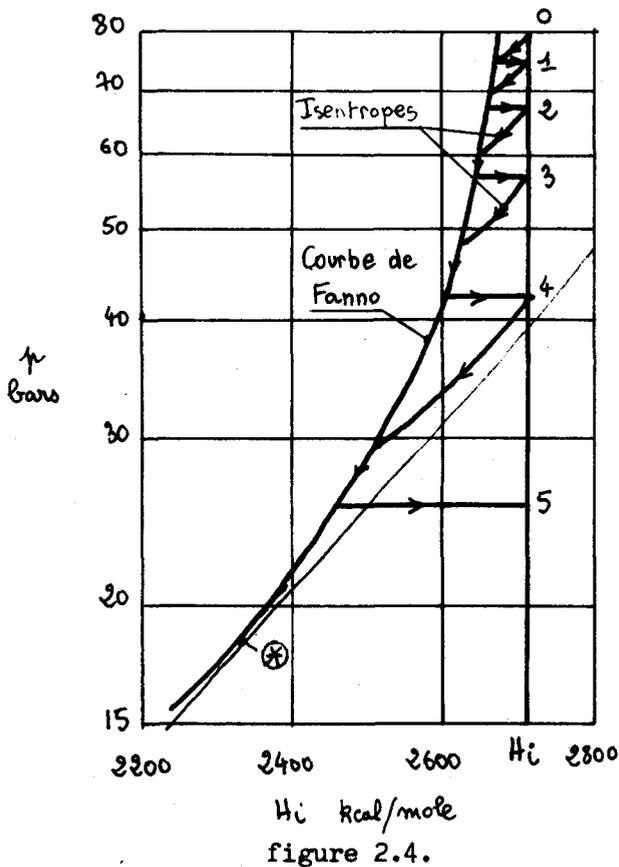


fig. 2.3. Essai de la maquette pneumatique en régime transitoire

4. Etude du régime permanent.



$H_i$  kcal/mole  
figure 2.4.

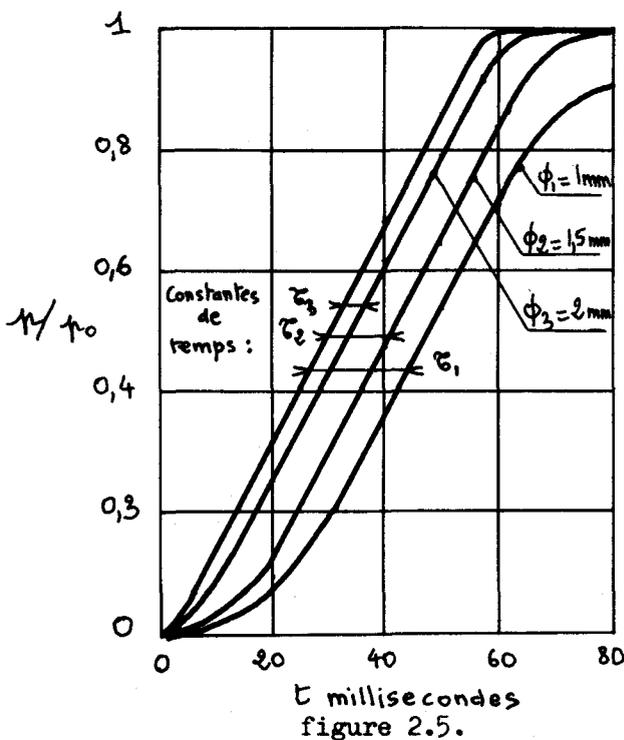
La pression n'évoluant que lentement dans les ballons B et C, l'étude du remplissage du ballon C permet la détermination du débit en régime permanent.

La connaissance des pressions d'équilibre dans toutes les chambres, relevées sur les courbes 2.3, et le calcul du débit masse par unité de section du diaphragme permettent le tracé de la courbe de FANNO de l'écoulement. [5]

L'allure de ce tracé, pour cinq diaphragmes, est donné par la figure 2.4. L'évolution en régime permanent dans la maquette pneumatique est tracée dans un diagramme  $\ln p, H$  (pression en coordonnées logarithmiques, enthalpies) qui est le seul diagramme de l'azote dont nous disposons dans ce domaine de pressions.

L'étude préliminaire ayant montré que ce régime ne pouvait être obtenu dans un compresseur, nous n'étudierons pas l'interprétation détaillée de cette évolution.

5. Détermination de la constante de temps en régime transitoire.



$\tau$  millisecondes  
figure 2.5.

Le calcul de la maquette analogique nécessite la connaissance de la constante de temps d'un ensemble diaphragme + chambre de détente, la relation entre la perte de charge dans le diaphragme et le débit étant difficilement calculable avec précision.

Le montage de la figure 2.2. a donc été modifié en ne conservant qu'un seul diaphragme et une seule chambre de détente. Les courbes de la figure 2.5. ont été relevées pour divers perçages du diaphragme, en augmentant la vitesse de balayage de l'oscilloscope.

Le signal d'excitation s'apparente alors à un signal rampe et on peut alors relever les constantes de temps directement sur le graphique. On trouve :

diamètre de perçage mm :	1	1,5	2
constante de temps ms :	18,3	11,6	3,34

2.3. Etude d'une maquette analogique.

1. Détermination de la maquette.

L'étude classique du résonateur de Helmholtz [6] donne l'équation différentielle du système représenté par la figure 2.6. qui, avec ces notations, peut se mettre sous la forme :

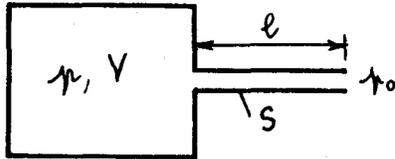


figure 2.6.

$$\frac{d(p_0 - p)}{dt} = \frac{l}{S} \cdot \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{\gamma}{\rho} \frac{p}{V} q \quad (1)$$

avec  $q$  = débit masse

$\rho$  = masse volumique

$\gamma = c_p / c_v$

$R$  = paramètre caractérisant globalement les pertes de charge, supposées proportionnelles à la vitesse.

L'équation différentielle d'un circuit électrique comportant en série une inductance  $L$ , une capacité  $C$  et une résistance  $R$  (figure 2.7. ), et soumis à une tension  $e(t)$ , peut se mettre sous la forme :

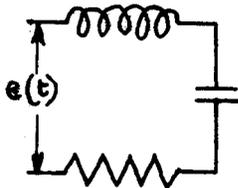


figure 2.7.

$$\frac{de}{dt} = L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} \quad (2)$$

En comparant les équations différentielles (1) et (2) on voit qu'il y a analogie entre les circuits pneumatique et électrique, les correspondances étant définies par le tableau suivant :

Circuit pneumatique	Circuit électrique
différence de pression $p_0 - p$	différence de potentiel $e$
débit masse $q$	intensité $i$
inertance $l/S$	inductance $L$
coeff. de perte de charge $k$	résistance $R$
capacitance $\frac{\rho}{\gamma} \frac{V}{p} = \frac{V}{a^2}$	capacité $C$

Le coefficient  $k$  n'est pas connu exactement mais la résistance équivalente  $R$  sera déterminée pour avoir des constantes de temps identiques pour les deux circuits.

Une application numérique au circuit pneumatique montre que la capacitance est environ mille fois plus grande que l'inertance. On peut donc négliger les termes du second ordre dans les équations différentielles précédentes, ce qui confirme les conclusions tirées de l'observation des premiers relevés expérimentaux.

En adoptant la même fréquence d'excitation pour les deux circuits, le calcul conduit à une capacité  $C = 2 \mu\text{F}$  pour le circuit électrique, tout à fait réalisable avec des pièces détachées courantes. La variation de  $C$  permettrait de simuler une variation de volume des chambres de détente.

Dans le circuit électrique l'expression de la constante de temps est

$$\tau = C.R$$

A partir des coefficients de temps déterminés sur la figure 2.5. il est donc possible de calculer les résistances électriques correspondantes et d'en déduire un abaque donnant la résistance analogue à tout diamètre de perçage. Pour les valeurs de la figure 2.5. on obtient :

diamètre de perçage :	1mm	1,5 mm	2 mm
résistance :	9 kΩ	6 kΩ	1,6 kΩ

2. Essais.

Le montage utilisé est représenté par la figure 2.8.

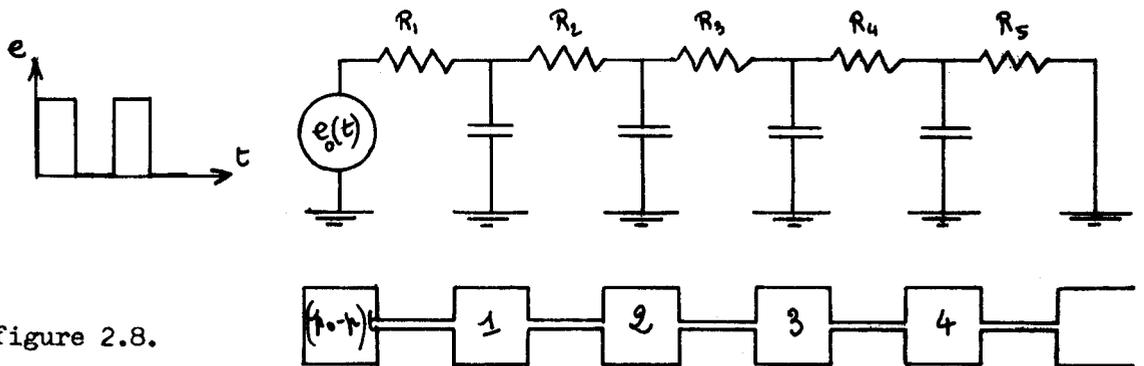


figure 2.8.

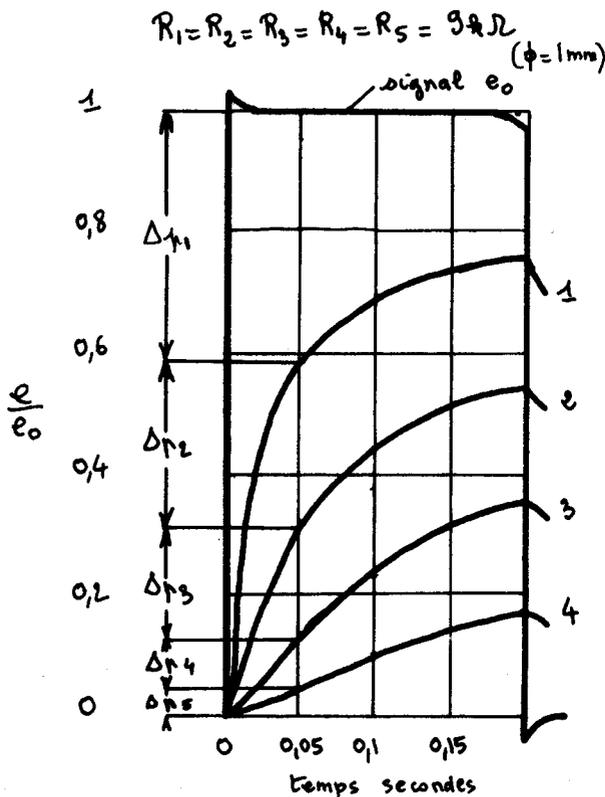


figure 2.9.

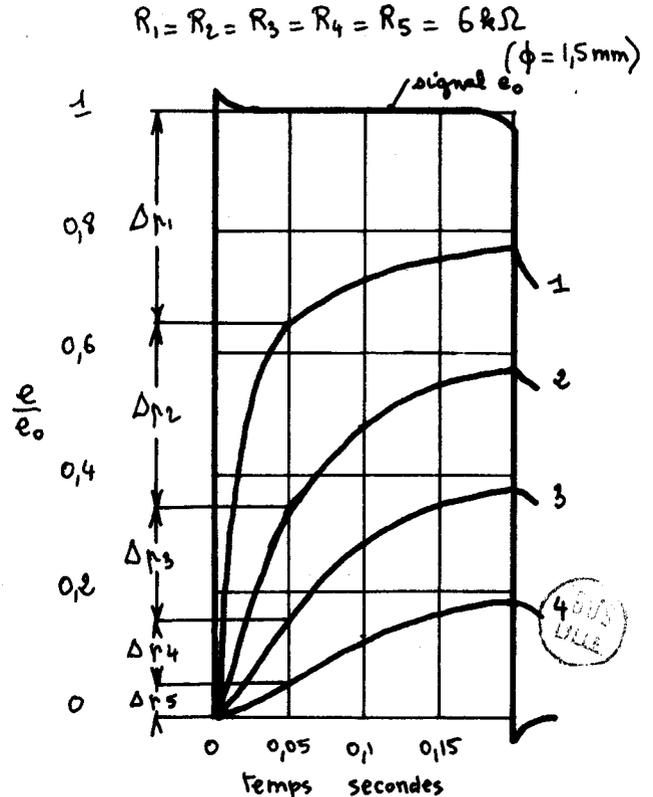


figure 2.10.

Il est alimenté par un générateur de tension carrée, fournissant le signal  $e(t)$  représenté, ce qui permet d'obtenir sa réponse indicielle.

La figure 2.9. correspond à un montage à cinq diaphragmes de diamètre 1 mm ( $R = 9 \text{ k}\Omega$ ). On y retrouve bien des courbes analogues à celles de la figure 2.3. comportant des  $\Delta p$  inégaux entre les chambres.

En adoptant 1,5 mm comme diamètre de perçage de tous les diaphragmes ( $R = 6 \text{ k}\Omega$ ), on obtient la figure 2.10 qui montre une amélioration de l'étagement des  $\Delta p$ , pouvant expliquer l'amélioration constatée en pratique en augmentant le jeu des coupes des segments. Cependant il est impossible de continuer dans cette voie, c'est à dire d'augmenter le diamètre de tous les diaphragmes, les fuites devenant prohibitives.

Le montage analogique permet de rechercher rapidement une solution optimale, en adoptant des valeurs différentes pour les résistances. Les figures 2.11. et 2.12. montrent les résultats obtenus pour un montage à quatre diaphragres et deux échelonnements différents.

Repère	1	2	3	4
R kΩ	1,6	6	9	9
φ mm	2	1,5	1	1

Repère	1	2	3	4
R kΩ	3,2	7,5	9	9
φ mm	1,8	1,3	1	1

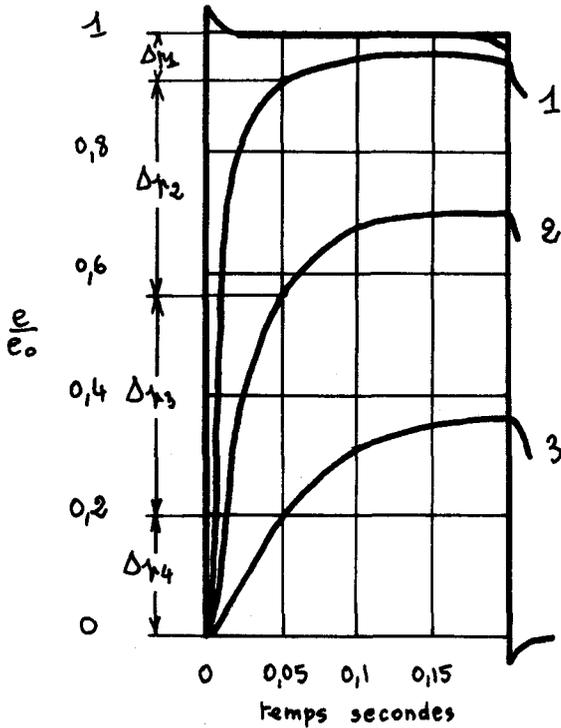


figure 2.11.

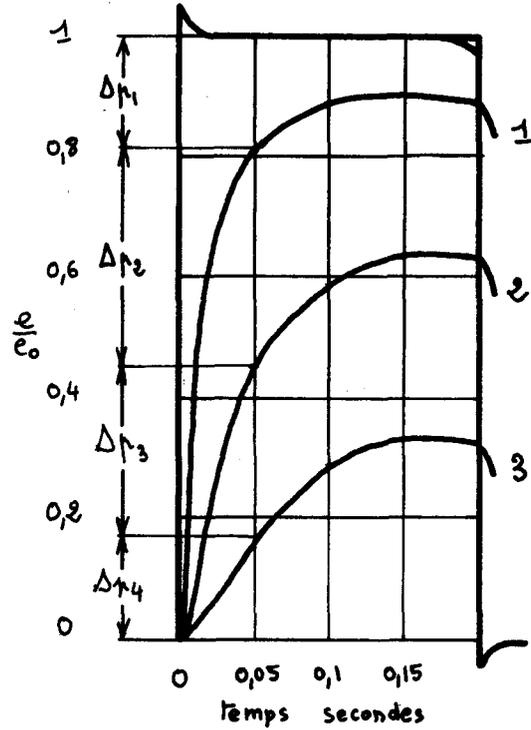


figure 2.12.

### 3. Conclusion.

Cette étude a permis de vérifier que le système était bien du premier ordre et que l'analogie électrique fournissait des résultats proches de l'étude directe.

Cependant il faut signaler que l'utilisation d'une source de tension carrée pour la recherche de la réponse indicielle ne peut donner que des indications qualitatives. Pour déterminer les éléments avec exactitude, il serait nécessaire de posséder un générateur délivrant un signal identique à la courbe  $p(t)$  du compresseur. Un tel générateur a, depuis cette recherche, été réalisé par Monsieur MATON. [7]

Il était donc intéressant de pouvoir vérifier les résultats obtenus à l'aide de la maquette analogique, ce qui est l'objet du paragraphe suivant.

## 2.4. Etude de la maquette pneumatique à l'aide d'un compresseur.

### 1. Description de l'essai.

Le compresseur utilisé comportait initialement six étages simple effet prévus pour une pression de refoulement de 800 bars. Il a été transformé pour le réduire à cinq étages et obtenir une pression de refoulement au dernier étage de l'ordre de 130 bars, en remplaçant le cylindre du sixième étage par un cylindre de même type que celui utilisé pour le cinquième étage.

En mettant les deux cylindres en parallèle, nous obtenons bien une pression de 130 bars convenant pour l'expérimentation de la maquette. Une autre modification permet d'introduire un calage de  $180^\circ$  entre les effets des deux cylindres. Nous pourrions ainsi, en plaçant la maquette entre ces deux cylindres, obtenir un fonctionnement semblable à celui d'un piston de cylindre double effet.

### 2. Simulation d'un piston de cylindre simple effet.

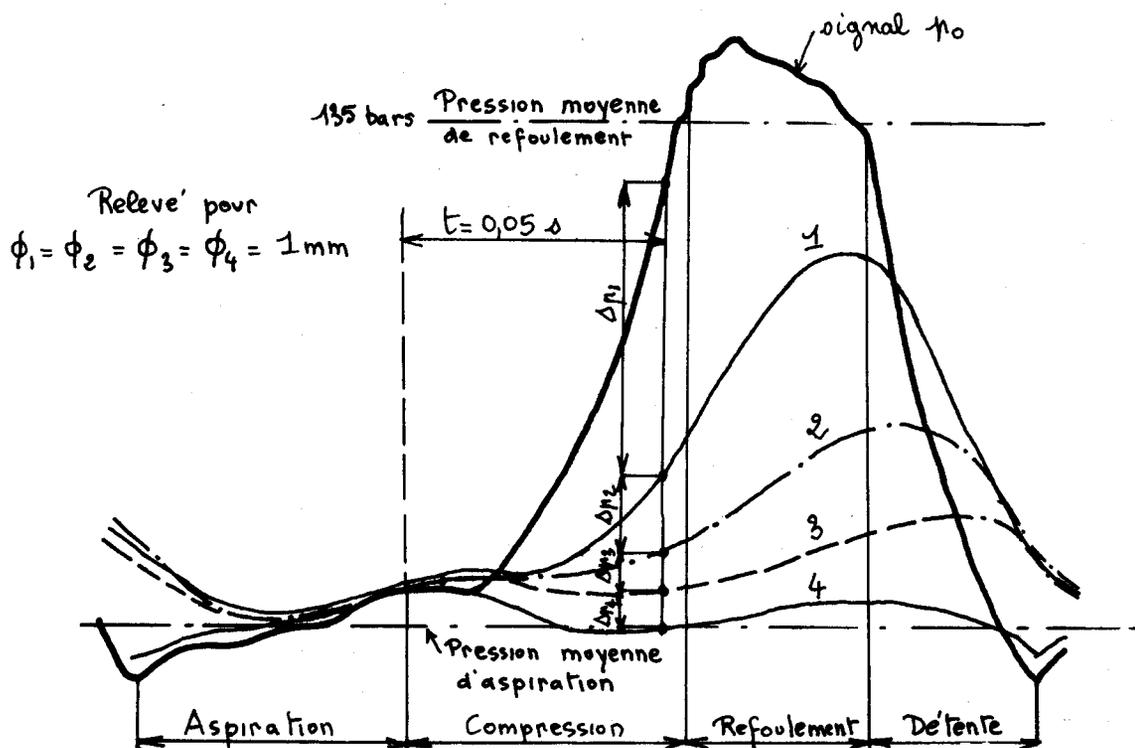
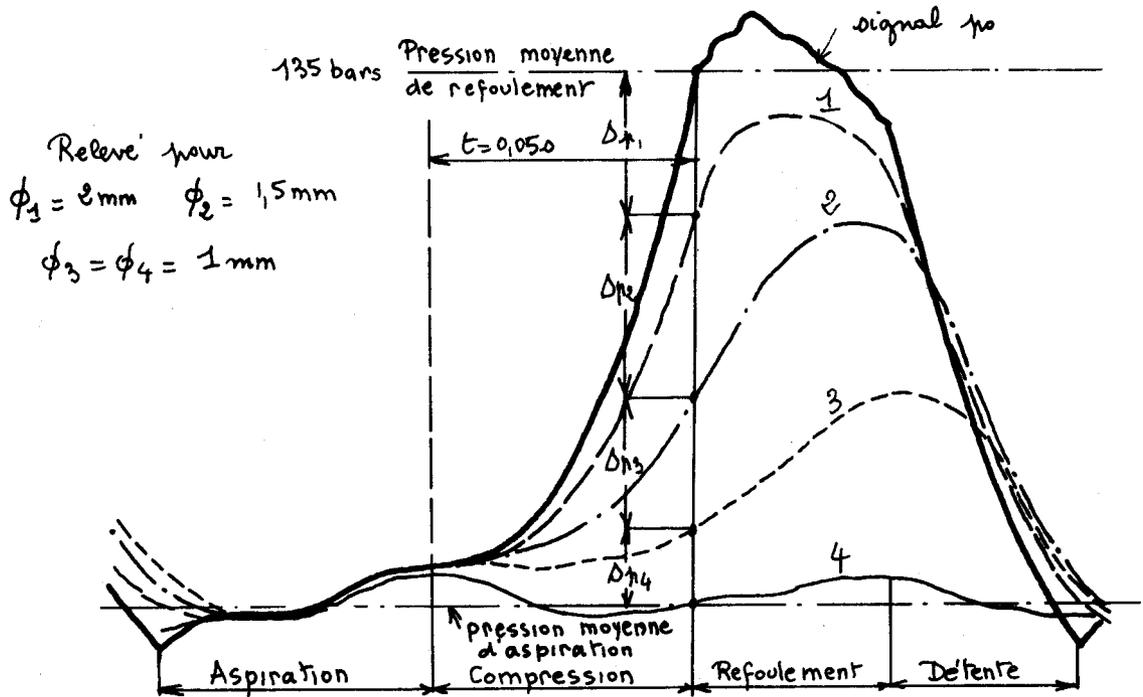
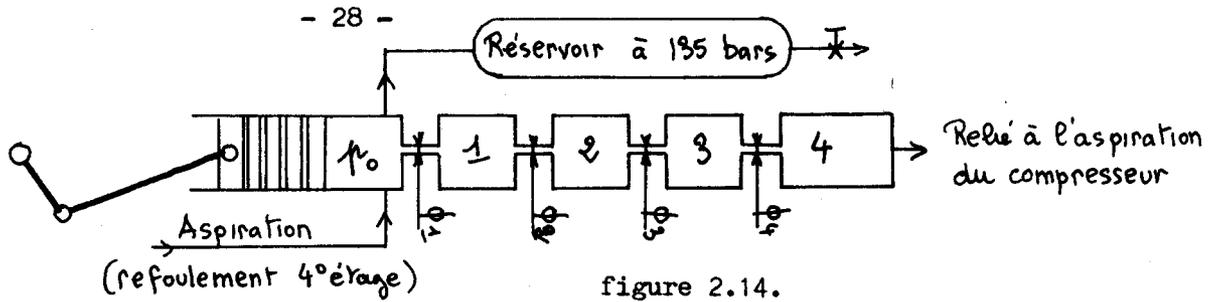


figure 2.13.



Les cylindres étant couplés en parallèle, la maquette à quatre diaphragmes est reliée d'un côté au refoulement du compresseur et de l'autre à la conduite d'aspiration (figure 2.14.).

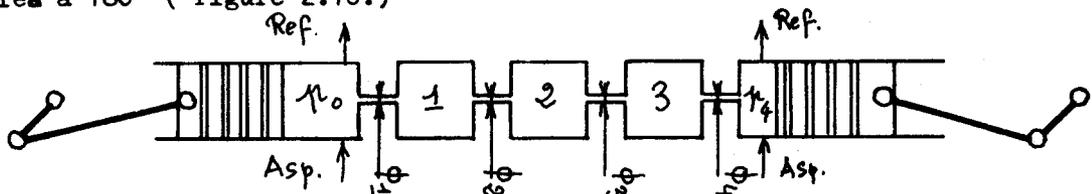
La figure 2.13. représente le résultat de la mesure avec des diaphragmes tous égaux. On retrouve une répartition irrégulière des pressions, analogue à celle obtenue lors des premiers essais.

La figure 2.15. est relative à des constantes de temps différentes, identiques à celles de la figure 2.11. La répartition des pressions est nettement améliorée, avec un écart un peu faible entre le signal  $p_0$  et la chambre 1, comme nous l'avons obtenu pour la maquette analogique.

Le compresseur n'étant à notre disposition que pour un temps limité il n'a pas été possible de faire l'essai correspondant à la figure 2.12.

### 3. Simulation d'un piston de cylindre double effet.

La maquette à quatre diaphragmes a été disposée entre les deux cylindres calés à  $180^\circ$  (figure 2.16.)



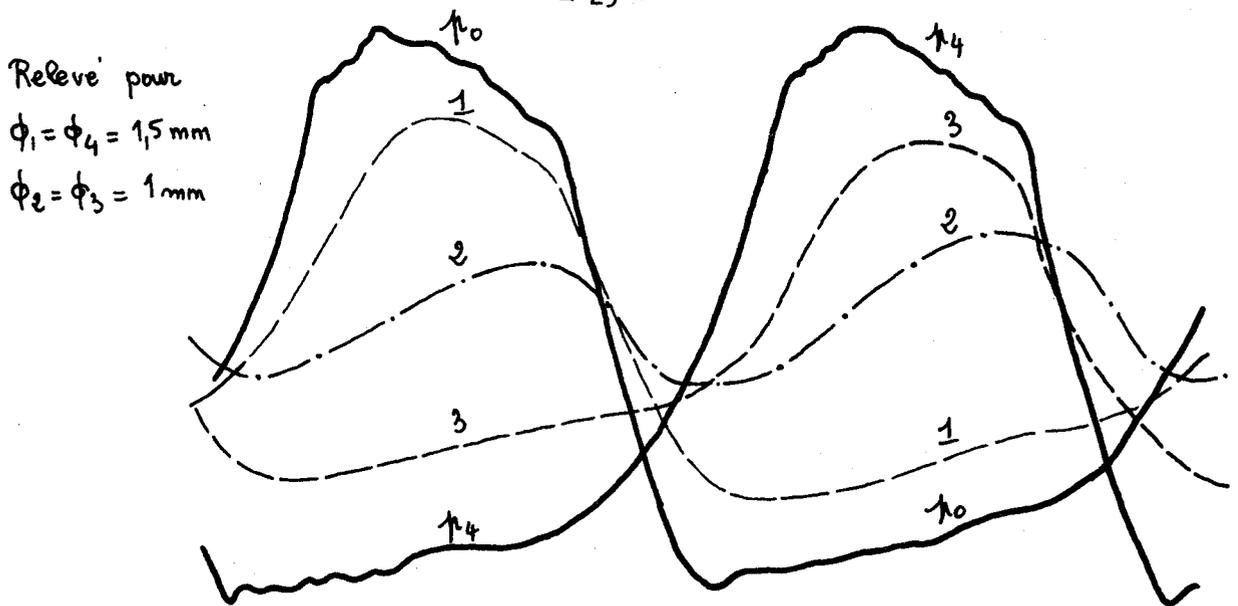


figure 2.17.

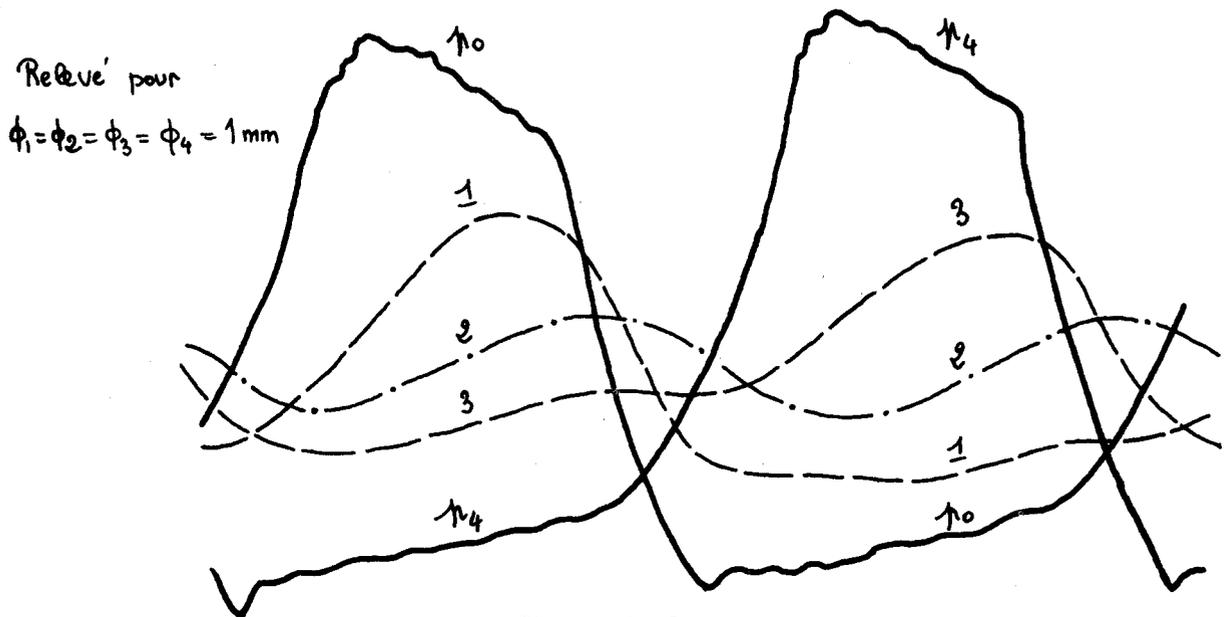


figure 2.18.

Les essais ont été effectués à l'aide d'un jeu de diaphragmes tous égaux (fig.2.18), puis en plaçant symétriquement des diaphragmes avec lesquels de bons résultats avaient été obtenus lors des essais précédents.(fig.2.17.)

Sur ces courbes on constate que la pression dans les chambres 1 et 3 "suit" le signal du compresseur avec une atténuation et un déphasage qui sont d'autant plus importants que la constante de temps est plus élevée. Dans la chambre centrale il s'établit une pression qui passe par un maximum après chaque compression quel que soit l'effet en cause. On constate une légère dissymétrie des courbes de la figure 2.17 qui est probablement due à une légère différence des diamètres de perçage.

Comme pour les essais précédents, on remarque qu'il est nécessaire, pour équilibrer correctement les pressions, d'avoir des constantes de temps différentes pour les cellules composant le montage.

Les essais effectués en disposant symétriquement les constantes de temps obtenues à la figure 2.11. donnent un résultat qui est pratiquement acceptable.

## 2.5. Conclusions générales.

Cette étude montre que le dispositif envisagé doit permettre de réaliser un étagement régulier des pressions derrière les segments d'un compresseur sans graissage, que les systèmes pneumatiques de ce genre conduisent à des équations différentielles du premier ordre en régime transitoire et que l'analogie électrique fournit une détermination suffisamment précise. L'utilisation d'un générateur délivrant un signal de sortie semblable au signal du compresseur, générateur maintenant disponible, permettrait encore d'améliorer cette précision.

Cependant un certain nombre de points restent à vérifier :

1° L'hypothèse de base, qui admet que l'usure du premier segment est accélérée par la différence de pression très importante qu'il subit, devrait être vérifiée en équipant du dispositif précédent un piston de compresseur en marche industrielle.

2° La fuite créée par le dispositif envisagé sera plus importante que la fuite normale de la segmentation, pour qu'elle permette de fixer effectivement l'étagement des pressions. Il faudra vérifier si le rendement volumétrique du compresseur reste acceptable. De plus, pour les alésages importants, plusieurs montages répartis symétriquement seront sans doute nécessaires.

L'étude précédente permet aussi de suggérer une solution plus simple,

tenant compte de la fuite normale entre les segments. La figure 2.19 représente la solution envisagée, dans le cas d'un piston de cylindre double effet. Ce dispositif n'aurait qu'une influence négligeable sur le rendement volumétrique du compresseur, les deux segments centraux continuant à assurer une bonne étanchéité.

La mise au point de cette solution nécessiterait le relevé expérimental des pressions dans les chambres annulaires entre les segments, ce qui pourrait aussi être fait sur une maquette, la meilleure solution étant ensuite déterminée par analogie électrique.

Après vérification de l'hypothèse de base il serait donc nécessaire de poursuivre l'étude sur tous ces points. Notons enfin que cette étude pourrait être adaptée aux dispositifs à labyrinthes placés sur la tige des pistons compresseurs et qui, dans le cas des compresseurs sans graissage, présentent les mêmes inconvénients que la segmentation.

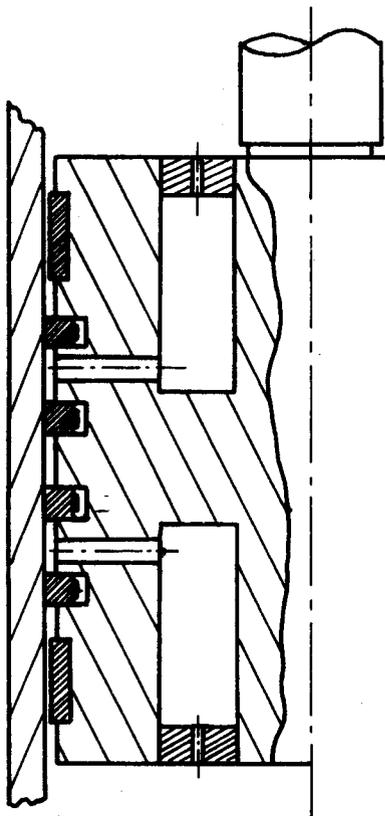


figure 2.19.

2.6. Bibliographie.

- [1] R. OUZIAUX Mécanique Appliquée Tome III. Dynamique des Machines Alternatives. Pompes et compresseurs volumétriques. p 180/181 DUNOD
- [2] N. ULTRE Contribution à l'étude de la répartition des pressions entre les segments d'un compresseur sans graissage. Utilisation d'un système à labyrinthes. Mémoire d'ingénieur machines du C.N.A.M. Centre Associé de Lille 1965.
- [3] A. LEBRUN Cours d'électronique générale du Centre Associé au C.N.A.M. de Lille.
- [4] R. DEHORS Cours d'automatismes du Centre Associé au C.N.A.M. de Lille.
- [5] R. OUZIAUX et J. PERRIER. Mécanique des fluides appliquée. Tome II Fluides compressibles. p 78/79 . DUNOD.
- [6] Y. ROCARD Dynamique des vibrations p 26/30 MASSON
- [7] M. MATON Phénomènes pulsatoires dans les tuyauteries et appareils couplés à des compresseurs alternatifs. Mémoire d'ingénieur machines du C.N.A.M. Centre Associé de Lille. 1967.

### 3. Etude des phénomènes pulsatoires dans les circuits associés aux compresseurs alternatifs

#### 3.1. Problèmes posés par la régularisation du débit des compresseurs alternatifs.

Pour les machines lentes, la régularisation du débit est le plus souvent calculée d'une manière sommaire, en déterminant le volume d'une bouteille antipulsatoire à disposer à l'aspiration ou au refoulement du compresseur, et en admettant une évolution isotherme dans cette bouteille.

Si on détermine, à partir des courbes de débit-volume instantané et de débit-volume moyen du compresseur, le volume  $\Delta V$  à emmagasiner dans le réservoir pendant la période d'aspiration ou de refoulement, et si  $\Delta p/p$  est la variation relative de pression admissible, la loi d'évolution isotherme se traduit par  $\Delta p/p = \Delta V/V$ , ce qui permet de calculer le volume  $V$  du réservoir nécessaire.

Cette méthode est insuffisante pour les compresseurs rapides, où apparaissent des phénomènes de résonance dans les bouteilles antipulsatoires et dans les tuyauteries. Ces phénomènes peuvent perturber gravement le bon fonctionnement du cylindre compresseur et amplifier considérablement le niveau de la pulsation, entraînant divers désordres et ruptures dans l'installation, ce qui demande de longues périodes de mise au point.

Monsieur M. MATON, chargé de solutionner ces problèmes aux Ets DUJARDIN, me proposa de choisir cette étude comme sujet de mémoire d'ingénieur C.N.A.M. [1] Les développements successifs de ses essais, et ses qualités exceptionnelles d'expérimentateur, l'ont d'ailleurs conduit à fournir un travail considérable, dépassant de loin le cadre d'un mémoire d'ingénieur C.N.A.M. Je ne rappellerai ici que les aspects essentiels de ce travail, les développements complets que contient le mémoire original étant impossibles à résumer en quelques pages.

Après une étude expérimentale poussée de quelques installations, il s'est avéré que la méthode la plus commode pour reproduire les phénomènes observés et rechercher les meilleurs remèdes aux défauts constatés, était la simulation analogique. L'adaptation de la théorie des lignes électriques à constantes réparties ou localisées à l'étude des circuits pneumatiques a été faite, compte tenu d'hypothèses simplificatrices suggérées par les premières campagnes d'essais. Cette théorie a permis de mettre au point une méthode de simulation, encore perfectible, mais déjà suffisamment sûre et donnant d'excellents résultats, applicables au calcul réel des circuits associés aux compresseurs.

### 3.2. Défauts de fonctionnement des compresseurs et de leurs circuits dûs aux résonances

#### 1. Déformations du diagramme et modification des caractéristiques du compresseur.

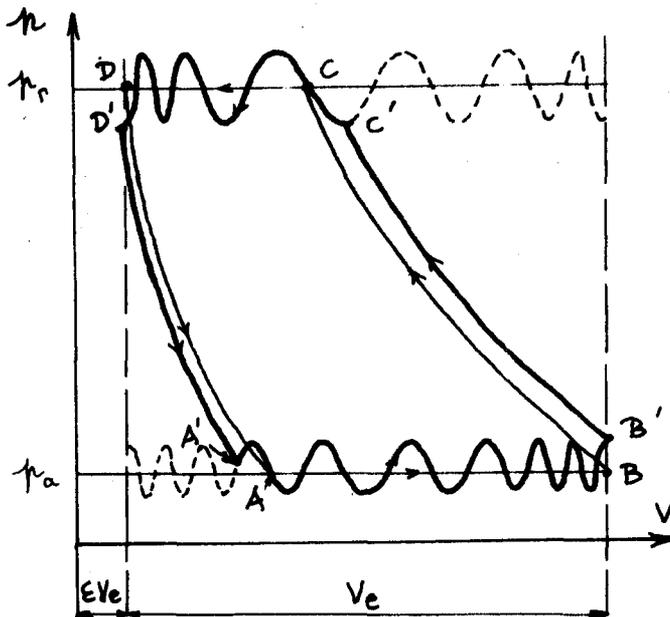


figure 3.1.

Nous raisonnerons uniquement sur le diagramme théorique ABCD ( fig3.1.) tenant compte de l'espace mort mais faisant abstraction des autres défauts de diagramme [2]

Supposons qu'il y ait résonance à la fois à l'aspiration et au refoulement, les pressions dans les boîtes à clapets évoluant selon les courbes en pointillé de la figure, qui sont des sinusoïdes déformées par la loi  $V(t)$ .

Comme c'est la différence de pression entre cylindre et boîte à clapets qui détermine l'ouverture de ceux-ci, on obtiendra, dans le cas de figure, le diagramme A'B'C'D'. L'étude de ce diagramme permet de mettre en évidence les modifications de performance du compresseur.

La masse aspirée par le compresseur est  $m_{B'} - m_{A'}$ , et le

rendement volumétrique à l'aspiration est  $(m_{B'} - m_{A'})/m_e$ ,  $m_{A'}$ ,  $m_{B'}$ , et  $m_e$  désignant respectivement les masses de gaz dans le cylindre aux points A' et B' et la masse théorique engendrée dans les conditions à l'aspiration. Il est donc évident que le débit masse du compresseur et son rendement volumétrique dépendent de la position des points A' et B', et par conséquent de la fréquence, de l'amplitude et de la phase des oscillations de pression à l'aspiration.

De même, au refoulement, la position des points C' et D' dépend des oscillations dans le circuit et leur position fixe la valeur de la pression moyenne et de la température moyenne au refoulement. L'aire du diagramme A'B'C'D', fixant la puissance indiquée du compresseur, dépend évidemment de la position de ces points, de nombreux cas de figure, différents de la figure 3.1. étant possibles.

Enfin, les pressions moyennes d'aspiration et de refoulement ne dépendent pas seulement du compresseur, mais aussi des circuits associés. L'impédance acoustique de ces circuits ( voir § 3.4.3.) peut influencer considérablement sur le niveau des pressions nécessaires.

Expérimentalement on a pu constater des écarts de + 7 % sur la puissance indiquée et de + 30° sur la température de sortie, écarts supérieurs aux marges de garantie et entraînant le rebut de la machine s'il ne peut y être remédié. En général, la principale cause de ces anomalies est une résonance quart d'onde dans la conduite reliant les boîtes à clapets aux ballons antipulsatoires.

Ces défauts sont particulièrement graves dans le cas de surpresseurs, ayant un taux de compression voisin de 1 et une pression moyenne de fonctionnement

trés élevée. Le diagramme de fonctionnement normal est pratiquement rectangulaire et ces machines nécessitent un taux de pulsation très faible, par rapport à la pression moyenne, pour conserver un fonctionnement correct.

## 2. Augmentation des contraintes.

### a. tiges de piston.

Les défauts analysés précédemment entraînent souvent un rapport pression de refoulement maximale / pression de refoulement moyenne = 1,30. Pendant l'une des courses les tiges de piston travaillent au flambage avec, en général, une marge de sécurité assez faible par rapport au taux de fatigue. Une augmentation de 30 % de la pression de refoulement suffit souvent à provoquer leur rupture, après une durée de service de l'ordre de 1000 heures.

### b. ressorts et disques de clapets.

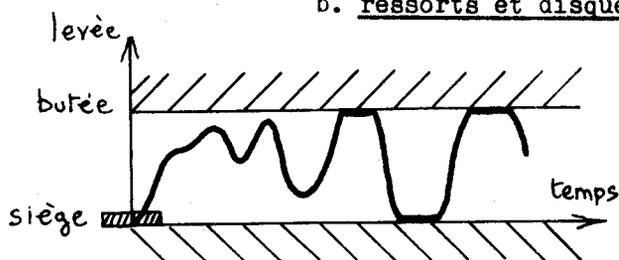


figure 3.2.

Le contenu pulsatoire des pressions dans les boîtes à clapets affecte le fonctionnement de ceux-ci.

Par exemple, après l'ouverture du clapet de refoulement au point C' ( fig. 3.1.) le gradient  $dp/dV$  de l'augmentation de pression dans le cylindre peut être plus faible que celui de la chapelle,

entraînant une refermeture brutale du clapet.

Dans la majorité des cas les principales difficultés proviennent de l'entrée en résonance du système vibratoire ressort/clapet, excité par les harmoniques supérieurs des pulsations de pression. Ce système mécanique étant peu amorti, l'amplitude du mouvement n'est limitée que par le siège et la butée ( fig.3.2.). Il se produira des chocs très violents et la longévité du clapet sera ramenée à quelques centaines d'heures.

### c. tuyauteries.

Les pulsations de pression entraînent des vibrations de tuyauteries lorsqu'un harmonique de l'onde de pression coïncide avec une fréquence propre de vibration mécanique de la conduite. Ces vibrations sont transmises à toute l'installation et même au bâtiment et peuvent devenir dangereuses. Leur origine est souvent difficile à déceler. Dans certains cas leur amplitude peut être suffisante pour provoquer la fissuration et même la rupture de canalisations importantes et peuvent même compromettre la tenue du bâtiment auquel sont ancrées les conduites.

## 3. Autres défauts constatés.

### a. influence sur la mesure des débits.

Si l'on utilise des compteurs volumétriques, ceux-ci risquent d'être rapidement détériorés par des pulsations de débit exagérées. Dans l'emploi de systèmes déprimogènes, la précision des mesures peut devenir illusoire. Nous n'insisterons pas sur ce dernier point qui fait l'objet du chapitre 4.

b. perturbation du fonctionnement des séparateurs de liquide.

Dans les séparateurs de liquide à chicanes, utilisés à la sortie des réfrigérants, de nombreux changements de direction sont imposés au fluide par des chicanes munies de larmiers. On a constaté expérimentalement que le fonctionnement de ces appareils est très fortement perturbé par les pulsations, qui réduisent considérablement leur efficacité.

4. Conclusion.

La phase initiale de ce travail a surtout consisté à la recherche des solutions à apporter aux défauts constatés lors de la mise au point de nouvelles installations.

Mais le développement de la concurrence impose au constructeur le respect de conditions de garantie de plus en plus sévères, à la fois sur les caractéristiques du compresseur, le facteur d'utilisation et les délais de livraison et de montage. La seconde phase de cette recherche consiste donc à opérer non plus au stade de la mise au point, mais dès le stade de l'étude de l'ensemble d'une installation, pour éliminer tout phénomène pulsatoire gênant. L'intervention à ce stade préliminaire permet, de plus, de faire intervenir le facteur prix de revient dans le choix à effectuer parmi l'éventail des solutions possibles.

3.3. Classification des circuits pneumatiques.

L'analyse expérimentale des phénomènes observés a conduit à classer les circuits pneumatiques en deux grandes familles :

1° On appelle volume une enceinte dont les différentes dimensions sont toutes du même ordre de grandeur et sont petites par rapport à la longueur d'onde du plus haut harmonique considéré. A un instant donné la pression est uniforme en tout point du volume. Si une oscillation prend naissance, il ne peut s'agir que d'une oscillation d'ensemble ( encore dite "en masse" ) du système. Dans l'analogie électrique un circuit pneumatique comportant des "volumes" correspond à une ligne électrique à constantes localisées.

2° On appelle tuyauterie une liaison dont la longueur est grande par rapport aux dimensions transversales et par rapport à la longueur d'onde de la pulsation considérée. Elle peut être le siège d'un phénomène de propagation d'ondes. La pression n'est plus uniforme en tous les points, elle varie avec la position de la section considérée. L'expérience a montré que les phénomènes de propagation transversaux étaient négligeables et que l'on pouvait admettre une étude unidimensionnelle, l'abscisse le long de la conduite suffisant à fixer tous les paramètres, pratiquement constants dans toute section droite. Dans l'analogie électrique un tel circuit correspond à une ligne électrique à constantes réparties.

Selon les cas, pour un même circuit, on peut rencontrer les deux types de phénomènes :

- pour les fréquences basses ( grande longueur d'onde ) le circuit se comporte comme un volume et la colonne de gaz est soumise à une oscillation en masse de l'ensemble.

- pour les fréquences élevées ( petite longueur d'onde ) il y a oscillation au sein de la colonne de gaz.

- si l'oscillation est provoquée par une onde de pression riche en harmoniques, on observe la présence simultanée des deux phénomènes.

Dans les paragraphes suivants nous étudierons succinctement les propriétés de ces deux familles de circuits et les méthodes d'étude qui leur sont applicables.

### 3.4. Etude de l'analogie tuyauterie/ligne à constantes réparties.

1. Hypothèses. Elles sont toutes justifiées par l'expérience.

Pour le circuit pneumatique :

- tube de section constante et indéformable
- variations  $\Delta p$  et  $\Delta u$  petites par rapport à la masse volumique moyenne  $\rho_0$  et la vitesse moyenne  $u_0$ .
- vitesse moyenne  $u_0$  petite devant la vitesse du son  $a$ .
- phénomènes de propagation adiabatiques-isentropiques.
- accélération convective  $u \frac{\partial u}{\partial x}$  petite par rapport à l'accélération locale  $\frac{\partial u}{\partial t}$ .

Pour la ligne électrique nous admettons que les inductances  $L$  et les capacités  $C$  sont constantes et ne dépendent ni de la tension  $e$  ni de l'intensité  $i$ .

2. Comparaison des équations.

On peut établir le tableau comparatif suivant, d'où on déduit l'analogie entre grandeurs pneumatiques et électriques précisée à la fin de ce tableau.

tuyauterie	ligne à constantes réparties
Equation d'Euler $\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (1)$	Equation de l'induction $L \frac{\partial i}{\partial t} + \frac{\partial e}{\partial x} = 0 \quad (3)$
Equation de continuité $\chi \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2)$	Equation électrostatique $C \frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial i}{\partial x} = 0 \quad (4)$
Equations de propagation	
Pression $\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad (7)$	Tension $\frac{\partial^2 e}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 e}{\partial x^2}$
Vitesse $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (8)$	Intensité $\frac{\partial^2 i}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 i}{\partial x^2}$
Grandeurs analogues	
$\rho$ : masse volumique	$L$ : inductance par unité de longueur
$\chi = \frac{1}{\gamma p}$ : coefficient de compressibilité isentropique	$C$ : capacité par unité de longueur
$p$ : pression	$e$ : tension
$u$ : vitesse	$i$ : intensité
$a$ : vitesse du son	$c$ : vitesse de propagation

En fait il est plus commode, dans les calculs pratiques de circuits pneumatiques, de considérer le débit-masse  $q = \rho_0 S \cdot u$ , S désignant la section de la conduite ( voir § 3.7.1.).

Les équations (1) et (2) des tuyauteries deviennent :

$$\frac{1}{S} \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (5) \quad \gamma \rho_0 S \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

Dans l'analogie débit-masse / intensité et pression / tension on peut donc définir, en comparant les équations (3)(5) et (4)(6),

- une inductance acoustique unitaire  $L_{au} = \frac{1}{S}$

- une capacité acoustique unitaire  $C_{au} = \gamma \rho_0 \cdot S = \frac{S}{\frac{\gamma p_0}{\rho_0}} = \frac{S}{a^2}$

### 3. Impédance acoustique.

Comme il s'agit d'ondes sinusoïdales, on a, en notation imaginaire,  $d/dt = j\omega$  et on pose :  $Z_c = \frac{\Delta p}{\Delta q} = \sqrt{\frac{L_{au}}{C_{au}}} = \frac{a}{S} =$  impédance caractéristique de la ligne acoustique, indépendante de x et de  $\omega$ .

La solution classique d'Alliévi [3] aux équations de propagation (7) et (8) s'écrit, en utilisant la pression et le débit-masse :

$$\Delta q = q - q_0 = \rho_0 S \left[ F\left(t - \frac{x}{a}\right) - G\left(t + \frac{x}{a}\right) \right]$$

$$\Delta p = p - p_0 = \rho_0 a \left[ F\left(t - \frac{x}{a}\right) + G\left(t + \frac{x}{a}\right) \right]$$

F correspondant à l'onde incidente et G à l'onde réfléchie en sens inverse.

Pour des ondes harmoniques de pulsation  $n\omega$  et des lignes sans pertes, ces expressions deviennent :

$$\Delta q = \rho_0 S \left[ A e^{-jn\omega \frac{x}{a}} + B e^{+jn\omega \frac{x}{a}} \right]$$

$$\Delta p = \rho_0 a \left[ A e^{-jn\omega \frac{x}{a}} - B e^{+jn\omega \frac{x}{a}} \right]$$

Chaque terme est composé d'une partie réelle et d'une partie imaginaire.  $\Delta p$  et  $\Delta q$  varient sinusoïdalement le long de la ligne et retrouvent la même valeur chaque fois que :  $n\omega \frac{x}{a} = 2\pi$

$$\lambda = \frac{2\pi a}{n\omega} = \frac{a}{\frac{n\omega}{2\pi}} = \frac{a}{N} \text{ est la longueur d'onde}$$

En chaque point de la ligne on définit une impédance locale :

$$Z_{(x)} = \frac{\Delta p}{\Delta q} = Z_c \frac{A e^{-jn\omega \frac{x}{a}} - B e^{+jn\omega \frac{x}{a}}}{A e^{-jn\omega \frac{x}{a}} + B e^{+jn\omega \frac{x}{a}}}$$

A et B sont des constantes à déterminer à partir des conditions aux limites.

### 4. Conclusions pratiques.

Par analogie avec l'étude classique des lignes électriques [4][5] ou avec celle des tuyaux sonores [6][7], il est alors possible d'analyser les divers comportements des lignes selon . . .

le type de l'impédance terminale. Récapitulons les principaux résultats :

- Si l'impédance terminale est égale à l'impédance caractéristique, on trouve  $B = 0$ . Il n'y a pas d'onde réfléchi. Ceci n'est réalisé que très exceptionnellement.

- Si la tuyauterie débouche sur un grand réservoir, il y a réflexion sans changement de signe. Il se produit un système d'ondes stationnaires avec un noeud de  $\Delta p$  et un ventre de  $\Delta q$  en bout de ligne, particulièrement dangereux si les  $\Delta p$  sont en phase, c'est à dire si la longueur de la ligne est  $L = (2k+1) \frac{\lambda}{4}$

- Si la tuyauterie est fermée sur un fond rigide, il y a réflexion avec changement de signe. Il se produit encore un système d'ondes stationnaires avec un noeud de  $\Delta q$  et un ventre de  $\Delta p$  en bout de ligne. Ce cas particulier n'est pas très important en pratique, le fond rigide ne pouvant guère correspondre qu'à une vanne fermée, donc à un régime transitoire lors de la mise en pression de l'installation.

On peut de la même façon étudier les autres conditions aux limites à l'extrémité de la tuyauterie et montrer que l'on peut se ramener au cas du volume infini en remplaçant la longueur de la tuyauterie réelle par une longueur apparente. Dans chaque cas on définit donc une correction de longueur.

Enfin, il est possible de généraliser l'étude aux lignes avec pertes et aux divers accidents de tuyauterie.

En pratique, sauf dans les cas élémentaires, le calcul des éléments réels de tuyauteries est donc imprécis ou inextricable. Le but des calculs précédents est surtout de montrer l'analogie parfaite avec les équations des lignes électriques, avec ou sans pertes. C'est l'expérience qui permettra d'établir un "catalogue" des corrections de longueur apparente correspondant aux principales dispositions de tuyauteries rencontrées en pratique, et aussi des résistances d'amortissement à insérer dans les lignes électriques pour avoir des pertes équivalentes aux lignes pneumatiques.

### 3.5. Etude de l'analogie volume/ligne à constantes localisées.

#### 1. Description du réseau de tuyauteries généralement associé à un compresseur.

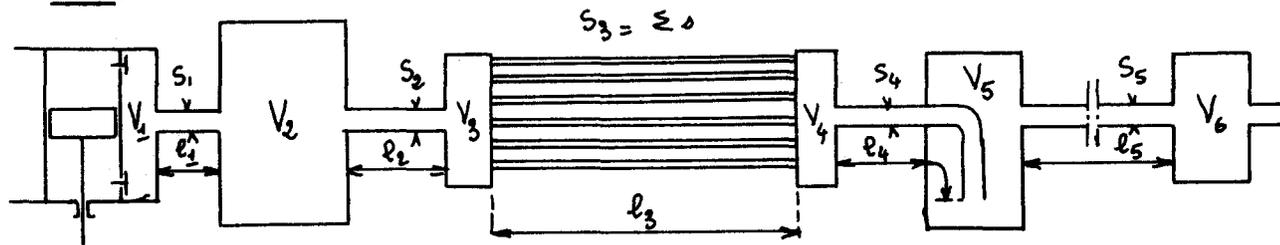


figure 3.3.

Il comprend généralement ( figure 3.3.) :

- une chambre de volume  $V_1$ , collectant les flux de gaz sortant des clapets, située sur un ou deux clapets du cylindre compresseur.
- une tuyauterie  $1$ ,  $S_1$ , reliant  $V_1$  à une bouteille tampon  $V_2$ .
- une bouteille antipulsatoire  $V_2$ , dont le rôle est de régulariser le débit en provenance du cylindre. Nous supposons que  $V_2$  est suffisamment grand par rapport au volume refoulé à chaque cycle et que le  $2^{\text{e}}$  débit instantané sortant

de  $V_2$  est sensiblement égal au débit moyen du compresseur.

- une tuyauterie de liaison au réfrigérant  $l_2, S_2$ .
- un collecteur d'entrée  $V_3$ , répartissant les gaz entre les tubes du réfrigérant.
- un faisceau de tubes réfrigérés, de section totale  $S_3$  et de longueur  $l_3$ .
- un collecteur de sortie des tubes  $V_4$ .
- une conduite de liaison au séparateur de liquide  $l_4, S_4$ .
- un séparateur de liquide  $V_5$ .
- une conduite de liaison  $l_5, S_5$ .
- un volume  $V_6$  qui est soit un appareil d'utilisation, soit la bouteille tampon d'aspiration de l'étage suivant.

Le compresseur agit comme un générateur de débit, la loi  $q(t)$  étant imposée par la cinématique du système bielle-manivelle et le temps d'ouverture des clapets. La pression dans le réseau d'écoulement n'est définie que par le débit et la somme des pertes de charge dans le réseau.

2. Circuit électrique analogue. ( figure 3.4.)

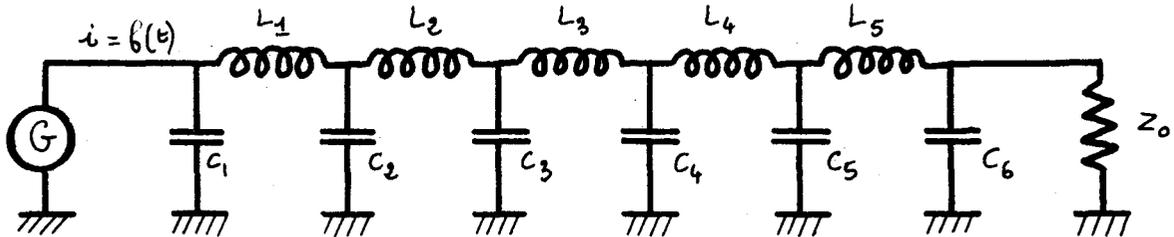


figure 3.4.

Il consiste en un réseau de circuits L C couplés par capacités, excité par un générateur d'intensité et fermé sur une impédance  $Z_0$  représentant l'appareil d'utilisation.

La correspondance entre grandeurs est définie par le tableau suivant :

Circuit pneumatique	Circuit électrique
différence de pression $p$	différence de potentiel $e$
débit-masse $q$	intensité $i$
inductance équivalente ou inertance $\frac{1}{S}$	inductance $L$
capacité équivalente ou capacitance $2\rho_0 V = \frac{V}{a^2}$	capacité $C$
coefficient de perte de charge $k$	résistance $R$

Nous poserons les hypothèses simplificatrices suivantes :

- les longueurs  $l$  de chaque tronçon de tuyauterie représenté sont petites devant la longueur d'onde de l'harmonique considéré et il y a oscillation d'ensemble de la masse  $\rho l S$  qui vibre comme un tout.

- l'amplitude des vibrations est faible et les frottements sont proportionnels à la vitesse.

3. Equivalence de l'équation d'écoulement et de l'équation électrique.

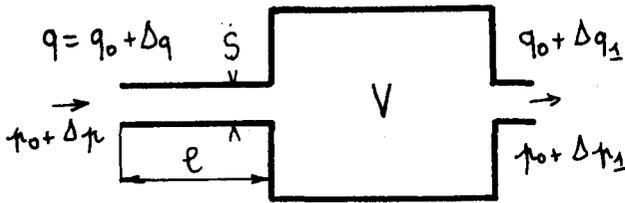


figure 3.5.

Le circuit pneumatique de la figure 3.5., équivalent à un résonateur de Helmholtz [8], a pour équation :

$$\Delta p = \frac{\rho}{S} \frac{V}{a^2} \frac{d^2 \Delta p_1}{dt^2} + R \frac{V}{a^2} \frac{d \Delta p_1}{dt} + \Delta p_1$$

Cette expression est identique à celle du § 2.3.1. de l'étude précédente, compte tenu de la relation entre  $\Delta p$  et  $\Delta V$  et de la définition du débit masse.

La pulsation propre du résonateur est :

$$\omega_m = a \sqrt{\frac{S}{eV}}$$

Le circuit électrique équivalent de la figure 3.6. a pour équation :

$$\Delta e = LC \frac{d^2 \Delta e_1}{dt^2} + RC \frac{d \Delta e_1}{dt} + \Delta e_1$$

Sa pulsation de résonance est :

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

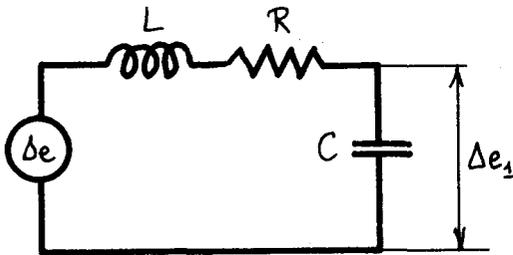


figure 3.6.

Il y a bien identité des équations en prenant

$$L_a = \frac{l}{S} = \text{inertance acoustique}$$

$$C_a = \frac{V}{a^2} = \text{capacitance acoustique}$$

$$R_a = k = \text{résistance acoustique}$$

4. Transmittance d'un circuit.

Nous appellerons transmittance d'un circuit le rapport  $W = \frac{\Delta e_1}{\Delta e} = \frac{\Delta p_1}{\Delta p}$

Elle est accessible expérimentalement sur le circuit électrique et sur le circuit pneumatique. Dans le cas général W est un nombre complexe. Le tracé du module en fonction de la fréquence d'excitation est appelé courbe de Bode du circuit. On la complète en traçant aussi l'argument de W en fonction de la fréquence. La variation brutale de la différence de phase entre les deux signaux au moment de la résonance permet une détermination plus précise des fréquences de résonance.

Pour déterminer la valeur de R, on opère expérimentalement, afin de rendre superposable les courbes de Bode acoustique et électrique.

5. Propriété caractéristique du résonateur.

Le volume  $V_2$  de la bouteille antipulsatoire est généralement grand par rapport aux autres volumes du circuit  $V_1, V_3, \dots, V_6$ . Le système  $l_1, V_2$ , formé par la bouteille antipulsatoire et son col de liaison au cylindre, se comporte comme un filtre passe bas.

Sa courbe de Bode a alors la forme de la figure 3.7. Si on appelle fréquence de coupure la fréquence à partir de laquelle le module de la transmittance est inférieur à 0,1, le calcul montre que :

$$\omega_c = \omega_m \sqrt{10}, \quad \omega_m \text{ étant la fréquence propre de } l_1, V_2.$$

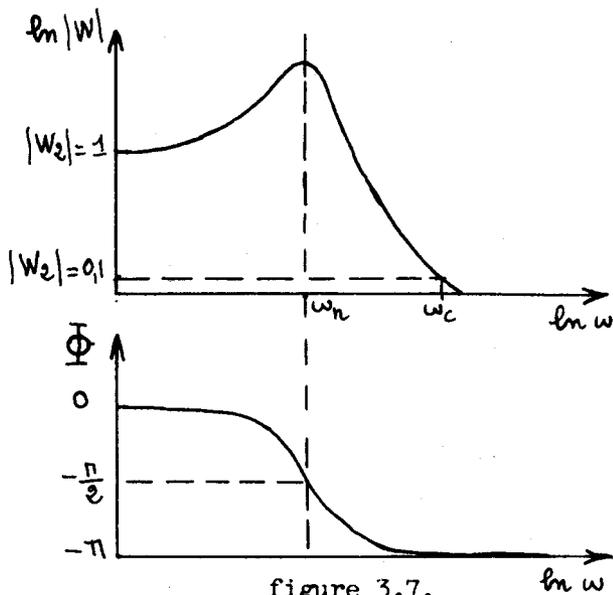


figure 3.7.

Il faut :

- soit choisir  $V_2$  assez grand, mais on est limité par l'encombrement et le prix de revient.

- soit choisir  $S_1$  assez petit, mais cette section est limitée inférieurement par le débit à transvaser, pour lequel les pertes de charge doivent rester raisonnables.

- soit choisir  $l_1$  assez grand, mais si cette longueur est trop grande elle se comportera comme une ligne acoustique vis à vis des harmoniques plus élevés, non encore atténués. Il y aura alors des résonances secondaires qui vont réagir sur les clapets car, en pratique,  $V_2$  est très grand devant  $V_1$  et la ligne  $l_1, S_1$  risque de vibrer en quart d'onde avec noeud de pression en  $V_2$  et ventre en  $V_1$ .

Cette oscillation de pression derrière les clapets qui, rappelons le, sont pilotés par la différence de pression existant entre  $V_1$  et le cylindre, perturbera leur fonctionnement. Il faut donc que  $l_1$  soit inférieur au quart de la longueur d'onde du plus haut harmonique d'amplitude non négligeable de l'onde d'excitation. Etant donné les conséquences graves de cette vibration, il est prudent de considérer l'harmonique de rang 10. On a alors la condition :

$$l_1 < \frac{\lambda}{4} = \frac{a}{4N} = \frac{\pi a}{2\pi N}$$

$\Omega$  étant la pulsation du terme fondamental, c'est à dire la vitesse angulaire du compresseur.

Cette dernière condition, impérative, est en contradiction avec la nécessité de choisir la fréquence de coupure suffisamment basse. Comme toutes les sections des tuyauteries sont voisines, étant imposées par les pertes de charge, et que les longueurs  $l_2, l_3, \dots, l_5$  sont nécessairement plus grandes que  $l_1$ , pour des raisons géométriques de disposition des divers organes, il en résulte que la fréquence de coupure du résonateur  $l_1, V_2$  est la plus élevée et détermine celle de l'ensemble du réseau.

Si on excite les systèmes par une tension  $e(t)$  ou une pression  $\Delta p(t)$ , dont la décomposition en série est un spectre

$$\Delta p = p_0 + \Delta p_{(1)} \sin(\Omega t + \phi_1) + \Delta p_{(2)} \sin(2\Omega t + \phi_2) + \dots + \Delta p_{(n)} \sin(n\Omega t + \phi_n).$$

L'harmonique de rang  $n$  à la sortie sera

$$\Delta p_{\pm(n)} = \Delta p_{(n)} \cdot W_{nw}$$

$W_{nw}$  représentant la transmittance du filtre pour la pulsation  $n\omega$ .

Il faut donc choisir  $l_1, S_1$  et  $V_2$  de façon à ce que la fréquence de coupure soit la plus basse possible, afin d'éliminer les harmoniques élevés.

Comme la fréquence de coupure est :

$$\omega_c = a \sqrt{10} \sqrt{\frac{S_1}{l_1 V_2}}$$

Néanmoins le résonateur  $1_1, V_2$  protège l'installation aval en atténuant le contenu harmonique de l'onde d'excitation et, d'autre part, isole le compresseur des oscillations dues à des résonances qui pourraient prendre naissance dans la suite du réseau.

### 3.6. Comparaison des méthodes d'étude des circuits.

#### 1. Etude de l'excitation du circuit par le cylindre du compresseur.

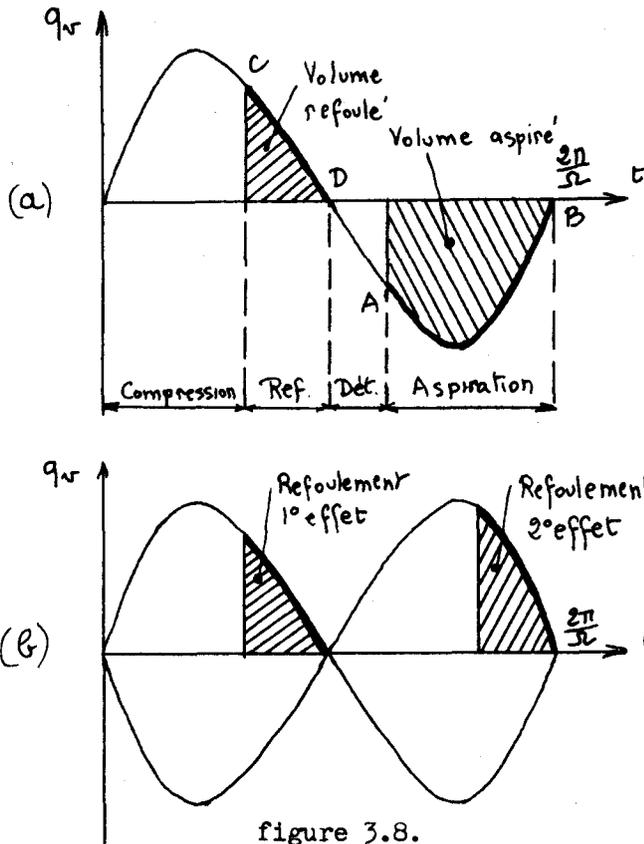


figure 3.8.

La courbe du débit-volume instantané d'un compresseur,  $q_v = S \cdot dx/dt$  ( $S$  : section du cylindre,  $dx/dt$  : vitesse du piston), s'étudie à partir de la cinématique du système bielle-manivelle.

La figure 3.8.a. représente une telle courbe. On remarquera que, à cause de l'inclinaison de la bielle, le mouvement réel n'est pas sinusoïdal.

Le clapet de refoulement n'est ouvert que de C à D et le clapet d'aspiration de A à B. (ces lettres correspondent également à la figure 3.1.). Les débits volume instantanés refoulés et aspirés correspondent donc respectivement aux arcs CD et AB, et les volumes correspondants aux aires hachurées.

L'onde de débit au refoulement est donc constituée d'une série d'arcs CD, décalés de  $2\pi/\Omega$ . Il est alors possible de la décomposer en série de Fourier de pulsation fondamentale  $\Omega$ .

Dans le cas d'un cylindre double effet (fig. 3.8.b.), les deux effets

d'un même cylindre sont décalés angulairement de  $\pi$ ; les harmoniques de rang  $n$  seront donc décalés de  $n\pi$ .

Si on admettait une vitesse sinusoïdale du piston, les deux effets seraient identiques et les harmoniques impairs, en opposition de phase et de même module s'annuleraient. En fait il n'en est rien à cause de l'obliquité de la bielle et de la dissymétrie des deux demi-cylindres. Les harmoniques impairs auront donc une valeur non nulle et qui, bien que faible, peut être dangereuse.

D'autre part l'analyse harmonique montre que, après la bouteille anti-pulsatoire, les harmoniques de rang supérieur à 6 ont une amplitude très faible et n'ont pas à être considérés, ne présentant en pratique aucun danger.

#### 2. Récapitulation du problème posé.

Nous venons de voir que l'onde de débit d'un compresseur était prévisible et qu'on pouvait en faire l'analyse harmonique.

Au § 3.4. nous avons établi la théorie des "tuyauteries" par analogie avec les lignes électriques à constantes réparties.

Au § 3.5. le circuit de refoulement classiquement associé à un compresseur a été étudié, par analogie à une ligne électrique à constantes localisées, comme une association de résonateurs de Helmholtz. Nous avons vu que le ballon

antipulsatoire et son col jouaient le rôle de filtre passe bas : si la fréquence de coupure est bien choisie, il ne subsiste à la sortie que les premiers harmoniques de l'onde d'excitation.

Il suffira donc, et ceci est confirmé par l'expérience, d'étudier la partie du réseau située avant ce filtre pour les harmoniques de rang élevé, et la partie du réseau située après ce filtre jusqu'au plus haut harmonique subsistant après son action de filtrage.

### 3. Méthode vectorielle.

Il est possible de compléter l'analyse de Fourier de l'onde de débit par une représentation vectorielle des différents harmoniques, précisant mieux le contenu de l'onde.

La théorie des lignes acoustiques permet ensuite de suivre le module et la phase de chaque harmonique le long du circuits Par recombinaison en chaque point on peut obtenir le contenu de l'onde locale. Nous renvoyons à l'ouvrage très complet de LUTZ [9].

Cette méthode, applicable dans des cas simples, conduit à des calculs inextricables dans le cas d'un circuit complet de compresseur.

### 4. Méthode analytique.

Il est possible d'établir la transformée de Laplace de l'onde de débit. On peut aussi établir les expressions matricielles des transmittances et impédances acoustiques. L'ouvrage de Benis Papin et Kaufmann [10] donne des exemples d'étude de lignes électriques par le calcul opérationnel. Ces méthodes peuvent être adaptées à l'étude des circuits de compresseurs.

Pratiquement cette méthode conduit, dans le cas de circuits réels, à traiter des matrices de rang très élevé et n'est accessible que si l'on dispose d'un puissant ordinateur.

### 5. Méthode de HOLZER.

Cette méthode, en général exposée à propos du calcul des vibrations de torsion [11], est applicable au calcul des oscillations en masse des résonateurs de Helmholtz en cascade. Elle conduit à des tableaux de calculs assez fastidieux, à déterminer par approximations successives. Cependant on peut gagner beaucoup de temps en la programmant sur ordinateur.

Après avoir déterminé les fréquences propres de l'ensemble du circuit situé après bouteille antipulsatoire, il faut vérifier qu'aucune de ces fréquences n'est égale à celle d'un harmonique de l'onde d'excitation, au moins jusqu'au sixième rang. Si cette condition n'est pas remplie, on modifie le circuit en conséquence.

Utilisée avant la mise au point de l'analogie électrique, cette méthode a donné des résultats assez précis pour éviter tout ennui grave sur les installations vérifiées.

### 6. Intérêt de l'analogie électrique.

Cet intérêt ressort de l'étude des méthodes précédentes : les méthodes vectorielle et analytique sont très complexes dès que l'on quitte le domaine des exemples simplifiés. La méthode de Holzer ne permet pas l'étude des ondes progressives dans le circuit, ces ondes pouvant cependant donner lieu à des vibrations ou des ruptures de tuyauteries.

Si ces méthodes de calcul montrent des résonances gênantes, la modification nécessaire ne peut s'étudier que par tâtonnements, chaque essai de solution exigeant à son tour un calcul très long.

Enfin n'oublions pas que des coefficients expérimentaux mal connus (correction de longueur et d'embouchure des tuyauteries, influence des pertes de charge) interviennent dans ces calculs et limitent leur précision.

Au contraire, dans l'analogie électrique, la qualité des pièces détachées disponibles permet d'obtenir une précision largement suffisante en pratique et l'utilisation de boîtes de décades de résistances et d'impédances permet de simuler rapidement une modification de circuit projetée et d'obtenir immédiatement le résultat. Enfin la comparaison, sur les mêmes appareils de mesure, des mesures expérimentales sur compresseur et de leur simulation, permet d'acquérir progressivement une expérience et d'établir un catalogue de plus en plus précis des coefficients expérimentaux.

### 3.7. Méthode de l'analogie électrique.

#### 1. Choix du type d'analogie.

Nous avons établi l'identité de forme entre les équations des lignes électriques et acoustiques, à constantes réparties et localisées (§ 3.4. et 3.5.) Remarquons qu'il est possible de faire correspondre les coefficients des termes analogues des équations différentielles de plusieurs manières (pression/tension ou pression/intensité). Mais, dans la simulation d'un circuit de compresseur, il est nécessaire de transmettre la composante moyenne de l'analogie de la pression. Il faut donc choisir un système d'analogie où les éléments série conduisent la composante moyenne : ceux-ci doivent donc être des inductances. Cette condition conduit au choix de l'analogie pression/tension.

De même on peut choisir l'analogie intensité/vitesse ou intensité/débit-volume ou intensité/débit-masse. Le choix de cette dernière analogie conduit aux relations :

$$\begin{array}{ll} L_{au} = \frac{1}{S} & L = \frac{l}{S} \\ C_{au} = \frac{S}{a^2} & C = \frac{V}{a^2} \end{array}$$

ce qui est très intéressant en pratique, les inductances équivalentes aux tuyauteries étant invariables, et uniquement fonction de leurs dimensions. Il est donc possible de constituer un jeu d'inductances représentant les principaux diamètres des tuyauteries couramment utilisées. Notons aussi que, sur le circuit électrique, il est plus facile d'ajuster des capacités que des inductances.

#### 2. Choix de la fréquence électrique.

Pour réaliser le circuit électrique analogue, il faut calculer les éléments électriques correspondant aux éléments pneumatiques. Les volumes et tuyauteries couramment utilisés conduisent, dans la correspondance directe, à des inductances et capacités de taille prohibitive.

D'autre part les vitesses de rotation habituelles des compresseurs sont de 300 à 750 t/mn, soit une fréquence fondamentale de 5 à 12,5 hz. Il est difficile de réaliser des capacités et des inductances ayant un coefficient de surtension suffisant à ces fréquences, et l'appareillage électronique courant n'a pas une bande passante descendant aussi loin vers les basses fréquences. On est donc amené à opérer à une fréquence électrique environ cent fois plus élevée que la

fréquence pneumatique, et à établir les relations entre inductances, capacités et impédances acoustiques correspondant à ce rapport.

### 3. Choix de la longueur des tronçons de tuyauterie à représenter.

Pour représenter les constantes réparties, l'expérience montre qu'il faut considérer des tronçons de tuyauteries ayant, au maximum, une longueur égale à  $\lambda/20$ . L'harmonique le plus élevé à considérer, de rang 10, a une fréquence  $N = 100$  hz pour un compresseur tournant à 600 t/mn. Nous admettrons  $a = 300$  m/s comme vitesse de propagation, correspondant aux valeurs réelles les plus faibles, rencontrées en pratique pour des gaz lourds et de basses températures d'aspiration. La longueur d'onde vaut alors  $\lambda = a/N = 3$  m, ce qui conduit à représenter des tronçons de longueur 0,15 m.

### 4. Principaux types de mesures à effectuer.

1° méthode : On alimente le circuit électrique avec un générateur à fréquence variable. Le relevé des tensions et intensités en divers points permet le tracé de la courbe de l'impédance acoustique du circuit  $\Delta p / \Delta q$  en fonction de la fréquence, ou le tracé de la courbe de la transmittance acoustique entre l'entrée et un point quelconque ( $|W| = |\Delta p \text{ au point considéré} / \Delta p \text{ entrée}$ ) et celle du déphasage  $\Phi$  en fonction de la fréquence (courbes de Bode). On détecte ainsi toutes les résonances dangereuses, qui doivent avoir lieu à une fréquence suffisamment différente de celle de tous les harmoniques non négligeables de l'onde d'excitation.

2° méthode : On alimente le circuit avec un générateur fournissant une tension  $e(t)$  ou une intensité  $i(t)$  simulant la pression ou le débit-masse instantané à la sortie du compresseur. Le relevé de la tension en chaque point permet de localiser instantanément les résonances dangereuses si elles existent. L'analyse harmonique de ces tensions dangereuses permet ensuite de détecter l'harmonique à incriminer.

3° méthode : On applique à l'entrée un signal carré d'amplitude et de fréquence convenable. On peut alors étudier la réponse indicielle du circuit, ce qui permet aussi de déterminer sa transmittance et sa réponse harmonique, fournissant ainsi des renseignements complémentaires qui permettent de recouper les autres essais. Cette méthode n'est pas étudiée dans le cadre de cet exposé succinct.

### 5. Description sommaire du matériel électronique utilisé.

Le matériel utilisé à l'étude de la maquette analogique comprend :

- Un simulateur de compresseur, fournissant une tension  $e(t)$  ou une intensité  $i(t)$  analogue à la pression ou au débit, ou même plusieurs tensions de ce genre déphasées d'un angle correspondant à celui du vilebrequin et permettant de simuler une installation à plusieurs étages. Pour la description détaillée on se reportera au mémoire complet de Monsieur MATON, qui a conçu ce simulateur. On pourrait aussi remplacer ce générateur par un magnétophone à plusieurs pistes portant des enregistrements de  $p(t)$  relevés sur un compresseur réel, après conversion en tension par un capteur de pression.

- l'analogie du réseau de tuyauteries défini plus haut. Le facteur de surtension des inductances  $y$  est choisi le plus élevé possible. On l'ajuste ensuite avec des résistances en parallèle pour représenter les amortissements du circuit pneumatique, afin que les courbes de Bode des éléments du circuit électrique coïn-

cident le mieux possible avec celles relevées sur des éléments de circuits réels, avec le matériel décrit ci-dessous. Les capacités utilisées, du type au polystyrène, ont un angle de perte nul ( une perte dans une capacité correspondrait à une fuite dans le circuit pneumatique ). Le circuit d'utilisation, dans lequel débite le compresseur, est représenté par une résistance électrique correspondant, compte tenu du rapport des fréquences, à

$$R_a = \frac{p_o}{q_o} = \frac{\text{pression moyenne}}{\text{débit-masse moyen}}$$

- un générateur B.F. permettant l'excitation à fréquence variable.
- un voltmètre électronique pour relever les pressions moyennes.
- un oscilloscope pour relever les pressions instantanées.
- un analyseur harmonique, comportant un générateur B.F. modulé en fréquence et synchronisé avec la base de temps de l'oscilloscope, pour le relevé automatique des courbes de Bode.
- un phasemètre automatique pour le relevé des courbes  $\Phi(N)$ .

### 6. Description sommaire du matériel d'étude sur circuit de compresseur.

Cet appareillage permet l'étude complète des circuits pneumatiques lors de l'essai des installations réelles, y compris l'analyse harmonique des ondes de pression et le relevé des courbes de Bode. Il comprend :

- un appareillage de mesure des pressions par capteurs à quartz.
- un oscilloscope bi courbe avec plusieurs systèmes de balayage.
- un capteur de chemin de piston, permettant d'obtenir une tension de balayage proportionnelle au volume du cylindre et le tracé direct du diagramme p.V du compresseur sur l'écran de l'oscilloscope.
- des roues de repérage angulaire par tops lumineux sur cellule photo-électrique ou par tops magnétiques, permettant le marquage de l'écran de l'oscilloscope ou la synchronisation de sa base de temps.
- un appareil d'enregistrement des mouvements des clapets de compresseur par variation de capacité entre le clapet et une électrode fixe.
- l'analyseur et le phasemètre automatiques cités précédemment.

### 3.8. Exemple simple d'utilisation.

#### 1. Etude directe de l'installation.

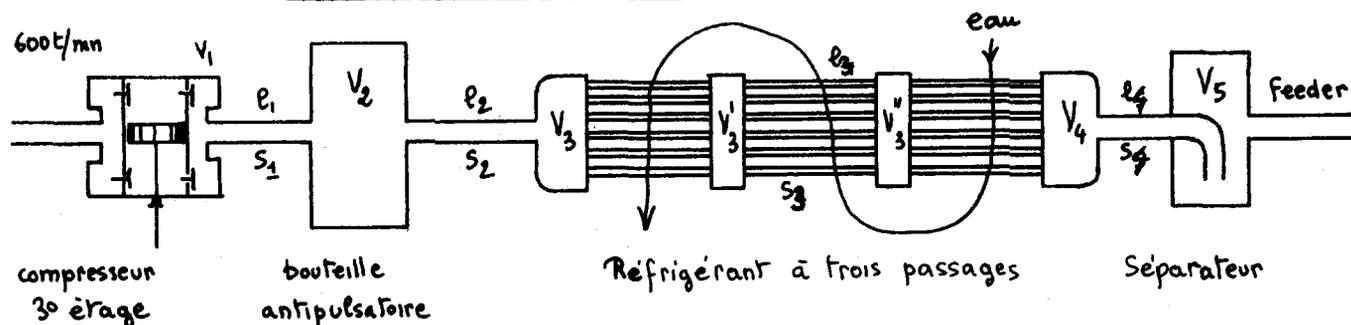


Figure 3.9.

Sur un compresseur de gaz de ville, à trois étages double effet, les disques et ressorts des clapets de refoulement 3<sup>o</sup> étage avaient une durée limitée à 300 à 500 heures quelque soient les solutions essayées. Le schéma du circuit de refoulement est représenté par la figure 3.9., analogue à la figure 3.3., mais comportant un réfrigérant à trois passages.

Les diagrammes de pression dans le cylindre et la boîte à clapets, ainsi que la levée du disque ont été relevés simultanément. La figure 3.10 représente la reproduction des courbes obtenues sur l'écran de l'oscilloscope.

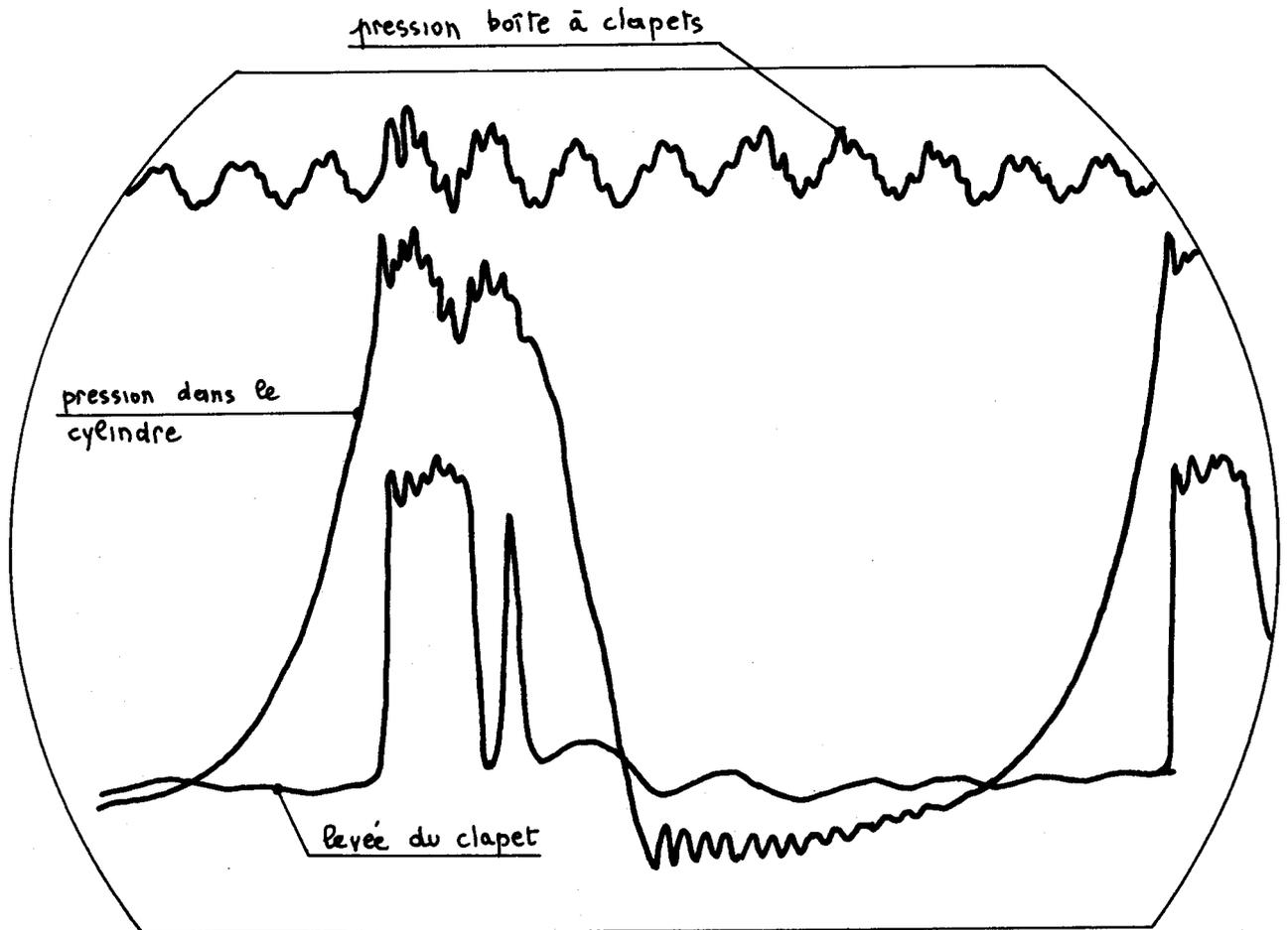


figure 3.10.

On peut constater sur cette figure que les oscillations de pression dans la boîte à clapets correspondent à un harmonique de rang 9. Des relevés complémentaires ont permis de vérifier qu'il s'agissait bien d'une vibration quart d'onde de la tuyauterie de liaison entre boîte à clapets et bouteille antipulsatrice, avec ventre de pression derrière les clapets.

La différence de pression de part et d'autre du disque devient négative pendant une fraction de la période de refoulement, le clapet se referme, puis s'ouvre à nouveau avec violence, d'où une fatigue anormale des ressorts et choc du disque sur la butée. Sur la figure l'ordonnée moyenne de la pression dans la boîte à clapets a été déplacée vers le haut, afin de rendre l'oscillogramme plus lisible.

On a ici l'exemple d'un compresseur double effet avec résonance sur un harmonique impair, ce qui montre bien qu'il est impossible de les négliger à priori, comme le suggérerait la théorie élémentaire basée sur un mouvement sinusoïdal du piston et une symétrie parfaite des deux effets.

2. Etude analogique.

Le schéma de la maquette analogique est représenté par la figure 3.11. On a choisi un rapport  $\frac{\text{fréquence électrique}}{\text{fréquence acoustique}} = 100$ . Il y a correspondance des indices avec ceux de la figure 3.9.

La figure 3.12. représente la courbe de l'impédance acoustique de l'ensemble du réseau vu du compresseur.

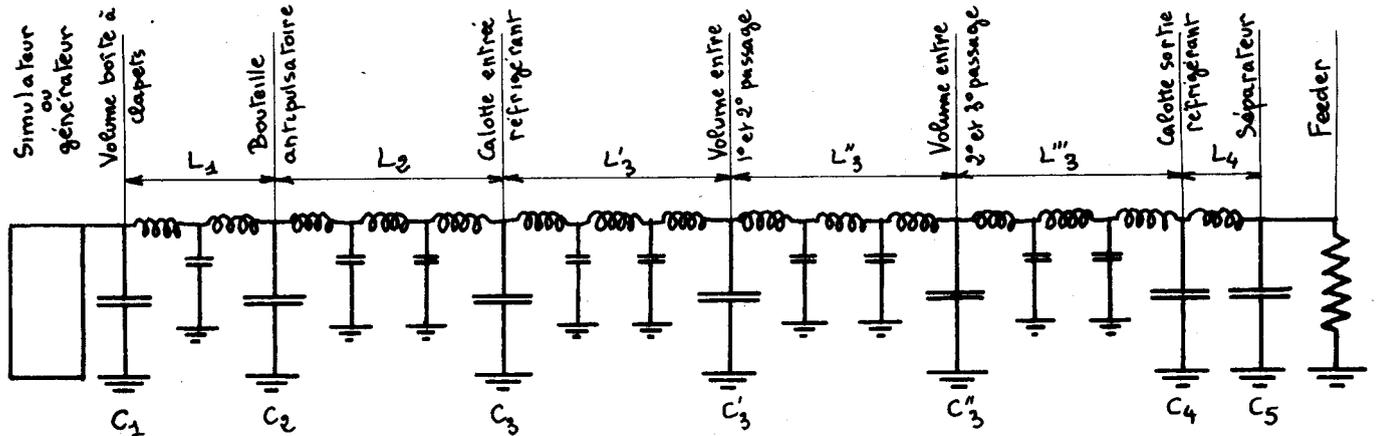
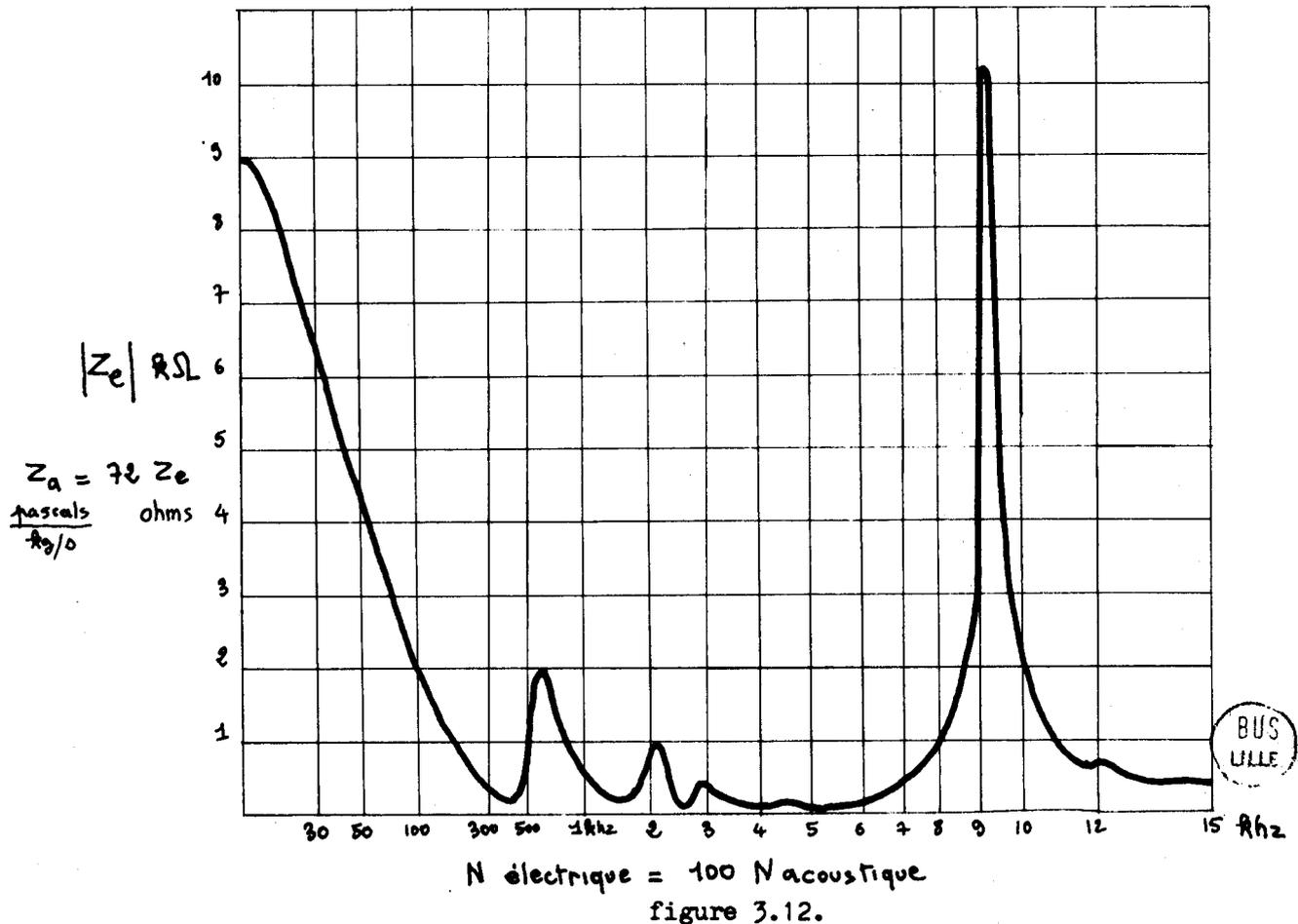


figure 3.11.



Cette courbe correspond à peu près à la courbe d'impédance du premier résonateur  $l_1, V_2$  : elle présente une impédance pratiquement nulle, aux pertes près, pour la fréquence de résonance, que l'on peut calculer comme suit :

Caractéristiques thermodynamiques du fluide transvasé (gaz de ville) :

Rapport des chaleurs massiques  $\gamma = 1,33$

Constante des gaz parfaits  $r = 500 \text{ J/kg.K}$

Température moyenne dans la bouteille antipulsatoire =  $115^\circ\text{C} = 388^\circ\text{K}$

$$\text{Vitesse locale du son : } a = \sqrt{\gamma r.T} = \sqrt{1,33 \times 500 \times 388} = 508 \text{ m/s}$$

$$\text{Pulsation propre du résonateur : } \omega_n = a \sqrt{\frac{S_1}{e_1 V_2}} \quad (\S 3.5.3.)$$

$$l_1 = 0,92 \text{ m} , S_1 = 1,87 \text{ dm}^2 , V_2 = 70 \text{ litres}$$

$$\omega_n = 508 \sqrt{\frac{1,87 \times 10^{-2}}{0,92 \times 70 \cdot 10^{-3}}} = 274 \text{ rad/s}$$

$$\text{D'où } N_a = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{274}{6,28} = 43,6 \text{ hz} \quad \text{et } N_e = 4,36 \text{ khz}$$

La résonance très aigüe sur 9,2 khz correspond à la vibration quart d'onde de la ligne acoustique  $l_1$ . On peut également retrouver ce résultat par le calcul.

Dans la théorie sommaire, négligeant les corrections de longueur (§3.5.5.) on a :

$$N_a = \frac{a}{4l_1} = \frac{508}{4 \times 0,92} = 138 \text{ hz}$$

Une théorie plus complète, signalée en 3.4.3., permet de calculer les corrections de longueur équivalente, correspondant au volume  $V_2$  qui n'est pas infini, et au volume  $V_1$  qui n'est pas nul. On trouve respectivement  $l' = 0,355 \text{ m}$  pour  $V_2$  et  $l'' = 0,07 \text{ m}$  pour  $V_1$ .

La longueur équivalente totale devient :

$$l = 0,92 + 0,355 + 0,07 = 1,345 \text{ m}$$

$$\text{D'où } N_a = \frac{508}{4 \times 1,345} = 94,5 \text{ hz}$$

$$\text{et } N_e = 9,45 \text{ Khz}$$

Ce résultat est voisin de la valeur expérimentale. Comme, dans la maquette analogique, la ligne n'a été représentée que par des tronçons équivalents à  $1/20$  de la longueur d'onde de l'harmonique de rang 6, la correspondance des résultats est tout à fait acceptable.

On a pu remédier aux défauts constatés en modifiant l'installation pour raccourcir la tuyauterie  $l_1$ . La longévité des clapets de refoulement est alors redevenue normale.

La figure 3.13. représente les courbes de transmittance acoustique en fonction de la fréquence aux points 2 et 6.

La courbe  $W_2$  montre deux résonances aux fréquences 32 hz et 38 hz, assez proches de la fréquence naturelle de Helmholtz du résonateur  $l_1, V_2$ .

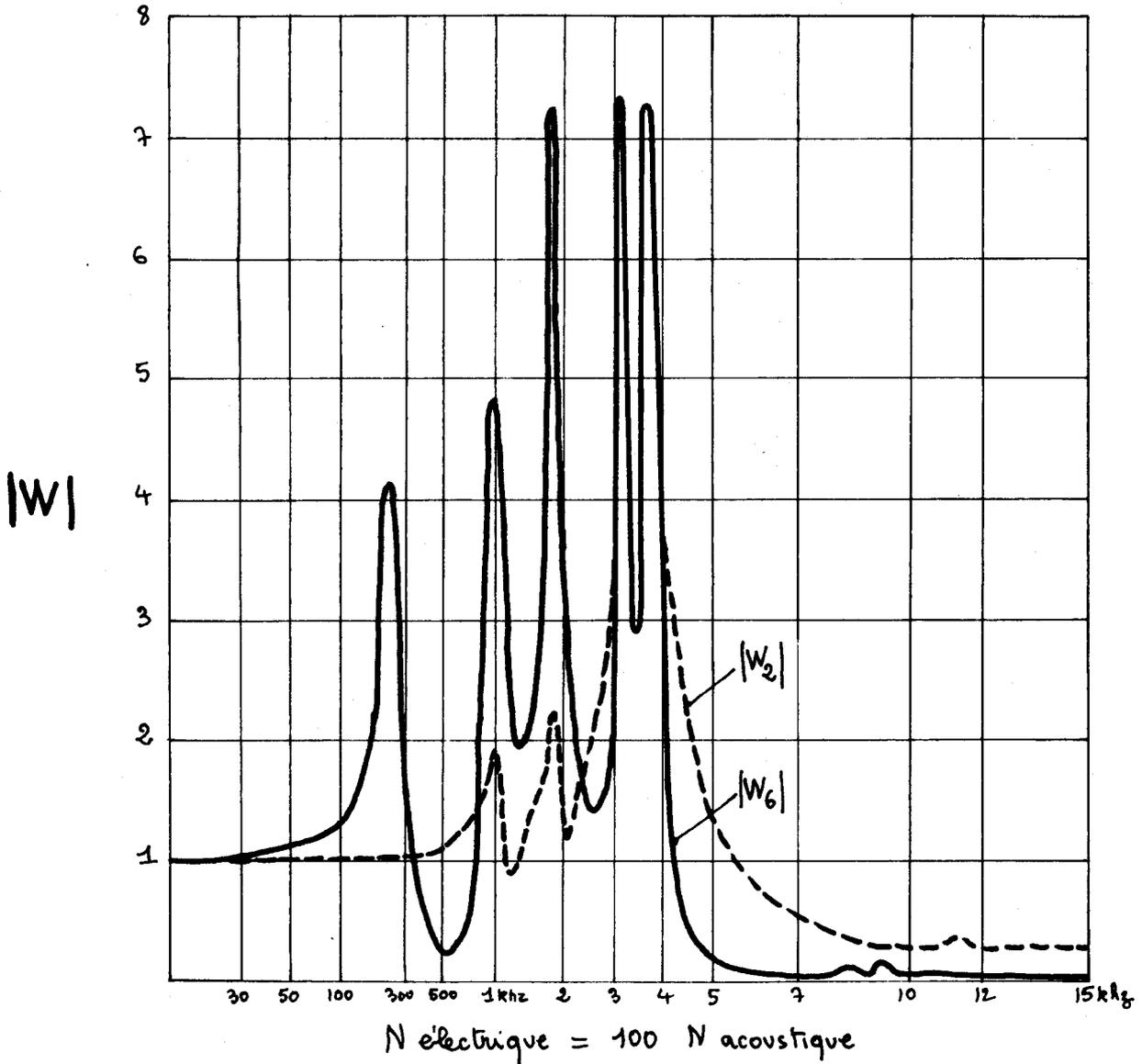


figure 3.13.

On peut améliorer la concordance en tenant compte d'une correction d'embouchure dans la formule de Helmholtz qui devient alors :

$$\omega_n = a \sqrt{\frac{S_1}{e_1 V_2 \left(1 + \frac{\pi e_1}{e_1}\right)}}$$

et donne

$$\omega_n = 41 \text{ hz}$$

La double bosse que présente la courbe de résonance traduit la présence d'un phénomène de couplage avec le résonateur suivant. La valeur plus basse obtenue pour la fréquence de résonance peut s'expliquer intuitivement en remarquant que les volumes  $V_3, V_4, V_5$  viennent s'ajouter en parallèle sur  $V_2$ , à travers  $l_2, l_3, l_4$ , et tendent à abaisser la valeur de  $N_a$ .

La courbe  $W_6$  montre quatre résonances principales, qui correspondent aux résonateurs  $l_1 V_2, l_2 V_3, l_3 V_4, l_4 V_5$ , ce que l'on peut également vérifier par le calcul.

Ces courbes permettent bien de vérifier les propriétés de filtre passe-bas de la bouteille antipulsatoire :

- la résonance à 90 hz observée sur la boîte à clapets est pratiquement invisible sur la courbe  $W_6$  : la bouteille antipulsatoire a bien atténué le contenu harmonique de l'onde d'excitation.

- inversement, les résonances visibles sur la courbe  $W_6$  sont très atténuées sur la courbe  $Z$  du réseau vu du compresseur : la bouteille antipulsatrice isole bien le compresseur des oscillations qui peuvent prendre naissance dans le réseau.

### 3. Remarque.

Pour limiter la longueur de cet exposé nous avons volontairement choisi un exemple très simple, bien que très significatif, et limité notre exposé à l'étude du circuit de refoulement d'un compresseur. La méthode s'applique aux circuits plus complexes rencontrés en pratique, par exemple à l'étude d'un compresseur à trois étages, compte tenu du circuit à l'aspiration du premier étage, des circuits intermédiaires entre les étages et du circuit de refoulement.

### 3.9. Conclusions.

Des améliorations peuvent encore être apportées à cette méthode analogique d'étude des circuits de compresseurs, en ce qui concerne les points suivants :

- la simulation du compresseur, en tenant compte de l'obliquité de la bielle, de la dissymétrie des effets, des défauts de diagramme dus au battement des clapets.

- la simulation des réseaux, en représentant plus finement les pertes de charge et en faisant intervenir les variations de température dans les échangeurs, qui provoquent une variation de vitesse de propagation des ondes, d'où il résulte un déphasage et un amortissement.

Dans le cas d'un compresseur à vitesse variable, il est souvent impossible de rejeter toutes les résonances en dehors de la plage de réglage de vitesse utilisée. Il faudrait donc étudier des bouteilles antipulsatoires plus élaborées, offrant un amortissement efficace aux pulsations gênantes.

Des recherches devront donc être poursuivies dans tous ces domaines.

Enfin il reste à continuer des mesures sur installations existantes, pour compléter le catalogue des résultats expérimentaux relatifs aux amortissements.

Néanmoins on peut considérer que cette méthode est parfaitement au point quand il s'agit de simuler une installation existante. Dans ce cas, une campagne de mesures sur chantier précédant la simulation, il est possible d'ajuster les amortissements des lignes avec précision. On peut alors simuler les modifications avec le maximum de sécurité et trouver les moins coûteuses et les plus efficaces.

L'utilisation au stade du projet permet déjà d'éviter les plus graves défauts. Elle deviendra de plus en plus précise au fur et à mesure de l'exploitation du procédé.

3. 10. BIBLIOGRAPHIE.

- [1] M. MATON Phénomènes pulsatoires dans les tuyauteries et appareils couplés à des compresseurs alternatifs. Etude par la méthode des analogies électriques. Mémoire d'ingénieur machines du C.N.A.M. Centre Associé de Lille. 1967.
- [2] R. OUZIAUX Mécanique appliquée. Tome III. p 135/152 DUNOD 1962.
- [3] R. OUZIAUX. Mécanique des fluides appliquée. Tome I. p 142/144. DUNOD 1966.
- [4] A. LEBRUN. Cours d'électronique générale du Centre Associé au C.N.A.M. de Lille.
- [5] R. DEHORS. Cours d'automatismes du Centre Associé au C.N.A.M. de Lille.
- [6] J. MERCIER. Traité d'acoustique. Presses Universitaires de France. 1962.
- [7] Y. ROCARD. Dynamique générale des vibrations. p 79/94. MASSON 1960.
- [8] -id- p 26/30
- [9] O. LUTZ. Resonanzschwingungen in der Rohrlutungen von Kolbenmaschinen  
Laboratoire pour les machines à combustion interne de l'Ecole Techni-  
que supérieure de Stuttgart.
- [10] DENIS PAPIN et A. KAUFMANN. Cours de calcul opérationnel appliqué. BYROLLES.
- [11] R. OUZIAUX. Mécanique appliquée. Tome III. p 63/67. DUNOD. 1962.

## 4. Anomalies dans les mesures de débit des machines volumétriques par système déprimogène

### 4.1. Constatations expérimentales à l'origine de cette étude.

On sait que les prescriptions de la norme sur la mesure des débits instantanés [1] se rapportent seulement au cas du régime permanent, et que leur application sans discernement à la mesure des débits pulsatoires peut entraîner des erreurs graves.

La présence de tels débits apparaît évidente au voisinage de machines à pistons alternatifs, que ce soit à l'aspiration ou au refoulement ( voir figure 3.8.).

Dans un surpresseur ROOTS à deux lobes ( fig.4.1.), on obtient quatre impulsions par tour et le fonctionnement est tel que le débit ne s'annule jamais. Le degré d'admission est donc égal à 1.

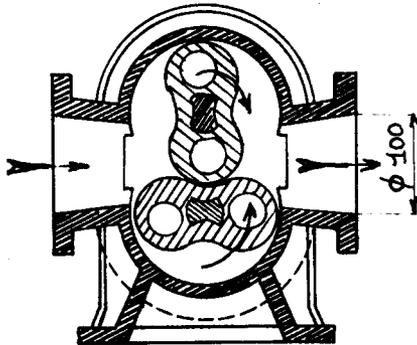


figure 4.1.

Dans ce cas, d'après les travaux de Hodgson résumés dans la norme, l'erreur sur le débit, mesuré avec un système déprimogène, ne peut être supérieure à 10 %.

Pour mesurer en première approximation le débit d'un injecteur alimenté par un surpresseur de ce type, on estima donc le débit suffisamment régulier pour permettre l'installation d'un système déprimogène classique, et on installa un diaphragme à l'amont de l'injecteur, en utilisant la méthode normalisée.

Quelques mesures préliminaires conduisirent à une incohérence des premiers résultats, qui variaient selon le manomètre différentiel utilisé. Des essais complémentaires sommaires montrèrent alors que :

- même si l'injecteur était complètement obturé, le débit étant donc nul dans le diaphragme, la dénivellation du manomètre différentiel n'était pas nulle. Cette indication variait avec la pression moyenne, que l'on modifiait en réglant un débit de fuite sur une canalisation motée en parallèle à la sortie du surpresseur.
- les résultats de la mesure dépendaient de la longueur des tubes de liaison entre diaphragme et manomètre.

Monsieur G.LEFRANC, alors technicien aux Etablissements NEU, me proposa de choisir l'étude de cette mesure comme sujet de mémoire d'ingénieur C.N.A.M.[2]

Ce travail, entrepris avec un matériel de mesure beaucoup plus modeste que celui utilisé au chapitre 3, a cependant permis de tirer des conclusions pratiques intéressantes.

#### 4.2. Rappel sommaire des publications relatives à la mesure des débits pulsés.

##### 1. La norme française X10.101.

Cette norme est presque uniquement consacrée à la mesure des débits en régime permanent. Néanmoins elle relate sommairement les travaux de Hodgson, qui définit un nombre sans dimensions, dans lequel sont introduits les éléments ayant une action sur l'erreur :

$$\mathcal{H} = \frac{V_s \cdot N \cdot p_v}{p_s \cdot q_v \text{ moy.}}$$

$V_s$ , en  $m^3$ , volume de l'accumulateur entre machine et point de mesure.

$N^s$ , en hz, fréquence des pulsations.

$p_v$ , en bars, perte de charge dans la conduite, y compris appareil d'étranglement

$p_s$ , en bars, pression absolue moyenne dans l'accumulateur.

$q_v$  moyen, en  $m^3/s$ , valeur moyenne du débit-volume.

Un faisceau de courbes, établi dans le cas d'une machine à vapeur double effet, donne un ordre de grandeur de l'erreur de mesure, à peu près inversement proportionnelle à  $\mathcal{H}$ , pour un degré d'admission donné.

Les constatations préliminaires montrent que les résultats de Hodgson ne s'appliquent sans doute qu'à ses propres conditions expérimentales ou à des conditions voisines, mais peuvent être difficilement généralisés. D'autre part, dans la mesure d'un débit de vapeur, les tubes de liaison au manomètre différentiel sont pleins d'eau condensée et il ne peut s'y produire de phénomènes d'ondes stationnaires. Les conditions expérimentales y sont donc différentes de celles rencontrées dans la mesure d'un débit d'air. Enfin nos essais ont montré l'influence prépondérante de la longueur de la tuyauterie à l'aval du système déprimogène, longueur n'intervenant pas dans le nombre de Hodgson.

L'application d'un coefficient de correction ne nous semble pas possible, sauf dans des cas particuliers, à définir avec beaucoup de soins.

##### 2. La résolution 4 du groupe de travail ISO/TC 30/GT4

Cette résolution apporte une distinction, au point de vue mesure du débit, entre le débit pulsatoire et le débit permanent en moyenne pouvant être mesuré par la méthode normalisée : "Un écoulement de fluide dans une tuyauterie est pulsatoire lorsque la vitesse moyenne dans une section, c'est à dire le quotient du débit volumétrique par l'aire de la section, est une fonction du temps égale, par exemple, à la somme d'une constante et d'une fonction périodique. Plus généralement, une fonction du temps, dont la moyenne calculée pendant une durée suffisamment longue, est constante."

La même résolution poursuit, envisageant la validité des coefficients définis par la norme et appliqués à la mesure des débits permanents en moyenne :

"Aux grands nombres de Reynolds, l'écoulement dans la tuyauterie est toujours turbulent. L'existence de fluctuations turbulentes de vitesse, et corrélativement de pression, entraîne des variations de la pression différentielle. Mais, lorsque l'écoulement n'est pas pulsatoire suivant la définition ci-dessus, les coefficients tiennent compte de ces fluctuations. Si l'on observe des variations, même très importantes dans le temps, des pressions en amont et en aval de l'appareil déprimogène, sans que l'écoulement soit pulsatoire, les coefficients sont utilisables, les pressions amont et aval étant en phase à tout instant."

Cette dernière indication est très importante et nous suggérera une solution au problème posé.

#### 4.3. Etude expérimentale des erreurs de mesure du débit en régime pulsatoire à l'aide d'un système déprimogène à diaphragme normalisé.

##### 1. Description du banc d'essais.

Après les premières constatations, relatées au § 4.1., il était nécessaire de préciser les erreurs relevées par une étude systématique sur un banc d'essais spécialement conçu.

Il fallait, d'autre part, obtenir une mesure de référence suffisamment sûre. Ce résultat a été obtenu en installant une tuyère sonique convergente [3] assurant une régularisation suffisante de l'écoulement. Un second système déprimogène a été installé à l'aval de la tuyère sonique, dans l'écoulement régularisé. La vérification de la concordance des résultats de mesure fournis par la tuyère sonique et le second système déprimogène assurait l'exactitude de la valeur du débit de référence.

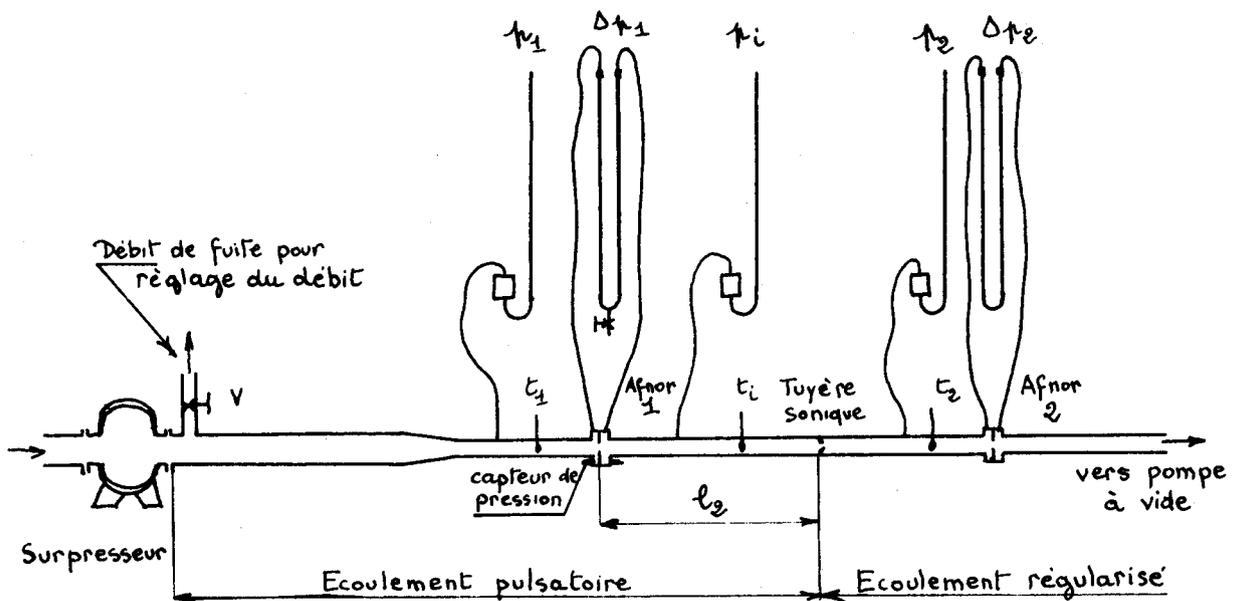


figure 4.2.

L'installation est représentée par la figure 4.2. Pour obtenir un débit sonique dans la tuyère, il fallait au minimum un taux de compression égal à  $p_2/p_1 = 1/0,527 = 1,9$ , que ne pouvait fournir le surpresseur Roots. On a donc utilisé une pompe à vide à anneau liquide, montée en série à l'aval de l'installation.

Pour obtenir une vitesse variable, le moteur asynchrone entraînant le surpresseur a été alimenté avec un groupe changeur de fréquence. Tous les essais à vitesse variable du surpresseur ont été effectués en maintenant le débit constant dans les systèmes déprimogènes, ce débit étant réglé par la vanne de fuite V.

##### 2. Principaux résultats.

Figure 4.3. : Résultat des mesures de débit en fonction de la vitesse de rotation du surpresseur. Pour une faible variation de vitesse les écarts peuvent être im-

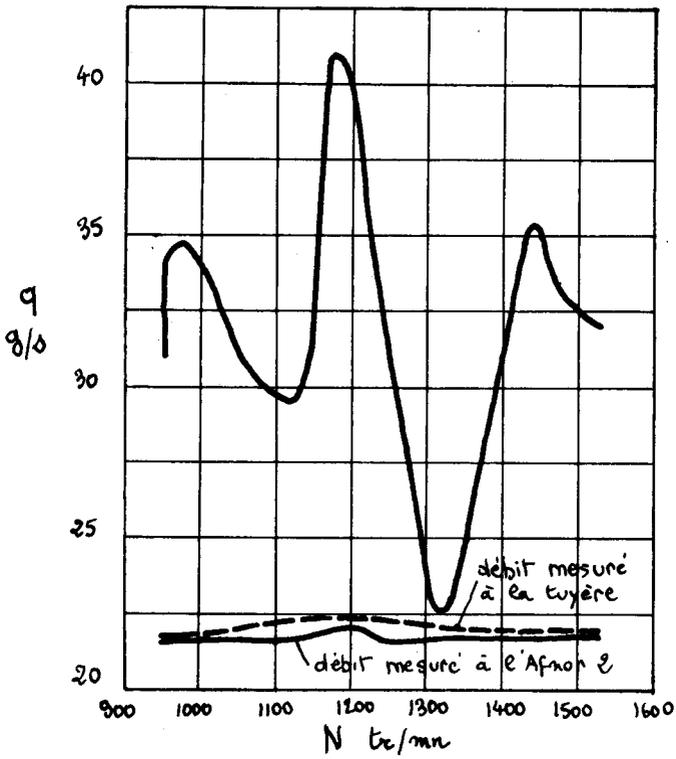


figure 4.3.

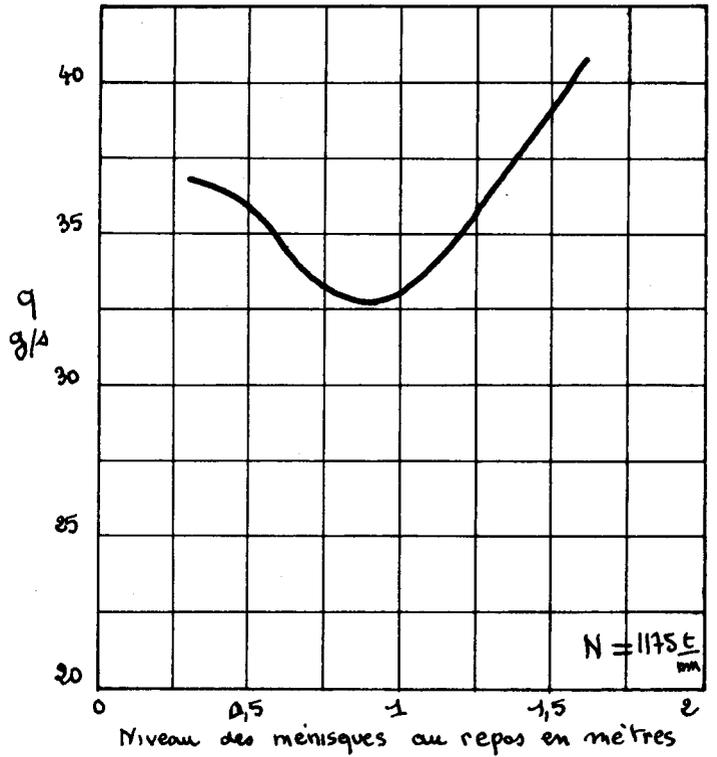


figure 4.4.

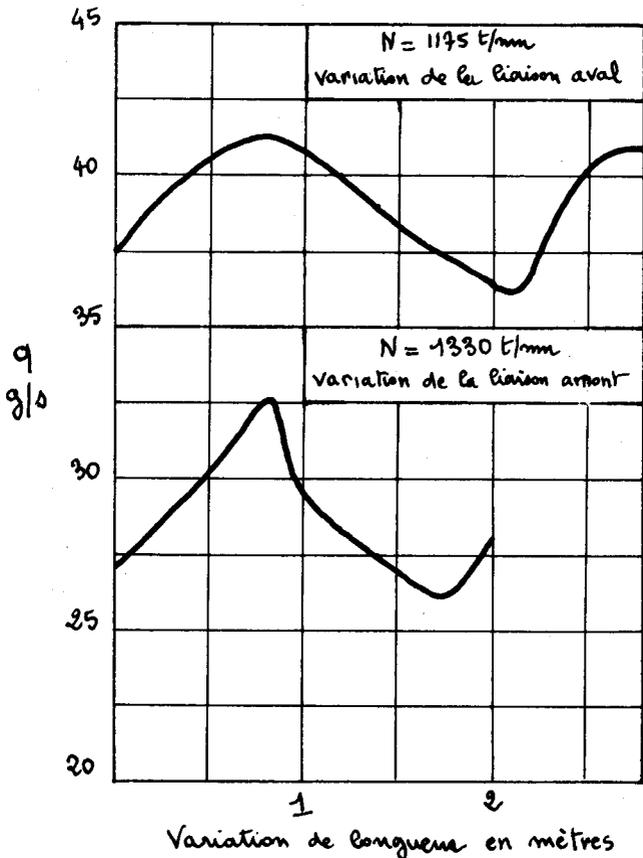


figure 4.5.

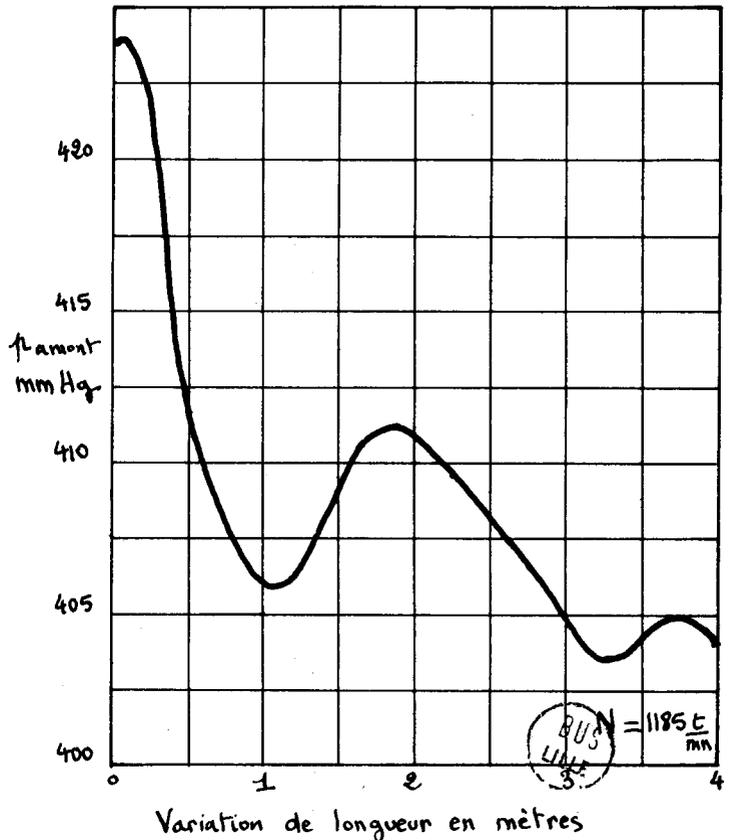


figure 4.6.

portants. L'erreur passe de 100 % à 5% pour une variation de vitesse d'environ 10 % ( de 1175 à 1320 t/mn ).

Figure 4.4. : Résultat de la mesure du débit à 1175 t/mn en fonction de la quantité de liquide dans le manomètre.

Figure 4.5. : Résultat de la mesure du débit en fonction de la longueur des liaisons.

Figure 4.6. : Evolution de la pression statique effective amont en fonction de la longueur de la liaison au manomètre.

### 3. Conclusions.

Les erreurs systématiques sur le débit peuvent atteindre 100 %. On constate qu'elles sont toujours par excés.

L'action des pulsations se manifeste non seulement sur la dénivellation du manomètre de mesure de la pression différentielle, mais aussi sur les indications des manomètres de mesure de la pression effective et de la pression dynamique. Un essai effectué en disposant un tube de Pitot dans l'orifice a conduit à des erreurs sur le débit identiques à celles résultant de la méthode par diaphragme.

Ces manifestations évoluent de manière similaire aux phénomènes existant dans les tuyaux sonores. Des interprétations théoriques seront données au paragraphe suivant.

Inversement des essais analogues, pratiqués systématiquement sur une installation de mesure de débits, constitueront autant de tests permettant de vérifier si l'utilisation d'un système déprimogène est possible avec une précision suffisante dans un cas donné. Une première application en a été faite à la tuyère sonique et au second diaphragme, pour lesquels on a vérifié que la longueur des liaisons était bien sans influence sur les lectures et que la variation de vitesse conservait la concordance des résultats de mesure.

## 4.4. Essai d'interprétation théorique des résultats obtenus.

### 1. Explication mathématique du sens de l'erreur.

Elle est due au fait que la moyenne d'un carré n'est pas égale au carré de la valeur moyenne. [4]

La pression différentielle mesurée par un appareil déprimogène est proportionnelle au carré du débit et, si on admet que la relation :

$$\Delta p = k \cdot q_v^2$$

est valable à tout instant, la pression différentielle moyenne a pour valeur :

$$\overline{\Delta p} = k \cdot \frac{1}{T} \int_0^T q_v^2 dt$$

Pour obtenir un débit moyen exact, il faudrait lire une pression différentielle :

$$\Delta p_1 = k \left[ \frac{1}{T} \int_0^T q_v dt \right]^2$$

$$\text{Posons : } q_v = q_{vm} + \Delta q_v = q_{vm} \left( 1 + \frac{\Delta q_v}{q_{vm}} \right)$$

L'indication du manomètre est donc :

$$\Delta p = \frac{k}{T} q_{vm}^2 \int_0^T \left( 1 + \frac{\Delta q_v}{q_{vm}} \right)^2 dt$$

$\frac{1}{T} \int_0^T \left(1 + \frac{\Delta q_r}{q_{r\text{m}}}\right)^2 dt$  est toujours plus grand que 1 et dépend de la forme de la courbe du débit instantané, ce qui explique que, dans tous les cas, l'erreur faite sur le débit est toujours par excès.

Notons que ce type d'erreur n'existe pas si  $\Delta p$  est proportionnel au débit, ce qui est le cas de certains débitmètres, dans lesquels on réalise un écoulement laminaire (débitmètre Alcock Ricardo).

## 2. Essai d'interprétation de l'influence de la longueur des liaisons.

Rappelons brièvement les principaux types d'ondes stationnaires que l'on rencontre dans le cas d'un tuyau fermé à l'extrémité. [5]

Il y a résonance si la longueur du tuyau est égale à un nombre entier de demi longueurs d'onde, c'est à dire si  $l = (m + 1) \lambda/2$ . Des ventres de pression sont localisés aux extrémités et, dans ce cas, l'amplitude des ondes stationnaires de pression est maximale.

Il y a contrarésonance pour  $l = (2k + 1) \lambda/4$ . Dans ce cas l'amplitude des ondes stationnaires de pression est minimale.

Dans toutes les courbes 4.4., 4.5., 4.6., on constate qu'une longueur de l'ordre de un mètre sépare les maximums des minimums. Pour les essais à 1175 t/mn, la fréquence du fondamental est  $1175 \times 4/60 = 78,4$  hz. La température moyenne dans les tubes de liaison était 288°K, soit une vitesse locale du son  $a = \sqrt{\gamma r T} = \sqrt{1,4 \times 287 \times 288} = 340$  m/s.

La longueur d'onde est donc  $\lambda = a/N = 340/78,4 = 4,35$  m, ce qui donne  $\lambda/4 = 1,09$  m.

Il apparaît bien que les maximums et minimums consécutifs des courbes sont obtenus par des variations de longueur de l'ordre de  $\lambda/4$  et correspondent successivement à des phénomènes de résonance et de contre résonance. Il sont donc bien dus à des phénomènes d'ondes stationnaires dans les tubes de liaison aux manomètres, la surface libre du liquide fermant le tuyau.

Dans la figure 4.4., on pourrait se demander si la fréquence propre d'oscillation de la colonne liquide ne joue pas un rôle. Un rapide calcul [6] permet de montrer que, pour les colonnes liquides les plus courtes qui ont été utilisées, la fréquence propre était toujours inférieure à un hertz. Une telle différence entre la fréquence propre et la fréquence d'excitation rend toute résonance impossible. C'est donc en fait l'influence de la longueur de la colonne de gaz que l'on mesure quand on fait varier la longueur de la colonne de liquide.

## 3. Essai d'interprétation de l'erreur globale de mesure sur le débit.

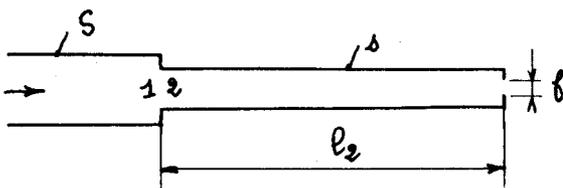


figure 4.7.

Soit une contraction brusque dans une tuyauterie faisant passer brutalement la section de S à s. Supposons qu'à l'extrémité du tuyau s, de longueur  $l_2$ , l'ouverture f soit telle qu'il y ait pratiquement réflexion totale.

Etudions la relation existant entre les composantes pulsatoires de la vitesse et de la pression aux points 1 et 2, de part et d'autre de cette contraction.

L'application du théorème de Bernoulli entre les points 1 et 2 donne :

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} u_2^2 \left[ 1 + k - \left(\frac{a}{S}\right)^2 \right]$$

en mettant les pertes de charge sous la forme  $k u_2^2$

En posant :  $p_1 = \bar{p}_1 + P_1 e^{j\omega t}$ ,  $p_2 = \bar{p}_2 + P_2 e^{j\omega t}$ ,  $u_2 = \bar{u}_2 + U_2 e^{j\omega t}$

et en négligeant les termes du second ordre, il vient, en représentation vectorielle :

$$\rho a \vec{U}_2 \left[ 1 + k - \left(\frac{a}{S}\right)^2 \right] = \vec{P}_1 - \vec{P}_2$$

$k$  étant supposé constant et indépendant du sens de  $u_2$

Si  $l_2 = (2k + 1) \lambda/4$  (contrarésonance), il y a un noeud de pression en 2.  $P_2$  est nul.  $U_2$  est maximal et en phase avec  $P_1$ .

Si  $l_2 = (m + 1) \lambda/2$  (résonance), il y a un noeud de vitesse en 2.  $U_2$  est nul.  $P_2$  est maximal, égal à  $P_1$  et en phase avec lui.

Si on remplace la contraction brusque par un diaphragme, comme dans la figure 4.2. représentant notre montage d'essai, l'étude théorique montre que  $U_2$  et  $P_2$  ne peuvent s'annuler. Néanmoins, pour les régimes particuliers correspondant à ceux étudiés pour la contraction brusque, leurs valeurs sont faibles et on peut en déduire que :

- si  $l_2 = (2k + 1) \lambda/4$ , la composante pulsatoire de la pression différentielle est voisine de  $P_1$  et l'erreur sur le débit est maximale.

- si  $l_2 = (m + 1) \lambda/2$ , la composante pulsatoire de la pression différentielle est faible,  $P_1$  et  $P_2$  étant sensiblement en phase. L'erreur de mesure sur le débit est minimale.

C'est bien ce que l'on vérifie expérimentalement sur la figure 4.3. Pour le point où l'erreur sur le débit est minimale la vitesse du surpresseur est 1315 t/mn, soit une fréquence du fondamental  $N = 1315 \times 4/60 = 87,7$  hz. La température moyenne entre diaphragme et tuyère sonique était  $58^\circ\text{C} = 331^\circ\text{K}$ . D'où la vitesse locale du son  $a = \sqrt{1,4 \times 287 \times 331} = 365$  m/s et la longueur d'onde  $\lambda = 365/87,7 = 4,16$  m.

La longueur  $l_2$  entre le diaphragme et la tuyère est égale à 2,03 m, ce qui correspond sensiblement à  $\lambda/2$ , compte tenu des corrections de longueur à intervenir dans un calcul théorique plus détaillé.

Le reste de la courbe est plus difficile à interpréter, car les pulsations de pression sont riches en harmoniques et les maximums correspondent soit à des contrarésonances relatives à des harmoniques de la composante pulsatoire de la pression, soit à des résonances dans les tubes de liaison aux manomètres.

Notons enfin que cette interprétation permet aussi d'expliquer que, si le débit est annulé par obturation en bout de conduite, il existe encore une pression différentielle pulsatoire, pour autant que le tronçon de conduite  $l_2$  n'est pas en résonance.

#### 4.5. Recherche expérimentale de remèdes.

Les interprétations précédentes nous conduisent à rechercher des améliorations à la méthode dans deux directions : d'abord essayer d'éliminer l'influ-

ence des liaisons, pour obtenir des mesures fidèles sur un montage donné, puis tenter de réaliser systématiquement une résonance aval pour minimiser les erreurs de mesure.

### 1. Elimination de l'influence des liaisons.

Nos essais semblent montrer que la méthode la plus satisfaisante pour s'affranchir de l'influence des liaisons est l'introduction de mèches de feutre à l'entrée des tubes de liaison aux manomètres. ( figure 4.8.)

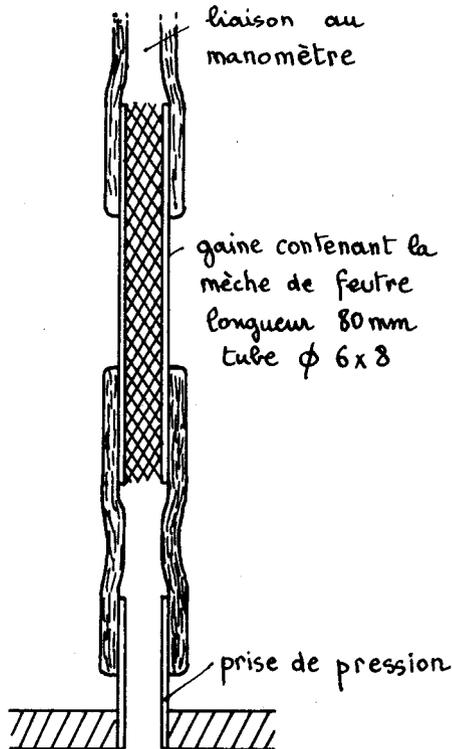
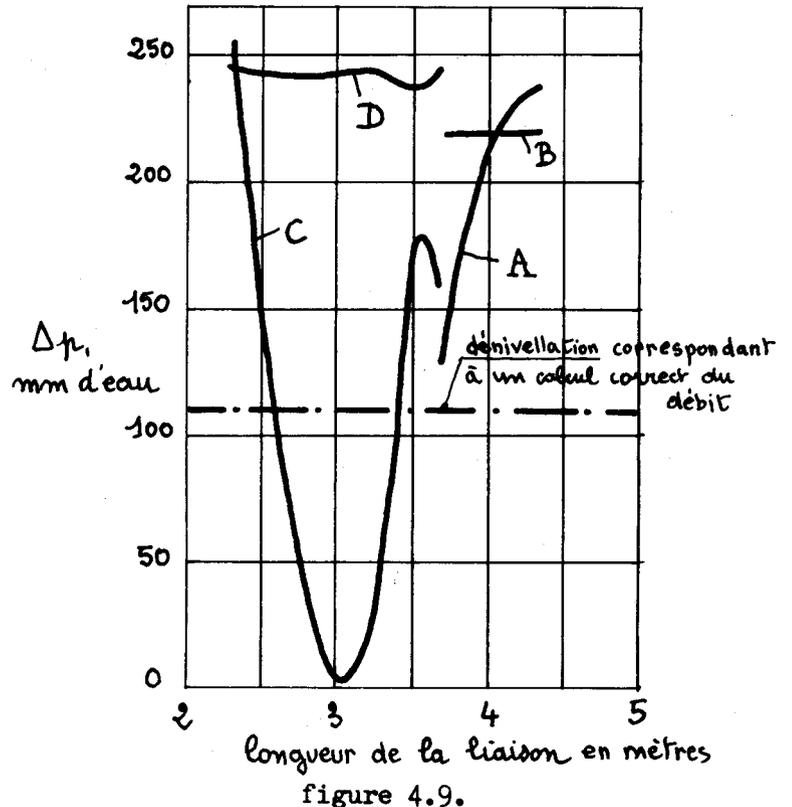


figure 4.8.



La figure 4.9. représente l'un des résultats les plus significatifs obtenus. L'essai a été réalisé à la vitesse de 1170 t/mn, pour laquelle l'erreur de débit est maximale ( voir fig. 4.3.), c'est à dire pour laquelle les ondes stationnaires risquent le plus de perturber les mesures.

Courbe A : essai sans mèche de feutre. La liaison aval est diminuée, par amputations successives, de 4,3 m à 3,7 m.

Courbe B : mèche de feutre dans la liaison aval, même variation de longueur. La dénivellation est pratiquement constante.

Courbe C : mèche de feutre dans la liaison amont. Variation de la liaison aval de 3,7 m à 2,3 m.

Courbe D : mèche de feutre dans les deux liaisons. La dénivellation est pratiquement constante, mais ne correspond pas à la lecture nécessaire au calcul correct du débit.

Il apparaît donc que l'amortissement créé par les mèches de feutre est suffisant pour éliminer les ondes stationnaires prenant naissance dans les tubes de liaison et rendre les mesures indépendantes de leur longueur.

Néanmoins, il faut bien noter que seules les ondes stationnaires dans les tubes de liaison ont été éliminées et que la mesure, bien que fidèle pour un montage donné, est encore sensible aux oscillations qui prennent naissance dans la conduite, et donc à l'emplacement du système déprimogène dans cette conduite.

Nous avons vérifié que l'utilisation de mèches de feutre ne modifiait en rien les mesures quand l'écoulement est permanent, sauf évidemment en ce qui concerne le temps de stabilisation de la lecture au manomètre différentiel.

## 2. Essais de mesure du débit en réalisant la résonance aval.

Avant de procéder à ces essais, nous avons d'abord vérifié que le minimum de la courbe de la figure 4.3. correspondait bien à la résonance aval, c'est à dire à un déphasage nul entre les pressions amont et aval du système déprimogène. Cette vérification n'a pu qu'être approximative, car nous ne disposions que d'un seul capteur de pression à quartz Vibrometer, qui a été monté successivement sur les chambres de pression amont et aval.

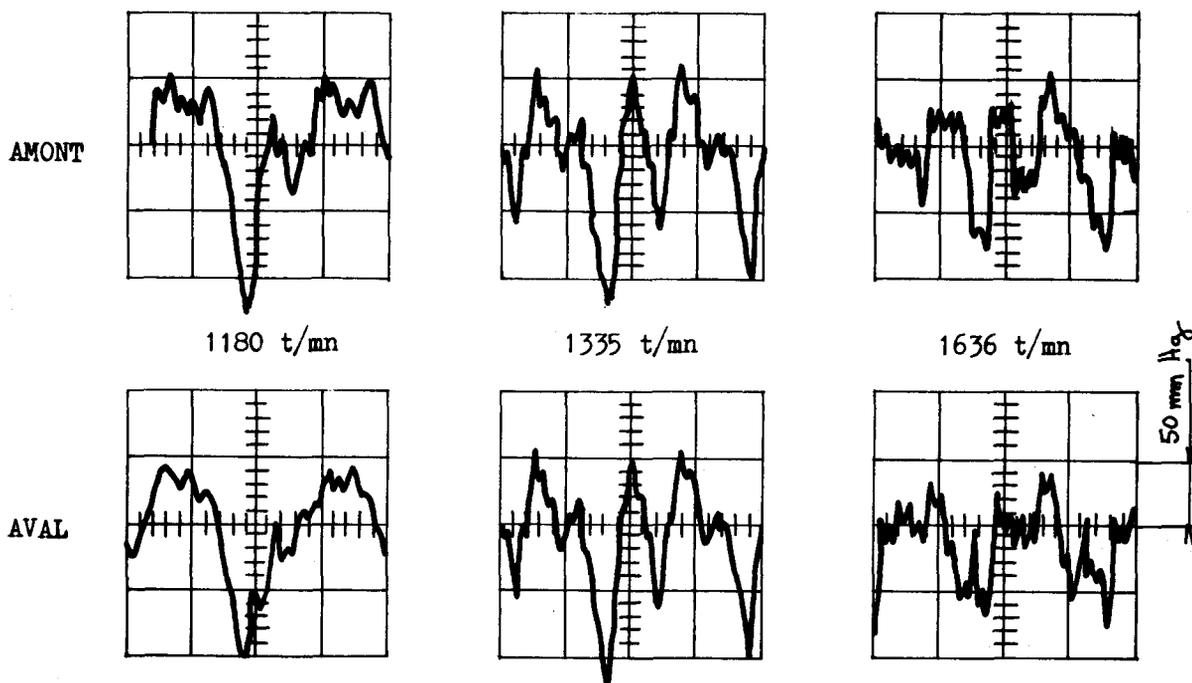


figure 4.10.

Les oscillogrammes obtenus, reproduits sur la figure 4.10., montrent que les courbes  $p(t)$  des pressions amont et aval sont identiques à 1335 t/mn et diffèrent nettement pour des vitesses inférieures ou supérieures. Cette constatation vérifie sommairement que, pour la vitesse de 1335 t/mn, qui correspond sensiblement à l'erreur minimale sur le débit, il n'y a pas de rotation de phase à la traversée du diaphragme. Une vérification expérimentale plus précise nécessiterait au minimum deux ensembles capteur de pression + piézoamplificateur et un oscilloscope bicourbe ou mieux l'appareillage complet de relevé automatique des courbes de Bode, décrit au § 3.7.6.

Ces oscillogrammes montrent aussi que l'amplitude des pulsations a moins d'importance sur l'erreur que leur déformation à la traversée du diaphragme.

En effet à 1335 t/mn, pour l'erreur minimale, la variation de pression crête à crête est de 180 mm Hg alors qu'elle n'est plus que de 140 mm Hg à 1636 t/mn, vitesse pour laquelle l'erreur de mesure sur le débit est beaucoup plus grande.

D'autre part des essais complémentaires, effectués en mesurant séparément les pressions moyennes dans les chambres amont et aval, ont montré que les écarts de pression différentielle provenaient essentiellement de la variation de pression dans la chambre aval, ce qui confirme nos hypothèses concernant l'influence prépondérante des ondes stationnaires dans le tuyau  $l_2$ .

Pour vérifier une dernière fois nos hypothèses, nous avons essayé de réaliser la résonance pour d'autres valeurs de  $l_2$ . La figure 4.11. montre que des résultats analogues ont été obtenus, résumés par le tableau ci-dessous

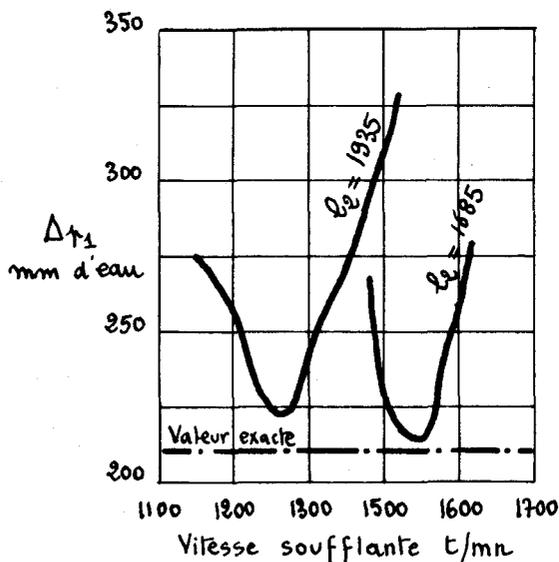


figure 4.11.

longueur $l_2$ mm	1935	1685
N résonance t/mn	1370	1550
$\Delta p$ mesuré mm d'eau	224	213,5
erreur sur débit %	3 %	0,5 %

Les erreurs sur le débit ont été déterminées par rapport aux mesures sur la tuyère sonique et le diaphragme aval. La valeur de la pression différentielle aurait dû être de 211 mm d'eau.

Ces résultats peuvent être considérés comme satisfaisants, sachant qu'un calcul d'erreurs conduit à une incertitude de plus de 2 %.

#### 4.6. Conclusions.

Compte tenu des modestes moyens expérimentaux dont nous disposons, ce travail ne constitue qu'une première approche du problème posé. Néanmoins on peut en tirer un certain nombre de conclusions intéressantes.

##### 1. Conclusions théoriques.

Nous avons évidemment vérifié que toutes les erreurs de débit constatées sont toujours par excès. Toutes les anomalies relevées semblent dues à des phénomènes de résonance analogues à ceux rencontrés dans les tuyaux sonores. Les essais des tubes de liaison à longueur variable, ou les essais de mesure de débit à débit constant et vitesse du surpresseur Roots variable, sont très significatifs à cet effet.

Les conclusions du groupe de travail 4 ISO/TC30 semblent pouvoir être généralisées : même si l'écoulement est pulsatoire, les coefficients du système déprimogène seront utilisables si celui-ci est disposé de façon à ce que les pressions amont et aval soient en phase à tout instant, ce qui peut être réalisé en utilisant une résonance aval.

## 2. Conclusions pratiques.

Les premières constatations, à l'origine de cette recherche, montrent qu'il ne faut pas sous-estimer les sources de débit pulsatoire et que, à priori, les machines volumétriques de tout type sont suspectes. Il peut en être de même, dans certains cas, pour des turbomachines : par exemple un turboventilateur usé irrégulièrement, ou utilisé à la limite du domaine de pompage, peut donner des pulsations gênantes.

Il est donc prudent, avant d'utiliser la méthode de mesure du débit par système déprimogène, d'opérer quelques tests de validité. Les plus simples semblent être de faire varier la longueur des tubes de liaison au manomètre différentiel, par amputations successives, d'une quantité au moins égale à la moitié de la longueur d'onde du fondamental, ou encore de faire varier la longueur de la colonne liquide du manomètre. Nos essais ont montré que l'on peut accroître la sensibilité de ce test en introduisant une mèche de feutre dans la liaison amont. Si toutes ces opérations restent sans effet sur la lecture du manomètre, on peut en conclure que l'influence des pulsations est négligeable et que la méthode est utilisable.

Pour s'affranchir de l'influence des liaisons sur la fidélité des résultats, on introduira des mèches de feutre à l'entrée des tubes de liaison. Cette solution est néanmoins d'un intérêt limité pour un usage industriel courant, la colmatation progressive des mèches nécessitant un entretien et une vérification assez fréquents si on veut éviter des erreurs graves.

Enfin il faut essayer de réaliser pratiquement une condition de résonance telle que les pressions de mesure amont et aval soient en phase. La disposition qui nous a permis de vérifier cette propriété ne présente guère d'intérêt en pratique, une réflexion à peu près totale y étant obtenue par la présence de la tuyère sonique. D'autres recherches sont donc nécessaires.

## 3. Travaux à poursuivre.

Il faudrait d'abord vérifier certaines de nos conclusions, en particulier celles concernant la résonance et la phase des pressions amont et aval, en utilisant un matériel de mesure plus évolué, tel que l'appareillage de relevé automatique des courbes de Bode du diaphragme décrit au § 3.7.6.

L'interprétation des mesures pourrait être simplifiée, dans un premier temps, en essayant d'obtenir des pulsations de débit sinusoïdales, sans harmoniques, soit avec un piston latéral commandé par une bielle très longue, soit avec un obturateur tournant.

Après ces premières vérifications, il faudrait chercher à mettre au point une méthode simple pour réaliser la résonance. Au refoulement d'une machine, la réalisation d'une réflexion suffisante sans pertes de charge excessives présentera toujours des difficultés. Un autre type de résonance, avec tuyau ouvert à l'extrémité devrait être recherché. Si la machine aspire dans l'atmosphère ambiante, il semble plus intéressant d'opérer à l'aspiration en utilisant, pour les recherches, un montage à coulisse qui permettrait de faire varier les longueurs amont et aval. (fig 4.12.) La mise au point de toutes ces méthodes pourrait sans doute être sensiblement accélérée en utilisant la simulation analogique décrite au chapitre 3.

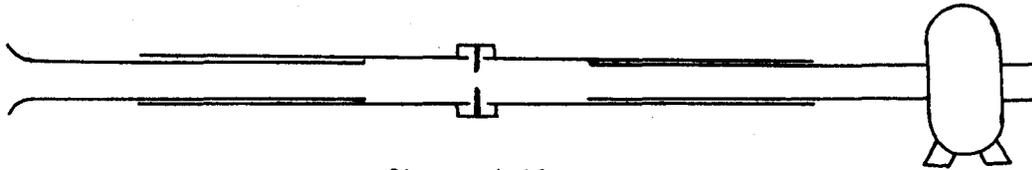


figure 4.12.

Cependant il est à craindre que les résultats obtenus dépendent du contenu harmonique des pulsations. Si, de ce fait, une mise au point délicate s'avérait nécessaire sur chaque installation, le prix de revient risquerait de devenir supérieur à celui de l'utilisation systématique d'un gros ballon antipulsatoire.

#### 4. Conclusions annexes.

Rappelons brièvement que si le test de vérification de l'influence de la longueur des liaisons n'est pas concluant on peut :

- soit utiliser un système déprimogène à chute de pression proportionnelle à la vitesse, tel que le débitmètre Alcock Ricardo. Celui-ci, dans lequel on réalise un écoulement laminaire dans un grand nombre de petites conduites en parallèle, ne convient bien que pour les petits débits.

- soit régulariser le débit avant mesure avec une bouteille antipulsatrice de grand volume. Le chapitre 3 montre que le calcul d'une telle bouteille doit être soigné pour éviter des résonances gênantes. Néanmoins l'utilisation du test précédent permet une vérification préalable.

- soit employer la méthode sonique de mesure du débit, si l'installation est telle que l'on puisse y tolérer la forte perte de charge nécessaire.

Citons enfin quelques constatations complémentaires faites sur la tuyère sonique :

- le relevé des pressions instantanées à l'oscilloscope, opéré en disposant un capteur de pression soit à l'amont soit à l'aval de cette tuyère, a montré que l'amplitude crête à crête des pulsations de pression était sensiblement divisée par cinq après la tuyère sonique et que seuls les harmoniques élevés semblaient subsister. A ce moment nous ne disposions pas d'un analyseur harmonique qui nous aurait permis de vérifier si ces pulsations comportaient encore des harmoniques bien précis ou si, plus vraisemblablement, il s'agissait uniquement de fluctuations turbulentes.

- toutes les mesures ont montré une concordance entre le débit calculé à partir de la tuyère sonique et à partir du diaphragme aval, l'écart étant toujours inférieur à celui fourni par le calcul d'erreurs. Cette concordance se conservait même si l'écoulement à la sortie de la tuyère était légèrement subsonique, jusqu'à environ  $M = 0,85$ .

#### 4.7. BIBLIOGRAPHIE.

- [1] Norme française X 10 101 : Mesure des débits instantanés. AFNOR
- [2] G. LEFRANC. Contribution à l'étude des erreurs de mesure de débit en régime pulsatoire. Mémoire d'ingénieur machines du C.N.A.M. Lille 1967.
- [3] A. FORTIER. Article Mécanique des Fluides. Techniques de l'Ingénieur.
- [4] A. FORTIER. Rapport sur la mesure des débits pulsatoires. AFNOR.
- [5] J. MERCIER. Traité d'acoustique. Presses Universitaires de France. 1962.
- [6] R. OUZIAUX et J. PERRIER. Mécanique des fluides appliquée. Tome I. p 121.

**B**

**TURBOMACHINES**

## 5. Essai de généralisation des notions de vitesse spécifique et de diamètre spécifique des turbomachines

### 5.1. Introduction.

Ce travail a pour origine une recherche pédagogique, destinée à simplifier l'exposé des notions de vitesse spécifique et de diamètre spécifique, en essayant de synthétiser les diverses définitions du nombre de tours spécifique utilisées par les constructeurs de différents pays, et de trouver une définition applicable aux diverses catégories de turbomachines, pompes et turbines hydrauliques, ventilateurs et turbocompresseurs, turbines à vapeur et à gaz.

Pour arriver à ce résultat, il apparaît indispensable d'employer des coefficients sans dimensions, ayant des propriétés analogues à la vitesse spécifique et au diamètre spécifique, mais dont la valeur numérique soit indépendante du système d'unités utilisé.

D'autre part la vitesse angulaire et le rayon extérieur du rotor ont été choisis comme référence, ceci afin d'obtenir des relations simples avec les coefficients de Rateau normalisés ( norme N.F.X.10 200 ). Dans un article récent, L. BOREL [1] adopte également ce choix de base en le justifiant par des considérations de symétrie axiale des turbomachines et par la simplicité des relations fondamentales entre vitesse angulaire, vitesse spécifique, puissance et couple, force d'inertie centrifuge.

Les coefficients sans dimensions proposés ont de nombreuses propriétés intéressantes et conduisent à des méthodes très concrètes dans la comparaison des propriétés des turbomachines et dans le choix d'une turbomachine ayant des caractéristiques données. Leur application à l'étude de la cavitation et de l'influence du nombre de Reynolds permet une simplification de la présentation des résultats expérimentaux.

On ne peut que souhaiter la généralisation de l'adoption de coefficients de cette nature, qui éviterait les transformations d'unités, toujours fastidieuses, lors de la lecture de documents étrangers.

### 5.2. Application des lois de l'analyse dimensionnelle à une turbomachine.

Nous considérerons les huit variables les plus courantes :

- le rayon extérieur du rotor . . . . . R (m) (L)
- la vitesse angulaire de rotation . . . . .  $\omega$  (rad/s) ( $T^{-1}$ )
- la masse volumique du fluide à l'aspiration ou admission  $\rho$  ( kg/m<sup>3</sup>) (ML<sup>-3</sup>)
- le débit volume . . . . .  $q_v$  (m<sup>3</sup>/s) (L<sup>3</sup>T<sup>-1</sup>)
- le travail massique net  $\int_1^2 v dp + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) = W_n$  (J/kg) (L<sup>2</sup>T<sup>-2</sup>)

- la puissance nette . . . . .  $\rho \cdot q_v \cdot W_m = P_n$  ( watts)  $(ML^2T^{-3})$
- la viscosité dynamique . . . . .  $\eta$  (poiseilles)  $(ML^{-1}T^{-1})$
- le coefficient de compressibilité . . . . .  $\chi$   $(m^2/N)$   $(M^{-1}LT^2)$

Les variables fondamentales sont : R (similitude géométrique),  $\omega$  (similitude cinématique), et  $\rho$  (similitude dynamique). On en tire donc les coefficients sans dimensions :

$\pi_1 = \frac{q_v}{R^{01} \omega^{01} \rho^{01}} = \frac{q_v}{\omega R^3} = \frac{q_v}{u R^2} = \delta$	coefficient de débit (en posant $u = \omega \cdot R =$ vitesse périphérique)
$\pi_2 = \frac{W_m}{R^{02} \omega^{02} \rho^{02}} = \frac{W_m}{\omega^2 R^2} = \frac{W_m}{u^2} = \mu$	<u>coefficient de travail net</u>
$\pi_3 = \frac{P_n}{R^{03} \omega^{03} \rho^{03}} = \frac{P_n}{\rho \omega^3 R^5} = \frac{P_n}{\rho u^3 R^2} = \zeta_m$	<u>coefficient de Puissance</u>
$\pi_4 = \frac{\eta}{R^{04} \omega^{04} \rho^{04}} = \frac{\eta}{\rho \omega R^2} = \frac{\eta}{\rho u R} = \frac{1}{Re}$	analogue à l'inverse d'un <u>nombre de Reynolds</u>
$\pi_5 = \frac{\chi}{R^{05} \omega^{05} \rho^{05}} = \chi R^2 \omega^2 \rho = \frac{R^2 \omega^2}{\frac{1}{\chi \rho}} = \frac{u^2}{a^2} = M^2$	analogue au carré d'un <u>nombre de Mach</u>

Nous ne reviendrons pas sur l'utilisation classique de ces coefficients sans dimensions.

A un coefficient numérique près, les coefficients de Rateau définis par les normes françaises jouent le même rôle que les coefficients de Stodola  $\varphi = \frac{q_v}{ND^3}$  (coefficient de débit) et  $\gamma = \frac{W_m}{N^2 D^5}$  (coefficient de travail net), plus fréquemment utilisés en Allemagne et aux U.S.A. ( N = vitesse de rotation en t/s).

### 5.3. Coefficients de vitesse angulaire spécifique $\Omega$ et de rayon spécifique $\Lambda$ .

#### 1. Rôle de ces coefficients.

La recherche des coefficients sans dimensions n'est pas limitative. En particulier il est très intéressant d'introduire directement dans le concept de similitude :

- soit la vitesse de rotation nécessaire pour réaliser certaines caractéristiques, sans considérer explicitement les dimensions de la machine.
- soit le rayon du rotor nécessaire pour obtenir ces caractéristiques, sans considérer explicitement la vitesse de rotation.

Ces concepts permettent des raisonnements très rapides dans la recherche de la vitesse ou du rayon optimaux dans une application donnée.

Remarques : Pour obtenir des relations simples avec les coefficients de Rateau nous choisirons le rayon extérieur du rotor comme paramètre géométrique de comparaison.

On pourrait utiliser les notations  $\omega_s = \Omega$  et  $r_s = \Lambda$  . Nous avons préféré les notations  $\Omega$  et  $\Lambda$  pour mieux marquer, par l'utilisation de lettres grecques, qu'il s'agit de coefficients sans dimensions par rapport aux notations classiques utilisant l'indice s .

Nous choisirons l'unité de masse comme référence, cette méthode ayant un caractère plus général, pouvant s'appliquer plus facilement aux turbomachines à fluide compressible.

2. Recherche des coefficients par l'analyse dimensionnelle.

2.1. Coefficient de vitesse angulaire  $\Omega$ .

On cherche un paramètre sans dimensions faisant intervenir  $q_v$ ,  $W_n$  et  $\omega$ , ou  $W_n$ ,  $P_n$  et  $\omega$ , à l'exclusion de la dimension linéaire R.

$$\pi_6 = \frac{\mu^{1/2}}{M^{3/4}} = \frac{q_v^{1/2}}{\frac{\omega^{1/2} R^{3/2}}{W_n^{3/4}}} = \omega \frac{q_v^{1/2}}{W_n^{3/4}} = \Omega = \text{coefficient de vitesse angulaire}$$

$$\pi_7 = \frac{\sigma_m^{1/2}}{\delta^{5/4}} = \frac{P_m^{1/2}}{\frac{\rho^{1/2} \omega^{3/2} R^{5/2}}{W_n^{5/4}}} = \omega \frac{P_m^{1/2}}{\rho^{1/2} W_n^{5/4}} = \Omega, \text{ identique au précédent, compte tenu de la relation :}$$

$$P_m = \rho \cdot q_v \cdot W_m$$

$$\Omega = \omega \frac{q_v^{1/2}}{W_m^{3/4}} = \omega \frac{P_m^{1/2}}{\rho^{1/2} W_m^{5/4}}$$

2.2. Coefficient de rayon  $\Lambda$ .

On cherche, par une méthode analogue, un paramètre sans dimensions faisant intervenir R,  $W_n$  et  $q_v$ , ou R,  $W_n$  et  $P_n$ , à l'exclusion de la vitesse de rotation.

$$\pi_8 = \frac{\mu^{1/4}}{\delta^{1/2}} = \frac{W_m^{1/4}}{\frac{\omega^{1/2} R^{1/2}}{q_v^{1/2}}} = R \frac{W_m^{1/4}}{q_v^{1/2}} = \Lambda = \text{coefficient de rayon}$$

$$\pi_9 = \frac{M^{3/4}}{\sigma_m^{1/2}} = \frac{W_m^{3/4}}{\frac{P_m^{1/2}}{\rho^{1/2} \omega^{3/2} R^{5/2}}} = R \frac{\rho^{1/2} W_m^{3/4}}{P_m^{1/2}} = \Lambda, \text{ identique au précédent, compte tenu de la relation :}$$

$$P_m = \rho \cdot q_v \cdot W_m$$

$$\Lambda = R \frac{W_m^{1/4}}{q_v^{1/2}} = R \frac{\rho^{1/2} W_m^{3/4}}{P_m^{1/2}}$$

3. Recherche directe des coefficients  $\Omega$  et  $\Lambda$ .

Nous utiliserons les relations élémentaires de similitude, établies à partir des triangles de vitesses de deux turbomachines semblables T et T',

ayant un rapport de vitesse angulaire  $k = \omega'/\omega$  et un rapport de similitude géométrique  $\lambda = R'/R$ .

On établit les relations générales :

$$\frac{W'_m}{W_m} = k^2 \lambda^2, \quad \frac{q'_v}{q_v} = k \lambda^3 \quad \text{et} \quad \frac{P'_m}{P_m} = k^3 \lambda^5$$

### 3.1. Coefficient de vitesse angulaire $\Omega$ .

C'est la vitesse angulaire d'une machine homothétique à la machine donnée et qui fournirait un débit volume  $q_v = 1 \text{ m}^3/\text{s}$  et un travail net de un joule par kilogramme.

Les relations précédentes donnent :

$$1/W_m = k^2 \lambda^2, \quad 1/q_v = k \lambda^3, \quad k = \frac{\Omega}{\omega}$$

et, en éliminant  $\lambda$  et  $k$  :  $\Omega = \omega \frac{q_v^{1/2}}{W_m^{3/4}}$

De même on peut opérer un calcul direct à partir de la puissance :  $\Omega$  est la vitesse angulaire d'une machine homothétique qui a une puissance nette de 1 watt et un travail net de un joule par kilogramme, le fluide transvasé ayant une masse volumique  $\rho = 1$  kilogramme par mètre cube.

### 3.2. Coefficient de rayon $\Lambda$ .

C'est le rayon d'une machine homothétique qui fournirait un débit de  $1 \text{ m}^3/\text{s}$  et un travail net de 1 joule par kilogramme.

Les relations élémentaires donnent :

$$\frac{1}{W_m} = k^2 \lambda^2, \quad \frac{1}{q_v} = k \lambda^3, \quad \lambda = \frac{\Lambda}{R}$$

et, en éliminant  $\lambda$  et  $k$  :  $\Lambda = R \frac{W_m^{1/4}}{q_v^{1/2}}$

Comme précédemment on peut aussi opérer un calcul direct à partir de la puissance nette.

**Remarque** : Pour exprimer  $\Omega$  et  $\Lambda$  en fonction des hauteurs et des pressions, il suffit de remplacer  $W_n$  par son expression :

$W_n = g \cdot h_n$ ,  $h_n$  étant la hauteur nette en mètres de la pompe ou de la turbine.

$W_n = \frac{\Delta X_m}{\rho}$ ,  $\Delta X_m$  étant la charge nette en pascals du ventilateur.

### 4. Relations avec les coefficients de Rateau.

En éliminant  $q_v$  et  $W_n$  ou  $P_n$  entre les relations du § 5.2.2., on démontre facilement les relations :

$$\delta = \frac{1}{\Omega \Lambda^3}, \quad \mu = \frac{1}{\Omega^2 \Lambda^2}, \quad \varepsilon_m = \frac{1}{\Omega^3 \Lambda^5}$$

qui peuvent aussi se déduire des relations élémentaires rappelées en haut de la page.

### 5. Relations avec les caractéristiques classiques $n_s$ et $d_s$ .

Rappelons que le nombre de tours spécifique  $n_s$  et le diamètre spécifique  $d_s$  ne sont pas des coefficients sans dimensions et que leur valeur dépend donc des unités utilisées.

5.1. Notations françaises.

Nombre de tours spécifique de débit ou fonction de Brauer, définie pour les pompes :

C'est le nombre de tours par minute d'une machine homothétique, fonctionnant en similitude, et fournissant une hauteur nette de  $h_n = 1$  m et un débit  $q_v = 1$  m<sup>3</sup>/s. A partir des relations précédentes on établit l'expression :

$$n_{dq} = n \frac{q_v^{1/2} \rightarrow (m^3/s)}{h_n^{3/4} \rightarrow (m)}$$

compte tenu de  $\omega = \frac{\pi n}{30}$  et  $W_n = g h_n$ , on en déduit :

$$\Omega = n_{dq} \cdot \frac{\pi}{30 g^{3/4}} = \frac{n_{dq}}{53}$$

Diamètre spécifique de débit : C'est le diamètre du rotor de la machine précédente :

$$d_{dq} = d \cdot \frac{h_n^{1/4} \rightarrow (m)}{q_v^{1/2} \rightarrow (m^3/s)}$$

compte tenu de  $R = d/2$  et  $W_n = g h_n$ , il s'ensuit que :

$$\Lambda = \frac{g^{1/4}}{2} d_{dq} = 0,885 d_{dq}$$

Nombre de tours spécifique de puissance, ou fonction de Cammerer, définie pour les turbines hydrauliques : C'est le nombre de tours par minute d'une turbine homothétique, fonctionnant en similitude, et fournissant une puissance sur l'arbre de 1 cheval sous une chute d'eau de 1 mètre.

$$n_{dp} = n \cdot \frac{P^{1/2} \rightarrow (ch)}{h_n^{5/4} \rightarrow (m)}$$

En négligeant l'influence du rendement :

$$P \rightarrow (ch) = \frac{h_n \rightarrow (m) \cdot q_v \rightarrow (m^3/s)}{0,075}$$

d'où :  $n_{dp} = \frac{n h_n^{1/2} q_v^{1/2}}{0,075^{1/2} h_n^{5/4}} = 3,65 n \frac{q_v^{1/2}}{h_n^{3/4}} = 3,65 n_{dq}$

et  $\Omega = \omega \frac{P_m^{1/2}}{\rho^{1/2} (g h_m)^{5/4}} = \frac{\pi n}{30} \frac{(736 P_m)^{1/2}}{1000^{1/2} \times 9,81^{5/4} \cdot h_m^{5/4}} = \frac{n_{dp}}{193,5}$

Diamètre spécifique de puissance. C'est le diamètre correspondant :

$$d_{dp} = d \cdot \frac{h_n^{3/4} \rightarrow (m)}{P^{1/2} \rightarrow (ch)}$$

d'où :  $d_{dp} = d \cdot \frac{h_n^{3/4}}{\frac{h_n^{1/2} q_v^{1/2}}{0,075^{1/2}}} = \frac{1}{3,65} \cdot d \cdot \frac{h_n^{1/4}}{q_v^{1/2}} = \frac{d_{dq}}{3,65}$

et :  $\Lambda = R \frac{\rho^{1/2} W_m^{3/4}}{P_m^{1/2}} = \frac{d}{2} \cdot \frac{1000^{1/2} \times 9,81^{3/4} \cdot h_m^{3/4}}{736^{1/2} P_m^{1/2} \rightarrow (ch)} = 3,23 d_{dp}$

5.2. Notations américaines. Par une méthode analogue on obtient :

$$N_s = N \frac{q_v^{1/2} \rightarrow (\text{cubic feet/s})}{h_m^{3/4} \rightarrow (\text{ft})}$$

$$\Omega = \frac{N_s}{129}$$

$$D_s = D \frac{h_m^{1/4} \rightarrow (\text{ft})}{q_v^{1/2} \rightarrow (\text{cubic feet/s})}$$

$$\Lambda = 1,17 D_s$$

5.4. Exemples simples de représentations dans le plan  $\Lambda, \Omega$ .

1. Représentation des caractéristiques d'une famille de ventilateurs

semblables.

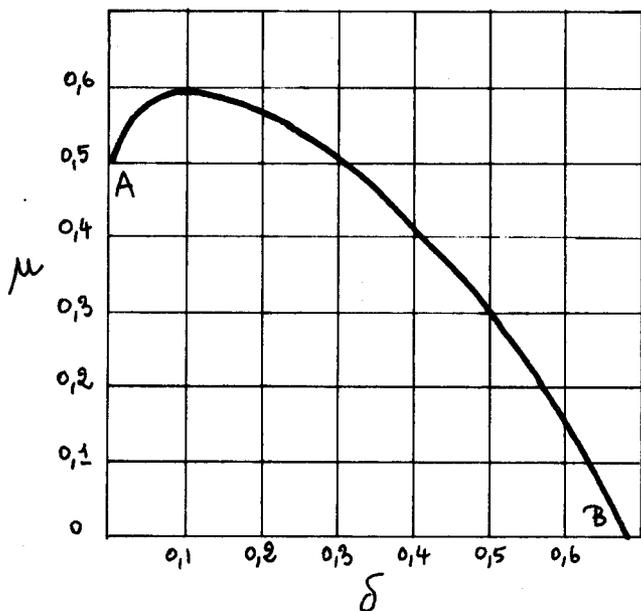


figure 5.1.

A titre d'exemple nous choisirons le cas le plus simple : celui des ventilateurs [2], en négligeant l'influence des nombres de Reynolds et de Mach.

La figure 5.1. représente une caractéristique classique de ventilateur, représentée dans le plan  $\mu, \delta$ .

Il est possible de graduer cette courbe en valeurs de  $\Omega$  et  $\Lambda$ .

$\Omega = \delta^{1/2} / \mu^{3/4}$  varie de zéro à l'infini depuis le point A (de débit nul) jusqu'au point B (de pression nulle).

$\Lambda = \mu^{1/4} / \delta^{1/2}$  varie de l'infini à zéro depuis le point A jusqu'au point B.

Inversement il est possible de représenter cette caractéristique dans le plan  $\Lambda, \Omega$ , en coordonnées logarithmiques (figure 5.2.) et de la graduer en valeurs de  $\mu$  et de  $\delta$ .

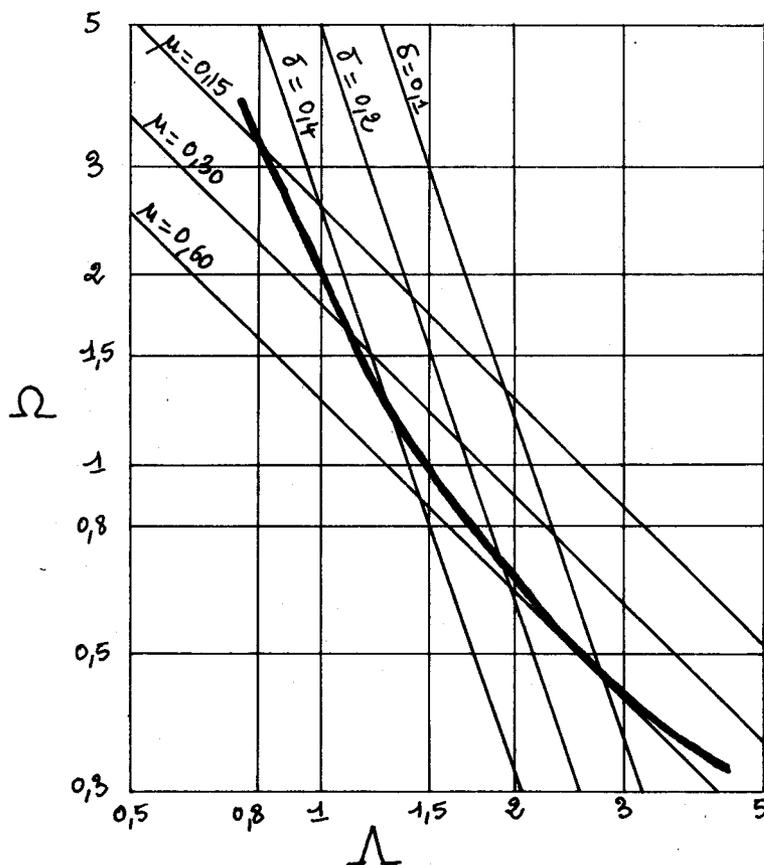


figure 5.2.

On peut aussi remarquer que, en coordonnées logarithmiques, les courbes :

$$\mu = 1 / \Omega^2 \Lambda^2 = Cte$$

se représentent par des droites de pente -1 et les courbes :

$$\delta = 1 / \Omega \Lambda^3 = Cte$$

par des droites de pente -3.

De même les courbes  $\zeta = Cte$  se représenteraient par des droites de pente -5/3.

Toutes les courbes caractéristiques peuvent aussi être graduées en valeur du rendement.

Nous verrons, dans la suite de l'étude que l'on peut représenter d'autres paramètres sans dimensions en prenant  $\Omega$  comme abscisse ou en portant des courbes isovaleurs dans le plan  $\Lambda, \Omega$ .

2. Calcul d'un ventilateur semblable pour un point de fonctionnement donné.

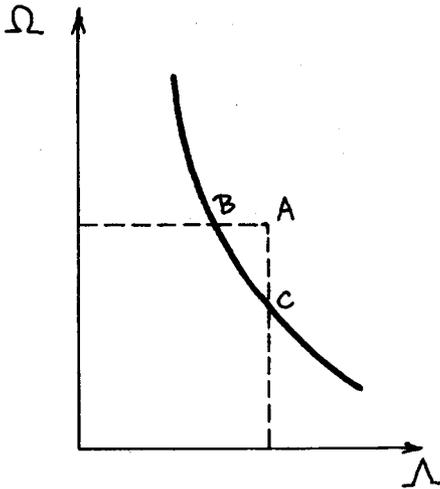


figure 5.3.

Pour un fluide de masse volumique  $\rho = \text{Cte}$ , on donne la charge nette  $\Delta X_n$  à fournir, le débit volume  $q_v$ , la vitesse angulaire maximale du rotor  $\omega_{\text{max}}$  et son diamètre maximal  $d_{\text{max}}$ .

Avec ces données il est possible de calculer  $\Omega$  et  $\Lambda$  et de placer le point figuratif A correspondant dans le plan  $\Lambda, \Omega$  (figure 5.3.).

Si le point A est au dessous de la courbe caractéristique du ventilateur, il est impossible de trouver un ventilateur semblable répondant aux conditions limites de vitesse et de rayon du rotor.

Si le point A est sur la courbe, il y a une seule solution limite.

Si le point A est au dessus de la courbe,

il y a deux solutions extrêmes :

- au point B, à vitesse maximale, on peut choisir un rayon :

$$R = R_{\text{max}} \frac{\Lambda_B}{\Lambda_A}$$

- au point C, à dimensions maximales, on peut choisir une vitesse :

$$\omega = \omega_{\text{max}} \frac{\Omega_C}{\Omega_A}$$

On peut aussi choisir toute solution intermédiaire correspondant à un point situé entre B et C, par exemple en se plaçant au maximum de rendement si la courbe est graduée en valeurs de  $\eta$ .

3. Ventilateur débitant sur un circuit ne comportant que des pertes de charge. Nous admettrons que ces pertes de charge sont de la forme  $\Delta p = k \cdot q_v^2$  et que la masse volumique  $\rho$  est sensiblement constante.

Comparons deux ventilateurs  $V_1$  et  $V_2$  débitant sur le même circuit. Le rapport de leurs vitesses angulaires est :

$$\frac{\Omega_2}{\Omega_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \left(\frac{q_{v2}}{q_{v1}}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{\Delta p_1}{\Delta p_2}\right)^{3/4} \text{ et, compte tenu de : } \frac{\Delta p_1}{\Delta p_2} = \left(\frac{q_{v1}}{q_{v2}}\right)^2$$

$$\frac{\Omega_2}{\Omega_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{q_{v2}}{q_{v1}} \quad (1)$$

Le rapport de leurs coefficients de rayon est :

$$\frac{\Lambda_2}{\Lambda_1} = \frac{R_2}{R_1} \cdot \left(\frac{\Delta p_2}{\Delta p_1}\right)^{1/4} \cdot \left(\frac{q_{v1}}{q_{v2}}\right)^{1/2}, \text{ qui se réduit à :}$$

$$\frac{\Lambda_2}{\Lambda_1} = \frac{R_2}{R_1} \quad (2)$$

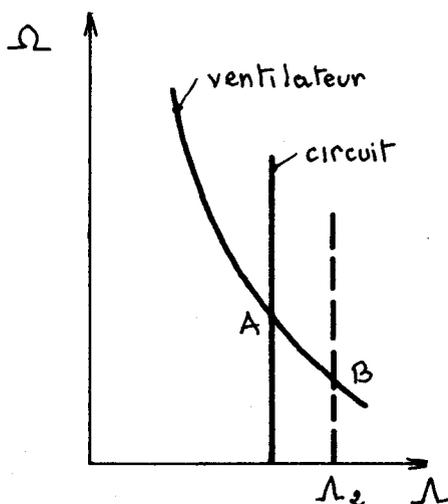


figure 5.4.

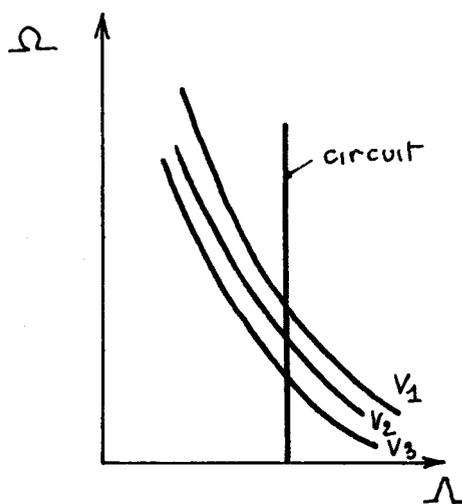


figure 5.5.

Pour une machine donnée,  $R_1 = R_2$ , et  $\Lambda = Cte$  représente la caractéristique du circuit (figure 5.4.). Le point A, à l'intersection des caractéristiques du circuit et du ventilateur, est le point de fonctionnement.

Examinons les méthodes utilisables pour augmenter le débit du ventilateur :

- pour un ventilateur donné ( $R = Cte$ ) on peut augmenter la vitesse. Le point de fonctionnement A ne varie pas et, d'après l'équation (1) :

$$q_{v_2}/q_{v_1} = \omega_2/\omega_1$$

- à vitesse constante on peut choisir un ventilateur semblable ayant un rayon  $R_2 > R_1$ . On a alors le nouveau point de fonctionnement B, défini par :

$$\Lambda_2 = \Lambda_1 \cdot \frac{R_2}{R_1} \quad (2) \text{ et le nouveau débit est donné par : } \frac{q_{v_B}}{q_{v_A}} = \frac{\Omega_A}{\Omega_B} \quad (1)$$

- à rayon constant et à vitesse constante, on peut aussi choisir un ventilateur d'un autre type (figure 5.5.). Les courbes  $V_1, V_2, V_3$  sont les caractéristiques de trois familles de ventilateurs. La courbe qui coupe la caractéristique verticale du circuit à la plus petite valeur de  $\Omega$  donnera le plus grand débit.

#### 4. Généralisation : Choix d'un ventilateur.

L'utilisation de la représentation en  $\Lambda, \Omega$  permet une comparaison concrète très rapide de plusieurs familles de ventilateurs semblables. La forme des expressions  $\mu = 1/\Omega^2 \Lambda^2$  et  $\delta = 1/\Omega \Lambda^3$  montre que ceux qui, à  $\Omega$  donné, ont un  $\Lambda$  minimal sont les plus intéressants et donneront le maximum de performances pour une taille minimale. On a évidemment intérêt à graduer la courbe en valeurs du rendement et à le faire intervenir aussi dans la comparaison.

D'autre part toute fonction de la vitesse et du rayon peut se représenter dans le plan  $\Lambda, \Omega$  et constituer un critère supplémentaire du choix. Par exemple on peut représenter des lignes d'égale puissance sonore (proportionnelle à  $\omega^5 R^9$ ) [3]. On constate expérimentalement que les types de ventilateurs qui ont un  $\Lambda$  minimal ont également une puissance sonore minimale.

En conclusion cette représentation en  $\Lambda$ ,  $\Omega$  facilite le choix d'un ventilateur. Elle permet de déterminer rapidement le rayon, la vitesse et le rendement des nombreux types de ventilateurs pouvant résoudre un problème donné. Elle montre simplement que le choix d'un  $\Lambda$  minimal diminuera le prix de revient et le bruit du ventilateur.

Ces utilisations du diagramme  $\Lambda$ ,  $\Omega$ , exposées dans le cas le plus simple, peuvent être étendues à tous les types de turbomachines.

### 5.5. Application à la classification générale des turbomachines.

#### 1. Principe de la classification.

Pour caractériser une turbomachine, on choisit le point de rendement maximal, ou point d'adaptation, correspondant en principe au point pour lequel la machine a été calculée.

La valeur du coefficient de vitesse angulaire en ce point caractérise la turbomachine d'une manière unique et cohérente. (Remarquons que l'on pourrait prendre également la valeur de  $\mu$ ,  $\sigma$  ou  $\Lambda$ ). Pour une machine à plusieurs étages, on considère le coefficient calculé pour un étage.

L'expérience montre que chaque type de turbomachine a son maximum de rendement dans un domaine restreint de valeurs du coefficient de vitesse angulaire. Le diagramme de la figure 5.6., dû à G.T. CSANADY [4], illustre la correspondance entre le type de turbomachine et le coefficient de vitesse angulaire au point d'adaptation

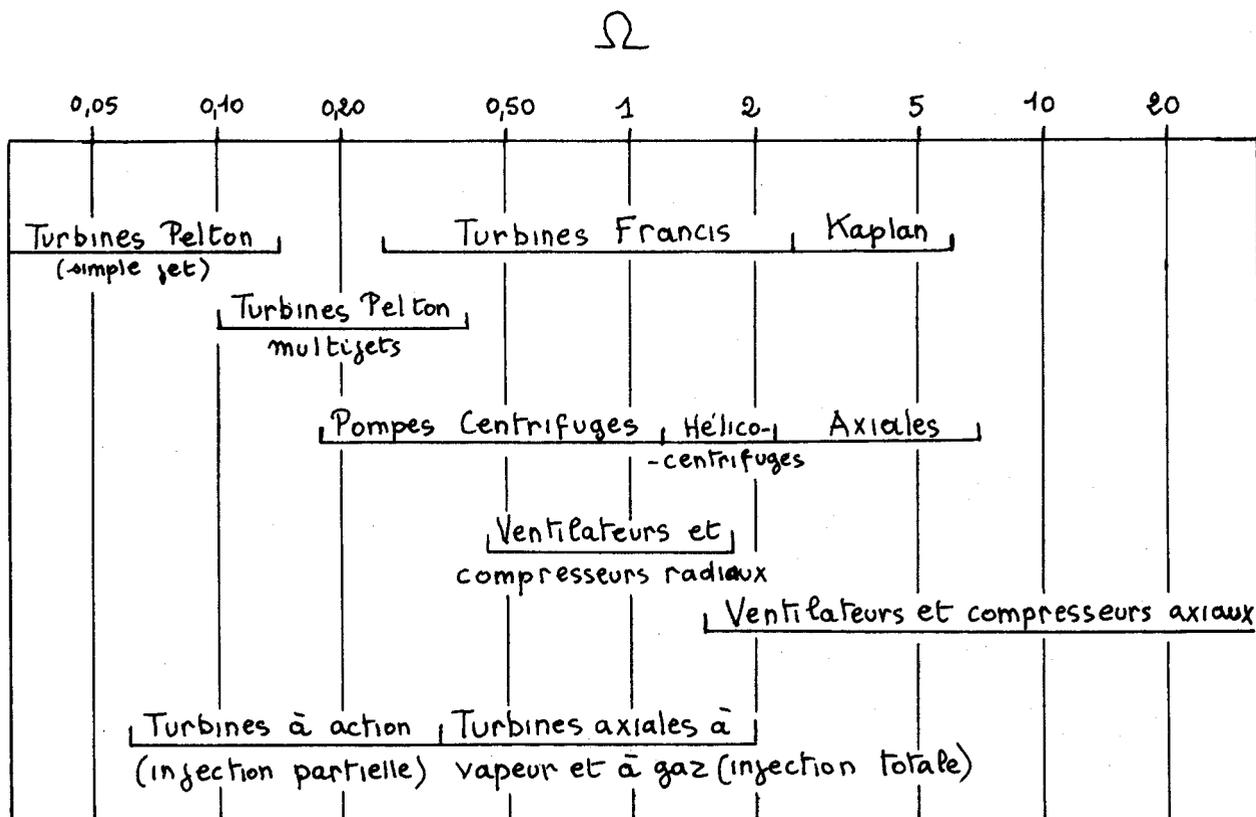


Figure 5.6. Classification des turbomachines

## 2. Influence du coefficient de vitesse angulaire sur la forme de la turbomachine.

Tous les traités de turbomachines étudient la variation de la forme du rotor en fonction de la vitesse spécifique. La figure 5.7., adaptée de M.SEDILLE [5], montre la corrélation existant entre la forme géométrique du rotor et les coefficients  $\delta$ ,  $\mu$ ,  $\Omega$ ,  $\Lambda$ .

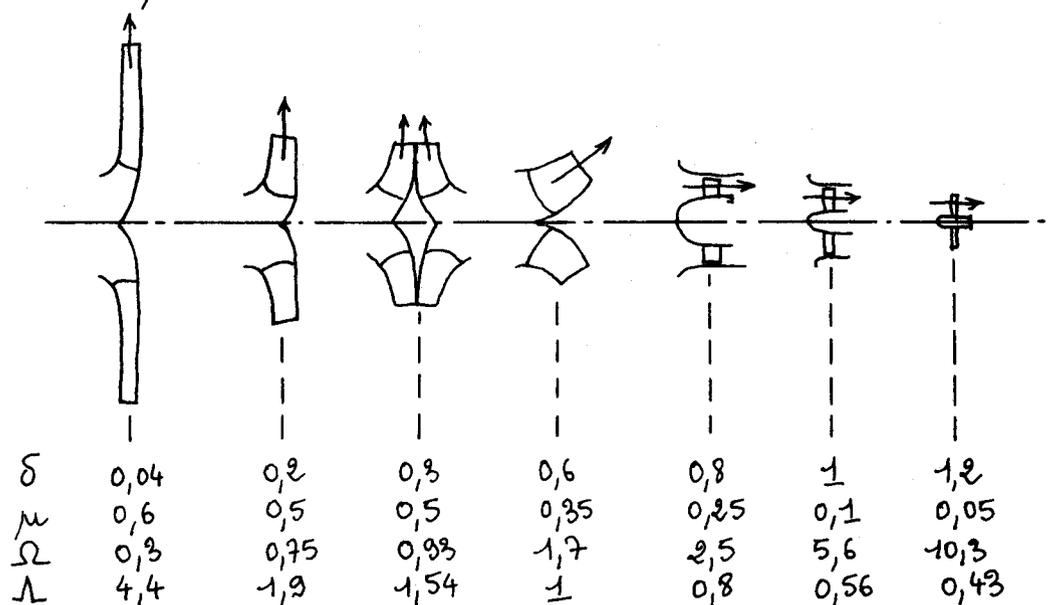


figure 5.7.

Ce diagramme est représenté approximativement à l'échelle des  $\Lambda$ . Il concerne les pompes, les compresseurs et les ventilateurs. Pour les valeurs de  $\Omega < 0,3$  on est conduit à utiliser des machines multicellulaires comportant un certain nombre de roues en série. Pour des valeurs encore plus faibles, seules des machines volumétriques peuvent convenir.

On peut tracer des diagrammes analogues pour les turbines hydrauliques ou pour les turbines à vapeur et à gaz.

## 3. Représentation graphique de Cordier.

On peut représenter l'ensemble des points ou zones d'adaptation des turbomachines sur le plan  $\mu$ ,  $\delta$  ou sur le plan  $\Lambda$ ,  $\Omega$ . Le principe de cette dernière méthode est dû à CORDIER [6].

La figure 5.8. représente un tel diagramme, établi pour les pompes et les ventilateurs, mais pouvant servir, en première approximation, pour l'ensemble des turbomachines.

Evidemment ce diagramme a un sens statistique : à partir d'un point de ce diagramme il est toujours possible de dessiner une machine ayant un bon rendement. Il existe cependant des machines dont le point figuratif ne se place pas sur le diagramme : c'est le cas si le rendement n'est pas l'objectif principal recherché. Par exemple, pour un ventilateur centrifuge, il peut être préférable dans certains cas de sacrifier un peu le rendement pour diminuer le prix de la machine et le bruit.

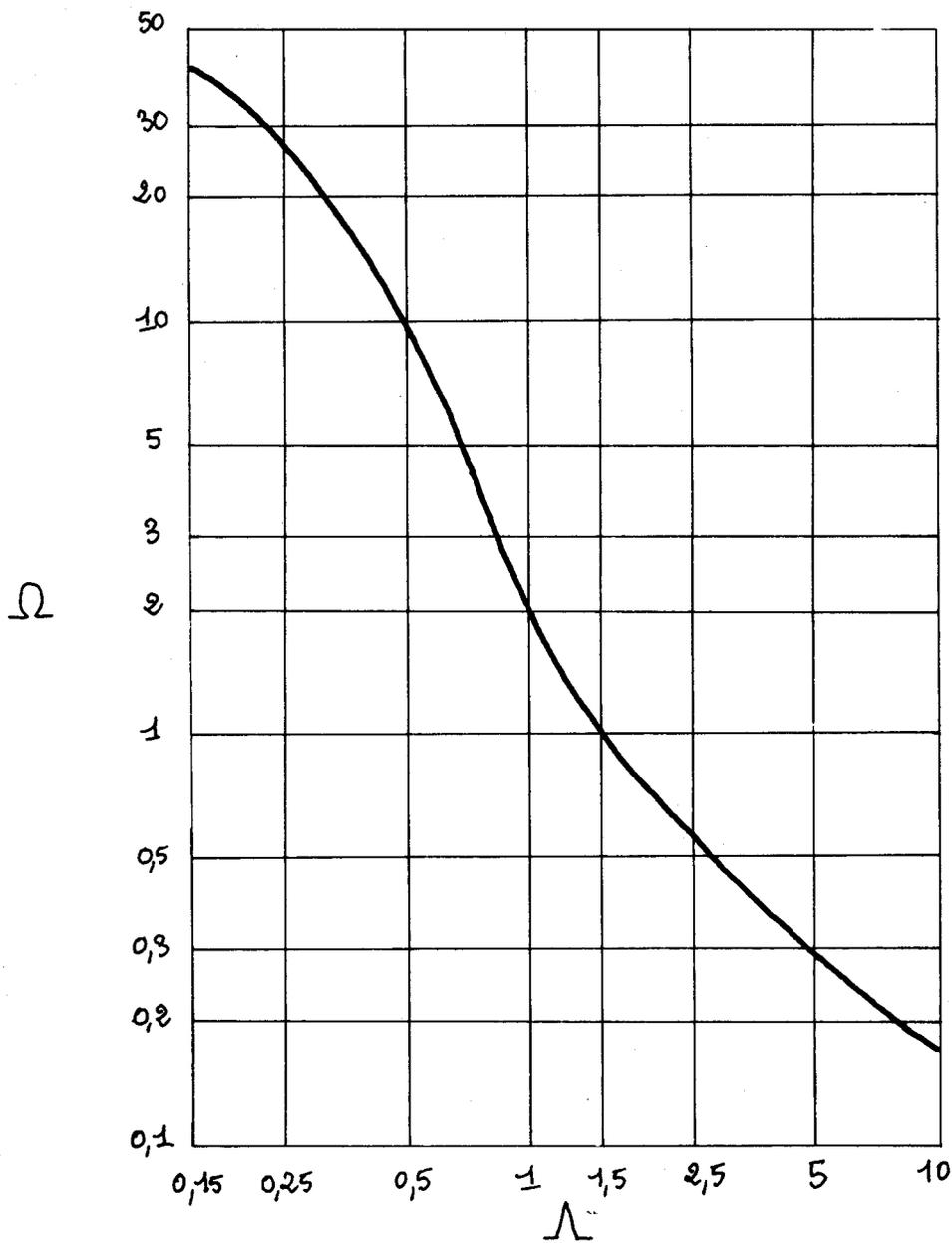


figure 5.8. Diagramme de CORDIER

#### 4. Utilisation pratique.

Pour les caractéristiques de base du projet (débit-volume, travail massique net, vitesse de rotation), il est possible de calculer le coefficient de vitesse angulaire  $\Omega$ . En se reportant au diagramme de Cordier on en tire  $\lambda$ , puis  $\mu$  et  $\delta$ . On en déduit l'allure géométrique du rotor par des diagrammes analogues à celui de la figure 5.7. ou par les courbes d'égale proportion du rotor tracées sur la figure 5.9.

En général on a intérêt à choisir la vitesse de rotation la plus élevée possible,  $\Omega$  étant proportionnelle à  $\omega$ , ce qui diminue le coefficient de rayon et, par conséquent les dimensions de la machine projetée et son prix de revient.

On est limité par :

- des considérations de résistance des matériaux.
- des phénomènes de cavitation.
- des phénomènes soniques, qui sont ici négligés en première approximation, mais nécessitent des corrections.

La série de machines d'un constructeur est discontinue mais, si les caractéristiques des diverses familles de turbomachines existantes sont tracées sur le diagramme  $\Lambda, \Omega$ , on dispose de tous les éléments pour choisir la série de machines qui s'adapte le mieux au problème posé.

5. Généralisation.

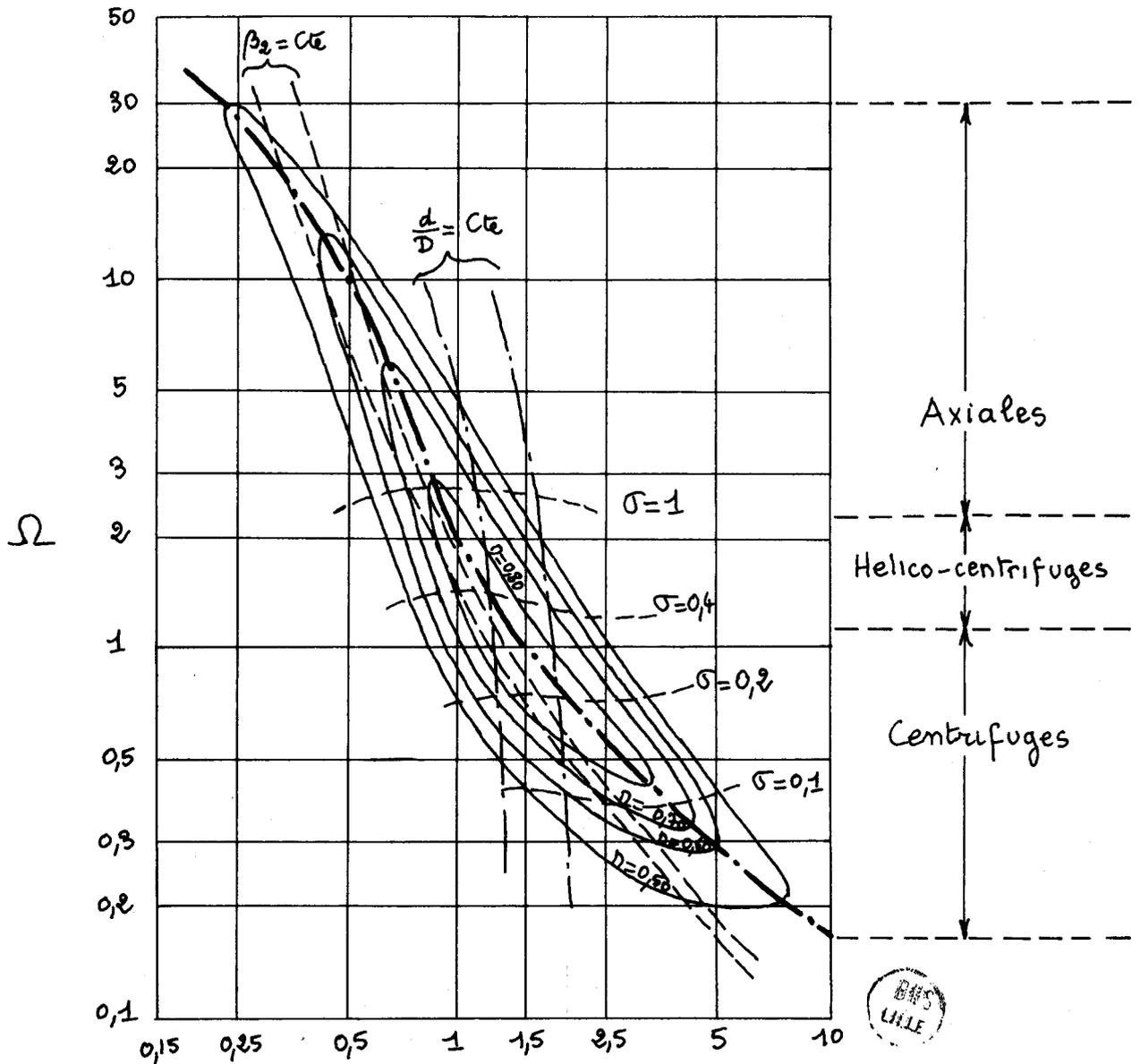


figure 5.9.



Pour toutes les turbomachines de même nature, on peut tracer sur le plan  $\Lambda, \Omega$ , toutes les caractéristiques de toutes les familles de machines d'un même constructeur (ou de toutes les machines de bonne construction) et tracer :

- les courbes d'égal rendement.
- les courbes d'égal angle de sortie  $\beta_2$ .
- les courbes d'égal rapport d'ouïe/D extérieur, ou d'autres rapports caractérisant les dimensions relatives du rotor.
- les courbes d'égal coefficient de Thoma  $\sigma = \text{N.P.S.H.}/h_n$ , caractérisant le début de cavitation.
- les courbes d'égal puissance sonore.
- les courbes d'égal  $\mu$ , d'égal  $\delta$  et d'égal  $\xi$  .(voir fig.5.2.)

La figure 5.9. donne l'allure d'un tel tracé. On retrouve la courbe de Cordier comme lieu des rendements optimaux. Ces informations la complètent et permettent de représenter à la fois le rendement maximal et la géométrie optimale de toutes les turbomachines de même nature, sous une forme générale et très commode.

Elle permet d'englober la notion de parenté des turbomachines proposée par M.M. R.C.CHAPPUIS et J.DE LA COMBE [7] .

Cette représentation peut être utilisée pour d'autres types de turbomachines. On en trouvera des exemples, présentés sous une forme différente, dans les publications de O.E.BALJE [8] .

#### 5.6. Application à l'étude de la cavitation.

##### 1. Influence du coefficient de vitesse angulaire $\Omega$ sur le paramètre de Thoma $\sigma$ .

Rappelons que l'apparition de la cavitation est caractérisée par la charge maximale nécessaire à l'entrée de la pompe :

$$h_1 = \frac{c_1^2}{2g} + \lambda \frac{w_1^2}{2g}$$

encore appelée N.P.S.H. requis par la pompe ( Net Positive Suction Head)

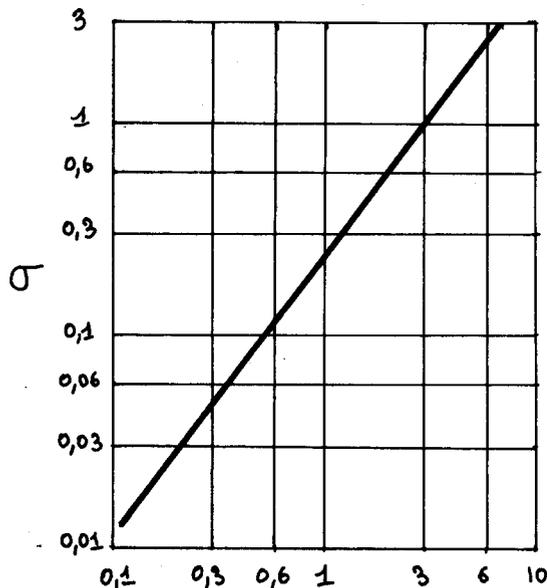


figure 5.10.

On la caractérise aussi par le paramètre de Thoma,  $\sigma = h_1/h_n$ , sans dimensions, surtout utilisé pour les turbines hydrauliques, où la hauteur nette de chute est une donnée de base.

Toutes les roues de la figure 5.7. , ayant leur diamètre proportionnel à  $\Lambda$ , donnent le même débit et la même hauteur quand elles tournent à des vitesses respectivement proportionnelles à  $\Omega$  . Par conséquent quand  $\Omega$  croît les diamètres diminuent et, le débit étant constant, la vitesse  $c_1$  augmente ainsi que  $h_1$  et  $\sigma$  .

Pour toutes les pompes de construction normale on peut donc tracer, pour le point d'adaptation, un diagramme donnant  $\sigma$  en fonction de  $\Omega$  (figure 5.10.) et qui traduit en fait les intersections des courbes  $\sigma = Cte$  et de la courbe de Cordier dans la fig.5.9.

En coordonnées logarithmiques le diagramme  $\sigma(\Omega)$  est approximativement une droite de pente  $4/3$ .

## 2. Coefficient de vitesse angulaire d'aspiration $\Omega_1$ .

On caractérise aussi l'apparition de la cavitation par des coefficients sans dimensions analogues aux coefficients de Rateau, calculés à partir du N.P.S.H.  $h_1$ , de la vitesse périphérique à l'aspiration  $u_1$  et du rayon à l'ouïe d'aspiration  $r_1$  :

$$\mu_1 = \frac{g h_1}{u_1^2} \quad \text{et} \quad \delta_1 = \frac{q_v}{u_1 r_1}$$

On peut aussi poser, de façon analogue à Stépanoff [9],

$$\Omega_1 = \frac{\delta_1^{1/2}}{\mu_1^{3/4}} = \frac{\omega q_v^{1/2}}{(g h_1)^{3/4}} = \text{coefficient de vitesse angulaire d'aspiration,}$$

soit, en introduisant le paramètre de Thoma,

$$\Omega_1 = \omega \frac{q_v^{1/2}}{(g \sigma h_m)^{3/4}} = \frac{\Omega}{\sigma^{3/4}}$$

On constate expérimentalement que, pour les pompes de construction normale,  $\Omega_1 \approx 3 = \text{Cte.}$

On en tire :  $\sigma = \left(\frac{\Omega}{\Omega_1}\right)^{4/3} = 0,23 \Omega^{4/3}$ , ce qui est très sensiblement l'équation de la droite de la figure 5.10.

Evidemment toutes ces relations ont un sens statistique et sont applicables à des pompes de construction normale. Il est possible d'étudier spécialement des rotors ayant un N.P.S.H. beaucoup plus faible.

On a récemment constaté que  $\Omega_1$  croît légèrement pour les grandes valeurs de  $\Omega$ .

Remarque : Par une méthode analogue on peut définir un coefficient de vitesse angulaire de refoulement :

$$\Omega_2 = \omega \frac{q_v^{1/2}}{(g h_2)^{3/4}} \quad \text{avec} \quad h_2 = \frac{c_{m2}^2}{2g} \quad (c_{m2} = \text{vitesse débitante à la sortie de la roue})$$

D'après Stépanoff,  $\Omega_2$  ne dépend que de l'angle de sortie du rotor, pour tous les rotors de construction normale, ce qui facilite les comparaisons entre les turbomachines parentes.

## 5.7. Conclusion.

Les coefficients sans dimensions  $\Omega$  et  $\Lambda$ , tout en se présentant sous une forme très générale, jouent un rôle analogue aux vitesses spécifiques  $n_{sp}$  et  $n_{sq}$  et aux diamètres spécifiques  $d_{sp}$  et  $d_{sq}$  mais apportent une grande simplification, due à la fois :

- à leur caractère non dimensionnel.
- à leur universalité, évitant la distinction entre vitesses spécifiques de puissance et de débit.
- à la simplicité des expressions les reliant aux coefficients de Rateau.

Les exemples donnés montrent que la généralisation de leur emploi est très commode pour la solution de nombreux problèmes pratiques que doit résoudre le constructeur de turbomachines. Nous verrons, au chapitre 6, une autre application très intéressante à l'étude de l'influence du nombre de Reynolds.

Nous souhaitons que la norme N.F.10 200 puisse être complétée sur ce point et, avec L. BOREL [1], qu'un système définitif de paramètres adimensionnels soit élaboré sur le plan international.

Il faut cependant insister sur le fait que la plupart des informations données par les diagrammes  $\Lambda$ ,  $\Omega$  ont un sens statistique et qu'elles évolueront dans le temps, avec les progrès de la construction des machines et des études théoriques qui permettront de calculer les pertes avec plus d'exactitude en fonction de la géométrie des rotors.

Cette dernière remarque ne modifie pas la validité du concept : l'utilisation des notions de coefficient de vitesse angulaire  $\Omega$  et de coefficient de rayon  $\Lambda$  est sans doute l'une des méthodes qui permettent de représenter et de comparer de manière la plus commode et la plus universelle les propriétés de toutes les turbomachines. Leur utilisation peut aussi s'étendre aux machines volumétriques.

Notons enfin que G.F.WISLICENUS [10] a proposé récemment d'étendre la notion de vitesse spécifique à d'autres domaines, en introduisant des variables complémentaires telles que la viscosité cinématique, la contrainte admissible dans le matériau, le module d'élasticité et la vitesse du son. Il est alors possible de définir des coefficients de vitesse angulaire de viscosité, de contrainte, de déformation, de compressibilité, qui permettent une classification et un choix des turbomachines à ces divers points de vue.

#### 5.8. Bibliographie.

- [1] L. BOREL : Chiffres caractéristiques adimensionnels en turbomachines.  
Bulletin technique Vevey 1967 p 38/51
- [2] N.J.LIPSTEIN : Selecting a fan.  
Mechanical Engineering (A.S.M.E. New York) nov.1961 p 45/49
- [3] C.M. HARRIS : Handbook of noise control.  
Mc Graw Hill New York 1957.
- [4] G.T.CSANADY : Theory of turbomachines.  
Mc Graw Hill New York 1964
- [5] M.SEDILLE : Turbomachines hydrauliques et thermiques. Tome II.  
Masson et Cie. Paris.1967.
- [6] O.CORDIER : Ähnlichkeitsbedingungen für stromungsmaschinen.  
Brennstoff.Wärme.Kraft. Oct.1953.p.337/340.
- [7] A.JUDET DE LA COMBE : A propos des coefficients réduits utilisés pour les turbomachines. Courrier des Ets.NEU. Lille. Avril 1967.p.2/5.
- [8] O.E.BALJE : A study on design criteria and matching of turbomachinery.  
Journal of engineering for power (A.S.M.E.) janvier 1962.p.83/114.
- [9] A.J.STEPANOFF et H.A.STAHL : Dissimilarity laws in centrifugal pumps and blowers. Journal of engineering for power. oct.1961.P.381/391.
- [10] G.F.WISCILENUS : An attempt to generalize similarity considerations of compressors and pumps. J.of engineering f.power.avril 1968.P.144/145.

## 6. Influence de la viscosité et des jeux sur le fonctionnement d'une pompe centrifuge

### 6.1. Introduction.

Le service de Monsieur D.CORNETTE, chef d'entretien à la Société FINALENS, était chargé de la maintenance d'un parc important de pompes centrifuges diverses. Celui-ci m'a donc suggéré de choisir un sujet de mémoire d'ingénieur C.N.A.M. dans ce domaine, désirant initialement réaliser un travail pédagogique, fruit de son expérience pratique, et destiné essentiellement à la formation de ses adjoints.

J'ai accepté son idée, mais en lui demandant d'entreprendre quelques mesures expérimentales. Après inventaire des possibilités de son atelier d'entretien et du matériel de mesure que le laboratoire de l'E.N.S.A.M. pouvait lui prêter, nous avons décidé d'étudier l'influence de la viscosité et des jeux sur le fonctionnement d'une pompe centrifuge. [1]

L'étude de la viscosité nous a amenés à vérifier les suggestions de CSANADY [2] et STEPANOFF [3] sur l'intérêt de l'utilisation de la notion de vitesse spécifique dans la présentation et l'exploitation des résultats.

L'analyse de l'influence des jeux sur les caractéristiques nous a conduits ensuite à étudier séparément l'influence du jeu radial, puis du jeu axial, sur les diverses performances de la pompe.

### 6.2. Etude expérimentale de l'influence de la viscosité.

#### 1. Description du banc d'essais. Fluides utilisés.

Le banc comprenait :

- une pompe centrifuge comportant une roue à deux flasques et une ouïe, diamètre extérieur de la roue : 140 mm, de caractéristiques nominales avec de l'eau à 2900 t/mn : hauteur nette = 25 m, débit volume =  $7 \text{ m}^3/\text{h}$ .
- un moteur dynamométrique à courant continu pouvant développer 9 kW à 3000 t/mn.
- un bac jaugeur à deux compartiments pour mesure du débit.
- le matériel classique de mesure des vitesses, pressions, températures.

De façon à maintenir constante la température du fluide pompé au cours des divers essais, la tuyauterie d'aspiration de la pompe était munie d'une double enveloppe permettant d'y faire circuler, soit un fluide de refroidissement (eau), soit un fluide de réchauffage (vapeur).

Les fluides utilisés ont été l'eau, le gas oil, l'huile REGAL A et l'huile S.A.E.40. Dans la suite de l'exposé, ces deux dernières huiles seront dénommées respectivement huiles A et B. La figure 6.1. représente les courbes de variation de la viscosité cinématique en fonction de la température pour les trois derniers fluides, établies expérimentalement par nos soins.

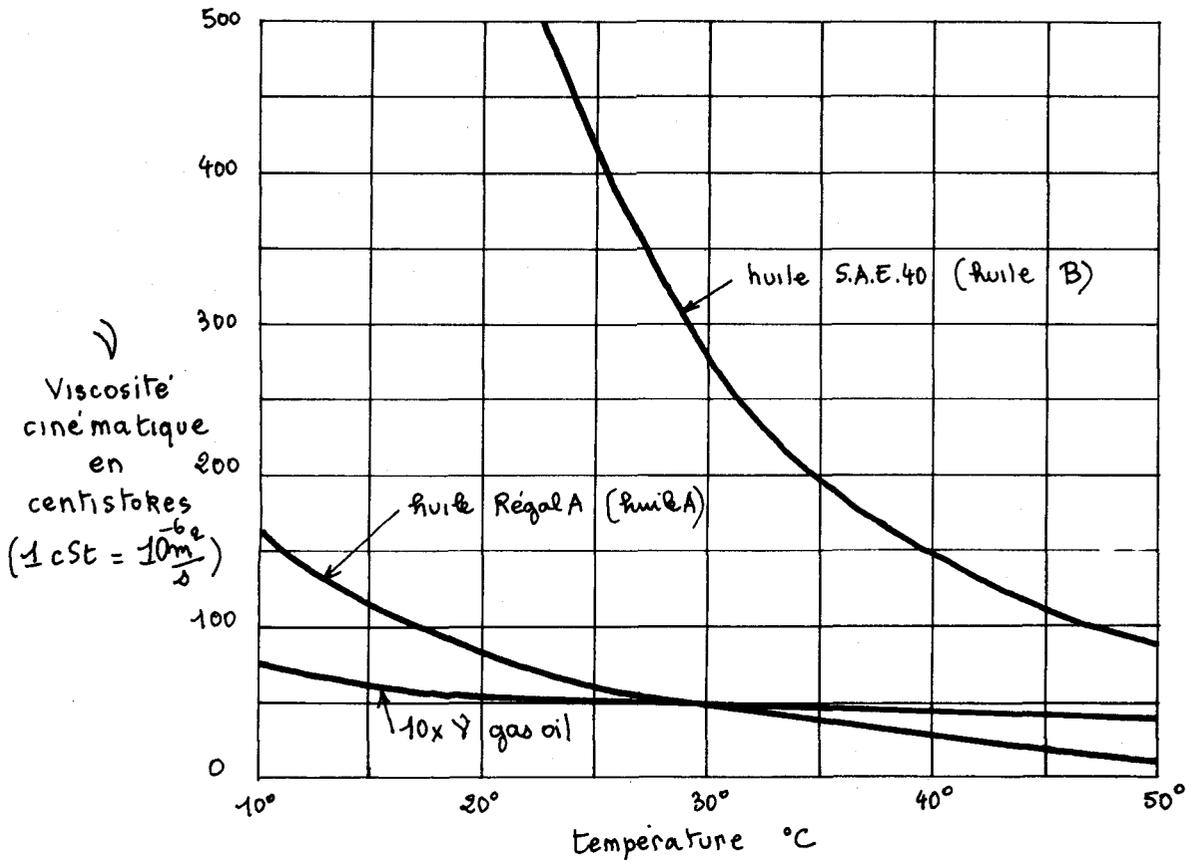


figure 6.1.

## 2. Courbes caractéristiques globales à vitesse constante.

Les courbes caractéristiques de la hauteur nette et du rendement global de la pompe en fonction du débit volume sont représentées par la figure 6.2. L'augmentation progressive de la viscosité se traduit évidemment par une dégradation des performances de la pompe.

Les pertes de charge dans l'écoulement interne à la pompe sont des fonctions croissantes de la viscosité. Une plus grande partie de la hauteur indiquée est donc utilisée à compenser ces pertes de charge, ce qui se traduit par une diminution de la hauteur nette.

On peut remarquer que cette influence est bien négligeable à débit nul, pour lequel les pertes de charge restent très faibles, même s'il y a un petit débit de fuite, et que toutes les courbes ont bien la même hauteur nette pour  $q_v = 0$ . A faible débit on peut même dire que l'augmentation de viscosité est favorable dans une certaine mesure, puisque l'augmentation des pertes de charge qu'elle entraîne se traduit par une disparition de la "bosse" de la caractéristique  $h_n(q_v)$  et la suppression de tout phénomène de "pompage" et d'instabilité dans cette zone de fonctionnement.

Notons cependant que la conservation de la hauteur nette à débit nul n'est pas générale, et que si le jeu entre le diamètre extérieur de la roue et le stator de la pompe est très important, la viscosité intervient dans la rotation du fluide dans ce jeu, modifiant ainsi cette valeur initiale de la hauteur nette. [4]

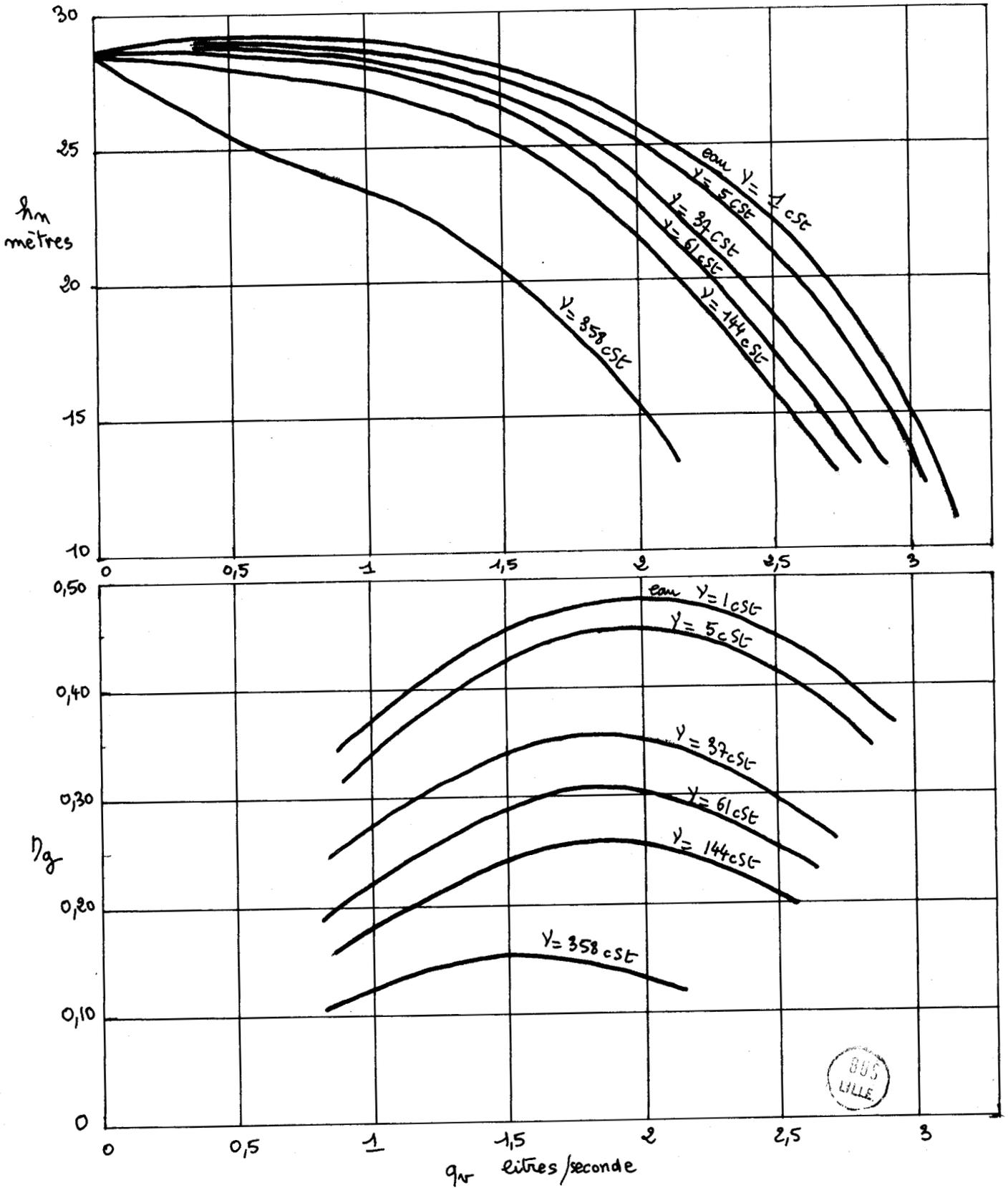


figure 6.2.

On constate que les courbes de rendement global se dégradent beaucoup plus que les courbes de hauteur nette. Ce fait est dû à l'augmentation des pertes par frottement fluide à l'extérieur de la roue, pertes qui doivent être fournies par le moteur d'entraînement bien qu'elles n'interviennent pas directement dans le calcul de la hauteur nette. Ces pertes se traduisent par un échauffement du fluide contenu entre les flasques de la roue et le stator, échauffement favorable puisqu'il diminue la viscosité du fluide intersticiel, contribuant ainsi à réduire les pertes. Nous reviendrons sur ce point au § 7.

### 3. Courbes de similitude.

La définition des coefficients de similitude d'une turbomachine a été rappelée au § 5.2. Pour une pompe centrifuge, la compressibilité du fluide est négligeable et la similitude complète exige l'égalité des nombres de Reynolds, des coefficients de débit  $\delta$  et des coefficients de hauteur nette  $\mu$ .

La figure 6.3. représente les caractéristiques  $\mu(\delta)$  obtenues pour trois fluides de viscosité différente et pour trois vitesses de rotation.

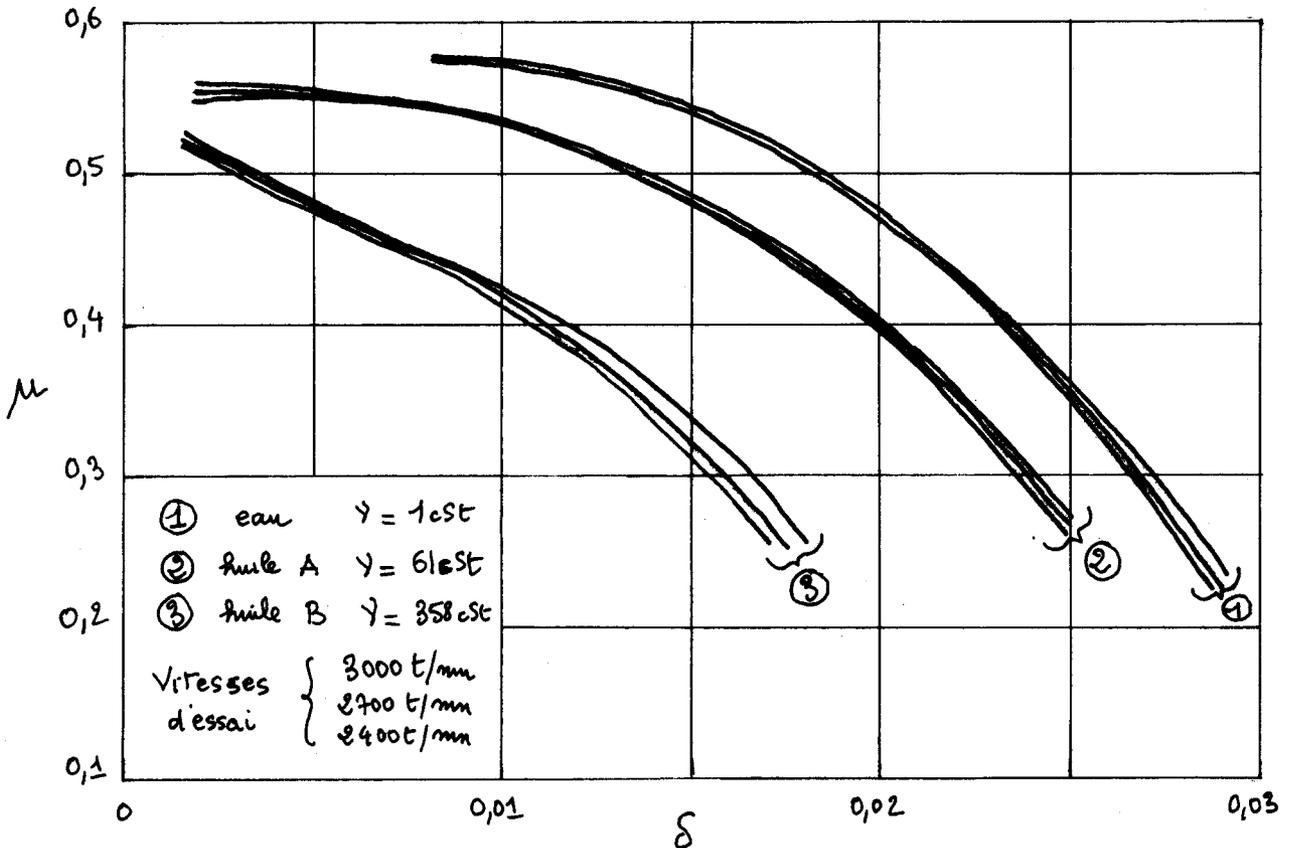


figure 6.3.

Pour un fluide donné les variations du nombre de Reynolds dues à la vitesse de rotation ne sont pas très importantes et jouent un rôle secondaire. On peut se contenter de conditions de similitude restreinte, négligeant le nombre de Reynolds, et qu'il est possible d'établir directement à partir de la similitude géométrique des triangles de vitesses. En particulier, dans le cas de l'eau, l'écoulement interne est turbulent rugueux, les coefficients de pertes de charge linéaire  $\lambda$  sont sensiblement constants, les pertes de charge suivent donc la loi de similitude des

hauteurs et, de ce fait, les lois de similitude sont très bien vérifiées. Pour les autres fluides l'écoulement est turbulent lisse et la concordance des résultats obtenus pour un même fluide est un peu moins bonne.

La variation notable du nombre de Reynolds obtenue par le changement de fluide joue au contraire un rôle essentiel et ne peut être négligée dans l'étude de la similitude, comme le montrent les écarts importants que l'on constate sur la figure 6.3. pour des fluides de viscosité différente. Qualitativement on pourrait en tirer les mêmes conclusions que celles déjà données dans l'interprétation des courbes de la figure 6.2.

On pourrait aussi interpréter de manière analogue les courbes  $\eta_g(\delta)$ , non représentées ici, et pour lesquelles la concordance est un peu moins bonne pour un même fluide, à cause de l'influence des pertes mécaniques et des pertes par frottement de disques sur le fluide extérieur.

### 6.3. Recherche de facteurs de correction de viscosité.

Les essais précédents montrent que les courbes caractéristiques obtenues pour différentes viscosités ont une forme voisine. Reprenant un mode de représentation signalé par CSANADY [2] et STEPANOFF [3], nous avons tracé des courbes représentant la variation, à vitesse de rotation constante, du coefficient de hauteur nette  $\mu$  et du rendement global  $\eta_g$  en fonction du coefficient de vitesse angulaire  $\Omega$  défini au § 5.3. ( figure 6.4.)

On peut y remarquer que les courbes de  $\mu$  et de  $\eta_g$  se déduisent respectivement des courbes correspondantes pour l'eau par une affinité verticale, de rapport constant et dépendant uniquement de la viscosité du fluide, ou plus généralement d'un nombre de Reynolds global  $R = u.R/\gamma$ , défini à partir de la vitesse périphérique du rotor, du rayon extérieur et de la viscosité cinématique.

En posant :

$$f_h = \frac{\mu \text{ pour le fluide étudié}}{\mu \text{ pour l'eau}} \quad (\text{ pour le même } \Omega) = \text{facteur de correction de hauteur}$$

$$f_\eta = \frac{\eta_g \text{ pour le fluide étudié}}{\eta_g \text{ pour l'eau}} \quad (\text{ pour le même } \Omega) = \text{facteur de correction de rendement}$$

la figure 6.4. conduit aux résultats suivants, représentés figure 6.5. :

$R$	$1,54 \cdot 10^6$	$3 \cdot 10^5$	$4,2 \cdot 10^4$	$2,5 \cdot 10^4$	$1,1 \cdot 10^4$	$4,3 \cdot 10^3$
$f_h$	1	0,977	0,944	0,922	0,902	0,804
$f_\eta$	1	0,944	0,7	0,62	0,538	0,324

La majorité des pompes opère normalement en régime turbulent rugueux, à de grands nombres de Reynolds et la correction est négligeable.

Les courbes caractéristiques avec de l'eau et les facteurs de correction étant connus, il est facile de tracer, avec une excellente approximation, les courbes caractéristiques de la pompe pour un fluide quelconque.

On constate que le facteur de correction de hauteur commence à diminuer à un nombre de Reynolds inférieur à celui correspondant à la diminution du fac-

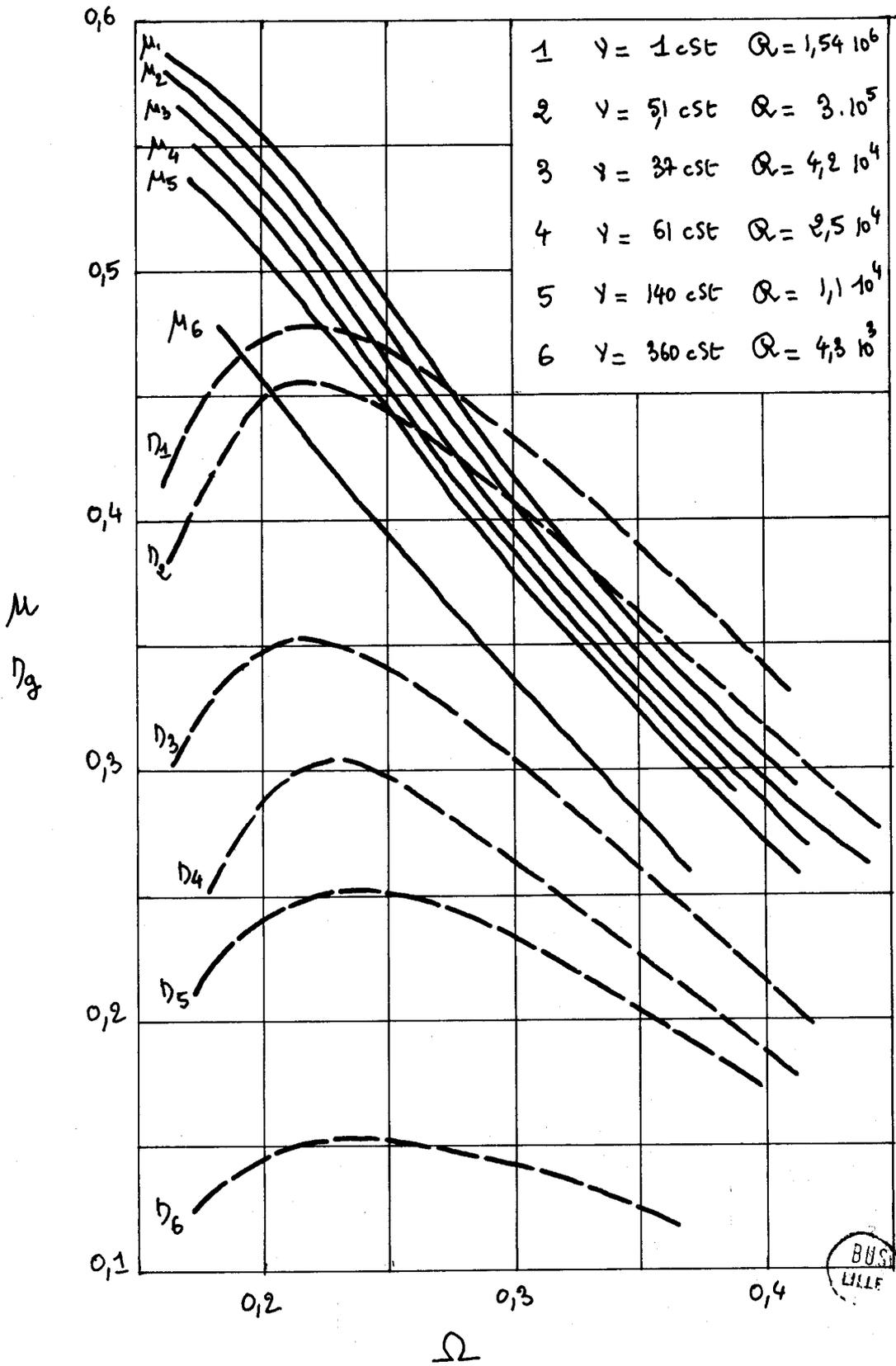
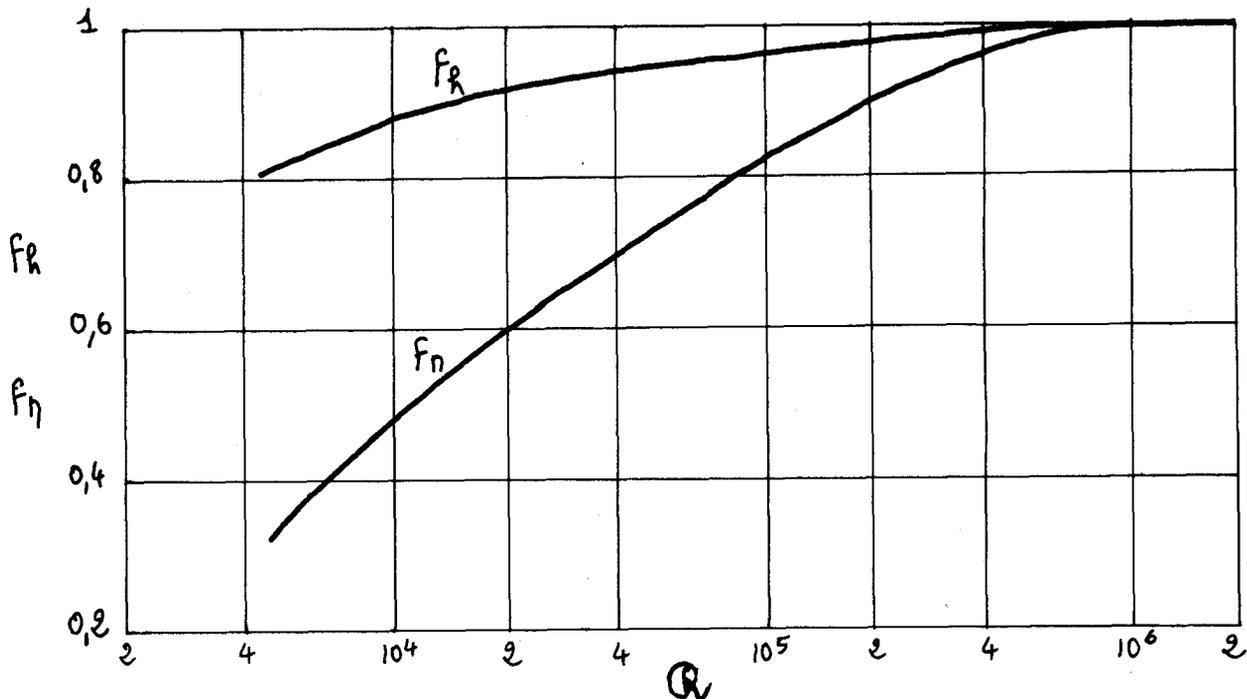


figure 6.4.



figure 6.5.



teur de correction de rendement. Ce fait est dû à l'augmentation d'épaisseur des couches limites qui produisent des contractions de la veine, augmentant ainsi les vitesses d'écoulement. La hauteur indiquée d'Euler augmente donc, compensant partiellement les pertes de charge.

Il est difficile de généraliser les facteurs de correction de hauteur et de rendement et de tracer un seul diagramme intéressant l'ensemble des pompes centrifuges. Ceci est dû au choix du rayon extérieur comme longueur de référence : pour des rotors de forme très différente, le rayon hydraulique des canaux n'est pas dans un rapport constant avec le rayon extérieur et le nombre de Reynolds choisi ( $R = u.R/\nu$ ) ne peut caractériser d'une manière universelle la nature de l'écoulement.

Des essais complémentaires seraient nécessaires pour vérifier que l'affinité utilisée existe bien pour d'autres types de turbopompes, pour établir les courbes de facteurs de correction correspondantes et pour étendre éventuellement ces propriétés à d'autres types de turbomachines.

#### 6.4. Influence du jeu radial à l'ouïe d'aspiration sur les courbes caractéristiques.

Avec le même matériel que dans les essais précédents, nous avons augmenté successivement le jeu  $h$  à l'ouïe de la pompe en alésant le stator tout en laissant constant le diamètre 44,8 mm de la roue mobile. On se reportera à la figure 6.7. qui représente les jeux normaux de fonctionnement. Nous avons ensuite rebagué la partie alésée, de façon à remettre l'ouïe d'aspiration de la pompe aux cotes d'origine et à pouvoir recommencer les essais avec un autre fluide.

Les essais ont été volontairement limités au jeu  $h = 2$  mm, au dessus duquel la fuite à l'ouïe d'aspiration est très importante. Dans ce cas le débit de fuite vient se mélanger perpendiculairement au débit aspiré, perturbant fortement

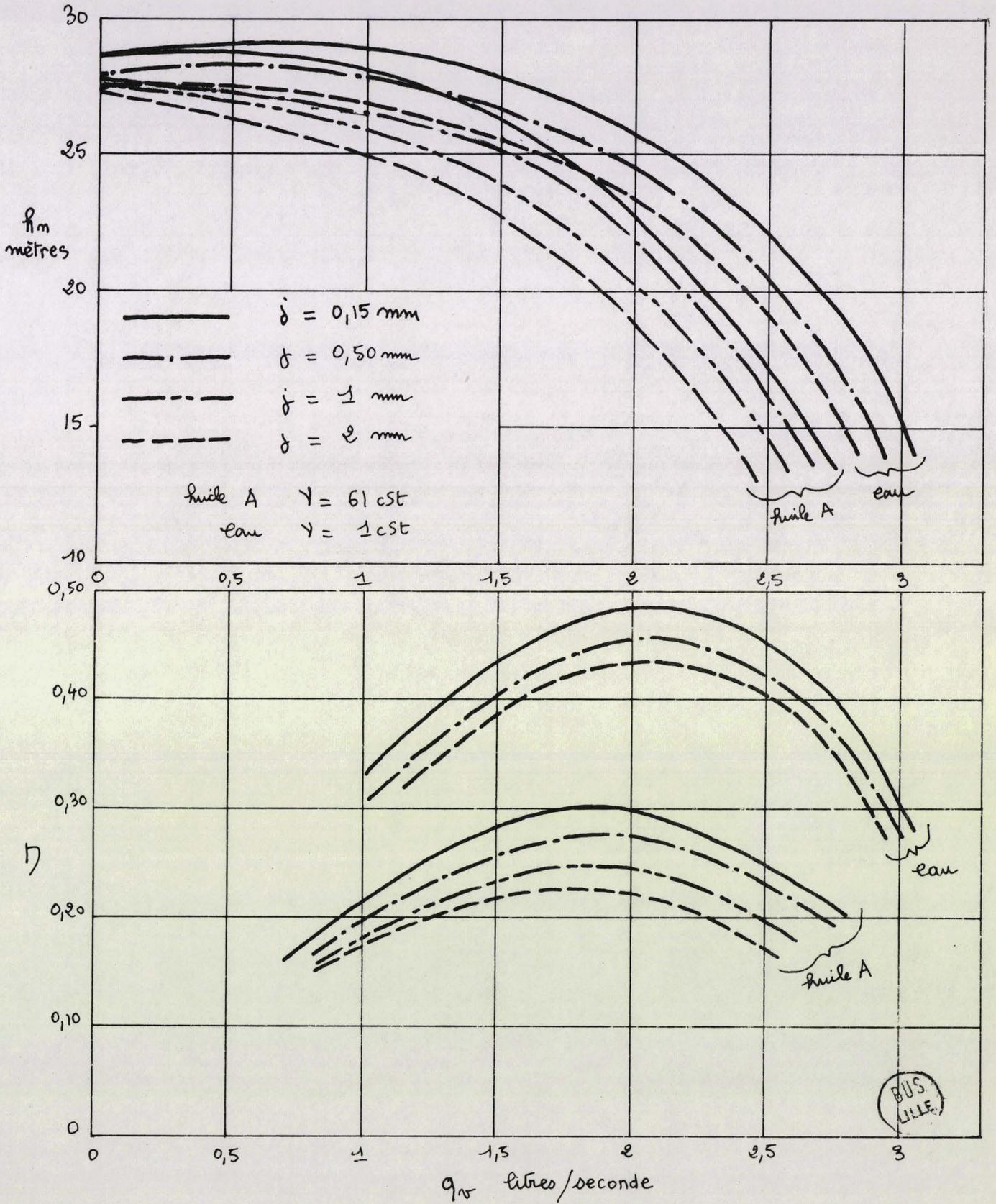


figure 6.6.

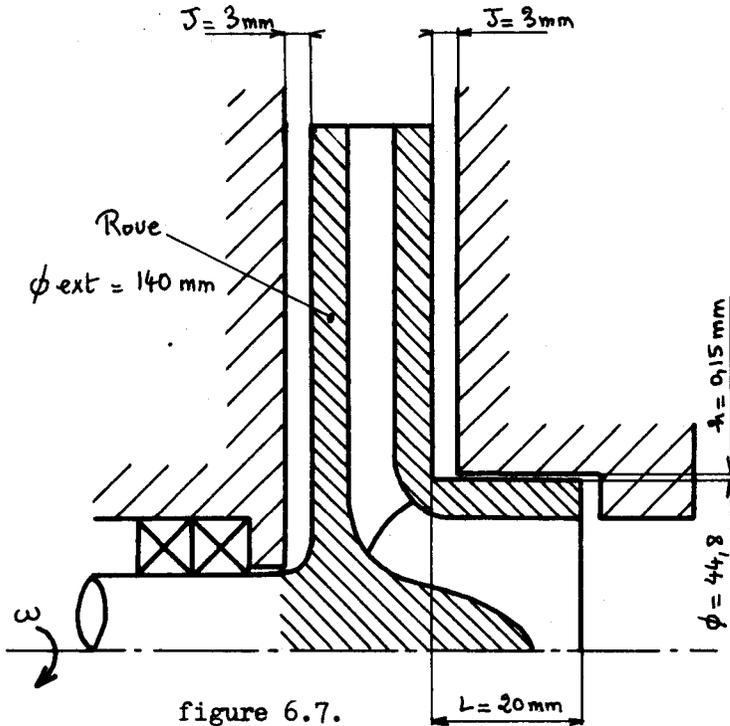


figure 6.7.

l'écoulement à l'entrée de la pompe. Il se produit alors un phénomène de pompage, avec de grandes oscillations de tous les paramètres, leur instabilité rendant toute mesure illusoire.

Les résultats d'essais sont regroupés sur la figure 6.6. Ils ont été effectués à 3000 t/mn avec de l'eau ( $\nu = 1$  cSt) et avec l'huile A ( $\nu = 61$  cSt). Ils montrent une nette diminution des performances de la pompe quand le jeu augmente.

Soient  $h_{no}$ ,  $q_{vo}$ ,  $\eta_{go}$ , la hauteur nette, le débit volume et le rendement global au point d'adaptation.

Pour l'eau :  $h_{no} = 25,5$  m,  $q_{vo} = 2,05$  l/s  
 $\eta_{go} = 0,485$

Pour l'huile A :  $h_{no} = 24$  m

$q_{vo} = 1,85$  l/s ,  $\eta_{go} = 0,305$

Pour caractériser l'influence du jeu  $h$ , nous avons calculé, pour les deux fluides utilisés, les rapports :

$$\frac{q_v}{q_{vo}} = \frac{\text{débit volume pour } h_{no} \text{ et jeu } h}{\text{débit d'adaptation au jeu d'origine}} \quad \text{et}$$

$$\frac{\eta_g}{\eta_{go}} = \frac{\text{rendement global pour } h_{no} \text{ et jeu } h}{\text{rendement global au point d'adaptation et au jeu d'origine}}$$

Les résultats sont représentés par les figures 6.8 et 6.9. Remarquons que ces rapports, qui correspondraient à un circuit sans pertes de charge, de hauteur

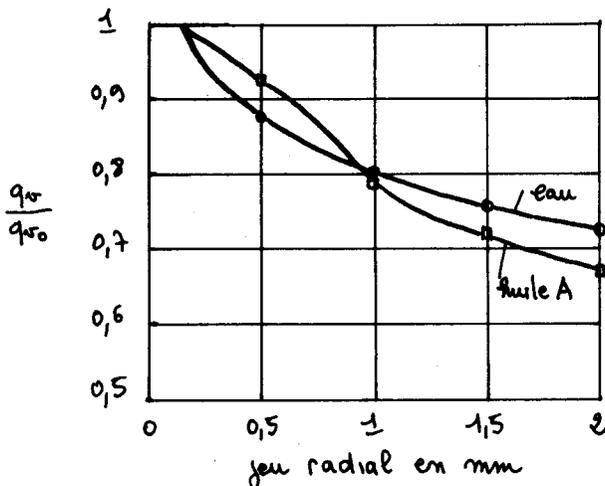


figure 6.8.

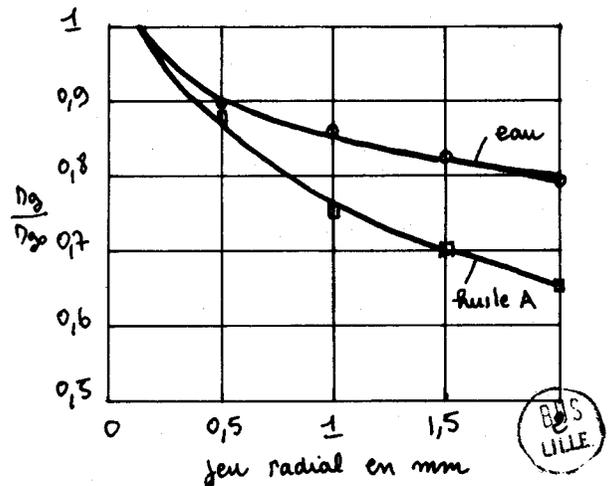


figure 6.9.



pratique d'élévation totale constante et égale à  $h_{no}$ , ne sont calculés qu'à titre comparatif. Pour une application donnée, il faudrait opérer par intersection des caractéristiques  $h_n(q_v)$  de la pompe et  $h_{pt}(q_v)$  du circuit d'utilisation.

Les courbes des figures 6.6, 6.8. et 6.9. permettent de constater les faits suivants :

- pour un jeu radial de 2 mm les débits ne sont plus respectivement que de 73 % et 68 % du débit nominal et les rendements 80 % et 65 % du rendement maximal.

- au début de l'augmentation du jeu, quand il passe de 0,15 à 0,50 mm, l'action sur la caractéristique de l'eau est plus sensible que sur la caractéristique de l'huile A. Au contraire, pour  $h$  variant de 0,50 à 2 mm, l'influence est beaucoup plus sensible pour l'huile que pour l'eau. Nous reviendrons sur l'interprétation de ce fait au § suivant.

- au total, contrairement à ce que l'on pourrait croire à priori en se contentant d'un raisonnement sommaire (l'huile étant plus visqueuse que l'eau, les jeux devraient avoir relativement moins d'importance), la variation des performances constatée pour l'huile est nettement plus importante que celle obtenue pour l'eau.

Pour interpréter ces influences globales sur les caractéristiques, il est nécessaire d'étudier d'une façon plus précise l'influence du jeu radial sur le débit de fuite.

### 6.5. Influence du jeu radial à l'ouïe d'aspiration sur le débit de fuite.

#### 1. Etude théorique des pertes par fuite dans un jeu annulaire.

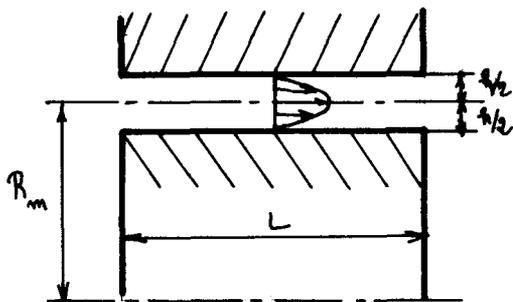


figure 6.10.

Etudions d'abord le cas d'un écoulement laminaire. compte tenu des dimensions usuelles d'un tel jeu, on peut considérer qu'il s'agit d'un film plan enroulé, de hauteur  $h$ , de longueur  $L$  et de largeur  $2\pi R_m$  (figure 6.10)

En ne considérant que la composante axiale de la vitesse, il peut être assimilé à l'écoulement entre deux plaques parallèles au repos, dont le débit par unité de largeur a pour valeur :

$$q_v = \frac{1}{12\eta} \cdot \frac{\Delta p}{L} h^3 \quad [7]$$

$\Delta p$  étant la différence de pression de part et d'autre du jeu et les pertes de charge singulières étant négligées. Le débit total de fuite est donc :

$$q_{vf} = \frac{h^3}{12\eta} \cdot \frac{\Delta p}{L} 2\pi R_m = \frac{\pi}{6} \cdot \frac{h^3}{\eta} R_m \frac{\Delta p}{L} \quad (1)$$

et la vitesse moyenne :

$$c = \frac{q_v}{2\pi R_m h} = \frac{h^2}{12\eta} \frac{\Delta p}{L} \quad (2)$$

Notons qu'il est possible d'obtenir une expression théorique du débit plus exacte, en intégrant les équations de Navier dans le cas d'un tube annulaire. Cette expression conduit à des calculs numériques pénibles et son emploi est inutile étant donné la faible valeur du jeu  $h$  et aussi compte tenu de la précision de nos mesures expérimentales.

Si on ne s'impose pas la nature de l'écoulement, on peut, par analogie avec les écoulements en conduite, et en négligeant encore les pertes de charge singulières, définir un coefficient de perte de charge linéaire :

$$\lambda = \frac{\Delta p}{L} \cdot \frac{D_h}{\frac{\rho c^2}{2}} \quad (2)$$

c désignant la vitesse axiale moyenne ( $c = \frac{qv}{S} = \frac{qv}{2\pi R_m h}$ )  
et  $D_h$  le diamètre hydraulique de la section annulaire.

Nous définirons  $D_h$  de façon à ce qu'il y ait correspondance avec le diamètre réel dans le cas d'une section circulaire pleine. Pour obtenir ce résultat nous poserons :

$$D_h = \frac{4S}{B}, \quad S \text{ étant la section de passage et } B \text{ le périmètre mouillé.}$$

Dans le cas d'une section circulaire pleine :  $D_h = \frac{4 \times \frac{\pi D^2}{4}}{\pi D} = D$

$$\text{Dans le cas du jeu annulaire : } B = 2\pi \left(R_m + \frac{h}{2}\right) + 2\pi \left(R_m - \frac{h}{2}\right) = 4\pi R_m$$

$$S = 2\pi R_m h$$

$$D_h = \frac{4 \times 2\pi R_m h}{4\pi R_m} = 2h$$

$$\lambda = \frac{\Delta p}{L} \cdot \frac{4h}{\rho c^2}, \quad \text{que l'on peut mettre sous la forme :}$$

$$c = \sqrt{\frac{4h \Delta p}{\lambda L \rho}}$$

d'où une expression générale du débit :

$$qv = 2\pi R_m h c = 4\pi R_m h^{3/2} \sqrt{\frac{\Delta p}{\lambda L \rho}} \quad (4)$$

D'après l'analyse dimensionnelle du phénomène,  $\lambda$  est une fonction du nombre de Reynolds de l'écoulement que nous définirons en choisissant le diamètre hydraulique comme longueur de référence. ( $R = c \cdot D_h / \nu$ )

Seule est accessible au calcul l'expression de  $\lambda$  en fonction de  $R$  dans le cas d'un écoulement laminaire. Pour établir cette relation, égalons les valeurs de  $\Delta p$  tirées des expressions (2) et (3).

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{12 \nu c}{h^2} = \frac{\lambda \rho c^2}{2 D_h} = \frac{\lambda \rho c^2}{4h}$$

$$\lambda = \frac{48 \nu}{h \rho c} = \frac{96}{\frac{2hc}{\rho}} = \frac{96}{\frac{c D_h}{\nu}} = \frac{96}{R}$$

Pour les autres régimes d'écoulement, l'expression  $\lambda(R)$  doit être déterminée expérimentalement.

## 2. Etude expérimentale.

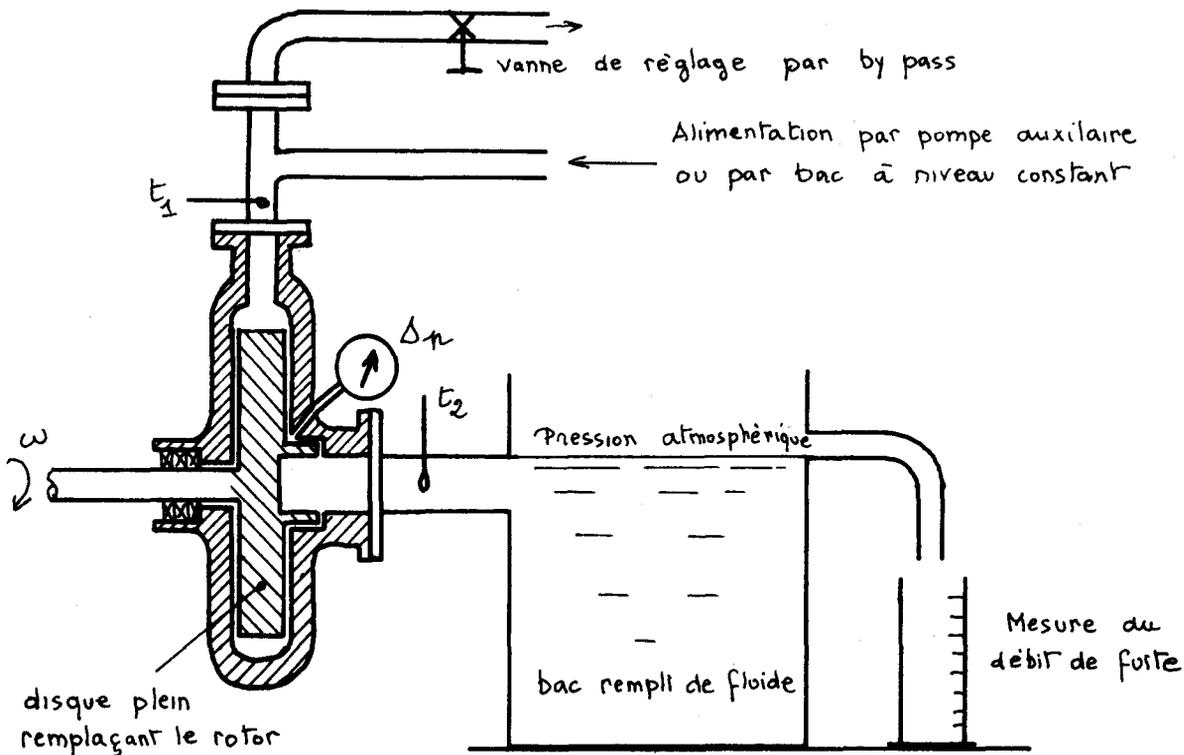


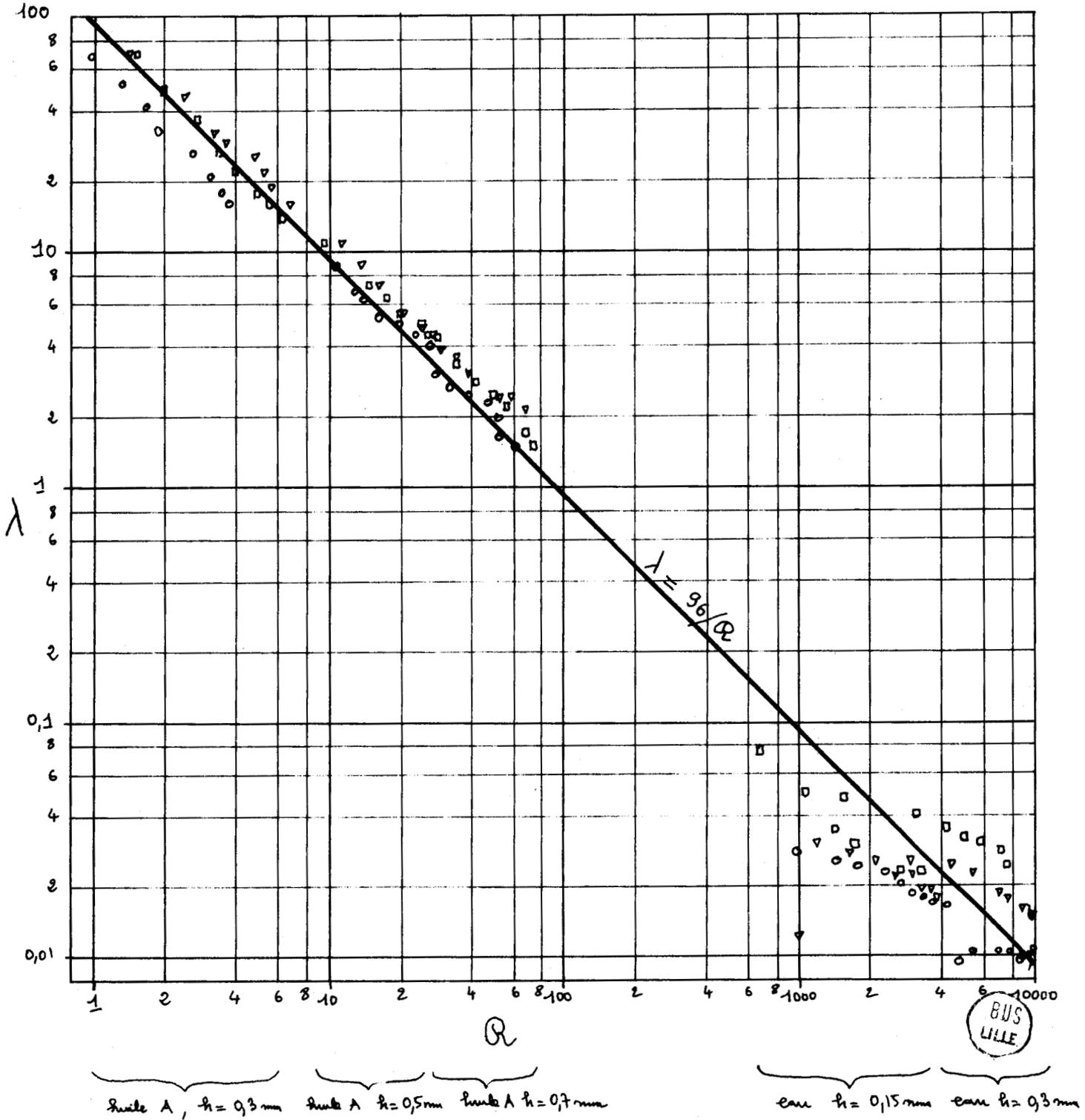
figure 6.11.

Pour faciliter l'expérimentation, le rotor de la pompe centrifuge fut remplacé par un disque plein, de forme extérieure rigoureusement identique à celle de la roue. La différence de pression créant la fuite était engendrée par une pompe auxiliaire et pouvait donc être réglée indépendamment de la vitesse de rotation du disque (voir figure 6.11). Une prise de pression à l'entrée du jeu annulaire permettait la mesure de  $p$ . Le fluide était dirigé vers un bac à niveau constant, destiné à maintenir une pression sensiblement égale à la pression atmosphérique à l'entrée du jeu annulaire et à mesurer le débit de fuite par empolement du trop plein. La température du fluide à la sortie a été maintenue constante par refroidissement du corps de pompe.

Le but de nos essais était de déterminer expérimentalement la loi  $\lambda(R)$ . Nous avons fait varier le nombre de Reynolds de l'écoulement par augmentations successives du jeu, par utilisation de fluides de viscosités différentes et par variation de la pression  $\Delta p$ , ce dernier paramètre permettant une variation continue pour chaque essai.

Les débits de fuite ont été mesurés pour le rotor à l'arrêt et pour des vitesses de rotation de 1500 et 3000 t/mn.

La figure 6.12 représente les résultats des essais reportés sur un diagramme  $\lambda(R)$  en coordonnées logarithmiques. Sur le même graphique nous avons tracé la fonction  $\lambda = 96/R$ , correspondant à l'écoulement laminaire, et qui, avec les coordonnées utilisées, est une droite de pente - 1.



o : rotor à l'arrêt ,    ∇ : rotor à 1500 t/min ,    □ : rotor à 3000 t/min

figure 6.12.

### 3. Conclusions

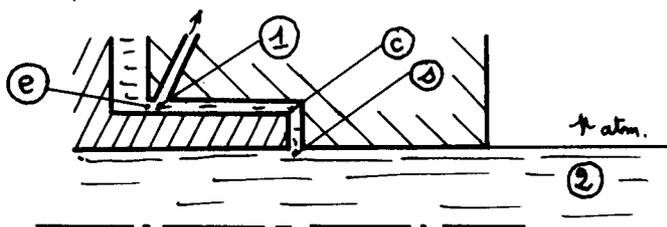


figure 6.13.

L'examen des interprétations à donner aux résultats nous conduit à calculer l'expression exacte du  $\Delta p$  mesuré. Appliquons l'expression du théorème de Bernoulli entre les points 1 et 2 de la figure 6.13., en négligeant le changement de cote :

$$\frac{h_1}{w} + \frac{c_1^2}{2g} = \frac{h_2}{w} + \frac{c_2^2}{2g} + \dots$$

*terme négligeable*

$$+ \lambda \frac{L}{2h} \frac{c_1^2}{2g} + \frac{c_1^2}{2g} (\zeta_c + \zeta_s)$$

*perde de charge linéaire      pertes de charge singulières*

D'où  $\frac{\Delta p}{w}$  mesuré =  $\frac{h_1 - h_2}{w} = \frac{c_1^2}{2g} \left( \lambda \frac{L}{2h} + \zeta_c + \zeta_s - 1 \right)$

avec  $\zeta_c$  = coefficient de perte de charge singulière à la sortie, voisin de 1

$\zeta_s$  = coefficient de perte de charge singulière dans le coude, voisin de 0,5

Il s'ensuit que :  $\Delta p \approx \frac{\rho c_1^2}{2} \left( \lambda \frac{L}{2h} + 0,5 \right)$

Dans la figure 6.12., le coefficient  $\lambda$  a été calculé globalement en négligeant 0,5 par rapport à  $\lambda L/2h$

Essais à l'huile : La valeur minimale de  $\lambda$  est 1,5 pour  $h = 0,7 \text{ mm}$  .  $L = 20 \text{ mm}$ .

D'où :  $\frac{\lambda L}{2h} = \frac{1,5 \times 20}{1,4} = 21,5$

L'approximation utilisée est donc valable. A la précision de nos mesures, tous les essais à l'huile satisfont à l'équation théorique  $\lambda = 96/R$  . La légère variation de perte de charge singulière peut expliquer le fait que, lorsque le jeu  $h$  augmente, les points expérimentaux soient légèrement au dessus de la courbe théorique. Nous pouvons donc en déduire que l'écoulement dans le jeu est laminaire et que l'hypothèse du film plan enroulé est suffisante en pratique. Accessoirement on vérifie les lois de l'analyse dimensionnelle : les diverses méthodes utilisées pour faire varier le nombre de Reynolds donnent bien le même résultat.

La rotation du rotor a peu d'influence sur les fuites. Cependant on remarque qu'elle se traduit en moyenne par une légère augmentation de  $\lambda$  . Ce fait pourrait être dû :

- soit à une erreur systématique créée par l'emplacement de la prise de pression statique qui est peut être légèrement sensible à la centrifugation du film d'huile, la pression statique mesurée étant alors un peu supérieure à la pression moyenne.

- soit à l'influence de la centrifugation sur le profil des vitesses axiales dans l'écoulement annulaire. Pour développer cette interprétation, il faudrait étudier l'équation tridimensionnelle de l'écoulement hélicoïdal, en tenant compte de l'équilibre radial des filets. Une étude aussi complexe semble inutile en pratique, étant donné les faibles écarts constatés.

Essais à l'eau.

Pour  $h = 0,15 \text{ mm}$ ,  $\lambda_{\text{moyen}} = 0,03$  d'où  $\lambda L/2h = 0,03 \times 20/0,3 = 2$ . Ces essais ne sont donc valables qu'en première approximation. Dans l'incertitude où nous sommes des valeurs exactes des coefficients de perte de charge singulière  $\zeta_c$  et  $\zeta_s$ , il serait illusoire de faire une correction dans le calcul de  $\lambda$ .

Les points semblent s'aligner sur une droite de pente  $-0,2$ , ce qui semble correspondre à un régime d'écoulement turbulent lisse dans le jeu annulaire. L'influence de la vitesse de rotation semble être plus grande que pour les essais à l'huile, mais il peut aussi s'agir de la réaction des vitesses tangentielles sur la valeur des coefficients  $\zeta_c$  et  $\zeta_s$ . D'autre part tous ces points de mesure sont sans doute voisins de la zone de transition entre écoulement laminaire et écoulement turbulent, ce qui explique en partie la dispersion des points. Le débit de fuite est relativement important et peut atteindre  $0,28$  litre/seconde pour une différence de pression  $\Delta p = 1 \text{ bar}$ .

Pour  $h = 0,30 \text{ mm}$ ,  $\lambda_{\text{moyen}} = 0,01$  d'où  $\lambda L/2h = 0,01 \times 20/0,6 = 0,33$ . Dans ce cas il apparaît nettement que ce sont les pertes de charge singulières qui sont prépondérantes. D'ailleurs, pour les essais à vitesse de rotation nulle, nous avons obtenu pratiquement  $\lambda = \text{Cte} = 0,011$ , ce qui indique des pertes de charge globales proportionnelles au carré de la vitesse, comme le sont les pertes de charge singulières, et donc un écoulement qui serait turbulent rugueux. Une conclusion plus précise nous est impossible, la précision de ces derniers essais étant limitée par notre méthode de mesure du débit qui convenait mal aux valeurs élevées, ce qui nous a conduit à limiter le  $\Delta p$  à  $0,5 \text{ bar}$ , valeur pour laquelle le débit atteignait  $0,7$  litre/seconde. L'influence de la rotation du film d'huile sur les coefficients de perte de charge singulière semble encore plus importante que dans les essais précédents.

Résumons les principales propriétés de cet écoulement annulaire :

- pour l'huile, l'écoulement est laminaire et les pertes de charge singulières jouent un rôle secondaire.
- pour l'eau, l'écoulement est turbulent lisse et les pertes de charge singulières jouent un rôle prépondérant.

Pour diminuer le débit de fuite, il faudra donc, dans tous les cas, réduire les jeux au minimum compatible avec le mode de construction et accroître la longueur  $L$  dans le cas de l'huile. Pour l'eau il sera plus efficace d'augmenter les pertes de charge singulières, en utilisant des garnitures d'ouïe à léchettes, à chambres ou à labyrinthes (figure 6.14).

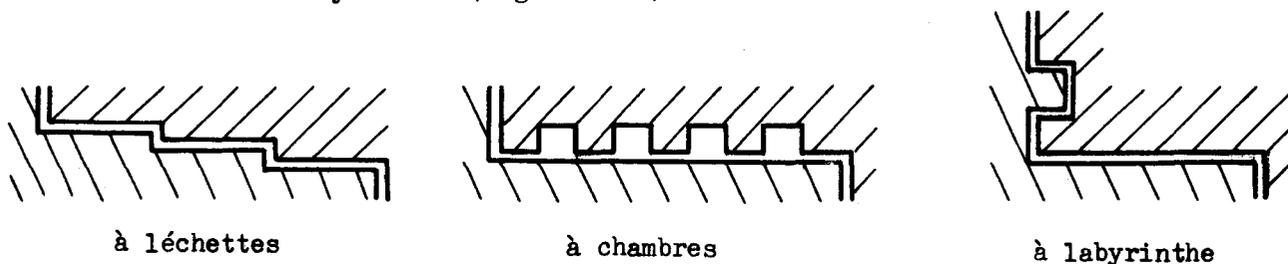


figure 6.14. Garnitures d'ouïe

Certaines de ces dispositions pourront aussi diminuer les fuites dans le cas de l'huile, par augmentation de la longueur  $L$  et aussi d'une façon indirecte,

leur plus grande surface de contact thermique avec l'extérieur diminuant la température moyenne et par conséquent la viscosité de l'huile.

Remarque. L'étude théorique des débits permet aussi d'interpréter les résultats obtenus figure 6.8. pour l'influence du jeu radial sur le débit de fuite. En effet les expressions du débit de fuite sont :

$$\text{pour l'huile : } q_{vf} = \frac{\pi}{6} \frac{h^3}{\eta} R_m \frac{\Delta p}{L} \quad (1)$$

$$\text{pour l'eau : } q_{vf} = 4\pi R_m h^{3/2} \sqrt{\frac{\Delta p}{\lambda L \rho}} \quad (4) \quad \text{avec } \lambda \approx Cte$$

Il en résulte que , pour l'eau, le débit de fuite est proportionnel à  $h^{3/2}$  alors qu'il est proportionnel à  $h^3$  pour l'huile, cette différence étant encore accentuée par la diminution de la viscosité de l'huile due à l'échauffement du film. Ceci explique que, si les débits de fuite sont égaux pour  $h = 1 \text{ mm}$ , le débit de fuite d'huile sera plus grand que celui de fuite d'eau pour  $h = 2 \text{ mm}$  et inversement pour  $h = 0,5 \text{ mm}$ , ce qui correspond aux résultats constatés sur les figures 6.6. et 6.8.

#### 6.6. Influence du jeu axial sur le comportement du fluide compris entre rotor et stator.

##### 1. Répartition des pressions dans le fluide interstitiel.

Ce fluide interstitiel est entraîné par le rotor sous l'action des forces de viscosité. Il s'ensuit une certaine distribution des vitesses dans l'espace entre rotor et stator, le fluide ayant une vitesse absolue nulle contre le stator et une vitesse relative nulle contre le rotor.

Cette distribution des vitesses engendre une certaine loi de pression  $p(r)$  qui doit être prise en compte pour le calcul du débit de fuite dans le jeu annulaire. En effet la loi  $p(r)$  est une fonction croissante et, de ce fait, la pression à l'entrée du jeu est nettement inférieure à la pression de refoulement à la sortie du rotor. Cette rotation du fluide interstitiel joue donc un rôle favorable à la diminution des fuites.

Au cours des essais de débit de fuite, deux prises de pression statique ont été disposées sur le stator de la pompe, à un rayon  $r_B = 47,5 \text{ mm}$  et à un rayon  $r_2 = 70 \text{ mm}$ , égal au rayon du rotor, et nous avons relevé la différence de pression entre ces deux points. Pour ces mesures nous n'avons pas utilisé la prise disposée à l'entrée du jeu annulaire, le changement de direction du fluide dans l'écoulement de fuite risquant de perturber les mesures.

Nous avons constaté que, pour un même fluide et une même vitesse de rotation, la différence de pression entre les deux points de mesure était sensiblement constante et indépendante du jeu annulaire, et par conséquent du débit de fuite. Les tableaux suivants résument les résultats.

pour l'eau :

N en t/mn	3000	2500	2000	1500
p en bars	0,26	0,18	0,12	0,06

pour l'huile B

N en t/mn	3000	2500	2000	1500
p en bars	0,19	0,13	0,09	0,05

En général les traités de turbomachines admettent, en première approximation, une rotation du fluide intersticiel à une vitesse angulaire constante  $\omega'$ , voisine de la moitié de la vitesse angulaire du rotor. Calculons la vitesse  $\omega'$  globale équivalente correspondant à nos essais.

L'application élémentaire des lois de la statique des fluides à une rotation globale d'ensemble à la vitesse angulaire  $\omega'$  d'un fluide de masse volumique  $\rho$ , donne comme différence de pression  $dp$  correspondant à une distance radiale  $dr$  :

$$dp = \rho \omega'^2 r dr$$

et, en intégrant entre les deux prises de pression :

$$\Delta p = \rho \frac{\omega'^2}{2} (r_2^2 - r_1^2) \quad \text{d'où} \quad \omega' = \sqrt{\frac{2 \Delta p}{\rho (r_2^2 - r_1^2)}}$$

Cette expression permet le calcul de  $\omega'/\omega$  pour chacun de nos essais. A partir des tableaux précédents, on trouve un rapport  $\omega'/\omega$  constant pour chacun des fluides et indépendant de la vitesse de rotation. On obtient sensiblement :

$$\frac{\omega'}{\omega} = 0,45 \text{ pour l'eau} \quad \text{et} \quad \frac{\omega'}{\omega} = 0,41 \text{ pour l'huile S.A.E.40.}$$

c'est à dire des vitesses angulaires légèrement inférieures à la moitié de celle de la roue. Ces valeurs pourront donc être utilisées pour calculer la pression à l'entrée du jeu annulaire, en vue de la détermination du débit de fuite.

## 2. Répartition de la vitesse angulaire moyenne dans le fluide intersticiel.

Pour compléter les résultats précédents il était intéressant d'examiner l'influence du jeu axial sur la valeur de  $\omega'$ .

Dans le banc d'essais précédent, la pompe auxiliaire fut remplacée par un bac à niveau constant, maintenant une pression fixée à l'entrée du corps de pompe. Au rayon  $r = 47,5$  mm, une prise de pression totale, exécutée à partir d'une aiguille hypodermique de 0,8 mm de diamètre, fut introduite dans l'espace compris entre roue et stator, en complément de la prise statique déjà installée au même rayon. Les deux prises furent reliées à un manomètre différentiel à mercure. Le déplacement axial de cette prise de pression totale nous donne la variation de vitesse dans le jeu axial. La direction de la vitesse, d'où on déduit sa composante circonférentielle, est obtenue par rotation de la sonde de pression totale. Le rapport de cette vitesse circonférentielle avec la vitesse d'entraînement du rotor au même rayon est égal à  $\omega'/\omega$ .

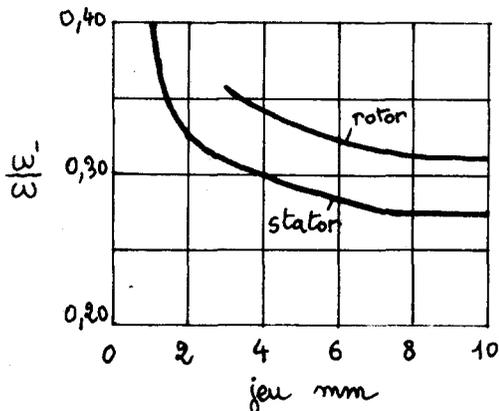


figure 6.15.

Les courbes de la figure 6.15 résument les résultats obtenus contre le rotor et contre le stator, la vitesse du fluide intermédiaire variant à peu près linéairement entre des deux valeurs.

La valeur de  $\omega'/\omega$  trouvée est plus faible que celle donnée par le calcul global, ce qui tendrait à montrer que l'hypothèse de la rotation "en bloc" n'est qu'une première approximation et qu'il existe en fait une loi  $\omega' = f(r)$ .

On constate que la vitesse angulaire du fluide intersticiel diminue quand le jeu augmente. Pour réduire la pression à l'entrée du jeu annulaire, et par conséquent les fuites, on a donc intérêt à réduire le jeu axial.

On a également intérêt à réduire le jeu entre le rotor et le flasque opposé, de façon à diminuer la pression moyenne sur le flasque et à faciliter l'équilibrage axial du rotor.

Cependant il est impossible de conclure définitivement, en ce qui concerne le choix du jeu axial, sans examiner l'influence de ce jeu sur les pertes par frottement dans le fluide interstitiel, ce que nous étudierons plus loin.

### 3. Ecoulement radial secondaire du fluide interstitiel.

Au cours des essais précédents, nous avons constaté que, pour les jeux  $J = 3 \text{ mm}$  et  $J = 10 \text{ mm}$ , les composantes radiales de la vitesse contre le rotor étaient de sens opposé.

En utilisant la sonde de pression totale comme clinomètre nous avons repéré exactement, pour ces deux valeurs des jeux, les directions de la vitesse contre la roue et contre le stator. La figure 6.16. représente le résultat des mesures.

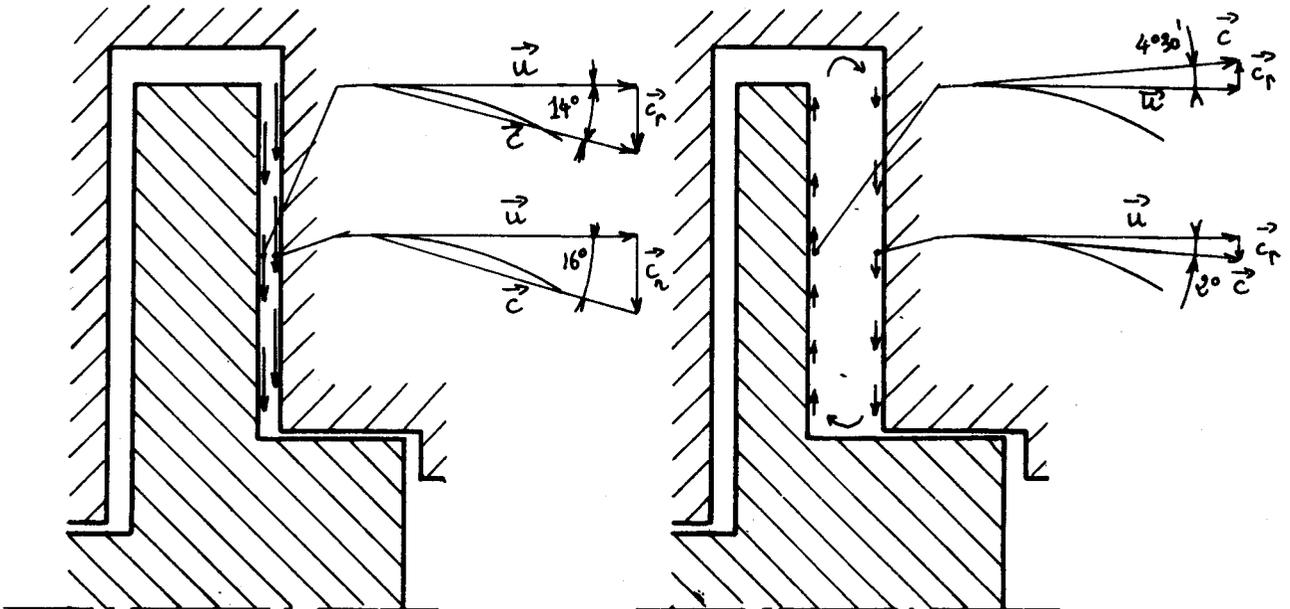


figure 6.16.

Pour le jeu  $J = 3 \text{ mm}$ , toutes les vitesses radiales sont centripètes. C'est donc l'influence de la vitesse de circulation due au débit de fuite qui est prépondérante. L'écoulement peut être assimilé à un écoulement laminaire entre deux disques circulaires, écoulement en sens inverse de celui que l'on étudie dans une butée hydrostatique, et dans lequel la rotation du rotor joue un rôle secondaire.

Au contraire, pour le jeu  $J = 10 \text{ mm}$ , l'écoulement radial contre la roue est centrifuge alors qu'il reste centripète contre le stator. Cet écoulement peut donc être considéré comme la superposition d'un écoulement centripète, dont la vitesse moyenne est devenue assez faible compte tenu de la grande section de passage offerte au débit de fuite, et d'un écoulement secondaire fermé, centrifugé le long de la paroi du rotor et se fermant le long du stator par un écoulement centripète. Le fluide de la zone centrale n'a pas de composante radiale appréciable [8]

Il est probable que cet écoulement secondaire se traduira par une augmentation de la puissance dissipée par frottements visqueux dans le fluide interstitiel.

### 6.7. Influence du jeu axial sur la puissance dissipée par frottements fluides à l'extérieur du rotor.

En utilisant le matériel précédent et en faisant varier les jeux  $J$  à partir de 0,5 mm, puisqu'il n'était pas nécessaire de prévoir l'emplacement d'une prise de pression, nous avons mesuré la puissance mécanique absorbée à 3000 t/mn, en utilisant le moteur dynamométrique.

Un thermomètre, placé sur le stator de la pompe, permettait d'avoir une indication sur la température du fluide enfermé dans l'espace entre disque et stator et de la maintenir constante pendant les essais avec un refroidissement par eau du corps de pompe.

Le groupe moteur dynamométrique/pompe a été initialement taré à vide, la pompe étant vidée de liquide. La puissance dissipée par frottements fluides a été obtenue par différence.

Les courbes de la figure 6.17. représentent la puissance mesurée avec de l'eau à 20° ( $\nu = 1$  cSt) et avec de l'huile A à 25°C ( $\nu = 61$  cSt).

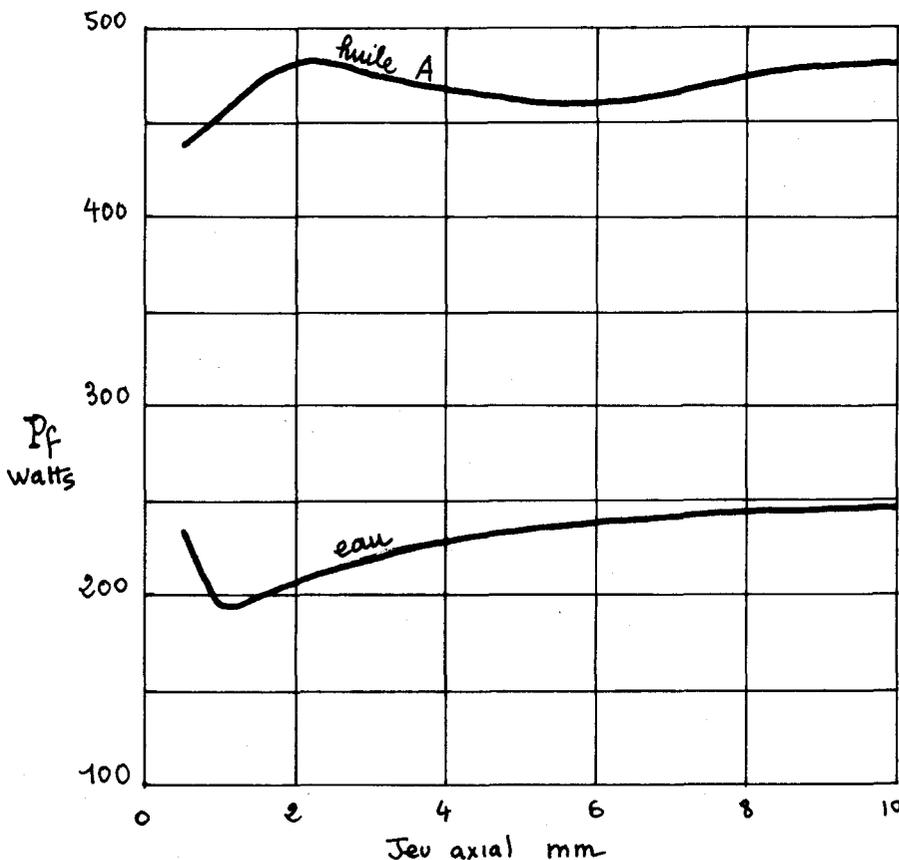


figure 6.17.

où les deux couches limites sur le rotor et le stator se rejoignent, empêchant la formation de tout tourbillon ou de tout écoulement secondaire, alors que la cission moyenne n'est pas encore trop importante.

La présence du maximum sur la courbe relative à l'huile est sans doute due à l'échauffement du film d'huile pour les faibles jeux. En effet le débit de fuite

Pour les essais à l'eau on constate un minimum de puissance absorbée pour un jeu  $J = 1$  mm.

Pour les essais à l'huile ce minimum, moins marqué, est obtenu pour  $J = 6$  mm. On constate la présence d'un maximum pour  $J = 2$  mm.

Ces courbes sont comparables à celles obtenues par FOTTINGER et LALIVE [5].

Elles peuvent s'interpréter comme suit :

Pour les grands jeux la puissance augmente sous l'influence de l'écoulement secondaire décelé au § précédent.

Pour les faibles jeux il y a accroissement de la cission moyenne dans le film liquide  $\tau = \frac{\omega R}{J}$  et la puissance augmente à nouveau.

Le minimum correspond vraisemblablement au moment

est alors très faible et l'augmentation de température diminue considérablement la viscosité, notre réfrigération sommaire à travers la corps de pompe étant inefficace à ce régime.

Dans tous les cas on a intérêt à favoriser cette augmentation de température en réduisant le renouvellement de ce fluide interstitiel, par exemple en installant un barrage à la partie externe de la roue [6]

Remarquons cependant que ces variations de puissance sont assez faibles en valeur relative et que la recherche d'un compromis entre le minimum de puissance dissipée par frottements fluides et le minimum de débit de fuite devrait conduire à choisir un jeu plus faible que celui donnant la puissance minimale.

Le jeu pour lequel nous trouvons le minimum de puissance est environ quatre fois plus grand que le jeu minimal trouvé par application de la formule de IPPEN [9]. Cette différence est peut être due aux faibles dimensions de la pompe que nous avons essayée. Il semble d'ailleurs que, étant donné la complexité du phénomène étudié, il soit difficile de trouver une formule universelle.

## 6.8. Conclusions.

### 1. Résumé des principales conclusions de cette étude.

L'augmentation de la viscosité ou des jeux se traduit toujours par une altération des caractéristiques de la pompe. La courbe rendement/débit se dégrade toujours plus rapidement que la courbe hauteur nette/débit.

Les caractéristiques d'une pompe refoulant de l'eau étant connues, ainsi que les courbes donnant les facteurs de correction de hauteur et de rendement en fonction du nombre de Reynolds, il sera facile de tracer, avec une excellente approximation, les courbes caractéristiques de toute pompe semblable transvasant un fluide visqueux.

L'influence des jeux est plus complexe et nous a conduit à étudier séparément leur influence sur le débit de fuite et sur la puissance dissipée dans le fluide interstitiel.

Pour calculer le débit de fuite, il faut d'abord déterminer la pression  $p_e$  à l'entrée du jeu annulaire, en tenant compte approximativement d'une rotation "en bloc" du fluide interstitiel ayant une vitesse angulaire qui varie entre  $0,45\omega$  pour l'eau et  $0,41\omega$  pour une huile de viscosité cinématique  $\nu = 240$  cSt. Si  $p_2$  est la pression à la sortie de la roue on a :

$$p_2 - p_e = \frac{\rho \omega^2}{2} (r_2^2 - r_e^2)$$

La différence de pression de part et d'autre du jeu annulaire étant ainsi déterminée, on pourra calculer le débit de fuite en admettant un écoulement laminaire d'équation  $\lambda = 96/R$  pour l'huile et en ne tenant compte que des pertes de charge singulières pour l'eau. Il resterait à déterminer avec précision les coefficients de pertes de charge singulières, qui peuvent être très différents de ceux connus pour les conduites circulaires, la géométrie des deux écoulements ne présentant aucune similitude.

Les courbes de la figure 6.17. permettraient le calcul de la puissance

BUS  
LILLE

dissipée par frottement du fluide extérieur au rotor, pour toute pompe semblable, en appliquant les lois de similitude. Elles nous ont permis de discuter le choix du jeu optimal.

Il semble que, dans tous les cas, on ait intérêt à choisir les jeux minimaux compatibles avec le mode et la précision de la construction. Néanmoins le matériel que nous avons utilisé ne nous permet pas de conclure avec précision dans le cas des très petits jeux axiaux, la diminution du jeu et l'augmentation de la température du film de liquide qu'il provoque agissant en sens inverse, à la fois sur la puissance dissipée par frottement et sur le débit de fuite.

## 2. Travaux à poursuivre.

Pour compléter l'étude de l'influence de la viscosité, il faudrait déterminer les facteurs de correction de hauteur et de rendement sur d'autres types de pompes et rechercher quelle est la définition du nombre de Reynolds de référence qui donne la meilleure concordance entre les divers résultats expérimentaux.

L'étude de l'influence des jeux devrait être reprise sur une machine de plus grande taille, sur laquelle les prises de pression sur le jeu annulaire de l'ouïe seraient disposées de façon à pouvoir séparer la mesure des pertes de charge linéaires et des pertes de charge singulières. On pourrait ainsi déterminer les coefficients de perte de charge singulière correspondant à ce type d'écoulement et vérifier l'influence de la vitesse de rotation sur leur valeur.

Il faudrait également, dans le cas des essais à l'huile où la viscosité varie fortement avec la température, immerger des couples thermoélectriques dans les jeux pour mieux étudier les variations locales de température. Ces dispositions permettraient d'étudier plus finement les phénomènes complexes intervenant pour les faibles jeux.

Une pompe d'étude, comportant un système de bagues et de douilles interchangeable, permettrait une étude systématique des meilleures formes de chicanes, présentant une efficacité maximale dans la réduction des débits de fuite.

Des dimensions plus grandes réduiraient l'influence parasite de l'obstruction de la sonde introduite dans le fluide intersticiel, améliorant ainsi la précision des mesures. La comparaison avec nos premières mesures de puissance fournirait une vérification des lois de similitude appliquées à la détermination de la puissance dissipée par frottement fluide.

## 6.9. BIBLIOGRAPHIE.

- [1] D. CORNETTE Contribution à l'étude pratique des pompes centrifuges. Influence de la viscosité et des jeux. Mémoire d'ingénieur machines du C.N.A.M. Centre Associé de Lille. 1968.
- [2] G.T. CSANADY Theory of Turbomachines. p 25/28. Mc GRAW HILL 1964.
- [3] A. STEPANOFF Pompes centrifuges et pompes hélices. DUNOD. 1961
- [4] S. LAZARKIEWICZ et A. TOSKOLANSKI Impeller pumps. p 433. PERGAMON PRESS 1965
- [5] - id - p 57/58
- [6] M. SEDILLE. Turbomachines hydrauliques et thermiques. Tome II. p 154. MASSON 1967
- [7] R. OUZIAUX et J. PERRIER. Mécanique des fluides appliquée. Tome I. p 268
- [8] W. KAUFMANN Fluid Mechanics p 307/308. Mc GRAW HILL 1963
- [9] DE KOVATS et G. DESMUR. Pompes Ventilateurs. Compresseurs. p 17. DUNOD. 1962.

## 7. Influence d'une prérotation à l'aspiration sur les caractéristiques et la cavitation d'une pompe hélice

### 7.1. Introduction.

Le laboratoire de machines de l'E.N.S.A.M. de Lille n'étant encore équipé d'aucun moyen de mesure relatif aux turbomachines axiales et à la cavitation, j'ai proposé la réalisation d'un banc d'essais de pompe hélice à Monsieur H.DOROT, comme sujet de mémoire d'ingénieur C.N.A.M. [1]

Après consultation du constructeur de la pompe, la Maison L.BERGERON, sur les domaines encore mal connus des propriétés des pompes hélice, nous avons décidé d'équiper le circuit d'aspiration de la pompe d'un inclineur, permettant d'engendrer une prérotation dans le sens de rotation du rotor ou en sens inverse.

Nous n'étudierons pas en détail le calcul et la mise au point du banc d'essais et son application à la mesure des caractéristiques classiques de la machine, nous limitant à la partie plus originale de cette étude, consacrée à la recherche des effets d'une prérotation à l'aspiration sur les caractéristiques et la cavitation de la pompe hélice.

### 7.2. Présentation du banc d'essais.

#### 1. Description générale du circuit.

Ce circuit, représenté figure 7.1., comprend :

- Une pompe hélice à axe horizontal, dont la roue hélice est constituée de quatre pales en bronze, rapportées sur un moyeu. Ces pales sont orientables, leur diamètre extérieur est 238 mm et le diamètre au moyeu 136 mm. Le profil périphérique est normalement calé avec un angle de  $11^{\circ}30'$  par rapport à la vitesse d'entraînement. La roue est suivie d'un redresseur à aubages. La tulipe d'aspiration est amovible. Le corps de pompe est constitué d'un tube de plexiglass transparent. Le carter d'aspiration comporte également un regard en plexiglass, permettant une visualisation en bout, dans l'axe de la pompe.

- Un moteur dynamométrique à courant continu, de puissance maximale 25,8 kW, permettant d'obtenir des vitesses variables entre 900 et 1800 t/mn.

- Un réservoir d'aspiration fermé, de 1950 litres, relié à la pompe par une canalisation rectangulaire d'aspiration de grande section (840 x 330 mm) comportant l'inclineur décrit au § 7.2.3. Il reçoit l'eau de retour par l'intermédiaire d'une vanne disque  $V_2$ , de grande section, disposée dans un tube perforé de façon à perturber le moins possible l'écoulement. Une pompe à vide, reliée à la partie supérieure du réservoir d'aspiration, permet d'y créer un vide partiel, réglable par un robinet pointeau commandant une rentrée d'air, réalisant ainsi une variation indépendante du N.P.S.H. disponible à l'aspiration de la pompe.

- Un réservoir de refoulement, semblable au précédent, relié à la sortie de la pompe par une conduite de diamètre intérieur 314 mm et comportant également

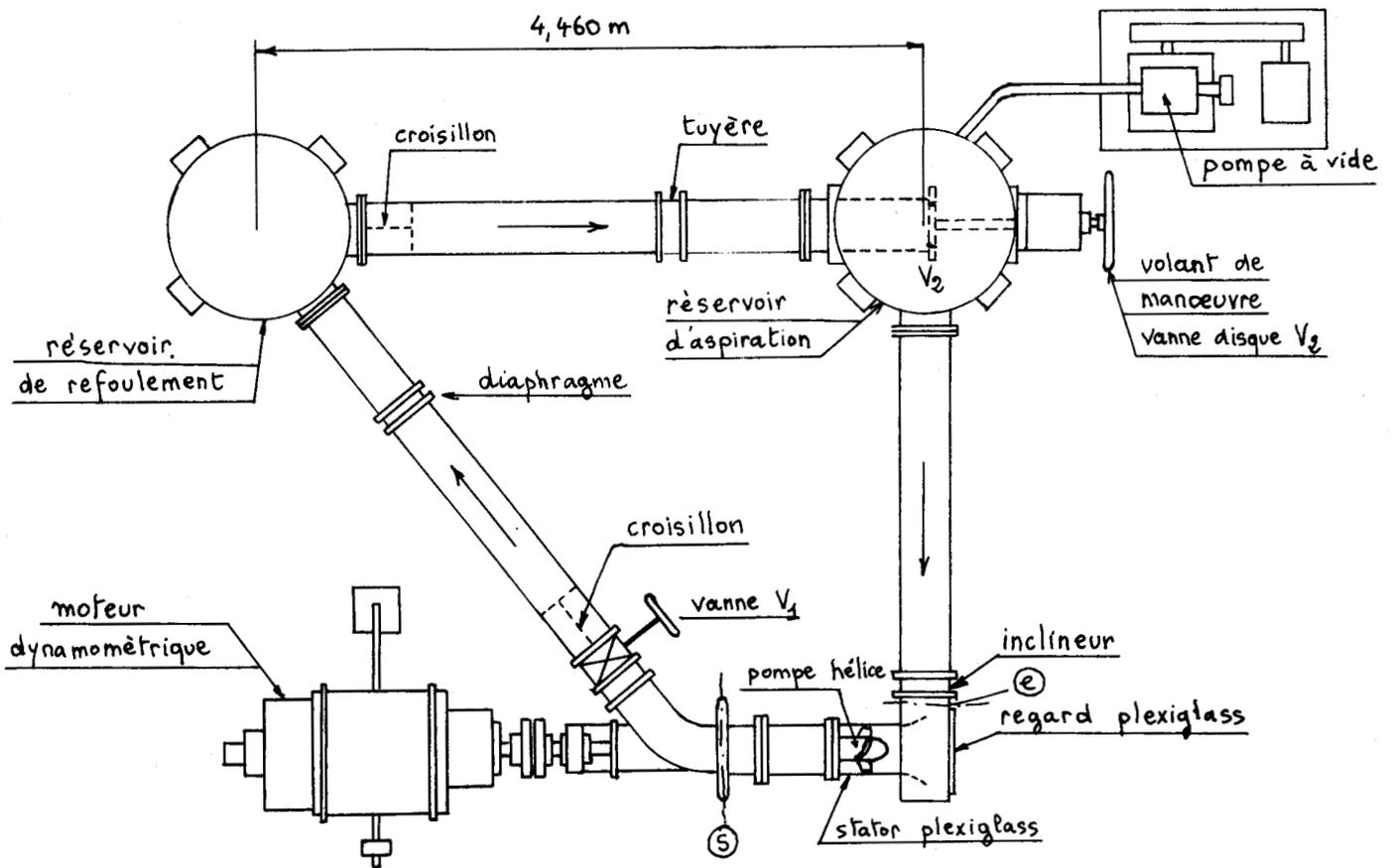


figure 7.1.

un embout perforé de tranquillisation. Une vanne  $V_1$  à opercule est placée immédiatement à l'aval du coude de refoulement de la pompe et permet aussi un réglage de débit. Le circuit se ferme par une conduite de liaison entre les deux réservoirs. L'ensemble du circuit est métallisé au zinc, en vue de la conservation de la propriété de l'eau au cours des essais.

## 2. Méthodes de mesures.

Nous décrivons uniquement les particularités du matériel utilisé.

Le débit est mesuré par deux systèmes déprimogènes différents, conformes à la norme NF X 10 101 et permettant des recoupements: un diaphragme disposé sur la conduite de refoulement et une tuyère montée sur la conduite de liaison. L'emplacement disponible pour le banc d'essais nous a tout juste permis de respecter les longueurs minimales de conduites imposées par les normes. Des croisillons ont été prévus à l'entrée des circuits. Cependant le fonctionnement du diaphragme est légèrement perturbé, aux débits élevés, par la présence du coude de refoulement et de la vanne  $V_1$  que l'on évite d'utiliser.

La hauteur nette a pour expression, le circuit étant horizontal :

$$h_m = \frac{p_s - p_e}{\omega} + \frac{c_s^2 - c_e^2}{2g}$$

Le premier terme,  $(p_s - p_e) \bar{\omega}$ , est mesuré par un ensemble de prises de pression statique et un manomètre différentiel à mercure. Le second terme est calculé à partir du débit et des sections de mesure en (e) et (s). Le circuit ne comporte que des pertes de charge et la hauteur nette est réglée par action sur  $V_1$  ou  $V_2$ . Initialement la vanne  $V_1$  avait été prévue pour compléter éventuellement l'action de la vanne  $V_2$  si, pour certains régimes, l'étranglement de  $V_2$  avait donné une instabilité du niveau d'aspiration. En fait le fonctionnement de la vanne disque s'est révélé satisfaisant à ce point de vue et la vanne  $V_1$ , qui perturbe la mesure du débit par le diaphragme, n'a pas été utilisée en service normal.

Le N.P.S.H. disponible est défini par :

$$\text{N.P.S.H. disp.} = \frac{p_e}{\rho g} + \frac{C_e^2}{2g} - \frac{h_r}{g} \quad p_v \text{ étant la pression de vapeur saturante.}$$

La pression statique absolue  $p_e$ , que l'on peut faire varier indépendamment du débit à l'aide de la pompe à vide reliée à la partie supérieure du réservoir d'aspiration, est mesurée à l'aide d'un manomètre à mercure, relié en parallèle avec le manomètre différentiel.

Pour visualiser le début de cavitation, qui correspond à l'égalité entre le N.P.S.H. disponible et le N.P.S.H. requis, nous avons eu recours à un stroboscope électronique donnant des éclairs dont la durée est de l'ordre de la microseconde. Il a été synchronisé optiquement par une cellule photoélectrique et une bande de papier réfléchissant collée sur l'arbre de la pompe. Les photographies ont été obtenues avec un appareil reflex 24 x 36, en opérant dans l'obscurité sur la position pose de l'obturateur. Le stroboscope, toujours synchronisé par le même procédé, permettait de déclencher un seul éclair, toujours pour la même position de la même pale dans le champ de l'appareil photographique.

### 3. Description de l'inclieur.

L'inclieur, ou guideau, disposé à la sortie de la conduite d'aspiration, comporte 22 ailettes orientables symétriques, espacées de 30 mm et inclinables de  $-30^\circ$  à  $+30^\circ$  par un dispositif de commande que l'on peut caler de 3 en  $3^\circ$ .

(figure 7.2.)

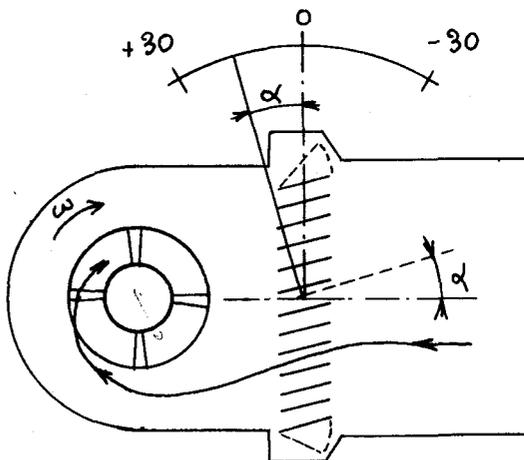


figure 7.2.

Ces ailettes engendrent, à l'aspiration de la pompe un mouvement de rotation qui dépend de leur angle d'inclinaison  $\alpha$  que nous définirons algébriquement de la manière suivante :

$\alpha$  est compté positivement quand il engendre une prérotation du même sens que la rotation de la roue hélice.

$\alpha$  est compté négativement quand il engendre une prérotation en sens inverse de la rotation de la roue hélice.

Nous conserverons la même convention de signe pour définir la prérotation ou le débit de moment cinétique.

7.3. Influence de la prérotation sur les courbes caractéristiques.

1. Tracé des courbes caractéristiques à vitesse de rotation constante.

La figure 7.3. représente les réseaux de courbes  $h_n(q_v)$  et  $\eta_g(q_v)$ , tracées en choisissant la position angulaire  $\alpha$  de l'inclinaire comme paramètre, pour une vitesse de rotation de 1450 t/mn.

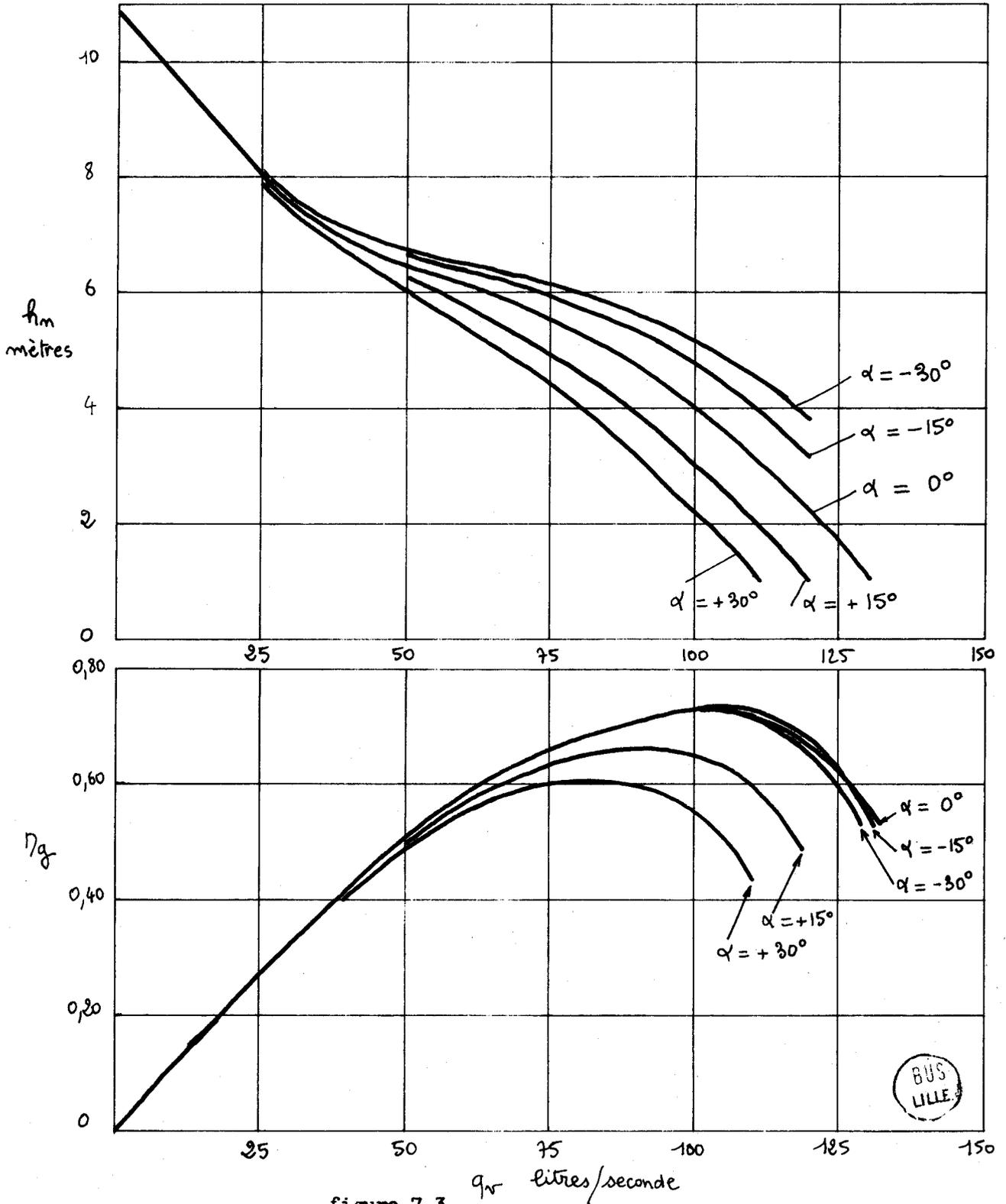


figure 7.3.

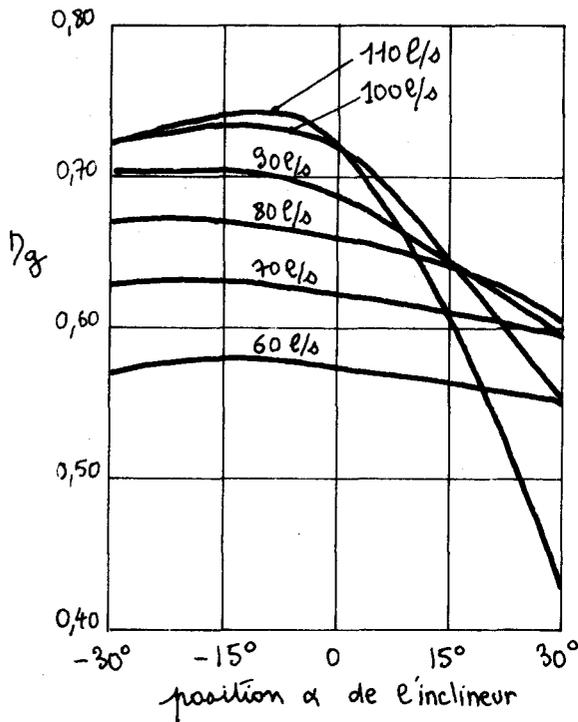


figure 7.4.

On constate que, à débit constant, la hauteur nette croit pour les valeurs négatives de  $\alpha$  et décroît pour les valeurs positives, l'influence de  $\alpha$  étant plus marquée pour les valeurs positives que pour les valeurs négatives.

Le rendement décroît sensiblement pour les angles  $\alpha$  positifs alors que la variation est faible pour une prérotation négative pour laquelle les trois courbes sont pratiquement confondues à l'échelle du tracé. Pour mieux préciser les variations du rendement, nous avons tracé sur la figure 7.4. les courbes  $\eta_g(\alpha)$ , en prenant le débit comme paramètre.

## 2. Interprétation par la théorie des triangles de vitesses.

Nous raisonnerons sur le triangle des vitesses en bout de pale, qui correspond aux visualisations de cavitation que nous verrons au § 7.5.

Déterminons ce triangle de vitesses au régime d'adaptation à 1450 t/mn, ce régime étant défini par le point de rendement maximal pour  $\alpha = 0$ , obtenu pour un débit volume  $q_v = 0,103 \text{ m}^3/\text{s}$ .

$$\text{Vitesse périphérique : } u = 1450 \times \frac{\pi}{30} \times 0,119 = 18,1 \text{ m/s}$$

$$\text{Section de passage : } S = \frac{\pi}{4} \times (0,238^2 - 0,136^2) = 0,03 \text{ m}^2$$

Etant donné la forme des pales, il est difficile d'apprécier le coefficient d'obstruction à l'entrée. Nous négligerons donc son influence, d'où la vitesse débitante :

$$c_{d1} = q_v / S = \frac{0,103}{0,03} = 3,44 \text{ m/s}$$

Nous admettrons que pour  $\alpha = 0$  et au régime d'adaptation il n'y a aucune prérotation, c'est à dire que  $c_1 = c_{d1}$ . Le triangle des vitesses est donné par la figure 7.5.

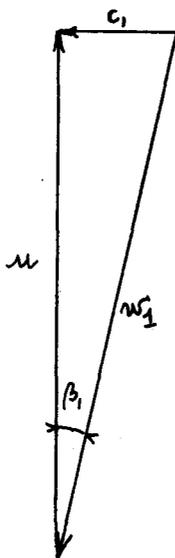
$$\text{On a : } \text{tg } \beta_1 = c_1 / u_1 = \frac{3,44}{18,1} = 0,190 \text{ d'où } \beta_1 = 10^\circ 45'$$

$$\text{L'angle d'entrée réel de l'aubage à la périphérie est } \beta'_1 = 11^\circ 30'$$

La différence entre ces deux valeurs peut correspondre :

fig.7.5.

- soit au coefficient d'obstruction à l'entrée, impossible à évaluer directement. En calculant  $c_1$  à partir de l'angle de l'aubage on obtient  $c_1 = 18,1 \times \text{tg} 11^\circ 30' = 3,68 \text{ m/s}$ , ce qui correspondrait à un coefficient



d'obstruction  $k = \frac{3,44}{3,68} = 0,935$  tout à fait vraisemblable.

- soit à une "torsion" de la pale non adaptée à cette vitesse de rotation. Dans ce cas au point d'adaptation il y aurait égalité des angles  $\beta_1$  et  $\beta_2$  dans la zone centrale et un léger écart aux extrémités de l'aubage. Cependant, comme nous n'avons jamais relevé de rendements supérieurs à 0,73 pour les autres vitesses de rotation, l'influence du coefficient d'obstruction est la plus vraisemblable.

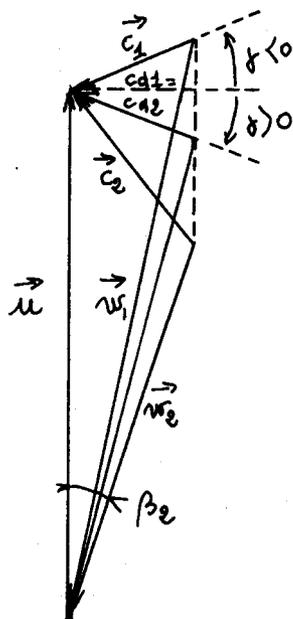


figure 7.6.

Appliquons le théorème d'Euler Rateau au calcul de la variation de la hauteur indiquée due à la prérotation. Sans prérotation la hauteur indiquée a pour valeur :

$$h_i = \frac{u c_{u2}}{g}$$

et, dans le cas général :  $h_i = \frac{u}{g} (c_{u2} - c_{u1})$

La variation de hauteur indiquée due à l'inclinaison de  $c_1$  est donc :

$$\Delta h_i = - \frac{u c_{u1}}{g}$$

Calculons la variation relative de  $h_i$  par rapport à la hauteur indiquée avec prérotation nulle :

$$\frac{\Delta h_i}{h_i} = - \frac{c_{u1}}{c_{u2}}$$

Dans les triangles de vitesses rappelés à la figure 7.6. désignons par  $\gamma$  l'angle formé par la vitesse absolue à l'entrée  $c_1$  et la vitesse débitante  $c_{d1}$ . On établit facilement les relations :

$$c_{u1} = c_{d1} \operatorname{tg} \gamma$$

$$c_{d1} = c_{d2} = \frac{q_v}{S} \quad c_{u2} = u - \frac{c_{d2}}{\operatorname{tg} \beta_2}$$

Et, en remplaçant  $c_{u1}$ ,  $c_{u2}$ ,  $c_{d1}$ ,  $c_{d2}$  par leurs expressions :

$$\frac{\Delta h_i}{h_i} = - \frac{c_{d1} \operatorname{tg} \gamma}{u - \frac{c_{d2}}{\operatorname{tg} \beta_2}} = - \frac{\frac{q_v}{S} \operatorname{tg} \gamma}{u - \frac{q_v}{S \operatorname{tg} \beta_2}} \quad (1)$$

Pour comparer avec les résultats expérimentaux, traçons les courbes  $\frac{\Delta h_m}{h_m}$  en fonction de  $\frac{\Delta q_v}{q_v}$  pour les positions  $\alpha = +30^\circ$  et  $\alpha = -30^\circ$  de l'inclinaison.

La figure 7.7. représente ces courbes sur lesquelles nous relevons au débit d'adaptation :

$$\left( \frac{\Delta h_m}{h_m} \right)_{\alpha = -30^\circ} = +0,30 \quad , \quad \left( \frac{\Delta h_m}{h_m} \right)_{\alpha = +30^\circ} = -0,46$$

Admettons que des valeurs opposées de  $\operatorname{tg} \gamma$  correspondent à ces valeurs symétriques de  $\alpha$  et que, pour le débit d'adaptation, la valeur absolue de  $\frac{\Delta h_i}{h_i}$  soit la moyenne arithmétique des deux valeurs précédentes soit  $\left| \frac{\Delta h_i}{h_i} \right| = 0,38$ .

Au point d'adaptation  $q_v = 0,1 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $h_n = 4 \text{ m}$  et nous estimerons 0,80 pour valeur du rendement manométrique, c'est à dire une hauteur indiquée  $h_i = 5 \text{ m}$ .

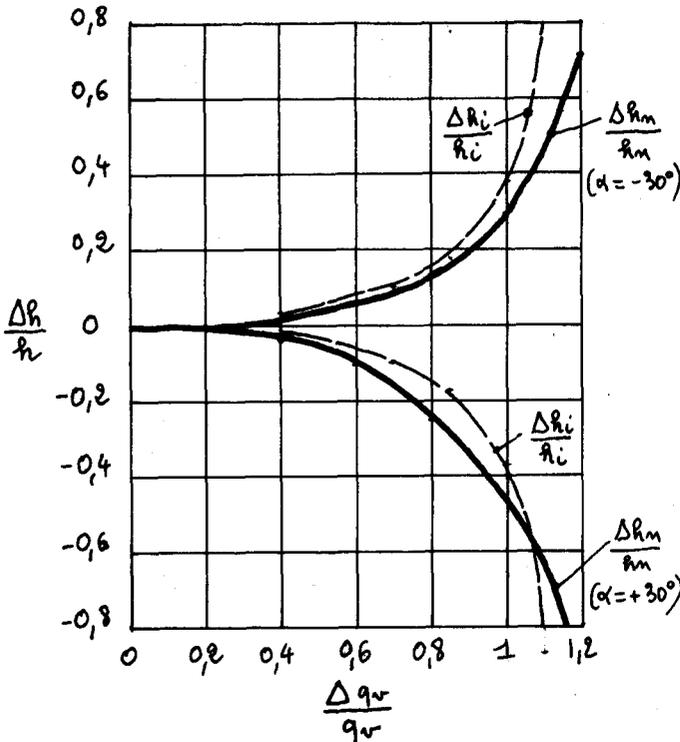


figure 7.7.

Les expressions précédentes permettent de calculer  $c_{u2}$ ,  $\beta_2$  et  $\gamma$ . On obtient :

$$c_{u2} = 2,71 \text{ m}$$

$$\text{tg } \beta_2 = 0,216 \quad \beta_2 = 12,2^\circ$$

$$\text{tg } \gamma = 0,308 \quad \gamma = 17,1^\circ$$

L'expression (1) devient, en admettant que  $\beta_2$  reste constant et égal à l'angle de sortie des aubages et que  $\gamma$  est indépendant du débit.

$$\left| \frac{\Delta h_i}{h_i} \right| = \frac{10,3 q_v}{18,1 - 154 q_v} \quad (2)$$

La variation de  $\Delta h_i/h_i$  est tracée sur la figure 7.7. On constate que les courbes  $\Delta h_i/h_i$  ont bien même allure que les courbes  $\Delta h_m/h_m$ .

Pour expliquer les différences constatées, rappelons d'abord que

$$h_n = h_i - \sum \text{pertes de charge à l'intérieur de la pompe}$$

La figure 7.6 montre que, à débit égal, l'angle  $\beta_1$  est modifié par la prérotation. Dans tous les cas il se produit un choc à l'entrée de l'aubage et la perte de charge supplémentaire créée par ce choc tend à diminuer la hauteur nette.

Pour une prérotation positive la hauteur indiquée diminue. Les effets de la prérotation et de la perte de charge due au choc s'ajoutent en valeur absolue. Il s'ensuit que  $|\Delta h_m/h_m| > |\Delta h_i/h_i|$

Pour une prérotation négative la hauteur indiquée augmente. La perte de charge due au choc compense une partie de cette augmentation de la hauteur indiquée et  $|\Delta h_m/h_m| < |\Delta h_i/h_i|$

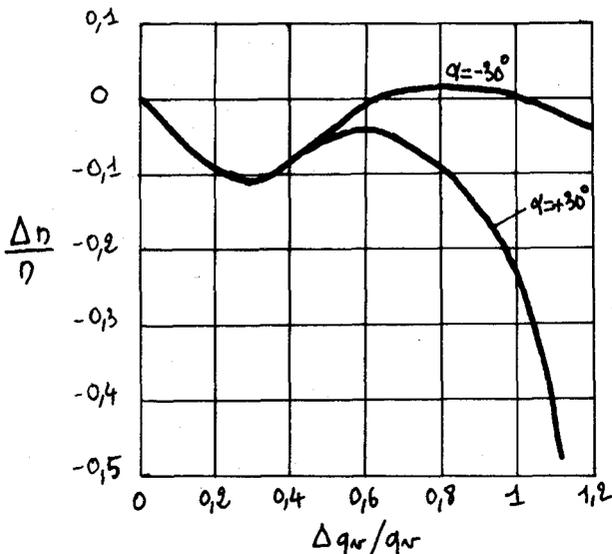


figure 7.8.

Ces conclusions sont bien vérifiées sur la figure pour les débits inférieurs au débit d'adaptation. Cet effet opposé des pertes de charge par choc dans les deux cas explique notre choix de  $\Delta h_i/h_i$  comme moyenne arithmétique des  $\Delta h_m/h_m$  au point d'adaptation.

Pour les débits supérieurs au débit d'adaptation les conclusions précédentes ne semblent pas vérifiées. Il est vraisemblable que, pour les grands débits, l'influence de  $q_v$  sur la valeur de l'angle  $\gamma$  n'est pas négligeable et que l'expression (2), dans laquelle nous avons admis  $\text{tg } \gamma = \text{Cte}$  n'est plus valable.

La figure 7.8. montre les variations relatives de rendement  $\Delta \eta / \eta$  en fonction des variations relatives de débit pour  $\alpha = +30^\circ$  et  $\alpha = -30^\circ$ .

L'interprétation de la courbe des rendements est plus difficile. Notons tout de suite que la chute de rendement constatée pour les petits débits, identique quel que soit le sens de la prérotation, correspond à une cavitation très importante de la pompe qui masque les effets de la prérotation sur le rendement.

Pour  $\alpha = + 30^\circ$ , la diminution de la hauteur indiquée et l'augmentation des pertes de charge par choc à l'entrée de l'aubage concourent toutes deux à diminuer rapidement le rendement.

Pour  $\alpha = - 30^\circ$ , ces deux influences sont en sens inverse mais il semble paradoxal que le rendement ne soit pas plus affecté et même qu'il puisse augmenter légèrement. Ceci nous conduit à rechercher une interprétation à partir des propriétés aérodynamiques du profil utilisé pour la pale.

Remarquons que, dans une recherche analogue effectuée au laboratoire de l'E.N.S.A.M. de Lille sur l'effet d'une prérotation à l'entrée d'un ventilateur centrifuge [2], l'effet des pertes de charge était beaucoup plus important. De ce fait l'augmentation de la hauteur nette pour les prérotations négatives était négligeable et, dans tous les cas, le rendement diminuait. Ceci peut s'expliquer par la différence de qualité aérodynamique existant entre les aubages en tôle d'un ventilateur et les aubages bien profilés de la pompe hélice étudiée. De ce fait les pertes par choc à l'entrée sont beaucoup plus importantes dans le cas du ventilateur et leur variation est du même ordre de grandeur que celle de la hauteur indiquée.

### 3. Interprétation par la théorie de l'aile portante.

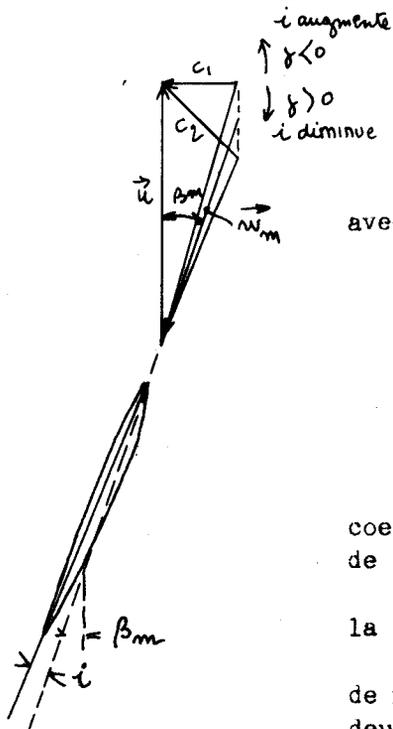


figure 7.9.

D'après cette théorie, la hauteur indiquée a pour expression

$$h_i = C_z \frac{l}{t} \frac{u w_m}{\rho g}$$

Et le rendement d'aubage est :

$$\eta \approx \frac{t g \beta_m}{C_x (\beta_m + \lambda)}$$

avec  $C_z$  coefficient de portance du profil

$l$  corde du profil

$t$  pas du rotor

$w$  longueur de la médiane du triangle  $\vec{w}_1, \vec{w}_2$  (figure 7.9)

$\beta_m$  angle de cette médiane avec  $\vec{u}$

$C_x$  coefficient de traînée du profil

$$t g \lambda = C_x / C_z = \frac{1}{f} = \text{inverse de la finesse du profil}$$

Rappelons que, pour les faibles incidences utilisées, le coefficient de portance  $C_z$  est toujours une fonction croissante de l'incidence  $i$ .

Cette théorie permet également une interprétation aisée de la variation de hauteur indiquée :

Pour les prérotations positives,  $w_1$  diminue ainsi que  $w_m$ , de même  $i$  diminue ainsi que  $C_z$ . Ces influences contribuent toutes deux à faire décroître la hauteur indiquée.

Pour les prérotations négatives, les paramètres précédents varient en sens inverse et la hauteur indiquée augmente.

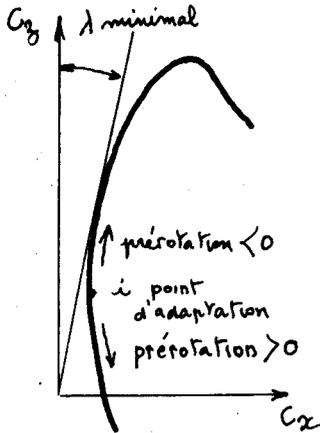


figure 7.10.

L'expression du rendement d'aubage permet de trouver une interprétation à la courbe des rendements. Pour les petits angles utilisés et un raisonnement qualitatif on peut admettre que  $tg(\beta_m + \lambda) \approx tg\beta_m + tg\lambda$

$$\text{d'où : } \eta \approx \frac{tg\beta_m}{tg\beta_m + tg\lambda} = \frac{1}{1 + \frac{tg\lambda}{tg\beta_m}}$$

D'autre part l'amplitude des variations de  $\beta_m$  dues à la prérotation est limitée et nous pouvons négliger l'influence des variations de  $tg\beta_m$  par rapport à celles de  $tg\lambda$ .

Les résultats de la figure 7.8. indiqueraient que, au voisinage du point d'adaptation, l'incidence utilisée pour le profil est inférieure à l'incidence de finesse maximale (figure 7.10)

De ce fait la diminution d'incidence due à une prérotation positive entraîne une augmentation de  $tg\lambda$  et le rendement d'aubage diminue.

Au contraire l'augmentation d'incidence due à une prérotation négative provoque une diminution de  $tg\lambda$  et le rendement d'aubage augmente.

Le constructeur ayant refusé de nous communiquer la polaire du profil utilisé ainsi que la note de calculs du rotor, il nous a été impossible de vérifier cette interprétation, qui pourrait expliquer la faible variation de rendement obtenue en général pour les prérotations négatives et même la légère augmentation constatée expérimentalement.

#### 4. Influence de la prérotation sur les caractéristiques réduites.

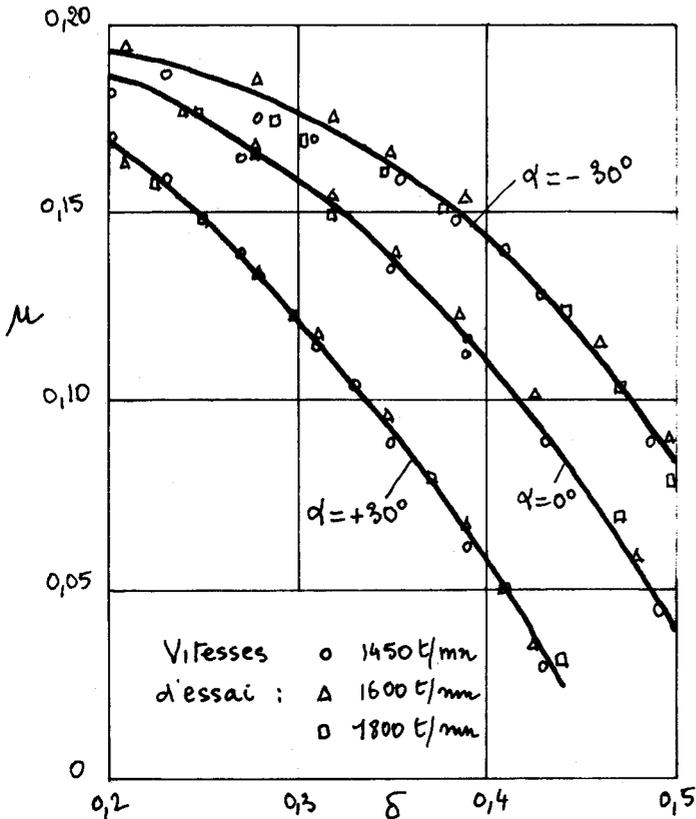


figure 7.11.

Les caractéristiques réduites de la figure 7.11. représentent le coefficient de hauteur nette  $\mu$  en fonction du coefficient de débit  $\delta$  (voir définitions au § 5.2.), pour les positions de l'inclinaire  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\alpha = +30^\circ$ ,  $\alpha = -30^\circ$ , relevées expérimentalement pour trois vitesses de rotation différentes.

On constate que les lois de similitude sont bien respectées et que les points provenant des trois vitesses d'essai ne sont pas plus dispersés sur les caractéristiques  $\alpha = +30^\circ$  et  $\alpha = -30^\circ$  que sur la caractéristique normale  $\alpha = 0^\circ$ . Le paramètre  $\alpha$  suffit donc à caractériser l'influence de l'inclinaire quels que soient le débit ou la vitesse de rotation.

On pourrait recommencer sur ces courbes les mêmes interprétations qualitatives que celles que nous avons déjà faites sur les caractéristiques  $h_n(q_v)$ .

Les caractéristiques réduites  $\eta_g(\delta)$ , non reproduites ici, montrent également une vérification satisfaisante des lois de similitude et des résultats analogues à ceux des courbes  $\eta_g(q_v)$  de la figure 7.3.

#### 7.4. Etude de la distribution de vitesses créée par l'inclinaire.

Chaque valeur de  $\alpha$  fournit une seule caractéristique réduite  $\mu(\delta)$  mais cependant nous avons vu, en interprétant la figure 7.7., que à  $\alpha = Cte$  ne correspondait sans doute pas une inclinaison  $\gamma = Cte$ , celle-ci étant vraisemblablement fonction du débit.

Il était donc intéressant d'essayer de compléter ces informations par un sondage de vitesses à l'aval de l'inclinaire et de comparer les résultats accessibles au calcul à partir de cette distribution des vitesses avec les résultats globaux déjà obtenus.

##### 1. Méthode de mesure.

La mesure de la vitesse en grandeur et en direction a été obtenue en utilisant une sonde cylindrique à trois trous, introduite dans l'écoulement par l'intermédiaire d'un presse étoupe. L'utilisation d'une telle sonde nous a conduit à négliger la composante radiale de la vitesse dans la section de mesure.

La section de mesure optimale aurait été la section F, située juste à l'aval de la roue (figure 7.12). Ce choix nécessitait l'usinage d'un presse étoupe dans la paroi de plexi-glass, ce qui entraînait un démontage long et délicat. Comme nous ne disposions pas d'un cylindre de plexi-glass de rechange en cas d'incident, nous avons renoncé provisoirement à cette section de mesure pour ne pas risquer d'immobiliser le banc d'essai pour un long délai.

Ces raisons matérielles nous ont donc amené à choisir la section accessible la plus proche de la roue, c'est à dire la section D, de diamètre 267 mm.

Un premier essai nous a montré que la symétrie axiale des vitesses n'était pas encore parfaite dans cette section, les résultats fournis par des sondages sur un diamètre horizontal et sur un diamètre vertical étant légèrement différents.

Remarquons que ces essais sont très longs, en particulier à cause

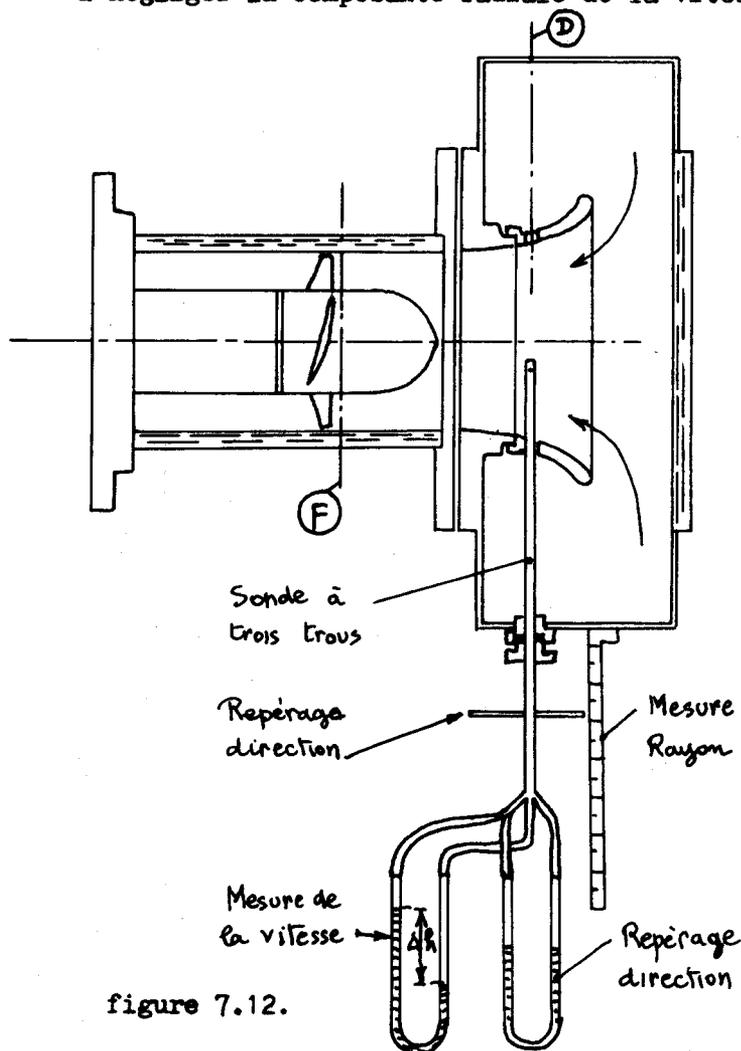


figure 7.12.

du temps de réponse des manomètres à mercure reliés à la sonde trois trous et des tatonnements nécessaires à la recherche de la direction de la vitesse par égalisation des pressions relevées sur les trous latéraux. Ceci nous a conduit à limiter le nombre de points de mesure, compte tenu du fait que nous savions que le choix non optimal de la section de mesure ne pouvait nous donner que des résultats approchés.

De ce fait nous nous sommes limités à cinq sondages sur le rayon vertical, après avoir réparti la section prospectée en cinq anneaux d'égale surface. Le calcul du débit à partir des vitesses débitantes mesurées par cette méthode nous a donné un résultat supérieur de 3 % au débit déterminé par la lecture des systèmes déprimogènes, ce qui constitue une vérification satisfaisante, compte tenu des remarques précédentes.

2. Courbes  $r c_u = f(r)$ .

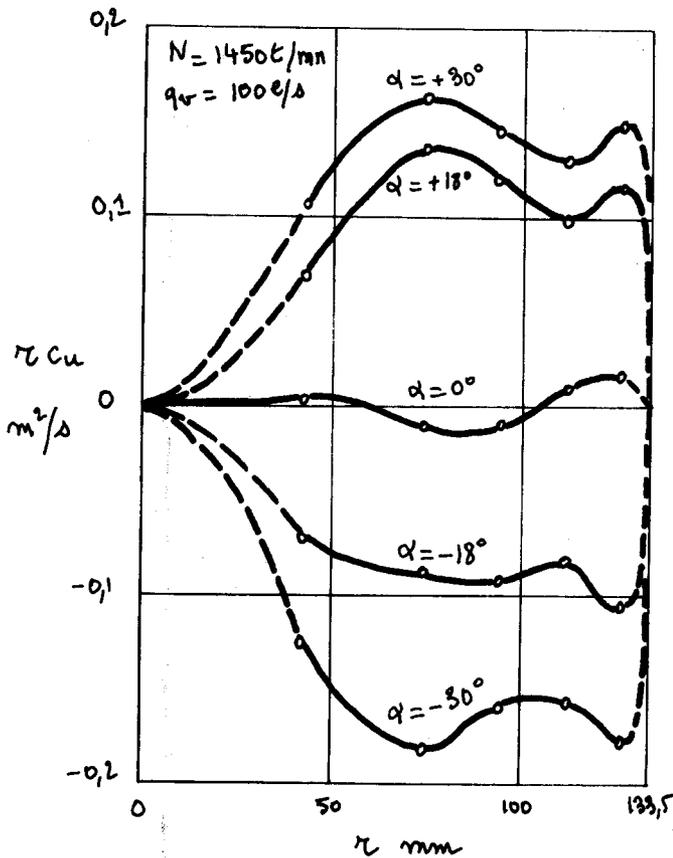


figure 7.13.

Dans cet essai nous nous proposons de vérifier si la répartition des vitesses circonférentielles se rapproche :

- soit de celle d'un vortex libre pour lequel  $r c_u = Cte$
- soit de celle d'un vortex forcé (rotation "en bloc" du liquide) pour lequel  $\omega = Cte$  d'où  $c_u = \omega r$

et  $r c_u = \omega r^2$

La figure 7.13. représente les résultats obtenus pour une vitesse de rotation  $N = 1450 \text{ t/mn}$  et un débit  $q_v = 100 \text{ l/s}$ .

On constate que, dans la zone centrale, pour  $r < 60 \text{ mm}$ , on se rapproche de la distribution d'un vortex forcé, résultat classique dans ce cas,  $c_u$  ne pouvant devenir infini au centre. Dans cette zone le phénomène est souvent accompagné d'une torche de cavitation, assez stable, se limitant au moyeu de la roue d'une part et au regard en plexiglass du fond du carter d'aspiration d'autre part.

Pour la zone périphérique, la variation de  $r c_u$  est faible et on se rapproche de la distribution des vitesses d'un vortex libre

3. Etude du débit de moment cinétique créé par l'inclinaire.

Rappelons que le débit de moment cinétique élémentaire, pour un anneau de rayon  $r$  et d'épaisseur  $dr$  est :

$$dK = \underbrace{2\pi r dr}_{q_m} c_d \rho \cdot \underbrace{r c_u}_{\text{moment cinétique de l'unité de masse}} = 2\pi \rho c_d c_u r^2 dr$$

et, pour l'ensemble de la section :

$$K = 2\pi \rho \int_0^R c_d c_u r^2 dr$$

$$K = \rho \Delta S \sum_1^5 c_{d_i} c_{u_i} r_i^2$$

avec la méthode utilisée

Cette grandeur est particulièrement intéressante dans le cas de nos mesures puisque, d'après le théorème du moment cinétique, elle se conserve entre les sections D et F, si on néglige, en première approximation, le couple extérieur dû aux forces de frottement visqueux.

Les courbes  $K(\alpha)$  pour  $N = 1450$  t/mn et pour les deux débits  $q_v = 100$  l/s et  $q_v = 120$  l/s sont reproduites sur la figure 7.14.

Pour le débit d'adaptation  $q_v = 100$  l/s et  $\alpha = 0$  on trouve  $K = 0$ , mais pour  $q_v = 120$  l/s et  $\alpha = 0$  on trouve  $K = -1,7$  m.N. Nous vérifions donc l'existence d'une prérotation induite par la roue, due aux chocs à l'entrée de celle-ci.

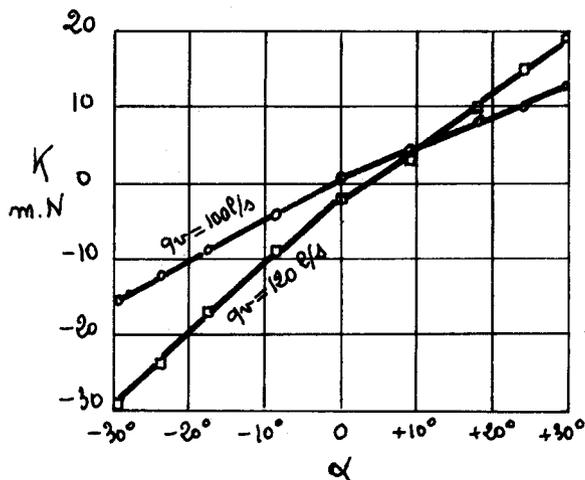


figure 7.14.

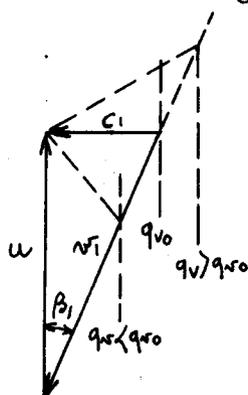


figure 7.15

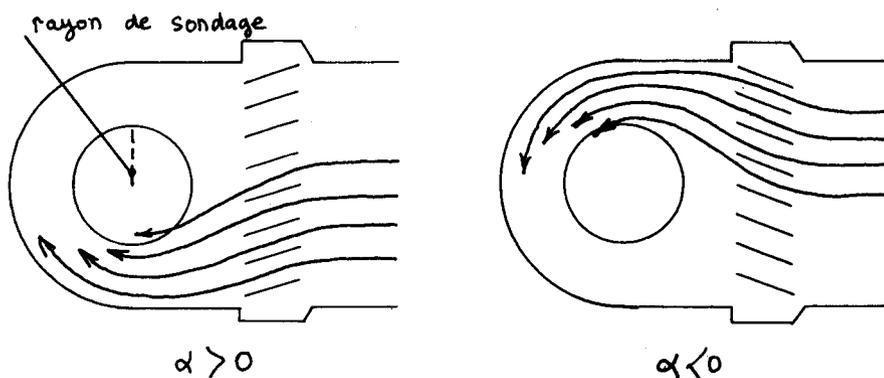


figure 7.16.

La figure 7.15. montre que, en supposant la conservation de  $\beta_1$ , les chocs à l'entrée tendent à créer une prérotation positive si le débit  $q_v$  est plus petit que le débit d'adaptation  $q_{v0}$  et une prérotation négative dans le cas contraire.

Les courbes  $K(\alpha)$  sont approximativement linéaires pour  $\alpha < 0$  et pour  $\alpha > 0$ . En tenant compte de la relation  $c_{u1} = c_{d1} \operatorname{tg} \gamma$ , l'expression du débit de moment cinétique devient :

$$K = \rho \Delta S \sum_1^5 r_i^2 c_{d_i}^2 \operatorname{tg}^2 \gamma_i$$

Par conséquent à débit constant  $c_{d1} = \text{Cte}$  et une variation linéaire de  $K$  en fonction de  $\alpha$  indique que  $\operatorname{tg} \gamma$  varie linéairement avec  $\alpha$ . La dissymétrie des résultats obtenus pour les angles  $\alpha$  positifs et négatifs traduit le fait que la symétrie axiale de l'écoulement n'est pas encore réalisée dans notre section de mesure, cet écoulement étant plus "tassé" vers le haut pour les angles  $\alpha$  négatifs que pour les angles  $\alpha$  positifs ( voir figure 7.16.).

#### 4. Application au calcul de la variation de la hauteur indiquée.

Pour le débit d'adaptation  $q_{v0} = 100$  l/s et pour  $\alpha = 30^\circ$  nous admettrons que la valeur moyenne du débit de moment cinétique à l'entrée de la roue est

$K = 14 \text{ m.N}$ , moyenne des valeurs absolues mesurées pour  $\alpha = -30^\circ$  et  $\alpha = +30^\circ$ .

D'après le théorème du moment cinétique appliqué à l'écoulement dans le rotor de la pompe, la variation du débit de moment cinétique à l'entrée de la roue est égale à la variation du couple indiqué de la machine.

$$\Delta C_i = K$$

La relation entre le couple indiqué et la hauteur indiquée est obtenue en égalant les expressions de la puissance indiquée en fonction de ces deux grandeurs

$$P_i = C_i \omega = h_i \bar{\omega} q_v$$

$$\text{d'où } h_i = \frac{\omega C_i}{\bar{\omega} q_v}$$

$$\Delta h_i = \frac{\omega K}{\bar{\omega} q_v}$$

avec  $\omega = 152 \text{ rad/s}$ ,  $\bar{\omega} = 9810 \text{ N/m}^3$ ,  $q_v = 0,1 \text{ m}^3/\text{s}$

$$\Delta h_i = \frac{152 \times 14}{9810 \times 0,1} = 2,17 \text{ m.N}$$

Dans notre calcul global du § 7.3.2., nous avons  $\frac{\Delta h_i}{h_i} = 0,38$  pour  $h_i = 5 \text{ m}$   
soit :  $\Delta h_i = 0,38 \times 5 = 1,90 \text{ m.N}$

En tenant compte des approximations faites dans ces deux calculs et dans les mesures, cette correspondance des résultats peut être considérée comme satisfaisante. Il est d'ailleurs normal que le débit de moment cinétique mesuré en D fournisse un  $\Delta h_i$  plus grand, le couple de frottement visqueux exercé par les parois extérieures entre les sections D et F contribuant à diminuer le débit réel de moment cinétique en F.

### 5. Détermination de l'inclinaison $\gamma$ à l'entrée de la roue.

Nous calculerons uniquement l'angle  $\gamma$  moyen pour la section périphérique, notre but étant de comparer ce résultat à la valeur calculée au § 7.3.2. à partir du triangle des vitesses à l'extrémité de la pale.

Soient  $\Delta S_F$  et  $\Delta S_D$  les sections annulaires extérieures en F et en D, égales au cinquième de la section totale en ces points d'après notre méthode de sondage. La conservation du débit donne :

$$c_{d1} \cdot \Delta S_F = c_{dD} \cdot \Delta S_D$$

La conservation du débit de moment cinétique donne :

$$\Delta q_m r_F c_{u1} = \Delta q_m r_D c_{uD}$$

D'où on tire :

$$\tan \gamma = \frac{c_{u1}}{c_{d1}} = \frac{c_{uD}}{c_{dD}} \times \frac{r_D}{r_F} \times \frac{\Delta S_F}{\Delta S_D}$$

avec, pour nos essais,  $\frac{\Delta S_F}{\Delta S_D} = 0,536$  et  $\frac{r_D}{r_F} = 1,10$

Les résultats d'essais à 1450 t/mn pour  $\alpha = - 30^\circ$  et  $\alpha = + 30^\circ$  sont résumés dans le tableau suivant :

	$q_v = 100 \text{ l/s}$	$q_v = 120 \text{ l/s}$
$\alpha = - 30^\circ$	$\gamma = - 18^\circ$ $\text{tg } \gamma = - 0,325$	$\gamma = - 25^\circ$ $\text{tg } \gamma = - 0,436$
$\alpha = + 30^\circ$	$\gamma = + 20^\circ$ $\text{tg } \gamma = 0,364$	$\gamma = + 16^\circ$ $\text{tg } \gamma = 0,287$

Pour le débit d'adaptation  $q_{v0} = 100 \text{ l/s}$  et  $\alpha = \pm 30^\circ$  nous avons trouvé  $\gamma = 17,1^\circ$ . Comme précédemment on peut justifier la différence en tenant compte de la variation du débit de moment cinétique entre les sections D et F.

Pour  $q_v = 120 \text{ l/s}$ , les résultats sont plus difficiles à interpréter. Les différences constatées peuvent provenir à la fois :

- de la superposition de la prérotation due à l'inclinaison avec la prérotation induite par la roue, cette dernière étant négative pour  $q_v = 120 \text{ l/s}$ .
- de la dissymétrie axiale de l'écoulement dans la section de mesure D, l'écoulement sur le rayon de sondage étant plus "tassé" pour  $\alpha = - 30^\circ$  que pour  $\alpha = + 30^\circ$ .

Nous pouvons remarquer que les écarts constatés correspondent bien à ceux de la figure 7.7. où la symétrie des variations de  $\Delta h_i$  en fonction de  $\alpha$  conduisait à des valeurs trop grandes de  $\Delta h_i$  pour  $\alpha = + 30^\circ$ .

On peut donc conclure que  $\text{tg } \gamma$  dépend à la fois de  $\alpha$  et de  $q_v$  et que les résultats obtenus ne sont pas symétriques en  $\pm \alpha$ . Seule une mesure des vitesses dans la section F permettrait des conclusions quantitatives plus précises.

## 7.5. Influence de la prérotation sur la cavitation de la pompe hélice.

### 1. Tracé des courbes N.P.S.H. requis = f(débit).

Le N.P.S.H. disponible, défini conventionnellement à l'entrée de la pompe, a pour valeur :

$$\text{N.P.S.H. disponible} = \frac{h_c}{\omega} + \frac{c_e^2}{2g} - \frac{h_{rv}}{\omega} \quad (\text{voir } \S 7.2.2.)$$

Comme l'aire de la section d'entrée ( $e$ ) est  $0,2 \text{ m}^2$ , la valeur du terme  $\frac{c_e^2}{2g}$  pour le plus grand débit utilisé, soit  $q_v = 130 \text{ l/s}$ , est :

$$\frac{c_e^2}{2g} = \left(\frac{0,13}{0,2}\right)^2 \times \frac{1}{19,6} = 0,0216 \text{ m d'eau}$$

A la précision à laquelle il est possible d'apprécier visuellement le début de cavitation, on peut pratiquement négliger cette pression dynamique par rapport aux autres termes.

Rappelons que, à la naissance de la cavitation, le N.P.S.H. disponible dans le circuit est juste égal au N.P.S.H. limite requis par la pompe pour fonctionner sans cavitation.

Nos essais ont été conduits par la méthode suivante : après avoir fixé la pression régnant au dessus du plan d'eau à l'aspiration, on fait varier progressivement le débit, à vitesse de rotation constante, le champ de visualisation

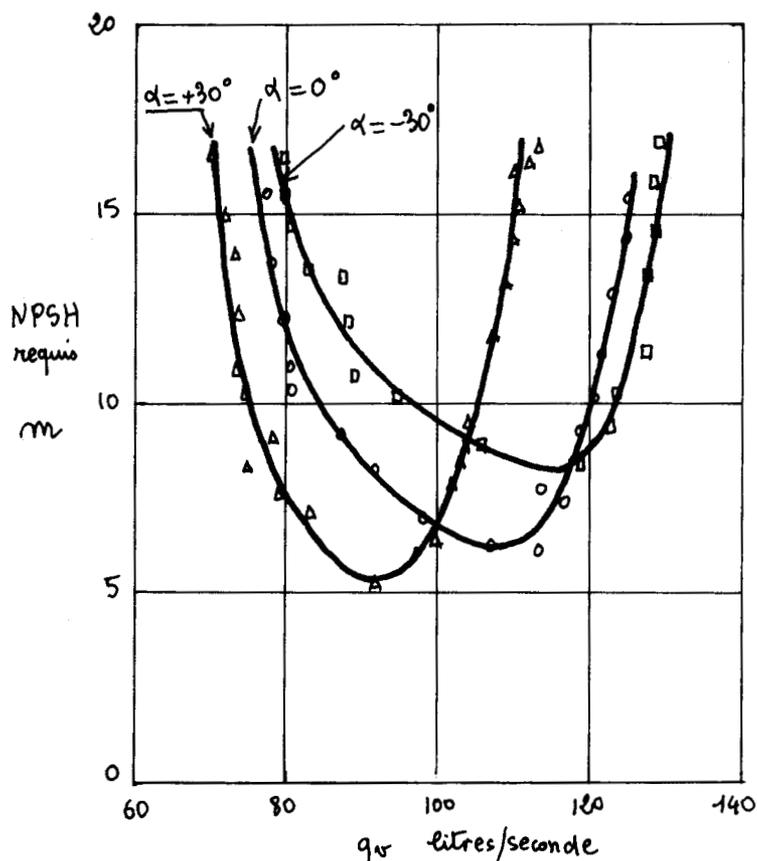


figure 7.17.

La figure 7.17 représente les courbes du N.P.S.H. requis, à 1450 t/mn, pour les positions de l'inclinaison  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\alpha = +30^\circ$  et  $\alpha = -30^\circ$ . On remarque que chaque courbe comporte bien deux branches, chacune d'elles correspondant à l'un des types de cavitation décrit plus haut.

## 2. Interprétation de la cavitation sans prérotation.

Rappelons que l'expression du N.P.S.H. requis par la pompe est

$$\text{N.P.S.H. requis} = \frac{c_1^2}{2g} + \lambda \frac{w_1^2}{2g} \quad [3]$$

$\lambda$  pouvant être considéré comme un coefficient de perte de charge singulière à l'entrée du profil, rapporté à la pression dynamique relative.

D'après cette expression il est normal que la cavitation commence par intéresser l'extrémité de la pale. En effet la vitesse relative d'entrée  $w_1$  est maximale en cet endroit, sous l'influence de la déformation progressive du triangle des vitesses le long de la pale, due à la variation de la vitesse d'entraînement  $u$  avec le rayon.

Pour les faibles débits, le triangle des vitesses se déforme selon la figure 7.18.a, dans laquelle on néglige la prérotation induite par le rotor. L'angle d'incidence augmente, entraînant l'accroissement de  $\lambda$  qui est prépondérant, malgré la diminution de  $c_1$  et de  $w_1$ . On sait, d'après les propriétés aérodynamiques d'un tel profil, que le point de pression minimale est alors sur l'extrados et c'est en ce point que débute la cavitation.

étant éclairé par un stroboscope électronique synchronisé par la vitesse de rotation.

Pour les faibles débits, on constate une cavitation du côté de l'extrados, n'intéressant que l'extrémité de la pale, et accompagnée en général d'une cavitation marginale dans le jeu existant entre le bout de la pale et le stator (photo 7.18.b). Cette cavitation disparaît en augmentant le débit.

Aux débits élevés, un autre type de cavitation apparaît, intéressant cette fois l'intrados, près du bord d'attaque de la pale (photo 7.19.b)

On note la valeur du débit à la limite de l'apparition de ces deux types de cavitation. On recommence ensuite les essais en faisant varier progressivement la pression qui règne au dessus de la surface libre d'aspiration. On peut donc tracer point par point une courbe du N.P.S.H. requis en fonction du débit.

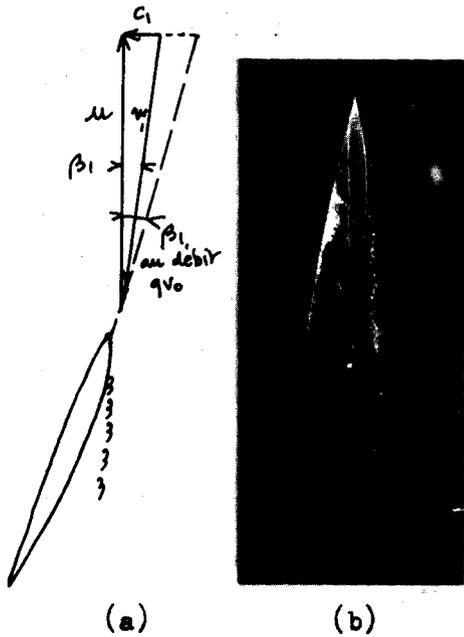


figure 7.18

Cavitation aux faibles débits

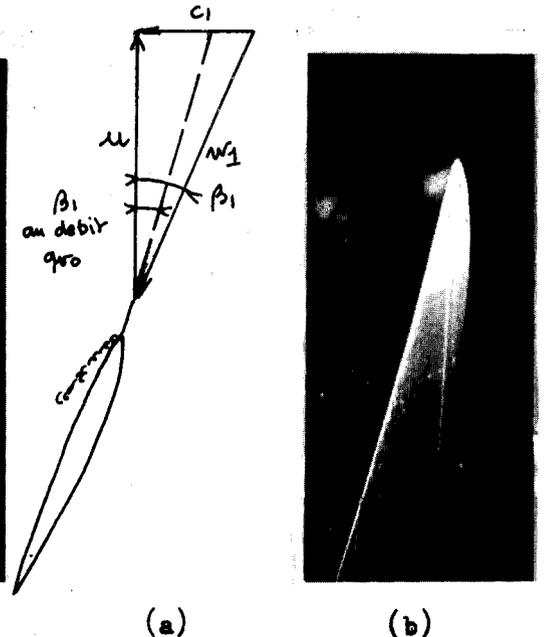


figure 7.19

Cavitation aux débits élevés

A N.P.S.H. constant, si on diminue encore le débit l'intensité de la cavitation augmente (photo 7.18.c). Elle débute plus près du bord d'attaque et s'accompagne d'un niveau sonore important, rappelant un véritable bruit de cailloux roulés.

La cavitation marginale observée s'explique par l'importance de la hauteur nette aux faibles débits ( voir figure 7.3). De ce fait la différence de pression entre intrados et extrados engendre un écoulement de fuite en sens inverse de l'écoulement principal, qui s'établit dans le jeu périphérique entre pale et stator. La dépression dynamique engendrée par cet écoulement engendre la cavitation marginale.

Pour les débits élevés le triangle des vitesses se déforme dans l'autre sens (figure 7.19.a), engendrant une cavitation sur l'intrados (photo 7.19.b), due à des incidences trop faibles ou négatives, selon le processus inverse du précédent.

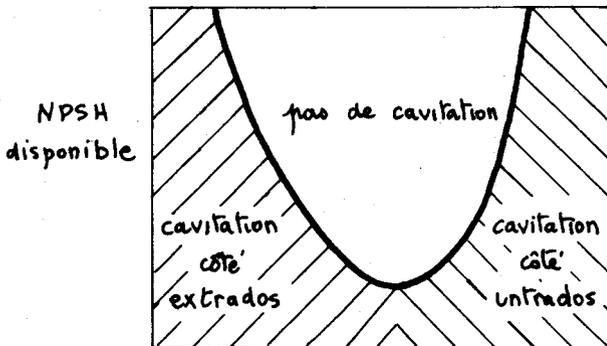


figure 7.20.

La différence de pression entre intrados et extrados est alors trop faible pour engendrer un débit de fuite important et, de ce fait, on n'observe pas de cavitation marginale.

La figure 7.20 schématise l'interprétation de la courbe du N.P.S.H. requis en fonction du débit pour une prérotation nulle.

### 3. Interprétation de l'influence de la prérotation sur la cavitation.

Rappelons que si, à débit constant, on crée une prérotation positive, on provoque une diminution d'incidence sur le profil (se reporter à la figure 7.9.).

En comparant avec l'interprétation précédente, on en déduit que :

- pour les faibles débits, la variation d'incidence provoquée par la prérotation positive est en sens inverse de celle qu'engendre la diminution du débit. Le N.P.S.H. requis sera donc plus faible pour  $\alpha = + 30^\circ$  que pour  $\alpha = 0^\circ$ .

- inversement, pour les débits élevés, la diminution d'incidence due à la prérotation positive s'ajoute en valeur absolue à celle provoquée par l'augmentation du débit. Le N.P.S.H. requis sera donc plus grand pour  $\alpha = + 30^\circ$  que pour  $\alpha = 0^\circ$ .

Toutes ces conclusions sont bien conformes à la figure 7.17.

Pour les prérotations négatives l'incidence augmente et le raisonnement est inverse du précédent. Les influences de la prérotation négative et de la variation de débit sur l'angle d'incidence sont de même sens à faible débit et de sens contraire aux débits élevés. Pour  $\alpha = - 30^\circ$  on obtiendra donc un N.P.S.H. requis plus grand que pour  $\alpha = 0^\circ$  à faible débit et un N.P.S.H. requis plus petit à grand débit.

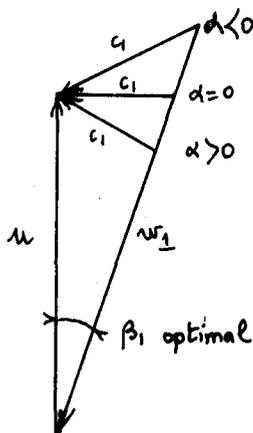


figure 7.21.

La figure 7.17. permet encore de constater que le N.P.S.H. requis minimal est plus petit pour  $\alpha = + 30^\circ$  que pour  $\alpha = 0^\circ$ , et plus grand pour  $\alpha = - 30^\circ$  que pour  $\alpha = 0^\circ$ .

Interprétons ce fait en étudiant, pour la direction optimale de  $w_1$  correspondant au minimum du coefficient  $\lambda$ , la variation de  $c_1$  et de  $w_1$  par rapport à leur valeur pour une prérotation nulle. La figure 7.21. montre que  $c_1$  et  $w_1$  diminuent pour une prérotation positive et augmentent pour une prérotation négative.

Le N.P.S.H. requis minimal, ayant comme expression :

$$NPSH_{\text{requis minimal}} = \frac{c_1^2}{2g} + \lambda_0 \frac{w_1^2}{2g}$$

varie donc bien dans le sens prévu. ( $\lambda_0$  désigne la valeur minimale de  $\lambda$ ).

En déterminant la valeur de l'inclinaison  $\gamma$  par la méthode exposée au § 7.4.5. et en traçant les trois triangles de vitesse correspondant aux minimums des courbes du N.P.S.H., nous avons pu vérifier la conservation de l'angle  $\beta_1$ , dans la limite de précision de nos mesures et de nos calculs. En reportant le N.P.S.H. requis minimal,  $c_1$  et  $w_1$  dans l'expression précédente du N.P.S.H. on peut calculer  $\lambda_0$  pour les trois minimums. Nous avons trouvé :

$\alpha$	$- 30^\circ$	$0^\circ$	$+ 30^\circ$
$\lambda_0$	0,33	0,344	0,357

On peut donc admettre que  $\lambda_0$  a une valeur constante quand  $w_1$  a une direction optimale.

Les photographies de cavitation obtenues permettent de confirmer les interprétations précédentes.



figure 7.22.  
 $\alpha = + 30^\circ$   $q_v = 80$  l/s  
NPSH disp. = 6,28 m  
 $\Delta$  NPSH = - 1,27 m  
 $\eta = 0,60$



figure 7.23.  
 $\alpha = 0^\circ$   $q_v = 80$  l/s  
NPSH disp. = 6,69 m  
 $\Delta$  NPSH = - 4,91 m  
 $\eta = 0,65$



figure 7.24.  
 $\alpha = - 30^\circ$   $q_v = 80$  l/s  
NPSH disp. = 6,16 m  
 $\Delta$  NPSH = - 9,34 m  
 $\eta = 0,66$



figure 7.25  
 $\alpha = + 30^\circ$   $q_v = 100$  l/s  
NPSH disp. = 6,64 m  
 $\Delta$  NPSH = - 0,46 m  
 $\eta = 0,55$



figure 7.26.  
 $\alpha = 0^\circ$   $q_v = 100$  l/s  
NPSH disp. = 6,19 m  
 $\Delta$  NPSH = - 0,614 m  
 $\eta = 0,71$



figure 7.27. LILLE  
 $\alpha = - 30^\circ$   $q_v = 100$  l/s  
NPSH disp. = 6,03 m  
 $\Delta$  NPSH = - 3,57 m  
 $\eta = 0,71$



figure 7.28.  
 $\alpha = + 30^\circ$   $q_v = 110$  l/s  
NPSH disp. = 7,93 m  
 $\Delta$ NPSH = - 7,47 m  
 $\eta = 0,42$



figure 7.29.  
 $\alpha = 0^\circ$   $q_v = 110$  l/s  
NPSH disp. = 7,61 m  
 $\Delta$ NPSH = + 1,01 m  
 $\eta = 0,715$



figure 7.30.  
 $\alpha = - 30^\circ$   $q_v = 110$  l/s  
NPSH disp. = 7,44 m  
 $\Delta$ NPSH = - 1,11 m  
 $\eta = 0,705$

Les photos 7.22, 7.23, 7.24 montrent la cavitation obtenue pour un débit de 80 l/s, un N.P.S.H. disponible sensiblement constant et de l'ordre de 6,40 m et les positions de l'inclinaire  $\alpha = + 30^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\alpha = - 30^\circ$ .

On constate que, comme il est possible de le prévoir en portant le point figuratif  $q_v = 80$  l/s, NPSH = 6,4 m sur la figure 7.17, la cavitation se produit toujours sur l'extrados pour les trois positions de l'inclinaire. Elle est de plus en plus intense quand la prérotation décroît. Pour  $\alpha = + 30^\circ$  elle n'intéresse que l'extrémité de la pale, pour  $\alpha = 0^\circ$  elle prend naissance également à l'emplanture de la pale sur le moyeu et, pour  $\alpha = - 30^\circ$ , elle intéresse toute la longueur de la pale.

Les photos 7.25, 7.26, 7.27 ont été réalisées au débit de 100 l/s, voisin du débit d'adaptation à la vitesse d'essai de 1450 t/mn, et pour un NPSH disponible d'environ 6,30 m. La cavitation débute sur l'intrados pour  $\alpha = + 30^\circ$  puis passe sur l'extrados avec des intensités croissantes pour  $\alpha = 0^\circ$  puis  $\alpha = - 30^\circ$ . La encore on vérifie les conclusions qu'il est possible de tirer à partir de la position du point figuratif sur la figure 7.17.

Il en est de même pour les photos 7.28, 7.29, 7.30 qui correspondent à un débit de 110 l/s et un NPSH disponible d'environ 7,5 m, qui montrent une cavitation pratiquement négligeable pour  $\alpha = 0^\circ$ .

Ces photographies permettent également d'étudier l'influence de l'incidence sur la localisation du début de cavitation. Par exemple, pour  $\alpha = - 30^\circ$ , on constate sur les photos 7.24, 7.27, 7.30 que plus l'incidence est grande, c'est à dire plus le débit est petit, plus le début de cavitation se rapproche du bord d'attaque. Ce fait peut s'interpréter par la variation de la forme de la courbe



figure 7.31.  
 $\alpha = - 30^\circ$   $q_v = 137$  l/s  
 NPSH disp. = 6,11 m  
 $\eta = 0,42$

des dépressions sur l'extrados de la pale en fonction de l'incidence.

Pour des débits très élevés, on peut quelquefois observer simultanément les deux types de cavitation. La figure 7.31, correspondant à  $\alpha = - 30^\circ$ ,  $q_v = 137$  l/s, NPSH disponible = 6,11 m, montre une cavitation sur l'intrados, normale d'après la position du point figuratif sur la figure 7.17, accompagnée d'une cavitation sur l'extrados qui débute très loin du bord d'attaque et qui correspond aux dépressions importantes existant aussi dans cette zone à cause de la valeur élevée du débit.

Les valeurs des rendements indiquées dans les légendes des photographies 7.22 à 7.31 permettent de constater que le rendement n'est pas très affecté par la cavitation côté extrados et qu'il peut même augmenter dans certains cas. Ce fait a déjà été signalé par R. HUGUENIN [4]. Il pourrait être dû à la diminution des pertes locales par frottement visqueux, le profil de la couche limite et les gradients locaux de vitesse étant complètement modifiés par la cavitation.

Au contraire la cavitation côté extrados correspond toujours à un rendement assez faible, ce qui semble normal, l'aubage étant alors utilisé avec une incidence faible ou même négative qui correspond à un mauvais rendement aérodynamique. :

#### 4. Influence de la prérotation sur les courbes de similitude de cavitation.

Remarquons tout d'abord que le choix du coefficient de cavitation de Thoma

$$\sigma = \frac{\text{NPSH requis}}{h_n}$$

ne semble pas indiqué pour cette étude. En effet nous avons vu que la prérotation fait varier à la fois la hauteur nette et le NPSH requis. Le coefficient de Thoma caractérise globalement ces deux influences et donne des courbes assez difficiles à interpréter.

Il semble plus indiqué d'utiliser le coefficient :

$$\mu_1 = \frac{g \cdot \text{NPSH requis}}{c_{d1}^2} \quad [5]$$

formé de manière analogue au coefficient de hauteur nette de Rateau, à partir du N.P.S.H. requis et de la vitesse débitante à l'aspiration  $c_{d1}$ .

La figure 7.32. représente les courbes de  $\mu_1$  en fonction du coefficient de débit  $\delta$  pour les trois positions de l'inclinaire étudiées précédemment. On peut en tirer les mêmes conclusions et interprétations que de la courbe  $\text{NPSH requis} = f(q_v)$  de la figure 7.17.

Comme la valeur du N.P.S.H. requis a été corrigée de l'influence du débit en la divisant par le carré de la vitesse débitante, on retrouve que les conditions optimales pour le minimum du coefficient  $\mu_1$  correspondent à  $\alpha = 0^\circ$ , c'est à dire au fonctionnement pour lequel la pompe a été calculée.

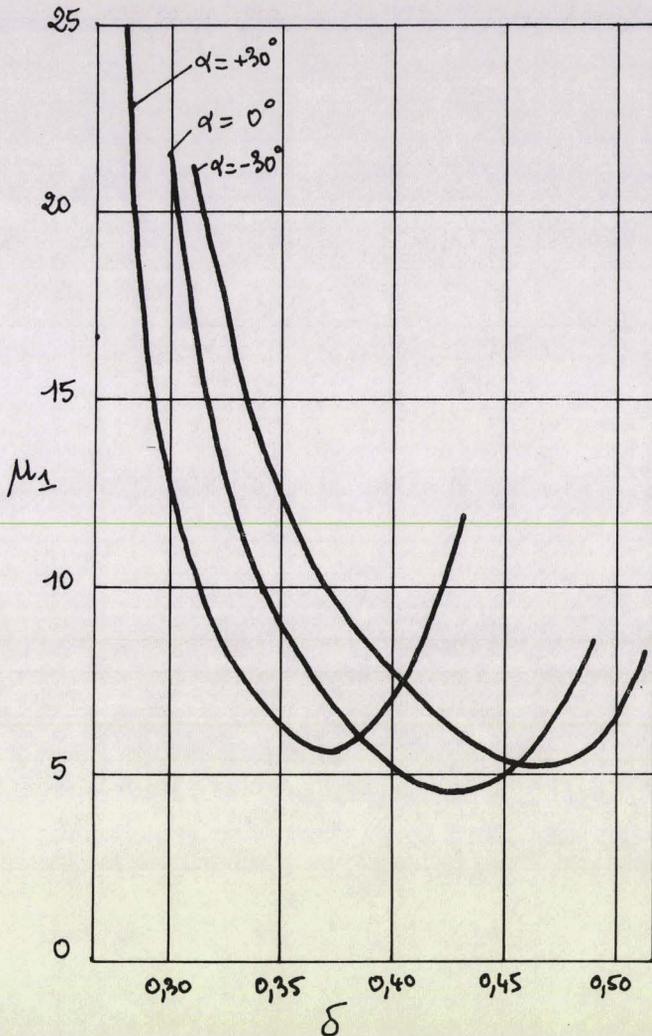


figure 7.32.

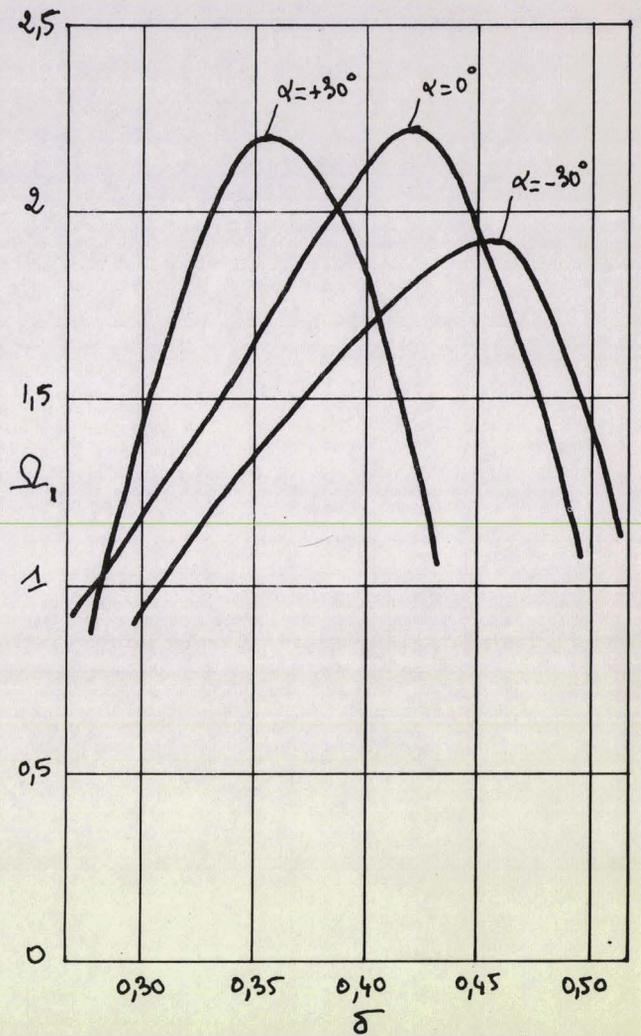


figure 7.33.

Nous avons également calculé le coefficient de vitesse angulaire d'aspiration  $\Omega_1$ , défini au § 5.6.2.

$$\Omega_1 = \frac{\omega \cdot q_v^{1/2}}{(g \cdot NPSH_{\text{requis}})^{3/4}}$$

La figure 7.33. représente les courbes du coefficient de vitesse angulaire à l'aspiration en fonction du coefficient de débit pour les trois prérotations étudiées. On peut en tirer les mêmes conclusions que précédemment. La valeur optimale de  $\Omega_1$  correspond sensiblement au point d'adaptation à prérotation nulle.

Cependant le  $\Omega_1$  maximal est égal à 2,2, ce qui est en contradiction avec l'étude du § 5.6.2. où, d'après les renseignements bibliographiques recueillis, devrait être de l'ordre de 3 et augmenter légèrement pour les grandes valeurs du coefficient de vitesse angulaire  $\Omega$ , c'est à dire pour les pompes axiales. Il apparaît donc que la machine étudiée est particulièrement sensible à la cavitation.

Les courbes précédentes ont été établies à 1450 t/mn. Des ennuis matériels ne nous ont pas permis de les vérifier à des vitesses d'essai différentes.

## 7.6. Conclusions.

### 1. Conclusions pratiques de nos essais.

L'installation d'un inclineur sur une pompe axiale permet une modification assez importante de ses courbes caractéristiques, non seulement dans le sens de la diminution des hauteurs et des débits, mais aussi dans le sens de leur augmentation.

Contrairement à ce que l'on constate pour un ventilateur, l'augmentation des performances obtenue par ce procédé n'altère pratiquement pas la courbe des rendements.

L'utilisation d'une prérotation peut donc être envisagée systématiquement

- soit, si elle est positive, pour réduire les performances d'une pompe comme dans l'utilisation plus classique des inclineurs à l'entrée des ventilateurs.

- soit, si elle est négative, pour augmenter les performances. Cette dernière application peut être précieuse pour adapter le débit d'une pompe axiale à un nouveau circuit d'utilisation ou, à la mise en route, à un circuit dont la caractéristique de la hauteur pratique d'élévation totale en fonction du débit n'était pas connue avec précision lors de la commande de la pompe. Ce procédé est d'autant plus intéressant qu'il n'affecte pratiquement pas la courbe rendement-débit et que, comme dans le cas de notre banc d'essais, l'inclineur peut être réalisé d'une façon assez économique.

Cependant l'utilisation d'une prérotation négative présente un léger inconvénient au point de vue cavitation, puisqu'elle relève l'ensemble de la courbe du N.P.S.H. requis en fonction du débit, tout en la déplaçant vers les débits plus élevés. Il ne faut donc pas utiliser ce procédé sans s'être préalablement assuré que le N.P.S.H. disponible du circuit d'utilisation est suffisant.

Inversement l'utilisation d'une prérotation positive peut être envisagée pour améliorer une installation donnant des difficultés au point de vue cavitation vers les faibles débits, au prix d'un léger sacrifice sur le rendement.

### 2. Travaux à poursuivre.

Nos travaux ont permis d'établir les conclusions pratiques précédentes et de donner de nombreuses interprétations théoriques des phénomènes observés que nous ne rappellerons pas en détail dans cette conclusion générale. Cependant ils gagneraient à être complétés pour essayer de mesurer plus finement l'action de l'inclineur.

L'installation de presses étoupes à travers le manchon de plexiglass et l'utilisation, immédiatement à l'amont et à l'aval de la roue, de sondes à cinq trous permettrait une meilleure connaissance des vitesses en grandeur et en direction, y compris la composante radiale. On pourrait ainsi étudier avec plus de précision les triangles de vitesses et la variation de l'inclinaison  $\gamma$  et de l'incidence  $i$  du profil en fonction du débit et de la position de l'inclineur.

Comme les pales de la pompe sont amovibles, l'intérêt de l'étude serait accru en faisant fabriquer d'autres pales, calculées à partir de profils aérodynamiques ayant des caractéristiques bien connues, permettant de préciser certaines de nos conclusions. Ce banc se prêterait aussi à la vérification des théories tourbillonnaires de la pompe hélice, par comparaison d'aubages calculés par différentes méthodes.

Dans son état actuel le banc d'essais permettrait de compléter nos essais de cavitation par une étude plus systématique de l'influence de la cavitation sur le rendement de la pompe et par des essais de cavitation à vitesse variable donnant une comparaison plus complète des qualités respectives des divers critères de similitude de cavitation.

L'utilisation d'une prise de pression statique forcée dans le plexiglass, juste avant le rotor, améliorerait la précision de la mesure du N.P.S.H. requis relatif à la roue seule, en éliminant l'influence de la bêche et de l'ouïe d'aspiration.

Le sondage des vitesses dans la section immédiatement à l'entrée de la roue, déjà prévu, permettrait également une étude plus fine du rôle de l'incidence ou de l'angle d'entrée  $\beta_1$  dans l'apparition de la cavitation et dans son développement le long de la pale.

Enfin il serait intéressant d'entreprendre des essais analogues sur une pompe centrifuge. Evidemment des variations de performances comparables ne peuvent être attendues puisque le terme  $u_1 c_1$  resterait faible par rapport au terme  $u_2 c_2$ . Cependant l'utilisation d'une prérotation positive permettrait certainement de réduire également le N.P.S.H. requis pour les petits débits et serait peut-être susceptible d'applications dans le domaine des pompes d'extraction ou des pompes alimentaires.

#### 7.7. Bibliographie.

- 1 H. DOROT Etude de l'installation d'un banc d'essais de pompe hélice. Contribution à l'étude de l'influence d'un moment cinétique créé à l'aspiration de la pompe. Mémoire d'ingénieur machines C.N.A.M. Centre Associé de Lille 1968.
- 2 R. MARQUET Contribution à l'étude du réglage aérodynamique des ventilateurs centrifuges. Mémoire d'ingénieur machines du C.N.A.M. Centre Associé de Lille 1966.
- 3 M. SEDILLE. Turbomachines hydrauliques et thermiques. Tome II. p 256.  
MASSON 1967.
- 4 R. HUGUENIN Influence des divers types de cavitation sur les bruits érosions et performances des divers types de machines hydrauliques.  
LA HOUILLE BLANCHE. n° 3/1964 p 363/376.
- 5 M. SEDILLE Turbomachines hydrauliques et thermiques. Tome II. p 269.

## 8. Influence de la giration sur la mesure du débit et de la pression d'un ventilateur par la méthode du caisson réduit

### 8.1. Introduction.

Une première édition des règles unifiées relatives aux ventilateurs, publiée en 1950 par la Commission technique du Syndicat des Constructeurs de matériel de ventilation, définissait la méthode du caisson réduit avec croisillon à l'entrée. La seconde édition de 1953 n'en différait que par quelques détails : en particulier le croisillon prévu au refoulement des ventilateurs susceptibles de créer de la giration était supprimé et remplacé par un nid d'abeille dans la partie terminale du caisson, à 0,75 diamètre en amont de l'orifice.

Au cours d'essais d'un ventilateur axial avec inclineur, dans lesquels la méthode du caisson réduit sans croisillon applicable à cette date était utilisée, Monsieur J. CYFFERS, alors chef de la Station d'essais des Etablissements NEU, constata des anomalies dans les caractéristiques relevées, ne pouvant s'expliquer par la théorie du ventilateur axial. Il me proposa de choisir l'étude de ce problème comme sujet de mémoire d'ingénieur machines du C.N.A.M. [1]. Monsieur le Professeur FORTIER, qui fit partie du jury de soutenance de mémoire, nous encouragea à publier les résultats de ce travail [2] qui fut l'un de ceux qui conduisirent à la mise au point de la méthode du caisson réduit avec croisillon, telle qu'elle est définie actuellement dans la norme N.F.X.10.200. [3]

### 8.2. Rappel du principe de la méthode du caisson réduit.

Nous rappellerons la méthode telle qu'elle était en vigueur au moment de nos essais pour les ventilateurs donnant une pression inférieure à 3500 pascals, ce qui était le cas du matériel utilisé. Nous renvoyons à la norme NF X 10 200 pour la méthode à appliquer actuellement.

#### 1. Description.

L'ensemble du dispositif d'essai est représenté par la figure 8.1. Il comprend :

a) Un diffuseur à  $7^\circ$  d'angle au sommet ( repère A ), de section d'entrée  $S_1$  et de section de sortie  $S_2$ .

b) Une partie cylindrique de diamètre  $D_2$  et de longueur  $1,2 D_2$ , raccordée à l'extrémité du diffuseur. Cette partie comporte un filtre en nid d'abeille destiné à supprimer la giration avant passage à travers l'orifice. (repère B)

La pression statique dans le caisson  $p_c$  est mesurée dans cette partie,  $0,375 D_2$  à l'amont de l'orifice.

c) Pour le raccordement du ventilateur au diffuseur, deux cas sont envisagés :  
- Ventilateurs à volute dont le refoulement est en général rectangulaire. Le raccordement se fait par une transformation rectangle au rond de section constante et de longueur égale au diamètre de la section circulaire.

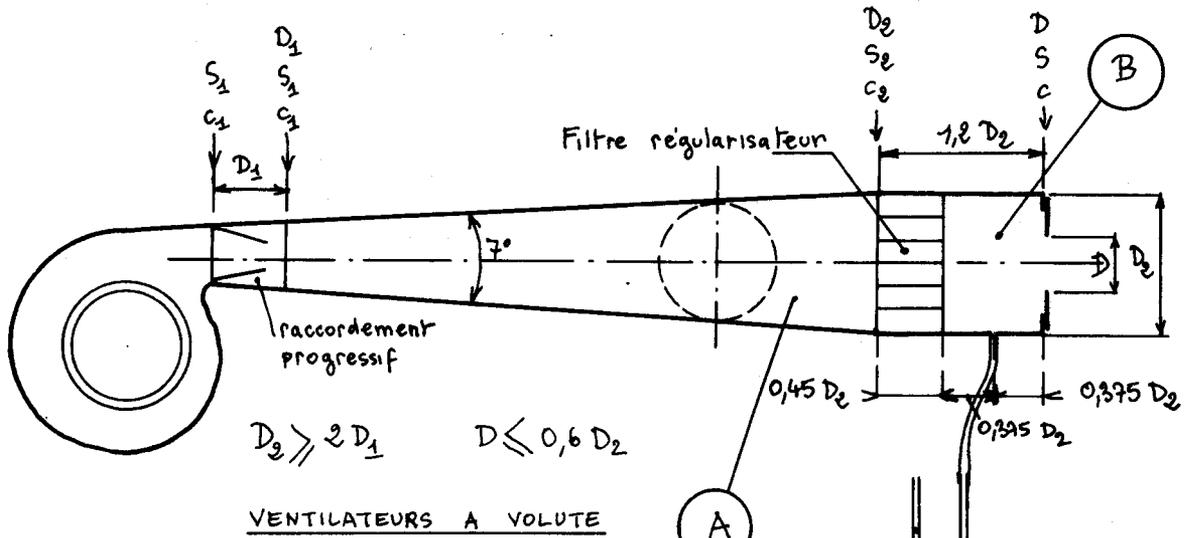
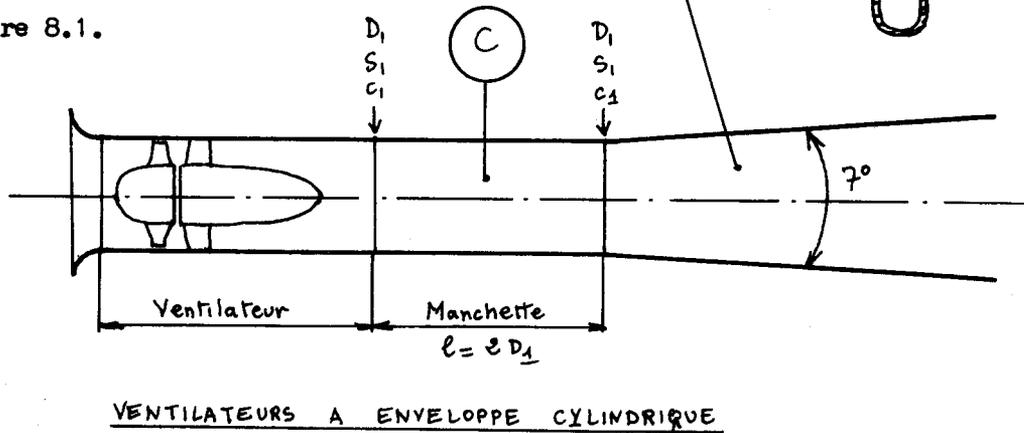


figure 8.1.



Ventilateurs à enveloppe cylindrique (ventilateurs hélicoïdes). Le raccordement se fait par une virole cylindrique de diamètre  $D_1$  et de longueur  $2 D_1$  ( repère C ).

## 2. Mesures.

Pour un orifice donné, donc pour un point de la courbe caractéristique du ventilateur, il suffit de mesurer :

- la pression au caisson  $p_c$  ( pression effective )
- la température à l'aspiration du ventilateur et éventuellement l'état hygrométrique.

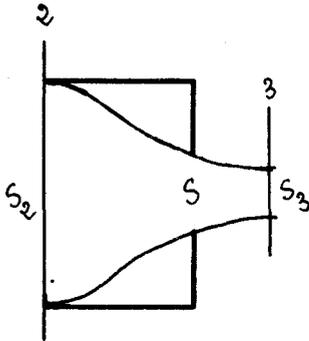
- la pression atmosphérique
- la vitesse de rotation du ventilateur
- la puissance absorbée par celui-ci

Nous nous préoccupons uniquement du calcul du débit et de la pression.

## 3. Calcul du débit.

Appliquons le théorème de Bernoulli entre les sections 2 et 3 (fig.8.2)

$$p_2 + \alpha_2 \rho \frac{c_2^2}{2} = p_3 + \alpha_3 \rho \frac{c_3^2}{2} + \xi \rho \frac{c_3^2}{2} \quad (1)$$



$\alpha_2$  et  $\alpha_3$  désignant les coefficients de correction d'énergie cinétique dans les sections 2 et 3 et  $\zeta$  le coefficient de perte de charge singulière correspondant à la perte de charge entre 2 et 3.

Posons  $m = \frac{S_3}{S_2}$  et  $c = \frac{S_3}{S}$ , coefficient de contraction dans le diaphragme.

La conservation du débit donne :  $c_2 = c_3 \frac{S_3}{S_2} = c_3 m c$

figure 8.2.

l'équation (1) s'écrit alors :

$$p_2 - p_3 = \frac{\rho c_3^2}{2} (\alpha_3 - \alpha_2 m^2 c^2 + \zeta) = p_c \quad \text{pression effective dans le caisson}$$

$$\text{d'où : } c_3 = \frac{1}{\sqrt{\alpha_3 - \alpha_2 m^2 c^2 + \zeta}} \sqrt{\frac{2 p_c}{\rho}}$$

$$\text{et } q_v = S_3 c_3 = \frac{S c}{\sqrt{\alpha_3 - \alpha_2 m^2 c^2 + \zeta}} \sqrt{\frac{2 p_c}{\rho}} = S c_q \sqrt{\frac{2 p_c}{\rho}}$$

$$\text{en posant : } c_q = \frac{c}{\sqrt{\alpha_3 - \alpha_2 m^2 c^2 + \zeta}}$$

$\alpha_3$  est voisin de 1, la contraction produisant une homogénéisation des vitesses. Le produit  $m^2 c^2$  reste inférieur à 0,05 et l'influence de  $\alpha_2$  est négligeable. Le coefficient de débit  $c_q$  dépend donc surtout de  $m$  et du nombre de Reynolds. Il est donné par les règles d'essai.

#### 4. Calcul de la pression.

En appliquant le théorème de Bernoulli entre les sections (1) et (2) on obtient, comme expression de la pression totale fournie par le ventilateur en (1) :

$$p_{t1} = p_1 + \alpha_1 \rho \frac{c_1^2}{2} = p_2 + \alpha_2 \rho \frac{c_2^2}{2} + \zeta_d \rho \frac{c_1^2}{2}$$

avec  $p_2 = p_c$  = pression effective dans le caisson et  $\zeta_d$  = coefficient de perte de charge équivalent à l'ensemble du diffuseur.

En tenant compte de la conservation du débit l'expression de  $p_{t1}$  devient :

$$p_{t1} = p_c + \frac{\rho c_1^2}{2} \left[ \alpha_2 \left( \frac{S_1}{S_2} \right)^2 + \zeta_d \right]$$

$\alpha_2$  et  $\zeta_d$  étant précisés par les règles d'essai pour les divers types de ventilateurs.

#### 5. Avantages de la méthode du caisson réduit.

Cette méthode est rapide, car elle nécessite une seule mesure de pression par diaphragme, donc par point de la courbe caractéristique. Les calculs sont très simples et la courbe du ventilateur est très vite obtenue à partir des résultats d'essais.

Si elle nécessite un caisson qui, pour des ventilateurs importants, est déjà de grandes dimensions, ce caisson peut servir également pour l'essai de petits ventilateurs, le rapport  $S_1/S_2$  n'ayant qu'une limite supérieure. Il suffit alors de

raccorder la section de refoulement du ventilateur au caisson réduit par des éléments de diffuseur à 7°.

Les avantages de la méthode du caisson réduit ressortent d'ailleurs mieux si on la compare aux méthodes étrangères et, en particulier, aux méthodes américaines et anglaises.

Ces dernières font appel à des tuyauteries de sections égales aux refoulements des ventilateurs essayés. Pour déterminer un point de la courbe caractéristique, il est nécessaire d'effectuer un minimum de 20 mesures de pressions dynamiques et de 20 mesures de pressions statiques ou totales, les autres relevés étant, bien entendu, les mêmes que ceux faits lors d'essais par la méthode du caisson réduit.

Ces méthodes nécessitent un matériel plus important (nombre de tuyauteries sensiblement égal au nombre de refoulements de ventilateurs susceptibles d'être essayés). Elles demandent un personnel plus nombreux et ne peuvent certainement pas prétendre à une précision meilleure. Des essais comparatifs effectués sur la même machine ont montré que la méthode du caisson réduit était environ quatre fois plus rapide que les méthodes anglaises et américaines.

### 8.3. Anomalies constatées dans l'emploi de la méthode du caisson réduit.

Lors de l'essai d'un ventilateur hélicoïde muni d'un inclineur à l'amont de l'hélice et sans dispositif redresseur à l'aval, on a relevé les courbes représentées en pointillé sur la figure 8.3.,  $q_v$ ,  $p_0$ ,  $\eta_0$  désignant respectivement le débit volume, la pression et le rendement au point d'adaptation.

On remarque que la courbe pression débit présente un creux au voisinage de  $q_v = q_{v0}$ . La courbe de rendement présente la même anomalie et, de plus, le rendement reste sensiblement constant pour  $q_v > q_{v0}$ .

La théorie classique des ventilateurs axiaux permet de montrer que la courbe de la pression indiquée d'Euler Rateau,  $\pi_i = \rho u (c_{u2} - c_{u1})$ , en fonction du débit est une droite décroissante, puis d'en déduire la courbe  $p(q_v)$  en lui retranchant toutes les pertes de charge internes au ventilateur. Elle ne permet pas d'expliquer le creux constaté dans les caractéristiques relevées.

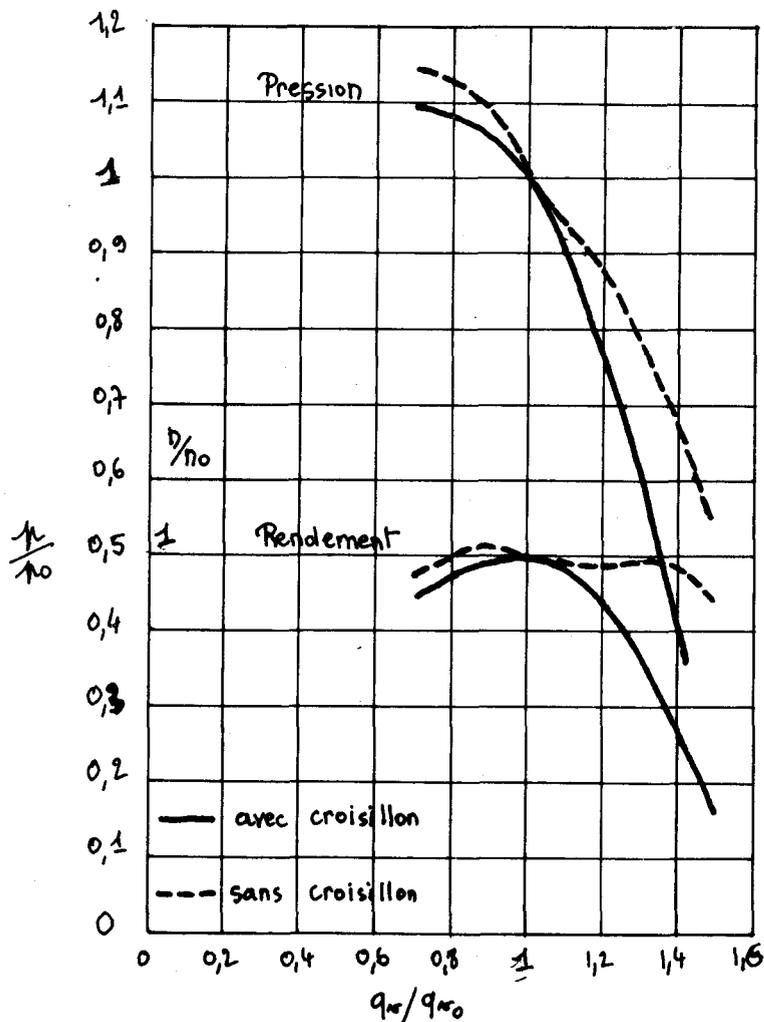


figure 8.3.

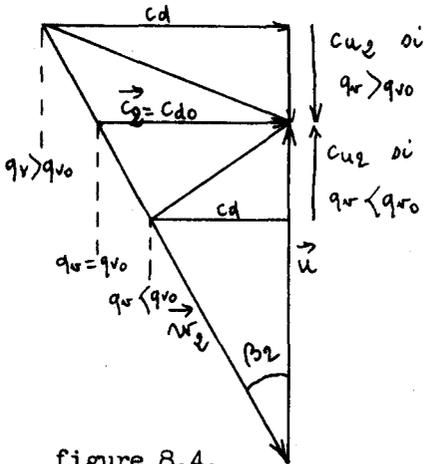


figure 8.4.

Le ventilateur étudié ne comportant pas de redresseur aval on sait que, au régime d'adaptation, la vitesse de sortie est axiale. Si on admet la conservation de l'angle de sortie  $\beta_2$ , la déformation du triangle des vitesses à la sortie de la roue en fonction du débit (figure 8.4.) montre que :

- si le débit est inférieur au débit d'adaptation on obtient une giration dans le sens de la vitesse d'entraînement.

- si le débit est supérieur au débit d'adaptation on obtient une giration en sens contraire de la vitesse d'entraînement.

Il était donc logique de penser que les anomalies constatées pouvaient être dues à l'influence sur la méthode de mesure de la giration qui naît de part et d'autre du point d'adaptation.

Comme la première édition des règles unifiées de 1950 recommandait l'insertion d'un croisillon dans la manchette de raccordement (repère C figure 8.1.) dans le but de détruire toute giration à l'entrée du diffuseur, un essai a été effectué dans ces conditions. Les courbes trouvées, représentées en trait continu sur la figure 8.3., ont retrouvé une allure normale.

Nous avons donc été conduits à étudier systématiquement l'influence de la giration sur les mesures de débit et de pression.

#### 8.4. Etude de l'influence de la giration sur les mesures de débit et de pression.

##### 1. Choix d'une mesure de débit de référence.

Afin de vérifier si la giration intervient dans les mesures de débit, il est nécessaire de contrôler les mesures faites au caisson réduit par un dispositif simple, ne perturbant pas l'écoulement derrière le ventilateur et n'étant pas soumis à l'influence de la giration. De plus la perte de charge d'un tel dispositif doit être faible, afin de permettre le fonctionnement du ventilateur sur des débits assez grands, la pression fournie étant alors relativement faible.

Ces considérations nous ont amenés à utiliser, comme dispositif de mesure, le collecteur d'entrée du ventilateur (figure 8.1.). Un tel dispositif a une perte de charge très faible et la pression statique mesurée au col,  $\Delta p$ , est très voisine de la pression dynamique moyenne. Pour augmenter la sensibilité de la mesure, nous avons diminué légèrement sa section et nous l'avons raccordé au ventilateur par un diffuseur à  $7^\circ$  prolongé par une manchette cylindrique de longueur  $2 D_1$  (fig.8.12.) ( $D_1$  = diamètre de la virole du ventilateur = 500 mm, diamètre au col du collecteur = 355 mm). (1)

Pour les nombres de Reynolds réalisés au cours des essais, on peut admettre que le coefficient de débit de ce dispositif est constant. Toutefois nous n'avons pas cherché à déterminer de coefficient et nous avons préféré étudier le rapport :

$$\frac{q_v \text{ mesuré caisson}}{\sqrt{\Delta p}}$$

$\Delta p$  : dépression au col du pavillon.

(1) La manchette contribue également à éliminer toute influence possible d'une prérotation induite par l'aspiration du ventilateur.

Si les mesures avec croisillon à l'aval du ventilateur sont exactes, ce rapport doit être constant. Pour caractériser l'erreur introduite sur les mesures de débit sans croisillon, nous avons étudié, pour le même orifice, le rapport :

$$\chi = \frac{\frac{q_v \text{ caisson sans croisillon}}{\sqrt{\Delta p \text{ aspiration sans croisillon}}}}{\frac{q_v \text{ caisson avec croisillon}}{\sqrt{\Delta p \text{ aspiration avec croisillon}}}} = \sqrt{\frac{p_c}{p_{cc}} \times \frac{\Delta p_c}{\Delta p}}$$

en appelant  $p_c$  : pression caisson sans croisillon  
 $p_{cc}$  : pression caisson avec croisillon  
 $\Delta p_c$  : dépression à l'aspiration sans croisillon  
 $\Delta p_{cc}$  : dépression à l'aspiration avec croisillon

Ce coefficient a l'avantage d'être sans dimensions et de ne dépendre ni des sections du collecteur et de l'orifice du caisson, ni des coefficients de débit de ces appareils.

## 2. Evolution de la giration, des vitesses et des pressions le long de l'installation.

Cette étude a pu être entreprise en utilisant des sondes de pression cylindriques à trois trous permettant de déterminer la vitesse en grandeur et en direction. La composante radiale a été négligée. Ces mesures ont été effectuées sur le caisson réduit de diamètre  $D_2 = 1,400 \text{ m}$  ( $S_1/S_2 = 0,1275$ ), immédiatement derrière l'hélice et pour  $S_1/S_2 = 0,177, 0,25, 0,36, 0,50, 0,725$ ,  $S_1$  désignant une section du diffuseur comprise entre  $S_1$  et  $S_2$ .

A partir de ces mesures, nous avons pu caractériser la giration à l'aval de l'hélice par le rapport :

$$\gamma = \frac{\text{énergie cinétique de giration}}{\text{énergie cinétique totale}}$$

Nous avons vérifié que l'écoulement derrière le nid d'abeille placé en B (fig.8.1.) était bien axial et, pour étudier le profil des vitesses dans cette partie, à  $0,5 D_2$  en amont de l'orifice, nous avons utilisé un anémomètre à fil chaud sensible aux basses vitesses et très amorti.

## 3. Dispositifs éliminant la giration.

Nous avons utilisé deux éléments différents :

- a) le croisillon défini au § 8.3.
- b) un nid d'abeille semblable à celui existant en B figure 8.1. Mailles de  $0,15 D$ , longueur  $0,45 D$ ,  $D$  étant le diamètre intérieur de la conduite. Pour ce dispositif deux dispositions ont été étudiées : à l'amont du tuyau cylindrique de longueur  $2 D_1$  (repère C figure 8.1.) ou à l'aval de ce tuyau.

## 4. Influence des dimensions du caisson.

Nous avons monté notre ventilateur hélicoïde de diamètre 500 mm successivement sur les caissons :  
 $D_2 = 1 \text{ m}$ ,  $S_1/S_2 = 0,25$  ;  $D_2 = 1,40 \text{ m}$ ,  $S_1/S_2 = 0,1275$  ;  $D_2 = 2 \text{ m}$ ,  $S_1/S_2 = 0,0625$   
 ce qui a permis de faire varier les rapports  $S_1/S_2$  et  $S/S_2$ .

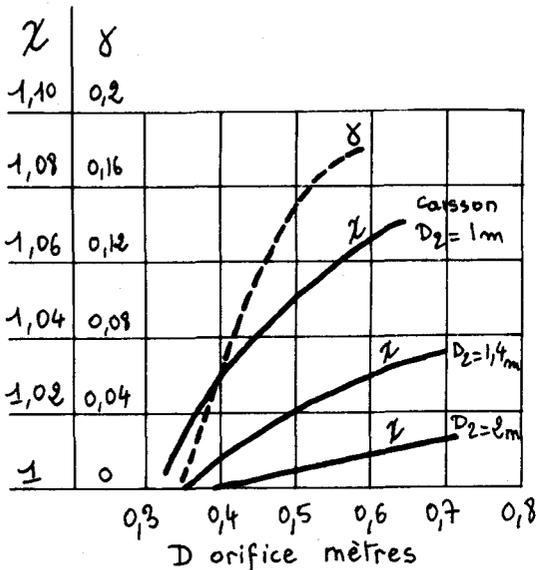
8.5. Analyse des résultats.

1. Mesures sans giration.

Nous avons vérifié qu'il ne subsiste aucune giration lorsque l'on place le croisillon dans la manchette C (fig.8.1) et que, dans ces conditions, le rapport  $q_v$  caisson/  $\Delta p$  défini au § 8.4.1. est constant quel que soit le caisson utilisé. Les valeurs obtenues pour ce rapport diffèrent au maximum de 0,7 %.

Nous avons vérifié également que les répartitions de vitesses  $c/c_m$  en fonction du rayon pour différentes sections du diffuseur étaient sensiblement les mêmes que celles relevées au cours d'essais réalisés par M. COTTIGNIES [4] et cela bien que le moyeu de l'hélice soit relativement important ( $D_1 = 500$  mm,  $d$  moyeu = 355 mm).

2. Influence de la giration sur les mesures de débit.



La figure 8.5. représente  $\chi$  et  $\gamma$  en fonction du diamètre de l'orifice pour les trois caissons utilisés. Nous avons choisi cette représentation car, pour un orifice donné, le débit varie très peu lorsque l'on change de caisson et on peut considérer que  $\gamma = Cte$  pour un même orifice quel que soit le caisson.

On remarque que  $\chi$  croît avec  $\gamma$  et varie surtout avec les dimensions du caisson. L'erreur maximale atteint pour l'orifice  $D = 0,6$  m + 6,5 % pour  $D_2 = 1$  m ; + 3 % pour  $D_2 = 1,4$  m ; et + 1 % pour  $D_2 = 2$  m .

Pour expliquer ces courbes on peut émettre l'hypothèse que la giration peut agir selon deux processus différents :

- en modifiant la répartition des vitesses à l'amont de l'orifice ce qui fait varier le coefficient de débit du diaphragme.
- en modifiant la pression  $p_c$  lue dans le caisson par récupération d'une partie de l'énergie cinétique de giration.

Examinons ces deux influences.

3. Influence de la giration sur la répartition des vitesses.

L'étude de la répartition des vitesses dans la section  $S_2$  du caisson nous a montré que les profils des vitesses  $c/c_m$  étaient complètement modifiés par la mise en place du croisillon à l'entrée du diffuseur (figure 8.6). En effet, sans giration, le maximum de vitesse est au centre ; au contraire l'inverse se produit lorsqu'il y a giration, le maximum étant alors très près des parois.

Ceci influe sur la contraction au passage de l'orifice. Pour une répartition du premier type, une plus grande partie du débit passe à travers l'orifice sans déviation; par contre, dans le second type de distribution, la contraction est plus grande, d'où un coefficient de débit plus petit et une erreur par excès si l'on adopte comme valeur de  $c_q$  celle correspondant au premier cas.

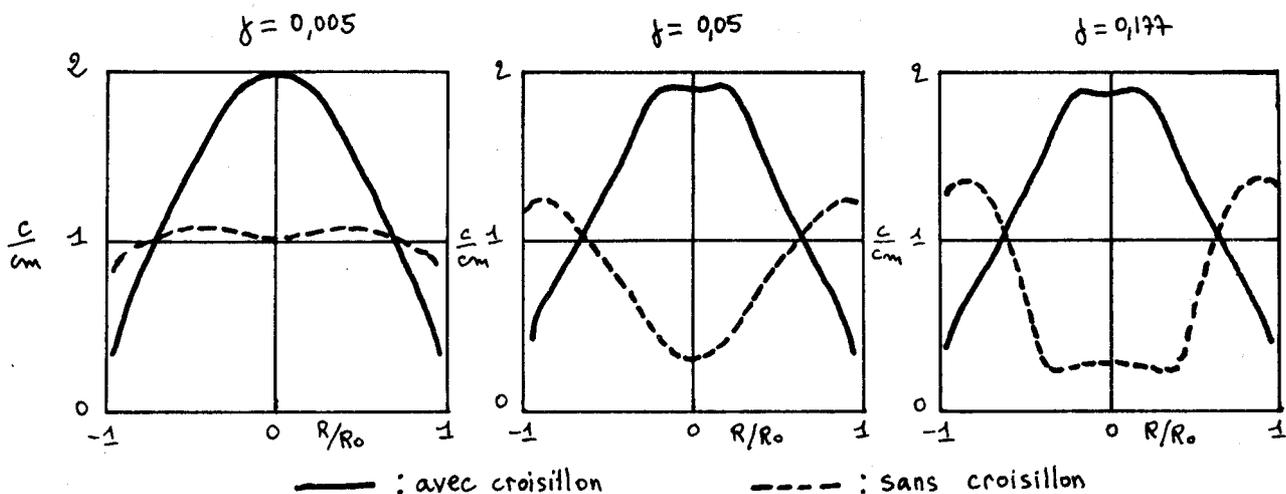


figure 8.6. : profil des vitesses en amont de l'orifice du caisson  $D_2 = 1,4$  m pour trois valeurs de  $\gamma$ .

La figure 8.7. montre l'allure du tracé des lignes de courant dans les deux cas par la méthode de Prasil [5]. La différence des coefficients de contraction y apparaît très nettement.

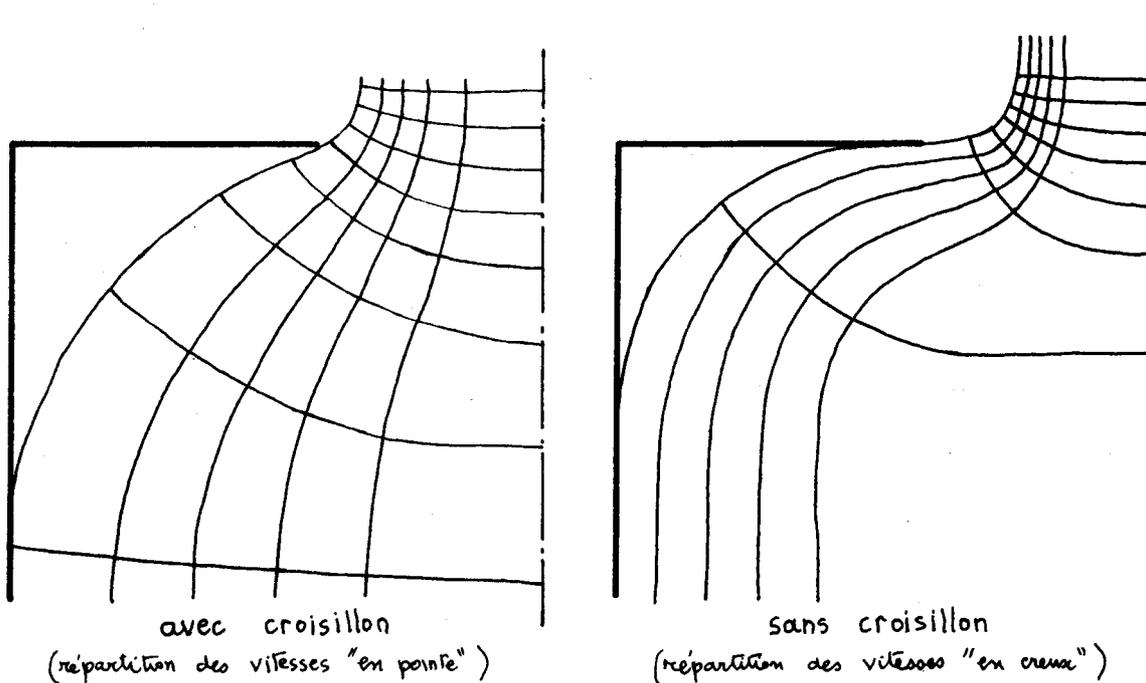


figure 8.7. Allure approximative des lignes de courant

Les essais entrepris vérifient bien ces hypothèses : on constate que l'erreur introduite par la giration est bien une erreur par excès (fig.8.5).

Cette influence est à rapprocher de celle mentionnée par la norme N.F.X.10.101 et par M. SCHLAG [6]. En effet cette norme tient compte d'un coefficient de rugosité et d'effet d'échelle  $J_2$ , celui-ci étant justifié par le fait que pour les petites conduites la rugosité relative est plus grande, d'où des

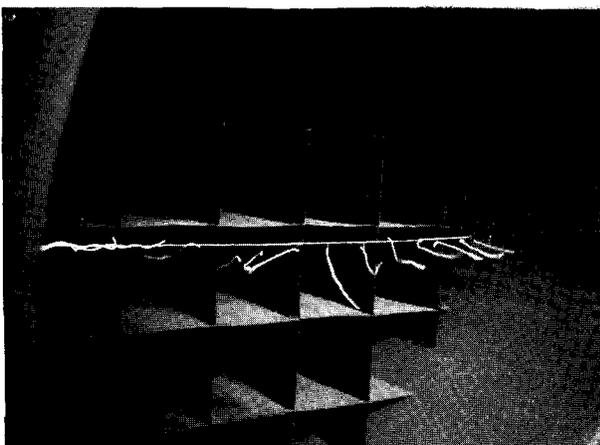


figure 8.8. : En l'absence de croisillon à la sortie du ventilateur on remarque des vitesses négatives au centre du caisson.

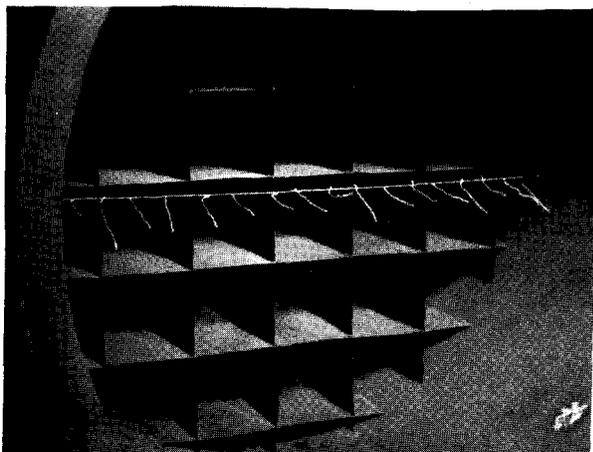


figure 8.9. : Le montage d'un croisillon a rétabli un écoulement normal.

écoulements avec et sans giration.

frottements sur les parois plus importants et un maximum de vitesse au centre plus accusé. Dans ce cas il y a augmentation du coefficient CE du diaphragme, c'est à dire du coefficient de débit.

L'étude de l'écoulement dans le diffuseur montre bien l'établissement de ces répartitions de vitesses, différentes pour un même profil derrière l'hélice.(figure 8.12).

Nous avons constaté, au cours des différentes mesures, l'existence de vitesses négatives dans la partie centrale du caisson et, en particulier, lorsque les rapports  $S_1/S_2$  et  $S/S_2$  sont très grands. Nous avons observé ce phénomène dans la partie terminale du caisson  $D_2 = 1$  m et nous avons tenté une visualisation par fils de laine disposés suivant un diamètre.

Dans ces conditions, le diaphragme étant enlevé pour permettre un examen plus facile, on remarque bien l'existence de vitesses négatives dans la partie centrale en l'absence de croisillon. Par contre la mise en place de ce dernier rétablit un écoulement normal (figures 8.8 et 8.9).

Il est bien évident que ces photographies illustrent un cas extrême, mais elles montrent bien les différences qui peuvent exister entre les

#### 4. Influence de la giration sur la répartition des pressions statiques dans le caisson.

Lorsque l'écoulement se fait sans giration, la répartition diamétrale des pressions statiques est uniforme. Mais il n'en est plus de même lorsqu'elle n'est pas supprimée à l'entrée du diffuseur (fig.8.10).

On remarque alors l'existence d'un minimum assez accusé au centre, d'où une pression statique à la paroi supérieure à la pression statique moyenne. Il s'ensuit une nouvelle erreur par excès sur le débit, beaucoup plus faible que celle attribuée à la variation des coefficients de débit (erreur de 1,5 % lorsque l'erreur totale est de 6 %).

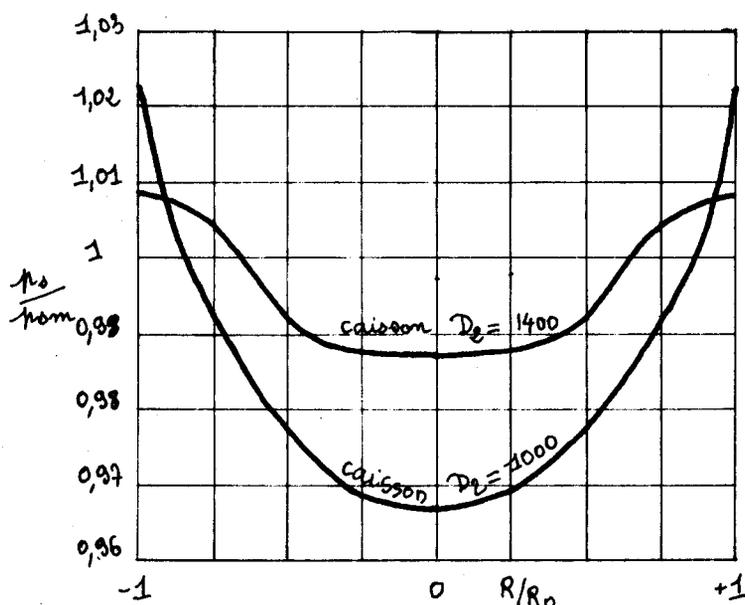


figure 8.10 : Variation du rapport  $p_s/p_{sm}$  à  $0,5 D_2$  en amont de l'orifice  $D = 0,600$  m

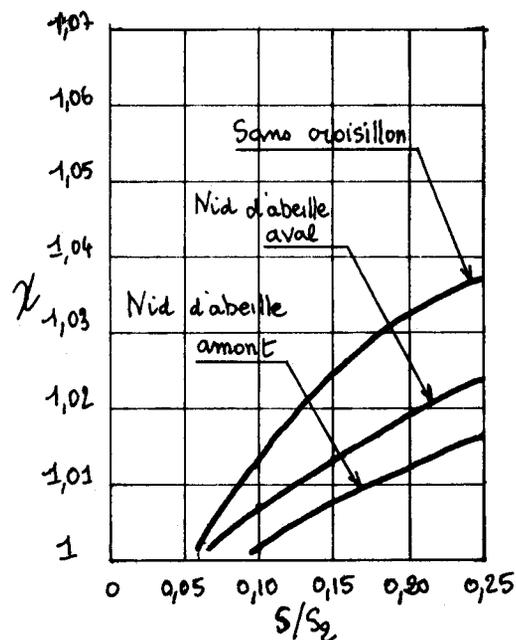


figure 8.11.

### 5. Influence des dimensions du caisson.

L'utilisation de plusieurs caissons nous a permis de faire varier les rapports  $S_1/S_2$  et  $S/S_2$ . Cependant il est impossible d'étudier, dans ces conditions, l'influence de chacun de ces facteurs. Pourtant la figure 8.12. nous montre que le profil des vitesses s'établit dès l'entrée dans le diffuseur et l'on peut penser que l'influence du rapport  $S/S_2$  est certainement prépondérante.

Nous retiendrons surtout que, pour un ventilateur donné, l'erreur est d'autant plus faible que le caisson est plus grand.

### 6. Comparaison des divers dispositifs destinés à éliminer la giration.

Les mesures faites sur le caisson  $D_2 = 1,400$  m nous ont permis de tracer les courbes de  $\chi$  en fonction du rapport  $S/S_2$ , sans croisillon, avec nid d'abeille à l'amont et à l'aval de la manchette cylindrique C. L'examen de la figure 8.11. nous montre que le nid d'abeille n'est pas aussi efficace que le croisillon, la position amont étant cependant préférable à la position aval. Ceci est d'ailleurs vérifié par l'examen de la figure 8.12., les profils de vitesses correspondant aux essais avec nid d'abeille étant intermédiaires entre ceux obtenus avec et sans croisillon.

Il semble que le nid d'abeille laisse passer une certaine composante giratoire, suffisante pour perturber l'écoulement dans le diffuseur.

### 7. Influence de la giration sur la mesure de la pression fournie par le ventilateur.

Si la giration n'exerce son influence que sur la mesure de débit on devrait, en corrigeant les débits mesurés sans croisillon, obtenir des courbes caractéristiques identiques à celles obtenues avec croisillon. On constate qu'il n'en est rien et que les différences, bien que plus faibles que dans la figure 8.3, sont encore appréciables

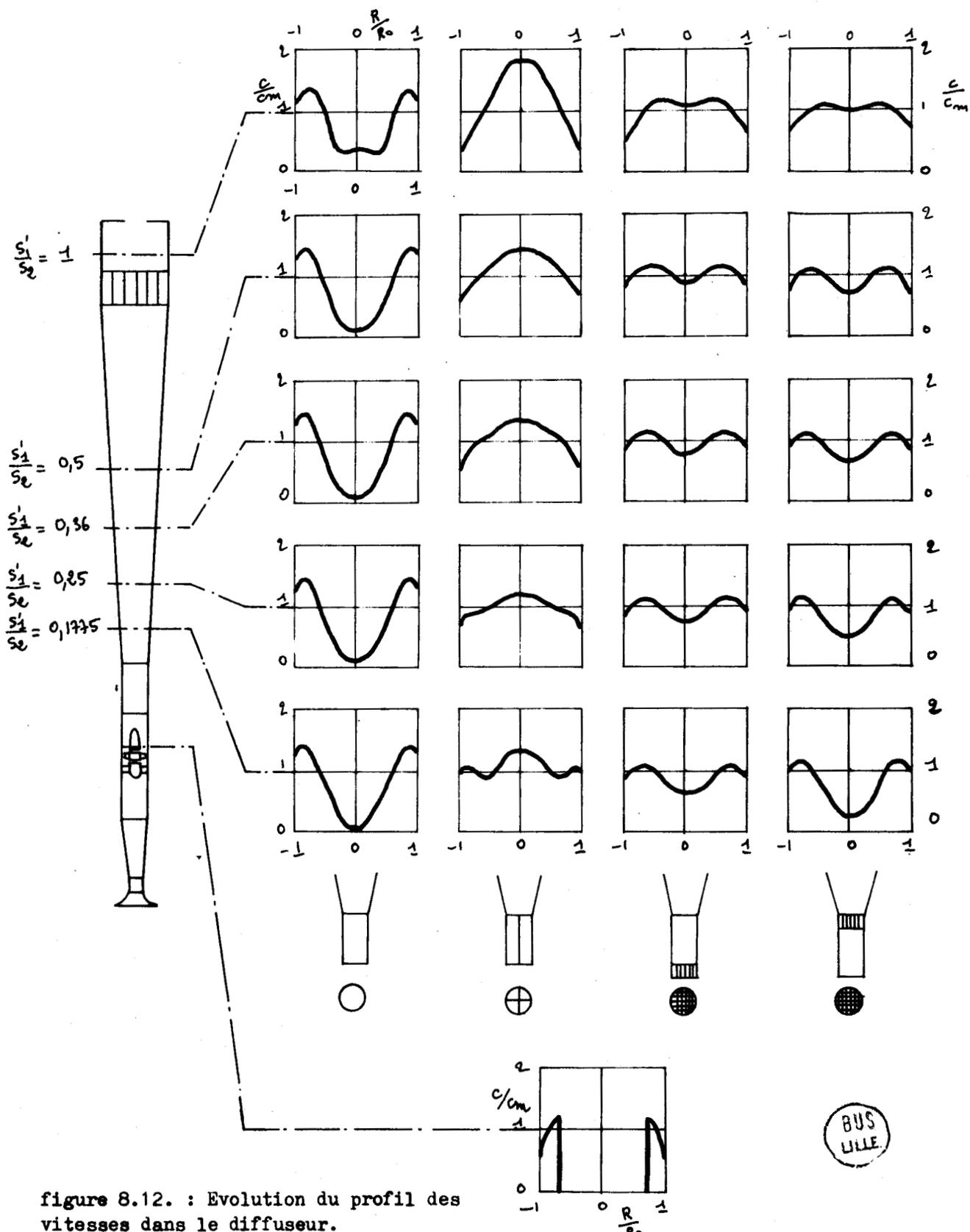


figure 8.12. : Evolution du profil des vitesses dans le diffuseur.

$D_2 = 1,4 \text{ m}$  ;  $S_1/S_2 = 0,1275$  ;  $D = 0,600 \text{ m}$  ;  $S/S_2 = 0,1838$

Ce point n'a pas été étudié en détail dans nos essais, qui portaient essentiellement sur les erreurs de débit. Cependant nous pouvons en tirer les observations suivantes :

- Nous avons vu, figure 8.10, que la pression statique relevée à la paroi était supérieure à la pression statique moyenne dans le caisson.
- Un relevé de la perte de charge dans le diffuseur avec croisillon à l'entrée nous a montré une bonne concordance avec les coefficients donnés par les Règles unifiées. Au contraire, pour les essais sans croisillon, la perte de charge en écoulement giratoire était environ dix fois plus grande que la perte de charge calculée.

Néanmoins il n'y a pas compensation des erreurs précédentes et la pression calculée dans les essais sans croisillon reste optimiste. Ceci semble prouver qu'une certaine partie de l'énergie cinétique de giration est récupérée dans le diffuseur, majorant ainsi la pression statique moyenne dans le caisson.

Notons également que, dans nos calculs, nous avons adopté 0,05 comme valeur du coefficient de perte de charge singulière dans le croisillon, valeur donnée dans la première édition des règles d'essai. La norme actuelle NF X 10 200 indique un coefficient de 0,07 et de récents essais de MM LONGEPIERRE et MATHIEU [8] ont donné 0,09.

## 8.6. Conclusion.

Les essais entrepris montrent l'influence très nette de la giration sur la mesure du débit par la méthode du caisson réduit et sur la mesure de la pression fournie par le ventilateur. Si on ne prend aucune précaution pour l'éliminer, dans certains cas défavorables, les erreurs peuvent atteindre + 6,5 % sur le débit et + 10 % sur la pression.

De nombreux essais seront encore nécessaires avant de pouvoir tirer une conclusion définitive sur l'influence respective des facteurs  $S_1/S_2$  et  $S/S_2$ .

Cependant les résultats des essais que nous venons d'exposer nous autorisent à affirmer que l'interposition d'un dispositif supprimant complètement la giration avant l'entrée du diffuseur permet, dans tous les cas, d'éviter de relever des caractéristiques erronées et optimistes et d'obtenir des mesures correctes tout en conservant les nombreux avantages présentés par la méthode du caisson réduit.

Le croisillon, déjà imposé par la première édition des règles unifiées, apparaît comme le plus simple et le plus efficace de ces dispositifs. Son emploi ne saurait être limité au cas des ventilateurs hélicoïdes, mais doit être étendu aux ventilateurs centrifuges dont l'écoulement à la sortie de la volute comporte souvent une composante giratoire.

### Remarque : Evolution des recherches sur la méthode du caisson réduit.

Nous avons rappelé ci-dessus la conclusion de nos essais, telle qu'elle a été donnée en 1960.

Monsieur J. CYFFERS [7] a complété ultérieurement ces recherches en utilisant un montage qui comportait deux caissons réduits disposés en série :

- l'un sans croisillon, muni d'un inclineur à l'entrée, et dont le diaphragme est relié à l'aspiration d'un ventilateur.

- l'autre, comportant un croisillon, disposé au refoulement du même ventilateur.

Ces essais ont confirmé les précédents et ont permis de donner des indications complémentaires, en particulier sur les pertes de charge en écoulement giratoire.

Monsieur le Professeur FORTIER et ses collaborateurs ont poursuivi de nombreux travaux qui ont également conduit à ne retenir que la méthode au refoulement du caisson réduit avec croisillon. Ces travaux ont abouti à la publication en 1964, par le C.E.T.I.A.T., des "Règles d'essais des ventilateurs" puis, en 1967, à la parution de la norme NF X 10 200.

Messieurs LONGEPIERRE et MATHIEU [8] ont mis en évidence, dans le cas d'un ventilateur centrifuge, l'importance de l'orientation du croisillon, dont la norme impose le parallélisme aux côtés de la buse de refoulement si celle-ci est carrée ou rectangulaire. Lorsque le croisillon est incliné de  $45^\circ$  par rapport à la position normalisée on constate jusqu'à 4,5 % de diminution de pression. D'autre part il faut définir avec précision le raccord rectangle-rond entre buse et croisillon et prendre de nombreuses précautions pour assurer la fidélité des mesures (éviter les défauts d'alignement des brides, la déformation de la volute au cours de l'assemblage avec le dispositif d'essais, l'empoussiéage du ventilateur au cours des essais).

Enfin l'étude du terme correctif de perte de charge a montré que la méthode de calcul de la norme NF X 10 200 sous estimait la correction de pression et risquait de mettre les constructeurs français en situation défavorable devant la concurrence étrangère.

Messieurs AMIARD, VANEHEM et WAUTERS [9] ont également montré que, pour un ventilateur hélicoïde, la suppression du croisillon relève très sensiblement la courbe caractéristique et que l'on observe un effet analogue en intercalant une manchette de longueur égale à trois diamètres entre le croisillon et le diffuseur.

Au contraire la suppression de la manchette de longueur égale au diamètre entre le ventilateur et le croisillon abaisse considérablement la courbe caractéristique, sans doute à cause de la réaction du croisillon sur le fonctionnement interne de la machine. Par contre l'allongement de cette manchette n'a pas d'effet sensible

Parmi les autres conclusions de ces auteurs nous relèverons la nécessité d'ajouter un croisillon dans la norme britannique BS 848 n°3, la nécessité de mesurer les pressions statiques après un dispositif redresseur et enfin, comme pour les auteurs précédents, la constatation que la méthode du caisson réduit telle qu'elle est normalisée actuellement donne les performances les plus faibles.

#### 8.7. Bibliographie.

- 1 J. CYFFERS Contribution à l'étude de l'influence de la giration sur les mesures de débit des ventilateurs par la méthode du caisson réduit. Mémoire d'ingénieur machines du C.N.A.M. Centre Associé de Lille. 1960
- 2 J. CYFFERS et R. OUZIAUX : Contribution à l'étude de l'influence de la giration sur les mesures de débit des ventilateurs par la méthode du caisson réduit. Chaleur et Industrie. Juin 1961. Pages 167/178.

- 3 Norme française X 10-200 : Règles d'essais aérauliques en plate-forme des ventilateurs à enveloppe. Avril 1967.
- 4 C.H.COTTIGNIES : Contribution à l'étude des pertes de charge singulières. P.S.T. du Ministère de l'Air, n° 231
- 5 R. OUZIAUX et J. PERRIER: Mécanique des fluides appliquée. Tome 1. Pages 68/70. Dunod.
- 6 A. SCHLAG. Etude de l'écoulement en conduite des liquides gaz et vapeurs. Dunod.
- 7 J. CYFFERS. Application de la méthode du caisson réduit à la mesure des caractéristiques de ventilateurs avec giration. Le Courrier des Etablissements Neu. n° 26. Juillet 1963. Pages 26/39.
- 8 H.LONGEPIERRE et J. MATHIEU. Etude expérimentale sur le dispositif de la méthode du caisson réduit d'essai en plate-forme des ventilateurs à enveloppe. Informations aérauliques et thermiques n° 19. Décembre 1968. Pages 2/33.
- 9 P. AMIARD. R.VANEGHEM. P.WAUTERS. Détermination de caractéristiques aérauliques d'un ventilateur hélicoïde à l'aide de diverses méthodes d'essai. Industries Thermiques et Aérauliques. Avril 1969. Pages 251/263. Mai 1969. Pages 323/333. Juin 1969. Pages 373/384.

C

DYNAMIQUE APPLIQUEE  
AUX  
MACHINES

## 9. Vibrations de torsion d'un hélico compresseur entraîné par moteur synchrone

### 9.1. Incidents observés dans l'exploitation d'un hélico compresseur de 2 000 ch.

#### 1. Description de l'installation.

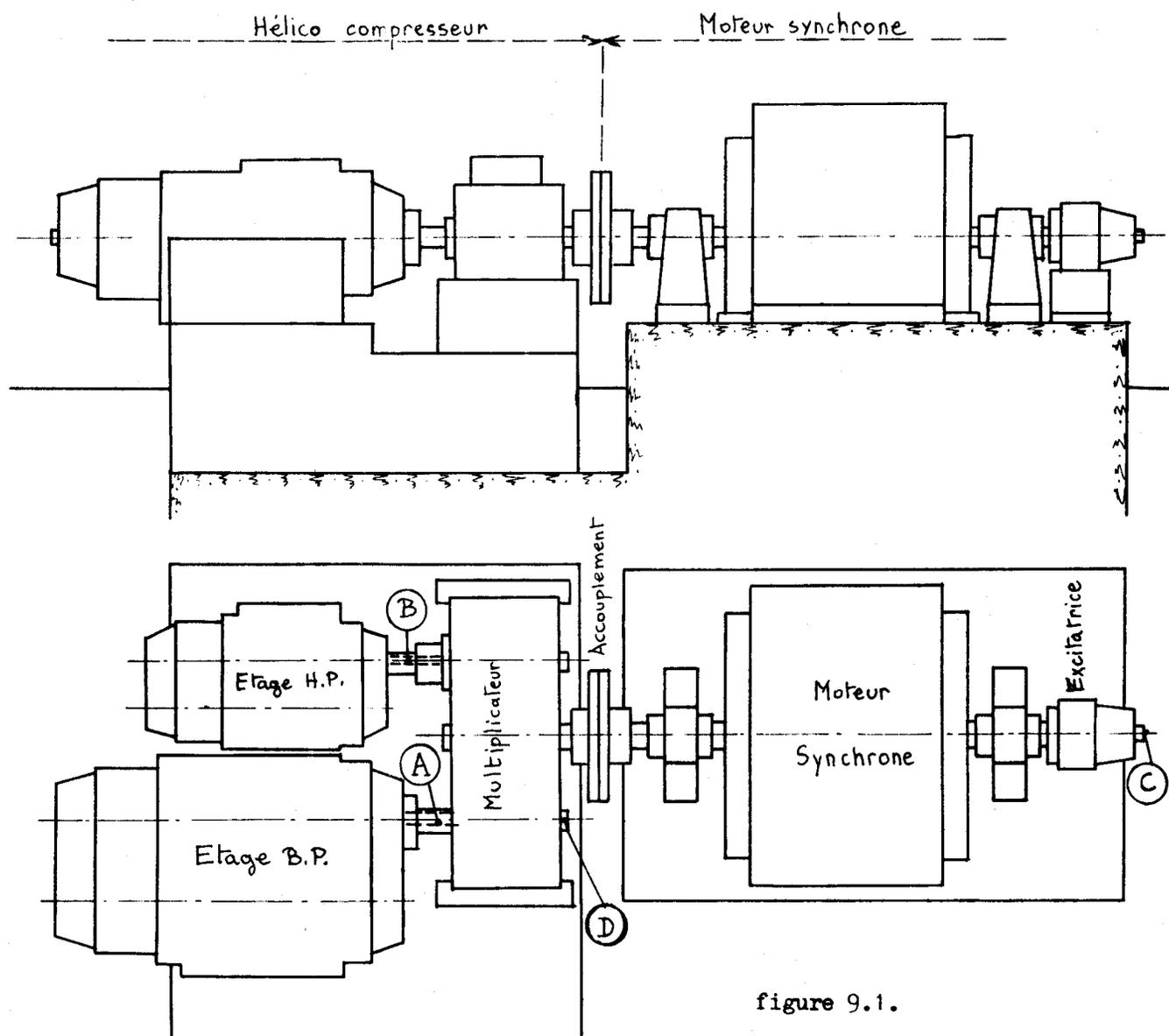


figure 9.1.

Cette installation, représentée ci-dessus, comprend un hélico compresseur à deux étages, destiné à alimenter en air comprimé à 7 bars un circuit d'utilisation situé au fond d'un puits de mine des Houillères Nationales. Le débit volume ramené aux conditions à l'aspiration est de  $15\ 000\ \text{m}^3/\text{h}$ . La puissance sur l'arbre 2100 ch. Le réglage du débit est du type tout ou rien, commandé par la pression dans le réservoir de régularisation et agissant sur une soupape de décharge du refoulement à la pression atmosphérique.

L'entraînement du compresseur est assuré par un moteur électrique synchrone, de puissance sur l'arbre 2100 ch à 1500 t/mn, à démarrage par inductance et excitatrice en bout d'arbre. Ce moteur attaque un multiplicateur à engrenages par l'intermédiaire d'un accouplement élastique à plots. Les engrenages sont à denture hélicoïdale. Les rapports de multiplication et les vitesses de rotation des arbres B.P. et H.P. au synchronisme sont donnés par le tableau suivant :

	Rapport de multiplication	Vitesse au synchronisme
Etage B.P.	$147/67 = 2,195$	3290 t/mn
Etage H.P.	$147/44 = 3,33$	5000 t/mn

## 2. Incidents survenus.

Après 410 heures de fonctionnement et 140 démarrages, on constata une rupture de l'arbre B.P. (repère A, fig.9.1). La nature de la cassure observée indiquait qu'il s'agissait d'une rupture par torsion. A l'époque de cette rupture l'accouplement moteur-multiplicateur était rigide, du type à denture droite. On essaya de remédier empiriquement à ce défaut en montant un accouplement élastique.

Après 1160 heures de fonctionnement et 240 démarrages, on constata un battement de l'arbre H.P. (repère B, fig.9.1), accompagné d'une déformation des filets, du desserrage de l'écrou de blocage du côté multiplicateur et d'un jeu radial important dans les cannelures.

Après 1390 heures de fonctionnement et 270 démarrages on constata à nouveau le défaut précédent, accompagné d'un grippage général des paliers et blocage de l'écrou de bout d'arbre du multiplicateur.

Des traces de "fretting" dans le filetage ( phénomène dû aux vibrations mécaniques qui se manifeste par la formation de particules d'oxyde de fer qui finissent par s'agglomérer et constituer un corps très dur ), indiquent un battement longitudinal, sans doute lié à la vibration de torsion sous l'action de la réaction due à l'inclinaison de la denture des engrenages du multiplicateur.

Le jeu important dans les cannelures côté rotor est aussi accompagné de fretting, ce qui indique la présence de vibrations importantes.

La visite de l'arbre d'entraînement côté B.P., effectuée simultanément, ne révèle aucun jeu ni aucune trace de fretting.

## 3. But de l'étude.

Monsieur R. BOVANI, alors technicien aux Houillères Nationales, me proposa de choisir, comme sujet de mémoire d'ingénieur machines du C.N.A.M. [1], l'étude théorique et expérimentale de cette installation, en vue d'expliquer les incidents constatés et de rechercher une solution.

Une vérification du calcul des arbres d'entraînement nous a montré que le coefficient de sécurité était largement suffisant pendant le fonctionnement continu à pleine charge. De même, après enregistrement au tachygraphe de la variation de vitesse pendant le démarrage de la machine, on vérifie que les couples d'inertie dus aux accélérations angulaires ne peuvent expliquer la rupture.

A priori on peut donc prévoir, comme le suggérait l'examen des arbres défectueux, qu'il s'agit vraisemblablement d'un phénomène de vibration de torsion.

Nous calculerons d'abord les vitesses critiques de torsion de l'ensemble et nous les comparerons aux résultats expérimentaux. La détermination des déformations angulaires relatives et leur étalonnage expérimental permettra de localiser les points dangereux pour chaque mode de vibration et, si notre méthode est exacte, de vérifier qu'ils correspondent bien aux points ayant donné lieu à des incidents.

Il faudra ensuite rechercher la cause de l'excitation de ces vibrations de torsion, trouver une solution la plus économique possible pour éviter le retour des ruptures constatées, puis soumettre cette solution à des essais comparatifs expérimentaux.

## 9.2. Recherche des vitesses critiques de torsion de l'ensemble.

### 1. Schématisation du système mécanique en rotation.

Pour faciliter les calculs on remplace le système mécanique réel par un système équivalent dans lequel on adopte un diamètre unique pour tous les arbres.

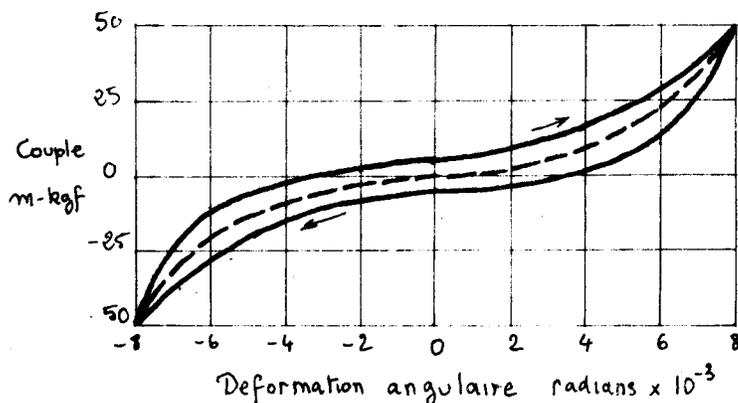


figure 9.2.

Chaque arbre de longueur  $L$  et de diamètre  $d$  est remplacé par une longueur équivalente  $L_e$  d'un arbre de diamètre équivalent unique  $d_e$  ayant même constante de torsion. D'après les lois de la torsion on a :

$$L_e = L \left( \frac{d_e}{d} \right)^4$$

Les volants, caractérisés uniquement par leur moment d'inertie massique, sont supposés localisés en des points géométriques de la ligne d'arbre. La longueur de l'arbre est alors calculée à partir des faces latérales du volant

et non à partir du centre de la masse. Cette hypothèse est suffisante pour les volants très rigides à la torsion. Sinon on introduit une correction de longueur équivalente, pour tenir compte de la déformation de torsion propre du volant.

Tous ces calculs ont été établis en tenant compte des règles publiées par la B.I.C.E.R.A. [2]

La détermination de la constante de torsion équivalente à l'accouplement ne peut être qu'approximative car la caractéristique de torsion due à la déformation des plots de caoutchouc n'est pas linéaire et présente de l'hystérésis. La figure 9.2. représente l'allure d'une telle caractéristique.

Nous avons admis une valeur moyenne :  $k = 0,5 C_{\text{maxi}} / \alpha_{\text{maxi}}$

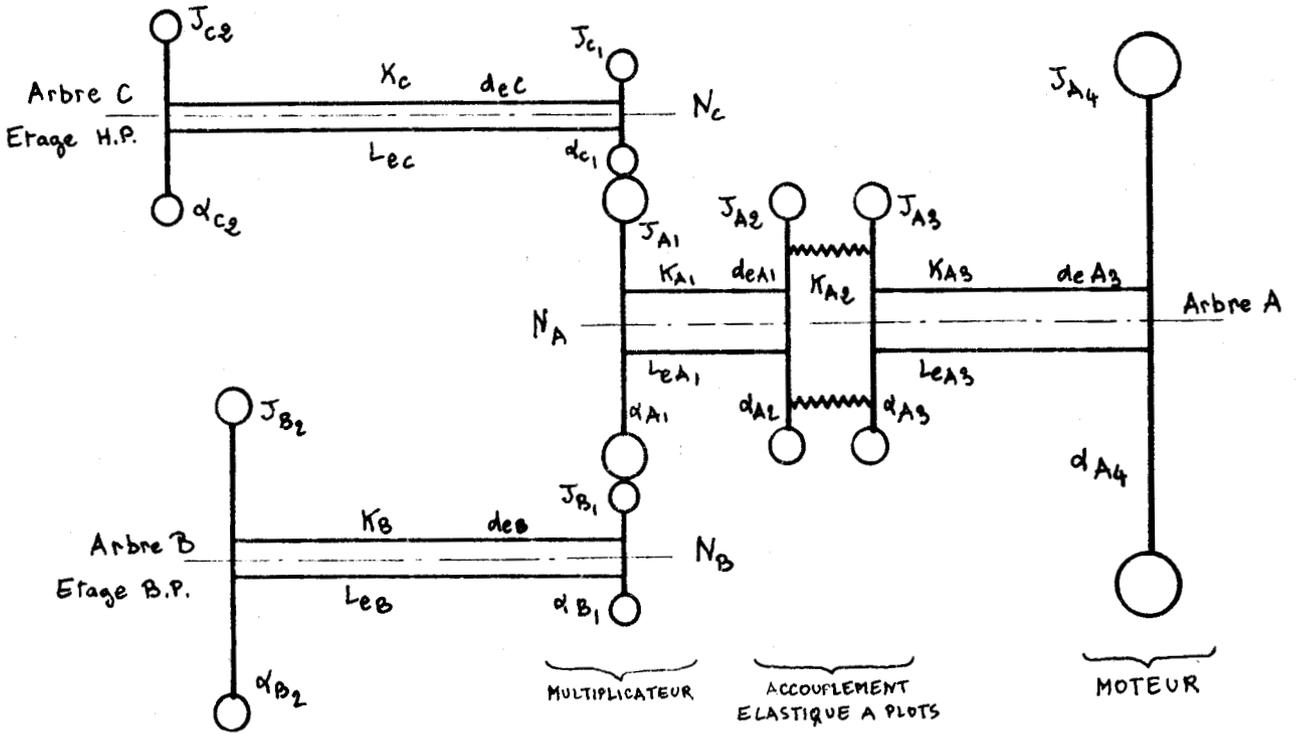
- $\alpha_{\text{maxi}}$  : déformation angulaire maximale admissible dans l'accouplement
- $C_{\text{maxi}}$  : couple de rappel correspondant à la déformation maximale

La figure 9.3. résume les résultats de nos calculs.

### 2. Réduction à un système équivalent comportant une vitesse de rotation unique.

Dans un ensemble aussi complexe, où le calcul des fréquences propres doit faire appel aux méthodes par approximations successives, il faut déterminer en première approximation l'ordre de grandeur des fréquences propres, en réduisant à

Figure 9.3. : SCHÉMATISATION DU SYSTÈME MÉCANIQUE EN ROTATION



Valeur des paramètres

MASSES	J Rgf.cm. <sup>2</sup>	ARBRES	Le cm	de cm	K Rgf.cm/rad	C nominal Rgf.cm	N t/mm	Rapport des vitesses
A <sub>1</sub>	153	} A <sub>1</sub>	41	11	2,905 10 <sup>7</sup>	1,004 10 <sup>5</sup>	1500	$\tau_B = \frac{N_B}{N_A} = -2,195$
A <sub>2</sub>	95,5				5,7 10 <sup>6</sup>	"	"	
A <sub>3</sub>	95,5				} A <sub>3</sub>	60	14	
A <sub>4</sub>	1400	"	"					
B <sub>1</sub>	9,43	} B	66	4	3,161 10 <sup>5</sup>	2,095 10 <sup>4</sup>	3230	
B <sub>2</sub>	313,5							
C <sub>1</sub>	2,42	} C	77	3,6	1,755 10 <sup>5</sup>	1,56 10 <sup>4</sup>	5000	$\tau_C = \frac{N_C}{N_A} = -3,33$
C <sub>2</sub>	31,1							

un système équivalent plus simple. Ce procédé permet de diminuer le nombre d'itérations nécessaires et de gagner beaucoup de temps.

On commence par réduire le nombre de volants en disposant, au barycentre des moments d'inertie des volants à réduire, un volant équivalent ayant comme moment d'inertie la somme des moments d'inertie des volants qu'il remplace.

Puis, pour simplifier les équations, on remplace le système déterminé par un autre système équivalent tournant à une vitesse unique choisie comme référence. L'équivalence des énergies cinétiques et des énergies de déformation conduit aux relations :

$$C_e = \pm C \frac{N}{N_e}, \quad \alpha_e = \pm \alpha \frac{N_e}{N}, \quad J_e = J \left( \frac{N}{N_e} \right)^2, \quad K_e = K \left( \frac{N}{N_e} \right)^2$$

La figure 9.4. représente le système équivalent obtenu, comportant quatre volants et trois arbres, ramenés à la vitesse de rotation unique de l'arbre A.

Indices	J kgf.cm/0 <sup>2</sup>	K cm-kgf/rad
A	1400	2,9.10 <sup>7</sup> (1) 6,2.10 <sup>6</sup> (2)
B	1512	1,52.10 <sup>6</sup>
C	345	1,95.10 <sup>6</sup>
D	416	

- (1) cas de l'accouplement rigide ( $K_{A2} = \infty$ )  
 (2) cas de l'accouplement élastique ( $K_{A2} = 5,7 \cdot 10^6$ )

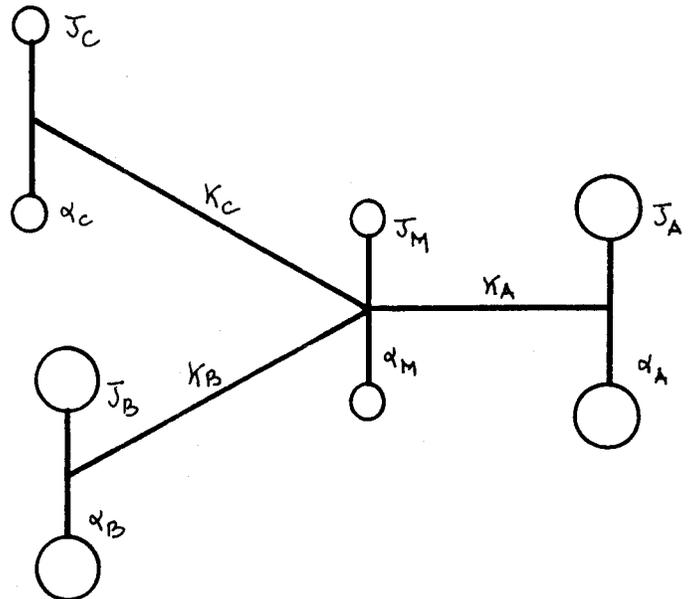


figure 9.4.

### 3. Détermination approchée des fréquences propres.

Le montage réel conduirait à une équation du 10<sup>ème</sup> ordre en  $\omega$ , pratiquement inaccessible au calcul manuel. Etudions le montage équivalent de la figure 9.4.

En régime permanent de vibration de torsion, la déformation angulaire de chaque volant est de la forme  $\alpha = A \cos \omega t$  d'où on tire  $\frac{d^2 \alpha}{dt^2} = -\omega^2 A \cos \omega t$

En appliquant la loi fondamentale de la dynamique à chaque volant, compte tenu des expressions précédentes, on obtient, après simplification par  $\cos \omega t$ .

$$\begin{aligned} J_A \omega^2 A_A - K_A (A_A - A_M) &= 0 \\ J_B \omega^2 A_B - K_B (A_B - A_M) &= 0 \\ J_C \omega^2 A_C - K_C (A_C - A_M) &= 0 \\ J_M \omega^2 A_M - K_A (A_M - A_A) - K_B (A_M - A_B) - K_C (A_M - A_C) &= 0 \end{aligned}$$

et, en ajoutant :  $\omega^2 (J_A A_A + J_B A_B + J_C A_C + J_M A_M) = 0$

En ordonnant, on peut écrire ces équations sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} J_A \omega^2 - K_A & 0 & 0 & K_A \\ 0 & J_B \omega^2 - K_B & 0 & K_B \\ 0 & 0 & J_C \omega^2 - K_C & K_C \\ K_A & K_B & K_C & J_M \omega^2 - K_A - K_B - K_C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_A \\ A_B \\ A_C \\ A_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

L'équation des fréquences s'obtient en annulant le déterminant de la matrice des coefficients. En posant  $\Omega = \omega^2$ , en développant ce déterminant et en divisant par  $\Omega$  (possibilité d'une rotation sans vibration de torsion), on obtient :

$$\begin{aligned} & J_A J_B J_C J_M \Omega^3 - [J_A J_B J_C (K_A + K_B + K_C) + J_A J_B J_M K_C + J_A J_C J_M K_B + J_B J_C J_M K_A] \Omega^2 \\ & + [J_A J_B K_C (K_A + K_B) + J_A J_C K_B (K_A + K_C) + J_B J_C K_A (K_B + K_C) + J_A J_M K_B K_C + J_B J_M K_A K_C + J_C J_M K_A K_B] \Omega \\ & - (J_A + J_B + J_C + J_M) K_A K_B K_C = 0 \end{aligned}$$

L'application numérique donne :

a) dans le cas d'un accouplement élastique :

$$\Omega^3 - 3,436 \cdot 10^4 \Omega^2 + 1,967 \cdot 10^8 \Omega - 2,22 \cdot 10^{11} = 0$$

dont les solutions sont :

$$\Omega_3 = 27485 \quad \Omega_2 = 5305 \quad \Omega_1 = 1565$$

ce qui correspond aux fréquences :

$$f_3 = 26,4 \text{ Hz} \quad f_2 = 11,6 \text{ Hz} \quad f_1 = 6,3 \text{ Hz}$$

b) dans le cas d'un accouplement rigide :

$$\Omega^3 - 10,54 \cdot 10^4 \Omega^2 + 8,06 \cdot 10^8 \Omega - 1,039 \cdot 10^{12} = 0$$

les fréquences propres sont, dans ce cas :

$$f_3 = 49,65 \text{ Hz} \quad f_2 = 13 \text{ Hz} \quad f_1 = 6,3 \text{ Hz}$$

#### 4. Calcul des fréquences propres par la méthode de HOLZER [3] .

Cette méthode consiste à résoudre les équations précédentes par approximations successives. On se fixe arbitrairement  $A_A = 1$  pour le premier volant et on se fixe une valeur de  $\Omega$ , par exemple l'une des valeurs déterminées précédemment. De proche en proche on calcule tous les éléments des équations et, si la valeur choisie pour  $\Omega$  est correcte, la dernière équation est également vérifiée.

Dans le cas d'un système à plusieurs branches, on a intérêt à déterminer le couple résiduel des forces d'inertie pour chaque branche  $\sum_i^m \omega^2 J_i A_i$  au point commun à toutes les branches, en commençant le calcul par chacune des extrémités libres. La somme de ces couples résiduels doit être nulle si la valeur choisie pour  $\Omega$  correspond à une fréquence propre.

Au passage du multiplicateur, il faut tenir compte de l'inversion de signe de l'amplitude pour deux engrenages directement en contact, ainsi que du rapport de multiplication.

Les calculs sont présentés sous forme de tableaux. Nous ne reproduirons, à titre indicatif, que le tableau final obtenu pour le premier mode (figure 9.5.).

Figure 9.5. Tableaux de Holzer pour le premier mode de vibration (notations de la figure 9.3.)

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$i$	$J_i$	$\frac{J_i \omega^2}{10^6}$	$A_i$	$\frac{\omega^2 J_i A_i}{10^6}$	$\sum \frac{\omega^2 J_i A_i}{10^6}$	$\frac{K_i}{10^6}$	$\frac{1}{K_i} \sum \frac{\omega^2 J_i A_i}{10^6}$	(3)-(7)

Calculs pour la branche A      Choix initial :  $\omega^2 = 1422$      $f = 6 \text{ Hz}$

$A_4$	$1,4 \cdot 10^3$	-1,99	-1,000	-1,99	-1,99	29,05	0,0686	0,9314
$A_3$	$0,0055 \cdot 10^3$	0,1357	0,9314	0,1264	2,1164	5,7	0,3716	0,5598
$A_2$	$0,0955 \cdot 10^3$	0,1357	0,5598	0,076	2,192	52,2	0,0419	0,5179
$A_1$	$0,153 \cdot 10^3$	0,2174	0,5179	0,1126	2,3046	/	/	/

Amplitude relative pour  $A_1$  :  $A_{A_1} = 0,5179$

Couple résiduel pour la branche A :  $C_{rA} = +2,305$

Calculs pour la branche B : il faut déterminer  $A_{B_2}$  que nous posons  $A_{B_2} = \beta$

$B_2$	$0,3135 \cdot 10^3$	0,446	$\beta$	$0,446\beta$	$0,446\beta$	0,3161	$-1,41\beta$	$-0,41\beta$
$B_1$	$0,00943 \cdot 10^3$	0,0154	$-0,41\beta$	$-0,0055\beta$	$0,4405\beta$	/	/	/

L'amplitude relative pour  $B_1$  doit vérifier la relation  $A_{B_1} = A_{A_1} \cdot r_B$

$$A_{B_1} = 0,5179 \times (-2,195) = -1,1365 \quad \beta = \frac{-1,1365}{-0,41} \quad \beta = 2,772$$

Couple résiduel branche B =  $2,772 \times 0,4405 \times (-2,195) \rightarrow C_{rB} = -2,68$   
(ramené à la vitesse du moteur)

Calculs pour la branche C : il faut déterminer  $A_{C_2}$  que nous posons  $A_{C_2} = \gamma$

$C_2$	$0,0311 \cdot 10^3$	0,0442	$\gamma$	$0,0442\gamma$	$0,0442\gamma$	0,1755	$0,259\gamma$	$0,741\gamma$
$C_1$	$0,00242 \cdot 10^3$	0,00344	$0,741\gamma$	$0,002543\gamma$	$0,046748\gamma$	/	/	/

L'amplitude relative pour  $C_1$  doit vérifier la relation  $A_{C_1} = A_{A_1} \cdot r_C$

$$A_{C_1} = 0,5179 \times (-3,33) = -1,725 \quad \gamma = \frac{-1,725}{0,741} \rightarrow \gamma = -2,33$$

Couple résiduel branche C =  $-2,33 \times 0,046748 \times -3,33 \rightarrow C_{rC} = +0,363$   
(ramené à la vitesse du moteur)

Couple résiduel pour le premier mode de vibration avec  $\Omega = 1422$      $f = 6 \text{ Hz}$

$$C_R = +2,305 - 2,68 + 0,363 = -0,012 \approx 0$$

Chaque mode de vibration de torsion doit être établi à l'aide d'un tableau analogue, obtenu par itération. Nous nous sommes limités au calcul des trois premiers modes qui, seuls, sont susceptibles de conduire à des vibrations mécaniques dangereuses. Les modes supérieurs correspondent à des fréquences trop élevées pour donner des amplitudes capables d'engendrer des contraintes de torsion trop voisines de la limite de fatigue. Le tableau de la figure 9.6. récapitule les résultats obtenus.

Hypothèses émises	Vibration au 1 <sup>er</sup> mode		Vibration au 2 <sup>er</sup> mode		Vibration au 3 <sup>er</sup> mode	
	$f_1$ Accpt. élast.	$f_1$ Accpt. rigide	$f_2$ Accpt. élast.	$f_2$ Accpt. rigide	$f_3$ Accpt. élast.	$f_3$ Accpt. rigide
1 <sup>re</sup> approximation	6,3 hz	6,3 hz	11,6 hz	13 hz	26,4 hz	49,6 hz
Montage équivalent inertie répartie négligée	Influence de la rigidité de l'accouplement nulle		Rigidité de l'accouplement entraîne une variation de 12% de la valeur de f par rapport à accpt. élast.		Rigidité de l'accouplement entraîne une variation de 88% de la valeur de f par rapport à accpt. élast.	
Montage réel inertie répartie négligée	6 hz	Influence inertie	11,08 hz	Influence inertie	27 hz	Influence inertie
Montage réel inertie répartie considérée	5,97 hz	répartie 0,5%	11,10 hz	répartie 0,02%	27,7 hz	répartie 2,6%

figure 9.6.

Précisons que nous avons admis implicitement qu'il n'existe aucun jeu ni aucune élasticité dans la denture des engrenages et que, de ce fait, les vibrations se transmettent intégralement à travers le multiplicateur.

Les résultats ne tiennent pas compte non plus de l'inertie répartie dans les arbres. A priori cette hypothèse paraît suffisante, étant donné leurs faibles dimensions par rapport à celles des volants. Dans un calcul complémentaire, non reproduit dans ce résumé, nous avons établi les tableaux de Holzer compte tenu de cette inertie répartie. Les résultats, reproduits dans le tableau 9.6, montrent bien que, à la précision des autres hypothèses de calcul des volants équivalents, cette inertie répartie peut être négligée.

Les fréquences obtenues dans les calculs approchés avec accouplement élastique et accouplement rigide du § 9.2.3. montrent que l'élasticité de l'accouplement, dont on ne peut tenir compte avec précision à cause de sa caractéristique

non linéaire, n'intervient pratiquement pas dans le calcul de la fréquence du premier mode. Par compte elle a une influence très nette, et de plus en plus grande, sur les fréquences propres du second et du troisième mode et il est indispensable d'en tenir compte pour évaluer les plages de résonance possibles sur ces modes supérieurs.

5. Vérification : mesure expérimentale des fréquences propres.

Avant de poursuivre les calculs, nous avons essayé de vérifier expérimentalement les résultats précédents en utilisant divers appareils de mesure. Nous ne décrirons ici que les deux méthodes ayant donné les résultats les plus précis.

a) Nous avons utilisé un capteur de vibrations de torsion électrique Southern [4], entraîné soit en bout de l'excitatrice (repère C, figure 9.1), soit en bout d'arbre B.P. (repère D, figure 9.1).

A la vitesse de synchronisme du moteur, les amplitudes de vibration de torsion relevées en ces deux points sont négligeables aussi bien à vide qu'en charge ou qu'au passage brutal de la soupape de régulation du compresseur de la position " tout " à la position " rien " ou inversement.

Par contre, pendant la phase de démarrage de l'ensemble, la figure 9.7. montre la reproduction des torsiogrammes obtenus en C et en D. Un enregistrement simultané de la vitesse de rotation en fonction du temps a permis de vérifier les valeurs de la fréquence déduites de ce diagramme à partir de la vitesse de défilement du papier d'enregistrement.

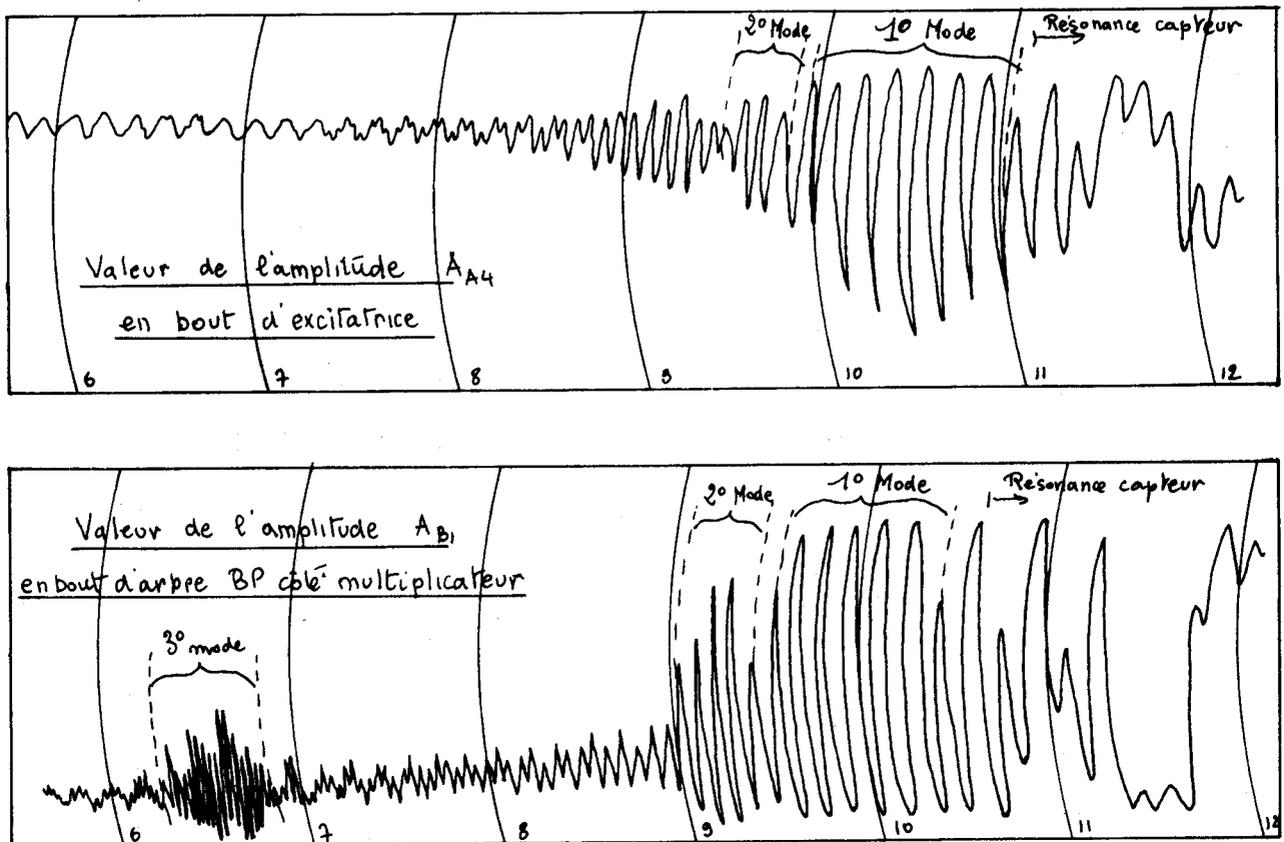


figure 9.7.

Mode de Vibration	Vitesse critique (t/min)	Fréquence (Hz)		Amplitude (degrés)		Résonance	
		calculée	enregistrée	$A_{A4}$	$A_{B1}$	Nombre de cycles	Temps (s)
1	1405	6	6,25	1,87	2,11	5	0,8
2	1325	11,08 à 13	11,5	0,89	1,625	3	0,27
3	975	27 à 49	35	0,07	1,085	17	0,5

figure 9.8.

Le tableau de la figure 9.8. récapitule les résultats obtenus. La concordance des résonances avec les résultats du calcul est très bonne pour le premier et le second mode. La différence au troisième mode s'explique par l'incertitude de l'évaluation du coefficient de l'accouplement élastique, déjà signalée. En adoptant cette fréquence de 35 hz et en remaniant par approximations successives le tableau de Holzer du 3<sup>o</sup> mode, le coefficient  $K_{A2}$  de l'accouplement élastique étant pris comme inconnue, on pourrait en déterminer une valeur plus exacte qui pourrait être utilisée pour d'autres calculs relatifs au même manchon d'accouplement.

b) Nous avons utilisé un capteur dynamique de vibrations longitudinales, monté en bout d'excitatrice (repère C, figure 9.1). L'enregistrement obtenu est reproduit figure 9.9. En utilisant un enregistreur bicourbe, nous avons relevé simultanément la fréquence du courant rotor du moteur synchrone, enregistrement qui sera exploité dans la suite de l'étude (voir § 9.4.3).

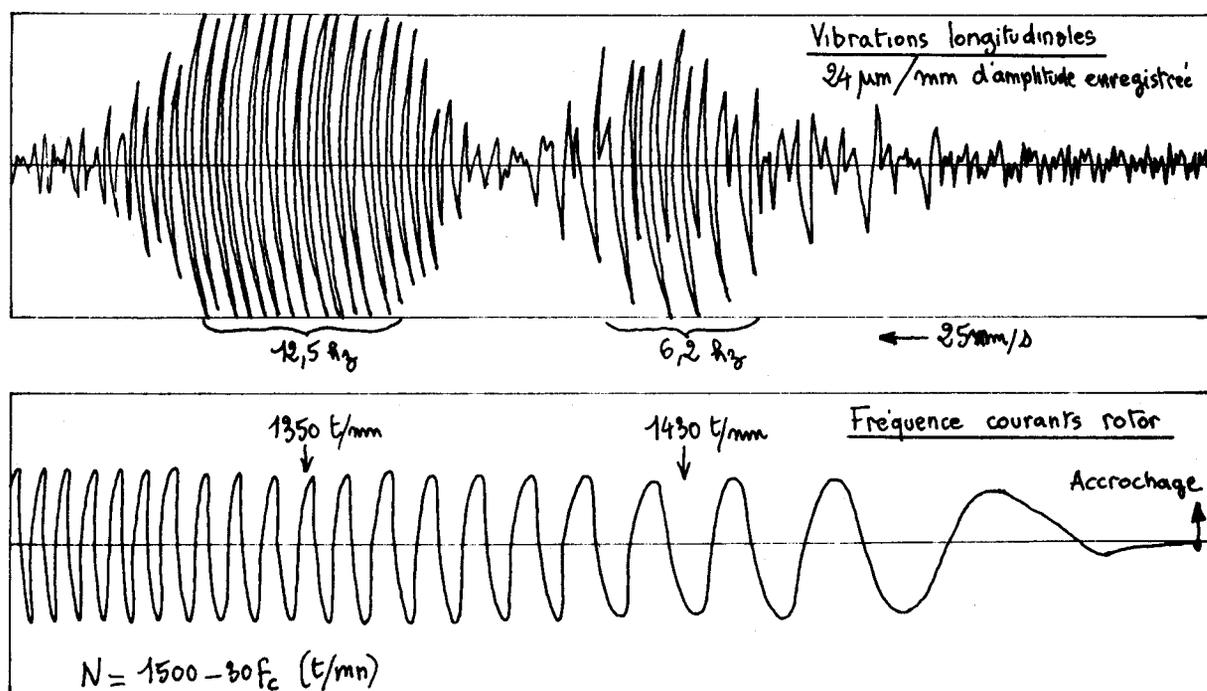


figure 9.9.

Cet enregistrement montre l'existence de vibrations longitudinales à des fréquences très voisines des fréquences de résonance de vibrations de torsion, et qui semblent directement liées au premier et au second mode.

Ces deux vérifications expérimentales suffisent à montrer la validité de nos calculs, compte tenu des hypothèses simplificatrices utilisées. Mentionnons également que l'amortissement, impossible à évaluer, n'est pas pris en compte dans nos calculs alors qu'il modifie légèrement les fréquences de résonance.

Nous pouvons donc poursuivre l'exploitation de ces calculs et utiliser les autres indications fournies par les tableaux de Holzer sur les amplitudes angulaires relatives des vibrations de torsion des divers volants. Les torsio-grammes relevés vont nous permettre leur étalonnage en amplitude absolue, d'où une détermination possible des contraintes de torsion et la localisation des points dangereux.

### 9.3. Localisation des points dangereux.

#### 1. Détermination des amplitudes de vibration de torsion.

Les tableaux de Holzer pour les trois modes de vibration (voir fig.9.5 pour le premier mode) comportent une colonne des amplitudes relatives des oscillations de torsion des divers volants par rapport à celle du volant  $A_4$ , qui a été supposée égale à 1 radian.

Nous admettrons, en première approximation, que l'amortissement ne modifie pas les rapports d'amplitudes relatives des divers volants donnés par le tableau de Holzer.

Par exemple, pour le 1° mode et les volants  $A_4$  et  $B_1$ , le tableau 9.5 donne :  $A_{A_4} = 1$ ,  $A_{B_1} = -0,41 \beta = -0,41 \times 2,772 = -1,137$ ,  $A_{B_1}/A_{A_4} = -1,137$

La mesure expérimentale au capteur Southern au cours du démarrage de l'installation donne (fig.9.8) :

$$A_{A_4} = 1,87 \text{ degré}, \quad A_{B_1} = 2,11 \text{ degré}, \quad A_{B_1}/A_{A_4} = \frac{2,11}{1,87} = 1,13$$

L'hypothèse précédente est donc bien vérifiée au premier mode. Cette vérification a été moins satisfaisante au 2° et au 3° mode (écart de 25 % au 2° mode) mais l'approximation demeure suffisante pour donner une représentation correcte de la déformée de torsion.

Mode	MASSE	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$B_1$	$B_2$	$C_1$	$C_2$
	AMPLITUDE								
1°	Relative	0,5179	0,5598	0,9314	1,000	-1,137	2,772	-1,717	-2,33
	Absolute (degrés)	0,968	1,047	1,74	1,87	-2,126	5,18	-3,23	-4,36
2°	Relative	-0,604	-0,473	0,768	1,000	1,33	-0,349	2,016	-14,4
	Absolute (degrés)	-0,54	-0,42	0,68	0,89	-1,18	-0,31	1,79	-12,8
3°	Relative	-7,66	-7,29	-0,391	1,000	16,84	-0,609	25,5	-6,21
	Absolute (degrés)	-0,534	-0,51	-0,03	0,07	-1,18	-0,043	1,78	-0,435

Nota : ● Ces points indiquent la position des noeuds de vibration de torsion  
figure 9.10

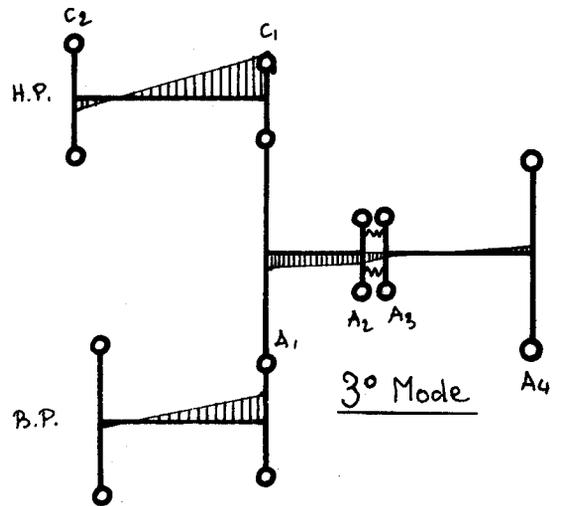
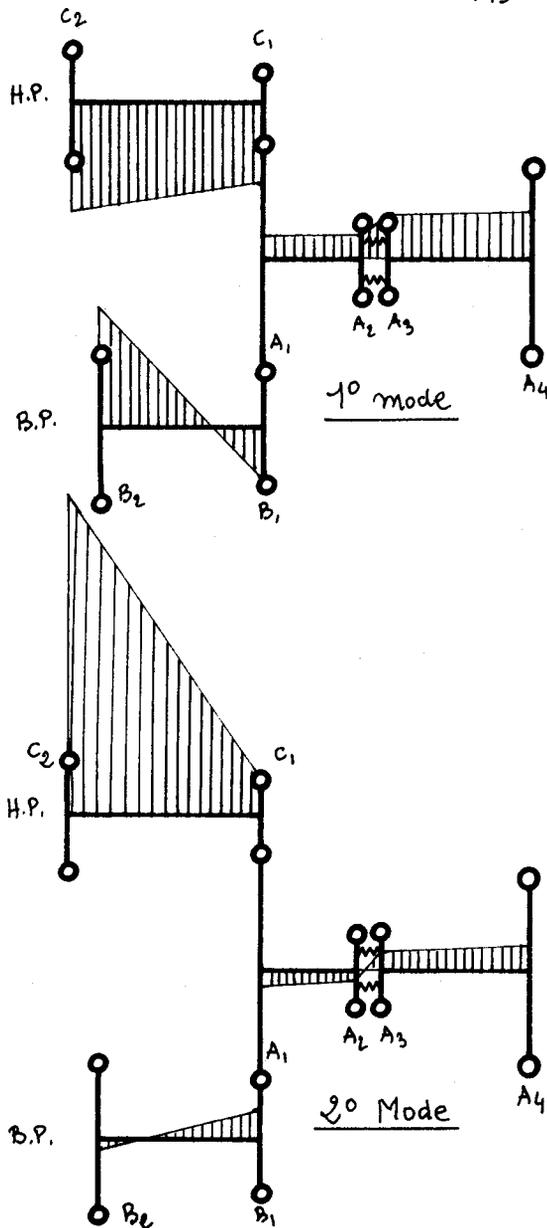


figure 9.11. : Diagramme des amplitudes réelles de vibration de torsion atteintes pendant le démarrage de la machine.

Echelle : 1 mm = 0,3°

A partir des amplitudes mesurées en A<sub>4</sub> (bout d'arbre de l'excitatrice) et des tableaux de Holzer on peut donc tracer le tableau des amplitudes réelles maximales des oscillations de torsion atteintes par chacun des volants pendant le démarrage de la machine.(figure 9.10).

La figure 9.11. représente l'allure des déformées maximales de torsion, tracées à la même échelle pour les trois premiers modes de vibration.

## 2. Localisation des zones dangereuses et calcul des contraintes maximales.

La pente des déformées réelles de torsion de la figure 9.11 est proportionnelle en chaque point à l'angle unitaire de torsion. Comme les diamètres des arbres B et C sont voisins (40 mm pour l'arbre B de l'étage basse pression et 36 mm pour l'arbre C de l'étage haute pression), l'observation des déformées montre que les zones dangereuses sont l'arbre B au premier mode et l'arbre C au second mode. Ce sont bien les zones qui ont donné lieu à des difficultés.

L'angle unitaire de torsion est plus grand pour l'arbre C qui doit donc être soumis aux contraintes les plus élevées, ce que nous allons vérifier par le calcul.

Remarquons, sur la déformée du premier mode, la nature de l'influence du manchon d'accouplement élastique, dont le montage en remplacement du manchon

d'accouplement rigide initial a été la première amélioration apportée pour remédier à la rupture de l'arbre B.P. : on remarque la diminution d'amplitude de l'oscillation de torsion à la traversée du manchon élastique. En établissant le tableau de Holzer de ce premier mode dans le cas d'un accouplement rigide, on trouve que les amplitudes relatives des oscillations des arbres B.P. et H.P. sont augmentées d'environ 70 % par rapport au cas de l'accouplement élastique. Cette constatation justifie à posteriori la solution utilisée.

Les considérations précédentes nous ont permis de localiser les zones dangereuses mais, pour le calcul des contraintes maximales, il est plus simple et plus précis d'utiliser directement la valeur du couple maximal des forces d'inertie,  $\sum J_i \omega^2 A_i$ , transmis par l'arbre au point considéré. Ce couple figure dans le tableau de Holzer, dans le cas d'une amplitude  $A_{A4} = 1$  radian. Il suffit donc de multiplier cette valeur lue par l'amplitude réelle du volant  $A_4$ , exprimée en radians.

Par exemple, pour le premier mode et l'arbre B.P., on lit sur le tableau 9.5, comme valeur du couple appliqué au volant  $B_2$  :

$$\omega^2 J_i A_i = 0,446 \beta \times 10^6 = 0,446 \times 2,772 \times 10^6 = 1,237 \cdot 10^6 \text{ cm. kgf}$$

D'où le couple de torsion maximal pour une amplitude du volant  $A_4$  égale à 1,87 degré :  $U = 1,237 \cdot 10^6 \times 1,87 \times \frac{\pi}{180} = 40400 \text{ cm. kgf}$

Le module polaire de l'arbre est :

$$\frac{I_0}{r} = \frac{\pi d^3}{16} = \frac{3,14 \times 4^3}{16} = 12,56 \text{ cm}^3$$

La cisssion due à la torsion de l'arbre B.P. au premier mode est donc :

$$\tau = \frac{U}{\frac{I_0}{r}} = \frac{40400}{12,56} = \underline{3220 \text{ kgf/cm}^2}$$

Un calcul analogue pour les autres modes donne :

Au 2° mode pour l'arbre H.P. :  $\tau = \underline{3680 \text{ kgf/cm}^2}$

Au 3° mode pour l'arbre H.P. :  $\tau = \underline{753 \text{ kgf/cm}^2}$

Il apparaît bien que, dans le montage de la machine avec manchon d'accouplement élastique, la partie dangereuse est l'arbre de torsion H.P., sur lequel des incidents ont été effectivement constatés ( voir § 9.1.2.) après la première transformation.

Ayant ainsi étudié complètement le phénomène de vibration de torsion, il nous faut analyser les causes de l'excitation de ces vibrations de torsion, ce qui nous donnera tous les éléments nécessaires à la recherche d'une solution.

#### 9.4. Recherche des causes de l'excitation torsionnelle.

##### 1. Inventaire des causes possibles d'excitation.

L'excitation torsionnelle d'un tel ensemble peut avoir soit une source d'origine mécanique :

- irrégularité du couple résistant de l'hélico compresseur.
- imperfection des engrenages donnant une variation cyclique de couple.
- désalignement des accouplements dû , par exemple, à des différences de dilatation entre paliers

soit une source d'origine électrique :

- tension de ligne déséquilibrée donnant une excitation au double de la fréquence électrique, c'est à dire une fréquence trop élevée pour être dangereuse dans notre cas.
- composante pulsatoire de couple pendant la période de démarrage en moteur asynchrone, à une fréquence double de la fréquence de glissement.

## 2. Mesures expérimentales.

Nous avons déjà vu, au § 9.2.5., qu'un capteur de vibrations de torsion Southern, monté en bout d'arbre, ne décelait aucune vibration de torsion en régime permanent à la vitesse de synchronisme, aussi bien à vide qu'en charge ou qu'au changement brusque de régime.

De même on ne relève aucune vibration de torsion pendant le ralentissement consécutif à l'arrêt de la machine, pendant lequel le moteur n'est plus alimenté.

Nous pouvons donc conclure que le couple résistant du compresseur à engrenages hélicoïdaux est bien constant comme l'indique le constructeur et que les autres sources possibles d'excitation mécanique sont négligeables. De même le couple du moteur synchrone est bien constant à la vitesse de synchronisme.

Par contre, les enregistrements des figures 9.7 et 9.9 montrent l'existence de vibrations de torsion pendant la période de démarrage, prouvant ainsi la nature pulsatoire du couple moteur pendant cette période.

## 3. Analyse théorique et expérimentale du démarrage en asynchrone d'un moteur synchrone à pôles saillants.

L'étude du couple instantané pendant le démarrage est souvent négligée dans les ouvrages classiques d'électrotechnique.

D'après C.CONCORDIA [5] et R.N.BROWN [6], l'expression du couple de démarrage pour un moteur synchrone démarrant en asynchrone a la forme :

$$C = \mathcal{L} \times \text{partie réelle de } (I_f B_f + I_b B_b + I_b B_f e^{2j\omega't} + I_f B_f e^{-2j\omega't})$$

- avec
- $\omega'$  = pulsation du courant rotorique =  $2 \pi f g$
  - $f$  = fréquence de ligne
  - $g$  =  $(N_s - N)/N$  = glissement relatif
  - $N_s$  = vitesse de rotation du rotor au synchronisme
  - $N$  = vitesse de rotation du rotor à l'instant considéré
  - $t$  = temps
  - $I_f, I_b, B_f, B_b$ , nombres complexes, fonctions des circuits du moteur

Les deux premiers termes de cette relation correspondent au couple moyen. Les deux derniers représentent la composante pulsatoire du couple, à une fréquence double de celle du courant de glissement.

On peut en donner une interprétation schématique en remarquant que le couple moyen correspond au couple électromagnétique qui s'exerce sur les amortisseurs Leblanc et les pôles massifs et que le couple pulsatoire est dû à la variation de la reluctance des circuits magnétiques selon la position des pôles saillants du rotor par rapport aux pôles fictifs du stator, et à la variation de la réactance du rotor.

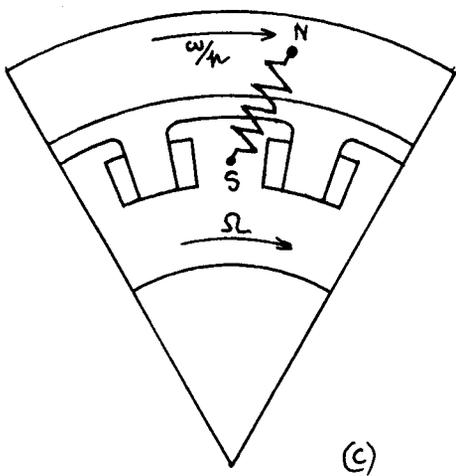
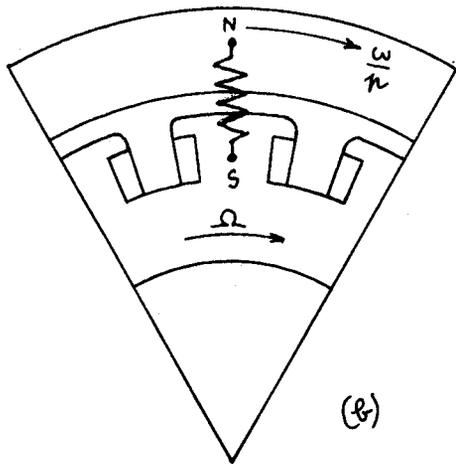
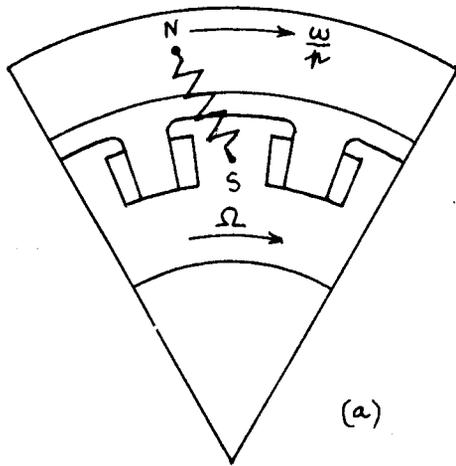


figure 9.12

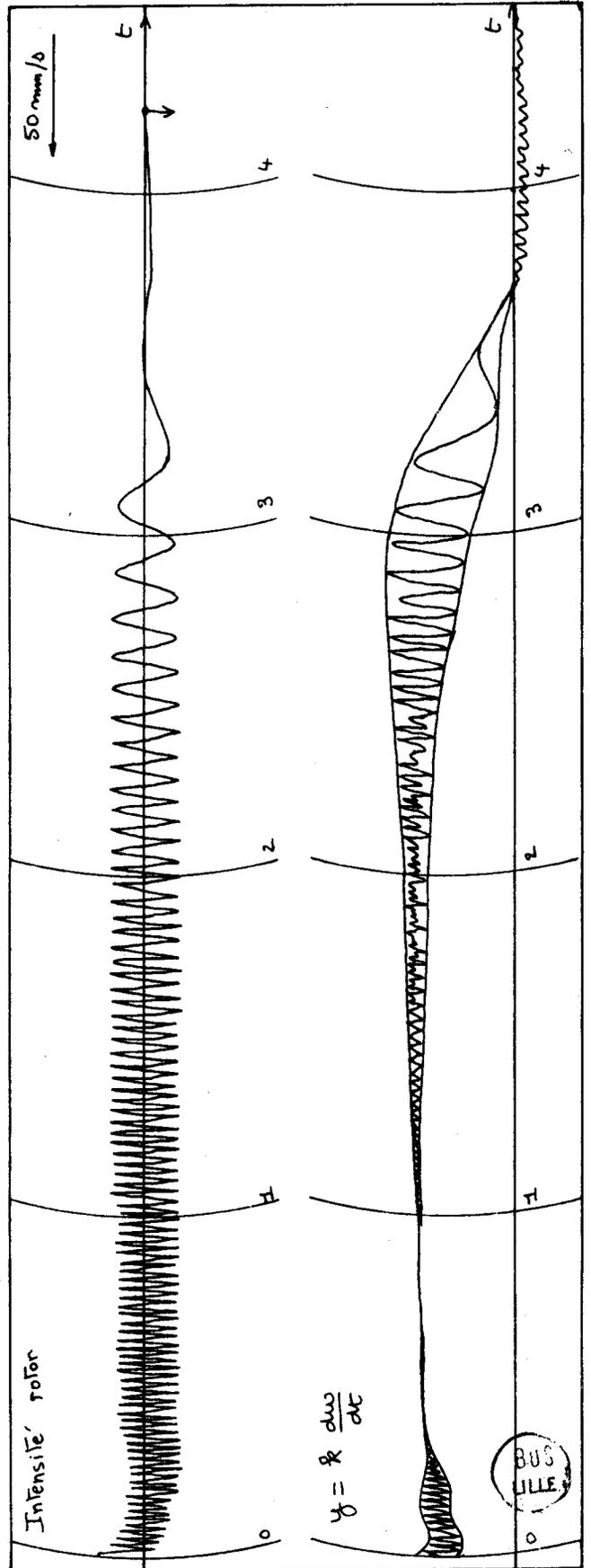


figure 9.13

Dans la figure 9.12, nous avons matérialisé par un ressort la force d'attraction magnétique due à la variation de reluctance. Le stator est le siège d'un champ magnétique tournant à la vitesse angulaire  $\omega/p$  ( $\omega$  : pulsation du courant alternatif d'alimentation,  $p$  : nombre de paires de pôles). Le rotor tourne à la vitesse angulaire  $\Omega = \frac{\omega}{p} (1-g)$ , ( $g$  : glissement relatif).

Quand les pôles fictifs du stator et les pôles saillants sont face à face (position b) le couple pulsatoire est nul. Dans la position a le couple dû au "ressort" est retardateur et, dans la position b il est accélérateur. La période du phénomène est égale au temps que met chaque pôle fictif du stator à gagner un demi pas polaire, c'est à dire à rattraper le pôle saillant qui le précède. Elle est donc égale à la moitié de la période du courant de glissement, celle-ci étant égale au temps que met chaque pôle fictif du stator à gagner un pas polaire par rapport au rotor.

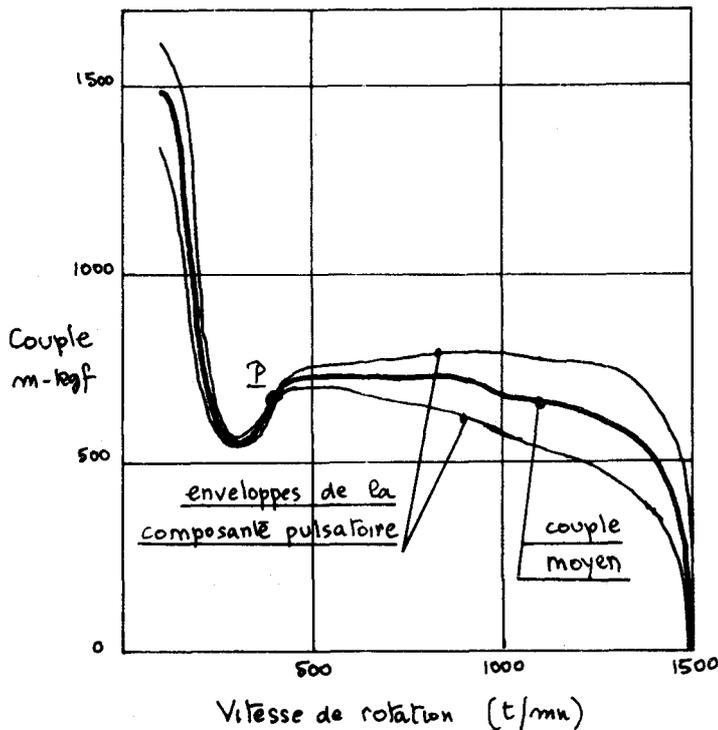


figure 9.14

Nous avons vérifié directement l'existence de ce couple en opérant sur le moteur seul, désaccouplé du compresseur. Nous avons monté en bout d'arbre une génératrice à rotor cloche Precilec, délivrant une tension proportionnelle à l'accélération angulaire  $d\omega/dt$ , c'est à dire au couple instantané  $J.d\omega/dt$ ,  $J$  désignant le moment d'inertie du rotor.

La figure 9.13 est la reproduction d'un enregistrement double donnant d'une part l'intensité dans le rotor du moteur et d'autre part la tension délivrée par le générateur de mesure.

Compte tenu de la valeur de  $J$  et de la courbe d'étalonnage de la génératrice de mesure, on en déduit la courbe du couple instantané de démarrage en fonction de la vitesse de rotation, tracée figure 9.14, et sur laquelle nous n'avons reproduit que les enveloppes de la limite supérieure et inférieure de la composante pulsatoire.

Remarquons qu'il existe un point P pour lequel la composante pulsatoire est nulle. La vitesse correspondante sera appelée vitesse d'excitation pulsatoire nulle.

Pour un courant alternatif à 50 périodes par seconde, les fréquences  $f_c$  du courant rotor et  $f_v$  de l'excitation torsionnelle sont données respectivement par :

$$f_c = 50 \text{ g} \quad , \quad f_v = 100 \text{ g}$$

La vitesse de rotation d'un moteur à quatre pôles ayant un glissement relatif  $g$  est :

$$N = 1500 (1 - g)$$

On en déduit les relations :

$$N = 1500 - 30 f_c = 1500 - 15 f_v$$

Le tableau de la figure 9.8., dans lequel on a reporté les mesures expérimentales simultanées des fréquences de résonance et des vitesses de rotation correspondantes, fournit une bonne vérification de la relation entre  $N$  et  $f_v$ . La figure 9.9., qui comporte un enregistrement de la fréquence du courant rotor permet également une vérification approximative des relations précédentes.

La source de l'excitation torsionnelle étant maintenant bien analysée, nous disposons de tous les éléments pour la recherche d'une solution.

## 9.5. Recherche d'une solution.

### 1. Classification des solutions possibles.

Remarquons tout d'abord que la source d'excitation torsionnelle ayant une fréquence variable de façon continue de 100 hz à 0 hz pendant la période de démarrage, il est impossible d'éviter les vibrations de torsion, ce qui supposerait que toutes les fréquences propres aient pu être rendues supérieures à 100 hz, résultat impossible à obtenir pour un ensemble mécanique aussi important.

Pour diminuer les contraintes de torsion au cours du démarrage, il faut donc essayer de limiter les amplitudes maximales des oscillations au cours des résonances successives.

Etudions brièvement l'action possible sur les divers paramètres dont dépendent ces amplitudes :

#### a) le coefficient d'amortissement des vibrations de torsion.

Nous écarterons à priori, en raison de son prix de revient, toute action sur le coefficient d'amortissement. Cette solution nécessiterait le calcul et l'installation sur la ligne d'arbres d'un amortisseur, accordé ou non, analogue à ceux utilisés pour les gros vilebrequins de moteurs diesels.

#### b) l'allure de la déformée de torsion de la ligne d'arbres.

Nous avons déjà vu, au § 9.3.2, que la déformée de torsion a déjà été modifiée dans une première amélioration, en remplaçant le manchon d'accouplement rigide initial par un accouplement élastique, ce qui a permis d'éviter tout ennui sur l'arbre B.P. On pourrait envisager une solution analogue en montant des accouplements élastiques à la sortie du multiplicateur, dans les liaisons aux arbres H.P. et B.P. Cette solution, nécessitant une transformation importante de la machine, est également trop coûteuse et nous ne l'avons pas étudiée en détail.

#### c) la durée de la période de résonance.

La durée totale de passage dans la zone de résonance d'un mode de vibration est directement fonction de l'accélération angulaire à cet instant, et donc de la différence entre le couple moteur moyen et le couple résistant moyen. Pour ne pas laisser aux amplitudes le temps de croître trop au passage des vitesses critiques, on a évidemment intérêt à obtenir une accélération angulaire maximale, donc à essayer de diminuer le couple du compresseur et d'augmenter le couple du moteur.

#### d) la valeur de la composante pulsatoire du couple moteur.

Il faut essayer de modifier le processus de démarrage du moteur pour diminuer cette composante pulsatoire. Une solution intéressante pourrait consister

à déplacer le point P correspondant à la vitesse d'excitation torsionnelle nulle (fig.9.14) dans la zone des vitesses critiques dangereuses. Comme les résistances et inductances de démarrage du moteur, qui sont les seuls paramètres accessibles, vont agir à la fois sur le couple moteur moyen et sur la composante pulsatoire, nous étudierons globalement leur action.

En résumé les moyens d'action simples que nous pouvons utiliser consistent à essayer de diminuer le couple résistant du compresseur pendant le démarrage et à agir sur les réglages accessibles de l'armoire de commande du moteur synchrone.

2. Action sur le couple résistant du compresseur.

Nous avons d'abord réalisé des améliorations empiriques ( diminution de la viscosité de l'huile de graissage utilisée, installation d'un système de préchauffage de l'huile pour faciliter le démarrage à froid ) qui n'ont pas fait l'objet d'essais quantitatifs.

Evolution	Atmosphère		Etage B.P.							Etage H.P.					
	p <sub>0</sub> atm.	T <sub>0</sub> °K	Entrée				Sortie			Entrée			Sortie		
			p <sub>1</sub> atm.	T <sub>1</sub> °K	H <sub>1</sub> kcal/kg	p <sub>1</sub> kg/m <sup>3</sup>	p <sub>2</sub> atm.	T <sub>2</sub> °K	H <sub>2</sub> kcal/kg	p <sub>3</sub> atm.	T <sub>3</sub> °K	H <sub>3</sub> kcal/kg	p <sub>4</sub> atm.	T <sub>4</sub> °K	H <sub>4</sub> kcal/kg
Initiale	1	285	0,200	270	1,5	0,253	0,440	351	10	0,440	297	6	1,015	370	26
Modifiée	1	285	0,106	258	-3,5	0,145	0,910	356	20	0,310	297	6	1,015	424	36

figure 9.15

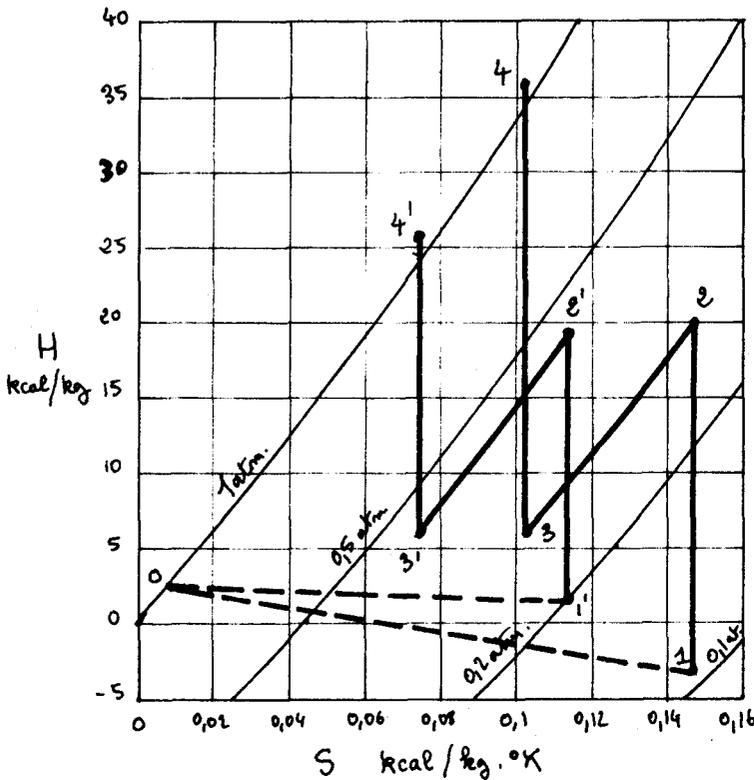


figure 9.16.

Au point de vue thermodynamique, le compresseur est démarré dans la position "rien", c'est à dire en refoulant à la pression atmosphérique, et l'aspiration est étranglée pendant le démarrage, de façon à ramener à 0,2 atmosphère la pression absolue à l'aspiration.

Nous avons modifié le réglage de la vanne d'étranglement, ramenant cette pression absolue d'aspiration à 0,106 atmosphère.

Le tableau de la figure 9.15 résume les principales caractéristiques des évolutions thermodynamiques pendant le démarrage du compresseur, avant et après modification, et montre que la température de sortie reste acceptable malgré l'augmentation du taux de compression.

La représentation de ces évolutions sur un diagramme enthalpique est schématisée sur la figure 9.16.

Les évolutions sont sensiblement isentropiques et, en négligeant en première approximation l'influence du refroidissement des corps, on peut calculer les travaux indiqués massiques :

pour l'évolution initiale :  $W'_i = (19 - 1,5) + (26 - 6) = 37,5 \text{ kcal/kg}$

pour l'évolution modifiée :  $W_i = (20 + 3,5) + (36 - 6) = 53,5 \text{ kcal/kg}$

Le compresseur à engrenages hélicoïdaux est une machine volumétrique, dont le débit volume engendré est indépendant des conditions à l'aspiration. A vitesse de rotation égale le rapport des débits masse dans les deux cas est donc égal au rapport des masses volumiques.

Le rapport des puissances indiquées instantanées est donc :

$$\frac{P'_i}{P_i} = \frac{W'_i}{W_i} \times \frac{\rho'}{\rho} = \frac{37,5}{53,5} \times \frac{0,145}{0,253} = 0,818$$

Avec ces hypothèses, la modification de l'étranglement à l'aspiration se traduit donc, à vitesse égale, par une diminution du couple indiqué de l'ordre de 18 %. Le couple résistant total diminue un peu moins, à cause du couple des pertes mécaniques. Cependant nous avons également diminué ce dernier en agissant sur la viscosité de l'huile.

Au total, la réalisation de ces modifications nous a permis de ramener le temps de démarrage de 22 secondes à 16 secondes, soit un gain de 27 %.

### 3. Action sur les circuits de démarrage du moteur synchrone.

Au cours de la phase de démarrage qui nous intéresse, des inductances extérieures  $L$  sont intercalées dans les circuits d'alimentation du stator et le rotor est court-circuité par une résistance de démarrage  $R_d$ .  $L$  et  $R_d$  sont les seuls paramètres auxquels nous avons accès.

Une première série d'essais de démarrage du moteur seul, au cours desquels nous avons enregistré des courbes analogues à celles de la figure 9.13 et tracé les courbes  $C(N)$  correspondantes, comme dans la figure 9.14, nous a donné les résultats suivants :

La diminution de l'inductance de démarrage  $L$  est sans action sur la vitesse d'excitation torsionnelle nulle. Elle augmente le couple moteur moyen et l'accélération d'une manière très nette. Malheureusement l'amplitude de la composante pulsatoire est augmentée dans de fortes proportions, ce qui compense l'avantage donné par la plus grande accélération. D'autre part l'appel de courant au démarrage devient vite inacceptable, aussi bien pour les bobinages du moteur que pour le réseau d'alimentation. Nous avons donc rejeté cette solution.

A cause des valeurs limites de l'intensité rotorique et du couple de démarrage, la résistance de démarrage  $R_d$  ne peut varier que dans le domaine  $5R < R_d < 18R$ ,  $R$  étant la résistance de l'inducteur et  $5R$  le réglage initial. Les essais nous ont montré que la valeur  $R_d = 15R$  semblait la plus intéressante, donnant l'accélération maximale au passage des vitesses critiques, ainsi qu'une légère diminution de la composante pulsatoire, bien que l'augmentation de  $R_d$  ait diminué la vitesse d'excitation torsionnelle nulle.

Nous avons donc adopté cette valeur  $R_d = 15R$ .

#### 4. Mesures de contrôle.

La seule mesure de contrôle dont nous disposons en ce qui concerne l'efficacité de la modification apportée au compresseur est la mesure du temps total de démarrage, qui est passé de 22 secondes à 16 secondes. En effet au début de notre étude nous ne disposions pas du capteur de vibrations Southern, et les mesures de la figure 9.8 ont été faites après la modification du compresseur. Nous n'avons pas voulu risquer de nouvelles avaries en reprenant des essais dans les conditions initiales.

La modification de la résistance de démarrage, portée à  $R_d = 15 R$ , a ramené le temps total de démarrage de 16 secondes à 13 secondes. Le tableau de la figure 9.17 récapitule les principaux résultats des mesures relatives à cette dernière modification.

Mode de Vibration	$R_d$	Temps écoulé $T$ (s)	Vitesse critique ( $t/mm$ )	Fréquence enregistrée $f_z$	Accélération angulaire $\Delta N/\Delta t$ $t/mm/s$	Amplitude degrés		Cission maximale $\sigma$ $kgf/cm^2$	Résonance	
						$A_{A_4}$	$A_{B_1}$		Nombre de cycles	Temps passé (s)
1	5R	10,2	1405	6,25	60	1,87	2,11	3220	5	0,80
	15R	9,2	1405	6,25	90	1,61	1,84	2770	4	0,65
2	5R	3,6	1325	11,5	85	0,89	1,625	3680	3	0,27
	15R	8,4	1325	11,5	125	0,76	1,36	3130	2	0,17
3	5R	6,6	975	35	130	0,07	1,085	750	17	0,5
	15R	6	975	35	140	E	0,76	530	7	0,2

figure 9.17.

On y constate que l'amélioration est très nette, en particulier sur le second mode de vibration qui avait donné lieu aux incidents sur l'arbre H.P. Comme le gain de 6 secondes sur le temps de démarrage, apporté par la modification du réglage du compresseur, était deux fois plus important, on peut supposer, en l'absence de mesures précises, que cette première amélioration a encore été plus efficace.

L'ensemble de nos interventions a sans doute été suffisant pour ramener les cissions à un niveau inférieur à la limite de fatigue de l'acier utilisé pour les arbres B.P. et H.P. puisque, depuis leur réalisation, aucun incident de cette nature ne s'est plus jamais produit sur ce groupe hélico compresseur - moteur synchrone.

#### 9.6. Conclusions.

On pourrait s'étonner de la nécessité d'une étude aussi complète, aboutissant à des interventions aussi simples. Cette étude était pourtant nécessaire pour expliquer les incidents observés et pour bien comprendre la nature de l'action des diverses interventions possibles.

Si cette solution n'avait pas été suffisante, il nous avait semblé que, parmi les diverses modifications envisagées, la plus économique aurait été de remplacer l'accouplement élastique à plots par un embrayage électromagnétique à poudre, d'encombrement comparable. On aurait ainsi pu démarrer le moteur synchrone seul, pour l'embrayer sur le compresseur après son "accrochage" sur le réseau.

Notre étude montre l'importance pratique que peuvent prendre les couples pulsatoires produits par un moteur synchrone à pôles saillants pendant la période de démarrage en asynchrone. Une solution électrique est peut-être possible dans notre cas, si une modification du rotor pouvait augmenter la valeur de la vitesse d'excitation torsionnelle nulle et la faire coïncider avec la plage des vitesses critiques dangereuses. Il serait intéressant que les constructeurs de gros moteurs synchrones puissent fournir des courbes caractéristiques du couple pulsatoire pendant la période de démarrage en asynchrone.

Enfin notre travail montre la nécessité, lorsque plusieurs constructeurs contribuent à l'élaboration d'un même ensemble, de prévoir un responsable de la coordination des études, afin que nul élément ne puisse échapper à l'investigation.

Remarquons qu'à l'époque de cette étude l'E.N.S.A.M. de Lille ne disposait pas d'un laboratoire de calcul, ce qui explique les hypothèses simplificatrices introduites dans l'étude théorique et la nature des méthodes utilisées, qui nous ont pourtant conduit à des calculs manuels très longs.

L'utilisation d'une console time sharing, sur laquelle on peut programmer la méthode de Holzer ou utiliser la méthode des matrices transfert, comme nous le verrons dans le chapitre 10, nous permettrait actuellement une étude théorique beaucoup plus fine du phénomène et de l'éventail des solutions possibles.

#### 9.7. Bibliographie.

- 1 R. BOVANI Contribution à l'étude des vibrations de torsion dans un cas complexe. Mémoire d'ingénieur machines du C.N.A.M. Centre Associé de Lille. 1961.
- 2 E.J.NESTORIDES ( British Internal Combustion Engine Research Association )  
A handbook on torsional vibration.  
Cambridge University Press. 1958.
- 3 R. OUZIAUX. Mécanique Appliquée . Tome 3. p 63/67. Editions DUNOD.
- 4 " " " p 80/81
- 5 C. CONCORDIA. Synchronous machines. Theory and performance.  
John Wiley. New York. 1951.
- 6 R.N.BROWN. Un problème de vibration de torsion lié à l'entraînement d'une machine par moteur synchrone.  
Journal of engineering for power.(A.S.M.E.) Juillet 1960. p215/220.

## 10. Contribution à la détermination théorique et expérimentale des vitesses critiques de flexion

### 10.1. Introduction.

Dans le but d'installer un banc d'essais de vitesses critiques de flexion au laboratoire de mécanique appliquée de l'E.N.S.A.M. de Lille, j'ai proposé son étude et sa mise au point à Monsieur V REMOLEUX [1] comme sujet de mémoire d'ingénieur machines du C.N.A.M.

Initialement les buts de ce travail étaient :

- L'installation et la mise au point d'un banc d'essais permettant la comparaison de diverses méthodes de mesures, utilisant des capteurs avec ou sans contact, et s'appliquant au mobile en rotation ou aux vibrations latérales.

- La comparaison de plusieurs méthodes de calcul et de programmation en langage basic time sharing.

- L'étude de l'influence du couple transversal des forces d'inertie et des différences pouvant exister entre la vitesse angulaire critique du mobile en rotation et la pulsation propre correspondante des vibrations latérales du même rotor.

### 10.2. Méthodes de calcul pratique des vibrations de flexion.

#### 1. Méthode par itération.

##### a. Principe.

Elle consiste à exprimer que les conditions aux limites sont respectées par les déformées de flexion correspondant aux vitesses critiques. Dans son principe, elle a beaucoup d'analogie avec la méthode de Holzer décrite au chapitre 9 pour le calcul des vibrations de torsion.

On décompose l'arbre en tronçons de même longueur et on remplace la masse répartie de l'arbre et les masses concentrées des volants par un système équivalent de charges dont les masses sont concentrées aux frontières des tronçons.

Les volants sont assimilés à des masses ponctuelles et, comme dans toutes les méthodes de calcul pratique, on néglige l'influence du couple transversal des forces d'inertie sur la déformée de l'arbre.

Dans ce résumé nous n'exposerons la méthode que dans le cas d'un arbre reposant sur deux paliers aux extrémités. On calcule, tronçon par tronçon, la déformation par la méthode de la poutre conjuguée ou par la méthode des matrices transfert, en tenant compte initialement du fait que le moment fléchissant et la déformation linéaire sont nuls sur l'appui gauche. La vitesse angulaire critique de flexion  $\omega_c$  est déterminée par approximations successives, en exprimant que pour la valeur correcte de  $\omega$  les conditions limites précédentes sont également vérifiées sur l'appui de droite.

b. Utilisation de la méthode de la poutre conjuguée.

Considérons le tronçon n, de longueur l, compris entre les masses  $m_{n-1}$  et  $m_n$ , qui exercent des forces d'inertie centrifuges  $m_{n-1} \omega^2 y_{n-1}$  et  $m_n \omega^2 y_n$

Désignons par :

$T_{n-1}$  et  $T_n$  les efforts tranchants à droite des masses

$M_{n-1}$  et  $M_n$  les moments fléchissants à droite des masses

$T_{on-1}$  et  $T_{on}$  les efforts tranchants dans la poutre conjuguée aux points correspondants

$M_{on-1}$  et  $M_{on}$  les moments fléchissants dans la poutre conjuguée " "

$\theta_{n-1}$  et  $\theta_n$  les déformations angulaires de l'arbre aux frontières des tronçons.

$y_{n-1}$  et  $y_n$  les déformations linéaires de l'arbre " " "

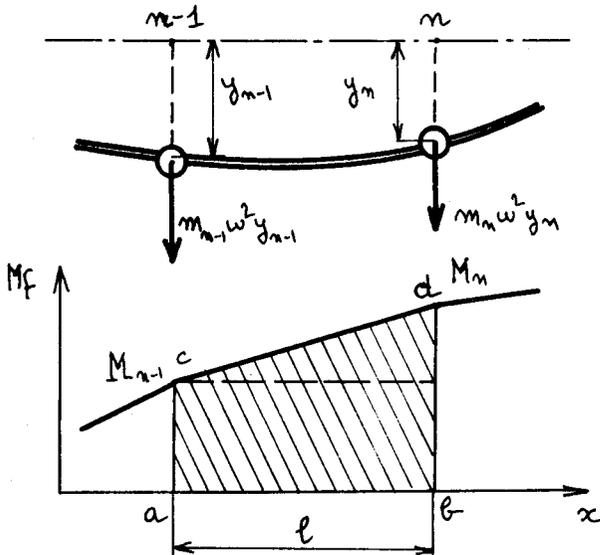


figure 10.1.

Avec les hypothèses et conventions de signes classiques de la résistance des matériaux on peut écrire (figure 10.1) :

$$T_n = T_{n-1} - m_n \omega^2 y_n$$

$$M_n = M_{n-1} + T_{n-1} l_n$$

$$T_{on} = T_{on-1} - \text{aire abcd}$$

$$M_{on} = M_{on-1} + T_{on-1} l_n - \frac{\text{Moment}}{\text{point } n} (\text{aire abcd})$$

$$\theta_n = \theta_{n-1} - \frac{M_{n-1} l_n}{EI} - \frac{M_n - M_{n-1}}{2EI} l_n$$

$$y_n = y_{n-1} + \theta_{n-1} l_n - \frac{M_{n-1} l_n^2}{2EI} - \frac{M_n - M_{n-1}}{6EI} l_n^2$$

Et, en partant de l'appui gauche, d'indice 0, pour lequel  $M_0 = 0$  et  $y_0 = 0$  :

$$T_n = T_0 - \omega^2 \sum_1^n m_i y_i$$

$$M_n = M_{n-1} + T_0 l - \omega^2 l \sum_1^{n-1} m_i y_i$$

$$\theta_n = \theta_0 - \frac{l}{EI} \left( \sum_1^{n-1} M_i + \frac{M_n}{2} \right)$$

$$y_n = y_{n-1} + \theta_0 l - \frac{l^2}{EI} \left( \sum_1^{n-2} M_i + \frac{5}{6} M_{n-1} + \frac{M_n}{6} \right)$$

On conduit le calcul par itération par la méthode suivante :

1° On choisit les conditions initiales  $T_0 = 1$ ,  $\theta_0 = 0$  et on calcule les valeurs correspondantes du moments fléchissant  $M'_z$  et de la déformation  $y'_z$  sur l'appui de droite.

2° On choisit les conditions initiales  $T_0 = 0$ ,  $\theta_0 = 1$  et on calcule les valeurs

correspondantes  $M''_z$  et  $y''_z$  sur l'appui de droite.

Au total les expressions du moment fléchissant et de la déformation sur l'appui droit sont :

$$M_z = M'_z \cdot T_o + M''_z \cdot \theta_o = 0$$

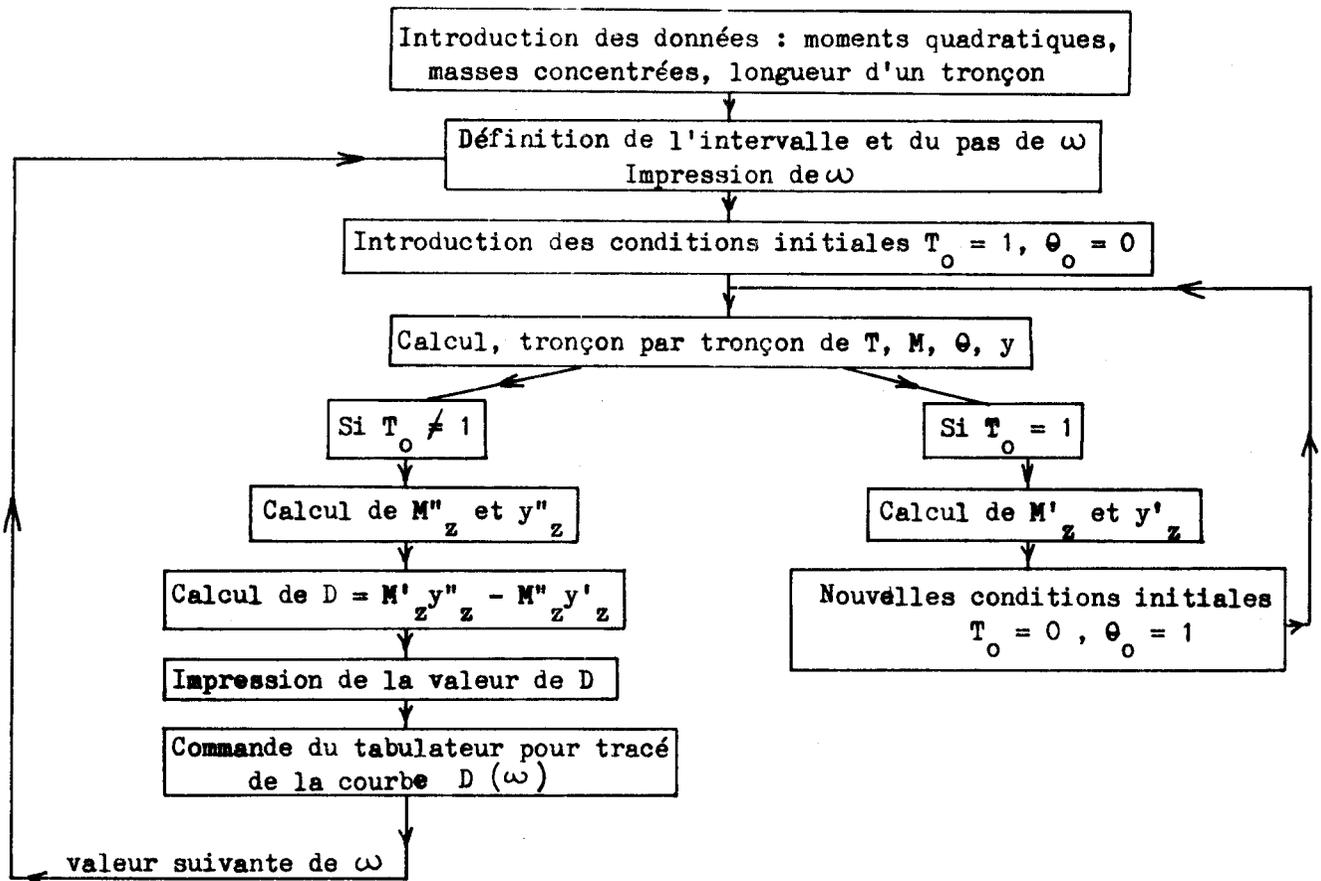
$$y_z = y'_z \cdot T_o + y''_z \cdot \theta_o = 0$$

Pour la vitesse angulaire critique  $\omega_c$  on doit donc vérifier la relation:

$$\begin{vmatrix} M'_z & M''_z \\ y'_z & y''_z \end{vmatrix} = 0$$

Cette méthode est accessible au calcul manuel, dans lequel on a intérêt à présenter les calculs sous forme de tableaux.

Elle peut aussi se programmer selon l'organigramme suivant :



On peut alors interpoler pour trouver les valeurs de  $\omega$  pour lesquelles  $D = 0$  et éventuellement modifier les données de l'intervalle et du pas pour augmenter la précision de l'interpolation.

Il est également possible d'introduire une condition de sortie quand  $D$  change de signe et de la combiner avec une diminution automatique de l'intervalle et du pas jusqu'à la précision souhaitée.

c. Utilisation de la méthode des matrices transfert.

Considérons le tronçon n, compris entre la droite de la masse n-1 et la gauche de la masse n (figure 10.2.). Les relations précédentes s'écrivent, avec des notations évidentes :

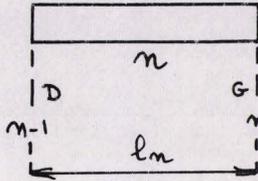


figure 10.2

$$\begin{aligned}
 y_n^G &= y_{n-1}^D + \theta_{n-1}^D l_n - M_{n-1}^D \frac{l_n^2}{2EI} - T_{n-1}^D \frac{l_n^3}{6EI} \\
 \theta_n^G &= \theta_{n-1}^D - M_{n-1}^D \frac{l_n}{EI} - T_{n-1}^D \frac{l_n^2}{2EI} \\
 M_n^G &= M_{n-1}^D + T_{n-1}^D l_n \\
 T_n^G &= T_{n-1}^D
 \end{aligned}$$

Ecriture que l'on peut condenser, en notation matricielle :

$$\begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ T \end{bmatrix}_m^G = \begin{bmatrix} 1 & l_n & -\frac{l_n^2}{2EI} & -\frac{l_n^3}{6EI} \\ 0 & 1 & -\frac{l_n}{EI} & -\frac{l_n^2}{2EI} \\ 0 & 0 & 1 & l_n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ T \end{bmatrix}_{n-1}^D$$

$$Z_m^G = \boxed{D_n} Z_{n-1}^D$$

$Z_n^G$  et  $Z_{n-1}^D$  sont appelés vecteurs d'état aux points considérés.

La matrice  $\boxed{D_n}$  est appelée matrice tronçon

Considérons maintenant la masse n. Pour passer de la gauche à la droite de la masse on a les relations :

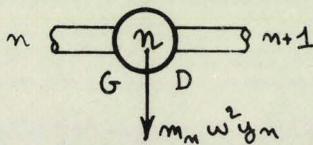


figure 10.3

$$y_n^D = y_n^G, \quad \theta_n^D = \theta_n^G, \quad M_n^D = M_n^G, \quad T_n^D = T_n^G - m_n \omega^2 y_n$$

qui peuvent aussi s'écrire :

$$\begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ T \end{bmatrix}_m^D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -m_n \omega^2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ T \end{bmatrix}_m^G$$

$$Z_m^D = \boxed{F_n} Z_m^G$$

La matrice  $\boxed{F_n}$  est appelée matrice frontière

Généralisons au cas d'un arbre divisé en n tronçons. Pour préciser nous prendrons n = 7, ce qui correspond au programme donné plus loin.

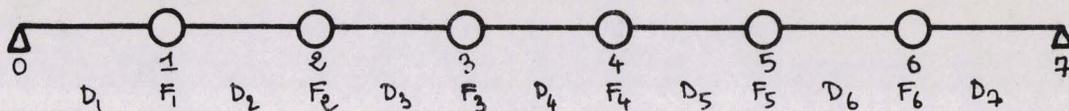


figure 10.4

$$\begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ T \end{bmatrix}_G^7 = \begin{bmatrix} D_7 & F_6 & D_6 & F_5 & D_5 & F_4 & D_4 & F_3 & D_3 & F_2 & D_2 & F_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ T \end{bmatrix}_D^0$$

Et, en considérant globalement la matrice transfert, produit des treize matrices carrées :

$$\begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ T \end{bmatrix}_G^7 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ T \end{bmatrix}_D^0$$

En tenant compte des conditions aux limites sur l'appui gauche ( $y_0^D = 0$ ,  $M_0^D = 0$ ) et sur l'appui droit ( $y_7^G = 0$ ,  $M_7^G = 0$ ), la relation précédente se réduit à :

$$\begin{aligned} y_7^G &= a_{12} \theta_0 + a_{14} T_0 = 0 \\ M_7^G &= a_{32} \theta_0 + a_{34} T_0 = 0 \end{aligned}$$

Pour la vitesse angulaire critique  $\omega_c$  on doit donc vérifier la relation:

$$\begin{vmatrix} a_{12} & a_{14} \\ a_{32} & a_{34} \end{vmatrix} = 0$$

en faisant varier la valeur de  $\omega$  dans les matrices frontières.

Cette méthode ne présente aucun intérêt pour un calcul manuel, les nombreuses multiplications de matrices conduisant à des calculs numériques beaucoup plus longs que l'application directe de la méthode de la poutre conjuguée vue précédemment. Par contre sa programmation en langage basic time sharing est beaucoup plus rapide (1). Notons qu'il est possible de généraliser ces méthodes à d'autres conditions limites (arbre reposant sur plusieurs paliers ou comportant des porte à faux).

(1) La méthode des matrices transfert peut aussi être utilisée au calcul des vitesses critiques de torsion, mais, comme on n'utilise dans ce cas que des matrices d'ordre 2 reliant des vecteurs d'état  $\alpha, U$ , sa programmation n'est pas plus courte que celle de la méthode classique de Holzer

A titre d'exemple, nous donnerons le programme complet relatif à la première maquette essayée.

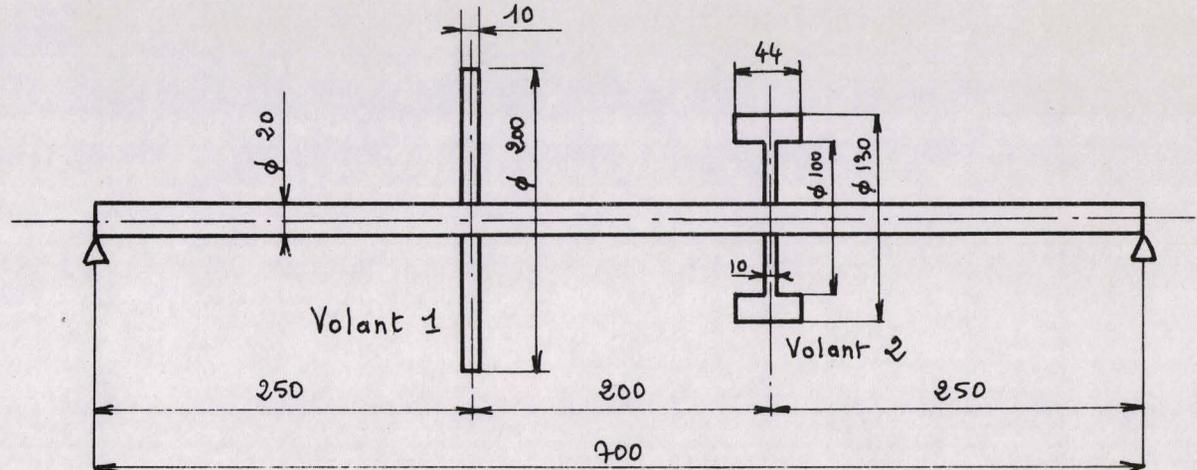
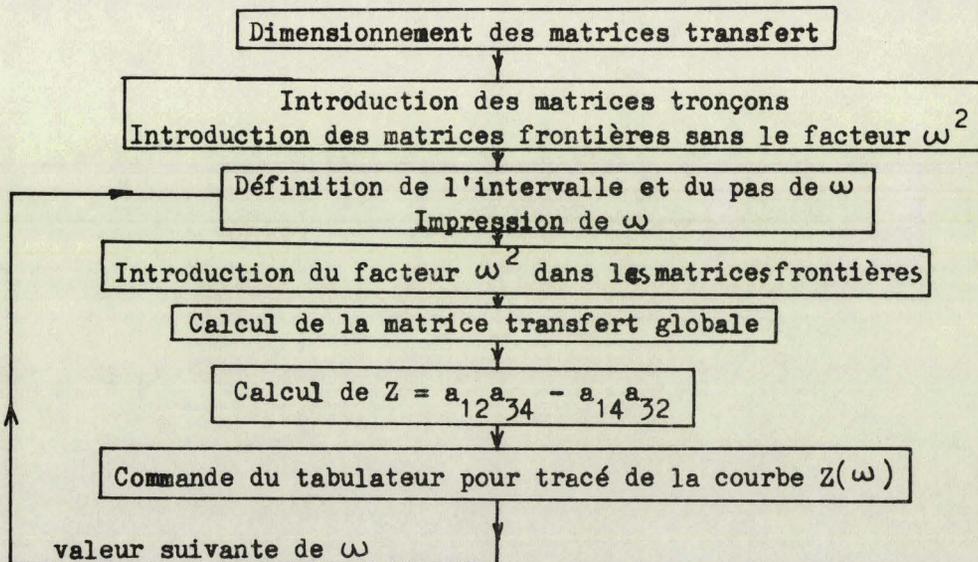


figure 10.5

Dans cette maquette, représentée figure 10.5, la masse de chaque volant est de 2,5 kg. Le module d'élasticité longitudinale de l'arbre est  $E = 205000 \text{ N/mm}^2$ . Pour le calcul nous le diviserons en 7 tronçons de longueur 0,10 m, ayant chacun une masse propre de l'arbre de 0,247 kg, un moment quadratique  $I = \frac{\pi}{64} (0,02)^4 \text{ m}^4$  et des coefficients :  $\frac{\rho}{EI} = 62109 \cdot 10^{-9} \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-1}$ ;  $\frac{\rho L}{2EI} = 31054 \cdot 10^{-10} \text{ N}^{-1}$ ;  $\frac{\rho^3}{6EI} = 10351,10 \cdot 10^{-11} \text{ N}$

La méthode par itération est programmée selon l'organigramme suivant :



Les valeurs de  $\omega$  sont obtenues par interpolation ou par diminution de l'intervalle et du pas autour des zéros de la fonction  $Z(\omega)$ .

La figure 10.6. représente le schéma du mobile équivalent et des notations utilisées pour les diverses matrices, compte tenu des limitations dans le choix des notations imposées par le langage basic time sharing.

Elle est suivie de la reproduction du programme complet et de la réponse de la console.

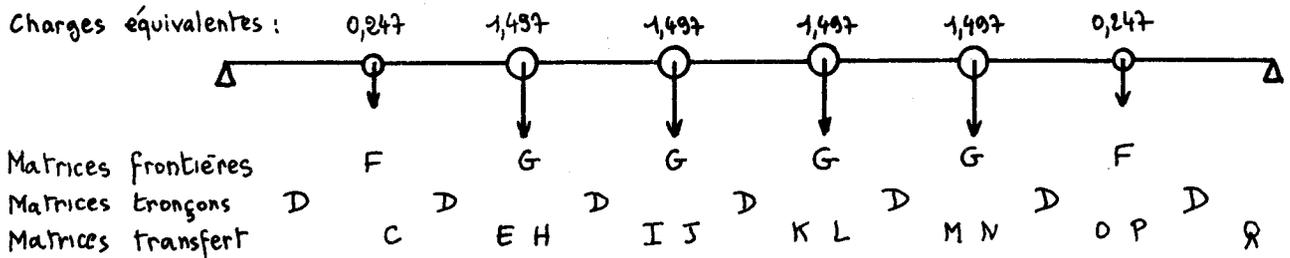


figure 10.6

.Programme de calcul :

```

10 DIM D(4,4),F(4,4),G(4,4),C(4,4),E(4,4),H(4,4),I(4,4),J(4,4),K(4,4),
11 DIM L(4,4),M(4,4),N(4,4),O(4,4),P(4,4),Q(4,4)
20 MAT READ D,F,G
22 LET X = F(4,1)
23 LET Y = G(4,1)
30 FOR W = 50 TO 2700 STEP 50
35 PRINT "W=";W,
40 LET F(4,1) = - W*W*X
41 LET G(4,1) = - W*W*Y
50 MAT C = F*D
51 MAT E = D*C
52 MAT H = G*E
53 MAT I = D*H
54 MAT J = G*I
55 MAT K = D*J
56 MAT L = G*K
57 MAT M = D*L
58 MAT N = G*M
59 MAT O = D*N
60 MAT P = F*O
61 MAT Q = D*P
70 LET Z = Q(1,2)*O(3,4) - Q(1,4)*O(3,2)
81 PRINT"Z=";Z;
82 IF W<=1100 THEN 83
83 IF (50.5 + Z/2)>=50 THEN 86
84 PRINT TAB(INT(50.5 + Z/2));"*";TAB(50);"."
85 GO TO 94
86 PRINT TAB(50);".";TAB(INT(50.5 + Z/2));"*"
87 GO TO 94
88 IF (50.5 + 6*Z)>=50 THEN 91
89 PRINT TAB(INT(50.5 + 6*Z));"*";TAB(50);"."
90 GO TO 94
91 PRINT TAB(50);".";TAB(INT(50.5 + 6*Z));"*"
92 GO TO 94
94 NEXT W
95 DATA 1,.1,-31054E-10,-10351E-11,0,1,-62109E-09,-31054E-10,
96 DATA 0,0,1,.1,0,0,0,1,
97 DATA 1,0,0,0,0,1,0,0,0,0,1,0,.247,0,0,1,
98 DATA 1,0,0,0,0,1,0,0,0,0,1,0,1.497,0,0,1,
100 END
    
```

Réponse de la console : ( temps de calcul : 19,67 s )

W= 50	Z= .462969	.	*
W= 100	Z= .382849	.	*
W= 150	Z= .252539	.	*
W= 200	Z= 7.68275E-02	.	*
W= 250	Z=-.13768	*	.
W= 300	Z=-.382656	*	.
W= 350	Z=-.648176	*	.
W= 400	Z=-.922864	*	.
W= 450	Z=-1.19407	*	.
W= 500	Z=-1.44306	*	.
W= 550	Z=-1.67023	*	.
W= 600	Z=-1.84537	*	.
W= 650	Z=-1.95789	*	.
W= 700	Z=-1.9921	*	.
W= 750	Z=-1.93251	*	.
W= 800	Z=-1.76411	*	.
W= 850	Z=-1.47271	*	.
W= 900	Z=-1.04522	*	.
W= 950	Z=-.469994	*	.
W= 1000	Z= .262851	.	*
W= 1050	Z= 1.16111	.	*
W= 1100	Z= 2.23019	.	*
W= 1150	Z= 3.47276	.	*
W= 1200	Z= 4.88849	.	*
W= 1250	Z= 6.47373	.	*
W= 1300	Z= 8.22126	.	*
W= 1350	Z= 10.12	.	*
W= 1400	Z= 12.1549	.	*
W= 1450	Z= 14.3065	.	*
W= 1500	Z= 16.5509	.	*
W= 1550	Z= 18.8597	.	*
W= 1600	Z= 21.1997	.	*
W= 1650	Z= 23.5329	.	*
W= 1700	Z= 25.8166	.	*
W= 1750	Z= 28.0031	.	*
W= 1800	Z= 30.04	.	*
W= 1850	Z= 31.8704	.	*
W= 1900	Z= 33.4326	.	*
W= 1950	Z= 34.6607	.	*
W= 2000	Z= 35.4848	.	*
W= 2050	Z= 35.8311	.	*
W= 2100	Z= 35.6227	.	*
W= 2150	Z= 34.7793	.	*
W= 2200	Z= 33.2187	.	*
W= 2250	Z= 30.3563	.	*
W= 2300	Z= 27.6062	.	*
W= 2350	Z= 23.3825	.	*
W= 2400	Z= 18.0985	.	*
W= 2450	Z= 11.6689	.	*
W= 2500	Z= 4.00989	.	*
W= 2550	Z=-4.95935	*	.
W= 2600	Z=-15.3163	*	.
W= 2650	Z=-27.1339	*	.
W= 2700	Z=-40.4797	*	.



On notera le changement d'échelle de la courbe  $Z(\omega)$ , introduit à partir de  $\omega = 1150$  rad/s.

Une interpolation précise donne les résultats suivants :

$\omega_{c1} = 218,8$ rad/s	$N_{c1} = 2190$ t/mn
$\omega_{c2} = 983,2$ rad/s	$N_{c2} = 9490$ t/mn
$\omega_{c3} = 2523$ rad/s	$N_{c3} = 24100$ t/mn

## 2. Méthode de Rayleigh.

### a. Principe.

Cette méthode est basée sur les hypothèses suivantes :

- Les volants sont assimilés à des masses ponctuelles ( couple transversal des forces d'inertie négligé ). Si on veut tenir compte de la masse de l'arbre, on le décompose en tronçons, chaque tronçon étant remplacé par une masse ponctuelle localisée en son centre de gravité ou par deux masses ponctuelles localisées aux extrémités du tronçon, ayant même centre de gravité et même masse totale.

- La déformée dynamique se déduit par une affinité de rapport constant de la déformée statique, due à l'action des forces de pesanteur appliquées aux mêmes masses.

Compte tenu de ces hypothèses, on exprime la conservation de l'énergie mécanique, c'est à dire l'égalité entre :

- l'énergie de déformation quand la déformation est maximale et la vitesse de vibration nulle.

- l'énergie cinétique quand la déformation est nulle et la vitesse de vibration maximale.

En se référant à la figure 10.7 on obtient :

Energie de déformation maximale :

$$= \frac{1}{2} F_1 y_1 + \frac{1}{2} F_2 y_2 + \dots + \frac{1}{2} F_n y_n$$

Energie cinétique maximale :

$$= \frac{\omega^2}{2} [m_1 y_1^2 + m_2 y_2^2 + \dots + m_n y_n^2]$$

L'affinité des déformées statique et dynamique s'écrit :

$$\frac{y_1}{\delta_1} = \frac{y_2}{\delta_2} = \dots = \frac{y_n}{\delta_n}$$

d'où :

$$\frac{F_i}{m_i g} = \frac{y_1}{\delta_1} = \frac{F_2}{m_2 g} = \frac{y_2}{\delta_2} = \dots = \frac{F_n}{m_n g} = \frac{y_n}{\delta_n}$$

En éliminant les F et les y entre ces équations on obtient :

$$\omega^2 = g \frac{m_1 \delta_1 + m_2 \delta_2 + \dots + m_n \delta_n}{m_1 \delta_1^2 + m_2 \delta_2^2 + \dots + m_n \delta_n^2} = g \frac{\sum_i m_i \delta_i}{\sum_i m_i \delta_i^2}$$

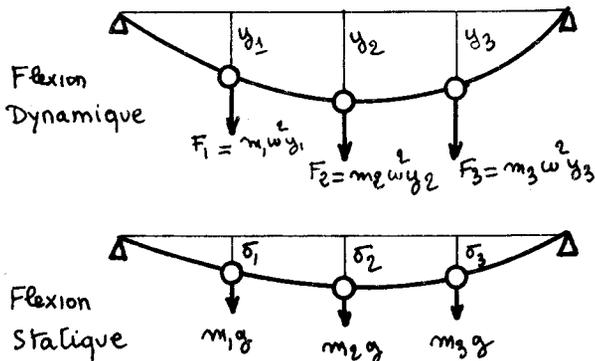


figure 10.7

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g \sum_i m_i \delta_i}{\sum_i m_i \delta_i^2}}$$

Cette méthode ne s'applique directement qu'au calcul de la première fréquence propre de vibration de flexion d'une poutre reposant sur deux appuis aux extrémités, pour laquelle les déformées statique et dynamique se déduisent bien par affinité. On peut l'étendre aux autres fréquences propres et à d'autres conditions aux limites (plusieurs appuis, porte à faux), à condition de connaître l'allure de la déformée dynamique et de diriger fictivement les forces de pesanteur dans le sens des flèches dynamiques.

b. Programmation de la méthode de Rayleigh.

Le procédé le plus rapide consiste à calculer les flèches  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$  par la méthode des matrices transfert. Les forces de pesanteur, concentrées et indépendantes de la flèche, conduisent à utiliser des matrices carrées d'ordre 5.

L'équation du tronçon n s'écrit (figure 10.8) :

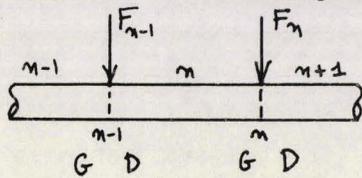


figure 10.8

$$\begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ T \\ 1 \end{bmatrix}_n^G = \begin{bmatrix} 1 & l & \frac{-l^2}{2EI} & \frac{-l^3}{6EI} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{-l}{EI} & \frac{-l^2}{2EI} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ T \\ 1 \end{bmatrix}_{n-1}^D$$

Et, en introduisant la force concentrée  $F_n$ , on a :

$$\begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ T \\ 1 \end{bmatrix}_n^D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -F_n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & l & \frac{-l^2}{2EI} & \frac{-l^3}{6EI} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{-l}{EI} & \frac{-l^2}{2EI} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ T \\ 1 \end{bmatrix}_{n-1}^D$$

On peut donc calculer, tronçon par tronçon, par des opérations matricielles successives la matrice transfert de l'ensemble de la poutre. Si  $a$  est cette matrice transfert, on obtient pour  $z$  tronçons, en tenant compte des conditions aux limites :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \theta \\ 0 \\ T \\ 1 \end{bmatrix}_z^G = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & a_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \theta \\ 0 \\ T \\ 1 \end{bmatrix}_0^D$$

Les conditions aux limites s'écrivent donc :

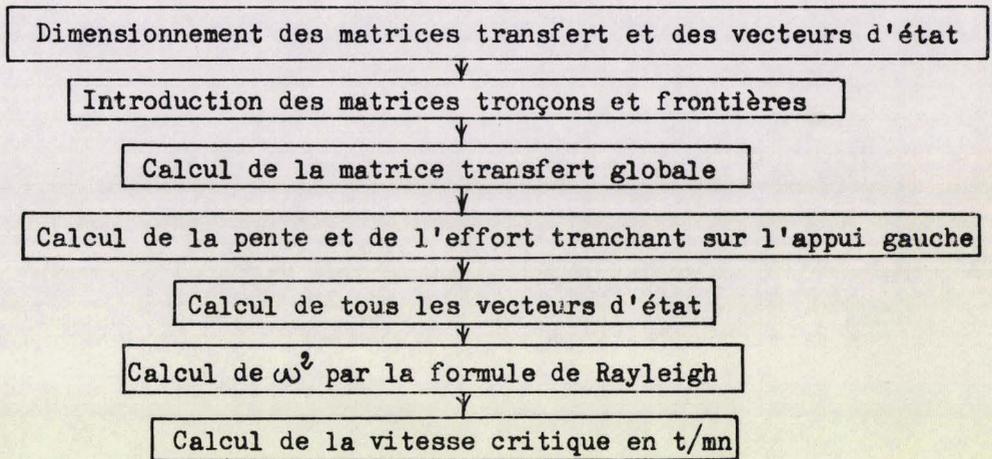
$$0 = a_{12}\theta_0 + a_{14}T_0 + a_{15}$$

$$0 = a_{34}T_0 + a_{35}$$

d'où on tire :  $T_0 = -\frac{a_{35}}{a_{34}}$  ,  $\theta_0 = -\frac{a_{15}}{a_{12}} + \frac{a_{14} \cdot a_{35}}{a_{12} \cdot a_{34}}$

Le vecteur d'état initial étant alors complètement déterminé, il est possible de calculer tous les vecteurs d'état à l'aide des matrices transfert partielles, puis la vitesse critique à l'aide de la formule de Rayleigh.

L'organigramme du programme est le suivant :



A titre d'exemple, nous avons repris le calcul de la première vitesse critique de la maquette N° 1 ( figure 10.5 ), avec la schématisation et les notations de la figure 10.9. On trouvera, à la page suivante, le programme complet et la réponse de la console.

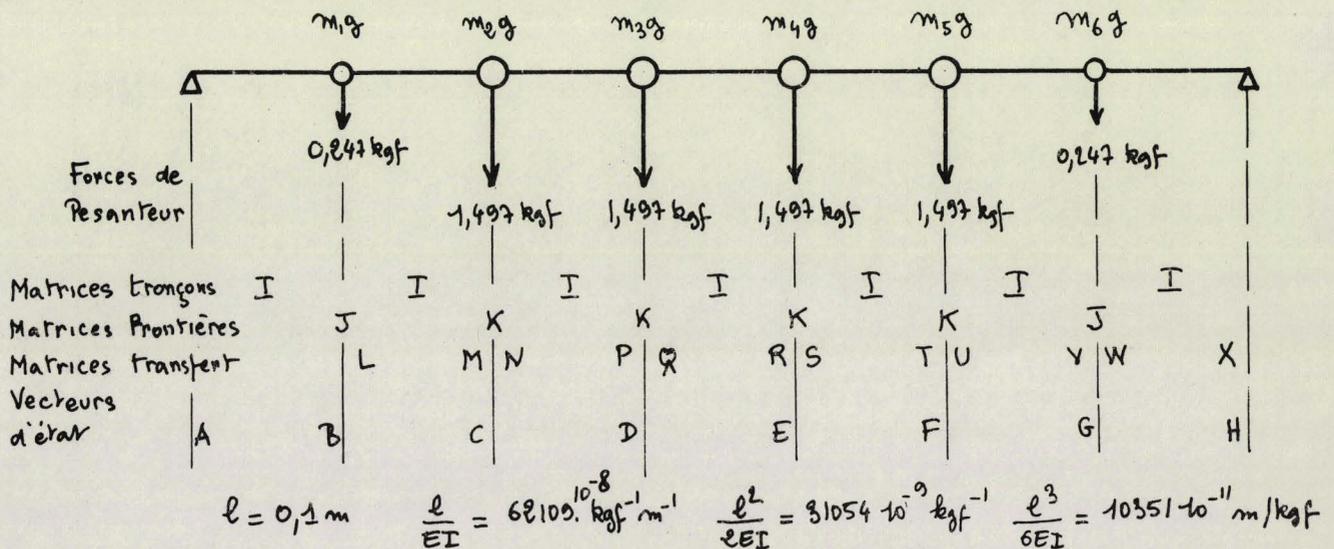


figure 10.9

Programmation de la méthode de Rayleigh et réponse ( temps de calcul : 3,67 s ).

```
10 DIM I(5,5),J(5,5),K(5,5),L(5,5),M(5,5),N(5,5),P(5,5),Q(5,5),R(5,5)
11 DIM S(5,5),T(5,5),U(5,5),V(5,5),W(5,5),X(5,5)
15 DIM A(5,1),B(5,1),C(5,1),D(5,1),E(5,1),F(5,1),G(5,1),H(5,1)
20 MAT READ I
21 DATA 1,.1,-31054E-09,-10351E-10,0,0,1,-62109E-08,-31054E-09,0,
22 DATA 0,0,1,.1,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,1
23 MAT J = ZER
24 LET J(4,5) = -.247
25 MAT K = ZER
26 LET K(4,5) = -1.497
30 MAT L = J + I
31 MAT M = I * L
32 MAT N = K + M
33 MAT P = I * N
34 MAT Q = K + P
35 MAT R = I * Q
36 MAT S = K + R
37 MAT T = I * S
38 MAT U = K + T
39 MAT V = I * U
40 MAT W = J + V
41 MAT X = I * W
50 LET T0 = - X(3,5)/X(3,4)
51 LET H0 = X(1,4)*X(3,5)/(X(1,2)*X(3,4)) - X(1,5)/X(1,2)
60 MAT A = ZER
61 LET A(2,1) = H0
62 LET A(4,1) = T0
63 LET A(5,1) = 1
70 MAT B = I * A
71 MAT C = M * A
72 MAT D = P * A
73 MAT E = R * A
74 MAT F = T * A
75 MAT G = V * A
76 MAT H = X * A
80 LET N = .247*(B(1,1)+G(1,1))+1.497*(C(1,1)+D(1,1)+E(1,1)+F(1,1))
81 LET D1 = .247*(B(1,1)*B(1,1)+G(1,1)*G(1,1))
82 LET D2=1.497*(C(1,1)*C(1,1)+D(1,1)*D(1,1)+E(1,1)*E(1,1)+F(1,1)*F(1,1))
83 LET D = D1 + D2
85 LET V = 9.81*N/D
86 LET W = SQR(V)
87 LET N = 60*W/(2*3.14159)
90 PRINT"VITESSE CRITIQUE =";N;"T/MN"
99 END
```

RUN

RAYMAI 13:53 PARIS1 06/10/69

VITESSE CRITIQUE = 2070.34 T/MN

### 3. Méthode de Dunkerley.

Cet auteur a établi expérimentalement une formule donnant approximativement la première vitesse critique d'un arbre chargé de n disques. Cette expression permet de calculer la vitesse critique de l'ensemble à partir des valeurs des vitesses critiques relatives aux systèmes partiels obtenus en considérant l'arbre seul, puis l'arbre supposé sans masse et chargé successivement par chacun des disques.

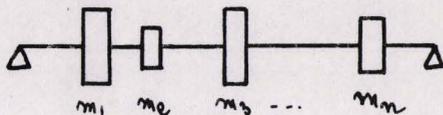


figure 10.10

Pour le rotor de la figure 10.10, la formule de Dunkerley s'écrit :

$$\frac{1}{\omega_{c1}^2} = \frac{1}{\omega^2} + \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} + \dots + \frac{1}{\omega_n^2}$$

$\omega_{c1}$  : première vitesse angulaire critique du système.

- $\omega$  : première vitesse angulaire critique du système constitué par l'arbre seul.
- $\omega_1$  : première vitesse angulaire critique du système constitué par l'arbre supposé sans masse et chargé uniquement par le disque de masse  $m_1$ .
- $\omega_2 \dots \omega_n$  : idem, relativement aux disques de masse  $m_2 \dots m_n$ .

Ultérieurement cette formule a été démontrée par deux méthodes différentes par HAHN et BLAESS. [2]

Monsieur J. TACHE a montré que l'application de cette formule approximative pouvait conduire à des erreurs atteignant 40 % dans certains cas extrêmes. [3] Néanmoins, à titre comparatif, nous l'avons appliquée au cas des maquettes étudiées expérimentalement.

### 10.3. Influence des moments d'inertie des volants sur les vitesses critiques de flexion.

Dans les méthodes précédentes, les volants ont été remplacés ou assimilés à des masses ponctuelles. En réalité leur moment d'inertie intervient en créant un couple d'inertie transversal qui modifie la déformée de l'arbre.

Dans le cas de vibrations latérales, ce couple d'inertie est dû à l'accélération angulaire  $\varphi''$  dans le mouvement du volant autour d'un axe issu de son centre d'inertie et perpendiculaire au plan de vibration.

Dans le cas des vitesses critiques de flexion, ce couple est dû au fait qu'aucun des axes de l'ellipsoïde central d'inertie du volant n'est parallèle à l'axe de rotation.

Pour mettre en évidence cette influence, nous raisonnerons dans le cas simple d'un arbre de masse négligeable, reposant sur deux appuis aux extrémités, et portant un volant dont le centre d'inertie O est distinct du plan de symétrie. Nous conduirons deux calculs en parallèle, dans le cas d'une vibration latérale de flexion de pulsation propre p, et dans le cas d'une vitesse angulaire critique de flexion  $\omega_c$  (figure 10.11)

Notations communes aux deux calculs : m : masse du volant

Moments d'inertie centraux :

$$A = \int (y^2 + z^2) dm, \quad B = \int (z^2 + x^2) dm, \quad C = \int (x^2 + y^2) dm$$

Coefficients d'influence en 0 :

$\alpha$  : déformation linéaire  $y$  sous l'action d'une force unité appliquée en 0

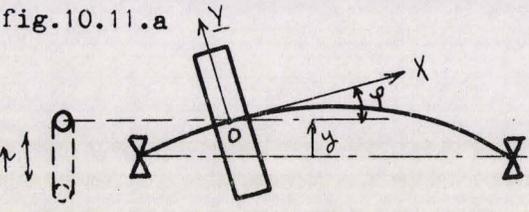
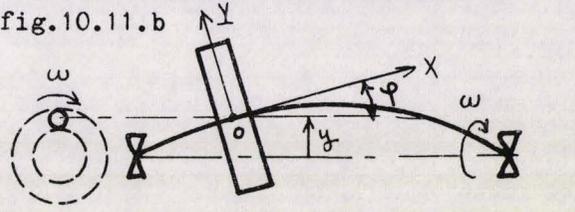
$\beta$  : déformation angulaire  $\varphi$  sous l'action d'un moment unité appliqué en 0

$\gamma$  : déformation linéaire  $y$  sous l'action d'un moment unité appliqué en 0, ou déformation angulaire  $\varphi$  sous l'action d'une force unité ( principe de réciprocité).

Si  $F$  et  $M$  sont la force et le moment appliqués en 0, on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} y \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \gamma \\ \gamma & \beta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F \\ M \end{bmatrix}$$

Le tableau ci-dessous résume les calculs dans les deux cas

Vibrations latérales de pulsation $p$	Vitesse angulaire critique $\omega$
<p>fig.10.11.a</p> 	<p>fig.10.11.b</p> 
<p><u>Calcul de F et M</u></p> $F = -m y'' = m p^2 y$ $M = -C \varphi'' = C p^2 \varphi$	$F = m \omega^2 y$ $M = \omega^2 \int XY dm \approx \omega^2 (B-A) \varphi$
<p><u>Equations d'équilibre</u></p> $\begin{cases} y = \alpha m p^2 y + \gamma C p^2 \varphi \\ \varphi = \gamma m p^2 y + \beta C p^2 \varphi \end{cases}$ $\begin{cases} y (\alpha m - \frac{1}{p^2}) + \varphi \gamma C = 0 \\ y \gamma m + \varphi (\beta C - \frac{1}{p^2}) = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} y = \alpha m \omega^2 y + \gamma (B-A) \omega^2 \varphi \\ \varphi = \gamma m \omega^2 y + \beta (B-A) \omega^2 \varphi \end{cases}$ $\begin{cases} y (\alpha m - \frac{1}{\omega^2}) + \varphi \gamma (B-A) = 0 \\ y \gamma m + \varphi [\beta (B-A) - \frac{1}{\omega^2}] = 0 \end{cases}$
<p><u>Calcul des pulsations propres</u></p> $\begin{vmatrix} \alpha m - \frac{1}{p^2} & \gamma C \\ \gamma m & \beta C - \frac{1}{p^2} \end{vmatrix} = 0$	<p><u>Calcul des vitesses angulaires critiques</u></p> $\begin{vmatrix} \alpha m - \frac{1}{\omega^2} & \gamma (B-A) \\ \gamma m & \beta (B-A) - \frac{1}{\omega^2} \end{vmatrix} = 0$

Si on fait  $A = B = C = 0$ , on retrouve bien le résultat classique

$$p = \omega_c = \sqrt{\frac{1}{\alpha m}} = \sqrt{\frac{c}{m}}$$

(  $c$  = "constante de flexion" de l'arbre)

Ce calcul montre donc :

a) que les moments d'inertie des volants ont une influence sur la valeur des pulsations propres de vibration latérale et des vitesses angulaires critiques de flexion.

b) que cette influence est différente dans les deux cas. Par conséquent, si on tient compte de cette influence, il n'y a plus égalité entre la pulsation propre de vibration latérale et la vitesse angulaire critique de flexion.

Raisonnons sur le cas élémentaire d'un volant cylindrique de rayon R et de longueur l, pour lequel on a :

$$A = \frac{m R^2}{2} \quad , \quad B = C = \frac{m R^2}{4} + \frac{m l^2}{12} \quad , \quad B - A = \frac{m l^2}{12} - \frac{m R^2}{4}$$

Pour les vibrations latérales, le couple des forces d'inertie,  $M = C \ddot{\varphi}$  est toujours dans le sens de  $\varphi$  et tend à augmenter la déformation de l'arbre.

Pour les vitesses critiques, le couple des forces d'inertie,  $M = (B-A)\omega^2\varphi$  est en sens inverse de  $\varphi$  si le disque est plat ( $A > B$ ), nul si  $A = B$  (ellipsoïde d'inertie = sphère), et dans le sens de  $\varphi$  si  $B > A$ , c'est à dire dans le cas d'un cylindre allongé.

D'après cette étude il semble donc que, dans le cas le plus fréquent de disques plats, l'influence du couple transversal des forces d'inertie limite la précision des méthodes de calcul précédentes, ainsi que celle des déterminations expérimentales basées sur la mesure des vibrations latérales.

Remarquons cependant que, pour la vitesse critique d'un disque plat, le couple des forces d'inertie tend à raidir l'arbre et qu'en négligeant cette influence on compense partiellement le fait que l'on a aussi négligé l'influence des cisssions sur les déformations de l'arbre.

#### 10.4. Méthodes de mesure utilisées.

##### 1. Mesure des vitesses critiques en rotation à l'aide d'un palpeur à contact.

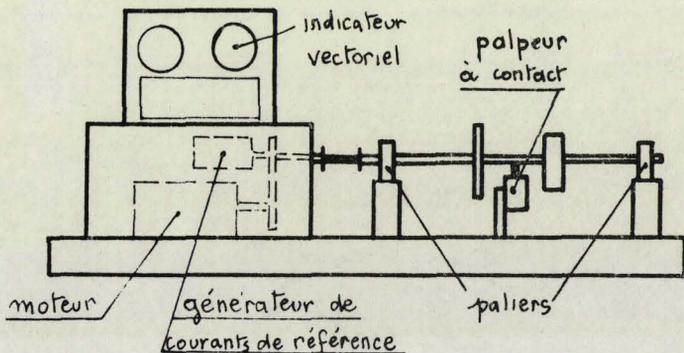


figure 10.12.

Le rotor étudié est supporté par des paliers à roulements à rotules, montés sur les supports oscillants d'une équilibreuse dynamique Schenck dont on utilise également le système d'entraînement, équipé d'un moteur à courant continu à vitesse variable, pouvant entraîner le rotor entre 0 et 3500 t/mn ( figure 10.12 ).

Dans tous nos essais de vibrations de flexion les supports de paliers sont bloqués et demeurent fixes par rapport au bâti de l'équilibreuse.

L'un des systèmes de mesure incorporé à l'équilibreuse, et destiné normalement à étudier les vibrations des paliers en vue de la détermination des balourds, est utilisé pour mesurer les indications du palpeur à contact employé.

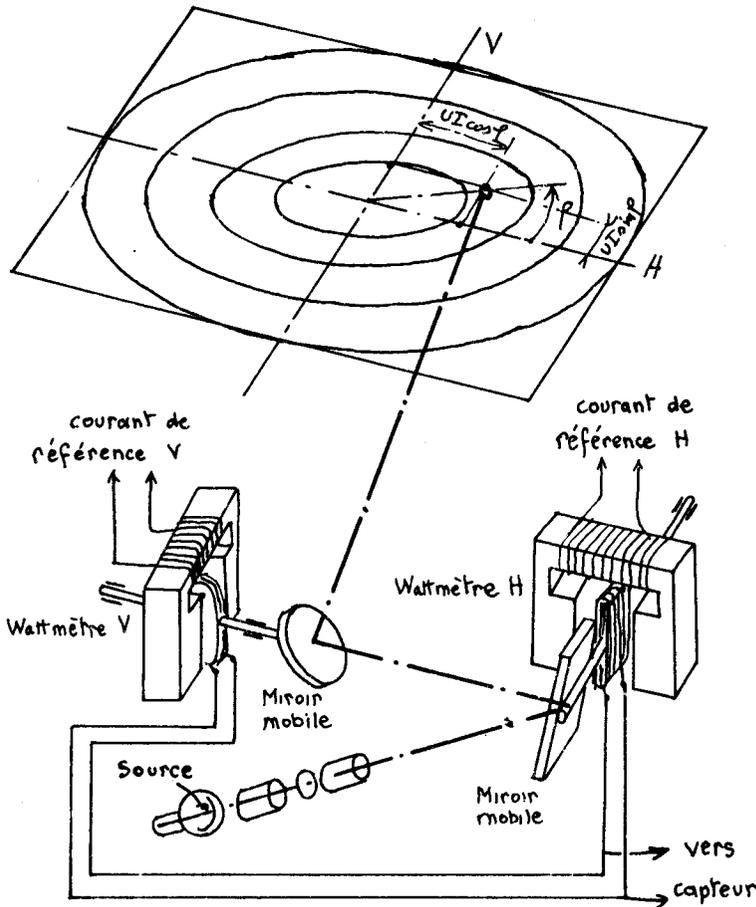


figure 10.13

Le palpeur électrodynamique à contact comporte un poussoir dont l'extrémité inférieure est solidaire d'une bobine qui peut se déplacer perpendiculairement à la direction des lignes de force d'un champ magnétique d'intensité constante, créé par un aimant permanent. La tension aux bornes de la bobine est donc proportionnelle à la vitesse  $dx/dt$  du déplacement relatif.

Le carter du palpeur est solidaire d'un support articulé réglable en tous sens et pouvant se déplacer le long du bâti de l'équilibreuse. Le patin de palpation est appliqué contre l'arbre en rotation par un ressort de rappel dont la tension peut être réglée pour assurer un contact permanent entre le patin et la surface du rotor, quelle que soit l'importance des accélérations verticales. A proximité du capteur, nous avons installé un limiteur d'amplitude des vibrations de flexion, évitant tout débattement exagéré au voisinage des vitesses critiques.

Sur l'arbre d'entraînement du rotor est calé un onduleur à collecteurs, alimenté en courant continu, et pouvant fournir deux courants alternatifs d'amplitude constante  $I$ , décalés de  $90^\circ$ , et caractérisant deux directions repérées sur un cadran solidaire du rotor.

Les appareils de mesure sont des wattmètres électrodynamiques de haute sensibilité sur lesquels agissent d'une part la tension  $U$  provenant du palpeur et d'autre part l'un ou l'autre des courants fournis par l'onduleur. L'indication du premier wattmètre est proportionnelle à  $UI\cos\varphi$ ,  $\varphi$  désignant le déphasage entre  $U$  et le premier courant fourni par l'onduleur. Celle du second wattmètre, relié à un courant décalé de  $90^\circ$ , est proportionnelle à  $UI\cos(\varphi + \frac{\pi}{2}) = UI\sin\varphi$ .

Ces deux wattmètres agissent sur deux miroirs mobiles placés sur le trajet d'un faisceau lumineux focalisé sur un écran. Le premier équipement mobile produit une déviation horizontale et le second une déviation verticale (fig 10.13). L'extrémité du spot donne donc directement le vecteur de la représentation de Fresnel de la vitesse de vibration, dont on lit directement l'amplitude et la phase.

**b. Résultats d'essai.**

Les figures 10.14 et 10.15 représentent les résultats d'essais obtenus pour la maquette 1 (fig.10.5). Elles donnent respectivement l'amplitude et la phase en fonction de la vitesse de rotation. La figure 10.16 donne l'allure de la trajectoire du spot sur l'écran lorsque la vitesse de rotation varie. Sur ces deux dernières figures on vérifie bien la propriété classique d'une variation de phase de  $\pi$  au passage de la résonance.

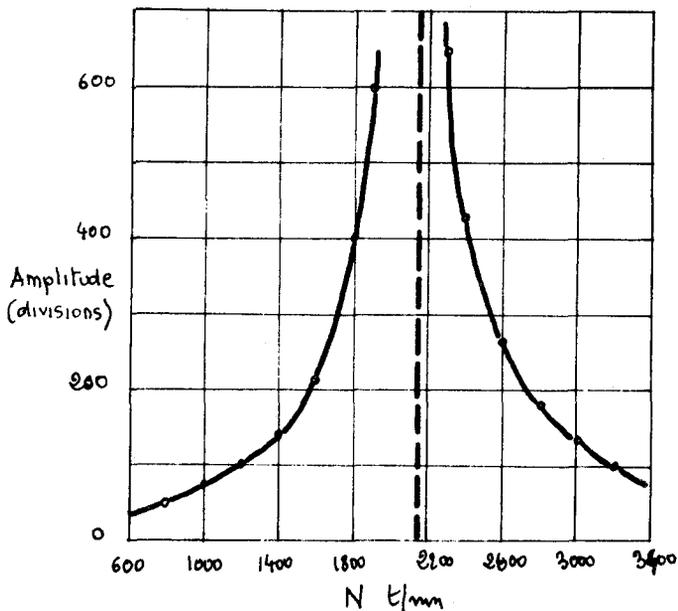


figure 10.14

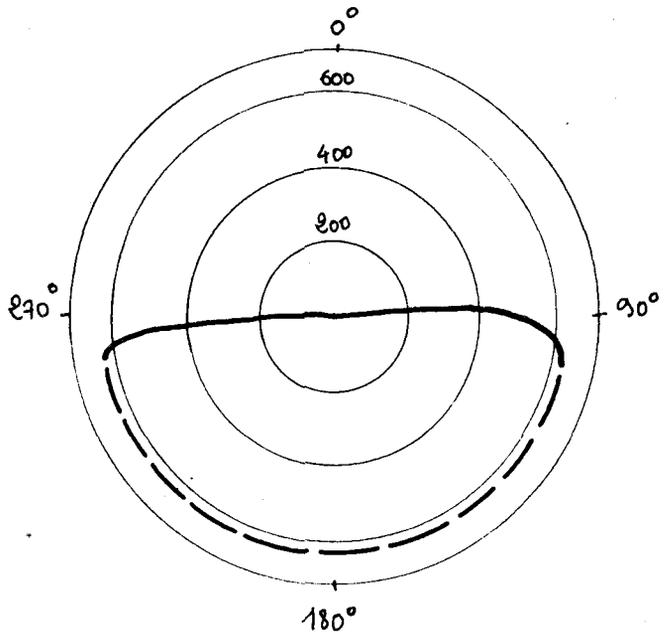


figure 10.16

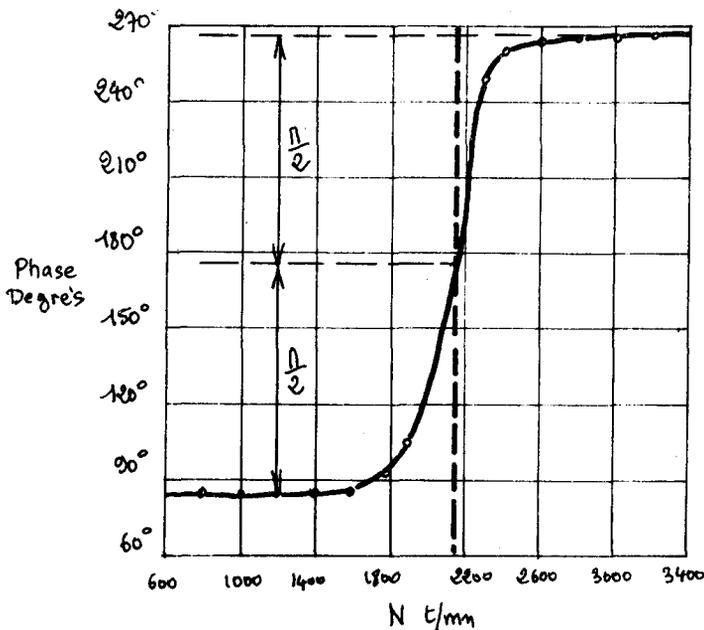


figure 10.15

L'arbre venant en butée sur le limiteur d'amplitude, au voisinage de la vitesse de résonance, celle-ci ne peut être déterminée avec une grande précision.

On l'obtient cependant avec une approximation convenable en extrapolant les deux branches de la courbe des amplitudes de part et d'autre de la vitesse critique et en interpolant la courbe des déphasages pour obtenir la vitesse correspondant à un déphasage de  $\frac{\pi}{2}$  par rapport à l'origine des mesures.

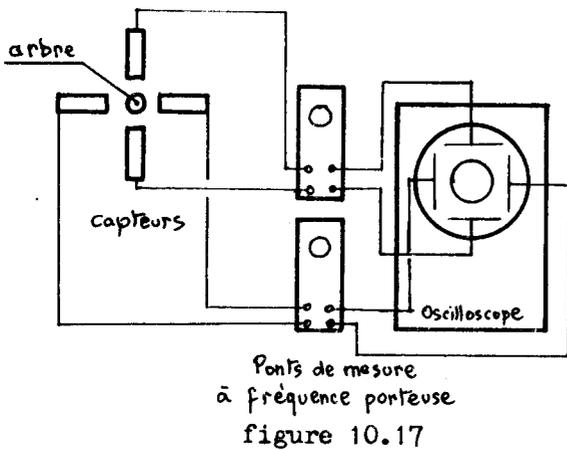
Nous avons trouvé une première vitesse critique égale à 2160 t/mn

Ce dispositif de mesure est très intéressant par la méthode utilisée pour mesurer le déphasage. Le déplacement du capteur permet aussi d'obtenir une allure

de la déformée dynamique.

Néanmoins il faut noter que la force exercée par le palpeur risque d'avoir une influence non négligeable sur la déformation mesurée et sur la valeur de la vitesse critique, dans le cas où les accélérations sont telles qu'elles nécessitent une tension excessive du ressort de rappel. Ce fait, ainsi que la protection du capteur contre les surcharges mécaniques, conduisent à limiter impérativement les amplitudes maximales à mesurer, ce qui élargit la plage d'incertitude dans la détermination de la vitesse critique.

2. Mesure des vitesses critiques en rotation à l'aide de capteurs à distance à variation d'inductance.



Ponts de mesure  
à fréquence porteuse  
figure 10.17

Dans ces capteurs, la variation de distance entre le capteur et l'objet à mesurer produit une variation d'inductance de la bobine du capteur. Ils sont intercalés dans un pont de mesure à fréquence porteuse à 8000 hz.

Pour améliorer la sensibilité et la linéarité, nous avons utilisé deux capteurs situé de part et d'autre de l'arbre et reliés à deux branches consécutives du même pont de mesure, doublant ainsi la sensibilité par rapport à l'utilisation d'un même système actif.

L'utilisation de quatre capteurs et de deux ponts de mesure reliés aux plaques de

déviations verticale et horizontale d'un oscilloscope permet ainsi d'avoir sur l'écran de celui-ci la représentation amplifiée de la trajectoire du centre de l'arbre dans le plan des capteurs. (fig.10.17).

Les capteurs sont placés à 3 mm de l'arbre et protégés par un limiteur d'amplitude évitant tout contact accidentel arbre/capteur. Cependant, comme dans le cas précédent, la présence du limiteur d'amplitude ne permet pas la détermination exacte de la vitesse critique.

Néanmoins nous avons pu mettre au point une mesure de cette vitesse critique à partir d'un phénomène de battement observé expérimentalement. En effet, quand on s'approche de la résonance :

- le rotor est excité par le balourd résiduel qui tend à la faire vibrer à une vitesse égale à la vitesse de rotation.

- à la suite d'un choc, le rotor tend à vibrer à sa pulsation fondamentale propre, qui est alors entretenue partiellement par les impulsions qu'il reçoit étant donné la faible différence des fréquences, ce qui entraîne un amortissement très lent.

Il en résulte un phénomène de battements entre ces deux mouvements. La mesure simultanée de la vitesse de rotation et de la fréquence de ces battements permet la détermination de la vitesse critique.

Etudions la superposition de ces deux mouvements de périodes voisines  $T_1$  et  $T_2$  ( $T_1 > T_2$ ). L'amplitude totale est maximale quand les deux mouvements sont en phase. Choisissons cet instant comme origine des temps. Le mouvement qui a la plus petite période prend progressivement de l'avance, l'amplitude passe par un minimum quand les deux mouvements sont en opposition de phase, puis par un nouveau maximum quand ils sont à nouveau en phase, c'est à dire quand le mouvement de période  $T_2$  a effectué une oscillation de plus que l'autre. Ceci se produit au bout d'un temps :

$$T = n T_1 = (n+1) T_2$$

d'où on tire :

$$T = \frac{T_1 \cdot T_2}{T_1 - T_2}$$

La fréquence des battements est donc égale à :

$$N = \frac{1}{T} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 \cdot T_2} = \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} = N_2 - N_1$$

c'est à dire à la différence des deux fréquences.

Il suffit donc d'enregistrer les indications de l'un des ponts de mesure lors d'un choc, et de mesurer en même temps la vitesse de rotation. En déterminant la fréquence des battements sur l'enregistrement, on peut calculer la vitesse critique.

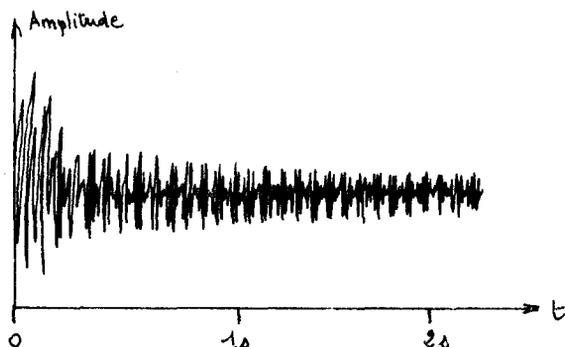


figure 10.18

La figure 10.18 représente l'enregistrement obtenu pour la maquette 1 (fig 10.5) tournant à 3000 t/mn et soumise à un choc. On y compte 14 battements pendant la première seconde.

La fréquence propre est donc :  
 $50 - 14 = 36 \text{ Hz}$

ce qui correspond bien à  $36 \times 60 = 2160 \text{ t/mn}$  résultat trouvé précédemment.

Par rapport au palpeur à contact, ce dispositif de mesure présente l'avantage de n'occasionner aucune interaction sur la maquette. N'apportant aucune perturbation au mouvement, il permet éventuellement d'en étudier la stabilité et l'amortissement. L'utilisation du phénomène de battement permet une détermination correcte de la vitesse critique sans risque de rupture.

Par contre aucune mesure de phase n'est possible directement. On pourrait cependant compléter l'installation par un indicateur à cellule photoélectrique, donnant un top superposé à l'un des signaux ou utilisé pour moduler le wehnelt du tube cathodique.

### 3. Mesure des vibrations latérales par capteur électromagnétique

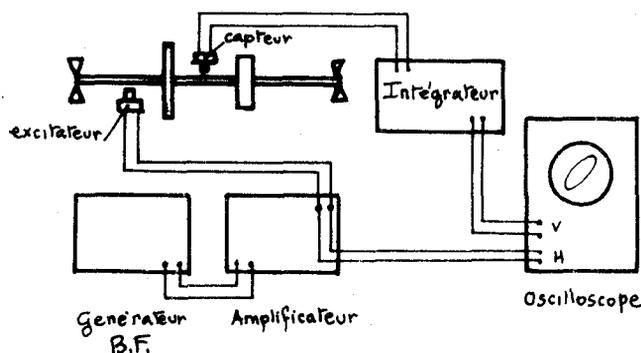


figure 10.19

Le capteur électromagnétique utilisé comporte un enroulement bobiné sur un aimant permanent. Le déplacement d'un corps ferromagnétique (l'arbre dans ce montage) devant l'un des pôles de l'aimant provoque une variation de l'intensité du flux magnétique qui traverse la bobine. Celle-ci est donc le siège d'une tension induite proportionnelle à la vitesse de vibration, la sensibilité dépendant de la distance entre le capteur et l'arbre. Un intégrateur à résistance capacité permet d'obtenir une tension proportionnelle à l'amplitude.

La figure 10.19 représente le montage utilisé. Comme précédemment la maquette repose sur les paliers de l'équilibreuse préalablement bloqués. Elle n'est pas mise en rotation. Un second capteur électromagnétique, utilisé en

excitateur, est alimenté par un générateur B.F. et un amplificateur. Le champ magnétique alternatif créé suffit pour exciter les vibrations latérales de la maquette au voisinage de la résonance. La même alimentation est utilisée pour la déviation horizontale de l'oscilloscope sur lequel on observera donc des ellipses de Lissajoux.

La fréquence pouvant varier de manière continue, on détecte successivement les diverses fréquences propres, à condition que le capteur et l'excitateur soient placés au voisinage des ventres correspondants. Comme l'allure des déformées correspondant aux divers modes de vibration est connue, il est facile de déplacer les capteurs en conséquence. Cette remarque est d'ailleurs valable en ce qui concerne la position des capteurs dans les autres méthodes.

L'intensité d'excitation étant réglable, il est possible d'opérer les mesures exactement à la résonance sans aucun risque pour la maquette.

#### 10.5. Comparaison des résultats des mesures expérimentales et des calculs.

##### 1. Maquette 1.

Les caractéristiques de cette maquette et de sa décomposition en masses concentrées ont déjà été données figures 10.5 et 10.6.

Le tableau ci-dessous résume les résultats des mesures et des calculs.

	Mode 1	Mode 2	Mode 3
Mesure en rotation par palpeur à contact	2160 t/mn		
Mesure en rotation par capteur à variation d'inductance	2160 t/mn		
Mesure en vibration latérale par capteur électromagnétique	2150 t/mn	7850 t/mn	18000 t/mn
Calcul par itération	2190 t/mn	9490 t/mn	24100 t/mn
Calcul par méthode de Rayleigh	2070 t/mn		
Calcul par méthode de Dunkerley	2027 t/mn		

La comparaison de ces résultats montre une bonne concordance entre toutes les mesures expérimentales qui, pour cette maquette, ne sont possibles qu'au premier mode. L'influence du contact du palpeur électrodynamique est donc négligeable. La bonne correspondance des mesures en rotation et en vibration latérale indique une influence négligeable du couple transversal des forces d'inertie.

De toutes les méthodes de calcul, la méthode par itération donne les meilleurs résultats. Cette concordance est moins bonne pour les modes 2 et 3, sans doute parce que le nombre de tronçons choisi est trop faible et traduit trop imparfaitement les changements de signe de la déformée pour les modes supérieurs.

La méthode de Rayleigh donne une valeur acceptable et, comme prévu, la méthode de Dunkerley donne le résultat le plus faible, nettement erroné par défaut.

2. Maquette 2.

Pour essayer de mettre en évidence l'influence du couple transversal des forces d'inertie, il fallait étudier une maquette où l'un au moins des volants soit disposé en un point de la déformée où la déformation angulaire soit importante. Nous avons donc utilisé le même arbre que pour la maquette 1, mais en disposant les deux volants 1 et 2, de forme différente, selon les montages des figures 10.20.a et 10.20.b, dans lesquels l'un des volants est en porte à faux, à l'endroit où la déformation angulaire est maximale.

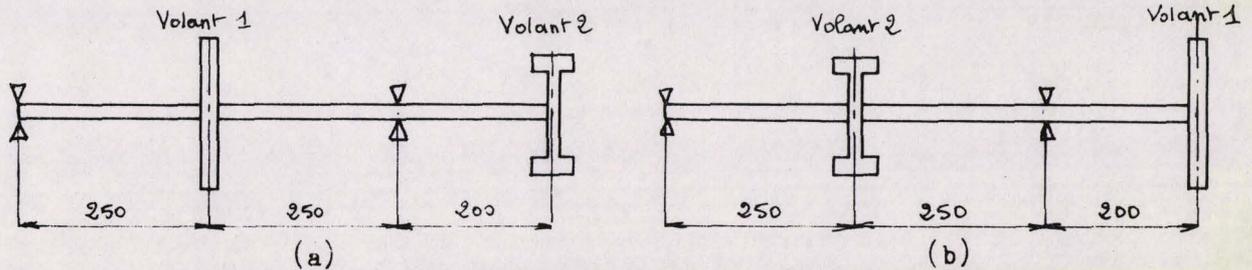


figure 10.20 ( voir figure 10.5 pour les autres cotes )

Pour les volants 1 et 2, les moments d'inertie intervenant dans les calculs du § 3 ont pour valeur : ( en  $\text{cm}^2 \cdot \text{kg}$  )

	A	B = C	B - A
Volant 1	125	62,7	- 62,3
Volant 2	71,1	38,9	- 32,2

Cependant la seule différence que nous avons pu constater entre les mesures en rotation sur les deux montages est une légère différence des flèches. A la précision de nos mesures les vitesses critiques étaient identiques pour les deux montages, que la mesure soit faite en rotation ou en vibration latérale.

Nos résultats sont résumés par le tableau suivant :

	Mode 1	Mode 2
Mesure en rotation par palpeur à contact	2280 t/mn	
Mesure en rotation par capteur à variation d'inductance	2300 t/mn	
Mesure en vibration latérale par capteur électromagnétique	2250 t/mn	11280 t/mn
Calcul par itération	2207 t/mn	9325 t/mn
Calcul par la méthode de Rayleigh	2631 t/mn	
Calcul par la méthode de Dunkerley	2306 t/mn	

Le calcul par itération donne encore les meilleurs résultats. La variation de sens des erreurs par rapport à la maquette 1 est due à la présence du porte à faux qui inverse un certain nombre de signes dans le calcul de la déformée.

### 3. Maquette 3.

Dans le but d'étendre nos mesures expérimentales au second mode, nous avons étudié une autre maquette, conçue de façon à ce que la seconde vitesse critique soit légèrement inférieure à 3500 t/mn, valeur limite de la vitesse d'entraînement possible par le mécanisme de l'équilibreuse dynamique servant de support à notre banc d'essais.

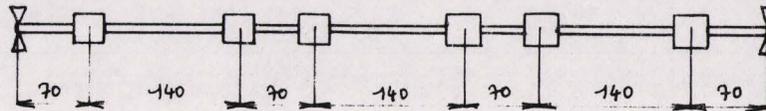


figure 10.21

La figure 10.21 représente cette maquette qui comporte un arbre de longueur 700 mm et de diamètre 6 mm sur lequel sont réparties six masses de 0,050 kg serrées par friction à l'aide d'un joint torique.

Nos résultats sont récapitulés par le tableau suivant :

	Mode 1	Mode 2
Mesure en rotation par palpeur à contact	950 t/mn	3030 t/mn
Mesure en rotation par capteur à variation d'inductance	1020 t/mn	3360 t/mn
Mesure en vibration latérale par capteur électromagnétique	1080 t/mn	3450 t/mn
Calcul par itération	863 t/mn	3372 t/mn
Calcul par la méthode de Rayleigh	860 t/mn	
Calcul par la méthode de Dunkerley	808 t/mn	

La concordance entre les résultats est moins bonne que pour les autres maquettes. La première mesure est sans doute affectée par l'influence du palpeur à contact dont la masse de la partie mobile et la tension du ressort de rappel ne sont plus négligeables par rapport aux masses des volants et aux forces d'inertie mises en jeu.

Notons également que nous avons utilisé les mêmes paliers à roulements à billes à rotules que dans les montages précédents, en y installant des pièces intermédiaires. Etant donné le faible diamètre de l'arbre et sa grande flexibilité, le moment résiduel des rotules de paliers n'était sans doute pas négligeable par rapport aux moments fléchissants mis en jeu. De ce fait les paliers avaient certainement un comportement intermédiaire entre des appuis simples et des encastresments, ce qui explique la différence entre les valeurs mesurées et les valeurs calculées dans l'hypothèse d'appuis parfaits sans moments d'encastrement.

### 10.6. Conclusions générales. Travaux à poursuivre.

Cette première mise au point du banc d'essais et des méthodes de programmation nous a conduits à une bonne concordance des résultats obtenus. Les étudiants qui utiliseront ce banc disposeront de méthodes d'essai bien au point et d'une première bibliothèque de programmes en langage basic time sharing qui leur fera gagner un temps précieux.

La comparaison entre les méthodes de calcul conduit dans tous les cas à une supériorité très nette de la méthode par itération qui devra être préférée, la méthode de Rayleigh permettant cependant des vérifications intéressantes au stade de l'avant projet.

Cependant, avec les montages utilisés, nous avons échoué dans notre tentative de mise en évidence de l'influence du couple transversal des forces d'inertie sur la valeur des vitesses critiques et sur la différence entre vitesse angulaire critique de flexion et pulsation des vibrations latérales. La forme des volants des maquettes étudiées correspondant aux cas rencontrés le plus fréquemment dans les turbomachines, on peut en conclure que, dans tous les cas usuels, cette influence est bien négligeable et que les méthodes de calcul habituelles, dans lesquelles on ne tient pas compte de cette influence, sont suffisamment sûres pour le calcul de la première vitesse critique, qui est la plus importante.

Notre étude doit donc être considérée comme une recherche préliminaire. Les travaux à poursuivre pour la compléter peuvent s'orienter dans trois domaines :

- Une étude plus systématique de l'influence du couple transversal des forces d'inertie que l'on pourrait par exemple exécuter sur un montage simple du type de la figure 10.22, comportant un seul rotor démontable, suffisamment éloigné du plan de symétrie. On y étudierait le comportement de rotors de même masse mais présentant des différences très importantes entre les valeurs de leurs moments d'inertie diamétraux et axiaux, beaucoup plus grandes qu'entre les volants de cette première étude. On pourrait également envisager une étude sur un montage en porte à faux.

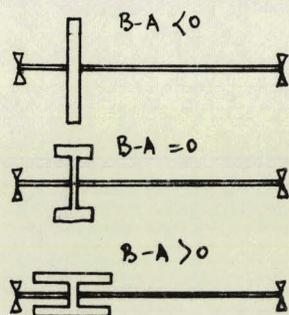


figure 10.22

- Une étude méthodique de l'influence des détails de programmation sur la précision des résultats obtenus par les méthodes de Rayleigh et par itération. Cette étude porterait d'une part sur les diverses méthodes possibles de recherche des masses concentrées équivalentes et de calcul du moment fléchissant de la poutre conjuguée et d'autre part sur l'influence du nombre de tronçons choisis. En particulier les notations du langage basic time sharing limitent à 26 les matrices utilisables dans un seul programme, ce qui borne supérieurement le nombre de tronçons qu'il est possible de considérer. Des procédés de programmation doivent permettre de tourner cette difficulté, soit en utilisant la même lettre pour la matrice transfert globale transformée progressivement, soit en enchaînant l'utilisation de plusieurs sous programmes.

- Enfin d'autres études pourraient être entreprises en considérant l'influence de paramètres que nous avons négligés : type de palier, élasticité du support de palier, influence du film d'huile sur la stabilité, arbres reposant sur plusieurs appuis etc ...

10.7. Bibliographie.

- 1 V. REMOLEUX . Contribution à l'étude des vitesses critiques de flexion.  
Mise au point d'un banc d'essai. Mémoire d'ingénieur machines  
du C.N.A.M. Centre Associé de Lille 1969.
- 2 L. BOREL Vitesses critiques des arbres en rotation. pages 113/120.  
Imprimerie La Concorde Lausanne. 1954.
- 3 J. TACHE Domaine d'application de la formule de Dunkerley.  
Bulletin technique Vevey 1957. p 49/53

Mesures expérimentales.

- Documentation des Ets SCHENCK ( palpeur électrodynamique à contact )  
" de la Société VIBROMETER ( capteur à variation d'inductance )  
" de la Société PHILIPS INDUSTRIE ( capteur électromagnétique )

Autres documents sur les vitesses critiques

- F. BUCKENS Considérations sur le calcul des vitesses critiques  
Revue générale de mécanique novembre 1949 p 466/474
- R. BIGRET Détermination des vitesses critiques de flexion des rotors par l'étude  
des vibrations sur maquettes. Revue générale de mécanique. Avril 1955.  
p 107/115
- A. STODOLA Turbines à vapeur et à gaz. P 348/390  
Editions DUNOD Paris 1925
- M. SEDILLE Cours de machines du C.N.A.M. Fascicule V. Turbines à vapeur. 3<sup>e</sup> partie.  
Editions C.D.U. et S.E.D.E.S. Paris 1962
- H.MABIE et F.OCVIRK. Dynamics of machinery. p 392/407  
J. WILEY New York 1957
- J. KOZESNIK Dynamics of Machines p 25/109  
S.T.N.L. Prague 1962.
- E. PESTEL et F. LECKIE Matrix methods in elastomechanics.  
Mac Graw Hill New York 1963
- E. GUNTER Dynamic Stability of rotor bearing systems  
N.A.S.A. Publication S.P. 113. 1966
- E. PREVOST Détermination sur ordinateur de la première vitesse critique d'un  
arbre retenu par deux paliers et sollicité en rotation par les actions  
de masses situées entre appuis et en porte à faux.  
Courrier des Etablissements NEU. Avril 1968. p 3/26

A N N E X E

1. LISTE DES PUBLICATIONS

Articles de revues.

- Réflexions sur l'enseignement de la statique.  
Courrier de la Bibliothèque de l'Enseignement Technique ( Dunod ) janvier 1957
- Cycles et rendements des machines thermiques ( avec J. PERRIER )  
Chaleur et Industrie. Mars 1958.
- L'emploi du système M.K.S.A. dans l'enseignement de la mécanique.  
Mesures. Octobre 1959.
- Le choix d'un système d'unités.  
Revue des Arts et Métiers. Mars 1960.
- Défense de la mécanique.  
L'éducation nationale. 5 mai 1960.
- Contribution à l'étude de l'influence de la giration sur les mesures de débit  
des ventilateurs par la méthode du caisson réduit. ( avec J. CYFFERS )  
Chaleur et Industrie. Juin 1961.
- Anomalies dans les mesures de débit en écoulement pulsatoire (avec J.LEFRANC).  
Courrier des Etablissements NEU. Avril 1967.

Livres à l'usage des écoles d'ingénieurs publiés aux Editions DUNOD.

( en collaboration avec J. PERRIER, sauf pour le tome III )

- 1957 : Mécanique Appliquée tome I : Mécanique des Fluides.  
1958 : " tome II : Thermodynamique.  
1962 : " tome III : Dynamique des machines alternatives.  
Pompes. Compresseurs.
- 1966 : Mécanique des fluides appliquée. Tome I. Fluides incompressibles.  
1967 : " . Tome II. Fluides compressibles.  
Aérodynamique. Mesures.

2. Liste des mémoires d'ingénieur C.N.A.M. dirigés.

---

1. 1959. A.GOUBEL. Conception et mise au point d'un banc d'essais par analogie hydraulique des phénomènes supersoniques. Application à l'étude d'un problème industriel.
2. 1960. J.CYFFERS. Contribution à l'étude de l'influence de la giration sur les mesures de débit des ventilateurs par la méthode du caisson réduit.
3. 1961. R.BOVANI. Contribution à l'étude des vibrations de torsion dans un cas complexe (démarrage d'un hélico compresseur de 2000 ch).
4. 1962. A.CAPIAU. Technologie du serrage des gros boulons.
5. 1962. P. DE MONTIGNY. Etude mécanique d'un nouveau système de fixation de pôles de machines synchrones.
6. 1962. A.DUHEM. Conditionnement d'air des mines profondes.
7. 1962. E. FONTAINE. Etude et construction d'une soufflerie supersonique à rafales.
8. 1964. R.DUPONT. Refroidissement des machines électriques ouvertes.
9. 1964. H. LIBOSSART. Etude théorique et expérimentale des viroles et bandages des fours rotatifs à ciment.
10. 1964. J. PAURICHE. Absorption d'eau par les tuyaux en amiante ciment.
11. 1965. C.JODLOWSKI. Contribution à l'étude des pertes de puissance dans les courroies trapézoïdales.
12. 1965. N. ULTRE. Répartition des pressions entre les segments d'un compresseur sans graissage.
13. 1966. J.C.DEBAUDRINGHIEN. Méthode matricielle de calcul des systèmes de tuyauteries.
14. 1966. A.CAZIER. Etude d'un collecteur de soufflerie verticale.
15. 1966. R. MARQUET. Contribution à l'étude du réglage aérodynamique des ventilateurs centrifuges.
16. 1966. S. ULTRE. Etude d'une commande hydraulique pour soupape d'injection de moteur à gaz.
17. 1966. L.URBAIN. Contribution à l'étude du bruit de ventilation des moteurs électriques.
18. 1967. J.M.DESROUSSEAUX. Etude dynamique d'un nouveau réducteur de 2200 kW.
19. 1967. G. LEFRANC. Contribution à l'étude des erreurs de mesure de débit en régime pulsatoire.
20. 1967. M.MATON. Phénomènes pulsatoires dans les tuyauteries et appareils couplés à des compresseurs alternatifs.

21. 1968. D.CORNETTE. Etude pratique des pompes centrifuges. Influence de la viscosité et des jeux.
22. 1968. H.DOROT. Influence d'une prérotation sur la cavitation et les caractéristiques d'une pompe hélice.
23. 1969. V.REMOLEUX. Contribution à l'étude des vitesses critiques de flexion. Mise au point d'un banc d'essais.

3. Liste des mémoires d'ingénieur C.N.A.M. en cours de recherches.

- J.P.BRIDELANCE. Etude de la bruyance des profils aérodynamiques pour ventilateurs.
- G. CARETTE. Utilisation du langage basic time sharing au calcul des machines hydrauliques et thermiques.
- A. FONTAINE. Etude théorique et expérimentale des écoulements de fluides compressibles avec pertes de charge.
- M.GARAS. Etude et mise au point d'une soufflerie pour échangeurs aérothermiques. Recherche de l'influence des pertes de charge sur le coefficient d'échange optimal.
- M.LEROY. Etude d'un débitmètre à mélasse.
- J.C.MALBRANQUE. Etude expérimentale d'un coupleur hydraulique à écope. Influence de la viscosité de l'huile.
- J.P. MULLIEZ. Etude de l'amortissement d'une onde de pression dans un échangeur thermique.
- J.NUNIO. Etude des amortisseurs de pulsation pour compresseurs alternatifs.
- J. TANGHE. Etude théorique et expérimentale d'une soufflante annulaire.
- F. VANDELBULCKE. Construction et mise au point d'un banc d'essais industriel pour turbocompresseurs.
- J. VANSUYT. Etude d'une sonde pour relevé des cycles de température dans les compresseurs alternatifs.

