

UNIVERSITÉ DE LILLE

FACULTÉ DES SCIENCES

THÈSE DE 3^e CYCLE

MENTION PHYSIQUE DU SOLIDE

Contribution à l'étude de phénomènes non linéaires
dans l'antimoniure d'indium

Effet de la température et du champ électrique



Membres du Jury : M. FOUBET Président
 M. WERTHEIMER Rapporteur
 M. CONSTANT Examineur
 M. DURAFFOURG Invité

Présentée à Lille, le 27 Novembre 1969

par

Michel CASTELAIN

UNIVERSITE DE LILLE

Faculté des Sciences.

Doyens Honoraires.

MM. H. LEFEBVRE - M. PARREAU -

Professeurs Honoraires.

MM. ARNOULT, BEGHIN, BROCHARD, CAU, CHAPPELON, CHAUDRON, CORDONNIER, DEHEUVELS, DEHORNE, DOLLE, FLEURY, P. GERMAIN, KAMPE DE FERIET, KOURGANOFF, LAMOTTE, LELONG, Mme LELONG.

MM. MAZET, MICHEL, NORMANT, PARISELLE, PASCAL, PAUTHENIER, ROIG, ROSEAU, ROUBINE, ROUELLE, WIEMAN, ZAMANSKY.

Doyen.

M. DEFRETIN, Professeur de Biologie et Physiologie animales.

Assesseurs.

MM. HEUBEL, Professeur de Chimie Minérale.
LEBRUN, Professeur d'Electronique, Electrotechnique et Automatique.

Professeurs.

MM. BACCHUS	Mathématiques Appliquées
BEAUFILS	Chimie
BONNEMAN	Chimie
BECART	Physique
BLOCH	Biologie et Physiologie Animales
BONTE	Sciences de la Terre
BOUGHON	Mathématiques Pures
BOUISSET	Biologie et Physiologie Animales
BOURIQUET	Biologie Végétale
CELET	Sciences de la Terre
CONSTANT	Electronique, Electrotechnique et Automatique
CORSIN	Sciences de la Terre
DECUYPER	Mathématiques Pures
DEDECKER	Mathématiques Pures
DEFRETIN	Biologie et Physiologie Animales
DEHORS	Electronique, Electrotechnique et Automatique
DELATTRE	Sciences de la Terre
DELEAU	Sciences de la Terre
DELHAYE	Chimie
DERCOURT	Géologie et Minéralogie
DESCOMBES	Mathématiques Pures
DURCHON	Biologie et Physiologie Animales
FOURET	Physique
GABILLARD	Electronique, Electrotechnique et Automatique
GLACET	Chimie

	GONTIER	Mathématiques Appliquées
	HEIM DE BALSAC	Biologie et Physiologie Animales
	HEUBEL	Chimie
	HOCQUETTE	Biologie Végétale
	LEBRUN	Electronique, Electrotechnique et Automatique
Mle	LENOBLE	Physique
	LINDER	Biologie Végétale
	LUCQUIN	Chimie
	MARTINOT-LAGARDE	Mathématiques Appliquées
Mle	MARQUET	Mathématiques Pures
	MONTARIOL	Chimie
	MONTREUIL	Chimie
	MORIAMEZ	Physique
	PARREAU	Mathématiques Pures
	PEREZ	Physique
	PHAM MAU QUAN	Mathématiques Pures
	PROUVOST	Sciences de la Terre
	SAVARD	Chimie
	SCHILTZ	Physique
	SCHALLER	Biologie et Physiologie Animales
Mme	SCHWARTZ	Mathématiques Pures
	TILLIEU	Physique
	TRIDOT	Chimie
	VAILLANT	Mathématiques Pures
	VIDAL	Automatique Théorique et Appliquée
	WATERLOT	Sciences de la Terre
	WERTHEIMER	Physique

Maîtres de Conférences.

	MM. AUBIN	Mathématiques Pures
	BEGHIN	Mécanique des Fluides
	BELLET	Physique
	BENABOU	Mathématiques Pures
	BILLARD	Physique
	BOILLET	Physique
	BUI TRONG LIEU	Mathématiques Pures
	CAPURON	Biologie Animale
	CARREZ	Calcul Numérique
	CHERRUAULT	Mathématiques Pures
	CORTOIS	Physique
	DEVRAINNE	Chimie
Mme	DRAN	Chimie
	GOUDMAND	Chimie
	GUILBAULT	Biologie et Physiologie Animales
	GUILLAUME	Biologie Végétale
	HUARD DE LA MARRE	Mathématiques Appliquées
	JOLY	Biologie et Physiologie Animales
	LABLACHE-COMBIER	Chimie
	LACOSTE	Biologie Végétale
	LANDAIS	Chimie
	LAURENT	Mathématiques

LEHMANN	Mathématiques Pures
Mme LEHMANN	Mathématiques Pures
LOUCHEUX	Chimie
MAES	Physique
MONSIGNY	Chimie Biologique
MONTEL	Physique
PANET	Electronique, Electrotechnique et Automatique
PARSY	Mathématiques Pures
PONSOLLE	Chimie CSU Valenciennes
RACZY	Physique
ROBERT	Calcul Numérique
SAADA	Physique
SALMER	Radioélectricité et Electronique
SEGARD	Chimie
Mme ZINN-JUSTIN	Mathématiques Pures

=====

à mes parents,

à ma femme.

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne du département de Physique de la Faculté des Sciences de l'Université de LILLE, sous la direction de Monsieur le Professeur WERTHEIMER, à qui je tiens à exprimer mes sentiments de vive gratitude.

Je remercie Monsieur le Professeur FOURET, qui a bien voulu me faire l'honneur de présider le jury et Monsieur le Professeur CONSTANT qui a accepté d'en être membre.

Je remercie également Monsieur DURAFFOURG, Ingénieur en Chef des Télécommunications, qui m'a fait l'honneur de se joindre au jury pour juger mon travail.

J'adresse également mes remerciements à mes collègues et amis H. DUBOIS, J. CARLIER, M. VINDEVOGHEL, qui ont, par leur collaboration, permis de mener à bien ce travail.

Mes remerciements vont encore à Monsieur ROSSEELS pour les discussions fructueuses au sujet du projet régulation, ainsi qu'à Monsieur STROBBEL qui s'est chargé de la réalisation.

Ceux-ci sont acquis au personnel technique de l'atelier pour les réalisations mécaniques nécessitées par ce travail.

PLAN

-:-:-

INTRODUCTION

I. DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX

I.1 APPAREILLAGE CRYOGENIQUE

- 1 Principe
- 2 Réalisation
- 3 Fonctionnement
- 4 Autonomie

I.2 MESURE DE LA TEMPERATURE

- 1 Capteur
- 2 Principe
- 3 Réalisation
- 4 Précision
- 5 Régulation

II. ETUDE DU MELANGE DE DEUX ONDES HYPERFREQUENCES AU NIVEAU D'UN CRISTAL DE

I n S b.

- 1 Introduction
- 2 Appareillage hyperfréquence
- 3 Montage du cristal
- 4 Détection
- 5 Résultats expérimentaux
- 6 Interprétation
 - 1) Structure de bande de InSb
 - 2) Calcul de $J(\omega_1 - \omega_2)$

III. CONCLUSION

INTRODUCTION

-:--:-:--:-

C'est à partir de 1960 que PUTLEY a montré l'intérêt que présentait, comme détecteur de radiations millimétriques et sub-millimétriques, l'antimoniure d'indium, placé à la température de l'Hélium liquide.

A partir d'échantillons de In Sb, type n, fournis par la Société Anonyme des Télécommunications, nos premières expériences ont consisté à explorer les différentes propriétés du matériau (détection, magnéto-résistance). En raison des propriétés non linéaires du matériau, sous l'action d'un champ électrique continu et d'un champ magnétique, nous avons essayé de réaliser, à la température de l'Hélium liquide, le mélange de deux ondes hyperfréquences ($F_1 \sim F_2 = 36$ GHz). En augmentant la puissance des sources, nous nous sommes rendus compte que le mélange existait encore à la température de l'azote liquide, ce qui nous a conduit à étudier l'évolution du phénomène entre ces deux températures.

Nous nous sommes donc attachés à réaliser une cellule de mesure opérant entre environ 5° K et 78° K et qui permettait l'étude du battement pour différentes valeurs du champ électrique continu appliqué au cristal.

La première partie est une description des différentes réalisations et montages expérimentaux conçus pour cette étude.

La seconde partie comporte les résultats expérimentaux obtenus et leur interprétation à l'aide du modèle utilisé par PARANJAPÉ et LAW.

I - DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX

I - 1) APPAREILLAGE CRYOGENIQUE

1) Principe

Les cryostats à température variable peuvent se ranger en deux catégories, suivant qu'ils utilisent comme source froide la chaleur latente d'évaporation de l'Hélium liquide (1), ou l'enthalpie du gaz (2).

Dans le premier cas, on modifie l'impédance thermique reliant le bain à la cellule de mesure, et dans le second, on utilise un échangeur de chaleur ; il est alors nécessaire de prévoir une évacuation forcée de l'Hélium gazeux à travers l'échangeur.

Nous avons réalisé un cryostat de ce dernier type, fonctionnant entre 5°K et 80°K, avec possibilité d'extension jusqu'à 300°K.

2) Réalisation de l'appareillage

Pour réaliser notre système à température variable, nous avons utilisé le matériel cryogénique disponible, à savoir un double dewar en pyrex argenté (LA CRYOTECHNIQUE) (fig. 1) muni de fenêtres de visée pour la détermination des niveaux.

Sur le cryostat intérieur vient s'adapter une tête amovible, qu'un tronçon de guide d'ondes relie à la cellule de mesure. Au dessous de celle-ci, se trouve le réchauffeur qui permet de fixer la température du gaz d'Hélium avant son admission dans la cellule de mesure. Un tube en acier inox assure l'évacuation forcée du gaz d'Hélium vers l'extérieur.(Fig. 2).

Le réchauffeur est constitué de quatre résistances bobinées de cinquante ohms, à travers lesquelles le gaz est contraint de passer. Les quatre résistances sont solidaires d'un cylindre de leucoflex (Fig. 3), et cet ensemble présente une faible inertie thermique.

La cellule de mesure, placée juste au dessus du réchauffeur, est formée d'un tronçon de guide 3 cm, en cuivre (23 x 10 x 50 mm³). Pour réaliser un bon couplage thermique entre la cellule et le gaz d'Hélium, la circu-

lation du gaz s'effectue dans la masse d'un cylindre de cuivre rapporté autour de la cellule (Fig. 4) ; un tube en acier inox ($\phi = 14 - 15$ mm) évacue l'Hélium vers le système de récupération. Enfin l'espace de mesure est rempli d'Hélium gazeux à la pression atmosphérique, afin de diminuer la résistance thermique entre le thermostat et le cristal. Pour réduire les échanges latéraux, la cellule est entourée d'un cylindre de leucoflex de $\phi = 90$ mm.

Un système d'écrans assure le découplage du réchauffeur par rapport au bain d'Hélium.

3) Fonctionnement

Le débit gazeux est réglé par une résistance chauffante placée dans l'Hélium liquide ($R' = 50 \Omega$). Après transfert d'Hélium liquide dans le cryostat, la cellule se trouve à une température élevée ($T \sim 90^\circ \text{K}$).

On augmente alors le débit gazeux pour abaisser sa température. Lorsque l'on se trouve au voisinage de la température désirée, on alimente le réchauffeur, après avoir coupé le courant dans la résistance d'évaporation. Le débit gazeux dû aux pertes naturelles est suffisant pour assurer le fonctionnement jusqu'à 15°K environ (Fig. 5). Pour une température inférieure, le réchauffeur est mis hors service, et on joue uniquement sur l'alimentation de la résistance R' ; on compense ainsi les pertes naturelles (Fig. 6).

Avec un tel dispositif, en jouant sur le courant d'évaporation, il est possible de réaliser plusieurs allures de marche différentes (3) ; compte tenu de l'importance des pertes naturelles, nous choisissons toujours le régime le plus économique.

La figure 7 donne la courbe de mise en froid de la cellule de mesures.

4) Autonomie

L'évaporation naturelle est de l'ordre de 156 litres/heure, ce qui équivaut à une puissance ramenée au niveau du bain, de 150 mW.

Avec notre dispositif, les pertes par conduction, dues à la présence d'Hélium gazeux en contact avec la tête, sont importantes ; on peut facilement en calculer un ordre de grandeur.

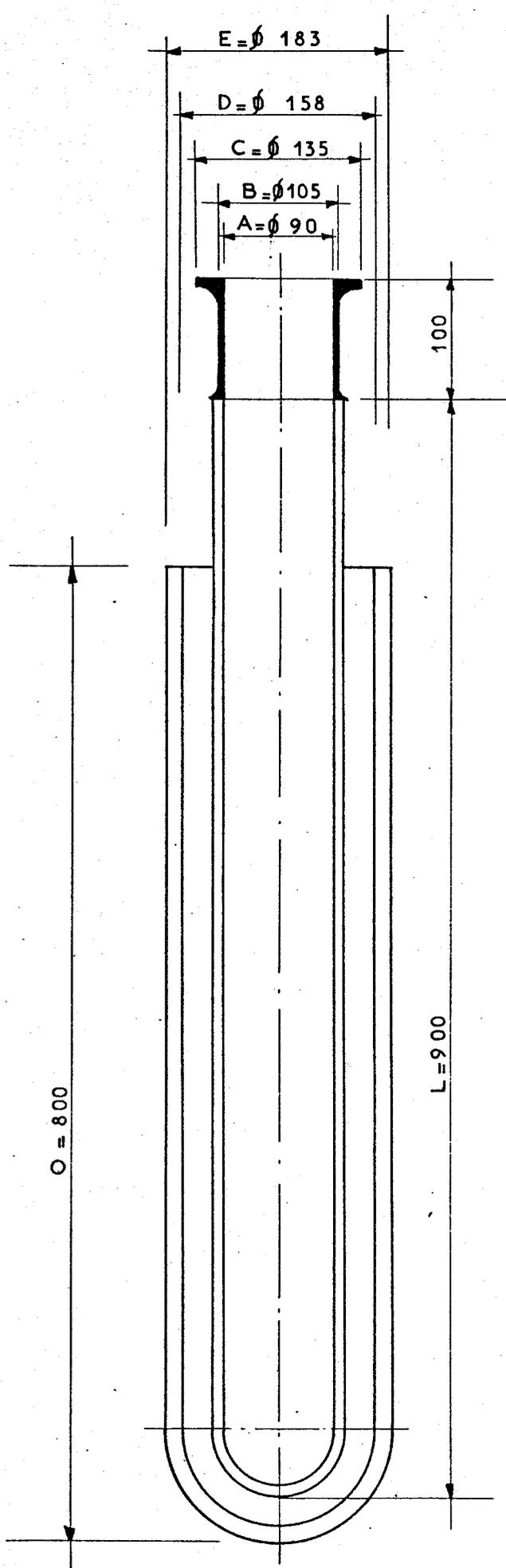
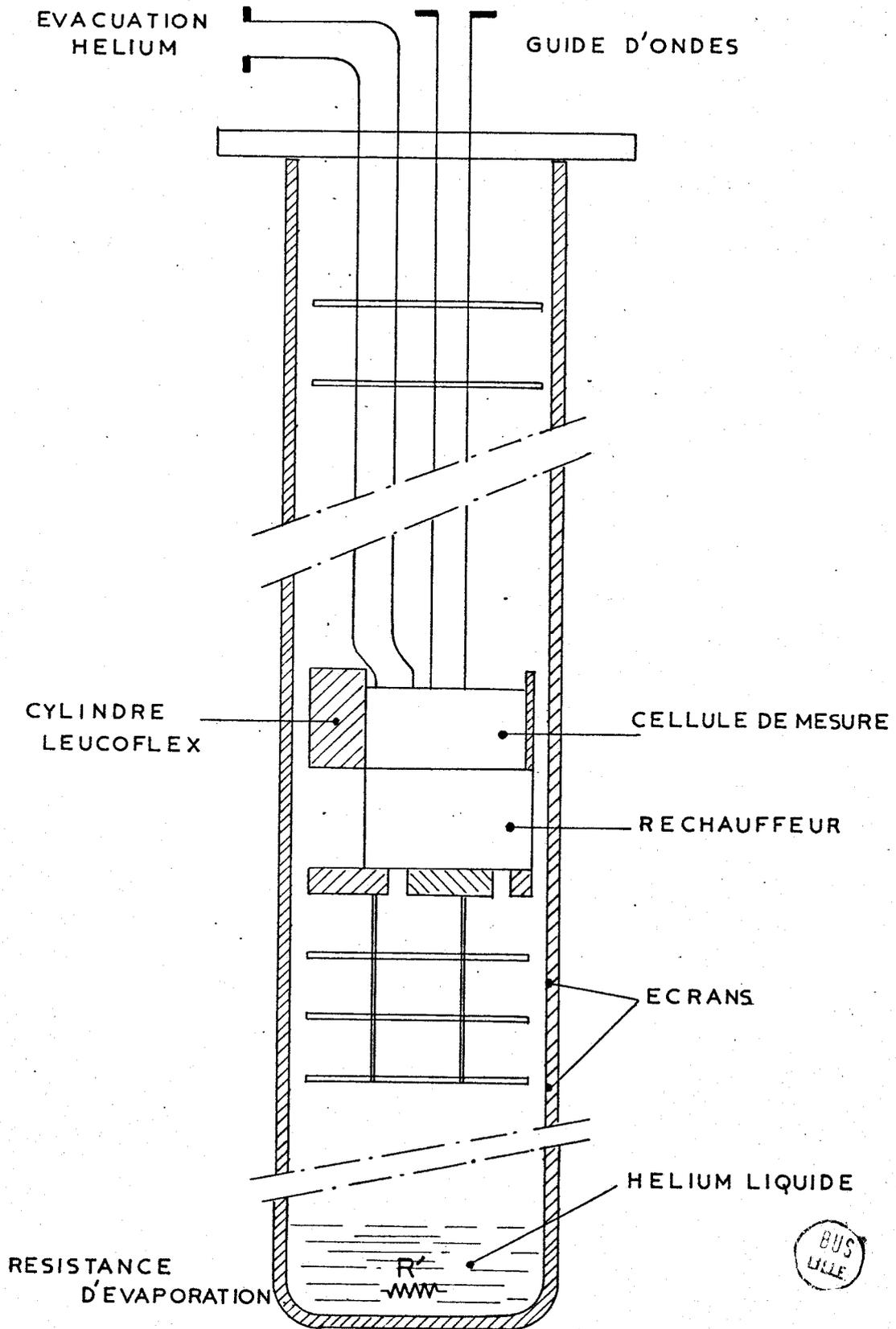


FIG:1

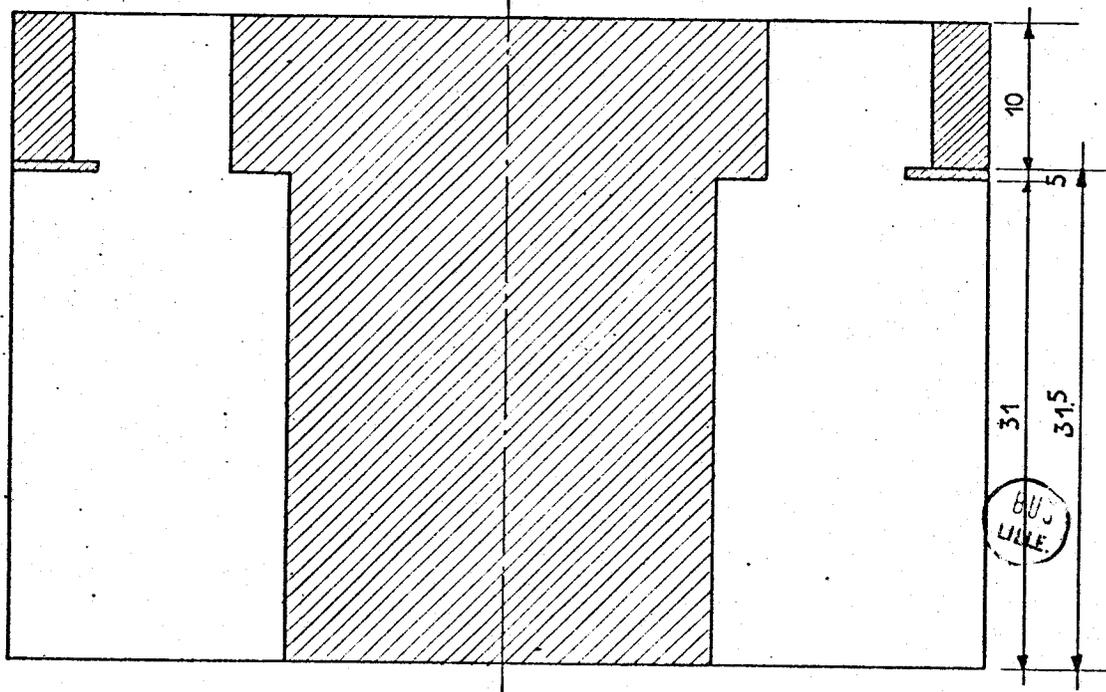
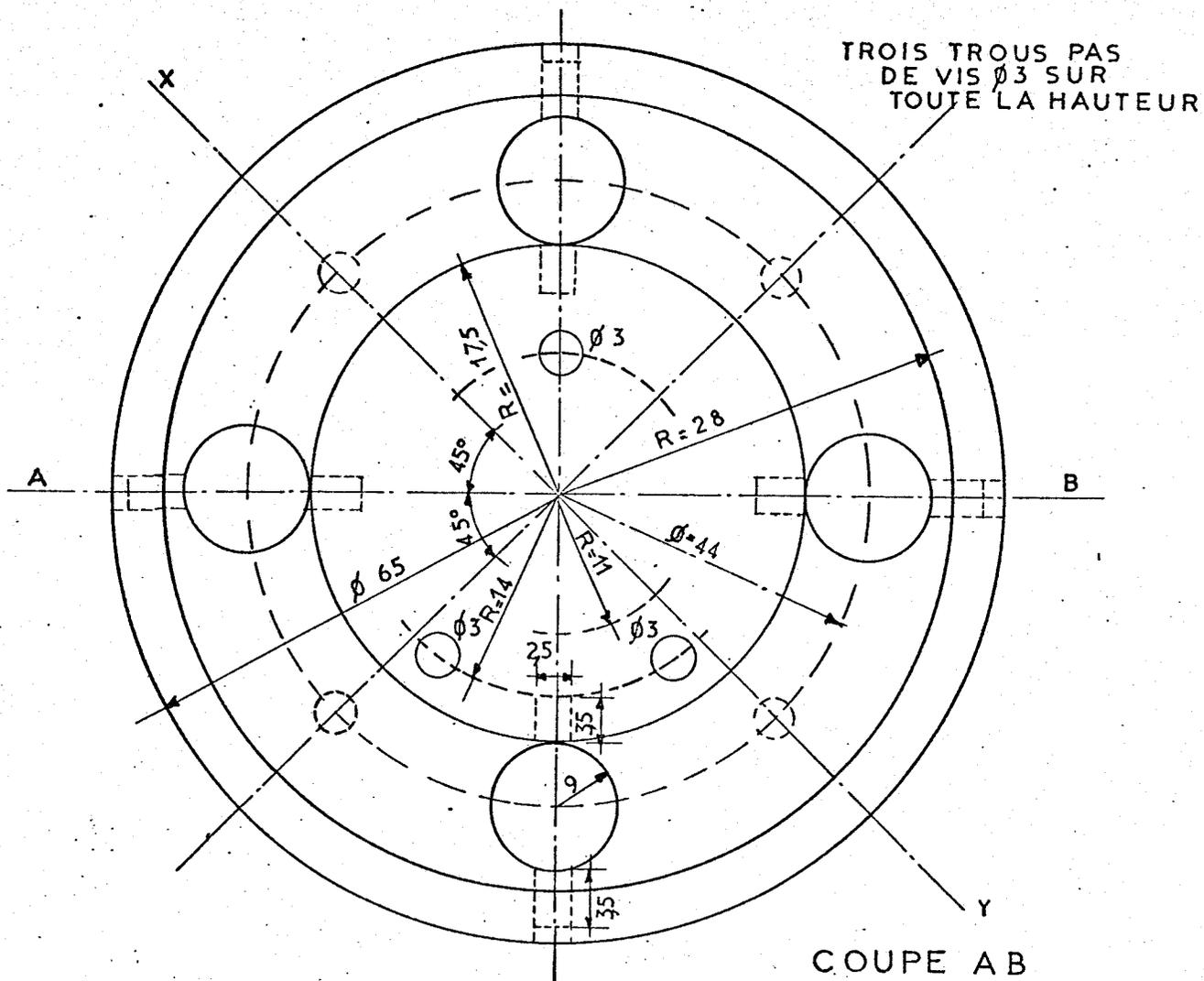


FIG 2

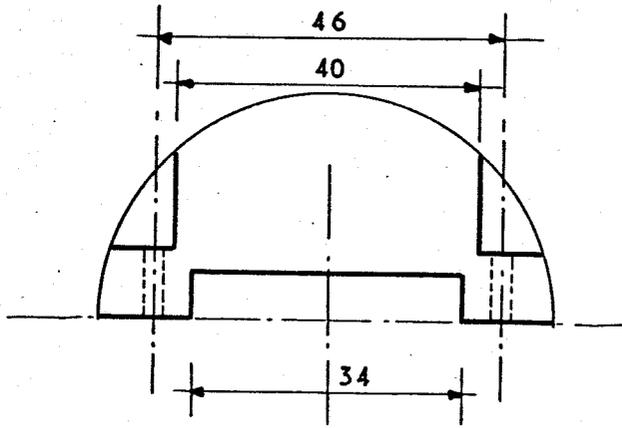


BUS
LILLE

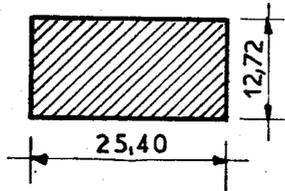
REC HAUFFEUR



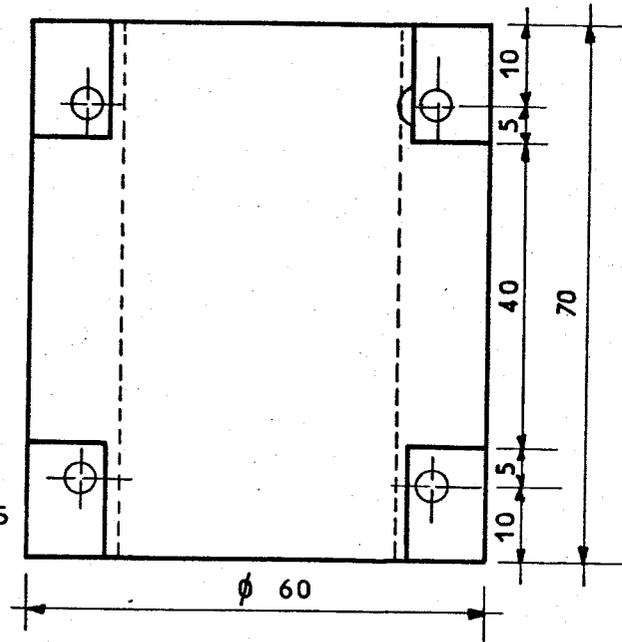
ENVELOPPE DE GUIDE



GUIDE



4 TROUS TARAUTES
PAS DE VIS ϕ 3



ECHELLE 1/1

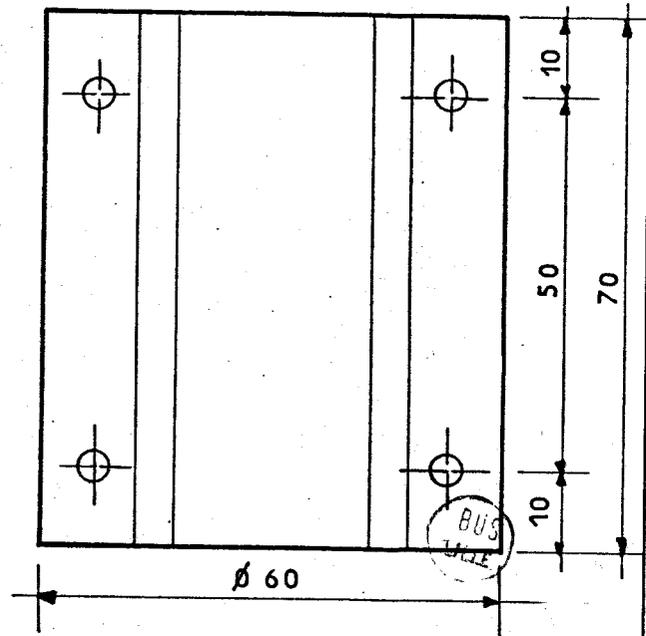
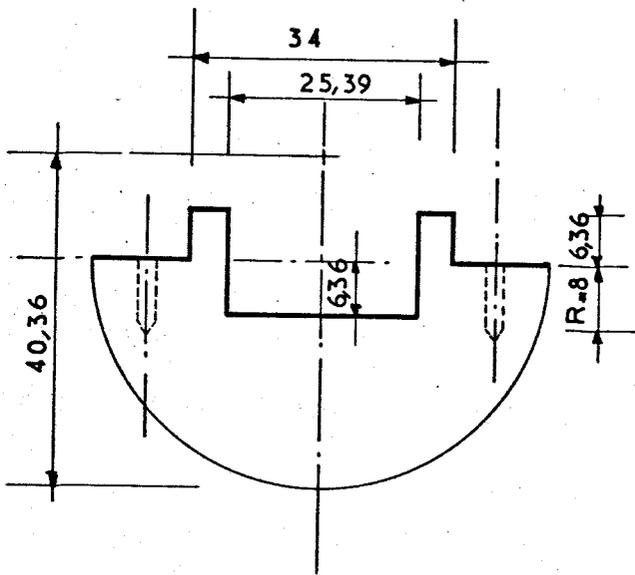
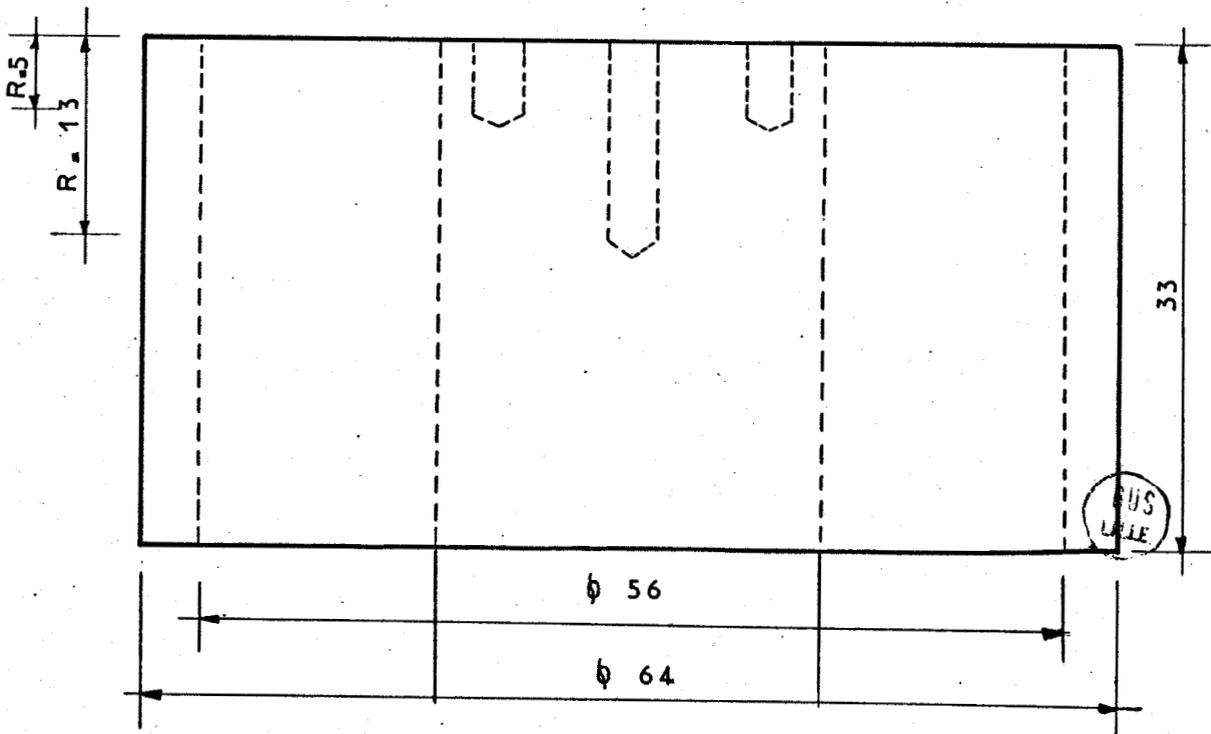
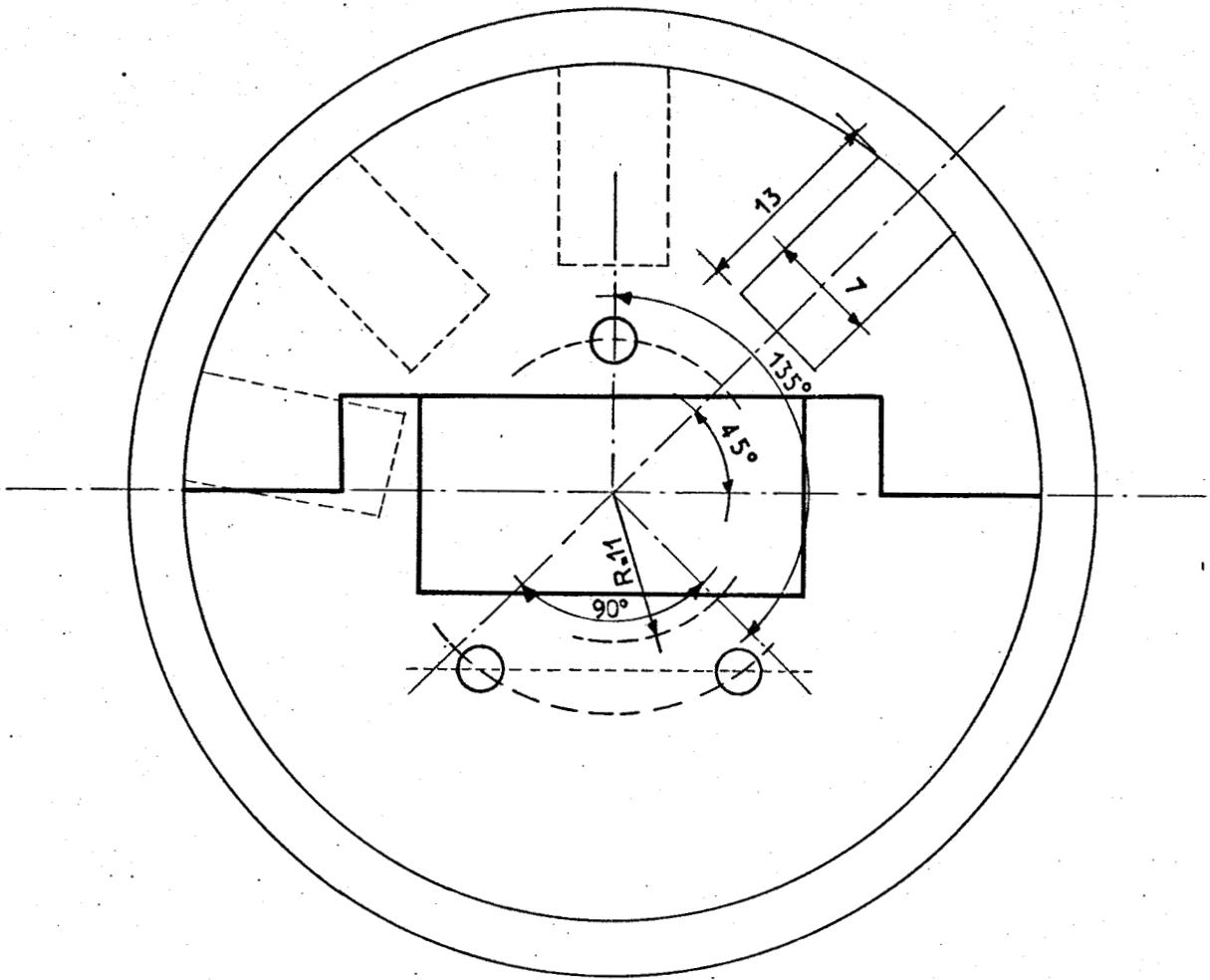


FIG -4-



TETE DE CRYOSTAT

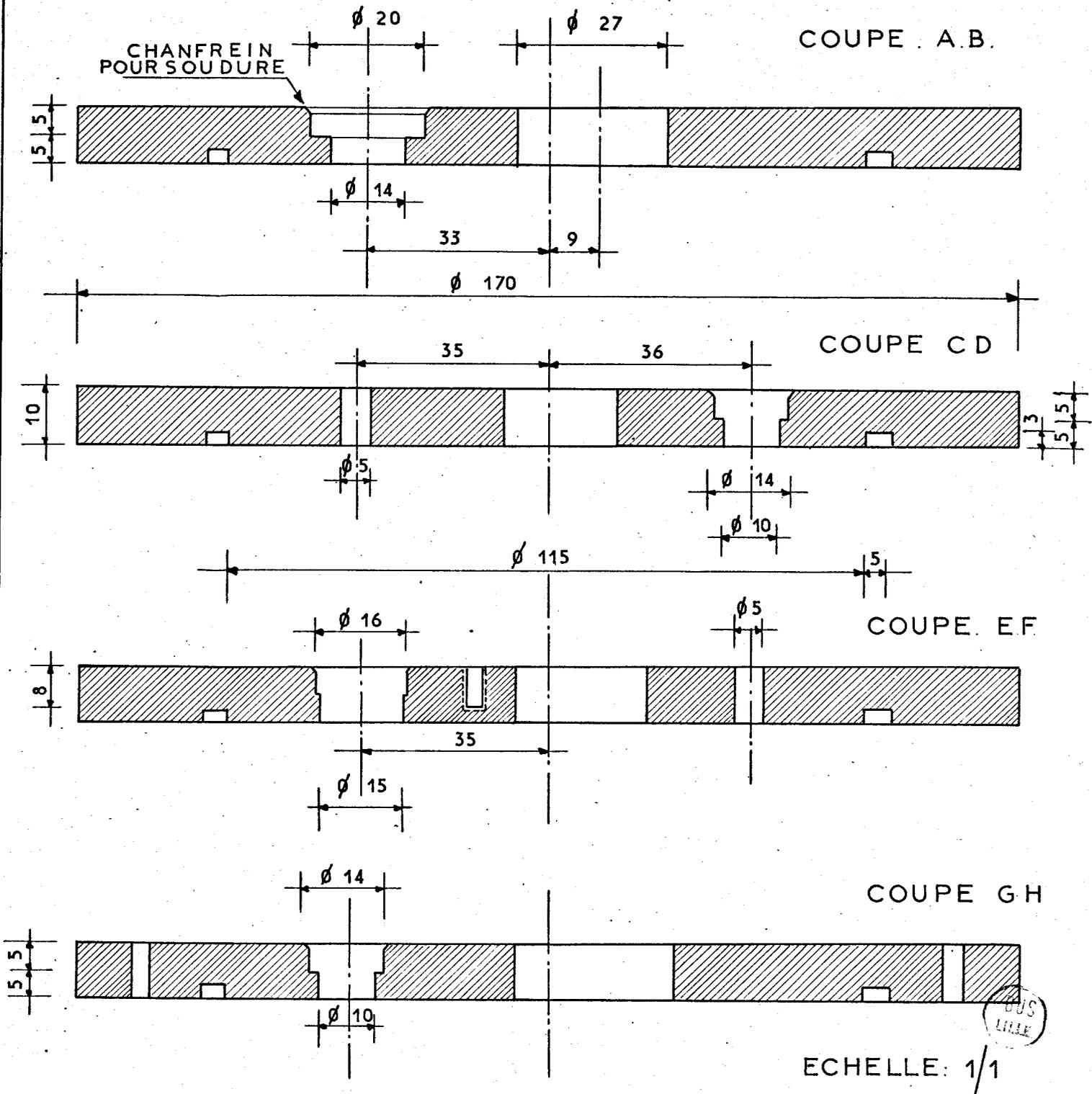
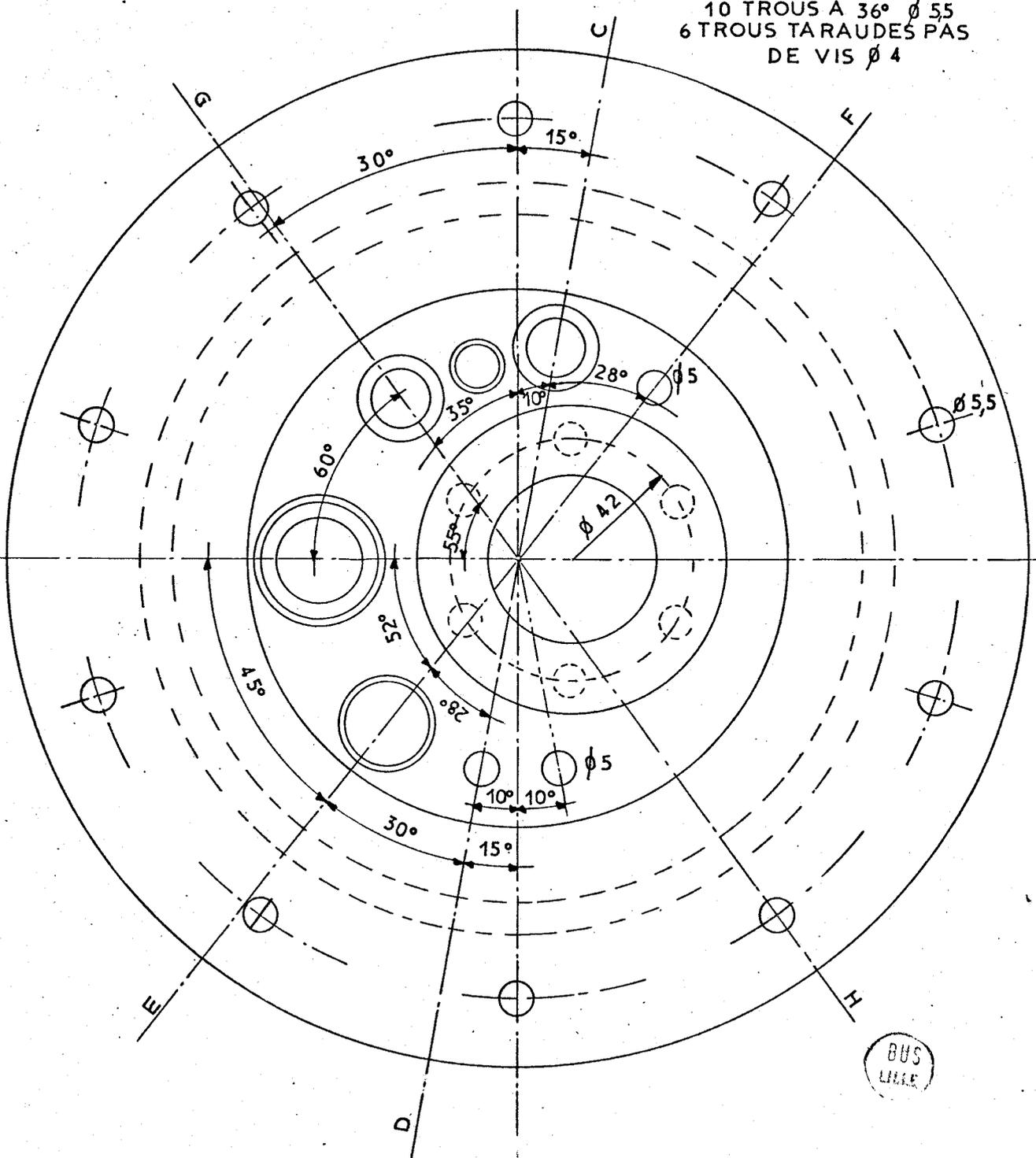


FIG - 4'

- LEGENDE -

10 TROUS A 36° ϕ 5,5
6 TROUS TARAUDÉS PAS
DE VIS ϕ 4



BUS
LILLE

FIG 4'

FIG. N° 5

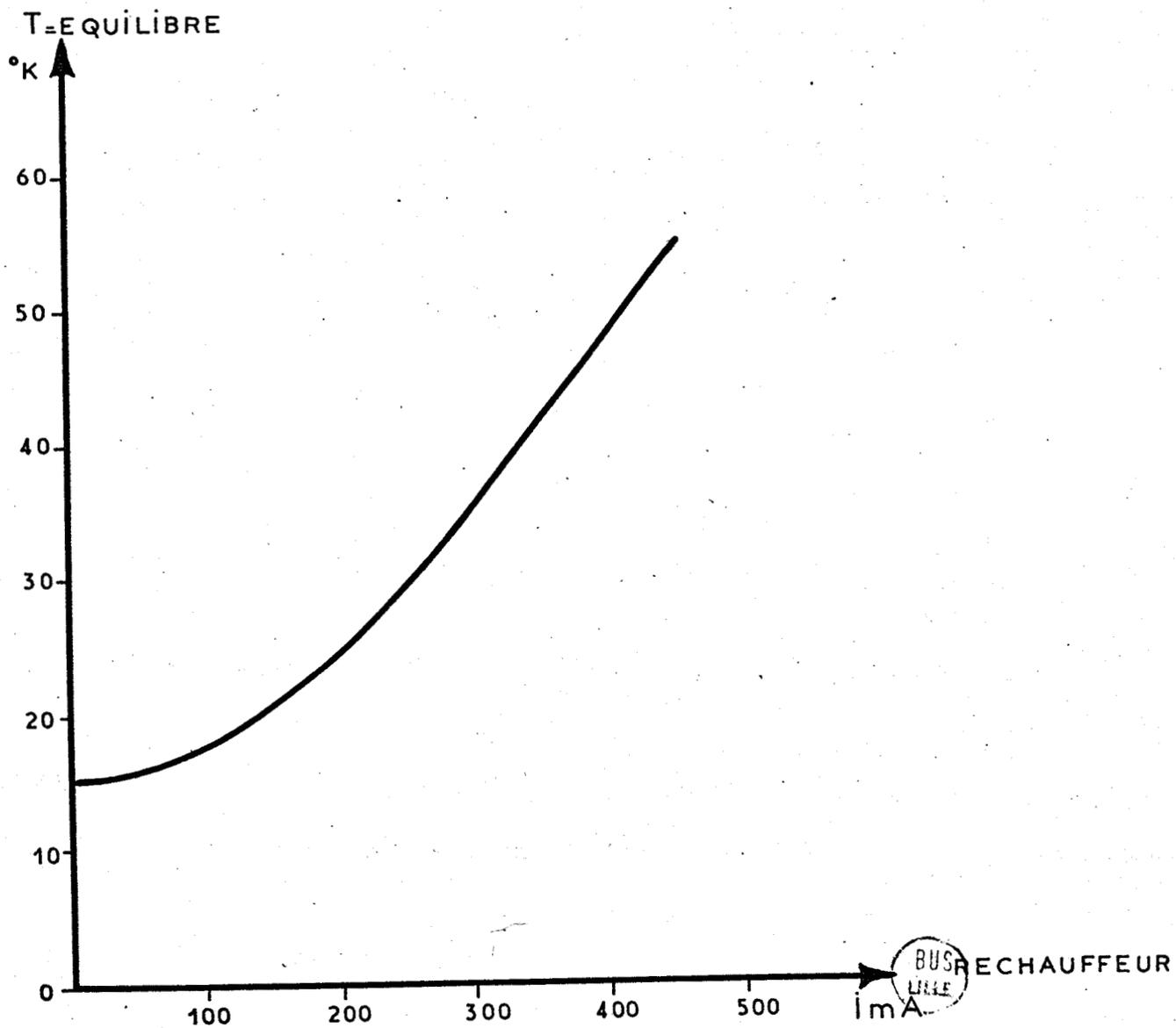
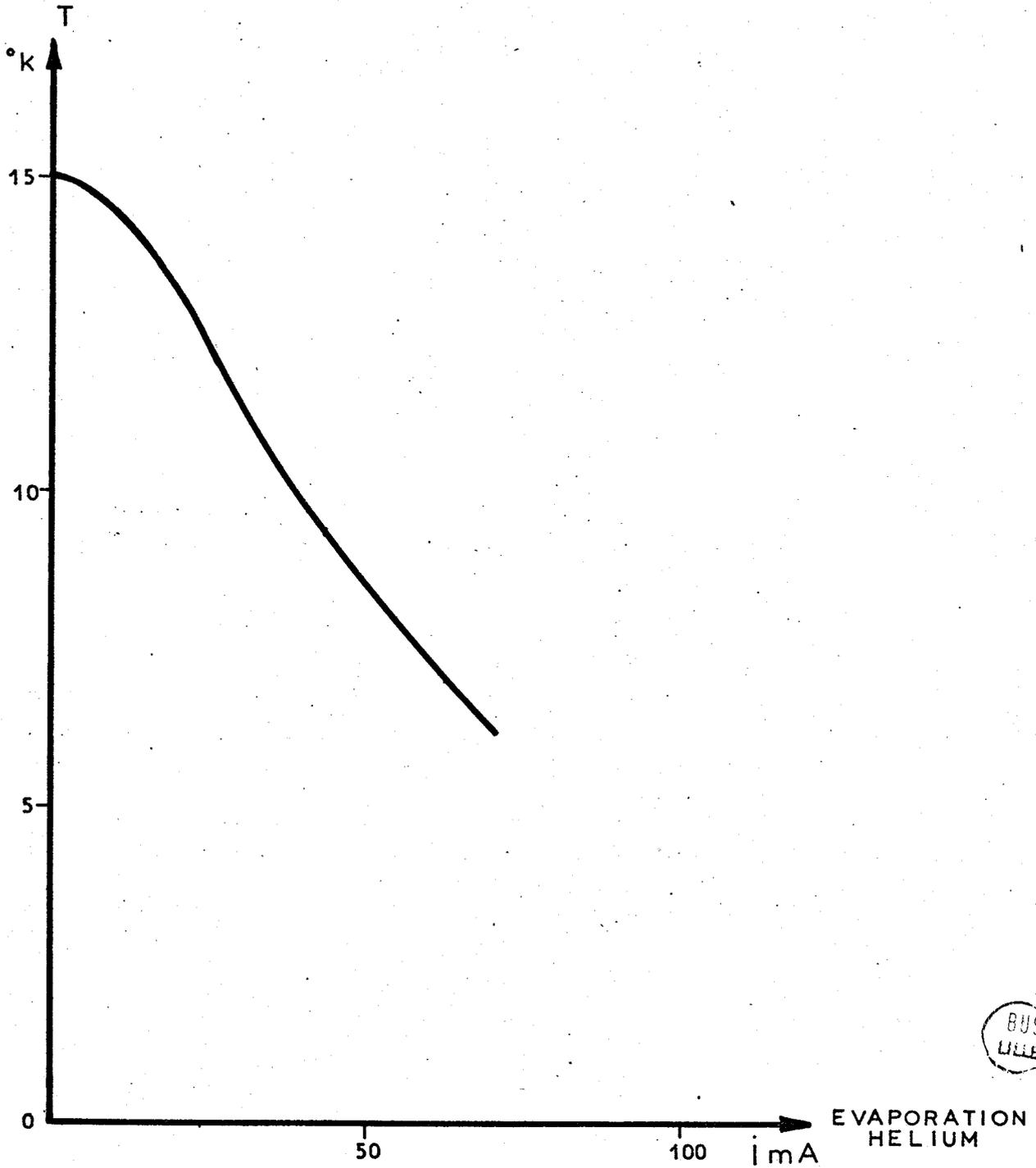
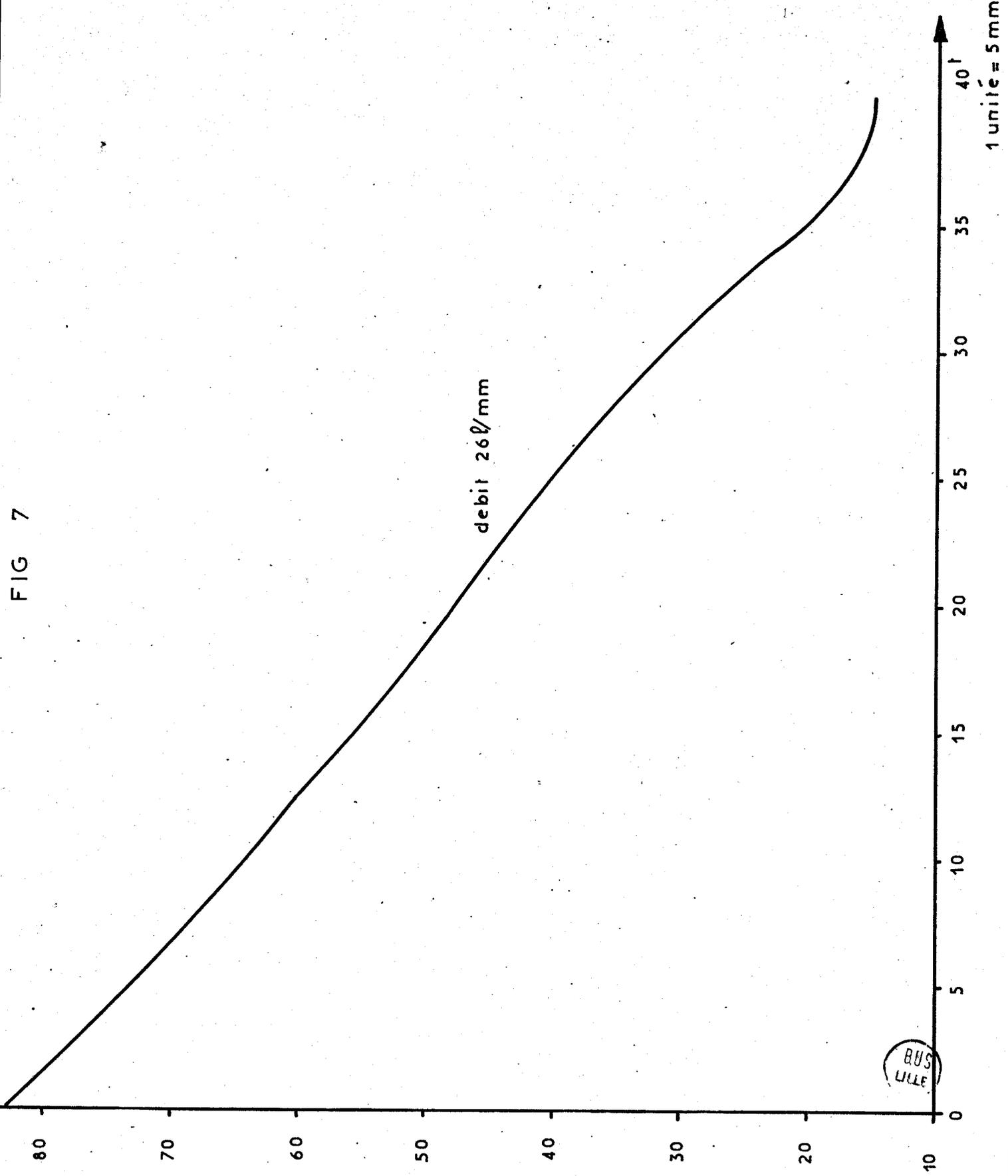


FIG. N° 6



BUS
LIFE

FIG 7



En régime stationnaire, la quantité de chaleur traversant la section $S(x)$ d'un conducteur, peut s'écrire :

$$Q(x) = k S(x) \frac{dT}{dx} \quad (4)$$

où k représente la conductibilité thermique du conducteur.

L'échange de chaleur s'effectue entre deux sources portées aux températures T_1 et T_2 et situées respectivement aux extrémités du conducteur que nous repérons par leur abscisse x_1 et x_2

$$\int_{x_1}^{x_2} Q(x) \frac{dx}{S(x)} = \int_{T_1}^{T_2} k(T) dT$$

En supposant le flux de chaleur constant entre les deux sources, on peut écrire :

$$Q = \frac{\int_{T_1}^{T_2} k(T) dT}{\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{S(x)}}$$

Dans le cas de tronçons ayant une section constante

$$Q = \frac{\int_{T_1}^{T_2} k(T) dT}{\sum_i \frac{L_i}{S_i}}$$

En première approximation, les échanges de chaleur entre la source froide et la source chaude s'effectuent à travers trois cylindres de section S_1, S_2, S_3 et de longueur L_1, L_2, L_3 , matérialisant respectivement le volume, au dessus de la cellule, entre la cellule et le cryostat, et sous la cellule de mesures (Fig. 8)

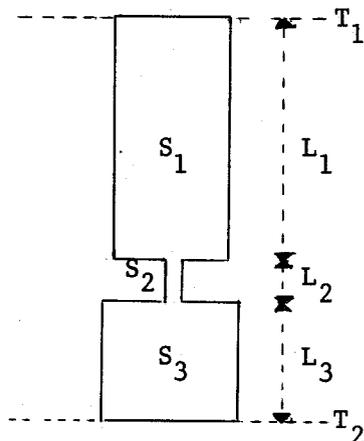


Figure 8

$$S_1 = 71,4 \text{ cm}^2 \quad L_1 = 62 \text{ cm}$$

$$S_2 = 1,77 \text{ cm}^2 \quad L_2 = 8 \text{ cm}$$

$$S_3 = 74 \text{ cm}^2 \quad L_3 = 15 \text{ cm}$$

$$\sum_i \frac{L_i}{S_i} = 5,6 \text{ cm}^{-1}$$

$$\text{On obtient } \int_4^{290} k(T) dT = 260 \text{ mW cm}^{-1} \text{K}^{-1}$$

par intégration graphique (5).

D'où $Q \sim 47 \text{ mW}$.

Il faut ajouter la chaleur amenée par les deux fils d'alimentation de la résistance de chauffage R'

avec $L = 100 \text{ cm}$ et $\phi = 0,2 \text{ mm}$, on obtient $Q \sim 15 \text{ mW}$

L'ensemble des pertes par conduction ainsi calculées s'élève à 62 milliwatts ; il faudrait également y ajouter les pertes propres du cryostat, venant d'un vide d'isolement imparfait, ainsi que les différentes pertes par rayonnement.

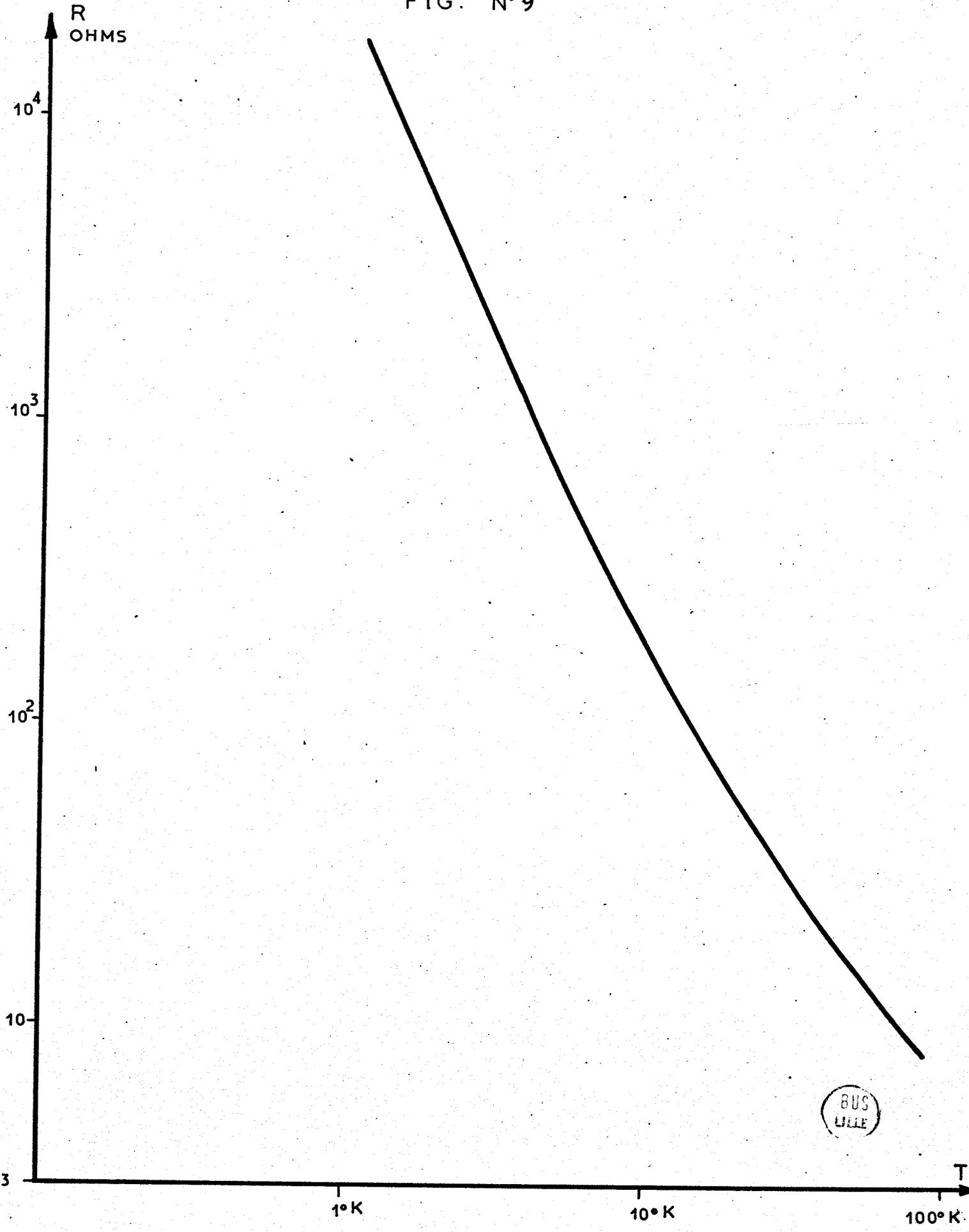
En pratique, à partir de deux litres d'Helium liquide, il est possible de réaliser une série de mesures de 90° K à 7° K , ce qui correspond à une autonomie de fonctionnement de trois heures.

I - 2) MESURE DE LA TEMPERATURE

1) Capteur

L'élément sensible à la température est constitué par une sonde au germanium dopé, dont la résistance varie considérablement avec la température : de 7 ohms à 100° K , sa résistance passe à 1200 ohms à 4° K (Fig. 9). Elle nous a été fournie par la C.G.E., avec sa table d'étalonnage. La précision absolue d'étalonnage est de $1/10^\circ \text{ K}$; et sa grande résolution facilite son emploi dans les mesures différentielles.

FIG. N°9



BUS
LILLE

TABLEAU I

Domaine de Température en ° K	Résolution en ° K
1,5 - 20	0,01
20 - 50	0,02
50 - 100	0,05

il est important de limiter la dissipation à l'intérieur de la cryostance ; ainsi pour des mesures faites avec une précision de 10^{-4} ° K, la puissance dissipée doit être inférieure à 10^{-2} microwatt (6). Dans notre cas, pour utiliser la résolution de $1/100$ ° K, la puissance dissipée ne doit pas dépasser 3 microwatts. Le courant de mesure doit donc être adopté à la gamme de température utilisée. Le constructeur recommande l'usage des débits reproduits dans le tableau II.

TABLEAU II

Courants de mesure en μ A	Gammes de température en ° K
500	50 - 100
100	20 - 50
50	10 - 20
20	4 - 10

Enfin la reproductibilité des mesures faites avec la cryostance est de l'ordre du millième.

2) Principe de la mesure de température

Au lieu d'utiliser une méthode de pont, nous nous sommes orientés vers une méthode permettant de suivre constamment l'évolution de la tempéra-

ture ; la sonde étant alimentée à courant constant, on mesure la tension qui apparaît à ses bornes ; on en déduit ainsi la résistance et par conséquent la température.

3) Réalisation

Pour la détermination du courant et de la tension, nous utilisons un voltmètre-ampèremètre numérique ROCHAR (A 1466-A 1481), donnant une résolution de un microvolt ou de un nanoampère dans la gamme la plus sensible.

Le courant constant dans la sonde est obtenu à partir d'une alimentation régulée en tension (FONTAINE ALS 20 30 D), chargée par une résistance importante.

Au début de chaque gamme de température, le courant est amené à la valeur désirée ; et à la fin de la gamme, il a varié tout au plus d'une unité du dernier chiffre significatif.

Nous avons regroupé, dans le tableau III, les valeurs des différentes résistances de charge utilisées (DACO 0,5 W), les variations de résistance de la cryostance, ainsi que l'erreur relative maximum $\frac{\Delta i}{i}$ sur le courant lorsque l'on se contente d'un étalonnage initial.

TABLEAU III

Gammes de courant en μ A	Résistance de charge en K Ω	ΔR cryostance en ohms	$\frac{\Delta i}{i}$ en 10^{-4}
500	60	7	< 1,2
100	300	33,5	< 1,2
50	600	120	< 2
20	1500	650	< 5

Le montage de la figure 10, tout en maintenant constante la résistance totale du circuit, permet de mesurer, soit le courant dans la sonde, soit la tension à ses bornes. Les 10, 100 et 1000 Ω de cette figure correspondent aux résistances d'entrées du microampèremètre pour chacune des trois

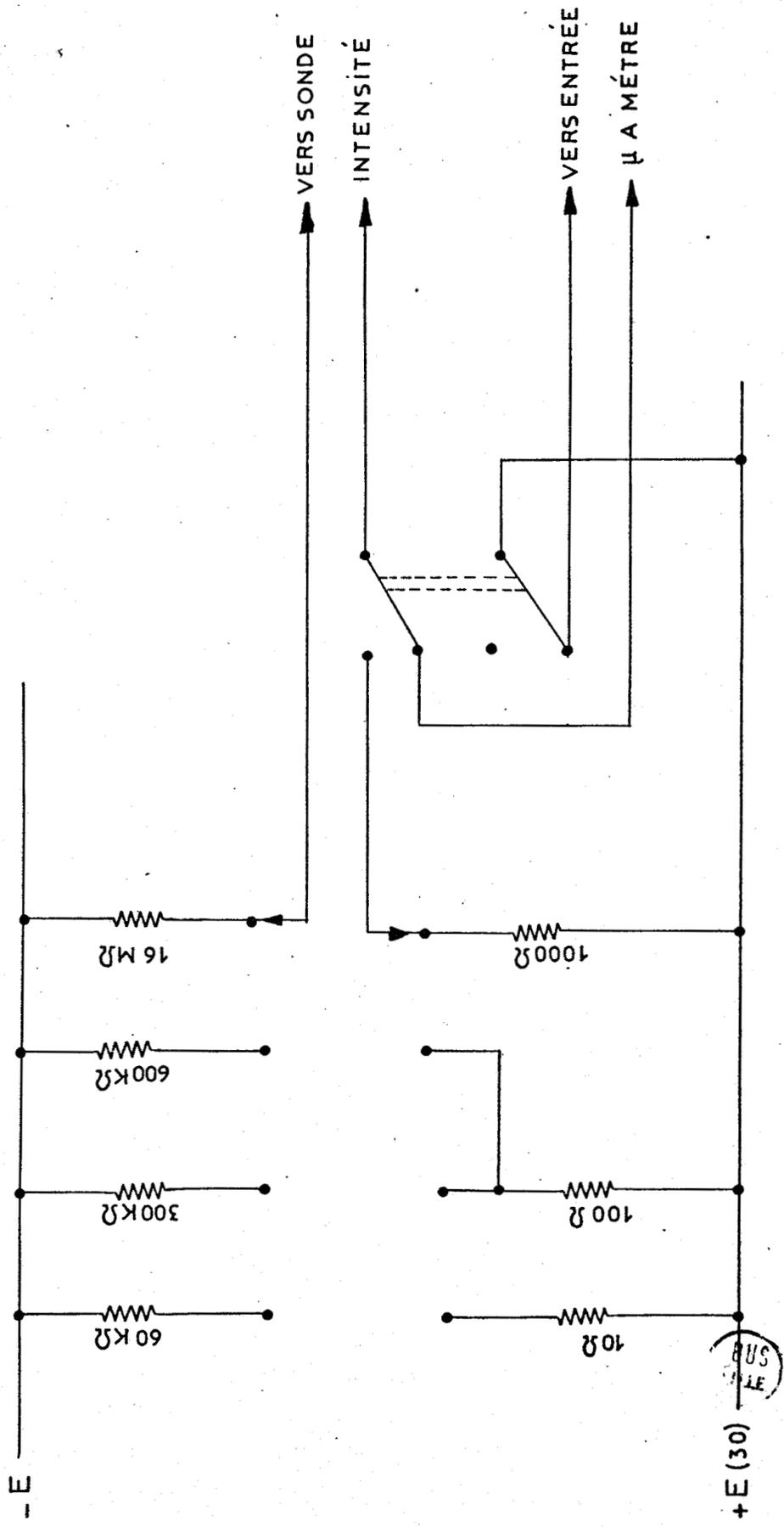


FIG 10

gammes utilisées.

4) Précision sur la détermination de la Température

Les mesures effectuées à l'aide du voltmètre-ampèremètre numérique ROCHAR, sont entachées d'une erreur relative, donnée par le constructeur sous la forme suivante :

$$\pm \left(5 \cdot 10^{-4} + \frac{2 \text{ digits}}{\text{valeur lue}} \right)$$

On obtient alors pour le courant

TABLEAU IV

Courant de mesure en μ A	$\frac{\Delta i}{i}$ en 10^{-4}
500	< 9
100	< 7
50	< 9
20	< 6

Les mesures de tension sont effectuées sur le calibre le plus sensible (20 mV, résolution 1 microvolt.)

En utilisant la table d'étalonnage, nous avons indiqué, suivant les différentes températures, la précision maximum avec laquelle la température est déterminée, en supposant une régulation de température parfaite. (Tableau V).

5) Régulation de la température

Les expériences préliminaires ont montré (et nous le justifierons par la suite) qu'une grande stabilité en température n'était pas impérative. Aussi avons nous stabilisé la température en réglant manuellement la puissance dissipée dans le réchauffeur (ou dans la résistance R') ; la stabilité obtenue est de l'ordre de 0,1 K°.

TABLEAU V

	T °K	R cryostance	$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta v}{v} + \frac{\Delta i}{i}$ en 10^{-3}	ΔT °K
i = 500 μ A	98	7,031	< 2	$\pm 0,3$
	90	7,514	< 1,93	$\pm 0,2$
	80	8,316	< 1,88	$\pm 0,15$
	70	9,505	< 1,82	$\pm 0,15$
	50	14,00	< 1,69	$\pm 0,1$
i = 100 μ A	50	14,00	< 2,63	$\pm 0,15$
	40	18,63	< 2,3	$\pm 0,08$
	30	27,29	< 1,94	$\pm 0,06$
	20	47,59	< 1,62	$\pm 0,02$
i = 50 μ A	20	47,59	< 2,24	$\pm 0,04$
	17	60,40	< 2,07	$\pm 0,02$
	15	74,02	< 1,95	$\pm 0,02$
	10	168,0	< 1,64	$\pm 0,01$
i = 20 μ A	10	168,0	< 1,7	$\pm 0,01$
	8	274,4	< 1,5	$\pm 0,01$
	6	573,6	< 1,3	$\pm 0,01$



Parallèlement, nous avons entrepris l'étude d'une régulation par tout ou rien basée sur le principe suivant :

Le voltmètre numérique fournit, dans le système de numération binaire (code B.C.D.), la valeur A de la tension qui apparaît aux bornes de la cryostance.

Nous avons donc réalisé un comparateur binaire de préférence à un comparateur analogique.

Il suffit alors de comparer cette tension A à une tension de consigne B exprimée dans le même système de numération.

Pour cela, on réalise l'opération $A + \bar{B}$ dans un additionneur binaire, \bar{B} étant le complément à un de la tension de consigne. (7)

Si $A = B$, le niveau 1 apparaît sur tous les bits sommes sans pour cela dépasser la capacité de l'additionneur (Ex. $0010 + 1101 = 1111$).

Si $A > B$, on dépasse la capacité de l'additionneur et le signal de retenue apparaît sur la sortie S du dernier additionneur de la figure 11.

La détection de l'égalité étant accessoire, on se contente des conditions

$$A > B \text{ ou } A \leq B$$

Le niveau logique sur la sortie S du dernier additionneur sera alors respectivement 1 ou 0.

Il est alors aisé d'utiliser cette information pour commander la puissance envoyée au réchauffeur.

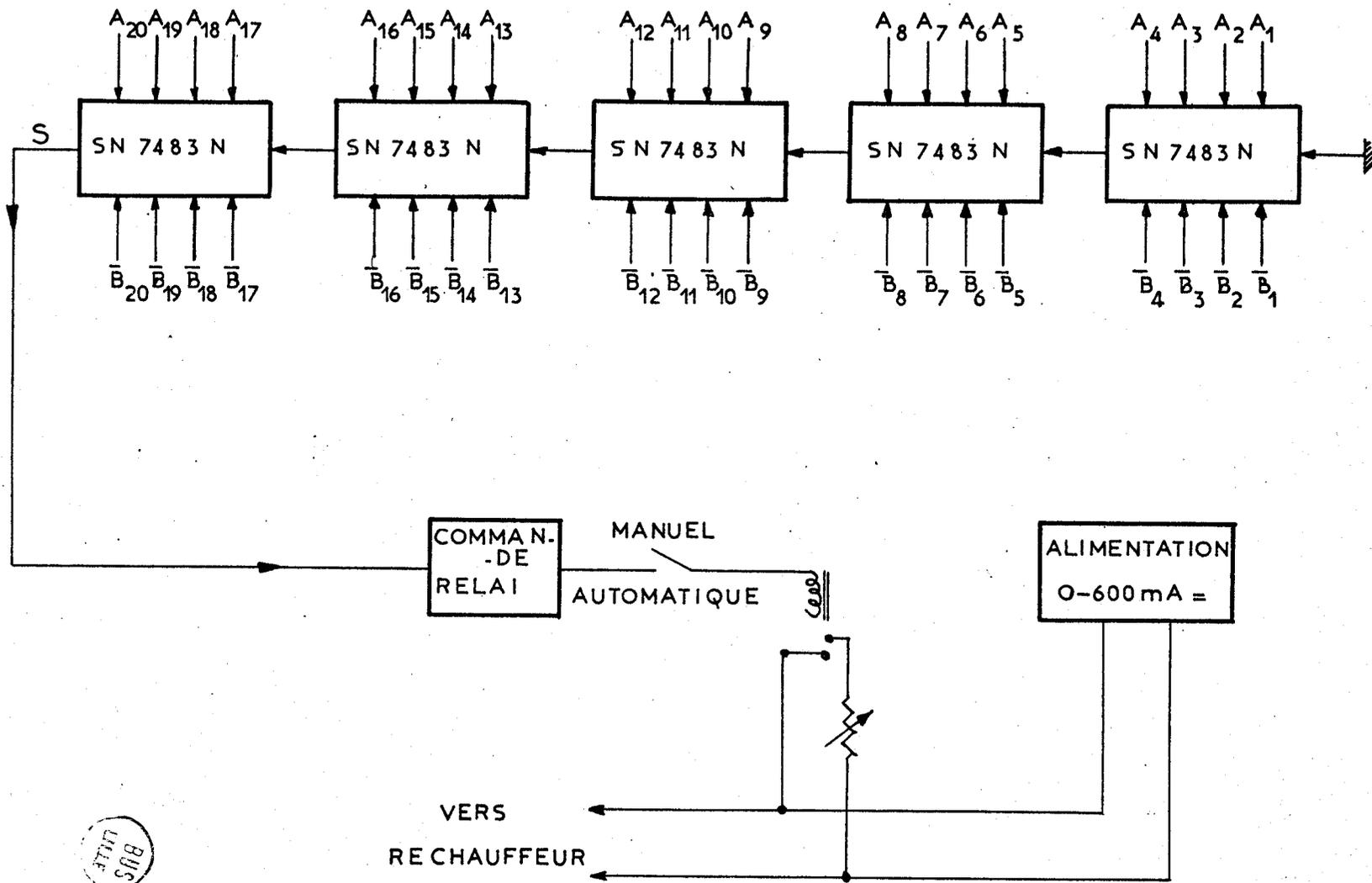
Remarque : La cryostance a été placée très proche de la cellule de mesure (4 mm) ; le contact thermique avec la masse du cylindre est assuré par de la graisse aux silicones. En régime dynamique, il existe un décalage entre la température T_0 indiquée par la cryostance et la température T du cristal. Supposons que la vitesse de variation de T soit proportionnelle à $T_0 - T$.

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{\tau} (T_0 - T)$$

En supposant que T_0 varie de façon périodique autour d'une température de consigne T'_0 et en se limitant pour simplifier le calcul au fondamental de ce régime périodique, on peut écrire en choisissant judicieusement l'origine des temps.

$$T_0 = T'_0 + \Delta T_0 \sin \omega t$$

SCHEMA SYNOPTIQUE DU REGULATEUR



BUSS
LITTE

FIG 11

d'où la solution correspondante de l'équation différentielle

$$T = T'_0 + \frac{\Delta T_0}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}} \sin(\omega t - \phi) \text{ avec } \operatorname{tg} \phi = \omega\tau$$

On constate ainsi que les oscillations de température ΔT_0 sont atténuées dans le rapport $\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}$

La stabilité de la température au niveau du cristal sera meilleure qu'au niveau de la cryostance.

II - ETUDE DU MELANGE DE DEUX ONDES HYPERFREQUENCES AU NIVEAU D'UN CRISTAL
DE I n S b.

1) Introduction

Depuis quelques années, l'étude des phénomènes non linéaires dans les semi-conducteurs, s'est développée considérablement ; en particulier, sous l'action du rayonnement de deux lasers, de fréquences F_1 et F_2 , on a constaté l'apparition d'harmoniques, c'est-à-dire d'un rayonnement de fréquence $mF_1 - nF_2$ (8) (9) (10).

A partir des résultats obtenus par PATEL (8), PARANJAPÉ et LAW (11) calculent la densité de courant $J(F_1 + F_2)$ et $J(F_1 - F_2)$, en tenant compte de la présence d'un champ électrique continu. Ils montrent ainsi, dans les deux cas, que la densité de courant varie linéairement avec le champ électrique continu appliqué au semi-conducteur.

SODHA et KAW (12), à partir d'hypothèses différentes et pour des fréquences appartenant au domaine Hertzien, arrivent à la même conclusion.

Par suite de ses propriétés non linéaires à la température de l'Hélium liquide, l'antimoniure d'indium a été utilisé comme détecteur (13), et comme bolomètre (14). Il a également été proposé comme mélangeur dans les gammes 8 mm et 2 mm (15). Dans l'utilisation en détecteur ou en mélangeur, il s'agissait seulement de comparer ses performances à celles d'une diode classique remplissant les mêmes fonctions.

Nous avons repris l'étude de l'influence du champ électrique continu sur l'intensité du battement basse fréquence ($F_1 - F_2 = 30$ MHz) de deux ondes Hertziennes ($F_1 \sim F_2 = 36$ GHz). Le battement obtenu dans le cristal est caractérisé par la densité de courant $J(F_1 - F_2)$ ou $J(\omega_1 - \omega_2)$ si on caractérise les hyperfréquences par leurs pulsations ω_1 et ω_2 .

Bien que l'action d'un champ magnétique continu ait une grande influence sur la non linéarité du matériau (16), nous nous sommes, pour des raisons techniques, limités à l'influence du seul champ électrique.

2) Appareillage hyperfréquence

Deux klystrons Reflex (PHILIPS type 55 335), fonctionnant dans la gamme 8 mm (33 - 36 GHz), fournissent les ondes cohérentes de fréquences F_1 et F_2 ($|F_1 - F_2| = 30$ MHz). L'un des klystrons est stabilisé en fréquence à l'aide du dispositif à deux ondemètres décrit par DUBRULLE (17).

Une partie de la puissance incidente, prélevée par un coupleur 10 dB, est mesurée à l'aide d'un bolomètre PHILIPS PP 4460 muni d'une tête POLARAD. La fréquence du second klystron peut être balayée en dent de scie à la fréquence de répétition de 50 Hz, ou asservie sur celle du premier au moyen d'un discriminateur (18) assurant un décalage de 30 MHz.

Après passage dans un T magique, les deux ondes sont envoyées vers le cristal de InSb.

Pour des raisons pratiques, il nous a paru préférable de monter les cristaux de InSb dans un guide RG 52 U ; aussi après le T magique, une transition pyramidale assure le passage en guide 3 cm. Dans la propagation en guide surdimensionné, le mode fondamental TE_{01} se conserve (19), si les divers tronçons de guide sont bien alignés. Pratiquement on admet que la propagation est quasi-optique sauf au voisinage des parois. En effet, pour le guide utilisé,

$$F_c = 6,55 \text{ GHz}, \quad \lambda_c = 45,7 \text{ mm}), \text{ on trouve}$$

$$\lambda_g^2 = \frac{\lambda^2}{1 - \frac{\lambda^2}{\lambda_c^2}} \sim \lambda^2$$

puisque $\frac{\lambda^2}{\lambda_c^2} \sim 3 \cdot 10^{-2}$. La propagation est peu guidée.

3) Montage du cristal

Le cristal est monté au centre de la cellule de mesure sur un support en téflon. L'un des fils assurant la liaison électrique est soudé à la masse de la cellule, alors que l'autre est soudé au conducteur central d'un câble coaxial miniature 50 Ω (Fig. 13).

Le champ électrique continu E_0 à l'intérieur du cristal est alors

parallèle au champ électrique hyperfréquence.

Enfin la cellule de mesure est terminée par une charge adaptée.

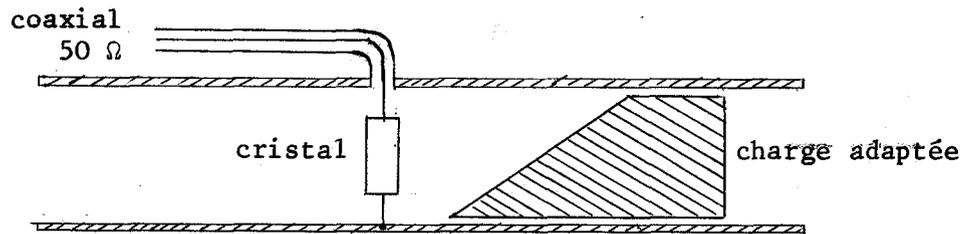


Figure 13

4) Détection

Le coaxial miniature connecté au cristal est relié en son autre extrémité à l'entrée d'un amplificateur à fréquence intermédiaire Général RADIO (IF 1236 A), centré sur 30 MHz. Celui-ci délivre un signal chaque fois que les fréquences F_1 et F_2 des klystrons sont telles que :

$$|F_1 - F_2| = 30 \text{ MHz}$$

Lorsque les fréquences des deux klystrons sont asservies, le signal est un battement d'amplitude constante qui donne une tension continue à la sortie du dernier étage détecteur de l'amplificateur IF 1236 A. Lorsque l'un des klystrons est balayé en fréquence, le signal de sortie se réduit alors à un transitoire envoyé sur l'entrée verticale d'un oscilloscope, qui reçoit simultanément, sur la voie horizontale, une tension proportionnelle à la tension en dent de scie de balayage du klystron.

Le courant de polarisation du cristal est obtenu à partir d'une alimentation continue 0-300 V, isolée du montage par une résistance coaxiale de 15 KΩ.

Enfin, une capacité coaxiale de 4700 pF (G. R.), assure le découplage entre l'entrée de l'amplificateur et le circuit continu de polarisation.

5) Résultats expérimentaux

Le comportement non linéaire du matériau est bien mis en évidence par les courbes $V = V(i)$ et $R = R(i)$ obtenues avec le cristal n° 1 (figures 14 - 15). Elles ont été relevées en présence du champ hyperfréquence. En effet, la conductivité du matériau augmente en présence du rayonnement hyperfréquence d'autant plus que la température est basse.

Les résultats des premières expériences faites à 4°K avec le cristal n° 2 montrent que la densité de courant présente un maximum en fonction du champ continu E_0 appliqué au cristal. En opérant dans une large gamme de température, nous avons obtenu les courbes des figures 16 et 17, qui donnent l'allure de $J(\omega_1 - \omega_2)$ en fonction du courant de polarisation et du champ électrique continu E_0 .

Les figures 19 et 20 reprennent cette étude sur des échelles linéaires.

Bien que le champ électrique soit faible, la croissance linéaire de l'amplitude du battement avec celle de E_0 est loin d'être vérifiée. En particulier, on remarque la présence d'une "crevasse" qui se déplace lorsque la température varie.

Pour un courant de polarisation nul, $J(\omega_1 - \omega_2)$ ne l'est pas ; il présente un minimum lorsque le courant va en croissant ; ce minimum se déplace vers les courants très faibles lorsque la température diminue. A partir de 30°K, il se produit pour un courant inférieur à 10 microampères, soit un champ de $5 \cdot 10^{-2}$ V/cm.

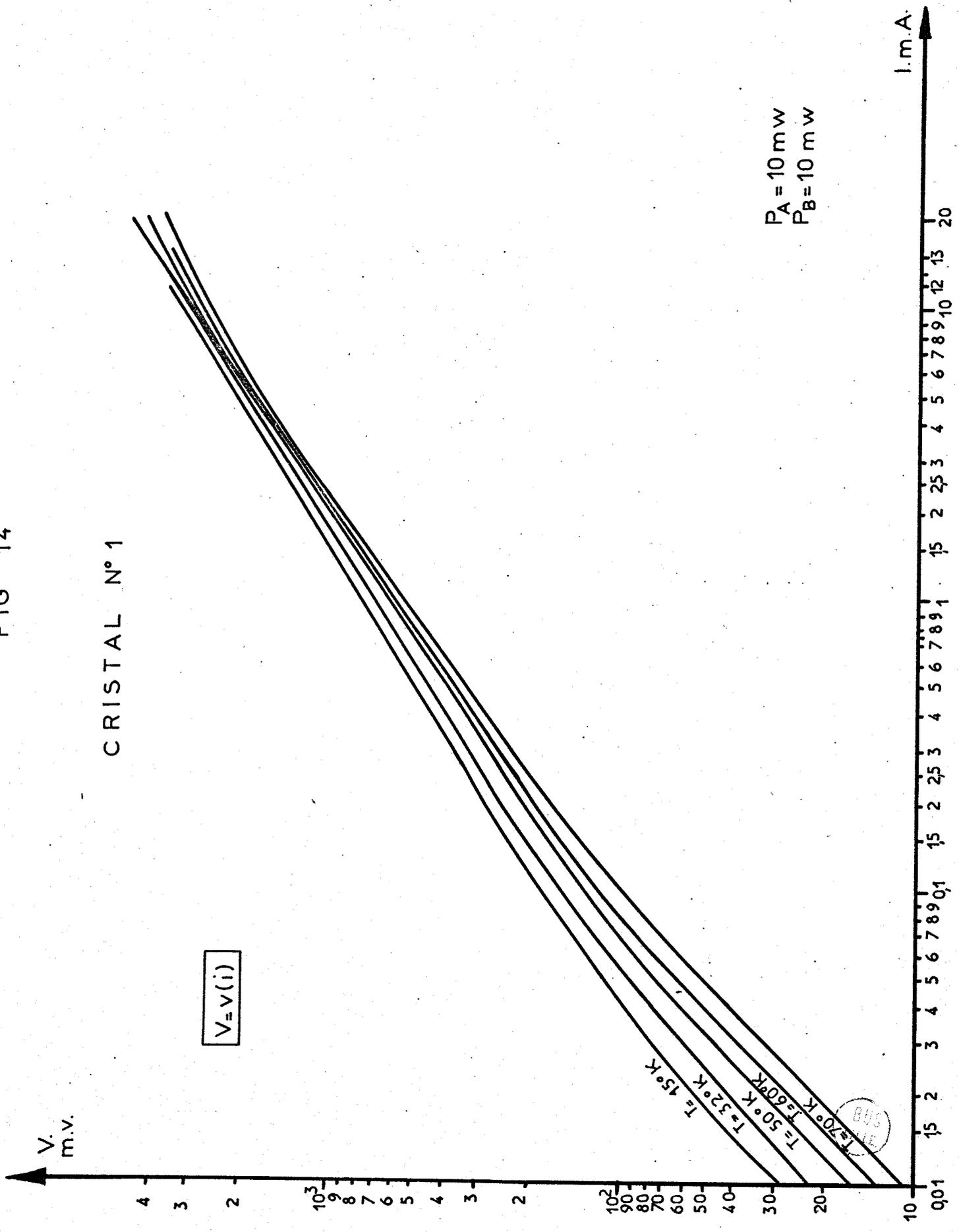
Nous avons procédé, systématiquement, aux mêmes mesures sur le second cristal en notre possession. Par suite de sa faible résistance (Fig. 21) nous n'avons pas atteint les champs électriques continus appliqués au premier cristal. Dans la région de faibles champs, les caractéristiques sont sensiblement linéaires (Fig. 25 et 26). Pour éviter l'échauffement, nous avons dû nous limiter pour ce cristal à cette zone de faibles champs. Nous envisageons d'explorer la zone de champs électriques plus élevés en opérant en impulsions.

Comme pour le premier cristal, la densité de courant $J(\omega_1 - \omega_2)$ n'est pas nulle à $E_0 = 0$. Le minimum se déplace également avec la température, vers les champs très faibles (Fig. 23).

FIG 14

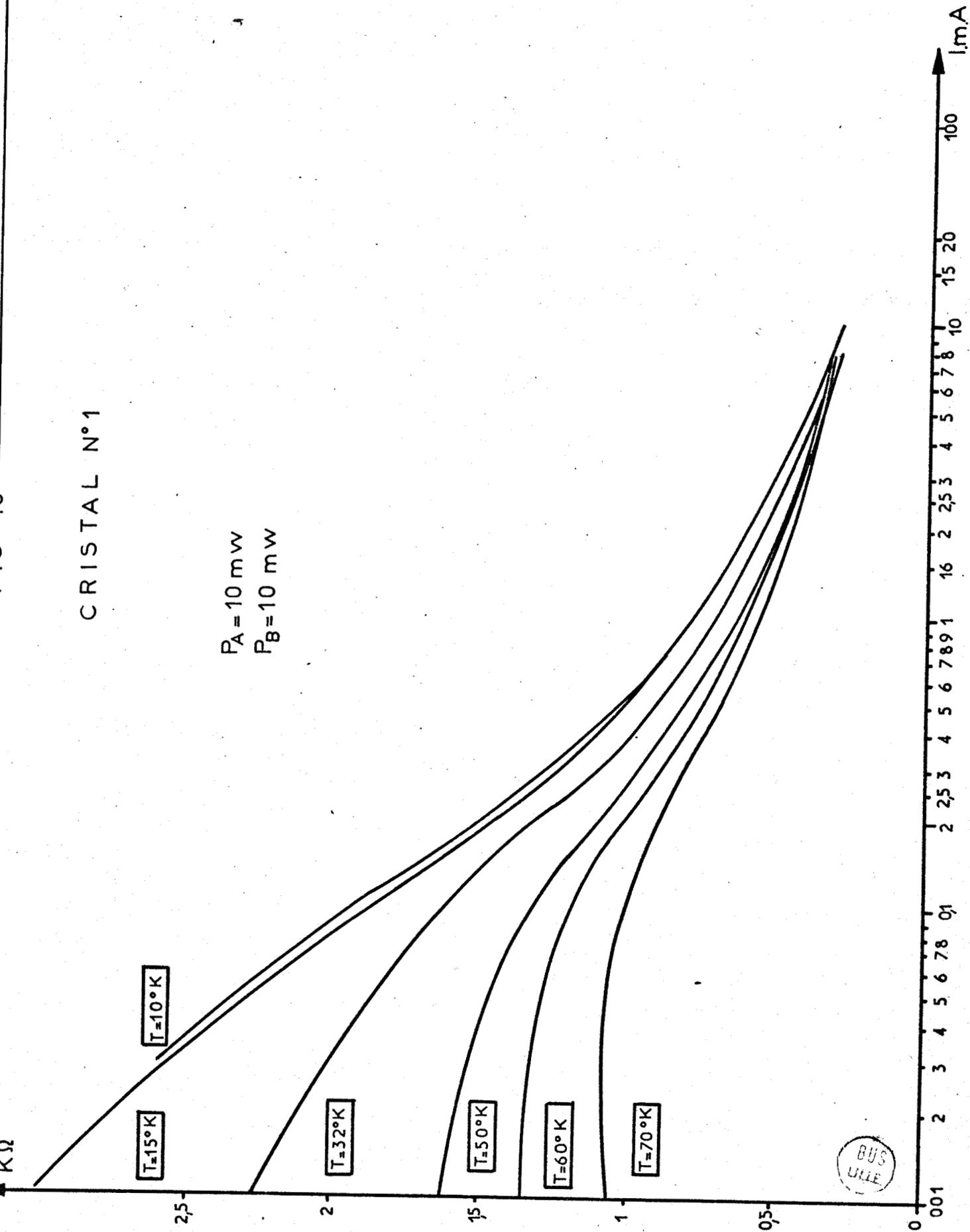
CRISTAL N°1

$V = v(i)$



CRISTAL N°1

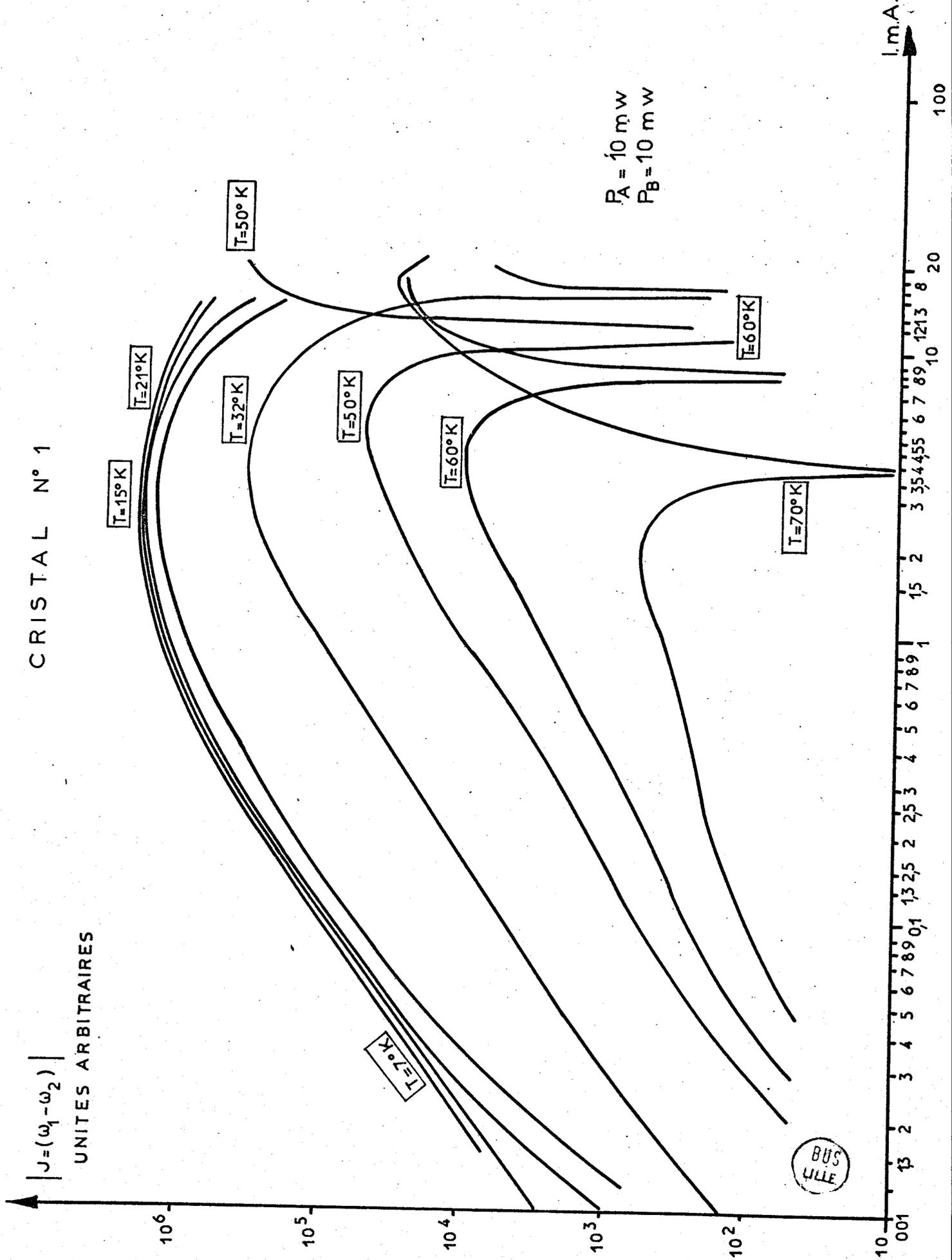
$P_A = 10 \text{ mW}$
 $P_B = 10 \text{ mW}$



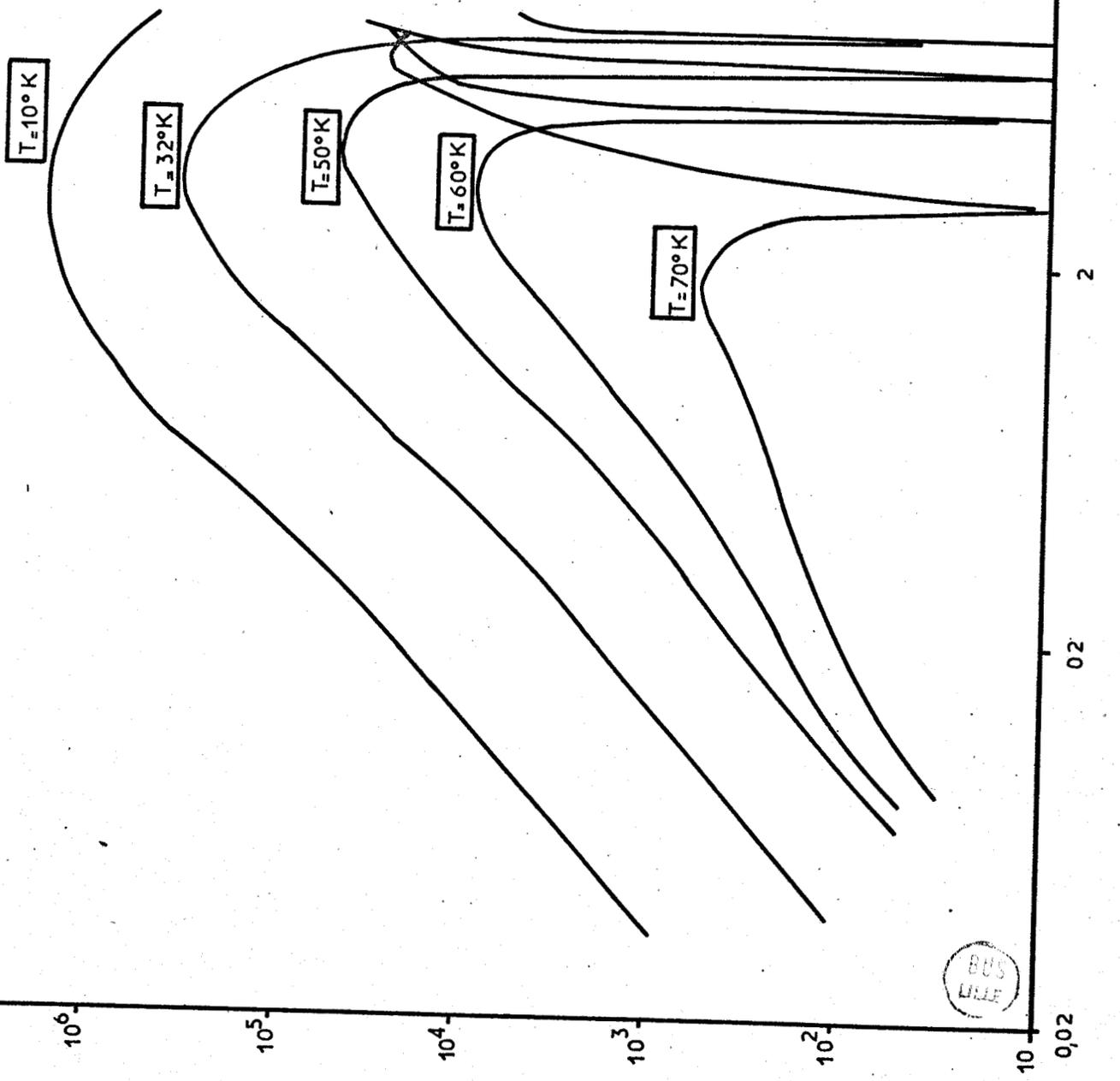
BUS
LILLE

FIG 16

CRISTAL N° 1



$J_2(\omega_1 - \omega_2)$



$P_A = 10 \text{ mw}$
 $P_B = 10 \text{ mw}$

$E_0 \text{ V/cm}$

20

2

0.2

0.02

BUS LILLE

FIG: 17

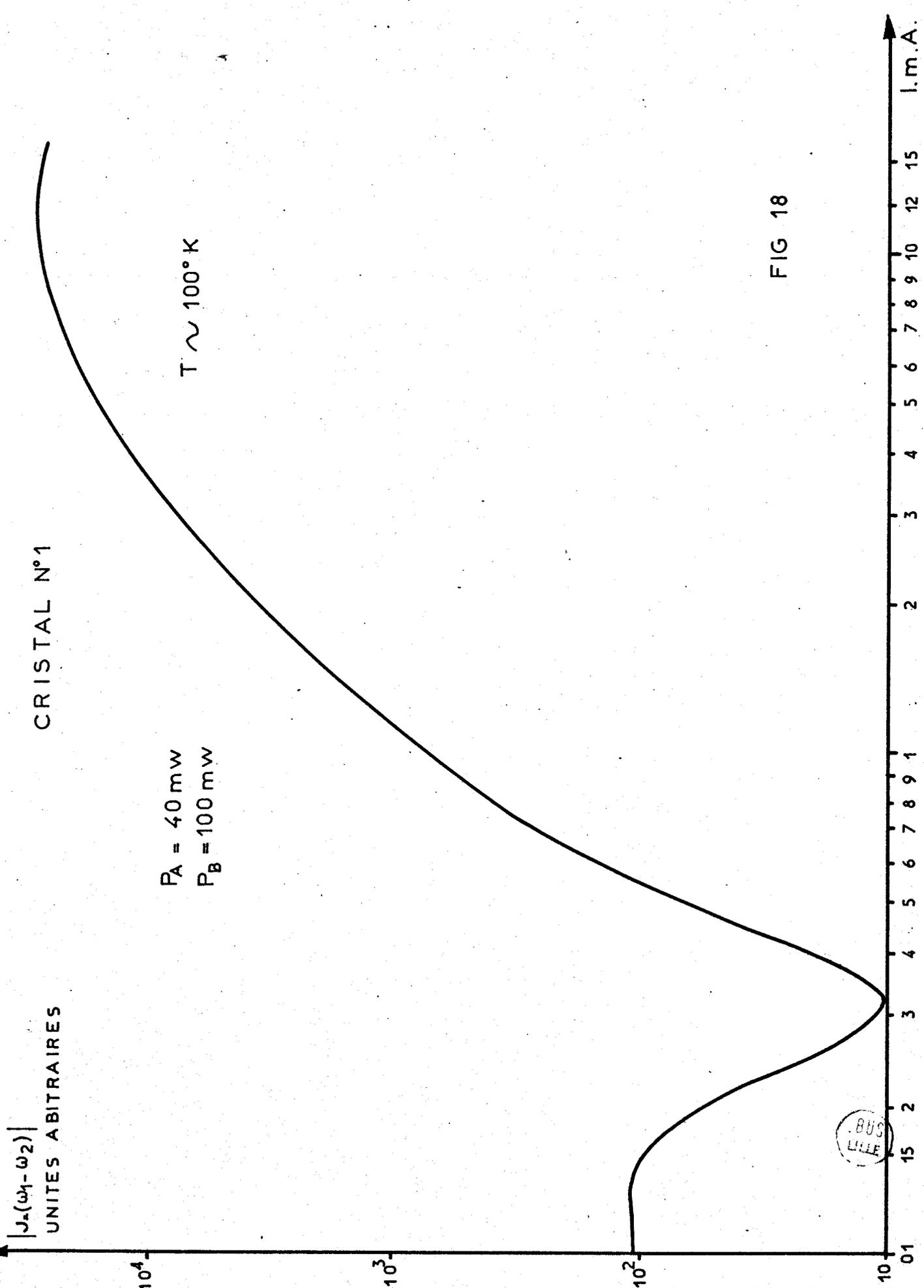


FIG 18

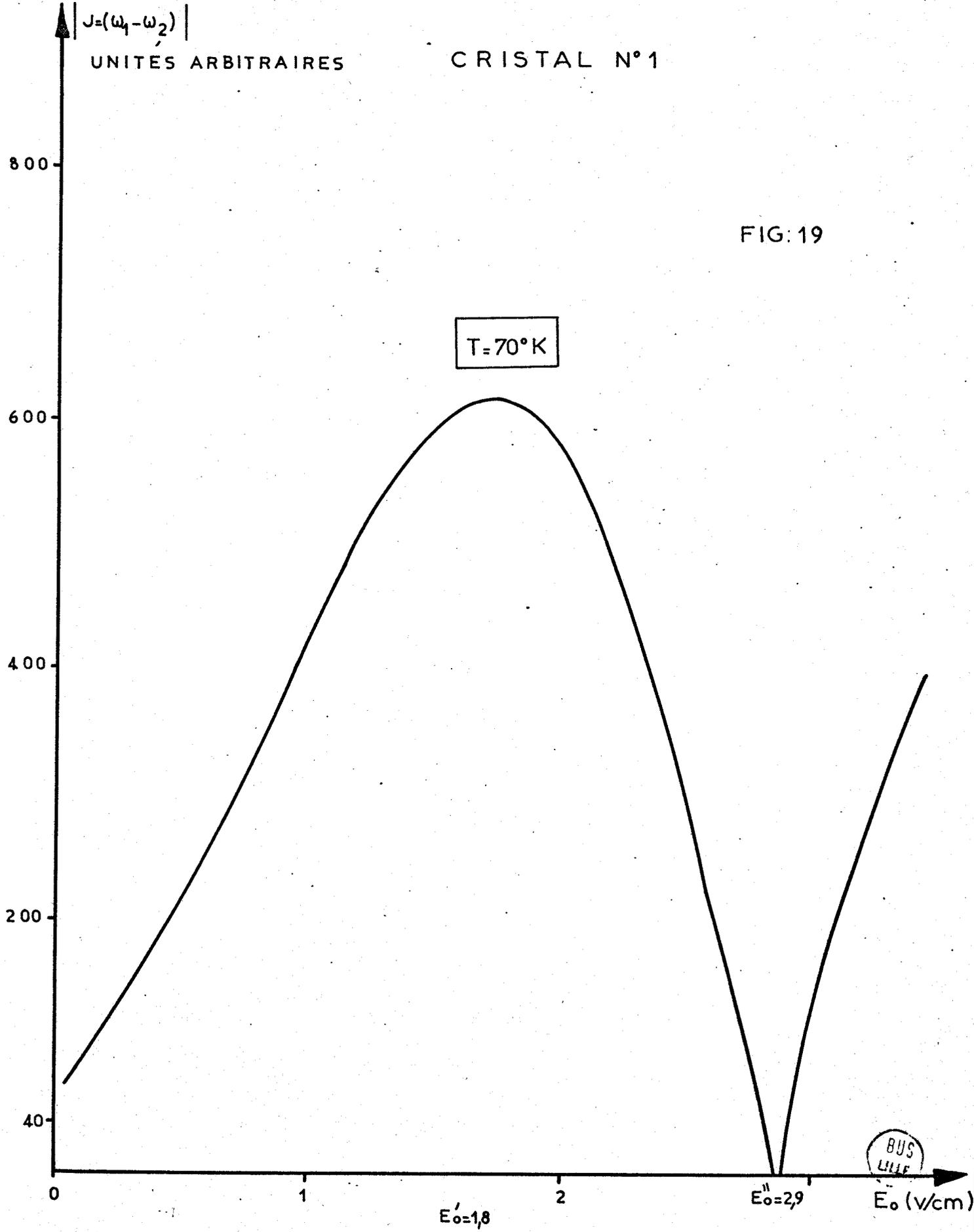
$$J = |\omega_1 - \omega_2|$$

UNITES ARBITRAIRES

CRISTAL N°1

FIG:19

T = 70°K



BUS LILLE

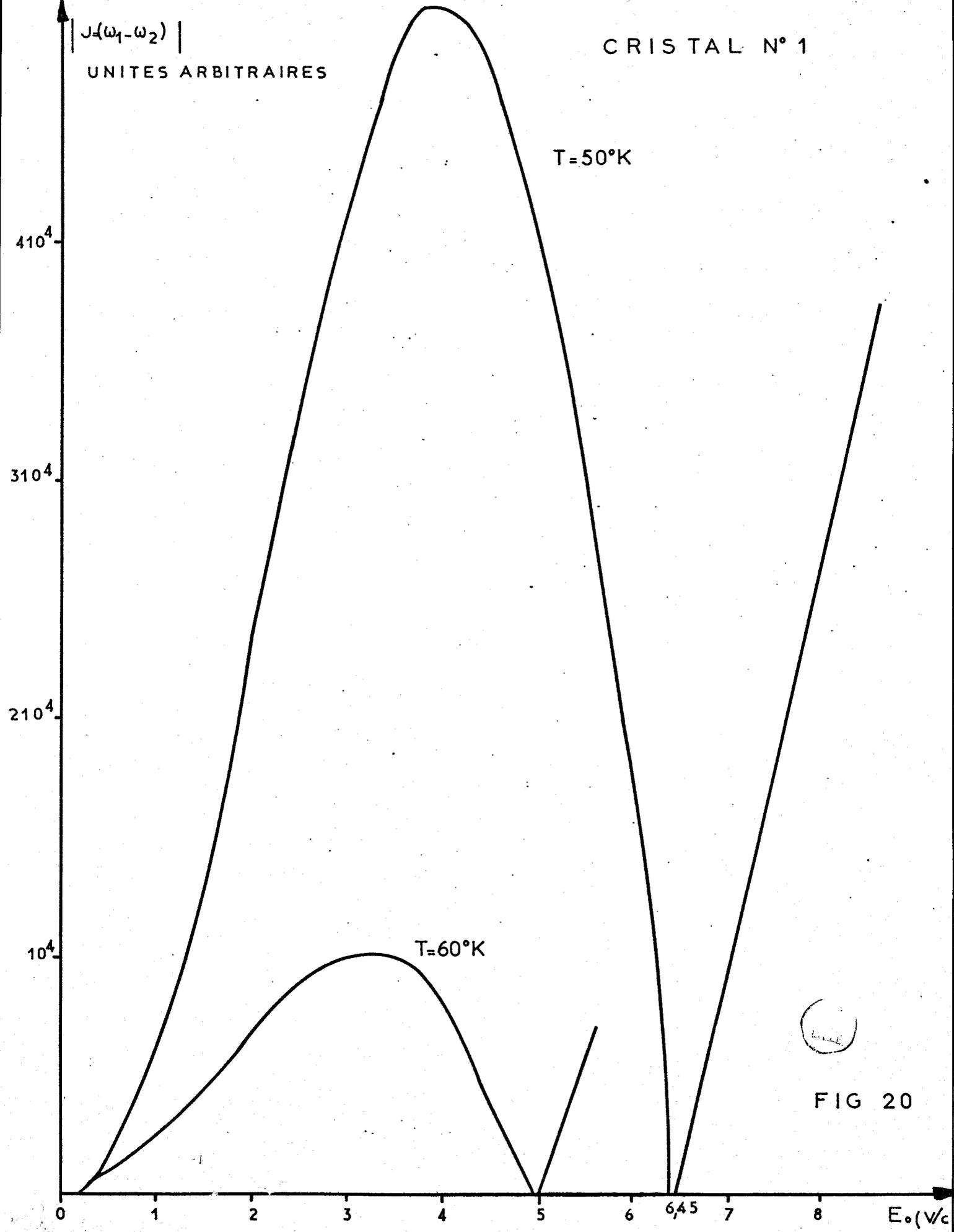
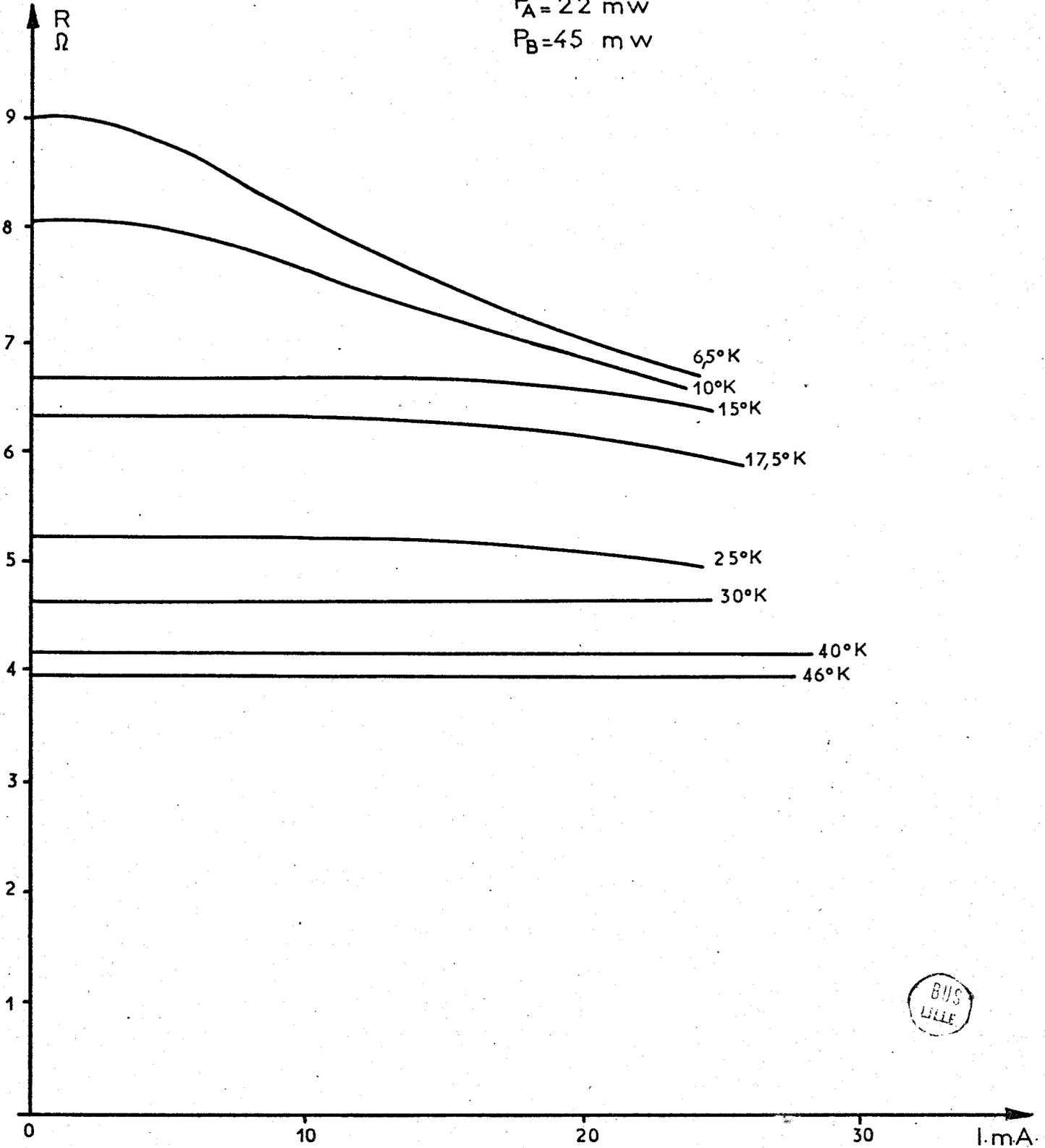


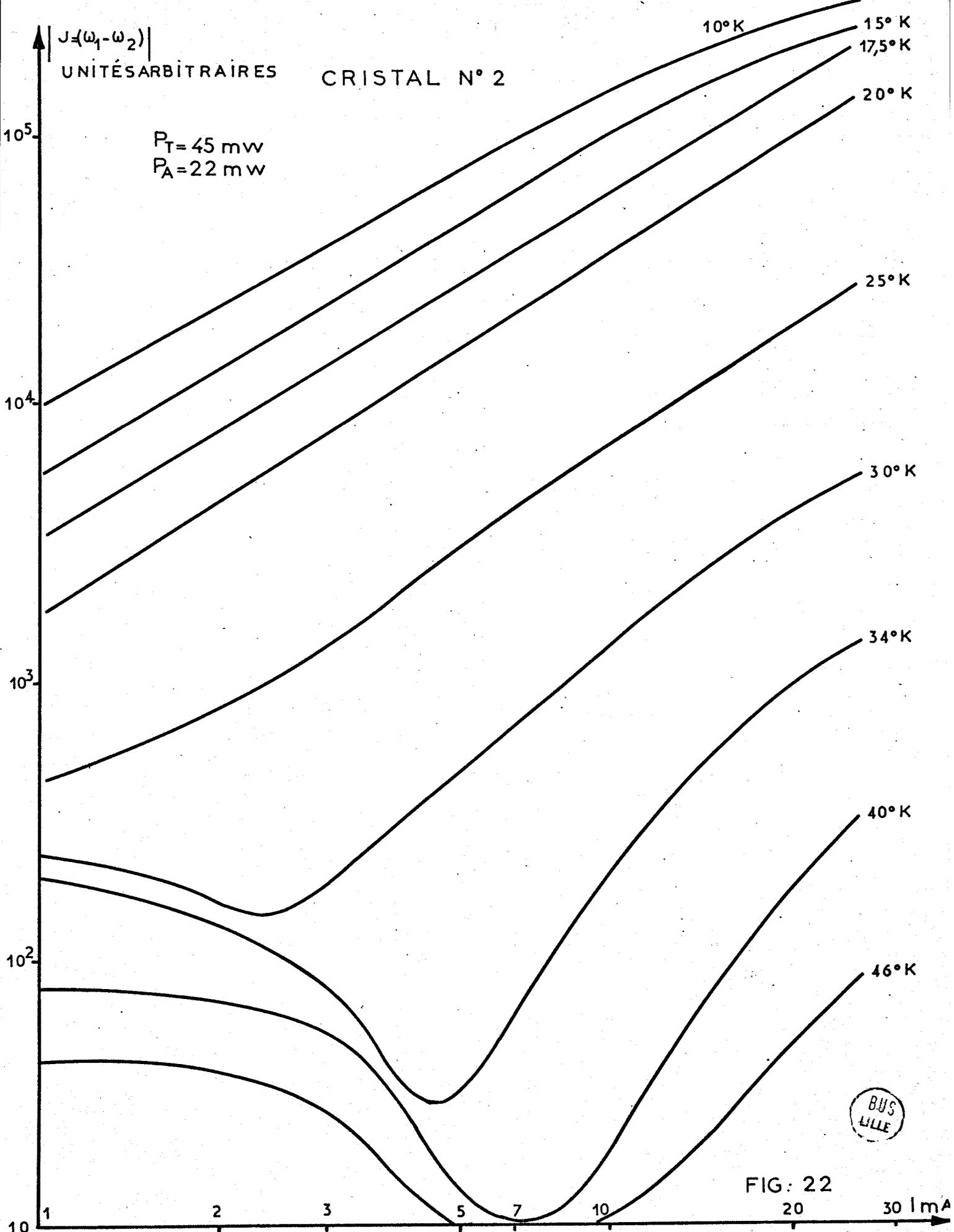
FIGURE 21

CRISTAL N° 2

$P_A = 22 \text{ mw}$

$P_B = 45 \text{ mw}$





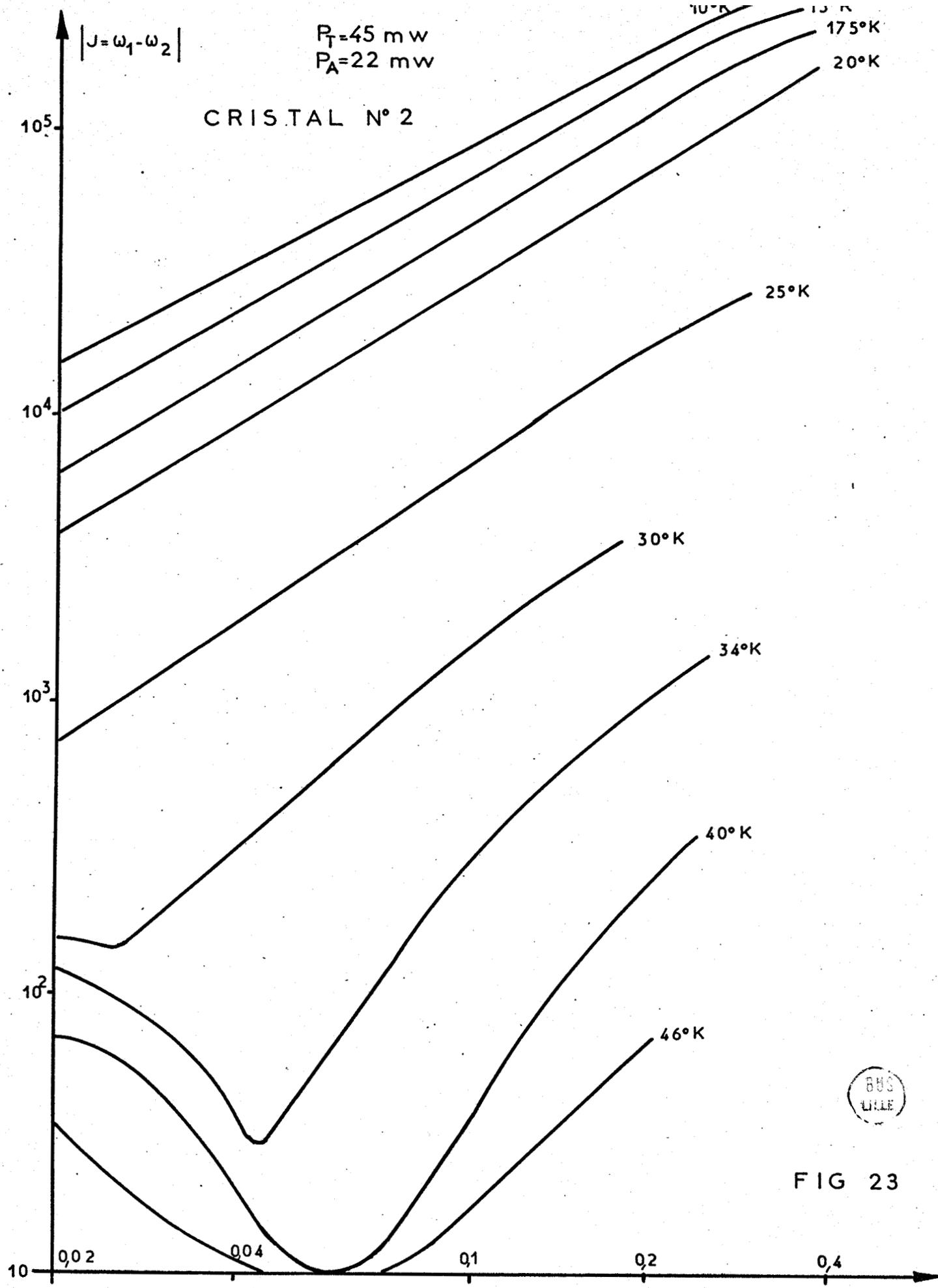


FIG 23

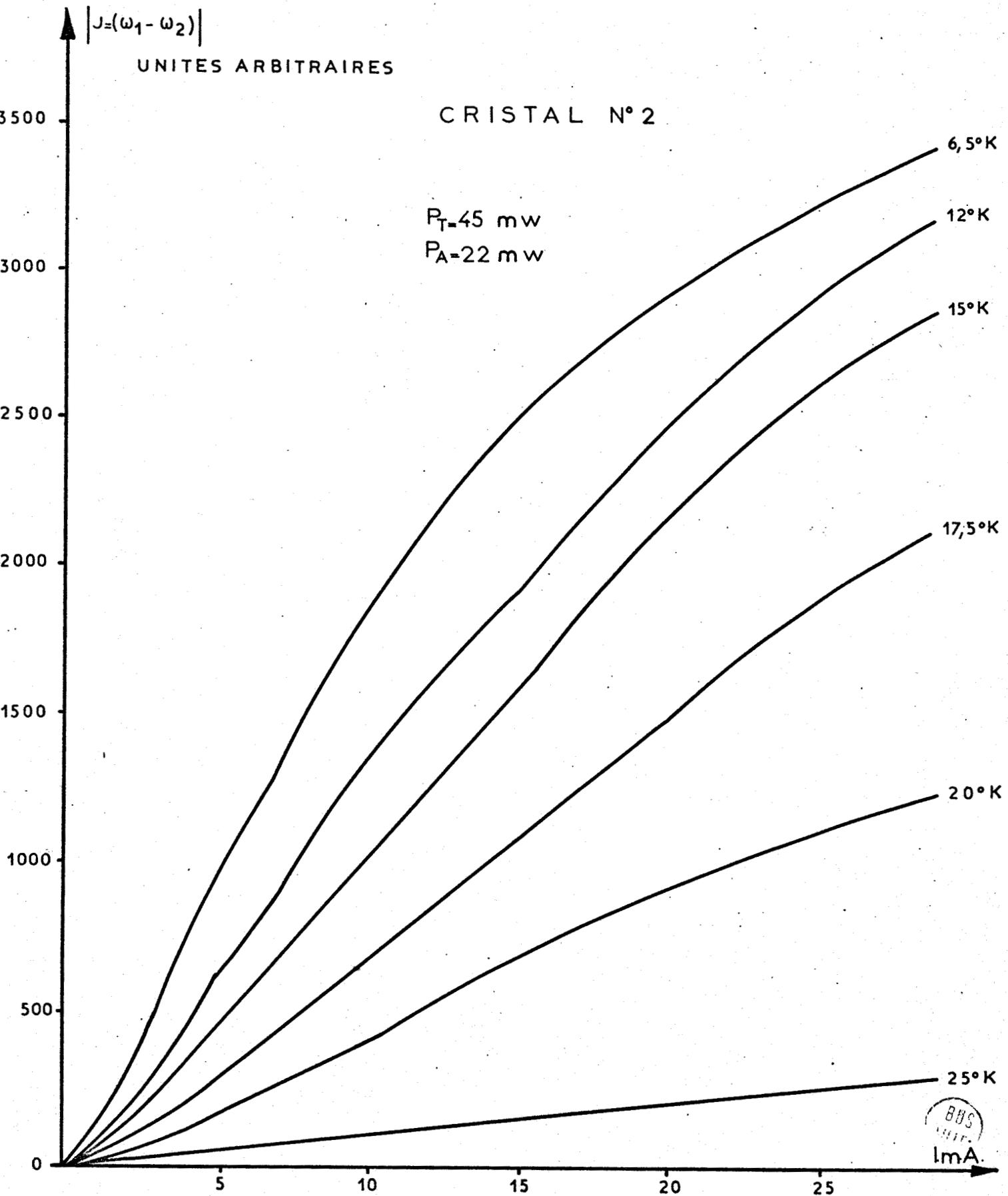
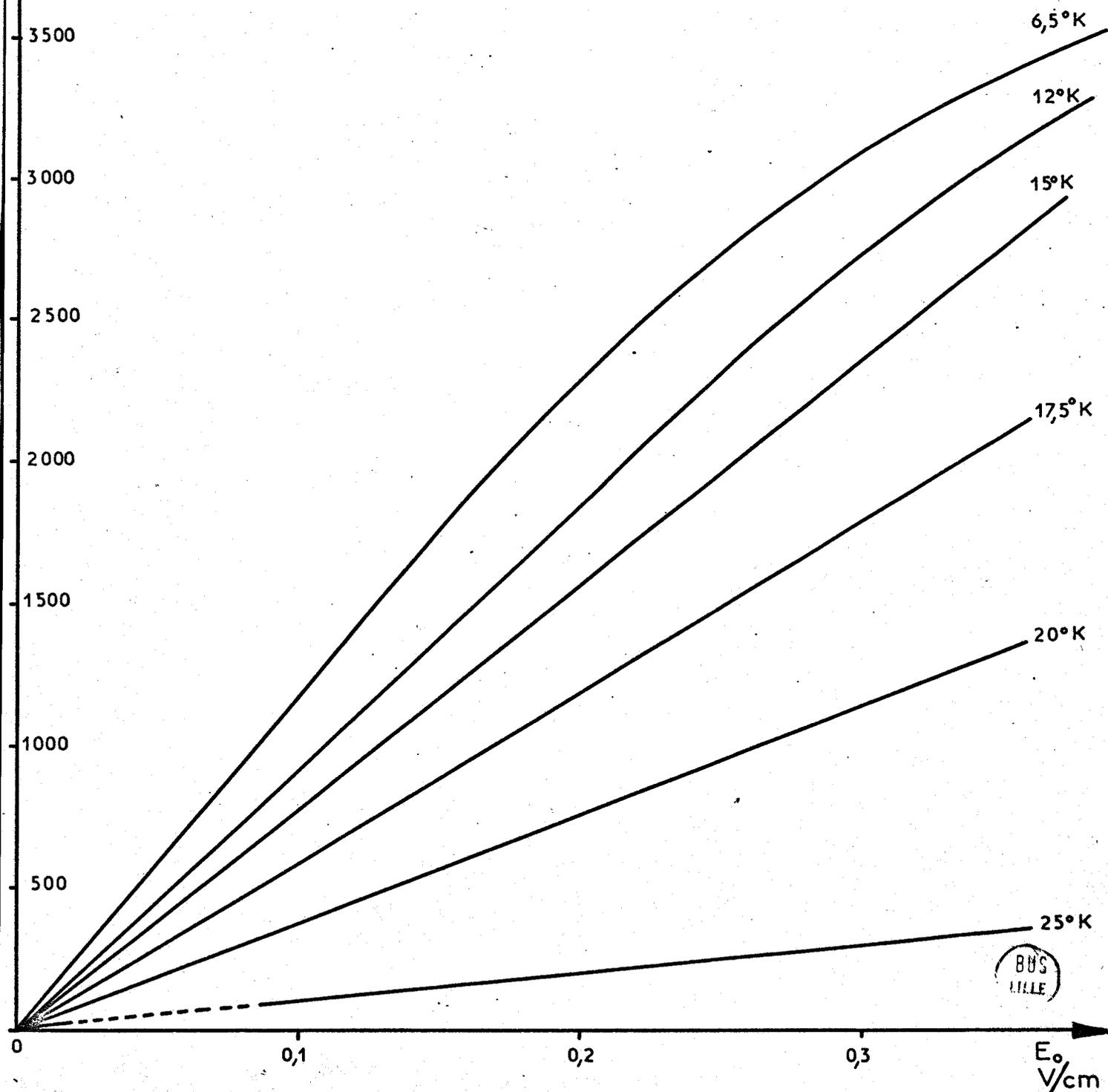


FIG . 24

CRISTAL N° 2

$|J_2(\omega_1 - \omega_2)|$
UNITÉS ARBITRAIRES

$P_T = 45 \text{ mW}$
 $P_A = 22 \text{ mW}$



BUS
LILLE

FIG.: 25.

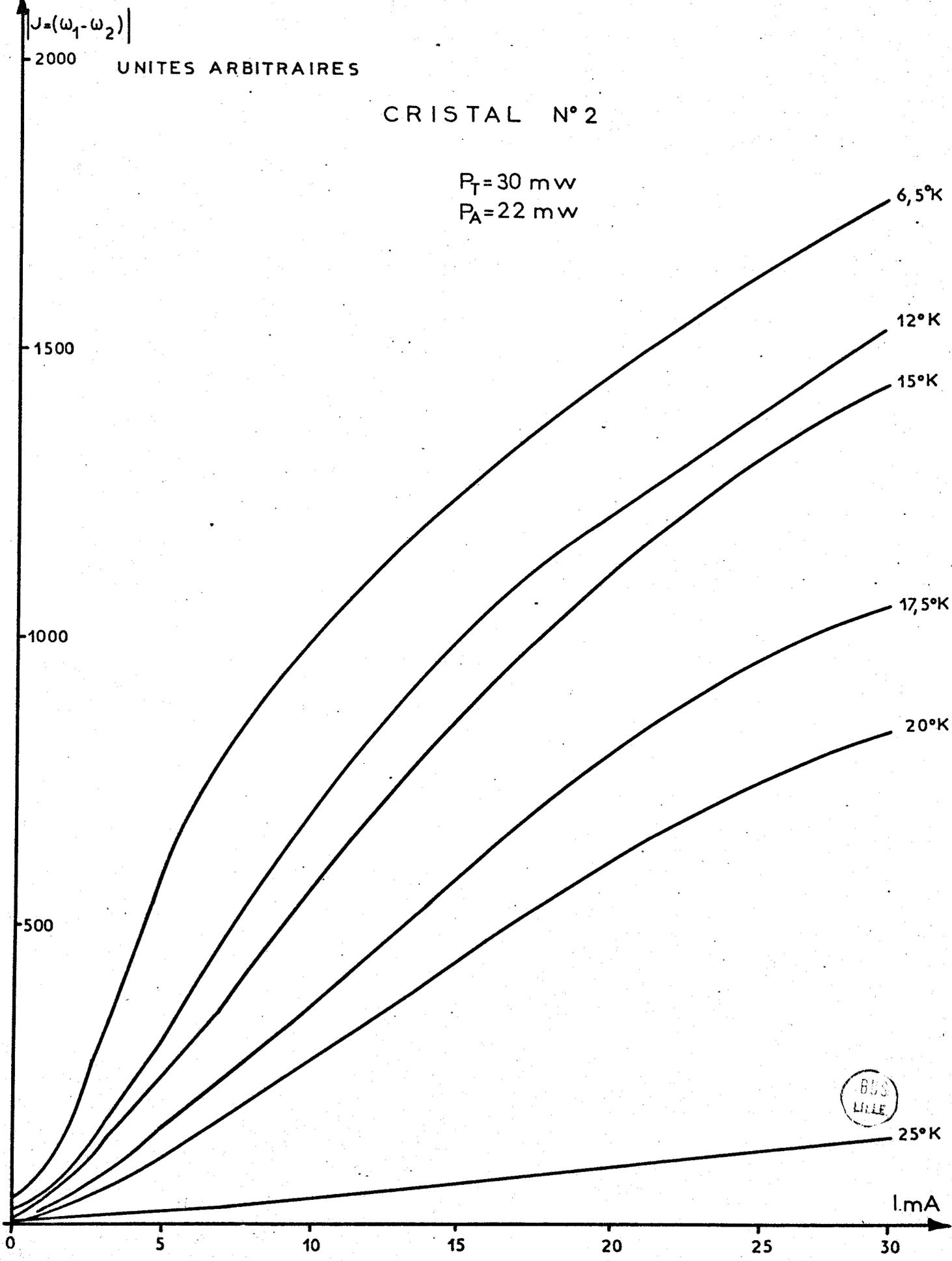
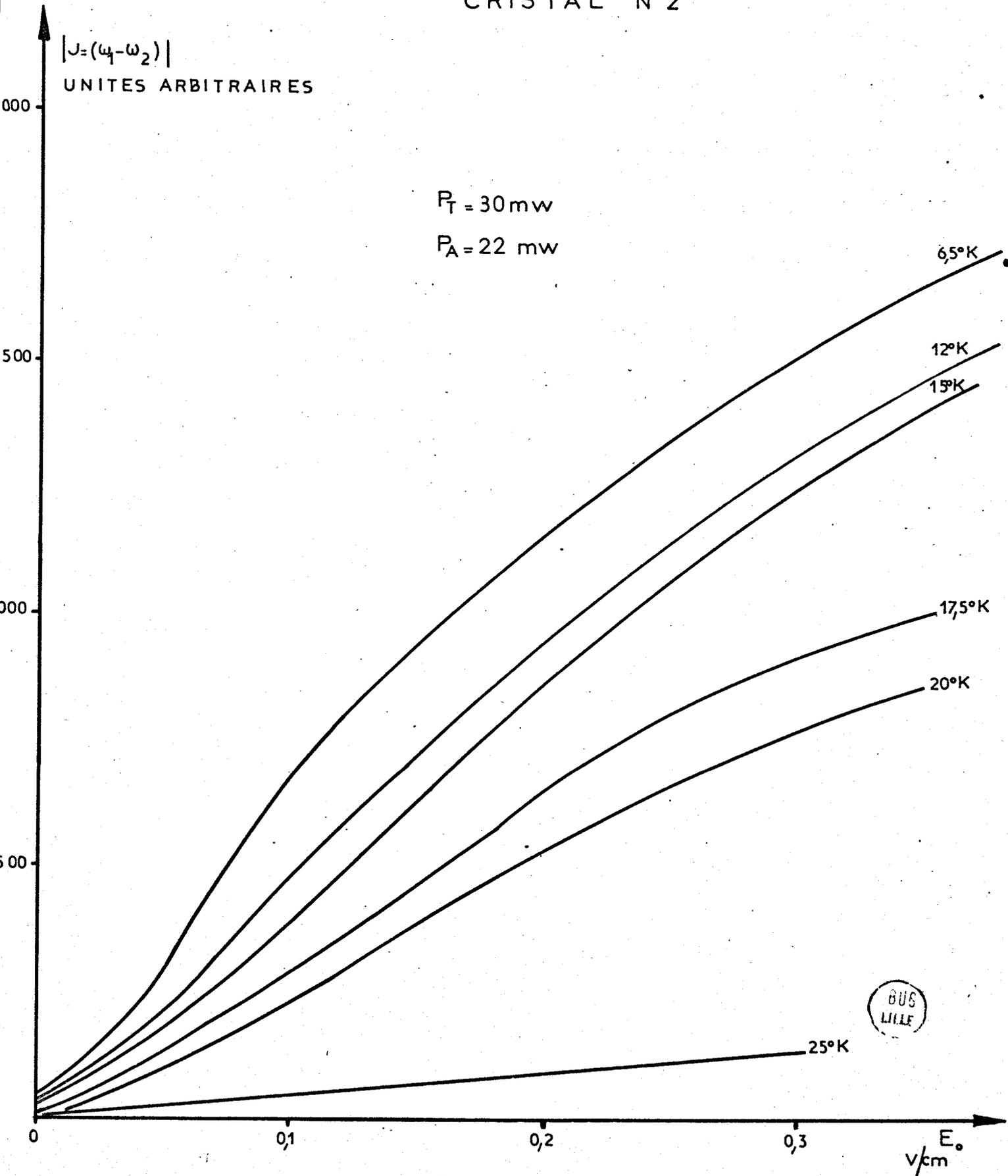


FIG 26



CRISTAL N°2



BUS
LILLE

FIG. 27

FIG . 28 -

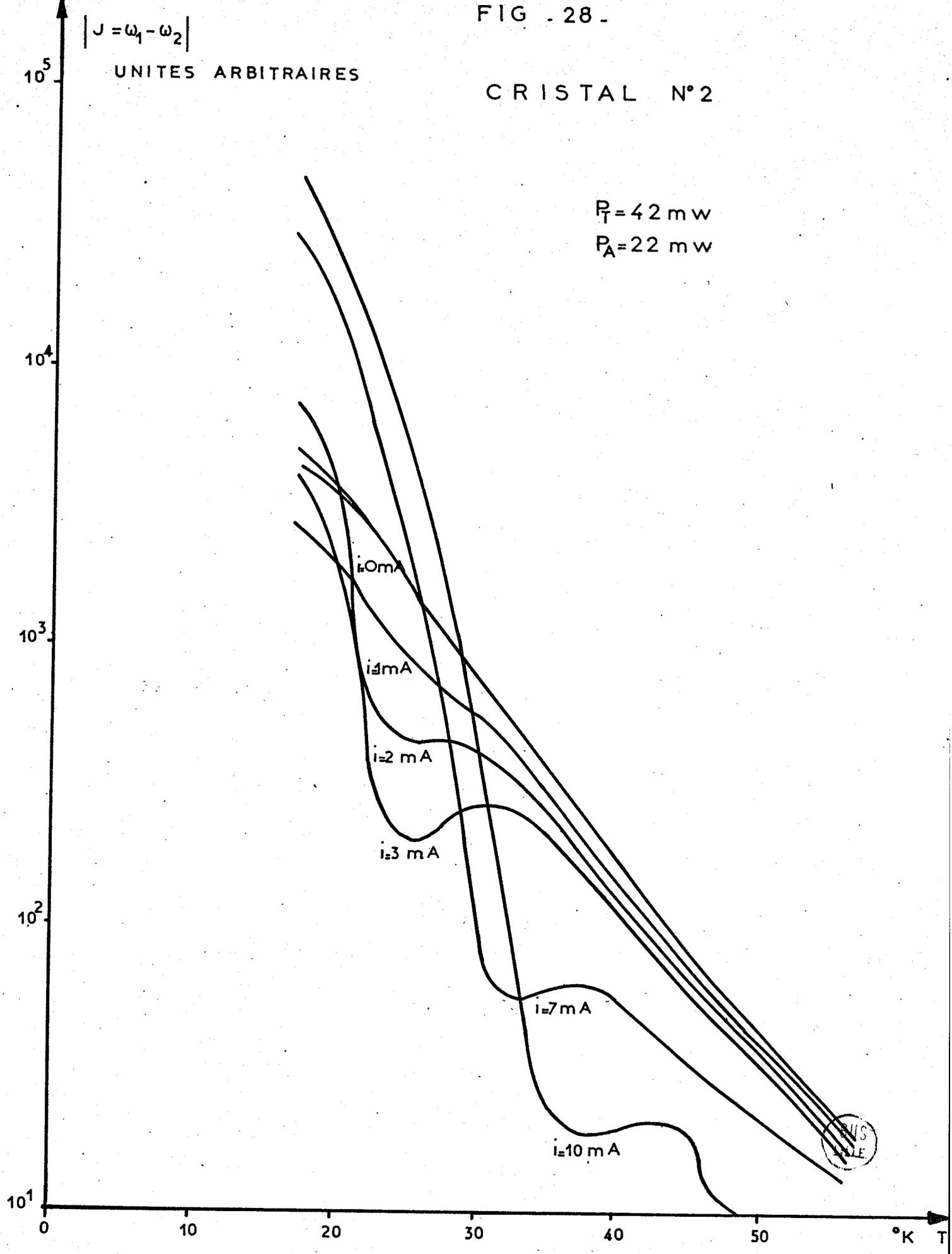
$$|J = \omega_1 - \omega_2|$$

UNITES ARBITRAIRES

CRISTAL N°2

$P_T = 42 \text{ mW}$

$P_A = 22 \text{ mW}$



CRISTAL N° 2

$P_A < 0,02 \text{ mW}$

$T = 49^\circ \text{K}$

UNITES ARBITRAIRES

$|J = \omega_1 - \omega_2|$

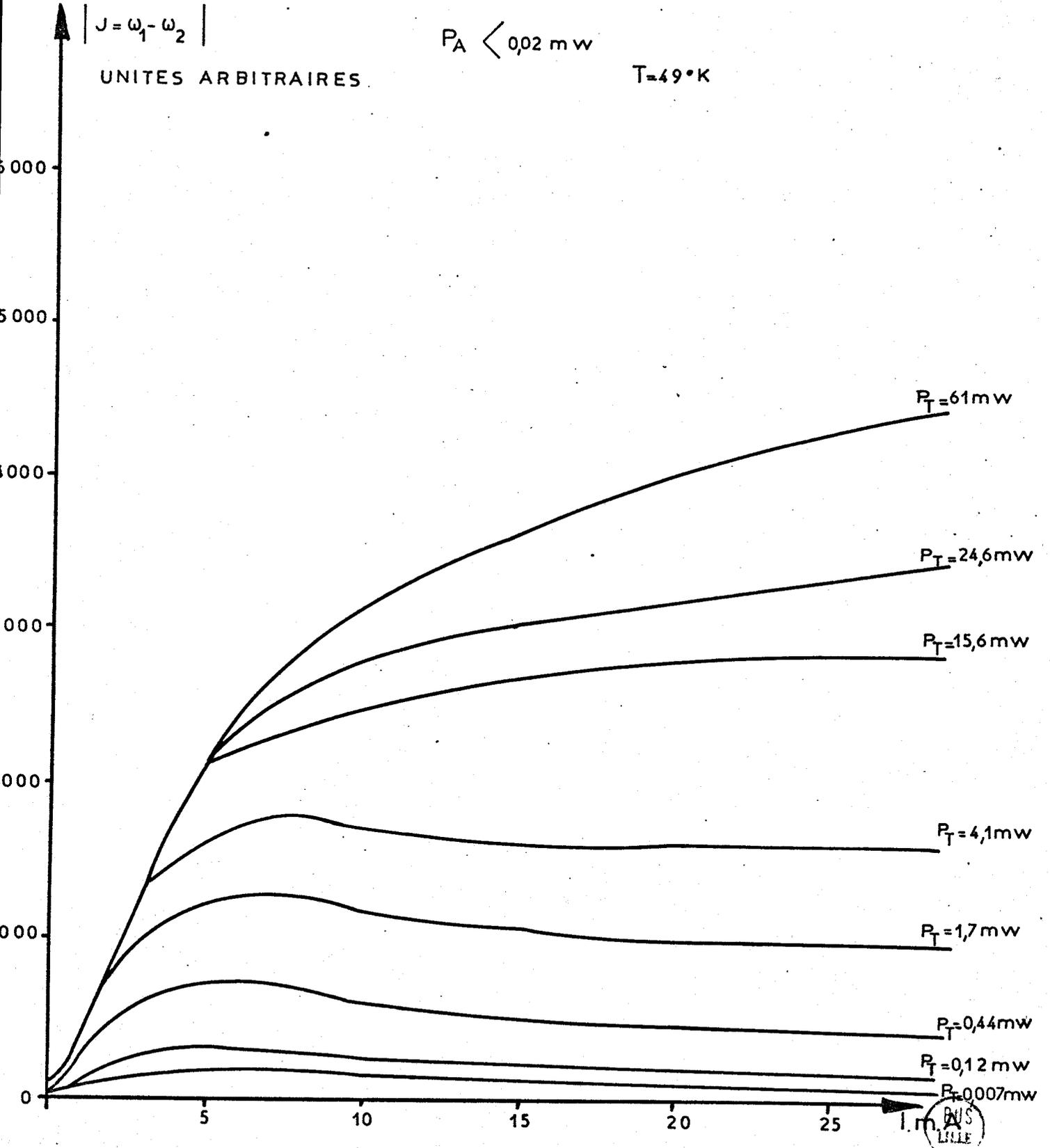


FIG - 29 -

Pour préciser l'influence de la température, nous avons représenté l'évolution de $J(\omega_1 - \omega_2)$ en fonction de la température, pour différents courants de polarisation (Fig. 28).

Remarques :

1° - D'après les résultats obtenus figure 28, une variation de $0,1^\circ\text{K}$ influe peu sur l'amplitude de la densité de courant, et c'est ce qui nous a conduit à accepter que chaque palier de stabilité ait une largeur de cet ordre.

De plus, le cristal est parcouru par un courant continu qui risque d'élever sa température par rapport à celle du thermostat. Un calcul théorique donné en annexe, montre que l'élévation de température au centre du cristal n° 1 se met sous la forme :

$$\Delta T = 7.10^{-2} \frac{W}{k}$$

où W est la puissance dissipée dans l'échantillon, k sa conductibilité thermique, et en supposant que les faces du cristal sont maintenues à température constante. Avec les valeurs de conductibilité fournies par MIELCZAREK (21), et en limitant la puissance dissipée à 40 milliwatts, au voisinage de 4°K , on obtient $\Delta T = 2.10^{-4} \text{K}$.

J.F. LEHIR (22) constate un rapport de 200 entre les puissances donnant le même ΔT pour un échantillon placé dans l'Hélium liquide et dans l'Hélium gazeux.

En utilisant ce rapport, on obtient alors :

$$\Delta T' = 4.10^{-2} \text{K}$$

Dans la plage de température utilisée, nous ne constatons aucune variation dans l'amplitude de $J(\omega_1 - \omega_2)$, après modulation par tout ou rien du courant de polarisation.

Il n'en est pas de même pour le second cristal ($0,5 \times 0,5 \times 0,5 \text{ cm}^3$), où nous obtenons une légère variation, qui reste cependant de l'ordre de grandeur de la précision des mesures.

Avec une puissance maximum dissipée de l'ordre de 2,5 mW et au voisinage de 4°K , nous obtenons :

$$\Delta T' \sim 0,1^\circ\text{K}$$

2° - Toutes les mesures de densité de courant ont été effectuées en utilisant des puissances hyperfréquences du même ordre de grandeur. En diminuant au maximum la puissance délivrée par l'un des klystrons, nous avons observé des phénomènes de saturation en augmentant la puissance délivrée par l'autre klystron (Fig. 28). Nous nous sommes donc placés hors de ces conditions.

3° - L'évolution de $J(\omega_1 - \omega_2)$ en fonction du champ électrique E_0 n'est pas affectée que le second klystron soit ou non balayé.

6) Interprétation

1° - Structure de bande de InSb

D'après les travaux de SHOCKLEY (23), au voisinage d'un extrémum, les électrons des bandes de conduction et de valence possèdent des fonctions d'onde qui sont assimilables aux fonctions atomiques s et p, l'état s correspondant aux électrons de conduction et l'état p à celui des électrons de valence.

En l'absence de couplage spin-orbite, l'énergie des électrons dans la bande de valence est 6 fois dégénérée, elle est deux fois dégénérée dans la bande de conduction (24) (25).

L'équation de Schrödinger s'écrit :

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\vec{r}) \right\} \phi(\vec{r}) = E \phi(\vec{r}) \quad (1)$$

où $V(\vec{r})$, qui représente l'énergie potentielle d'un électron, possède la périodicité du réseau.

Sa solution la plus générale est une fonction de BLOCH de la forme :

$$\phi_{\vec{k}}(\vec{r}) = u_{\vec{k}}(\vec{r}) \exp(i \vec{k} \cdot \vec{r}) \quad (2)$$

où $u_{\vec{k}}(\vec{r})$ a la périodicité du réseau et où \vec{k} est un vecteur de la zone de Brillouin correspondante.

En reportant (2) dans l'équation (1), on obtient :

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \frac{\hbar^2}{m} i \vec{k} \cdot \nabla + V(\vec{r}) \right\} u_{\vec{k}}(\vec{r}) = E'_{\vec{k}} u_{\vec{k}}(\vec{r}) \quad (3)$$

avec $E'_{\vec{k}} = E_{\vec{k}} - \hbar^2 \frac{k^2}{2m}$

où $E_{\vec{k}}$ est l'énergie correspondant à l'état de vecteur d'onde \vec{k} .

Soient u_s la fonction d'onde pour les électrons de la bande de conduction à \vec{k} (0, 0, 0)

u_x, u_y, u_z celles des électrons de la bande de valence.

Par définition, ces fonctions satisfont aux relations suivantes :

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\vec{r}) \right\} u_s = E_c u_s \quad (4)$$

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\vec{r}) \right\} u_{x,y,z} = E_v u_{x,y,z} \quad (5)$$

où E_c et E_v représentent les énergies des bandes de conduction et de valence.

Pour les électrons au voisinage de \vec{k} (0, 0, 0), la fonction d'onde cellulaire $u_{\vec{k}}(\vec{r})$ peut s'écrire sous la forme :

$$u_{\vec{k}}(\vec{r}) = A u_s + B u_x + C u_y + D u_z \quad (6)$$

On peut alors reporter (6) dans (3), et après multiplication respectivement par u_s, u_x, u_y, u_z et intégration sur l'espace de configuration, on obtient un système de quatre équations linéaires en A, B, C, D, dont on annule le déterminant. Les quatre racines s'écrivent alors {24} :

$$E_1 = \frac{E_c + E_v}{2} + \sqrt{\left(\frac{E_c - E_v}{2}\right)^2 + k^2 P^2 + \hbar^2 \frac{k^2}{2m}} \quad (7)$$

$$E_2 = \frac{E_c + E_v}{2} - \sqrt{\left(\frac{E_c - E_v}{2}\right)^2 + k^2 P^2 + \hbar^2 \frac{k^2}{2m}} \quad (8)$$

$$E_3 = E_4 = E_v + \hbar^2 \frac{k^2}{2m} \quad (9)$$

où la quantité réelle P est définie de la façon suivante :

$$P = -\frac{\hbar^2}{m} \int_{-\infty}^{+\infty} u_j \frac{\partial}{\partial_j} u_s \, dq = \frac{\hbar^2}{m} \int_{-\infty}^{+\infty} u_s \frac{\partial}{\partial_j} u_j \, dq \quad (10)$$

avec $j = x, y$ ou z et $dq = dx \, dy \, dz$

E_1 représente l'énergie des électrons de la bande de conduction E_2, E_3, E_4 représentent les énergies des électrons dans les trois vallées de la bande de valence.

En prenant l'origine des énergies au sommet de la bande de valen-

ce, et en introduisant la largeur de la bande interdite E_g (en $k = 0$) les relations (7), (8), (9) deviennent :

$$E_1 = \frac{E_g}{2} + \sqrt{\left(\frac{E_g}{2}\right)^2 + k^2 P^2} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (7')$$

$$E_2 = \frac{E_g}{2} - \sqrt{\left(\frac{E_g}{2}\right)^2 + k^2 P^2} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (8')$$

$$E_3 = E_4 = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (9')$$

A partir de (7'), (8'), (9'), il est possible de calculer la masse effective des électrons et la comparer à celle fournie par des expériences de résonance cyclotron. Cette comparaison indique qu'il faut développer davantage la théorie, en tenant compte en particulier du couplage spin-orbite, ainsi qu'en effectuant un calcul de perturbation à un ordre plus élevé pour les bandes de valence. Si l'on tient compte du couplage spin-orbite, l'équation de Schrödinger s'écrit maintenant [24] :

$$\left\{ \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\vec{r}) - \xi(\vec{r}) \vec{L} \vec{s} \right\} \phi(\vec{r}) = E \phi(\vec{r}) \quad (11)$$

et en ne retenant que l'action sur $u_{\vec{k}}(\vec{r})$, on obtient :

$$\left\{ \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \frac{\hbar^2}{m} i \vec{k} \vec{\nabla} - \xi(\vec{r}) \vec{L} \vec{s} + V(\vec{r}) \right\} u_{\vec{k}} = E'_{\vec{k}} u_{\vec{k}} \quad (12)$$

La solution de (12) conduit à l'équation suivante en E' :

$$(E' - E_p + \frac{2\Delta}{3}) (E' - E_p - \frac{\Delta}{3}) (E' - E_s) - k^2 P^2 (E' - E_p + \frac{\Delta}{3}) = 0 \quad (13)$$

$$E' = 0 \quad (14)$$

avec $E_p = E_v - \frac{\Delta}{3}$ $E_s = E_v + E_g$ et $\Delta = \frac{3}{2} \int u_z^2 \xi(r) dq$

Si l'on choisit comme précédemment l'origine des énergies au sommet de la bande de valence (cf (9')), on obtient :

$$E' (E' - E_g) (E' + \Delta) - k^2 P^2 (E' + \frac{2\Delta}{3}) = 0 \quad (13')$$

Si l'on suppose $\Delta \gg E_g$ et $k P$, l'équation (13') devient :

$$E'(E' - E_g)\Delta - \frac{2}{3} k^2 P^2 E_g \Delta = 0 \quad (15)$$

Les valeurs numériques de E_g et de Δ sont respectivement 0,23 eV et 0,9 eV. L'énergie pour les électrons de la bande de conduction s'écrit alors :

$$E' = \frac{E_g + (E_g^2 + \frac{8}{3} P^2 k^2)^{1/2}}{2} \quad (16)$$

Soit

$$E_c = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{E_g + E_g (1 + \frac{8}{3} \frac{P^2 k^2}{E_g^2})^{1/2}}{2} \quad (16')$$

Cette équation (16') montre clairement la nature non parabolique de la bande de conduction.

En développant cette expression au premier ordre, on obtient :

$$E_c = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + E_g + \frac{2}{3} \frac{P^2}{E_g} k^2 \quad (17)$$

L'expression (17) peut encore s'écrire, en introduisant la quantité de mouvement p :

$$E_c = E_g + \frac{p^2}{2m} + \frac{2}{3} \frac{P^2}{E_g} \frac{p^2}{\hbar^2} \quad (17')$$

A partir de (17'), il est possible de déterminer la masse effective des électrons de conduction.

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{m} + \frac{4}{3} \frac{P^2}{\hbar^2 E_g^2} \quad (18)$$

$$= \frac{\partial^2 E_c}{\partial p_x^2}$$

Ou encore :

$$\frac{m^*}{1 - \frac{m^*}{m}} = \frac{3}{4} \frac{\hbar^2 E_g}{P^2} \quad (19)$$

La masse effective étant très faible ($\frac{m^*}{m} \sim 0,01$)

$$\text{On peut prendre } m^* \sim \frac{3}{4} \hbar^2 \frac{E_g}{P^2} \quad (19')$$

Grâce à cette valeur, on peut développer (16') au second ordre :

$$E_c = E_g + \frac{P^2}{2} \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{m^*} \right) - \frac{4}{9} \frac{P^4}{\hbar^4 E_g^3} P^4$$

$$E_c \sim E_g + \frac{P^2}{2m^*} - \frac{P^4}{4m^{*2} E_g} \quad (20)$$

2 - Calcul de J ($\omega_1 - \omega_2$)

La vitesse \vec{V} des électrons dans la bande de conduction est donnée par :

$$\vec{V} = \frac{\partial E_c}{\partial \vec{p}} = \frac{\vec{p}}{m} - \frac{\vec{p}^3}{m^{*2} E_g} \quad (21)$$

Suivant PARANJAPÉ et LAW (11), et compte tenu du fait que l'on peut assimiler le champ effectif au champ macroscopique {26}, le mouvement des électrons dans la bande de conduction est décrit selon le modèle du fluide simple :

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{p}}{dt} = -\frac{\vec{p}}{\tau} + e \{ \vec{E}_0 + \vec{E}_1 \exp(i \omega_1 t) + \vec{E}_1^* \exp(-i \omega_1 t) \\ + \vec{E}_2 \exp(i \omega_2 t) + \vec{E}_2^* \exp(-i \omega_2 t) \} \quad (22) \end{aligned}$$

Où e est la charge de l'électron, \vec{E}_0 , le champ électrique continu, \vec{E}_1 et \vec{E}_2 les champs électriques produits par les klystrons de fréquence $F_1 = \frac{\omega_1}{2\pi}$ et $F_2 = \frac{\omega_2}{2\pi}$

En supposant que τ , temps moyen de relaxation, est constant et que ω_1 et $\omega_2 \gg \frac{1}{\tau}$, on obtient pour la solution de (22) qui correspond à $t \gg \tau$,

$$\vec{p} \sim e \vec{E}_0 \tau + e \left\{ \frac{\vec{E}_1}{i\omega_1} \exp(i\omega_1 t) - \frac{\vec{E}_1^*}{i\omega_1} \exp(-i\omega_1 t) + \frac{\vec{E}_2}{i\omega_2} \exp(i\omega_2 t) - \frac{\vec{E}_2^*}{i\omega_2} \exp(-i\omega_2 t) \right\} \quad (23)$$

D'où en remplaçant \vec{p} par cette valeur dans (21), on obtient une expression de la vitesse \vec{V} qui se présente sous la forme d'une série de termes de différentes fréquences ; en particulier :

$$\vec{V}_{\omega_1 - \omega_2} = - \frac{6e^2 \vec{E}_1 \vec{E}_2^*}{m^* E_g \omega_1 \omega_2} \vec{E}_0 \mu \exp\{i(\omega_1 - \omega_2)t\} \quad (24)$$

avec $\mu = \frac{e\tau}{m^*}$

Pour en déduire la densité de courant $J(\omega_1 - \omega_2)$, il suffit de multiplier (24) par ne , densité de charge, et comme les champs $\vec{E}_0, \vec{E}_1, \vec{E}_2$ sont parallèles, on peut écrire :

$$J_{\omega_1 - \omega_2} = - \frac{6ne^4 E_1 E_2^*}{m^{*2} E_g \omega_1 \omega_2} \vec{E}_0 \exp\{i(\omega_1 - \omega_2)t\} \quad (25)$$

Ce qui est le résultat donné par PARANJAFE et LAW [11]. Une première remarque que l'on peut formuler, est que $J(\omega_1 - \omega_2)$ s'annule en même temps que E_0 ; expérimentalement nous avons vu que ce n'était pas le cas pour $E_0 = 0$.

En négligeant ce point, on constate sur les figures 25 et 27 que la formule (25) rend compte de l'allure des phénomènes expérimentaux tant que l'intensité du champ continu appliqué reste très faible.

Afin d'essayer de rendre compte du comportement fortement non linéaire de $J(\omega_1 - \omega_2)$, observé sur le cristal 1, nous avons poussé le développement de (16') jusqu'à l'ordre trois :

$$E_c = E_g + \frac{2}{3} \frac{P^2}{\hbar^2 E_g} p^2 - \frac{4}{9} \frac{P^4}{\hbar^4 E_g^3} p^4 + \frac{16}{27} \frac{P^6}{E_g^5} \frac{p^6}{\hbar^6} \quad (26)$$

En utilisant (19'), on obtient :

$$V = \frac{p}{m^*} - \frac{1}{m^{*2} E_g} p^3 + \frac{3}{2} \frac{1}{m^{*3} E_g^2} p^5 \quad (27)$$

En reportant (23) dans (27), on aboutit, tous calculs effectués, à l'expression suivante :

$$V_{\omega_1 - \omega_2} = \left\{ - \frac{1}{m^{*2} E_g} \left\{ 6 e^3 \frac{E_1 E_2^*}{\omega_1 \omega_2} \tau E_o \right\} + \frac{3}{2} \frac{1}{m^{*3} E_g^2} \left\{ 20 e^5 E_o^3 \tau^3 \frac{E_1 E_2^*}{\omega_1 \omega_2} \right. \right. \\ \left. \left. + 60 e^5 E_o \tau \frac{E_1^2 E_1^* E_2^*}{\omega_1^3 \omega_2} + 60 e^5 E_o \tau \frac{E_1 E_2 E_2^{*2}}{\omega_1 \omega_2^3} \right\} \right\} \exp \{ i(\omega_1 - \omega_2) t \} \quad (28)$$

$$V_{\omega_1 - \omega_2} = \frac{6}{m^{*2} E_g} e^3 \frac{E_1 E_2^*}{\omega_1 \omega_2} \tau \left\{ - E_o + 15 \frac{e^2}{m^* E_g} \left(\frac{E_1 E_1^*}{\omega_1^2} + \frac{E_2 E_2^*}{\omega_2^2} \right) E_o \right. \\ \left. + 5 \frac{e^2 \tau^2}{m^* E_g} E_o^3 \right\} \exp \{ i(\omega_1 - \omega_2) t \} \quad (28')$$

Avec les champs utilisés, l'expression $\frac{15e^2}{m^* E_g} \left(\frac{E_1 E_1^*}{\omega_1^2} + \frac{E_2 E_2^*}{\omega_2^2} \right) E_o$ dont la

valeur numérique est de quelques 10^{-3} , peut être négligée.

L'équation (28'), donne alors :

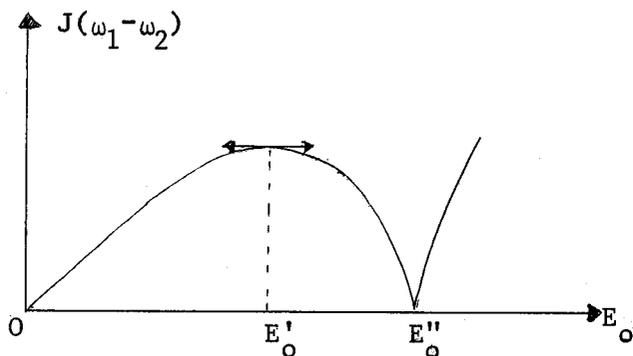
$$J_{\omega_1 - \omega_2} = - \frac{6 n e^4 E_1 E_2^*}{m^{*2} E_g \omega_1 \omega_2} \tau \left\{ E_o - 5 \frac{e^2 \tau^2}{m^* E_g} E_o^3 \right\} \exp i (\omega_1 - \omega_2) t \quad (29)$$

Expérimentalement, nous mesurons $|J(\omega_1 - \omega_2)|$, c'est-à-dire, pour une température constante, une quantité de la forme :

$$|J(\omega_1 - \omega_2)| = A |E_o - \alpha E_o^3| \quad (30)$$

Où Le coefficient $\alpha = \frac{5e^2 \tau^2}{m^* E_g}$ est très petit devant l'unité.

A partir de (30), il est possible d'interpréter la forme de $|J(\omega_1 - \omega_2)|$, obtenue avec le cristal n° 1 et pour différentes températures.



La figure 30 reproduit la courbe représentative de $|J(\omega_1 - \omega_2)|$ en fonction de E_0 . La forme de celle-ci s'explique facilement par l'influence du terme en αE_0^3 qui ne devient important que pour des valeurs suffisantes de E_0 .

Soient E'_0 et E''_0 , les abscisses respectivement, du maximum et du

Figure 30
point de rebroussement. Il est facile de montrer, à l'aide de (29) que :

$$E'_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{m^*} E_g}{\sqrt{5} e \tau} \quad E''_0 = \frac{\sqrt{m^*} E_g}{\sqrt{5} e \tau} \quad \frac{E''_0}{E'_0} = \sqrt{3}$$

Nous avons dans le tableau VI, rapporté les valeurs des différents rapports expérimentaux $\frac{E''_0}{E'_0}$ obtenus à différentes températures.

TABLEAU VI

$T^\circ K$	E'_0 V/cm	E''_0 V/cm	$\frac{E''_0}{E'_0}$
70	1,8	2,9	1,61
60	3,2	5	1,56
50	4	6,5	1,62
32	3,2	8	2,5

Pour les trois premières températures, nous constatons un assez bon accord avec la valeur théorique $\sqrt{3}$..

Pour les températures 70, 60, 50°K, nous avons déterminé les valeurs de α , à partir du point de rebroussement. Sur un même graphique, nous avons porté en trait plein $|J(\omega_1 - \omega_2)|$ et en pointillé $y = |E_0 - \alpha E_0^3|$, de façon à comparer les deux courbes (figures 31, 32, 33). On constate ainsi que le modèle théorique rend assez bien compte de l'évolution de la densité de courant en fonction du champ électrique continu E_0 , dans le domaine de températures comprises entre 70°K et 50°K.

A partir des valeurs α déterminées expérimentalement et en utilisant $m^* = 0,012 m$, $E_g = 0,2$ eV, {27} nous avons calculé la valeur du temps de relaxation τ , pour les trois températures 70, 60 et 50°K, consignées dans le tableau VII.

TABLEAU VII

T °K	τ en 10^{-10} s
70	1,8
60	1
50	0,8

Expérimentalement, il serait facile de détecter un changement de Π dans la phase de $J(\omega_1 - \omega_2)$ au passage en E''_0 ; mais nous nous sommes intéressés uniquement aux amplitudes.

FIG 31

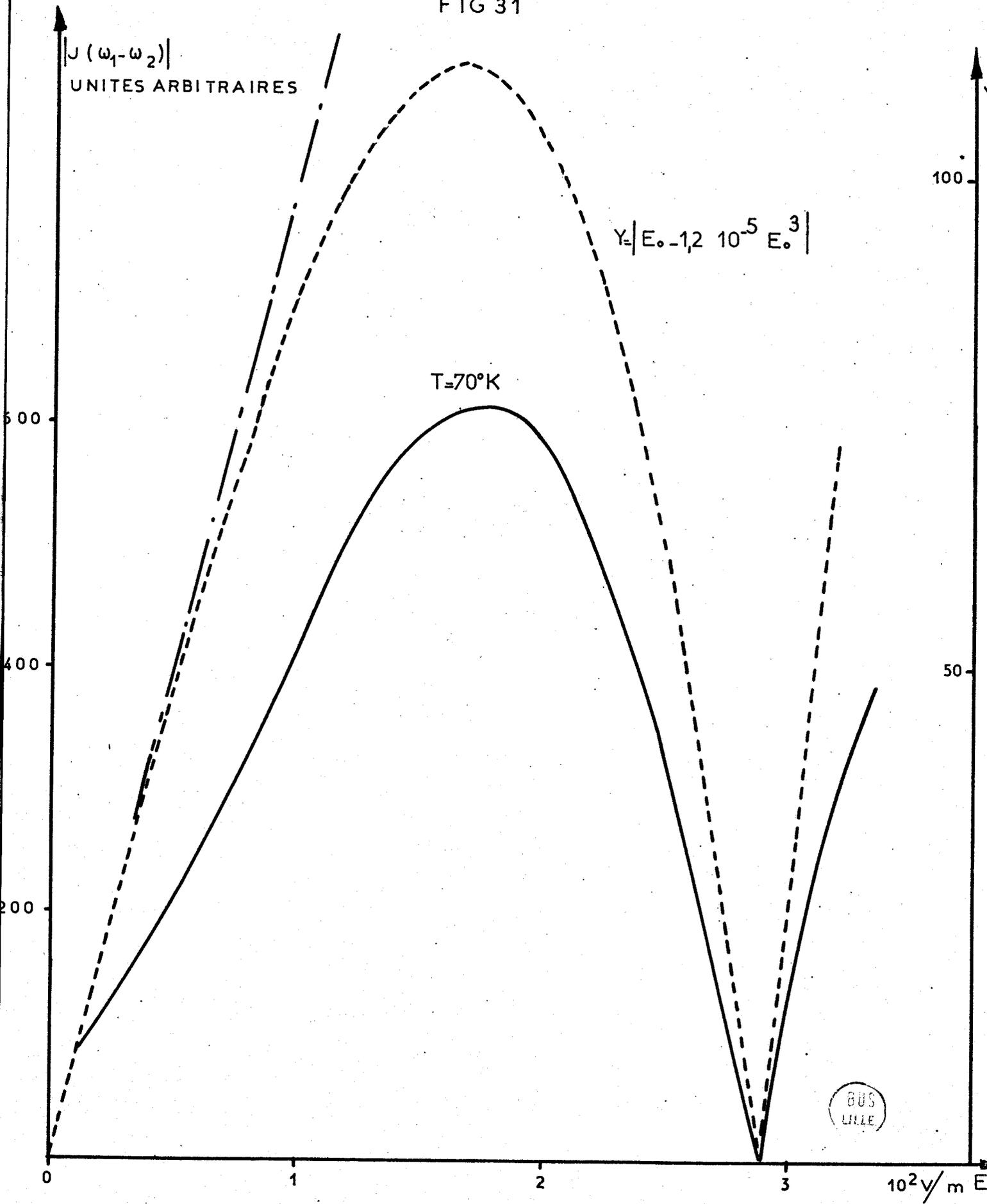


FIG. 32.

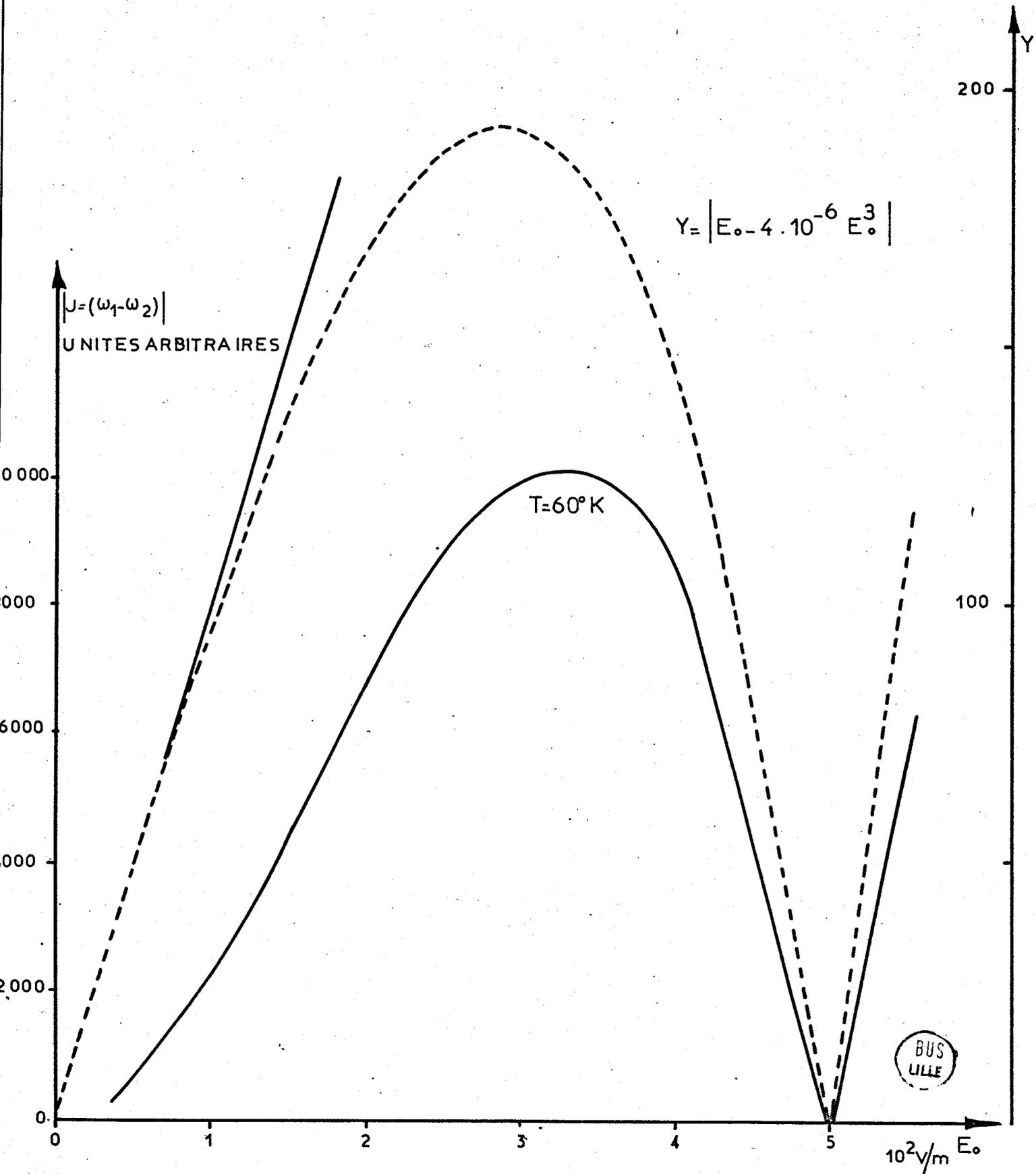
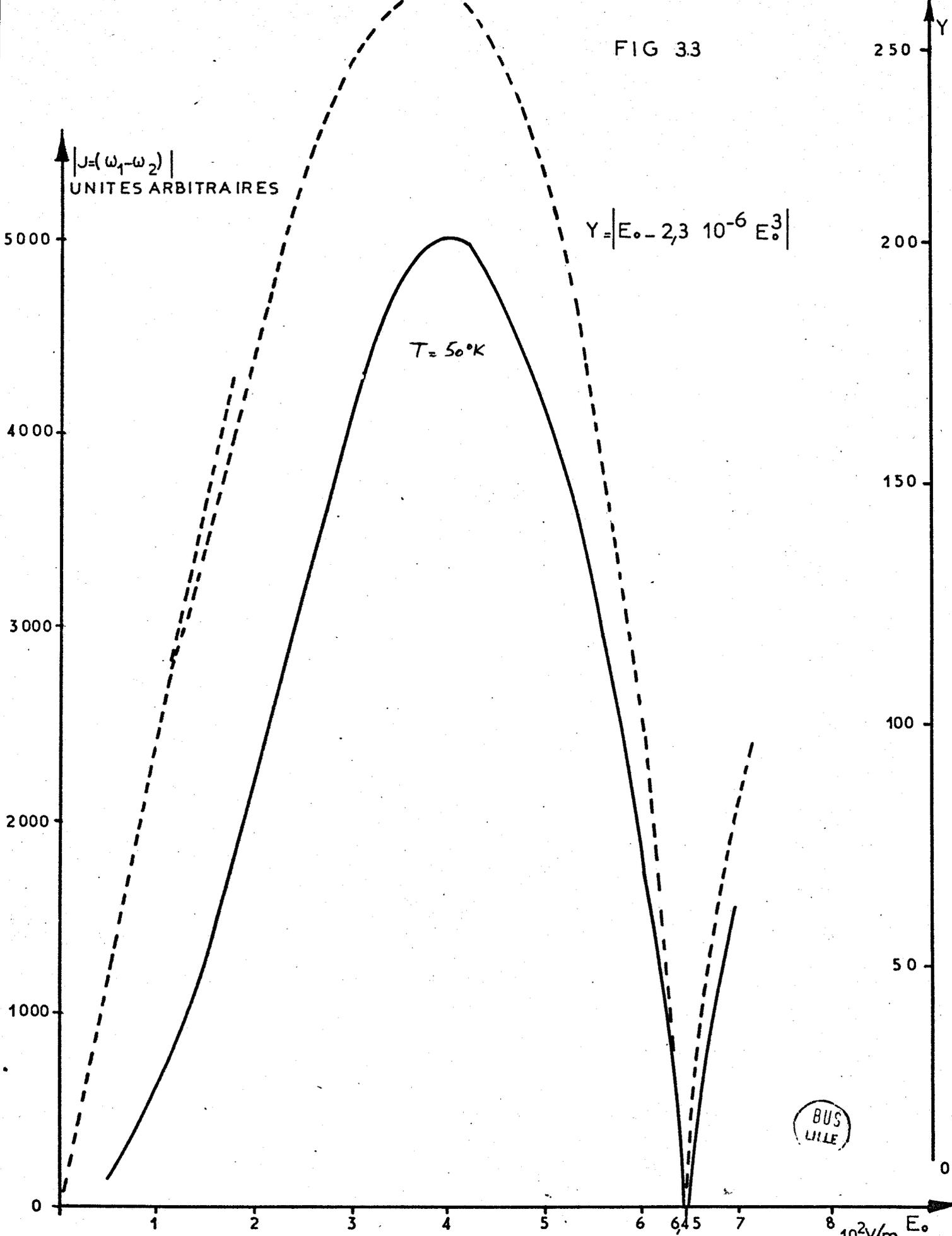


FIG 33



CONCLUSION

Nous avons donc étudié exclusivement le mélange basse fréquence $F_1 - F_2$ de deux ondes de fréquences proches l'une de l'autre. A l'aide du modèle du fluide simple et en utilisant la non parabolicité de la bande de conduction, il est possible d'expliquer les phénomènes observés dans le domaine de température 70-50°K. Au delà, le modèle théorique ne convient plus. Les conditions assurant la validité de l'équation (23) ne sont plus remplies : en effet, le temps de relaxation devient de l'ordre de grandeur de la période du champ alternatif.

Expérimentalement, nous pensons avoir détecté des harmoniques correspondant à $m = n = 6$, aux alentours de 6°K, mais dans ce domaine, il faut être très prudent {28}.

ANNEXE

Le cristal est un parallélépipède rectangle de dimensions

$$0 < x < a$$

$$0 < y < b$$

$$0 < z < c$$

Par effet Joule ou par tout autre moyen, un apport de chaleur se fait en tout point du cristal. Nous le caractériserons par une fonction $A(x, y, z, t)$ qui a les dimensions d'une quantité de chaleur par unité de volume et par unité de temps.

Pour simplifier, nous supposerons de plus que A possède les propriétés suivantes :

$$A(x, y, z, t) = 0 \text{ pour } t < 0$$

$$A(x, y, z, t) = A_0 = \text{Cte pour } t > 0$$

et que la surface est maintenue à une température constante.

En utilisant des fonctions de Green pour résoudre l'équation de conduction :

$$\Delta^2 T = \frac{1}{k} \frac{\partial T}{\partial t}$$

CARSLAW et JAEGER {20} donnent l'élévation de température en fonction du temps t au point x, y, z .

$$\Delta T = \frac{64}{k\pi^3} KA_0 \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\text{Sin} \left\{ (2l+1)\pi \frac{x}{a} \right\} \text{Sin} \left\{ (2m+1)\pi \frac{y}{b} \right\} \text{Sin} \left\{ (2n+1)\pi \frac{z}{c} \right\}}{(2l+1)(2m+1)(2n+1)} x$$

$$\frac{1 - \exp(-\alpha_{l,m,n} t)}{\alpha_{l,m,n}}$$

$$\alpha_{l,m,n}$$

$$\text{Avec } \alpha_{l,m,n} = K\pi^2 \left\{ \frac{(2l+1)^2}{a^2} + \frac{(2m+1)^2}{b^2} + \frac{(2n+1)^2}{c^2} \right\} = K\pi^2 \alpha'_{lmn}$$

$$K = \frac{k}{\rho\omega}$$

k conductibilité thermique

ω chaleur spécifique

ρ masse spécifique

Au centre de l'échantillon, l'élévation de température est :

$$\Delta T = 64 \frac{A_0}{k\pi^5} \sum_{\ell, m, n} \frac{\sin \frac{(2\ell+1)\pi}{2} \sin \frac{(2m+1)\pi}{2} \sin \frac{(2n+1)\pi}{2}}{(2\ell+1)(2m+1)(2n+1)} \frac{1 - \exp(-\alpha'_{\ell mn} t)}{\alpha'_{\ell mn}}$$

en régime permanent, l'expression devient :

$$\Delta T = 64 \frac{A_0}{k\pi^5} \cdot U \quad \text{avec}$$

$$U = \sum_{\ell, m, n} \frac{\sin \frac{(2\ell+1)\pi}{2} \sin \frac{(2m+1)\pi}{2} \sin \frac{(2n+1)\pi}{2}}{(2\ell+1)(2m+1)(2n+1)} \frac{1}{\alpha'_{\ell mn}}$$

Cristal n° 1

Avec $a = b \sim \frac{c}{10} = 1 \text{ mm}$, nous obtenons :

$$U = \frac{1}{c} \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} = 3,5 \cdot 10^{-3} = 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}$$

$$A_0 = 10^2 \text{ W} \cdot \text{cm}^{-3} \quad (\text{W puissance dissipée})$$

$$\text{Soit } \Delta T = 7 \cdot 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{k}}$$

Cristal n° 2

Avec $a = b = c \sim 0,5 \text{ cm}$

$$U = \frac{1}{c} \times 0,27 = 4 \times 0,27 \text{ cm}^{-2}$$

$$A_0 = 8 \cdot \text{W} \text{ cm}^{-3}$$

Nous obtenons $\Delta T = 1,8 \frac{\text{W}}{\text{k}}$

BIBLIOGRAPHIE

-:-:-:-

- {1} VANDE VYVER - ROUBEAU - ALBANY
Revue de physique appliquée - Mars 66. P. 25
- {2} DENIS - ROUBEAU
Revue de Physique appliquée Mars 66. P. 23
- {3} LAURIAT- PERIO
Revue de Physique appliquée Juin 68. P. 185
- {4} R. GARWIN
Revue Sc. INSTR. Vol. 27 n° 10 Octobre 56. P. 826
- {5} PROPERTIES OF MATERIALS AT LOW TEMPERATURE
(Phase 1) PERGAMON PRESS. 1961.
- {6} CRYOGENIC TECHNOLOGY P. 230
EDITOR R. W. VANCE
- {7} Electronique industrielle Juin 1969. P. 418
- {8} PATEL - SLUSHER - FLEURY
PHYS. REV. LETTERS Vol. 17. n° 19. P. 1011 Nov. 66.
- {9} LAX - ZAWADZKY - WEILER
PHYS. REV. LETTERS Vol. 18 n° 12 P. 462 Mars 67.
- {10} WOLF - PEARSON
PHYS. REV. LETTERS Vol. 17 n° 19 P. 1015 Nov. 66.
- {11} PARANJAPE - LAW
PHYSICS LETTERS 25 A n° 2 P. 146 Juillet 67.
- {12} SODHA - KAW
JOURNAL OF THE PHYSICAL SOCIETY OF JAPAN
Vol. 21 n° 12 Décembre 66. P. 2684
- {13} PUTLEY . PIEEE Vol. 51 novembre 63 P. 1412
- {14} ROLLIN . PROC. PHYS. SOC. (LONDON) 77. 1961. P. 1102

- {15} ARAMS - ALLEN - PEYTON - SARD.
PIEEE Vol. 54 n° 4. Avril 66 P. 612
- {16} M. VILLAEYS
DEA LILLE 66
- {17} DUBRULLE
Thèse 3ème cycle LILLE 66
- {18} GLORIEUX
DEA LILLE 69
- {19} M.J. CONTE
Thèse 3ème cycle. TOULOUSE 64
- {20} CARSLAW - JAEGER
CONDUCTION OF HEAT IN SOLIDS. OXFORD 62 P. 362
- {21} MIELCZAREK
PHYS. REV. 115 n° 4 P. 888 Août 59.
- {22} LE HIR
Thèse PARIS 66
- {23} SHOCKLEY
PHYS. REV. 78. P. 173 1950
- {24} SHYH WANG
SOLID STATE ELECTRONICS P. 659 Mc. GRAW HILL
- {25} KANE
J. PHYS. CHEM. SOLIDS Vol. 1 P. 249 PERGAMON PRESS 1957.
- {26} BLOEMBERGEN
NON LINEAR OPTICS P. 31 BENJAMIN 1965.
- {27} SHYH WANG
SOLID STATE ELECTRONICS P. 186.
- {28} DELDALLE
DEA LILLE 67.

