

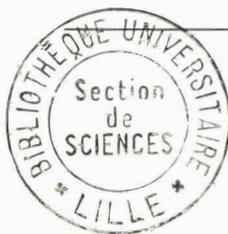
UNIVERSITÉ DE LILLE

FACULTÉ DES SCIENCES

THÈSE DE 3^e CYCLE

MENTION PHYSIQUE DU SOLIDE

Contribution à l'étude théorique
de la limite élastique
des solutions solides



Membres du Jury	M. TILLIEU	Président
	M. SAADA	Rapporteur
	M. BILLARD	Examineur
	M. FRIEDEL	Invité

Présentée à Lille, le 8 Avril 1970

par

Nicole DOUKHAN

UNIVERSITE DE LILLE

FACULTE DES SCIENCES

DOYENS HONORAIRES

MM. H. LEFEBVRE, M. PARREAU

PROFESSEURS HONORAIRES

MM. ARNOULT, BEGHIN, BROCHARD, CAU, CHAPPELON, CHAUDRON, DEHEUVELS, DEHORNE, DOLLE, FLEURY, P. GERMAIN, KAMPE DE FERIET, KOURGANOFF, LAMOTTE, LELONG, Mme LELONG, MM. MAZET, MICHEL, NORMANT, PARISELLE, PASCAL, PAUTHENIER, ROIG, ROSEAU, ROUBINE, ROUELLE, WIEMAN, ZAMANSKY, CORDONNIER.

PROFESSEURS TITULAIRES

M. BACCHUS Pierre	Astronomie et Calcul Numérique
M. BEAUFILS Jean Pierre	Chimie Générale
M. BLOCH Vincent	Psychophysiologie
M. BONNEMAN Pierre	Chimie Industrielle
M. BONTE Antoine	Géologie Appliquée
M. BOUGHON Pierre	Mathématiques
M. BOURIQUET Robert	Biologie Végétale
M. CORSIN Pierre	Paléobotanique
M. DECUYER Marcel	Mathématiques
M. DEFRETIN René (Doyen)	Directeur du Laboratoire de Biologie Maritime de Wimereux
M. DELATTRE Charles	Géologie Générale
M. DURCHON Maurice	Biologie Animale
M. FOURET René	Physique
M. GABILLARD Robert	Electronique
M. GLACET Charles	Chimie Organique
M. GONTIER Gérard	Mécanique des Fluides
M. HEUBEL Joseph	Chimie Minérale
M. MONTREUIL Jean	Chimie Biologique
M. PHAM MAU QUAN	Mathématiques
Mme SCHWARTZ Marie Hélène	Mathématiques
M. TILLIEU Jacques	Physique
M. TRIDOT Gabriel	Chimie Minérale Appliquée E.N.S.C.L.
M. VIDAL Pierre	Automatique
M. VIVIER Emile	Biologie Animale
M. WATERLOT Gérard	Géologie et Minéralogie
M. WERTHEIMER Raymond	Physique

PROFESSEURS A TITRE PERSONNEL

M. BENABOU Jean	Mathématiques
M. LUCQUIN Michel	Chimie Physique
M. PARREAU Michel	Mathématiques
M. SAVARD Jean	Chimie Générale
M. SCHALLER François	Biologie Animale
M. SCHILTZ René	Physique
M. LEBRUN André	E.E.A.

.../...

PROFESSEURS SANS CHAIRE

M. BELLET Jean	Physique
M. BODART Marcel	Biologie Végétale
M. BOUISSET Simon	Physiologie Animale
M. BUI TRONG LIEU	Mathématiques
M. CELET Paul	Géologie Générale
M. CONSTANT Eugène	Electronique
M. DELHAYE Michel	Chimie Physique et Minérale 1er Cycle
M. DERCOURT Jean Michel	Géologie et Minéralogie
M. DEVRAINE Pierre	Chimie Minérale
M. GUILLAUME Jean	Biologie Végétale
Mme LENOBLE Jacqueline	Physique
M. LINDER Robert	Biologie Végétale
Mle MARQUET Simone	Mathématiques
M. MONTARIOL Frédéric	Chimie Minérale Appliquée
M. PROUVOST Jean	Géologie et Minéralogie
M. VAILLANT Jean	Mathématiques

PROFESSEUR ASSOCIE

M. DEDECKER Paul	Mathématiques
------------------	---------------

MAITRES DE CONFERENCES

M. AUBIN Thierry	Mathématiques Pures
M. BEGUIN Paul	Mécanique des Fluides
M. BILLARD Jean	Physique
M. BKOUCHE Rudolphe	Mathématiques
M. BOILLET Pierre	Physique
M. BOILLY Bénoni	Biologie Animale
M. BONNOT Ernest	Biologie Végétale
M. CAPURON Alfred	Biologie Animale
M. CARREZ Christian	Calcul Numérique
M. CORTOIS Jean	Physique
M. COULON Jean	Electrotechnique
Mme DRAN Raymonde	Chimie Organique
M. DRIEUX Baudoin	Calcul Numérique
M. GOUDMAND Pierre	Chimie Physique
M. GRUSON Laurent	Mathématiques
M. GUILBAULT Pierre	Physiologie Animale
M. HUARD DE LA MARRE Pierre	Calcul Numérique
M. JOLY	Biologie Animale
Mle KOSMANN Yvette	Mathématiques
M. LABLACHE COMBIER Alain	Chimie Générale
M. LACOSTE Louis	Biologie Végétale
M. LANDAIS Jean	Chimie Organique
M. LAURENT François	Automatique
M. LEHMANN Daniel	Mathématiques
Mme LEHMANN Josiane	Mathématiques
M. LOUCHEUX Claude	Chimie Physique
M. MAES Serge	Physique
M. MAIZIERES Christian	Automatique
M. MESSELYN Jean	Physique
M. MONSIGNY Michel	Chimie Biologique

.../...

M. MONTEL Marc	Physique
M. PANET Marius	Electrotechnique
M. PONSOLLE	Chimie
M? PARSY Fernand	Mécanique des Fluides
M. ROUSSEAU Jean Paul	Physiologie Animale
M. SAADA Georges	Electronique
M. RACZY	Radioélectrique
M. SALMER Georges	Electronique
M. SMET Pierre	Physique
Mme ZINN JUSTIN Nicole	Mathématiques
M. ROY Jean Claude	Psychophysiologie

A mes parents

A mon mari

Ce travail a été effectué au laboratoire de Défauts dans les Cristaux de la Faculté des Sciences de Lille sous la direction de Monsieur le Professeur SAADA, à qui je tiens à exprimer toute ma gratitude.

Je remercie Monsieur le Professeur TILLIEU qui a bien voulu me faire l'honneur de présider le Jury et Monsieur le Professeur BILLARD qui a accepté d'en être membre.

Mes vifs remerciements vont également à Monsieur le Professeur FRIEDEL qui m'a fait l'honneur de se joindre au Jury pour juger mon travail.

Je remercie Madame REMY qui s'est chargée de la réalisation des calculs numériques au laboratoire de Calcul de la Faculté des Sciences de Lille.

Je ne saurais oublier toute l'équipe du laboratoire dont l'amitié m'a aidée à mener à bien ce travail.

INTRODUCTION

CHAPITRE 1 . INTERACTION D'UNE DISLOCATION PARFAITE AVEC UNE IMPURETE

- 1 . 1 - LE MODELE ELASTIQUE DE L'EFFET DE TAILLE
- 1 . 2 - ANALYSE DU FRANCHISSEMENT D'UN OBSTACLE
 - 1 . 2 . 1 - Position du problème
 - 1 . 2 . 2 - Le modèle de Tchernov-Indenbom
 - 1 . 2 . 3 - Approximation de la force concentrée
 - 1 . 2 . 4 - Le modèle de Friedel
 - 1 . 2 . 5 - Comparaison des deux modèles. Limite élastique d'un alliage dilué
- 1 . 3 - CAS DE LA DISLOCATION VIS.

CHAPITRE 2 . INTERACTION D'UNE DISLOCATION DISSOCIEE AVEC UNE IMPURETE

- 2 . 1 - CALCUL DE L'ENERGIE ELASTIQUE D'INTERACTION
- 2 . 2 - ENERGIE DE LIAISON DISLOCATION DISSOCIEE-IMPURETE
- 2 . 3 - APPLICATION A L'ETUDE DU VIEILLISSEMENT.

CHAPITRE 3 . COMPORTEMENT D'UNE DISLOCATION DISSOCIEE SOUS L'ACTION D'UNE CONTRAINTE EXTERIEURE

- 3 . 1 - CONFIGURATION D'EQUILIBRE D'UNE DISLOCATION DISSOCIEE EN PRESENCE D'IMPURETES
- 3 . 2 - ACTION D'UNE CONTRAINTE EXTERIEURE SUR UNE DISLOCATION DISSOCIEE
 - 3 . 2 . 1 - Bilan des forces
 - 3 . 2 . 2 - Etude du cas particulier $\sigma_{yz} = 0$
 - 3 . 2 . 3 - Cas d'une contrainte appliquée quelconque
 - 3 . 2 . 4 - Evaluation de la limite élastique σ_0 à 0°K.

CHAPITRE 4 . COMPARAISON AVEC L'EXPERIENCE

- 4 . 1 - POSITION DU PROBLEME
- 4 . 2 - RESULTATS EXPERIMENTAUX
 - 4 . 2 . 1 - Linéarité
 - 4 . 2 . 2 - Comparaison des pentes des droites $\sigma(c)$

CONCLUSION

ANNEXE I . Tableau des facteurs de taille

ANNEXE II . Champ de contrainte dû à un centre de dilatation

ANNEXE III. Evaluation de la force concentrée.

BIBLIOGRAPHIE

INTRODUCTION

D'une manière assez générale, la limite élastique et le durcissement d'une solution solide diluée et complètement désordonnée augmentent avec la concentration en atomes de soluté dissous. On interprète actuellement ce phénomène par l'interaction des dislocations avec les atomes de soluté. Malgré l'âge vénérable de la métallurgie cette interprétation est récente et, il y a cinquante ans à peine, Rosenhain [1] [2] disait simplement que les atomes de soluté "rendent les plans de glissement du cristal plus rugueux".

L'étude des réarrangements électroniques et ioniques qui accompagnent l'introduction d'un atome étranger dans un cristal devrait permettre, en principe, de calculer l'énergie d'interaction dislocation-impureté. Cependant, l'état actuel de nos connaissances étant insuffisant pour résoudre ce problème, on divise artificiellement l'interaction totale en plusieurs contributions : effets élastique, électrique et électrochimique. Dans le cas des métaux, ce sont les interactions élastiques et électrochimiques qui sont prépondérantes, sauf cas très exceptionnels. Nous ne parlerons donc pas de l'effet électrique dans cette étude.

L'interaction élastique s'étudie en admettant que la matrice et l'atome de soluté sont des milieux élastiques, continus, isotropes et homogènes. On pratique alors dans la matrice un trou sphérique de volume V_m représentant l'atome de solvant et on y insère une sphère de soluté de volume V_i représentant l'atome d'impureté, puis on recolle le tout sans laisser de vide. On a ainsi un problème à symétrie sphérique, que l'on simplifie en distinguant deux effets :

- l'effet de taille, lorsque les constantes élastiques μ_m et μ_i de la matrice et du soluté sont égales, mais les volumes V_m et V_i sont différents.
- l'effet de module lorsque $V_m = V_i$ mais μ_m et μ_i sont différents.

Ces deux effets sont caractérisés par des énergies élastiques d'interaction entre une dislocation et un atome de soluté ; le plus souvent, l'énergie d'interaction de l'effet de taille est plus importante que celle de l'effet de module.

D'autre part, l'interaction électrochimique est due essentiellement à l'existence des fautes d'empilement qui interagissent avec les atomes de soluté. Suzuki a, le premier, étudié ce phénomène dans les structures cubiques à faces centrées, en considérant la faute d'empilement comme une petite phase hexagonale

dans la matrice C.F.C. [3] [4]. Le potentiel chimique des atomes de soluté est différent dans les deux phases ce qui entraîne une ségrégation de ces atomes d'une phase vers l'autre. Cette ségrégation est rapide car elle concerne les atomes de soluté les plus proches de la faute, ce qui permet de séparer cet effet de l'effet élastique dans l'étude du vieillissement.

En réalité le problème est plus compliqué et il s'agit d'une interaction électronique plutôt que chimique. En s'appuyant sur le modèle de l'interaction de paire et sur la théorie des pseudopotentiels dans un cristal, on peut calculer, dans une approximation grossière mais sans doute qualitativement correcte, l'énergie d'interaction entre un défaut plan et un atome de soluté [5] [6]. On suppose que cet atome est équivalent à une charge ponctuelle Ze , Z étant égal à la valence électronique de l'atome. On trouve alors une énergie d'interaction oscillante en fonction de la distance atome de soluté - défaut plan, mais gardant une valeur appréciable jusqu'à une dizaine de plans atomiques de la faute environ. Le premier minimum de l'énergie se trouve sur le défaut ou dans les plans plus proches voisins. La ségrégation est donc quand même rapide comme le prévoyait Suzuki.

Nous limiterons notre étude au cas des alliages substitutionnels dilués, de structure cubique à faces centrées et nous ne tiendrons compte que de l'effet de taille. Nous supposons toujours que les atomes de soluté sont initialement répartis au hasard dans la matrice. Nous nous intéresserons en outre essentiellement au cas des dislocations dissociées.

Nous rappellerons d'abord, dans le premier chapitre, l'action d'une impureté (atome de soluté) sur une dislocation parfaite en nous appuyant sur deux modèles :

a) le modèle de Tchernov - Indenbom [7]. Nous l'appliquerons dans le cadre de l'approximation de la "force concentrée" pour en déduire la limite élastique et nous ferons une place particulière au cas de la dislocation presque vis dont l'énergie d'interaction avec une impureté est mal connue.

b) le modèle de Friedel [8] est moins rigoureux (il utilise une forme d'équilibre posée a priori) mais il est mathématiquement plus simple et il se prête bien aux généralisations.

Dans le chapitre 2, nous étudierons l'énergie d'interaction d'une dislocation dissociée avec une impureté caractérisée par son effet de taille et nous en déduirons les lois du vieillissement que nous comparerons à celles déjà obtenues pour des dislocations parfaites.

Dans le chapitre 3, nous nous intéresserons à la limite élastique des alliages contenant des dislocations dissociées. Pour cela, nous généraliserons le modèle de Friedel pour obtenir les paramètres caractérisant les configurations d'équilibre, puis nous étudierons le comportement des dislocations dissociées sous l'action d'une contrainte extérieure.

Enfin, dans le chapitre 4, nous comparerons la limite élastique évaluée pour des dislocations (dissociées ou non) aux résultats expérimentaux.

INTERACTION D'UNE DISLOCATION PARFAITE AVEC UNE IMPURETE

1 . 1 - LE MODELE ELASTIQUE DE L'EFFET DE TAILLE

Ce modèle est maintenant bien établi [9] [10] [11] [12]. Nous en rappellerons simplement les grandes lignes.

Lorsqu'on remplace la sphère de volume V_m par la sphère de volume V_i , on provoque dans tout le cristal supposé infini le champ de déplacement

$$\vec{u} = C \frac{\vec{r}}{r^3} \quad (1.1)$$

et on déduit immédiatement de cette équation les champs de déformation $\vec{\epsilon}$ et de contrainte $\vec{\sigma}$ introduits par le centre de dilatation placé à l'origine des coordonnées. C est une constante d'intégration de l'équation de Navier ; on la détermine en évaluant la variation de volume contenu dans une surface fermée arbitraire Σ_0 contenant l'origine

$$\Delta V^\infty = \iint_{\Sigma_0} \vec{u} \cdot d\vec{s} = 4 \pi C \quad (1.2)$$

Un cristal n'étant jamais infini on peut tenir compte des forces images sur la surface extérieure ; la variation de volume du cristal vaut alors, (les constantes élastiques de la matrice et de l'impureté étant égales)

$$\Delta V = V_i - V_m = \gamma \Delta V^\infty \quad (1.3)$$

avec

$$\gamma = 3 \frac{\lambda+2\mu}{3\lambda+2\mu} = 3 \frac{1-\nu}{1+\nu} \quad (1.4)$$

λ , μ et ν étant respectivement les deux coefficients de Lamé et le coefficient de Poisson de la matrice.

Soit d'autre part une solution solide de métal M_2 contenant des atomes

du métal M_1 avec la concentration c . Si Ω_1 et Ω_2 sont les volumes atomiques de M_1 et M_2 , le volume du cristal sera, s'il y a N atomes

$$V = N \Omega_2 + c N \Delta V \quad (1.5)$$

et le volume atomique moyen V/N sera fonction de la concentration. Dans l'approximation de l'élasticité linéaire, on peut développer $\Omega(c)$ au premier ordre en c :

$$\frac{V}{N} = \Omega(c) = c \Omega_1 + (1-c) \Omega_2 \quad (1.6)$$

et la quantité

$$\eta = \frac{1}{\Omega} \frac{d\Omega}{dc} \approx \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\Omega_1} \approx \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\Omega_2} \quad (1.7)$$

est indépendante de la concentration ; c'est une grandeur intéressante pour caractériser l'effet de taille. On l'appelle "facteur de taille volumique" et on a donc :

$$\Delta V = \Omega_1 - \Omega_2 \approx \eta \Omega_1 \quad (1.8)$$

η est généralement de l'ordre de 30 à 50 % pour les alliages substitutionnels habituels.

On a proposé diverses définitions du facteur de taille [13] [14] qui sont toutes très proches les unes des autres, et nous donnons dans l'annexe I les valeurs numériques des facteurs de taille d'un certain nombre d'alliages de structure C.F.C.

D'autre part, on sait que l'énergie d'interaction de deux défauts A et B vaut :

$$E_{AB}^{int} = \iiint_V \vec{\sigma}^A : \vec{e}^B dV = \iiint_V \vec{\sigma}^B : \vec{e}^A dV \quad (1.9)$$

lorsque A est une dislocation et B une impureté, on a [11]

$$E^{int} = -\frac{1}{3} \eta \Omega \text{Tr} \vec{\sigma}_i^d \quad (1.10)$$

$\vec{\sigma}_i^d$ étant le tenseur des contraintes dû à la dislocation d et évalué au centre de l'impureté i .

Pour une dislocation rectiligne, parallèle à Oz , on a en un point de coordonnées polaires r, ϕ

$$\frac{1}{3} \text{Tr } \vec{\sigma}_i^d = - \frac{\mu b_c}{3\pi} \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\sin\phi}{r} \quad (1.11)$$

b_c étant la composante coin du vecteur de Burgers de la dislocation. On a donc

$$E^{\text{int}} = \frac{\mu b_c}{3\pi} \eta \Omega \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\sin\phi}{r} \quad (1.12)$$

On voit que dans le cadre de cette approximation (effet de taille et dislocation rectiligne) l'interaction d'une dislocation purement vis avec une impureté est nulle.

Pour une dislocation coin, les équipotentiels, $E^{\text{int}} = \text{constante}$, sont des cylindres de révolution tangents à $x o z$ suivant Oz . Les lignes de force sont donc des cercles parallèles à $x o y$ et tangents à $y o z$ selon Oz (figure 1.1).

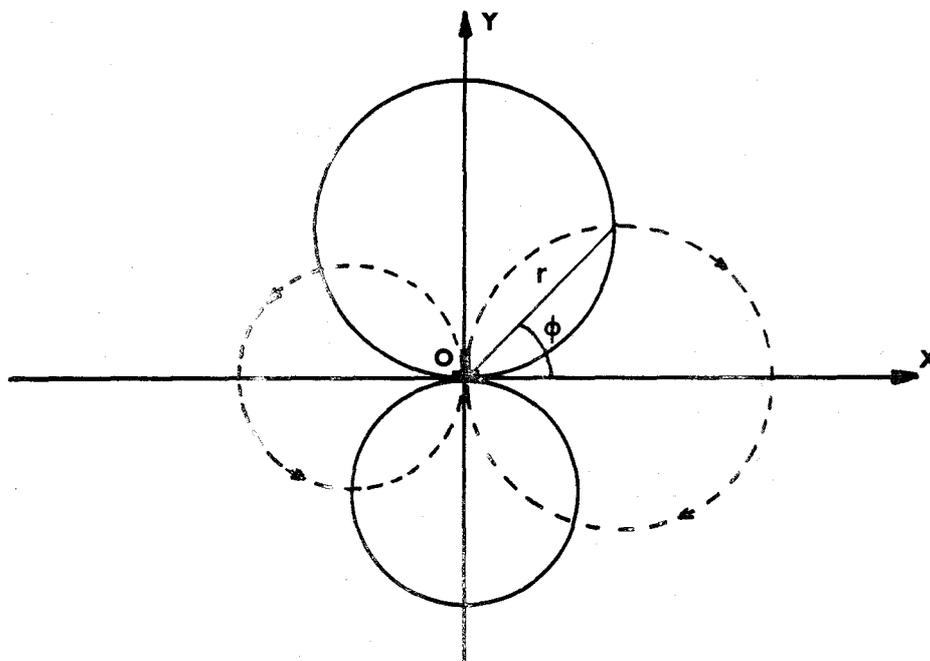


Figure 1.1 - Lignes équipotentiels (trait plein) et lignes de force (trait pointillé) pour l'effet de taille autour d'une dislocation coin (le sens des lignes de force est indiqué pour $\eta > 0$).

En outre, les impuretés qui provoquent une dilatation ($\eta > 0$) sont attirées par les régions dilatées créées par la dislocation, tandis que les impuretés à facteur de taille négatif sont attirées par les régions comprimées.

Notons enfin que les positions les plus stables pour les impuretés (E^{int} minimum) se trouvent dans le plan $y = 0$, à proximité immédiate de la ligne de dislocation. Dans cette région, les lois de l'élasticité linéaire n'étant plus valables, nous remplaçons la formule (1.12) par

$$\left| E^{int} \right|_{\max} = \frac{\mu b_c}{3\pi} \eta \Omega \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{1}{r_0} \quad (1.12')$$

où r_0 est le rayon du coeur de la dislocation. Comme le rayon du coeur n'est pas connu avec précision, qu'il dépend du cristal considéré, de la nature de la dislocation etc, nous le supposons par la suite égal à la distance réticulaire (soit $a\sqrt{3}/3$ pour les plans (111) du réseau C.F.C. de pas a). On définit alors l'énergie de liaison W par $W = \left| E^{int} \right|_{\max}$, l'impureté étant placée en $y_0 = -\frac{a\sqrt{3}}{3}$ si η est positif et en $y_0 = +\frac{a\sqrt{3}}{3}$ si η est négatif. Dans ces conditions, l'énergie de liaison W est une quantité toujours positive

$$W = -\frac{\mu b_c}{3\pi} \eta \Omega \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{1}{y_0} \quad (1.13)$$

W est de l'ordre de quelques dixièmes d'électron-volt. Il existe de nombreuses méthodes de mesures de l'énergie de liaison dislocation-impureté [12]. Citons par exemple les expériences de frottement interne sur différents alliages dilués à base de cuivre [15] [16] dont les résultats sont résumés dans le tableau 1.I. Dans la troisième colonne, nous avons porté les valeurs théoriques de l'énergie de liaison calculées à partir de la relation (1.13).

Les écarts observés s'expliquent, en partie du moins, par le fait que dans le calcul de $W_{théorique}$ nous n'avons tenu compte que de l'effet de taille et négligé tous les autres effets.

TABLEAU 1.1.

Comparaison des valeurs théorique et expérimentale de l'énergie de liaison W

alliage	η	$W_{\text{théorique}}$ en eV	$W_{\text{exp.}}$ en eV [51]
Cu Si	0,06	0,06	$0,16 \pm 0,02$
Cu Ge	0,25	0,24	$0,22 \pm 0,05$
Cu Sn	0,85	0,80	$0,40 \pm 0,1$

Il est intéressant de comparer l'énergie d'interaction (1.12) due à l'effet de taille à celle provenant de la différence de constantes élastiques (effet de module) la calcul de E_{μ} est assez long ; on trouve [17] [18] [19]

$$E_{\mu} = \frac{\mu_i - \mu_m}{8\pi^2 K} \Omega \frac{b^2}{r^2} \quad (1.14)$$

K est une constante dépendant du caractère de la dislocation rectiligne (K=1 pour une dislocation vis et $1-\nu$ pour une dislocation coin) ; b est le module du vecteur de Burgers de la dislocation et μ_i et μ_m sont les modules de cisaillement du soluté et du solvant.

On voit que E_{μ} varie comme $1/r^2$ et qu'il est donc rapidement négligeable devant E^{int} . Dans le cas de la dislocation vis E_{μ} peut être relativement important ; nous reviendrons sur ce point au paragraphe 1 . 3.

1 . 2 - ANALYSE DU FRANCHISSEMENT D'UN OBSTACLE

C'est la multiplication des dislocations qui est responsable de la déformation plastique. La limite élastique est donc atteinte lorsque les dislocations peuvent franchir les obstacles qu'elles rencontrent dans leur plan de glissement, et se multiplier. Nous allons donc étudier le mouvement des dislo-

cations en présence d'impuretés. Pour cela, après avoir situé le problème (& 1 . 2 . 1) nous rappellerons le modèle de Tchernov-Indenbom [7] (& 1 . 2 . 2) qui permet de trouver numériquement les configurations d'équilibre d'un segment de dislocation soumis à un champ de contrainte extérieur et à celui d'une impureté. Puis nous retrouverons l'essentiel de ces résultats de façon analytique en utilisant l'approximation de la force concentrée (& 1 . 2 . 3). Nous rappellerons également le modèle de Friedel [8] (& 1 . 2 . 4) et nous en déduirons la limite élastique résolue d'un alliage dilué à 0°K. Enfin dans le paragraphe 1 . 2 . 5 nous comparerons les résultats fournis par les deux modèles des & 1 . 2 . 3 et 1 . 2 . 4.

1 . 2 . 1 - Position du problème

L'expérience montre que la limite élastique d'un alliage varie généralement avec la température suivant l'allure représentée sur la figure 1.2. L'augmentation de la limite élastique dans la région des basses températures est beaucoup plus marquée pour un alliage que pour un métal pur. Dans cette région, l'activation thermique joue un rôle important. Pour simplifier notre étude, nous ne tiendrons pas compte des possibilités d'activation thermique et nous évaluerons la limite élastique à 0°K.

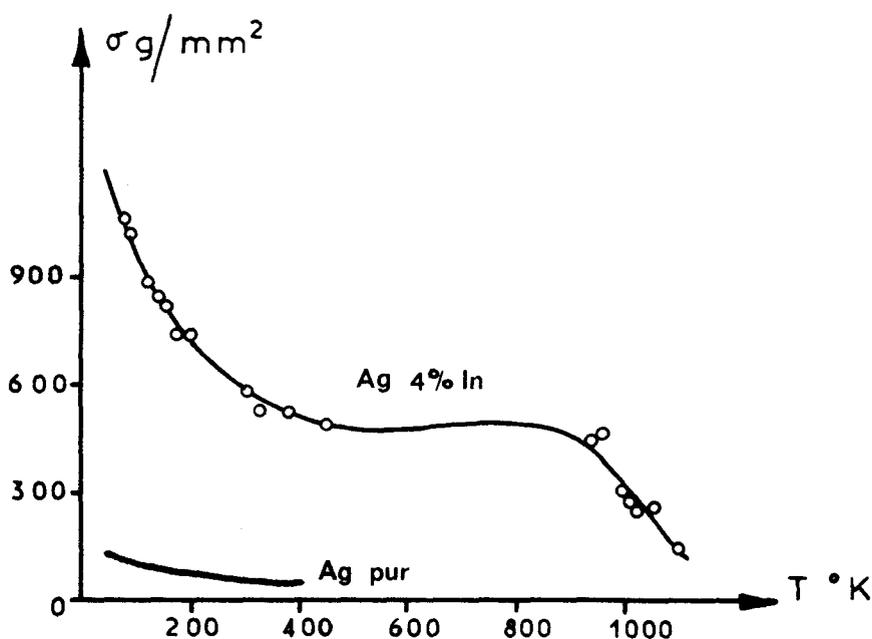


Figure 1.2 - Variation de la limite élastique en fonction de la température pour un alliage Ag In d'après Rogansh [20].

Dans ces conditions, ce sont les impuretés supposées fixes qui jouent le rôle d'obstacles que les dislocations doivent franchir. Sous l'action d'une contrainte extérieure, une dislocation saute d'une configuration stable $x_1(z)$ à une autre configuration stable $x_3(z)$ en passant par une position de col $x_2(z)$ - le plan de glissement de la dislocation étant $x_0 z$ - La barrière d'énergie à franchir est $\Delta F = F_2 - F_1$ si on appelle F_i l'énergie libre du cristal correspondant à la configuration $x_i(z)$ (figure 1.3).

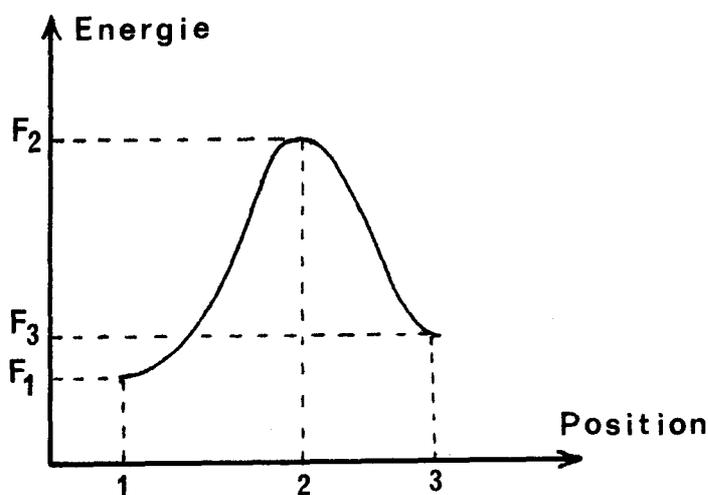


Figure 1.3 - Représentation schématique de l'énergie d'une dislocation en fonction de sa position (la dislocation interagit avec des impuretés fixes).

La partie 1→2 du processus de franchissement est réversible tandis que la partie 2→3 est irréversible. On peut donc décrire le franchissement à l'aide d'une force de frottement due à l'impureté et qui s'oppose au glissement de la dislocation ; le sens de cette force s'inverse lorsqu'on inverse le sens du mouvement de la dislocation. En outre, les impuretés étant réparties de façon aléatoire dans la matrice, les configurations stables 1 et 3 correspondent en moyenne à la même énergie libre et la force de frottement a la même valeur dans les deux sens possibles du mouvement de la dislocation. Cette force a bien toutes les caractéristiques d'une force de frottement et on définira la contrainte moyenne résolue de frottement σ_f par le travail \mathcal{Q} qu'il faut dépenser pour franchir l'obstacle.

$$-\sigma_f b \int_1^2 ds = \mathcal{L} = F_2 - F_1 = \int_1^2 b \sigma^a ds$$

ou

$$\sigma_f = - \frac{\int_1^2 \sigma^a ds}{\int_1^2 ds} \quad (1.15)$$

σ^a étant la contrainte résolue appliquée.

C'est σ_f qui intervient dans le frottement intérieur. Par contre, lorsqu'on cherche la limite élastique, il faut plutôt évaluer σ_M , la valeur maximale prise par σ^a dans l'intervalle 1→2, car c'est pour cette valeur que la dislocation peut se détacher définitivement de l'impureté. On peut d'ailleurs représenter schématiquement la variation de σ^a avec la position de la dislocation ; celle-ci rencontre fréquemment des impuretés lors de son déplacement et σ^a est une fonction sensiblement périodique de la position de la dislocation (figure 1.4).

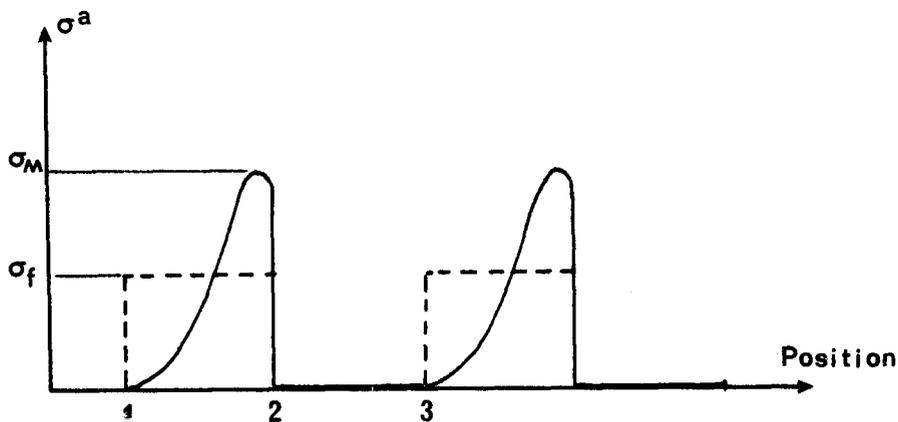


Figure 1.4 - Représentation schématique de la contrainte appliquée σ^a en fonction de la position de la dislocation. En trait pointillé, l'approximation de Friedel [8].

Nous verrons que Friedel [8] remplace la variation de σ^a dans l'intervalle 1→2 par une constante ce qui lui donne une limite élastique résolue à 0°K

$$\sigma_{\text{Friedel}} = \frac{\mathcal{L}}{b \int_1^2 ds} = \sigma_f \quad (1.16)$$

Tchernov et Indenbom [7] par contre, déduisent σ_M de la connaissance des configurations d'équilibre $x(z)$ de la dislocation.

Considérons maintenant un arc de dislocation \widehat{AB} : $A(0,0,\ell)$ et $B(0,0,-\ell)$ plongé dans le champ de contrainte $\vec{\sigma}^D$ d'un centre de dilatation D (l'impureté) auquel se superpose un champ de contrainte extérieur $\vec{\sigma}^a$ constant. Nous supposons pour simplifier que D est dans le plan médiateur du segment AB , en un point de coordonnées $(0, y_0, 0)$ (figure 1.5).

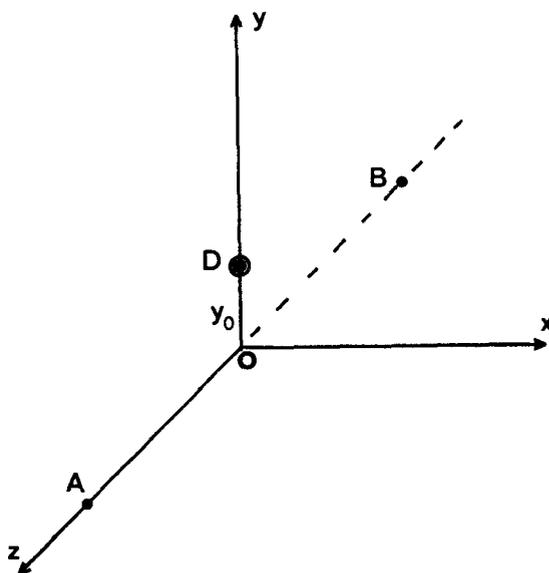


Figure 1.5

Nous obtiendrons les configurations d'équilibre de l'arc de dislocation \widehat{AB} en minimisant l'énergie libre du cristal contenant l'arc de dislocation et le centre de dilatation. Cette énergie libre vaut :

$$F = F_0 + \int_{\widehat{AB}} E \, dl - \iint_{\Sigma} \vec{b} \cdot \vec{\sigma} \cdot d\vec{s} \quad (1.17)$$

$$= F_0 + \int_{\widehat{AB}} E \, dl - \int_{-l}^{+l} dz \int_0^x dx \{ b_x \sigma_{xy} + b_z \sigma_{yz} \}$$

où Σ est la surface comprise entre l'axe oz et la courbe $x(z)$, E est l'énergie par unité de longueur de la dislocation (on suppose qu'elle est toujours définissable et qu'elle ne dépend que de θ , l'angle de la ligne de dislocation avec son vecteur de Burgers) ; enfin on a $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^D + \sigma_{ij}^a$ (i et $j = x, y$ ou z).

En appliquant les méthodes classiques du calcul variationnel, on obtient l'équation :

$$\frac{d}{dz} \left[\frac{\partial}{\partial x'} (E \sqrt{1+x'^2}) \right] + b_x \sigma_{xy}(z,x) + b_z \sigma_{yz}(z,x) = 0 \quad (1.18)$$

Si l'on pose :

$$\tau = E + \frac{d^2 E}{d\theta^2} \quad \text{et} \quad R = - \frac{(1+x'^2)^{3/2}}{x''} \quad (1.19)$$

on peut réécrire l'équation (1.18) sous la forme bien connue

$$\frac{\tau}{R} = b_x \sigma_{xy} + b_z \sigma_{yz} \quad (1.20)$$

C'est une équation différentielle dont le second membre contient les termes

$$\sigma_{xy}^D = \frac{6 \mu C x y_0}{(x^2 + y_0^2 + z^2)^{5/2}} \quad \text{et} \quad \sigma_{yz}^D = \frac{6 \mu C y_0 z}{(x^2 + y_0^2 + z^2)^{5/2}} \quad (1.21)$$

que l'on déduit de l'équation (1.1) après un changement d'axes (voir l'Annexe II).

1 . 2 . 2 - Le modèle de Tchernov - Indenbom

Tchernov et Indenbom [7] supposent que la tension de ligne τ est constante ; cette approximation est bien justifiée pour un arc de dislocation peu courbé ; dans ces conditions ils assimilent également le rayon de courbure R à $-1/x''$. Ils posent en outre, pour simplifier au maximum, $b_z = 0$ (la dislocation rectiligne AB serait purement coin) ; l'équation (1.20) devient :

$$\frac{1}{\alpha} \frac{d^2 X}{dZ^2} - \frac{3}{2} L X (1+X^2+L^2 Z^2)^{-5/2} + 2 \beta = 0 \quad (1.22)$$

avec

$$\alpha = \frac{W \ell}{\tau y_0^2} ; \quad \beta = \frac{\sigma_{xy}^a b_x \ell y_0}{2 W} ; \quad Z = \frac{z}{\ell} ; \quad X = \frac{x}{y_0} ; \quad L = \frac{\ell}{y_0} \quad (1.23)$$

W est l'énergie de liaison de l'impureté avec la dislocation rectiligne AB (1.13)

$$W = - \frac{\mu}{3\pi} \frac{1+\nu}{1-\nu} \eta \Omega \frac{b_x}{y_0} = - 4 \mu C \frac{b_x}{y_0} \quad (1.24)$$

Lorsque la contrainte extérieure est grande devant $\frac{\sigma^D}{\sigma}$, le second terme de l'équation (1.22) devient négligeable et on a plus simplement :

$$\frac{1}{\alpha} X'' + 2 \beta = 0 \quad (1.25)$$

Compte tenu des conditions aux limites qui s'écrivent $X(1) = 0$ et $X'(0) = 0$ ($X(Z)$ est une fonction paire), la solution générale de (1.25) est

$$X = \alpha \beta (1-Z^2) \quad (1.26)$$

C'est une parabole.

Hormis ce cas particulier, l'équation (1.22) n'admet pas de solution analytique. Tchernov et Indenbom l'ont résolue numériquement et ont tracé les courbes $X(Z)$ pour différentes valeurs des paramètres α et β . Seules certaines de ces courbes correspondent à des énergies de liaison pouvant décrire des impuretés substitutionnelles caractérisées par leur effet de taille. Elles présentent alors une courbure assez faible, même pour des contraintes extérieures de l'ordre de $3 \cdot 10^{-3} \mu$; ceci justifie les hypothèses simplificatrices faites

sur τ et sur R.

Par contre, pour des énergies de liaison plus importantes, de l'ordre de quelques eV (correspondant par exemple à des précipités) et pour des contraintes appliquées plus élevées ($\approx 3.10^{-2}\mu$), les courbes présentent une grande courbure et un pincement accentué au milieu de l'arc de dislocation (figure 1.6). Les approximations sont alors moins justifiées ; mais ce cas ne correspond pas à celui que nous étudions (impureté substitutionnelle).

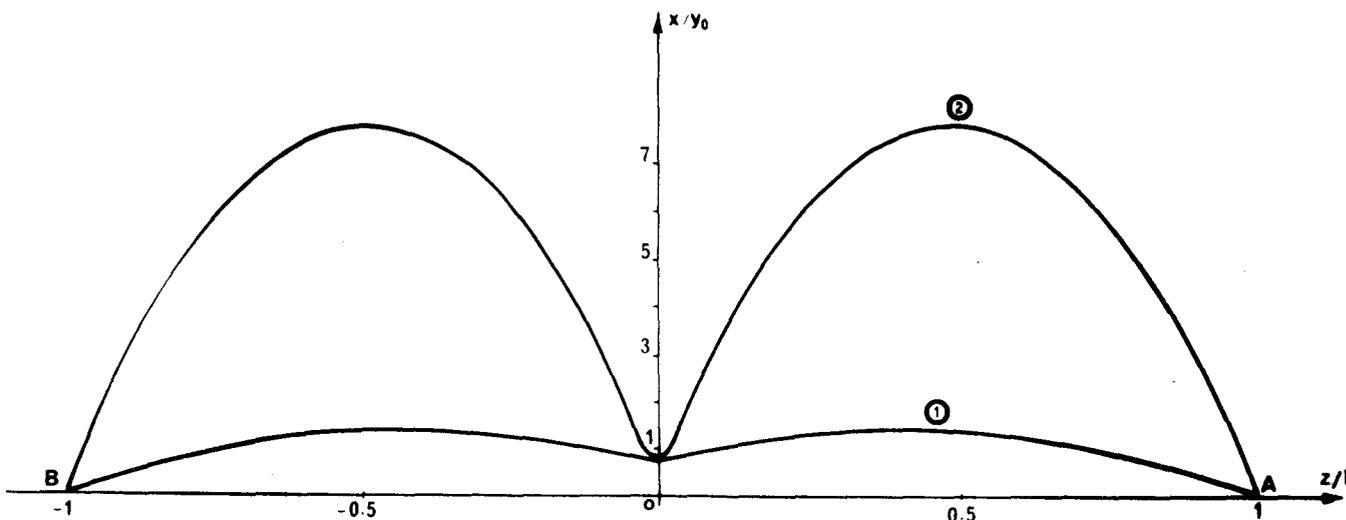


Figure 1.6 - Allure d'une dislocation coin au voisinage d'un centre de dilatation attractif d'après Tchernov et Indenbom [7]

- ① Le centre de dilatation est une impureté substitutionnelle.
- ② L'énergie de liaison et la contrainte appliquée sont très grandes.

D'autre part, Tchernov et Indenbom caractérisent leurs solutions par la flèche $f = X(0)$ au milieu de l'arc AB. Suivant les valeurs de α et β ils trouvent une ou trois valeurs possibles de f donc une ou trois solutions $X = X(Z, f)$. Ils montrent alors, en étudiant la stabilité que, lorsqu'il y a trois solutions, les deux extrêmes sont stables tandis que l'intermédiaire est instable. La dislocation franchit l'obstacle lorsque la contrainte appliquée, c'est-à-dire β , est telle que les deux premières solutions (l'une stable et

l'autre instable) sont confondues.

REMARQUE : Plusieurs auteurs ont étudié le problème de l'équilibre d'une dislocation soumise à une contrainte extérieure constante et à un champ de contraintes internes (dues à un précipité, une impureté en substitution etc...) [21] [22] [23] [24]. Ils obtiennent tous une équation du type (1.22) en faisant diverses hypothèses simplificatrices sur la tension de ligne, le rayon de courbure Ces équations ne sont intégrables que numériquement, sauf celles de De Wit et Koehler [21] qui étudient le fonctionnement d'une source de Frank-Read, en l'absence de contraintes internes.

1 . 2 . 3 - Approximation de la force concentrée

On peut retrouver l'essentiel des résultats précédents en faisant des approximations supplémentaires qui permettent de résoudre analytiquement l'équation (1.22) et de calculer la contrainte de franchissement.

Suivant Teutonico, Granato et Lücke [25] nous supposons que l'action de l'impureté sur l'arc de dislocation \widehat{AB} est équivalente à une force unique F appliquée au milieu de AB et égale à la résultante des forces exercées sur toute la dislocation. Cette force concentrée vaut (voir annexe III)

$$F = b_x \int_{-\ell}^{+\ell} \sigma_{xy}^D(x, z) dz \approx - \frac{2W}{y_0} \frac{X}{(1+X^2)^2} \quad (1.27)$$

REMARQUE : Certains auteurs [26] [27] [28] utilisent une autre approximation qui consiste à poser simplement

$$F = \text{Max de } \left(\frac{\partial E^{\text{int}}}{\partial x} \right)_{y=y_0} \quad (1.28)$$

E^{int} étant l'énergie d'interaction d'une dislocation rectiligne parallèle à Oz , dans le plan xoz , avec une impureté fixe située en $D(0, y_0, 0)$.

L'approximation de la force concentrée nous semble plus correcte que (1.28). En effet σ_{xy}^D varie le long de la dislocation suivant la loi $\frac{xy_0}{(x^2+y_0^2+z^2)^{5/2}}$ c'est à dire, puisque x et y_0 sont toujours petit,

$\sigma_{xy}^D \sim a/z^5$ à grande distance de l'impureté, dont l'action est surtout sensible au milieu de l'arc \widehat{AB} . Cette approximation ne modifie l'allure

de la courbe $x(z)$ qu'au voisinage immédiat du point d'application de F . Par contre, l'expression (1.28) ne tient compte ni de la courbure de la dislocation ni de la répartition du champ de contrainte le long de la ligne de dislocation ; l'expression $F \frac{\partial \mathcal{E}_{int}}{\partial x}$ serait tout à fait correcte pour décrire l'action de la dislocation sur l'impureté.

Dans le cadre de l'approximation de la force concentrée, nous pouvons réécrire l'équation (1.22) sous la forme

$$\frac{1}{\alpha} \frac{d^2 X}{dZ^2} - \frac{2X}{(1+X^2)^2} \delta(Z) + 2\beta = 0 \quad (1.29)$$

où $\delta(Z)$ est la fonction de Dirac. On peut remarquer que (1.29) est la forme asymptotique de (1.22) pour $\ell \rightarrow \infty$. L'approximation de la force concentrée est donc convenable lorsque $\frac{y_0}{\ell}$ est petit.

Les conditions aux limites étant $X(\pm 1) = 0$ on intègre (1.29) dans les intervalles $0 < Z \leq 1$ et $-1 \leq Z < 0$. Les solutions sont représentées dans chaque intervalle par les paraboles

$$X(Z) = f + |Z| \left[\alpha \beta (1 - |Z|) - f \right] \quad (1.30)$$

f représente toujours l'ordonnée au milieu du segment, que l'on détermine en écrivant l'équilibre de ce point soumis aux tensions de ligne et à la force F (figure 1.7).

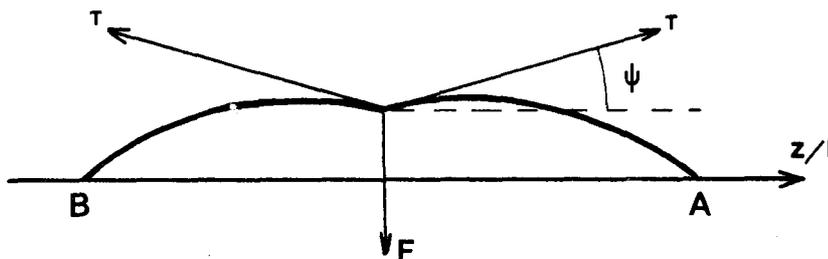


Figure 1.7

Pour de faibles courbures, on peut confondre $\sin\psi$ et $\text{tg}\psi$; on a donc

$$0 = 2 \tau \sin\psi + F \approx 2 \tau \left(\frac{dx}{dz} \right)_{z=0} + F \quad (1.31)$$

soit encore, en utilisant (1.23) et (1.27)

$$\frac{f}{(1+f^2)^2} = \beta - \frac{f}{\alpha} \quad (1.32)$$

On résout graphiquement l'équation (1.32) en coupant la courbe $\xi = f / (1+f^2)^2$ par les droites de pente $1/\alpha$ et d'ordonnées à l'origine β . (figure 1.8).

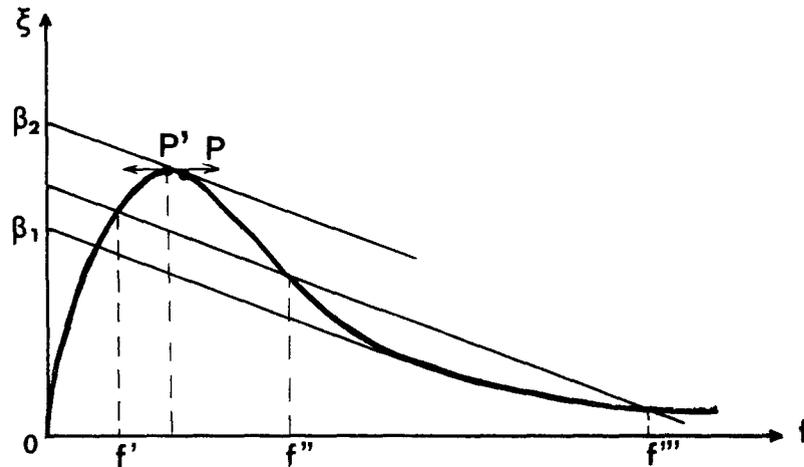


Figure 1.8

Il suffit d'étudier la région $f > 0$ car la fonction ξ est impaire.

On retrouve encore, suivant la valeur de β , une ou trois valeurs de f , donc une ou trois solutions. Il y a trois solutions lorsque $\beta_1 < \beta < \beta_2$, la solution intermédiaire étant instable. Dans cette région l'activation thermique permettrait de faire sauter la dislocation de la configuration représentée par la première solution (f') à celle représentée par la troisième solution (f''') en passant par la position de col représentée par la solution intermédiaire (f''). La probabilité de ce saut dépend évidemment de la barrière d'énergie $F_2 - F_1$ et de la température.

Comme nous ne tenons pas compte de la possibilité d'activation thermique, nous prendrons comme limite élastique à 0°K la valeur σ_M de σ_{xy}^a correspondant à β_2 . La droite $\beta - f/\alpha$ est alors tangente à la courbe $\xi(f)$ au point P. Nous simplifierons encore le calcul, sans perdre de précision, en confondant les points P et P' (en effet, la pente $\frac{1}{\alpha}$ de la droite est faible car ℓ est grand - voir la formule (1.23)).

On a $d\xi/df = 0$ pour $f = 1/\sqrt{3}$, ce qui donne

$$\sigma_M = \frac{3\sqrt{3}}{8b_x} \frac{W}{\ell y_0} \quad (1.33)$$

On a donc obtenu σ_M , la contrainte de franchissement d'un défaut. Nous comparerons ce résultat à celui qui se déduit du modèle de Friedel, au & 1.2.5.

1.2.4 - Le modèle de Friedel

Friedel [3] suppose que la forme d'équilibre de la dislocation coin est un zig zag (fig 1.9).

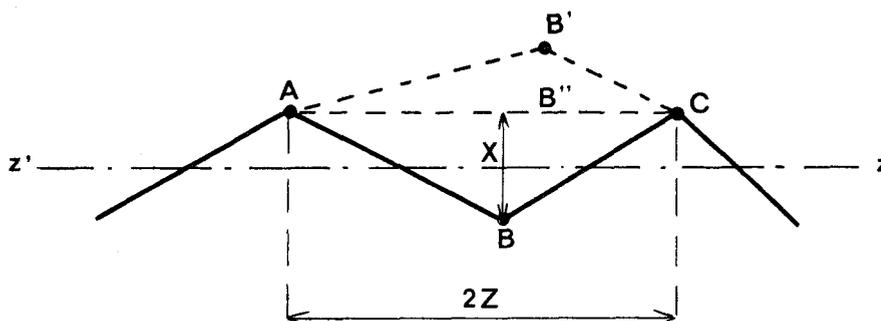


Figure 1.9 - Représentation schématique d'une ligne de dislocation dans une solution solide.

La dislocation est épinglée aux points A B C Sous l'action d'une contrainte extérieure σ^a , la dislocation saute de la configuration ABC à la configuration AB'C en passant par la configuration AB''C (dislocation rectiligne). L'amplitude x du zig zag s'obtient en minimisant l'énergie de la configuration ABC compte tenu de la concentration c en impuretés, qui est une constante ; la limite élastique à 0°K se déduit du travail nécessaire pour passer de ABC à AB'C.

Pour trouver x , on raisonne sur l'unité de longueur dans la direction moyenne du zig zag. Il y a un épinglage tous les z correspondant à une énergie de liaison W , car on ne considère que l'action des atomes d'impuretés très proches du plan de glissement de la dislocation. D'autre part, la forme zig zag entraîne une augmentation de longueur $[\sqrt{x^2+z^2} - z]$ par longueur z .

En supposant l'énergie de ligne constante et égale à $\mu b^2/2$, on trouve une énergie libre par unité de longueur moyenne :

$$E = \frac{\mu b^2}{2} \left[1 + \frac{\sqrt{x^2+z^2}-z}{z} \right] - \frac{W}{z} \neq \frac{\mu b^2}{2} \left(1 + \frac{x^2}{2z^2} \right) - \frac{W}{z} \quad (1.34)$$

La concentration, qui est une donnée, impose une relation entre x et z . En effet, les atomes d'impuretés sont répartis au hasard dans tous les plans cristallographiques. Soit N , le nombre de sites atomiques contenus dans la surface S d'un plan quelconque et soit n le nombre de sites occupés par des impuretés. La concentration atomique $c = n/N$ est indépendante de S et égale à la concentration moyenne si on a choisi une surface suffisamment grande. Friedel évalue la concentration sur une surface longue et étroite le long du zig zag, $2z$ étant le pas moyen du zig zag. On obtient, en tenant compte de la répartition des sites atomiques dans le plan de glissement (plan (111) du réseau C.F.C.)

$$8 c \quad xz = \sqrt{3} \quad a^2 \quad (1.35)$$

a étant le pas du réseau cubique.

En reportant le résultat (1.35) dans l'expression de l'énergie (1.34) on obtient :

$$E = \frac{\mu b^2}{2} \left[1 + \frac{32 c^2 x^4}{3 a^4} \right] - \frac{8 c W}{a^2 \sqrt{3}} x \quad (1.36)$$

et $\frac{\partial E}{\partial x}$ est nul pour

$$x = \left[\frac{\sqrt{3} W}{4 \mu c} \right]^{1/3} \quad (1.37)$$

L'énergie de liaison W de l'impureté avec la dislocation est donnée par la relation (1.13), avec $y_0 = -\frac{a\sqrt{3}}{3}$ si η est positif, soit :

$$W = \frac{\mu b}{\pi} \frac{1+\nu}{1-\nu} \eta \Omega \frac{1}{a\sqrt{3}} \neq \frac{\sqrt{3}}{3\pi} \mu \eta b^3 \quad (1.38)$$

ce qui, reporté dans (1.37) donne :

$$x \approx \left[\frac{\eta}{4\pi c} \right]^{1/3} b \quad (1.39)$$

Pour un alliage de facteur de taille volumique $\eta \approx 0,4$ (Cu Ag ou Cu As par exemple) et de concentration atomique $c = 10^{-3}$, l'amplitude du zig zag est de l'ordre de $3b$.

Une contrainte assez forte peut arracher la dislocation des impuretés ; évaluons alors le travail dépensé par la contrainte appliquée σ^a pour faire passer la dislocation de ABC à AB'C.

On a

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \iint \sigma^a b \, ds = W - 2 \frac{\mu b^2}{2} \left(\sqrt{x^2+z^2} - z \right) \\ &= W - \frac{\mu b^2 x^2}{2z} \end{aligned} \quad (1.40)$$

L'intégrale double est étendue à la surface contenue dans le triangle ABC puisque la dislocation saute automatiquement en AB'C dès qu'elle a atteint la configuration rectiligne instable AB''C.

Friedel admet que σ^a est constant pendant le désépingleage ce qui lui donne une limite élastique théorique à 0°K

$$\sigma_F = \frac{1}{bxz} \left(W - \frac{\mu b^2 x^2}{2z} \right) = \frac{1}{bxz} \frac{W}{2} \quad (1.41)$$

Soit encore, en remplaçant W par sa valeur (1.38)

$$\sigma_F = \frac{2}{3\pi} \mu \eta c \quad (1.42)$$

Ce modèle conduit donc à une limite élastique à 0°K proportionnelle à la concentration atomique moyenne c et au facteur de taille η qui sont deux grandeurs connues ; on peut donc vérifier cette loi expérimentalement.

1 . 2 . 5 - Comparaison des deux modèles - Limite élastique d'un alliage dilué

Pour pouvoir comparer le modèle de Friedel à celui de Tchernov et Indenbom, il faut faire intervenir la concentration dans la relation (1.33) donnant la contrainte de franchissement du défaut , $\sigma_M = \frac{3\sqrt{3}}{8b_x} \frac{W}{\ell_{y_0}}$. Ceci ne peut se faire que de façon approchée. En effet ℓ_{y_0} représente bien une surface, mais qui ne contient pas un nombre suffisant de sites atomiques pour pouvoir relier simplement le nombre d'impuretés qu'elle contient à la concentration moyenne c .

Il est raisonnable d'admettre qu'il y a en moyenne une impureté dans une surface $4\ell_{y_0}$ du plan zoy (plan 110 du C.F.C.), de sorte que

$$\ell_{y_0} = \frac{a^2 \sqrt{2}}{8 c} \quad (1.43)$$

et la contrainte de franchissement σ_M devient

$$\sigma_M = \frac{3\sqrt{2}}{4\pi} \mu \eta c \quad (1.44)$$

On trouve, dans ce cas, σ_M légèrement supérieur à σ_F ; ce résultat est normal étant donné que le modèle de Friedel sous estime la limite élastique en prenant un σ moyen au lieu de σ maximum.

REMARQUE - Notons que certains auteurs relient la concentration c et la distance ℓ entre deux impuretés de façons différentes ; par exemple $\ell = \frac{b}{1,68 \sqrt{c}}$ [28] , $\ell = \frac{b}{\sqrt{2c}}$ [29] [30] [31] ou encore $\ell = \frac{b}{c^{1/3}}$ [32], ce qui conduit à une limite élastique proportionnelle à $c^{1/2}$ ou $c^{1/3}$. En fait, pour de faibles concentrations, il est très difficile expérimentalement de se prononcer en faveur de l'une ou l'autre de ces lois (σ proportionnel à c , $c^{1/2}$ ou $c^{1/3}$). Nous revenons sur ce point, avec des exemples précis, dans le chapitre 4.

1 . 3 - CAS DE LA DISLOCATION VIS

Le modèle élastique de l'effet de taille ne donne pas d'interaction impureté - dislocation vis rectiligne. En fait, l'énergie d'interaction impureté dislocation vis n'est pas nulle ; on peut distinguer quatre contributions différentes à cette énergie :

- Il y a tout d'abord l'effet de module dont nous avons déjà parlé au paragraphe 1 . 1 . L'énergie d'interaction est, d'après (1.14) [17] [18] [19]

$$E_{\mu}^{\text{vis}} = \frac{\mu_i - \mu_m}{8\pi^2} \Omega \frac{b^2}{r^2} \quad (1.45)$$

- D'autre part, dans la théorie élastique de l'effet de taille, nous avons supposé que le problème avait une symétrie sphérique. Certains auteurs ont traité le problème élastique dans le cas de défauts produisant des distorsions à symétrie quadratique [33] [34] et trouvent alors une énergie d'interaction non nulle avec une dislocation vis.

- Stehle et Seeger [35] ont montré, par un calcul élastique poussé au deuxième ordre, qu'une dislocation vis rectiligne produit une dilatation non nulle égale à $\frac{k}{4\pi^2} \frac{b^2}{r^2}$, de sorte que $\text{trace}(\vec{\sigma}) \neq 0$. Il existe donc une énergie d'interaction par effet de taille entre une impureté et une dislocation vis rectiligne [36]

$$E_{2^{\circ} \text{ ordre}}^{\text{vis}} = \frac{\mu k}{6\pi^2} \frac{1+\nu}{1-2\nu} n \Omega \frac{b^2}{r^2} \quad (1.46)$$

où k est une constante numérique qui dépend des forces de liaison interatomiques dans le cristal ($0,3 < |k| < 1$). k est généralement négatif, de sorte que la dislocation vis attire l'impureté.

- Enfin, on peut tenir compte du fait que l'impureté exerce sur la dislocation vis un couple qui tend à la faire tourner vers l'orientation coin. Nous disposons des équations qui permettent de calculer la configuration d'un segment de dislocation presque vis plongé dans le champ de contrainte σ^D d'une impureté. Nous pouvons donc évaluer l'énergie d'interaction dislocation vis-impureté due à la déformation de la ligne de dislocation astreinte à glisser dans le plan zox (figure 1.10).

Pour cela, nous posons $b_x = 0$ et $\sigma^a = 0$ dans l'équation (1.20), qui devient :

$$\frac{\tau}{R} = b_z \sigma_{yz}^D \quad (1.47)$$

R et σ_{yz}^D étant donnés par les formules (1.19) et (1.21).

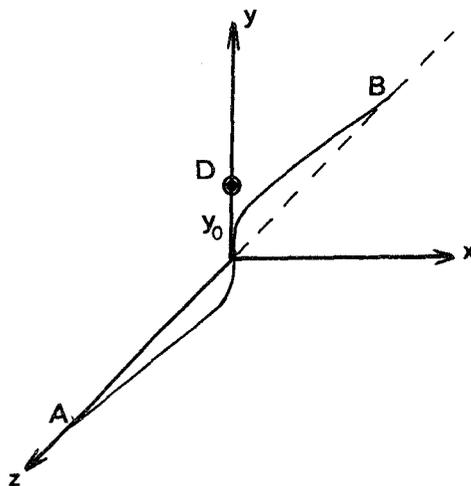


Figure 1.10 - Torsion d'une dislocation vis au voisinage d'un centre de dilatation D .

Si nous supposons la tension de ligne constante, nous pouvons écrire l'équation (1.47) sous la forme

$$\frac{1}{\alpha} \frac{d^2 X}{dz^2} + z \left[1 + \left(\frac{dX}{dz} \right)^2 \right]^{3/2} (1+X^2+z^2)^{-5/2} = 0 \quad (1.48)$$

avec :

$$\frac{l}{a} = \frac{\tau y_0^2}{6\mu C b_z} \quad ; \quad X = \frac{x}{y_0} \quad ; \quad Z = \frac{z}{y_0} \quad (1.49)$$

L'équation (1.48) est impaire et les conditions aux limites sont :

$$X = 0 \quad \text{pour} \quad Z = 0 \quad (1.50)$$

$$X = 0 \quad \text{pour} \quad Z = \pm L = \pm \frac{\ell}{y_0}$$

L'équation différentielle (1.48) n'admet pas de solution analytique ; nous l'avons résolue numériquement avec $\alpha = 0,28$ (qui correspond à un alliage de facteur de taille volumique $\eta \approx 0,4$) et $L = 50$ (qui correspond à une concentration atomique moyenne de l'ordre de 10^{-2}) Nous obtenons la courbe représentée sur la figure (1.11) ; la pente à l'origine est égale à 0,0915 et reste pratiquement constante et inférieure à 0,1 lorsqu'on augmente L.

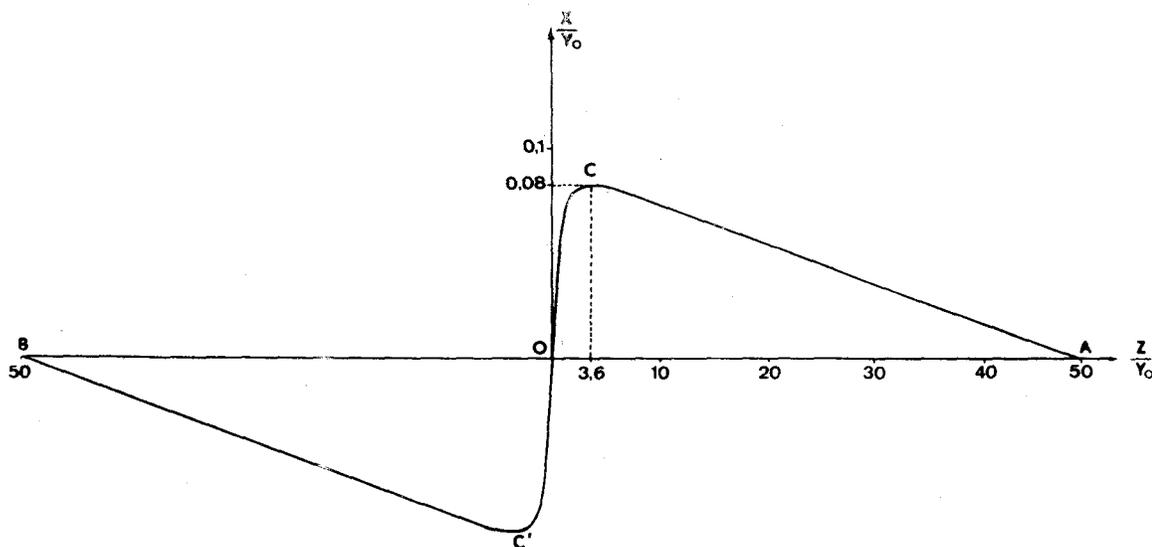


Figure 1.11 - Configuration d'équilibre d'une dislocation vis épinglée en A et B, plongée dans le champ de contrainte d'un centre de dilatation placé à la hauteur y_0 sur l'axe Oy (l'échelle suivant Ox est dilatée 200 fois).

On peut simplifier (1.48) en remarquant que $\left(\frac{dX}{dZ}\right)^2$ est toujours petit devant 1 et que X^2 est petit devant Z^2+1 . La forme d'équilibre de la dislocation est alors solution de l'équation simplifiée :

$$\frac{d^2X}{dZ^2} = - \frac{\alpha Z}{(1+Z^2)^{5/2}} \quad (1.51)$$

On trouve alors par intégration directe, compte tenu des conditions (1.50) :

$$X(Z) = \frac{\alpha Z}{3} \left[\frac{1}{\sqrt{1+Z^2}} - \frac{1}{\sqrt{1+L^2}} \right] \quad (1.52)$$

La courbe représentative de l'équation (1.52) coïncide, avec une excellente précision, avec la solution exacte de la figure (1.11). Les approximations faites sont donc bien justifiées et nous pouvons considérer que la relation (1.52) représente la configuration d'équilibre de la dislocation vis en présence d'un centre de dilatation. Nous sommes donc capables, en principe, à l'aide de la formule de De Wit [37], de calculer la trace du tenseur des contraintes $\vec{\sigma}$ du à cet arc de dislocation AB ; le calcul serait cependant très compliqué et on aura un bon ordre de grandeur en admettant que seule la partie CC' (autour de l'origine 0) contribue à l'énergie d'interaction, avec une composante coin du vecteur de Burgers égale à :

$$b_c = b_z \left(\frac{dX}{dZ} \right)_{z=0} \approx b_z \cdot \frac{\alpha}{3} \quad (1.53)$$

En prenant en outre, $\tau = \frac{\mu b_z^2}{2}$, $b_z = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ et $C = \frac{\eta \Omega}{12\pi} \frac{1+\nu}{1-\nu}$, on obtient l'énergie d'interaction :

$$E_{\text{torsion}}^{\text{vis}} \approx \frac{\mu}{9\pi^2} \left(\frac{1+\nu}{1-\nu} \right)^2 \frac{\eta^2 \Omega^2}{y_0^3} \quad (1.54)$$

Si on place l'impureté dans le plan atomique immédiatement voisin du plan de glissement ($y_0 = a\sqrt{3}/3$, on obtient une énergie de liaison de quelques centièmes d'électron-volts (0,037eV pour un alliage Cu Ag par exemple).

Comparons les différentes contributions à l'énergie de liaison d'une dislocation vis avec une impureté. On a, d'après les résultats (1.45) et (1.54)

$$E_{\mu}^{\text{vis}} / E_{\text{torsion}}^{\text{vis}} \approx \frac{1}{3} \frac{\mu_i - \mu_m}{\mu_m} \frac{1}{\eta^2} \quad (1.55)$$

Dans un cas extrême, celui de l'alliage Al Si par exemple, qui présente une grande différence de constantes élastiques et un facteur de taille faible, ce rapport est égal à 40 ; par contre, pour l'alliage Cu Sb caractérisé par un grand facteur de taille ($\eta \approx 0,9$), l'énergie de liaison due à la torsion est cinq fois plus grande que celle due à l'effet de module.

Nous pouvons aussi comparer l'effet de torsion à l'effet du deuxième ordre (1.46) ; on a :

$$E_{2^{\circ} \text{ ordre}}^{\text{vis}} / E_{\text{ torsion}}^{\text{vis}} \approx \sqrt{3} \frac{k}{\eta} \quad (1.56)$$

Ce rapport est de l'ordre de 0,6 pour l'alliage Cu Sb tandis que dans le cas du Cu Ni, il est voisin de 20.

On voit que l'importance relative de ces différents effets est très variable suivant l'alliage considéré.

Nous avons porté dans le tableau I.II, les ordres de grandeur des diverses énergies de liaison entre un atome de soluté et une dislocation (vis ou coin) pour un cas moyen, l'alliage Cu Ag, ainsi que pour les cas extrêmes cités en exemple précédemment : Cu Sb (très grand effet de taille et effet de module faible), Cu Ni et Al Si (grand effet de module et effet de taille très faible).

TABLEAU I.II

Tableau comparatif des diverses contributions à l'énergie de liaison
on a souligné pour chaque alliage et chaque type de dislocation (coin ou vis), l'effet le plus important.

Type de dislocation	Effet considéré	ENERGIES DE LIAISON EN eV			
		Cu Ag ($\eta=0,4$)	Cu Sb ($\eta=0,9$)	Al Si ($\eta=0,12$)	Cu Ni ($\eta=0,025$)
COIN	effet de taille	<u>37</u> 10^{-2}	<u>85</u> 10^{-2}	9 10^{-2}	2,4 10^{-2}
	effet de module	3,7 10^{-2}	5,9 10^{-2}	<u>14</u> 10^{-2}	<u>5,6</u> 10^{-2}
VIS	effet de module	2,5 10^{-2}	3,8 10^{-2}	<u>9,5</u> 10^{-2}	<u>3,6</u> 10^{-2}
	effet de taille du 2° ordre	<u>4,5</u> 10^{-2}	11 10^{-2}	0,11 10^{-2}	0,3 10^{-2}
	effet de torsion	3,7 10^{-2}	<u>18</u> 10^{-2}	0,26 10^{-2}	0,014 10^{-2}
VIS DISSOCIEE ($d \geq 5b$)	effet de taille	11 10^{-2}	25 10^{-2}	2,6 10^{-2}	0,7 10^{-2}

Nous voyons que pour une dislocation vis, les énergies de liaison restent assez faibles ; pour des alliages à facteur de taille non négligeable (comme Cu Ag et Cu Sb) la contribution la plus importante vient de la dissociation d'une dislocation vis en deux partielles, que nous étudions au chapitre suivant, mais dont nous portons, dès maintenant, les résultats à la fin de ce tableau comparatif.

- CHAPITRE 2 -

INTERACTION D'UNE DISLOCATION DISSOCIEE AVEC UNE IMPURETE

2 . 1 - CALCUL DE L'ENERGIE ELASTIQUE D'INTERACTION

Frank et Nicholas [38] ont étudié en détail les possibilités de dissociation des dislocations parfaites. Nous utiliserons la notation très commode du tétraèdre de Thompson [39] pour préciser les orientations des vecteurs de Burgers. Soit, figure 2.1., une face ABC du tétraèdre de Thompson, de centre δ . ABC représente un plan (111) dans le réseau C.F.C.

Une dislocation parfaite rectiligne parallèle à Az, ayant le vecteur de Burgers $\vec{b} = \vec{AB}$ se dissocie en deux dislocations partielles, parallèles à l'axe z distantes de d, et de vecteurs de Burgers $\vec{b}^{(1)} = \vec{A\delta}$ et $\vec{b}^{(2)} = \vec{\delta B}$.

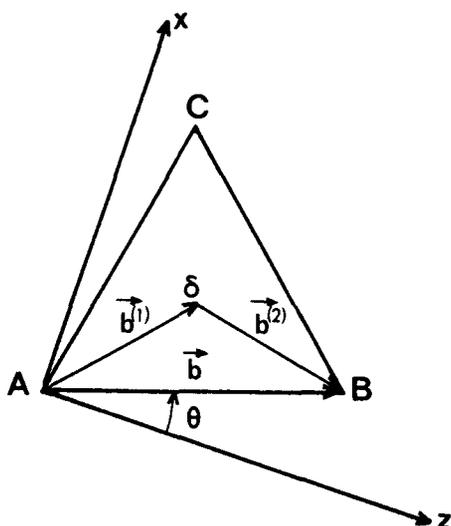


Figure 2.1 - Dissociation d'une dislocation dans la représentation du tétraèdre de Thompson.

Pour calculer l'énergie d'interaction de la dislocation dissociée avec une impureté caractérisée par son effet de taille, il suffit de superposer les champs de contrainte des deux dislocations partielles et d'évaluer $\frac{1}{3} \text{Tr} (\vec{\sigma}^{(1)} + \vec{\sigma}^{(2)})$ au centre de l'impureté. (on néglige l'action du ruban de fautes sur l'im-

pureté). Si on repère l'impureté par ses coordonnées polaires (r, ϕ) à partir du milieu du ruban de faute (figure 2.2), on a :

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{1}{3} \text{Tr} \left[\vec{\sigma}^{(1)}(M) + \vec{\sigma}^{(2)}(M) \right] \\
 &= - \frac{\mu b_c^{(1)}}{3\pi} \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{y}{\left(x+\frac{d}{2}\right)^2 + y^2} - \frac{\mu b_c^{(2)}}{3\pi} \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{y}{\left(x-\frac{d}{2}\right)^2 + y^2} \quad (2.1)
 \end{aligned}$$

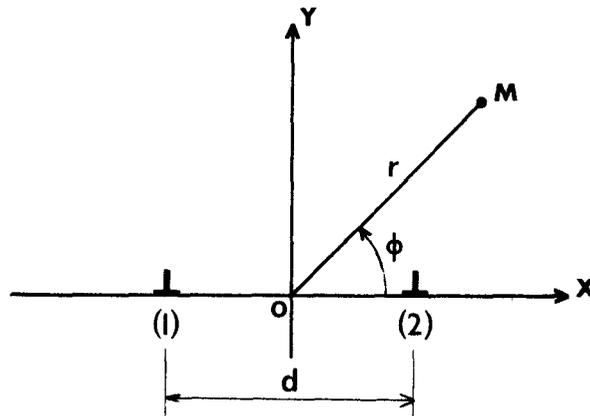


Figure 2.2

$b_c^{(1)}$ et $b_c^{(2)}$ étant les composantes coin des vecteurs de Burgers $\vec{b}^{(1)}$ et $\vec{b}^{(2)}$ des deux partielles, comptées positivement dans le sens des x croissants.

En passant en coordonnées polaires et en introduisant la grandeur sans dimension $\rho = 2r/d$, on obtient :

$$P(\rho, \phi) = - \frac{\mu}{3\pi} \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{2\rho}{d} \sin\phi \frac{\left[b_c^{(1)} + b_c^{(2)} \right] (\rho^2 + 1) + 2\rho \cos\phi \left[b_c^{(2)} - b_c^{(1)} \right]}{\rho^4 - 2\rho^2 \cos 2\phi + 1} \quad (2.2)$$

Si on appelle θ l'angle qui amène en tournant dans le sens direct la ligne de dislocation orientée sur le vecteur de burgers \vec{b} de la dislocation parfaite, on trouve les relations géométriques suivantes :

$$\begin{aligned}
 b_c^{(1)} + b_c^{(2)} &= b \sin \theta \\
 b_c^{(2)} - b_c^{(1)} &= - \frac{b\sqrt{3}}{3} \cos \theta
 \end{aligned} \quad (2.3)$$

On se limitera par la suite à l'intervalle de variation $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ les autres possibilités se ramenant immédiatement à ce cas par des symétries.

On peut donc réécrire (2.2) sous la forme :

$$P(\rho, \phi) = - \frac{2}{3\pi} \frac{1+\nu}{1-\nu} \mu \frac{b}{d} \frac{\rho \sin\phi \left[(\rho^2+1) \sin\theta - \frac{2\sqrt{3}}{3} \rho \cos\theta \cos\phi \right]}{\rho^4 - 2\rho^2 \cos 2\phi + 1} \quad (2.4)$$

et on en déduit l'énergie d'interaction

$$E^{int} = A \frac{\rho \sin\phi \left[(\rho^2+1) \sin\theta - \frac{2\sqrt{3}}{3} \rho \cos\theta \cos\phi \right]}{\rho^4 - 2\rho^2 \cos 2\phi + 1} \quad (2.5)$$

avec

$$A = \frac{2}{3\pi} \frac{1+\nu}{1-\nu} \mu \eta \Omega \frac{b}{d} \quad (2.6)$$

On peut tracer les équipotentiels $E^{int} = \text{constante}$ en prenant $\frac{E^{int}}{A} = \frac{1}{2K}$. On obtient ainsi les réseaux de courbes des figures 2.3, 2.4 et 2.5 tracées pour diverses valeurs de K (donc de E^{int}) et de θ . Les courbes caractérisées par $K < 0$ se déduisent des courbes $K > 0$ par symétrie par rapport à Ox.

Pour $\theta=30^\circ$ on a $b_c^{(2)} = 0$ et le problème se ramène à l'interaction d'une impureté avec une seule dislocation coin. Ce cas a déjà été étudié dans le chapitre I.

Pour $\theta=0$, la dislocation parfaite était de caractère purement vis ; ce cas s'étudie avec les mêmes équations mais l'énergie d'interaction (2.5) prend la forme simplifiée

$$E^{int} = - B \frac{\rho^2 \sin 2\phi}{\rho^4 - 2\rho^2 \cos 2\phi + 1} \quad (2.7)$$

avec

$$B = \frac{2}{3\sqrt{3}\pi} \mu \eta \Omega \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{b}{d} \quad (2.8)$$

Dans ce cas, l'équation générale des lignes de force (lignes orthogonales aux équipotentiels) est :

$$\frac{1 - \rho^2 \cos 2\phi}{\rho^4 - 2\rho^2 \cos 2\phi + 1} = \text{constante} \quad (2.9)$$

On a tracé, figure 2.6 le réseau de courbes représentant les équipotentiels et les lignes de force pour la dislocation vis dissociée.

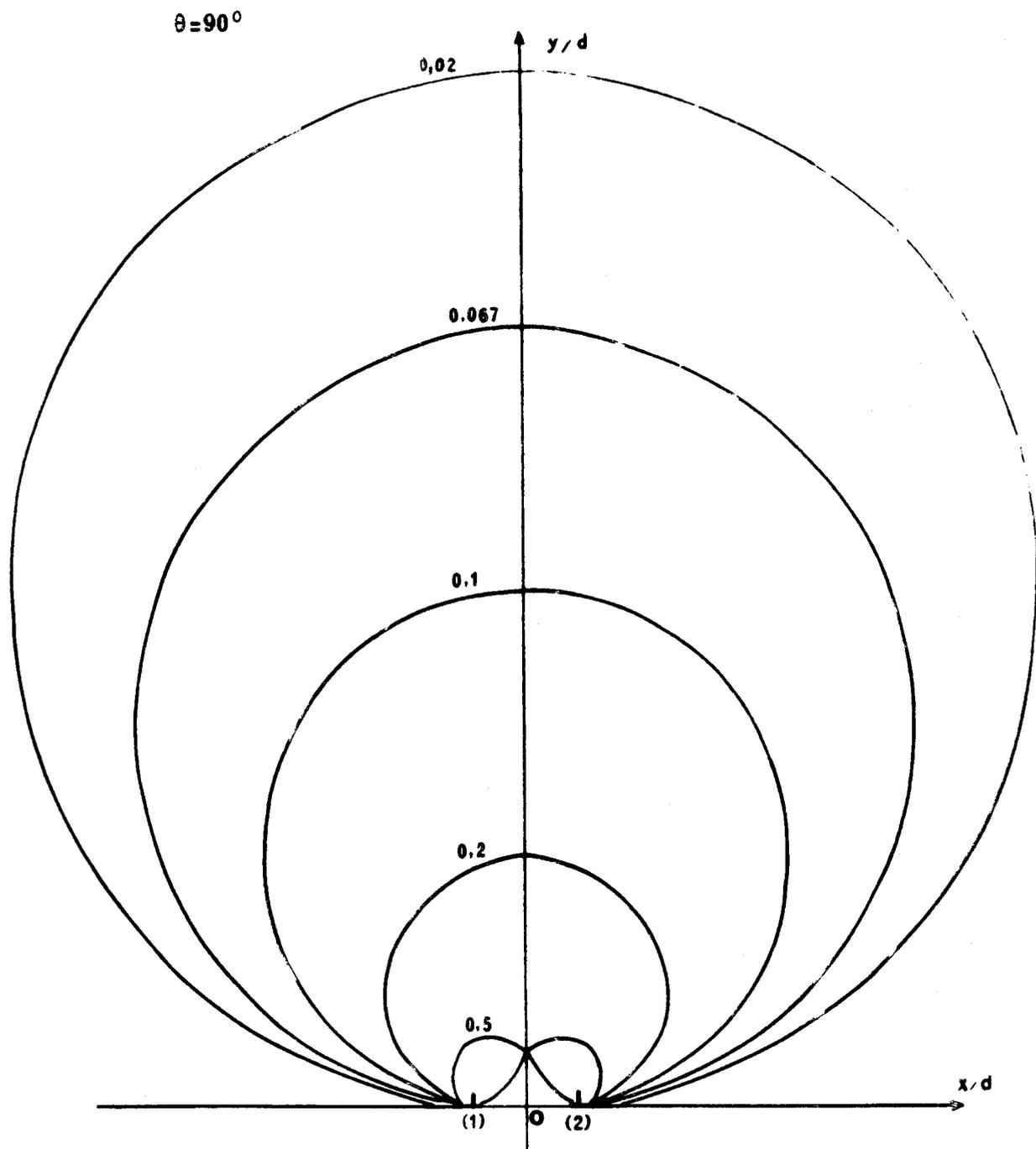


Figure 2.3. Courbes équipotentielles pour l'effet de taille autour d'une dislocation dissociée. On a indiqué les valeurs du rapport E^{int}/A .

a) Dislocation coin dissociée ($\theta = 90^\circ$)

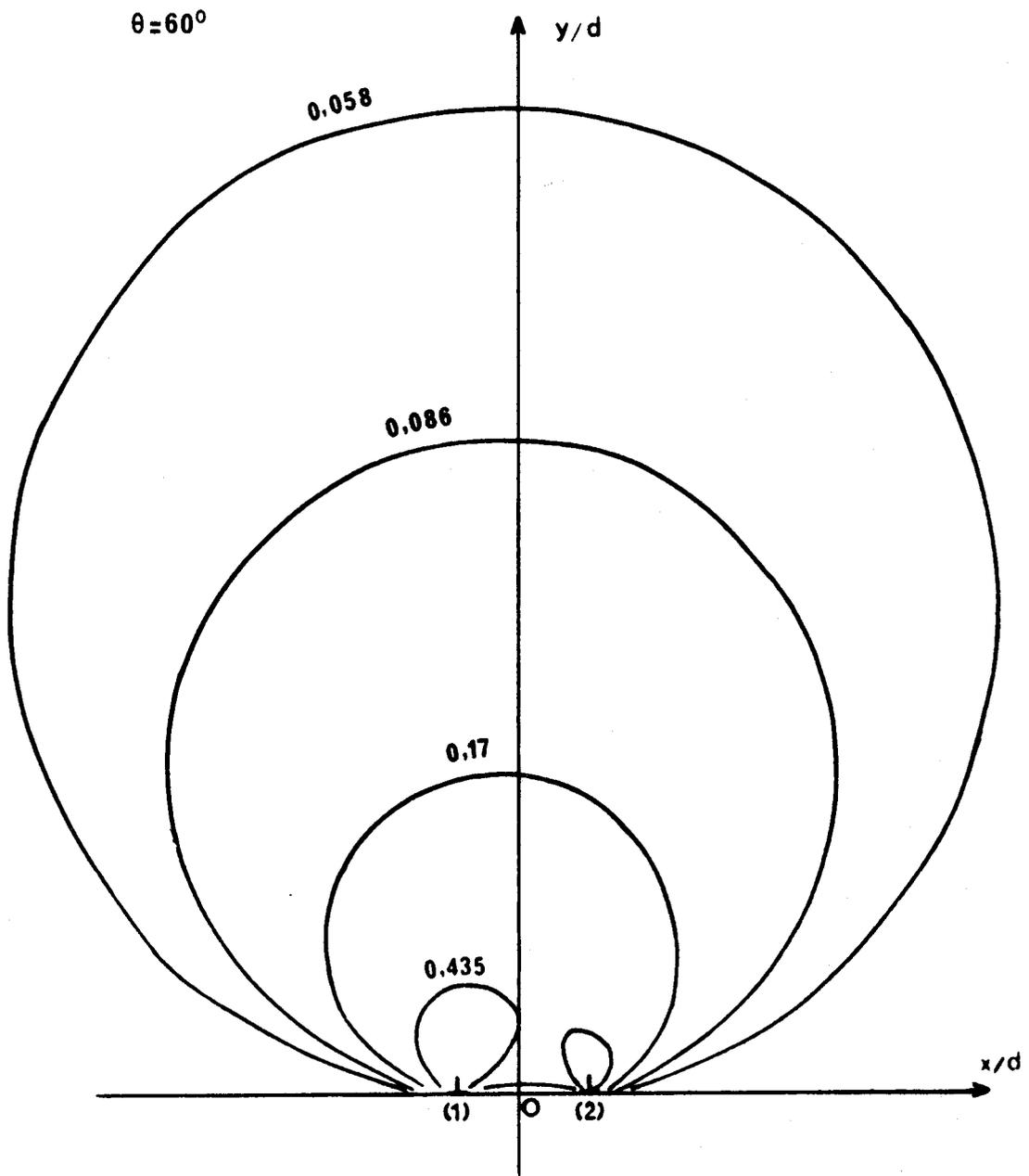


Figure 2.4. b) $\theta = 60^\circ$



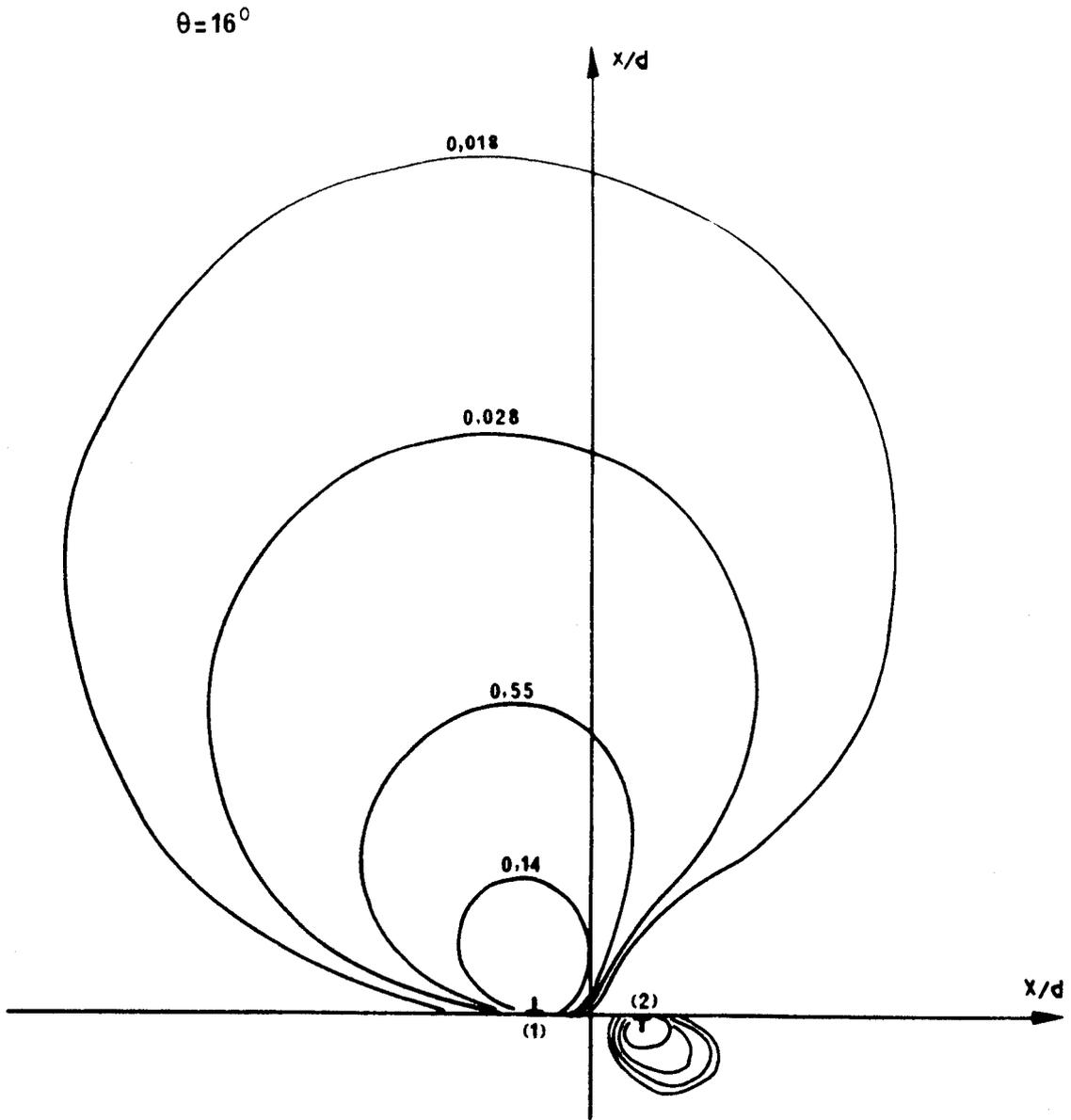


Figure 2.5. c) $\theta = 16^\circ$



$\theta = 0$

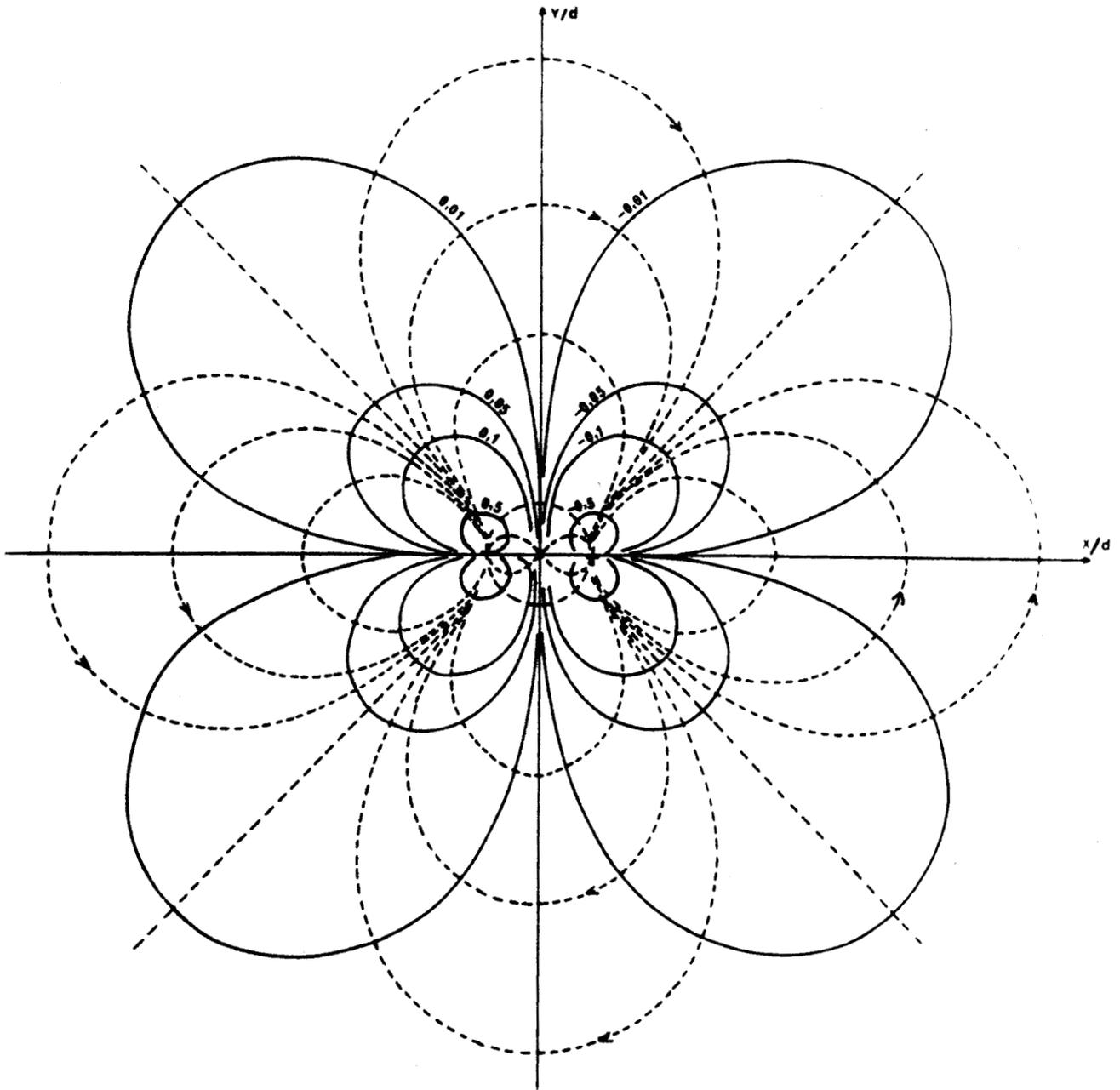


Figure 2.6. Courbes équipotentielles (trait plein) et lignes de force (trait pointillé) pour l'effet de taille autour d'une dislocation vis dissociée. On a indiqué les valeurs de rapport E^{int}/B et le sens des lignes de force pour $\eta > 0$.

Notons encore que pour $\theta = 90^\circ$ on a $b_c^{(1)} = b_c^{(2)}$; les courbes montrent qu'à une distance grande devant la largeur d de dissociation celle-ci n'est plus sensible tandis qu'à une distance petite devant d les dislocations partielles réagissent sur les impuretés comme des dislocations isolées de vecteurs de Burgers $b_c^{(1)}$ ou $b_c^{(2)}$.

Le cas $\theta = 16^\circ$ est intéressant car il correspond à une grande dissymétrie ; si on considère un alliage vieilli, on peut admettre que les impuretés ont une répartition d'équilibre gouvernée par la loi de Boltzmann

$$N = N_0 \exp \left(\frac{-E_{int}}{kT} \right) \quad (2.10)$$

Comme en outre dans un alliage binaire, toutes les impuretés ont le même facteur de taille, la figure 2.5 montre que l'une des deux partielles sera entourée d'un grand nuage d'impuretés et donc fortement épinglée, l'autre très peu.

2 . 2 - ENERGIE DE LIAISON DISLOCATION DISSOCIEE - IMPURETE

On a tracé, figure 2.7 les courbes $|E^{int}(x,y)|$ pour y donné inférieur à d la largeur de dissociation. Ces courbes présentent des maxima prononcés pour $x = \pm \frac{d}{2}$; les positions les plus stables pour les impuretés se trouvent donc dans les plans $x = \pm \frac{d}{2}$ au voisinage immédiat du plan de dissociation (et de glissement) zox .

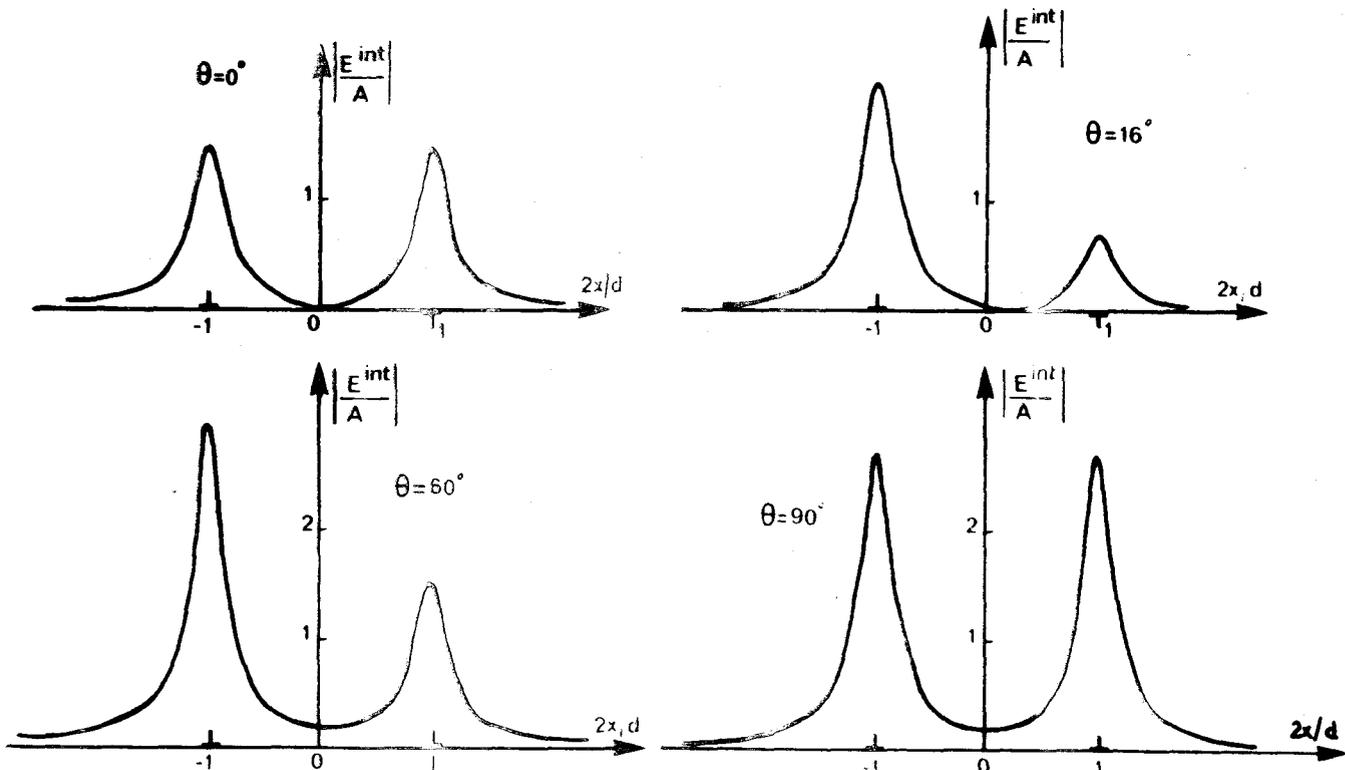


Figure 2.7 - Courbes $|E^{int}|$ en fonction de x , l'impureté étant à une hauteur $y = \frac{d}{10}$ au dessus du plan de glissement.

On montre en outre, en étudiant le rapport $b_c^{(1)}/b_c^{(2)}$ que le maximum maximum de $|E^{int}|$ se trouve toujours au-dessus de la partielle 1 (avec les conventions de la figure 2.1 et dans l'intervalle $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$). Plaçons donc une impureté en $x = -\frac{d}{2}$, $y = y_0$ et appelons D le rapport $D = \frac{d}{y_0}$. L'énergie d'interaction (2.5) vaut alors

$$E^{int} = \frac{\mu \eta \Omega}{6 \pi} \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{b}{y_0} \frac{(D^2+2) \sin\theta + \frac{\sqrt{3}}{3} D^2 \cos\theta}{D^2 + 1} \quad (2.11)$$

Soit W_ℓ la valeur maximale de $|E^{int}|$ lorsque l'impureté est attirée par la dislocation, c'est-à-dire lorsque $y_0 = \mp a\sqrt{3}/3$ pour $\eta \gtrless 0$ (l'impureté se trouve alors dans le plan immédiatement en-dessous ou au-dessus du plan de glissement)

$$W_\ell(\theta, D) = M f(\theta, D) \quad (2.12)$$

avec

$$M = \frac{\mu |\eta| \Omega}{2\pi \sqrt{6}} \frac{1+\nu}{1-\nu} \quad (2.13)$$

et

$$f(\theta, D) = \frac{(D^2+2) \sin\theta + \frac{D^2}{\sqrt{3}} \cos\theta}{D^2 + 1} \quad (2.14)$$

La figure 2.8 représente la variation de $f(\theta, D)$ avec D donc avec d, la largeur de dissociation. On voit que $f(\theta, D)$ tend très rapidement vers une constante, dès que $D > 5$, c'est-à-dire dès que d est supérieur à 5b environ. On appellera alors énergie de liaison la limite de W_ℓ lorsque D tend vers l'infini soit

$$W = M \left(\sin\theta + \frac{\cos\theta}{\sqrt{3}} \right) \quad (2.15)$$

On peut constater, à l'aide des relations (1.38) et (2.3), que ce résultat est justement l'énergie de liaison $W^{(1)}$ d'une impureté avec la dislocation partielle (1) seule.

En considérant l'atome de soluté au-dessus de la partielle (2), on aurait trouvé $W^{(2)}$, l'énergie de liaison de l'impureté avec la dislocation partielle (2) seule et on a toujours $W^{(2)} \leq W^{(1)}$

$$W^{(i)} = \frac{\sqrt{3}}{3\pi} \mu |\eta| \frac{\Omega}{a} \frac{1+\nu}{1-\nu} \left| \frac{b_c^{(i)}}{b_c} \right| \quad (2.16)$$

On a tracé en outre, figure 2.9, les variations de $f(\theta, D)$ avec θ , pour diverses valeurs de D.

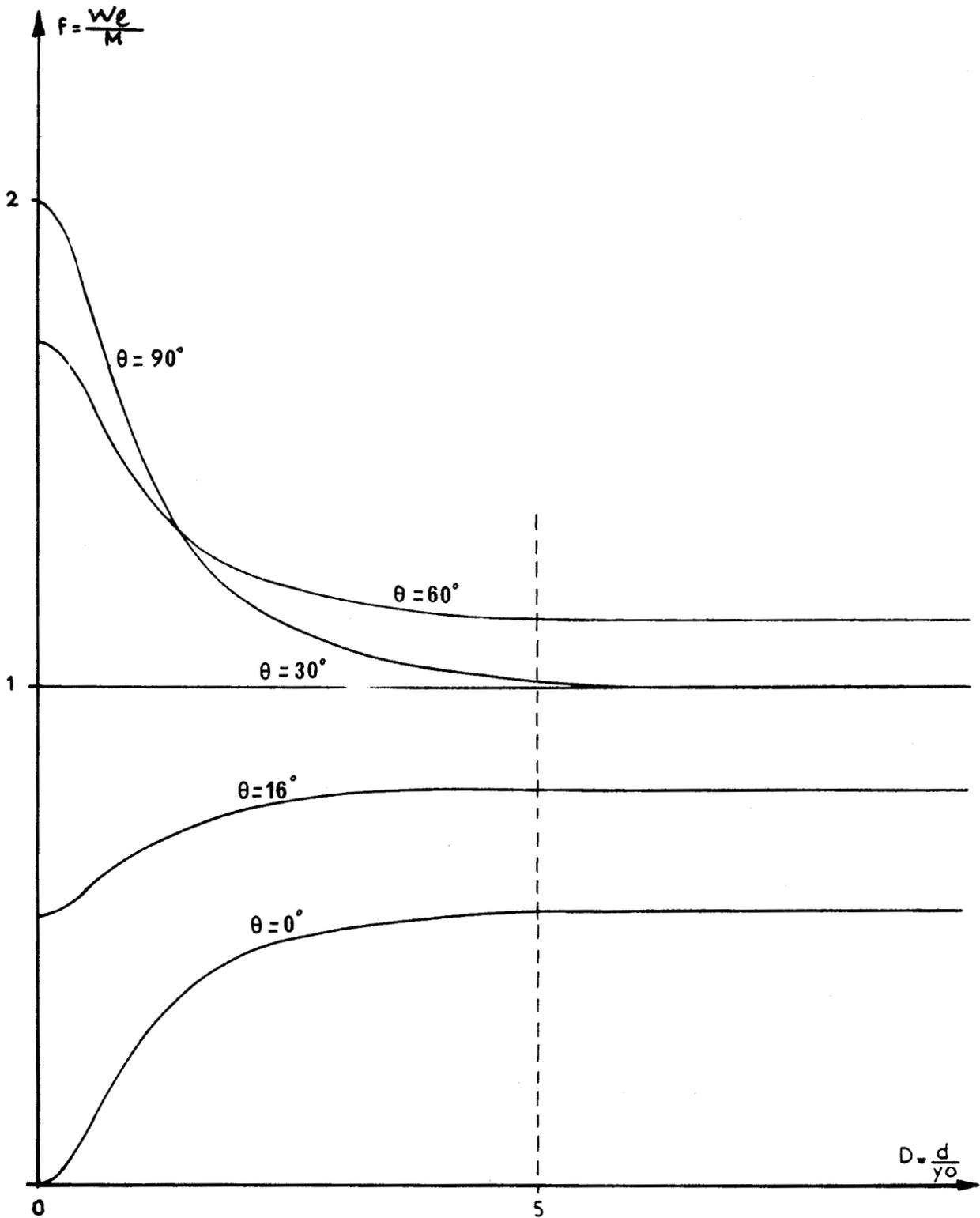


Figure 2.8. Variation de l'énergie de liaison W_l avec la largeur de dissociation d

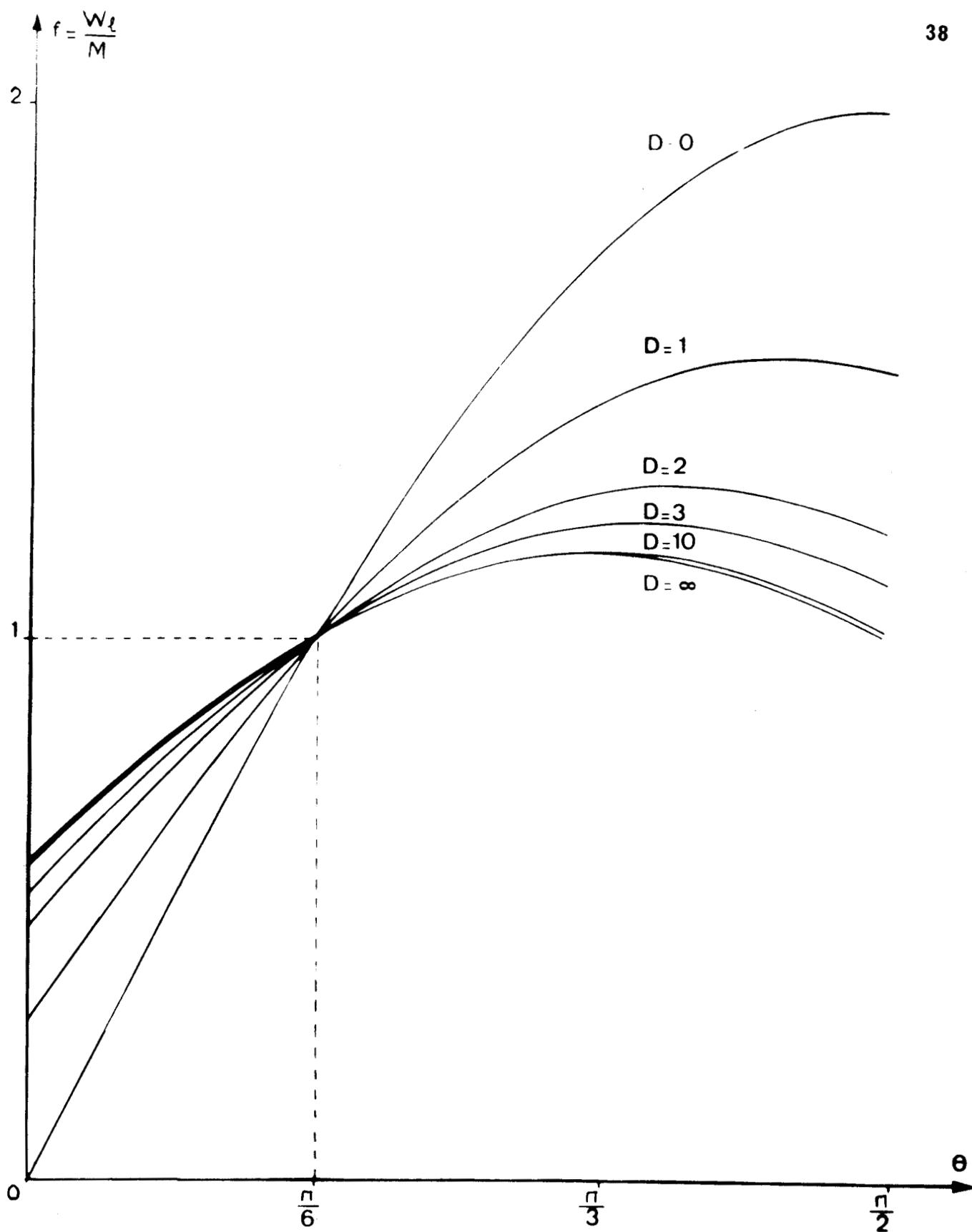


Figure 2.9. Variation de l'énergie de liaison W_l avec l'angle θ

On peut voir que l'énergie de liaison $W = M \cdot f(\theta, D)$ varie beaucoup moins avec θ lorsque la dislocation est dissociée que lorsqu'elle est parfaite ($D=0$).

Dans le cas d'un alliage Cu Ag, on trouve $M \approx 0,2$ eV ce qui conduit à $W^{(i)} \approx 0,2$ eV pour une dislocation coin dissociée et à $W^{(i)} \approx 0,11$ eV pour une dislocation vis dissociée. On voit que l'énergie de liaison d'une impureté avec une dislocation dissociée est toujours plus faible que l'énergie de liaison avec une dislocation coin parfaite. Par contre, l'effet de dissociation est généralement l'effet le plus important dans le cas d'une dislocation vis (voir le tableau comparatif 1.II, & 1.3). Les effets de torsion et de taille du deuxième ordre sont plus petits. Seul l'effet de module peut produire une énergie de liaison du même ordre que l'effet de dissociation pour des alliages de grand facteur de module et de petit facteur de taille.

2.3 - APPLICATION A L'ETUDE DU VIEILLISSEMENT

Sous l'action de la force

$$\vec{F} = - \text{grad} (E^{int}) \quad (2.17)$$

l'impureté va diffuser avec la vitesse

$$\vec{V} = \frac{D}{kT} \vec{F} \quad (2.18)$$

où k est la constante de Boltzmann, T la température et D le coefficient de diffusion qui varie avec la température suivant la loi $D = D_0 \exp\left(-\frac{Q}{kT}\right)$, Q étant l'énergie d'activation du phénomène.

Pour étudier d'un point de vue théorique, la cinétique de la diffusion des impuretés vers une dislocation dissociée, il faut donc intégrer l'équation (2.18). Dans le cas général, l'expression de E^{int} est très complexe aussi procéderons-nous de la façon suivante :

- les impuretés proches de la dislocation dissociée vont diffuser vers une partielle (i) en suivant la loi du vieillissement de Cottrell et Bilby [40] établie pour des dislocations parfaites : si n_0 est le nombre initial d'impuretés (réparties uniformément) par unité de volume, le nombre N d'impuretés qui ont rejoint l'unité de longueur de la dislocation (i) au bout du temps t est :

$$N(t) = 3 n_0 \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/3} \left[\frac{A D t}{k T}\right]^{2/3} \quad (2.19)$$

avec

$$A = \frac{2}{3\pi} \mu \eta \Omega b_c^{(i)} \quad (2.20)$$

Nous pouvons évaluer approximativement le temps nécessaire à la diffusion des impuretés réparties dans un cylindre de rayon $R_0 = \frac{d}{2}$ autour de chaque partielle (figure 2.10)

$$t = 2\pi^2 R_0^3 \frac{kT}{\mu\Omega} \frac{1}{na} \frac{1}{D_0} \exp \frac{Q}{kT} \quad (2.21)$$

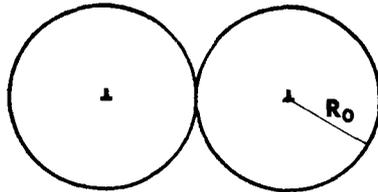


Figure 2.10

Pour un alliage Ag Cu à 830°K par exemple, avec $D_0 \approx 6.10^{-5} \text{ cm}^2/\text{S}$ et $Q \approx 1 \text{ eV}$ [41] on trouve

$$t \approx 5.10^{-5} \left(\frac{d}{a} \right)^3 \quad (2.22)$$

ce qui, pour une dissociation de l'ordre de $10a$ donne $t \approx 5.10^{-3}$ secondes ; ce processus est très rapide et il est négligeable devant la diffusion des impuretés à grande distance dans l'étude du vieillissement.

- Nous allons donc envisager la diffusion des impuretés éloignées des dislocations, c'est-à-dire situées à une distance du ruban de faute grande par rapport à la largeur de dissociation d . On étendra pour cela la méthode que Novotny et Kroupa [42] ont utilisée pour un dipôle infinitesimal.

Etudions tout d'abord le cas d'une dislocation vis dissociée. On peut considérer avec l'approximation envisagée, que $\rho \gg 1$; l'expression (2.7) de l'énergie d'interaction devient

$$E^{\text{int}}(\rho, \phi) \approx - B \frac{\sin 2\phi}{\rho^2} \quad (2.23)$$

ou

$$E^{\text{int}}(r, \phi) \approx - B \frac{d^2}{4} \frac{\sin 2\phi}{r^2}$$

Les trajectoires suivies par les impuretés sont des courbes d'équation

$$\frac{\cos 2\phi}{\rho^2} = \text{constante} \quad (2.24)$$

qui s'écrivent aussi

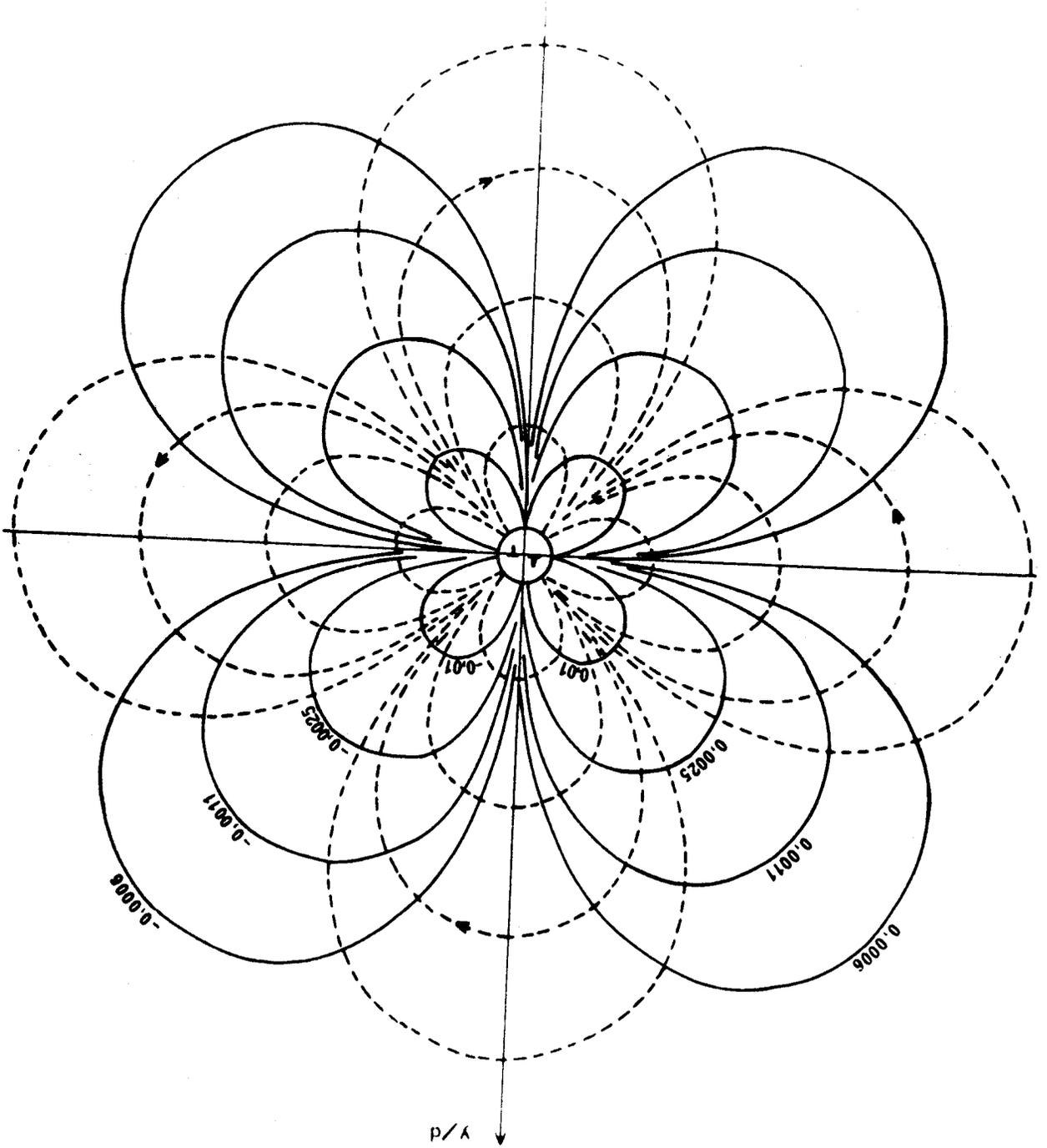
$$r^2 = r_M^2 \cos 2\phi \quad (2.25)$$

où r_M est la distance maximum d'un point de la trajectoire à l'origine des coordonnées.

Les équipotentielles et les trajectoires sont dans ce cas, représentées sur la figure (2.11) (ce sont des lemniscates de Bernouilli).



Figure 2.11. Equipotentielles et lignes de force loin d'une dislocation vis dissociée. On a indiqué les valeurs du rapport E_{int}/B et le sens des lignes de force pour $\eta > 0$



L'équation (2.18) donne, à l'aide de (2.23) et (2.25)

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\mathcal{D}}{kT} \frac{B d^2}{2 r_M^4} \frac{1}{\cos 2\phi} \quad (2.26)$$

Le temps mis par une impureté pour aller de I en J sur la trajectoire (1) (figure 2.12) est :

$$t = \frac{2 k T r_M^4}{\mathcal{D} B d^2} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{+\frac{\pi}{4}} \cos 2\phi \, d\phi \quad (2.27)$$

$$= \frac{2 k T r_M^4}{\mathcal{D} B d^2}$$

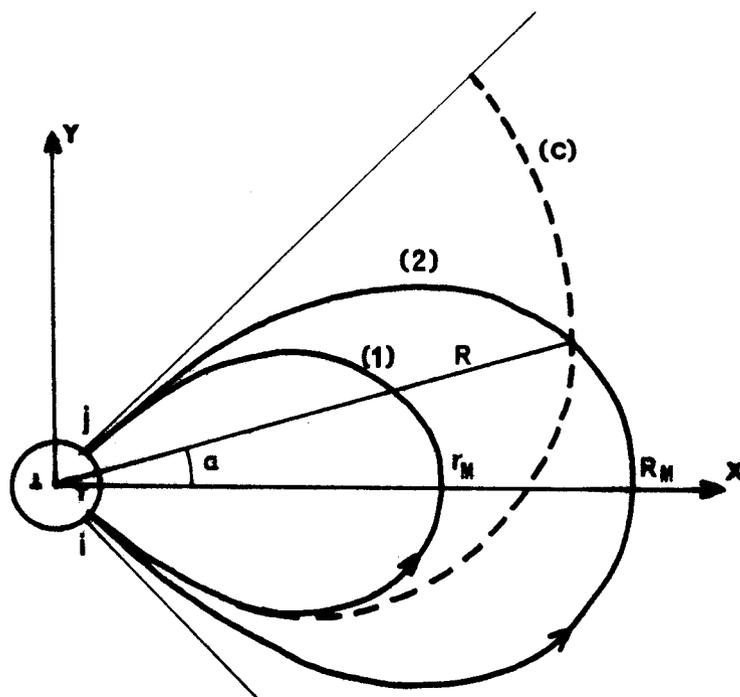


Figure 2.12

Pendant ce temps t , toutes les impuretés contenues à l'intérieur de la trajectoire (1) sont arrivées dans la petite région proche des dislocations. Mais, en plus de celles-ci, une impureté de coordonnées polaires R et α (sur la trajectoire (2)) a eu le temps d'arriver également si

$$t \geq \frac{2 k T}{D B d^2} R_M^4 \int_{\alpha}^{\pi/4} \cos 2\phi \, d\phi \quad (2.28)$$

avec :

$$R^2 = R_M^2 \cos 2\alpha$$

ce qui permet de trouver l'équation de la courbe (c) limite de la région qui s'est vidée de ses impuretés pendant le temps t . On obtient :

$$R^2 = 2 r_M^2 \cos \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) \quad (2.29)$$

Cette courbe (c) enferme l'aire

$$S = r_M^2 \int_{-\pi/4}^{+\pi/4} \cos \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) d\alpha = r_M^2 \quad (2.30)$$

Donc, au total, étant donné la symétrie du problème, une aire $4 r_M^2$ s'est vidée de ses impuretés pendant le temps t . Le nombre d'atomes d'impuretés arrivés sur l'unité de longueur de dislocation est :

$$n(t) = 4 r_M^2 n_0 \quad (2.31)$$

c'est-à-dire, en déduisant r_M^2 de l'équation (2.27)

$$n(t) = 2\sqrt{2} n_0 \left[\frac{D}{kT} \right]^{1/2} B^{1/2} d t^{1/2} \quad (2.32)$$

On obtient donc, pour une dislocation vis dissociée, une loi de vieillissement en $t^{1/2}$.

Envisageons maintenant le cas d'une dislocation coin dissociée; on voit (figure 2.3) que les courbes équipotentielles, et donc les trajectoires, sont pratiquement des cercles, comme dans le cas d'une dislocation coin non dissociée.

L'énergie d'interaction dislocation coin dissociée - impureté (2.5)

vaut :

$$E^{int} \approx A \frac{d}{2} \frac{\sin \phi}{r} \quad (2.33)$$

On trouve alors, dans ce cas, le résultat de Cottrell et Bilby [40]

$$n(t) = 3 n_0 \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/3} \left(\frac{AD}{kT}\right)^{2/3} t^{2/3} \quad (2.34)$$

Il faut noter que l'accumulation d'impuretés produit un gradient de concentration dont nous n'avons pas tenu compte dans nos calculs et qui a pour effet de freiner le vieillissement. Ce ralentissement n'est négligeable qu'au début du processus (concentration uniforme).

En conclusion, nous obtenons une cinétique de vieillissement en $t^{1/2}$ pour une dislocation vis dissociée et en $t^{2/3}$ pour une dislocation coin dissociée ou non. Il faut donc s'attendre à trouver des lois de vieillissement expérimentales en t^n avec $n < 1$; c'est bien ce que l'on observe : Hendrickson et Fine [43] sur des alliages Ag Al trouvent une loi en t^n avec $n = 0,73$ au début du vieillissement , puis $n = 0,39$; Russel et Vela [44] sur des solutions solides de Cu Sn trouvent une loi de vieillissement en $t^{2/3}$, de même que Beshers [45] sur divers alliages de Cu.

- CHAPITRE 3 -

COMPORTEMENT D'UNE DISLOCATION DISSOCIEE SOUS L'ACTION D'UNE CONTRAINTE EXTERIEURE3 . 1 - CONFIGURATIONS D'EQUILIBRE D'UNE DISLOCATION DISSOCIEE EN PRESENCE
D'IMPURETES

On peut en principe trouver les configurations d'équilibre $x^{(1)}(z)$ et $x^{(2)}(z)$ des deux partielles en présence d'impuretés en minimisant l'énergie libre du cristal comme on l'a fait pour la dislocation parfaite (§ 1 . 2 . 2). On doit obtenir un système de deux équations différentielles dont $x^{(1)}(z)$ et $x^{(2)}(z)$ sont les solutions. En fait, cette méthode est mathématiquement inextricable et nous chercherons les configurations d'équilibre en généralisant le modèle de Friedel [8].

Les impuretés étant réparties de façon aléatoire dans le cristal, on ne tiendra compte que de l'action des impuretés très proches de l'une ou de l'autre des deux partielles. On suppose qu'en l'absence de contrainte extérieure les partielles ont une forme de zig zag dont l'amplitude se détermine en minimisant l'énergie libre du cristal contenant la dislocation dissociée et les impuretés.

Les diverses contributions à l'énergie libre, en l'absence de contrainte extérieure sont :

- l'énergie de faute d'empilement W_f
- l'énergie d'interaction élastique entre les deux partielles W_e
- l'énergie d'interaction dislocation - impuretés W_{imp}
- l'énergie de tension de ligne due au zig zag W_t

On a donc

$$F = F_0 + W_f + W_e + W_{imp} + W_t \quad (3.1)$$

où F_0 est une constante sans intérêt pour notre problème.

En toute rigueur, le nombre d'épinglages par unité de longueur n'est pas le même pour les deux partielles ; en effet, si la dislocation est assez dissociée, les deux partielles se comportent comme des dislocations indépendantes

et l'on a, pour la partielle (i), d'après (1.35) et (1.37)

$$x^{(i)} z^{(i)} = \frac{\sqrt{3} a^2}{8c} \quad ; \quad x^{(i)} = \left[\frac{\sqrt{3} W^{(i)}}{4 \mu c} \right]^{1/3} \quad (3.2)$$

or $\frac{W^{(1)}}{W^{(2)}}$ peut varier de 1 à 4 environ, de sorte que l'on a toujours

$x^{(2)} \leq x^{(1)} \leq 1,5 x^{(2)}$. Nous admettrons pour simplifier le calcul que $x^{(1)} = x^{(2)} = x$ et donc $z^{(1)} = z^{(2)} = z$, ce qui modifie très peu l'énergie libre (3.1).

Considérons alors une tranche de dislocation dissociée de longueur Z dans le plan de glissement (et de dissociation) zox , où Z est la distance moyenne entre deux épinglements le long des partiellles (figure 3.1).

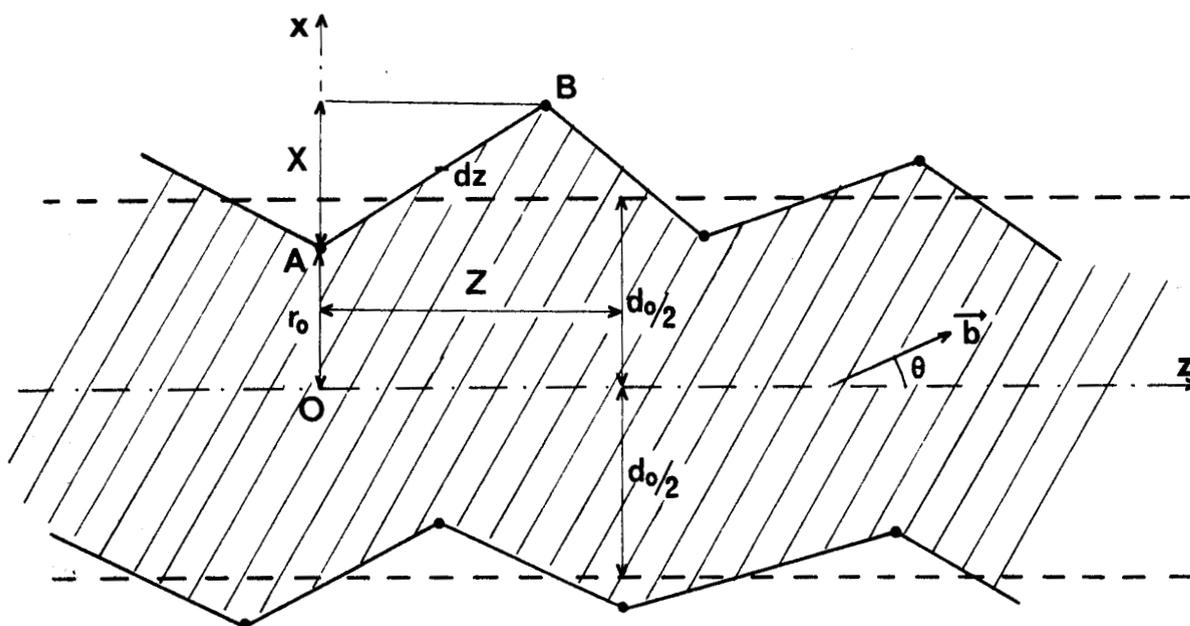


Figure 3.1 - Configuration d'une dislocation dissociée en présence d'impuretés.

L'énergie de faute d'empilement correspondante est

$$W_f = 2 \gamma Z \left(r_0 + \frac{X}{2} \right) \quad (3.3)$$

γ étant la densité superficielle d'énergie de faute d'empilement.

Pour évaluer W_e il faudrait en toute rigueur appliquer la formule de Blin [46]. En fait, si X est petit devant r_0 et Z , l'une des deux partiellles

apparaît rectiligne pour un petit élément de l'autre et on suppose avec Stroh [47] que l'on peut décomposer le segment oblique AB en une suite de segments infinitésimaux dz, parallèles à Oz et distants de $(r_0 + \frac{X}{Z} z)$ de Oz.

Lorsque la distance entre deux dislocations parallèles, de vecteurs de Burgers $\vec{b}^{(1)}$ ($b_v^{(1)}$, $b_c^{(1)}$) et $\vec{b}^{(2)}$ ($b_v^{(2)}$, $b_c^{(2)}$), passe de r_a à r, leur énergie d'interaction varie de [48]

$$\begin{aligned} \Delta W &= - \frac{\mu}{2\pi} \left[b_v^{(1)} b_v^{(2)} + \frac{1}{1-\nu} b_c^{(1)} b_c^{(2)} \right] \text{Log} \frac{r}{r_a} \\ &= - \frac{\mu b^2}{12\pi K} \text{Log} \frac{r}{r_a} \end{aligned} \quad (3.4)$$

avec

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{2} + \cos 2\theta + \frac{1}{1-\nu} \left(\frac{1}{2} - \cos 2\theta \right) \quad (3.5)$$

θ étant l'angle du vecteur de Burgers de la dislocation parfaite avec Oz. Si $\nu = 1/3$, K est compris entre 4/7 (pour $\theta=90^\circ$) et 4/3 (pour $\theta=0$).

L'énergie élastique d'interaction entre les deux partielles vaut donc pour la tranche Z envisagée

$$\begin{aligned} W_e &\approx - \frac{\mu b^2}{12\pi K} \int_0^Z \text{Log} \frac{2(r_0 + \frac{X}{Z} z)}{r_a} dz \\ &\approx - \frac{\mu b^2}{12\pi K} \frac{Z}{X} \left[(r_0 + X) \text{Log} \frac{2(r_0 + X)}{r_a} - r_0 \text{Log} \frac{2r_0}{r_a} - X \right] \end{aligned} \quad (3.6)$$

D'autre part, nous avons supposé qu'il y avait en moyenne un épingle par partielle dans la tranche Z de dislocation dissociée mais les énergies d'interaction de ces deux épingleages sont différentes car en général $b_c^{(1)} \neq b_c^{(2)}$. Nous prendrons donc

$$W_{imp.} = E^{int(1)} + E^{int(2)} \quad (3.7)$$

$E^{int(j)}$ étant l'énergie d'interaction de la partielle (j) avec l'impureté qui l'épingle (elle est égale et opposée à l'énergie de liaison $W^{(j)}$ (2.16)).

Enfin, l'énergie de tension de ligne étant sensiblement constante et égale à τ pour chaque partielle, si le zig zag n'est pas trop prononcé, nous avons

$$W_t = 2\tau \sqrt{X^2 + Z^2} \approx 2\tau Z \left(1 + \frac{X^2}{2Z^2} \right) \quad (3.8)$$

Avant de minimiser l'énergie libre pour trouver l'amplitude X du zig zag des partielles, il faut trouver une relation liant X à Z ; cette relation est fournie par l'évaluation de la concentration c. En prenant les mêmes hypothèses qu'au § 1 . 2 . 4 , on obtient

$$XZ = \frac{a^2\sqrt{3}}{8c} \quad (3.9)$$

L'énergie libre du cristal contenant la dislocation dissociée et les impuretés qui l'épinglent vaut alors, par unité de longueur de dislocation,

$$f = f_0 + 2\gamma \left(r_0 + \frac{X}{2} \right) - \frac{\mu b^2}{12\pi KX} \left[(r_0 + X) \operatorname{Log} \frac{2(r_0 + X)}{r_a} - r_0 \operatorname{Log} \frac{2r_0}{r_a} - X \right] + \frac{8c}{a^2\sqrt{3}} X W_{\text{imp}} + 2\tau \left(1 + \frac{32c^2 X^4}{3a^4} \right) \quad (3.10)$$

On obtient la configuration d'équilibre en minimisant f, c'est-à-dire en annulant $\partial f/\partial r_0$ et $\partial f/\partial X$. La première condition conduit à

$$2\gamma - \frac{\mu b^2}{12\pi KX} \operatorname{Log} \frac{r_0 + X}{r_0} = 0$$

soit

$$r_0 = \frac{X}{e^{2X/d_0} - 1} \quad (3.11)$$

d_0 étant la largeur du ruban de faute à l'équilibre, en l'absence d'impuretés

$$d_0 = \frac{\mu b^2}{12\pi K\gamma} \quad (3.12)$$

D'autre part, $\frac{\partial f}{\partial X} = 0$ donne la relation

$$1 + \frac{d_0}{X^2} \left[r_0 \operatorname{Log} \frac{r_0 + X}{X} - X \right] + \frac{8c}{a^2\gamma\sqrt{3}} W_{\text{imp}} + \frac{256\tau c^2 X^3}{3a^4} = 0 \quad (3.13)$$

ce qui, compte tenu de (3.11) et du développement limité de $r_0 - \frac{d_0}{2}$,

$$r_0 - \frac{d_0}{2} = -\frac{X}{2} + \frac{X^2}{6d_0} - \frac{X^4}{90d_0^3} \quad (3.14)$$

conduit à l'équation du troisième degré

$$\left[\frac{85\tau c^2}{a^4} - \frac{\gamma}{45 d_o^3} \right] X^3 + \frac{\gamma}{3d_o} X + \frac{\varepsilon c}{a^2\sqrt{3}} W_{imp} = 0 \quad (3.15)$$

Le terme $\gamma/45 d_o^3$ est négligeable devant $\frac{85\tau c^2}{a^4}$ pourvu que $d_o > 5 b$ si $c > 10^{-3}$ et $d_o > 15 b$ si $10^{-4} < c < 10^{-3}$. Dans ces conditions, l'équation (3.15) s'écrit plus simplement

$$X^3 + \frac{4 \cdot 10^{-4} \mu b^6}{K\tau c^2 d_o^2} X + \frac{b^2}{10\tau c} W_{imp} = 0 \quad (3.16)$$

On voit que pour une concentration c donnée, l'amplitude X du zig zag dépend de la largeur de dissociation d_o en l'absence d'impuretés (c'est à dire de γ) et de la nature de la dislocation parfaite qui s'est dissociée (par l'intermédiaire du facteur K défini dans la formule (3.5) et de l'énergie d'interaction W_{imp}).

Dans tous les cas, X est inférieur à

$$X_{max} = \left(\frac{b^2}{10\tau c} \left| W_{imp} \right| \right)^{1/3} \quad (3.17)$$

qui est la solution de (3.16) lorsque le terme linéaire en X est négligeable (d_o grand, c'est à dire γ petit).

On voit que notre calcul n'a de sens que si $X_{max} \geq b$ ce qui, avec les valeurs habituelles de W_{imp} impose la condition $c \leq 10^{-2}$.

Pour un alliage de facteur de taille volumique $\eta \approx 0,4$ l'amplitude du zig zag est de l'ordre de :

$$\begin{aligned} X_{max} &\sim 3b \quad \text{pour} \quad c \sim 10^{-3} \\ X_{max} &\sim 6b \quad \text{pour} \quad c \sim 10^{-4} \end{aligned}$$

dans le cas d'une dislocation coin dissociée, tandis que pour une dislocation vis dissociée, X est légèrement plus faible ($X_{max} \sim 2b$ pour $c \sim 10^{-3}$ et $X_{max} \sim 5b$ pour $c \sim 10^{-4}$).

En rapprochant ces résultats de ceux trouvés au § 1.2.4 dans le cas d'une dislocation coin parfaite ($X \sim 3b$ pour $c \sim 10^{-3}$ et $X \sim 7b$ pour $c \sim 10^{-4}$) nous en concluons qu'ils sont tout à fait comparables, mais toujours plus faibles pour une dislocation coin dissociée que pour une dislocation coin parfaite.



3 . 2 - ACTION D'UNE CONTRAINTE EXTERIEURE SUR UNE DISLOCATION DISSOCIEE

3 . 2 . 1 - Bilan des forces

Lorsqu'on applique une contrainte homogène $\vec{\sigma}^a$, le bilan des forces par unité de longueur agissant sur une dislocation partielle s'établit ainsi :

- \vec{F}_r force de répulsion entre les deux partielles
- \vec{F}_y force d'attraction due à l'existence de la faute d'empilement
- \vec{F}_a force due à la contrainte extérieure appliquée
- $\vec{\phi}$ force de frottement due à l'épinglage par les impuretés.

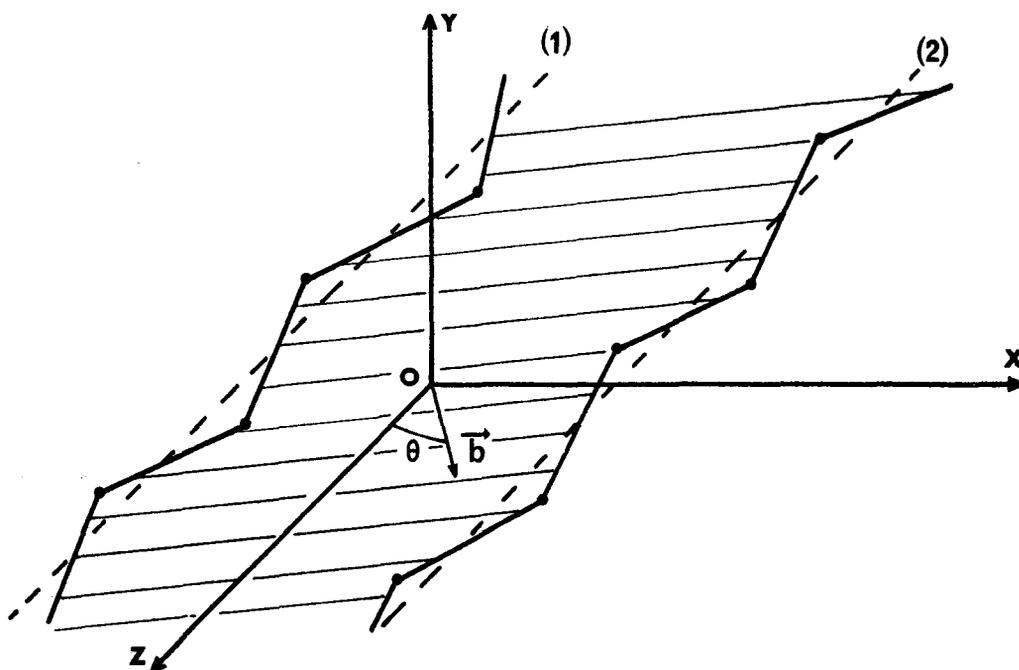


Figure 3.2

On suppose que, sous l'action de la contrainte appliquée, les dislocations se déplacent à vitesse uniforme (régime d'écoulement permanent), en sautant d'une configuration zig zag à une autre. L'amplitude du zig zag étant toujours faible, on assimile les partielles à des droites parallèles à Oz (figure 3.2), de sorte que seules les composantes des différentes forces suivant Ox interviennent dans l'étude du glissement. Lorsqu'une dislocation partielle (i) (représentée schématiquement par sa ligne droite moyenne) se déplace à vitesse lente et uniforme, il y a équilibre entre les forces motrices et les forces résistantes.

$\phi^{(i)}$ est toujours une force résistante ; elle ne dérive pas d'un potentiel, on ne peut donc pas raisonner sur les énergies.

D'autre part, $\phi^{(i)}$ n'atteint sa valeur maximum que lorsque la dislocation (i) est en mouvement. Nous écrirons donc

$$\phi^{(i)} = \alpha^{(i)} \phi_{\max}^{(i)} \quad (3.18)$$

avec $-1 \leq \alpha^{(i)} \leq +1$ et $\phi_{\max}^{(i)}$ se déduit de la contrainte σ_M nécessaire pour désépingle la dislocation partielle (i) supposée seule, $\phi_{\max}^{(i)} = \sigma_M b_c^{(i)}$, soit

$$\phi_{\max}^{(i)} = \left| G \mu \eta c b_c^{(i)} \right| \quad (3.19)$$

le facteur G valant $\frac{3\sqrt{2}}{4\pi}$ dans le modèle de Tchernov - Indenbom (relation 1.44) et $2/3\pi$ dans le modèle de Friedel (relation (1.42)).

Les intensités des autres forces sont pour l'unité de longueur.

$$\begin{aligned} F_r^{(i)} &= \frac{\mu}{2\pi d} \left[b_v^{(1)} b_v^{(2)} + \frac{1}{1-\nu} b_c^{(1)} b_c^{(2)} \right] \\ &= \frac{\mu b^2}{12\pi K} \frac{1}{d} \end{aligned} \quad (3.20)$$

avec
$$\frac{1}{K} = \frac{1}{2} + \cos 2\theta + \frac{1}{1-\nu} \left(\frac{1}{2} - \cos 2\theta \right) \quad (3.21)$$

d est la distance de dissociation et b le module du vecteur de Burgers de la dislocation parfaite.

D'autre part, on a

$$F_\gamma = \gamma \quad (3.22)$$

et

$$F_a^{(i)} = \sigma_{yx} b_c^{(i)} + \sigma_{yz} b_v^{(i)} \quad (3.23)$$

σ_{yx} et σ_{yz} étant deux composantes du tenseur des contraintes appliquées $\vec{\sigma}^a$ [49].

En l'absence de contrainte extérieure, il y a équilibre entre la force de répulsion élastique F_r et la force d'attraction F_γ due à la faute d'empilement. Si on néglige la configuration en zig zag, l'équilibre des forces conduit à une largeur de ruban d_0 (c) qui est fonction de la concentration par l'intermédiaire de γ

$$d_0(c) = \frac{\mu b^2}{12\pi K \gamma(c)} \quad (3.24)$$

Si on tient compte de la configuration zig zag, la largeur moyenne d du ruban est différente de d_0 ; on a, d'après (3.14)

$$d(c) \neq d_0(c) + \frac{X^2}{3 d_0(c)} \quad (3.25)$$

$X(c)$ étant l'amplitude du zig zag,

Dans le cas d'un alliage Ag Sn de concentration atomique $c = 10^{-3}$ on obtient

$$\frac{d(c) - d_0(c)}{d_0(c)} \sim 2\% \quad (3.26)$$

cette variation relative serait de l'ordre de 0,2 % pour $c \sim 10^{-2}$; on voit donc que l'influence du zig zag est petite.

D'autre part on a, d'après (3.24)

$$\frac{d_0(c) - d_0(o)}{d_0(o)} = \frac{\gamma(o) - \gamma(c)}{\gamma(c)} = \frac{\Delta\gamma}{\gamma} \quad (3.27)$$

L'énergie de faute γ est plus faible dans l'alliage que dans le métal pur [50] ; $\frac{\Delta\gamma}{\gamma}$ est de l'ordre de 10 % pour un alliage Ag Sn de concentration $c \sim 10^{-2}$ [51]. L'influence de la concentration peut donc être plus importante que celle de l'épinglage, cependant, comme nous étudions des solutions très diluées, nous négligerons par la suite ces variations de d et nous prendrons, comme largeur de ruban à l'équilibre, en l'absence de contrainte, la valeur

$$d_0 = \frac{\mu b^2}{12\pi K \gamma(o)} \quad (3.28)$$

Nous étudierons le comportement d'une dislocation dissociée sous l'action d'une contrainte appliquée en envisageant tout d'abord le cas particulier où σ_{yz} est nul. Nous détaillerons ce cas pour mettre en évidence les diverses possibilités de mouvement des partielles (& 3 . 2 . 2). Nous examinerons ensuite plus rapidement le cas général (& 3 . 2 . 3) et nous synthétiserons les résultats dans un tableau récapitulatif. Nous en déduirons enfin (& 3 . 2 . 4) la limite élastique théorique à 0°K d'un alliage contenant des dislocations dissociées.

3 . 2 . 2 - Etude du cas particulier $\sigma_{yz} = 0$

La force appliquée $F_a^{(i)}$ sur la partielle (i) (due à la contrainte σ_a) vaut alors simplement

$$F_a^{(i)} = \sigma_{yx} b_c^{(i)} \quad (3.29)$$

Le sens de $F_a^{(i)}$ dépend du signe de σ_{yx} et de celui de $b_c^{(i)}$. On a donc quatre possibilités suivant les valeurs relatives de $b_c^{(1)}$ et $b_c^{(2)}$ (c'est à dire suivant les valeurs de θ). Elles sont représentées schématiquement sur la figure 3.3 et nous étudierons successivement les différents cas :

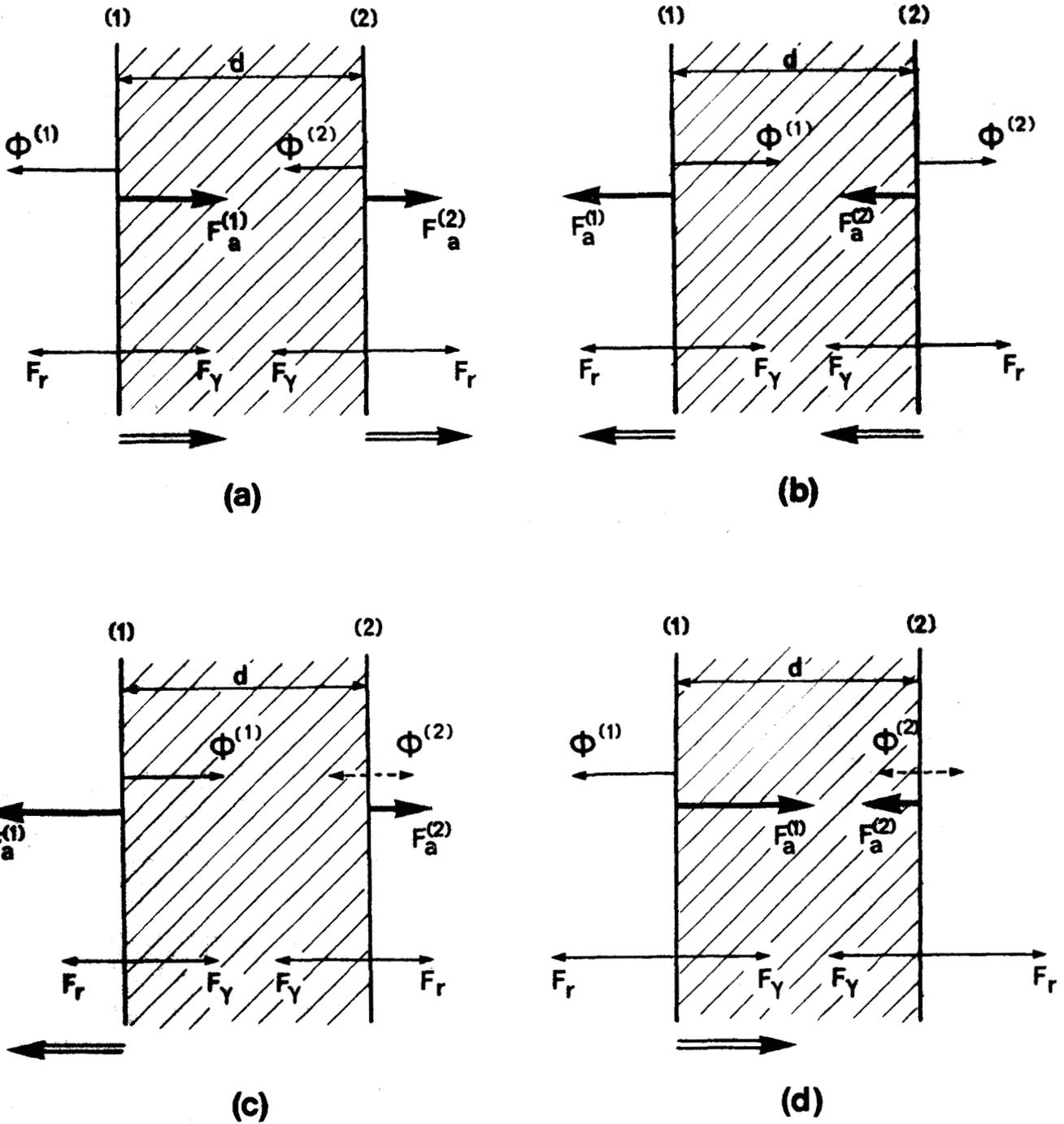


Figure 3.3. Forces appliquées à une dislocation dissociée soumise à une contrainte extérieure.

(a) , (b) : $b_c^{(1)}$ et $b_c^{(2)}$ de même signe (les forces $F_a^{(i)}$ sont de même sens)

(c) , (d) : $b_c^{(1)}$ et $b_c^{(2)}$ de signes opposés (les forces $F_a^{(i)}$ sont de sens contraire)

Les doubles flèches représentent le sens du mouvement.



- $\frac{\pi}{6} < \theta \leq \frac{\pi}{2}$ $b_c^{(1)}$ et $b_c^{(2)}$ sont de même signe
- $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ $b_c^{(1)}$ et $b_c^{(2)}$ sont de signes contraires
- $\theta = 0$ $b_c^{(1)} = - b_c^{(2)}$
- $\theta = \frac{\pi}{6}$ $b_c^{(2)} = 0$ ($F_a^{(2)}$ est nul)

3 . 2 . 2 . 1 - $b_c^{(1)}$ et $b_c^{(2)}$ sont de même signe $\frac{\pi}{6} < \theta \leq \frac{\pi}{2}$

Ce cas est illustré par les figures 3.3 (a) et (b).

La dislocation partielle (i) commence à glisser dès que $F_a^{(i)} = \phi_{\max}^{(i)}$ c'est à dire, compte tenu de (3.19) et (3.29), dès que

$$|\sigma_{yx}| = \sigma_1 = G \mu |\eta| c \quad (i = 1 \text{ ou } 2) \quad (3.30)$$

les deux partielles glissent dans le même sens (celui des forces $F_a^{(i)}$) et le ruban peut sortir du cristal ou se multiplier, contribuant ainsi à la déformation plastique. La largeur de dissociation dynamique d_1 reste égale à la largeur d'équilibre statique d_0 .

3 . 2 . 2 . 2 - $b_c^{(1)}$ et $b_c^{(2)}$ de signes contraires ($0 \leq \theta < \frac{\pi}{6}$)

Ce cas est moins simple car les forces appliquées sur les deux partielles $F_a^{(1)}$ et $F_a^{(2)}$ sont de sens opposé (figure 3.3 (c) et (d)).

Si d est la largeur du ruban à un instant quelconque au cours du mouvement, on peut écrire, compte tenu de (3.20)

$$F_r = \gamma \frac{d_0}{d} \quad (3.31)$$

L'équilibre des forces sur les deux partielles est alors décrit par le système d'équations

$$\begin{aligned} \gamma \frac{d_0}{d} - \gamma \pm \left[\sigma_{yx} - \alpha^{(1)} G \mu \eta c \right] |b_c^{(1)}| &= 0 \\ \gamma \frac{d_0}{d} - \gamma \pm \left[\sigma_{yx} - \alpha^{(2)} G \mu \eta c \right] |b_c^{(2)}| &= 0 \end{aligned} \quad (3.32)$$

Le signe + correspond à des forces appliquées ayant tendance à élargir le ruban (figure 3.3 (c)) tandis que le signe - correspond à des forces qui tendent à le resserrer (figure 3.3 (d)). $\alpha^{(i)}$ est défini par (3.18) et ca-

ractérise l'intensité et le sens de la force de frottement $\phi^{(i)}$.

Etudions le cas correspondant à la figure 3.3 (c).

Les deux partielles ne peuvent jamais se déplacer en sens contraire (ce qui correspondrait à $\alpha^{(1)} = \alpha^{(2)} = +1$ sauf si $|b_c^{(1)}| = |b_c^{(2)}|$ c'est à dire pour une dislocation vis dissociée : nous étudions ce cas au § 3.2.2.3)

Avec les conventions adoptées ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ou $|b_c^{(1)}| \geq |b_c^{(2)}|$) le mouvement commence toujours par le glissement de la partielle (1) dans le sens de $F_a^{(1)}$. Lorsque σ_{yx} augmente, la partielle (2) glisse à son tour sollicitée par F_γ et le ruban se déplace dans son ensemble sous l'action de la contrainte appliquée $|\sigma_{yx}| = \sigma_2$ avec la largeur d_2 ; σ_2 et d_2 sont solutions du système.

$$\begin{aligned} \gamma \frac{d_0}{d_2} - \gamma + [\sigma_2 - G \mu \eta c] |b_c^{(1)}| &= 0 \\ \gamma \frac{d_0}{d_2} - \gamma + [\sigma_2 + G \mu \eta c] |b_c^{(2)}| &= 0 \end{aligned} \quad (3.33)$$

soit

$$\begin{aligned} \sigma_2 &= \frac{\cotg \theta}{\sqrt{3}} G \mu |\eta| c \\ d_2 &= \frac{d_0}{1 - \epsilon} \end{aligned} \quad (3.34)$$

avec

$$\epsilon = \frac{G \mu |\eta| c b}{6 \gamma} \frac{(2\cos 2\theta - 1)}{\sin \theta}$$

que l'on peut aussi écrire, en remplaçant γ par son expression en fonction de d_0 (3.12),

$$\epsilon = 2\pi G |\eta| c \frac{d_0}{b} K \frac{(2\cos 2\theta - 1)}{\sin \theta} \quad (3.36)$$

REMARQUE : Dans la formule (3.35), $\epsilon \geq 1$ correspond au cas où la partielle (1) est sortie du cristal avant que la partielle (2) n'ait commencé à glisser, formant ainsi une faute d'empilement semi infinie. Ceci ne peut se produire que si

$$\gamma \leq \frac{G \mu |\eta| c}{6} b \frac{(2\cos 2\theta - 1)}{\sin \theta} \quad (3.37)$$

et sous l'action de la contrainte σ_3

$$\sigma_3 = \frac{\gamma}{|b_c^{(1)}|} + G \mu |\eta| c \quad (3.38)$$

Cette éventualité ne se présente que pour des angles θ petits (dislocation parfaite presque vis). Dans le cas d'un alliage Ag Sn, avec $c = 10^{-2}$, γ est de l'ordre de 25 ergs/cm² et ce phénomène se produit si $\theta < 5^\circ$, sous l'action d'une contrainte de l'ordre de $\mu/100$.

Envisageons maintenant le cas de la figure 3.3 (d) où les forces appliquées ont tendance à resserrer le ruban. Le raisonnement est le même ; le ruban se déplace dans son ensemble (dans le sens de $F_a^{(1)}$), avec la largeur dynamique d_4 et sous l'action de la contrainte σ_4

$$\sigma_4 = \sigma_1 = \frac{\cotg\theta}{\sqrt{3}} G \mu |\eta| c \quad (3.39)$$

$$\sigma_4 = \frac{d_0}{1+\epsilon} \quad (3.40)$$

ϵ étant donné par (3.36).

3 . 2 . 2 . 3 - Cas de la dislocation vis dissociée. $\theta=0^\circ$

On a alors $b_c^{(1)} = -b_c^{(2)}$ et la répartition des forces sur les deux partielles est parfaitement symétrique. Les deux dislocations partielles glissent en sens inverse dès que $|\sigma_{yx}| \geq G \mu |\eta| c$; la largeur du ruban est liée à la contrainte appliquée par la relation:

$$\sigma_{xy} = G \mu |\eta| c \pm \frac{2\gamma \sqrt{3}}{b} \left(1 - \frac{d_0}{d}\right) \quad (3.41)$$

le signe + correspondant à un élargissement du ruban et le signe - à un rétrécissement.

Pour former une faute infinie il faut appliquer la contrainte

$$|\sigma_{yx}| = \sigma_5 = G \mu |\eta| c + \frac{2\gamma \sqrt{3}}{b} \quad (3.42)$$

Le terme $G \mu \eta c$ étant d'ailleurs négligeable devant l'autre qui, pour l'argent est de l'ordre de $\mu/100$.

Pour repincer le ruban presque complètement ($d = 2b$) il faut appliquer une contrainte encore plus grande de l'ordre de $\mu/20$.

3 . 2 . 2 . 4 - Cas où $b_c^{(2)} = 0$ ($\theta = \frac{\pi}{6}$)

$F_a^{(2)}$ est nul. D'autre part, on a également d'après (3.19) $\phi_{\max}^{(2)} = 0$. En fait, nous avons établi la relation (3.19) en ne tenant compte que de l'effet de taille, ce qui est tout à fait légitime tant que les autres effets sont négligeables. Tel n'est plus le cas ici. Il faut donc tenir compte

maintenant de l'effet de module, de torsion etc ... pour la partielle (2) qui est purement vis, de sorte que l'on peut écrire, pour un alliage tel que Cu Ag par exemple,

$$\phi_{\max}^{(2)} \approx \frac{1}{10} \left| G \mu \eta c b_c^{(1)} \right| \quad (3.43)$$

qui est un ordre de grandeur correct (voir tableau 1.II).

Dans ces conditions le ruban glisse dans son ensemble sous l'action de la contrainte appliquée $|\sigma_{yx}| = \sigma_6$ avec une largeur dynamique d_6

$$\sigma_6 \approx 1,1 G \mu \eta c \quad (3.44)$$

$$d_6 = \frac{d_0}{1 \pm \epsilon'} \quad (3.45)$$

avec

$$\epsilon' = \frac{3\pi}{5} G \eta c \frac{d_0}{b} \quad (3.46)$$

Pour Ag Sb, $\epsilon' \sim 5 \cdot 10^{-2}$ pour une concentration $c = 10^{-2}$; la largeur dynamique est donc dans ce cas, sensiblement égale à la largeur d'équilibre d_0 .

3 . 2 . 2 . 5 - Remarques sur les différents mécanismes de déformation plastique

Les divers cas étudiés conduisent à deux possibilités de déformation plastique :

a) les deux partiels glissent dans le même sens avec une largeur d égale ou non à d_0 , et sous l'action d'une contrainte qui est de l'ordre de $G \mu \eta c$ c'est à dire de $10^{-3} \mu$.

b) le ruban de faute s'élargit infiniment et l'une des partiels sort du cristal, contribuant également à la déformation plastique. Ce phénomène se produit pour une contrainte appliquée de l'ordre de $10^{-2} \mu$. Il a déjà été observé en microscopie électronique [52].

Nous ne tiendrons pas compte de ce deuxième mécanisme pour évaluer la limite élastique car il exige des contraintes appliquées beaucoup plus grandes.

D'autre part, nous avons trouvé que les dislocations presque vis ($\theta < 30^\circ$) peuvent se déplacer avec une largeur de dissociation dynamique $d_4 < d_0$, sous l'action de la contrainte σ_4 (relations (3.39) et (3.40). Illustrons ce résultat par quelques ordres de grandeur : Si $\theta = 10^\circ$, $c = 10^{-2}$ et $\eta = 0,9$, un ruban de largeur d'équilibre $d_0 = 12b$ (matrice d'argent par exemple) glisse avec

une largeur dynamique $d_4 = 5b$, sous l'action d'une contrainte de l'ordre de $3 \cdot 10^{-3} \mu$.

La possibilité de rétrécissement du ruban a lieu également dans le cas des dislocations vis dissociées. D'après la relation (3.41), le ruban a une largeur d moitié de sa largeur d'équilibre d_0 pour une contrainte appliquée

$$\sigma_{yx} \sim 2 \gamma \frac{\sqrt{3}}{b} \quad (3.47)$$

qui est de l'ordre de $\mu/100$ dans l'argent.

3 . 2 . 3 - Cas d'une contrainte appliquée quelconque $\frac{\sigma}{3}a$

Le cas particulier $\sigma_{yz} = 0$ nous a permis de détailler les divers mécanismes de glissement de la dislocation dissociée. Envisageons maintenant le cas général. La force appliquée sur la partielle (i) est [49]

$$F_a^{(i)} = \sigma_{xy} b_c^{(i)} + \sigma_{yz} b_v^{(i)} \quad (3.48)$$

Posons

$$\sigma_{xy} = \sigma \cos \psi \quad ; \quad \sigma_{yz} = \sigma \sin \psi \quad (3.49)$$

σ étant positif et l'angle ψ étant compris entre 0 et 2π (Notons que le cas particulier précédemment étudié correspond à $\psi = 0$ ou π).

On peut réécrire l'expression de la force appliquée sous la forme

$$F_a^{(i)} = \frac{b\sqrt{3}}{3} \sigma \sin \left(\theta + \psi \pm \frac{\pi}{6} \right) \quad (3.50)$$

le signe + correspond à la partielle (1) et le signe - à la partielle (2).

D'autre part, la force de frottement maximum vaut

$$\phi_{\max}^{(i)} = G \mu |\eta| c \frac{b\sqrt{3}}{3} \left| \sin \left(\theta \pm \frac{\pi}{6} \right) \right| \quad (3.51)$$

Les mécanismes de glissement sont les mêmes que ceux étudiés dans le cas particulier $\sigma_{yz} = 0$.

- dès que $\left| F_a^{(i)} \right| \geq \phi_{\max}^{(i)}$, la dislocation partielle (i) commence à glisser, dans le sens de la force $F_a^{(i)}$, l'autre dislocation restant immobile ; la contrainte de démarrage vaut

$$\sigma^{(i)} = \frac{G \mu |\eta| c \left| \sin \left(\theta \pm \frac{\pi}{6} \right) \right|}{\left| \sin \left(\theta + \psi \pm \frac{\pi}{6} \right) \right|} \quad (3.52)$$

- Lorsqu'on augmente σ , la seconde dislocation glisse à son tour et le ruban se déplace, sous l'action de la contrainte appliquée σ' , avec une largeur dynamique d' . On trouve σ' et d' en écrivant l'équilibre des forces sur chaque dislocation (les forces de frottement étant maxima). Suivant les valeurs de θ et de ψ , et par suite le sens des forces appliquées, ces équations pourront avoir quatre formes condensées dans les équations

$$F_r - F_\gamma = \pm \left| F_a^{(i)} \right| \pm \phi_{\max}^{(i)} \quad (i = 1 \text{ ou } 2) \quad (3.53)$$

On trouve, tous calculs faits, les résultats suivants regroupés dans le tableau (3.I).

TABLEAU 3.I

CONTRAINTES DE GLISSEMENT σ' ET LARGEUR DE DISSOCIATION DYNAMIQUE d' .

θ	σ'	d'
$0 \leq \theta < \frac{\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{3} G \mu \eta c \frac{\cos \theta}{ \sin(\theta+\psi) }$	$\frac{d_o}{1 - 2\pi G \eta c \frac{d_o}{b} K \frac{[\cos \psi - 2 \cos(2\theta+\psi)]}{ \sin(\theta+\psi) }}$
$\frac{\pi}{6} < \theta \leq \frac{\pi}{2}$	$G \mu \eta c \frac{\sin \theta}{ \sin(\theta+\psi) }$	$\frac{d_o}{1 - 2\pi \sqrt{3} G \eta c \frac{d_o}{b} K \frac{\sin \theta}{ \sin(\theta+\psi) }}$

On voit que suivant les valeurs respectives de θ et de ψ , le ruban peut glisser avec une largeur dynamique plus grande ou plus petite que la largeur d'équilibre d_o .

On a toujours

$$d = \frac{d_o}{1-\epsilon} \quad (3.54)$$

et lorsque ϵ atteint la valeur 1, la faute s'élargit indéfiniment, la dislocation qui a glissé la première étant sortie du cristal avant que l'autre ne se mette en mouvement.

3 . 2 . 4 - Evaluation de la limite élastique σ_0 à 0°K

Lorsque sous l'action de la contrainte appliquée $\vec{\sigma}^a$, les deux dislocations partielles glissent dans le même sens et sortent du cristal, elles provoquent un cisaillement dans le plan zox et dans la direction de \vec{b} , vecteur de Burgers de la dislocation parfaite. La limite élastique est donc la contrainte résolue sur le système de glissement défini par le plan zox et la direction \vec{b} .
On a :

$$\sigma_0 = \frac{\vec{b}}{b} \cdot \vec{\sigma}^a \cdot \vec{n} \quad (3.55)$$

\vec{n} étant la normale unitaire au plan zox.

L'expression (3.55) s'écrit encore, avec les conventions adoptées précédemment :

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= \sigma_{xy} \sin\theta + \sigma_{yz} \cos\theta \\ &= \sigma \sin(\theta + \psi) \end{aligned} \quad (3.56)$$

D'après les résultats du tableau 3.I on a donc deux expressions distinctes de la limite élastique

$$\sigma_0 = G \mu |\eta| c \sin\theta \quad \text{pour } \frac{\pi}{6} < \theta \leq \frac{\pi}{2} \quad (3.57)$$

et

$$\sigma_0 = \frac{\sqrt{3}}{3} G \mu |\eta| c \cos\theta \quad \text{pour } 0 \leq \theta < \frac{\pi}{6} \quad (3.58)$$

tandis que pour $\theta = \frac{\pi}{6}$ on a d'après (3.44) :

$$\sigma_0 \approx 0,55 G \mu |\eta| c \quad (3.59)$$

(il faut dans ce cas tenir compte des effets de module, de torsion etc...).

Il est intéressant de comparer ces résultats à ceux que l'on obtient pour des dislocations parfaites ($\sigma_0 = G \mu |\eta| c \sin\theta$ pour $0 < \theta \leq \frac{\pi}{2}$ et $\sigma_0 \approx \frac{1}{10} G \mu |\eta| c$ pour $\theta = 0$).

La figure 3.4 résume la situation. On a tracé en trait plein la limite de glissement pour une dislocation dissociée et en pointillé, celle que l'on obtient pour une dislocation parfaite, en fonction de θ , l'angle de la dislocation parfaite avec son vecteur de Burgers. Ces courbes tiennent compte de la petite correction due à l'effet de module lorsque la dislocation est de nature vis, ou presque vis. On voit que la dissociation augmente de façon marquée la limite de glissement des dislocations presque vis ($\theta < \frac{\pi}{6}$) de sorte que cette limite varie peu avec θ . On peut donc définir une limite de glissement "moyenne", de l'ordre de $\frac{3}{4} G \mu \eta c$, indépendante de θ .

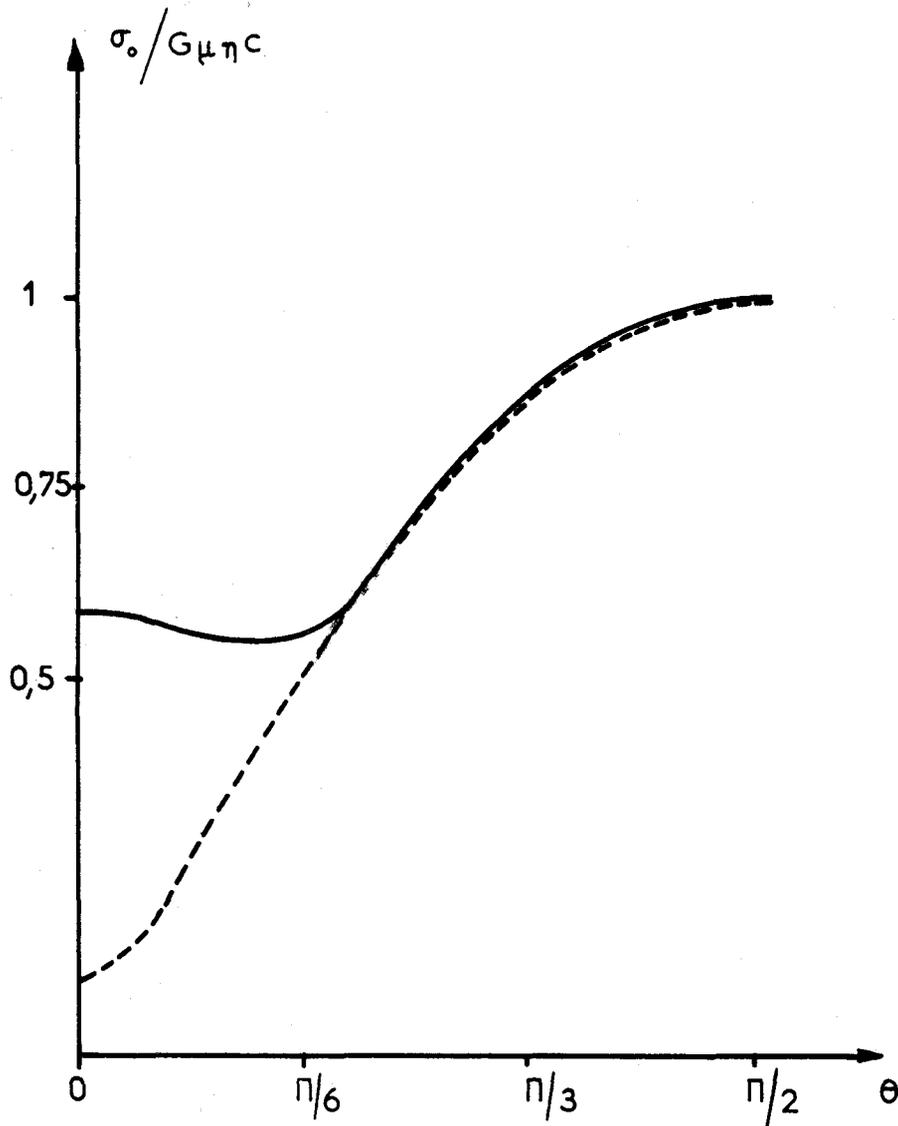


Figure 3.4 - Variation de la contrainte de glissement σ_0 en fonction de θ pour une dislocation parfaite (trait pointillé) et pour une dislocation dissociée (trait plein).

- CHAPITRE 4 -

COMPARAISON AVEC L'EXPERIENCE4.1 - POSITION DU PROBLEME

On a utilisé deux modèles théoriques pour évaluer la limite élastique à 0°K (sans activation thermique) d'un alliage dilué et complètement désordonné. Ces deux modèles ne tiennent compte que de l'effet de taille des atomes de soluté et ils conduisent à

$$\sigma_0 = G \mu \eta c \sin \theta \quad \text{pour} \quad \frac{\pi}{6} < \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

et

$$\sigma_0 = G \mu \eta c \frac{\sqrt{3}}{3} \cos \theta \quad \text{pour} \quad 0 \leq \theta < \frac{\pi}{6} \quad (4.1)$$

soit

$$\sigma_0 = \frac{3}{4} G \mu \eta c$$

dans le cas des dislocations dissociées ; (pour des dislocations parfaites on a $\sigma_0 = G \mu \eta c \sin \theta$ pour θ quelconque compris entre 0 et $\pi/2$).

Le coefficient G vaut respectivement

$$G_F = \frac{2}{3\pi} \quad (4.2)$$

dans le modèle de Friedel [8] et

$$G_T = \frac{3\sqrt{2}}{4\pi} \approx 2 G_F \quad (4.3)$$

dans le modèle de Tchernov - Indenbom [7].

Ces coefficients sont évalués en supposant que les impuretés qui épinglent les dislocations sont situées dans le plan immédiatement au-dessus du plan de glissement. Il a fallu en outre faire une hypothèse supplémentaire pour relier la concentration moyenne aux autres paramètres du problème dans le modèle de Tchernov - Indenbom (cf & 1 . 2 . 5).

Il y a en fait une grande divergence d'opinions sur la forme de la loi $\sigma = \sigma(c)$ provenant en partie des hypothèses faites sur la répartition des impuretés dans le plan de glissement. Il ne s'agit pas seulement d'un problème académique ;

en effet, la loi (4.1) s'obtient en supposant que

(a) les impuretés sont réparties de façon aléatoire dans tout le cristal, y compris au voisinage immédiat des dislocations.

(b) il n'y a qu'une seule sorte d'impuretés

(c) il n'y a pas d'activation thermique

(d) l'effet de taille est le seul effet important

(e) ce sont les interactions impuretés - dislocations qui provoquent l'accroissement de limite élastique avec la concentration et non d'autres interactions. Le cristal ne doit donc pas avoir été écroui avant manipulation.

Ces restrictions impliquent des conditions expérimentales qui peuvent ne pas être simples à réaliser.

(A) Il ne faut pas que l'alliage ait été vieilli car alors les impuretés se répartissent de façon préférentielle autour des dislocations. Ce point n'est pas toujours bien précisé par les auteurs de travaux expérimentaux.

D'autre part, il ne faut pas qu'il y ait d'interaction entre les impuretés. En principe, dans un cristal infini, la théorie élastique prévoit qu'il n'y a pas d'interaction entre deux centres de dilatation caractérisés par leur effet de taille seulement, mais ceci cesse d'être vrai au voisinage d'une dislocation; (en outre, il existe également une interaction de type électronique entre impuretés). Le plus sûr moyen d'éviter ces interactions est de se limiter aux alliages de faible concentration. Cette dernière condition est d'ailleurs imposée également par le modèle d'épinglage. Nous avons vu en effet, que l'amplitude du zig zag dans le modèle de Friedel [8] variait comme $c^{-1/3}$ de sorte que ce modèle perd son sens pour les concentrations élevées, l'amplitude X du zig zag devenant de l'ordre de b pour $c \approx 10^{-2}$. La littérature expérimentale ne fournit malheureusement pas toujours des mesures faites sur des alliages de concentration atomique inférieure à 10^{-2} .

(B) Une impureté supplémentaire à gros facteur de taille, dont on ignore la présence dans l'alliage, peut complètement perturber les mesures, surtout aux basses concentrations. La pureté des constituants de l'alliage est donc un facteur important qui est rarement spécifié par les expérimentateurs.

(C) La loi (4.1) n'est en toute rigueur comparable qu'à des mesures faites à 0°K , puisqu'elle ne tient pas compte des possibilités d'activation thermique. Les mesures faites à 4°2K (température d'ébullition de l'hélium liquide sous pression normale) peuvent donc être comparées à la loi (4.1), malheureusement un grand nombre de mesures est fait à des températures supérieures ou égales

à celle de l'azote liquide (78°K). Il faut alors extrapoler les courbes $\sigma(T)$ jusqu'au zéro absolu. Cette extrapolation est plus ou moins précise. En tout cas, elle n'est généralement pas complètement dépourvue de sens car il semble que la courbe $\sigma(T)$ ait, quelque soit le cristal, l'allure schématisée sur la figure 4.1.

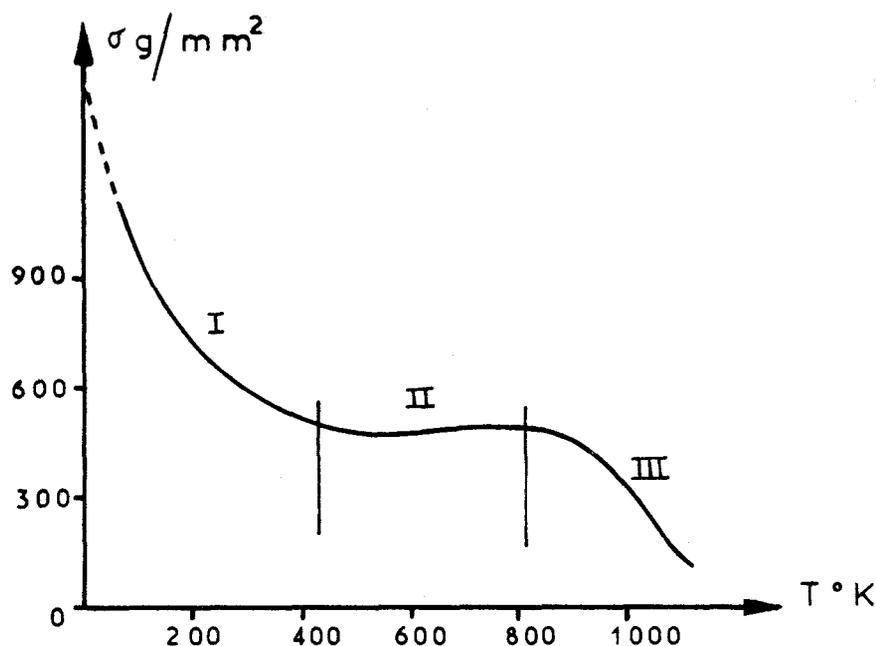


Figure 4.1 - Variation de la limite élastique en fonction de la t° ; exemple de l'alliage Ag In [20].

Si la partie I est bien amorcée à 78°K, on peut extrapoler et obtenir un ordre de grandeur probable de $\sigma(0^\circ\text{K})$.

Dans certains cas, nous avons utilisé pour l'étude comparative $\sigma(78^\circ\text{K})$ plutôt que σ extrapolé, soit parce que l'extrapolation nous semblait trop incertaine, soit parce que nous ne disposions pas de la courbe $\sigma(T)$ mais seulement de la valeur $\sigma(78^\circ\text{K})$.

(D) L'effet de taille est le plus souvent prépondérant. Il peut le rester même si le facteur de taille est petit, à condition que les autres effets soient également petits. Par exemple le facteur de taille de l'alliage Ag Au est faible ($\eta = 1\%$) mais le facteur de module est également très petit

$\left(\frac{\mu_i - \mu_m}{\mu_m} \approx 0,07\right)$. Il faut remarquer en tout cas que l'effet de module provoque également une force de frottement et il conduit donc également à une loi $\sigma(c)$ qui peut être linéaire mais dont la pente n'est pas celle prévue par (4.1).

(E) La relation (4.1) donne la contrainte minimum nécessaire pour amorcer le glissement des dislocations. Il faut donc comparer σ_0 à la contrainte pour laquelle il apparaît une déformation plastique. En fait, cette grandeur étant difficile à évaluer, les expérimentateurs adoptent souvent une valeur conventionnelle pour la limite élastique (contrainte correspondant à une déformation plastique $\epsilon = 0,25\%$ ou 1% ou 2% ou même 5%).

Certains alliages présentent un durcissement initial très important de sorte que la grandeur mesurée dépend considérablement de la convention adoptée. La figure 4.2 illustre ce point ; elle représente un jeu de courbes effort-déformation pour le Nickel pur et l'alliage Ni-Fe à diverses concentrations, d'après Parker et Hazlett [53].

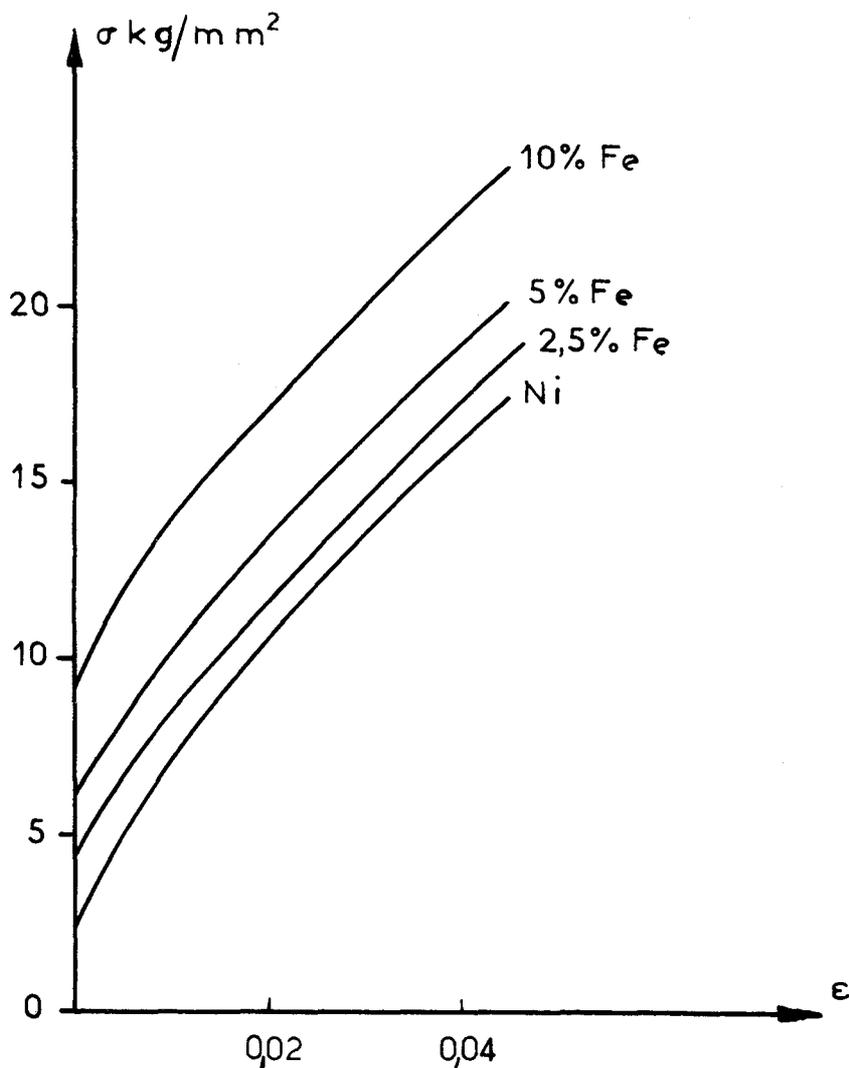


Figure 4.2 - Courbes effort-déformation de l'alliage Ni Fe pour diverses concentrations [53].

Les auteurs ont adopté, comme valeur conventionnelle de la limite élastique la contrainte pour $\epsilon = 2 \%$, or on voit sur les courbes que la déformation plastique s'amorce pour une contrainte sensiblement quatre fois plus faible. L'absence d'une convention universelle est sans doute responsable de certaines divergences entre les pointés expérimentaux donnés par des auteurs différents. Elle peut également fausser l'évaluation de la pente de la courbe $\sigma(c)$. Les difficultés expérimentales dans la détermination de la limite élastique et la diversité des conventions adoptées sont probablement des causes importantes d'erreurs ou d'incertitudes dans la vérification expérimentale de la loi (4.1).

Nous avons reporté sur les figures 4.3 à 4.26 les courbes $\sigma(c)$ à la température la plus basse possible pour un certain nombre d'alliages de structure C.F.C. décrits dans le tableau 4.I.

TABLEAU 4.I
DIFFERENTS ALLIAGES ETUDIES

Matrice	Soluté	Références	Courbes figure
Ag	In	[20] dans [54] [55] [56] [57]	4.3 4.7, 4.9, 4.10
	Zn	[58] [59]	4.5
	Al	[60]	4.4
	Au	[61] [62]	4.6
	Sn	[56]	4.8
Al	Mg	[63] [64]	4.11
	Zn	[63] [64]	4.12
	Cu	[63] [64]	4.15
	Ag	[63] [64]	4.13
	Ge	[63] [64]	4.14
Ni	Cu	[65]	4.16
	Co	[53]	4.17
	Fe	[53]	4.18
Cu	Al	[66] [67]	4.22, 4.23
	Zn	[68] [69]	4.19, 4.20, 4.21
	Ni	[65]	4.24
	Ag	[70]	4.25
	Sb	[71]	4.26

Certains auteurs ont tracé les courbes σ en fonction de $c^{1/2}$ ou $c^{2/3}$ qui leur semblaient être des droites. Nous avons pour notre part placé les points expérimentaux sur le diagramme $\sigma - c$ et nous trouvons que, compte tenu de la dispersion, $\sigma(c) - \sigma(0)$ est toujours, approximativement au moins, linéaire (voir courbes).

La théorie ne peut donner qu'un ordre de grandeur pour le facteur G , par contre il importe que G ne dépende que des caractéristiques de la matrice ; il faut donc que la pente des droites $\sigma(c)$ soit proportionnelle au facteur de taille η . C'est ce que nous avons essayé de vérifier, les résultats étant condensés dans le tableau 4.II.

Enfin, il reste à déterminer si la théorie que nous avons établie permet de séparer le cas des dislocations dissociées du cas des dislocations parfaites. On voit sur la figure 3.4 que c'est un facteur numérique compris entre 1 et 5 qui sépare les deux cas. Etant donné les hypothèses et les approximations faites, nous pouvons donc dire que notre théorie donne le même ordre de grandeur pour la limite élastique que les dislocations soient dissociées ou non.

4 . 2 - RESULTATS EXPERIMENTAUX

4 . 2 . 1 - Linéarité

On remarque tout d'abord que la plupart des courbes $\sigma(c)$ sont bien linéaires et que, lorsque tel n'est pas le cas la courbe $\sigma(c^{1/2})$ n'est pas toujours plus convaincante que la courbe $\sigma(c)$. On a en effet tracé $\sigma(c)$ et $\sigma(c^{1/2})$ pour l'alliage Cu Zn d'après les mesures de Mitchell et Thornton [69] ; (figures 4.20 et 4.21) la linéarité est mal vérifiée dans les deux cas. D'autre part, la précision des mesures ne semble pas très bonne, en effet, les figures 4.19 et 4.20 correspondent au même alliage Cu Zn et au même intervalle de concentration, mais les mesures ont été effectuées par des auteurs différents ([68] pour la courbe 4.19 et [69] pour la courbe 4.20) les écarts ne peuvent pas s'expliquer par une différence de convention pour la détermination de σ_0 expérimental, car les ordres de grandeur des pointés sont les mêmes dans les deux cas.

Par contre, les mesures de Koppenaal et Fine [66] faites sur l'alliage Cu Al s'alignent mieux sur une droite lorsqu'on trace $\sigma(c^{1/2})$ au lieu de $\sigma(c)$ (voir figures 4.22 et 4.23) mais les concentrations sont alors élevées (c atteint 20 %).

D'autre part, Hammar et coll [56] [57] ont mesuré la limite élastique de l'alliage Ag In pour de très faibles concentrations (inférieures à 0,2 %) et ils constatent qu'en plaçant ces mesures sur le même graphe que celles de

Rogaush [20], ils obtiennent une cassure très nette dans la courbe $\sigma(c)$ (voir figure 4.9) tandis qu'ils ont une meilleure linéarité dans la courbe $\sigma=f(c^{2/3})$ (figure 4.10). En fait, cet argument ne nous semble pas très convaincant car les mesures faites à très basses concentrations présentent une grande dispersion (figure 4.7) et admettent aussi facilement la pente proposée initialement que la pente trouvée par Rogaush pour des concentrations plus élevées (droite tracée en pointillé sur la figure 4.7).

Il faut noter aussi que certaines courbes $\sigma(c)$ sont très peu précises. C'est le cas notamment des alliages Al Ag, Al Cu, et Al Ge [63] sur lesquels les mesures ont été faites pour des concentrations très faibles ($c < 5 \cdot 10^{-4}$ pour Al Ag) ; $\frac{\sigma(c) - \sigma(o)}{\sigma(o)}$ est alors très petit.

Enfin, bien que trois pointés soient en principe suffisants pour vérifier une loi linéaire, la vérification est assez restreinte. C'est le cas notamment de Ag Zn dans les mesures de Hendrickson et Tardiff [58] et surtout de Al Ag [63] pour lequel les points sont en outre contenus dans un intervalle de concentration très petit ($0 - 5 \cdot 10^{-4}$ atomique).

Compte tenu de ces remarques, on peut dire que la linéarité de $\sigma(c)$ est bien vérifiée par l'expérience sauf à la rigueur pour Ag Zn et Cu Zn.

4 . 2 . 2 - Comparaison des pentes des droites $\sigma(c)$

Pour faciliter cette étude on a tracé sur un même graphique les droites $\sigma(c) - \sigma(o)$ correspondant à divers solutés dans une même matrice et on a porté le facteur de taille de l'alliage sur la droite correspondante ; ce sont les figures 4.27, 4.28, 4.29 et 4.30.

- alliages à base d'argent

La comparaison des $\sigma(o)$, qui aurait pu être un test de la pureté des constituants utilisés, perd son sens étant donné les diverses conventions, pas toujours précisées, adoptées pour mesurer la limite élastique. (on trouve, suivant les auteurs, une limite élastique de l'argent pur variant de 50g à 300g [56] [57] [59]).

C'est sans doute pour cette raison de Ramaswami et coll [62] obtiennent une valeur de $\sigma(10^{-2})$ à 100°K plus élevée que celle trouvée par Kloske et Fine [61] à 4°2K, à la même concentration sur le même alliage Ag Au.

Cependant $\sigma(c) - \sigma(o)$ étant évalué sur un même alliage par le même auteur garde un sens, et on peut donc comparer les pentes de divers alliages, si le durcissement ne varie pas trop d'un alliage à un autre.

On peut dire que les alliages à base d'argent vérifient assez correctement la loi (4.1) (voir figure 4.27 et tableau 4.II).

- alliages à base d'Aluminium

On trouve un très grand écart entre les pentes théoriques et expérimentales pour Al Ag, Al Cu et Al Ge, mais nous avons vu que ces mesures ont été faites à des concentrations extrêmement faibles, de sorte que la pente de $\sigma(c) - \sigma(o)$ est très imprécise (imprécision de l'ordre de 200 %). D'autre part, Sherby, Anderson et Dorn [63] évaluent la limite élastique pour $\epsilon = 5 \%$.

- alliages à base de Nickel

Tous les alliages à base de Nickel (Ni Co, Ni Fe, Ni Cu) ont des pentes en complet désaccord avec la loi (4.1) ; or d'une part, ces pentes sont déduites de mesures effectuées avec des concentrations élevées (10 à 30 %), d'autre part les facteurs de taille de ces trois alliages sont petits, enfin le Nickel est un métal de transition dont le comportement est moins simple que celui des métaux normaux et il peut également se produire des phénomènes d'ordre qui modifient la répartition des impuretés.

- alliages à base de Cuivre

Les pentes des courbes $\sigma(c)$ pour Cu Ni, Cu Al, Cu Zn ne sont pas en très bon accord avec la loi (4.1) mais les mesures correspondent à des concentrations élevées (jusqu'à 30 % pour Cu Zn).

Si nous prenons les pentes définies par les premiers pointés (concentrations faibles, droites tracées en pointillé) nous constatons que :

1°) les mesures de Mitchell et Thornton [69] et de Jamison et Sherril [68] donnent la même pente pour Cu Zn, pente qui est en meilleur accord avec (4.1).

2°) pour $c < 5 \cdot 10^{-2}$ les mesures faites sur Cu Al [66] s'alignent bien sur une droite dont la pente est comparable à celle proposée par (4.1) pour cet alliage.

On voit donc qu'en se limitant aux conditions de validité de (4.1) (c petit) on retrouve un accord assez bon entre cette loi et les valeurs expérimentales.

Nous avons résumé l'essentiel de cette discussion dans le tableau 4.II de la façon suivante :

- la colonne 5 indique le rapport $R = \frac{\text{pente expérimentale de } \sigma(c)}{\text{pente théorique}}$
- la colonne 6 indique l'intervalle admissible pour $\frac{3}{4} G \mu$ d'après le modèle de Friedel (première valeur) ou de Tchernov - Indenbom (deuxième valeur).

Les valeurs expérimentales (colonne 5) sont à comparer aux valeurs théoriques (colonne 6).

La symbole 0°K dans la colonne 7 signifie qu'on a extrapolé la limite élastique à partir de 78°K.

Enfin, on a souligné les alliages pour lesquels on a un bon accord entre l'expérience et la théorie.

TABLEAU 4.II

Matrice	Soluté	n en%	Pente expériment des courbes $\sigma(c)$ en kg/mm ²	$R = \frac{\text{Pente}}{n}$ (kg/mm ²)	$\frac{3}{4} G\mu$ (kg/mm ²)	T° minimale des mesures	observations
Ag	In	25	25 (ou 45)	100 (ou 180)	500-850	0°K	Linéaire d'après [58] pour $c < 10^{-1}$ effet de taille petit et effet de module petit
	Zn	14	24	170		0°K	
	<u>Al</u>	9	28	310		4°2K	
	<u>Au</u>	1	4	400		4°2K	
	<u>Sn</u>	33	260	800		78°K	
Al	<u>Mg</u>	32	200	620	450-750	78°K	grande imprécision grande imprécision car $c < 5 \cdot 10^{-4}$ (3 points très rapprochés) grande imprécision-effet de module très important ($\frac{\mu_i - \mu_m}{\mu_m} = 1,35$)
	<u>Zn</u>	6	50	830		78°K	
	Cu	19	700	3700		78°K	
	Ag	3	1700	57000		78°K	
	Ge	13	300	2300		78°K	
Ni	Cu	8	15	190	1200-2100	0°K	concentrations élevées $c > 10^{-1}$ linéaire mais 2 mesures seulement Nickel métal de transition
	Co	2	75	3800		78°K	
	Fe	10	300	3000		78°K	
Cu	Al	20	36*	180	750-1350	4°2K	linéaire en $c^{1/2}$ pour $0 < c < 15 \cdot 10^{-2}$ mauvaise linéarité pour $0 < c < 3 \cdot 10^{-1}$ très gros facteur de taille bon accord avec la théorie
	Zn	20	23*	115		4°2K	
	Ni	8	10	125		0°K	
	<u>Ag</u>	41	380	920		0°K	
	<u>Sb</u>	90	1040	1150		78°K	

* on a pris dans ce cas la pente pour les faibles concentrations.



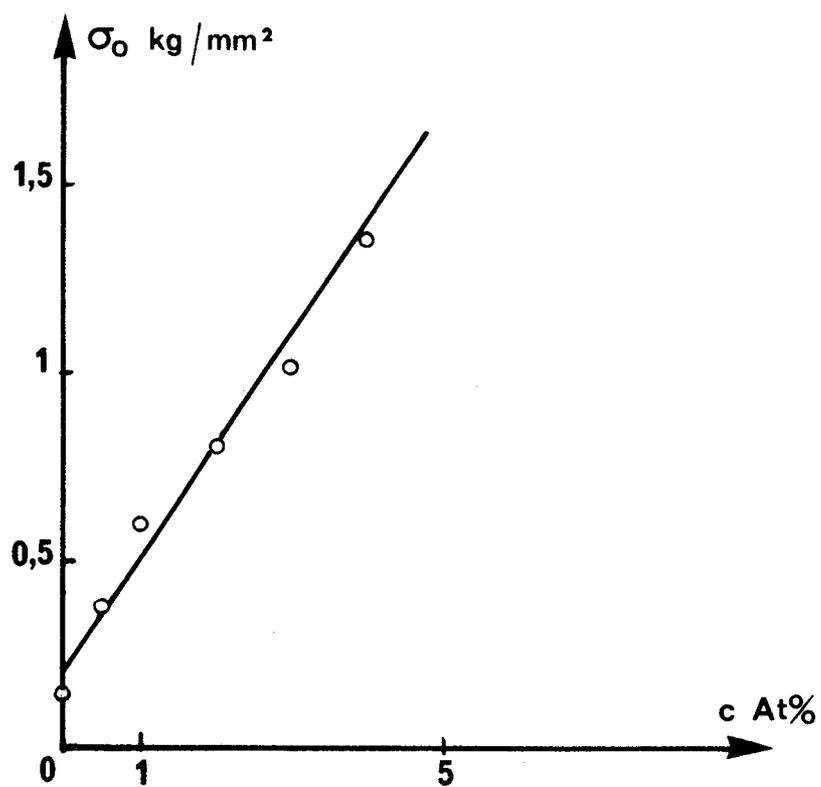


Figure 4.3. Ag In
d'après ROGAUSH [20]

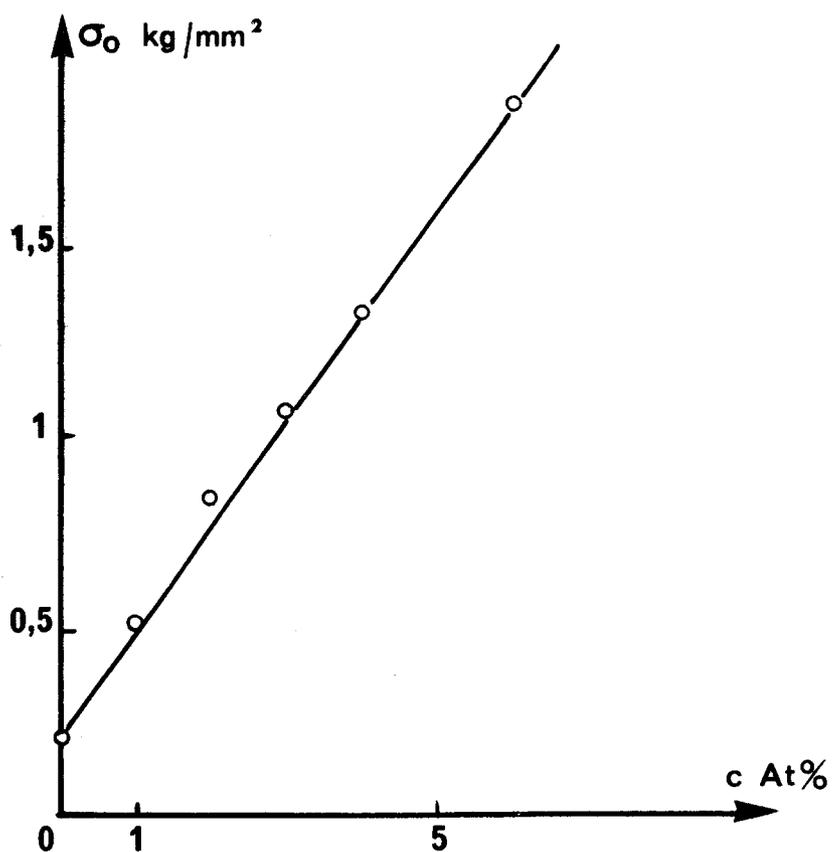


Figure 4.4. Ag Al
d'après HENDRICKSON
et FINE [60]

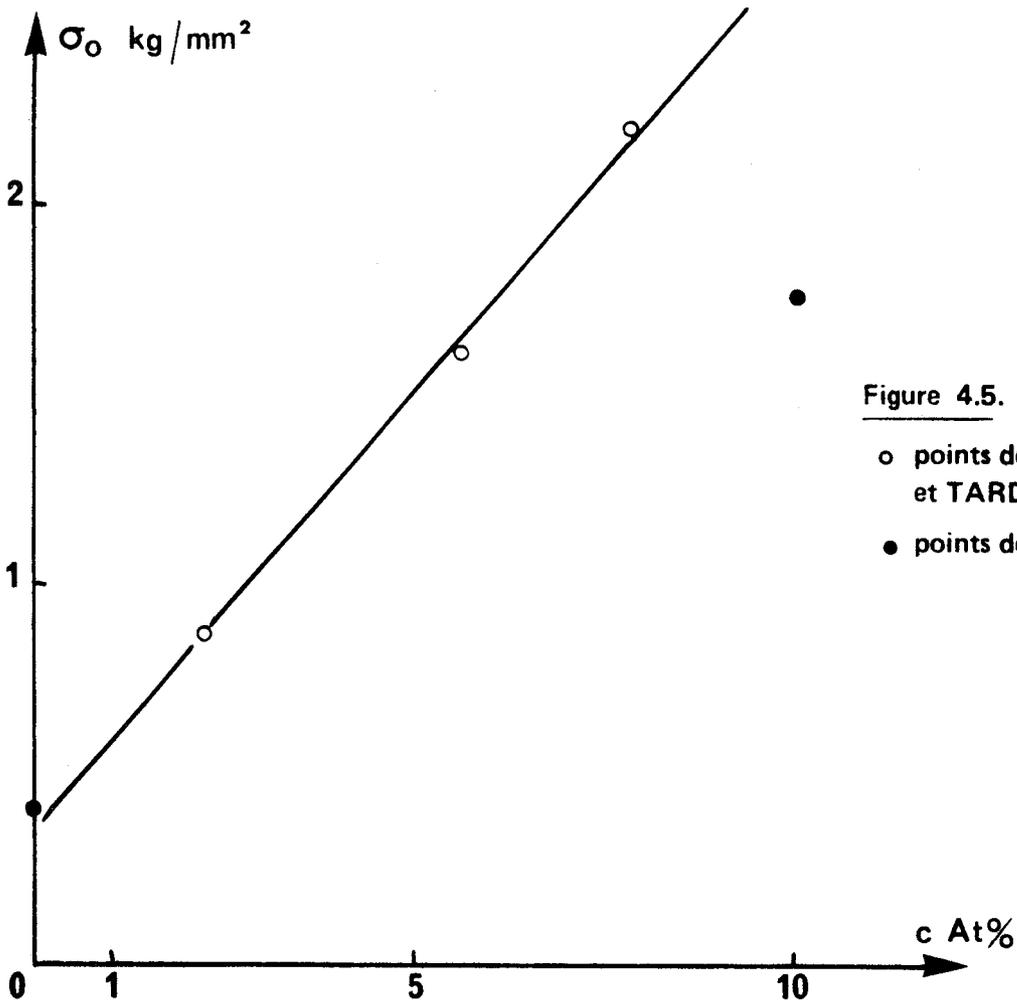


Figure 4.5. Ag Zn

- points de HENDRICKSON et TARDIFF [58]
- points de PHILLIPS [59]

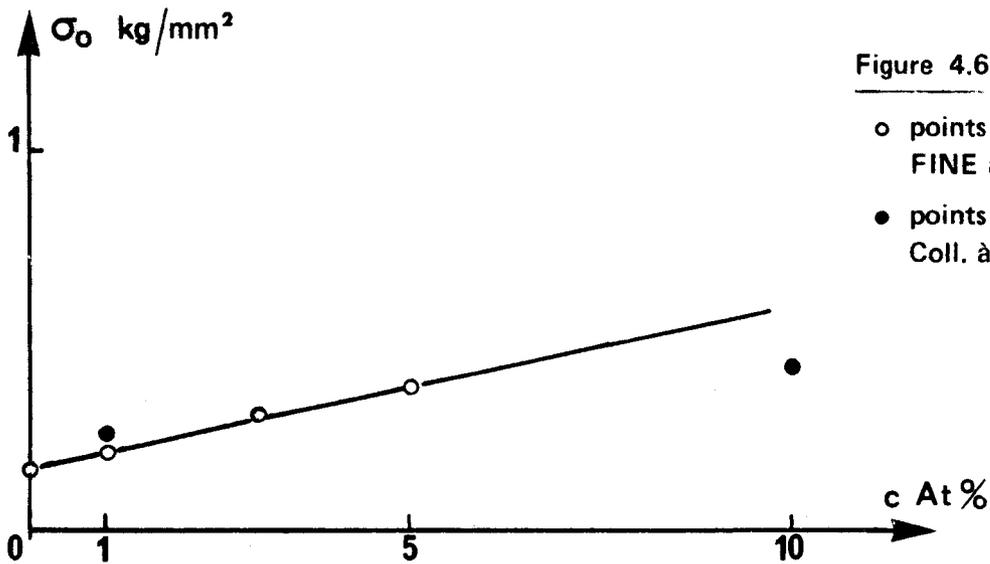


Figure 4.6. Ag Au

- points de KLOSKE et FINE à $4^{\circ}2\text{ K}$ [61]
- points de RAMASWAMI et Coll. à 100° K [62]



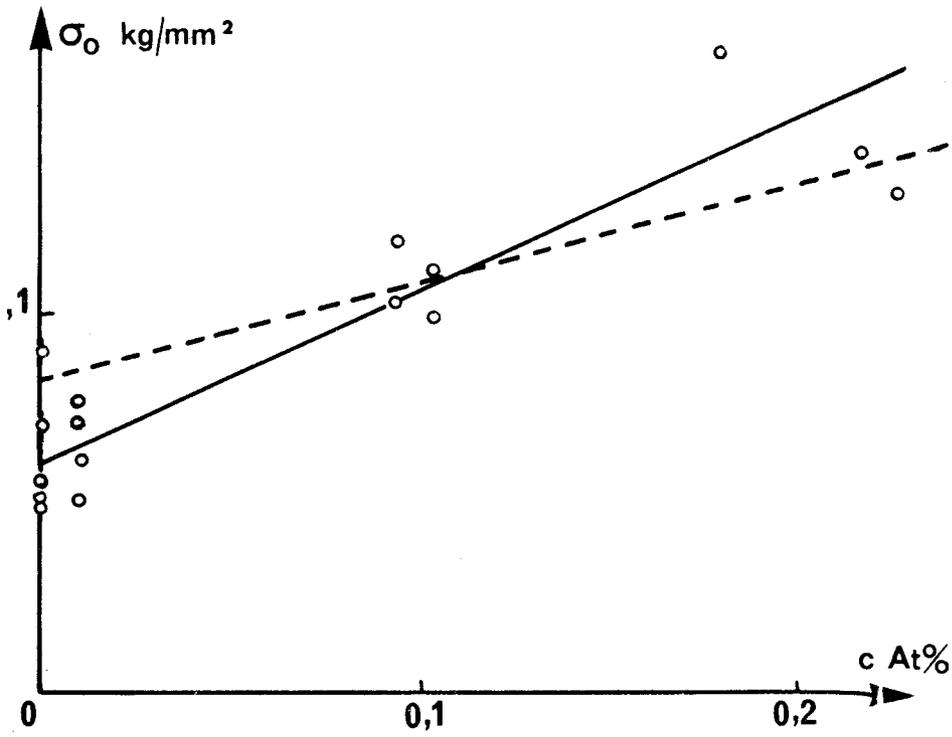


Figure 4.7. Ag In
d'après HAMMAR
et Coll. [56] [57]

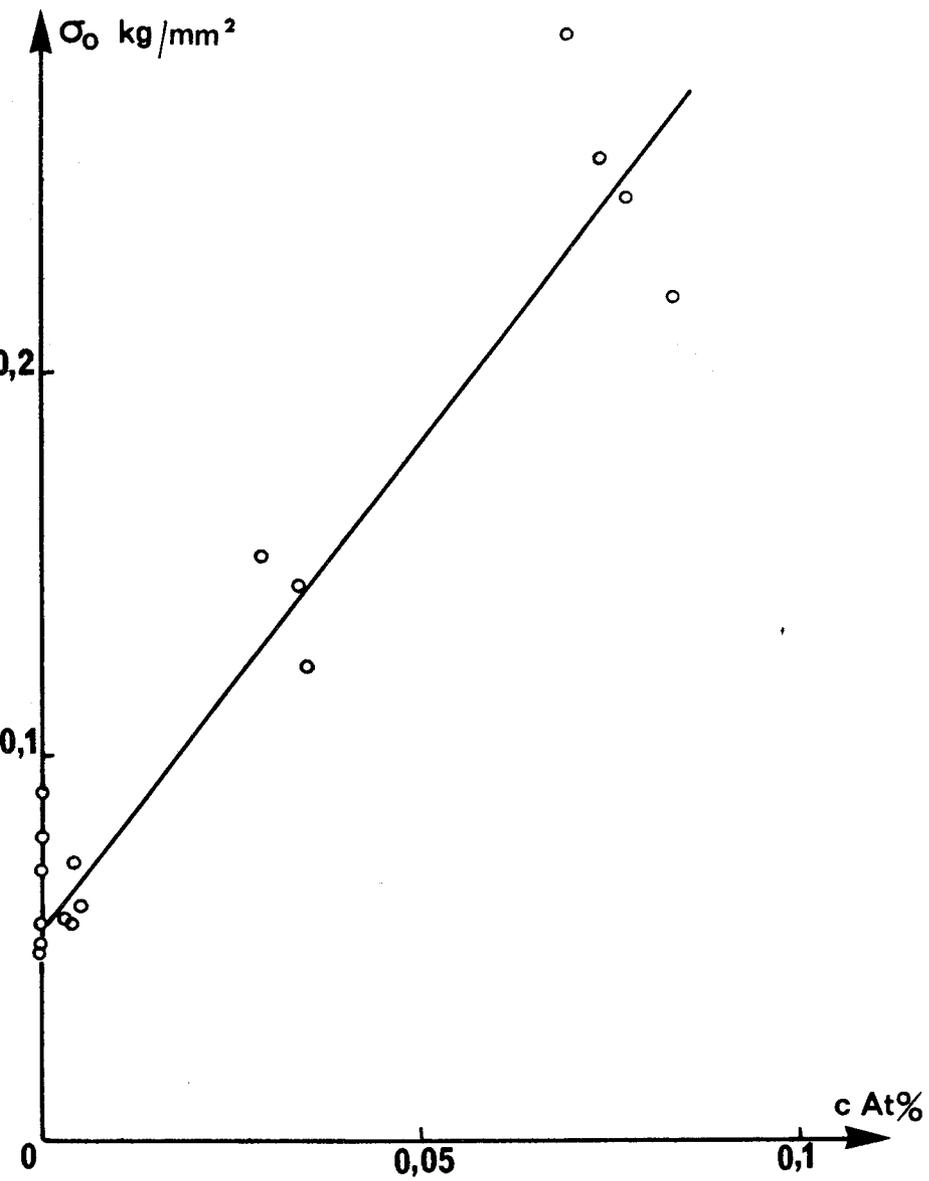


Figure 4.8. Ag Sn
d'après HAMMAR
et Coll. [56]



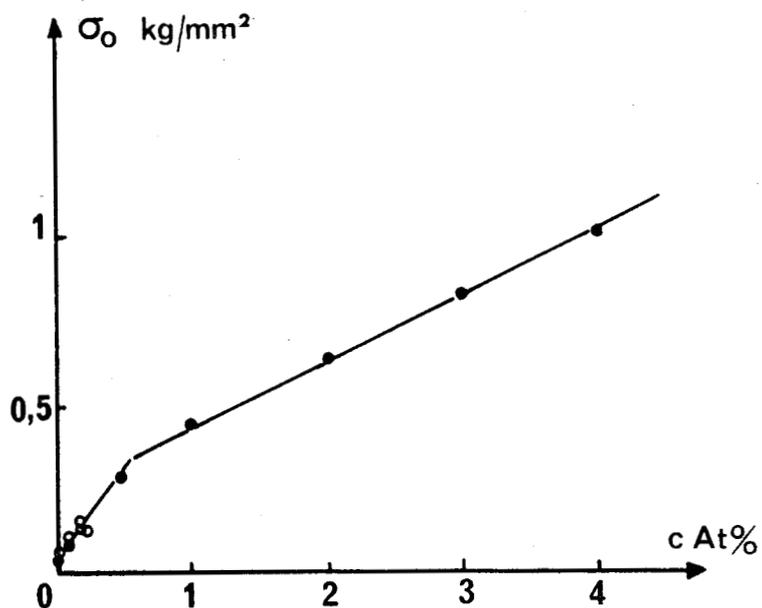


Figure 4.9. Ag In

○ points de HAMMAR et Coll. [56]
● points de ROGAUSH [20]

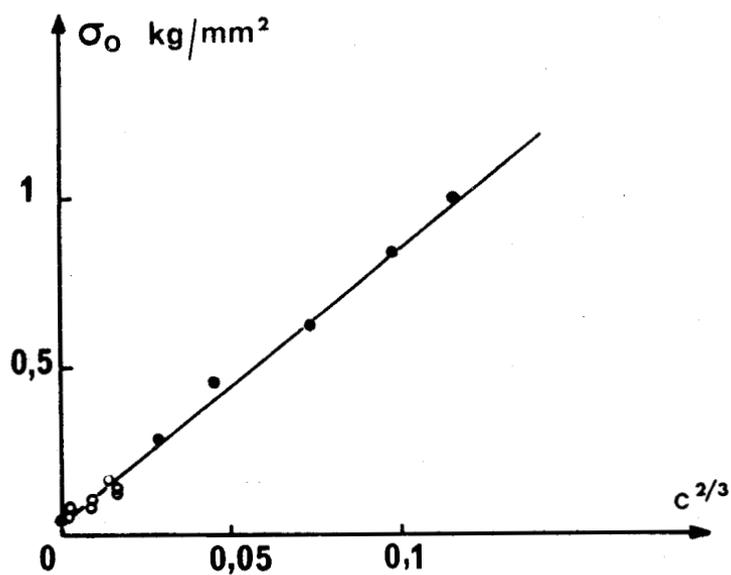


Figure 4.10. Ag In

σ_0 tracée en fonction de $C^{2/3}$
○ points de HAMMAR et Coll. [56]
● points de ROGAUSH [20]

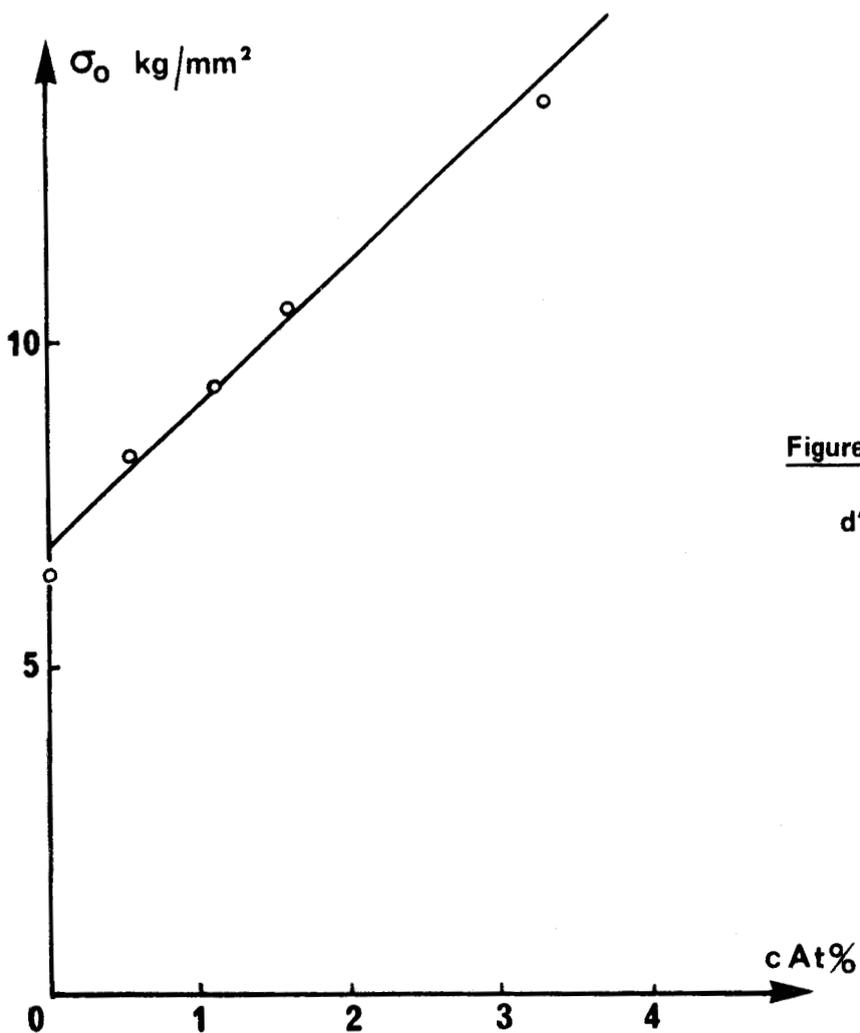


Figure 4.11. Al Mg

d'après SHERBY et Coll. [63]

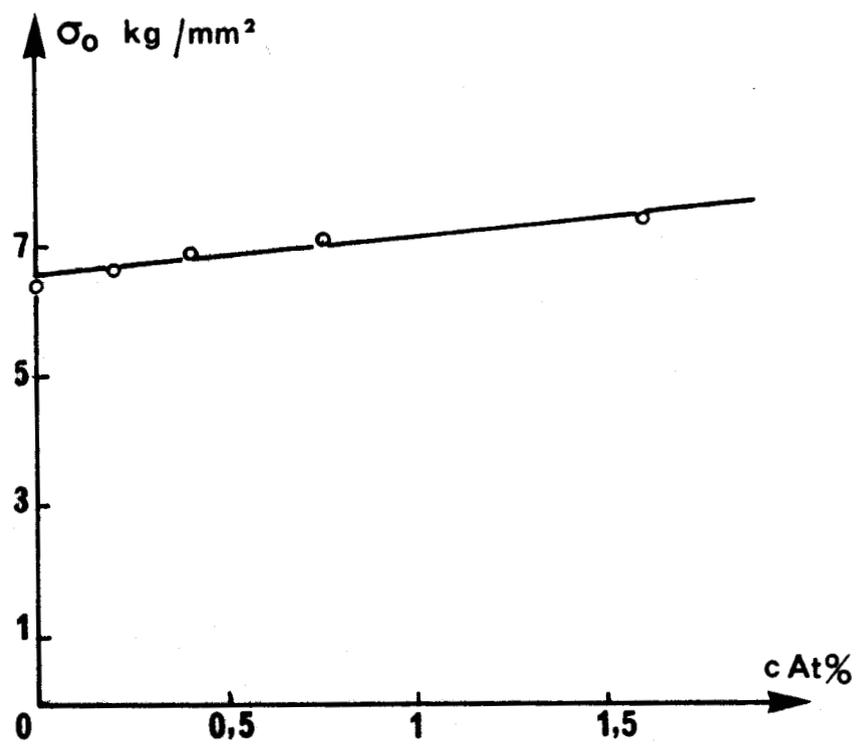


Figure 4.12. Al Zn

D'après SHERBY et Coll. [63]

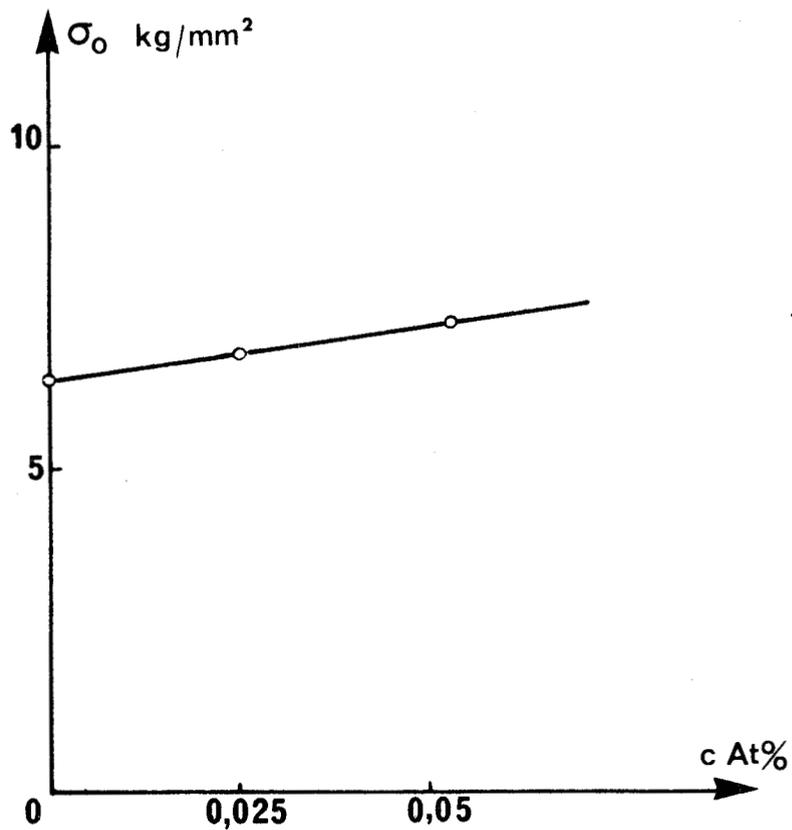


Figure 4.13. Al Ag

d'après SHERBY et Coll. [63]

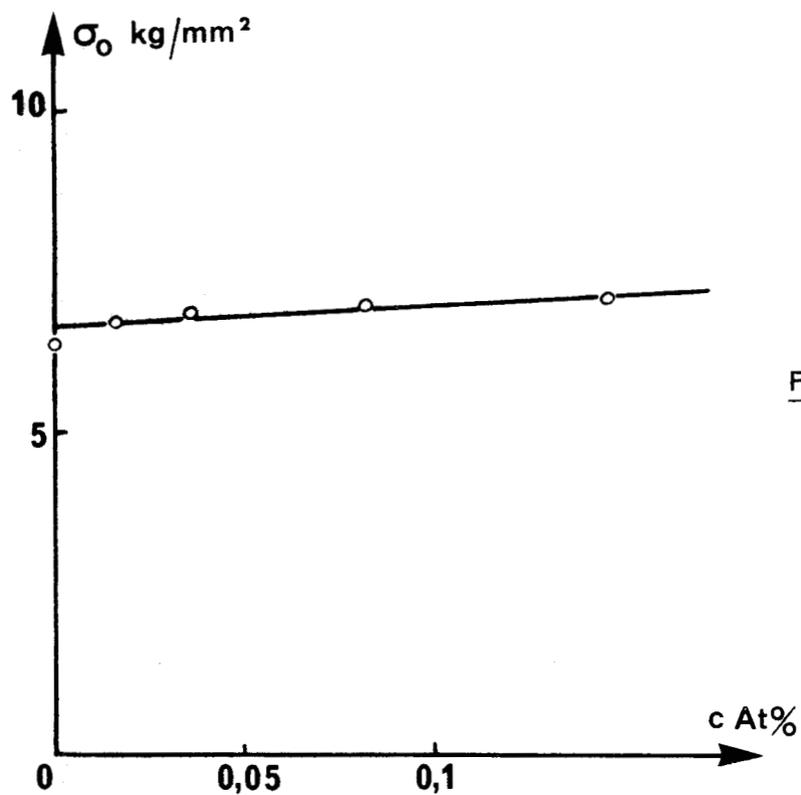


Figure 4.14. Al Ge

d'après SHERBY et Coll. [63]

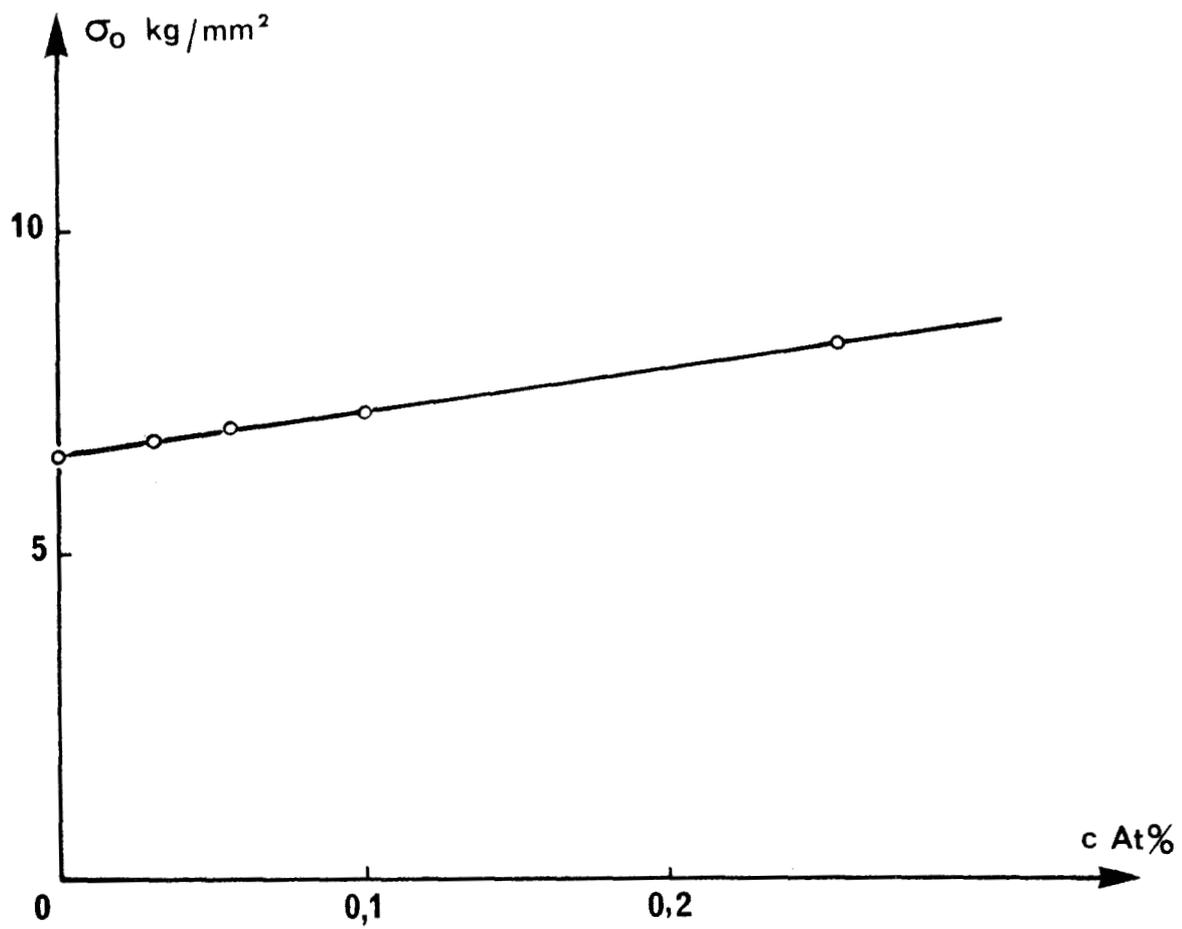


Figure 4.15. Al Cu

d'après SHERBY et Coll. [63]

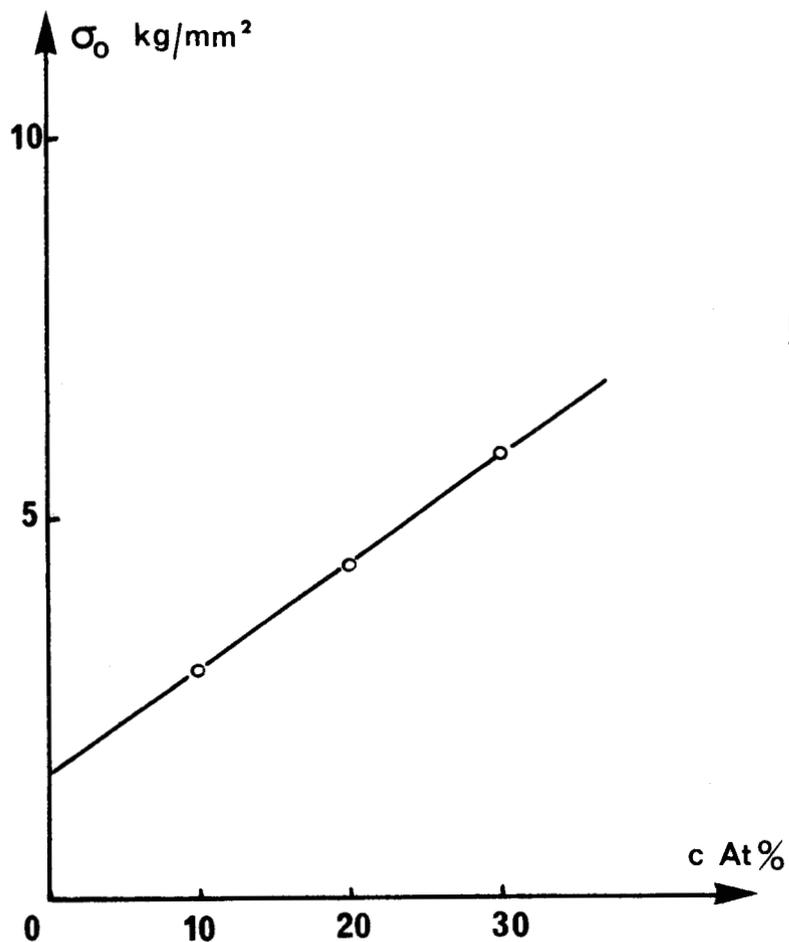


Figure 4.16. Ni Cu

d'après SUZUKI [65]

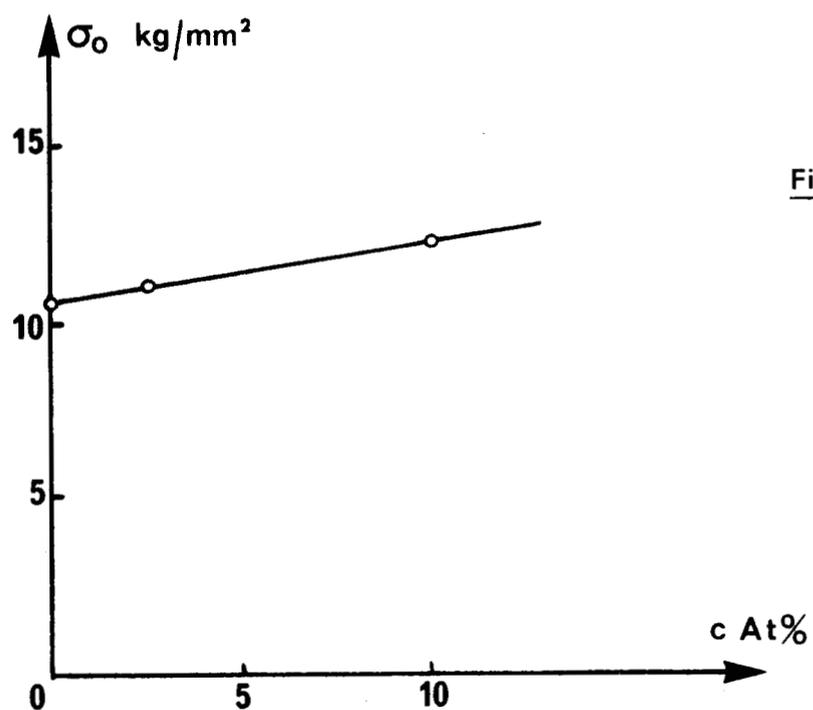


Figure 4.17. Ni Co

d'après PARKER et HAZLETT [53]



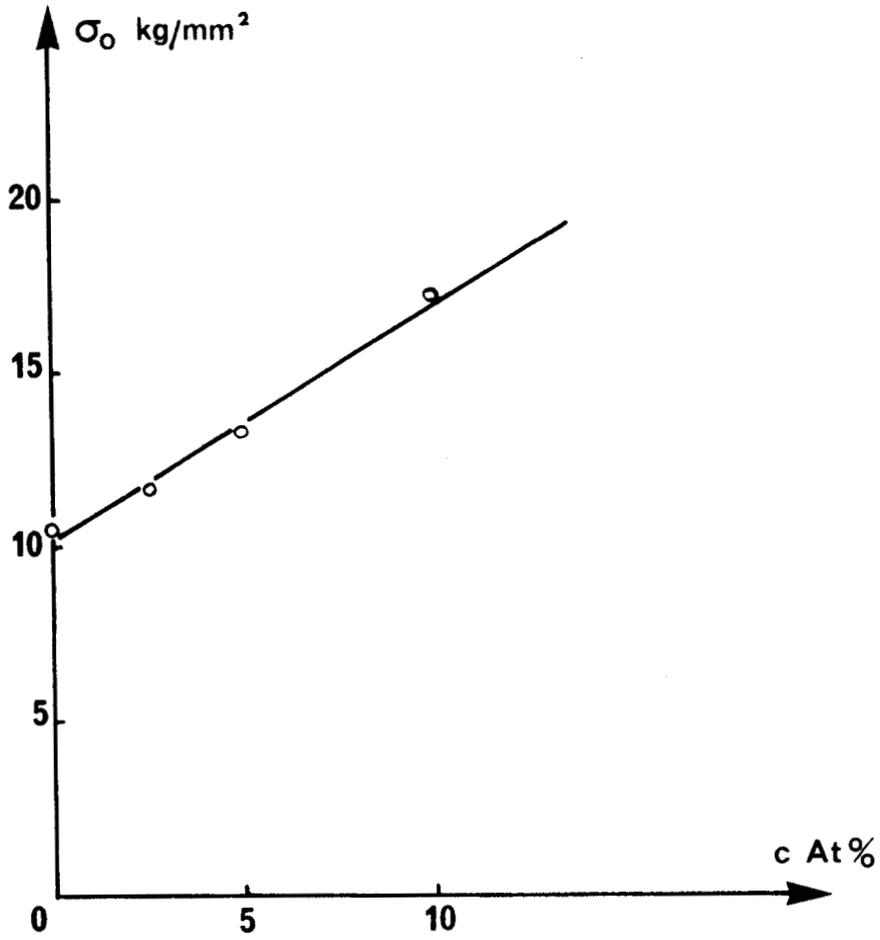


Figure 4.18. Ni Fe

d'après PARKER et HAZLETT [53]

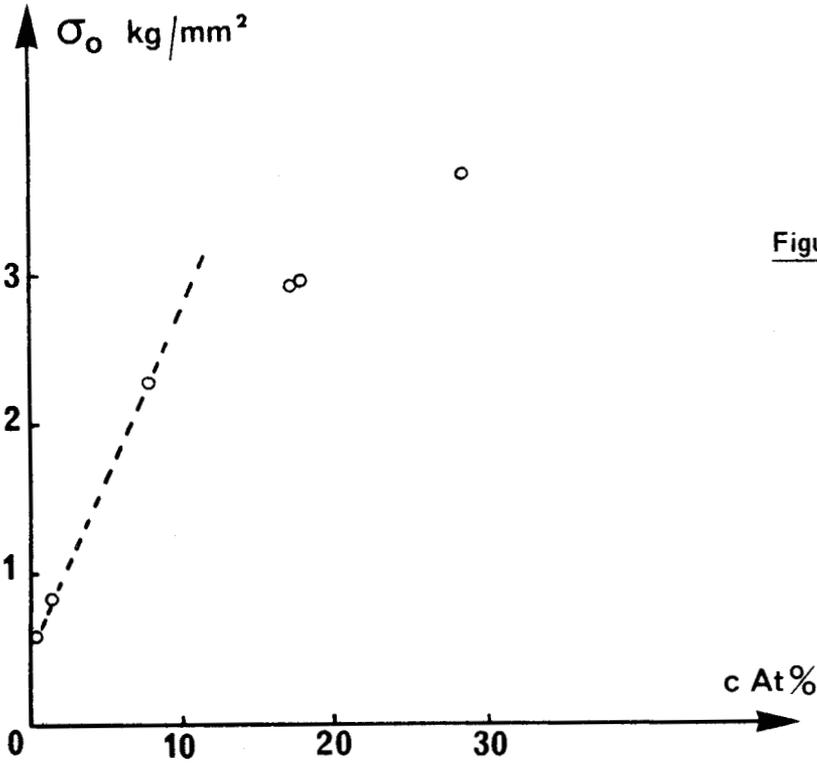


Figure 4.19. Cu Zn

d'après JAMISON et SHERRIL [68]

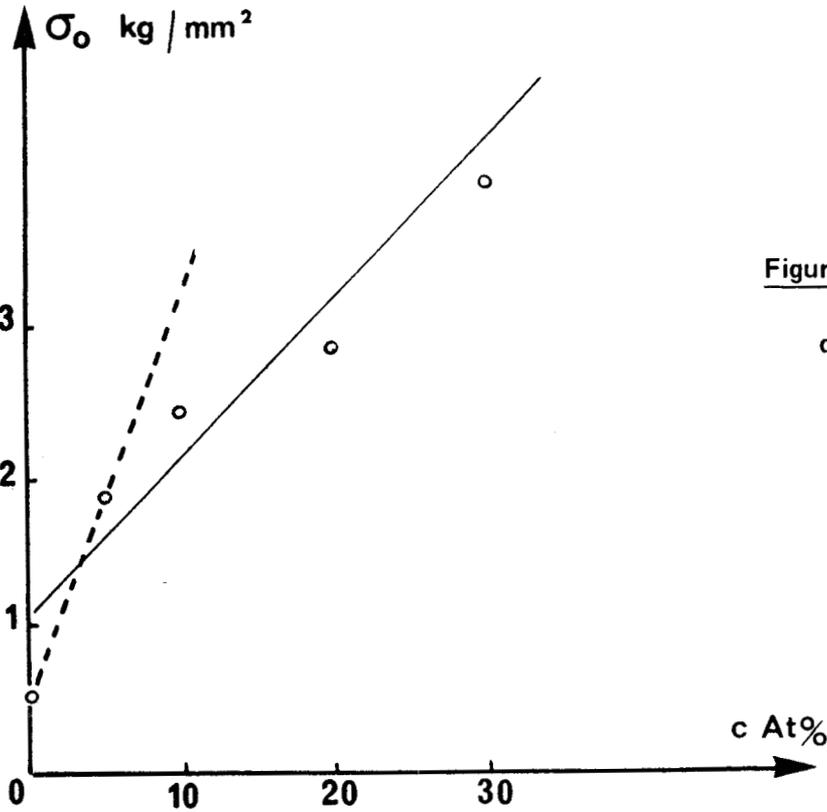


Figure 4.20. Cu Zn

d'après MITCHELL et THORNTON [69]



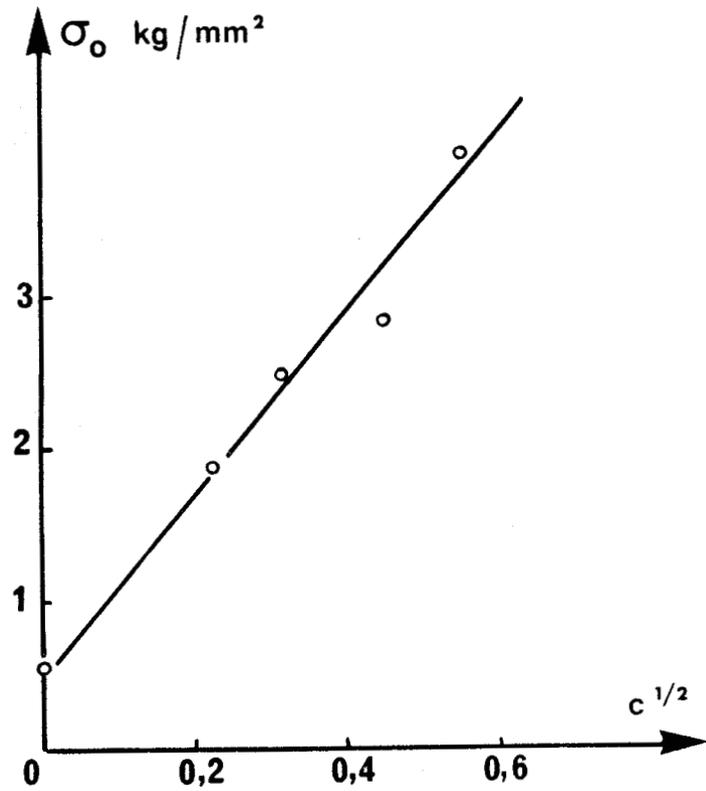


Figure 4.21. Cu Zn

σ_0 tracée en fonction de $c^{1/2}$
d'après MITCHELL et THORNTON
[69]

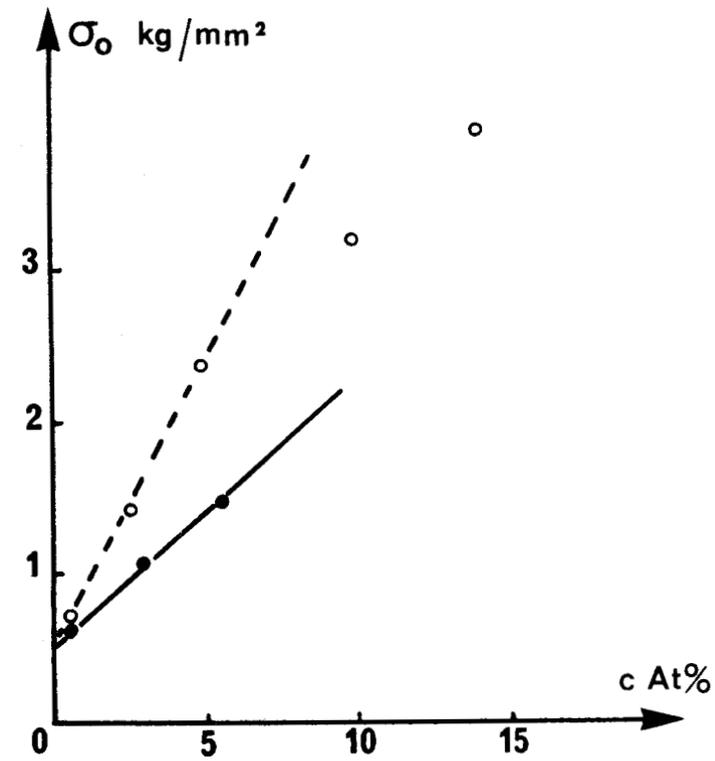


Figure 4.22. Cu Al

○ points de KOPPENAAAL et FINE [66]
● points de LEYMAN [67]

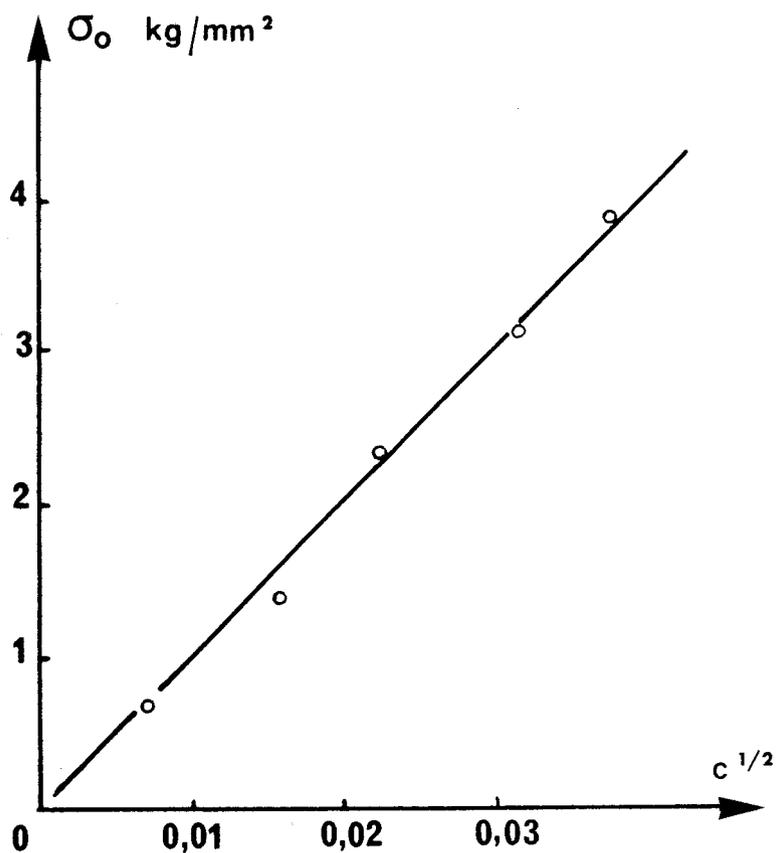


Figure 4.23. Cu Al

σ_0 tracé en fonction de $C^{1/2}$
d'après KOPPENAL et FINE [66]

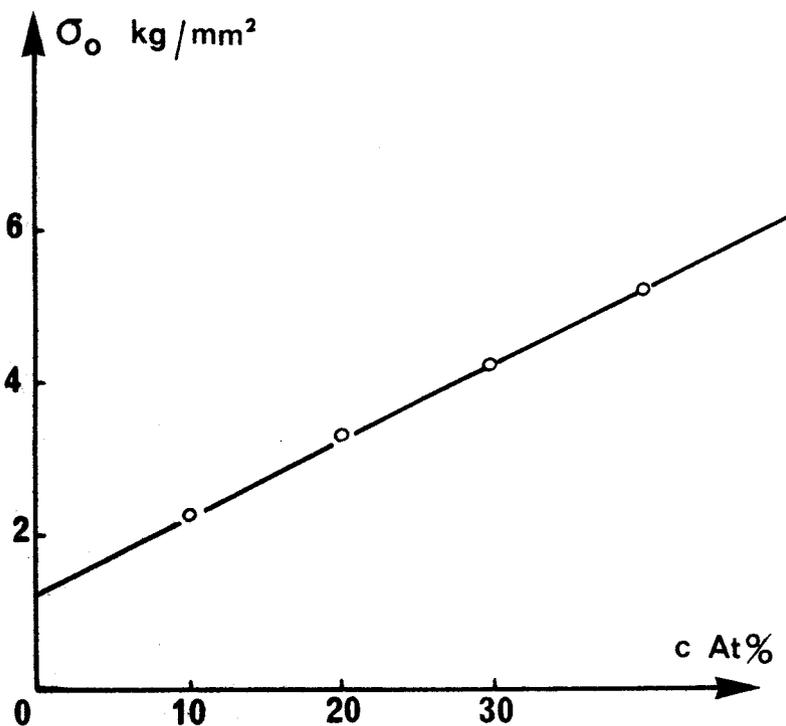


Figure 4.24. Cu Ni

d'après SUZUKI [65]

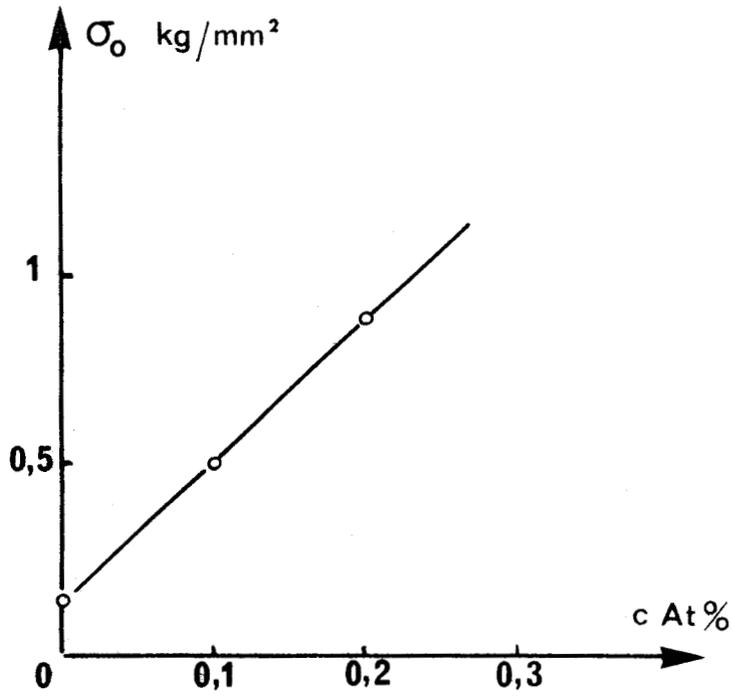


Figure 4.25. Cu Ag

d'après GARSTONE et Coll. [70]

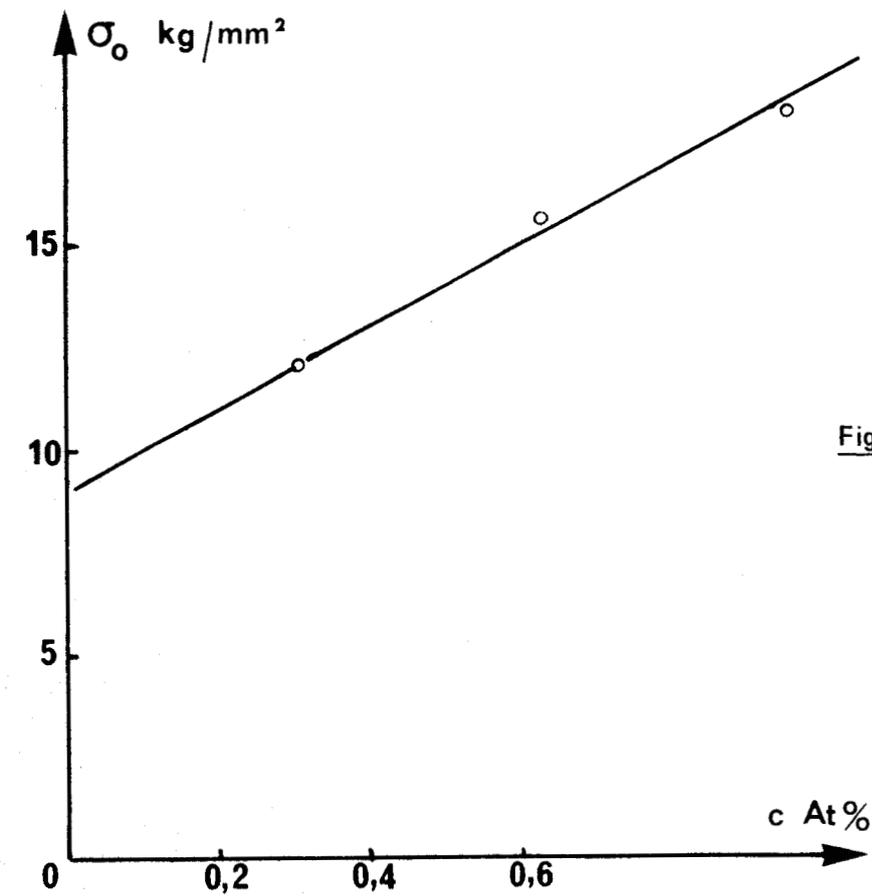


Figure 4.26. Cu Sb

d'après HUTCHISON et Coll. [71]

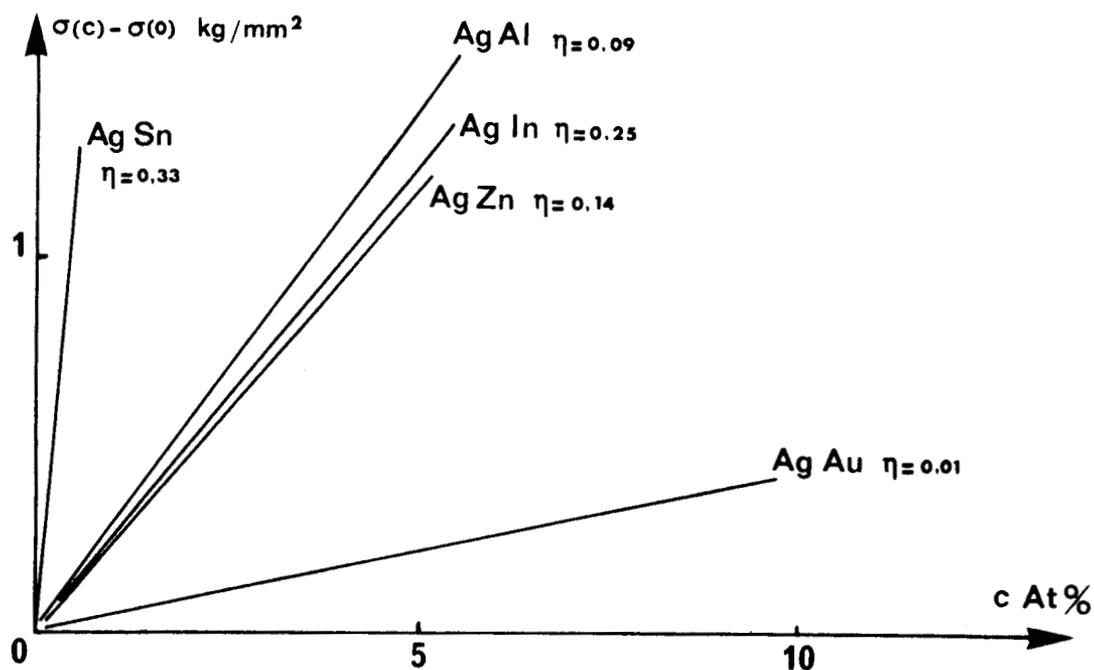


Figure 4.27. Comparaison des pentes des courbes $\sigma(c)$ pour les alliages à base d'Argent.

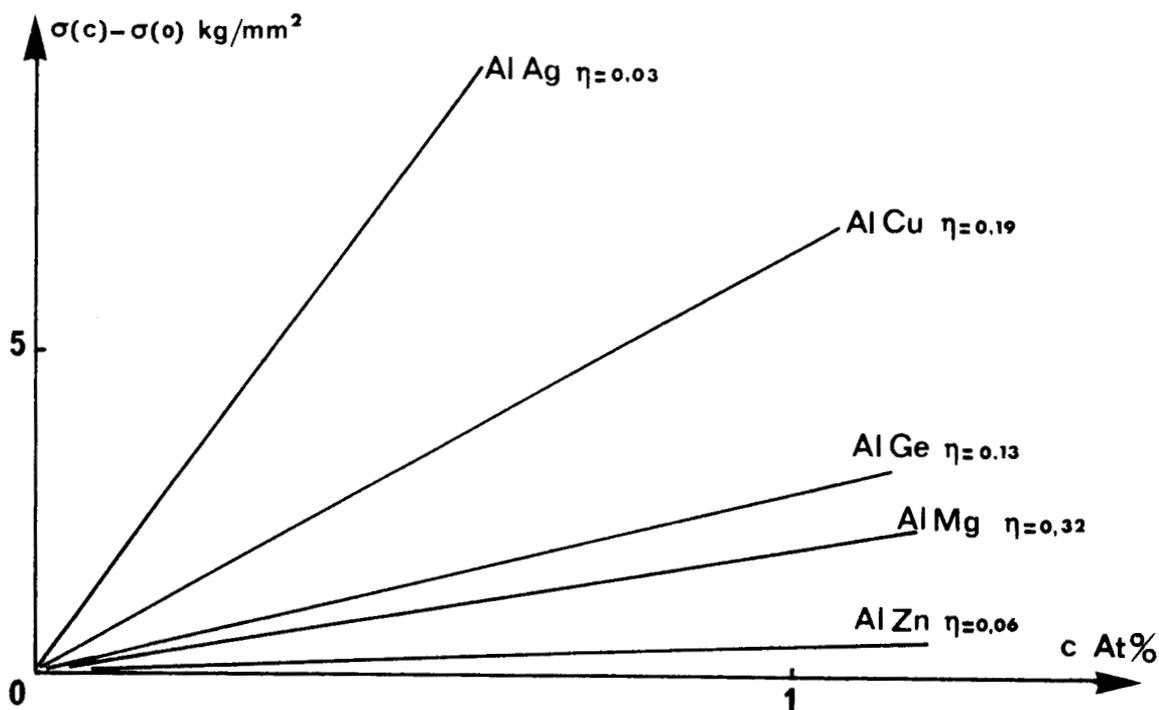


Figure 4.28. Comparaison des pentes des courbes $\sigma(c)$ pour les alliages à base d'Aluminium.

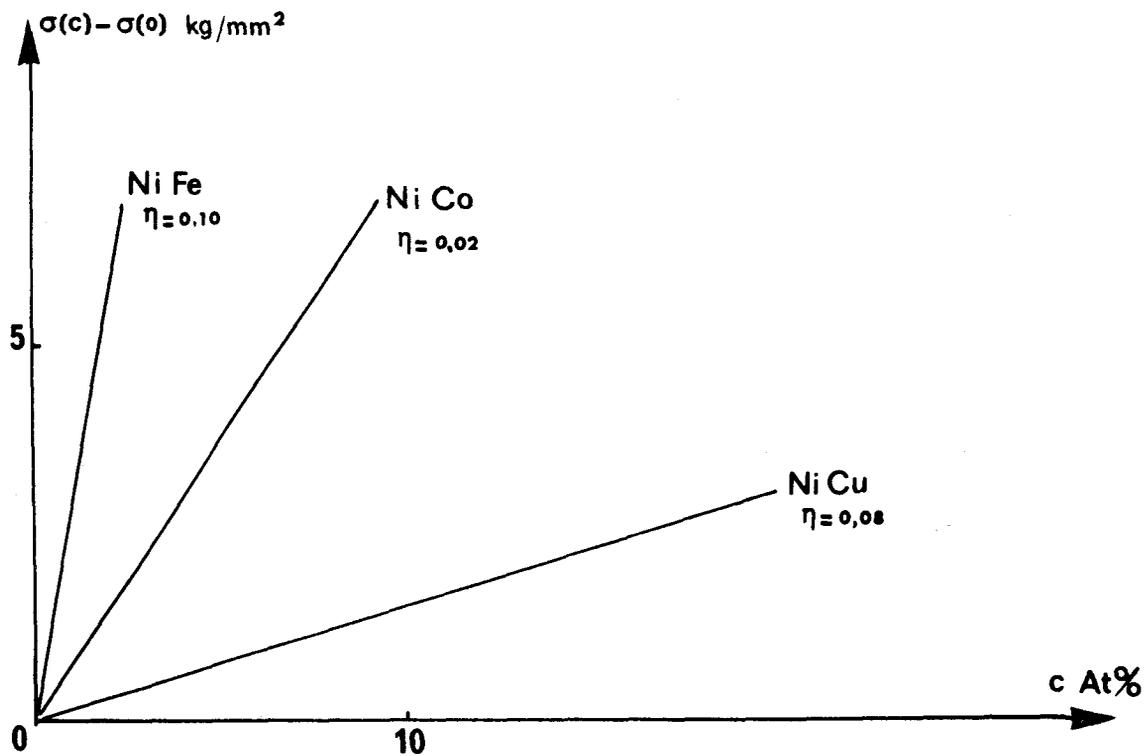


Figure 4.29. Comparaison des pentes des courbes $\nabla(c)$ pour les alliages à base de Nickel.

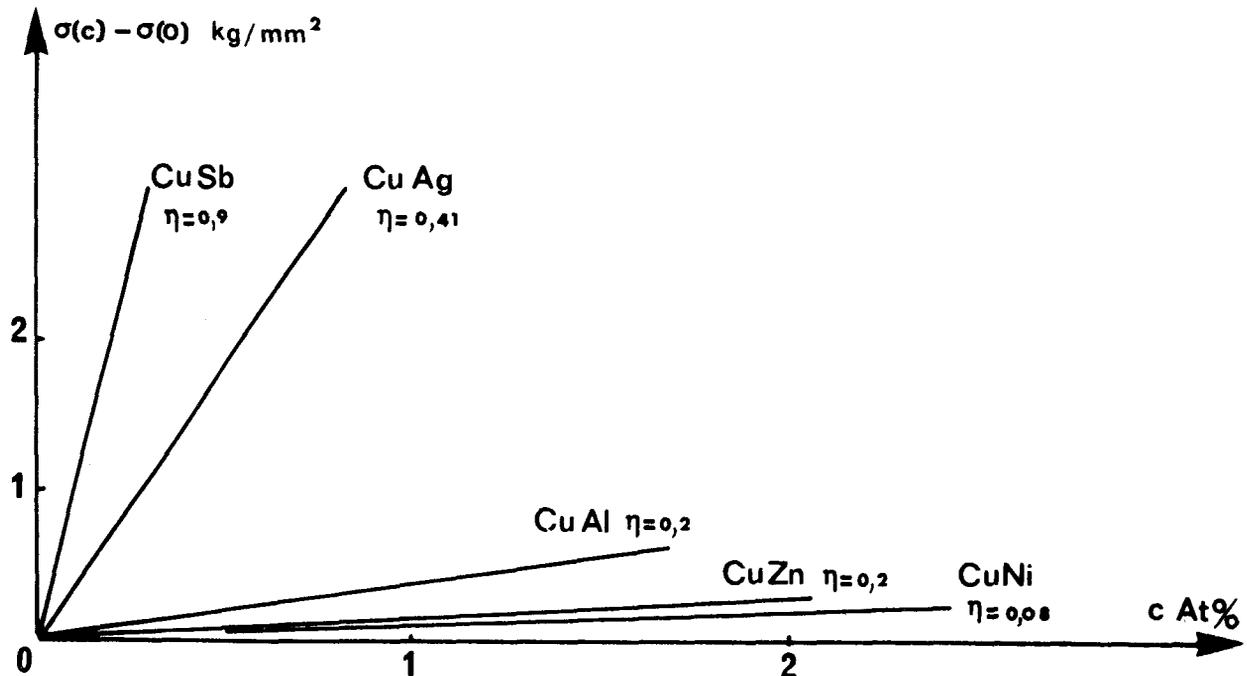


Figure 4.30. Comparaison des pentes des courbes $\nabla(c)$ pour les alliages à base de Cuivre.

CONCLUSION

Nous avons essayé d'évaluer, dans ce travail, la limite élastique des alliages substitutionnels dilués de structure C.F.C. . Pour cela, nous avons étudié l'interaction d'un atome de soluté avec une dislocation dissociée ou non dans l'approximation élastique de l'effet de taille.

Nous avons montré que, du fait de la dissociation des dislocations, l'énergie de liaison d'une dislocation avec un atome d'impureté varie relativement peu avec l'angle que fait la dislocation avec son vecteur de Burgers. Cela explique notamment que l'effet de taille joue un rôle important, même pour les dislocations vis.

Nous avons pu évaluer la limite élastique à 0°K des alliages dilués et complètement désordonnés contenant des dislocations dissociées et nous avons comparé nos résultats à un certain nombre de résultats expérimentaux.

Nous ne pouvons malheureusement pas expliquer les écarts observés par le seul effet de la dissociation. Les anomalies sont probablement dues à l'insuffisance du modèle de l'effet de taille.

Pour résoudre complètement le problème de la limite élastique des alliages dilués, il faudrait tenir compte de tous les autres effets (effet de module, électrique, chimique et d'ordre) et comparer les résultats à des mesures de micro déformation.

Nous pouvons cependant affirmer que la loi $\sigma \propto c$ est assez bien vérifiée, et lorsque l'effet de taille n'est pas trop faible, les résultats expérimentaux sont généralement en bon accord avec notre modèle.

ANNEXE I

Facteurs de taille volumiques de quelques alliages d'après King [14]

Solvant Soluté	Cu	Ag	Au	Al	Ni
Cu	--	- 26,9	- 14,2	- 18,9	+ 7,8 [72]
Ag	+ 40,8	--	- 0,5	+ 3 [72]	
Au	+ 47,9	- 1,0	--		
Zn	+ 19,9	- 13,8	- 14,5	- 5,9	
Al	+ 20,3	- 9,1	- 10,3	--	
In	+ 76,3	+ 25,5	+ 26,2		
Si	+ 5,9			- 12,5	
Ge	+ 25,0	+ 2,6	+ 2,7	+ 13,4	
Sn	+ 85,6	+ 33,1	+ 31,0		
Sb	+ 89,0	+ 45,4	+ 38,7		
Ni	- 8,0	- 15,9			--
Mg	+ 51,0	+ 7,7		+ 32,2	
Co					+ 1,7 [72]
Fe					+ 10,5 [72]



Le champ de contrainte en un point P de coordonnées (x_1, x_2, x_3) dû à un centre de dilatation situé à l'origine vaut :

$$\vec{\sigma} = \lambda \Theta \vec{\delta} + 2\mu \vec{e} \quad (\text{AII.1})$$

Le champ de déformation \vec{e} se déduit du champ de déplacement \vec{u} donné par la formule (1.1)

$$\vec{u} = C \frac{\vec{r}}{r^3} \quad (\text{AII.2})$$

On voit sur cette formule que $\Theta = \text{Trace}(\vec{e}) = \sum_i \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$ est nul. Le champ de contrainte $\vec{\sigma}$ vaut donc simplement :

$$\sigma_{ij} = 2\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (\text{AIII.3})$$

soit :

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= 2\mu C \frac{-2x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{5/2}} ; & \sigma_{12} &= -6\mu C \frac{x_1 x_2}{r^5} \\ \sigma_{22} &= 2\mu C \frac{x_1^2 - 2x_2^2 + x_3^2}{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{5/2}} ; & \sigma_{23} &= -6\mu C \frac{x_2 x_3}{r^5} \\ \sigma_{33} &= 2\mu C \frac{x_1^2 + x_2^2 - 2x_3^2}{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{5/2}} ; & \sigma_{31} &= -6\mu C \frac{x_3 x_1}{r^5} \end{aligned} \quad (\text{AIII.4})$$

C est une constante caractérisant le défaut qui vaut, d'après (1.3)

$$C = \frac{\Delta V}{4\pi\gamma} = \frac{\Delta V}{4\pi} \cdot \frac{1}{3} \frac{1+\nu}{1-\nu} = \frac{\eta\Omega}{12\pi} \frac{1+\nu}{1-\nu} \quad (\text{AIII.5})$$

Si le centre de dilatation est placé en un point (a, b, c) on trouve les expressions du champ de contrainte en un point P en faisant le changement de variables

$$x = x_1 + a ; \quad y = x_2 + b ; \quad z = x_3 + c \quad (\text{AII.6})$$

Ainsi, si l'atome de soluté est en D (0, y_0 , 0), on a, en un point P du plan zox (& 1.2)

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= 2\mu C \frac{-2x^2 + y_0^2 + z^2}{(x^2 + y_0^2 + z^2)^{5/2}} & ; & \quad \sigma_{12} = 6\mu C \frac{x y_0}{(x^2 + y_0^2 + z^2)^{5/2}} \\ \sigma_{22} &= 2\mu C \frac{x^2 - 2y_0^2 + z^2}{(x^2 + y_0^2 + z^2)^{5/2}} & ; & \quad \sigma_{23} = 6\mu C \frac{y_0 z}{(x^2 + y_0^2 + z^2)^{5/2}} \\ \sigma_{33} &= 2\mu C \frac{x^2 + y_0^2 - 2z^2}{(x^2 + y_0^2 + z^2)^{5/2}} & ; & \quad \sigma_{31} = -6\mu C \frac{z x}{(x^2 + y_0^2 + z^2)^{5/2}} \end{aligned}$$

(AII.7)

ANNEXE III

EVALUATION DE LA FORCE CONCENTREE

On veut évaluer l'intégrale

$$F = b_x \int_{-\ell}^{+\ell} \sigma_{xy}^D dz \approx b_x \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma_{xy}^D dz = 6\mu C b_x y_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x dz}{(x^2 + y_0^2 + z^2)^{5/2}} \quad (\text{AIII.1})$$

Si on néglige les variations de x avec z ($x(z)$ est une fonction symétrique et x est petit) on aura simplement, en posant $A^2 = x^2 + y_0^2$ et $z = A \operatorname{tg} \phi$

$$F = 6\mu C b_x x y_0 \frac{1}{A} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \frac{d\phi}{(1 + \operatorname{tg}^2 \phi)^{3/2}} \quad (\text{AIII.2})$$

et

$$\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \frac{d\phi}{(1 + \operatorname{tg}^2 \phi)^{3/2}} = \frac{4}{3} \quad (\text{AIII.3})$$

Soit finalement

$$F = \frac{8\mu C b_x x y_0}{(x^2 + y_0^2)^2} \quad (\text{AIII.4})$$

et, en passant à la variable réduite $X = \frac{x}{y_0}$ et en tenant compte de l'énergie de liaison

$$W = - \frac{4\mu C b_x x}{y_0} \quad (\text{AIII.5})$$

$$F = - \frac{2W}{y_0} \frac{X}{(1+X^2)^2} \quad (\text{AIII.6})$$

BIBLIOGRAPHIE

- [1] W. ROSENHAIN
Proc. Roy. Soc. (1921) 99 A , 102
- [2] W. ROSENHAIN
Chem. and Met. Eng. (1923) 28 , 899
- [3] H. SUZUKI
Sci. Rep. Res. Inst. Tohoku. Univ. (1952) A4 , 455
- [4] H. SUZUKI
"Dislocations and Mechanical properties of crystals" Ed. Fisher
(1957) J. Wiley, New York, p 361
- [5] A. BLANDIN, J. FRIEDEL, G. SAADA
Colloque de Toulouse Suppl. au J. de Phys. (1966) n° 7-8 tome 27, C3-128
- [6] C. NOURTIER, G. SAADA
Int. Conf. on disl. theory . Washington (1969)
- [7] V.M TCHERNOV, V.L INDENBOM
Conférence sur le comportement dynamique et l'interaction entre
dislocations Karkov (1967)
- [8] J. FRIEDEL
"Dislocations" (1964) Pergamon Press . p 379
- [9] A.H COTTRELL
Report on the conference on strength of solids (1948)
The physical society London p. 30
- [10] C. CRUSSARD
Métaux et Corrosion (1950) 301 , 203
- [11] J.D ESHELBY
Solid state physics (1956) 3 , 79
- [12] N.F FIORE, C.L. BAUER
Progress in materials science (1968) 13 , 85
- [13] T.B MASSALSKI , H.W KING
Progress in materials science (1961) 10 , 1
- [14] H.W KING
"Alloying behavior and effects in concentrated solid solutions
Metall. society conferences . Cleveland (1963) 29 , 85
- [15] N.F FIORE, C.L BAUER
Acta Met. (1964) 12 , 1329
- [16] E.C OREN, N.F FIORE, C.L BAUER
Acta Met. (1966) 14 , 245
- [17] C. CRUSSARD
Métaux et Corrosion (1950) 301 , 203
- [18] J.D ESHELBY
Phil. Trans. Roy. Soc. (1951) A 244 , 87
- [19] R.L FLEISCHER
"The strengthening of metals" (1964) édité by D. PECKNER p 93
- [20] K.D ROGAUSCH
dipl. Thesis Göttingen (1963)
- [21] R. DE WIT, J.S KOEHLER
Phys. Rev. (1959) 116 , 113

- [22] H. WIEDERSICH
Proc. Int. Conf. on the Strength of metals and alloys ; Tokyo (1967)
Suppl. to trans. J.I.M (1968) 9 , 34
- [23] H. GLEITER
Acta Met. (1967) 15 , 1213
- [24] V. GEROLD, HABERKORN
Phys. Stat. Sol. (1966) 16 , 675
- [25] TEUTONICO, A. GRANATO, K. LUCKE
Journal of Appl. Phys. (1964) 35 , 220
- [26] R.W WEEKS, S.R PATI, M.F ASHBY, P. BARRAND
Acta Met. (1969) 17, 1403
- [27] R.L FLEISCHER
Journal of Appl. Phys. (1962) 33 - 12 , 3504
- [28] T. MIFUNE, M. MESHII
Acta Met. (1969) 17 , 1253
- [29] R.L FLEISCHER
The strengthening of metals (1964) ed. D. Peckner p23
- [30] A.J.E FOREMAN, M.J MAKIN
Phil. Mag. (1966) 14 , 911
- [31] J.W CHRISTIAN
Proceeding of a Symposium Harwell (1968) Vol III , 604
- [32] B.L MORDIKE, P. HAASEN
Phil. Mag. (1962) 7 , 459
- [33] A.W COCHARDT, G. SCHOEK, H. WIEDERSICH
Acta Met. (1955) 3 , 533
- [34] R.L FLEISCHER
Acta Met. (1962) 10 , 835
- [35] H. STEHLE, A. SEEGER
Z. Physik (1956) 146 , 217
- [36] R.L FLEISCHER
Acta Met. (1963) 11 , 203
- [37] R. DE WIT
Solid State Physics (1960) 10 , 249
- [38] F.C FRANK, J.F NICHOLAS
Phil. Mag. (1953) 44 , 1213
- [39] N. THOMPSON
Proc. Phys. Soc. (1953) 66B , 48
- [40] A.H COTTRELL, B.A BILBY
Proc. Phys. Soc. (1949) A 62 , 49
- [41] Y. ADDA, J. PHILLIBERT
La diffusion dans les solides P.U.F. (1967) p 447
- [42] J. NOVOTNY, F. KROUPA
Czech. J. Phys. (1967) B 17 , 1
- [43] A.A HENDRICKSON, M.E FINE
Trans AIME (1961) 221 , 103

- [44] B. RUSSEL, P. VELA
Phil. Mag. (1963) 8 , 677
- [45] D.N BESHERS
Journal of Appl. Phys. (1959) 30 , 252
- [46] J. BLIN
Acta Met. (1955) 3 , 199
- [47] A.N STROH
Proc. Phys. Soc. (1954) B 67 , 427
- [48] F.R.N. NABARRO
Advan. Phys. (1952) 1 , 269
- [49] M.O PEACH, J.S KOEHLER
Phys. Rev. (1950) 80 , 436
- [50] A. HOWIE, P.R SWANN
Phil. Mag. 6 , 1215
- [51] A.W RUFF, L.K IVES
Proc. Int. Conf. on the deformation of cristalline solids ; OTTAWA (1966)
Canadian Journal of Physic (1967) 45 , 787
- [52] B. THOMAS
Communication personelle
- [53] E.R PARKER, T.H HAZLETT
"Relation of properties to microstructure" (1954) p 30
- [54] P. HAASEN
Proc. Int. Conf. on the strength of Metals and alloys ; Tokyo (1967)
Supplément to trans J.I.M. (1968) Vol 9 , XL
- [55] P. HAASEN
"Alloying behavior and effects in concentrated solid solutions
Metall. Society. Conférences Cleveland (1963) 29 , 270
- [56] R.H HAMMAR, W.C.T YEH, T.G OAKWOOD, A.A HENDRICKSON
Trans AIME (1967) 239 , 1692
- [57] R.H HAMMAR, R.A STRAHL, A.A HENDRICKSON
Trans. J.I.M. Suppl. (1968) vol 9 , 708
- [58] A.A HENDRICKSON, G.E TARDIFF
Trans. AIME (1964) 230 , 586
- [59] W.L PHILLIPS
Trans. AIME (1967) 239 , 961
- [60] A.A HENDRICKSON, M.E FINE
Trans. AIME (1961) 221 , 967
- [61] R.A KLOSKE, M.E FINE
Trans. AIME (1969) 245 , 217
- [62] B. RAMASWAMI, U.F KOCKS, B. CHALMERS
Trans. AIME (1965) 233 , 1632
- [63] O.D SHERBY, R.A ANDERSON, J.E DORN
Trans AIME (1951) 91 , 643
- [64] J.E DORN, P. PIETROKOWSKY, T.E TIETZ
Trans AIME (1950) 188 , 933

- [65] H. SUZUKI
"Dislocations and mechanical properties of crystals"
(1957) Wiley, New York , p 361
- [66] J.J KOPPENAAAL, M.E FINE
Trans. AIME (1962) 224 , 347
- [67] G. LEYMANN
Brit. J. Appl. Phys. (1969) 2 , 126
- [68] R.E JAMISON, F.A SHERRIL
Acta Met. (1956), 4 , 197
- [69] T.E MITCHELL, P.R THORNTON
Phil. Mag. (1963) 8 , 1127
- [70] J. GARSTONE, R.W.K HONEYCOMBE
"Dislocations and Mechanical properties of crystals"
(1957) Wiley, New York, p 391
- [71] M. HUTCHISON, F.P BULLEN
Phil. Mag. (1962) 7 , 1535
- [72] W.B PEARSON
A Handbook of lattice spacings and structure of metals and alloys
Pergamon Press (1964).