

N° d'ordre

THESE
présentée

à la Faculté des Sciences de l'Université de Lille

pour obtenir

le titre de DOCTEUR - INGENIEUR

par

Jean-Claude GENTINA

Ingénieur I.D.N.

Titre de la Thèse :

" Contribution à la commande optimale des systèmes échantillonnés
non linéaires "



Soutenue le 30 Juin 1970 devant la Commission d'examen :

Messieurs :	P. VIDAL	Président
	F. LAURENT	Rapporteur
	C. MIRA	Examineurs
	L. POVY	
	R. BOSSUT	

A ma femme,

A mes parents,

A mes beaux parents.

Avant - Propos

Le travail que nous présentons dans ce mémoire a été effectué au laboratoire d'Automatique de la Faculté des Sciences de Lille, sous la direction de Monsieur le Professeur VIDAL auquel nous exprimons toute notre gratitude pour l'accueil qu'il nous a réservé et le précieux enseignement qu'il a su nous dispenser.

Nous sommes particulièrement sensible au grand honneur qu'il nous a fait en acceptant de présider notre jury de thèse.

Que Monsieur LAURENT, Maître de Conférences à la Faculté des Sciences de Lille trouve ici l'expression de notre très profonde gratitude pour avoir dirigé cette thèse avec beaucoup d'intérêt et d'amicale bienveillance. Ses conseils éclairés nous ont été précieux dans bien des domaines.

Nous sommes reconnaissant à Monsieur POVY, Maître de Conférences à la Faculté des Sciences de Lille pour les encouragements et les conseils qu'il nous a toujours prodigués, nous faisant profiter de son expérience et de son amitié.

Nous remercions très vivement Monsieur HIRA, Professeur à la Faculté des Sciences de Toulouse pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter à nos travaux en acceptant de participer à notre jury de thèse.

Monsieur BOSSUT, Directeur de l'Institut Industriel du Nord nous a permis d'effectuer une partie de nos recherches au laboratoire d'Automatique de son école et a accepté de faire partie de notre jury de thèse. Nous l'en remercions très sincèrement.

Enfin nous tenons à rendre hommage à l'esprit d'équipe qui règne dans le laboratoire où nous avons travaillé, les chercheurs et le personnel ont toujours répondu avec empressement à nos sollicitations et par leur amicale présence nous ont aidé dans notre travail. Nous adressons à chacun nos remerciements les plus vifs.

Introduction

Les systèmes échantillonnés ont déjà fait l'objet de multiples études. Les processus de régulation de ce type sont caractérisés par un transfert discret des valeurs du signal d'erreur à des intervalles de temps égaux. Une propriété essentielle des asservissements de cette classe conduit à leur utilisation systématique dans certains cas, en effet ce mode de traitement de l'information peut amener l'amortissement du régime transitoire en un temps fini.

Ce résultat théorique qui conduit à une structure stable comme nous l'avons vérifié par simulation, nous a permis d'envisager la commande d'un filtre de moyenne puissance selon ce processus.

Après avoir rappelé dans un premier chapitre les résultats de recherches antérieures, nous décrirons le système à asservir et l'amplificateur de commande.

Une seconde partie est entièrement consacrée à l'identification rigoureuse du filtre continu régulé et à la détermination de ses propriétés du point de vue adopté dans l'analyse des systèmes échantillonnés.

Enfin, avant d'envisager dans un dernier chapitre un essai d'amélioration des performances, nous expérimenterons une commande d'un type particulier par paramètres périodiques.

Chapitre I

Optimisation des asservissements échantillonnés

en régime dynamique

La mise en oeuvre de résultats théoriques concernant les asservissements échantillonnés linéaires ou non nous a conduit à étudier le comportement d'un groupe Ward Léonard de moyenne puissance soumis à une commande de ce type. Dans ce chapitre nous précisons les résultats fondamentaux que nous avons utilisés tout au long de notre étude.

1.1. Asservissements échantillonnés à retour tachymétrique

1.1.1. Structure de l'asservissement

Le filtre linéaire dont la grandeur de sortie y est asservie à un signal x est représenté par la fonction de transfert $L(p)$ d'ordre q . Lorsque les diverses composantes du vecteur état sont observables, il est possible d'élaborer un signal d'erreur ε tel que :

$$\varepsilon = x - \sum_{i=0}^{q-1} \lambda_i y^{(i)}$$

La chaîne de réaction est alors définie par la transmittance $R(p)$ d'ordre $q-1$.

$$R(p) = \sum_{i=0}^{q-1} \lambda_i p^i$$

La commande du filtre est obtenue à partir d'un échantillonneur linéaire et sans mémoire de période T (figure 1).

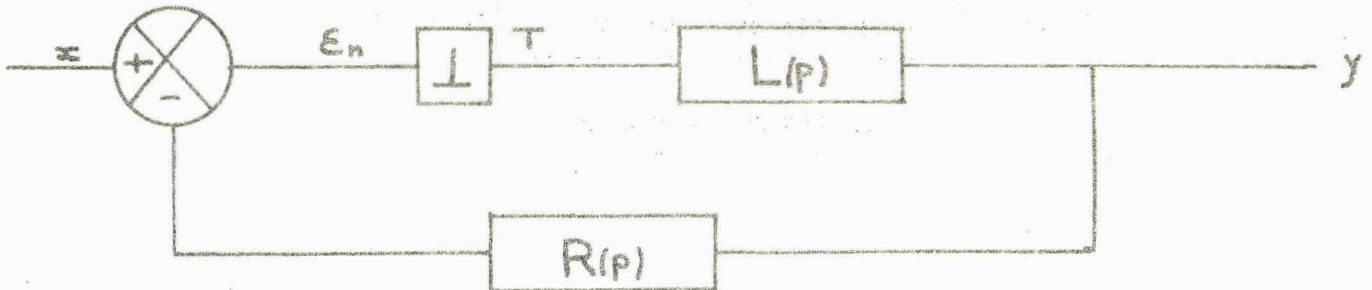


Figure 1

Il convient de souligner que le gain statique de la chaîne d'action et les coefficients de la chaîne de retour constituent les paramètres de réglage.

1.1.2. Condition de commandabilité en boucle ouverte

Un tel système est décrit par une équation de récurrence matricielle du type (1).

$$(1) \quad Y_{n+1} = M Y_n + H \epsilon_n$$

Y_n : vecteur à q composantes y_n^j définissant l'état du système à l'instant nT.

M : matrice carrée d'ordre q à coefficients constants m_{ij} caractéristiques du fonctionnement du filtre en régime libre.

H : vecteur d'ordre q qui dépend de la commande et du filtre.

ϵ_n : commande élaborée à l'instant n.

A l'instant $n+q$, l'ensemble des relations (1) permet de déterminer l'état du filtre $L(p)$ sous l'influence des commandes successives ϵ_{n+q-j} .

$$(2) \quad Y_{n+q} = M^q Y_n + M^{q-1} H \epsilon_n + \dots + H \epsilon_{n+q-1}$$

Il est possible d'imposer l'état Y_{n+q} à partir des q valeurs ϵ_{n+q-j} et de l'état initial Y_n lorsqu'est satisfaite la condition de commandabilité (3).

$$(3) \quad \begin{vmatrix} M^{q-1}H, & \dots, & H \end{vmatrix} \neq 0$$

Un tel élément d'ordre q peut être amené à un état quelconque. Il est alors nécessaire d'élaborer les q commandes successives ϵ_{n+q-j} solutions du système linéaire (2).

1.1.3. Système en boucle fermée

Le signal d'erreur ϵ_n est maintenant obtenu à partir du retour $R(p)$ et de la consigne x - la linéarité du filtre permet encore de superposer les effets du signal de commande et de l'état initial. Une analyse de ces propriétés [1] conduit alors à une équation de récurrence de la forme (4).

$$(4) \quad \epsilon_{n+q} + \sum_{i=1}^q f_i \epsilon_{n+q-i} = x_{n+q} + \sum_{i=1}^q b_i x_{n+q-i}$$

Les symboles b_i représentent les coefficients constants de la relation de récurrence caractéristique du fonctionnement du filtre en régime libre.

Les paramètres f_i sont des fonctions linéaires des gains $K\lambda_j$.

$$(5) \quad f_i = b_i + K \sum_{j=1}^q \alpha_j^i \lambda_j$$

Le coefficient k est ici un gain constant placé dans la chaîne d'action.

Une telle représentation des systèmes discrets simplifie considérablement leur étude. En particulier, on montre que le régime permanent peut être rigoureusement atteint en q périodes d'échantillonnages. Ce résultat est simplement obtenu par un réglage approprié des paramètres λ_j de la chaîne de retour. Les q valeurs cherchées sont alors solutions d'un système de q équations linéaires déduit des relations (5).

$$(6) \quad \sum_{j=1}^q \alpha_j^i \lambda_j = -b_i$$

Ces solutions existent sous la seule condition (7)

$$(7) \quad \begin{vmatrix} \alpha_1^1 & & & \alpha_1^q \\ & & \alpha_j^i & \\ & & & \\ \alpha_q^1 & & & \alpha_q^q \end{vmatrix} \neq 0$$

La condition nécessaire de commandabilité en boucle ouverte du système formé par le filtre et l'échantillonneur est alors satisfaite, on constate d'ailleurs simplement l'identité des contraintes (3) et (7).

Ces résultats sont en parfait accord avec les travaux de Kalman [2]. En effet, un filtre linéaire d'ordre q peut être amené à un état quelconque lorsque les signaux de commande sont élaborés à partir de l'ensemble des composantes $y^{(j)}$ du vecteur y caractéristique de l'état du système.

1.1.4. Systemes à échantillonneurs non linéaires

Lorsque l'échantillonneur et le filtre sont non linéaires, l'analyse [1] montre l'existence de domaines de variations à l'intérieur desquels les paramètres du système peuvent varier tout en assurant la stabilité asymptotique ou la majoration des oscillations limites.

Dans l'éventualité plus particulière d'un échantillonneur linéaire et d'un filtre de même nature précédé d'un gain variable la compensation du système asservi est encore rendue possible la plupart du temps par le réglage des coefficients de la chaîne de retour.

1.2. Asservissements échantillonnés à gains périodiques

Lors de la réalisation d'asservissements à retour tachymétrique, il apparaît que les diverses grandeurs nécessaires au réglage du filtre ne peuvent pas toujours être captées. Dans ce cas, les propriétés essentielles de ces asservissements peuvent être conservées [3] en introduisant la notion de régulation par gains périodiques.

1.2.1. Systeme à gains périodiques

La structure de ce nouveau modèle est identique à celle du précédent, nous supposons cependant que seule la composante y de l'état du filtre est observable. Le retour est alors unitaire.

Il n'est pas possible d'optimiser un tel système par le seul jeu du gain k constant placé dans la chaîne d'action. En effet puisque le filtre à réguler est d'ordre q , son réglage impose la présence d'un nombre minimal de paramètres égal à q . Il convient donc de faire varier le gain k à chaque période d'échantillonnage en lui donnant de façon périodique les q valeurs successives k_1, k_2, \dots, k_q .

Nous supposons le système soumis à une entrée nulle, cette hypothèse ne compromet en rien la généralité du problème. Dans ce cas le système est décrit par une équation matricielle [4] (8).

$$(8) \quad Y_{n+1} = M Y_n + \epsilon_n k(n) H$$

Y_n vecteur état de composantes y_n^i

M matrice carrée d'ordre q à coefficients constants m_{ij} qui

caractérise le régime libre du filtre

H vecteur constant d'ordre q définissant le type d'échantillonneur de période T

Une opération élémentaire conduit à l'écriture simplifiée (9)

$$(9) \quad Y_{n+1} = A(n) Y_n$$

A(n) : matrice carrée d'ordre q à coefficients b_{ij} fonctions linéaires du gain k(n).

L'ensemble des égalités (10) exprime simplement le caractère périodique des gains.

$$(10) \quad k(n) = k(n+r)$$

$$A(n) = A(n+r)$$

Une propriété fondamentale apparaît alors si l'on définit la matrice produit B(n) (11).

$$(11) \quad B(n) = A(n+r) \dots A(n+1) \cdot A(n).$$

En effet, le polynôme caractéristique de B(n) est invariant dans une permutation quelconque de ses facteurs. Le système discret peut alors être globalement représenté par une équation de récurrence à coefficients constants, de la forme :

$$(12) \quad Y_{n+qq} + \sum_{i=1}^q b_i Y_{n+q(q-i)} = 0$$

Il s'en déduit pour la structure adoptée une condition nécessaire et suffisante d'amortissement du régime transitoire en q^2 périodes d'échantillonnages.

$$(13) \quad Y_{n+qq} = 0$$

soit encore :

$$(14) \quad b_i = 0 \quad \left[i = 1, 2, \dots, q \right]$$

Par élimination des gains $k(n)$ dans les équations (14) nous obtenons un polynôme $P(k)$ de degré q dont les racines sont les q coefficients $k(n)$ [5]

Le réglage de l'asservissement suppose la réalité de l'ensemble de ces solutions. Le polynôme $P(k)$ conduit alors à une condition nécessaire et suffisante d'existence et de réalité des gains k .

1.2.2. Exemple d'application à un filtre du second ordre

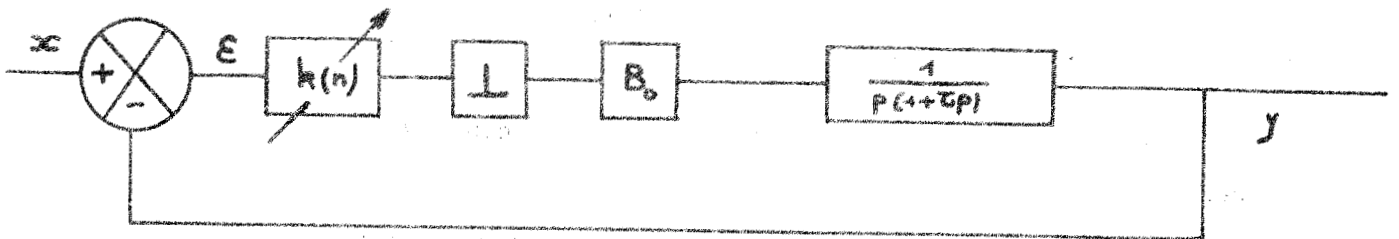


Figure 2

Le système à réguler est défini à la figure 2. L'échantillonneur de dirac de période T est suivi d'un bloqueur d'ordre zéro E_0 .

L'équation matricielle (14) définit le fonctionnement de cet asservissement en régulateur.

$$(14) \quad Y_{n+1} = M(k_n) Y_n$$

avec :

$$D = e^{-\frac{T}{\tau}} \quad M(k_n) = \begin{bmatrix} 1 - k(n) & [T - \tau(1-D)] & \tau(1-D) \\ -k(n) & (1-D) & D \end{bmatrix}$$

Le polynôme caractéristique de la matrice produit $M(k_n) M(k_{n+1})$ est invariant pour une permutation quelconque de ses deux facteurs.

Les valeurs des paramètres sont alors solutions du système (15)

$$(15) \quad \begin{cases} \det M(k_n) \det M(k_{n+1}) = 0 \\ \text{Trace } M(k_n) \times \text{trace } M(k_{n+1}) - \det M(k_n) - \det M(k_{n+1}) = 0 \end{cases}$$

Dans ce cas simple, la présence d'une racine évidente impose la réalité des solutions.

Les gains prennent alors les formes littérales (16)

$$(16) \quad \begin{cases} k(n) = - \frac{D}{\tau(1-D) - TD} \\ k(n+1) = \frac{\tau(1-D) - TD^3}{T\tau(1-D)^3} \end{cases}$$

Une simulation de cet exemple a été réalisée (figure 3). La période d'échantillonnage T et la constante de temps τ du filtre ont été choisies égales à une seconde. Dans ce cas deux réponses distinctes (figure 4) ont pu être enregistrées suivant la commutation initiale des gains $k(n)$ ou $k(n+1)$. L'expérience montre bien l'amortissement du régime transitoire en quatre périodes d'échantillonnages.

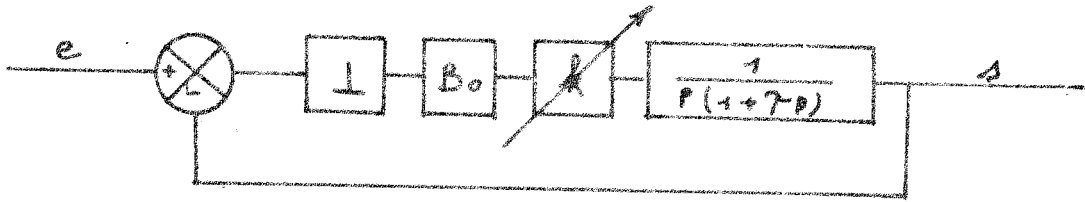
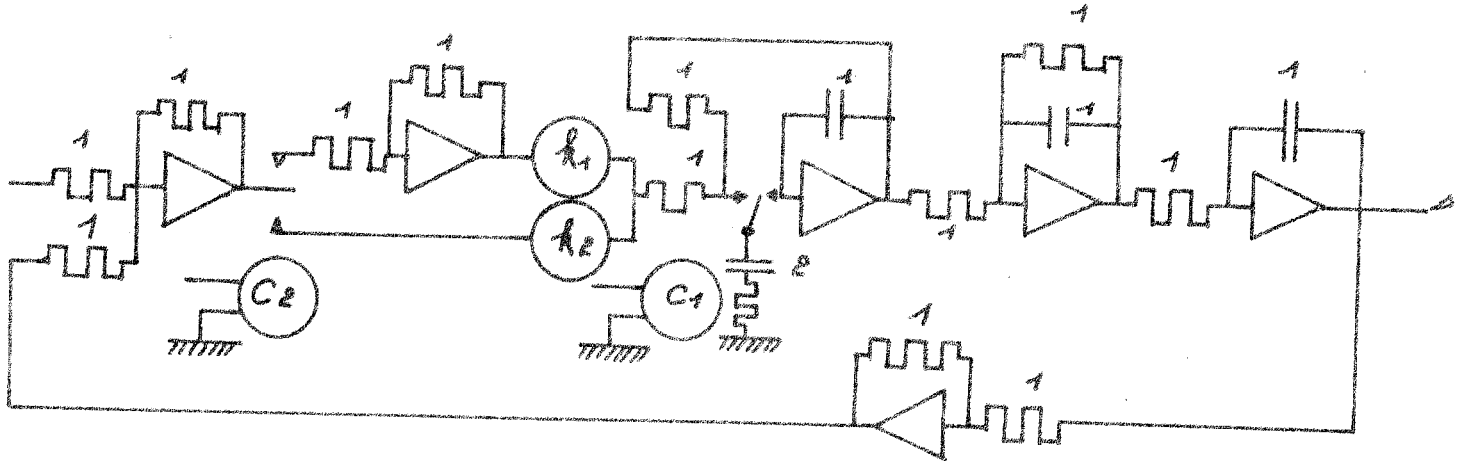


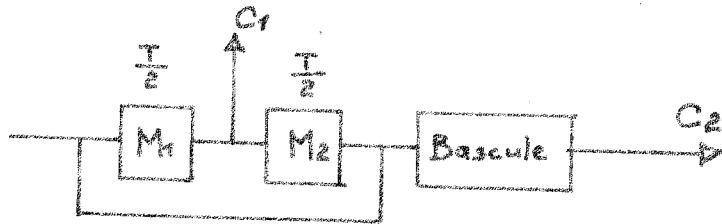
Fig. 3

Systeme étudié



Simulation hybride

Fig. 3



Commande Logique

Second ordre corrigé par gains périodiques

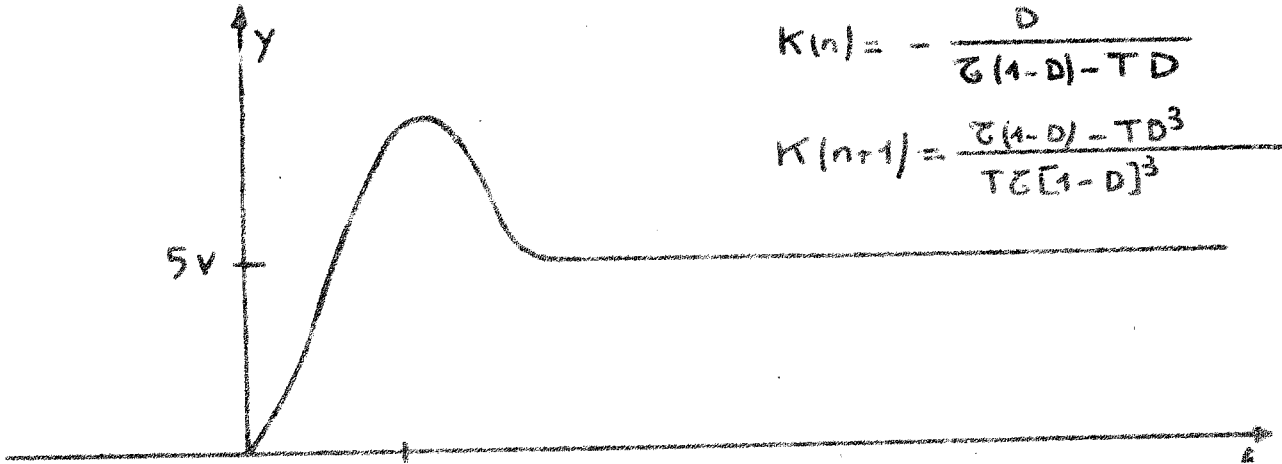
Systeme du second ordre à gains périodiques de transmittance

$$x(p) = \frac{1}{p(1+\tau p)}$$

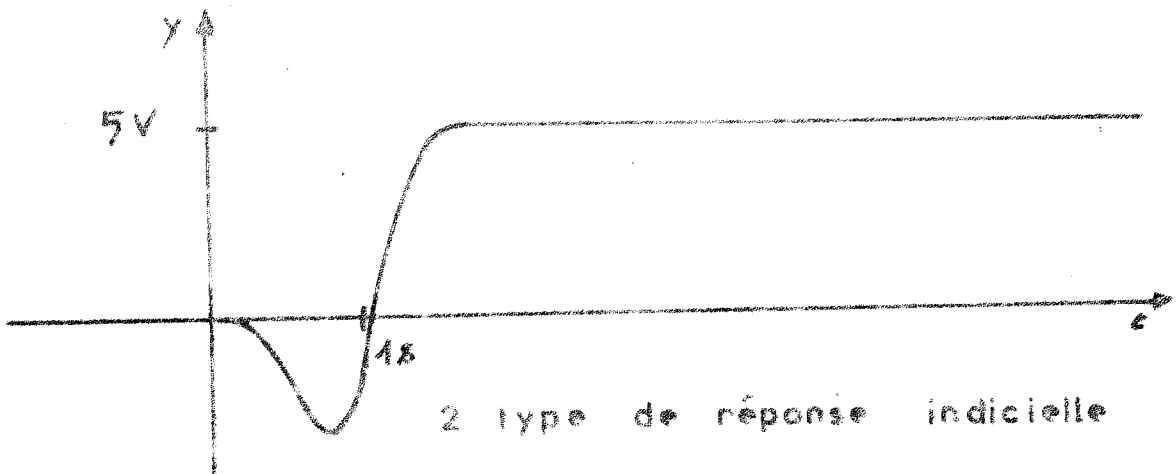
valeurs des paramètres $\begin{cases} K_1 = -1.325 & K_2 = 2.31 \\ T = \tau = 1 \end{cases}$

$$K(n) = -\frac{D}{\tau(1-D) - TD}$$

$$K(n+1) = \frac{\tau(1-D) - TD^3}{T\tau[1-D]^3}$$



1^{er} type de réponse indicielle



2^{ème} type de réponse indicielle

fig 4

Conclusion

L'étude des asservissements échantillonnés en boucle ouverte conduit à une condition nécessaire de commandabilité des filtres linéaires d'ordre q .

Cette condition apparaît de nouveau lors de l'optimisation de la réponse des asservissements échantillonnés à retour tachymétrique. On montre de plus qu'il suffit d'agir sur les paramètres de la chaîne de réaction pour amortir le régime transitoire du filtre en un temps fini.

Un caractère essentiel se dégage de l'ensemble de ces considérations. En effet, il est nécessaire d'introduire q paramètres pour assurer l'optimisation de la réponse d'un filtre linéaire d'ordre q . C'est pourquoi nous avons présenté une étude concernant les asservissements échantillonnés à gains périodiques. Il convient naturellement de vérifier dans quelle mesure ce mode d'asservissement peut s'appliquer au problème pratique et s'étendre au domaine des systèmes non-linéaires. Dans ce sens, se pose nettement le problème de la stabilité de structure.

[1]

F. LAURENT - J.M. TOULOTTE et P. VIDAL

" Régulation par échantillonnage et correction tachymétrique "
International Pulse symposium, Budapest - Avril 1968

[2]

KALMAN

Congrès de Moscou 1960

[3]

Messieurs François LAURENT, Pierre BORNE et Jean-Claude GENTINA

" Sur une limitation en durée du régime transitoire d'un système
asservi échantillonné à gain périodique ".
Mars 1969 - Série A - CR Acad Sc Paris, t.268, p.670-674.

[4]

P. VIDAL

" Systèmes échantillonnés non-linéaires ".
Gordon and Breach 1968.

[5]

F.R. GANTMACHER

Théorie des matrices
Dunod PARIS 1966.

Chapitre II

Description du système étudié

Le problème qui nous préoccupe concerne la mise au point d'une commande de type échantillonnée sur un système réel. Dans ce sens, à titre expérimental, nous avons utilisé un groupe Ward Léonard de moyenne puissance. Il importe tout d'abord de choisir un modèle mathématique du système envisagé. C'est l'objet de ce chapitre.

2.1. Le groupe Ward Léonard (figures 1 et 2)

Organe de moyenne puissance, le groupe Ward Léonard se compose de quatre éléments essentiels :

- un moteur triphasé asynchrone qui constitue la source d'énergie, nous admettrons qu'il tourne à vitesse constante
- une génératrice à courant continu mécaniquement accouplée au moteur asynchrone se trouve ainsi entraînée à vitesse constante, son inducteur est alimenté par la tension de commande, entrée du filtre formée par le groupe Ward Léonard.

L'organe à asservir est un moteur dont l'induit est commun avec le générateur précédent. Son inducteur est alimenté par une tension constante.

- enfin une génératrice à courant continu entraînée par ce moteur débite sur un rhéostat. Ce dernier constitue une charge passive et ajustable pour le système à asservir.

On dispose en outre sur la génératrice de commande d'un enroulement compensateur dit Antirémanent.

Ce dernier élément assure un affaiblissement sensible des effets de l'hystérésis.

Un capteur de vitesse est monté directement sur l'arbre de sortie de la génératrice. Il fournit une information concernant l'état du groupe Ward-Léonard. On sait que la force électromotrice d'une dynamo est proportionnelle à sa vitesse angulaire Ω lorsque le flux inducteur reste constant. Cette propriété reste valable dans un large domaine lorsqu'on ne demande pas d'énergie à la génératrice. Dans le cas contraire la proportionnalité cesse. La dynamo doit donc débiter sur un circuit résistif à haute impédance. En annexe n°1 sont précisées les caractéristiques techniques.

2.2. Choix d'un modèle mathématique

2.2.1. Etude théorique

- le système envisagé étudié dans le cadre linéaire est susceptible d'une représentation mathématique simple.

- le groupe Ward Léonard peut être assimilé à une transmittance $L(p)$ (1)

$$(1) \quad L(p) = \frac{\theta_s}{V_e} = \frac{k_1 k_2 k_3}{R\pi'k' p(1+\tau_1 p) (1+\tau_2 p + \frac{k_3}{\pi k'})}$$

$$\tau_1 = \frac{L}{\pi}$$

$$\tau_2 = \frac{e}{\pi}$$

enroulement d'antirémanent

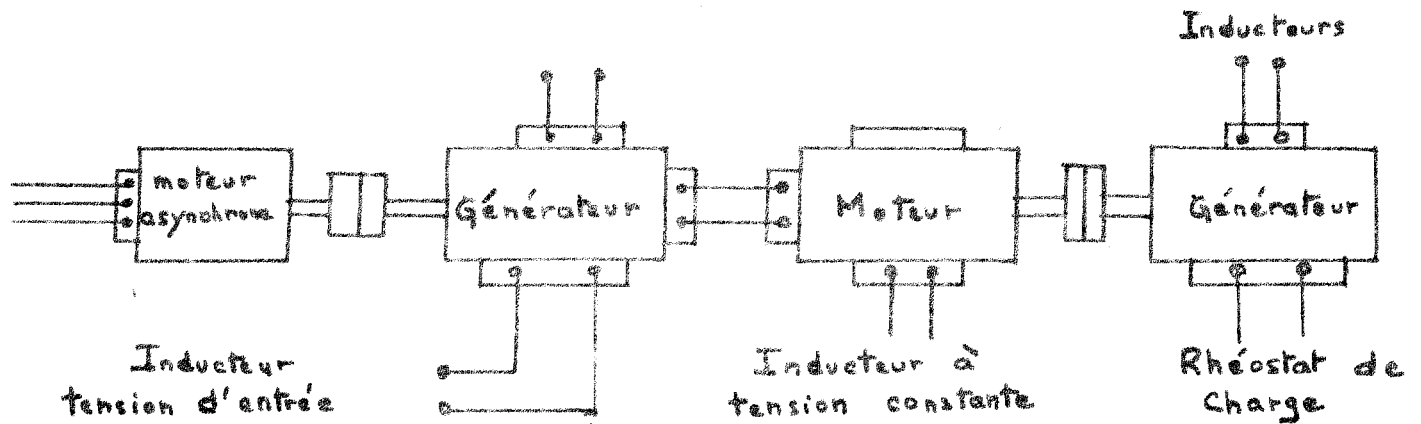
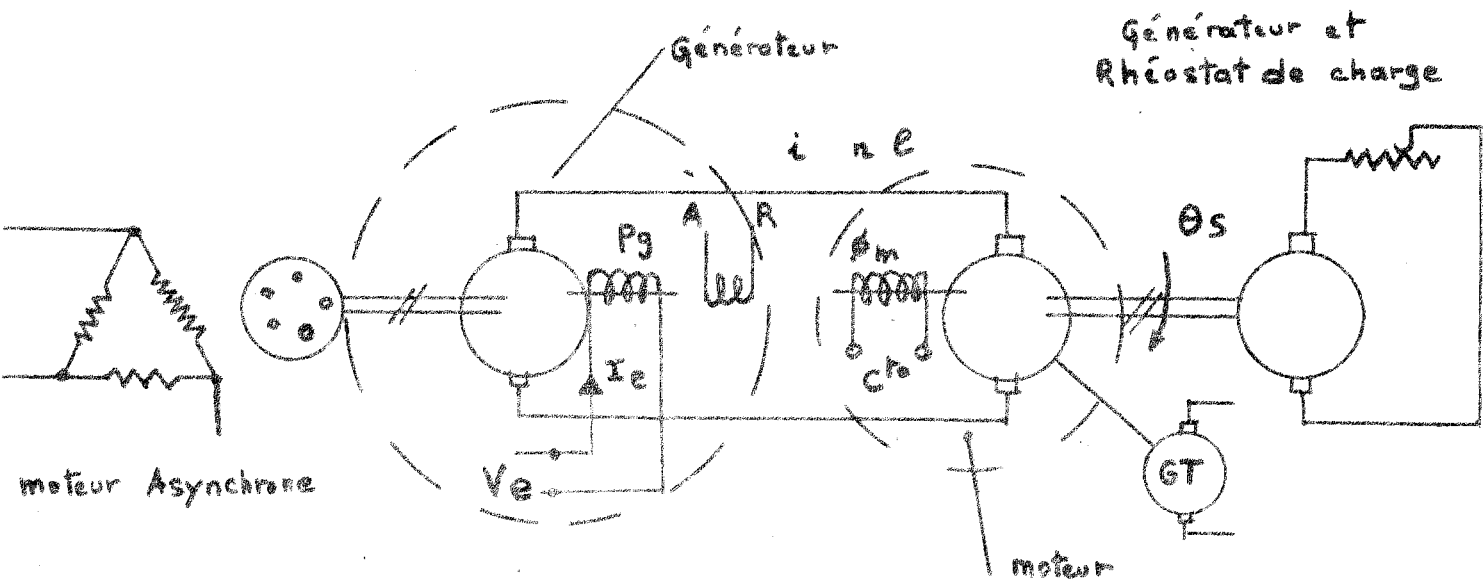


Figure 1



AR enroulements d'antirémanent
 GT génératrice tachymétrique

Figure 2

- R, L : résistance et inductance de l'inducteur de la génératrice
 π, e : résistance et inductance totale de l'induit
 ϕ_g, ϕ_m : flux du générateur et du moteur
 e_g, e_m : force électromotrice du générateur et du moteur
 θ_s : position de l'arbre du moteur à asservir
 V_e : tension de commande de l'inducteur de la génératrice. Les coefficients k_1, k_2, k_3 sont définis par les relations (2)

$$\begin{aligned} \phi_q &= k_1 i_e \\ (2) \quad e_g &= k_2 \overline{\phi_q} \\ e_m &= k_3 p \theta_s \quad \text{ou} \quad C = k_3 i_e \end{aligned}$$

La linéarité du modèle ainsi déterminé suppose d'une part qu'une adaptation d'impédance parfaite est réalisée c'est-à-dire que les induits du moteur et de la génératrice sont identiques, d'autre part qu'il ne se manifeste aucun phénomène d'hystérésis.

Pour essayer de palier à ces inconvénients nous supposons que le groupe Ward Léonard est caractérisé par une transmittance $L(p)$ d'ordre infini (3)

$$(3) \quad L(p) = \frac{1}{p(1+a_1 p + \dots + a_q p^q + \dots)}$$

2.2.2. Caractère non linéaire de l'asservissement

Le filtre à asservir n'est en fait que grossièrement linéaire, cette remarque découle immédiatement de l'observation de la caractéristique du système, représentée à la figure (3). Celle-ci a été obtenue en faisant varier lentement v_e grandeur d'entrée du groupe et en observant la variation de la tension de sortie aux bornes de la génératrice tachymétrique. Il faut noter la présence d'un hystérésis mais surtout l'existence d'une saturation qui correspond à la vitesse

nominale du groupe. Il est possible de limiter cette caractéristique à sa partie linéaire dans une première approximation.

2.2.3. Représentation symbolique de l'asservissement

L'ensemble des résultats précédents, nous amène à proposer un schéma bloc du groupe Ward Léonard. Celui-ci comporte un filtre linéaire $L(p)$ d'ordre très élevé précédé d'un gain continu non constant k (figure 4).

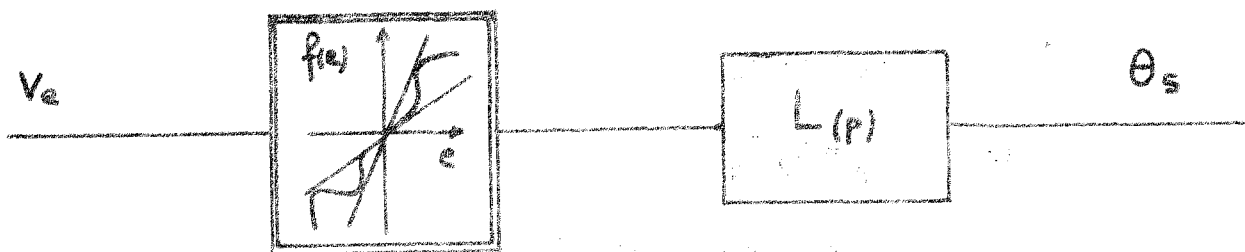


figure 4.

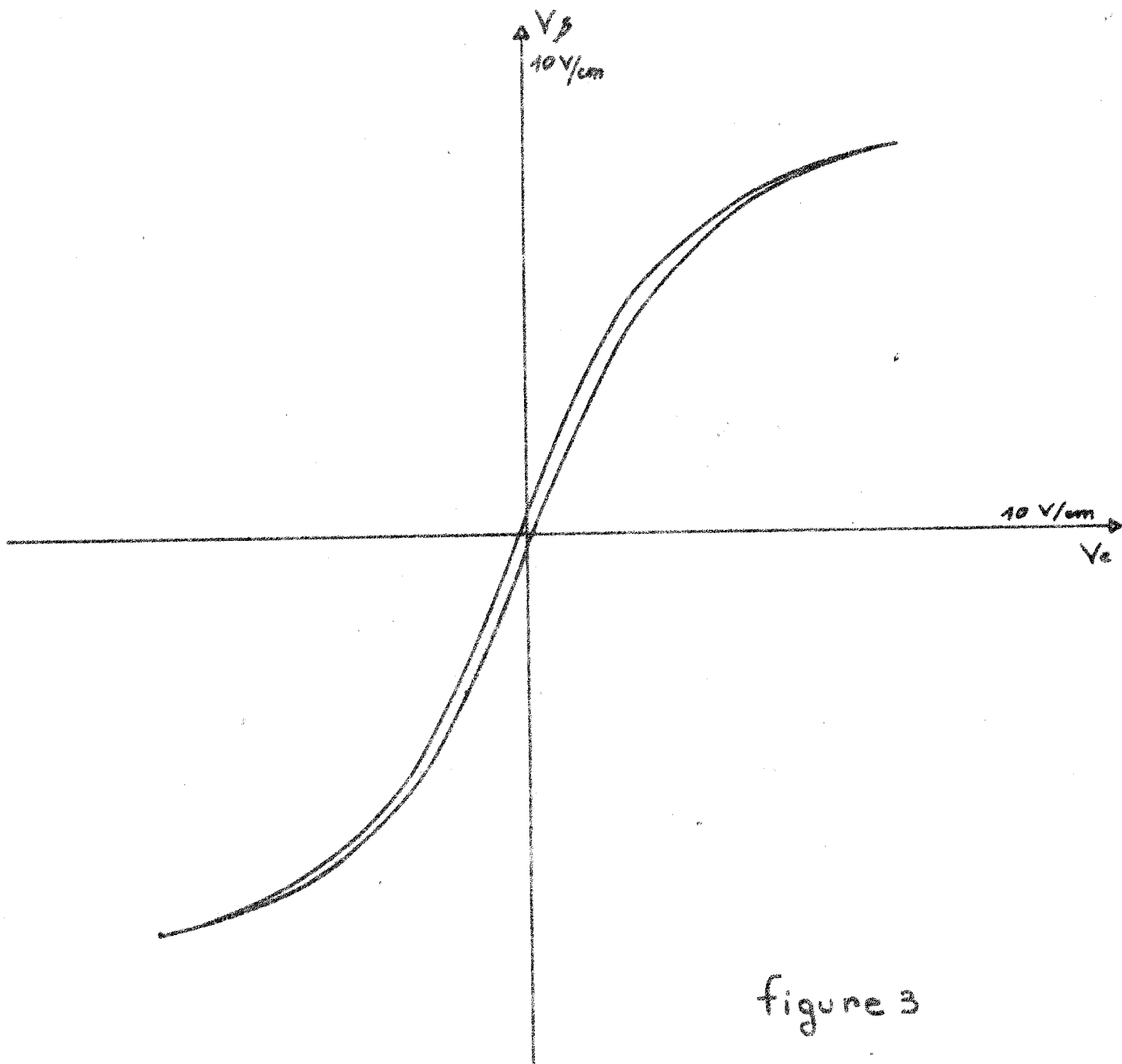
Le groupe Ward Léonard appartient selon cette approximation à la classe des systèmes d'ordre q à non linéarité séparable.

2.2. Adaptation de la commande

La commande discrète du groupe Ward Léonard est réalisée à partir d'éléments d'une calculatrice analogique. Un tel organe ne peut délivrer des impulsions supérieures à 10 ou 20 Volts en tension pour une intensité de quelques milliampères. La réalisation d'un amplificateur est donc indispensable, ce dernier fournit à la génératrice du groupe Ward Léonard la puissance suffisante.

L'amplificateur ne traite que des signaux redressés de 0 à 10 volts. Un relais restitue le signe convenable à la tension d'inducteur. Un second montage élabore la commande du relais, ceci afin de déterminer de façon sensible le

Caractéristique du groupe WARD LEONARD entrée inducteur
sortie génératrice tachymétrique



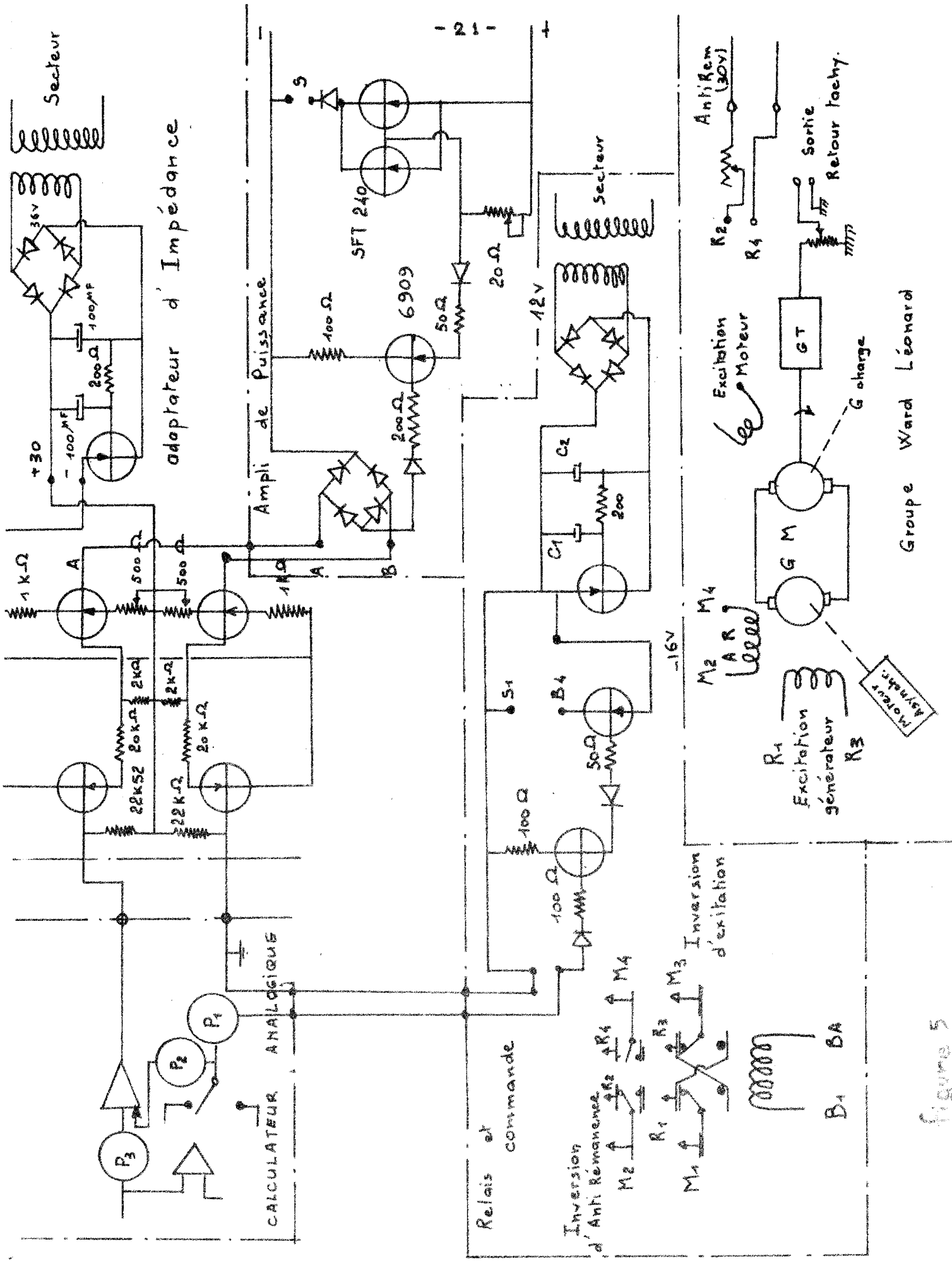


Figure 5

Caractéristique de l'amplificateur en charge

gain en courant = 600
gain en tension = 10
gain en puissance = 6000

	entrée	sortie
tension	6 V	70 V
courant	1 mA	0.6 A

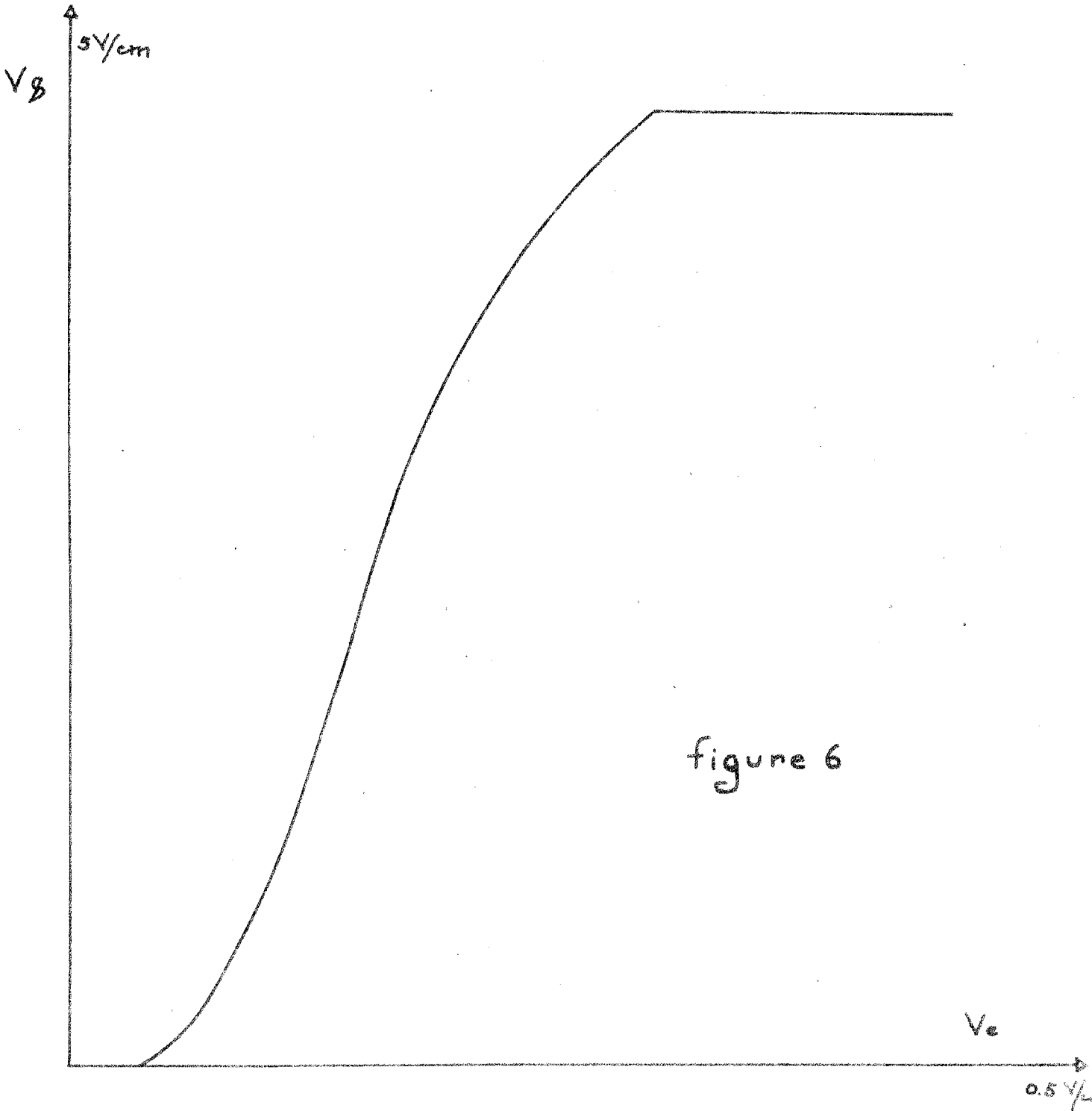


figure 6

signe de la tension d'alimentation du groupe. Enfin un dernier élément adapte l'impédance de sortie du module de réglage à l'impédance d'entrée de l'amplificateur de puissance. Cet organe peut éventuellement protéger le module analogique des surcharges éventuelles.

Le schéma de la figure (5) représente l'amplificateur de puissance dans son ensemble. Une réalisation de ce montage nous a permis d'enregistrer une caractéristique en charge sur table traçante (figure 6).

2.3. Caractéristiques du groupe et de l'amplificateur

Il est important d'analyser et de corriger la caractéristique de l'ensemble formé par le groupe et l'amplificateur (figure 7).

La tension d'entrée est celle de l'adaptateur d'impédance, la tension de sortie en ordonnée est mesurée aux bornes de la génératrice tachymétrique.

Cette caractéristique présente un seuil important et un hystérésis non moins négligeable ; deux corrections peuvent en modifier sensiblement l'allure.

Le montage analogique simple de la figure 8 permet d'améliorer la linéarité du système et d'obtenir un point d'équilibre stable à l'origine.

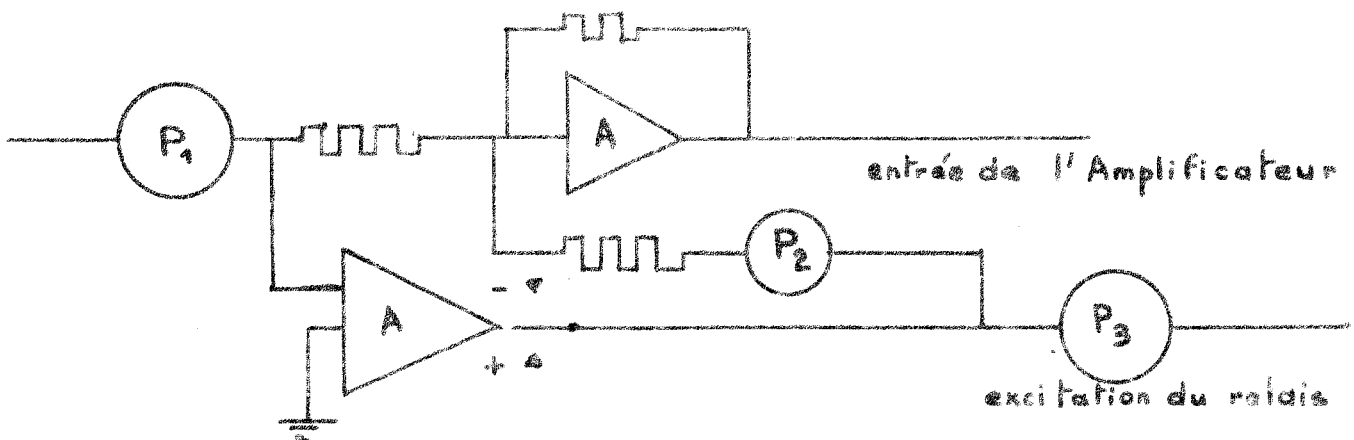
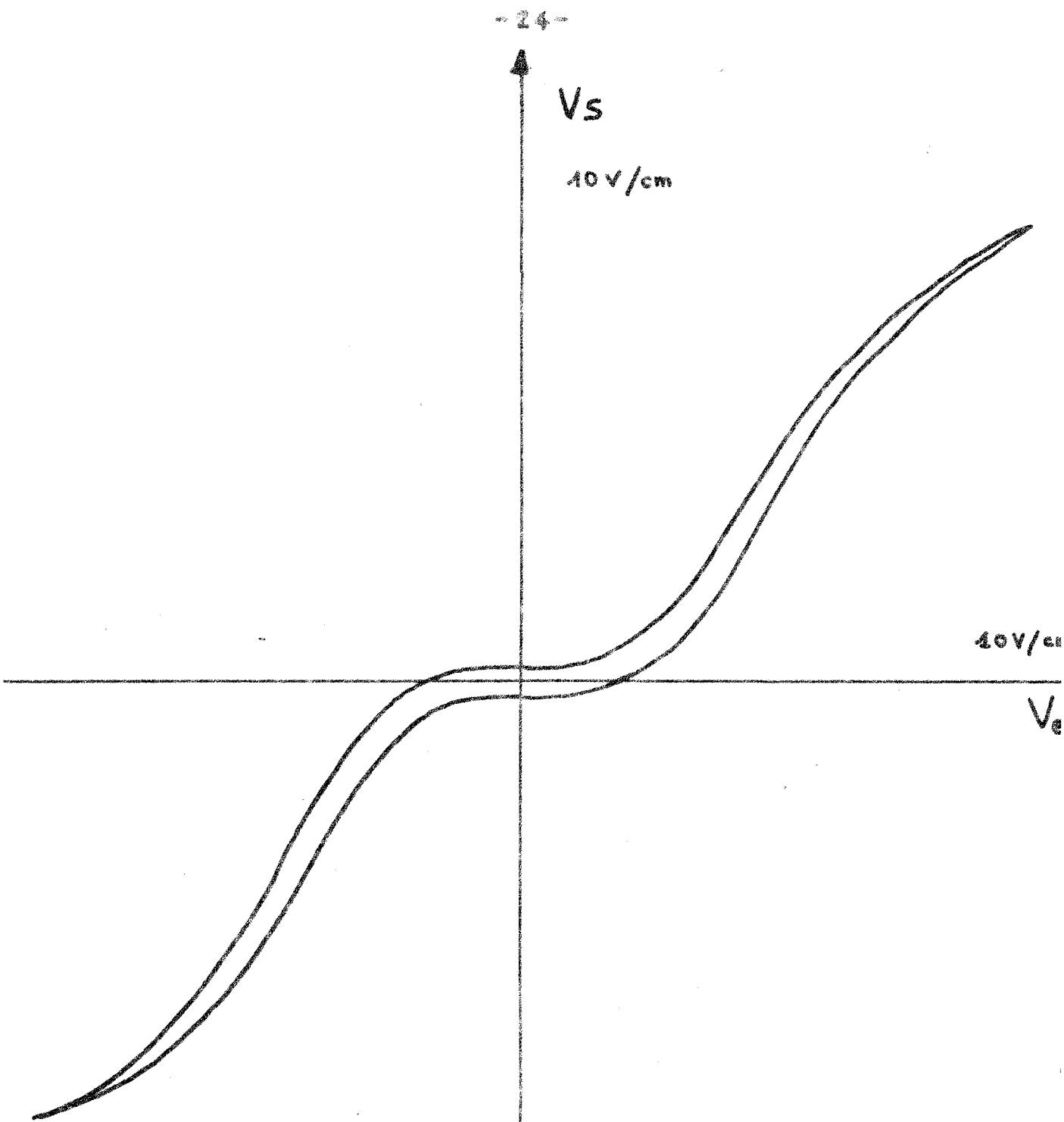


Figure 8



Carateristique du Groupe et de l'
Amplificateur sans connection

figure 7

Il est également possible d'amener aux bornes de l'enroulement d'antirémanent une tension continue d'amplitude constante qui peut selon son signe s'ajouter ou retrancher à la tension de commande de façon à obtenir à l'origine un point d'équilibre stable.

Il est alors possible de transformer considérablement la caractéristique de l'asservissement.

Suivant la nature de la variable d'état à réguler on pourra utiliser l'une ou l'autre des non linéarités définies sur les figures 9 et 10.

Conclusion

L'étude et la mise au point d'une commande échantillonnée sur un filtre réel ne semble pas poser de difficultés particulières. La caractéristique globale du système filtre-amplificateur peut alors être adaptée selon les nécessités de l'utilisateur.

Caractéristique en charge
du groupe W. L.

{ entrée Nadac
 sortie Nadac

avec correction de seuil de l'amplificateur et antiremanant
commuté

non linéarité du 1^{er} type

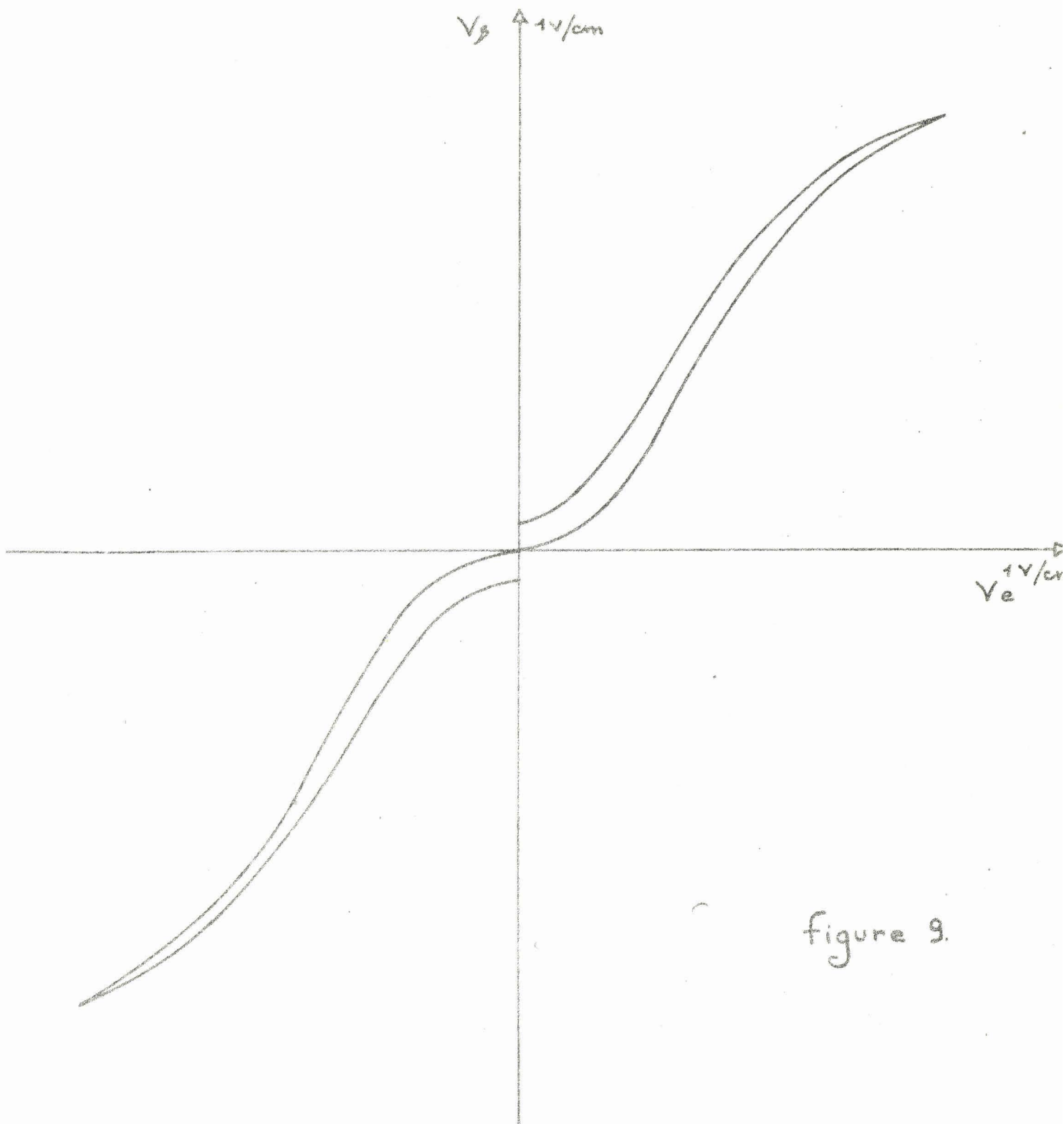


figure 9.

Caractéristique en charge du groupe WARD LEONARD
entrée NADAC retour NADAC avec corrections et choix
d'une non linéarité de type 2

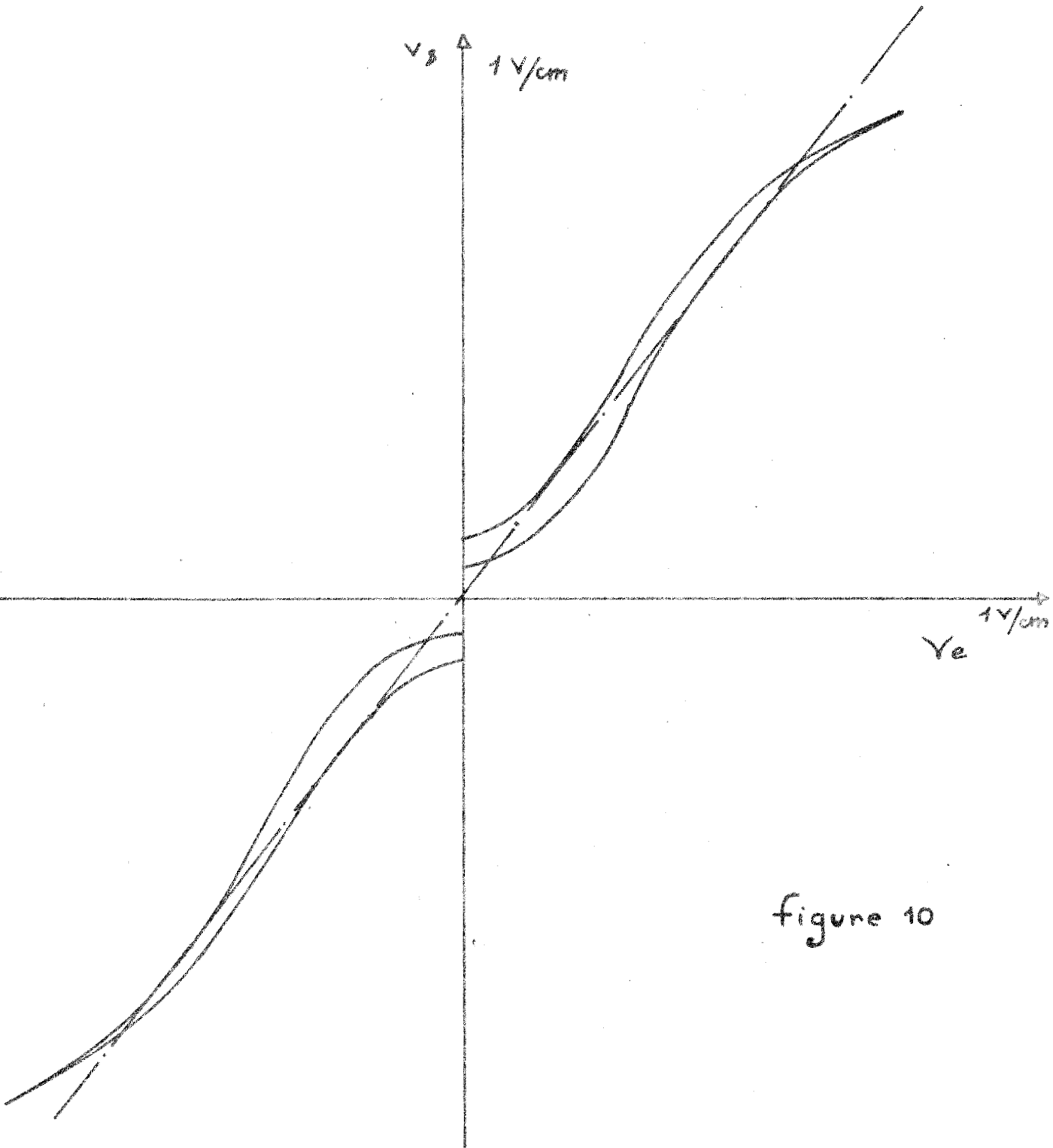


figure 10

Chapitre III

Identification d'un filtre en échantillonné

L'identification d'un processus échantillonné peut être envisagée en deux étapes. Il convient en effet avant l'identification proprement dite de définir l'ordre du système à asservir.

Une première partie de ce chapitre a pour objet la détermination d'une condition qui permet d'assimiler un filtre d'ordre q à un filtre d'ordre inférieur ℓ lorsque la commande est échantillonnée. Ensuite, dans un second volet nous nous consacrons à l'identification proprement dite.

III.1. Assimilation d'un filtre d'ordre q à un filtre d'ordre P en échantillonné

L'ordre d'un filtre réel est généralement très élevé. Un tel système ne peut en principe être régulé d'une façon parfaite ; toutefois, un choix convenable de la période d'échantillonnage permet d'assimiler sans erreur importante le système réel à un filtre d'ordre inférieur.

La compensation du processus simplifié ne pose alors pas de difficultés majeures.

3.1.1. Etude théorique

Le filtre de transmittance $L_q(p)$ d'ordre q est corrigé comme le filtre $L_\ell(p)$ d'ordre ℓ inférieur à q supposé parfaitement compensé.

En l'absence d'entrée, l'état des deux filtres est régi par les équations matricielles (1) et (2).

$$Y_{n+r} = M Y_n \quad (1)$$

$$Z_{n+r} = M Z_n \quad (2)$$

Y_n : vecteur état du système d'ordre q

Z_n : vecteur état du système d'ordre ℓ ramené à la dimension q par adjonction de zéro.

M et M : matrices caractéristiques des deux filtres et du mode de correction. Elles représentent le système global.

A partir des équations (1) et (2) on obtient immédiatement les relations de récurrence (3) et (4)

$$Y_{n+qr} + \sum_{i=1}^q f_i Y_{n+(q-i)r} = 0 \quad (3)$$

$$Z_{n+qr} + \sum_{i=1}^q g_i Z_{n+(q-i)r} = 0 \quad (4)$$

L'étude de ces relations nous amène à envisager diverses conditions d'assimilations.

1. Assimilation sous forme matricielle

L'assimilation peut tout d'abord concerner l'écart des réponses à chaque période d'échantillonnage.

Dans ce cas, la condition à satisfaire quel que soit le paramètre k peut s'écrire relativement à une norme géométrique $|| \cdot ||$:

$$(5) \quad ||Y_{n+k-1} - Z_{n+k-1}|| < \eta \Rightarrow ||Y_{n+k} - Z_{n+k}|| < \eta$$

Les équations (1) et (2) impliquent :

$$Y_{n+k} - Z_{n+k} = \frac{M}{q} Y_{n+k-1} - \frac{M}{\ell} Z_{n+k-1}$$

d'où :

$$(6) \quad \left\| Y_{n+k} - Z_{n+k} \right\| \leq \left\| \frac{M}{q} - \frac{M}{\ell} \right\| \left\| Y_{n+k-1} \right\| + \left\| \frac{M}{\ell} \right\| \left\| Y_{n+k-1} - Z_{n+k-1} \right\|$$

L'inégalité (7) se déduit immédiatement de l'ensemble des relations précédentes.

$$(7) \quad \left\| \frac{M}{q} - \frac{M}{\ell} \right\| < \frac{\eta}{\left\| Y_n \right\|} \left[1 - \left\| \frac{M}{\ell} \right\| \right]$$

En interprétant $\frac{\eta}{\left\| Y_n \right\|}$ comme une erreur relative de $\beta \%$.

Sur la réponse, la condition correspondante d'assimilation s'écrit (8)

$$(8) \quad \left\| \frac{M}{q} - \frac{M}{\ell} \right\| < \beta \left[1 - \left\| \frac{M}{\ell} \right\| \right]$$

Il en résulte que le système à assimiler étant stable, ce résultat s'exprime simplement sous la forme matricielle :

$$\left\| \frac{M}{\ell} \right\| < 1$$

La condition d'assimilation prend alors une forme plus simple :

$$(9) \quad \left\| \frac{M}{q} - \frac{M}{\ell} \right\| < \left\| \frac{M}{q} \right\| - \left\| \frac{M}{\ell} \right\| < \beta$$

Dans le même esprit une étude analogue peut être envisagée relativement au temps de réponse.

Le mode d'assimilation suppose alors que l'on désire asservir le système de façon à obtenir le régime permanent en un temps minimum. Le test d'assimilation est dans ce sens effectué au bout d'un nombre donné de périodes d'échantillonnages. Majorons l'écart des deux réponses à chaque instant d'échantillonnage par une quantité petite préalablement fixée (10)

$$(10) \quad ||Y_{n+j} - Z_{n+j}|| < \eta \quad \text{quel que soit } j > \ell$$

Les deux systèmes partant d'un même état initial Y_n , une autre condition traduit ainsi l'inégalité précédente :

$$|| (M_q^J - M_z^J) Y_n || < || M_q^J - M_z^J || || Y_n || < \eta$$

Le filtre d'ordre le plus bas est parfaitement compensé, son signal d'erreur ou de commande s'annule en ℓ périodes d'échantillonnages, d'où :

$$(11) \quad M_z^J \equiv 0 \quad \text{avec } J > \ell$$

La condition (10) se simplifie et s'écrit :

$$|| M_q^J || < \beta$$

La quantité $\beta = \frac{\eta}{||Y_n||}$ est ici l'écart relatif des réponses au bout de ℓ périodes d'échantillonnages.

Une condition suffisante d'assimilation en résulte immédiatement :

$$|| M_q || < \sqrt{\beta}$$

- M : matrice caractéristique du système à identifier
- ℓ : ordre de l'approximation
- β % : précision souhaitée

2. Assimilation vis à vis du temps de réponse à partir de la forme normale naturelle

Lorsque le filtre d'ordre ℓ est parfaitement corrigé, les coefficients g_i définis à la relation (4) sont nuls :

$$g_i = 0 \quad \forall_i$$

Au bout de ℓ périodes d'échantillonnages, l'erreur relative sur la réponse du filtre d'ordre q doit être inférieure à β

Lorsque le système à assimiler est stable, une relation habituelle exprime cette condition \boxed{X}

$$\epsilon < 1 - \sum_i |f_i|$$

Les conditions d'assimilation sont alors obtenues comme précédemment.

$$\text{Max}_i |f_i| < \frac{\ell}{\sqrt{\beta}}$$

Remarque.

Lorsque le filtre d'ordre q présente une non linéarité l'assimilation est facilitée si le filtre d'ordre ℓ possède la même non-linéarité.

3. Exemple d'assimilation d'un système du second ordre à un système
du premier ordre.

L'objet à réguler est défini par la transmittance $L(p) = \frac{1}{p(1+\tau_1 p)}$.

Il est corrigé comme le premier ordre $\frac{1}{p}$ par l'intermédiaire d'un gain k .

L'équation matricielle caractéristique de l'évolution de l'état du système s'écrit :

$$Y_{n+1} = \begin{bmatrix} 1 - k \left[T - \tau(1-D) \right] & 1-D \\ -k(1-D) & D \end{bmatrix} Y_n$$

Il s'en déduit l'équation aux différences

$$Y_{n+2} + f_1 Y_{n+1} + f_2 Y_n = 0$$

Lorsque $k = \frac{1}{T}$ exprimons f_1 et f_2

$$f_1 = \frac{\tau}{T} (1-D) + D$$

$$f_2 = (1-D)$$

L'application numérique est envisagée pour une valeur du rapport $\frac{\tau}{T}$ égale à l'unité.

Sous forme matricielle l'assimilation conduit à la condition :

$$\|M\| = 0,63$$

L'erreur relative au bout d'une période est inférieure à 0,63.

L'étude sous forme scalaire est beaucoup plus sévère, elle indique :

$$f_1 = 1, \quad f_2 = 0,63.$$

Lorsque $\frac{T}{T} = 0,1$, on obtient :

$$f_1 \neq f_2 \quad || M || \neq 0,1$$

L'erreur relative au bout d'une période sera inférieure à 10 %.

Les courbes $f_1 = f_1 \left(\frac{T}{T} \right)$ et $f_2 = f_2 \left(\frac{T}{T} \right)$ tracées à la figure (1) facilitent la recherche d'une période d'échantillonnage, permettant l'assimilation d'un filtre d'ordre 2 à un premier ordre.

4. Assimilation d'un filtre d'ordre trois à un système du second ordre.

Le filtre de fonction de transfert $L(p) = \frac{1}{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$ est

corrigé par un gain k et un retour dont la transmittance $R(p)$ s'écrit :

$$R(p) = 1 + \lambda p$$

Nous noterons : $D = e^{-\frac{T}{T}}$ et $\tau = \tau_1 + \tau_2$

Les facteurs d'un réglage optimum pour le modèle prennent ici les valeurs :

$$k = \frac{1}{T(1-D)}$$

$$\lambda = \tau - \frac{TD^2}{1-D}$$

Le système est également décrit par la relation vectorielle :

$$Y_{n+3} + f_1 Y_{n+2} + f_2 Y_{n+1} + f_3 Y_n = 0$$

Les coefficients f_1, f_2, f_3 s'écrivent :

$$f_1 = -(1+D_1+D_2) + k \left[\frac{1}{T} + \frac{\tau_2^2(1-D_2) - \tau_1^2(1-D_1)}{\tau_1 - \tau_2} \right] + k \lambda \left[1 + \frac{\tau_2 D_2 - \tau_1 D_1}{\tau_1 - \tau_2} \right]$$

$$f_2 = D_1 + D_2 + D_1 D_2 - k \left[T(D_1 + D_2) - \tau(1 - D_1 D_2) + (D_1 - D_2) \frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{\tau_1 - \tau_2} \right]$$

$$- k \lambda \left[1 - D_1 D_2 - (D_1 - D_2) \frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \right]$$

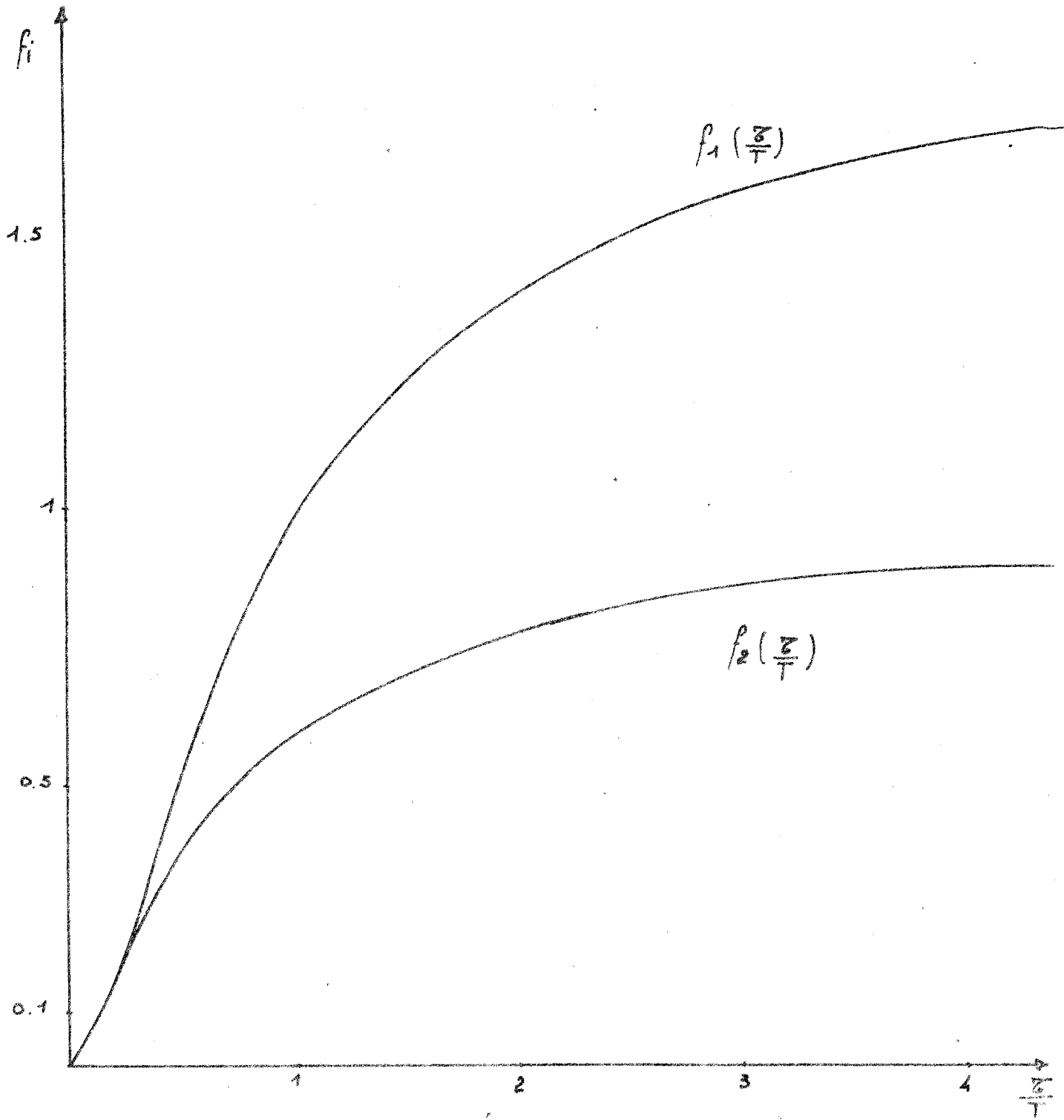
$$f_3 = -D_1 D_2 + k \left[D_1 D_2 (T + \tau) + \frac{\tau_2^2 D_1 - \tau_1^2 D_2}{\tau_1 - \tau_2} \right] - k \lambda \left[\frac{\tau_2 D_1 - \tau_1 D_2}{\tau_1 - \tau_2} + D_1 D_2 \right]$$

$$k = \frac{1}{T(1-D)} \quad \lambda = \tau - \frac{TD^2}{1-D}$$

Les courbes $f_i = \text{constantes}$ (figures 2, 3, 4) tracées dans le plan des variables réduites $\frac{\tau_1}{T}$ et $\frac{\tau_2}{T}$ facilitent le choix convenable de la période d'échantillonnage. Cette dernière valeur assure alors l'assimilation du système à un second ordre.

Les droites passant par l'origine sont d'équation $\frac{\tau_1}{\tau_2} = \text{constante}$. Un filtre d'ordre 3 est toujours caractérisé par une telle droite. Afin de déterminer la période d'échantillonnage relative à une assimilation précise, il suffit de considérer les intersections de cette droite avec les courbes $f_i = \text{constantes}$.

Lorsque $\tau_1 = 0,1$ s et $\tau_2 = 0,5$ s, posons $T = 0,25$ s, dans ces conditions l'erreur relative β est inférieure à 1 % au bout de deux périodes d'échantillonnages.



Courbes d'assimilation d'un second à un premier ordre

Fig 1

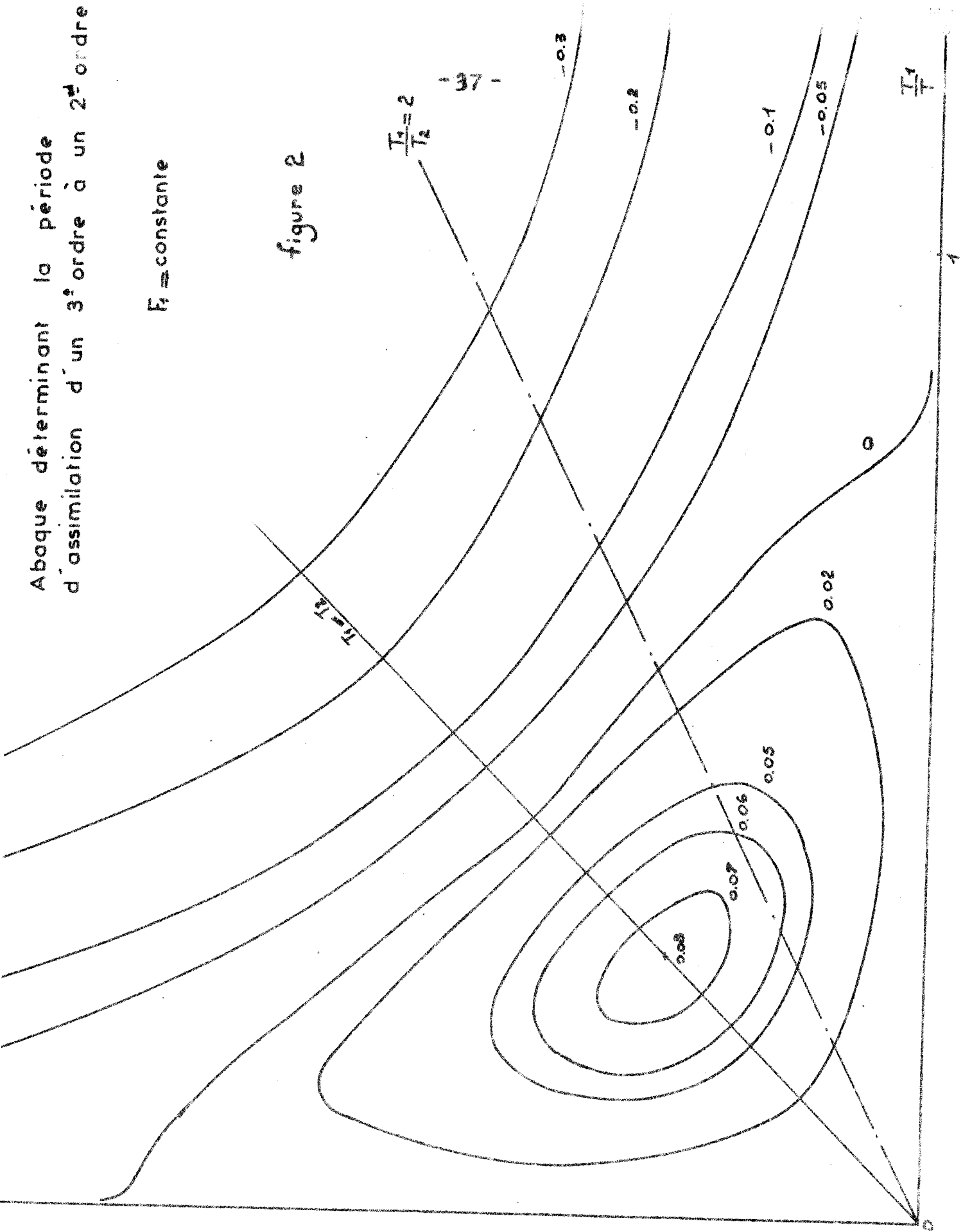
Abaque déterminant la période
d'assimilation d'un 3^e ordre à un 2^e ordre

$F_1 = \text{constante}$

figure 2

$$\frac{T_1}{T_2} = 2$$

- 37 -



Abaque déterminant la période
d'assimilation d'un 3^e ordre à
un second ordre

courbe \bar{F}_3 — constante

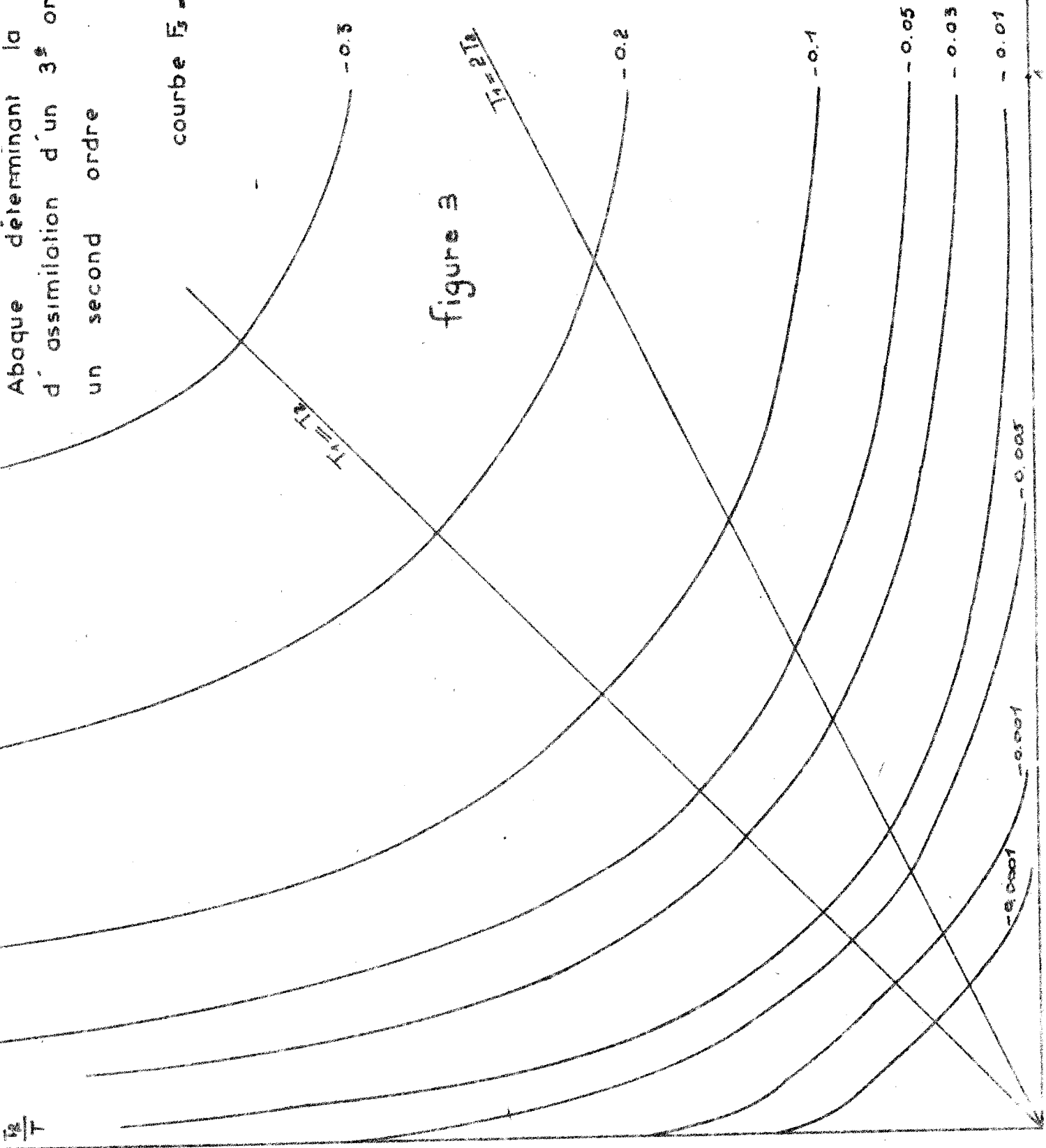


figure 3

$F_2 = \text{constante}$

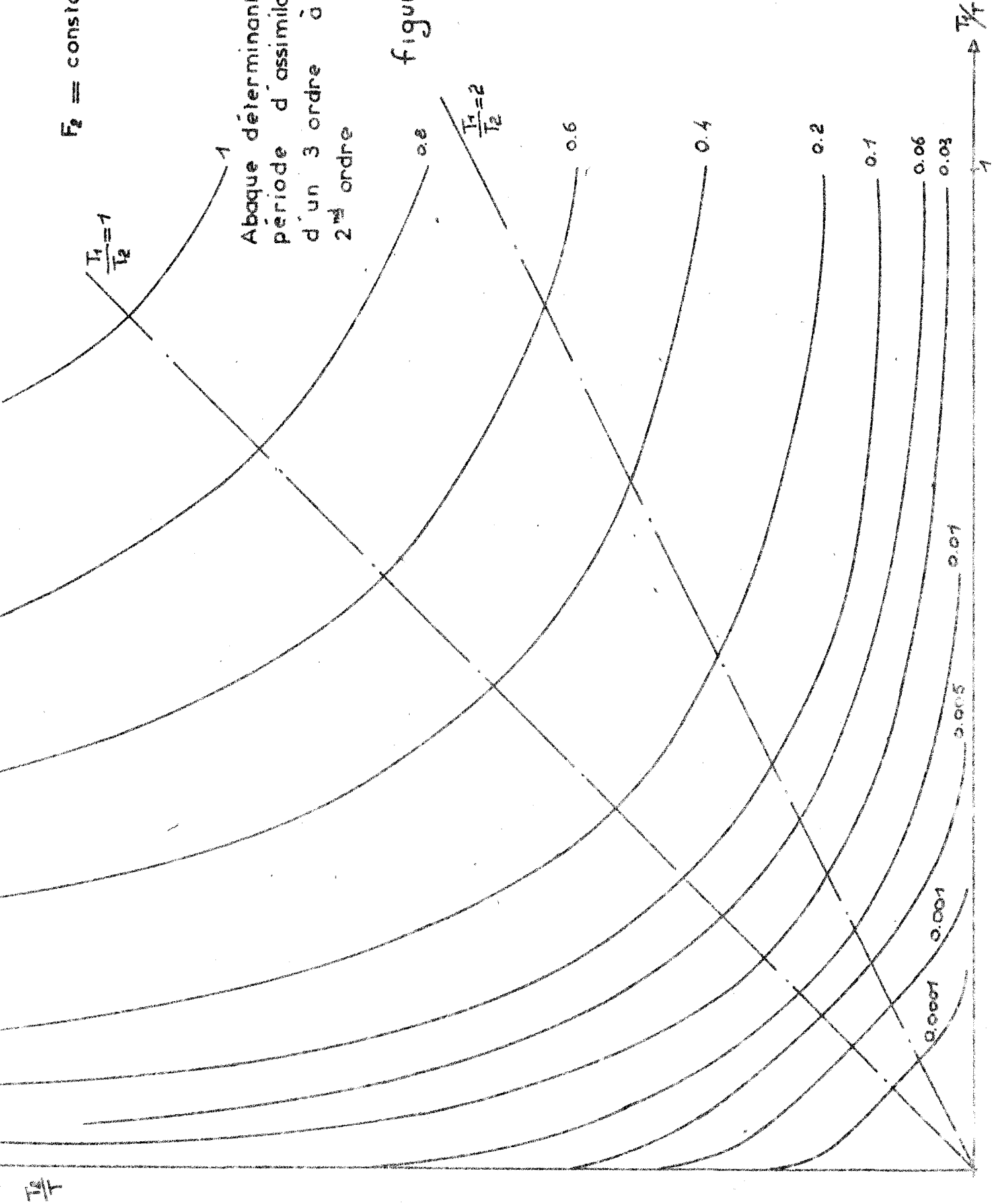
$\frac{T_1}{T_2} = 1$

Abaque déterminant la
période d'assimilation
d'un 3^{ème} ordre à un
2^{ème} ordre

figure 4

139

$\frac{T_1}{T_2} = 2$



III.2. Identification des filtres

Le choix du mode de correction à adopter pour le réglage d'un filtre de même que la détermination des facteurs de compensation impliquent une connaissance suffisante de l'organe à asservir.

Basée sur les propriétés particulières de la compensation tachymétrique, nous proposons maintenant une méthode d'identification.

1. Interprétation des paramètres de réglage dans la compensation de type tachymétrique

Le système étudié comporte les éléments suivants :

- un échantillonneur linéaire et sans mémoire de période T et de gain k ajustable, suivi d'un bloqueur d'ordre zéro E_0 .
- l'organe à asservir de transmittance $L(p)$

$$L(p) = \frac{1}{p(1+a_1p + \dots + a_{q-1}p^{q-1})}$$

- un retour de fonction de transfert $R(p)$

$$R(p) = \lambda_0 + \lambda_1p + \dots + \lambda_{q-1}p^{q-1}$$

Lorsque le filtre est parfaitement réglé, les coefficients $k, \lambda_0 \dots \lambda_{q-1}$ sont déterminés de façon unique.

Envisageons le cas d'une période d'échantillonnage très grande. Dans ce cas, afin que l'erreur demeure nulle après un nombre fini d'échantillonnages, il est nécessaire que le gain k et le retour $R(p)$ soient tels que :

$$k \approx \frac{1}{T} \qquad R(p) \approx \frac{1}{pL(p)}$$

Cette propriété s'énonce :

Lorsque la période d'échantillonnage T tend vers l'infini, les coefficients λ_i de la chaîne de retour admettent pour limite les coefficients correspondants de l'équation différentielle caractéristique du régime libre du filtre. Le gain k de la chaîne d'action est alors équivalent à l'inverse de la période d'échantillonnage T .

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \lambda_i = a_i \qquad \lim_{T \rightarrow \infty} kT = 1$$

Le calcul des coefficients k et λ_i confirme cette propriété.

Nous ne ferons pas le calcul dans le cas le plus général, cela nécessiterait un formalisme assez lourd. Remarquons seulement qu'en notant σ_i la fonction fondamentale symétrique d'ordre i des coefficients :

$$D_j = e^{-\frac{T}{\tau_j}}, \text{ les coefficients de régulation prennent la forme suivante :}$$

$$k = \frac{1}{T \left[1 - \sigma_1 + \sigma_2 - \sigma_3 + \dots + (-1)^{q-1} \sigma_{q-1} \right]}$$

$$\lambda_0 = 1$$

$$\lambda_1 = a_1^{-T} \left[\frac{(1 - \sigma_1 + \sigma_2 - \dots + (-1)^q \sigma_{q-1})^2}{1 - 2\sigma_1 + 3\sigma_2 - \dots + (-1)^{q-1} \sigma_{q-1}} \right]$$

$$\lambda_i = a_i + \Delta a_i$$

Δa_i tend vers zéro de façon exponentielle lorsque T croît indéfiniment.

En outre, le choix d'une période d'échantillonnage grande devant a_1 permet d'assimiler le filtre d'ordre q à un filtre d'ordre inférieur vis à vis de son réseau correcteur.

L'ensemble de ces considérations conduit à l'identification des filtres en échantillonné.

Pour une valeur assez grande de la période T, le réglage du gain k à la valeur $\frac{1}{T}$ permet de déterminer la valeur de λ_1 qui fournit la meilleure réponse. On obtient alors $a_1 \neq \lambda_1$.

Par détermination de la période d'échantillonnage et réajustement du gain k et de λ_1 aux valeurs

$$k = \frac{1}{T(1-D)} \quad \lambda_1 = a_1 - \frac{TD^2}{1-D} \quad D = e^{-\frac{T}{a_1}}$$

il est également possible d'approcher la valeur du coefficient $a_2 \neq \lambda_2$.

En diminuant ainsi la période d'échantillonnage T jusqu'à la valeur limite T = 0 tout en ayant soin de réajuster les paramètres de régulation, il est théoriquement possible d'identifier le filtre.

Cependant, les non linéarités inhérentes aux systèmes réels ainsi que les perturbations introduites lors de la réalisation des dérivées limitent en pratique l'identification au quatrième ordre.

Afin de simplifier dans son application la méthode proposée, nous avons réalisé un réseau d'abaques (figures 2,3,4). Ce dernier permet les diverses opérations d'identification et nous montrerons son emploi sur un exemple.

Ces abaques ont été établies en coordonnées réduites. Les figures 2 et 3 représentent les variations des variables réduites kT et $\frac{\lambda_1}{T}$ en fonction de $\frac{a_1}{T}$ correspondant à la compensation d'un premier ordre avec intégration.

Ces divers graphiques sont associés aux variations de kT et de $\frac{\lambda_1}{T}$ en fonction de $\frac{a_1}{T}$ le paramètre choisi étant $\frac{a_2}{T^2}$ (figure 4 sont tracées les courbes $\frac{a_1}{T} = \text{constante}$ ($\frac{\lambda_2}{T^2}$ en ordonnée, $\frac{a_2}{T^2}$ en abscisse).

Aboque d'identification et de Réglage

K. T. gain réduit

paramètre $\frac{I_1 I_2}{T^2}$

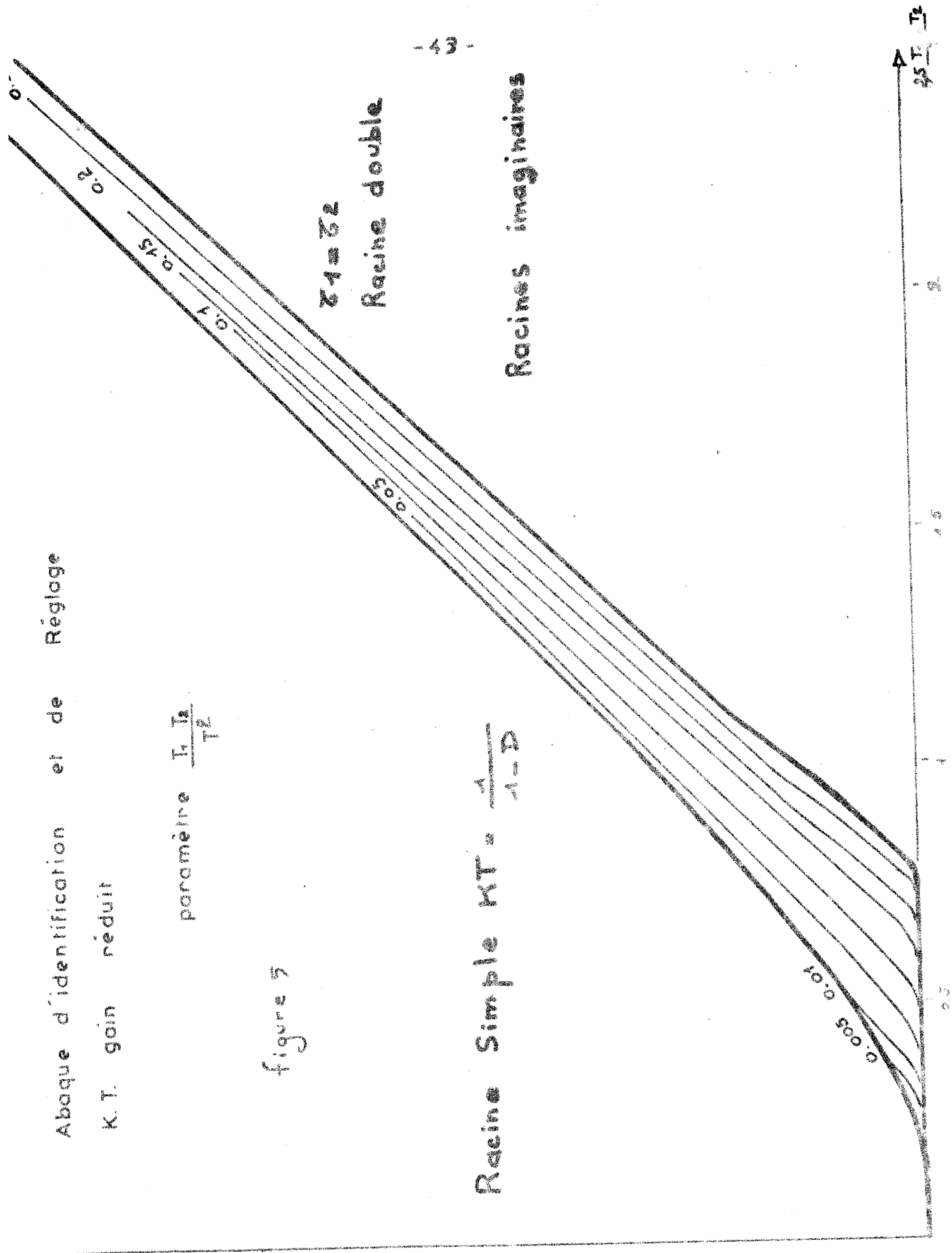
figure 5

Racine Simple $KT = \frac{1}{1-D}$

$\delta_1 = \delta_2$

Racine double

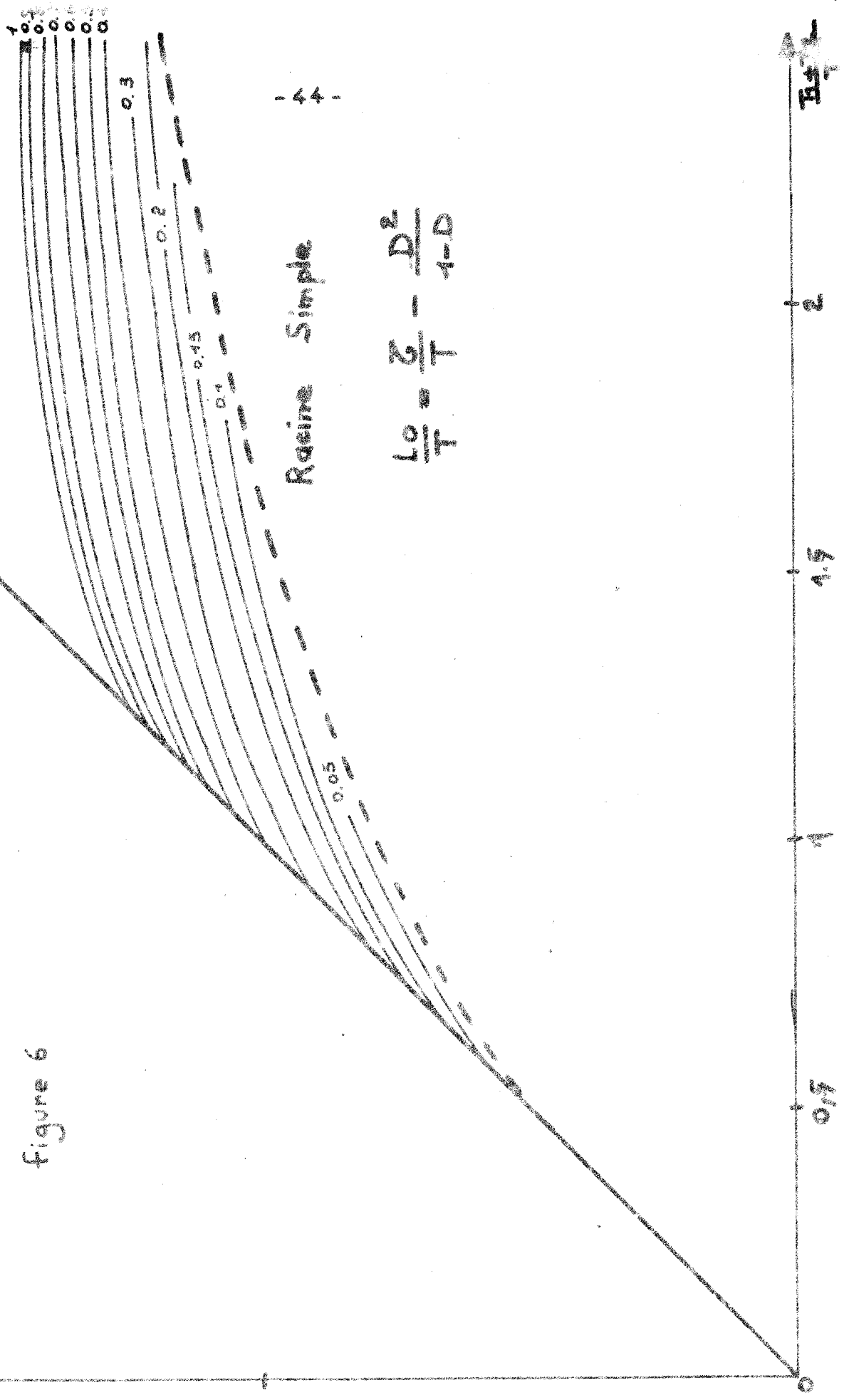
Racines imaginaires



Abcque d'identification et de Réglage

L_1/T
paramètre $T_1/2/T^2$

Figure 6



Racine Simple

$$\frac{L_0}{T} = \frac{D}{T} - \frac{D^2}{1-D}$$

0.5 1 1.5 2

0.1

2

1.5

1

0.1

0.2

0.3

0.4

0.5

0.6

0.7

0.8

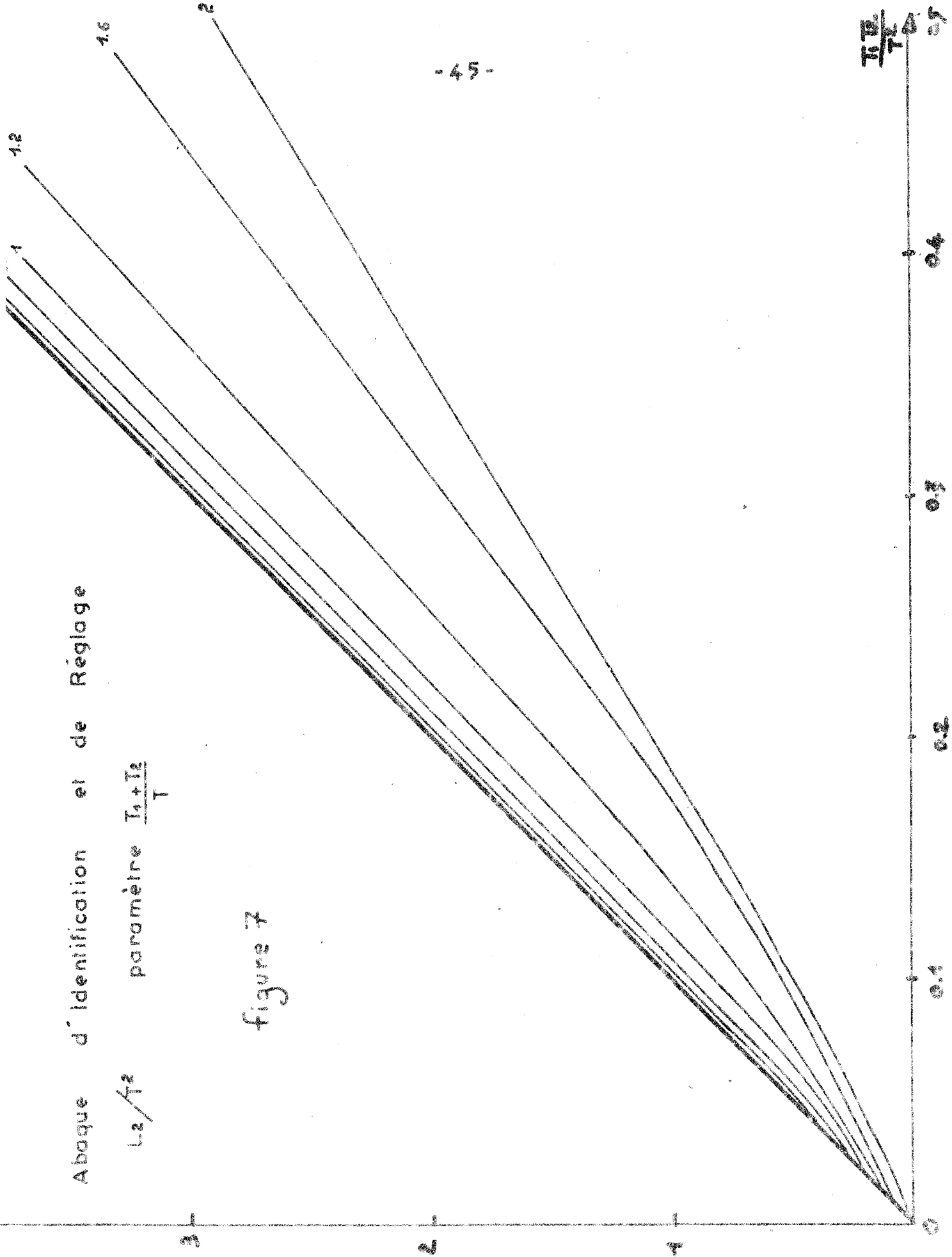
0.9

1.0

Abaque d'identification et de Réglage

L_2/T^2 paramètre $\frac{I_1+I_2}{T}$

figure 7



Exemple d'identification d'un filtre du troisième ordre réalisé sur calculatrice analogique Nadac 20.

Premier Essai :

La période d'échantillonnage est fixée à quatre secondes le gain admet la valeur $k = 0,25$. Le retour porte sur la sortie et sa dérivée.

Nous obtenons la meilleure réponse pour $\lambda = 1,58$.

Deuxième Essai :

Cette valeur de a_1 nous permet à partir de l'abaque de la figure 2 de réajuster le gain à la valeur $k = 0,26$. Il s'en déduit une meilleure détermination de $\lambda_1 = 1,51$ donc de $a_1 = 1,51$.

Troisième Essai :

La période d'échantillonnage reste égale à quatre secondes. Pour les valeurs précédentes de k et λ_1 , on fait intervenir un retour sur la dérivée seconde. La meilleure valeur correspond à $\lambda_2 = 0,44$ d'où, d'après l'abaque n° 4 $a_2 = 0,47$.

Quatrième Essai :

La période d'échantillonnage est fixée à 2 s. Des abaques 2 et 3 nous déduisons le réglage de k et λ_1 .

$$\frac{a_1}{T} = 0,755 ,$$

$$\frac{a_2}{T^2} = 0,029$$

soit $kT = 0,21$

$$\frac{\lambda_1}{T} = 0,75$$

L'expérience fournit une valeur de λ_2 égale à 0,35 soit pour $a_2 = 0,55$.

Cinquième Essai

On diminue encore la valeur de la période d'échantillonnage $T = 1$ s. Sachant que $a_1 = 1,51$ et $a_2 = 0,55$, nous déduisons sur les abaques

$$kT = 1,7 \qquad \frac{\lambda_1}{T} = 1,23$$

λ_2 est réajusté à la valeur 0,38 ce qui donne $a_2 = 0,51$.

Vérification :

L'identification fournit $a_1 = 1,51$, $a_2 = 0,51$. Les coefficients de l'équation différentielle régissant le fonctionnement du filtre en continu sont respectivement 1,5 et 0,5.

Cette méthode conduit donc à une identification suffisamment précises compte tenu de résultats antérieurs qui ont conduits à la stabilité de structure des systèmes asservis selon les méthodes que nous avons adoptées.

Choix de période optimale

Pour un mode de régulation donné, la compensation est satisfaisante si l'erreur relative au bout de ℓ périodes d'échantillonnages est et reste inférieure à 6%.

Le temps de réponse est alors défini par le produit ℓT . Dans le cas d'une régulation de type tachymétrique, si le filtre est assimilé à un p ième ordre, il vient alors $\ell = p$. Le temps de réponse prend la valeur pT . Il convient de souligner que p est lui même fonction de la période d'échantillonnage choisie.

Pour un filtre réel, lorsque T est très petit, p croît et le produit pT augmente comme le montre l'expérience. De même, lorsque $p = 1$, cela implique une grande valeur pour T . Dans les deux cas le temps de réponse est

élévé, il existe donc un optimum de réglage correspondant au minimum du produit pT .

Il se déduit directement des études précédentes et peut varier suivant le type de régulation. Une expression concernant le temps de réponse autorise la recherche d'un tel optimum.

Elle s'obtient directement à partir de la condition suffisante d'assimilation sous forme matricielle.

$$\|M_q\| < \frac{\ell}{\sqrt{\beta}}$$

Le temps de réponse ℓT se définit alors simplement comme suit :

$$\ell T \leq T \frac{\text{Log } |\beta|}{\text{Log } \|M_q\|} = f(T)$$

M_q matrice caractéristique du système

ℓ ordre d'approximation

β précision souhaitée.

Il convient donc de minimiser le temps de réponse ℓT par le seul jeu du paramètre T .

Conclusion :

Nous avons proposé, à partir de représentation usuelle, des conditions simples d'assimilation d'un filtre à un modèle d'ordre inférieur.

Une méthode graphique illustrée par des exemples permet, pour les organes usuels, de déterminer la période d'assimilation d'une façon systématique. Il est évidemment possible d'établir des abaques de même type pour différentes régulations échantillonnées.

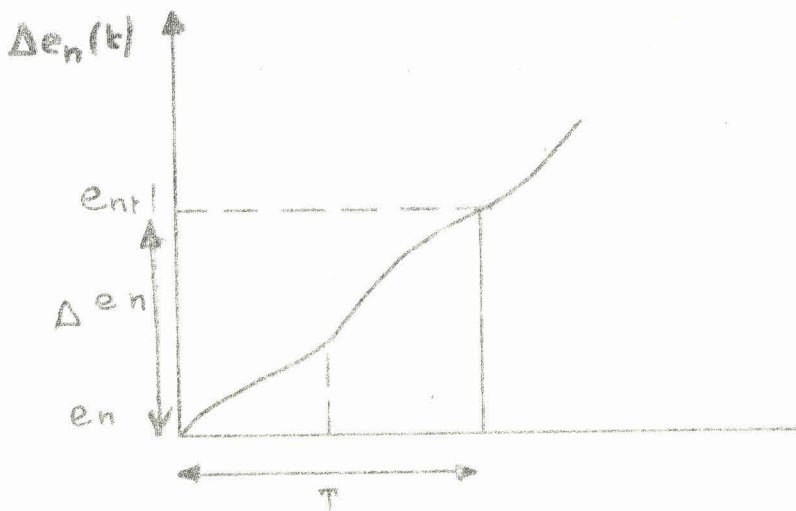
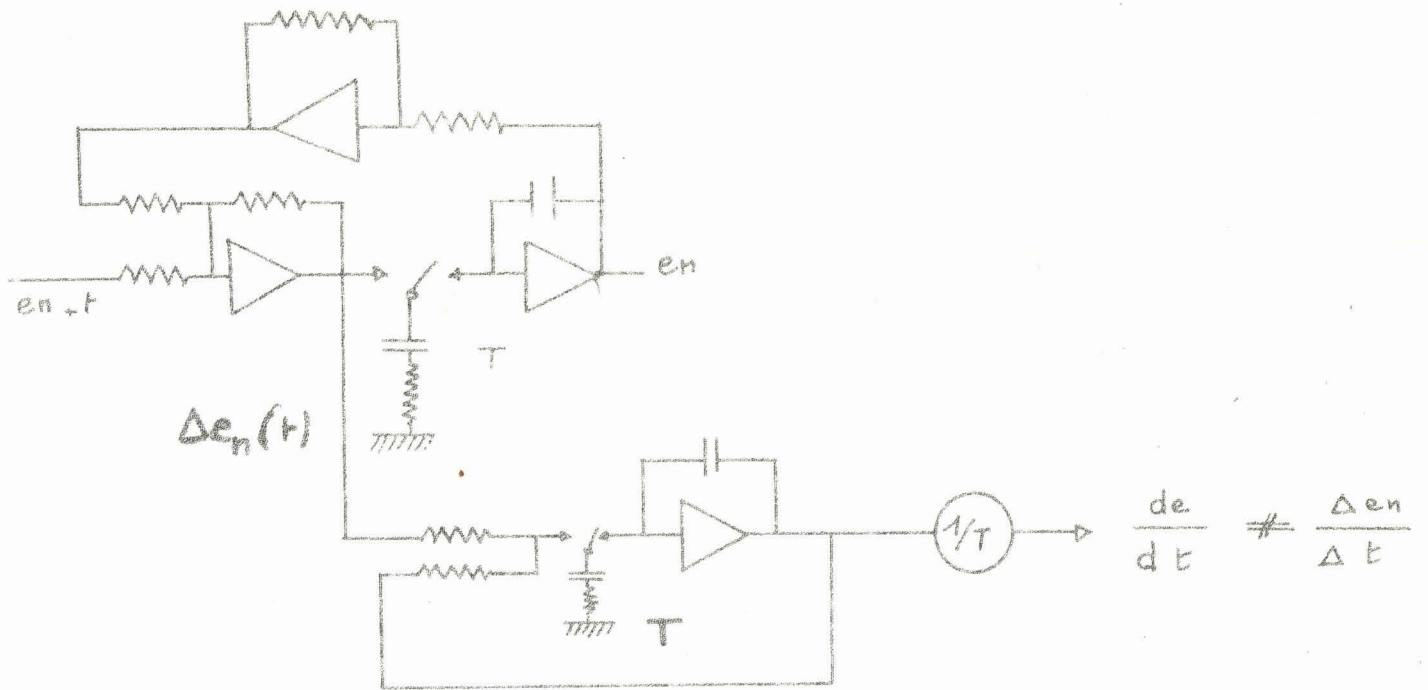
Il faut remarquer que les diverses conditions d'assimilation conduisent à des valeurs de la période d'échantillonnage extrêmement voisines, ce qui est normal en raison de l'identité des critères de qualité adopté.

Nous avons également présenté une méthode d'identification des filtres en échantillonné. Diverses abaques tendent à simplifier dans son utilisation la méthode proposée. L'ensemble de ces considérations nous a permis d'aboutir à la notion de temps de réponse optimal.

* P. VIDAL

" Systèmes échantillonnés non linéaires "

Gordon and Breach 1968.



Dérivateur [*]

Figure 8

[*] Réalisation d'un organe de calcul hybride - Annexe 1 Thèse présentée par M. Nguyen Quy Hung Ingénieur. IDN.

Chapitre IV

Identification et correction par retour tachymétrique

Nous proposons maintenant d'appliquer divers modes de régulations échantillonnées en vue de l'asservissement d'un groupe Ward Léonard. Ce processus d'identification du filtre à régler est conforme à la méthode indiquée précédemment, dans ce sens, le filtre à régler est assimilé à un modèle linéaire du troisième ordre défini par la fonction de transfert :

$$L(p) = \frac{1}{p(1+ap+bp^2)}$$

Les caractéristiques de l'ensemble ne sont pas linéaires, toutefois, il est possible de réaliser l'identification en régime non saturé après avoir corrigé le seuil à partir du module analogique.

Le gain en position du groupe est défini comme le rapport, en l'absence de bouclage, de la tension de sortie de l'intégrateur placé en aval de la génératrice tachymétrique à la tension de commande émise par le calculateur. Dans ces conditions, le gain est ramené à la valeur moyenne unité par le simple jeu d'un potentiomètre.

4.1. Régulation en position

4.1.1. Assimilation du groupe à un premier ordre

Ce test a uniquement pour but la vérification de la présence d'une intégration dans la chaîne d'action et la détermination de l'ordre de grandeur du coefficient a.

L'asservissement est représenté figure 1. Tout d'abord, le module de régulation analogique réalise diverses fonctions que nous allons décrire successivement. L'intégration du signal capté par la génératrice tachymétrique permet de disposer de deux composantes caractéristiques de l'état du système : la vitesse et la position. Un simple potentiomètre assure le réglage du gain k de la chaîne d'action. La compensation de la non linéarité inhérente au filtre est le fait d'un montage déjà présenté. L'échantillonneur bloqueur placé en amont du filtre est également réalisé sur cet élément. En second lieu, l'amplificateur de puissance transmet le signal d'erreur au filtre à réguler.

L'expérience montre que pour une valeur de la période d'échantillonnage égale à quatre secondes, le groupe Ward-Léonard se comporte comme un intégrateur pur. Une plus faible valeur ne permet en aucun cas une assimilation correcte au premier ordre.

Les abaques d'identification au premier ordre (III,1) nous fournissent alors une majorante de la somme des constantes de temps du système. Il vient :

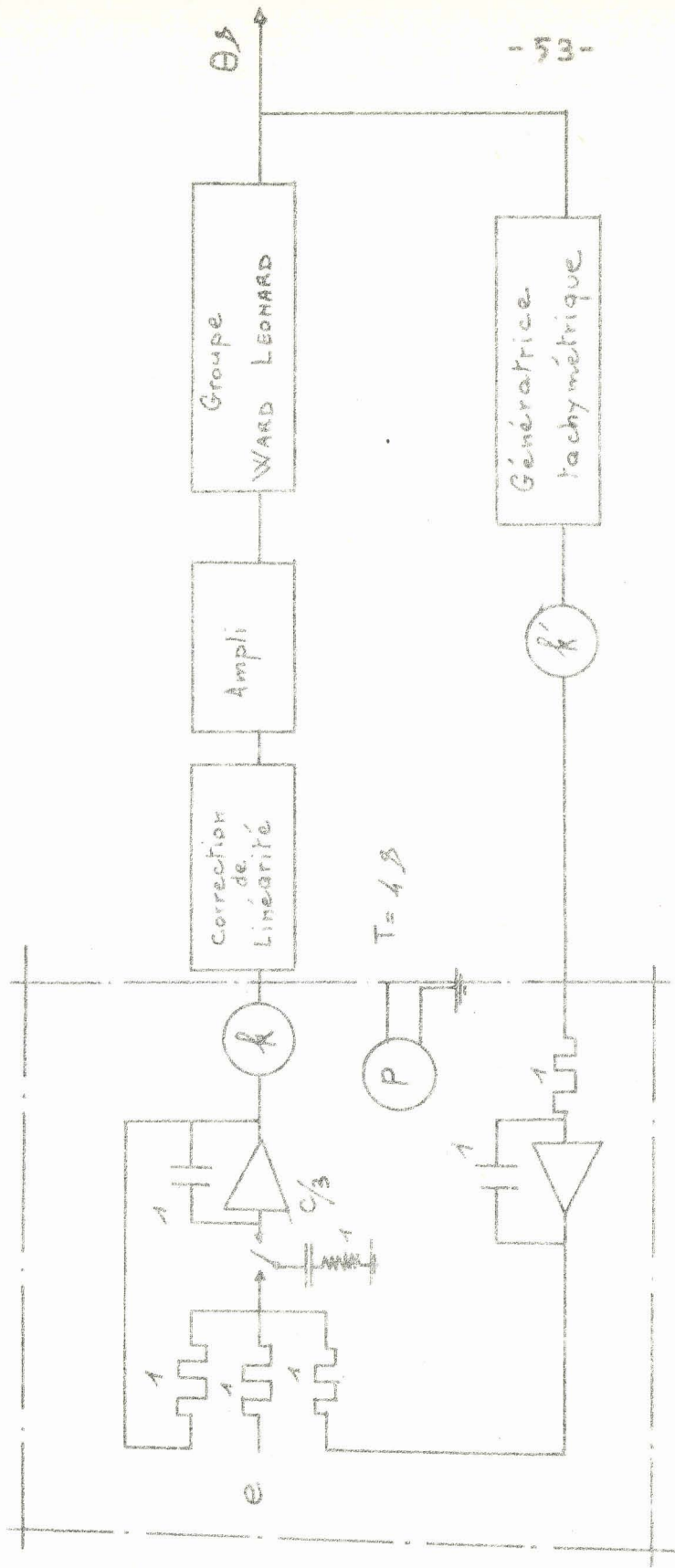
$$a < 0,8 \text{ s}$$

L'allure de la courbe de réponse permet de conclure à la validité du résultat (figure 2). Le test de dépassement est effectué sur la tension de sortie du bloqueur d'ordre zéro E_0 . L'erreur relative maximale admissible est atteinte au bout de la première période d'échantillonnage.

Le gain k' affiché correspond au produit $k' = k k_s$ (k_s paramètre d'ajustement au gain statique de l'ensemble à la valeur unité, avec $k = \frac{1}{T}$)

4.1.2. Assimilation du groupe à un second ordre

Le groupe Ward Leonard est maintenant assimilé à une fonction de transfert du second ordre $L(p) = \frac{1}{p(1 + ap)}$



Asservissement de position du groupe WARD LEONARD assimilé
au premier ordre

réponse en une période : $T = 4s$

Fig 1

Asservissement en position pour une assimilation
du groupe WARD LÉONARD au 1^{er} ordre

valeur des paramètres
correction par K en 1

$$\left\{ \begin{array}{l} k' = k k_s = 0,431 \\ k_s \neq 1 \quad k = 0,25 \end{array} \right.$$

$$T = 4 \text{ s}$$

$$L(p) = \frac{1}{p} \quad a < 0,8 \text{ s}$$

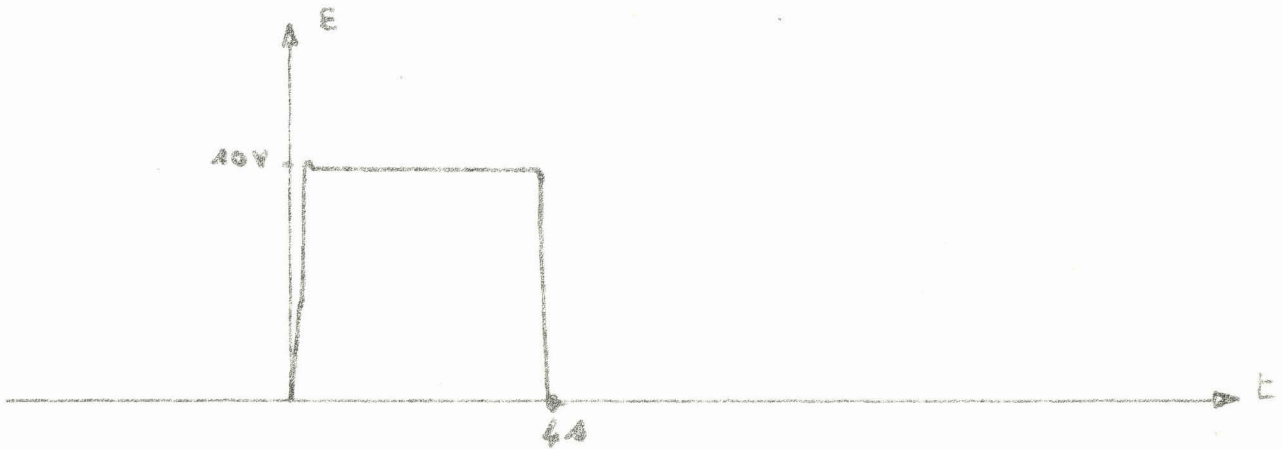
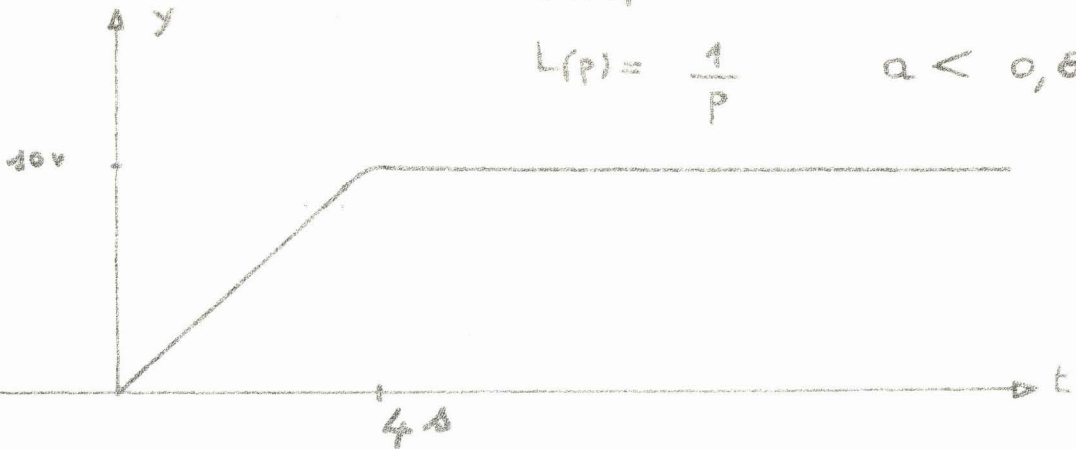


figure 2

Le montage qui correspond à cet asservissement est décrit à la figure (3). Le retour en position est unitaire. Le réglage d'un potentiomètre noté k' assure l'absence d'erreur permanente. Le retour en vitesse se règle par le jeu du gain λ_1 .

La chaîne de retour est définie par la transmittance $R(p)$

$$R(p) = 1 + \lambda p$$

Les abaques d'identification fournissent la valeur du gain à afficher en fonction de la nouvelle période d'échantillonnage. Le choix de $T \approx 2$ s permet un premier réglage de λ_1 . Nous déterminons ainsi $a \approx 0,5$ s. Cette valeur autorise un nouveau réajustement du gain. Une dernière correction indique :

$$a \neq 0,45 \text{ s}$$

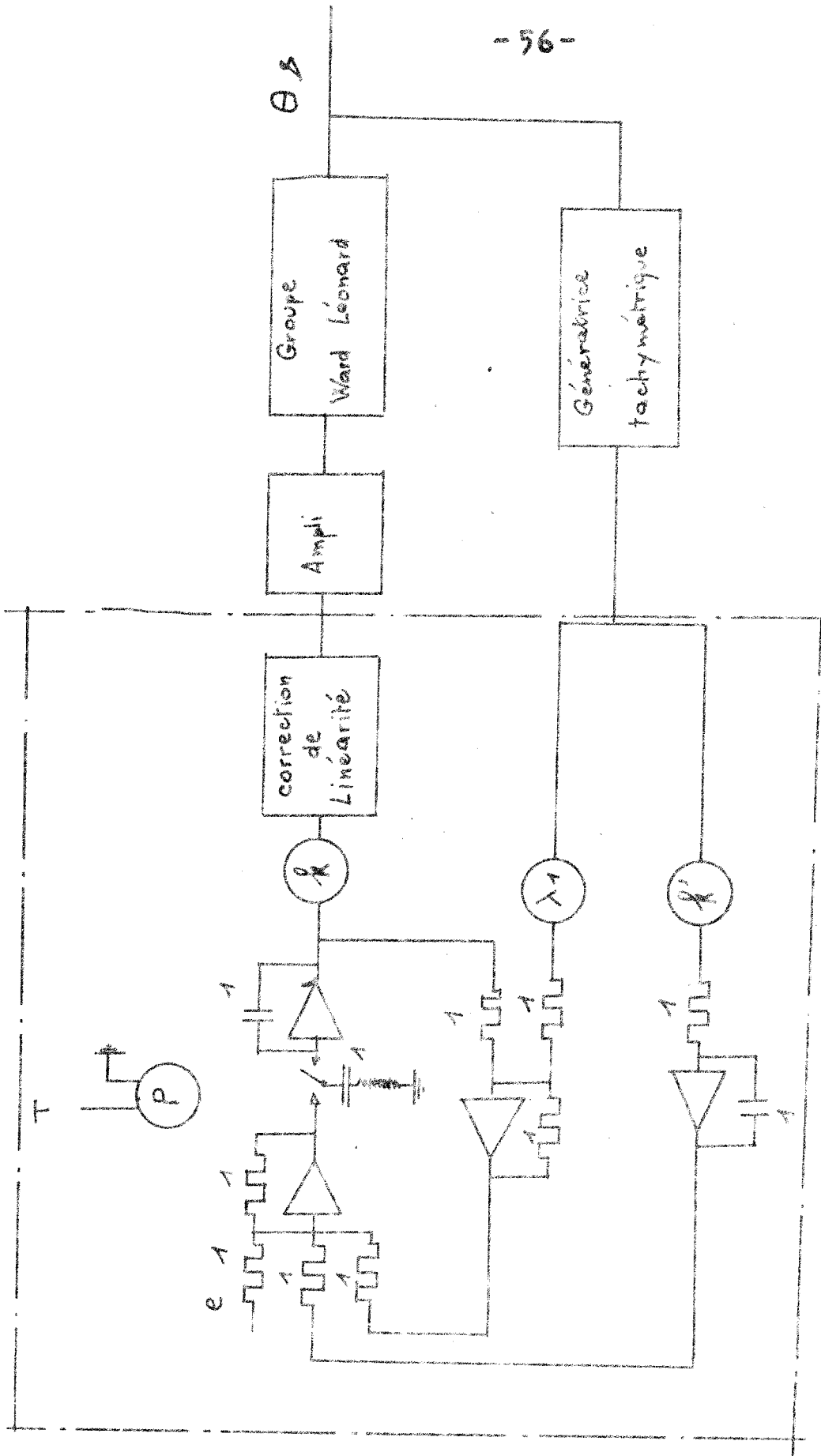
La réponse (fig.4) reste correcte pour une période d'échantillonnage de une seconde. Rappelons que les paramètres de réglage k et λ sont définis par les relations :

$$D = e^{-\frac{T}{a}} \quad k = \frac{1}{T(1-D)} \quad \lambda = a - \frac{TD^2}{1-D}$$

La sortie du bloqueur permet de constater l'annulation de l'erreur en deux périodes d'échantillonnage.

Nous avons également enregistré la réponse d'un asservissement simulé du second ordre comportant le même filtre $L(p)$.

Pour une correction identique et une même période d'échantillonnage les réponses du système réel et du modèle ne présentent pas de différence notable.



Asservissement de position du groupe WARD LÉONARD assimilé au 2nd ordre

réponse en 2T

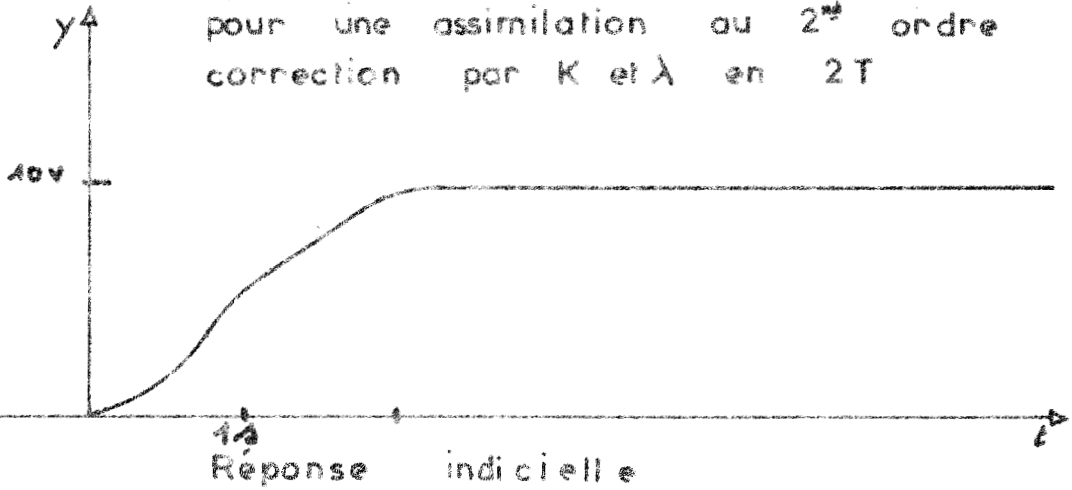
Fig 3

valeur des paramètres

$$\begin{cases} k' = k_s = 1.29 \\ \lambda = 0.425 \end{cases}$$

$$k_d = \frac{1}{0.87} \quad (k_s \approx 1.12)$$

Réponse en position du groupe WARD LÉONARD
 pour une assimilation au 2^e ordre
 correction par K et λ en $2T$



$$L(p) = \frac{1}{p[1 + ap]}$$

$$a \approx 0,45 \Delta$$

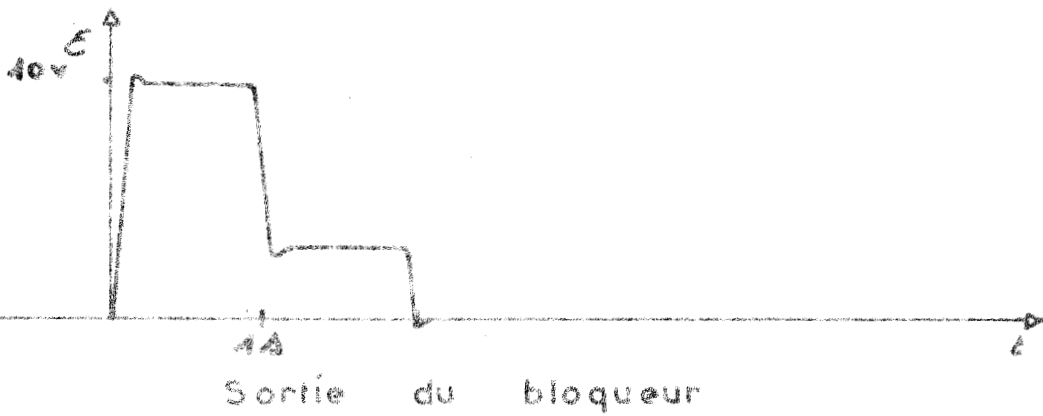


Figure 4

4.1.3. Assimilation du groupe Ward-Léonard à un système du troisième ordre

Les résultats précédents nous conduisent à une identification du groupe Ward Léonard au troisième ordre défini par la transmittance $L(p)$

$$L(p) = \frac{1}{p(1+ap+bp^2)}$$

La régulation nécessite un paramètre de réglage supplémentaire. Il convient en effet pour compenser l'asservissement, de capter les trois composantes y , y' et y'' de l'état du système.

La chaîne de retour est alors définie par la fonction de transfert $R(p)$

$$R(p) = 1 + \lambda_1 p + \lambda_2 p^2$$

L'élaboration directe de la dérivée seconde nécessite un lissage préalable de la sortie de la génératrice tachymétrique. Il faut en effet tenir compte de l'importance des bruits délivrés par ce capteur.

Le réglage du paramètre λ_2 pour des valeurs de la période d'échantillonnage respectivement égales à 0,65 puis 0,5 secondes permet l'identification du processus. Rappelons toutefois que k , λ_1 et λ_2 sont uniquement fonctions de la période d'échantillonnage. Ils sont définis par l'ensemble des trois relations :

$$k = \frac{1}{T(1-D_1)(1-D_2)}$$

$$\lambda_1 = \tau_1 + \tau_2 - T \frac{(D_1 + D_2 - D_1 D_2)^2 - D_1 D_2}{(1-D_1)(1-D_2)}$$

$$\lambda_2 = \tau_1 \tau_2 + T \frac{\tau_1 D_2^3 (1-D_1)^2 - \tau_2 D_1^3 (1-D_2)^2}{(D_1 - D_2)(1-D_1)(1-D_2)}$$

$$\text{avec } D_1 = e^{-\frac{T}{\tau_1}} \quad D_2 = e^{-\frac{T}{\tau_2}}$$

Les coefficients a et b de l'équation différentielle caractéristique du régime libre peuvent alors être déterminés :

$$a = 0,45 \text{ s}$$
$$b = 0,048 \text{ s}^2$$

ces valeurs correspondent aux constantes de temps

$$\tau_1 = 0,275 \text{ s}$$
$$\tau_2 = 0,175 \text{ s}$$

Les réponses indicielles de l'asservissement de position pour les deux valeurs de la période d'échantillonnage sont représentés aux figures 7 et 8. Il est possible de comparer les réponses du système réel et du système simulé. Nous avons également enregistré les réponses du système réel et du filtre simulé en boucle ouverte à un même échelon de vitesse (figure 9).

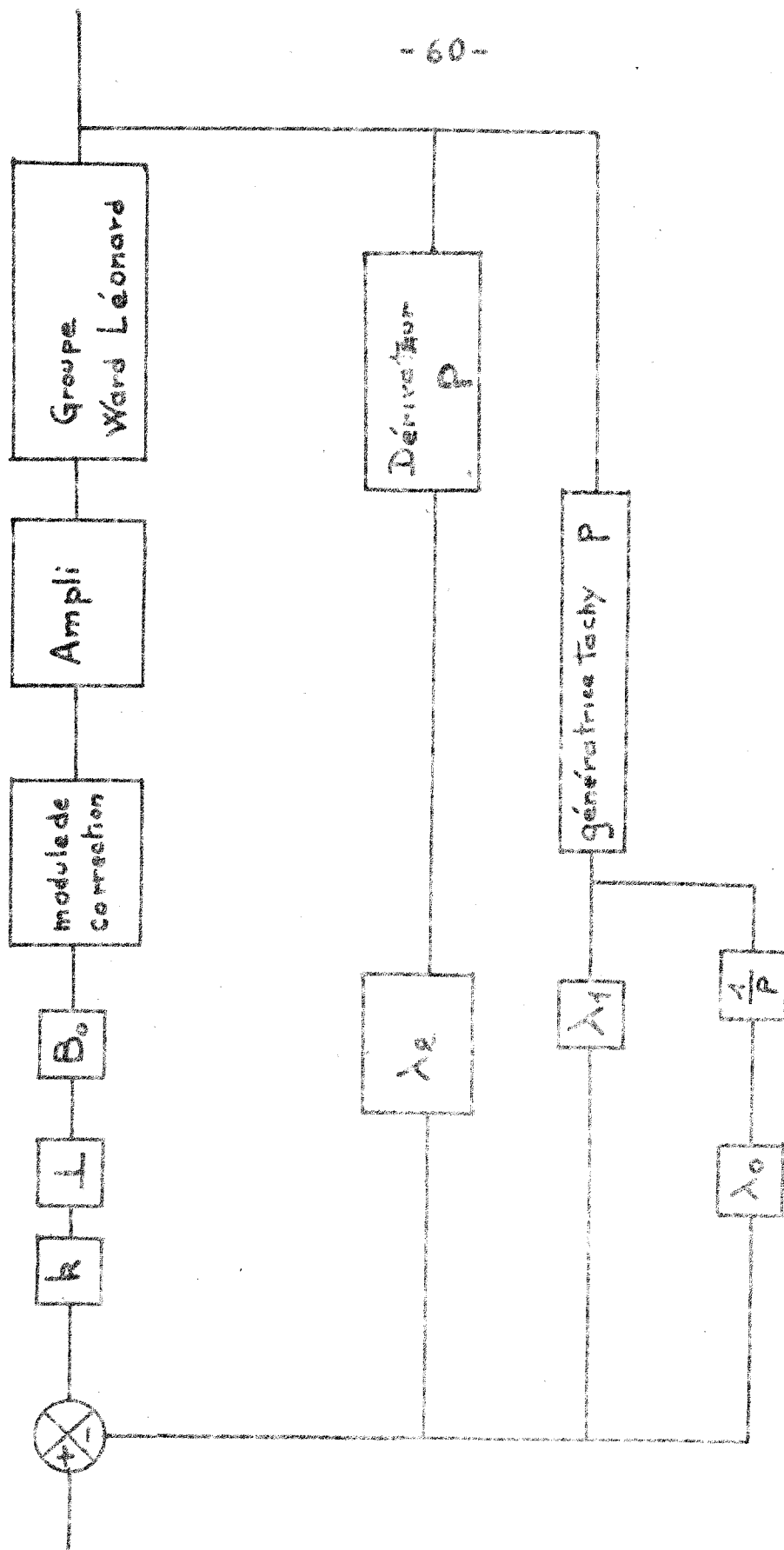
Elles montrent la précision de l'identification. En effet, l'écart relatif des deux tracés reste toujours inférieur à un pour cent.

Les légères oscillations visibles sur la courbe de réponse du groupe Ward Léonard sont dues à la génératrice tachymétrique, c'est un problème général, en effet dans tous les asservissements la question des capteurs est fondamentale.

4.2. Asservissements du groupe Ward Léonard en vitesse

L'identification précédemment mise en oeuvre rend maintenant possible l'asservissement en vitesse du groupe Ward-Léonard.

Les facteurs de régulation qui correspondent à une assimilation au premier ordre puis au second ordre, sont calculés à partir des constantes de temps τ_1 et τ_2 déterminées antérieurement.



Asservissement en position du groupe WARD LEONARD
assimilé au 3^{ème} ordre

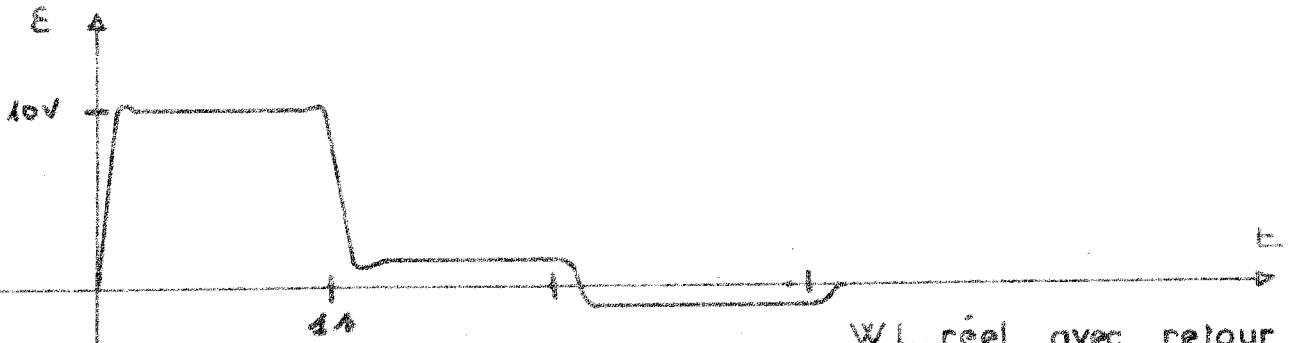
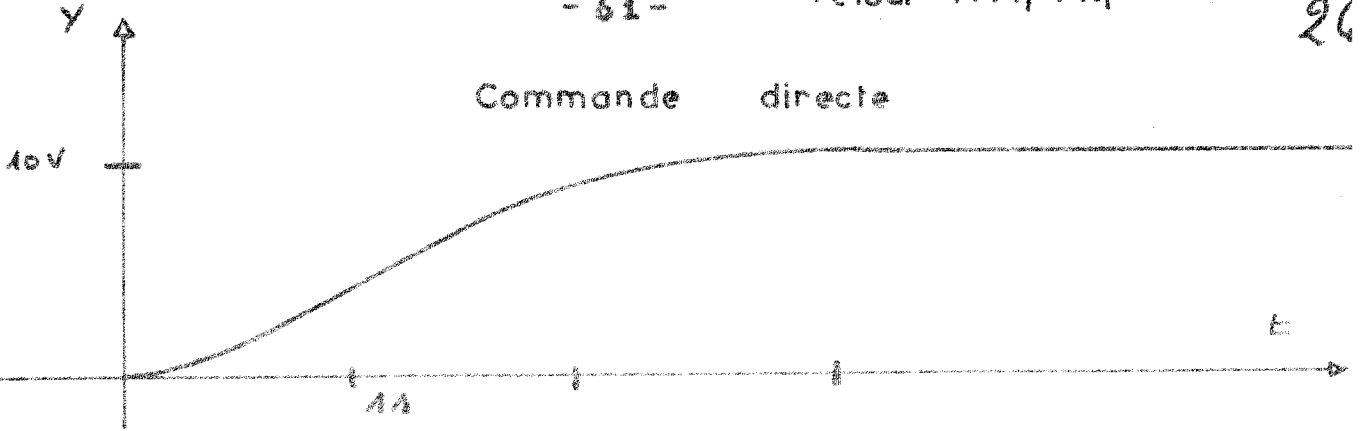
figure 6

W.L. assimilé au 3^e ordre
retour $1 + \lambda_1 p + \lambda_2 p^2$

- 61 -

26

Commande directe



W.L. réel avec retour
unitaire du groupe et
dérivés par assimilation
 $T = 0.85 \Delta$

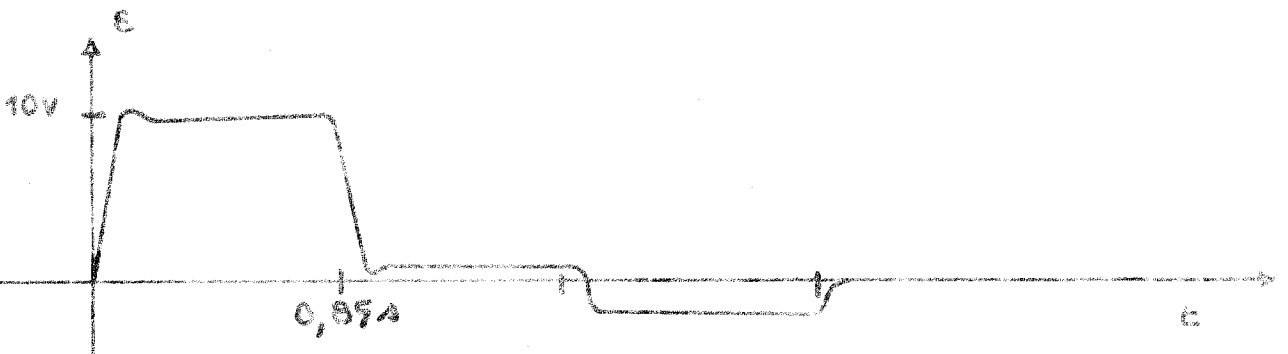
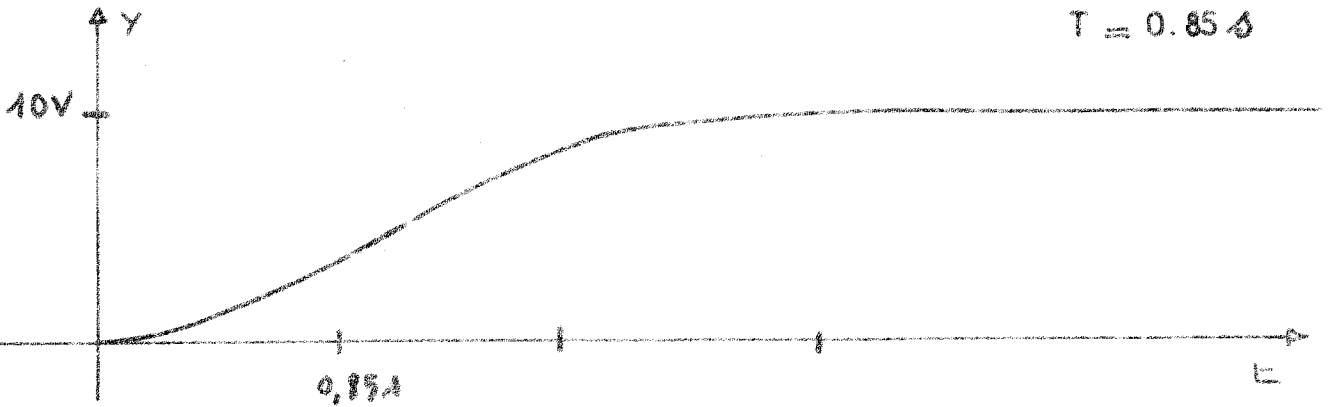


figure 7

Y Δ
10V

- 62 -

w.l. simulé T_{o.s.},
3^e ordre

retour $t \cdot \lambda_1 + \lambda_2 p^2$

0,5A

E

E Δ
10V

erreur du filtre
simulé

0,5A

E

Y Δ
10V

réponse du W. L. attaqué
par la même erreur

0,5A

E

Réponse simulé du groupe WARD LEONARD en position
au 3^e ordre

correction en 3 T par K, λ_1, λ_2

figure 8

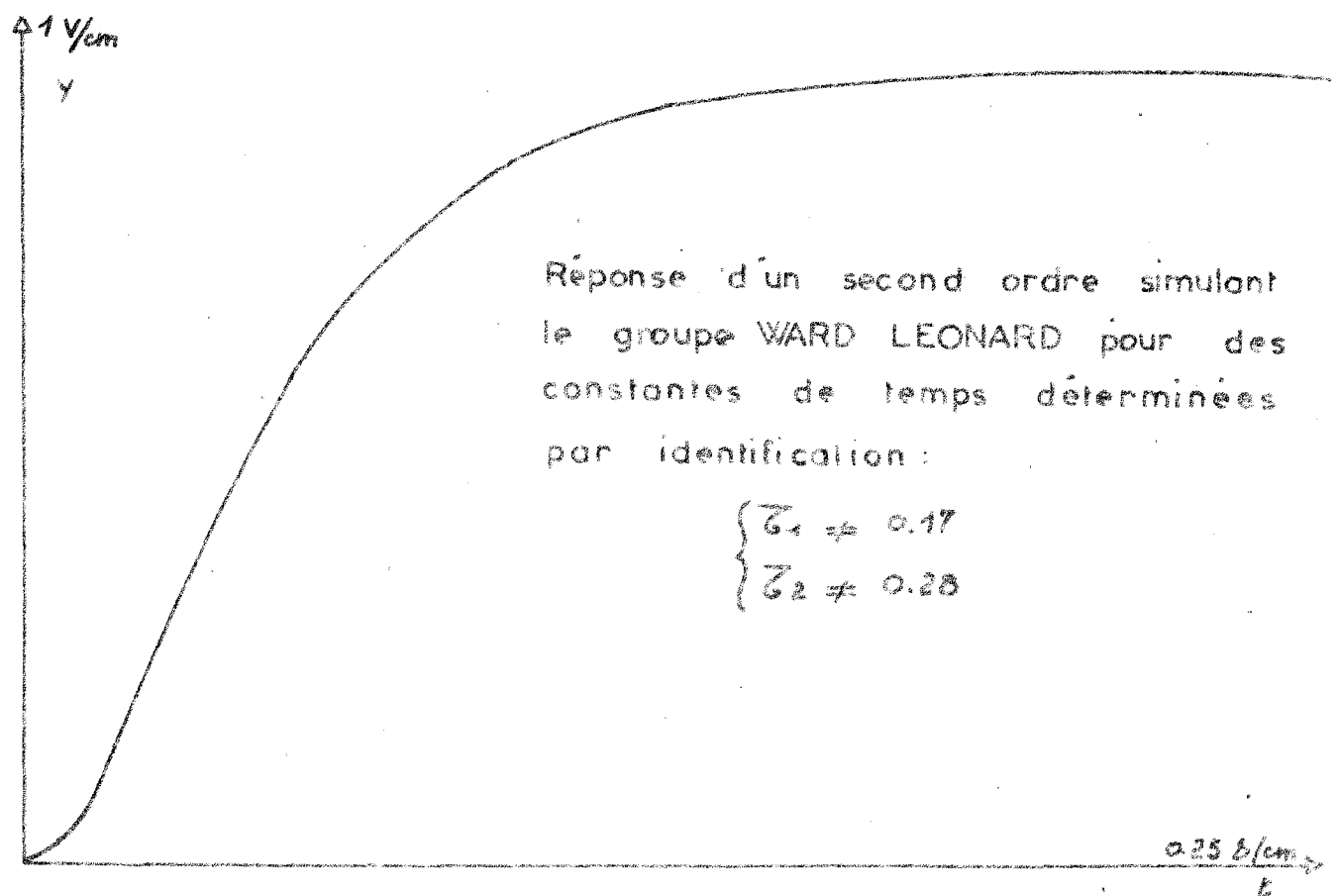
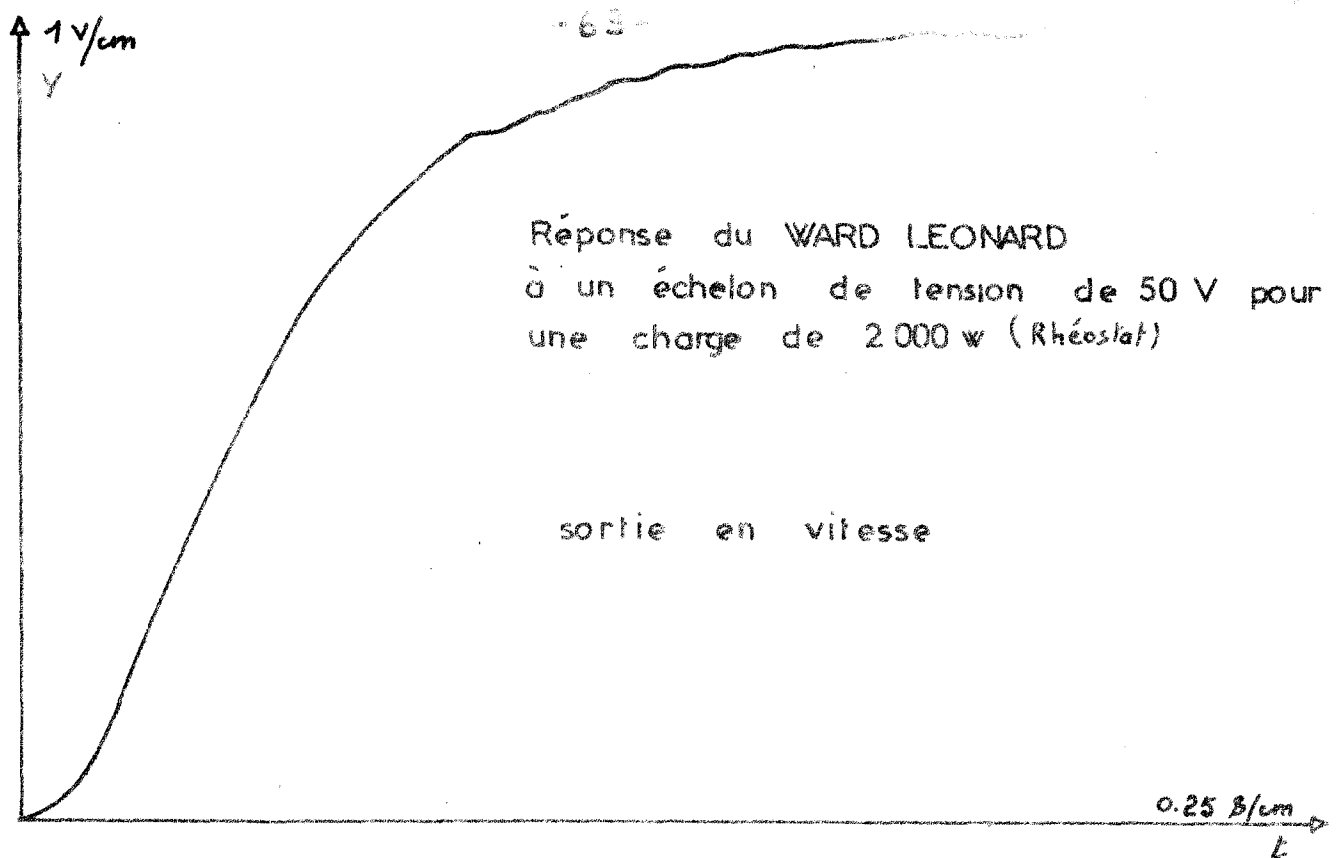


Figure 9

Il n'est maintenant plus nécessaire que la caractéristique non linéaire passe par l'origine. Au contraire, il convient d'accroître la linéarité dans la zone des grandes vitesses.

4.2.1. Assimilation du groupe Ward-Léonard à un filtre du premier ordre

Le processus réel est assimilé à un filtre du premier ordre défini par la fonction de transfert $L(p)$.

$$L(p) = \frac{1}{1 + \tau p} \quad \tau = 0,45 \text{ s}$$

Lorsque la période d'échantillonnage est de 2 s, l'erreur relative sur la réponse au bout d'une période d'échantillonnage est inférieure à 0,2 %

Le montage représenté à la figure 10 se compose d'un échantillonneur suivi d'un bloqueur d'ordre zéro B_0 .

Un gain ajustable k est placé dans la chaîne d'action. La chaîne de retour comporte un gain λ_0 qui agit sur la sortie de la génératrice tachymétrique.

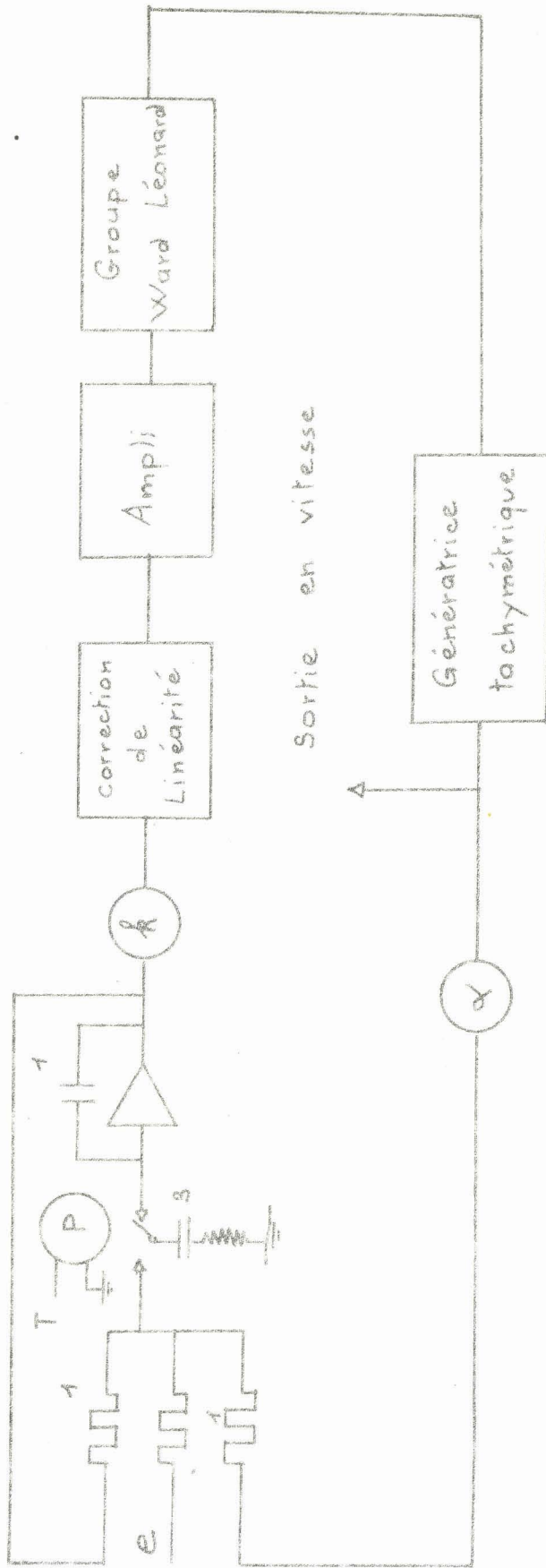
Les paramètres de réglage sont définis par les relations :

$$k (1 - \lambda_0) = 1$$

$$k = \frac{1}{1 - D}$$

$$\lambda_0 = D$$

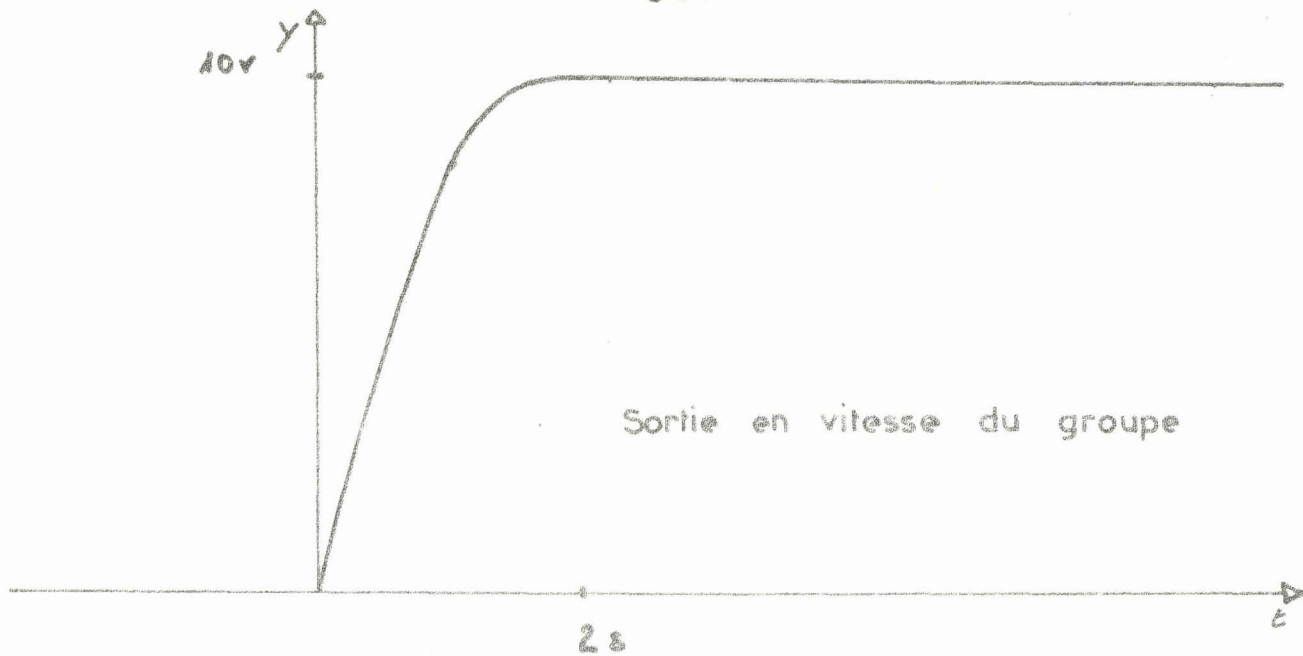
$$D = e^{-\frac{T}{\tau}}$$



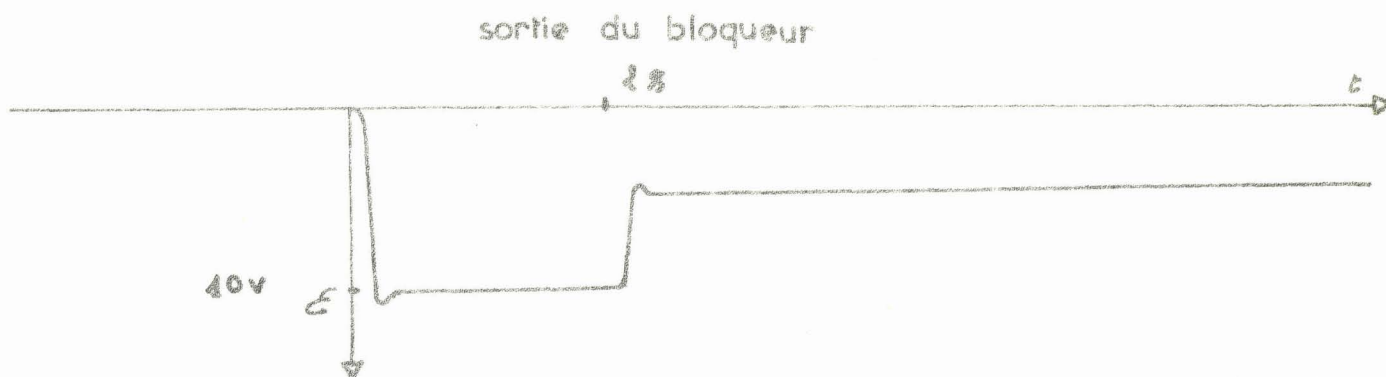
Sortie en vitesse

Asservissement en vitesse du groupe WARD LEONARD de transmittance $\frac{1}{1+0.45p}$

Fig 10



Réponse en 1 T



Réponse du groupe WARD LEONARD asservi en vitesse assimilé au 1^{er} ordre

$$\mathcal{L}(p) = \frac{1}{1 + T p}$$

pour $T = 2 s$

figure 11

Le réglage préalable du gain statique à la valeur unité a été réalisé en boucle ouverte par annulation de l'écart entre la vitesse de consigne et la vitesse du moteur en régime permanent.

La sortie du bloqueur montre mieux que la courbe de réponse l'annulation de l'erreur en une période d'échantillonnage (figure 11).

4.2.2. Assimilation du groupe Ward-Léonard à un filtre du second ordre

La transmittance du groupe Ward-Léonard est assimilée au second ordre défini par $L(p)$:

$$L(p) = \frac{1}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$$

Les valeurs de τ_1 et τ_2 ont été déterminées antérieurement

$$\tau_1 = 0,275 \text{ s} \qquad \tau_2 = 0,175 \text{ s}$$

L'assimilation au second ordre est satisfaisante lorsque la période d'échantillonnage est de 0,5 seconde.

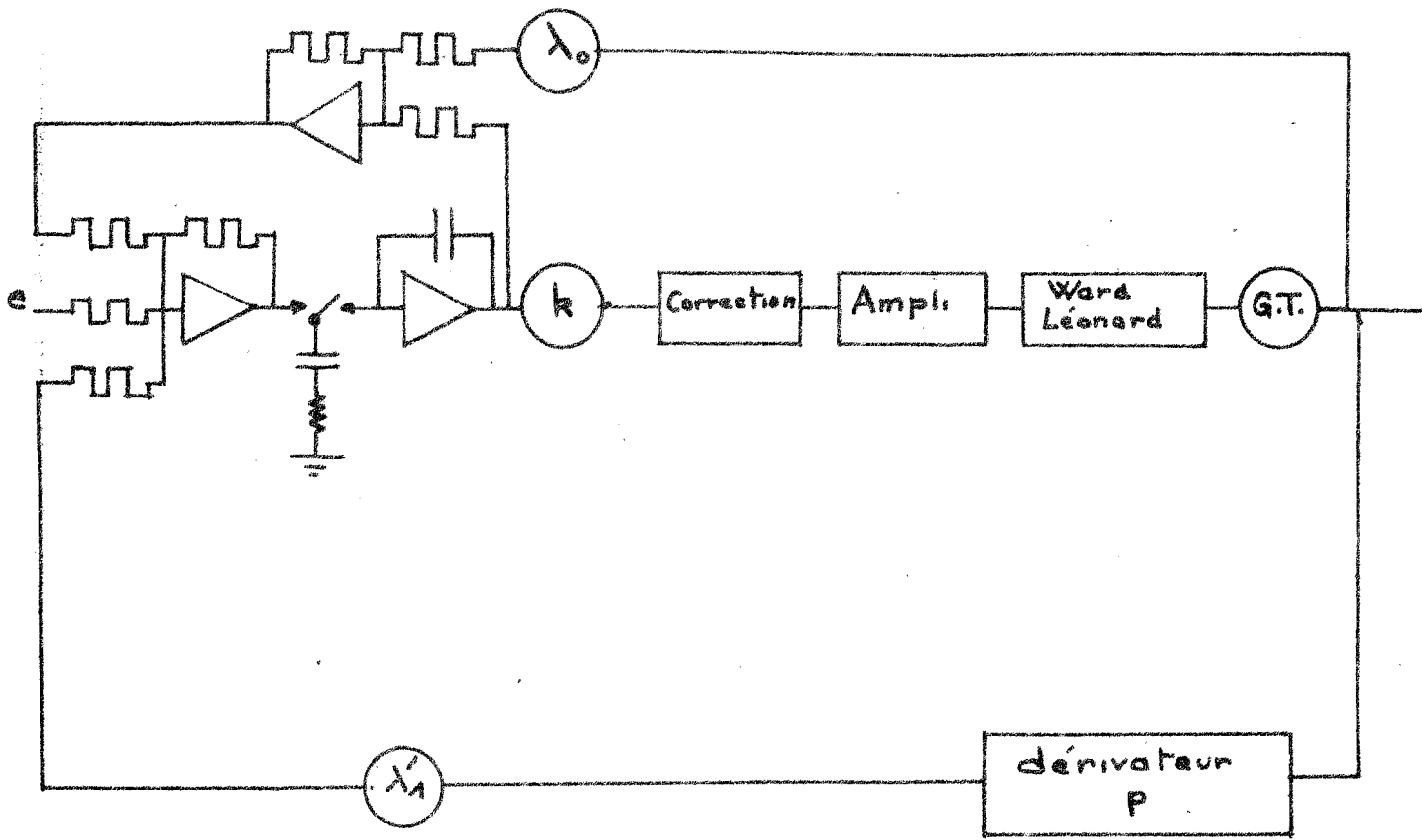
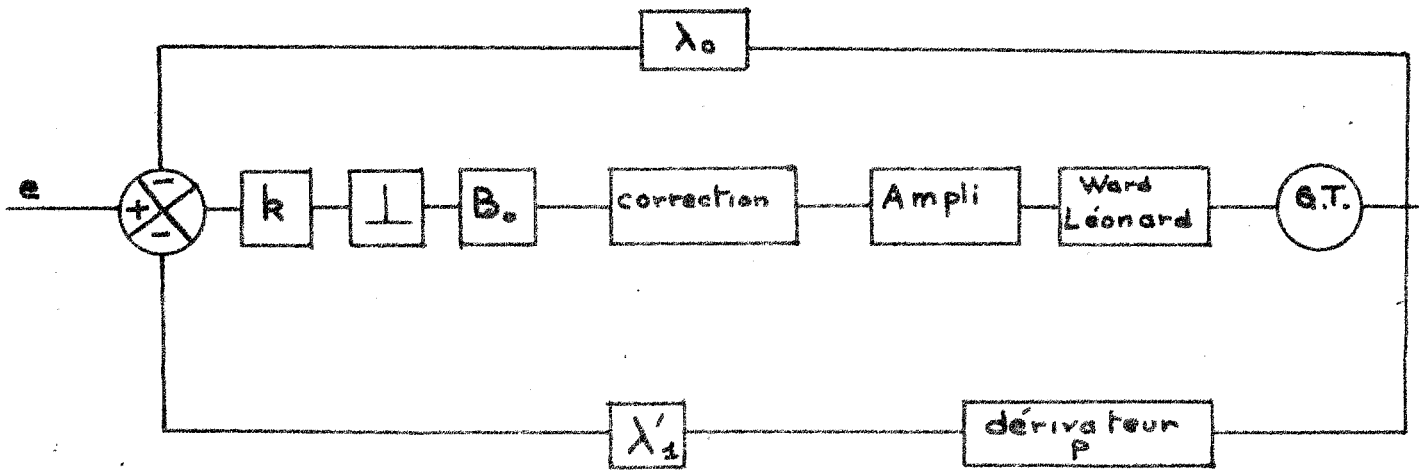
Le réglage s'effectue par le jeu d'un gain k placé dans la chaîne d'action et d'un retour tachymétrique.

Les figures 13 et 14 correspondent aux différentes réponses du groupe.

4.3. Etude de la validité du modèle

L'identification d'un processus non linéaire à un modèle linéaire ne paraît pas affecter sensiblement l'allure des réponses.

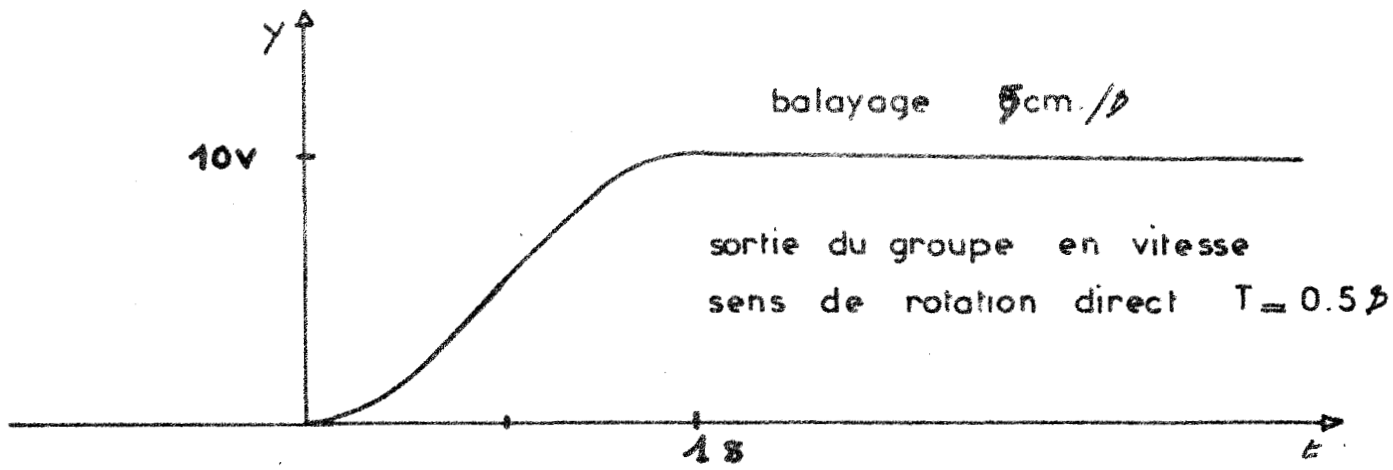
La caractéristique du filtre est en somme toute proche de la linéarité. La variation du gain autour d'une valeur moyenne est assez limitée.



Asservissement en vitesse du groupe WARD LEONARD corrigé comme un second ordre.

figure 42.

Réponse en vitesse du groupe WARD LEONARD corrigé comme
in 2nd ordre dérivées simulées sur calculateur avec retour direct
du W. L. sur VADAC 20



$T = 0.5s$

$Z_1 = 0.275 \quad Z_2 = 0.175$

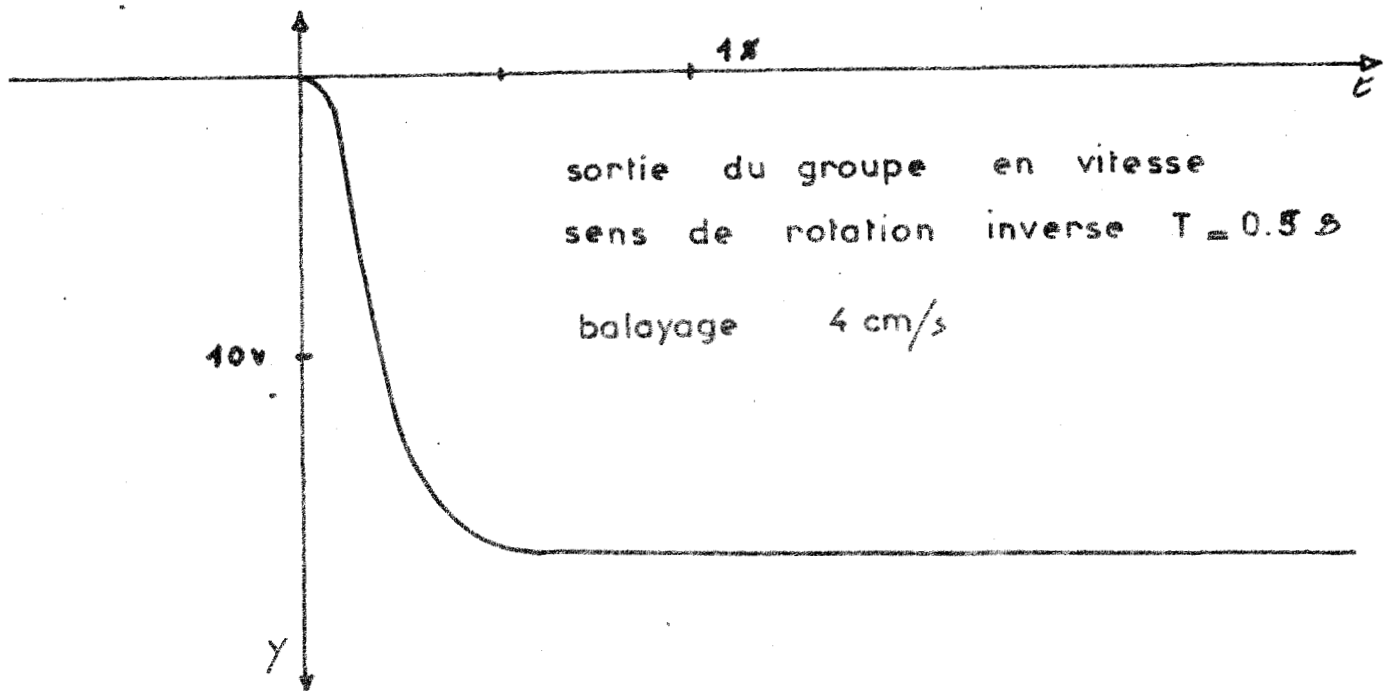


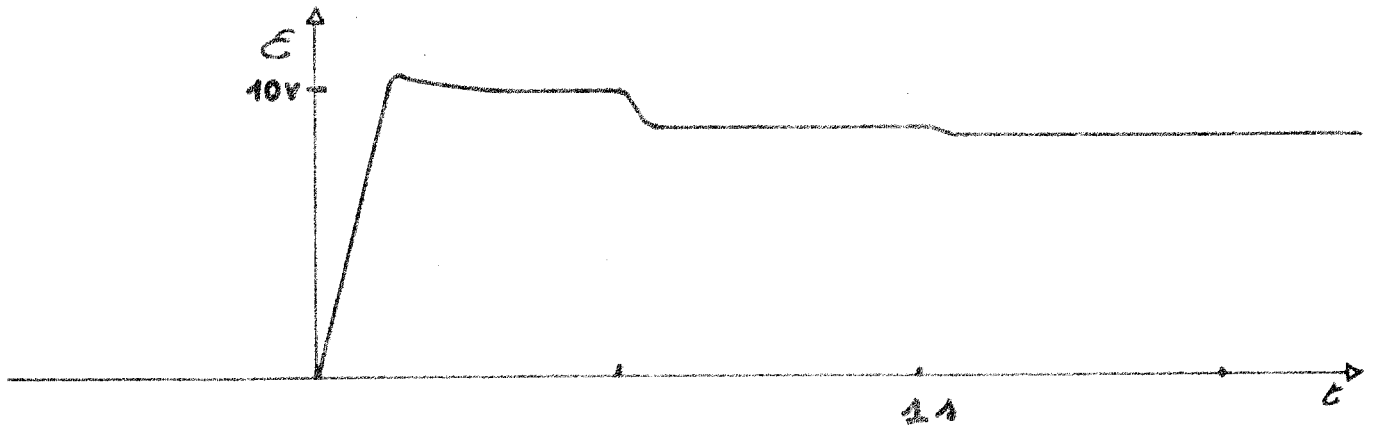
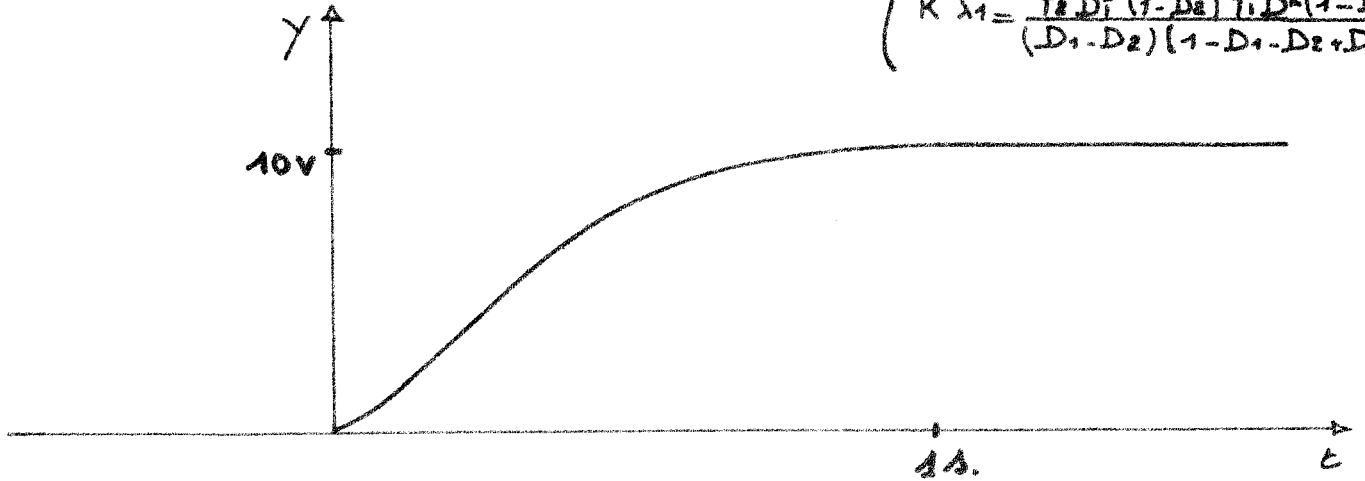
figure 13

Simulation du W/L. au 2 ordre

$$L(p) = \frac{1}{(1+z_1p)(1+z_2p)}$$

Avec réglage optimal

$$\left\{ \begin{aligned} T &= 0.5 \\ K &= \frac{1}{(1-\sigma_1)(1-\sigma_2)} \\ K\lambda_0 &= \frac{D_1 + D_2 - D_1D_2}{1 - D_1 - D_2 + D_1D_2} \\ K\lambda_1 &= \frac{T_2 D_1^2 (1-D_2) T_1 D^2 (1-D_1)}{(D_1 - D_2)(1 - D_1 - D_2 + D_1D_2)} \end{aligned} \right.$$



valeurs des paramètres

$$\left\{ \begin{aligned} T &= 0.5s & \sigma_1 &= 0.275 & \sigma_2 &= 0.175 \\ K &= 1.265 & \lambda_1 &= 0.21 & \lambda_2 &= 0.0427 \end{aligned} \right.$$

balayage 8cm/s

figure 14

Le gain moyen a toujours été choisi voisin de l'unité. En outre, dans le cas particulier correspondant aux asservissements de position, nous nous sommes efforcés d'obtenir une position d'équilibre stable dans un voisinage aussi limité que possible de l'origine des coordonnées.

Une étude simple permet de majorer l'erreur due à l'hypothèse de linéarité du modèle mathématique envisagé. Une incertitude absolue Δk sur le gain amène une incertitude sur les coefficients f_i , caractéristiques de la forme normale naturelle. Or ces coefficients fonctions linéaires des paramètres de réglage sont annulés lorsque le gain du système est égal à la valeur unité. Nous en déduisons la valeur de ces coefficients lorsque le gain fluctue

$$f_1 < \max (\Delta k) \cdot (1+D_1+D_2)$$

$$f_2 < \max (\Delta k) \cdot (D_1+D_2+D_1D_2)$$

$$f_3 < \max (\Delta k) \cdot (D_1D_2)$$

Le plus grand des coefficients f_i fournit une majorante de l'erreur découlant de l'hypothèse de linéarité

$$\max_i |f_i| = \max (\Delta k) \cdot (1+D_1+D_2)$$

Afin de fixer les idées, prenons l'exemple de l'asservissement de position du troisième ordre. La période d'échantillonnage est de 0,5 seconde. On peut alors chiffrer numériquement la limite supérieure du module des plus grands f_i .

$$\max_i |f_i| < 1,4 \Delta k.$$

Une imprécision sur le gain de l'ordre de 0,1 assure une réponse en trois périodes d'échantillonnages. L'incertitude relative sur la réponse n'est pas supérieure à 0,2 %.

Il n'est donc absolument pas nécessaire de chercher à compenser la non-linéarité du filtre. La régulation par échantillonnages absorbe sans erreur appréciable les effets de la non linéarité du système.

Conclusion :

L'ensemble des résultats précédents montre qu'il est possible d'améliorer les performances d'un système par une suite d'identifications successives. La non-linéarité du groupe Ward-Léonard n'affecte pas les résultats d'une façon sensible. Lorsque ces opérations sont réalisées, les facteurs de régulation de divers modes de compensations se déterminent par simple calcul.

La méthode que nous avons proposée en vue de l'identification des systèmes échantillonnés se justifie encore d'un autre point de vue. En effet, les paramètres du réglage convergent bien vers les coefficients de l'équation aux différences caractérisant le régime libre du filtre.

Pour un type d'asservissement et une structure donnée, il est possible de déduire un temps de réponse minimal. En effet, lorsque la période d'échantillonnage tend vers zéro les coefficients de correction croissent indéfiniment. Une propriété habituelle des asservissements continus confirme dans l'ensemble cette constatation. Dans ce cas il n'est généralement pas possible d'amortir en un temps fini le régime transitoire d'un filtre d'ordre donné.

Le plus souvent, dans le cadre de notre étude, le gain maximum admissible par le système détermine la période d'échantillonnage qui conduit à la réponse la plus rapide.

Pour ce type de correction, le temps de réponse ainsi défini est optimal.

Chapitre V

Compensation d'un système échantillonné par paramètres périodiques

L'identification du groupe Ward Léonard étant effective, nous envisageons la mise en application du mode de régulation échantillonnée par paramètres périodiques. Les analyses effectuées dans ce sens ont conduit à des asservissements représentés en principe par des modèles linéaires. Cette hypothèse n'est pas toujours en accord avec la réalité. C'est pourquoi ce chapitre est consacré à l'extension de ce point de vue, c'est-à-dire à l'étude des systèmes asservis non linéaires à régulation périodique 1

5.1. Etude de la stabilité des systèmes asservis échantillonnés non linéaires à paramètres périodiques

En vue d'une mise en oeuvre sur un filtre réel nous nous proposons de rechercher dans quelle mesure il est possible d'envisager la régulation d'un système non linéaire lorsque la commande à caractère périodique est élaborée par un échantillonneur quelconque linéaire ou non.

5.1.1. Stabilité d'un filtre non linéaire asservi par paramètres périodiques

L'objet à réguler est non linéaire, mais reprenant une hypothèse usuelle nous le supposons décomposable en un gain non linéaire $\frac{N(\epsilon)}{\epsilon}$, suivi d'une fonction de transfert $L(p)$ d'ordre q . La structure adoptée conduit à un signal d'erreur qui s'obtient par comparaison à la grandeur d'entrée de la sortie de la chaîne de retour définie par la transmittance $R(p)$:

$$R(p) = \sum_{i=1}^{i=l} \lambda_i(n) p^i \quad l < q$$

Dans ces conditions, les coefficients $\lambda_i(n)$ peuvent être périodiques ainsi que le gain de la chaîne d'action. Le filtre non linéaire est alors commandé par un échantillonneur linéaire et sans mémoire de période T constante. Pour simplifier l'étude nous décomposerons la non linéarité $N(\epsilon)$ ou une somme de deux termes.

$$N(\epsilon) = [k + k(\epsilon)] \epsilon$$

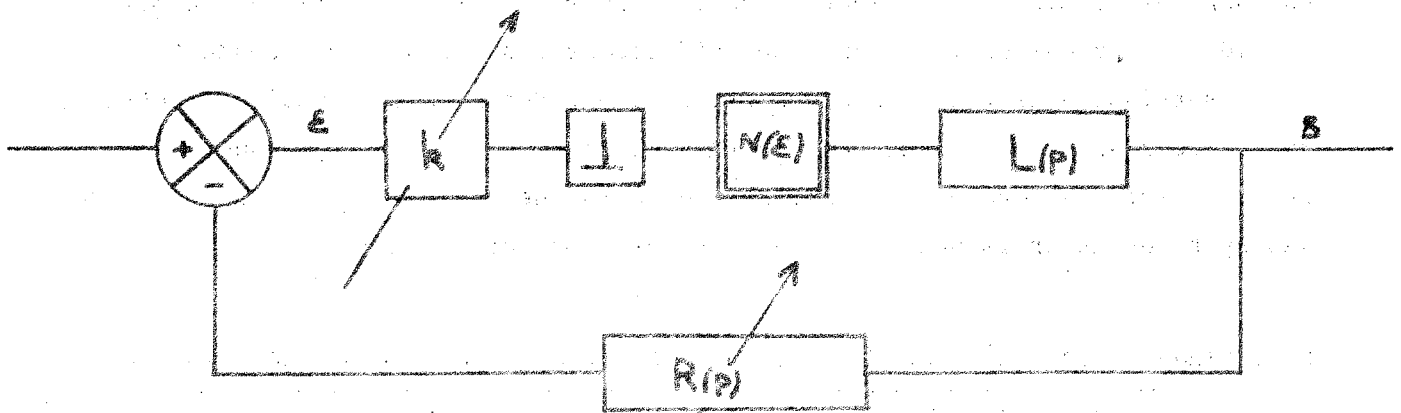


FIGURE 1

Une formulation simple du système étudié s'exprime alors sous la forme :

$$Y_{n+1} = M Y_n + [k(n) + k(n, \epsilon_n)] H_{(n)} Y_n \quad (1)$$

Y_n : vecteur état de composantes y_n^i

M : matrice carrée d'ordre q à coefficients constants m_{ij} caractéristiques du filtre $L(p)$.

$H(n)$: matrice carrée d'ordre q dont les éléments h_{ij} définissent le type d'échantillonneur de période T ainsi que le mode de compensation.

Une opération élémentaire nous conduit à l'écriture simplifiée suivante :

$$Y_{n+1} = M(n) Y_n + k(n, \epsilon_n) H(n) Y_n \quad (2)$$

$M(n)$: matrice carrée d'ordre q à coefficients constants $m_{ij}(n)$ fonctions linéaires du gain $k(n)$.

Il convient alors de faire intervenir l'hypothèse concernant la périodicité des paramètres $k(n)$ et $\lambda_i(n)$. La période globale de ces gains est égale à r .

L'étude des systèmes linéaires à régulation périodique 2 nous conduit à envisager le fonctionnement d'un tel système sur la séquence rT .

L'ensemble des r équations successives (2) permet d'obtenir une relation caractéristique.

$$(3) \quad Y_{n+r} = M(n) Y_n + F \left[\Gamma_j, k(\epsilon_{p,p}) H(n) \right] Y_n$$

$M(n)$: matrice carrée d'ordre q à coefficients constants m_{ij} fonction du temps - $M_n = M_{(n+r)} \dots M(n)$

F : matrice carrée de même ordre que M_n à coefficients constants f_{ij}

$\Gamma_j : M_{(n+j)} \dots M(n)$

Le choix d'une norme de type multiplicatif 3 permet alors de majorer la suite définie par la relation (3) :

$$(4) \quad \|Y_{n+r}\| < \|M_n\| \|Y_n\| + \|F\| \|Y_n\|$$

A partir de l'élément $U_n = \|Y_n\|$ il est donc possible de définir la suite majorante :

$$(5) \quad U_{n+r} = (m + \beta^*) U_n$$

Dans cette relation m est une norme de la matrice M_n . Le coefficient β^* est une fonction linéaire des gains k^* :

$$\beta^* = k^* > \max_{P, P} |k (e^{sT})|$$

$$\beta^* = \sum_{i=1}^r k^{*i} \alpha_i$$

La suite U_n est alors convergente sous la condition usuelle :

$$(6) \quad |\beta^* + m| < 1$$

Lorsque le filtre à asservir est non linéaire, une condition permet de conclure à la stabilité de l'asservissement.

5.1.2. Majoration de l'amplitude des oscillations limites dans le cas d'une non linéarité quelconque et d'un échantillonneur linéaire ou non

Dans une optique plus générale le système asservi étudié comporte dans sa chaîne d'action un gain périodique suivi d'un échantillonneur non linéaire sans mémoire de période constante T ; on peut toujours supposer sans restreindre le problème pratique un objet non linéaire à réguler qui se décompose en une non linéarité $N(e)$ et un filtre linéaire de transmittance $L(p)$ d'ordre q .

La chaîne de retour agit sur les diverses composantes de l'état du système et élabore le signal z (8)

$$z = \sum_{i=0}^{\ell-1} \lambda_i y^{(i)} \quad (7) \quad \ell < q$$

un ou plusieurs des λ_i peuvent être périodiques (figure 2).

On supposera un fonctionnement en régime autonome afin de ne pas alourdir les écritures.

L'évolution du système est décrite par une équation de récurrence de la forme :

$$(8) \quad Y_{n+1} = M Y_n + K \begin{bmatrix} \varepsilon_n \\ n \end{bmatrix}$$

Le vecteur d'ordre q $K(\varepsilon_n, n)$ traduit à la fois la commande de type non linéaire et de plus le caractère des modulateurs mis en oeuvre

Décomposons la contribution de la régulation $K(\varepsilon_n, n)$ en une somme de trois termes particuliers issus des études antérieures :

$$K(\varepsilon_n, n) = A \begin{bmatrix} \Lambda_i(n) \end{bmatrix} Y_n + k^*(\varepsilon_n) A \begin{bmatrix} \Lambda_i(n) \end{bmatrix} Y_n + H(Y_n, n) \quad (8)$$

$A(\Lambda_i(n))$ est une matrice carrée d'ordre q dont les coefficients ne dépendent que de l'instant nT .

$\Lambda_i(n)$ paramètre périodique de régulation agit sur la composante d'ordre i du vecteur état à l'instant nT

$k^*(\varepsilon_n)$ est un scalaire qui représente la contribution non linéaire du gain $N(\varepsilon)$ tel que

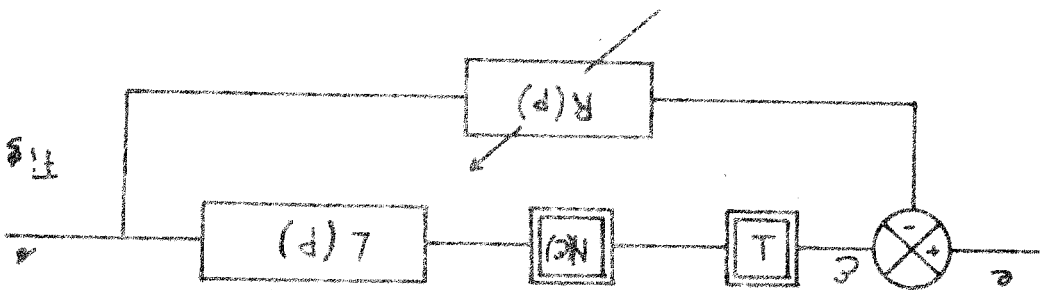
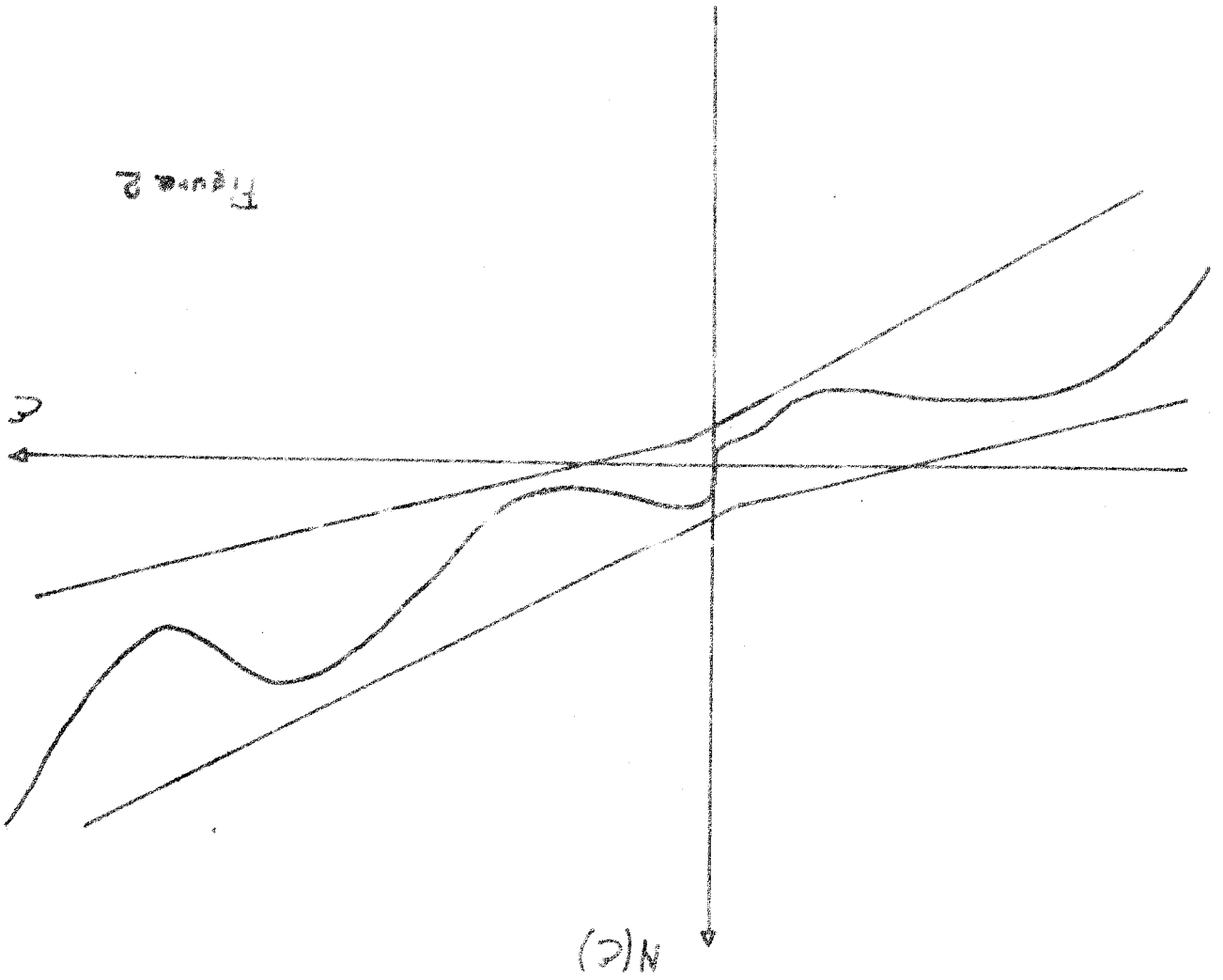
$$N(\varepsilon) = \begin{bmatrix} k + k^*(\varepsilon) \end{bmatrix} \varepsilon$$

$H(Y_n, n)$ vecteur à q composantes caractérise l'échantillonneur et le mode de régulation.

Dans ces conditions, et en notant $M_n = M + A \begin{bmatrix} \Lambda_i(n) \end{bmatrix}$ l'étude du fonctionnement du système sur la séquence nT permet d'aboutir à la forme matricielle (9)

$$(9) \quad Y_{n+r} = M Y_n + F \begin{bmatrix} \Gamma_j, k^*(\varepsilon_p), A \begin{bmatrix} \Lambda_i(p) \end{bmatrix} \end{bmatrix} Y_n + G(Y_n, n)$$

échantillonneur non linéaire et non linéaire



Une propriété essentielle relative aux normes multiplicatives se traduit alors par l'inégalité (10) :

$$\|Y_{n+r}\| < \|M\| \|Y_n\| + \|F\| \|Y_n\| + \|G\| \quad (10)$$

Il est alors possible d'introduire [3] la suite majorante $y_n = \|Y_n\|$ définie par la relation :

$$(11) \quad y_{n+r} = m y_n + \beta^* y_n + g^*$$

Le facteur m représente une norme de la matrice M . Les éléments g^* et β^* majorent respectivement les normes des vecteurs F et G .

$$g^* > \|G(Y_n, n)\|$$

$$\beta^* = \sum_{i=1}^r k^{*i} \alpha_i > \|F\|$$

$$k^* > \max |k^*(\epsilon_p)|$$

Une condition de convergence de cette suite vers la quantité

$$\frac{g^*}{1-m-\beta^*} \text{ s'écrit alors :}$$

$$m + \beta^* < 1$$

Règle :

L'amplitude des oscillations limites d'un système non linéaire à paramètres périodiques est majorée si :

$$m + \beta^* < 1$$

et dans ces conditions il vient :

$$\|Y_n\|_{n \rightarrow \infty} < \frac{\max \|G\|}{1 - m - \beta^*}$$

Remarque :

L'inégalité $m < 1$ constitue une condition suffisante de stabilité pour le système linéaire associé. Il semble donc intéressant de régler l'ensemble de manière à minimiser le paramètre m . L'étude des systèmes linéaires à régulation périodique montre à ce sujet diverses possibilités.

5.2. Exemple d'application à un système du second ordre à retour tachymétrique périodique

Le système à réguler décrit à la figure 3 se compose essentiellement d'un filtre linéaire décrit par sa fonction de transfert $L(p) = \frac{1}{p(1+\tau p)}$

La commande s'effectue à partir d'un retour tachymétrique périodique par un échantillonneur bloqueur linéaire sans mémoire de période T .

La périodicité du paramètre λ de réglage est égale à $2T$. Dans ce cas particulier, les paramètres ont été choisis respectivement égaux à :

$$T = 1 \text{ s}$$

$$\tau = 1 \text{ s}$$

$$k = 1$$

$$\lambda_1 = 1$$

$$\lambda_2 = 0,663$$

ces deux valeurs correspondent au réglage optimal du système linéaire équivalent.

5.2.1. non linéarité passant par l'origine

Dans ce cas simple, il découle de l'étude précédente que la stabilité du système est assurée sous la contrainte

$$m + \beta^* < 1$$

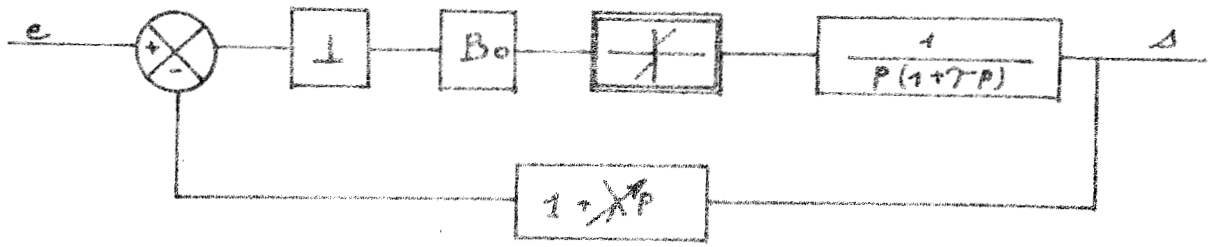
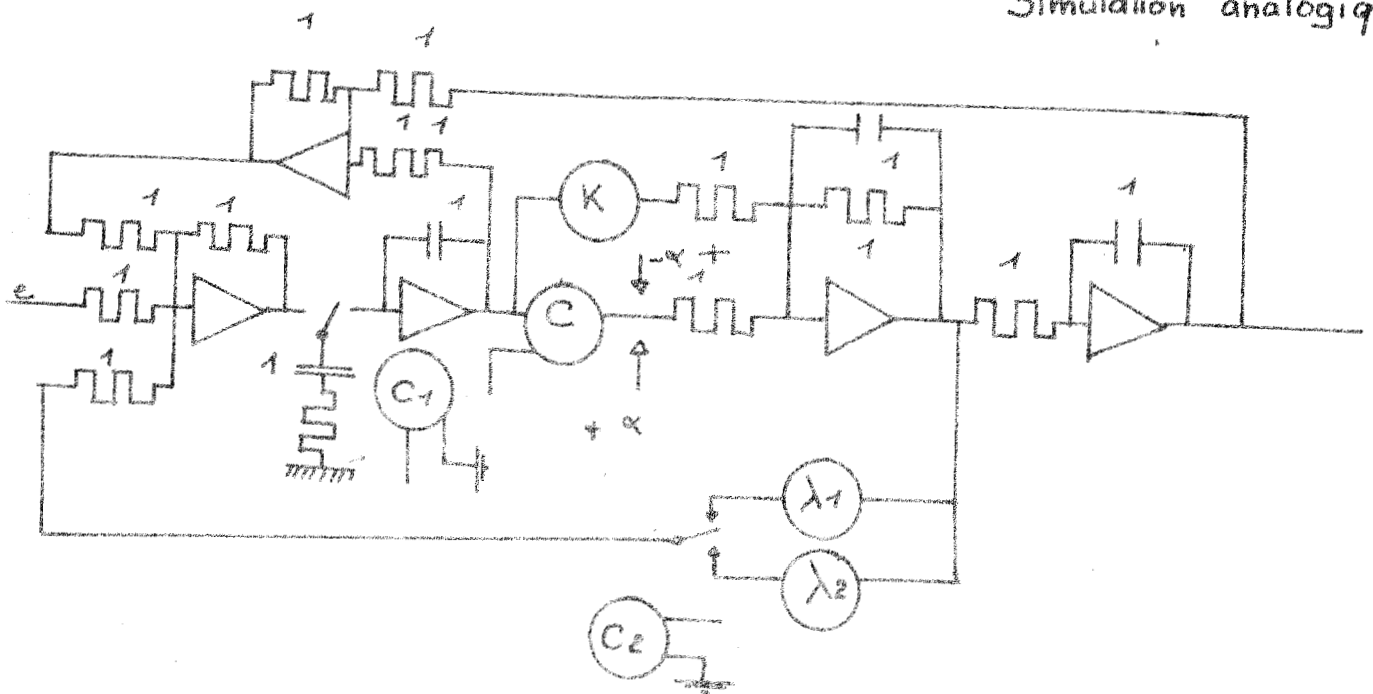
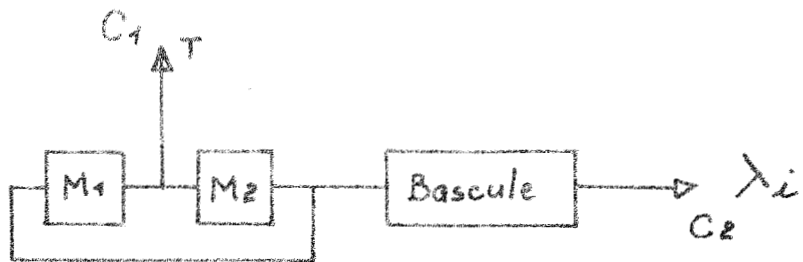


Fig. 3

Simulation analogique



Commande Logique



Simulation d'un système non linéaire du second ordre avec correction par paramètres périodiques

Il est possible d'expliciter chacun de ces deux facteurs. Exprimons tout d'abord m :

$$m < ||M_n|| ||M_{n+1}||$$

Le coefficient β^* s'obtient en fonction de divers autres paramètres :

$$\beta^* = k^* \{ ||M_n|| ||A(\Lambda_{n+1})|| + ||M_{n+1}|| ||A(\Lambda_n)|| \} + k^{*2} A(\Lambda_n) A(\Lambda_{n+1})$$

L'application numérique conduit aux résultats suivants :

$$||M_1|| < 0,60 \qquad ||M_2|| < 0,70$$

$$||A(\Lambda_1)|| < 1 \qquad ||A(\Lambda_2)|| < 0,89$$

La quantité β^* s'exprime alors simplement comme il suit :

$$\beta^* < 1,24 k^* + 0,89 k^{*2}$$

$$m < 0,42$$

La condition de stabilité implique relativement à k^* la seule condition

$$k^* < 0,37$$

Le gain non linéaire $N(\epsilon)$ pour une valeur moyenne du gain unité devra se trouver à l'intérieur d'un secteur angulaire défini par l'inégalité :

$$0,63 < N(\epsilon) < 1,37$$

La simulation de cet exemple a conduit aux enregistrements de la figure 4 dans le plan de phase.

Systeme du second ordre à gain periodique $T = \bar{z} = 1s$
pour une non linéarité passant par l'origine ($h=0$)

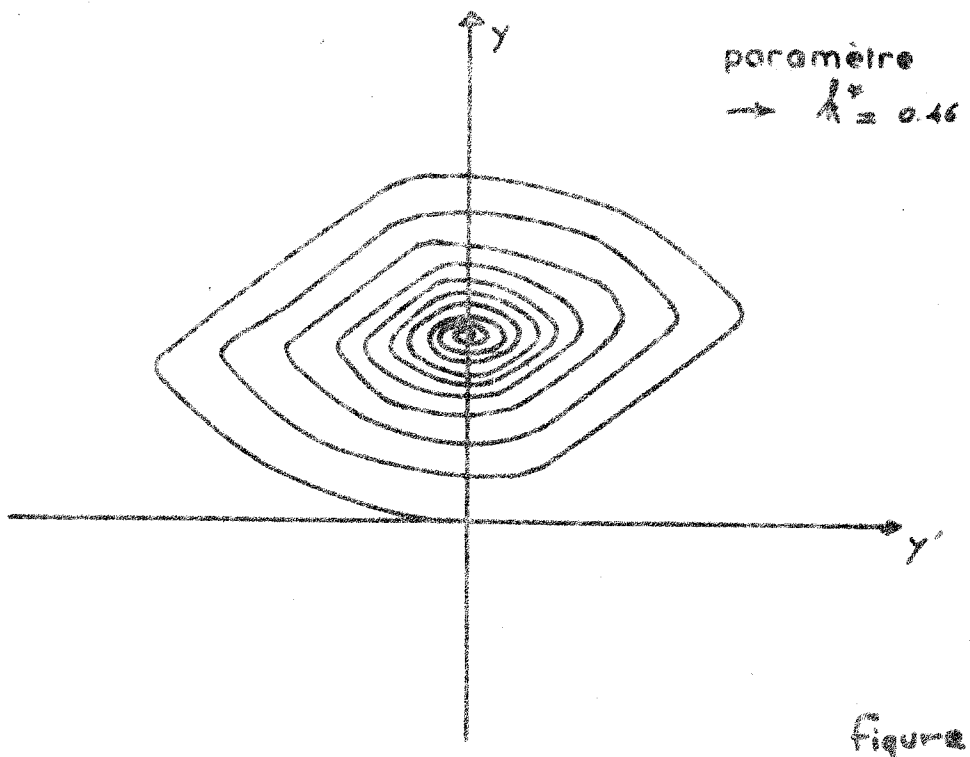
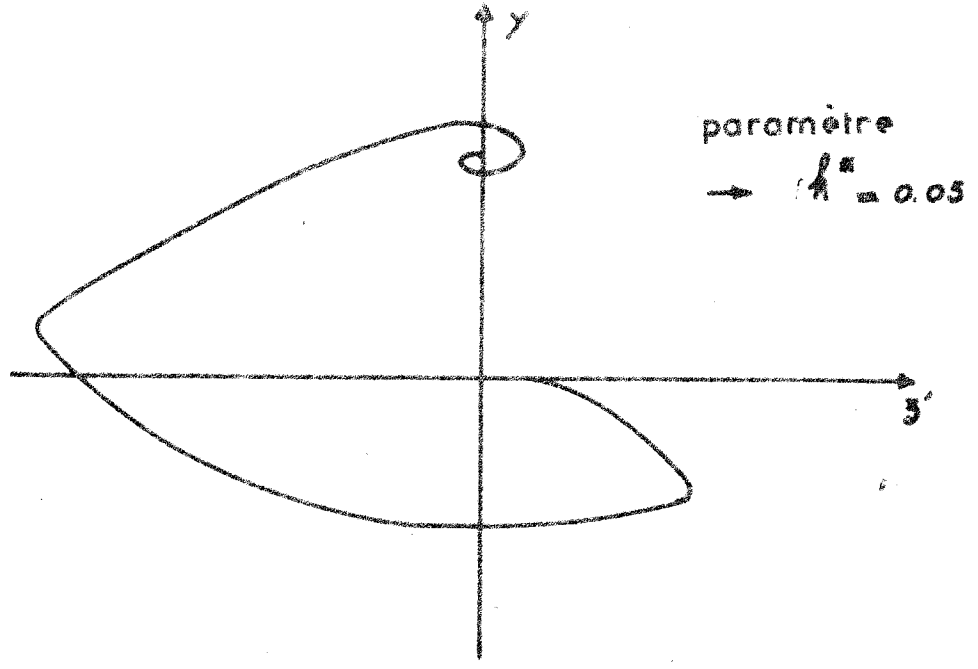


Figure 4

Echelle 0.5 V/cm

5.3. Non linéarité ne passant pas par l'origine

Le système étudié est identique au précédent. La non linéarité inhérente au filtre présente maintenant une discontinuité à l'origine. Pour la simulation, nous définirons la non linéarité par l'ensemble des trois paramètres k , k^* et h définis à la figure (5).

Il est clair qu'un tel système présente des oscillations. Nous avons vu précédemment sous quelles conditions il était possible de les majorer.

$$\left\| \left\| Y_n \right\| \right\|_{n \rightarrow \infty} < \frac{g^*}{1 - m - \beta^*}$$

Dans ce cas particulier les applications numériques conduisent aux résultats.

$$g^* = 0,63 h (k + k^*) (1,7 + k^*)$$

$$\beta^* = 1,24 k^* + 0,89 k^{*2}$$

lorsque $k = 1$,

$$\left\| \left\| Y_n \right\| \right\|_{n \rightarrow \infty} < h \frac{0,63 \left[\overline{1+k^*} \right] \left[\overline{1,7+k^*} \right]}{1 - m - 1,24 k^* - 0,89 k^{*2}}$$

On peut remarquer que l'expression majorant l'amplitude des oscillations n'est fonction que de k^* et de h

pour $k^* = 0$ on obtient $\beta^* = 0$ $g^* = h$, $m = 0,42$

$$\text{et } \left\| \left\| Y_n \right\| \right\|_{n \rightarrow \infty} < 1,7 h$$

pour $k^* = 0,1$ $g^* = 1,25 h$

$$\beta^* = 0,13$$

$$\left\| \left\| Y_n \right\| \right\|_{n \rightarrow \infty} < 2,8 h$$

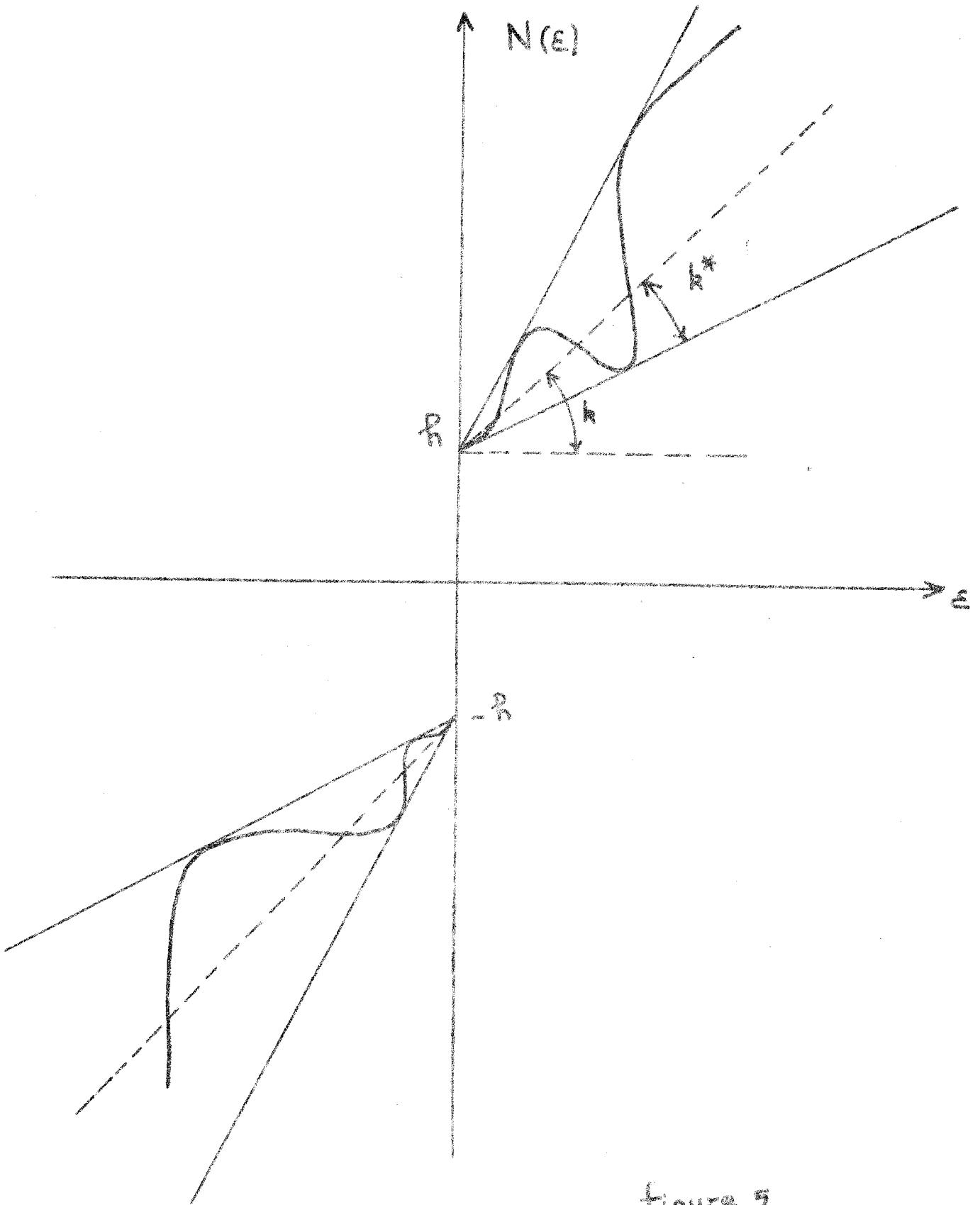


figure 7

pour $k^* = 0,3$

$$g^* = 1,47 h$$

$$\beta^* = 0,45$$

$$\|y_n\| < \|11,3 h\|$$

$n \rightarrow \infty$

Vérification

Cet exemple a pu être simulé sur une calculatrice analogique Nadac 20. Une première série de résultats montre l'influence du gain non linéaire k^* sur l'amplitude des oscillations lorsque h est constant.

Une seconde série d'enregistrements traduit l'effet de h sur l'amplitude des oscillations réelles (figure 6).

5.3. Système du second ordre à gain périodique

Il n'est pas utile de reprendre la description du système. Il s'agit en effet du même système que précédemment. La régulation est maintenant obtenue par deux gains k_1 et k_2 périodiques. Le retour est unitaire.

a) Cas d'une non-linéarité passant par l'origine

Les coefficients k_1 et k_2 du réglage sont pris égaux respectivement à 2,31 et -1,39. La norme du produit $M_1 M_2$ est majorée par la quantité suivante :

$$m < 0,66$$

$$\beta^* = 2 k^* + 1,2 k^{*2}$$

ce qui impose à la contribution non linéaire du gain la contrainte

$$k^* < 0,15$$

Systeme du second ordre à λ périodique $T = \mathcal{T} = 1s$

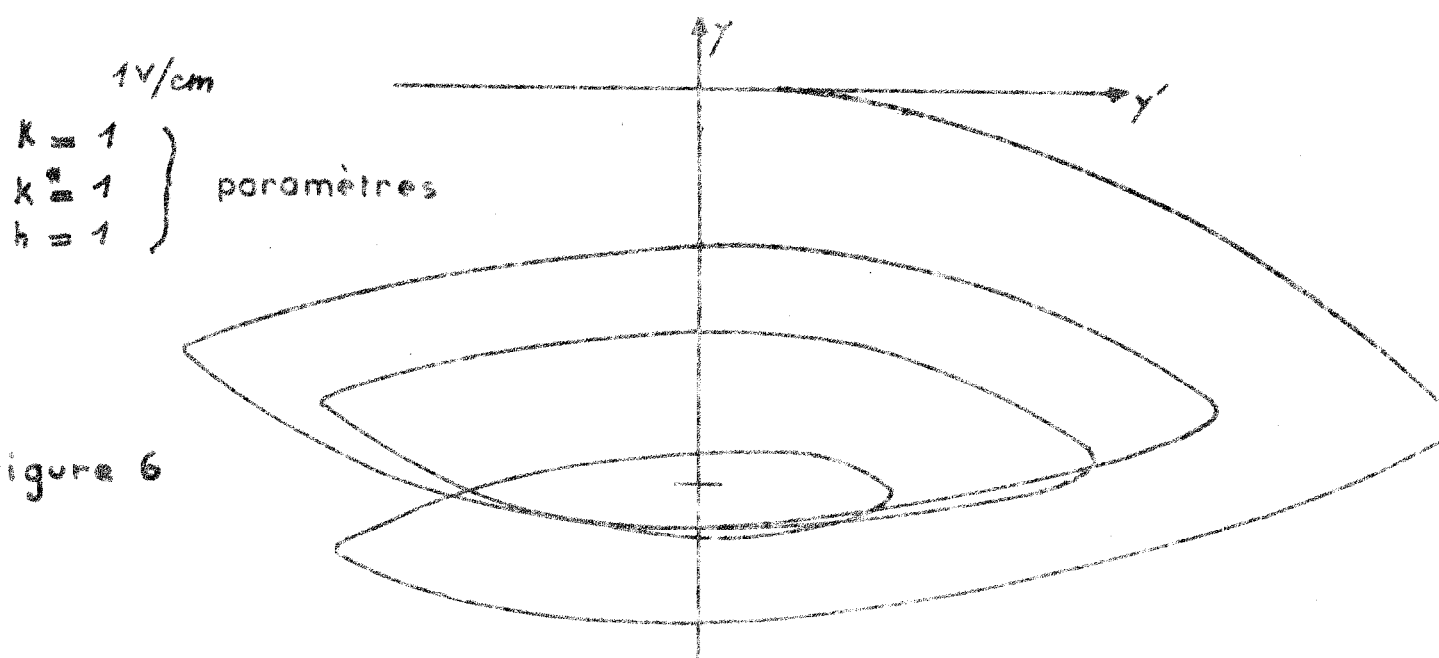
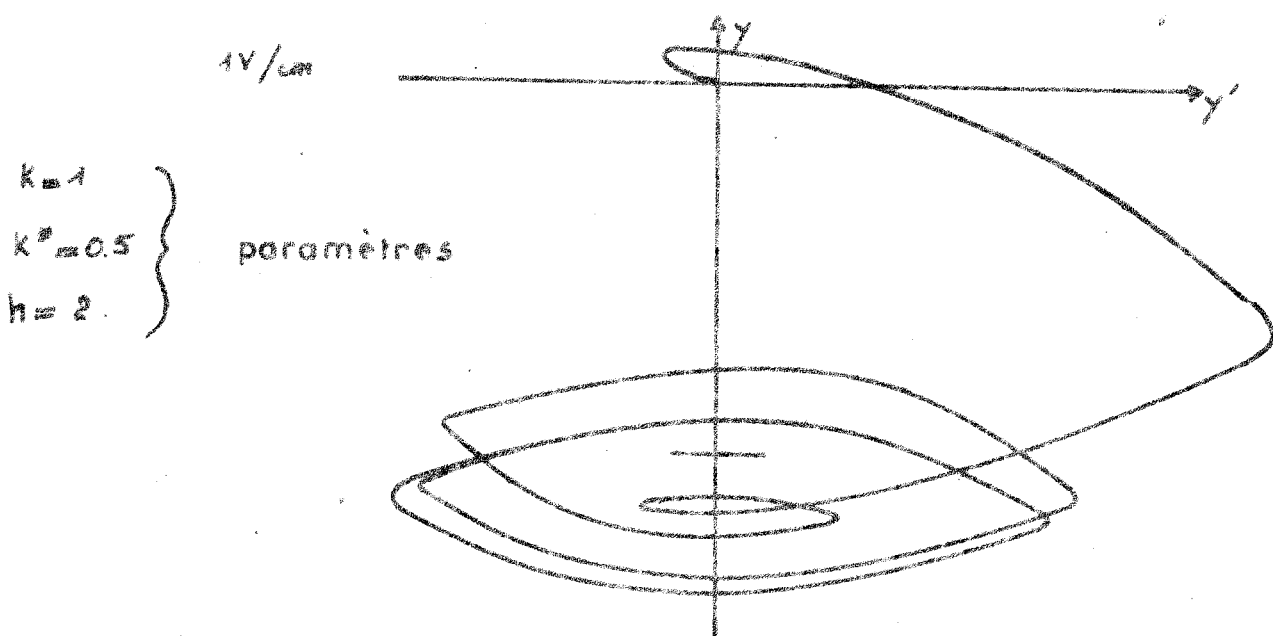
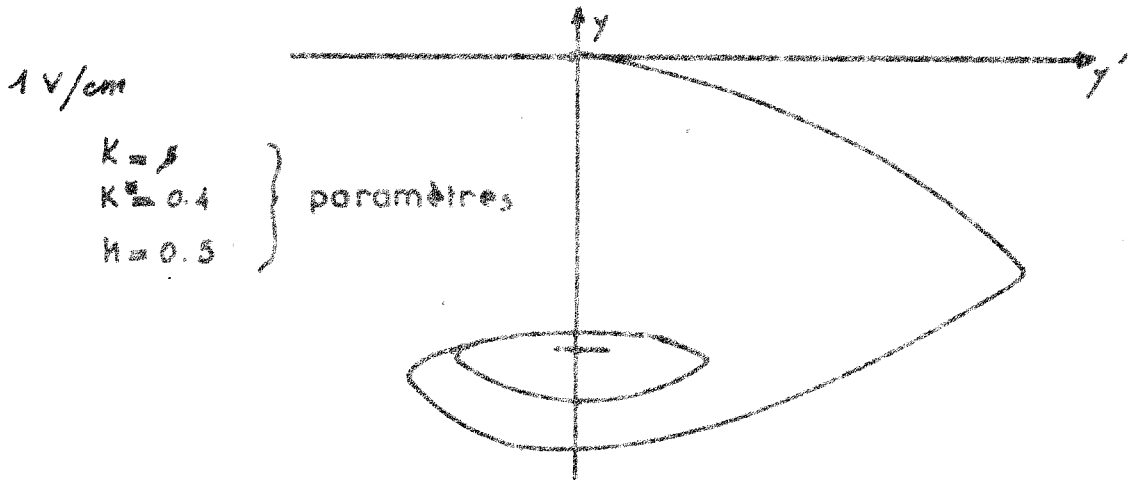


Figure 6

Nous en déduisons un domaine de stabilité du gain non linéaire

$$0,85 < \frac{N(\epsilon)}{\epsilon} < 1,15$$

Les courbes de réponses obtenues en simulation sont en accord avec ce résultat.

b) Majoration des oscillations pour une non linéarité du type de la figure (5)

Il n'est pas nécessaire d'explicitier les calculs :

$$||H(Y_n, n)|| < 0,63 h k(h)$$

nous en déduisons sur g^* la relation suivante

$$g^* = 0,63 h (1 + k^*) (2 + 1,4 k^*)$$

les oscillations sont donc majorées en amplitude par la quantité :

$$||Y_\infty|| < h \frac{0,63 (2+1,4 k^*) (1+k^*)}{1-2k^*-1,2k^{*2}}$$

Pour $k^* = 0$ et $h = 0,8$ on obtient $||Y_\infty|| < 2,8$

$k^* = 0,1$ et $h = 0,4$ $||Y_\infty|| < 4,5$

Les courbes obtenues en simulation sont représentées figure (7).

Conclusion :

La méthode de majoration s'avère d'une façon générale satisfaisante et conduit à des résultats acceptables dans la pratique.

système du second ordre à gain périodique $T = T_0 = 1$

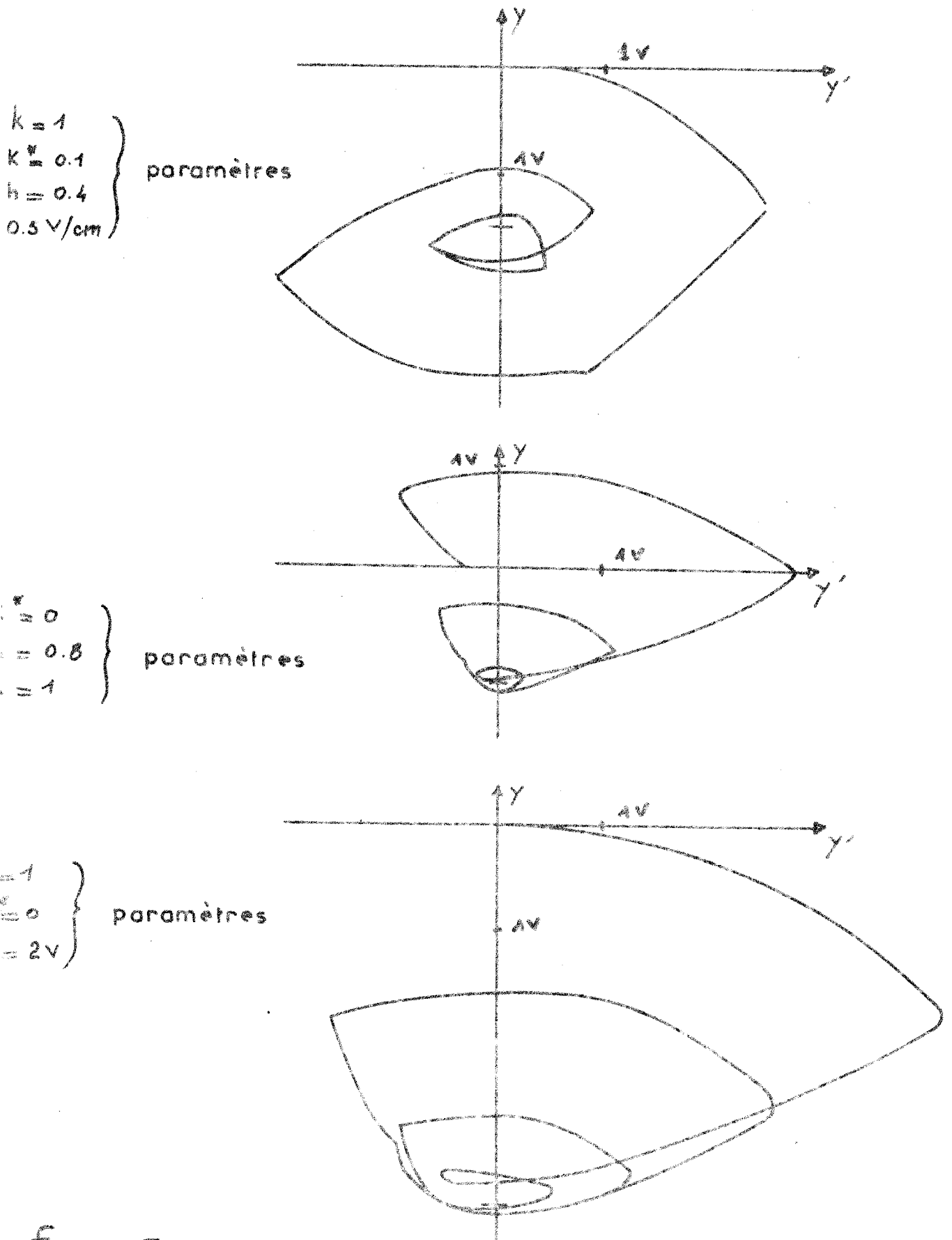


Figure 7

[1]

Messieurs Pierre BORNE, Jean-Claude GENTINA et François LAURENT

Congrès d'Automatique de MADRID - 14 au 17 Avril 1970

Etude de stabilité d'un asservissement échantillonné non linéaire
à paramètres périodiques

[2]

Messieurs François LAURENT, Pierre BORNE et Jean-Claude GENTINA

Sur une limitation en durée du régime d'un système échantillonné
à gain périodique

Revue de l'association pour l'avancement des Sciences (AFAS)

Tome 1, n° 3, 1er trimestre 1970.

[3]

François LAURENT

Sur une majoration en amplitude des oscillations limites des
systèmes échantillonnés non linéaires.

C.R. Académie des Sciences 1966.

Chapitre VI

Réalisations d'asservissements à commande périodique

sur le groupe Ward Léonard

L'identification du groupe Ward Léonard nous a permis de mettre au point une commande de type échantillonné sur un filtre réel à retour tachymétrique. Ce mode de compensation peut suivant les cas présenter certaines difficultés dans la réalisation. C'est pourquoi nous nous proposons de voir quelles conditions peuvent conduire dans la pratique à élaborer une commande périodique.

Au cours de ce chapitre, le filtre sera assimilé au premier ordre puis au second et enfin au troisième ordre. Successivement nous nous intéresserons aux asservissements de position et de vitesse. Dans chacun de ces cas nous nous attacherons à mettre en évidence la stabilité de structure des modèles mis en oeuvre.

6.1. Asservissements en position du groupe Ward-Léonard

6.1.1. Le système est assimilé au second ordre

L'assimilation du groupe Ward Léonard étudié à un filtre linéaire du second ordre implique une contrainte sur la période d'échantillonnage choisie. L'identification du processus réel d'une part, l'étude des abaques d'assimilation d'autre part conduisent à choisir la valeur la plus petite possible qui est ici de une seconde.

a) Asservissement en position du groupe Ward Léonard par gains périodiques

Représenté à la figure 1, le montage se compose pour la partie analogique d'un échantillonneur bloqueur sans mémoire et de période T. Deux

gains K_1 et K_2 commutables agissent sur la commande du groupe. Le retour unitaire en position s'obtient simplement par intégration du signal de sortie de la génératrice tachymétrique.

Ainsi que nous l'avons montré lors de l'étude du modèle, il est possible de donner au système deux configurations non linéaires différentes :

- une non linéarité de type seuil impose nécessairement une erreur permanente facile à évaluer par une majoration simple
- une non linéarité du type tout ou rien à l'origine conduit à des oscillations de la variable d'état à asservir.

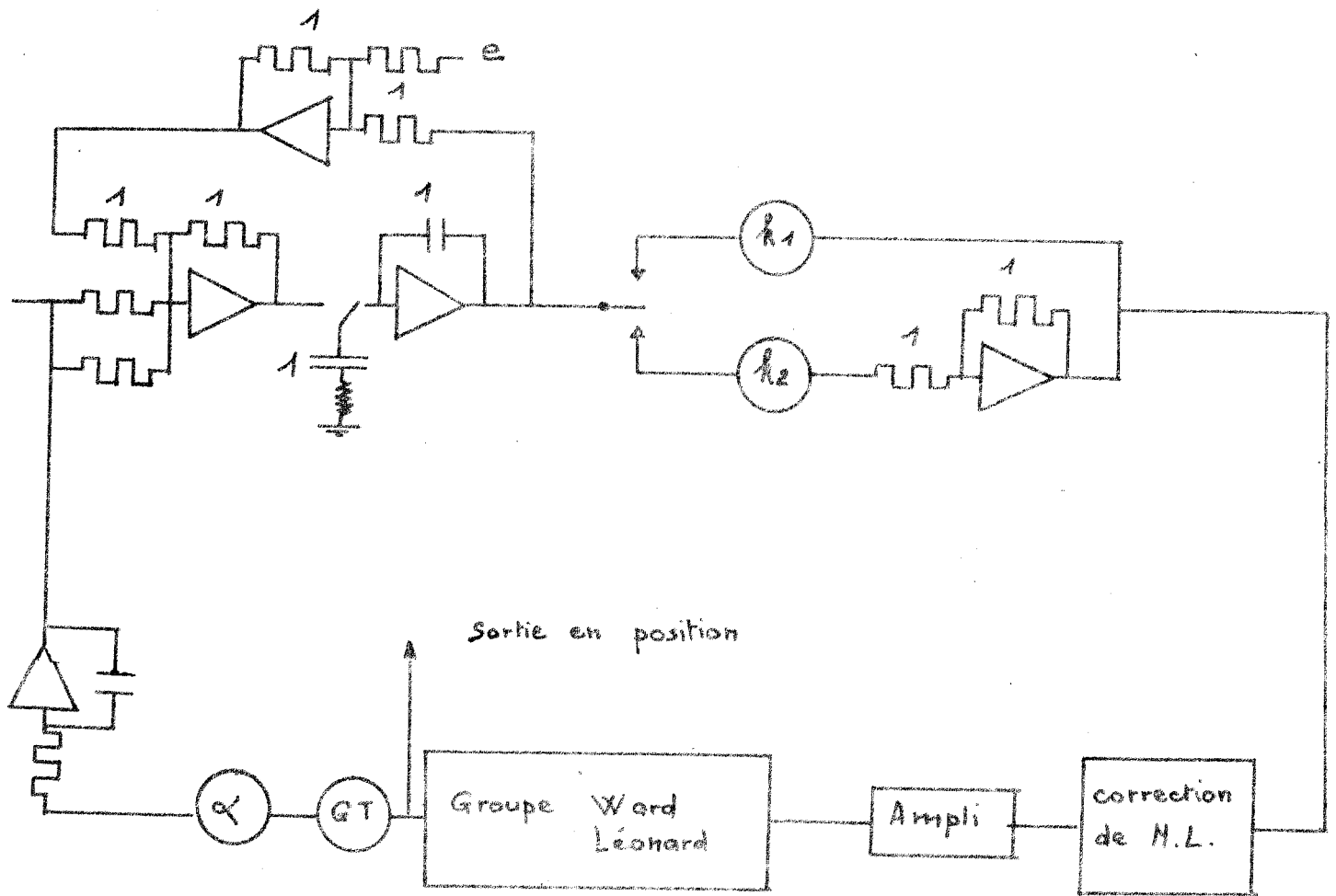
Un réglage relativement délicat permet d'obtenir à la limite de ces deux non linéarités une réponse à la fois précise et stable. La figure 2 représente l'une des réponses indicielles possibles. La période d'échantillonnage T est égale à une seconde. Les gains K_1 et K_2 permettant d'asservir le modèle linéaire de la façon optimale vérifient les relations (1)

$$(1) \quad K_1 = - \frac{D}{\tau(1-D) - TD}$$
$$K_2 = \frac{\tau(1-D) - TD^3}{T\tau(1-D)^3}$$

Dans le cas particulier qui nous intéresse ici les paramètres de réglage prennent les valeurs suivantes :

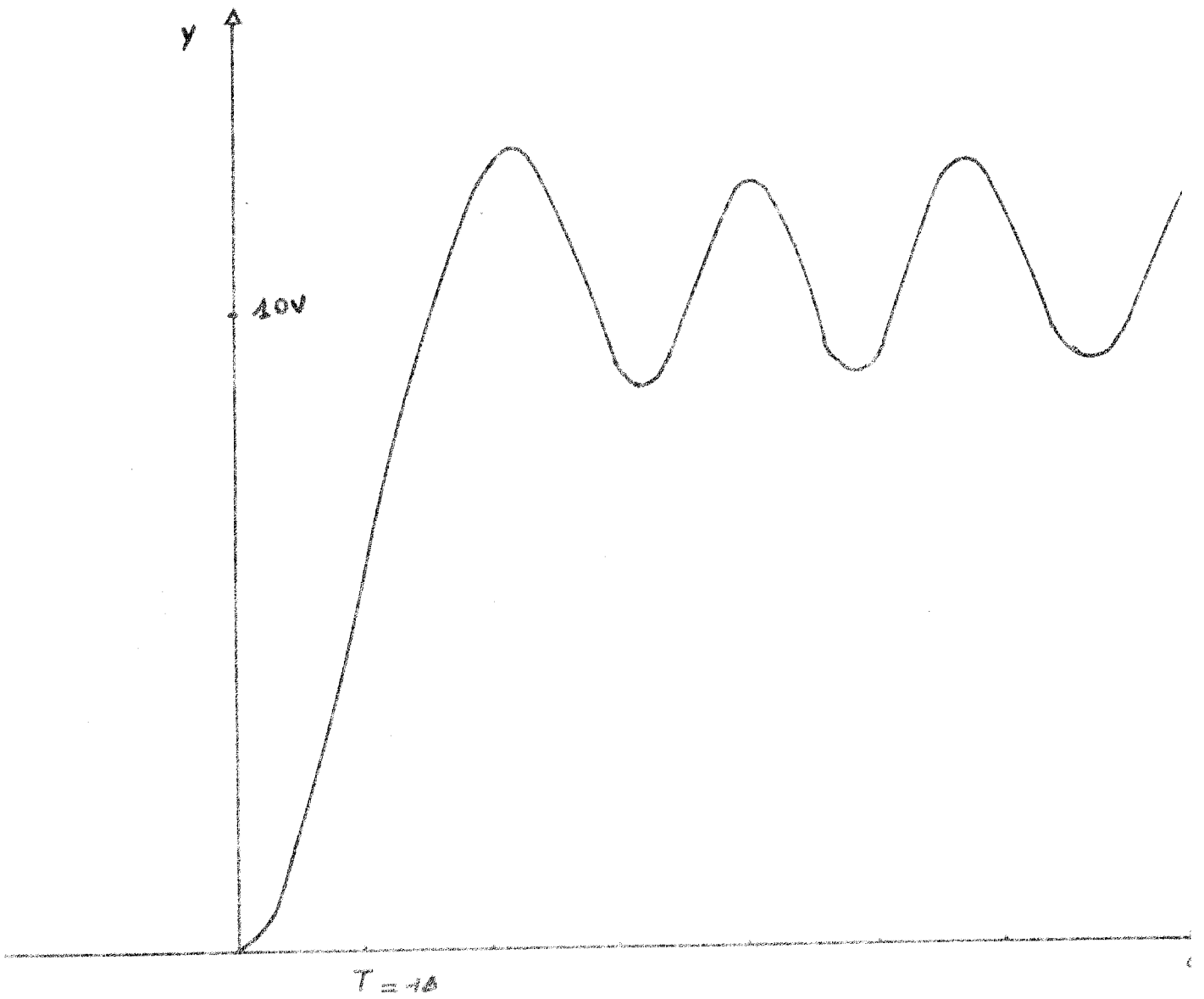
$$K_1 = - 0,4$$
$$K_2 = 1,27$$

Il existe deux types possibles de réponses suivant l'instant de commutation des gains K_1 ou K_2 .



Asservissement en position du groupe WARD LEONARD assimilé au 2nd ordre corrigé par 2 gains périodiques

Fig 1



WARD LEONARD assimilé à un 2nd ordre en position corrigé
par gain périodique

Fig 2

Le modèle mathématique choisi ne permet pas de tenir rigoureusement compte des non linéarités inhérentes au processus réel qui comporte une discontinuité du type présenté figure 3.

Les oscillations qui apparaissent toujours peuvent toutefois être majorées en amplitude

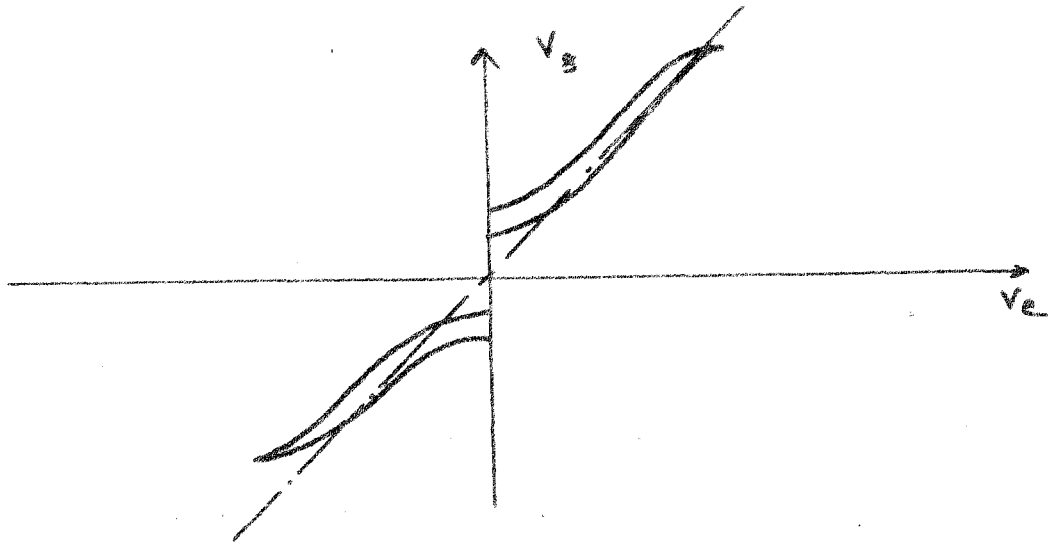


FIGURE 3

L'opération envisagée nécessite le calcul des coefficients β^* , g^* , définis au précédent chapitre en fonction de la contribution non linéaire du gain k^* et de l'amplitude h du tout ou rien à l'origine.

Compte tenu de la nature du filtre et pour un gain moyen voisin de l'unité (chapitre IV) ces coefficients prennent les formes littérales :

$$\beta^* < 1,2 K^* + 0,18 K^{*2}$$

(2)

$$g^* < 0,6 h (1+K^*) (2,36 + 0,76 K^*)$$

Dans le cas particulier de la non linéarité de la figure 3, les paramètres k^* et h sont soumis aux contraintes:

$$k^* \leq 0,1$$

$$h = 0,5$$

Une norme du vecteur état Y est alors majorée par l'expression

(3) :

$$(3) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \|Y_n\| < A \frac{0,6(1+k^*)(2,36+0,76 k^*)}{1-1,2 k^* - 0,18 k^{*2} - m}$$

Prenons pour norme du vecteur Y_n la plus grande composante en module. L'amplitude des oscillations est alors majorée par 3,5 Volts. En réalité la courbe de réponse de la figure (2) admet des oscillations d'amplitude maximale 2 Volts.

Ces résultats concordent bien, en effet, l'écart des deux résultats est la conséquence des majorations successives effectuées lors de l'étude théorique.

b) Asservissement en position du groupe Ward Léonard par retour tachymétrique périodique

La génératrice tachymétrique placée en bout d'arbre, fournit la dérivée de la variable d'état à asservir. Cette dérivée autorise un autre mode de régulation par paramètres périodiques. En effet, il est maintenant possible d'agir périodiquement sur le retour tachymétrique par deux gains λ_1 et λ'_1 . Ce type de correction conduit à une structure beaucoup plus stable que le précédent donc à un modèle moins sensible à l'allure de la non linéarité. Le gain k de la chaîne d'action est ici un paramètre surabondant. Il permet d'agir sur l'amplitude des oscillations. Dans le montage de la figure 6, les paramètres assurent une compensation théoriquement parfaite. La période d'échantillonnage T est de une seconde. Le gain k de la chaîne d'action prend la valeur unité. Dans ces conditions, les coefficients λ_1 et λ'_1 doivent vérifier les relations (4) :

$$(4) \quad \lambda_1 = \tau + \frac{D(1 - kT)}{k(1-D)}$$
$$\lambda_1' = - \frac{1 - kT - kT(1-D) + kT D^2 + k^2 T^2 (1-D)}{k^2 T(1-D)^2}$$

La valeur de k est arbitraire, si l'on choisit $k = \frac{1}{T}$ on obtient les expressions simplifiées (5)

$$(5) \quad \lambda_1 = \tau$$
$$\lambda_1' = \tau - \frac{TD^2}{(1-D)^2}$$

L'application numérique conduit aux valeurs de λ_1 et λ_1'

$$\lambda_1 = 0,44$$

$$\lambda_1' = 0,46$$

Il convient de voir dans quelle mesure la non linéarité décrite à la figure 3 modifie la stabilité de cet asservissement. Au gain moyen unitaire se superpose un gain non linéaire k^* dont le module reste constamment inférieur à 0,1.

L'étude théorique de la majoration des oscillations implique comme précédemment le calcul des coefficients β^* et g^* (6)

$$(6) \quad \beta^* < k^* (1 + k^*)$$

$$g^* < 0,6 h (1 + k^*) (1,5 + k^*)$$

Lorsque $h = 0$, le degré de stabilité est fonction de la valeur de β^* et de m . On remarque ici que $\beta^* = 0,2$ et que $m \neq 0,3$.

La stabilité est assurée si l'inégalité (7) est vérifiée :

$$(7) \quad \begin{aligned} k^* &< 0,5 \\ 0,5 &< k < 1,5 \end{aligned}$$

Lorsque la non linéarité présente une discontinuité à l'origine ($h \neq 0$), il est possible de majorer l'amplitude des oscillations :

$$(8) \quad \left| \left| Y_n \right| \right|_{n \rightarrow \infty} \leq 0,6 h \frac{(1+k^*) (1,5+k^*)}{1-m-k^*-k^{*2}}$$

Lorsque k^* est égal à 0,1 les oscillations relatives à une quelconque valeur de h sont bornées (9)

$$(9) \quad \left| \left| Y_n \right| \right|_{n \rightarrow \infty} \leq 1,5 h$$

Il découle de ce qui précède que ce mode de régulation est moins sensible aux effets des non linéarités que le système à gains périodiques.

Observons maintenant la réponse indicielle (figure 4) du groupe Ward Léonard afin de montrer l'influence du type de la non linéarité, l'amplitude h du tout ou rien à l'origine est maintenant annulée. La réponse permanente est stable et sans oscillations. Il n'apparaît aucun dépassement ni anomalie au départ pour une quelconque commutation des paramètres périodiques λ .

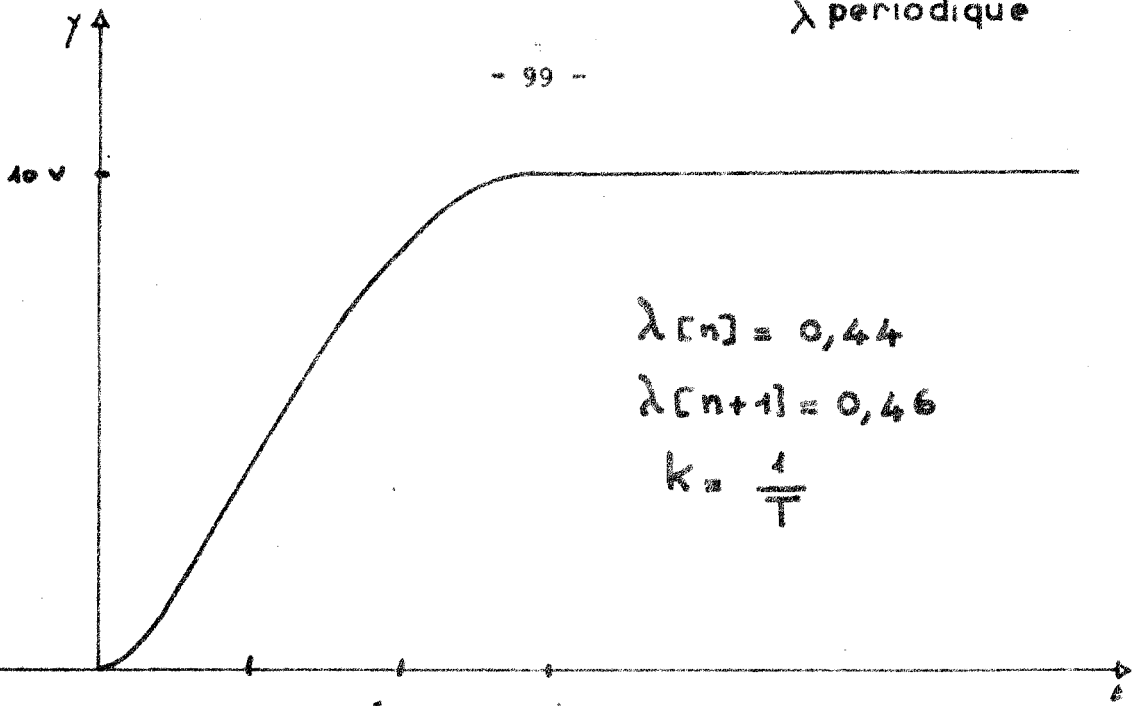
La sortie en tension du bloqueur d'ordre zéro (figure 5) montre bien l'influence du gain k^* . En effet, le système n'a parfaitement répondu qu'au bout de trois périodes d'échantillonnages.

Ces résultats confirment donc bien dans leur ensemble l'étude théorique précédente.

Il est possible de comparer la réponse réelle du groupe Ward Léonard à la réponse théorique obtenue par simulation de son modèle linéaire au second ordre (figure 6).

W.L. réel assimilé à un 2nd ordre $T=1$
 λ périodique

- 99 -



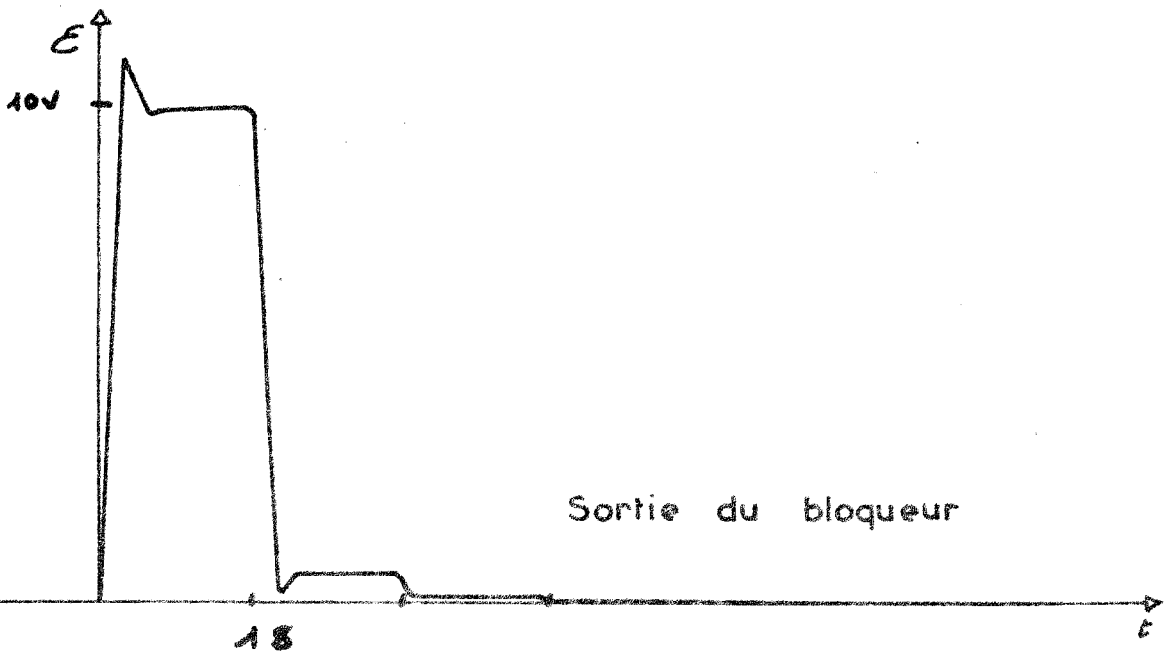
$$\lambda[n] = 0,44$$

$$\lambda[n+1] = 0,46$$

$$k = \frac{1}{T}$$

18 Réponse indicielle de type 1

figure 4



Sortie du bloqueur

Réponse du groupe WARD LEONARD assimilé au 2nd ordre
corrigé par $\lambda_1 \lambda_1'$ périodique

figure 5

WL assimilé en position du
2nd ordre λ périodique $T=1\mu$

- 100 -

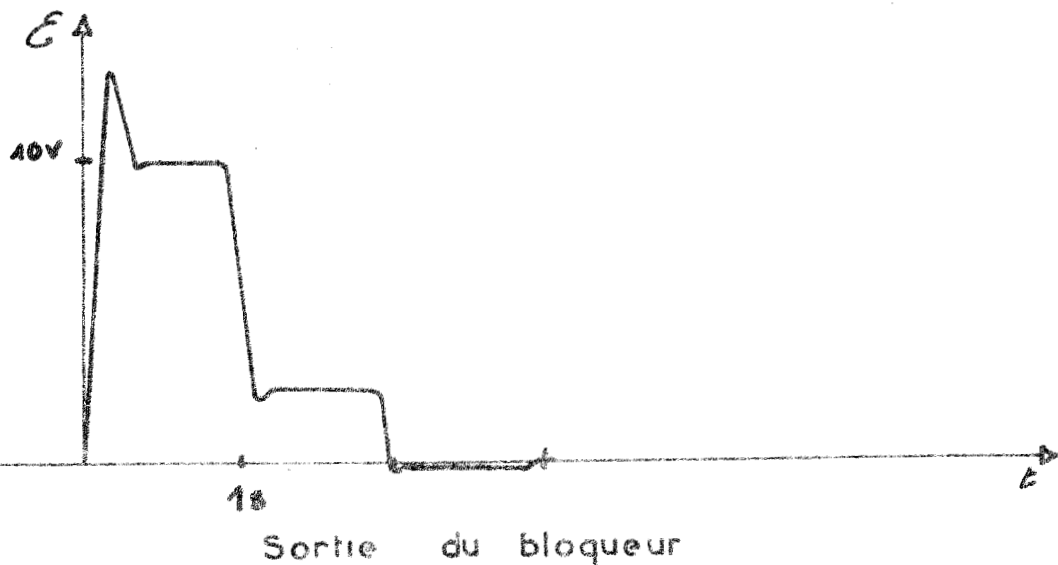
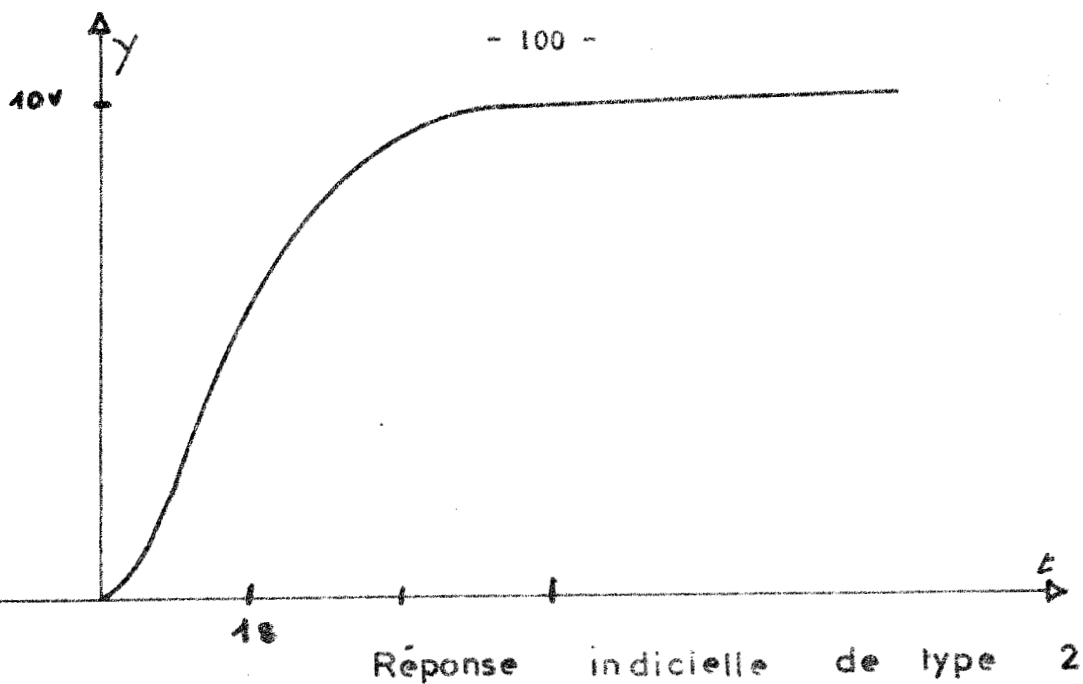


Figure 6

6.1.2. Le système est assimilé au troisième ordre

Les performances obtenues peuvent toutefois être sensiblement améliorées en adoptant la structure de l'asservissement que nous proposons maintenant. En effet, la correction par retour tachymétrique périodique assure, sans capteur supplémentaire, un réglage optimal du groupe Ward Léonard assimilé au troisième ordre.

Description du système

L'échantillonneur linéaire sans mémoire de période T est suivi d'un bloqueur d'ordre zéro B_0 . Un gain constant k est placé dans la chaîne d'action. Le retour est défini par la transmittance $R(p)$ telle que :

$$(10) \quad R(p) = 1 + \lambda(n) p$$

Le gain $\lambda(n)$ peut prendre deux valeurs λ_1 ou λ_2 distinctes alternant à chaque période d'échantillonnage.

Le montage de la figure 7 est identique à celui du précédent paragraphe. Nous remarquerons que le gain n intervient plus comme un paramètre surabondant, il est ici parfaitement déterminé.

Lorsque la période d'échantillonnage est de une seconde, les facteurs de réglage prenant les valeurs définies à la relation (11)

$$(11) \quad k = 0,58$$

$$\lambda_1 = 0,51$$

$$\lambda_1' = 0,47$$

Les deux types de réponses possibles suivant l'instant initial de commutations des facteurs de régulation sont sensiblement différentes.

L'examen de la sortie du bloqueur permet de constater que l'erreur est toujours annulée en quatre périodes d'échantillonnage au maximum.

Le temps de réponse du groupe Ward Léonard peut être amélioré jusqu'à la limite d'assimilation du processus au troisième ordre.

Cette identification ne nécessite aucun capteur supplémentaire, la réponse indicielle est à la fois précise et rapide.

Nous remarquerons également la simplicité du montage sur calculateur analogique. En effet, cet asservissement n'utilise pas la dérivée seconde de la variable d'état à asservir. De plus, il existe toujours au moins une solution réelle au problème de la compensation (Chapitre 1).

6.2. Asservissement en vitesse du groupe Ward Léonard

Dans le cas d'un asservissement en vitesse la correction par paramètres périodiques ne présente d'intérêt que si l'ordre d'assimilation est au moins égal à deux, en effet le filtre à asservir admet un modèle représenté par la fonction de transfert linéaire $L(p) = \frac{1}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$

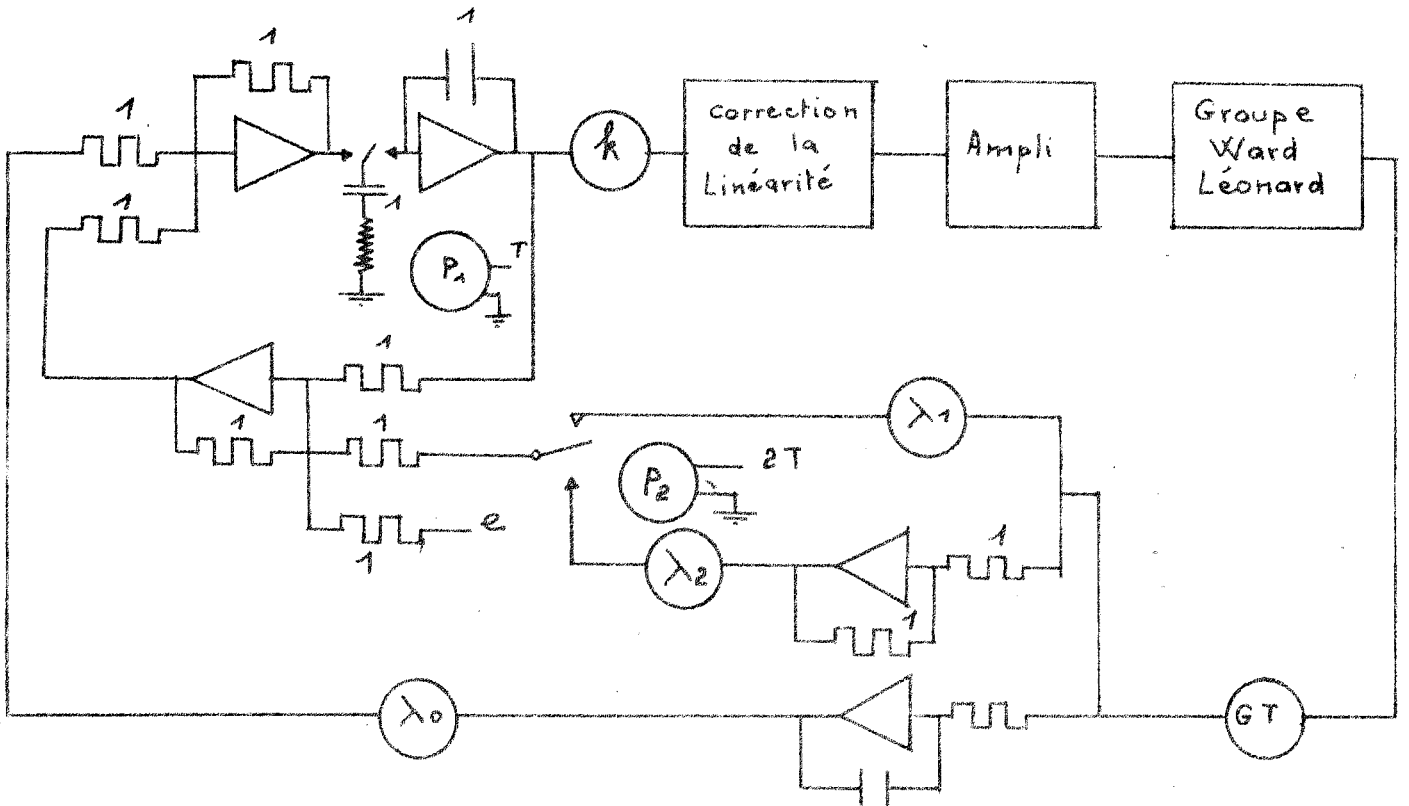
La période d'échantillonnage T qui autorise l'assimilation au second ordre sans erreur appréciable ne doit pas être inférieure à 0,5 seconde. Ce résultat ressort directement de l'étude des abaques du chapitre III.

6.2.1. Asservissement en vitesse du groupe Ward Léonard par gains périodiques (figure 9)

La non linéarité du filtre est conforme à la représentation de la figure 3. Elle convient particulièrement à des asservissements de vitesse. Il n'est en effet pas utile d'avoir une position d'équilibre à l'origine. Par contre il est intéressant de rendre la caractéristique aussi linéaire que possible. Dans ce sens, afin de simplifier les calculs, le gain est amené à une valeur moyenne proche de l'unité.

Il est nécessaire d'annuler l'erreur permanente de l'asservissement. Cette condition impose une relation entre le gain k et le retour λ_0 :

$$(12) \quad k(1 - \lambda_0) = 1$$



Asservissement en position du groupe WARD LEONARD
assimilé aux 2^m et 3^om ordre corrigé par k et λ_1 et λ_2 périodiques

Fig 7

WARD LÉONARD assimilé au 3 ordre en position - retour tachymétrique parabolique

$T = 1$
 $K = 0.585$
 $\lambda_1 = 0.51$
 $\lambda_2 = 0.47$

} paramètres

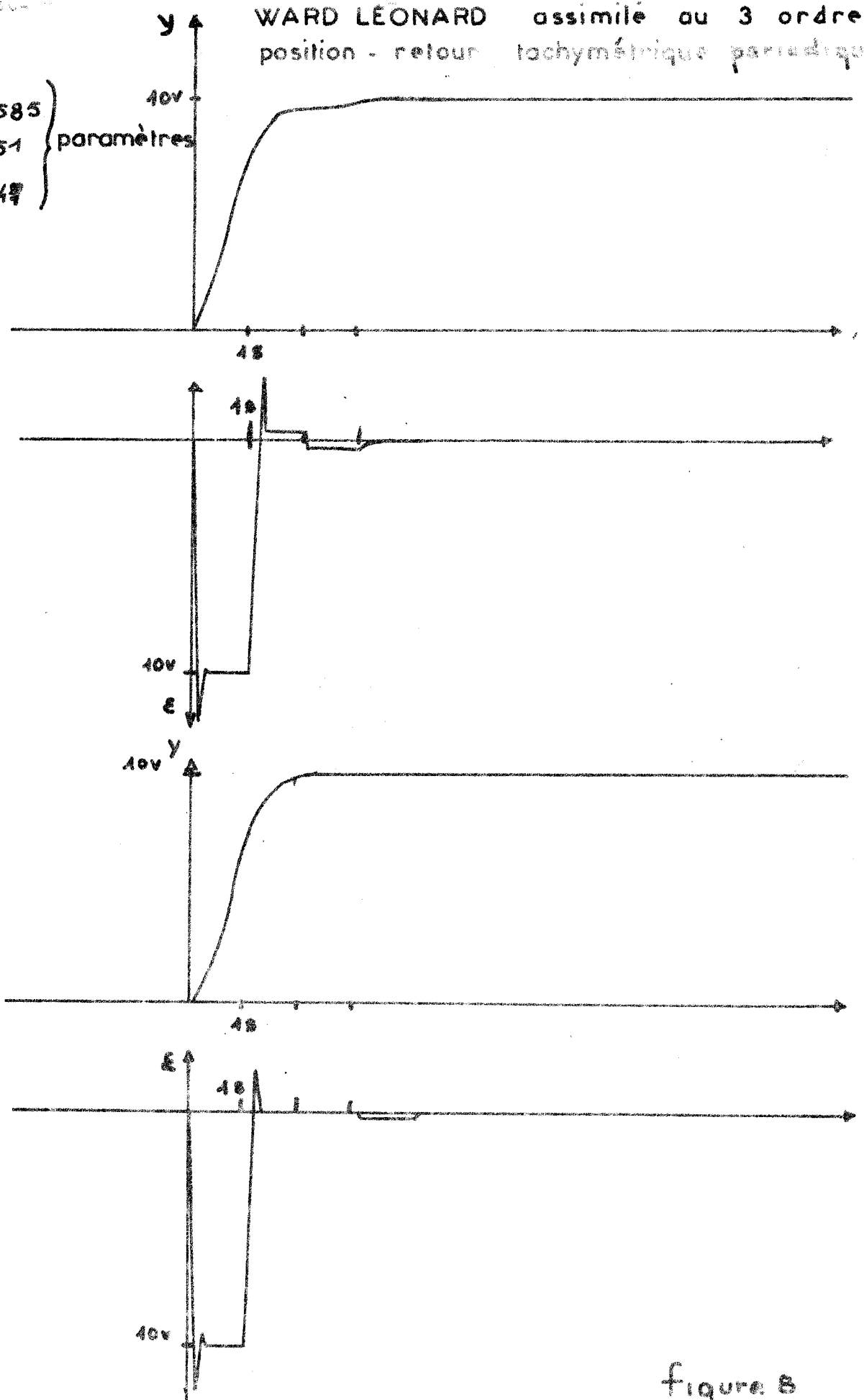


figure B

De ce fait, puisque le gain k est périodique le retour λ_0 ne peut être unitaire mais périodique et de même période $2T$ que le gain de la chaîne d'action. Le montage est représenté à la figure 9.

La période d'échantillonnage est de 0,5 seconde.

Les facteurs k_i et λ_{oi} qui assurent une compensation parfaite s'expriment sous la forme littérale suivante (9)

$$k_1 = \frac{\tau_1 D_2 - \tau_2 D_1}{\tau_1 D_2 \left[\frac{1-D_1}{1} \right] - \tau_2 D_1 \left[\frac{1-D_1}{1} \right]}$$

$$\lambda_{01} = \frac{(\tau_1 - \tau_2) D_1 D_2}{\tau_1 D_2 - \tau_2 D_1}$$

$$k_2 = \frac{\tau_1^2 D_2^3 (1-D_1) - \tau_2^2 D_1^3 (1-D_2) + \tau_1 \tau_2 \left[\frac{D_1^2 (1-D_2) - D_2^2 (1-D_1)}{1} \right]}{\tau_1 \tau_2 (1-D_1) (1-D_2) (D_1^2 - D_2^2)}$$

$$\lambda_{02} = \frac{(\tau_1 - \tau_2) \left[\frac{\tau_1 D_2^3 (1-D_1) + \tau_2 D_1^3 (1-D_2)}{1} \right]}{\tau_1^2 D_2^3 \left[\frac{1-D_1}{1} \right] - \tau_2^2 D_1^3 (1-D_2) + \tau_1 \tau_2 \left[\frac{D_1^2 (1-D_2) - D_2^2 (1-D_1)}{1} \right]}$$

La nature même de cet asservissement permet d'éviter les oscillations limites. En effet, au cours du régime transitoire n'interviennent que les parties continues et quasiment linéaires de la caractéristique. La stabilité du filtre est alors assurée tant que la contribution non linéaire du gain k^* reste inférieure à 0,2.

La différence d'allure des deux courbes de la figure 10 tient à la structure même des filtres mis en oeuvre. En effet, le moteur à courant continu dont nous disposons est initialement conçu pour un sens de rotation bien déterminé. La caractéristique du groupe peut donc évoluer suivant le sens de rotation du système.

Il est également possible d'éliminer les réponses indésirables par un montage simple. Il suffit en effet de retarder éventuellement l'effet de l'entrée d'une période d'échantillonnage. De cette façon, il est possible de choisir, à l'instant initial, l'un ou l'autre des deux gains périodiques.

Notons enfin que le régime transitoire est amorti en moins de quatre périodes d'échantillonnage.

6.2.2. Asservissement en vitesse du groupe Ward Léonard par retour périodique sur la dérivée

Le gain k placé dans la chaîne d'action est constant. Le retour λ_0 qui agit sur la variable d'état à asservir impose au système une erreur permanente nulle (13).

Un retour λ_1 périodique et de période $2T$ agit sur la dérivée y' de la variable d'état à asservir y . Le retour $R(p)$ est donc de la forme (14).

$$(14) \quad R(p) = \lambda_0 + \lambda_1 P$$

Le montage décrit à la figure 11 comporte plusieurs modifications. En effet, en raison du mode correction, il est nécessaire de réaliser la dérivée y' . Il suffit pour cela d'utiliser le montage dérivateur antérieurement décrit.

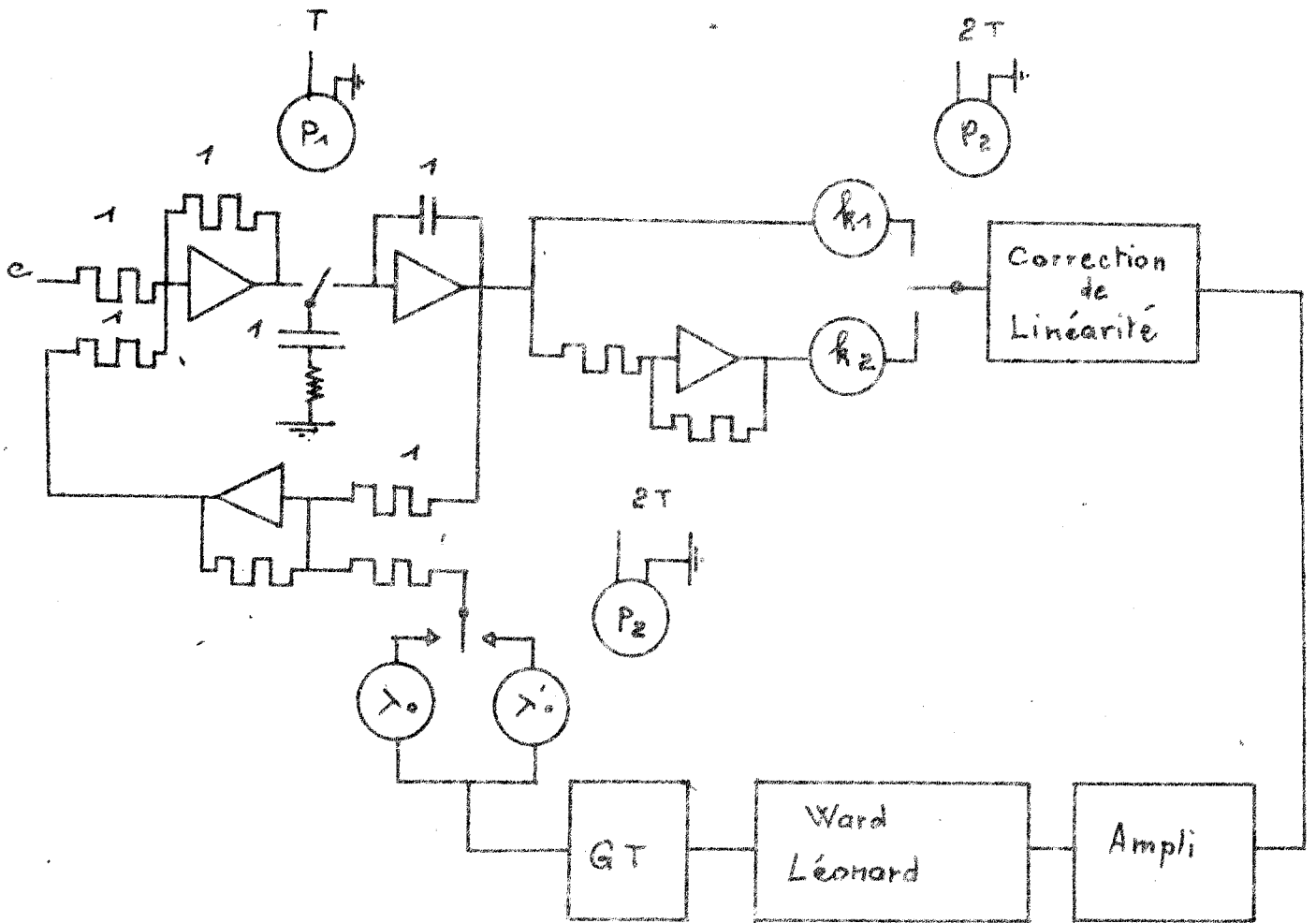
Les coefficients calculés en théorie sont définis par l'ensemble des expressions littérales 16.

Pour simplifier les écritures, nous poserons :

$$\Lambda_1 = k \lambda_1$$

$$\Lambda_1' = k \lambda_1'$$

$$\Lambda_0 = k \lambda_0$$



Asservissement en vitesse du groupe WARD LEONARD corrigé par gain périodique comme un 2nd ordre

Fig 9

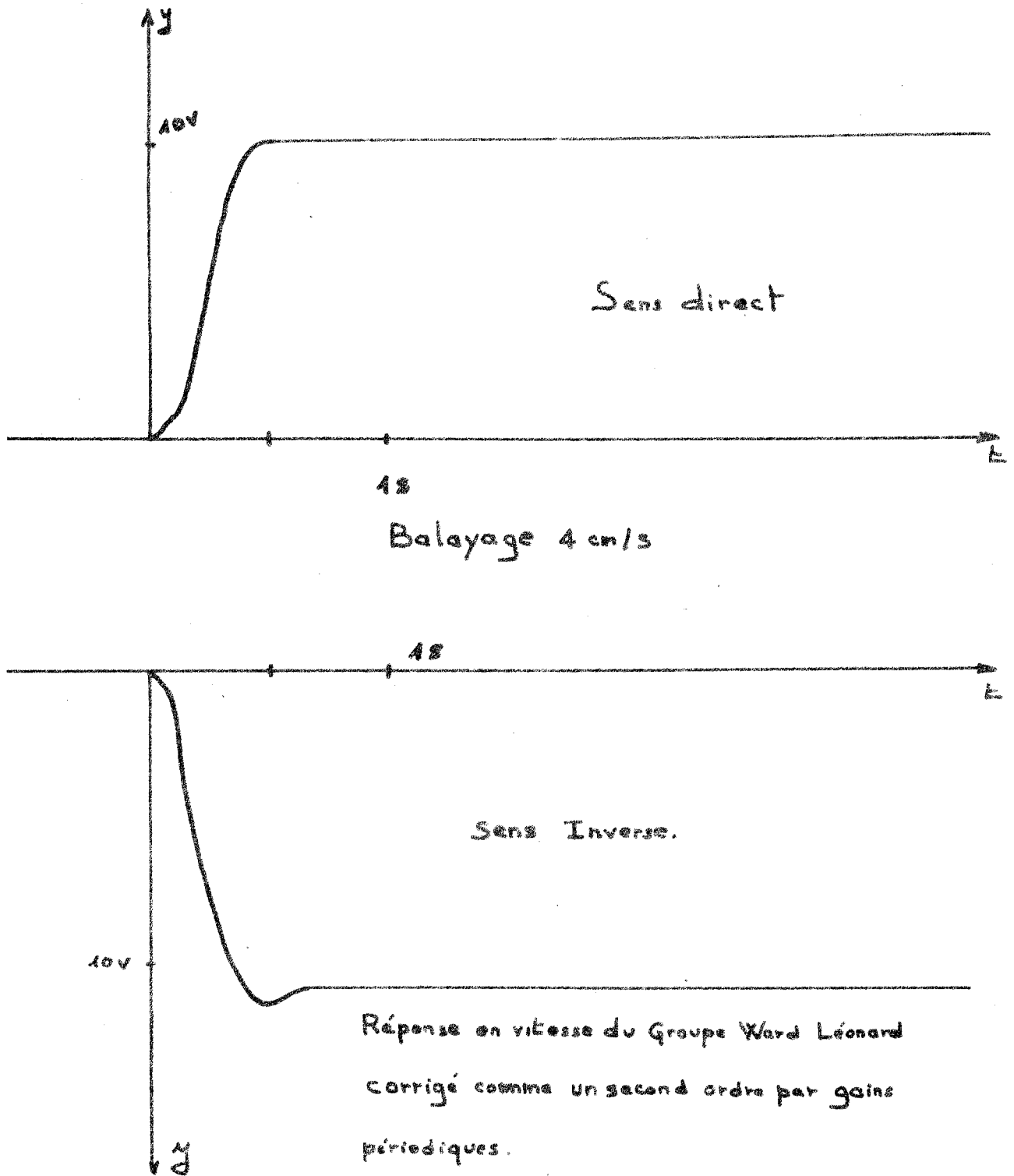


figure 10

$$(16) \quad \Lambda_1 = \frac{\tau_1 D_2 - \tau_2 D_1 + (1 + \Lambda_0) \left[\tau_2 D_1 (1 - D_2) - \tau_1 D_2 (1 - D_1) \right]}{D_1 - D_2}$$

$$\frac{\tau_2 - \tau_1 + (1 + \Lambda_0)^2 (1 - D_1) (1 - D_2) \left[\tau_2 (1 - D_2) - \tau_1 (1 - D_1) \right] + (1 + \Lambda_0) \left[\tau_1 (1 - D_1) \left[2 - D_2 - D_2^2 \right] - \tau_2 (1 - D_2) \left[2 - D_1 - D_1^2 \right] \right]}{(1 + \Lambda_0) (D_1 - D_2) (1 - D_1) (1 - D_2)}$$

Le choix de $k = \frac{1}{(1 - D_1) (1 - D_2)}$ permet d'obtenir la racine double :

$$\lambda_1 = \frac{\tau_2 D_1^2 (1 - D_2) - \tau_1 D_2^2 (1 - D_1)}{D_1 - D_2}$$

avec $\lambda_0 = D_1 + D_2 - D_1 D_2$.

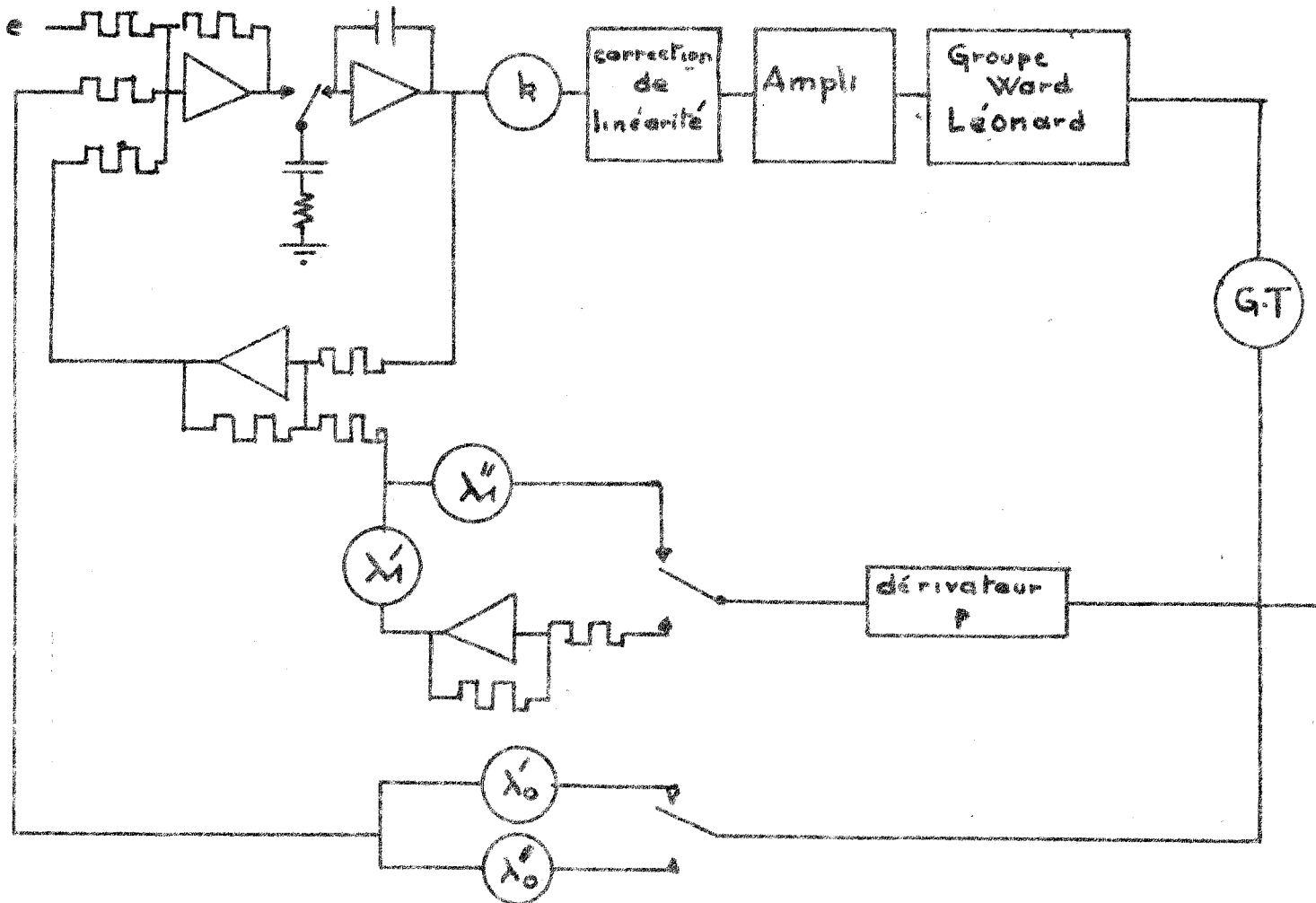
Les paramètres calculés à partir des expressions littérales ainsi définies sont uniquement fonction de la période d'échantillonnage T et du gain k qui constitue un paramètre surabondant.

Lorsque la période d'échantillonnage T est de 0,5 seconde, la compensation est assurée par l'ensemble des valeurs suivantes des éléments du réglage :

$$\begin{aligned} k &= 2 \\ \lambda_0 &= 0,5 \\ \lambda_1 &= 0,068 \\ \lambda_1' &= - 0,025 \end{aligned}$$

La non linéarité du filtre est conforme à celle de la figure 3. Il n'existe donc pas d'oscillations. La contribution non linéaire du gain k^* est majorée par 0,2. Un calcul élémentaire sur β^* et m permet de conclure à la stabilité de cet asservissement.

La figure 12 traduit les réponses des deux types du groupe Ward Léonard ainsi compensé. La période d'échantillonnage étant de 0,5 seconde, le filtre a répondu en moins de deux secondes.



Asservissement en vitesse du groupe WARD LÉONARD corrigé par 2 coefficients λ_1' et λ_1'' périodiques.

figure 11

A des fins de vérifications et de comparaison des résultats réels et théoriques, nous avons simulé le modèle mathématique correspondant. Les réponses sont enregistrées aux figures 13 et 14. La sortie du bloqueur montre ainsi la précision des réponses obtenues par ce type de régulation.

Conclusion :

Les réalisations proposées au cours de ce chapitre sont en accord avec les résultats théoriques antérieurs. Nous insisterons sur le fait que les réalisations proposées nécessitent assez peu de matériel. Les performances de l'asservissement sont généralement améliorées. En outre, le réglage ne s'effectue que par le jeu de variables d'état directement captées à la sortie du filtre réel.

Réponse en vitesse du groupe WARD LEONARD pour une correction du type à retour unitaire + λ périodique pour un filtre simulé de transmittance $\frac{1}{(1+z_1p)(1+z_2p)}$ avec retour du groupe sur calculateur

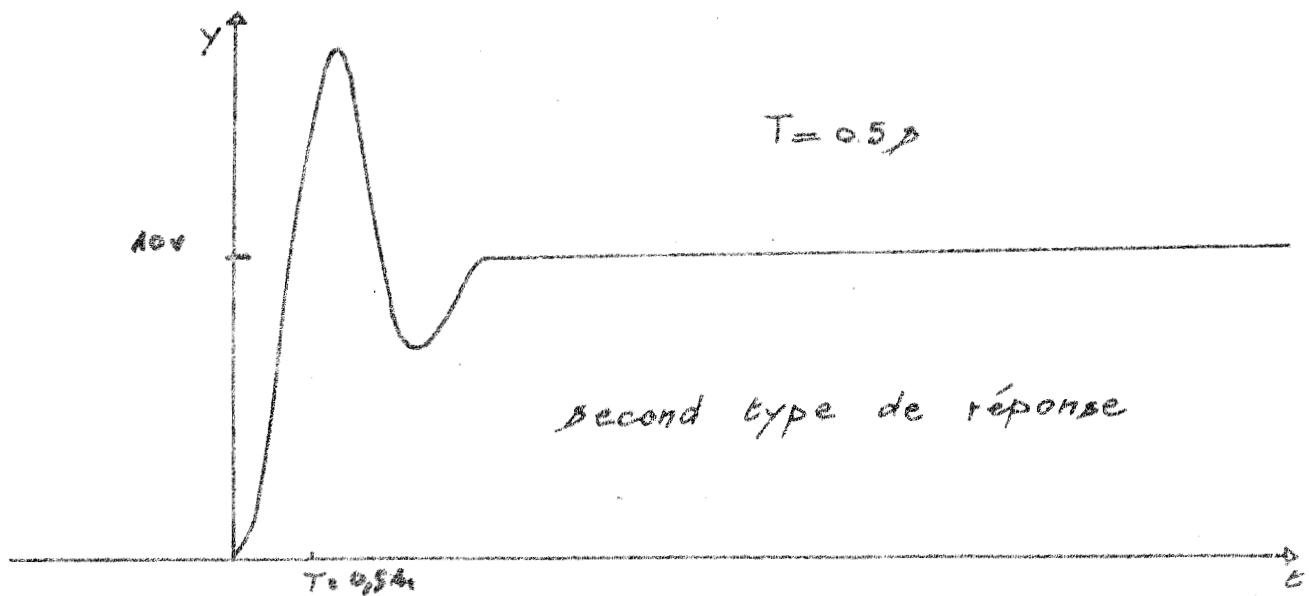
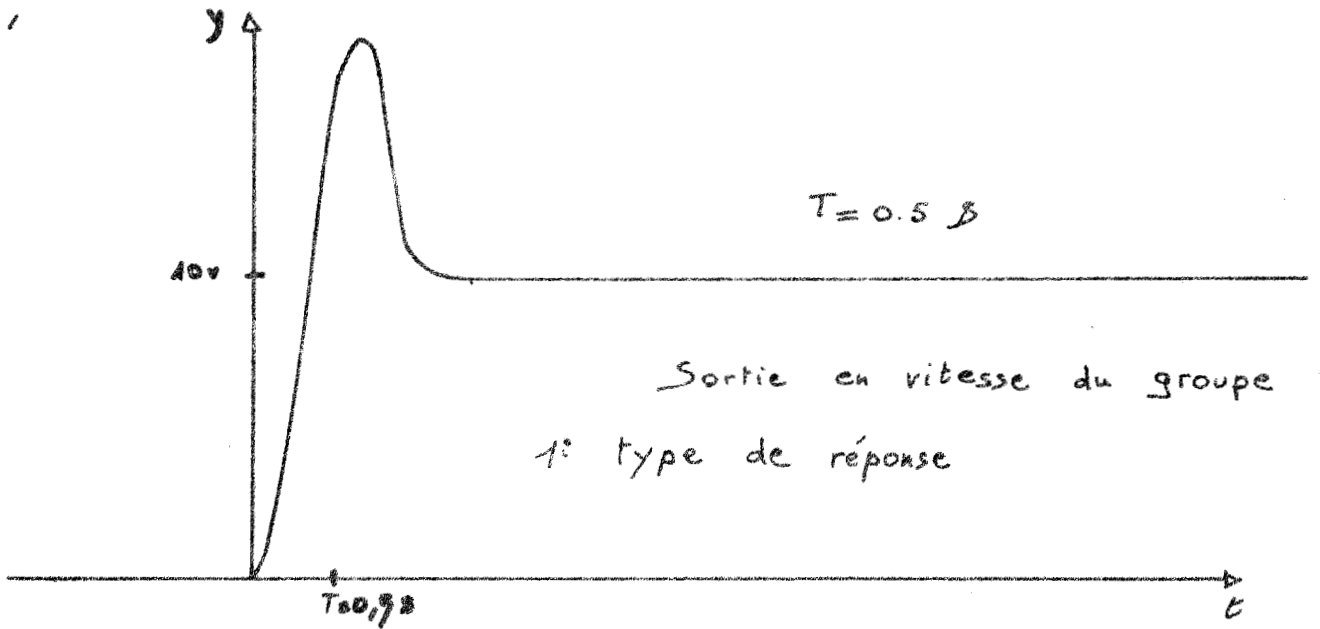


figure 12

Simulation sur NADAC 20 du groupe WARD LEONARD corrigé par un coefficient λ_1 périodique

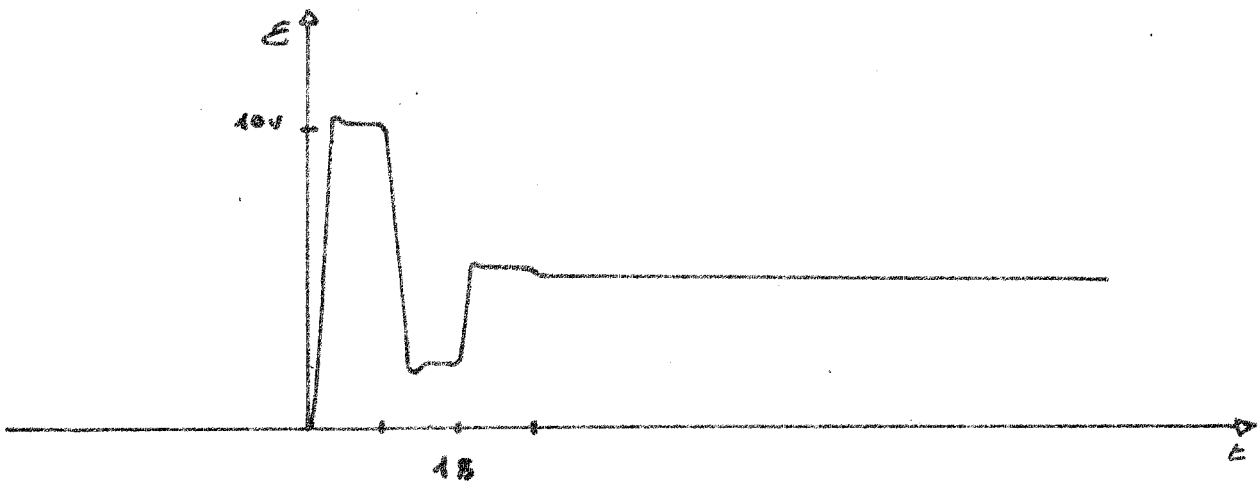
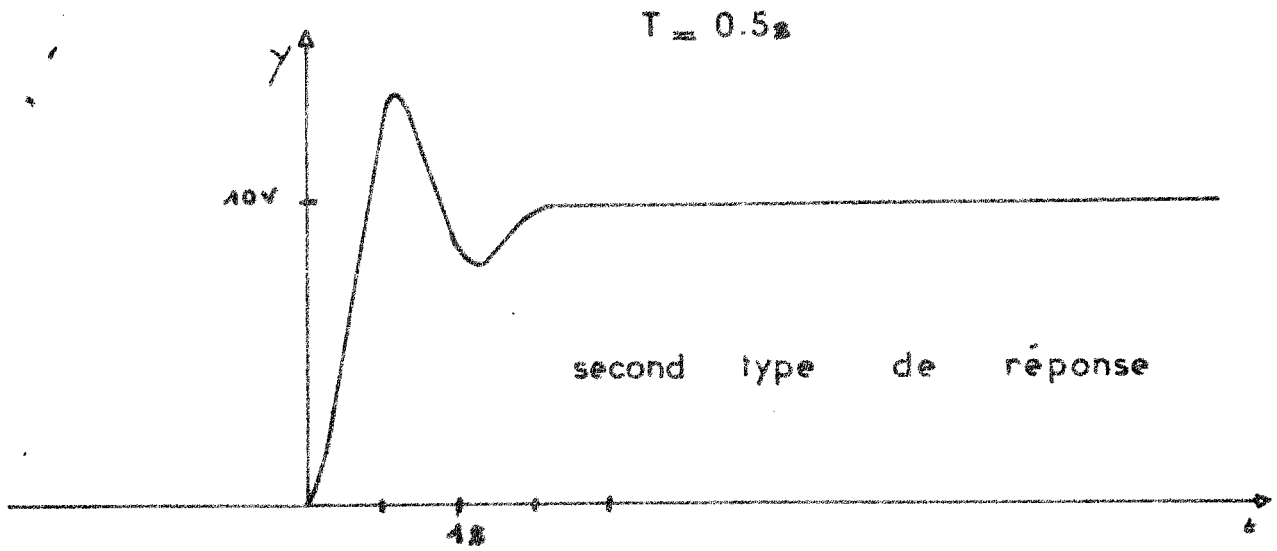
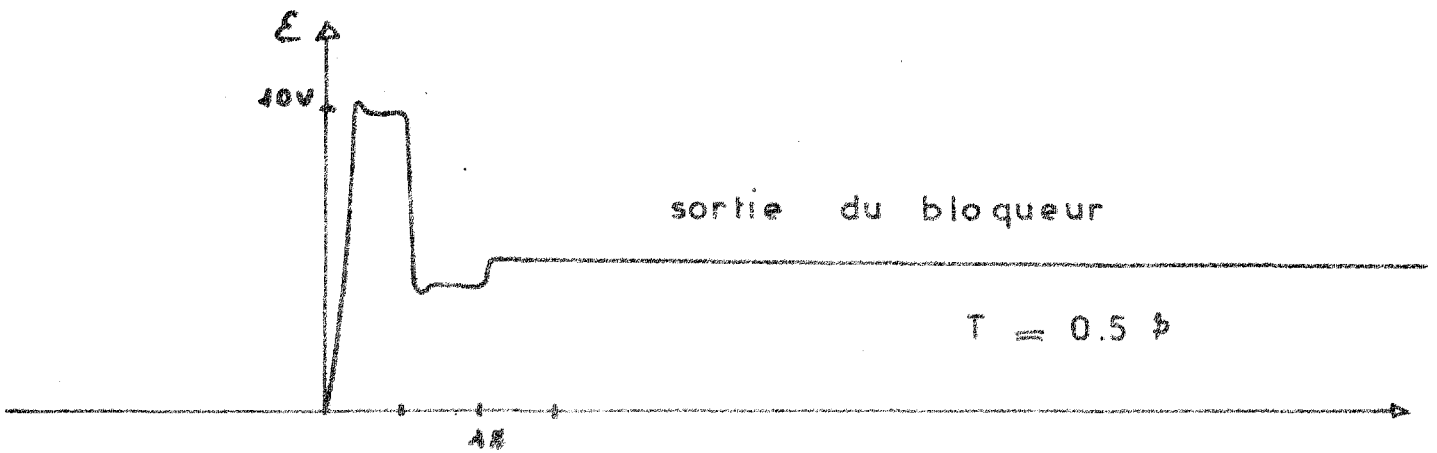
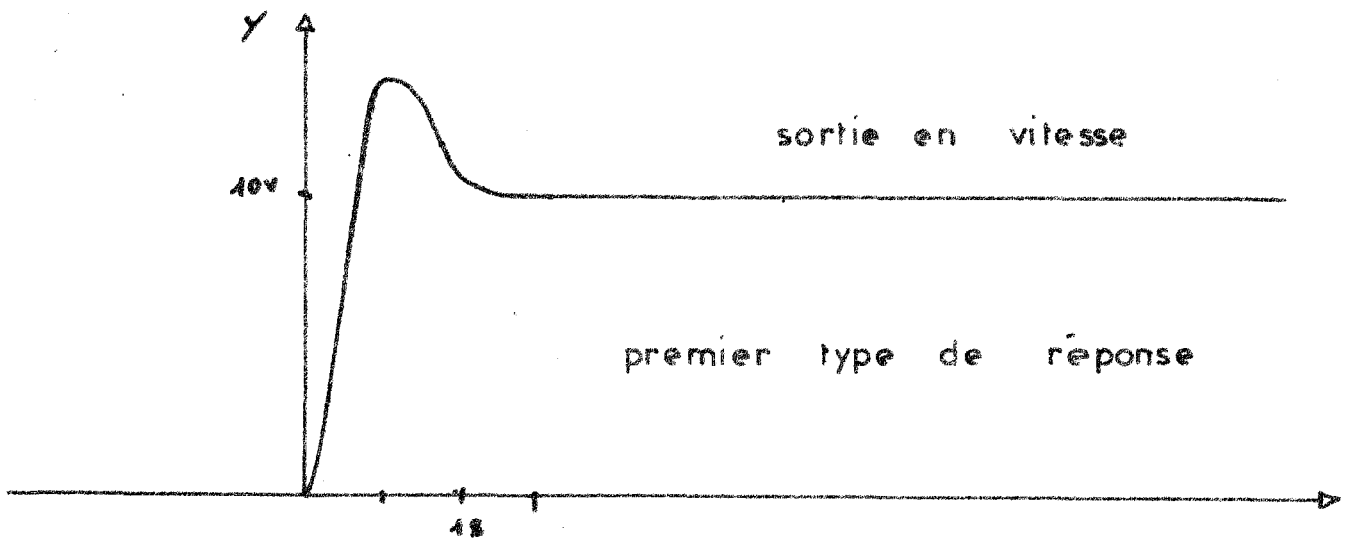


figure 19

Simulation sur NADAC 20 du groupe WARD LEONARD corrigé par un coefficient λ_1 périodique



valeur des paramètres

$$\left\{ \begin{array}{lll} \sigma_1 = 0.175 & \sigma_2 = 0.285 & K = 2 \\ \lambda_1 = 0.068 & \lambda_2 = 0.025 & \lambda_0 = 0.5 \end{array} \right.$$

T = 0.5 s

figure 14

Conclusion :

La commande échantillonnée d'un filtre réel présente de multiples avantages.

Tout d'abord, elle permet d'asservir un filtre linéaire ou non avec une précision et une rapidité qui ne dépendent que du niveau d'assimilation donc d'identification du processus. Ceci entraîne un choix bien déterminé de la période d'échantillonnage et nous conduit à définir une valeur optimale de cette dernière.

De plus, la commande par paramètres périodiques autorise par la simple action de variables d'états effectivement captées à la sortie du filtre, l'amortissement en un temps fini du régime transitoire.

Les expériences réalisées sur le groupe Ward Léonard nous ont amené à étendre au cadre non linéaire une partie des résultats déjà obtenus à propos de la stabilité et du temps de réponse.

Enfin plusieurs modes d'asservissement concilient les avantages respectifs de divers types originaux de régulation.

L'ensemble de ces travaux tend à prouver l'intérêt d'une telle commande. Elle permet de concilier à la fois la précision et la rapidité des réponses, sans nécessiter pour cela d'organe de calcul onéreux.

Les difficultés d'ordre pratique posées par l'asservissement d'un groupe Ward Léonard ont été aisément résolues, ceci peut nous permettre d'espérer la réalisation pratique de nombreuses régulations de ce type.

Table des matières

	<u>Pages</u>
Introduction Générale	
<u>Chapitre I</u> : Optimisation des asservissements échantillonnés en régime dynamique	
I.1. Asservissements échantillonnés à retour tachymétrique.....	2
1.1.1. Structure de l'asservissement.....	2
1.1.2. Condition de commandabilité en boucle ouverte.....	3
1.1.3. Système en boucle fermée.....	4
1.1.4. Systèmes à échantillonneurs non linéaires..	6
I.2. Asservissements échantillonnés à gains périodiques	6
1.2.1. Systèmes à gains périodiques.....	6
1.2.2. Exemple d'application à un filtre du second ordre.....	8
Conclusion.....	13
 <u>Chapitre II</u> : Description du système étudié	
II.1. Le groupe Ward-Léonard.....	15
II.2. Choix d'un modèle mathématique.....	16
2.2.1. Étude théorique.....	16
2.2.2. Caractère non linéaire de l'asservissement	18
2.2.3. Représentation symbolique de l'asservissement.....	19
II.3. Adaptation de la commande.....	19
II.4. Caractéristique du groupe et de l'amplificateur.	23
Conclusion.....	25

	<u>Pages</u>
<u>Chapitre III. Identification d'un filtre en échantillonné</u>	
III.1. Assimilation d'un filtre d'ordre q à un filtre d'ordre l en échantillonné.....	28
3.1.1. Etude théorique.....	28
1. Assimilation sous forme matricielle.....	29
2. Assimilation vis à vis du temps de réponse..	32
3. Exemple d'assimilation d'un système du second ordre à un système du premier ordre.....	33
4. Assimilation d'un filtre d'ordre trois à un système du second ordre.....	34
III.2. Identification des filtres.....	40
1. Interprétation des paramètres de réglage dans la compensation de type tachymétrique.....	40
2. Exemple d'identification d'un filtre du troisième ordre réalisé sur calculatrice Analogique Nadac 20.....	46
3. Choix de la période optimale.....	47
Conclusion.....	47
<u>Chapitre IV. Identification et correction par retour tachymétrique</u>	
IV.1. Régulation en position.....	51
4.1.1. Assimilation du groupe à un premier ordre..	51
4.1.2. Assimilation du groupe à un second ordre...	52
4.1.3. Assimilation du groupe Ward Léonard à un système du troisième ordre.....	58
IV.2. Asservissements du groupe Ward Léonard en vitesse.	59
4.2.1. Assimilation du groupe Ward Léonard à un filtre du premier ordre.....	64
4.2.2. Assimilation du groupe Ward Léonard à un filtre du second ordre.....	67
IV.3. Etude de la validité du modèle.....	67
Conclusion.....	72

Chapitre V : Compensation d'un système échantillonné par paramètres périodiques

V.1. Etude de la stabilité des systèmes asservis échantillonnés non linéaires à paramètres périodiques..... 73

5.1.1. Stabilité d'un filtre non linéaire asservi par paramètres périodiques..... 73

5.1.2. Majoration de l'amplitude des oscillations limites dans le cas d'une non linéarité quelconque et d'un échantillonneur linéaire ou non... 76

V.2. Exemple d'Application à un système du second ordre à retour tachymétrique périodique..... 80

5.2.1. Non linéarité passant par l'origine..... 80

5.2.2. Non linéarité ne passant pas par l'origine..... 84

V.3. Système du second ordre à gain périodique..... 86

a) Cas d'une non linéarité passant par l'origine..... 86

b) Majoration des oscillations limites pour une non linéarité du type de la figure 5..... 88

Chapitre VI : Réalisation d'asservissements à commande périodique sur le groupe Ward Léonard

VI.1. Asservissements en position du groupe Ward Léonard..... 91

6.1.1. Le système est assimilé au second ordre..... 91

a) Asservissement en position du groupe Ward Léonard par gains périodiques..... 91

b) Asservissement en position du groupe Ward Léonard par retour tachymétrique périodique..... 96

6.1.2. Le système est assimilé au troisième ordre.....101

VI.2. Asservissement en vitesse du groupe Ward Léonard.....102

6.2.1. Asservissement en vitesse du groupe Ward Léonard par gains périodiques.....102

6.2.2. Asservissement en vitesse du groupe Ward Léonard par retour périodique sur la dérivée.....106

Conclusion Générale.....115

