

50376  
1970  
196

50376  
1970  
196

# THÈSE

PRÉSENTÉE

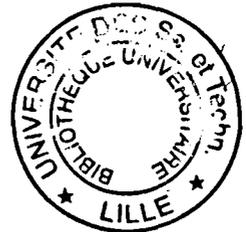
A LA FACULTÉ DES SCIENCES  
DE L'UNIVERSITÉ DE LILLE

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Edouard BRIDOUX



THÈSE

ETUDE DES INTERACTIONS ENTRE ONDES LUMINEUSES ET ONDES ACOUSTIQUES DE  
HAUTE FREQUENCE DANS LES CRISTAUX TRIGONAUX

Soutenue le 25 Novembre 1970 devant la Commission d'Examen

M. GABILLARD

Président

M. MORIAMEZ

M. VIDAL

M. LUCAS

M. PICQUENDAR

Examineurs

Membres Invités



030 050832 2

UNIVERSITE DE LILLE

FACULTE DES SCIENCES

DOYENS HONORAIRES

MM. H. LEFEBVRE, M. PARREAU

PROFESSEURS HONORAIRES

MM. ARNOULT, BROCHARD, CAU, CHAPPELON, CHAUDRON, DEHEUVELS, DEHORNE, DOLLE, FLEURY, P. GERMAIN, KAMPE DE FERRET, KOURGANOFF, LAMOTTE, LELONG, Mme LELONG, MM MAZET, MICHEL, NORMANT, PARISELLE, PAUTHENIER, ROIG, ROSEAU, ROUBINE, ROUELLE, WIEMAN, ZAMANSKY, CORDONNIER.

PROFESSEURS TITULAIRES

M. BACCHUS Pierre	Astronomie et Calcul Numérique
M. BEAUFILS Jean-Pierre	Chimie Générale
M. BECART Maurice	I.U.T. Lille
M. BLOCH Vincent	Psychophysiologie
M. BONNEMAN Pierre	Chimie Industrielle
M. BONTE Antoine	Géologie Appliquée
M. BOUGHON Pierre	Mathématiques
M. BOURIQUET Robert	Biologie Végétale
M. CORSIN Pierre	Paléobotanique
M. DECUYPER Marcel	Mathématiques
M. DEDECKER Paul	Mathématiques
M. le Doyen DEFRETIN René	Directeur du Laboratoire de Biologie Maritime de Wimereux
M. DEHORS	Automatique
M. DELATTRE Charles	Géologie Générale
M. DURCHON Maurice	Biologie Animale
M. FOURET René	Physique
M. GABILLARD Robert	Electronique
M. GLACET Charles	Chimie Organique
M. GONTIER Gérard	Mécanique des Fluides
M. HEUBEL Joseph	Chimie Minérale
M. LIEBAERT	I.U.T. Lille
M. MONTREUIL Jean	Chimie Biologique
M. MORIAMEZ Michel	I.U.T. Valenciennes
M. MARTINOT LAGARDE	Mécanique des Fluides
M. PEREZ Jean-Pierre	Physique
M. PHAM MAU QUAN	Mathématiques
M. POUZET Pierre	I.U.T. Lille
Mme SCHWARTZ Marie-Hélène	Mathématiques
M. TILLIEU Jacques	Physique
M. TRIDOT Gabriel	Chimie Minérale Appliquée E.N.S.C.L.
M. VIDAL Pierre	Automatique
M. VIVIER Emile	Biologie Animale

M. WATERLOT Gérard	Géologie et Minéralogie
M. WERTHEIMER Raymond	Physique

PROFESSEURS A TITRE PERSONNEL

M. BENABOU Jean	Mathématiques
M. LUCQUIN Michel	Chimie Physique
M. LEBRUN André	C.U.E.E.P.
M. PARREAU Michel	Mathématiques
M. SAVARD Jean	Chimie Générale
M. SCHALLER François	Biologie Animale
M. SCHILTZ René	Physique

PROFESSEURS SANS CHAIRE

M. BELLET Jean	Physique
M. BODART Marcel	Biologie Végétale
M. BOUISSET Simon	Physiologie Animale
M. CELET Paul	Géologie Générale
M. CONSTANT Eugène	Electronique
M. DELHAYE Michel	Chimie Physique et Minérale 1er Cycle
M. DERCOURT Jean-Michel	Géologie et Minéralogie
M. DEVRAINNE Pierre	Chimie Minérale
M. GUILLAUME Jean	Biologie Végétale
Mme LENOBLE Jacqueline	Physique
M. LINDER Robert	Biologie Végétale
Mle MARQUET Simone	Mathématiques
M. MONTARIOL Frédéric	Chimie Minérale Appliquée
M. PROUVOST Jean	Géologie et Minéralogie
M. VAILLANT Jean	Mathématiques

MAITRES DE CONFERENCE (et chargés des fonctions)

M. ABBAR	I.U.T. Amiens
M. AUBIN Thierry	Mathématiques Pures
M. BEGUIN Paul	Mécanique des Fluides
M. BILLIARD Jean	Physique
M. BKOUCHE Rudolphe	Mathématiques
M. BOILLET Pierre	Physique
M. BOILLY Bénoni	Biologie Animale
M. BONNOT Ernest	Biologie Végétale
M. BRIDOUX Michel	I.U.T. Béthune
M. CAPURON Alfred	Biologie Animale
M. CARREZ Christian	Calcul Numérique
M. CHOQUET Marcel	I.U.T. Lille
M. COUKTOIS Jean	Physique
M. COULON Jean-Paul	Electrotechnique

Mme DRAN Raymonde	Chimie Organique
M. GOUDMAND Pierre	Chimie Physique
M. GRUSON Laurent	Mathématiques
M. GUILBAULT Pierre	Physiologie Animale
M. HERMAN Maurice	Physique
M. HUARD de la MARRE Pierre	Calcul Numérique
M. JOLY	Biologie Animale
Mlle KOSMANN Yvette	Mathématiques
M. LABLACHE COMBIER Alain	Chimie Générale
M. LACOSTE Louis	Biologie Végétale
M. LANDAIS Jean	Chimie Organique
M. LAURENT François	Automatique
M. LEHMANN Daniel	Mathématiques
Mme LEHMANN Josiane	Mathématiques
M. LEROY Jean-Marie	E.N.S.C.L.
M. LEROY Yves	I.U.T. Lille
M. LOUAGE Francis	Sciences Appliquées
M. LOUCHEUX Claude	Chimie Physique
M. MAES Serge	Physique
M. MAIZIERES Christian	Automatique
M. MESSELYN Jean	Physique
M. MIGEON Michel	Sciences Appliquées
M. MONSIGNY Michel	Chimie Biologie
M. MONTEL Marc	Physique
M. MONTUELLE Bernard	I.U.T. Lille
Mme MORIAMEZ BOULLET Claude	I.U.T. Valenciennes
M. NICOLE Jacques	E.N.S.C.L.
M. PANET Marius	Electrotechnique
M. PAQUET Jacques	Sciences Appliquées
M. PARSY Fernand	Mécanique des Fluides
M. PONSOLLE	C.S.U. Valenciennes
M. POVY Jean-Claude	Sciences Appliquées
M. RACZY	Radioélectrique
M. ROOS Philippe	I.U.T. Lille
M. ROY Jean-Claude	Psychophysiologie
M. SAADA Georges	Physique
M. SALMER Georges	Electronique
M. SMET Pierre	Physique
M. SEGUIER Guy	I.U.T. Béthune
M. THOMAS Daniel	C.S.U. Valenciennes
M. WATERLOT Michel	Géologie Générale
Mme ZINN Justin Nicole	Mathématiques

A mes Parents

A ma Fiancée

Ce travail a été effectué dans le laboratoire d'Ultrasons de la Faculté des Sciences de Lille (Centre Universitaire de Valenciennes), sous la direction de Monsieur le Professeur MORIAMEZ. Je lui exprime ma plus profonde gratitude pour son aide et ses nombreux conseils qui me furent très précieux tout au long de cette étude.

Je remercie Monsieur le Professeur GABILLARD et Monsieur le Professeur VIDAL qui ont accepté d'être membres du jury.

Mes vifs remerciements vont également à Monsieur le Professeur LUCAS, Membre de l'Institut, et à Monsieur PICQUENDAR, Directeur du Laboratoire Central de Recherches de la Thomson-C. S. F., qui ont accepté d'examiner ce travail.

Ma reconnaissance va également à Monsieur THERY qui participa à l'élaboration de ce travail.

\ Je remercie très sincèrement Madame MORIAMEZ pour sa coopération dans l'art difficile du polissage des cristaux de quartz utilisés en très haute fréquence.

Mes remerciements les plus cordiaux vont à mes camarades de laboratoire, particulièrement à Messieurs BOUDY, DELANNOY, DEROYON, HAINE et MARTIN qui m'ont aidé dans la partie expérimentale de ce travail.

Je remercie Monsieur DUMAS, du Département Recherches Physiques de Base de la C. G. E. pour l'obtention des cristaux de niobate de lithium de grande perfection utilisés dans ce travail.

Je remercie également Messieurs DIEULESAINT  
et SCHMITT du laboratoire Central de Recherches de la Thomson-  
C. S. F. pour l'obtention d'un système déflecteur à large bande.

Je remercie vivement aussi Messieurs LEFEBVRE,  
PRINCE et WINIAR pour leur compétence dans la réalisation des  
cavités hyperfréquences.

## INTRODUCTION

-----

Au cours des dernières années, l'amélioration des techniques mises en oeuvre pour produire et détecter des ondes acoustiques de fréquences de plus en plus élevées a rendu possible de nombreuses expériences effectuées à l'aide de phonons en interaction avec des spins électroniques, des photons, des magnons, des plasmons ou d'autres phonons. Dans ce travail, nous étudierons essentiellement trois types d'interactions à trois ondes : interaction d'une onde acoustique et d'une onde lumineuse pour produire une onde lumineuse diffractée, interaction d'une onde acoustique avec elle-même pour produire une onde acoustique de fréquence double et interaction de deux ondes acoustiques pour produire une onde acoustique de fréquence somme ou différence. Les trois ondes peuvent interagir à l'intérieur du cristal lorsque les conditions de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement sont satisfaites et leur propagation est alors modifiée par les différents mécanismes de couplage.

Le développement récent de nouveaux cristaux synthétiques dans la classe (3m) tels que le niobate de lithium a suscité de nombreux travaux à cause de l'association inhabituelle de propriétés ferroélectriques, optiques, élastiques et piézoélectriques très intéressantes. Une application importante de ces cristaux est leur utilisation sous forme de barreaux ou de pastilles en vue de produire des ondes acoustiques de haute fréquence. Dans une première partie, nous reprendrons l'étude de l'excitation et de la propagation des ondes acoustiques dans des matériaux fortement piézoélectriques (pour lesquels l'hypothèse habituelle d'un faible couplage piézoélectrique n'est plus valable).

L'apparition des sources de lumière cohérente a permis l'étude des phénomènes de diffraction de la lumière par les ondes acoustiques de haute fréquence connus sous le nom d'effet Brillouin. Utilisé avec les techniques acoustiques hyperfréquences, l'effet Brillouin permet de mesurer les paramètres caractéristiques de l'onde acoustique à l'intérieur des cristaux transparents. La plupart des études précédentes ont été faites avec des ondes acoustiques longitudinales. Nous considérerons d'abord l'interaction entre une onde acoustique et deux ondes lumineuses dans les cristaux isotropes. Notre travail a l'avantage de démontrer deux propriétés es-

sentielles des ondes acoustiques transversales : la polarisation de la lumière diffractée est tournée de  $90^\circ$  par rapport à celle de la lumière incidente et l'intensité de la lumière diffractée est une fonction de la polarisation des ondes acoustiques. Nous étudierons ensuite le cas des cristaux anisotropes et nous avons réalisé un montage utilisant l'effet Brillouin en géométrie colinéaire avec l'onde acoustique. Cette géométrie colinéaire est très intéressante lorsqu'on cherche à avoir des interactions fortes : elle permet en effet de garder les ondes en interaction sur une grande longueur. De plus, elle permet de mettre en évidence les inhomogénéités des cristaux de  $\text{LiNbO}_3$ .

Puisque tous les solides sont anharmoniques, une onde acoustique sera déformée au cours de sa propagation dans un milieu anharmonique. Les effets non linéaires dans la propagation des ondes acoustiques d'amplitude finie s'expriment en fonction des constantes du 3ème ordre d'origine élastique, diélectrique et piézoélectrique. D'un point de vue microscopique, les constantes du 2ème ordre sont liées avec dérivées secondes du potentiel cristallin par rapport aux déplacements atomiques. Les constantes du 3ème ordre sont liées aux dérivées troisièmes du potentiel cristallin. La mise en évidence de l'interaction entre ondes acoustiques donne donc une information supplémentaire sur le potentiel cristallin.

Nous étudierons d'abord la propagation d'ondes acoustiques d'amplitude finie dans le niobate de lithium. L'utilisation de l'effet Brillouin pour détecter les ondes acoustiques nous permettra de suivre à l'intérieur même du cristal la variation de l'amplitude de l'onde acoustique fondamentale et de chaque harmonique : l'intensité lumineuse diffractée est en effet proportionnelle à la puissance acoustique de l'onde détectée et reste indépendante de sa fréquence. Les propriétés piézoélectriques du niobate de lithium permettent d'exciter des ondes acoustiques de forte puissance. Les techniques de calcul exposées dans ce travail ont l'intérêt de prévoir la variation de l'amplitude de l'onde acoustique fondamentale et de celle de ses harmoniques en fonction de la distance parcourue dans le cristal dans le cas d'une forte puissance acoustique fondamentale. Elles nous permettront d'interpréter la génération harmonique dans le niobate de lithium et d'en déduire les constantes de couplage mises en jeu dans ces expériences.

Nous étudierons ensuite la génération harmonique d'ondes acoustiques dans le quartz en très haute fréquence. Pour confirmer les

hypothèses utilisées pour interpréter les expériences dans le quartz coupe X réalisées aux fréquences comprises entre 1 Ghz et 3 Ghz, nous avons repris ces expériences dans la gamme 10 Ghz - 20 Ghz à la température de l'hélium liquide. Lorsque les ondes interagissent dans le volume du cristal, on peut en effet s'attendre à observer des interactions beaucoup plus intenses qu'en basse fréquence puisque la puissance acoustique de la seconde harmonique augmente avec le carré de la fréquence fondamentale. L'ensemble des résultats expérimentaux nous montrera que l'interaction observée dans le quartz coupe X semble être due à une interaction de type phonon-phonon localisée à la surface du cristal.

L'interaction entre ondes acoustiques colinéaires sera abordée dans la dernière partie de ce travail. Deux ondes acoustiques de fréquences différentes excitées simultanément à la surface d'un cristal anharmonique ne se propagent indépendamment l'une de l'autre, mais interagissent pour former une onde acoustique de fréquence somme et de fréquence différence. L'utilisation de l'effet Brillouin nous permettra d'étudier la variation de la puissance de chacune de ces ondes en fonction de la longueur d'interaction et en fonction de la puissance et de la fréquence de chacune des deux ondes fondamentales. Nous interpréterons les résultats expérimentaux à l'aide d'une technique de calcul semblable à celle utilisée pour la génération harmonique. De plus, nous montrerons qu'il est théoriquement possible de réaliser une conversion de fréquence avec faible perte de puissance acoustique dans un milieu rendu actif par une onde acoustique intense.

1 - EXCITATION ET PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES DANS LES CRISTAUX TRI-

GONAUx  
-----

Les cristaux piézoélectriques sont les principaux générateurs et détecteurs d'ondes acoustiques. Jacobsen (1) a mis en équations la production, la détection et la propagation des ondes acoustiques dans des milieux piézoélectriques, en particulier dans le quartz où l'effet piézoélectrique est faible. Les cristaux piézoélectriques sont utilisés comme transducteurs d'ondes acoustiques haute fréquence sous forme de couches minces (2,3,4,5,6), de pastilles minces (7), ou de barreaux (8). Tiersten (9) a calculé les fréquences de résonance d'une pastille mince infinie, anisotrope et homogène en n'imposant aucune restriction sur les valeurs relatives des constantes piézoélectriques, élastiques ou diélectriques. Nous étudierons dans ce chapitre l'excitation et la propagation des ondes acoustiques dans des matériaux ayant des constantes piézoélectriques importantes tels que le niobate de lithium : dans ce cas, l'hypothèse habituelle d'un faible couplage piézoélectrique (10) n'est plus valable. Nous généraliserons l'analyse de Tiersten à l'étude de la production et la propagation des ondes acoustiques dans des milieux fortement piézoélectriques.

1.1 - EQUATIONS D'ETAT LINEAIRES

Dans toute la suite de ce travail, nous utiliserons les coordonnées lagrangiennes. Dans la description lagrangienne du cristal, on exprime la position instantanée des points matériels (qui constituent le cristal) en fonction de leurs positions initiales dans le cristal en équilibre. Toute grandeur physique dépendant du mouvement des points du cristal est fonction du temps et des positions initiales des points matériels. Si les  $(a_j)$  sont les coordonnées des points matériels dans l'état d'équilibre, les positions instantanées  $(x_j)$  des points dans l'état déformé sont fonctions des  $(a_j)$  et du temps. Il en est de même pour le vecteur déplacement  $u$  défini par la relation :

$$u_i(a_j, t) = x_i(a_j, t) - a_i \quad (1.1.1)$$

Avec ces coordonnées lagrangiennes, nous pouvons exprimer la déformation en chaque point du cristal à l'aide du tenseur des déformations dont les composantes  $\eta_{ij}$  sont définis de la façon suivante :

$$\eta_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial a_j} + \frac{\partial u_j}{\partial a_i} + \frac{\partial u_k}{\partial a_i} \cdot \frac{\partial u_k}{\partial a_j} \right) \quad (1.1.2)$$

La tension élastique  $T_{ij}$  qui s'exerce entre les différents éléments du volume du cristal est habituellement définie pour un état déformé (caractérisé par la déformation élastique  $\eta_{kl}$ ). D'autre part, la déformation  $\eta_{kl}$  est définie indépendamment de toute tension élastique par le vecteur déplacement en chaque point du milieu. Puisque  $T_{ij}$  et  $\eta_{kl}$  ne sont pas définis pour un même état de déformation du cristal,  $T_{ij} \cdot d\eta_{ij}$  n'est pas un travail élémentaire.

Avec Thurston (11), nous pouvons introduire une tension thermodynamique  $t_{ij}$  telle que  $t_{ij} \cdot d\eta_{ij}$  soit un travail élémentaire par unité de volume du cristal non déformé. Cette relation de définition permet de montrer que la tension élastique  $T_{ij}$  habituellement utilisée en élasticité est liée à la tension thermodynamique  $t_{kl}$  par la relation :

$$T_{ij} = \frac{1}{J} \left( \frac{\partial x_i}{\partial a_k} \right) \left( \frac{\partial x_j}{\partial a_l} \right) t_{kl} \quad (1.1.3)$$

$$\text{où } J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial a_1} & \frac{\partial x_1}{\partial a_2} & \frac{\partial x_1}{\partial a_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial a_1} & \frac{\partial x_2}{\partial a_2} & \frac{\partial x_2}{\partial a_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial a_1} & \frac{\partial x_3}{\partial a_2} & \frac{\partial x_3}{\partial a_3} \end{vmatrix}$$

Lorsque la déformation s'annule,  $\frac{\partial x_i}{\partial a_k} \rightarrow \delta_{ik}$ ,  $J \rightarrow 1$  et

$T_{ij} \rightarrow t_{ij}$ . Au contraire, à fortes déformations,  $T_{ij}$  est différent de  $t_{ij}$ .

Dans le cristal piézoélectrique, la tension élastique dépend des variables élastiques et électriques. Nous utiliserons la déformation élastique  $\eta_{ik}$  comme variable mécanique indépendante. Ce choix permet d'éliminer les rotations rigides dans l'expression de l'énergie de déformation et présente l'avantage d'être pratique en acoustique puisque nous aurons souvent à considérer la propagation d'ondes représentées par un seul terme du tenseur des déformations. La variable électrique indépendante sera le champ ou l'excitation électrique suivant les conditions limites imposées à la surface du cristal.

L'existence des forces qui s'exercent entre les différents points du solide se traduit à l'échelle macroscopique par une énergie potentielle qui dépend de l'état de déformation et de la distribution du champ électrique dans le cristal. Lorsque le cristal est soumis à des déformations d'origine élastique et électrique, il apparaît une densité d'énergie potentielle par unité de volume non déformé  $U$  qui peut être développée par rapport à l'ensemble des variables élastiques et électriques. Si ce développement est limité au second ordre, nous obtenons :

$$U = -\frac{1}{2} C_{ijkl}^E \eta_{ij} \cdot \eta_{kl} + \frac{1}{2} \epsilon_{ij}^n E_i \cdot E_j + e_{ijk} \eta_{ij} E_k \quad (1.1.4)$$

A partir de cette expression, il est facile de dériver les équations d'état suivantes :

$$t_{ij} = - \left. \frac{\partial U}{\partial \eta_{ij}} \right|_E = C_{ijkl}^E \eta_{kl} - e_{ijk} E_k \quad (1.1.5)$$

$$D_i = \left. \frac{\partial U}{\partial E_i} \right|_\eta = e_{ikl} \eta_{kl} + \epsilon_{ij}^n E_j \quad (1.1.6)$$

Nous avons introduit les coefficients du second ordre suivant :

$$C_{ijkl}^E = \left. \frac{\partial t_{ij}}{\partial \eta_{kl}} \right|_E \quad \text{constante élastique du 2ème ordre à champ électrique nul}$$

$$e_{ijn} = - \left. \frac{\partial t_{ij}}{\partial E_n} \right|_{\eta} = \left. \frac{\partial D_n}{\partial \eta_{ij}} \right|_E \quad \text{coefficient piézo-} \\ \text{électrique à déformation nulle} \quad (1.1.7)$$

$$\epsilon_{ij} = \left. \frac{\partial D_i}{\partial E_j} \right|_{\eta} \quad \text{constante diélectrique à déforma-} \\ \text{tion nulle}$$

Ces équations montrent que dans tout cristal piézo-électrique, les déformations élastiques sont couplées à des champs électriques et inversement. Les ondes électromagnétiques qui se propagent dans un tel milieu sont couplées aux ondes acoustiques et inversement. Une onde acoustique est donc accompagnée d'une onde électromagnétique d'énergie beaucoup plus faible qui se propage à la même vitesse. De même une onde électromagnétique est accompagnée d'une onde acoustique, l'ensemble se propageant à une vitesse un peu inférieure à la vitesse de la lumière dans le même diélectrique non piézoélectrique. Du point de vue de la propagation des ondes acoustiques, la seule conséquence importante de ce couplage est une légère augmentation de la vitesse des ondes acoustiques (ou un durcissement du milieu de propagation) causée par les champs électriques qui accompagnent les déformations élastiques.

Les équations d'état (1.1.5,6) sont limitées au premier ordre par rapport aux variables électriques et mécaniques. La déformation élastique contient des termes d'ordre 2 par rapport aux gradients de déplacement ( $\partial u_i / \partial a_j$ ). Dans la théorie linéaire des phénomènes de propagation et d'excitation, il n'est pas nécessaire de maintenir ces termes du 2ème ordre qui sont beaucoup plus faibles que les termes de degré 1. ( $\partial u / \partial a \approx 10^{-5}$ ). Pour obtenir des équations linéaires par rapport aux gradients de déplacement, on introduit souvent le tenseur d'élongation  $S_{kl}$  qui a l'avantage d'être linéaire par rapport aux variables  $\partial u_i / \partial x_j$  (mais qui ne représente pas une déformation). On le définit de la façon suivante :

$$S_{kl} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_k}{\partial a_l} + \frac{\partial u_l}{\partial a_k} \right) \quad (1.1.8)$$

On simplifie souvent les équations d'état en contractant les indices suivant la convention de K. Brugger ( 12 ) :

pour les tensions nous utilisons la convention suivante :

$$t_{11} \rightarrow t_1, \quad t_{22} \rightarrow t_2, \quad t_{33} \rightarrow t_3, \quad t_{12} \rightarrow t_6, \quad t_{23} \rightarrow t_4, \quad t_{13} \rightarrow t_5$$

et pour les déformations :

$$2\eta_{23} \rightarrow \eta_4, \quad 2\eta_{13} \rightarrow \eta_5, \quad 2\eta_{12} \rightarrow \eta_6, \quad \eta_{11} \rightarrow \eta_1, \quad \eta_{22} \rightarrow \eta_2, \quad \eta_{33} \rightarrow \eta_3$$

L'usage de cette convention simplifie également l'écriture des constantes élastiques et piézoélectriques. Les constantes élastiques du 2ème ordre  $C_{ijkl}$  qui apparaissent dans la théorie linéaire de l'élasticité forment un tenseur du 2ème ordre de 81 composantes. Ce tenseur est invariant par permutation de  $i$  et  $j$ ,  $k$  et  $l$ ,  $ij$  et  $kl$ , le nombre des constantes indépendantes se réduit à 21. De même il y a 27 coefficients piézoélectriques qui constituent un tenseur de rang 3. Les indices  $i$  et  $j$  de  $e_{mij}$  peuvent être permutés, le nombre de coefficients piézoélectriques se réduit donc à 18. Après contraction des indices, les équations d'état linéaires prennent la forme simple suivante :

$$t_i = C_{ij}^E S_j - e_{ni} E_n \tag{1.1.9}$$

$$D_m = e_{mj} S_j + \epsilon_{mn}^\eta E_n$$

Ces équations d'état linéaires permettent d'étudier l'excitation et la propagation des ondes acoustiques dans les cristaux piézoélectriques.

## 1.2 - PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES SUIVANT LES DIRECTIONS (100) et (001) DES CRISTAUX TRIGONAUX

Nous avons réalisé toutes nos expériences suivant les directions (100) et (001) de trois cristaux trigonaux : le quartz, le niobate de lithium et le corindon. Déterminons tout d'abord la vitesse de

propagation et la polarisation des ondes qui se propagent suivant ces directions.

### 1.2.1 - Vitesse et vibrations propres

Les propriétés élastiques des cristaux trigonaux peuvent être caractérisées par le tableau de leurs constantes élastiques. La symétrie des cristaux est telle que seules 6 constantes élastiques ont des valeurs indépendantes.  $C_{11}$ ,  $C_{33}$ ,  $C_{44}$ ,  $C_{12}$ ,  $C_{13}$ ,  $C_{14}$ . La propagation des ondes acoustiques dans les cristaux trigonaux a été étudiée en détail par Farnell (13). Deux conclusions sont importantes :

- la direction (100) est propre à la fois pour les ondes longitudinales et transversales
- la direction (001) n'est propre que pour les ondes longitudinales.

Pour calculer les vitesses de propagation, il faut d'abord déterminer les coefficients de Christoffel définis par la relation :

$$\Gamma_{ik} = l_j \cdot l_l \cdot C_{ijkl} \quad (1.2.1.1)$$

$l_j$  et  $l_l$  sont les composantes  $j$  et  $l$  du vecteur unitaire dirigé suivant la direction de propagation.

Lorsque le cristal est piézoélectrique, il y a lieu de remplacer les constantes élastiques à champ électrique constant par des constantes élastiques modifiées par le couplage piézoélectrique. Ces constantes ont été définies par Kyame (14) et ne sont notablement différentes des constantes élastiques habituelles que lorsque les coefficients piézoélectriques sont importants.

a) Propagation suivant la direction (100) :

Les constantes modifiées sont liées aux constantes élastiques habituelles par la relation :

$$C'_{ijkl} = C_{ijkl} + \frac{e_{lij} \cdot e_{1kl}}{\epsilon_{11}^2} \quad (1.2.1.2)$$

A partir du tableau des constantes élastiques nous pouvons calculer le déterminant de Christoffel qui prend la forme suivante :

$$\begin{vmatrix} C'_{11} - \rho v^2 & 0 & 0 \\ 0 & C'_{66} - \rho v^2 & C'_{14} \\ 0 & C'_{14} & C'_{44} - \rho v^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (1.2.1.3)$$

Les racines de ce déterminant sont les vitesses de propagation suivant la direction (100).

$$\begin{aligned} v_{(1)}^2 &= \frac{C'_{11}}{\rho} \\ v_{(2)}^2 &= \frac{C'_{44} + C'_{66} \pm \sqrt{(C'_{66} - C'_{44})^2 + 4 C'_{14}{}^2}}{2 \rho} \\ v_{(3)}^2 & \end{aligned} \quad (1.2.1.4)$$

Les directions de vibration sont confondues avec les directions propres qui diagonalisent la matrice associée au déterminant de Christoffel. A la vitesse  $v_1$  correspond une onde longitudinale ; aux vitesses  $v_2$  et  $v_3$  correspondent deux ondes transversales (l'une rapide, l'autre lente). Les directions de vibrations correspondantes sont orthogonales et situées dans le plan  $(\vec{a}_2, \vec{a}_3)$ . L'angle  $\theta$  formé par l'axe  $\vec{a}_2$  et la direction de vibration de l'onde transversale rapide s'exprime en fonction des constantes élastiques par la relation suivante :

$$\text{tg } \theta = \frac{C'_{44} - C'_{66} + \sqrt{(C'_{44} - C'_{66})^2 + 4 C'_{14}{}^2}}{2 C'_{14}} \quad (1.2.1.5)$$

La direction de vibration de l'onde transversale lente est perpendiculaire à celle de l'onde transversale rapide.

b) Propagation suivant la direction (001) :

Le déterminant de Christoffel prend la forme suivante :

$$\begin{vmatrix} C'_{44} - \rho v^2 & 0 & 0 \\ 0 & C'_{44} - \rho v^2 & 0 \\ 0 & 0 & C'_{33} - \rho v^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (1.2.1.6)$$

$$\text{avec } C'_{ijkl} = C_{ijkl} + \frac{e_{3ij} \cdot e_{3kl}}{\epsilon_{33}^0}$$

L'onde longitudinale se propage à la vitesse  $v_L$  telle que  $v_L^2 = \frac{C'_{33}}{\rho}$ . Les deux ondes transversales sont polarisées

suivant (010) et (100) et se propagent à la même vitesse :  $v_t^2 = \frac{C'_{44}}{\rho}$ .

1.2.2 - Energie acoustique transportée :

Calculons le flux d'énergie transportée par chacune des ondes acoustiques étudiées ci-dessus. La variation d'énergie mécanique totale dans le volume du cristal s'exprime par le flux du vecteur de Poynting au travers de la surface qui entoure le volume du cristal. Les composantes de ce vecteur s'expriment par la relation :

$$P_i = T_{ij} \dot{u}_j \quad (1.2.2.1)$$

Cette relation nous permet de calculer la direction du flux d'énergie acoustique associé à la propagation d'une onde dans un cristal. Le module de ce vecteur est l'intensité acoustique dans la direction considérée. Pour calculer la puissance acoustique transportée par une

onde à travers une surface normale au vecteur de Poynting, il suffit d'effectuer le produit de l'intensité acoustique par la surface A considérée.

a) Propagation suivant la direction (100)

Soit  $U_1$  l'amplitude de déplacement de l'onde acoustique longitudinale. Les composantes du vecteur de Poynting définies par la relation précédente peuvent s'exprimer en fonction de  $U_1$  par la relation :

$$P_1^L = \frac{\rho v^3 k_1^2 U_1^2}{2} = \frac{\rho v^3 S_1^2}{2} \quad (1.2.2.2)$$

$$P_2^L = P_3^L = 0$$

$k_1$  : vecteur d'onde

$S_1$  : amplitude d'élongation liée à l'amplitude de déplacement par la relation  $S_1 = k_1 U_1$ .

La direction (100) est propre pour les ondes longitudinales.

De la même façon, nous pouvons calculer le vecteur de Poynting associé à l'onde transversale rapide. La seule composante non nulle est :

$$P_1^{TR} = \frac{k_R^2 v_R U_2^2}{2} (C_{66} \cos^2 \theta + 2 C_{56} \sin \theta \cdot \cos \theta + C_{55} \sin^2 \theta)$$

En utilisant la relation qui définit  $\text{tg} \theta$  (1.2.1.5),

nous montrons que :

$$C_{66} \cos^2 \theta + 2 C_{56} \sin \theta \cos \theta + C_{55} \sin^2 \theta = \rho v_R^2$$

et nous obtenons une expression identique à l'expression précédente pour le vecteur de Poynting.

$$P_1^{TR} = \frac{\rho v_R^3 S^2}{2} \quad \text{avec } S = k_R \cdot U_2 \quad (1.2.2.3)$$

La direction (100) est aussi une direction propre pour les ondes transversales.

b) Propagation suivant la direction (001)

Soit  $U_3$  l'amplitude de déplacement de l'onde longitudinale. La seule composante non nulle du vecteur de Poynting est :

$$P_3^L = \frac{\rho v_L^3 S_3^2}{2} \quad \text{avec } S_3 = k_L \cdot U_3 \quad (1.2.2.4)$$

La direction (001) est une direction propre pour les ondes longitudinales.

Calculons maintenant les composantes du vecteur de Poynting associé à la propagation des ondes transversales suivant cette même direction :

- onde polarisée suivant (100) : les composantes du

vecteur de Poynting sont :

$$P_1 = T_{11} \dot{u}_1 = 0 \text{ car } T_1 = 0$$

$$P_2 = T_{21} \dot{u}_1 = T_6 \dot{u}_1 = C_{14} S_5 \dot{u}_1$$

$$P_3 = T_{31} \dot{u}_1 = T_5 \dot{u}_1 = C_{44} S_5 \dot{u}_1$$

L'énergie se propage dans le plan  $(\vec{a}_2, \vec{a}_3)$  et l'angle  $\psi$  formé par le vecteur d'onde et le vecteur de Poynting est tel que :

$$\text{tg } \psi = \frac{P_2}{P_3} = \frac{C_{14}}{C_{44}} \quad (1.2.2.5)$$

- onde polarisée suivant (010) : les composantes du vecteur de Poynting sont :

$$P_1 = T_{12} \dot{u}_2 = T_6 \dot{u}_2 = 0 \text{ car } T_6 = 0$$

$$P_2 = T_{22} \dot{u}_2 = -C_{14} S_4 \dot{u}_2$$

$$P_3 = T_{32} \dot{u}_2 = C_{44} S_4 \dot{u}_2$$

L'énergie se propage dans le plan  $(\vec{a}_2, \vec{a}_3)$  et l'angle  $\Psi$  formé par le vecteur d'onde et le vecteur de Poynting est tel que :

$$\text{tg } \Psi = \frac{P_2}{P_3} = -\frac{C_{14}}{C_{44}} \quad (1.2.2.6)$$

La direction (001) n'est donc pas une direction propre pour les ondes transversales.

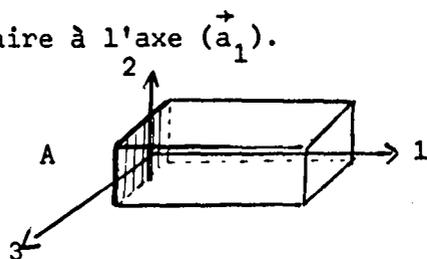
### 1.3 - EXCITATION DES ONDES ACOUSTIQUES DANS $\text{LiNbO}_3$

L'intérêt essentiel du couplage piézoélectrique est de permettre l'excitation des ondes acoustiques en appliquant un champ électrique variable sur la surface d'un cristal piézoélectrique (15). Lorsqu'un cristal piézoélectrique est placé dans un champ électrique variable, la surface est soumise à une force variable dans le temps. A l'extérieur du cristal, la tension élastique est nulle, à l'intérieur elle est proportionnelle au champ électrique interne. La force variable s'exerçant sur la surface cristalline est source d'ondes acoustiques.

#### 1.3.1 - Excitation des ondes acoustiques dans $\text{LiNbO}_3$ suivant (100) :

a) formalisme général.

Considérons la surface F du cristal perpendiculaire à l'axe  $(\vec{a}_1)$ .



Sur cette surface doivent être vérifiées certaines conditions aux limites.

Les valeurs des variables électriques de part et d'autre de la surface excitée sont liées entre elles par les relations

" de passage " :

$$(D_1) \text{ cristal} = (D_1) \text{ extérieur}$$

$$(E_2) \text{ cristal} = (E_2) \text{ extérieur}$$

$$(E_3) \text{ cristal} = (E_3) \text{ extérieur}$$

Nous choisirons donc les variables  $D_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$  comme variables indépendantes.

Avec ce choix de variables, les équations (1.1.9) peuvent prendre la forme suivante :

$$T_{i1} = C_{ilk1}^* \eta_{k1} - e_{m,i1}^* \Gamma_m \quad (1.3.1.1)$$

avec

$$\Gamma_m = \begin{pmatrix} D_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix}$$

$$C_{i1,k1}^* = C_{i1,k1}^E + \frac{e_{1,i1} e_{1,k1}}{\epsilon_{11}^n}$$

$$e_{1,i1}^* = \frac{e_{1,i1}}{\epsilon_{11}^n} \quad (1.3.1.2)$$

$$e_{2,i1}^* = e_{2,i1} - \frac{\epsilon_{12}^n}{\epsilon_{11}^n} e_{1,i1}$$

$$e_{3,i1}^* = e_{3,i1} - \frac{\epsilon_{13}^n}{\epsilon_{11}^n} e_{1,i1}$$

A l'extérieur du cristal, la tension élastique est nulle donc  $T_{i1} = 0$ .

En reportant dans l'équation (1.3.1.1) nous obtenons la relation :

$$\left[ C_{il,k1}^* \frac{\partial u_k}{\partial a_1} \right]_{a_1=0} = \left[ e_{m,il}^* \Gamma_m \right]_{a_1=0} \quad (1.3.1.3)$$

En général, les trois modes sont excités. Utilisons le symbole M pour les caractériser (M = L pour l'onde longitudinale, M = TR pour l'onde transversale rapide, M = TL pour l'onde transversale lente).

Le déplacement est de la forme :

$$u_M = U^M \exp \left[ j (\omega t - k^M a_1) \right] \quad (1.3.1.4)$$

$\omega$  : pulsation

$U^M$  : amplitude du déplacement pour le mode M à la surface ( $a_1 = 0$ )

$P_k^M$  : cosinus directeurs de la polarisation du mode M

nous avons donc :  $u_k^M = P_k^M \cdot U^M$

et

$$\frac{\partial u_k^M}{\partial a_1} = -j k^M P_k^M U^M$$

L'équation (1.3.1.3) nous donne :

$$\sum_{M=1}^3 -j k^M C_{ilk1}^* P_k^M U^M = e_{m,il}^* \Gamma_m \quad (1.3.1.5)$$

Pour les vibrations propres, la relation entre  $\omega$  et  $k^M$  a la forme simple suivante :

$$\omega^2 \rho = C^M (k^M)^2 \quad (1.3.1.6)$$

$$\text{avec } C_{ilk1}^* P_k^M = C^M P_i^M \quad (1.3.1.7)$$

L'équation (1.3.1.5) devient :

$$\sum_{M=1}^3 -j k^M C^M P_i^M U^M = e_{m,il}^* \Gamma_m \quad (1.3.1.8)$$

Soit en multipliant les 2 membres par  $P_i^M$  :

$$-j k^M C^M U^M = e_{m,il}^* \Gamma_m \cdot P_i^M \quad (1.3.1.9)$$

On définit :

$$f^M = -j k^M C^M U^M = -j C^M S^M \quad (1.3.1.10)$$

comme étant la force acoustique effective pour le mode M.

La relation (1.3.1.9) permet d'écrire :

$$f^M = e_{1,il} \frac{D_1}{\epsilon_{11}^n} P_i^M + e_{2,il}^* P_i^M E_2 + e_{3,il}^* P_i^M E_3$$

Les conditions de continuité de  $D_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$  à la surface du cristal permettent d'exprimer  $f^M$  en fonction du champ électrique  $(E_i)_o$  extérieur au cristal :

$$f^M = e_{1,il} \cdot \epsilon_o \frac{(E_1)_o}{\epsilon_{11}^n} P_i^M + e_{2,il}^* P_i^M (E_2)_o + e_{3,il}^* P_i^M (E_3)_o$$

$$\text{ou } f^M = (e_i^M)_o \cdot (E_i)_o \quad (1.3.1.11)$$

$$\begin{aligned} \text{avec : } (e_1^M)_o &= e_{1,i1} \cdot \frac{\epsilon_o}{\epsilon_{11}^n} P_i^M \\ (e_2^M)_o &= \left( e_{2,i1} - \frac{\epsilon_{12}^n}{\epsilon_{11}^n} e_{1,i1} \right) P_i^M \\ (e_3^M)_o &= \left( e_{3,i1} - \frac{\epsilon_{13}^n}{\epsilon_{11}^n} e_{1,i1} \right) P_i^M \end{aligned} \quad (1.3.1.12)$$

La relation (1.3.1.11) entraîne que la force acoustique  $f^M$  sera maximale lorsque le vecteur de composantes  $(e_i^M)_o$  sera parallèle au vecteur champ électrique de composantes  $(E_i)_o$ .

b) détermination des amplitudes de déformation en fonction du champ électrique appliqué.

- onde longitudinale :  $P_1^L = 1, P_2^L = 0, P_3^L = 0$

$$\begin{aligned} (e_1^L)_o &= 0 \\ (e_2^L)_o &= -e_{22} \\ (e_3^L)_o &= e_{31} \end{aligned}$$

L'onde longitudinale est excitée par un champ électrique tangent à la surface du cristal. En pratique, le champ électrique sera orienté de préférence suivant l'axe  $\vec{a}_2$  car  $e_{31} = 0,2$  et  $e_{22} = 2,5$ .  
 Connaissant la force  $f^M$ , nous pouvons calculer l'amplitude de déformation produite en utilisant la relation (1.3.1.10) :

$$S^L = \frac{e_{22} \cdot E_2}{C'} \quad (1.3.1.13)$$

11

$$P_3^{FS} = \sin \theta$$

- onde transversale rapide :  $P_1^{TR} = 0$   $P_2^{TR} = \cos \theta$

$$\begin{pmatrix} e_1^{TR} \end{pmatrix}_o = -e_{22} \cos \theta + e_{15} \sin \theta$$

$$\begin{pmatrix} e_2^{TR} \end{pmatrix}_o = 0$$

$$\begin{pmatrix} e_3^{TR} \end{pmatrix}_o = 0$$

L'onde transversale rapide est excitée par un champ électrique normal à la surface F du cristal. L'amplitude de déformation produite est :

$$S^{TR} = \frac{D_1}{\epsilon_{11}^n} \left( \frac{e_{15} \sin \theta - e_{22} \cos \theta}{C^{TR}} \right) \quad (1.3.1.14)$$

avec

$$C^{TR} = \frac{C'_{44} + C'_{66} + \sqrt{(C'_{44} - C'_{66})^2 + 4 C'_{14}{}^2}}{2}$$

- onde transversale lente :

$$P_1^{TL} = 0 \quad P_2^{TL} = -\sin \theta \quad P_3^{TL} = \cos \theta$$

$$\begin{pmatrix} e_1^{TL} \end{pmatrix}_o = e_{22} \sin \theta + e_{15} \cos \theta$$

$$\begin{pmatrix} e_2^{TL} \end{pmatrix}_o = 0$$

$$\begin{pmatrix} e_3^{TL} \end{pmatrix}_o = 0$$

L'onde transversale lente est excitée par un champ électrique normal à la surface S du cristal. L'amplitude de dé-

formation produite est :

$$S^{TL} = \frac{D_1}{\epsilon_{11}^n} \cdot \frac{e_{22} \sin \theta + e_{15} \cos \theta}{C^{TL}} \quad (1.3.1.15)$$

avec

$$C^{TL} = \frac{C'_{44} + C'_{66} - \sqrt{(C'_{44} - C'_{66})^2 + 4 C'_{14}{}^2}}{2}$$

c) détermination des puissances acoustiques produites  
en fonction de l'amplitude de déformation.

Lorsque l'amplitude de déformation est constante sur la section droite A du faisceau acoustique, la puissance acoustique s'exprime en fonction de l'amplitude d'élongation par la relation :

$$P = \frac{1}{2} \rho v^3 A S^2$$

Lorsque l'amplitude de déformation n'est pas uniforme sur la section droite A du faisceau acoustique, nous devons remplacer  $A S^2$  par l'intégrale :

$$\int_A S^2 \cdot dA$$

Nous obtenons à partir des relations (1.3.1.13, 14, 15) la puissance acoustique :

- de l'onde longitudinale produite par un champ  $E_2$  :

$$P^L = \frac{\rho v^3 e_{22}^2}{2 C_{11}'^2 \cdot \epsilon_{11}^n} \int_A D_2^2 \cdot dA \quad (1.3.1.17)$$

- de l'onde transversale rapide produite par un

champ  $E_1$  :

$$P^{TR} = \frac{\rho v^3 (e_{15} \sin \theta - e_{22} \cos \theta)^2}{2 \epsilon_{11}^{\eta^2} \cdot C^{TR^2}} \int_A D_1^2 \cdot dA \quad (1.3.1.18)$$

- de l'onde transversale lente produite par un

champ  $E_1$  :

$$P^{TL} = \frac{\rho v^3 (e_{22} \sin \theta + e_{15} \cos \theta)^2}{2 \epsilon_{11}^{\eta^2} \cdot C^{TL^2}} \int_A D_1^2 \cdot dA \quad (1.3.1.19)$$

Nous pouvons définir un facteur de couplage électromécanique :

$$k_L^2 = \frac{e_{22}^2}{\epsilon_{11}^{\eta} C'_{11}}$$

$$k_{TR}^2 = \frac{(e_{15} \sin \theta - e_{22} \cos \theta)^2}{\epsilon_{11}^{\eta} \cdot C^{TR}}$$

$$k_{TL}^2 = \frac{(e_{15} \cos \theta + e_{22} \sin \theta)^2}{\epsilon_{11}^{\eta} \cdot C^{TL}}$$

La puissance acoustique produite s'exprime facilement en fonction de ce facteur de couplage électromécanique en reportant son expression dans les relations (1.3.1.17,18,19) :

$$P^L = \frac{v^L k_L^2}{2 \epsilon_{11}^{\eta}} \int_A D_2^2 \cdot dA$$

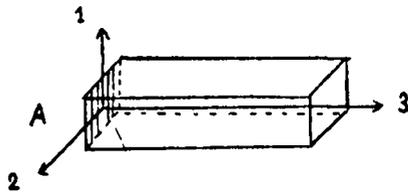
$$P^{TR} = \frac{v^{TR} k_{TR}^2}{2 \epsilon_{11}^{\eta}} \int_A D_1^2 \cdot dA \quad (1.3.1.20)$$

$$P^{TL} = \frac{v^{TL} \cdot k_{TL}^2}{2 \epsilon_{11}^\eta} \int_A D_1^2 \cdot dA$$

Ces expressions montrent que la puissance produite est d'autant plus importante que les excitations électriques  $D_1$  et  $D_2$  sont plus intenses au niveau de la surface cristalline soumise au champ électrique. Nous serons donc conduits à utiliser des résonateurs hyperfréquences qui ont la propriété de localiser des champs électriques très intenses en certains points de l'espace.

1.3.2 - Excitation des ondes acoustiques dans  $\text{LiNbO}_3$  suivant (001)

a) formalisme général : Considérons maintenant la surface F du cristal perpendiculaire à l'axe  $(\vec{a}_3)$ . Les conditions au limites sont :



$$\begin{aligned} (E_1)_{\text{cristal}} &= (E_1)_{\text{extérieur}} \\ (E_2)_{\text{cristal}} &= (E_2)_{\text{extérieur}} \\ (D_3)_{\text{cristal}} &= (D_3)_{\text{extérieur}} \end{aligned}$$

Les variables électriques indépendantes seront

$E_1, E_2$  et  $D_3$  .

Les équations d'état linéaires (1.1.9) deviennent :

$$T_{i3} = C_{i3k3}^E \eta_{k3} - e_{1,i3} E_1 - e_{2,i3} E_2 - e_{3,i3} E_3 \tag{1.3.2.1.}$$

$$D_3 = e_{3,i3} \eta_{k3} + \epsilon_{31}^\eta E_1 + \epsilon_{32}^\eta E_2 + \epsilon_{33}^\eta E_3$$

Avec le choix de variables indiqué, ces équations peuvent s'écrire :

$$T_{i3} = C_{i3,k3}^* \eta_{k3} - e_{m,i3}^* \Gamma_m \quad (1.3.2.2)$$

avec  $\Gamma_m = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ D_3 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} e_{1,i3}^* &= e_{1,i3} - e_{3,i3} \frac{\epsilon_{31}^\eta}{\epsilon_{33}^\eta} \\ e_{2,i3}^* &= e_{2,i3} - e_{3,i3} \frac{\epsilon_{32}^\eta}{\epsilon_{33}^\eta} \end{aligned} \quad (1.3.2.3)$$

$$e_{3,i3}^* = \frac{e_{3,i3}}{\epsilon_{33}^\eta}$$

$$C_{i3,k3}^* = C_{i3,k3}^E + \frac{e_{3,i3} \cdot e_{3,k3}}{\epsilon_{33}^\eta}$$

Il n'existe pas de forces extérieures : la force appliquée à la surface du cristal est nulle :  $T_{i3} = 0$ .

En reportant dans (1.3.2.2), nous obtenons :

$$\left[ C_{i3k3}^* \cdot \frac{\partial u_k}{\partial a_3} \right]_{a_3=0} = \left[ e_{m,i3}^* \Gamma_m \right]_{a_3=0} \quad (1.3.2.4)$$

Avec les mêmes notations que celles utilisées au paragraphe (1.3.1), nous écrivons le déplacement sous la forme :

$$u_M = U^M \exp \left[ j (\omega t - k^M a_3) \right]$$

et nous avons de la même façon :

$$u_k^M = U^M \cdot p_k^M$$

$$\frac{\partial u_k^M}{\partial a_3} = - j k^M \cdot p_k^M U^M$$

L'équation (1.3.2.4) peut s'écrire :

$$\sum_{M=1}^3 - j k^M C_{i3k3}^* p_k^M U^M = e_{m,i3}^* \Gamma_m \quad (1.3.2.5)$$

La direction (001) étant une direction propre, la relation entre  $\omega$  et  $k^M$  a la forme simple suivante :

$$\omega^2 \rho = C^M \cdot (k^M)^2 \quad (1.3.2.6)$$

avec

$$C_{i3k3}^* p_k^M = C^M \cdot p_i^M \quad (1.3.2.7)$$

L'équation (1.3.2.5) devient :

$$\sum_{M=1}^3 - j k^M C^M p_i^M U^M = e_{m,i3}^* \Gamma_m \quad (1.3.2.8)$$

et en multipliant les deux membres par  $p_i^M$

$$- j k^M C^M U^M = e_{m,i3}^* \Gamma_m p_i^M \quad (1.3.2.9)$$

En introduisant la force acoustique effective pour le mode M:

$$f^M = - j k^M C^M U^M = - j C^M S^M \quad (1.3.2.10)$$

nous obtenons à partir de l'équation (1.3.2.9) et des conditions de continuité pour  $E_1$ ,  $E_2$  et  $D_3$  :

$$f^M = \begin{pmatrix} e_i^M \\ \circ \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_i \\ \circ \end{pmatrix} \quad (1.3.2.11)$$

avec  $(E_i)_o$  : composantes du champ électrique à l'extérieur du cristal.

$$\begin{aligned} (e_1^M)_o &= \left( e_{1,i3} - \frac{\epsilon_{31}^n}{\epsilon_{33}^n} \cdot e_{3,i3} \right) p_i^M \\ (e_2^M)_o &= \left( e_{2,i3} - \frac{\epsilon_{32}^n}{\epsilon_{33}^n} \cdot e_{3,i3} \right) p_i^M \quad (1.3.2.12) \\ (e_3^M)_o &= e_{3,i3} \cdot \frac{\epsilon_o}{\epsilon_{33}^n} \cdot p_i^M \end{aligned}$$

La relation (1.3.2.11) montre que la force acoustique effective sera maximale lorsque le vecteur de composantes  $(e_i^M)_o$  sera parallèle au vecteur champ électrique  $(E_i)_o$ .

b) détermination des amplitudes de déformation en fonction du champ électrique appliqué.

. onde longitudinale :

$$\begin{aligned} (e_1^L)_o &= e_{13} - e_{33} \cdot \frac{\epsilon_{31}^n}{\epsilon_{33}^n} = 0 \\ (e_2^L)_o &= e_{23} - e_{33} \cdot \frac{\epsilon_{32}^n}{\epsilon_{33}^n} = 0 \\ (e_3^L)_o &= e_{33} \cdot \frac{\epsilon_o}{\epsilon_{33}^n} \end{aligned}$$

L'onde longitudinale est excitée par un champ électrique normal à la surface A du cristal. L'amplitude de déformation produite est :

$$S^L = \frac{e_{33} \cdot D_3}{\epsilon_{33}^n \cdot C'_{33}} \quad (1.3.2.13)$$

. onde transversale polarisée suivant (100) :

$$(e_1^T)_o = e_{15} - e_{35} \cdot \frac{\epsilon_{31}^n}{\epsilon_{33}^n} = e_{15}$$

$$(e_2^T)_o = e_{25} - e_{35} \cdot \frac{\epsilon_{32}^n}{\epsilon_{33}^n} = 0$$

$$(e_3^T)_o = e_{35} \cdot \frac{\epsilon_o}{\epsilon_{33}^n} = 0$$

L'onde transversale polarisée suivant (100) est excitée par un champ électrique appliqué suivant (100). L'amplitude de déformation produite est :

$$S^T = \frac{e_{15} \cdot E_1}{C'_{44}} \quad (1.3.2.14)$$

. onde transversale polarisée suivant (010) :

$$(e_1^T)_o = e_{14} - e_{34} \cdot \frac{\epsilon_{31}^n}{\epsilon_{33}^n} = 0$$

$$(e_2^T)_o = e_{24} - e_{34} \cdot \frac{\epsilon_{32}^n}{\epsilon_{33}^n} = e_{15}$$

$$(e_3^T)_o = e_{34} \cdot \frac{\epsilon_o}{\epsilon_{33}^n} = 0$$

L'onde transversale polarisée suivant (010) est excitée par un champ électrique appliqué suivant (010). L'amplitude de déformation produite est :

$$S^T = \frac{e_{15} \cdot E_2}{C_{44}} \quad (1.3.2.15)$$

c) détermination des puissances acoustiques produites en fonction de l'amplitude de déformation :

Nous obtenons à partir des expressions (1.3.1.16) et (1.3.2.13,14,15) la puissance acoustique :

. de l'onde longitudinale excitée par une induction électrique  $D_3$  :

$$P^L = \frac{\rho v^3 e_{33}^2}{2 C_{33}' \cdot \epsilon_{33}^{\eta 2}} \int_A D_3^2 \cdot dA$$

et en introduisant le facteur de couplage électromécanique :

$$K_L^2 = \frac{e_{33}^2}{\epsilon_{33}^{\eta} \cdot C_{33}'}$$

$$P^L = \frac{v^L \cdot k_L^2}{2 \epsilon_{11}^{\eta}} \int_A D_3^2 \cdot dA \quad (1.3.2.16)$$

. de l'onde transversale polarisée suivant (100) et excitée par une induction électrique  $D_1$  :

$$P^T = \frac{\rho v^3 \cdot e_{15}^2}{2 C_{44}' \cdot \epsilon_{11}^{\eta 2}} \int_A D_1^2 \cdot dA$$

ou

$$P^T = \frac{v^T \cdot k_T^2}{2 \epsilon_{11}^\eta} \int_A D_1^2 \cdot dA \quad (1.3.2.17)$$

avec

$$k_T^2 = \frac{e_{15}^2}{\epsilon_{11}^\eta \cdot C'_{44}}$$

. de l'onde transversale polarisée suivant (010) et excitée par une induction électrique  $D_2$  :

$$P^T = \frac{\rho v^3 \cdot e_{15}^2}{2 C'_{44} \cdot \epsilon_{11}^{\eta 2}} \int_A D_2^2 \cdot dA$$

ou

$$P^T = \frac{v^T \cdot k_T^2}{2 \epsilon_{11}^\eta} \int_A D_2^2 \cdot dA \quad (1.3.2.18)$$

avec

$$k_T^2 = \frac{e_{15}^2}{\epsilon_{11}^\eta \cdot C'_{44}}$$

#### 1.4 - EXCITATION DES ONDES ACOUSTIQUES DANS LE QUARTZ SUIVANT LA DIRECTION

(100)

Dans la suite de notre travail, nous utiliserons le quartz coupe X. Nous retrouverons les résultats sur l'excitation des ondes acoustiques dans le quartz suivant cette direction en appliquant le formalisme général développé au paragraphe (1.3.1.a) :

. onde longitudinale :  $p_1^L = 1, p_2^L = 0, p_3^L = 0$

$$(e_1^L)_o = e_{11} \cdot \frac{\epsilon_o}{\epsilon_{11}^n}$$

$$(e_2^L)_o = (e_3^L)_o = 0$$

L'onde longitudinale est excitée par un champ électrique normal à la surface du cristal. L'amplitude de déformation produite est :

$$S^L = \frac{e_{11} \cdot \epsilon_o \cdot E_1}{\epsilon_{11}^n \cdot C^L} \quad (1.4.1)$$

. onde transversale rapide :

$$p_1^{TR} = 0, p_2^{TR} = \cos \theta, p_3^{TR} = \sin \theta$$

$$(e_1^{TR})_o = (e_3^{TR})_o = 0$$

$$(e_2^{TR})_o = -e_{11} \cos \theta - e_{14} \sin \theta$$

L'onde transversale rapide est excitée par un champ électrique tangent dirigé suivant (010) et l'amplitude de déformation produite est :

$$S^{TR} = \frac{e_{11} \cos \theta + e_{14} \sin \theta}{C^{TR}} E_2 \quad (1.4.2)$$

. onde transversale lente :

$$p_1^{TL} = 0, p_2^{TL} = -\sin \theta, p_3^{TL} = \cos \theta$$

$$(e_1^{TL})_o = (e_3^{TL})_o = 0$$

$$(e_2^{TL})_o = e_{11} \sin \theta - e_{14} \cos \theta$$

L'onde transversale lente est aussi excitée par un champ électrique tangentiel dirigé suivant (010) et l'amplitude de déformation produite est :

$$S^{TL} = \frac{e_{11} \sin \theta - e_{14} \cos \theta}{C^{TL}} \cdot E_2 \quad (1.4.3)$$

### 1.5 - TECHNIQUES EXPERIMENTALES

Dans un travail antérieur (16), nous avons produit et détecté les ondes acoustiques à différentes fréquences par effet piézo-électrique linéaire sur la surface d'un barreau de quartz de coupe X placé dans la région de champ électrique intense d'une cavité réentrante. La détection des échos hypersonores par effet piézoélectrique inverse nous permet théoriquement de mettre en évidence l'affaiblissement des ondes acoustiques au cours de la propagation puisque nous détectons à chaque réflexion sur la surface du cristal une très faible partie d'énergie acoustique proportionnelle à la puissance transportée par l'onde acoustique. Nous n'avons jamais observé par cette méthode une atténuation égale à l'atténuation intrinsèque du milieu de propagation, ni de décroissance parfaitement exponentielle.

Cette décroissance non exponentielle des échos hypersonores détectés s'interprète habituellement en supposant l'existence d'effets d'interférence dans la propagation des ondes acoustiques. Ceux-ci peuvent avoir plusieurs causes : les imperfections géométriques des échantillons étudiés sont à l'origine des effets les plus destructifs. Lorsque les faces cristallines extrêmes du cristal utilisé ne sont pas parfaitement parallèles, le faisceau d'ondes acoustiques s'écarte de l'axe du barreau à chaque réflexion. L'énergie électromagnétique détectée n'est plus proportionnelle à la puissance acoustique puisque tous les points de la surface sur laquelle il y a réflexion ne vibrent pas en phase (17). On montre alors que la

décroissance exponentielle prévue pour les échos hypersonores est modulée par la fonction  $(2 J_1^2(z) / z)$  avec  $z = 2 \alpha k r$  (où  $J_1$  est la fonction de Bessel de première espèce,  $r$  rayon du barreau cylindrique,  $k$  vecteur d'onde acoustique,  $\alpha$  angle des faces terminales).

Cette modulation présente une suite alternée de maxima (inférieurs à 1) et de minima nuls. Si le manque de parallélisme est tel que  $2 k r = 3,83$  (1er zéro de la fonction de Bessel) aucune énergie n'est détectée lors de la première réflexion et les échos détectés ensuite sont beaucoup plus faibles que prévu. Une mauvaise orientation des axes cristallographiques par rapport à l'axe du barreau peut également être à l'origine d'une décroissance exponentielle. L'influence d'un manque de parallélisme et d'une désorientation cristallographique sur la décroissance des échos hypersonores a été étudiée systématiquement (18) par Gates qui a trouvé des résultats théoriques en accord avec les résultats expérimentaux. La rugosité et le manque de planéité des faces terminales provoquent également des effets d'interférences destructifs dans la propagation des ondes acoustiques. Avec un défaut de planéité inférieur à 0,1 micron, on obtient habituellement de bons résultats.

La détection des échos hypersonores par effet piézo-électrique inverse présente un autre inconvénient pour la suite de notre travail : il est impossible d'étudier la propagation de l'onde acoustique à l'intérieur du cristal puisque chaque écho est détecté lors de la réflexion de l'onde acoustique sur la surface libre du cristal. Pour éviter tous ces inconvénients, nous avons mis au point une détection des échos acoustiques par diffraction de la lumière : l'utilisation de cette technique permet de mesurer tous les paramètres de l'onde acoustique à l'intérieur du cristal (19). Nous pouvons en particulier mesurer l'atténuation intrinsèque au cours du premier aller de l'onde acoustique dans le cristal avant que

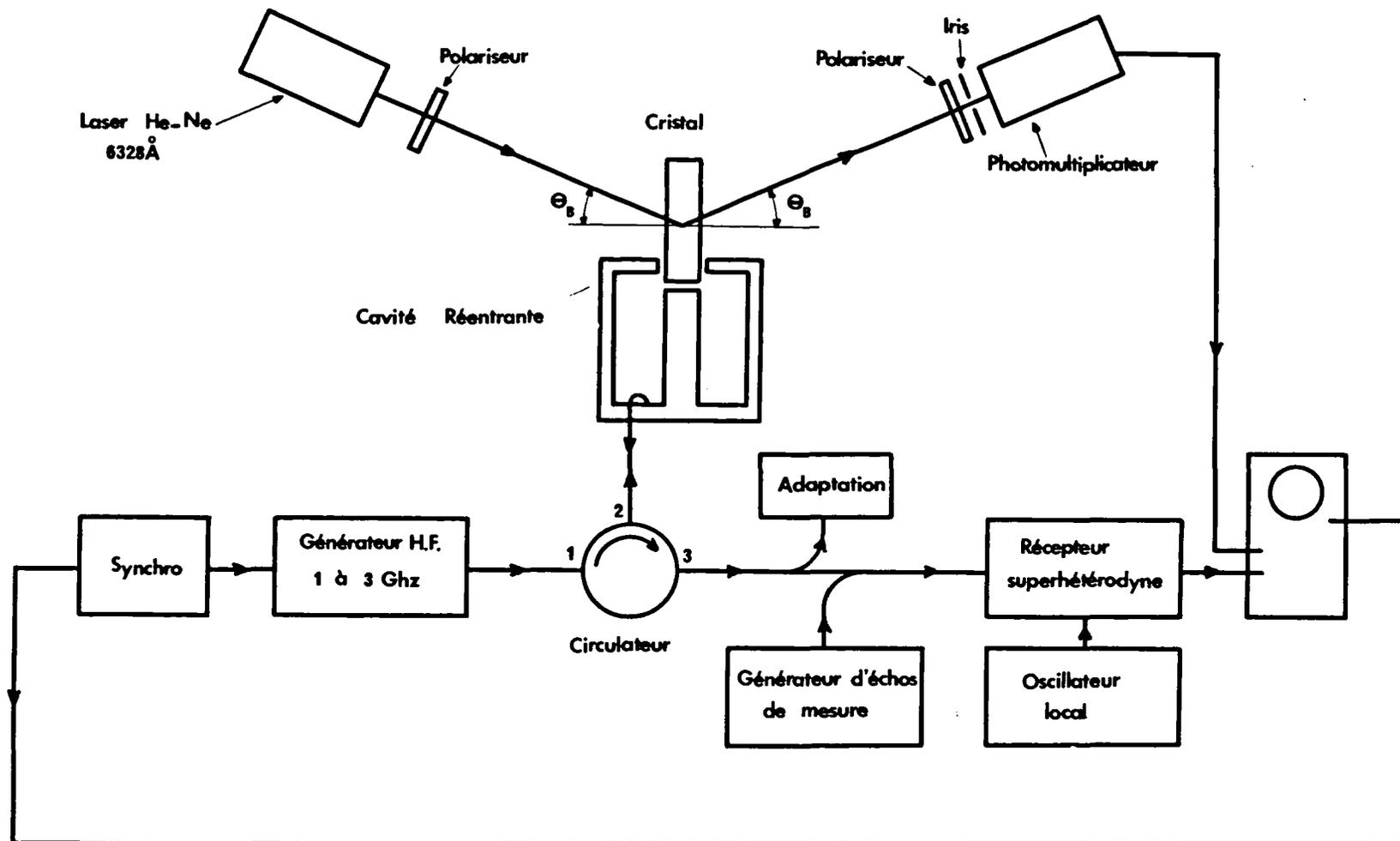


Figure 1 - Dispositif expérimental utilisé pour produire et détecter des ondes acoustiques entre 1 Ghz et 3 Ghz dans le quartz et le niobate de lithium.

décroissance exponentielle prévue pour les échos hypersonores est modulée par la fonction  $(2 J_1^2(z) / z)$  avec  $z = 2 \alpha k r$  (où  $J_1$  est la fonction de Bessel de première espèce,  $r$  rayon du barreau cylindrique,  $k$  vecteur d'onde acoustique,  $\alpha$  angle des faces terminales).

Cette modulation présente une suite alternée de maxima (inférieurs à 1) et de minima nuls. Si le manque de parallélisme est tel que  $2 k r = 3,83$  (1er zéro de la fonction de Bessel) aucune énergie n'est détectée lors de la première réflexion et les échos détectés ensuite sont beaucoup plus faibles que prévu. Une mauvaise orientation des axes cristallographiques par rapport à l'axe du barreau peut également être à l'origine d'une décroissance exponentielle. L'influence d'un manque de parallélisme et d'une désorientation cristallographique sur la décroissance des échos hypersonores a été étudiée systématiquement (18) par Gates qui a trouvé des résultats théoriques en accord avec les résultats expérimentaux. La rugosité et le manque de planéité des faces terminales provoquent également des effets d'interférences destructifs dans la propagation des ondes acoustiques. Avec un défaut de planéité inférieur à 0,1 micron, on obtient habituellement de bons résultats.

La détection des échos hypersonores par effet piézo-électrique inverse présente un autre inconvénient pour la suite de notre travail : il est impossible d'étudier la propagation de l'onde acoustique à l'intérieur du cristal puisque chaque écho est détecté lors de la réflexion de l'onde acoustique sur la surface libre du cristal. Pour éviter tous ces inconvénients, nous avons mis au point une détection des échos acoustiques par diffraction de la lumière : l'utilisation de cette technique permet de mesurer tous les paramètres de l'onde acoustique à l'intérieur du cristal (19). Nous pouvons en particulier mesurer l'atténuation intrinsèque au cours du premier aller de l'onde acoustique dans le cristal avant que

l'onde ne se réfléchisse sur la face terminale du cristal : le résultat est alors indépendant du défaut de parallélisme des deux faces terminales.

#### 1.5.1 - Description du montage utilisé :

Le montage utilisé est représenté à la figure 1. Nous avons produit des hypersons par effet piézoélectrique direct entre 1 et 3 Ghz dans  $\text{LiNbO}_3$  coupe X et Z et le quartz coupe X, à température ambiante. Les ondes acoustiques ont été détectées par méthode optique ou piézoélectrique : nous avons mesuré les propriétés purement acoustiques (vitesse, atténuation) en utilisant la détection optique. Pour mesurer les pertes de conversion électromécanique, nous avons utilisé la détection piézoélectrique. L'ensemble des résultats obtenus nous a permis de déterminer les constantes photoélastiques des cristaux utilisés.

Rappelons d'abord le système utilisé pour produire et détecter les hypersons par effet piézoélectrique (20). Puisque nous détectons les hypersons par réflexion, le montage expérimental présente une analogie avec les systèmes "Radar". Une impulsion H. F. de forte puissance produite par un magnétron excite une "cavité réentrante" dans laquelle est placé le transducteur piézoélectrique. Entre le magnétron et la cavité résonnante, nous avons placé un atténuateur calibré, un filtre passe bas et un circulateur. L'atténuateur permet d'ajuster la puissance H. F. incidente à la valeur désirée. Le filtre élimine les harmoniques supérieurs produits par le magnétron. Le circulateur permet de différencier l'énergie électromagnétique qui entre dans la cavité de l'énergie électromagnétique qui vient de la cavité (énergie des échos hypersonores). Les échos hypersonores qui excitent la cavité quelques microsecondes après l'impulsion H.F. traversent le circulateur de la porte 2 à la porte 3. Ils sont ensuite détectés par un récepteur superhétérodyne protégé par un atténuateur électronique. Les échos ainsi détectés peuvent être observés sur oscillographe

cathodique ou enregistrés. Pour améliorer le rapport signal sur bruit de la chaîne d'amplification, nous avons utilisé un échantillonneur intégrateur synchrone du type "boxcar". La puissance minimale des impulsions qu'il est possible de distinguer du bruit de fond est de l'ordre de  $10^{-13}$  W (21). Nous avons pu mesurer la puissance absolue des échos hypersonores en introduisant dans le récepteur des impulsions H. F., de même fréquence et de puissance connue, à l'aide d'un coupleur directif (20 db). La puissance crête de chaque écho a été mesurée par comparaison avec l'écho de mesure. En extrapolant à la distance zéro la courbe des amplitudes d'échos détectés, nous avons pu calculer la puissance acoustique  $P_{ac}$  produite au niveau de la surface cristalline où l'énergie électrique est transformée en énergie acoustique. Nous avons pu en déduire la perte de conversion électromécanique  $a$  des transducteurs utilisés :

$$a = \frac{P_{ac}}{P_o}$$

$P_o$  étant la puissance crête des impulsions H. F. incidentes.

Décrivons maintenant le montage utilisé pour détecter les ondes acoustiques par diffraction de la lumière. L'interaction lumière-son sera étudiée en détail au chapitre suivant. Un laser "hélium-néon" émettant une lumière de longueur d'onde  $6328 \text{ \AA}$  et de puissance 5 m W et fonctionnant en régime continu, envoie un faisceau lumineux sous incidence de Bragg sur les faces latérales du barreau. L'angle de Bragg  $\theta_B$  est déterminé par la vitesse et la fréquence des ondes acoustiques :

$$\sin \theta_B = \frac{1}{2} \frac{K}{k}$$

où  $K$  est le vecteur d'onde acoustique,  $k$  le vecteur d'onde lumineux. La faible partie du faisceau lumineux diffracté par les ondes acoustiques

(de l'ordre de  $10^{-4}$ ) est détectée par un photomultiplicateur. Pour améliorer la sensibilité et la précision des résultats, nous avons utilisé un enregistreur et un échantillonneur-intégrateur du type "Boxcar". La cavité et le cristal piézoélectrique sont placés sur un système mécanique permettant la rotation et le déplacement suivant son axe du cristal par rapport au laser qui reste fixe. A la sortie du laser, nous utilisons un rotateur de polarisation (constitué par une lame quart d'onde et un prisme de Glan-Thompson) qui permet de faire varier la direction de polarisation du faisceau laser incident par rapport aux axes cristallographiques du cristal étudié : nous pourrons ainsi dans la suite de notre travail mesurer les différentes constantes photoélastiques mises en jeu dans le phénomène de diffraction. Dans le cas de changement de polarisation du faisceau diffracté par rapport au faisceau incident que nous discuterons au chapitre suivant, nous améliorons le rapport signal sur bruit de la détection en utilisant un polariseur croisé devant le photomultiplicateur : nous éliminons ainsi la lumière diffusée dans le cristal par le faisceau incident qui est la principale cause du bruit.

Les résultats du chapitre suivant montreront qu'en négligeant l'atténuation des faisceaux lumineux, pour un angle d'incidence faible et rigoureusement égal à l'angle de Bragg, le rapport de la puissance lumineuse diffractée  $P_2$  à la puissance lumineuse incidente  $P_1$  est :

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\pi^2}{2} \cdot \frac{n_i^6 p_{ij}^2}{\rho v_j^3} \cdot \frac{D^2}{\lambda_o^2} \cdot P_{ac}$$

où  $P_{ac}$  est l'intensité acoustique,  $D$  la largeur du faisceau acoustique,  $\lambda_o$  la longueur d'onde de la lumière dans l'air,  $v_j$  la vitesse de propagation de l'onde acoustique,  $p_{ij}$  la constante photoélastique mise en

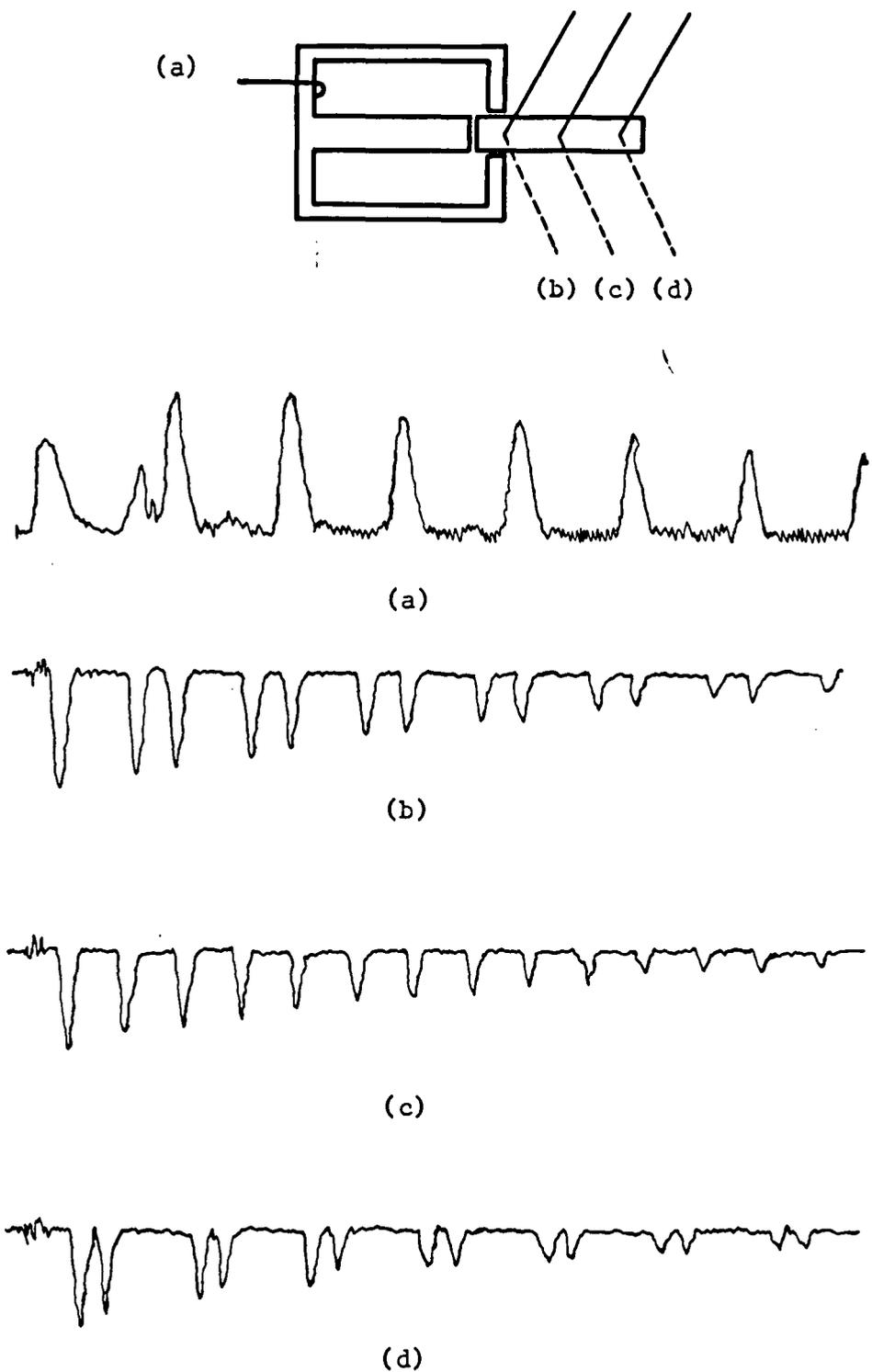


Figure 2 - Echos acoustiques dans  $\text{LiNbO}_3$  détectés par méthode piézoélectrique (a), et par <sup>3</sup> méthode optique (b, c, d). L'enregistrement est fait sur 20  $\mu\text{s}$ .

jeu,  $n_i$  l'indice de réfraction et  $\rho$  la masse volumique du cristal. Cette expression montre que la puissance lumineuse diffractée est proportionnelle à l'intensité acoustique et indépendante de la fréquence de l'onde acoustique. Nous pouvons donc mesurer les variations de la puissance de l'onde acoustique aux différentes fréquences en déplaçant le cristal suivant son axe. Dans la suite de notre travail, nous pourrions également obtenir une analyse harmonique de la déformation qui se propage dans le cristal en faisant varier l'angle d'incidence de la lumière sur les plans d'onde acoustique.

La figure 2 représente les échos longitudinaux produits et détectés à 1 Ghz dans  $\text{LiNbO}_3$  coupe Z . La figure 2a représente les échos détectés par effet piézoélectrique inverse : tous les échos sont équidistants, le temps entre deux échos successifs correspond à un aller et retour de l'onde acoustique dans le cristal. Les figures 2b, 2c, 2d représentent les mêmes échos détectés par diffraction de la lumière. Les échos sont alors groupés par paires : le premier correspond à l'impulsion acoustique incidente, le second à l'impulsion acoustique réfléchie sur la surface où il y a réflexion. Lorsque le point d'incidence du faisceau laser se rapproche de cette surface, les deux échos de chaque paire se rapprochent et, à la limite, tendent à se confondre.

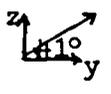
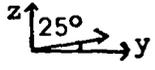
#### 1.5.2 - Résultats Expérimentaux :

A partir des résultats des paragraphes (1.2) et 1.3) et des valeurs des constantes élastiques, diélectriques et piézoélectriques de  $\text{LiNbO}_3$  données à la table 1 (22), nous avons pu calculer les vitesses et les polarisations des ondes longitudinales et transversales se propageant dans  $\text{LiNbO}_3$  suivant (100) et (001). Pour montrer l'influence de l'effet piézoélectrique, nous avons calculé ces valeurs en négligeant d'abord puis

Table 1 - Constantes diélectriques, élastiques et piézoélectriques  
du niobate de lithium (22)

<p style="text-align: center;"><u>Constantes diélectriques relatives</u></p> $\begin{pmatrix} \epsilon_{11}^n / \epsilon_0 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11}^n / \epsilon_0 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33}^n / \epsilon_0 \end{pmatrix}$	$\epsilon_{11}^n / \epsilon_0 = 44$ $\epsilon_{33}^n / \epsilon_0 = 29$
<p style="text-align: center;"><u>Constantes élastiques ( x 10<sup>11</sup> newton/m<sup>2</sup> )</u></p> $\begin{pmatrix} C_{11}^E & C_{12}^E & C_{13}^E & C_{14}^E & 0 & 0 \\ C_{12}^E & C_{11}^E & C_{13}^E & -C_{14}^E & 0 & 0 \\ C_{13}^E & C_{13}^E & C_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ C_{14}^E & -C_{14}^E & 0 & C_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44}^E & C_{14}^E \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{14}^E & C_{66}^E \end{pmatrix}$	$C_{11}^E = 2,03$ $C_{12}^E = 0,53$ $C_{13}^E = 0,75$ $C_{14}^E = 0,09$ $C_{33}^E = 2,45$ $C_{44}^E = 0,60$ $C_{66}^E = 0,75$
<p style="text-align: center;"><u>Constantes piézoélectriques ( C / m<sup>2</sup> )</u></p> $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & -e_{22} \\ -e_{22} & e_{22} & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$e_{15} = 3,7$ $e_{22} = 2,5$ $e_{31} = 0,2$ $e_{33} = 1,3$

Table II - Propriétés Acoustiques du niobate de lithium

		Valeurs Théoriques				Valeurs Expérimentales (4)				
Directions de Propagation	Types d'onde excitée	Vitesses (m/s)		Polarisations		Excitations	Constantes de couplage $k_i^2$	Angles de Bragg(3)	Vitesses (m/s)	Constantes d'atténuation (dB/ $\mu$ s)
		(1)	(2)	(1)	(2)					
X	T L	3450	4070			$\vec{E}$ (100) $\perp$ surface	0,0096	4° 12'	4050	0,44
		4100	4800			$\vec{E}$ (100) $\perp$ surface	0,425	3° 35'	4770	0,68
	L	6570	6840	(100)	(100)	$\vec{E}$ (010) //surface	0,073	2° 33'	6600	0,53
Z	T	3580	4520	(100)	(100)	$\vec{E}$ (100) //surface	0,36	5°	3650	0,95
	T	3580	4520	(010)	(010)	$\vec{E}$ (010) //surface	0,36	5°	3650	0,95
	L	7200	7270	(001)	(001)	$\vec{E}$ (001) surface	0,027	2° 30'	7300	0,35

(1) : sans effet piézoélectrique

(2) : avec effet piézoélectrique

(3) : avec effet piézoélectrique

(4) : mesures faites à 1 Ghz par diffraction de la lumière.

en tenant compte des constantes piézoélectriques. Les résultats de la table 2 montrent que l'effet piézoélectrique peut introduire des variations importantes dans le cas d'un cristal fortement piézoélectrique tel que  $\text{LiNbO}_3$ . Nous avons ensuite calculé les constantes de couplage  $k_i^2$  définies au paragraphe (1.3).

A l'aide de la détection des échos acoustiques par diffraction de la lumière, nous avons mesuré les vitesses (à partir de la mesure des angles de Bragg correspondants) et l'atténuation à 1 Ghz (en déplaçant le cristal parallèlement à la direction de propagation de l'onde acoustique par rapport au laser et au photomultiplicateur fixes). Tous les résultats sont donnés à la table 2. Nos résultats sont compatibles avec ceux publiés antérieurement (23, 24, 25) pour la coupe Z. Les valeurs de l'atténuation pour les ondes longitudinales et transversales se propageant suivant (100), n'ont pas encore été publiées à notre connaissance. Pour chaque type d'onde se propageant suivant (100) et (001), l'ensemble de nos expériences faites entre 1 Ghz et 3 Ghz nous a montré que l'atténuation variait comme le carré de la fréquence, comme prévu par la théorie (26).

La détection par diffraction de la lumière nous a permis aussi de vérifier que les orientations cristallographiques utilisées étaient des directions propres, comme nous l'avons vu au paragraphe (1.2.2). En effet, en déplaçant le cristal perpendiculairement à la direction de propagation de l'onde acoustique par rapport au laser et au photomultiplicateur qui restent fixes, nous pouvons étudier la divergence du faisceau acoustique à l'intérieur du cristal. Nous avons vu au paragraphe (1.2.2b) que la direction (001) n'est pas une direction propre pour les ondes transversales, mais la divergence du faisceau acoustique est faible et n'a pu être mise en évidence au cours du premier aller de l'onde acoustique effectué dans le cristal.

Les résultats précédents montrent que le niobate de

lithium sous forme de monocristaux possède des propriétés acoustiques et piézoélectriques très intéressantes (faibles constantes d'atténuation et grandes constantes de couplage électromécanique  $k_1^2$  ). Ces propriétés électromécaniques intéressantes ont suscité de nombreux travaux ces dernières années. Nous verrons au chapitre suivant qu'il possède également des propriétés élasto-optiques très intéressantes et qu'il est très utilisé en acousto-optique. Les monocristaux utilisés sont des parallélépipèdes de dimensions 5 x 5 x 10 mm fournis par la Compagnie Générale d'Electricité. Ils ont été obtenus par la méthode de Gzochralski (27) à partir du carbonate de lithium  $Li_2O$  et du pentoxyde de niobium  $Nb_2O_5$ . Les côtés des parallélépipèdes sont orientés suivant les axes cristallographiques avec une précision de l'ordre de 30 minutes d'arc. Le parallélisme des faces deux à deux est très important pour la propagation de l'onde acoustique et du faisceau laser dans le cristal et a été réalisé à 5 secondes d'arc près. Toutes les surfaces sont planes à 0,1 micron près.

2 - INTERACTION ENTRE UNE ONDE ACOUSTIQUE ET DEUX ONDES LUMINEUSES DANS LES  
-----  
CRISTAUX TRIGONAUX  
-----

L'interaction entre ondes acoustiques et ondes lumineuses peut être considérée comme un cas particulier d'interaction paramétrique entre ondes progressives étudiée en détail par Tien (28,29). L'étude particulière du cas où les ondes en interaction sont des ondes acoustiques et lumineuses a d'abord été développée par Quate (30). La théorie de cette interaction est purement classique. Le traitement quantique n'est pas nécessaire puisque les ondes transportent des flux de phonons et de photons très importants (31).

Nous étudierons d'abord l'interaction entre ondes d'étendue infinie faiblement couplées par effet photoélastique, en suivant la méthode proposée par Quate, dans les conditions de Bragg habituelles. Nous insisterons sur la notion d'excitation électrique induite par l'onde électromagnétique incidente. L'excitation électrique induite est à l'origine de l'onde électromagnétique diffractée. Cette étude a l'avantage de distinguer nettement la diffraction de la lumière par les ondes longitudinales de la diffraction de la lumière par les ondes transversales. Dans le premier cas, la polarisation de l'onde lumineuse diffractée est la même que celle de l'onde incidente ; dans le second cas, les polarisations sont orthogonales.

Dans la partie expérimentale de ce travail, la diffraction de la lumière sera utilisée principalement comme un moyen de détection des ondes acoustiques. Dans le formalisme de l'amplification paramétrique, l'onde acoustique sera "l'onde pompe" et son amplitude sera supposée constante. L'onde lumineuse diffractée sera "l'idler". Dans ces conditions, nous pouvons résoudre l'équation d'onde permettant de calculer l'intensité de l'onde lumineuse diffractée en tenant compte des conditions aux limites (l'étendue latérale des faisceaux en interaction est limitée).

Nous étudierons également les conséquences d'un écart par rapport à la condition de Bragg sur les vecteurs d'onde et calculerons

la répartition spatiale du rayonnement diffracté.

Dans une dernière partie, nous envisagerons la diffraction dans un cristal anisotrope et montrerons que la direction relative des faisceaux lumineux incident et diffracté peut être tout à fait différente par rapport aux conditions normales de Bragg. Nous étudierons plus particulièrement l'interaction colinéaire entre une onde acoustique et deux ondes lumineuses suivant la direction (100) de  $\text{LiNbO}_3$ .

## 2.1 - L'EFFET PHOTOELASTIQUE

En l'absence de champ électrique et de contrainte appliqués, les cristaux étudiés dans la suite de ce travail sont uniaxes, positif ou négatif (quartz ou niobate de lithium). Les propriétés optiques des cristaux sont caractérisées par l'indicatrice (32) : c'est un ellipsoïde dont les coefficients sont les composantes du tenseur d'imperméabilité diélectrique  $B_{ij}$  correspondant aux fréquences optiques, à savoir :

$$B_{ij} x_i x_j = 1 \quad (2.1.1)$$

$$(i, j = 1, 2, 3)$$

par définition  $B_{ij} = \epsilon_0 \frac{\partial E_i}{\partial D_j}$ ,  $\epsilon_0$  étant la constante diélectrique du vide.  $B_{ij}$  s'exprime donc en fonction de la constante diélectrique relative du milieu  $\epsilon_{ij}$  par la relation :

$$B_{ij} = \frac{\epsilon_0}{\epsilon_{ij}} \quad (2.1.2)$$

Lorsque les axes de coordonnées sont confondus avec les axes diélectriques principaux du cristal, l'équation de l'indicatrice prend la forme simple :

$$B_{11} x_1^2 + B_{22} x_2^2 + B_{33} x_3^2 = 1 \quad (2.1.3)$$

L'effet photoélastique décrit la variation des propriétés

optiques des cristaux due à la présence d'ondes élastiques. Cette variation des propriétés optiques est due à la faible modification des propriétés diélectriques résultant de l'application d'une déformation élastique (représentée par  $S_{kl}$ ). Cette modification est représentée par une faible variation des coefficient  $B_{ij}$ . Dans l'état déformé, les coefficients de l'indicatrice deviennent  $B'_{ij}$  et

$$B'_{ij} = B_{ij} + \Delta B_{ij} \quad (2.1.4)$$

Au premier ordre près, nous supposons que la déformation de l'ellipsoïde est proportionnelle à la déformation élastique :

$$\Delta B_{ij} = P_{ijkl} S_{kl} \quad (2.1.5)$$

$P_{ijkl}$  sont les constantes photoélastiques.

Cette dernière relation permet de montrer facilement que :

$$P_{ijkl} = \epsilon_0 \cdot \frac{\partial^2 E_i}{\partial D_j \cdot \partial S_{kl}} = \frac{\partial}{\partial S_{kl}} \left( \frac{1}{\epsilon_{ij}} \right)$$

$$P_{ijkl} = - \frac{1}{\epsilon_{ij}^2} \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial S_{kl}}$$

Nous obtenons donc entre les variations de permittivité diélectrique et les  $P_{ijkl}$  la relation :

$$\Delta \epsilon_{ij} = - \epsilon_{ij}^2 \cdot P_{ijkl} S_{kl} \quad (2.1.6)$$

Le nombre des constances photoélastiques indépendantes dépend de la symétrie du cristal. Les indices  $ij$  et  $kl$  ne peuvent pas être inversés comme pour les constances élastiques puisque les équations décrites ci-dessus ne dérivent pas d'un potentiel thermodynamique. Lorsque l'on contracte les couples d'indices  $ij$  et  $kl$  suivant la convention habituelle, nous pouvons représenter les constantes photoélastiques sous forme matricielle et décrire l'effet photoélastique sous la forme

simple suivante :

$$\Delta B_m = p_{mn} S_n \quad (2.1.7)$$

(m, n = 1, 2, ... 6)

où les constantes photoélastiques  $p_{mn}$  constituent une matrice 6 x 6 et les déformations  $S_n$  une matrice 1 x 6, pour les cristaux trigonaux, le nombre des constantes photoélastiques indépendantes est égal à 8. La matrice  $p_{mn}$  est (32) :

$$[p_{mn}] = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} & 0 & 0 \\ p_{12} & p_{11} & p_{13} & -p_{14} & 0 & 0 \\ p_{31} & p_{31} & p_{33} & 0 & 0 & 0 \\ p_{41} & -p_{41} & 0 & p_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{44} & p_{41} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{14} & \frac{p_{11} - p_{12}}{2} \end{pmatrix} \quad (2.1.8)$$

## 2.2 - INTERACTION PARAMETRIQUE A TROIS ONDES

L'interaction entre ondes acoustiques et ondes lumineuses est due à la variation spatiale et temporelle de l'indice optique d'un cristal parcouru par une onde acoustique. Nous avons vu dans le paragraphe précédent que, lorsque le milieu est parcouru par une onde acoustique, les propriétés diélectriques sont représentées par le tenseur  $\vec{\epsilon}'(t, \vec{r})$  défini par :

$$\vec{\epsilon}' = \vec{\epsilon} + \Delta \vec{\epsilon}$$

$\vec{\epsilon}$  et  $\vec{\epsilon}'$  étant respectivement les tenseurs de constante diélectrique relative dans l'état non perturbé et l'état perturbé,  $\Delta\vec{\epsilon}$  la perturbation due à l'onde acoustique.

Les équations de Maxwell prennent la forme

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \epsilon_0 \cdot \vec{\epsilon}' \cdot \vec{E}$$

et les champs électriques  $\vec{E}$  qui existent dans le cristal déformé peuvent s'obtenir à partir de l'équation d'onde :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{E} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{\epsilon}' \cdot \vec{E} = 0 \quad (2.2.1)$$

La solution de l'équation (2.2.1) a été discutée par Slater (33). Dans le cas général, la solution fait intervenir un nombre infini d'ondes planes. Dans le cas de la diffraction de Bragg au premier ordre, seuls le champ électrique incident  $\vec{E}_1$ , le champ électrique diffracté  $\vec{E}_2$  et les ondes de déformation représentées par  $S_n$  ont des amplitudes importantes et le problème se réduit à une interaction paramétrique à trois ondes. Posons :

$$\begin{aligned} \vec{E}_1 &= \frac{1}{2} \left[ \vec{E}_{10} e^{j(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega_1 t)} + \text{c.c.} \right] \\ \vec{E}_2 &= \frac{1}{2} \left[ \vec{E}_{20} e^{j(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega_2 t)} + \text{c.c.} \right] \\ S_n &= \frac{1}{2} \left[ S_{n0} e^{j(\vec{k}_s \cdot \vec{r} - \omega_s t)} + \text{c.c.} \right] \quad (n = 1, 2, \dots, 6) \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

où  $\vec{E}_{10}$  et  $\vec{E}_{20}$  sont respectivement les amplitudes vectorielles des champs électriques incident et diffracté,  $S_{n0}$  sont les vecteurs de phase complexes représentant les amplitudes de déformation et c.c. désigne les complexes conjugués.

En présence de  $S_n$ , nous avons montré que :

$$\epsilon'_n = \epsilon_n + \Delta \epsilon_n \quad (n = 1, 2, \dots, 6)$$

où  $\Delta \epsilon_n$  est une fonction de la fréquence  $\omega_s$  et du vecteur d'onde  $\vec{k}_s$ .

Nous pouvons écrire

$$\Delta \epsilon_n = \frac{1}{2} \left( \Delta \epsilon_{no} e^{j(\vec{k}_s \cdot \vec{r} - \omega t)} + \text{c.c.} \right) \quad (2.2.3)$$

où  $\Delta \epsilon_{no}$  est la variation de l'amplitude des constantes diélectriques due à l'effet photoélastique.

Dans le cas de la diffraction de Bragg au premier ordre, les champs électriques dans le milieu sont donnés par

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

et l'équation d'onde (2.2.1) devient :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{\epsilon} \cdot (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) = - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Delta \vec{\epsilon} \cdot (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) \quad (2.2.4)$$

En remplaçant  $\vec{E}_1$ ,  $\vec{E}_2$  et  $\Delta \vec{\epsilon}$  par leurs valeurs, nous obtenons deux groupes d'équations couplées : le premier groupe dans le cas où

$$\omega_2 = \omega_1 + \omega_s :$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{E}_1 - \frac{\omega_1^2}{c^2} \vec{\epsilon} \cdot \vec{E}_1 = - \frac{\omega_1^2}{c^2} \Delta \vec{\epsilon}^* \cdot \vec{E}_2 \quad (2.2.5)$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{E}_2 - \frac{\omega_2^2}{c^2} \vec{\epsilon} \cdot \vec{E}_2 = - \frac{\omega_2^2}{c^2} \Delta \vec{\epsilon} \cdot \vec{E}_1 \quad (2.2.6)$$

le second groupe dans le cas où  $\omega_1 = \omega_2 + \omega_s$  :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{E}_1 - \frac{\omega_1^2}{c^2} \vec{\epsilon} \cdot \vec{E}_1 = \frac{\omega_1^2}{c^2} \Delta \vec{\epsilon} \cdot \vec{E}_2 \quad (2.2.7)$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{E}_2 - \frac{\omega_2^2}{c^2} \vec{\epsilon} \cdot \vec{E}_2 = \frac{\omega_2^2}{c^2} \Delta \vec{\epsilon}^* \cdot \vec{E}_1 \quad (2.2.8)$$

En général,  $\vec{E}_1$  et  $\vec{E}_2$  ont trois composantes et sont fonction des trois coordonnées spatiales à cause du couplage entre  $\vec{E}_1$  et  $\vec{E}_2$  dans les équations précédentes, et, en principe,  $\vec{E}_1$  et  $\vec{E}_2$  pourraient être obtenues en intégrant ces équations en tenant compte des conditions aux limites. Dans le cas particulier de l'interaction à trois ondes dans un milieu semi-infini, quand  $\vec{E}_1$  et  $\vec{E}_2$  sont couplées dans une seule direction  $x_3$ , (et en conséquence ne sont fonctions que de  $x_3$ ), les équations couplées peuvent être résolues en utilisant la méthode initialement formulée par Bloembergen (34) dans le cas de l'interaction entre ondes lumineuses. Dans des cas plus généraux, quand la zone d'interaction est finie à cause de la largeur finie du faisceau acoustique ou du faisceau lumineux incident, la résolution des équations couplées est plus compliquée. En pratique, nous pouvons considérer que l'onde lumineuse incidente garde une amplitude constante au cours de la traversée du faisceau acoustique. Nous n'avons donc pas à intégrer l'équation différentielle donnant  $\vec{E}_1$  et la seule équation différentielle à résoudre est :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{E}_2 + \frac{\omega_2^2}{c^2} \vec{\epsilon} \cdot \vec{E}_2 = \frac{\omega_2^2}{c^2} \Delta \vec{\epsilon} \cdot \vec{E}_1 \quad (2.2.9)$$

pour  $\omega_2 = \omega_1 + \omega_s$

$$\text{et } \vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{E}_2 + \frac{\omega_2^2}{c^2} \vec{\epsilon} \cdot \vec{E}_2 = \frac{\omega_2^2}{c^2} \Delta \vec{\epsilon}^* \cdot \vec{E}_1 \quad (2.2.10)$$

pour  $\omega_2 = \omega_1 - \omega_s$

Le second membre de l'équation différentielle inhomogène donnant  $\vec{E}_2$  est un terme source d'ondes électromagnétiques. Les composantes du champ diffracté sont déterminées par le vecteur déplacement induit qui est le produit du tenseur diélectrique induit et du champ incident  $\vec{E}_1$  :

$$\vec{D}_2 = \Delta\vec{\epsilon} \cdot \vec{E}_1 \quad \text{pour } \omega_2 = \omega_1 + \omega_s$$

$$\vec{D}_2 = \Delta\vec{\epsilon}^* \cdot \vec{E}_1 \quad \text{pour } \omega_2 = \omega_1 - \omega_s$$

$\Delta\vec{\epsilon}$  (ou  $\Delta\vec{\epsilon}^*$ ) est représenté par une matrice (3 x 3) et  $\vec{E}_1$  a en général trois composantes.

La solution des équations (2.2.9) et (2.2.10) peut être obtenue en utilisant la méthode des fonctions de Green. Par exemple, la composante suivant  $i$  du champ diffracté est donnée en intégrant (2.2.9) par :

$$E_{2i} = \int_{V'} \frac{\omega_2^2}{c^2} (\Delta\vec{\epsilon} \cdot \vec{E}_1)_i e^{-j(\vec{k}_1 + \vec{k}_s) \cdot \vec{r}'} \cdot G(\vec{r} - \vec{r}') \cdot dV' \quad (2.2.11)$$

où  $V'$  est le volume de la zone d'interaction entre l'onde acoustique et l'onde lumineuse incidente.  $G(\vec{r} - \vec{r}')$  est la fonction de Green solution de l'équation d'onde inhomogène :

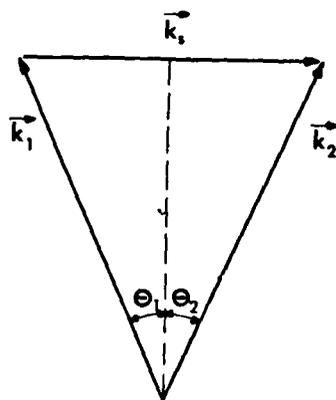
$$\begin{aligned} (V^2 + k_2^2) G(\vec{r} - \vec{r}') &= -\delta(\vec{r} - \vec{r}') \\ &\quad -jk_2^2 (\vec{r} - \vec{r}') \end{aligned}$$

avec

$$G(\vec{r} - \vec{r}') = \frac{e^{-jk_2 |\vec{r} - \vec{r}'|}}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (2.2.12)$$

Lorsque le point où est détecté le rayonnement est loin de la région d'interaction :

$$|\vec{r} - \vec{r}'| \sim R - \vec{n} \cdot \vec{r}'$$



$$\vec{k}_2 = \vec{k}_1 + \vec{k}_s$$

$$\omega_2 = \omega_1 + \omega_s$$

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta_B = \text{Arc sin} \left( \frac{k_s}{2k_1} \right)$$

$$(k_1 \neq k_2)$$

Figure 3 - Composition des vecteurs d'onde pour la diffraction de Bragg dans les cristaux isotropes.

où  $\vec{n}$  est un vecteur unitaire orienté suivant  $\vec{k}_2$ , R est la distance moyenne séparant la région d'interaction du point d'observation.

$$G(\vec{r} - \vec{r}') = \frac{e^{-jk_2 R + jk_2 \cdot r'}}{4\pi R}$$

L'équation (2.2.11) devient :

$$E_{2i} = \frac{\omega_2^2}{c^2} (\Delta \vec{\epsilon} \cdot \vec{E}_1)_i \frac{e^{-jk_2 \cdot R}}{4\pi R} \int_{V'} e^{-j(\vec{k}_1 + \vec{k}_s - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}'} dv' \quad (2.2.13)$$

Le champ diffracté sera maximum lorsque :

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_s - \vec{k}_2 = 0$$

Nous retrouvons donc les deux relations fondamentales de l'interaction paramétrique :

conservation de l'énergie :  $\omega_2 = \omega_1 + \omega_s$

conservation du vecteur d'onde :  $\vec{k}_2 = \vec{k}_1 + \vec{k}_s$

Dans les cristaux isotropes, les vecteurs  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$  sont supposés de longueur égale. En effet, la variation de l'amplitude de  $\vec{k}_2$  due à la variation de fréquence ( $\omega_2 = \omega_1 \pm \omega_s$ ) est très faible puisque  $\frac{\omega_s}{\omega_1} \sim 10^{-5}$ . Les vecteurs d'onde forment donc un triangle isocèle (figure 3). Nous retrouvons la relation classique pour la diffraction de Bragg :

$$\sin \theta_B = \frac{|k_s|}{2|k_1|} = \frac{\lambda_1}{2\Lambda} \quad (2.2.14)$$

où  $\theta_B$  est l'angle d'incidence du faisceau lumineux sur les plans d'onde acoustiques,  $\lambda_1$  est la longueur d'onde de la lumière incidente dans le milieu et  $\Lambda$  est la longueur d'onde acoustique.

L'écart à la condition de phase sur les ondes peut être représenté par :

$$\Delta \vec{k} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_s \quad (2.2.15)$$

Cet écart peut être dû par exemple à une variation de la fréquence acoustique.

Supposons que la zone d'interaction soit une boîte parallélépipédique de dimensions X, Y, Z. Nous pouvons intégrer l'équation (2.2.13) :

$$E_{2i} = \frac{\omega^2}{c^2} (\Delta \vec{\epsilon} \cdot \vec{E}_1)_i \frac{e^{-jk_2 R}}{4\pi R} X.Y.Z. A.B.C. \quad (2.2.16)$$

avec

$$A = \frac{\sin \Delta k_x \cdot \frac{X}{2}}{\Delta k_x \cdot \frac{X}{2}}$$

$$B = \frac{\sin \Delta k_y \cdot \frac{Y}{2}}{\Delta k_y \cdot \frac{Y}{2}}$$

$$C = \frac{\sin \Delta k_z \cdot \frac{Z}{2}}{\Delta k_z \cdot \frac{Z}{2}}$$

où  $\Delta k_x$ ,  $\Delta k_y$ ,  $\Delta k_z$  sont les composantes de  $\Delta \vec{k}$ .

Nous retrouvons la modulation en  $(\sin u/u)$  du champ diffracté dans le cas où les trois ondes en interaction ne sont pas parfaitement en accord de phase (35).

### 2.3 - DIFFRACTION DE LA LUMIERE DANS LES CONDITIONS DE BRAGG HABITUELLES

Nous étudierons d'abord la diffraction de la lumière dans les conditions de Bragg habituelles. Dans ces conditions, l'onde diffractée se propage à la même vitesse que l'onde incidente. Les vecteurs d'onde lumineux et acoustique forment donc un triangle isocèle (figure 3). Ce cas se rencontre en pratique lorsque la diffraction se fait sans

changement de polarisation ou lorsque la section de l'ellipsoïde des indices par le plan d'onde incident est un cercle. Nous étudierons ces effets dans les cristaux trigonaux afin de pouvoir interpréter les expériences réalisées dans le quartz et le niobate de lithium.

2.3.1 - Diffraction de la lumière sans changement de polarisation : diffraction par les ondes acoustiques longitudinales dans les cristaux trigonaux de coupe (001).  
Résultats expérimentaux pour LiNbO<sub>3</sub>.

Considérons un cristal trigonal de coupe (001) parcouru par une onde longitudinale représentée par la déformation  $S_3$ . Cette déformation induit les variations des constantes diélectriques suivantes (déterminées à partir du tableau des constantes photoélastiques (2.1.8) et de la relation (2.1.6) :

$$\begin{aligned} \Delta\epsilon_1 &= -\frac{1}{2}p_{13} \epsilon_1^2 S_3 \\ \Delta\epsilon_2 &= -\frac{1}{2}p_{13} \epsilon_2^2 S_3 \\ \Delta\epsilon_3 &= -\frac{1}{2}p_{33} \epsilon_3^2 S_3 \end{aligned} \quad (2.3.1.1)$$

Le vecteur déplacement électrique induit est donc lié au champ électrique incident par la relation matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} D_{21} \\ D_{22} \\ D_{23} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -p_{13}\epsilon_1^2 S_3 & 0 & 0 \\ 0 & -p_{13}\epsilon_2^2 S_3 & 0 \\ 0 & 0 & -p_{33}\epsilon_3^2 S_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{11} \\ E_{12} \\ E_{13} \end{pmatrix}$$

(2.3.1.2)

Cette relation montre que l'onde lumineuse polarisée suivant 1, 2 ou 3 reste polarisée suivant 1, 2 ou 3 après diffraction. Calculons mainte-

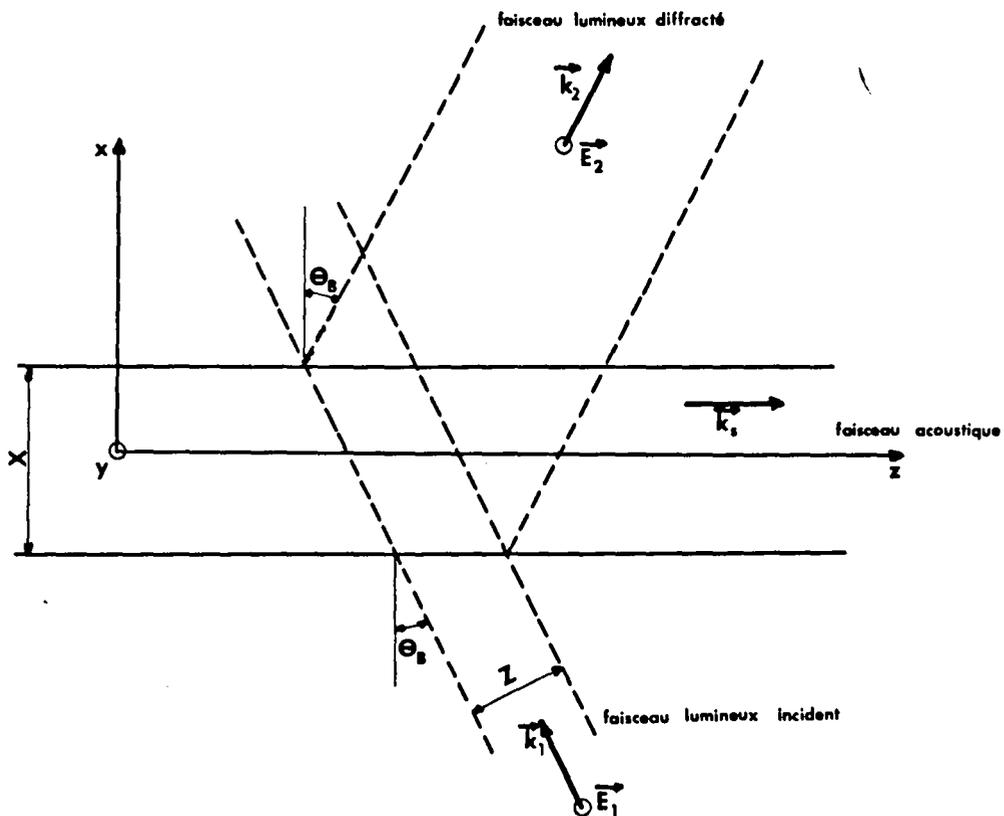


Figure 4 - Diffraction de la lumière sans changement de polarisation par les ondes acoustiques longitudinales suivant la direction (001) des cristaux trigonaux.

nant l'intensité lumineuse diffractée dans toutes les directions. Précisons d'abord les conditions expérimentales. Nous supposons que la section du faisceau lumineux est rectangulaire, de section Y. Z, et que le faisceau acoustique est un carré de côté X. ( $X \gg Y$  et Z). (fig.4) La région d'interaction est donc une boîte parallélépipédique de dimensions X, Y et Z lorsque  $\theta$  est faible (de l'ordre de  $2^\circ$ ). Nous supposons que la direction de propagation de la lumière incidente est confondue avec la direction (100), à quelques degrés près, et est polarisée suivant (010). l'onde se propage donc à la vitesse ordinaire. La relation matricielle (2.3.1.1) prend la forme simple suivante :

$$D_{22} = -P_{13} \cdot \epsilon_1^2 \cdot \frac{S_3}{2} \cdot E_{12} \quad (2.3.1.3)$$

A partir de la relation (2.2.16), nous obtenons facilement la valeur maximale de l'amplitude du champ diffracté :

$$E_{22} = k_2^2 \cdot \epsilon_1 \cdot P_{13} \cdot \frac{S_3}{2} \cdot E_{12} \cdot \frac{e^{-jk_2 R}}{4\pi R} \cdot X \cdot Y \cdot Z \quad (2.3.1.4)$$

Le rapport de la puissance lumineuse diffractée  $P_2$  et de la puissance lumineuse incidente  $P_1$  est :

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\int E_{22} \cdot dS}{\int E_{12}^2 \cdot dS} \quad \begin{array}{l} \text{(étendue à la surface du faisceau diffracté)} \\ \text{(étendue à la surface du faisceau incident)} \end{array}$$

En pratique, les dimensions du faisceau laser sont faibles vis-à-vis des dimensions du faisceau acoustique et

$$\frac{\sin Y \cdot \frac{\Delta k_y}{2}}{Y \cdot \frac{\Delta k_y}{2}} \cdot \frac{\sin Z \cdot \frac{\Delta k_z}{2}}{Z \cdot \frac{\Delta k_z}{2}} \rightarrow 1$$

l'amplitude du faisceau diffracté ne dépend que la dimension latérale X du faisceau acoustique.

$$E_{22} = k_2^2 \cdot \epsilon_1 P_{13} \frac{S_3}{2} E_{12} \frac{e^{-jk_2 R}}{4 \pi R} X.Y.Z. \frac{\sin \Delta k_x \frac{X}{2}}{\Delta k_x \cdot \frac{X}{2}}$$

(2.3.1.5)

Soient Y et Z les dimensions du plan d'onde lumineux incident :

$$P_1 = E_{12}^2 \cdot Y.Z.$$

Le plan d'onde diffracté s'écarte de la direction de  $\vec{k}_2$  par suite des effets d'interférence. La répartition spatiale du rayonnement issu d'une ouverture rectangulaire de dimensions Y et Z est représentée par :

$$\frac{\sin \left[ \frac{\pi Z}{\lambda_2} \cdot \sin \phi \right]}{\left( \frac{\pi Z}{\lambda_2} \cdot \sin \phi \right)} \cdot \frac{\left( \sin \frac{\pi Y}{\lambda_2} \sin \theta \right)}{\left( \frac{\pi Y}{\lambda_2} \cdot \sin \theta \right)}$$

$\phi$  et  $\theta$  représentent les écarts angulaires formés par les rayons du faisceau situés dans les plans (x,z) et (x,y) par rapport à l'axe du faisceau.

La surface du faisceau diffractée est déterminée par le premier zéro de cette fonction :

soit par :  $\sin \theta = \frac{\lambda_2}{Y} = \frac{2 \pi}{k_2 Y}$

$$\sin \phi = \frac{\lambda_2}{Z} = \frac{2 \pi}{k_2 Z}$$

Les points situés à mi-hauteur (à 3 db) sont sensiblement définis par :

$$\sin \theta \sim \theta \sim \frac{\lambda_2}{2Y}$$

$$\sin \phi \sim \phi \sim \frac{\lambda_2}{2Z}$$

Nous pouvons considérer que l'intensité diffractée est sensiblement constante entre les points à 3 db et la puissance lumineuse diffractée  $P_2$  s'obtient en multipliant  $E_{22}^2$  par la surface du faisceau diffracté, soit :

$$\left( \frac{2\pi}{k_2} \right)^2 \frac{R^2}{Y \cdot Z}$$

D'où :

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{k_2^2}{4} \left( \epsilon_1 \cdot P_{13} \frac{S_4}{2} \right)^2 \cdot X^2 \cdot \left( \frac{\sin \frac{\Delta k_x}{2} \cdot X}{\frac{\Delta k_x}{2} \cdot X} \right)^2$$

(2.3.1.6)

Cette expression se met généralement sous une autre forme en utilisant les relations suivantes :

$$k_2 = \frac{\omega}{v} = \frac{\omega}{c} \cdot n = n k_0$$

et  $\epsilon = n^2$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{k_0^2}{8} \cdot \frac{n^6 P_{13}^2}{\rho v^3} \cdot X^2 \cdot P_{ac} \cdot \left( \frac{\sin \frac{\Delta k_x}{2} \cdot X}{\frac{\Delta k_x}{2} \cdot X} \right)^2$$

(2.3.1.7)

$P_{ac}$  est l'intensité de l'onde acoustique.

$$P_{ac} = \frac{\rho v^3 S_3^2}{2}$$

Le terme  $M = \left( \frac{n^6 P_{13}^2}{\rho v^3} \right)$  est le facteur de mérite du cristal.

Ce facteur caractérise le cristal utilisé du point de vue de la diffraction de la lumière par effet élasto-optique. Ce facteur peut être augmenté en travaillant avec un rayonnement infrarouge puisque

l'indice augmente dans cette partie du spectre hertzien. On aura également avantage à travailler avec des ondes transversales qui se propagent beaucoup moins vite que les ondes longitudinales.

L'intensité lumineuse diffractée est indépendante de la fréquence des ondes acoustiques. Nous pourrions donc mesurer les puissances acoustiques transportées par les harmoniques d'une onde acoustique fondamentale en faisant varier uniquement l'angle de Bragg et en mesurant l'intensité lumineuse diffractée.

L'intensité lumineuse diffractée est directement proportionnelle à la puissance acoustique. Nous pourrions donc diffracter une partie importante du faisceau lumineux incident si l'onde acoustique produite dans le cristal est intense. Pour caractériser les qualités intrinsèques du cristal du point de vue de la déflexion, on définit souvent un facteur  $C$  qui est le rapport en décibels de la puissance lumineuse diffractée et de la puissance lumineuse incidente pour une puissance acoustique totale de 1 m W d'un faisceau acoustique circulaire dans le cristal.

$$C = 10 \log \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot \frac{n^6 \cdot P_{13}^2}{\rho v^3} \quad (2.3.1.8)$$

### RESULTATS EXPERIMENTAUX

Nous avons vérifié expérimentalement ces résultats dans  $\text{LiNbO}_3$  en utilisant le montage décrit au premier chapitre (figure 1) et en respectant la géométrie de la figure 4. Nous avons excité une onde acoustique longitudinale à 960 Mhz se propageant suivant la direction (001). L'angle d'incidence du faisceau laser, polarisé suivant (010), par rapport à la direction (100) est égal à  $2^\circ 30'$  (mesuré à l'extérieur du cristal). Nous avons vérifié que le faisceau lumineux diffracté faisait le même angle avec la direction (100) et qu'il n'y avait pas de changement de polarisation. En mesurant la puissance  $P_{ac}$  de l'onde acoustique avec la détection superhétérodyne classique et le rapport

$\frac{P_2}{P_1}$  de la puissance lumineuse diffractée et de la puissance lumineuse

incidente avec la détection optique, nous avons déterminé le facteur de mérite  $M$  : en effet, si nous faisons l'expérience exactement dans les conditions de Bragg (c'est-à-dire lorsque l'angle d'incidence du faisceau laser est rigoureusement égal à l'angle de Bragg  $\theta_B$  correspondant à la fréquence acoustique), l'expression (2.3.1.7) devient :

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\pi^2}{2\lambda_o^2} M \cdot X^2 \cdot P_{ac} \quad (2.3.1.9)$$

Nous avons trouvé  $M = 6,75 \cdot 10^{-16}$ . Nous en avons déduit la valeur de la constante photoélastique  $p_{23} = p_{13} = 0,095$  et du facteur  $C$  défini par (2.3.1.8) :  $C = -49,5 \pm 1$  dB.

A l'aide d'un rotateur de polarisation placé à la sortie du laser, nous avons ensuite amené la polarisation du faisceau laser incident parallèle à la direction (001). Dans ces conditions, nous avons trouvé

$$M = 4,9 \cdot 10^{-16}$$

et nous en avons déduit la valeur de la constante photoélastique

$$p_{33} = 0,090$$

et le facteur  $C$  correspondant :  $C = -51 \pm 1$  dB.

Les valeurs des constantes photoélastiques sont déterminées à  $\pm 10$  % et sont en accord avec celles publiées antérieurement (36,37)

L'expression (2.3.1.7) montre que l'intensité lumineuse diffractée est modulée par une fonction  $(\sin u/u)^2$  lorsque les trois ondes en interaction ne sont pas parfaitement en accord de phase. Nous avons fait la vérification expérimentale de ce phénomène de modulation en faisant varier l'angle d'incidence  $\theta_1$  autour de la valeur  $\theta_B$  pour une valeur constante de la fréquence acoustique. Si nous tournons le cristal d'un angle  $\Delta\theta$  à partir des conditions de Bragg ( $\theta_1 = \theta_2 = \theta_B$ )

nous avons par exemple :

$$\theta_1 = \theta_B - \Delta\theta \quad \text{et} \quad \theta_2 = \theta_B + \Delta\theta$$

ce qui entraîne (d'après la figure 4) :

$$\Delta k_x = k (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

puisque  $k_1 = k_2$  avec une très bonne approximation, ou

$$\begin{aligned} \Delta k_x &= k \left\{ \left[ 1 - \frac{1}{2} (\theta_B - \Delta\theta)^2 \right] - \left[ 1 - \frac{1}{2} (\theta_B + \Delta\theta)^2 \right] \right\} \\ &= 2 k \cdot \theta_B \cdot \Delta\theta = k_s \cdot \Delta\theta \end{aligned}$$

$k_s$  étant le vecteur d'onde acoustique.

Nous pouvons donc écrire que pour une faible variation  $\Delta\theta$  de l'angle d'incidence autour de la valeur  $\theta_B$  l'intensité diffractée est égale à :

$$I(\Delta\theta) = I_0 \cdot \frac{\sin^2(k_s \cdot \Delta\theta \cdot X/2)}{(k_s \cdot \Delta\theta \cdot X/2)^2} \quad (2.3.1.10)$$

$X$  étant la largeur du faisceau acoustique.

L'angle  $\Delta\theta$  dans l'expression (2.3.1.10) est l'angle à l'intérieur du cristal.

L'angle correspondant mesuré à l'intérieur du cristal sera donc  $\Delta\theta_{ext} = n \cdot \Delta\theta$

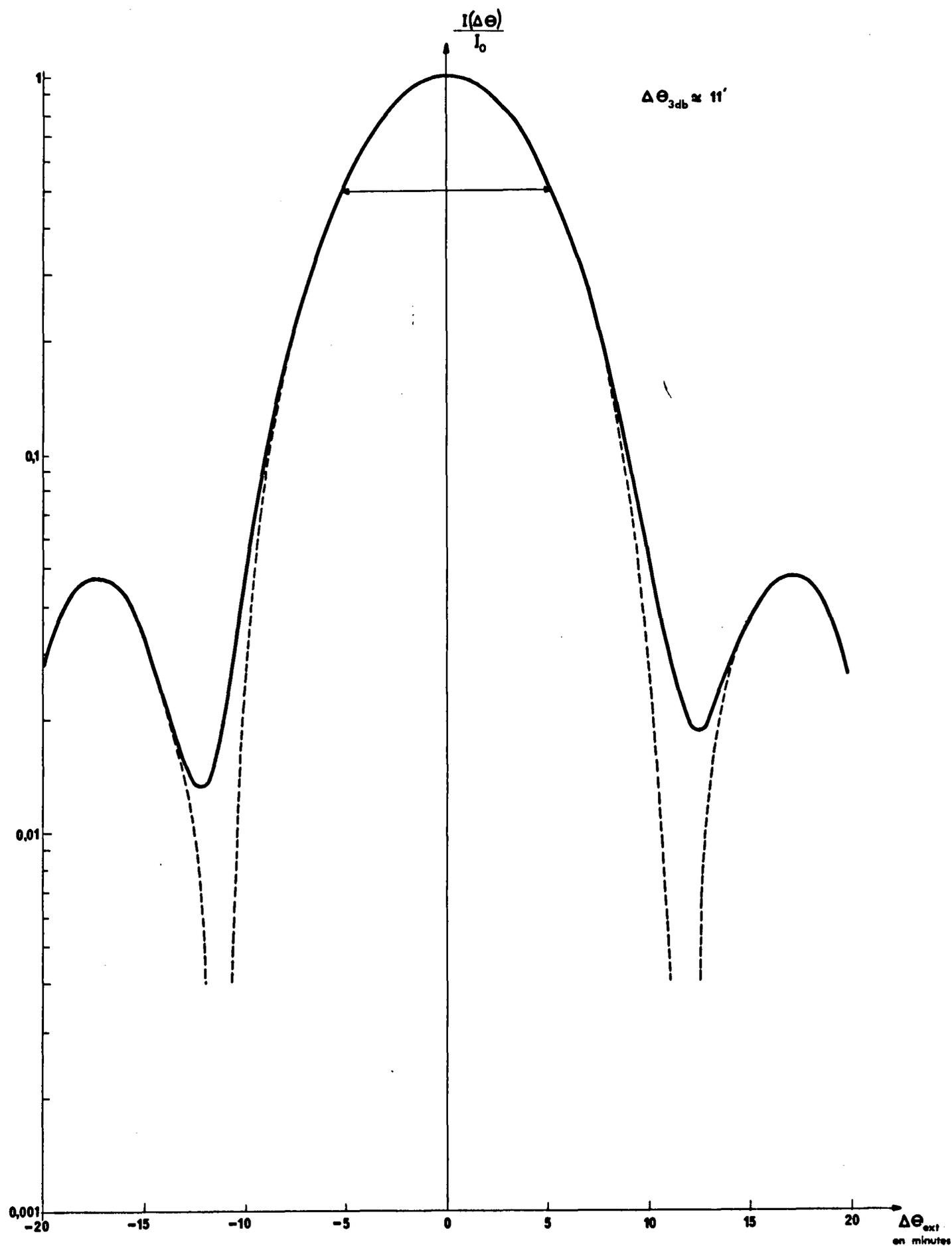
La valeur de l'angle  $\Delta\theta$  correspondant au premier zéro de la fonction  $(\sin u/u)^2$  est déterminée par :

$$\pi \cdot \Delta\theta \cdot X / \Lambda = \pi$$

où  $\Lambda$  est la longueur d'onde acoustique, de sorte que

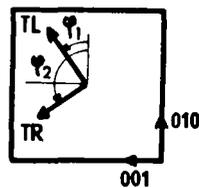
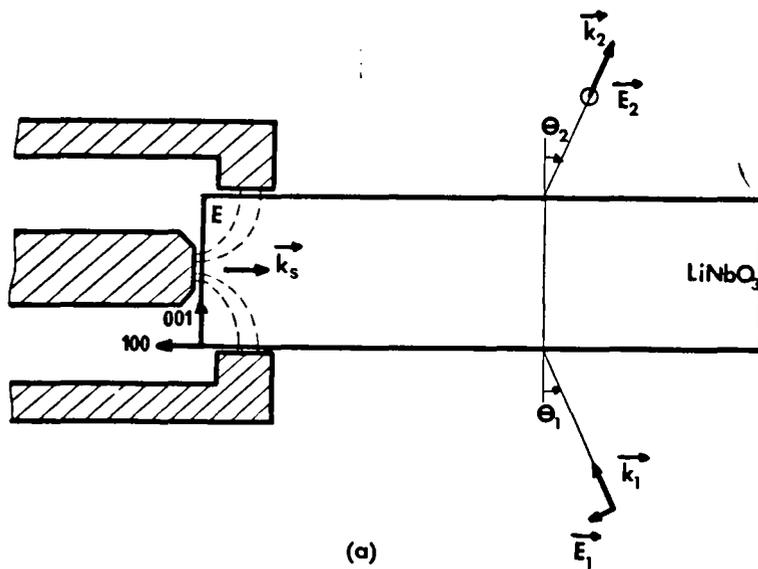
$$\Delta\theta_{ext} = n \Lambda / X \quad (2.3.1.11)$$

La variation totale de  $\theta_{ext}$  permise pour que l'intensité diffractée ne diminue à plus de la moitié de sa valeur initiale est :



**Figure 5** - Variation de l'intensité diffractée en fonction de la variation de l'angle de Bragg obtenue avec une onde acoustique longitudinale se propageant dans  $\text{LiNbO}_3$  suivant (001) à 960 Mhz.

en pointillé : représentation théorique  
 en plein : détermination expérimentale



$$\varphi_1 = 41^\circ$$

$$\varphi_2 = 131^\circ$$

Figure 6 - Diffraction de la lumière avec changement de polarisation par des ondes acoustiques transversales se propageant dans  $\text{LiNbO}_3$  suivant (100)

a) montage de l'échantillon

b) polarisation des deux ondes acoustiques transversales

à la situation rencontrée expérimentalement puisque l'onde transversale lente est très faiblement excitée lorsqu'on applique un champ électrique normal à la surface du cristal. Soit  $S$  l'amplitude de déformation de l'onde transversale considérée,  $\varphi$  l'angle de son vecteur polarisation avec l'axe (010). Il y a donc propagation dans le cristal de deux déformations :  $S_5$  et  $S_6$  :

$$S_5 = S \cdot \sin \varphi , \quad S_6 = S \cos \varphi$$

A partir du tableau (2.1.8) des constantes photoélastiques et de la relation (2.1.6), il est facile de montrer que les seules variations de constante diélectrique non nulles sont :

$$\Delta \epsilon_{13} = - \frac{1}{2} \cdot \epsilon_1 \cdot \epsilon_3 \left( P_{44} S_5 + P_{41} S_6 \right) \quad (2.3.2.1)$$

$$\Delta \epsilon_{12} = - \frac{1}{2} \epsilon_1^2 \left( P_{14} S_5 + P_{66} S_6 \right)$$

Le tenseur des variations des constantes diélectriques prend donc la forme :

$$\vec{\Delta \epsilon} = \begin{pmatrix} 0 & \Delta \epsilon_{12} & \Delta \epsilon_{13} \\ \Delta \epsilon_{12} & 0 & 0 \\ \Delta \epsilon_{13} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.3.2.2)$$

Supposons (figure 6) que la lumière arrive suivant la direction (001) (à l'angle de Bragg  $\theta_B$  près).  $E_{11}$  et  $E_{12}$  sont différents de zéro puisque le champ  $\vec{E}_1$  est transversal. Le faisceau diffracté se propage dans le plan (1,3) puisqu'il y a conservation des vecteurs d'onde et que  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_S$  sont dans le plan (1,3). La relation matricielle donnant le vecteur déplacement électrique induit prend donc la forme :

$$\begin{pmatrix} D_{21} \\ D_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \Delta \epsilon_{12} \\ \Delta \epsilon_{12} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{11} \\ E_{12} \end{pmatrix} \quad (2.3.2.3)$$

Cette relation matricielle montre que le champ électrique incident et le champ électrique diffracté sont orthogonaux. Dans le cas général, l'onde diffractée ne se propage pas à la même vitesse que l'onde incidente puisque les polarisations sont différentes. Dans le cas particulier étudié, les vitesses de propagation sont les mêmes puisque la section de l'ellipsoïde des indices par le plan d'onde incident est un cercle. Les vecteurs d'onde  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$  correspondant à des polarisations orthogonales ont même longueur et l'on pourra observer la diffraction de la lumière dans les conditions de Bragg :

La diffraction de la lumière par les ondes transversales est donc caractérisée par une rotation de  $\pi/2$  du champ électrique incident. Cette propriété pourra être mise à profit pour séparer les faisceaux lumineux incident et diffracté au moyen d'un polariseur. On peut alors augmenter le rapport signal sur bruit du système de détection.

Calculons l'intensité du signal diffracté. Supposons (figure 6) que le faisceau lumineux incident soit polarisé suivant (100). Le faisceau diffracté est polarisé suivant (010) et le module du vecteur déplacement électrique induit est :

$$D_{22} = - \epsilon_1^2 ( P_{14} \sin \varphi + P_{66} \cos \varphi ) \frac{S}{2} \cdot E_{11} \quad (2.3.2.4)$$

En posant :

$$P_{\text{effectif}} = P_{14} \sin \varphi + P_{66} \cos \varphi , \quad (2.3.2.5)$$

nous obtenons une expression formellement identique à (2.3.1.3). En reprenant le même raisonnement, nous obtenons pour le rapport de la puissance lumineuse diffractée et de la puissance lumineuse incidente :

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{k_o^2}{8} \left( \frac{n^6 P_{\text{eff}}^2}{\rho v^3} \right) \cdot Z^2 \cdot P_{\text{ac}} \cdot \left( \frac{\sin \Delta k_z \cdot \frac{Z}{2}}{\Delta k_z \cdot \frac{Z}{2}} \right)^2 \quad (2.3.2.6)$$

Z étant la largeur du faisceau acoustique.

Le résultat obtenu montre que les propriétés élasto-optiques du cristal peuvent encore être représentées par le facteur de mérite M :

$$M = \frac{n^6 p_{eff}^2}{\rho v^3}$$

et le facteur C défini par (2.3.1.8).

Remarquons que n est l'indice de réfraction de l'onde diffractée.

### RESULTATS EXPERIMENTAUX

Nous avons vérifié expérimentalement ces résultats en utilisant le montage précédent de la figure 6. En appliquant un champ électrique intense perpendiculairement à la surface d'un parallélépipède de  $\text{LiNbO}_3$  (5x5x10mm) de coupe X, nous avons excité les deux ondes acoustiques transversales de polarisations orthogonales (Table II) à 970 Mhz. Nous avons détecté optiquement les deux systèmes d'échos à des angles de Bragg distincts (puisque les deux ondes ont des vitesses différentes) et nous avons mesuré la puissance acoustique correspondante. En utilisant (2.3.2.6), nous avons pu ainsi évaluer le facteur de mérite M et la constante photoélastique efficace correspondante :

- pour l'onde transversale lente : ( $\theta_B = 4^\circ 12'$ )

$$M = 2,24 \cdot 10^{-16}, \text{ d'où } (p_{eff})_{TL} = 0,071 \text{ et } C = -54,5 \text{ db}$$

- pour l'onde transversale rapide : ( $\theta_B = 3^\circ 35'$ )

$$M = 0,41 \cdot 10^{-16}, \text{ d'où } (p_{eff})_{TR} = 0,012 \text{ et } C = -62 \text{ db}$$

Remarquons que le facteur de mérite, pour l'onde transversale lente est beaucoup plus élevé que celui obtenu <sup>pour l'onde</sup> transversale rapide, ce qui explique que nous avons détecté optiquement des échos du même ordre de grandeur pour les deux systèmes d'onde, bien que la puissance acoustique de l'onde transversale lente soit beaucoup plus faible que celle de l'onde transversale rapide pour le même champ électrique appliqué à la surface du barreau.

Ces deux valeurs précédentes nous permettent de calculer  $p_{14}$  et  $p_{66}$ . En effet, d'après (2.3.2.5), nous pouvons écrire :

$$(p_{\text{eff}})_{\text{TL}} = p_{14} \sin \varphi_1 + p_{66} \cdot \cos \varphi_1 \quad (2.3.2.7)$$

$$(p_{\text{eff}})_{\text{TR}} = p_{14} \sin \varphi_2 + p_{66} \cdot \cos \varphi_2$$

où  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  sont respectivement les angles des vecteurs de polarisation de l'onde transversale lente et de l'onde transversale rapide avec la direction (010). D'après les résultats de la table II,  $\varphi_1 = 41^\circ$ ,  $\varphi_2 = 131^\circ$ .

En remplaçant  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  par leur valeur, nous obtenons à partir de (2.3.2.7) :

$$p_{14} = 0,755 (p_{\text{eff}})_{\text{TR}} + 0,656 (p_{\text{eff}})_{\text{TL}} \quad (2.3.2.8)$$

$$p_{66} = 0,755 (p_{\text{eff}})_{\text{TL}} - 0,656 (p_{\text{eff}})_{\text{TR}}$$

A partir des valeurs mesurées des deux constantes photoélastiques efficaces, nous obtenons :  $p_{14} = 0,056$  et  $p_{66} = 0,046$

La valeur de  $p_{66}$  est en accord avec la valeur de 0,054 calculée à partir des résultats de Dixon (36). La valeur de  $p_{14}$  déterminée à partir de (2.3.2.8) est voisine de la valeur de 0,070 obtenue par Reintjes et Schulz (37).

## 2.4 - DIFFRACTION DE LA LUMIERE DANS LES CRISTAUX ANISOTROPES

Les résultats obtenus dans les chapitres précédents montrent que les expériences se compliquent lorsque la diffraction des ondes lumineuses se fait avec changement de polarisation. Le vecteur d'onde incident a généralement une longueur différente de celle du vecteur d'onde diffracté et les résultats précédents doivent être généralisés. L'étude générale de ce problème a été faite par Dixon (38).

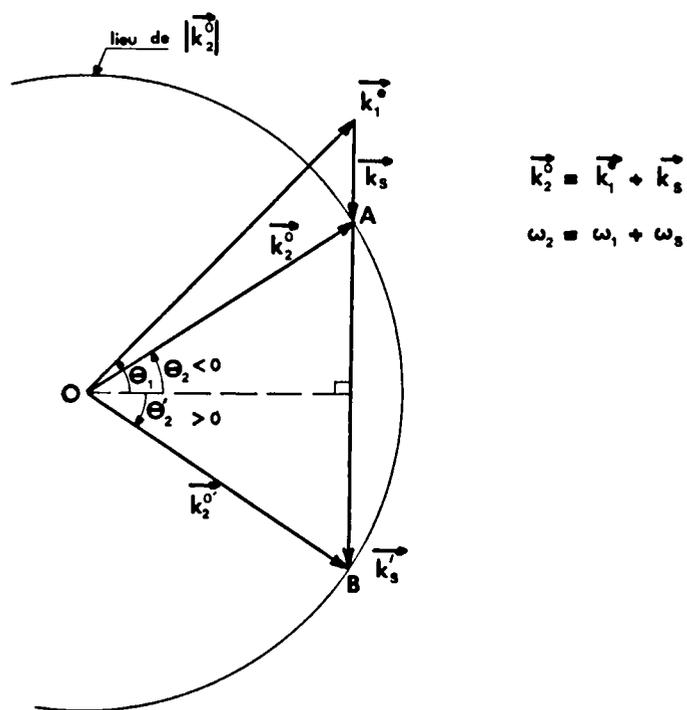


Figure 7 - Construction des vecteurs d'onde pour la diffraction de la lumière dans un cristal uniaxe positif.

Nous avons repris cette étude dans le cas particulier des cristaux tri-  
gonaux. Dans certaines conditions, l'effet d'anisotropie est très impor-  
tante et modifie complètement les directions relatives du faisceau inci-  
dent et du faisceau diffracté.

Lorsque la diffraction de la lumière se fait dans les  
conditions de Bragg (cristaux isotropes), l'angle d'incidence  $\theta$  est égal  
à l'angle de diffraction et a une valeur  $\theta_B$  (angle de Bragg) définie  
par la relation :

$$\sin \theta_B = \frac{\lambda_1}{2\lambda_s} = \frac{\lambda_o}{2n \cdot \lambda_s} = \frac{\lambda_o}{2nv} f \quad (2.4.1)$$

où  $\lambda_1$  est la longueur d'onde optique dans le milieu,  $\lambda_o$  la longueur  
d'onde optique dans l'air,  $n$  l'indice de milieu ;  $\lambda_s$ ,  $v$  et  $f$  sont  
respectivement la longueur d'onde, la vitesse et la fréquence de l'onde  
acoustique. La relation (2.4.1) permet de calculer la valeur maximale  
de la fréquence acoustique :

$$f_{\max} = \frac{2n \cdot v}{\lambda_o} \quad (2.4.2)$$

Etudions maintenant la diffraction dans un cristal  
uniaxe positif. (l'indice extraordinaire  $n_e$  est supérieur à l'indice or-  
dinaire  $n_o$  : c'est le cas du quartz). Considérons un faisceau lumineux  
incident se propageant perpendiculairement à l'axe optique à la vitesse  
**extraordinaire**. Il interagit avec une onde acoustique se propageant nor-  
malement à l'axe optique. Supposons que le champ induit<sup>soit</sup> tel que le fais-  
ceau diffracté se propage à la vitesse ordinaire. Nous avons :

$$| \vec{k}_2^o | < | \vec{k}_1^e |$$

Supposons également que l'interaction est telle que  
la pulsation  $\omega_2$  de l'onde diffractée soit égale à  $\omega_2 = \omega_1 + \omega_s$ .

La figure 7 représente les vecteurs d'onde lumineux ( $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$ ) et acous-  
tique ( $\vec{k}_s$ ) en interaction.

Le lieu de l'extrémité du vecteur d'onde diffracté est le cercle de centre 0 et de rayon égal à  $\frac{\omega_2}{v_2} = n_o \cdot k_o$  ( $k_o = \frac{2\pi}{\lambda_o}$ )

L'examen de la figure 7 montre que, pour un vecteur d'onde lumineux incident donné, il y a en général deux ondes acoustiques de fréquences différentes qui peuvent diffracter la lumière. L'onde basse fréquence engendre un phénomène de diffraction avec  $\theta_2 < 0$  : le faisceau acoustique et le faisceau lumineux diffracté forment alors un angle obtus.

Dans ce cas, l'interaction colinéaire entre une onde acoustique et deux ondes lumineuses est possible ( $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$ ,  $\theta_2 = -\frac{\pi}{2}$ ) et la fréquence acoustique est alors minimum :

$$f_{\min} = \frac{n_e - n_o}{\lambda_o} \cdot v = \frac{v}{\lambda_o} \cdot \Delta n \quad (2.4.3)$$

A partir des relations de conservation de l'énergie et des vecteurs d'onde

$$\omega_2 = \omega_1 + \omega_s$$

et

$$k_1 \sin \theta_1 + k_2 \sin \theta_2 = k_s \quad (2.4.4)$$

$$k_1 \cos \theta_1 = k_2 \cos \theta_2$$

nous pouvons calculer la valeur des angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$

$$\sin \theta_1 = \frac{\lambda_o}{2 n_e v} \left[ f + \frac{v^2}{f \lambda_o^2} (n_e^2 - n_o^2) \right] \quad (2.4.5)$$

$$\sin \theta_2 = \frac{\lambda_o}{2 n_o v} \left[ f - \frac{v^2}{f \lambda_o^2} (n_e^2 - n_o^2) \right]$$

Le premier terme du second membre de ces expressions est le même que celui qui représente la relation de Bragg (2.4.1). Le second terme n'apparaît que dans le cas des cristaux anisotropes. Les deux termes sont égaux pour :

$$f' = \frac{v}{\lambda_o} \sqrt{n_e^2 - n_o^2} = \frac{v}{\lambda_o} \sqrt{2 n \Delta n} \quad (2.4.6)$$

dans ces conditions  $\theta = 0$

Table III. - Fréquences acoustiques critiques pour la diffraction de la lumière dans le quartz et le niobate de lithium.

CRISTAL	ONDE ACOUSTIQUE		$f_{\min}$ (Mhz)	$f'$ (Ghz)	$f_{\max}$ (Ghz)
	DIRECTION	POLARISATION			
Si O <sub>2</sub>	X	long.	82	1,52	28
	X	transv.rapide	75	1,35	25
	X	transv.lente	48	0,935	16,5
LiNbO <sub>3</sub>	X	long.	900	7,45	27,2

Pour  $f > f'$ , le premier terme est plus important que le second et l'on observe la diffraction dans des conditions voisines de celles de la diffraction de Bragg. Par contre, pour  $f < f'$ , le terme d'anisotropie est prépondérant et l'angle  $\theta_2$  est négatif.

L'étude de la diffraction dans les cristaux anisotropes est donc caractérisée par une valeur minimale  $f_{\min}$  de la fréquence acoustique  $f$  sous laquelle il n'y a plus de diffraction, et par une valeur caractéristique  $f'$  sous laquelle les effets dus à l'anisotropie deviennent prépondérante. Nous avons calculé ces fréquences pour les cristaux utilisés (table III). Les angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$  pouvant prendre des valeurs importantes, l'intensité diffractée ne pourra plus s'exprimer en fonction des constantes photoélastiques rapportées aux axes cristallographiques pour des fréquences inférieures à la valeur caractéristique  $f'$ .

Comme exemple d'interaction en milieu anisotrope, nous étudierons d'abord la diffraction de la lumière par les ondes longitudinales et transversales se propageant suivant la direction (100) des cristaux trigonaux. Nous montrerons que dans ces cristaux il peut y avoir diffraction de la lumière par les ondes longitudinales avec changement de polarisation. Lorsque le plan d'onde incident contient l'axe optique, le champ diffracté contient deux composantes, l'une parallèle à la polarisation incidente, l'autre orthogonale. Ces ondes diffractées, se propageant à des vitesses différentes, sont séparées à la sortie du cristal. Pour obtenir une expression simple de l'intensité lumineuse diffractée, nous utiliserons un système d'axes auxiliaire  $(x'_1, x'_2, x'_3)$  obtenu à partir du système des axes cristallographiques  $(x_1, x_2, x_3)$  par une rotation de  $\theta$  autour de l'axe  $x_3$ .

2.4.1 - Diffraction de la lumière par les ondes transversales dans un cristal trigonal aux fréquences où l'anisotropie du cristal a des effets prédominants. Résultats expérimentaux pour le quartz.

La façon la plus simple d'étudier l'effet de l'anisotropie est d'utiliser d'abord l'ellipsoïde des indices puis la relation (2.1.6) pour évaluer les variations des constantes diélectriques. Nous avons vu au paragraphe (2.3.2) que lorsque l'onde transversale rapide se propage suivant la direction (100) d'un cristal trigonal, elle introduit une modification de l'ellipsoïde des indices : à partir des constantes photoélastiques, nous pouvons calculer les variations des coefficients  $B_{ij}$ . Les seules variations non nulles sont :

$$\Delta B_5 = \frac{1}{2} ( P_{44} \sin \varphi + P_{41} \cos \varphi ) S \quad (2.4.1.1)$$

$$\Delta B_6 = \frac{1}{2} ( P_{14} \sin \varphi + P_{66} \sin \varphi ) S$$

L'équation de l'ellipsoïde des indices :

$$B_1 (x_1^2 + x_2^2) + B_3 x_3^2 = 1$$

devient donc :

$$B_1 (x_1^2 + x_2^2) + B_3 x_3^2 + 2 \Delta B_5 x_1 x_3 + 2 \Delta B_6 x_1 x_2 = 1 \quad (2.4.1.2)$$

Dans le repère  $(x'_1, x'_2, x'_3)$ , l'équation de l'ellipsoïde des indices déformé est la suivante :

$$\begin{aligned} & x_1'^2 ( B_1 + \Delta B_6 \sin 2 \theta ) + x_2'^2 ( B_1 - \Delta B_6 \sin 2 \theta ) + x_3'^2 B_3 \\ & + 2 \Delta B_5 x_1' x_3' \cos \theta - 2 \Delta B_5 x_2' x_3' \sin \theta + 2 \Delta B_6 x_1' x_2' \cos 2\theta = 1 \end{aligned} \quad (2.4.1.3)$$

Dans ce nouveau repère, la représentation de l'ellipsoïde des indices non déformé n'a pas changé et les variations  $\Delta B'_{ij}$  sont égales à :

$$\begin{aligned} \Delta B'_1 &= \Delta B_6 \sin 2\theta & \Delta B'_4 &= -\Delta B_5 \sin \theta \\ \Delta B'_2 &= -\Delta B_6 \sin 2\theta & \Delta B'_5 &= \Delta B_5 \cos \theta \quad (2.4.1.4) \\ \Delta B'_3 &= 0 & \Delta B'_6 &= \Delta B_6 \cos 2\theta \end{aligned}$$

Connaissant les  $\Delta B'_{ij}$ , nous pouvons calculer les  $\Delta \epsilon_{ij}$  correspondants par la relation :

$$\Delta \epsilon_{ij} = -\epsilon_{ij}^2 \Delta B'_{ij}.$$

D'où le tenseur  $\vec{\Delta \epsilon}$  dans le nouveau repère  $x'_1, x'_2, x'_3$ .

$$\vec{\Delta \epsilon} = - \begin{pmatrix} \epsilon_1^2 \Delta B_6 \sin 2\theta, & \epsilon_1^2 \Delta B_6 \cos 2\theta, & \epsilon_1 \epsilon_3 \Delta B_5 \cos \theta \\ \epsilon_1^2 \Delta B_6 \cos 2\theta, & -\epsilon_1^2 \Delta B_6 \sin 2\theta, & -\epsilon_1 \epsilon_3 \Delta B_5 \sin \theta \\ \epsilon_1 \epsilon_3 \Delta B_5 \cos \theta, & -\epsilon_1 \epsilon_3 \Delta B_5 \sin 2\theta & 0 \end{pmatrix} \quad (2.4.1.5)$$

Supposons que l'onde incidente se propage suivant  $x'_2$ . L'onde diffractée se propage dans le plan  $(x'_1, x'_2)$  et sa polarisation est dans le plan  $(x'_1, x'_3)$ . La relation matricielle donnant le vecteur déplacement électrique induit est donc :

$$\begin{pmatrix} D_{21} \\ D_{23} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \epsilon_1^2 \Delta B_6 \sin 2\theta, & \epsilon_1 \epsilon_3 \Delta B_5 \cos \theta \\ \epsilon_1 \epsilon_3 \Delta B_5 \cos \theta, & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{11} \\ E_{13} \end{pmatrix} \quad (2.4.1.6)$$

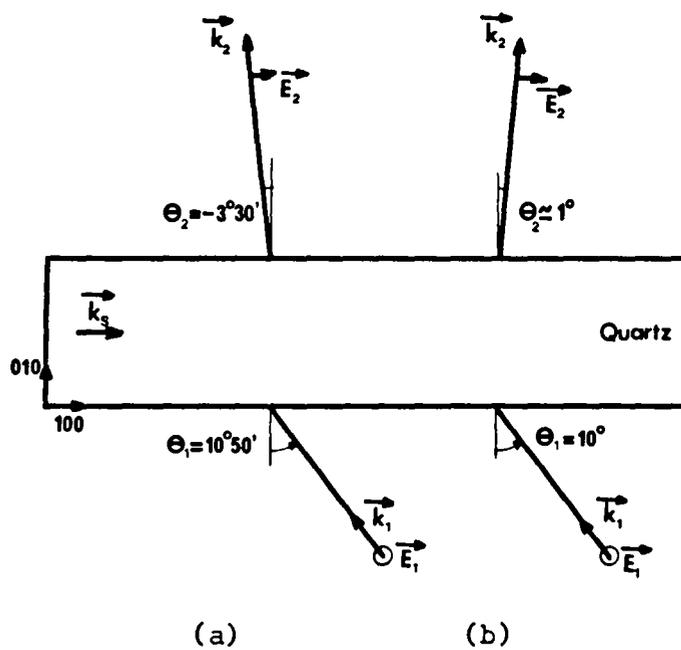


Figure 8 - Diffraction de la lumière à 1 Ghz par les ondes acoustiques transversales se propageant dans le quartz coupe X.

- a) onde transversale rapide
- b) onde transversale lente

Lorsque le faisceau incident est polarisé suivant l'axe optique, le faisceau diffracté se propage à la vitesse ordinaire et le vecteur déplacement électrique induit a pour amplitude :

$$D_{21} = \frac{1}{2} \epsilon_1 \epsilon_3 P_{\text{eff}} S \cdot E_{13} \cos \theta \quad (2.4.1.7)$$

$$\text{avec } P_{\text{eff}} = P_{44} \sin \varphi + P_{41} \cos \varphi \quad (2.4.1.8)$$

Pour calculer la puissance lumineuse diffractée, il suffit de calculer le vecteur déplacement électrique induit dans la direction  $\theta_2$  en faisant  $\theta = \theta_2$  dans les expressions précédentes et :

$$D_{21} = \frac{1}{2} \epsilon_1 \epsilon_3 P_{\text{eff}} S \cdot E_{13} \cdot \cos \theta_2 \quad (2.4.1.9)$$

Il est alors facile de calculer la puissance lumineuse diffractée dans la direction  $\theta_2$  en utilisant la méthode du paragraphe (2.3.2).

Remarquons que lorsque  $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$ , le champ diffracté est nul. L'interaction colinéaire entre une onde acoustique transversale et deux ondes lumineuses est donc impossible.

### RESULTATS EXPERIMENTAUX

Nous avons vérifié ces résultats à 1 Ghz pour le quartz coupe X. Nous avons vu au paragraphe (1.4) que l'on pouvait exciter les deux ondes transversales se propageant dans le quartz suivant la direction (100) en appliquant un champ électrique tangentiel dirigé suivant (010). Puisque ces deux ondes se propagent à des vitesses différentes (5100 m/s et 3360 m/s), nous avons pu les étudier de façon indépendante avec la détection optique. Le faisceau laser incident se propageait suivant (010) à l'angle  $\theta_1$  près et était polarisé suivant (001). Pour les deux ondes transversales, nous avons vérifié que le faisceau diffracté était polarisé suivant (100). (figure 8) :

. pour l'onde transversale rapide,  $\theta_1 = 10^\circ 50'$  et  $\theta_2 = -3^\circ 30'$   
L'angle  $\theta_2$  est négatif car la fréquence  $f$  de travail est inférieure à la fréquence  $f'$  déterminée par (2.4.6) :  $f' = 1,35$  Ghz.

- pour l'onde transversale lente,  $\theta_1 = 10^\circ$   
 et  $\theta_2 \approx 1^\circ$ .  
 L'angle  $\theta_2$  est faible car la fréquence de travail  $f$  est voisine de  
 la fréquence  $f' = 935$  Mhz pour laquelle  $\theta_2 = 0$ .

D'après nos résultats expérimentaux pour l'onde  
 transversale rapide, nous avons trouvé :  $p_{eff} = 0,028$   
 Nous pouvons comparer cette valeur expérimentale à la valeur calculée  
 à partir de (2.4.1.8) et des valeurs de  $p_{44}$  et  $p_{41}$  mesurées par  
 Pockels (39) :

$$p_{eff} = 0,036$$

- 2.4.2. - Diffraction de la lumière par les ondes acoustiques  
 longitudinales se propageant suivant la direction  
 (100) des cristaux trigonaux

Pour étudier ce phénomène de diffraction particu-  
 lière, nous utilisons à nouveau la coupe (100) d'un cristal trigonal  
 ( $\text{LiNbO}_3$ ) parcouru par des ondes longitudinales. La déformation de  
 l'ellipsoïde des indices est donnée par :

$$\begin{aligned} \Delta B_1 &= \frac{1}{2} p_{11} S_1 & \Delta B_4 &= \frac{1}{2} p_{41} S_1 \\ \Delta B_2 &= \frac{1}{2} p_{21} S_1 & & \\ \Delta B_3 &= \frac{1}{2} p_{31} S_1 & & \end{aligned} \quad (2.4.2.1)$$

Dans le repère  $(x_1, x_2, x_3)$ , l'équation de l'ellip-  
 soïde est :

$$(B_1 + \Delta B_1) x_1^2 + (B_2 + \Delta B_2) x_2^2 + (B_3 + \Delta B_3) x_3^2 + 2 \Delta B_4 x_2 x_3 = 1 \quad (2.4.2.2)$$

A partir de cette équation, il est facile de calculer les  $\Delta B_{ij}$  dans le système d'axes  $(x'_1, x'_2, x'_3)$  :

$$\Delta B'_1 = \Delta B_1 \cos 2\theta + \Delta B_2 \sin 2\theta, \Delta B'_4 = \Delta B_4 \cos \theta$$

$$\Delta B'_2 = \Delta B_1 \sin 2\theta + \Delta B_2 \cos 2\theta, \Delta B'_5 = \Delta B_4 \sin \theta$$

$$\Delta B'_3 = \Delta B_3, \Delta B'_6 = \left( B_1 + \frac{\Delta B_1 + \Delta B_2}{2} \right) \sin 2\theta$$

(2.4.2.3)

Comme dans le paragraphe précédent, le vecteur déplacement électrique induit s'obtient à partir du champ électrique incident par la relation matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} D_{21} \\ D_{23} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \epsilon_1^2 (\Delta B_1 \cos 2\theta + \Delta B_2 \sin 2\theta), \epsilon_1 \epsilon_3 \Delta B_4 \sin \theta \\ \epsilon_1 \epsilon_3 \Delta B_4 \sin \theta, \epsilon_3^2 \Delta B_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{11} \\ E_{13} \end{pmatrix}$$

(2.4.2.4)

Cette relation matricielle montre que le champ diffracté par l'onde acoustique longitudinale comporte deux composantes orthogonales se propageant à des vitesses différentes (l'une à la vitesse ordinaire, l'autre à la vitesse extraordinaire). A la sortie du cristal, nous pourrions donc distinguer deux faisceaux diffractés à partir d'un faisceau incident polarisé suivant la direction (001), et les vecteurs déplacements électriques induits ont pour amplitude :

$$D_{21} = \frac{1}{2} \epsilon_1 \cdot \epsilon_3 P_{41} S_1 E_{13} \sin \theta_2 \text{ (changement de polarisation)}$$

(2.4.2.5)

$$D_{23} = \frac{1}{2} \epsilon_3^2 \cdot p_{31} \cdot S_1 E_{13} \text{ (pas de changement de polarisation)}$$

(2.4.2.6)

Remarquons que l'intensité du faisceau diffracté avec changement de polarisation est maximale lorsque  $|\theta_2| = \frac{\pi}{2}$ , c'est à dire lorsque l'onde acoustique et les deux ondes lumineuses sont colinéaires. Nous allons étudier en détail ce cas particulier.

2.5 - INTERACTION COLINEAIRE ENTRE UNE ONDE ACOUSTIQUE LONGITUDINALE ET DEUX ONDES LUMINEUSES SUIVANT LA DIRECTION (100) DES CRISTAUX TRIGONAUX.

Nous avons montré au paragraphe (2.4) que dans le cas d'un solide biréfringent il existe une valeur minimale de la fréquence acoustique (2.4.3) :

$$f_{\min} = \frac{n_e - n_o}{\lambda_o} v$$

qui correspond à une géométrie colinéaire des vecteurs d'onde représentés à la figure 7. ( $\theta_1 = -\theta_2 = \pi/2$  et  $k_s = |\vec{k}_1| - |\vec{k}_2|$ )

Cette géométrie colinéaire est très intéressante lorsqu'on cherche à avoir des interactions fortes car elle permet de garder les ondes en interaction sur une grande longueur (lorsque le vecteur de Poynting de l'onde acoustique est parallèle au vecteur d'onde) et la quantité de lumière diffractée est proportionnelle au carré de la longueur d'interaction.

D'après (2.2.9) et les résultats du paragraphe (2.4.2), l'équation d'onde donnant le champ diffracté  $E_2$  suivant la direction (100) des cristaux trigonaux est :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{E}_2 - \frac{\omega^2}{c^2} \vec{\epsilon} \cdot \vec{E}_2 = \frac{\omega^2}{c^2} p_{41} \cdot E_1 \cdot S_{11} \cdot e^{j(k_s x - \dots)}$$

(2.5.1)

En tenant compte de la géométrie colinéaire et en posant :

$$E_2 = A(x) e^{j(k_2 x - \omega_2 t)}$$

$$k_1 + k_s - k_2 = \Delta k \quad (2.5.2)$$

$$\omega_1 + \omega_s - \omega_2 = \Delta \omega$$

nous obtenons :

$$2 i k_2 \frac{\partial A}{\partial x} = \frac{\omega_2^2}{c^2} P_{41} \cdot E_1 \cdot S_{11} e^{j(\Delta k \cdot x - \Delta \omega \cdot t)}$$

(2.5.3)

Si le faisceau laser incident est polarisé suivant (001), le faisceau diffracté est polarisé suivant (010). Remarquons que dans ce cas particulier  $\Delta \omega = v \cdot \Delta k$  : une variation de la fréquence acoustique entraîne une variation de  $\Delta k$  et de  $\Delta \omega$ , mais seule la variation  $\Delta k$  est observable expérimentalement. En supposant que la largeur de l'impulsion acoustique soit égale à  $D$  ( $D = v \cdot T$ ,  $T$  étant la durée de l'impulsion), l'intégration de (2.5.3) donne :

$$A = \frac{\omega_2^2}{2 k_2 c^2} \cdot P_{41} \cdot E_1 \cdot S_{11} \cdot \frac{e^{-j\Delta k \cdot v \cdot t}}{\Delta k} \cdot \left( e^{j \cdot \Delta k \cdot D} - 1 \right)$$

(2.5.4)

Dans le cas où  $k = 0$ ,  $A$  est proportionnelle à la longueur d'interaction  $D$ , donc l'intensité diffractée à  $D^2$ .

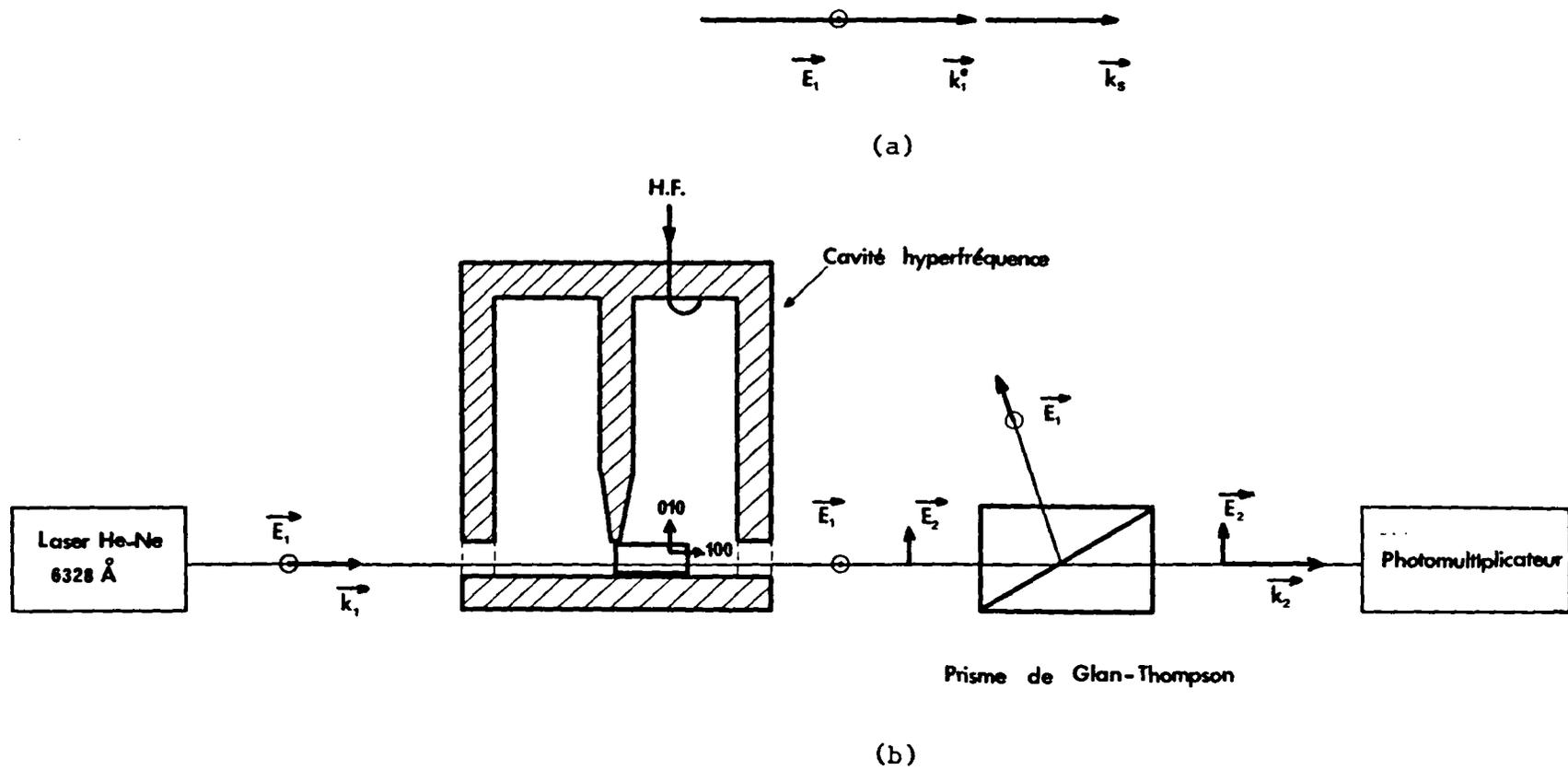


Figure 9 - Interaction Colinéaire entre une onde acoustique longitudinale et deux ondes lumineuses suivant la direction (100) de  $\text{LiNbO}_3$ .

- a) construction des vecteurs d'onde
- b) détection de la lumière diffractée

Nous avons fait l'étude expérimentale de cette interaction dans le niobate de lithium coupe X. C'est un cristal uniaxe négatif ( $n_e < n_o$ ) et sa constante photoélastique  $p_{41}$  est élevée :  $p_{41} = 0,155$  (37). La fréquence acoustique de l'interaction colinéaire calculée à partir de (2. 4. 3) est égale à 900 Mhz en prenant  $\Delta n = 0,086$  (40). En fait, cette fréquence, qui est proportionnelle à la biréfringence  $\Delta n$  du cristal, varie d'un cristal à un autre. En effet, la biréfringence des cristaux de  $\text{LiNbO}_3$  est différente de celle du composé stoechiométrique  $\text{LiNbO}_3$  pur, elle varie fortement d'un cristal à un autre et peut même varier suivant la portion du cristal considéré qui peut comporter des inhomogénéités de croissance. (41,42,43).

Le montage expérimental est décrit à la figure 9. Le cristal de coupe X est placé dans une cavité hyperfréquence de façon à être excité piézoélectriquement par un champ électrique tangent à sa surface et dirigé suivant (010). L'étude faite du paragraphe (1.3.1) montre que dans ces conditions une onde acoustique longitudinale est produite à la surface du barreau et se propage suivant (100). Nous avons utilisé un polariseur de Glan-Thompson devant le photomultiplicateur pour éliminer le faisceau laser incident et ne laisser passer que le faisceau diffracté.

Nous avons d'abord utilisé un cristal de longueur 10 mm. La figure 10 montre les échos détectés optiquement pour une fréquence de l'onde acoustique égale à 895 Mhz. La forme régulière des échos montre que ce cristal était bien homogène. La durée de l'impulsion acoustique est de 1  $\mu\text{s}$ , elle est inférieure au temps  $\tau$  mis par l'onde acoustique pour faire un aller dans le cristal ( $\tau = 1,5 \mu\text{s}$ ). Dans la région a, l'impulsion acoustique pénètre dans le cristal et l'intensité diffractée croît de façon quadratique en fonction de la largeur de l'impulsion acoustique dans le cristal. Dans la région b, toute l'impulsion acoustique est dans le cristal: l'intensité diffractée diminue légèrement à cause de l'atténuation de l'onde

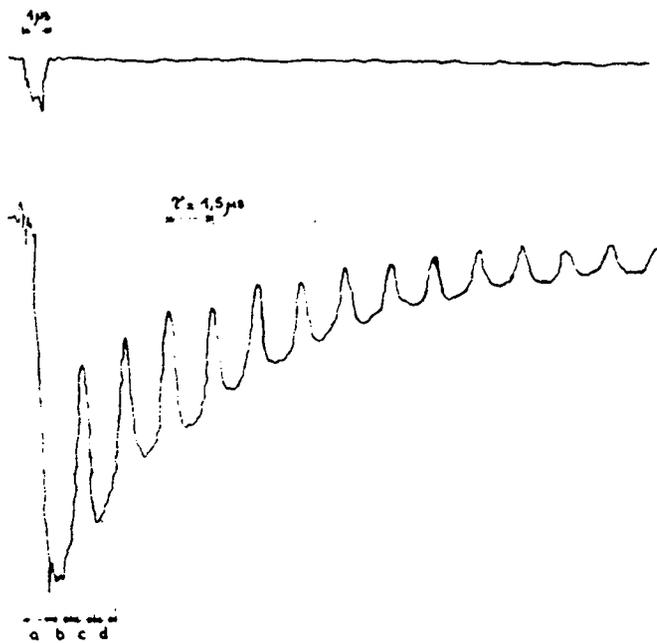


Figure 10 - Intensité lumineuse diffractée colinéairement dans un cristal homogène de  $\text{LiNbO}_3$  ( $l = 10$  mm). La trace supérieure représente l'impulsion H. réfléchie par la cavité.

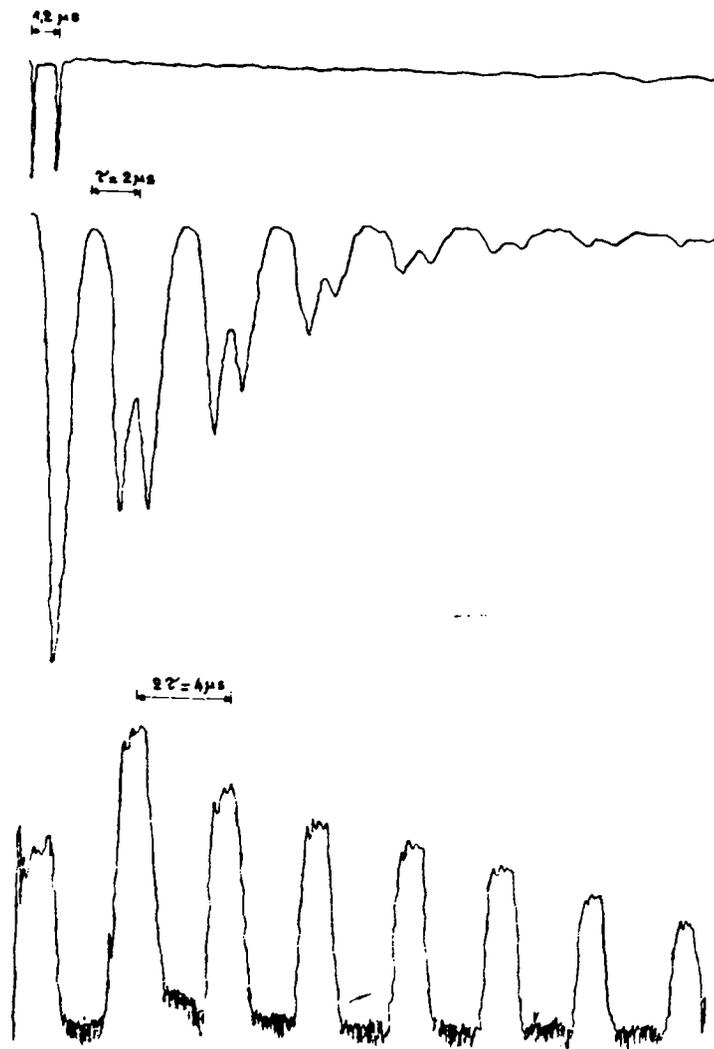


Figure 11 - Intensité lumineuse diffractée colinéairement dans un cristal inhomogène de  $\text{LiNbO}_3$  ( $l = 13$  mm). La trace inférieure représente les  $^3$  échos acoustiques longitudinaux détectés par méthode piézoélectrique.

acoustique. Dans la région c, l'intensité diffractée diminue à cause de la réflexion de l'onde acoustique à l'extrémité du barreau, a une valeur minimale au temps  $\tau = 1,5 \mu s$ , c'est à dire lorsque la moitié de l'impulsion acoustique est réfléchie, puis augmente à nouveau quand l'impulsion acoustique revient dans le cristal après réflexion. Dans la région d, toute l'impulsion acoustique est à nouveau dans le cristal : l'intensité diffractée diminue légèrement à cause de l'atténuation de l'onde acoustique. Chaque minimum de l'intensité diffractée correspond à une réflexion de l'onde acoustique à une extrémité du cristal et le temps séparant deux minima successifs est égal au temps  $\tau$  mis par l'onde acoustique pour parcourir la longueur du cristal.

Nous avons ensuite utilisé un autre cristal de longueur 13 mm. La figure 11 montre les échos obtenus à 920 Mhz par la détection optique et par la détection superhétérodyne classique. Les échos obtenus par cette dernière détection sont équidistants, le temps entre deux échos successifs correspond à un aller et retour de l'onde acoustique dans le cristal ( $2 \tau = 4 \mu s$ ). La figure des échos détectés optiquement montre que le cristal présente des inhomogénéités : deux minima successifs de l'intensité diffractée sont encore séparés par le temps  $\tau = 2 \mu s$  correspondant à un aller de l'onde acoustique dans le cristal, mais la forme des échos montre que le cristal n'a pas le même  $\Delta n$  sur toute sa longueur ; la région du cristal ayant le  $\Delta n$  correspondant à la fréquence acoustique de 920 Mhz est située près de l'extrémité excitée piézoélectriquement : en effet, l'intensité diffractée croît bien de façon quadratique avec la largeur de l'impulsion acoustique dans le cristal mais diminue rapidement, atteint sa valeur minimale au temps  $\tau$ , augmente lentement et n'atteint une valeur maximale que lorsque l'impulsion réfléchie traverse à nouveau la zone du cristal située près de l'extrémité excitée. Si l'on fait varier la fréquence acoustique de quelques

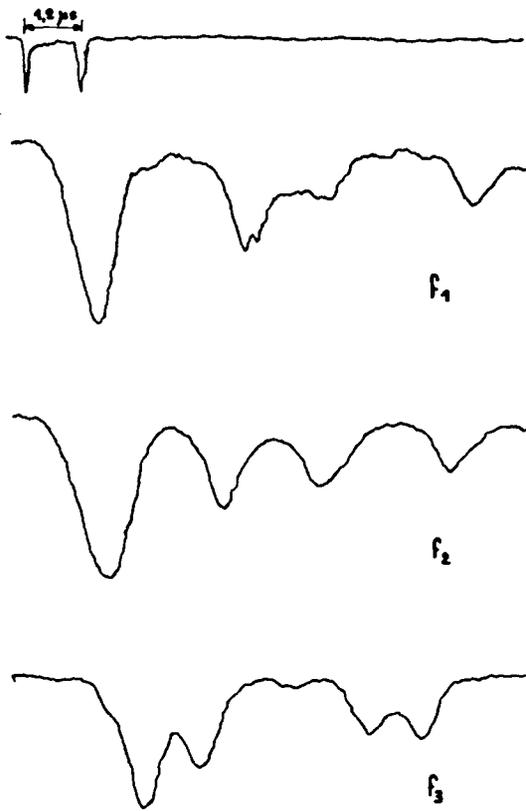


Figure 12 - Intensité lumineuse diffractée colinéairement dans un cristal inhomogène de  $\text{LiNbO}_3$  pour 3 fréquences acoustiques voisines :

( $f_1 = 920 \text{ Mhz}$ ,  $f_2 = 922 \text{ Mhz}$ ,  $f_3 = 925 \text{ Mhz}$ )

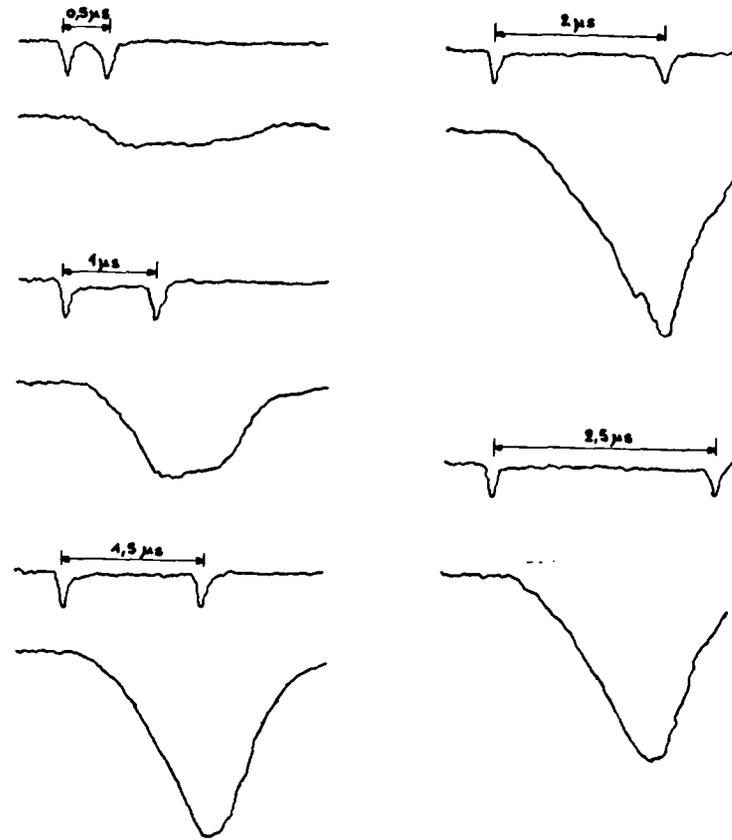


Figure 13 - Variation de l'intensité lumineuse diffractée colinéairement dans  $\text{LiNbO}_3$  en fonction de la durée de l'impulsion acoustique.

mégahertz, on observe un déplacement des maxima de l'intensité diffractée (figure 12), ce qui prouve bien l'existence d'un gradient de biréfringence dans le cristal. On peut ainsi tester le cristal en profondeur en suivant au cours du temps la propagation d'une brève impulsion acoustique et en mesurant  $\Delta n$ , à chaque étape dans le cristal, d'après la fréquence acoustique donnant le maximum de lumière diffractée (44,45).

Nous avons ensuite vérifié sur le cristal de longueur 13 mm que l'intensité de la lumière diffractée augmentait de façon quadratique avec la longueur d'interaction. La longueur de l'interaction collinéaire est égale à la largeur de l'impulsion acoustique tant que cette largeur est inférieure ou égale à la longueur du cristal. Lorsqu'elle est supérieure à la longueur du cristal, la longueur d'interaction est égale à la longueur du cristal. La figure 13 montre le premier écho de lumière diffractée pour des impulsions acoustiques de durée  $T = 0,5 \mu s, 1 \mu s, 1,5, 2 \mu s$  et  $2,5 \mu s$ . Le temps  $\tau$  correspondant au temps mis par l'onde acoustique pour faire un aller dans le cristal est égal à  $2 \mu s$ . L'intensité diffractée est maximale pour  $T = \tau$  : dans ce cas, l'intensité diffractée croît de façon quadratique sur toute la longueur du cristal. Lorsque la durée de l'impulsion acoustique devient supérieure à  $\tau$ , l'intensité diffractée est constante : la longueur d'interaction est alors constante puisqu'elle est égale à la largeur du cristal.

### 3 - PROPAGATION D'ONDES ACOUSTIQUES D'AMPLITUDE FINIE DANS LE NIOBATE DE LITHIUM

Une onde acoustique puissante se déforme lorsqu'elle se propage dans un solide réel. Lorsque les pertes dues à l'atténuation sont faibles, elle forme une onde de choc. Au bout d'une certaine distance parcourue dans le cristal, il y a transfert d'une grande partie de l'énergie acoustique de l'onde fondamentale à ses harmoniques. Ces effets non linéaires dans la propagation des ondes acoustiques d'amplitude finie sont mathématiquement représentés en introduisant les constantes élastiques du troisième ordre. Nous établirons d'abord les équations du mouvement non linéaires en étudiant en particulier dans le cas de  $\text{LiNbO}_3$  l'influence des propriétés piézoélectriques du milieu de propagation sur les valeurs des constantes élastiques du troisième ordre qui figurent dans les équations d'onde non linéaires. Dans un travail antérieur (16), nous avons étudié la génération harmonique d'ondes acoustiques en utilisant une méthode de perturbation pour résoudre l'équation d'onde non linéaire. Cette méthode reste valable tant que l'amplitude de la seconde harmonique reste faible vis à vis de l'amplitude fondamentale et que l'amplitude fondamentale peut être considérée comme constante au cours de la propagation. Ces hypothèses correspondent à la réalité physique au début de la propagation dans le cristal. Pour déterminer les caractéristiques de la solution lorsque la distance parcourue par les ondes dans le cristal augmente, nous avons utilisé les techniques du calcul analogique pour résoudre les équations différentielles couplées qui représentent la variation de l'amplitude de l'onde fondamentale et de la seconde harmonique : nous avons supposé en effet que seule la seconde harmonique était produite. Cette hypothèse n'est valable que lorsque la puissance acoustique fondamentale est relativement faible. Pour généraliser cette étude au cas où les puissances acoustiques mises en jeu sont plus importantes et pour tenir compte de la génération des harmoniques d'ordre supérieur, nous avons utilisé les résultats de Blackstock qui a étudié la propagation d'ondes d'amplitude finie dans les fluides visqueux, et nous avons obtenu, en utilisant les techniques du calcul numérique, les amplitudes de l'onde fondamentale et de ses harmoniques en fonction de la distance parcourue dans le cristal.

Nous avons appliqué ces résultats théoriques à la génération harmonique acoustique dans  $\text{LiNbO}_3$ . Nous avons utilisé la méthode optique décrite précédemment pour détecter les ondes harmoniques. Il suffit de faire varier l'angle d'incidence du faisceau laser sur les plans d'ondes acoustiques et de translater le cristal par rapport au laser qui reste fixe pour étudier la variation de l'amplitude de chaque harmonique au cours de leur propagation dans le cristal. Cette méthode a l'avantage d'éviter la mesure de la perte de conversion électromécanique du système détecteur à chaque fréquence acoustique différente : en effet, la puissance lumineuse diffractée est indépendante de la fréquence acoustique.

### 3.1 - EQUATION DU MOUVEMENT AVEC TERMES NON LINEAIRES

En utilisant la relation (1.1.3), nous pouvons écrire l'équation de la dynamique sous la forme suivante :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{1}{J} \cdot \frac{\partial x_i}{\partial a_k} \cdot \frac{\partial x_j}{\partial a_\ell} \cdot t_{k\ell} \right] \quad (3.1.1)$$

On peut montrer (11) que :

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{1}{J} \cdot \frac{\partial x_j}{\partial a_m} \right) = 0 \quad (3.1.2)$$

De sorte que :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{1}{J} \cdot \left( \frac{\partial x_j}{\partial a_m} \right) \cdot \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial x_i}{\partial a_k} \cdot t_{km} \right) \quad (3.1.3)$$

En introduisant la masse volumique dans l'état non déformé  $\rho_0$ , nous obtenons l'équation du mouvement suivante :

$$\rho_0 \cdot \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial a_m} \left( \frac{\partial x_i}{\partial a_k} \right) \cdot t_{km} \quad (3.1.4)$$

Si nous développons l'énergie élastique du cristal supposé non piézoélectrique jusqu'au 3ème ordre, nous obtenons en utilisant

la même notation qu'au paragraphe (1.1) :

$$U = -\frac{1}{2} C_{ijkl} \eta_{ij} \cdot \eta_{kl} - \frac{1}{6} C_{ijklmn} \eta_{ij} \eta_{kl} \eta_{mn} \quad (3.1.5)$$

et la tension thermodynamique  $t_{ij}$  peut s'écrire :

$$t_{ij} = -\frac{\partial U}{\partial \eta_{ij}} = C_{ijkl} \eta_{kl} + \frac{1}{2} C_{ijklmn} \eta_{kl} \cdot \eta_{mn} \quad (3.1.6)$$

$C_{ijklmn}$  est la constante élastique du 3ème ordre.

En utilisant la notation contractée, l'équation du mouvement peut se mettre sous la forme (16) :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u_k}{\partial a_j \cdot \partial a_m} \left[ C_{ijkm} + \frac{\partial u_p}{\partial a_q} \cdot M_{ijkmpq} \right] \quad (3.1.7)$$

avec  $M_{ijkmpq} = C_{ijkmpq} + \delta_{pq} C_{ijmq} + \delta_{ik} C_{jmpq} + \delta_{ip} \cdot C_{jkmq}$

Pour les ondes acoustiques se propageant suivant des directions propres, cette équation du mouvement aura une forme plus simple :

- pour les ondes longitudinales se propageant dans  $\text{LiNbO}_3$  suivant la direction (001) :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} = C_{33} \cdot \frac{\partial^2 u_3}{\partial a_3^2} + \left( 3 C_{33} + C_{333} \right) \frac{\partial u_3}{\partial a_3} \cdot \frac{\partial^2 u_3}{\partial a_3^2} \quad (3.1.8)$$

- pour les ondes transversales polarisées suivant (010) et se propageant suivant la direction (001) dans  $\text{LiNbO}_3$ .

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = C_{44} \frac{\partial^2 u_2}{\partial a_3^2} + C_{444} \cdot \frac{\partial^2 u_2}{\partial a_3^2} \cdot \frac{\partial u_2}{\partial a_3} \quad (3.1.9)$$

- pour les ondes transversales polarisées suivant

(100), l'équation du mouvement se réduit à sa forme linéaire habituelle :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = C_{55} \frac{\partial^2 u_1}{\partial a_3^2} \quad (3.1.10)$$

$$\text{car } C_{53} = C_{555} = 0$$

Nous devons maintenant étudier l'influence de l'effet piézoélectrique sur la forme des équations précédentes. Si nous supposons que le cristal est piézoélectrique, l'expression (3.1.5) de l'énergie interne du cristal est remplacé par (20) :

$$\begin{aligned} U = & - \frac{1}{2} C_{ijkl}^E \eta_{ij} \cdot \eta_{kl} - \frac{1}{6} C_{ijklmn}^E \eta_{ij} \eta_{kl} \eta_{mn} \\ & + \frac{1}{2} \epsilon_{ij}^n E_i E_j + \frac{1}{6} \epsilon_{ijk}^n E_i \cdot E_j \cdot E_k + e_{ijk} \eta_{ij} E_k \\ & + \frac{1}{2} d_{ijkl} E_i \cdot E_j \cdot \eta_{kl} + \frac{1}{2} f_{ijklm} E_i \cdot \eta_{jk} \cdot \eta_{km} \quad (3.1.11) \end{aligned}$$

à partir de cette expression, il est facile de dériver les équations d'état suivantes :

$$\begin{aligned} t_{ij} = - \frac{\partial U}{\partial \eta_{ij}} \Big|_E & = C_{ijkl}^E \eta_{kl} - e_{ijk} E_k + \frac{1}{2} C_{ijklmn}^E \eta_{kl} \eta_{mn} \\ & - \frac{1}{2} d_{ijkl} E_k \cdot E_l - f_{ijklm} \eta_{kl} \cdot E_m \quad (3.1.12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_i = \frac{\partial U}{\partial E_i} \Big|_\eta & = e_{ikl} \eta_{kl} + \epsilon_{ij}^n E_j + \frac{1}{2} \epsilon_{ijk}^n E_j E_k \\ & + d_{ijkl} E_j \eta_{kl} + \frac{1}{2} f_{ijklm} \eta_{jk} \eta_{lm} \quad (3.1.13) \end{aligned}$$

Nous avons introduit les nouveaux coefficients du 3ème ordre suivants :

$$d_{ijnp} = \frac{\partial e_{ijn}}{\partial E_p} = - \frac{\partial \epsilon_{ji}}{\partial \eta_{np}} \quad : \text{ constante électrostrictive} \\ \text{(liée à l'effet élasto-optique)}$$

$$f_{ijklm} = \frac{\partial e_{ijk}}{\partial \eta_{lm}} \quad : \text{ constante piézoélectrique du 3ème ordre (liée} \\ \text{à l'effet acoustoélectrique)}$$

$$\epsilon_{ijk}^{\eta} = \left. \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial E_k} \right|_{\eta} \quad : \text{ constante diélectrique du 3ème ordre à déforma-} \\ \text{tion nulle}$$

Nous limitons cette étude à la propagation d'ondes acoustiques dans la direction (001) du cristal piézoélectrique. En utilisant la relation (3.1.13) et les équations de Maxwell :

$$(\nabla \wedge \vec{H})_3 = \mu \dot{D}_3 = 0$$

$$\frac{\partial^2 E_p}{\partial a_3^2} = \mu \dot{D}_p, \quad p \neq 3$$

nous pouvons montrer (46) que  $E_1$  et  $E_2$  sont beaucoup plus petits que  $E_3$  (dans le rapport  $(\frac{v}{c})^2$ ,  $v$  étant la vitesse de l'onde acoustique,  $c$  la vitesse de la lumière : nous supposons donc  $E_1 = E_2 = 0$ ) et que  $E_3$  est égal à :

$$E_3 = - \frac{e_{33k}}{\epsilon_{33}^{\eta}} \eta_{3k} + \left[ \frac{d_{333k} e_{33}^{\eta}}{\epsilon_{33}^{\eta}} - \frac{1}{2} f_{33k31} \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \frac{\epsilon_{333}^{\eta} e_{33k} e_{33}^{\eta}}{(\epsilon_{33}^{\eta})^2} \right] \eta_{3k} \eta_{31}$$

(3.1.14)

La tension thermodynamique  $t_{ij}$  peut alors s'écrire :

$$\begin{aligned}
 t_{ij} = & \left[ C_{ij3k}^E + \frac{e_{33k} e_{3ij}}{\epsilon_{33}^n} \right] n_{3k} \\
 & + \frac{1}{2} n_{3k} n_{3l} \left[ C_{ij3k3l}^E + \frac{\epsilon_{333} e_{33k} e_{3ij}}{(\epsilon_{33}^n)^3} + \frac{f_{33l3k} e_{3ij}}{\epsilon_{33}^n} \right. \\
 & \left. + \frac{2f_{3ij3l} e_{33k}}{\epsilon_{33}^n} - \frac{2 e_{33l} e_{3ij} d_{333k}}{(\epsilon_{33}^n)^2} - \frac{e_{33l} e_{33m} d_{33ij}}{(\epsilon_{33}^n)^2} \right]
 \end{aligned}
 \tag{3.1.15}$$

Si nous comparons (3.1.15) et (3.1.6), nous obtenons l'expression des constantes élastiques effectives du 2ème et du 3ème ordre apparaissant dans (3.1.6) en fonction des constantes élastiques du 2ème et du 3ème ordre à champ électrique nul :

$$C_{ij3k} = C_{ij3k}^E + \frac{e_{33k} e_{3jk}}{\epsilon_{33}^n} \tag{3.1.16}$$

et

$$\begin{aligned}
 C_{ij3k3m} = & C_{ij3k3m}^E + \frac{\epsilon_{333} e_{33k} e_{33m} e_{3ij}}{(\epsilon_{33}^n)^3} + \frac{e_{3ij} f_{33k3m}}{\epsilon_{33}^n} \\
 & + \frac{2 e_{33k} f_{3ij3m}}{\epsilon_{33}^n} - \frac{2 e_{33k} e_{3ij} d_{333m}}{(\epsilon_{33}^n)^2} - \frac{e_{33k} e_{33m} d_{33ij}}{(\epsilon_{33}^n)^2}
 \end{aligned}
 \tag{3.1.17}$$

Nous pouvons maintenant donner la valeur des constantes élastiques effectives qui apparaissent dans les deux cas particuliers

La tension thermodynamique  $t_{ij}$  peut alors s'écrire :

$$\begin{aligned}
 t_{ij} = & \left[ C_{ij3k}^E + \frac{e_{33k} e_{3ij}}{\epsilon_{33}^n} \right] n_{3k} \\
 & + \frac{1}{2} n_{3k} n_{3l} \left[ C_{ij3k3l}^E + \frac{\epsilon_{333} e_{33k} e_{3ij}}{(\epsilon_{33}^n)^3} + \frac{f_{33l3k} e_{3ij}}{\epsilon_{33}^n} \right. \\
 & \left. + \frac{2f_{3ij3l} e_{33k}}{\epsilon_{33}^n} - \frac{2 e_{33l} e_{3ij} d_{333k}}{(\epsilon_{33}^n)^2} - \frac{e_{33l} e_{33m} d_{33ij}}{(\epsilon_{33}^n)^2} \right]
 \end{aligned}
 \tag{3.1.15}$$

Si nous comparons (3.1.15) et (3.1.6), nous obtenons l'expression des constantes élastiques effectives du 2ème et du 3ème ordre apparaissant dans (3.1.6) en fonction des constantes élastiques du 2ème et du 3ème ordre à champ électrique nul :

$$C_{ij3k} = C_{ij3k}^E + \frac{e_{33k} e_{3jk}}{\epsilon_{33}^n} \tag{3.1.16}$$

et

$$\begin{aligned}
 C_{ij3k3m} = & C_{ij3k3m}^E + \frac{\epsilon_{333} e_{33k} e_{33m} e_{3ij}}{(\epsilon_{33}^n)^3} + \frac{e_{3ij} f_{33k3m}}{\epsilon_{33}^n} \\
 & + \frac{2 e_{33k} f_{3ij3m}}{\epsilon_{33}^n} - \frac{2 e_{33k} e_{3ij} d_{333m}}{(\epsilon_{33}^n)^2} - \frac{e_{33k} e_{33m} d_{33ij}}{(\epsilon_{33}^n)^2}
 \end{aligned}
 \tag{3.1.17}$$

Nous pouvons maintenant donner la valeur des constantes élastiques effectives qui apparaissent dans les deux cas particuliers

Cette équation, limitée au second ordre, permet de décrire la génération de la seconde harmonique au cours de la propagation de l'onde fondamentale dans le cristal. Les amplitudes des ondes fondamentales et harmoniques sont couplées et varient au cours de la propagation. Nous supposons que la puissance acoustique fondamentale est suffisamment faible afin de pouvoir négliger la génération des harmoniques supérieurs. Le déplacement  $u_3$  peut donc s'exprimer :

$$u_3 = A(z) \cdot e^{i(kz - \omega t)} + B(z) \cdot e^{2i(kz - \omega t)} + C.C \quad (3.2.1.2)$$

En supposant que les amplitudes A et B sont des fonctions de z faiblement variables sur une longueur d'onde ( $\partial A/\partial z \ll K A, \dots$ ) nous obtenons, en reportant dans l'équation d'onde, les équations couplées suivantes :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = - 4 F K^2 A B \quad (3.2.1.3 a)$$

$$\frac{\partial B}{\partial z} = F K^2 A^2 \quad (3.2.1.3 b)$$

avec

$$F = \frac{3 C_{33} + C_{333}}{4 C_{33}}$$

Nous avons supposé jusqu'ici que l'onde acoustique se propageait dans un milieu sans perte. Lorsque l'atténuation n'est pas négligeable, il faut ajouter un terme de pertes dans l'équation (3.2.1.1) et les équations couplées prennent la forme :

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \alpha_A A = - 4 F K^2 A B \quad (3.2.1.4 a)$$

$$\frac{\partial B}{\partial z} + \alpha_B B = F K^2 A^2 \quad (3.2.1.4 b)$$

Aux fréquences hypersonores, l'atténuation acoustique augmente en  $\omega^2$  dans les isolants, donc  $\alpha_B = 4 \alpha_A = 4 \alpha$ . Si, de plus, nous utilisons les variables réduites :

$$u = \alpha z ; C = \frac{FK^2 A}{\alpha} ; D = \frac{FK^2 B}{\alpha}$$

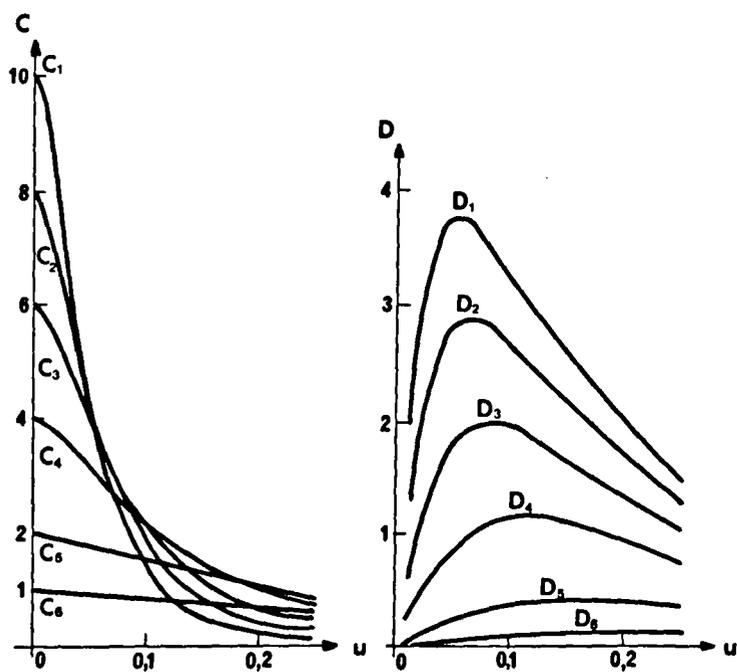


Figure 14 - Variation des amplitudes réduites  $C$  et  $D$  de l'onde fondamentale et de la seconde harmonique en fonction de la distance réduite  $u$ .

les équations couplées se mettent sous la forme

$$\frac{\partial C}{\partial u} + C = - 4 C D \quad (3.2.1.5 a)$$

$$\frac{\partial D}{\partial u} + 4 D = C^2 \quad (3.2.1.5 b)$$

Nous avons résolu ces équations différentielles couplées par calcul analogique lorsque les conditions initiales sont imposées. Cette technique de calcul a l'avantage d'être rapide et permet d'obtenir directement les courbes de variation des amplitudes réduites C et D en fonction de la distance réduite u.

La figure (14) représente les solutions obtenues avec les conditions initiales  $C = 1, 2, 4, 6, 8, 10$  et  $D = 0$ . Nous n'avons pas tracé les solutions pour  $C > 10$  car les termes d'ordre supérieur qui ont été négligés dans l'équation (3.2.1.1) deviennent alors plus importants et la génération des harmoniques supérieurs ne peut plus être négligée.

Les solutions ainsi obtenues nous permettent de mettre en évidence des phénomènes intéressants qui n'apparaissent pas au début de la propagation :

- Lorsque le niveau de l'onde fondamentale augmente, l'onde fondamentale subit un excès d'atténuation dû au couplage anharmonique. L'atténuation de la seconde harmonique (après passage du maximum) dépend de l'amplitude fondamentale initiale.

- L'abscisse du maximum atteint par l'amplitude de la seconde harmonique diminue lorsque l'amplitude fondamentale initiale augmente. Cette variation semble être due à la décroissance de plus en plus rapide de l'amplitude fondamentale.

Considérons maintenant le cas où l'onde fondamentale transporte une puissance relativement faible ( $B \ll A$ ). Le transfert d'énergie entre l'onde fondamentale et l'onde harmonique reste alors très faible et l'atténuation de l'onde fondamentale est pratiquement égale à l'atténuation intrinsèque du milieu. Nous pouvons considérer que

$$A = A_0 \cdot e^{-\alpha z}.$$

Nous obtenons alors pour B en reportant dans l'équation (3.2.1.4 b)

$$B = \frac{F K^2 A_o^2}{2 \alpha} e^{-4 \alpha z} (e^{2\alpha z} - 1) \quad (3.2.1.6)$$

En reportant dans l'équation (3.2.1.4 a), nous obtenons une expression plus précise pour A. :

$$A = A_o e^{-\alpha z} \cdot \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{F K^2 A_o}{\alpha} \right)^2 (1 - e^{2\alpha z})^2 \right] \quad (3.2.1.7)$$

L'expression (3.2.1.6) montre que l'amplitude de la seconde harmonique croît d'abord linéairement avec z puis décroît comme  $\exp(-2\alpha z)$  pour les valeurs importantes de z. Pour  $\alpha z \ll 1$ , l'expression (3.2.1.6) se met sous la forme :

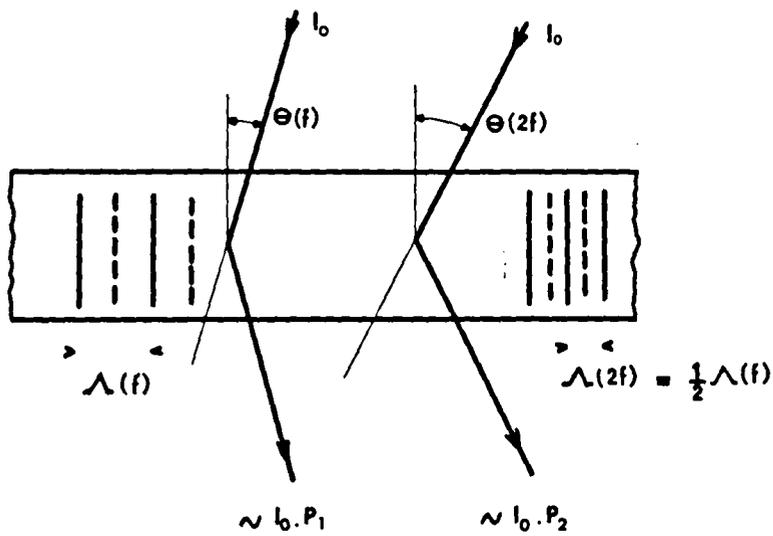
$$B = F K^2 A_o^2 z e^{-4 \alpha z} = F K^2 A^2 z e^{-2 \alpha z} \quad (3.2.1.8)$$

Cette relation relie la constante de couplage F aux valeurs des amplitudes respectives A et B de l'onde fondamentale et de la seconde harmonique prises au même point z du cristal.

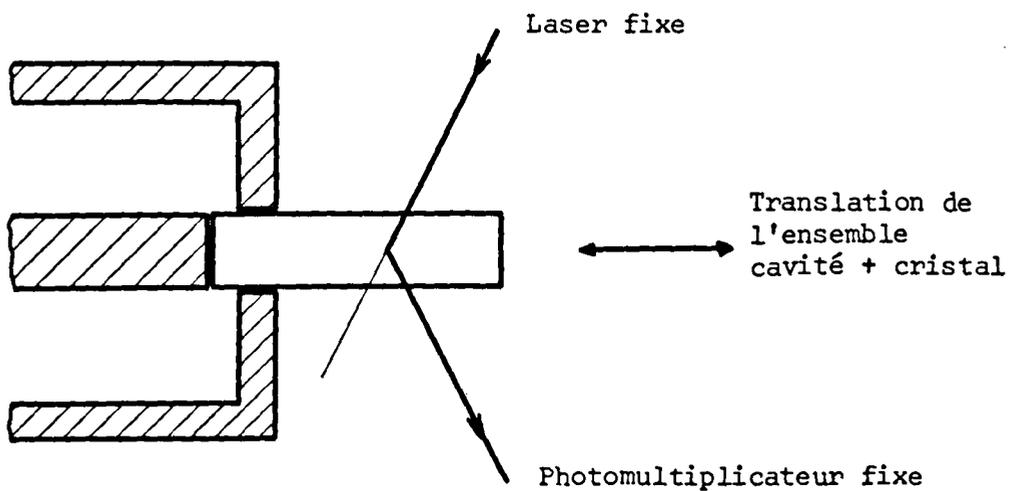
L'expression (3.2.1.7) montre que l'onde fondamentale a subi une atténuation supérieure à l'atténuation intrinsèque du milieu. Pour les grandes valeurs de z, nous retrouvons la décroissance habituelle en  $\exp(-\alpha z)$  mais l'amplitude fondamentale est multipliée par  $\exp\left[-\frac{1}{2}(F K^2 A_o / \alpha)^2\right]$

### 3.2.2 - Génération de la seconde harmonique d'une onde acoustique longitudinale se propageant suivant la direction (001) de LiNbO<sub>3</sub>.

Nous avons utilisé des ondes acoustiques longitudinales produites suivant la direction (001) d'un barreau de LiNbO<sub>3</sub> de dimensions 5x5x10 mm placé dans une cavité résonnante. Nous avons fait deux séries d'expériences à des fréquences fondamentales respectivement égales à 960 Mhz et 1900 Mhz. Les cavités étaient excitées par des impulsions haute fréquence de largeur inférieure à 1  $\mu$ s et de puissance crête égale à 100 W.



(a)



(b)

Figure 15 - Analyse harmonique d'une onde acoustique par méthode optique

- a) l'harmonique  $n$  est détectée en plaçant le laser et le photomultiplicateur à l'angle de Bragg  $\theta(nf)$  tel que sur
- $$\theta(nf) = n \frac{\lambda}{2\Lambda(f)}$$
- L'intensité de la lumière diffractée est proportionnelle à la puissance acoustique  $P_n$  de l'harmonique  $n$ .
- b) la variation spatiale de chaque harmonique est mesurée en déplaçant le cristal suivant son axe, le laser et le photomultiplicateur restant fixes.

Dans un travail antérieur (47), nous avons étudié la génération de la seconde harmonique dans  $\text{LiNbO}_3$ , par la méthode classique d'échos d'impulsions. Cette méthode ne permet pas l'étude de la progression de l'impulsion acoustique à l'intérieur du cristal puisque les puissances acoustiques sont détectées sur les surfaces du barreau par effet piézoélectrique inverse.

Dans ce travail, nous avons utilisé la diffraction de la lumière par les ondes acoustiques afin d'étudier leur propagation en un point quelconque du cristal.

Aux fréquences utilisées, l'angle de Bragg est faible

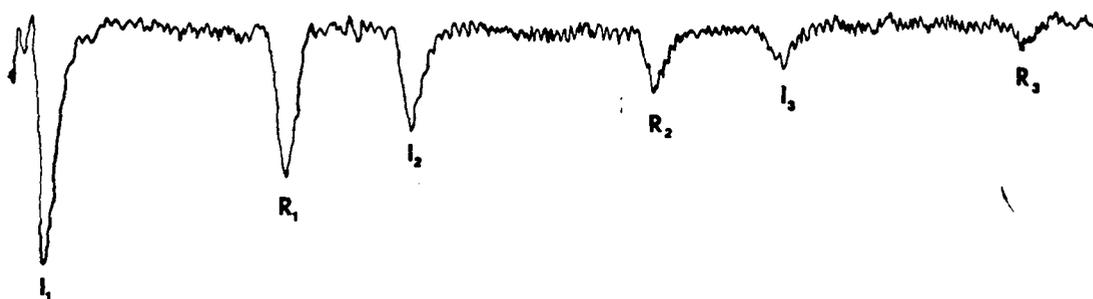
$$\left. \begin{array}{l} \theta_B = 2^\circ 30' \text{ à } 960 \text{ Mhz} \\ \theta_B = 4^\circ 40' \text{ à } 1900 \text{ Mhz} \end{array} \right\} \text{valeurs mesurées à l'extérieur du cristal.}$$

La lumière se propage suivant une direction voisine de la direction (010) et est polarisée suivant la direction (100). "L'assemblée acoustique" est toujours placée sur le système mécanique permettant la rotation et le déplacement de celle-ci suivant l'axe du cristal par rapport au laser qui reste fixe.

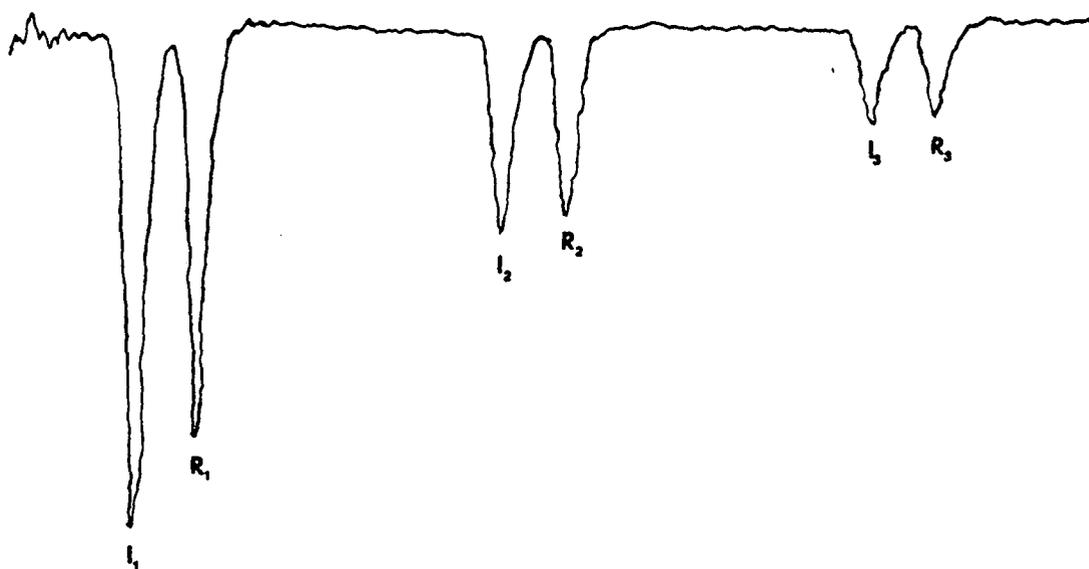
Nous avons vu au paragraphe (2.3) que l'intensité de la lumière diffractée est proportionnelle à la puissance acoustique et qu'elle est indépendante de la fréquence de l'onde acoustique. En faisant varier l'angle d'incidence de la lumière sur les plans d'onde acoustique, nous obtenons une analyse harmonique de la déformation élastique qui se propage dans le cristal (figure 15). En effet, si l'onde acoustique fondamentale de fréquence  $f$  est détectée pour un angle de Bragg  $\theta_B(f)$  défini par (2.2.14)

$$\sin \theta_B(f) = \frac{\lambda_1}{2\Lambda} \quad (3.2.2.1)$$

$\lambda_1$  étant la longueur d'onde du faisceau laser dans le cristal et  $\Lambda$ , la longueur d'onde acoustique, la deuxième harmonique de l'onde



(a)



(b)

Figure 16 - Echos acoustiques produits harmoniquement à 1920 Mhz dans  $\text{LiNbO}_3$  et détectés à des distances égales à 3,5 mm (a) et 8,5 mm (b).  
Le temps d'enregistrement est égal à 8,5  $\mu\text{s}$ . La sensibilité en ordonnée est 0,1 V/cm en (a) et 0,25 V/cm en (b).

Variation de  
l'intensité diffractée

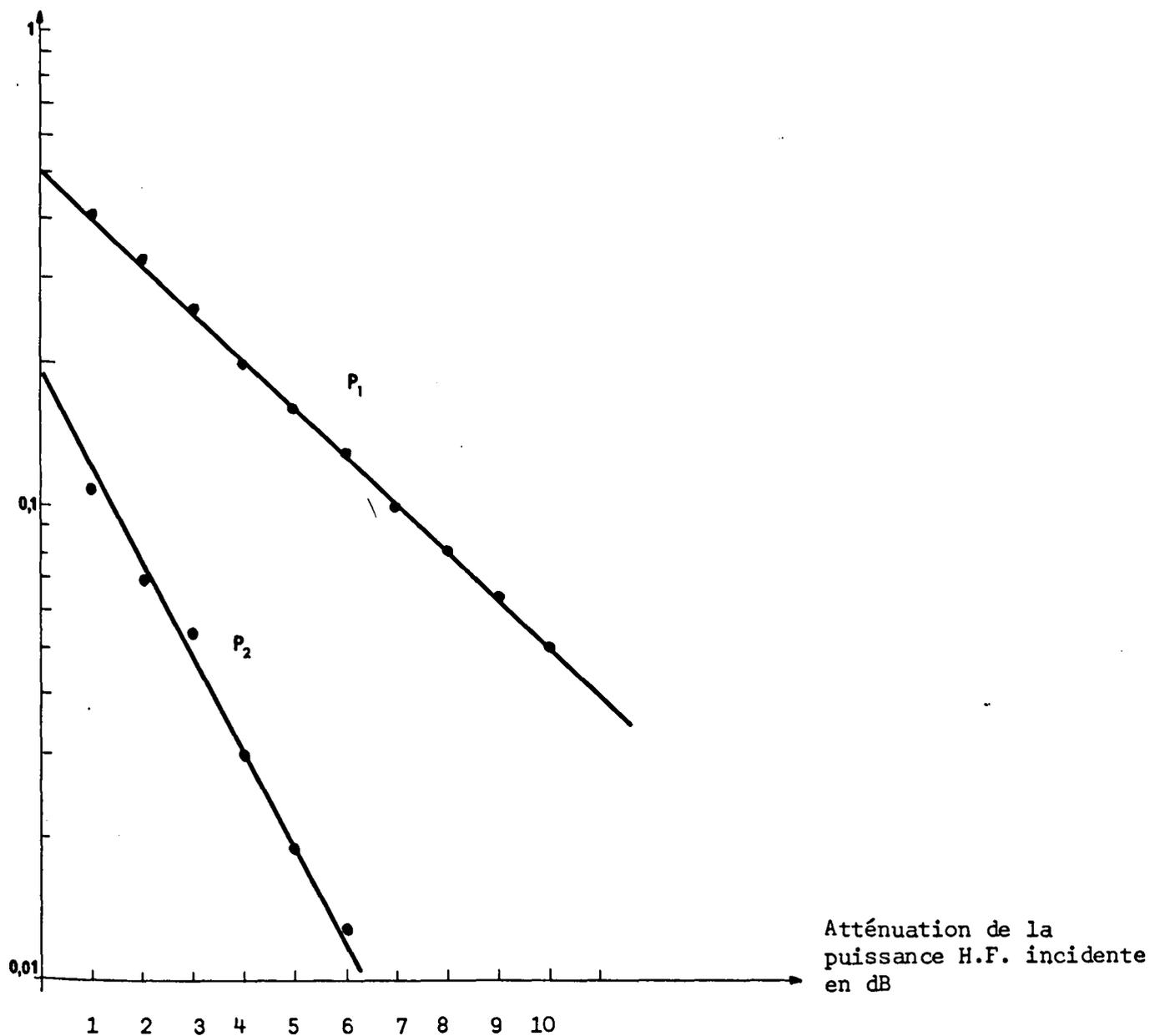


Figure 17 - Variation de la puissance fondamentale  $P_1$  et de la puissance acoustique harmonique  $P_2$  en fonction de la puissance H.F. incidente.

Variation de  
l'intensité diffractée

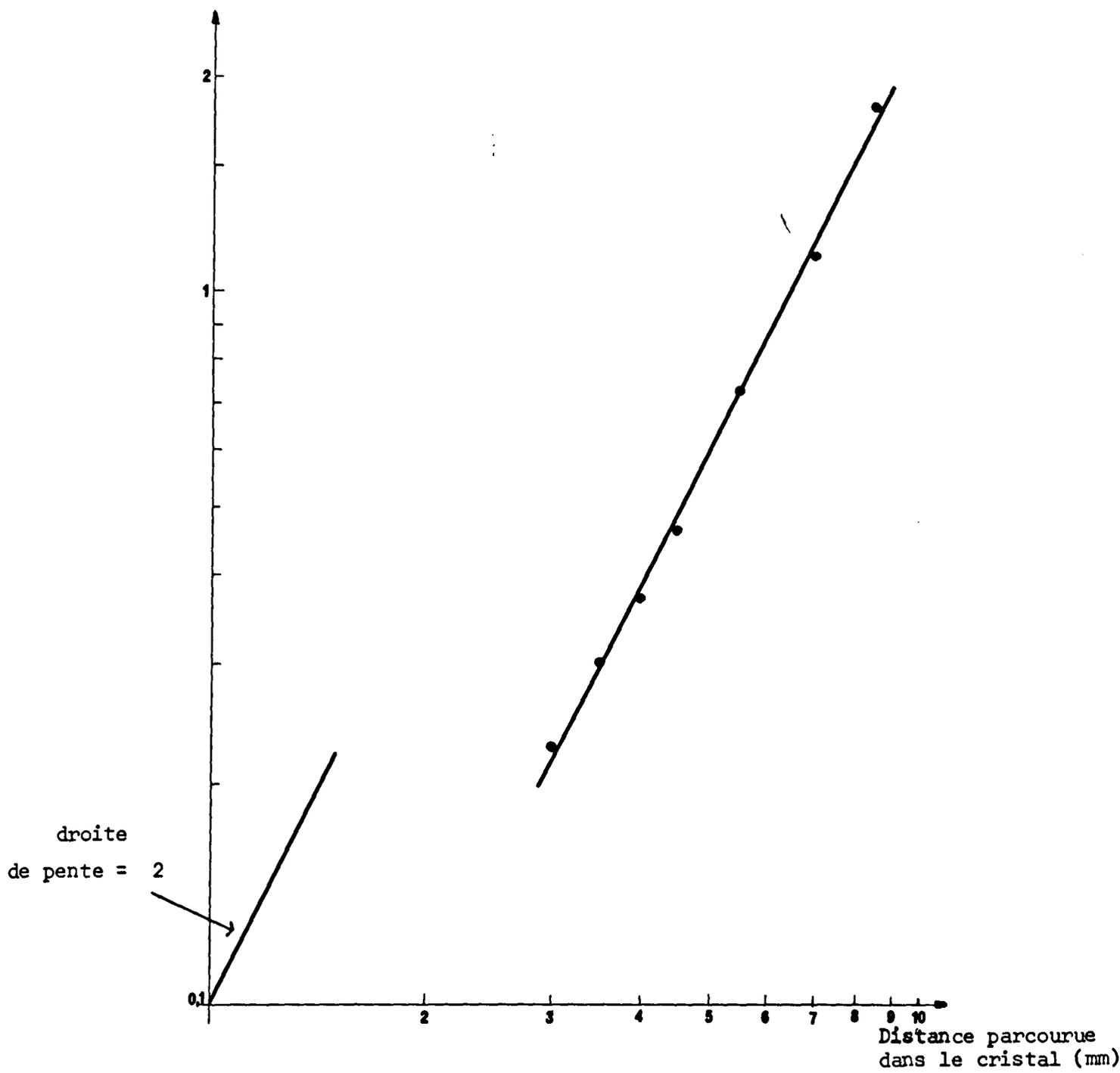


Figure 18 - Variation de la puissance acoustique harmonique en fonction de la distance parcourue dans le cristal.

acoustique sera détectée pour un angle de Bragg  $\theta_B (2f)$  défini par

$$\sin \theta_B (2f) = 2 \cdot \frac{\lambda_1}{2\Lambda} = 2 \sin \theta_B (f) \quad (3.2.2.2)$$

et de façon générale, l'harmonique  $n$  pourra être détectée pour un angle de Bragg  $\theta_B (n f)$  défini par :

$$\sin \theta_B (n f) = n \frac{\lambda_1}{2\Lambda} = n \cdot \sin \theta_B (f) \quad (3.2.2.3)$$

Nous pouvons également mesurer les variations d'amplitude de chaque harmonique en translatant le cristal suivant son axe. La figure 16 représente les échos harmoniques détectés à 1920 Mhz après des distances parcourues dans le cristal égales à 3,5 mm et 8 mm. Les échos acoustiques sont groupés par paires. Le premier correspond à l'impulsion acoustique incidente, le second à l'impulsion acoustique réfléchiée sur la surface libre du barreau. Lorsque le point d'incidence du faisceau laser se rapproche de la surface où il y a réflexion, les deux échos de chaque paire se rapprochent et, à la limite, tendent à se confondre.

Avec le dispositif expérimental utilisé, il est facile de montrer que la puissance acoustique fondamentale est proportionnelle à la puissance électromagnétique excitant la cavité et que la puissance acoustique harmonique est proportionnelle au carré de la puissance acoustique fondamentale (figure 17). Toutes les mesures sont faites sur le premier écho qui correspond au premier trajet de l'onde acoustique dans le cristal. En translatant le cristal suivant son axe, nous avons vérifié que la puissance acoustique harmonique est pratiquement nulle près de la surface où sont produites les ondes acoustiques et qu'elle varie comme le carré de la distance parcourue dans le cristal (figure 18).

Nous nous trouvons donc dans l'approximation des faibles puissances et nous pouvons appliquer le résultat (3.2.1.8). En exprimant la puissance acoustique en fonction de l'amplitude pour chaque onde et en utilisant la relation fondamentale (2.3.1.9) :

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\pi^2}{2} \frac{n_i^6 P_{ij}^2}{\rho v_j^3} \frac{D^2}{\lambda_o^2} P_{ac} \quad (3.2.2.4)$$

Nous pouvons trouver :

$$\frac{B}{A^2} = \left( \frac{P_1 P_B}{P_A^2} \right)^{1/2} \frac{n^3 k K D p_{13}}{8} \quad (3.2.2.5)$$

où  $P_A$  et  $P_B$  représentent la puissance de la lumière diffractée respectivement par l'onde fondamentale et l'onde harmonique,  $P_1$  est la puissance lumineuse incidente,  $k$  et  $K$  sont respectivement le vecteur d'onde lumineux dans l'air et le vecteur d'onde acoustique dans le cristal,  $D$  est la largeur du faisceau acoustique. En combinant les équations (3.2.2.5) et (3.2.1.8), nous obtenons la valeur de la constante de couplage  $F$  :

$$F = \left( \frac{P_1 P_B}{P_A^2} \right)^{1/2} \frac{n^3 k D p_{13}}{8 k z} \cdot e^{2 \alpha z} \quad (3.2.2.6)$$

$z$  étant la distance dans le cristal pour laquelle les puissances lumineuses  $P_A$  et  $P_B$  sont mesurées.

Nous avons par exemple à la fréquence fondamentale 1900Mhz les résultats suivants à la distance  $z = 5$  mm

$$\frac{P_B}{P_A} = 3,35 \cdot 10^{-4}, \frac{P_A}{P_0} = 4,13 \cdot 10^{-4}$$

$$\alpha = 1,1 \text{ db/}_{10} \text{ m} = 17 \text{ m}^{-1}$$

$$k = 9,93 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1} \quad (\text{vecteur d'onde lumineux dans l'air})$$

$$K = 1,63 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1} \quad (\text{vecteur d'onde acoustique})$$

$$n^3 = 11,7$$

Nous trouvons (48) avec l'ensemble de nos résultats expérimentaux

$$F = 0,65 \pm 0,05$$

ou

$$\frac{3 C_{33} + C_{333}}{C_{33}} = 2,6 \pm 0,2 \quad (3.2.2.7)$$

A partir des valeurs des constantes de  $\text{LiNbO}_3$  résumées à la table 1, nous pouvons évaluer la valeur des différents termes qui apparaissent dans les expressions (3.1.18) et (3.1.19) des constantes élastiques effectives  $C_{33}$  et  $C_{333}$ . Pour la constante élastique effective du 2ème ordre,

$$\frac{1}{C_{33}^E} \cdot \frac{e_{33}^2}{\epsilon_{33} \eta_{33}} = 0,03$$

Pour la constante élastique effective de 3ème ordre, nous pouvons évaluer le rapport de chacun des termes supplémentaires de (3.1.19) sur la valeur mesurée à partir de la définition des différentes constantes du 3ème ordre.

La constante électrostrictive  $d_{333}$  est reliée à l'effet élasto-optique et est définie par (49) :

$$\frac{\Delta \epsilon_{33}^{\eta}}{\epsilon_{33}^{\eta}} = \frac{2 \Delta n_{33}^{\eta}}{n_{33}^{\eta}} = n^2 \cdot P_{333} \cdot S_{33} = \frac{J_{333}^{\eta}}{\epsilon_{33}^{\eta}} S_{33} \quad (3.2.2.8)$$

(en utilisant les mêmes notations que précédemment)

d'où

$$d_{333} = \epsilon_{33}^{\eta} \cdot n^2 \cdot P_{333}$$

et le rapport du troisième terme sur la valeur mesurée est égal à :

$$3 \cdot \frac{d_{333}}{\epsilon_0} \cdot \frac{\epsilon_0}{\epsilon_{33}^{\eta}} \cdot \frac{C_{33}}{C_{333}} \cdot \frac{e_{33}^2}{C_{33} \cdot \epsilon_{33}^{\eta}} = 0,6 \quad (3.2.2.9)$$

La constante diélectrique du 3ème ordre  $\epsilon_{333}^{\eta}$  est reliée à l'effet électro-optique et est définie par (49) :

$$\frac{\Delta \epsilon_{33}^{\eta}}{\epsilon_{33}^{\eta}} = \frac{2 \Delta n_{33}}{n_{33}} = n^2 \cdot r_{33} \cdot E_3 = \frac{1}{3} \frac{\epsilon_{333}^{\eta}}{\epsilon_{33}^{\eta}} E_3$$

(3.2.2.10)

d'où

$$\frac{\epsilon_{333}}{\epsilon_0} = 3 \cdot n^4 \cdot r_{33}$$

$r_{33}$  est la constante électro-optique (mesurée par Turner (50) :

$r_{33} = 3,1 \cdot 10^{-11}$  m/V) et le rapport du deuxième terme sur la valeur mesurée est égal à :

$$\frac{C_{33}}{C_{333}} \cdot \frac{\epsilon_{33}^2}{C_{33} \epsilon_{33}^{\eta}} \cdot \frac{\epsilon_0}{\epsilon_{33}^{\eta}} \cdot \frac{e_{33} \cdot \epsilon_{333}^{\eta}}{\epsilon_0 \epsilon_{33}^{\eta}} = 1,5 \quad (3.2.2.11)$$

Le dernier terme de (3.1.19) ne peut pas être évalué car aucune mesure de la constante  $f_{333}$  reliée à l'effet acousto-électrique n'a été faite pour  $\text{LiNbO}_3$ .

### 3.3 - ETUDE DE LA GENERATION DES HARMONIQUES D'ONDE ACOUSTIQUE FONDAMENTALE DE FORTE PUISSANCE.

La méthode précédente n'est valable que si l'onde acoustique fondamentale est suffisamment faible : nous avons en effet supposé négligeables les harmoniques d'ordre supérieur à 2. Nous allons maintenant appliquer une méthode utilisée par Blackstock (51) lors de son étude de la propagation d'ondes d'amplitude fixe dans les fluides visqueux. L'équation du mouvement non linéaire peut être ramenée à l'équation de Burger dont on connaît la solution exacte (52,53). Lorsque l'onde acoustique est initialement sinusoïdale, cette méthode est pratique pour déterminer les composantes de Fourier de la déformation qui se propage dans le cristal. Nous avons ainsi obtenu, en utilisant les techniques de calcul numérique, les amplitudes des ondes fondamentales et harmoniques en fonction de la distance parcourue dans le cristal. Nous avons

ensuite appliqué ces résultats à la génération des harmoniques 2 et 3 d'une onde acoustique transversale se propageant suivant la direction (001) de  $\text{LiNbO}_3$ .

3.3.1 - Etude de la propagation d'ondes acoustiques d'amplitude finie dans des milieux avec pertes.

Nous avons montré que l'équation du mouvement non linéaire pour les ondes transversales polarisées suivant (010) et se propageant dans  $\text{LiNbO}_3$ , suivant la direction (001) peut s'écrire (3.1.9) :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = C_{44} \frac{\partial^2 u_2}{\partial a_3^2} + C_{444} \frac{\partial^2 u_2}{\partial a_3^2} \cdot \frac{\partial u_2}{\partial a_3} \quad (3.3.1)$$

Cette équation est valable pour un milieu sans pertes. Nous avons vérifié expérimentalement que l'atténuation  $\alpha$  des ondes acoustiques dans un isolant était proportionnelle au carré de la fréquence. Dans ces conditions, en tenant compte des pertes, l'équation linéaire du mouvement devient :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = C_{44} \frac{\partial^2 u_2}{\partial a_3^2} + \frac{2\alpha_0 c_0 C_{44}}{\omega^2} \frac{\partial^2 u_2}{\partial a_3^2 \cdot \partial t} \quad (3.3.2)$$

avec

$$c_0 = \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho_0}}$$

La solution de l'équation (3.3.2) peut s'écrire (54)

$$u_2 = e^{-\alpha_1 a_3} \cos (\omega t - k_1 a_3) \quad (3.3.3)$$

où

$$\alpha_1 = \alpha_0 \left[ 1 - \frac{5}{2} \frac{\alpha_0^2}{k} + \dots \right]$$

et

$$k_1 = \frac{\omega}{c_0} \left[ 1 - \frac{3}{2} \frac{\alpha_0}{k} + \dots \right]$$

Dans les conditions expérimentales de ce travail,  $\alpha_0$  est de l'ordre de  $10^{-1}$  et de  $k$  de l'ordre de  $10^6 \text{ m}^{-1}$  : nous pouvons supposer que  $\alpha \ll k$  et écrire la solution de (3.3.2) sous la forme :

$$u_2 = e^{-\alpha_0 a_3} \cos(\omega t - k a_3)$$

avec

$$k = \frac{\omega}{c_0}$$

Dans un milieu dissipatif, l'équation (3.3.1) non linéaire du mouvement s'écrit donc :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = C_{44} \frac{\partial^2 u_2}{\partial a_3^2} + C_{444} \frac{\partial u_2}{\partial a_3} \cdot \frac{\partial^2 u_2}{\partial a_3^2} + \frac{2 C_{44} \alpha_0 c_0}{\omega^2} \frac{\partial^3 u_2}{\partial a_3^2 \partial t} \quad (3.3.4)$$

### 3.3.1 a.. - Equation de Burger

Nous allons montrer que cette équation peut se ramener à l'équation de Burger. En posant :

$$u_{tt} = \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}, \quad u_a = \frac{\partial u_2}{\partial a_3}, \quad \text{etc}$$

$$\beta = \frac{C_{444}}{C_{44}} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{2 \alpha_0 c_0}{\omega^2}$$

l'équation (3.3.4) prend la forme :

$$\frac{1}{c_0^2} u_{tt} = u_{aa} - \beta u_{aa} u_a + \gamma u_{aat} \quad (3.3.5)$$

D'après (3.3.3), nous avons :

$$u_t = k c_0 e^{-\alpha_0 a_3} \sin(\omega t - k a_3)$$

$$u_a = k e^{-\alpha_0 a_3} \sin(\omega t - k a_3) - \alpha_0 e^{-\alpha_0 a_3} \cos(\omega t - k a_3)$$

$$u_a = k e^{-\alpha_0 a_3} \sin(\omega t - k a_3) \quad \text{car } \alpha_0 \ll k$$

Nous remarquons que :

$$u_t = -c_0 u_a$$

$$u_{aat} = \frac{1}{c_0^2} u_{ttt} = -\frac{1}{c_0} u_{tta}$$

donc

$$\gamma u_{aat} = \frac{\gamma}{2 c_0^2} \left[ u_{ttt} - c_0 u_{tta} \right] \quad (3.3.6)$$

Nous pouvons exprimer  $u_{aa} u_a$  de deux façons :

$$u_{aa} u_a = \frac{1}{c_0^2} u_{tt} \times -\frac{1}{c_0} u_t = -\frac{1}{c_0^3} u_t u_{tt}$$

$$u_{aa} u_a = \frac{1}{c_0} u_{ta} \times -\frac{1}{c_0} u_t = -\frac{1}{c_0^2} u_t u_{ta}$$

d'où :

$$\beta u_{aa} \cdot u_a = \frac{\beta}{2 c_0^3} \left[ c_0 u_t u_{ta} - u_t \cdot u_{tt} \right] \quad (3.3.7)$$

En portant (3.3.6) et (3.3.7) dans l'équation (3.3.5), nous obtenons :

$$c_0^2 u_{tt} = c_0^4 u_{aa} - \frac{\beta c_0}{2} (c_0 u_t u_{ta} - u_t \cdot u_{tt}) + \frac{\gamma c_0^2}{2} (u_{tt} - c_0 u_{tta}) \quad (3.3.8)$$

et en intégrant par rapport au temps :

$$c_0^2 u_t = - c_0^3 u_a + \frac{1}{4} \beta c_0 (u_t)^2 + \frac{\gamma}{2} c_0^2 \cdot u_{tt}$$

(3.3.9)

Faisons le changement de variable

$$t' = t - \frac{a}{c_0} \quad (\text{temps retardé})$$

et posons  $v = \frac{\partial u}{\partial t}$

$$u_t = u_{t'}$$

$$\frac{\partial u}{\partial a} \text{ devient } \frac{\partial u}{\partial a} + \frac{\partial u}{\partial t'} \cdot \frac{\partial t'}{\partial a} = u_a - \frac{1}{c_0} \cdot u_{t'}$$

L'équation (3.3.9) devient :

$$c_0^2 u_{t'} + c_0^3 u_a - c_0^2 u_{t'} = \frac{1}{4} \beta c_0 (u_{t'})^2 + \frac{\gamma}{2} c_0^2 u_{t't'}$$

et en dérivant par rapport à  $t'$

$$c_0^3 v_a - \frac{1}{2} \beta c_0 v v_{t'} = \frac{1}{2} \gamma c_0^2 v_{t't'} \quad (3.3.10)$$

L'équation (3.3.10) est l'équation de Burger. Ecrivons-la sous une forme sans dimensions en posant :

$$y = \omega t'$$

$$v_1(0) = \text{vitesse maximale}$$

$$\omega = \frac{v_1(0)}{c_0} : \text{élongation maximale ou nombre de Mach}$$

$$V = \frac{v}{v_1(0)}, \quad \sigma = \frac{a \omega \beta \epsilon}{2 c_0} \quad \text{et} \quad \Gamma = \frac{\beta \epsilon}{\omega \gamma}$$

Nous avons donc :

$$V_a = \frac{\omega \beta \epsilon}{2 c_0} \cdot V_\sigma$$

$$V_{t'} = \omega V_y \text{ et } V_{t't'} = \omega^2 V_y$$

L'équation (3.3.10) s'écrit :

$$V_\sigma - V V_y = \frac{1}{\Gamma} V_{yy} \quad (3.3.11)$$

La résolution de cette équation est donnée à l'Appendice A.

Nous allons maintenant chercher la signification de  $\sigma$ . La vitesse de propagation des ondes de faible amplitude est  $c_0$ . A partir de l'équation d'onde non linéaire (3.3.1), on peut montrer (55) que pour les ondes d'amplitude finie, la vitesse de propagation devient :

$$c = c_0 + \frac{\beta}{2} v$$

Cette relation montre qu'à chaque valeur de  $v$  correspondra une vitesse de propagation différente. Si la forme d'onde initiale est une sinusoïde, les points de l'onde caractérisés par de grandes valeurs de  $v$  vont rattraper les points ayant des valeurs de  $v$  inférieures, tandis que l'onde entière (dont la forme change) se propage à la vitesse  $c_0$ . Au bout d'une certaine distance  $L_0$  parcourue dans le cristal, l'onde initialement sinusoïdale prend l'allure d'une "dent de scie".

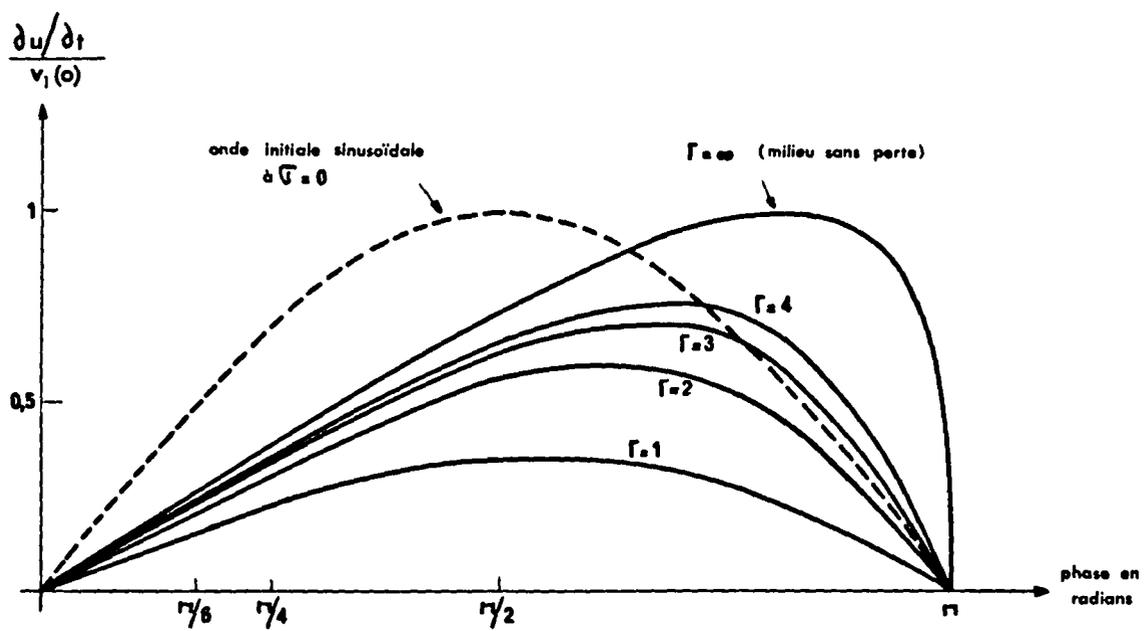


Figure 19 - Forme d'une onde initialement sinusoïdale à la longueur de discontinuité ( $\sigma = 1$ ) pour le cas d'un milieu sans perte ( $\Gamma = \infty$ ) et pour  $\Gamma = 1, 2, 3$  et 4.

$L_0$  est appelée distance de discontinuité et est égale (55) à

$$L_0 = \frac{2 c_0^2}{\beta \omega v_1(\sigma)} = \frac{2 c_0}{\beta \omega \epsilon} \quad (3.3.12)$$

$$\text{d'où } \sigma = \frac{a \omega \beta \epsilon}{2 c_0} = \frac{a}{L_0}$$

$\sigma$  est donc la distance réduite par rapport à la longueur de discontinuité. A partir de la définition de  $\Gamma$ , nous obtenons :

$$\Gamma = \frac{\beta \epsilon}{\omega \gamma} = \frac{\beta \epsilon \omega^2}{2 \alpha_0 c_0 \omega} = \frac{1}{\alpha_0 L_0} \quad (3.3.13)$$

Remarquons que  $\alpha_0$  et  $L_0$  sont deux paramètres qui caractérisent le milieu de propagation. En réalité, l'onde subit une déformation au cours de sa propagation, mais les mécanismes d'atténuation empêchent l'existence d'un front d'onde discontinu à la distance de discontinuité. La figure 19 représente la variation d'un onde initiale sinusoïdale (à  $\sigma = 0$ ) en fonction de la phase dans la région de la distance de discontinuité (c'est-à-dire à  $\sigma = 1$ ) pour  $\Gamma = 1, 2, 3, 4$ . Nous avons tracé pour comparaison la forme d'onde obtenue dans le cas d'un milieu sans perte ( $\Gamma = \infty$ ) pour lequel la vitesse  $\frac{\partial u}{\partial t}$  devient discontinue à la longueur de discontinuité. Pour  $\Gamma = \infty$ , nous avons tracé la courbe en utilisant la méthode de Hargrove (55). Pour  $\Gamma : 1, 2, 3$  et  $4$ , nous avons tracé la courbe avec les amplitudes des six premiers harmoniques calculées à l'aide de la méthode de Blackstock exposée dans le paragraphe suivant.

### 3.3.1.b - Méthode de Blackstock

Le résultat de l'Appendice A n'est pas très commode à exploiter puisqu'il se présente sous la forme d'une dérivée du logarithme d'une série de Fourier :

$$V = \frac{2}{\Gamma} \frac{\partial}{\partial y} (\ln \theta)$$

$\theta$  est défini par les relations (A.1) et (A.2)

Il serait plus intéressant d'avoir le résultat sous la forme d'une série de Fourier :

$$V = \sum B_n \sin n_y$$

Blackstock (51) a résolu ce problème en calculant les  $B_n$  par analyse harmonique de la fonction  $V$ .

Si l'on choisit  $2M$  points d'échantillonnage équidistants dans l'intervalle

$$0 \leq y \leq 2\pi, \text{ c'est-à-dire :}$$

$$y_0 = 0, \quad y_1 = \frac{\pi}{M}, \quad \dots \quad y_k = k \frac{\pi}{M}, \quad \dots$$

Nous aurons alors les valeurs de  $B_n$  pour  $n < M - 1$  :

$$V = \frac{2}{\Gamma} \frac{\partial}{\partial y} (\ln \theta) = \sum B_n \sin n_y$$

avec (51) :

$$B_n = - \frac{2n}{M\Gamma} \left[ \ln \theta_0 + (-1)^n \ln \theta_M + 2 \sum_{k=1}^{M-1} \ln \theta_k \cdot \cos ny_k \right]$$

(3.3.14)

Dans cette expression,  $\theta_k$  est calculé à partir de l'expression (A.9) avec  $y = y_k$ .

TABLE IV - VALEUR ASYMPTOTIQUE de l'ATTENUATION SUPPLEMENTAIRE  
de l'ONDE FONDAMENTALE en FONCTION de  $\Gamma$  .

$\Gamma$	E X D B A ( dB )
0,1	0,003
0,5	0,067
1,0	0,265
2,0	0,985
3,0	1,994
4,0	3,126
5,0	4,265
6,0	5,352
7,0	6,364
8,0	7,295
9,0	8,151
10,0	8,938
20,0	14,438

Comme conséquence des effets non linéaires, le fondamental subit une atténuation supplémentaire à l'atténuation à faible puissance. Nous pouvons définir :

$$E X D B = - 20 \lg_{10} \left( B_1 / e^{-\alpha_0 \sigma} \right)$$

C'est la valeur de l'atténuation supplémentaire pour le parcours d'une distance réduite  $\sigma$  à partir de l'origine. Quand  $\sigma$  devient grand, cette atténuation supplémentaire tend vers une valeur asymptotique E X D B A. Nous pouvons estimer la valeur de cette expression puisque, quand  $\sigma \gg \Gamma$ , les premiers termes de la série (A.9) sont suffisants pour donner des résultats corrects :

$$\theta = e^{\frac{\Gamma}{2}} \left[ I_0 \left( \frac{\Gamma}{2} \right) - 2 I_1 \left( \frac{\Gamma}{2} \right) e^{-\frac{\sigma}{\Gamma}} \cos y \right]$$

$$V = \frac{2}{\Gamma} \frac{\partial}{\partial y} \ln \theta = \frac{2}{\Gamma} \frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial y}$$

$$V = \frac{4 I_1 \left( \frac{\Gamma}{2} \right)}{I_0 \left( \frac{\Gamma}{2} \right)} e^{-\frac{\sigma}{\Gamma}} \sin y$$

$$\text{d'où : } E X D B A = - 20 \lg_{10} \frac{4 I_1 \left( \frac{\Gamma}{2} \right)}{I_0 \left( \frac{\Gamma}{2} \right)}$$

les valeurs de E X D B A pour différentes valeurs de  $\Gamma$  sont données à la table IV.

Nous avons transcrit en Fortran IV pour IBM 360 le programme de D.T. Blackstök écrit en Fortran II pour IBM 1620. En utilisant ce programme (donné en Appendice B), nous avons calculé les  $B_n$  qui sont fonction de  $\sigma$  et de  $\Gamma$ . Pour  $n$  donné, nous pouvons tracer une famille de courbes représentant la variation de  $B_n$  en fonction de la distance réduite  $\sigma$  pour différentes valeurs du paramètre  $\Gamma$ . Nous avons tracé ces courbes pour  $\Gamma$  variant de 1 à 4. Les figures 20 et 23

représentent la variation de l'amplitude réduite de la seconde harmonique  $B_2 = \frac{v_2(\sigma)}{v_1(\sigma)}$  d'une onde fondamentale d'amplitude initiale  $v_1(\sigma)$ . Les figures 21 et 24 représentent la variation de l'amplitude réduite de la troisième harmonique  $B_3 = \frac{v_3(\sigma)}{v_1(\sigma)}$  de la même onde fondamentale. Ces figures montrent que l'amplitude maximale des harmoniques augmente avec le paramètre  $\Gamma$  qui est proportionnelle à la constante de couplage  $\beta$  entre l'onde fondamentale et ses harmoniques. Les figures 22 et 25 représentent les variations de l'atténuation supplémentaire de l'onde fondamentale. Ces figures montrent que l'atténuation supplémentaire due à la nonlinéarité du milieu augmente avec le paramètre  $\Gamma$ . En effet, si la constante de couplage  $\beta$  augmente, le transfert d'énergie de l'onde fondamentale à ses différentes harmoniques augmente, l'onde fondamentale s'atténue plus vite et l'amplitude maximale des harmoniques augmente.

Nous avons employé cette méthode pour interpréter les résultats obtenus avec une onde acoustique transversale se propageant suivant la direction (001) de  $\text{LiNbO}_3$ .

### 3.3.2 - Génération des harmoniques 2 et 3 d'une onde acoustique transversale se propageant suivant la direction (001) de $\text{LiNbO}_3$ .

Les résultats du paragraphe (1.3.2) montrent que pour exciter des ondes acoustiques transversales suivant la direction (001) de  $\text{LiNbO}_3$ , nous devons appliquer un champ électrique parallèlement à la section droite du barreau. Le champ électrique est orienté suivant (010) ou (100) pour exciter les ondes transversales polarisées respectivement suivant (010) ou (100). Nous avons utilisé une cavité double constituée par deux lignes coaxiales couplées (56) afin de produire un champ électrique puissant et uniforme parallèle à la surface du barreau. En utilisant cette méthode, nous avons pu exciter des ondes transversales à la fréquence fondamentale de 900 Mhz, polarisées suivant (010) ou (100) transportant des puissances acoustiques voisines de  $4 \text{ W/cm}^2$ . Nous avons employé la même méthode que celle décrite au paragraphe (3.2.2) pour déterminer la puissance acoustique de l'onde fondamentale et de ses harmoniques produites au cours de sa propagation dans le cristal, à partir

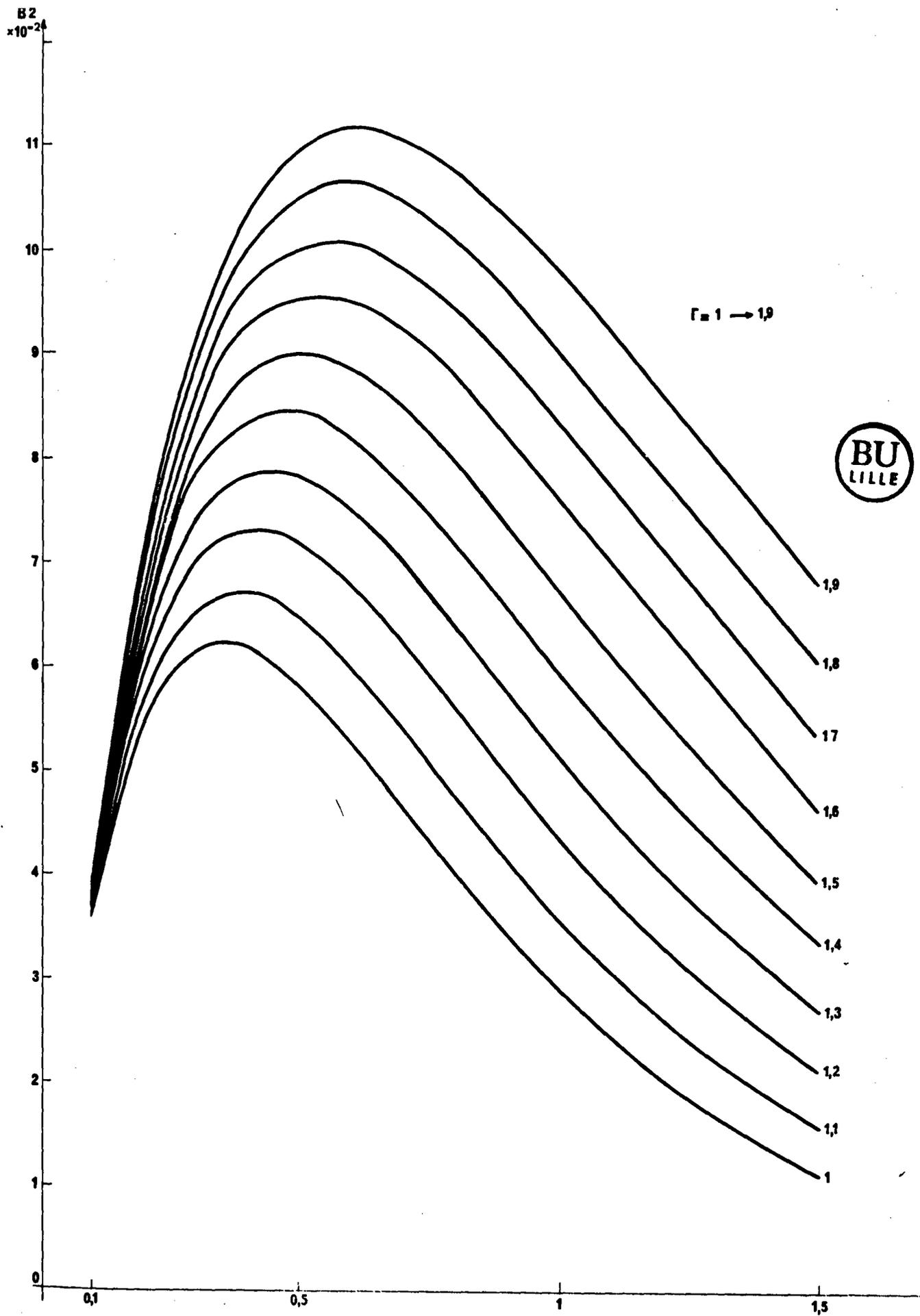
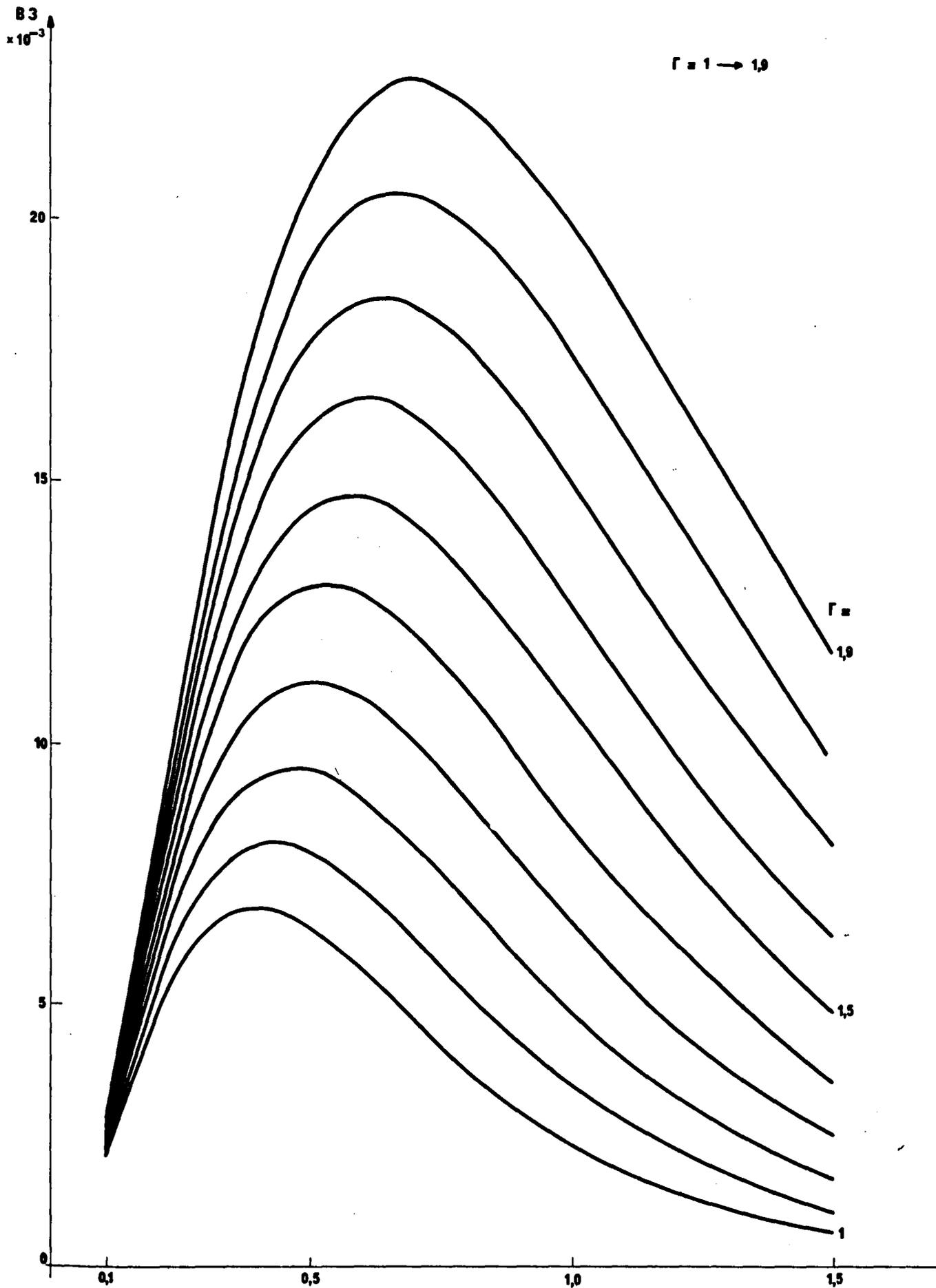


Figure 20 - Amplitude de l'harmonique 2 de l'onde fondamentale en fonction de la distance réduite  $\sigma$ .



**Figure 21** - Amplitude de l'harmonique 3 de l'onde fondamentale en fonction de la distance réduite  $\sigma$

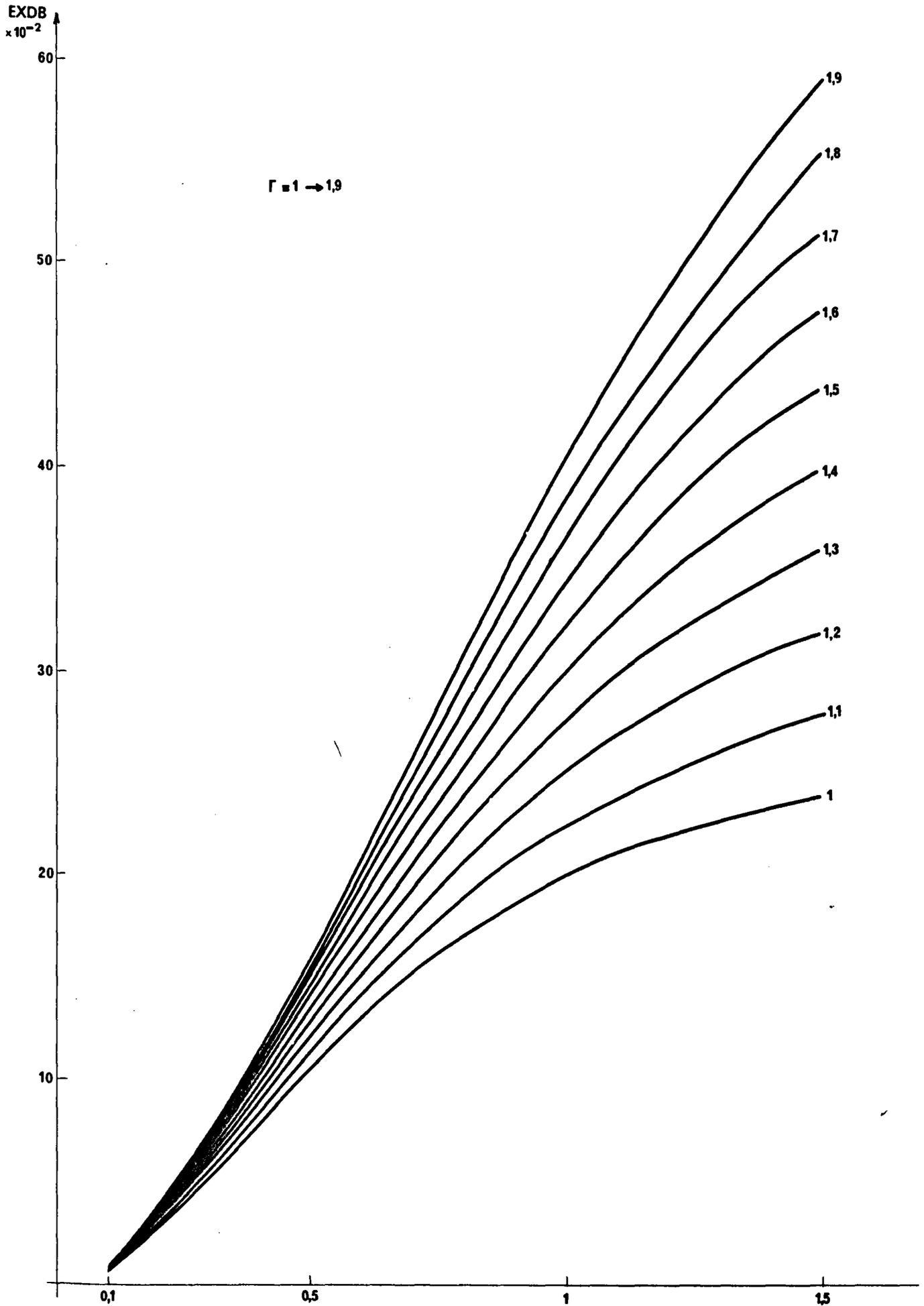


Figure 22 - Atténuation supplémentaire (EXDB) du fondamental en fonction de la distance réduite  $\sigma$

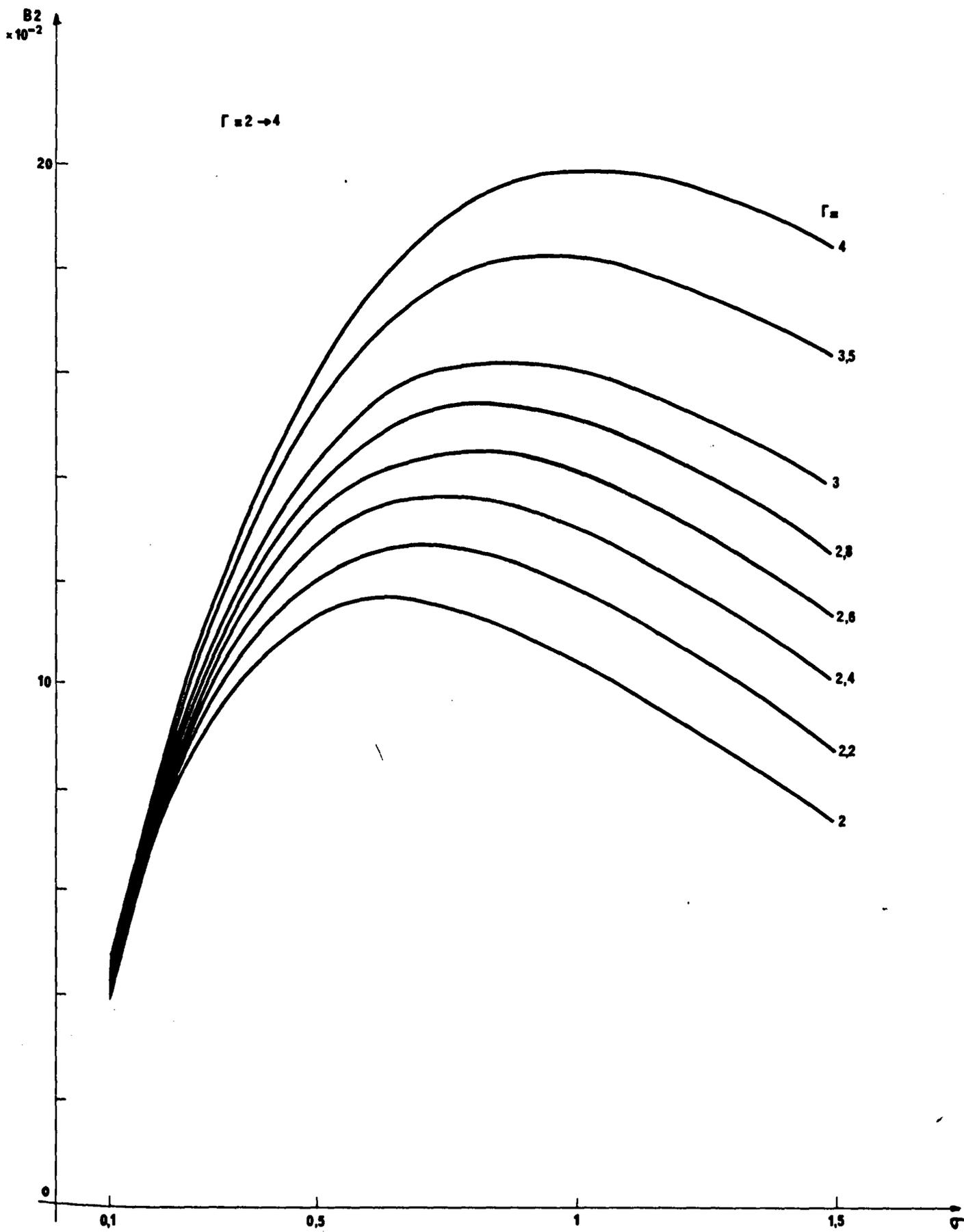


Figure 23 - Amplitude de l'harmonique 2 de l'onde fondamentale en fonction de la distance réduite  $\sigma$

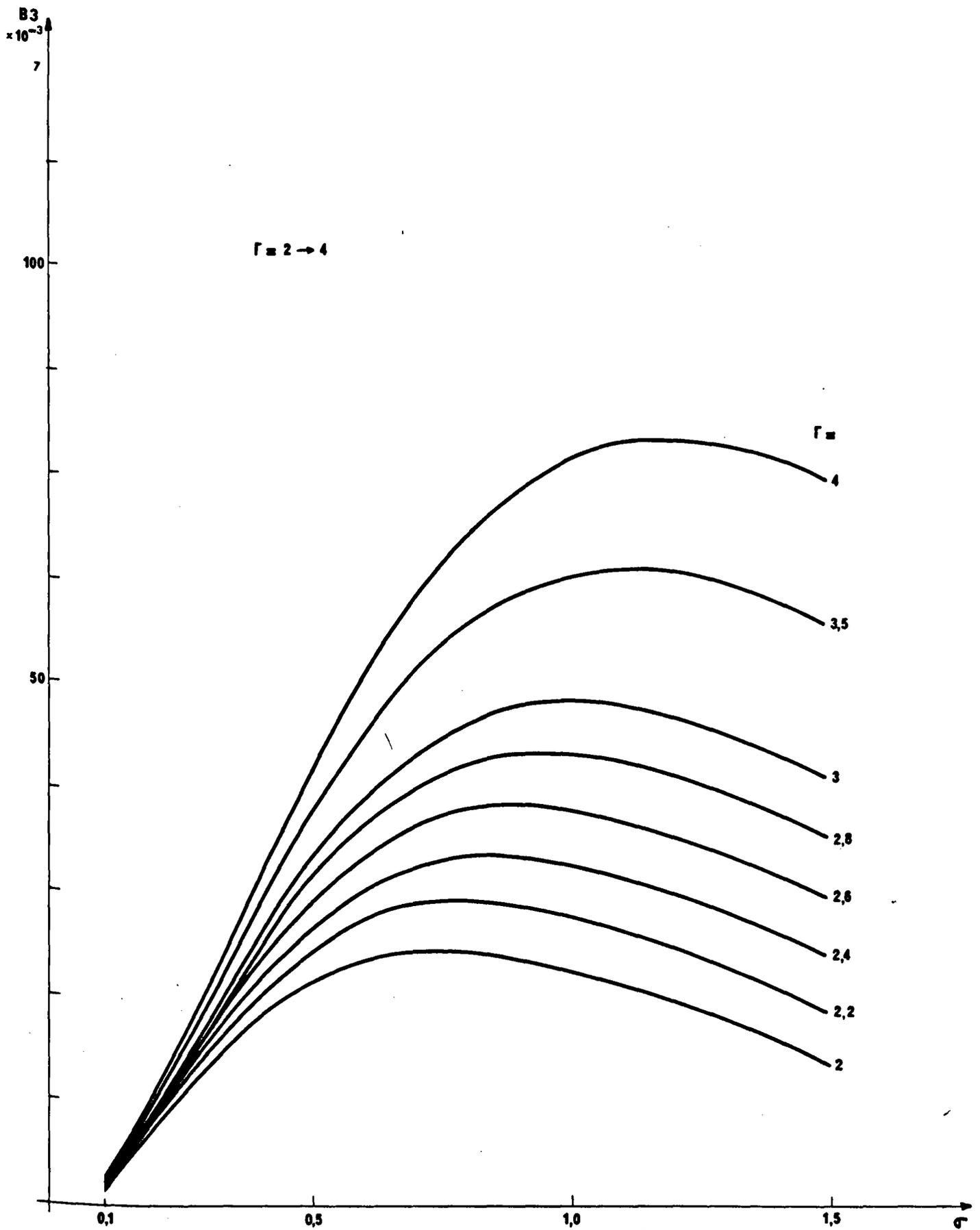


Figure 24 - Amplitude de l'harmonique 3 de l'onde fondamentale en fonction de la distance réduite  $\sigma$

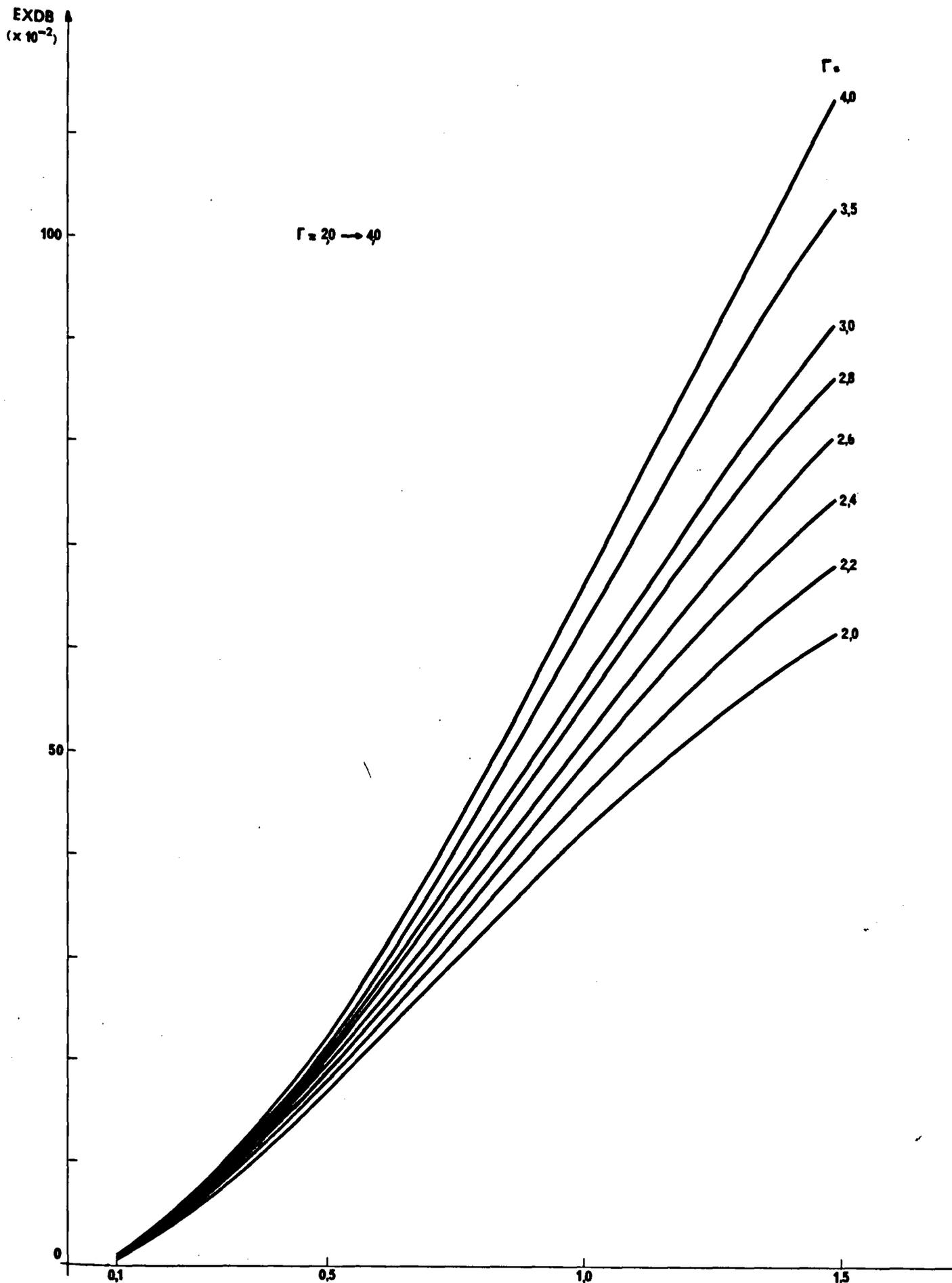


Figure 25 - Atténuation supplémentaire (EXDB) du fondamental en fonction de la distance réduite  $\sigma$

de la puissance lumineuse diffractée en chaque point du cristal par chacune des ondes. Nous avons vérifié expérimentalement qu'il n'y avait pas de génération harmonique pour les ondes acoustiques transversales polarisées suivant (100) : en effet, nous avons vu que dans ce cas, l'équation du mouvement (3.1.10) se réduisait à une équation d'onde linéaire. Nous étudierons en détail le cas des ondes acoustiques transversales polarisées suivant (010).

Nous utilisons un faisceau laser incident dirigé suivant (100) à l'angle d'incidence  $\theta_B$  près et polarisé suivant (010). En employant les mêmes notations qu'au chapitre 2, nous obtenons le résultat suivant pour le champ diffracté :

$$\begin{pmatrix} D_{22} \\ D_{23} \end{pmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} p_{14} \cdot \epsilon_1^2 S_4, & p_{44} \epsilon_1 \cdot \epsilon_3 \cdot S_4 \\ p_{44} \cdot \epsilon_1 \cdot \epsilon_3 \cdot S_4, & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{12} \\ E_{13} \end{pmatrix}$$

Si le faisceau laser incident est polarisé suivant (010), nous voyons que le vecteur déplacement électrique induit à deux composantes orthogonales.

$$D_{22} = -\frac{1}{2} p_{14} \cdot \epsilon_1^2 S_4 \cdot E_{12} \text{ (pas de changement de polarisation)}$$

$$D_{23} = -\frac{1}{2} p_{44} \cdot \epsilon_2 \cdot \epsilon_3 S_4 E_{12} \text{ (changement de polarisation)}$$

Nous avons détecté le faisceau diffracté sans changement de polarisation. Dans ce cas, nous avons vu qu'il y avait diffraction dans les conditions de Bragg (l'angle de diffraction est égal à l'angle d'incidence). Pour l'onde fondamentale de fréquence égale à 900 Mhz, l'angle de Bragg  $\theta_B$  mesuré à l'extérieur du cristal est égal à  $4^\circ 30'$ . En mesurant la puissance acoustique mise en jeu et le rapport correspondant de la puissance lumineuse diffractée sur la puissance lumineuse incidente, nous avons pu déterminer la constante photoélastique :

$$p_{14} = 0,08 \pm 0,01$$

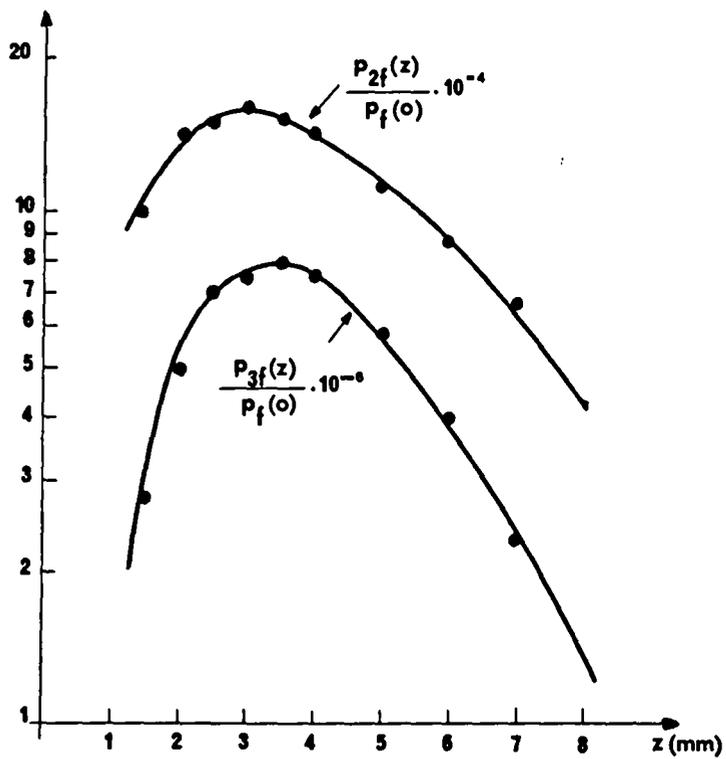


Figure 26 - Variation de la puissance de la seconde et de la troisième harmonique en fonction de la distance parcourue dans le cristal.

ce résultat est compatible avec celui de Reintjes (57) :

$$P_{14} = 0,07$$

Nous avons ensuite détecté la seconde harmonique pour un angle de Bragg  $\theta_B = 9^\circ$  et la troisième harmonique pour un angle de Bragg  $\theta_B = 13^\circ 30'$ . En traduisant le cristal parallèlement à la direction de propagation de l'onde acoustique, nous avons pu mesurer la variation de la puissance de la seconde et de la troisième harmonique en fonction de la distance parcourue dans le cristal (figure 26). L'amplitude et l'abscisse des maxima de puissance observés aux fréquences  $2f$  et  $3f$  permettent d'étudier les effets non linéaires dans la propagation en utilisant la méthode précédente de Blackstock.

Nous avons d'abord calculé la constante de couplage  $\beta = \frac{C_{444}}{C_{44}}$  à partir de la puissance acoustique de la seconde harmonique  $P_{2f}$  mesurée au début de la propagation du cristal en utilisant les résultats du paragraphe (3.2.1). Avec les résultats expérimentaux :

$$\frac{P_{2f}(z)}{P_f(o)} = 10^{-3} \quad \text{à } z = 1,4 \text{ mm}$$

$P_f(o)$  étant la puissance lumineuse diffractée par l'onde fondamentale à la surface où est produite l'onde acoustique,  $P_{2f}(z)$  la puissance lumineuse diffractée par la seconde harmonique à la distance  $z$  dans le cristal, nous obtenons :

$$\frac{C_{444}}{C_{44}} = 2,3 \pm 0,2$$

Nous avons ensuite utilisé la méthode de résolution de Blackstock. A partir des valeurs maximales des rapports de puissances :

$$\frac{P_{2f}(z)}{P_f(o)} = 1,58 \cdot 10^{-3} \quad \text{à } z = 3 \text{ mm}$$

$$\frac{P_{3f}(z)}{P_f(o)} = 8 \cdot 10^{-6} \quad \text{à } z = 3,4 \text{ mm}$$

$p_{3f}(z)$  est la puissance lumineuse diffractée par la troisième harmonique à la distance  $z$  dans le cristal

et en prenant la racine carrée de ces rapports, nous obtenons les valeurs maximales des quantités  $B_2(\sigma) = \frac{v_2(\sigma)}{v_1(\sigma)}$  et  $B_3 = \frac{v_3(\sigma)}{v_1(\sigma)}$ .

Nous avons :

$$B_2 \text{ max.} = 3,97. 10^{-2}$$

$$B_3 \text{ max.} = 2,82. 10^{-3}$$

D'après les résultats théoriques, ces valeurs maximales correspondent à  $\Gamma = 0,64$ . En appliquant les résultats (3.3.12) et (3.3.13) nous trouvons :

$$L_0 = 1,36. 10^{-2} \text{ m}$$

et

$$\beta = \frac{C_{444}}{C_{44}} = 2,6 \pm 0,2$$

La valeur de  $L_0$  permet de comparer la valeur expérimentale de la position des maxima de  $B_2$  et  $B_3$  à leur valeur théorique. D'après les résultats obtenus pour  $\Gamma = 0,64$ ,  $B_2$  est maximum à  $\sigma = 0,22$ , c'est-à-dire à  $z = \sigma$ ,  $L_0 = 3 \text{ mm}$  et  $B_3$  est maximum à  $\sigma = 0,24$ , c'est-à-dire à  $z = 3,2 \text{ mm}$ . Ces résultats sont bien en accord avec les résultats expérimentaux précédents. Les courbes en trait plein de la figure 25 ont été tracées à partir des valeurs théoriques de  $B_2(\sigma)$  et de  $B_3(\sigma)$  obtenues pour  $\Gamma = 0,64$ , les points représentant les valeurs expérimentales.

La différence entre les deux valeurs obtenues pour la constante de couplage  $\frac{C_{444}}{C_{44}}$  est due à la génération de la troisième harmonique qui est  $\frac{C_{444}}{C_{44}}$  négligée dans la première méthode de calcul. En effet, la génération de la troisième harmonique étant surtout due à une interaction entre le fondamental et l'harmonique 2 (58), il est logique de mesurer à la fréquence  $2f$  une puissance acoustique inférieure à la puissance qui serait détectée si la troisième harmonique n'était pas

4 - ETUDE DE LA GENERATION HARMONIQUE D'ONDES ACOUSTIQUES DANS LE QUARTZ EN  
-----  
TRES HAUTE FREQUENCE.  
-----

Pour confirmer les hypothèses utilisées pour interpréter les expériences de génération harmonique d'ondes acoustiques dans le quartz coupe X aux fréquences comprises entre 1 et 3 GHz (59) nous avons repris ces expériences dans la gamme 10 GHz-20 GHz. A ces fréquences l'atténuation à température ambiante est très importante (400 dB/cm à 9 GHz si l'on considère que le coefficient d'atténuation varie en  $\omega^2$ ) il est donc nécessaire de réaliser les expériences à la température de l'hélium liquide afin d'annuler l'atténuation intrinsèque du milieu.

Lorsque les ondes interagissent dans le volume du cristal, on peut s'attendre à observer des interactions beaucoup plus intenses qu'en basse fréquence puisque les intensités des effets attendus augmentent avec le carré de la fréquence.

La puissance harmonique produite par une onde de fréquence 10 GHz est donc 100 fois plus importante que la puissance harmonique produite dans les mêmes conditions à 1 GHz. Ces résultats théoriques seront difficiles à mettre en évidence dans la bande de fréquence 10 GHz - 20 GHz. Les puissances acoustiques sont très difficiles à mesurer aux fréquences supérieures à 10 GHz. Le manque de précision est dû principalement à la difficulté de réaliser des échantillons ayant des faces parallèles à 3" d'arc près, comme nous l'avons vu au paragraphe (15). Les points de la surface cristalline sur laquelle sont détectées les ondes acoustiques ne vibrent généralement pas en phase et la puissance électromagnétique détectée n'est pas proportionnelle à la puissance acoustique réfléchie par la face cristalline. Dans ce chapitre, nous décrirons d'abord le montage utilisé pour mettre en évidence et mesurer les puissances acoustiques produites harmoniquement à 18 GHz à partir d'une onde fondamentale de fréquence 9 GHz. Nous présenterons ensuite les résultats expérimentaux obtenus et les comparerons aux résultats obtenus dans la bande 1 GHz - 3 GHz.

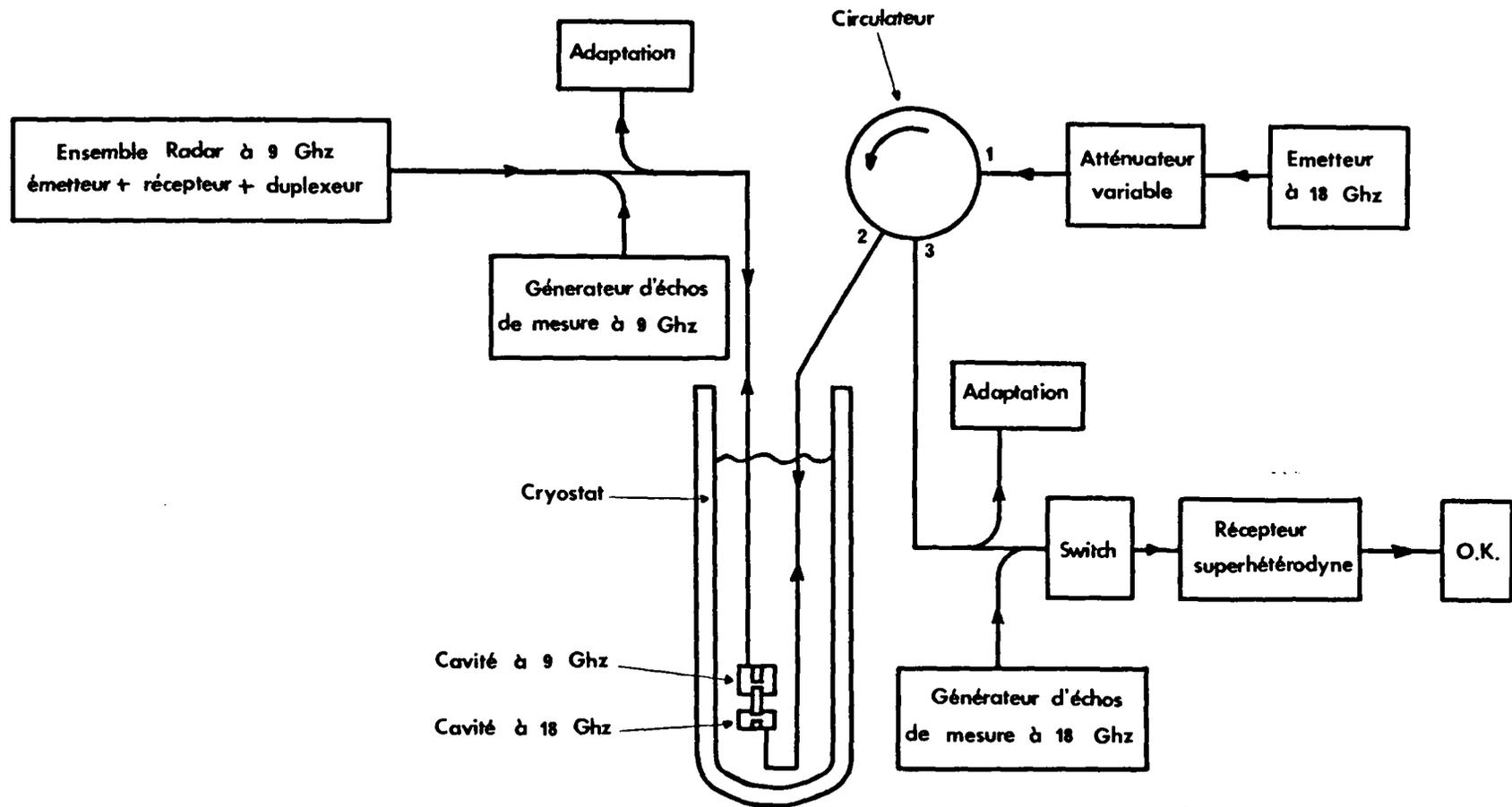


Figure 27 : Montage expérimental

#### 4.1 - DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Le principe du montage utilisé est indépendant de la fréquence et reste le même que celui décrit au paragraphe (1.5.1). Le dispositif expérimental est décrit à la figure 27.

Les ondes acoustiques sont produites sur la surface d'un barreau piézoélectrique et effectuent de multiples aller-retour dans le cristal. Sur l'autre extrémité on détecte les ondes produites à la fréquence harmonique au moyen d'un résonateur correctement accordé. Les puissances électromagnétiques utilisées pour produire les ondes acoustiques sont de l'ordre de 100 W crête, les puissances à détecter de l'ordre du nanowatt crête. Nous utilisons donc un système émetteur-récepteur de type radar dans lequel le récepteur est protégé par un dispositif électronique lors de l'émission du radar.

A 9 GHz l'émetteur et le récepteur sont constitués par les organes principaux d'un radar fonctionnant dans la bande X. Le magnétron produit une puissance HF de 200 KW crête qui est dissipée dans une charge adaptée. Au moyen d'un coupleur directif (20 db) nous prélevons le centième de la puissance soit 2 KW pour exciter la cavité émettrice d'onde acoustique à 9 GHz. Les "échos" acoustiques sont détectés par réflexion. La voie d'émission est donc confondue avec la voie de détection. Le récepteur est protégé pendant l'émission HF au moyen d'un système duplexeur (Té magique constitué par des tronçons de longueur quart d'onde).

A 18 GHz, le montage hyperfréquence a été conçu et réalisé au laboratoire : nous avons réalisé un modulateur permettant d'exciter un magnétron qui produit une puissance HF de 150 KW crête dissipée dans une charge adaptée. Nous avons prélevé le 1/100 de l'énergie disponible au moyen d'un coupleur directif. L'énergie HF traverse ensuite un circulateur puis excite la cavité résonnant à 18 GHz. Le récepteur qui est raccordé à la 3ème porte du circulateur est protégé lors de l'émission HF par un dispositif écréteur à "diodes pin".

Les cavités résonnantes utilisées à 9 et 18 GHz sont de type rumbatron. Elles sont munies d'un système permettant de les accorder de l'extérieur du cryostat lorsqu'elles sont au contact de l'hélium liquide dans le cryostat. Pour chaque cavité, le piston central et le fond constitué par une membrane souple sont mobiles par rapport au cristal qui est fixe. Grâce à ce dispositif mécanique nous avons pu couvrir les gammes de fréquences comprises entre 8 et 10 GHz d'une part et 15-18 GHz d'autre part.

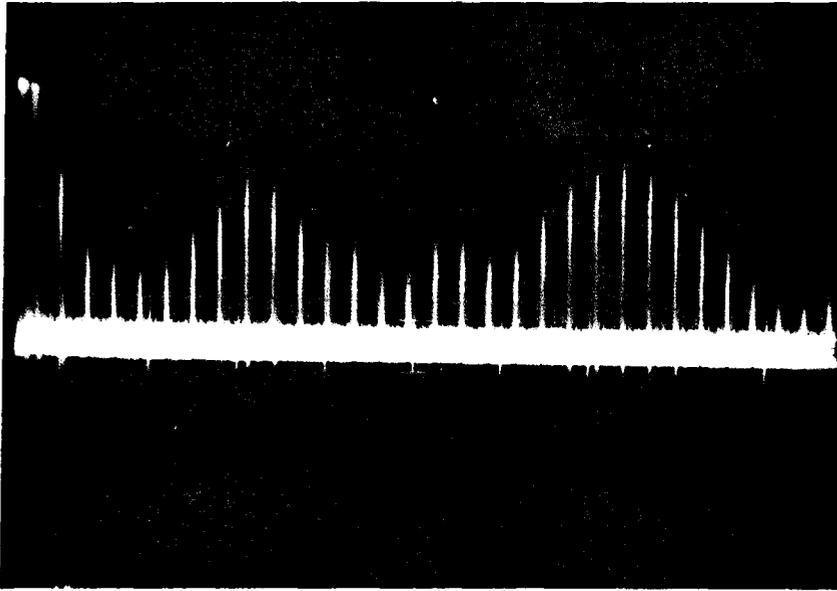
Les cavités sont couplées par iris aux guides qui transportent l'énergie. Les dimensions de l'iris ont été ajustées de façon telle que le coefficient de couplage soit voisin de 1 à la température de l'hélium liquide.

Ces montages nous ont permis de produire et détecter des hypersons aux fréquences voisines de 9 et 10 GHz.

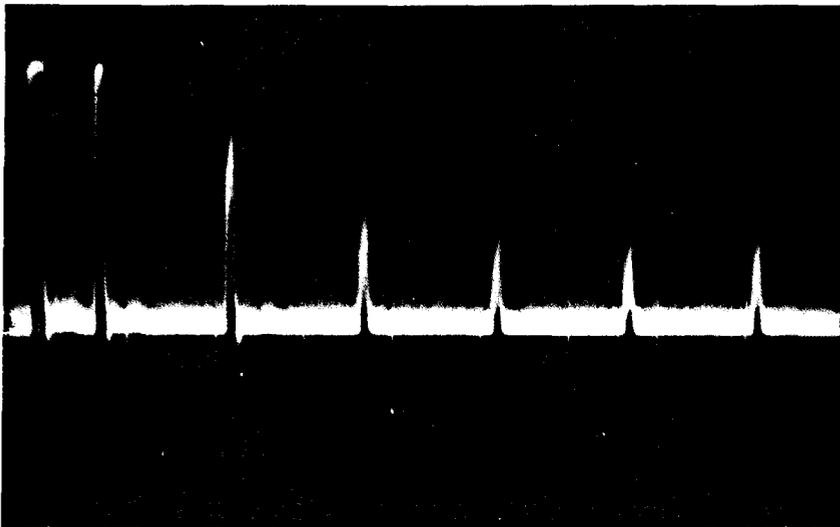
Les échos détectés ont été mesurés par comparaison avec un générateur calibré de la même façon que dans la bande 1GHz - 3GHz (20).

#### 4.2 - RESULTATS EXPERIMENTAUX

A l'aide du montage décrit ci-dessus, nous avons produit des ondes acoustiques dans un barreau de quartz coupe X de longueur 20 mm et de diamètre 3 mm. Les ondes de fréquence fondamentale sont détectées par réflexion dans la cavité résonnant à 9 GHz. En mesurant la puissance électromagnétique utilisée pour exciter la cavité et la puissance détectée pour chaque écho, nous avons pu calculer la perte de conversion électromécanique du système transducteur. Elle est de l'ordre de 35 db à 9 GHz. Nous avons procédé de la même façon à 18 GHz et avons obtenu une perte d'insertion de 50 db pour la cavité détectrice. Avec des taux de conversion aussi faibles il convient d'utiliser des émetteurs H.F. puissants et un récepteur sensible mais les phénomènes de claquage limitent à 100 W environ la puissance crête qu'il est possible de faire pénétrer dans les cavités.



(a)



(b)

Figure 28 - Echos acoustiques produits harmoniquement à 18 Ghz dans le quartz coupe X. Base de temps : 20  $\mu\text{s}/\text{cm}$  en (a) et 5  $\mu\text{s}/\text{cm}$  en (b).

La figure 28 représente les "échos" harmoniques obtenus à 18 GHz en excitant la surface du barreau de quartz placé dans la cavité résonnant à 9 GHz. On peut constater que le temps qui sépare le premier écho acoustique de la fuite du radar à 9 GHz et qui correspond à un aller de l'onde acoustique dans le barreau est égal à la moitié du temps qui sépare les échos acoustiques équidistants et qui correspond à un aller et retour de l'onde acoustique dans le barreau. Cela montre bien que les échos harmoniques sont produits dans la cavité résonnant à 9 GHz.

A la décroissance exponentielle se superpose un battement dû aux effets d'interférence dans la propagation des ondes acoustiques. Ces effets d'interférences rendent les mesures difficiles et imprécises. Nous présentons ci-dessous les résultats obtenus sur un ensemble de 4 expériences.

"L'Assemblée acoustique" était démontée entre chaque expérience. Les puissances acoustiques sont exprimées en milliwatts.

$P_f$	17,8	25	63	25
$P_{2f}$	0,16	1	4,5	0,4
$P_{2f}$ en $W^{-1}$ $\frac{P_{2f}}{P_f^2}$	0,5	1,5	1,1	0,6

#### 4.3. - INTERPRETATION

Ces résultats sont à comparer à ceux qui ont été obtenus sur le même échantillon à 1 GHz (59).

A cette fréquence, la longueur d'onde acoustique est beaucoup plus importante et les mesures de puissance plus précises. Nous avons obtenu :

$$\frac{P_{2f}}{P_f^2} = 0,8 \cdot 10^{-2} \quad W^{-1}$$

La comparaison des résultats obtenus à 1 et 9 GHz montre que la génération harmonique d'onde acoustique dépend fortement de la fréquence fondamentale.

Le rapport des puissances est approximativement égal à  $10^2$

$$\left| \frac{P_{2f}}{P_f^2} \right|_{(10 \text{ GHz})} \approx 10^2 \left| \frac{P_{2f}}{P_f^2} \right|_{(1 \text{ GHz})}$$

Le rapport des amplitudes de déformation est donc sensiblement égal à 10 soit égal au rapport des fréquences. Les effets observés pourraient donc être interprétés comme résultant d'une interaction entre ondes acoustiques dans le volume du cristal. Cette interaction est théoriquement représentée d'après le résultat (3.2.1.8) par la relation :

$$S_{2f} = 2 K.F.L. S_f^2 \cdot e^{-2 \alpha L}$$

avec  $S_f = K A$  ,  $S_{2f} = 2 K B$

où A et B sont respectivement l'amplitude de l'onde fondamentale et celle de l'onde harmonique ;  $S_f$  et  $S_{2f}$  sont les amplitudes des déformations correspondantes, K est le vecteur d'onde acoustique fondamental, l'atténuation de l'onde acoustique fondamentale, L la longueur du cristal et

$$F = \frac{3C_{11} + C_{111}}{4C_{11}} \quad \text{la constante de couplage.}$$

L'amplitude de déformation de l'onde harmonique est proportionnelle au vecteur d'onde acoustique fondamental, donc à la fréquence acoustique fondamentale. D'après la définition (1.3.1.16) de la puissance acoustique, la puissance acoustique harmonique est bien proportionnelle au carré de la fréquence acoustique fondamentale.

Ces résultats ne peuvent être interprétés comme les effets d'une interaction électromécanique localisée sur la surface du cristal. Nous avons vu en effet (20) que cette interaction est indépendante de la fréquence et que ses effets sont beaucoup plus faibles que ceux qui ont été observés à 18 GHz.

Les résultats obtenus à 1 GHz montraient que l'amplitude de déformation mesurée à la fréquence  $2f$  était indépendante de la longueur du cristal. L'interaction observée n'est donc pas effective sur toute la longueur du cristal. L'amplitude de déformation ainsi produite après traversée du cristal serait d'ailleurs inférieure à l'amplitude effectivement mesurée. Les résultats expérimentaux obtenus par ailleurs (60) montrent que la puissance acoustique produite à la fréquence  $2f$  pouvait varier de 15 db lorsque la surface du cristal est traitée à l'acide fluorhydrique avant le polissage final. Le traitement consiste à dissoudre la zone superficielle qui est fortement perturbée par le travail des cristaux avant polissage. Ces résultats obtenus sont à rapprocher de ceux de HIKATA et al. (61) qui ont mis en évidence le rôle important des dislocations sur la génération harmonique d'ondes acoustiques. L'interaction observée dans le quartz coupe X semble due à une interaction de type phonon-phonon, liée principalement aux dislocations et contraintes résiduelles sur la surface des cristaux.

## 5 - INTERACTION ENTRE ONDES ACOUSTIQUES COLINEAIRES

---

Dans l'étude de la génération harmonique d'ondes acoustiques, nous avons considéré que l'onde acoustique fondamentale interagit avec elle-même en se propageant dans le cristal. Un autre problème important lié aux effets non linéaires est celui de la superposition des petits mouvements vibratoires. En première approximation, les ondes acoustiques se propagent indépendamment les unes des autres sans s'influencer. En seconde approximation, deux ondes acoustiques intenses de fréquences  $f_1$  et  $f_2$  interagissent pour former des ondes acoustiques secondaires de fréquences  $mf_1 \pm nf_2$  ( $m$  et  $n$  étant des entiers). Comme dans le cas d'une onde acoustique unique, il y a déformation progressive des ondes fondamentales au cours de la propagation dans le cristal.

Nous avons traité le problème de l'interaction entre ondes acoustiques colinéaires de façon semblable à celle que nous avons utilisée pour étudier la génération harmonique d'ondes acoustiques. L'amplitude des ondes de fréquence  $f_2 \pm f_1$  a été représentée en fonction de la distance parcourue dans le cristal. Les courbes obtenues pour différentes valeurs du paramètre  $K = \frac{f_2}{f_1}$  nous ont permis de mettre en évidence le rôle important de l'atténuation sur l'interaction entre ondes acoustiques. Lorsque les puissances fondamentales mises en jeu sont égales, nous montrons que l'onde de fréquence somme est plus puissante que l'onde de fréquence différence et que le maximum de transfert de puissance entre les ondes fondamentales et cette onde est obtenu pour les faibles valeurs de  $K$ . Nous avons ensuite étudié l'interaction entre ondes fondamentales de puissances différentes pour  $K = 1,1$ . Nous montrons alors que l'onde de fréquence somme transporte une puissance comparable à celle de l'onde fondamentale la plus faible lorsque le rapport des puissances fondamentales mises en jeu est supérieur à 10.

Nous discuterons ensuite les résultats de deux séries d'expériences. Dans une première expérience, nous avons réalisé un mélange d'ondes acoustiques colinéaires de fréquences fixes respectivement

égales à  $f_1 = 950$  Mhz et  $f_2 = 2800$  Mhz dans  $\text{LiNbO}_3$ . Nous avons détecté optiquement les ondes acoustiques de fréquence  $f_2 \pm f_1$  et avons pu étudié la variation de leur puissance en fonction de la distance parcourue dans le cristal et de la puissance des ondes fondamentales. Dans une seconde expérience, nous avons produit dans un barreau de corindon deux ondes acoustiques, l'une de fréquence fixe égale à  $f_1 = 500$  Mhz, l'autre de fréquence  $f_2$  variable entre 500 Mhz et 1 Ghz. Nous avons pu alors étudié la variation des puissances acoustiques produites aux fréquences  $f_2 \pm f_1$  en fonction du rapport des fréquences des ondes fondamentales.

### 5.1 - ETUDE THEORIQUE

Nous avons vu au paragraphe (3.3.1) que, suivant une direction cristalline propre, l'équation des ondes acoustiques avec termes non linéaires limités au second ordre s'exprime de la façon suivante :

$$\frac{\partial^2 u_{f_i}}{\partial a^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u_{f_i}}{\partial t^2} + \frac{2\alpha_i v}{\omega^2} \frac{\partial^3 u_{f_i}}{\partial a^2 \partial t} = - \frac{\Gamma}{2} \frac{\partial}{\partial a} \left( \frac{\partial u}{\partial a} \right)^2 \quad (5.1)$$

$a$  : coordonnée lagrangienne suivant la direction propre considérée.

$u_{f_i}$  : déplacement provoqué par le passage de l'onde de fréquence  $f_i$ .

$\left( \frac{\partial u}{\partial a} \right)^2$  : carré de l'élongation provoquée par le passage des ondes de fréquences différentes de  $f_i$ .

$\Gamma$  : constante de couplage entre ondes acoustiques.

$\alpha_i$  : atténuation des ondes de faible puissance à la fréquence  $f_i$ .

Cette équation est généralement résolue par approximations successives. Au premier ordre, il y a propagation d'ondes planes atténuées de fréquences  $f_1$  et  $f_2$ . Cette solution du premier ordre permet de calculer le second membre de l'équation d'onde qui contient des termes sinusoïdaux de fréquences  $2 f_1$ ,  $2 f_2$ ,  $f_2 \pm f_1$ . Au second ordre, le nombre des ondes qui interagissent est limité à 6. Les ondes de fréquences  $2 f_1$ ,  $2 f_2$ ,

$f_2 \pm f_1$  qui apparaissent au cours de la propagation sont en quadrature avec les ondes fondamentales (20). Leurs amplitudes sont couplées aux amplitudes fondamentales par le système d'équations différentielles suivant :

$$\frac{\partial u_{f_1}}{\partial a} + \alpha u_{f_1} = -\frac{\Gamma}{2} k_1^2 u_{f_1} \cdot u_{2f_1} - \frac{\Gamma}{4} k_2 (k_1+k_2) u_{f_2} \cdot u_{f_1+f_2} + \frac{\Gamma}{4} k_2 (k_2-k_1) u_{f_1} \cdot u_{f_2-f_1} \quad (5.2.1)$$

$$\frac{\partial u_{f_2}}{\partial a} + \alpha \left(\frac{k_2}{k_1}\right)^2 u_{f_2} = -\frac{\Gamma}{2} k_2^2 u_{f_2} \cdot u_{2f_2} - \frac{\Gamma}{4} k_1 (k_1+k_2) u_{f_1} \cdot u_{f_1+f_2} - \frac{\Gamma}{4} k_1 (k_2-k_1) u_{f_1} \cdot u_{f_2-f_1} \quad (5.2.2)$$

$$\frac{\partial u_{f_2-f_1}}{\partial a} + \alpha \left(\frac{k_2-k_1}{k_1}\right)^2 u_{f_2-f_1} = \frac{\Gamma}{4} k_1 k_2 u_{f_1} \cdot u_{f_2} \quad (5.2.3)$$

$$\frac{\partial u_{f_1+f_2}}{\partial a} + \alpha \left(\frac{k_1+k_2}{k_1}\right)^2 u_{f_1+f_2} = \frac{\Gamma}{4} k_1 k_2 u_{f_1} \cdot u_{f_2} \quad (5.2.4)$$

$$\frac{\partial u_{2f_1}}{\partial a} + 4 \alpha u_{2f_1} = \frac{\Gamma}{8} k_1^2 \cdot u_{f_1}^2 \quad (5.2.5)$$

$$\frac{\partial u_{2f_2}}{\partial a} + 4 \alpha \left(\frac{k_2}{k_1}\right)^2 u_{2f_2} = \frac{\Gamma}{8} k_2^2 \cdot u_{f_2}^2 \quad (5.2.6)$$

Pour établir ces équations, nous avons supposé que l'atténuation augmentait avec le carré de la fréquence. Cette hypothèse généralement valable dans les isolants a été vérifiée expérimentalement dans  $\text{LiNbO}_3$ . Ce système d'équations différentielles peut être

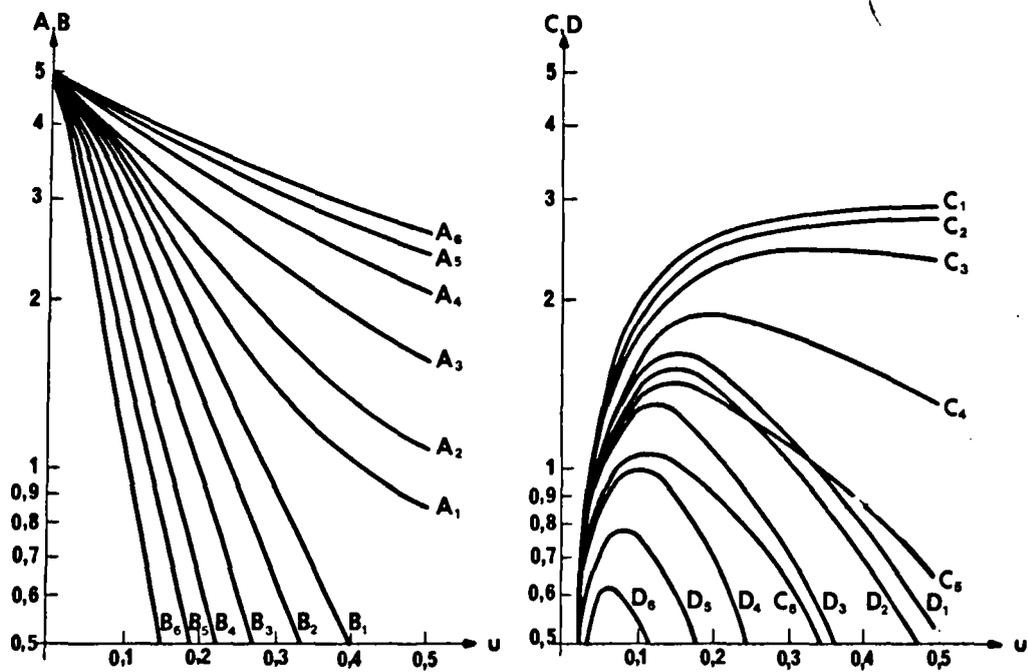


Figure 29 - Variation de A, B, C, D en fonction du rapport K des fréquences des deux ondes fondamentales A et B avec les conditions initiales  $A_0 = B_0 = 5$  ( $K_1 = 1,1$  ;  $K_2 = 1,2$  ;  $K_3 = 1,5$  ;  $K_4 = 2$  ;  $K_5 = 2,5$  ;  $K_6 = 3$ ).

résolu en effectuant le changement de variables suivant :

$$u = \alpha a, \quad A = \beta u_{f_1}, \quad B = \beta u_{f_2}, \quad C = \beta u_{f_2-f_1}, \quad D = \beta u_{f_1+f_2}$$

$$\text{avec } \beta = \frac{\Gamma}{4\alpha} k_1 k_2$$

$$E = \frac{\Gamma}{2\alpha} k_1^2 u_{2f_1}, \quad F = \frac{\Gamma}{2\alpha} k_2^2 u_{2f_2}, \quad K = \frac{k_2}{k_1}$$

$u$  est une distance réduite normalisée à la longueur caractéristique d'amortissement à la fréquence  $f_1$ .

Le système d'équations devient :

$$\frac{\partial A}{\partial u} + A = -AE - (1+K)BD + (K-1)BC \quad (5.3.1)$$

$$\frac{\partial B}{\partial u} + K^2 B = -BF - (1+\frac{1}{K})AD - (1-\frac{1}{K})AC \quad (5.3.2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial u} + (K-1)^2 C = AB \quad (5.3.3)$$

$$\frac{\partial D}{\partial u} + (K+1)^2 D = AB \quad (5.3.4)$$

$$\frac{\partial E}{\partial u} + 4E = \frac{A^2}{K^2} \quad (5.3.5)$$

$$\frac{\partial F}{\partial u} + 4K^2 F = K^2 \cdot B^2 \quad (5.3.6)$$

Nous avons ensuite résolu numériquement le système obtenu pour diverses valeurs du paramètre  $K = \frac{k_2}{k_1}$  et des conditions

initiales - Les équations (5.3.5) et (5.3.6) concernant la génération harmonique d'ondes acoustiques ont été résolues par ailleurs (62).

Nous représentons les variations de  $A, B, C, D$  en fonction de la distance parcourue dans le cristal. La figure (29) a été tracée avec les conditions initiales  $A_0 = B_0 = 5$  (à 1 Gigahertz, les puissances acoustiques correspondantes mises en jeu dans  $\text{LiNbO}_3$  coupe (001) sont de l'ordre

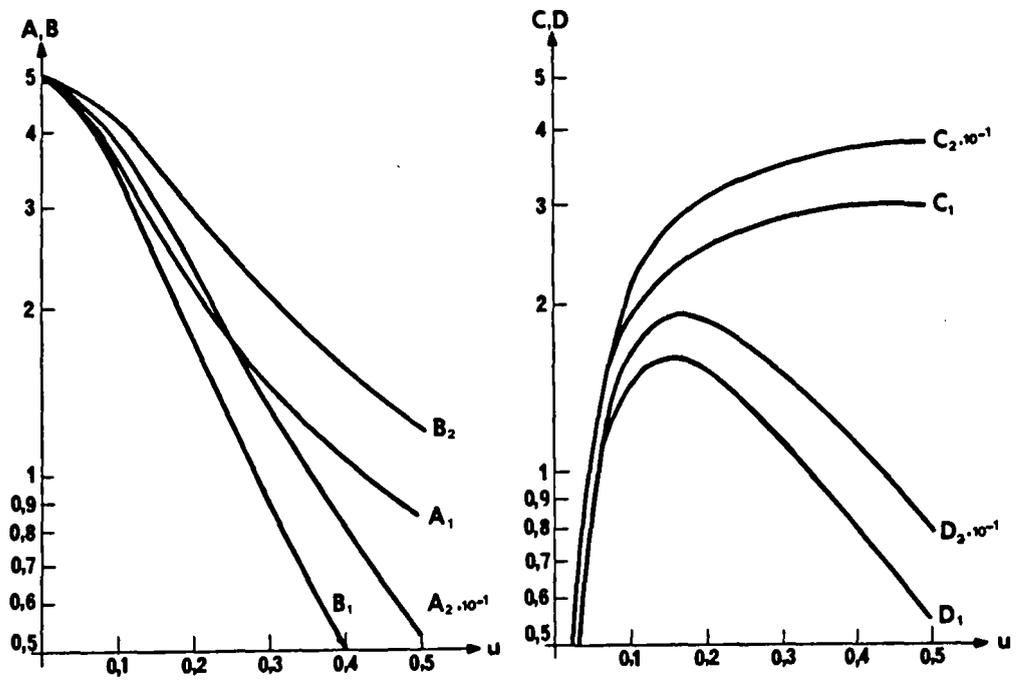


Figure 30 - Variation de A, B, C, D pour  $K = 1,1$  en fonction des puissances initiales des ondes fondamentales A et B ( $A_1 = 5$  ;  $B_1 = 5$  et  $A_2 = 0,5$  ;  $B_2 = 5$ ).

de  $6 \text{ W} / \text{cm}^2$ ). Les indices 1,2,3,4,5,6 correspondent à  $K = 1,1 ; 1,2 ; 1,5 ; 2 ; 2,5 ; 3$ . Ces courbes permettent de mettre en évidence le rôle important de l'atténuation sur l'interaction entre ondes acoustiques. L'amplitude de l'onde de fréquence différence est toujours supérieure à l'amplitude de l'onde de fréquence somme. Lorsque la distance parcourue dans le cristal augmente, les pertes dues à l'atténuation compensent le transfert d'énergie entre les ondes fondamentales et les ondes de fréquences  $f_2 \pm f_1$ . Ces courbes représentant des amplitudes normalisées nous ont permis de calculer les puissances acoustiques transportées par les ondes de fréquence  $f_2 \pm f_1$ . (Ces puissances sont calculées à la distance de stabilisation). L'onde de fréquence  $f_2 + f_1$  passe par un maximum de puissance toujours plus important que l'onde de fréquence  $f_2 - f_1$ . La puissance transportée est maximum pour  $k = 1,1$ . Pour cette valeur particulière du rapport des fréquences, la puissance produite par effet non linéaire à la fréquence  $f_1 + f_2$  est sensiblement égale à la moitié des puissances fondamentales mises en jeu au début de la propagation.

Pour cette même valeur du rapport des fréquences des ondes en interaction, nous avons ensuite étudié le cas de puissances fondamentales différentes. La figure (30) représente les courbes correspondant aux conditions initiales  $A_0 = 5, B_0 = 5$  (indice 1) et  $A_0 = 0,5 ; B_0 = 5$  (indice 2). Pour  $A_0 = 0,05 ; B_0 = 5$ , nous avons obtenu les mêmes variations relatives pour A,B,C,D que dans le cas  $A_0 = 0,5 ; B_0 = 5$ . Les courbes obtenues montrent que, lorsque l'onde A est faible, l'onde B n'est pratiquement pas perturbée. Les courbes représentant des amplitudes normalisées nous ont permis de calculer les puissances acoustiques produites aux fréquences  $f_2 \pm f_1$  en chaque point du cristal. L'onde de fréquence somme est toujours plus puissante que l'onde de fréquence différence. Pour  $B_0 > 10 A_0$ , la puissance acoustique à la fréquence  $f_2 + f_1$  est, à la distance de stabilisation, 0,6 fois plus faible que la puissance acoustique fondamentale initiale à la fréquence  $f_1$ .

L'étude de l'interaction entre ondes acoustiques a été limitée au second ordre ; elle ne peut donc être utilisée pour interpréter les expériences où interviennent des puissances acoustiques

très importantes. Les résultats obtenus lorsque les ondes fondamentales ont des puissances relatives très différentes sont importants : ils montrent que la conversion de fréquence avec faible perte de puissance acoustique peut être réalisée dans un milieu rendu actif par une onde acoustique intense.

5.2.- INTERACTION ENTRE ONDES ACOUSTIQUES LONGITUDINALES COLINEAIRES SUIVANT LA DIRECTION (001) de  $\text{LiNbO}_3$  :

5.2.1.- Méthode expérimentale :

Pour réaliser un mélange d'ondes acoustiques longitudinales dans  $\text{LiNbO}_3$ , nous soumettons l'extrémité libre d'un barreau de  $\text{LiNbO}_3$ , de coupe (001) au champ H.F. d'une cavité excitée simultanément sur deux fréquences de résonance distinctes  $f_1 = 950$  Mhz et  $f_2 = 2800$  Mhz. Nous utilisons le même dispositif expérimental que celui décrit au paragraphe (1.5.1). L'excitation de la cavité avec deux fréquences  $f_1$  et  $f_2$  est effectuée au moyen d'un coupleur directif qui permet d'isoler les deux sources H.F. Les mesures de puissance acoustique sont faites de la même façon que dans les expériences décrites au chapitre 3 sur la génération harmonique, au moyen de la détection optique. En faisant varier l'angle d'incidence du faisceau laser sur les plans d'onde acoustique, nous détectons successivement les ondes acoustiques de fréquences  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_2 \pm f_1$  puisqu'à chaque fréquence correspond un angle de Bragg distinct. Nous pouvons également mesurer les variations d'amplitude de chaque onde en translatant le cristal suivant son axe.

5.2.2.- Résultats expérimentaux

En translatant le cristal, nous avons vérifié que la puissance acoustique produite à la fréquence  $f_2 + f_1$  et  $f_2 - f_1$  était proportionnelle au carré de la distance parcourue dans le cristal.

A la distance  $a = 10$  mm, nous avons obtenu :

$$\frac{P_{f_2 + f_1}}{P_{f_1} \cdot P_{f_2}} = 12,5 \cdot 10^{-3} \text{ W}^{-1} \quad \text{et} \quad \frac{P_{f_2 - f_1}}{P_{f_1} \cdot P_{f_2}} = 3,1 \cdot 10^{-3} \text{ W}^{-1} \quad (5.5)$$

où  $P_{f_1}$  est la puissance acoustique de l'onde de fréquence  $f_1$ .

A partir de la définition de la puissance acoustique, nous pouvons calculer les rapports des amplitudes de déformation  $S_{f_i}$  correspondants à ces résultats :

$$\frac{S_{f_2+f_1}}{S_{f_1} \cdot S_{f_2}} = 9 \pm 1 \cdot 10^3 \quad \text{et} \quad \frac{S_{f_2-f_1}}{S_{f_1} \cdot S_{f_2}} = 4,5 \pm 0,5 \cdot 10^3 \quad (5.6)$$

En faisant varier successivement  $P_{f_1}$  et  $P_{f_2}$ , nous avons trouvé que les rapports précédents étaient constants jusqu'à des puissances acoustiques de  $4 \text{ W / cm}^2$  qui ont été produites dans le cristal. La puissance acoustique produite à  $f_2 \pm f_1$  est donc proportionnelle à la puissance acoustique de chaque onde fondamentale.

### 5.2.3.- Interprétation :

Les résultats précédents montrent que le transfert d'énergie entre les ondes fondamentales  $f_1$  et  $f_2$  et les ondes  $f_2 \pm f_1$  reste faible dans les conditions expérimentales précédentes. En utilisant la même méthode que pour la génération harmonique au paragraphe (3.2.1), nous pouvons alors trouver des solutions approchées pour les équations (5.2.3) et (5.2.4) :

$$S_{f_2 \pm f_1} = \frac{\Gamma}{4} \cdot S_{f_1} \cdot S_{f_2} (k_2 \pm k_1) \cdot \frac{e^{-(1 \pm K)^2 \alpha a} - e^{-(1+K^2)\alpha a}}{(1+K^2) \alpha - (1 \pm K)^2 \alpha} \quad (5.7)$$

et pour  $\alpha a \ll 1$ , nous obtenons :

$$S_{f_2 \pm f_1} = \frac{\Gamma}{4} S_{f_1} \cdot S_{f_2} (k_2 \pm k_1) a \cdot e^{-(1+K^2) \alpha a} \quad (5.8)$$

Si nous prenons pour  $\Gamma$  la valeur trouvée en paragraphe (3.2.2)

$$\Gamma = 3 + \frac{C_{333}}{C_{33}} = 2,6 \pm 0,2$$

nous obtenons à partir de (5.8)

$$\frac{S_{f_2 + f_1}}{S_{f_1} \cdot S_{f_2}} = 12 \pm 2 \cdot 10^3 \quad \text{et} \quad \frac{S_{f_2 - f_1}}{S_{f_1} \cdot S_{f_2}} = 6 \pm 1 \cdot 10^3 \quad (5.9)$$

La comparaison des résultats (5.6) et (5.9) montre que les valeurs expérimentales (5.6) sont inférieures aux valeurs théoriques (5.9). Nous avons négligé dans le calcul précédent l'interaction entre les ondes de fréquence  $f_1$  et  $f_2$  et les ondes de fréquence  $f_2 \pm f_1$  : il est alors logique de mesurer aux fréquences  $f_2 \pm f_1$  une puissance acoustique inférieure à la puissance qui serait détectée si cette interaction n'avait pas lieu, puisque cette interaction a pour effet de diminuer les puissances acoustiques aux fréquences  $f_2 \pm f_1$ .

Cette première expérience nous a donc permis de vérifier que la puissance acoustique produite à la fréquence somme et à la fréquence différence est proportionnelle au carré de la longueur d'interaction et à la puissance acoustique de chaque onde fondamentale. Il serait intéressant de vérifier sa variation en fonction du rapport des fréquences fondamentales : nous avons pu le faire en produisant des ondes acoustiques dans le corindon à l'aide d'une couche de ZnO excitée par un système d'adaptation hyperfréquence à large bande.

### 5.3.- INTERACTION ENTRE ONDES ACOUSTIQUES LONGITUDINALES COLINEAIRES SUIVANT LA DIRECTION (001) de $Al_2O_3$ .

#### 5.3.1.- Méthode expérimentale.

Nous avons utilisé le même dispositif expérimental en remplaçant le cristal piézoélectrique de  $LiNbO_3$  placé dans une cavité résonnante par un cristal non piézoélectrique de corindon sur lequel est déposée une couche piézoélectrique de ZnO excitée par un système d'adaptation hyperfréquence à large bande. Ce dispositif nous a été fourni par le Laboratoire Central de Recherche de la Thomson - C S F. Il permet de produire des ondes acoustiques longitudinales

qui se propagent dans le barreau de  $Al_2O_3$  orienté suivant (001) avec une perte de conversion électromécanique inférieure à -10 db entre 500 Mhz et 1000 Mhz. La puissance acoustique maximale est de l'ordre de 1 W puisque la puissance crête maximale des impulsions H.F. supportée par la couche de ZnO est de l'ordre de 10 W. Le barreau de  $Al_2O_3$  est un parallélépipède de dimension 6X6X20 mm orienté et poli avec les mêmes tolérances que les cristaux de  $LiNbO_3$  et de quartz.

Pour la détection optique, le faisceau laser incident se propage toujours suivant une direction voisine de (010), mais il est polarisé suivant la direction (001) et non plus suivant (100) comme dans le cas de  $LiNbO_3$  : en effet, pour le corindon, la constante photoélastique  $p_{13}$  est très faible ( $p_{13} < 0,007$ ). En mesurant le rapport de la puissance lumineuse diffractée et de la puissance lumineuse incidente et la puissance acoustique correspondante, nous avons trouvé pour le facteur de mérite M :

$$M = 3,4 \cdot 10^{-16}$$

et nous en avons déduit :

$$p_{33} = 0,25$$

Cette valeur est voisine de celle publiée par Reintjes et Schulz (57) :  $p_{33} = 0,23$ .

### 5.3.2.- Résultats expérimentaux.

Nous avons d'abord retrouvé les mêmes conclusions que précédemment avec des ondes acoustiques fondamentales de fréquences fixes :  $f_1 = 500$  Mhz et  $f_2 = 1000$  Mhz. En translatant le cristal, nous avons vérifié que la puissance acoustique produite à la fréquence  $f_2+f_1$  et  $f_2-f_1$  était proportionnelle au carré de la distance parcourue dans le cristal. A la distance  $a = 20$ mm, nous avons trouvé :

$$\frac{P_{f_2+f_1}}{P_{f_1} \cdot P_{f_2}} = 8 \cdot 10^{-4} \text{ W}^{-1} \quad \text{et} \quad \frac{P_{f_2-f_1}}{P_{f_1} \cdot P_{f_2}} = 8,5 \cdot 10^{-5} \text{ W}^{-1}$$

TABLE V.- Variation des rapports  $\frac{S_{f_2} \cdot f_1}{S_{f_1} \cdot S_{f_2}}$  avec

le rapport K des fréquences des ondes acoustiques fondamentales.

	Valeurs expérimentales		Valeurs calculées	
$K = \frac{f_2}{f_1}$	$\frac{S_{f_2} + f_1}{S_{f_1} \cdot S_{f_2}} \cdot 10^3$	$\frac{S_{f_2} - f_1}{S_{f_1} \cdot S_{f_2}} \cdot 10^3$	$\frac{S_{f_2} + f_1}{S_{f_1} \cdot S_{f_2}} \cdot 10^3$	$\frac{S_{f_2} - f_1}{S_{f_1} \cdot S_{f_2}} \cdot 10^3$
1,1	2,5 ± 0,4	0,14 ± 0,02	3,5 ± 0,5	0,17 ± 0,03
1,2	2,5 ± 0,4	0,3 ± 0,05	3,6 ± 0,5	0,33 ± 0,05
1,5	3 ± 0,5	0,6 ± 0,1	4 ± 0,6	0,8 ± 0,1
2	4 ± 0,7	1,3 ± 0,2	4,5 ± 0,7	1,5 ± 0,2

et les rapports des amplitudes de déformation correspondants :

$$\frac{S_{f_2+f_1}}{S_{f_1} \cdot S_{f_2}} = 4 \pm 0,7 \cdot 10^3 \quad \text{et} \quad \frac{S_{f_2-f_1}}{S_{f_1} \cdot S_{f_2}} = 1,3 \pm 0,2 \cdot 10^3$$

Nous avons ensuite étudié la variation de ces rapports en fonction du rapport  $K$  des fréquences des ondes fondamentales. Avec le dispositif d'excitation utilisé, nous avons fait varier la fréquence  $f_2$  entre 500 Mhz et 1000 Mhz avec  $f_1 = 500$  Mhz. Les résultats expérimentaux pour  $f_2 = 550$  Mhz, 600 Mhz, 750 Mhz et 1000 Mhz à la distance  $a = 20$ mm sont donnés à la table V. En faisant varier la puissance acoustique de chaque onde fondamentale, nous avons trouvé que pour chaque valeur de  $f_2$ , les rapports précédents, étaient constants pour des puissances acoustiques fondamentales inférieures ou égales à 1 W.

### 5.3.3.- Interprétation:

Les résultats précédents montrent que le transfert d'énergie entre les ondes fondamentales et les ondes de fréquence somme et différence est encore faible. Nous pouvons utiliser les mêmes solutions approchées que dans le cas de  $\text{LiNbO}_3$  pour évaluer  $S_{f_2 \pm f_1}$ .

D'après l'expression (5.8), nous avons :

$$S_{f_2 \pm f_1} = \frac{\Gamma}{4} S_{f_1} \cdot S_{f_2} \cdot k_1 (K \pm 1) a \cdot e^{-(1+K^2) \alpha a} \quad (5.9)$$

A partir de cette expression, nous avons calculé  $\frac{S_{f_2 \pm f_1}}{S_{f_1} \cdot S_{f_2}}$  en prenant pour la constante de couplage  $\Gamma$  du corindon ( $\Gamma = 3 + \frac{C_{333}}{C_{33}}$ )

la valeur mesurée par P.H. Carr (63) :  $\Gamma = 1,3 \pm 0,2$ . Les résultats sont donnés à la Table V. La comparaison des résultats théoriques et expérimentaux montre que la puissance acoustique produite à la fréquence  $(f_2 \pm f_1)$  est bien proportionnelle à  $(f_2 \pm f_1)^2$ .

Comme dans le cas de  $\text{LiNbO}_3$ , les valeurs expérimentales sont sensiblement inférieures aux valeurs théoriques pour lesquelles nous avons négligé l'interaction entre les ondes de fréquence  $f_1$  et  $f_2$  et les ondes de fréquence  $f_2 \pm f_1$ .

Nous n'avons pas réussi à mettre en évidence expérimentalement le passage par un maximum de la puissance acoustique produite par effet non linéaire prévu par l'étude théorique (5.2). Pour vérifier complètement les résultats théoriques précédents et pour réaliser en particulier une conversion de fréquence avec faible perte de puissance acoustique, il faudrait produire des ondes acoustiques plus intenses dans des cristaux ayant une plus grande longueur et une constante de couplage plus importante.

## CONCLUSION

---

Au terme de cette étude sur la propagation des ondes acoustiques haute fréquence d'amplitude finie dans les solides et sur leur interaction avec les ondes lumineuses, nous pouvons résumer les résultats obtenus et donner quelques indications sur les développements auxquels ils pourraient ultérieurement conduire.

Les résultats expérimentaux sur l'excitation et la propagation des ondes acoustiques dans  $\text{LiNbO}_3$  sont en accord avec les résultats théoriques calculés d'après les valeurs des constantes publiées. Les valeurs des constantes de couplage électromécanique montrent en particulier que le niobate de lithium coupe X est un excellent transducteur d'ondes acoustiques transversales. La difficulté de produire des ondes acoustiques transversales de haute fréquence est en effet la raison pour laquelle elles ne sont pas aussi utilisées que les ondes acoustiques longitudinales malgré leur intérêt (leur vitesse plus faible permet en particulier d'obtenir des retards plus longs). L'utilisation des couches minces piézoélectriques ne permet pas d'obtenir un mode transversal pur : en général il y a production simultanée d'un mode longitudinal. L'excitation des pastilles minces de niobate de lithium coupe X semble être une solution intéressante puisque nous obtenons des pertes de conversion électromécanique de l'ordre de - 10 db .

Les propriétés élasto-optiques de  $\text{LiNbO}_3$  en font aussi un matériau de choix pour étudier l'interaction des ondes acoustiques avec les ondes lumineuses. Nous avons pu vérifier expérimentalement une propriété essentielle des ondes acoustiques transversales prévue par nos résultats théoriques : les polarisations du faisceau laser incident et du faisceau laser diffracté sont orthogonales. Nous pouvons dans ce cas améliorer le rapport signal sur bruit de la détection optique en plaçant devant le photomultiplicateur un polariseur qui élimine le bruit dû principalement à la diffusion du faisceau laser incident dans le cristal. Le montage réalisé en géométrie colinéaire nous a permis de tester

les inhomogénéités des cristaux de  $\text{LiNbO}_3$  utilisés et de visualiser optiquement le faisceau acoustique. Ce montage pourrait être utilisé pour visualiser des corps optiquement opaques mais transparents aux ultrasons, qui seraient placés dans le faisceau acoustique.

L'obtention de puissances acoustiques relativement importantes dans  $\text{LiNbO}_3$  nous a permis d'étudier la génération harmonique acoustique. En utilisant l'effet Brillouin, nous avons pu suivre la variation de l'amplitude de l'onde acoustique fondamentale et de chacune de ses harmoniques : nous avons vérifié les résultats de notre étude théorique faite dans le cas d'une puissance acoustique fondamentale importante et nous en avons déduit la valeur des constantes de couplage mises en jeu dans les expériences réalisées. Les expériences faites dans le quartz coupe X à 10 Ghz et à l'hélium liquide ont montré que dans ce cas la génération harmonique acoustique était due à une interaction phonon-phonon localisée à la surface du cristal.

Dans la dernière partie de ce travail, nous avons étudié l'interaction de deux ondes acoustiques colinéaires. Les résultats expérimentaux montrent que, pour les puissances acoustiques fondamentales mises en jeu, la puissance acoustique de l'onde de fréquence somme (ou différence) est proportionnelle à la puissance acoustique de chaque onde fondamentale et au carré de la longueur d'interaction et de la somme (ou différence) des fréquences des deux ondes fondamentales. Il serait intéressant de reprendre ces expériences avec des ondes acoustiques de surface : dans ce cas, la densité de puissance acoustique serait plus grande et il serait peut être possible de réaliser une conversion de fréquence avec faible perte de puissance acoustique dans un milieu rendu actif par une onde acoustique intense.

APPENDICE A.

- RESOLUTION DE L'EQUATION DE BURGER -

On peut montrer (53) que si  $\theta$  est une solution de l'équation de diffusion

$$\Gamma \theta_{\sigma} = \theta_{yy} \quad (A.1)$$

alors

$$v = \frac{2}{\Gamma} \frac{\partial}{\partial y} (\ln \theta) \quad (A.2)$$

est solution de l'équation de Burger

$$v_{\sigma} - v \cdot v_y = \frac{1}{\Gamma} \cdot v_{yy} \quad (A.3)$$

la solution de l'équation de diffusion (A.1) peut se mettre sous la forme :

$$\theta = (4 \pi \alpha a)^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} \theta_0(\lambda) \exp \left[ \frac{-\Gamma(\lambda - y)^2}{4\sigma} \right] d\lambda \quad (A.4)$$

où

$$\theta_0 = \theta(\sigma = 0, y)$$

Les conditions aux limites pour le problème réel en  $V$  peuvent être exprimées en conditions aux limites pour  $\theta$  puisque nous avons en inversant (A.2) :

$$\theta = \exp \left[ \frac{1}{2} \Gamma \int_{-\infty}^y v dy \right] \quad (A.5)$$

Si nous supposons que  $V = \sin \omega t$  à  $a = 0$  et pour  $t > 0$ , nous obtenons :

$$\begin{aligned} \theta_0 &= \exp \left[ \frac{1}{2} \Gamma (1 - \cos y) \right] \text{ si } y > 0 \\ &= 1 \quad \text{si } y < 0 \end{aligned} \quad (A.6)$$

Nous pouvons alors calculer  $\theta$  à partir de (A.4) en posant :

$$\lambda = y + mq \text{ avec } m = \sqrt{4 \alpha a}$$

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{-y/m} \exp(-q^2) dq \\ &+ \frac{e^{\frac{\Gamma}{2}}}{\sqrt{\pi}} \int_{-y/m}^{+\infty} \exp \left[ - \left[ q^2 + \frac{\Gamma}{2} \cos(y+mq) \right] \right] dq \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Or :

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{-y/m} \exp(-q^2) dq &= \int_{-\infty}^0 e^{-q^2} dq + \int_0^{-y/m} e^{-q^2} dq \\ &= \frac{\sqrt{\pi}}{2} - \int_0^{y/m} e^{-q^2} dq \end{aligned}$$

Le premier terme dans l'expression  $\theta$  devient :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left[ \frac{\sqrt{\pi}}{2} - \int_0^{y/m} e^{-q^2} dq \right] &= \frac{1}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{y}{m}\right) \right] \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{y}{m}\right) \end{aligned}$$

d'où l'expression finale de  $\theta$  :

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \frac{y}{m} - \frac{e^{\frac{\Gamma}{2}}}{\sqrt{\pi}} \int_{y/m}^{\infty} \exp \left[ - q^2 - \frac{\Gamma}{2} \cos(y-mq) \right] dq \\ &+ \frac{e^{\frac{\Gamma}{2}}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[ - q^2 - \frac{\Gamma}{2} \cos(mq+y) \right] dq \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Les deux premiers termes de cette expression représentent le régime transitoire qui décroît rapidement comme :

$$\frac{y}{m} \sim \frac{\omega t}{(\alpha \alpha_0)^{1/2}}$$

Le terme d'état permanent peut être simplifié en remarquant que :

$$e^{-z \cos \theta} = \sum \epsilon_n (-1)^n I_n(z) \cos n \theta$$

avec

$$\epsilon_n = 1 \text{ si } n = 0$$

$$\epsilon_n = 2 \text{ si } n \geq 1$$

où  $I_n(z)$  est la fonction de Bessel modifiée de première espèce.

Nous pouvons écrire :

$$\theta = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{\frac{\Gamma}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-q^2} \left[ \sum \epsilon_n (-1)^n I_n\left(\frac{\Gamma}{2}\right) \cos n(y+mq) \right] dq$$

$$\theta = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{\frac{\Gamma}{2}} \sum \epsilon_n (-1)^n I_n\left(\frac{\Gamma}{2}\right) \left[ \cos n y \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-q^2} \cos n m q \cdot dq \right. \\ \left. - \sin n y \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-q^2} \sin n m q \cdot dq \right]$$

La seconde intégrale est nulle car la fonction à intégrer est impaire.

D'autre part :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-q^2} \cos n m q \cdot dq = \sqrt{\pi} e^{-\frac{n^2 m^2}{4}} = e^{-n^2 \sigma / \Gamma} / \sqrt{\pi}$$

d'où :

$$\theta = e^{\frac{\Gamma}{2}} \sum \epsilon_n (-1)^n I_n \left( \frac{\Gamma}{2} \right) \cdot \cos n y \cdot e^{-n^2 \sigma / \Gamma} \quad (\text{A.9})$$

Le problème en V est alors résolu puisque nous avons

$$V = \frac{2}{\Gamma} \cdot \frac{\partial}{\partial y} (\ln \theta)$$

APPENDICE B

- PROGRAMME DE BLACKSTOCK ECRIT EN FORTRAN IV -

```
DIMENSION D (110), BI (260), H (260), E (40), B (40)
DOUBLE PRECISION FM, PI, P, FJ, G, X, RX2, BEAR, FN, Q, A, AQP,
1 AQN, SAVE, HSUM, FLL, BO, C, C2, HO, EXDBA, SIGMA, ALPHZ, SSDB,
2 ZETAO, ZETAM, TIGN, GL, Y, THETA, FOX, FK, R, AIR, ZETA, Q3, Q4,
3 EXDB, SIGMX
500  FORMAT (I2)
1000 FORMAT (I3)
2000  FORMAT (F8.2)
2001  FORMAT (F8.1)
3001  FORMAT (/2HG = ,F9.2)
4100  FORMAT (/)
8809  FORMAT (F5.2, 2X, I4, 2X, E12.6,4 (2X,E14.8))
8810  FORMAT (F8.0,2X,5 (E14.8))
      READ (5,500) KMIN
      IF (KMIN-1) 900,6,8
6      KMAX = 3
      GO TO 9
8      KMAX = KMIN + 4
9      READ (5,1000) M
      FM = M
      M2 = M + M
      MD = M - 1
C      CALCUL DES COSINUS
      PI = 3.141592653589793 DOO
      P = PI/FM
      READ (5,2001) SIGMX
      J = 0
14     J = J + 1
      IF (2 * J - M) 16,15,16
15     D(J) = 0.DOO
      GO TO 14
16     IF (2 * J - 3 * M) 17,15,17
```

```
17      FJ = J
        D(J) = DCOS (FJ*P)
        IF(J-M2)14,21,21
21      READ (9,2000)G
        WRITE (6,3001)G
        X= .5DOO*G
        RX2=2.DOO/X
        BEAR=RX2/FM
C       CALCUL DES FONCTIONS DE BESSEL
26      IF(X-10.DOO)32,33,33
32      NMAX = 35.DOO/(3.5DOO-DLOG(X))+25.DOO
        GO TO 34
33      NMAX=1.05DOO X + 42.DOO
34      FN=NMAX
        NN=NMAX+1
        ND=NMAX-1
        BI (NN)=0.DOO
        Q=DSQRT(FN*FN+X*X)
        A=DSQRT(Q)
        AQP=Q+FN
        AQN=Q-FN
        SAVE=FN*DLOG10(2.7182181DOO*X/AQP)+AQN* .43429448DOO-DLOG10(A)
        1 + DLOG10(.39894240DOO) +30.0DOO
        BI(NMAX) = 10.0DOO** SAVE
        HSUM = BI (NMAX)
        DO 36 I = 1, ND
        L = NMAX - I
        LL = L + 1
        FLL = LL
        BI (L) = R X 2 * FLL * BI (LL) + BI (L+2)
36      HSUM=HSUM+BI (L)
        BO=RX2*BI (1) + BI(2)
        C=DEXP (X) /(2.DOO*HSUM+BO)
        C2=2.DOO*C
        HO=C*BO
        EXDBA=8.685889638DOO*DLOG(BO/(RX2*BI(1)))
        IF(KMIN-1)38,37,38
37      CONTINUE
```

```
GO TO 40
38 CONTINUE
C COEFFICIENTS DES COSINUS DANS LE DEVELOPPEMENT EN SERIE DE
FOURIER
40 SIGMA=0.1DOO
41 ALPHZ=SIGMA/G
WRITE (6,4100)
SSDB=8.685889638DOO*ALPHZ
ZETAO=HO
ZETAM=HO
TIGN=1.DOO
L=0
42 L=L+1
GL=L
Y=GL*GL*ALPHZ
THETA=DLOG(BI(L))-Y
IF(THETA+75.ODOO)44,46,46
44 LMAX=L
45 H(L)=0.DOO
L=L+1
IF (L-NMAX) 45,45,48
46 TIGN = - TIGN
FOX=C2*BI(L)*DEXP(-Y)
ZETAM=ZETAM+FOX
H(L)=TIGN*FOX
ZZETAO=ZETAO+H(L)
IF(L-NMAX)42,47,47
47 LMAX=L
48 H(NN)=0.DOO
LMAX=L
H(NN+1)=0.DOO
CALCUL DE B(K)
DO 88 K=KMIN,KMAX
FK=K
R=.5DOO*FK+1.DOO
IR=R
AIR=IR
IF(AIR-R) 71,73,71
```

```
71      E(K)=.5DOO*DLOG(ZETAO/ZETAM)
        GO TO 74
73      E(K)=.5DOO*DLOG(ZETAO*ZETAM)
74      DO 84 I=1,MD
        JJ=K*I
        IF(JJ-M2)77, 78, 75
75      NREV=JJ/M2
        JJ=JJ-NREV*M2
        IF(JJ)77,76,77
76      JJ=M2
        GO TO 78
77      IF(D(JJ))78,84,78
78      ZETA=HO
        DO 83 L=1, NMAX
        J=L*I
        IF (J-M2)81,82,79
79      IREV = J/M2
        J=J-M2*IREV
        IF(J) 81,80,81
80      J=M2
        GO TO 82
81      IF(D(J))82,83,82
82      Q3=ZETA +H(L)*D(J)
        IF(Q3-ZETA) 821,831,821
821     ZETA = Q3
83      CONTINUE
831     Q4 = E (K) + DLOG(ZETA)*D(JJ)
        IF(Q4-E(K)832,85,832
832     E(K)=Q4
84      CONTINUE
85      B(K)=BEAR*FK*E(K)
        IF(K-1)88,86,88
86      EXDB=-8.685889638DOO*DLOG(B(K))-SSDB
88      CONTINUE
        IF(KMIN-1) 882,881,882
881     WRITE(6,8809)SIGMA,LMAX,SSDB,EXDB, B(1), B(2), B(3)
        GO TO 883
```

```
882     WRITE (6,8810)SIGMA,B(KMIN),B(KMIN+1), B(KMIN+2), B, (KMIN+3),  
1 B,(KMAX)  
C     NOUVELLE VALEUR DE SIGMA  
883     SIGMA=SIGMA+0.1D00  
     IF(SIGMA-SIGMX)41,41,21  
900     STOP  
     END
```

BIBLIOGRAPHIE

---

CHAPITRE I

---

- 1 E.H. JACOBSEN, Phonons and Phonon Interactions, Thor. A. Bak, W.A. BENJAMIN , Inc. , p. 505 (1964)
- 2 N.F. FOSTER , Proc. I.E.E.E. 53, 1400 (1965)
- 3 J. de KLERK et E.F. KELLY , Appl. Phys. Letters 5, 2 (1964)
- 4 D.K. WINSLOW et H.J. SHAW, I.E.E.E. Intl. Conv. Record, Part 5 , 37 - 1. (1966)
- 5 N.F. FOSTER, G.A. ROZGONYI et F.A. WANNATA, Ultrasonics Symposium, Cleveland, Ohio (1966)
- 6 R.M. MALBON, D.J. WASH et D.K. WINSLOV , Appl. Phys. Letters 10,9 (1967)
- 7 W.H. HAYDL, K. BLOTEKJAER et C.F. QUATE, J. Acoust. Soc. Amer. 36 , 9 (1964)
- 8 H.E. BOMMEL et K. DRANSFELD , Phys. Rev. 137, 1245 (1960)
- 9 H.F. TIERSTEN , J. Acoust. Soc. Amer. 35, 53 (1963)
- 10 W.P. MASON, Physical Acoustics and the Properties of Solids (D. Van Nostrand, New-York, 1958)
- 11 R.N. THURSTON, Physical Acoustics, (W.P. Mason, Ed. Academic Press Inc. New-York) , vol. 1 , Part. A. (1964)
- 12 K. BRUGGER, Phys. Rev. 133, 1611 (1963)
- 13 G.W. FARNELL, Canad. J. Phys. 39, 65 (1961)
- 14 J.J. KYAME, J. Acoust. Soc. Am. 21, 159 (1949)
- 15 J. LAMB et J. RICHTER, J. Acoust. Soc. Am., 41, 4 (1967)
- 16 E. BRIDOUX, Thèse 3ème cycle , Lille (1968)
- 17 P.H. CARR et M.W.P. STRANDBERG, J. Phys. Chem. Solids, 23, 923 (1962)
- 18 E. GATES, Proc I.E.E.E., 52 , 1129 (1964)
- 19 C.D. W. WILKINSON et D.E. CADDES, J. Acoust. Soc. Amer. 40, 498 (1966)
- 20 P. THERY , Thèse Doctorat Sc. Phys. , Lille (1969)
- 21 R. LEFEVRE, Thèse 3ème cycle , Lille (1969)
- 22 A.W. WARNER, M. ONOE et G.A. COQUIN, J. Acoust. Soc. Amer., 42 , 1223 (1967)

- 23 E.G. SPENCER, P.W. LENZO et K. NAUSSAU, Appl. Phys. Letters, 7 ,  
67 (1965)
- 24 C.P. WEN et R.F. MAYO, Appl. Phys. Letters 9, 135 (1966)
- 25 A.B. SMITH, M. KESTIGIAN, R.W. KEDZIE et M.I. GRACE, J. Appl. Phys.  
38 , 4928 (1967)
- 26 M. POMERANTZ , Proc. I.E.E.E. 53 , 1438 (1965)
- 27 A.A. BALLMAN , J. of the Am. Cer. Soc. , 48, 112 (1965)

CHAPITRE II

-----

- 28 P.K. TIEN et H. SUHL, Proc. I.R.E. 46, 700 (1958)
- 29 P.K. TIEN, J. Appl. Phys. 29 , 1347 (1958)
- 30 C.F. QUATE, C.D.W. WILKINSON et D.K. WINSLOW, Proc. I.E.E.E.  
53 , 1604 (1965)
- 31 A. YARIO , I.E.E.E. J. Quant. Electr. QE-1 , 28 (1965)
- 32 J.F. NYE , Propriétés Physiques des Cristaux, Dunod, Paris (1961)
- 33 J.C. SLATER, Rev. Mod. Phys. , 30 , 197 (1958)
- 34 N. BLOEMBERGER, Nonlinear Optics , Benjamin , New-York (1965)
- 35 M.G. COHEN et E.I. GORDON, Bell Syst. Tech. J. 44 , 693 (1965)
- 36 R.W. DIXON, J. Appl. Phys. 38, 5149 (1967)
- 37 J. REINTJES et M.B. SCHULZ, J. Appl. Phys. 39, 5254 (1968)
- 38 R.W. DIXON , I.E.E.E. J. Quant. Electr. QE - 3 , 85 (1967)
- 39 F. PÖCKELS , Ann. Physik und Chemie 37 , 269 (1889)
- 40 G.D. BOYD , R.C. MILLER, K. NAUSSAU, W.L. BOND et A. SAVAGE ,  
Appl. Phys. Letters 5, 234 (1964)
- 41 J.G. BERGMAN, A. ASHKIN, A.A. BALLMAN, J.M. DZIEDZIG, H.J. LEVINSTEIN  
et R.G. SMITH, Appl. Phys. Letters 12 , 92 (1968)
- 42 HOMER FAY, W.J. ALFORD et H.M. DESS, Appl. Phys. Letters 12, 89 (1968)
- 43 R.L. BYER, J.F. YOUNG et R.S. FEIGELSON , J. Appl. Phys. 41, 2320 (1970)
- 44 G. CACHIER et C.F. QUATE, C.E.D.R. Conference, Boulder Co (1968)
- 45 G. CACHIER , Thèse Doctorat Sc. Phys., Paris (1970)

CHAPITRE III  
-----

- 46 D.H. Mc MAHON, J. Acoust. Soc. Am. 44, 1007 (1968)
- 47 P. THERY, E. BRIDOUX, F. HAINE, C. MORIAMEZ, C.R. Acad. Sc. Paris 268 , 285 (1969)
- 48 P. THERY, E. BRIDOUX, J-P DERUYON, M. MORIAMEZ, CR Acad. Sc. Paris 270 , 373 (1970)
- 49 American Institute of Physics Handbook (Mc Graw Hill Book Co, New-York , 1957)
- 50 E.H. TURNER , Appl. Phys. Letters 8, 303 (1966)
- 51 D.T. BLACKSTOCK , J. Acoust. Soc. Am. 36, 534 (1964)
- 52 E. HOPL , Commun. Pure Appl. Math 3, 201 (1950)
- 53 J.D. COLE, Quart. Appl. Math. 9, 225 (1951)
- 54 D.T. BLACKSTOCK, J. Acoust. Soc. Am. 39, 411 (1966)
- 55 L.E. HARGROVE , J. Acoust. Soc. Am. 32, 511 (1960)
- 56 J. LAMB et J. RICHTER , J. Acoust. Soc. Am. 41, 1043 (1967)
- 57 J. REINTJER et M.B. SCHULZ, J. Appl. Phys., 39, 5254 (1968)
- 58 P. THERY, E. BRIDOUX, M. DELANNOY et M. MORIAMEZ, C.R. Acad. Sc. Paris , 270 , 23 (1970)

CHAPITRE IV  
-----

- 59 M. MORIAMEZ, P. THERY, E. BRIDOUX et M. MARTIN, C.R. Acad. Sc. Paris , 267 , 1195 (1968)
- 60 R. GUERMEUR , Thèse Doctorat Sc. Phys. , Paris (1968)
- 61 A. HIKATA, B. CHICK et C. ELBAUM , J. Appl. Phys. 36, 229 (1965)

CHAPITRE V

-----

- 62 M. MORIAMEZ, P. THERY, E. BRIDOUX et M. DELANNOY, C.R. Acad. Sc.  
Paris 270, 305 (1970)
- 63 P.H. CARR, Phys. Rev. , 169 , 719 (1968)

## TABLE DES MATIERES

<u>INTRODUCTION</u>	1
1. - <u>EXCITATION ET PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES DANS LES CRISTAUX TRIGONAUX.</u>	4
1.1 - Equations d'état linéaires	4
1.2 - Propagation des ondes acoustiques suivant les directions (100) et (001) des cristaux trigonaux.	8
1.3 - Excitation des ondes acoustiques dans $\text{LiNbO}_3$	15
1. Excitation des ondes acoustiques suivant la direction (100) de $\text{LiNbO}_3$	15
2. Excitation des ondes acoustiques suivant la direction (001) de $\text{LiNbO}_3$	23
1.4 - Excitation des ondes acoustiques suivant la direction (100) du quartz	29
1.5 - Techniques Expérimentales	31
1. Description du montage utilisé	33
2. Résultats expérimentaux	36
2. - <u>INTERACTION ENTRE ONDE ACOUSTIQUE ET DEUX ONDES LUMINEUSES DANS LES CRISTAUX TRIGONAUX.</u>	39
2.1 - L'effet photoélastique	40
2.2 - Interaction paramétrique à trois ondes	42
2.3 - Diffraction de la lumière dans les conditions de Bragg habituelles	48
1. Diffraction de la lumière sans changement de polarisation par les ondes acoustiques longitudinales dans les cristaux trigonaux de coupe (001). Résultats expérimentaux pour $\text{LiNbO}_3$	49

2.	Diffraction de la lumière avec changement de polarisation par les ondes acoustiques transversales dans les cristaux trigonaux de coupe (100).	
	Résultats expérimentaux pour $\text{LiNbO}_3$	56
2.4 -	Diffraction de la lumière dans les cristaux anisotropes	60
1.	Diffraction de la lumière par les ondes acoustiques transversales dans les cristaux trigonaux de coupe (100) aux fréquences où l'anisotropie cristalline a des effets prédominants.	
	Résultats expérimentaux pour le quartz	64
2.	Diffraction de la lumière par les ondes acoustiques longitudinales dans les cristaux trigonaux de coupe (100)	67
2.5 -	Interaction colinéaire entre une onde acoustique longitudinale et deux ondes lumineuses dans $\text{LiNbO}_3$ coupe (100)	69
3. -	<u>PROPAGATION D'ONDES ACOUSTIQUES D'AMPLITUDES FINIE DANS LE NIOBATE DE LITHIUM</u>	74
3.1 -	Equation du mouvement avec termes non linéaires	75
3.2 -	Etude de la génération de la seconde harmonique d'une onde acoustique fondamentale de moyenne puissance	80
1.	Résolution de l'équation du mouvement	80
2.	Génération de la seconde harmonique d'une onde acoustique longitudinale se propageant suivant la direction (001) de $\text{LiNbO}_3$	83
3.3 -	Etude de la génération des harmoniques d'une onde acoustique fondamentale de forte puissance	88
1.	Propagation d'ondes acoustiques d'amplitude finie dans des milieux avec pertes. Méthode de Blackstock.	89
2.	Génération des harmoniques 2 et 3 d'une onde acoustique transversale suivant la direction (001) de $\text{LiNbO}_3$	97
4. -	<u>ETUDE DE LA GENERATION HARMONIQUE D'ONDES ACOUSTIQUES DANS LE QUARTZ EN TRES HAUTE FREQUENCE</u>	101
4.1 -	Dispositif expérimental	102
4.2 -	Résultats expérimentaux	103
4.3 -	Interprétation	104

5. - <u>INTERACTION ENTRE ONDES ACOUSTIQUES COLINEAIRES</u>	107
5.1 - Etude théorique	108
5.2 - Interaction entre ondes acoustiques longitudinales colinéaires suivant la direction (001) de $\text{LiNbO}_3$	112
1. Méthode expérimentale	112
2. Résultats expérimentaux	112
3. Interprétation	113
5.3 - Interaction entre ondes acoustiques longitudinales colinéaires suivant la direction (001) de $\text{Al}_2\text{O}_3$	114
1. Méthode expérimentale	114
2. Résultats expérimentaux	115
3. Interprétation	116
 <u>CONCLUSION</u>	 118
 <u>APPENDICE A</u> : Résolution de l'équation de Burger	 120
 <u>APPENDICE B</u> : Programme de Blackstock écrit en Fortran IV.	 124
 <u>BIBLIOGRAPHIE</u>	 129