

0376  
1970  
5

N° d'ordre : 98

50.376  
1970  
5

THESE  
présentée  
à la Faculté des Sciences de l'Université de Lille  
pour obtenir

le titre de DOCTEUR-INGENIEUR

par

NGUYEN QUIY Hung

Ingénieur IDN



Titre de la thèse :

" Réalisation d'un organe de calcul hybride "

Soutenue le 24 Février 1970 devant la Commission d'examen :

Messieurs : P. VIDAL    Président  
                  F. LAURENT    Rapporteur  
                  L. POVY  
                  M. RANCHIN  
                  R. BOSSUT

*A mes parents*

## AVANT-PROPOS

-----

Le travail que nous présentons dans ce mémoire a été entrepris au laboratoire d'Automatique de la Faculté des Sciences de Lille, sous la direction de Monsieur le Professeur VIDAL auquel nous exprimons toute notre gratitude pour l'accueil qu'il nous a réservé, pour les moyens matériels mis à notre disposition et pour le précieux enseignement qu'il a su nous dispenser.

Nous sommes particulièrement sensible au grand honneur qu'il nous a fait en acceptant de présider notre jury de thèse.

Que Monsieur LAURENT, Maître de Conférences à la Faculté des Sciences de Lille, trouve ici l'expression de notre très profonde gratitude pour ses conseils éclairés, et pour avoir dirigé cette thèse avec beaucoup d'intérêt et d'amicale bienveillance.

Monsieur POVY, Docteur ès-Sciences Physiques, nous a encouragé et aidé au cours de notre travail, nous faisant profiter de son expérience et de son amitié. Il a bien voulu juger notre thèse, nous lui en sommes très reconnaissants.

Nous remercions vivement Monsieur RANCHIN, Chef de la Division Mathématiques Appliquées à la Direction des Recherches et Moyens d'Essais, qui a été à l'origine de ces travaux. Sa participation à notre Commission d'examen nous honore grandement.

Monsieur Bossut, Directeur de l'Institut Industriel du Nord, nous a permis d'effectuer une partie de nos recherches au Laboratoire d'Automatique de son école et a accepté de faire partie de notre jury de thèse. Nous le remercions très sincèrement.

Nous sommes très reconnaissants à la Direction de Recherches et Moyens d'Essais qui, par son aide matérielle, nous a permis de nous pencher sur des problèmes concrets supports de recherches très prometteuses.

Enfin nous tenons à rendre hommage à l'esprit d'équipe qui règne dans le laboratoire où nous avons travaillé, les chercheurs et le personnel ont toujours répondu avec empressement à nos sollicitations et par leur amicale présence nous ont aidé dans notre travail. Nous les remercions bien sincèrement.

---

## INTRODUCTION GENERALE

- o o o -

De nombreuses techniques de simulation et de calcul automatique exploitent divers types de modulation de cadence d'un train d'impulsions 1.. Parmi ces différentes réalisations, l'analyseur différentiel digital apparait comme un organe privilégié dans son principe pour la conception de nouveaux calculateurs 2,3,4 .

Pourtant son utilisation reste encore limitée par divers facteurs et en particulier par son prix de revient élevé.

Dans ce sens, la définition d'organes analogiques qui ne nécessitent qu'un apport modeste de matériel, en vue de la synthèse d'opérateurs identiques présente un intérêt indiscutable. En particulier la réalisation d'un intégrateur discret généralisé, effectuant l'intégration d'une fonction  $y(t)$  par rapport à une variable différentielle quelconque  $x(t)$  permet de résoudre très simplement un grand nombre de problèmes où le temps n'apparait pas explicitement.

Dans une première partie après une analyse du D.D.A et une rapide simulation, l'élaboration d'un tel élément nous a conduit à la mise au point d'un échantillonneur bloqueur d'ordre zéro rapide, condition primordiale pour obtenir une bonne précision, puis à la conception d'un modulateur de cadence d'un train d'impulsions par un signal analogique.

Les applications font l'objet de la seconde partie, où nous utilisons cet opérateur pour la génération de certaines fonctions et pour l'étude d'équations aux dérivées partielles.

- o o o -

## CHAPITRE I

### DEFINITION du D.D.A et SIMULATION sur NADAC 20

#### 1.1 - Introduction-

##### 1.1.1 - Calcul analogique et calcul numérique

La nature de l'information qui est utilisée lors de la résolution d'un problème constitue la distinction principale entre les deux techniques habituelles de calcul. En calcul analogique les signaux se présentent sous forme continue à tous les niveaux ; la précision dépend alors des composants du circuit. En calcul numérique toutes les variables apparaissent sous forme quantifiée et dans ce cas, le nombre de chiffres significatifs dépend de la dimension des mémoires et des registres de la machine. Ainsi ces deux techniques fondamentalement différentes ont elles des propriétés qui leur sont propres. Toutefois, indépendamment de ce point de vue, divers aspects se dégagent à la suite d'une analyse plus approfondie des méthodes de mise en oeuvre dans les deux cas lors de la résolution d'un problème.

#### Caractéristiques du Calcul Analogique

- Les opérations se font en parallèle
- La résolution est rapide avec des limitations seulement dues à la bande passante des éléments, et non à la complexité du problème.
- Les intégrations se font sans approximation théorique
- Le changement d'un paramètre, d'une structure du modèle mathématique peut s'effectuer facilement en cours de calcul.
- Cependant la précision n'est pas grande (on atteint 0,01 % pour des calculateurs très perfectionnés), on ne dispose que d'une seule variable indépendante ; et on a ni logique, ni mémoire sans aménagements coûteux.

#### Caractéristiques du Calcul Numérique

- Il existe plusieurs variables indépendantes
- Les opérations se font en série

- Il n'y a pas de limite théorique à la précision du calcul
- La mémorisation est facile
- La possibilité de résolution en virgule flottante permet d'éviter le problème de changement d'échelle.
- Les opérations logiques s'effectuent sans difficulté.
- Cependant les intégrations et dérivations se font par approximation théorique, le temps de calcul est généralement long et dépend essentiellement de la complexité du problème à résoudre. De plus le changement de structure ou de modèle est délicat.

Avec des possibilités aussi différentes, les deux techniques ont subies des développements dans des directions divergentes, jusqu'à l'apparition des machines hybrides. Ces dernières constituent, un effort de synthèse et d'utilisation simultanée des avantages respectifs des deux types de calculateurs en une réalisation unique. Cette combinaison peut se faire par juxtaposition en proportion d'importance variable des deux composants essentiels.

Dans ce contexte, l'analyseur différentiel digital constitue un opérateur particulier, purement hybride qui permet d'envisager le problème sous un angle nouveau (2).

### 1.1.2 - L'Analyseur différentiel digital (D.D.A)

L'analyseur différentiel digital peut se définir en premier lieu comme une généralisation de l'intégration, opération de base du Calcul Analogique. Toutefois, le calcul s'effectue à partir de variables discrètes et choisies arbitrairement.

L'association de tels éléments, de structure hybride, en un calculateur universel permet le traitement en parallèle de l'information sous forme digitale, il en résulte d'une part un gain de temps appréciable par rapport au traitement série sur ordinateur, et d'autre part une précision accrue due à la nature de l'information. On allie ainsi la souplesse de mise en oeuvre du calcul analogique aux avantages du calcul numérique.

Inversement, la simulation de l'analyseur différentiel digital par des techniques purement analogiques présente un grand intérêt du fait de la généralisation de l'intégrateur et des possibilités nouvelles qui en résultent pour une calculatrice analogique du type courant.

## 1.2 - Principe du D.D.A

### 1.2.1 - L'intégrateur discret

L'élément fondamental du D.D.A est l'intégrateur sommateur discret. Il se compose de deux registres (A) et (B) et d'un opérateur ET dont la commande correspond à l'élément différentiel (figure 1)

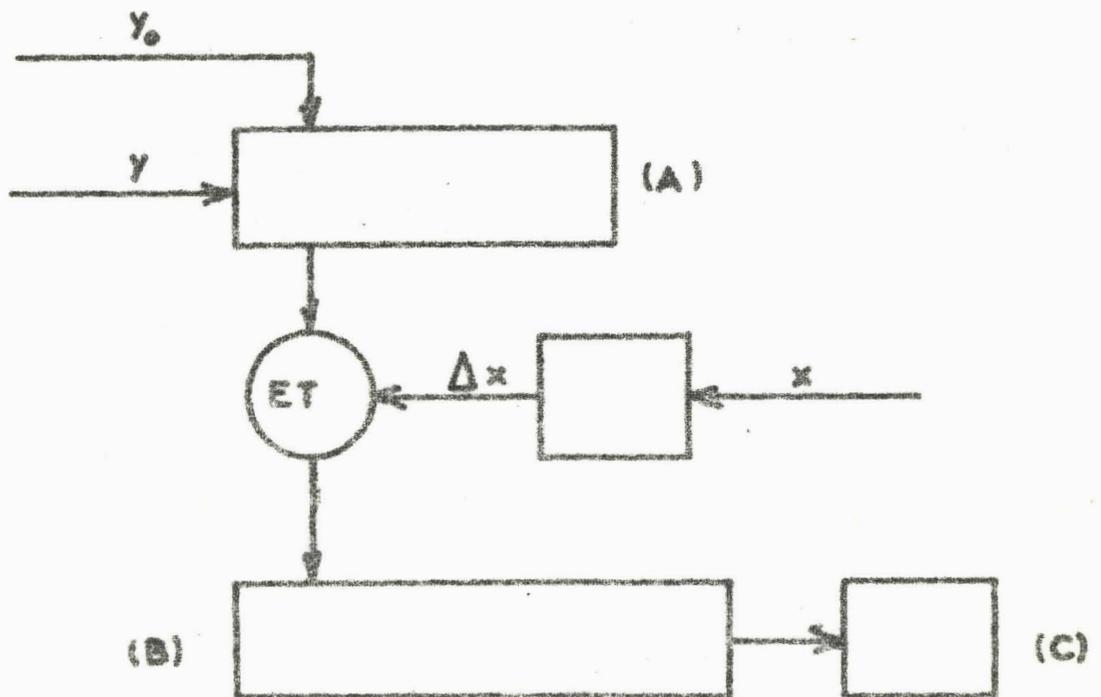


Figure 1

Schéma de principe du D.D.A.

Soit  $y$  la grandeur à intégrer par rapport à la variable différentielle  $x$ . La valeur  $y_0$  initialise en début de calcul le registre A.

L'opérateur ET est sensibilisé chaque fois que les accroissements de  $x$  atteignent un quantum fixé à l'avance, de plus celui-ci affecte la sortie du signe de l'accroissement.

Supposons à l'instant  $t_i$ , un contenu  $y_i$  du registre (A) ; et soit  $\Delta x_i$  la commande de l'opérateur ET, la quantité  $\Delta x_i y_i$  est transférée dans le registre (B) où elle se totalise algébriquement à la précédente valeur .  
Lorsqu'il y a dépassement de la capacité de (B), il y a passage dans un registre (C) de poids N.

Le contenu  $z$  de (B) est donc :

$$z = y_0 + q \sum_{j=1}^i y_j \quad (1)$$

L'expression  $z$  constitue une approximation de l'intégrale

$$I = \int_{x_0}^{x_i} y dx$$

comme le montre une interprétation géométrique immédiate (figure 2).

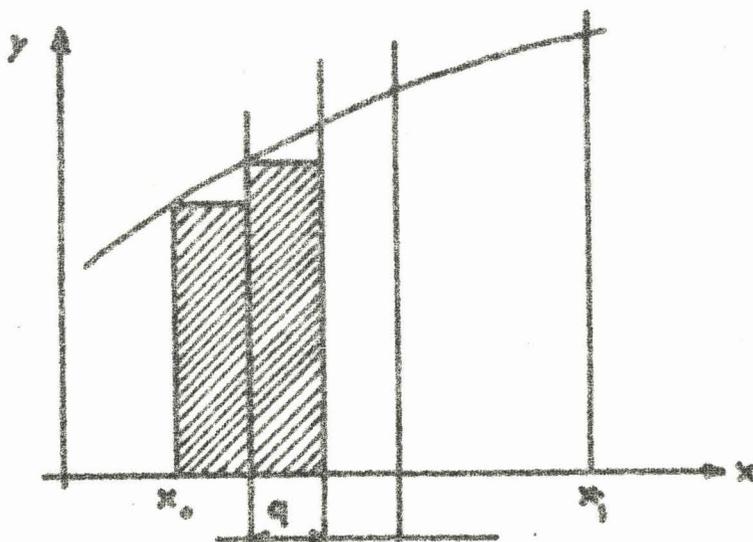


Figure 2  
Interprétation de  $I = \int_{x_1}^{x_2} y dx$

### 1.2.2 - Le générateur d'impulsions de commande

L'équation de base du D.D.A (I) somme des grandeurs quantifiées, tandis que l'entrée  $x$  peut être continue. Dans ce cas l'élaboration des impulsions de commande se fait à l'aide d'un traducteur analogique digital de type particulier (figure 3).

L'ensemble se présente comme un système bouclé destiné à asservir l'affichage d'un compteur numérique à l'entrée continue  $x$ . Le relai symétrique à seuil module l'erreur et élabore le signal de commande  $\Delta x$ . Le convertisseur digital analogique dans la boucle de retour permet la comparaison dans le discriminateur du signal de sortie avec le signal d'entrée.

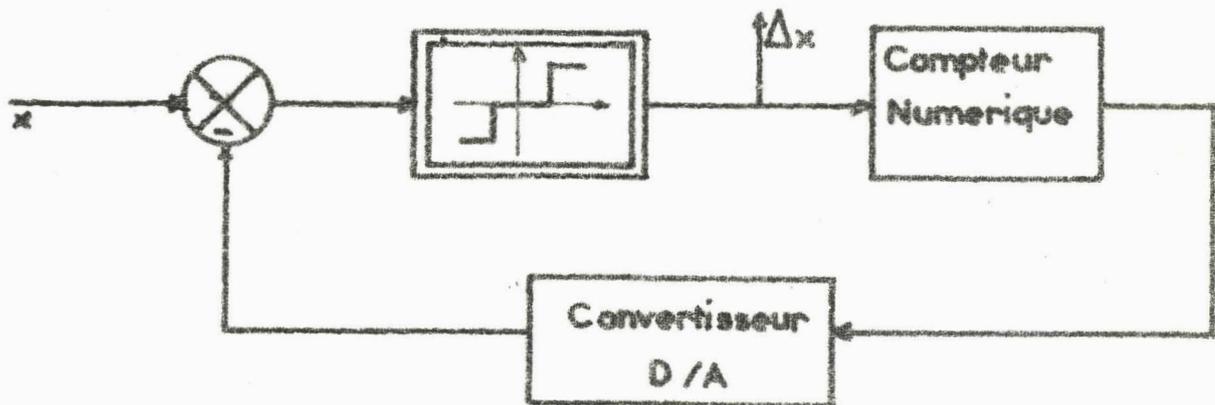


Figure 3

*Schéma du générateur d'impulsions de commande modulées.*

Ainsi conçu l'analyseur différentiel digital permet l'intégration d'une grandeur  $y$  par rapport à une variable différentielle quelconque  $x$ . Sa simulation sur calculateur analogique permettra de généraliser cette opération qui normalement s'effectue uniquement en fonction du temps propre de la machine.

### 1.3 - Simulation du D.D.A sur calculatrice Nadac 20

Une simulation vérifiant qualitativement le principe du D.D.A peut être réalisée sur calculatrice Nadac 20. Elle utilise les éléments standardisés, en particulier les comparateurs à relais mécaniques.

#### 1.3.1 - L'intégrateur discret généralisé

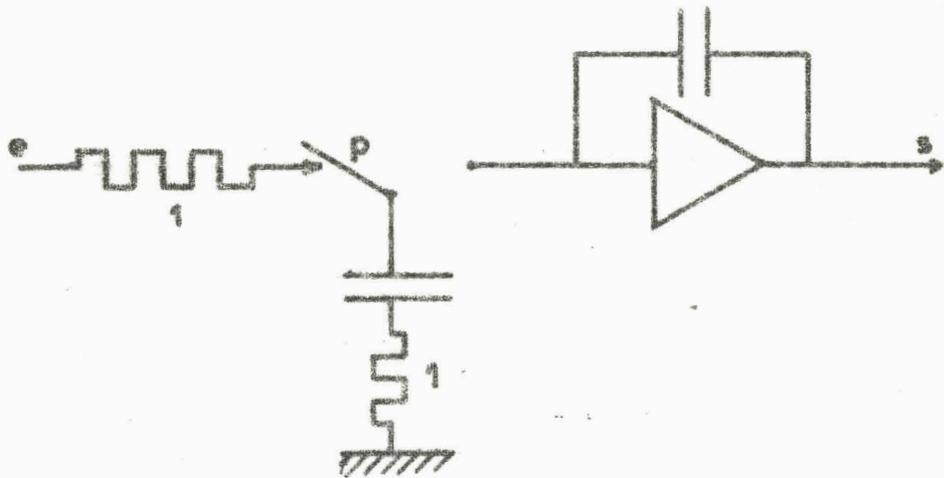


Figure 4

Schéma du sommateur discret

L'intégration par rapport à une variable indépendante du temps peut s'effectuer analogiquement, de façon approchée à l'aide du sommateur discret représenté à la figure 4.

Ainsi, soit à calculer

$$I = \int_{x_0}^{x_1} y dx \quad \text{où} \quad \begin{array}{l} y = f(t) \\ x = g(t) \end{array}$$

Le calcul de I se fait indirectement par rapport au temps, en effet

$$I = \int_{t_0}^{t_1} f(t) g(t) dt$$

Si une modulation fournit  $dx = g'(t) dt$ , le sommateur discret dont le mouvement de la paillette est commandé chaque fois que  $|dx| = q$ , réalise  $I' = q \sum_{i=0}^{i=1} f(t_i)$  valeur approchée de I.

Cependant pour obtenir une sommation algébrique, et distinguer ainsi les deux sens de variation de x, deux voies parallèles sont nécessaires dans une réalisation pratique. La première correspondant à +y est commandée par des accroissements positifs ; la deuxième est relative à une entrée opposée et fonctionne avec des accroissements négatifs (figure 5).

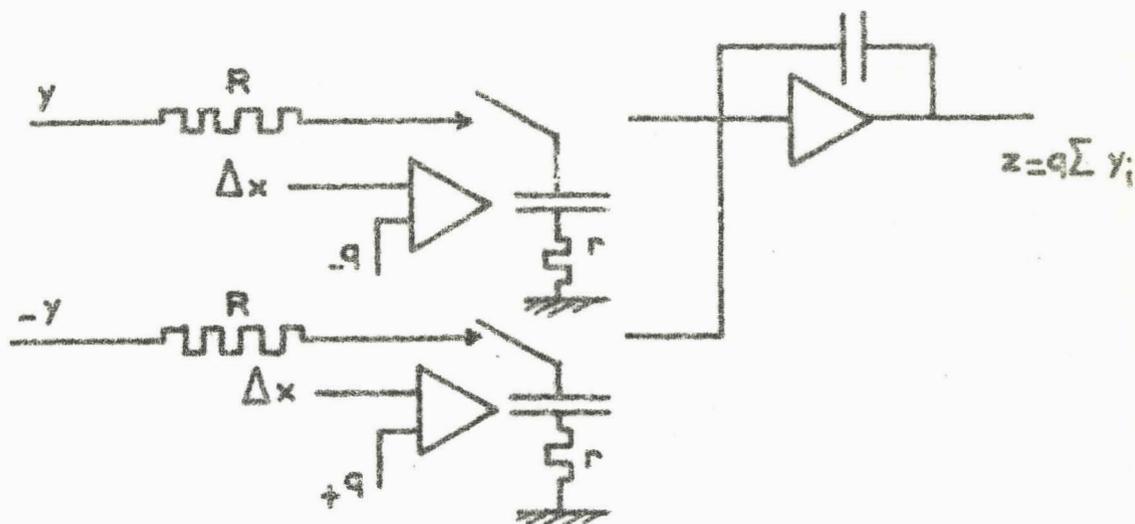


Figure 5

Schéma de simulation de l'intégrateur généralisé

A ce stade, le problème de l'intégration par rapport à x se ramène à celui de la modulation d'un train d'impulsions par x.

### 1.3.2 - Le modulateur de cadence

On désire d'une part obtenir un signal de commande chaque fois que la variable différentielle x varied'un quantum fixe q, et d'autre part distinguer les deux sens de variations ( $\Delta x = + q$  et  $\Delta x = - q$ ).

L'élément de base du modulateur est le sommateur capacitif (figure 6)

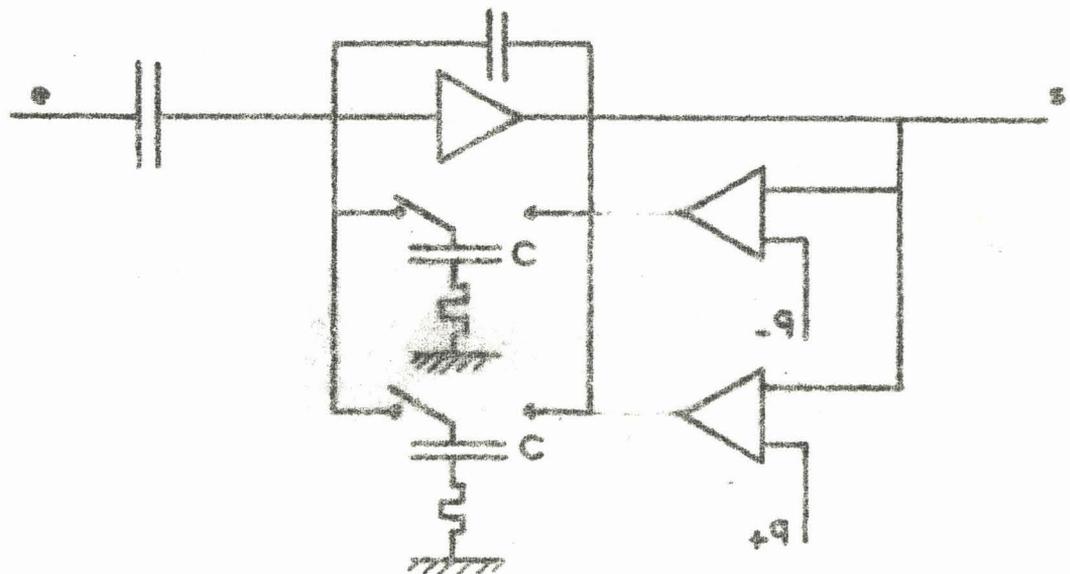


Figure 6

*Schéma de simulation du modulateur de cadence.*

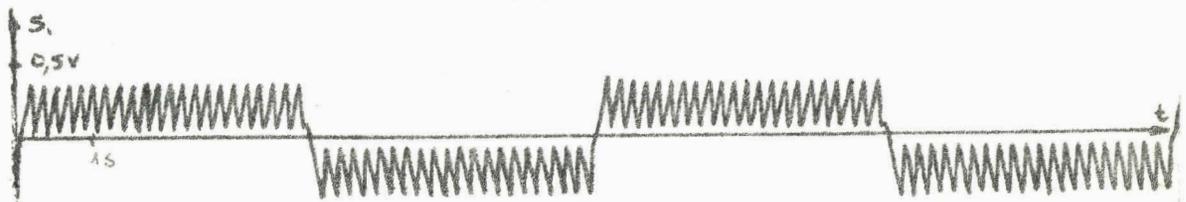
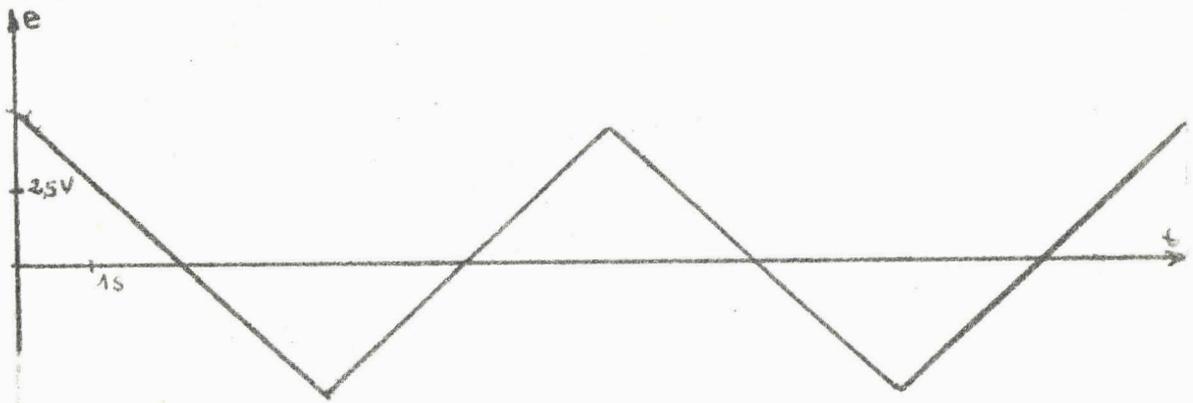
La sortie est comparée à  $+q$  et à  $-q$ , ainsi il y a remise à zéro par basculement des paillettes a ou b chaque fois que  $x$  atteint  $+q$  ou  $-q$ . Deux comparateurs mis en parallèles sur  $C_1$  et  $C_2$  fournissent les deux types d'impulsions de commande nécessaire à l'intégrateur.

### 1.3.3 - Fonctionnement du modulateur de cadence

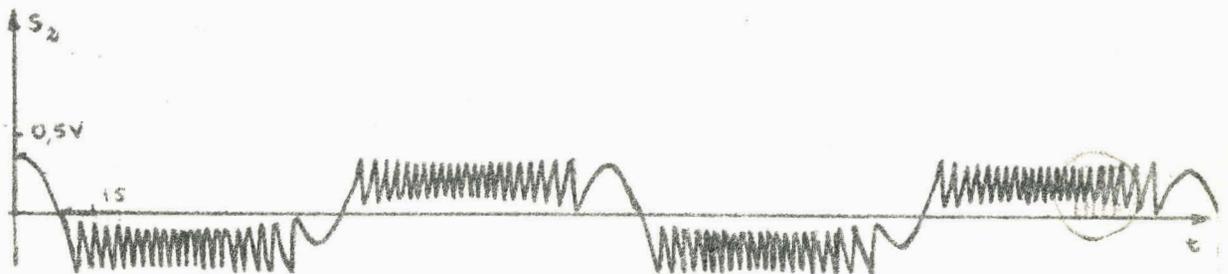
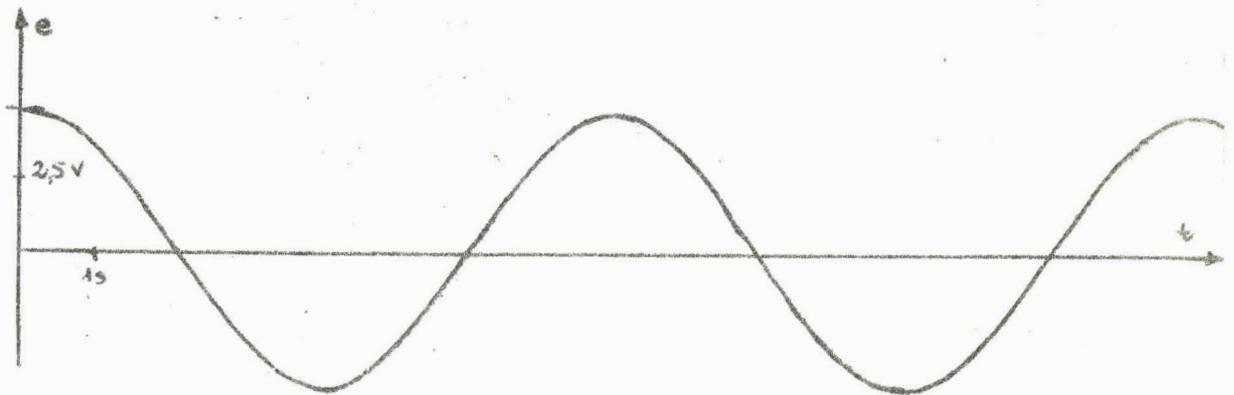
L'utilisation des relais mécaniques standards ne fonctionnant correctement que jusqu'à quelques dizaines de Hertz, entraîne une limitation en fréquence et en amplitude du signal d'entrée.

Aussi avec une entrée  $x$  périodique d'amplitude maximale 8 V, et de fréquence 0,1 hz, et avec un quantum de 0,4 V, les relais fonctionnent à 8 hz.

Il est bien évident que nous avons dû nous placer en dessous de ces limites afin d'effectuer les enregistrements des sorties du modulateur quand l'entrée est une fonction triangulaire.



$S_1$  : Sortie du modulateur de cadence pour une entrée triangulaire



$S_2$  : Sortie du modulateur de cadence pour une entrée sinusoïdale

### 1.3.4 - Fonctionnement de l'intégrateur discret généralisé

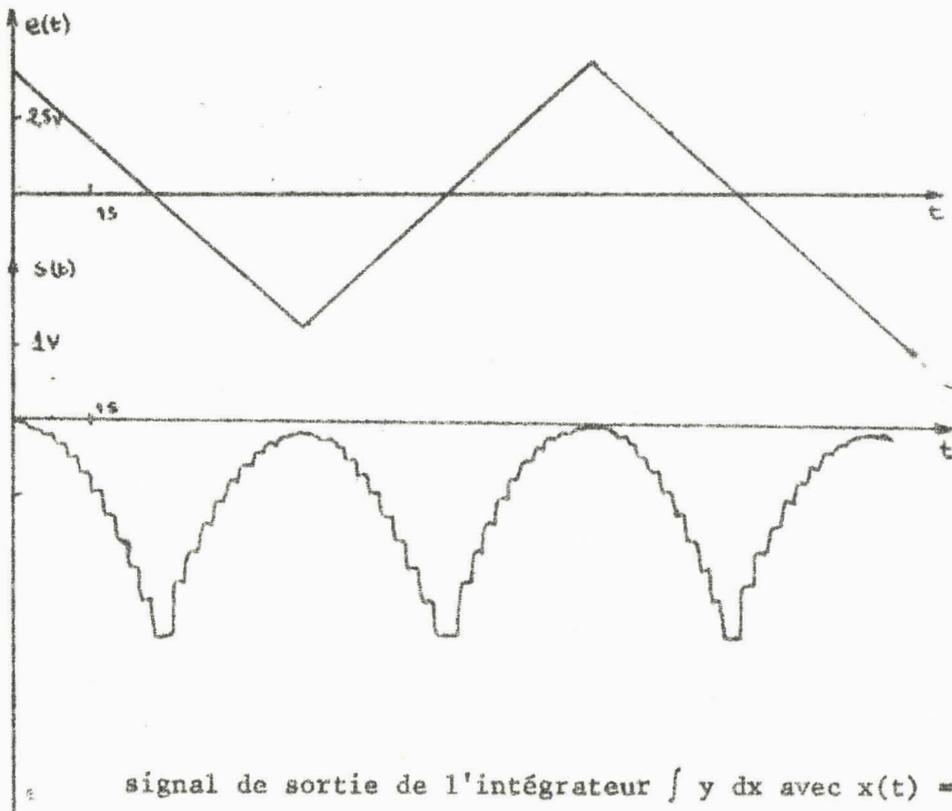
Nous avons vérifié le principe de fonctionnement en calculant l'intégrale  $z = \int x dx$  en envisageant successivement une fonction  $x$  triangulaire puis sinusoidale.

Les résultats expérimentaux correspondent qualitativement avec la théorie.

$$z_1 = \int kt dt = \frac{k}{2} t^2 \text{ (portions de parabole)}$$

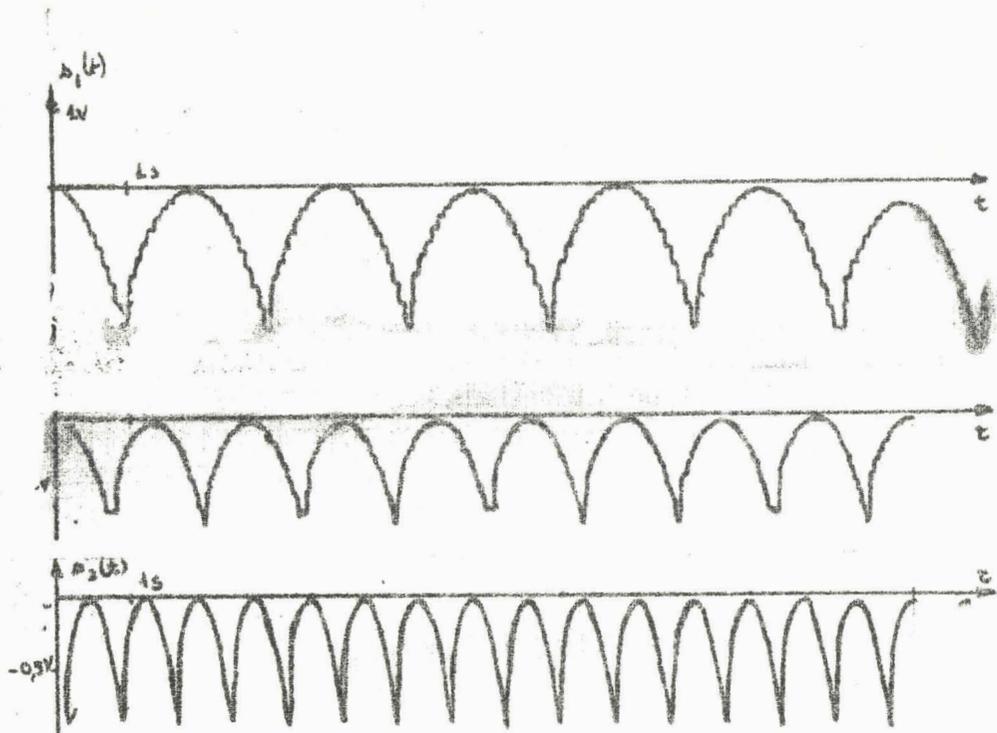
$$z_2 = \int \sin \omega t d(\sin \omega t) = -\frac{1}{4} \cos 2 \omega t$$

(sinusoïde de fréquence double.)

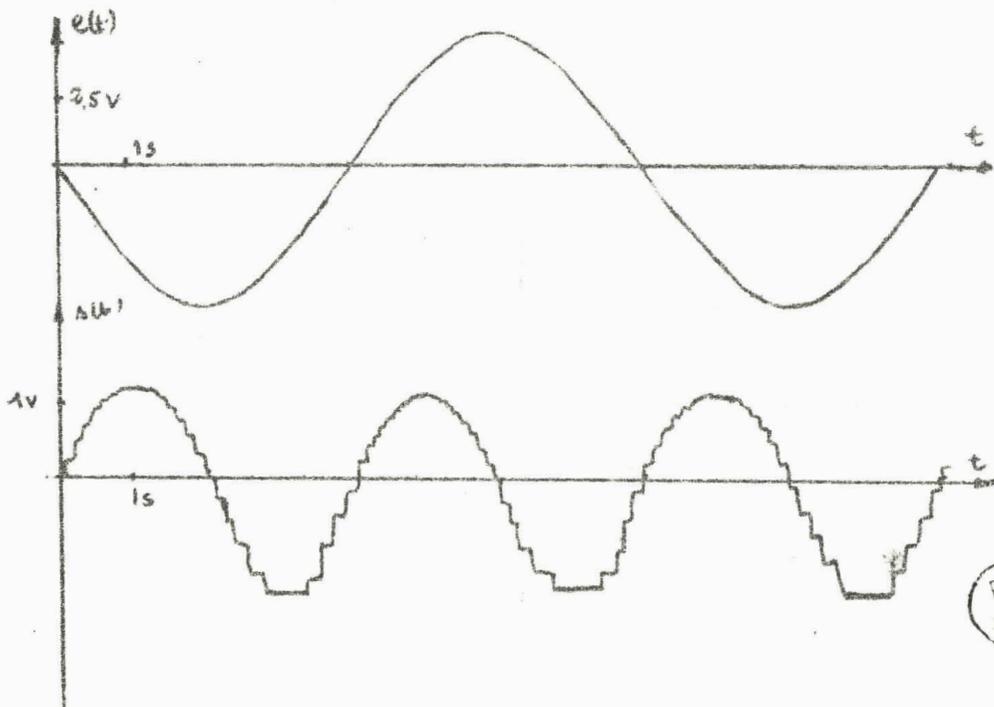


signal de sortie de l'intégrateur  $\int y dx$  avec  $x(t) = y(t)$   
signal triangulaire.





Sorties de l'intégrateur réalisant la  $\int kt dt$   
(enregistreurs obtenus à diverses fréquences)



Sortie de l'intégrateur réalisant  $\int \sin \omega t dt$  ( $\sin \omega t$ )

Cette réalisation mécanique donne des résultats d'une précision médiocre ; d'une part le découpage ne peut être fin en raison de la limitation en fréquence des relais mécaniques, d'autre part intervient une dérivée non négligeable due aux amplificateurs opérationnels mal adaptés à ce fonctionnement.

### Conclusion

Cette première simulation qui a permis de vérifier le principe du D.D.A sur calculatrice analogique illustre certains problèmes dont la limitation en fréquence et la dérive des amplificateurs opérationnels.

Nous allons nous attacher à la résolution de ces questions en envisageant la construction d'un élément plus performant.

## CHAPITRE 2

### REALISATION d'un ECHANTILLONNEUR BLOQUEUR RAPIDE

#### 2.1 - Introduction

L'échantillonneur bloqueur d'ordre zéro permet de prélever des informations à des instants d'échantillonnage donnés et de les maintenir pendant l'intervalle de temps correspondant.

La simulation d'un tel organe a été adaptée en vue d'un fonctionnement à fréquence très élevée. En effet la technique habituelle utilisant les relais électromagnétiques disponibles sur les calculatrices analogiques de type Nadac 20 ne permet guère de dépasser quelques dizaines de hertz.

#### 2.2 - Principe de l'échantillonneur bloqueur d'ordre zéro

Deux schémas sont habituellement proposés :

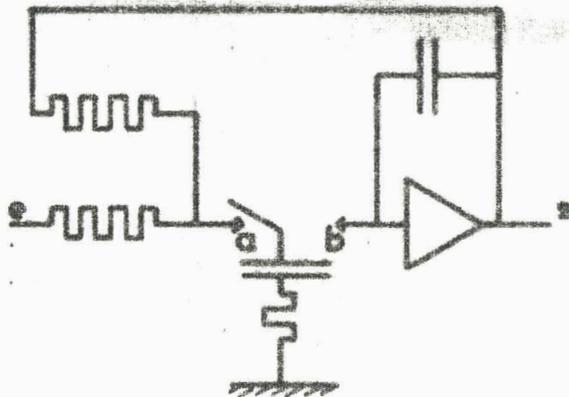


Figure 1

Schémas de bloqueurs d'ordre zéro.

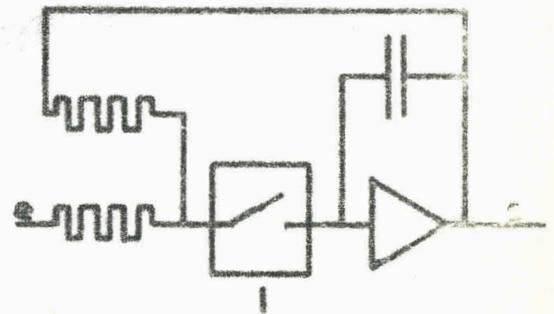


Figure 2

Si  $T$  est la période d'échantillonnage, dans les 2 cas l'entrée et la sortie sont liées par la relation :

$$s(nT+\tau) = -e(nT) \quad \text{avec} \quad 0 \leq \tau \leq T$$

Cependant le premier montage impose la réalisation d'un interrupteur électronique de courant bidirectionnel capable de supporter des intensités assez élevées. En effet le problème revient à la charge et à la décharge d'un condensateur, opérations qui doivent se faire d'autant plus rapidement que la fréquence de commutation est importante.

Le relai électromécanique du 2e schéma a été remplacé par un commutateur électronique constitué par un transistor à effet de champ, commandé par une tension appliquée à la grille. Afin d'obtenir des fronts de montée raides et des paliers bien horizontaux, une commande impulsionnelle est nécessaire : on ne débloquent le transistor à effet de champ que pendant un temps très court  $\epsilon$ , destiné à permettre à la sortie  $s[(n+1)T + \epsilon]$  d'atteindre le palier suivant.

L'intervalle de temps séparant les divers instants d'échantillonnage peut être constant ou modulés par un signal extérieur (figure 2).

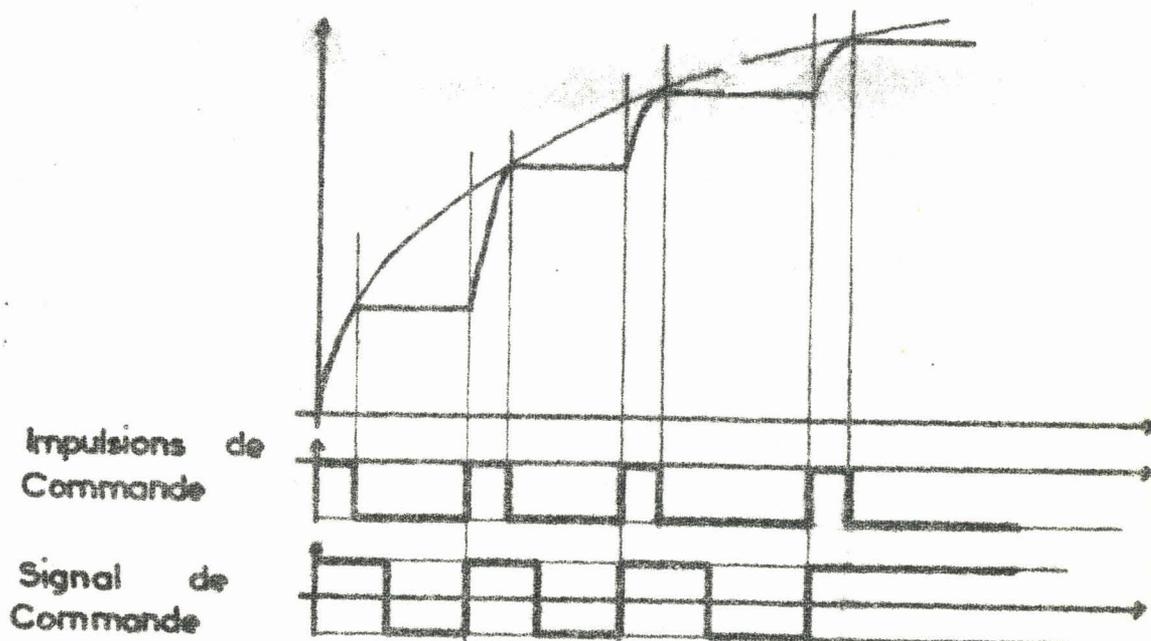


Figure 3

Schéma de fonctionnement du Bloqueur  $B_0$ .

## 2.3 - Etude des paramètres de l'échantillonneur bloqueur

### 2.3.1 - Choix des paramètres

La largeur  $l$  d'une impulsion de commande doit être assez importante afin de minimiser l'erreur en fin d'intégration, cependant elle ne peut dépasser une limite si l'on souhaite considérer les montées comme des fronts raides.

Dans ce sens nous avons choisi :

$$R = 5 \text{ K}\Omega$$

$$C = 1000 \text{ pf}$$

$$\tau = R C = 5 \text{ }\mu\text{s}$$

$$l > 3 \tau$$

En adoptant  $l = 5 \tau = 25 \text{ }\mu\text{s}$ , la fréquence limitée est :

$$f_e = \frac{1}{\tau} = 40 \text{ Khz}$$

### 2.3.2 - Justification du choix

Une valeur plus faible de  $R$  n'est pas acceptable compte tenu de la protection nécessaire de l'amplificateur opérationnel.

Une valeur plus faible de  $C$  ne permet pas une précision suffisante.

Les impulsions de commande bien calibrées sont obtenues à partir d'un signal quelconque par l'intermédiaire d'un Trigger, d'une bascule monostable suivie d'une mise en forme (figure 3)

## 2.4 - Fonctionnement de l'échantillonneur bloqueur

Quand la commande et le signal d'entrée ne sont pas nuls, avec des transistors à effet de champ ordinaires et divers types d'amplificateurs opérationnels nous avons réalisé des éléments fonctionnant effectivement jusqu'à des fréquences de 40 Khz et même plus si on diminue la largeur  $l$  de l'impulsion de commande et si certaines imprécisions sont tolérées.

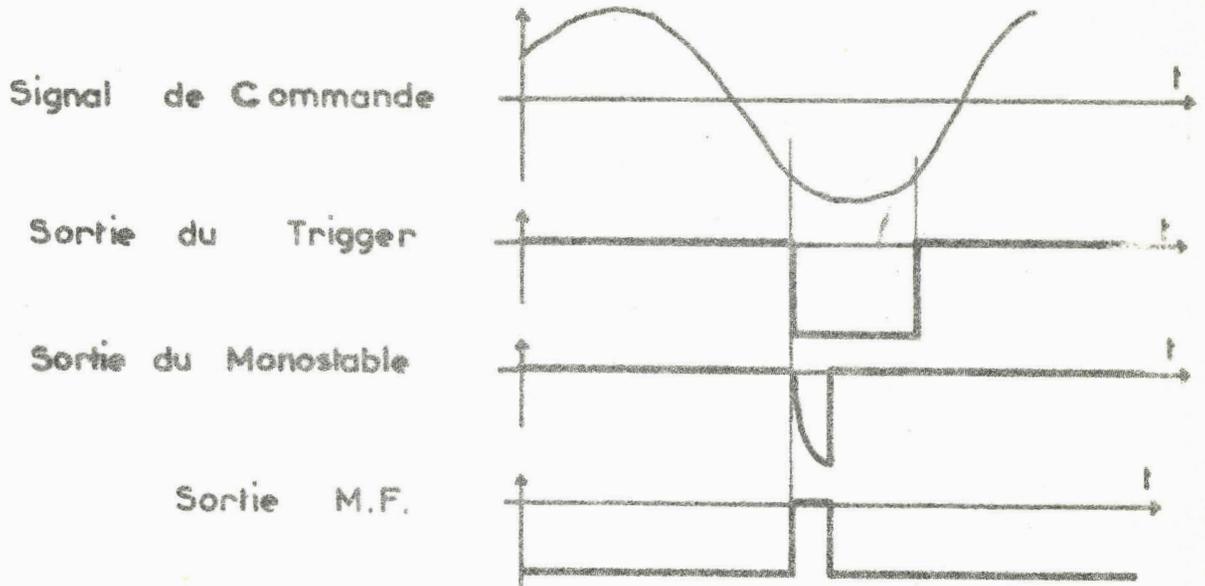
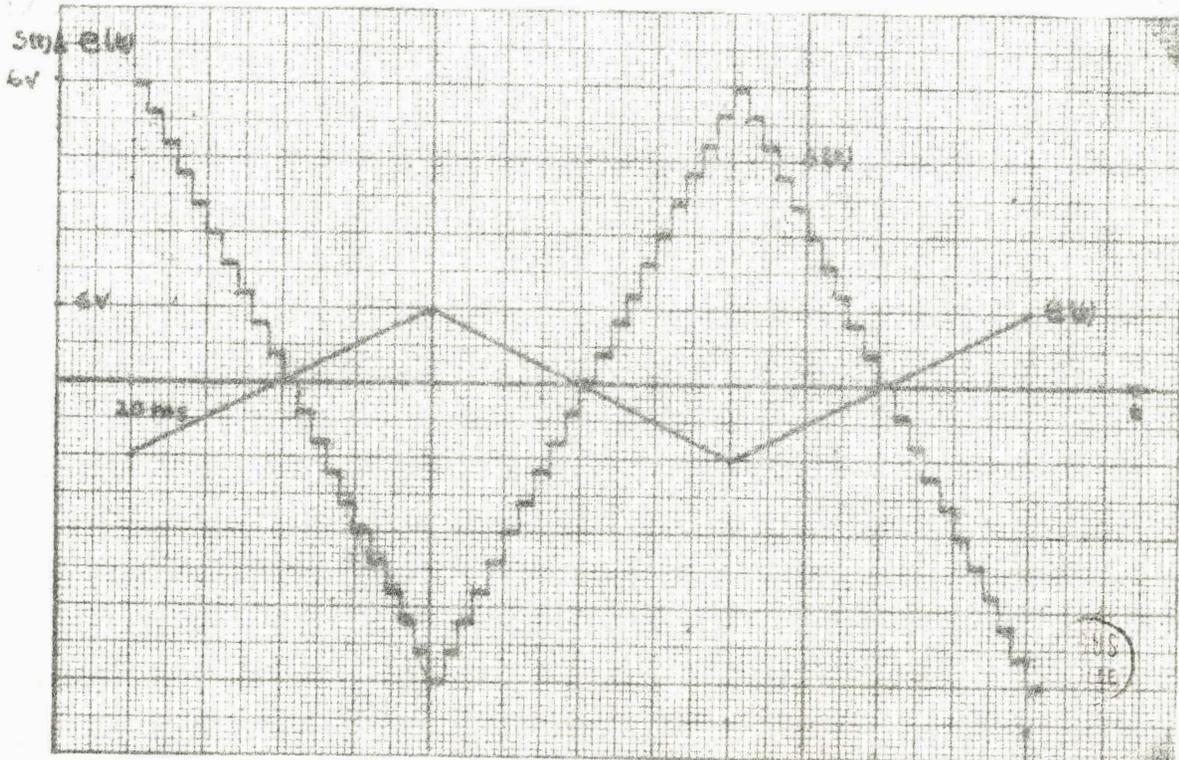
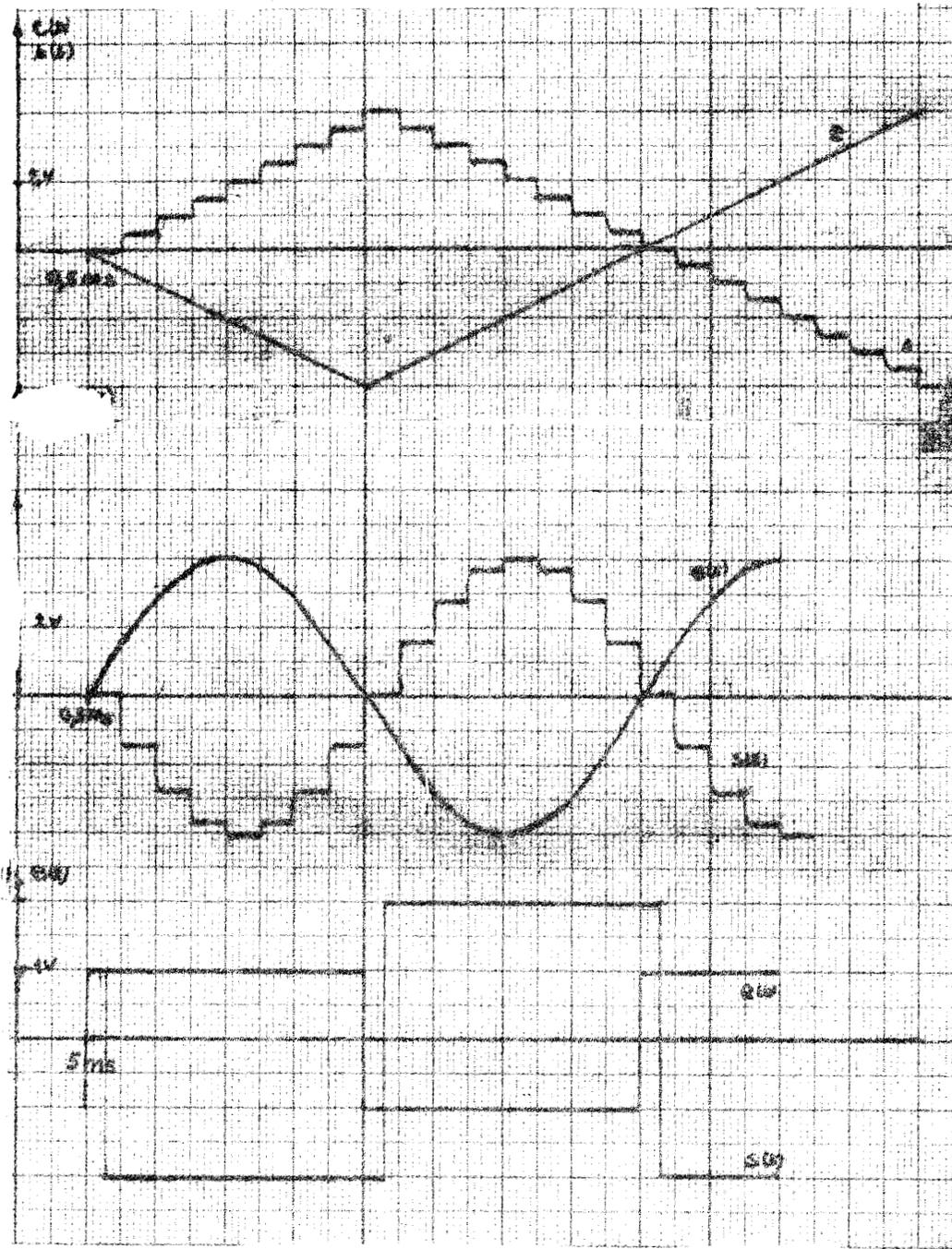


Figure 3

Calibrage des impulsions de commande

Echantillonnage et blocage de divers signaux à différentes fréquences





### 2.5 - Fonctionnement critique

Vu la technique adoptée, des problèmes se posent naturellement dans le cas où le signal d'entrée ou le signal de commande est nul, en effet il n'y a plus dans ces conditions d'initialisation du bloqueur et les phénomènes de dérive sont alors importants.

### 2.5.1 - Entrée nulle

La sortie est composée de pointes dyssymétriques dues à la commande. Ces dernières sont d'un dixième de volts et ont pour cause la capacité Cgd (Capacité entre grille et drain du transistor à effet de champ de l'ordre d'une dizaine de pf) qui forme avec l'impédance d'entrée de l'amplificateur opérationnel un réseau R C.

Leur atténuation a été obtenue surtout par la réduction de la tension de blocage du transistor. En effet la réponse d'un réseau RC est d'autant plus faible que l'échelon d'entrée est faible.

Cependant elle doit rester supérieure à un seuil pour assurer un blocage correct, correspondant à un interrupteur mécanique.

Une adaptation d'impédance a été envisagée, mais cela poserait de nouveaux problèmes de tension résiduelle et de dérives.

Une réduction de Cgd peut être réalisée par des transistors à effet de champ à grille isolée (NOS - 2 N 318 (RCA), mais ces derniers sont très sensibles aux champs électriques ambiants et très fragiles et leur utilisation n'est envisageable que dans des cas particuliers nécessitant des performances élevées.

### 2.5.2 - Commande nulle

Dans ce cas que l'entrée soit nulle ou non, le bloqueur saturé au bout d'un court instant.

En effet en l'absence d'impulsions de commande, vue la technologie utilisée, la grille du transistor à effet de champ est à 10V et ce dernier est bloqué. L'entrée de l'amplificateur opérationnel est en l'air et comme la capacité de bouclage est faible ( $C = 1000$  pf), elle se charge rapidement avec les tensions parasites et l'amplificateur se sature.

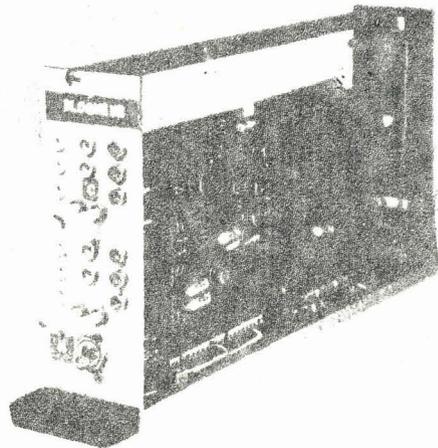
Le problème n'apparaît pas dans le cas d'un bloqueur utilisé habituellement avec une commande extérieure. Cependant il pourra se poser quand l'élément est dans une boucle d'asservissement où la fréquence d'échantillonnage blocage se fait proportionnellement à la variation de l'entrée qui dans certains cas peut être très faible ou nulle.

Toutefois il sera résolu dans l'étude particulière du modulateur de cadence ce qui s'avère suffisant pour les utilisations courantes de l'appareillage étudié.

## 2.6 - Conclusion

Nous avons réalisé deux éléments dans un module simple de Nadac avec des amplificateurs opérationnels courants (Burr - Brown - 3024/15) et le prix de revient est dix fois moindre que celui d'un tiroir interrupteur électronique fourni par le commerce en vue d'une utilisation sur machine usuelle.

Ils peuvent être utilisés comme bloqueurs dans une utilisation normale de la machine ; leurs performances permettent l'extension des possibilités d'une calculatrice de type courant ; nous avons effectué un certain nombre de manipulations à titre de test et en particulier envisagé le fonctionnement en répétitif d'un modèle échantillonné.



CHAPITRE 3

LE MODULATEUR DE CADENCE

Afin de commander l'intégrateur discret il est nécessaire de moduler un train d'impulsions par un signal analogique quelconque. Les signaux ainsi élaborés sont tous identiques, mais leur fréquence d'émission est par définition proportionnelle à la variation d'amplitude du signal d'entrée.

3.1 - Principe du modulateur de cadence

En vue de réaliser le modulateur de cadence sur calculatrice analogique, il convient d'adapter le schéma de principe généralement utilisé, dans ce sens nous sommes ramenés au schéma bloc présenté ci dessous :

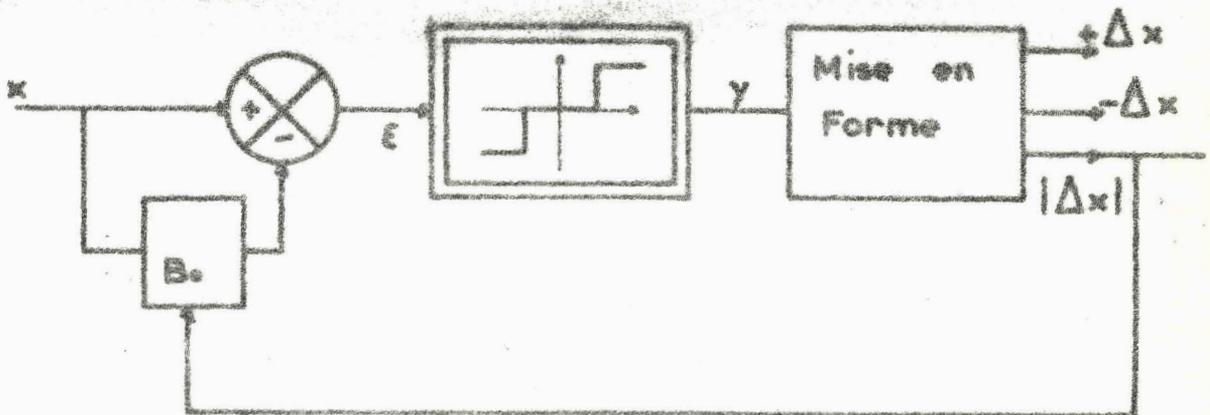


Figure 1

Schéma du modulateur

Analysons les divers éléments qui apparaissent successivement dans la chaîne d'action .

La relation (1) relative au bloqueur permet d'écrire

$$\varepsilon(nT + \varepsilon) = x(nT + \tau) - x(nT)$$

avec  $0 < \tau < T$

La non linéarité est de type plus ou moins de seuil  $h$  symétrique.

Ainsi chaque fois que l'erreur  $\varepsilon_n$  atteint le seuil  $h$ , il y a une sortie  $y$  non nulle et la mise en forme donne des impulsions modulées notées :

$+\Delta x$  ou  $-\Delta x$  suivant le signe de  $\varepsilon$ , ainsi que le signal noté  $|\Delta x|$  somme des impulsions ( $+\Delta x$ ) et ( $-\Delta x$ ) qui commande le bloqueur  $B_0$  et impose au système une avance d'un pas.

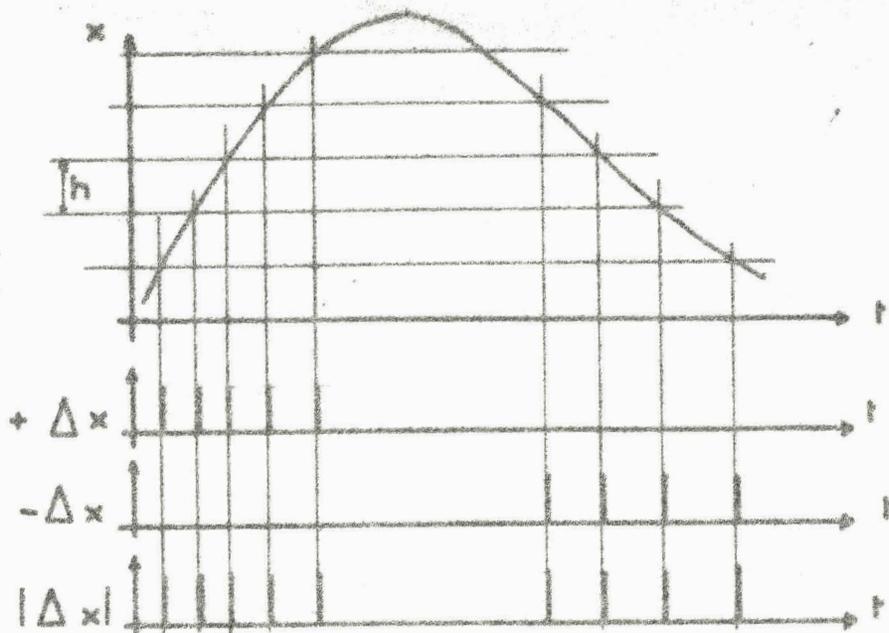


Figure 2

Emission des impulsions

Selon cette réalisation la largeur  $\lambda$  du seuil correspond au quantum  $\Delta x$ , et l'introduction d'un gain  $k$  dans la chaîne d'action, réduit ce dernier et il vient  $q = \frac{h}{k}$ .

Le découpage sera d'autant plus fin que ce gain est plus élevé.

### 3.2 - Réalisation du modulateur de cadence

Le schéma du modulateur de cadence effectivement réalisé est présenté figure 3.

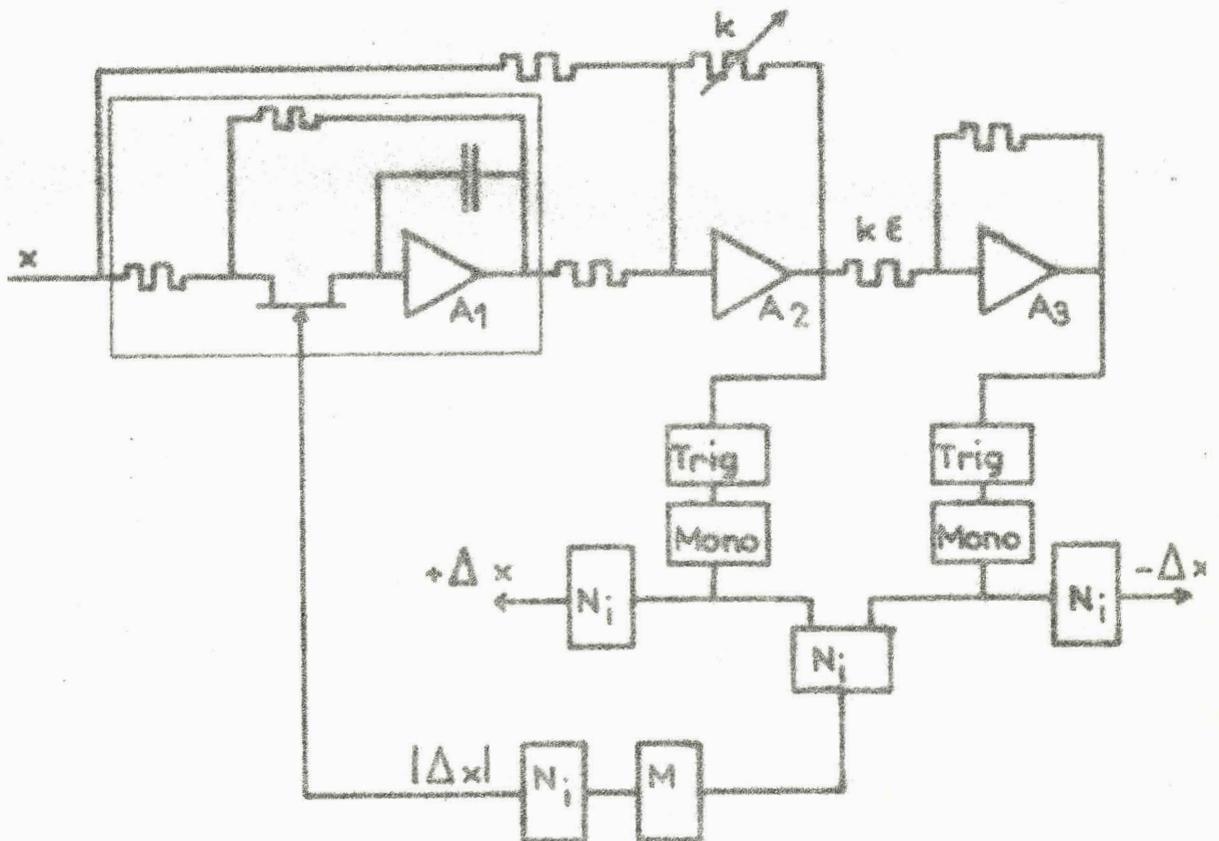


Figure 3

Schéma du modulateur

### 3.2.1 - Analyse du schéma

Nous observons d'abord l'échantillonneur bloqueur d'ordre zéro étudié au chapitre précédent.

L'amplificateur  $A_2$  où nous réalisons l'opération  $k(x-x_{\text{bloqué}})$  joue le rôle d'un comparateur. Cette dernière tension d'erreur  $\epsilon$  ainsi que son opposée ( $-\epsilon$ ), attaquent deux voies identiques mises en parallèle de réalisation pratique commode. Ainsi se trouve réalisée la non linéarité à seuil symétrique.

### 3.2.2 - Les triggers (schéma électronique : voir annexe n° 2)

Les triggers donnent les seuils  $h$  avec un certain hystérésis, ce dernier phénomène, non négligeable est essentiel afin d'éviter des basculements intempestifs autour de la valeur  $h$ .

Nous avons effectué le réglage  $h \approx 4 \text{ V}$  ; une valeur plus faible n'est pas souhaitable car l'erreur relative due aux dérives des transistors en fonction de la température serait plus importante, tandis qu'une valeur plus forte diminuerait la précision du modulateur en augmentant le quantum.

### 3.2.3 - Les bascules monostables (schéma voir annexe n° 3)

Elles délivrent des impulsions bien calibrées en durée. Différentes solutions sont possibles pour la réalisation des deux voies et de leur liaisons, certaines n'utilisant que deux bascules monostables. Cependant la 3e bascule réalise en fait la symétrie difficile à régler entre les 2 voies au niveau de la commande du bloqueur.

En outre les largeurs des impulsions  $+\Delta x$  et  $-\Delta x$  utilisées dans le quatrième chapitre peuvent ainsi être réglées indépendamment d'un signal  $|\Delta x|$

### 3.2.4 - Les fonctions NI

Elles servent à la mise en forme et à effectuer la sommation des impulsions  $(+\Delta x)$  et  $(-\Delta x)$  correspondant respectivement aux deux signes de l'accroissement de l'entrée  $x$ .

Les niveaux de sortie sont de 0 V et de - 10 V ce qui nous a amené à choisir des transistors à effet de champ à canal N comme interrupteurs électroniques.

L'utilisation des transistors adaptés à la commutation est rendue nécessaire, en effet des retards importants et différents entre les fronts de montée et de descente entraîne un décalage du niveau zéro du signal échantillonné bloqué.

### 3.2.5.- Les amplificateurs opérationnels

Un amplificateur Zeltex 145 E de bonne qualité est utilisé en vue de la réalisation du bloqueur, il est stabilisé par chopper, sa bande passante peut atteindre le mégahertz en charge.

Les deux autres amplificateur  $A_2$  et  $A_3$  étaient dans une première réalisation deux éléments de Nadac, en fait, ceux-ci sont peu élaborés et saturent facilement dès que le gain dépasse 50 ou dès que la fréquence atteint 10 Khz

Dans la réalisation finale, afin d'obtenir un module indépendant peu onéreux et plus performant, nous avons choisi deux amplificateurs Burr Brown du type 3024/15.

Le gain  $k$  adopté est de 20, une valeur plus forte entrainerait trop rapidement la limitation en fréquence

$$\begin{aligned} \text{Ainsi} \quad k &= 20 \\ h &= 4 \text{ V} \\ q &= 200 \end{aligned}$$

pour un signal de fréquence 10 hz et d'amplitude 10 V, la fréquence maximale des impulsions est donc de 2 Khz.

## 3.3 - Améliorations apportées au modulateur

### 3.3.1 - Entrée nulle

Conçu suivant le schéma précédent, le système bouclé se met facilement en saturation à chaque mise en marche, en effet au départ l'entrée est nulle et il en est de même pour le signal de commande.

Dans ce cas le transistor à effet de champ  $T_1$  du bloqueur  $B_0$  est non passant, l'entrée de l'amplificateur  $A_1$  bouclé par une faible capacité ( $C = 1000\text{pf}$ ) est en l'air et  $A_1$  sature rapidement. Pour éviter cet inconvénient, l'entrée de  $A_1$  doit être mise à la masse quand l'entrée est nulle. Il faut rendre  $T_1$  passant dans ce dernier cas.

La modification indispensable apparait à la figure 4 .

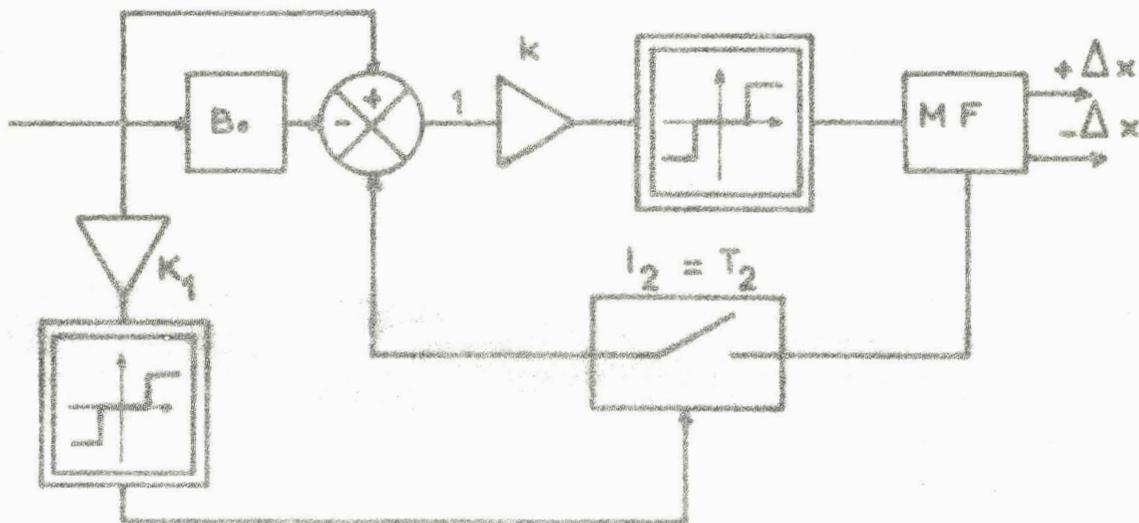


Figure 3

*Principe de la correction.*

L'interrupteur  $I_2$  ouvert et  $T_1$  est conducteur pour  $\epsilon < x < +\epsilon$ .  $I_2$  est constitué par un autre transistor à effet de champ commandé par la grille. La non linéarité a été réalisé de la même façon avec deux triggers de seuil = 4 V le gain  $K_1$  est de l'ordre de 100, d'où  $\epsilon = 40$  mV.

Le schéma complet du modulateur est donné à la figure 4.

Le schéma électrique est donné en annexe 4.

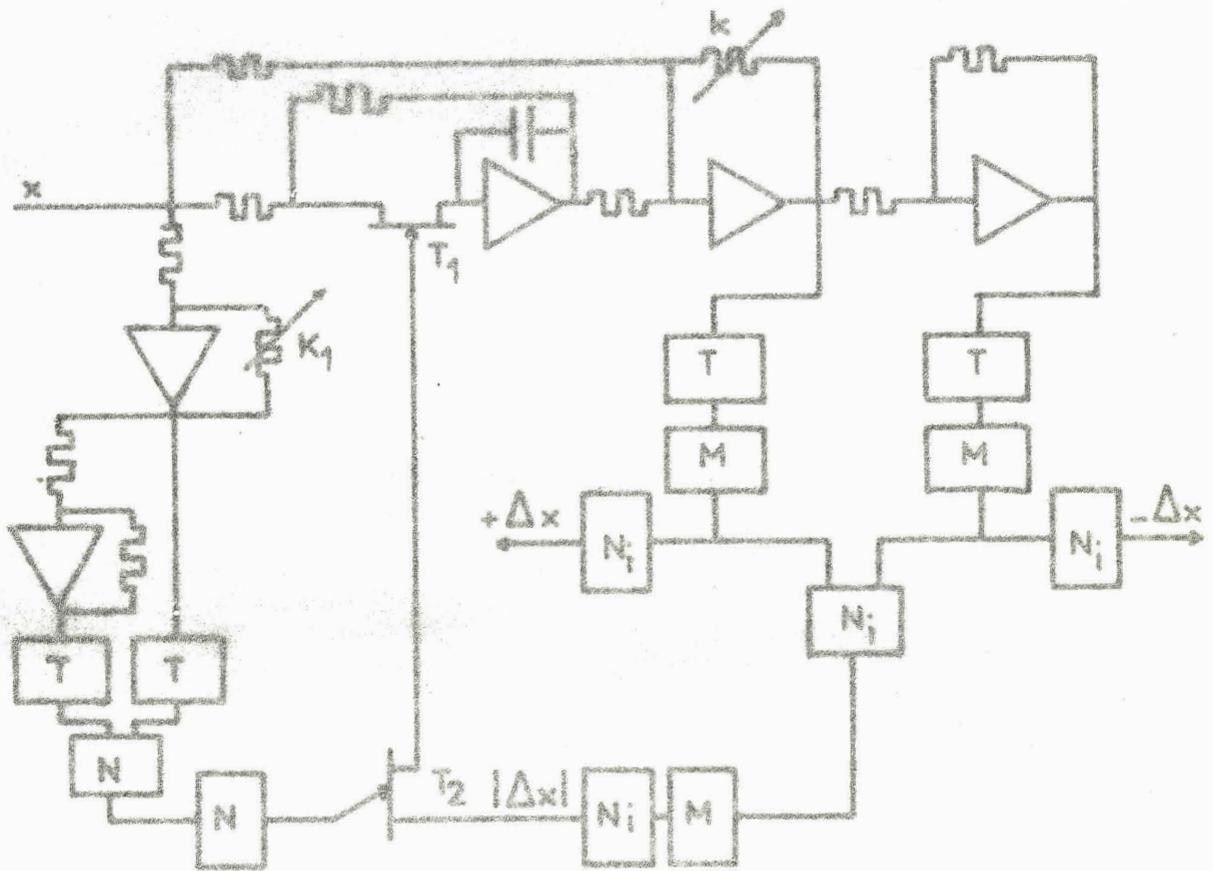


Figure 4

*Schéma du modulateur amélioré.*

3.3.1 - Entrée constante

Si l'entrée est constante ( $x = A$ ) au bout de quelques oscillations il n'y a plus de commande, on retrouve le problème de l'entrée nulle.

Cependant la correction n'est pas nécessaire si l'égalité  $e = A$  n'est vérifiée que pendant un court instant, c'est en fait le cas général (fonctions en crénaux).

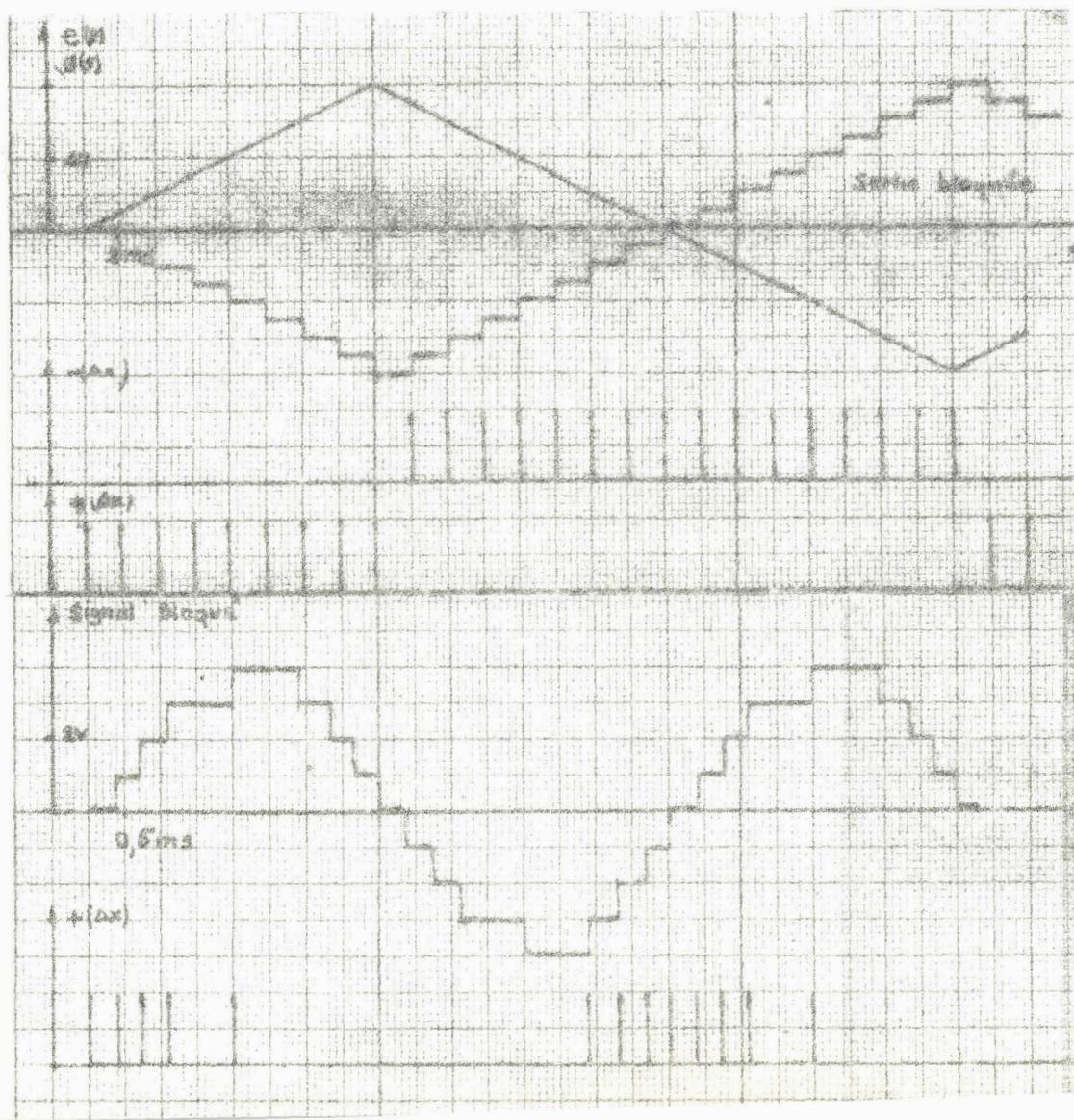
Dans l'hypothèse contraire, il faut prévoir une correction différente différente; par rapport à la dérivée de  $x$ . Si cette dernière est nulle ou si pratiquement  $\left| \frac{\Delta x}{T} \right| < \epsilon$  l'interrupteur I doit être ouvert.

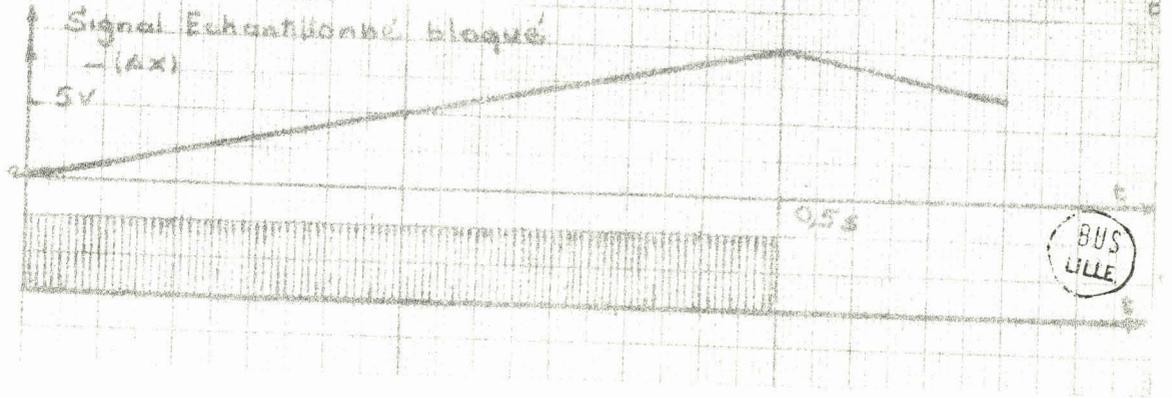
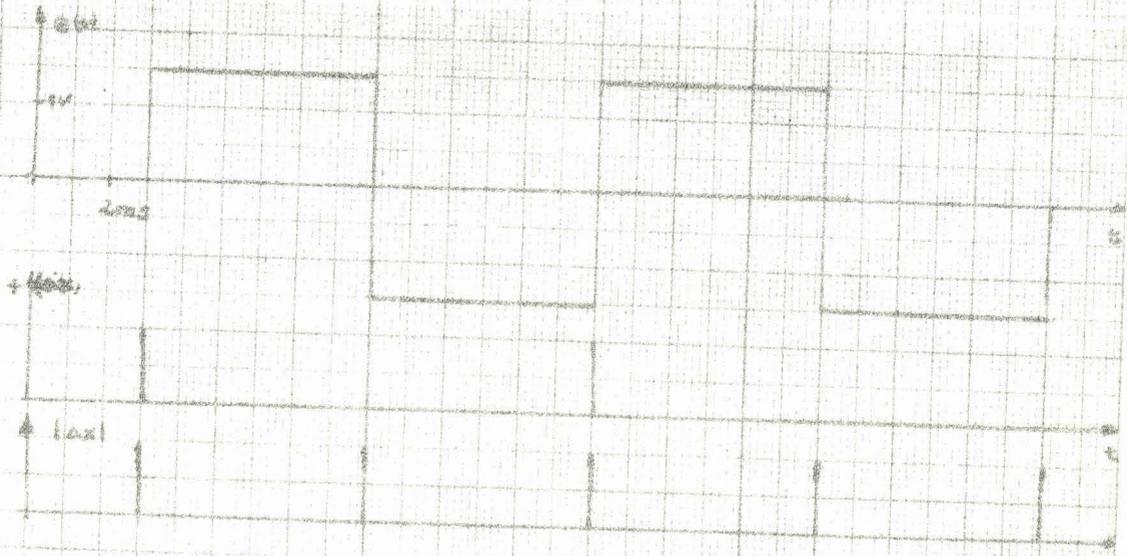
Nous avons vu dans le le Chapitre (annexe 1) comment on a obtenu le signal  $\frac{\Delta x}{T}$  en bloquant la tension qui apparait au noeud d'entrée du transistor à effet de champ  $T_1$  quand celui-ci ne conduit pas.

### 3.4 - Fonctionnement du modulateur de cadence

#### 3.4.1 - Oscillogrammes

Nous avons reproduit les oscillogrammes obtenus pour différents signaux et à diverses fréquences.

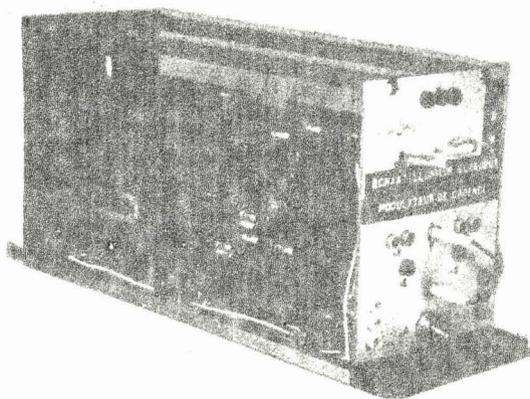




### 3.4.2 - Conclusion

Le modulateur proposé fonctionne sans dissymétrie notable pour des fréquences variant de 0,1 Hz à 1 KHz avec toutefois certaines restrictions en amplitude au voisinage de la pulsation de coupure. Cette limitation est essentiellement due à la faible bande passante des amplificateurs opérationnels utilisés.

L'opérateur a été mis sous forme modulaire enfichable sur Nadac 20 aussi son utilisation est considérablement facilitée. Il est individuellement possible d'oter la boucle d'asservissement de manière à utiliser une commande extérieure.



CHAPITRE 4

L'INTEGRATEUR DISCRET GENERALISE

4.1 - Introduction

L'intégrateur généralisé permet de sommer une fonction  $y(t)$  par rapport à une variable quelconque  $x(t)$ . Il ne fait donc pas intervenir le temps d'une façon explicite. Cet organe a été réalisé à partir du modulateur de cadence en introduisant la notion d'intégrale discrète.

4.2.- Principe de l'intégrateur généralisé

L'intégration de  $y(t)$  par rapport à  $x(t)$  s'effectue en injectant dans un intégrateur la valeur instantanée de cette grandeur chaque fois que  $x(t)$  a varié d'un quantum fixé par le seuil de la non linéarité du modulateur déjà présenté au chapitre précédent.

L'utilisation de deux voies parallèles permet de tenir compte du signe du quantum dont la fonction de commande a varié (Figure 1)

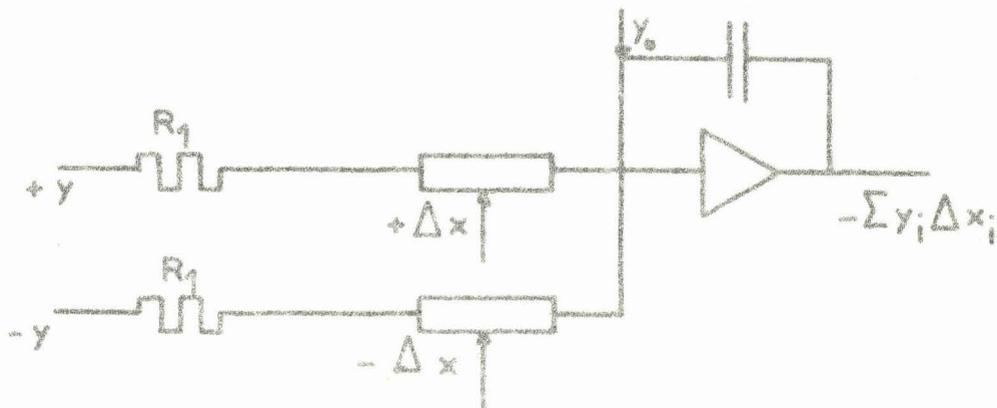


Figure 1

Schéma de principe de l'intégrateur

,  $y_0$  valeur initiale de  $y$  étant introduite en début de calcul, à la sortie nous obtenons ainsi :

$$I = y_0 + \sum_i y_i \Delta x_i$$

$I$  constitue une approximation de l'intégrale  $\int y dx$ , celle ci est d'autant meilleure que les quantums  $\Delta x_i$  ont une valeur absolue plus faible, la qualité de l'intégrateur est ainsi fortement lié au modulateur.

Les mêmes méthodes permettent simplement une généralisation et la résolution d'une somme d'intégrales par rapport à une variable différentielle.  $x(t)$ . Il suffit pour chaque fonction de disposer des signaux de commande  $(+\Delta x)$  et  $(-\Delta x)$ .

#### 4.3 - Analyse du schéma de base

##### 4.3.1 - Stabilité

La fonction de transfert de l'intégrateur représenté à la figure 1, s'écrit :

$$G_1 = - \frac{1}{R_1 C_p}$$

Le fonctionnement en échantillonné, avec des brusques variations d'amplitude et de fréquence provoque l'instabilité du système.

Afin d'éviter toute saturation de l'amplificateur opérationnel, le schéma doit être modifié (figure 2).

On obtient alors un premier ordre et dans ces conditions il vient :

$$G_2(p) = \frac{R_2}{R_1} \frac{-1}{1 + R_2 C_p}$$

$R_2$  est choisi de façon à approcher au mieux l'organe de calcul ( $R_2 > 1 \text{ M } \Omega$  tandis que  $R_1$  reste de l'ordre du  $\text{K} \Omega$ )

Cependant le gain statique  $k = - \frac{R_2}{R_1}$  est proportionnel à  $R_2$ , et par suite une valeur trop forte de  $R_2$  entraîne des dérives plus importantes. Pratiquement dans la réalisation nous avons  $R_2 = 2,2 \text{ M} \Omega$ , ou  $R_2 = 6,8 \text{ M} \Omega$

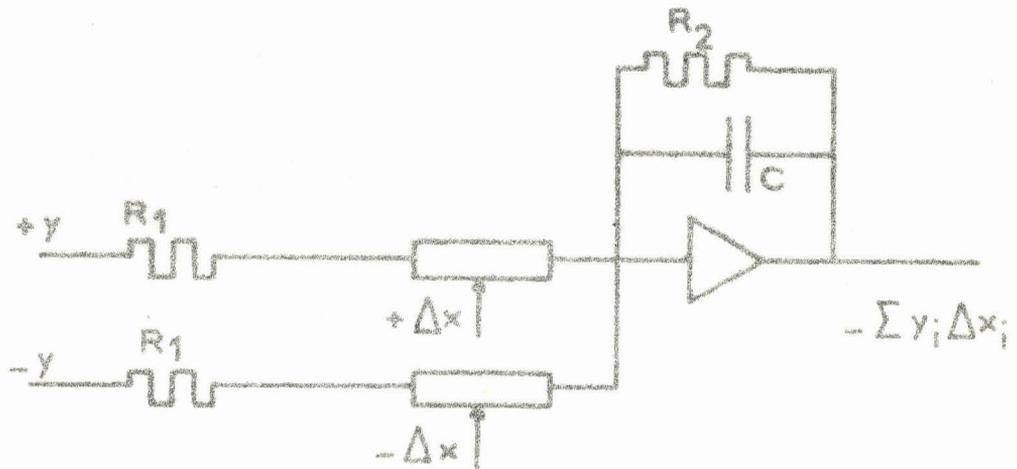


Figure 2  
Intégrateur modifié

#### 4.3.2 - Choix de $R_1$ et de $C$

L'intégrateur ne fonctionnant en fait que pendant la durée d'une impulsion de commande de l'interrupteur électronique, il faut choisir  $R_1$  et  $C$  de manière à permettre la charge complète de ce dernier,

Une valeur trop faible de  $C$  entraîne d'importantes erreurs dues à la décharge partielle du condensateur dans la résistance  $R_2$  et dans l'impédance d'entrée pendant le blocage.

Expérimentalement  $C > 10 \text{ nF}$

- Les impulsions de commande ( $+\Delta x$ ) et ( $-\Delta x$ ) ont été élargies :

$$\tau_c = 80 \mu\text{s}$$

(Tandis que  $\tau_{|\Delta x|} = 40 \mu\text{s}$  fourni par la 3e bascule monostable commande toujours le bloqueur.)

- Nous avons alors choisi :  $R_1 = 1 \text{ K}\Omega$  ,  $C = 10 \text{ nF}$  ,  $\tau_{R_1 C} = 10 \mu\text{s}$   
et à la limite :  $R_1 = 3,3 \text{ K}$  ,  $C = 10 \text{ nF}$  ,  $\tau_{R_1 C} = 33 \mu\text{s}$

#### 4.3.3 - Choix de l'amplificateur opérationnel.

Celui-ci doit avoir une large bande, et des dérivées aussi faibles que possibles.

Après différents essais nous avons opté pour l'amplificateur opérationnel Zeltex 145 E qui fonctionne entre les mêmes limites, et qui accepte les alimentations de la Nadac 20. Avec cependant des dérivées plus faibles tout en atteignant des fréquences du Mégahertz en charge. Cependant son impédance d'entrée est un peu faible (inférieur au  $M\Omega$ ) (ef notice détaillée en annexe).

#### 4.4 - Compensation des dérivées résiduelles

Avec le montage ainsi obtenu et pour un signal d'entrée non nul, on observe un décalage du niveau zéro à la sortie. Ce fait est dû à des dérives de l'amplificateur opérationnel commandé en échantillonné à des fréquences élevées.

Une compensation classique en courant n'a pas d'effet, mais introduit au contraire des bruits.

Une compensation directe en tension n'est valable que pour une fréquence et une amplitude donnée.

Finalement, un relais électronique a été utilisé pour court-circuiter la capacité C chaque fois qu'il n'y a pas de commande. Cette solution impose deux amplificateurs opérationnels supplémentaires (figure 3).

Cette solution conduit à une faible dérivée constante mais dans ces conditions le signal de sortie est déformé.

##### 4.4.1 - Compensation en fréquence

La correction de derive en fréquence (et partiellement en amplitude) est obtenue en appliquant une tension constante  $h$  à l'entrée de l'amplificateur opérationnel (figure 4) chaque fois qu'il y a une impulsion  $|\Delta x|$ .

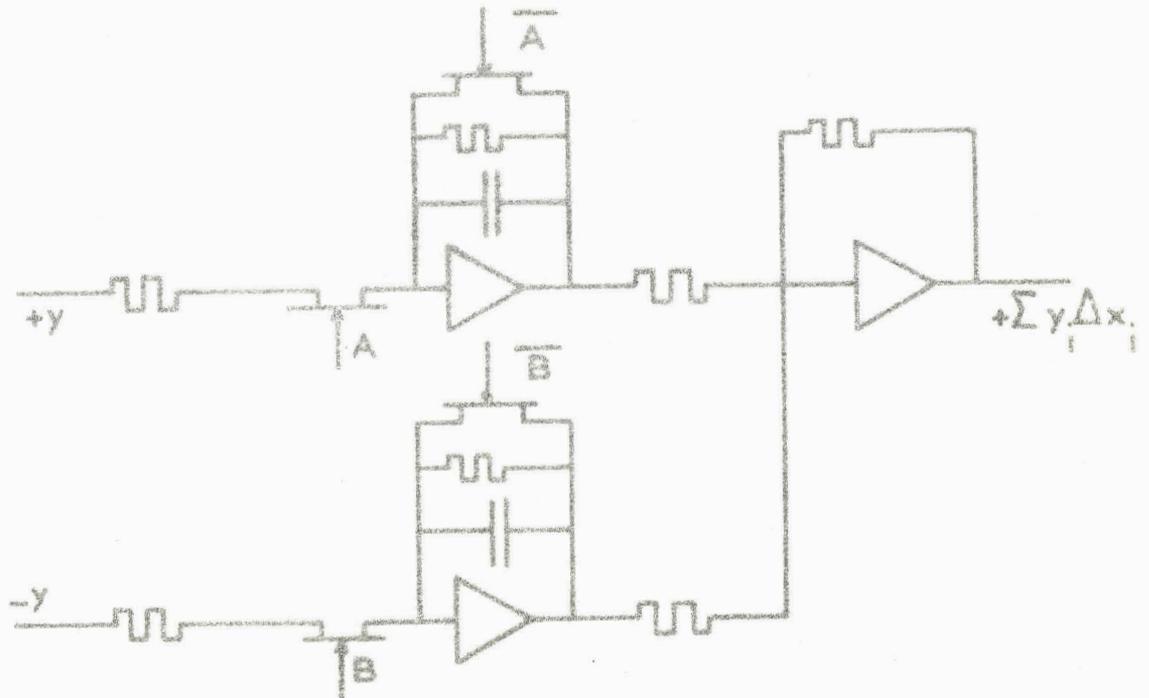
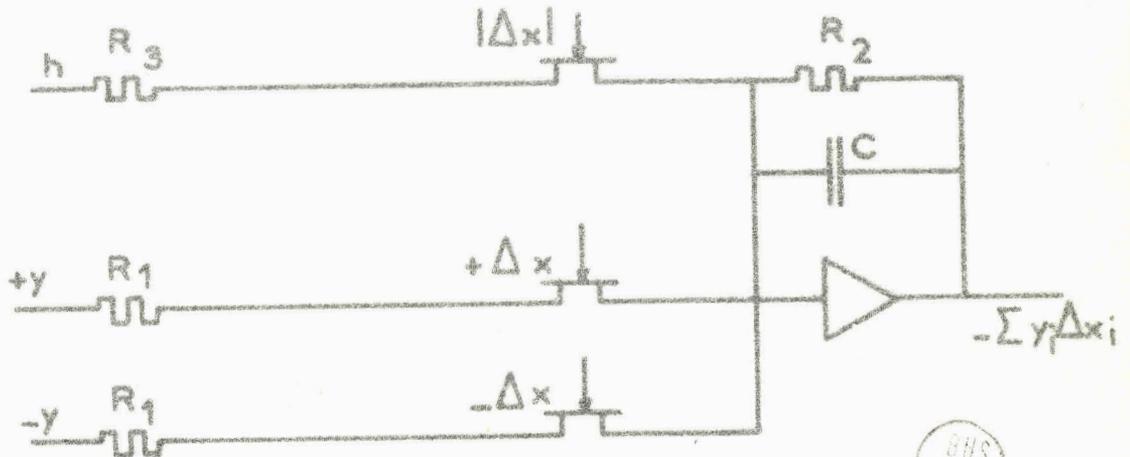


Figure 3

Correction de dérives par les relais électroniques



BUS LILLE

Figure 4

Compensation en Fréquence

Tableau des corrections

Amplitude du signal d'entrée	Correction en fonction de la fréquence à :			Correction en fonction de l'amplitude k :
	1 Hz	10 Hz	100 Hz	
2 V	0	0	- 0,320 V	0,06 V
3 V	0	0	0	00,09 V
4 V	0	→ 0,56	→ + 0,246V	0,14 V
6 V	0	→	+ 0,5 V	0,33 V

Les corrections en haute fréquence ont peu d'influence sur le signal de sortie aux faibles fréquences. Ce qui donne un résultat acceptable.

4.4.2 - Compensation en amplitude

Une compensation en amplitude est nécessaire pour réduire le décalage du niveau zéro, qui une fois la compensation en fréquence effectuée, reste constante.

On applique alors une faible tension k à l'entrée de l'amplificateur opérationnel (figure 5). Cette dernière correction n'est cependant pas linéaire en fonction de l'amplitude du signal

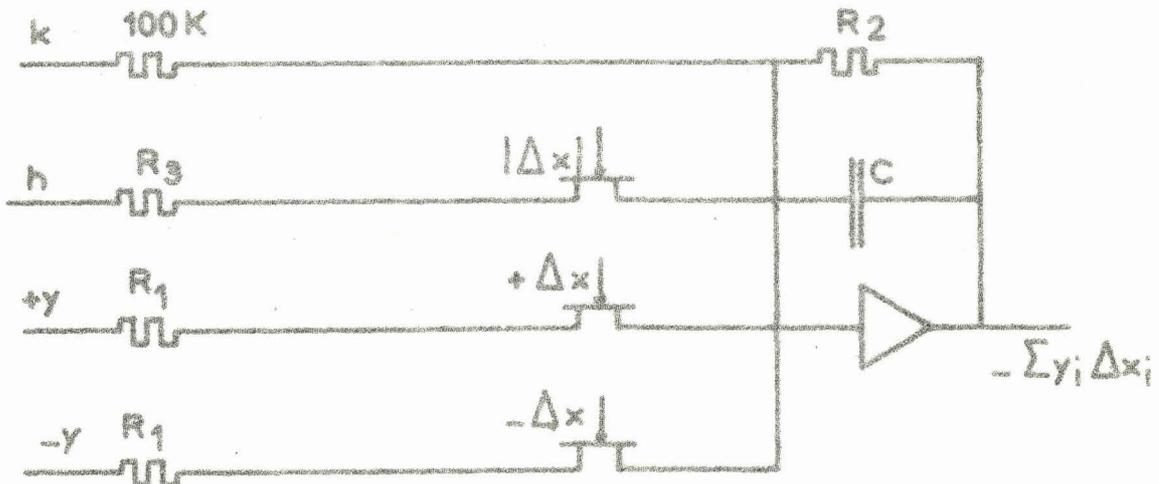


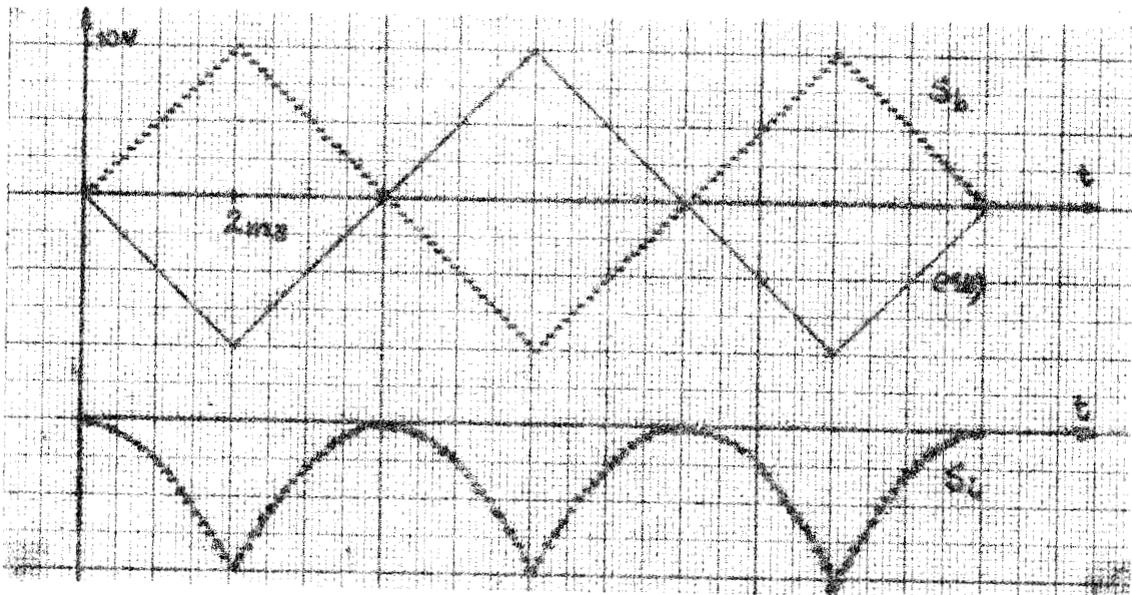
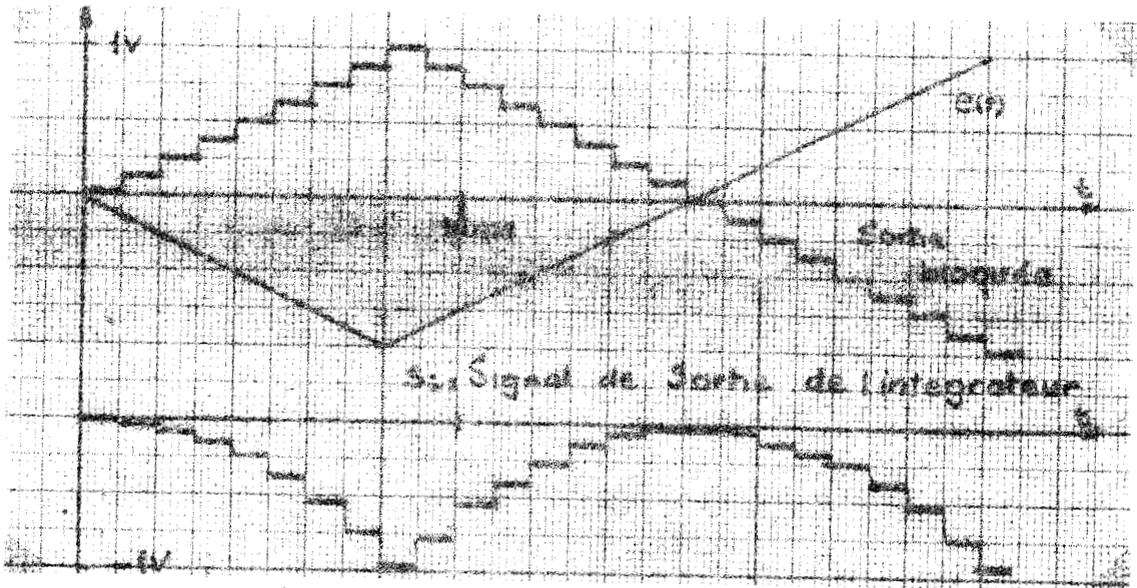
Figure 5

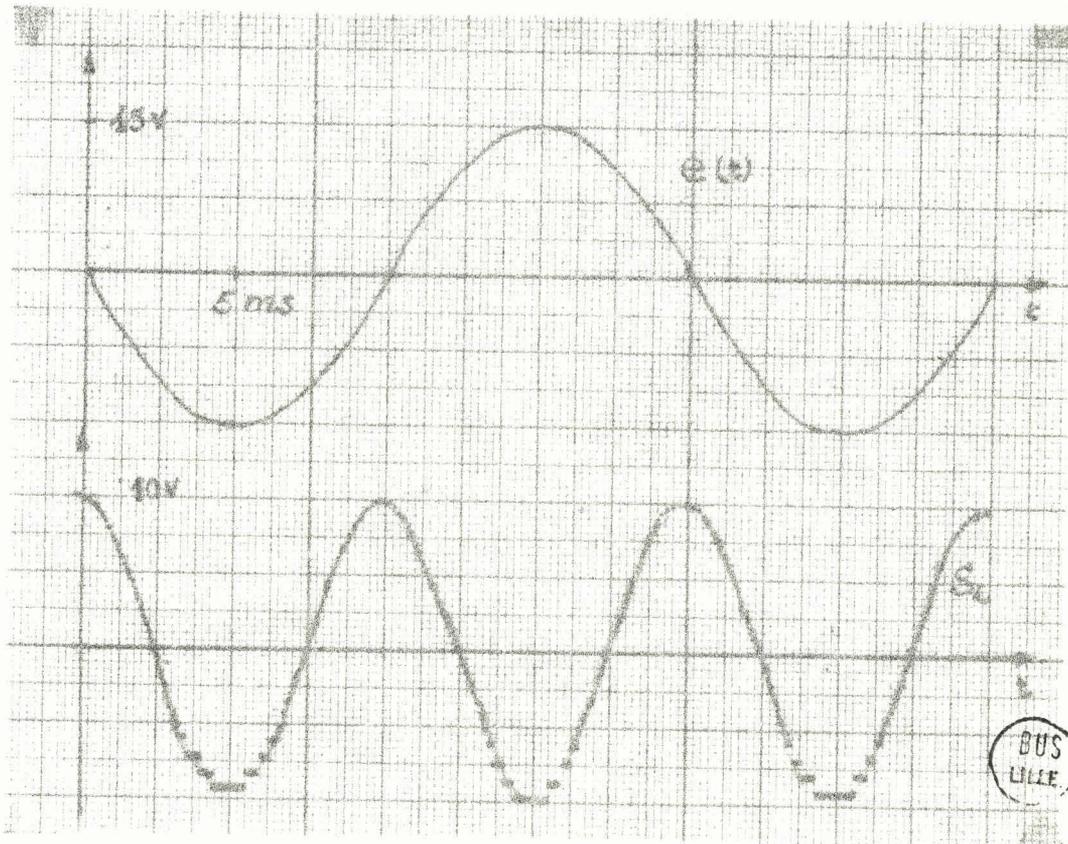
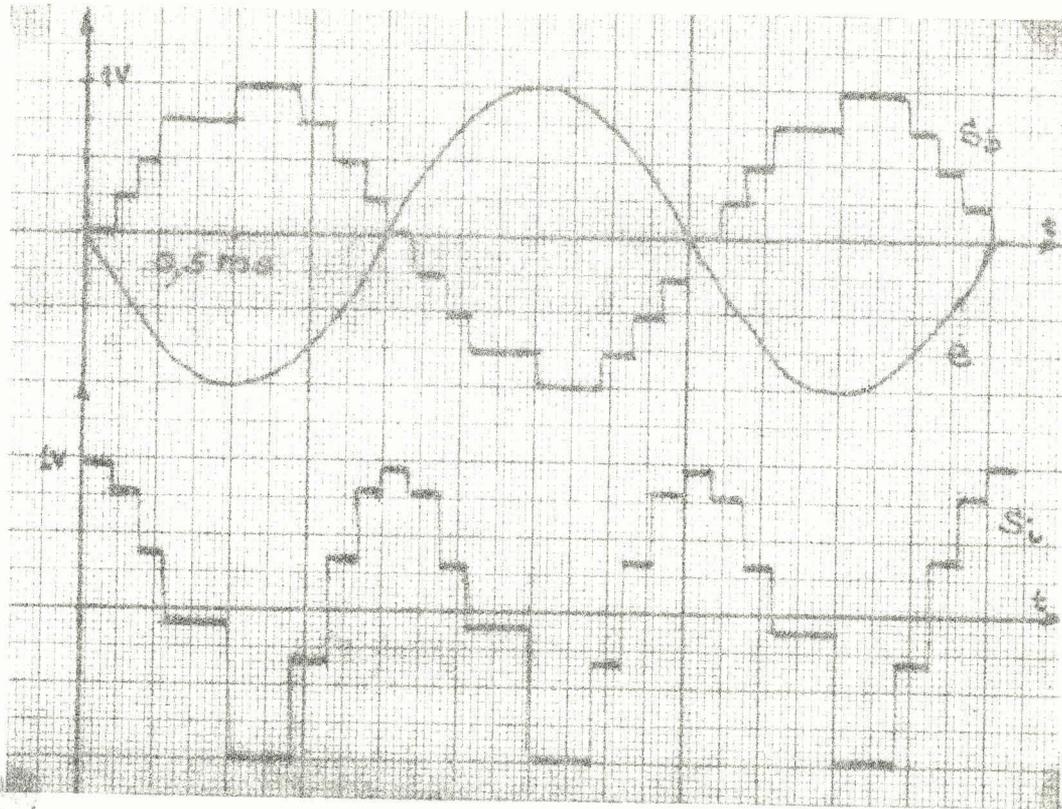
Bien que faibles, ces corrections ont une grande influence et le résultat final est acceptable.

Dans certains cas elles peuvent être réglées à l'avance selon les limites supposées par le signal d'entrée et dans ces conditions elles sont pratiquement parfaites.

#### 4.5 - Fonctionnement de l'intégrateur généralisé

Nous avons vérifié le fonctionnement de l'intégrateur généralisé corrigé en calculant les intégrales  $\int x dx$  en envisageant successivement une fonction  $x$  triangulaire et sinusoïdale à différentes fréquences.



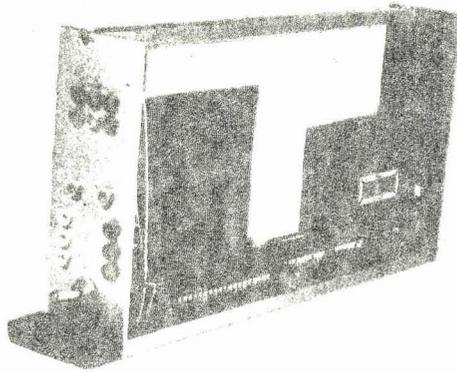


BUS  
LILLE

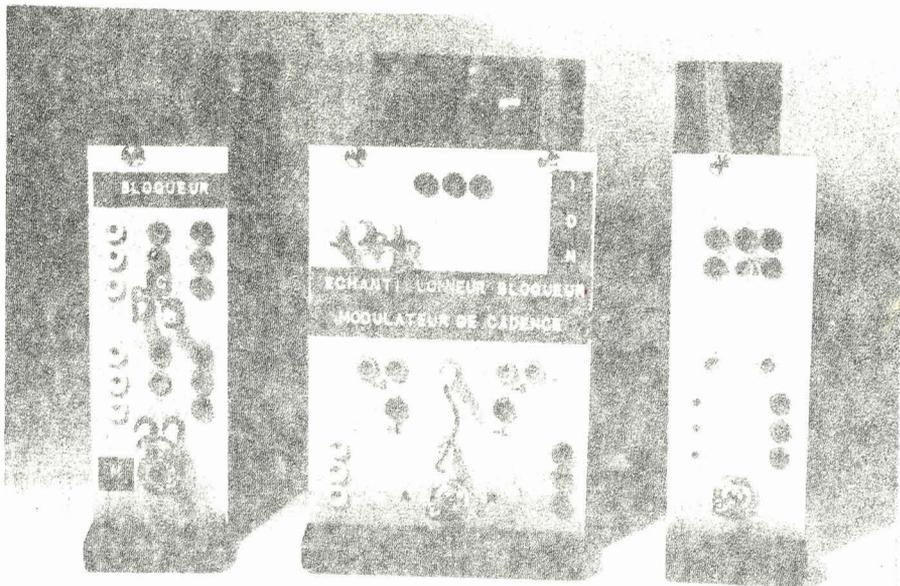
#### 4.6 - CONCLUSION

La dérive de l'intégrateur a posé des problèmes qui n'ont pu être résolus par des moyens classiques, ce fait est dû au mode de fonctionnement particulier souhaité pour cet élément.

A partir d'un schéma simple dans son principe, nous avons été amené à développer le montage de manière à réaliser les corrections indispensables et à permettre l'utilisation d'éléments moins performants, tout en assurant un fonctionnement acceptable de l'intégrateur généralisé.



*Module intégrateur discret*



Modules bloqueurs modulateur de cadence et intégrateur discret.

## CHAPITRE V

### GENERATEURS de FONCTIONS

#### 5.1 - Introduction

Le calculateur analogique par courants continus permet de réaliser très simplement certaines opérations comme la multiplication par une constante l'addition ou l'intégration par rapport au temps .

##### 5.1.1 - Générateurs de fonctions à diodes

Dans le cas plus général, pour la simulation d'une fonction  $y = f(x)$  (où  $x$  est une fonction quelconque du temps) on a recours à des générateurs de fonctions. Dans la technologie actuelle, afin d'obtenir une rapidité, ces derniers sont pour la majorité des traducteurs de fonctions à diodes.

Ils approchent  $y = f(x)$  par une suite de segments de droite juxtaposés. Cependant leur utilisation reste peu commode du fait des nombreux réglages de seuils et de pentes dont dépendra la précision. Cela amène à concevoir des éléments immédiatement disponibles sur la machine, réservés spécifiquement à certaines fonctions (multiplieur, générateur de fonction carrée, etc..) Toutefois qu'ils soient spécialisés ou non tous les générateurs sont onéreux.

##### 5.1.2 - Générateurs de fonctions avec des opérateurs intégrateurs généralisés.

Dans le cadre de l'exploitation d'un petit calculateur analogique universel, l'utilisation d'éléments intégrateurs généralisés standards apparaît comme une solution peu coûteuse et beaucoup plus souple pour réaliser certaines fonctions  $y = f(x)$  .

La méthode générale pour élaborer  $y = f(x)$ ,  $x$  étant connu, consiste alors à réaliser à l'aide des opérateurs précédents un modèle analogique de variable d'intégration  $x$  dont la sortie est  $y$ .

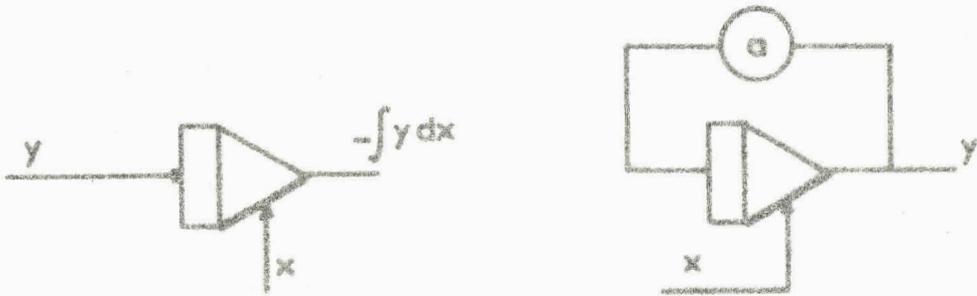
Dans la suite nous traiterons une série d'exemples de générateurs de fonctions particuliers qui correspondent à des schémas analogiques de réalisation simple et d'utilisation facile.

### 5.2 - Fonction exponentielle

Soit  $y = e^{ax}$ , il vient :

$$dy = a e^{ax} dx = a y dx$$

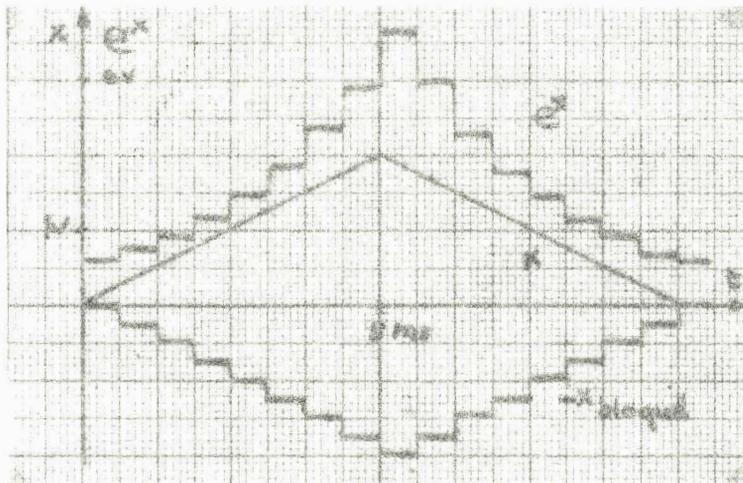
L'utilisation d'un seul intégrateur généralisé suffit à réaliser le générateur correspondant, suivant le schéma de la figure 1 :



a) Schéma de l'intégrateur

b)  $y = -e^{+ax}$

Figure 1



### 5.3 - Fonction carrée

Soit  $y = x^2$

d'où  $dy = 2 x dx$

et le schéma de câblage en résulte immédiatement (figure 2) :

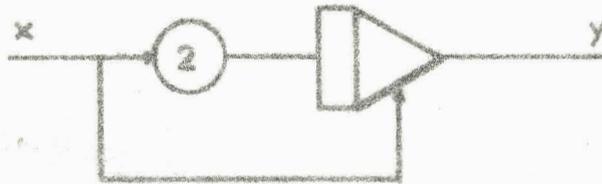


Figure 2

$$y = - x^2$$

(Cf enregistrements obtenus au chapitre précédent)

Cette technique est évidemment susceptible de généralisation.

### 5.4 - Fonction polynomiales

$$y = \sum_{i=0}^{i=n} a_i x^i$$

C'est une combinaison linéaire de puissances successives de  $x$ . Celles ci sont réalisées par une succession d'intégrateurs généralisés en cascade.

Le schéma de calcul est immédiat (figure 3)

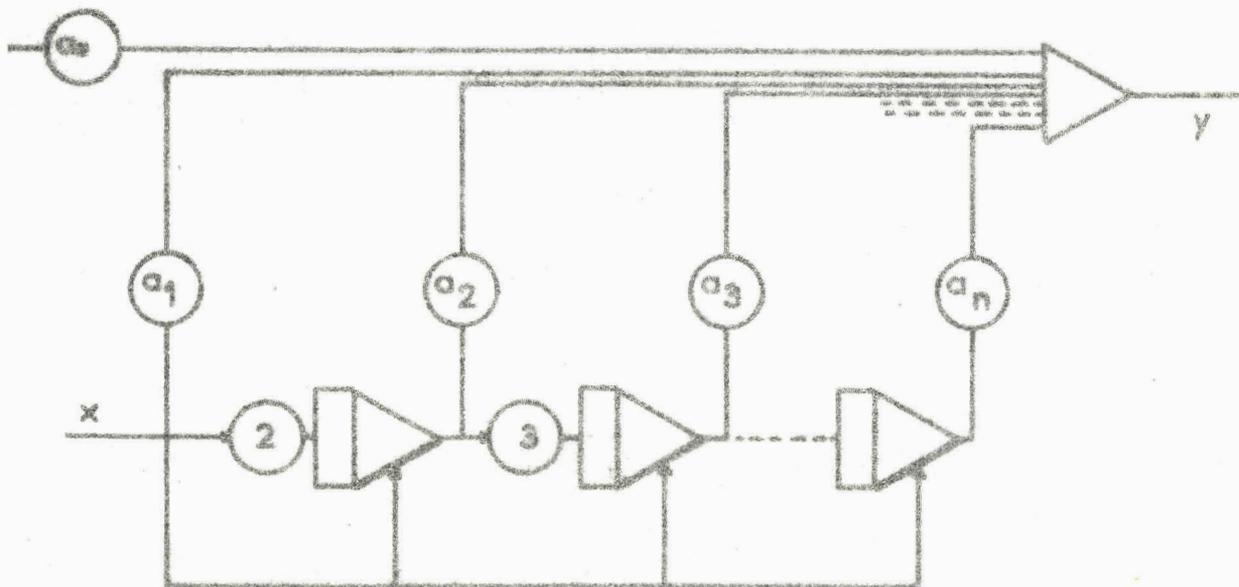


Figure 3

$$y = \sum_{i=0}^{i=n} a_i x^i$$

Le générateur qui permet d'élaborer  $y = \sum_{i=0}^n a_i x^i$  peut conduire à une approximation de  $y = f(x)$  dans un certain domaine de variation de  $x$ .

Cette méthode est donc très générale. Cependant elle demande un important travail de calcul préalable relativement aux coefficients et ne donne pas une précision meilleurs que les techniques classiques.

### 5.5 - Multiplieur

Soit  $z = xy$

Il vient :  $dz = x dy + y dx$

d'où  $z = \int x dy + \int y dx$

Le schéma nécessite deux intégrateurs généralisés correspondant aux deux variables différentielles  $x$  et  $y$  (figure 4).

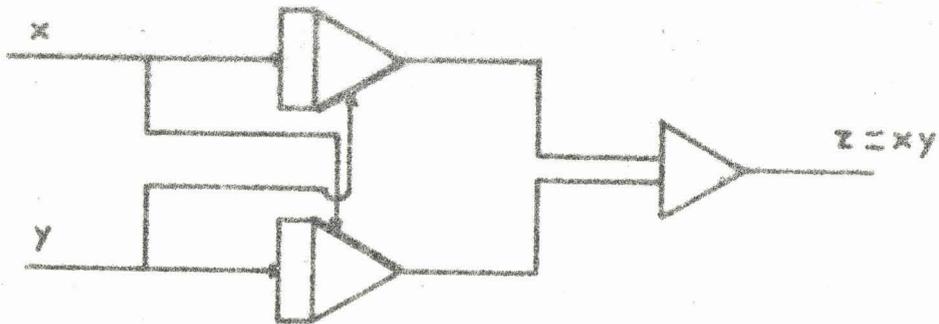


Figure 4 :  $z = xy$

### 5.5 - Fonction inverse et carré de l'inverse

Soit  $y = \frac{1}{x}$

il vient :  $dy = -\frac{dx}{x^2}$  et  $\int -\frac{1}{2} \frac{dx}{x} = \frac{1}{x}$

d'autre part  $\int \frac{2}{x} d(\frac{1}{x}) = \frac{1}{x^2}$  d'où le schéma figure 5

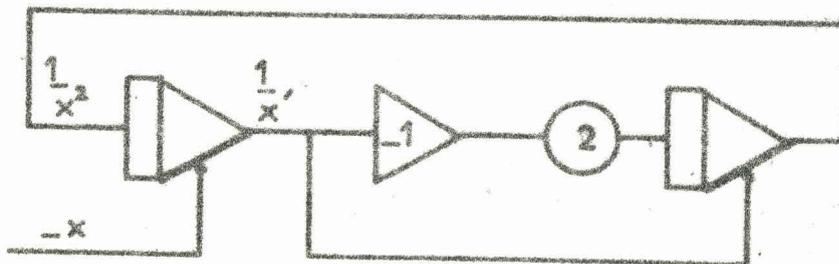


Figure 5  
 $y = \frac{1}{x}$  et  $y^2 = \frac{1}{x^2}$

### 5.7 - Fonction division

La division peut s'effectuer à l'aide d'un bloc multiplieur et d'un bloc inverse, mais cela demanderait 4 intégrateurs généralisés.

Réaliser directement cette opération avec moins d'éléments en introduisant une fonction intermédiaire (4)

Soit à simuler  $z = \frac{y}{x}$

ou  $y = x z$

$$dy = x dz + z dx$$

posons  $dw = -z dx$

$$dy - x dz + dw = 0$$

en mettant en évidence dz :

$$dz = dy + dw + (1-x) dz$$

d'où

$$z = y + w + \int (u-x) dz$$

Le schéma de calcul en résulte (figure 6)

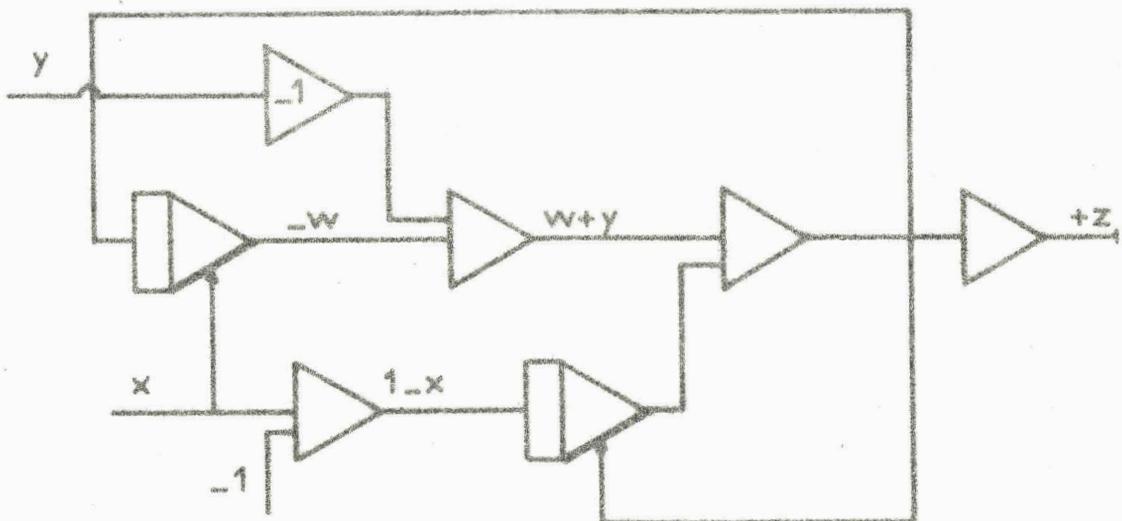


Figure 6 :  $z = \frac{y}{x}$

### 5.8 - Fonctions sinus cosinus

Ces fonctions sinus et cosinus sont souvent nécessaires à la résolution d'un vecteur en ses coordonnées polaires ou rectangulaires généralement elles sont réalisées à l'aide des résolveurs à potentiomètres sinus cosinus éléments spécialisés et coûteux.

L'utilisation de deux intégrateurs discrets couplés permet de réaliser facilement ces deux fonctions .

Soit  $y = \sin x$   
 $z = \cos x$

$$y = \int \cos x \, dx = \int z \, dx$$
$$z = \int -\sin x \, dx = \int -y \, dx$$

D'où le schéma (figure 7).

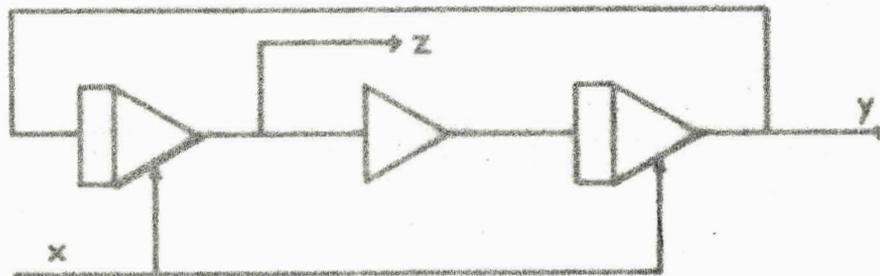


Figure 7

$$y = \sin x - z = \cos x$$

### 5.9 - Fonctions $y_1 = \sqrt{x}$ et $y_2 = \log x$

La simulation de  $y_1$  et de  $y_2$  s'effectue en utilisant le fonction inverse, en effet :

$$y_1 = \sqrt{x} \qquad y_2 = \text{Log } x$$
$$dy_1 = \frac{dx}{2\sqrt{x}} = -\frac{dx}{y_1} \times \frac{1}{2} \qquad dy = \frac{dx}{x}$$

d'où les schémas de simulation

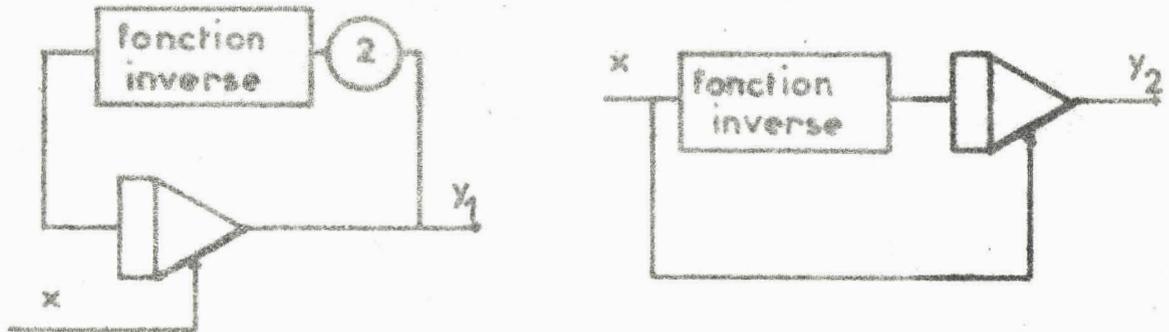


Figure 8 :  $y_1 = \sqrt{x}$   
 $y_2 = \text{Log } x$

5.10 - Résolution de l'équation  $y = x^y$

Ces types d'équations se rencontrent en thermodynamique et les réseaux d'abaques  $pv^{\gamma} = \text{cte}$  sont d'une grande utilité pour tous les calculs d'application.

Soit :

$$y = x^y$$

$$dy = \gamma x^{\gamma-1} dx = \gamma \frac{y}{x} dx$$

Compte tenu de l'utilisation du bloc diviseur, le schéma complet utilise trois intégrateurs généralisés (figure 9).

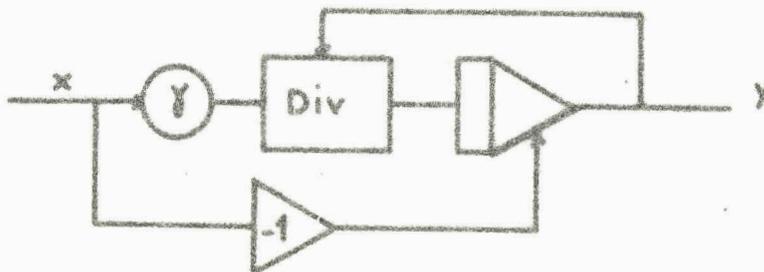


Figure 9 :  $y = x^y$

Un tel montage permet d'effectuer un balayage paramétrique par variation du paramètre  $\gamma$  qui peut être affiché sur potentiomètre ou asservi à un signal extérieur.

### 5.11 - Conclusion

Comme nous l'avons vu dans les exemples précédents, la disponibilité de plusieurs intégrateurs généralisés standards permet de réaliser de façon commode des fonctions très diverses. Ainsi avec deux éléments on peut obtenir par exemple  $e^x$ ,  $x^2$ ,  $xy$ ,  $\frac{1}{x}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{y}{x}$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ , ...

Toute la partie délicate du réglage des pentes et des seuils dans un générateur de fonctions à diode est remplacée par un simple câblage. Il est intéressant de noter l'analogie profonde qui apparait entre les méthodes que nous venons d'évoquer et les divers aspects des applications du calcul multivitesse. (5).

## CHAPITRE VI

### APPLICATION DE L'INTEGRATEUR GENERALISE à la RESOLUTION

#### DES EQUATIONS aux DERIVES PARTIELLES.

##### 6.1 - Introduction

La réalisation de l'opérateur décrit dans les chapitres précédents permet d'étendre les possibilités d'utilisation d'un calculateur analogique de type courant. En effet chacun des nouveaux éléments admet une variable d'intégration qui peut être choisie arbitrairement.

Nous avons d'abord essayé d'étendre les méthodes classiques; ainsi, avec beaucoup de souplesse, et en exploitant les méthodes du calcul multivitesse nous pouvons résoudre des problèmes relatifs à l'automatisation de la machine qui demande normalement un matériel important et de plus traiter de façon simple certains types d'équations aux dérivées partielles. Enfin, la méthode de résolution par discrétisation temporelle analogique classique, a pu être envisagée grâce à la structure hybride de notre opérateur de calcul.

##### 6.2 - Premières applications du calcul multivitesse

Les calculateurs usuels de type Nadac 20 ne possède en général que deux vitesses de calcul, l'une lente (résolution normale) l'autre plus rapide utilisée en répétitif. L'ensemble de la machine fonctionne selon un de ces deux modes.

###### 6.2.1 - Exploration paramétrique

Soit à étudier l'influence de la variation d'un paramètre dans un problème particulier, pour obtenir une évolution automatique des valeurs de ce dernier on a recours à un deuxième calculateur qui l'effectue à vitesse lente, tandis que le premier résout le problème en répétitif.

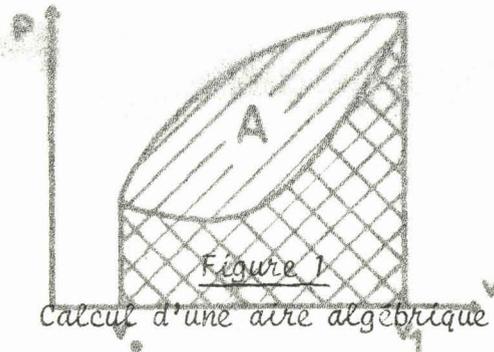
L'utilisation d'intégrateurs généralisés indépendants, permet d'effectuer et de généraliser cette exploration sur une seule machine.

En effet chaque paramètre qui peut être simulé par ces éléments peut varier de façon indépendante du temps avec sa vitesse propre, tandis que le problème décrit des cycles de calcul rapide.

On arrive ainsi à balayer l'espace des paramètres par des surfaces engendrées par des lignes adaptées à la régions particulière à étudier.

### 6.2.2 - Intégrales multiples

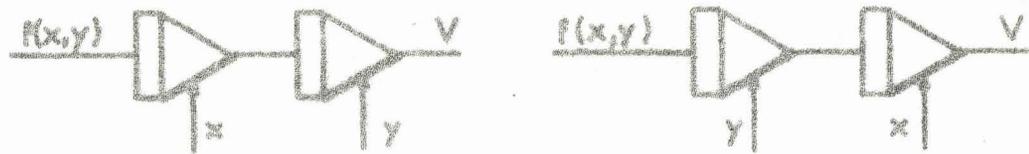
Par définition l'aire  $A = \int f(x)dx$  s'obtient immédiatement grâce à l'intégrateur généralisé quand la variable différentielle décrit une courbe fermée. Par exemple le calcul de l'aire algébrique d'un diagramme de Watt correspondant à un travail et tracé dans le plan (p,v) peut être directement effectué à partir des grandeurs fournies par des capteurs (figure 1).



La généralisation à des intégrales multiples ne pose pas de difficultés  
Ainsi le Calcul du volume :

$$V = \int_{y_2}^{y_1} \int_{x_2}^{x_1} f(x,y) dx dy$$

peut se faire suivant les schémas :



$$V = \int_{y_2}^{y_1} \left| \int_{x_2}^{x_1} f(x,y) dx \right| dy = \int_{x_2}^{x_1} \left| \int_{y_2}^{y_1} f(x,y) dy \right| dx$$

Figure 2

Calcul de l'intégrale  $\iint f(x,y) dx dy$

6.3 - Apport à deux méthodes classiques de résolution d'équations aux dérivées partielles.

6.3.1 - Méthode de séparation des variables

La séparation des variables s'applique aux équations linéaires. Elle consiste à remplacer la variable dépendante par une combinaison linéaire de fonctions ne dépendant chacune que d'une seule variable. Il est possible de déduire de l'équation transformée un système d'équations différentielles ordinaires.

Avec l'utilisation des opérateurs de calculs définis précédemment, chaque relation est résolue indépendamment des autres sur le même calculateur à une vitesse uniquement fonction de la variable d'intégration considérée.

6.3.2 - Méthode des caractéristiques

Cette méthode s'applique aux équations de la forme :

$$a \frac{\delta \theta}{\delta x} + b \frac{\delta \theta}{\delta y} + c = 0 \quad \text{où } a, b, c \text{ sont des fonctions de } x, y \text{ et } \theta.$$

La résolution se fait indirectement en introduisant un paramètre, intermédiaire  $s$ , abscisse curviligne du point courant le long de la ligne caractéristique de direction  $(a, b, c)$ .

On aboutit au système paramétrique différentiel (1)

$$(1) \quad \begin{aligned} \frac{dx}{ds} &= a \\ \frac{dy}{ds} &= b \\ \frac{dz}{ds} &= c \end{aligned}$$

La programmation de (1) sur calculateur ne pose pas de difficultés particulières ; il constitue le noyau du problème. Cependant pour déplacer la ligne caractéristique et décrire la surface solution correspondante aux conditions initiales imposées, il faut faire varier ces dernières dans les différentes équations du système différentiel. Cette opération se fait sans difficultés avec des opérateurs intégrateurs généralisés.

#### 6.4 - Application à certains types particuliers d'équations aux dérivées partielles

##### 6.4.1 - 1er type

Les équations de la forme  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = g(x, y, \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y})$  données avec des conditions initiales peuvent être résolues directement suivant un schéma analogue aux méthodes classique (figure 3).

Toutefois si le problème est donné avec des conditions aux limites, il y a lieu de rechercher les conditions initiales des différents intégrateurs pour y parvenir. Dans ce cas, il faut comparer la sortie  $f_1$  avec la condition aux limites et rectifier les valeurs introduites en début de calcul, à l'aide d'une boucle de calcul complémentaire.

La généralisation de cette méthode peut être envisagée sans complications pour tous les cas où le 1er membre de l'équation est une dérivée de toutes les dérivées partielles du 2e membre et seulement quand les conditions initiales sont connues.

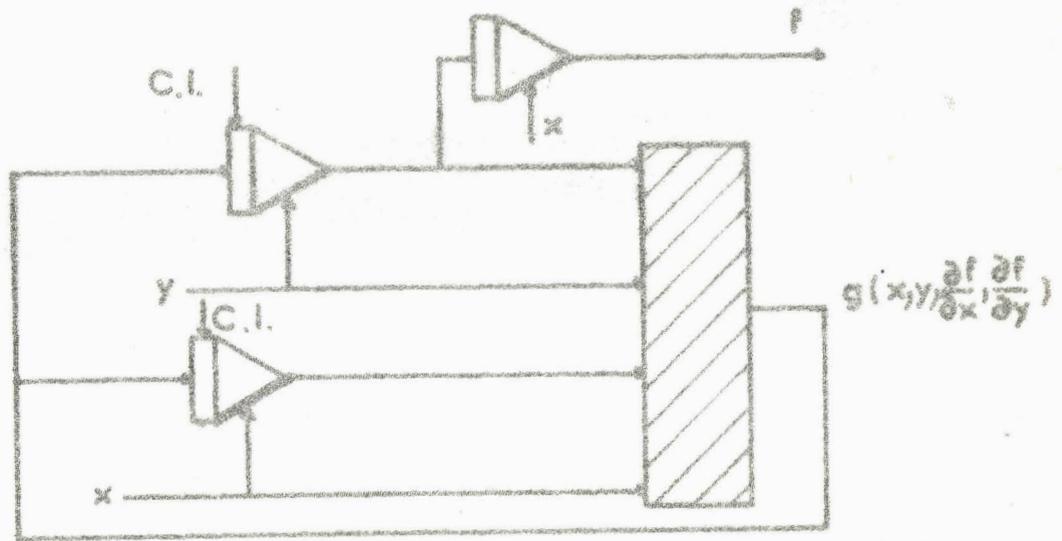


Figure 3

Résolution de  $\frac{\delta^2 f}{\delta x \delta y} = g(x, y, \frac{\delta f}{\delta x}, \frac{\delta f}{\delta y})$

6.4.2 - 2e Type

Tout système physique se présentant sous la forme de relations entre différentes dérivés partielles et de conditions initiales uniquement est également susceptible de traitement simple à l'aide d'intégrateurs généralisés.

En reprenant l'exemple de Mr Forbes (4) soit le système :

$$\begin{array}{l}
 \frac{\delta^2 F}{\delta x^2} = K \frac{\delta F}{\delta t} \\
 \frac{\delta^2 F}{\delta x \delta t} = \frac{\delta^2 F}{\delta t \delta x} \\
 \frac{\delta^2 F}{\delta t^2} = k \frac{\delta^2 F}{\delta x^2} \\
 \frac{\delta^2 F}{\delta x \delta t} = C \frac{\delta F}{\delta x}
 \end{array}$$

Or :

$$\begin{aligned}
 \text{II} \quad & \left. \begin{aligned}
 F &= \int \frac{\delta F}{\delta x} dx + \int \frac{\delta F}{\delta t} dt \\
 \frac{\delta F}{\delta x} &= \int \frac{\delta^2 F}{\delta x^2} dx + \int \frac{\delta^2 F}{\delta x \delta t} dt \\
 \frac{\delta F}{\delta t} &= \int \frac{\delta^2 F}{\delta x \delta t} dx + \int \frac{\delta^2 F}{\delta t^2} dt
 \end{aligned} \right\}
 \end{aligned}$$

en remplaçant certaines dérivées partielles du système II, tirées du système I on obtient :

$$\begin{aligned}
 \text{III} \quad & \left. \begin{aligned}
 F &= \int \frac{\delta F}{\delta x} dx + \int \frac{\delta F}{\delta t} dt \\
 \frac{\delta F}{\delta x} &= K \int \frac{\delta F}{\delta t} dx + C \int \frac{\delta F}{\delta t} dt \\
 \frac{\delta F}{\delta t} &= C \int \frac{\delta F}{\delta x} dx + \int kK \frac{\delta F}{\delta t} dt
 \end{aligned} \right\}
 \end{aligned}$$

Le schéma de calcul se déduit immédiatement du système III (figure 4).

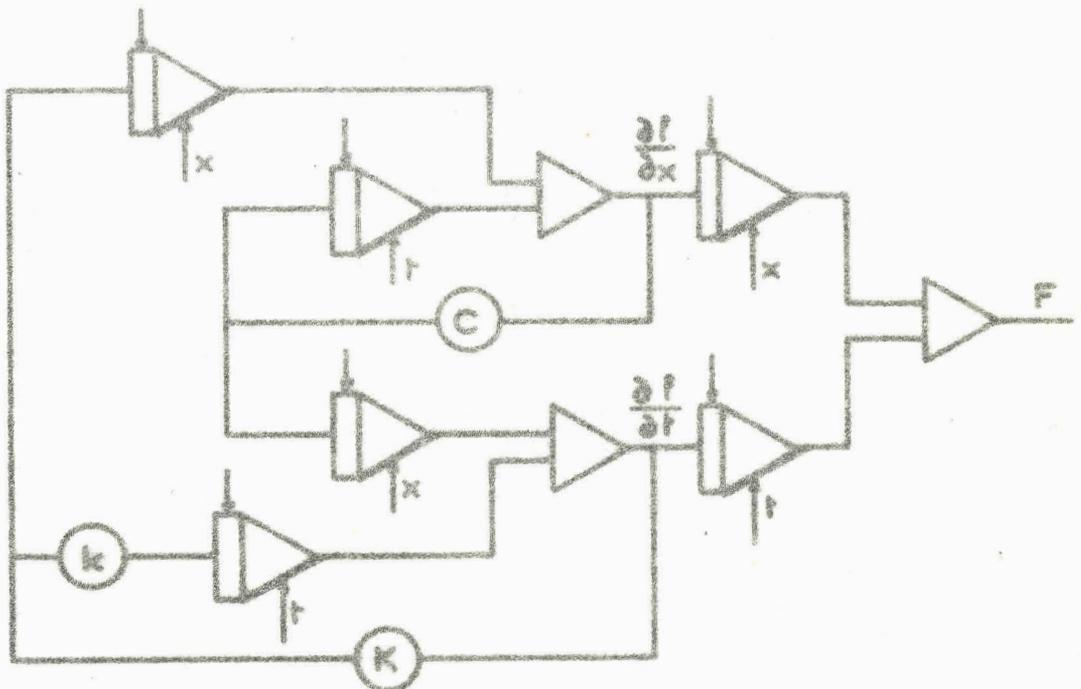


Figure 4

Résolution d'un système d'équations aux dérivées partielles

## 6.5 - Adaptation hybride de la méthode de la discrétisation temporelle

### 6.5.1 - Introduction

La méthode de discrétisation temporelle est rarement utilisée en calcul analogique classique, elle nécessite en effet une mémoire analogique. Dans le cas général où on n'en dispose pas on retombe sur les inconvénients dus à l'importance du matériel mis en oeuvre et on leur préfère alors la méthode de la discrétisation spatiale où les conditions aux limites s'introduisent aisément.

La structure hybride de notre élément va permettre de réaliser facilement la mémorisation et d'exploiter cette méthode bien adaptée au cas des paramètres non linéaires et fonction du temps.

### 6.5.2 - Méthode purement analogique

Pour plus de clarté la méthode est appliquée à un exemple :

Soit l'équation :

$$\frac{\delta u(x,t)}{\delta t} = \frac{\delta^2 u(x,t)}{\delta x^2} + f(x,t)$$

où  $u(x,t)$  est la température d'un milieu, avec des sources de chaleurs définies par  $f(x,t)$ .

Nous supposons que la chaleur se propage dans la direction des  $x$  dans le volume limité par deux plans ( $x = 0$  et  $x = \ell$ ).

On recherche la répartition de la température  $u(x,t)$  à partir de  $t = 0$ , pour lequel on connaît  $u(x,0) = U(x)$ , les autres conditions aux limites sont :

$$u(0,t) = u_0(t)$$

$$\frac{\delta u(\ell,t)}{\delta x} = 0 \quad \text{le milieu est isolant pour } x > \ell$$

$f(x,t)$  est supposé connu.

Le temps  $t$  est divisé en intervalles égaux  $\Delta t$  :

$$t_i = i \Delta t$$

$$u(x, t_i) = u_i(x) = u_i$$

$$f(x, t_i) = f_i(x) = f_i$$

L'approximation se fait sur  $\frac{\delta u(x, t)}{\delta t}$

$$\frac{\delta u(x, t_i)}{\delta t} = \frac{u(x, t_i) - u(x, t_{i-1})}{\Delta t} = \frac{u_i - u_{i-1}}{\Delta t}$$

L'équation (1) devient :

$$\frac{d^2 u_i}{dx^2} = \frac{u_i - u_{i-1}}{\Delta t} - f_i(x, t_i)$$

et le schéma de simulation s'en déduit (figure 5).

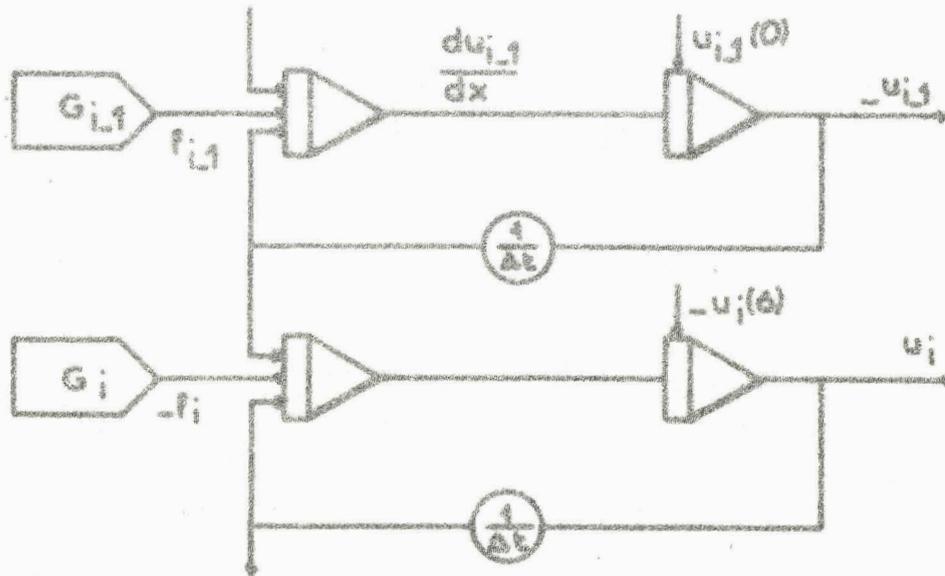


Figure 5

Simulation de  $\frac{d^2 u_i}{dx^2} = \frac{u_i - u_{i-1}}{\Delta t} - f_i(x, t_i)$

Il se pose un problème de détermination de  $\frac{\delta u}{\delta x}(0,t)$  pour les conditions initiales des premiers intégrateurs. Celles ci doivent être déterminées par approximation successive de telle façon que l'égalité

$$\frac{\delta u}{\delta x}(l, t_i) = 0 \text{ soit satisfaite.}$$

Le schéma précédent peut se simplifier en introduisant une mémoire analogique, chaque  $u_i$  étant en effet déterminé à partir de  $u_{i-1}$ . Dans ce cas on ne conserve que la simulation d'une seule cellule (figure 6).

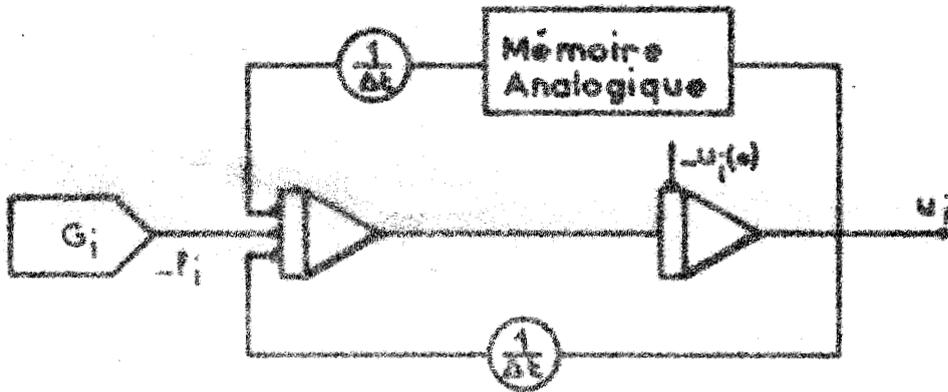


Figure 6

*Schéma de simulation simplifié.*

Ce stockage d'informations sous forme analogique pendant le cycle de calcul de détermination des premières conditions initiales est difficile à réaliser. Des parties de l'intégrateur discret généralisé permettent d'effectuer cette mémorisation.

### 6.5.3 - Méthodes hybrides adaptées à la discrétisation temporelle

La sortie de l'intégrateur généralisé est échantillonnée tandis que le modulateur fournit des impulsions. Deux types de mémoires hybrides peuvent être réalisés suivant la nature de l'information stockée:

— Un bloqueur avec remise à zéro commandé par des impulsions de la variable d'intégration. Au dernier cycle de calcul d'une cellule, il bloque donc la valeur de  $u_i$  servant à la phase suivante pour la résolution de  $u_{i+1}$ .

Si les fréquences sont suffisamment élevées, les erreurs dues aux fuites de capacités sont faibles.

— Le modulateur de cadence permet une conversion analogique digitale. La sortie impulsionnelle peut être stockée et retardée du temps désiré dans un registre à décalage. La reconversion digitale analogique se fait à l'aide d'un sommateur discret ajoutant un quantum chaque fois qu'il y a une impulsion

Le système devient (figure 7) :

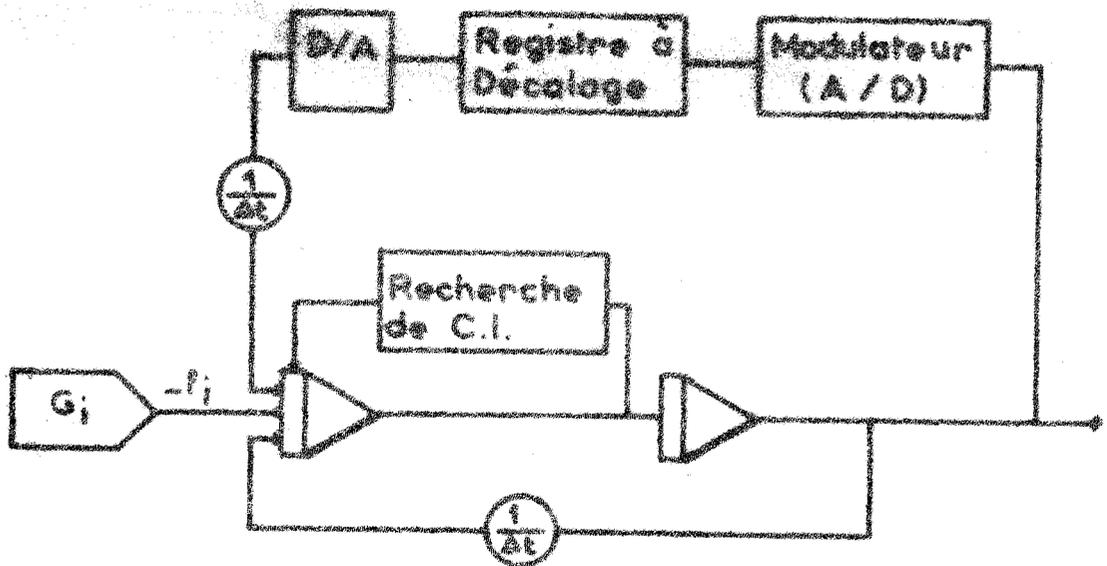


Figure 7

*Schéma de calcul hybride*

C'est la fin du cycle de recherche de conditions initiales qui ouvre le registre à décalage afin d'obtenir  $u_i$  nécessaire au calcul de  $u_{i+1}$ .

## 6.6 - Conclusion

L'utilisation de nos opérateurs simplifié la résolution de certains problèmes régis par des équations aux dérivées partielles. Cependant, sauf des cas particulier, l'écueil principal présenté par la recherche de conditions initiales afin d'aboutir aux conditions aux limites imposées n'a pas pu être évité.

La mobilisation d'une partie du calculateur pour cette recherche qui doit s'effectuer rapidement peut se concevoir avec nos éléments. Cependant dans le cas d'un seul ou de deux paramètres, il semble qu'une approximation successive par tâtonnements soit plus rapide.

---

## CONCLUSION GENERALE

---

L'opérateur de calcul hybride réalisé au cours de cette étude généralise la notion d'intégration telle qu'elle s'introduit normalement sur calculatrice analogique et permet cette opération relativement à une variable quelconque.

Parmi les principales applications se dégagent trois ensembles principaux : d'une part la mise en oeuvre de traducteurs de fonctions, d'autre part les possibilités relativement au calcul multi-vitesses, et ensuite la simulation de certaines équations aux dérivées partielles.

Les principales difficultés que nous avons rencontrées tant dans la mise en oeuvre que dans l'utilisation de notre opérateur de calcul sont relatives aux propriétés des composantes qui ne répondent pas toujours aux nécessités de notre méthode de calcul.

Deux voies se dégagent actuellement quant au développement des travaux présentés dans ce mémoire. Nous envisageons de reprendre la construction de l'intégrateur généralisé en raison des progrès récents de la technologie dans ce domaine ; ensuite à partir du seul principe que nous avons utilisé nous aborderons d'autres applications dans le cadre la théorie des systèmes échantillonnés à modulation de période.

---

ANNEXE I

Réalisation d'un organe de différentiation

Le résultat de la différentiation mathématique d'une grandeur par les méthodes classiques de calcul analogique est souvent inutilisable en raison des bruits qui se superposent au signal utile.

On peut alors approximer la dérivée d'une fonction  $y(t)$  par une différence finie :

$$y'(t) \approx y^* = \frac{\Delta y}{T}$$

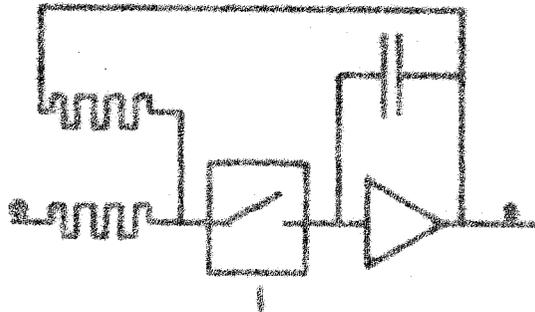


Figure 1

Schéma de l'échantillonneur-bloqueur

Reprenant le schéma de l'échantillonneur bloqueur (figure 1) nous remarquons qu'au noeud d'entrée du transistor à effet de champ (qui joue le rôle d'interrupteur), quand celui-ci ne conduit pas, apparaît la différence

$$\Delta y = y_{n+1} - y_n$$

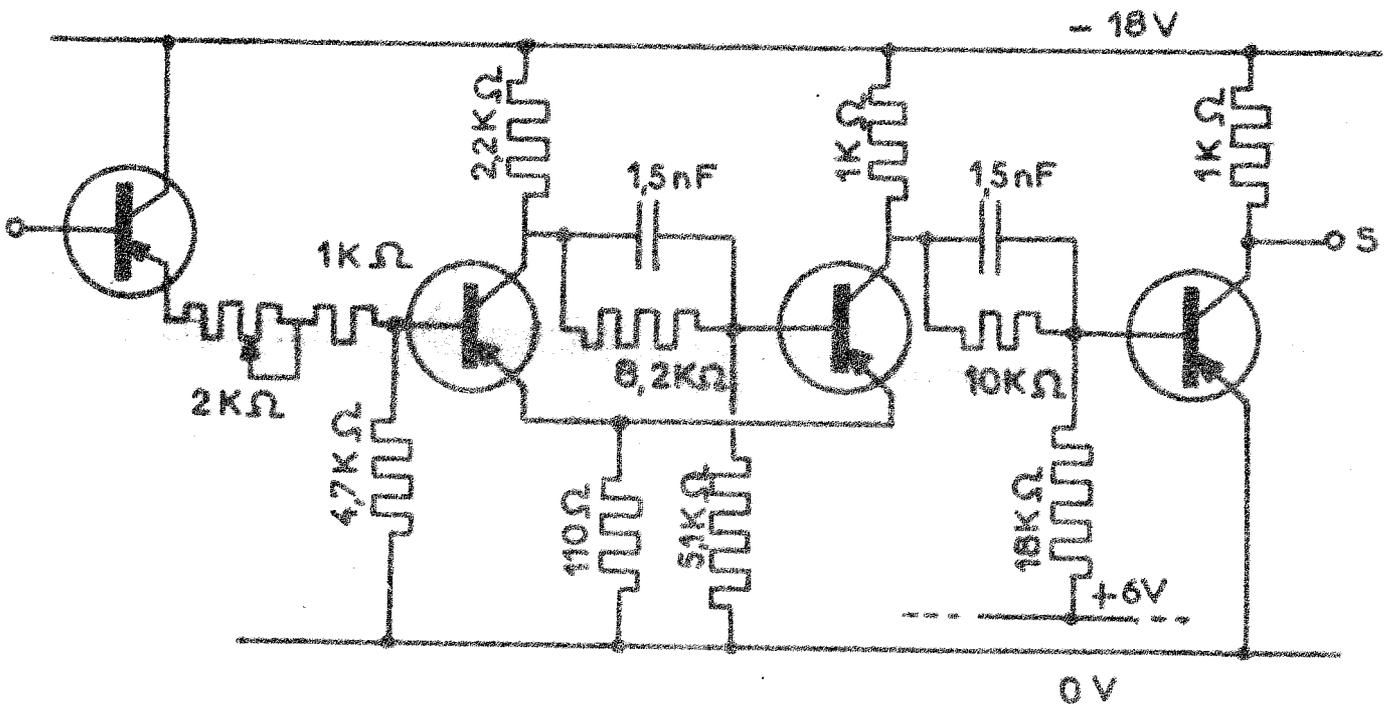
Il suffit de bloquer ce signal à la même fréquence que celle de l'échantillonnage pour obtenir une approximation de la dérivée.

Extension :

On peut étendre le résultat d'une part à la dérivation à l'ordre  $n$ , d'autre part, à l'aide d'une commande modulée de l'interrupteur électronique, à la dérivation par rapport à une variable quelconque.

ANNEXE II

Schéma électronique des Triggers

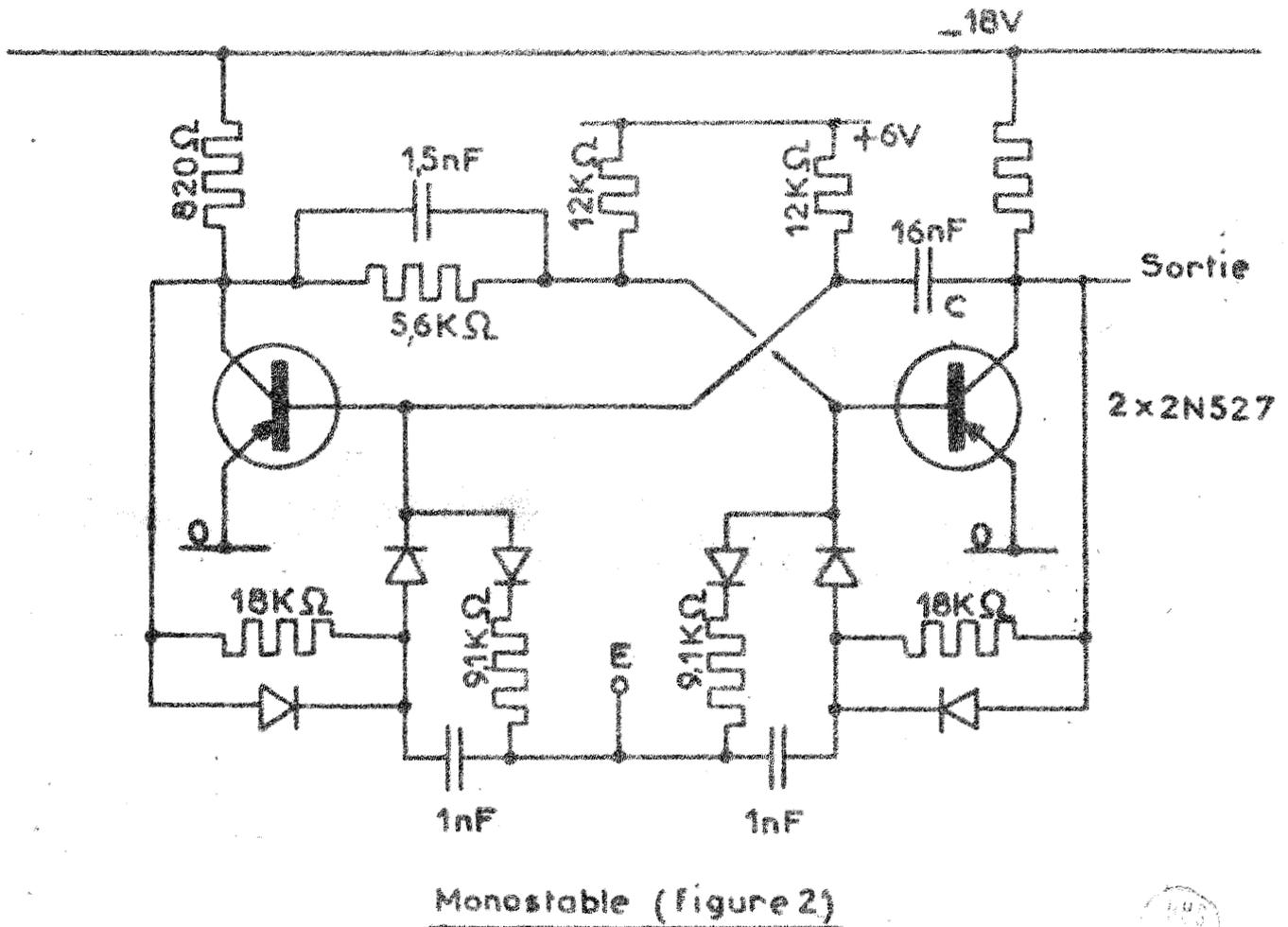


Trigger (figure 1)

Les quatre transistors utilisés sont des 2N 527 d'usage courant.  
Le réglage du seuil se fait par la résistance variable d'entrée de 2KΩ.

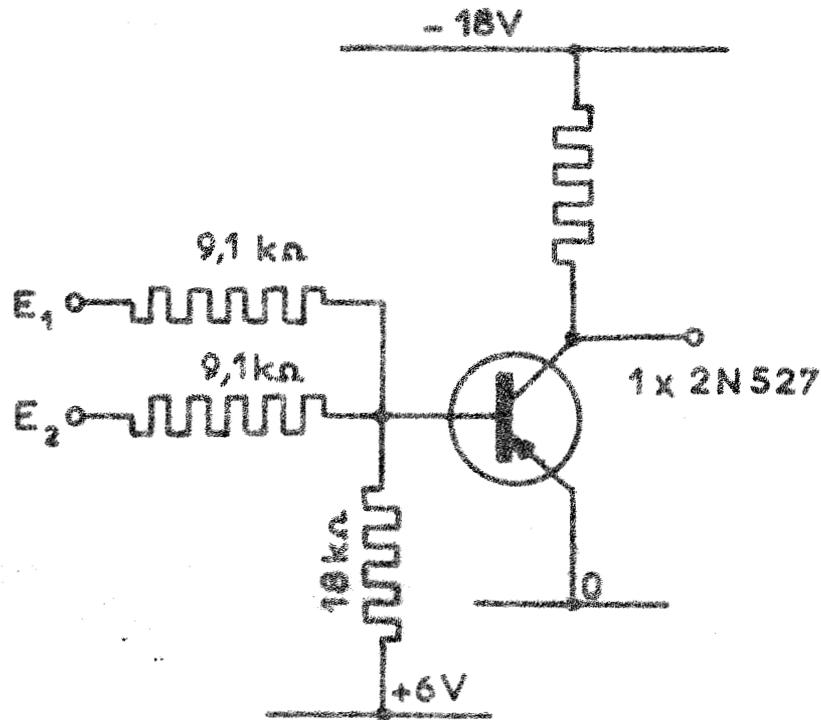
ANNEXE III

3.1. Schéma électronique des bascules monostables



Le réglage de la largeur des impulsions se fait par la capacité C.

3.2. Schéma électronique des fonctions  $N_i$



NI (figure 3)



Certains transistors 2N 527, d'utilisation courante, ont été ensuite remplacés par des SFT 228 mieux adaptés à la commutation rapide (temps de montée 100 ns).



Le câblage des différents éléments qui composent le modulateur de cadence d'un train d'impulsions par un signal analogique a été réalisé sur des plaquettes véroboard enfichables à 25 entrées (notées A, B, C... etc). Les détails de connections d'entrée et de sortie des diverses fonctions sont donnés ci-dessous en vue des réglages et des contrôles ultérieurs.

Plaquette 1 et 2 :

Trigger      { e : K  
                  s : D

bascule  
monostable    { e : W  
                  s : N

Ni             { e : X  
                  s : Z

abréviations :

e : entrée

s : sortie

Plaquette 3 :

OU            { e : { E  
                  F  
                  s : D

Ni<sub>3</sub>          { e : U  
                  s : T

Ni<sub>1</sub>          { e : { K  
                  L  
                  s : J

Ni<sub>4</sub>          { e : Y  
                  s : X

Plaquette 4 :

3:bascule     { e : X  
monostable    { s : P

Commande du 1er transistor à effet de champ : J

Commande du 2e transistor à effet de champ : H

Plaque 5 :

Un amplificateur opérationnel Zeltex 145 E

Plaque 6 : 4 amplificateurs opérationnels Burr-Brown

$$A_2 \left\{ \begin{array}{l} e : \begin{cases} L \\ M \end{cases} \\ s : X \end{array} \right.$$

$$A_4 \left\{ \begin{array}{l} e : C \\ s : K \end{array} \right.$$

$$A_3 \left\{ \begin{array}{l} e : N \\ s : Y \end{array} \right.$$

$$A_5 \left\{ \begin{array}{l} e : A \\ s : J \end{array} \right.$$

Plaque 7 :

$$\text{1er Trigger : } \left\{ \begin{array}{l} e : X \\ s : S \end{array} \right.$$

$$\text{2e Trigger : } \left\{ \begin{array}{l} e : K \\ s : D \end{array} \right.$$

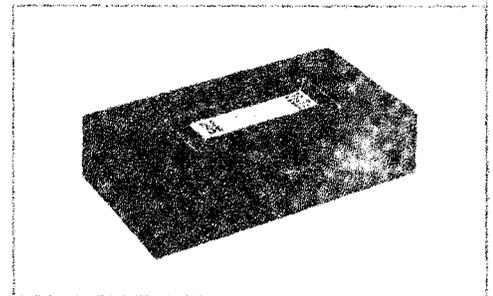


	Min.	Typ.	Max.	Units
Input Voltage Drift vs. Temperature vs. Supply vs. Time		± 10 ± 30 ± 100	± 30	μV/°C μV/% μV/24 hrs
Input Current Offset, either input at 25°C from 0°C to +60°C Input Current Drift, either input vs. Temperature vs. Supply		± 10 ± 30 ± 0.5 ± 10	± 20 ± 50 ± 1.0	nA nA nA/°C nA/%
Equivalent Input Noise dc to 10 kHz		6	10	μVrms
CLOSED LOOP - Unity Gain, Non-Inverting Input Impedance Voltage Gain Frequency Response, ± 3 dB Rise Time, Small Signal Capacitance Load	1.0	100 + 1.0 1.5 0.5 1000		M <sub>in</sub> ratio MHz μsec pF
TEMPERATURE RANGE Specification Operating Storage	0 - 40 - 55		+ 60 + 85 + 100	°C °C °C
POWER SUPPLY REQUIREMENTS Rated Supply Voltage Voltage Range Supply Drain Quiescent Rated Output Supply Regulation Noise and Ripple	± 26	± 28 5 15	± 30 1 1	V <sub>dc</sub> V <sub>dc</sub> mA mA % mVrms
MECHANICAL SPECIFICATIONS Module Type Module Size Module Weight Controls Mating Connector Number of Pins	/15 0.6"H x 1.2"W x 1.8"L max. 2.0 oz. max. None 1500MC (optional) 5			

# Fiche technique des amplificateurs opérationnels Zeltex 145 E

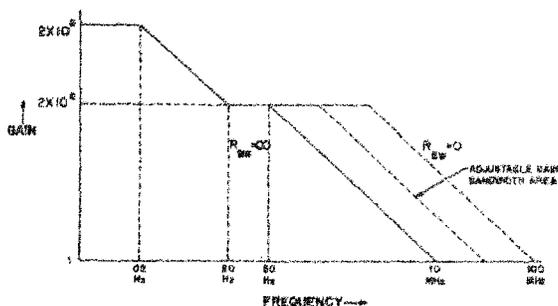
## Module Series

- ULTRA-LOW DRIFT: 0.25  $\mu$ V/°C and 0.2 pA/°C
- WIDE BANDWIDTH: 100 MHz
- EXTREMELY FAST SLEW RATE: 250 V/ $\mu$ s
- WIDE OPERATING RANGE: -55°C to +85°C

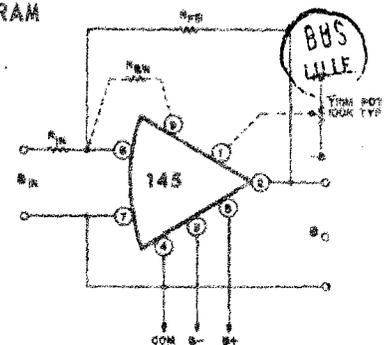


SPECIFICATIONS (Typical @ +25°C unless noted)	150	1408HV	141	142	143	145	14508	145E	145L	
<b>GAIN CHARACTERISTICS</b>										
DC Voltage Gain	10 <sup>8</sup>	10 <sup>7</sup>	5 x 10 <sup>6</sup>	5 x 10 <sup>6</sup>	5 x 10 <sup>6</sup>	10 <sup>8</sup>	10 <sup>8</sup>	10 <sup>8</sup>	10 <sup>8</sup>	
Gain Bandwidth Product	10	1	1	1	1	100 (adjustable between 10 MHz and 100 MHz)				
Gain Roll-off Rate	-6 dB/octave									
<b>INPUT CHARACTERISTICS</b>										
Voltage Offset	25 ②	①	①	①	①	25 ③	25 ③	25 ③	25 ③	
Input Voltage Drift ④, typ		1	0.5	0.5	0.5	0.25	0.10	0.25	0.25	
... max	1	3	1	1	1	0.5 ③	0.25 ③	0.5 ③	0.5 ③	
vs. Time	2	15	10	10	10	1	1	1	1	
vs. Supply	0.1	1	1	1	1	0.1	0.1	0.1	0.1	
Input Bias Current ⑤, typ	-	10	5	5	5	30	30	50	30	
... max	50	30	10	10	10	100	100	100	100	
Bias Current Drift ④, typ	0.5	2	0.5	0.5	0.5	0.2	0.2	0.2	0.2	
... max	1	5	1	1	1	0.5 ⑥	0.5 ⑥	0.5 ⑥	0.5 ⑥	
Input Impedance	1000K	500K	1000K	1000K	1000K	300K	300K	300K	300K	
Input Noise (to 50 Hz)	24	70	30	30	30	25	25	25	25	
Input Noise (10 Hz to 10 kHz)	23	167	167	167	167	23	23	23	23	
<b>OUTPUT CHARACTERISTICS</b>										
Rated Output	±10V @ 4 mA	±150V @5mA ±100V @50mA	±20V @4mA ±10V @20mA	±100V @ 20 mA	±50V @ 50 mA	±10V @ 25 mA	±10V @ 25 mA	±20V @ 15 mA	±10V @ 25 mA	
Full Output Frequency	1500		125	25	25	4000	4000	1200	4000	
Slew Rate	100	12	15	15	7	250	250	150	250	
<b>OPERATING TEMPERATURE</b>										
	-25°C to +85°C					-55°C to +85°C				
<b>POWER REQUIREMENTS</b>										
	±15V @ 12 mA	±175V @ 25 mA	±24V @ 15 mA	±125V @ 25 mA	±75V @ 25 mA	±15V @ 12 mA	±15V @ 12 mA	±24V @ 12 mA	±15V @ 12 mA	
<b>ZELTEX CASE STYLE</b>										
	E1	B	C	C	C	K	K	K	K	
<b>PRICE (1-9)</b>										

OPEN LOOP GAIN vs. FREQUENCY (Model 145)



BLOCK DIAGRAM



BIBLIOGRAPHIE

- (1) G.J. MOSHOS : " Survey of count up - Count down machines "  
I.F.A.C. Budapest-Avril 1968
- (2) J. HATVANY : " The D.D.A. Integrator as the iterative module of a  
variable structure computer "  
I.F.A.C. Budapest - Avril 1968.
- (3) W. KLAPDOR et W. LEONHARD :  
" Function generator incremental computing circuits "  
I.F.A.C. Budapest-Avril 1968.
- (4) H. FISCHER et W. LEONHARD :  
" Application of an incremental computing circuit for  
attenuation mesurement ".  
I.F.A.C. Budapest-Avril 1968
- (5) F. LAURENT :  
" Les machines hybrides "  
2ème Thèse - Mai 1968.
- (6) G.F. FORBES : " Digital differential analysers " 1957.
- (7) A.S. JACKSON : " Analog computation " 1960
- (8) H. NGUYEN QUY - F. LAURENT :  
"Réalisation analogique d'un analyseur différentiel DDA "  
Communication - Congrès AICA - IFIP - Octobre 1970.
- (9) A. PETTE, H. NGUYEN QUY, C. MELIN, F. LAURENT :  
" Sur la simulation des phénomènes discontinus en  
calcul analogique "  
Proposition au congrès d'Automatique de Madrid  
14-17 Avril 1970.

TABLES DES MATIERES

INTRODUCTION GENERALE

Pages

CHAPITRE I : Définition de l'analyseur différentiel digital et simulation sur calculatrice Nadac 20.

1.1. Introduction..... 1  
 111. Calcul Analogique et calcul numérique  
 112. L'analyseur différentiel digital

1.2. Principe du DDA..... 3  
 121. L'intégrateur discret  
 122. Le générateur d'impulsions de commande

1.3. Simulation du DDA sur calculatrice Nadac 20..... 6  
 131. L'intégrateur discret généralisé  
 132. Le modulateur de cadence  
 133. Fonctionnement du modulateur de cadence  
 134. Fonctionnement de l'intégrateur discret généralisé

1.4. Conclusion..... 12

CHAPITRE II : Réalisation d'un échantillonneur bloqueur rapide..... 13

2.1. Introduction..... 13

2.2. Principe de l'échantillonneur-bloqueur d'ordre zéro 13

2.3. Etude des paramètres de l'échantillonneur bloqueur 15

2.4. Fonctionnement de l'échantillonneur bloqueur..... 15

2.5. Fonctionnement critique..... 17  
 251. Entrée nulle  
 152. Commande nulle

2.6. Conclusion.

CHAPITRE III : Le modulateur de cadence..... 20

3.1. Principe du modulateur de cadence..... 20

3.2. Réalisation du modulateur de cadence..... 22

3.3. Améliorations apportées au modulateur..... 24

3.4. Fonctionnement du modulateur de cadence..... 27

    341. Oscillogrammes

    342. Conclusion.

CHAPITRE IV : L'intégrateur discret généralisé..... 30

4.1. Introduction..... 30

4.2. Principe de l'intégrateur généralisé..... 30

4.3. Analyse au schéma de base

    431. Stabilité

    432. Choix de  $R_1$  et  $C$

    433. Choix de l'amplificateur opérationnel

4.4. Compensation de dérivées..... 33

    441. Compensation en fréquence

    442. Compensation en amplitude

4.5. Fonctionnement de l'intégrateur généralisé..... 36

4.6. Conclusion..... 38

CHAPITRE V : Générateurs de fonctions..... 39

5.1. Introduction..... 39

    511. Générateurs de fonction à diodes

    512. Générateurs de fonction avec des opérateurs intégrateurs généralisés

5.2. Fonction exponentielle..... 40

5.3. Fonction carrée..... 41

5.4. Fonction polynomiale..... 41

5.5. multiplieur..... 42

5.6. Fonction inverse, et carré de l'inverse..... 43

5.7. Fonction division..... 44

5.8. Fonction sinus cosinus..... 45

5.9. Fonction  $\sqrt{x}$  et Log  $x$ ..... 45

5.10. Résolution de  $y = x^y$  ..... 46

5.11. Conclusion..... 47

CHAPITRE VI : Application de l'intégrateur généralisé à la résolution des équations aux dérivées partielles..... 48

6.1. Introduction..... 48

6.2. Premières applications du calcul multivitesse..... 48

621. Exploration paramétrique

622. Intégrales multiples

6.3. Apport à deux méthodes classiques de résolution d'équations aux dérivées partielles..... 50

631. Méthode de séparation de variable

632. Méthode des caractéristiques

6.4. Application à certains types d'équations aux dérivées partielles..... 51

641. 1er type

642. 2e type

de la discrétisation temporelle

6.5. Adaptation hybride de la méthode..... 54

651. Introduction

652. Méthode purement analogique

653. Méthodes hybrides adaptées à la discrétisation temporelle

6.6. Conclusion..... 58

CONCLUSION GENERALE..... 59

ANNEXE I..... 61

ANNEXE II..... 63

ANNEXE III..... 64

ANNEXE IV..... 66

ANNEXE V..... 69

Bibliographie..... 72

