

50376

1970 N° d'ordre 181

81

50376

1970

81

UNIVERSITÉ DE LILLE — FACULTÉ DES SCIENCES

THÈSE

présentée à la

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE LILLE

Centre de 3^e cycle d'Optique

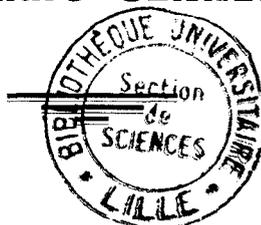
en vue d'obtenir le titre de

DOCTEUR DE SPÉCIALITÉ EN PHYSIQUE

(Option Spectroscopie)

par

Jean-Marc SENNESAL



Élaboration d'un Spectromètre FABRY-PEROT

et

Contribution à l'étude des profils de raies



Membres du Jury : M. SCHILTZ, Président.
M. BECART, Rapporteur.
Mme LENOBLE, Examineur.

Soutenue le 23 Avril 1970.

ERRATA

Page 19

10ème ligne : lire " $I(\sigma) = \frac{1-R}{1+R} \{ 1 + 2 \dots \}$ " au

lieu de $A(\sigma) = \frac{1-R}{1+R} \{ 1 + 2 \dots \}$

Page 34

2ème ligne au dessous du 1er tableau.

Lire : "J(x)/J(o) pour différentes valeurs ..." au lieu de

" $\phi(x)/\phi(o) \dots$ " (même remarque pour la 3ème ligne au dessous du 1er tableau de la même page).

Page 41

Dernière ligne, 1er paragraphe : lire "de la variable $\Delta x \dots$ "
au lieu de : "de la variable $\frac{\Delta x}{\gamma} = \eta \dots$ "

Page 52

Formule (II-72) : lire : " $I(x) = \int_0^u \frac{1}{1 + m \sin^2 \pi(x' - x)} dx'$ "

NOTE RECTIFICATIVE :

A la page 11, on définit $a = \frac{1-R}{\pi \sqrt{R}} \cdot \frac{1}{2 n t \cos i}$ comme étant

l'intervalle spectral occupé (i. s. o). Ceci est inexact. L'intervalle spectral occupé est "l'intervalle contenant toutes les radiations capables d'impressionner le récepteur et non arrêtées par un filtre placé volontairement ou non sur le faisceau".

Aucune erreur ne s'est glissée dans la définition de l'intervalle spectral libre.

REMERCIEMENTS

-:-:-:-

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Spectroscopie de l'Université des Sciences et des techniques de Lille. Je tiens à exprimer mes sentiments de vive gratitude à Monsieur le Professeur BECART qui a dirigé ce travail, pour les conseils et les encouragements qu'il m'a toujours prodigués.

Je remercie Monsieur le Professeur SCHILTZ, qui a bien voulu me faire l'honneur de présider le jury de cette thèse. Je remercie également Madame LENOBLE qui a accepté d'en être membre.

Que toute l'équipe du Laboratoire trouve également ici l'expression de ma sincère reconnaissance.

Enfin, je remercie tous ceux qui, de près ou de loin ont participé à l'élaboration et à la rédaction de ce mémoire.

DOYENS HONORAIRES

MM. H. LEFEBVRE, M. PARREAU

PROFESSEURS HONORAIRES

MM. ARNOULT, BROCHARD, CAU, CHAPPELON, CHAUDRON, DEHEUVELS, DEHORNE, DOLLE, FLEURY, P. GERMAIN, KAMPE DE FERIET, KOURGANOFF, LAMOTTE, LELONG, Mme LELONG, MM. MAZET, MICHEL, NORMANT, PARISELLE, PAUTHENIER, ROIG, ROSEAU, ROUBINE, ROUELLE, WIEMAN, ZAMANSKY, CORDONNIER.

PROFESSEURS TITULAIRES

M. BACHHUS Pierre	Astronomie et Calcul Numérique
M. BEAUFILS Jean-Pierre	Chimie Générale
M. BECART Maurice	I.U.T. Lille
M. BLOCH Vincent	Psychophysiologie
M. BONNEMAN Pierre	Chimie Industrielle
M. BONTE Antoine	Géologie Appliquée
M. BOUGHON Pierre	Mathématiques
M. BOURIQUET Robert	Biologie Végétale
M. CORSIN Pierre	Paléobotanique
M. DECUYPER Marcel	Mathématiques
M. DEDECKER Paul	Mathématiques
M. Le Doyen DEFRETIN René	Directeur du Laboratoire de Biologie Maritime de Wimereux
M. DEHORS	Automatique
M. DELATTRE Charles	Géologie Générale
M. DURCHON Maurice	Biologie Animale
M. FOURET René	Physique
M. GABILLARD Robert	Electronique
M. GLACET Charles	Chimie Organique
M. GONTIER Gérard	Mécanique des Fluides
M. HEUBEL Joseph	Chimie Minérale
M. LIEBAERT	I.U.T. Lille
M. MONTREUIL Jean	Chimie Biologique
M. MORIAMEZ Michel	I.U.T. Valenciennes
M. MARTINOT LAGARDE	Mécanique des Fluides
M. PEREZ Jean-Pierre	Physique
M. PHAM MAU QUAN	Mathématiques
M. POUZET Pierre	I.U.T. Lille
Mme SCHWARTZ Marie-Hélène	Mathématiques
M. TILLIEU Jacques	Physique
M. TRIDOT Gabriel	Chimie Minérale Appliquée E.N.S.C.L.
M. VIDAL Pierre	Automatique
M. VIVIER Emile	Biologie Animale

M. WATERLOT Gérard	Géologie et Minéralogie
M. WERTHEIMER Raymond	Physique

PROFESSEURS A TITRE PERSONNEL

M. BENABOU Jean	Mathématiques
M. LUCQUIN Michel	Chimie Physique
M. LEBRUN André	C.U.E.E.P.
M. PARREAU Michel	Mathématiques
M. SAVARD Jean	Chimie Générale
M. SCHALLER François	Biologie Animale
M. SCHILTZ René	Physique

PROFESSEURS SANS CHAIRE

M. BELLET Jean	Physique
M. BODART Marcel	Biologie Végétale
M. BOUISSET Simon	Physiologie Animale
M. CELET Paul	Géologie Générale
M. CONSTANT Eugène	Electronique
M. DEHAYE Michel	Chimie Physique et Minérale Ier Cycle
M. DERCOURT Jean-Michel	Géologie et Minéralogie
M. DEVRAINNE Pierre	Chimie Minérale
M. GUILLAUME Jean	Biologie Végétale
Mme LENOBLE Jacqueline	Physique
M. LINDER Robert	Biologie Végétale
Mlle MARQUET Simone	Mathématiques
M. MONTARIOL Frédéric	Chimie Minérale Appliquée
M. PROUVOST Jean	Géologie et Minéralogie
M. VAILLANT Jean	Mathématiques

MAITRES DE CONFERENCE (et chargés des fonctions)

M. ABBAR	I.U.T. Amiens
M. AUBIN Thierry	Mathématiques Pures
M. BEGUIN Paul	Mécanique des Fluides
M. BILLARD Jean	Physique
M. BKOUCHE Rudolphe	Mathématiques
M. BOILLET Pierre	Physique
M. BOILLY Bénoni	Biologie Animale
M. BONNOT Ernest	Biologie Végétale
M. BRIDOUX Michel	I.U.T. Béthune
M. CAPURON Alfred	Biologie Animale
M. CARREZ Christian	Calcul Numérique
M. CHOQUET Marcel	I.U.T. Lille
M. CORTOIS Jean	Physique
M. COULON Jean Paul	Electrotechnique

Mme DRAN Raymonde	Chimie Organique
M. GOUDMAND Pierre	Chimie Physique
M. CRUSON Laurent	Mathématiques
M. GUILBAULT Pierre	Physiologie Animale
M. HERMAN Maurice	Physique
M. HUARD de la MARRE Pierre	Calcul Numérique
M. JOLY	Biologie Animale
Mlle KOSMANN Yvette	Mathématiques
M. LABLACHE COMBIER Alain	Chimie Générale
M. LACOSTE Louis	Biologie Végétale
M. LANDAIS Jean	Chimie Organique
M. LAURENT François	Automatique
M. LEHMANN Daniel	Mathématiques
Mme LEHMANN Josiane	Mathématiques
M. LEROY Jean-Marie	E.N.S.C.L.
M. LEROY YVES	I.U.T. Lille
M. LOUAGE Francis	Sciences Appliquées
M. LOUCHEUX Claude	Chimie Physique
M. MAES Serge	Physique
M. MAIZIERES Christian	Automatique
M. MESSELYN Jean	Physique
M. MIGEON Michel	Sciences Appliquées
M. MONSIGNY Michel	Chimie Biologique
M. MONTEL Marc	Physique
M. MONTUELLE Bernard	I.U.T. Lille
Mme MORIAMEZ BOULLET Claude	I.U.T. Valenciennes
M. NICOLE Jacques	E.N.S.C.L.
M. PANET Marius	Electrotechnique
M. PAQUET Jacques	Sciences Appliquées
M. PARSY Fernand	Mécanique des Fluides
M. PONSOLLE	C.S.U. Valenciennes
M. POVY Jean-Claude	Sciences Appliquées
M. RACZY	Radioélectrique
M. ROOS Philippe	I.U.T. Lille
M. ROY Jean-Claude	Psychophysiologie
M. SAADA Georges	Physique
M. SALMER Georges	Electronique
M. SMET Pierre	Physique
M. SEGUIER Guy	I.U.T. Béthune
M. THOMAS Daniel	C.S.U. Valenciennes
M. WATERLOT Michel	Géologie Générale
Mme ZINN Justin Nicole	Mathématiques

INTRODUCTION

L'objet de ce travail est l'élaboration d'un spectromètre interférentiel Fabry-Pérot.

Après un rapide exposé des qualités essentielles des appareils employés en spectroscopie, nous abordons plus particulièrement le spectromètre interférentiel Fabry-Pérot, dont nous étudions notamment la fonction d'appareil.

En particulier, l'influence des profils de raie est étudiée, à partir d'une méthode récente des calculs de produits de convolution de deux fonctions dont la transformée de Fourier est à support borné. Cependant, seuls les raies à profils symétriques sont envisagées ici.

Enfin quelques notes sur la luminosité et le pouvoir de résolution du spectromètre viennent clore ce chapitre d'études théoriques sur le spectromètre Fabry-Pérot.

Pour terminer ce travail, un dernier chapitre est consacré à l'élaboration d'un spectromètre interférentiel à très haute résolution.

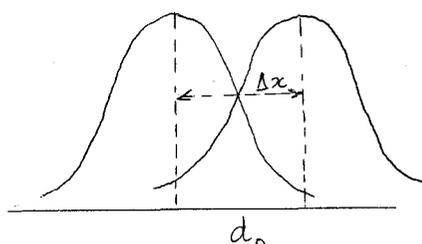
du système dispersif est :

$$\Delta x = f \frac{\partial \theta}{\partial \lambda} \Delta \lambda \quad (I-2)$$

où $\frac{\partial \theta}{\partial \lambda}$ est la dispersion angulaire. Des équations, nous pouvons exprimer le pouvoir de résolution sous la forme :

$$R = \frac{f \lambda}{\Delta x} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \lambda} \quad (I-3)$$

On peut appliquer ce résultat au spectrographe à fente, dont l'instrument dispersif est un prisme, ainsi qu'au spectrographe interférentiel muni d'un étalon de Fabry-Perot (S.I.M.A.C. par exemple). On doit remarquer, que le pouvoir de résolution R est limité soit par la largeur du profil de diffraction ou du profil d'interférence. Si d_0 désigne cette largeur, deux raies spectrales seront séparées si $\Delta x = d_0$ (Fig. 1).



(Figure 1)

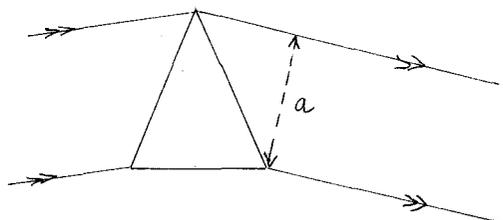
a) Spectrographe à prisme

d_0 est égal à la largeur du profil de diffraction de deux fentes, ce qui donne :

$$d_0 = f \frac{\lambda}{a} \Rightarrow \Delta x = f \frac{\lambda}{a}$$

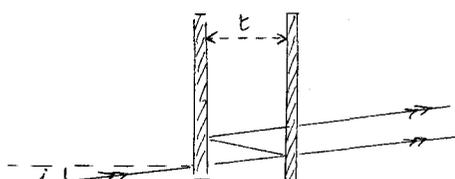
Nous obtenons alors pour R l'expression bien connue :

$$R = a \frac{\partial \theta}{\partial \lambda} \quad (I-4)$$



(Figure 2)

b) Spectrographe interférentiel



(Figure 3)

La différence de marche entre deux rayons émergents consécutifs est :

$$\delta = 2 n t \cos i \quad (I-5)$$

t étant la distance séparant les deux lames argentées exprimée en centimètres si on exprime le nombre d'onde σ en

Kayser ; p étant l'ordre d'interférence.

Chaque fois que nous avons un anneau ; δ est un multiple de la longueur d'onde, la dispersion angulaire du Fabry Pérot est :

$$\frac{\partial i}{\partial \lambda} = \frac{p}{2 n t \sin i} \quad (\text{I-6})$$

La largeur du profil d'interférence est calculée à partir de la formule d'Airy

$\tau = \frac{1}{1 + m \sin^2 p \pi}$ avec $m = \frac{4 R}{(1 - R)^2}$; R est le coefficient de réflexion en intensité des lames, la largeur de la fonction d'Airy est :

$$\frac{2}{\pi \sqrt{m}} \times \frac{\lambda}{2 n t \cos i} ; \text{ nous obtenons alors pour } \Delta x = \frac{f \lambda}{n t \sin i \pi \sqrt{m}}$$

L'expression du pouvoir de résolution du Fabry Pérot est alors donnée par la relation :

$$R = \frac{f \lambda}{\Delta x} \cdot \frac{\partial i}{\partial \lambda} = \frac{\pi}{2} \sqrt{m} \cdot p \quad (\text{I-7})$$

La relation (I-7) nous montre que R varie en raison inverse de la largeur de l'image, mais est limité par le profil de diffraction ou d'interférences.

2 - Luminosité d'un spectrographe

La luminosité d'un spectrographe est définie comme étant le rapport de l'éclairement E de la plaque photographique à la luminance B de l'élément spectral étudié.

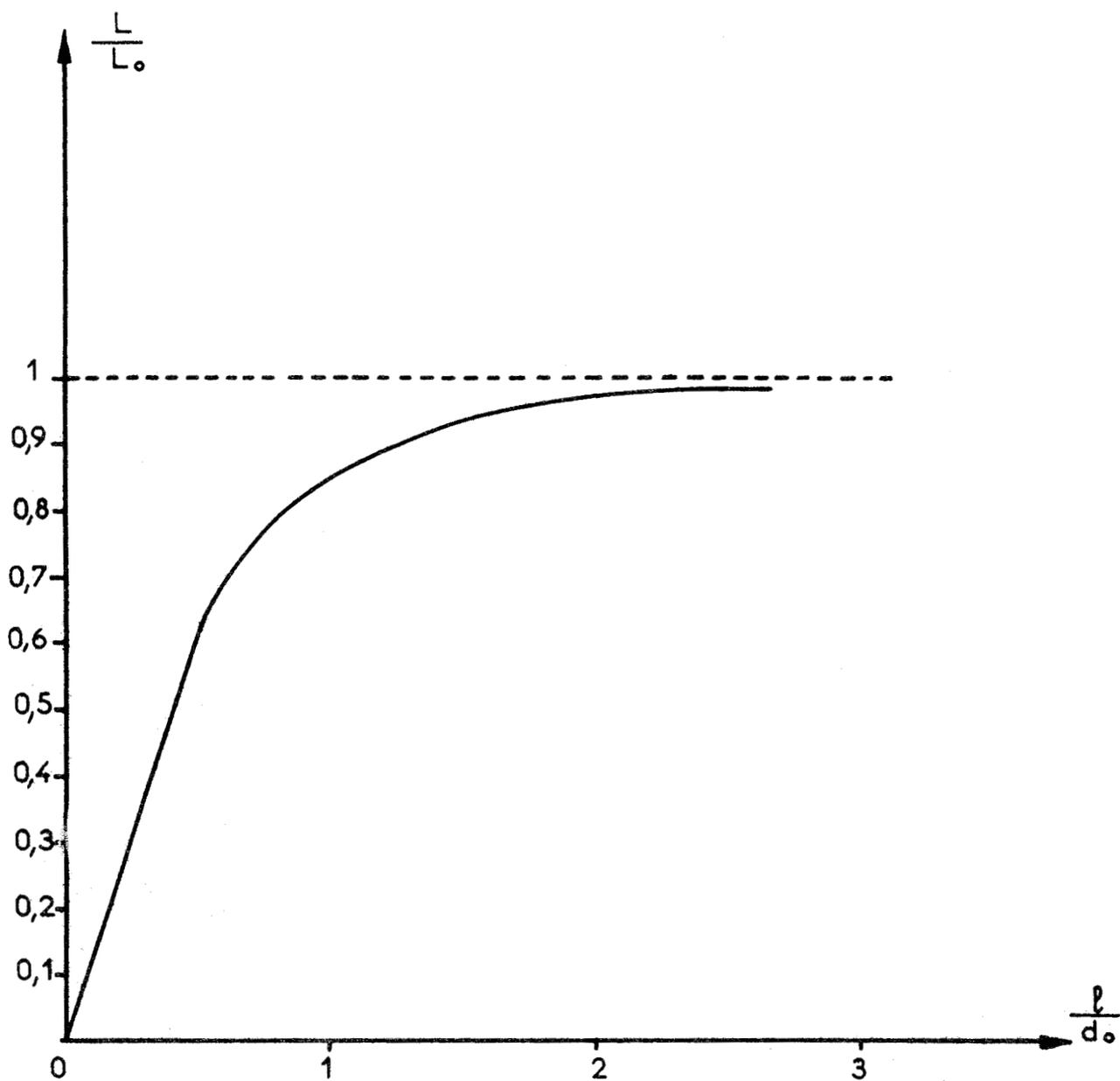
$$L = \frac{E}{B} \quad (\text{I-8})$$

Les lois élémentaires de la photométrie nous permettent d'écrire :

$$E = \frac{d\phi}{dS} = \tau B \frac{dS' \cos i'}{r^2} = \tau B d \Omega'$$

En tenant compte de (I-8), on obtient finalement pour la luminosité L, l'expression : $L = \tau d \Omega'$ (I-9)

où τ désigne la transparence du système optique, tandis que $d \Omega'$ désigne l'angle solide sous lequel de la plaque photographique on voit le disperser ; donc L dépend des dimensions géométriques du système dispersif. D'autre part, si on étudie les variations de L en fonction de la largeur de fente (Fig. 4). On constate que L ne varie que très peu une fois que la largeur de fente est supérieure à $1,5 d_0$.



VARIATIONS DE LA LUMINOSITE D UN SPECTROGRAPHE
EN FONCTION DE LA LARGEUR DE FENTE

FIGURE : 4



Influence de l'émulsion photographique sur la luminosité et le pouvoir de résolution

La résolution et la luminosité d'un spectrographe dépendent beaucoup de l'émulsion photographique. En effet, du fait de leur structure granulaire le film ou la plaque photographique ont un pouvoir séparateur limité. On montre que le pouvoir de résolution d'un spectrographe s'exprime par la relation :

$$R = R_0 \frac{f}{a} \cdot \frac{\lambda}{g} \quad (I-10)$$

où a désigne la largeur de la projection du disperser sur un plan normal au faisceau émergent (Fig. 2) ; " g ", représente la limite de résolution de la plaque photographique ; encore dénommé "grain de la plaque photographique" ; R_0 désigne le pouvoir de résolution théorique du disperser.

La luminosité est fonction de l'ouverture du faisceau et a pour expression :

$$L = \tau \left(\frac{a}{f}\right)^2 \quad (I-11)$$

Ainsi pour un spectrographe interférentiel, muni d'un étalon de Fabry Perot comme instrument dispersif, si d est le diamètre de la surface utile des lames, $L = \tau \cdot \left(\frac{d}{f}\right)^2$ lorsque la normale au plan des lames est parallèle à la direction de propagation du faisceau lumineux ; tandis que si les lames ne sont pas perpendiculaires à cette direction de propagation :

$$a = d \cos \theta \text{ et } L = \tau \left(\frac{d \cos \theta}{f}\right)^2$$

Les relations (I-10) et (I-11) permettent d'établir un lien entre luminosité et pouvoir de résolution d'un spectrographe :

$$L = \tau \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \cdot \frac{\lambda^2}{g^2} \quad (I-12)$$

La formule ci-dessus nous permet de remarquer, que pour un spectrographe le produit $L R^2$ est invariant pour une dispersion et une plaque photographique (ou film) données.

3 - Conditions optimales d'utilisation de la plaque photographique

Le récepteur photographique peut être caractérisé par son "rendement quantique", grandeur introduite par ROSE (1) et baptisée par R. Clark JONES (2) Son expression est donnée par la formule :

$$\hat{Q} = \frac{(S/N)_{out}^2}{(S/N)_{in}^2} \quad (I-13)$$

$(S/N)_{in}$ représente le rapport signal sur bruit de l'information que l'on recevrait en se plaçant entre le montage optique et le film photographique, tandis que $(S/N)_{out}$ est le rapport signal sur bruit de l'information contenue par la plaque photographique.

Ce que nous chercherons donc, sera de rendre maximum la quantité $(S/N)_{out}$; de l'expression (I-13), nous déduisons :

$$(S/N)_{out} = \hat{Q}^{1/2} (S/N)_{in} \tag{I-14}$$

Pour déterminer le maximum de $(S/N)_{out}$ il suffit de tracer la courbe représentant le produit $\hat{Q}^{1/2} (S/N)_{in}$ en fonction des différents paramètres ; en particulier le nombre de photons que reçoit le récepteur photographique.

Choix d'un point de fonctionnement

Le film photographique est caractérisé par la courbe exprimant sa densité en fonction du nombre de photons reçus par unité de surface : figure (5).

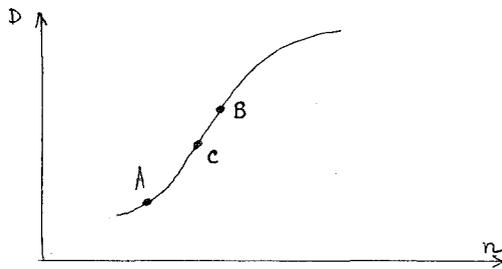


Fig. (5)

Sur cette courbe on peut définir un point de fonctionnement idéal, qui sera tel que le rendement quantique \hat{Q} pour ce point corresponde à la valeur maximum de $(S/N)_{out}$; soit B un tel point par exemple.

Il se peut que la source soumette la plaque à un éclairage trop faible, le "point de fonctionnement" ne se trouve alors pas en B, mais en A. Pour amener la densité du film à une valeur convenable, nous pouvons augmenter le temps de pose. Mais on ne peut pas accroître le temps d'exposition du film comme on le désire car si pour amener le film à la densité B, on doit dépasser le temps d'exposition t_0 pour lequel $(S/N)_{out}$ est maximum ; il y aura une détérioration du rapport signal sur bruit final. (Figure 6).

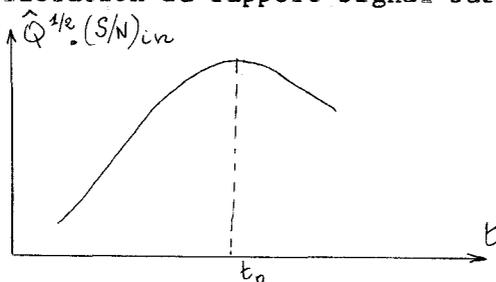


Fig. (6)

On devra, si l'on se trouve dans ce cas, utiliser un film plus lent de même rendement quantique, ou faire subir au premier film une pré-exposition.

La première solution est certainement la meilleure car le rapport signal sur bruit initial, $(S/N)_{in}$, croît comme la racine carrée du temps de pose, ce qui nous conduira donc à un rapport signal sur bruit final plus grand.

En préexposant le récepteur photographique, nous amenons la densité du film au point C ; si ensuite, une fois le point C convenablement choisi, on enregistre le spectre, la densité du film se trouvera en B l'enregistrement terminé.

Toutefois, cette seconde méthode conduit à une valeur du rapport signal sur bruit final nettement inférieure. (Figure 7).

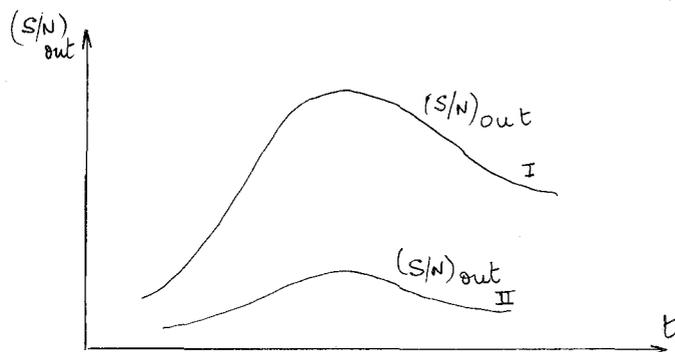


Fig. (7)

D'après ces remarques, ainsi que l'a expliqué Bouchareine (3), nous constatons que le récepteur photographique, bien qu'il permette un enregistrement simultané de tous les éléments spectraux est très mal utilisé quand on observe un spectre de raies.

En effet, si pour certaines raies dont l'intensité est suffisante, nous nous trouvons à la densité B, pour d'autres raies plus faibles ce ne sera pas le cas.

D'autre part, on n'utilise qu'une très faible partie de la surface sensible du film photographique. Bouchareine a montré que l'emploi d'une grille au lieu d'une fente sur un spectrographe ordinaire, permet une meilleure répartition de l'énergie lumineuse, et donc, d'améliorer les conditions d'exploitation de la plaque. En particulier, il a réalisé deux expériences concluantes : celle de l'exposition de deux plaques identiques à l'image d'une fente et d'une grille, pour les amener toutes deux à la même densité. Pour percevoir le bruit sur l'enregistrement par grille il lui a fallu multiplier les amplitudes par un facteur 15, le rapport signal sur bruit final obtenu

pour cet enregistrement est de 800 ; tandis qu'il n'est que de 75 avec l'emploi d'une fente.

La seconde expérience est celle d'un enregistrement du spectre du fer dans la région 5400 à 5500 Å. Avec l'enregistrement par grille, un temps de pose de 0,5 s amène la plaque à une densité convenable sur l'ensemble du spectre, tandis que l'emploi d'une fente nécessite un temps de pose de 10 s. pour que cela soit réalisé pour les raies les plus intenses.

B - SPECTROMETRES

1 - Pouvoir de résolution

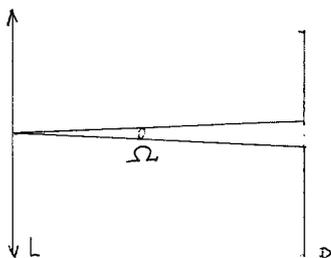
La définition du pouvoir de résolution pour un spectromètre est identique à celle du pouvoir de résolution pour un spectrographe. Il est donc inutile de revenir sur cette notion importante.

2 - Luminosité d'un spectromètre

Le signal électrique délivré par le photomultiplicateur est proportionnel au flux lumineux reçu par la cathode. Si dU est l'étendue du faisceau élémentaire, le flux élémentaire s'exprime par la relation :

$$d\phi = \tau B dU \quad \text{soit } \phi = \tau \int B dU \quad (\text{I-15})$$

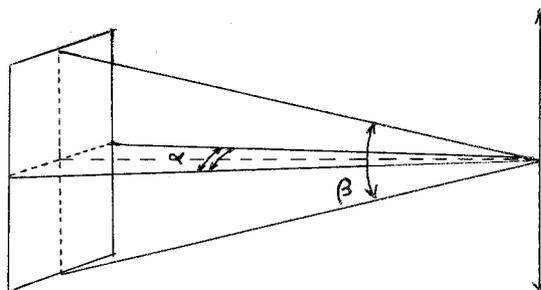
τ et B ont la même signification que dans l'étude de la luminosité d'un spectrographe. La luminosité est définie comme étant le rapport du flux reçu à la luminance de l'élément spectral étudié.



$$L = \phi/B = \frac{\tau B U}{B} = \tau U = \tau S \Omega \quad (\text{I-16})$$

S étant la section normale du faisceau émergent ; Ω l'angle solide sous lequel, de la lentille L , on voit le diaphragme explorateur D .

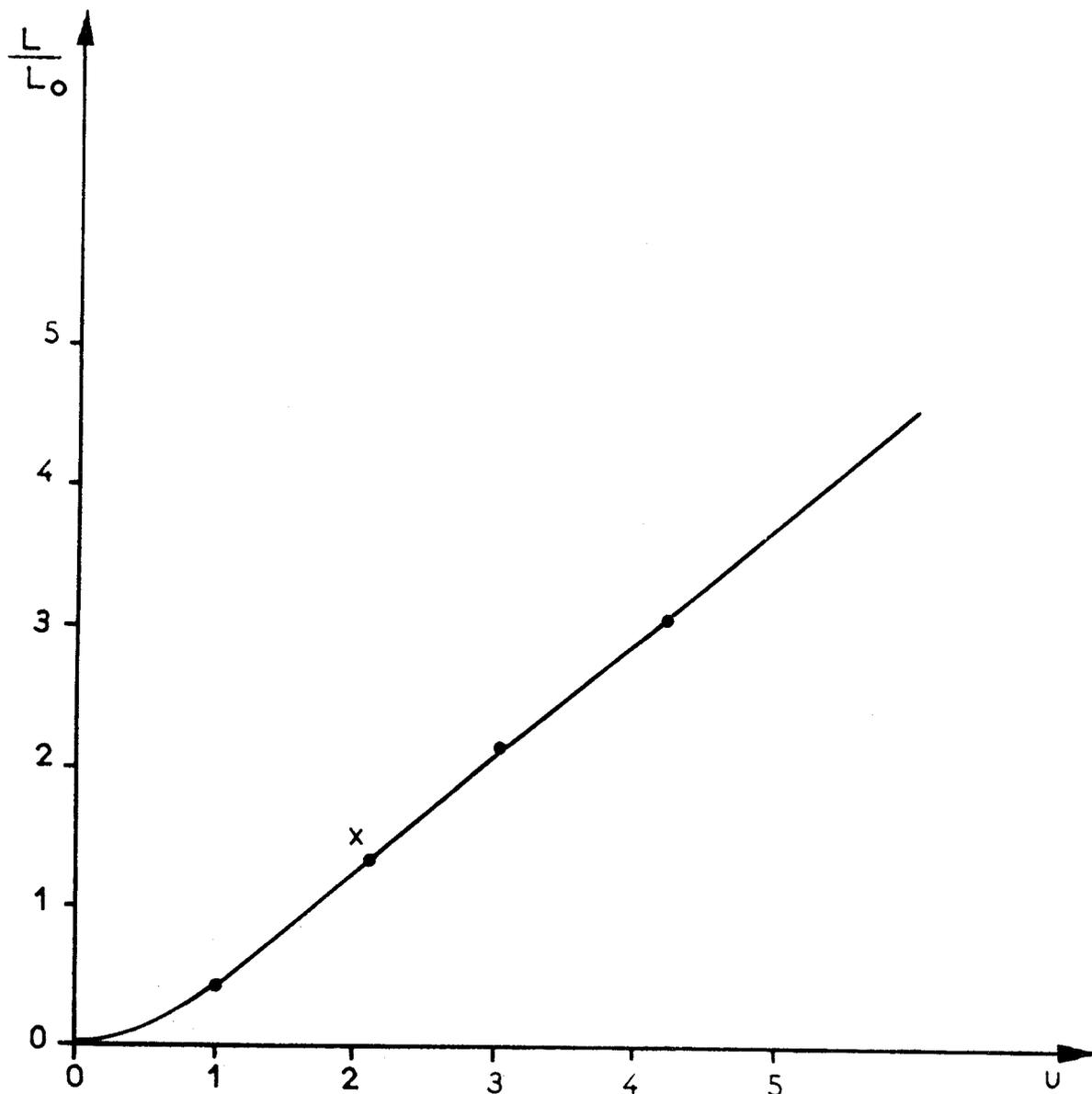
3 - Variation de la luminosité avec la largeur de fente



Si α est la largeur angulaire de la fente exploratrice ; β sa hauteur angulaire, on obtient :

$$L = \tau S \alpha \cdot \beta \quad (\text{I-17})$$

La luminosité d'un spectromètre varie donc linéairement en fonction de la largeur de fente, et n'est à priori pas limitée (Fig. 9). Lorsque les



LUMINOSITÉ D'UN SPECTROMÈTRE
 ($u = \frac{f\alpha}{d_0}$, L_0 = LUMINOSITÉ OBTENUE PAR $u=1$)

FIGURE : 9



phénomènes de diffraction ne sont plus négligeables, il faut alors multiplier l'expression de L par un coefficient dont les valeurs sont comprises entre 0 et 1.

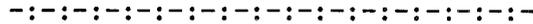
Si sur un même graphique, on porte les variations de R/R_0 et de L/L_0 (R_0 étant le pouvoir de résolution théorique, L_0 la luminosité en absence de diffraction), on remarque que si l'on travaille à résolution élevée, la luminosité devient très faible et réciproquement. Cependant, il est possible d'opérer une correction à posteriori du spectre en convoluant celui-ci avec une fonction convenablement choisie ; on peut alors atteindre le pouvoir de résolution théorique R_0 en élargissant les fentes du spectromètre et nous gagnons ainsi sur la luminosité et sur le rapport signal sur bruit. Dans le cas où l'on travaille avec un pouvoir de résolution $R < 0,85 R_0$, il n'est pas souhaitable de modifier la fonction d'appareil ; mais on peut augmenter la luminosité en convoluant le spectre enregistré par la fonction $\sin c 2x$. Cette convolution ayant pour but de limiter les fréquences spectrales de l'énergie du bruit au domaine du spectre étudié. Ceci est particulièrement valable dans l'infra-rouge où le bruit ne provient essentiellement que du récepteur ; dans l'ultra-violet et le visible une étude particulière à chaque spectre étudié est nécessaire, le bruit étant alors un bruit de photons. (4)

C - CONCLUSION

Nous venons de rassembler ici quelques résultats importants sur les spectrographes et les spectromètres, nous concluons en remarquant que si la luminosité d'un spectromètre n'est à priori pas limitée ; propriété qui peut paraître séduisante ; le spectrographe présente, sur le spectromètre, l'énorme avantage d'enregistrer tous les éléments spectraux à la fois ; c'est-à-dire, que si l'on observe M éléments spectraux pendant le temps T , chaque élément est observé pendant ce temps T ; tandis que le spectromètre n'enregistre qu'un seul élément spectral à la fois, ne consacre qu'un temps $\frac{T}{M}$ à chacun de ces éléments spectraux, à moins d'utiliser une méthode "multiplex" comme la spectrométrie par Transformée de Fourier par exemple, méthode particulièrement adaptée, comme on le sait à la spectroscopie Infra-rouge, car le bruit de photons dans ce cas est négligeable devant le bruit de récepteur.

CHAPITRE II

LE SPECTROMETRE INTERFERENTIEL FABRY-PEROT



L'appareil que nous avons construit est un spectromètre interférentiel dont l'instrument dispersif est un étalon de Fabry-Pérot. Eclairé par une source parfaitement monochromatique et étendue, le Fabry-Pérot transmet la lumière avec une intensité lumineuse répartie dans un système d'anneaux suivant la loi d'Airy :

$$\tau = \frac{I}{I_0} = \frac{1}{1 + m \sin^2 \frac{\delta}{2}} \quad \text{avec } \delta = 2 \pi n t \cos i$$

La largeur de la fonction d'Airy est :

$$a = \frac{1 - R}{\pi \sqrt{R}} \cdot \frac{1}{2 n t \cos i} \quad \text{C'est ce qu'on appelle l'intervalle spectral occupé (i.s.o)}$$

L'écart entre deux ordres ou intervalle spectral libre (i.s.l) est

$$\Delta \sigma = \frac{1}{2 n t \cos i} = \frac{1}{\delta} \quad \text{Pour un tel appareil on définit une finesse réflectrice :$$

$$N_R = \frac{\Delta \sigma}{a} = \frac{\pi \sqrt{R}}{1 - R}$$

Généralement, un tel appareil est employé pour étudier des spectres en haute résolution, on le placera alors derrière un monochromateur qui pourra être un réseau, un prisme, un filtre interférentiel ou encore un second Fabry-Pérot. On peut aussi l'utiliser pour l'étude de satellites faibles. Une qualité importante de l'étalon est alors le contraste C, rapport de l'intensité maximum des franges d'interférence à leur intensité minimum.

$$C = m + 1 = \left(\frac{1 + R}{1 - R} \right)^2 \quad \text{(II-1)}$$

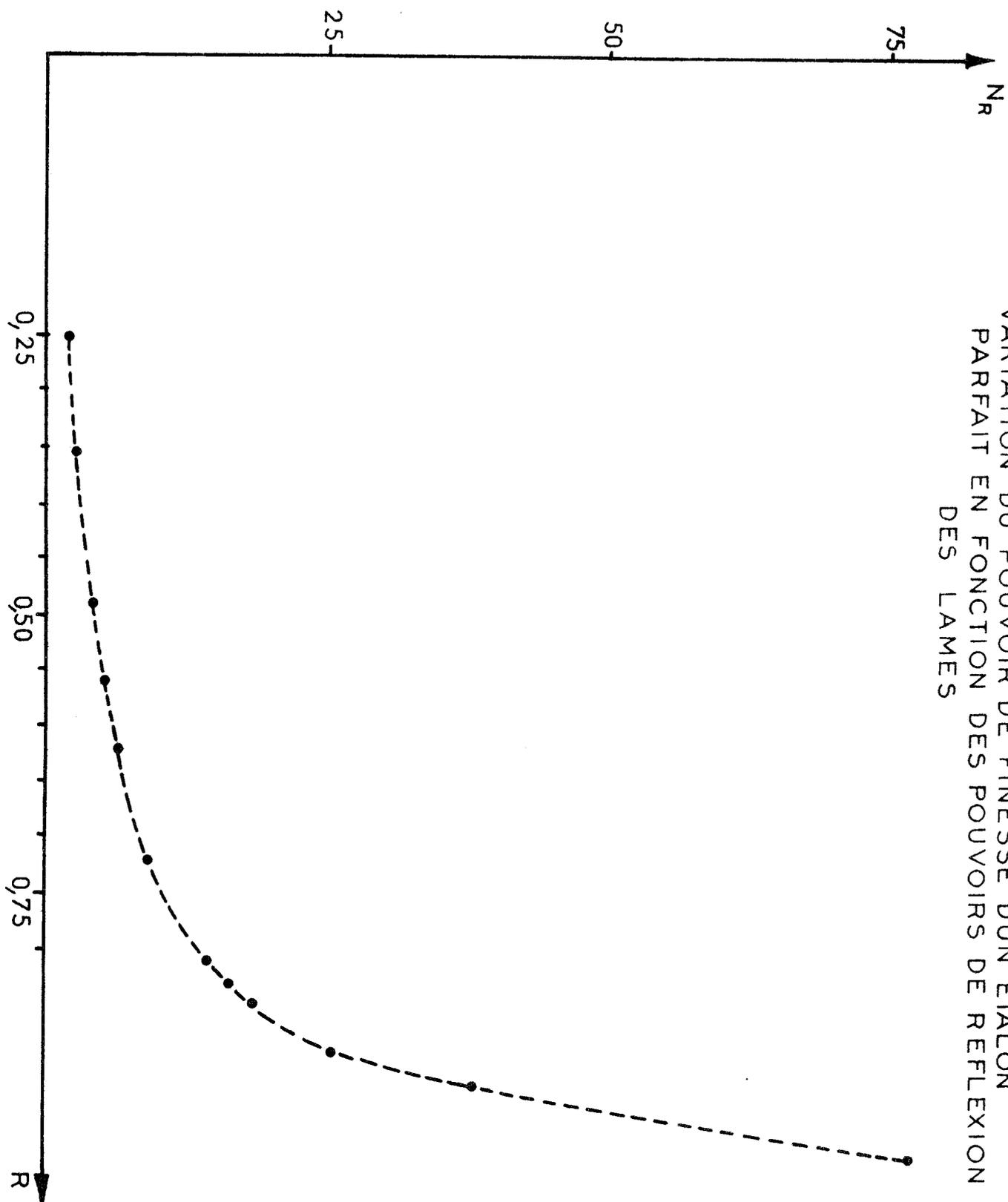
On peut encore exprimer ce contraste de façon simple en fonction de la finesse réflectrice, en posant $R = 1 - 2 \epsilon$.

$$N_R = \frac{\pi (1 - \epsilon)}{2 \epsilon} \quad \text{et } C = \left\{ \frac{2(1 - \epsilon)}{2 \epsilon} \right\}^2 = \frac{4 N_R^2}{\pi^2} \quad \text{(II-2)}$$

Fabry-Pérot diaphragmé

La loi d'Airy est en réalité le profil d'interférence d'un étalon

VARIATION DU POUVOIR DE FINESSE D'UN ETALON
PARFAIT EN FONCTION DES POUVOIRS DE REFLEXION
DES LAMES



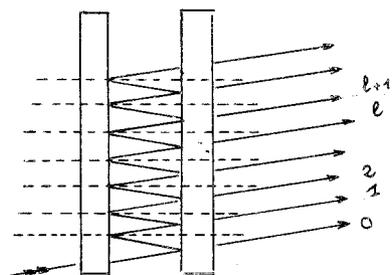
de Fabry-Pérot dont les lames sont infiniment grandes. Il convient donc de chercher la fonction d'appareil de l'interféromètre diaphragmé tel qu'on le trouve toujours. Appelons k le plus proche entier de la valeur du rapport $\frac{d}{t\theta}$, où d représente le rayon des lames, θ l'angle d'incidence. Nous supposerons pour ce calcul, l'étalon éclairé en lumière incohérente et les diaphragmes d'entrée et de sortie de même ouverture. Les lames sont divisées en k sections égales, l'amplitude de la vibration émergente due à un rayon entrant par la j ème section est :

$$E_j = T \sum_{\ell=0}^{k-j} R^\ell e^{-i \ell \phi} \quad (\text{II-3})$$

l'intensité I_j , s'exprime alors par la relation :

$$I_j = E_j E_j^* = T^2 \sum_{\ell=0}^{k-j} \sum_{\ell'=0}^{k-j} R^\ell R^{\ell'} e^{-i(\ell-\ell') \phi} \quad (\text{II-4})$$

l'équation (II-4) peut encore s'écrire sous la forme :



(Fig. 10)

$$I_j = T^2 \left\{ \sum_{p=0}^{k-j} R^{2p} + 2 \sum_{p=1}^{k-j} \left(\sum_{m=0}^{k-j-p} R^{2m+p} \cos p \delta \right) \right\} \quad (\text{II-5})$$

pour obtenir la distribution de l'intensité totale dans la figure d'interférence nous faisons la somme de chacune des intensités I_j , car nous avons supposé l'interféromètre éclairé en lumière incohérente.

$$I = \sum_{j=1}^k I_j \quad (\text{II-6})$$

Calcul de I_j

$$I_j = T^2 \left\{ \frac{1 - R^{2(k-j+1)}}{1 - R^2} + 2 \sum_{p=1}^{k-j} \left(\frac{1 - R^{2(k-j+1-p)}}{1 - R^2} \right) R^p \cos p \delta \right\} \quad (\text{II-7})$$

$$I_j = \frac{T^2}{1-R^2} \left[1-R^{2(k-j+1)} + \frac{2}{D} \{ R \cos \phi - R^{k-j+1} \cos(k-j+1) \phi - R^{2k-j+2} \cos(k+1) \phi \} \right. \\ \left. - \frac{2}{D} \{ R^{2(k-j+1)} R \cos \phi - R^{k-j+3} \cos(k-j+1) \phi + R^{k-j+2} \cos(k-j) \phi \right. \\ \left. - R^{2(k-j+1)} \phi \} \right]$$

en posant $D = \frac{1}{1 - 2 R \cos \phi + R^2}$

en rassemblant les termes semblables, nous obtenons comme expression de I_j :

$$I_j = \frac{T^2}{D} \{ 1 + R^{2(k-j+1)} - 2 R^{(k-j+1)} \cos(k-j+1) \phi \}$$

or $\frac{T^2}{D} = \frac{T^2}{(1-R)^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \frac{\phi}{2}} = I'_A$ si l'absorption des lames n'est pas

nulle

$$I_j = I'_A \{ 1 + R^{2(k-j+1)} - 2 R^{(k-j+1)} \cos(k-j+1) \phi \} \quad (II-8)$$

Calcul de I

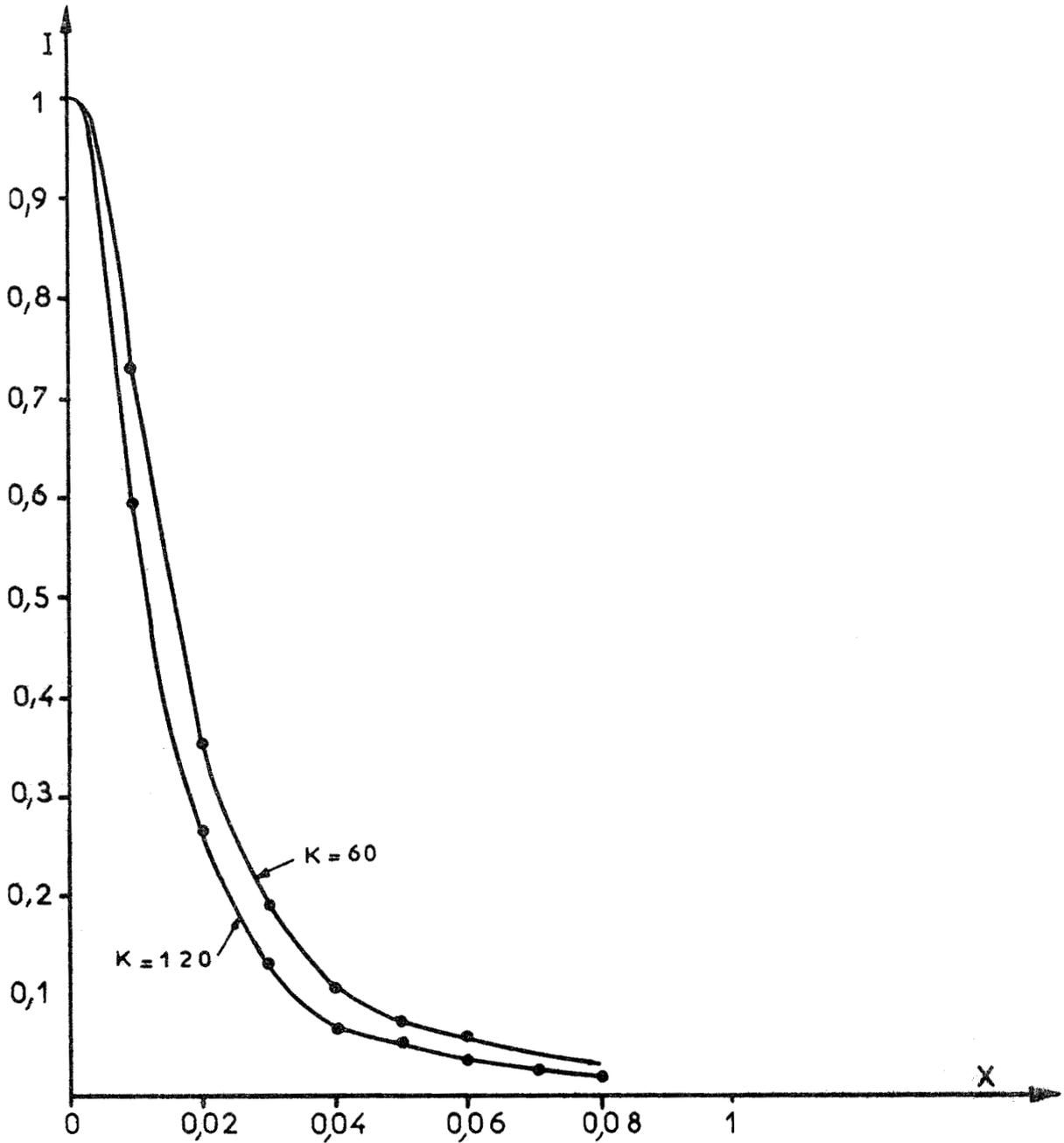
$$I = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k I_j = \frac{I'_A}{k} \sum_{j=1}^k \{ 1 + R^{2(k-j+1)} - 2 R^{(k-j+1)} \cos(k-j+1) \phi \}$$

Nous trouvons comme expression de l'intensité totale I :

$$I = \frac{1}{k} I'_A \left\{ k + \frac{R^2 (R^{2k} - 1)}{R^2 - 1} - \frac{2 R}{1 - 2 R \cos \phi + R^2} (R^{k+1} \cos k \phi - R + R^k \cos k \phi \right. \\ \left. + \cos \phi) \right\} \quad (II-9)$$

Pour les grandes valeurs de k, nous pouvons considérer $R^{2k} \approx 0$, ce qui nous conduit à l'expression suivante pour l'intensité totale I :

$$I = I'_A \left\{ 1 + \frac{R^2}{k(1-R^2)} - \frac{2R I_A}{k(1-R)^2} (\cos \phi - R) \right\} \quad (II-10)$$



VARIATION DE L'INTENSITE D'UN FABRY PEROT
DIAPHRAGME

FIGURE 11



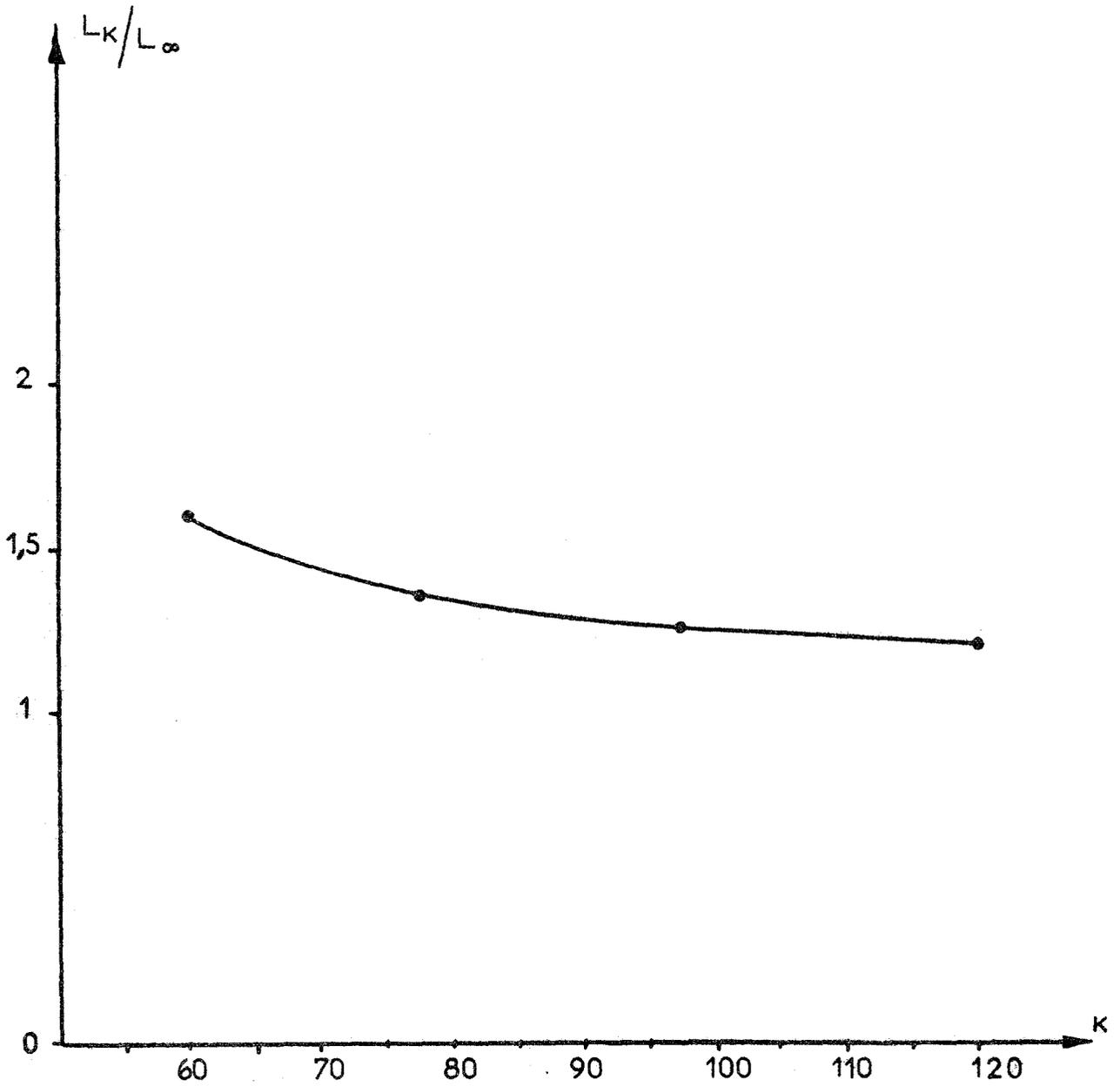
Le tableau (1) donne les valeurs de l'intensité totale en fonction de la variable $x = \delta \sigma$, lorsque l'absorption des lames est nulle, pour différentes valeurs numériques de k . Les variations de $I = I(x)$ sont représentées sur la figure 11, tandis que le diagramme (12) traduit l'évolution de la largeur à mi-hauteur de la fonction d'appareil du Fabry Pérot diaphragmé, en fonction du nombre k . Les valeurs numériques du rapport L_k/L_∞ en fonction du nombre k ont été rassemblées dans le tableau (2).

x	k=60	k=70	k=80	k=90	k=100	k=120	k=140	k=160
0	1	1	1	1	1	1	1	1
0,01	0,735	0,686	0,657	0,636	0,619	0,598	0,583	0,574
0,02	0,355	0,324	0,304	0,290	0,279	0,265	0,255	0,249
0,03	0,187	0,169	0,158	0,150	0,143	0,135	0,130	0,127
0,04	0,113	0,103	0,094	0,090	0,086	0,081	0,078	0,075
0,05	0,077	0,069	0,065	0,061	0,058	0,055	0,053	0,051
0,06	0,054	0,048	0,045	0,042	0,040	0,038	0,036	0,037
0,07	0,039	0,035	0,032	0,0308	0,030	0,028	0,026	0,026
0,08	0,031	0,028	0,026	0,025	0,023	0,022	0,021	0,021
0,09	0,024	0,021	0,019	0,019	0,018	0,017	0,016	0,016
0,10	0,019	0,018	0,016	0,016	0,015	0,0145	0,0140	0,014

TABLEAU (1)

k	$L_k/2$	L_k/L_∞
60	0,032	1,6
70	0,028	1,4
80	0,027	1,35
90	0,026	1,28
100	0,025	1,25
120	0,024	1,2
140	0,023	1,17
∞		1

TABLEAU (2)



EVOLUTION DE LA LARGEUR DE LA FONCTION D'APPAREIL.
DU FABRY PEROT DIAPHRAGME

FIGURE 12



Influence d'une largeur de raie

Nous supposons pour cette étude, les lames parfaitement planes et le diaphragme infiniment fin. Généralement une raie spectrale n'est pas strictement monochromatique et possède une certaine largeur : largeur naturelle ; largeur Döppler ... etc. On observe alors un élargissement des anneaux et une diminution de l'intensité maximum. On distinguera essentiellement deux types de profil de raie :

a) le profil Döppler

Il est représenté par la répartition spectrale :

$$B(\sigma) = B_M e^{-(4 \ell n^2) \frac{(\sigma - \sigma_0)^2}{(\Delta \sigma)^2}}$$

Ce profil, comme nous le savons est dû au déplacement de la source, atome émetteur, par rapport à l'observateur. $\Delta \sigma$, largeur à mi hauteur de la raie dépend de la température ; de la longueur d'onde correspondant au centre de la raie et de la masse M de l'atome émetteur.

$$\Delta \sigma = 7,16 \cdot 10^{-7} \sigma_0 \sqrt{\frac{T}{M}} \quad (\text{II-11})$$

b) Le profil de résonance

Ce profil de résonance est dû à l'amortissement par rayonnement où à l'amortissement par collisions, il est représenté par la répartition spectrale :

$$B(\sigma) = \frac{1}{1 + 4 \left(\frac{\sigma - \sigma_0}{\delta_L} \right)^2}$$

Dans le premier cas, la durée de vie de l'état excité est limitée par la présence du champ de rayonnement, il faut en effet tenir compte d'éventuelles absorptions, des émissions induites qui ont lieu du niveau excité vers les niveaux inférieurs. Le second cas d'amortissement correspond à la limitation de la durée de vie du niveau excité par les collisions de l'atome émetteur avec les autres particules du milieu. Ces collisions peuvent interrompre l'onde lumineuse émise par l'atome (théorie de Lorentz, Weisskopf) ou modifier la phase de cette onde (théorie de Lindöhlm).

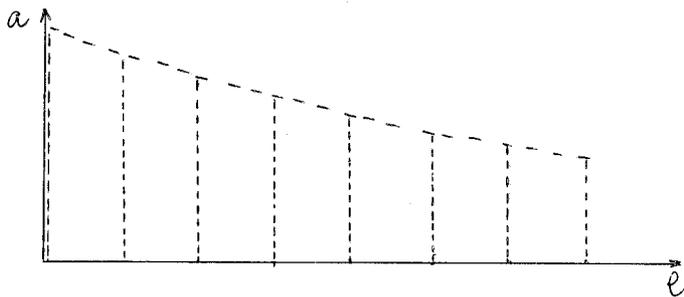
Profil Döppler

L'interférogramme enregistré est alors représenté par le produit de convolution

$$J(\sigma) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(\sigma - \sigma') B(\sigma') d\sigma' \quad (\text{II-12})$$

B (σ') étant la fonction de source, A ($\sigma - \sigma'$) le profil d'interférence. Pour calculer aisément ce produit de convolution il faut décomposer A ($\sigma - \sigma'$) en série de Fourier. La réponse percussionnelle du spectromètre Fabry Pérot est constituée par un ensemble de N vibrations d'amplitudes : $A_0 T^2 \dots A_0 T^2 R^{2N} \dots$ si A_0 est l'amplitude de la vibration incidente. La vibration émergente est alors exprimée par la relation :

$$F(t) = \sum_{n=0}^{\infty} R^{2n} T^2 A_0 e^{-i n \phi} \text{ avec } \phi = 2 \pi \sigma \delta \quad (\text{II-13})$$



Réponse percussionnelle du Fabry-Pérot (Fig. 13)

$$I = F(t) F^*(t) = I_0 T^2 \sum_{p, q} R^p R^q e^{i(q-n)\phi} ; \text{ en posant } |q - n| = p \text{ on obtient comme expression :}$$

$$A(\sigma) = \frac{1-R}{1+R} \left\{ 1 + 2 \sum_{p=1}^{\infty} R^p \cos 2 \pi p \sigma \delta \right\}$$

I (σ) s'écrit alors :

$$I(\sigma) = B_M \frac{1-R}{1+R} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ 1 + 2 \sum_{p=1}^{\infty} R^p \cos 2 \pi p \delta(\sigma - \sigma') \right\} e^{\frac{-(4 \ln 2)(\sigma' - \sigma_0)^2}{(\Delta \sigma)^2}} d\sigma' \quad (\text{II-14})$$

Le calcul de cette intégrale revient à celui de deux intégrales $I_1(\sigma)$ et $I_p(\sigma)$ telles que :

$$I_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{\frac{-(4 \ln 2)(\sigma' - \sigma_0)^2}{(\Delta \sigma)^2}} d\sigma' \quad (\text{II-16 -a})$$

$$I_p(\sigma) = \int_{-\infty}^{+\infty} \cos 2 \pi p \delta(\sigma - \sigma') \exp \left\{ \frac{-8 \ln 2 (\sigma' - \sigma_0)^2}{2(\Delta \sigma)^2} \right\} d\sigma' \quad (\text{II-16 -b})$$

$$I(\sigma) = B_M \frac{1-R}{1+R} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(4\ell n 2)(\sigma' - \sigma_0)^2}{(\Delta \sigma)^2}} d\sigma' + 2 \sum_{p=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} R^p \cos 2\pi p \delta (\sigma - \sigma') e^{-\frac{(4\ell n 2)(\sigma' - \sigma_0)^2}{(\Delta \sigma)^2}} d\sigma' \right\}$$

soit $I(\sigma) = B_M \frac{1-R}{1+R} \left\{ I_1(\sigma) + 2 \sum_{p=1}^{\infty} R^p I_p(\sigma) \right\}$.

L'intégration de $I_p(\sigma)$ se fait en posant $\sigma' - \sigma_0 = u$

$$I_p(\sigma) = 2 \cos 2\pi p \delta (\sigma - \sigma_0) \int_{-\infty}^{+\infty} \cos 2\pi p \delta u \exp \left\{ \frac{-8\ell n 2 u^2}{2(\Delta \sigma)^2} \right\} du$$

Ce qui donne comme résultat :

$$I_p(\sigma) = 2 \cos 2\pi p \delta (\sigma - \sigma_0) \cdot \sqrt{\frac{\pi}{16\ell n 2}} \Delta \sigma \exp \left\{ \frac{-4\pi^2 p^2 \delta^2 (\Delta \sigma)^2}{16 \ell n 2} \right\}$$

L'interférogramme enregistré est donc représenté par la relation :

$$I(\sigma) = B_M \frac{1-R}{1+R} \left| \sqrt{\frac{\pi}{4\ell n 2}} \Delta \sigma + 4 \sqrt{\frac{\pi}{16\ell n 2}} \cdot \Delta \sigma \sum_{p=1}^{\infty} R^p \cos 2\pi p \delta (\sigma - \sigma_0) \exp \left\{ \frac{-\pi^2 \delta^2 p^2 (\Delta \sigma)^2}{4\ell n 2} \right\} \right|$$

(II-17)

Cette expression relativement complexe de $I(\sigma)$ ne permet pas une étude simple de $I(\sigma)$, en particulier la détermination de la diminution de l'intensité maximum, et de la variation de la largeur de raie en fonction du rapport $\frac{\Delta \sigma}{a}$, a étant la largeur de la fonction d'Airy. Cependant, une méthode simple, (5) permet de déterminer par le calcul numérique la convolution de deux fonctions répondant à certaines conditions. Nous pourrions, à l'aide de cette méthode, tracer la courbe représentant $I(\sigma)$ point par point pour différentes valeurs de $\Delta \sigma$, et donc en déduire l'évolution du maximum d'intensité et de la largeur de raie en fonction du paramètre $\frac{\Delta \sigma}{a}$. En appliquant le théorème "d'échantillonnage" le produit de convolution de deux fonctions f et g , dont les transformées de Fourier F et G sont à support borné, peut se mettre sous la forme d'une série infinie. En effet, on peut écrire :

$$f(x) = P_h \{f(x)\} * \sin c \frac{x}{h}$$

où $\text{Peigne}_h \{f(x)\} = P_h \{f(x)\} = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} f(nh) \delta(x-nh)$ et $\sin c \frac{x}{h} = \frac{\sin \pi x/h}{\pi x/h}$ (II-18.a)

Nous obtenons alors la relation :

$$\phi(x) = f(x) * g(x) = P_h \{f(x)\} * g(x) * \text{sinc} \frac{x}{h} \quad (\text{II-18-b})$$

Dans le domaine des transformées de Fourier, cette précédente équation peut s'écrire :

$$\Phi = T \left[P_h \{f(x)\} \right] \cdot G(\mu) \cdot \text{rect} h \mu \cdot h \quad (\text{II-19})$$

ou $\text{rect} h \mu = 1$ pour $|\mu| \leq \frac{1}{2h}$ et $\text{rect} h \mu = 0$ pour $|\mu| > \frac{1}{2h}$

Si le support de la transformée $G(\mu)$ de $g(x)$ est l'intervalle $\left\{ \frac{-1}{2h_0} \frac{1}{2h_0} \right\}$, en choisissant $h \leq h_0$ la multiplication par "rect $h\mu$ " peut être omise, il vient alors :

$$\Phi = T \left[P_h \{f(x)\} \right] \cdot G(\mu) \cdot h \text{ soit } \phi(x) = P_h \{f(x)\} * h \cdot g(x)$$

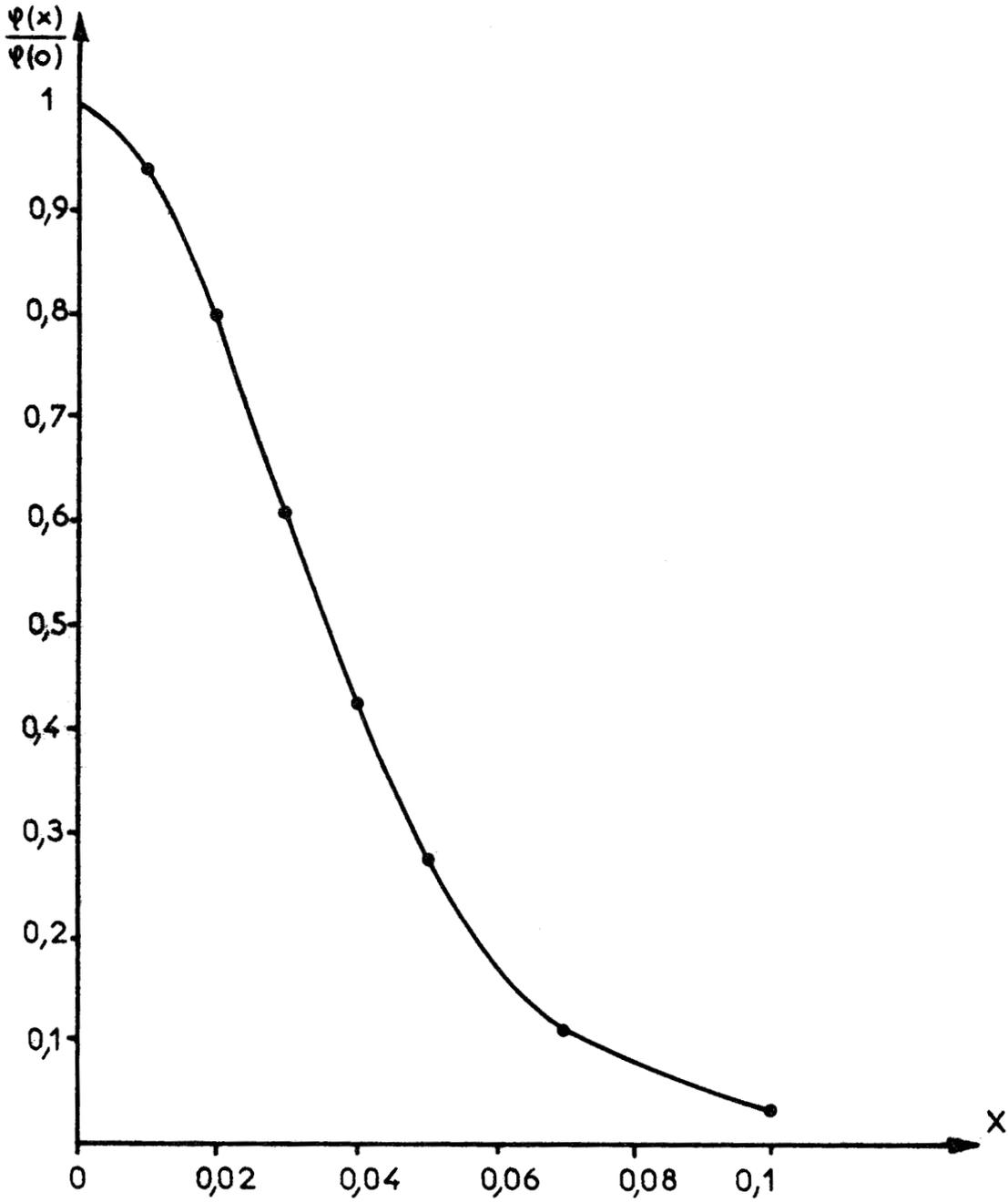
$$\phi(x) = \left\{ \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} f(nh) \delta(x - nh) \right\} * h g(x)$$

$$\phi(x) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} h \cdot f(nh) g(x - nh), \text{ cette dernière relation est obtenue à partir de}$$

(II-18.a) en remarquant que $\delta(x - nh) * g(x) = g(x - nh)$. Le profil Döppler d'une raie est représentée par une fonction de Gauss, dont la transformée de Fourier est encore une fonction de Gauss. En limitant la variable à une valeur telle qu'au delà la fonction prenne des valeurs négligeables, on se trouve en présence d'une fonction dont la transformée de Fourier est à support borné. Quant à la fonction d'Airy, sa transformée de Fourier est la fonction d'autocorrélation de la réponse percussive du spectromètre (fig. 13), c'est-à-dire, la fonction :

$$A(\delta) = \exp \left(- \left| \frac{\delta}{h} \right| \right) \log \frac{1}{r} \cdot h \cdot R_h(\delta) \quad (\text{II-21})$$

où $R_h(\delta)$ est une distribution de Dirac à support périodique de pas h , ou distribution de Poisson ; r est le coefficient de réflexion en amplitude des lames. Ici encore nous pouvons limiter la variable à une valeur telle qu'au delà la fonction d'autocorrélation prenne des valeurs négligeables. Nous nous trouvons donc bien, dans le cas du calcul du produit de convolution de deux fonctions dont les transformées de Fourier sont à support borné. Donc en prenant le domaine du plus grand des spectres de f ou g et en choisissant h petit on pourra calculer le plus exactement possible le produit de composition $\phi(x) = f * g$.



VARIATIONS DE $\psi(x)/\psi(0)$ PROFIL DÖPPLER

FIGURE : 14



Nous avons donc représenté la fonction $\phi(x) / \phi(0)$ où $\phi(x) = f(x) * g(x)$. Comme exemple nous avons choisi la raie 5890 Å du sodium à la température 273 K. L'élargissement Döpller nous est alors donné par la relation :

$$\Delta\sigma = 7,162 \cdot 10^{-7} \sigma_0 \sqrt{\frac{T}{M}} \quad (\text{II-22})$$

Dans cette formule, T désigne la température absolue, M la masse atomique de l'atome émetteur, et σ_0 le nombre d'ondes de la raie étudiée exprimé en Kayser. En remplaçant les différents paramètres par leurs valeurs numériques respectives, nous obtenons :

$$\Delta\sigma = 0,06 \text{ cm}^{-1}$$

Si nous choisissons comme variable l'ordre (x). Le profil spectral de la raie est alors représenté par :

$$F(x) = e^{\frac{-4 \ln 2 x^2}{(\Delta x)^2}} \text{ en supposant que si } x = 0 ; F(x) = 1$$

et le profil d'interférence par la relation :

$$g(x) = \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \pi x}$$

La courbe de la figure (14) a été représentée en attribuant au pouvoir réflecteur la valeur $R = 0,939$, la largeur de $g(x)$ est donnée par la relation :

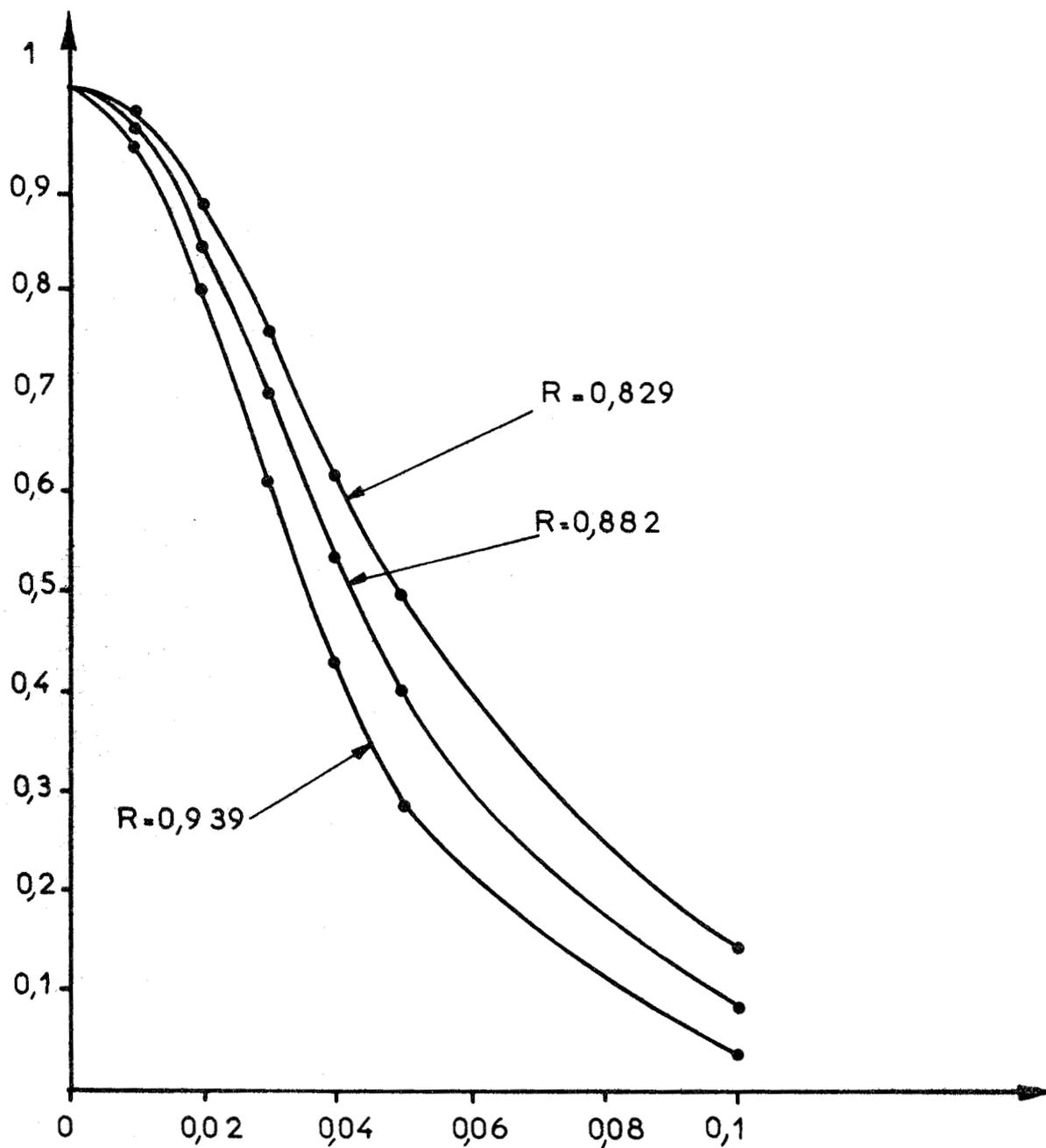
$$\gamma = \frac{2}{\pi} \text{Arc sin } \frac{1-R}{2\sqrt{R}}$$

et vaut : $\gamma = 0,02$.

Nous avons choisi cette valeur particulière de R car Krebs et Sauer {6} ont donné les valeurs de $\phi(x) / \phi(0)$; obtenues par une autre méthode ; pour $\gamma = 0,02$ et $\Delta x = 0,06$. Ainsi, nous pourrions facilement vérifier l'exactitude de nos calculs. Nous avons reporté dans le tableau (3) les résultats donnant $\phi(x) / \phi(0)$ obtenus par Krebs et Sauer (distingués par un astérisque) et nous même.

x	$\phi(x) / \phi(0)$	$\phi(x) / \phi(0)^*$
0	1	1
0,01	0,945	0,945
0,02	0,800	0,799
0,03	0,610	0,609
0,04	0,426	
0,05	0,278	0,275
0,1	0,035	0,036

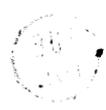
Tableau (3)

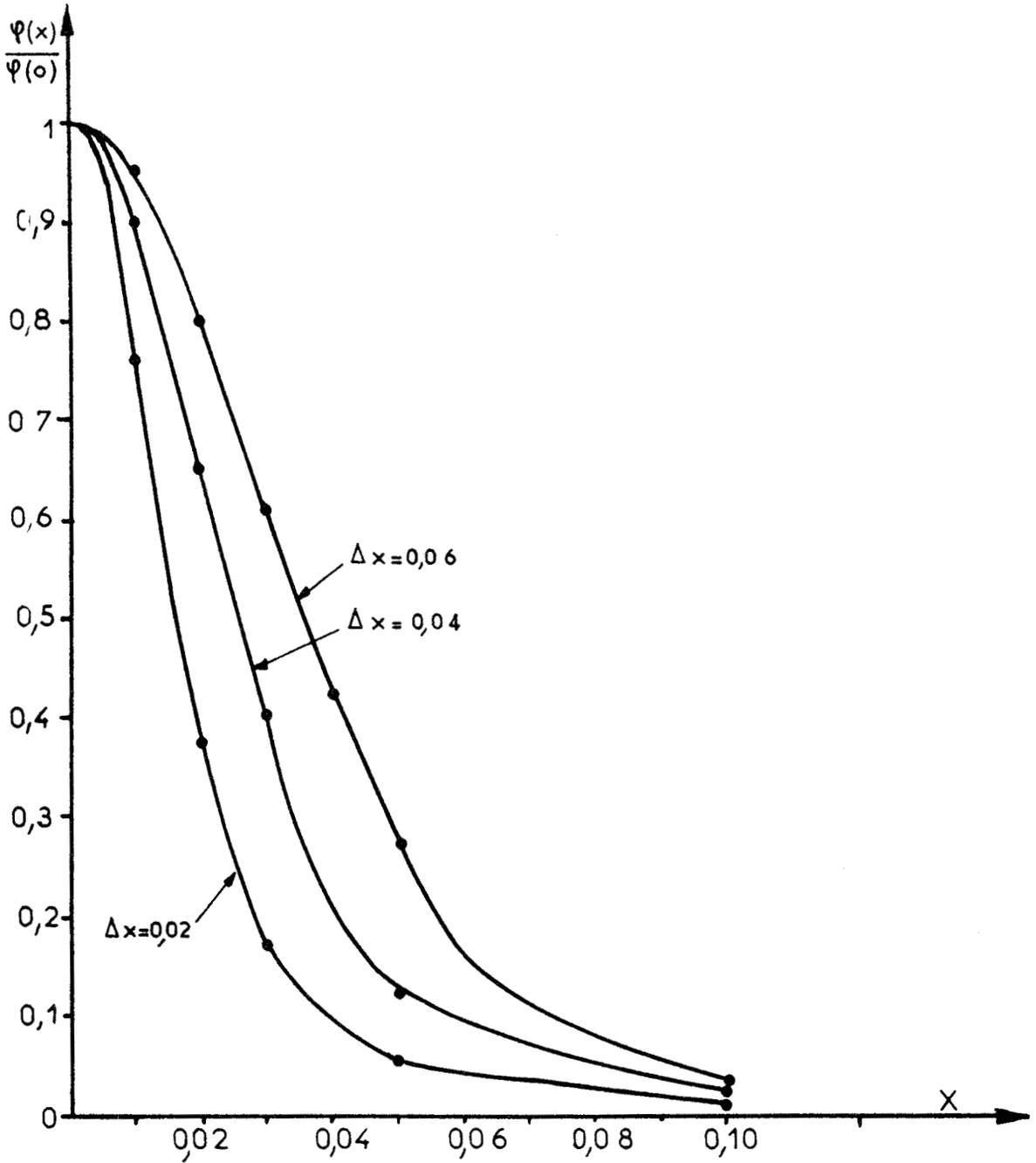


VARIATIONS DE $\psi(x)/\psi(0)$ PARAMETRE R

PROFIL DÖPPLER

FIGURE : 15





VARIATIONS DE $\psi(x) \psi(0)$ PROFIL DÖPPLER
PARAMETRE Δx



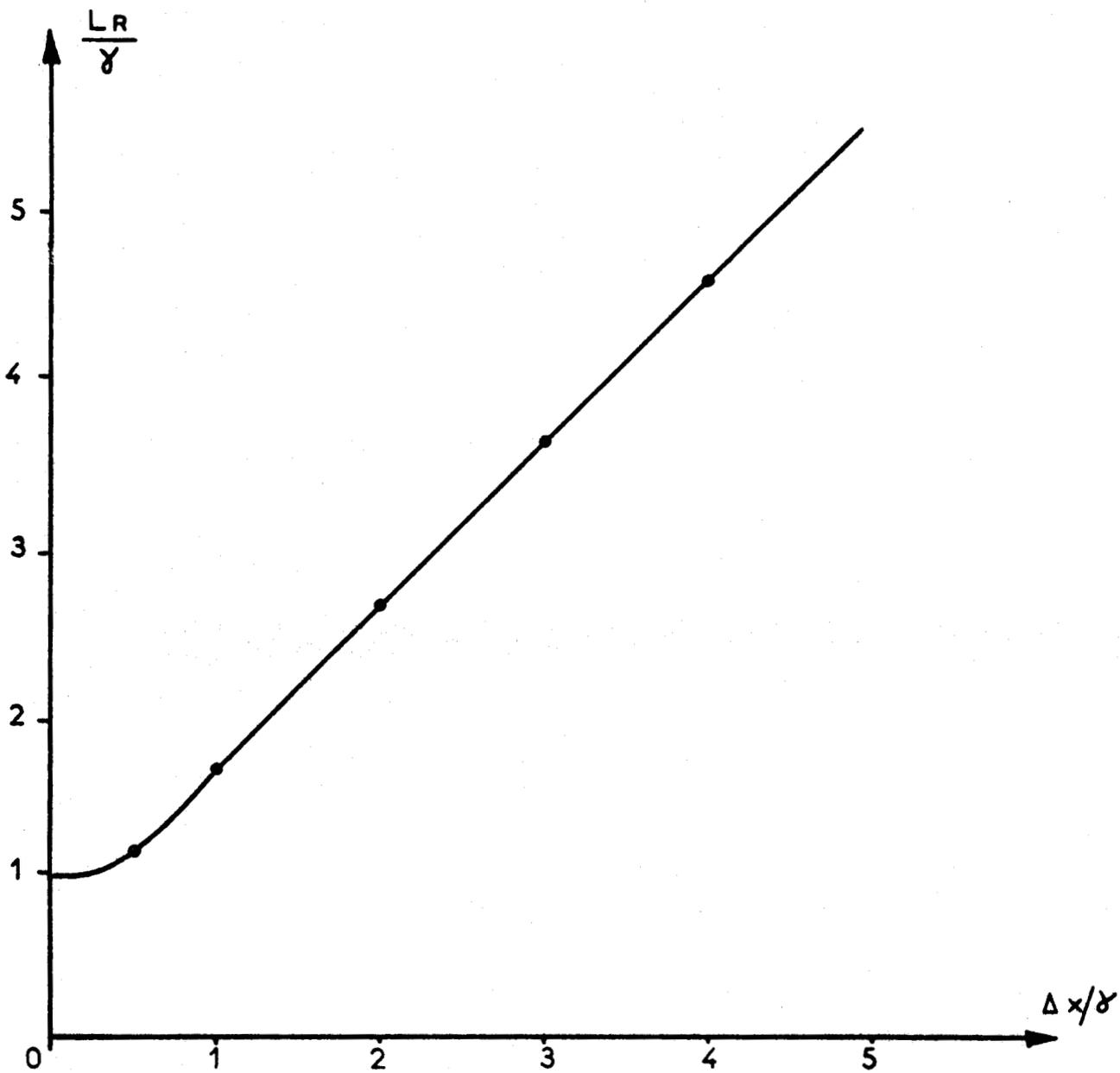
On peut remarquer que l'accord est correct. L'erreur que l'on commet par la méthode que nous avons proposée croît apparemment en valeur relative avec x ; mais il faut se rappeler que lorsque nous calculons le produit de convolution donnant $\phi(x)$, on représente les fonctions f et g par des distributions périodiques de pas h , le calcul étant d'autant meilleur que h est plus petit. Mais il est aussi important de ne pas choisir pour h une valeur trop petite, de façon à ce que le calcul de $\phi(x)$ ne soit pas trop long à mener.

Nous avons représenté sur la figure (15) plusieurs courbes représentant $\phi(x)/\phi(0)$ pour différentes valeurs du pouvoir réflecteur des lames de l'étalon. Ces valeurs ont été choisies de manière à ce que la largeur de la fonction d'Airy s'exprime de façon simple. Le tableau (4) donne les différentes valeurs numériques de $\phi(x)/\phi(0)$ suivant la grandeur de R .

x	$R=0,939$ $\gamma=0,02$	$R=0,913$ $\gamma=0,029$	$R=0,882$ $\gamma=0,04$	$R=0,90$ $\gamma =$	$R=0,829$ $\gamma=0,06$
0	1	1	1	1	1
0,01	0,945	0,951	0,958	0,953	0,968
0,02	0,800	0,823	0,845	0,832	0,879
0,03	0,610	0,651	0,692	0,667	0,755
0,04	0,426	0,477	0,531	0,499	0,617
0,05	0,278	0,331	0,390	0,354	0,487
0,1	0,035		0,084	0,067	0,141
0,2	0,007				

TABLEAU (4)

Nous avons également tracé les courbes $\phi(x)/\phi(0)$ en fonction de x , mais cette fois ci pour différentes valeurs de la largeur de raie Δx , R étant fixé ($R = 0,939$). Les résultats numériques obtenus sont rassemblés dans le tableau ci après (5).



PROFIL DÖPPLER

FIGURE : 16



x	$\Delta x=0,02$	$\Delta x=0,04$	$\Delta x=0,06$	$\Delta x=0,08$
0	1	1	1	1
0,01	0,756	0,897	0,945	0,965
0,02	0,379	0,654	0,800	0,971
0,03	0,177	0,403	0,610	0,737
0,04			0,426	
0,05	0,059	0,127	0,278	0,137
0,1	0,014	0,022	0,035	0,066
0,2	0,004	0,006	0,007	0,010

TABLEAU (5)

Une fois ces différents diagrammes obtenus, nous avons cherché une représentation judicieuse qui nous permette de déterminer la largeur Döppler d'une raie connaissant la largeur du profil d'interférence réel et la largeur de la fonction d'Airy. On suppose toujours les lames de l'étalon ne présentant aucun défaut ; et que l'on peut négliger le fait que l'étalon soit diaphragmé. La représentation choisie est celle donnant la relation entre les rapports L_R/γ et $\frac{\Delta x}{\gamma}$. L_R désignant la largeur "résultante". La courbe obtenue est donnée par la figure (16). Nous obtenons une droite dont l'équation est :

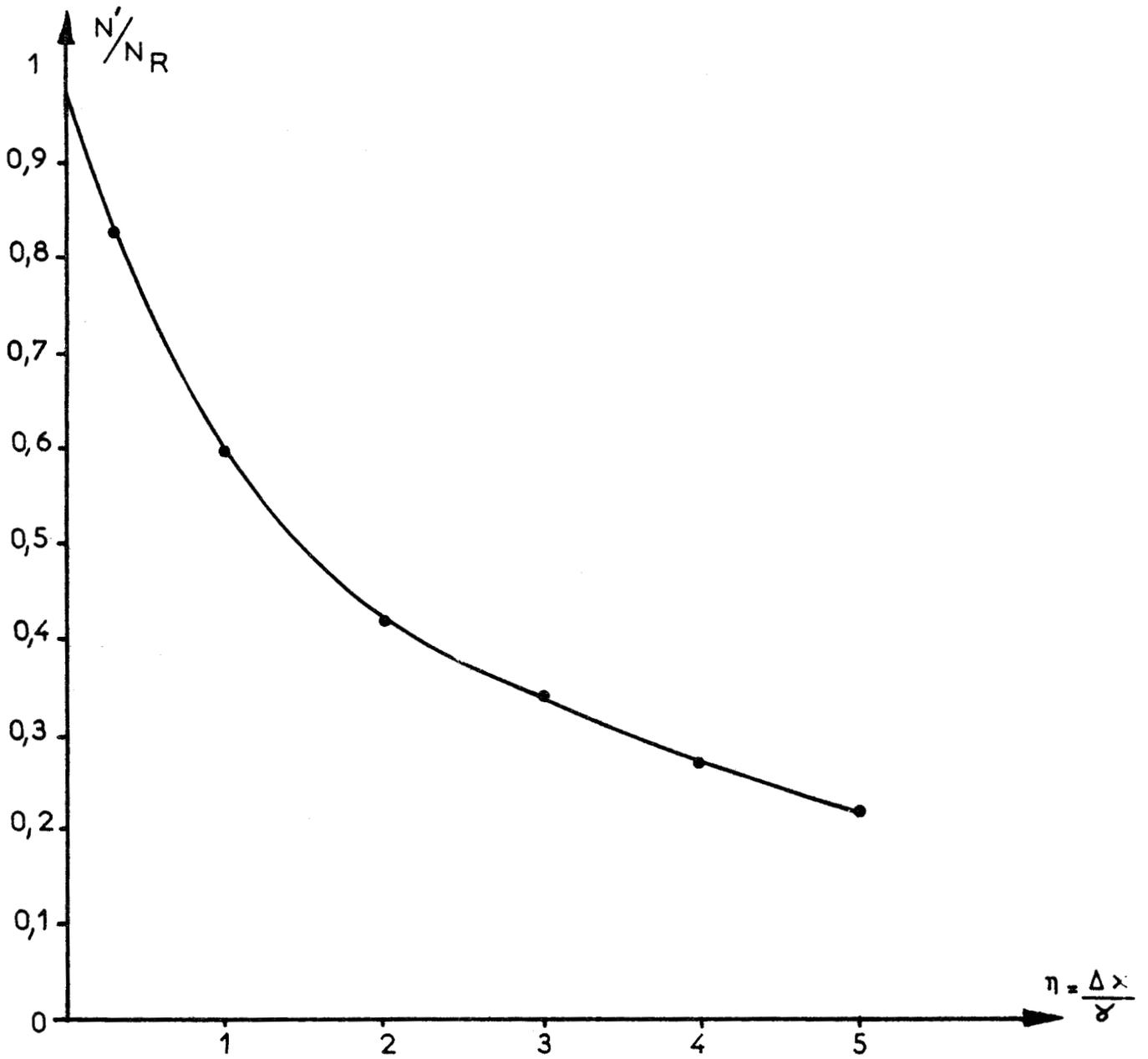
$$L_R = \Delta x + 0,66 \gamma \quad (\text{II-23})$$

Nous devons remarquer que cette équation n'est valable que pour les valeurs de Δx pas trop petites devant γ . Il est évident, en effet, que lorsque $\Delta x \rightarrow 0$, $L_R \rightarrow \gamma$ et qu'à la limite pour une raie parfaitement monochromatique, nous devons retrouver le résultat : $L_R = \gamma$.

Néanmoins, pour les petites valeurs de Δx , nous pouvons assimiler la fonction d'Airy à une fonction de Gauss de même largeur ; et nous savons que le produit de composition d'une fonction de Gauss de largeur Δx par une autre fonction de Gauss de largeur γ ; est encore un profil de Gauss de largeur L_R tel que :

$$L_R^2 = (\Delta x)^2 + (\gamma)^2 \quad (\text{II-24})$$

et nous trouvons bien, alors que si $\Delta x \equiv 0$; $L_R = \gamma$.



VARIATIONS DE $\frac{N'}{N_R}$ PROFIL DÖPPLER

FIGURE : 17



La relation (II-23) nous donne donc l'expression de la largeur à mi-hauteur du profil d'interférence lorsque le profil spectral de la source est un profil gaussien. Nous pouvons, à partir de cette formule, en déduire l'expression de la finesse effective de l'étalon éclairé par une telle source en fonction de sa finesse réflectrice N_R

$$N' = \frac{1}{L_R} = \frac{1}{\Delta x + 0,66 \gamma} = \frac{1}{\gamma \left(\frac{\Delta x}{\gamma} + 0,66 \right)}$$

si nous posons $\frac{\Delta x}{\gamma} = \eta$; nous obtenons finalement :

$$\frac{N'}{N_R} = \frac{1,515}{(1,515 \cdot \eta + 1)} \approx 1,515 (1 - 1,515 \eta) \text{ si } \eta \text{ petit} \quad (\text{II-25})$$

Les variations du rapport $\frac{N'}{N_R}$ sont représentées sur la figure (17) ; tandis que les valeurs numériques de ce rapport sont exprimées dans le tableau ci-dessous.

η	N'/N_R
1	0,602
2	0,376
3	0,273
4	0,214
5	0,176
6	0,150
7	0,130
8	0,115

Et pour les petites valeurs de Δx nous pourrions écrire compte tenu de (II-24)

$$\frac{N'}{N_R} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\Delta x}{\gamma}\right)^2 + 1}} \quad (\text{II-26})$$

Profil de Lorentz ou de résonance

Si nous choisissons encore, comme variable l'ordre x , le profil spectral de la raie est alors exprimé par la relation :

$$f(x) = \frac{1}{1 + \frac{4 x^2}{(\Delta x)^2}}$$

L'interférogramme enregistré s'écrit alors :

$$J(x) = \frac{1-R}{1+R} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ 1 + 2 \sum_{p=1}^{\infty} R^p \cos 2 \pi p (y-x) \right\} \frac{1}{1 + \frac{4 y^2}{(\Delta y)^2}} dy \quad (\text{II-27})$$

Pour le calcul de cette intégrale, nous procédons de la même façon que dans le cas du profil Döppler, c'est-à-dire que nous décomposons $J(x)$ en deux intégrales J_1 et $J_p(x)$.

$$J_1 = \frac{1-R}{1+R} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1 + \frac{4 y^2}{(\Delta y)^2}} dy \quad (\text{II-28})$$

$$J_p(x) = \frac{1-R}{1+R} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1 + \frac{4 y^2}{(\Delta y)^2}} \cdot \cos 2 \pi p (y-x) dy \quad (\text{II-29})$$

Compte tenu du fait que l'intégrale $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1 + \frac{4 y^2}{(\Delta y)^2}} \cdot \sin 2 \pi p x \cdot \sin 2 \pi p y dy$

est nulle nous obtenons comme expression de $J(x)$:

$$J(x) = \frac{\pi}{2} \Delta x \frac{1-R}{1+R} \left\{ 1 + 2 \sum_{p=1}^{\infty} R^p e^{-\Delta x \pi p} \cos 2 \pi p x \right\} \quad (\text{II-30})$$

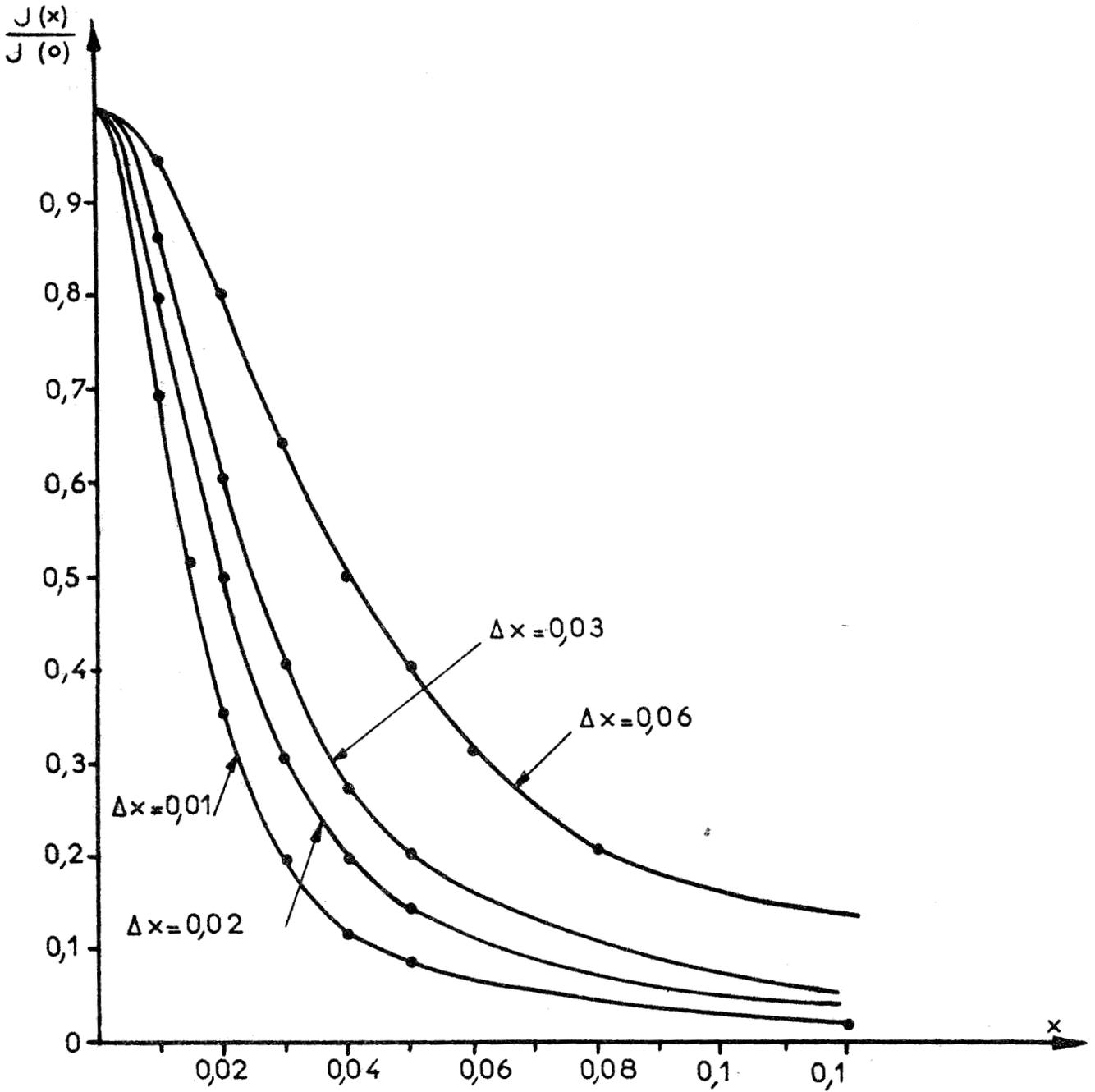
Le fait de se trouver en présence d'une raie à profil de Lorentz, revient donc à remplacer le coefficient de réflexion R des lames par un coefficient $R' = R e^{-\pi \Delta x}$. Il est donc possible d'exprimer $J(x)$ à l'aide d'une fonction analogue à une fonction d'Airy.

$$J(x) = \frac{\pi}{2} \Delta x \left(\frac{1-R}{1+R} \right) \left(\frac{1+R'}{1-R'} \right) \left\{ 1 + 2 \sum_{p=1}^{\infty} R'^p \cos 2 \pi p x \right\} \cdot \left(\frac{1-R'}{1+R'} \right) \quad (\text{II-31})$$

soit

$$J(x) = \frac{\pi}{2} \Delta x \left(\frac{1-R}{1+R} \right) \left(\frac{1+R'}{1-R'} \right) \frac{1}{1 + \frac{4 R'}{(1-R')^2} \sin^2 \pi x} \quad (\text{II-32})$$

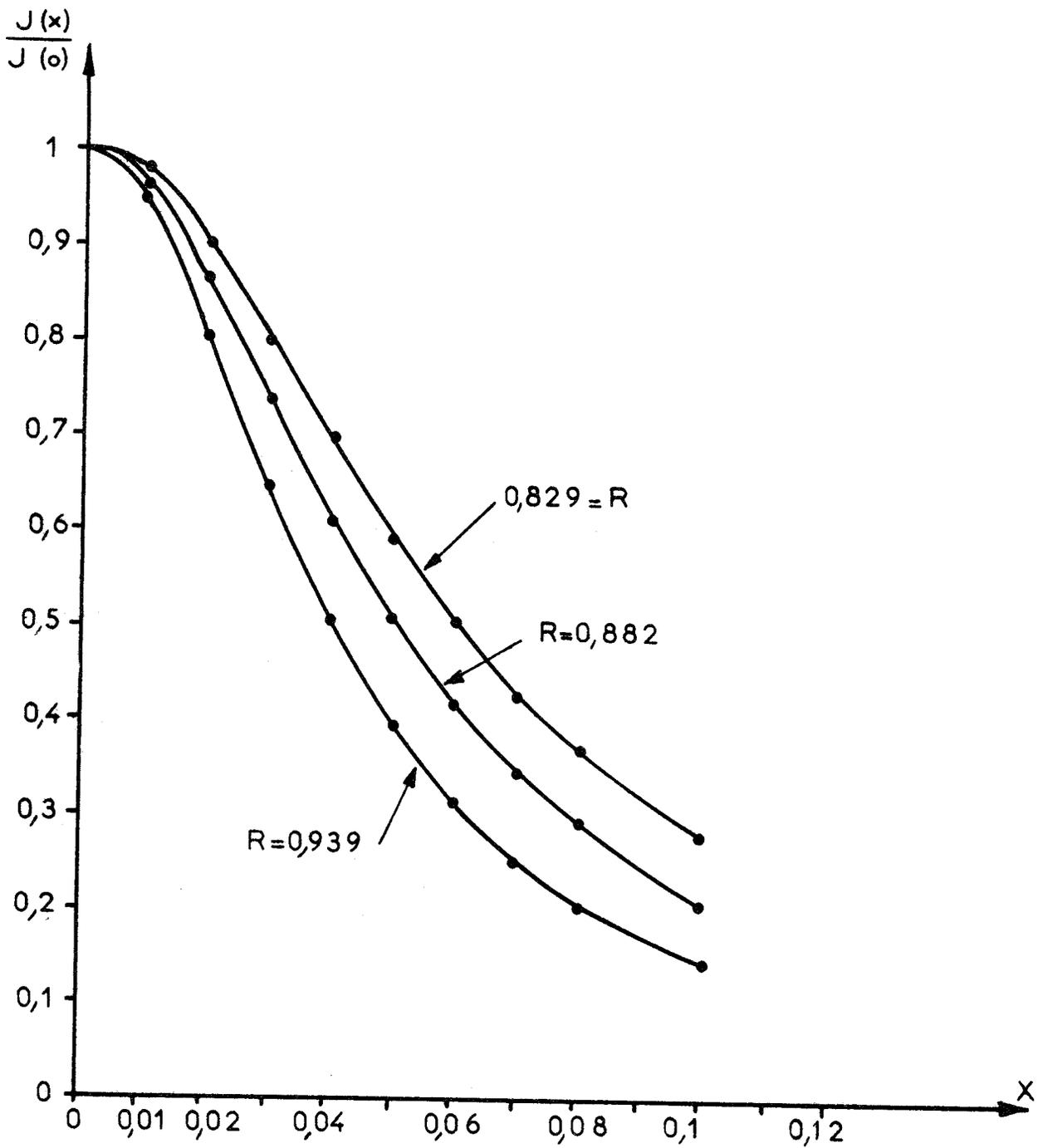
Sur la figure (18), nous avons représenté les variations de $J(x)/J(0)$ pour un pouvoir réflecteur donné des lames ($R = 0,939$) et différentes largeurs de raies. Les valeurs de la fonction $J(x)/J(0)$ sont données par le tableau ci-après :



VARIATIONS DE $\frac{J(x)}{J(0)}$ PARAMETRE Δx
PROFIL DE LORENTZ



FIGURE : 18



VARIATIONS DE $J(x)/J(0)$ PARAMETRE R.

FIGURE :19

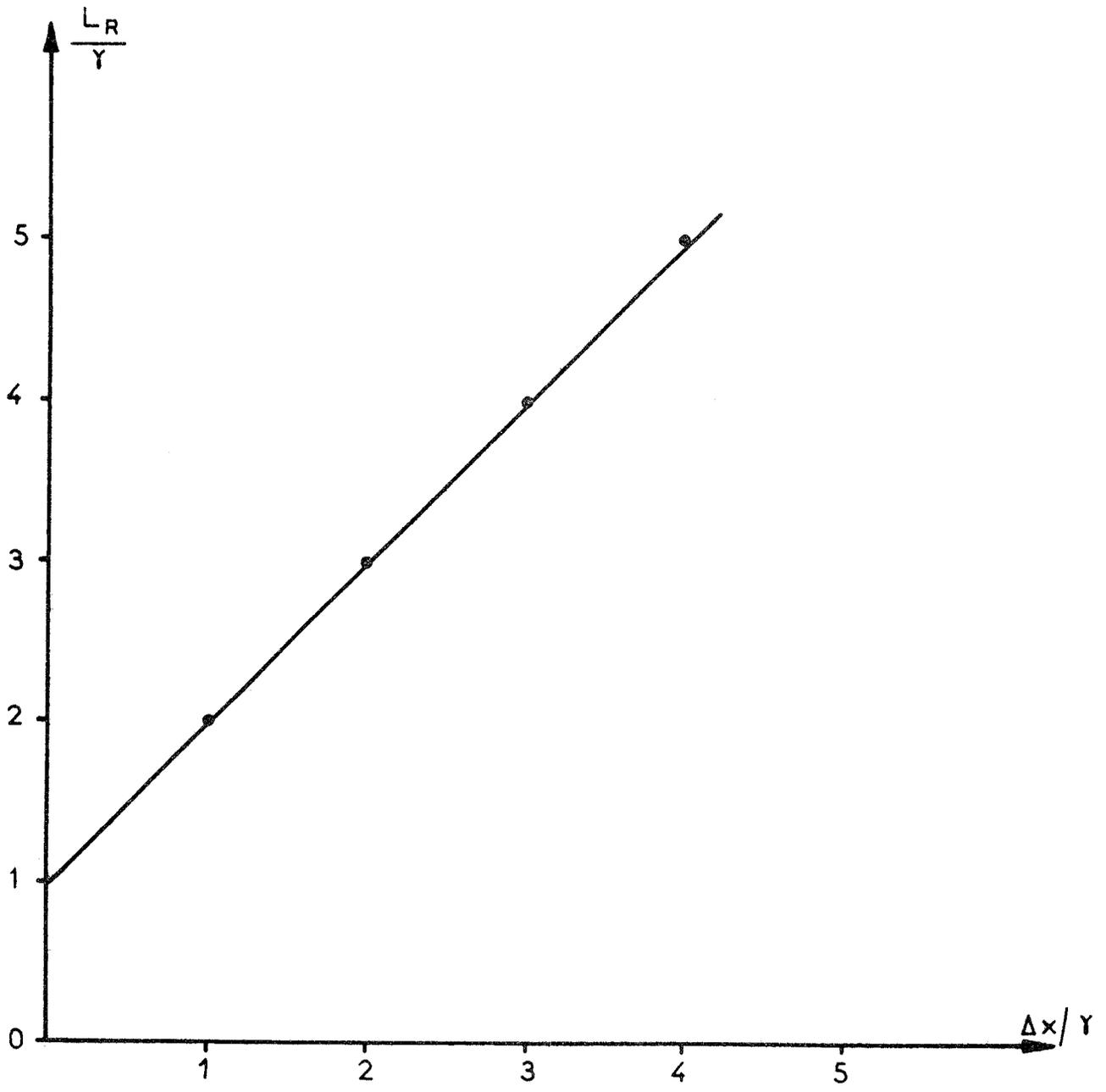


x	$\Delta x = 2 \cdot 10^{-3}$	$\Delta x = 1 \cdot 10^{-2}$	$\Delta x = 2 \cdot 10^{-2}$	$\Delta x = 3 \cdot 10^{-2}$	$\Delta x = 6 \cdot 10^{-2}$	$\Delta x = 8 \cdot 10^{-2}$
0	1	1	1	1	1	1
0,01	0,515	0,687	0,798	0,859	0,946	0,960
0,02	0,347	0,354	0,498	0,605	0,803	0,860
0,03	0,261	0,196	0,306	0,405	0,643	0,732
0,04	0,210	0,120	0,198	0,277	0,506	0,606
0,05	0,175	0,083	0,142	0,203	0,395	0,506
0,06	0,0297	0,059	0,100	0,1515	0,314	0,413
0,07	0,022	0,044	0,076	0,1158	0,251	0,344
0,08	0,0171	0,035	0,060	0,0919	0,206	0,287
0,10	0,011	0,022	0,040	0,060	0,144	0,207

Nous avons également représenté sur la figure (19) les variations de $\phi(x)$ $\phi(o)$ pour différentes valeurs du pouvoir de réflexion R et une largeur de raie égale à $6 \cdot 10^{-2}$. Les valeurs numériques de $\phi(x)$ $\phi(o)$ sont rassemblées dans le tableau ci-dessous.

x	R=0,939	R=0,882	R=0,829
0	1	1	1
0,01	0,9467	0,9652	0,9755
0,02	0,8039	0,8649	0,9017
0,03	0,6430	0,7394	0,8027
0,04	0,5062	0,6154	0,6965
0,05	0,3959	0,5057	0,5945
0,06	0,3142	0,4170	0,5064
0,07	0,2514	0,344	0,4292
0,08	0,2060	0,2384	0,3675
0,1	0,1436	0,2074	0,2730





PROFIL DE LORENTZ

FIGURE : 20



Comme dans l'étude de l'influence d'un profil Döppler sur le profil d'interférence d'un étalon Fabry-Pérot idéal ; nous avons représenté sur un diagramme (fig. 20) les variations de la fonction :

$$\frac{L_R}{\gamma} = f \left(\frac{\Delta x}{\gamma} \right)$$

la courbe obtenue est encore une droite, mais cette fois d'équation

$$L_R = \Delta x + \gamma \quad (\text{II-33})$$

On peut remarquer que cette fois, si $\Delta x = 0$, nous trouvons bien $L_R = \gamma$, donc la formule (II-33) est valable quelle que soit la largeur de la raie.

Finesse

L'expression donnant le profil sous la forme (II-32) permet de définir une finesse de l'étalon Fabry-Pérot éclairé par une raie à profil de dispersion. Nous pouvons en effet écrire

$$N' = \frac{\pi \sqrt{R'}}{1 - R'} = \frac{\pi e^{-\frac{\pi \delta \Delta \sigma}{2}} \sqrt{R}}{1 - R e^{-\pi \delta \Delta \sigma}} \quad (\text{II-34})$$

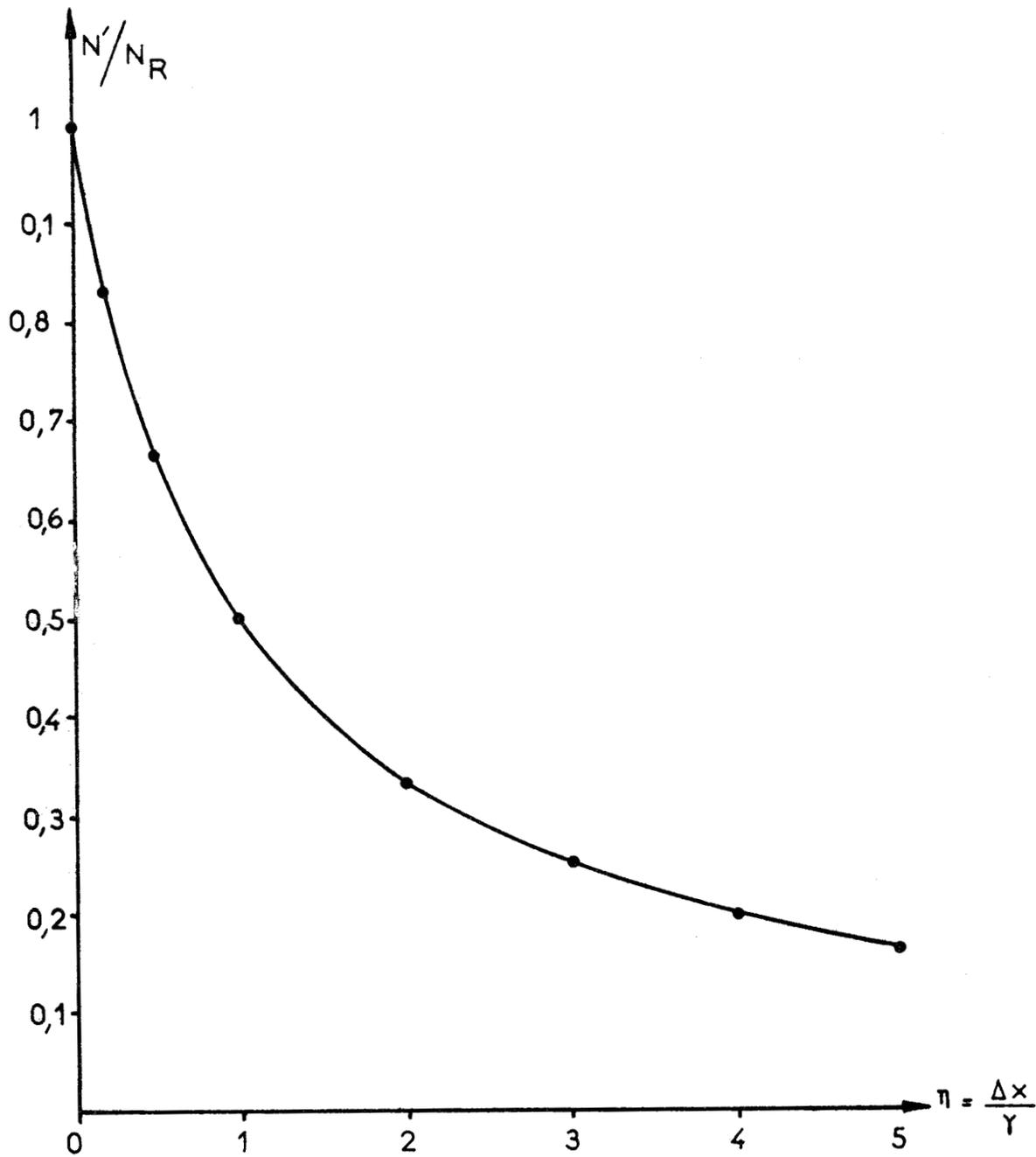
Nous pouvons aussi définir N' à partir de la relation (II-33)

$$N' = \frac{1}{L_R} = \frac{1}{\Delta x + \gamma} = \frac{1}{\gamma \left(\frac{\Delta x}{\gamma} + 1 \right)}$$

$$\boxed{\frac{N'}{N_R} = \frac{1}{\eta + 1}} \quad \text{avec} \quad \eta = \frac{\Delta x}{\gamma} \quad \text{II-35}$$

Ces deux formes sont absolument équivalentes.

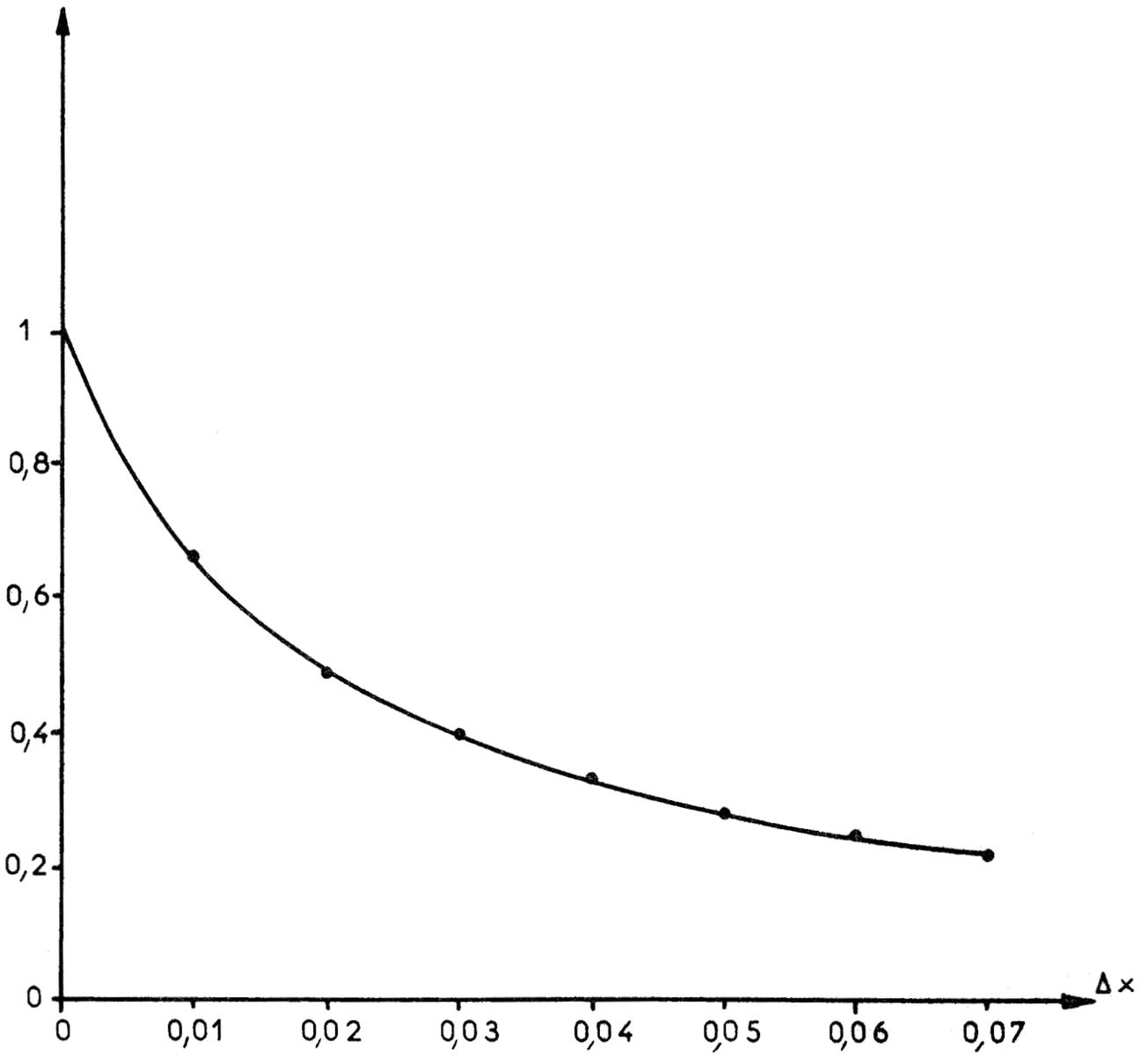
Les variations du rapport $\frac{N'}{N_R}$ sont représentées sur la figure (21) tandis que ses valeurs numériques sont exprimées dans le tableau ci-dessous.



VARIATIONS DE N'/N_R PROFIL DE LORENTZ

FIGURE : 21

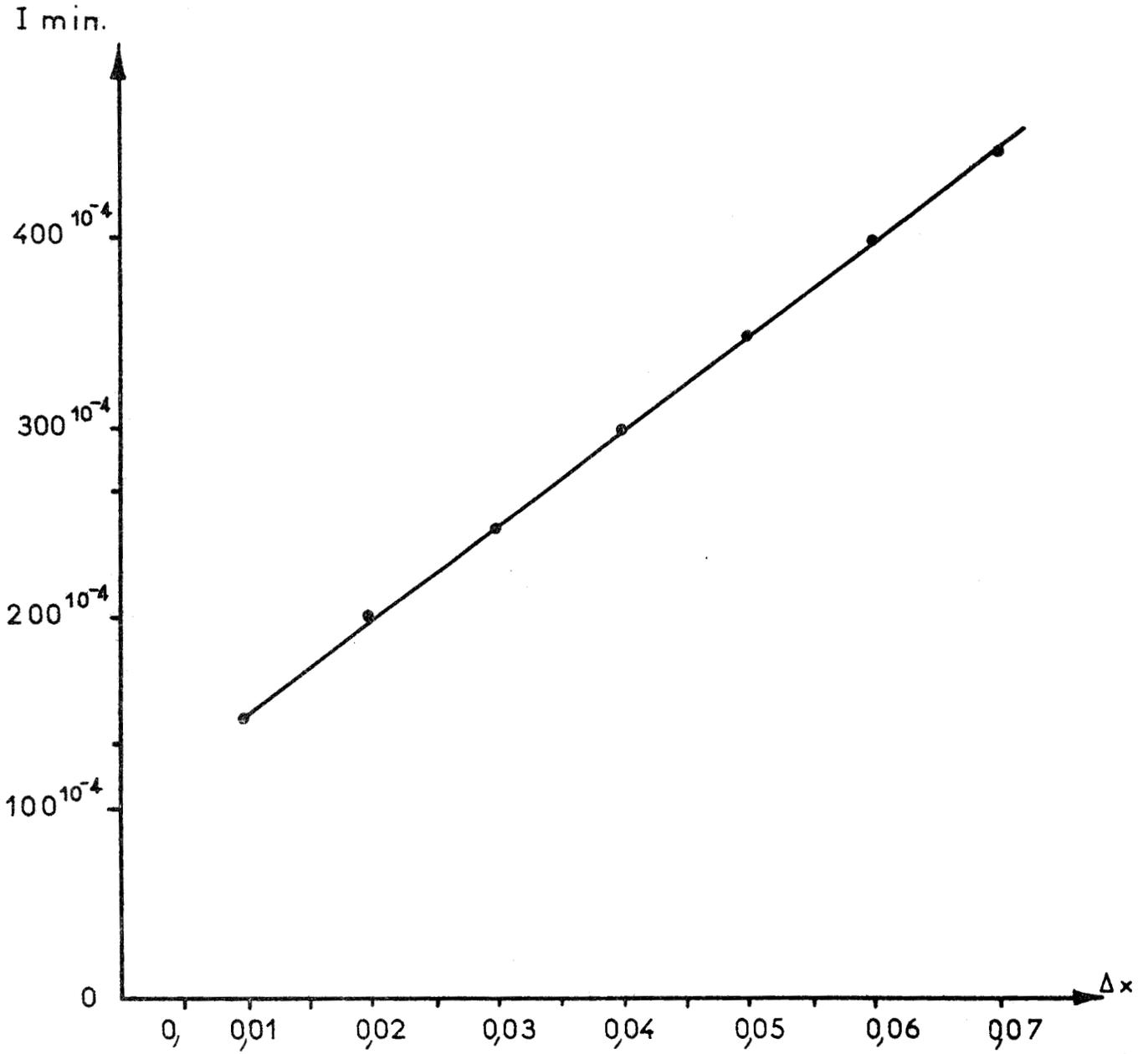




VARIATIONS DE L'INTENSITE MAXIMUM
PROFIL DE LORENTZ



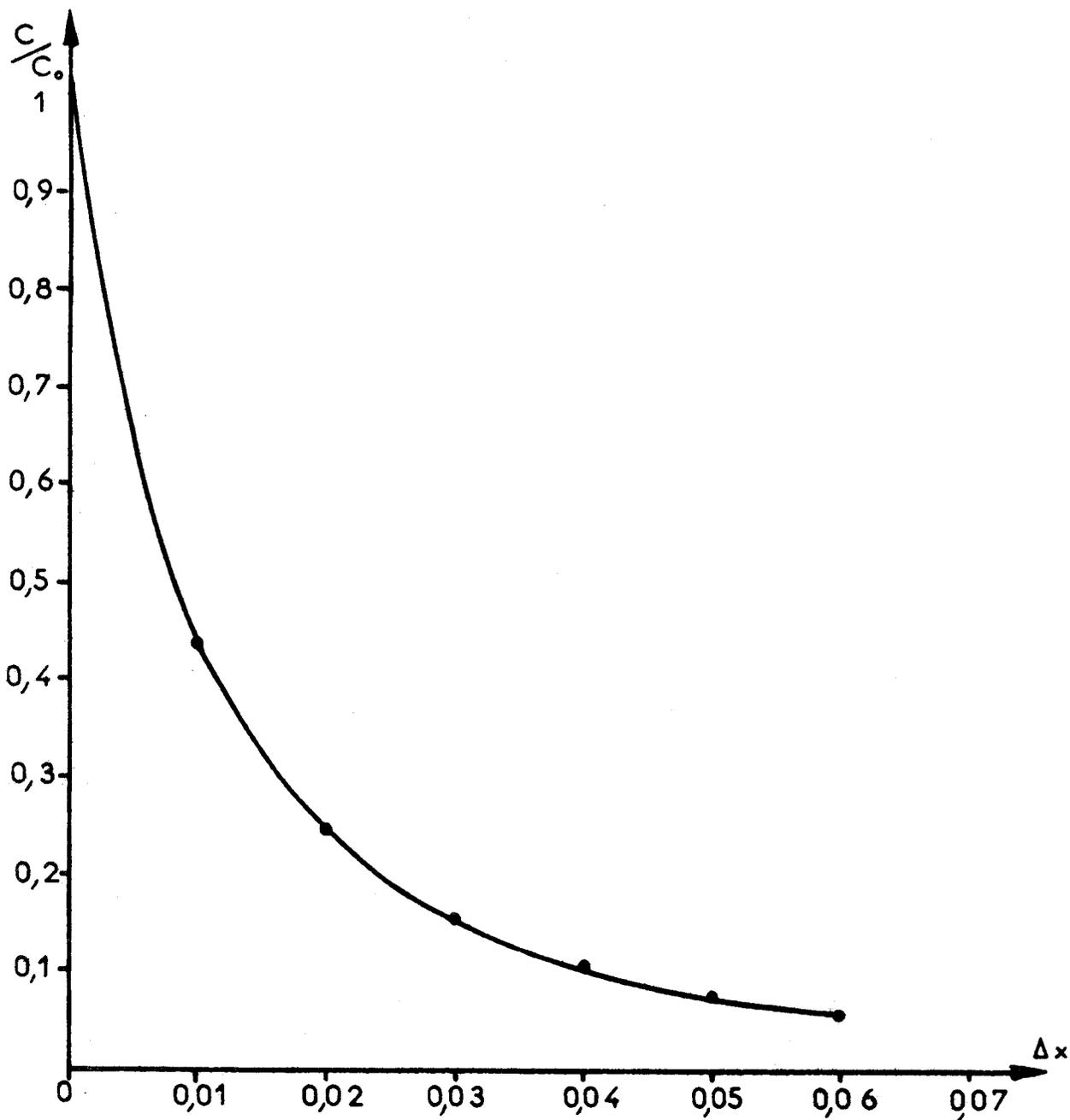
FIGURE : 22



VARIATIONS DE L'INTENSITE MINIMUM
PROFIL DE LORENTZ

FIGURE : 23





EVOLUTION DU CONTRASTE EN FONCTION DE L'ARGEUR DE LA RAIE.

PROFIL DE LORENTZ

FIGURE : 24



:	n	:	N'/N _R	:
:	0,2	:	0,833	:
:	0,4	:	0,714	:
:	0,5	:	0,666	:
:	1	:	0,500	:
:	2	:	0,333	:
:	3	:	0,250	:
:	4	:	0,200	:
:		:		:

Variation de l'intensité maximum et minimum en fonction de la largeur de raie.. Contraste

Nous obtenons l'intensité maximum à partir de l'expression II-32 en donnant à x la valeur 0 ; la fonction J(x) prend alors la valeur.

$$J(0) = \frac{\pi}{2} \Delta x \left(\frac{1-R}{1+R} \right) \left(\frac{1+R'}{1-R'} \right) = J_1 J'(0) \quad (\text{II-36})$$

Nous avons représenté J'(0) en fonction de Δx sur la courbe (22). Ainsi que nous nous y attendions, il y a un abaissement du sommet, celui-ci étant de plus en plus important au fur et à mesure que Δx augmente. La figure (23) donne les variations de l'intensité minimum en fonction de Δx . Nous pouvons constater un relèvement du fond des anneaux lorsque x croît. Ainsi donc, la diminution du contraste des anneaux n'est pas uniquement due à un abaissement du sommet mais aussi à un relèvement du fond des anneaux. Les variations de C/C₀ rapport du contraste mesuré au contraste obtenu lorsque l'étalon est éclairé par une raie monochromatique en fonction de la variable $\frac{\Delta x}{\gamma} = n$ sont données par le graphique (24)

Cas d'un profil spectral composé

Généralement les raies spectrales subissent plusieurs causes d'élargissement, l'effet Döppler, l'amortissement par rayonnement, l'amortissement par collisions soit avec des atomes neutres, soit avec des particules chargées. Si f(x) et g(x) sont deux fonctions caractérisant la distribution de l'intensité lorsque les causes d'élargissement agissent indépendamment l'une de l'autre, le profil résultant F(x) sera donné par l'expression

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x-y) g(y) dy = \int_{-\infty}^{+\infty} f(y) g(x-y) dy$$

On peut admettre pour f et g différentes formes :

1°) f et g sont toutes deux une fonction de Gauss de largeur a_1 et a_2

Ce cas se rencontre lorsque à l'élargissement Döppler dû à la température de la source, se superpose un élargissement Döppler dû aux mouvements de turbulence dans leur plasma par exemple. F(x) est alors le produit de composition de deux profils gaussiens. C'est un profil de Gauss dont la largeur a_3 est liée aux largeurs a_2 et a_1 par la relation :

$$a_3^2 = a_1^2 + a_2^2 \quad \text{II-38}$$

2°) f et g sont toutes les deux une fonction de résonance de largeur a_1 et a_2

C'est le cas où à l'amortissement par rayonnement (largeur naturelle d'une raie) se superpose un amortissement dû aux collisions de l'atome émetteur avec les autres particules du milieu. Si a_1 et a_2 sont respectivement les largeurs f et g, F(x) est encore une fonction de résonance de largeur a_3 définie par la relation :

$$a_3 = a_1 + a_2 \quad \text{II-39}$$

En effet, nous avons :

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dy}{\left[\frac{a_1^2}{4} + y^2 \right] \left[\frac{a_2^2}{4} + (x-y)^2 \right]} = \frac{2\pi (a_1+a_2)}{a_1 a_2} \cdot \frac{1}{x^2 + \frac{(a_1+a_2)^2}{4}} \quad \text{(II-37)}$$

3°) f et g sont respectivement une fonction de résonance et une fonction de Gauss

Le profil résultant de la raie F(x) est alors donné par l'expression suivante :

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-\alpha y^2}}{\left[1 + \frac{4(x-y)^2}{a^2} \right]} dy \quad \text{II-40}$$

Détermination de la largeur de raie à partir du profil d'interférence

Le profil d'interférence est alors exprimé par la relation :

$Y = f * g * A$, A désignant le profil d'interférence de l'étalon parfait. Le cas où f et g sont toutes les deux fonctions des profils de dispersion ou de Gauss est trivial car le profil résultant de la raie est alors un profil lorentzien ou gaussien, cas que nous avons étudiés (cf. page 20) Nous n'envisageons donc que le cas où f et g sont deux fonctions de Lorentz et de Gauss de largeur respectivement l et d nous écrirons alors :

$$Y = (L * D) * A \quad (II-39)$$

Pour déterminer la largeur du profil résultant nous remarquerons que nous pouvons assimiler le profil d'Airy A à une fonction de Lorentz L' de même largeur que A. La propriété de commutativité du produit de convolution nous permet donc d'écrire à partir de la relation (II-39)

$$Y = (L * D) * A = (L * L') * D$$

Or les conclusions du second paragraphe nous permettent de remplacer le produit de convolution $L * L'$ par une fonction de Lorentz de largeur

$$l'' = l + \gamma$$

γ étant largeur de la fonction d'Airy.

Ainsi donc nous obtenons la formule :

$$Y = L'' * D \quad (II-41)$$

Mais comme nous l'avons indiqué ci-dessus, nous pouvons remplacer L'' par une fonction d'Airy de même largeur que L'' ; nous obtenons donc comme expression du profil résultant :

$$Y = A' * D \quad (II-42)$$

Nous sommes donc ramenés à un problème déjà étudié à savoir celui de la convolution d'une fonction d'Airy et d'un profil Döppler. Et nous pouvons, compte-tenu de la formule (II-23), en déduire une relation entre la largeur y de Y; l, γ et d qui s'exprime par l'équation :

$$y = d + 0,66 (1 + \gamma) \quad (II-43)$$

si on note f la largeur du profil de raie $F = L * D$, nous pouvons écrire

$$f = d + 0,66 l \quad (II-44)$$

en remplaçant la fonction de Lorentz par la fonction d'Airy équivalente.

En reportant (II-44) dans (II-43), nous obtenons :

$$y = f + 0,66 \gamma \quad (\text{II-45})$$

Il est remarquable de constater que la relation (II-45) est analogue à la formule (II-23) et que, connaissant les largeurs y et γ nous pouvons en déduire graphiquement la valeur de la largeur de raie, f , à partir de la courbe (16).

Détermination des largeurs ℓ et d des fonctions de Lorentz et de Gauss composant le profil de raie $F(x)$ à partir du profil d'interférence.

La connaissance des largeurs ℓ et d est intéressante, car elle nous permettrait de pouvoir déterminer éventuellement les différents paramètres définissant l'état du plasma, tels que la température de la source par exemple.

Pour mener à bien ce calcul, nous emploierons le fait que si C est le produit de composition de deux fonctions A et B

$$C = A * B \quad (\text{II-46})$$

La transformée de Fourier de C est égale au produit des transformées de Fourier de A et de B

$$T \{C\} = T \{A\} \times T \{B\} \quad (\text{II-47})$$

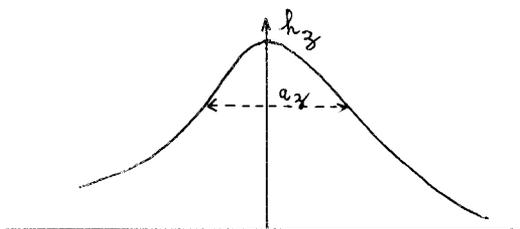
de cette propriété, nous pouvons en déduire que l'aire de C est égale au produit des aires de A et de B .

$$\text{Aire } (B) \times \text{Aire } (A) = \text{Aire } (C) \quad (\text{II-48})$$

D'autre part, l'aire comprise entre la courbe représentant une fonction $Z(x)$ et l'axe des abscisses peut toujours s'exprimer sous la forme :
{ 7 }

$$Z = C_z \cdot h_z \cdot a_z \quad (\text{II-49})$$

où h_z désigne la hauteur de la fonction $Z(x)$; a_z sa largeur à mi-hauteur et C_z est un coefficient caractérisant la forme de $Z(x)$.



Nous avons rassemblé dans le tableau ci-dessous les valeurs de C_z pour quelques fonctions caractéristiques.

z	créneau	résonance	Döppler	Airy
C_z	1	$\frac{\pi}{2}$	1,065	$\frac{\pi}{2}$

Compte tenu des propriétés exposées ci-dessus, nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \text{Aire Y} &= \text{Aire L} \times \text{Aire D} \times \text{Aire A} \\ \text{Aire Y} &= (C_L \cdot h_L \cdot \ell) \times (C_D \cdot h_D \cdot d) \times (C_A \cdot h_A \cdot \gamma) \end{aligned} \quad (\text{II-50})$$

Nous pouvons choisir L, D et A telles que $h_L = h_D = h_A = 1$. Ce qui donne compte tenu des résultats du tableau :

$$\text{Aire Y} = \left(\frac{\pi^2}{4} \cdot 1,065\right) \times \ell \cdot d \cdot \gamma$$

Ce qui nous donne finalement :

$$\ell \cdot d = \frac{4 \times \text{Aire Y}}{1,065 \cdot \pi^2 \cdot \gamma} = \xi$$

L'aire de Y peut être déterminée à partir de l'interférogramme, et d'autre part, la largeur γ du profil d'Airy est connue, puisque ne dépendant que du pouvoir de réflexion des lames. Il nous reste donc à résoudre maintenant le système d'équation :

$$\begin{aligned} f &= d + 0,66 \ell \\ \xi &= \ell \cdot d \end{aligned} \quad (\text{II-51})$$

ce qui nous conduit à l'équation du second degré :

$$f \cdot \ell = 0,66 \ell^2 + \xi \quad (\text{II-52})$$

Nous obtenons donc deux valeurs de ℓ possibles données par la relation ()

$$\ell = \frac{f \pm \sqrt{f^2 - 4\xi \cdot 0,66}}{1,32}$$

mais une seule est satisfaisante ; pour la déterminer, nous utiliserons la propriété suivante :

Si $z = x * u$, la largeur de $z = x \otimes u$ est toujours plus petite que la somme algébrique des largeurs des profils composants (x , et u), mais toujours supérieure à chacune des largeurs x ou u . En résumé, on doit avoir :

$$\begin{aligned} L_z < L_x + L_y & \quad \text{et} \quad L_z > L_x \\ & \quad \quad \quad L_z > L_y \end{aligned}$$

En application à notre problème cela nous donne :

$$\begin{aligned} f < \ell + d & \quad \text{et} \quad f > \ell \\ & \quad \quad \quad f > d \end{aligned} \quad (\text{II-53})$$

L'expression correcte de ℓ est donc :

$$\ell = \frac{f - \sqrt{f^2 - 4 \xi \cdot 0,66}}{1,32} \quad (\text{II-54})$$

l'équation $f = d + 0,66 \lambda$ (II-51)

donne pour d :

$$d = f - \frac{f - \sqrt{f^2 - 4 \xi \cdot 0,66}}{2} \quad (\text{II-55})$$

soit :

$$d = \frac{f + \sqrt{f^2 - 4 \xi \cdot 0,66}}{2}$$

Les déformations du profil d'interférence ne sont pas dues seulement à la largeur de raie. En effet, la fonction d'appareil subit d'autres perturbations dont les origines peuvent être attribuées aux causes suivantes :

- 1°) Influence des défauts de planéité des lames
- 2°) Influence du défaut de parrallélisme des lames
- 3°) Influence de la fonction diaphragme.

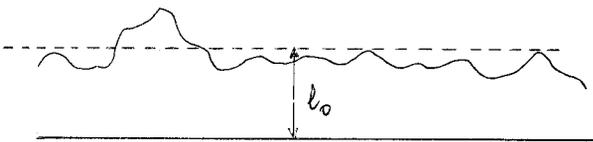
Ces perturbations se traduisent par un élargissement en fréquence de la fonction d'appareil et donc à un abaissement de l'intensité maximum, l'énergie transmise par la bande passante de l'étalon réel étant égale à celle transmise par la bande passante de l'étalon parfait.

Abérations de l'interféromètre

Influence des défauts de planéité des lames

Les lames de l'étalon ne sont pas parfaitement planes et peuvent présenter des défauts de surface que l'on classe essentiellement en deux catégories, suivant que ces défauts sont grands ou petits par rapport à la longueur d'onde. La topographie des lames est représentée par une "indicatrice" de défauts ou de relief que l'on notera $D(\sigma)$. L'étalon peut être considéré comme formé de Fabry Pérot élémentaires d'épaisseur $\lambda_0 + \lambda$, λ_0 étant l'épaisseur moyenne de l'étalon, dont le maximum d'intensité de la bande passante se trouve déplacé de $\frac{\sigma_0 (\lambda_0 + \lambda)}{\lambda_0}$ par rapport à σ_0 nombre d'ondes correspondant

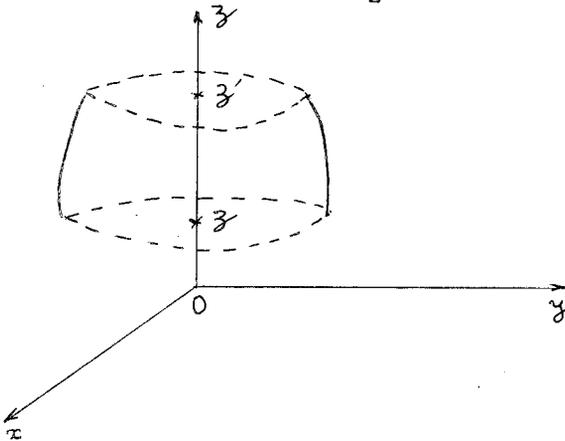
au maximum d'intensité de la bande passante de l'étalon d'épaisseur λ_0 . Si dS est l'aire de l'ensemble des Fabry-Pérot élémentaires dont les bandes passantes sont maxima dans un intervalle entourant σ_0 , alors l'indicatrice de relief sera donnée par $D(\sigma) = \frac{dS}{d\sigma}$ (II-56)



a) Défauts grands par rapport à la longueur d'onde

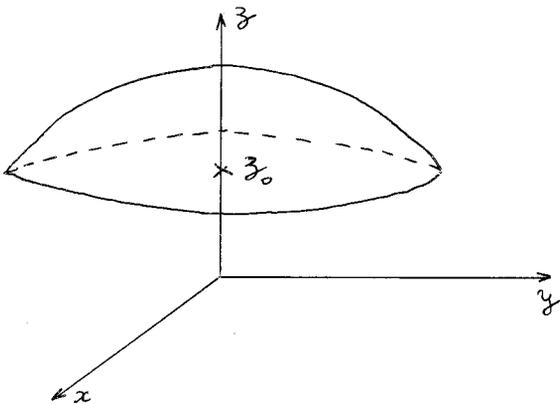
Il s'agit là notamment des défauts de courbure des lames, une classe importante de cette catégorie de défauts est celle où les défauts présentent la symétrie de révolution, en effet dans ce cas le calcul de l'aire dS , revient à celui de l'aire d'une zone de révolution. L'aire de la zone de révolution comprise entre les plans de cotes z et z' nous est donnée par l'expression :

$$A = 2 \pi \int_z^{z'} y ds. \quad (II-57)$$



Dans cette formule, y et s sont des fonctions de la variable z ; $s = s(z)$ est l'équation de la méridienne. A partir de la relation (II-57) nous allons donc pouvoir en déduire l'expression de l'indicatrice de relief $D(\sigma)$. Ce que nous allons faire dans les cas où les lames sont parfaitement sphériques et coniques nous supposerons toujours que l'une des lames est plane et coïncide avec le plan xOy .

Lames sphériques



$$dS = \int_{z_0}^{z_0+dz} 2 \pi y ds.$$

L'équation de la méridienne est $s = R\theta$; R étant le rayon de la sphère. En posant $y = R \cos \theta$; $z = R \sin \theta$ nous obtenons :

$$dS = 2 \pi R dz \quad (II-58)$$

D'après la formule (II-58) nous en déduisons que $\frac{dS}{dz}$ est une constante, donc il

en est de même pour $D(\sigma)$, qui est alors une fonction rectangulaire. La largeur est proportionnelle au rayon de courbure des lames ainsi qu'à leur surface ; nous avons en effet :

$$dS \quad D(\sigma) = \frac{dS}{d\sigma'} = \frac{2 \pi R \cdot \ell}{\sigma_0}$$

on trouverait encore une fonction rectangulaire pour $D(\sigma)$ si les lames avaient non plus une courbure sphérique mais une courbure cylindrique.

c) Lames coniques

Supposons maintenant que l'une des lames soit un cône de révolution autour de l'axe perpendiculaire à l'autre lame en son milieu. L'équation de la méridienne est : $z = -h/r y + h$; si h est la hauteur du cône et r le rayon de la lame.

$$ds = \sqrt{dy^2 + dz^2} = \left(\sqrt{1 + \frac{r^2}{h^2}} \right) dz$$

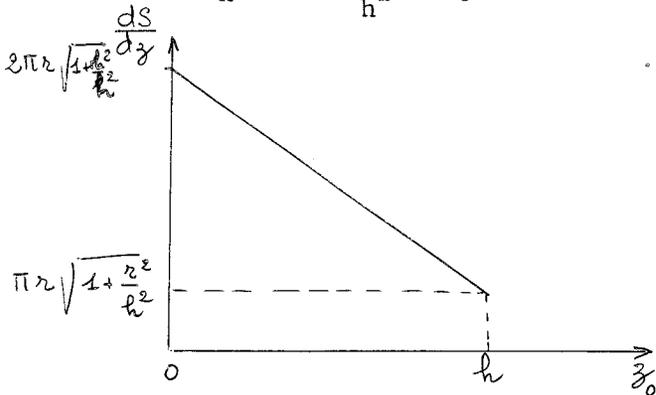
$$dS = 2 \pi \int_{z_0}^{z_0+dz} -\frac{r}{h} (z - h) \cdot \sqrt{1 + \frac{r^2}{h^2}} dz = -\frac{2 \pi r}{h} \sqrt{1 + \frac{r^2}{h^2}} \int_{z_0}^{z_0+dz} (z - h) dz$$

$$dS = -\frac{2 \pi r}{h} \sqrt{1 + \frac{r^2}{h^2}} \left\{ \left[\frac{1}{2} (z_0^2 + dz^2 + 2 z_0 dz - z_0^2) \right] - h dz \right\}$$

$$dS = -\frac{\pi r}{h} \sqrt{1 + \frac{r^2}{h^2}} [z_0 dz + dz^2 - 2 h dz]$$

on peut admettre comme résultat final en négligeant dz^2 devant dz :

$$dS = -\frac{\pi r}{h} \sqrt{1 + \frac{r^2}{h^2}} [z_0 - 2 h] dz$$



Ceci est l'équation d'une droite de pente négative que nous avons représentée sur la fig. (25). Nous pouvons donc en déduire la forme de $D(\sigma)$ qui se déduit de $D(z) = \frac{dS}{dz}$ par le changement de variable :

$$dz = \frac{\ell}{\sigma_0} d\sigma'$$

Nous obtenons donc comme expression de $D(\sigma)$:

$$D(\sigma) = -\frac{\pi r}{h} \sqrt{1 + \frac{r^2}{h^2}} [\sigma - 2 h] \cdot \frac{\ell}{\sigma_0} \quad (II-59)$$

b) Défauts petits par rapport à la longueur d'onde

Ce sont surtout les défauts dûs à la structure granulaire du revêtement diélectrique des lames. Ces incidents de relief, répartis sur toute la surface de la lame, sont caractérisés par leur valeur quadratique moyenne. Si on admet une répartition "au hasard" des particules constituant le "coating",

les irrégularités de surface sont alors convenablement représentées par une loi de distribution de Gauss.

$$D(\sigma) = e^{-\alpha \sigma^2}$$

où α est une constante caractérisant la distribution.

La présence de ces défauts introduit comme on le sait, un affaiblissement du contraste et un élargissement des anneaux. La répartition de l'intensité lumineuse dans la figure d'interférence est donnée par la relation :

$$I(\sigma) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-\alpha \sigma'^2}}{1 + m \sin^2 \pi (\sigma - \sigma')} d\sigma'$$

Nous retrouvons ici le même problème que celui de l'influence d'une raie à profil Döppler, dont nous pourrions exploiter les résultats.

Influence du défaut de parallélisme de la lame

Nous savons que la présence d'un défaut de parallélisme des lames de l'interféromètre introduit une déformation de la figure d'interférence. En effet, la différence de phase entre deux rayons émergents consécutifs n'est plus une constante.

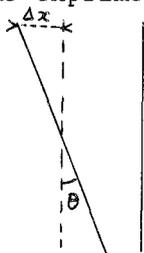
Si nous remarquons que le profil d'interférence peut toujours être mis sous la forme suivante, si l'on suppose que les lames ne présentent aucun défaut de surface.

$$F(x) = \frac{\phi(x)}{\phi(o)} = 1 + 2 \sum G_p \cos 2 \pi p x$$

où G_p caractérise la forme de la raie spectrale étudiée. L'expression de la distribution de l'intensité dans le cas où les lames font entre elles un petit angle θ et lorsque l'arête du coin d'air formé passe par le centre des lames ; est donnée par la relation : (II-60) - { 8 }

$$I = \frac{1 + \int_0^R \int_0^{2\pi} 2 \sum_{p=1}^{\infty} G_p \cos 2 \pi p (x + \Delta x \cos \alpha \frac{p}{R}) d\alpha \cdot \rho \cdot d\rho}{\int_0^R \int_0^{2\pi} \rho d\rho \cdot d\alpha} \quad (II-60)$$

où R désigne le rayon des lames ; $\Delta x = \frac{2 R \theta}{\lambda}$ le déplacement linéaire au bord de la lame exprimé en ordre α et ρ sont les coordonnées polaires.



Après calcul, l'équation (II-60) donne :

$$I = \left\{ 1 + 2 \sum_{p=1}^{\infty} G_p \cos 2 \pi p x \cdot \frac{2 J_1(2 \pi p \Delta x)}{2 \pi p \Delta x} \right\} \quad (II-61)$$



où $J_1(2 \pi p \Delta x)$ est la fonction de Bessel de premier ordre et de première espèce et d'amplitude $2 \pi p \Delta x$. Hill a donné les courbes représentant le profil d'interférence dans le cas où le profil de la raie est Gaussien. Il a montré en particulier que la fonction de répartition de l'intensité lumineuse restait symétrique pour des valeurs entières de x et des petites valeurs de Δx .

Dans le cas le plus général, le calcul permettant de déterminer l'expression de l'intensité n'est plus aussi simple que précédemment. Nous n'exposerons que la méthode correspondant à l'observation d'une raie monochromatique. Il faut calculer la différence de phases entre deux rayons quelconques, c'est ce qu'ont fait Katti et Singh (9). La différence de phase entre le premier rayon et le $p^{\text{ième}}$ rayon est donnée par :

$$\phi_p = 2 \pi \sigma \cdot 2 t \cdot \cos i \left\{ p + p^2 \theta \operatorname{tg} i + \frac{\theta^2 \cdot p(p+1)(4p-1)}{3 \cos i} \right\} \quad (\text{II-62})$$

où i représente l'angle d'incidence ; t l'épaisseur de l'étalon.

Or, la répartition de l'intensité lumineuse dans le cas d'un étalon parfait peut s'écrire :

$$I = \left| \sum_{p=0}^{\infty} R^p e^{-i \phi_p} \right|^2$$

soit :

$$I = \left| \sum_{p=0}^{\infty} R^p (\cos p \phi + i \sin p \phi) \right|^2$$

ou

$$I = \left\{ \left(\sum_{p=0}^{\infty} R^p \cos p \phi \right)^2 + \left(\sum_{p=0}^{\infty} R^p \sin p \phi \right)^2 \right\} \quad (\text{II-63})$$

Relation que l'on peut finalement écrire :

$$I = \left\{ \left(\sum_{p=0}^{\infty} R^p \cos \phi_p \right)^2 + \left(\sum_{p=0}^{\infty} R^p \sin \phi_p \right)^2 \right\} \quad (\text{II-64})$$

ϕ_p prenant la valeur particulière $p x \phi_0$; où ϕ_0 est une constante dans le cas d'un étalon parfait. Cette dernière expression de l'intensité est donc tout à fait générale. Pour obtenir la distribution de l'intensité dans la figure d'interférence il suffira de reporter l'équation (II-62) dans (II-64). En conclusion, nous noterons que là encore on observe une diminution de l'intensité maximum des anneaux, et un élargissement de la bande passante de l'étalon.

3°) Influence du diaphragme explorateur

Généralement, lors de l'utilisation d'un spectromètre Fabry-Pérot, on observe l'anneau central de la figure d'interférence. On place donc devant le photomultiplicateur un diaphragme circulaire de rayon angulaire α , disposé dans le plan focal de l'objectif de sortie. Si pour des rayons lumineux se propageant suivant la normale au plan des lames, la différence de marche est δ_0 , pour des rayons inclinés de l'angle i , elle devient $\delta = \delta_0 \cos i$. Les rayons lumineux dont l'incidence est comprise entre i et $i + di$ forment un faisceau d'angle solide $d\Omega = 2\pi i di$, et ce flux qu'ils transmettent est :

$$d\phi = BS \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \pi \sigma_0 \delta} d\Omega \quad (\text{II-65})$$

si on suppose l'interféromètre éclairé en lumière monochromatique de nombre d'ondes σ_0 et de luminance B ; S étant la surface utile des lames de l'étalon.

Or, $\delta = \delta_0 \cos i = \delta_0 (1 - \frac{i^2}{2})$ si i est petit, ce qui est toujours le cas et, par suite $d\delta = -\delta_0 i di = -\delta_0 d\Omega/2\pi$ (II-66)

En reportant (II-66) dans (II-65) nous pouvons écrire :

$$d\phi = BS \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \pi \sigma_0 \delta} \left(\frac{-2\pi}{\delta_0}\right) d\delta$$

le flux total transmis par l'interféromètre muni d'un diaphragme de rayon angulaire α est :

$$\phi = -2\pi BS \int_{\delta_0(1-\frac{\alpha^2}{2})}^{\delta_0} \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \pi \sigma_0 \delta} d\delta \quad (\text{II-67})$$

Ce qui nous donne en posant $\text{tg } \pi \sigma_0 \delta = t$

$$\phi = \frac{-2\pi BS}{\delta_0} \cdot \frac{1}{\pi} \frac{(1-R)}{(1+R)} \left\{ \text{Arctg} \left(\frac{1+R}{1-R} \right) \text{tg } \pi \sigma_0 \delta \right\}_{\delta_0(1-\frac{\alpha^2}{2})}^{\delta_0}$$

ou encore :

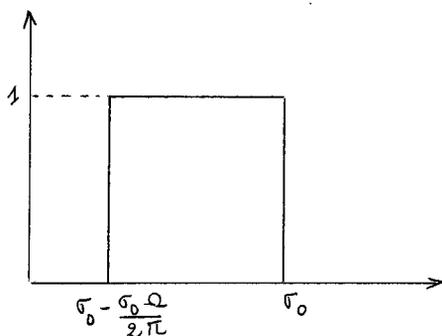
$$\phi = \frac{+2BS}{\sigma_0 \delta_0} \frac{1-R}{1+R} \left\{ \text{Arctg} \frac{1+R}{1-R} \text{tg } \pi \sigma_0 \delta_0 \left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right) - \text{Arctg} \frac{1+R}{1-R} \text{tg } \pi \sigma_0 \delta_0 \right\}$$

On peut remarquer que nous aurions obtenu le même résultat à un coefficient près si nous avions considéré l'étalon Fabry-Pérot muni d'un diaphragme infiniment fin éclairé par une raie à profil rectangulaire ; ainsi donc, nous

pouvons associer au diaphragme sa largeur en "nombre d'ondes" définie comme étant

$$\Delta \sigma = \sigma_o \frac{\alpha^2}{2} = \sigma_o \frac{\Omega}{2\pi} \tag{II-68}$$

et le diaphragme pourrait donc être représenté dans l'espace des nombres d'ondes par une fonction rectangulaire $\text{rect} \frac{\sigma}{\sigma_o \frac{\alpha^2}{2}}$ de largeur $L = \frac{\sigma_o \Omega}{2\pi}$



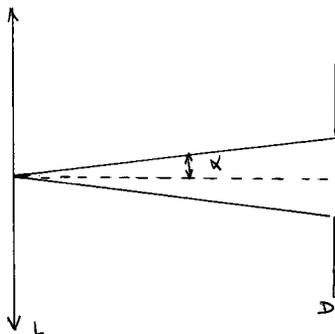
Le flux ϕ transmis par l'interféromètre étant alors

$$\phi = A * \text{rect} \frac{\sigma}{\sigma_o \frac{\alpha^2}{2}} \tag{II-70}$$

Nous pouvons facilement relier la largeur de la fonction diaphragme ; avec le rayon angulaire du diaphragme. La largeur de la fonction de fente est comme nous venons de le voir : $\frac{\sigma \Omega}{2\pi}$

Ce que l'on peut encore écrire en unité d'ordre :

$u = \frac{k \Omega}{2\pi}$; avec $k = \delta \sigma$. Nous pouvons exprimer l'angle solide Ω en fonction de l'angle α



$$\Omega = 2\pi (1 - \cos \alpha)$$

Relation que nous pouvons encore écrire sous la forme suivante puisque α est petit :

$$\Omega = \pi \alpha^2$$

En reportant cette dernière expression dans la formule donnant la largeur de la fonction diaphragme, nous obtenons :

$$u = \frac{k}{2} \alpha^2 \text{ soit } \alpha = \sqrt{\frac{2u}{k}} \tag{II-71}$$

Influence de la largeur de la fonction diaphragme sur la largeur du profil

Le profil du spectromètre Fabry-Pérot, en ne tenant compte que de l'effet du diaphragme explorateur est donné par l'expression suivante :

$$I(x) = \int_0^u \frac{1}{1 + m \sin^2 \pi (x^2 - x)} dx' \tag{II-72}$$

si on pose $m = \frac{4 R}{(1-R)^2}$

la relation (II-72) donne finalement :

$$I(x) = \frac{1}{\pi \sqrt{m+1}} \{ \text{Arctg } \sqrt{m+1} \text{ tg } \pi (x + u) - \text{Arctg } \sqrt{m+1} \text{ tg } \pi x \}$$

Pour déterminer la largeur à mi-hauteur de $I(x)$, nous allons déterminer la valeur de x pour laquelle l'intensité vaut $I(o)/2$. Pour mener à bien ce calcul nous effectuerons un développement au second ordre de $I(x)$.

$$I(x) = I(o) + x I'(o) + \frac{x^2}{2} I''(o)$$

nous obtenons donc comme équation :

$$\frac{I(o)}{2} + x I'(o) + \frac{x^2}{2} I''(o) \equiv 0$$

ce qui nous donne comme expression de x :

$$x = \frac{- I'(o) \pm \sqrt{I'(o)^2 - I(o) I''(o)}}{I''(o)}$$

Pour déterminer les expressions de $I'(o)$, $I(o)$ et $I''(o)$, nous avons tenu compte du fait que u était petit. Ce qui nous donne pour x :

$$x = \frac{u}{2} \frac{\{1 + (m+1) \pi^2 u^2\}}{\{1 + \pi^2 u^2\}} \pm \frac{1 + (m+1) \pi^2 u^2}{\sqrt{2m} (1 + \pi^2 u^2)} \tag{II-73}$$

si on néglige les termes du second degré

$$x = \frac{u}{2} \pm \frac{1}{\sqrt{2m}} \tag{II-74}$$

Ainsi donc, au premier ordre, la variation de la largeur du profil de l'étalon muni d'un diaphragme explorateur est linéaire en fonction de la largeur u de la fonction de diaphragme.

Luminosité du spectromètre Fabry-Pérot

L'expression générale de la luminosité d'un spectromètre donnée par la relation (I-16) nous montre que celle-ci dépend essentiellement de la transparence de l'appareil. Ainsi, lorsque l'on calcule l'expression de la distribution de l'intensité dans la figure d'interférence fournie par un étalon parfait, nous obtenons comme résultat final :

$$I = I_o \frac{T^2}{(1-R)^2 + 4 R \sin^2 \frac{\phi}{2}} \tag{II-75}$$

ce que nous pouvons encore écrire :

$$I = \tau_A \cdot \frac{I_0}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \frac{\phi}{2}} \quad (\text{II-76})$$

avec $\tau_A = \frac{T^2}{(1-R)^2}$

τ_A est le coefficient de transparence dû à l'absorption des lames. Si A désigne le pouvoir absorbant du coating des lames, nous pouvons écrire :

$$\tau_A = \left(1 - \frac{A}{1-R}\right)^2 \quad (\text{II-77})$$

puisque le principe de conservation de l'énergie s'exprime par la relation :

$$T + A + R = 1$$

Mais d'autre part, nous venons de voir précédemment que l'intensité maximum pouvait encore être réduite, par l'apparition d'autres facteurs tels que les largeurs des raies spectrales, les défauts de planéité des lames... etc. Si la fonction perturbatrice, introduisant une modification du profil d'interférence de l'étalon A(x) est notée F(x), nous savons que l'interférogramme est donné par le produit de convolution de A et de F.

$$I(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(x-x') F(x') dx' \quad (\text{II-78})$$

On peut alors définir un coefficient de transparence par la relation :

$$\tau = \frac{I(0)}{A(0)} \quad (\text{II-79})$$

Nous le noterons : τ_A^I

Si, comme c'est toujours le cas, la fonction d'appareil est modifiée par plusieurs fonctions perturbatrices que nous noterons Y_1, Y_2, \dots , l'interférogramme est alors :

$$I(x) = A * Y_1 * Y_2$$

La transparence du spectromètre est toujours définie par τ_A^I ; mais nous pouvons montrer que :

$$\tau_A^I = \tau_{Y'_1}^I \circ \tau_A^I$$

Si $Y'_1 = A * Y_1$, ceci résulte des propriétés d'associativité des produits de convolutions il est évident que si $Y'_2 = A * Y_2$, nous pouvons écrire :

$$\tau_A^I = \tau_{Y'_1}^I \times \tau_{Y'_2}^I = \tau_{Y'_2}^I \times \tau_A^I \quad (\text{II-80})$$

La luminosité du spectromètre peut alors être calculée à partir de l'expression (-)

$$L = \tau_A \frac{I}{S} \Omega = \left\{ \frac{2 \pi S}{k} \tau_A \frac{I}{A} \right\} u \quad (\text{II-81})$$

u étant la largeur de la fonction diaphragme exprimée en ordre, et k étant l'ordre.

A titre d'exemple, nous avons développé le cas du profil d'interférence d'un étalon parfait, perturbé par une fonction "diaphragme" de largeur u. Nous savons que nous pouvons écrire dans ce cas :

$$I(x) = \tau_A \frac{1}{\pi \sqrt{m+1}} \{ \text{Arctg} \sqrt{m+1} \text{tg} \pi (x + u) - \text{Arctg} \sqrt{m+1} \text{tg} \pi x \}$$

Cette expression est valable dans le cas où nous avons choisi des fonctions A et F, telles que A(0) = 1 et F(0) = 1. La transparence du spectromètre est alors :

$$\frac{I}{\tau_A} = \frac{I(0)}{A(0)} = \tau_A \circ \frac{1}{\pi \sqrt{m+1}} \text{Arctg} \sqrt{m+1} \text{tg} \pi u \quad (\text{II-82})$$

La courbe (26) représente les variations de $\frac{I}{\tau_A} / \tau_A$ en fonction de la largeur de la fonction diaphragme, en choisissant pour R la valeur, R = 0,913 et 0,939.

Ainsi que l'a indiqué Chabbal on peut donner une méthode simple du calcul de la luminosité du spectromètre à partir de l'interférogramme. Nous pouvons en effet définir la luminosité du spectromètre Fabry-Pérot comme la hauteur de la courbe enregistrée. Si y est la largeur de la courbe, nous avons :

$$L = \frac{\text{Aire de } Y}{y \cdot C^Y}$$

où C^Y est le coefficient de forme attaché à la courbe enregistrée. En tenant compte des divers facteurs déterminant la forme de la courbe enregistrée, nous obtenons comme résultat :

$$L = \left\{ \frac{2\pi}{k} S \cdot \tau_A \right\} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\gamma}{C^Y} \frac{u}{y} \quad (\text{II-83})$$

rappelons que γ est la largeur exprimée en ordre de la fonction d'Airy normalisée, c'est-à-dire telle que A(0) = 1. En comparant les relations (II-83) et (II-81) nous pouvons en déduire :

$$\frac{I}{\tau_A} = \tau_A \circ \frac{\pi}{2} \frac{\gamma}{C^Y \cdot y} \quad (\text{II-84})$$

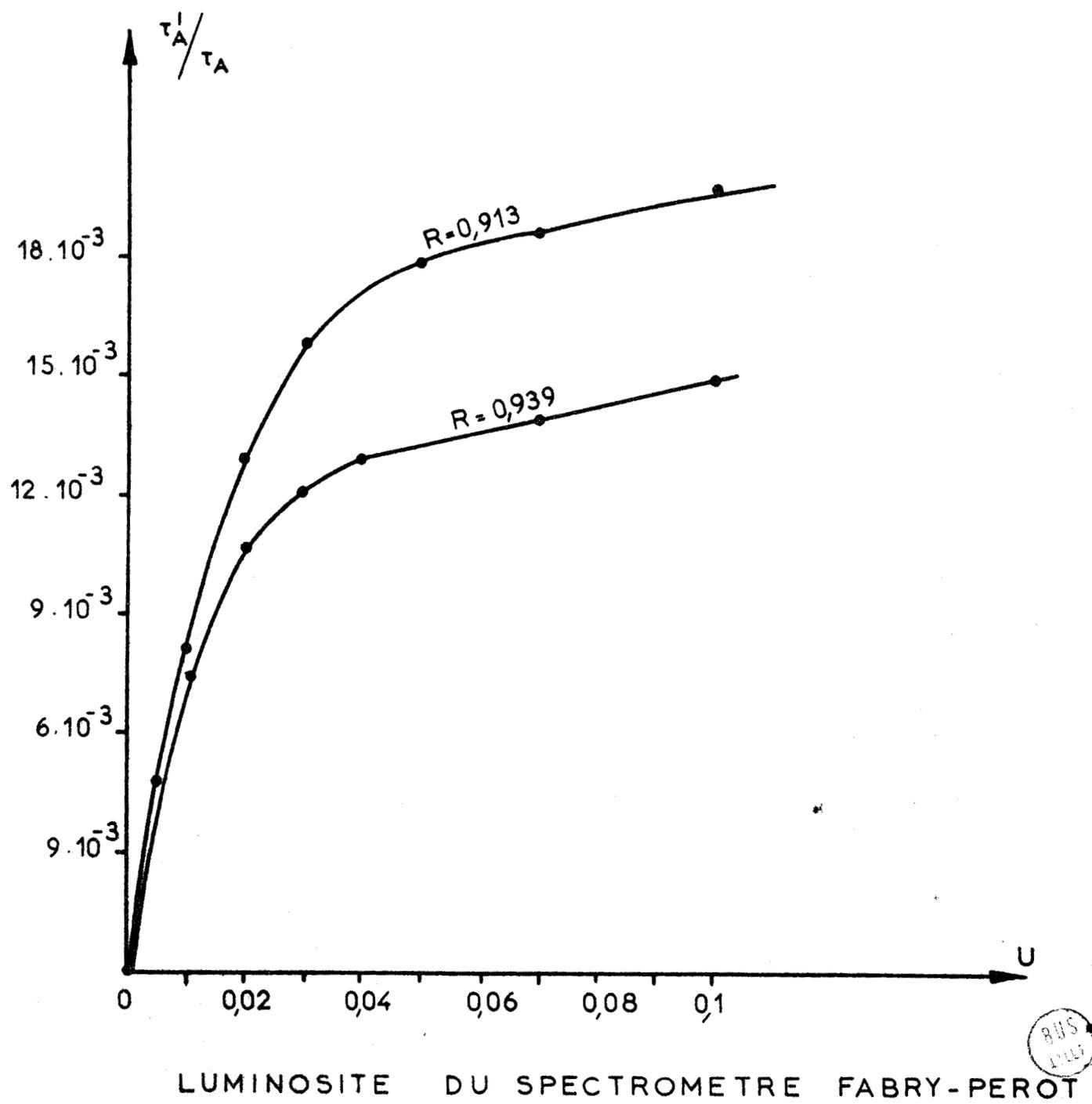


FIGURE : 26

Pouvoir de résolution du spectromètre Fabry-Pérot

Ainsi que nous l'avons déjà maintes fois exprimé, dans le cas le plus général, le signal fourni par l'enregistreur si on néglige l'influence du système récepteur, est de la forme :

$$Y = A * B * F * D$$

où B, F, D désignent respectivement le profil spectral, la fonction diaphragme, et la fonction caractérisant les défauts de planéité des lames. Dans la suite de l'exposé, nous supposerons le diaphragme infiniment fin et les lames parfaites. Dans ce cas la largeur Y de la courbe enregistrée est fonction des largeurs de A et B ; et nous écrirons symboliquement :

$$y = \gamma \otimes \Delta x$$

Suivant Chabbal, nous dénommerons "pouvoir de résolution" le rapport :

$$\frac{Y}{y} = \rho^{A,B}$$

En réalité, il est important de remarquer que $\rho^{A,B}$ n'est pas un pouvoir de résolution mais le rapport du pouvoir de résolution réel R au pouvoir de résolution théorique R_0 de l'interféromètre.

$$\frac{R}{R_0} = \frac{Y}{y} = \rho^{A,B}$$

nous pouvons constater à cet effet que $\rho^{A,B}$ est toujours compris entre 0 et 1. En effet, si $\Delta x = 0$, nous avons $\rho^{A,B} = 1$, tandis que lorsque Δx croît, $\rho^{A,B}$ diminuera et tendra vers zéro. Remarquons que les courbes traduisant les variations de $\rho^{A,B}$ ne sont autres que les courbes des figures (16) et (20) suivant que le profil spectral étudié est un profil de Gauss ou de Lorentz.

Dans le cas où le diaphragme n'est plus infiniment fin, on lui attachera également un "pouvoir de résolution" que l'on notera ρ^F .

Relation entre la luminosité et le pouvoir de résolution

Nous pouvons donner facilement une relation liant la luminosité et le pouvoir de résolution des spectromètres. Nous savons que la luminosité est donnée par la formule (I-16). Les conditions habituelles d'emploi du spectromètre Fabry-Pérot nous amènent à choisir la largeur de la fonction diaphragme égale à celle de la bande passante de l'étalon. Compte tenu de cette condition, nous obtenons :

$$\Omega = \pi \alpha^2 = \frac{2\pi}{R}$$

si, maintenant on introduit cette expression de l'angle solide sous lequel on

voit le diaphragme, dans la relation (I-16), nous obtenons:

$$L = 2 \pi S \cdot \tau \frac{1}{R} \quad (\text{II-85})$$

La luminosité maxima qu'on peut obtenir pour une résolution R est inversement proportionnelle à cette résolution.

Nous concluerons ce chapitre en indiquant rapidement les avantages que l'on peut attendre d'un spectromètre Fabry-Pérot par rapport aux autres spectromètres.

La résolvançe d'un étalon de Fabry-Pérot n'est théoriquement pas limitée. Le pouvoir de résolution théorique est en effet exprimé par la relation :

$$R_0 = p \cdot N = \sigma \cdot \frac{\pi \sqrt{R}}{1-R}$$

On remarque donc qu'une fois les lames recouvertes de leur diélectrique, c'est-à-dire qu'une fois R fixé, on pourra donner à R_0 la valeur désirée simplement en modifiant l'épaisseur de l'étalon. Remarquons au passage qu'il est inutile de donner à la fonction d'appareil de l'interféromètre une largeur inférieure à la largeur des composantes du spectre enregistré, car dans ce cas la résolution est limitée par la largeur de ces composantes. D'autre part, à résolvançe théorique donnée, le spectromètre Fabry-Pérot se révèle comme étant le plus lumineux des spectromètres. Reprenons ici, rapidement la comparaison faite par Jacquinot entre les différents spectromètres et en particulier la comparaison du spectromètre à réseau avec le spectromètre de Fabry-Pérot. (10)

La luminosité d'un spectromètre est, comme nous l'avons déjà vu donnée par la relation :

$$L = \tau S \Omega = \tau S \alpha \beta$$

où α et β sont respectivement les largeurs et hauteurs angulaires de la fente de sortie. Si nous nous plaçons dans les conditions optima d'utilisation du spectromètre, c'est-à-dire, en particulier, lorsque les largeurs angulaires des fentes d'entrée et de sortie sont égales, la luminosité s'exprime en fonction du pouvoir de résolution R, et de la dispersion angulaire de l'instrument dispersif du spectromètre.

$$L = \frac{\tau S \beta \lambda D}{R} \quad (\text{II-86})$$

Pour comparer les différents types de spectromètre, nous choisirons des spectromètres ayant le même pouvoir de résolution R.

Si A est l'aire de la base du prisme, la luminosité du spectromètre à prisme est :

$$L = \frac{\tau \beta A}{R} \cdot \frac{dn}{d\lambda} \cdot \lambda \quad (\text{II-87})$$

tandis que dans le cas d'un réseau nous avons :

$$L = \frac{\tau \beta A \lambda}{R} \cdot \frac{2 \sin \phi}{\lambda} = \frac{\tau \beta A}{R} \cdot 2 \sin \phi \quad (\text{II-88})$$

Où ϕ désigne l'angle de miroitement. Si l'on compare un prisme et un réseau de même aire et de même pouvoir de résolution, le rapport de leur luminosité est :

$$P = \lambda \frac{dn}{d\lambda} \cdot \frac{1}{2 \sin \phi}$$

si on admet que les transparences et les hauteurs angulaires des fentes sont égales dans les deux cas. Compte tenu de ce résultat on peut se rendre compte que P n'atteint jamais la valeur 1 ; c'est-à-dire que le réseau est toujours plus lumineux qu'un prisme. Il ne nous reste donc plus qu'à comparer le spectromètre à réseau et le spectromètre de Fabry-Pérot. On peut admettre en première approximation, que la luminosité du Fabry-Pérot soit donnée par la formule :

$$L = 3,4 \frac{\tau A}{R}$$

où A est l'aire de l'étalon.

Si donc, on compare un réseau et un étalon, le rapport de leurs luminosités sera :

$$P = \frac{3,4}{\beta}$$

si on choisit les mêmes conditions que précédemment. Généralement, β peut varier entre $\frac{1}{10}$ et $\frac{1}{100}$, ce qui correspond à un gain de luminosité en faveur de l'étalon, variant entre 30 et 400. On remarquera que même si l'étalon est associé à un prémonochromateur, on constate toujours un gain en luminosité en faveur du spectromètre F.P.

Autre avantage, dans la mesure où cela peut en être un, nous pouvons noter que l'élargissement de la fonction peut généralement être considéré comme une fonction linéaire des différents paramètres pouvant la perturber, mis à part l'influence des pupilles d'entrée et de sortie de l'étalon, que nous pouvons d'ailleurs négliger puisque nous employons l'interféromètre au voisinage de l'incidence normale, les lames pouvant alors être considérées comme infinies en première approximation. Remarquons bien que nous n'avons étudié, pour ce qui est de l'influence des raies spectrales, que le cas des profils symétriques.

CHAPITRE III

REALISATION EXPERIMENTALE

---:---:---:---:---:---:---:---:---:---

Disposant d'un étalon de Fabry-Pérot, nous avons monté un spectromètre pour l'ultra violet.

Coating des lames

Désirant employer l'étalon dans l'ultra-violet, nous avons choisi un coating tel que le pouvoir réflecteur des lames soit convenable pour le domaine spectral s'étendant en dessous de 4000 Å. Le coating a été réalisé par la maison Jobin-Yvon, le pouvoir réflecteur obtenu a la valeur $R = 0,913$. La finesse de l'étalon est, dans ces conditions, égale à 35, tandis que la transparence de l'étalon atteint 78 %, ce qui nous donnera donc un appareil lumineux ; d'autant plus que le diamètre du coating des lames est de 50 mm.

Monture des lames

La monture des lames est une monture Jobin-Yvon que nous avons achetée. Elle équipe le spectromètre HYPEAC. Il s'agit d'une monture à réglage continu nous permettant de donner à l'étalon toutes les épaisseurs comprises entre 0 et 6 cm. Cette monture est équipée d'un réglage fin du parallélisme qui consiste en un ensemble de trois ressorts appuyant sur une partie de la monture beaucoup moins épaisse et qui peut donc subir des déformations.

Exploration du spectre

Pour réaliser un spectromètre, il faut provoquer un déplacement de la bande passante de l'interféromètre ; c'est-à-dire provoquer un défilement des anneaux. Cette variation d'ordre sera due à une variation de la différence de marche entre deux rayons consécutifs émergents de l'interféromètre.

La relation $\delta = 2 nt \cos i$, nous indique que δ dépend de trois variables qui sont l'indice n ; l'épaisseur de l'étalon et l'incidence i du faisceau sur l'étalon ; il suffira donc d'agir sur l'une d'entre elles pour déplacer la bande passante de l'étalon. La méthode la plus simple à réaliser est certainement celle de la variation de l'épaisseur optique de l'étalon par variation de l'indice n de l'étalon. Pour cela, nous avons placé le Fabry-Pérot dans une cuve étanche, et nous faisons varier la pression à l'intérieur de cette enceinte.

La variation de pression nécessaire au défilement d'un anneau au centre de la figure d'interférence nous est donnée par la relation suivante :

$$\Delta P = \frac{1}{2 t \sigma \cdot C} = \frac{\lambda}{2 t C}$$

où C est une constante caractéristique du gaz employé. Dans le cas particulier de l'air $C = 3 \cdot 10^{-4}$ par atmosphère. Si bien que la variation de pression nécessaire pour faire défiler un ordre pour $\lambda = 4000 \text{ \AA}$ et $t = 5 \text{ mm}$ est : 98,8 mm de Hg

L'intervalle spectral explorable est lié à la variation de l'épaisseur optique de l'interféromètre par la relation

$$\Delta \sigma = \frac{\Delta n}{n} \cdot \sigma$$

Systeme récepteur

Le récepteur est un photomultiplicateur à 14 étages RCA 7265. Désirant utiliser le spectromètre dans divers domaines spectraux, nous l'avons équipé d'une détection synchrone. Nous avons placé avant l'amplificateur synchrone un préamplificateur qui amènera le signal délivré par le photomultiplicateur à un niveau compatible avec la sensibilité de l'enregistreur. Ce préamplificateur peut donner soit une réponse linéaire, soit une réponse logarithmique. On a pris soin de le placer le plus près possible du photomultiplicateur et de l'isoler du bâti optique de manière à éviter une boucle de masse. L'amplificateur synchrone est accordé sur la fréquence 360 Hz et l'amplificateur sélectif dont il est équipé est un filtre en double T.

Un tel montage nous donne alors un gain de 100 avec un coefficient de qualité de 15 et une bande passante de 30 Hz.

Le signal de référence nous est fourni par une photodiode OAP 12 particulièrement pratique pour l'encombrement réduit que nécessite son installation. Les courbes de réponse du système récepteur sont données figure (27).

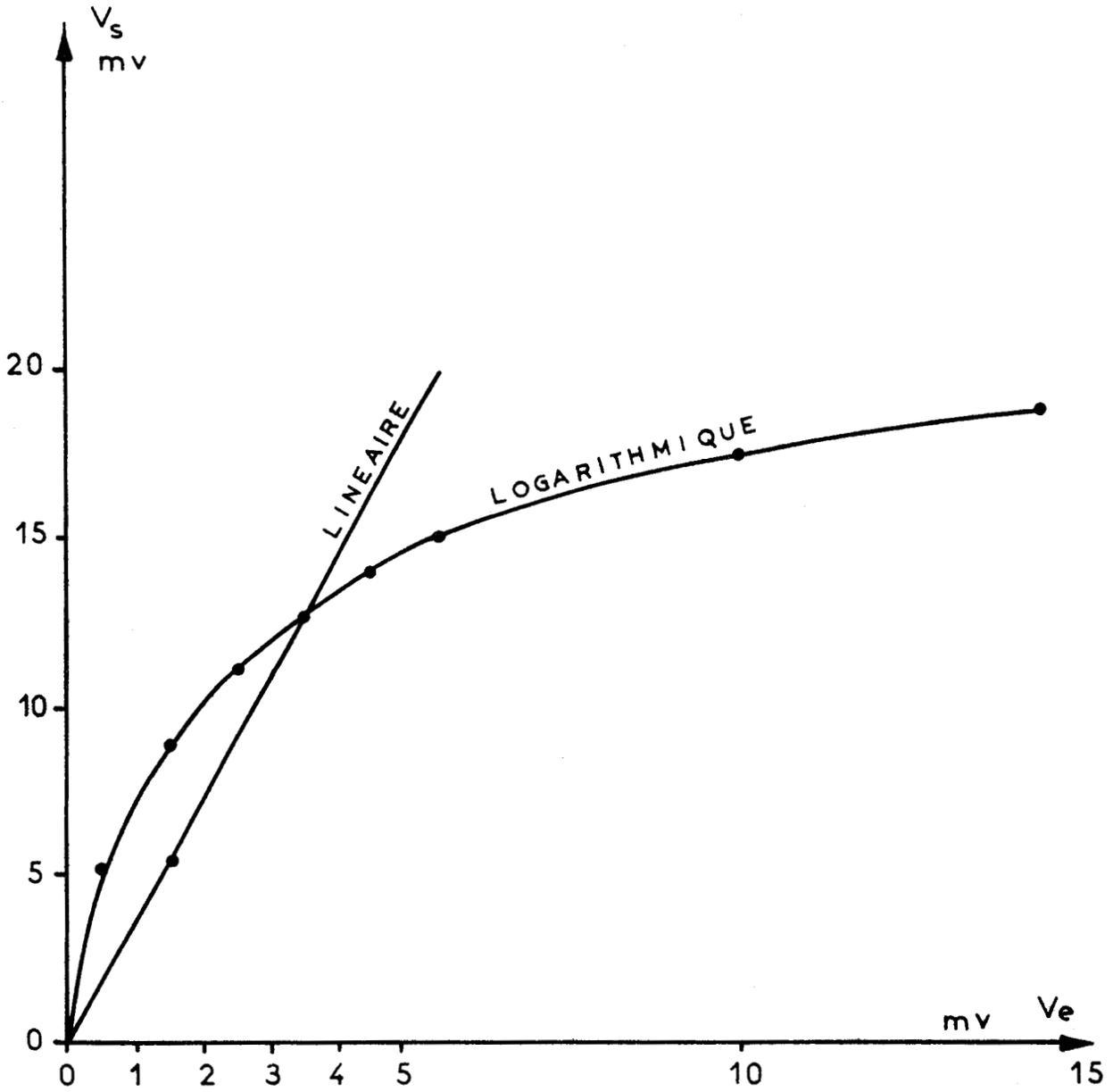
Montage optique et choix du diaphragme isolateur

Le montage optique est donné par la figure (28). Pour éviter une trop grande perte de "lumière", nous avons employé des miroirs M_1 et M_2 au lieu de prismes à réflexion totale. Le choix du diaphragme isolateur D_2 qui laisse passer un anneau est particulièrement important. On choisira un diaphragme qui présente la symétrie de révolution. Ce sera donc une couronne circulaire ; la plus simple étant celle dont le rayon intérieur est nul.

Le diaphragme est placé dans le plan focal de la lentille L_3 ; son rayon angulaire peut se calculer facilement.

Si f est la largeur de la fonction "diaphragme", et si Ω est l'angle solide sous lequel de la lentille L_3 on voit le diaphragme, nous pouvons écrire :

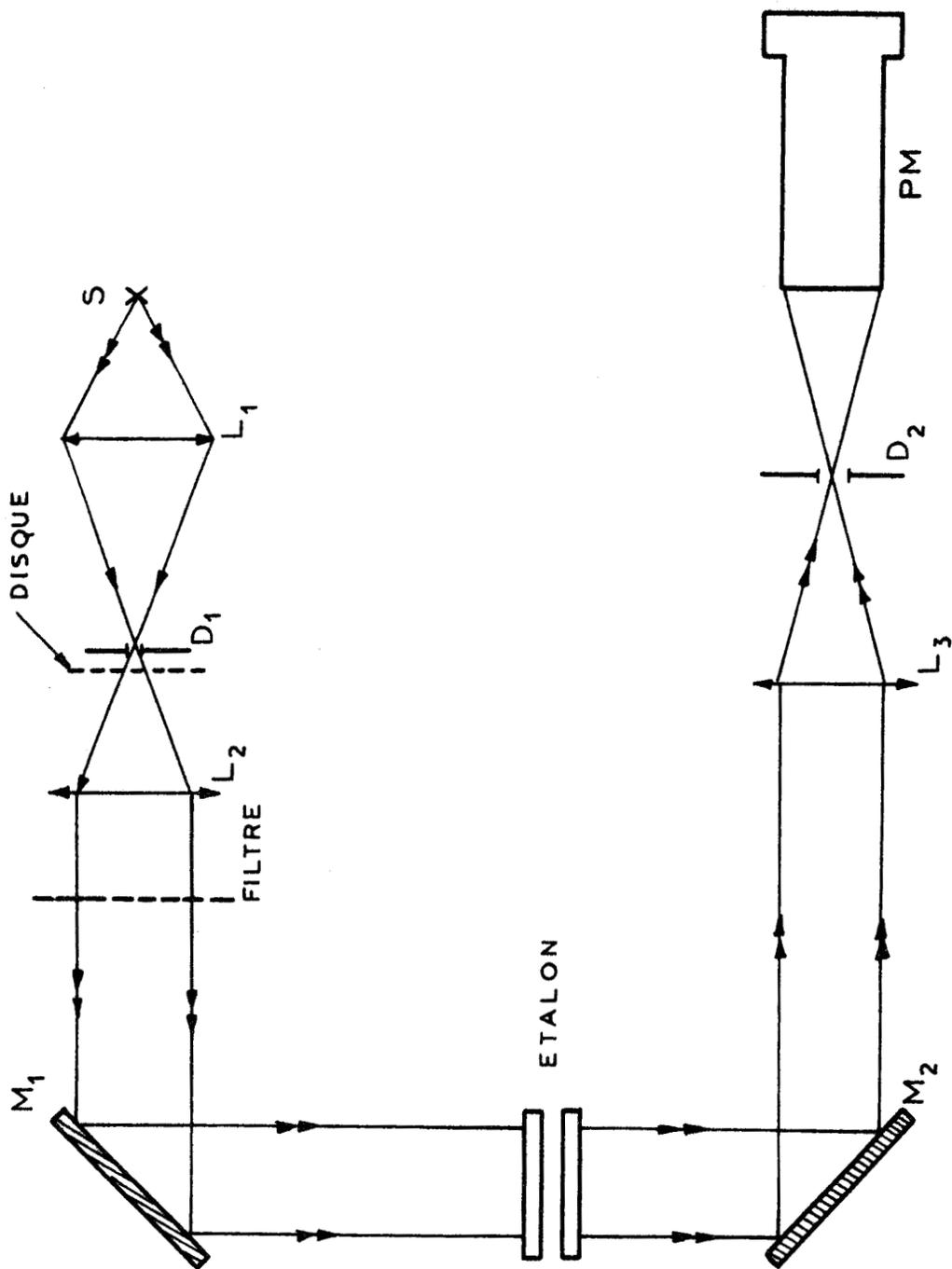
$$\Omega = \frac{2 \Pi f}{\sigma} \approx \Pi i^2 \text{ soit } i^2 = 2 \frac{f}{\sigma}$$



COURBE DE REPONSE DE LA CHAINE D'AMPLIFICATION

FIGURE : 27





MONTAGE OPTIQUE

FIGURE: 28



Il faut donc choisir convenablement la largeur de la fonction diaphragme. Chabbal a montré que si l'on voulait se placer dans les conditions optimales d'utilisation du spectromètre, la largeur de la fonction diaphragme devait être choisie égale à la largeur de la fonction d'Airy, si l'on néglige l'influence des défauts de surface.

Dans ces conditions, nous avons donc :

$$f = \gamma/\delta$$

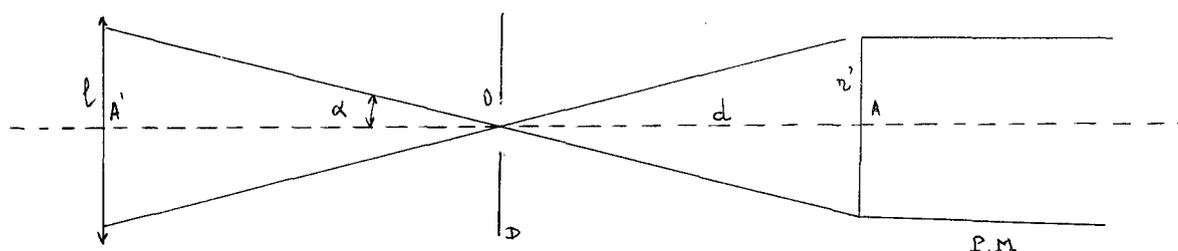
ce qui donne :

$$i^2 = 2 \frac{\gamma}{\sigma \delta} \text{ et par suite : } i = \sqrt{2 \frac{\gamma}{\sigma \delta}}$$

Si F est la distance focale de la lentille L₃ ; le rayon du diaphragme est donné par la formule :

$$r = F \sqrt{\frac{2 \gamma}{\sigma \delta}}$$

Les lentilles L₁ et L₂ sont des lentilles de courtes distances focales, de manière à réduire l'encombrement du spectromètre, tandis que la distance focale F de la lentille L₃ sera déterminée par le fait qu'il faut que le faisceau lumineux couvre la totalité de la surface sensible du photomultiplicateur.



Ce qui nous donne :

$$\text{tg } \alpha \approx \alpha = \frac{l}{F} = \frac{r'}{d}$$

Nous obtenons donc une relation donnant le rayon du diaphragme

$$F = \frac{d \cdot l}{r'} = r \sqrt{\frac{\sigma \delta}{2 \gamma}}$$

et par suite nous avons : $r = \frac{d \cdot l}{r'} \sqrt{\frac{2 \gamma}{\sigma \cdot \delta}}$

En remplaçant les différentes quantités par leurs valeurs numériques ; en supposant que l'épaisseur de l'étalon soit de 3 mm et que σ vaille 25000 cm^{-1} , nous obtenons pour r et F :

$$r = 0,2 \text{ mm} \quad ; \quad F = 1 \text{ m}$$

En fait, pour amener sur la surface sensible du photomultiplicateur

un flux lumineux suffisant, nous sommes amenés à choisir un diaphragme de rayon plus important ; et dans ce cas, il nous faudra tenir compte de l'élargissement provoqué par le diaphragme.

CONCLUSION

Ainsi conçu, cet appareil est un spectromètre à bande passante unique. C'est-à-dire, qu'il permettra d'enregistrer des spectres dans un domaine spectral bien déterminé, domaine qui est défini par le filtre que nous avons placé devant la source, et nous ne pourrons atteindre de bonnes résolutions que si ce filtre a une bande passante suffisamment étroite.

Pour augmenter l'intervalle spectral libre de l'étalon résolvant et pouvoir utiliser ce spectromètre dans un grand domaine spectral, il faudra associer l'interféromètre de Fabry-Pérot à un prémonochromateur. Ce prémonochromateur peut être un réseau ou un ou plusieurs étalons d'épaisseur moindre que celle de l'étalon résolvant.

L'emploi d'étalons comme prémonochromateur paraît être la solution la plus logique, car la symétrie de révolution est conservée. Mais, par contre, la fonction d'appareil présentera des "ghosts" provenant de bandes parasites de l'étalon résolvant mal éliminées par les éléments monochromateurs. Chabbal {11} a indiqué que l'on pouvait concevoir essentiellement deux types de chaînes d'étalons Fabry-Pérot :

a) La chaîne d'étalons Fabry-Pérot d'épaisseurs multiples.

La résolution d'une telle chaîne est la résolution de l'étalon le plus épais, et ce type de chaîne est celui qui donne le minimum de ghosts.

b) La chaîne d'étalons Fabry-Pérot d'épaisseurs voisines.

Dans ce cas la résolution du spectromètre ainsi constitué est notablement supérieure à celle de chacun des étalons la composant ; et vaut approximativement $1,5 R_1$ si la chaîne est formée de deux étalons de résolution R_1 égales.

Si l'on emploie un réseau comme prémonochromateur, il faudra le choisir de façon qu'il fournisse à l'étalon une étendue de faisceau compatible avec la résolution R de l'étalon. Cette condition se réduit à écrire l'égalité des étendues horizontales planes des deux appareils, laquelle égalité est obtenue si la résolution du monochromateur à réseau reste inférieure à la résolution "d'adaptation" R_A définie par la relation :

$$R_A = \frac{M(\sin i_1 + \sin i_2)}{2 \sqrt{2} D_x} \sqrt{\frac{\sigma}{f}}$$

où M et D_x sont respectivement la largeur utile du réseau et la largeur utile des lames de l'étalon ; i_1 et i_2 sont les angles d'incidence et d'émergence du

réseau, enfin f est la largeur de la fonction diaphragme.

Là encore, il se peut que l'on doive se contenter d'un filtrage partiel, à moins de consentir à une perte de luminosité.

Il faudra encore, outre ces conditions, réaliser une bonne synchronisation des bandes passantes des éléments monochromateurs avec la bande passante du Fabry-Pérot résolvant. Il s'agit là d'un problème d'asservissement dont la difficulté est avant tout d'ordre technique, notamment dans le cas du réseau.

Néanmoins, les développements actuels de la spectroscopie nous conduisent à exiger de nos appareils des résolutions de plus en plus grandes. Résolutions que nous permettent d'atteindre notamment les méthodes de spectroscopie interférentielle. On conçoit donc facilement l'intérêt de la réalisation d'un tel spectromètre.

BIBLIOGRAPHIE

-:-:-:-

- 1- A. ROSE, J.Soc. Motion Picture Television Engrs 47, 273 (1946)
- 2- R. C. JONES, Phot. Sci. Eng. 2, 57 (1958)
- 3- P. BOUCHAREINE et P. JACQUINOT Spectrographie par grille. J. Phys.
1967 - 28 C 2 . 183
- 4- O. ROBAUX et B. ROIZEN-DOSSIER. J. Phys. 1967. 28.C 2.330
- 5- O. ROBAUX et B. ROIZEN-DOSSIER. Optica Acta, 1969, Vol. 16, n° 3 269-279
- 6- KREBS et SALLER. Annalen der Physik.
- 7- R. CHABBAL, J. Recherches C.N.R.S., t 5. 1953, p. 138-186.
- 8- R.M. HILL, Optica Acta, 10, 141 (1963)
- 9- KATTI et K. SINGH, Optik 24, Heft 4, 1966/1967, 347
- 10- P. JACQUINOT, J.O.S.A. t.44, 1954, p. 761
- 11- R. CHABBAL, Thèse, Revue d'optique, 1957.
- 12- C. DUFOUR et R. PICCA, Revue d'optique n° 1 et 3 (1945)
- 13- P. BOUSQUET, Spectroscopie Instrumentale, DUNOD (1969)
- 14- H. CHANTREL, J. Recherches C.N.R.S. 46 (1959) 17-33.
- 15- R. CHABBAL, J. Recherches C.N.R.S. t.8 (1957) p. 77
- 16- P. JACQUINOT, Reports on Progress in Physics 23, (1960). 267, 312
- 17- R. CHABBAL, J. Phys. Radium 19 (1958), 295-300
- 18- R. CHABBAL, Ph. BIED CHARRETON et R. PELLETIER. J. Phys. 28 C 2 (1967)
- 19- A. GIRARD et P. JACQUINOT, Advanced Optical Techniques (1967)
- 20- J. CONNES, Thèse . Revue d'optique. 1961.

