

N° d'ordre

50376
1971
146

50376
1971
146

UNIVERSITÉ DES SCIENCES
ET TECHNIQUES DE LILLE

CENTRE DE 3^e CYCLE D'ÉLECTRONIQUE

THÈSE DE 3^e CYCLE

Étude théorique et expérimentale
de résonateurs en structures microstrip
Application à l'intégration de composants semi-conducteurs



Membres du Jury : M. LEBRUN	Président
M. CONSTANT	Rapporteur
M. RACZY	Examinateur
M. DESSERT	Invité

Présentée à Lille, le 26 Novembre 1971

par

Jean-Louis VATERKOWSKI

Maitre es-Sciences

DOYENS HONORAIRES

MM. H. LEFEBVRE, PARREAU

PROFESSEURS HONORAIRES

M. ARNOULT, Mme BEAUJEU, MM. BEGHIN, BROCHARD, CAU, CHAPPELON, CHAUDRON, CORDONNIER, DEHEUVEIS, DEHORNE, DEHORS, FAUVEL, FLEURY, P. GERMAIN, HEIM DE BALSAC, HOCQUETTE, KAMPE DE FERIET, KOURGANOFF, LAMOTTE, LELONG, Mme LELONG, MM. LIEBAERT, MARTINOT-LAGARDE, MAZET, MICHEL, NORMANT, PARISELLE, PASCAL, PAUTHENIER, PEREZ, ROIG, ROSEAU, ROUBINE, ROUELLE, WIEMAN, ZAMANSKY.

PROFESSEURS TITULAIRES

M. ANGRAND Jean Pierre	Géographie et Aménagement Spatial
M. BACCHUS Pierre	Astronomie et Calcul Numérique
M. BEAUFILS Jean Pierre	Chimie Générale
M. BECART Maurice	I. U. T. Lille
M. BLOCH Vincent	Psychophysiologie
M. BIAYS Pierre	Géographie et Aménagement Spatial
M. BONNEMAN Pierre	Chimie Industrielle
M. BONTE Antoine	Géologie Appliquée
M. BOUGHON Pierre	Mathématiques
M. BOURIQUET Robert	Biologie Végétale
M. CAPET Marcel-Francis	Institut de Préparation aux Affaires
M. CELET Paul	Géologie Générale
M. CONSTANT Eugène	Electronique
M. CORSIN Pierre	Paléobotanique
M. DECUYPER Marcel	Mathématiques
M. DEDECKER Paul	Mathématiques
M. DEFRETIN René	Biologie Animale - Directeur de l'Institut de Biologie Maritime de Wimereux
M. DELATTRE Charles	Géologie Générale

M. DURCHON Maurice	Biologie Animale
M. FLATRES Pierre	Géographie et Aménagement Spatial
M. FOURRET René	Physique
M. GABILLARD Robert	Electronique
M. GEHU Jean Marie	Institut Agricole
M. GLACET Charles	Chimie Organique
M. CONTIER Gérard	Mécanique des Fluides
M. GUILLAUME Jean	Biologie Végétale
M. HEUREL Joseph	Chimie Minérale
Mme LENOBLE Jacqueline	Physique
M. MONTRFUIL Jean	Chimie Biologique
M. POUZET Pierre	I. U. T. Lille
Mme SCHWARTZ Marie Hélène	Mathématiques
M. TILLIEU Jacques	Physique
M. TRIDOT Gabriel	Chimie Minérale Appliquée
M. VIDAL Pierre	Automatique
M. VIVIER Emile	Biologie Animale
M. WATERLOT Gérard	Géologie et Minéralogie
M. WERTHEIMER Raymond	Physique

PROFESSEURS A TITRE PERSONNEL

M. BOUISSET Simon	Physiologie Animale
M. DELHAYE Michel	Chimie Physique et Minérale 1er Cycle
M. LEBRUN André	Electronique
M. LINDER Robert	Biologie Végétale
M. LUCQUIN Michel	Chimie Physique
M. PARREAU Michel	Mathématiques
M. PRUDHOMME Rémy	Sciences Economiques et Sociales
M. SAVARD Jean	Chimie Générale
M. SCHALLER François	Biologie Animale
M. SCHILTZ René	Physique

PROFESSEUR SANS CHAIRE

M. BELLET Jean	Physique
M. BODARD Marcel	Biologie Végétale
M. BOILLET Pierre	Physique
M. DERCOURT Jean Michel	Géologie et Minéralogie
M. DEVRAINE Pierre	Chimie Minérale
M. LOMBARD Jacques	Sciences Economiques et Sociales
M ^{le} MARQUET Simone	Mathématiques
M. MONTARIOL Frédéric	Chimie Minérale Appliquée
M. PROUVOST Jean	Géologie et Minéralogie
M. VAILLANT Jean	Mathématiques

MAITRES DE CONFERENCES (et chargés des fonctions)

M. ADAM Michel	Sciences Economiques et Sociales
M. ANDRE Charles	Sciences Economiques et Sociales
M. AUBIN Thierry	Mathématiques Pures
M. BEGUIN Paul	Mécanique des Fluides
M. BILLARD Jean	Physique
M. BKOUCHE Rudolphe	Mathématiques
M. BOILLY Bénoni	Biologie Animale
M. BONNEMAIN Jean Louis	Biologie Végétale
M. BONNOT Ernest	Biologie Végétale
M. BRIDOUX Michel	I. U. T. Béthune
M. BRUYELLE Pierre	Géographie et Aménagement Spatial
M. CAPURON Alfred	Biologie Animale
M. CARREZ Christian	Calcul Numérique
M. CHOQUET Marcel	I. U. T. Lille
M. CORDONNIER Vincent	Calcul Numérique
M. CORTOIS Jean	Physique
M. COULON Jean Paul	Electrotechnique
M. DEBRABANT Pierre	Sciences Appliquées
M. ESCAIG Bertrand	Physique
M ^{me} EVRARD Micheline	I. U. T. Lille
M. FAIDHERBE Jacques	Biologie Animale
M. FONTAINE Jacques	I. U. T. Lille

M. FROELICH Daniel	Sciences Appliquées
M. GAMBLIN André	Géographie et Aménagement Spatial
M. GOBLOT Rémi	Mathématiques
M. GOSSELIN Gabriel	Sciences Economiques et Sociales
M. GOUDMAND Pierre	Chimie Physique
M. GRANELLE	Sciences Economiques et Sociales
M. GRUSON Laurent	Mathématiques
M. GUILBAUT Pierre	Physiologie Animale
M. HERMAN Maurice	Physique
M. HUARD DE LA MARRE Pierre	Calcul Numérique
M. JOLY Robert	Biologie (Amiens)
M. JOURNEL Gérard	Sciences Appliquées
Mlle KOSMAN Yvette	Mathématiques
M. LABLACHE-COMBIER Alain	Chimie Générale
M. LACOSTE Louis	Biologie Végétale
M. LANDAIS Jean	Chimie Organique
M. LAURENT François	Automatique
M. LAVAGNE Pierre	Sciences Economiques et Sociales
Mlle LEGRAND Solange	Mathématiques
M. LEHMANN Daniel	Mathématiques
Mme LEHMANN Josiane	Mathématiques
M. LENTACKER Firmin	Géographie et Aménagement Spatial
M. LEROY Jean Marie	E.N.S.C.L.
M. LEROY Yves	I.U.T. Lille
M. LHENAFF René	Géographie et Aménagement Spatial
M. LOCQUENEUX Robert	Physique
M. LOUAGE Francis	Sciences Appliquées
M. LOUCHEUX Claude	Chimie Physique
M. MAES Serge	Physique
Mme MAILLET Monique	Sciences Economiques et Sociales
M. MAIZIERES Christian	Automatique
M. MALAUSSENA Jean Louis	Sciences Economiques et Sociales
M. MESSELYN Jean	Physique
M. MIGEON Michel	Sciences Appliquées
M. MONTEL Marc	Physique
M. MONTUELLE Bernard	I.U.T. Lille
M. MUSSCHE Guy	Sciences Economiques et Sociales
M. NICOLE Jacques	E.N.S.C.L.
M. OUZIAUX Roger	Sciences Appliquées
M. PANET Marius	Electrotechnique
M. PAQUET Jacques	Sciences Appliquées

M. PARSY Fernand	Mécanique des Fluides
M. PONSOLLE Louis	Chimie (Valenciennes)
M. POVY Jean Claude	Sciences Appliquées
M. RACZY Ladislas	Radioélectricité
Mme RENVERSEZ Françoise	Sciences Economiques et Sociales
M. ROUSSEAU Jean Paul	Physiologie Animale
M. ROYNETTE Bernard	Mathématiques
M. SALMER Georges	Electronique
M. SEGUIER Guy	I.U.T. Béthune
M. SIMON Michel	Sciences Economiques et Sociales
M. SMET Pierre	Physique
M. SOMME Jean	Géographie et Aménagement Spatial
M. THOMAS Daniel	Chimie Minérale Appliquée
M. TOULOTTE Jean Marc	Sciences Appliquées
M. TREANTON Jean René	Sciences Economiques et Sociales
M. VANDORPE Bernard	Sciences Appliquées
M. VILETTE Michel	I.U.T. Béthune
M. WATERLOT Michel	Géologie Générale
Mme ZINN JUSTIN Nicole	Mathématiques.

A ma femme

A ma fille

Ce travail a été effectué au Centre de Recherche sur les Propriétés Hyperfréquences des Milieux condensés de l'Université des Sciences et Techniques de Lille.

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance envers les Professeurs CONSTANT et RACZY pour l'aide constante et efficace qu'ils m'ont apportée durant tout ce travail.

J'exprime ma gratitude envers Monsieur le Professeur LEBRUN, qui me fait l'honneur de juger ce mémoire, et de présider mon Jury.

L'étude expérimentale a été faite à l'aide de composants mis à ma disposition par le Laboratoire d'Electronique et de Physique Appliquée, j'en remercie vivement les collaborateurs, en particulier Monsieur DESSERT avec qui j'ai eu des discussions fructueuses et qui me fait le plaisir de participer à mon Jury.

Je voudrais également exprimer ma reconnaissance à Monsieur le Professeur SALMER qui m'a conseillé efficacement durant cette étude.

Je remercie également tous les chercheurs du Laboratoire et en particulier Messieurs RISBOURG, LEFEBVRE et CHIVE pour leur sympathique Collaboration.

Enfin j'adresse mes remerciements à tout le Personnel Technique et Administratif, et spécialement à Madame BLONDEL pour sa Collaboration Compétente.

INTRODUCTION

1. RAPPELS DEFINITION ET REALISATION

- 1.1. Définition
- 1.2. Cartes de champs
- 1.3. Formules théoriques d'impédance caractéristique
- 1.4. Réalisation des circuits
 - 1.4.1. Métallisation
 - 1.4.2. Gravure

11. CIRCUITS RESONNANTS DE TYPE ANNULAIRE

- 2.1. Détermination théorique des divers paramètres caractéristiques
 - 2.1.1. Définition
 - 2.1.2. Principe de calcul
 - 2.1.3. Fréquence de résonance et coefficient de qualité
 - 2.1.4. Coefficient de couplage
 - 2.1.4.1. Le couplage capacitif
 - 2.1.4.2. Le couplage selfique
- 2.2. Détermination expérimentale des diverses grandeurs caractéristiques
 - 2.2.1. Principe de la mesure
 - 2.2.2. Méthode de mesure
 - 2.2.3. Résultats expérimentaux
 - 2.2.3.1. Coefficient de couplage
 - 2.2.3.2. Coefficient de qualité
 - 2.2.3.3. Longueur d'onde sur la ligne

III. CAVITES ANNULAIRES ASSOCIEES A DES DISPOSITIFS SEMICONDUCTEURS

3.1. Détermination théorique

3.1.1. Définition

3.1.2. Méthode de calcul

3.1.3. Cas d'un obstacle unique

3.1.4. Cas de deux obstacles séparés

3.2. Etude expérimentale

3.2.1. Rappel sur les propriétés en hyperfréquences des diodes à avalanche

3.2.2. Intégration des diodes dans un circuit microstrip

3.2.3. Filtre sélectif à accord variable

3.2.3.1. Modulation de la fréquence de résonance d'une cavité à partir d'une diode varactor

3.2.4. Oscillateur à diode en régime d'avalanche

3.2.5. Oscillateur wobulable

3.3. Conclusion

IV. CIRCUITS RESONNANTS DE TYPE CIRCULAIRE

4.1. Définition

4.2. Principe de calcul

4.3. Fréquences de résonance

4.4. Résultats expérimentaux

V. CAVITE CIRCULAIRE FORMEE PAR UN SEMICONDUCTEUR EN REGIME D'AVALANCHE

5.1. Définition

5.2. Hypothèse de calcul

5.3. Fréquences d'oscillation

5.4. Etude expérimentale

CONCLUSION

I N T R O D U C T I O N

--ooo0ooo--

Jusqu'à ces dernières années les trois principales structures utilisées pour la propagation des ondes hyperfréquences sont :

- Les guides d'ondes
- Les lignes coaxiales
- Les lignes bifilaires

Les guides d'ondes sont caractérisés par de faibles pertes mais ils sont lourds et encombrants. Ils se prêtent mal à l'intégration des circuits actifs solides et en particulier des semiconducteurs.

Les lignes coaxiales sont pour une fréquence donnée de dimensions plus faibles, elles sont cependant fragiles et leur élaboration requiert des précautions critiques, ce qui rend leur utilisation difficile.

Les lignes bifilaires, de part leur rayonnement sont très peu adaptées à la propagation des microondes.

L'apparition de composants actifs solides, de dimensions microscopiques destinés à remplacer les tubes hyperfréquences classiques de volume important, a nécessité l'élaboration et la mise au point de nouvelles lignes de transmission d'énergie hyperfréquences. Au début de l'année 1951, R.M. BARNET et M.H. BARNES (1) proposent une nouvelle structure miniaturisable pour la propagation des ondes hyperfréquences : c'est le premier microstrip, lequel de dimensions réduites, se prête très bien à l'intégration de la nouvelle génération d'éléments actifs solides.

Notre travail a surtout été axé sur l'étude des résonateurs en microstrip et sur l'intégration de dispositifs actifs semiconducteurs dans ces structures.

Dans une première partie, nous rappelons les propriétés fondamentales des microstrips et nous donnons quelques détails sur les méthodes technologiques de réalisation que nous avons employées.

Dans une seconde partie nous étudions théoriquement et expérimentalement les circuits résonnants de type annulaire. Nous tentons en particulier de déterminer les paramètres géométriques de la structure permettant d'obtenir les coefficients de qualité les plus grands. Par une mesure de la longueur d'onde sur la ligne en fonction de ses dimensions, nous déterminons les constantes de propagation le long de la ligne. Nous comparons ces résultats avec les valeurs théoriques obtenues par différents auteurs. Le calcul de l'ensemble de ces paramètres est indispensable pour réaliser de façon pratique des circuits de caractéristiques imposées.

Dans une troisième partie, une étude théorique menée conjointement à une étude expérimentale, nous permet d'obtenir les propriétés hyperfréquences des résonateurs en anneau associés à des éléments actifs solides tels que diode varactor et diode à avalanche.

Dans une quatrième partie, nous essayons de déterminer de façon simple les fréquences de résonance des cavités circulaires. Ce résultat nous permet d'aborder plus aisément l'étude tridimensionnelle des fréquences de résonance d'un semiconducteur en régime d'avalanche, et d'envisager ainsi la possibilité d'obtenir avec ce composant une génération spontanée d'ondes millimétriques et submillimétriques.

1. RAPPELS DEFINITION ET REALISATION

Les lignes microstrip ont été proposées comme un nouveau moyen de propagation des ondes hyperfréquences au début de 1951. Dès cette année une première théorie simplifiée des microstrips élaborée par F. ASSADOURIAN et E. RIMAI⁽³⁾ montre les nombreuses applications de ces nouveaux moyens de propagation. De nombreuses études sont par la suite publiées sur ce sujet (3) (4) (5), pour essayer de déterminer avec précision l'impédance caractéristique d'une ligne microstrip.

1.1 Définition :

Une ligne microstrip est constituée par une bande métallique déposée sur l'une des faces d'un diélectrique, l'autre face étant entièrement métallisée (fig. 1)

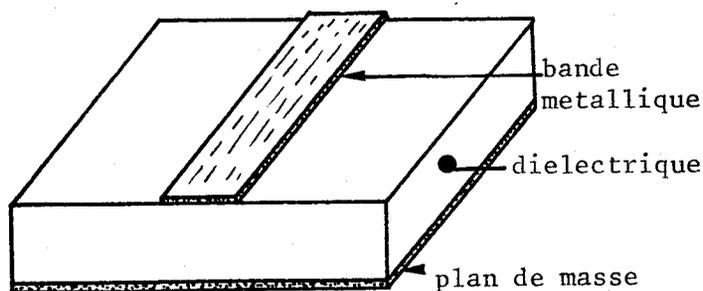


Figure I

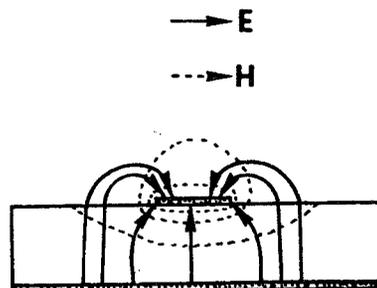


Figure II

1.2. Cartes de champs : (FigII)

Sur la figure 2 nous montrons la répartition des lignes de champs électriques et magnétiques.

1.3. Formules théoriques d'impédance caractéristique :

Le calcul de l'impédance caractéristique de ce type de lignes de transmission est abordé par de nombreux auteurs. Toutes les méthodes de calcul utilisent la transformation conforme et les résultats obtenus dépendent beaucoup des approximations faites en particulier sur les effets de bords. H.A. WHEELER⁽³⁾ cherche dans deux cas limites ($w > 2h$ et $w < 2h$, figure III) un schéma équivalent à la ligne microstrip. Les deux conducteurs sont placés dans un espace de permittivité ϵ'

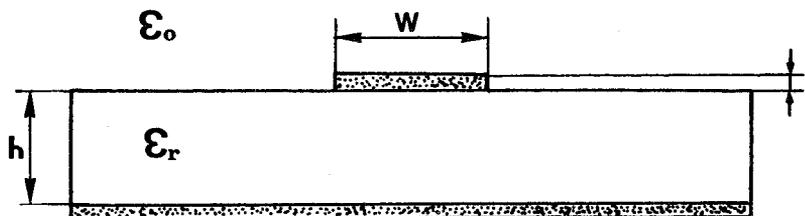


Figure III

La détermination de ϵ_r permet de calculer la capacité par unité de longueur de la ligne ce qui conduit aisément à l'impédance caractéristique donnée par :

$$Z_c = \frac{1}{v c_o} \quad (1) \quad \text{ou } v \text{ est la vitesse de propagation dans la ligne}$$

c_o est la capacité par unité de longueur

Les expressions complètes de l'impédance caractéristique sont alors pour chacun des cas :

$$Z_s = 60 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\epsilon_r + 1}} \left[\text{Ln} \frac{8h}{w} + \frac{1}{32} \left(\frac{h}{w} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \left(\text{Ln} \frac{\pi}{2} + \frac{1}{r} \text{Ln} \frac{4}{\pi} \right) \right]$$

pour $w \ll 2h$

$$Z_s = \frac{60 \pi}{\sqrt{\epsilon_r}} \left\{ \frac{w}{2h} + 0.441 + \frac{\epsilon_r + 1}{2\pi\epsilon_r} \left[\text{Ln} \left(\frac{w}{2h} + 0.94 \right) + 1.451 \right] + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon^2} 0.082 \right\}$$

pour $W \gg 2h$

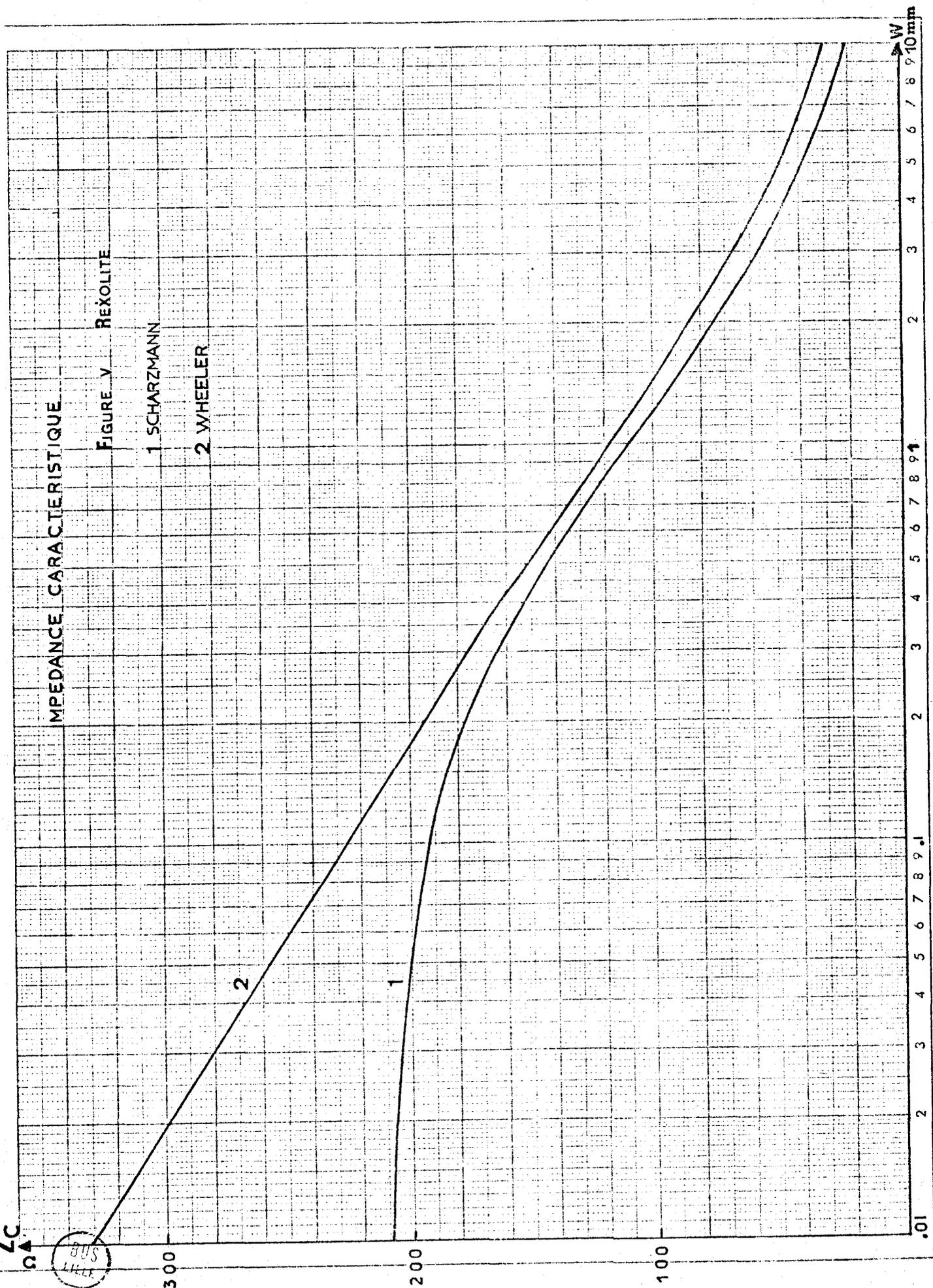
- Shwazmann décompose la capacité C_o par unité de longueur en trois capacités distinctes (fig. IV).

IMPEDANCE CARACTERISTIQUE

FIGURE V REXOLITE

1 SCHARZMANN

2 WHEELER



SAR
LILLE

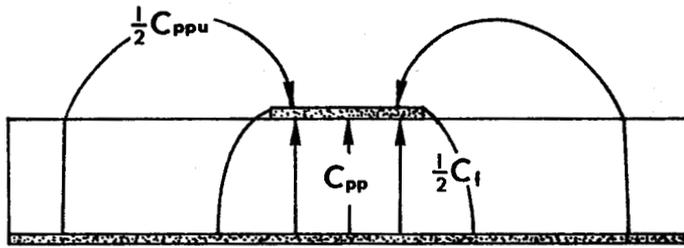


FIGURE IV

C_{pp} : Capacité entre les plans parallèles ayant leur face en regard.

C_f : Capacité due à l'épaisseur de la bande supérieure

C_{ppu} : Capacité entre le plan supérieur de la bande et le plan de masse

Schwarzmann⁽⁶⁾ nous donne alors une valeur approchée de ces trois capacités :

$$C_{pp} = \epsilon_o \epsilon_r \frac{w}{h} \quad C_{ppu} = \frac{2}{3} \epsilon_o \epsilon_r \frac{W}{h} \quad C_f = \epsilon_o \epsilon_r \frac{2.7}{\log \frac{4h}{t}}$$

et en reprenant la relation (1) avec $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$ on obtient :

$$Z_c = \frac{377}{\sqrt{\epsilon_r}} \frac{1}{\frac{w}{h} + \frac{2w}{3h} + \frac{2.7}{\log \frac{4h}{t}}}$$

Cette formule, contrairement aux formules de Wheeler a son domaine de validité pour w voisin de h .

En partant de ces trois formules, 2, 3, 4 nous pouvons donc estimer avec une bonne précision la valeur de l'impédance caractéristique pour une ligne strip de dimensions quelconques.

Nous représentons sur la figure V les variations de Z_c en fonction de w en partant des formules de Schwarzmann (courbe 1) et les formules de Wheeler (courbe 2) pour les paramètres suivants :

ZC

IMPEDANCE CARACTERISTIQUE

FIGURE VI ALUMINE

1 SCHARZMANN

2 WHEELER

150

100

50

.01

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19



$$h = 1,587 \text{ mm}^*$$

$$t = 30 \text{ mm}$$

$$\epsilon_r = 2.53$$

La figure VI représente les mêmes grandeurs mais pour les paramètres suivants :

$$h = 0,635^{**}$$

$$t = 10 \mu$$

$$\epsilon_r = 9.4$$

On peut constater sur ces courbes que les deux auteurs trouvent des résultats voisins pour $w > h$ et que par contre les résultats obtenus divergent sensiblement pour $w < h$. Les résultats obtenus par les formules de Wheeler semblent cependant plus proches de la réalité, la méthode de calcul implique en effet peu d'hypothèses simplificatrices.

Pour définir complètement les propriétés d'une ligne microstrip nous devons tenir compte de la vitesse de propagation des ondes dans ces structures. Ici encore nous ne citons que les deux formules les plus employées pour calculer cette vitesse ou le facteur $k_v = \frac{v}{c}$.

v est ici la vitesse de propagation des ondes dans la ligne et c la vitesse de propagation des ondes dans le vide.

Les formules établies par Wheeler sont les suivantes :

$$k_{vs} = \left\{ \frac{1}{2} (\epsilon_r + 1) \left[1 + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \frac{L_n \frac{\pi}{2} + \frac{1}{\epsilon_r} L_n \frac{4}{\pi}}{L_n \frac{8h}{w} + \frac{1}{32} \left(\frac{w}{h}\right)^2} \right] \right\}^{-\frac{1}{2}}$$

pour $w < h$

(5)

* Caractéristiques correspondant à la rexolite

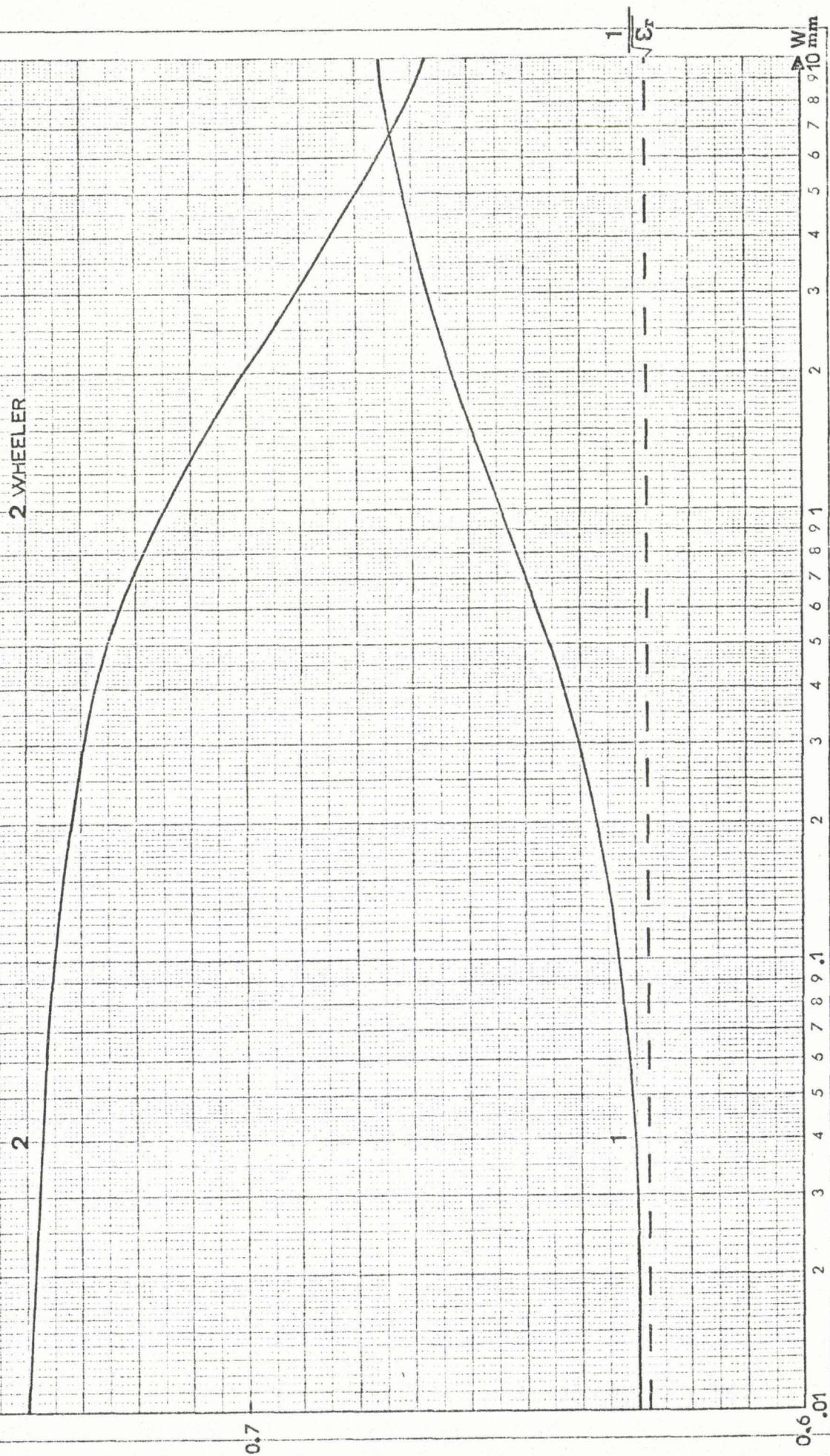
** Caractéristiques correspondant à l'alumine que nous avons utilisée

CORRECTION DE LONGUEUR D'ONDE

FIGURE VII REXOLITE

1 SCHARZMANN

2 WHEELER



$$k_{VS} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} \left[\frac{\frac{w}{2h} + 0.441 + \frac{\epsilon_r + 1}{2\pi\epsilon_r} L_n \left(\frac{w}{2h} + 0.94 \right) + 1.451 + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} 0.082}{\frac{w}{2h} + \frac{1}{\pi} L_n \left(\frac{w}{h} + 1.84 \right) + \frac{1}{\pi} L_n \pi e} \right]^{-1}$$

pour $w > h$ (5')

le même facteur k calculé par Schwartzmann devient :

$$k_V = \frac{1}{\left[1 + L^2 (\epsilon_r - 1) \right]^{1/2}} \quad (6) \quad \text{avec } L = \left[1 + \frac{C_{ppu}}{c_0} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} \right) \right]^{-1}$$

(6')

Nous représentons sur la figure VII les variations de k en fonction de w en partant des formules de Schwarzmann (courbe 1) et de Wheeler (courbe 2) pour la rexolite. La figure VIII représente les mêmes courbes pour l'alumine.

Contrairement aux résultats obtenus sur les impédances caractéristiques nous constatons ici un profond désaccord entre les deux théories. Une considération physique simple nous permet de voir que lorsque w devient grand devant h le facteur k_V doit tendre vers $\left(\frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} \right)$ aussi sur les courbes précédentes nous avons tracé en pointillés la courbe $k_V = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}}$.

Là encore nous pouvons constater que les résultats obtenus par Wheeler sont plus proches de la réalité.

Nous exposons au chapitre suivant une méthode simple et précise permettant de déterminer, en fonction de la largeur w de la ligne, la longueur d'onde sur la ligne et par conséquent d'obtenir les valeurs expérimentales du facteur k_V .

CORRECTION DE LONGUEUR D'ONDE

FIGURE VIII ALUMINE

1 SCHARZMANN

2 WHEELER



2

1

1
 $\sqrt{\epsilon_r}$

W
10mm

0.4

0.3

1.4. Réalisation des circuits microstrips :

La qualité hyperfréquence de ces circuits dépend tout particulièrement de la nature de l'isolant ainsi que de la définition de la gravure.

Dans toute l'étude suivante nous utilisons principalement deux types de matériaux.

× La rexolite : Les échantillons que l'on peut obtenir dans le commerce sont cuivrés sur les deux faces et le modèle que nous avons utilisé possède les caractéristiques suivantes :

- constante diélectrique de l'isolant $\epsilon_r = 2,53$
- épaisseur de l'isolant : $\frac{1}{16}$ de pouce = 1,587 mm
- épaisseur du cuivre 30 μ
- facteur de perte de l'isolant : 10^{-3} jusque 10 GHz

× L'alumine frittée à 99% de pureté dont les caractéristiques sont les suivantes :

- constant diélectrique de l'isolant $\epsilon_r = 9.4$
- épaisseur de l'isolant $\frac{25}{1000}$ de pouce = 0,635 mm
- facteur de perte de l'isolant $< 210^{-4}$ jusque 50 GHz

1.4.1. Métallisation :

Ces plaquettes d'alumine étant vierges nous avons dû résoudre le problème de la métallisation. Une méthode utilisée de façon classique consiste à déposer par évaporation sous vide une couche d'accrochage de Nickelchrome et de l'épaissir ensuite par voie chimique ou électrolytique en déposant une couche d'or jusqu'à l'épaisseur voulue. Cette technique présente l'avantage d'un bon accrochage métal isolant cependant la couche d'accrochage du nickelchrome, qui se trouve placée à l'interface métal isolant c'est à dire au maximum de densité de courant, est un mauvais conducteur et l'on constate l'apparition de pertes, en hyperfréquences, importantes.

Pour éviter les pertes dues à la sous couche d'accrochage nous avons pensé utiliser comme conducteur du cuivre sans couche d'accrochage. Pour obtenir une bonne adhérence du cuivre sur les substrats il faut une préparation minutieuse de l'état de surface de l'alumine. Les plaquettes d'alumine préalablement parfaitement dégraissées au trichloréthylène ont leurs surfaces activées par passage aux ultrasons dans une solution à 1 g/l de chlorure d'étain stanneux. Un nettoyage parfait à l'eau distillée permet d'éliminer alors toutes traces de la solution précédente. Nous séchons ensuite les plaquettes en les plaçant plusieurs heures dans une étuve portée à 150°. Nous déposons alors par évaporation sous vide une couche de cuivre de quelques milliers d'Angström. sur les deux faces du substrat. Cette première métallisation permet alors d'obtenir l'épaisseur de cuivre voulue par électrolyse dans une solution de sulfate de cuivre acide. Pour éviter les tensions qui existent entre ces deux couches, il est possible de consolider la couche de cuivre déposée sous vide par un cuivre chimique d'une épaisseur de l'ordre du micron et ensuite de procéder comme précédemment à une électrolyse. Cette électrolyse du cuivre est réalisée avec une densité de courant de 10 mA/cm^2 ce qui permet d'obtenir un dépôt de $13,5\mu$ à l'heure. Il est à signaler que l'adhérence du cuivre sur les substrats d'alumine obtenue par cette méthode n'est pas excellente. Elle s'est quand même avérée suffisante pour la majorité des circuits que nous avons étudiés. Pour obtenir une conservation des circuits et éviter l'oxydation du cuivre, les circuits sont ensuite recouverts d'une couche d'or de 1 micron. Les substrats d'alumine ainsi métallisés sont alors gravés selon le modèle de circuit désiré.

1.4.2. Gravure

La gravure des circuits nécessite un soin tout particulier. La qualité hyperfréquence du circuit étudié dépend de la propreté et de la netteté des bords. Pour obtenir ce résultat nous avons utilisé la méthode classique de la photogravure. La réalisation du masque est obtenue par réduction photographique sur film haut contraste d'un dessin réalisé à une échelle allant de 1 à 20 selon les dimensions des circuits étudiés. Le masque est ensuite appliqué fermement au moyen d'une presse transparente sur l'une des faces métallisées du substrat d'alumine.

Sur cette face nous déposons préalablement une couche très mince de résine photosensible (Kodak Resifax A). Nous révélons ensuite le circuit avec du trichloréthylène, ce qui permet de faire disparaître la résine des endroits qui n'ont pas été insolés. La gravure proprement dite est alors réalisée par passage dans un bain de perchlorure de fer qui dissout le cuivre qui n'est pas protégé par la résine. Une solution de bicarbonate de soude permet de neutraliser l'action du perchlorure de fer lorsque la gravure est terminée. Les circuits sont ensuite nettoyés au trichloréthylène puis séchés ; ils sont alors prêts à l'emploi.

II. CIRCUIT RESONNANT DE TYPE ANNULAIRE

2.1. *Détermination théorique des divers paramètres*

----- *caractéristiques* *-----*

2.1.1. *Définition*

Différentes structures résonnantes sont réalisables en microstrip, les plus simples sont conçues à partir de tronçons de ligne aux extrémités ouvertes ou court-circuitées.

Les lignes aux extrémités ouvertes présentent du fait de leur nature, des pertes par rayonnement importantes.

Les lignes aux extrémités court-circuitées possèdent un coefficient de qualité plus élevé, mais ont l'inconvénient de s'intégrer difficilement au milieu d'un circuit, car ceci nécessite de percer le substrat.

La structure en anneau, décrite en partie par Troughton ⁽⁸⁾ ne présente pas les défauts des lignes résonnantes décrites précédemment. Nous présentons ici une étude théorique et expérimentale de ce type de résonateur. (Figure IX)

Notre travail théorique est basé sur la théorie classique des lignes. Il permet le calcul des grandeurs caractéristiques du résonateur (fréquences de résonance, coefficient de qualité et de couplage). L'intérêt de cette méthode de calcul est de pouvoir montrer de façon simple les principales applications de ce circuit. L'étude expérimentale est menée conjointement et permet de vérifier à chaque étape les différents résultats théoriques obtenus.

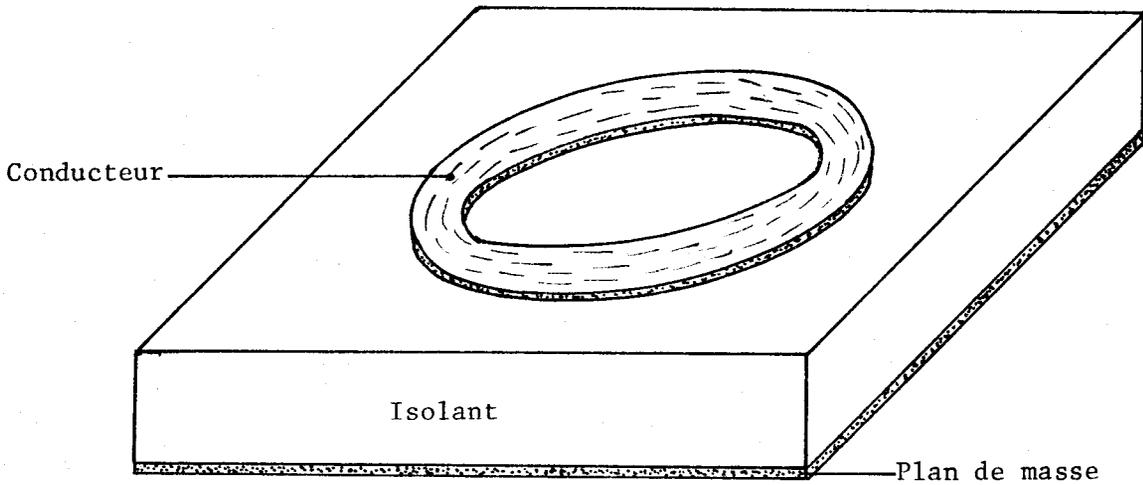


Figure IX

2.1.2. Principe de calcul

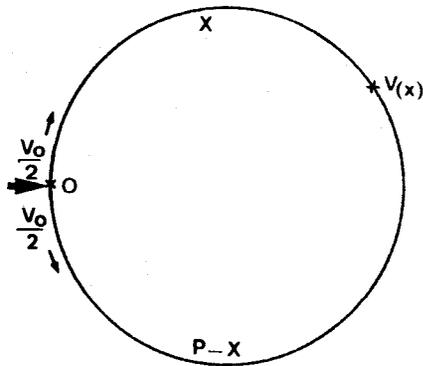


Figure X

Etudions la tension électrique le long de la ligne annulaire. Nous choisissons sur le paramètre moyen de l'anneau, une origine arbitraire 0 et nous supposons que de ce point partent en sens contraires deux ondes progressives d'amplitude $\frac{V_0}{2}$ (Fig.X). Nous cherchons alors $V(x)$ l'amplitude de la tension en un point situé à une distance x du point 0.

Si $\gamma = \alpha + j = + \frac{2j \pi}{\lambda}$ est la constante de propagation le long de la ligne, la tension $V(x)$ s'écrit :

$$V(x) = \frac{V_0}{2} e^{-\gamma x} + \frac{V_0}{2} e^{-\gamma x} e^{-\gamma p} + \dots + \frac{V_0}{2} e^{-\gamma x} e^{-n\gamma p}$$

$$+ \frac{V_0}{2} e^{-\gamma(p-x)} + \frac{V_0}{2} e^{-\gamma(p-x)} e^{-\gamma p} + \dots + \frac{V_0}{2} e^{-\gamma(p-x)} e^{-n\gamma p} + \dots$$

$$V(x) = \frac{V_0}{2} e^{-\gamma x} + e^{-\gamma(p-x)} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-n p}$$

$$V(x) = \frac{V_0}{2} \frac{\operatorname{ch} \gamma (x-p/2)}{\operatorname{sh} \frac{\gamma p}{2}} \quad (7)$$

Pour étudier les fréquences de résonance de ce circuit nous prendrons $x = p/2$ nous avons alors :

$$V(p/2) = V = \frac{V_0}{2} \frac{1}{\operatorname{sh} \frac{\gamma p}{2}} \quad (8)$$

2.1.3. Fréquences de résonance et coefficient de qualité

Nous savons que nous aurons résonance du circuit à une fréquence donnée lorsque V sera maximum pour cette fréquence.

Nous avons $\gamma = \alpha + j\beta$ ou α est la constante d'atténuation le long de la ligne et $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ la constante de phase.

Nous aurons donc résonance lorsque $D = \operatorname{sh} \frac{\alpha p}{2}$
 cherchons les extremum du module de D :

$$|D|^2 = \operatorname{sh}^2 \frac{\alpha p}{2} + \sin^2 \frac{\beta p}{2}$$

nous voyons immédiatement que le dénominateur sera minimum lorsque $\sin^2 \frac{\beta p}{2}$ sera nul, c'est à dire pour $\frac{\beta p}{2} = k\pi$ soit :

$$\lambda_0 = \frac{p}{k} \quad (9) \text{ ou } k \text{ est un nombre entier}$$

nous remarquons donc, qu'à la résonance, la longueur d'onde sur la ligne est un sous-multiple entier du périmètre de l'anneau et nous avons alors :

$$V = V_{\text{Max}} = \frac{V_0}{2 \operatorname{sh} \frac{\alpha p}{2}} \quad (10)$$

Par analogie avec le circuit résonnant classique, le coefficient de qualité interne Q de notre structure se définit ainsi :

$$Q = \frac{F_0}{2 \Delta F} \quad \text{ou } F_0 \text{ est la fréquence de résonance}$$

$2 \Delta F$ la bande passante à 3 dB

Cette bande passante $2 \Delta F$ se détermine aisément en cherchant les valeurs de la fréquence F pour lesquelles la tension V est égale à $\frac{V_{\text{Max}}}{\sqrt{2}}$, V_{Max} étant l'amplitude de la tension à la résonance donnée par (10).

En dehors de la résonance, l'amplitude de la tension est :

$$|V| = \frac{V_0}{2} \frac{1}{\left[\operatorname{sh}^2 \frac{\alpha p}{2} + \sin^2 \frac{\beta p}{2} \right]^{1/2}}$$

ou $\frac{\beta p}{2} = \frac{2 \Pi p}{\lambda}$ avec $\lambda = \frac{V}{F}$ donc $\beta = \frac{\Pi F p}{\lambda}$

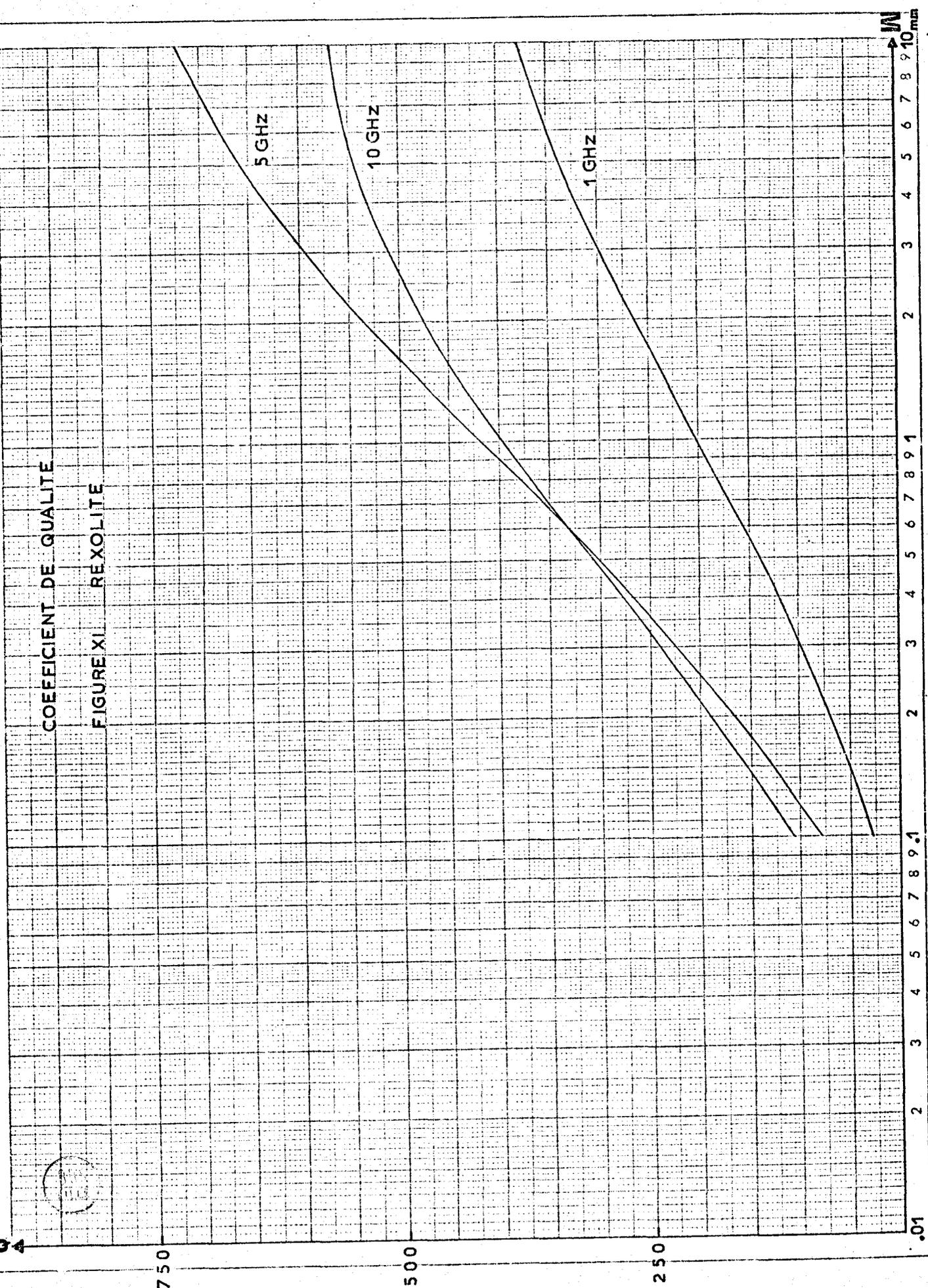
posons $F = F_0 + \Delta F$ et cherchons ΔF tel que $|V| = \frac{V_{\text{Max}}}{\sqrt{2}}$

$$\frac{\beta p}{2} = \frac{\Pi F_0 p}{V} + \frac{\Pi p \Delta F}{V} = k \Pi + \frac{k \Pi \Delta F}{F_0}$$

nous avons donc à résoudre :

$$\frac{V_0}{2} \frac{1}{\left[\operatorname{sh}^2 \frac{\alpha p}{2} + \sin^2 k \Pi \frac{\Delta F}{F_0} \right]^{1/2}} = \frac{V_0}{2 \sqrt{2} \operatorname{sh} \frac{\alpha p}{2}}$$

COEFFICIENT DE QUALITE
FIGURE XI REXOLITE



ceci nous donne : $\sin k\Pi \frac{\Delta F}{F_0} = \pm \operatorname{sh} \frac{\alpha p}{2}$

soit $\frac{F_0}{2 \Delta F} = Q = \frac{k\Pi}{2 \operatorname{Arc} \sin \left(\operatorname{sh} \frac{\alpha p}{2} \right)}$

Pour un coefficient de qualité supérieur à 10, c'est à dire si $\frac{\alpha p}{2} \ll 1$ nous obtenons

$$Q = \frac{k\Pi}{\alpha p} = \frac{\Pi}{\alpha \lambda_0} \quad (11)$$

Sur cette formule nous constatons que le coefficient de qualité est inversement proportionnel à α , coefficient qui caractérise les pertes dans le résonateur. Pour déterminer α nous devons considérer trois sortes de pertes :

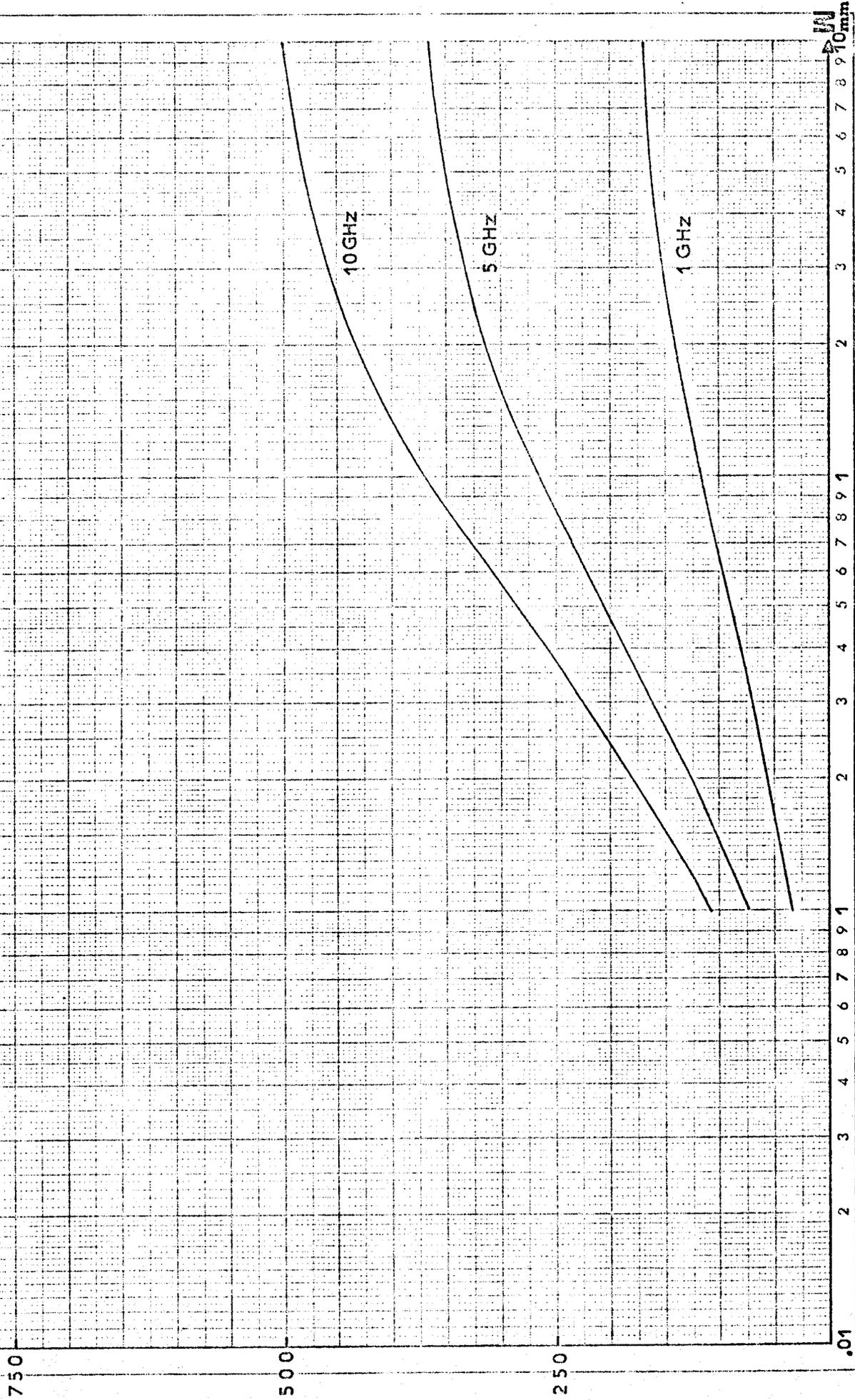
- Les pertes dues au fait que les conducteurs ne sont pas parfaits : ce sont les plus importantes
- Les pertes diélectriques provenant du ϵ'' du matériau
- Les pertes radiatives surtout importantes lorsque le circuit comporte des discontinuités (circuits ouverts, angles ...) ⁽⁹⁾ ce qui n'est pas notre cas, nous négligeons donc ce type de pertes devant les précédentes.

Pour déterminer les pertes dues aux conducteurs nous supposons que le courant circule dans une épaisseur de cuivre égale à : $\delta = \frac{2}{\omega \mu \sigma}$: épaisseur de peau. Dans ce cas nous avons :

$$\alpha_c = \frac{R_s}{Z_c W} \quad (12) \text{ en N/m}$$

COEFFICIENT DE QUALITE

FIGURE XII ALUMINE



avec $R_s = \sqrt{\frac{\pi F \mu}{\sigma}}$ résistance de surface

$Z_c =$ Impédance caractéristique de la ligne

$W =$ largeur de la ligne

Pour déterminer le coefficient d'affaiblissement α dû aux pertes diélectriques nous partirons de la formule classique :

$$\gamma^2 = (\alpha + j\beta)^2 = -\omega^2 \mu_0 (\epsilon' - j\epsilon'') = -\omega^2 \mu \epsilon' (1 - j \operatorname{tg} \delta) \text{ avec } \operatorname{tg} \delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'}$$

angle de pertes

$$\alpha_d = \frac{\omega \sqrt{\epsilon \mu_0}}{2} \operatorname{tg} \delta \quad (13)$$

Nous pouvons maintenant exprimer Q_0 en fonction de tous les paramètres du circuit soit :

$$Q = \frac{H}{\frac{R_s}{Z_c W} + \frac{H}{\lambda} \operatorname{tg} \delta} \cdot \frac{1}{\lambda} \quad (14)$$

Cette expression nous permet de tracer les courbes sur les figures XI et XII nous constatons que le coefficient de qualité de notre circuit croit avec la largeur W du circuit et ceci pour une fréquence donnée et peut atteindre des valeurs égales à plusieurs centaines.

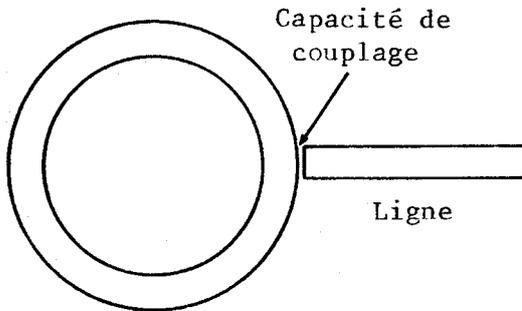
2.1.4. Coefficient de couplage :

Le couplage du résonateur en anneau avec une ligne de transmission capable d'exciter le résonateur est un problème important.

Deux solutions s'offrent à nous pour réaliser ce couplage :

- Le couplage capacitif
- Le couplage selfique

2.1.4.1. *Le couplage capacitif*



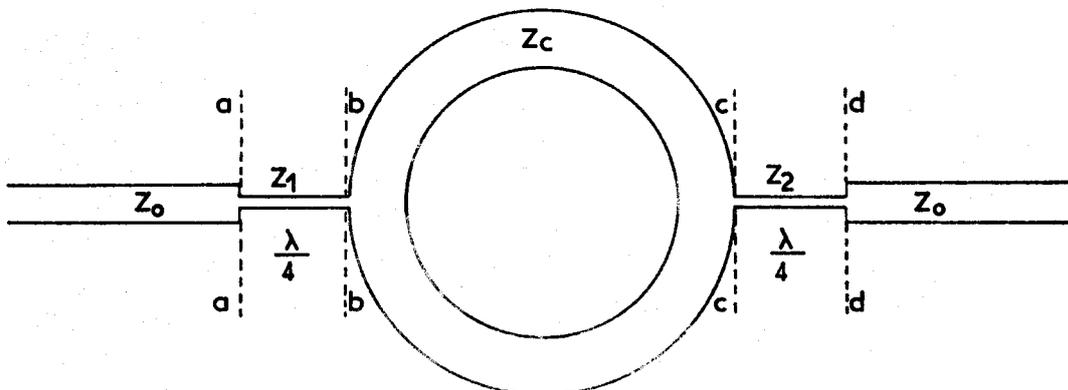
Résonateur

Cette méthode de couplage est indiquée par la figure ci-contre. Il est réalisé au moyen d'une capacité sommet placée entre le bout de la ligne de transmission et la cavité. Ce mode de couplage présente deux inconvénients :

- La cavité est isolée du point de vue courant continu ce qui présente un certain désavantage lorsque l'on veut polariser un élément actif placé à l'intérieur de l'anneau.

- Le calcul de la capacité de couplage est difficile et imprécis. Sur des substrats de constante diélectrique élevée, comme l'alumine par exemple, si l'on veut se limiter à des dimensions raisonnables de fentes réalisables technologiquement, cette capacité est toujours trop faible pour obtenir le couplage critique. Ces deux arguments nous ont conduits à étudier plus en détail le couplage selfique.

2.1.4.2. *Le couplage selfique*



Nous réalisons le couplage selfique à l'aide de tronçons de ligne $\lambda/4$ tels que ceux placés entre les plans aa et bb, cc et dd, comme le montre la figure ci-dessus. Nous poserons :

- Z_1 Impédance caractéristique du tronçon $\lambda/4$ placé entre aa et bb
- Z_2 Impédance caractéristique du tronçon $\lambda/4$ placé entre cc et dd
- Z_c Impédance caractéristique de l'anneau de périmètre moyen P
- Z_0 Impédance caractéristique des lignes de transmission

Cherchons d'abord dans l'anneau la transformation d'impédance entre les plans bb et cc. Cet anneau doit alors être considéré comme la mise en parallèle de deux demi-anneaux de longueur $P/2$ et sa matrice admittance est égale à la somme des deux matrices admittance de chaque tronçon.

La matrice admittance d'un tronçon est :

$$Y = \begin{bmatrix} \coth x & \frac{\operatorname{sh} x - \operatorname{ch}^2 x}{\operatorname{sh} x} \\ \frac{1}{\operatorname{sh} x} & -\frac{\operatorname{ch} x}{\operatorname{sh} x} \end{bmatrix} \quad \text{ou } x = \frac{Y P}{2} = (\alpha + j\beta) \frac{P}{2}$$

La matrice admittance de l'anneau est donc $Y_a = 2 x Y$

il est alors facile de repasser à la matrice de chaîne et nous obtenons :

$$C = \begin{bmatrix} \operatorname{ch} x & \frac{\operatorname{sh} x}{2} \\ 2 \operatorname{sh} x & \operatorname{xh} x \end{bmatrix}$$

ou si nous appelons V_1 et I_1 le courant et la tension dans le plan bb

V_2 et I_2 le courant et la tension dans le plan cc, la matrice de chaîne nous permet d'écrire :

$$V_1 = V_2 \operatorname{ch} x + I_2 \frac{\operatorname{sh} x}{2} \quad (15)$$

$$I_1 = 2 V_2 \operatorname{sh} x + I_2 \operatorname{ch} x \quad (16)$$

ou l'impédance dans le plan cc est $z_{cc} = \frac{V_2}{I_2}$

dans le plan bb est $z_{bb} = \frac{V_1}{I_1}$

z_{cc} et z_{bb} étant des impédances normalisées par rapport à Z_c en faisant le rapport des deux équations (15) et (16) nous obtenons :

$$z_{bb} = \frac{z_{cc} \operatorname{ch} x + \frac{1}{2} \operatorname{sh} x}{2 z_{cc} \operatorname{sh} x + \operatorname{ch} x} = \frac{1}{2} \frac{2 z_{cc} + \operatorname{th} x}{2 z_{cc} \operatorname{th} x + 1} \quad (17)$$

il est alors facile de déterminer l'impédance ramenée dans le plan aa lorsque la ligne de sortie est adaptée, c'est à dire terminée par Z_0 .

$$Z_0 \text{ ramenée dans le plan cc devient } z_{cc} = \frac{Z_2^2}{Z_0 Z_c} \quad (18)$$

ce qui donne dans le plan bb :

$$z_{bb} = \frac{1}{2} \frac{\frac{2 Z_2^2}{Z_0 Z_c} + \operatorname{th} x}{\frac{2 Z_2^2}{Z_0 Z_c} \operatorname{th} x + 1} \quad (19)$$

cette impédance ramenée dans le plan aa nous donne l'impédance d'entrée soit :

$$Z_e = \frac{Z_1^2}{Z_c z_{bb}} = \frac{2 Z_1^2}{Z_c} \frac{2 z_{cc} \operatorname{th} x + 1}{2 z_{cc} + \operatorname{th} x}$$

l'impédance d'entrée normalisée par rapport à Z_0 est donc :

$$z_e = \frac{Z_e}{Z_o} = \frac{2 Z_1^2}{Z_o Z_c} \frac{\frac{2 Z_2^2}{Z_o Z_c} \operatorname{th} x + 1}{\frac{2}{Z_o Z_c} + \operatorname{th} x} \quad (20)$$

pour simplifier l'écriture nous poserons :

$$A = \frac{2 Z_1^2}{Z_o Z_c} \quad (21) \quad B = \frac{2 Z_2^2}{Z_o Z_c} \quad (22) \text{ d'où :}$$

$$Z_e = A \cdot \frac{B \operatorname{th} x + 1}{B + \operatorname{th} x}$$

l'étude de cette impédance d'entrée en fonction de la fréquence nous permet de déterminer aisément les coefficients de qualité et de couplage. En effet nous avons posé :

$$x = \frac{\alpha p}{2} + j \frac{\beta p}{2} \text{ ce qui donne en remplaçant dans l'expression}$$

de z_e :

$$z_e = A \times \frac{1 + j \operatorname{tg} \frac{\beta p}{2} \frac{B + \operatorname{th} \frac{\alpha p}{2}}{1 + B \operatorname{th} \frac{\alpha p}{2}}}{\frac{B + \operatorname{th} \frac{\alpha p}{2}}{1 + B \operatorname{th} \frac{\alpha p}{2}} + j \operatorname{tg} \frac{\beta p}{2}} \quad (23)$$

il est alors intéressant de poser :

$$M = \left[B + \operatorname{th} \frac{\alpha p}{2} \right] \cdot \left[1 + B \operatorname{th} \frac{\alpha p}{2} \right]^{-1} \quad (24)$$

$$\text{d'ou : } z_e = A \frac{1 + jM \operatorname{tg} \frac{\beta p}{2}}{M + j \operatorname{tg} \frac{\beta p}{2}} \quad (25)$$

La fréquence de résonance est obtenue lorsque z_e est réel, c'est à dire pour :

$$\operatorname{tg} \frac{\beta p}{2} = 0 \quad \text{soit} \quad \frac{\beta p}{2} = k\pi \quad \text{ou } k \text{ est un nombre entier}$$

$$\lambda_0 = \frac{p}{k} \quad (26) \quad F_0 = \frac{kv}{p}$$

nous remarquons donc que nous obtenons au premier ordre la même fréquence de résonance que pour la cavité prise isolément telle que nous l'avons déterminée précédemment. Etudions alors la forme de l'impédance d'entrée au voisinage de la résonance. Nous avons :

$$\beta = \frac{2 \pi F}{v}$$

et nous posons $F = F_0 + \Delta F$ ou ΔF est un petit écart de fréquence autour de la fréquence de résonance F_0 dans ces conditions :

$$\operatorname{tg} \frac{\beta p}{2} = \operatorname{tg} \frac{\pi p \Delta F}{c}$$

En reportant cette valeur dans l'expression (25) nous obtenons :

$$z_e = A \cdot \frac{1 + jM \operatorname{tg} \frac{\pi p \Delta F}{c}}{M + j \operatorname{tg} \frac{\pi p \Delta F}{c}}$$

si nous travaillons avec des ΔF suffisamment petits nous pouvons poser :

$$\operatorname{tg} \frac{\pi p \Delta F}{c} = \frac{\pi p \Delta F}{c} \ll M$$

dans ce cas l'impédance d'entrée se réduit à :

$$z_e = \frac{A}{M} \left[1 + j \frac{M \Pi F \Delta F}{c} \right] \quad (28)$$

Nous savons qu'au voisinage de la fréquence de résonance l'impédance d'entrée d'un résonateur est de la forme :

$$z_e = k \left[1 + 2j Q_0 \frac{\Delta F}{F_0} \right] \quad (29)$$

ou k est le coefficient de couplage $k = \frac{Q_0}{Q_e}$

F_0 est la fréquence de résonance du circuit

Q_0 est le coefficient de qualité interne des circuits
(compte tenu de Z_2)

Q_e est le coefficient de qualité extérieur

$Q_c = \frac{Q_0 Q_e}{Q_0 + Q_e}$ est le coefficient de qualité en charge

La détermination de tous ces paramètres nous permet donc de définir entièrement les propriétés du résonateur.

En comparant les formules (28) et (29) nous pouvons donc tirer :

$$k = \frac{A}{M} \quad (30) \quad Q_0 = \frac{k \Pi M}{2} \quad (31)$$

A partir de ces expressions nous pouvons déterminer les valeurs réalisables de coefficient de qualité et de couplage. Il est par exemple très intéressant de pouvoir se trouver au couplage critique, c'est à dire lorsque $k = 1$ pour transmettre le maximum d'énergie à la cavité.

Si nous voulons un coefficient de qualité élevé il faut que M soit maximum. Or nous avons :

$$M = \frac{B + \text{th } \frac{\alpha p}{2}}{1 + B \text{ th } \frac{\alpha p}{2}} \quad \text{avec } B = \frac{2 Z_2^2}{Z_0 Z_c}$$

dans cette expression nous ne pouvons faire varier que B, car α qui caractérise les pertes en ligne est imposé par la configuration du circuit. Or M est une fonction homographique qui est toujours croissante avec B, donc la valeur maximum de M est obtenue pour $B = \infty$ ce qui nous donne :

$$M_{\max} = \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{\alpha p}{2}} = \frac{2}{\alpha p} \quad \text{si } \alpha \text{ est petit ce qui conduit à :}$$

$Q = \frac{k\pi}{\alpha p}$ résultat que nous avons aussi obtenu précédemment pour la cavité seule.

Ce cas intéressant correspond au cas où la cavité est étudiée en réflexion, c'est à dire couplée d'un seul côté. Ceci est utilisé lorsque l'on réalise un oscillateur. Le coefficient de couplage k est alors égal à :

$$k = \frac{A}{M} = \frac{A\alpha p}{2}$$

Si nous voulons être au couplage critique nous devons avoir $k = 1$ soit :

$$Z_1 = \left[\frac{Z_0 Z_c}{\alpha p} \right]^{1/2} \quad (32)$$

Pour obtenir avec un résonateur utilisé en transmission un coefficient de qualité élevé nous devons donc choisir A et B les plus grands possibles, donc prendre Z_1 et $Z_2 \gg Z_c$ étant donné que $Z_0 = 50 \Omega$ et pour obtenir dans ce cas à la résonance le maximum de transfert de puissance le couplage doit être égal à l'unité ce qui impose aux impédances Z_1 et Z_2 de satisfaire la relation :

$$\frac{2 Z_1^2}{Z_0 Z_c} = \left[\frac{2 Z_2^2}{Z_0 Z_c} + \frac{\alpha p}{2} \right] \left[1 + \frac{Z_2^2}{Z_0 Z_c} \alpha p \right]^{-1} \quad (33)$$

Ce calcul simple nous permet donc de déterminer les paramètres géométriques de la structure résonnante en anneau pour obtenir des caractéristiques données de coefficient de qualité et de couplage.

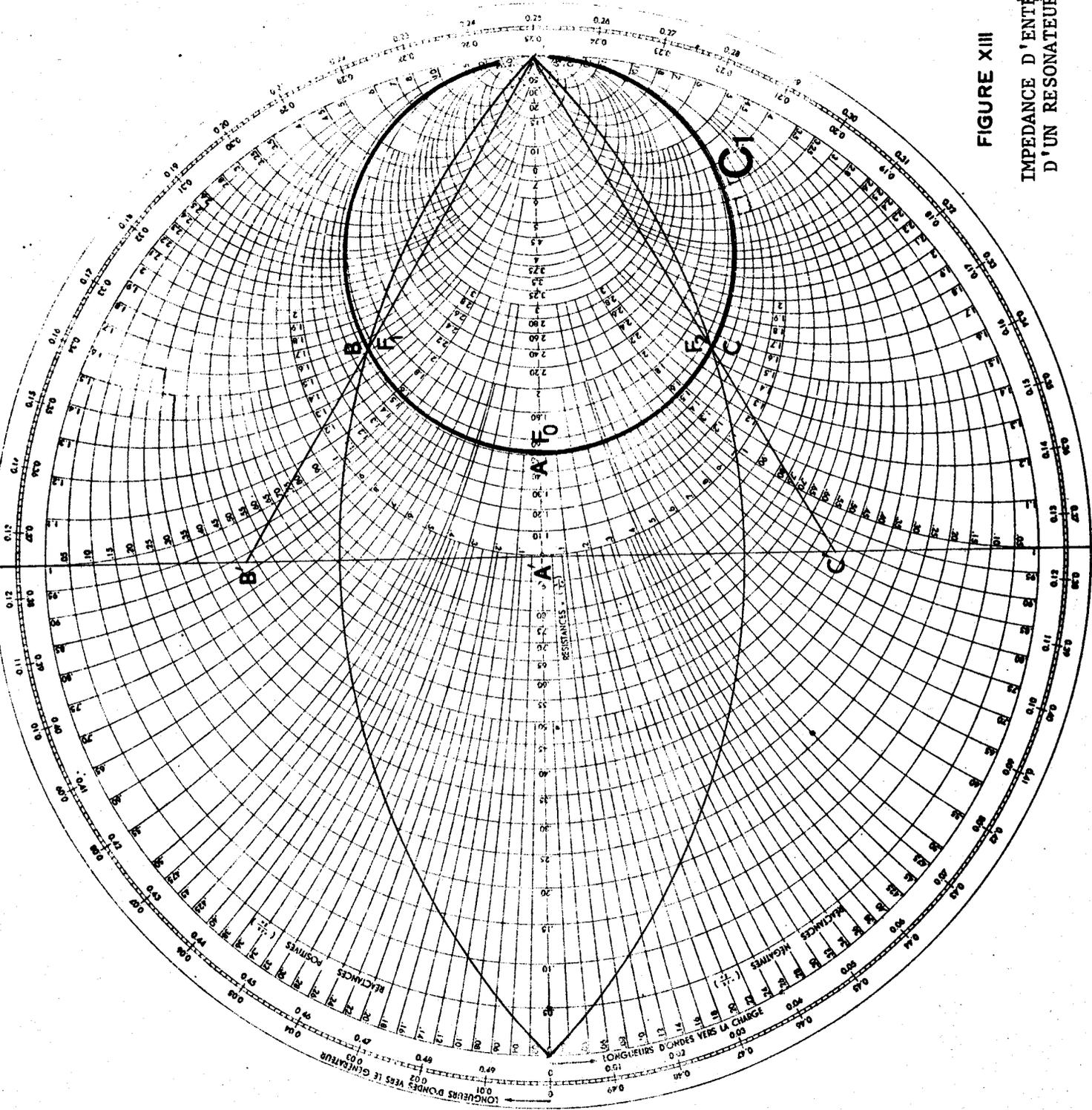


FIGURE XIII

IMPEDANCE D'ENTRÉE
D'UN RÉSONNATEUR

BUS
LILLE

2.2. Détermination expérimentale des diverses grandeurs

caractéristiques

2.1.1. Principe de la mesure :

Pour déterminer expérimentalement la fréquence de résonance, les coefficients de qualité et le coefficient de couplage d'un résonateur, la méthode la plus simple consiste à mesurer l'impédance d'entrée du circuit en fonction de la fréquence autour de la fréquence de résonance. Il est en effet facile de voir, sur l'abaque de Smith, que le lieu du point représentant les variations de l'impédance d'entrée en fonction de la fréquence, est un cercle représenté sur la figure XIII. Plus précisément l'expression (29) peut encore s'écrire :

$$y_e = \frac{1}{k} \frac{1}{1 + \frac{2j Q_0 \Delta F}{F_0}}$$

On voit que pour $\Delta F = 0$, l'admittance alors réelle est donnée par l'expression :

$$y_e = \frac{1}{k}$$

On peut de cette façon mesurer immédiatement la fréquence de résonance et le coefficient de couplage.

Si nous considérons sur cette courbe (fig XIII) les points B et C correspondant aux fréquences F_1 et F_2 pour lesquelles la partie réelle de l'admittance est égale à la partie imaginaire, nous avons alors :

$$1 = \frac{2 Q_0 \Delta F_1}{F_0} \quad \text{et} \quad 1 = - \frac{2 Q_0 \Delta F_2}{F_0}$$

nous en déduisons immédiatement que $Q_0 = \frac{2 \Delta F_1}{F_0} = \frac{2 \Delta F_2}{F_0}$

or : $2 \Delta F_1 = 2 \Delta F_2 = |F_2 - F_1|$

$$\text{donc : } Q_0 = \left| \frac{F_2 - F_1}{F_0} \right|$$

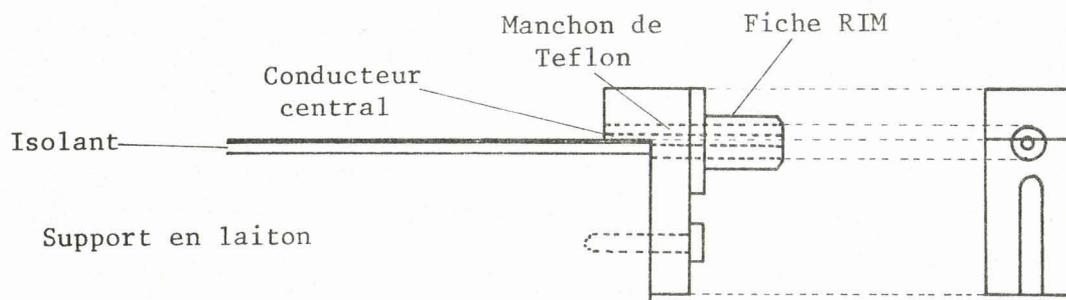


FIGURE XIV Transition Microstrip Coaxial

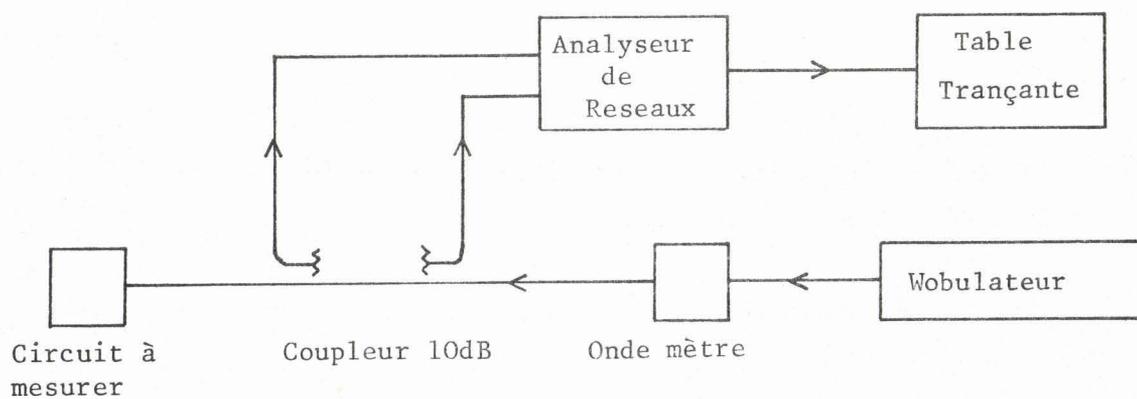


FIGURE XV Banc de mesure

il est intéressant de remarquer que la projection sur la droite yy' des points représentatifs de l'impédance, définit une échelle linéaire en fréquence. On peut ainsi interpoler plus facilement la valeur exacte des fréquences aux points, A, B et C.

2.2.2. Méthode de mesure

Nous avons choisi comme appareil de mesure : l'analyseur de réseaux HEWLETT PACKARD N° 8410 A. Il nous permet en effet de tracer directement le cercle représentant les variations de l'impédance d'entrée de notre circuit en fonction de la fréquence. Les mesures sont ainsi simples et rapides.

Cet appareil dont l'entrée est à fiches APC7 nécessite l'utilisation d'une transition microstrip APC7 que nous avons réalisée en utilisant des fiches RIM. La transition microstrip RIM est représentée sur la figure XIV. Le T.O.S. présenté par cette transition est inférieur à 1,2 de 2 GHz à 12 GHz. Le schéma du banc de mesure complet est représenté sur la figure XV.

La précision obtenue sur les mesures d'impédances ainsi mesurée est de l'ordre de 10% et dépend essentiellement de la qualité du coupleur. Pour augmenter la précision relative à la mesure de fréquences nous avons préféré utiliser un ondemètre à absorption. L'affichage donné par le wobulateur se révèle en effet trop imprécis pour les circuits ayant des coefficients de qualité élevés.

2.2.3. Résultats expérimentaux

2.2.3.1. Coefficient de couplage :

Afin de vérifier la validité de la formule (32) relative au couplage selfique, nous avons réalisé le circuit représenté par la figure XVI, sur un support de rexolite.

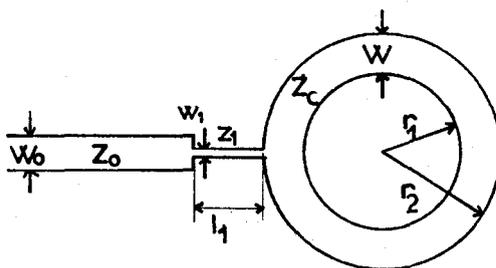
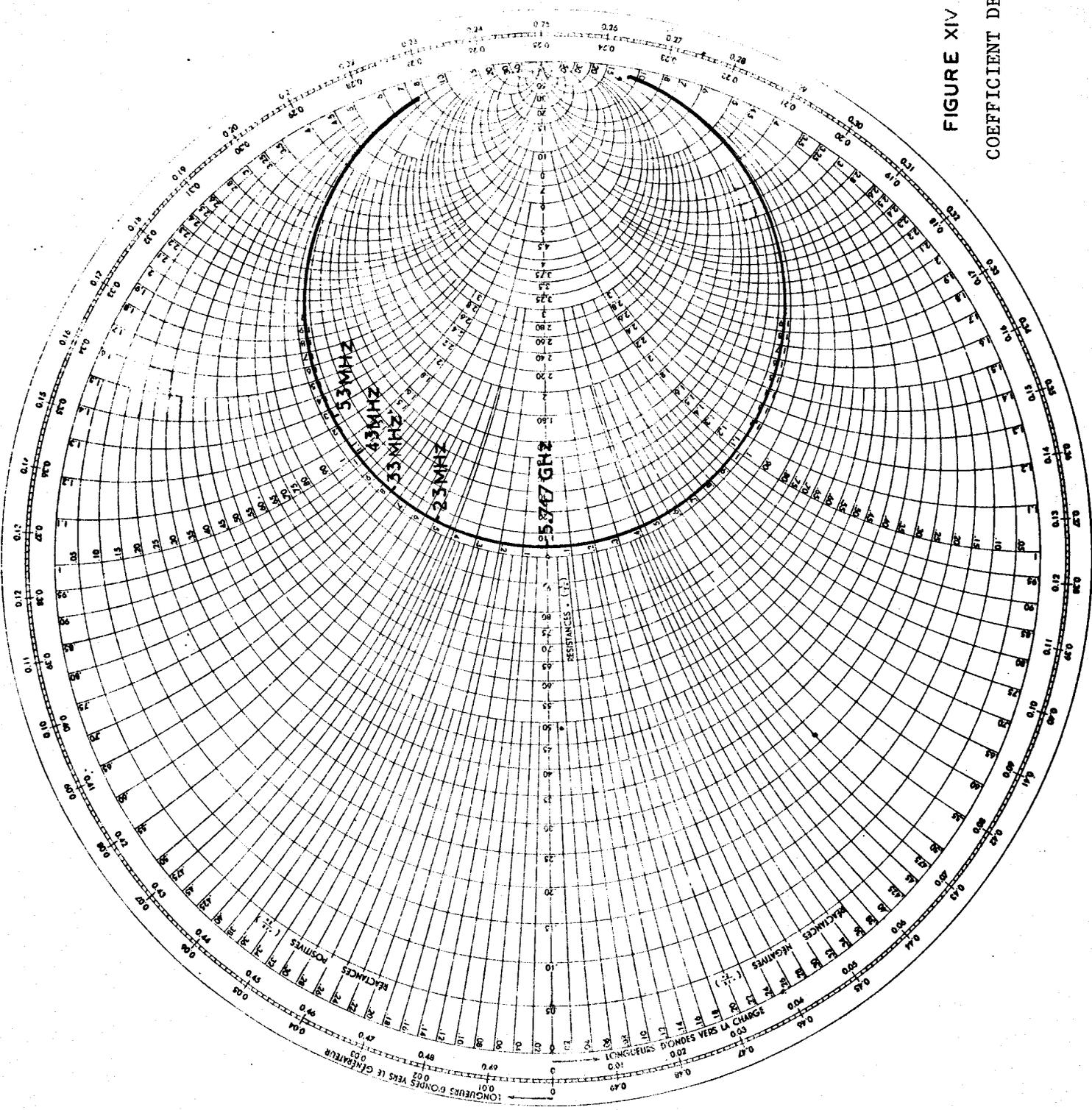


FIGURE XIV
COEFFICIENT DE COUPLAGE



BUS
1111

il s'agit ici d'une cavité résonnant en 2λ à la fréquence de 5,7 GHz et d'impédance caractéristique $Z_c = 50 \Omega$ ceci conduit à :

$$W = 6 \text{ mm} \quad r_1 = 8,3 \text{ mm} \quad r_2 = 14,3 \text{ mm}$$

l'application de la formule (32) nous donne alors en utilisant pour déterminer α les courbes donnant le coefficient de qualité :

$$Z_1 = 210 \Omega \quad \text{soit } W_1 = 0,13 \text{ mm}$$

le facteur de correction de vitesse k_v correspondant à cette valeur est :

$$k_v = 0,733$$

ce qui nous donne la valeur de l_1 :

$$l_1 = \frac{k_v c}{4F} = 9,65 \text{ mm}$$

Ce résonateur ainsi réalisé nous a donné la courbe d'impédance de la figure XVII sur laquelle on constate une fréquence de résonance de 5,717 GHz au lieu des 5,7 GHz désirés et un coefficient de couplage $k = 0,95$ au lieu de 1. Nous avons de même constaté sur les nombreux circuits que nous avons testés que l'erreur faite sur la détermination du coefficient de couplage restait toujours inférieure à 10%.

2.2.3.2. Coefficient de qualité :

Nous nous sommes surtout attachés à vérifier expérimentalement la variation du coefficient de qualité du résonateur en fonction de son impédance caractéristique, donc de sa largeur. Ces différents circuits ont été réalisés sur un support de rexolite (10). Pour caractériser chaque résonateur nous donnons les deux rayons intérieurs (r_1) et extérieurs (r_2) la largeur du résonateur (W) et la largeur du couplage capacitif (d) figure XVIII.

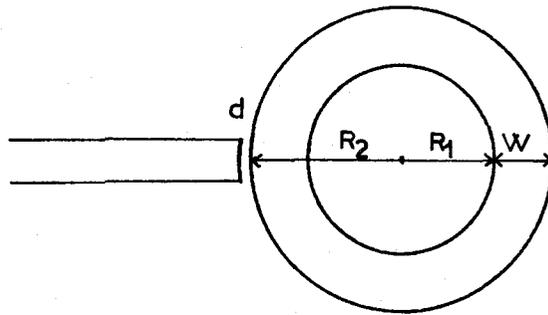


FIGURE XVIII

Le tableau suivant donne les dimensions des différents circuits étudiés :

N° de la cavité	R_1	R_2	W	d
N° 1	13,80 mm	14,30 mm	0,5 mm	0,25 mm
N° 2	13,31 mm	15,31 mm	2 mm	0,25 mm
N° 3	12,95 mm	15,95 mm	3 mm	0,25 mm
N° 4	12,50 mm	16,50 mm	4 mm	0,25 mm
N° 5	11,59 mm	17,59 mm	6 mm	0,25 mm
N° 6	9,65 mm	19,65 mm	10 mm	0,25 mm

tous ces résonateurs ont été calculés pour obtenir une fréquence de résonance de 2,3 GHz. Le tableau ci-après donne la fréquence de résonance et le coefficient de qualité Q_0 mesurés des cavités précédentes :

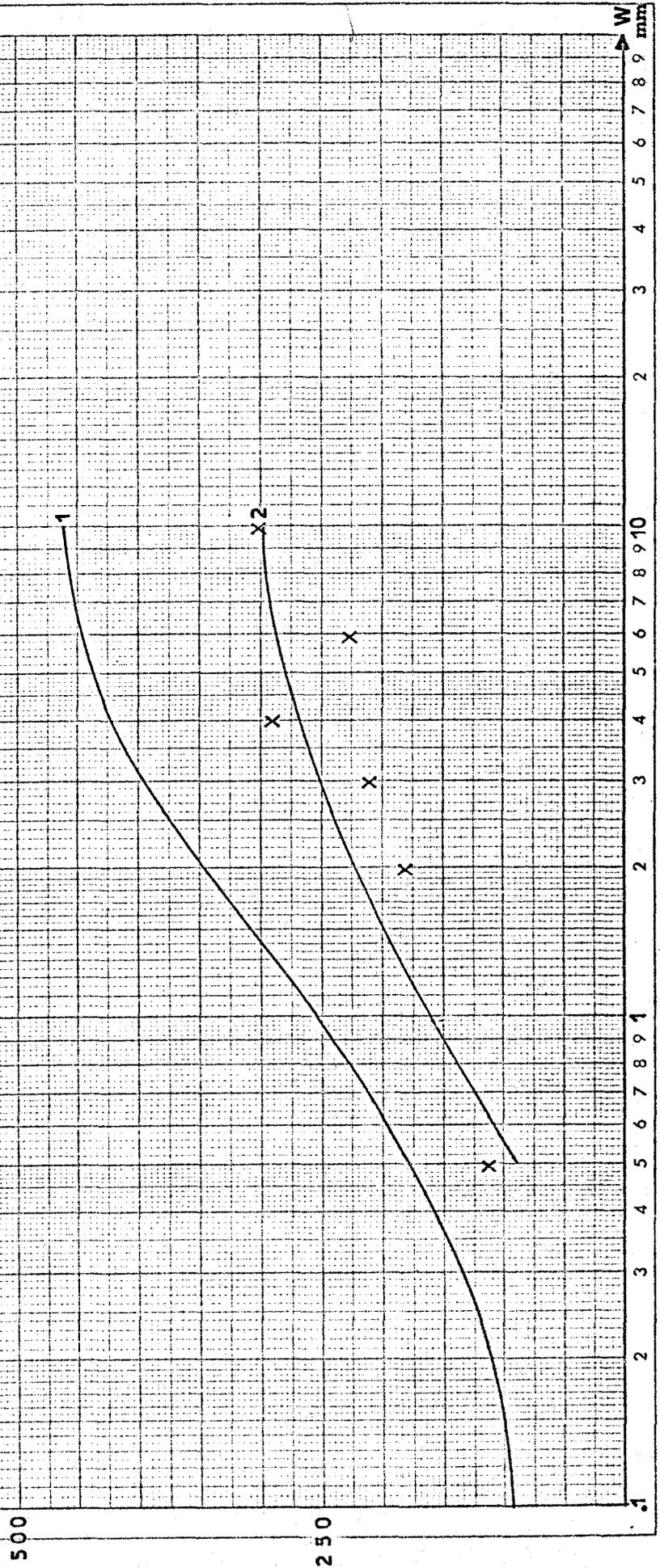


FIGURE XIX

Coefficient de qualité
d'un résonateur en anneau
en fonction de la largeur

1 Courbe théorique

2 Courbe expérimentale



(N°)	(Fo en GHz)	(Qo)	(Qe)	(Qc)
(de la cavité)				
(1)	(2,36)	(107)	(184)	(68)
(2)	(2,26)	(174)	(288)	(108)
(3)	(2,24)	(208)	(540)	(150)
(4)	(2,23)	(290)	(864)	(221)
(5)	(2,19)	(208)	(569)	(158)
(6)	(2,17)	(297)	(1.724)	(253)
()	()	()	()	()
()	()	()	()	()

Sur la figure XIX nous traçons :

- La courbe expérimentale à partir des résultats précédents montrant la variation du coefficient de qualité Qo en fonction de la largeur.

- La courbe théorique obtenue à partir de la formule 14. On peut observer sur ces deux courbes que le coefficient de qualité mesuré est toujours inférieur au coefficient calculé ; plusieurs phénomènes peuvent expliquer ce résultat. En premier lieu nous avons négligé les pertes par radiation qui bien que faibles ne sont pas toujours négligeables. De plus pour le calcul nous avons supposé que le cuivre formant les conducteurs était du cuivre pur de conductivité $\sigma = 5,8 \cdot 10^7$ v/m. Or il est certain que le cuivre utilisé a une conductivité inférieure et comme les pertes ohmiques sont prépondérantes ceci peut expliquer la différence observée.

2.2.3.3. *Longueur d'onde sur la ligne :*

Nous avons vu au chapitre 2 que la fréquence de résonance d'un résonateur en anneau était $Fo = \frac{kv}{P}$ et nous avons de plus :

$$\lambda_o = \frac{c}{Fo} \quad \text{et} \quad \lambda_g = \frac{P}{K}$$



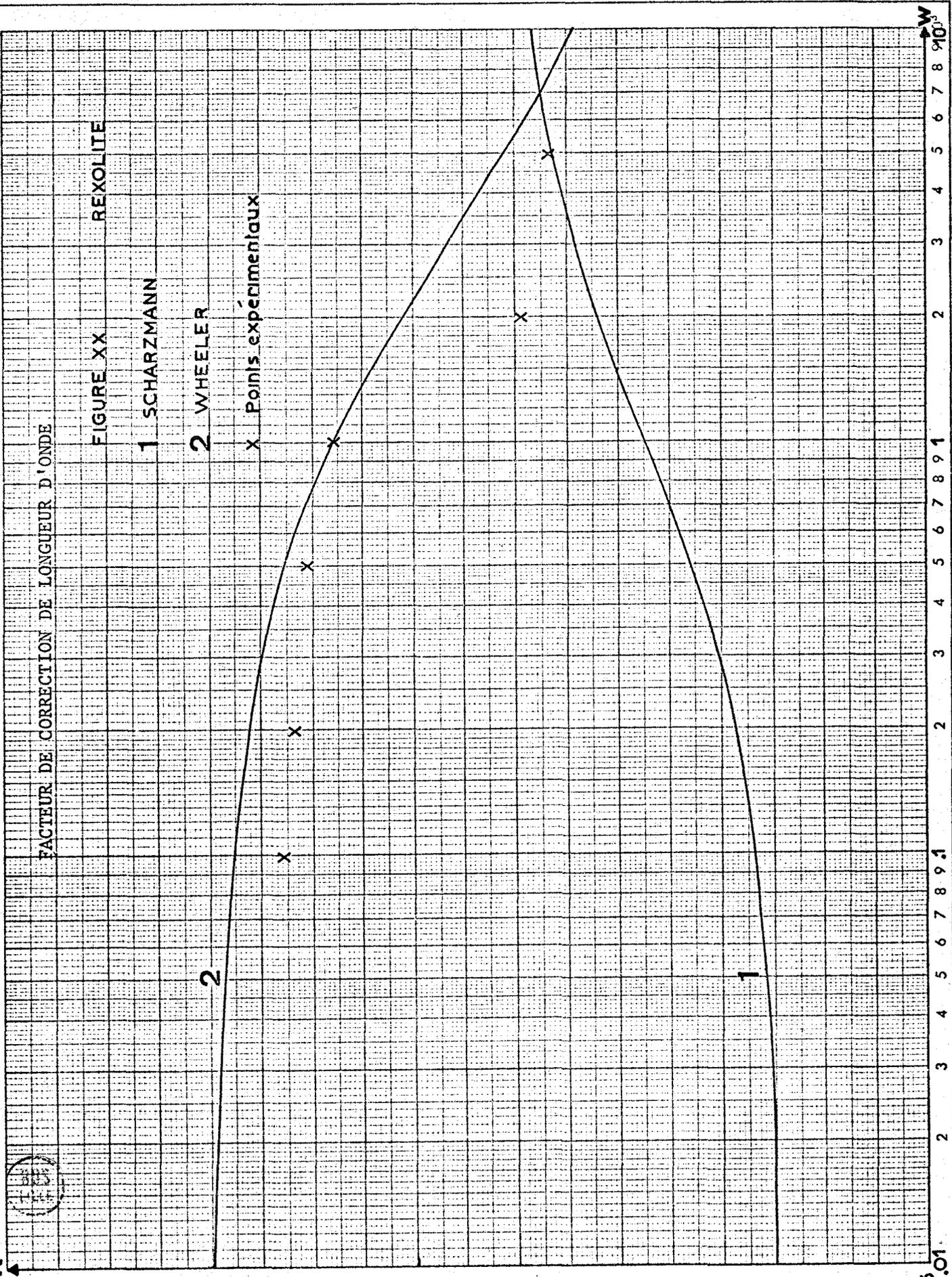
FACTEUR DE CORRECTION DE LONGUEUR D'ONDE

FIGURE XX REXOLITE

1 SCHARZMANN

2 WHEELER

X Points expérimentaux



ou K est un nombre entier. Nous avons donc ici une détermination rapide et facile du facteur de correction de vitesse que nous avons appelé k_v et qui est égal à :

$$k_v = \frac{v}{c} \quad \text{ou } v \text{ est la vitesse de propagation des ondes sur la ligne}$$

c est la vitesse de propagation des ondes dans le vide

La valeur théorique de ce facteur k_v en fonction de la largeur conduit à des résultats différents selon les auteurs en particulier les résultats obtenus par Schwazmann et Wheeler sont contradictoires et il était intéressant de confirmer l'une ou l'autre des théories par une étude expérimentale. Il s'est avéré qu'un résonateur en anneau permet de déterminer expérimentalement ce facteur k_v .

Nous avons alors étudié sur rexolite différents résonateurs de même périmètre moyen à savoir $p = 6,28$ cm ayant des largeurs différentes. Le tableau ci-dessous résume les résultats obtenus :

(:	:	:	:	:
($W = 0,1$ mm	$F_0 = 3,348$ GHz	$\lambda_g = 6,28$ cm	$\lambda_0 = 8,96$ cm	$k_v = 0,725$
(:	:	:	:	:
(:	:	:	:	:
(0,2	3,200	6,28	9,20	0,723
(0,5	3,260	6,28	9,202	0,720
(1	3,256	6,28	9,214	0,715
(2	3,240	6,28	9,260	0,6782
(5	3,210	6,28	9,346	0,6720
(:	:	:	:	:
(:	:	:	:	:

Ces différents résultats sont reportés sur la figure XX où figurent les deux courbes théoriques de Wheeler et Schwarzmann.

Nous avons voulu recommencer l'expérience sur un substrat d'alumine. Les résultats sont reportés sous forme de points expérimentaux sur la figure XXI.

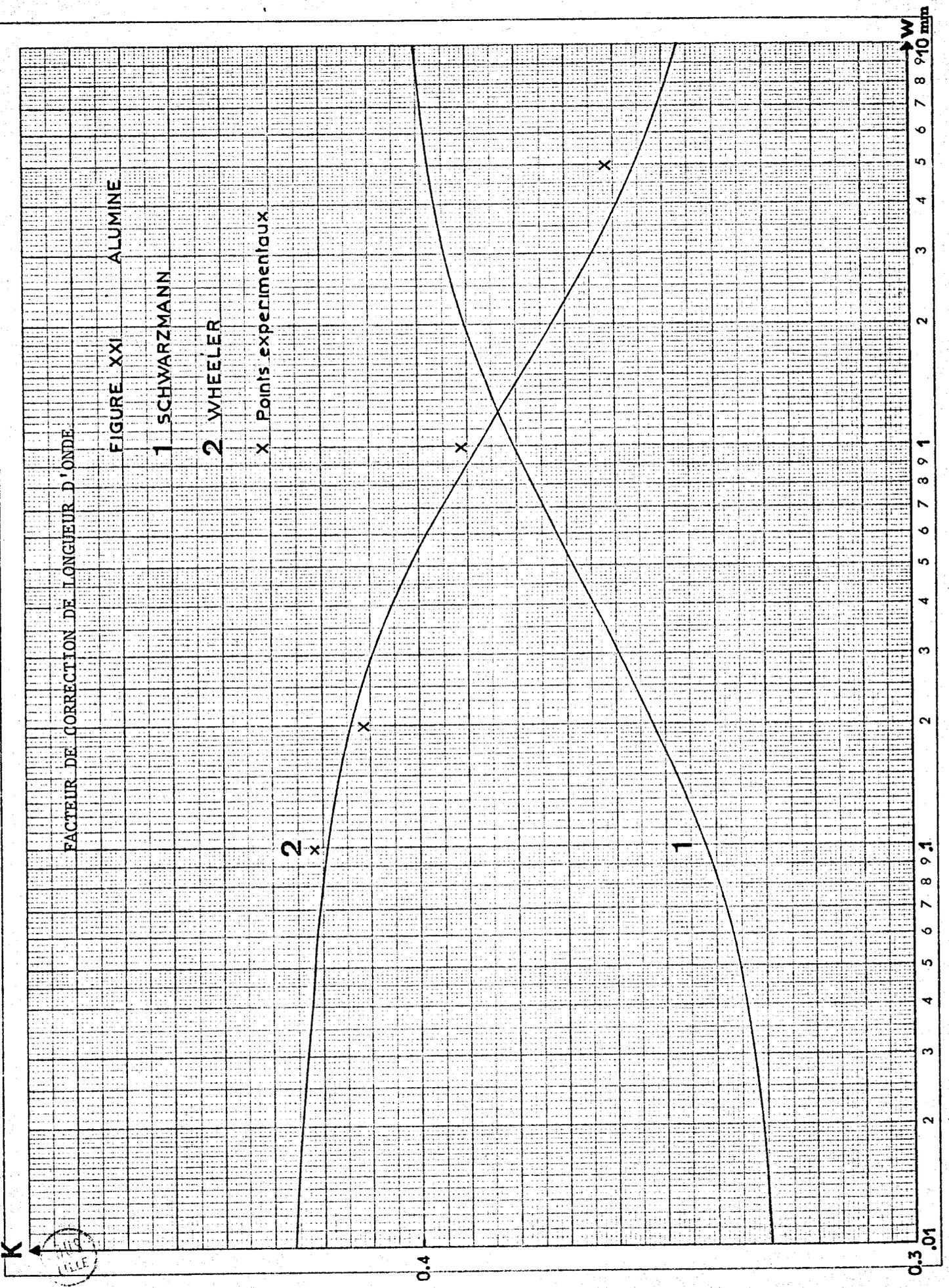
FACTEUR DE CORRECTION DE LONGUEUR D'ONDE

FIGURE XXI ALUMINE

1 SCHWARZMANN

2 WHEELER

X Points experimentaux



Ces deux résultats montrent l'excellente concordance entre la théorie de Wheeler et les mesures expérimentales.

Nous avons donc déterminé ici tant théoriquement qu'expérimentalement les principales caractéristiques d'un résonateur, et il nous est maintenant possible d'étudier les applications possibles de cette structure.

III. CAVITES ANNULAIRES ASSOCIEES A DES DISPOSITIFS SEMICONDUCTEURS

3.1. Détermination théorique

3.1.1. Définition :

Nous étudions dans ce chapitre les variations de la fréquence de résonance et du coefficient de qualité de la cavité lorsque des composants semiconducteurs d'admittance y_1 et y_2 sont placés en des points quelconques de notre cavité annulaire (figure XXII)

soit $p = (x + y + z + w)$ périmètre moyen du résonateur.

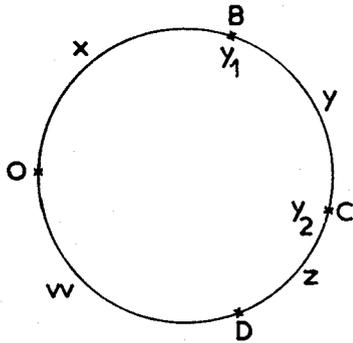


FIGURE XXII

Les admittances y_1 et y_2 sont situées respectivement en B et C à une distance x et $x + y$ de l'origine arbitraire O.

Un générateur délivrant une tension V_0 à la fréquence F excite la cavité au point O ; nous cherchons la tension qui existe au point D.

Les deux admittances y_1 et y_2 ont leurs coefficients de réflexion et de transmission respectivement égaux à ρ_1, ρ_2, t_1, t_2 .

Un calcul simple montre que nous avons : (11)

$$\rho_1 = \frac{-y_1}{2 + y_1} \quad (34) \quad t_1 = \frac{2}{2 + y_1} \quad (35) \quad \rho_2 = \frac{-y_2}{2 + y_2} \quad (36) \quad t_2 = \frac{2}{2 + y_2} \quad (37)$$

Nous affectons d'un signe + les ondes qui se déplacent dans le sens trigonométrique inverse et d'un signe - celles qui vont dans l'autre sens.

L'indice 1 sera réservé aux ondes dont l'origine est l'onde issue de O, d'amplitude $\frac{V_0}{2}$ et allant vers B, et l'indice 2, aux ondes dont l'origine est l'onde issue de O, d'amplitude $\frac{V_0}{2}$ et allant vers C.

L'indice n sera affecté aux ondes qui ont rencontré n + 1 obstacles.

3.1.2. Méthode de calcul :

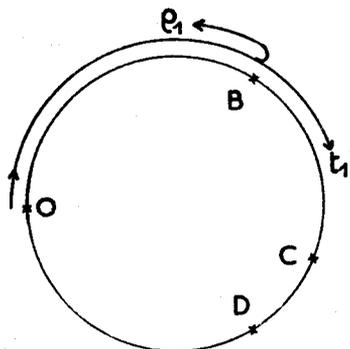


FIGURE XXIII

Considérons le système d'ondes stationnaires créé par l'onde issue de O et d'amplitude $\frac{V_0}{2}$ se dirigeant vers B (figure XXIII).

Cette onde arrive en B et donne :

$$B_0^+ = V_0 e^{-\gamma x}. \quad (38)$$

Une partie de cette onde est transmise et l'autre se réfléchit pour donner :

$$C_0^+ = B_0^+ t_1 e^{-\gamma y} \quad (39) \quad \text{et} \quad C_0^- = B_0^+ \rho_1 e^{-\gamma(p-y)} \quad (40)$$

Ces deux ondes créent à nouveau B_1^+ et B_1^- et lorsque le régime permanent est établi nous avons les relations :

$$B_n^+ = t_2 e^{-\gamma(p-y)} C_{n-1}^+ + \rho_2 e^{-\gamma(p-y)} C_{n-1}^- \quad (41)$$

$$B_n^- = \rho_2 e^{-\gamma y} C_{n-1}^+ + t_2 e^{-\gamma y} C_{n-1}^- \quad (42)$$

$$C_n^+ = t_1 e^{-\gamma y} B_n^+ + \rho_1 e^{-\gamma y} B_n^- \quad (43)$$

$$C_n^- = \rho_1 e^{-\gamma(p-y)} B_n^+ + t_1 e^{-\gamma(p-y)} B_n^- \quad (44)$$

De même si nous considérons le régime d'ondes stationnaires créé par l'onde issue de O, d'amplitude $\frac{V_0}{2}$ et allant vers C, nous avons les relations :

$$C_0^- = \frac{V_0}{2} e^{-\gamma(w+z)} \quad (45) \quad B_0^+ = \rho_2 \frac{V_0}{2} e^{-\gamma(p-y+w+z)} \quad (46)$$

$$\frac{C_0^+}{2} = 0 \quad (47)$$

$$\frac{B_0^-}{2} = \frac{V_0}{2} t_2 e^{-\gamma(w+z+y)} \quad (48)$$

$$\frac{B_n^+}{2} = t_2 e^{-\gamma(p-y)} \frac{C_n^+}{2} + \rho_2 e^{-\gamma(p-y)} \frac{C_n^-}{2} \quad (49)$$

$$\frac{B_n^-}{2} = \rho_2 e^{-\gamma y} \frac{C_n^+}{2} + t_2 e^{-\gamma y} \frac{C_n^-}{2} \quad (50)$$

$$\frac{C_n^+}{2} = t_1 e^{-\gamma y} \frac{B_{n-1}^+}{2} + \rho_1 e^{-\gamma y} \frac{B_{n-1}^-}{2} \quad (51)$$

$$\frac{C_n^-}{2} = \rho_1 e^{-\gamma(p-y)} \frac{B_{n-1}^+}{2} + t_1 e^{-\gamma(p-y)} \frac{B_{n-1}^-}{2} \quad (52)$$

l'amplitude de l'onde totale s'obtient en tous points en superposant les deux états d'équilibre précédents : nous poserons alors :

$$\frac{B_n^+}{2} = \frac{B_n^+}{2} + \frac{B_n^+}{2} \quad \frac{C_n^+}{2} = \frac{C_n^+}{2} + \frac{C_n^+}{2}$$

$$\frac{B_n^-}{2} = \frac{B_n^-}{2} + \frac{B_n^-}{2} \quad \frac{C_n^-}{2} = \frac{C_n^-}{2} + \frac{C_n^-}{2}$$

ce qui conduit pour les conditions initiales à :

$$\frac{B_0^+}{2} = \frac{V_0}{2} \left[e^{-\gamma x} + \rho_2 e^{-\gamma(p-y+w+z)} \right] \quad (53)$$

$$\frac{B_0^-}{2} = \frac{V_0}{2} \left[t_2 e^{-\gamma(w+z+y)} \right] \quad (54)$$

$$C_0^+ = \frac{V_0}{2} \left[t_1 e^{-\gamma(x+y)} \right] \quad (55)$$

$$C_0^- = \frac{V_0}{2} \left[e^{-\gamma(w+z)} + \rho_1 e^{-\gamma(p-y+x)} \right] \quad (56)$$

A partir des relations 41 à 52 et par un calcul simple nous obtenons :

$$B_n^+ = t_1 t_2 e^{-\gamma p} + \rho_1 \rho_2 e^{-2\gamma(p-y)} B_{n-1}^+ + \rho_1 t_2 e^{-\gamma p} + t_1 \rho_2 e^{-2\gamma(p-y)} B_{n-1}^- \quad (57)$$

$$B_n^- = t_1 \rho_2 e^{-2\gamma y} + \rho_1 t_2 e^{-\gamma p} B_{n-1}^+ + \rho_1 \rho_2 e^{-2\gamma y} + t_1 t_2 e^{-\gamma p} B_{n-1}^- \quad (58)$$

$$C_n^+ = t_1 t_2 e^{-\gamma p} + \rho_1 \rho_2 e^{-2\gamma y} C_{n-1}^+ + t_1 \rho_2 e^{-\gamma p} + \rho_1 t_2 e^{-2\gamma y} C_{n-1}^- \quad (59)$$

$$C_n^- = \rho_1 t_2 e^{-2\gamma(p-y)} + t_1 \rho_2 e^{-\gamma p} C_{n-1}^+ + \rho_1 \rho_2 e^{-2\gamma(p-y)} + t_1 t_2 e^{-\gamma p} C_{n-1}^- \quad (60)$$

la tension au point D que nous désirons calculer est égale à :

$$V = \sum_{n=0}^{\infty} D_n^+ + \sum_{n=0}^{\infty} D_n^-$$

or, nous avons :

$$\sum_{n=0}^{\infty} D_n^+ = e^{-\gamma(x+w)} \sum_{n=0}^{\infty} B_n^+ - B_0^+$$

nous devons retirer dans cette formule l'onde B_0 car de toutes les ondes qui arrivent en B dans le sens trigonométrique inverse, c'est la seule qui ne passe pas par le point D.

$$\text{et } \sum_{n=0}^{\infty} D_n = e^{-\gamma z} \sum_{n=0}^{\infty} C_n \quad \text{ce qui conduit à :}$$

$$V = e^{-\gamma z} \sum_{n=0}^{\infty} C_n + e^{-\gamma(x+w)} \sum_{n=0}^{\infty} B_n - B_0 \quad (61)$$

nous devons donc calculer :

$$\sum_{n=0}^{\infty} B_n \quad \text{et} \quad \sum_{n=0}^{\infty} C_n$$

Pour effectuer ce calcul et simplifier l'écriture nous poserons :

$$P = t_1 t_2 e^{-\gamma p} + \rho_1 \rho_2 e^{-2\gamma(p-y)} \quad (62)$$

$$Q = \rho_1 t_2 e^{-\gamma p} + t_1 \rho_2 e^{-2\gamma(p-y)} \quad (63)$$

$$R = t_1 \rho_2 e^{-2\gamma y} + \rho_1 t_2 e^{-\gamma p} \quad (64)$$

$$S = \rho_1 \rho_2 e^{-2\gamma y} + t_1 t_2 e^{-\gamma p} \quad (65)$$

$$P' = t_1 t_2 e^{-\gamma p} + \rho_1 \rho_2 e^{-2\gamma y} \quad (66)$$

$$Q' = t_1 \rho_2 e^{-\gamma p} + \rho_1 t_2 e^{-2\gamma y} \quad (67)$$

$$R' = \rho_1 t_2 e^{-2\gamma(p-y)} + t_1 \rho_2 e^{-\gamma p} \quad (68)$$

$$S' = \rho_1 \rho_2 e^{-2 \gamma(p-y)} + t_1 t_2 e^{-\gamma p} \quad (69)$$

les relations 57 à 60 deviennent :

$$B_n^+ = P B_{n-1}^+ + Q B_{n-1}^- \quad (70)$$

$$B_n^- = R B_{n-1}^+ + S B_{n-1}^- \quad (71)$$

$$C_n^+ = P' C_{n-1}^+ + Q' C_{n-1}^- \quad (72)$$

$$C_n^- = R' C_{n-1}^+ + S' C_{n-1}^- \quad (73)$$

à partir des relations (70) et (71) calculons $\sum_{n=0}^{\infty} B_n^+$

Sommons de 1 à l'infini ces deux égalités :

$$\sum_{n=1}^{\infty} B_n^+ = P \sum_{n=1}^{\infty} B_{n-1}^+ + Q \sum_{n=1}^{\infty} B_{n-1}^- \quad (74)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} B_n^- = R \sum_{n=1}^{\infty} B_{n-1}^+ + S \sum_{n=1}^{\infty} B_{n-1}^- \quad (75)$$

or, il est immédiat que :

$$\sum_{n=1}^{\infty} B_n^+ = \sum_{n=0}^{\infty} B_n^+ - B_0^+ \quad \sum_{n=1}^{\infty} B_{n-1}^+ = \sum_{n=0}^{\infty} B_n^+$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} B_n^- = \sum_{n=0}^{\infty} B_n^- - B_0^- \quad \sum_{n=1}^{\infty} B_{n-1}^- = \sum_{n=0}^{\infty} B_n^-$$

ce qui conduit à :

$$\sum_{n=0}^{\infty} B_n^+ - B_0^+ = P \sum_{n=0}^{\infty} B_n^+ + Q \sum_{n=0}^{\infty} B_n^-$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \bar{B}_n - B_0 = R \sum_{n=0}^{\infty} B_n + S \sum_{n=0}^{\infty} \bar{B}_n$$

La solution de ces deux équations est :

$$\sum_{n=0}^{\infty} B_n^+ = \frac{B_0^+ (1 - S) + R \bar{B}_0}{(1 - P) (1 - S) - RQ} \quad (76)$$

Un calcul analogue partant des équations (72) et (73) donne :

$$\sum_{n=0}^{\infty} \bar{C}_n = \frac{C_0^- (1 - P') + R' C_0^+}{(1 - P') (1 - S') - R'Q'} \quad (77)$$

En reportant 76 et 77 dans 61 nous obtenons :

$$V = e^{\gamma z} \frac{C_0^- (1 - P') + R' C_0^+}{(1 - P') (1 - S') - R'Q'} + e^{\gamma(x+w)} \frac{B_0^+ (1 - S) + R B_0^-}{(1-P) (1 - S) - RQ} - \frac{B_0^+}{1} e^{\gamma(x+w)}$$

ce qui devient compte tenu des expressions (53) (54) (55) (56) :

$$V = \frac{V_0}{2} \left[\frac{e^{-\gamma w} + \rho_1 e^{-\gamma(p-y+x-z)} (1-P') + t_1 R' e^{-\gamma(x+y-z)}}{(1-P') (1-S') - Q' R'} + \frac{e^{\gamma w} + \rho_2 e^{-\gamma(p-y+z-x)} (1-S) + R t_2 e^{-\gamma(z+y-x)}}{(1-P) (1-S) - QR} - e^{\gamma w} \right]$$

il est intéressant de remarquer d'après la forme des expressions de :

$$P, Q, R, S, P', Q', R' \text{ et } S'$$

que nous avons les relations suivantes :

$$P' = S, \quad P = S', \quad Q'R' = QR, \quad R' = R e^{-\gamma(p-2y)}, \quad Q' = Q e^{\gamma(p-2y)} \quad (78)$$

d'où en remplaçant nous obtenons l'expression :

$$V = \frac{V_0}{2} \left[\frac{(1-S) e^{-\gamma w} + e^{\gamma w} + (1-S) e^{-\gamma(p-y)} \rho_1 e^{-\gamma(x-z)} + \rho_2 e^{\gamma(x-z)}}{(1-P)(1-S) - QR} + \frac{e^{-\gamma y} t_1 R' e^{-\gamma(x-z)} + t_2 R e^{-\gamma(z-x)}}{(1-P)(1-S) - QR} - e^{\gamma w} \right] \quad (79)$$

Il est intéressant maintenant de considérer différents cas particuliers correspondant à des applications intéressantes.

3.1.3. Cas d'un obstacle unique :

Etudions tout d'abord le cas où l'une des deux admittances placées dans le résonateur est nulle par exemple : $y_2 = 0$. Dans ce cas nous avons :

$$t_2 = 1, \rho_2 = 0$$

Les expressions de P, Q, R, S, tirées de (62), (63), (64), (65) deviennent :

$$P = S = t_1 e^{-\gamma P} \quad (80) \quad R = Q = \rho_1 e^{-\gamma P} \quad (81) \quad R = \rho_1 e^{-2\gamma(p-y)} \quad (82)$$

La tension au point D a pour expression :

$$V_1 = \frac{V_0}{2} \left[\frac{(1-S) e^{-\gamma w} + e^{\gamma w} + (1-S) \rho_1 e^{-\gamma(p-y+x-z)} + t_1 R' e^{-\gamma(x+y-z)} + R e^{\gamma(z-x+y)}}{(1-S)^2 - R^2} - e^{\gamma w} \right]$$

Dans un but de simplification plaçons l'admittance y_1 en un point diamétralement opposé à l'entrée 0 et recherchons la tension aux bornes de cette admittance.

Nous avons dans ce cas :

$$x = w = \frac{D}{2} \quad y = z = 0 \quad \text{d'où :}$$

$$V_1 = \frac{V_0}{2} \left[\frac{(1-S) e^{-\frac{\gamma p}{2}} + e^{\frac{\gamma p}{2}}}{(1-S-R)} + R \frac{e^{-\frac{\gamma p}{2}} + e^{\frac{\gamma p}{2}}}{(1-S+R)} - e^{\frac{\gamma p}{2}} \right]$$

$$V_1 = \frac{V_0}{2} \frac{e^{-\frac{\gamma p}{2}} + e^{\frac{\gamma p}{2}} - e^{\frac{\gamma p}{2}}}{1-S-R}$$

En remplaçant S et R par leur valeur nous obtenons :

$$V_1 = \frac{V_0}{2} \frac{1 + t_1 + \rho_1}{e^{\frac{\gamma p}{2}} - (t_1 + \rho_1) e^{-\frac{\gamma p}{2}}}$$

Si nous exprimons ρ_1 et t_1 en fonction de y_1 admittance normalisée de l'obstacle on a :

$$\rho_1 = \frac{-y_1}{2 + y_1} \quad t_1 = \frac{2}{2 + y_1} \quad \text{donc } \rho_1 + t_1 = \frac{2 - y_1}{2 + y_1}$$

d'où :

$$V_1 = \frac{V_0}{2} \frac{1}{\text{sh} \frac{\gamma p}{2} + \frac{y_1}{2} \text{ch} \frac{\gamma p}{2}}$$

Introduisons maintenant les grandeurs θ_1 et v_1 par les relations de définition :

$$\frac{y_1}{2} = \text{th } \theta_1 \quad \text{avec } \theta_1 = u_1 + j v_1$$

d'où :

$$V_1 = \frac{V_0 \text{Ch } \theta_1}{2 \text{sh} \left(\frac{\gamma p}{2} + \theta_1 \right)}$$

A partir de cette expression nous pouvons déterminer alors les fréquences de résonances de la structure. Il y a en effet résonance lorsque V_1 est maximum c'est à dire lorsque :

$$|D| = \left| \operatorname{sh} \left(\frac{\gamma p}{2} + \theta_1 \right) \right|$$

est minimum.

Or,
$$|D|^2 = \operatorname{sh}^2 \left(\frac{\alpha p}{2} + U_1 \right) + \sin^2 \left(\frac{\beta p}{2} + V_1 \right)$$

On voit que les fréquences de résonances sont données par la relation :

$$\sin^2 \left(\frac{\beta p}{2} + V_1 \right) = 0.$$

soit :
$$\frac{\beta p}{2} + V_1 = k\pi \quad \text{ou } k \text{ est un nombre entier}$$

$$F_1 = \frac{kv}{P} - \frac{vV_1}{\Gamma p} \quad (84)$$

La fréquence de résonance est donc différente de celle de l'anneau seul ($F_0 = \frac{kv}{P}$). Elle en diffère par le terme :

$$\frac{vV_1}{\Gamma p}$$

qui est du à l'admittance y_1 placée dans l'anneau. Il apparaît donc possible de faire varier la fréquence de résonance d'une cavité annulaire en plaçant à l'intérieur une impédance variable qui peut être par exemple constituée par une diode varactor ou une diode ATT.

Nous pouvons maintenant exprimer la variation de fréquences de résonance ΔF en fonction de la variation de susceptance de la diode. On a en effet :

$$\Delta F = \frac{-v}{\Gamma p} \Delta v_1$$

or, nous avons posé :

$$\frac{y_1}{2} = \frac{g_1 + jb_1}{2} = \operatorname{th} \theta_1 = \operatorname{th} (u_1 + jv_1)$$

Nous obtenons donc :

$$g_1 = \frac{2 \operatorname{th} u_1 (1 + \operatorname{tg}^2 v)}{\operatorname{th}^2 u_1 \operatorname{tg}^2 v + 1} \quad (85)$$

$$b_1 = \frac{2 \operatorname{tg} v_1 (1 - \operatorname{th}^2 u_1)}{\operatorname{th}^2 u_1 \operatorname{tg}^2 v + 1} \quad (86)$$

Si nous envisageons le cas d'un élément à faibles pertes c'est à dire le cas où :

$$g_1 \ll b_1$$

nous obtenons :

$$g_1 = 2 \operatorname{th} u_1 (1 + \operatorname{tg}^2 v) \quad (87) \quad B_1 = 2 \operatorname{tg} v_1 \quad (88)$$

donc :

$$\Delta v_1 = \frac{2 \Delta b_1}{4 + b_1^2 o}$$

d'où :

$$\Delta F = \frac{-2v}{I_p} \frac{\Delta b_1}{4 + b_1^2 o} \quad (89)$$

Nous constatons sur cette formule que la variation de fréquence de résonance est en première approximation proportionnelle à la variation de susceptance de la diode.

Appliquons cette formule au cas où l'on utilise une diode varactor pour modifier la fréquence de résonance d'une cavité annulaire en structure microstrip.

L'impédance présentée par une varactor est une capacitance dont la valeur peut varier avec la tension continue appliquée à ces bornes.

La relation liant cette capacité à la tension est :

$$C = \frac{C_0}{\left[1 + \frac{V}{V_0}\right]^m}$$

avec $m = \frac{1}{2}$ pour une jonction abrupte et $m = \frac{1}{3}$ pour une jonction graduelle.

C_0 étant la capacité présentée par la diode à tension nulle

V_0 le potentiel de diffusion

V la tension appliquée aux bornes de la diode

La susceptance de la diode varactor est donc :

$$j B_1 = j C \omega = j \omega C_0 \left[1 + \frac{V}{V_0} \right]^{-m}$$

donc :

$$j b_1 = j \frac{B_1}{Y_c} = j \omega C_0 Z_c \left[1 + \frac{V}{V_0} \right]^{-m}$$

or, nous avons posé :

$$b_1 = 2 \operatorname{tg} v_1$$

$$\text{donc : } v_1 = \operatorname{arctg} \frac{\omega C_0 Z_c}{2} \left[1 + \frac{V}{V_0} \right]^{-m}$$

La fréquence de résonance est obtenue lorsque :

$$F = \frac{kV}{P} - \frac{V}{\Pi P} \operatorname{arctg} \Pi F C_0 Z_c \left[1 + \frac{V}{V_0} \right]^{-m}$$

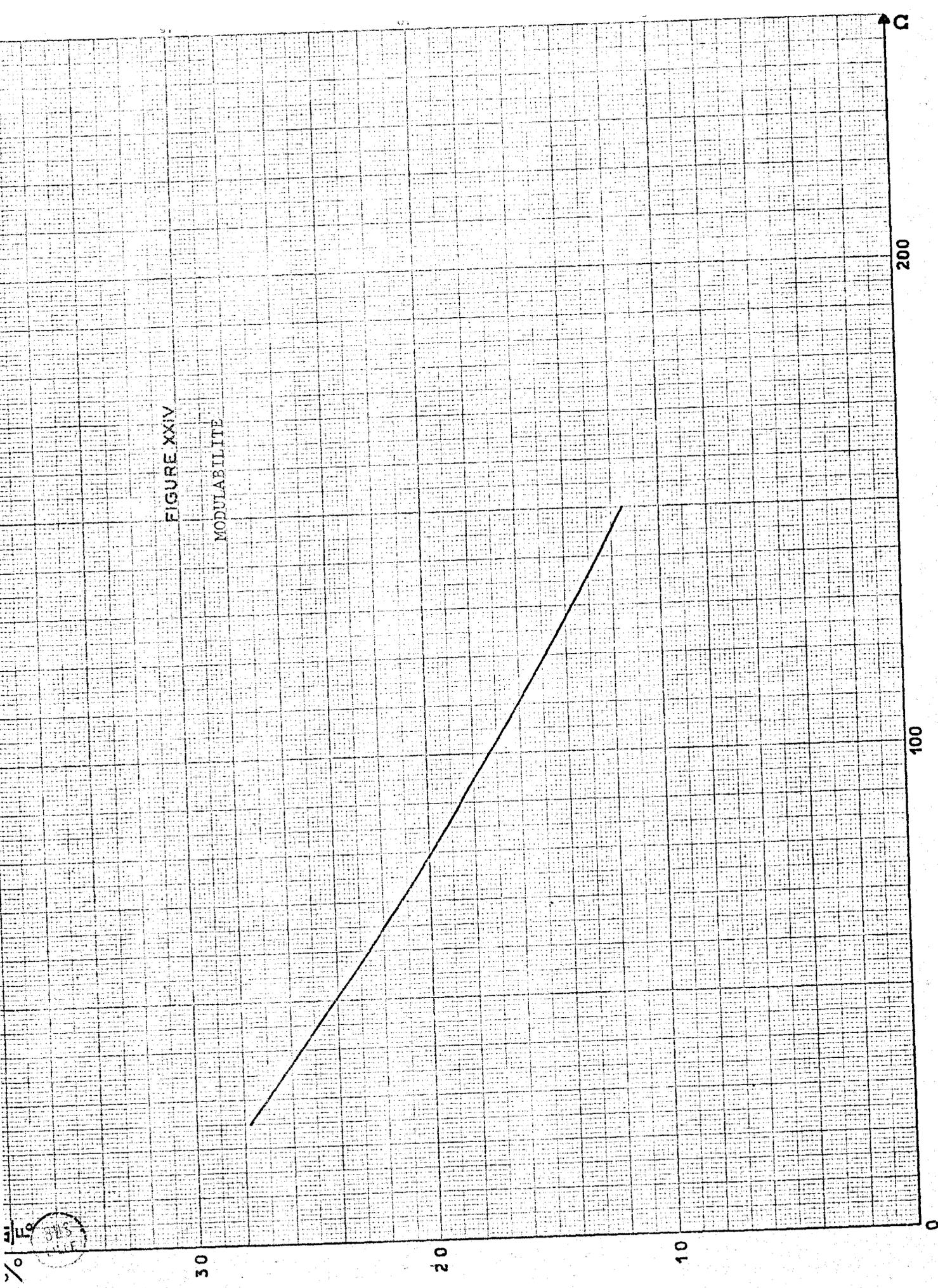
Comme la fréquence de résonance de l'anneau seul est $F_0 = \frac{kV}{P}$ nous aurons résonance pour la fréquence qui satisfait la relation :

$$\frac{1}{\Pi F} \operatorname{tg} \frac{k \Pi F}{F_0} = - C_0 Z_c \left[1 + \frac{V}{V_0} \right]^{-m} \quad (90)$$

La résolution de cette équation implicite nécessite l'utilisation de méthode graphique ou numérique. Nous choisissons le second procédé qui est plus précis et plus rapide. Etudions par exemple la variation de fréquence que l'on peut obtenir avec une diode varactor dont la variation de capacité avec la tension répond à la loi :

FIGURE XXIV

MODULABILITE



3215
1947

$$C = \frac{646 \cdot 10^{-12}}{\left[1 + \frac{V}{0,529} \right]^{1/2}} \quad (91)$$

lorsque la tension varie de 0 à 70 v.

Déterminons la "modulabilité" de la cavité, c'est à dire la variation maximale de fréquence normalisée par rapport à la fréquence de l'anneau seul.

La figure XXIV représente donc $\frac{\Delta F}{F_0}$ en fonction de l'impédance caractéristique Z_c de l'anneau. On constate sur cette figure que ce que nous avons appelé la modulabilité est d'autant plus grande que l'impédance caractéristique est plus faible et nous avons montré au chapitre II que c'est dans ces conditions que le coefficient de qualité est le plus grand. Cependant pour une diode de ce type on ne peut espérer une modulabilité supérieure à 30% de la fréquence de résonance de l'anneau seul. Pour l'utilisation de cette propriété il est important d'étudier l'évolution du coefficient de qualité.

Nous avons obtenu pour l'anneau seul :

$$Q_0 = \frac{\Pi F_0}{\alpha v} = \frac{k \Pi}{\alpha p}$$

car à la résonance $p = \frac{kv}{F_0}$

Lorsque nous plaçons une admittance :

$$y_1 = 2 \operatorname{th} \theta_1 = 2 \operatorname{th} (u_1 + j v_1)$$

nous avons vu que la tension aux bornes de cette admittance était :

$$V_1 = \frac{V_0 \operatorname{ch} \theta_1}{2 \operatorname{sh} \left(\frac{\gamma p + \theta_1}{2} \right)} \quad (83)$$

Par analogie avec la formule 8 nous pouvons en déduire le nouveau coefficient de qualité Q_1

$$Q_1 = \frac{k\Pi}{\alpha p + 2 u_1} \quad (92)$$

Le coefficient de qualité est donc altéré par la présence de l'élément actif variable, mais cette diminution peut rester faible si l'élément actif présente de faibles pertes, ce qui est le cas, comme nous le verrons par la suite pour les diodes varactors. Si cet élément est une diode en régime d'avalanche qui présente à la fréquence de résonance une conductance négative $-g_1$, le terme u_1 change de signe et le coefficient de qualité peut devenir négatif. Nous aurons alors génération d'oscillations à l'intérieur de notre circuit. Il suffit pour cela que :

$$\alpha p - 2 u_1 < 0. \quad \text{soit :}$$

$$\frac{4 g_1}{4 + b_1^2} > \alpha P$$

α pouvant être facilement déterminé par une mesure du coefficient de qualité Q_0 à vide du résonateur.

La fréquence d'oscillation sera alors donnée par (84) soit :

$$F_0 = \frac{kv}{P} + \frac{vv_1}{\Pi P} \quad (93)$$

Théoriquement nous aurions donc un grand nombre de fréquences d'oscillation possibles. En réalité le phénomène est limité par deux causes principales :

- La résistance négative apportée par la diode n'existe que dans une bande de fréquence donnée.

- Le coefficient de qualité du circuit diminue avec les rangs d'harmoniques élevés. On peut se demander si dans ce cas il n'est pas possible de modifier la fréquence d'oscillation en intégrant dans le circuit une seconde diode travaillant en varactor.

3.1.4. *Cas de deux obstacles séparés*

Nous avons obtenu dans le cas d'un anneau chargé par deux admittances y_1 et y_2 la valeur de la tension en un point quelconque de la cavité (formule 79). Pour simplifier l'étude de cette formule

nous étudierons le cas suivant :

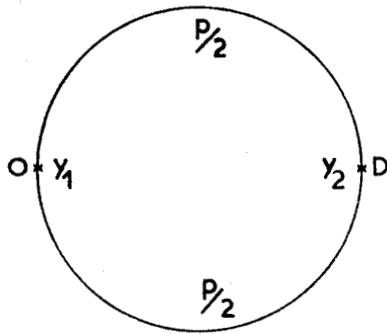


FIGURE XXV

- l'admittance y_1 est placée au point d'excitation O de notre circuit.

- l'admittance y_2 au point D diamétralement opposée à O comme indiqué sur la figure XXV.

Dans ce cas nous avons :

$$x = z = 0 \quad y = w = \frac{P}{2}$$

Exprimons alors la tension qui existe au point D :

$$V_2 = \frac{V_0}{2} \frac{(1-S) \left(e^{-\frac{\gamma P}{2}} + e^{\frac{\gamma P}{2}} \right) + (1-S) e^{-\frac{\gamma P}{2}} \rho_1 + \rho_2 + e^{-\frac{\gamma P}{2}} t_1 R' + t_2 R}{(1-P) (1-S) - QR} - e^{\frac{\gamma P}{2}} \quad (94)$$

avec $S = P = (t_1 t_2 + \rho_1 \rho_2) e^{-\gamma P}$ $Q = R' = R = (\rho_1 t_2 + t_1 \rho_2) e^{-\gamma P}$

avec $\rho_1 = \frac{-y_1}{y_1 + 2}$ $t_1 = \frac{2}{2 + y_1}$ $\rho_2 = \frac{-y_2}{y_2 + 2}$ $t_2 = \frac{2}{y_2 + 2}$

ceci conduit à : $R = S - e^{-\gamma P}$ en remplaçant nous obtenons :

$$V_2 = \frac{V_0}{2} \frac{2 e^{-\frac{\gamma P}{2}} (1 + \rho_1 + \rho_2 + \rho_1 \rho_2)}{1 - 2S + e^{-\gamma P}}$$

$$V_2 = \frac{V_0}{2} \frac{1}{1 + \frac{y_1}{2} \frac{y_2}{2} \operatorname{sh} \frac{\gamma P}{2} + \frac{y_1}{2} + \frac{y_2}{2} \operatorname{ch} \frac{\gamma P}{2}}$$

Nous posons :

$$\frac{y_1}{2} = \text{th } \theta_1 \quad \text{et} \quad \frac{y_2}{2} = \text{th } \theta_2 \quad \text{avec} \quad \theta_1 = u_1 + j v_1 \quad \text{et} \quad \theta_2 = u_2 + j v_2$$

d'où :

$$V_2 = \frac{V_0}{2} \frac{\text{ch } \theta_1 \text{ ch } \theta_2}{\text{sh } \frac{\gamma P}{2} + \theta_1 + \theta_2} \quad (95)$$

Nous pouvons alors déterminer les fréquences de résonance du système, il suffit d'écrire que V_2 est maximum soit que :

$$|D| = \left| \text{sh } \frac{\gamma P}{2} + \theta_1 + \theta_2 \right|$$

est minimum

$$|D|^2 = \text{sh}^2 \left(\frac{\alpha P}{2} + u_1 + u_2 \right) + \sin^2 \left(\frac{\beta P}{2} + v_1 + v_2 \right)$$

il est alors immédiat que les fréquences de résonances sont données par :

$$\sin \left(\frac{\beta P}{2} + v_1 + v_2 \right) = 0.$$

donc :

$$\frac{\beta P}{2} + v_1 + v_2 = k\pi$$

$$F_0 = \frac{k\pi - v_1 - v_2}{\beta P} \quad v \quad (96)$$

La fréquence de résonance est donc directement liée à la nature des deux admittances y_1 et y_2 et le coefficient de qualité est dans ce cas :

$$Q_2 = \frac{k\pi}{\alpha p + 2u_1 + 2u_2} \quad (97)$$

d'après cette formule on peut voir que si l'admittance y_1 présente une résistance négative suffisante, c'est à dire si $|u_1| > \frac{\alpha P}{2} + u_2$ nous aurons comme précédemment génération d'oscillation à l'intérieur de notre circuit. La fréquence d'oscillation sera alors donnée par la formule (96).

La fréquence d'oscillation dépend des valeurs prises par les admittances y_1 et y_2 . On peut ainsi réaliser un woblateur en utilisant une diode en régime d'avalanche et une diode varactor.

3.2. Etude expérimentale

3.2.1. Rappel sur les propriétés en hyperfréquences

des diodes à avalanche : (12) (13)

Une diode semiconductrice en régime d'avalanche peut être représentée par un circuit équivalent d'impédance :

$$Z_D = R_D + j X_D$$

Une étude analytique des propriétés hyperfréquences de la diode ATT a permis d'établir l'expression qui lie l'impédance $Z_D = R_D + j X_D$ de la diode à ses grandeurs caractéristiques.

$$R_D = \frac{-1}{C_D \omega} \left[1 - \frac{\epsilon_D}{W_D} \frac{\beta_1^2 D}{1 - \beta_1^2 D} \chi(\theta) \right] \quad (98)$$

$$X_D = \frac{-1}{C_D \omega} \left[1 - \frac{\epsilon_D}{W_D} \frac{\beta_1^2 D}{1 - \beta_1^2 D} \lambda(\theta) + \frac{1}{1 - \beta_1^2 D} \right] \quad (99)$$

Expressions dans lesquelles :

$$\chi(\theta) = \frac{1 - \cos \theta}{\theta} \quad \lambda(\theta) = \frac{\sin \theta}{\theta} + \frac{\delta_D}{W_D - \delta_D}$$

$$\theta = \frac{W_D - \delta_D}{v_D} \omega \quad \text{angle de transit}$$

$$\beta_{1D}^2 = \beta_{oD}^2 \Gamma(Y) = \frac{\omega^2 a_{oD}}{\omega^2} \Gamma(Y)$$

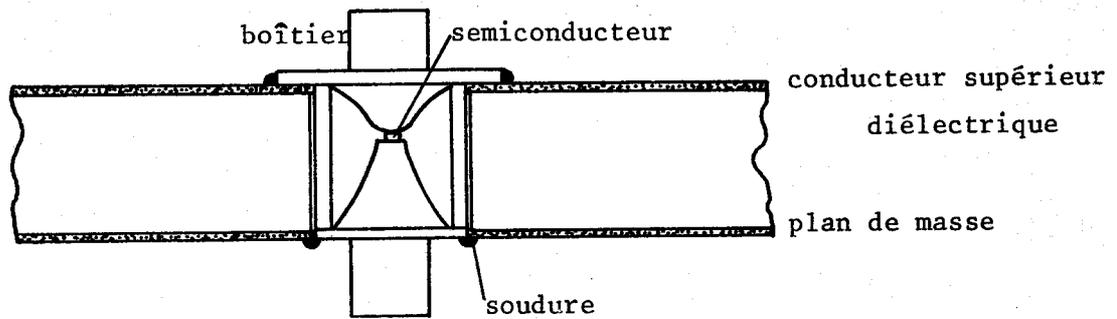


FIGURE XXVI MONTAGE D'UNE DIODE

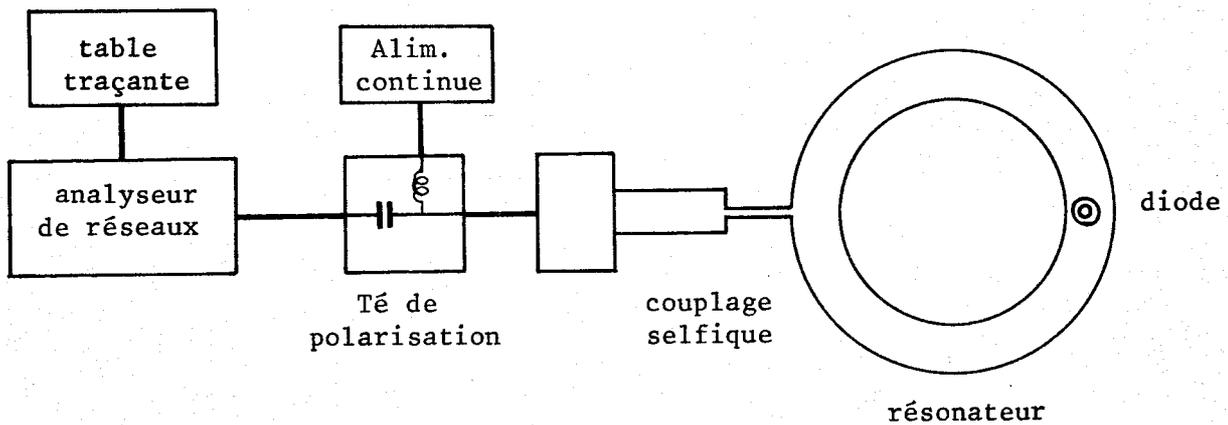


FIGURE XXVII SCHEMA SYNOPTIQUE DU BANC DE MESURES

avec : C_D capacité de la jonction

W_D épaisseur de la zone de transit

δ_D épaisseur de la zone d'avalanche

V_D vitesse des porteurs

ω pulsation à la fréquence considérée

ω_{ao} pulsation à la fréquence d'avalanche en régime linéaire

$$\Gamma(Y) = \frac{2}{Y_D} \frac{B_1(Y)}{B_0(Y)} \quad \text{fonction de l'amplitude du signal}$$

B_1 et B_0 sont les fonctions de Bessel

$$Y = \frac{2 \alpha'_D V_D E_{1D}}{\omega}$$

L'expression (98) montre que la résistance négative dépend de β_{1D}^2 donc de l'amplitude E_{1D} du champ alternatif appliqué à la diode.

Si $\beta_{1D}^2 < 1$ R_D est négatif et décroît en fonction du niveau du signal

Si $\beta_{1D}^2 > 1$ R_D est positif mais devient négatif si le niveau croît suffisamment.

Nous verrons dans l'étude suivante comment ces différentes propriétés peuvent être utilisées pour développer les applications de notre résonateur microstrip en anneau.

3.2.2. Intégration des diodes dans un circuit microstrip

Les diodes varactors ou ATT que nous avons utilisées nous sont fournies dans un boîtier type F_{27d}. La Figure XXVI nous montre comment ces diodes sont montées sur circuit microstrip.

SUS
VILLE

dB A

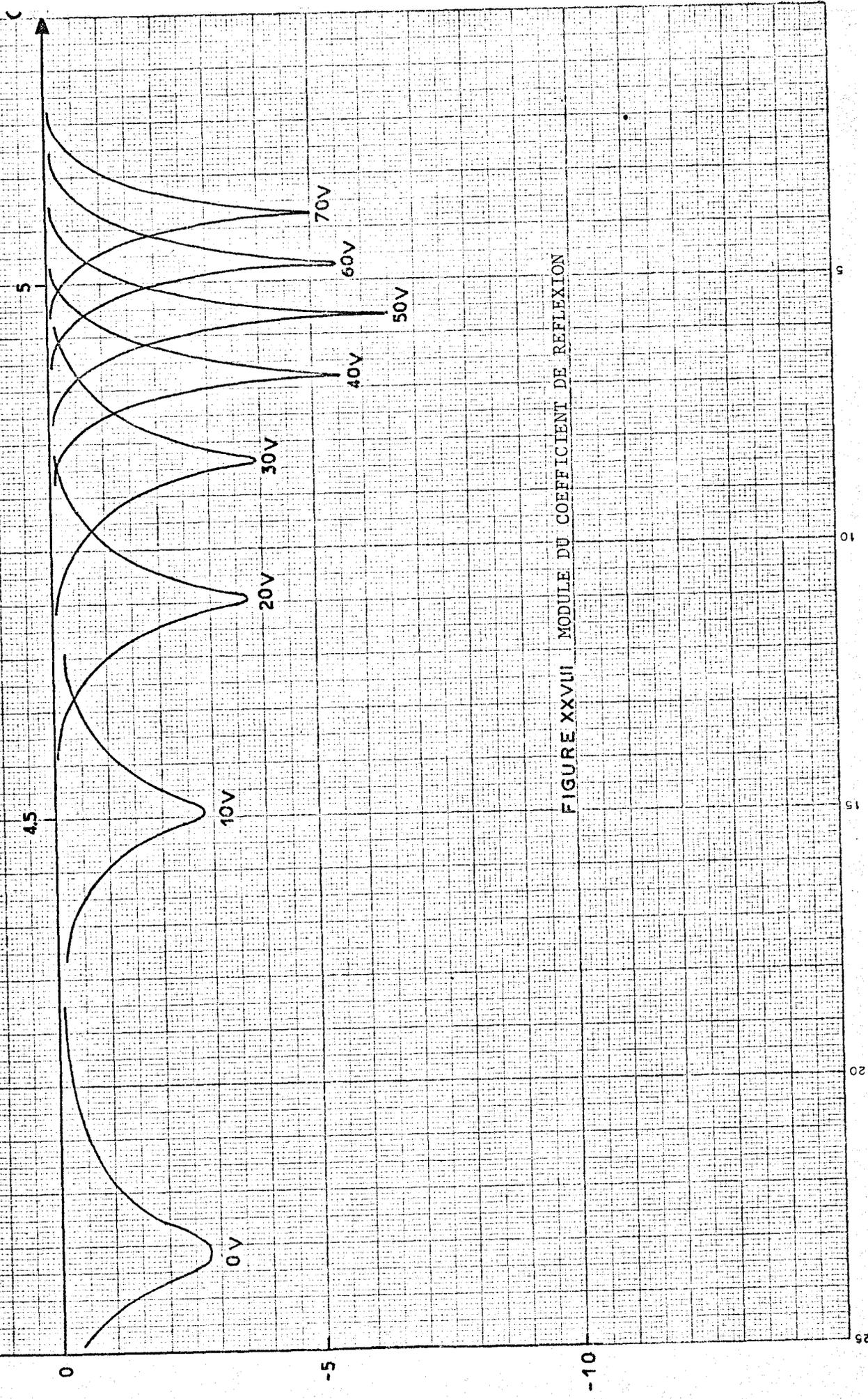


FIGURE XXVII MODULE DU COEFFICIENT DE REFLEXION

F
GH_r^A

51

01

5

V
volt

100

50

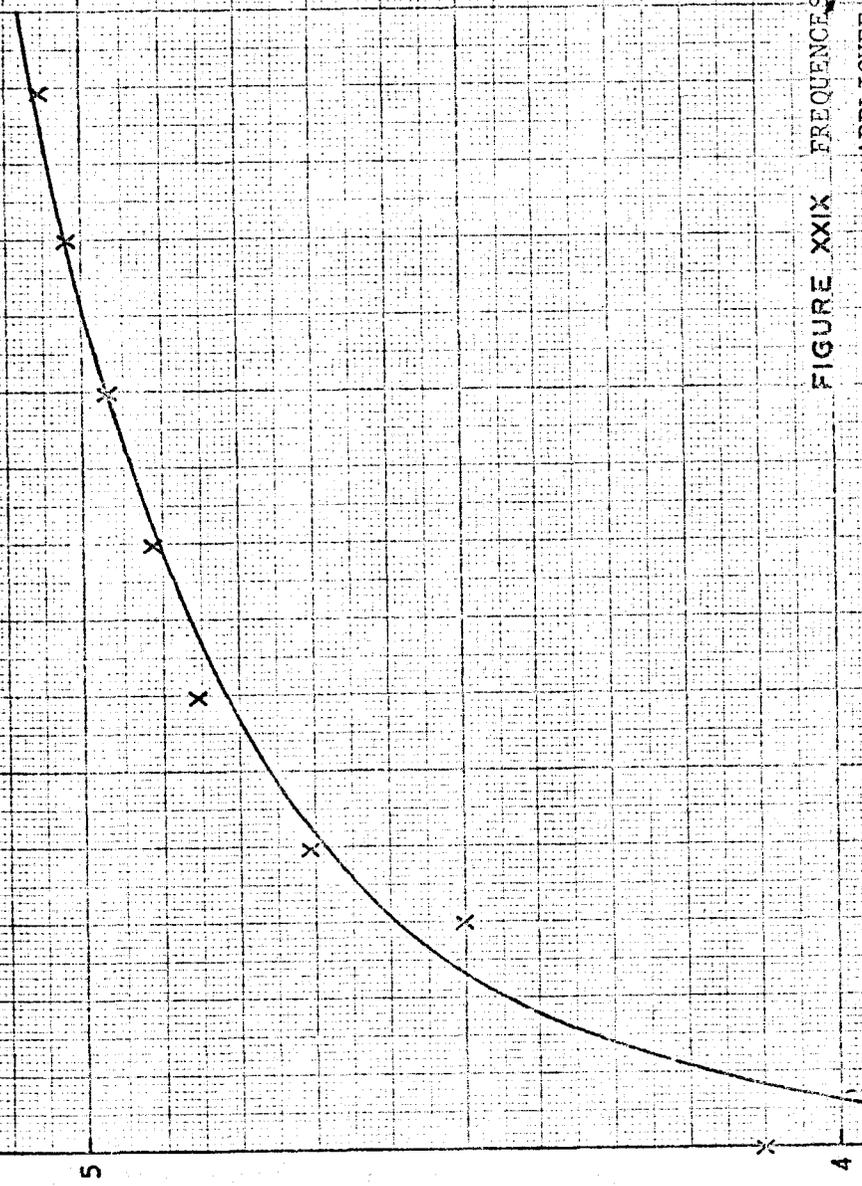


FIGURE XXIX FREQUENCES DE RESONANCE EN FONCTION DE LA TENSION
APPLIQUEE A LA DIODE VARACTOR



Sur cette figure on constate que le positionnement de la diode dépend de la technologie du boîtier et ne peut être ajusté dans le plan vertical. Il eut donc été intéressant d'utiliser des diodes non encapsulées, cependant les difficultés de montage de telles diodes, en particulier sur alumine nous ont conduit à renoncer à cette solution.

3.2.3. *Filtre sélectif à accord variable*

3.2.3.1. *Modulation de la fréquence de résonance d'une cavité à partir d'une diode varactor*

Nous nous proposons d'étudier expérimentalement dans quelles mesures il est possible de moduler la fréquence de résonance d'une cavité à l'aide d'une diode varactor.

Le montage utilisé est schématisé figure XXVII. Il permet d'obtenir directement sur table traçante les variations du module du coefficient de réflexion du résonateur en fonction de la fréquence. Nous utilisons pour cette expérience une diode p⁺n (type BUA 12) au silicium constituant une jonction abrupte ⁽¹⁵⁾. La mesure de la capacité présentée par la diode en fonction de la tension inverse appliquée à ces bornes nous permet de déterminer au préalable la capacité à 0 volt et le potentiel de diffusion présenté par la diode. On a :

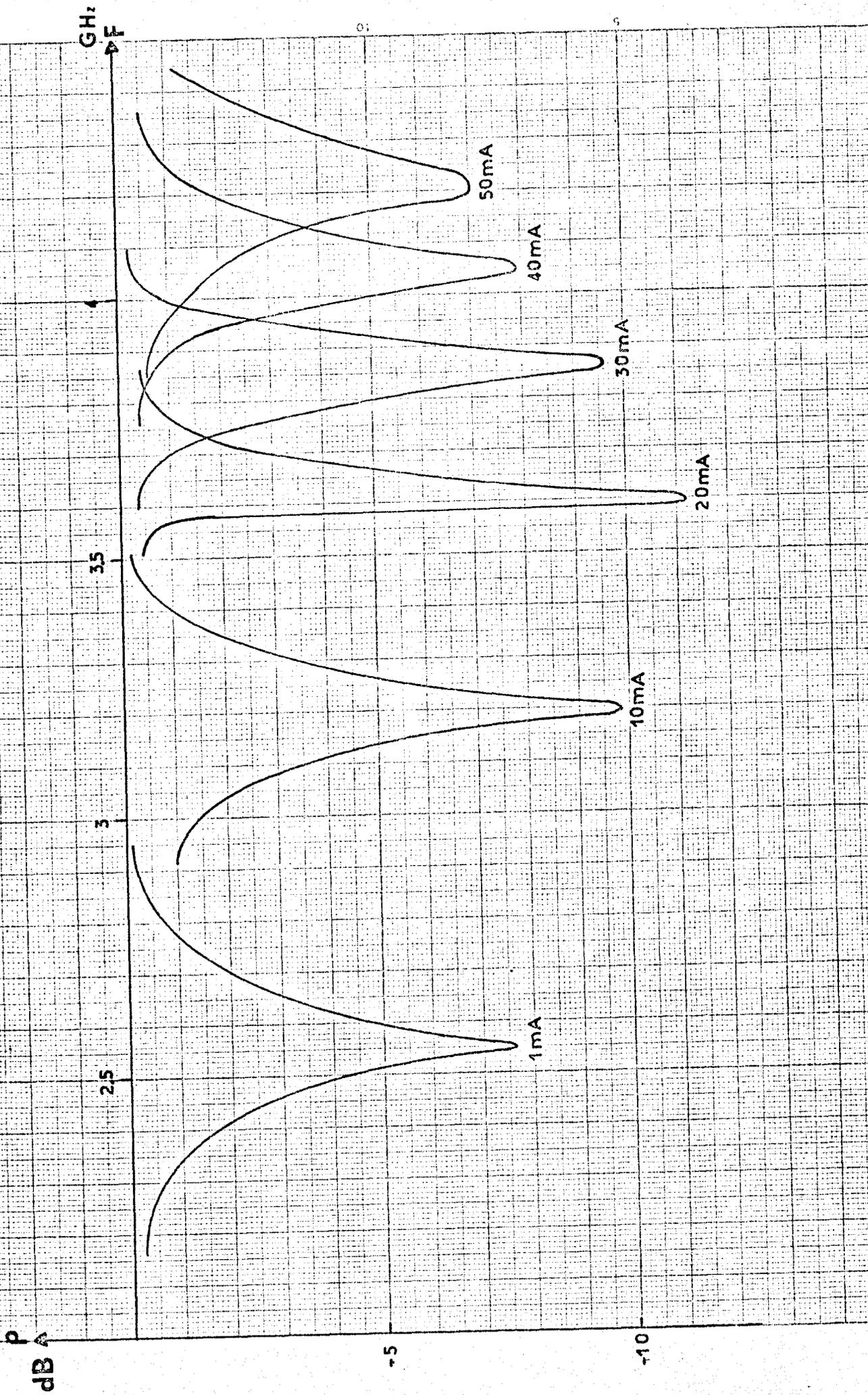
$$C_0 = 6,46 \cdot 10^{-12} \text{ F} \quad V_0 = 0,529 \text{ v}$$

Nous représentons sur la figure XXVIII les variations du coefficient de réflexion présentées par le résonateur en fonction de la fréquence pour diverses tensions appliquées à la diode varactor.

On constate sur cette figure que la fréquence de résonance varie de 4 à 5 GHz lorsque la tension appliquée à la diode varactor passe de 0 à 70 v. Le coefficient de qualité augmente



FIGURE XXX MODULE DU COEFFICIENT DE REFLEXION



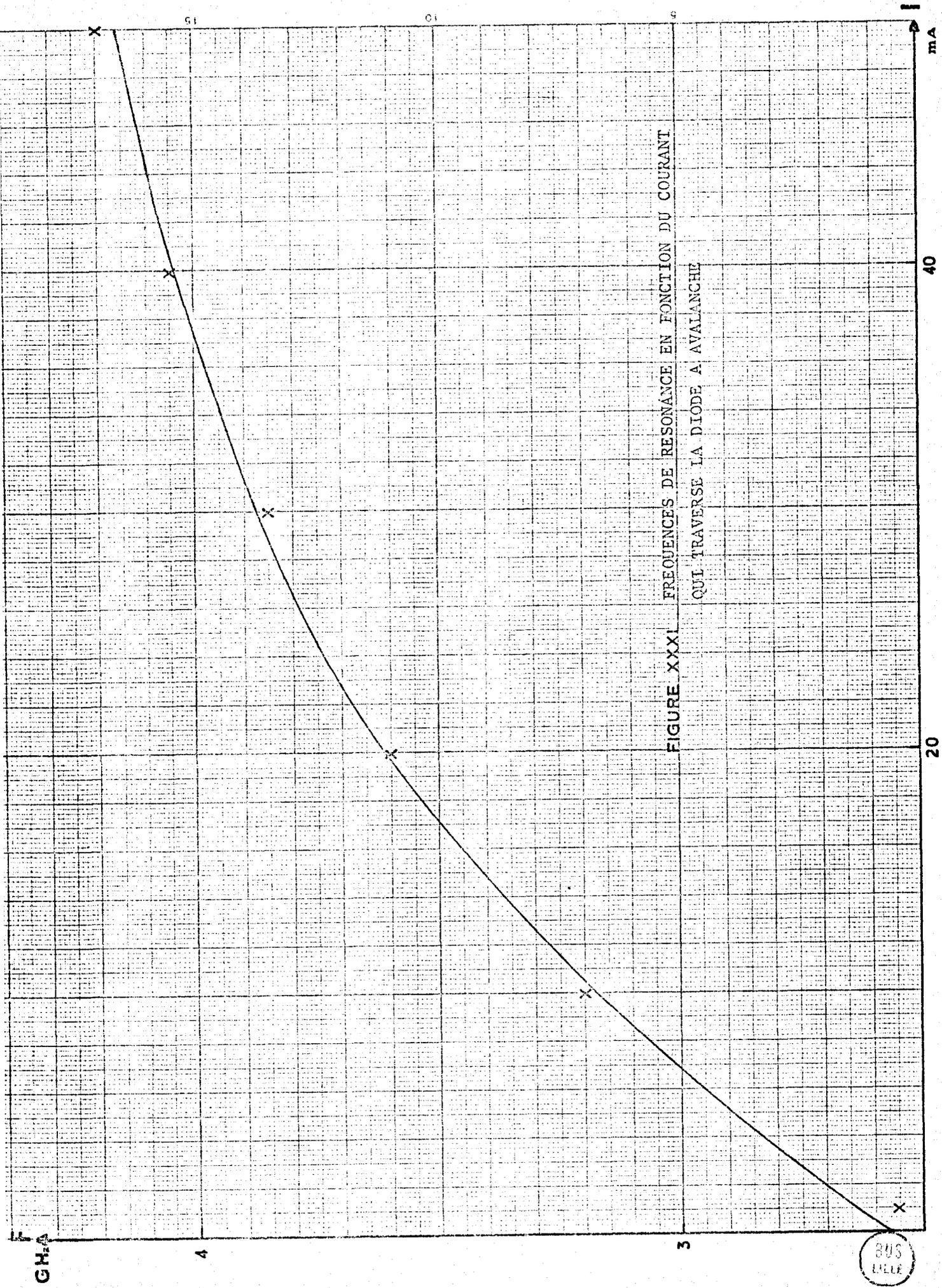


FIGURE XXXI. FREQUENCES DE RESONANCE EN FONCTION DU COURANT QUI TRAVERSE LA DIODE A AVALANCHE

BUS
LILLE

avec la tension appliquée à la varactor. Cet effet est normal car la résistance série de la diode diminue lorsque la tension augmente.

Nous traçons, sur la figure XXIX, les variations théoriques de la fréquence de résonance de notre système en fonction de la tension appliquée à la diode varactor. Nous reportons sur le même diagramme les points obtenus expérimentalement à partir de la figure XXVIII. On peut y constater l'excellent accord entre l'expérience et la théorie. Il existe cependant une divergence pour les faibles polarisations. On peut interpréter cette divergence en admettant en premier lieu que pour ces faibles tensions appliquées à la diode, elle détecte le signal hyperfréquence et en second lieu qu'il est impossible de polariser la diode exactement à 0 volt.

En résumé, l'utilisation d'une diode varactor dans une cavité microstrip, permet d'obtenir un accord électronique de la fréquence qui ne peut excéder 30% de la fréquence de résonance à vide. On peut se demander si l'utilisation d'une diode en régime d'avalanche ne permettrait pas d'obtenir de meilleurs résultats. L'expression (99) montre que la réactance d'une diode en régime d'avalanche est d'abord capacitive puis devient selfique lorsque l'on dépasse la fréquence d'avalanche. Nous avons donc réalisé le même type de montage avec une diode à avalanche (TYPE BL4), dont les paramètres caractéristiques sont les suivants :

- tension d'avalanche $26,3 \text{ V} = V_{av}$
- capacité à l'avalanche $1,71 \text{ pF} = C_D$
- largeur de la zone désertée $0,49 \mu = W_D$
- largeur de la zone de transit $0 < W-\delta < 0,2 \mu$

-Relation liant le courant en mA à la fréquence d'avalanche en GHz :

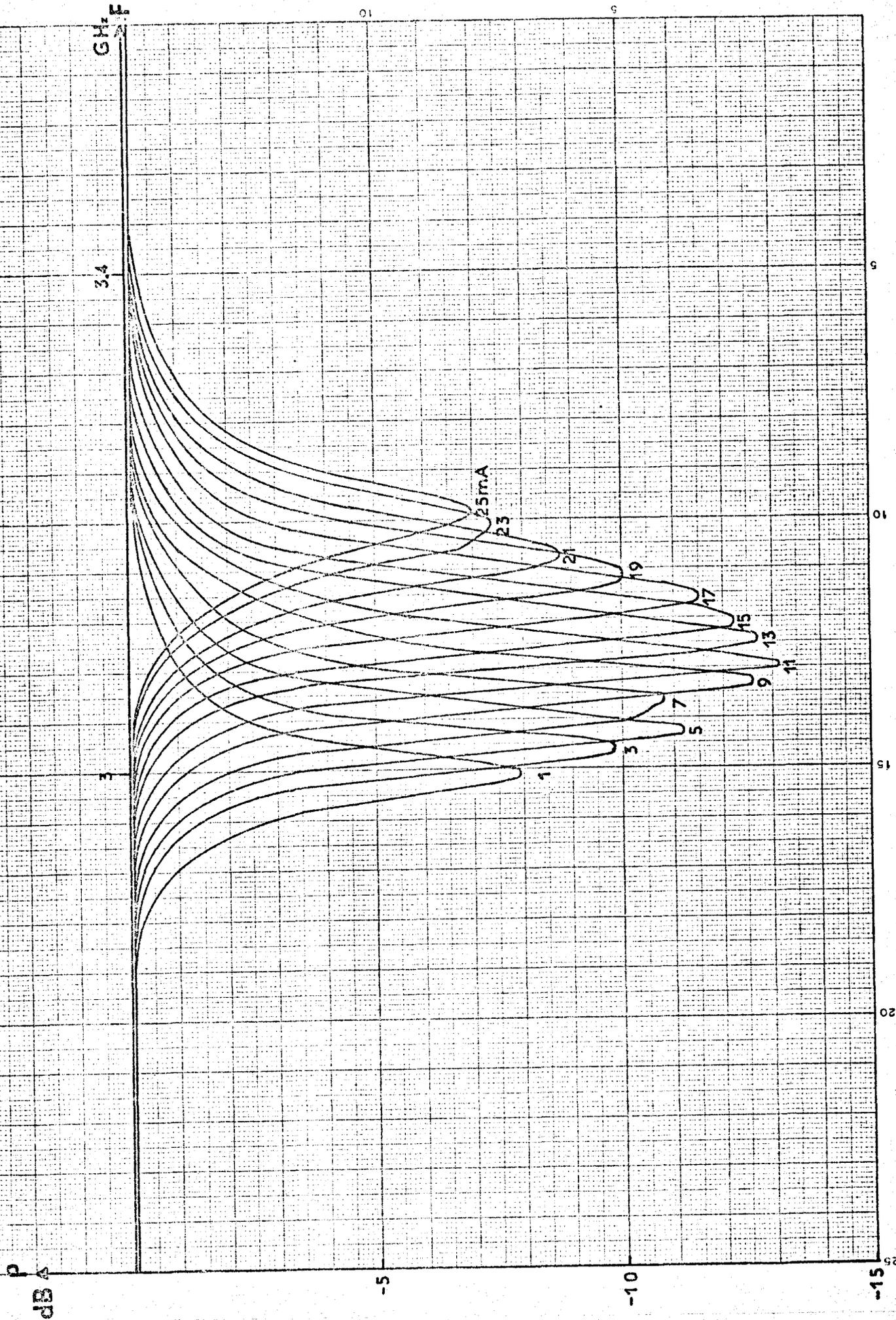
$$F_a = \sqrt{0,98} I_o$$

Le résonateur étudié a les caractéristiques suivantes :

- fréquence de résonance à vide $F_o = 3,2 \text{ GHz}$
- impédance de l'anneau $Z_c = 50 \Omega$
- couplage capacitif égal à 0,9 pour la fréquence centrale.



FIGURE XXXII MODULE DU COEFFICIENT DE REFLEXION



GHZ

3.4

3

dB

-5

-10

0

F
GHz

3.2

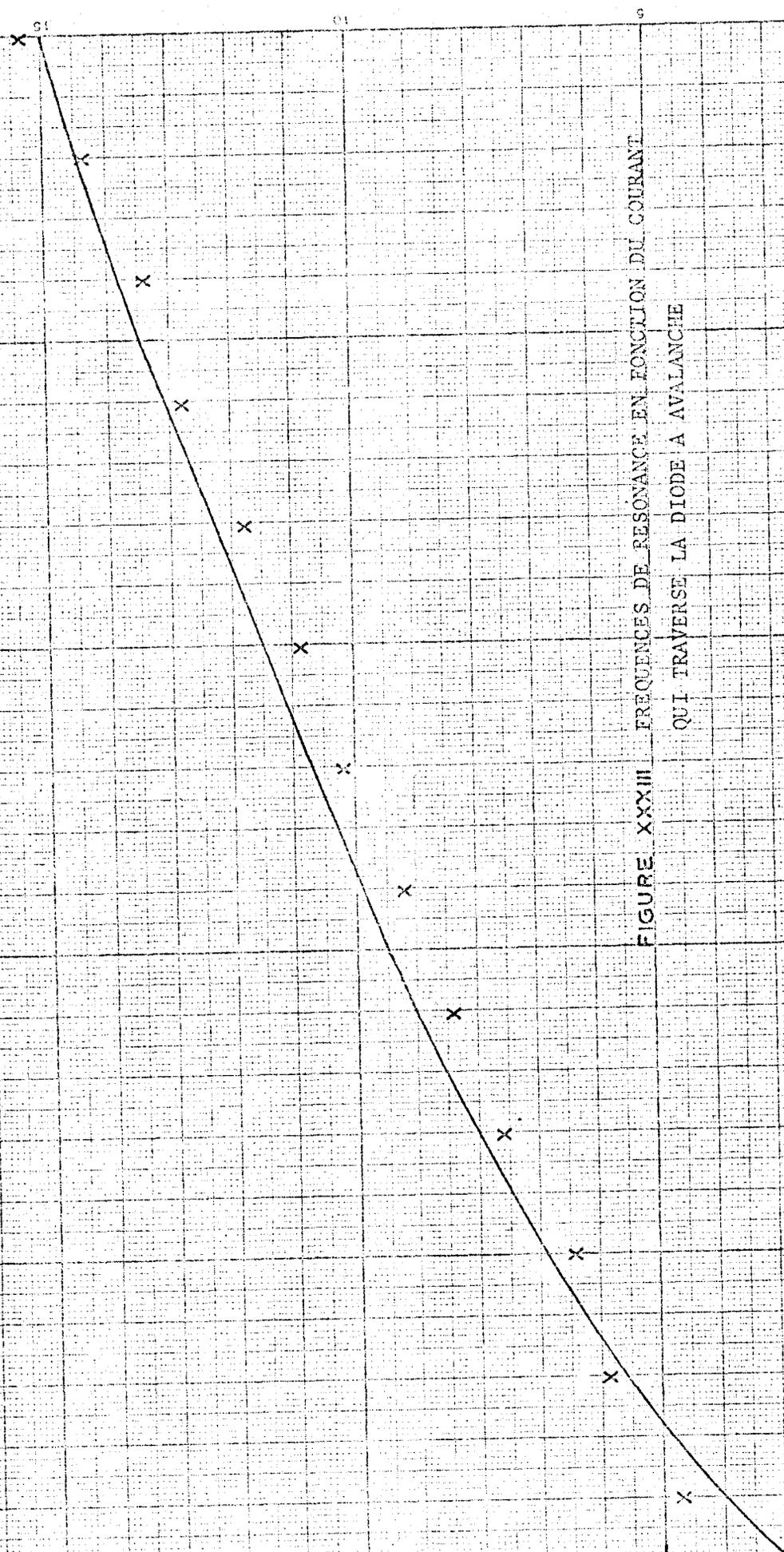
3

I
mA

20

10

FIGURE XXXIII FREQUENCES DE RESONANCE EN FONCTION DU COURANT
QUI TRAVERSE LA DIODE A AVALANCHE



Les résultats obtenus avec ce montage sont donnés par la figure XXX. Sur cette figure nous représentons les variations du module du coefficient de réflexion à l'entrée en fonction de la fréquence pour différents courants continus traversant la diode en régime d'avalanche. La plage d'accord obtenu est de 1,5 GHz pour une variation du courant de 1 à 50 mA, ce qui représente près de 50% de la fréquence de résonance à vide. Rappelons que lors de l'utilisation d'une diode varactor dans les mêmes conditions nous n'avons obtenu que 30 %.

Sur la figure XXXI nous traçons la courbe représentant les variations de la fréquence de résonance en fonction du courant calculées théoriquement à partir des formules (96) et (99) compte tenu des paramètres caractéristiques de la diode BL4. Sur cette courbe nous reportons les points correspondants de la figure XXX. On constate l'excellente concordance entre les résultats théoriques et expérimentaux.

Les mêmes résultats ont été obtenus avec une diode type BK 19 comme le montrent les figures XXIII et XXXII. Cependant les grandeurs caractéristiques de la diode BK 19 sont différentes :

$$\begin{aligned}
 V_{av} &= 81,13 \text{ V} \\
 C_D &= 0,506 \text{ pF} \\
 W_D - \delta_D &= 1,11 \text{ } \mu\text{m} \\
 W_D &= 2,48 \text{ } \mu\text{m} \\
 F_a^2 &= 0,4141 \text{ GHz}^2 \text{ en mA}
 \end{aligned}$$

Cette diode est montée dans une cavité d'impédance caractéristique 50Ω dont la fréquence de résonance à vide est 3,2 GHz. Avec ce type de diode la plage d'accord en fréquences n'est que de 200 MHz. Ceci s'explique facilement par la formule (99) donnant la réactance de la diode en fonction du courant où ce qui revient au même en fonction de β_0^2 . La variation maximum de réactance de la diode est obtenue pour un courant correspondant à une fréquence d'avalanche voisine de la fréquence de travail. Dans le cas considéré ici, le courant maximum admissible est toujours inférieur au courant nécessaire pour

remplir cette condition. De plus la capacité à l'avalanche présentée par cette diode est plus faible que précédemment. Ces considérations font comprendre aisément, en examinant les grandeurs caractéristiques des diodes utilisées les résultats obtenus quant à la plage d'accord en fréquences.

En résumé nous pouvons dire que l'accord électronique de circuit résonnant en structure microstrip peut être réalisé facilement par l'intégration dans ces circuits d'une diode varactor ou d'une diode ATT. Les résultats tant théoriques qu'expérimentaux montrent qu'avec une diode varactor il n'est pas possible d'obtenir une bande d'accord supérieure à 30% de la fréquence de résonance à vide. Par contre pour une diode à avalanche la plage d'accord n'est limitée, que par le courant continu maximum admissible par ce type de diode, jusqu'à concurrence de 100%. Le coefficient de qualité reste pratiquement constant dans toute la bande de fréquence, pour des faibles niveaux du signal hyperfréquence ; Lorsque la diode peut être considérée comme un composant linéaire.*

3.2.4. Oscillateur à diode en régime d'avalanche

Nous avons montré au chapitre 3.1.3. la possibilité de générer des oscillations à l'intérieur de notre circuit annulaire. Il suffit comme le montre l'équation (92) que les conditions suivantes soient vérifiées :

$$U_1 < 0 \quad \text{et} \quad |2U_1| \propto P$$

où U_1 nous est donné par la relation :

$$\frac{g_1}{2} + j \frac{b_1}{2} = \text{th } \theta_1 = \text{th} (U_1 + j V_1)$$

* En régime non linéaire, c'est à dire pour des forts niveaux du signal hyperfréquence appliqué à la diode, elle présente des pertes qui croissent avec l'amplitude du signal hyperfréquence. Il est alors possible d'utiliser cette propriété pour concevoir un limiteur de puissance hyperfréquence.

et la fréquence des oscillations s'obtient à partir de la relation :

$$F = \frac{kV}{P} + \frac{VV_1}{\Pi P} \quad (93)$$

L'utilisation d'une diode qui présente en régime d'avalanche une conductance négative nous a permis de réaliser un oscillateur de ce type. Le montage utilisé pour mesurer la fréquence d'oscillation et la puissance de sortie est représenté sur la figure XXXIV.

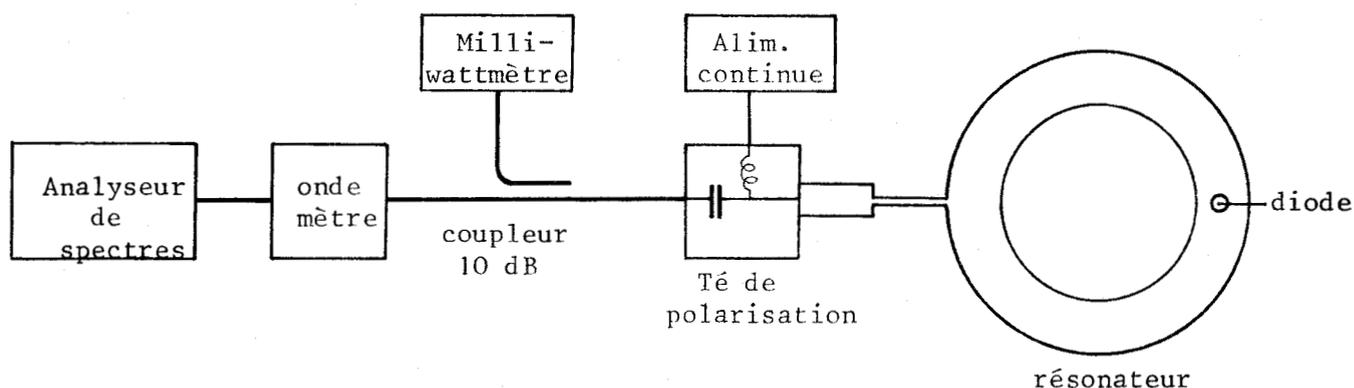
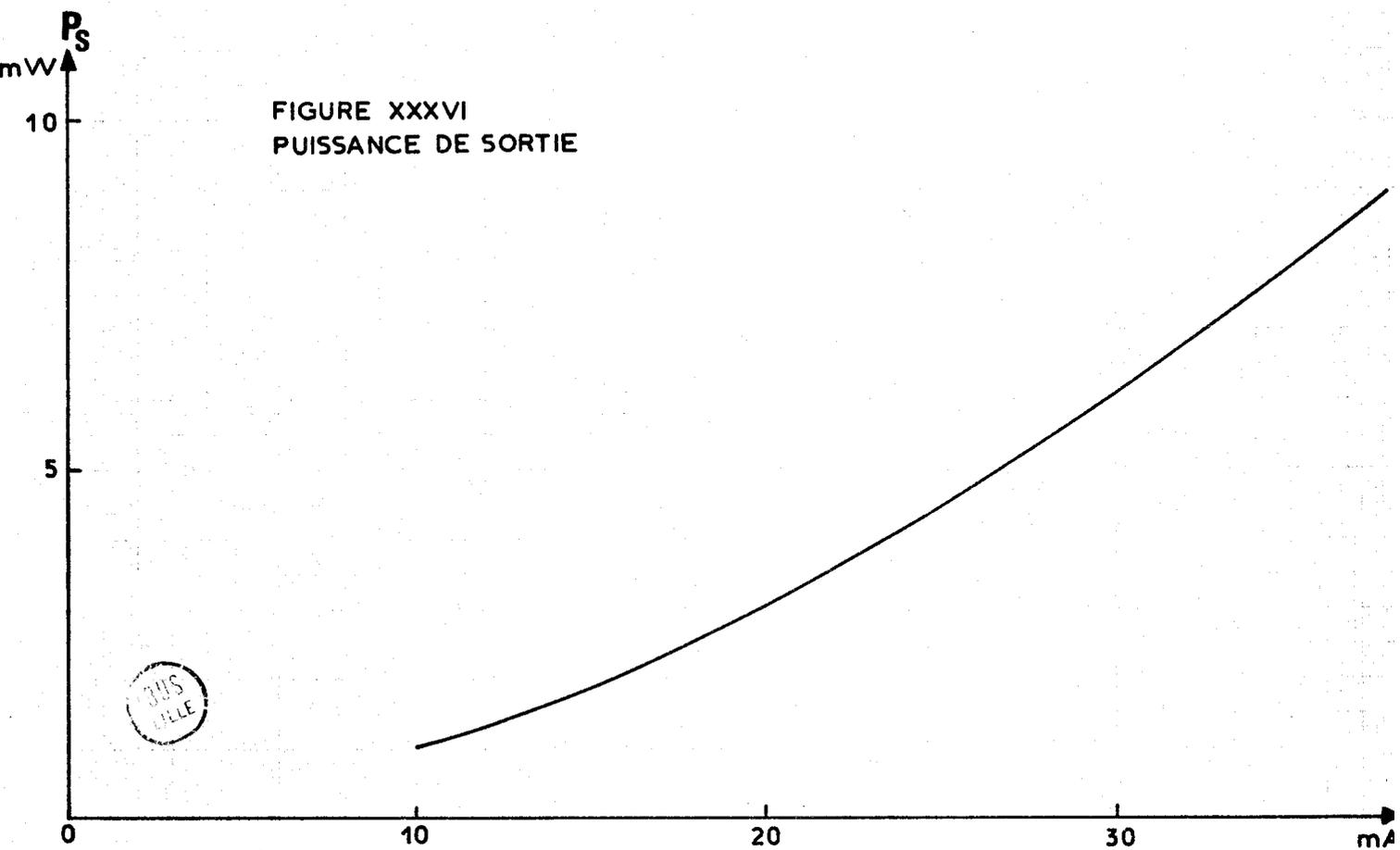
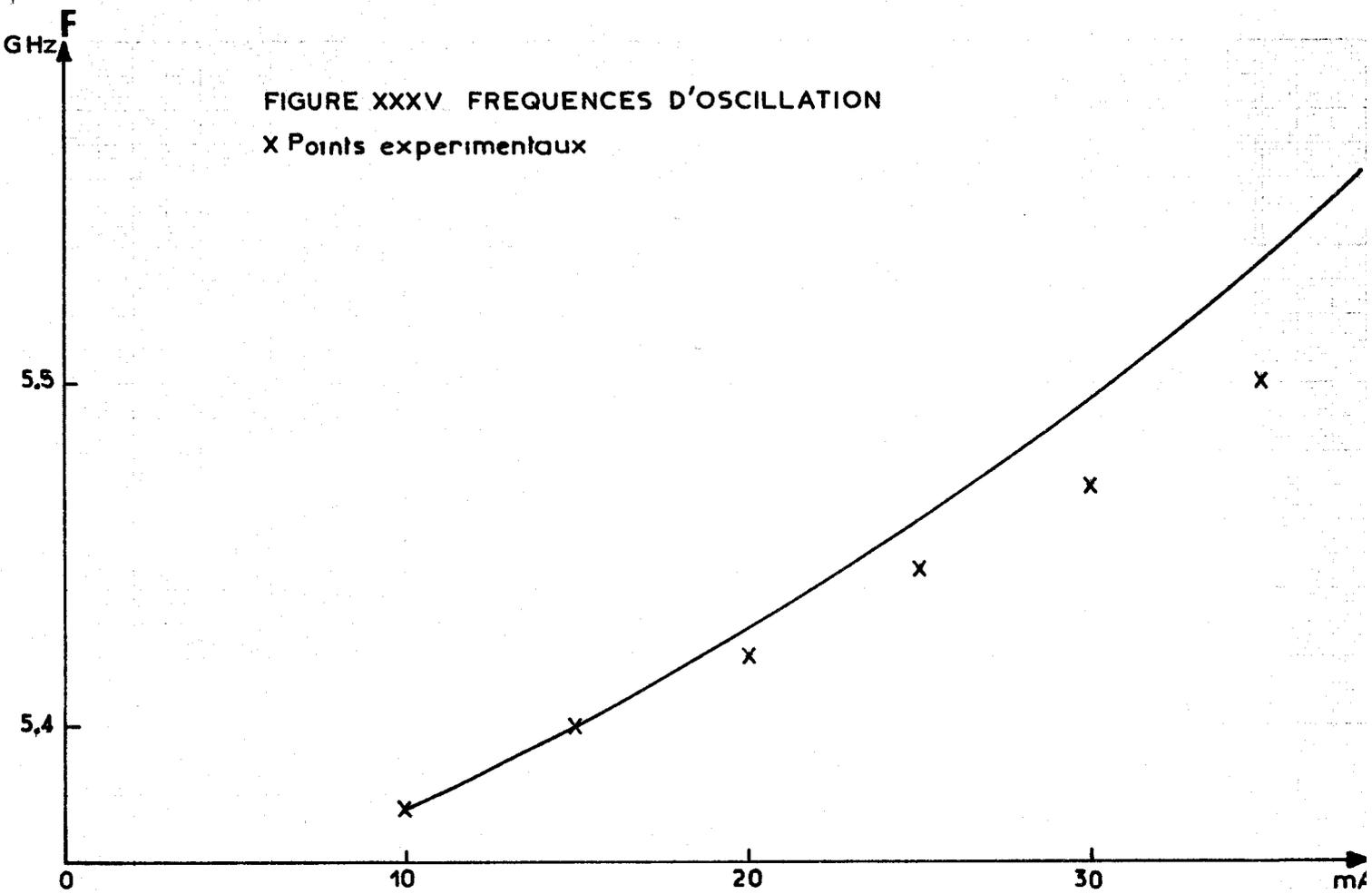


FIGURE XXXIV SCHEMA SYNOPTIQUE DU BANC DE MESURES

La diode de type BUA8 est incorporée dans un résonateur d'impédance caractéristique $Z_c = 50 \Omega$. La fréquence de résonance mesurée à vide est $F_0 = 5,66 \text{ GHz}$ alors que la fréquence calculée théoriquement est de $5,7 \text{ GHz}$.

Les paramètres caractérisants la diode BUA8 sont les suivants :



$$V_{av} = 73,8 \text{ V} \quad W - \delta = 2,53 \mu \quad R_C = 20,9 \Omega$$

$$C_{av} = 0,52 \text{ pF} \quad W = 2,96 \mu \quad R_D = 216 \Omega$$

$$f_a = \sqrt{0,47 I_0} \text{ GHz pour } I_0 \text{ exprimé en mA}$$

A partir de ces paramètres, il est possible de calculer théoriquement et de représenter sur la figure XXXV les variations de la fréquence d'oscillation en fonction du courant continu qui traverse la diode.

Nous représentons sur la même figure les points correspondants aux valeurs expérimentales. Ces points s'écartent sensiblement de la courbe théorique lorsque le courant qui traverse la diode augmente. Cette différence provient sans doute du fait que nous avons utilisé dans le calcul de la fréquence d'oscillation l'expression linéarisée de l'impédance présentée par la diode. La figure XXXVI montre les variations de la puissance de sortie délivrée par l'oscillateur en fonction du courant.

3.2.5. Oscillateur wobulable

De nos jours le transport des informations par ondes hertziennes s'effectue de plus en plus par l'intermédiaire d'ondes modulées en fréquences. L'intérêt d'un oscillateur wobulable en structure microstrip réside dans son faible poids et son encombrement réduit. Nous avons montré précédemment la possibilité de réaliser à l'aide d'un résonateur en anneau, soit un oscillateur en y incorporant une diode en régime d'avalanche, soit un résonateur à fréquence d'accord variable en utilisant une diode varactor. Nous nous proposons maintenant d'utiliser ces deux propriétés pour réaliser un oscillateur wobulable. Le montage expérimenté est représenté figure XXXVII.

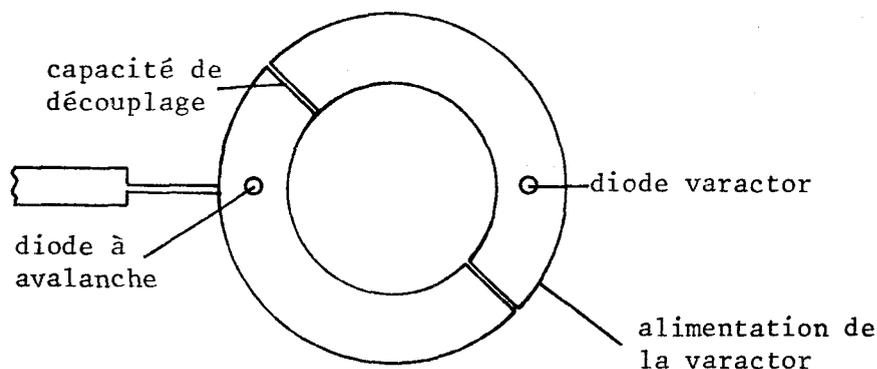
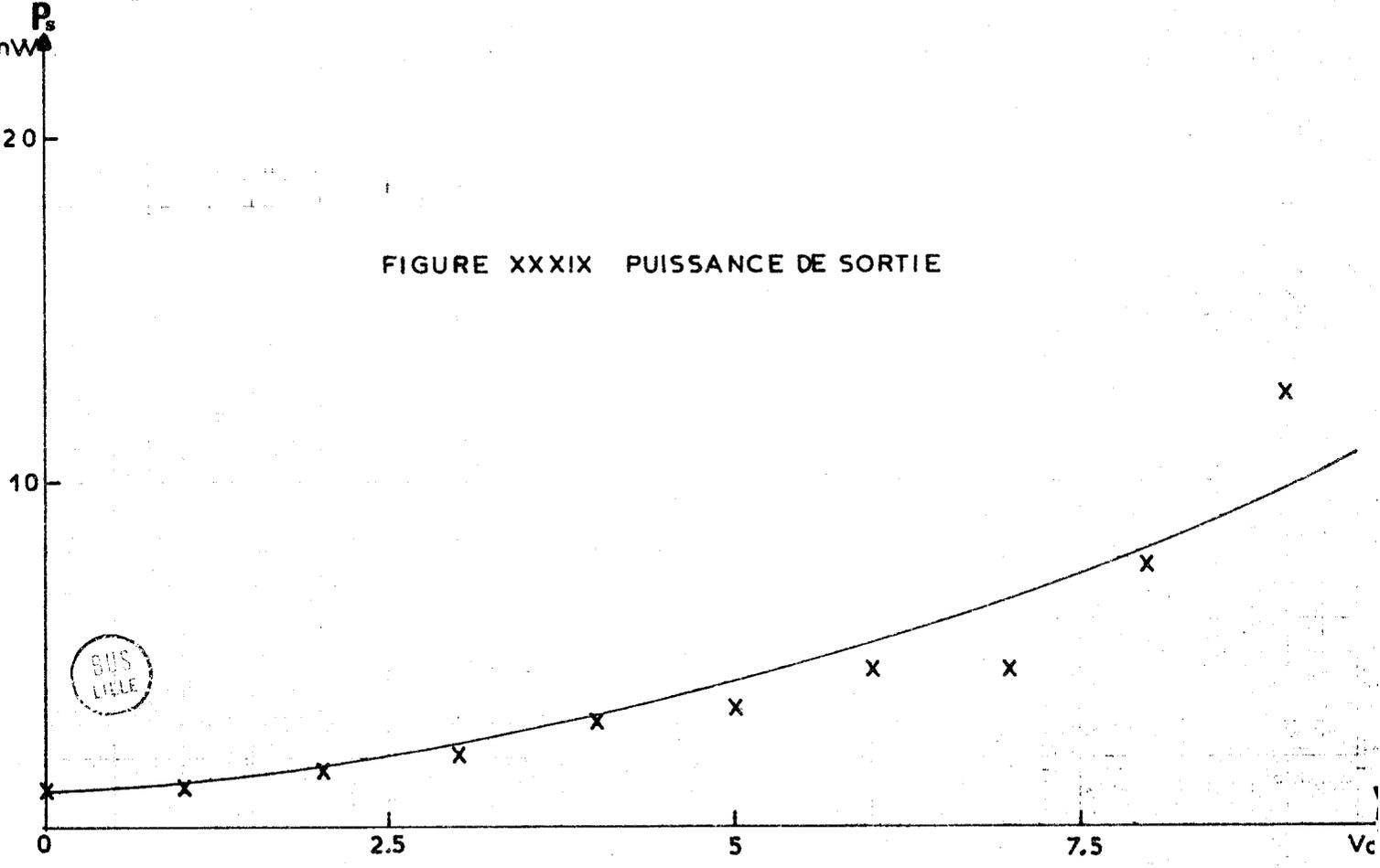
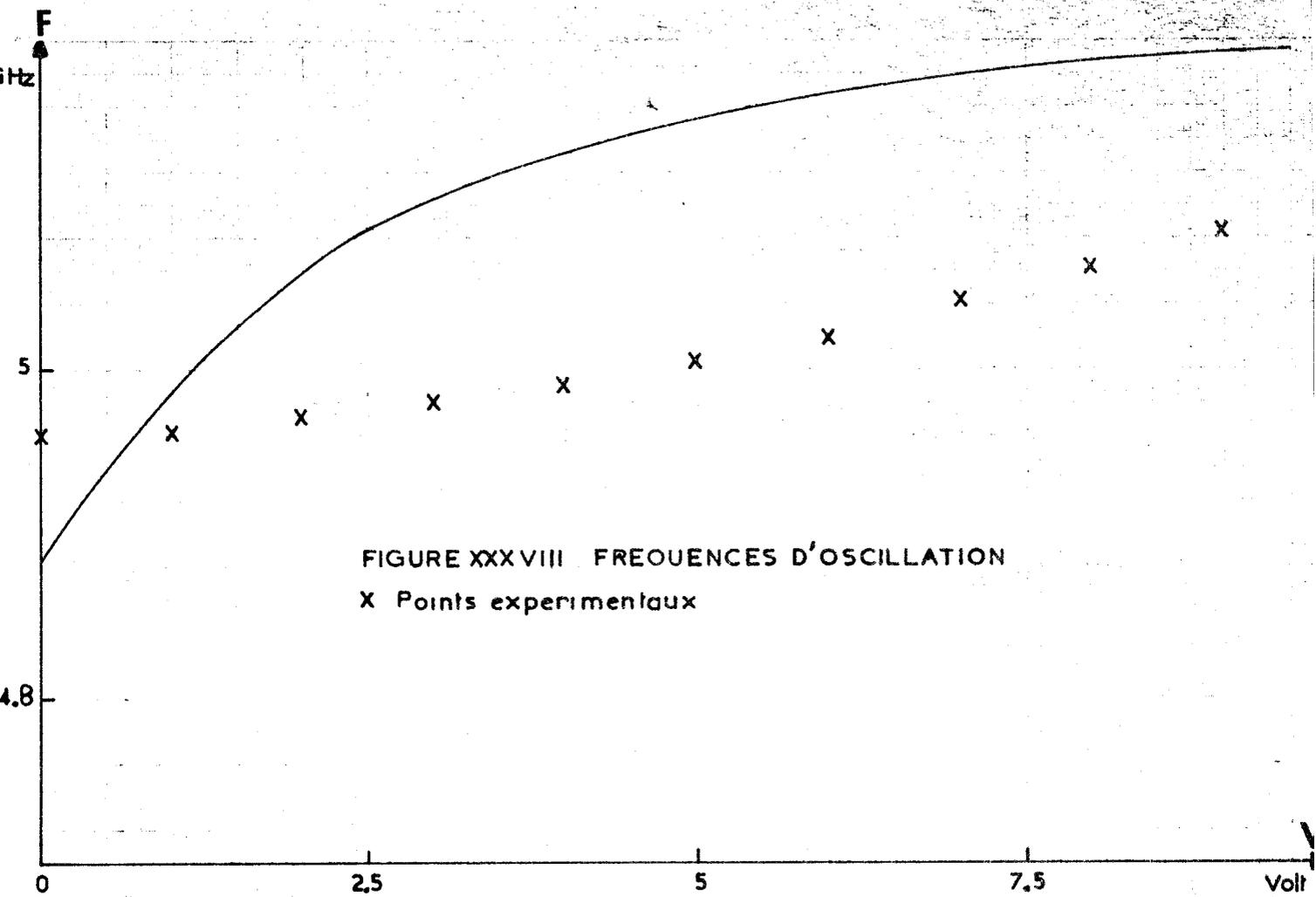


FIGURE XXXVII SCHEMA DE L'OSCILLATEUR WOBULABLE



La diode en régime d'avalanche est de type BU4I⁺ ; Les paramètres caractéristiques sont les suivants :

$$V_{av} = 82,63 \text{ V} \quad W - \delta = 2,34 \text{ } \mu \quad R_C = 22,5 \text{ } \Omega$$

$$C_{av} = 0,83 \text{ } \rho\text{F} \quad W = 3,27 \text{ } \mu \quad R_D = 329 \text{ } \Omega$$

$$f_a = \sqrt{0,235 I_0} \text{ GHz avec } I_0 \text{ exprimé en mA}$$

La diode varactor est de type BP1⁺. La relation liant la capacité, présentée par ce composant, à la tension inverse appliquée à ses bornes nous est donnée par la formule :

$$C = \frac{510^{-12}}{\sqrt{1 + \frac{V}{0,9}}} \quad C \text{ est exprimé en Farad lorsque } V \text{ est exprimé en volt.}$$

La figure XXXVIII représente les variations de la fréquence d'oscillation, calculées théoriquement et relevées expérimentalement, en fonction de la tension appliquée aux bornes de la diode varactor. l'accord obtenu est assez peu satisfaisant. En effet nous avons utilisé les formules valables en régime linéaire pour calculer l'impédance de la diode en régime d'avalanche : Cette approximation ne doit plus être valable lorsque la diode est en oscillation. Par ailleurs l'impédance de la diode varactor nous impose de travailler à faible tension et il n'est peut être pas possible d'exclure un effet paramétrique lié à la modulation de sa capacité.

Nous représentons sur la figure XXXIX les variations de la puissance de sortie, obtenues avec ce montage, en fonction de la tension appliquée à la diode varactor.

3.3. Conclusion

Nous avons développé dans ce chapitre l'étude de quelques applications intéressantes des résonateurs en anneau : filtre à accord variable, oscillateur à l'état solide, wobulateur. Par des calculs simples nous avons prévu les résultats obtenus expérimentalement. Nous pensons que

ce modèle de résonateur en structure microstrip peut être aussi envisagé pour la conception de multioscillateurs en intégrant dans son circuit plusieurs diodes à avalanche afin d'obtenir des puissances de sortie beaucoup plus importantes (plusieurs dizaines de Watt).

D'autres structures résonantes en microstrip peuvent être également utilisées et nous nous proposons dans le chapitre suivant, d'étudier plus particulièrement les propriétés des cavités circulaires.

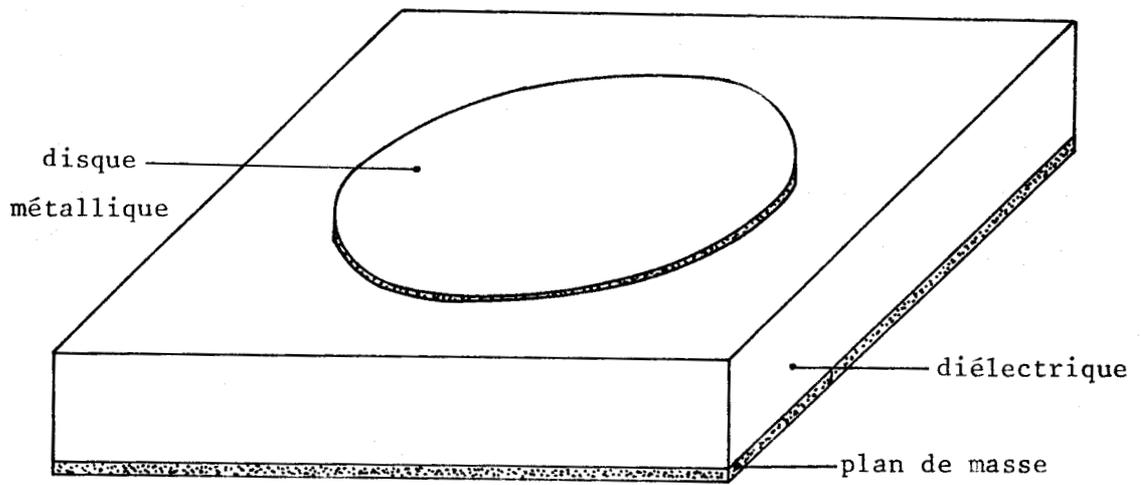


FIGURE XXXX CAVITE CIRCULAIRE

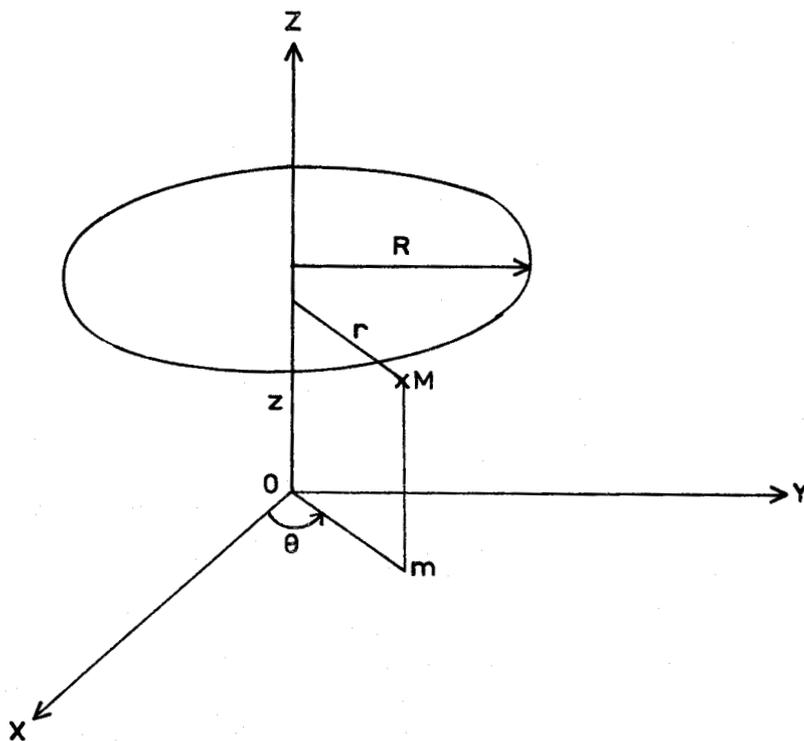


FIGURE XXXXI AXES DE COORDONNEES

IV. CIRCUITS RESONNANTS CIRCULAIRES

Les circuits résonnants circulaires en structure microstrip ont été partiellement étudiés par J.WATKINS (17). Ce type de circuit se prête aussi très bien à l'intégration de composants actifs solides et va nous permettre d'effectuer une simulation analogique d'un oscillateur à diode à avalanche. Nous reprenons dans ce chapitre, sous une forme différente et plus complète, le calcul des fréquences de résonance de la cavité.

4.1. Définition

La structure circulaire en microstrip est représentée par la figure XXXX. Elle est composée d'un disque métallique, généralement en or, ou en cuivre, déposé à la surface d'un substrat diélectrique dont l'autre face est entièrement métallisée.

4.2. Principe et hypothèses de calcul

Pour déterminer les fréquences de résonance d'une telle structure, nous devons calculer, à partir des équations de Maxwell, les différentes composantes des champs électriques et magnétiques en tenant compte des conditions aux limites imposées par ce système. Nous utilisons pour ce calcul le système de coordonnées cylindriques illustré par la figure XXXXI.

Le plan $x o y$ est contenu dans le plan de masse et le disque métallique de rayon R est situé à une hauteur h de ce plan.

Si nous considérons un diélectrique sans pertes, les deux équations de Maxwell s'écrivent dans ce système de coordonnées.

$$\frac{1}{r} \frac{\delta H_z}{\delta \theta} - \frac{\delta H_\theta}{\delta z} = j \omega \epsilon E_r \quad (100)$$

$$\frac{\delta Hr}{\delta z} - \frac{\delta Hz}{\delta r} = j \omega \epsilon E \theta \quad (101)$$

$$\frac{H \theta}{r} + \frac{\delta H \theta}{\delta r} - \frac{1}{r} \frac{\delta Hr}{\delta \theta} = j \omega \epsilon E z \quad (102)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\delta E z}{\delta \theta} - \frac{\delta E \theta}{\delta z} = - j \omega \epsilon \mu H r \quad (103)$$

$$\frac{\delta E r}{\delta z} - \frac{\delta E z}{\delta r} = - j \omega \mu H \theta \quad (104)$$

$$\frac{E \theta}{r} + \frac{\delta E \theta}{\delta r} - \frac{1}{r} \frac{\delta E r}{\delta \theta} = - j \omega \mu H z \quad (105)$$

La résolution de ce système d'équations dans le cas général est très complexe aussi nous introduisons quelques hypothèses simplificatrices.

Nous supposons : que la hauteur h du substrat diélectrique est très faible devant la longueur d'onde dans le diélectrique et qu'en conséquence les champs électriques et magnétiques sont indépendants de z .

que le rayon R du disque est très grand devant la hauteur h du diélectrique. Ces deux hypothèses paraissent très restrictives cependant elles correspondent à des cas pratiques réels.

La résolution du système précédent compte tenu des hypothèses simplificatrices est développé dans l'annexe I. Elle permet d'obtenir les expressions des composantes des champs électriques et magnétiques :

$$E_r = E_\theta = H_z = 0 \quad (120)$$

$$E_z = A \sin(p\theta + \psi) \left[B J_p(\beta r) + C Y_p(\beta r) \right] \quad (121)$$

$$H_r = \frac{j p}{\omega \mu} A \cos(p\theta + \psi) \frac{B J_p(\beta r) + C Y_p(\beta r)}{r} \quad (122)$$

$$H_\psi = \frac{1}{j \omega \mu} A \sin(p\theta + \psi) \left[B J'_p(\beta r) + C Y'_p(\beta r) \right] \quad (123)$$

avec : $\beta = \omega \sqrt{\epsilon \mu}$ (124) p, ψ, A, B sont des constantes d'intégration

Pour $r = 0$, la fonction de Bessel de seconde espère, qui intervient dans les expressions de E_z et de H_r , devient infinie. Cet effet n'est pas possible physiquement et la constante C doit être nulle. Les composantes non nulles s'écrivent alors :

$$E_z = AB \sin (p\theta + \psi) J_p (\beta r) \quad (125)$$

$$H_r = \frac{jp}{\omega \mu} AB \cos (p\theta + \psi) J_p (\beta r) \quad (126)$$

$$H_\theta = \frac{1}{j\omega \mu} AB \sin (p\theta + \psi) J'_p (\beta r) \quad (127)$$

Supposons que le rayon vecteur puisse tourner librement d'un nombre entier de circonférences : Le champ doit reprendre la même valeur ; on en déduit que p doit être un nombre entier.

4.3. Fréquences de résonance

Pour déterminer les valeurs des constantes

A, B, ψ nous devons tenir compte du mode de couplage du résonateur au générateur. Considérons en premier lieu un couplage par champ électrique sur le bord du disque. Par exemple en un point de coordonnées $r = R, \theta = 0$. Plaçons un générateur qui délivre un champ d'amplitude E_{z0} . Dans ce cas nous devons avoir en ce point : $E_z = E_{z0}$ soit :

$$E_{z0} = AB \sin \psi J_p (\beta R)$$

donc :

$$AB = \frac{E_{z0}}{\sin \psi J_p (\beta R)}$$

Les composantes non nulles, des champs prennent alors les valeurs suivantes :

$$E_z = \frac{E_{z0}}{\sin \psi} \sin (p\theta + \psi) \frac{J_p (\beta r)}{J_p (\beta R)} \quad (128)$$

$$H_r = \frac{jp E_{z0}}{\omega \mu} \frac{\cos (p\theta + \psi)}{\sin \psi} \frac{J_p (\beta r)}{J_p (\beta R)} \quad (129)$$

$$H_{\theta} = \frac{E_{z0}}{j\omega\mu} \frac{\sin(p\theta + \psi)}{\sin\psi} \frac{J'_p(\beta r)}{J_p(\beta R)} \quad (130)$$

Dans ces conditions les fréquences de résonance sont obtenues lorsque les modules des champs sont maximums c'est à dire lorsque $J_p(\beta R) = 0$. Si nous appelons λ_i^p la ième racine non nulle de $J_p(x) = 0$. Les fréquences de résonance sont alors données par :

$$F_i^p = \frac{C}{2\pi} \frac{\lambda_i^p}{R\sqrt{\epsilon r}} \quad (131)$$

La plus basse des fréquences de résonance est obtenue pour $p = 0$ et $i = 1$ et $\lambda^0 = 2,40483$ soit :

$$F_1^0 = \frac{C \times 2,40483}{2\pi R\sqrt{\epsilon}} = \frac{0,148}{R\sqrt{\epsilon}} \text{ GHz} \quad (132)$$

Dans ce cas les expressions des champs prennent les formes suivantes :

$$E_z = E_{z0} \frac{J_0(\beta r)}{J_0(\beta R)}$$

$$H_r = 0$$

$$H_{\theta} = \frac{E_{z0}}{j\omega\mu} \frac{J'_0(\beta r)}{J_p(\beta R)}$$

Considérons maintenant un couplage par champ magnétique sur le bord du disque. Par exemple plaçons au point de coordonnées $r = R$ et $\theta = 0$ un générateur qui délivre un champ magnétique $H_{\theta 0}$. Nous devons alors avoir en ce point :

$$H_{\theta} = H_{\theta 0}$$

soit :

$$H_{\theta 0} = \frac{1}{j\omega\mu} AB \sin\psi J'_p(\beta R)$$

donc :

$$AB = \frac{j\omega\mu H_{\theta 0}}{\sin\psi J'_p(\beta R)}$$

Les composantes non nulles des champs prennent alors les valeurs suivantes :

$$E_z = j\omega\mu H_0 \theta_0 \frac{\sin(p\theta + \psi)}{\sin \psi} \frac{J_p(\beta r)}{J'_p(\beta R)} \quad (133)$$

$$H_r = -p \frac{H_0 \theta_0}{r} \frac{\cos(p\theta + \psi)}{\sin \psi} \frac{J_p(\beta r)}{J'_p(\beta R)} \quad (134)$$

$$H_\theta = H_0 \theta_0 \frac{\sin(p\theta + \psi)}{\sin \psi} \frac{J'_p(\beta r)}{J'_p(\beta R)} \quad (135)$$

Les fréquences de résonance sont obtenues lorsque les modules des champs sont maximums soit lorsque :

$$J'_p(\beta R) = 0$$

Si nous appelons v_i^p la ième racine non nulle de $J'_p(x) = 0$, les fréquences de résonance sont alors données par :

$$F_i^p = \frac{C v_i^p}{2\pi R \sqrt{\epsilon r}} \quad (136)$$

La plus basse des fréquences de résonance est obtenue pour $p = 1$ $i = 1$ et dans ce cas :

$$v_1^1 = \frac{1}{1} = 1,8412$$

d'où $F_1^1 = \frac{C \cdot 1,8412}{2\pi R \sqrt{\epsilon r}} = \frac{0,0879}{R \sqrt{\epsilon r}} \text{ GHz} \quad (137)$

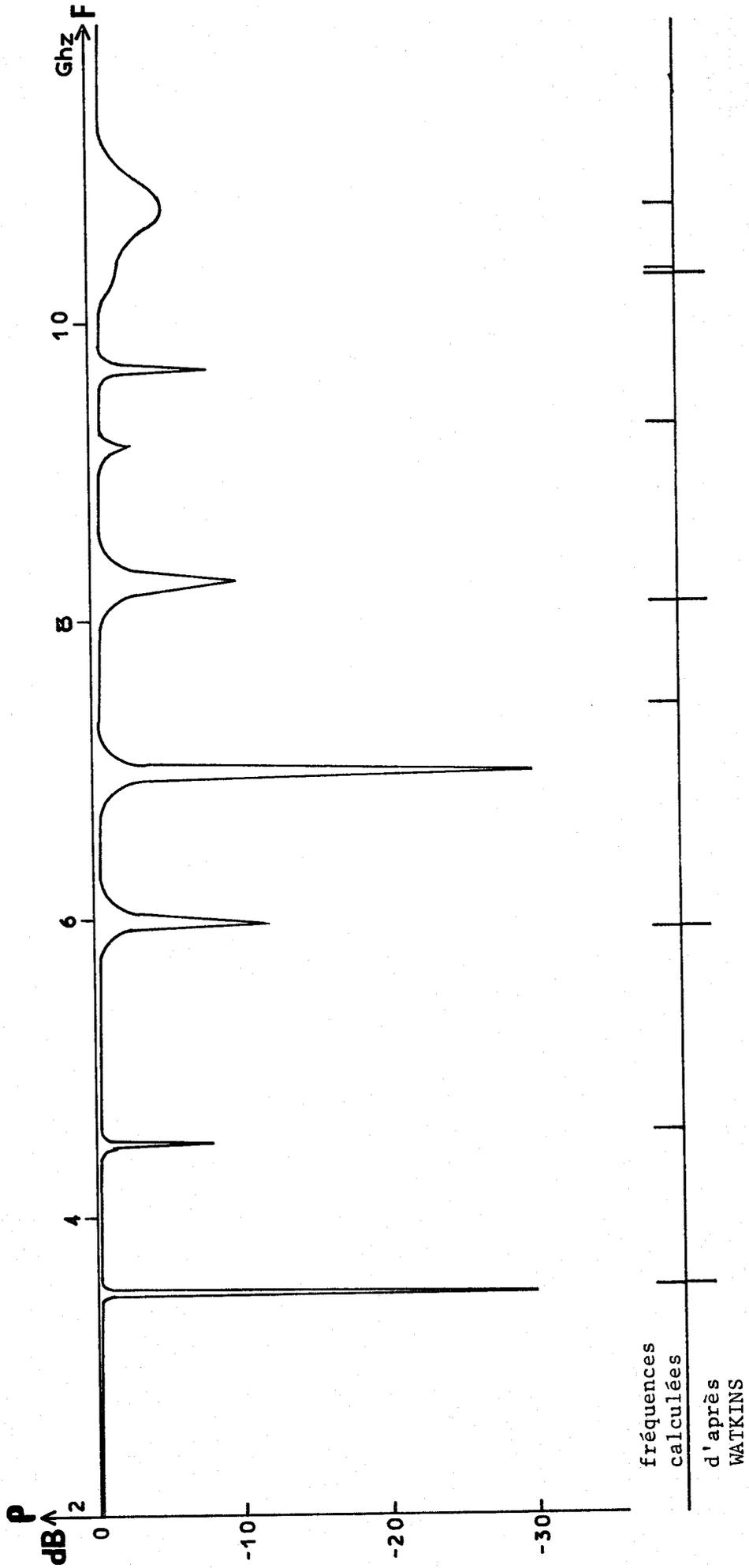
Les expressions des champs prennent alors la forme suivante :

$$E_z = j\omega\mu H_0 \theta_0 \frac{\sin(\theta + \psi)}{\sin \psi} \frac{J_1(\beta r)}{J'_1(\beta R)} \quad (138)$$

$$H_r = - \frac{H_0 \theta_0}{r} \frac{\cos(\theta + \psi)}{\sin \psi} \frac{J_1(\beta r)}{J'_1(\beta R)} \quad (139)$$



FIGURE XXXXIII FREQUENCES DE RESONANCE D'UNE CAVITE CIRCULAIRE



$$H_{\theta} = H_{\theta_0} \frac{\sin(p\theta + \psi)}{\sin \psi} \frac{J'(\beta r)}{J'(\beta R)} \quad (140)$$

Remarquons que dans cette étude simplifiée nous avons négligé les effets de bords c'est à dire la déformation des lignes de champs sur le bord du disque ainsi que les radiations.

4.4. Résultats expérimentaux

Afin de vérifier les résultats précédents nous avons réalisé sur un support de rexolite un résonateur circulaire représenté sur la figure XXXXII

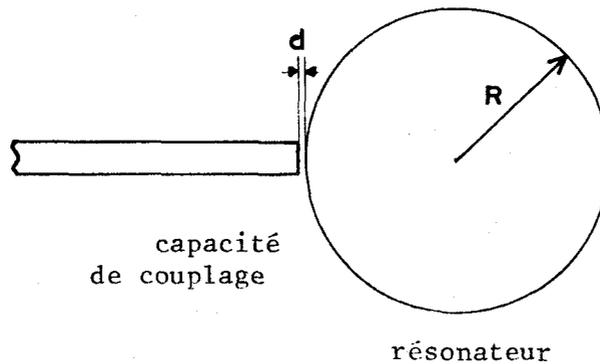


FIGURE XXXXII CAVITE CIRCULAIRE ETUDIEE

Le diamètre de ce résonateur est $D = 31 \text{ mm}$;
 Le couplage avec la ligne d'impédance caractéristique 50Ω est de type capacitif. La distance d , disque-ligne est égale à $0,2 \text{ mm}$. Pour mesurer les fréquences de résonance de ce système nous utilisons la méthode exposée précédemment. La figure XXXXIII résume les résultats théoriques et expérimentaux obtenus avec ce système.

Sur cette figure nous représentons aussi les fréquences de résonance tirées des formules établies par WATKINS ⁽¹⁷⁾. Nous constatons que nous déterminons des fréquences de résonance que ne prévoit pas la théorie de WATKINS. Les résultats expérimentaux semblent confirmer ce fait. En particulier, les trois premières résonances sont parfaitement déterminées par notre calcul. Les fréquences suivantes diffèrent légèrement

des résultats théoriques ce qui peut s'expliquer par la nature des approximations que nous avons faites.

Les coefficients de qualité que l'on peut estimer d'après ces mesures sont relativement faibles, de l'ordre de quelques dizaines, sauf pour la résonance fondamentale où il atteint 150. La comparaison de ces résultats avec ceux que l'on obtiendrait dans le cas d'une cavité annulaire (considérée à la limite comme une cavité circulaire de rayon intérieur nul) ne permet pas d'expliquer les faibles valeurs des coefficients de qualité mesurés. Cette comparaison en fait n'est pas valable car les répartitions des champs sont fondamentalement différentes dans ces deux structures. Dans la cavité circulaire le champ électrique est maximum sur le bord du disque ce qui peut entraîner des pertes par radiation importantes.

Si, par un moyen quelconque, la cavité peut osciller sur elle-même, cette énergie rayonnée permettra non seulement de mettre en évidence l'oscillation du circuit, mais encore d'en extraire une partie de la puissance.

Nous nous proposons dans le chapitre suivant de voir dans quelles mesures, à partir d'un semiconducteur en régime d'avalanche, il est possible de placer une cavité circulaire en autooscillation.

V. FREQUENCES DE RESONANCES D'UN CYLINDRE SEMICONDUCTEUR
EN REGIME D'AVALANCHE

L'étude des propriétés hyperfréquences des composants semiconducteurs placés en régime d'avalanche s'effectue habituellement en considérant le semiconducteur comme un élément à constantes localisées : On admet que la structure est toujours unidimensionnelle et toutes ses propriétés peuvent être déduites de l'expression analytique de son impédance (18). Pour les plus courtes longueurs d'onde le semiconducteur ne peut plus être considéré en toute rigueur comme une structure unidimensionnelle et l'étude de ces propriétés hyperfréquences doit être abordée à partir du formalisme général de la propagation des ondes (Equation de Maxwell). Nous envisageons d'étudier ici cet aspect (19) ; Nous pourrions ainsi généraliser l'étude de la cavité circulaire entreprise dans le chapitre précédent.

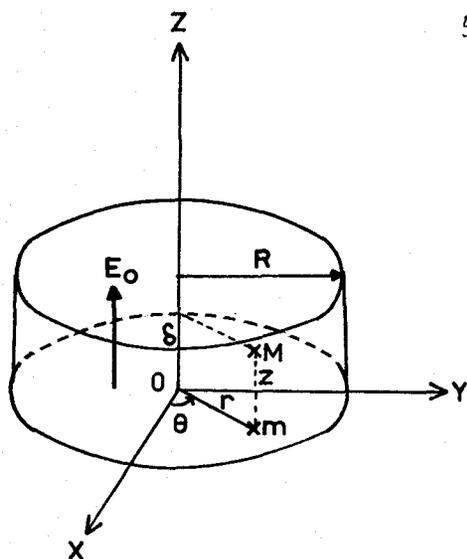


FIGURE XXXXIV

5.1. Définition

Considérons un cylindre de semiconducteur homogène d'épaisseur δ parallèle au plan $x o y$ d'un système de coordonnées polaires r, θ, z . (Figure XXXXIV)

La recherche des fréquences d'oscillation possibles de ce semiconducteur nécessite la résolution des équations de Maxwell compte tenu des conditions aux limites.

5.2. Principe de calcul

Le semiconducteur est soumis à un champ continu \vec{E}_0 dirigé selon OZ, ce champ est suffisamment intense pour produire un phénomène d'avalanche uniforme et pour amener les porteurs à leur vitesse limite v . On admet différentes hypothèses simplificatrices :

- . 1°) le taux d'ionisation α est le même pour les électrons et les trous
- . 2°) la vitesse v des électrons et des trous est la même
- . 3°) l'amplitude du champ alternatif E_1 est très faible devant celle du champ continu E_0 .

Cette hypothèse nous permet de faire les approximations suivantes :

- la vitesse des porteurs n'est pas perturbée, elle est toujours dirigée selon OZ et son module est v .
- les courants de conduction ont une seule composante selon OZ.
- le module du champ total est égal au second ordre à $E_0 + E_{1z}$. (E_{1z} , est la composante de E_1 selon Oz).
- le taux d'ionisation des porteurs n'est une fonction que du module du champ électrique, dans ces conditions $\alpha(E)$ est donnée par :

$$\alpha(E) = \alpha(E_0) + \alpha' \frac{E_{1z}}{E_0} \quad (\text{ANNEXE II})$$

Compte tenu des équations caractérisant l'avalanche (équation de Poisson) équation de continuité et de conservation du courant), après séparation des régimes statiques et dynamiques, les équations de Maxwell s'écrivent :

$$\frac{1}{r} \frac{\delta H_z}{\delta r} - \frac{\delta H_\theta}{\delta z} = (\sigma + j\omega\epsilon) E_r \quad * \quad (151)$$

$$\frac{\delta H_r}{\delta z} - \frac{\delta H_z}{\delta r} = (\sigma + j\omega\epsilon) E_\theta \quad (152)$$

* Les porteurs se déplaçant à la vitesse limite, la conductance différentielle est nulle. Néanmoins le matériau peut présenter des pertes caractérisées par une partie imaginaire ϵ'' non nulle de sa permittivité, c'est à dire une conductivité équivalente σ qui définit un coefficient d'affaiblissement :

$$\alpha = \frac{\epsilon'' \omega}{nc}$$

$$\frac{H\theta}{r} + \frac{\delta H\theta}{\delta r} - \frac{1}{r} \frac{\delta H r}{\delta \theta} = \frac{M}{j\omega\mu} E_z - \frac{N}{j\omega\mu} \frac{1}{r} \frac{\delta E r}{\delta z} + \frac{\delta^2 E r}{\delta r \delta z} + \frac{1}{r} \frac{\delta^2 E\theta}{\delta \theta \delta z} + \frac{\delta^2 E z}{\delta z^2} + (\sigma + j\omega\epsilon) E_z \quad (153)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\delta E z}{\delta \theta} - \frac{\delta E\theta}{\delta z} = -j\omega\mu H r \quad (154)$$

$$\frac{\delta E r}{\delta z} - \frac{\delta E z}{\delta r} = -j\omega\mu H\theta \quad (155)$$

$$\frac{E\theta}{r} + \frac{\delta E\theta}{\delta r} - \frac{1}{r} \frac{\delta E r}{\delta \theta} = -j\omega\mu H z \quad (156)$$

avec : $N = \frac{j\omega\epsilon v^2 \tau}{j\omega\tau - 2} \quad (150) \quad M = \frac{j\omega\mu\epsilon\tau\omega a^2}{j\omega\tau - 2} \quad (149)$

La solution générale de ce système d'équations différentielles peut toujours être décomposée en une solution correspondant à une onde T.E. (transverse électrique $E_z = 0$) ^{***} et une solution correspondant à une onde T.M.

Nous étudierons ici que le cas d'une onde T.M. Pour une onde T.E nous avons $E_z = 0$, donc le terme M de l'équation (153) disparaît ce qui a pour conséquence de faire disparaître la possibilité d'obtenir une conductance négative.

Dans le cas d'une onde T.M le système d'équation précédent est résolu dans l'annexe II et donne pour solution quant aux expressions des composantes :

Le régime d'avalanche se traduit par l'apparition de charges mobiles et en conséquence, contrairement à ce qui se passe dans la cavité circulaire étudiée au Chapitre IV, il n'est plus possible d'admettre que E_z est indépendant de Z.

$$E_r = J'_p (\lambda r) \sin (p\theta + \psi) \left[A'e^{\eta z} + B'e^{-\eta z} \right] \quad (179)$$

$$E_\theta = \frac{p}{r} J_p (\lambda r) \cos (p\theta + \psi) \left[A'e^{\eta z} + B'e^{-\eta z} \right] \quad (180)$$

$$E_z = \frac{\eta^2 - \gamma_0^2}{J_p (\lambda r) \sin (p\theta + \psi)} \left[A'e^{\eta z} - B'e^{-\eta z} \right] + C' J_p (\lambda r) \sin (p\theta + \psi) \quad (181)$$

$$H_r = \frac{p}{j\omega\mu} \frac{\gamma_0^2}{\eta} \cos (p\theta + \psi) \frac{J_p (\lambda r)}{r} A'e^{\eta z} - \frac{C'}{j\omega\mu} \frac{J_p (\lambda r)}{r} \cos (p\theta + \psi) \quad (182)$$

$$H_\theta = \frac{-\gamma_0^2}{j\omega\mu\eta} J'_p (\lambda r) \sin (p\theta + \psi) \left[A'e^{\eta z} - B'e^{-\eta z} \right] + \frac{C'}{j\omega\mu} J'_p (\lambda r) \sin (p\theta + \psi) \quad (183)$$

$$H_z = 0$$

$$\text{avec } \eta^2 = \gamma_0^2 + (M + \gamma_0^2) \frac{1 - N}{N} \quad (177)$$

$$\lambda^2 = -M - \gamma_0^2 \quad (176)$$

Nous admettons que pratiquement toutes les charges (sauf les quelques charges initiales nécessaires à créer l'avalanche) sont produites par l'avalanche, c'est à dire que nous négligerons le courant de saturation. Nous avons donc aux limites du semiconducteur :

$$\vec{J}_p (0) = 0 \quad \vec{J}_n (\delta) = 0$$

$$\text{ou } \vec{J} = \vec{J}_p + \vec{J}_n \text{ donc } \vec{J} (0) = \vec{J}_n (0) \text{ et } \vec{J} (\delta) = \vec{J}_p (\delta)$$

de l'équation de Poisson nous tirons :

$$\epsilon \operatorname{div} \vec{E} = \rho \quad \text{avec } \rho = \frac{J_p - J_n}{v}$$

nous avons donc comme conditions :

$$\epsilon \vec{v} (\text{div } \vec{E})_{z=0} = - \vec{J} (0) \quad (177)$$

$$\epsilon \vec{v} (\text{div } \vec{E})_{z=\delta} = \vec{J} (\delta) \quad (178)$$

or, nous avons :

$$\vec{J} = \left[M' E_z - N' \frac{\delta}{\delta z} (\text{div } \vec{E}) \right] \vec{k} \quad \text{avec } M' = \frac{M}{j\omega\mu} \quad \text{et } N' = \frac{N}{j\omega\mu}$$

$$\text{div } \vec{E} = \frac{1}{r} E_r + \frac{\delta E_r}{\delta r} + \frac{1}{r} \frac{\delta E_\theta}{\delta \theta} + \frac{\delta E_z}{\delta z}$$

En exprimant les relations (177) et (178) nous obtenons :

$$\epsilon v \left[\frac{1}{r} E_r + \frac{\delta E_r}{\delta r} + \frac{1}{r} \frac{\delta E_\theta}{\delta \theta} + \frac{\delta E_z}{\delta z} \right]_{z=0} = \left[- M' E_z + N' \left(\frac{1}{r} \frac{\delta E_r}{\delta z} + \frac{\delta^2 E_r}{\delta r \delta z} + \frac{1}{r} \frac{\delta^2 E_\theta}{\delta \theta \delta z} + \frac{\delta^2 E_z}{\delta z^2} \right) \right]_{z=0} \quad (184)$$

$$\epsilon v \left[\frac{1}{r} E_r + \frac{\delta E_r}{\delta r} + \frac{1}{r} \frac{\delta E_\theta}{\delta \theta} + \frac{\delta E_z}{\delta z} \right]_{z=\delta} = \left[M' E_z - N' \left(\frac{1}{r} \frac{\delta E_r}{\delta z} + \frac{\delta^2 E_r}{\delta r \delta z} + \frac{1}{r} \frac{\delta^2 E_\theta}{\delta \theta \delta z} + \frac{\delta^2 E_z}{\delta z^2} \right) \right]_{z=\delta} \quad (185)$$

En remplaçant E_r E_θ E_z par leurs valeurs données par les expressions (179) (180) (181) on obtient le système d'équation suivant :

$$A \left[\frac{-\epsilon v \lambda^2}{N} - \frac{\gamma_0^2 (M + \eta^2)}{\eta} \right] + B \frac{-\epsilon v \lambda^2}{N} + \gamma_0^2 \frac{(M + \eta^2)}{\eta} = C M'$$

$$Ae^{\eta\delta} \left[\frac{\epsilon v \lambda^2}{N} - \gamma_0^2 \frac{(M + \eta^2)}{\eta} \right] + Be^{-\eta\delta} \left[\frac{\epsilon v \lambda^2}{N} + \gamma_0^2 \frac{(M + \eta^2)}{\eta} \right] = CM'$$

La solution de ces deux équations nous donne les valeurs de A et B

$$A = \frac{CM'}{\Delta} \left[\gamma_0^2 \frac{M + \eta^2}{\eta} (e^{\eta\delta} - 1) + \frac{\epsilon v \lambda^2}{N} (e^{\eta\delta} + 1) \right] \quad (186)$$

$$B = \frac{CM'}{\Delta} \left[\gamma_0^2 \frac{M + \eta^2}{\eta} (e^{\eta\delta} - 1) + \frac{\epsilon v \lambda^2}{N} (e^{\eta\delta} + 1) \right] \quad (187)$$

$$\text{avec } \Delta = \left[\gamma_0^2 \frac{M + \eta^2}{\eta} - \frac{\epsilon v \lambda^2}{N} \right]^2 e^{\eta\delta} - \left[\gamma_0^2 \frac{M + \eta^2}{\eta} + \frac{\epsilon v \lambda^2}{N} \right]^2 e^{-\eta\delta} \quad (188)$$

Nous avons ainsi déterminé complètement les composantes des champs électriques et magnétiques.

Pour qu'il y ait oscillation spontanée à l'intérieur de notre structure à une fréquence donnée, deux conditions doivent être remplies :

- la somme des pertes doit être nulle à l'intérieur du silicium
- les champs doivent satisfaire aux conditions aux limites pour cette fréquence.

A l'extérieur du semiconducteur il ne peut exister de courant de conduction donc la composante radiale du courant de conduction doit disparaître sur le bord du semiconducteur soit :

$$J_r(R) = 0 \quad (189)$$

Exprimons cette condition :

$$\text{nous avons } \text{rot } \vec{H} = \vec{J}_c + j\omega\epsilon\vec{E}$$

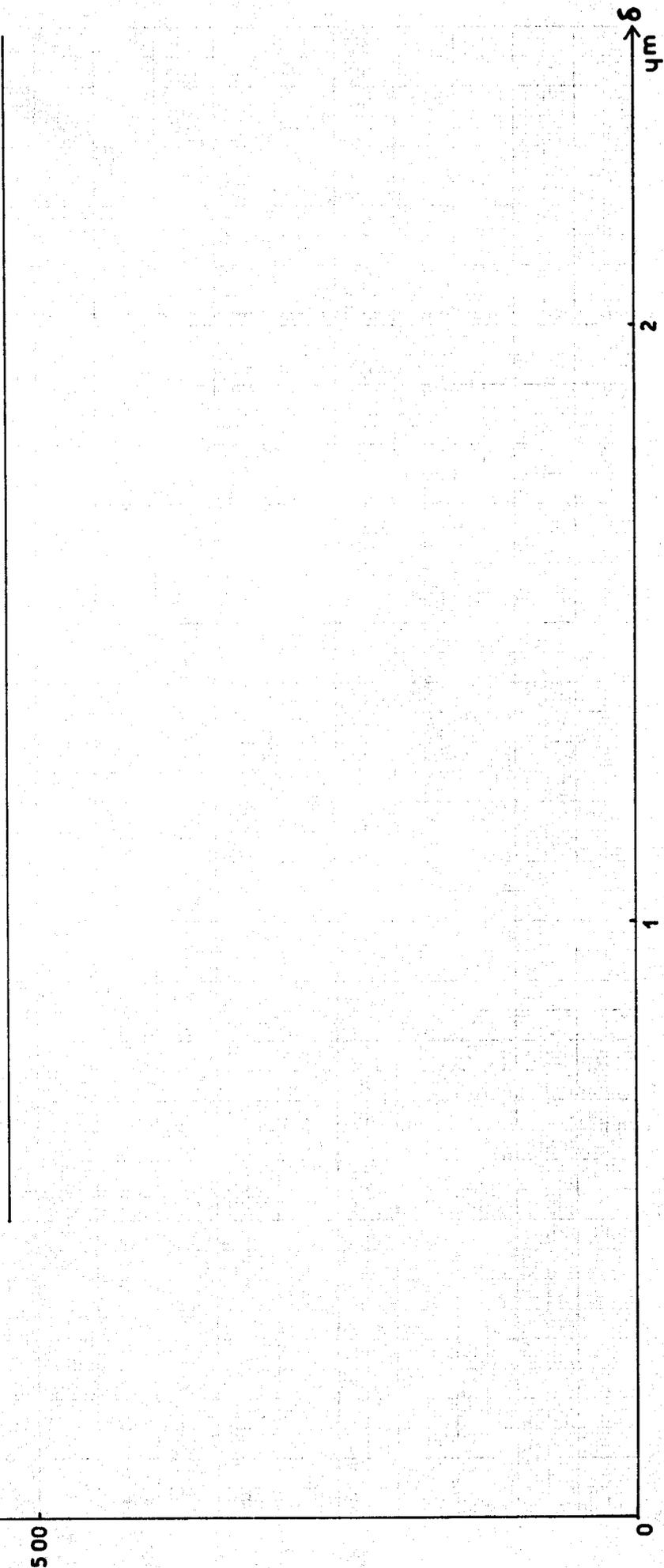
$$\text{donc } J_{c,r} = \text{rot}_r \vec{H} - j\omega\epsilon E_r$$

$$\text{soit } J_{c,r} = \frac{\delta H_\theta}{\delta z} - j\omega\epsilon E_r$$



λ
μm

FIGURE XXXXVI VARIATION DE LA LONGUEUR D'ONDE EN FONCTION DE L'ÉPAISSEUR



En reportant dans cette expression H_θ et E_r par leurs valeurs données par les expressions (183) et (179) nous obtenons :

$$J_c r = \frac{\gamma_0^2 + \omega^2 \mu \epsilon}{j\omega\mu} J'_p(\lambda r) \sin(\rho\theta + \psi) \left[A e^{\eta z} + B e^{-\eta z} \right]$$

La condition aux limites (189) est donc vérifiée si :

$$J'_p(\lambda r) = 0 \text{ ou } \lambda \text{ est donné par l'expression (176)}$$

Si nous appelons a_{pi} la ième racine de l'équation $J'_p(x) = 0$ nous aurons oscillation si la condition $\lambda R = a_{pi}$ est satisfaite.

Exprimons cette relation compte tenu de la valeur de λ :

$$- \frac{j\omega\mu\epsilon\tau\omega^2 a}{j\omega\tau - 2} - j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon) = \frac{a^2 pi}{R^2}$$

$$j\omega\mu \frac{2\epsilon\tau\omega^2 a^2}{4 + \omega^2 \tau^2} - \sigma + \omega^2 \mu\epsilon \left[1 - \frac{\tau^2 \omega a^2}{4 + \omega^2 \tau^2} \right] = \frac{a^2 pi}{R^2}$$

Pour que cette équation soit satisfaite nous devons avoir :

$$\sigma = \frac{2\epsilon\tau\omega a^2}{4 + \omega^2 \tau^2} \tag{190}$$

et :

$$\omega^2 \mu\epsilon \left[1 - \frac{\tau^2 \omega a^2}{4 + \omega^2 \tau^2} \right] = \frac{a^2 pi}{R^2} \tag{191}$$

La première condition exprime que la somme des pertes doit être nulle et si cette condition est satisfaite la fréquence d'oscillation nous est donnée par la relation (191) soit :

$$F^2 = \Phi + \sqrt{\Phi^2 + \frac{a^2 pi c^2}{4\pi^4 R^2 \epsilon\tau^2}}$$

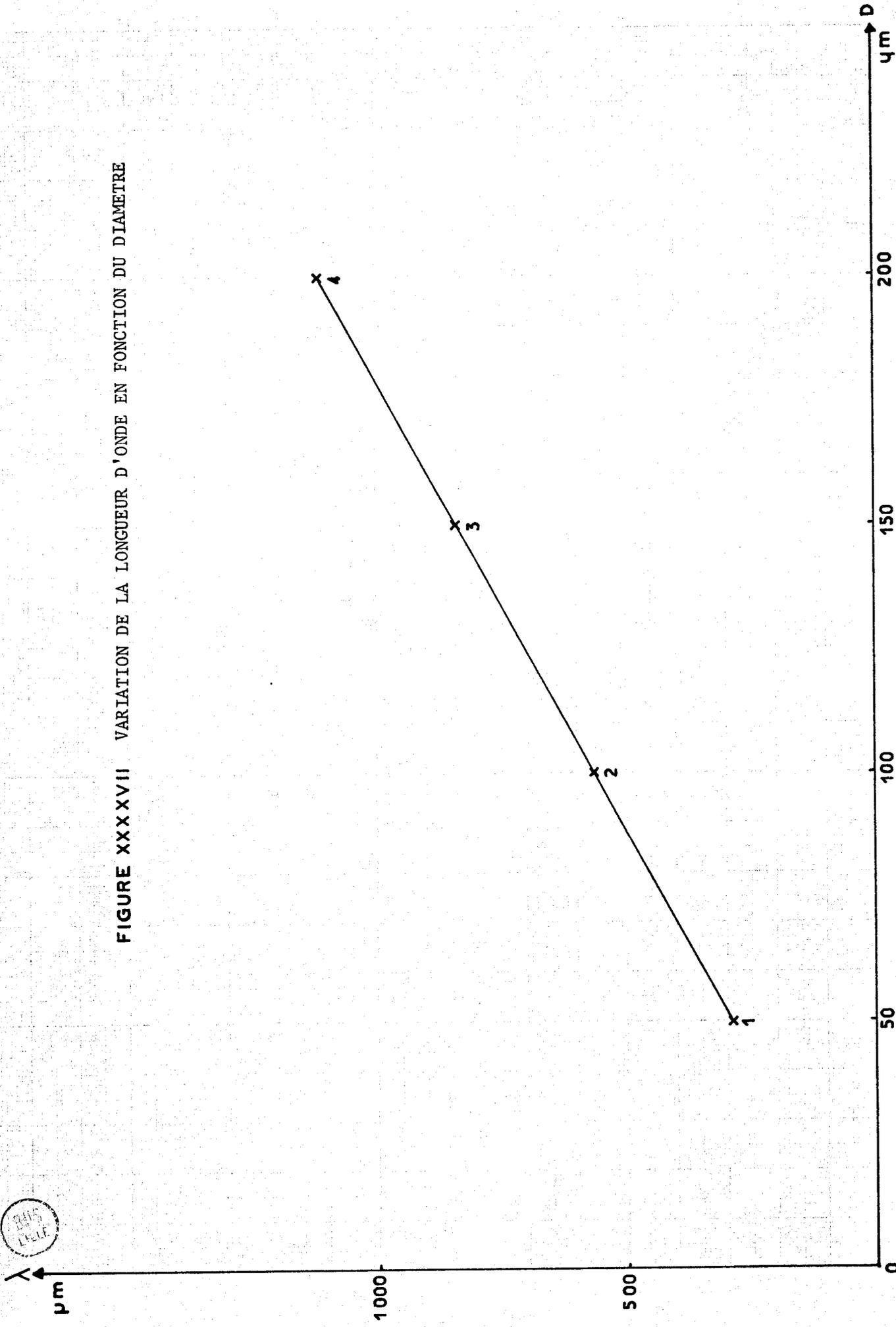
$$\text{avec } \Phi = \frac{Fa^2}{2} + \frac{a^2 pi c^2}{8\pi^2 R^2 \epsilon\tau} - \frac{1}{2\pi^2 R^2}$$

$$Fa = \frac{\omega a}{2\pi}$$

ϵ = permittivité relative du semiconducteur



FIGURE XXXXVII VARIATION DE LA LONGUEUR D'ONDE EN FONCTION DU DIAMETRE



La plus basse des fréquences d'oscillation qui correspond donc au mode fondamental est obtenu pour la valeur minimum de a_{pi} . Cette valeur est :

$$a_{pi} = a_{11} = 1,8412$$

Nous représentons sur la figure XXXXVI des variations de la longueur d'onde d'oscillation possible en fonction de l'épaisseur du semiconducteur. Nous choisissons un diamètre de 100 μm et nous injectons une densité de courant de 1000 A/cm^2 . On constate sur cette figure, que la fréquence d'oscillation est pratiquement indépendante de l'épaisseur du semiconducteur. Elle est de 560 GHz. Nous savons que :

$$F_a^2 = \frac{\alpha' v J_o}{2\pi^2 \epsilon} \quad \text{donc } F_a^2 = K J_o \text{ ou } J_o \text{ est la densité de courant qui tra-}$$

verse la diode. Pour des échantillons moyens nous avons :

$$K = 10^{17} \frac{\text{Hz}^2 \cdot \text{cm}^2}{\text{A}}$$

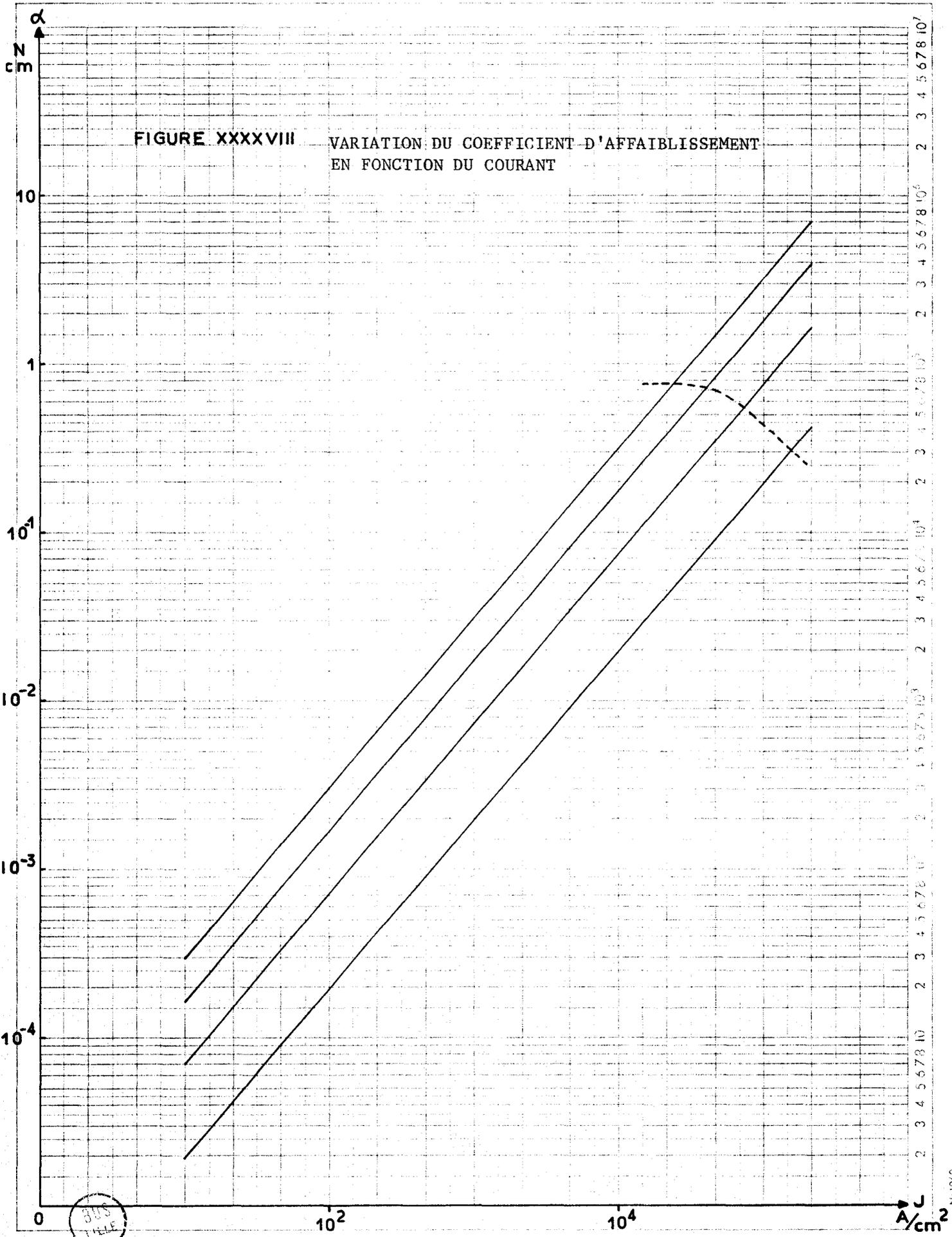
donc si l'on se limite à des densité de courant résonable on constate que $F_a \ll F$. On peut en déduire que la fréquence d'oscillation est pratiquement indépendante du courant. Dans ces conditions en première approximation les fréquences d'oscillation possibles sont données par :

$$F_{pi}^2 = \frac{a_{pi}^2 c^2}{4\pi^2 R^2 \epsilon r} \quad (193) \text{ soit } \lambda_{pi} = \frac{\pi \sqrt{\epsilon r D}}{a_{pi}} \quad (194)$$

avec : $D = 2R$

Nous pouvons, à partir de la relation (192) calculer pour $J = 1000 \text{ A}/\text{cm}^2$ les longueurs d'onde d'oscillation pour différents diamètres de la structure. Les résultats obtenus sont rassemblés sur la figure XXXXVII. On remarque que la longueur d'onde varie linéairement en fonction du diamètre comme le montre la formule (194) dans laquelle nous avons négligé les effets dus à l'avalanche.

FIGURE XXXXVIII VARIATION DU COEFFICIENT D'AFFAIBLISSEMENT EN FONCTION DU COURANT



305
11/11

Pour qu'il y ait oscillation spontanée à ces différentes fréquences il faut que la conductivité négative, apportée par la diode, compense les pertes internes au semiconducteur. Cette conductivité négative peut se calculer à partir de l'expression (190). Nous avons préféré déterminer le coefficient d'absorption équivalent α qui sera ici négatif soit :

$$\alpha = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \sqrt{\epsilon_r} c.} \quad (195)$$

Nous représentons sur la figure XXXXVIII les variations de α en Napers/cm en fonction de la densité de courant qui traverse la structure pour les différentes fréquences obtenues précédemment. On constate que le coefficient d'absorption α est directement proportionnel au courant. Sur cette même figure nous représentons en pointillés, les valeurs du coefficient d'absorption (positif) déterminé expérimentalement ^x aux fréquences correspondantes pour un semiconducteur au silicium relativement intrinsèque ($\Omega = 100$ cm). On peut ainsi estimer facilement la densité de courant nécessaire pour déclencher les oscillations. Remarquons que dans cette étude, nous n'avons pas considéré les pertes par rayonnement qui, nous l'avons vu dans le chapitre précédent peuvent être importantes, et permettent le couplage de l'oscillateur au circuit extérieur.

5.4. Etude expérimentale

Quelques essais ont été réalisés au Laboratoire (27) à l'aide d'une diode B S 6 placée dans une monture en guide standard 4 mm identique à celle déjà employée par THERIOT (28). Cette diode est polarisée en statique au coude de l'avalanche et reçoit des impulsions de courant d'amplitude comprise entre 0 et 20 Ampères. Ces impulsions ont une largeur de 200 nS et la fréquence de répétition est réglable de 1 à 5 KHz. Cette modulation permet de réaliser une détection synchrone. La mesure de la longueur d'onde d'émission est effectuée à l'aide d'un interféromètre de Michelson.

* Résultats obtenus par Monsieur et Madame VINDEVOGHEL et je les en remercie.

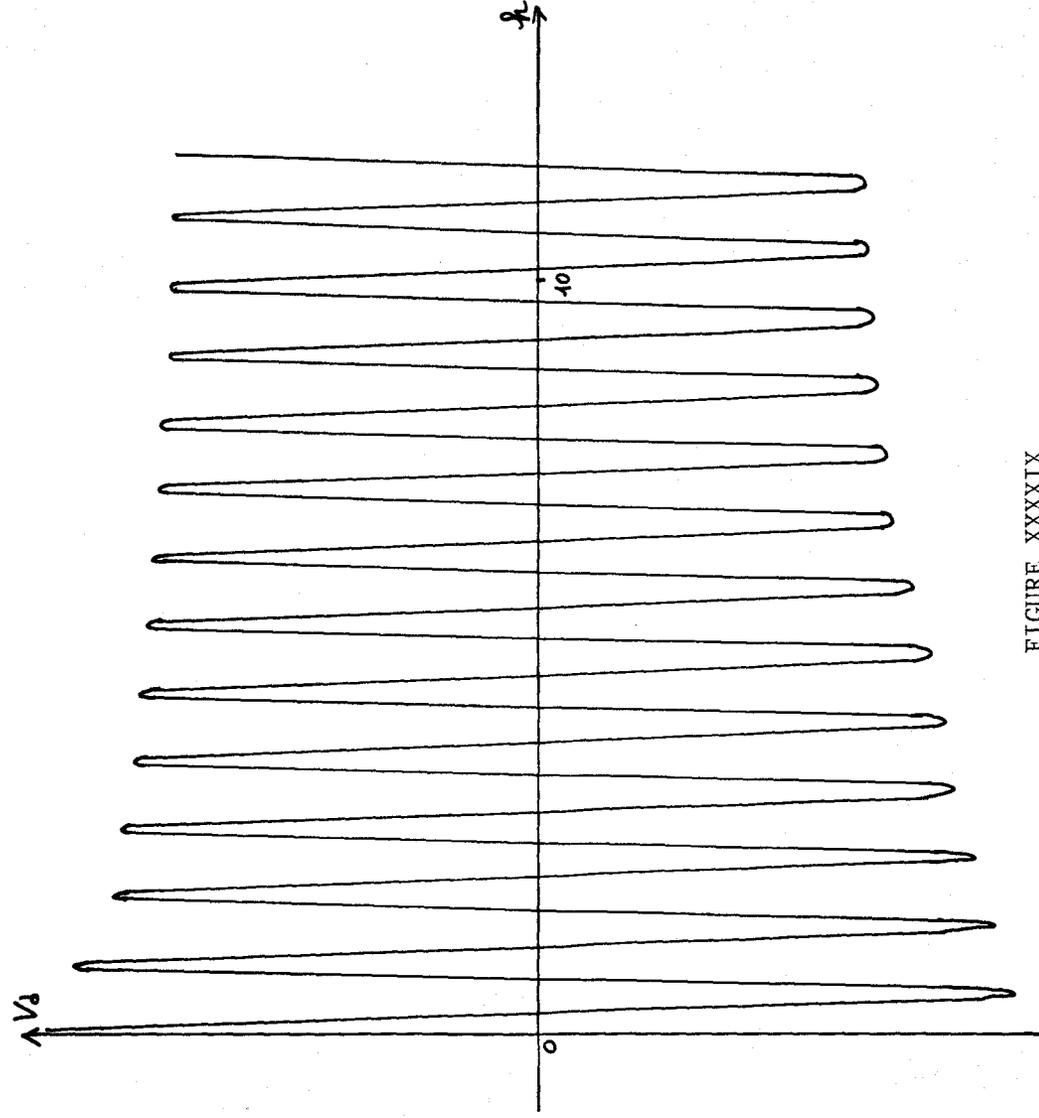


FIGURE XXXIX

INTERFEROGRAMME OBTENU AVEC LA DIODE B S 6



La figure XXXIX montre le résultat de l'interférogramme obtenu avec cette diode parcourue par un courant de 20 A crête. La longueur d'onde mesurée est de 1,818 μm ce qui correspond à une fréquence de 165 GHz.

La diode B S 6 ayant un diamètre de 130 μ l'application de la formule (193) nous donne les résultats suivants :

$$\begin{array}{llll} F_{11} = 408 \text{ GHz} & F_{21} = 677 \text{ GHz} & F_{02} = 850 \text{ GHz} & F_{31} = 935 \text{ GHz} \\ \lambda_{11} = 734 \mu & \lambda_{21} = 443 \mu & \lambda_{21} = 351 \mu & \lambda_{31} = 320 \mu \end{array}$$

Nous ne retrouvons donc pas la fréquence mesurée expérimentalement. Remarquons cependant que le système de mesure utilisé ne permet pas de détecter facilement la présence de fréquences aussi élevées que F_{11} , F_{21} , F_{02} ^{*}. Il est peut être possible de supposer cependant, que la diode, étant non linéaire, permet d'obtenir les fréquences sommes et différences de ces harmoniques. Dans ce cas, si l'on considère le battement entre les fréquences F_{21} et F_{02} on obtient une fréquence intermédiaire de 163 GHz ce qui peut donc expliquer le résultat de la mesure. Il est bien évident que cette interprétation devra être confirmée par des études plus élaborées, qui permettent peut être de mettre en évidence cette génération spontanée, dans le semiconducteur en avalanche d'ondes hyperfréquences.

* En particulier, la porcelaine formant le boîtier est très absorbante à ces fréquences.

C O N C L U S I O N

--oooOooo--

Le travail présenté ici est une contribution à l'étude des lignes microstrips en hyperfréquences et de quelques unes de leurs applications.

Nous nous sommes tout d'abord intéressés à la détermination des propriétés des résonateurs en anneaux. La méthode de calcul choisie a favorisé la compréhension des phénomènes physiques et a facilité l'interprétation des résultats expérimentaux obtenus. Nous avons développé par la même méthode, l'étude de quelques applications intéressantes de ce type de résonateurs (filtre à accord électronique, oscillateurs, wobulateur) en considérant le cas où dans ces structures sont intégrées des diodes semiconductrices de type "avalanche" ou "varactor". L'étude expérimentale menée conjointement a permis de confirmer les prévisions théoriques obtenues par notre méthode de calcul. D'autres applications peuvent être envisagées et méritent d'être étudiées. Nous pensons en particulier, à des multiplicateurs de fréquences utilisant des éléments à caractéristiques non linéaires comme les diodes à avalanche, ainsi qu'à des multioscillateurs de puissance élevée comportant plusieurs éléments actifs intégrés dans le résonateur.

Nous avons par ailleurs déterminé théoriquement les fréquences de résonance d'une cavité circulaire en structure microstrip et nous avons confirmé expérimentalement par des mesures les résultats obtenus. Le problème du couplage de ce résonateur avec une ligne de transmission est cependant difficile à résoudre vu la complexité des calculs. L'expérience y apportera sans doute une solution.

Enfin, l'étude tridimensionnelle concernant un semiconducteur cylindrique en régime d'avalanche permet d'envisager des développements ultérieurs intéressants. Elle montre la possibilité de réaliser dans un proche avenir des oscillateurs millimétriques et submillimétriques de puissance.

ANNEXE I.

=====

Les équations de Maxwell deviennent moyennant les hypothèses simplificatrices énoncées précédemment :

$$\frac{1}{r} \frac{\delta H_z}{\delta \theta} = j\omega \epsilon E_r \quad (105)$$

$$\frac{\delta H_z}{\delta r} = j\omega \epsilon E_\theta \quad (106)$$

$$\frac{H_\theta}{r} + \frac{\delta H_\theta}{\delta r} - \frac{1}{r} \frac{\delta H_r}{\delta \theta} = j\omega \epsilon E_z \quad (107)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\delta E_z}{\delta \theta} = -j\omega \mu H_r \quad (108)$$

$$\frac{\delta E_z}{\delta r} = j\omega \mu H_\theta \quad (109)$$

$$\frac{E_\theta}{\delta r} + \frac{E_r}{r} - \frac{1}{r} \frac{\delta E_r}{\delta \theta} = j\omega \mu H_z \quad (110)$$

Les conditions aux limites nous imposent d'avoir :

$$E_r = E_\theta = 0 \quad \text{pour } Z = 0 \quad \text{donc étant donné nos hypothèses :}$$

$$E_r = E_\theta = 0 \quad \text{quel que soit } Z.$$

Les équations précédentes se réduisent donc au système suivant :

$$\frac{H_\theta}{r} + \frac{\delta H_\theta}{\delta r} - \frac{1}{r} \frac{\delta H_r}{\delta \theta} = j\omega \epsilon E_z \quad (111)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\delta E_z}{\delta \theta} = j\omega \mu H_r \quad (112)$$

$$\frac{\delta E_z}{\delta r} = j\omega \mu H_\theta \quad (113)$$

En reportant les valeurs de H_r et H_θ tirées des équations (112) et (113) dans la relation (111) nous obtenons :

$$\frac{1}{r} \frac{\delta E_z}{\delta r} + \frac{\delta^2 E_z}{\delta r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\delta^2 E_z}{\delta \theta^2} = -\omega^2 \mu \epsilon E_z \quad (114)$$

Pour résoudre cette équation différentielle du second ordre nous utiliserons la méthode classique dite de séparations des variables.

Nous poserons donc :

$$E_z = f \cdot g \quad (115) \text{ où } f \text{ est une fonction qui ne dépend que de } r \\ g \text{ est une fonction qui ne dépend que de } \theta$$

en reportant cette expression dans l'équation (114) elle devient :

$$\frac{g}{r} \frac{df}{dr} + g \frac{d^2 f}{dr^2} + \frac{f}{r^2} \frac{d^2 g}{d\theta^2} = -\omega^2 \mu \epsilon f g \quad (116)$$

Soit en divisant par $\frac{f \cdot g}{r^2}$ si $f \cdot g$ est différent de zéro.

$$\frac{r}{f} \frac{df}{dr} + \frac{r^2}{f} \frac{d^2 f}{dr^2} + \frac{1}{g} \frac{d^2 g}{d\theta^2} = -\omega^2 \mu \epsilon r^2$$

Nous sommes en présence d'une équation différentielle qui présente deux termes :

- un premier qui ne dépend que de r
- un second qui ne dépend que de θ

Donc s'il existe une solution à cette équation et doit satisfaire :

$$\frac{1}{rf} \frac{df}{dr} + \frac{1}{r} \frac{d^2 f}{dr^2} - \frac{p^2}{r^2} = -\omega^2 \mu \epsilon \quad (117)$$

$$\frac{1}{g} \frac{d^2 g}{d\theta^2} = -p^2 \quad (118)$$

où p est une constante d'intégration.

La solution de l'équation (116) est évidente et prend la forme de :

$$g = A \sin (p\theta + \psi) \quad (119)$$

ou A et ψ sont des constantes arbitraires déterminées par les conditions aux limites.

L'équation (115) peut s'écrire :

$$\frac{d^2 f}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{df}{dr} + \left(\omega^2 \mu \epsilon - \frac{p^2}{r^2} \right) f = 0$$

C'est alors une équation de Bessel dont la solution est :

$$f = B J_p (\sqrt{\omega^2 \mu \epsilon} r) + C Y_p (\sqrt{\omega^2 \mu \epsilon} r) \quad (120)$$

La solution générale de E_z s'obtient donc en reportant les formes de f et g (119) et (120) dans l'expression (115).

$$E_z = A \sin (p\theta + \psi) \left[B J_p (\sqrt{\omega^2 \mu \epsilon} r) + C Y_p (\sqrt{\omega^2 \mu \epsilon} r) \right] \quad (121)$$

Les expressions de H_r et H_θ tirées des équations (112) et (113) deviennent :

$$H_r = - \frac{p}{j\omega\mu} A \cos (p\theta + \psi) \frac{B J_p (\sqrt{\omega^2 \mu \epsilon} r) + C Y_p (\sqrt{\omega^2 \mu \epsilon} r)}{r} \quad (122)$$

$$H_\theta = \frac{1}{j\omega\mu} A \sin (p\theta + \psi) \left[B J'_p (\sqrt{\omega^2 \mu \epsilon} r) + C Y'_p (\sqrt{\omega^2 \mu \epsilon} r) \right] \quad (123)$$

ANNEXE II.
=====

I. EQUATIONS FONDAMENTALES

Le calcul des propriétés électriques d'un semiconducteur nécessite la détermination du champ électrique, des densités de charges, des vitesses des porteurs libres, ceci connaissant le profil de diffusion des impuretés et le potentiel appliqué au semiconducteur.

Or, les équations qui régissent le fonctionnement des diodes à avalanche sont les équations classiques de la physique des semiconducteurs où l'on tient compte des conditions particulières à l'avalanche (20).

1.1. Equations des charges :

On utilise l'équation de continuité de courant en tenant compte de l'apparition de paires électrons-trou dues à l'avalanche.

En négligeant, la génération thermique des porteurs libres, en supposant que le taux d'ionisation des électrons et des trous est le même, et que ces porteurs ont la même vitesse v, les équations des charges se résument à :

$$\frac{\delta p}{\delta t} = - \frac{1}{q} \operatorname{div} \vec{J}_p + \alpha v (n + p)$$

$$\frac{\delta n}{\delta t} = - \frac{1}{q} \operatorname{div} \vec{J}_n + \alpha v (n + p)$$

où J_n et J_p sont les densités de courant dues aux électrons et aux trous

v la vitesse des porteurs

n et p la densité des porteurs

α le taux d'ionisation des porteurs

1.2. Equations des courants

Le courant total est la somme d'un courant de diffusion et d'un courant de conduction ; le premier est du au gradient de la charge d'espace, le second au déplacement des charges sous l'effet du champ élec-

trique ; mais comme ce dernier est intense on peut négliger le courant de diffusion par rapport au courant de conduction (21).

$$\text{d'où } \vec{J}_n = q \vec{V}_n$$

$$\vec{J}_p = q \vec{V}_p$$

II. ETABLISSEMENT DES EQUATIONS DE PROPAGATION

2.1. Hypothèses

Nous considérons un cylindre semiconducteur homogène d'épaisseur parallèle au plan x o y d'un système de coordonnées cylindrique r, θ , z. Nous supposons que le champ alternatif E_1 est petit devant E_0 . Dans ce cas nous pouvons développer $\alpha(E_1)$ au premier ordre :

$$\alpha |E| = \alpha (E_0) + \alpha' (|\vec{E} - \vec{E}_0|)$$

$\epsilon = E_0$

$$\text{ou } \vec{E} \cdot \vec{E} = (E_0 + E_{1z})^2 + E_{1x}^2 + E_{1y}^2$$

$$|\vec{E}|^2 = E_0^2 + 2 E_0 E_{1z} + E_{1z}^2 + E_{1x}^2 + E_{1y}^2 = E_0^2 + 2 E_0 E_{1z} + \epsilon^2$$

Comme nous nous limitons au premier ordre nous négligeons ϵ^2

$$|E|^2 - |E_0|^2 = 2 E_0 E_{1z}$$

$$(\vec{E} - \vec{E}_0) (\vec{E} + \vec{E}_0) = 2 E_0 E_{1z} \quad \text{ou } \vec{E} + \vec{E}_0 \neq 2 \vec{E}_0$$

donc : $(\vec{E} - \vec{E}_0) = E_{1z}$

d'où : $\alpha |E| = \alpha (E_0) + \alpha' E_{1z}$

$E = E_0$

après séparations des régimes statiques et dynamiques et en se limitant au premier ordre, et en tenant compte de la remarque faite pour α , nous obtenons (22)

$$\frac{d\vec{J}_1}{dt} = 2 \alpha_0 v \vec{J}_1 + 2 \alpha' v J_0 E_{1z} - \vec{v} \left(v \frac{\delta \rho_1}{\delta z} \right) \quad (141)$$

$$\text{rot } \vec{H}_1 = \vec{J}_1 + \epsilon \frac{\delta E_1}{\delta t} \quad (142)$$

$$\text{rot } \vec{E}_1 = - \mu \frac{\delta H_1}{\delta t} \quad (143)$$

$$\text{div } \vec{E}_1 = \frac{\rho_1}{\epsilon} \quad (144) \quad \text{div } \vec{B}_1 = 0 \quad (145)$$

Nous travaillons en régime sinusoïdal établi , ce qui permet de remplacer

$\frac{\delta}{\delta t}$ par $j\omega$. Nous poserons :

$$\omega a^2 = \frac{2 \alpha' v J_0}{\epsilon}$$

$$\text{d'où : } j\omega \vec{J}_1 = 2 \alpha_0 v \vec{J}_1 + \epsilon \omega^2 a E_{1z} \vec{k} - \epsilon v^2 \frac{\delta}{\delta z} (\text{div } \vec{E}_1) \vec{k}$$

\vec{k} est le vecteur unitaire dirigé selon O_z .

La condition d'avalanche s'exprime par $\alpha\delta = 1$ et si nous appelons τ le temps de transit des porteurs dans le semiconducteur nous avons $\delta = v\tau$ nous tirons donc :

$$\vec{J}_1 = \left[\frac{\epsilon \tau \omega a^2}{j\omega\tau - 2} E_{1z} - \frac{\epsilon v^2 \tau}{(j\omega\tau - 2)} \frac{\delta}{\delta z} (\text{div } \vec{E}_1) \right] \vec{k} + \sigma \vec{E}_1 \quad (146)$$

En reportant cette expression de \vec{J}_1 dans les équations de Maxwell nous obtenons :

$$\text{rot } \vec{H}_1 = \left[\frac{\epsilon \tau \omega a^2}{j\omega\tau - 2} E_{1z} - \frac{\epsilon v^2 \tau}{j\omega\tau - 2} \frac{\delta}{\delta z} (\text{div } \vec{E}_1) \right] \vec{k} + (\sigma + j\omega\epsilon) \vec{E}_1 \quad (147)$$

$$\text{rot } \vec{E}_1 = - j\omega\mu \vec{H}_1 \quad (148)$$

Nous abandonnerons l'indice 1 dans la suite du calcul tout en sachant que les différentes composantes sont alternatives.

Nous poserons pour alléger l'écriture :

$$\frac{j\omega\mu \epsilon\tau\omega a^2}{j\omega\tau - 2} = M \quad (149) \quad \text{et} \quad \frac{j\omega\mu \epsilon v\tau^2}{j\omega\tau - 2} = N \quad (150)$$

En décomposant les deux équations (147) et (148) selon leurs composantes nous obtenons :

$$\frac{1}{r} \frac{\delta H_z}{\delta \theta} - \frac{\delta H_\theta}{\delta z} = (\sigma + j\omega\epsilon) E_r \quad (151)$$

$$\frac{\delta H_r}{\delta z} - \frac{\delta H_z}{\delta r} = (\sigma + j\omega\epsilon) E_\theta \quad (152)$$

$$\frac{H_\theta}{r} + \frac{\delta H_\theta}{\delta r} - \frac{1}{r} \frac{\delta H_r}{\delta \theta} = \frac{M}{j\omega\mu} E_z - \frac{N}{j\omega\mu} - \frac{1}{r} \frac{\delta E_r}{\delta z} + \frac{\delta^2 E_r}{\delta r \delta z} + \frac{1}{r} \frac{\delta^2 E_\theta}{\delta \theta \delta z} + \frac{\delta^2 E_z}{\delta z^2} + (\sigma + j\omega\epsilon) E_z \quad (153)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\delta E_z}{\delta \theta} - \frac{\delta E_\theta}{\delta z} = -j\omega\mu H_r \quad (154)$$

$$\frac{\delta E_r}{\delta z} - \frac{\delta E_z}{\delta r} = -j\omega\mu H_\theta \quad (155)$$

$$\frac{E_\theta}{r} + \frac{\delta E_\theta}{\delta r} - \frac{1}{r} \frac{\delta E_r}{\delta \theta} = -j\omega\mu H_z \quad (156)$$

La solution générale de ce système d'équations différentielles peut toujours être décomposée en une solution correspondant à une onde T.E (transverse électrique $E_z = 0$) et une solution correspondant à une onde T.M (transverse magnétique, $H_z = 0$).

Nous n'étudierons ici que le cas d'une onde T.M car pour une onde T.E ($E_z = 0$) le terme M de l'équation (153) disparaît ce qui a pour conséquence de faire disparaître la possibilité d'obtenir une conductance négative.

Dans le cas d'une onde T.M les équations de propagation s'écrivent :

$$-\frac{\delta H}{\delta z} = (\sigma + j\omega\epsilon) E_r \quad (151)$$

$$\frac{\delta H_r}{\delta z} = (\sigma + j\omega\epsilon) E_\theta \quad (152)$$

$$\begin{aligned} \frac{H_\theta}{r} + \frac{\delta H_\theta}{\delta r} - \frac{1}{r} \frac{\delta H_r}{\delta \theta} = \frac{M}{j\omega\mu} E_z - \frac{N}{j\omega\mu} \frac{1}{r} \frac{\delta E_r}{\delta z} + \frac{\delta^2 E_r}{\delta r \delta z} + \frac{1}{r} \frac{\delta^2 E_\theta}{\delta \theta \delta z} + \frac{\delta^2 E_z}{\delta z^2} \\ + (\sigma + j\omega\epsilon) E_z \end{aligned} \quad (153)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\delta E_z}{\delta \theta} - \frac{\delta E_\theta}{\delta z} = j\omega\mu H_r \quad (154)$$

$$\frac{\delta E_r}{\delta z} - \frac{\delta E_z}{\delta r} = -j\omega\mu H_\theta \quad (155)$$

$$\frac{E_\theta}{r} + \frac{\delta E_\theta}{\delta r} - \frac{1}{r} \frac{\delta E_r}{\delta \theta} = 0 \quad (156)$$

Considérons les équations (151') et (155')

En dérivant la seconde par rapport à z nous obtenons :

$$\frac{\delta^2 E_r}{\delta z^2} - \frac{\delta^2 E_z}{\delta r \delta z} = \gamma_0^2 E_r \quad \text{avec } \gamma_0^2 = j\omega\mu (\sigma + j\omega\epsilon)$$

soit :

$$\frac{\delta^2 E_r}{\delta z^2} - \gamma_0^2 E_r = - \frac{\delta^2 E_z}{\delta r \delta z} \quad (157)$$

nous posons :

$$E_z = E'_z(r, \theta) f(z) \quad (158)$$

$$E_\theta = E'_\theta(r, \theta) g(z) \quad (159)$$

$$E_r = E'_r (r, \theta) H (z) \quad (160)$$

$$H_\theta = H'_\theta g' (z) \quad (161)$$

$$H_r = H'_r (r, \theta) h' (z) \quad (162)$$

En reportant dans l'équation (157) il vient :

$$E'_r \frac{\delta^2 h}{\delta z^2} - \gamma_0^2 h = \frac{\delta E'_z}{\delta r} \frac{\delta f}{\delta z}$$

pour satisfaire cette équation nous devons avoir :

$$E'_r = \frac{1}{k} \frac{\delta E'_z}{\delta r} \quad \text{ou } k \text{ est une constante}$$

d'où :

$$\frac{d^2 h}{dz^2} - \gamma_0^2 h = k \frac{df}{dz}$$

en reportant dans l'équation (155') nous tirons :

$$- j\omega \mu H_\theta = \frac{1}{k} \frac{\delta E'_z}{\delta r} \frac{dh}{dz} - \frac{\delta E'_z}{\delta r} f.$$

$$H_\theta = \frac{1}{j\omega \mu} \left[f - \frac{1}{k} \frac{dh}{dz} \frac{\delta E'_z}{\delta r} \right] \quad (163)$$

$$E_r = \frac{1}{k} \frac{\delta E'_z}{\delta r} h. \quad (164)$$

considérons maintenant les équations (152') et (154') ; elles donnent en appliquant la même méthode que précédemment :

$$E'_\theta = \frac{1}{k'r} \frac{\delta E'_z}{\delta \theta} \quad \text{où } k' \text{ est une constante.}$$

d'où : $\frac{d^2 g}{dz^2} - \gamma_0^2 g = k' \frac{\delta h}{dz}$ d'où :

$$E_\theta = \frac{1}{k'r} \frac{\delta E'z}{\delta \theta} g \quad (164)$$

$$H_r = \frac{1}{j\omega\mu} \left[\frac{1}{r} \frac{1}{k'} \frac{dg}{dz} - f \frac{\delta E'z}{\delta \theta} \right] \quad (165)$$

reportons ces valeurs dans l'expression (156')

$$\frac{1}{k'r^2} \frac{\delta E'z}{\delta \theta} g + \frac{1}{k'r} \frac{\delta^2 E'z}{\delta r \delta \theta} - \frac{1}{k'r^2} \frac{\delta E'z}{\delta \theta} g - \frac{1}{kr} \frac{\delta^2 E'z}{\delta r \delta \theta} h = 0$$

$$\frac{1}{r} \frac{\delta^2 E'z}{\delta r \delta \theta} \left[\frac{g}{k'} - \frac{h}{k} \right] = 0$$

donc nous devons avoir : $g = \frac{k'}{k} h.$

Les différentes composantes des champs peuvent alors s'écrire :

$$E_r = \frac{1}{k'} \frac{\delta E'z}{\delta r} g \quad (166)$$

$$E_\theta = \frac{1}{k'r} \frac{\delta E'z}{\delta \theta} g \quad (167)$$

$$H_r = \frac{1}{j\omega\mu} \left[\frac{1}{r} f - \frac{1}{k'} \frac{dg}{dz} - f \right] \frac{\delta E'z}{\delta \theta} \quad (168)$$

$$H_\theta = \frac{1}{j\omega\mu} \left[f - \frac{1}{k'} \frac{dg}{dz} \right] \frac{\delta E'z}{\delta r} \quad (169)$$

$$E_z = E'z f \quad (170)$$

avec la relation :

$$\frac{d^2 g}{dz^2} - \gamma_0^2 g = k' \frac{df}{dz} \quad (171)$$

Reportons ces différentes expressions dans l'équation (153') nous obtenons :

$$\left[f - \frac{1}{k'} \frac{dg}{dz} + \frac{N}{k'} \frac{dg}{dz} \right] \left[\frac{1}{r} \frac{\delta E'z}{\delta r} + \frac{\delta^2 E'e}{\delta r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\delta^2 E'z}{\delta \theta^2} \right] = \left[(M + \gamma_0^2) f - N \frac{d^2 f}{dz^2} \right] E'z \quad (172)$$

Nous obtenons ainsi une équation où nous avons séparé la variable z des variables r et θ . Pour que cette équation soit satisfaite nous devons donc avoir :

$$\frac{1}{r} \frac{\delta E'z}{\delta r} + \frac{\delta^2 E'z}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta^2 E'z}{\delta \theta^2} = - \gamma^2 E'z \quad (173) \text{ ou } \lambda \text{ est une constante}$$

$$\text{et } - \lambda^2 \left[f - \frac{1}{k'} \frac{dg}{dz} (N-1) \right] = (M + \gamma_0^2) f - N \frac{d^2 f}{dz^2} \quad (174)$$

auxquelles nous devons associer l'équation (171)

La résolution des deux équations (171) et (174) donne pour g (z) une solution de la forme :

$$g(z) = Ae^{\eta z} + Be^{-\eta z} \quad (175)$$

ce qui reporté dans l'équation (171) donne :

$$\eta^2 \left[Ae^{\eta z} + Be^{-\eta z} \right] - \gamma_0^2 \left[Ae^{\eta z} + Be^{-\eta z} \right] = k' \frac{df}{dz}$$

$$\text{d'où : } f = \frac{\eta^2 - \gamma_0^2}{k' \eta} \left[Ae^{\eta z} - Be^{-\eta z} \right] + C \quad (175')$$

où A, B et C sont des constantes d'intégration.

reportons les valeurs de f et g dans l'expression (174) nous obtenons :

$$\left[\left(\eta^2 - \frac{\lambda^2 + M + \gamma_0^2}{N} \right) \frac{\eta^2 - \gamma_0^2}{k' \eta} - \frac{\eta \lambda^2}{k'} \frac{N - 1}{N} \right] \left(A e^{\eta z} - B e^{-\eta z} \right) - \frac{\lambda^2 + M + \gamma_0^2}{N} C = 0$$

La constante C ne pouvant être nulle à cause des conditions aux limites comme nous le verrons par la suite. Nous devons donc satisfaire les deux conditions suivantes :

$$\lambda^2 = - (M + \gamma_0^2) \tag{176}$$

$$\frac{\eta(\eta^2 - \gamma_0^2)}{k'} - \frac{\eta \lambda^2 (N - 1)}{k' N} = 0$$

soit encore :

$$\eta^2 = \gamma_0^2 + (M + \gamma_0^2) \frac{(1-N)}{N} \tag{177}$$

Pour avoir les expressions complètes des champs nous devons encore résoudre l'équation (173) à savoir :

$$\frac{1}{r} \frac{\delta E' z}{\delta r} + \frac{\delta^2 E' z}{\delta r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\delta^2 E' z}{\delta \theta^2} + \lambda^2 E' z = 0.$$

pour résoudre cette équation nous poserons :

$$E' z = R (r) \cdot \Theta (\theta) \text{ d'ou en reportant nous obtenons :}$$

$$\frac{r}{R} \frac{DR}{dr} + \frac{r^2}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{\Theta} \frac{d^2 \Theta}{d\theta^2} + \lambda^2 r^2 = 0$$

nous avons ainsi séparé les variables ce qui entraîne que nous devons avoir :

$$\frac{1}{\Theta} \frac{d^2 \Theta}{d\theta^2} = - p^2 \text{ et } \frac{r}{R} \frac{dR}{dr} + \frac{r^2}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} - p^2 + \lambda^2 r^2 = 0$$

la solution de la première équation est évidente :

$$\Theta = D \sin (p\theta + \psi) \text{ ou } D \text{ et } \psi \text{ sont des constantes.}$$

La seconde équation peut être écrite sous la forme :

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + \lambda^2 - \frac{\rho^2}{r^2} R = 0.$$

C'est une équation de Bessel dont la solution est :

$$R = K J_p (\lambda r) + K' Y_p (\lambda r)$$

Le second terme est impossible car il tend vers l'infini pour $r = 0$ nous devons donc avoir :

$$K' = 0$$

d'où :

$$R = k J_p (\lambda r) \quad (178)$$

Nous pouvons donc déterminer les expressions de toutes les composantes des champs électriques et magnétiques. A partir des expressions :

166, 167, 168, 169, 170, 175, 175' et 178 nous obtenons :

$$E_r = J'_p (\lambda r) \sin (\theta_p + \psi) \left[A'e^{\eta z} + B'e^{-\eta z} \right] \quad (179)$$

$$E_\theta = \frac{p}{r} J_p (\lambda r) \cos (\theta_p + \psi) \left[A'e^{\eta z} + B'e^{-\eta z} \right] \quad (180)$$

$$E_z = \frac{\eta^2 - \gamma_0^2}{\eta} J_p (\lambda r) \sin (\theta_p + \psi) \left[A'e^{\eta z} - B'e^{-\eta z} \right] + C' J_p (\lambda r) \sin (\theta_p + \psi) \quad (181)$$

$$H_r = \frac{p}{j \omega \mu} \frac{\gamma_0^2}{\eta} \cos (\theta_p + \psi) \frac{J_p (\lambda r)}{r} \left[A'e^{\eta z} - B'e^{-\eta z} \right] - \frac{C' p}{j \omega \mu} \frac{J_p (\lambda r)}{r} \cos (\theta_p + \psi) \quad (182)$$

$$H_{\theta} = \frac{-\gamma_0^2}{j\omega\mu\eta} J'_p(\lambda r) \sin(p\theta + \psi) \left[A'e^{\eta z} - B'e^{-\eta z} \right] + \frac{C'}{j\omega\mu} J'_p(\lambda r) \sin(p\theta + \psi) \quad (183)$$

$$H_z = 0$$

avec :

$$A' = \frac{KDA}{k'} \quad B' = \frac{KDB}{k'} \quad C' = KDC.$$

$$\eta^2 = \gamma_0^2 + (M + \gamma_0^2) \frac{1 - N}{N} \quad \lambda^2 = -M - \gamma_0^2$$

$$M = \frac{j\omega\mu \epsilon\tau\omega a^2}{j\omega\tau - 2} \quad N = \frac{j\omega\mu \epsilon v^2 \tau}{j\omega\tau - 2}$$

B I B L I O G R A P H I E

--oooOooo--

- (1) RM BARNET et MH BARNES "Microwave printed circuits" Radio and TV News ;
Radio-électronique Engineering Section, Vol 46 pp 16,31 ; Sept.1951
- (2) F.ASSADAURIAN et E.RIMAI "Simplified théorie of microstrip transmission
system". Proceeding of the I.R.E. vol 40 N° 12 pp 1651-1657,
Déc. 1952
- (3) H.A WHEELER "Transmission - line properties of parallel Strip Separated
by a diélectr-Shett" I.E.E.E. T.M.T.T. Vol M.T.T. 13 pp 173-185
Mars 1965.
- (4) H.A WHEELER "Transmission-line properties of parallel wide strip by a
conformal-mapping approximation. I.E.E.E. T.M.T.T. Vol M.T.T.
12 Mars 1964, pp 280-289.
- (5) FRAZITA R.F. "Transmission-line properties of coplanar parallel strips
on a dielectric sheet, M.S. Thesis, Polytechnique Institute
of BROOKLYN 1965.
- (6) A. SCHWARZMANN "Microstrip plus équations adds up to fast designs"
Electronics Oct 1967, pp 109-112.
- (7) PUCEL, R.A., Masse, D.J., and HARTWIG.C.P. "Lasses im microstrip" Ibid.,
1968, M.T.T. 16 p 342-350.
- (8) Measurement techniques in microstrip : P TROUGHTON. Electronics letters
Vol 5 N° 2. Janv. 1969 pp 25-26

- (9)
R. LEWIN, Radiation from discontinuités in strip line" I.E.E.M. N° 358E
1960 pp 163-169.
- (10)
J.C VANDENHEKKE "Sur la réalisation et l'étude de cavités annulaires en
structure microstrip". Rapport de stage Juin 1970.
- (11)
HEWLETT PACKARD "High frequency circuit design using Scatteming parametters"
p 15.
- (12)
B. BOITTLAUX "De l'impédance hyperfréquence présentée par un semiconducteur
en avalanche" Thèse de 3ème cycle Oct. 1968.
- (13)
R. DESSERT "Application aux hyperfréquences des diodes semiconductrices
en régime d'avalanche" Acta electronica Vol 12 N° 3, 1969 pp
- (14)
E. ALLAMANDO, E.CONSTANT, G.SALMER "Propriétés hyperfréquences des diodes
à avalanches Acta electronica Vol 12 N° 3, 1969, pp 211-253
- (15)
J.P PARNEIX "Contribution à l'étude des résonateurs en anneau en structure
microstrip" D.E.A. Juillet 1971
- (16)
J.PRIBETICH Thèse 3ème cycle à paraître
- (17)
J.WATKINS "Circular résonant structures in microstrip" Electronics letters
16 Oct. 1969 Vol. 5 N° 21 pp 524-525.
- (18)
E. CONSTANT, A.SEMICHON "onde électrique, pp 496-497, Juillet 1968.
- (19)
M. CHIVE, J.L.VATERKOWSKI, E. CONSTANT "Propagation des ondes électromagné-
tiques dans un semiconducteur en avalanche. C.R. Ac. Sc. PARIS
t. 269 p 805-808. Octobre 1969.

(20)

WOPFF.P.A. Phys Rev. 1954, 95, p 1415

(21)

B. BOITTIAUX Thèse 3ème cycle p. 11 Octobre 1968

(22)

J.L. VATERKOWSKI D.E.A. pp 12-13, Juillet 1969

(23)

B. BOITTIAUX Thèse 3ème cycle p. 98 Octobre 1968

(24)

C. KITTEL Introduction to solid state physics Chap. 8 pp 227-229

(25)

H.F. WOLF Silicon semiconductor data Pergamon press p 112-113

(26)

B. LAX Proc. Int. Conf. Semi-cond. Phys. Ac. Press NEW-YORK 1963

(27)

P. DESCHEERDER D.E.A. 1971 LILLE pp 3-5.

(28)

J.M. THERIOT D.E.S. LILLE 1966