

UNIVERSITÉ DES SCIENCES
ET TECHNIQUES DE LILLE

CENTRE DE 3^e CYCLE D'ÉLECTRONIQUE

THÈSE DE 3^e CYCLE



Multiplication de fréquence
dans un semiconducteur
en régime d'avalanche

Membres du Jury : M. MORIAMEZ Président
M. SALMER Rapporteur
M. CONSTANT Examineur
M. SEMICHON Invité

Présentée à Lille, le 29 Juin 1971

par

Guy VANBORREN

DOYENS HONORAIRES

MM. H. LEFEBVRE, PARREAU

PROFESSEURS HONORAIRES

M. ARNOULT, Mme BEAUJEU, MM. BEGHIN, BROCHARD, CAU, CHAPPELON, CHAUDRON, CORDONNIER, DEHEUVELS, DEHORNE, DEHORS, FAUVEL, FLEURY, P. GERMAIN, HEIM DE BALSAC, HOCQUETTE, KAMPE DE FERIET, KOURGANOFF, LAMOTTE, LELONG, Mme LELONG, MM. LIEBAERT, MARTINOT-LAGARDE, MAZET, MICHEL, NORMANT, PARISELLE, PASCAL, PAUTHENIER, PEREZ, ROIG, ROSEAU, ROUBINE, ROUELLE, WIEMAN, ZAMANSKY.

PROFESSEURS TITULAIRES

M. ANGRAND Jean Pierre	Géographie et Aménagement Spatial
M. BACCHUS Pierre	Astronomie et Calcul Numérique
M. BEAUFILS Jean Pierre	Chimie Générale
M. BECART Maurice	I.U.T. Lille
M. BLOCH Vincent	Psychophysiologie
M. BIAYS Pierre	Géographie et aménagement Spatial
M. BONNEMAN Pierre	Chimie Industrielle
M. BONTE Antoine	Géologie Appliquée
M. BOUGHON Pierre	Mathématiques
M. BOURIQUET Robert	Biologie Végétale
M. CAPET Marcel-Francis	Institut de Préparation aux Affaires
M. CELET Paul	Géologie Générale
M. CONSTANT Eugène	Electronique
M. CORSIN Pierre	Paléobotanique
M. DECUYPER Marcel	Mathématiques
M. DEDECKER Paul	Mathématiques
M. DEFRETIN René	Biologie Animale - Directeur de l'Institut de Biologie Maritime de Wimereux
M. DELATTRE Charles	Géologie Générale

M. DURCHON Maurice	Biologie Animale
M. FLATRES Pierre	Géographie et Aménagement Spatial
M. FOURET René	Physique
M. GABILLARD Robert	Electronique
M. GEHU Jean Marie	Institut Agricole
M. GLACET Charles	Chimie Organique
M. GONTIER Gérard	Mécanique des Fluides
M. GUILLAUME Jean	Biologie Végétale
M. HEUBEL Joseph	Chimie Minérale
Mme LENOBLE Jacqueline	Physique
M. MONTREUIL Jean	Chimie Biologique
M. POUZET Pierre	I.U.T. Lille
Mme SCHWARTZ Marie Hélène	Mathématiques
M. TILLIEU Jacques	Physique
M. TRIDOT Gabriel	Chimie Minérale Appliquée
M. VIDAL Pierre	Automatique
M. VIVIER Emile	Biologie Animale
M. WATERLOT Gérard	Géologie et Minéralogie
M. WERTHEIMER Raymond	Physique

PROFESSEURS A TITRE PERSONNEL

M. BOUISSET Simon	Physiologie Animale
M. DELHAYE Michel	Chimie Physique et Minérale 1er Cycle
M. LEBEUN André	Electronique
M. LINDER Robert	Biologie Végétale
M. LUCQUIN Michel	Chimie Physique
M. PARREAU Michel	Mathématiques
M. PRUDHOMME Rémy	Sciences Economiques et Sociales
M. SAVARD Jean	Chimie Générale
M. SCHALLER François	Biologie Animale
M. SCHILTZ René	Physique

PROFESSEURS SANS CHAIRE

M. BELLET Jean	Physique
M. BODARD Marcel	Biologie Végétale
M. BOILLET Pierre	Physique
M. DERCOURT Jean Michel	Géologie et Minéralogie
M. DEVRAINNE Pierre	Chimie Minérale
M. LOMBARD Jacques	Sciences Economiques et Sociales
M ^{lle} MARQUET Simone	Mathématiques
M. MONTARIOL Frédéric	Chimie Minérale Appliquée
M. PROUVOST Jean	Géologie et Minéralogie
M. VAILLANT Jean	Mathématiques

MAITRES DE CONFERENCES (et chargés des fonctions)

M. ADAM Michel	Sciences Economiques et Sociales
M. ANDRE Charles	Sciences Economiques et Sociales
M. AUBIN Thierry	Mathématiques Pures
M. BEGUIN Paul	Mécanique des Fluides
M. BILLARD Jean	Physique
M. BKOUCHE Rudolphe	Mathématiques
M. BOILLY Bénoni	Biologie Animale
M. BONNEMAIN Jean Louis	Biologie Végétale
M. BONNOT Ernest	Biologie Végétale
M. BRIDOUX Michel	I.U.T. Bethune
M. BRUYELLE Pierre	Géographie et Aménagement Spatial
M. CAPURON Alfred	Biologie Animale
M. CARREZ Christian	Calcul Numérique
M. CHOQUET Marcel	I.U.T. Lille
M. CORDONNIER Vincent	Calcul Numérique
M. CORTOIS Jean	Physique
M. COULON Jean Paul	Electrotechnique
M. DEBRABANT Pierre	Sciences Appliquées
M. ESCAIG Bertrand	Physique
M ^{me} EVRARD Micheline	I.U.T. Lille
M. FAIDHERBE Jacques	Biologie Animale
M. FONTAINE Jacques	I.U.T. Lille

M. FROELICH Daniel	Sciences Appliquées
M. GAMBLIN André	Géographie et Aménagement Spatial
M. GOBLOT Rémi	Mathématiques
M. GOSSELIN Gabriel	Sciences Economiques et Sociales
M. GOUDMAND Pierre	Chimie Physique
M. GRANELLE	Sciences Economiques et Sociales
M. GRUSON Laurent	Mathématiques
M. GUILBAULT Pierre	Physiologie Animale
M. HERMAN Maurice	Physique
M. HUARD DE LA MARRE Pierre	Calcul Numérique
M. JOLY Robert	Biologie (Amiens)
M. JOURNEL Gérard	Sciences Appliquées
Mlle KOSMANN Yvette	Mathématiques
M. LABLACHE-COMBIER Alain	Chimie Générale
M. LACOSTE Louis	Biologie Végétale
M. LANDAIS Jean	Chimie Organique
M. LAURENT François	Automatique
M. LAVAGNE Pierre	Sciences Economiques et Sociales
Mlle LEGRAND Solange	Mathématiques
M. LEHMANN Daniel	Mathématiques
Mme LEHMANN Josiane	Mathématiques
M. LENTACKER Firmin	Géographie et Aménagement Spatial
M. LEROY Jean Marie	E.N.S.C.L.
M. LEROY Yves	I.U.T. Lille
M. LHENAFF René	Géographie et Aménagement Spatial
M. LOCQUENEUX Robert	Physique
M. LOUAGE Francis	Sciences Appliquées
M. LOUCHEUX Claude	Chimie Physique
M. MAES Serge	Physique
Mme MAILLET Monique	Sciences Economiques et Sociales
M. MAIZIERES Christian	Automatique
M. MALAUSSENA Jean Louis	Sciences Economiques et Sociales
M. MESSELYN Jean	Physique
M. MIGEON Michel	Sciences Appliquées
M. MONTEL Marc	Physique
M. MONTUELLE Bernard	I.U.T. Lille
M. MUSSCHE Guy	Sciences Economiques et Sociales

M. NICOLE Jacques	E.N.S.C.L.
M. OUZIAUX Roger	Sciences Appliquées
M. PANET Marius	Electrotechnique
M. PAQUET Jacques	Sciences Appliquées
M. PARSY Fernand	Mécanique des Fluides
M. PONSOLLE Louis	Chimie (Valenciennes)
M. POVY Jean Claude	Sciences Appliquées
M. RACZY Ladislas	Radioélectricité
Mme RENVERSEZ Françoise	Sciences Economiques et Sociales
M. ROUSSEAU Jean Paul	Physiologie Animale
M. ROYNETTE Bernard	Mathématiques
M. SALMER Georges	Electronique
M. SEGUIER Guy	I.U.T. Bethune
M. SIMON Michel	Sciences Economiques et Sociales
M. SMET Pierre	Physique
M. SOMME Jean	Géographie et Aménagement Spatial
M. THOMAS Daniel	Chimie Minérale Appliquée
M. TOULOTTE Jean Marc	Sciences Appliquées
M. TREANTON Jean René	Sciences Economiques et Sociales
M. VANDORPE Bernard	Sciences Appliquées
M. VILETTE Michel	I.U.T. Bethune
M. WATERLOT Michel	Géologie Générale
Mme ZINN JUSTIN Nicole	Mathématiques.

*Ce travail a été effectué au
Laboratoire d'Hyperfréquences et Semi-
conducteurs de l'U.F.R. d'Informatique,
d'Electronique, d'Electrotechnique et
d'Automatique de l'Université des Sciences
et Techniques de Lille.*

*à ma Femme
à mes Parents
à tous ceux qui me sont chers*

à

Monsieur CONSTANT

*qui m'a suggéré le sujet de cette thèse
et m'a fait l'honneur de veiller à sa réalisation*

à

Monsieur SALMER

*qui m'a aidé efficacement dans mes recherches
en me prodiguant son expérience. Je tiens
à le remercier tout particulièrement*

à

Monsieur MORIAEZ

*dont j'ai eu l'avantage d'être l'assistant
et qui me fait l'honneur de présider ce jury*

à

Monsieur SENICHON

*qui a dirigé les recherches sur les composants
semiconducteurs et qui a bien voulu se pencher sur
mon travail et siéger à ce jury*

Le développement de cette Recherche a bénéficié du soutien d'un contrat de la Délégation Générale à la Recherche Scientifique et Technique.

Je remercie Monsieur LAGARDE, rapporteur de la Commission compétente pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter à cette étude.

Je tiens à assurer de ma gratitude tous ceux qui m'ont aidé et soutenu dans la réalisation de ce travail :

- les Chercheurs du Laboratoire, parmi lesquels Messieurs CHIVE et ALLAMANDO qui m'ont initié aux méthodes de Recherche.

- le personnel technique et administratif :

Mmes DUPONT

VERNET

MM. CAILLERET

PLAYEZ

VANBREMEERSCH

ANDRIES

JENNEQUIN

MICHON

DEHORTER

LEMAIRE

PLUQUET

INTRODUCTION

Depuis quelques années, le domaine d'application des semi-conducteurs s'est étendu progressivement aux hyperfréquences, et de nombreux dispositifs ont été étudiés et mis au point pour la production de ces ondes. En outre, afin de pouvoir disposer de signaux hyperfréquences, soit de caractéristiques spéciales, soit de fréquence très élevée, de nombreuses études ont été entreprises sur les multiplicateurs de fréquence. Les plus connus sont actuellement les multiplicateurs à varactors, **fondés sur la dépendance non linéaire** entre la capacité inverse d'une jonction et la tension à ses bornes. Or dans une diode à avalanche, le courant de conduction est une fonction fortement non linéaire de la tension : il nous est donc apparu intéressant d'utiliser **cette** propriété pour réaliser des multiplicateurs de fréquence en hyperfréquence. (1)

L'étude du comportement non linéaire des diodes à avalanche avait été abordée au laboratoire (2,3) en vue de la compréhension du fonctionnement des oscillateurs à diode à **avalanche et temps de transit (ATT)**. Partant de ces travaux nous avons entrepris l'étude théorique et expérimentale de la multiplication de fréquence dans les diodes semi-conductrices en régime d'avalanche. Quand nous avons entrepris ce travail, à notre connaissance, aucun résultat n'avait été publié sur cette question.

Dans une première partie, nous décrivons brièvement le principe de la multiplication de fréquence. Cette description utilise les principales conclusions des théories non linéaires développées antérieurement sur le comportement des diodes en régime sinusoïdal, ce qui constitue une grande approximation dans le cas de la multiplication.

Nous avons donc dû effectuer une approche théorique plus exacte en considérant notamment un fonctionnement en régime périodique. Ceci constitue la deuxième partie de notre travail. L'étude a été conduite tout d'abord d'un point de vue analytique ; elle aboutit à des formulations

générales et nouvelles, mais parfois difficiles à exploiter pour prévoir les régimes de fonctionnement optimal et les caractéristiques correspondantes des structures. Dans ce but, nous avons eu recours à une étude numérique sur ordinateur, qui nous a permis de montrer l'intérêt de ce type de multiplicateur et notamment la possibilité de multiplication directe à haut rang d'harmoniques.

Dans une troisième partie, nous abordons les principaux aspects de l'étude expérimentale. Elle a été entreprise dans le but de vérifier les premières conclusions de l'étude théorique, afin d'en montrer la validité. Par là même, nous nous sommes limités à des gammes de fréquences où les paramètres des diodes et des structures sont faiblement mesurables.

En conclusion, nous en montrons l'intérêt de ces multiplicateurs de fréquence et envisageons quelques applications.

C H A P I T R E 1

PRINCIPE DE LA MULTIPLICATION DE FREQUENCE PAR DIODE A AVALANCHE.

Décrivons brièvement le principe de la multiplication de fréquence par diode à avalanche. Moyennant certaines hypothèses⁽⁴⁾ (5), on admet généralement que le courant de conduction, généré dans la zone d'avalanche d'une telle diode, obéit à l'équation de Read :

$$\frac{\tau_{\delta}}{3} \frac{dI_c}{dt} = I_c (\psi(E) - 1) + I_s \quad (1)$$

$$\text{où } \psi(E) = \int_0^{\delta} \alpha(E) dx$$

α est le taux d'ionisation des porteurs dans la zone d'avalanche : il dépend du champ E .

τ_{δ} est le temps de transit dans la zone d'avalanche d'épaisseur δ .

I_s est le courant de saturation de la diode : dans la plupart des cas, on peut le négliger.

Dans le cas le plus général, le champ électrique E résulte de la superposition d'une composante continue E_0 et d'une composante dépendante du temps $E(t)$.

$$E = E_0 + E(t) \quad (2)$$

En première approximation, on peut admettre que le champ E est uniforme dans la zone d'avalanche

$$\psi(E) = \int_0^{\delta} \alpha(E) dx = \alpha(E) \delta \quad (3) \quad (4)$$

En intégrant l'équation différentielle (1), on obtient :

$$I_c = I_{c0} \exp \frac{3}{\tau_{\delta}} \int_0^t (\psi(E) - 1) dt \quad (5)$$

Si I_g est négligeable nous voyons apparaître le caractère non linéaire de la relation reliant le courant de conduction I_c au champ électrique régnant dans la zone d'avalanche. De plus, le taux d'ionisation α n'est pas une fonction linéaire du champ. La dépendance peut s'exprimer par exemple, par la relation de Mac Kay, (6)

$$\alpha(E) = \alpha_0 e^{\lambda E} \quad (6)$$

d'où
$$\psi(E) = \alpha_0 \delta e^{\lambda E} \quad (7)$$

Pour mettre en évidence le principe de la multiplication de fréquence, nous allons considérer trois régimes de fonctionnement :

- a) le régime linéaire
- b) le régime faiblement non linéaire
- c) le régime fortement non linéaire.

Pour obtenir l'expression du courant de conduction, nous pouvons faire un développement en série de Taylor de $\psi(E)$

$$\psi(E) = \psi(E_0) + E(t) \psi'(E_0) + \frac{\psi''(E_0)}{2} E^2(t) + \dots \quad (8)$$

Nous limiterons notre étude uniquement au cas du régime permanent. Il en résulte que $\psi(E) - 1$ ne doit pas comporter de termes constants : dans le cas contraire, nous verrions apparaître un courant de conduction augmentant exponentiellement avec le temps, ce qui est impossible. Ceci constitue la condition d'avalanche en présence d'un champ périodique.

1. Régime linéaire

Dans le cas du régime linéaire, on suppose tout d'abord que la composante $E(t)$ est suffisamment faible pour que l'on puisse négliger les termes d'ordre supérieur ou égal à deux dans le développement en série de $\psi(E)$. Cette approximation constitue la première linéarisation.

$$\int_0^t (\psi(E) - 1) dt = (\psi(E_0) - 1) t + \int_0^t \psi'(E_0) E(t) dt \quad (9)$$

Nous voyons que, dans ce cas, la condition d'avalanche énoncée plus haut devient $\psi(E_0) - 1 = 0$. I_c devient :

$$I_c = I_{oo} \exp \left(\frac{3}{\tau_\delta} \int_0^t \psi'(E_o) E(t) dt \right) \quad (11)$$

Pour obtenir une expression de I_c qui soit plus utilisable, on peut développer l'exponentielle en série de Taylor. Nous admettons par ailleurs que $E(t)$ est suffisamment faible pour pouvoir négliger les termes du deuxième ordre dans le développement de l'exponentielle. Ceci constitue la deuxième linéarisation.

$$I_c = I_{oo} + \frac{3 I_{oo}}{\tau_\delta} \psi'(E_o) \int_0^t E(t) dt = I_{oo} + I(t) \quad (12)$$

avec
$$I(t) = \frac{3 I_{oo}}{\tau_\delta} \int_0^t \psi'(E_o) E(t) dt \quad (13)$$

Nous voyons l'analogie de cette expression avec la formule d'électricité classique

$$I(t) = \int_0^t \frac{1}{L} V(t) dt \quad (14)$$

où L représente une inductance.

$$\text{Dans ce cas } V(t) = \delta E(t) \text{ et } L = \frac{\delta \tau_\delta}{3 I_{oo} \psi'(E_o)} \quad (15)$$

On peut donc conclure qu'en régime linéaire, il n'y a pas multiplication de fréquence. La zone d'avalanche se comporte comme un élément inductif linéaire, indépendant du champ hyperfréquence.

2. Régime faiblement non linéaire

Dans ce cas $E(t)$ est suffisamment important pour que l'on doive tenir compte des termes d'ordre supérieur dans l'un des deux développements.

. La première linéarisation n'est possible que si :

$$\frac{\psi''(E_o)}{2} E^2(t) \ll \psi'(E_o) E(t)$$

. La deuxième linéarisation n'est possible que si :

$$\frac{9}{2 \tau_\delta^2} \left(\int_0^t \psi'(E_o) E(t) dt \right)^2 \ll \frac{3}{\tau_\delta} \int_0^t \psi'(E_o) E(t) dt$$

En régime sinusoïdal, on peut montrer que la première approximation reste valable, tandis que la seconde cesse de l'être à condition que :

$\omega \tau_\delta \ll 3$, ce qui est généralement le cas.

Nous obtenons donc de nouveau l'équation (12)

$$I_c = I_{oo} \exp \left(\frac{3}{\tau_\delta} \int_0^t \psi'(E_o) E(t) dt \right) \quad (16)$$

Cette relation montre bien la possibilité de multiplication de fréquence au moyen d'une diode à avalanche : si la composante temporelle du champ $E(t)$ est sinusoidale, le courant de conduction comporte des composantes harmoniques. Il y a une dépendance univoque entre le courant et l'intégrale temporelle du champ électrique, donc de la tension aux bornes de la diode : les lois de Manley Rowe s'appliquent comme pour les varactors. Dans la mesure où la première linéarisation reste possible, on peut donc obtenir des taux de conversion de 100 % : il n'y a pas de dissipation d'énergie à la fréquence fondamentale.

On peut d'ailleurs établir un parallèle avec le comportement des diodes des varactors pour lesquelles :

$$\int_0^t I dt = C(V).V$$

Utilisons pour cela l'équation (16) :

$$E(t) = \frac{V(t)}{\delta}$$

$$I_c = I_{oo} \exp \frac{3 \psi'(E_o)}{\delta \tau_\delta} \int_0^t V(t) dt \quad (17)$$

Soit :

$$\int_0^t V(t) dt = \frac{\delta \tau_\delta}{3 \psi'(E_o)} \text{Log} \frac{I_c}{I_{oo}} \quad (18)$$

ou encore :

$$\int_0^t V(t) dt = L_\delta(I_c).I_c \quad (19)$$

où

$$L_\delta(I_c) = \frac{\delta \tau_\delta}{3 \psi'(E_o) I_c} \text{Log} \frac{I_c}{I_{oo}} \quad (20)$$

La zone d'avalanche est donc équivalente à une inductance non linéaire puisque sa valeur instantanée dépend du courant qui la traverse.

3. Régime fortement non linéaire

Dans ce cas, le champ $E(t)$ est tellement grand qu'il n'est plus possible d'effectuer la première linéarisation. La théorie analytique développée

dans Acta Electronica (7) montre que, dans le cas où la composante $E(t)$ est purement sinusoïdale, la présence du terme ψ'' entraîne l'existence d'une composante fondamentale du courant de conduction en phase avec le champ. La multiplication de fréquence subsiste, mais ce phénomène entraîne une dissipation d'énergie et les taux de conversion deviennent inférieurs à 100 %.

Par contre, deux autres effets agissant en sens contraire contribuent à améliorer le taux de conversion de la multiplication. D'une part le temps de transit des porteurs dans la zone d'avalanche est la cause d'un transfert de puissance entre la source d'alimentation et l'onde hyperfréquence. On peut représenter cet effet par un déphasage fictif du champ ($\omega \tau_V$) ou par une résistance négative ; il sera d'autant plus important que la fréquence est élevée.

D'autre part, même pour les diodes de faible tension d'avalanche une zone de transit subsiste toujours dans la structure. Comme pour les diodes A.T.T. son influence peut se traduire par l'existence d'une résistance négative en série avec la zone d'avalanche.

Ces deux effets peuvent permettre d'obtenir des taux de conversion supérieurs à 100 %.

Ces considérations qualitatives, résumées fig. 1, montrent bien l'intérêt de la multiplication de fréquence par diode à avalanche. Pourtant, elles ne permettent pas de comprendre l'ensemble des phénomènes dont ces structures sont le siège. Seule une étude théorique et expérimentale plus poussée peut apporter des éléments plus précis pour l'optimisation des structures et la recherche de nouveaux dispositifs.

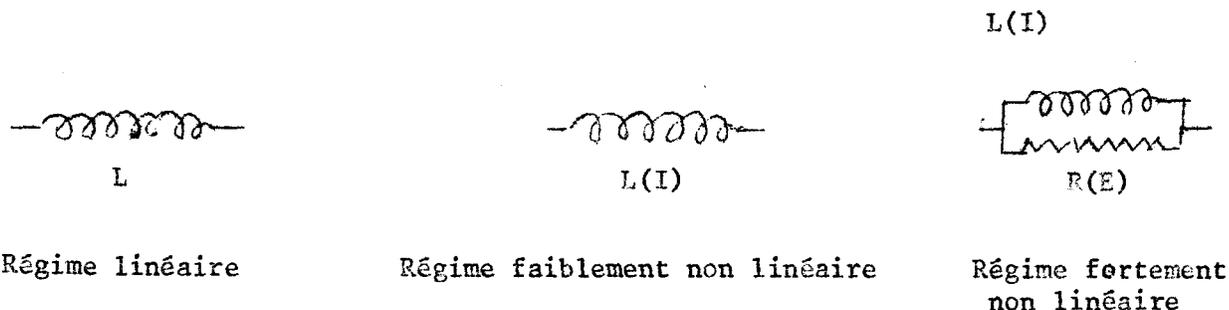


Figure 1

ETUDE THEORIQUE

II.1. ETUDE ANALYTIQUE

II.1.1. Introduction

L'exposé du principe de la multiplication de fréquence a montré que les caractéristiques non linéaires de la zone d'avalanche d'une diode étaient à la base de cet effet. Nous nous sommes donc intéressés à l'étude de diodes constituées essentiellement d'une zone d'avalanche. En fait, les difficultés de l'étude théorique se situent à ce niveau et on peut tenir compte assez facilement de l'existence d'une zone de transit, car les équations de Gilden et Hines ⁽⁸⁾ se généralisent aisément.

La plupart des études antérieures (9) (10) (11) ont été réalisées en considérant des champs purement sinusoidaux. Dans le cas de la multiplication de fréquence, la tension aux bornes de la diode et donc le champ électrique, comporte au moins deux composantes harmoniques et ces théories ne peuvent vraiment rendre compte des phénomènes. Nous devons donc élaborer une théorie plus générale qui nous permettra notamment d'aborder le cas plus complexe d'un champ périodique ayant plusieurs composantes harmoniques.

L'étude analytique nous a contraint à faire plusieurs hypothèses que nous expliciterons au cours des calculs. Si elle contribue à la compréhension des résultats expérimentaux, elle ne peut être complète en raison de la complexité des expressions qui apparaissent. Cette formulation est cependant à notre connaissance, la seule qui permette actuellement d'aborder le problème de la multiplication de fréquence sans utiliser d'ordinateur.

Nous étudierons d'abord l'évolution temporelle du courant de conduction généré dans une zone d'avalanche soumise à un champ hyperfréquence périodique, constitué de deux composantes harmoniques. Le calcul est effectué à partir de l'équation de Read. Une double décomposition en série de Fourier nous permet ensuite d'obtenir les expressions des composantes harmoniques du courant de

conduction. A partir de ces expressions il est facile d'obtenir les valeurs des puissances émises ou absorbées, ainsi que des impédances extérieures aux diverses fréquences.

II.1.2. Notations. Paramètres. Equations fondamentales

a) Notations

Nous n'indiquons ici que les variables de base, champs et courants:

E	champ hyperfréquence périodique
E_0	composante continue de E
$E(t)$	ensemble des composantes de E dépendant du temps
$E_k(t)$	composante de $E(t)$ de pulsation $k\omega$
$I_c(t)$	courant de conduction
$I_{ck}(t)$	composante de I_c de pulsation $k\omega$
$I_{ckT}(t)$	composante de $I_{ck}(t)$ en phase avec la composante du champ de pulsation $k\omega$
$I_{cki}(t)$	composante de $I_{ck}(t)$ en quadrature avec la composante du champ de pulsation $k\omega$
$I_{cnk}(t)$	composante de pulsation $k\omega$ de courant de conduction dû à l'existence de la composante du champ de pulsation $n\omega$

b) Variables intermédiaires

D'une façon générale, les variables introduites dans le calcul sont définies par deux indices. L'indice supérieur indique la composante du champ électrique à laquelle la variable se rapporte (généralement la composante du champ est la source ou la cause de l'existence de cette grandeur) ; l'indice inférieur indique l'ordre de la variable dans un classement ou une sommation.

$$\text{ex. : } Y_q^k = \frac{4}{kq \omega \tau_\delta} \frac{B_q}{B_0} (\lambda E_k)$$

E_k : composante du champ de pulsation $k\omega$

$B_q(\lambda E_k)$: fonction de Bessel modifiée de première espèce, d'ordre q de λE_k .

c) Equations fondamentales et approximations

Nous admettons que le courant de conduction est donné par l'équation de Read :

$$\frac{\tau_{\delta}}{2} \frac{dI_c(t)}{dt} = I_c(t) (\psi(E) - 1) + I_s \quad (21)$$

- . Nous négligerons le courant de saturation I_s .
- . Nous admettrons que les taux d'ionisation des électrons et des trous sont égaux.
- . Nous supposons que E est indépendant de x dans la zone d'avalanche.

Dans ce cas : $\psi(E) = \int_0^{\delta} \alpha(E) dx = \alpha(E) \cdot \delta$

- . Nous utiliserons pour α la relation suivante :

$$\alpha(E) = \alpha_0 e^{\lambda E} \quad (23)$$

Remarquons que cette formule est très approchée. D'autres auteurs ont proposé des relations plus exactes ⁽¹²⁾. Pourtant, dans la gamme des champs **utilisés on** peut définir des valeurs de α_0 et λ qui permettent de rendre compte des phénomènes observés avec une bonne précision.

Le champ E prend donc la forme :

$$E = E_0 + E_1(t) + E_k(t)$$

$$E_k(t) = E_k \sin(k \omega t + \phi_k)$$

Cette formulation générale permet d'entreprendre l'étude analytique de la multiplication de fréquence dans une zone d'avalanche.

II.1.3. Etude générale du courant de conduction

Avant d'envisager les particularités de chaque mode de fonctionnement, nous allons essayer de calculer les composantes du courant de conduction de la façon la plus générale possible. Le principe de cette étude est fondée sur une double décomposition en série de Fourier.

L'intégration de l'équation de Read donne :

$$I_c(t) = I_{00} \exp \frac{2}{\tau_{\delta}} \int_0^t (\psi(E) - 1) dt \quad (24)$$

où I_{oo} est une constante d'intégration. Pour avoir les composantes de I_c , il suffit :

- . de développer $\psi(E)$ en série de Fourier
- . de réaliser l'intégration sur le temps
- . de décomposer l'exponentielle en série de Fourier.

11.1.3.1. Première décomposition en série de Fourier :

Développons $\psi(E)$ en série de Fourier :

$$\psi(E) = \alpha \delta e^{\lambda E_o} \left(B_o(\lambda E_1) + \sum_{p=1}^{\infty} 2B_p(\lambda E_1) \sin(p\omega t - (p-1)\frac{\pi}{2}) \right) \\ \left(B_o(\lambda E_k) + \sum_{q=1}^{\infty} 2B_q(\lambda E_k) \sin(qk\omega t - (q-1)\frac{\pi}{2} + q\phi_k) \right) \quad (25)$$

Nous donnons en annexe 1 une formulation plus utilisable de cette expression. D'après l'équation (25), il apparait dans le développement de $\psi(E)$ des termes constants qui sont fonction de E_1 et de E_k . Or pour que le régime soit stationnaire, il faut que les termes indépendants du temps de $(\psi(E) - 1)$ soient nuls : dans le cas contraire, le courant croîtrait indéfiniment. Le champ continu pour lequel cette condition dite d'avalanche est satisfaite dépend donc de E_1 et de E_k .

- . En l'absence de champ hyperfréquence : $E_o = E_{oo}$

$$\delta \alpha_o e^{\lambda E_{oo}} = 1 \quad (26)$$

- . En présence de champ hyperfréquence :

$$E_o = E_{oo} + \Delta E_o$$

$$\text{tel que : } e^{\lambda \Delta E_o} (B_o(\lambda E_1) B_o(\lambda E_k) + D) = 1 \quad (27)$$

D est un terme correctif, issu de l'équation (25) : il est d'autant plus négligeable devant $B_o(\lambda E_1) B_o(\lambda E_k)$ que k est grand :

$$D = \sum_q B_{q.k}(\lambda E_1) \cdot B_q(\lambda E_k) \cos \left(q(k-1)\frac{\pi}{2} + q\phi_k \right) \quad (28)$$

Si l'on néglige D , ΔE_o prend la forme suivante :

$$\Delta E_o = - \frac{1}{\lambda} \text{Log}_e (B_o(\lambda E_1) \cdot B_o(\lambda E_k)) \quad (29)$$

Dans tous les cas, $(\psi(E) - 1)$ prend la forme suivante :

$$\psi(E) - 1 = e^{\lambda \Delta E_0} \cdot \psi(t) \quad (30)$$

où $\psi(t)$ est la composante temporelle de $\psi(E)$. L'intégration de cette expression nous permet de calculer le courant de conduction.

II.1.3.2. Calcul des courants de conduction

Nous donnons en annexe 2 une première expression du courant de conduction ; elle peut être simplifiée en utilisant la notation suivante

$$Y_q^k = \frac{4 e^{\lambda \Delta E_0}}{qk \omega \tau_\delta} B_0(\lambda E_1) B_q(\lambda E_k) \quad (31)$$

L'expression du courant devient alors :

$$\begin{aligned} I_c(t) = I_{00} \exp & \left\{ \sum_{p=1} Y_q^1 \sin \left(p \omega t - p \frac{\pi}{2} \right) \right. \\ + \sum_{q=1} Y_q^k \sin & \left(q k \omega t - q \frac{\pi}{2} + q \phi_k \right) \\ + \sum_{p=1} \sum_{q=1} \frac{qkp}{4(qk-p)} \omega \tau_\delta & \cdot \frac{1}{e^{\lambda \Delta E_0} B_0(\lambda E_1) B_0(\lambda E_k)} Y_p^1 Y_q^k \sin \left\{ (qk-p)\omega t - (q-p)\frac{\pi}{2} + q\phi_k \right\} \\ + \sum_{p=1} \sum_{q=1} \frac{qkp}{4(qk+p)} \omega \tau_\delta & \cdot \frac{1}{e^{\lambda \Delta E_0} B_0(\lambda E_1) B_0(\lambda E_k)} Y_p^1 Y_q^k \sin \left\{ (qk+p)\omega t - (q+p)\frac{\pi}{2} + q\phi_k \right\} \end{aligned} \quad (32)$$

Elle présente donc la forme :

$$I_c(t) = I_{00} \exp \left(\sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin (n \omega t + \psi_n) \right) \quad (33)$$

Pour obtenir les composantes du courant de conduction, il suffit donc de décomposer cette expression en série de Fourier en utilisant la même méthode que précédemment. Ce calcul est encore plus complexe que le précédent, car nous avons non plus deux termes, mais un nombre quasi infini de termes. Les caractéristiques A_n et ψ_n de chacun de ces termes dépendent d'ailleurs de façon complexe de E_1 , E_k et de ϕ_k d'après la formule (32).

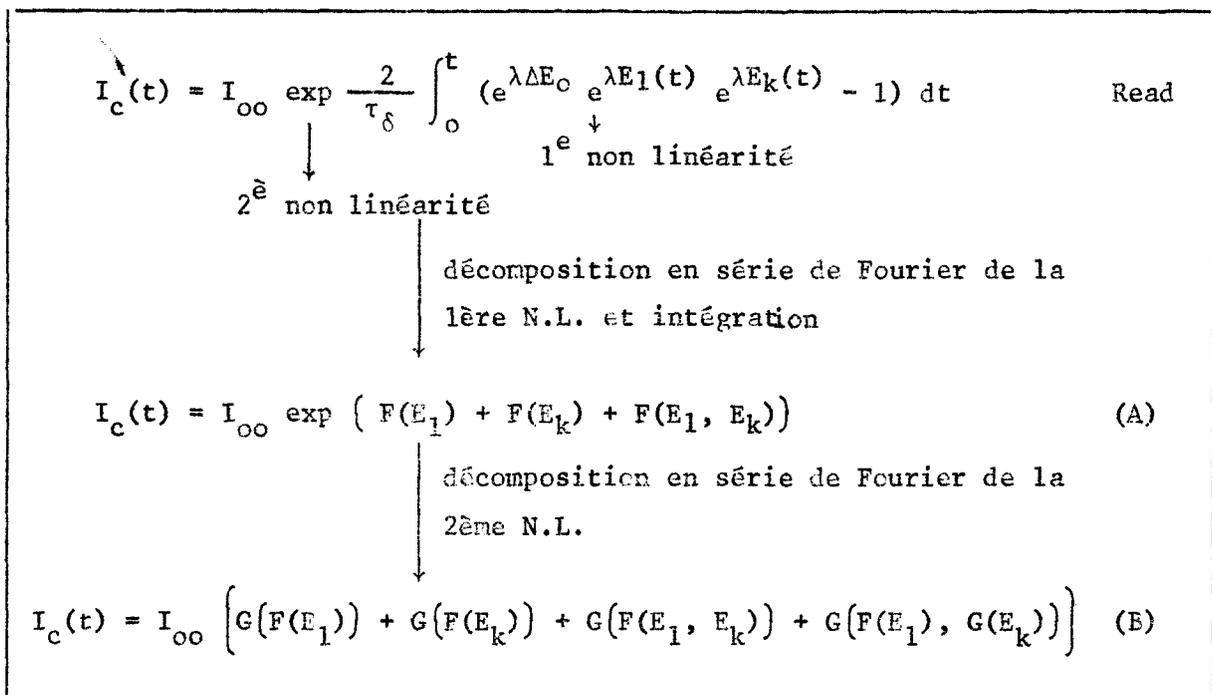
Le calcul est sans doute possible, mais il s'avère très difficile dans le cas général. Nous l'avons d'abord effectué de manière rigoureuse dans le cas

d'un champ sinusoïdal. Au prix de quelques approximations nous allons montrer que cette formulation permet d'obtenir des résultats intéressants dans le cas de la multiplication à haut rang d'harmoniques ($k \gg 1$).

II.1.4. Utilisation d'approximations pour le calcul du courant de conduction.

Nous avons montré que la dépendance entre le courant de conduction et le champ a un caractère doublement non linéaire. La résolution de ce problème peut être réalisée par une double décomposition en série de Fourier. La difficulté de résolution réside dans le fait que dans chacune de ces décompositions il apparaît des termes de couplage c'est à dire des termes fonction à la fois de E_1 et de E_k .

Le tableau ci-dessous résume le principe du calcul.



(F et G : fonctions de)

Nous allons envisager diverses approximations qui nous permettent de simplifier le calcul et de supprimer notamment les termes de couplage précités. Pour cela nous étudions successivement les deux décompositions en série de Fourier.

II.1.4.1. Etude de la première décomposition en série de FOURIER.

1. Etude de la composante fondamentale issue de la première décomposition

Nous considérons les équations (25) et (26)(32) et nous cherchons l'expression de la composante fondamentale $A_1 \sin(\omega t + \psi_1)$ du courant de conduction

$$A_1 \sin(\omega t + \psi_1) = Y_1^1 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + \sum_{q=1} \frac{qk(qk-1)\omega t_\delta}{4} Y_{qk-1}^1 Y_q^k \sin\left(\omega t - (q - qk + 1)\frac{\pi}{2} + q\phi_k\right) \quad (33)$$

Le premier terme est évidemment prédominant. Montrons que la somme des termes de la série qui suit est négligeable quand $k \gg 1$

$$A_1 \sin(\omega t + \psi) = Y_1^1 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \left\{ 1 + \sum_q \frac{\Delta}{qk} \xi(t) \right\} \quad (34)$$

où $\xi(t)$ est une fonction sinusoidale dont la valeur maximum est égale à 1 :

$$\text{et } \frac{\Delta}{qk} = \frac{qk(qk-1)}{4} \omega t_\delta \frac{Y_{qk-1}^1 Y_q^k}{Y_1^1} \quad (35)$$

$$\text{Soit encore } \frac{\Delta}{qk} = \frac{E(qk-1)}{4} (\lambda E_1) \frac{B_q}{B_0} (\lambda E_k) \quad (36)$$

Le terme $\frac{\Delta}{qk}$ est une fonction décroissante de q . Nous pourrions négliger la somme de la série considérée si le premier terme qui est le plus important est négligeable devant 1, soit si :

$$\frac{\Delta}{k} = \frac{E(qk-1)}{B_1} (\lambda E_1) \frac{B_1}{B_0} (\lambda E_k) \ll 1 \quad (37)$$

On peut obtenir un bon ordre de grandeur de $\frac{\Delta}{k}$, en admettant que $\lambda E_1 = \lambda E_k$ (ce qui est souvent réalisé en pratique).

$$\frac{\Delta}{k} = \frac{E_{k-1}}{E_0} (\lambda E)$$

Les composantes alternatives du champ électrique dans une diode à avalanche ne dépassent jamais $1,5 \cdot 10^5$ V/cm, ce qui correspond à une valeur de λE voisine de 3. Dans ce cas on peut donner la valeur du premier terme de la série.

- . Multiplication par deux : $2^{\Delta_1} = 0,8$ (on ne peut le négliger devant 1)
- . Multiplication par cinq : $5^{\Delta_1} = 0,066$ (on pourra le négliger en lère approximation)
- . Multiplication par dix : $10^{\Delta_1} = 4 \cdot 10^{-6}$ (négligeable)

Pour la multiplication de fréquence à haut rang d'harmonique ($k = 10$ par exemple) les termes de la série sont négligeables, on pourra donc écrire :

$$A_1 \sin(\omega t + \psi_1) \neq Y_1^1 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

2. Etude de la composante harmonique issue de la première décomposition

L'étude est effectuée de la même façon. Le premier terme de pulsation $k\omega$ est un terme en Y_1^k d'après l'équation (32).

Les autres termes ont pour coefficient soit Y_k^1 , soit :

$$\frac{qk(q-1)}{4} \cdot Y_{k(q-1)}^1 Y_q^k$$

Ces derniers sont des fonctions rapidement décroissantes de q . Le facteur le plus important est donc :

$$1^{\Delta_k} = \frac{Y_k^1}{Y_1^k} + \frac{k}{2} \omega \tau_{\delta} \frac{Y_k^1 Y_2^k}{Y_1^k} \quad (39)$$

$$1^{\Delta_k} = \frac{Y_k^1}{Y_1^k} \left(1 + \frac{k}{2} \omega \tau_{\delta} Y_2^k \right) \quad (40)$$

$$1^{\Delta_k} = \frac{B_k(\lambda E_1)}{B_1(\lambda E_k)} \left(1 + \frac{B_2(\lambda E_k)}{B_0(\lambda E_k)} \right) \quad (41)$$

Ce terme est du même ordre de grandeur que Y_k^1 et on pourra le négliger, dans les mêmes conditions. En conclusion, nous pouvons affirmer que les termes de couplage sont négligeables au niveau de la première décomposition en série de Fourier, en multiplication de fréquence à haut rang d'harmoniques ($k \gg 1$) l'équation du courant de conduction peut s'écrire dans ce cas :

$$I_c(t) = I_{oo} \exp \left\{ \sum_p Y_p^1 \sin \left(p \omega t - p \frac{\pi}{2} \right) + \sum_q Y_q^k \sin \left(qk \omega t - q \frac{\pi}{2} + q \phi_k \right) \right\} \quad (42)$$

II.1.4.2. Expression du courant de conduction en multiplication de fréquence à haut rang d'harmonique

L'équation précédente peut se mettre sous la forme :

$$I_c(t) = \left(I_{oo}^1 \exp \sum_p Y_p^1 \sin \left(p \omega t - p \frac{\pi}{2} \right) \right) \left(I_{oo}^k \exp \sum_q Y_q^k \sin \left(qk \omega t - q \frac{\pi}{2} + q \phi_k \right) \right) \quad (43)$$

$$I_c(t) = I_c^1(t) \cdot I_c^k(t) \quad (44)$$

L'évolution temporelle du courant de conduction est obtenue en faisant le produit des évolutions temporelles de ce courant quand la diode est soumise à un champ sinusoïdal de pulsation ω et $k\omega$.

En effet pour un champ sinusoïdal de pulsation ω :

$$I_c^1(t) = I_{oo}^1 \exp \sum_p Y_p^1 \sin \left(p \omega t - p \frac{\pi}{2} \right) \quad (45)$$

Nous avons pu vérifier numériquement la validité de la formule (44). Elle nous permet d'obtenir assez facilement les valeurs des composantes du courant de conduction aux fréquences fondamentales et harmoniques. On pourra également en déduire une expression simplifiée du taux de conversion et rechercher les conditions optimales de multiplication de fréquence à rang d'harmonique élevé.

II.1.4.3. Expression du courant de conduction en régime de multiplication de fréquence par deux :

Il n'est plus possible dans ce cas d'effectuer les simplifications précédentes et notamment d'envisager un certain découplage entre les termes au niveau de la première décomposition en série de Fourier : nous serons obligés de tenir compte des termes en $(qk - p)$ de la formule (32). Nous serons donc contraints, pour pouvoir effectuer le calcul, d'effectuer un certain nombre d'approximations valables dans des cas assez particuliers. Le développement du calcul figure dans un précédent rapport ⁽¹³⁾. Nous n'en donnons ici que les résultats essentiels.

$$I_c(t) = I_{oo} \exp \left\{ - A_1 \cos (\omega t + \psi_1) + A_2 \cos (2 \omega t + \psi_2) \right\} \quad (46)$$

En développant on obtient :

$$I_c(t) = I_{oo} B_o(A_1) B_o(A_2) \quad (47)$$

$$\left\{ 1 - 2 \frac{B_1}{B_o} (A_1) \cos (\omega t + \psi_1) - 2 \frac{B_1}{B_o} (A_1) \frac{B_1}{B_o} (A_2) \cos (\omega t + \psi_2 - \psi_1) \right.$$

$$- 2 \frac{B_1}{B_o} (A_2) \frac{B_3}{B_o} (A_1) \cos (\omega t + 3 \psi_1 - \psi_2) + 2 \frac{B_2}{B_o} (A_2) \frac{B_3}{B_o} (A_1) \cos$$

$$(\omega t + 2 \psi_2 - 3 \psi_1) + 2 \frac{B_1}{B_o} (A_2) \cos (2\omega t + \psi_2)$$

$$\left. + 2 \frac{B_2}{B_o} (A_1) \cos (2\omega t + 2 \psi_1) - 2 \frac{B_2}{B_o} (A_1) \frac{B_2}{B_o} (A_2) \cos (2 \omega t + 2\psi_2 - 2\psi_1) \right\}$$

avec :

$$A_1 = Y_1^1 \left(1 + \frac{\omega^2 \tau_\delta^2}{4} (Y_1^2)^2 - \omega \tau_\delta Y_1^2 \sin \phi_2 \right)^{1/2} \quad (48)$$

$$A_2 = \left\{ (Y_1^2)^2 + (Y_2^1)^2 - 2 Y_1^2 Y_2^1 \sin \phi_2 \right\}^{1/2} \quad (49)$$

$$\operatorname{tg} \psi_1 = \frac{\omega \tau_\delta Y_1^2 \cos \phi_2}{2 - \omega \tau_\delta Y_1^2 \sin \phi_2} \quad (50)$$

$$\operatorname{tg} \psi_2 = \frac{Y_1^2 \sin \phi_2 - Y_2^1}{Y_1^2} \quad (51)$$

$$\text{et } Y_q^k = \frac{4}{qk \omega \tau} \frac{B_q}{B_o} (\lambda E_k) \quad (52)$$

Il serait possible de continuer le développement en série de Fourier de l'expression (46) en particulier de tenir compte des termes en 3ω . En fait dans le cadre de l'approximation précédente, les termes suivants (du type $\frac{B_1}{B_o} (A_2) \frac{B_3}{B_o} (A_1)$) sont faibles devant $\frac{B_1}{B_o} (A_1)$.

Malgré sa complexité, cette formule est à notre connaissance la seule qui permette d'obtenir les composantes du courant de conduction aux deux fréquences et d'entreprendre une étude analytique de la multiplication de fréquence par deux.

II.1.5. Influence du courant de déplacement et expression du courant d'avalanche

Dans l'étude qui précède, nous ne nous sommes intéressés qu'aux courants de conduction issus d'une diode à avalanche. Nous devons tenir compte de l'existence du courant de déplacement qui prend une importance considérable en haute fréquence et peut permettre de minimiser l'influence d'éléments parasites (résistance série notamment).

D'une façon tout à fait générale il a pour expression :

$$I_d(t) = S \frac{\partial D}{\partial t} = \epsilon S \frac{\partial E}{\partial t} \quad (53)$$

si $E = E_0 + \Delta E_0 + \sum E_k \sin(k \omega t + \phi_k)$

donc $I_d(t) = \sum_k E_k \epsilon \omega \cos(k \omega t + \phi_k)$ (54)

Le courant total issu de la zone d'avalanche s'écrit :

$$I(t) = I_c(t) + I_d(t)$$

Montrons l'influence de I_d , à la fréquence fondamentale par exemple :

$$I_{c1}(t) = I_{c1i} \cos \omega t + I_{c1r} \sin \omega t$$

$$I_{d1}(t) = E_1 \cdot S \epsilon \omega \cos \omega t$$

donc $I_1(t) = (I_{c1i} + E_1 S \epsilon \omega) \cos \omega t + I_{c1r} \sin \omega t$ (56)

On remarque que la composante de I_1 , en quadrature avec le champ, peut devenir nulle. On peut dire alors que la zone d'avalanche est en résonance pour la fréquence fondamentale. Ceci est obtenu pour un courant $I_0 = I_x$ (courant d'avalanche) à fréquence fixe ou pour une fréquence $F = F_a$ (fréquence d'avalanche) à courant fixe (*). Il est intéressant d'étudier les variations de

(*) Pour cette fréquence (ou ce courant) la zone d'avalanche est équivalente à une résistance pure ; à la fréquence fondamentale le module de l'impédance est alors quasi maximum.

de cette grandeur avec l'amplitude du champ alternatif dans la zone d'avalanche.
La condition d'avalanche est remplie quand

$$I_{c1i} = - E_1 S \epsilon \omega$$

En régime sinusoïdal ($E_k = 0$), I_{c1i} prend la forme suivante :

$$I_{c1i} = - 2 I_0 \frac{B_1}{B_0} \left(- \frac{4}{\omega \tau_\gamma} \frac{B_1}{B_0} (\lambda E_1) \right) \quad (57)$$

La résonance est obtenue pour $I_0 = I_x$

$$2 I_x \frac{B_1}{B_0} \left(- \frac{4}{\omega \tau_\delta} \frac{B_1}{B_0} (\lambda E_1) \right) = E_1 S \epsilon \omega$$

En régime linéaire $I_x = I_{x0}$

tel que :

$$2 I_{x0} \frac{1}{\omega \tau_\delta} E_{10} = S E_{10} \omega \epsilon$$

ou

$$2 I_{x0} = S \omega^2 \epsilon \tau_\delta$$

car :

$$\frac{B_1}{B_0} \left(- \frac{4}{\omega \tau_\delta} \frac{B_1}{B_0} (\lambda E_1) \right) = \frac{1}{\omega \tau_\delta} \lambda E_{10} \quad (58)$$

L'évolution du courant d'avalanche avec le niveau est donc donnée par l'expression suivante :

$$\frac{I_{x0}}{I_x} = \frac{2}{\frac{4}{\omega \tau_\delta} \frac{\lambda E_1}{2}} \frac{E_1}{B_0} \left(- \frac{4}{\omega \tau_\delta} \frac{B_1}{B_0} (\lambda E_1) \right) = \frac{2}{\frac{4}{\omega \tau_\delta} \frac{\lambda E_1}{2}} \frac{B_1}{B_0} (Y_1^1) \quad (59)$$

Le courant d'avalanche croît donc avec l'amplitude du champ électrique.

En régime harmonique, l'expression est plus complexe, mais l'allure des variations est similaire comme le montre l'étude numérique.

II.1.6. Application de l'étude théorique

L'étude précédente nous permet de connaître l'évolution du courant issu d'une diode à avalanche soumise à une tension périodique et en particulier fonctionnant en multiplication de fréquence. La complexité des formules obtenues rend difficile l'utilisation de ce calcul pour prévoir dans tous les cas les conditions optimales de fonctionnement et les valeurs des taux de conversion attendus de tels multiplicateurs de fréquence. Cependant, elle permet d'obtenir d'une part ces éléments dans le cas de la multiplication de fréquence à haut rang d'harmonique et elle nous donne, d'autre part, des indications intéressantes sur l'influence des éléments parasites, résistance série notamment.

II.1.6.1. Multiplication de fréquence à haut rang d'harmonique : Recherche des conditions optimales de fonctionnement et des valeurs des taux de conversion :

Le calcul du taux de conversion est effectué à partir du principe de conservation de l'énergie en considérant les deux régimes de fonctionnement suivants :

- régime sinusoïdal pur ($E_1 \sin t$), sans multiplication de fréquence ; la puissance dissipée dans la zone d'avalanche est P_1^1 :

$$P_1^1 = \delta E_1 I_r^1 \quad (*) \quad (60)$$

- régime harmonique (E_1 et E_k) avec multiplication de fréquence. La puissance dissipée dans la zone d'avalanche à la fréquence fondamentale devient :

$$P_1^{1,k} = \delta E_1 I_r^{1,k} \quad (61)$$

D'après le principe de conservation de l'énergie, nous écrivons que la différence des puissances consommées à la fréquence fondamentale est égale à la puissance produite à la fréquence harmonique :

$$P_k^{1,k} = P_1^{1,k} - P_1^1 \quad (62)$$

(*) Nous rappelons que I_r^1 représente la composante du courant en phase avec le champ.

Le taux de conversion est donc :

$$\eta = \frac{P_k^{1,k}}{P_1^{1,k}} = \frac{P_1^{1,k} - P_1^1}{P_1^{1,k}} \quad (63)$$

ou encore
$$\eta = 1 - \frac{P_1^1}{P_1^{1,k}} \quad (64)$$

Cette formule est très intéressante car elle n'utilise que les grandeurs relatives à la fréquence fondamentale, plus facile à calculer que les autres. On voit que le taux de conversion est toujours inférieur à 100 % (si l'on ne tient pas compte de τ_Y) et qu'il est maximum si $P_1^1/P_1^{1,k}$ est minimum.

Les formules obtenues dans le paragraphe II.1.4.2. pour le courant de conduction vont nous permettre de calculer ces puissances.

Calcul de P_1^1 : régime sinusoïdal (E_k nul)

La composante I_r^1 en phase avec E_1 provient du courant de conduction $I_c^1(t)$.

$$I_c^1(t) = I_{oo}^1 e^{\sum_p Y_p^1 \sin(p \omega t - p \frac{\pi}{2})}$$

En première approximation I_r^1 prend la forme suivante :

$$I_r^1 = 2 I_{oo}^1 B_1(Y_1^1) \operatorname{tg} \phi_1^1 \quad (65)$$

avec
$$\operatorname{tg} \phi_1^1 = \frac{Y_2^1}{2} \frac{B_1(Y_1^1) - B_3(Y_1^1)}{B_1(Y_1^1)} \quad (66)$$

Calcul de $P_1^{1,k}$: régime périodique (E_1 et E_k)

D'après l'équation (42), le courant de conduction peut se mettre sous la forme :

$$I_c^{1,k}(t) = I_{oo}^{1,k} \exp \left\{ \sum_p Y_p^1 \sin(p \omega t - p \frac{\pi}{2}) + \sum_q Y_q^k \sin(qk \omega t - q \frac{\pi}{2} + q \phi_k) \right\} \quad (67)$$

Au prix de quelques approximations (Annexe 3), nous pouvons mettre $I_r^{1,k}$ sous la forme suivante :

$$I_r^{1,k} = - 2 I_{oo}^{1,k} B_1(Y_1^k) B_{k-1}(Y_1^1) \frac{\sin(\phi_1^k - \phi_{k-1}^1 + \phi_k)}{\cos \phi_1^k \cos \phi_{k-1}^1} + 2 I_{oo}^{1,k} B_1(Y_1^1) B_0(Y_1^1) \operatorname{tg} \phi_1^1 \quad (68)$$

$$\text{où } \operatorname{tg} \phi_n^k = \frac{Y_2^k}{2} \frac{B_{(n-2)}(Y_1^k) - B_{(n+2)}(Y_1^k)}{E_n(Y_1^k)} \quad (69)$$

et où ϕ_k est la phase du champ de pulsation k .

. Calcul du rapport $\frac{P_1^{1,k}}{P_i}$

On peut donc écrire le rapport $\frac{P_1^{1,k}}{P_1^1}$ sous la forme :

$$\frac{P_1^{1,k}}{P_1^1} = \frac{I_r^{1,k}}{I_r^1} = \frac{I_{oo}^{1,k}}{I_{oo}^1} \left\{ B_0(Y_1^k) - B_1(Y_1^k) \frac{B_{k-1}(Y_1^1)}{E_1(Y_1^1)} \frac{\sin(\phi_1^k - \phi_{k-1}^1 + \phi_k)}{\cos \phi_1^k \cos \phi_{k-1}^1 \operatorname{tg} \phi_1^1} \right\} \quad (70)$$

I_{oo}^1 et $I_{oo}^{1,k}$ sont des constantes d'intégration que l'on peut déterminer en écrivant que la valeur moyenne du courant est dans les deux cas égale à I_o :

. régime sinusoidal :

$$I_o = I_{oo}^1 B_0(Y_1^1)$$

. régime périodique :

$$I_o = I_{oo}^{1,k} E_0(Y_1^1) E_0(Y_1^k) + 2 B_k(Y_1^1) B_1(Y_1^k) \frac{\cos(\phi_1^k + \phi_k^1 - \phi_k^1)}{\cos \phi_1^k \cdot \cos \phi_k^1} \quad (72)$$

$$\text{en première approximation } \frac{I_{oo}^{1,k}}{I_{oo}^1} = \frac{1}{E_0(Y_1^k)} \quad (73)$$

Le rapport $\frac{P_1^{1,k}}{P_1^1}$ prend la forme suivante :

$$\frac{P_1^{1,k}}{P_1^1} = 1 - \frac{B_1(Y_1^k)}{B_0(Y_1^k)} \frac{B_{k-1}(Y_1^k)}{B_1(Y_1^1)} \frac{\sin(\phi_1^k - \phi_{k-1}^1 + \phi_k)}{\cos \phi_1^k \cos \phi_{k-1}^1 \operatorname{tg} \phi_1^1}$$

. Conditions optimales de fonctionnement : Le taux de conversion est maximum quand ce rapport est maximum, c'est à dire quand $\sin(\phi_1^k - \phi_{k-1}^1 + \phi_k) = -1$

donc :
$$\phi_k = -\frac{\pi}{2} + \phi_{k-1}^1 - \phi_1^k \quad (74)$$

soit en première approximation :

$$\phi_k = \phi_{k-1}^1 \quad (75)$$

Ce calcul approché permet donc d'obtenir à faible niveau un ordre de grandeur du déphasage optimal de la composante harmonique du champ par rapport à la composante fondamentale. Nous verrons que l'étude analytique permet d'étudier ce déphasage avec une bien meilleure précision et surtout avec des champs importants.

. Ordre de grandeur du taux de conversion :

A titre d'exemple donnons un ordre de grandeur du taux de conversion obtenu à partir de la formule précédente

Pour la diode utilisée ($\delta = 1 \mu$; $\tau_\delta = 10^{-11}$ sec ; $\lambda = 1,68 \cdot 10^{-5}$ cm/V), en multiplication 3 GHz - 30 GHz nous obtenons les résultats suivants :

$E_1 = 0,4 \cdot 10^5$ V/cm	$\eta = 2 \%$
$E_1 = 0,6 \cdot 10^5$ V/cm	$\eta = 16 \%$

Ces résultats ne tiennent compte ni de la résistance négative due au temps de transit des porteurs dans la zone d'avalanche, ni de la résistance négative qu'apporte la zone de transit. Ces deux effets ne peuvent qu'améliorer le taux de conversion. Par contre il nous faut maintenant tenir compte de l'influence des éléments parasites et en particulier de la résistance série (R_s).

II.1.6.2. Influence de la résistance série :

Le calcul des courants de conduction et de déplacement nous permet d'obtenir les composantes de l'admittance de la diode à la pulsation $n \omega$:

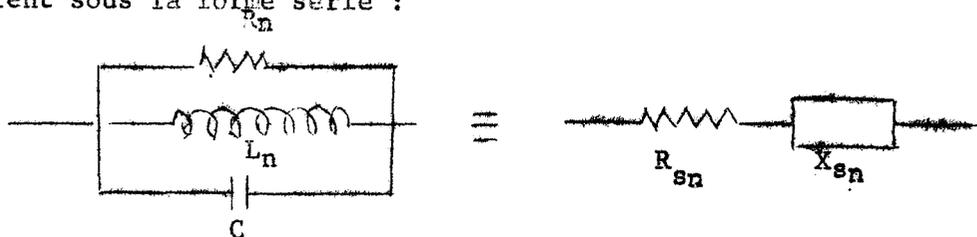
$$Y_n = G_n + j B_n$$

En multiplication de fréquence

$$\begin{aligned} n = 1 & \quad G_1 > 0 \\ n = k & \quad G_k < 0 \end{aligned}$$

G_n et F_n dépendent par ailleurs du courant de polarisation de la diode ; en particulier $B_1 = 0$ pour le courant d'avalanche.

Pour tenir compte de la résistance série, il faut mettre le schéma équivalent sous la forme série :



La puissance mise en jeu dans la zone d'avalanche est :

$$\begin{aligned} P_n &= R_n I_n^2 && (P_n > 0 \text{ pour } n = 1 \\ & && \text{et } P_n < 0 \text{ pour } n = k) \end{aligned}$$

La puissance mise en jeu dans l'ensemble de la diode

$$P_{un} = (R_{sn} + R_s) I_n^2 \tag{77}$$

A la fréquence fondamentale :

$$P_{u1} = P_1 \left(1 + \frac{R_s}{R_{s1}} \right) \tag{78}$$

A la fréquence harmonique

$$P_{uk} = P_k \left(1 + \frac{R_s}{R_{sk}} \right) \tag{79}$$

Le taux de conversion réel devient donc :

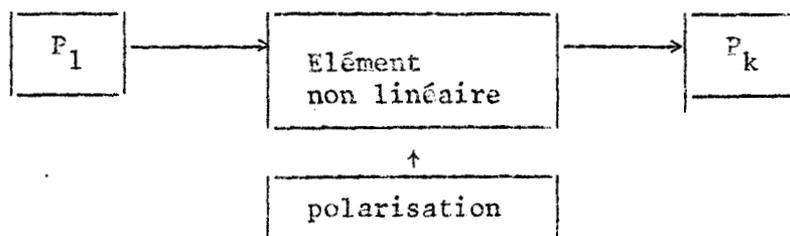
$$\eta_r = \eta \frac{1 + R_s/R_{sk}}{1 + R_s/R_{s1}} = \frac{1 - R_s/|R_{sk}|}{1 + R_s/R_{s1}} \tag{80}$$

Il est donc inférieur au taux de conversion théorique calculé précédemment. Afin de diminuer cet écart il importe donc que $|R_k|$ et R_1 soient maximum il sera possible d'effectuer cette optimisation en faisant varier le courant de polarisation de la diode. En effet G_n est une fonction linéaire de I_0 et B_n passe par zéro pour le courant d'avalanche.

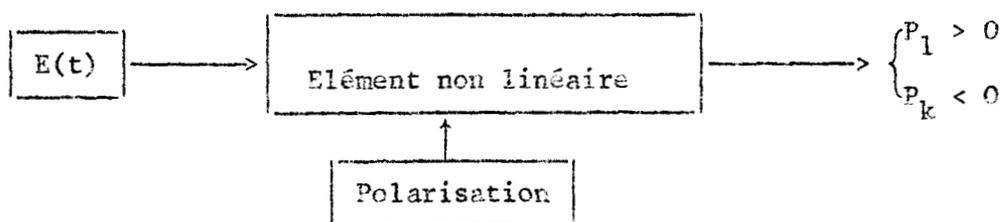
1.2. ETUDE NUMERIQUE

1.2.1. Méthode de calcul

L'étude numérique a pour but de prévoir les performances des multiplieurs à diode à avalanche et de définir les conditions optimales d'utilisation. Normalement nous devons simuler sur ordinateur une diode à avalanche soumise à une puissance P_1 à la fréquence fondamentale f_1 et en déduire la puissance P_k qu'elle délivre à la fréquence harmonique kf .



La complexité du calcul nous a contraint à envisager le problème sous un autre aspect. Nous considérons la diode soumise à un champ hyperfréquence périodique comprenant deux composantes harmoniques ; ceci définit un régime de fonctionnement pour lequel la puissance appliquée est P_1 et la puissance délivrée est P_k . Quand la diode fonctionne en multiplieur, elle doit absorber de la puissance à la fréquence fondamentale ($P_1 > 0$) et délivrer de la puissance à la fréquence harmonique ($P_k < 0$). Nous comptons positivement les puissances absorbées et négativement les puissances délivrées



C'est ce schéma général de calcul que nous avons adopté.

1.2.1.1. Hypothèses

Les hypothèses que nous avons faites sont sensiblement celles de l'étude analytique :

- . Nous réduisons la diode à une zone d'avalanche seule ($W = \delta$)
- . La structure est unidimensionnelle
- . Le champ hyperfréquence est constant dans toute la zone d'avalanche à un instant donné
- . La vitesse des porteurs (trous et électrons) est indépendante de leur nature et égale à leur valeur limite ($v_n = v_p = v$)
- . Le taux d'ionisation est identique pour les électrons et les trous
 $\alpha_n = \alpha_p \quad \alpha = \alpha_0 e^{\lambda E}$ (relation de Mac Kay)
- . Nous supposons le courant de saturation I_s négligeable
- . Enfin le champ électrique est soumis à un déphasage fictif $\omega \tau_\gamma$ dans l'équation du courant : ce déphasage rend compte de l'effet du temps de transit des porteurs dans la zone d'avalanche.

1.2.1.2. Paramètres et variables

La nature des paramètres les différencie en deux groupes.

D'une part, nous avons les paramètres liés à la structure du semiconducteur, d'autre part, nous avons les paramètres liés au régime de fonctionnement choisi.

a) Paramètres liés à la structure du semiconducteur

- Epaisseur de la zone d'avalanche : δ
- Surface de la zone d'avalanche : S
- Vitesse des porteurs dans la zone d'avalanche : v
- Influence du temps de transit des porteurs dans la zone d'avalanche : τ_γ
- Résistance série R_s

b) Paramètres liés au régime de fonctionnement

- . Champ hyperfréquence défini par le module et la phase de ses composantes harmoniques E_1, E_k, ϕ_k
- . Le courant continu de polarisation I_0

c) Variables

A chaque passage machine nous faisons varier la phase ϕ_k avec un pas plus ou moins grand. Ceci nous permet d'étudier P_k en fonction de P_1 pour différent ϕ_k .

1.2.1.3. Equation

Les Equations sont celles que nous avons adoptées pour l'étude analytique.

D'une part nous utilisons l'équation de Read pour calculer le courant de conduction $I_c(t)$, d'autre part nous introduisons le courant de déplacement à partir de la valeur de la capacité de la jonction polarisée en inverse.

1.2.1.4. Déroulement du calcul

L'étude analytique ne nous a pas permis d'obtenir une expression simple du courant de conduction en fonction du temps $I_c(t)$. L'intégration de l'équation de Read par une méthode numérique nous permet de calculer la valeur du courant de conduction à tout instant. Comme le phénomène est périodique, il nous suffit d'étudier son évolution sur une période

$$\text{Comme } \alpha_0 \delta e^{\lambda E_0} = 1 \quad (\text{condition d'avalanche})$$

l'expression de $I_c(t)$ devient

$$I_c(t) = I_{00} \exp \frac{2}{\tau_\delta} \int_0^t \left\{ e^{-\lambda \Delta E_0} e^{\lambda E(t + \tau_\gamma)} - 1 \right\} dt$$

Nous introduisons une fonction périodique $F_1(t)$ que nous pouvons calculer pas à pas : $F_1(t) = \int_0^t e^{\lambda E(t + \tau_\gamma)} dt$

Nous obtenons alors :

$$I_c(t) = I_{00} \exp \frac{2}{\tau_\delta} \left\{ e^{-\lambda \Delta E_0} F_1(t) - t \right\}$$

Ceci nous permet de déterminer la variation du champ continu ΔE_0 sous l'influence du champ hyperfréquence. Pour que le régime soit stable, il faut que $I_c(t + nT) = I_c(t)$ où T est la période du champ électrique.

En d'autres termes: $e^{-\lambda \Delta E_0} F_1(T) = T$

Soit $\Delta E_0 = \frac{1}{\lambda} \text{Log}_e \frac{F_1(T)}{T}$

Nous avons alors

$$I_c(t) = I_{00} \exp \frac{2}{\tau_\delta} \left(\frac{T F_1(t)}{F_1(T)} - t \right)$$

Posons $F_2(t) = \exp \frac{2}{\tau_\delta} \left(\frac{T F_1(t)}{F_1(T)} - t \right)$

Il nous faut calculer la constante d'intégration I_{00} qui dépend du courant de polarisation I_0 et de la valeur moyenne de $F_2(t)$.

Posons $F_3(T) = \int_0^T F_2(t) dt$

$$I_{00} = I_0 \frac{T}{F_3(T)}$$

Le courant de conduction s'écrit :

$$I_c(t) = I_0 \frac{T}{F_3(T)} F_2(t)$$

En faisant varier t de 0 à T on peut tracer l'évolution du courant $I_c(t)$ sur une période.

Connaissant $I_c(t)$, il nous est facile de faire une décomposition en série de Fourier pour faire apparaître les différentes composantes harmoniques de ce courant

$$I_c(t) = I_0 + \sum_k A_k \cos k \omega t + B_k \sin k \omega t$$

Nous pouvons aussi avoir des renseignements sur les modules et phases des composantes harmoniques du courant de conduction.

$$C_k = (A_k^2 + B_k^2)^{1/2} \text{ et } \psi_k = \text{Arctg} \frac{A_k}{B_k}$$

Si ψ_k est la phase de la composante de pulsation $k\omega$ du champ hyperfréquence (la référence est prise par rapport à la composante fondamentale), les expressions des impédances parallèles équivalentes à la zone d'avalanche pour les différentes composantes du champ sont :

$$R_1 = \frac{E_1 \delta}{B_1}$$

$$\omega L_1 = \frac{E_1 \delta}{A_1}$$

$$R_k = \frac{E_k \delta}{B_k \cos \phi_k + A_k \sin \phi_k}$$

$$k\omega L_k = \frac{E_k}{A_k \cos \phi_k - B_k \sin \phi_k}$$

Nous pouvons également calculer les puissances mises en jeu. La puissance dissipée à la fréquence fondamentale (ou puissance d'entrée) s'exprime par :

$$P_1 = \frac{\delta E_1 B_1}{2}$$

La puissance dissipée à la fréquence harmonique (ou puissance de sortie) s'exprime par :

$$P_k = \frac{\delta E_k (A_k \sin \phi_k + B_k \cos \phi_k)}{2}$$

Le taux de conversion obtenu au niveau de la zone d'avalanche est donc

$$R_{ok} = \frac{P_k}{P_1}$$

Pour qu'il y ait multiplication de fréquence il faut que P_1 soit positif et P_k négatif.

Les puissances réelles sont différentes à cause de l'influence de la résistance série. Pour obtenir le courant total traversant la diode nous devons tenir compte du courant de déplacement (ou courant circulant dans la capacité équivalente de la jonction). Nous transformons le schéma équivalent parallèle en schéma série au moyen des expressions suivantes :

$$R_{sk} = \frac{R_k L_k^2 (k\omega)^2}{R_k^2 (1 - L_k C (k\omega)^2)^2 + L_k^2 (k\omega)^2}$$

$$X_{sk} = \frac{R_k^2 L_k k\omega (1 + L_k C (k\omega)^2)}{R_k^2 (1 - L_k C (k\omega)^2)^2 + L_k^2 (k\omega)^2}$$



Dans ce cas les puissances "utiles" s'expriment par :

$$P_{u1} = P_1 \left(1 + \frac{R_s}{R_{s1}}\right) \text{ et } P_{uk} = P_k \left(1 + \frac{R_s}{R_{sk}}\right) = P_k \left(1 - \frac{R_s}{|R_{sk}|}\right)$$

et le taux de conversion réel est :

$$R_{ouk} = \frac{P_{uk}}{P_{u1}}$$

1.2.1.5. Schéma général du calcul

(voir tableau)

1.2.1.6. Détail du programme (Listing)

(voir annexe 4)

Données

Structure

Condition de fonctionnement

Calcul numérique

Résultats

$\delta, \lambda, \epsilon, V, \tau, \gamma, \alpha$

I_0
 $E(t + \tau\gamma) = \sum E_k \sin(k\omega(t + \tau\gamma) + \phi_k)$

Equation de Read
 Condition d'avalanche
 Intégration

ΔE_0
 courant de con-
 duction

Décomposition en série
 de Fourier de $I_c(t)$

Composantes
 harmoniques du
 courant de conduction
 Puissances corres-
 pondantes P_k

S

courant de déplacement

courant total

courant total

Eléments parasites

R_s

Calcul des puissances
 réelles

Puissances réelles P_{sk}
 et taux de conversion



1.2.2. Résultats du calcul numérique

Au cours de cette étude numérique, il est apparu très vite que le nombre de paramètres à considérer était très important et qu'il importait de réduire au maximum le nombre de variables. Ceci a été rendu possible grâce aux premiers résultats de l'étude numérique que nous ont permis de mettre en évidence les éléments suivants :

a) Influence du courant de polarisation (courbe N 1)

Les puissances émises ou absorbées au niveau de la zone d'avalanche à champ constant, varient linéairement en fonction de I_0 . De même, les impédances équivalentes de la zone d'avalanche aux différentes fréquences varient en raison inverse de I_0 . Ces résultats sont bien en accord avec ceux des études analytiques précédentes (14)

b) Influence du produit $\omega \tau_s$

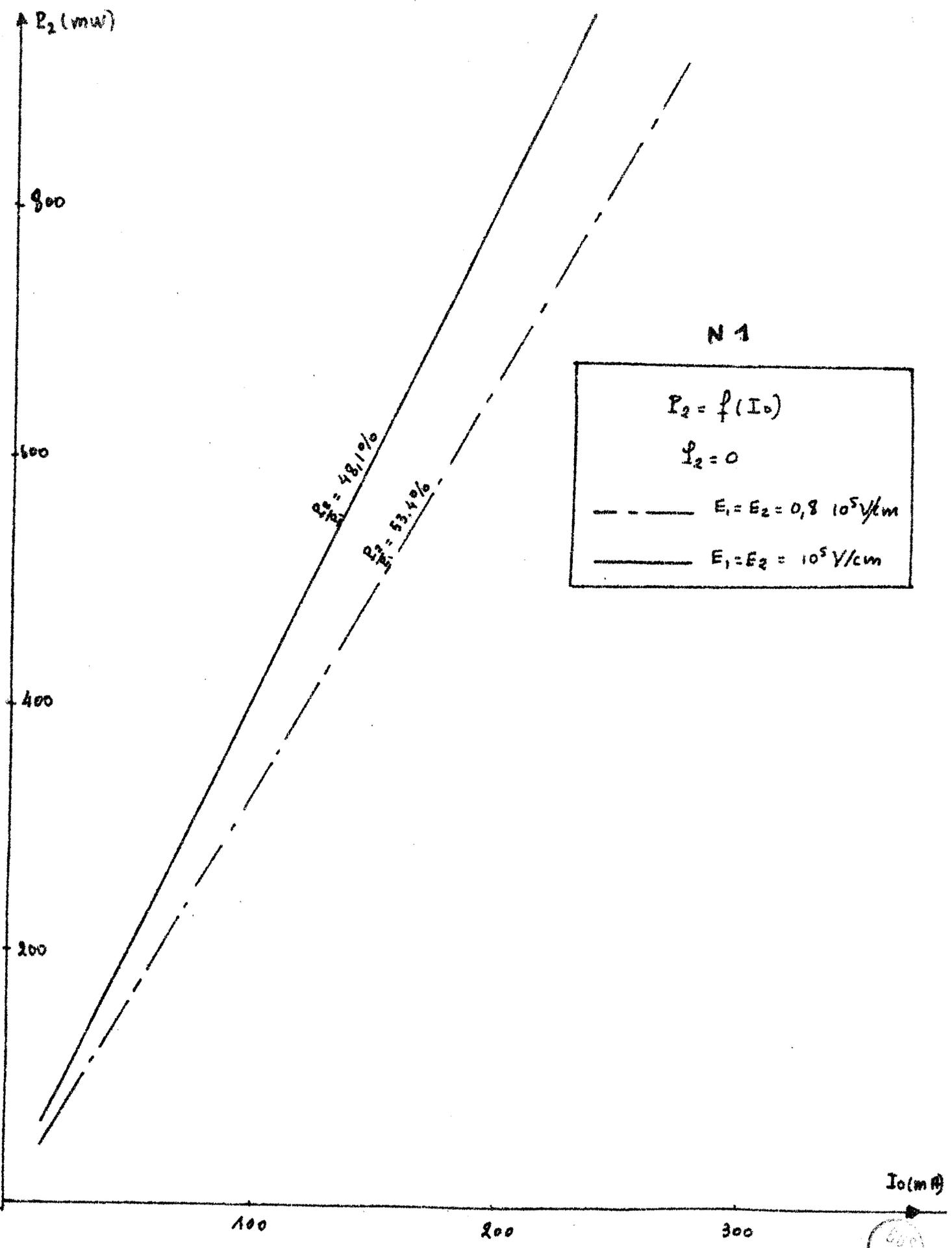
Pour la même configuration du champ électrique, les composantes du courant de conduction dans la zone d'avalanche ne dépendent que du produit $\omega \tau_s$ si la fréquence varie.

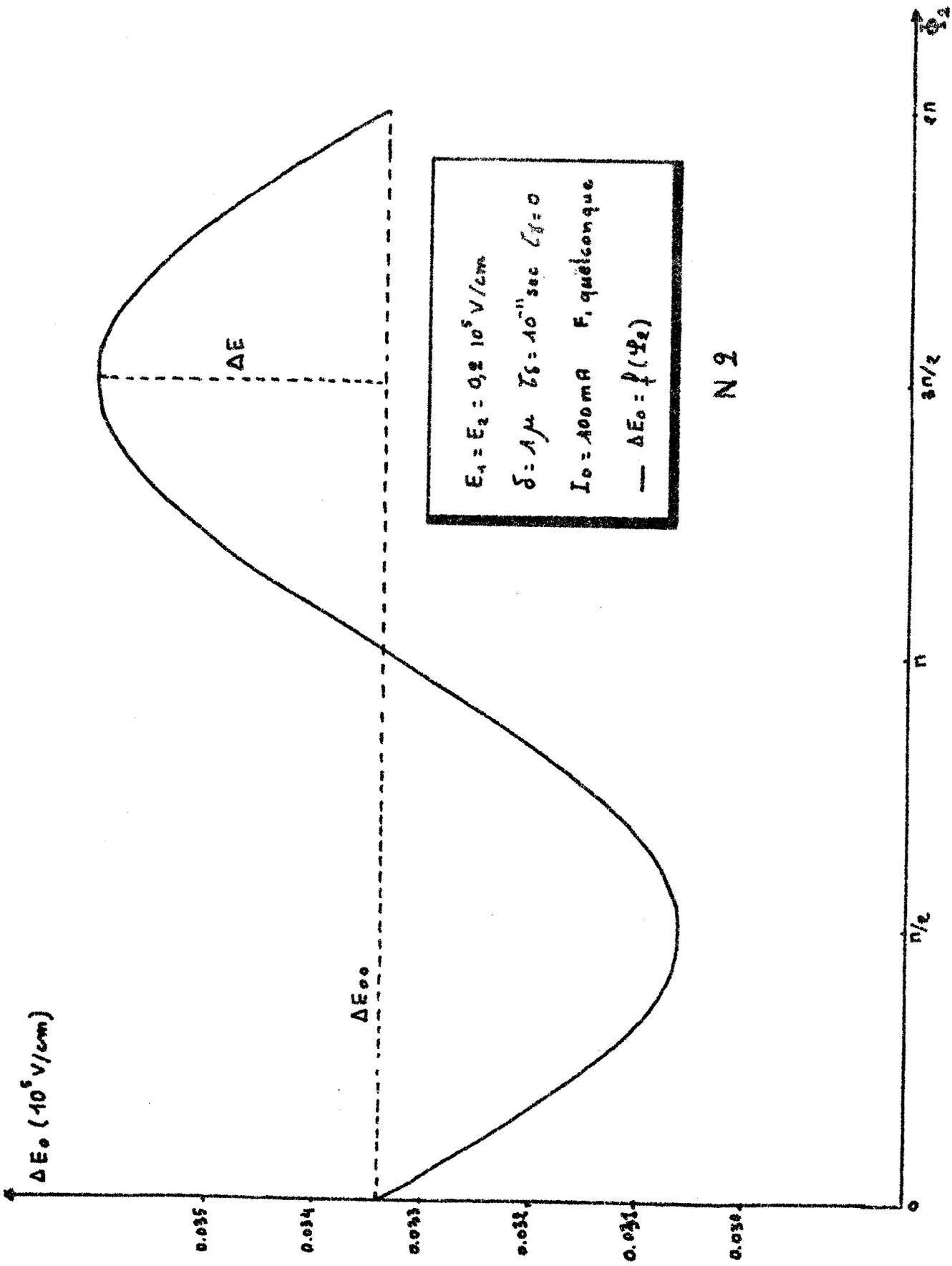
1.2.2.1. Caractéristiques de fonctionnement d'une diode à avalanche en régime non linéaire

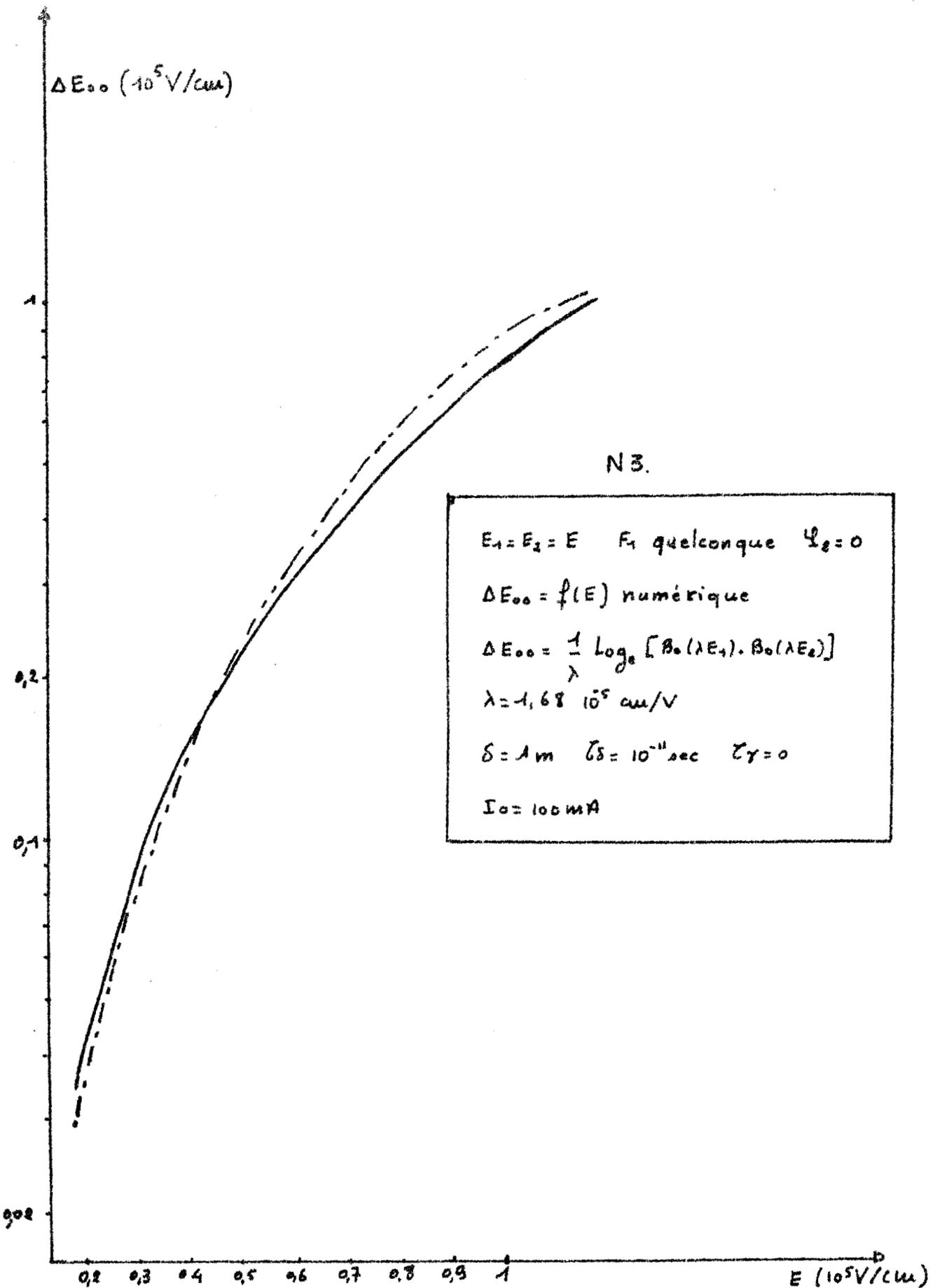
1.2.2.1.1. Variation de la composante continue du champ hyperfréquence ΔE_0

Lorsqu'on applique un champ hyperfréquence sur une diode à avalanche alimentée au courant polarisation I_0 constant, nous constatons que la tension d'alimentation diminue ; la variation du champ continu E_0 correspondante ne dépend que de l'amplitude du champ hyperfréquence et des caractéristiques du semiconducteur (évolution du taux d'ionisation avec le champ).

Cet effet, signalé par ailleurs, dans le cas d'un champ sinusoïdal (15) a été étudié ici pour un champ périodique comportant deux composantes harmoniques. Il peut d'ailleurs être intéressant dans le cas de la multiplication de fréquence puisqu'il contribue à une diminution de la puissance continue consommée par la diode.







Les paramètres de l'étude sont les suivants :

- . amplitudes des deux composantes du champ (supposées égales)
- . déphasage ϕ_k entre ces deux composantes
- . rang k de la composante harmonique.

La courbe N2 montre l'influence du déphasage ϕ_k sur la valeur de ΔE_o , les amplitudes E_1 et E_k des composantes restent constantes. Il apparait que ΔE_o varie légèrement avec ϕ_k : cette variation est d'autant moins marquée que le rang de l'harmonique est élevé. Elle est quasi sinusoidale et peut s'exprimer par :

$$\Delta E_o = \Delta E_{oc} - \Delta E \sin \phi_k$$

Par ailleurs, nous avons étudié l'évolution de ΔE_o avec l'amplitude du champ (courbe N3) pour une phase donnée. ΔE_o croit rapidement en fonction de $E_1 = E_k$ et ne dépend pas du rang de l'harmonique. Remarquons que pour $E_1 = E_k = 1 \cdot 10^5$ V/cm, $\Delta E_o = 0,8 \cdot 10^5$ V/cm ; ce qui correspond à une diminution de la tension d'avalanche de 8 V.

Ce résultat est tout à fait conforme à celui de l'étude analytique (§ II.1.3.1.)

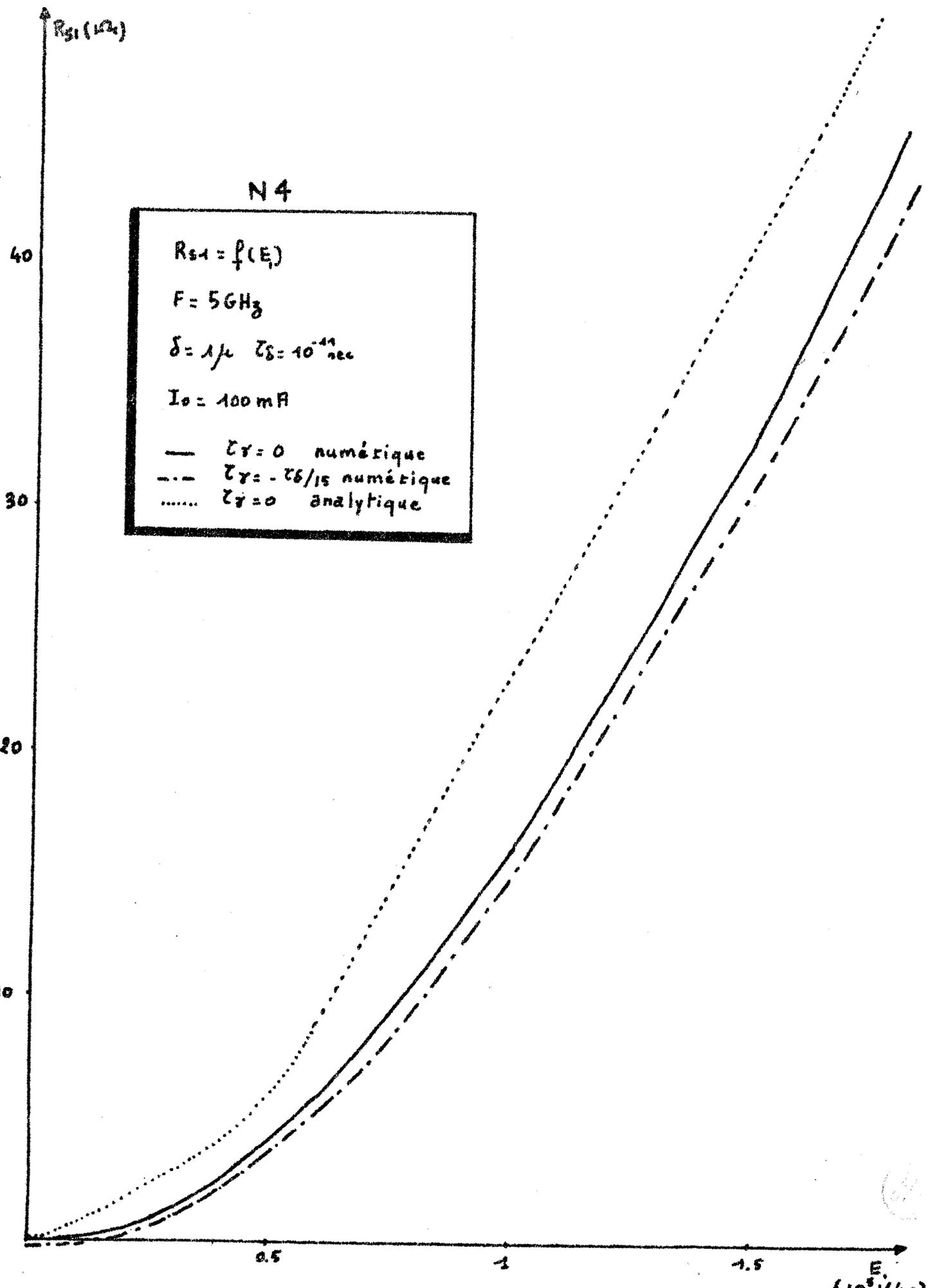
$$\Delta E_{oc} \approx - \frac{1}{\lambda} \text{Log}_e \prod_k (\lambda E_k)$$

D'autre part le terme $\Delta E \sin \phi_k$ provient de la présence du terme D dans l'équation (27) que nous avons négligé par la suite. Comme nous l'avions prévu analytiquement ce terme est d'autant plus petit que le rang de l'harmonique est élevé (pour $k = 10$, ΔE est insignifiant).

1.2.2.1.2. Influence de τ_γ

Il nous a semblé important d'étudier l'influence du temps de transit des porteurs dans la zone d'avalanche (par l'intermédiaire de τ_γ) sur la résistance équivalente à cette zone.

La courbe N4 montre l'évolution de celle-ci en fonction de l'amplitude du champ électrique dans le cas où $\tau_\gamma = 0$ et où $\tau_\gamma = -\tau_\gamma/15$. Il apparait ainsi que, dans ce dernier cas, la résistance est négative à faible niveau et peut être nulle pour un niveau déjà important. Ce phénomène pourra contribuer à améliorer nette-



ment les performances des multiplicateurs, notamment en H.F. comme nous le verrons par la suite. Les résultats sont en bon accord avec ceux de l'étude analytique comme le montre la courbe N4.

1.2.2.1.3. Etude du courant d'avalanche

Un des effets les plus caractéristiques du régime non linéaire réside dans la variation du courant d'avalanche avec le champ électrique. Rappelons que le courant d'avalanche est le courant pour lequel la zone d'avalanche est équivalente à un circuit oscillant accordé à la fréquence considérée. Nous avons signalé dans un précédent rapport ⁽¹³⁾ que ce courant, égal à I_{x0} en régime linéaire prend des valeurs I_x croissantes avec le niveau en régime non linéaire.

Nous avons effectué une étude analytique de cet effet en régime sinusoïdal. Grâce au calcul numérique, nous pouvons l'étudier maintenant en régime périodique. Nous avons représenté (courbe N5) les variations de I_{x0}/I_x en fonction de E_1 dans les trois cas suivants :

- . régime sinusoïdal
- . régime périodique avec présence d'une composante à l'harmonique 2 :
variation du courant d'avalanche à la fréquence d'entrée dans le cas de la multiplication par deux.
- . régime périodique avec présence d'une composante sous harmonique 1/2 :
variation du courant d'avalanche à la fréquence de sortie dans le cas de la multiplication par deux.

Les allures des variations sont similaires. Cependant les amplitudes sont très différentes, le régime sinusoïdal est intermédiaire entre les deux autres cas.

On constate notamment que le courant d'avalanche est beaucoup plus faible quand une composante à l'harmonique 2 du champ est présente. Ce résultat est intéressant tant pour l'utilisation des diodes aussi bien en oscillation qu'en multiplication.

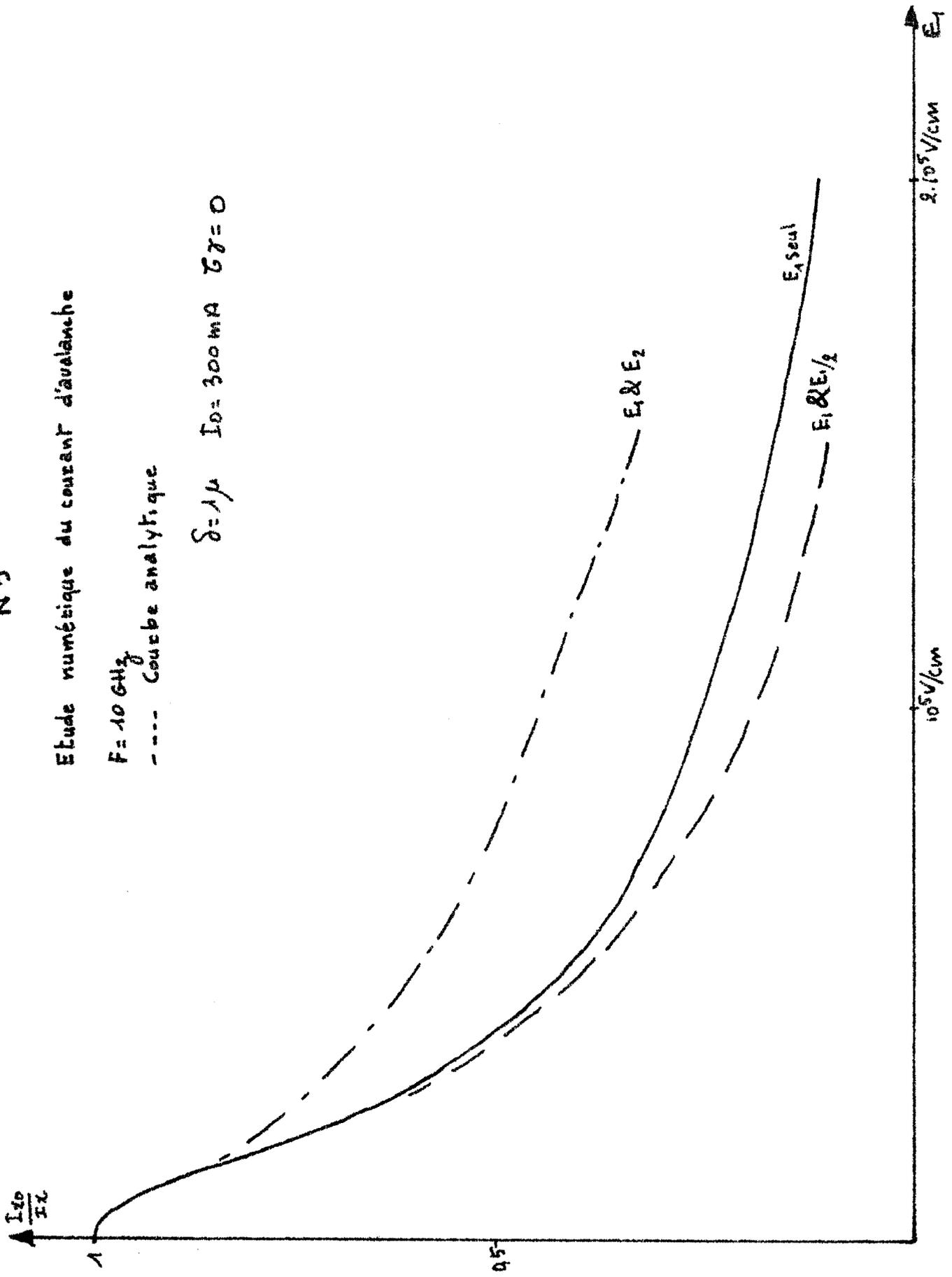
N5

Etude numérique du courant d'avalanche

$F = 10 \text{ GHz}$

--- Courbe analytique

$\delta = 1 \mu$ $I_0 = 300 \text{ mA}$ $\sigma \gamma = 0$



1.2.2.1.4. Etude du courant de conduction pour un champ hyperfréquence périodique comportant un terme harmonique de rang élevé

Un résultat important de l'étude analytique réside dans la relation entre la variation temporelle du courant de conduction pour un champ périodique à haut rang d'harmonique et la variation temporelle des courants de conduction.

Les équations (43) (44) et (45) conduisent à :

$$\frac{I_c^{1,10}(t)}{I_{00}^{1,10}} = \frac{I_c^1(t)}{I_{00}^1} \frac{I_c^{10}(t)}{I_{00}^{10}}$$

Les approximations faites pouvaient laisser un certain doute quant à la valeur de ce résultat. Il nous est apparu utile de le vérifier numériquement.

Nous ne connaissons pas les valeurs de ces différentes constantes I_{00} . Par contre nous avons montré dans l'étude analytique (§.II 1.6.1.) que le rapport :

$$\frac{I_{00}^1 I_{00}^k}{I_0^1 I_0^k} \text{ était voisin de } I_0.$$

Nous n'avons donc porté sur un même graphique (N6) les variations de $\frac{I_c^{1,10}(t)}{I_0^{1,10}}$ et de $\frac{I_c^1(t) I_c^{10}(t)}{I_0^2}$: cette étude a été réalisée pour un champ de 10^5 V/n, une fréquence fondamentale de 5 GHz, et un courant de 200 mA. La concordance est assez bonne entre les deux types de courbes : ceci semble confirmer la validité de nos approximations.

1.2.2.2. Multiplication de fréquence

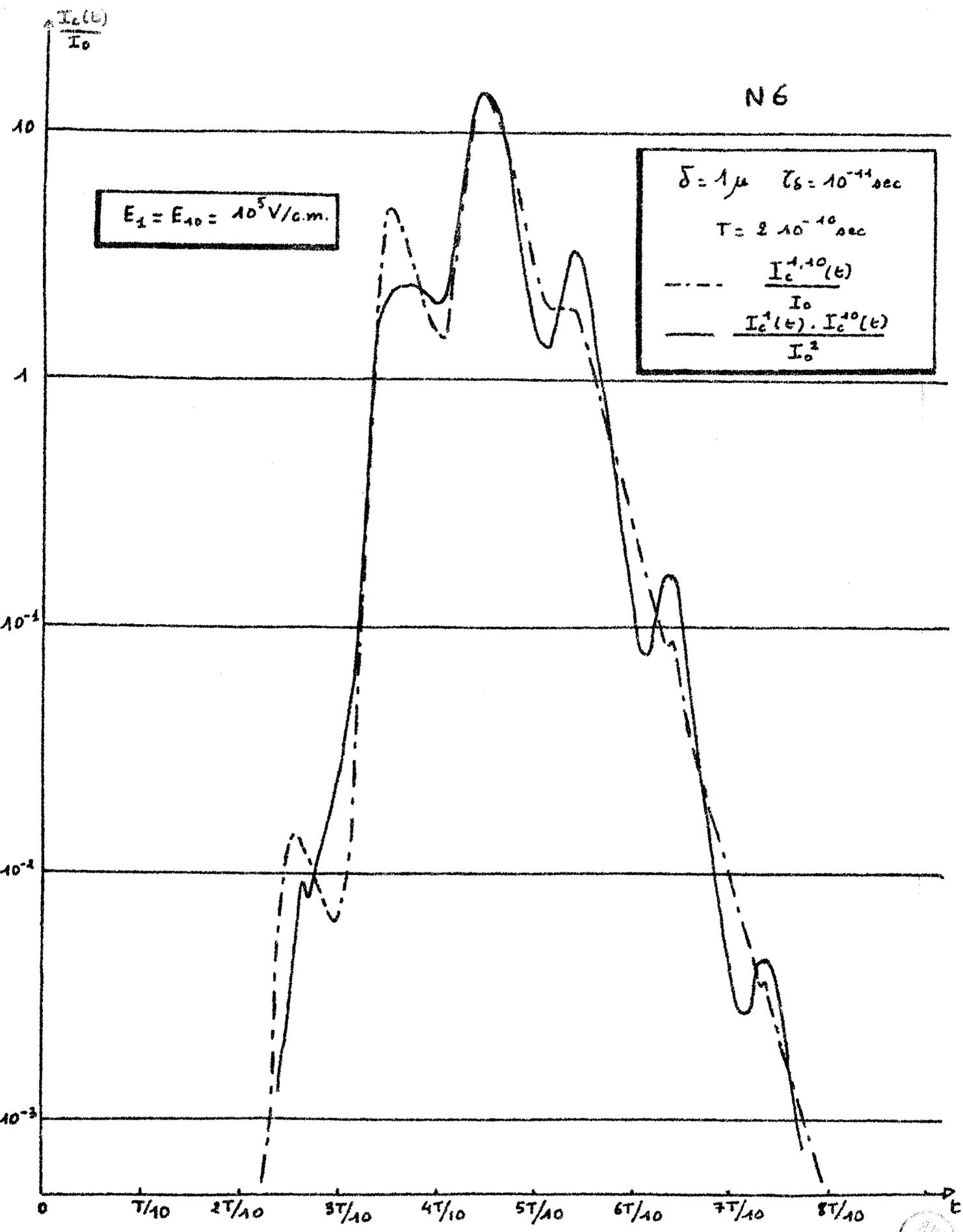
1.2.2.2.1. Méthode d'étude. Recherche du régime de fonctionnement optimum

Comme nous l'avons précisé au début de l'étude numérique, la complexité du problème nous interdit d'introduire comme donnée du calcul la puissance P_1 à la fréquence fondamentale, et d'en déduire les conditions qui permettent d'obtenir une puissance P_k maximale. Nous définirons en fait un régime de fonctionnement par une certaine configuration du champ : valeur de E_1 , E_k et ϕ_k . Le fonctionnement du système dépendant surtout de ϕ_k , comme le montre les courbes N7 et N8, nous considérons cette grandeur comme la variable du calcul. Pour chaque couple de valeurs de E_1 et E_k , on fait varier systématiquement ϕ_k afin de

N6

$E_1 = E_{10} = 10^5 \text{ V/cm.}$

$\delta = 1 \mu$ $\tau_b = 10^{-11} \text{ sec}$
 $T = 2 \cdot 10^{-10} \text{ sec}$
--- $\frac{I_c^{1,10}(t)}{I_0}$
— $\frac{I_c^1(t) \cdot I_c^{10}(t)}{I_0^2}$



trouver le régime de fonctionnement optimum.

Nous avons défini arbitrairement ce régime par la valeur de ϕ_k qui donne la puissance de sortie maximale. Ce régime est d'ailleurs très voisin de celui qui donne le taux de conversion maximal comme le montre les courbes (N7 et N8). Pour chaque couple de valeurs de E_1 et E_k , on obtient donc la valeur de la puissance de sortie maximale P_k , la valeur correspondante de la puissance d'entrée P_1 , et les puissances correspondantes **aux deux fréquences.**

Afin de réduire au maximum le nombre de variables à considérer, et par là l'ampleur des calculs, il nous a semblé **important** de voir s'il n'existait pratiquement dans tous les cas un rapport $\frac{E_k}{E_1}$ optimal et si la gamme de variation de ϕ_k ne pouvait pas être **réduite.**

Pratiquement, il s'est avéré que le rapport $\frac{E_k}{E_1} = 1$ était optimal dans la plus grande partie de la gamme permise, aussi bien en multiplication de fréquence par deux qu'en multiplication par dix. La courbe N9 montre une très légère supériorité du régime quand $E_2 = \frac{1}{2}$ et ce, pour des puissances d'entrée relativement faibles.

Le déphasage ϕ_k entre les deux **composantes** du champ doit être tel qu'une certaine puissance soit absorbée à la fréquence fondamentale ($P_1 > 0$) et écrire à la fréquence harmonique ($P_k < 0$). Ceci permet de réduire le domaine de variation de ϕ_k :

- . entre $-\pi/2$ et $+\pi/2$ pour la multiplication de fréquence par deux
- . entre 0 et $3\pi/2$ pour la multiplication de fréquence par 10.

Nous avons tracé (courbes N10 et N11) les variations de la phase optimale en fonction de l'amplitude du champ E_1 ($E_k = E_1$) en multiplication de fréquence par deux et en multiplication par dix. Ces éléments nous ont été d'une aide précieuse pour réduire l'ampleur et la durée de nos calculs.

1.2.2.2.2. Nécessité d'un modèle complet

Pour obtenir des prévisions correctes sur le fonctionnement de diode à avalanche en multiplication de fréquence, il est nécessaire que le modèle utilisé reproduise le plus exactement possible les caractéristiques de la structure. Notamment il nous faut tenir compte de l'effet du temps de transit des porteurs dans la zone d'avalanche et de l'influence de la résistance série de la diode.

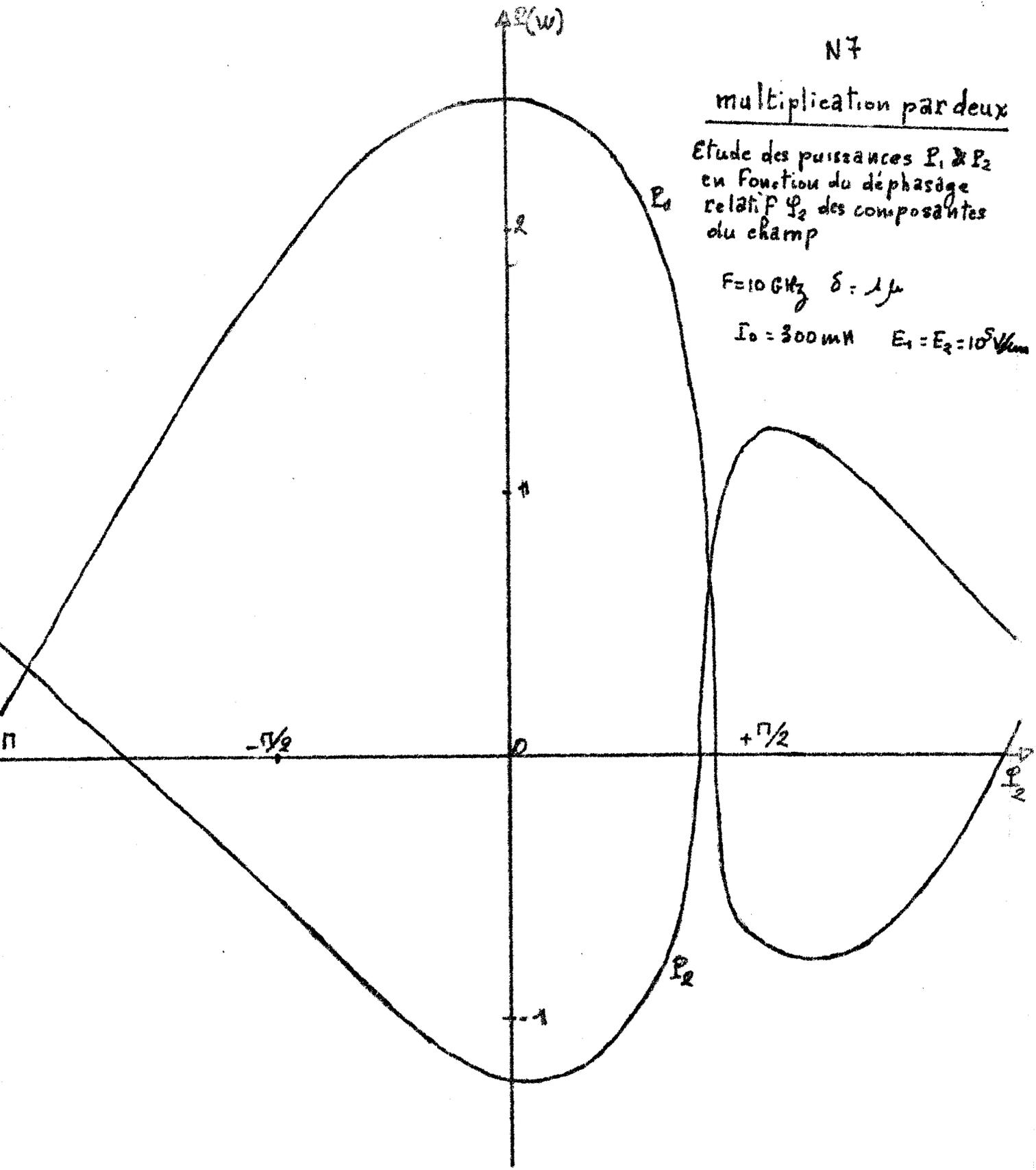
N7

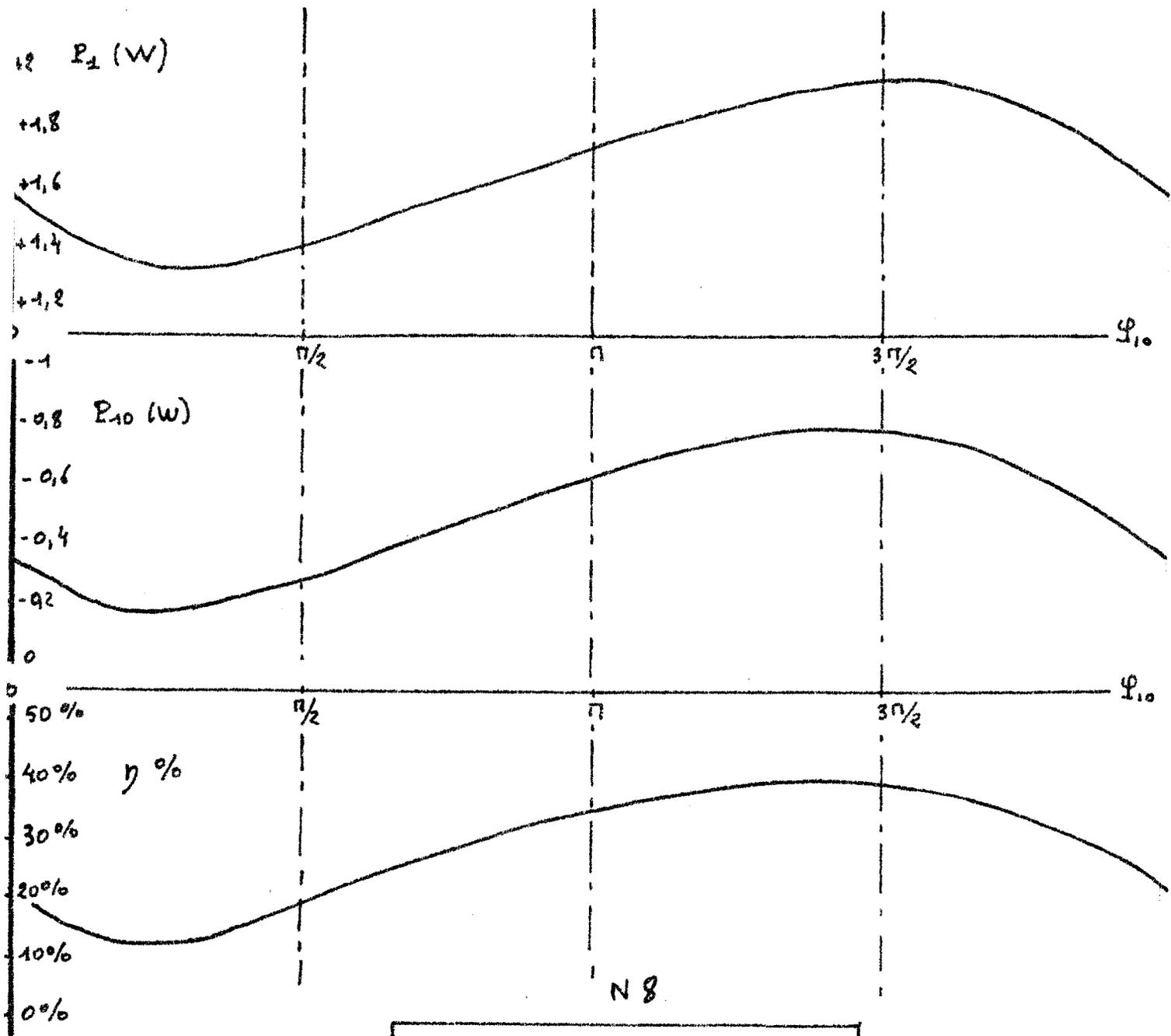
multiplication par deux

Etude des puissances P_1 & P_2
en fonction du déphasage
relatif φ_2 des composantes
du champ

$F = 10 \text{ GHz}$ $\delta = 1 \mu$

$I_0 = 300 \text{ mW}$ $E_1 = E_2 = 10^5 \text{ V/cm}$





$F_1 = 3 \text{ GHz}$	$F_{10} = 30 \text{ GHz}$
$E_1 = E_{10} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ V/cm}$	
$\epsilon_r = -\epsilon_0/5$	$I_0 = 300 \text{ mA}$
$\delta = 0,7 \mu$	

P. Sortie (W)

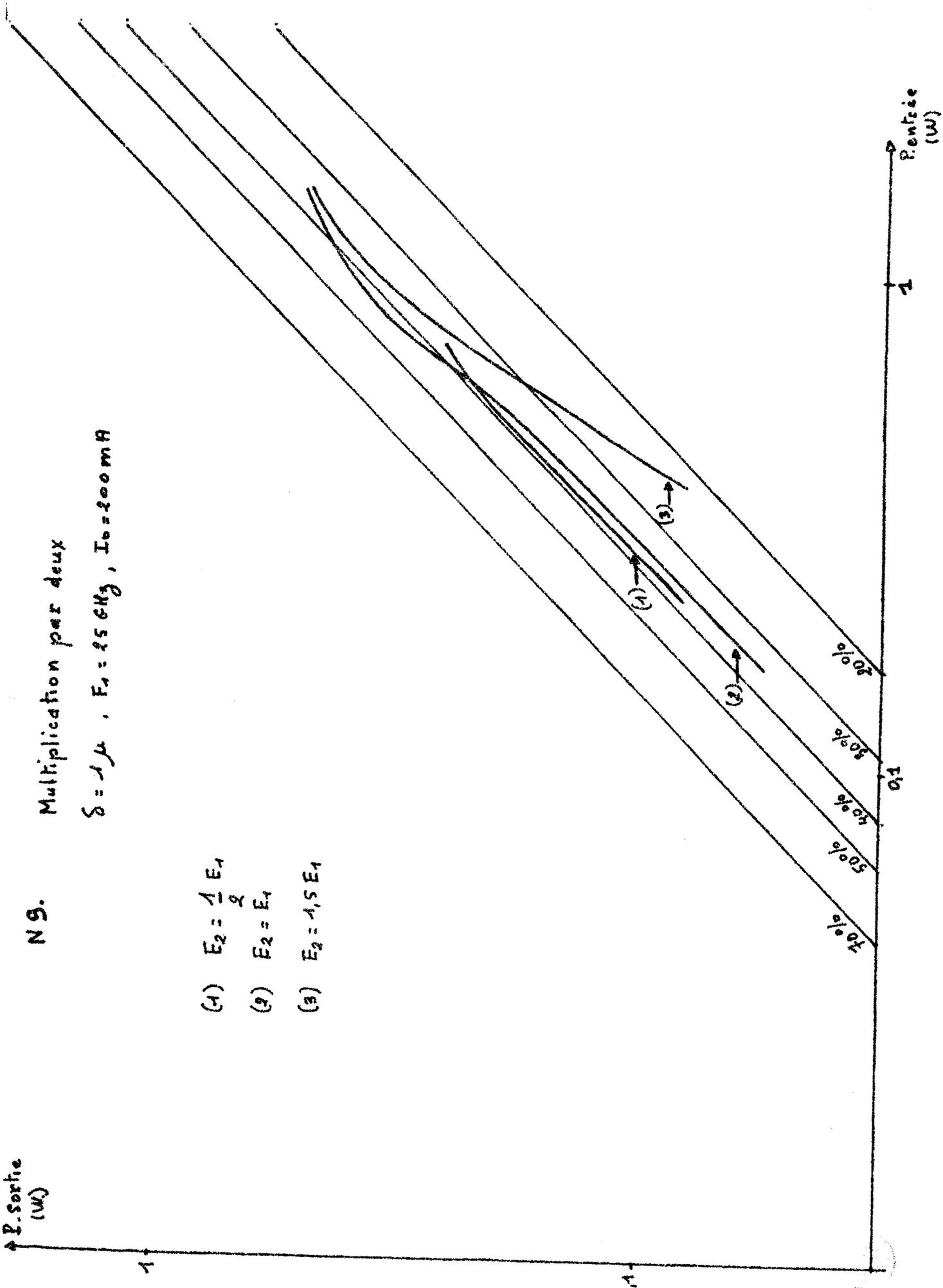
P. entré (W)

N 9.

Multiplication par deux

$\delta = 1 \mu$, $F_1 = 15 \text{ MHz}$, $I_0 = 200 \text{ mA}$

- (1) $E_2 = \frac{1}{2} E_1$
- (2) $E_2 = E_1$
- (3) $E_2 = 1,5 E_1$

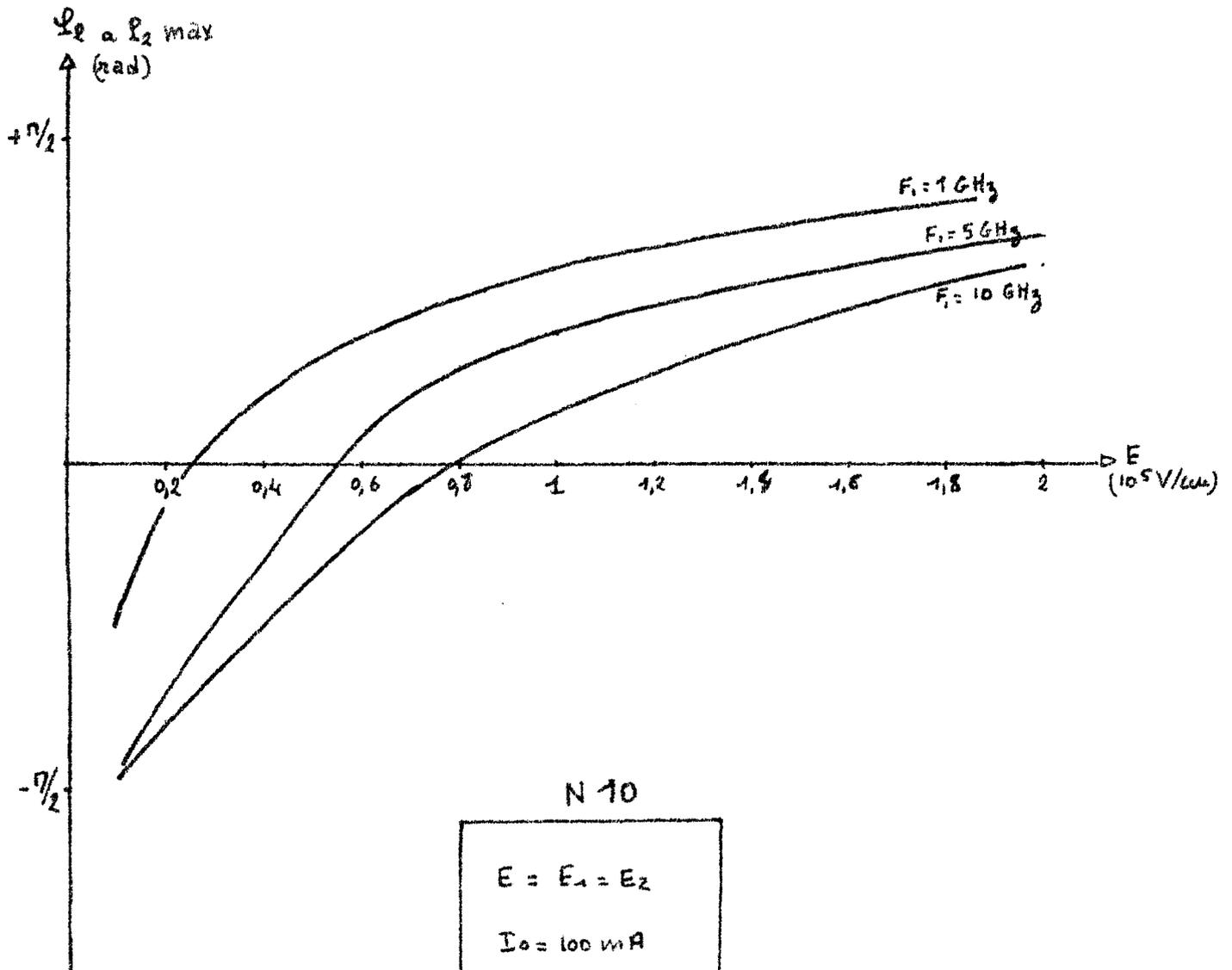


70%
50%
50%
50%
20%

1

1

0,1



N 10

$E = E_1 = E_2$ $I_0 = 100 \text{ mA}$ $F_1 = 1, 5, 10 \text{ GHz}$ $\delta = 1 \mu \quad \epsilon_r = 0$

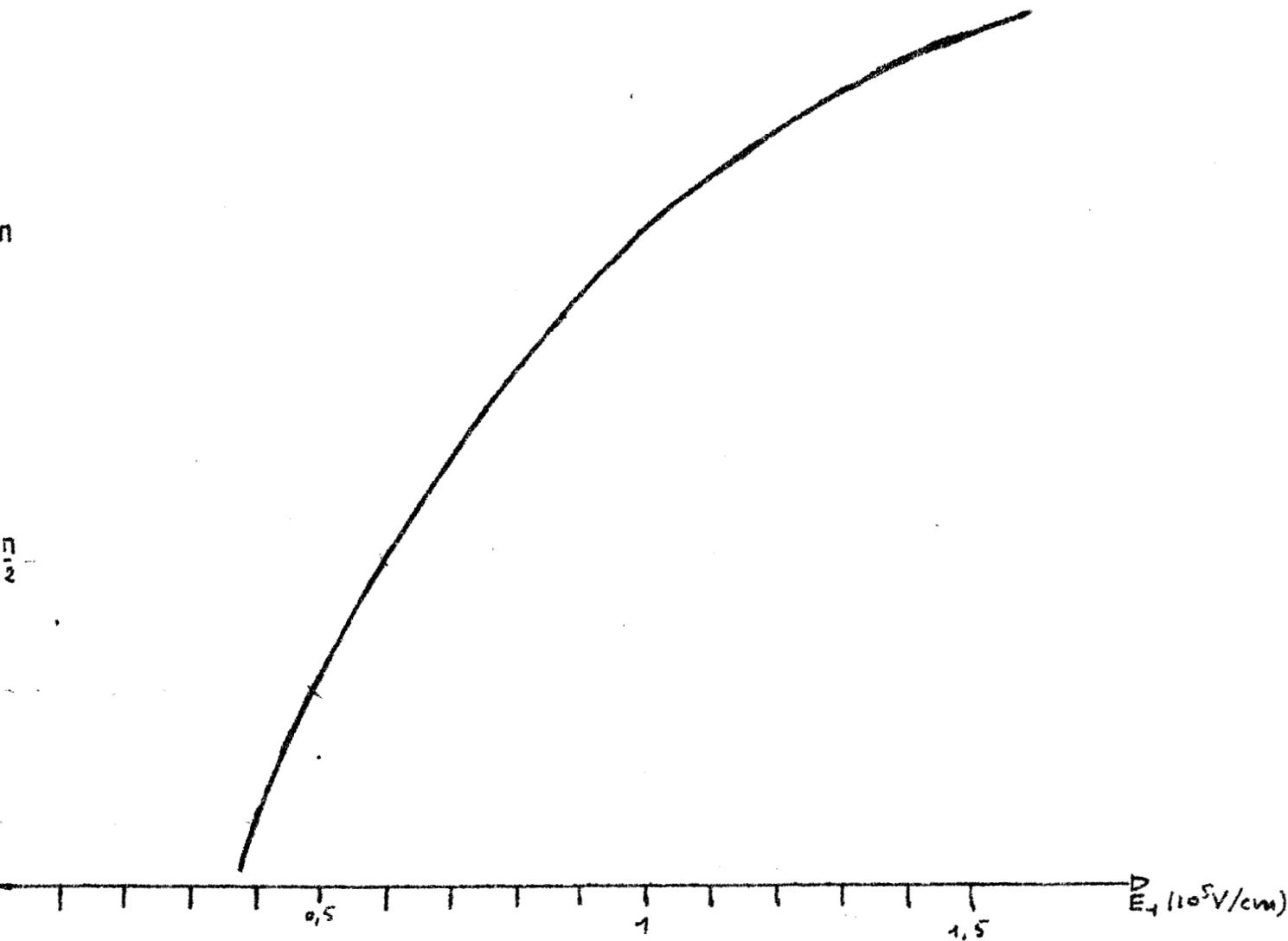
$\Psi_{10} (P_{10max})$

N 11

$$\Psi_{10} \text{ à } P_{10max} = f(E_1)$$
$$F_1 = 3 \text{ GHz} \quad F_{10} = 30 \text{ MHz}$$
$$I_0 = 300 \text{ mA} \quad \tau_T = -\frac{\tau_S}{5}$$
$$\delta = 0,7 \mu.$$

27

30
2



a) Influence du temps de transit des porteurs

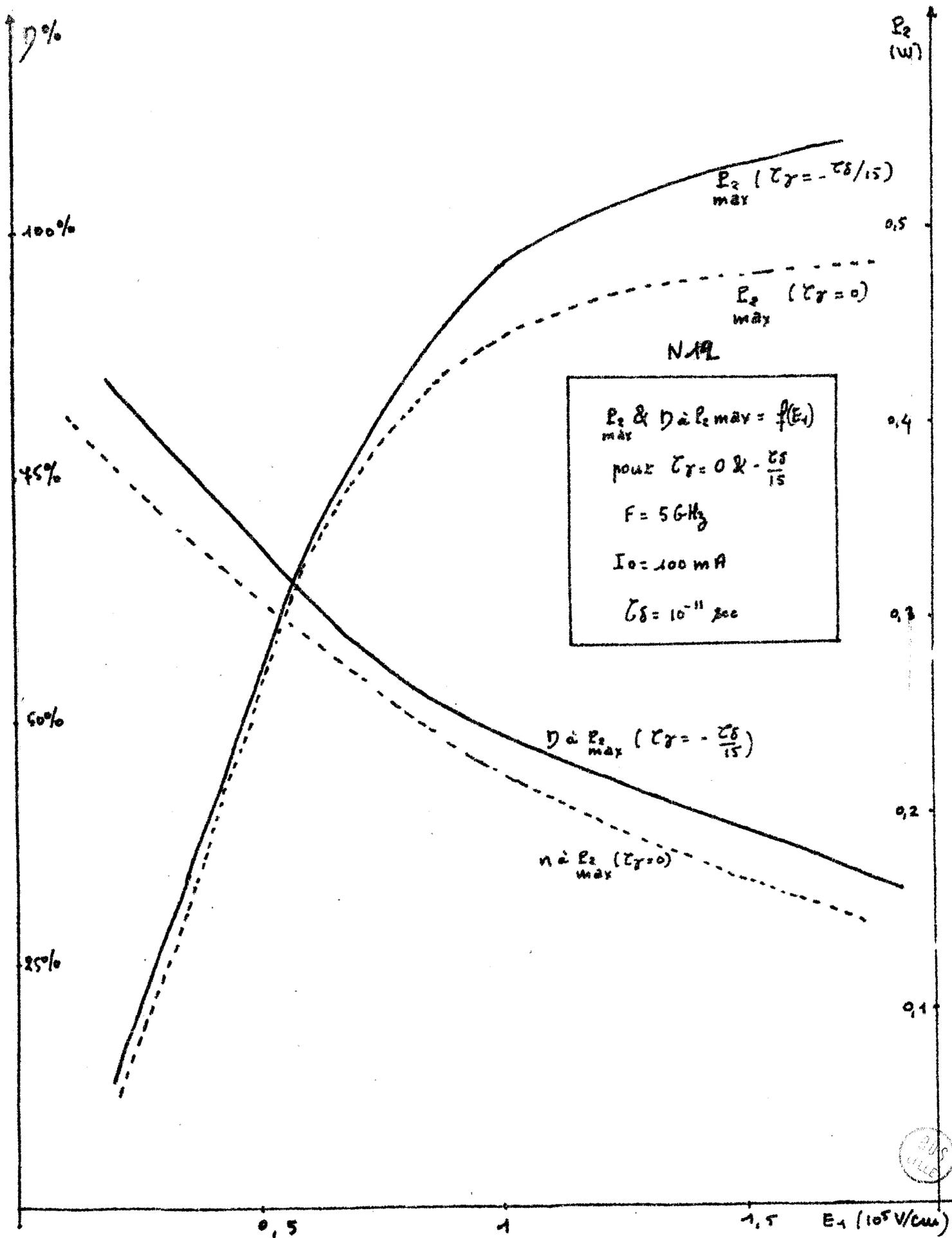
Il peut être représenté par un déphasage fictif ($-\omega \tau$) du champ électrique appliqué à la diode. Il en résulte une augmentation de la puissance de sortie et du taux de conversion comme le montre la courbe N12. Cet effet était d'ailleurs prévisible à partir des résultats du § I.2.2.1.2. Dans cette étude, nous avons pris $\tau = \tau_0/15$ ce qui semble une valeur minimale en régime linéaire (Tager)

Des études effectuées au laboratoire ont montré que pour les diodes couramment utilisées τ pouvait être beaucoup plus important, de l'ordre de $\tau = \tau_0/15$ par exemple. Vu l'importance de cet effet, qui par ailleurs augmente avec la fréquence, il nous semble absolument indispensable d'en tenir compte dans la suite de l'étude.

b) Influence de la résistance série

Comme nous l'avons montré dans l'étude analytique, la présence de cette résistance est la cause d'une absorption d'énergie à la fois à la fréquence fondamentale et à la fréquence harmonique. Son influence est d'autant plus importante que la résistance équivalente à la diode est plus faible. Celle-ci dépend notamment de la section de la diode, du courant I_0 et de la fréquence. Dans tous les cas comme le montre la courbe N13, son effet ne peut être négligé.

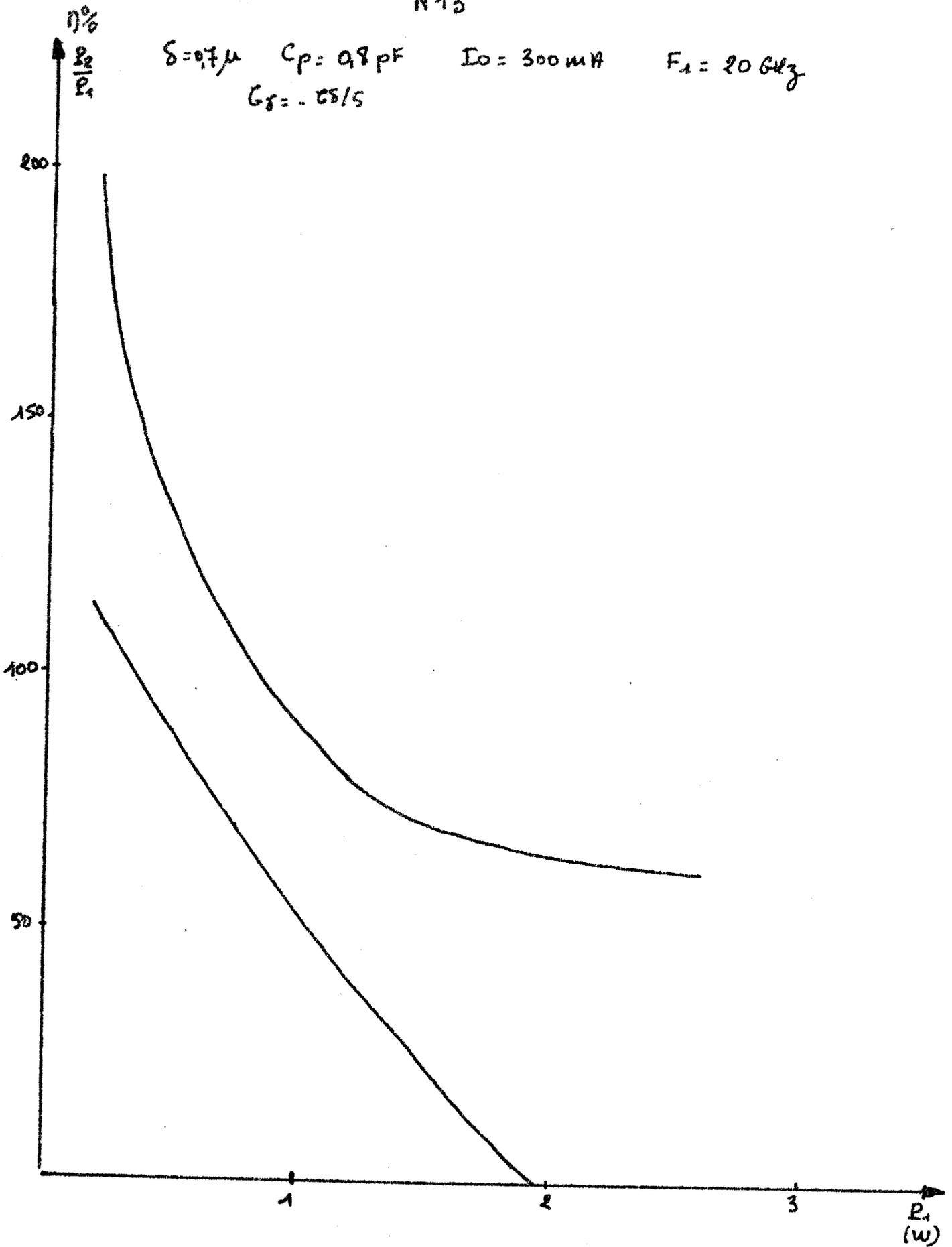
Sur cette figure, nous représentons l'évolution du taux de conversion avec la puissance P_1 , en multiplication de fréquence par deux, dans le cas où $R_s = 0$ et $R_s = 1 \Omega$. Alors que pour $R_s = 0$, les taux de conversion restant encore voisin de 60 % à puissance d'entrée élevée, ils décroissent très vite pour $R_s = 1 \Omega$ et tendent même vers zéro en multiplication 20 - 40 GHz. L'influence est d'autant plus grande que la fréquence est élevée : ceci pro-



N-13

$\delta = 0.7 \mu$ $C_p = 0.8 \text{ pF}$ $I_0 = 300 \text{ mA}$
 $G_S = -0.5/5$

$F_1 = 20 \text{ GHz}$



vient du fait que la résistance équivalente de la diode décroît avec la fréquence à cause de l'influence prédominante des courants de déplacement. Nous avons choisi une valeur assez importante pour la résistance série afin de bien mettre en évidence son influence. En pratique, les mesures expérimentales effectuées au laboratoire ont fait apparaître des valeurs plus faibles, de l'ordre de 0,5 Ω par exemple. Dans la recherche d'une structure optimale, il semble important de promouvoir des technologies de fabrication qui permettent de minimiser la valeur de la résistance série.

1.2.2.2.3. - Optimisation

L'optimisation porte d'une part sur la structure de la diode (valeur de l'épaisseur de la zone d'avalanche δ et de la surface S de la jonction), et sur les conditions de fonctionnement I_0 notamment.

a) Largeur de la zone d'avalanche

Plusieurs études nous ont permis de montrer que le taux de conversion apparent (au niveau de la zone d'avalanche) était d'autant plus élevé que δ était plus faible. Ce résultat est d'autant plus intéressant que la polarisation continue de la diode décroît avec δ : le rendement global du système en est amélioré. Ceci semble évident à partir des premiers résultats de l'étude analytique : les coefficients γ traduisant l'importance des non linéarités varie en $1/\delta^*$

En réalité on devra faire un compromis entre cette exigence et des éléments contradictoires. En effet, la résistance équivalente à la zone d'avalanche décroît avec δ et l'influence des éléments parasites (résistance série notamment) et des pertes dans les circuits hyperfréquences devient d'autant plus importante que δ est plus petit. Par ailleurs pour de très faibles valeurs de δ ,

l'effet Zener se produit avant l'effet d'avalanche et les phénomènes sont très différents.

La valeur optimum de δ varie ainsi sensiblement en raison inverse de la fréquence, elle est de l'ordre de $0,7 \mu$ à 1μ :

. en multiplication par deux pour une fréquence de sortie de 20 GHz

. en multiplication par dix pour une fréquence de sortie de 30 GHz.

Les courbes représentées fig. N14 sont caractéristiques d'un tel effet.

b) Surface S de la jonction

Si nous ne tenons pas compte de l'influence des éléments parasites, résistance série notamment, il est évident que les performances de l'ensemble seraient d'autant meilleures que la surface S serait plus grande.

Le courant de polarisation pourrait être plus important et pour une même valeur de la puissance d'entrée, le champ nécessaire serait plus faible et donc le taux de conversion plus grand.

Il n'en est plus de même si l'on tient compte de R_s , car à densité de courant constant, la résistance équivalente à la zone d'avalanche, aux deux fréquences, décroît quand la surface S croît. En effet, cette résistance s'exprime par :

$$R_{sk} = \frac{R_k L_k^2 (k\omega)^2}{R_k^2 (1 - L_k C (k\omega)^2)^2 + L_k^2 (k\omega)^2}$$

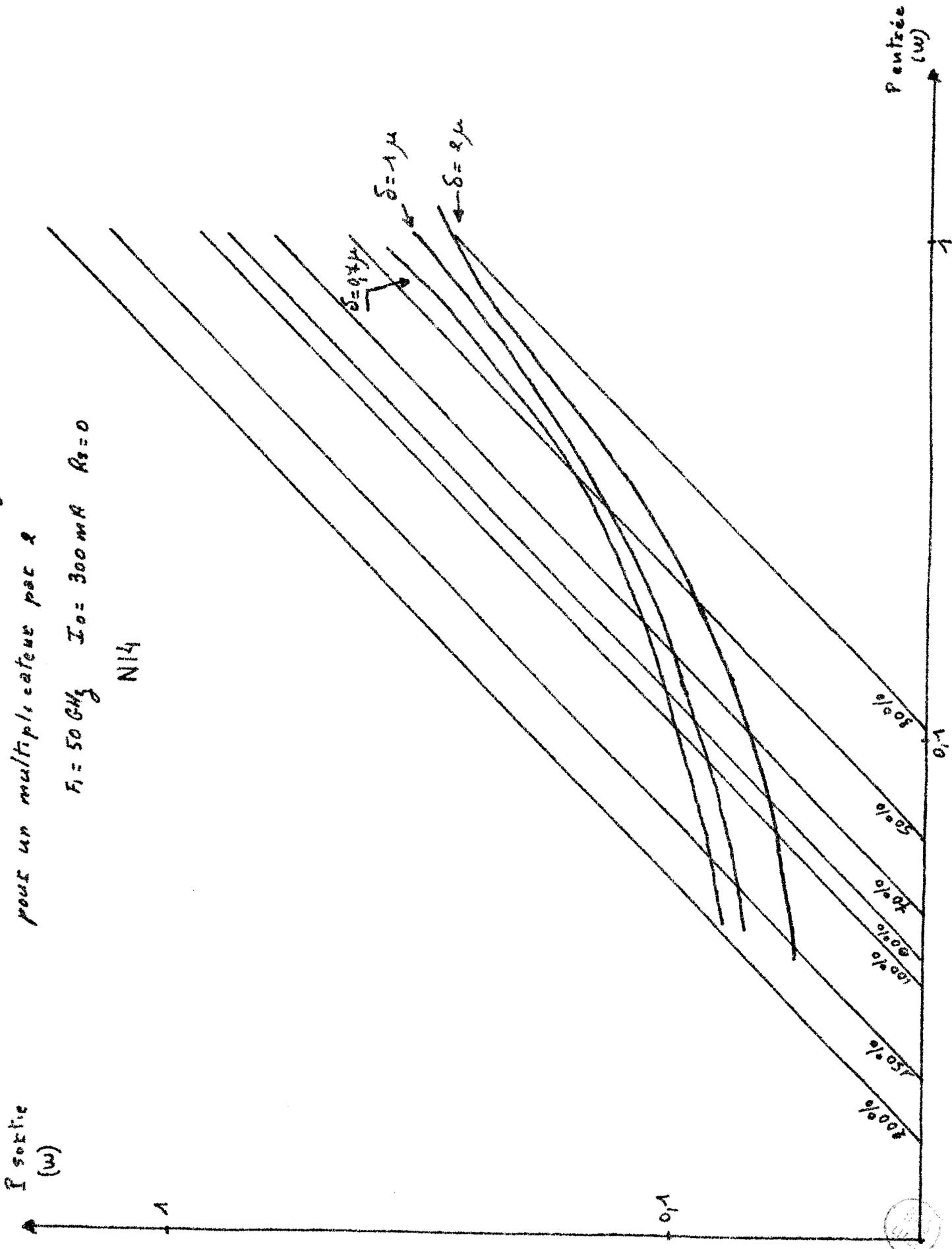
puisque, R_k et L_k varient en A/S et C_k en S , à densité de courant constant. R_{sk} varie donc en $1/S$ L'influence de la résistance série est d'autant plus grande que la section est plus importante.

Influence de l'épaisseur δ de la zone d'avalanche

pour un multiplicateur par 2

$F_1 = 50 \text{ GHz}$ $I_0 = 300 \text{ mA}$ $R_2 = 0$

N14



Nous présentons, à l'appui de ce raisonnement, les caractéristiques de transfert pour trois diodes de section différente à densité de courant constant. Les performances les meilleures sont obtenues pour la diode de section la plus faible (courbe N15)

Il faut pourtant apporter deux correctifs à cette étude. D'une part, pour les fréquences les plus basses, les résistances équivalentes des diodes peuvent être importantes même pour des sections assez grandes et cette limitation est moins fondamentale.

Par contre, si le courant admissible n'est limité que par la résistance thermique des diodes, il varie sensiblement en S , d'après les évolutions couramment admises de la résistance thermique : R_k et L_k varient en $1/\sqrt{S}$, C_k en S . Si le courant est très inférieur au courant d'avalanche R_{s_k} variera pratiquement en $1/S\sqrt{S}$ et l'intérêt d'utiliser des diodes de faible surface est encore plus grand. Ceci nous a conduit, au moins en hautes fréquences, à prévoir des surfaces de jonction comprises entre $0,25$ et $0,50 \cdot 10^{-2} \text{ mm}^2$ qui sont réalisables de façon courante dans la pratique.

c) Recherche du courant optimal

Nous avons vu au § I.2.2.a. que les variations du courant de polarisation I_0 ne modifient en rien le taux de conversion des puissances mises en jeu (P_1 et P_k) au niveau de la zone d'avalanche. Il n'en est plus de même si on considère les puissances utiles P_{u1} et P_{uk} (voir formules 78 et 79). En particulier le taux de conversion réel devient :

$$\eta_R = \eta \frac{1 - R_s / |R_{s_k}|}{1 + R_s / |R_{s_1}|}$$

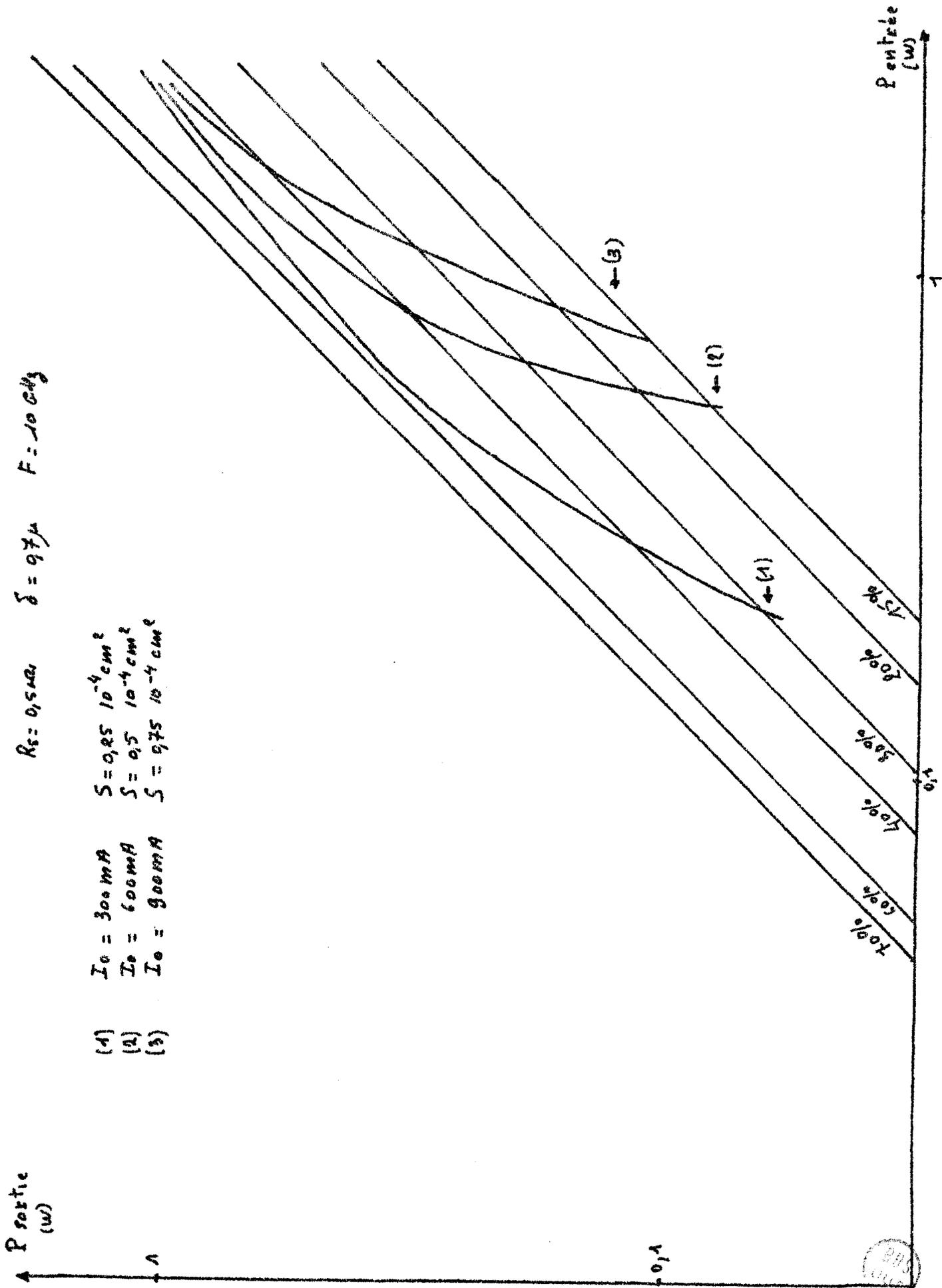
Pour qu'il y ait multiplication de fréquence il faut que $R_s < |R_{s_k}|$, et pour que le rendement total soit optimum

N 15

Influence de la section S
pour un multi-plois avec pas d'oxy

$R_s = 0,5 \mu\Omega$ $\delta = 97 \mu$ $F = 10 \text{ GHz}$

- (1) $I_0 = 300 \text{ mA}$ $S = 0,25 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2$
- (2) $I_0 = 600 \text{ mA}$ $S = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2$
- (3) $I_0 = 900 \text{ mA}$ $S = 0,75 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2$



il faut que

$$R_s \ll |R_{s_k}|$$

$$R_s \ll |R_{s_1}|$$

Nous avons montré qu'à une fréquence k donnée, l'impédance équivalente de la jonction est maximum quand I_o prend une valeur particulière I_{s_k} appelée courant d'avalanche à cette fréquence. Il est impossible d'avoir simultanément des valeurs maximales pour R_{s_k} et R_{s_1} . Habituellement $|R_{s_1}| > |R_{s_k}|$, le courant optimum doit donc être voisin du courant d'avalanche I_{s_k} à la fréquence de sortie. Or il est très élevé en régime non linéaire : I_{x_k} est voisin de 300 mA pour une diode ayant les caractéristiques suivantes : $\delta = 0,7 \mu$, $S = 0,5 \cdot 10^{-2} \text{ mm}^2$, à 10 GHz. Nous choisirons donc la valeur maximum compatible avec les possibilités de dissipation thermique de la diode.

1.2.2.2.4. Résultats obtenus en multiplication par deux

a) Variation du taux de conversion avec la puissance d'entrée

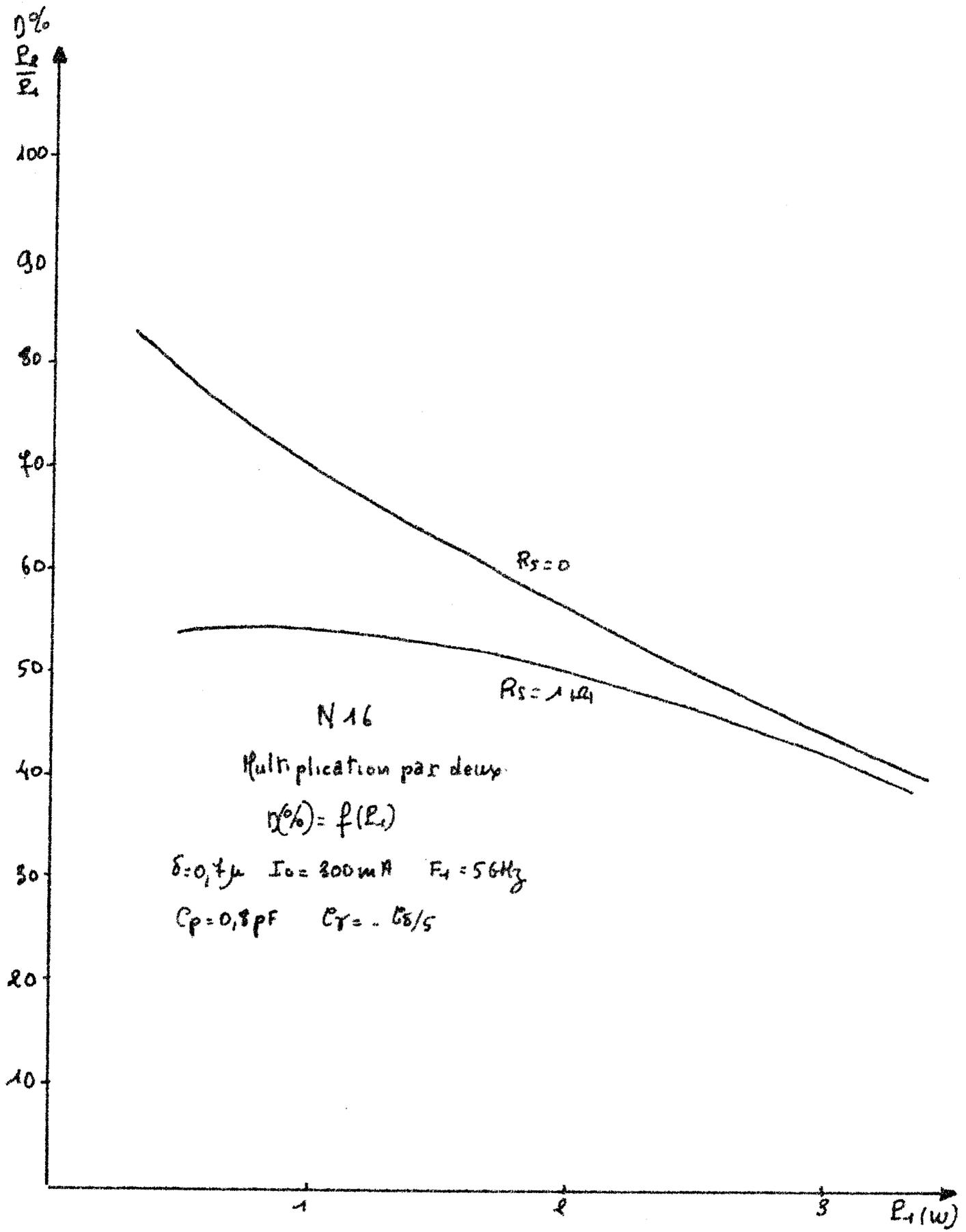
Les courbes représentatives fig. N16 et N17 montrent des évolutions typiques du taux de conversion en fonction de la puissance d'entrée quand la fréquence fondamentale est de 5 et 10 GHz. Ce calcul a été effectué pour deux valeurs de la résistance série $R_s = 0$ et $R_s = 1 \Omega$

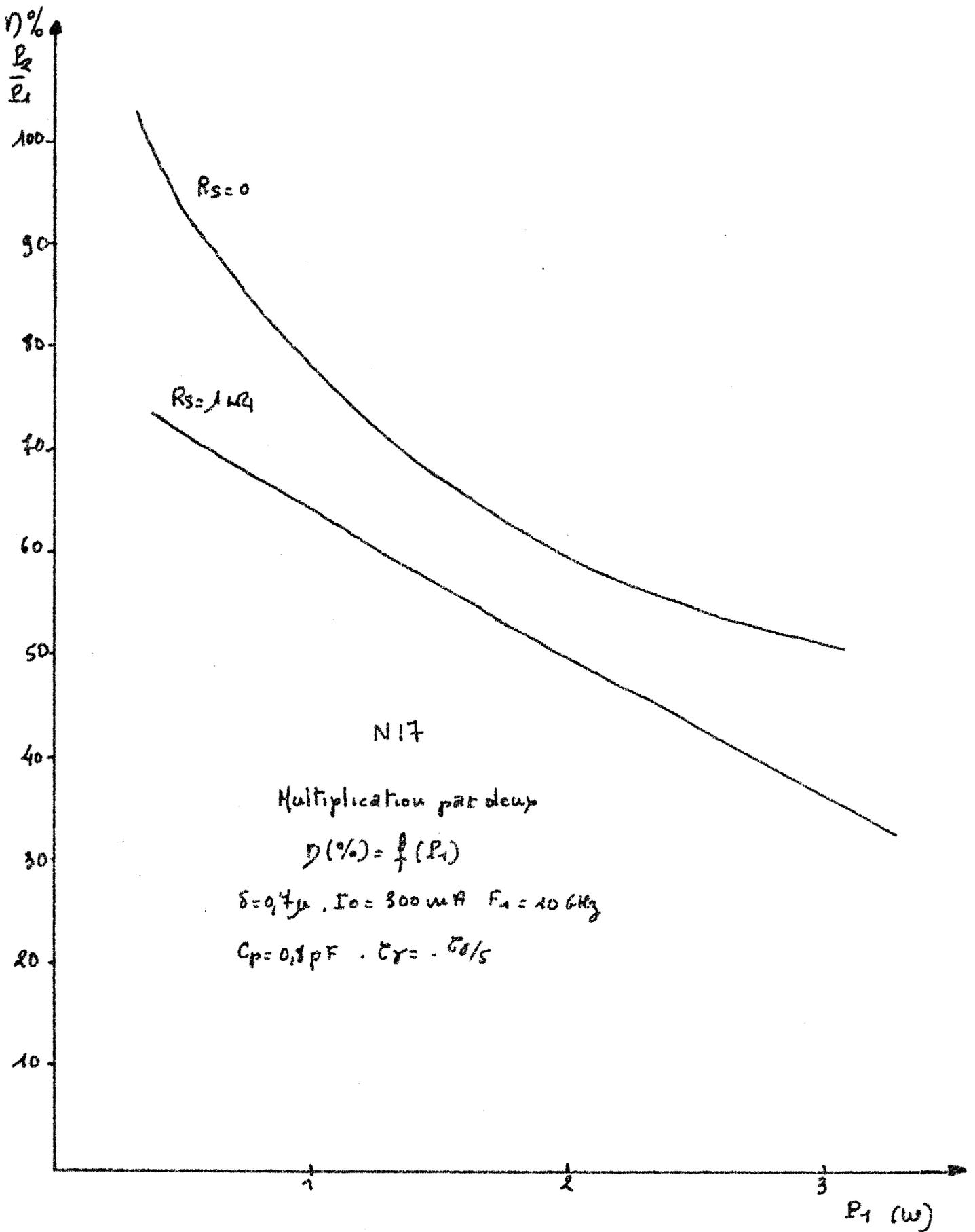
Le taux de conversion diminue sensiblement avec la puissance d'entrée. Cette diminution est d'autant plus marquée que la résistance série et la fréquence d'entrée sont grandes (cf. courbe N 13).

Ceci peut s'expliquer très simplement à partir du principe de la multiplication de fréquence. La dissipation de puissance dans la zone d'avalanche à la fréquence fondamentale croît avec le niveau du champ électrique comme dans un oscillateur A.T.T. et le taux de conversion diminue.

b) Variation du taux de conversion avec la fréquence

Nous avons étudié systématiquement la multiplication de fréquence par deux pour des fréquences d'entrée variant entre 5 et 100 GHz.





Nous avons utilisé pour ce calcul une diode de faible surface ($\phi = 45 \mu$ environ) afin d'obtenir des résultats intéressants en haute fréquence. Ceci nous a permis d'obtenir, pour un même type de diode et à courant constant, l'évolution des performances d'un multiplicateur en fonction de la fréquence. Nous avons travaillé à puissance d'entrée constante et égale à 1 W, avec et sans résistance série. Les résultats sont représentés fig. N 18.

Dans le cas où $R_g = 0$ l'augmentation du taux de conversion provient de l'influence du temps de transit des porteurs dans la zone d'avalanche. Dans le cas où $R_g = 1 \Omega$ nous obtenons des taux de conversion particulièrement intéressants entre 20 et 80 GHz (de 60 à 40 %). Nous constatons que même à 100 GHz le taux de conversion reste voisin de 25 % ce qui équivaut dans ce cas à une puissance de sortie de 250 mW.

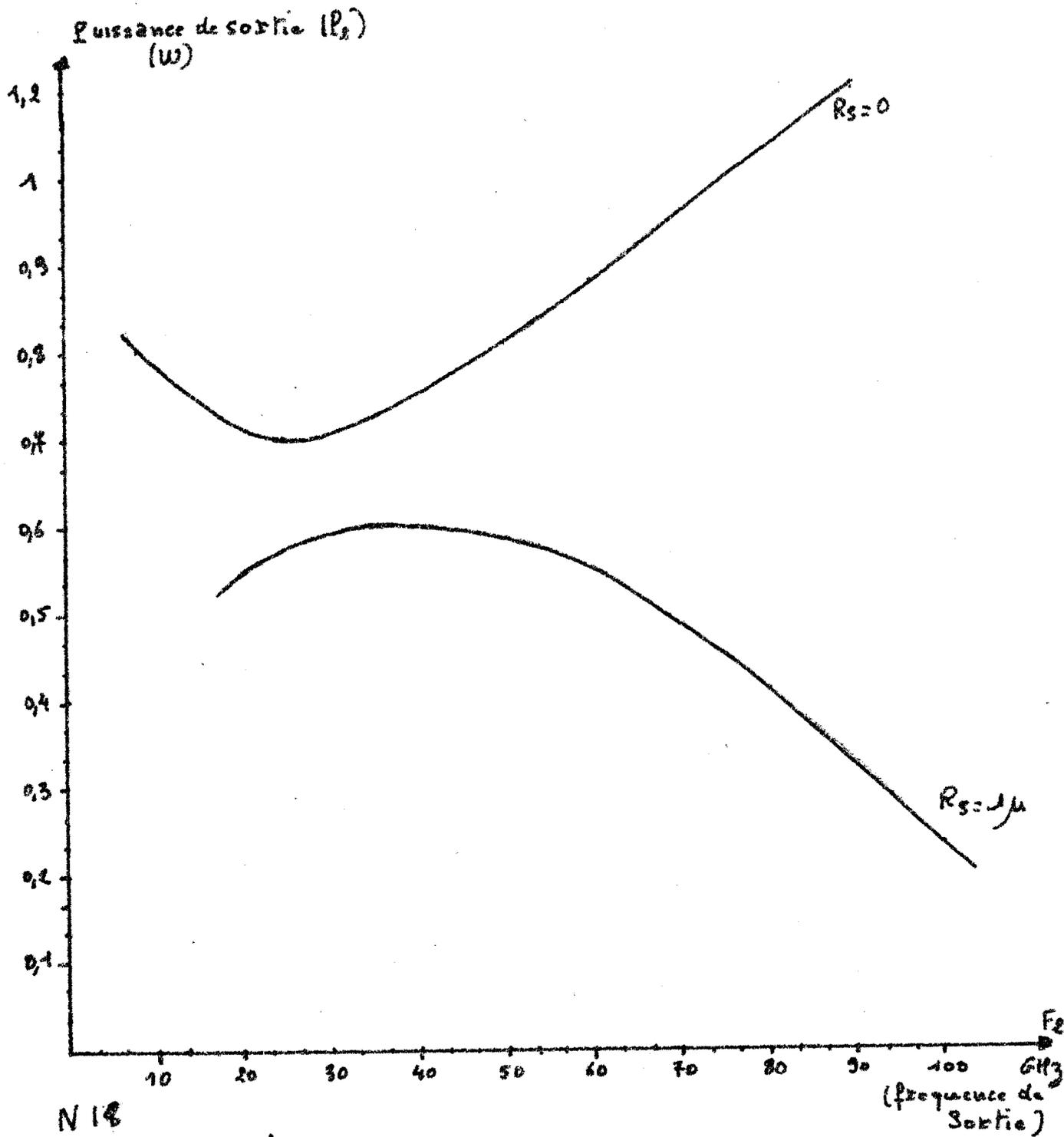
Il est nécessaire de s'interroger maintenant sur la possibilité d'utiliser ces multiplicateurs dans des structures hyperfréquences et par là de s'intéresser à la valeur des impédances présentées par la diode.

c) Impédance présentée par la diode en multiplication par deux :

L'étude de l'impédance de la diode nous permet de prévoir les difficultés que nous avons au cours de la réalisation des multiplicateurs. En effet, pour utiliser au maximum les propriétés de la diode à avalanche en tant que multiplicateur de fréquence il est nécessaire de concevoir les structures les plus appropriées, notamment celles qui permettent une adaptation facile.

- Impédance à la fréquence fondamentale

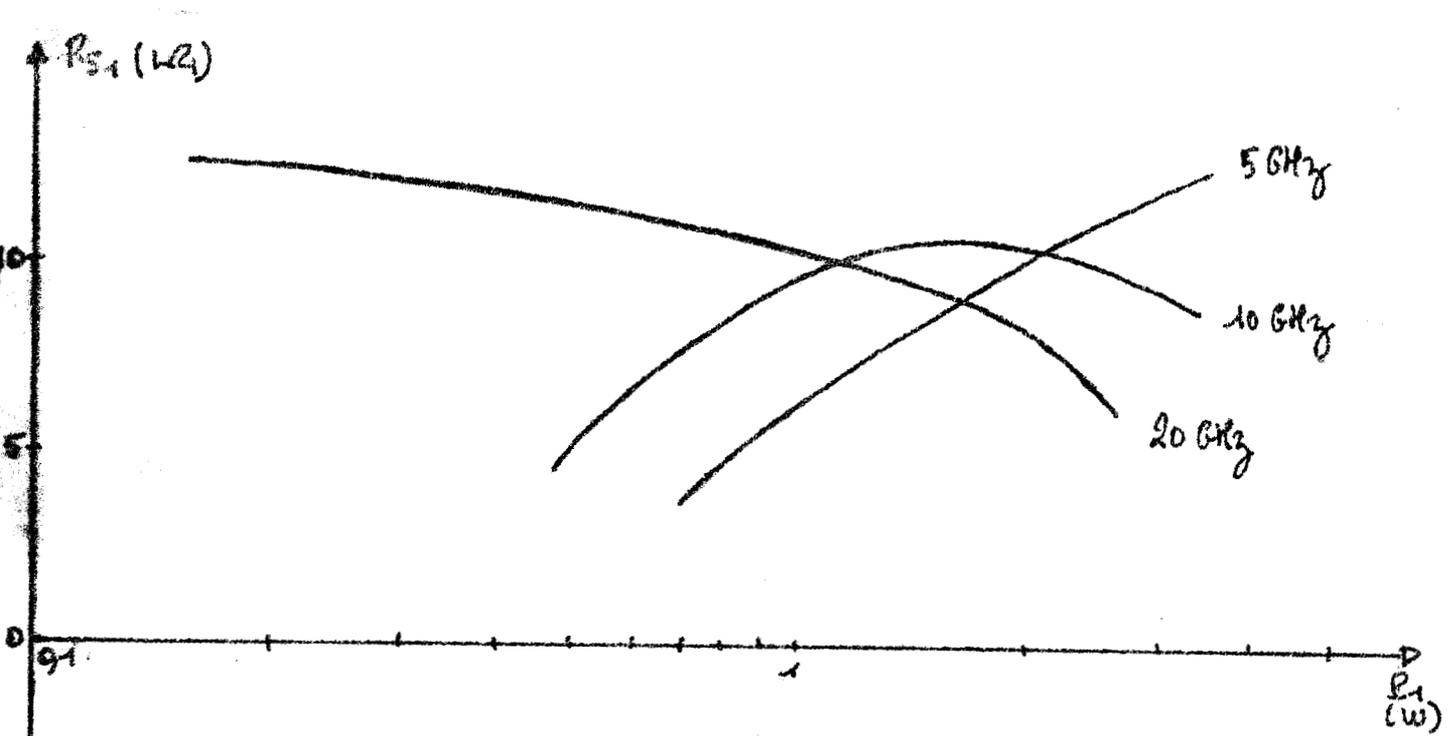
La courbe N 19 nous montre que la résistance équivalente de la jonction croît avec la puissance pour les fréquences basses et décroît pour les fréquences plus élevées. Il semble que la structure choisie est plus adaptée à une multiplication 10 GHz - 20 GHz. Il est néanmoins intéressant de constater que les valeurs de R_{s1} restent relativement faibles : ceci laisse supposer que l'adaptation sera plus facile avec une monture coaxiale ($5 < TOS < 10$) qu'avec une structure guide ($40 < TOS < 80$). Par ailleurs la faible valeur du facteur de qualité nous incite à croire que la réalisation sera relativement aisée, tout du moins à la fréquence fondamentale.



$$P_2 = f(F_2)$$

$$P_1 = 1 \text{ W}, \quad \delta = 0,7 \mu, \quad C = 0,2 \text{ pF}, \quad I_0 = 300 \text{ mA}.$$

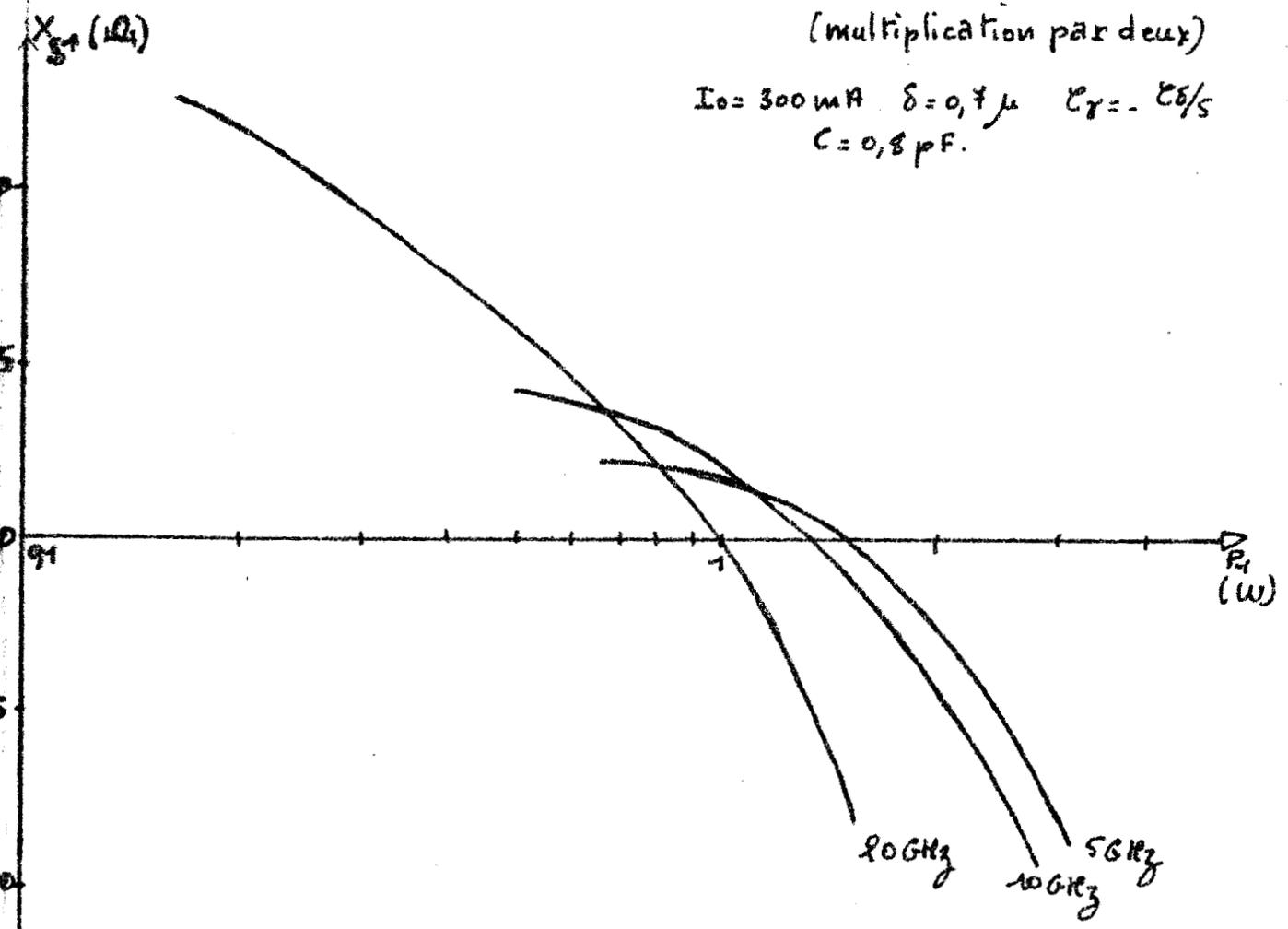




N19 Impédance à la Fréquence Fondamentale

(multiplication par deux)

$I_0 = 300 \text{ mA}$ $\delta = 0,7 \mu$ $\epsilon_r = -0,5/s$
 $C = 0,8 \text{ pF}$.



- Impédance à la fréquence harmonique

Nous remarquons fig. N 20 que les variations de $|R_{s2}|$ sont pratiquement similaires aux variations de R_{s1} quand la puissance d'entrée augmente. Par ailleurs, le facteur de qualité de la structure est toujours faible.

La valeur de la résistance R_{s2} laisse donc supposer une meilleure adaptation en monture coaxiale qu'en monture guide.

Remarquons que si nous avons utilisé une diode ayant une capacité inverse de 0,2pF au lieu de 0,8 pF, la résistance série qui est de - 1 k Ω pour $P_1 = 1,4$ W deviendrait égale à - 2,4 k Ω pour la même valeur de P_1 . On aurait de ce fait plus de facilité à réaliser un doubleur de fréquence 20 GHz - 40 GHz.

1.2.2.2.5. Résultats obtenus en multiplication par 10

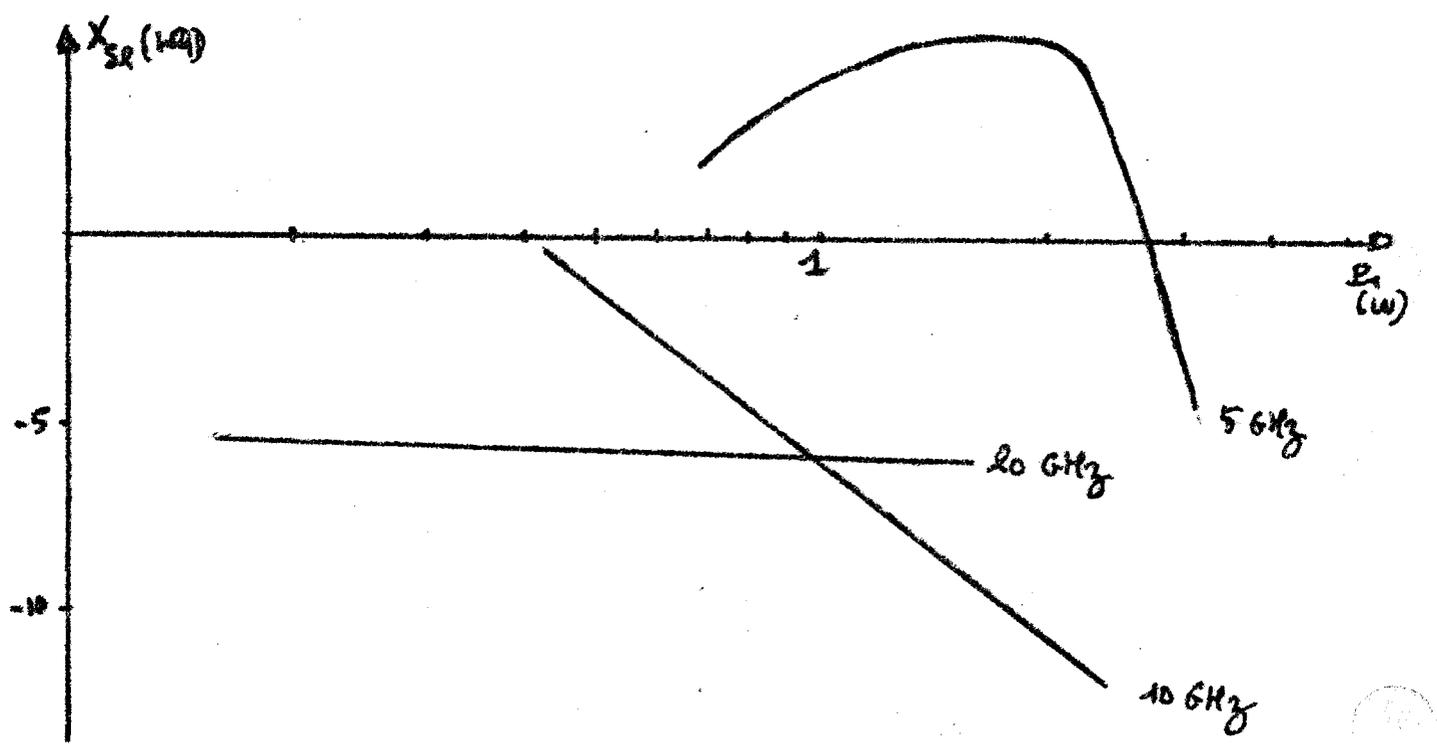
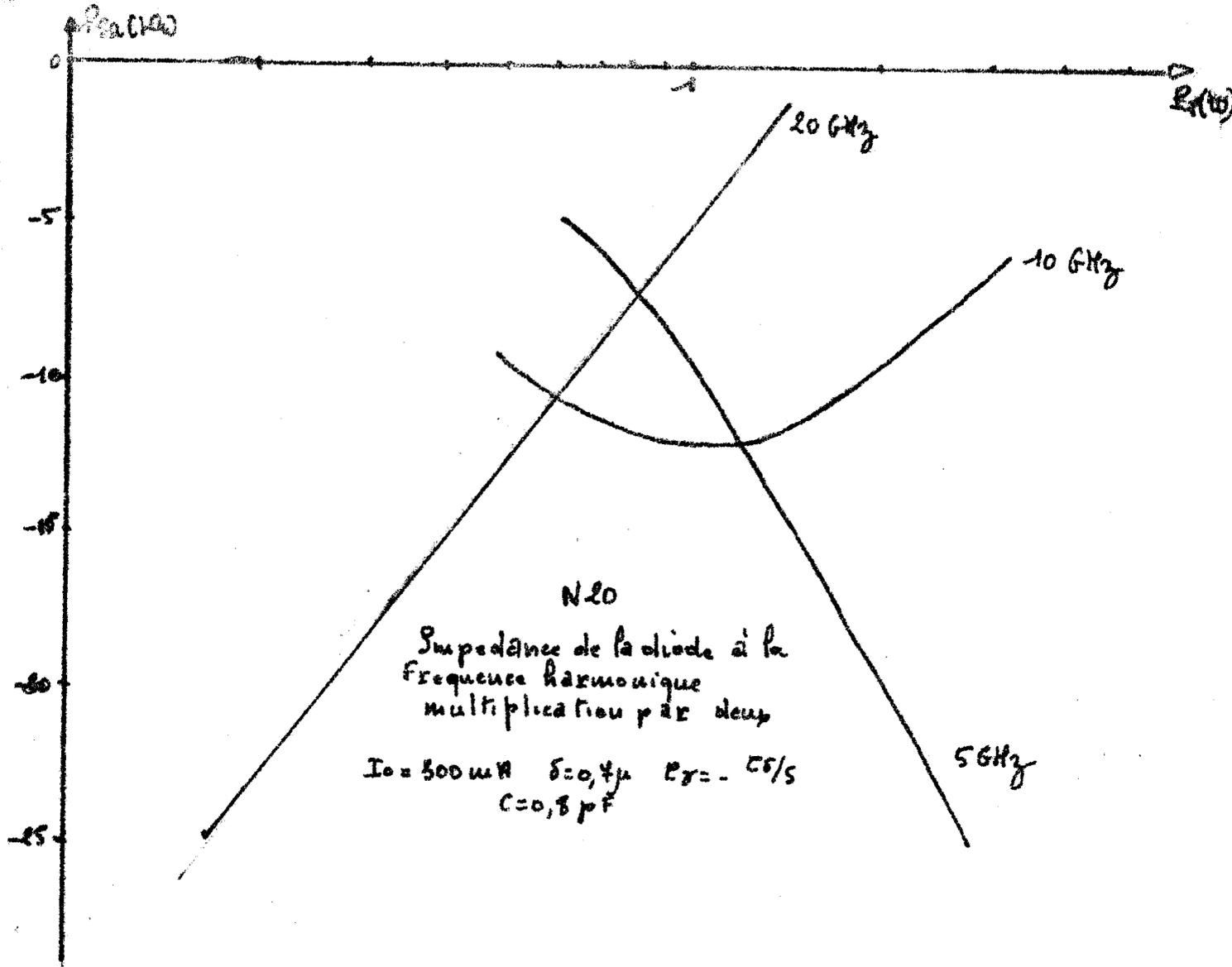
Une étude similaire a été effectuée avec les mêmes méthodes que précédemment quand la fréquence de sortie du multiplicateur est égale à 10 fois la fréquence d'entrée.

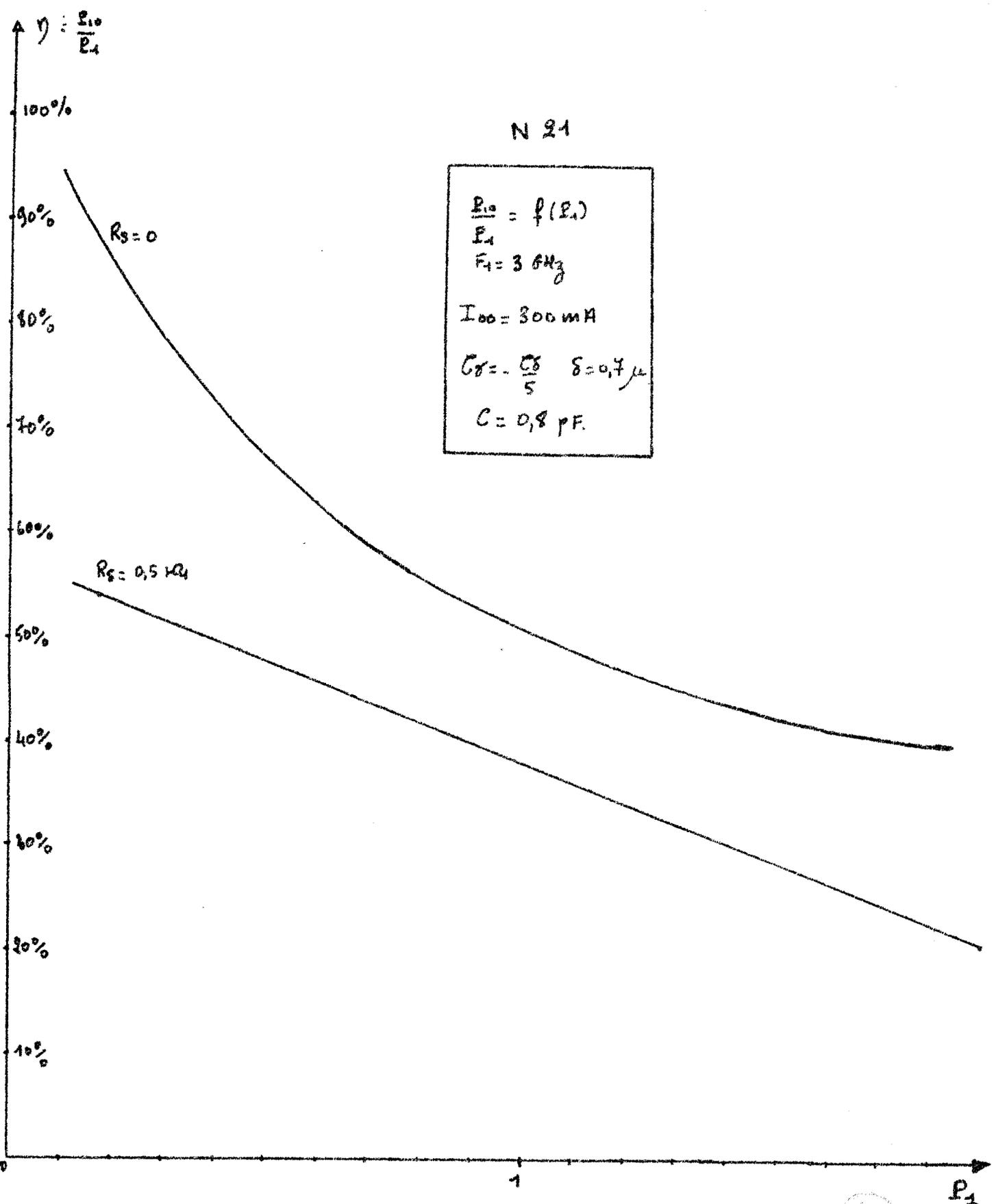
a) Variation du taux de conversion avec la puissance d'entrée

Une courbe caractéristique de cette variation est donnée fig. N 21 : l'évolution est identique à celle que nous avons obtenue en multiplication par deux. Elle peut paraître légèrement moins intéressante que dans le cas de la multiplication par deux. Nous pouvons remarquer cependant que ce type de multiplicateur nécessite une source primaire de fréquence beaucoup plus faible que dans le cas de la multiplication par deux. Par ailleurs dans cette étude théorique nous négligeons les champs électriques aux fréquences intermédiaires ce qui revient à admettre qu'il n'existe aucun dispositif d'accord à ces fréquences. D'après cette courbe, il suffit d'un générateur primaire délivrant 1 W à 3 GHz pour obtenir 400 mW à 30 GHz.

b) Variation du taux de conversion avec la fréquence d'entrée

Nous avons également étudié la multiplication par 10 pour des fréquences d'entrée variant de 5 à 100 GHz. Comme dans le cas précédent, nous





$A_{L10} (W)$

0,8

0,6

0,4

0,2

0

$R_S = 0 \Omega$

$R_S = 1 M\Omega$

N 22

$P_{10} = f(f_1)$
 $P_1 = 1 W$
 $\delta = 97 \mu$ $C = 0,2 pF$
 $I_0 = 300 mA$

$(MHz) f_{10}$
 $(MHz) f_1$

80

60

40

20

8

6

4

2



utilisons une diode de faible surface ($C = 0,2$ pF) (courbe N 22) pour toute la gamme de fréquence considérée. Les résultats seraient moins intéressants avec une diode de surface plus large ($C = 0,8$ pF)

Nous travaillons à puissance d'entrée constante et égale à 1 W. Nous constatons que les performances obtenues pour une fréquence d'entrée de 4 GHz sont très prometteuses. En effet le taux de conversion est de 55 %. De même il semble possible d'obtenir une puissance de 100 mW à 100 GHz avec une source primaire de 1 W à 10 GHz.

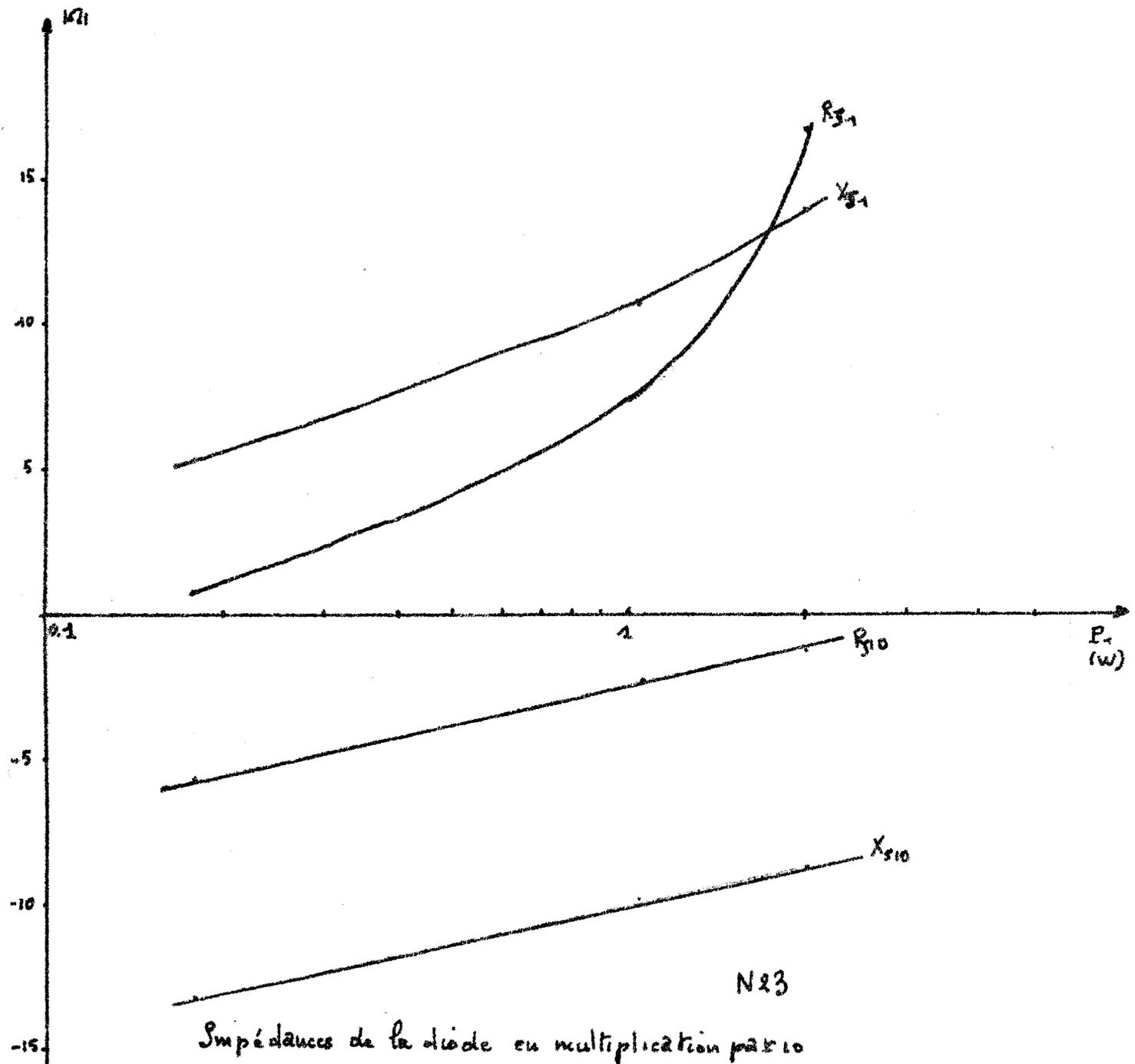
Il s'agit maintenant d'examiner les possibilités d'emploi d'une telle structure en étudiant les variations d'impédances présentées par la diode.

c) Variation de l'impédance d'une diode utilisée en multiplication par 10.

Pour mener cette étude nous avons choisi une diode ayant une capacité parallèle de 0,8 pF et une épaisseur de $0,4 \mu$. Elle est utilisée en multiplication de fréquence par 10. La fréquence d'entrée est 3 GHz. Les résultats sont représentés fig. N 23.

Nous constatons que les possibilités d'accord en structure coaxiale semblent plus aisées aussi bien à la fréquence d'entrée qu'à la fréquence de sortie. Mais s'il nous est facile d'utiliser une telle structure pour une fréquence de 3 GHz il est pratiquement impossible de l'employer pour la fréquence de sortie. Dans la plupart des cas, la puissance de sortie ne pourra être recueillie, en multiplication par 10 que dans un guide d'onde. On pourrait néanmoins imaginer une structure coaxiale spécialement étudiée et de **dimensions** suffisamment réduites pour que les pertes soient négligeables.

D'autre part le facteur de qualité reste faible à la fréquence d'entrée ce qui laisse supposer une adaptation facile. Par contre il augmente assez rapidement à la fréquence de sortie.



$$F_1 = 36 \text{ Hz} \quad I_0 = 300 \text{ uA} \quad \delta = 0,4 \mu \quad C_T = -C_T/5 \quad C = 98 \text{ pF}$$

1.3. CONCLUSION DE L'ETUDE THEORIQUE

L'étude analytique nous a permis une certaine compréhension des phénomènes régissant la multiplication de fréquence dans les diodes à avalanche. Elle nous permet en outre d'obtenir les ordres de grandeur des valeurs optimales de certains paramètres caractéristiques des diodes.

L'étude numérique aboutit à la prévision des performances des dispositifs, multiplicateurs de fréquence utilisant des diodes à avalanche.

Les caractéristiques techniques des diodes utilisées dans cette étude théorique semblent réalisables à court terme, quoique la réduction des surfaces des diodes risque de poser quelques problèmes techniques. Les valeurs de courants que nous avons utilisées sont tout à fait compatibles avec la dissipation thermique des structures car les tensions d'avalanche de ces diodes sont faibles (ordre de 20 V).

Afin de montrer la validité de l'étude théorique, nous avons entrepris une étude expérimentale dans des domaines de fréquence où les caractéristiques des diodes et des circuits hyperfréquences sont plus facilement mesurables et où la vérification expérimentale risque d'être plus probante.

CHAPITRE III

ETUDE EXPERIMENTALE

L'étude expérimentale que nous avons entreprise peut se diviser en deux parties. D'une part nous étudierons quelques aspects du fonctionnement d'une diode à avalanche en régime non linéaire, ce qui nous permettra de vérifier les conclusions de l'étude analytique. D'autre part, nous présenterons quelques réalisations de multiplicateurs de fréquence. Ainsi nous pourrons comparer les résultats obtenus aux prévisions de l'étude numérique.

III.1. FONCTIONNEMENT D'UNE DIODE A AVALANCHE EN REGIME NON LINEAIRE

Il nous a semblé utile, avant d'aborder l'étude de multiplicateurs de fréquence, de mettre en évidence certains résultats fondamentaux concernant le caractère non linéaire du fonctionnement des jonctions semiconductrices en régime d'avalanche.

Nous n'avons pas voulu faire une étude détaillée du fonctionnement d'une diode à avalanche en régime non linéaire, ce sujet ayant fait l'objet d'une étude complète menée parallèlement à la notre ⁽¹⁶⁾. Nous décrivons simplement ici trois aspects de ce fonctionnement que nous avons personnellement étudiés.

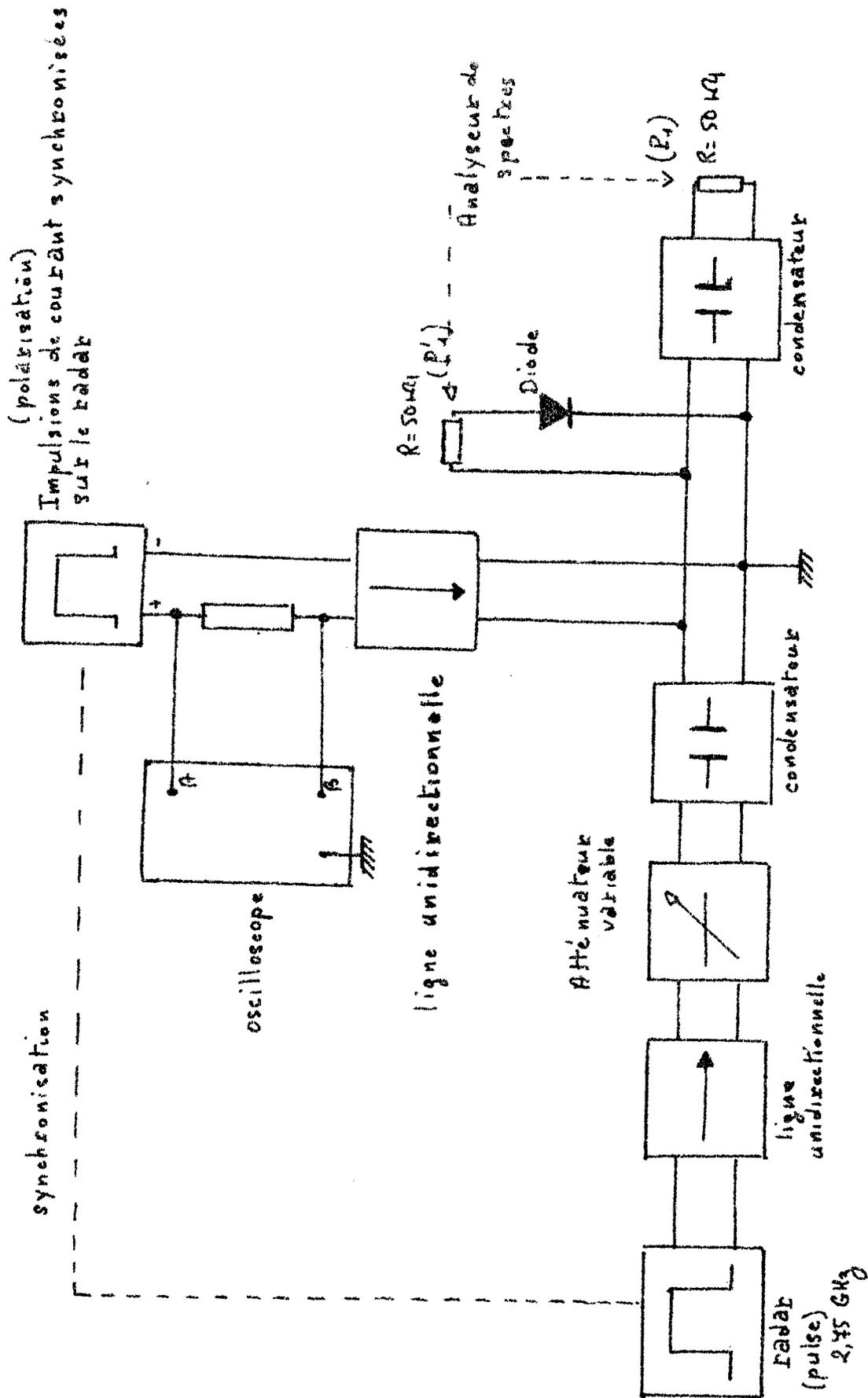
III.1.1. Variation du champ continu dans la zone d'avalanche avec le champ hyperfréquence

a) Dispositif expérimental (fig. E 1)

Afin d'appliquer à la diode des champs hyperfréquences suffisamment importants, sans craindre la destruction de la jonction nous utilisons une source hyperfréquence, fonctionnant en mode pulsé constituée par un émetteur radar de fréquence 2,75 GHz.

Nous appliquons à la diode des impulsions de courant synchronisées sur les impulsions émises par le radar ; l'amplitude des impulsions est mesurée à l'aide d'un oscilloscope différentiel branché aux bornes d'une résistance de polarisation.

E-1



sation. On place une ligne unidirectionnelle entre le générateur d'impulsion et le circuit hyperfréquence, afin de ne pas perturber ce circuit et d'éviter que des impulsions radar soient appliquées au générateur et au dispositif de mesure de courant.

On peut mesurer les variations de la tension d'alimentation de la diode en moyen de l'oscilloscope : voie B.

La mesure de la tension hyperfréquence appliquée à la diode pose un problème relativement difficile ; dans un dispositif standard, le point de mesure est généralement distinct de l'emplacement exact de la diode. Nous avons résolu ce problème en plaçant la diode en série dans le conducteur central d'une branche d'un T réalisé en structure coaxiale : cette branche est terminée par une charge adaptée, ainsi qu'une des deux autres, la troisième étant

reliée à la source radar. La tension aux bornes de la diode est égale à la différence des tensions aux bornes des deux charges adaptées. Cette mesure est effectuée au moyen d'un analyseur de spectre étalonné en puissance.

Si P_1 et P'_1 sont les deux puissances hyperfréquences mesurées, la tension aux bornes de la diode est donnée par :

$$u : \sqrt{2 P_1 R} - \sqrt{2 P'_1 R} \qquad R = 50 \Omega$$

b) Expérience et résultats

On fait varier la puissance hyperfréquence et on relève la variation ΔU_0 de la tension d'alimentation U_0 des diodes à courant constant. Quand la tension hyperfréquence augmente aux bornes de la diode, la tension d'alimentation diminue (fig. E 2).

c) Comparaison avec la théorie

En nous reportant à la formule (29) nous pouvons évaluer les variations U_0 de la tension d'alimentation en fonction de la tension hyperfréquence appliquée sur la diode (dans cette formule nous avons négligé le terme D).

La largeur de la zone d'avalanche est égale à 2μ pour la diode utilisée sa tension d'avalanche est de 57 V pour $I_0 = 20$ mA. Nous avons tracé sur la

$$u = \delta E$$

40

30

20

10

E 2

— : courbe expérimentale

- - - : courbe théorique

- 10

- 20

- 30

$\Delta u_0(u)$
 $= \delta \Delta E_0$



fig. E 2 la variation théorique de ΔU_0 .

En comparant les courbes expérimentales et théoriques nous constatons une bonne concordance car rapport aux difficultés de détermination expérimentale : le fait de négliger le terme D dans la formule (27) nous semble parfaitement justifié.

II.1.2. Variation du courant d'avalanche avec la tension hyperfréquence

a) Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est le même que celui indiqué précédemment (cf. E 1) mais ici l'oscilloscope n'intervient que pour la mesure du courant de polarisation de la diode.

b) Expérience et résultat

On fait varier le courant de polarisation de la diode ; quand le courant d'avalanche est atteint la diode présente une impédance maximum et la puissance P'_1 mesurée avec l'analyseur de spectre est minimum. De la même façon que précédemment nous pouvons calculer la tension aux bornes de la diode

$$u = \sqrt{2R P_1} - \sqrt{2 R P'_1}$$

I_{x0} étant le courant d'avalanche aux faibles niveaux hyperfréquences

I_x étant le courant d'avalanche à niveau hyperfréquence quelconque

On peut alors tracer la courbe E 3

$$\frac{I_{x0}}{I_x} = f(u)$$

c) Comparaison avec la théorie

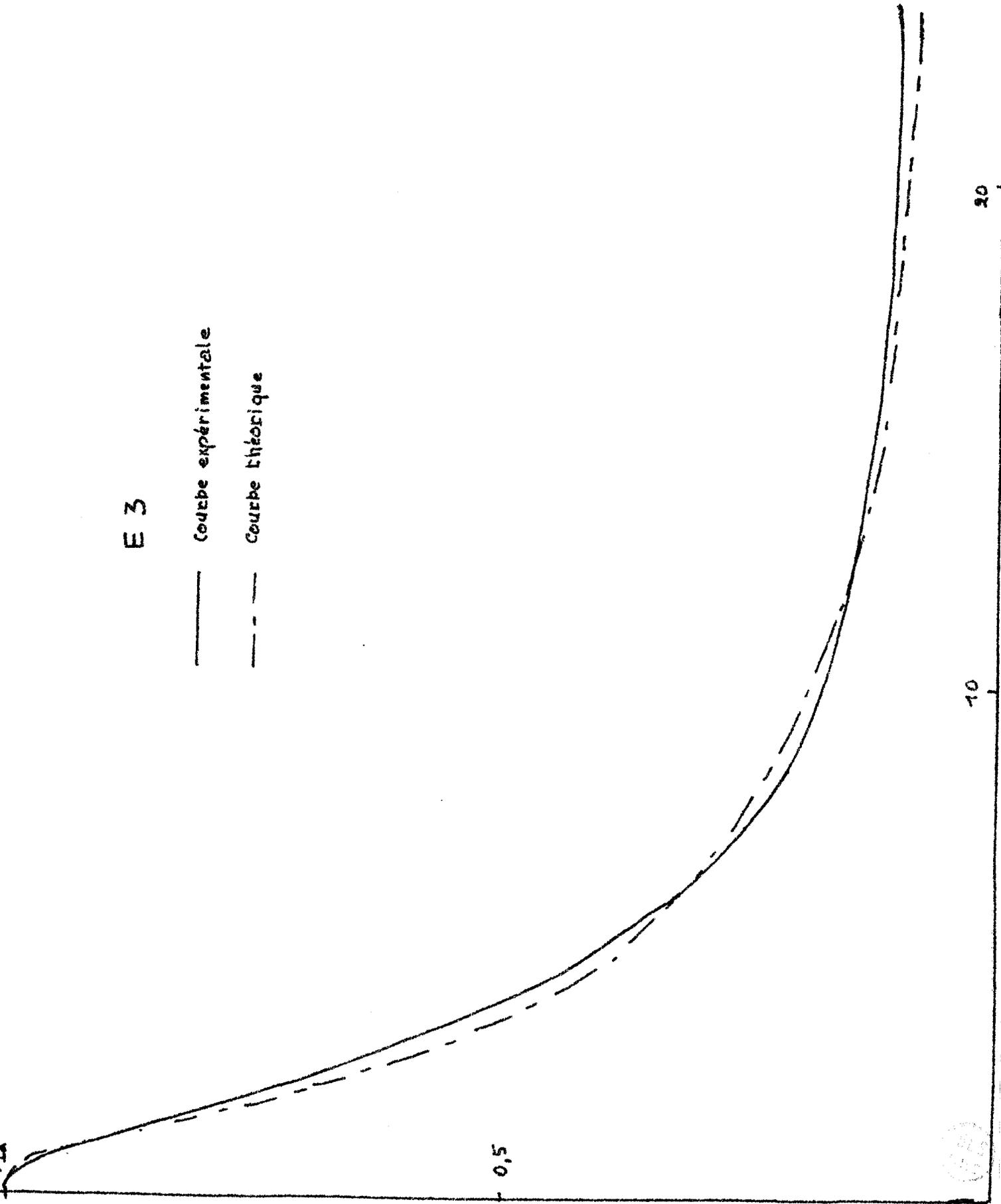
En réalité le courant mesuré n'est pas le courant d'avalanche I_x qui apparait dans la théorie car dans celle-ci nous n'avons pas tenu compte de la capacité C_B du boîtier de la diode. Soit I le courant mesuré. On démontre facilement (15) que :

$$\frac{I_\alpha}{I_x} = \frac{I_{\alpha 0}}{I_{x0}}$$

E 3

— Courbe expérimentale

- - - Courbe théorique



La mesure du rapport $\frac{I_{oc}}{I_{\alpha}} = \frac{I_{xo}}{I_x}$ en fonction de u permet la vérification de la formule (5^o). Remarquons que la courbe théorique coïncide parfaitement avec le tracé expérimental. Ceci montre d'une part la validité de l'étude théorique et d'autre part que même si I_{α} est un courant très différent du courant I_x , il ne diffère de celui-ci que d'un facteur multiplicatif constant.

II.1.3. Etude des variations d'impédance de la diode avec I_0

a) Dispositif expérimental

Nous utilisons toujours le banc de mesure de la figure E 1. Il est également possible d'effectuer les mesures avec un générateur hyperfréquence non pulsé. La polarisation de la diode se fait alors à l'aide d'une alimentation continue et le courant est mesuré sur un milliampèremètre.

b) Expérience et résultats

Comme précédemment, nous mesurons les puissances P_1 et P'_1 . Nous en déduisons le module de l'impédance de la diode $|Z_D|$

$$|Z_D| = R \left(\frac{P_1}{P'_1} - 1 \right)$$

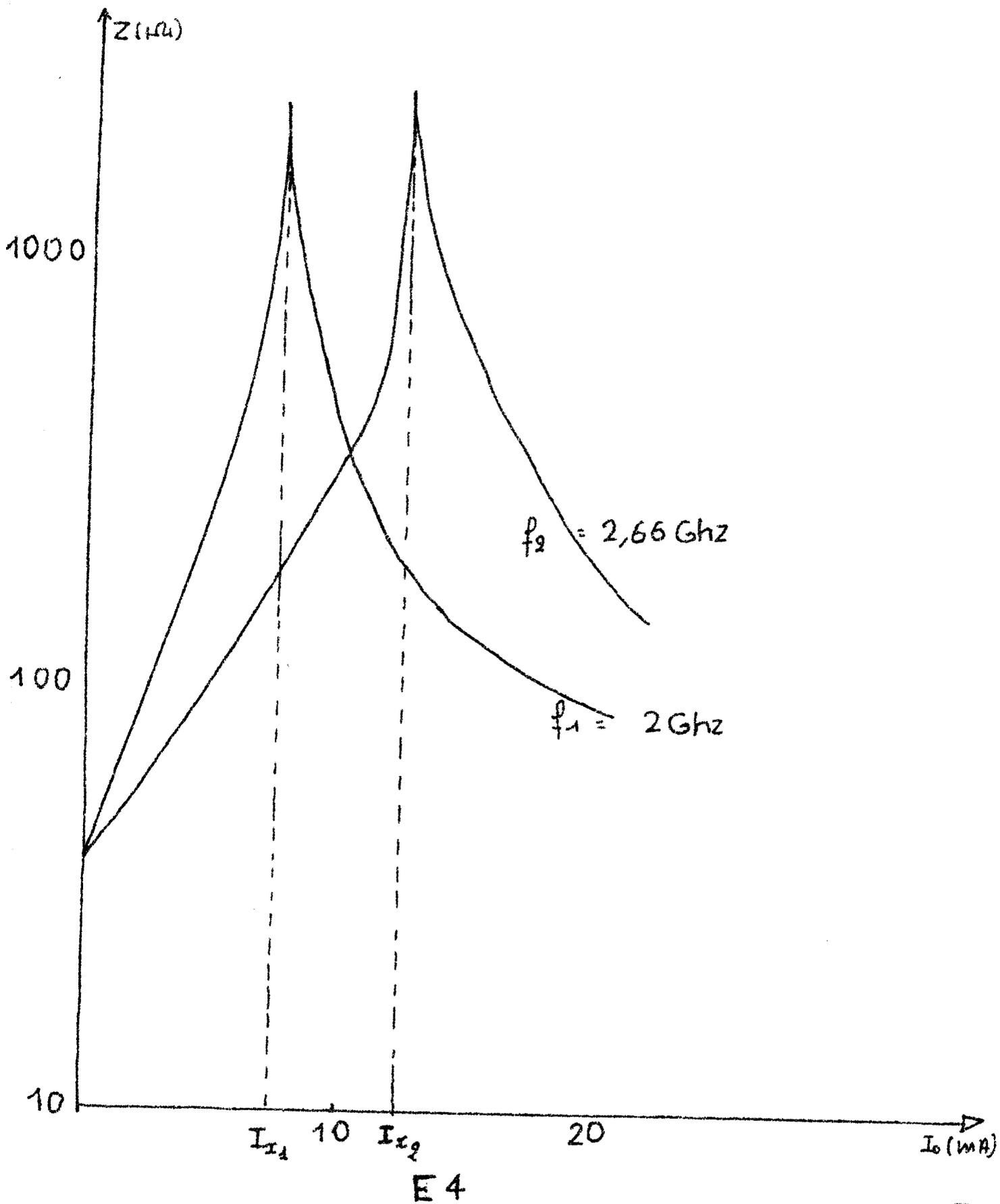
Nous effectuons cette étude pour une tension hyperfréquence constante en faisant varier le courant de polarisation. Les résultats sont représentés fig. E 4 pour deux fréquences différentes : 2 GHz et 2,66 GHz.

c) Interprétation

Nous constatons que l'impédance de la diode passe par un maximum quand le courant de polarisation est égal au courant d'avalanche ($I_0 = I_x$)

Remarquons également que $\frac{I_{x1}}{I_{x2}} = \frac{f_1^2}{f_2^2}$

C'est évidemment ce que laissait prévoir la théorie. Ceci montre bien l'intérêt que présente l'utilisation de cette valeur du courant en multiplication de fréquence. En effet, rappelons que l'impédance équivalente série de la zone d'avalanche doit être grande devant la résistance parasite série de la diode ; or celle-ci est sensiblement constante quelque soit les conditions de fonctionnement. De plus, nous avons montré qu'en multiplication de fréquence il était préférable de régler le courant de polarisation le plus près possible du



courant d'avalanche pour la fréquence de sortie (cf. §1.2.2.2.3.c). Nous constatons ici les difficultés que l'on rencontrera pour réaliser ce réglage : en effet si nous désirons effectuer un multiplicateur par 10 ayant une fréquence de sortie de 20 GHz il faut polariser la diode avec un courant continu de 700 mA si l'on en croit les résultats de la courbe E 4 : ceci pose des problèmes de dissipation thermique difficiles à résoudre. C'est pour cette raison que nous préconisons de polariser la diode avec le courant maximum qu'autorise la dissipation thermique

III.2. ETUDE ET REALISATION DE DISPOSITIFS D'ETUDE DE LA MULTIPLICATION DE FREQUENCE PAR DIODE A AVALANCHE

Afin de vérifier la validité de notre étude théorique, nous avons réalisé un certain nombre de dispositifs multiplicateurs de fréquence dont nous donnons maintenant une description sommaire.

III.2.1. Description des dispositifs

Que ce soit en multiplication de fréquence par deux ou par dix, les dispositifs réalisés peuvent être groupés sous quatre types différents :

- . Transition coaxiale-guide
- . Transition guide-guide avec couplage par la face des guides
- . Transition guide-guide avec couplage par la paroi
- . Cellule Iglesias à 4 slugs.

III.2.1.1. Structure à transition coaxiale-guide

Ce dispositif est celui qui a été le plus couramment réalisé au cours de notre étude en multiplication 2,75 - 5,5 GHz et 5 - 10 GHz. Un essai a été effectué à 10 - 20 GHz et un dispositif bâti sur le même principe (à l'exclusion de certains dispositifs d'accord) a permis d'effectuer quelques expériences préliminaires en multiplication 3 - 30 GHz.

Nous expliquons le principe de ce dispositif dans le cas particulier de la réalisation effectuée en 2,75 - 5,5 GHz.

Le schéma du dispositif multiplicateur est donné figure E5. Il est conçu pour la multiplication par 2, la fréquence d'entrée étant égale à 2,75 GHz. La structure utilisée est du type transition coaxiale-guide. La diode multiplicatrice est placée dans un guide, bande XN qui est sous dimensionné pour permettre la concentration des lignes de champ sur la jonction semi-conductrice. Ce guide est surmonté d'une ligne de transmission coaxiale L_1 dans lequel se propage le signal d'entrée.

L'obtention d'un rendement élevé en multiplication nécessite un bon accord du circuit extérieur. A cet effet nous avons utilisé plusieurs dispositifs d'accord aux deux fréquences.

a) Signal à la fréquence fondamentale

Il faut que toute la puissance incidente soit dissipée dans la diode : nous disposons pour cela des slugs mobiles coulissant dans la ligne de transmission coaxiale L_1 afin de réaliser l'adaptation d'impédance à la fréquence fondamentale : plusieurs essais ont été effectués avec des slugs d'impédances caractéristiques différentes. Par ailleurs nous avons placé à l'entrée de la ligne coaxiale L_1 un stub dont le réglage permettra de réduire le coefficient de réflexion à la fréquence d'entrée.

b) Fréquence double

Le problème consiste à pouvoir obtenir à la sortie de la structure le maximum de puissance à la fréquence double.

Afin d'éviter qu'une part notable du signal de fréquence double produit par la diode se propage dans la ligne coaxiale d'entrée, il faut que l'impédance d'entrée de celle-ci, vue de la diode, soit nulle pour l'harmonique 2. Ceci est réalisé en plaçant en dérivation sur cette ligne à $(\lambda_2/2)$ à une autre ligne L_2 terminée par un court circuit mobile. Si ce court circuit est placé à $\lambda_2/2$ de l'entrée de la ligne L_2 on a bien un court circuit équivalent dans le plan de la diode, pour l'harmonique 2. Pour le signal d'entrée, cette ligne secondaire n'apporte aucune perturbation puisque le piston de court circuit est à $\lambda_1/4$.

. Le guide est terminé, du côté opposé à la sortie utilisée, par un court circuit mobile.

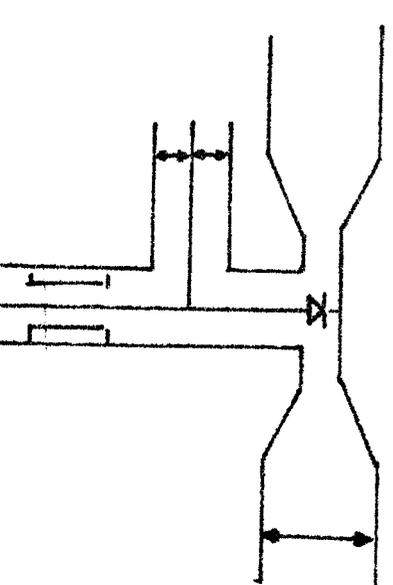
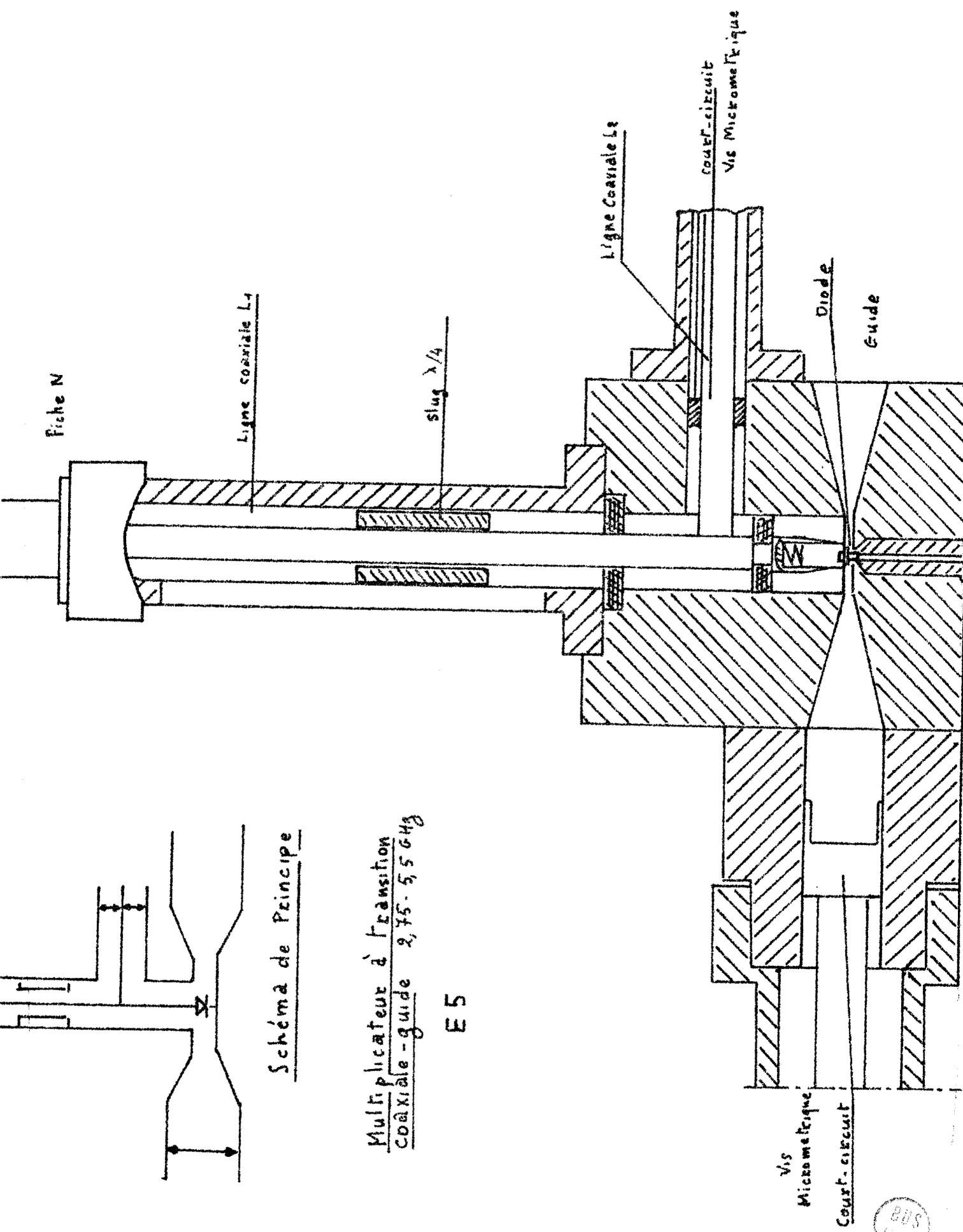


Schéma de Principe

Multiplieur à Transition
Coaxiale - guide 2,75 - 5,5 GHz

E 5



. Il sera aussi possible d'améliorer le rendement en multiplication en plaçant à la sortie de la cellule une vis d'adaptation.

La puissance maximum de sortie est obtenue après un réglage de ces différents éléments d'accord. Nous avons ainsi réalisé d'autres multiplicateurs suivant le même principe (fig. E6).

III.2.1.2. Structure à transition guide-guide et couplage par la face

Le schéma de ce multiplicateur réalisé dans la bande 5 - 10 GHz est donnée fig. E7.

Dans ce dispositif, nous réalisons une transition entre les deux guides (bande XN et bande X), la diode se trouvant à l'emplacement de la transition cette transition est brutale pour les dimensions latérales du guide (liées à sa fréquence de coupure) et elle est progressive pour l'autre dimension. Un accord série est par ailleurs obtenu au moyen d'un court circuit mobile ou au moyen de deux slugs $\lambda/4$ aux deux fréquences, placés dans une ligne court circuitée qui surmonte la diode.

L'accord peut être amélioré en plaçant des éléments d'adaptation sur les deux guides d'onde qui suivent ou précèdent la diode.

III.2.1.3. Dispositif à transition guide-guide et couplage par la paroi

Le schéma de ce multiplicateur est donné fig. E8. Le principe est relativement simple, mais sa réalisation s'est révélée assez délicate. Les deux guides (bande XN et bande X) sont séparés par une mince paroi. On a pratiqué dans cette paroi une ouverture dont le détail est donné fig. E8 : la diode multiplicatrice est placée dans cet iris de couplage. Son fonctionnement est analogue à celui d'un détecteur de courant de paroi. On réalise l'accord série de la diode au moyen d'un court circuit mobile se déplaçant dans une structure coaxiale. Des court circuits mobiles se déplaçant dans les deux côtés opposés des deux guides. On peut améliorer l'accord en utilisant des adaptateurs à vis dans les deux guides.

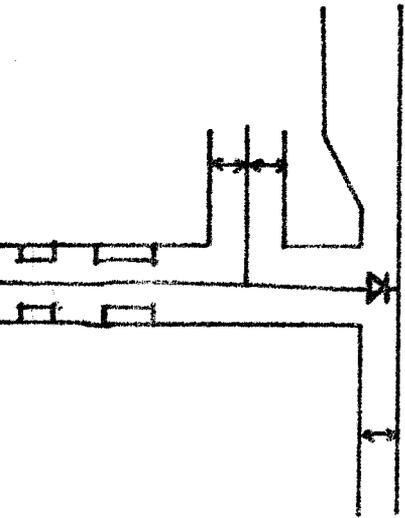
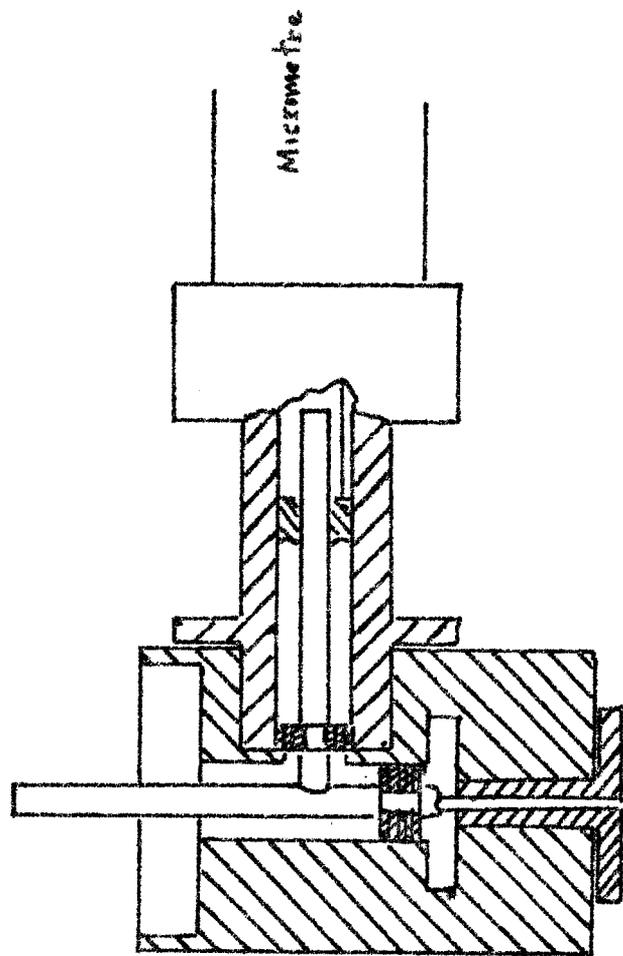
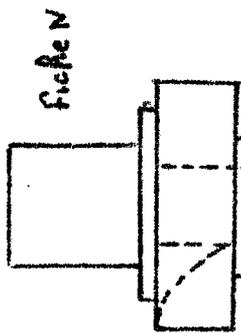
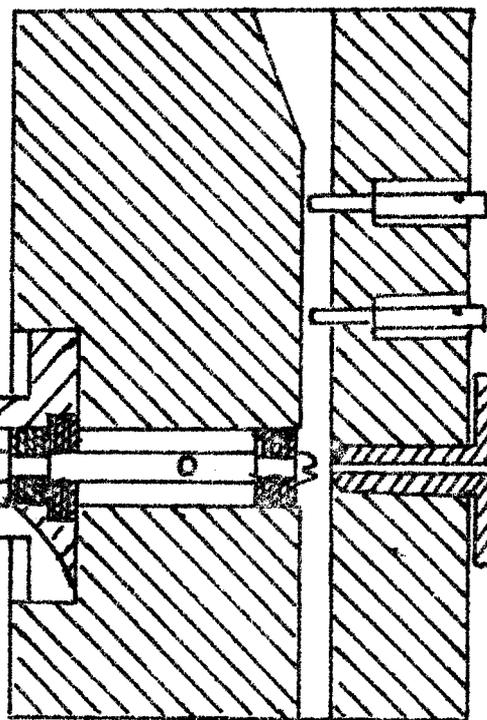


schéma de principe

E6 Multiplieur de transition
coaxiale-guide
 Réalisé en 5-10 GHz, 10-20 GHz



Vue de gauche

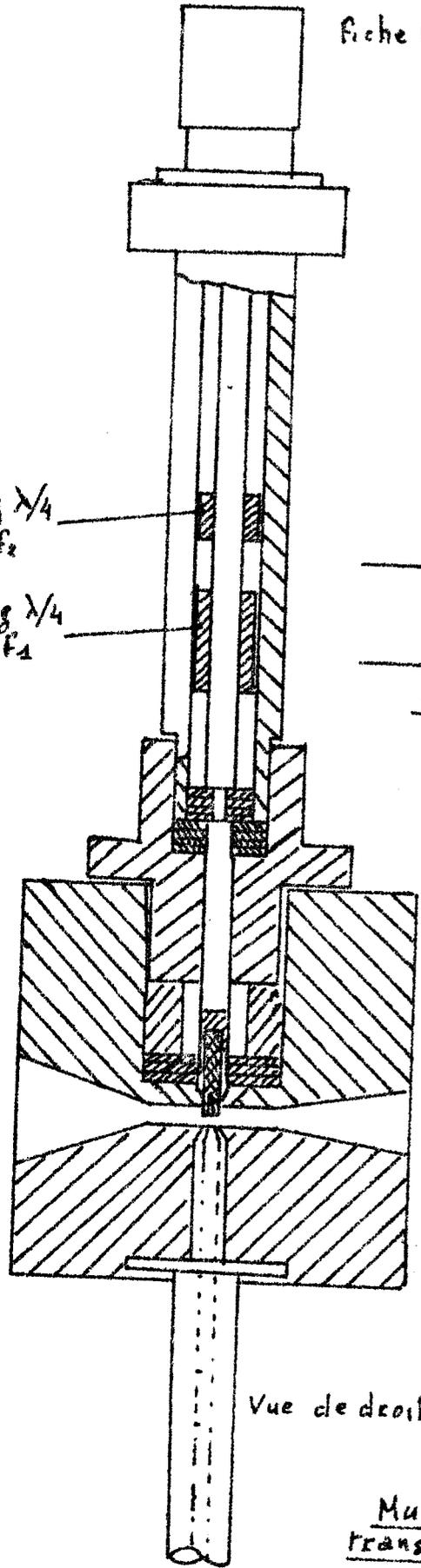
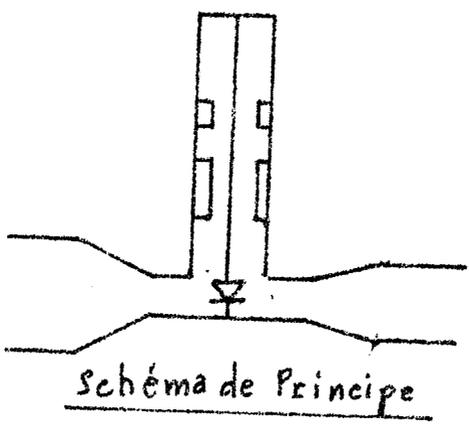


Vue de face



fiche N

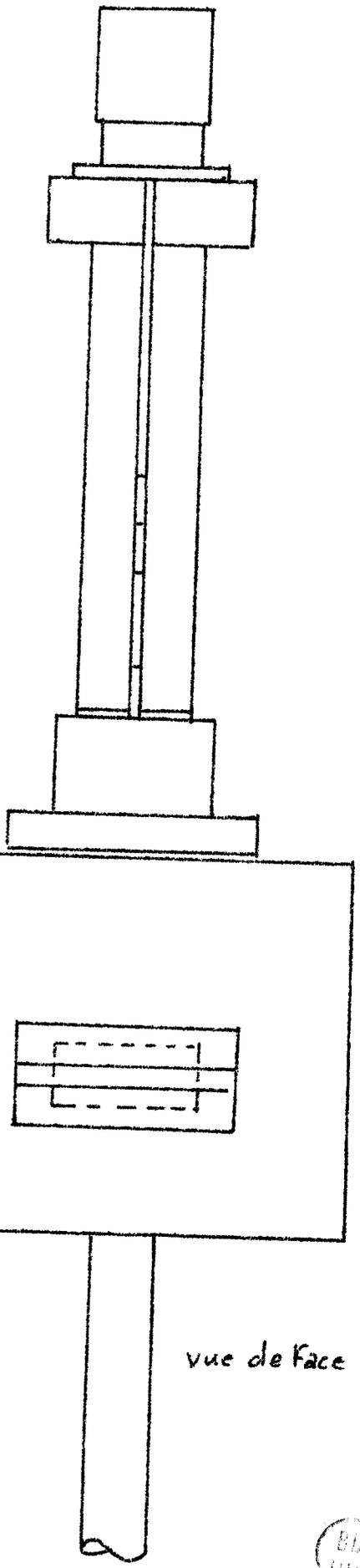
slug $\lambda/4$
à f_2
slug $\lambda/4$
à f_1



Vue de droite

E 7

Multiplieur à
 transition guide-guide
 couplage par la Face
 5-10 GHz



vue de Face



Multiplicateur à laction guide-guide

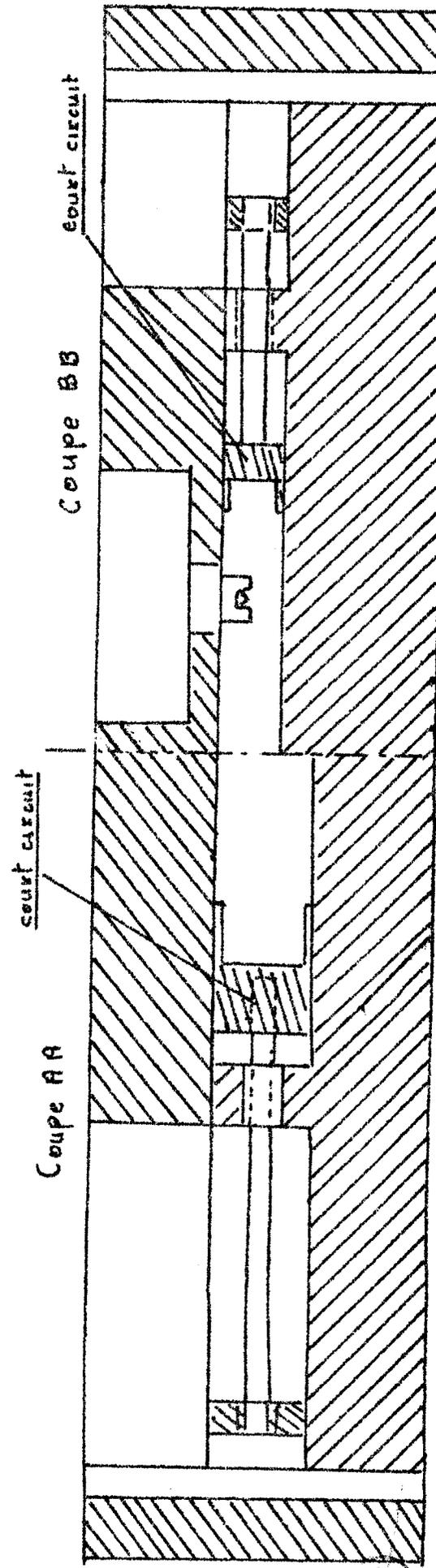
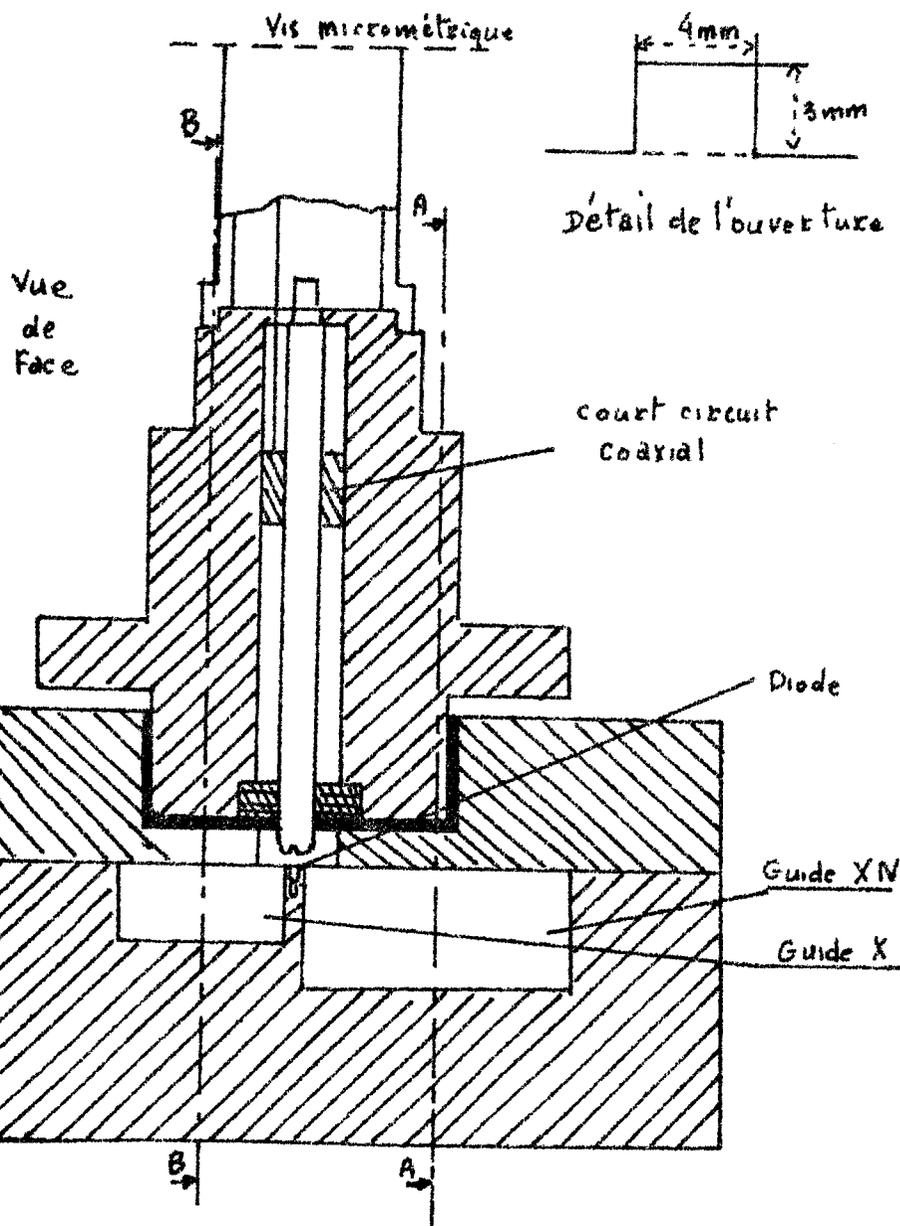
couplage par coté

E8

Guide Bande X

Guide Bande XN

Schéma de principe



III.2.1.4. Structure Iglesias à quatre slugs (fig. E9)

La diode est placée à l'extrémité d'une structure coaxiale type Iglesias à quatre slugs. Deux slugs ont une longueur équivalente à $\lambda/4$ à la fréquence d'entrée : les deux autres ont une longueur équivalente à $\lambda/4$ à la fréquence de sortie.

De nombreux essais ont été effectués en utilisant des impédances caractéristiques de slugs très variés.

III.2.2. Méthode et dispositifs d'essai

Comme nous le verrons plus loin (§III.2.3.) ce sont les structures coaxiale guide qui nous ont donné les meilleurs résultats en multiplication de fréquence par deux et par 10. Nous donnons, ici à titre d'exemple, deux montages d'essai adaptés à ce type de structures. Des dispositifs similaires ont été utilisés dans les autres cas.

III.2.2.1. Dispositifs de polarisation de la diode

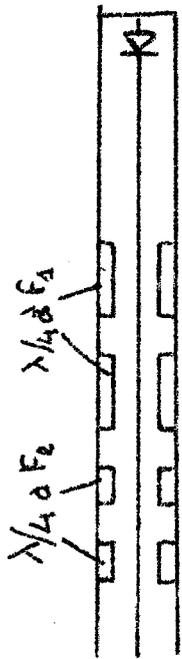
Dans cette étude nous avons utilisé deux régimes de polarisation :

a) Régime continu (fig. E11)

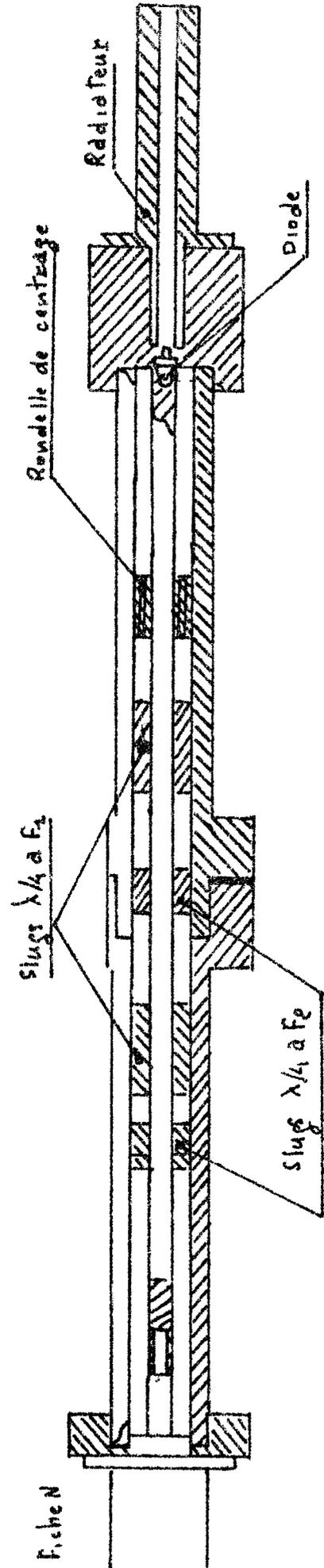
Il concerne les courants de polarisation relativement faibles. Le circuit de polarisation comprend outre la source de tension continue, un milliampèremètre, une résistance de protection de 2000 Ω et un T_e de polarisation pouvant dans certains cas être remplacé par un T coaxial simple auquel on adjoint un condensateur de découplage et une ligne unidirectionnelle (voir fig. E11). Le générateur qui délivre la puissance à la fréquence fondamentale est généralement un carnotron

b) Régime impulsionnel (fig. E10)

Il est plus utilisé pour les courants de polarisation et les puissances hyperfréquences élevées, afin d'éviter l'échauffement de la diode. C'est ce régime que nous avons adopté pour étudier la variation

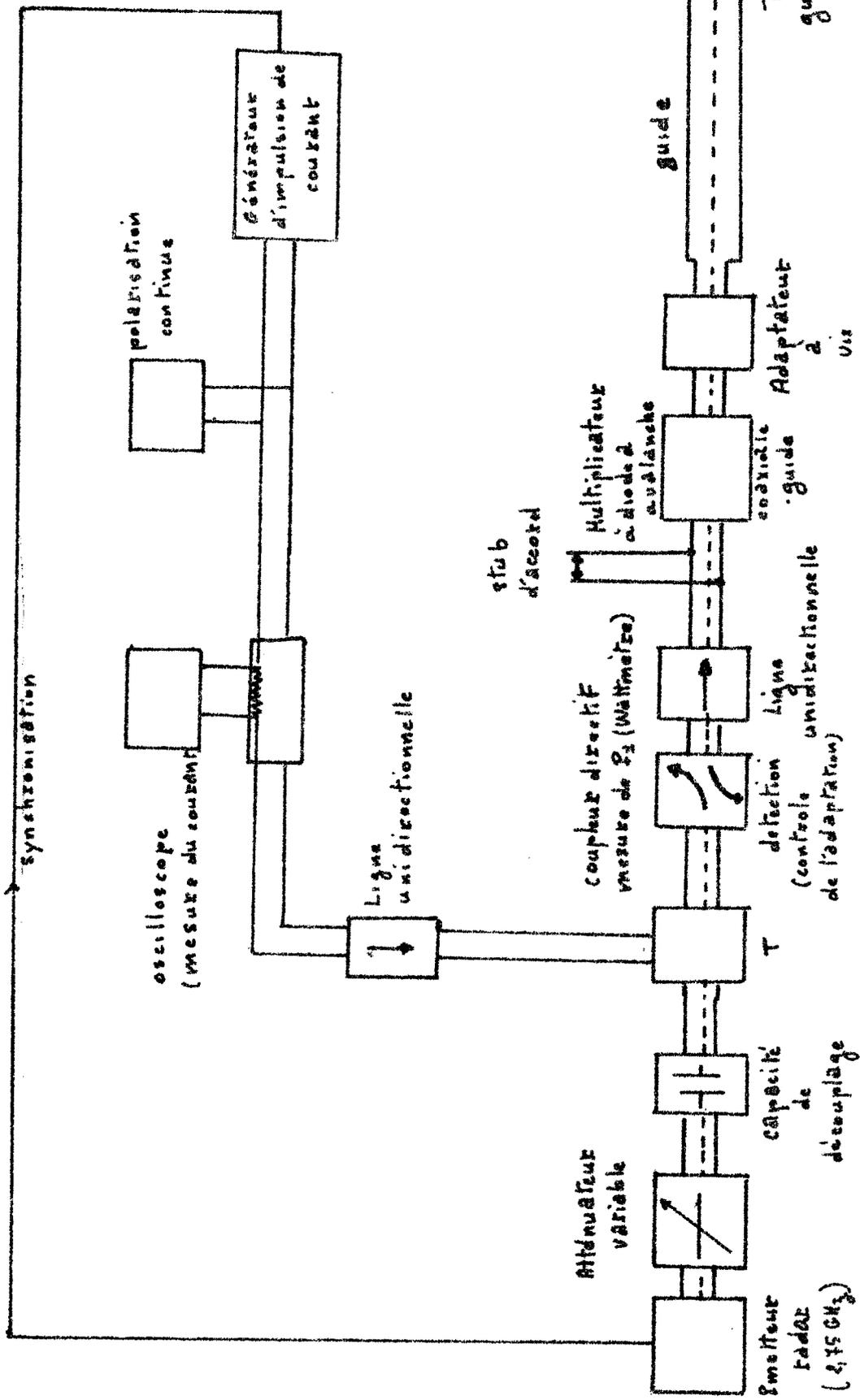


Schema de principe



E9 Structure Iglesias à quatre slugs





Banc multiplicateur de fréquence par 2 E10

polarisation pulsée



Stubs d'accord

Mesure de la puissance P₁ (Wattmètre)

Atténuateur variable

détection (contrôle de l'adaptation)

coupleur

ligne unidirectionnelle

générateur 3 GHz

capacité de découplage

T_e

3 GHz

filtre 4 GHz

Multiplicateur par AD convertisseur guide

court circuit mobile

30 GHz

ligne unidirectionnelle

T. hybride d'accord

Mesure du courant de polarisation (milliampère mètre)

résistance de protection

polarisation source de tension

ligne unidirectionnelle

Atténuateur étalon

3-30 GHz

Analyseur de spectre (Contrôle de la fréquence de sortie F₁₀)

coupleur

Système de mesure de la puissance de sortie P₁₀ (Wattmètre)

E11

Banc multiplicateur de fréquence

de la tension continue sur la diode en fonction de la tension hyperfréquence (§ III.1.1.), la fig. E 10 représente plus précisément le montage utilisé dans le cas de la multiplication de fréquence. Rappelons que dans ce cas, le générateur d'hyperfréquence utilisé est un tube d'émission radar.

III.2.2.2. Circuit hyperfréquences d'entrée et de sortie

a) Circuit d'entrée

Le circuit d'entrée comprend :

- un atténuateur variable permettant de modifier la puissance d'entrée
- une ligne unidirectionnelle
- un coupleur directif permettant de mesurer cette puissance et contrôler l'adaptation du multiplicateur
- un système d'adaptation qui est soit dans la structure contenant la diode, soit à l'extérieur. Ce système est constitué par un jeu de slugs ou de stubs.

b) Circuit de sortie

Le circuit de sortie comprend toujours quelque soit la structure multiplicatrice :

- un système d'adaptation
- un système de mesure de la fréquence et de la puissance de sortie.

On peut également y placer une ligne unidirectionnelle et un atténuateur étalonné.

III.2.3. Résultats significatifs obtenus

III.2.3.1. Comparaison des quatre structures

On peut établir une comparaison quant aux performances obtenues et quant aux facilités de réglage. Il semble en effet intéressant d'obtenir des dispositifs pour lesquels on puisse séparément régler l'adaptation pour la fréquence d'entrée et l'accord pour la fréquence de

sortie. Il semble que sur ce point la structure type Iglesias présente de nombreux inconvénients ; notamment le réglage à la fréquence d'entrée dépend du réglage pour la fréquence de sortie ; les slugs de longueur $\lambda/4$ pour f_2 ont une longueur équivalente $\lambda/8$ pour f_1 .

Les performances les meilleures ont été obtenues avec la cellule à transition coaxiale-guide : pour la bande 5 - 10 GHz, pour une puissance d'entrée de 100 mW, les taux de conversion étaient supérieurs à 50 %. Pour les trois autres structures, ils tombaient respectivement à 40, 22 et 9 % (voir fig. E12). De même en multiplication 3 - 30 nous obtenons des taux de conversion nettement plus élevées avec la cellule à transition coaxiale-guide.

Il semble que la raison essentielle de ces résultats réside dans le fait que dans les structures à transition guide-guide, une partie importante de la puissance produite à la fréquence de sortie se propage dans la ligne de transmission à la fréquence d'entrée. Cet effet semble beaucoup plus réduit dans la structure à transition coaxiale-guide : dans cette dernière réalisation une optimisation des dimensions des éléments permettrait sans doute d'obtenir des résultats supérieurs.

III.2.3.2. Caractéristique des diodes utilisées

Comme le prévoyait l'étude théorique, l'expérience a montré que les taux de conversion obtenus dépendent énormément des paramètres caractéristiques des diodes, en particulier de l'épaisseur δ de la zone d'avalanche. Il semble certain que la valeur optimale décroisse quand la fréquence d'entrée augmente.

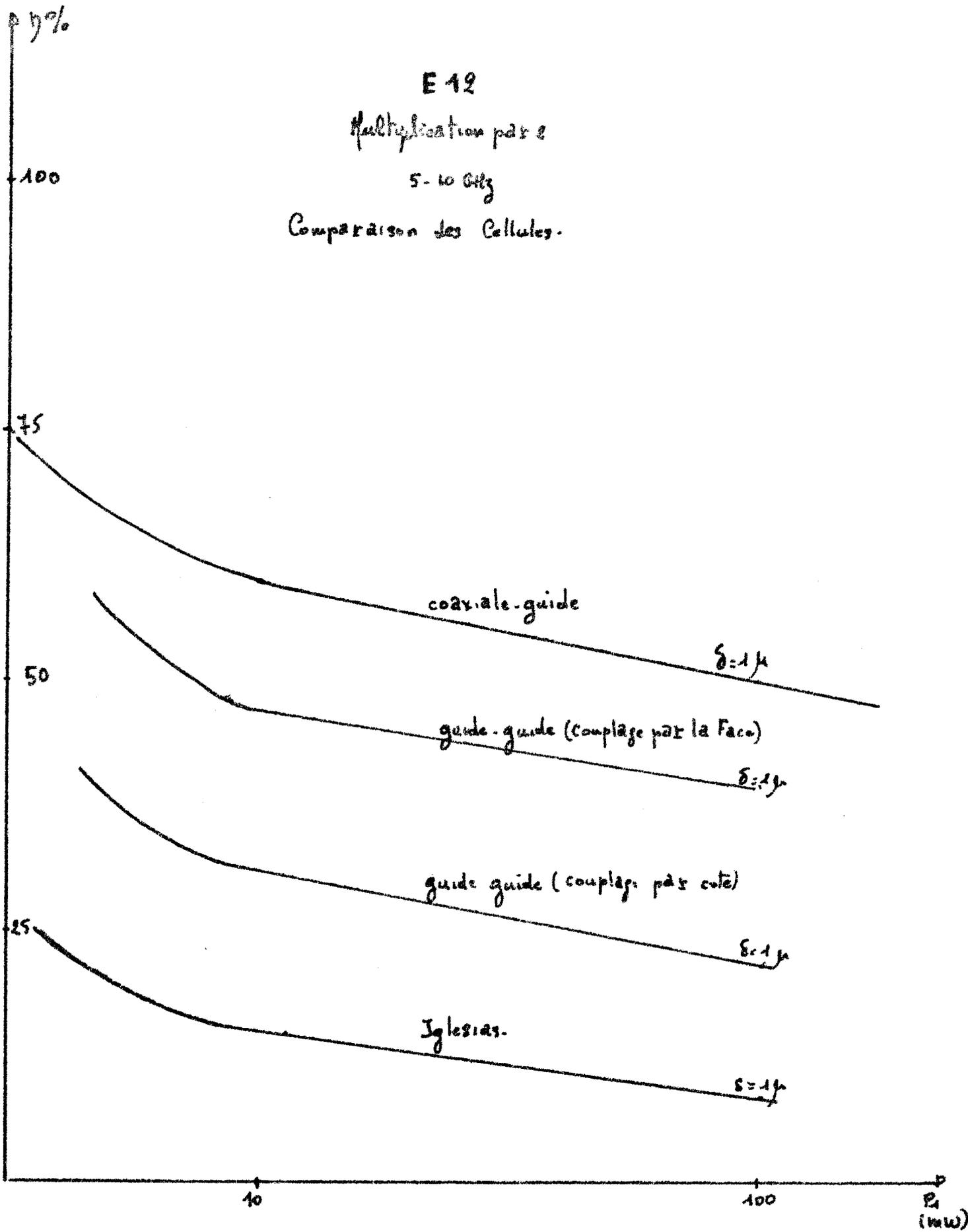
Par exemple en multiplication de fréquence par deux, dans la bande 2,5 - 5 GHz, nous obtenons des taux de conversion de 85 %, pour 100 mW de puissance d'entrée avec des diodes où la zone d'avalanche a une largeur δ voisine de 1,6 μ . Avec des diodes de δ plus faible (0,8 μ ou 0,7 μ) le taux de conversion tombe à 40 et 35 % dans les mêmes conditions (voir fig. E13). Par contre dans la gamme 5 - 10 GHz, les taux de conversion les meilleurs ont été obtenus avec des diodes pour lesquelles δ est de l'ordre de 1 μ (environ 50% à 100 mW d'entrée) (fig. E12). Pour des diodes de plus faible

E 12

Multiplication par 2

5-10 GHz

Comparaison des Cellules.

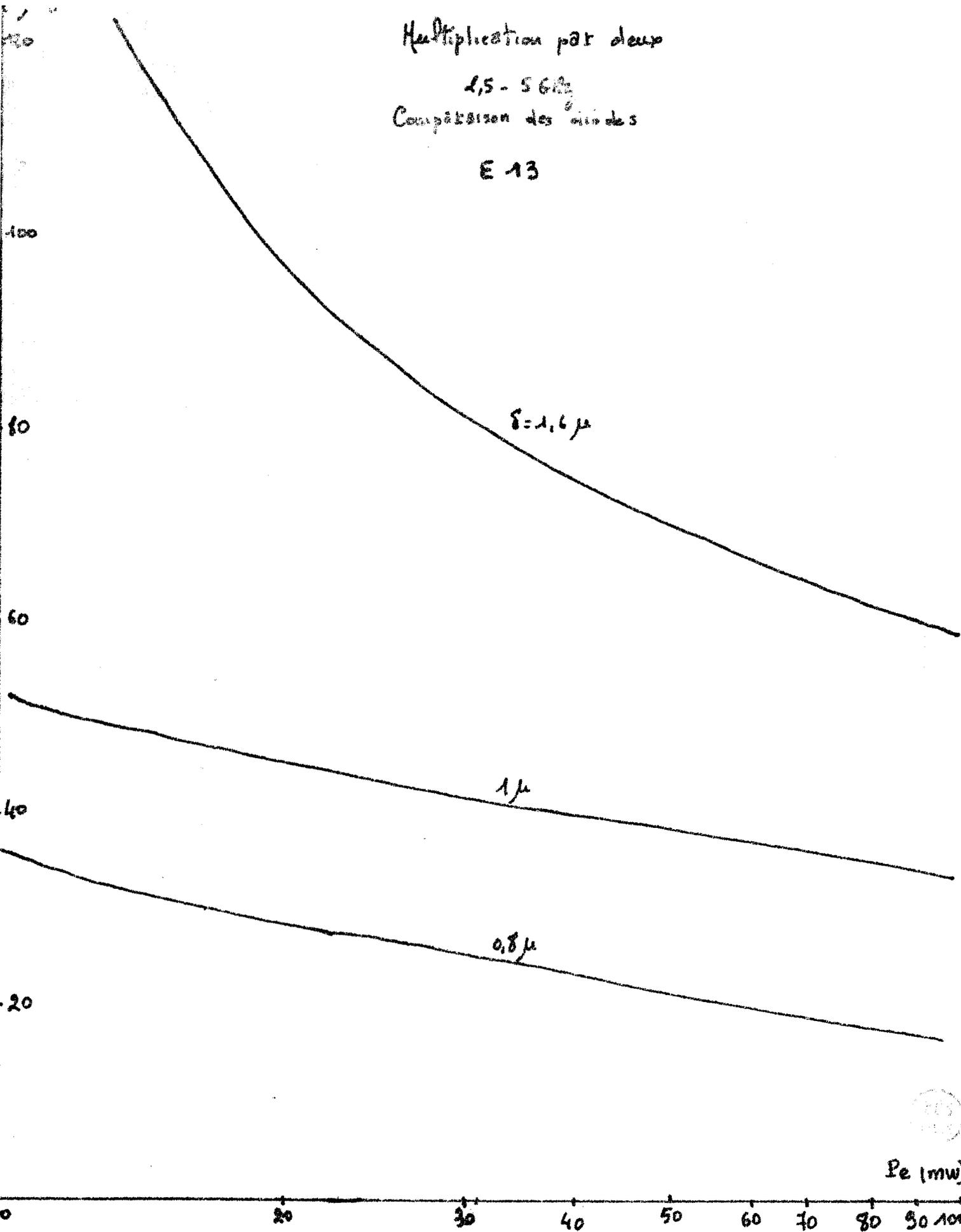


Multipliation par deux

2,5 - 560

Comparaison des modes

E 13



ou de plus forte tension d'avalanche, les résultats étaient beaucoup moins encourageants.

III.2.3.3. Influence du courant de polarisation

Dans la plupart des cas, le taux de conversion augmente avec le courant continu qui traverse la diode. La courbe donnée fig. E14 est caractéristique de cet effet : elle a trait à la multiplication 2,75 - 5,5 GHz avec une diode pour laquelle la largeur de la zone d'avalanche est voisine de 1,6 .

On peut donc penser obtenir des résultats très intéressants en haute fréquence à condition d'utiliser des courants de polarisation plus élevés. Ceci nous semble possible à court terme, d'autant plus que les tensions d'alimentation des diodes sont plus faibles.

Pourtant nous avons remarqué des effets de saturation pour des courants de l'ordre de 200 mA en multiplication 5 - 10 GHz, notamment. Cet effet est sans doute dû à l'influence des éléments parasites (self et résistance série de la diode).

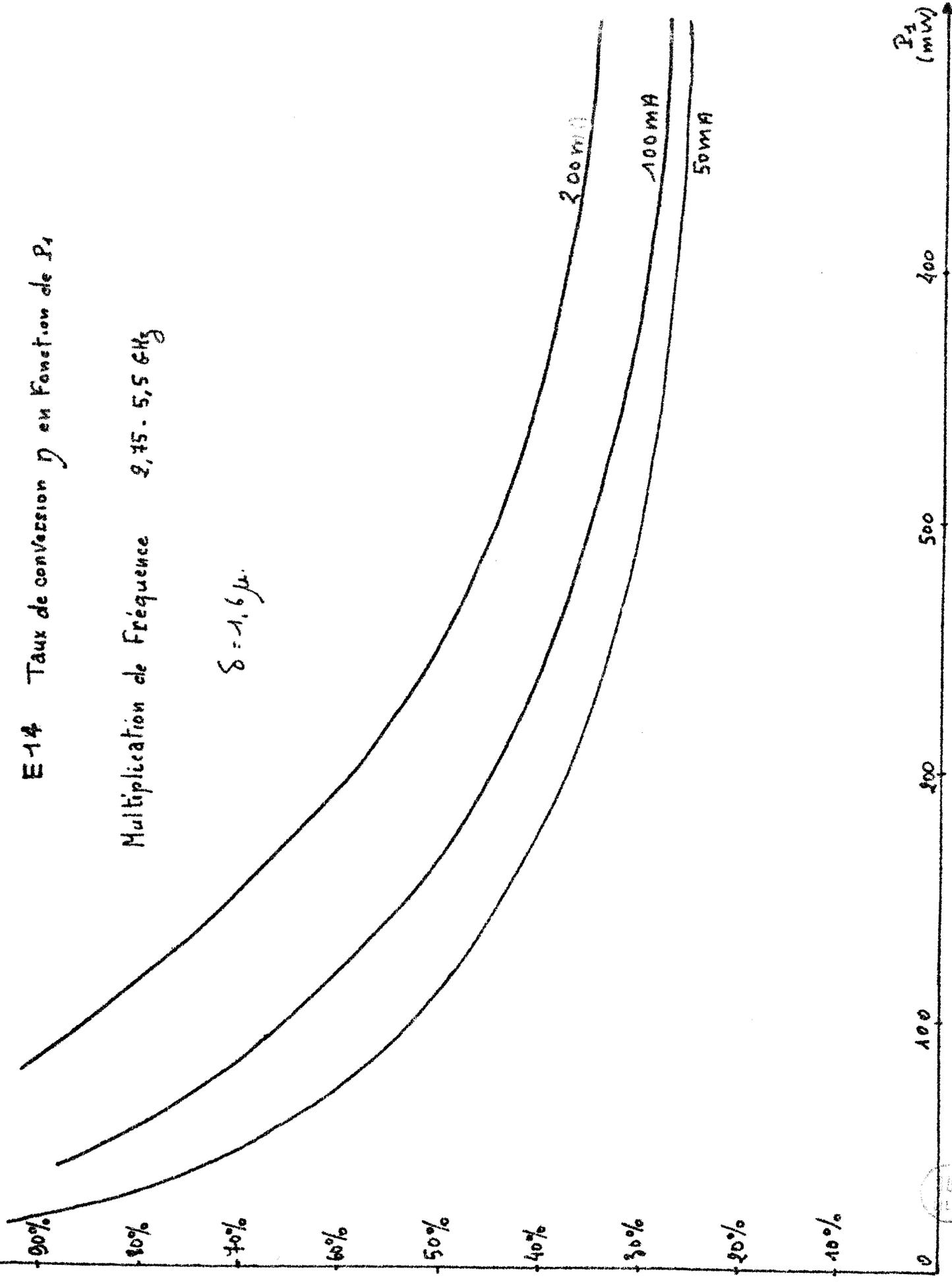
III.2.3.4. Bruit de modulation

Cette étude a fait l'objet de nombreuses recherches parallèles à celle-ci (17 à 21) effectuées en particulier par Monsieur PERICHON en laboratoire. Les conclusions actuelles peuvent s'énoncer de la manière suivante : pratiquement le bruit obtenu à la sortie du multiplicateur reproduit presque uniquement le bruit propre du signal d'entrée. Même la synchronisation par sous-harmonique présente des performances de bruit inférieures à la multiplication notamment pour les zones distantes de plus de 20 KHz de la fréquence porteuse. Ces résultats montrent l'intérêt de la multiplication de fréquence par diode à avalanche et les possibilités qu'elle offre dans les dispositifs de radiocommunication, où les caractéristiques de bruit sont primordiales. (18)

E-14 Taux de conversion η en fonction de P_1

Multiplication de Fréquence 2,75 - 5,5 GHz

$$\delta = 1,6 \mu$$



III.2.3.5. Exemples de courbes caractéristiques

Nous donnons maintenant deux exemples de courbes caractéristiques obtenues en multiplication par deux et par dix.

a) Multiplication par deux

La courbe donnée fig. E15, représente l'évolution de la puissance obtenue à la sortie d'un multiplicateur 5 - 10 GHz (transition guide-coaxiale) en fonction de la puissance d'entrée. Nous avons tracé sur le même graphique la courbe théorique correspondante obtenue à partir des résultats de l'étude numérique dont le principe est donné en annexe 2. Les paramètres introduits dans le calcul ont été au préalable mesurés au laboratoire par l'équipe de caractérisation des diodes. La bonne concordance des deux courbes confirme la validité de l'étude théorique.

b) Multiplication par dix

La courbe donnée fig. E16 est relative aux meilleurs résultats obtenus en multiplication directe 3 - 30 GHz. La structure hyperfréquence utilisée (transition coaxiale-guide) ne comportait aucun paramètre d'accord pour les fréquences intermédiaires : elle comportait un simple filtre passe-bas dans la partie coaxiale pour éviter la réjection du signal de sortie.

Nous avons reporté sur le même graphique les points théoriques calculés numériquement sur ordinateur. Comme pour la multiplication par deux, les paramètres de la diode ont été mesurés en laboratoire. Nous constatons ici encore une bonne concordance entre la théorie et l'expérience.

III.3. CONCLUSION DE L'ETUDE EXPERIMENTALE

La concordance entre les premières conclusions théoriques et les résultats expérimentaux montre la validité de notre étude et justifie les hypothèses simplificatives utilisées.

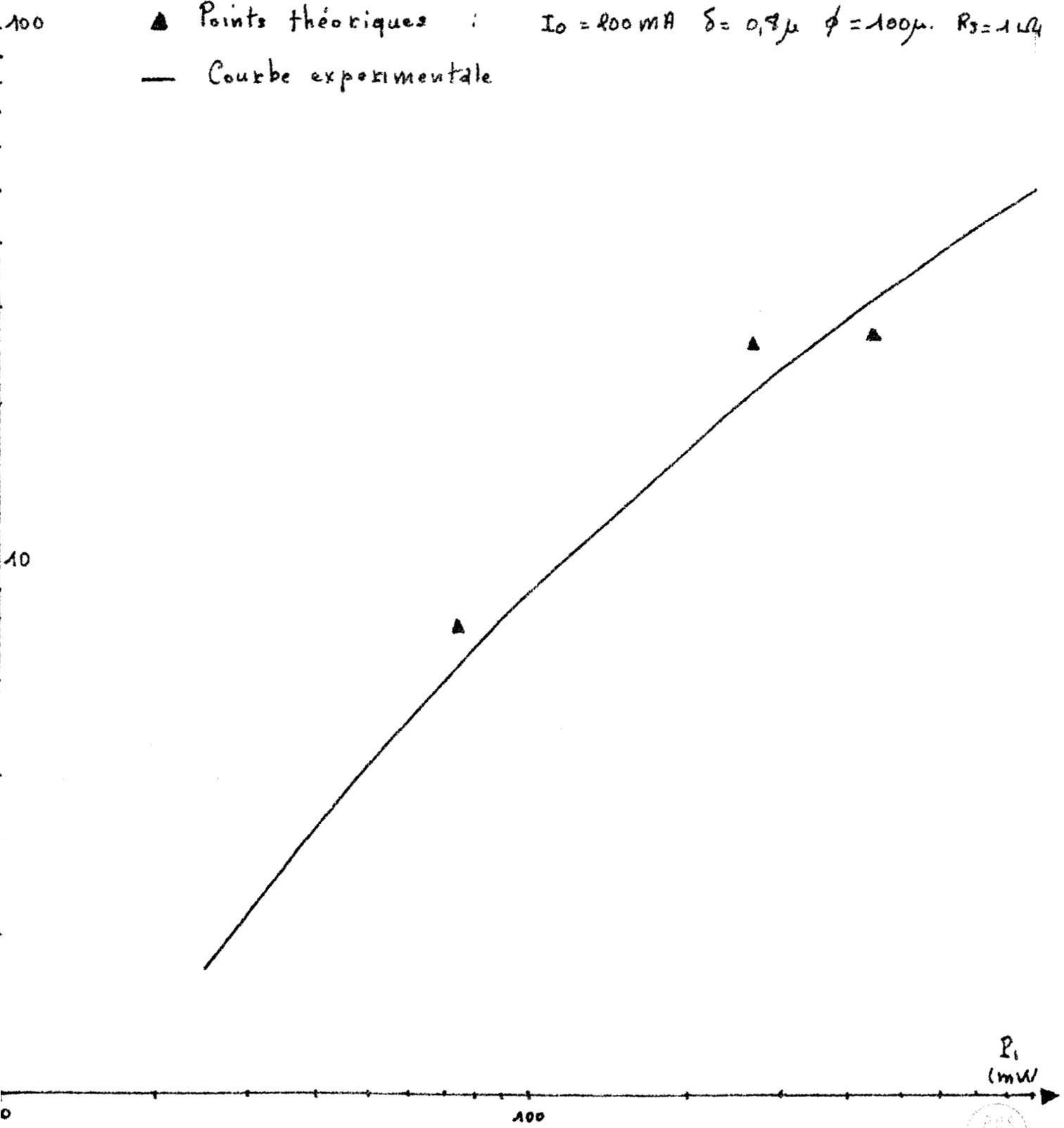
Au niveau des performances obtenues, les premiers résultats s'avèrent encourageants. En utilisant des diodes optimisées, et surtout des structures hyperfréquences réalisées par micromécanique, les performances pourraient être nettement améliorées. En outre, il semble que l'utilisation de diodes non encapsulées et de faible surface, conduisent à des résultats beaucoup plus intéressants (22).

P_{10}
(mW)

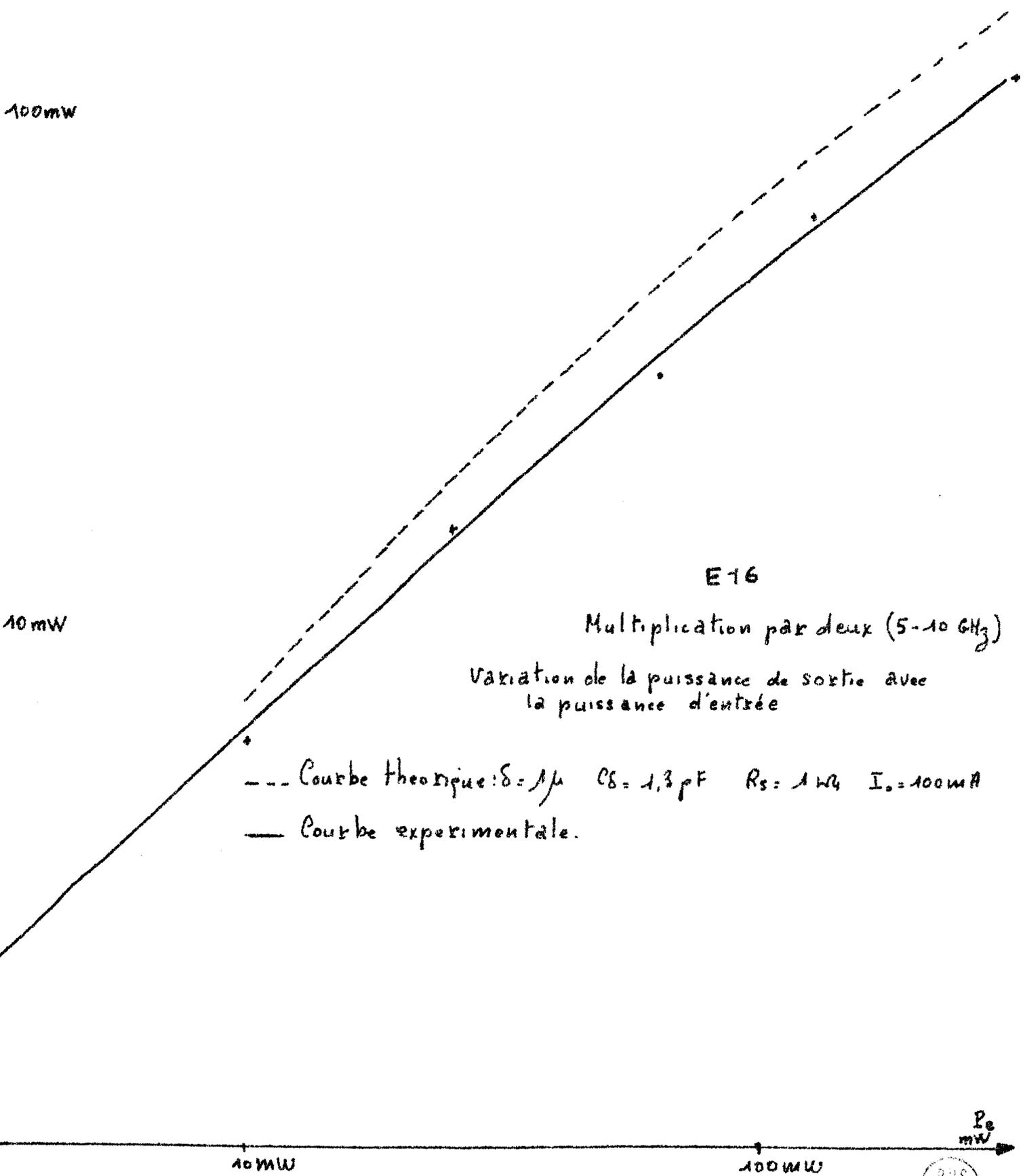
E 15

Multiplication par 10 (3-306Hz)

▲ Points théoriques : $I_0 = 200 \text{ mA}$ $\delta = 0,9 \mu$ $\phi = 100 \mu$ $R_s = 1 \Omega$
— Courbe expérimentale



P_s



E16

Multiplication par deux (5-10 GHz)

Variation de la puissance de sortie avec la puissance d'entrée

--- Courbe théorique: $\delta = 1\mu$ $C\delta = 1,3 pF$ $R_s = 1W\Omega$ $I_0 = 100mA$
— Courbe expérimentale.



C O N C L U S I O N

Le travail que nous avons présenté ici constitue une base solide pour la compréhension des phénomènes qui régissent la multiplication de fréquence par diode à avalanche. En particulier nous avons pu mener à bien l'étude théorique du régime non linéaire dans des diodes à avalanche soumises à une tension hyperfréquence comportant deux fréquences harmoniques.

Certes, les résultats expérimentaux paraissent quelque peu modestes et inférieurs aux performances optimales que nous avons prévues théoriquement. D'une part, nous avons surtout cherché à vérifier expérimentalement les principales conclusions de l'étude théorique. D'autre part, les diodes et les structures hyperfréquences utilisées n'étaient pas optimisées en vue d'obtenir les rendements les meilleurs. Enfin, rappelons qu'au moment où nous entreprenions ces recherches, aucune publication n'était parue sur ce sujet, alors que les autres techniques de multiplication de fréquence étaient développées depuis plusieurs années.

Il ne nous a pas été possible d'envisager toutes les possibilités de ce mode de fonctionnement. Néanmoins nous pensons pouvoir dégager des maintenant deux domaines d'études et d'applications particulièrement intéressants.

En premier lieu, la multiplication de fréquence par diode à avalanche doit permettre la production de puissances élevées en ondes millimétriques. Un fonctionnement de ce type présente par rapport aux multiplicateurs classiques de nombreux avantages ; notamment l'obtention de taux de conversion plus élevés et la réduction de l'influence des éléments parasites. En outre, les diodes à avalanche donnent la possibilité de réaliser des multiplicateurs de fréquence à rang d'harmonique élevé sans accord des circuits sur les fréquences intermédiaires. Dans ce cas on peut envisager facilement la réalisation de générateurs d'ondes millimétriques, soit modulés en fréquence, soit de haute stabilité.

En second lieu, une des conséquences indirectes de cette étude réside dans la mise en évidence de l'amélioration du rendement d'un oscillateur A.T.T. par l'accord du circuit extérieur sur la fréquence sous harmonique (23). Cet

accord est en pratique plus facilement réalisable que l'accord sur les fréquences harmoniques signalé par de nombreux auteurs.

Dans la suite logique de notre travail, il paraît important de poursuivre cette étude dans le domaine des ondes millimétriques où les applications paraissent nombreuses.

A N N E X E 1

Le développement de $\psi(E)$ en série de Fourier nous donne

$$\psi(E) = \alpha \delta e^{\lambda E_0} \left[B_0(\lambda E_1) + \sum_{p=1}^{\infty} 2B_p(\lambda E_1) \sin \left[p\omega t - (p-1) \frac{\pi}{2} \right] \right. \\ \left. [B_0(\lambda E_k) + \sum_{q=1}^{\infty} 2B_q(\lambda E_k) \sin [q k \omega t - (q-1) \frac{\pi}{2} + q\phi_k]] \right]$$

A partir de cette expression nous pouvons faire apparaître les différentes composantes harmoniques de $\psi(E)$ en transformant le produit en une somme

Il vient :

$$\psi(E) = \alpha \delta e^{\lambda E_0} \left\{ \begin{aligned} & B_0(\lambda E_1) B_0(\lambda E_k) \\ & + \sum_q 2B_{qk}(\lambda E_1) B_q(\lambda E_k) \cos \left[q(k-1) \frac{\pi}{2} + q\phi_k \right] \end{aligned} \right.$$

$$(\text{qk} \neq p) \rightarrow \left\{ \begin{aligned} & + \sum_{pq} 2B_p(\lambda E_1) B_q(\lambda E_k) \cos \left[(qk-p) \omega t - (q-p) \frac{\pi}{2} + q\phi_k \right] \\ & + \sum_{pq} 2B_p(\lambda E_1) B_q(\lambda E_k) \cos \left[(qk+p) \omega t - (q+p) \frac{\pi}{2} + q\phi_k \right] \end{aligned} \right.$$

$$\psi(t) \leftarrow \left\{ \begin{aligned} & + \sum_p B_0(\lambda E_k) B_p(\lambda E_1) \sin \left[p\omega t - (p-1) \frac{\pi}{2} \right] \\ & + \sum_q B_0(\lambda E_1) B_q(\lambda E_k) \sin \left[qk\omega t - (q-1) \frac{\pi}{2} + q\phi_k \right] \end{aligned} \right\}$$

Suivant les valeurs de E_1 ou de E_k nous pouvons faire les approximations qui conviennent dans chaque cas particulier, en sélectionnant les termes prédominants.

Expression du courant de conduction

L'expression générale du courant de conduction peut se mettre sous la forme :

$$I_C(t) = I_{00} \exp \frac{1}{\tau \delta} \int_0^t [\psi(E) - 1] dt$$

avec $\psi(E) - 1 = e^{\lambda \Delta E_0} \psi(t)$

$\psi(t)$ étant donné par l'annexe 1.

Il vient après intégration

$$I_C(t) = I_{00} \exp \frac{4 e^{\lambda \Delta E_0}}{\omega \tau \delta} \left\{ \sum_p \frac{B_0(\lambda E_k) B_p(\lambda E_1)}{p} \sin \left(p \omega t - p \frac{\pi}{2} \right) \right.$$

$$+ \sum_q \frac{B_0(\lambda E_1) B_q(\lambda E_k)}{qk} \sin \left(qk \omega t - q \frac{\pi}{2} + q \phi_k \right)$$

$$(qk \neq p) \rightarrow + \sum_p \sum_q \frac{B_p(\lambda E_1) B_q(\lambda E_k)}{qk - p} \sin \left((qk - p) \omega t - (q - p) \frac{\pi}{2} + q \phi_k \right]$$

$$+ \sum_p \sum_q \frac{B_p(\lambda E_1) B_q(\lambda E_k)}{qk + p} \sin \left((qk + p) \omega t - (q + p) \frac{\pi}{2} + q \phi_k \right]$$

Si l'on pose

$$Y_q^k = \frac{4 e^{\lambda \Delta E_0}}{q k \omega \tau \delta} B_0(\lambda E_1) B_0(\lambda E_k)$$

et vient

$$I_C(t) = I_{00} \exp \left\{ \sum_{p=1} Y_p^1 \sin \left(p \omega t - p \frac{\pi}{2} \right) \right.$$

$$+ \sum_{p=1} Y_q^k \sin \left(qk \omega t - q \frac{\pi}{2} + q \phi_k \right)$$

$$(qk \neq p) \rightarrow + \sum_p \sum_q \frac{qkp}{4(qk-p)} \omega \tau \delta \frac{1}{e^{\lambda \Delta E_0} B_0(\lambda E_1) B_0(\lambda E_k)} Y_p^1 Y_q^k \sin \left[(qk-p) \omega t - (q-p) \frac{\pi}{2} + q \phi_k \right]$$

$$+ \sum_p \sum_{q \neq (qk+p)} \frac{qkp}{4(qk+p)} \omega \tau \delta \frac{1}{e^{\lambda \Delta E_0} B_0(\lambda E_1) B_0(\lambda E_k)} Y_p^1 Y_q^k \sin \left[(qk+p) \omega t - (q+p) \frac{\pi}{2} + q \phi_k \right]$$

Et si on adopte l'approximation sur ΔE_0 , en posant

$$\Delta E_0 = -\frac{1}{\lambda} \log_e B_0(\lambda E_1) B_0(\lambda E_k)$$

ou encore
$$e^{+\lambda \Delta E_0} = \frac{1}{B_0(\lambda E_1) B_0(\lambda E_k)}$$

on voit que l'expression de I_c se simplifie considérablement.

Calcul de la composante fondamentale du courant de conduction en phase avec la composante fondamentale et un champ hyperfréquence périodique à haut rang d'harmonique (I et k)

Il s'agit ici d'un simple calcul trigonométrique dont la réalité physique peut se justifier à l'aide de quelques approximations.

Pour un champ sinusoïdal de pulsation ω , le courant de conduction se met sous la forme :

$$I_c^1(t) = I_{00}^1 \left\{ i_{c0}^1 + i_{c1}^1(t) + i_{c2}^1(t) + \dots + i_{c_{k-1}}^1(t) + i_{ck}^1(t) + i_{c_{k+1}}^1(t) + \dots \right\}$$

Pour un champ sinusoïdal de pulsation $k\omega$, le courant de conduction se met sous la forme :

$$I_c^k(t) = I_{00}^k \left\{ i_{c0}^k + i_{c1}^k(t) + i_{c2}^k(t) + \dots \right\}$$

$i_{cn}^m(t)$ étant un courant de pulsation $n m \omega$

Nous avons vu que dans le cas d'un champ périodique à haut rang d'harmonique ($k \gg 1$) :

$$I_c^{1k}(t) = I_{00}^{1k} i_c^1(t) i_c^k(t)$$

avec $i_c^1(t) = \frac{I_c^1(t)}{I_{00}^1}$ $i_c^k(t) = \frac{I_c^k(t)}{I_{00}^k}$

Nous cherchons la composante fondamentale du courant de conduction $I_c^{1k}(t)$, donc la composante de pulsation ω .

Seuls les produits suivants donneront des termes de pulsation ω .

$$i_{c0}^k \quad i_{c1}^1(t)$$

$$i_{c_{k-1}}^1(t) \quad i_{c1}^k(t)$$

$$i_{c_{k+1}}^1(t) \quad i_{c1}^k(t)$$

$$i_{c_{2k-1}}^1(t) \quad i_{c2}^k(t)$$

Le calcul de ces expressions montrent que l'on peut, au prix d'une approximation, négliger tous les termes à partir du troisième devant les deux premiers, si k est grand.

En effet :

$$i_{c1}^1(t) \text{ est en } B_1(Y_1^1)$$

$$i_{c_{k-1}}^1(t) \quad i_{c1}^k(t) \text{ est en } B_{k-1}(Y_1^1) \quad B_1(Y_1^k)$$

$$i_{c_{k+1}}^1(t) \quad i_{c1}^k(t) \text{ est en } B_{k+1}(Y_1^1) \quad B_1(Y_1^k)$$

etc...

Donc en première approximation :

$$I_{c1}^{1k}(t) = I_{00}^{1k} \left\{ i_{c0}^k i_{c1}^1(t) + i_{c_{k-1}}^1(t) i_{c1}^k(t) \right\}$$

En ne tenant compte que des deux premiers termes fonction du temps dans l'équation (32), nous obtenons les équations très simplifiées trouvées par d'autres auteurs (17) :

$$\text{Soit } i_{c0}^k = B_0(Y_1^k)$$

$$i_{c1}^1(t) = -2 B_1(Y_1^1) \frac{1}{\cos \phi_1} \cos(\omega t + \phi_1^1)$$

$$i_{c_{k-1}}^1(t) = (-1)^{k-1} 2 B_{k-1}(Y_1^1) \frac{1}{\cos \phi_{k-1}^1} \cos[(k-1)\omega t + \phi_{k-1}^1]$$

$$i_{c1}^k(t) = 2 B_1(Y_1^k) \frac{1}{\cos \phi_1^k} \cos[k\omega t + \phi_1^k + \phi_k]$$

$$\text{avec } t_g \phi_n^m = \frac{B_{(n-2)}(Y_1^m) - B_{(n+2)}(Y_1^m)}{B_n(Y_1^m)} \quad \frac{Y_2^m}{2}$$

ϕ_k étant la phase de la composante harmonique du champ par rapport à la composante fondamentale.

En transformant le produit $i_{c_{k-1}}^1(t) i_{c1}^k(t)$ en une somme, nous obtenons un terme en ωt et un terme en $(2k-1)\omega t$. Nous ne nous intéressons qu'à la composante de pulsation ω en phase avec la composante fondamentale du champ, soit donc le terme en $\sin \omega t$. Il est de la forme :

$$I_{cr1}^{1k}(t) = \left[-2 B_1(Y_1^1) B_0(Y_1^k) t_g \phi_1^1 + (-1)^{k-1} 2 B_1(Y_1^k) B_{k-1}(Y_1^1) \frac{\sin(\phi_1^k - \phi_{k-1}^1 + \phi_k)}{\cos \phi_1^k \cos \phi_{k-1}^1} \right] I_{00}^{1k} \sin \omega t$$

Détail du programme : Listing

```

0001  BEGIN INTEGER I, J, Z, K, IN, NI, G, M, K10;
0002  REAL PI, T, E1, E2, PHI, ICA, TAU, IO, Y, LAMB, X, PAS, DE, R1, R2, L1, L2, P1, P2, RO,
      FRE, S, K1, K2, K3, K4, K5, CAPA, RT1, RT2, RT10, XT1, XT2, XT10, CA1, CA2, CA10, PP1, PR2,
      PR10, RS, RO10, IP, E10, PHI10, ZIG, RO2R, PO10R, LS1, LS2, RS1, RS2, P10, R10, L10,
      I1CARRE, I2CARRE, DELTA, W, GAM, PHI2;
0003  PI:=3.14159265;
0004  LAMB:=1.68à-5;
0005  IN:=40;
0006  M:=20;
0007  RS:=.5;
0008  S:=.25;
0009  K:=0;
0010  GAM:=0;
0011  K2:=12;
0012  NI:=2*IN;
0013  ZIG:=2*PI/IN;
0014  K4:=10;
0015  IP:=PI/K4;
0016  BEGIN ARRAY F1, F2, F3, D, ET, ICAT, IT, VT(0:NI);
0017  ARRAY A, B, C, PHI1, PSI(0:3);
0018  FOR PRE:=1, 10, 100 DO BEGIN T:=à-9/FRE;
0019  PAS:=T/IN;
0020  FOR ICA:=100 DO BEGIN FOR DELTA:=5/FRE DO BEGIN TAU:=DELTA*à-11;
0021  CAPA:=K2*S/DELTA/12;
0022  FOR E1:=.1, 2 DO BEGIN FOR E2:=E1 DO BEGIN FOR E10:=à-17 DO BEGIN E1*5;
0023  E2:=E2*à5;
0024  E10:=E10*à5;
0025  FOR PHI2:=0, 1.5 DO BEGIN FOR PHI10:=0 DO BEGIN FOR GAM:=0 DO BEGIN
      GAM:=-GAM*TAU;
0026  F1(0):=0;
0027  F2(0):=1;
0028  FOR I:=0 STEP 1 UNTIL NI DO BEGIN ET(I):=E1*SIN(ZIG*I+2*PI*GAM/T)+E2*SIN
      (2*ZIG*I+4*PI*GAM/T+PHI2)+E10*SIN(10*ZIG*I+20*PI*GAM/T+PHI10);

```

```

0029  D(I):=TAU/(K*ET(I)*53-7+1);
0030  END;
0031  FOR I:=1 STEP 1 UNTIL NI DO BEGIN Y:=(EXP(LAMB*ET(I))+EXP(LAMB*ET(I-1)))
      /2*PAS;
0032  F1(I):=F1(I-1)+Y;
0033  END
0034  DE:=LN(F1(IN)/T)/LAMB;
0035  FOR I:=1 STEP 1 UNTIL NI DO BEGIN F2(I):=EXP(2*(F1(I)/F1(IN)*T-PAS*I)
      /D(I));
0036  END;
0037  F3(0):=0;
0038  FOR I:=1 STEP 1 UNTIL IN DO BEGIN F3(I):=F3(I-1)+(F2(I)+F2(I-1))*PAS/2;
0039  END;
0040  IO:=ICA*T/F3(IN);
0041  FOR I:=0 STEP 1 UNTIL NI DO ICAT(I):=IO*F2(I);
0042  A(0):=B(0):=0;
0043  FOR I:=IN+1 STEP 1 UNTIL NI DO BEGIN X:=(ICAT(I)+ICAT(I-1))*PAS/(2*T);
0044  A(0):=A(0)+X;
0045  END;
0046  FOR J:=1,2,3 DO BEGIN A(J):=B(J):=0;
0047  IF J=3 THEN G:=10 ELSE G:=J;
0048  FOR I:=IN+1 STEP 1 UNTIL NI DO BEGIN X:=(ICAT(I)*COS(ZIG*I*G)+ICAT(I-1)
      *COS(ZIG*G*(I-1)))*PAS/T;
0049  A(J):=A(J)+X;
0050  Y:=(ICAT(I)*SIN(ZIG*I*G)+ICAT(I-1)*SIN(ZIG*G*(I-1)))*PAS/T;
0051  B(J):=B(J)+Y;
0052  END;
0053  IF B(J)=0 THEN GOTO PPP;
0054  PHII(J):=ARCTAN(A(J)/B(J));
0055  PPP: IF B(J)<0 THEN BEGIN PHII(J):=PHII(J)+PI;
0056  END;
0057  END;
0058  PSI(1):=PHII(1);
0059  PSI(2):=PHII(2)-PHI2;
0060  PSI(3):=PHII(3)-PHI10;

```

```

0061  IF E2≠0 THEN BEGIN R2:=E2*Δ-T/(B(2)*COS(PHI2)+A(2)*SIN(PHI2));
0062  R2:=R2*DELTA;
0063  L2:=-E2*Δ-1/(A(2)*COS(PHI2)-B(2)*SIN(PHI2));
0064  L2:=L2*DELTA;
0065  P2:=E2*E2*DELTA*DELTA/2/R2*Δ-8;
0066  CA2:=1-L2*CAPA*Δ-12*6.2832/T*2;
0067  RT2:=R2*L2*L2/(L2*L2+CA2*CA2*R2*R2);
0068  XT2:=R2*R2*L2*CA2/(L2*L2+CA2*CA2*R2*R2);
0069  PR2:=P2*(1+RS/RT2);
0070  END;
0071  IF E10≠0 THEN BEGIN R10:=E10*Δ-1/(B(3)*COS(PHI10)+A(3)*SIN(PHI10));
0072  R10:=R10*DELTA;
0073  L10:=-E10*Δ-1/(A(3)*COS(PHI10)-B(3)*SIN(PHI10));
0074  L10:=L10*DELTA;
0075  P10:=E10*E10*DELTA*DELTA/2/R10*Δ-8;
0076  CA10:=1-L10*CAPA*Δ-12*6.2832*10/T;
0077  RT10:=R10*L10*L10/(L10*L10+CA10*CA10*R10*R10);
0078  XT10:=R10*R10*L10*CA10/(L10*L10+CA10*CA10*R10*R10);
0079  PR10:=P10*(1+RS/RT10);
0080  END;
0081  IF E1≠0 THEN BEGIN R1:=E1*Δ-1/B(1);
0082  R1:=R1*DELTA;
0083  L1:=-E1*Δ-1/A(1);
0084  L1:=L1*DELTA;
0085  P1:=E1*E1*DELTA*DELTA/2/R1*Δ-8;
0086  RO:=P2/P1;
0087  RO10:=P10/P1;
0088  CA1:=1-L1*CAPA*Δ-10*6.2832/T;
0089  RT1:=R1*L1*L1/(L1*L1+CA1*CA1*R1*R1);
0090  XT1:=R1*R1*L1*CA1/(L1*L1+CA1*CA1*R1*R1);
0091  PR1:=P1*(1+RS/RT1);
0092  RO2R:=PR2/PR1;
0093  RO1OR:=PR10/PR1;
0094  END;          0097  END;          0101  END;
0095  END;          0098  END;          0102  END;
0096  END;          0099  END;          0103  END;
etc  END;          0100  END;          0104  END;

```

B I B L I O G R A P H I E

- (1) E. CONSTANT - E. ALLAMANDO, Transit time of an avalanche diode driven by a subharmonic signal and its application to frequency multiplication.
I.E.E.E. Trans., vol. 53, n° 8, 1970
- (2) B. BOITTIAUX, De l'impédance hyperfréquence présentée par un semiconducteur en avalanche.
Thèse 3ème Cycle, 1968
- (3) G. SALMER - M. LEFEBVRE - E. ALLAMANDO - G. VANBOEREN, Effets non linéaires dans un semiconducteur en régime d'avalanche.
C.R. de l'Académie des Sciences de Paris, 1969
- (4) E. CONSTANT - A. SEMICHON, Diodes semiconductrices en régime d'avalanche. Applications aux hyperfréquences.
Onde Electriques, vol. 48, n° 496-497, Août 1968
- (5) P. PERICHON, Fluctuation du taux de génération par avalanche dans un semiconducteur.
D.E.A., 1969
- (6) CHYNOWETH - Mc KAY, Phys. Rev. 108, 1957
- (7) B. BOITTIAUX - E. CONSTANT - B. KRAMER - M. LEFEBVRE - G. VAESKEN - A. SEMICHON, Propriétés générales des diodes semiconductrices en régime d'avalanche.
Acta Electronica, vol. 12, n° 2, 1969
- (8) M. GILDEN - M.E. HINES, Electronic turning effects in the read microwave avalanche diode.
I.E.E.E. Trans. E.D. 13, n° 1, Janvier 1966
- (9) A.S. TAGER, Soviet Phys. Uspekhi, vol. 9, n° 6, 1967
- (10) D. DELAGEBEAUDEF - G. CONVERT, Onde Electrique, vol. 48, Juillet 1968
- (11) D.L. SHARFETTER - H.K. GUMMEL, I.E.E.E. Trans. E.D. 16, n° 1, pp. 64-77, Janvier 1969
- (12) WIREAD, A proposed high frequency negative resistance diode.
Bell Techn., vol. 37, Mars 1958

- (13) G. VANBORREN, Etude des transferts de puissance d'un signal fondamental à ses harmoniques dans un semiconducteur en régime d'avalanche. D.E.A., 1969
- (14) E. ALLAMANDO - G. SALMER - G. VANBORREN, Théorie analytique de la génération de courants harmoniques dans un semiconducteur en avalanche. Contrat D.G.R.S.T. n° 69.02.044, Annexe 1, 1970
- (15) E. ALLAMANDO - E. CONSTANT - G. SALMER - A. SEMICHON, Propriétés hyperfréquences des diodes à avalanche. Modes d'oscillations. Acta Electronica, vol. 12, n° 3, Juillet 1969
- (16) ISSA DOUMBIA, Oscillations multifréquences des diodes semiconductrices en régime d'avalanche. Thèse 3ème Cycle, 1971
- (17) B. KRAMER, Sur le bruit d'avalanche dans les semiconducteurs. Thèse 3ème Cycle, 1968
- (18) R. PERICHON, Bruit de modulation de fréquence d'une diode utilisée en multiplicateur de fréquence. Contrat D.G.R.S.T. n° 69.02.044, Annexe 4, 1970
- (19) R. PERICHON, Thèse 3ème Cycle (à paraître)
- (20) R. PERICHON, F M noise of subharmonically injection phase locked IMPATT oscillator. I.E.E.E. Trans., vol. 18, Novembre 1970
- (21) KUROKAWA, Noise in synchronized oscillators. I.E.E.E. Trans., vol. 16, n° 4, Avril 1968
- (22) ROLLAND, D.E.A. 1971 (à paraître)
- (23) E. ALLAMANDO, Thèse d'Etat (à paraître)

S O M M A I R E

pages

- <u>INTRODUCTION</u>	1
- <u>CHAPITRE I : PRINCIPE DE LA MULTIPLICATION DE FREQUENCE PAR DIODE A</u> <u>AVALANCHE</u>	3
I.1. Régime linéaire.....	4
I.2. Régime non linéaire.....	5
I.3. Régime fortement non linéaire.....	6
- <u>CHAPITRE II : ETUDE THEORIQUE</u>	
II.1. <u>ETUDE ANALYTIQUE</u>	
II.1.1. Introduction.....	8
II.1.2. Notations et paramètres, Equations fondamentales	9
II.1.3. Etude générale du courant de conduction.....	10
II.1.4. Utilisation d'approximations pour le calcul du courant de conduction.....	11
II.1.5. Influence du courant de déplacement et expres- sion du courant d'avalanche.....	18
II.1.6. Application de l'étude théorique.....	20
II.2. <u>ETUDE NUMERIQUE</u>	26
II.2.1. Méthode de calcul.....	26
II.2.2. Résultats du calcul numérique.....	33
II.2.2.1. Caractéristique de fonctionnement d'une diode à avalanche en régime non linéaire.....	33
II.2.2.2. Multiplication de fréquence.....	36
II.3. <u>CONCLUSION DE L'ETUDE THEORIQUE</u>	

- CHAPITRE III : ETUDE EXPERIMENTALE..... 47

 III.1. FONCTION D'UNE DIODE A AVALANCHE EN REGIME NON
 LINEAIRE..... 47

 III.1.1. Variation du champ continu dans la zone
 d'avalanche avec le champ hyperfréquence..... 47

 III.1.2. Variation du courant d'avalanche avec la
 tension hyperfréquence..... 49

 III.1.3. Etude des variations d'impédance de la diode
 avec I_0 50

 III.2. ETUDE ET REALISATION DE DISPOSITIFS D'ETUDE DE LA
 MULTIPLICATION DE FREQUENCE PAR DIODE A AVALANCHE..... 51

 III.2.1. Description des dispositifs..... 51

 III.2.2. Méthode et dispositifs d'essai..... 53

 III.2.3. Résultats significatifs obtenus..... 55

 III.3. CONCLUSION DE L'ETUDE EXPERIMENTALE..... 58

- CONCLUSION

- ANNEXE 1

- ANNEXE 2

- ANNEXE 3

- ANNEXE 4

- BIBLIOGRAPHIE

- SOMMAIRE

