50376
1971
167

GUEGAN Yves

15 OCTOBRE 1971

| | | |
|---|---|---|
| ERSITE DES SCIENCES ECHNIQUES DE LILLE | THESE DE : Docteur-Ingenieur DISCIPLINE : Electrotechnique | N° d'Ordre 120 |



DU CANDIDAT : GUEGAN YVES





PRESIDENT : Monsieur le Professeur BACCHUS

RAPPORTEUR : Directeur du Travail : Monsieur SEGUIER

EXAMINATEURS : Messieurs FAIZIERES - OUZIAUX

E DE LA THESE :

Les harmoniques du couple du moteur asynchrone polyphasé.


R E S U M E

La valeur limitée du nombre d'encoches par pôle et par ie des deux armatures du moteur asynchrone polyphasé entraîne la pré- ·e dans l'entrefer de flux tournants harmoniques. Ces flux font appa- ·re des harmoniques dans les courants primaires et secondaires ; en ·e, le couple électromagnétique présente des termes pulsatoires.

Le travail de Monsieur GUEGAN est consacré à ces "harmoni- ·" du couple. Partant des harmoniques de la répartition spatiale des ·nes, il montre la génération successive des harmoniques du flux et des ·ants. Il donne les règles de compensation et d'évaluation de l'impor- ·e des termes non compensés.

Des règles générales d'interactions entre armatures, il ·it la présence dans le couple de termes sinusoïdaux de pulsation ·portionnelle à la vitesse de rotation du moteur et montre l'influence facteurs qui influent sur leur importance relative.

Le relevé expérimental des harmoniques des courants du · et du couple sur l'arbre en rotation confirment les résultats de étude.

Les relations établies et les procédés expérimentaux mis au ·t permettent l'étude d'autres "anomalies" du moteur asynchrone.




Soutenance prévue le 15 octobre 1971 à 10 h 30

Bâtiment : Radioélectricité et Electronique Amphithéâtre : MAXWELL

# *LES HARMONIQUES DU COUPLE DU MOTEUR ASYNCHRONE POLYPHASE*

*L'augmentation de la puissance des réseaux électriques industriels permet l'utilisation de machines asynchrones, à rotor bobiné ou à cage, de puissance unitaire de plus en plus élevée. Cet accroissement conduit à préciser l'étude des effets du moteur asynchrone sur le réseau qui l'alimente et celle des contraintes à l'intérieur de machines de puissance massique importante.*

*La valeur limitée du nombre d'encoches par pôle et par phase des armatures primaire et secondaire provoque l'apparition dans l'entrefer, en plus du flux tournant fondamental, de flux tournants harmoniques. Ils correspondent à l'existence dans les enroulements de courants harmoniques ; en outre le couple électromagnétique présente en plus de sa valeur moyenne des termes pulsatoires.*

*Les effets de la répartition spatiale non sinusoïdale de l'induction dans l'entrefer des machines synchrones sont bien connus. Il en est autrement pour le moteur asynchrone notamment en raison des difficultés liées à la variation de l'amplitude et de la fréquence des harmoniques des courants et du couple avec le glissement.*

*Il nous a donc semblé utile d'étudier la génération de ces harmoniques et d'expliquer la variation en fonction de la vitesse des termes trouvés dans l'analyse harmonique des courants et du couple.*

*Après avoir présenté les recherches antérieures sur les déformations de champ du moteur asynchrone, nous établirons, dans la première partie de notre mémoire, l'expression générale du flux dans l'entrefer de cette* *machine en tenant compte des harmoniques de la répartition du champ créé par les bobines primaires et secondaires. L'évolution avec le glissement de l'amplitude et de la vitesse relative des flux harmoniques sera vérifiée par l'analyse des forces électromotrices et des courants qu'ils engendrent dans les deux armatures.*

*Du flux nous passerons, dans la deuxième partie, à l'établissement d'une expression générale du couple. Elle montrera l'origine des termes pulsatoires qui s'ajoutent au terme moyen et l'évolution en amplitude et en fréquence de ces harmoniques. Ces résultats seront vérifiés en analysant la contrainte de torsion de l'arbre réunissant un moteur à sa charge. Nous montrerons les caractéristiques que doit présenter l'arbre de torsion et l'intérêt que présente, parmi les procédés possibles de mesure d'une contrainte sur un arbre en rotation, celui qui met en oeuvre des jauges de contrainte et un émetteur à modulation de fréquence.*

*Nous remercions très vivement Monsieur G. SEGUIER qui nous a incité à entreprendre cette étude et qui a dirigé nos recherches avec attention et bienveillance tout au long de leur déroulement.*

*Nous exprimons également notre gratitude à tous les chercheurs de son équipe et tout particulièrement à Monsieur F. NOTELET qui nous a fait bénéficier de son expérience en matière d'étude expérimentale des couples variables.*

*Notre travail s'est déroulé dans le cadre du service Electrotechnique de l'U.E.R. d'I.E.E.A. de l'Université de Lille I. Nous avons fait largement appel aux possibilités d'expérimentation du Département Génie Electrique de l'I.U.T. de Béthune.*

# 0. INTRODUCTION

L'étude générale du moteur asynchrone polyphasé est menée en supposant l'entrefer constant, le circuit magnétique non saturé, l'induction créée par chaque bobine du stator et du rotor à répartition sinusoïdale. Dans ces conditions, si la machine est alimentée par un système équilibré de tensions sinusoïdales, les courants primaires et secondaires sont eux aussi sinusoïdaux et forment des systèmes équilibrés, le flux tournant dans l'entrefer est à répartition sinusoïdale et le couple est constant.

Dès que l'on s'écarte de l'une ou l'autre de ces hypothèses, les résultats trouvés pour ce qui est des courants, du flux tournant et du couple doivent être corrigés.

Devant l'accroissement des puissances unitaires des moteurs asynchrones, le nombre d'études qui sont consacrées à ce type de machines, surtout à l'étranger se multiplie. Il nous a semblé utile d'en dresser un bilan sommaire, afin de mieux situer notre travail.

## 0.I. LES ETUDES SUR LE MOTEUR ASYNCHRONE[1]

Le principe, les propriétés et les caractéristiques du moteur asynchrone polyphasé en régime permanent sont bien connus. Les études d'ARNOLD[1], de BLONDEL[2], et de MAUDUIT[3] ne diffèrent que par de légères améliorations ; le diagramme des courants qui permet une lecture rapide des caractéristiques est normalisé par l'UTE[4].

(1) Les chiffres entre crochets se rapportent à la bibliographie annexée à ce mémoire.

Une première voie de recherches porte sur les régimes transitoires de cette machine et NOTELET[5] a fait récemment le point de cette question.

La seconde porte sur les corrections à apporter à la théorie générale du moteur en régime permanent quand on s'écarte de l'une ou l'autre des hypothèses simplificatrices. C'est en partant de l'hypothèse infirmée que nous allons classer les diverses études.

O.I.1. <u>Influence de la non constance de l'entrefer</u>

Quelques auteurs ont étudié l'influence d'un entrefer non uniforme. C'est ainsi que ROBINSON[6] examine simultanément l'influence des harmoniques de distribution non sinusoïdale des enroulements et de la perméance de l'entrefer.

I. KOCH[7] a étudié le moteur asynchrone à pôles saillants muni d'amortisseurs et calculé les harmoniques du couple dus aux harmoniques du champ magnétique. Il convient de rapprocher de ce travail les nombreuses publications récentes sur le démarrage en asynchrone des grosses machines synchrones ; pour celles-ci on peut, avec une bonne approximation, comme l'a montré WIDGER[8] considérer la montée en vitesse comme une suite de régimes établis à vitesse constante.

Mais étant donné l'étroitesse relative de l'entrefer de la plupart des machines d'induction, c'est sur l'influence de l'encochage qu'on trouve le plus de travaux.

Dans son ouvrage P.L. ALGER[9] a fait le point sur les conditions à respecter lors de la détermination de l'encochage du stator et du rotor pour éviter le phénomène de résonance dans la variation de la perméance de l'entrefer.

De nombreuses études ont été effectuées pour déterminer l'influence de l'ouverture des encoches sur la caractéristique couple-vitesse. Citons celles de HELLER et JOKL[10], de NEUHAUSS et WEPPLER[11].

La présence des encoches est une source de pertes supplémentaires. M. SIMON et R. CHAVERNOZ[12] [13] ont étudié l'origine de ces pertes, les moyens de les réduire et ont interprété des relevés effectués sur de grosses unités. Outre les publications de P.L. ALGER, G. ANGST, E.J. DAVIES, B.J. CHALMERS, M. PASDELOUP sur cette question, il faut citer l'étude générale que vient d'en faire J. STEPINA[14].

### O.I.2. Influence des conditions d'alimentation

Si les trois tensions appliquées à un moteur triphasé ne forment pas un système équilibré il faut examiner les effets des composantes inverse et homopolaire qui se superposent à ceux de la composante directe. P. VASKE[15] a montré l'intérêt de cette méthode de superposition et ses conditions de validité.

Le cas limite classique est celui du moteur monophasé ; on peut en déterminer les caractéristiques par composition des effets du flux tournant direct et du flux tournant inverse. On peut aussi les établir par la théorie générale des deux champs direct et transversal, dont B. ADKINS[16] a montré l'application à l'ensemble des machines. M. POLOUJADOFF[17] a d'ailleurs montré l'identité des résultats obtenus par les deux méthodes.

Il a eu recours à la méthode des champs tournants [18] pour étudier le couple-moteur quand l'entrefer n'est pas constant et la force magnétomotrice primaire non sinusoïdale.

Les recherches de SHEO PRASAD VERMA[19] sur le moteur asynchrone triphasé dont les enroulements sont branchés de façon asymétrique se rapprochent des précédentes.

Actuellement de nombreux laboratoires travaillent sur la variation de vitesse du moteur asynchrone alimenté à partir du réseau de fréquence industrielle. Parmi les solutions proposées on trouve le découpage par des montages à thyristors d'une tension redressée [20] [21]. Aussi on voit apparaître les premières études sur le moteur alimenté par des ondes quasi-rectangulaires, telles celles de MURAKAMI, NISHIMURA, PURWANTO [22], de NAUNIN [23] et de G.C. JAIN [24].

## O.I.3. Influence de la saturation

A cause de la saturation du fer, notamment dans la zone des encoches, il apparait un applatissement de l'onde du flux tournant.

C.H. LEE [25] a proposé une méthode pour améliorer le calcul du courant magnétisant. Dans sa thèse, VOLOSHANSKIJ [26] a montré, pour les machines à encoches obliques, l'influence de la saturation des dents sur les réactances de fuites des armatures. OBERRETL [27] a étudié l'interférence des harmoniques d'encoches et de saturation et retrouvé ainsi les fréquences de certaines vibrations observées sur des moteurs.

## O.I.4. Influence de la répartition non sinusoïdale des forces magnétomotrices

En raison du nombre limité d'encoches par pôle et par phase des bobinages statorique et rotorique, la répartition du flux créé par chaque phase n'est pas sinusoïdale ; il en résulte la présence, dans le flux tournant créé par chaque armature, d'harmoniques appelés harmoniques d'espace. Ce phénomène est celui qui donne les plus fortes corrections à apporter à la théorie simplifiée des machines asynchrones. Il a été beaucoup étudié mais donne encore lieu à de nombreuses publications.

Alors que les effets des harmoniques d'espace du flux de réaction d'induit des machines synchrones étaient déjà bien connus, c'est KRONDL [28] et GRAHAM [29] qui les premiers étudient leur importance dans les moteurs d'induction et montrent les pertes supplémentaires qu'ils provoquent.

LE MONNIER[30] explique, grâce à eux, certaines anomalies constatées, rampage, accrochage ou voisinage du tiers de la vitesse synchrone.

J. PICHOIR[31] a consacré une partie importante de son cours d'électrotechnique au calcul de l'ordre et de l'amplitude des harmoniques d'espace créés par un bobinage donné. Divers auteurs ont proposé des théories générales applicables à des répartitions quelconques de flux ; c'est le cas de ROBINSON[32], de BROWN et JHA[33]. A l'aide de la notion de tension magnétique instantannée de l'entrefer équivalent, E. RICCIUS[34] donne un procédé de calcul des ondes tournantes qui peut s'étendre au cas des courants non sinusoïdaux.

Une autre série de travaux porte sur la modification de la caractéristique couple-vitesse due aux harmoniques d'espace et sur les pertes qu'ils provoquent. TAEGEN[35] explique ainsi des écarts importants observés entre les couples calculés et des couples mesurés expérimentalement. RICCIUS et SEILE[36] montrent comment les ondes tournantes de tous ordres contribuent à la formation du couple.

Mais la principale difficulté rencontrée pour l'évaluation des harmoniques d'espace et de leurs effets vient de leurs relations avec les harmoniques de denture. BOLLER et JORDAN[37] ont donné les règles de composition des termes de même ordre. B. HELLER[38] montre l'influence de l'encochage du rotor sur les flux rampants dûs au bobinage primaire. J. STEPINA[39] a repris la même étude mais d'une façon plus théorique. MORATH[40] pour les bobinages usuels propose un procédé de correction des coefficients de dispension différentielle destiné à tenir compte des encoches.

L'étude expérimentale de la répartition du flux réel dans l'entrefer permet de précise les altérations de la répartition sinusoïdale et de montrer l'influence prépondérante sur ces altérations harmoniques de la force magnétomotrice ROTYCH(41) a effectué ces relevés avec des bobines d'essais. KOLLER(42) puis BREITFELD(43) et récemment SAMMAN et DEVELEY (44) ont montré l'intérêt des sondes de Hall pour une exploration fine de cette répartition.

### 0.I.5. Etude des pulsations du couple et de leurs conséquences

Les écarts entre la théorie simplifiée et les conditions réelles de fonctionnement du moteur asynchrone modifient la valeur du couple moyen qu'il développe. De plus à ce couple moyen se superposent des couples pulsatoires origines de vibrations mécaniques, de bruit et de pertes.

BIRD (45) a proposé un procédé de détermination, par des essais à puissance réduite des pertes supplémentaires en charge dues à la dispension différentielle. Dans sa thèse CHALBI(46) précise les conditions de validité de cette méthode. POSTNIKOV(47) a indiqué un moyen de calcul de ces pertes hors de l'établissement des caractéristiques de construction.

Parmi les inventaires sur les causes des bruits et des vibrations des machines d'induction, citons ceux de NOVY(48), de PASDELOUP(49), de HELLER et KLTMA(50). Ils indiquent l'origine de ces perturbations et les moyens de réduction qui se sont expérimentalement révélés les plus satisfaisants.

Le calcul des couples pulsatoires dus aux harmoniques de denture a été effectué par NOVAC et OPRENDECK(51). BURBIDGE et FRYETT(52) ont analysé la naissance des divers couples synchrones et asynchrones dans les moteurs d'induction. KADEEV et ZVEREVICH(53) ont calculé à partir des harmoniques d'espace du champ magnétisant le premier et le troisième harmonique du moment électromagnétique. DUL'KIN(54) a cherché quels termes du courant induit donnent des couples par interaction avec les harmoniques du champ magnétique[1].

## 0.2. PLAN ADOPTE POUR L'ETUDE DES HARMONIQUES DU COUPLE

### 0.2.1. Limitation de l'objet de notre étude

L'examen des travaux antérieurs et nos premières études sur le problème des harmoniques du couple du moteur asynchrone nous ont montré qu'il fallait partir des bases même de la théorie de cette machine. Sinon en cherchant trop rapidement les corrections à apporter aux résultats classiques on risque d'avoir une idée imprécise de l'origine de ces corrections et d'en oublier certaines.

En effet l'étude des moteurs d'induction présente des difficultés qui peuvent devenir des sources d'erreurs en cas d'étude trop hative ; outre le fait que la machine n'a pas, à fréquence d'alimentation donnée, une vitesse unique, il y a celui que les courants secondaires sont des courants induits. Le régime dans cette armature dépend du régime réel du flux dans l'entrefer et par là des imperfections des deux armatures et de leurs conséquences.

Aussi nous a-t-il semblé utile de nous limiter à l'étude précise de la génération des flux tournants dans l'entrefer à partir de la répartition non sinusoïdale de l'induction créée par chaque bobine du stator et du rotor. Les flux tournants sont dus à cette répartition et aux courants harmoniques que ces flux induisent dans les enroulements primaires et secondaires. Cette connaissance des flux et des courants permet de passer à celle du couple et de ses termes pulsatoires.

Tant pour les flux, que pour les courants et les termes du couple, il faut en outre veiller à la composition de certaines composantes d'origine

(1) Pour ne pas allonger la liste des références bibliographiques, nous n'avons cité que les publications les plus importantes ou les plus récentes ; la plupart sont d'ailleurs suivies d'une bibliographie.

Les références relatives aux procédés de relevé des couples variables seront présentées dans la deuxième partie de notre mémoire.

différentes. Cette composition conduit à la suppression d'harmoniques qu'une étude partielle ferait retenir.

### 0.2.2. Hypothèses adoptées

Dans cette étude de la génération des flux, des courants et du couple nous supposerons

- l'alimentation par des tensions sinusoïdales équilibrées
- la construction symétrique des bobinages de chacune des armatures.

Nous sommes partis des harmoniques d'espace de la répartition du flux créé par chaque phase statorique et rotorique. Nous tenons ainsi compte des harmoniques de la force magnétomotrice dûs aux nombres limités d'encoches par pôle et par phase au primaire et au secondaire ainsi que des harmoniques de denture dans la mesure où on néglige les effets des variations locales de perméance de l'entrefer.

### 0.2.3. Plan de l'étude

La première partie de ce mémoire est consacrée aux champs tournants dans l'entrefer.

L'étude du fonctionnement à vide montre comment les harmoniques de la force magnétomotrice magnétisante créent des flux tournants directs ou inverses. Mais la vitesse et la longueur d'onde de ces flux est telle que toutes les forces électromotrices induites dans les bobines primaires ont même pulsation et se composent pour compenser les tensions d'alimentation.

En charge il apparaît des harmoniques dans les courants secondaires et primaires. Les harmoniques de courant et les harmoniques de répartition créent des flux tournants qu'on peut caractériser par leur vitesse, leur longueur d'onde et leur amplitude en fonction de la charge. Certains flux se composent, il en est de même de certains courants et il est possible de dresser le bilan montrant la génération successive des flux tournants et des courants.

Les résultats ont été vérifiés à l'aide de l'analyse harmonique des forces électromotrices à vide, des courants en charge et des tensions induites en charge dans des bobines exploratives.

La deuxième partie traite des couples ; elle découle de celle des flux et des courants.

A partir des inductions dans l'entrefer correspondant aux divers flux tournants et des courants dans les bobines secondaires, on calcule les composantes du couple électromagnétique. Beaucoup de termes se composent et les harmoniques du couple dont la pulsation varie avec le glissement, sont en nombre plus réduit que pourrait le faire supposer l'étude des flux et des courants. La vérification de l'égalité couple d'action - couple de réaction permet d'ailleurs de préciser les règles de compensation.

Aprés avoir indiqué les conditions que doit remplir l'arbre de torsion permettant d'enregistrer le couple et par là de pouvoir en faire l'analyse harmonique, on compare les procédés de mesure de la contrainte de la torsion sur un arbre en rotation. Cette comparaison nous a conduit à adapter le procédé mettant en oeuvre un pont d'extensométrie et transmettant ses informations par un émetteur à variation de fréquence.

# I. LES CHAMPS TOURNANTS DU MOTEUR ASYNCHRONE POLYPHASE

Pour déterminer les forces s'exerçant sur les conducteurs rotoriques et par là, le couple électromagnétique du moteur asynchrone, il est nécessaire d'examiner au préalable la valeur et la vitesse des champs tournants dans l'entrefer.

L'étude de ces champs pour le moteur asynchrone se complique du fait qu'il s'agit d'une machine d'induction ; les courants secondaires ont une fréquence variable et une forme d'onde qui contribue à la détermination de celle du flux tournant mais qui, en même temps, en dépend.

Aprés avoir rappelé les résultats de l'étude du fonctionnement à vide, c'est-à-dire à courants secondaires nuls, ce qui nous permettra de préciser nos notations, nous aborderons l'examen des flux tournants en charge. Nous vérifierons les résultats établis à l'aide de relevés expérimentaux.

## I.1. FONCTIONNEMENT A VIDE

A vide, le flux tournant est dû aux seules bobines du stator parcourues par le courant magnétisant.

### I.1.1. Effet d'une bobine

La bobine statorique de rang j, traversée par un courant Im produit dans l'entrefer un flux. La répartition de celui-ci n'est pas sinusoïdale mais, si l'épaisseur de l'entrefer est constante, elle est symétrique par rapport à l'axe de la bobine.

L'induction radiale $b_j$ dûe à cette bobine aux divers points de l'entrefer peut se décomposer en série de Fourier. Nous repérerons les points par l'écart angulaire électrique $\alpha_j$ qu'ils font avec le côté gauche de la bobine.

La fonction $b_j = f(\alpha j)$ peut donc s'écrire :

$$b_j = \sum_{n=1}^{n=\infty} b_{n_{max}} \sin n\,\alpha_j$$

n désignant le rang des harmoniques d'espace

$b_{n_{max}}$ l'amplitude de chacun d'eux.

A noter qu'à cause de la symétrie signalée, on ne trouvera que des harmoniques d'espace de rang impair et que leur terme en sinus.

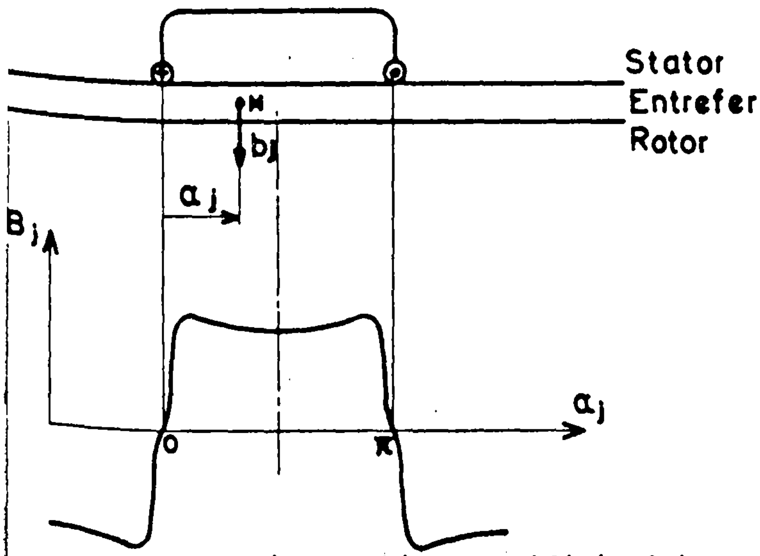



*Figure 1. - Induction dans l'entrefer due à une bobine statorique (le courant est compté positivement de l'avant vers l'arrière du côté gauche ; l'induction est positive si elle est dirigée du stator vers le rotor)*

Si la bobine considérée fait partie d'un enroulement polyphasé d'ordre q dont les diverses phases régulièrement réparties sur la surface du stator sont parcourues par des courants sinusoïdaux formant un système équilibré,

Le courant dans la bobine 1 est :

$i_1 = I_m \sin\omega t$

et dans la bobine j :

$i_j = I_m \sin\left[\omega t - (j-1)\frac{2\pi}{q}\right]$

La bobine j crée un flux alternatif et l'induction au point M devient :

$$b_j = \sin\left[\omega t - (j-1)\frac{2\pi}{q}\right] \sum_{n=1}^{n=\infty} b_{n_{max}} \sin n\alpha j \qquad (2)$$

### I.1.2. Effet de l'ensemble de l'enroulement primaire

l'induction radiale totale en un point de l'entrefer est la somme des inductions radiales dûes aux q phases.

Prenons comme origine des angles le rayon passant par le côté gauche de la bobine 1 (fig.2)

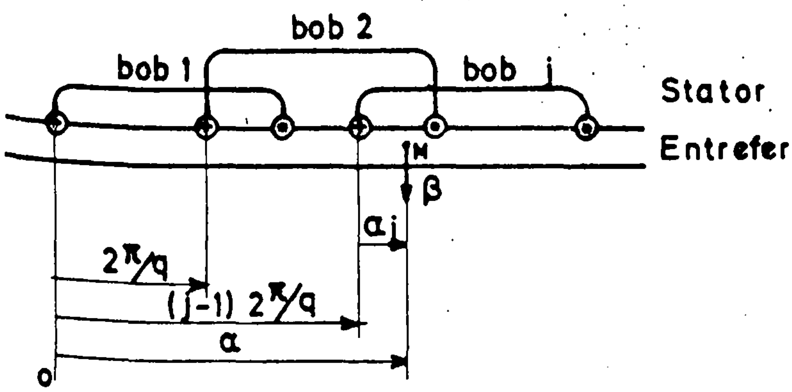



*Figure 2. - Repérage des positions angulaires des bobines et d'un point de l'entrefer*

*(cas représenté q = 3 , j = 3)*

Le point M repéré par l'angle $\alpha$ par rapport à cette origine est à la distance $\alpha_j$ de la bobine j, avec

$$\alpha_j = \alpha - (j - 1)\,\frac{2\pi}{q}$$

L'induction bj peut s'écrire

$$b_j = \sin\left[\omega t - (j - 1)\,\frac{2\pi}{q}\right] \sum_{n=1}^{n=\infty} b_{n_{max}} \sin n\left[\alpha - (j-1)\,\frac{2\pi}{q}\right]$$

L'induction $\beta$ due à l'ensemble des enroulements statoriques sera donc

$$\beta = \sum_{n=1}^{n=\infty} \sum_{j=1}^{j=q} b_{n_{max}} \sin n\left[\alpha-(j-1)\,\frac{2\pi}{q}\right]\sin\left[\omega t-(j-1)\,\frac{2\pi}{q}\right] \quad (3)$$

Il est intéressant de considérer $\beta$ comme la superposition des inductions dues aux divers harmoniques d'espace.

L'induction $\beta_n$ due à l'harmonique de rang n, soit

$$\beta_n = b_{n\ max} \sum_{j=1}^{j=q} \sin n \left[ \alpha -(j-1) \frac{2\pi}{q} \right] \sin \left[ \omega t -(j-1) \frac{2\pi}{q} \right]$$

peut s'écrire

$$\beta_n = b_{n\ max} \quad \Sigma_j \left[ \sin\omega t \cos (j-1) \frac{2\pi}{q} - \cos \omega t \sin (j-1) \frac{2\pi}{q} \right] \times$$

$$\times \left[ \sin n\alpha \cos n (j-1) \frac{2\pi}{q} - \cos n\alpha \sin n (j-1) \frac{2\pi}{q} \right]$$

ou

$$\beta_n = b_{n\ max} \sin \omega t \sin n\alpha\, \Sigma_j \cos (j-1) \frac{2\pi}{q} \cos n (j-1) \frac{2\pi}{q}$$

$$- b_{n\ max} \sin\omega t \cos n\alpha\, \Sigma_j \cos (j-1) \frac{2\pi}{q} \sin n (j-1) \frac{2\pi}{q}$$

$$- b_{n\ max} \cos \omega t \sin n\alpha\, \Sigma_j \sin (j-1) \frac{2\pi}{q} \cos n (j-1) \frac{2\pi}{q}$$

$$+ b_{n\ max} \cos \omega t \cos n\alpha\, \Sigma_j \sin (j-1) \frac{2\pi}{q} \sin n (j-1) \frac{2\pi}{q}$$

On peut mettre $\beta_n$ sous la forme

$$\beta_n = b_{n\ max} \left[ \sin \omega t \sin n\alpha\, \Sigma_1 - \sin \omega t \cos n\alpha\, \Sigma_2 - \cos\omega t \sin n\alpha\, \Sigma_3 + \cos \omega t \cos n\alpha\, \Sigma_4 \right] \qquad (4)$$

Les quatre sommes ne donnant que les coefficients numériques des termes qui les précédent.

Examinons successivement la valeur, en fonction de j et q, de $\Sigma_1$, $\Sigma_2$, $\Sigma_3$, et $\Sigma_4$.

La somme $\Sigma_1 = \Sigma_j \cos (j-1) \frac{2\pi}{q} \cos n (j-1) \frac{2\pi}{q}$ peut s'écrire

$$\Sigma_1 = \frac{1}{2} \Sigma_j \cos \left[ n (j-1) \frac{2\pi}{q} + (j-1) \frac{2\pi}{q} \right] + \cos \left[ n (j-1) \frac{2\pi}{q} - (j-1) \frac{2\pi}{q} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \Sigma_j \cos (n+1) \quad (j-1) \frac{2\pi}{q} + \Sigma_j \cos (n-1) (j-1) \frac{2\pi}{q} \right]$$

$$= \frac{1}{2} (\Sigma'_1 + \Sigma''_1)$$

Si $(n+1)$ n'est pas égal à q ou à l'un de ses multiples, la somme $\Sigma'_1$ est nulle. Sinon $\Sigma'_1$ égale q.

De même, si $n - 1$ est nul ou multiple du nombre q de phases, chacun des termes de $\Sigma''_1$ est égal à un, donc cette somme égale q. Sinon $\Sigma''_1$ est nul.

La transformation de $\Sigma_2$

$$\Sigma_2 = \Sigma_j \cos (j-1) \frac{2\pi}{q} \quad \sin n (j-1) \frac{2\pi}{q}$$

donne

$$\Sigma_2 = \frac{1}{2} \left[ \Sigma_j \sin (n+1) \quad (j-1) \frac{2\pi}{q} + \Sigma_j \sin (n-1) (j-1) \frac{2\pi}{q} \right]$$

Quel que soit n, les deux sommes qui forment $\Sigma_2$ sont nulles. $\Sigma_2$ est toujours nul.

Il en est de même de $\Sigma_3$ puisque

$$\Sigma_3 = \Sigma_j \sin (j-1) \frac{2\pi}{q} \cos n (j-1) \frac{2\pi}{q}$$

ou $\Sigma_3 = \frac{1}{2}\left[ \Sigma_j \sin (n+1) (j-1) \frac{2\pi}{q} - \Sigma_j \sin(n-1) (j-1) \frac{2\pi}{q} \right]$

La quatrième somme $\Sigma_4$ , ayant pour expression

$$\Sigma_4 = \Sigma_j \sin (j-1) \frac{2\pi}{q} \sin n (j-1) \frac{2\pi}{q}$$

peut s'écrire

$$\Sigma_4 = -\frac{1}{2} \left( \Sigma_j \cos (n+1) (j-1) \frac{2\pi}{q} - \Sigma_j \cos (n-1) (j-1) \frac{2\pi}{q} \right)$$

$$= -\frac{1}{2} \left( \Sigma_4' - \Sigma_4'' \right)$$

on remarque que $\Sigma_4' = \Sigma_1'$

$\Sigma_4'' = \Sigma_1''$ ;

Les conditions de valeur non nulle de $\Sigma_4'$ et $\Sigma_4''$ sont donc celles indiquées pour $\Sigma_1'$ et $\Sigma_1''$.

### I.1.3. Les champs tournants harmoniques

Les remarques précédentes sur les divers termes composant $\beta_n$ montrent quelles sont les conditions pour que les harmoniques de la répartition spatiale de l'induction due à une bobine donnent lieu à un champ tournant.

Il n'y a champ tournant que si n-1 ou n+1 sont multiples de q

L'harmonique n donne un champ tournant si n-1 est multiple de q ; d'où

$$\underline{n = kq + 1} \qquad (5)$$

k nombre entier positif ou nul, mais tel que le produit kq soit un nombre pair puisque n ne peut être qu'impair

Alors

$$\Sigma_1 = \frac{1}{2}\Sigma''_1 = \frac{q}{2} \qquad \Sigma_4 = -\frac{1}{2}\ (-\Sigma''_4) = \frac{q}{2}$$

Et

$$\beta_n = b_{n\ max}\left( \frac{q}{2} \cos\omega t \cos n\alpha + \frac{q}{2} \sin\omega t \sin n\alpha \right).$$

$$\beta_n = \frac{q}{2}\, b_{n\ max} \cos(\omega t - n\alpha)$$

$$= \beta_{n\ max} \cos(\omega t - n\alpha) \qquad (5')$$

On obtient donc un champ tournant dans le sens direct à la vitesse angulaire $\frac{\omega}{n}$

(Si la machine a 2p pôles, à la vitesse "électrique" $\frac{\omega}{n}$ correspond à la vitesse réelle $\frac{\omega}{np}$ )

L'harmonique n peut aussi donner lieu à un flux tournant si $n + 1 = kq$ ou

$$\underline{n = kq - 1} \qquad (6)$$

k nombre entier positif, mais tel que kq soit pair

Pour les harmoniques remplissant cette condition

$$\Sigma_1 = \frac{1}{2}\Sigma'_1 = \frac{q}{2} \qquad \Sigma_4 = \frac{1}{2}\Sigma'_4 = -\frac{q}{2}$$

$$\beta_n = b_{n\ max}\left(\frac{q}{2}\sin\omega t\ \sin n\alpha - \frac{q}{2}\cos\omega t\ \cos n\alpha\right)$$

$$\beta_n = -\frac{q}{2}\, b_{n\ max}\ \cos(\omega t + n\alpha)$$

$$= -\beta_{n\ max}\ \cos(\omega t + n\alpha) \qquad (6')$$

Ceci correspondant à un champ tournant dans le sens inverse à la vitesse angulaire $\frac{\omega}{n}$ (ou $\frac{\omega}{np}$)

Les conditions (5) et (6) indiquent, en fonction du nombre de phases les flux tournants dus aux harmoniques d'espace.

Les harmoniques donnant des champs tournants sont

- pour q = 3

  dans le sens direct : 1, 7, 13, 19...

  dans le sens inverse : 5, 11, 17, 23...

- pour q = 4

  dans le sens direct : 1, 9, 17, 25...

  dans le sens inverse : 7, 15, 23, 31...

Etc.

Remarquons que pour q = 2 , un harmonique quelconque n vérifiant à la fois la condition

n = kq + 1 et n = kq - 1

donne naissance à un champ tournant dans le sens direct, et à un champ tournant dans le sens inverse.

Un harmonique ne produit en fait qu'un flux alternatif, résultat logique puisque ce système est analogue au monophasé.

### I.1.4. Forces électromotrices d'auto-induction

Les bobines statoriques balayées par ces champs tournants sont le siège de forces électromotrices d'auto-induction.

On adopte pour le sens des fem la même convention de signe que pour les courants. La fem dans un conducteur du côté gauche de la bobine de rang j est positive si l'induction au droit de ce conducteur est positive et si le flux tourne dans le sens direct.

L'induction au droit d'un conducteur de gauche, donc repéré par

$$\alpha = + (j-1) \frac{2\pi}{q}$$

est pour le flux dû à l'harmonique n

$$\beta_{n\ max} \cos\left[\omega t - n\ (j-1)\ \frac{2\pi}{q}\right] \quad , \quad \text{si } n = kq + 1\ ;$$

$$\beta_{n\ max} \cos\left[\omega t \ + n\ (j-1) \frac{2\pi}{q} \right. \quad , \quad \text{si } n = kq - 1\ ;$$

Au droit d'un conducteur de droite, repéré par

$$\alpha = (j-1)\ \frac{2\pi}{q}\ + \pi$$

on aura

$$\beta_{n\ max} \quad \cos\left\{\omega t - n \left[(j-1)\ \frac{2\pi}{q}\ + \pi\right]\right\}, \text{si} \quad n = kq + 1$$

$$\beta_{n\ max} \quad \cos\left\{\omega t + n\left[(j - 1)\ \frac{2\pi}{q}\ + \pi\right]\right\} \ \text{si } n = kq - 1$$

Puisque n est impair, quel que soit n, les inductions au droit du second côté sont égales et opposées à celles trouvées pour le premier.

On peut calculer la f.e.m. pour un conducteur par la relation

$e = \beta L v$

avec L, longueur utile du conducteur.

En désignant par D le diamètre d'alésage du stator, on obtient la vitesse par

$v = \frac{D}{2} \Omega$

En désignant par $\Omega$ la vitesse angulaire du flux tournant et en la comptant positivement si la rotation s'opère dans le sens direct.

Pour les champs tournants dus aux harmoniques de rang <u>n = kq + 1</u>, la f.e.m dans le conducteur gauche de la bobine j est

$$e_{jn} = \beta_{n\ max} \cos\left[\omega t - n\,(j-1)\,\frac{2\pi}{q}\right]\ l\ \frac{\omega}{n}\ \frac{D}{2}$$

ou, puisque $n \frac{2\pi}{q} = (kq + 1)\,\frac{2\pi}{q} = \frac{2\pi}{q}$

$$e_{jn} = l\ \frac{\omega}{n}\ \frac{D}{2}\ \beta_{n\ max}\ \cos\left[\omega t - (j-1)\,\frac{2\pi}{q}\right] \qquad (7)$$

Pour les harmoniques de rang <u>kq - 1</u> qui donnent des flux tournants inverses,

$$e_{jn} = -\beta_{n\ max} \cos\left[\omega t + n\,(j-1)\,\frac{2\pi}{q}\right]\ l\ \left(-\frac{\omega}{n}\right)\frac{D}{2}$$

ou, puisque $n\ \frac{2\pi}{q} = (kq - 1)\,\frac{2\pi}{q} = -\frac{2\pi}{q}$

$$e_{jn} = l\ \frac{\omega}{n}\ \frac{D}{2}\ \beta_{n\ max}\ \cos\left[\omega t - (j-1)\,\frac{2\pi}{q}\right] \qquad (7)$$

expression identique à celle trouvée pour l'effet d'un flux tournant direct.

Quel que soit le rang de l'harmonique d'espace qui produit le flux tournant, la f.e.m qu'il induit dans un conducteur primaire a la même pulsation $\omega$ .

Les f.e.m induites dans les conducteurs situés de l'autre côté de la même bobine sont en opposition de phase ; mais puisqu'en décrivant le circuit on les trouve à l'envers, elles s'ajoutent directement à celles induites dans les conducteurs de gauche [(1)].

La f.e.m totale a une valeur efficace.

$$E_{jn} = \frac{1}{2}\frac{M}{\sqrt{2}}\, l D \frac{\omega}{n} \quad \beta_{n\ max} \tag{8}$$

M désignant le nombre total de conducteurs de la bobine.

Les expressions (7) montrent en outre que quel que soit le rang de l'harmonique d'espace qui les engendre, toutes les f.e.m sont en phase.

On peut tracer le diagramme vectoriel, des diverses grandeurs intervenant dans le fonctionnement à vide.

Si on néglige la résistance du primaire et les pertes dans le fer, le courant à vide est en quadrature arrière sur la tension d'alimentation.

Puisqu'on a pris

$$i_j = I_m \sin \left(\omega t - (j-1)\ \frac{2\pi}{q}\right)$$

(1) Nous évoquerons ultérieurement dans les vérifications expérimentales l'influence du coefficient de bobinage.

La tension est de la forme

$$v_j = V_m \sin\left[\omega t-(j-1)\frac{2\pi}{q} + \frac{\pi}{2}\right] = V_m \cos\left[\omega t - (j-1)\frac{2\pi}{q}\right]$$

Toutes les f.e.m sont donc en phase avec la tension d'alimentation.

Si on prend $\overline{V}$ comme origine des phases, $\overline{I_o}$ est en quadrature arrière. Les flux à travers la phase considérée, dus aux divers harmoniques d'espace, sont représentés par des vecteurs $\overline{\Phi}_1, \ldots \overline{\Phi}_n \ldots$ en phase avec $\overline{I_o}$. Les f.e.m correspondantes $\overline{E}_1 \ldots \overline{E}_n$ sont toutes en phases avec $\overline{V}$ (fig. 3)

Ces f.e.m ayant même pulsation s'ajoutent algébriquement pour équilibrer la tension d'alimentation[2]

$$V = E_1 + E_{2q-1} + \ldots + E_n + \ldots \qquad (9)$$

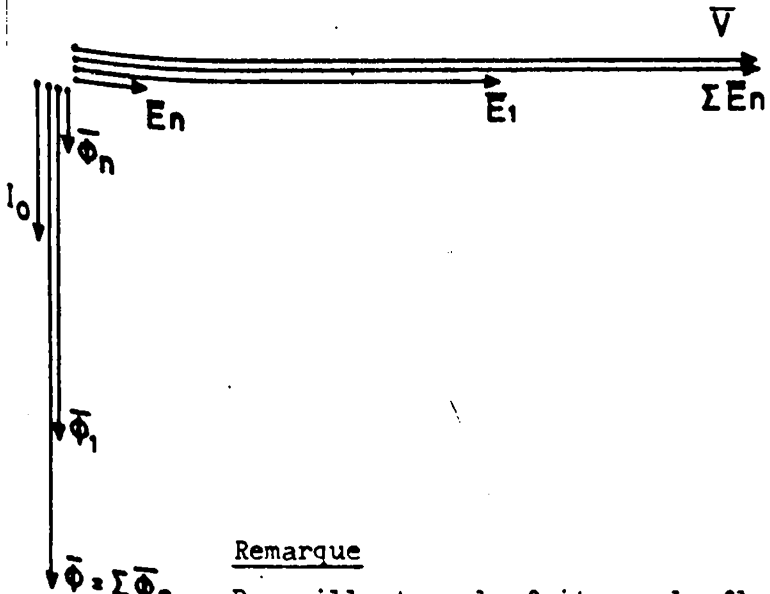



*Figure 3. - Diagramme vectoriel lors du fonctionnement à vide*

<u>Remarque</u>

Pour illustrer le fait que le flux à travers une phase et la f.c.e.m correspondante $(\frac{d\varphi}{dt})$ ont même pulsation $\omega$ quel que soit le rang n de l'harmonique d'espace donc la vitesse $\frac{\omega}{n}$ du flux tournant correspondant, on a tracé (fig. 4) l'induction le long de l'entrefer dû à un harmonique de rang 3.

(2) Certaines de ces f.e.m peuvent être négatives. En effet certains termes $b_{n\ max}$ de l'expression (1) peuvent être négatifs.

Le tracé a été effectué à cinq instants séparés par des intervalles de durée $\frac{T}{8}$ (T période du fondamental). Durant chaque intervalle l'onde de répartition du flux a avancé de $\frac{2\pi}{24}$ . Sur chaque schéma on a hachuré la surface qui correspond au flux résultant à travers une bobine, en négligeant les parties positives qui sont compensées par des parties négatives. On voit qu'en une demi-période $\frac{T}{2}$ le flux dû à l'harmonique 3 a décrit un demi cycle complet comme celui dû au fondamental.

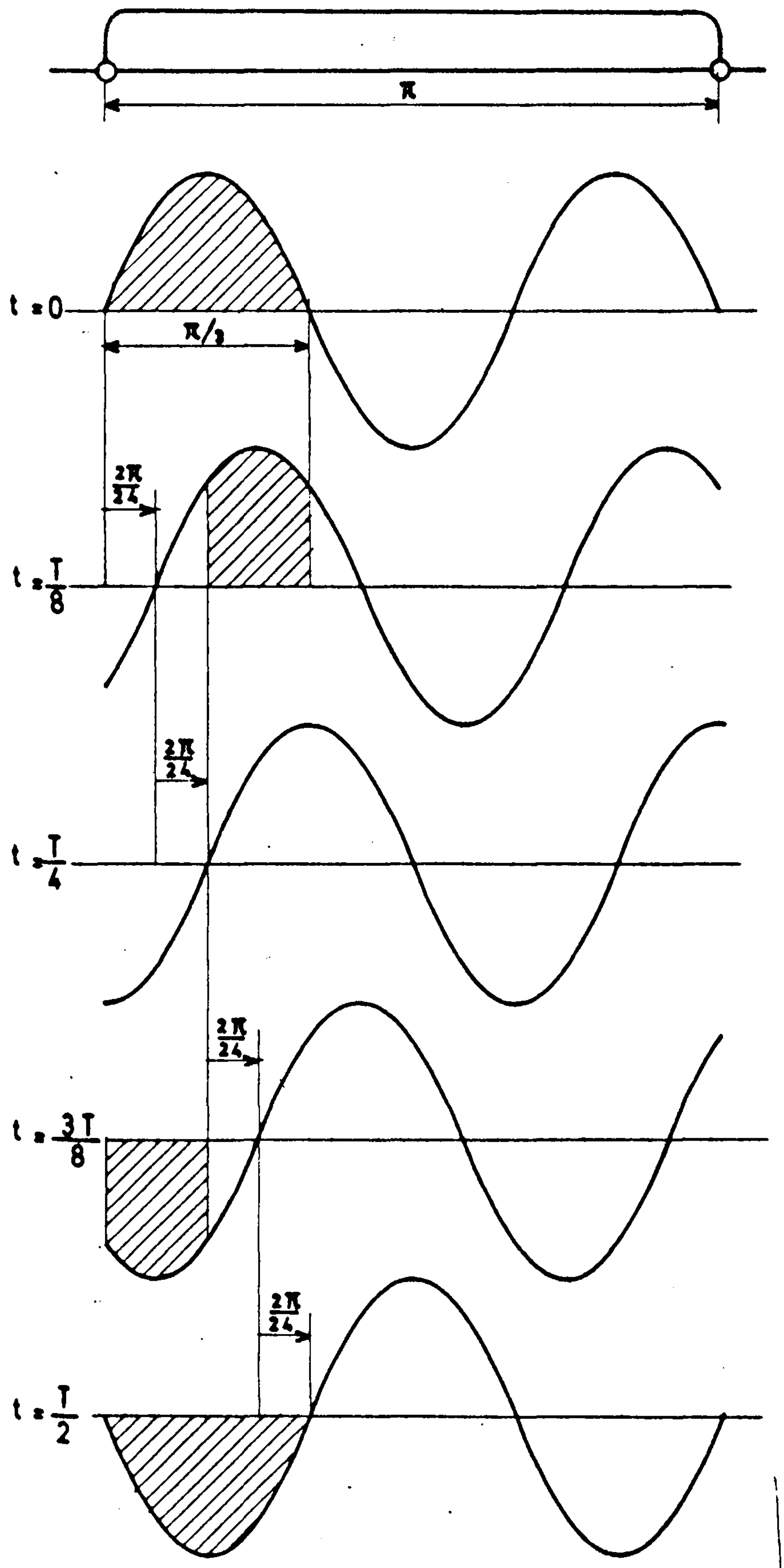



*Figure 4. - Représentation de l'induction due à l'harmonique 3 dans la zone située face à une bobine statorique à cinq instants (la surface hachurée est proportionnelle au flux à travers la bobine)*

## I.2. FONCTIONNEMENT EN CHARGE

En charge l'étude des flux dans l'entrefer est beaucoup plus compliquée. En effet

- les flux tournants sont dus aux courants statoriques et aux courants rotoriques.
- les courants induits dans le rotor par le flux résultant comportent des harmoniques.
- dans les courants primaires on trouve aussi des harmoniques

Pour ce qui est des harmoniques, si on néglige l'impédance de la source alimentant le moteur, l'enroulement statorique équivaut à un bobinage mis en court-circuit sur lui-même.

Après avoir examiné le courant induit dans un bobinage balayé par un champ tournant, nous étudierons les divers champs tournants existant dans l'entrefer, puis montrerons comment les flux se composent ; enfin nous examinerons cette compensation pour les courants.

### I.2.1. Préliminaire : courant induit dans un enroulement balayé par un flux tournant

Considérons (fig. 5) un enroulement polyphasé (statorique ou rotorique) dont les bobines d'ouverture égale à $\pi$ sont balayées par un flux tournant $\phi_n$ de demi-longueur d'onde $\pi/n$ , n étant un nombre impair. Soit $\omega_n$ la vitesse de rotation du flux par rapport au bobinage.

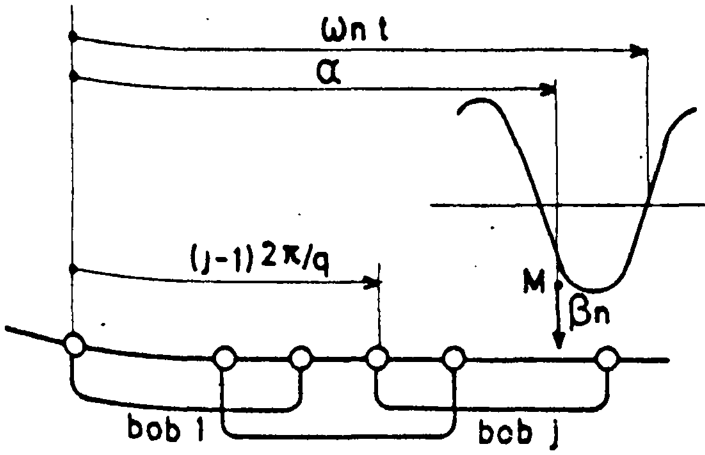



*figure 5. - Repérage des angles entre un flux tournant et un enroulement polyphasé*

On repère toujours les positions angulaires par rapport au côté gauche de la bobine de la phase 1.

L'induction en un point M, ($\alpha$) due au flux tournant $\Phi_n$ est $\beta_n = \beta_{n\ max} \sin n\ (\omega_n t - \alpha)$.

Au droit des conducteurs de la bobine j, on aura

$\beta_{n\ max} \sin n \left[ \omega_n t - (j-1) \frac{2\pi}{q} \right]$, pour ceux de gauche,

$\beta_{n\ max} \sin n \left[ \omega_n t - (j-1) \frac{2\pi}{q} - \pi \right]$ pour ceux de droite.

Ces inductions sont égales et opposées puisque n est impair. La f.e.m induite dans la bobine j est de la forme

$$e'_{jn} = e'_{n\ max} \sin n \left( \omega_n t - (j-1) \frac{2\pi}{q} \right)$$

Le déphasage des f.e.m engendrées par $\Phi_n$ dans les phases successives est de n $\frac{2\pi}{q}$.

n étant impair, envisageons successivement le cas où n = kq + 1 et celui où n = kq - 1.

<u>Si n = kq + 1</u>, $n \frac{2\pi}{q} = \frac{2\pi}{q}$ et

$$e'_{jn} = e'_{n\ max} \sin \left( n\omega_n t - (j-1) \frac{2\pi}{q} \right) \qquad (10)$$

Les q tensions induites forment un système équilibré direct. Il en est de même des q courants de pulsation $n\,\omega_n$. Ils produisent un flux de réaction dont le fondamental à une demi - longueur d'onde égale à $\pi$, tourne dans le même sens que $\phi_n$, mais avec une vitesse n fois plus grande, $n\omega_n$.

Si $n = kq - 1$ , $n\,\frac{2\pi}{q} = -\frac{2\pi}{q}$

$$e'_{jn} = e'_{n\,max} \sin\left[ n\omega_n t + (j-1)\,\frac{2\pi}{q}\right] \qquad (11)$$

Les q tensions induites forment un système équilibré inverse. Les courants correspondants créent un flux de réaction dont le fondamental a encore une demi - longueur d'onde égale à $\pi$ tourne en sens inverse de $\phi_n$ avec une vitesse $n\omega_n$

Pour obtenir une relation unique convenons de compter négativement les valeurs de n lorsque $n = kq - 1$

On notera donc négativement les pulsations $n\omega_n$ correspondant à $n = kq - 1$

Dans ces conditions la vitesse du flux de réaction sera toujours donnée par $n\omega_n$

Elle est positive si ce flux tourne par rapport à l'armature dans le même sens que celui $\phi_n$ qui lui a donné naissance.

Elle est négative si le flux de réaction créé par les courants dus à $\phi_n$ tourne en sens inverse de ce flux.

Il convient enfin de repérer le sens de rotation du flux $\Phi_n$ par rapport à l'armature :

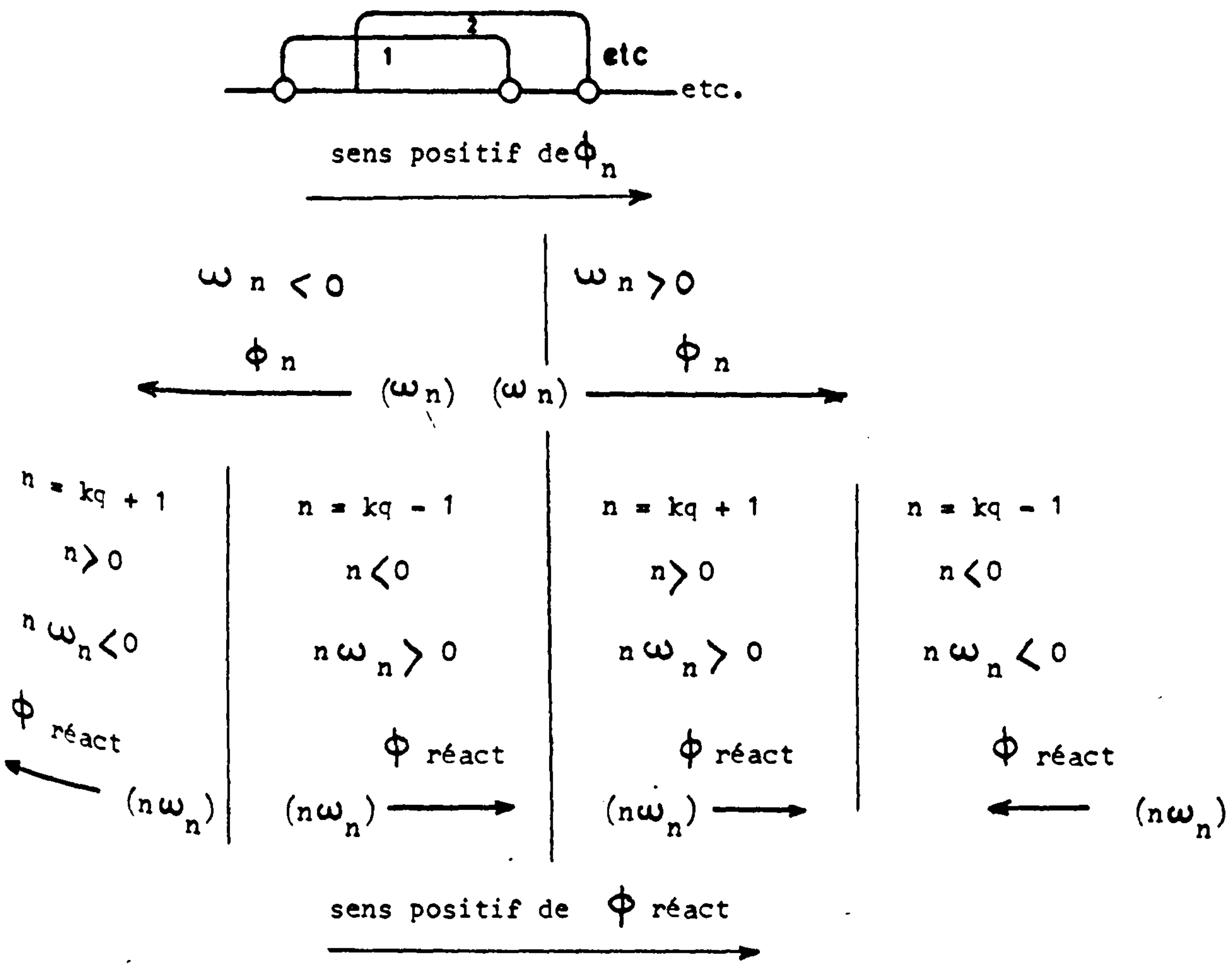
Nous prendrons $\omega_n$ positif quand $\Phi_n$ balaye les bobines de l'enroulement considéré dans l'ordre de leur numérotation ; dans le cas contraire nous considérerons $\omega_n$ comme négatif.

La convention sur le signe de n et celle adoptée pour $\omega_n$ permet d'écrire dans tous les cas que

la vitesse du flux de réaction est $n\omega_n$

La pulsation des tensions et des courants induits est $n\omega_n$

On a groupé l'ensemble de ces résultats dans le schéma de la figure 6 où à partir du sens de rotation de $\ _n$ on passe à celui du flux de réaction.



## I.2.2. Champs tournants dûs aux harmoniques d'espace

Les enroulements primaires parcourus par les courants i, de pulsation $\omega$, fournis par la source, produisent dans l'entrefer des flux tournants $\Phi_{n_1}$ à cause de la répartition non sinusoïdale de l'induction créée par chaque phase.

Peuvent exister les flux d'indice $n_1$ tel que

si q est impair : $n_1 = 1$ , $2q - 1$, $2q + 1$, ... $2kq - 1$, ... $2kq + 1$,...

si q est pair : $n_1 = 1$, $q - 1$, $q + 1$, ... $kq - 1$, ... $kq + 1$, ...

Le flux $\Phi_{n_1}$ a une demi-longueur d'onde $\frac{\pi}{n_1}$ et une vitesse par rapport au stator $\left|\frac{\omega}{n_1}\right|$

Il tourne dans le sens direct si $n_1 = kq + 1$

dans le sens inverse si $n_1 = kq - 1$

Comme nous l'avons indiqué dans le paragraphe précédent, nous compterons $n_1$ comme négatif si $n_1 = kq - 1$. La vitesse est alors toujours donnée en valeur et sens par $\frac{\omega}{n_1}$

Le rotor tournant dans le sens direct à la vitesse $\omega'$, le flux $\Phi_{n_1}$ a par rapport au rotor une vitesse

$$\frac{\omega}{n_1} - \omega' = \frac{\omega - n_1 \omega'}{n_1}$$

Sa demi-longueur étant $\frac{\pi}{n_1}$, $\Phi_{n_1}$ induit dans le rotor des courants $i'_{n_1}$ de pulsation

$$n_1 \frac{\omega - n_1 \omega'}{n_1} = \omega - n_1 \omega'.$$

Les courants rotoriques $i'_{n_1}$ produisent dans l'entrefer des inductions à répartitions sinusoïdales origines d'un flux tournant fondamental et de flux tournants harmoniques. Aux courants $i'_{n_1}$ correspondent une série de flux $\phi'_{n_1\,,\,n'_1}$ avec (1) comme $n_1$

si q est impair : $n'_1 = 1,\ 2q - 1\ ,\ 2q + 1,\ \ldots\ 2kq + 1 \ldots$

si q est pair : $n'_1 = 1,\ q - 1,\ q + 1,\ \ldots\ kq - 1,\ kq + 1$

Le flux $\phi'_{n_1,\,n'_1}$ tourne par rapport au rotor à la vitesse $\left|\frac{\omega - n_1\omega'}{n'_1}\right|$ dans le sens direct si $n'1 = kq + 1$ , dans le sens inverse si $n'_1 = kq - 1$

En notant dans ce dernier cas $n'_1$ comme négatif, la vitesse de $\phi'_{n_1,\,n'_1}$ est toujours

par rapport au rotor $\dfrac{\omega - n_1\omega'}{n'_1}$

par rapport au stator $\dfrac{\omega - n_1\omega'}{n'_1} + \omega' = \dfrac{\omega - (n_1 - n'_1)\,\omega'}{n'_1}$

Le flux $\phi'_{n_1,n'_1}$ de demi-longueur d'onde $\dfrac{\pi}{n'_1}$ induit dans le stator des courants $i_{n_1,\,n'_1}$ de pulsation

$$n'_1\ \frac{\omega - (n_1 - n'_1)\,\omega'}{n'_1} = \omega - (n_1 - n'_1)\,\omega'$$

Ces courants créent des flux tournants $\phi_{n_1,\,n'_1,n_2}$ , $n_2$ pouvant prendre toutes les valeurs indiquées pour $n_1$ et $n'_1$

Le flux tournant $\phi_{n_1,n'_1,n_2}$ tourne à la vitesse

$\dfrac{\omega - (n_1 - n'_1)\omega'}{n_2}$ par rapport au stator

(1) Pour simplifier nous supposerons que le nombre q de phases est le même pour les deux armatures

$$\frac{\omega - (n_1 - n'_1)\omega'}{n_2} - \omega' = \frac{\omega - (n_1 - n'_1 + n_2)\omega'}{n_2}$$ par rapport

au rotor, où il induit des courants $i'_{n_1,\, n'_1,\, n_2}$ de pulsation

$$\omega - (n_1 - n'_1 + n_2)\,\omega'$$

etc...

On peut généraliser.

Les courants rotoriques $i'_{n_1\,,\, n'_1 \dots\, n_r}$ ont pour pulsation

$$\omega - (n_1 - n'_1 + n_2 - n'_2 + \dots - n'_{r-1} + n_r)\,\omega'$$

$$\text{ou } \omega - \left[\sum_{n_1}^{n_r} n - \sum_{n'_1}^{n'_{r-1}} n'\right]\omega'$$

L'un des flux $\phi'_{n_1,\, n'_1 \dots n_r\, n'_r}$ créés par ces courants

tourne par rapport au rotor à la vitesse

$$\frac{\omega - \left[\sum_{n_1}^{n_r} n - \sum_{n'_1}^{n'_{r-1}} n'\right]\omega'}{n'_r}$$

d'où sa vitesse par rapport au stator

$$\frac{\omega - \left[\sum_{n_1}^{n_r} n - \sum_{n'_1}^{n'_{r-1}} n'\right]\omega'}{n'_r} + \omega'$$

ou $$\frac{\omega - \left[\sum_{n_1}^{n_r} n - \sum_{n'_1}^{n'_r} n'\right]\omega'}{n'_r}$$

Les courants statoriques $i_{n_1\, n'_1\, \ldots\, n_{r-1},\, n'_{r-1}}$ ont pour pulsation

$$\omega - \left(\sum_{n_1}^{n_{r-1}} n - \sum_{n'_1}^{n'_{r-1}} n'\right]\omega'$$

La vitesse par rapport au stator d'un des flux tournants $\phi_{n_1, n'_1 \ldots n'_{r-1}, n_r}$ produit par ces courants est

$$\frac{\omega - \left(\sum_{n_1}^{n_{r-1}} n - \sum_{n'_1}^{n'_{r-1}} n'\right]\omega'}{n_r}$$

et sa vitesse par rapport au rotor

$$\frac{\omega - \left(\sum_{n_1}^{n_{r-1}} n - \sum_{n'_1}^{n'_{r-1}} n'\right)\omega'}{n_r} - \omega'$$

$$\frac{\omega - \left\{\sum_{n_1}^{n_r} n - \sum_{n'_1}^{n'_{r-1}} n'\right]\omega'}{n_r}$$

En résumé, la pulsation d'un courant statorique ( $i_{n_1, \ldots n'_{r-1}, n'r}$) rotorique ($i'_{n_1 \ldots n'_r, n_r}$ ) est

$$\omega - \left(\Sigma n - \Sigma n'\right]\omega'$$

En prenant pour $\Sigma n$ ou $\Sigma n'$ la somme des nombres n ou n' intervenant dans l'indice du courant pour le caractériser

La vitesse d'un flux statorique ($\Phi_{n_1 \ldots n'_{r-1},\, n_r}$) ou rotorique ($\Phi'_{n_1, \ldots n_r,\, n'_r}$) par rapport à l'autre armature

$$\frac{\omega - \left[\Sigma n - \Sigma n'\right] \omega'}{n_r} \quad \text{ou} \quad \frac{\omega - \left[\Sigma n - \Sigma n'\right] \omega'}{n'_r}$$

Remarque

Cette génération successive de courants et de flux harmoniques est propre aux machines d'induction, car le flux tournant fondamental primaire ne tourne pas à la même vitesse que le rotor.

Toutefois plus l'indice d'un courant ou d'un flux est élevé plus son importance relative est faible. En effet quel que soit le bobinage les harmoniques d'espace qu'il crée sont d'autant plus faibles que leur rang est plus élevé.

Si on fait la somme des indices (n) et (n') d'un courant ou d'un flux, plus le nombre trouvé est important plus le terme correspondant a une importance réduite.

De plus comme nous allons le montrer, certains flux et certains courants se composent.

## I.2.3. Composition de certains flux

### I.2.3.1. Régles générales

Certains des flux tournants dus au stator et au rotor ont même longueur d'onde et même vitesse, on peut donc les composer.

Ainsi le flux, dû aux courants rotoriques, $\phi'_{n_1,\dots n_r, n'_r}$

pour lequel

$$n_r = n'_r$$

tourne par rapport au rotor à la vitesse

$$\frac{\omega - (\Sigma n - \Sigma n')\omega'}{n'_r} - \omega' = \frac{\omega - \left[\sum_{n_1}^{n_r} n - \sum_{n'_1}^{n'_{r-1}} n'\right]\omega'}{n_r}$$

donc à la même vitesse que le flux statorique $\phi_{n_1,\dots n_r}$ qui lui a donné naissance par l'intermédiaire des courants secondaires induits. Il a de plus même demi-longueur d'onde

$$\frac{\pi}{n'_r} = \frac{\pi}{n_r}$$

Le flux $\phi'_{n_1\dots n'_r}$ n'induit donc pas au stator un nouveau type de courants statoriques mais il se compose avec $\phi'_{n_1\dots n'_{r-1}}$ et $\phi_{n_1\dots n_r}$

pour produire le courant $i_{n_1\dots n'_{r-1}}$

La même remarque s'applique au cas d'un flux statorique pour lequel

$$n'_{r-1} = n_r$$

I.2.3.2. Application aux premiers flux

Considérons les flux statoriques $\Phi_{n_1}$ et les flux rotoriques $\Phi'_{n_1,\,n'_1}$ tels que

$$n_1 = n'_1$$

Un flux $\Phi_{n_1}$ induit au secondaire des courants (un par phase) $i'_{n_1}$ qui engendrent une série de flux tournants $\Phi'_{n_1,\,n'_1}$. Ces flux balayant les enroulements rotoriques y engendrent une force électromotrice opposée à celle dûe à $\Phi_{n_1}$

Mais si nous comparons les inductions correspondant au flux dûs aux harmoniques d'espace du rotor $\Phi'_{n_1\,n'_1}$ à celle dûe au flux de réaction du fondamental $\Phi'_{n_1,1}$ il faut faire intervenir un coefficient $k_{n'_1}$ inférieur à l'unité qui tient compte de l'importance relative de l'harmonique d'espace n'1.

De plus $\Phi'_{n_1,n'_1}$ induit au rotor des f.e.m de pulsation $\omega - n_1\omega'$ en ne tournant par rapport à lui qu'à la vitesse $\frac{\omega - n_1\omega'}{n'_1}$. Aussi la f.e.m induite par $\Phi'_{n_1,\,n'_1}$ n'est que $\frac{k_{n'_1}}{n'_1}$ celle que produit le flux $\Phi'_{n_1,1}$

Le coefficient de correction $\frac{k_{n'_1}}{n'_1}$ est d'autant plus faible que n'1 est plus grand.

Pratiquement la f.e.m dûe aux flux rotoriques diffère peu de celle correspondant au seul fondamental $\Phi'_{n_1,1}$

Pour les deux premiers fondamentaux statorique et rotorique $\Phi_1$ et $\Phi'_{1,1}$ il y a opposition et compensation efficace (théorie usuelle du moteur où l'on s'en tient à ces flux).

Les flux suivants $\Phi_{n_1}$ ne se composent qu'avec les flux rotoriques $\Phi'_{n_1, n'_1}$ avec $n_1 = n'_1$, mais ces derniers sont beaucoup plus faibles qu'eux puisqu'ils sont affectés des coefficients $k_{n'_1}$.

La compensation est donc d'autant plus effective que l'indice du flux à compenser est plus réduit.

### I.2.3.3. Diagramme vectoriel des flux en charge

A vide, le stator parcouru par $I_o$ produit les flux $(\Phi_{n_1})_o$ qui induisent dans chaque phase des forces électromotrices $(E_{n_1})_o$ dont la somme équilibre la tension appliquée V.

En charge les flux $\Phi_{n_1}$ dûs au passage du courant I dans les phases statoriques augmentent avec l'intensité de ce courant. Il n'y a que le flux $\Phi_1$ qui trouve un flux rotorique $\Phi'_{1,1}$ du même ordre de grandeur ; $\Phi_1$ et $\Phi'_{1,1}$ se composent pour donner le flux fondamental résultant.

Les flux harmoniques $\Phi_{n_1}$ ont une importance plus grande qu'à vide ; comme ils ne sont que très partiellement compensés, le flux dans l'entrefer se déforme d'autant plus que le moteur est plus chargé.

Tous les flux $\Phi_{n_1}$ (voir § I.1.4) induisent dans le stator des f.e.m. de pulsation $\omega$.

Si l'on néglige la compensation des flux primaires de rang supérieur à 1, on peut écrire que c'est la résultante des f.e.m engendrées par le flux fondamental ($\Phi_1$ et $\Phi'_{1,1}$) et par les autres flux harmoniques primaires $\Phi_{n_1}$ qui équilibre, si on suppose négligeable l'effet de la résistance primaire et les pertes fer, la tension appliquée V.

Sur le diagramme vectoriel de la figure 7, on a représenté, à vide puis en charge, la tension V et le courant fondamental $I_o$ ou I d'une phase statorique, puis le flux à travers celle-ci. Toutes ces grandeurs ont même pulsation   .

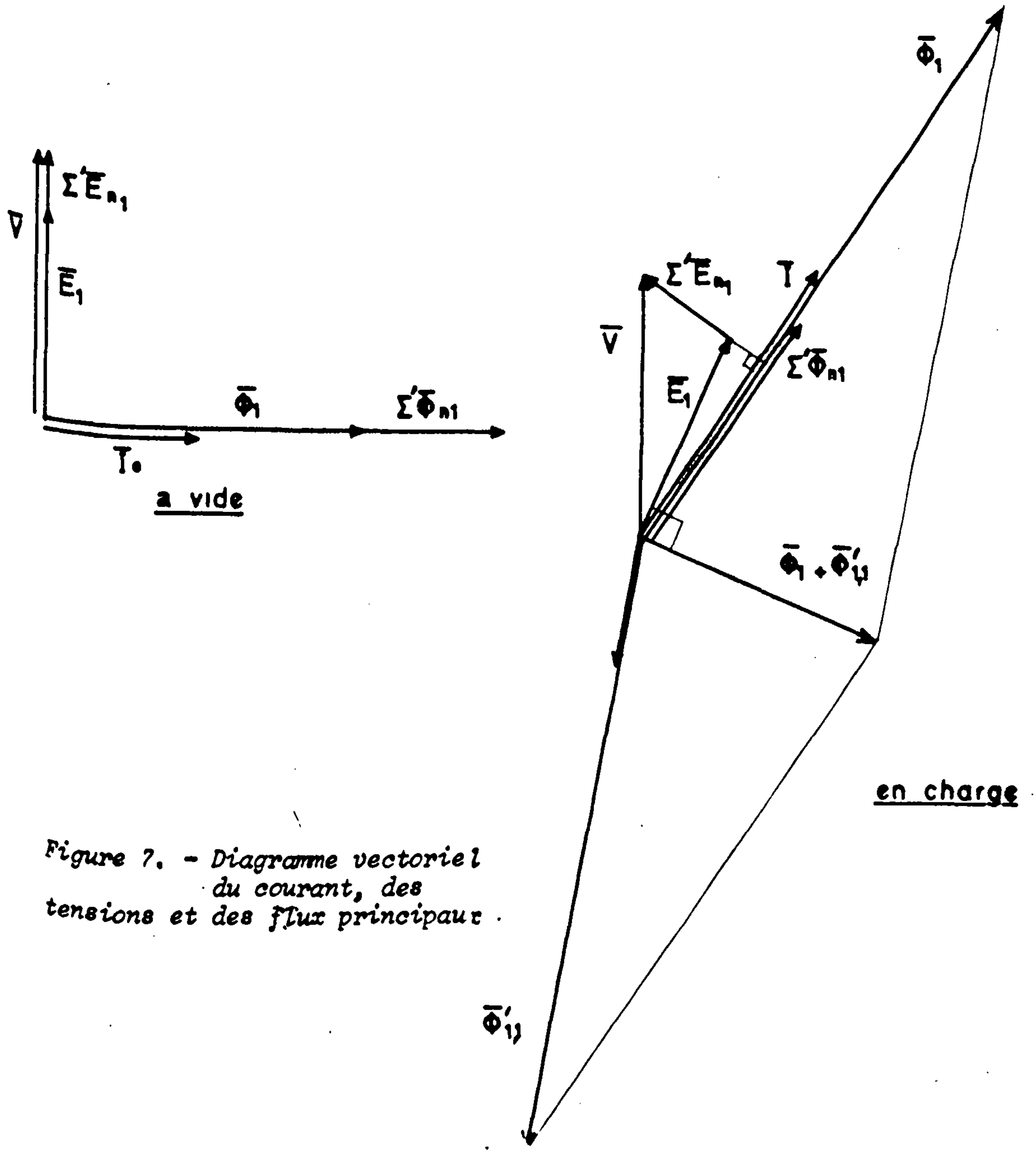



*Figure 7. - Diagramme vectoriel du courant, des tensions et des flux principaux*

Pour montrer l'effet des harmoniques, on a désigné, sur cette figure, par $\Sigma'\overline{\Phi}n_1$ la somme des flux $\overline{\Phi}_{n_1}$ abstraction faite de $\overline{\Phi_1}$ et par $\Sigma'\overline{E}_{n_1}$ la somme des f.e.m $\overline{E}_{n_1}$ abstraction faite de $\overline{E_1}$.

Remarque

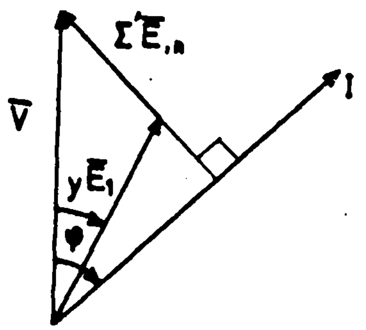
On voit que d'aprés l'importance relative des flux harmoniques, leur croissance avec le courant peut augmenter ou réduire le flux fondamental.

A vide le flux fondamental crée $E_1 = V - \Sigma'\overline{E}_{n_1}$

$$E_1 = V(1-\alpha) \text{ avec } \alpha = \frac{\Sigma' E_{n_1}}{V}$$

En charge, les f.e.m $\overline{E_1}$ et $\Sigma'\overline{E}_{n_1}$ se composent vectoriellement.

Si le courant I est déphasé de $\varphi$ en arrière de la tension




$$E_1 \cos \gamma = \alpha V - V \frac{I}{I_o} \sin \varphi$$

$$E_1 \sin \gamma = \alpha V \frac{I}{I_o} \cos \varphi$$

$$E_1^2 = V^2 + \alpha^2 V^2 \frac{I^2}{I_o^2} - 2 \alpha V^2 \frac{I}{I_o} \sin \varphi$$

Suivant les valeurs de $\alpha$, de $\frac{I}{I_o}$ et de $\sin\varphi$ $E_1$ en charge peut être supérieur ou inférieur à $E_1$ à vide.

### I.2.4 Composition de certains courants harmoniques

Pour que deux courants trouvés dans la génération successive des courants harmoniques se composent il faut qu'ils aient même pulsation.

Ainsi deux courants statoriques notés $i_{n_1 \ldots\ldots n_r}$ et $i_{m_1 \ldots\ldots m_r}$, auront même pulsation si

$$\omega - (\Sigma n - \Sigma n')\,\omega' = \omega - (\Sigma m - \Sigma m')\,\omega'$$

ou si $\quad \Sigma n - \Sigma n' = \Sigma m - \Sigma m'$

Cherchons les premiers termes, donc les plus importants, pour lesquels cette composition se produit.

Dans la première génération de courants induits par le rotor dans le stator on trouve

$\underline{i_{1,kq+1} \text{ et } i_{kq-1,1}}$

(l'indice kq - 1doit comme nous l'avons signalé, être compté négativement).

Les courants ont pour pulsation

$\omega - (1-(kq+1))\,\omega' = \omega + kq\,\omega'$ pour $i_{1,\,kq+1}$

$\omega - (-(kq-1)-1) = \omega + kq\,\omega'$ pour $i_{kq-1,1}$

Ils se composent donc en un seul courant statorique de pulsation

$$\omega + kq\,\omega'$$

Dans cette même génération de courants statoriques, se composent

$\underline{i_{1,\,kq-1} \text{ et } i_{kq+1,\,1}}$

dont les pulsations

$\omega - (1 + (kq-1))\,\omega' = \omega - kq\,\omega'$

$\omega - ((kq+1) - 1)\,\omega' = \omega - kq\,\omega'$

sont égales

On trouverait la même chose au rotor, mais pour des courants de la troisième génération, c'est-à-dire dus à des flux engendrés par les harmoniques du courant primaire.

### I.2.5. Bilan de l'étude des flux Conclusions

L'étude qui précéde mon~~s~~tre comment la répartition non sinusoïdale de l'induction créée par les bobines primaires et secondaires crée des flux harmoniques et des courants harmoniques.

A cause de l'importance de plus en plus faible des flux et des courants quand l'indice, montrant leur origine, augmente on peut se limiter aux premières générations de cet engendrement en cascade d'harmoniques successifs.

De plus certains flux et certains courants se composent ce qui réduit le nombre de termes réels.

#### I.2.5.1. Tableaux montrant la génération des harmoniques

En se limitant au fondamental et aux deux premiers harmoniques, on peut suivre la naissance des flux et courants successifs.

Nous dresserons les tableaux en admettant que q et q' les nombres de phase du primaire et du secondaire sont des nombres impairs, les premiers harmoniques seront donc

$n = 2q - 1$ et $n = 2q + 1$

S'il n'en était pas ainsi, les premiers harmoniques seraient donc

$n = q - 1$ et $n = q + 1$ .

Dans le cas où $q' \neq q$ (fig. 8)

Le courant primaire fondamental i crée les flux $\Phi_1, \Phi_{2q-1}$ $\Phi_{2q+1}$ ... qui engendre au rotor les courants $i'_1$ $i'_{2q-1}$, $i'_{2q+1}$...

Les courants $i'_1$ crée les flux $\Phi_{1,1}$ $\Phi_{1,2q'-1}$ $\Phi_{1,2q'+1}$... le premier $\Phi_{1,1}$ se compose avec $\Phi_1$ pour donner le flux tournant fondamental réel, les autres engendrent au stator des courants $i_{1\ 2q'-1}$ $i_{1\ 2q'+1}$...

Le courant $i'_{2q-1}$ crée les flux $_{2q-1,1}$ $_{2q-1,2q'+1}$ ... $i_{2q-1\ 2q'+1}$...

De même le courant rotorique $i'_{2q+1}$ crée les flux $\Phi_{2q+1,1}$ $\Phi_{2q+1,2q'-1}$, $\Phi_{2q+1,\ 2q'+1}$... et les courants primaires de même indice etc.

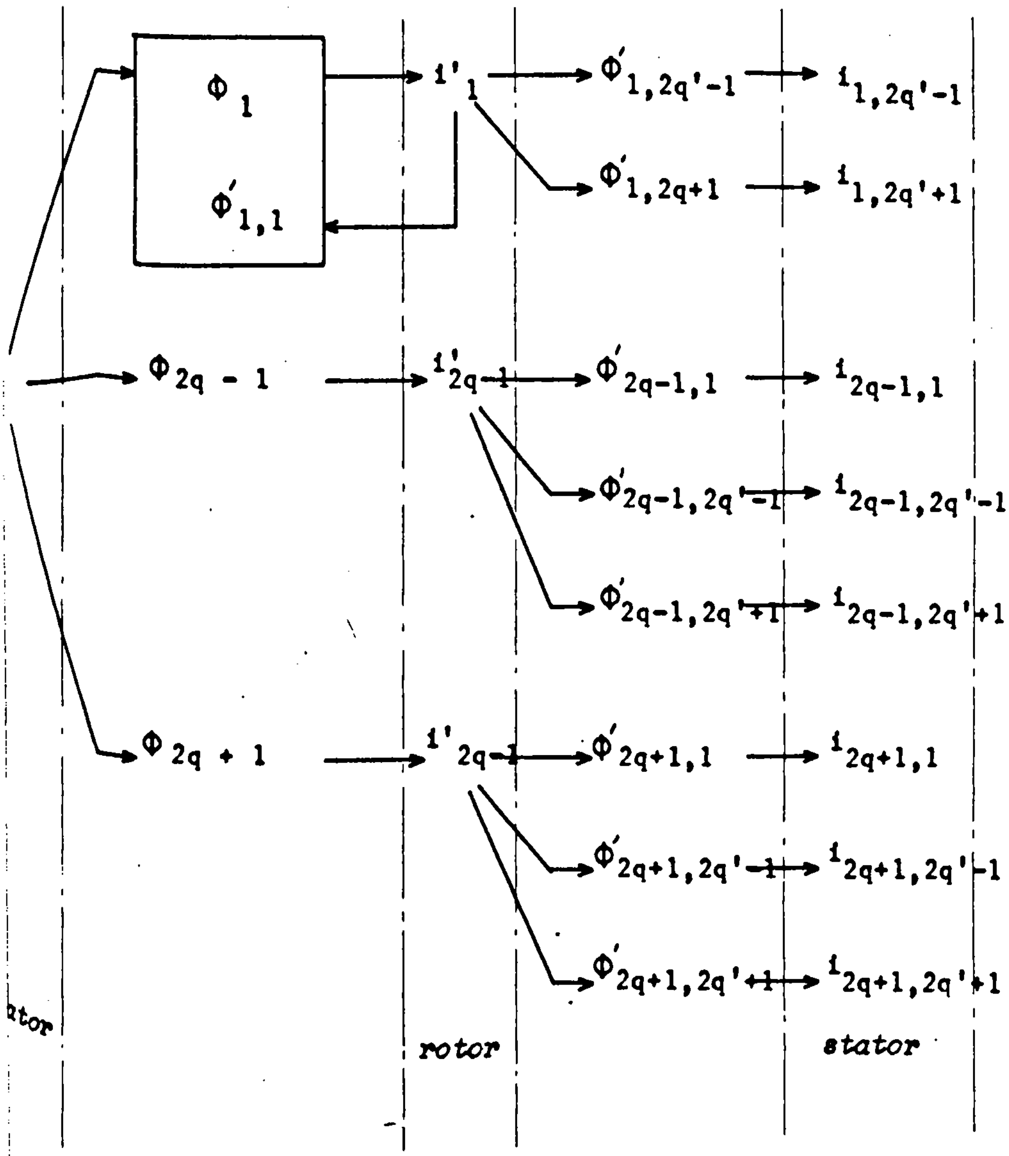



*figure 8. - Schéma montrant la génération successive des premiers flux tournants et des premiers courants ($q \neq q'$)*

Dans le cas où q' = q (même nombre de phases au stator et au rotor), de nombreuses compositions apparaissent

$\Phi_{n_1 \; n'_1}$ se compose avec $\Phi_{n_1}$ si $n_1 = n'_1$

$i_{n_1 \; n'_1}$ se compose avec $i_{n_2 \; n'_2}$ si $n_1 - n'_1 = n_2 - n'_2$

La figure 9 schématise la création des flux et des courants harmoniques et indique la pulsation des principaux harmoniques du courant statorique.

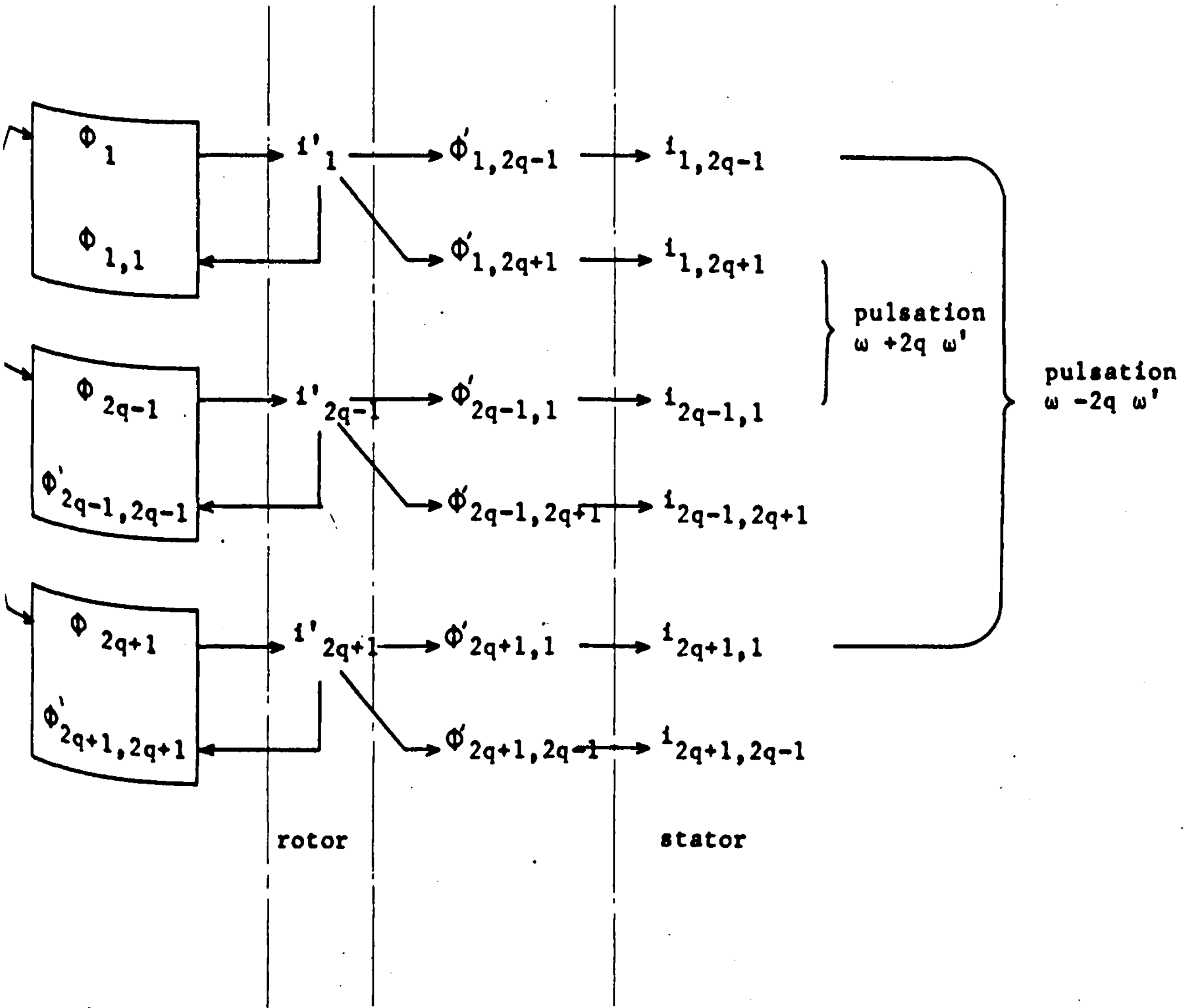



*Figure 9. - Schéma montrant la génération successive des premiers flux tournants et des premiers courants ainsi que les compositions Cas où q' = q*

Dans le cas très fréquent où $q = 3$ au stator et au rotor, qui correspond pratiquement à tous les moteurs triphasé à rotor bobiné, on trouvera essentiellement

- dans le courant statorique, les termes de pulsation $\omega$, $\omega + 6\omega'$ et $\omega - 6\omega'$
- dans le courant rotorique, les pulsations $\omega - \omega'$, $\omega + 5\omega'$, $\omega - 7\omega'$
- dans l'entrefer, les flux de vitesse par rapport au stator $\omega$, $\frac{\omega}{5}$ et $\frac{\omega}{7}$

## I.2.5.2. Importance et variation avec la charge des harmoniques

L'importance des flux tournants harmoniques diminue avec le rang des harmoniques d'espace qui les engendrent. De plus plus ce rang est élevé, plus la longueur d'onde des flux est réduite et avec elle l'effet que produisent ces flux.

Si la répartition spatiale non sinusoïdale de l'induction due à chaque système de courants tant statoriques et rotoriques, conduit à une suite illimitée de générations de courants induits, en fait seuls les termes des premières générations auront quelque importance.

Le phénomène de la compensation d'un flux par les courants induits qu'il engendre ne joue pleinement que pour le flux tournant fondamental. Pour les autres cette compensation est nulle ou négligeable.

En charge, le flux fondamental reste sensiblement constant ; tous les autres augmentent, l'augmentation est pratiquement proportionnelle à celle du courant statorique. La même loi est applicable, avec une bonne approximation, aux courants harmoniques tant au primaire qu'au secondaire.

Toutefois, à tension d'alimentation constante, l'accroissement de la charge se traduit par celui du glissement donc par la variation des pulsations des courants harmoniques ; cette pulsation intervient elle aussi sur l'amplitude de ces courants.

## I.3. VERIFICATIONS EXPERIMENTALES

Les vérifications expérimentales de l'étude des courants et des flux qui précéde ont été réalisées sur

un moteur asynchrone triphasé à bagnes Leroy type Na 160 Mo

10cv, 50 Hz, 4 pôles, $\cos\varphi = 0{,}82$, n = 83 %, 220 $^V/380^V$

dont le stator compte 36 encoches (dont un nombre d'encoches par pôle et par phase est égal à 3)

et le rotor à 24 encoches est bobiné avec dux côtés de sections par encôche (ce qui équivaut à m = 2)

Le relevé des harmoniques des courants primaires et secondaires ne soulève guère de difficultés. Il en est autrement pour l'évaluation des flux dans l'entrefer ; nous montrerons comment nous avons pu opérer en jouant sur des différences de coefficients de bobinage.

### I.3.1 Les harmoniques des courants

Le moteur est alimenté à partir du réseau (fig. 10) par un auto-transformateur à curseur, ceci afin de pouvoir réduire la tension statorique et effectuer des relevés en régime permanent à glissement élevé. Le moteur entraine une génératrice à courant continu débitant sur un réseau de forte puissance. On régle la vitesse du moteur par l'excitation de la dynamo et par la tension du réseau continu.

L'analyse harmonique des courants s'opére à l'aide d'un analyseur MUIREAD type K 134 A branche aux bornes de shunts non inductifs montés en série avec le stator ou entre les bornes rotoriques et le court-circuit.

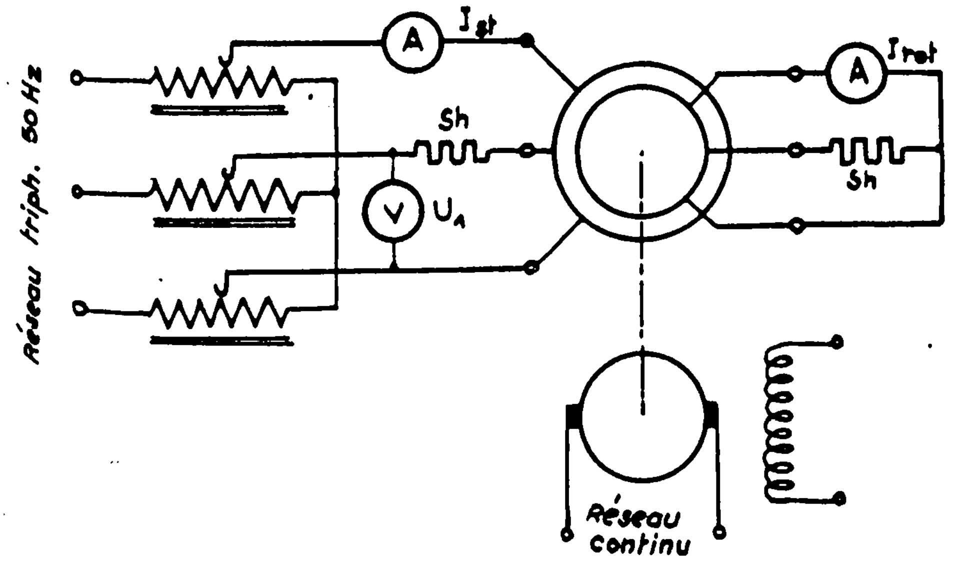



*Figure 10. - Schéma du montage utilisé pour le relevé des harmoniques des courants.*

I.3.1.1. Courants secondaires

Les courants secondaires trouvés correspondent à la première génération de courants induits, ils sont du type $i'_{2kq \pm 1}$

a) Fréquence

Les pulsations des divers termes du courant rotorique doivent donc être

pour $i'_1$ , $\omega - \omega'$

pour $i'_5$ , $\omega + \omega'$

pour $i'_7$ , $\omega - 7\omega'$

pour $i'_{11}$ , $\omega + 11\omega'$

pour $i'_{13}$ , $\omega - 13\omega'$

pour $i'_{17}$ , $\omega + 17\omega'$

pour $i'_{19}$ , $\omega - 19\omega'$

La figure 11 donne pour les cinq premiers la fréquence théorique en fonction de la vitesse ; à côté on a pointé les fréquences relevées.

La comparaison montre qu'aux erreurs expérimentales près, les fréquences sont bien celles qu'on avait calculées.

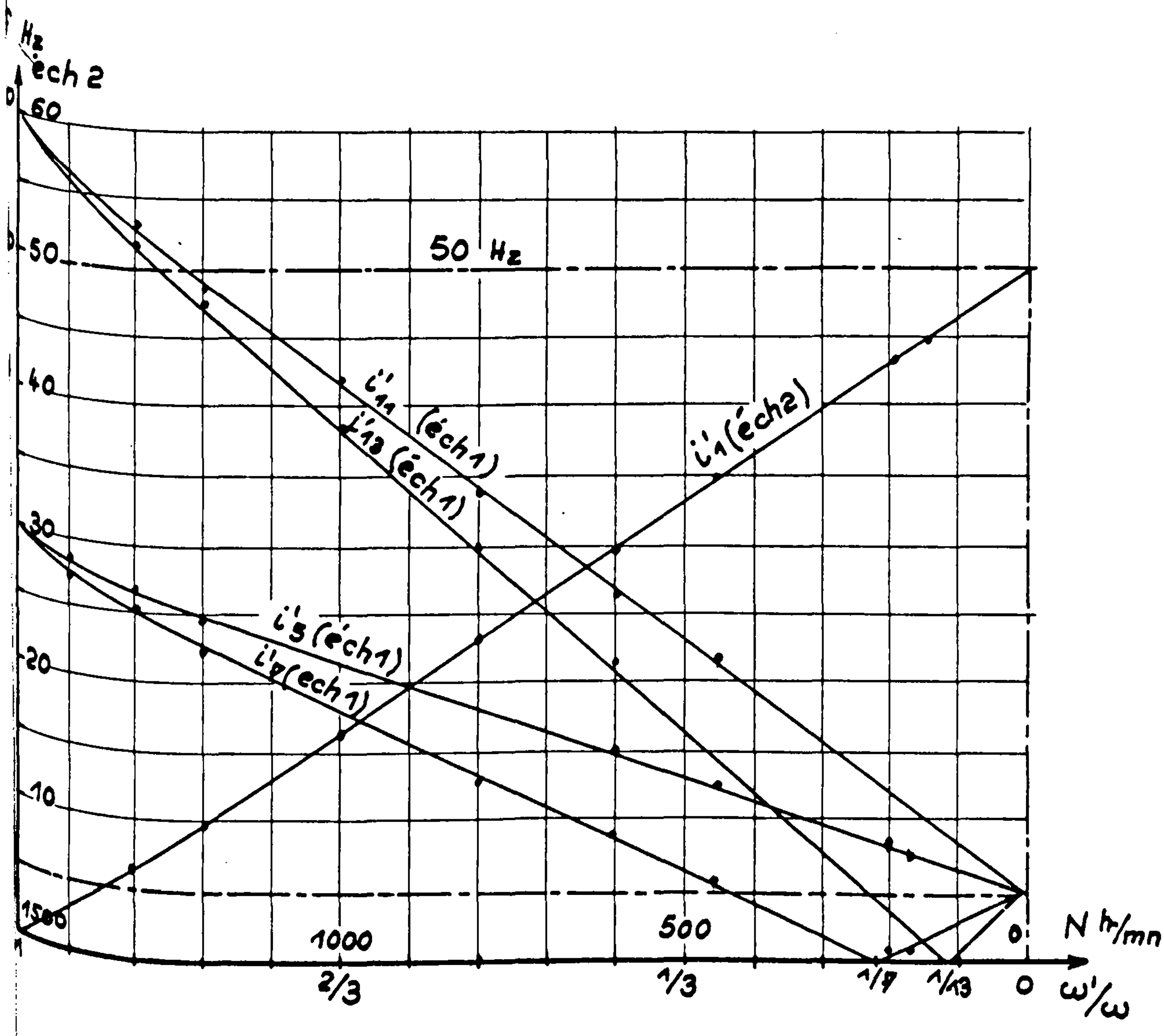



*Figure 11. - Variation avec la vitesse de la fréquence des principaux harmoniques de courants rotoriques.*

b) <u>Valeur</u>

- On a d'abord relevé, à tension d'alimentation constante, les variations des valeurs du courant primaire $I_{st}$, secondaire $I_{rot}$, du fondamental $I'_1$ et des premiers harmoniques $I'_5$ $I'_7$ $I'_{11}$ et $I'_{13}$ de ce dernier (Fig. 12)

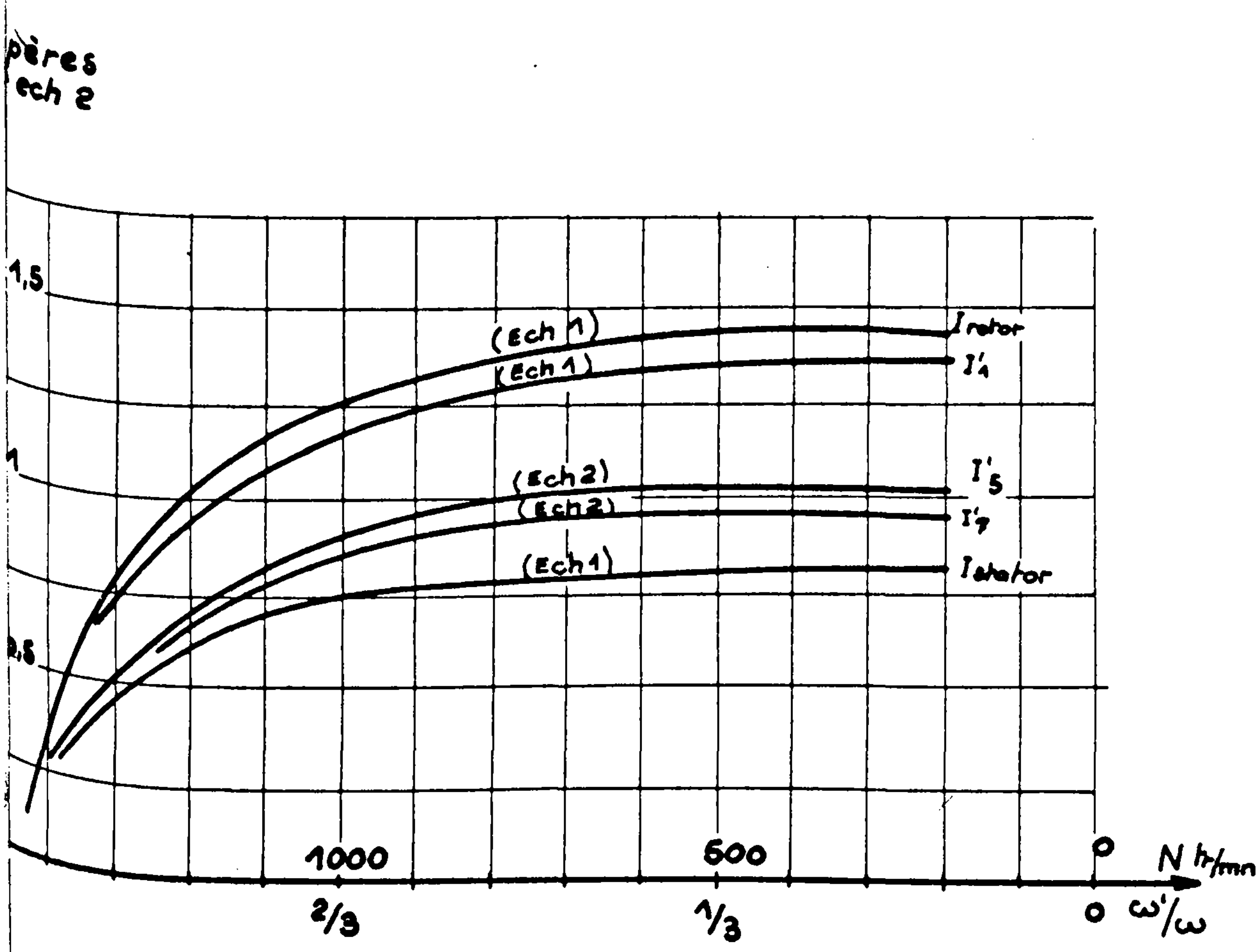



*Figure 12. - Variation avec la vitesse de la valeur efficace de $I_{st}$, $I_{rot}$, $I'_1$, $I'_5$, $I'_7$, $I'_{11}$ et $I'_{13}$*
*(Stator en étoile, alimenté à 145 V, 50 Hz)*

Ce premier relevé montre que le courant secondaire peut être confondu avec son fondamental, que les harmoniques ont une valeur relative réduite.

La valeur des harmoniques varie avec la vitesse, elle dépend en effet des flux qui les produisent mais aussi de la vitesse relative de ces flux par rapport au rotor donc de la pulsation des courants induits ; si l'augmentation de leur pulsation tend à accroître les harmoniques, elle a aussi pour effet d'augmenter l'impédance offerte à ces courants par le bobinage secondaire. Ces deux effets de la pulsation se compensent en partie et la plupart des valeurs relevées suivent approximativement l'accroissement du courant primaire.

- Pour vérifier que, à vitesse donnée, la compensation des flux ne joue efficacement que pour le fondamental et que les courants rotoriques harmoniques varient à peu près proportionnellement au courant statorique, nous avons imposé au moteur une vitesse constante. Puis par action sur la tension d'alimentation, nous avons fait varier $I_{st}$ et relevé $I'_5$ $I'_7$ $I'_{11}$ et $I'_{13}$.

Les courbes tracées (fig.13) montrent la légitimité de l'approximation proposée

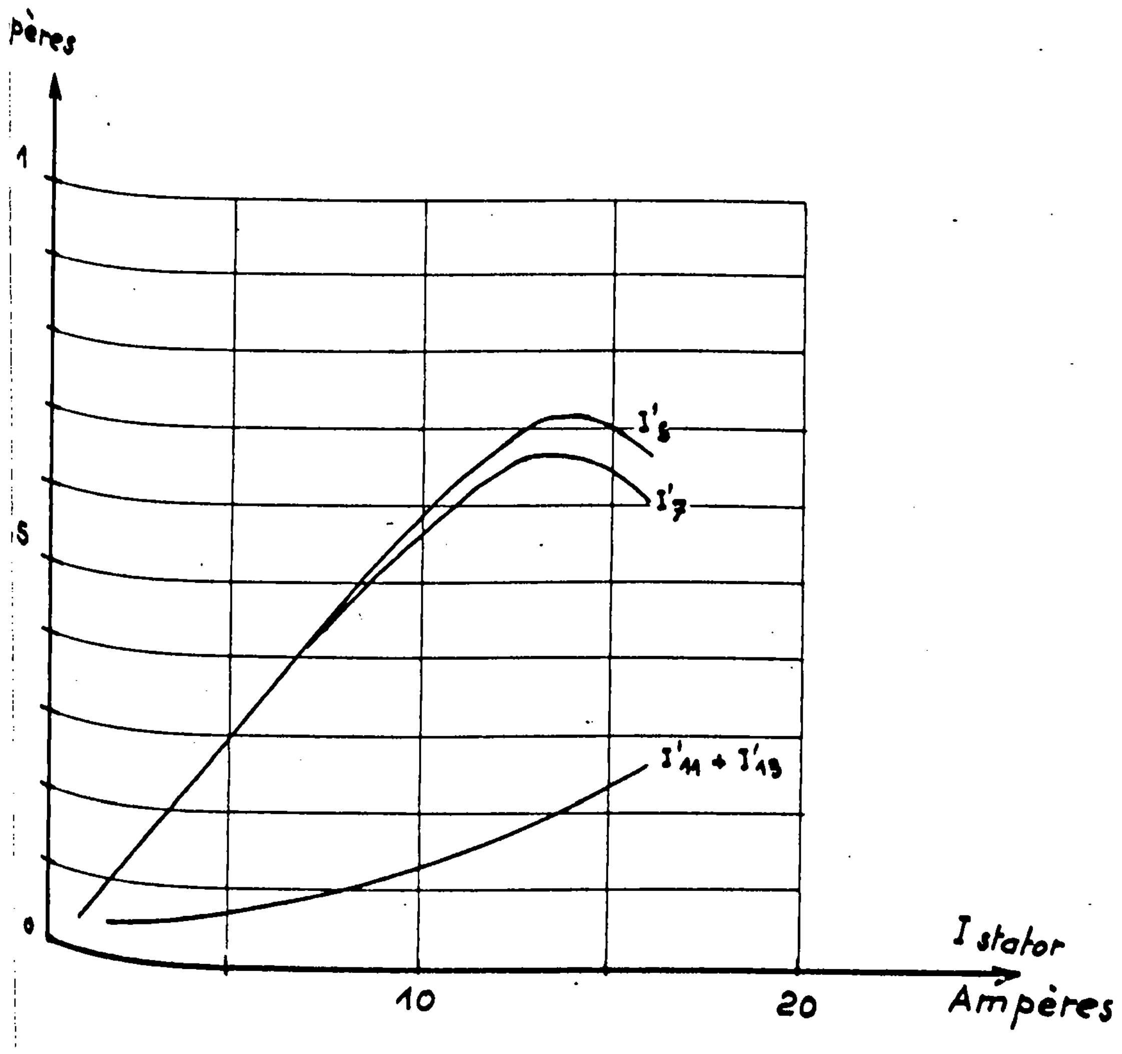



*Figure 13. - Variation, à vitesse constante, de la valeur des harmoniques rotoriques $I'_5$, $I'_7$, $I'_{11}$ et $I'_{13}$ en fonction de l'intensité du courant primaire $I_{st}$ ( $N = 144T/mn$)*

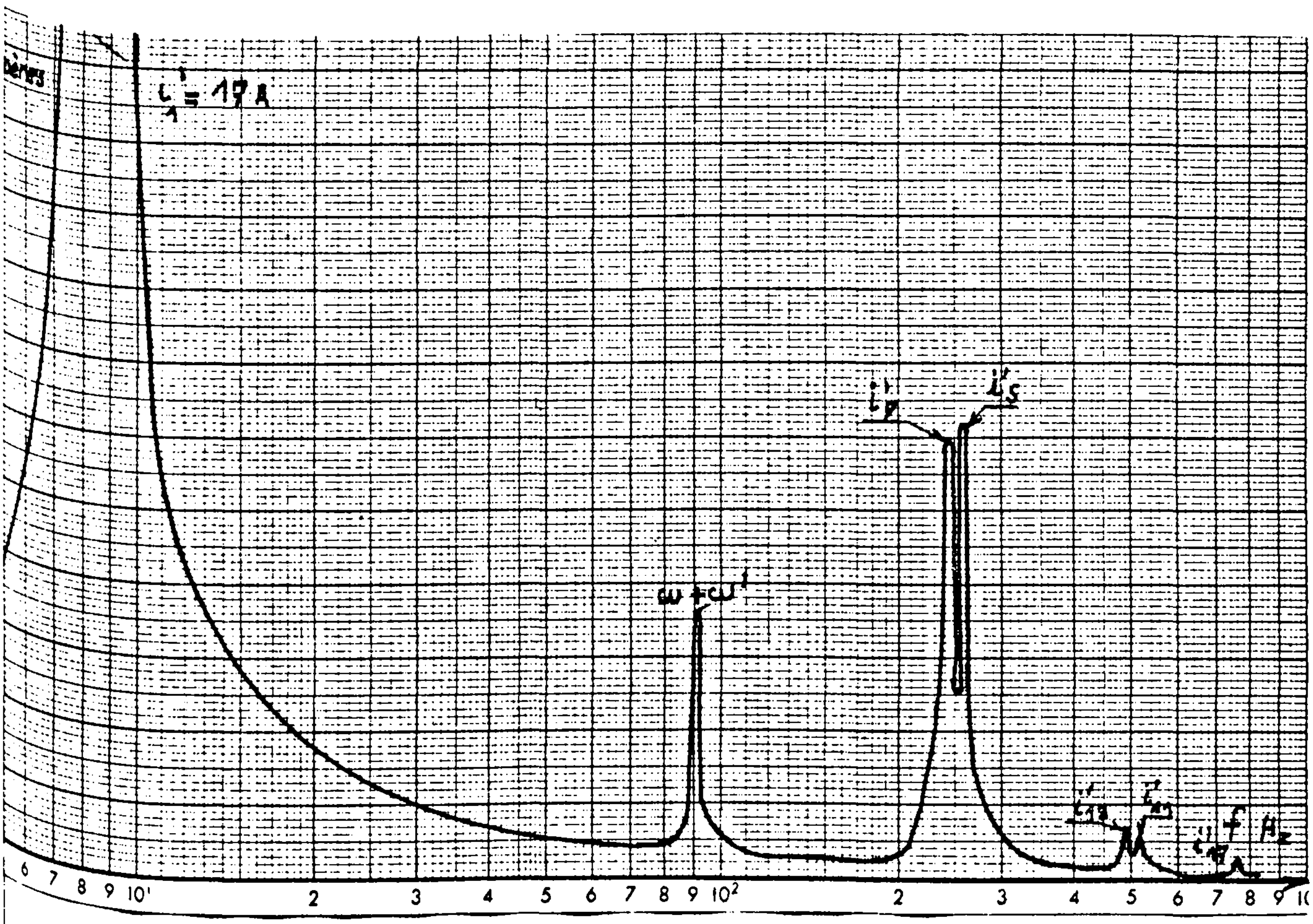
c) Autres harmoniques

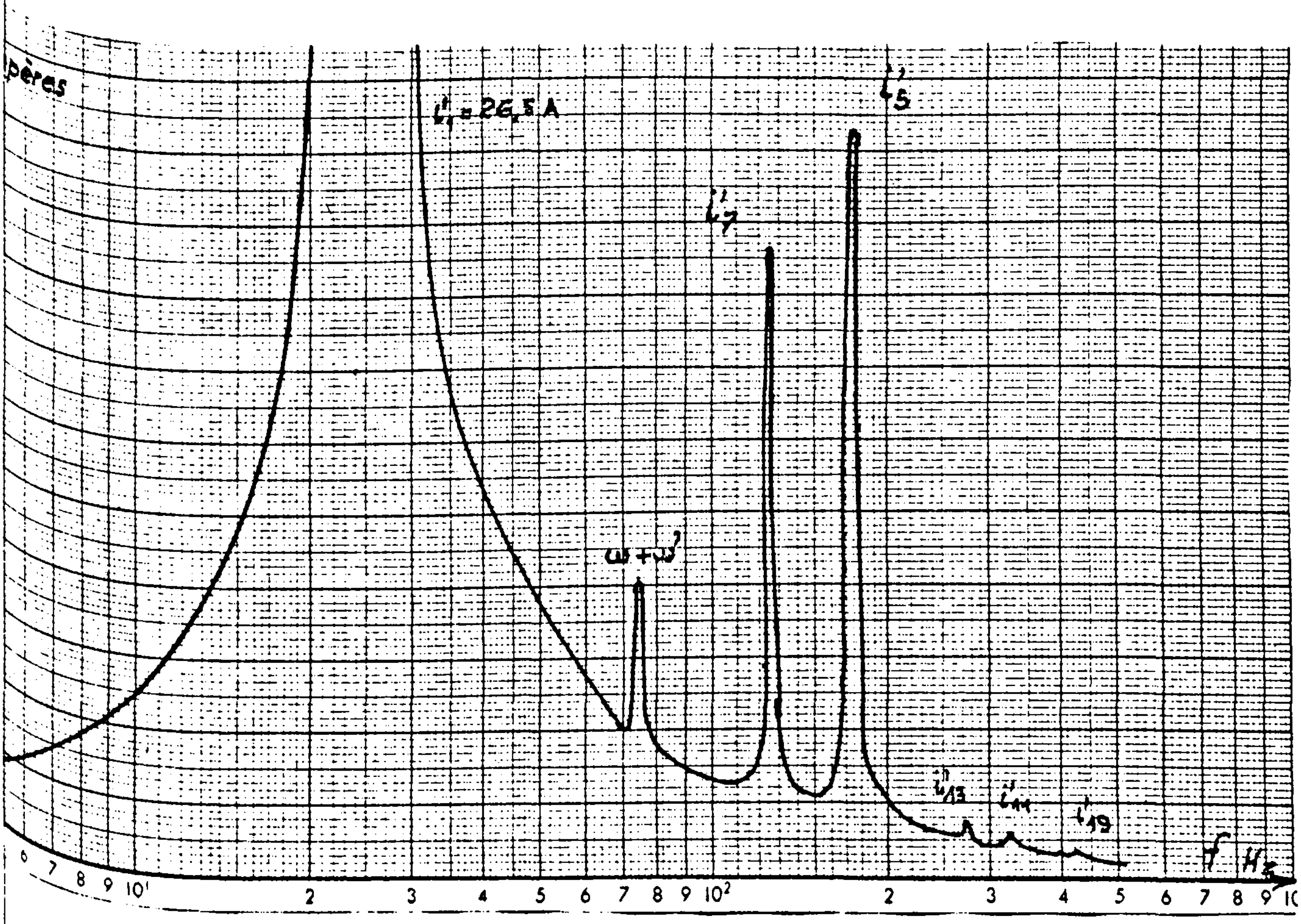
Les harmoniques considérés dans les tracés de courbes qui précédent sont les premiers termes de la première génération de courants induits. Il faut vérifier que ceux dus aux autres générations d'harmoniques du à la répartition non sinusoïdale et ceux dus aux encoches ont par rapport à ceux considérés une amplitude relative réduite.

La figure 14 donne deux exemples de relevés effectués à l'analyseur harmonique en faisant varier la fréquence de résonnance de 0 à 1000 Hz.

Le premier a été effectué à 1250 $^{T}/min$ , le second à 750 $^{T}/min$ sur chacun on a repéré les maxima correspondant aux divers $i'_{n_1}$. On voit qu'en se limitant aux premiers harmoniques d'espace de la première génération on tient compte des termes principaux du développement en série du courant secondaire.

On remarquera la présence d'un harmonique de pulsation $\omega + \omega'$ qui est engendré par un champ de longueur d'onde $2\pi$ tournant dans le sens négatif, champ dû au déséquilibre du réseau d'alimentation du stator.


ères
i'1 = 17 A
i'7
i'5
ω+ω'
i'13
i'13
i'17
f Hz
6 7 8 9 10¹ 2 3 4 5 6 7 8 9 10² 2 3 4 5 6 7 8 9


pères
i'1 = 26,5 A
i'5
i'7
ω+ω'
i'13
i'11
i'19
f Hz
6 7 8 9 10¹ 2 3 4 5 6 7 8 9 10² 2 3 4 5 6 7 8 9

### I.3.1.2. Courants primaires

D'aprés l'analyse faite de la production des harmoniques du courant primaire, ces derniers ont des fréquences non multiples de celles du fondamental mais dépendant de la vitesse du rotor.

De plus, ces harmoniques viennent de la seconde génération : flux harmoniques dus aux courants induits dans le rotor induisant à leur tour des courants au stator.

a) Fréquence

Puisque pour le moteur essayé, le nombre de phases est le même au rotor et au stator, certains courants se composent. Si l'on s'en tient à ceux dont l'un des deux indices est égal à l'unité, ils doivent avoir pour pulsations

$i_{7.1}$ et $i_{1,5}$ , $\omega - 6\omega'$

$i_{5.1}$ et $i_{1.7}$ , $\omega + 6\omega'$

$i_{13.1}$ et $i_{1,11}$ , $\omega - 12\omega'$

$i_{11.1}$ et $i_{1,13}$ , $\omega + 12\omega'$

Comme pour le rotor, tous les harmoniques dûs à la répartition de l'induction dans l'entrefer ont une pulsation égale à $\omega$ à l'arrêt. Pour certains elle diminue avec la vitesse pour croitre ensuite, pour d'autres elle croit sans cesse. De toutes façons au voisinage du synchronisme les pulsations des harmoniques sont très supérieures à $\omega$ .

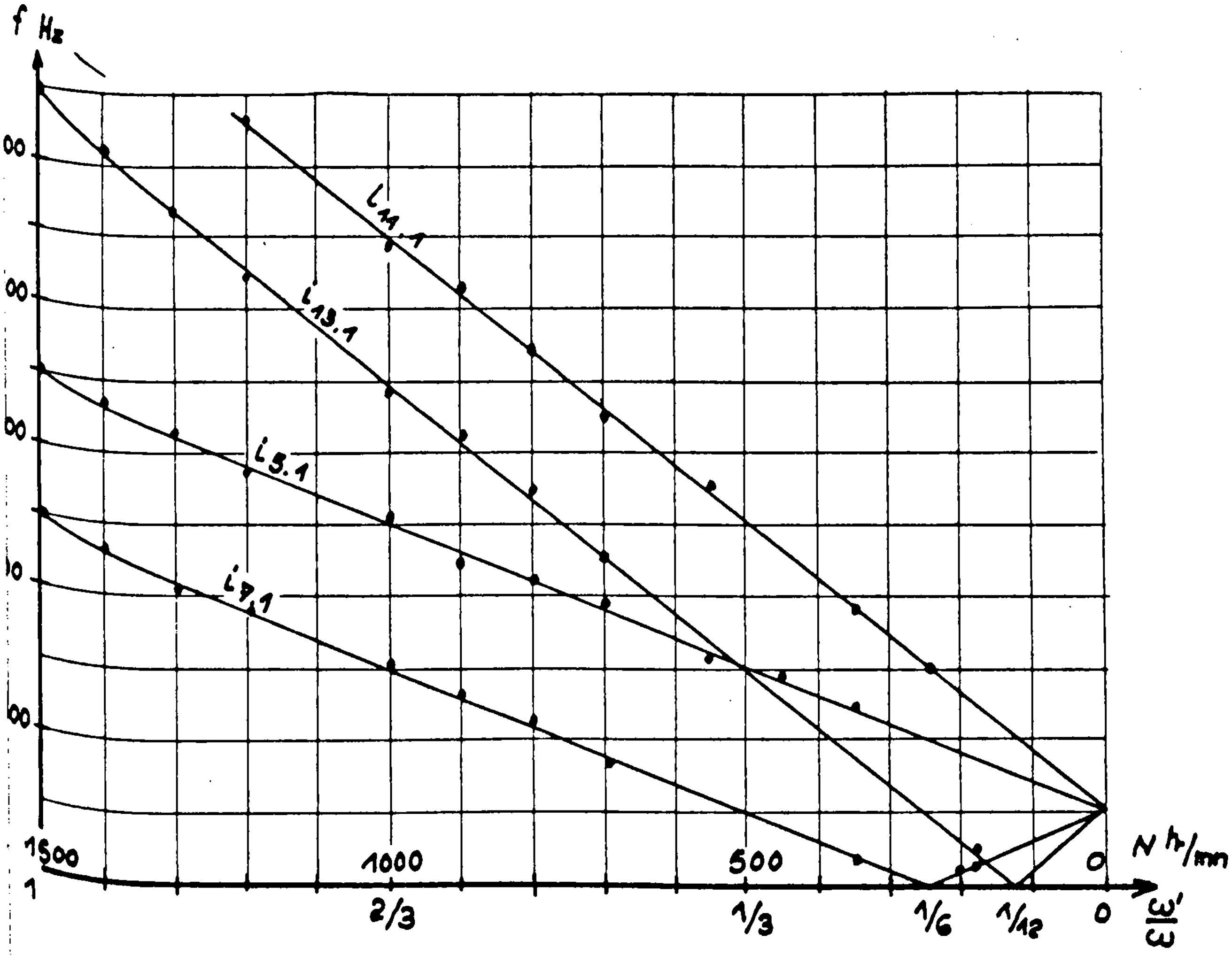



*Figure 15. - Fréquences des harmoniques du courant primaire (Alimentation du moteur à 50 Hz)*

On a tracé (fig.15) la variation des fréquences théoriques avec la vitesse et pointé les fréquences relevées expérimentalement ; la coïncidence est excellente.

b) Valeur

L'importance relative très réduite des harmoniques du courant primaire ne permet de mesurer avec quelques précisions que la valeur des deux premiers ($\omega - 6\omega'$ et $\omega + 6\omega'$)

La figure 16 donne pour le moteur alimenté sous tension constante la valeur de $I_{st}$ $I_{\omega-6\omega'}$ et $I_{\omega+6\omega'}$ en fonction de la vitesse.

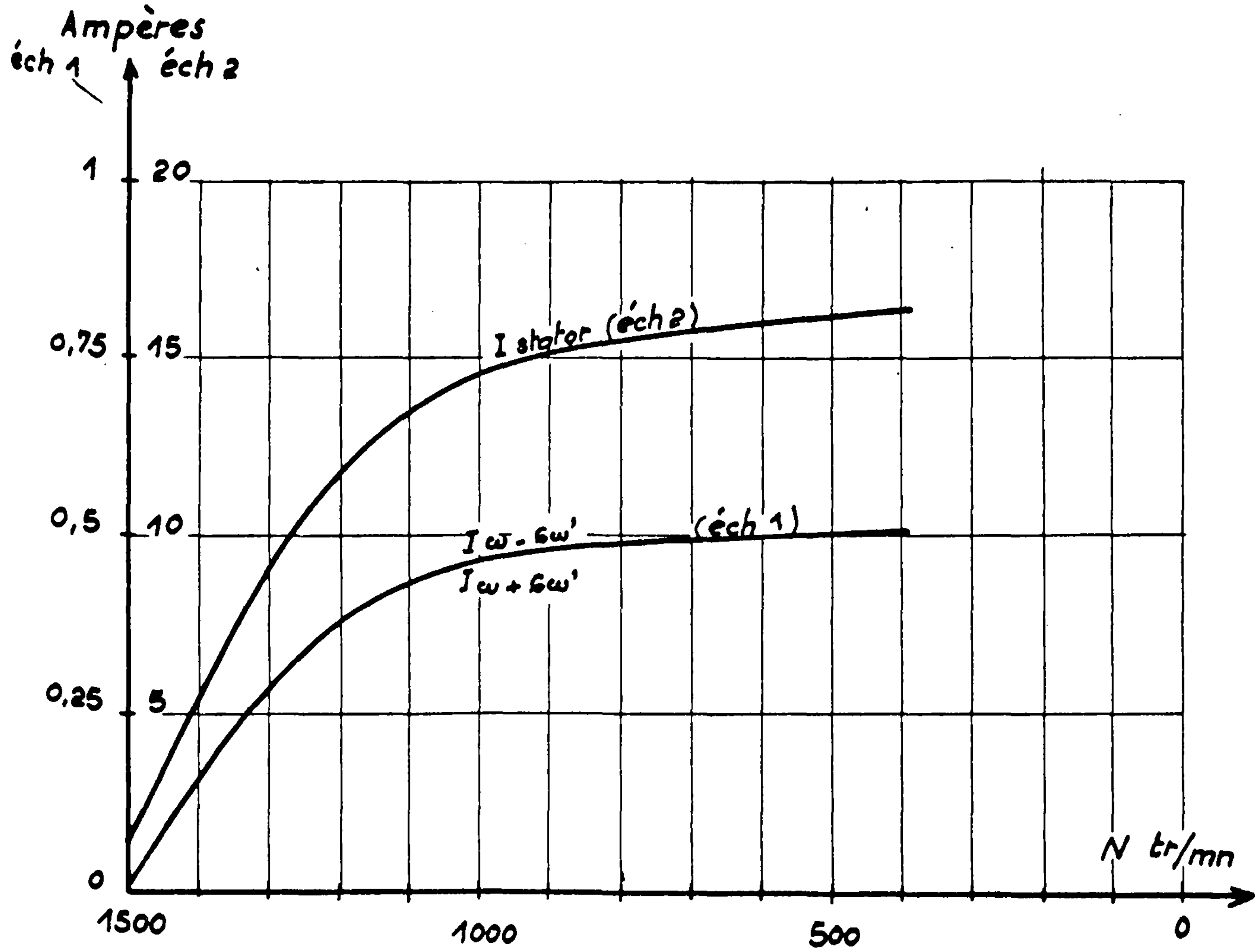



*Figure 16. - Variation avec la vitesse de la valeur efficace $I_{st}$ du courant primaire et de celles $I_{\omega-6\omega'}$ et $I_{\omega+6\omega'}$ de ses deux premiers harmoniques.*
*(Stator en étoile, alimenté à 145 V, 50 Hz)*

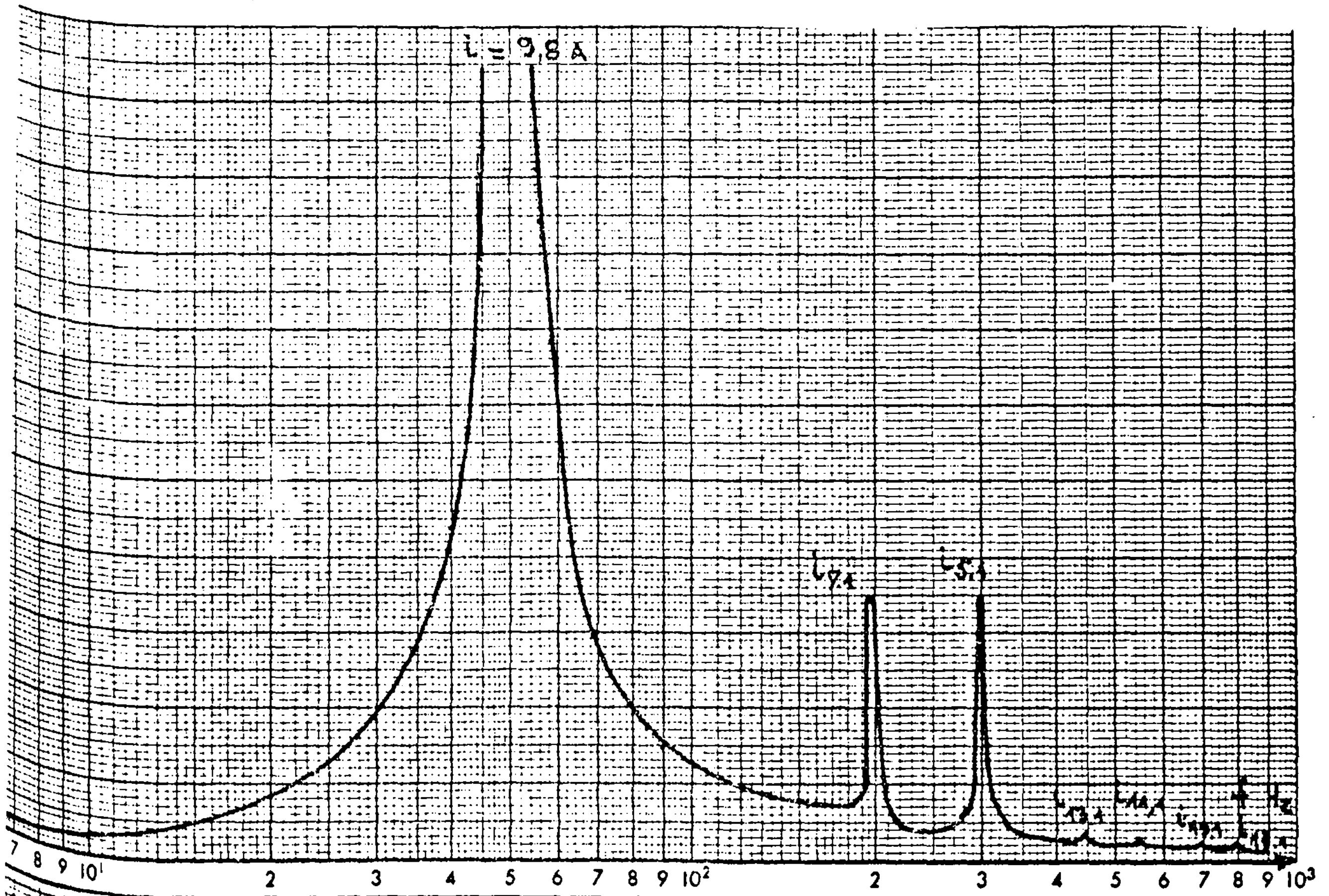
On constate que les harmoniques $I_{\omega-6\omega'}$ et $I_{\omega+6\omega'}$ ont rigoureusement la même importance.

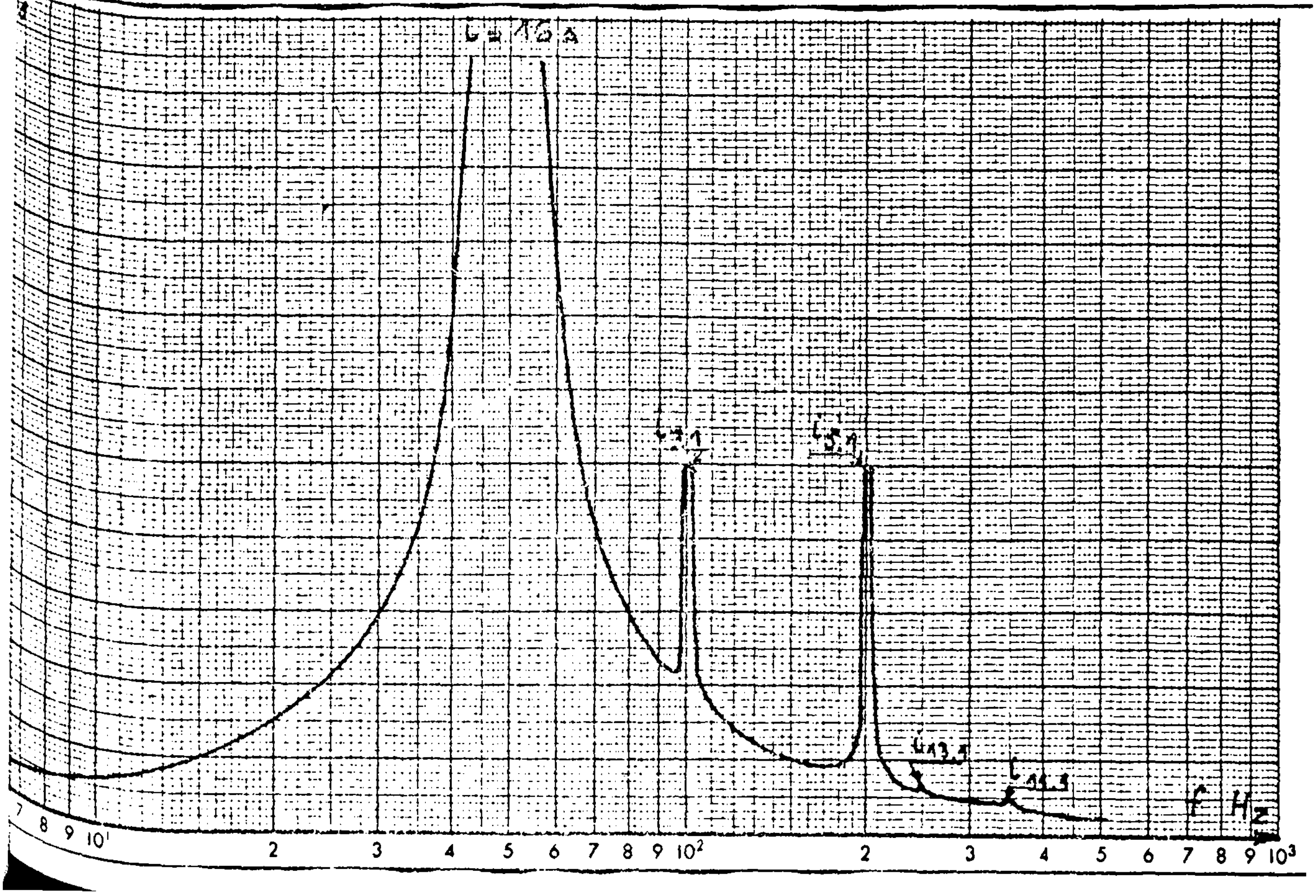
Les courbes $I_{\omega-6\omega'} = f(I_{st})$ et $I_{\omega-6\omega'} = f(I_{st})$ relevées à vitesse constante, analogues à celle de la figure 13 pour le rotor, montrent que la proportionnalité entre les harmoniques et le fondamental est vérifiée avec une bonne précision.

c) Autres harmoniques

Pour vérifier que les autres harmoniques ont une importance encore plus réduite que celle des deux dont nous avons mesuré la valeur, nous avons analysé le courant statorique en faisant varier la fréquence de résonance de l'analyseur de 0 à 1000 Hz. La figure 17 donne deux exemples de relevés, l'un à 1250 $^{T}$/min, l'autre à 750$^{T}$/min.

Sur ces courbes nous avons indiqué les courants correspondants aux divers maxima. On voit que c'est et de loin, les termes de pulsation $\omega$, $\omega - 6\omega'$ et $\omega + 6\omega'$ qui donnent les plus fortes pointes.



## I.3.2. Les flux tournants harmoniques

Il est très difficile de procéder à la mesure directe des flux dans l'entrefer, car celui des machines asynchrones est très étroit et il est difficile d'y placer des bobines exploratrices d'autant plus que celles-cidevraient tourner comme les flux à mesurer.

Le seul procédé simple d'étude des flux consiste à relever les f.e.m induites par ces flux soit dans les phases rotoriques, soit dans les phases statoriques, soit dans les bobines auxiliaires placées dans les ouvertures des encoches du stator.

Pour tirer des conclusions de ces marques indirectes, il est nécessaire au préalable d'examiner comment s'effectue le passage flux f.e.m et notamment quel est le coefficient de bobinage.

### I.3.2.1. Coefficient de bobinage. Coefficient d'utilisation

#### a) Bobines d'essais

L'ouverture normale d'une bobine est égale à un pas polaire, soit à $\pi$ (angle électrique). Considérons une bobine d'essais d'ouverture $x\pi$ (fig. 18).

Si l'on repére la position du champ tournant de demi-longueur d'ondes $\frac{\pi}{n}$ par rapport à l'axe de cette bobine, les inductions au droit des conducteurs de cette bobine sont

$$\beta_n = \beta_{n_{max}} \cos n \left(\omega_n t - x \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{et } \beta_n = \beta_{n_{max}} \cos n \left(\omega_n t + x \frac{\pi}{2}\right)$$

d'où la f.e.m résultante par tour

$$e_{nx} = \beta_{n_{max}} \ell D \omega_n \left[\cos n \left(\omega_n t - x \frac{\pi}{2}\right) - \cos n \left(\omega_n t + x \frac{\pi}{2}\right)\right]$$

$$e_{n_x} = -2\beta_{n_{max}} \ell D \omega_n \sin n\, x \frac{\pi}{2} \sin n\, \omega_n t \qquad (12)$$

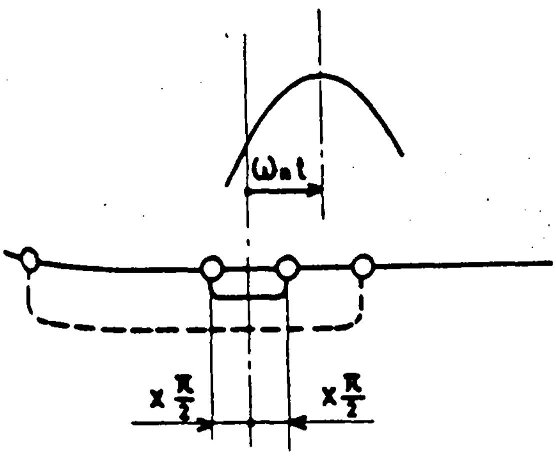



*Figure 18. - Repérage d'un flux par rapport à une bobine d'essais d'ouverture x π.*

Le coefficient d'utilisation de la bobine est

$$k_{n_x} = \sin n \;\; s \frac{\pi}{2} \qquad (13)$$

Sur le stator du moteur (m = 3) nous avons disposé trois bobines d'essais

- l'une dont l'ouverture est égale au pas polaire (x = 1)
- l'une d'une ouverture égale à deux pas dentaires ($x = \frac{2}{9}$)
- l'une d'une ouverture égale à un pas dentaire ($x = \frac{1}{9}$)

Le tableau I ci-dessous donne les coefficients $k_{n_x}$ pour ces trois bobines et les premières valeurs de n ($n = 2\,kq \pm 1$)

| | 1 pas polaire | 2 pas dentaires | 1 pas dentaire |
|---|---|---|---|
| n=1 | 1 | 0,342 | 0,173 |
| n=5 | 1 | 0,985 | 0,765 |
| n=7 | 1 | 0,642 | 0,94 |
| n=11 | 1 | 0,642 | 0,94 |
| n=13 | 1 | 0,985 | 0,765 |
| n=17 | 1 | 0,342 | 0,173 |
| n=23 | 1 | 0,985 | 0,765 |
| n=25 | 1 | 0,642 | 0,94 |

*Tableau I. - Coefficients d'utilisation du champ tournant de longueur d'onde $\frac{2\pi}{n}$ par les bobines d'essais.*

b) Enroulements principaux

- Au stator, l'enroulement compte trois encoches par pôle et phase. Supposons le bobinage formé, par double distance polaire, de trois bobines de même axe (fig. 19). L'une d'elles a une ouverture de $7\frac{\pi}{9}$, l'autre de $\pi$ et la troisième de $\frac{11\pi}{9}$. Les trois f.e.m en phase ont, d'après la relation (12) une somme proportionnelle à

$$\sin n \frac{9}{9}\frac{\pi}{2} + \sin n \frac{7}{9}\frac{\pi}{2} + \sin n \frac{11}{9}\frac{\pi}{2}$$

et non à 3

D'où le coefficient de bobinage

$$K_{n_{st}} = \frac{\sin n\frac{\pi}{2} + \sin n\frac{7\pi}{18} + \sin n\frac{11\pi}{18}}{3}$$

$$K_{n_{st}} = \frac{\sin n\frac{\pi}{2} + 2\sin n\frac{\pi}{2}\cos n\frac{\pi}{9}}{3}$$

$$K_{n_{st}} = \frac{\sin n\frac{\pi}{2}\left(1 + 2\cos n\frac{\pi}{9}\right)}{}$$

n étant impair

$$\sin n\frac{\pi}{2} = \pm 1$$

d'où

$$k_{n_{st}} = \frac{1 + 2\cos n\frac{\pi}{9}}{3}$$

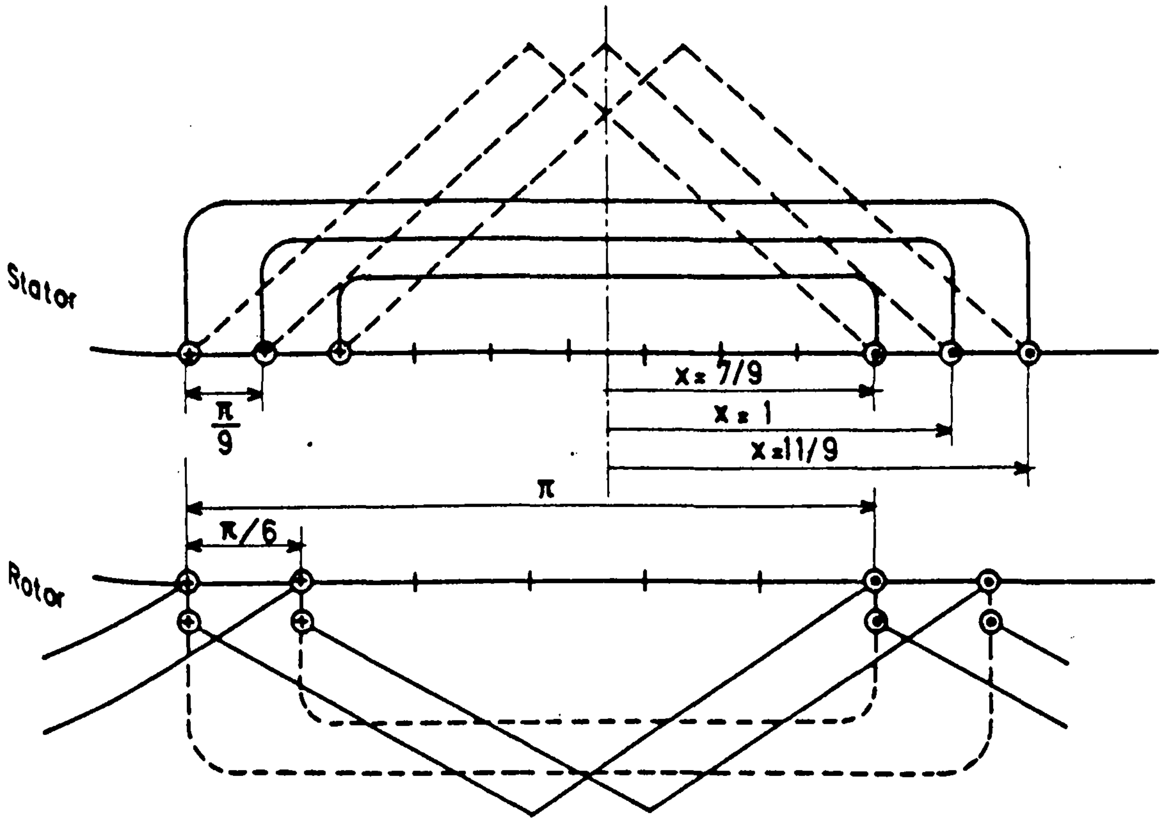



*Figure 19. - Représentation schématique des deux enroulements du moteur essayé en vue de la détermination des coefficients de bobinage (en traits interrompus, bobinage en sections ou en bobines équivalent)*

Il a la même valeur que celle qu'on trouverait avec un bobinage en sections (têtes en traits interrompus sur la figure 19)

- Au rotor le bobinage est en sections ; chaque phase occupé par distance polaire 2 encoches distantes de $\frac{\pi}{6}$. Si l'on raisonne sur l'équivalent en bobines, il vient

$$k_{n_{rot}} = \frac{1}{2}\left(\sin n \frac{5}{6}\frac{\pi}{2} + \sin n \frac{7}{6}\frac{\pi}{2}\right) = \sin n \frac{\pi}{2} \cos n \frac{\pi}{12}$$

n étant impair sur $\frac{n}{2} = \pm 1$

$$K_{n_{rot}} = \cos \frac{n\pi}{12}$$

Le tableau II donne pour les premières valeurs de n, les coefficients $k_{n_{st}}$ et $k_{n_{rot}}$

| n | 1 | 5 | 7 | 11 | 13 | 17 | 19 | 23 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $k_{n_{st}}$ | 0,960 | 0,217 | 0,177 | 0,177 | 0,217 | 0,960 | 0,960 | 0,217 | 0,177 |
| $k_{n_{rot}}$ | 0,966 | 0,259 | 0,259 | 0,966 | 0,966 | 0,259 | 0,259 | 0,966 | 0,966 |

*Tableau II. - Valeur des coefficients de bobinage des enroulements primaires et secondaires pour des champs tournants de demi longueur d'onde $\frac{\pi}{n}$.*

Les différences importantes que présentent entre eux les coefficients groupés dans les tableaux I et II.

- expliquent l'importance relative anormale que présentent certains harmoniques trouvés dans l'analyse des f.e.m

- permet, en choisissant convenablement la bobine aux bornes de laquelle on prend la f.e.m, d'obtenir plus de précision dans la détermination d'un flux tournant.

## I.3.2. Flux tournants à vide

Pour mesurer les harmoniques d'espace dûs à une des armatures, on alimente celle-ci en courant triphasé sinusoïdal de fréquence industrielle. L'enroulement de l'autre est ouvert, on analyse la f.e.m engendrée dans un enroulement ou une bobine d'essais de la seconde armature.

Le rotor doit être entrainé car s'il était immobile toutes les forces électromotrices induites auraient comme les forces contre électromotrices la pulsation des tensions d'alimentation.

### a) Harmoniques du flux dû au stator

Le stator alimenté en triphasé, le rotor ouvert, on analyse la tension entre 2 bagues. Les valeurs des harmoniques des f.e.m induites au secondaire et leurs fréquences sont groupées dans le tableau III.

| | Vitesse $^T/min$ | 1 500 | 1 250 | 1 000 | 750 | 500 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $e'_1$ | valeur (V) | 0 | 12,5 | 25 | 38 | 48 |
| | fréquence (Hz) | 0 | 8,3 | 16,6 | 25 | 33,3 |
| $e'_5$ | fréquence (Hz) | 300 | 258 | 216 | 175 | 133 |
| | valeur (V) | 1,1 | 0,85 | 0,73 | 0,65 | 0,48 |
| $e'_7$ | valeur (V) | | 0,325 | 0,36 | 0,22 | |
| | fréquence (Hz) | 300 | 241 | 183 | 125 | 66,7 |
| $e'_{11}$ | fréquence (Hz) | 600 | 507 | 416 | 325 | 233 |
| | valeur (V) | | | | 0,15 | 0,26 |
| $e'_{13}$ | valeur (V) | 1,95 | 1,6 | 1,2 | 0,95 | 0,58 |
| | fréquence (Hz) | 600 | 491 | 383 | 275 | 166 |

*Tableau III. - Analyse harmonique de la f.e.m. induite dans le rotor (Stator en étoile alimenté en 145 V, 50 Hz)*

Pour passer aux inductions maximales correspondant aux divers flux tournants, on remarque que

$e'_1$ est proportionnel à $K_{1\,rot}\ \beta_{1\,max}\ \omega_1$

$e'_n$ à $k_{n\,rot}\ \beta_{n\,max}\ \omega_n$

alors que les pulsations, liées à la vitesse relative des flux, par rapport au rotor sont respectivement $\omega_1$ et $n\omega_n$

$$\frac{\beta_{n\,max}}{\beta_{1\,max}} = \frac{e'_n}{e'_1} \times \frac{K_1\,rot}{K_n\,rot} \times \frac{\omega_1}{\omega_n} = \frac{e'_n}{e'_1} \times \frac{K_1\,rot}{K_n\,rot} \times \frac{f_1}{f_n} \times n$$

On en déduit les importances relatives des divers flux (tableau IV)

| Vitesse de mesure T/min | 1250 | 1000 | 750 | 500 |
|---|---|---|---|---|
| $\beta_{5\,max}/\beta_{1\,max}$ | 4,07 % | 4,20 % | 4,56 % | 4,66 % |
| $\beta_{7\,max}/\beta_{1\,max}$ | 2,34 % | 3,40 % | 3,04 % | |
| $\beta_{11\,max}/\beta_{1\,max}$ | | | 0,34 % | 0,85 % |
| $\beta_{13\,max}/\beta_{1\,max}$ | 2,81 % | 2,71 % | 2,96 % | 3,15 % |

*Tableau IV. - Importance relative des harmoniques du flux produit par le stator seul.*

Le rapport $\frac{\beta_{n\ max}}{\beta_{1\ max}}$ est indépendant de la vitesse ; la dispersion des valeurs mesurées permet d'évaluer la qualité de la mesure.

L'induction $\beta_{n\ max}$ est connue avec d'autant plus de précision que

- la tension mesurée $e'_n$ est plus grande
- le coefficient d'utilisation $K_n$ de la bobine de mesure est plus voisin de l'unité.
- la fréquence $f_n$ est plus éloignée de celle des termes voisins ; sinon malgré l'étroitesse de la bande passante de l'analyseur les termes voisins faussent la mesure de $_n$.

b) Harmoniques du flux dû au rotor

On peut de la même façon étudier les flux tournants dûs à la répartition non sinusoïdale de l'induction créée par les bobines secondaires.

Le rotor est alimenté en triphasé et entrainé à la vitesse N ; le stator est ouvert on anlyse la tension induite dans la bobine d'essais d'ouverture égale à $\pi$ fixée sur le stator.

De la mesure de $e'_n$ de fréquence $f_n$ et de $e'_1$ de fréquence $f_1$ on déduit

$$\frac{\beta_{n\ max}}{\beta_{1\ max}} = \frac{e'_n}{e'_1} \times \frac{f_1}{f_n} \times n$$

Le coefficient d'utilisation de la bobine d'essais étant ici égal à l'unité pour tous les termes.

L'ensemble des mesures et des résultats qu'on en déduit sont groupés dans le tableau V

| Vitesse en $^{t}/$ min | 1250 | 1000 | 750 | 500 |
|---|---|---|---|---|
| $e'_1$ (V) | 1,85 | 3,8 | 5,7 | 7 |
| $f_1$ (Hz) | 8,3 | 16,6 | 25 | 33,3 |
| $e'_5$ (V) | 0,58 | 0,49 | 0,4 | 0,3 |
| $f_5$ (Hz) | 258 | 216 | 175 | 133 |
| $\beta_{5\,max}/\beta_{1\,max}$ | 5,04% | 4,96% | 5,01% | 5,38% |
| $e'_7$ (V) | 0,285 | 0,22 | 0,14 | |
| $f_7$ (Hz) | 241 | 183 | 125 | 66,7 |
| $\beta_{7\,max}/\beta_{1max}$ | 3,7% | 3,67% | 3,44% | |
| $e'_{11}$ (V) | 1,4 | 1,2 | 0,9 | 0,68 |
| $f_{11}$ (Hz) | 507 | 416 | 325 | 233 |
| $\beta_{11max}/\beta_{1max}$ | 13,65% | 13,9% | 13,4% | 15,5% |
| $e'_{13}$ (V) | | | | 0,065 |
| $f_{13}$ (Hz) | 491 | 383 | 275 | 166 |
| $\beta_{13max}/\beta_{1\,max}$ | | | | 2,25% |

*Tableau V. - Evaluation de l'importance des harmoniques du flux produit par le rotor seul.*

On voit que les harmoniques du flux produit par le rotor sont plus importants que ceux du flux statorique, ceci est dû au fait qu'au rotor il n'y a que 2 encoches par pôle et phase alors qu'au stator il y en a trois.

Comme on l'a signalé pour l'armature précédente la mesure de la tension $e'_n$ est d'autant plus meilleure que la fréquence $f_n$ est plus distante des fréquences des termes voisins.

c) <u>Amélioration de la sélectivité</u>

L'ouverture de la bobine d'essais permet d'obtenir des coefficients d'utilisation différents pour les termes voisins et de favoriser celui qu'on étudie réduisant ainsi l'influence sur la valeur mesurée pour celui-ci des termes de fréquence voisine.

Pour illustrer cette remarque on a tracé, en fonction de la fréquence d'analyse, la tension trouvée au stator lorsque le rotor tournant à 1000 $^T/min$ est seul alimenté (fig. 20) ; les relevés ont été effectués en utilisant successivement

- la bobine d'ouverture égale à un pas polaire (bob 1)
- la bobine d'ouverture égale à deux pas dentaires (bob 2)
- la bobine d'ouverture égale à un pas dentaire (bob 3)

Ces tracés montrent d'abord la différence notable présentée par le même maximum sur les trois courbes, ensuite la difficulté que présente la mesure d'un terme lorsqu'il y en a un de fréquence voisine.

Dans le cas considéré, les courbes de la figure 20 et le tableau I montrent qu'il est préférable de prendre

La bobine 1 pour relever $e'_1$

La bobine 2 pour relever $e'_5$

La bobine 3 pour relever $e'_7$

La bobine 2 pour relever $e'_{13}$

La bobine 1 pour relever $e'_{17}$ etc...

Cette remarque explique les différences notables trouvées dans les tableaux IV et V pour les rapports $\frac{\beta_{n\ max}}{\beta_{1\ max}}$ qui sont indépendants de la vitesse. Pour qu'une mesure de tension soit vraiment significative il faut que sur la courbe donnant en fonction de la fréquence, la tension de sortie de l'analyseur elle situe sur une pointe encadrée par deux minima de valeur relative très faible.

I.3.3. Flux tournants en charge

Pour mesurer les inductions maximales correspondant aux flux tournants en charge, on alimente le primaire en triphasé, on met le secondaire en court-circuit. C'est par la charge qu'on fait varier la vitesse ; on utilise pour obtenir des fonctionnements stables aux régimes très hyposynchrones le montage schématisé sur la figure 10.

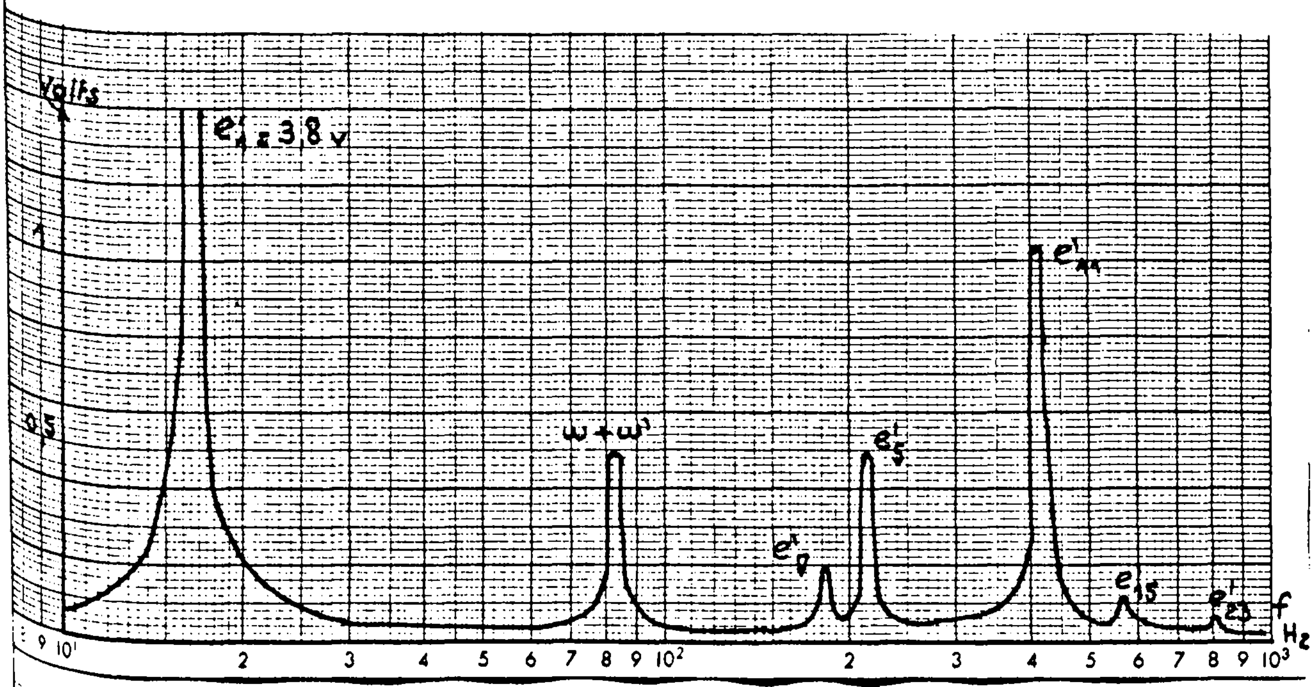
Pour chaque vitesse on analyse les tensions aux bornes des bobines d'essais montées sur le stator.

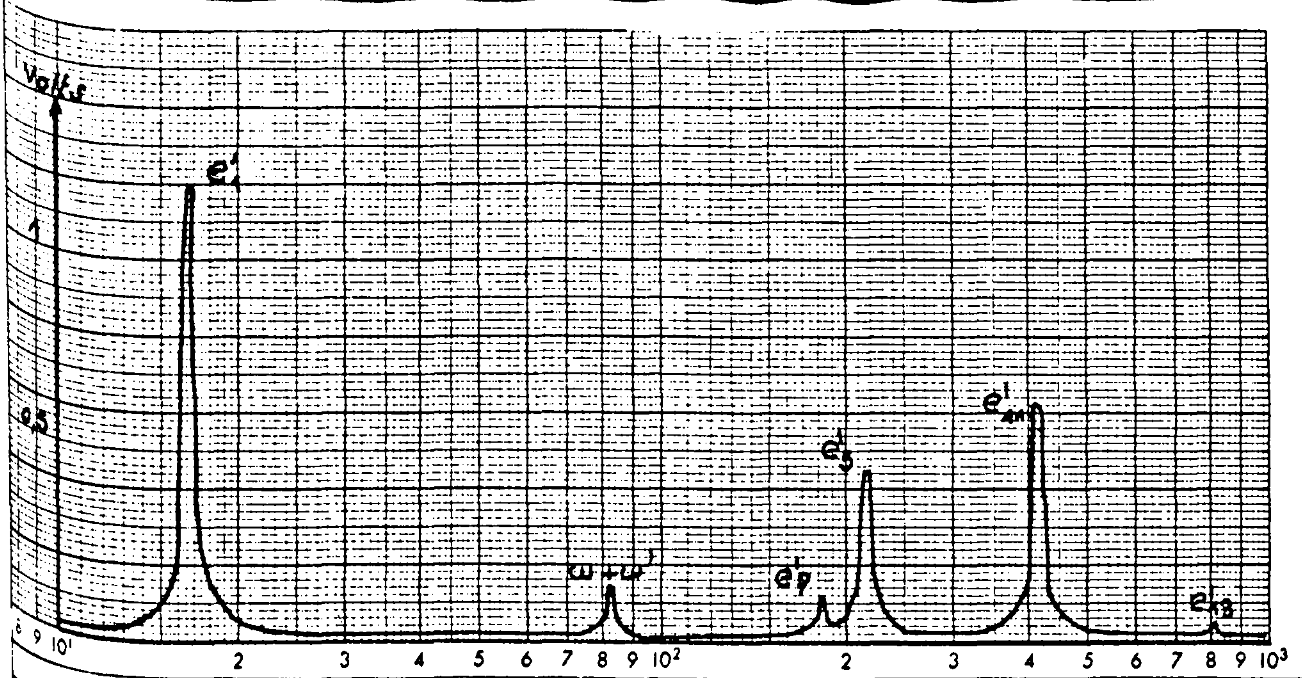
L'analyse des tensions ne permet toutefois pas la détermination directe de tous les flux tournants dans l'entrefer car

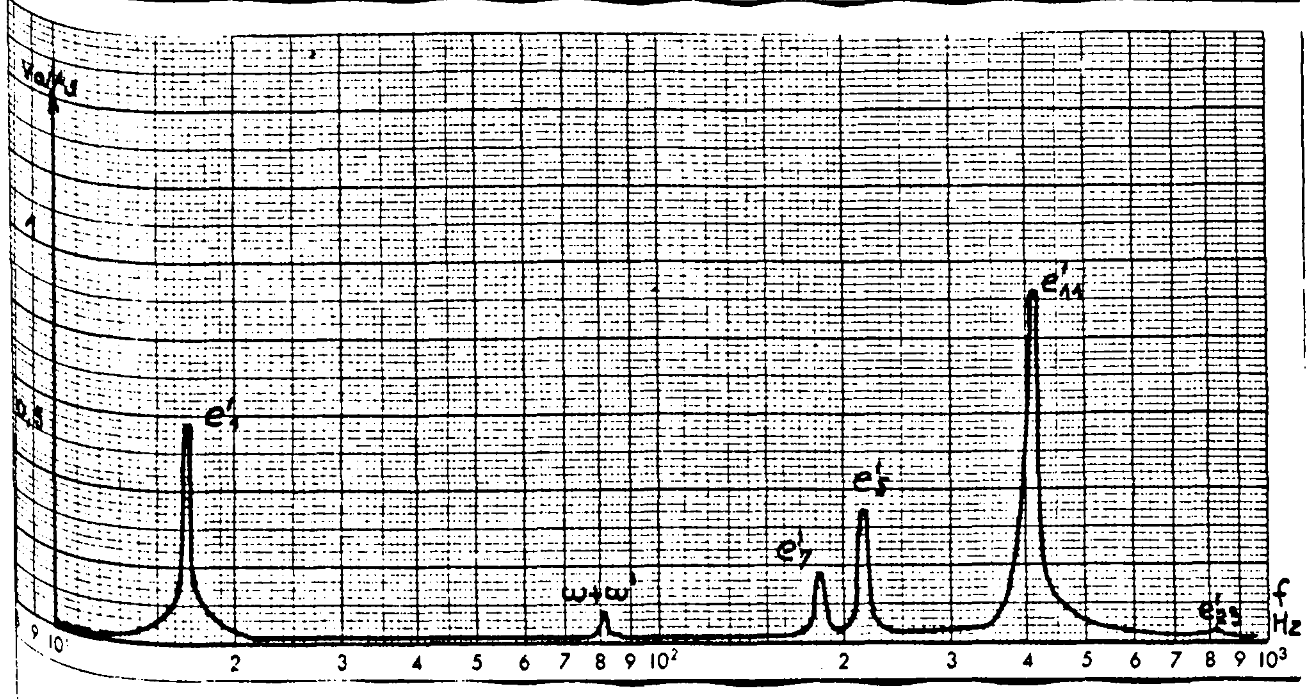
-des flux de vitesse différentes mais de longueur d'onde différentes peuvent induire des tensions de même pulsation.

-il y a composition de certains flux

Aussi est-il nécessaire d'alimenter successivement le moteur par un stator et par un rotor et chaque fois, pour les diverses vitesses, de relever les tensions dans les bobines d'essais d'ouverture différente.


Volts
e'₁ = 3,8 v
1
0,5
ω + ω'
e'₅
e'₇
e'₁₁
e₁₅
e'₂₃
f
Hz
9 10¹
2 3 4 5 6 7 8 9 10²
2 3 4 5 6 7 8 9 10³


Volts
e'₁
1
0,5
e'₁₁
e'₅
ω + ω'
e'₇
e'₁₃
9 10¹
2 3 4 5 6 7 8 9 10²
2 3 4 5 6 7 8 9 10³


Volts
1
e'₁₁
0,5
e'₁
e'₅
e'₇
ω + ω'
e'₂₃
f
Hz
9 10¹
2 3 4 5 6 7 8 9 10²
2 3 4 5 6 7 8 9 10³

a) <u>Alimentation par le stator</u>, les termes trouvés dans l'analyse de la f.e.m indute dans les bobines d'essais ont pour pulsations :

$\omega$, cette f.e.m correspond à l'effet de tous les flux $\Phi_1$, $\Phi_5$ $\Phi_7$ ... $\Phi_{n_1}$ de vitesse $\omega, -\frac{\omega}{5}, \frac{\omega}{7}, \ldots \frac{\omega}{n_1}$ créés par le courant i, à cause de la répartition spatiale non sinusoïdale de l'induction des bobines primaires. S'y ajoutent les effets d'un certain nombre de flux de réaction $\Phi_{1,1}$, $\Phi_{5,5}$, $\Phi_{7,7}$, $\Phi_{n_1\,n_1}$ comme le montre la figure 9. Le relevé de cette f.e.m ne permet pas de discerner tous ces flux.

$\omega - 6\omega'$, cette f.e.m correspond aux flux $\Phi_{7.1}$ et $\Phi_{1.5}$ : la différence de leurs longueurs d'onde permet de les séparer à l'aide de bobines d'essais présentant des coefficients d'utilisation différents pour des flux de longueur d'onde $\frac{2\pi}{1}$ et $\frac{2\pi}{5}$

$\omega + 6\omega'$, cette f.e.m est dûe aux flux $\Phi_{5.1}$ et $\Phi_{1.7}$ de longueurs d'ondes $2\pi$ et $\frac{2\pi}{7}$

$\omega - 12\omega'$, f.e.m dûe aux flux $\Phi_{13.1}$ et $\Phi_{1.11}$ de longueurs d'ondes $2\pi$ et $\frac{2\pi}{11}$

$\omega + 12\omega'$ f.e.m dûe aux flux $\Phi_{11.1}$ et $\Phi_{1.13}$ de longueurs d'ondes $2\pi$ et $\frac{2\pi}{13}$

Pour toutes les fréquences on ne peut donc que mesurer la résultante de f.e.m induites par des flux que l'on cherche à évaluer.

Aussi considérons le cas de deux flux $\Phi_a$ et $\Phi_b$ de longueurs d'onde $\frac{2\pi}{n_a}$ et $\frac{2\pi}{n_b}$ induisant des f.e.m de même fréquence.

Dans la bobine d'essai d'ouverture égale au pas polaire nous mesurons $U_1$

$$U_1 = E_a + E_b$$

mais nous ne connaissons ni la valeur, ni le déphasage de $E_a$ et $E_b$. Prenons pour origine des phases celle du vecteur $E_a$, et appelons $U'_1$ et $U''_1$ les projections de $U_1$ selon $E_a$ et selon la direction perpendiculaire.

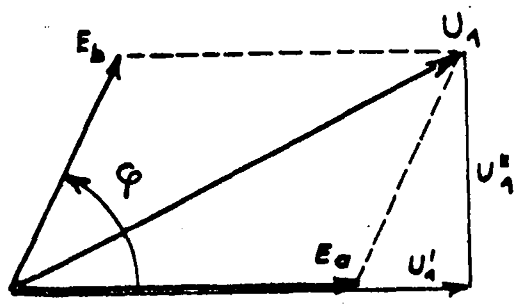



*Figure 21. - Diagramme des f.e.m. dans une bobine d'ouverture égale à un pas polaire*

$$U'_1 = E_a + E_b \cos\varphi$$

$$U''_1 = E_b \sin\varphi$$

$$U_1^2 = U'^2_1 = ( E_a + E_b \cos\varphi )^2 + E_b^2 \sin^2\varphi$$

Dans une seconde bobine d'essai d'ouverture inférieure, les f.e.m sont réduites (introduction des coefficients d'utilisation $k_{2a}$ et $k_{2b}$) mais en même temps subissent des déphasages $\alpha_2$ et $\beta_2$ puisque les f.e.m induites dans les deux côtés d'une bobine ne sont plus en opposition de phase. Les coefficients d'utilisation et les déphasages qui dépendent des longuers d'onde des flux sont indiquées dans le tableau VI

| ordre $n$ | 2 pas dentaires | | 1 pas dentaire | |
|---|---|---|---|---|
| | coefficient | déphasage | coefficient | déphasage |
| 1 | 0,342 | + 70° | 0,173 | + 80° 30' |
| 5 | 0,985 | - 10° | 0,765 | + 40° |
| 7 | 0,642 | - 50° | 0,940 | + 20° 30' |
| 11 | 0,642 | + 50° | 0,940 | - 20° 30' |
| 13 | 0,985 | + 10° | 0,765 | - 40° |

*Tableau VI. - Coefficients d'utilisation et déphasages dans les bobines d'essai d'un et deux pas dentaires.*

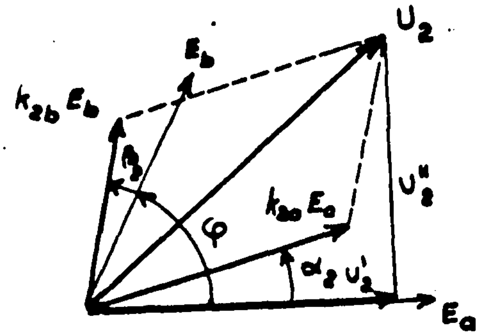



*figure 22. - Diagramme des f.e.m. dans une bobine d'ouverture inférieure au pas polaire*

$$u'_2 = k_{2a} \, E_a \, \cos \alpha_2 + k_{2b} \, E_b \, \cos (\varphi + \beta_2)$$

$$u''_2 = k_{2a} \, E_a \, \sin \alpha_2 + k_{2b} \, E_b \, \sin (\varphi + \beta_2)$$

$$u_2^2 = u'^2_2 + u''^2_2$$

Une seconde bobine d'essai d'ouverture réduite fournirait une troisième relation, permettant ainsi la détermination des éléments inconnus $E_a$, $E_b$ et $\varphi$

Le tableau VII indique les tensions mesurées dans les trois bobines d'essai : un pas polaire, deux pas dentaires, un pas dentaire pour différentes fréquences

| | | F. e. m. Volts | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Pulsations | | $\omega$ | $\omega - 6\omega'$ | $\omega + 6\omega'$ | $\omega - 12\omega'$ | $\omega + 12\omega'$ |
| 800 tr/mn | 1 p p | 8,5 | 1,42 | 2,10 | 4,00 | 3,00 |
| | 2 p d | 1,3 | 1,60 | 0,75 | 2,10 | 2,95 |
| | 1 p d | 0,6 | 1,20 | 1,50 | 2,70 | 2,50 |
| 1250 tr/mn | 1 p p | 9 | 1,95 | 2,00 | 4,40 | 3,15 |
| | 2 p d | 1,9 | 2,20 | 0,90 | 2,50 | 2,90 |
| | 1 p d | 0,85 | 1,50 | 1,70 | 3,00 | 2,70 |

*Tableau VII. - Analyse harmonique des tensions primaires mesurées dans les bobines d'essais d'ouverture, un pas polaire, deux pas dentaires, un pas dentaire.*

Considérons les f.e.m de pulsation $(\omega + 12\omega')$ induites par les flux $\Phi'_{11.1}$ et $\Phi'_{1.13}$ il est vraisemblable que les inductions pour ces flux soient du même ordre de grandeur, puisque tirant leur origine du courant fondamental statorique et en faisant intervenir le produit des coefficients d'harmonique $k_{11}$ $k'_1$ pour le premier et $k_1$ $k'_{13}$ pour le second.

Le flux $\Phi_{1.13}$ ayant une longueur d'onde $\frac{2\pi}{13}$ ne balaie l'enroulement statorique qu'avec une vitesse $\frac{\omega + 12\omega'}{13}$ et ne produit qu'une f.e.m proportionnelle à

$$\frac{\omega + 12\omega'}{13}$$

Tandis que le flux $\Phi_{11.1}$ ayant une longueur d'onde égale à $2\pi$ produit une f.e.m proportionnelle à

$$(\omega + 12\omega')$$

De façon approchée, nous pourrons considérer que les f.e.m du tableau VII ne sont que du type $e'_{n.1}$ , hypothèse d'autant plus vraisemblable que n est élevé

La f.e.m produite par le flux $\Phi_{11.1}$ est proportionnelle à

$$\beta_{11.1}(\omega + 12\omega')$$

L'induction résultante due aux flux fondamentaux $\Phi_1$ et $\Phi_{1.1}$ conserve une valeur sensiblement constante et égale à celle du flux $\Phi_1$ à vide, la f.é.m produite est ainsi proportionnelle à

$$(\beta_1)_o \, \omega$$

D'où le rapport des inductions

$$\frac{\beta'_{11.1 max}}{(\beta_1)_{o \; max}} \qquad \frac{e'\omega + 12\omega'}{e'\omega} \times \frac{\omega}{(\omega + 12\omega')}$$

Les inductions ainsi calculées à partir des f.e.m mesurées aux bornes de la bobine d'essai d'ouverture un pas polaire sont indiquées dans le tableau VIII

| | $800\ ^{tr}/_{mn}$ | $1\ 200\ ^{tr}/_{mn}$ |
|---|---|---|
| $\dfrac{\beta'_{5.1\ max}}{(\beta_1)_{o\ max}}$ | 5,85 % | 3,8 % |
| $\dfrac{\beta'_{7.1\ max}}{(\beta_1)_{o\ max}}$ | 7,5 % | 5,5 % |
| $\dfrac{\beta'_{11.1\ max}}{(\beta_1)_{o\ max}}$ | 4,8 % | [illegible],3 % |
| $\dfrac{\beta'_{13.1\ max}}{(\beta_1)_{o\ max}}$ | 8,7 % | 5,6 % |

*Tableau VIII. - Importance relative d'harmoniques de flux en charge.*

b) <u>Alimentation par le rotor</u>

Les bobines d'essai statoriques permettent ainsi la mesure des f.e.m secondaires.

Une f.e.m de pulsation $(\omega - n\omega')$ , n étant compté algébriquement selon la convention faite précédemment, provient

- d'un flux primaire $\Phi_n$
- de flux de réactions secondaires $\Phi'_{n.1}$ $\Phi'_{n.5}$ $\Phi'_{n.7}$ etc

Elle résulte donc de f.e.m : $e'_n$ $e'_{n.1}$ $e'_{n.5}$ $e'_{n.7}$ etc.

Comme le flux $\Phi_{n.1}$ est beaucoup plus important que les flux $\Phi_{n.5}$ $\Phi_{n.7}$ etc. , admettons de façon approchée que les tensions mesurées aux bornes des bobines d'essai ne proviennent pas de $e'_n$ et $e'_{n.1}$

Ces f.e.m étant engendrées par des flux de longueurs d'onde $\frac{2\pi}{n}$ et $2\pi$ , pourraient être déterminées comme il est indiqué précédemment en faisant intervenir les coefficients d'utilisation des bobines et les déphasage des vecteurs. Mais pour que les résultats, obtenus à partir d'équations résolues par approximations successives, soient exploitables, il serait nécessaire de disposer de mesures très précises, or celles-ci sont perturbées par la proximité d'harmoniques.

Le tableau IX rassemble les valeurs relevées aux bornes des trois bobines d'essai pour différentes fréquences et différentes vitesses.

**L'exploitation de ces mesures conduit à des résultats confirmant ceux déduits des relevés effectués en alimentant le moteur par le stator.**

**Toutefois, ils ne permettent guère de préciser la valeur de ces résultats**

| | | F. e. m. Volts | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| PULSATIONS | | $\omega - \omega'$ | $\omega + 5\omega'$ | $\omega - 7\omega'$ | $\omega + 11\omega'$ | $\omega - 13\omega'$ |
| 1250 tr/mn | 1 p p | 1,15 | 2,75 | 2,01 | 6,50 | |
| | 2 p d | 0,45 | [illegible],40 | 0,95 | [illegible],70 | |
| | 1 p d | 0,115 | 2,30 | 1,45 | 4,40 | |
| 1000 tr/mn | 1 p p | 1,45 | 2,75 | 1,85 | 5,80 | 2,85 |
| | 2 p d | 0,79 | 3,20 | 0,74 | [illegible],20 | [illegible],20 |
| | 1 p d | 0,30 | 2,25 | 1,32 | 2,40 | 4,00 |
| 750 tr/mn | 1 p p | 1,50 | 2,25 | 1,25 | 5,00 | 2,20 |
| | 2 p d | 1,15 | 2,70 | 0,50 | 2,60 | 2,60 |
| | 1 p d | 0,48 | 1,95 | 0,90 | 1,90 | [illegible],40 |

*Tableau IX. - Analyse harmonique des tensions secondaires mesurées dans des bobines d'essais d'ouverture : un pas polaire, deux pas dentaires, un pas dentaire.*

## II. LES COUPLES DU MOTEUR ASYNCHRONE

Aprés avoir montré dans quelles conditions un flux tournant développe un couple électromagnétique, nous déterminerons par le calcul les harmoniques du couple du moteur asynchrone, puis vérifierons expérimentalement l'existence de ces harmoniques et leur importance.

### II.1. CALCUL DES COUPLES

#### II.1.1. Couple développé par un champ tournant

Considérons un enroulement q phasé parcouru par des courants de pulsation $\omega_i$ et soumis à un flux tournant de vitesse $\omega_n$ et de demi-longueur d'onde $\frac{\pi}{n}$ (fig. 23)

Par $\psi$ nous désignerons l'angle que fait l'origine d'une alternance positive du champ avec le premier côté de la bobine de la première phase à l'instant où une alternance positive du courant dans celle-ci débute.

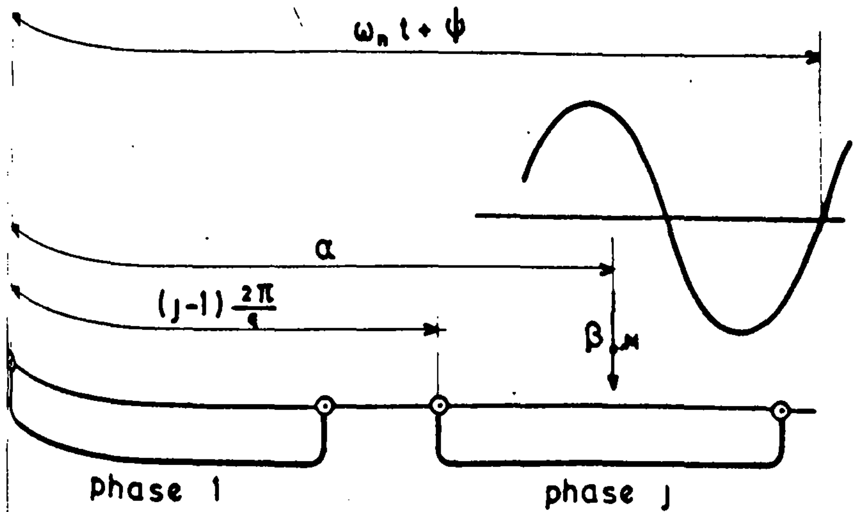



Figure 23. - *Repérage d'un flux tournant par rapport aux courants dans un enroulement polyphasé.*

L'induction en un point M, repéré par $\alpha$, est

$$\beta = \beta_{n\,max} \sin n(\omega_n t + \psi - \alpha)$$

Les conducteurs de gauche et de droite de la bobine de rang j sont respectivement soumis à

$$\beta_{n\,max} \sin n\left[\omega_n t + \psi - (j-1)\cdot\frac{2\pi}{q}\right]$$

$$\text{et } \beta_{n\,max} \sin n\left[\omega_n t + \psi - (j-1)\frac{2\pi}{q} - \pi\right]$$

inductions égales et opposées puisque n est impair.

Les forces électromagnétiques exercées sur ces conducteurs parcourus par

$$i_i = i_{i\,max} \sin\left[\omega_i t - (j-1)\frac{2\pi}{q}\right]$$

en sens inverse seront donc de même sens.

Puisque les lignes d'induction sont radiales, la force électromagnétique s'exerçant sur un conducteur est de la forme $\beta i\, l$ ; le couple pour la bobine de $\frac{N}{2}$ tours sera donc

$$C_{i,n} = N\, l\, \frac{D}{2}\, i_{i\,max}\, \beta_{n\,max} \sin\left[\omega_i t - (j-1)\frac{2\pi}{q}\right] \sin n\left[\omega_n t + \psi - (j-1)\frac{2\pi}{q}\right]$$

Le couple s'exerçant sur l'ensemble des q bobines formant l'enroulement considéré a pour valeur

$$C_{in} = N\, l\, \frac{D}{2}\, i_{i\,max}\, \beta_{n\,max} \sum_{j=1}^{j=q} \sin\left[\omega_i t - (j-1)\frac{2\pi}{q}\right] \sin n\left[\omega_n t + \psi - (j-1)\frac{2\pi}{q}\right]$$

$$C_{in} = N\, l\, \frac{D}{2}\, i_{i\,max}\, \beta_{n\,max} \left\{ \sum_{j=1}^{j=q} \frac{1}{2}\cos\left[(\omega_i - n\omega_n)t - n\psi + (n-1)(j-1)\frac{2\pi}{q}\right] - \sum_{j=1}^{j=q} \frac{1}{2}\cos\left[(\omega_i + n\omega_n)t + n\psi - (n+1)(j-1)\frac{2\pi}{q}\right] \right\} \quad (14)$$

On voit que l'action d'un flux tournant sur un système polyphasé de courants peut, suivant les valeurs de $\omega_i$, $n\omega_n$, de $\psi$, de n et de q, donner

un couple constant

ou un couple alternatif

ou un couple nul.

La relation (14) se simplifie lorsqu'on ne considère que des valeurs de n telles que

$n = kq \pm 1$ (kq étant un nombre pair)

lorsque <u>$n = kq + 1$</u>

$$(n-1)\,(j-1)\,\frac{2\pi}{q} = kq\,(j-1)\,\frac{2\pi}{q} = 0$$

$$(n+1)\,(j-1)\,\frac{2\pi}{q} = (kq+2)\,(j-1)\,\frac{2\pi}{q} = 2\,(j-1)\,\frac{2\pi}{q}$$

Les q termes de la forme $\cos\left[(\omega_i + n\,\omega_n)\,t + n\,\psi + (n+1)\,(j-1)\,\frac{2\pi}{q}\right]$ intervenant dans l'expression de $C_{in}$ forment un système équilibré direct d'ordre 2 donc de somme nulle.

Les q autres termes, de pulsation $\omega_i - n\,\omega_n$, sont en phase.

Le couple a donc pour valeur

$$C_{in} = N\,l\,\frac{D}{2}\,i_{i\,max}\,\beta_{n\,max}\,\frac{q}{2}\,\cos\left[(\omega_i - n\,\omega_n)\,t - n\,\psi\right] \quad (15)$$

Lorsque <u>$n = kq - 1$</u>

$$(n-1)\,(j-1)\,\frac{2\pi}{q} = (kq-2)\,(j-1)\,\frac{2\pi}{q} = -2\,(j-1)\,\frac{2\pi}{q}$$

$$(n+1)\,(j-1)\,\frac{2\pi}{q} = kq\,(j-1)\,\frac{2\pi}{q} = 0$$

Les q termes de la relation (14) déphasés deux à deux de $(n-1)\,(j-1)\,\frac{2\pi}{q}$ forment un système équilibré inverse d'ordre 2 donc de somme nulle.

Les q termes décalés de $(n+1)\,(j-1)\,\frac{2\pi}{q}$ sont en phase.

L'expression (14) devient

$$C_{in} = -N\,l\,\frac{D}{2}\,i_{i\,max}\,\beta_{n\,max}\,\frac{q}{2}\,\cos\left[(\omega_i + n\,\omega_n)\,t + n\,\psi\right] \quad (16)$$

A condition de compter n et $\beta_{n\ max}$ négativement lorsque n correspond à kq - 1 , on obtient une formule unique.

$$C_{in} = N\, l\, \frac{D}{2}\, i_{i\ max}\ \beta_{n\ max}\ \frac{q}{2} \cos\left[(\omega i - n\omega n)\ t - n\psi\right] \qquad (17)$$

Cette expression est applicable à l'action des flux créés par une armature sur les courants dans celle-ci. Elle est encore utilisable pour l'évaluation de tous les couples si le nombre de phases est le même au stator et au rotor.

Examinons immédiatement quelques cas particuliers.

II.1.2. <u>Action d'un flux sur l'enroulement qui l'a produit</u>

II.1.2.1. <u>Action d'un champ sur le courant qui l'a produit</u>

Si l'on considère l'action des champs tournants dûs aux courants de pulsation $\omega_i$ sur ces mêmes courants la relation (17) se simplifie puisque

$$\omega_n = \frac{\omega i}{n}$$

n étant compté négativement s'il est égal à kq - 1.

La pulsation $\omega_i - n\,\omega_n$ est nulle et $C_{i,n}$ devient

$$C_{in} = N\, l\, \frac{D}{2}\, i_{i\ max}\ \beta_{n\ max}\ \frac{q}{2} \cos n\psi$$

Or l'induction $\beta_n$ due aux courants $i_i$ de la forme

$$i_{i\ max} \sin\left[\omega_i t - (j-1)\ \frac{2\pi}{q}\right]$$

est, en un point de l'entrefer (voir § I.1.3.),

$\beta_n = \beta_{n\ max} \cos\,(\omega_i t - n\alpha)$.

A l'instant où une alternance positive de $i_i$ débute dans la bobine 1, soit pour t = 0 , $\beta_n$ est donc

$$\beta_n = \beta_{n\ max} \cos n\alpha\ ;$$

donc une alternance positive de l'onde d'induction commence au point de position angulaire $\alpha = \frac{\pi}{2n}$

La valeur de l'angle $\psi$ étant égale à $\frac{\pi}{2n}$ , le couple $C_{in}$ est nul.

L'action d'un flux sur les courants qui l'ont engendré est nulle ceci est applicable tant au flux fondamental qu'aux flux dus aux harmoniques d'espace de l'armature parcourue par ces courants.

II.1.2.2. Action d'un champ sur un autre courant

Soit un enroulement polyphasé parcouru par des courant i et i' de pulsations respectives $\omega_i$ et $\omega_{i'}$ . Examinons l'action du flux produit par un de ces systémes sur les courants de l'autre.

Les courants i produisent les flux $\Phi_n$ (fondamental et harmoniques) de vitesses

$$\omega_n = \frac{\omega i}{n}$$

qui agissant sur les courants i' produisent un couple résultant que l'on détermine à l'aide de la relation (15)

$$C_{i,i'} = \sum^n C\Phi_{n,} i' = N\ l\ \frac{D}{2}\ i'_{max}\ \frac{q}{2}\sum^n \beta_{n\ max} \cos\ (\omega_{i'} - n\omega_n)\ t' - n\psi_{i'\Phi_n}$$

$$= N\ l\ \frac{D}{2}\ i'_{max}\ \frac{q}{2}\sum^n \beta_{n\ max} \cos\ (\omega_{i'} - \omega_i)t' - n\psi_{i'\Phi_n}$$

Tous ces couples, tant celui dû au fondamental que ceux dus aux harmoniques ont même pulsation $\omega_{i'} - \omega_i$

De même l'action des flux $\Phi'_n$ produits par les courants i' agissant sur les courants i donne

$$C_{i',i} = \sum^n C\,\Phi_n i = N\ l\ \frac{D}{2}\ i_{max} \sum^n \beta'_{n\ max} \cos\left[(\omega_i - \omega_{i'})\ t - n\psi_{i,\Phi'_n}\right] \quad (19)$$

Si l'on compare les deux couples de même ordre n des deux sommes précédentes, soit $C\Phi_{n},i'$ et $C\Phi'_{n},i$ , ils ont même amplitude. En effet puisque les inductions sont proportionnelles aux intensités des courants qui les créent

$$i'_{max}\ \beta_{n\,max} = i'_{max}\ K_n\ i_{max} = i_{max}\ \beta'_{n\,max}$$

Montrons qu'ils sont opposés.

Dans les relations donnant le couple établies précédemment, l'induction étant comptée positivement lorsque les lignes de force étaient dirigées vers l'armature portant l'enroulement sur lequel agissait le flux (voir fig. 23)

Dans ce calcul nous devons donc repérer la position du flux non par le début d'une alternance positive de l'onde d'induction, mais par le début d'une alternance négative.

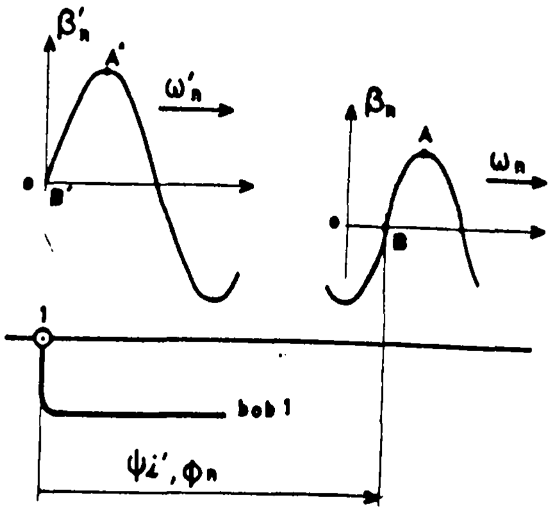



*Figure 24. - Repérage d'un flux créé par une armature par rapport à un courant de cette même armature.*

L'origine des temps t' est fixée par l'instant t' = 0 où le courant i' étant nul dans la bobine de la première phase, une alternance positive de ce courant débute.

$i' = i'_{max} \sin \omega_{i'} t'$

L'angle que fait le premier côté 1 (fig. 24) de cette bobine avec l'origine B d'une alternance négative du flux $\Phi_n$ est

$\widehat{1\ B} = \psi_{i', \Phi_n}$

Le courant i était nul dans le conducteur 1, donc le maximum A de l'onde de $\Phi_n$ au droit de 1, un temps $\Delta t'$ avant tel que

$$\Delta t' = \frac{\psi_{i', \Phi_n} + \frac{\pi/2}{n}}{\omega_n}$$

$$n \psi_{i', \Phi_n} + \frac{\pi}{2} = n \omega n \quad \Delta t' = \omega_i \Delta t'.$$

L'origine des temps t est liée à l'expression du courant i dans la première bobine.

$i = i_{max} \sin \omega_i t$

Ce courant est nul pour t = 0 et pour $t' = -\Delta t'$

donc $t = t' + \Delta t'$

D'autre part l'angle que fait le coté 1 de la première bobine avec l'origine B' d'une alternance négative du flux $\Phi'_n$ est

$\widehat{1\ B'} = \psi_{i, \Phi'_n}$

Le courant i' est nul dans le conducteur 1 donc le maximum A' de l'onde de $\Phi'_n$ au droit de 1 pour $t' = 0$ ou $t = \Delta t'$

D'où la seconde expression de t'

$$-\Delta t' = \frac{\psi_{i, \Phi'_n} + \frac{\pi/2}{n}}{\omega'_n}$$

$$n \psi_{i, \Phi'_n} + \frac{\pi}{2} = -\omega_i \Delta t'$$

L'écart de phase entre les deux fonctions sinusoïdales de même pulsation donnant $C_{\Phi_n, i'}$ et $C_{\Phi'_n, i}$ est d'aprés les relations (18) et (19)

$$\left[(\omega_{i'} - \omega_i)\, t' - n\psi_{i',\Phi_n}\right] - \left[(\omega_{i'} - \omega_i)\, t + n\psi_{i,\Phi_n}\right]$$

ou $(\omega_{i'} - \omega_i)\,(t'-t) - n\psi_{i',\Phi_n} - n\psi_{i,\Phi'_n}$

Puisque $t' - t = -\Delta t'$

$$n\psi_{i',\Phi_n} = \omega_i\, \Delta t' - \frac{\pi}{2}$$

$$n\psi_{i,\Phi'_n} = -\omega_{i'} \Delta t' - \frac{\pi}{2}$$

L'écart de phase est égal à $\pi$

Ces deux couples sont à chaque instant égaux et opposés

$$C_{\Phi_n, i'} + C_{\Phi'_n, i} = 0$$

et en procédant de même pour tous les couples de même ordre n,

$$C_{i, i'} + C_{i', i} = 0$$

Un flux ne peut exercer de couple sur l'enroulement qui l'a produit. Ceci résulte en fait de l'égalité de l'action et de la réaction qui se trouvent appliquées à la même armature.

### II.1.3. Action d'un flux sur les courants qu'il a induit

Considérons maintenant l'action d'un flux tournant sur le système de courants qu'il a lui-même induits dans un bobinage polyphasé.

La pulsation $\omega_i$ de ces courants est liée à la vitesse relative $\omega_n$ du flux inducteur et à sa longueur d'onde $\frac{2\pi}{n}$ (voir § I.2.1) par la relation.

$$\omega_i = n\omega_n$$

Dans les expressions générales du couple $C_{in}$ (15) (16) $\omega_n$ est compté positivement si le flux tourne dans un sens tel qu'il trouve sucessivement les bobines traversées par des courants i déphasés de $\frac{2\pi}{q}$ Ceci revient à prendre positive la vitesse $\omega_n$ lorsqu'elle est de même sens que la vitesse $\omega_i$ du flux fondamental produit par le courant i.

Reprenons d'abord les relation (15) et (16) qui correspondent aux deux sens de rotation de $\Phi_n$

Si <u>$n = Kq + 1$</u>

Le flux fondamental de réaction tourne dans le même sens que le flux inducteur, $\omega_n$ est positif

$$\omega_i - n\omega_n = 0$$

La relation (15) donne alors

$$C_{in} = N\, l\, \frac{D}{2}\, i_{i\, max}\ \beta_{n\, max}\ \frac{q}{2} \cos\ (-n\psi)$$

Si <u>$n = Kq - 1$</u>

Le flux fondamental de réaction d'induit tournant en sens inverse du flux inducteur, $\omega_n$ est négatif.

$$\omega_i + n\,\omega_n = 0$$

L'expression (16) devient

$$C_{in} = - N\, l\, \frac{D}{2}\ i_{i\, max}\ \beta_{n\, max}\ \frac{q}{2} \cos \psi$$

Dans l'étude des flux du moteur asynchrone, les vitesses des différents flux ont été comptées positivement lorsqu'elles étaient de même sens que le sens de rotation de la machine.

Nous sommes donc conduits à prendre $\omega_i$ en valeur algébrique ; $\omega_i$ est positif lorsque les courants rencontrés dans les bobines repérées dans le sens de rotation du rotor formant un systéme direct, $\omega_i$ est négatif lorsque les courants dans ces bobines forment un système inverse.

A condition de prendre les conventions indiquées pour n et $\beta_n$ lors de l'établissement de la relation unique (17) , $\omega_i$ peut avec la convention adoptée toujours s'écrire

$$\omega_i = n\omega_n$$

$$\text{et } C_{in} = N\, l\, \frac{D}{2}\, i_{i\,max}\, \beta_{n\,max}\, \frac{q}{2} \cos n\psi \qquad (20)$$

Remarques

1) En faisant $\omega_i = n\omega_n$ dans l'expression générale (14) du couple total obtenu en ajoutant les couples exercés sur les q bobines, il vient

$$C_{in} = N\, l\, \frac{D}{2}\, i_{i\,max}\, \beta_{n\,max} \left\{ \sum_{j=1}^{j=q} \frac{1}{2} \cos\left[ \pm n\psi \pm (n \pm 1)\,(j-1)\, \frac{2\pi}{q} \right] \right.$$

$$\left. \pm \sum_{j=1}^{j=q} \frac{1}{2} \cos\left[ 2\omega_i \pm n\psi \pm (n \pm 1)\,(j-1)\, \frac{2\pi}{q} \right] \right\}$$

Alors que le couple s'exerçant sur une bobine est la somme d'un terme constant et d'un terme sinusoïdal de pulsation $2\omega_i$ , le calcul précédent montre que la résultante des couples pulsatoires des q bobines est nul.

2) La force électromotrice induite par le flux tournant $\Phi_n$ est nulle quand l'induction $\beta_n$ est nulle au droit du premier conducteur de la bobine considérée.

Si le bobinage était purement inductif, le courant induit serait en quadrature arrière sur la f.e.m Quand il serait nul, le début de l'alternance positive de l'onde d'induction aurait avancé de $\frac{\pi}{2n}$ cos n $\psi$ serait nul et avec lui le couple.

A cause de la résistance de l'enroulement le courant qui y est induit est décalé seulement de $\varphi'_i$ , angle inférieur à $\frac{\pi}{2}$, en arrière de la f.e.m . Donc

$$\psi = \frac{1}{n} \varphi'_i$$

$$\text{et } C_{i,n} = N\, l\, \frac{D}{2}\, i_{i\ max} \quad \beta_{n\ max}\, \frac{q}{2} \cos \varphi'_i$$

$\varphi'_i$ variant avec la fréquence des courant $i_i$ puisque la réatance du bobinage est proportionnelle à celle - ci.

Ces deux remarques montrent qu'on retrouve d'une façon générale les résultats établis dans le calcul classique du couple de la machine d'induction : la compensation des termes pulsatoires, la nécessité d'un induit résistant.

II.1.4. Pulsation des harmoniques du couple du moteur asynchrone

Le couple du moteur asynchrone est dû , comme d'ailleurs celui de toutes les machines électromagnétiques, aux actions s'exerçant entre les courants i du stator et les courant i' du rotor. Nous avons montré que l'interaction entre courants d'une même armature donnait un couple instantané nul.

On déterminera les couples en considérant l'action des flux dus aux courants statoriques, sur les courants rotoriques i'. Mais on aurait pu également les calculer en examinant l'effet des flux $\Phi'$ dus aux courants i' agissant sur les courants i du stator, puisqu'il y a toujours égalité de l'action et de la réaction.

Cherchons l'action d'un courant statorique $i_{n1,\ n'1 \ldots\ldots n'_{r-1}}$ sur un courant rotorique $i'_{m_1, m'_1 \ldots\ldots m_s}$

Un des flux produit par le courant $i_{n_1, \ldots n'_{r-1}}$ soit $\Phi_{n_1 \ldots n_r}$ tourne par rapport au rotor à la vitesse (voir § I.2.2.)

$$\frac{\omega - (\Sigma n - \Sigma n')\omega'}{n_r}$$

agissant sur le courant $i'_{m_1 \dots m_s}$ de pulsation

$$\omega' - (\Sigma m - \Sigma m')\,\omega'$$

Il produit un couple qui, d'après la relation (17) a pour valeur

$$C_{\Phi_{n_1 \dots n_r}, i'_{m_1 \dots m_s}} = N'l\,\frac{D}{2}\, i'_{m_1 \dots m_s \max}\ \beta_{n_1 \dots n_r \max}\ \frac{q}{2}$$

$$\cos\left\{\left[\omega - (\Sigma m - \Sigma m')\,\omega' - n_r\,\frac{(\omega - \Sigma n - \Sigma n)\,\omega'}{n_r}\right] t - n_r \psi\right\}$$

$$= N'\,l\,\frac{D}{2}\, i'_{m_1 \dots m_s \max}\ \beta_{n_1 \dots n_r \max}\ \frac{q}{2}$$

$$\cos\left\{\left[(\Sigma n - \Sigma n') - (\Sigma m - \Sigma m')\right]\omega' t - n_r\,\psi\right\}$$

Dans cette relation, nous avons noté $\psi$ au lieu de $\psi_{\Phi_{n_1 \dots n_r}, i'_{m_1 \dots m_s}}$ pour simplifier. On a indiqué par $\frac{N'}{2}$ le nombre de tours par bobine de l'enroulement rotorique.

Cette expression montre que la pulsation du couple est égale à

$$\left[\left(\sum_{n}^{n_r} - \sum_{n'}^{n'_{r-1}}\right) - \left(\sum_{m}^{m_s} - \sum_{m'}^{m'_{s-1}}\right)\right]\omega'$$

Dans l'évaluation de ces quatre sommes, les termes correspondants à rangs d'harmoniques $(kq + 1)$ sont comptés positivement, les termes de la forme $(kq - 1)$ sont comptés négativement donc $- kq + 1$.

On en déduit

$$\sum_{n}^{n_r} = K_n q + r \text{ puisqu'il y a } r \text{ termes}$$

$$\sum_{n'}^{n'_{r-1}} = k_{n'} q + r - 1 \text{ puisqu'il y a } r-1 \text{ termes}$$

agissant sur le courant $i'_{m_1 \dots m_s}$ de pulsation

$$\omega' - (\Sigma m - \Sigma m')\,\omega'$$

Il produit un couple qui, d'après la relation (17) a pour valeur

$$C_{\Phi n_1 \dots n_r,\, i' m_1 \dots m_s} = N' l \frac{D}{2}\, i'_{m_1 \dots m_s\, max}\ \beta\, n_1 \dots n_{r\, max}\ \frac{q}{2}$$

$$\cos\left\{\left[\omega - (\Sigma m - \Sigma m')\omega' - n_r \frac{(\omega - \Sigma n - \Sigma n)\omega'}{n_r}\right] t - n_r \psi\right\}$$

$$= N' l \frac{D}{2}\, i'_{m_1 \dots m_s\, max}\ \beta\, n_1 \dots n_{r\, max}\ \frac{q}{2}$$

$$\cos\left\{\left[(\Sigma n - \Sigma n') - (\Sigma m - \Sigma m')\right]\omega' t - n_r\, \psi\right\}$$

Dans cette relation, nous avons noté $\psi$ au lieu de $\psi\Phi_{n_1 \dots n_r},\ i'_{m_1 \dots m_s}$ pour simplifier. On a indiqué par $\frac{N'}{2}$ le nombre de tours par bobine de l'enroulement rotorique.

Cette expression montre que la pulsation du couple est égale à

$$\left[\left(\sum_{n}^{n_r} - \sum_{n'}^{n'_r - 1}\right) - \left(\sum_{m}^{m_s} - \sum_{m'}^{m'_{s-1}}\right)\right]\omega'$$

Dans l'évaluation de ces quatre sommes, les termes correspondants à rangs d'harmoniques (kq + 1) sont comptés positivement, les termes de la forme (kq - 1) sont comptés négativement donc - kq + 1.

On en déduit

$$\sum_{n}^{n_r} = K_n\, q + r \text{ puisqu'il y a r termes}$$

$$\sum_{n'}^{n'_r - 1} = k_{n'} q + r - 1 \text{ puisqu'il y a r-1 termes}$$

$$\sum_{m}^{m_s} = k_m q + s \quad \text{puisqu'il y a s termes}$$

$$\sum_{m'}^{m's-1} = k_{m'} q + s - 1 \quad \text{puisqu'il y a s-1 termes}$$

d'où la pulsation

$$\left[(\Sigma_n - \Sigma_{n'}) - (\Sigma_m - \Sigma_{m'})\right]\omega' = \left[ (k_n - k_{n'} + k_m - k_{m'}) q + r - r + 1 - s + s - 1\right] \omega'$$

$$= kq\,\omega'$$

On voit que l'action des flux statoriques sur les courants rotoriques donne

- soit des couples constants ($k = 0$)
- soit des couples de pulsation $kq\,\omega'$ donc des multiples pairs du nombre de phases multipliés par la vitesse de rotation $\omega'$ (en angles électriques par seconde) puisque rappelons le $kq$ est un nombre pair.

Dans le cas d'un moteur ayant trois phases au stator et au rotor le tableau X nombre la nature des couples qui résultent de l'intéraction des premiers termes du développement en série des courants primaires et secondaires.

| courant primaire | | Courant secondaire | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| pulsation | champ harmonique | $\omega - \omega'$ | $\omega + 5\omega'$ | $\omega - 7\omega'$ | $\omega + 11\omega'$ | $\omega - 13\omega'$ |
| $\omega$ | 1 | const | $6\omega'$ | $6\omega'$ | $12\omega'$ | $12\omega'$ |
| | 5 | $6\omega'$ | const | $12\omega'$ | $6\omega'$ | $18\omega'$ |
| | 7 | $6\omega'$ | $12\omega'$ | const | $18\omega'$ | $6\omega'$ |
| | 11 | $12\omega'$ | $6\omega'$ | $18\omega'$ | const | $24\omega'$ |
| | 13 | $12\omega'$ | $18\omega'$ | $6\omega'$ | $24\omega'$ | const |
| $\omega - 6\omega'$ | 1 | $6\omega'$ | $12\omega'$ | const | $18\omega'$ | $6\omega'$ |
| | 5 | const | $6\omega'$ | $6\omega'$ | $12\omega'$ | $12\omega'$ |
| | 7 | $12\omega'$ | $18\omega'$ | $6\omega'$ | $24\omega'$ | const |
| | 11 | $6\omega'$ | const | $12\omega'$ | $6\omega'$ | $18\omega'$ |
| | 13 | $18\omega'$ | $24\omega'$ | $12\omega'$ | $30\omega'$ | $6\omega'$ |
| $\omega + 6\omega'$ | 1 | $6\omega'$ | const | $12\omega'$ | $6\omega'$ | $18\omega'$ |
| | 5 | $12\omega'$ | $6\omega'$ | $18\omega'$ | const | $24\omega'$ |
| | 7 | const | $6\omega'$ | $6\omega'$ | $12\omega'$ | $12\omega'$ |
| | 11 | $18\omega'$ | $12\omega'$ | $24\omega'$ | $6\omega'$ | $30\omega'$ |
| | 13 | $6\omega'$ | $12\omega'$ | const | $18\omega'$ | $6\omega'$ |
| $\omega - 12\omega'$ | 1 | $12\omega'$ | $18\omega'$ | $6\omega'$ | $24\omega'$ | const |
| | 5 | $6\omega'$ | $12\omega'$ | const | $18\omega'$ | $6\omega'$ |
| | 7 | $18\omega'$ | $24\omega'$ | $12\omega'$ | $30\omega'$ | $6\omega'$ |
| | 11 | const | $6\omega'$ | $6\omega'$ | $12\omega'$ | $12\omega'$ |
| | 13 | $24\omega'$ | $30\omega'$ | $18\omega'$ | $36\omega'$ | $12\omega'$ |
| $\omega - 12\omega'$ | 1 | $12\omega'$ | $6\omega'$ | $18\omega'$ | const | $24\omega'$ |
| | 5 | $18\omega'$ | $12\omega'$ | $24\omega'$ | $6\omega'$ | $30\omega'$ |
| | 7 | $6\omega'$ | const | $12\omega'$ | $6\omega'$ | $18\omega'$ |
| | 11 | $24\omega'$ | $18\omega'$ | $30\omega'$ | $12\omega'$ | $36\omega'$ |
| | 13 | const | $6\omega'$ | $6\omega'$ | $12\omega'$ | $12\omega'$ |

*Tableau X. - Détermination de la pulsation des couples à partir de celles des courants primaires et secondaires.*

Comme on l'avait trouvé pour les courants et pour les flux, on voit que de nombreux termes de l'expression du couple se composent car ils sont de même pulsation.

Dans le cas général où q' diffère de q de la génération des courants et des flux (fig. 8) on déduit la pulsation des termes sinusoïdaux qui s'ajoutent à la valeur moyenne du couple.

II.1.5. Correspondance des couples d'action et de réaction

Examinons les actions mutuelles d'un courant statorique i de pulsation $\omega_i$ et d'un courant rotorique i' de pulsation $\omega_{i'}$, le rotor tournant à la vitesse $\omega'$

Les couples s'exerçant sur le rotor sont dus aux différents flux $\Phi_n$ (fondamental et harmoniques) engendrés par le courant i qui agissent sur le courant i'.

$$C_{i,\, i'} = \sum C_{\Phi_n,\, i'}$$

Les couples de réaction s'exerçant sur le stator sont dus aux flux $\Phi'_n$ créés par i' et agissant sur le courant i

$$C_{i',\, i} = \sum C_{\Phi'_n,\, i}$$

Montrons que les couples produits par les flux de même ordre n du stator et du rotor s'opposent deux à deux, donc que

$$C_{\Phi_n,\, i'} = C_{\Phi'_n,\, i}$$

- Valeur de $C_{\Phi_n,\, i'}$

Le flux $\Phi_n$ tourne par rapport au stator à la vitesse $\frac{\omega i}{n}$ et par rapport au rotor à la vitesse

$$\omega_n = \frac{\omega i}{n} - \omega'$$

Calculons le couple $C_{\Phi_{n},i'}$ par la relation (17)

$$C_{\Phi_{n},i'} = N' \, l \, \frac{D}{2} \, i'_{max} \, \beta_{n_{max}} \cos\left[\left[\omega_{i'} - n \left(\frac{\omega i}{n} - \omega'\right)\right] t' - n \psi_{i',\Phi_n}\right]$$

$$= N' \, l \, \frac{D}{2} \, i'_{max} \, \beta_{n\,max} \cos\left[\left(\omega_{i'} - \omega_i + n\omega'\right) t' - n\psi_{i',\Phi_n}\right] \quad (21)$$

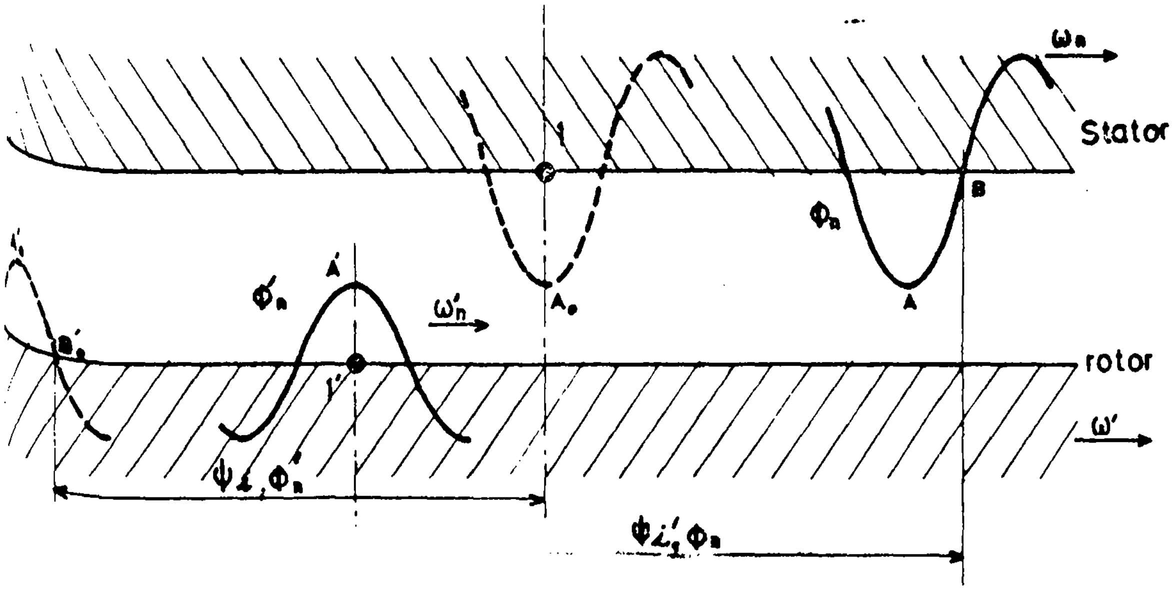



*Figure 25. - Repérage des ondes des flux $\Phi_n$ et $\Phi'_n$ par rapport aux zéros des courants i' et i.*

Repérons par 1 et 1' les emplacements des premiers côtés des bobines des premières phases du stator et du rotor. Lorsqu'au temps $t' = t'_o$ le courant i' est nul dans le côté 1' et qu'une alternance positive débute un maximum de l'onde du flux $\Phi'_n$ est au droit de 1' (fig. 25)

Si B désigne le début d'une alternance positive de $\beta_n$ (lignes de forces dirigées vers le rotor)

$$\psi_{i',\Phi_n} = \widehat{1'\ B} = (\widehat{1'1})_{t'_o} + \widehat{1\ A} + \frac{\pi/2}{n}$$

Le courant i était nul dans le premier côté de la bobine 1 et le maximum de $\beta_n$ se trouvait en $A_o$ un temps $\Delta t'$ avant tel que

$$\Delta t' = \frac{AoA}{\omega n}$$

$$\text{donc} \quad \psi_{i'} \Phi_n = (\widehat{1'1})_{t'_o} + \omega_n \Delta t' + \frac{\pi/2}{n}$$

$$n\,\omega_n \Delta t' = \omega_i \Delta t' = n\psi_{i',\Phi_n} - n \quad (\widehat{1'1})\ to - \frac{\pi}{2}$$

$$n\psi_{i',\Phi_n} = \omega_i\, \Delta t' + n\ (\widehat{1'.1})_{t'o} + \frac{\pi}{2} \qquad (22)$$

- <u>Valeur de $C_{\Phi'_{n},i}$</u>

Le flux $\Phi'_n$ tourne par rapport au rotor à la vitesse $\frac{\omega i'}{n}$ et par rapport au stator à la vitesse

$$\omega'_n = \frac{\omega\, i'}{n} + \omega'$$

L'expression générale (17) du couple donne

$$C_{\Phi'_{n},i} = N\,l\,\frac{D}{2}\,i_{max}\,\beta'_{n_{max}}\,\frac{q}{2}\cos\left[\omega_i - n\left(\frac{\omega_{i'}}{n} + \omega'\right)t - n\,\psi_{i,\Phi'_n}\right]$$

en désignant par $N/2$ le nombre de tours par bobine du stator

$$C_{\Phi'_{n},i} = N\,l\,\frac{D}{2}\,i_{max}\,\beta'_{n_{max}}\,\frac{q}{2}\cos\left[\left(\omega_i - \omega'_i - n\omega'\right)t - n\,\psi_{i,\Phi'_n}\right] \qquad (23)$$

Au temps $t' = t'_o - \Delta t'$, lorsque le courant i est nul dans le côté 1, de la première bobine, le maximum de l'onde de $\Phi'_n$ n'est qu'en $A'_o$ le début de l'alternance positive en $B'_o$.

D'où la valeur de l'angle $\psi_{i,\Phi'_n}$

$$\psi_{i,\Phi'_n} = \widehat{1\,B'_o} = -\,\widehat{(1.1')}_{t'_o-\Delta t'} - \widehat{A'\,A'_o} + \widehat{A'_o\,B'_o}$$

avec $\widehat{(1.1')}_{t'_o-\Delta t'} = \widehat{(1.1')}_{t'_o} + \omega_{i'}\Delta t'$

$\widehat{A'\,A'_o} = \omega'_n\,\Delta t'$

$\widehat{A'\,B'_o} = \pi/2n$

ce qui donne

$$n\,\psi_{i,\Phi'_n} = -\,n\,\widehat{(1'.1)}\,t_o - n\omega'\Delta t' - \omega_{i'}\Delta t' + \frac{\pi}{2} \qquad (24)$$

- <u>Comparaison de $C_{\Phi_{n},i'}$ et de $C_{\Phi_{n},i}$</u>

Pour comparer les valeurs de ces couples au même instant, il faut tenir compte que le premier a été calculé en fonction de t', le second en fonction de t.

or $\quad t = t' + \Delta t'$

puisque l'origine des temps dans la deuxième expression est antérieure de $\Delta t'$.

Les deux couples comparés ont même pulsation. En le mettant en évidence, et en prenant la même origine des temps il vient

$$\begin{cases} C_{\Phi_{n,i'}} = N' 1 \frac{D}{2} i'_{max} \beta_{n\,max} \frac{q}{2} \cos \left( (\omega_{i'} - \omega_i + n\omega') t' - n\psi_{i',\Phi_n} \right) \\ C_{\Phi_{n,i}} = N 1 \frac{D}{2} i_{max} \beta'_{n\,max} \frac{q}{2} \cos \left( (\omega_{i'} - \omega_i + n\omega) (t' + \Delta t') + n\psi_{i,\Phi_{n'}} \right) \end{cases}$$

La différence de phase entre ces deux fonctions sinusoïdales est

$(\omega_{i'} - \omega_i + n\omega') \Delta t' + n\,\psi_{i,\Phi'_n} + n\,\psi_{i',\Phi_n}$

ou compte tenu des relations (22) et (24)

$$(\omega_{i'} - \omega_i + n\omega') \Delta t' - n \left(\widehat{1.1'}\right)_{t'_o} - n\omega'\Delta t' - \omega_{i'}\Delta t' + \frac{\pi}{2} + \omega_i \Delta t' + n \left(\widehat{1.1'}\right)_{t'_o} + \frac{\pi}{2} = \Pi \;;$$

Les deux couples comparés sont donc en opposition de phase

Par ailleurs leurs amplitudes sont égales car

$$N' i'_{max} \beta_{n\,max} = N i_{max} \beta_{n\,max}$$

En effet, l'induction $\beta_{n_{max}}$ est proportionnelle au courant i qui la crée, au nombre de spires $\frac{N}{2}$ des bobines statoriques et au coefficient $K_n$ qui donne l'importance rélative de l'harmonique d'espace de rang n dans le cas des bobinages à une bobine par paires de pôles ici envisagé. Ce coefficient est lé même pour les deux bobinages

donc

$$N' i'_{max} \beta_{n_{max}} = K N' i'_{max} K_n N i_{max}$$

$$N i_{max} \beta'_{n_{max}} = K N i_{max} K_n N' i'_{max}$$

Les deux couples $C_{\Phi_{n,i'}}$ et $C'_{\Phi_{n,i}}$ sont donc à chaque instant égaux et opposés suivant le cas, on adoptera, pour la commodité du calcul, l'examen du couple d'action ou celui du couple de réaction correspondant.

## II.1.6. Cas des enroulements répartis

Si les bobinages comptent plus d'une encoche par pôle et par phase, il faut corriger les expressions du couple qui précédent car les flux tournants et leurs actions sont affectés de coefficients de réduction.

Considérons les coefficients intervenant pour $C_{\Phi_{n,i'}}$

Le flux $\Phi_n$, le flux tournant de rang n engendré par le courant statorique i de pulsation $\omega_i$, a une valeur qui dépend de N, de i, de n et du nombre d'encoches par pôle et par phase m du stator

$$\Phi_n = K' \, N \, i_{max} \times K_{n_1} \times K_{n,m}$$

$K_{n_1}$ étant le coefficent donnant l'importance relative du flux $\Phi_m$ quand il n'y a par phase et paire de pôles qu'une bobine occupant deux encoches.

$K_{n_m}$ le coefficient de réduction qui tient compte du décalage entre les bobines lorsqu'on répartit dans m encoches le même nombre de tours.

L'action de ce flux sur les courants rotoriques de pulsation $\omega_{i'}$, dépend de N', de i', de n et du nombre d'encoches par pôle et par phase m' du rotor.

Le coefficient de réduction $K'_{n_{m'}}$ tient compte du décalage des bobines lorsqu'on multiplie par m' le nombre d'encoches dans lesquelles on place les conducteurs secondaires

Le couple $C_{\Phi_{n,i'}}$ de la relation (21) doit donc être multiplié par $K_{n,m} \, k_{n;\, m'}$ avec (voir § I.3.1)

$$K_{n,\, m} = \frac{1}{m} \left(\sin n\, x_1 \frac{\pi}{2} + \sin n\, x_2 \frac{\pi}{2} + \ldots + \sin n\, x_m \frac{\pi}{2}\right)$$

$$K_{n,\, m'} = \frac{1}{m'} \left(\sin n\, x'_1 \frac{\pi}{2} + \sin n\, x'_2 \frac{\pi}{2} + \ldots + \sin n\, x'_{m'} \frac{\pi}{2}\right)$$

En désignant par $x_1 \pi$ , $x_2 \pi$ , ... $x_m \pi$ l'ouverture angulaire des m bobines de même axe formant le bobinage d'une phase statorique pour une double distance polaire.

Par $x'_1 \pi$ , $x'_2 \pi$ , .... $x'_{m'} \pi$ l'ouverture des m' bobines d'une même phase rotorique pour une double distance polaire.

Le tableau II donne la valeur de ces coefficients en triphasé pour m ou m' = 3 puis pour m ou m' = 2 Il montre l'intérêt de la multiplication du nombre d'encoches par pôle et phase pour la réduction des termes pulsatoires de l'expression du couple total. (1)

(1) Les coefficients réducteurs intervenant pour $C_{\Phi'_{n},i}$ sont les mêmes que ceux indiqués pour $C_{\Phi_{n},i'}$ :

$K_{n,m'}$ donne la réduction du flux $\Phi'_n$.

$K_{n,m}$ donne la réduction de son action sur les courants i.

## II.2 MESURE DU COUPLE INSTANTANE

Pour relever la valeur instantanée du couple d'un moteur et pouvoir ainsi en connaître les termes pulsatoires, on mesure la contrainte de torsion de l'arbre reliant le moteur à sa charge.

Après avoir examiné les conditions nécessaires pour que la torsion soit une image fidèle du couple, nous présenterons le dispositif utilisé pour la mesure de cette contrainte et à sa transmission aux appareils de mesure. Nous donnerons enfin des exemples de résultats ainsi obtenus.

### II.2.1. Passage du couple à la contrainte de torsion

L'arbre reliant le moteur au récepteur (fig. 26 a) subit une torsion sous l'action.

a) du couple moyen $C_{moy}$ , d'où une contrainte constante $\tau$

$$\tau = \frac{M_t}{I_o/v} = \frac{C_{moy}}{\frac{\pi d^3}{16}} \qquad (25)$$

avec $M_t$ , moment de torsion

$I_o$ , moment d'inertie polaire de la section

$v$ , distance de la fibre la plus éloignée de l'axe

$d$ , diamètre de l'arbre

b) des couples d'excitation sinusoïdaux, dus aux harmoniques d'espace, dont nous désignerons par $\gamma$ la pulsation ($\gamma$ pouvant prendre les valeurs $6\omega'$, $12\omega'$..... dans le cas du moteur asynchrone triphasé)

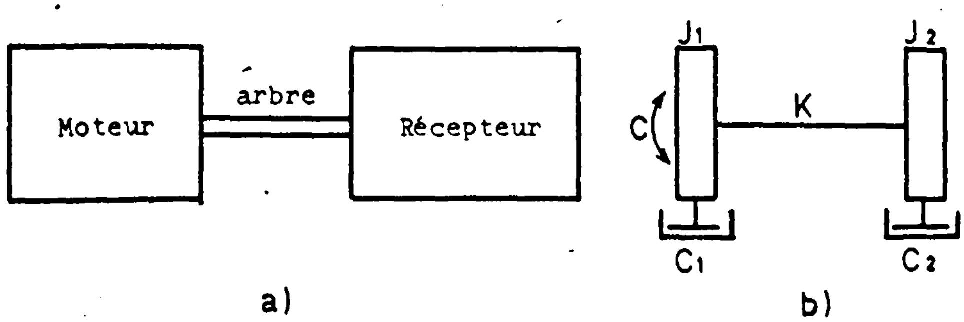



Figure 26. - Mesure du couple par celle de la torsion de l'arbre

a) Montage
b) schéma utilisé pour les calculs.

### II.2.1.1. Etablissement des relations générales

Nous simplifierons le système réel en séparant les inerties et les rigidités (fig. 26 b)

Des inerties $J_1$ et $J_2$ correspondant aux rotors du moteur et du récepteur, sont réunies par un arbre sans masse de rigidité K.

Pour un arbre de section constante

$$K = \frac{G\, I_o}{l}$$

avec G, module d'élastivité transversale

l, longueur de l'arbre.

Nous supposerons en outre que les couples d'amortissement s'exerçant sur les rotors sont proportionnels aux vitesses angulaires de vibration (coefficients $c_1$ et $c_2$) , les positions des rotors dans le mouvement vibratoire étant déterminées par les angles $\theta_1$ et $\theta_2$.

Le rotor du moteur est soumis

au couple d'inertie $- j \frac{d^2 \theta_1}{dt^2}$

au couple d'amortissement $- c_1 \frac{d\theta_1}{dt}$

au couple de rappel de l'arbre $- K (\theta_1 - \theta_2)$

au couple d'excitation $C_m \sin \gamma t$

D'où l'équation du mouvement

$$J_1 \frac{d^2\theta_1}{dt^2} + c_1 \frac{d\theta_1}{dt} + K (\theta_1 - \theta_2) = C_m \sin \gamma t \qquad (26)$$

De même pour le second rotor

$$J_2 \frac{d^2\theta_2}{dt^2} + c_2 \frac{d\theta_2}{dt} + K (\theta_2 - \theta_1) = 0 \qquad (27)$$

Les angles $\theta_1$ et $\theta_2$ sont les solutions d'équations différentielles du deuxième ordre à coefficients constants, l'une d'elles a un second membre sinusoïdal.

$\theta_1$ et $\theta_2$ sont sommes de deux termes :

- Le premier correspond au régime libre, c'est-à-dire à la solution générale du système avec les deux seconds membres nuls. C'est une fonction décroissante du temps qui disparait peu après l'application de l'excitation.

- Le second, correspondant au régime forcé, est une solution particulière du système avec seconds membres. C'est elle qui subsite quand le régime transitoire a fait place au régime permanent.

C'est ce second terme qui nous intéresse. Les équations différentielles étant à coefficients constants et le second membre non nul étant sinusoïdal, $\theta_1$ et $\theta_2$ seront également des fonctions sinusoïdales du temps de pulsation $\gamma$ .

Utilisons le procédé de calcul de la notation complexe pour déterminer l'amplitude et la phase des angles $\theta_1$ et $\theta_2$

Posons $\bar{C} = C_m e^{j\gamma \cdot t}$

$$\bar{\theta}_1 = \theta_{1_m} e^{j\gamma t} e^{-j\varphi_1}$$

$$\bar{\theta}_2 = \theta_{2_m} e^{j\gamma t} e^{-j\varphi_2}$$

Les relations (26) et (27) s'écrivent

$$\begin{cases} -\gamma^2 J_1 \bar{\theta}_1 + j\gamma c_1 \bar{\theta}_1 + K(\bar{\theta}_1 - \bar{\theta}_2) = \bar{C} \\ -\gamma^2 J_2 \bar{\theta}_2 + j\gamma c_2 \bar{\theta}_2 + K(\bar{\theta}_2 - \bar{\theta}_1) = 0 \end{cases}$$

La seconde équation donne $\bar{\theta}_2$ en fonction de $\bar{\theta}_1$

$$\bar{\theta}_2 = \frac{K\,\bar{\theta}_1}{-\gamma^2 J_2 + j\gamma c_2 + K}$$

en reportant dans la première, il vient

$$\bar{\theta}_1 = \frac{\bar{C}}{-\gamma^2 J_1 + j\gamma c_1 + K\left(1 - \dfrac{K}{-\gamma^2 J_2 + j\gamma c_2 + K}\right)}$$

ou en classant les termes réels et les termes imaginaires

$$\bar{\theta}_1 = \frac{\bar{C}}{\left[-\gamma^2 J_1 + K + \dfrac{K^2(\gamma^2 J_2 - K)}{(\gamma^2 J_2 - K)^2 + \gamma^2 c_2^2}\right] + j\left[\gamma c_1 + \dfrac{K^2 \gamma c_2}{(\gamma^2 J_2 - K)^2 + \gamma^2 c_2^2}\right]}$$

D'où la valeur de l'amplitude $\theta_1$ et le déphasage $\varphi_1$ en arrière du couple d'excitation

$$\left.\begin{aligned}
\theta_1 &= \frac{C_m}{\sqrt{\left[-\gamma^2 J_1 + K + \dfrac{K^2(\gamma^2 J_2 - K)}{(\gamma^2 J_2 - K)^2 + \gamma^2 c_2^2}\right]^2 + \left[\gamma c_1 + \dfrac{K^2 \gamma c_2}{(\gamma^2 J_2 - K)^2 + \gamma^2 c_2^2}\right]^2}} \\
\operatorname{tg}\varphi_1 &= \frac{\gamma c_1\left[(\gamma^2 J_2 - K)^2 + \gamma^2 c_2^2\right] + K^2 \gamma c_2}{-\gamma^2 J_1\left[(\gamma^2 J_2 - K)^2 + \gamma^2 c_2^2\right] + K\left[\gamma^2 J_2(\gamma^2 J_2 - K) + \gamma^2 c_2^2\right]}
\end{aligned}\right\} \quad (28)$$

De $\bar{\theta}_2 = K \dfrac{\bar{\theta}_1}{-\gamma^2 J_2 + j\gamma c_2 + K}$ on déduit

$$\bar{\theta}_1 - \bar{\theta}_2 = \bar{\theta}_1 \left(1 - \frac{K}{-\gamma^2 J_2 + j\gamma c_2 + K}\right) = \bar{\theta}_1 \frac{+\gamma^2 J_2 - j\gamma c_2}{\gamma^2 J_2 - K - j\gamma c_2}$$

$$\bar{\theta}_1 - \bar{\theta}_2 = \bar{\theta}_1 \frac{\gamma^4 J_2^2 + \gamma^2 c_2^2}{\gamma^4 J_2^2 + \gamma^2 c_2^2 - K\gamma^2 J_2 - jK\gamma c_2}$$

D'où le rapport de l'amplitude $\Delta\theta_m$ de la différence $\theta_1 - \theta_2$ à celle $\theta_{1_m}$ de l'angle $\theta_1$

$$\left.\begin{aligned} &\Delta\theta_m = \theta_{1_m} \frac{\gamma^4 J_2^2 + \gamma^2 c_2^2}{\sqrt{(\gamma^4 J_2^2 + \gamma^2 c_2^2 - K\gamma^2 J_2)^2 + K^2\gamma^2 c_2^2}} \\ &\text{et le déphasage } \psi \text{ de } \theta_1 - \theta_2 \text{ en avant de } \theta_1 \\ &\operatorname{tg}\psi = \frac{K\gamma c_2}{\gamma^4 J_2^2 + \gamma^2 c_2^2 - K\gamma^2 J_2} \end{aligned}\right\} \quad (29)$$

En groupant les résultats des relations (28) et (29) on obtient l'angle de torsion en fonction du couple $C_m \sin\gamma t$

$$\theta_1 - \theta_2 = \Delta\theta_m \sin(\gamma t - \varphi)$$

$$\frac{\Delta\theta_m}{C_m} = \frac{1}{\sqrt{\left[-\gamma^2 J_1 + K + \frac{K^2(\gamma^2 J_2 - K)}{(\gamma^2 J_2 - K)^2 + \gamma^2 c_2^2}\right]^2 + \left[\gamma c_1 + \frac{K^2 \gamma c_2}{(\gamma^2 J_2 - K)^2 + \gamma^2 c_2^2}\right]^2}}$$

$$\times \frac{\gamma^4 J_2^2 + \gamma^2 c_2^2}{\sqrt{(\gamma^4 J_2^2 + \gamma^2 c_2^2 - K\gamma^2 J_2)^2 + K^2\gamma^2 c_2^2}} \qquad (30)$$

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg} \frac{\gamma c_1 \left[(\gamma^2 J_2 - K)^2 + \gamma^2 c_2^2\right] + K^2 \gamma c_2}{-\gamma^2 J_1 \left[(\gamma^2 J_2 - K)^2 + \gamma^2 c_2^2\right] + K\left[\gamma^2 J_2 (\gamma^2 J_2 - K) + \gamma^2 c_2^2\right]}$$

$$- \operatorname{arc\,tg} \frac{K\gamma C_2}{\gamma^4 J_2^2 + \gamma^2 c_2^2 - K\gamma^2 J_2} \qquad (31)$$

Le moment de torsion s'exerçant sur l'arbre est

$K\, \Delta\theta_m \sin\ (\gamma t - \varphi)$

et la contrainte additionnelle due au couple harmonique

$$\tau = \tau_m \sin\ (\gamma t - \varphi) = \frac{1}{I_\delta / v}\ k\Delta\theta_m \sin\ (\gamma t - \varphi)$$

## II.2.1.2. Conditions de linéarité et de sensibilité

Les qualités demandées au dispositif de mesure sont la linéarité et la sensibilité, c'est-à-dire qu'on souhaite que le rapport $\frac{\tau_m}{C_m}$ ne varie pas avec la pulsation $\gamma$ et que sa valeur sont élevée

La relation (26) montre que la linéarité serait assurée si l'on pouvait avoir

$$J_1 = 0 \qquad c_1 = 0$$

puisque alors

$$\theta_1 - \theta_2 = \frac{1}{K} C_m \sin \gamma t$$

Il faudrait donc que $c_1$ et $J_1$ soient aussi faibles que possible ; mais pour les essais d'un moteur donné le choix ne peut porter que sur les caractéristiques de l'arbre de torsion et éventuellement, sur celles du récepteur. Il est d'ailleurs possible d'augmenter le moment d'inertie du récepteur par un volant additionnel.

Si l'on néglige les couples d'amortissement $\gamma c_1$ et $\gamma c_2$, le rapport $\frac{\Delta \theta_m}{C_m}$ ( relation (30)) devient

$$\frac{\Delta \theta_m}{C_m} = \frac{\gamma^4 J_2^2}{\left(-\gamma^2 J_1 + K + \frac{K^2}{\gamma^2 J_2 - K}\right)(\gamma^4 J_2^2 - K\gamma^2 J_2)}$$

$$= \frac{J_2}{K(J_1 + J_2) - \gamma^2 J_1 . J_2} \qquad (32)$$

de plus $\varphi = 0$

Le rapport $\frac{\Delta \theta_m}{C_m}$ devient infini pour la pulsation naturelle $\gamma_n$ du système.

$$K(J_1 + J_2) - \gamma_n^2 J_1 J_2 = 0$$

$$\gamma_n = \sqrt{K\left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2}\right)}$$

En réalité à cause des couples $\gamma c_1$ et $\gamma c_2$ le maximum de la courbe $\frac{\Delta \theta_m}{C_m} = f(\gamma)$ a une valeur limitée d'ailleurs d'autant plus réduite que $c_1$ et $c_2$ sont plus importants.

<u>Influence de K.</u> Pour travailler dans la zone où $\frac{\Delta\theta_m}{C_m}$ est sensiblement constant, il faut que les valeurs de $\gamma$ rencontrées soient faibles devant la pulsation naturelle $\gamma_n$. Il faut donc accroître $\gamma_n$ et donc K.

Pour les fréquences d'excitation faibles par rapport à la fréquence naturelle, le terme $\gamma^2 J_1 J_2$ de la relation (32) devient négligeable devant $K(J_1 + J_2)$,

$$\frac{\Delta\theta_m}{C_m} = \frac{J_2}{K(J_1 + J_2)}$$

Si pour avoir une bonne linéarité on a intérêt à utiliser un arbre de grande rigidité, cela s'opère au détriment de la sensibilité.

<u>Influence de $J_2$</u>

Si $J_2$ était nul, la relation (32) conduirait à une valeur nulle de $\Delta\theta m$

Au contraire si $J_2$ était très important par rapport à $J_1$, elle donnerait

$$\frac{\Delta\theta_m}{C_m} = \frac{1}{K - \gamma^2 J_1} = \frac{1}{K}$$

mais l'augmentation de $J_2$ entraine une diminution de la fréquence naturelle.

Là encore il est nécessaire d'adopter un compromis entre la sensibilité qui conduit à augmenter $J_2$ et la linéarité qui pousse à le réduire.

Il faut remarquer qu'avec un récepteur d'inertie négligeable mais de fort amortissement, le rapport $\frac{\Delta\theta_m}{C_m}$ donné par la relation (30) ne serait pas nul. L'analyse du couple permettrait de déterminer la fréquence des couples harmoniques sans permettre une mesure de leur amplitude.

Influence de l'accouplement

Si on reliait les rotors du moteur et du récepteur non plus par un accouplement rigide, mais par un accouplement élastique, la relation (30) serait encore approximativement utilisable mais la constante de rappel $K$ serait beaucoup plus réduite.

Si dans la relation (30) on néglige les termes en $K$ devant ceux en $\gamma^2 J_1$ ou $\gamma^2 J_2$ et ceux en $\gamma c_1$ ou $\gamma c_2$, il vient

$$\frac{\Delta\theta_m}{C_m} = \frac{1}{\sqrt{\gamma^4 J_1^2 + \gamma^2 c_1^2}}$$

-- Cela signifie que le rotor du récepteur tourne à une vitesse constante sous l'effet du couple moyen du moteur. Les harmoniques du couple du moteur n'entrainent des fluctuations que de sa propre vitesse angulaire.

Un tel mode d'accouplement présente d'intéressantes propriétés pratiques, notamment à cause de l'augmentation de "l'impédance mécanique" $\sqrt{\gamma^4 J_1^2 + \gamma^2 c_1^2}$ avec la fréquence. Mais en raison même de cette augmentation, la possibilité d'une mesure sensible des harmoniques du couple disparait.

II.2.1.3. Caractéristiques mécaniques du montage réalisé

La grande sensibilité du dispositif capteur de torsion nous a permis d'utiliser un arbre de torsion de grande rigidité. Son diamètre est de 49 mm, sa longueur de 285 mm ; ce qui donne compte tenu de la rigidité des extrémités des arbres des machines

$K$ = 152 000 N . m

Le récepteur est la génératrice qui nous a servi dés les premières vérifications expérimentales (voir § I.3.1) nous avons d'ailleurs conservé le montage de la figure 10 pour pouvoir étudier le couple à diverses vitesses.

De la puissance consommée à vide pour le moteur asynchrone étudié (Leroy type Na 160 Mo) on a déduit ses pertes mécaniques et dans le fer qui correspondent aux frottements mécaniques et "électriques" (pertes par hystérésis et courants de Foucault).

A 1490 $^{T}/min$, ces pertes sont de 225 w, ce qui correspond à $c_1 = 0,0093$ N. m. s

D'autre part, l'étude du ralentissement à partir de l'instant d'ouverture du rotor, nous a donné :

$J_1 = 0,195$ kg $m^2$

On a procédé de la même façon pour la dynamo de charge

L'essai en moteur à vide par la méthode de Swinburne a donné

p méc + p fer = 225 w à $1500^{T}/min$

d'où $c_2 = 0,0103$ N. m. s

et la courbe de ralentissement

$J_2 = 0,160$ kg $m^2$

A l'aide de ces valeurs de K, $J_1$ et $J_2$ on a tracé, à partir de l'expression (30), la courbe donnant le rapport $\frac{\Delta\Theta m}{C_m}$ en fonction de la fréquence f des couples.

Le tracé a été effectué d'abord pour $c_1$ et $c_2$ nuls (courbe a, fig. 27), si l'on prend les valeurs de $c_1$ et $c_2$ données par les essais à vitesse constante on trouve pratiquement la même réponse. Il semble que les coefficients à prendre pour des oscillations autour d'une vitesse moyenne soient nettement plus élevées ; la courbe b correspond à $c_1 = 9,3$ N. m. s et $c_2 = 10,3$ N. m. s ; la courbe c a des valeurs dix fois plus grandes de ces coefficients. L'étude de la réponse du système à un choc (figure 30 , courbe en traits interrompus) montre que cette majoration des coefficients de frottement permet de se rapprocher de la réponse harmonique du système réel.

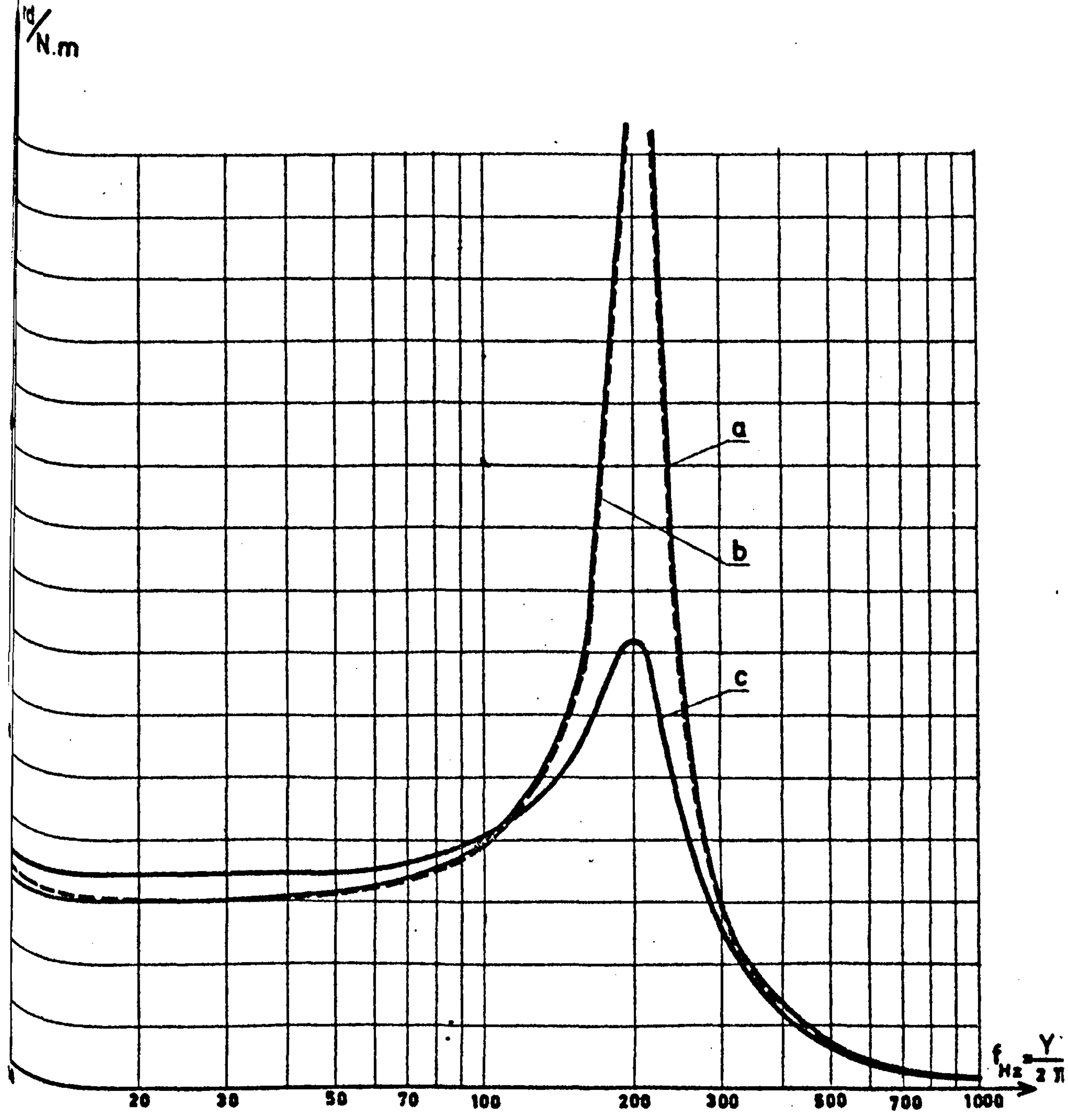



*Figure 27. - Courbes de réponse, en amplitude du montage utilisé pour assurer la transformation couple - angle de torsion.*

## II.2.2. Mesure de la contrainte de torsion

### II.2.2.1. Choix du capteur

GONDET (55) a fait l'inventaire des procédés permettant de relever l'écart angulaire se présentant entre les extrémités d'un arbre de torsion suffisamment long.

Lorsque cet arbre tourne pour éviter les difficultés liées à la "sortie" du signal, on utilise deux roues dentées solidaires de l'arbre et montées aux extrémités de celui-ci.

Prés de chaque roue on dispose un capteur fixe du type inductif ou capacitif ou photoélectrique. Ces capteurs donnent deux tensions alternatives dont le déphasage est proportionnel à l'angle de torsion.

On peut aussi envoyer, parallèlement à l'axe de l'arbre, au niveau de la denture des deux roues, un faisceau lumineux. La torsion se déduit de la quantité de lumière qui traverse les dentures.

Sur ces principes, divers constructeurs ont mis au point des appareils d'une précision élevée et d'un emploi aisé. Mais tous nécessitent un arbre d'une rigidité réduite (longueur assez importante, petit diamètre). Or comme l'avait déjà montré NOTELET (5), une rigidité élevée est indispensable pour que la torsion soit une image correcte du couple instantané.

Pour la mesure des harmoniques du couple, comme pour le relevé des ses régimes transitoires, il faut partir des effets de la contrainte de torsion sur une longueur réduite de l'arbre.

Lorsqu'on applique un couple C à un arbre (fig. 27) , il est le siège de contraintes principales dont les directions font avec l'axe des angles de 45° . Ce sont des contraintes de traction + x suivant une direction, de compression - x suivant une direction , de compression - x suivant l'autre.

La contrainte tangentielle ou de torsion $\tau$ est proportionnelle à la variation relative de longueur $\frac{dl}{l}$ des fibres métalliques dans la direction des contraintes principales

$$\tau = E. \frac{dl}{l}$$

E module d'élasticité longitudinale.

Le torducteur annulaire et les jauges à fil résistant permettent la mesure de $\frac{dl}{l}$

Les essais effectués avec un torducteur annulaire construit par la société ASEA (56) ont été peu concluants pour des raisons de sensibilité et de bande pressante.

Le modèle le plus sensible a un rotor de diamètre de 48 mm et peut mesurer des couples allant jusqu'à 1000 Nm . Or le couple nominal du moteur essayé n'est que de 48 Nm.

De plus la précision est de 1,5 % entre les couples permanents et des couples de 250 Hz . Les harmoniques cherchés de pulsation 6 w', 12 w', 18 w' se situent au-delà de cette fréquence.

Ce n'est qu'avec les jauges à fil résistant que nous avons pu obtenir des résultats satisfaisants.

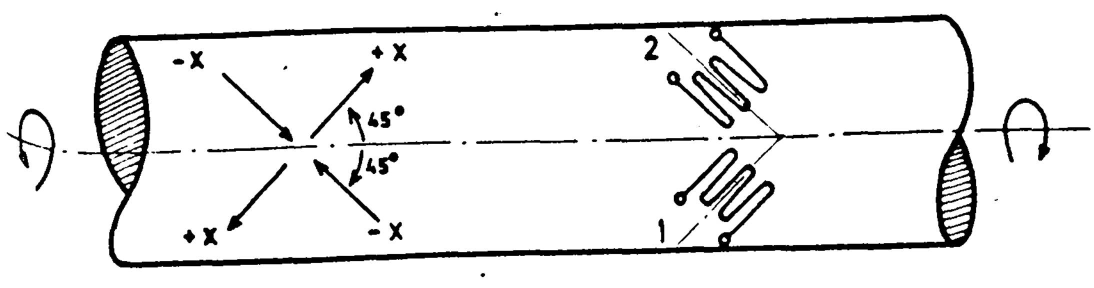



*Figure 28 : Contraintes principales dans un arbre soumis à une torsion. Disposition d'une jauge de torsion à fil résistant.*

II.2.2.2. Dispositif utilisé

Sur l'arbre de torsion on monte deux jauges de torsion à fil résistant (fig 28) , on obtient ainsi les quatres résistances formant les quatre bras d'un pont de Wheastone.

L'arbre est soumis à un couple, les éléments 1, placés dans deux bras opposés, subissent une traction ; leurs résistances r augmentent proportionnellement à la contrainte, de dr. Les éléments 2, soumis à la compression, subissent une diminution de résistance dr.

Le facteur de sensibilité des jauges est défini par K tel que
$$K = \frac{dr/r}{dl/l}$$

La contrainte étant proportionnelle à $\frac{dl}{l}$ sera donc ainsi donnée par $\frac{dr}{r}$ .

Les jauges utilisées sont du type Philips PR 9840 K/10 FE

$r = 120\,\Omega$

$K = 1{,}98$

L'arbre porte un oscillateur BF - FM PR 9910 (57) dont la fréquence centrale est de 6 750 Hz. Sa fréquence varie sous l'effet de la variation de la tension de déséquilibre du pont formé par les jauges.

L'oscillateur est alimenté par des piles placées dans un boitier PR 9912 également monté sur l'arbre.

Les signaux sont émis par une bobine d'émission formée de 15 spires en fil de cuivre émaillé de 0,5 mm enroulées sur l'arbre.

Les signaux sont captés par une bobine de réception PR 99 13 fixe placée à quelques millimètres de la bobine d'émission. Ils sont alors appliqués à un discriminateur BF FM PR 99 14 qui après élimination de la fréquence centrale, délivre une tension continue proportionnelle à la fréquence de modulation.

Cette transmission de la mesure de la torsion pour modulation de fréquence assure une très large indépendance à l'égard des signaux parasites et des conditions de la transmission.

Les principales caractéristiques sont les suivantes :
excursion possible autour de 6,75 KHZ : $\pm$ 30 %
gamme de fréquence de modulation 0 à 1500 Hz à 3 db
tension de sortie $\pm$ 1 V eff.
charge maximale 1 K$\Omega$, 100 n F

La photographie de la figure 29 montre l'ensemble du montage avec sur l'arbre reliant le moteur à la génératrice, la bobine d'émission, l'émetteur, la boite à piles.

La bobine de réception est reliée au discriminateur placé sur la table de mesures. A la sortie de celui - ci on peut placer un oscilloscope ou un anlyseur harmonique.

*Figure 29. - Vue du montage utilisé pour l'étude expérimentale des harmoniques du couple.*

La mise au point de cette chaine de mesure s'est révélée longue et délicate. Mais les réglages effectués se conservent et l'ensemble présente alors une stabilité et une sensibilité remarquables.

II.2.3. Exemples de relevés

A l'aide du montage expérimental de la figure 10 nous avons pu imposer au moteur asynchrone étudié la marche à diverses vitesses.

La vitesse angulaire électrique du rotor est donnée par

$$\omega' = 2\pi f' = 2 \frac{N'}{60/p} = 2\pi \frac{N'}{30}$$

avec N' vitesse du rotor en tours par minute.

A toutes les vitesses, l'analyse harmonique de la contrainte de torsion a montré

- en plus de la contrainte moyenne $\tau_{moy}$
- l'existence d'un terme important de fréquence 0,5 f' de tous les termes de fréquence multiple f' - 1,5 f' - 2 f'... ; mais l'importance de ces derniers diminue au fur et à mesure que leur rang augmente.
- la présence d'un terme de fréquence 6 f' d'amplitude élevée

Le fait que l'on trouve en plus de $\tau_{moy}$, tous les termes de fréquence 0,5 f' ou multiple de 0,5 f' tient à la nécessité d'un accouplement rigide entre moteur et charge. Malgré tous les soins apportés à la réalisation de l'alignement des machines et à la réalisation de l'accouplement, celui-ci ne peut être rendu parfait. Il en résulte à chaque tour du rotor l'équivalent d'un choc.

Puisqu'on a 0,5 f' tours par seconde, ce choc correspond à l'application au système en rotation d'un couple alternatif parasite non sinusoïdal de fréquence 0,5f' qu'on peut décomposer en couples sinusoïdaux de pulsation 0,5 $\omega'$ - $\omega'$ - 1,5 $\omega'$ - 2 $\omega'$....

Malgré la présence de cette perturbation les harmoniques du couple moteur de la machine asynchrone sont nettement mis en évidence.

La figure 30 donne l'analyse harmonique effectuée grâce à l'analyseur Murhead type K 134 A (bande passante égale à 2% de la fréquence analysée) lors de la rotation à 620 $^T/$ min . Le tracé a été effectué à partir du relevé des maxima et des minima successifs de la tension à la sortie de l'analyseur.

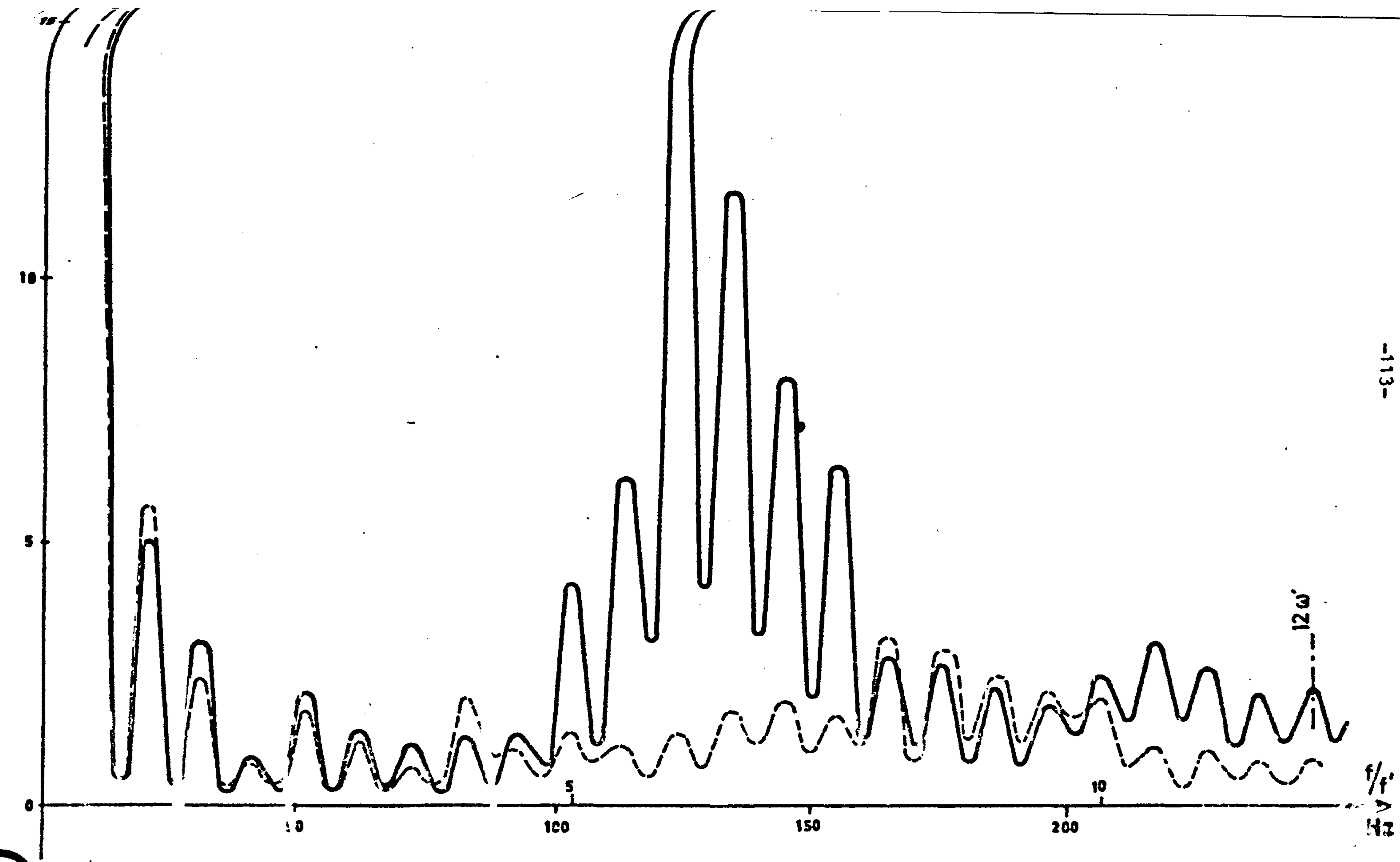



Figure 30. - *Analyse harmonique de la torsion à N' = [illegible] T/min (f' = 20,67 Hz)*
*—— avec moteur absorbant 16 A*
*.... moteur non alimenté*

Pour bien mettre en évidence l'effet des harmoniques du couple du moteur après avoir effectué l'essai moteur alimenté et entrainant la charge (courbe en traits pleins), on a coupé l'alimentation de la machine asynchrone et on a fait tourner le groupe à la même vitesse en l'entrainant par la dynamo à courant continu fonctionnant en moteur (courbe en traits interrompus).

Ce second relevé montre les termes de pulsation $0,5\omega'$ et multiples de $0,5\omega'$ ; leur importance décroit rapidement avec leur fréquence. On note toutefois un regain d'amplitude au voisinage de la fréquence naturelle.

La comparaison de deux courbes montre bien la présence d'un harmonique $6\omega'$ dans le couple moteur ; celle du terme de pulsation $12\omega'$ est moins nette. Au contraire la suite du relevé met bien en évidence le terme en $18\omega'$.

Lors de ce relevé le couple moyen ne correspond qu'à 52 mv, on voit donc que l'harmonique de rang 6 a une importance relative très grande

La figure 31 donne l'analyse harmonique de la contrainte de torsion lorsque le moteur tourne à $950^{T}$/min. L'effet du couple moteur de pulsation $6\omega'$ apparait toujours très nettement ; de même que celui du terme en $12\omega'$ car maintenant plus éloigné de la fréquence mécanique naturelle.

Le couple moyen correspond maintenant à 175 mV, les couples harmoniques ont donc une valeur relative plus faible.

Le troisème relevé (fig.32) a été effectué à $1150^{T}$/min (la tension moyenne à la sortie du discriminateur est égale à 250 mV). L'effet des couples harmoniques de fréquence 6 f' et 12 f' apparait nettement ; mais surtout le premier le terme dû se situe dans la zone où le relevé est fortement perturbé par l'effet du choc.

Plus la vitesse de rotation se rapproche du synchronisme moins l'effet de ce choc par tour a le temps de s'amortir avant le choc suivant et moins la valeur relevée à la fréquence 6 f' est significative.

Pour illustrer cette remarque nous donnons (fi. 33) le relevé oscillographique de la tension à la sortie du discriminateur pour une vitesse très réduite du moteur ; on voit à chaque tour une impulsion importante suivie d'oscillations rapides ; ce n'est que lorsqu'on s'écarte de l'instant du choc que les oscillations non sinusoïdales correspondant à un douzième de tour deviennent nettement discernables.

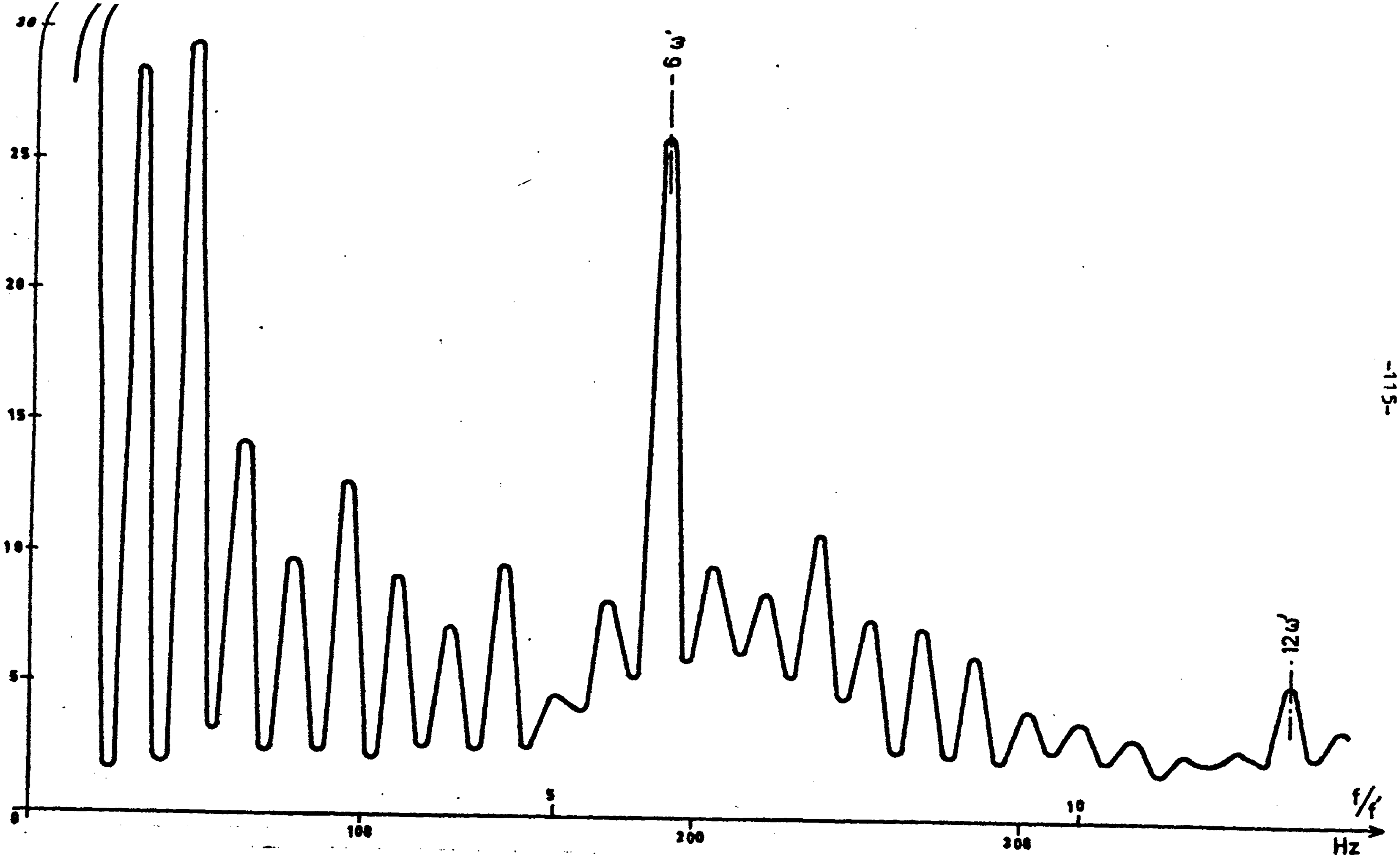



Figure 31. Analyse de la tension à la sortie du discriminateur $N' = 950^T/min$ ($f' = 31,67$ Hz)
Le moteur alimenté à 50 Hz absorbe 16 A

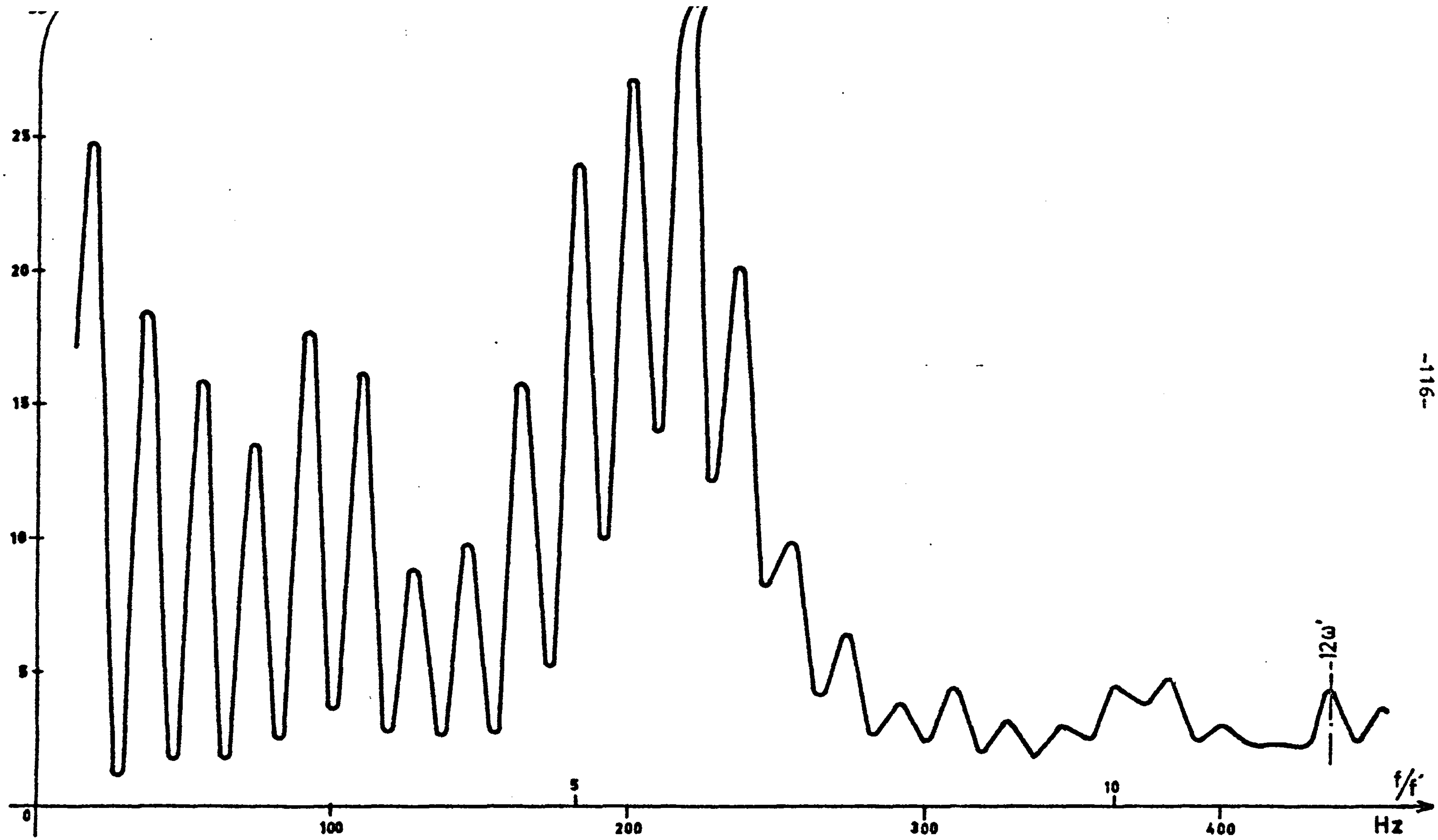



*Figure 32. - Analyse harmonique de la tension à la sortie du discriminateur*
*N' = 1150 $^T$/min (f' = 38,33 Hz)*
*Le moteur alimenté à 50 Hz absorbe 16$^A$*

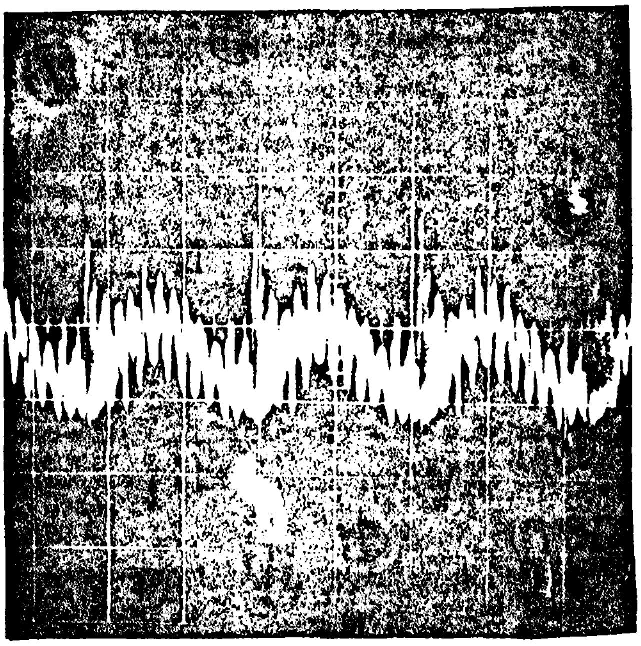


*Figure 33 : Relevé oscillographique du signal à la sortie de la chaine de mesure pour N' = 275 $^{T}$/ min*

L'ensemble des relevés effectués met clairement en évidence :

- L'existence des couples harmoniques de pulsation $6\omega'$, $12\omega'$... en concordance avec l'étude théorique du couple du moteur

- Les qualités de la partie électronique de la chaine de mesure de la torsion et les difficultés de réaliser la partie mécanique de celle-ci.

Comme le faisait prévoir l'étude des flux et des courants puis celle des couples, les harmoniques du couple ont une importance relative qui croit quand le glissement augmente.

## III . CONCLUSION

Même s'ils étaient parcourus par des courants sinusoîdaux les bobinages primaires et secondaires du moteur asynchrone polyphasé créeraient des flux tournants à répartition non sinusoîdale.

Les harmoniques d'espace et leurs effets prennent une importance particulière dans le cas des machines d'induction car les courants dans l'armature secondaire ne sont dûs qu'au flux tournant dans l'entrefer.

Certains effets de ces harmoniques sont bien connus, modification de la courbe couple-glissement, injection par la machine de courants harmoniques dans le réseau d'alimentation. Nous nous sommes efforcés de poursuivre l'étude de ces effets et de montrer l'apparition d'harmoniques dans le couple électromagnétique développé par le moteur.

Dans la partie théorique de notre travail nous avons surtout cherché à montrer la génération des harmoniques successifs des flux, des courants et du couple.

Le courant fondamental primaire crée, en plus du flux tournant fondamental, des flux harmoniques. Des flux on passe aux forces électromotrices induites au secondaire et aux courants dans celui-ci. Chacun de ces courants crée lui-même plusieurs flux tournants et induit des courants dans le primaire. L'existence de ces courants induits est à l'origine d'une nouvelle génération de flux, donc de courants dans le secondaire et ainsi de suite.

Nous avons donné les caractéristiques des flux et des courants des générations successives et montré les compositions de certains flux et de certains courants appartenant à des générations différentes. Cela permet de connaître les harmoniques principaux des courants primaires et secondaires ainsi que l'évolution de leur amplitude et de leur pulsation avec la vitesse de rotation.

Pour passer des courants aux couples, vu le grand nombre de termes intervenant dans les premiers, il était indispensable de préciser dans quelles conditions l'interaction entre courants de deux armatures produit effectivement un couple.

Nous avons pu alors montrer qu'en plus du couple moyen le moteur développait des couples alternatifs dont la pulsation est proportionnelle à la vitesse du rotor.

Tout au long de ces calculs, nous avons insisté sur les relations générales pour dégager les principes qui permettent de clarifier une étude qui, si on n'y prenait garde, deviendrait très rapidement confuse.

A la fin de l'étude des flux et des courants, puis de celle des couples nous avons vérifié expérimentalement, sur un moteur à rotor bobiné, les résultats obtenus.

L'étude expérimentale des courants ne présente aucune difficulté. Celle des flux a été réalisée à l'aide de bobines exploratrices fixes qui, grâce au coefficient d'efficacité lié à la largeur de leur ouverture, permettent de mettre particulièrment en évidence les divers termes du flux tournant dans l'entrefer.

On a pu ainsi vérifier l'existence des courants et des flux prévus et leur évolution avec le glissement.

L'étude expérimentale des couples a consité à réunir le moteur à la charge qui le freine par un arbre de torsion. Celui-ci porte des jauges dont les variations de résitance font varier la fréquence d'un emetteur fixé sur l'arbre. La démodulation du signal capté par une antenne fixe indique la contrainte de torsion.

Le passage de cette contrainte au signal de sortie de cette chaine de mesure s'est révélé particulièrement sensible, précis et fiable.

Pour obtenir que la contrainte de torsion soit l'image fidèle du couple du moteur on se heurte à de nombreuses difficultés. Les unes tiennent au principe même de la transformation couple-contrainte, les autres aux imperfections de l'ensemble mécanique.

Malgré cela, nous avons pu mettre nettement en évidence l'existence des harmoniques du couple prévus et montrer l'évolution, avec le glissement, de leur pulsation et de leur importance relative.

La complexité du problème abordé et l'importance du développement possible de ses divers aspects ne nous ont pas permis de lui donner, dès à présent, une solution complète et définitive.

Nous avons insisté sur les principes généraux de génération des flux, courants et couples harmoniques et précisé les règles qui régissent les intéractions entre armatures. Les premières applications que nous en avons déduites en montrent l'intérêt et ont pu être vérifiées.

Cet instrument de travail ainsi mis en place permettra un abord plus quantita des phénomènes et l'examen de ceux-ci dans d'autre cas, notamment celui des moteurs à cage.

Nous pensons en effet que la réalisation de moteurs asynchrones de plus en plus puissants ne peut manquer de susciter l'approfondissement de l'étude des phénomènes liés aux harmoniques. Si leur connaissance était accessoire pour les petites unités, il en est autrement pour les grosses machines de puissance massique élevée.

# B I B L I O G R A P H I E


NOLD et J.L. LACOUR — les machines asynchrones. 1ère partie :
Les Machines d'induction
Ch. Delagrave éditeur, 1912.

NDEL — Note sur la théorie élémentaire des appareils à champ tournant
Lumière électrique, t.L, p. 351, 473, 516, 605
Note sur la théorie élémentaire des moteurs à champ tournant
Lumière électrique, t. LI, p. 253, 320

UDUIT — Machines électriques
H. Dunod et E. Pinat éditeurs, 1910

T. — Norme C. 51.100, Machines tournantes, 1910

TELET — Etude du couple transitoire de démarrage du moteur asynchrone triphasé
Thèse de Docteur-Ingénieur n° 95, Lille 1969

ROBINSON — Coefficients d'inductance de machines tournantes, exprimés sous forme d'harmoniques d'espace des enroulements
Proc. Inst. Electr. Engrs. G.B. (1964), 111, n° 4
769-74

CH — Théorie et calcul des moteurs à induction à pôles saillants et munis de ponts magnétiques entre-pôles.
Arch. Elektrotech. Dtsch (1964) 49, n° 2, 124-36

T. WIDGER — Starting performance of synchrons motors with solid salient poles
Proc. I.E.E., Vol 115, n° 10, Oct 1968, p. 1471-1484

ALGER — Nature of polyphase induction machines
John Wiley and sons éditeurs, New-York 1951

LLER et A.L. JOKL — Tangential forces in squirrel-cage induction motors
I.E.E.E. Trans. Power App. Syst. USA (1969)
88, n° 4, 484-92

UHAUS et WEPPLER — Influence de l'ouverture des encoches sur le couple des moteurs asynchrones triphasés à cage d'écureuil
Elektrot. Z.A. Dtsch (1969) 90, n° 8, 186-91

MON et R. CHAVERNOZ — Les pertes supplémentaires dans les machines asynchrones à cage d'écureuil.
Revue générale de l'Electricité (Fév. 1968) T. 77, n° 2, p. 137 - 143

AVERNOZ — Etude expérimentale des harmoniques dans les gros moteurs asynchrones
Revue générale de l'Electricité (Fév. 1968) T. 77, n° 2, p. 147 - 152

EPINA — Effet combiné des encoches du rotor et du stator sur les couples supplémentaires et les pertes dans les machines d'induction
Acta. techn. C.S.A.V. Ceskosl (1969)

ASKE — Les champs tournants et les couples des composantes symétriques dans les moteurs électriques à inductior
Arch. Elektrotech. Dtsch (1963) 48, n° 2, 97 - 117

KINS — The General theory of electrical machines
Chapman et Hall éditeurs, Londre 1962

LOUJADOFF — Contribution à l'étude des moteurs asynchrones monophasés
Revue générale de l'Electricité, t. 68, n° 10, Novembre 1959, p. 591 - 604

LOUJADOFF — Calcul du moment du couple dans les moteurs monophasés d'induction à cage d'écureuil, dans le cas général par la méthode des champs tournants.
C.R. Ac. Sc. (1965) 260, n° 18, 4689 - 91

PRASAD VERMA — Etablissement d'équations pour le calcul du couple stationnaire de moteurs triphasés
Diss. Dock. Ingr., Hannover 1961
Stuttgart n° K Mayer KG, 2dit. 1961

GUIER — Dispositif électronique variateur de fréquence, notamment pour la variation de vitesse de moteur électrique
Brevet français n° 1597.876 Déc. 1968

OMBAUT — Etude des onduleurs autonomes triphasés à thyristors avec blocage par condensateurs
Thèse de Docteur-Ingénieur, JANV. 1971, n° 116 Lille

| | |
|---|---|
| ..I, NISHIMURA, PURWANTO | Analysis of speed-torque characteristics of AC servomotors excited non sinusoidally I. Technol. Rép. Osaka Univ. (1968), 18, n° 823 - 852, 481-8 |
| ..RIN | Calcul du couple d'une machine asynchrone alimentée par courants rectangulaires Elektrotechn. Z.A. Dtsch. (1969) n° 8, 179 - 182 |
| ..AIN | The effect of voltage waveshape on the performance of a three - phase induction motor I.E.E.E. Trans. Power App. Syst. USA (1964), 83, n° 6, 561 - 6 |
| LEE | Saturation harmonics of polyphase induction machines Power Appar. Syst. USA (1961) n° 56, p. 597 - 603 |
| ..OLOSHANSKIJ | Influence de la saturation de la zone dentée sur la réactance de dispersion d'une machine asynchrone inductive Elektrichestvo, S.S.S.R., (1961) n° 8 - 90 |
| ..RRETL | Les champs magnétiques parasites dus à la saturation du fer dans les machines à induction Elektrotech. u. Masch-Bau, Osterr (1961) n° 78, n° 8, 285 - 294 |
| ..ONDL | La dispersion différentielle dans les machines d'induction Revue Générale de l'Electricité, Mars 1928, T. 23, p. 433 - 450 et 479 - 496 |
| ..AHAM | The m.m. f. wave of polyphase windings with special reference to sub-synchronous harmonics Trans. of american Institute of electrical engineers, 1927, t. 46, p. 19 - 29 |
| .. MONNIER | Signification physique de la tension de réactance dans les machines à champ tournant Bull. Soc. Franc. des Electr. Juin 1927 T. 7 (4ème série) 709 - 717 |

CHOIR — Cours d'Electrotechnique, T.3 Machines Electriques, Fasc. 1. Enroulements
Masson et Cie Editeurs, 1965

ROBINSON — Harmonics in A.C. rotating machines
Instn électr. Engrs ; monogr., G.B. (1962) 8 p

BROWN et C.S. JHA — Generalized rotating - field theory of polyphase induction motors and its relations ship to symmetrical - component theory with special reference to the effects of space harmonics
Proc. Instn electr. Engrs, Part A, G.B. (1962) 109, n° 43, 56 - 69

CCIUS — Les ondes tournantes engendrées par les enroulements triphasés
Elektrotechn. Z.A. Dtsch (1969) 90, n° 13, 305-10

RGEN — Les couples créés par les champs magnétiques harmoniques dans les moteurs triphasés asynchrones avec rotor à cage d'écureuil
Diss. Dokt. Ingr. Hannover, 1961, S.1, 1961 73 p.

CCIUS et W. SEILER — A propos du couple produit par les machines à induction d'après la théorie des champs tournants
Bull. Ass. Suisse Electriciens (1969) 60, n° 8, p. 337 - 9

BOLLER et H. JORDAN — Sommation en phase correcte des harmoniques de champ magnétique de l'enroulement dus aux harmoniques de denture et des harmoniques de champ magnétique dus aux harmoniques d'encoches avec des enroulements polyphasés nettement en phase.
Elektrotech. Z.A. Dtsch (1963) 84, n° 7, 235-8

LLER — L'influence du rainurage sur le couple et les couples additionnels du moteur à cage d'écureuil.
Electrotech. Obz. Ceskols (1965) 54, n° 5, 241-7

EPINA — Fundamental equations of the space vector analysis of electrical machines
Acta Tech.CSAV Ceskosl (1968) 13,n°2, 184-98

| | |
|---|---|
| ...ORATH | Le champ de fuite différentiel dans les moteurs asynchrones<br>Elektrotech. u. Masch. Bau Osterr (1964), 81 n° 13, 338-46 |
| ... ROTYCH | Mesure des harmoniques du champ dans l'entrefer d'une machine asynchrone à l'aide d'enroulements de mesure.<br>Izvest. vyssch. uchebn. Zaved. Elektromekh Novocherkassk (1967) n° 6, 67 à 5 |
| ...OLLER | Etude de la microstructure des champs magnétiques dans les machines électriques au moyen de sondes de Hall et de fluxmètres.<br>Arch. tech. Messen Dtsch (1961), n° 305, 131-4 |
| ...REITFELD | Mesure des champs d'entrefers magnétiques dans les machines électriques à l'aide d'une sonde de Hall et d'un enregistrement à coordination.<br>Arch. tech. Messen Dtsch (1963) n° 331, 173-6 |
| ...AMMAN et G. DEVELEY | Une méthode d'analyse du champ d'entrefer dans les machines tournantes.<br>Soc. R. Belge Electriciens Bull (1969) 85, n° 4, 275-7 |
| ... BIRD | Measurement of stray load losses in squirrel cage induction motors<br>Proc. Inst. Electr. Engrs. G.B. (1964), 111, n° 10, 1697 - 1705 |
| ...ALBI | Contribution à l'étude des pertes harmoniques dans les machines à induction<br>Thèse Doct-Ing. Grenoble 1968, 74 p. |
| ... POSTNIKOV | Les couples parasites et les pertes dues aux harmoniques supérieures de la réaction d'induit dans les moteurs asynchrones à rotor en court-circuit<br>Elektrochestvo, S.S.S.R.,(1963) n° 7, 39 - 49 |
| ...OVY | Vibrations des stators des moteurs asynchrones<br>Elektrotech Obz Ceskosl (1961) 50, n° 7, 364 - 7 |

| | |
|---|---|
| DELOUP | Calcul et mesure des pertes supplémentaires dans les moteurs asynchrones<br>Revue générale de l'Electricité, t. 77, n° 2, Fév. 1968, p. 144 - 146 |
| LER ET V. KLIMA | Les couples synchrones parasites en régime stationnaire et au démarrage des moteurs à cage d'écureuil<br>Arch. Elektrotech Dtsch (1970) 53, n° 4, 215 - 23 |
| AC et B. OPRENDEK | La détermination analytique et la vérification expérimentale des couples parasites asynchrones dans les moteurs à induction<br>Bul. sti. tech. Inst. politek. Timisoara (1962) 7, vol. spéc. 371-81 |
| URBIDGE et M.L. FRYETT | Synchronous et asynchronous torques in squirrel - cage induction motors<br>Proc. Instit. Electr. Engrs G.B. (1967) 114, n° 11, 1665 - 73 |
| ADEEV et V.E. ZVEREVICH | Equations différentielles d'une machine asynchrone tenant compte des harmoniques supérieurs d'espace du champ magnétisant<br>Izvest. vyssh. uchebn. Zaved., Elektromekh., Novocherkassk (1968) n° 11, 1183 - 9 |
| UL'KIN | Inter-action de l'enroulement de l'induit avec les harmoniques du champ magnétique dans les machines à courant alternatif<br>Elektrichestvo, S.S.S.R., (1969) n° 6, 14 - 6 |
| DET | Réalisations récentes de dispositifs électriques de mesures d'efforts, d'accélérations et de déplacements - Revue Générale de l'Electricité, Avril I946, 55, p. I23 - I35 |
| | Le torducteur annulaire<br>Documentation Technique ASEA, I964 |
| | Système de transmission de la valeur de mesure sans contact.<br>Documentation Technique Philips, I968 |

## TABLE DES MATIERES