

50376
1971
17

50.376
1971
17

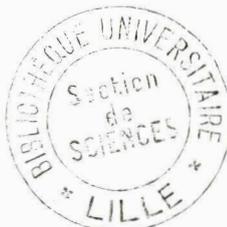
N° d'ordre : 225

UNIVERSITE DES SCIENCES
&
DES TECHNIQUES DE LILLE

THESE DE 3^e CYCLE

MENTION PHYSIQUE DU SOLIDE

Contribution à l'étude de l'excitation d'ondes acoustiques
superficielles dans un matériau piézoélectrique par un
transducteur interdigital



Jury, Président : M. MORIAMEZ
Examineurs : M. CONSTANT
M. MONTEL

Présentée à Lille, le 21 janvier 1971
par
Gérard BISKUPSKI



030 047937 0

UNIVERSITE DE LILLE

FACULTE DES SCIENCES

DOYENS HONORAIRES

MM. H. LEFEBVRE, PARREAU

PROFESSEURS HONORAIRES

MM. ARNOULT, BEGHIN, BROCHARD, CAU, CHAPPELON, CHAUDRON, CORDONNIER, DEHEUVELS, DEHORNE, DEHORS, DOLLE, FLEURY, P. GERMAIN, HEIM DE BALSAC, HOCQUETTE, KAMPE DE FERRET, KOURGANOFF, LAMOTTE, LELONG, Mme LELONG, MM. LIEBAERT, MARTINOT-LAGARDE, MAZET, MICHEL, NORMANT, PARISELLE, PASCAL, PAUTHENIER, PEREZ, ROIG, ROSEAU, ROUBINE, ROUELLE, WIEMAN, ZAMANSKY,

PROFESSEURS TITULAIRES

| | |
|---------------------------|--|
| M. BACCHUS Pierre | Astronomie et Calcul Numérique |
| M. BEAUFILS Jean-Pierre | Chimie Générale |
| M. BLOCH Vincent | Psychophysiologie |
| M. BONNEMAN Pierre | Chimie Industrielle |
| M. BONTE Antoine | Géologie Appliquée |
| M. BOUGHON Pierre | Mathématiques |
| M. BOURIQUET Robert | Biologie Végétale |
| M. CELET Paul | Géologie Générale |
| M. CONSTANT Eugène | Electronique |
| M. CORSIN Pierre | Paléobotanique |
| M. DECUYPER Marcel | Mathématiques |
| M. DEDECKER Paul | Mathématiques |
| M. le Doyen DEFRETIN René | Directeur du Laboratoire de Biologie Maritime de Wimereux |
| M. DELATTRE Charles | Géologie Générale |
| M. DURCHON Maurice | Biologie Animale |
| M. FOURET René | Physique |
| M. GABILLARD Robert | Electronique |
| M. GLACET Charles | Chimie Organique |
| M. GONTIER Gérard | Mécanique des Fluides |
| M. GUILLAUME Jean | Biologie Végétale |
| M. HEUBEL Joseph | Chimie Minérale |
| Mme LENOBLE Jacqueline | Physique |
| M. MONTREUIL Jean | Chimie Biologique |
| M. MORIAMEZ Michel | I.U.T. VALENCIENNES |
| M. POUZET Pierre | I.U.T. LILLE |
| Mme SCHWARTZ Marie-Hélène | Mathématiques |
| M. TILLIEU Jacques | Physique |
| M. TRIDOT Gabriel | Chimie Minérale Appliquée |
| M. VIDAL Pierre | Automatique |
| M. VIVIER Emile | Biologie Animale |
| M. WATERLOT Gérard | Géologie et Minéralogie |
| M. WERTHEIMER Raymond | Physique |

.../...

.../...

PROFESSEURS A TITRE PERSONNEL

| | |
|----------------------|---------------------------------------|
| M. BOUISSET Simon | Physiologie Animale |
| M. DELHAYE Michel | Chimie Physique et Minérale 1er Cycle |
| M. LINDER Robert | Biologie Végétale |
| M. LUCQUIN Michel | Chimie Physique |
| M. PARREAU Michel | Mathématiques |
| M. SAVARD Jean | Chimie Générale |
| M. SCHALLER François | Biologie Animale |
| M. SCHILTZ René | Physique |

PROFESSEURS SANS CHAIRE

| | |
|--------------------------------|---------------------------|
| M. BELLET Jean | Physique |
| M. BODARD Marcel | Biologie Végétale |
| M. BOILLET Pierre | Physique |
| M. DERCOURT Jean-Michel | Géologie et Minéralogie |
| M. DEVRAINNE Pierre | Chimie Minérale |
| M ^{le} MARQUET Simone | Mathématiques |
| M. MONTARIOL Frédéric | Chimie Minérale Appliquée |
| M. PROUVOST Jean | Géologie et Minéralogie |
| M. VAILLANT Jean | Mathématiques |

MAITRES DE CONFERENCE (et chargés des fonctions)

| | |
|-----------------------------|-----------------------|
| M. AUBIN Thierry | Mathématiques Pures |
| M. BEGUIN Paul | Mécanique des Fluides |
| M. BILLARD Jean | Physique |
| M. BKOUICHE Rudolphe | Mathématiques |
| M. BOILLY Bénoni | Biologie Animale |
| M. BONNOT Ernest | Biologie Végétale |
| M. BRIDOUX Michel | I.U.T. BETHUNE |
| M. CAP URON Alfred | Biologie Animale |
| M. CARREZ Christian | Calcul Numérique |
| M. CHOQUET Marcel | I.U.T. LILLE |
| M. CORDONNIER Vincent | Calcul Numérique |
| M. CORTOIS Jean | Physique |
| M. COULON Jean-Paul | Electrotechnique |
| M. DEBRABANT Pierre | Sciences Appliquées |
| M. ESCAIG Bertrand | Physique |
| Mme EVRARD Micheline | I.U.T. LILLE |
| M. FROELICH Daniel | Sciences Appliquées |
| M. GOBLOT Rémi | Mathématiques |
| M. GOUDMAND Pierre | Chimie Physique |
| M. GRUSON Laurent | Mathématiques |
| M. GUILBAULT Pierre | Physiologie Animale |
| M. HERMAN Maurice | Physique |
| M. HUARD DE LA MARRE Pierre | Calcul Numérique |

.../...

.../...

| | |
|----------------------------|-----------------------|
| M. JOURNEL Gérard | Sciences Appliquées |
| Mlle KOSMANN Yvette | Mathématiques |
| M. LABLACHE COMBIER Alain | Chimie Générale |
| M. LACOSTE Louis | Biologie Végétale |
| M. LANDAIS Jean | Chimie Organique |
| M. LAURENT François | Automatique |
| M. LEHMANN Daniel | Mathématiques |
| Mme LEHMANN Josiane | Mathématiques |
| M. LEROY Yves | I.U.T. LILLE |
| M. LOCQUENEUX Robert | Physique |
| M. LOUAGE Francis | Sciences Appliquées |
| M. LOUCHEUX Claude | Chimie Physique |
| M. MAES Serge | Physique |
| M. MAIZIERES Christian | Automatique |
| M. MESSELYN Jean | Physique |
| M. MIGEON Michel | Sciences Appliquées |
| M. MONTEL Marc | Physique |
| M. MONTUELLE Bernard | I.U.T. LILLE |
| Mme MORIAMEZ-BOULET Claude | I.U.T. VALENCIENNES |
| M. OUZIAUX Roger | Sciences Appliquées |
| M. PANET Marius | Electrotechnique |
| M. PAQUET Jacques | Sciences Appliquées |
| M. PARSY Fernand | Mécanique des Fluides |
| M. POVY Jean-Claude | Sciences Appliquées |
| M. RACZY Ladislas | Radioélectricité |
| M. ROUSSEAU Jean-Paul | Physiologie Animale |
| M. ROYNETTE Bernard | Mathématiques |
| M. SALMER Georges | Electronique |
| M. SEQUIER Guy | I.U.T. BETHUNE |
| M. SMET Pierre | Physique |
| M. VANDORPE Bernard | Sciences Appliquées |
| M. VILETTE Michel | I.U.T. BETHUNE |
| M. WATERLOT Michel | Géologie Générale |
| Mme ZINN JUSTIN Nicole | Mathématiques |

Ce travail a été effectué au Laboratoire des Ultrasons et des Hypersons de la Faculté des Sciences de LILLE (Centre Universitaire de VALENCIENNES).

Nous exprimons notre reconnaissance à Monsieur le Professeur MORIAMEZ qui nous a accueilli dans son laboratoire et s'est intéressé à nos travaux.

Que Messieurs les Professeurs CONSTANT et MONTEL qui ont accepté de faire partie du Jury veuillent bien trouver ici l'expression de notre gratitude.

Nous tenons particulièrement à remercier Madame MORIAMEZ et Monsieur DESRUMAUX pour leur aide et leurs conseils dans la discussion des résultats.

Nous remercions également nos camarades de Laboratoire qui nous ont fait profiter de leur expérience en particulier Mademoiselle LEFEVERE pour les techniques d'évaporation et Monsieur B. DELANNOY pour l'électronique.

S O M M A I R E.

INTRODUCTION

I GENERALITES

Notion d'ondes superficielles

Méthodes d'excitation des ondes de surface

II ETUDE DU POTENTIEL ELECTRIQUE AU VOISINAGE DU TRANSDUCTEUR

II.1 Répartition du potentiel

II.2 Capacité statique du transducteur

III PROPAGATION DES ONDES DE SURFACE

III.1 Equations du mouvement du milieu cristallin

III.2 Solutions des équations du mouvement

III.3 Conditions aux limites

a) cas $y \rightarrow \infty$ calcul de C_2

b) cas $y \rightarrow 0$ calcul de C_1

III.4 Evaluation des composantes de ζ

III.5 Cas particulier des ondes de surface

IV EXCITATION DES ONDES DE SURFACE

IV.1 Mise en équation - cas particulier du quartz

IV.2 Forces d'excitation - calcul de (\hat{f})

IV.3 Calcul de $(\hat{\phi})$

V RESULTATS EXPERIMENTAUX

V.1 Préparation des transducteurs

a) Dépôt des électrodes par évaporation sous vide

b) caractéristiques géométriques

V.2 Mesure de l'impédance des transducteurs

a) Méthode du Q mètre

b) Résultats.

.../...

V.3 Observation des ondes de surface

- a) Montage expérimental
- b) Résultats à 20 MHz
- c) Etude aux fréquences harmoniques
 - 1) 60 MHz
 - 2) Fréquences supérieures à 100 MHz
 - 3) Existence d'ondes de volume

CONCLUSIONS

ANNEXES

INTRODUCTION

L'étude des ondes acoustiques superficielles dans la gamme de fréquences allant de quelques dizaines de mégahertz au gigahertz a fait ces dernières années l'objet de nombreux travaux.

Leur intérêt s'explique par les propriétés habituelles des ondes acoustiques de haute fréquence : les valeurs de la longueur d'onde sont faibles ainsi que l'atténuation dans de nombreux matériaux, mais et surtout les vibrations sont localisées dans d'étroites zones à la surface des milieux propagateurs.

L'objet de ce travail est l'étude théorique et expérimentale d'un mode d'excitation d'ondes acoustiques superficielles au moyen de structures métalliques périodiques déposées sur un barreau piezoélectrique convenablement taillé.

Après avoir précisé la notion d'onde superficielle nous examinons les différents types d'ondes possibles et les méthodes d'excitation connues jusqu'alors.

Nous étudions ensuite la répartition des champs électriques dans le cristal au voisinage du transducteur, puis la propagation et l'excitation d'ondes superficielles sur la face (001) d'un barreau de quartz.

Expérimentalement nous avons étudié les caractéristiques électriques des transducteurs fabriqués et nous avons mis en évidence des ondes de surface pour des fréquences allant de 20 MHz à 420 MHz.

Des développements possibles de cette étude seront envisagés en conclusion.

I - GENERALITES

1. - NOTION D'ONDES SUPERFICIELLES

Dès 1885 LORD RAYLEIGH (1) étudie les propriétés des ondes se propageant sur la surface plane d'un solide isotrope. Ces ondes de Rayleigh isotropes sont polarisées elliptiquement dans le plan sagittal et se propagent à la surface du solide avec une amplitude décroissant exponentiellement avec la profondeur. Leur vitesse est indépendante de la fréquence ; ces ondes se rencontrent souvent dans les phénomènes sismiques.

Dans un milieu anisotrope non piezoélectrique les facteurs de décroissance ne sont plus toujours réels mais peuvent être imaginaires avec partie réelle non nulle. Dans ce cas les amplitudes auront une décroissance exponentielle oscillante.

Les composantes sagittale et transverse sont encore découplées. Suivant le degré de symétrie de la direction de propagation et de la surface du cristal nous obtenons soit une onde polarisée elliptiquement dans un plan faisant un petit angle avec le plan sagittal, c'est une onde de Rayleigh anisotrope, soit une onde ayant uniquement une composante perpendiculaire au plan sagittal.

Dans un milieu anisotrope piezoélectrique, les différentes composantes de l'onde sont couplées au champ électrique. Dans le cas le plus général nous considérons trois composantes non nulles ; nous avons l'onde de Rayleigh anisotrope piezoélectrique.

Il est encore possible d'avoir une onde simplement transverse (BLEUSTEIN J. (23)).

(1) LORD RAYLEIGH : On waves propagated along the plane surface of an elastic solid Proc. Lond. Math. Soc. 17, 4, (1885)

(23) J. BLEUSTEIN : Applied Physics Letters vol. 13, n° 12, (1968)

Les différents cas ont fait l'objet d'une importante littérature (2, 3, 4, 5, 6, 8). Les méthodes de résolution des équations du mouvement sont sensiblement analogues.

Dans le cas des milieux piezoélectriques nous retiendrons la méthode utilisée par TONNING (5) qui a développé un formalisme fort intéressant.

Remarque.

On peut obtenir deux types d'ondes très voisins des ondes acoustiques superficielles quand le milieu propagateur présente une épaisseur faible.

Dans les couches minces déposées sur la surface plane d'un cristal apparaissent des ondes pour les quelles la seule composante non nulle est perpendiculaire au plan sagittal. En dehors de la couche mince l'onde n'existe pas : ce sont les ondes de Love.

Lorsque le milieu propagateur est une lame cristalline d'épaisseur suffisamment faible, des ondes de Lamb peuvent apparaître. Les composantes sont uniquement sagittales et non elliptiques ; la longueur d'onde est un sous-multiple entier de l'épaisseur de la lame. La variation de l'amplitude avec la profondeur pour une onde de Lamb et pour une onde de Rayleigh sont comparables (VIKTOROV 24)

(2) SYNGE J.L. : J. Math. and Phys. 35, 323, (1957)

(3) SYNGE J.L. : Royal Irish. Acad. Proc. 58, 13 (1956)

(4) V.T. BUCHWALD : Quart. Journ. Mech and applied Maths
vol. XIV Pt 3 (1961)

(5) A. TONNING, K.A. INGEBRIGTSEN : Propagation and excitation of
elastic waves in crystals Rep TE 74, (1967)

(6) STONELEY R. : Geogh. Suppl. to Monthlay notes
Roy Astron. Soc. 5 343 (1949)

(8) H. DERESIEWICZ, RD MINDLIN : Jound of Appl. Phys. 28 6 p 669 (1959)

(24) VIKTOROV I.A. : Rayleigh and Lamb waves Plenum Press (1967)

2. - METHODES D'EXCITATION

On sait depuis longtemps produire des ondes ultrasonores superficielles (25). Des méthodes diverses sont employées. Les premières sont basées sur la transformation d'une onde de volume en onde de surface à la surface de séparation de deux milieux. Au moyen d'un prisme (fig. I.1) une onde longitudinale arrive sur la surface de séparation des milieux 1 et 2 avec une incidence oblique. Cette incidence est choisie de façon telle que l'onde émergente soit rasante. Le couplage des milieux 1 et 2 est assuré par une huile ou un ciment d'impédance acoustique convenable.

Dans une autre méthode une pastille de quartz de coupe X ou Y (fig. I. 2) est directement appliquée sur la surface du barreau. Dans le spectre de Fourier des vibrations créées par cette pastille on trouvera des termes qui correspondent aux ondes de surface.

Plus récemment des ondes de Rayleigh ont été produites en plaçant une pastille de quartz de coupe X sur un peigne métallique (fig. I.3) dont la période est égale à la longueur d'onde de l'onde superficielle excitée.

Aucun de ces procédés ne fait appel aux propriétés du milieu propagateur. En outre les pertes sont importantes par suite des multiples conversions et le fonctionnement est limité en fréquence par les dimensions des pastilles de quartz excitatrices.

Dans ce travail nous avons utilisé une méthode directe récemment développée (7, 9, 10, 11) : Sur une face d'un barreau de quartz convenablement taillé nous déposons un ensemble périodique d'électrodes parallèles imbriquées (fig. I. 4).

(25) VIKTOROV I A. : Soviet Physics Acoustics Vol. 7 n° 3 (1962)

(7) CHIN CHONG TSENG, R.M. WHITE, Journ. of Appl. Phys. 38 II p. 274
(1967)

(9) ARZT R.M. , K. DRANSFELD, Appl. Phys. lett. 7 156 (1965)

(10) WHITE R.M., VOLTMER F.W. Appl. Phys. lett. 7 314 (1965)

(11) WHITE R.M., VOLTMER F.W., Applied Phys. letters 8 40 (1966)

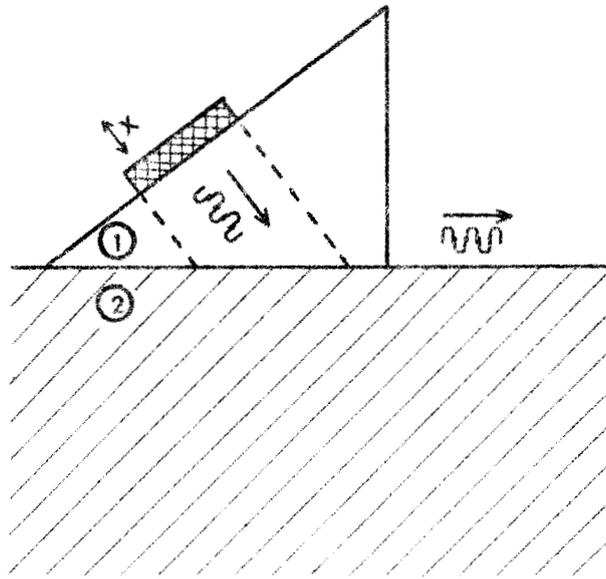


FIGURE. I.1 : Excitation d'ondes de surface au moyen d'un prisme.

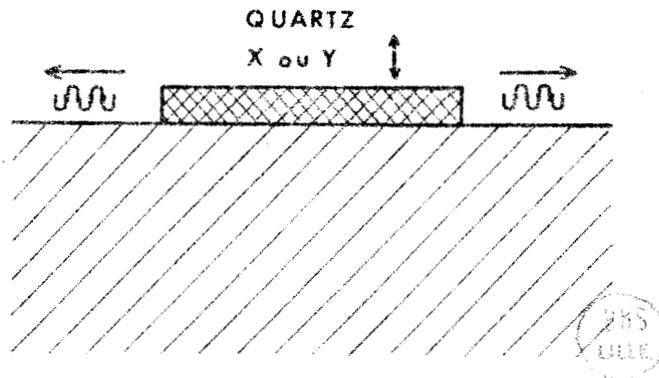


FIGURE. I.2 : Excitation d'ondes de surface avec une pastille de quartz de coupe X ou Y.

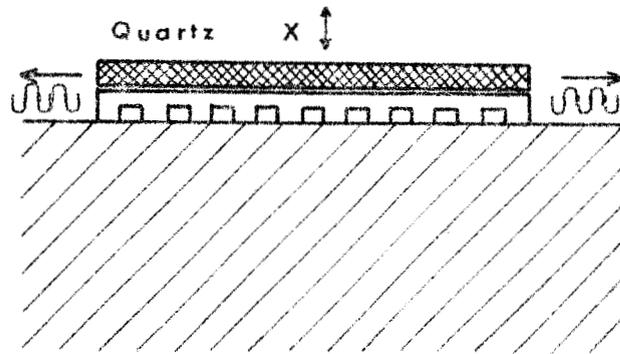


FIGURE.I.3: Excitation d'ondes acoustiques superficielles au moyen d'un peigne.

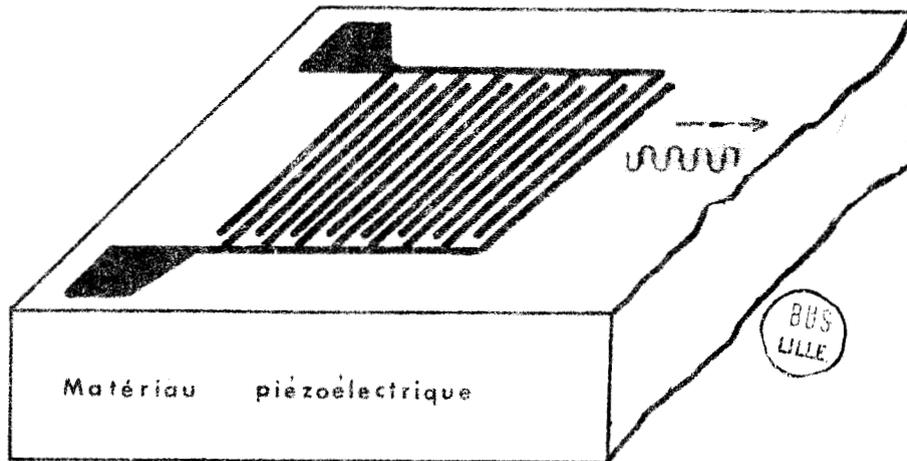
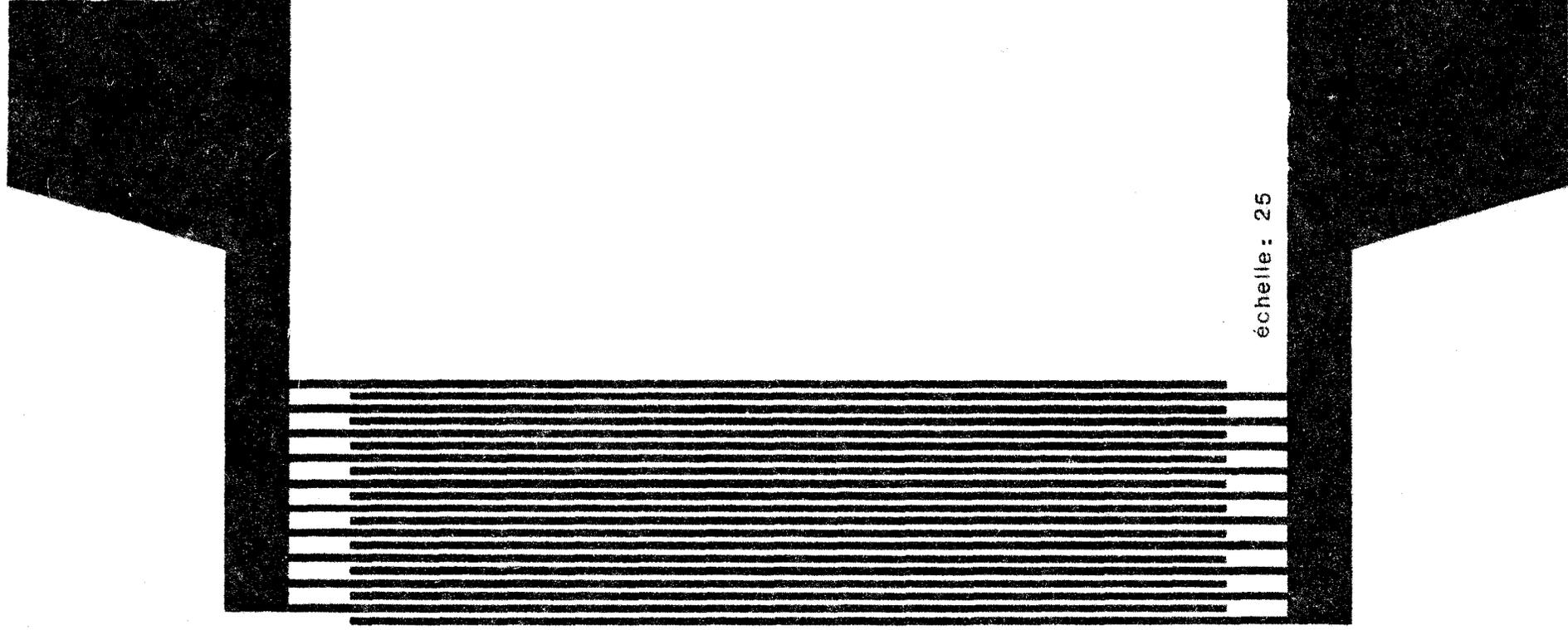


FIGURE.I.4: Excitation directe d'ondes acoustiques superficielles par un transducteur interdigital.

Par couplage piezoélectrique les champs électriques créés dans le cristal excitent des ondes superficielles ultrasonores dont la longueur d'onde est égale à la période du système d'électrodes.



échelle: 25

FIGURE.II.1: Transducteur interdigital composé de 10 paires d'électrodes.

II - ETUDE DU POTENTIEL ELECTRIQUE AU VOISINAGE DU TRANSDUCTEUR

II. 1 - REPARTITION DU POTENTIEL

Les transducteurs émetteur et récepteur sont constitués d'électrodes très minces déposées sur une lame de quartz polie optiquement. La figure (2.1) montre comment ces électrodes sont imbriqués les unes dans les autres.

Lorsqu'on applique une tension électrique au transducteur nous obtenons une répartition du potentiel périodique suivant la direction Ox qui est aussi la direction de propagation.

Les transducteurs sont suffisamment larges pour qu'on puisse négliger les effets de bord sur les électrodes et considérer la propagation d'ondes planes suivant Ox.

Le potentiel électrique ne dépendant pas de la coordonnée z nous pouvons ramener l'étude de sa répartition à la résolution de l'équation de Laplace dans un plan sagittal XY.

Sur la figure (2.2) on remarque que les droites $x = nb$ sont des axes de symétrie pour lesquels le potentiel s'annule. Nous pouvons donc étudier le potentiel V dans une région comprise entre les axes Ox, Oy et la droite $x = b$ (figure 2-3).

Pour simplifier l'étude nous considérons des grandeurs réduites ; l'unité de longueur est b, période du système d'électrode, la largeur d'une électrode est égale à a. Le potentiel est égal à $\pm 1/2$ sur chaque électrode.

Le potentiel électrique est solution de l'équation

$$\Delta V = 0$$

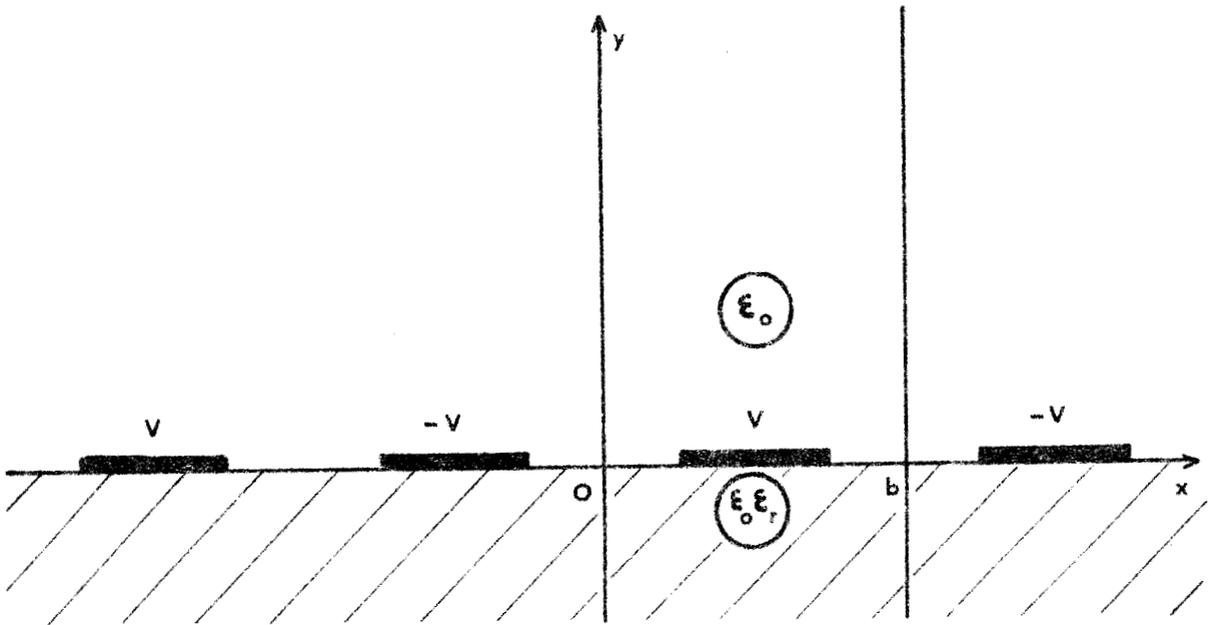


FIGURE .11.2

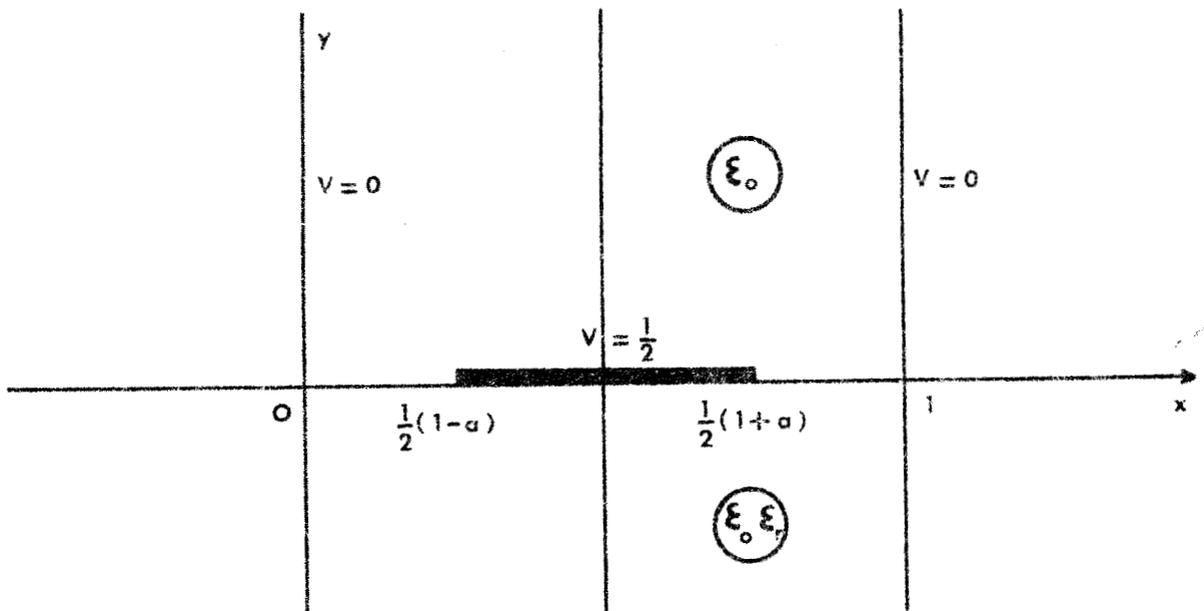


FIGURE .11.3

BUS
LINE

Les conditions aux limites étant :

$$\begin{cases} V = 0 & \text{pour } x = 0 \text{ et } x = 1, \quad y \\ V = \frac{1}{2} & \text{pour } \frac{1}{2}(1-a) < x < \frac{1}{2}(1+a) \text{ et } y = 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

En séparant les variables et en tenant compte de la périodicité suivant Ox nous obtenons une solution générale

$$V = \sum_{n=0}^{\infty} B_{2n+1} \sin(2n+1) \pi x e^{-(2n+1)\pi y} \quad (2.3)$$

B_{2n+1} est un coefficient que nous déterminons en explicitant les conditions aux limites par les composantes du champ électrique soit

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad \text{pour } \begin{cases} y = 0 \\ \frac{1}{2}(1-a) < x < \frac{1}{2}(1+a) \end{cases} \quad (2.4)$$

ou

$$\sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) B_{2n+1} \cos(2n+1)\pi x = 0 \quad (2.5)$$

lorsque x est compris entre $\frac{1}{2}(1-a)$ et $\frac{1}{2}(1+a)$.

Il n'existe pas de fonction simple satisfaisant cette dernière relation. En général, on cherche dans les tables de fonctions spéciales une fonction de même forme que E_x et s'annulant dans un intervalle donné que nous prendrons identique à l'intervalle pour lequel la composante de E suivant Ox s'annule

Dans le cas présent nous obtenons une fonction W qui est le produit d'une fonction gamma, d'un cosinus et d'une fonction de Legendre de 1ère espèce (ENGAN ;ERDELYI p. 166)

(13) A.ERDELYI : Higher transcendental functions vol. 1 p. 166
Mc Graw Hill (1953)

(14) ENGAN : Technical report TE 91

$$W = \left(\frac{1}{2} - \mu\right) \sum_0^{\infty} P_n^{\mu}(\cos \theta) \cos\left(n + \frac{1}{2}\right)v \quad (2-7)$$

Les différentes valeurs que prend W sont (ERDELYI)

$$\begin{cases} \left(\frac{\Pi}{2}\right)^{1/2} (\sin \theta)^{\mu} (\cos v - \cos \theta)^{-\mu - \frac{1}{2}} & \text{pour } 0 < v < \theta \\ 0 & \text{pour } \theta < v < \Pi \end{cases}$$

θ étant compris entre 0 et Π , la partie réelle de μ étant inférieure à $\frac{1}{2}$.

Pour $\mu = 0$ et des valeurs de n entières

$$\Gamma\left(\frac{1}{2} - \mu\right) = \sqrt{\Pi}$$

et la fonction de Legendre $P_n(\cos \theta)$ se simplifie en un polynôme de Legendre.

$$P_n(\cos \theta) = P_n(u)$$

Ces polynômes étant définis par la relation

$$P_n(u) = (2^n n!)^{-1} \frac{\partial^n}{\partial u^n} (u^2 - 1)^n \quad (2.8)$$

W prend la forme

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos \theta) \cos\left(n + \frac{1}{2}\right)v = \begin{cases} [2(\cos v - \cos \theta)]^{-1/2} & \text{pour } 0 < v < \theta \\ 0 & \text{pour } \theta < v < \Pi \end{cases} \quad (2.9)$$

Pour que W s'annule dans l'espace occupé par l'électrode nous choisissons pour v et les valeurs

$$v = 2 \Pi x$$

$$\theta = \Pi(1-a).$$

Par identification de (2.9) et (2.5) nous obtenons

$$B_{2n+1} = \frac{C}{\Pi(2n+1)} P_n[\cos \Pi(1-a)] \quad (2.10)$$

Nous déterminons la valeur de C en remarquant que le potentiel électrique sur les électrodes est $\pm 1/2$. Le calcul est donné dans l'annexe 1. Finalement nous obtenons :

$$B_{2n+1} = \frac{P_n(2k^2 - 1)}{(2n+1) K'(k)} \quad (2.11)$$

$K'(k)$ est l'intégrale elliptique complète de seconde espèce, son module est

$$k = \sin \frac{\pi a}{2}$$

Les valeurs numériques de P_n et $K'(k)$ sont données par les tables. On peut donc calculer les valeurs de B_{2n+1} pour différentes valeurs de a et n.

La figure (2.4) représente les variations de B_{2n+1} en fonction du rapport $\frac{a}{b}$ de la largeur d'une électrode à la période du système. Les courbes sont données pour des valeurs de n comprises entre 1 et 5.

II.2 - CAPACITE STATIQUE DU TRANSDUCTEUR.

La capacité existant entre une languette et le plan $x = 0$ et $x = b$ sur lequel le potentiel est nul peut être calculée à partir de l'expression

$$C = 4 \epsilon_0 (1 + \epsilon_r) \int_{\frac{1-a}{2}}^{\frac{1}{2}} E_{y(y=0)} dx \quad (2.12)$$

ϵ_r est la permittivité diélectrique relative du quartz.

L'intégrale J qui apparaît dans (2.12) est la circulation du vecteur champ électrique sur une demi languette.

$$J = \int_{\frac{1-a}{2}}^{\frac{1}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} B_{2n+1} \left[\sin(2n+1) \pi x \right] (2n+1) \pi dx \quad (2.13)$$

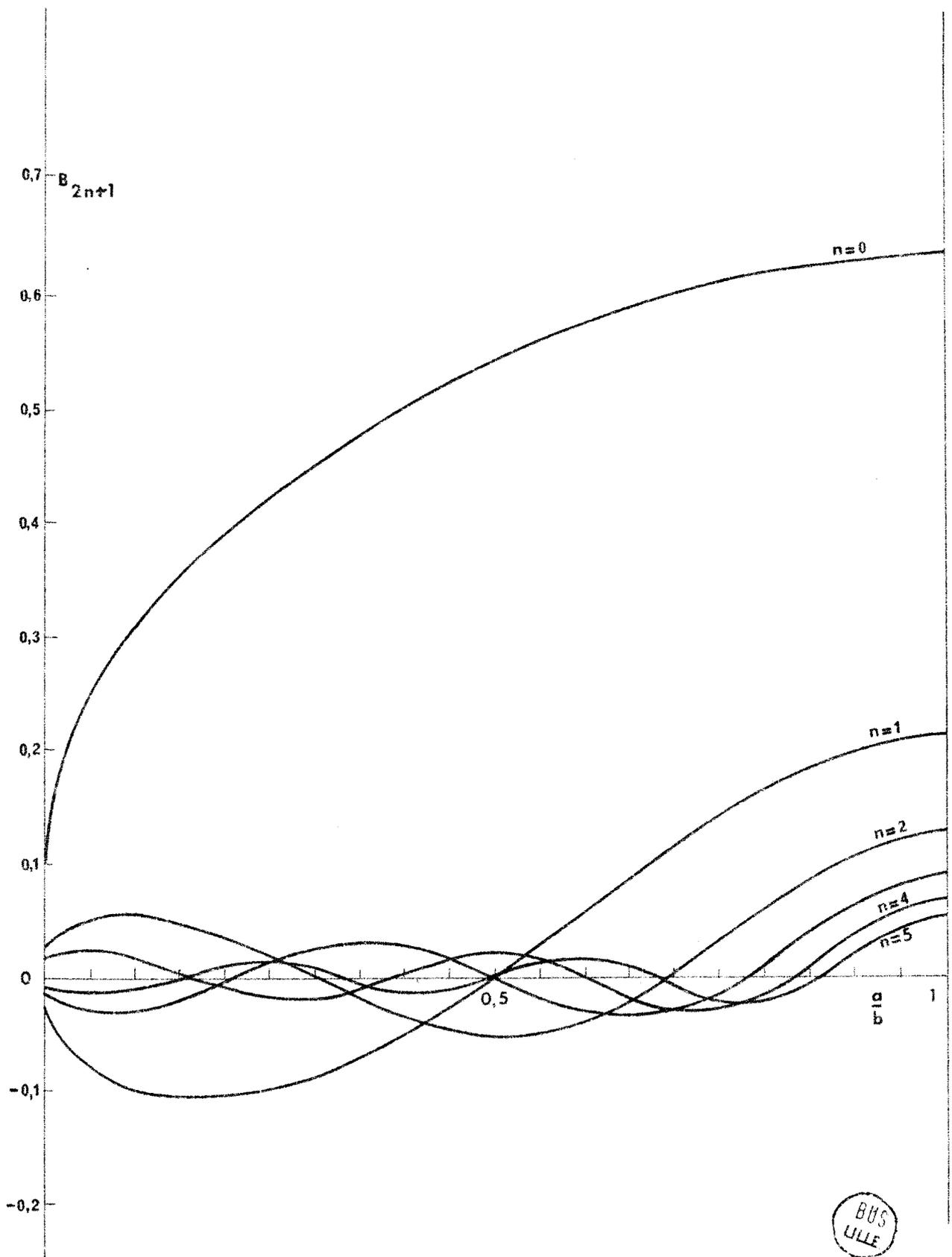


FIGURE.II.4: Variations de B_{2n+1} en fonction du rapport $\frac{a}{b}$
pour différentes valeurs de n .

ou encore

$$J = \frac{1}{K'(\sin \frac{a}{2})} \int_{\frac{1-a}{2}}^{\frac{1}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n P_n(\cos \Pi(1-a)) \cos \left[(n+\frac{1}{2})2\Pi(x - \frac{1}{2}) \right] dx \quad (2.14)$$

Le terme $(-1)^n$ provient de la substitution de $\sin (2n+1)\Pi x$ par un cosinus.

On voit qu'en remplaçant $(-1)^n P_n(u)$ par $P_n(-u)$ nous faisons apparaître une expression analogue à la fonction W utilisée précédemment.

Par un calcul analogue à celui de B_{2n+1} (annexe 1) nous obtenons

$$J = \frac{1}{2K'(k)} \int_0^1 \frac{du}{\sqrt{1-u^2} \sqrt{1-k^2 u^2}} = \frac{1}{2} \frac{K(k)}{K'(k)} \quad (2.15)$$

$K(k)$ est l'intégrale elliptique complète de 1ère espèce du ayant k pour module .

Finalement nous obtenons pour la capacité l'expression

$$C = 2 \epsilon_o (1 + \epsilon_r) \frac{K(k)}{K'(k)} \quad (2.16)$$

La capacité existant entre toutes les languettes portées alternativement à des potentiels opposés devient

$$C_t = \frac{N C L}{2}$$

N est le nombre de paire d'électrodes.

L la longueur d'une électrode.

C a été calculé en supposant la longueur des électrodes égale à l'unité de longueur.

$$C_t = N L \epsilon_o (1 + \epsilon_r) \frac{K(k)}{K'(k)} \quad (2.17)$$

L'expression $\epsilon_0 (1 + \epsilon_r) \frac{K(k)}{K'(k)}$ est la capacité par unité de longueur existant entre deux électrodes voisines. On l'appelle souvent la capacité réduite C_r .

$$\text{Ainsi } C_t = N L C_r$$

La figure (2.6) montre les variations de la capacité réduite en fonction de a/b pour différentes valeurs de ϵ_r .

Exemple numérique :

Les transducteurs que nous avons réalisés sont caractérisés par les valeurs suivantes :

$$L = 6\text{mm} \quad N = 10 \quad \frac{a}{b} = 0.6 \quad \epsilon_r = 4,5$$

$$C_r = 80 \text{ pF}$$

Nous obtenons

$$C = 5 \times 6 \cdot 10^{-3} \cdot 80 \cdot 10^{-12} \text{ Farad}$$

$$C = 2,4 \text{ pF}$$

Ce résultat concorde bien avec les mesures faites au Q mètre ; Pour des transducteurs analogues, les résultats obtenus par ENGAN (14) et COLLIN sont également de l'ordre de quelques picofarads.

Remarque

Nous avons fait tous nos calculs en supposant le quartz isotrope au point de vue diélectrique. Cette approximation est valable pour le quartz car les deux termes non nuls du tenseur permittivité diélectrique sont sensiblement égaux.

$$\epsilon_{ijr} = \begin{pmatrix} 4,49 & 0 & 0 \\ 0 & 4,49 & 0 \\ 0 & 0 & 4,55 \end{pmatrix}$$

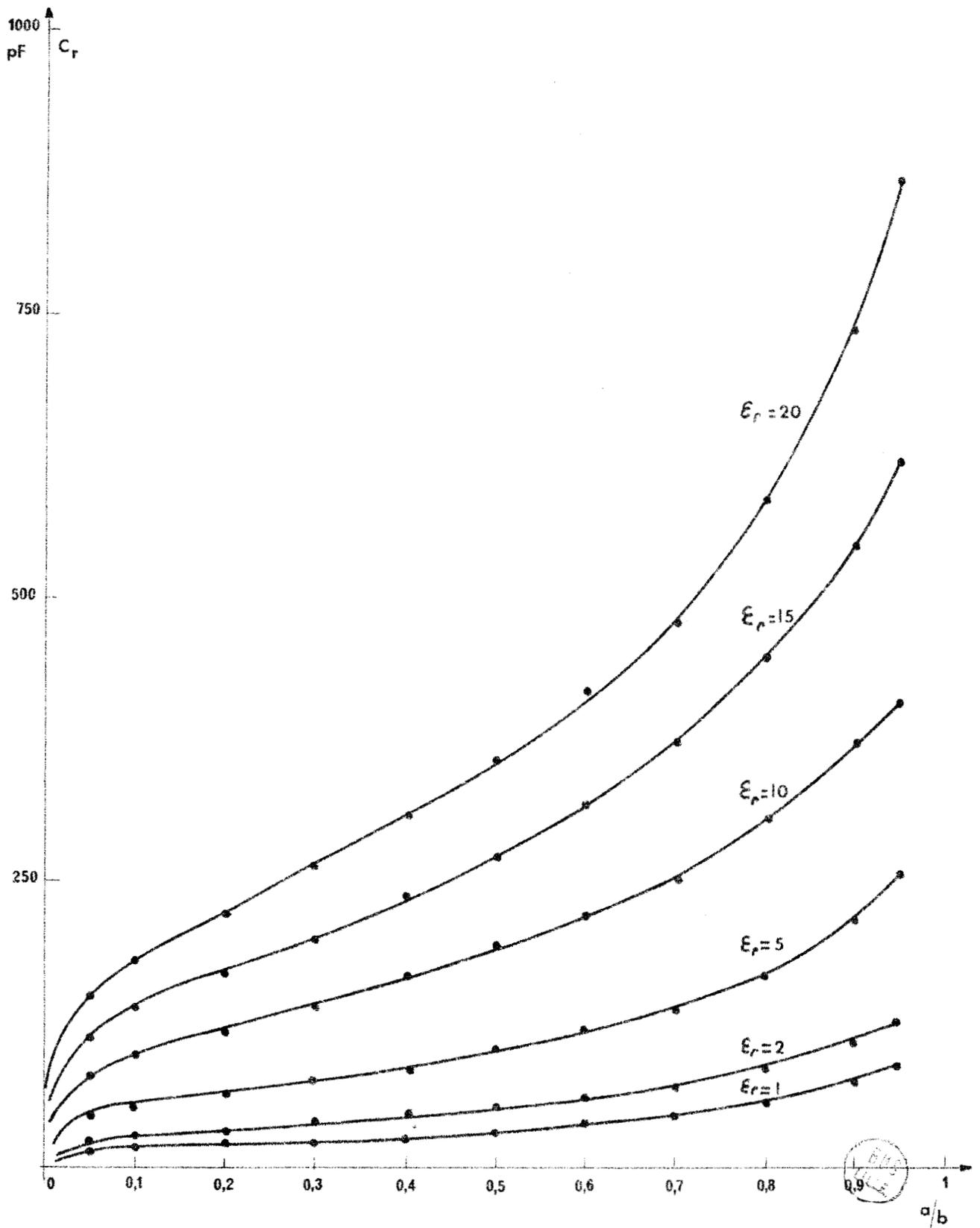


FIGURE.II.6: Capacité réduite C_r en fonction du rapport $\frac{a}{b}$ pour différentes valeurs de la permittivité diélectrique relative ϵ_r -

D'autres méthodes de calcul peuvent être utilisées pour déterminer la répartition du champ électrique créé par un ensemble d'électrodes planes. Une des plus connues est la méthode des transformations conformes. Pour un système d'électrodes simples comme celui que nous avons utilisé YU CHIN LIM et R.A. MOORE (15) ont obtenu les mêmes résultats. Cependant la méthode des transformations conformes est lourde et ne devient intéressante que pour des configurations complexes.

(15) YU CHIN LIM, R.A. MOORE
IEEE ED 15 n° 3 (1968)

III - PROPAGATION DES ONDES DE SURFACE

III.1 - EQUATIONS DU MOUVEMENT DU MILIEU CRISTALLIN

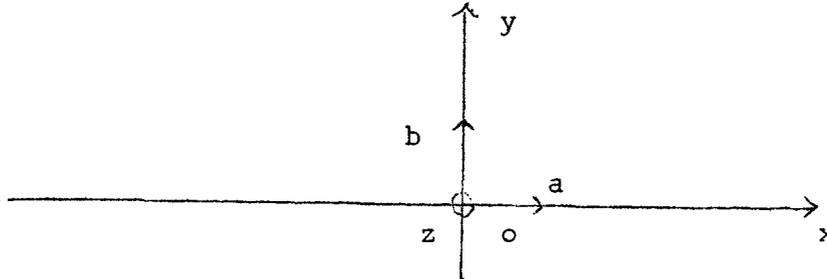


figure : 3-1

Nous supposons que les déplacements, les déformations et les contraintes dépendent de x et z , par le facteur

$$e^{i(q_x x + q_z z)} \quad (3.1)$$

Nous omettrons de multiplier toutes les grandeurs physiques considérées par $e^{i\omega t}$, ce terme sera sous-entendu. En désignant les déplacements par ξ_i les déformations s'écrivent

$$\xi_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \xi_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \xi_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.2)$$

Pour les contraintes nous obtenons :

$$\sigma_{ik} = \lambda_{ikem} \xi_{em} = \lambda_{ikem} \frac{\partial \xi_e}{\partial x_m} \quad (3.3)$$

En utilisant les propriétés de symétrie des constantes élastiques :

$$\lambda_{ikem} = \lambda_{kiem} = \lambda_{ikme} = \lambda_{emik} \quad (3.4)$$

D'après (3.1) nous obtenons pour les contraintes

$$\sigma_{ik} = \lambda_{ikem} \left(iq_x a_m + iq_z c_m + b_m \frac{\partial}{\partial y} \right) \xi_e \quad (3.5)$$

Nous utiliserons le formalisme développé par TONNING et K.A INGBRIGTSEN (5). Pour cela il nous faut introduire les trois forces s'exerçant sur les faces d'un cube de cristal de volume unité

(5) TONNING, K.A. INGBRIGTSEN : Report TE 74 (1967)

et dont les arêtes sont parallèles aux trois axes de coordonnées choisies (figure 3-1).

La force s'exerçant sur la face perpendiculaire à Ox est

$$\eta_x = \sigma_{ik} a_k = \left[i q_x \lambda_{ikem} a_k a_m + \lambda_{ikem} a_k b_m \frac{\partial}{\partial y} + i q_z \lambda_{ikem} a_k c_m \right] \xi_e \quad (3.6)$$

de même

$$\eta_y = \sigma_{ik} b_k = \left[i q_x \lambda_{ikem} a_m b_k + \lambda_{ikem} b_m b_k \frac{\partial}{\partial y} + i q_z \lambda_{ikem} b_k c_m \right] \xi_e \quad (3.7)$$

et

$$\eta_z = \sigma_{ik} c_k = \left[i q_x \lambda_{ikem} c_k b_m + \lambda_{ikem} c_k b_m \frac{\partial}{\partial y} + i q_z \lambda_{ikem} c_k c_m \right] \xi_e \quad (3.8)$$

η_y présente une importance particulière car c'est la force exercée sur la surface libre du milieu étudié : elle jouera un rôle fondamental dans la résolution des équations du mouvement.

Pour simplifier l'écriture introduisons (5) la matrice

$$\lambda(a,b) = \lambda_{ikem} a_k b_m \quad (3.9)$$

en remarquant que

$$\lambda(a,b) = \lambda(b,a)^t$$

où $\lambda(b,a)^t$ est la matrice transposée de $\lambda(a,b)$.

(3.6) ; (3.7) ; (3.8), deviennent :

$$\eta_y = \left[i q_x \lambda(b,a) + i q_z \lambda(b,c) + \lambda(b,b) \frac{\partial}{\partial y} \right] \xi \quad (3.11)$$

où η_y et ξ sont des vecteurs colonnes ayant respectivement pour composantes :

$$\eta_{y_1} \quad \eta_{y_2} \quad \eta_{y_3} \quad ; \quad \xi_1 \quad \xi_2 \quad \xi_3 \quad (3.12)$$

Dans le cas où nous avons un régime périodique, ce que nous avons supposé en écrivant l'équation (3-1) l'équation du mouvement peut s'écrire :

$$\frac{\partial}{\partial x} \eta_x + \frac{\partial}{\partial y} \eta_y + \frac{\partial}{\partial z} \eta_z + \omega^2 \rho \xi = f \quad (3.13)$$

où ρ est la densité du cristal, ω la pulsation et f la force s'exerçant sur l'unité de volume du cristal.

D'après (3.6) et (3.1) nous obtenons :

$$\begin{cases} B \frac{\partial}{\partial y} \xi + i L^t \xi - \eta_y = 0 \\ i L \frac{\partial}{\partial y} \xi + \frac{\partial}{\partial y} \eta_y - K \xi = f \end{cases} \quad (3.14)$$

$$\text{où } L = q_x \lambda(a,b) + q_z \lambda(c,b) \quad (3.15)$$

$$K = q_x^2 A + q_x q_z [\lambda(a,c) + \lambda(c,a)] + q_z^2 C - \omega^2 \rho I \quad (3.16)$$

avec les abréviations :

$$\begin{aligned} A &= \lambda(a,a) \\ B &= \lambda(b,b) \\ C &= \lambda(c,c) \end{aligned} \quad (3.17)$$

Il est alors intéressant d'introduire le vecteur colonne ζ dont les trois premières composantes sont celles du déplacement ξ et les trois dernières celles de la force η_y s'exerçant sur la surface libre du cristal.

$$(\zeta) = \begin{pmatrix} \xi \\ \eta_y \end{pmatrix}$$

Dans ces conditions, l'équation du mouvement du milieu se met sous une forme pratique et originale (5).

$$\begin{pmatrix} B & 0 \\ + iL & I \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial y} (\zeta) + \begin{pmatrix} iL^t & - I \\ - K & 0 \end{pmatrix} (\zeta) = \begin{pmatrix} 0 \\ f \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

ou encore sous forme d'une équation différentielle matricielle du premier ordre :

$$\frac{\partial}{\partial y} (\zeta) + i (N) (\zeta) = \begin{pmatrix} 0 \\ f \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

en posant

$$(N) = \begin{pmatrix} B^{-1} L^t & iB^{-1} \\ iS & LB^{-1} \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

avec

$$(S) = K - L B^{-1} L^t \quad (3.22)$$

L'équation différentielle du mouvement qui a été établie diffère de l'équation séculaire que l'on rencontre habituellement dans beaucoup de publications sur les vibrations élastiques des milieux cristallins. Elle diffère par une écriture différente des conditions aux limites. Sans l'étudier systématiquement nous allons montrer comment elle se résoud puis nous examinerons le cas particulier des ondes de surface pour lequel d'importantes simplifications pourront être introduites.

III.2 - SOLUTIONS DES EQUATIONS DU MOUVEMENT

Il faut chercher une solution de l'équation (3.20) satisfaisant à des conditions aux limites convenables à la surface du cristal et à l'infini.

La force (f) qui apparaît dans (3.20) est fonction de q_x , q_z et y . Par suite nous noterons f et plus généralement une matrice (A) sera notée A dans les cas où cette simplification n'introduit pas d'ambiguïtés.

Au voisinage du transducteur, c'est-à-dire dans la zone d'excitation, la force totale est la partie réelle de $g(x y z)e^{i\omega t}$

Par transformation de Fourier f prend la forme suivante :

$$f(y, q_x, q_z) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x y z) e^{-i (q_x x + q_z z)} dx dz$$

La solution générale de (3.20) s'écrit (16)

$$(\zeta) = (Q) (D(y)) \left\{ (c) + \int_0^y (D(-y')) (Q^{-1}) \begin{pmatrix} 0 \\ f \end{pmatrix} dy' \right\} \quad (3.24)$$

Q étant la matrice carrée de rang 6 dont les colonnes sont les vecteurs propres de N

$$(Q) = (\zeta_1 \quad \zeta_2 \quad \zeta_3 \quad \zeta_4 \quad \zeta_5 \quad \zeta_6) \quad (3.25)$$

(D(y)) une matrice diagonale dont les termes non nuls sont $e^{-in y} \dots, e^{-in_6 y} \dots, n_1 n_2 \dots n_6$ étant les valeurs propres de (N) et (C) un vecteur constant qui sera déterminé par les conditions aux limites à la surface du cristal et à l'infini suivant la direction opposée à Oy.

Posons pour simplifier :

$$\chi(y) = \left(\chi(y) \right) = \int_0^y D(-y') Q^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ f \end{pmatrix} dy' \quad (3.26)$$

Etant donnée la structure des matrices 6 × 6 entrant dans les équations précédentes il est intéressant de décomposer ces matrices en bloc 3 × 3 comme suit :

$$Q = \begin{pmatrix} Q_1 & Q_2 \\ Q_1' & Q_2' \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

$$D(y) = \begin{pmatrix} D_1(y) & 0 \\ 0 & D_2(y) \end{pmatrix} \quad 3.28$$

$$\chi(y) = \begin{pmatrix} x_1(y) \\ x_2(y) \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

$$c = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

A priori la matrice N n'a pas de propriétés particulières. On montre cependant (Annexe 2) qu'elle conduit à plusieurs relations d'orthogonalité intéressantes telles que :

$$Q^t T Q = (\sigma) \quad (3.31)$$

où T est une matrice auxiliaire introduite par commodité de calcul.

$$T = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

(σ) est une matrice diagonale dont les termes sont égaux à ± 1 ou $\pm i$ selon les valeurs propres de (N).

Nous poserons également

$$(\sigma) = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

Dans ce cas (5)

$$Q^{-1} = \sigma^{-1} Q^t T = \left(\begin{array}{cc|cc} \sigma_1^{-1} & Q_1'^t & \sigma_1^{-1} & Q_1'^t \\ \sigma_2^{-1} & Q_2'^t & \sigma_2^{-1} & Q_2'^t \end{array} \right) \quad (3.34)$$

Le terme $\chi(y)$ devient

$$\chi(y) = \int_0^y \begin{pmatrix} D_1(-y') \sigma_1^{-1} & Q_1'^t f(y') \\ D_2(-y') \sigma_2^{-1} & Q_2'^t f(y') \end{pmatrix} dy' \quad (3.36)$$

Nous obtenons ainsi la solution générale de l'équation (3.20) qui contient les constantes d'intégration C_1 et C_2 .

$$(\zeta) = \begin{pmatrix} Q_1 & D_1 (C_1 + \chi_1) + Q_2 & D_2 (C_2 + \chi_2) \\ Q_1 & D_1 (C_1 + \chi_1) + Q_2 & D_2 (C_2 + \chi_2) \end{pmatrix} = Q D \begin{pmatrix} C_1 + \chi_1 \\ C_2 + \chi_2 \end{pmatrix} \quad (3.36')$$

III.3 - CONDITIONS AUX LIMITES

Les constantes d'intégration (vecteurs C_1 et C_2) qui apparaissent dans la solution générale (3.36) sont déterminés par les conditions aux limites sur les plans de coordonnées $y = 0$ et y infini qui limitent le cristal supposé semi infini.

En reprenant la matrice N on voit (annexe 2) que les valeurs propres sont solution d'une équation du sixième degré à coefficients réels. Ces racines sont soit réelles soit complexes ; dans le deuxième cas elles apparaissent par paires complexes conjuguées. On ne peut donc avoir que des nombres pairs de valeurs propres de type réel ou de type complexe.

Deux valeurs propres réelles [5] correspondent respectivement à une onde incidente sur le plan $y = 0$ et à une onde réfléchie par ce même plan.

Deux valeurs propres complexes conjuguées correspondent à deux ondes respectivement décroissantes et croissantes lorsque y varie de 0 à $-\infty$. On voit que dans tous les cas, une solution sur deux n'est pas satisfaisante physiquement : seulement trois solutions sur six le sont. Par conséquent il est intéressant d'ordonner les six valeurs propres de façon que les trois premières soient celles qui correspondent aux solutions

acceptables. On choisira donc les valeurs propres n_1, n_2, n_3 soit réelles positives soit complexes avec partie imaginaire négative. On peut alors déterminer les constantes C_1 et C_2 en calculant les valeurs de χ_1 et χ_2 pour $y = 0$ et $y = \infty$

III.3 a) Conditions aux limites dans le plan $y = 0$ calcul de C_2

Par suite de la convention choisie pour la numérotation des vecteurs propres de la matrice N .

$$D_2(-y')$$

a ses éléments qui sont soit des exponentielles décroissantes soit des fonctions sinus ou cosinus. $f(y')$ tend vers 0 lorsque $y' \rightarrow 0$.

Ainsi la quantité

$$\chi_2(y) = \int_0^y D_2(-y') \sigma_2^{-1} Q_2^t f(y') dy' \quad (3.37)$$

est bornée supérieurement. Par un raisonnement analogue on peut montrer qu'il en est de même pour $\chi_1(y)$

Les trois dernières colonnes de la matrice ζ correspondent aux solutions de l'équation (3.20) qui ne sont pas acceptables physiquement.

Ainsi lorsque y tend vers l'infini il faut que

$$D_2(C_2 + \chi_2) \quad (3.38)$$

tende vers 0. Tenant compte des remarques précédentes on obtient

$$C_2 = -\chi_2(\infty) \quad (3.39)$$

III.3 b) Conditions aux limites à l'infini - Calcul de C_1

Dans le plan $y = 0$ nous avons

$$D_1(0) = D_2(0) = I \quad (3.40)$$

Nous obtenons pour ζ une nouvelle expression

$$\zeta = \begin{pmatrix} Q_1 (C_1 + x_1) + Q_2 (C_2 + x_2) \\ Q'_1 (C_1 + x_1) + Q'_2 (C_2 + x_2) \end{pmatrix} \quad (3.41)$$

Le bloc inférieur de (3.41) est la force superficielle par unité de surface dans le plan $y = 0$. Nous l'avons définie par

$$\phi = \sigma_{ik} n_k \quad (3.42)$$

où n_k est le vecteur unitaire de la normale à la surface du cristal.

Il est évident que l'on obtient

$$x_1(0) = x_2(0) = 0 \quad (3.43)$$

Par conséquent ϕ se réduit à

$$\phi = Q'_1 C_1 + Q'_2 C_2 = Q'_1 C_1 - Q'_2 x_2(\infty) \quad (3.44)$$

Ainsi nous avons déterminé la 2^e constante d'intégration

$$C_1 = Q'_1{}^{-1} [\phi + Q'_2 x_2(\infty)] \quad (3.45)$$

Finalement ζ est complètement déterminé et peut s'exprimer

sous la forme

$$\zeta = \sum_1^6 \zeta_r (a_x, a_z) e^{-i n_r y} a_r (a_x, a_z, y) \quad (3.46)$$

où a_r sont les composantes du vecteur a défini par

$$a = \begin{pmatrix} C_1 + x_1 \\ C_2 + x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q'_1{}^{-1} [\phi - Q'_2 x_2(\infty)] + x_1(y) \\ x_2(y) - x_2(\infty) \end{pmatrix} \quad (3.47)$$

III.4 - EVALUATION DES COMPOSANTES DE ζ

L'expression (3.46) est la réponse du milieu cristallin à une valeur particulière du vecteur d'onde. On obtient l'expression complète du champ acoustique correspondant à une excitation donnée en faisant la transformée de Fourier inverse

$$\zeta(x,y,z) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \zeta(q_x, q_z) e^{i(q_x x + q_z z)} dq_x dq_z \quad (3.48)$$

soit

$$\zeta(x,y,z) = \sum_1^6 \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \zeta_r a_r(q_x, q_z, y) e^{i(q_x x + q_z z - n_r y)} dq_x dq_z \quad (3.48')$$

En prenant les calculs de INGEBRIGTSEN (5) on constate que les composantes des vecteurs propres de la matrice N s'expriment sous forme de fractions rationnelles dont les numérateurs sont des fonctions homogènes et les dénominateurs des racines de polynômes homogènes. Par conséquent les quantités sous le signe somme dans (3.48') sont des termes tels que

$$\frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{P_1(q_x, q_z, n_r, \omega)}{P_2(q_x, q_z, n_r, \omega)} \phi_r(q_x, q_z, y) e^{i\phi} dq_x dq_z \quad (3.49)$$

dans lesquels nous avons posé $\phi = q_x \cdot x + q_z \cdot z - n_r y$

ϕ_r est déterminé par l'excitation des vibrations.

La méthode de calcul d'intégrales du type (3.49) a été développée par LIDTHILL (17). BUCHWALD l'a ensuite appliquée au calcul de l'excitation d'ondes élastiques dans les cristaux à symétrie cubique.

(17) LIDTHILL : Phil. trans. A. 252 (1960) p. 397

(4) V.T. BUCHWALD : Quart Journal mechan. and applied Math. vol. XIV, Part. 3, (1961)

Dans le cas qui nous intéresse nous allons donner le principe de cette méthode et envisager le cas particulier des ondes de surface.

A une distance de la zone d'excitation suffisamment grande devant la longueur d'onde des vibrations excitées l'exponentielle $e^{i\phi}$ définie précédemment varie rapidement par rapport aux composantes q_x et q_z du vecteur d'onde. De ce fait, dans l'espace q_x, q_z les points autour desquels le rapport $\frac{P_1}{P_2}$ varie lentement donneront une contribution nulle aux intégrales (3.49). Les seuls points donnant une contribution notable aux intégrales (3.49) seront les points singuliers des fractions rationnelles $\frac{P_1}{P_2}$ et les points pour lesquels la dérivée de ϕ s'annule.

Le calcul complet des intégrales (3.49) est assez complexe et le résultat ne présente qu'un intérêt réduit. Comme nous considérons des zones d'excitation situées au voisinage de l'origine et qu'il est intéressant de déterminer les vibrations existant en un point suffisamment éloigné de l'origine, nous nous intéressons uniquement au premier terme du développement asymptotique de (3.49). De ce fait les approximations faites précédemment concernant la contribution des différents points de l'espace q_x, q_z aux intégrales (3.49) se justifient et permettent un calcul plus pratique bien qu'approximatif.

III.5 - CAS PARTICULIER DES ONDES DE SURFACE.

Les différentes relations que nous avons introduites jusqu'à présent concernent tous les types d'onde pouvant se propager dans un milieu semi-infini anisotrope ; ce sont les relations les plus générales que nous puissions établir.

Parmi toutes les solutions possibles les ondes de surface constituent un ensemble particulier. Pour ces ondes superficielles les vitesses de propagation sont toujours deux fois plus faibles environ que les vitesses de propagation des ondes de volume. A la surface du cristal les composantes de η_y s'annulent. On montre que cette condition est réalisée en annulant le déterminant du bloc inférieur gauche de la matrice Q [5] soit

$$|Q'_1| = 0 \quad (3.51)$$

ceci entraîne

$$Q'_2 = Q'_1^*$$

et

$$Q'_1{}^{-1} = \frac{Q_1^{\text{adjt}}}{Q'_1}$$

où Q_1^{adjt} est la matrice adjointe de Q_1 .

Puisque les seules valeurs propres de N qui soient acceptables sont les trois premières, ζ se simplifie et l'intégrale (3.48') se réduit à une somme de 3 termes. D'autre part on se limite au plan du cristal si bien que y devient nul.

$$\zeta = \sum_1^3 \iint_{-\infty}^{\infty} \zeta_m a_m(q_x, q_z, 0) e^{i\phi} dq_x dq_z \quad (3.54)$$

a_m étant les composantes du vecteur a défini par (3.47) et qui se réduit à :

$$a = Q'_1{}^{-1} \left[\phi - Q'_1 x_2(\infty) \right] \quad (3.55)$$

En tenant compte de (3.53) et (3.49) nous obtenons

$$\zeta(x, y, z) = \iint_{-\infty}^{\infty} \zeta(q_x, q_z) \frac{Q_1^{\text{adj}}}{Q_1^*} [\phi - Q_1^* \chi_2(\infty)] e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} dq_z dq_x \quad (3.56)$$

On calcule cette dernière expression par la méthode des résidus en choisissant un contour d'intégration convenable autour des poles et des points singuliers dans le plan q_x, q_z .

En intégrant d'abord par rapport à q_x nous obtenons au voisinage d'un pole de Q_1^* .

$$Q_1^*(q_x, q_z^0) = (q_x - q_x^0) \left(\frac{\partial Q_1^*}{\partial q_x} \right)_0 \quad (3.57)$$

En posant

$$Q_1^* = P(q_x, q_z) \quad (3.58)$$

$$\text{et } F(q_x, q_z) = \zeta(q_x, q_z) a = \sum_1^3 \zeta_m a_m \quad (3.59)$$

(3.56) devient

$$\zeta(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{iq_z z} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(q_x, q_z^0)}{P(q_x, q_z^0)} e^{iq_x x} dq_x \quad (3.60)$$

$$= 2 \frac{F(q_x^0, q_z^0)}{\left(\frac{\partial}{\partial q_x} P \right)_0} e^{iq^0 r} dq_z \quad (3.61)$$

On montre que la quantité sous le signe intégrale est nulle si $q_x x < 0$ et égale à 1 si $q_x x > 0$.

REMARQUE

Le résultat du calcul dépend du contour d'intégration choisi autour des poles. Le contour est toujours choisi de telle manière que l'énergie se propage de la zone d'excitation vers l'extérieur (et non en sens inverse).

L'intégration par rapport à q_z est beaucoup plus complexe lorsqu'on se place dans le cas le plus général. Dans le cas présent la longueur d'une électrode égale à 6mm et la longueur d'onde égale à 160 μ nous pouvons valablement supposer les ondes planes. Ainsi la solution de l'intégrale (3.49) est donnée par (3.61).

IV - EXCITATION DES ONDES DE SURFACE

IV.1 - MISE EN EQUATION

Les composantes des vecteurs déplacement correspondant aux 3 ondes qui constituent l'onde de surface sont données par le premier bloc de ζ qui est défini par (3.61).

En exprimant $F(q_{x_0}, q_{z_0})$ et $(\frac{\partial}{\partial q_x} P)$ nous obtenons

$$\xi = \frac{1}{(\nabla q Q_1')} Q_1 D_1(y) Q_1'^A \left[Q_1'^* \int_{-\infty}^0 D_2(-y') \sigma_2^{-1} Q_2^t f'(y) dy' + \phi \right] \quad (4.1)$$

ou encore

$$\xi = \frac{1}{(\nabla q Q_1')} Q_1 D_1(y) Q_1'^A \left[Q_1'^A \int_{-\infty}^0 D_2(-y') Q_1^* f(y') dy' + \phi \right] \quad (4.2)$$

utilisant les propriétés des matrices Q et D dans le cas particulier des ondes de surface [5] [14], La relation (4.2) devient

$$\xi = \frac{1}{(V_F)(C^t H^\omega C)} \times Q_1 D_1(y) C C^t Q_1'^* \left[Q_1'^* \int_{-\infty}^0 D_1^*(y') Q_1^* f dy' + \phi \right] \quad (4.3)$$

H^ω est la matrice 3×3 dont les éléments sont

$$H_{jm}^\omega = -2 \omega i s \frac{t}{n_m - n_j} \xi_j \xi_m \quad (4.4)$$

V_F est la vitesse de phase de l'onde, ω sa pulsation

C est le vecteur colonne défini par les conditions aux limites à la surface du cristal [5], soit

$$Q_1' \cdot C = (0) \quad (4.5)$$

CAS DU QUARTZ
=====

Nous avons utilisé un cristal de quartz pour lequel la direction de propagation et la normale à la surface libre sont repérées respectivement par les indices (1,0,0) et (0,0,1).

Les valeurs numériques des vitesses de propagation et des composantes des ondes de surface pour le quartz ont été calculées par INGEBRIGTSEN (tableau IV.1)

Pour la coupe et la direction de propagation choisies nous avons

$$v_F = 3\,258 \text{ m/s}$$

$$\rho = 2\,650 \text{ kg/m}^3$$

$$n_1 = q(-i \quad 0,101)$$

$$n_2 = q(-0,514 - 0,650i)$$

$$n_3 = q(0,514 - 0,650i)$$

De même pour la matrice Q nous avons

$$Q = \begin{pmatrix} -0,011 & 0,233 + 0,179 i & 0,233 - 0,179 i \\ 0,849 i & -0,182 - 0,101 i & 0,182 - 0,101 i \\ 0,528 i & 0,198 + 0,078 i & -0,198 + 0,078 i \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

Ce sont les composantes non normalisées des vecteurs déplacement correspondant aux 3 ondes composantes de l'onde de surface dans le plan Oxy du cristal.

REMARQUE :

Les valeurs de n_1 , n_2 , n_3 sont complexes ce qui justifie les approximations faites au chapitre précédent. La direction de propagation choisie n'est pas une direction interdite pour les ondes de Rayleigh.

| Direction de propagation et surface du cristal | Vitesse des ondes de volume dans la direction m er. m/sec | Vitesse des ondes de surface m/sec | β_k | déplacements $\times 10$ |
|--|---|------------------------------------|--|---|
| m = (100) n = (010) | 5722 | 3154 | $\beta_1 = -0,169 \text{ i}$ $\beta_2 = 0,594 - 0,862 \text{ i}$ $\beta_3 = 0,594 - 0,862 \text{ i}$ | $\xi_1 = (-0,58, 8,45 \text{ i}, 5,32)$ $\xi_2 = (3,29-1,72 \text{ i}, -2,3 + 0,24 \text{ i}, 2,77 - 1,19 \text{ i})$ $\xi_3 = (3,29 + 1,72 \text{ i}, 2,3 + 0,24 \text{ i}, -2,77 - 1,19 \text{ i})$ |
| | 5101 | | | |
| | 3298 | | | |
| m = (100) n = (001) | 5722 | 3258 | $\beta_1 = -0,101 \text{ i}$ $\beta_2 = -0,514-0,650 \text{ i}$ $\beta_3 = 0,514 - 0,650 \text{ i}$ | $\xi_1 = (-0,11 \text{ i}, 8,49 \text{ i}, 5,28)$ $\xi_2 = (2,33+1,79 \text{ i}, -1,82-1,01 \text{ i}, 1,98+0,78 \text{ i})$ $\xi_3 = (2,33-1,79 \text{ i}, 1,83-1,01 \text{ i}, -1,98+0,78 \text{ i})$ |
| | 5101 | | | |
| | 3298 | | | |
| m = (010) n = (100) | 5996 | 3256 | $\beta_1 = -1,463 \text{ i}$ $\beta_2 = 0,350-0,301 \text{ i}$ $\beta_3 = -0,350-0,301 \text{ i}$ | $\xi_1 = (-1,49, 8,10 \text{ i}, 5,67 \text{ i})$ $\xi_2 = (-9,60-7,97 \text{ i}, 6,01+2,68 \text{ i}, -6,86+3,27 \text{ i})$ $\xi_3 = (-9,60+7,97 \text{ i}, -6,01+2,68 \text{ i}, 6,86 + 3,27 \text{ i})$ |
| | 4314 | | | |
| | 3379 | | | |
| m = (010) n = (001) | 6360 | 3685 | $\beta_1 = 0,284-0,275 \text{ i}$ $\beta_2 = -0,593-0,679 \text{ i}$ $\beta_3 = \text{réel}$ | $\xi_1 = (0, -4,40-3,33 \text{ i}, 5,70+6,09 \text{ i})$ $\xi_2 = (0, 4,71-3,99 \text{ i}, 1,89-3,25 \text{ i})$ $\xi_3 = (0, 0, 0)$ |
| | 4676 | | | |
| | 4673 | | | |
| m = (001) n = (100) | 6360 | 3797 | $\beta_1 = 1,098 \text{ i}$ $\beta_2 = 0,441-0,406 \text{ i}$ $\beta_3 = -0,441-0,406 \text{ i}$ | $\xi_1 = (2,07, 7,58 \text{ i}, 6,18 \text{ i})$ $\xi_2 = (-6,97-5,36 \text{ i}, -5,48-4,31 \text{ i}, 4,33+1,31 \text{ i})$ $\xi_3 = (-6,97+5,36 \text{ i}, 5,48-4,31 \text{ i}, -4,33-1,31 \text{ i})$ |
| | 4676 | | | |
| | 4673 | | | |
| m = (001) n = (010) | 6360 | 3812 | $\beta_1 = -0,420-0,348 \text{ i}$ $\beta_2 = 0,465-0,358 \text{ i}$ $\beta_3 = 0,449 - 0,539 \text{ i}$ | $\xi_1 = (0, 0, 0,30+9,07 \text{ i}, -1,36+3,97 \text{ i})$ $\xi_2 = (0, 0, -4,90-1,80 \text{ i}, 6,74-0,40 \text{ i})$ $\xi_3 = (0, 0, 0, 0)$ |
| | 4676 | | | |
| | 4673 | | | |



TABEAU IV 1. ONDES DE SURFACE DANS LE QUARTZ.

IV.2 - Forces d'excitation : calcul de \hat{f}

Les équations de la piézoélectricité peuvent s'écrire

$$\sigma_{ik} = \lambda_{ikrm} \xi_{rm} - e_{s, ik} E_s \quad (4.7)$$

$$D_m = e_{m,ik} \xi_{ik} + \epsilon_{mn} E_n \quad (4.8)$$

E est le champ électrique

D est le déplacement électrique

$e_{m,ik}$ est un élément du tenseur piézoélectrique.

ϵ_{mn} est un élément du tenseur permittivité diélectrique.

Pour alléger l'écriture nous écrirons ces tenseurs sous forme matricielle.

$$\lambda_{ijkl} = C_{mn}^E \quad \begin{cases} m = j \text{ pour } i = j \\ m = 9-j-i \text{ pour } i \neq j \end{cases} \quad \begin{cases} n = l \text{ pour } l = k \\ n = 9-l-k \text{ pour } l \neq k \end{cases}$$

$$e_{s,ik} = e_{s,m} \quad \begin{cases} m = k \text{ pour } i = k \\ m = 9-k-i \text{ pour } i \neq k \end{cases}$$

Les valeurs numériques de $C_{m,n}^E$ et $e_{s,m}$ ont été déterminées par BECHMAN (12)

$$C^E = \begin{pmatrix} 8,674 & 0,699 & 1,191 & -1,791 & 0 & 0 \\ 0,699 & 8,674 & 1,191 & 1,791 & 0 & 0 \\ 1,191 & 1,191 & 10,73 & 0 & 0 & 0 \\ -1,791 & 1,791 & 0 & 5,794 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5,794 & -1,791 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1,791 & 3,988 \end{pmatrix} \times 10^{10} \text{Nm}^{-2}$$

$$e = \begin{pmatrix} 0,171 & -0,171 & 0 & 0,0406 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0406 & -0,171 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times \text{Asm}^{-2} \quad (4-12)$$

Dans (IV.7) le dernier terme est la contrainte causée par le champ électrique soit

$$\sigma'_{ik} = -e_{s,ik} E_s \quad (4.13)$$

D'après (IV.4)

$$V(x,y) = \sum_{n=0}^{\infty} V_0 B_{2n+1} \sin(2n+1) kx e^{(2n+1) ky} \quad (4.14)$$

pour $y \leq 0$, V_0 étant le potentiel appliqué aux électrodes.

Considérant le couplage à un mode caractérisé par une valeur de n donnée, la longueur d'onde devient :

$$\lambda = \frac{2\pi}{q} = \frac{2\pi}{k(2n+1)} \quad (4.15)$$

Le champ électrique correspondant est

$$\begin{pmatrix} E \end{pmatrix} = -V_0 B_{2n+1} q e^{qy} \begin{pmatrix} \cos qx \\ \sin qx \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

Pour simplifier $B_{2n+1} = B$. (IV.13) devient

$$\begin{pmatrix} \sigma'_{ik} \end{pmatrix} = -e_{s,ik} V_0 B e^{qy} \begin{pmatrix} \cos qx \\ \sin qx \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

Nous obtenons pour la force d'excitation

$$f_k = \frac{\partial}{\partial x_i} \sigma'_{ik} = e_{s,ik} A_{is} \quad (4.18)$$

avec

$$A_{is} = \frac{-\partial}{\partial x_i} E_s$$

$$A = A_{is} = V_o B q^2 e^{qy} \begin{pmatrix} -\sin qx & \cos qx & 0 \\ \cos qx & \sin qx & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

Finalement

$$(f) = V_o B q^2 e^{qy} \left\{ \cos qx \begin{pmatrix} e_{1,21} + e_{2,11} \\ e_{1,22} + e_{2,12} \\ e_{1,23} + e_{2,13} \end{pmatrix} + \sin qx \begin{pmatrix} e_{2,21} - e_{1,11} \\ e_{2,22} - e_{1,12} \\ e_{2,23} - e_{1,13} \end{pmatrix} \right\}$$

(4.20)

ou encore

$$(f) = V_o B q^2 e^{qy} \left\{ \cos qx \begin{pmatrix} e_{16} + e_{21} \\ e_{12} + e_{26} \\ e_{14} + e_{25} \end{pmatrix} + \sin qx \begin{pmatrix} e_{26} - e_{11} \\ e_{22} - e_{16} \\ e_{24} - e_{15} \end{pmatrix} \right\}$$

(4.21)

La transformée de Fourier de la force d'excitation devient :

$$\hat{f} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{iq_1 x} f dx \quad (4.22)$$

$$\text{Posons [5]} \quad (f) = (f_c) \cos qx + (f_s) \sin qx \quad (4.23)$$

Ainsi dans la zone d'excitation (IV.22) devient

$$\hat{f} = \int_{-L}^L \left[(f_c) \cos qx + (f_s) \sin qx \right] \left[\cos q_1 x + i \sin q_1 x \right] dx$$

(4.24)

$$\hat{f} = \left[(f_c) + i(f_s) \right] \frac{\sin (q-q_1) L}{(q-q_1)} + \left[(f_c) + i (f_s) \right] \frac{\sin (q+q_1) L}{q + q_1} \quad (4.25)$$

(f) présente donc 2 valeurs maxima pour $q_1 = \pm q$; ces 2 valeurs de q_1 correspondent à 2 ondes identiques se propageant dans des directions opposées. Ceci établit le caractère biridirectionnel du transducteur ; ceci était prévisible vu la symétrie du système.

N étant le nombre de paires d'électrodes nous aurons à la résonance

$$q_1 = q \frac{\pi L}{L} \quad (4.26)$$

donc

$$\hat{f} = \left[(f_c) + i(f_s) \right] \frac{\pi N}{Q} \quad (4.27)$$

La bande passante du système est donc

$$\frac{2 \Delta f}{f} = \frac{2 \Delta q_1}{q_1} = \frac{2}{N}$$

Δf étant la variation de fréquence qui annule (\hat{f}) après passage par le maximum.

A la résonance nous avons

$$\hat{f} = V_o \pi B N e^{qy} \begin{pmatrix} e_{16} + e_{21} + i (e_{26} - e_{11}) \\ e_{12} + e_{26} + i (e_{22} - e_{15}) \\ e_{14} + e_{25} + i (e_{24} - e_{15}) \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

Numériquement

$$\hat{f} = 2 \pi V_o B N e^{qy} \begin{pmatrix} - i & 0,171 \\ - & 0,171 \\ 0,0406 & \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

IV.3 Calcul de $\hat{\phi}$

(ϕ) a été introduite pour satisfaire les conditions aux limites lorsque le milieu cristallin piézoélectrique est excité par un champ électrique.

La force exercée sur l'unité de surface libre du cristal est

$$F_j = \sigma_{j1} n_2 = \lambda_{j2rm} \xi_{rm} n_2 - e_{s,j2} E_s n_2 \quad (4.31)$$

Il est commode d'écrire ξ_{rm} sous forme $\xi_r^0 + \xi_r^1$ (4.32)

$$F_j = \lambda_{j2rm} (\xi_{rm}^0 + \xi_{rm}^1) - e_{s,j2} E_s = n_j + \phi_j - e_{s,j2} E_s \quad (4.33)$$

$n_j = 0$ à la surface du cristal, donc

$$\phi_j = \lambda_{j2rm} \xi_{rm}^1 = e_{s,j2}^1 E_s \quad (4.34)$$

Nous possédons ainsi tous les éléments pour calculer l'expression (IV.3) et en déduire la polarisation des ondes excitées en un point quelconque du barreau.

V. RESULTATS EXPERIMENTAUX.

1 Préparation des transducteurs.

V.1 a Dépôt des électrodes par évaporations sous vide

Nous avons réalisé les transducteurs en utilisant les techniques habituelles de la microélectronique.

Nous avons d'abord procédé à la photogravure d'une couche mince métallique. Nous avons d'abord déposé par évaporation sous vide une couche d'aluminium d'épaisseur $0,5\mu$ sur la face (001) d'un barreau de quartz poli optiquement, puis nous avons recouvert cette couche d'aluminium d'un film mince de résine photopolymérisable K T F R d'invention récente et particulièrement intéressante par son degré de résolution élevé. La résine est étalée par centrifugation sur une tournette à 3500 t/mn. Nous avons sensibilisé la couche K T F R en l'exposant à travers un masque photographique à une source lumineuse intense et riche en rayons ultraviolets.

Les masques photographiques sont obtenus par réduction d'un dessin à l'échelle 25 sur film lithographique. Après développement de la couche K T F R l'aluminium est enlevé aux endroits non protégés par une solution chaude de soude caustique.

Par cette méthode nous n'avons pu obtenir des électrodes car la gravure n'était pas nette et les languettes de métal étaient brisées par suite de l'inégalité d'épaisseur de la résine. Il importe en effet que la couche de résine soit très mince et uniforme.

Pour avoir une couche très mince les vitesses de centrifugation doivent être de 10 000 tours/minutes environ [19]. En outre on doit

atteindre cette vitesse de centrifugation en une fraction de temps très courte pour obtenir une couche uniforme n'ayant pas la possibilité de résoudre ces difficultés techniques (18) - (19). Nous avons abandonné ce procédé de fabrication qui est d'ailleurs le plus intéressant par les performances qu'il permet. Nous avons donc adopté la solution consistant à faire réaliser à l'extérieur les masques métalliques au travers desquels les transducteurs ont été déposés directement par évaporation sous vide.

L'épaisseur de ces masques de chrome étant de 20μ nous avons dû, pour assurer une rigidité suffisante les monter dans de minuscules cadres de laiton.

Etant donné la configuration particulière des transducteurs nous avons utilisé 2 masques complémentaires et effectué 3 évaporations partielles et successives de chrome puis d'or. La figure (V-1) montre bien les 2 couches d'or superposées : l'or a été choisi pour sa faible résistivité.

Les transducteurs fabriqués par cette méthode pourtant moins rationnelle se sont révélés satisfaisants.

Cependant, certains transducteurs avec ou sans sous couche de chrome se sont décollés quelques jours après leur fabrication. On peut peut être expliquer ce phénomène par une altération du poli optique de certains barreaux de quartz déjà usagés et aussi par l'apparition des contraintes thermiques lors du retour à la température ambiante.

18 Proceedings Kodak Seminar en Microminiaturation (1955)

19 H. ENGAN Communication privée.

Nous avons ensuite placé les lignes acoustiques dans de petits châssis pour les protéger des souillures et manipulations accidentelles aussi pour réaliser un blindage électrique correct.

Ne disposant pas de machine à thermocompression nous avons réalisé les connections électriques en collant des fils d'or ($\varnothing = 0,1\text{mm}$) au moyen d'une résine époxy chargée de poudre d'argent très fine. Nous avons obtenu de bons contacts mais les résines avaient tendance à couler et à court circuiter les électrodes. Finalement nous avons soudé des fils d'or directement sur les couches d'or ; les contacts étaient bons et se réparaient facilement.

V.1 b Caractéristiques géométriques.

Nous avons constaté l'importance de la largeur des électrodes pour l'efficacité du transducteur aux fréquences harmoniques. En choisissant judicieusement cette largeur nous pouvons supprimer ou favoriser certains harmoniques. De même l'épaisseur des électrodes influe beaucoup sur la résistance ohmique du transducteur et par conséquent détermine en partie les éléments du circuit électrique équivalent. En agissant sur l'épaisseur et la largeur des électrodes, nous pouvons choisir des valeurs des éléments du circuit équivalent permettant une adaptation d'impédance optimale. Nous avons utilisé différentes techniques au laboratoire pour mesurer l'épaisseur des couches.

- la mesure après évaporation de l'épaisseur de la couche au moyen d'un microscope interférentiel de LEITZ-MICHELSON.
- le contrôle en cours d'évaporation par la balance à quartz BALZERS.

- la mesure de la masse superficielle d'une éprouvette annexe par pesée sur une balance de précision.

Dans les 2 dernières méthodes la mesure se fait sur une pastille de quartz ou une lame éprouvette ayant reçu un dépôt couvrant la totalité de la pastille ou de la lame. Lorsque les évaporations se font à travers un masque la couche ne couvre pas la totalité du substrat. Bien que le substrat et la lame éprouvette soient placés au voisinage l'un de l'autre et portées à la même température leurs natures ne sont pas identiques. Le flux de vapeur n'est pas reçu dans les mêmes conditions géométriques, aussi avons nous fait des réserves quant à la détermination de l'épaisseur des électrodes qui peut être différente de celle de la couche éprouvette.

Avec le microscope interférométrique nous mesurons directement l'épaisseur de la couche obtenue après évaporation. Les mesures se font sur clichés photographiques (30). La figure (V-1) représente une micrographie sur film POLAROID d'un transducteur réalisé par évaporations successives de 2 couches d'or à travers les 2 masques complémentaires. La superposition des 2 couches est mise en évidence sur cette figure. Nous trouvons au moyen de cet interférogramme une épaisseur de 0,1 micron environ.

La mesure de la largeur des électrodes et des espaces non métallisés se fait au moyen d'un microscope métallographique. Une lumière monochromatique obtenue par interposition d'un filtre dans le faisceau lumineux (filtre vert dans le cas présent) facilite les mesures. Le tableau V.1 donne les résultats obtenus avec plusieurs transducteurs.

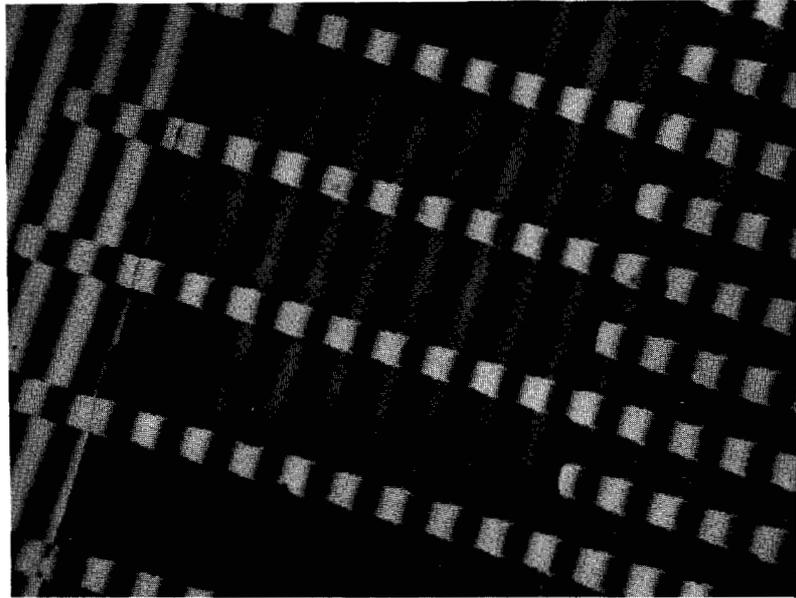


Figure V. 1 : Micrographie d'un transducteur réalisé par évaporation sous vide au travers de deux masques complémentaires.

| Transducteur | largeur des électrodes en microns : a | Largeur des espaces non métallisés en microns (b-a) | $\frac{a}{b}$ |
|--------------------------|---------------------------------------|---|---------------|
| quartz 28 transducteur 1 | 50 | 30 | 0,625 |
| quartz 26 transducteur 1 | 48,04 ± 0,5 | 32,46 ± 0,2 | 0,600 |
| quartz 20 transducteur 1 | 52,34 ± 0,7 | 29,9 ± 0,6 | 0,638 |
| quartz 20 transducteur 2 | 54,2 ± 1,1 | 19,1 ± 0,7 | 0,644 |

TABLEAU V 1

Nous observons que la largeur des électrodes n'est pas constante bien que les évaporations aient été réalisées à travers les mêmes masques.

Les valeurs données dans le tableau V.1 sont des valeurs moyennes obtenues en mesurant la largeur de toutes les électrodes et de tous les espaces non métallisés composant un transducteur. Les irrégularités rencontrées dans ces mesures semblent être dues à une mauvaise adhérence du masque sur le substrat qui pourrait causer des déplacements latéraux des rubans du masque lors de la mise en place.

Après plusieurs évaporations les masques sont encrassés rendant ainsi les arêtes moins nettes et permettant à la vapeur d'or de pénétrer sous les rubans.

V.2 MESURE DE L'IMPEDANCE DES TRANSDUCTEURS.

a) Méthode du Q mètre

Pour vérifier que les transducteurs préparés étaient actifs nous avons d'abord étudié leur impédance au voisinage de la fréquence de résonance.

Un transducteur acoustique (21) représenté par son schéma équivalent série (figure V.2) comprend une résistance R_c correspondant aux résistances ohmiques des contacts des électrodes et des connections ; une résistance de radiation $R_a(f)$ et une réactance de radiation $X_a(f)$ dans laquelle est comprise inclus la capacité statique des électrodes.

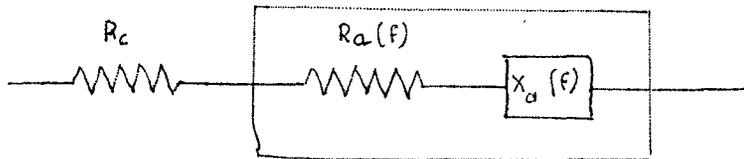


fig V.2

Nous avons fait les mesures sur un Q mètre TF 1245 MARCONI dont les performances nous ont permis d'effectuer des mesures valables malgré les faibles valeurs de R_a .

RESULTATS

Les valeurs de $R_a = f(F)$ sont données sur les figures (V.3). A la résonance nous avons une valeur de R_a maximum d'environ 40Ω , l'écart entre les 2 premiers minima autour de 20 MHz est 4 M.Hz, puis les minima secondaires apparaissent tous les 2 MHz. Nous pouvons interpréter l'allure de la courbe en reprenant l'expression de la force d'excitation.

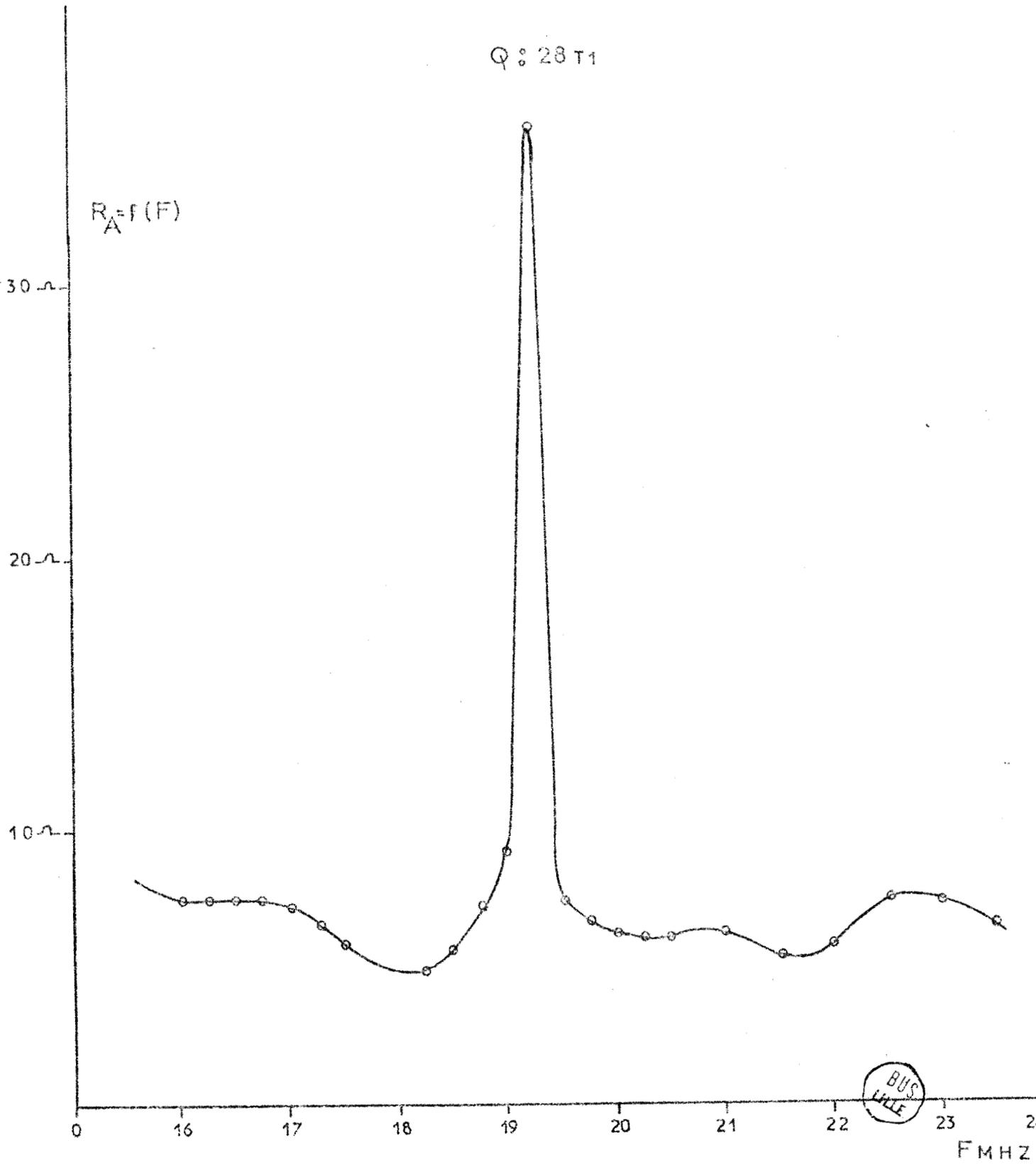


FIG: 5.3

$$\hat{f} = (f_c + i f_s) \frac{\sin (q-q_1) L}{(q-q_1)}$$

\hat{f} s'annule chaque fois que $(q-q_1) L = 0$ soit pour

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{1}{N} \quad N \text{ étant égal à } 10 \quad \Delta f = \frac{f}{10}$$

soit dans le cas présent $\Delta f = 2 \text{ MHz}$

Ces résultats sont en accord quantitatif avec ceux obtenus par COLLIN.

V.3 OBSERVATIONS DES ONDES DE SURFACE.

a) Montage expérimental.

Le montage réalisé est classique (fig V.11). La ligne acoustique fonctionne par transmission. Les impédances des transducteurs sont adaptées à l'impédance caractéristique du circuit.

L'oscillateur fournit un signal d'amplitude 1 v de fréquence variable. Un modulateur en anneau piloté par le générateur d'impulsions délivre des trains d'onde d'une amplitude égale à 0,8 v. La durée des impulsions est comprise entre 0,5 μ s et 1 μ s, la fréquence de récurrence est de 1 KHz. Après passage dans un amplificateur de puissance à large bande l'amplitude des signaux disponibles atteint environ 20v.

Les signaux recueillis sur le transducteur récepteur sont mélangés avec ceux issus de l'oscillateur local avant d'être amplifiés dans un amplificateur RHG ayant une bande passante de 6 MHz autour de 20 MHz et un rapport signal sur bruit élevé. Nous pouvons observer directement les échos ultrasonores sur un oscilloscope.

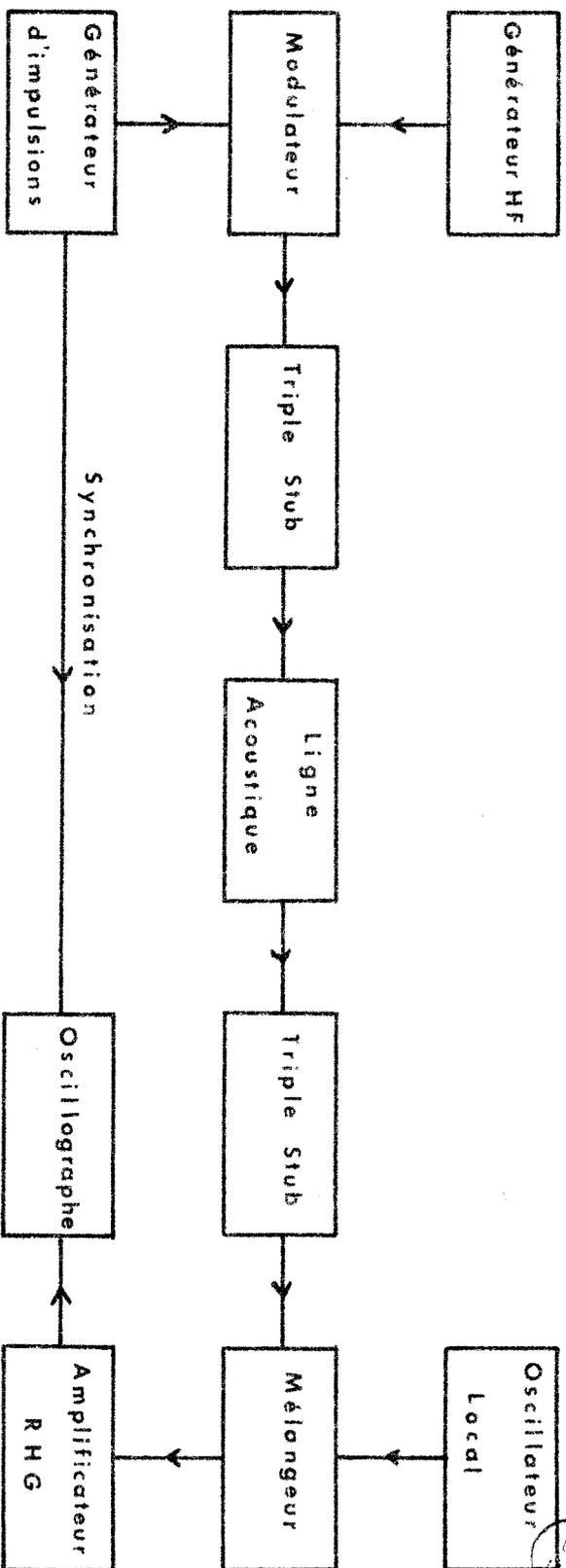


FIGURE. V.11 : Montage expérimental pour les fréquences inférieures a 200 Mégahertz.

V.3 b Résultats à 20 MHz

Nous avons fait nos premiers essais à 20 MHz fréquence de résonance fondamentale des transducteurs. La ligne est accordée à ses 2 extrémités. Sur l'oscillogramme obtenu (fig. V.7) en abscisse 1 division représente 10 μ s, la durée des impulsions est 0,5 μ s et en ordonnée une division représente 0,02 V.

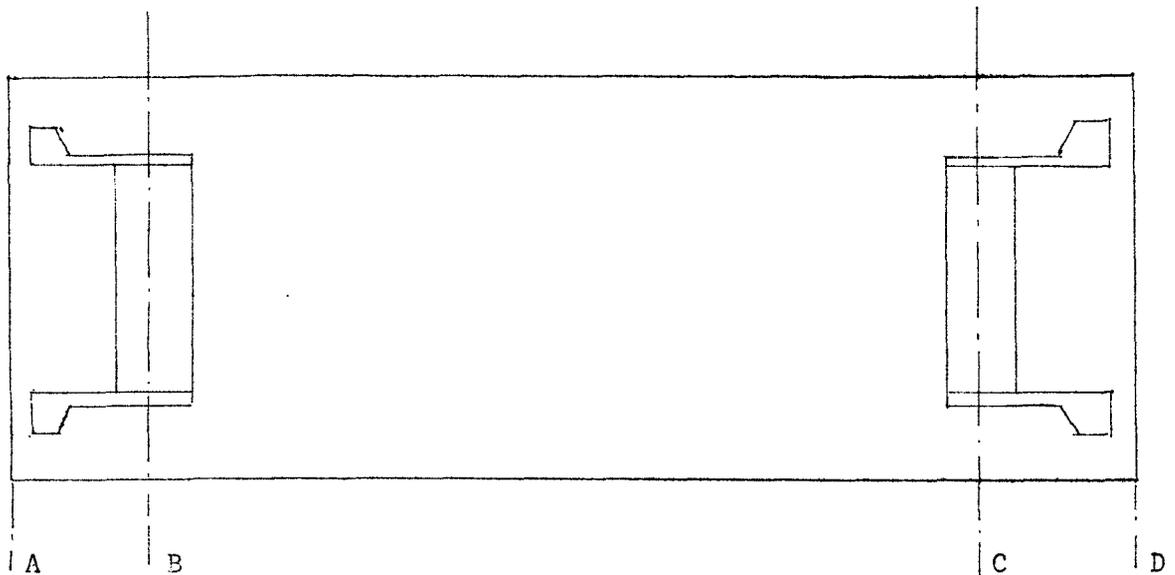


figure V.6

L'impulsion 1 qui se confond avec l'impulsion de déclenchement est due à une fuite. L'impulsion 2 correspond à un écho qui a accompli le trajet BC (figure V.7) une partie de cette impulsion a été délectée en C, l'autre partie réfléchi sur l'arête D a été détectée par le transducteur 2 pour donner l'impulsion 3.

Les transducteurs étant bidirectionnels une impulsion acoustique créée à l'instant 0 s'est propagée de B vers A ; après réflexion sur l'arête A elle a atteint l'arête D , s'y est réfléchi, a été détectée par le transducteur 2 pour donner l'impulsion 4.

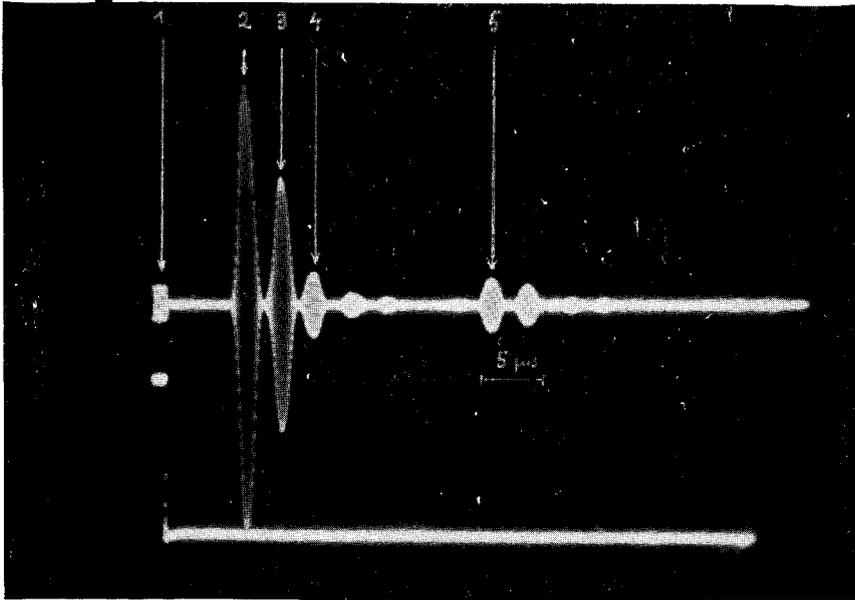


Figure V. 7 : Ondes acoustiques de surface à 20 MHz dans une lame de quartz de coupe Z orientée suivant X.
 Durée des impulsions : 1 μ s. Base de temps : 5 μ s/div
 Sensibilité : 0,05 V/div.

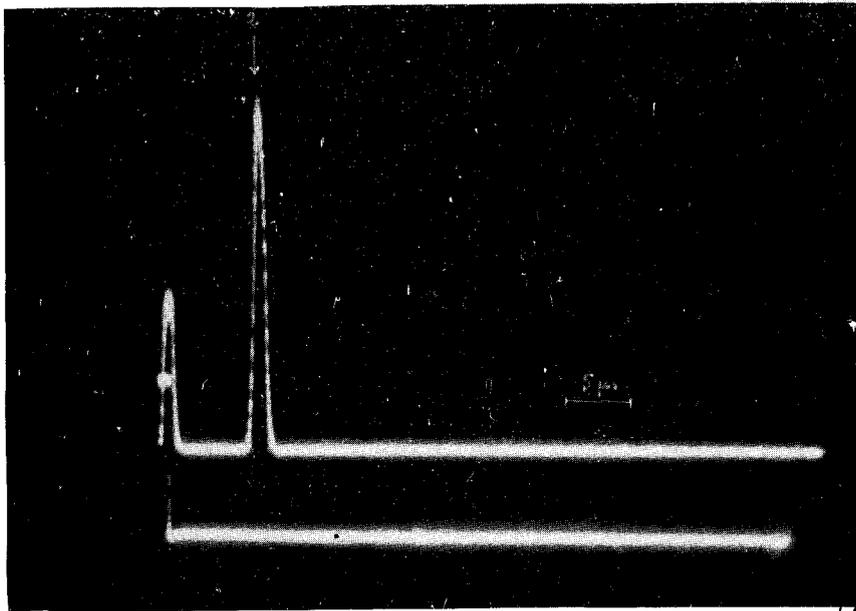


Figure V. 8 : Ondes acoustiques de surface à 20 MHz dans une lame de quartz de coupe Z orientée suivant X. Les échos secondaires ont été supprimés par dépôt d'un matériau absorbant derrière les transducteurs.

Base de temps : 5 μ s/div. Sensibilité : 0,05 V/div.
 Durée des impulsions : 1 μ s.

L'impulsion 5 correspond à une impulsion 2 qui a effectué un aller et retour supplémentaire sur le barreau de quartz.

Les échos 3, 4 et similaires peuvent être supprimés en évitant les réflexions sur les extrémités des barreaux. On peut soit arrondir les arêtes soit déposer un matériau absorbant derrière les transducteurs. Nous avons pu faire disparaître les échos secondaires fig (V.8) en déposant aux extrémités du barreau une fine couche de vernis.

V.3 c. Etude aux fréquences harmoniques.

1) 3e harmonique - 60 Mhz.

En étudiant la répartition du potentiel électrique au voisinage du transducteur nous avons vu qu'il était possible d'exciter des ondes de surface aux fréquences égales à $2n + 1$ fois la fréquence fondamentale f_0 du transducteur.

Cependant lorsque le rapport $\frac{a}{b}$ est égal à 0,5, les harmoniques correspondant à n impair ne peuvent pas exister, comme le montre la figure (II.4).

Pour les transducteurs utilisés dans ce travail nous avons mesuré un rapport $\frac{a}{b}$ toujours voisin de 0,6. Ceci correspond à des valeurs de B_{2n+1} assez intéressantes permettant d'observer des ondes de surface sur les harmoniques 3, 7, 11, 15; l'observation est limitée vers les plus hautes fréquences par l'atténuation importante causée par le quartz.

Expérimentalement nous avons observé jusqu'à 2 échos principaux à 60 MHz (figure V.9). Le rapport des valeurs de B_{2n+1} pour 20 MHz et 60 MHz est 0,1 environ. Nous obtenons donc une efficacité

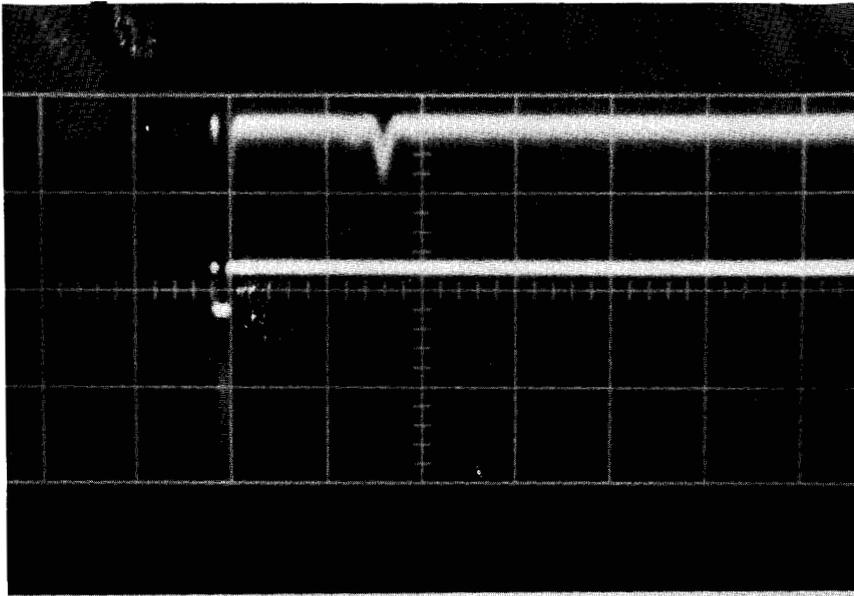


Figure V. 9 : Ondes de surface dans une lame de quartz de coupe Z orientée suivant X à 60 MHz.
 Base de temps : 5 μ s/div. Sensibilité : 0,02 V/div.
 Durée des impulsions : 0,5 μ s.

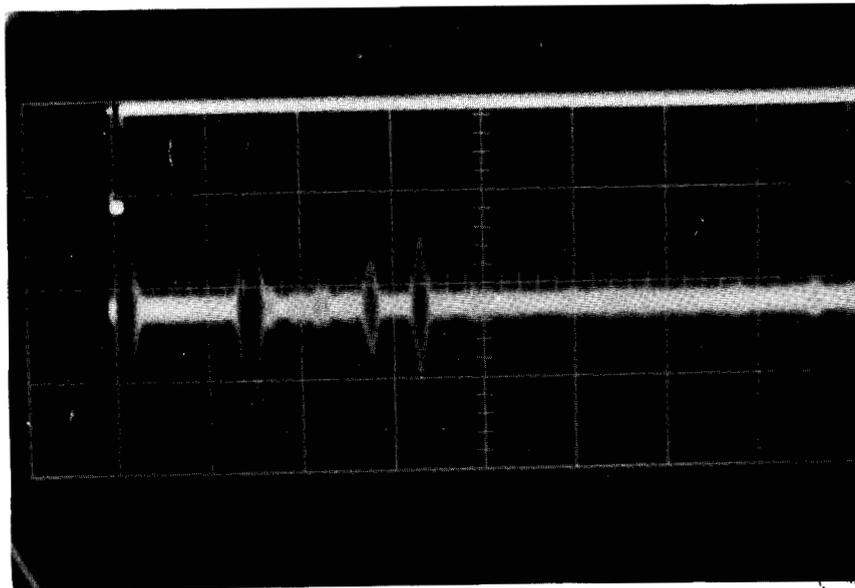


Figure V. 10 : Ondes de surface dans une lame de quartz de coupe Z orientée suivant X à 100 MHz.
 Base de temps : 5 μ s/div. Sensibilité : 0,2 V/div.
 Durée des impulsions : 1 μ s.

de transducteur 100 fois moindre.

2) fréquences supérieures à 100 MHz

Pour des fréquences supérieures de 100 MHz nous avons du modifier le montage expérimental (figure 5.11 ; 5.12). Nous avons pu mettre en évidence l'apparition d'ondes de RAYLEIGH dans des barreaux de coupe Z orientés suivant X aux fréquences de 100 MHz, 260 MHz et 420 MHz (fig. 13.14.15). A ces fréquences le rendement des transducteurs devient très faible. En outre l'atténuation des ondes acoustiques dans le quartz à la température ambiante devient importante. Nous avons utilisé une détection plus sensible et nous n'avons pu observer d'échos que dans un barreau à la surface optiquement polie. Nous n'obtenons plus qu'un seul écho noyé dans le bruit des fréquences supérieures à 200 MHz. Dans certains cas nous avons amélioré le rapport signal sur bruit au moyen d'un amplificateur périodique à détection synchrone [29] (fig. 5.16).

3) Existence d'ondes de volume.

Pour un barreau de quartz de coupe Z orienté suivant X, il existe en plus de l'onde de surface dont la vitesse de phase est de 3258 m/s 3 ondes de volume, 2 longitudinales et une transversale dont les vitesses de phases sont respectivement [20] 5722 m/s, 5101 m/s, 3298 m/s. L'onde de volume transverse dont la vitesse de propagation est légèrement supérieure à celle de l'onde de RAYLEIGH est couplée au champ électrique créé par les électrodes.

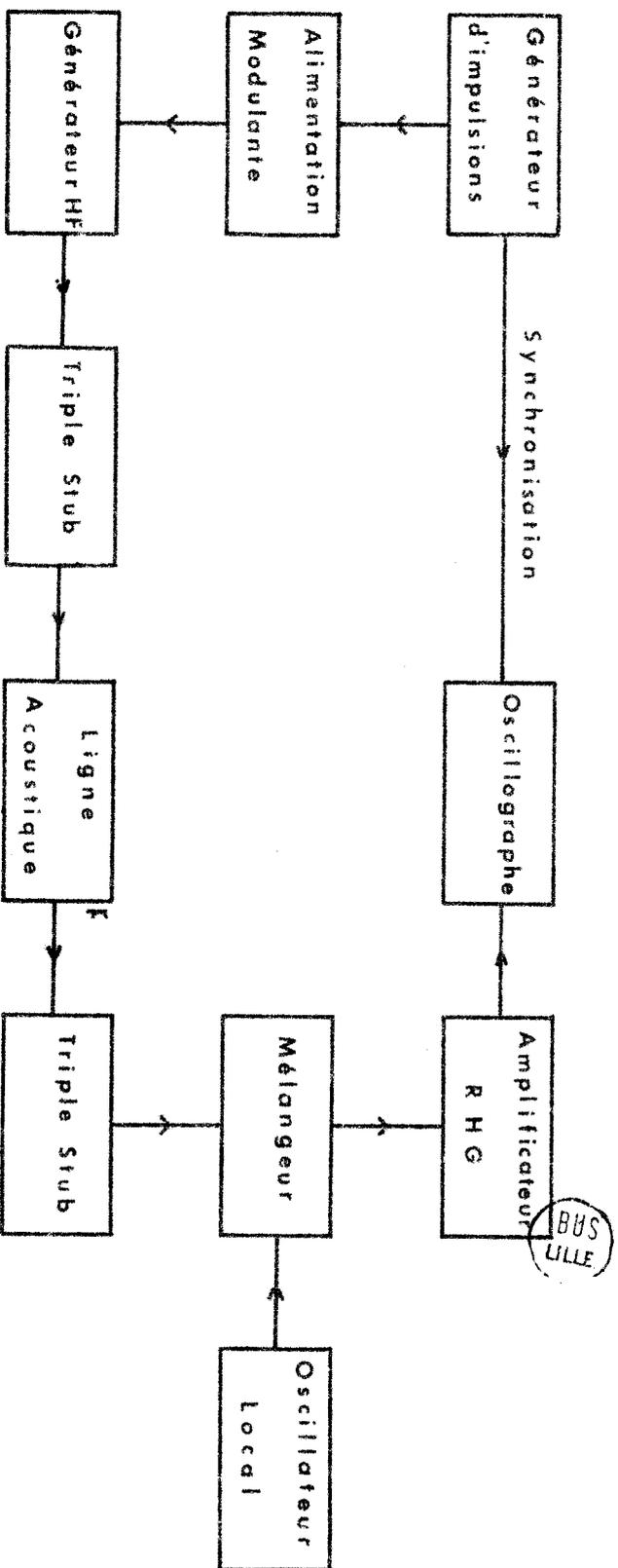


FIGURE. V.12: Montage expérimental pour les fréquences supérieures à 200 Mégahertz .

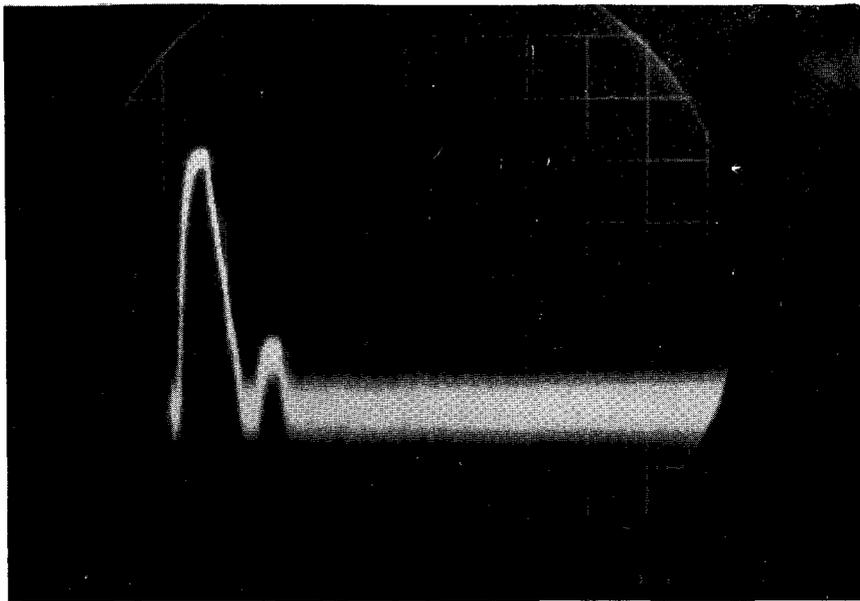


Figure V. 13 : Ondes de surface à 260 MHz dans une lame de quartz de coupe Z orientée suivant X.
Base de temps : 10 μ s/div. Sensibilité : 0,2 V/div.
Durée des impulsions 10 μ s.

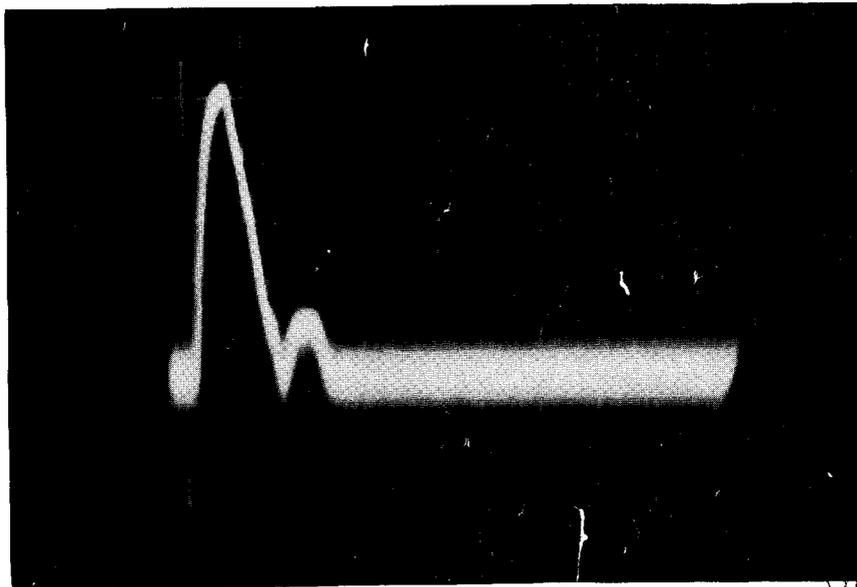


Figure V. 14 : Ondes de surface à 340 MHz dans une lame de quartz de coupe Z orientée suivant X.
Base de temps : 10 μ s/div. Sensibilité : 0,2 V/div.
Durée des impulsions : 10 μ s.

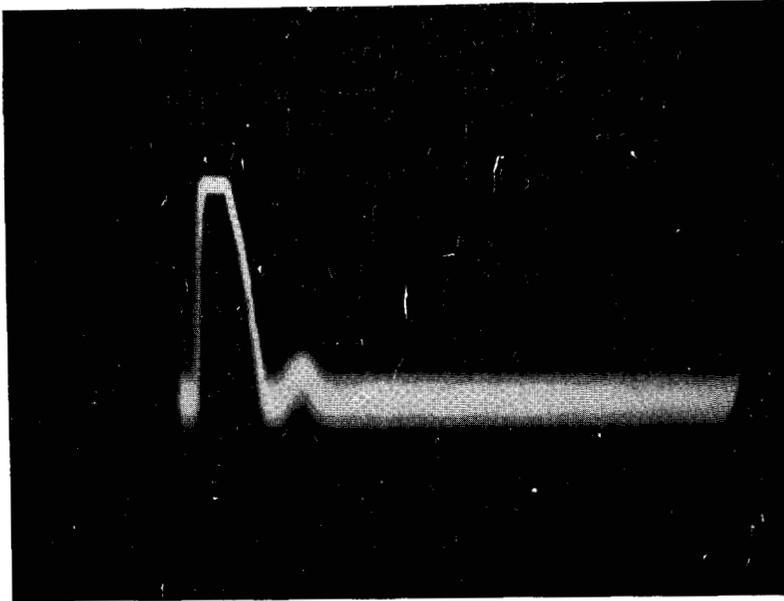


Figure V. 15 : Ondes des surfaces dans le quartz à 420 MHz.
Base de temps : 10 μ s/div. Sensibilité : 0,2 V/div.
Durée des impulsions : 10 μ s.

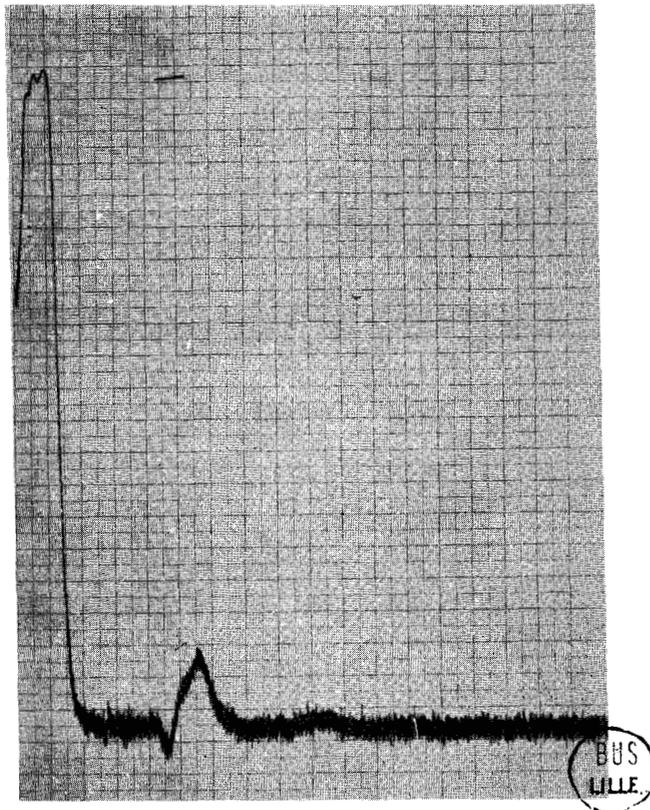


Figure V. 16 : Ondes de surface dans le quartz à 300 MHz après extraction des signaux dans le bruit avec le "BOX CAR INTEGRATOR".

La fréquence d'apparition de l'onde de volume est légèrement supérieure à celle de l'onde de surface ce qui nous permet de les distinguer. Néanmoins ces 2 fréquences étant voisines nous avons observé dans la zone intermédiaire des interférences entre les 2 types d'ondes.

Nous avons également distingué les ondes de surface par la forme caractéristique des échos correspondants par leur forte atténuation en présence d'un liquide placé à la surface du cristal.

Les échos correspondant aux ondes de surface ont une forme trapézoïdale [fig.V.17] ou triangulaire [fig. V.7] caractéristiques [10] [24].

En effet les différentes paires d'électrodes du transducteur étant alimentées en phase les échos détectés n'atteignent pas leur valeur maximale instantanément : les temps de montée et de descente correspondent respectivement aux temps de transit dans les zones d'excitation et de détection. Cette forme trapézoïdale est d'ailleurs remarquable quand la durée τ de l'écho est grande (fig 17), lorsque τ diminue la forme des échos tend à devenir triangulaire.

Lorsque l'on dépose une goutte d'alcool ou d'un autre liquide volatile sur le barreau de quartz nous remarquons une disparition des échos correspondant aux ondes de RAYLEIGH. Puis au fur à mesure que l'alcool s'évapore nous voyons réapparaître progressivement les échos : cette méthode simple proposée par WHITE (10) permet de faire la distinction entre ondes de surface et onde de volume.

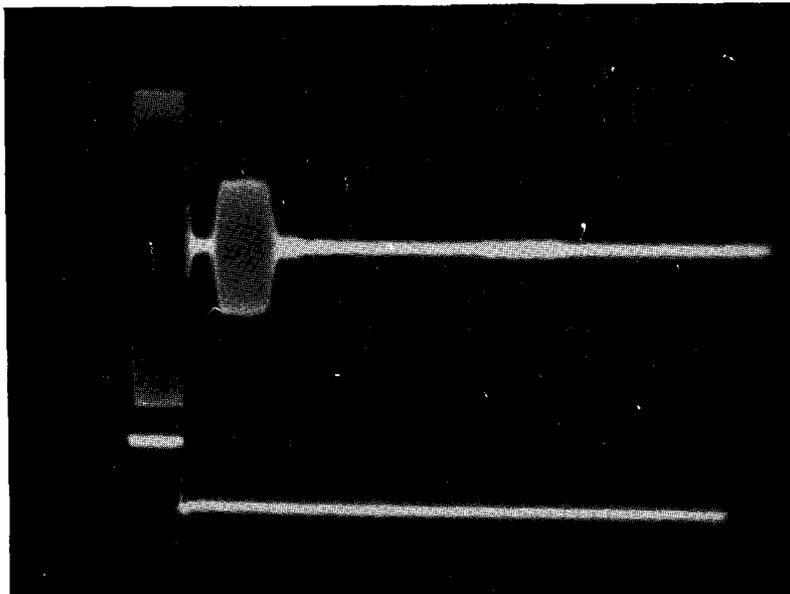


Figure V. 17 : Ondes de surface à 20 MHz dans une lame de quartz de coupe Z orientée suivant X. Base de temps : 5 μ s/div. Durée des impulsions : 5 μ s. Sensibilité : 0,05 V/div. Mise en évidence de la forme trapézoïdale des échos larges.

IV CONCLUSIONS

Au terme de cette étude sur la propagation et de l'excitation des ondes acoustiques superficielles dans un barreau de quartz nous examinerons rapidement les améliorations technologiques possibles et aussi les développements réalisables ultérieurement.

Le procédé d'excitation des ondes de surface utilisé est récent mais dans ce travail nous nous sommes limités vers des fréquences relativement faibles. Les premiers essais ont été faits par WHITE et WOLTMER (10) à 8 MHz. Actuellement les techniques lithographiques, dont le développement a été parallèle à celui de la microélectronique permettent la fabrication de transducteurs résonnants à des fréquences de l'ordre du gigahertz. Les dimensions des électrodes sont telles que les phénomènes de diffraction ne sont plus négligeables et limitent les dimensions des masques photographiques. Le bombardement par un faisceau d'électrons offre de nouvelles possibilités par suite du développement de résines sensibles aux électrons et dont le degré de résolution est très supérieur à celui des résines photosensibles. En polymérisant une couche mince de polyméthyl méthacrylate (27) par un faisceau d'électrons de diamètre égal à 200 \AA et en évaporant ensuite une couche d'or

BROERS (26), (28) on a pu exciter dans un crystal de LiNbO_3 des ondes de Rayleigh à 3,5 GHz.

Les performances des lignes acoustiques réalisées peuvent être sensiblement améliorées. La résistance ohmique des électrodes peut être réduite par une meilleure configuration des électrodes, par une amélioration des connections et des techniques d'évaporation de couches minces métalliques, sous vide. L'adaptation des impédances par les procédés classiques surtout aux fréquences élevées est assez difficile ;

la technique des "stripline" semble être plus adaptée à la configuration plane des lignes à ondes de surface.

Les transducteurs utilisés sont relativement larges. En réalisant des transducteurs plus petits et en plaçant côte à côte plusieurs de ces transducteurs il peut être intéressant d'étudier la directivité du faisceau acoustique ; cette étude peut également être effective par des méthodes optiques et permettent de visualiser le faisceau acoustique. Dans cette étude nous avons utilisé les vitesses de propagations calculées par résolution des équations du mouvement. Il est intéressant de faire une étude systématique des vitesses de propagation par des méthodes interférentielles classiques (2) ou par des méthodes optiques faisant intervenir la diffraction d'un faisceau de lumière cohérente par les ondes élastiques.

En disposant de cristaux de coupes et d'orientations appropriées la séparation des ondes de volume et des ondes de surface permettrait des études très intéressantes de la propagation des différents types d'ondes de surface.

ANNEXE I Calcul de C

On calcule le coefficient C intervenant dans l'expression de B_{2n+1} en écrivant que le potentiel sur les électrodes est égal à $\frac{1}{2}$ en valeur absolue soit :

$$\frac{1}{2} = - \int_0^{\frac{1-a}{2}} E_x (y=0) dx$$

$$\frac{1}{2} = - C \int_0^{\frac{1-a}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} P_n (\cos \Pi(1-a)) \cos (n+\frac{1}{2}) 2\Pi y dy.$$

Pour les valeurs de x comprises entre 0 et $\frac{1}{2}(1-a)$, le terme sous le signe intégrale prend la valeur.

$$\left[2 (\cos 2 \Pi x - \cos \Pi(1-a)) \right]^{-1/2}$$

Ce terme est la fonction W que nous avons introduite au chapitre II.

Après transformation nous obtenons

$$\frac{1}{2} = - \frac{c}{2} \int_0^{\frac{1-a}{2}} \frac{dx}{\sqrt{\cos^2 \Pi x - \cos^2 \Pi(\frac{1-a}{2})}}$$

ceci peut prendre la forme d'une intégrale elliptique en effectuant les changements de variables

$$k = \cos \Pi \left(\frac{1-a}{2} \right)$$

$$t = \cos \frac{\Pi x}{k}$$

Nous obtenons une intégrale elliptique complète de seconde espèce dont le module k est $\sin \frac{\Pi a}{2}$ soit :

$$\frac{1}{2} = \frac{C}{2} \int_1^{1/k} \frac{dt}{i \sqrt{1-k^2 t^2} \sqrt{1-t^2}} = \frac{C}{2} K'(k)$$

Finalement

$$B_{2n+1} = \frac{P_n(2k^2-1)}{(2n+1) K'(k)}.$$

ANNEXE 2

PROPRIETES DE LA MATRICE N

La matrice (6X6) N a été définie par la relation

$$N = \begin{pmatrix} B^{-1} & L^t & i B^{-1} \\ iS & & LB^{-1} \end{pmatrix}$$

Nous avons supposé que les composantes des vecteurs d'onde suivant Ox et Oy étaient réelles. Par conséquent la matrice S ainsi définie est réelle et symétrique.

B est également réelle et symétrique par construction. Par contre L est réelle mais non symétrique. Il est évident que la matrice N ne possède aucune symétrie particulière, ses vecteurs propres ne sont pas orthogonaux au sens habituel du terme. Néanmoins N n'est pas tout à fait quelconque, il est intéressant de chercher certaines relations d'orthogonalités particulières existant entre les vecteurs propres.

A.2. 1) Valeurs propres de N.

En écrivant l'équation aux valeurs propres

$$N\zeta = n \zeta$$

et en séparant dans le vecteur ζ les 2 vecteurs à 3 composantes ξ et η on obtient le système d'égalités.

$$B^{-1} L^t \xi + i B^{-1} \eta = n \xi$$

$$iS \xi + L B^{-1} \eta = n \eta$$

En éliminant n et en remplaçant les matrices S , K , L par leurs expressions développées au chapitre II nous obtenons le système.

$$\left[n^2 B + n(L+L^t) + q_x^2 A + q_z^2 C + q_x q_z \left[\lambda(a,c) + \lambda(c,a) \right] - \omega^2 S I \right] \xi = 0$$

ξ est maintenant vecteur propre d'une matrice symétrique qui en outre est réelle chaque fois que n prend des valeurs réelles. Les valeurs propres de N sont par conséquent solutions d'une équation du sixième degré à coefficients réels. Elles sont donc soit réelles soit complexes, dans ce dernier cas, elles existent par paires complexes conjuguées. Nous utilisons cette propriété pour ordonner les valeurs propres n_i suivant un ordre très pratique.

A.2.2 Relations d'orthogonalité entre les vecteurs propres.

BBS
LILLE

Pour mettre en évidence les particularités de la matrice N il est nécessaire d'introduire les matrices (6X6) suivantes

$$T = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}$$

$$P = \begin{pmatrix} 0 & -I \\ I & 0 \end{pmatrix}$$

où I est la matrice unité de rang 3. On voit immédiatement que les matrices T et P sont telles que les transformations définies par

$$T N T = N^t$$

et

$$P N P^t = N^{t*}$$

conservent les valeurs propres de N .

En utilisant ces transformations on obtient par un calcul classique sur les vecteurs propres [5] des relations d'orthogonalité du type :

$$(n_i - n_j) \zeta_i^t T \zeta_j = 0$$

et

$$(n_j - n_i^*) \zeta_i^{t*} P \zeta_j = 0$$

ou n_i et n_j sont les $i^{\text{ème}}$ et $j^{\text{ème}}$ valeurs propres de N .

Si ces valeurs propres sont différentes nous obtenons des relations telles que

$$\zeta_i^t T \zeta_j = C_i \delta_{ij}.$$

Ces relations d'orthogonalité assez semblables aux relations habituelles peuvent être choisies comme relations de normalisation des vecteurs propres.

A.2. 3 Normalisation des vecteurs propres de N

Pour déterminer la constante de normalisation C_i il faut considérer 2 cas suivant que les valeurs propres sont réelles ou complexes.

Dans le cas où les valeurs propres n_j sont réelles, le produit

$$\zeta_j^{t*} P \zeta_j$$

est différent de 0, c'est une quantité imaginaire pure par suite de l'antisymétrie de P . On choisit alors cette valeur égale à $\pm i$. Les signes positifs et négatifs correspondant respectivement aux ondes incidentes et réfléchies sur le plan de coordonnées $y = 0$ limitant le

cristal semi infini. On en déduit aisément la relation de normalisation

$$\zeta_j^t T \zeta_j = \begin{cases} -i & \text{pour } j = 1, 2, 3 \\ +i & \text{pour } j = 2, 5, 6 \end{cases}$$

Dans le cas d'une valeur propre n_j complexe $n_j - n_j^*$ n'est plus nul, de même, la quantité

$$\zeta_j^t P \zeta_j^* \text{ est nulle.}$$

Cependant en considérant 2 valeurs propres n_i et n_j conjuguées nous obtenons :

$$\zeta_i^t P \zeta_j^* = 0$$

ce qui est bien vérifié pour le produit $\zeta_i^t P \zeta_4^*$

étant donné l'ordre de numérotation choisi pour les valeurs propres de N au chapitre II.

Dans le calcul d'INGEBRIGTSEN on montre alors que

$$(\zeta_1^t T \zeta_1^*) = - (\zeta_4^t T \zeta_4) = \zeta_1^t P \zeta_4^*$$

Par analogie avec le cas des valeurs propres réelles on choisit les relations de normalisation suivantes :

$$\zeta_1^t T \zeta_1 = -1$$

$$\zeta_4^t T \zeta_4 = +1$$

Finalement en regroupant les différents cas nous obtenons les relations :

$$\zeta_j^t \quad T \quad \zeta_j = \begin{cases} -C(n_j) \text{ pour } j = 1, 2, 3 \\ +C(n_j) \text{ pour } j = 4, 5, 6 \end{cases}$$

où

$$C(n_j) = \begin{cases} i \text{ si } n_j \text{ est réel} \\ 1 \text{ si } n_j \text{ est complexe.} \end{cases}$$

On peut encore écrire

$$Q^t \quad T \quad Q = \sigma$$

où σ est une matrice diagonale dont les éléments non nuls sont les $C(n_j)$.

BIBLIOGRAPHIE

1. LORD RAYLEIGH "On waves propagated along the plane surface of an elastic solid" PROC. LOND. MATH. SOC 17, 4, (1885)
2. J. L. SYNGE J. MATH. and Phys. 35 323 (1957)
3. J. L. SYNGE Royal. IRISH.ACAD. PROC. 58 13 (1956)
4. V.T. BUCHWALD Rayleigh waves in transversely isotropic media quart.Journ. Méch. and applied Math. Vol XIV. Pt 3 (1961)
5. A TONNING K.A INGEBRIGTSEN
Propagation and excitation of elastic waves in crystals. Report TE 74
Juin (1967)
6. R. STONELEY geoph Suppl. to. Monthly notes
Roy. Astron. Soc. 5 343 (1949)
7. CHIN CHONG TSENG, R.M. WHITE.
Journal of applied physics 28 6 p. 669 (1957)
9. R.M. ARZT ; K. DRANSFELD.
Applied. Phys. Letters 7 156 (1965)
10. R. H. WHITE. ; F.W. VOLTMER
Applied Phys.letters 7 314 (1965)
11. R.M. WHITE ; F.W. VOLTMER.
Applied Phys. letters 8 40 (1966)
12. R. BECHMANN. Elastic and piezoelectric constants of α quartz Phys. Rev.110
p. 1060 (1958)
13. A ERDELYI "Higher transcendental functions"
Mac. Graw Hill New York (1953).
14. H. ENGAN Technical Report TE 91
15. YU CHIN LIM : R.A. MOORE.
IEEE transactions on electron devices vol ED 15 n° 3 (1968)
16. J. BASS Cours de Mathématiques.
17. M.J. LIGHTHILL Phil. Trans. A.252 p. 397 (1960)
18. Proceedings Kodak Seminar on Microminiaturisation
Eastman Kodak Company (1965)
19. H. ENGAN Communication privée.

20. K.A. INGEBRIGTSEN A. TONNING
Numerical data for acoustic surface waves in α quartz and cadmium sulfide
Applied Phys. Letters. 9 n° 1 p. 16 (1966)
21. J.H. COLLIN
Proc. of the IEEE 56 9 p 1625 (1968)
22. H. ENGAN ; K.A. INGEBRIGTSEN ; A. TONNING,
Elastic surface waves in α quartz
Applied Physics letters vol,10 n° 11 (1967)
23. J. BLEUSTEIN. Applied Phys. Letters vol 13 n° 12 (1966)
24. I.A. VIKTOROV, Rayleigh and Lamb waves, Plenum Press (1967)
25. I.A. VIKTOROV. Soviet Physics Acoustics vol 7 n° 3 (1962)
26. E.G. LEAN ; A.N BROERS Microwave Journal vol 13 n° 3 (1970)
27. I. HALLER ; M. HATZAKIS IBM J. res and dev.
vol 12 n° 3 (1968)
28. AN BROERS Rev. Sci. Instr. vol 40 n° 8 (1969)
29. R. LEFEBVRE Thèse de 3e cycle LILLE (1969)
30. M.R. LEFEVERE - Thèse de 3e cycle LILLE (1969)

E R R A T A

- page 6 ligne 2 lire $\forall y$
- Dans (2-5) lire $\sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \Pi B_{2n+1} \cos(2n+1) \Pi x=0$
- page 7 ligne 1 lire $W = \Gamma \left(\frac{1}{2} - \mu \right) \dots$
- ligne 4 lire $\theta < \nu < \Pi$
- ligne 7 lire Pour $\mu = 0$
- page 12 Dans (3-2) lire $\xi_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \xi_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \xi_j}{\partial x_i} \right)$
- page 14 ligne 8 lire $iL \frac{\partial}{\partial y} \xi + \frac{\partial}{\partial y} \eta_y - K \xi = f$
- page 23 ligne 11 lire $Q'_1{}^{-1} = \frac{Q_1^{\text{adjt}}}{|Q'_1|}$
- page 24 ligne 2 lire $\frac{Q_1^{\text{adjt}}}{|Q'_1|}$
- ligne 14 lire $\int_{-\infty}^{\infty} 2\Pi i \frac{F(q_x^0, q_z^0)}{\left(\frac{\partial}{\partial q_x} P \right)_0} e^{iq^0 r} dq_z$
- page 26 Dans(4-1) et (4-2) lire $\frac{1}{|\nabla_q| |Q'_1|}$
- Dans (4-1),(4-2) (4-3) lire \hat{f} et $\hat{\phi}$
- Dans (4-4) lire $\xi_j^{t*} \cdot \xi_m$
- page 27bis lire déplacements $\times 10^{-1}$

page 31 ligne 1 lire $(f_c - if_s) \frac{\sin(q+q_1)L}{(q+q_1)}$

Dans (4-26) lire $q_1 = q = \frac{\pi N}{L}$

Dans (4-27) lire $(f_c + if_s) \frac{\pi N}{q}$

page 32 Dans (4-31) lire $F_j = \sigma_{jk} n_k = \lambda_{j2rm} \xi_{rm}^{-e_{s,j2}} F_s$
(4-31)

ligne 8 et 9 lire η_j au lieu de n_j

ligne 10 supprimer e_{rm}^1

