

50376  
1971  
9

Numéro d'ordre 118

50.376  
1971  
9

# THESE

présentée

à la Faculté des Sciences

de l'Université de Lille

pour obtenir

le Titre de Docteur-Ingénieur

par

**M. C. ROMBAUT**



**ETUDE DES ONDULEURS AUTONOMES  
TRIPHASES A THYRISTORS AVEC  
BLOCAGE PAR CONDENSATEURS**

Soutenu le 8 Janvier 1971 devant la Commission d'Examen :

MM. M. BECART Président

M. PANET

C. MAIZIERES

G. SEGUIER Rapporteur

*A MES PARENTS*

*A MA FEMME*

ETUDE DES ONDULEURS AUTONOMES TRIPHASES  
A THYRISTORS AVEC BLOCAGE PAR CONDENSATEURS

La mise au point de semi-conducteurs de puissance, diodes ou thyristors, a donné un essor considérable à l'électronique de puissance. En se substituant aux redresseurs à arc, ces nouveaux composants ont permis d'améliorer notablement les performances des montages redresseurs qui assurent la transformation alternatif-continu. Ils ont aussi permis à de nouvelles fonctions de l'électronique de puissance de déboucher sur des réalisations industrielles importantes. Si l'on fait toujours appel aux machines tournantes pour la transformation de l'énergie mécanique en énergie électrique et pour la transformation inverse, on a de plus en plus recours à des équipements statiques lorsqu'il ne s'agit que de modifier la présentation de l'énergie électrique.

Une des fonctions qu'on confie maintenant aux équipements à thyristors est celle qui consiste à passer du continu à l'alternatif, c'est la technique dite des onduleurs autonomes. Ces onduleurs peuvent remplacer les groupes de secours et, à l'aide d'une batterie d'accumulateurs, alimenter des installations électriques durant les défaillances du réseau de distribution. On alimente souvent de façon permanente par des onduleurs autonomes les équipements récepteurs délicats sensibles aux micro-coupures du réseau.

Mais c'est surtout la substitution, prévue pour un proche avenir, des équipements à vitesse variable utilisant des moteurs à courant continu à collecteur par des montages qui assureront la variation de la vitesse à l'aide de moteurs asynchrones à cage, qui justifie l'importance des recherches actuelles sur les onduleurs. Parmi les filières possibles pour arriver à faire varier la vitesse du moteur à cage, la plus logique semble en effet celle qui utilise l'onduleur autonome délivrant un système polyphasé de tensions de fréquence variable.

L'étude précise d'un montage en électronique de puissance est toujours délicate car les redresseurs étant successivement passants et bloqués, même les régimes établis ne sont qu'une succession de régimes transitoires.

Les montages redresseurs donnent encore lieu à des études ; mais on possède maintenant une marche à suivre et un ensemble de relations permettant de calculer avec une approximation suffisante la spécification des éléments d'un montage et de prédéterminer les caractéristiques en charge de celui-ci.

Il en est autrement des onduleurs, surtout des onduleurs triphasés ; ceci provient de leur principe même de fonctionnement et de l'incertitude quant aux formes d'ondes des signaux alternatifs.

. Un montage redresseur fonctionne en commutation naturelle, on commande l'entrée en conduction des thyristors mais ils se bloquent spontanément. Un onduleur autonome au contraire fonctionne en commutation forcée, c'est-à-dire qu'il faut obliger les redresseurs à s'éteindre aux instants choisis. On doit ajouter des éléments assurant le blocage des thyristors principaux ; l'influence de ces éléments ne saurait être négligée lors de la détermination de caractéristiques précises.

. Le réseau d'alimentation impose la forme d'onde des tensions alternatives à l'entrée d'un montage redresseur. Au contraire, les tensions alternatives délivrées par un onduleur ne dépendent que de l'appareil et de la charge sur laquelle il débite ; en particulier ce serait une grossière approximation de les supposer sinusoïdales.

Aussi nous avons cru utile d'effectuer une étude précise des montages onduleurs triphasés simples, c'est-à-dire sans interposition de filtre entre la sortie et le récepteur, utilisant des capacités comme éléments de blocage et débitant sur une charge inductive linéaire équilibrée.

Ces montages onduleurs sont au nombre de trois. Reprenant l'appellation proposée pour les montages redresseurs, nous les avons indiqués par :

- montage à commutation parallèle P.3,
- montage à commutation parallèle double P.D.3,
- montage à commutation série S.3.

Pour chacun d'eux, nous avons déterminé, en fonction de la tension continue d'alimentation et des caractéristiques du récepteur triphasé, les courbes donnant :

- les conditions de bon fonctionnement,
- les spécifications des éléments de l'onduleur,
- les valeurs des tensions et des courants à la sortie,
- le courant pris à l'entrée.

Toutes les courbes sont tracées en fonction de la fréquence car l'utilisation des onduleurs comme sources à fréquence variable nous semble l'emploi de ces appareils qui deviendra le plus fréquent, notamment à cause de la variation de vitesse des moteurs à courant alternatif.

Bien qu'elle soit consacrée aux onduleurs triphasés les plus simples, cette étude nous a conduit à des calculs longs et très lourds. En les reproduisant dans ce mémoire, nous avons abrégé le plus possible le compte-rendu des étapes conduisant aux relations. La complexité de celles-ci est telle qu'elles n'ont pu être exploitées que grâce à un ordinateur puissant donnant point par point les caractéristiques cherchées.

Nous remercions très vivement Monsieur G. SEGUIER qui a dirigé nos recherches nous guidant avec attention et bienveillance tout au long de leur déroulement. Nous exprimons également notre gratitude à nos camarades du Service Electrotechnique de la Faculté des Sciences de LILLE et du Département Génie Electrique de l'Institut Universitaire de Technologie de BETHUNE qui, travaillant sous la même direction et sur des thèmes voisins, nous ont beaucoup apporté. Nous remercions plus particulièrement Monsieur R. BAUSIERE qui nous a aidé à la mise au point des dispositifs de commande des thyristors utilisés dans les montages expérimentaux.

## I N T R O D U C T I O N

Pour engendrer des signaux alternatifs de fréquence élevée on a, dès les débuts de la radioélectricité, substitué des montages statiques avec tubes à vide aux alternateurs tournants. Sauf pour les fréquences très élevées, ces oscillateurs qui donnent des signaux alternatifs à partir d'une source à courant continu utilisent maintenant des semi-conducteurs, des transistors le plus souvent.

Dès que la puissance en jeu est importante, la recherche d'un rendement élevé pour cette transformation continu-alternatif devient prépondérante. On ne peut plus jouer sur la modulation de la chute de tension interne des éléments "actifs", on doit fonctionner "en commutation" : l'élément actif doit être tantôt passant, tantôt bloqué. Quand le courant qui le traverse est important, il faut que la chute de tension interne soit faible ; quand il est bloqué, il faut que le courant soit négligeable car la tension aux bornes est relativement élevée ; ainsi pour les deux modes de fonctionnement les pertes sont faibles.

Avec les transistors de puissance travaillant en commutation on peut réaliser des oscillateurs aptes à débiter des puissances notables, on leur donne d'ailleurs parfois le nom d'onduleurs<sup>{1}{2}{3}(1)</sup>.

B. BEDFORD et R. HOFT<sup>{4}</sup> ont dressé l'inventaire des principaux montages utilisés et indiqué leurs caractéristiques.

Mais dès qu'il s'agit de transformer la présentation de puissances importantes, les transistors ne peuvent convenir car les courants directs et surtout les tensions inverses qu'ils peuvent supporter sont insuffisants. Il faut alors avoir recours aux thyristors qui à ces deux points de vue, ont des spécifications beaucoup plus élevées (courant direct moyen jusqu'à 700 A, tension inverse maximale jusqu'à 2000 V).

Avec les thyristors on peut en principe utiliser les mêmes schémas qu'avec les transistors ; toutefois les premiers entraînent une servitude supplémentaire, quand ils sont conducteurs on ne peut les bloquer par action sur leur électrode de commande. Il faut prévoir des dispositifs spéciaux entraînant le blocage par annulation du courant direct donc intervenant dans le circuit de puissance. Cette addition complique l'étude du fonctionnement, les calculs et la réalisation. Aussi, avec les thyristors, on s'en tient d'ordinaire à des schémas de principe plus simples, quitte à ajouter un filtre à la sortie lorsque c'est nécessaire.

(1) Les chiffres entre crochets se rapportent à la bibliographie annexée à ce mémoire.

Au début de ce mémoire, il nous a semblé utile de préciser d'abord ce qu'on entend par onduleurs autonomes, par opposition aux montages redresseurs fonctionnant en onduleurs asservis. Un bref rappel des solutions possibles en monophasé permettra ensuite de montrer les conséquences de l'addition des dispositifs de blocage des thyristors. Nous pourrons alors aborder le problème des onduleurs triphasés et préciser l'optique de notre étude et les buts que nous nous sommes assignés.

## 0.1. REDRESSEUR. ONDULEUR ASSERVI. ONDULEUR AUTONOME

### 0.1.1. Montages à commutation naturelle

=====

Un montage redresseur à diodes permet, à partir d'un réseau alternatif, d'obtenir une tension redressée ; la figure 1a représente le plus simple des montages, à l'aide d'un transformateur à point milieu il permet de redresser les deux alternances d'une tension monophasée.

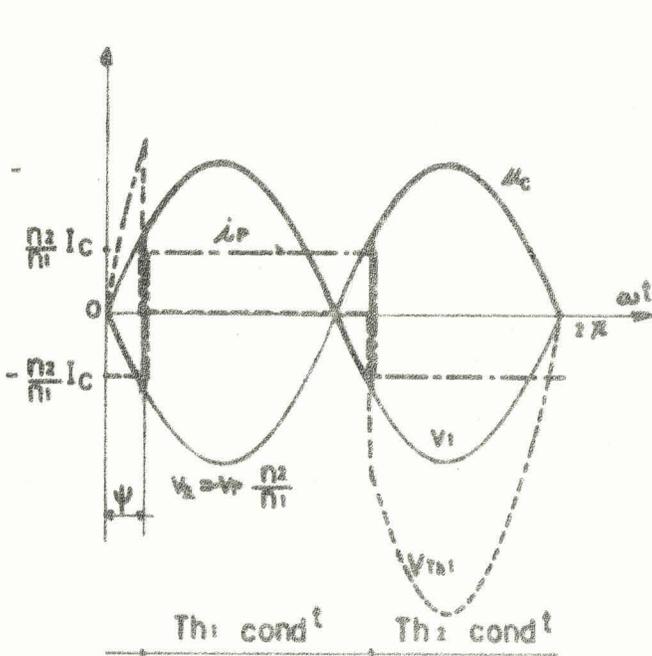
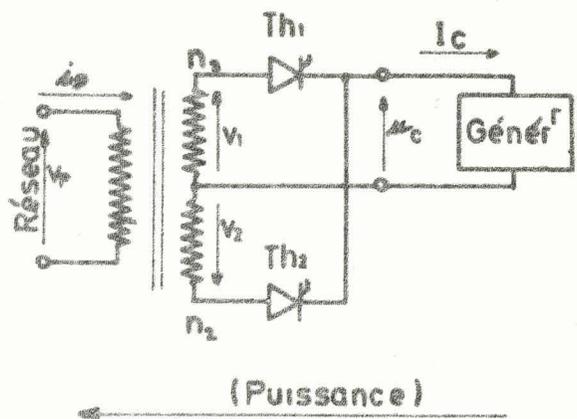
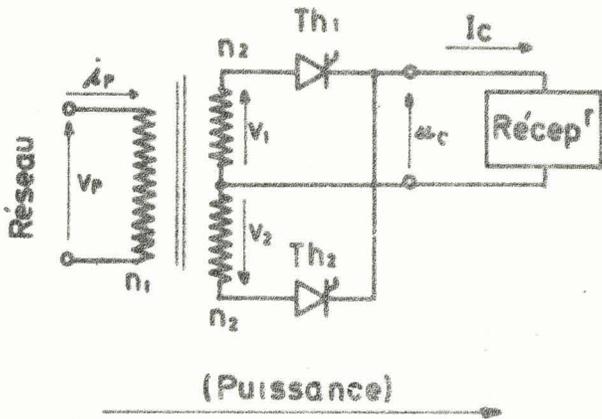
Si on remplace les diodes par des thyristors, par action sur l'angle de retard  $\psi$  au débloqué, on peut faire varier la valeur moyenne de la tension redressée  $U_c$ . Pour les fortes valeurs de  $\psi$ , et si du côté continu il y a non plus un récepteur mais un générateur, la tension redressée moyenne  $U_c$  est inversée. Le courant redressé moyen  $I_c$  gardant forcément le même signe, la puissance s'écoule en sens inverse, donc du générateur continu vers le réseau alternatif (fig.1b). C'est la marche en redresseur inversé ou en onduleur asservi.

Sur les figures 1a et 1b, on a tracé la forme d'onde de la tension redressée  $u_c$ , celle de la tension  $v_{Th_1}$  aux bornes du thyristor  $Th_1$  et celle du courant primaire  $i_p$ , dans le cas où l'on suppose que l'ensemble monté sur la tension  $u_c$  est si inductif que le courant redressé a une ondulation résiduelle négligeable.

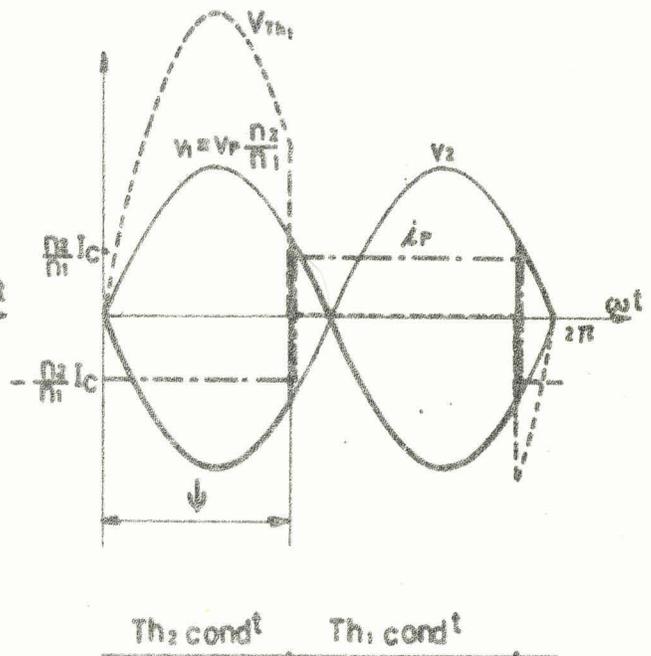
La liaison au réseau a dans les deux cas pour effet d'imposer la fréquence et la forme d'onde des tensions alternatives, ce qui entraîne deux conséquences principales :

#### a) La commutation est naturelle.

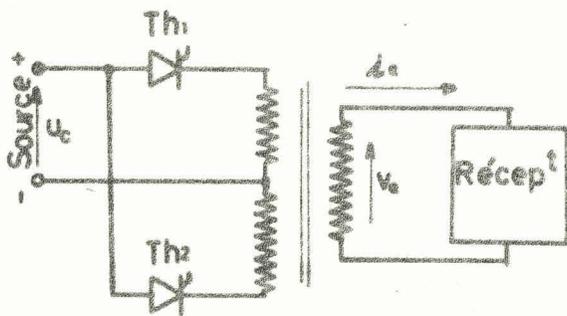
Quand un thyristor est débloquent, la tension aux bornes de celui qui conduisait précédemment devient négative et ce dernier se bloque automatiquement. Il n'y a donc qu'à prévoir un dispositif engendrant les impulsions de débloquent à l'instant convenable des redresseurs par leur électrode de commande ; leur blocage est obtenu automatiquement du fait de la forme d'onde des tensions alternatives.



a) Redresseur  
( $\psi = 30^\circ$ )



b) Onduleur Asservi  
( $\psi = 150^\circ$ )



c) Onduleur autonome

Fig.1.- Les trois utilisations possibles du montage monophasé à deux thyristors

- a) montage redresseur
- b) onduleur non autonome
- c) onduleur autonome (Pour ce dernier le schéma doit être complété)

503  
1915

- b) La forme d'onde des tensions alternatives est indépendante de celle des courants correspondants.

Le courant pris au réseau ou renvoyé à celui-ci dépend surtout du schéma du montage redresseur et des caractéristiques de l'appareil placé du côté continu. Même si ce courant n'est pas sinusoïdal, la forme d'onde des tensions alternatives s'écarte peu de la sinusoïde.

#### 0.1.2. Montages à commutation forcée

-----

Les schémas de principe, et notamment les groupements des thyristors utilisables pour la réalisation d'onduleurs autonomes, diffèrent peu de ceux utilisés en commutation naturelle (fig.1c). Mais le fait que le montage ne soit plus relié à un réseau puissant entraîne trois conséquences principales :

a) La fréquence des signaux alternatifs ne dépend que de la fréquence des impulsions de déblocage des thyristors. Les onduleurs autonomes peuvent assurer la transformation continu-alternatif à fréquence naturelle.

b) La commutation doit être forcée. Quand on débloque un thyristor, celui qui était précédemment conducteur reste passant si on ne prend pas de précaution particulière. Pour l'obliger à s'éteindre, il faut ajouter dans le circuit de puissance un élément tel que l'amorçage d'un redresseur rende négative la tension aux bornes de celui qui doit être alors bloqué. Le dispositif de blocage intervenant dans le circuit principal a une influence notable sur la forme d'onde des tensions et des courants alternatifs.

c) Les formes d'ondes des grandeurs de sortie dépendent de l'onduleur et de sa charge. La forme d'onde des tensions alternatives que tend à fournir un onduleur ne peut être tracée à priori sans tenir compte de la nature du récepteur. De plus, dès que celle-ci est donnée, elle établit des relations entre les variations des tensions et celles des courants.

Il n'est plus possible d'étudier séparément les diverses grandeurs, une étude globale de tout le montage est nécessaire. Cette condition s'ajoutant à la complication du schéma par les dispositifs de blocage rend l'étude des onduleurs beaucoup plus difficile que celle des montages redresseurs.

## 0.2. LES ONDULEURS MONOPHASES

Avant d'aborder la question des onduleurs triphasés, il est bon de voir comment on a essayé de résoudre en monophasé les deux principaux problèmes posés par tout onduleur à thyristors,

- celui du blocage
- celui d'une tension de sortie voisine d'une sinusoïde et ne variant pas trop avec la charge.

Dans son ouvrage le plus récent, J. LECORGUILLIER<sup>{5}</sup> a consacré une place importante aux onduleurs monophasés et passé en revue les divers schémas utilisables.

#### 0.2.1. Onduleur parallèle

=====

L'onduleur parallèle à blocage par capacité (fig.2) est le plus ancien, puisque les premières réalisations datent de 1928. On utilisait alors des redresseurs à vapeur de mercure.

Le schéma découle directement de celui de la figure 1c, on a simplement ajouté la capacité de blocage C et l'inductance  $\lambda$  destinée à limiter les pointes de courant pris à la source.

Quand le thyristor  $Th_1$  conduit, la source continue débite un courant dans le demi-enroulement OA ; pendant ce temps, à travers OB, la capacité C se charge positivement.

Quand on envoie une impulsion sur la gachette de  $Th_2$ ,  $u_c$  étant positif, la tension aux bornes de  $Th_2$  peu différente de  $u_c$  l'est également, donc l'impulsion de déblocage entraîne l'amorçage de ce thyristor. Mais dès que  $Th_2$  conduit, la tension aux bornes de  $Th_1$  devient  $-u_c$  et ce thyristor se bloque.

Durant la conduction de  $Th_2$ , la source débite dans le demi-enroulement OB. De plus C se charge en sens inverse préparant l'amorçage de  $Th_1$  et le blocage de  $Th_2$ .

Les ampères-tours primaires étant alternatifs, il en est de même des ampères-tours secondaires. Le récepteur est donc bien alimenté en alternatif.

Ce montage a été étudié avec soin surtout par WAGNER<sup>{6}{7}</sup> qui a tracé les diverses courbes caractéristiques correspondant au fonctionnement que nous venons de décrire d'abord pour une charge purement résistante, puis pour un récepteur résistant et inductif.

M. DEMONTVIGNIER<sup>{8}</sup> a montré que la présence d'une inductance  $\lambda$  et d'une capacité C permettait, lorsque le circuit était peu amorti, d'obtenir que chaque thyristor s'éteigne avant que le suivant soit déblocué. C'est ce qu'il appelle le "fonctionnement avec débit séparé des anodes". La capacité assure encore le blocage, mais de façon différente, elle rend maintenant pseudo-périodique le courant transitoire que tend à débiter chaque redresseur.

Ce deuxième mode de fonctionnement donne une tension de sortie plus voisine de la sinusoïde mais, comme pour le précédent, la valeur de cette tension varie beaucoup avec la charge.

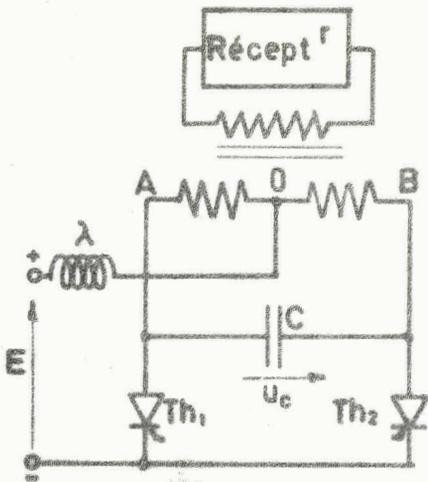


Fig. 2.- Onduleur parallèle

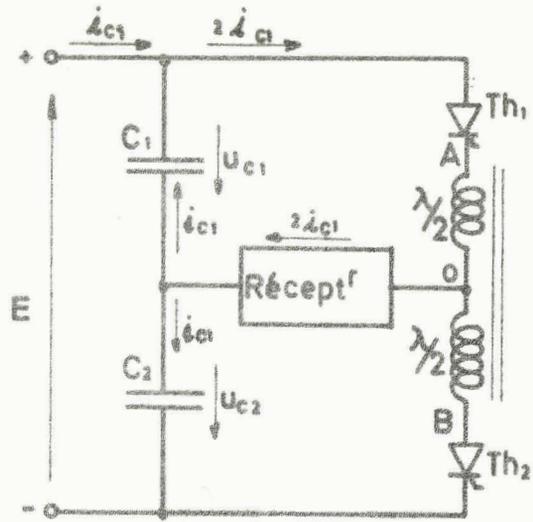


Fig. 3.- Onduleur série

( $i_{c1}$  représenté lors du débit de  $Th_1$ )

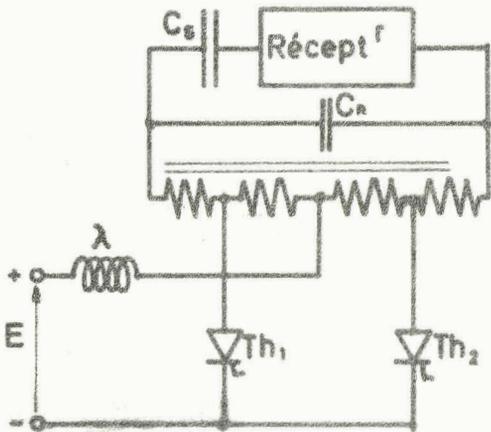


Fig. 4.- Schéma de principe de l'onduleur série parallèle

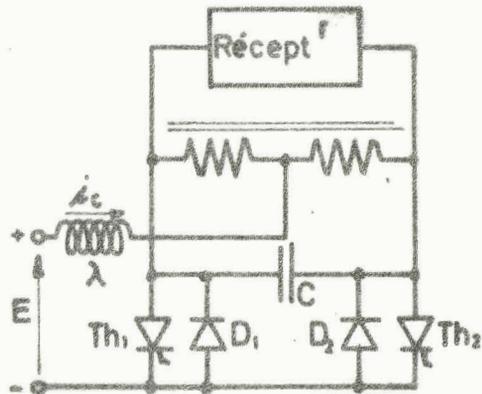


Fig. 5.- Onduleur parallèle à diodes de récupération

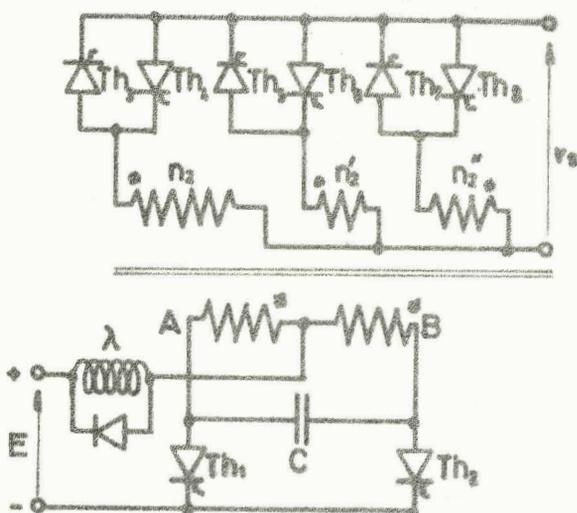
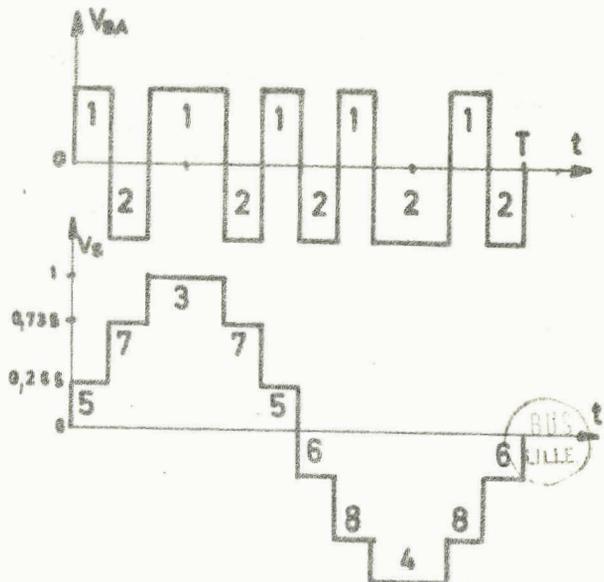


Fig. 6.- Exemple d'onduleur "sinusoidal"  
(schéma, construction de la forme d'onde)



### 0.2.2. Onduleur série

=====

La propriété des montages résonnants peu amortis sert de base à l'onduleur série étudié d'abord par G. GILLON<sup>[9]</sup>. Cet onduleur est ainsi dénommé car la capacité est en série avec la charge et non plus en parallèle comme dans les montages précédents.

Avant de décrire le fonctionnement de cet onduleur (fig.3), il faut remarquer que,

$$\text{puisque } u_{c_1} + u_{c_2} = -E = C^{te},$$

$$\text{on a } \frac{d u_{c_1}}{dt} + \frac{d u_{c_2}}{dt} = 0$$

ou

$$i_{c_1} = -i_{c_2}.$$

Cela suppose que le courant dans la charge soit le double de celui débité par la source, d'où le qualificatif de "doubleur" souvent donné à cet onduleur série.

Quant  $Th_1$  est débloquenté, le courant qui traverse ce redresseur et la moitié  $A0$  de l'inductance  $\lambda$  induit une tension négative entre B et 0 et provoque le blocage de  $Th_2$ . Avec l'amorçage de  $Th_1$  débute un régime pseudo-périodique qui inverse la tension aux bornes de  $Th_2$  l'amenant au voisinage de  $2E$

Le déblocage de ce redresseur provoque l'arrêt de la conduction de  $Th_1$ . Le courant dans le récepteur est inversé.

Comme pour l'onduleur parallèle on peut, outre le fonctionnement décrit, trouver le régime avec des intervalles où aucun redresseur ne conduit.

### 0.2.3. Onduleur série parallèle

=====

Les caractéristiques de l'onduleur série et de l'onduleur parallèle sont en partie complémentaires ; la tension de sortie se rapproche de la sinusoïde quand la charge du premier augmente, pour le second c'est quand la charge diminue.

On obtient des résultats intéressants en combinant les deux types, c'est l'onduleur série parallèle (fig.4) où l'on trouve deux capacités, l'une  $C_s$  en série avec la charge, l'autre  $C_p$  en parallèle avec celle-ci.

Ce montage a donné lieu à de nombreuses variantes notamment pour permettre la régulation de la valeur de la tension de sortie.

#### 0.2.4. Emploi de diodes de récupération

=====

Pour réduire la tension inverse aux bornes des thyristors bloqués, L. GENVIT<sup>{10}</sup> a proposé de monter des diodes en parallèle inverse sur chaque thyristor. La figure 5 montre un exemple particulièrement simple de montage.

Ces diodes ont un second effet favorable lors du régime de fonctionnement avec débit séparé des anodes. Quand le courant traversant  $Th_1$ , par exemple, devient négatif, celui-ci se bloque mais la diode  $D_1$  permet à ce courant de continuer à s'écouler. On aura donc successivement débit de  $Th_1$ ,  $D_1$ ,  $Th_2$ ,  $D_2$ ,  $Th_1$  etc... Or, le passage du courant  $i_c$  par  $D_1$  ou  $D_2$  correspond au renvoi d'énergie vers la source, d'où le nom de diodes de récupération donné à  $D_1$  et  $D_2$ .

Plus le récepteur est inductif, plus les phases de récupération ont une durée relative élevée et plus l'addition des diodes se traduit, à puissance active fournie au récepteur donnée, par une diminution du courant moyen pris à la source continue. On dit que les diodes compensent la puissance réactive absorbée par la charge.

Le branchement des diodes anti-parallèles, tel qu'il est représenté sur la figure 5, présente un inconvénient. Quand un thyristor cesse d'être passant, la tension à ses bornes devient très peu négative ; elle est en effet égale, au signe près, à la chute de tension directe de la diode correspondante. Cette faible valeur de la tension inverse des thyristors rend très important leur temps de recouvrement et limite aux très basses fréquences l'emploi de ces montages.

On a prévu divers procédés pour que les diodes de récupération suppriment les pointes de la tension inverse mais permettent à celle-ci de prendre des valeurs suffisantes. On peut dans ce but mettre des résistances en série avec les diodes.

MAC MURREY<sup>{11}</sup> a modifié le montage pour que les thyristors soient reliés à la source à travers l'inductance  $\lambda$  alors que les diodes anti-parallèles y sont réunies directement. Son schéma a donné lieu à des variantes dont certaines conduisent à d'excellents résultats.

#### 0.2.5. Onduleurs sinusoïdaux

=====

Avec deux thyristors principaux, on ne peut obtenir une tension de sortie très voisine de la sinusoïde ; de plus, le taux d'harmonique varie beaucoup avec le module et l'argument de l'impédance réceptrice.

Pour se rapprocher de la sinusoïde, il est préférable de construire une forme d'onde à l'aide de signaux quasi-rectangulaires de niveaux convenables. La figure 6 montre la solution mise au point par SALTERS<sup>{12}</sup>.

Un onduleur parallèle à deux thyristors  $Th_1$  et  $Th_2$  donne une tension alternative formée, par période  $T$  de la tension de sortie, de 10 créneaux de hauteur égale dont deux ont une largeur double de celle des huit autres. Le transformateur comporte trois secondaires dont les nombres de tours sont  $n_2$ ,  $n'_2 = 0,265 n_2$  et  $n''_2 = 0,765 n_2$ . Un commutateur à 6 thyristors  $Th_3, Th_4, Th_5, Th_6, Th_7, Th_8$  permet d'appliquer à la sortie et dans le sens convenable celle des trois tensions secondaires qui convient pour former la tension de sortie  $v_s$ . Le fonctionnement du commutateur ne pose pas de problème de blocage car la fin de la conduction d'un thyristor correspond à l'inversion de sa tension anodique (1)

Ce rappel **sommaire** des principaux types d'onduleurs monophasés est forcément incomplet car de nombreux principes peuvent servir de point de départ et chacun d'eux donne lieu à de nombreuses variantes. Dès que le schéma complet est arrêté, le choix définitif des éléments est souvent empirique.

Toutefois ce rappel a permis de mettre en évidence le problème fondamental des onduleurs à thyristors, celui du blocage des redresseurs à la fin de leur phase passante. Pour le résoudre, on fait toujours appel à des condensateurs, ceux-ci pouvant intervenir de deux façons :

. On peut utiliser le fait que la tension aux bornes d'un condensateur ne peut subir de discontinuité. Le débit d'un thyristor provoque la charge sous un signe convenable d'un condensateur. L'amorçage du redresseur suivant modifie le circuit et relie le condensateur aux bornes de celui qui conduisait de telle façon que sa tension devienne négative.

. Mais le courant absorbé par un condensateur peut présenter des discontinuités. Pour limiter les pointes de courant pris à la source on relie le montage à celle-ci par une inductance. L'ensemble inductance-capacité assure pour certains régimes l'annulation du courant dans chaque thyristor avant que l'autre soit débloqué.

(1) On pourrait aussi évoquer les onduleurs "à charge résonnante". La source à courant continu alimente à travers un thyristor un circuit résonnant série ou parallèle. Le déblocage du redresseur entraîne le passage dans celui-ci d'un courant pseudo-périodique qui se coupe de lui-même lors de son passage par zéro. Les oscillateurs à relaxation, utilisés comme générateurs d'impulsions puissantes, constituent de médiocres sources de signaux qu'on souhaiterait sinusoïdaux.

Les travaux effectués sur les onduleurs monophasés sont surtout orientés vers la production de signaux de fréquence fixe à partir d'une source à tension continue constante. Le premier but recherché est l'obtention d'une forme d'onde sinusoïdale dans un large domaine de facteurs de puissance et de courants. Le maintien souhaité de la constance du niveau de la tension de sortie ne peut être obtenu directement ; on s'attache à trouver des moyens commodes de régulation.

C'est dans une optique nettement différente que nous aborderons l'étude des onduleurs triphasés.

### 0.3. LES ONDULEURS TRIPHASES

Les onduleurs triphasés destinés à remplacer les groupes tournants de secours présentent de nombreuses analogies avec les onduleurs monophasés dont nous venons de rappeler le principe. Les buts recherchés sont les mêmes et on retrouve les montages parallèle, série ou série parallèle des condensateurs de commutation. Toutefois, on profite des propriétés d'une différence de couplage entre le primaire et le secondaire du transformateur triphasé pour supprimer certains harmoniques dans les tensions de sortie {13}.

C'est le développement prévu des équipements à vitesse variable avec moteur asynchrone qui a notablement accru l'intérêt porté aux onduleurs triphasés. Parmi les nombreux procédés expérimentés, celui qui utilise un onduleur semble en effet le plus prometteur du moins pour les moteurs à cage {14}. Mais les buts assignés à l'onduleur sont alors différents de ceux vus précédemment car ses conditions de travail qui lui sont imposées sont tout autres. Après avoir précisé ces conditions et leurs conséquences, nous verrons les montages qu'il faut examiner et les caractéristiques qu'il importe le plus de déterminer.

#### 0.3.1. Onduleurs destinés à la variation de vitesse

=====

Les équipements destinés à la variation de vitesse du moteur asynchrone par variation de fréquence sont alimentés à partir du réseau à fréquence industrielle. La valeur des tensions qu'il doivent fournir au moteur doit changer en même temps que leur fréquence ; du moins en première approximation elle doit être proportionnelle à celle-ci. Ces deux conditions, ajoutées au fait que l'onduleur alimente un seul récepteur, entraînent quatre conséquences.

a) L'onduleur est alimenté par un montage redresseur à thyristors

L'onduleur ne peut assurer lui-même la variation de la valeur des tensions de sortie. Le montage redresseur qui l'alimente en continu à partir du réseau industriel doit lui fournir une tension continue dont la valeur augmente au fur et à mesure que la fréquence des signaux de sortie croît.

On modifie l'amplitude des tensions délivrées par l'onduleur par action sur la tension continue d'entrée, donc sur le montage redresseur qui le relie au réseau. Ce montage sera donc un montage tout thyristors ou un montage mixte.

La constance du rapport des tensions alternatives et continue de l'onduleur n'a donc ici qu'une importance très réduite, puisque dans la chaîne de transmission de puissance un montage extérieur à l'onduleur assure aux tensions de sortie le niveau convenable.

b) L'onduleur doit pouvoir fonctionner à des fréquences très différentes.

Au démarrage, l'onduleur doit alimenter le moteur à une fréquence très faible ; la fréquence augmentant ensuite au fur et à mesure que croît la vitesse désirée.

L'onduleur doit être conçu pour les très basses fréquences mais pouvoir fonctionner correctement, surtout au point de vue blocage, jusqu'à quelques centaines de hertz.

c) L'onduleur ne comporte pas de transformateur

Les onduleurs monophasés à deux redresseurs contrôlés nécessitent un transformateur, ou tout au moins un autotransformateur, pour donner un point milieu. Les onduleurs monophasés ou triphasés à fréquence fixe emploient d'ordinaire un transformateur, même si celui-ci n'est pas exigé par le principe utilisé, dans le but d'adapter les tensions du réseau alternatif alimenté et de la source continue.

Dans le cas ici envisagé, à cause de la nécessité de fonctionner aux très basses fréquences, on évite l'emploi d'un transformateur ; les thyristors débitent directement dans les enroulements primaires du moteur.

Le plus souvent on utilise un moteur dont la tension nominale est adaptée à celle du réseau industriel de distribution. Lorsqu'un transformateur est nécessaire, il est placé entre le réseau et le montage redresseur.

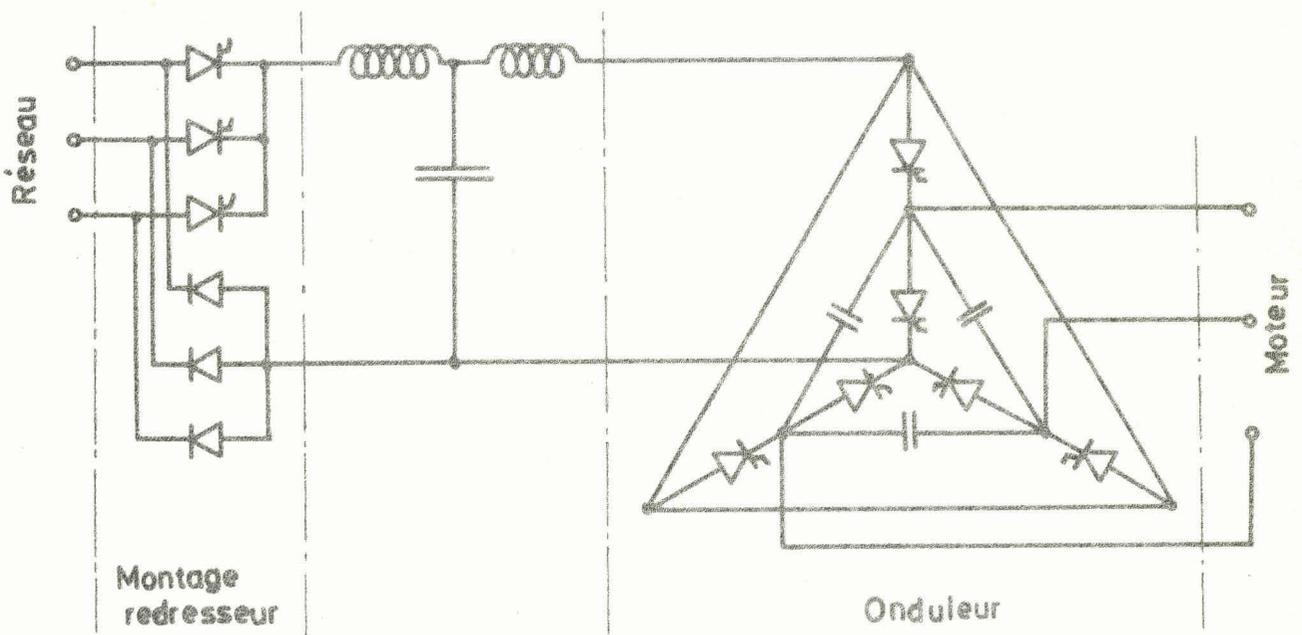
d) La réduction du taux d'harmoniques des tensions de l'onduleur ne doit pas conduire à des montages trop compliqués

Il n'est pas possible avec un onduleur simple d'obtenir des tensions de forme d'onde quasi-sinusoïdale dans un large domaine de fréquences et pour des charges variables. Pour se rapprocher de cet optimum, il faudrait augmenter le nombre de thyristors utilisés ou tout au moins les faire travailler à fréquence plus élevée et avec une électronique de commande bien plus compliquée.

Or, les premiers résultats des travaux de notre camarade J.P. SIX sur le moteur asynchrone alimenté par un montage à thyristors montrent que cette machine s'accommode bien de tensions comportant des harmoniques d'importance notable. Les pertes supplémentaires qui en résultent ne réduisent pas beaucoup le rendement du moteur.

Aussi, du moins dans un premier temps, pour rendre compétitive la variation de vitesse avec moteur asynchrone, on doit s'orienter vers des montages simples à peu de thyristors et tolérer des tensions pas très sinusoïdales. Ultérieurement ces solutions pourront être retenues pour les équipements de faible et de moyenne puissance.

Pour illustrer l'ensemble de ces remarques, nous donnons (fig.7) le schéma complet de la partie puissance du montage proposé par G. SEGUIER<sup>{15}</sup>.



- Fig.7. - Schéma d'un variateur de vitesse pour moteur asynchrone triphasé.

On voit que le nombre de thyristors nécessaires est limité à neuf, trois pour le redresseur et six pour l'onduleur. L'onduleur, où trois capacités suffisent pour assurer les blocages, débite directement sur le moteur. Entre le montage redresseur et l'onduleur, il place une capacité destinée à jouer le rôle de volant d'énergie et deux réactances. Ces dernières servent à limiter les pointes de courant pris par le redresseur au réseau et par l'onduleur à la capacité ; elles assurent en outre l'indépendance entre deux circuits fonctionnant à des fréquences différentes.

La commande est très simple : on règle la fréquence des tensions appliquées au moteur par la durée des cycles de six impulsions équidistantes envoyées sur les gâchettes des six thyristors de l'onduleur. Au fur et à mesure que la fréquence augmente, la tension redressée est accrue par réduction du retard à l'amorçage des trois thyristors du montage redresseur.

### 0.3.2. Les montages étudiés

=====

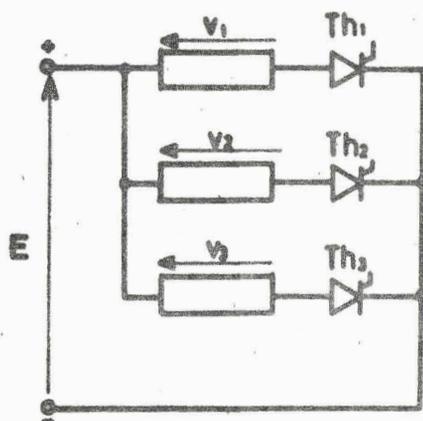
Les onduleurs, ayant à assurer la fonction inverse de celle assignée aux montages redresseurs, on peut, comme nous l'avons indiqué en monophasé, partir des mêmes schémas. La tension redressée devient la tension continue d'alimentation ; les enroulements secondaires sièges des tensions à redresser deviennent les trois enroulements primaires du moteur récepteur des tensions ondulées ; les redresseurs sont montés à l'envers car le sens de débit des courants est inversé.

En triphasé, trois montages sont possibles, pour les distinguer on adoptera la dénomination proposée par G. SEGUIER<sup>{16}</sup>. Nous étudierons donc successivement

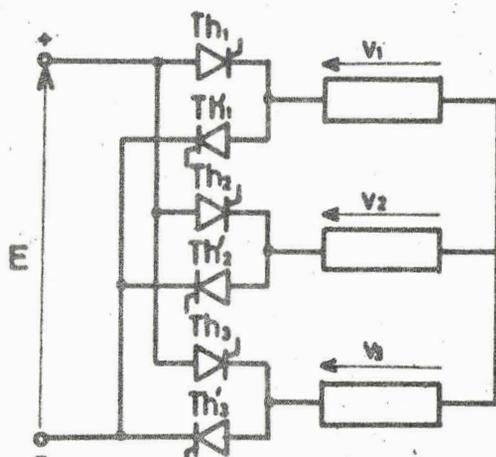
- . l'onduleur triphasé à commutation parallèle P.3.
- . l'onduleur triphasé à commutation parallèle double P.D.3.
- . l'onduleur triphasé à commutation série S.3.

Sur la figure 8, on trouve la représentation simplifiée de ces trois montages montrant l'analogie de leur configuration avec celle des montages redresseurs correspondants. Les capacités de blocage n'ont pas été représentées.

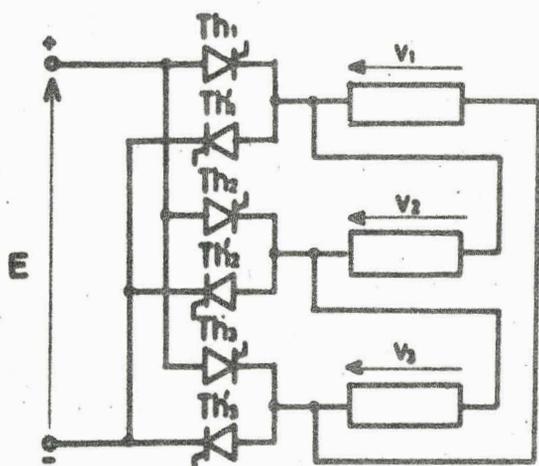
Si l'on suppose les trois phases réceptrices purement résistantes et si l'on néglige les courants de charge et de décharge des condensateurs, ces montages donnent les tensions de sortie de la figure 9 ; sur celle-ci, on a indiqué le ou les redresseurs conducteurs durant chaque intervalle.



P.3



P.D.3



S.3

- Fig.8.- Schéma de principe des trois onduleurs à thyristors pour récepteur triphasé

$E$  tension d'entrée  
 $v_1, v_2, v_3$  tensions de sortie

Le montage P.3. ne délivre que des tensions unidirectionnelles ; leur développement en série est de la forme

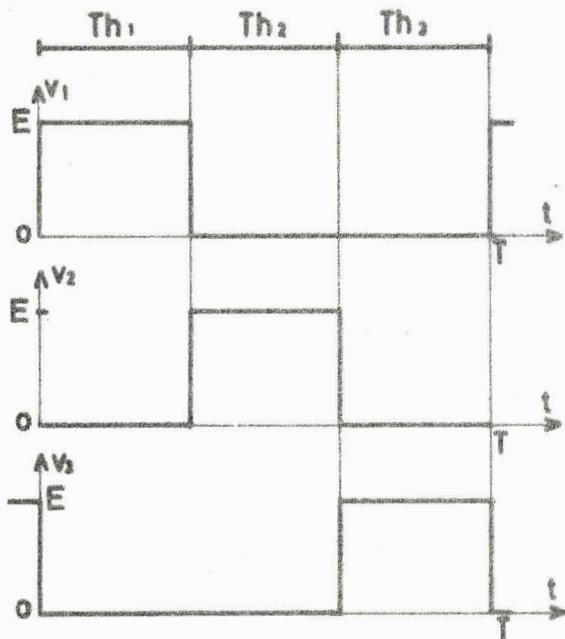
$$v_1 = \frac{E}{3} + \frac{2E}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{3} \cos n\pi t.$$

La composante moyenne a une valeur notable, si elle n'empêche pas la rotation du moteur elle est du moins cause de pertes Joule importantes.

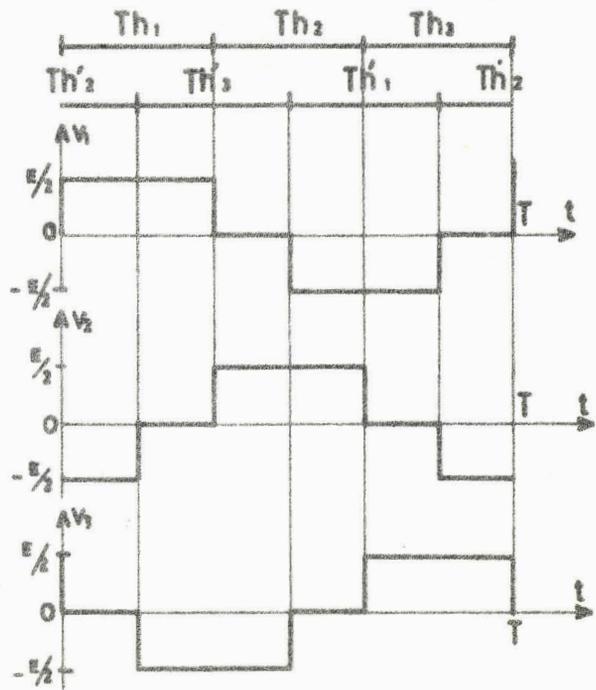
Ce montage n'est pas un vrai onduleur, il ne découpe qu'en trois ondes rectangulaires une tension continue. Aussi le nom de découpeur nous semble-t-il le mieux adapté<sup>(1)</sup>.

On pourrait évidemment éviter la transmission du terme moyen au moteur en plaçant celui-ci au secondaire d'un transformateur, mais alors les pertes dues à ce terme se produiraient dans les enroulements primaires du transformateur.

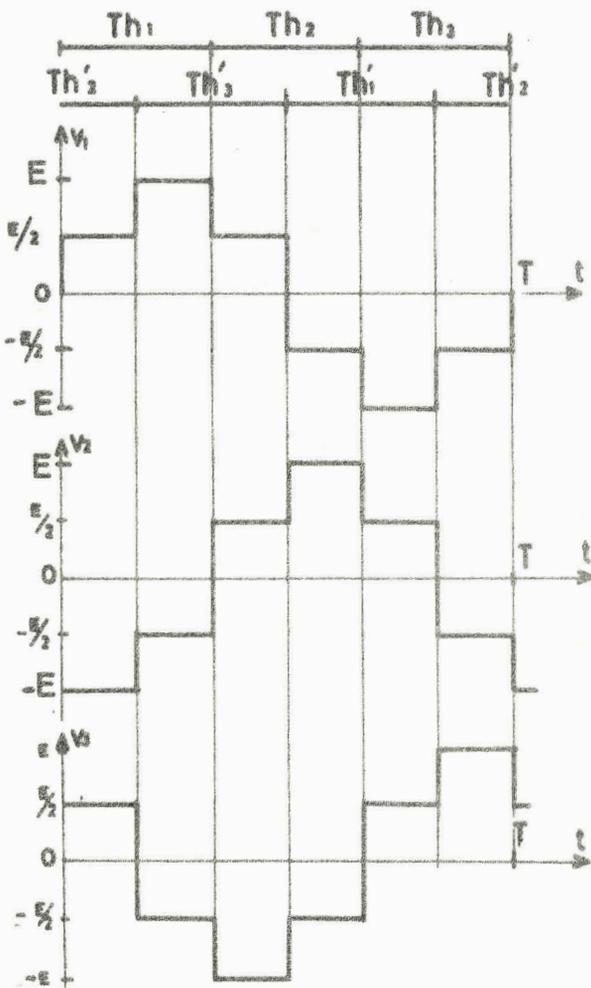
(1) Il ne faut pas confondre avec les découpeurs ou hacheurs (en anglais shoppers) utilisés pour régler la valeur moyenne du courant dans un circuit alimenté par une tension continue.



P.3



P.D.3



S.3

- Fig.9;- Diagramme des conduction et forme d'onde schématique des tensions de sortie délivrées par les trois montages de la figure 8

Les montages P.D.3. et S.3 au contraire délivrent des tensions alternatives  
Les développements en série des tensions de sortie sont de la forme,

pour le P.D.3,

$$v_1 = \frac{2E}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \frac{2n\pi}{3} \sin n\omega t$$

pour le S.3,

$$v_1 = \frac{2E}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(1 + \cos \frac{n\pi}{3}\right) \sin n\omega t$$

et montrent, outre la suppression du terme moyen, l'accroissement de l'importance du terme fondamental par rapport aux harmoniques.

On est encore très loin d'obtenir des signaux sensiblement sinusoïdaux et le nom de découpeurs inverseurs semble mieux caractériser le rôle attendu ici du groupe de thyristors<sup>(1)</sup>.

Plus compliqués, les montages P.D.3 et S.3 donnent, à priori, des résultats meilleurs que le montage P.3. En onduleur on retrouve, pour ce qui est des performances, la même classification qu'en redresseur.

Le découpeur P.3 assure mal la conversion continu alternatif nécessaire pour la variation de vitesse des moteurs. Si nous avons tenu à l'étudier avec les autres, c'est en raison de son emploi possible dans d'autres applications et surtout pour que l'étude de ce type d'onduleurs soit complète.

#### 0.4. HYPOTHESES ET PLAN D'ETUDE

Pour chacun des trois montages, nous adopterons les mêmes hypothèses et chercherons à établir les mêmes caractéristiques en suivant, autant que possible, le même plan.

##### 0.4.1. Hypothèses adoptées =====

Afin de pouvoir arriver jusqu'à la détermination des caractéristiques, nous avons dû admettre trois hypothèses.

(1) Le mot inverseur (inventer) utilisé par les anglo-saxons semble mieux adopté que celui d'onduleur.

a) les thyristors utilisés sont supposés parfaits ; leur chute de tension directe et leur courant inverse seront négligés.

b) on assimile à une impédance de coefficients R et L constants chaque phase du récepteur, étant bien entendu que lorsque la vitesse du moteur varie on lit les divers résultats sur les caractéristiques pour des valeurs différentes de R et de L.

c) le montage est supposé directement relié à une source de tension continue constante d'impédance négligeable.

La première hypothèse n'affecte guère la précision des calculs ; d'ailleurs, la chute de tension directe des redresseurs au silicium étant à peu près constante, pour en tenir compte il suffit de déduire de la valeur de la tension continue d'alimentation la chute de tension dans un ou deux thyristors, suivant le montage.

La deuxième hypothèse est plus importante, car un moteur triphasé ne présente pas les mêmes caractéristiques suivant le sens et l'ordre du système triphasé de tensions qui lui est appliqué. Pour chaque vitesse, on prendra R et L correspondant au fondamental. Le moteur ne pouvant être assimilé à un récepteur linéaire qu'en première approximation il en résultera un écart entre les caractéristiques établies et celles relevées lorsque l'onduleur débite sur un moteur. Cet écart risque d'être d'autant plus important que la forme d'onde des tensions calculées s'éloigne plus de la sinusoïde.

Pour limiter les pointes de courant absorbé par l'onduleur, notamment lors de la charge des capacités de blocage, on place une réactance en amont de l'onduleur (voir, par exemple, le schéma de la figure 7). D'autre part la tension d'alimentation de l'onduleur est obtenue, à partir du réseau, par un montage redresseur et présente donc une certaine ondulation résiduelle. En supposant la tension à l'entrée de l'onduleur sans ondulation et fournie par une source d'impédance négligeable, on peut séparer l'étude de ce montage de ce qui le précède. Cette hypothèse explique certaines discontinuités qui seront supprimées dans l'équipement d'ensemble réel.

Nous avons dû avoir recours à des suppositions pour pouvoir mener à bien les calculs. Ceux-ci conduisent néanmoins à des relations très complexes que seul un ordinateur puissant permet d'exploiter. Nous raccourcirons le plus possible l'exposé des calculs ayant conduit aux diverses relations et regrouperons, à la fin de l'étude de chacun des trois montages, l'ensemble des caractéristiques déduites de ces relations.

#### 0.4.2. Plan d'étude des trois montages

=====

Pour chacun des trois onduleurs étudiés, nous adopterons le même plan et chercherons à tracer les mêmes caractéristiques.

Après l'explication du fonctionnement du montage, nous établirons les expressions des diverses variables, cela nous permettra de tracer, toujours en fonction de la fréquence, les diverses caractéristiques.

Il faut remarquer que c'est l'étude des tensions aux bornes des condensateurs de blocage qui semble le moyen le plus commode d'aborder le fonctionnement de ces montages.

Pour chacun d'eux, nous examinerons le cas du débit sur résistance puis celui du récepteur résistant et inductif.

Les premières caractéristiques recherchées sont relatives aux conditions de fonctionnement du montage. Elles donnent :

- . le temps de blocage  $t_B$
- . la tension de blocage  $u_B$

Le temps  $t_B$  est égal à l'intervalle durant lequel la tension aux bornes d'un thyristor qu'on vient de bloquer reste négative ;  $t_B$  doit rester supérieur au temps de régénération  $t_r$  du redresseur pour qu'il n'y ait pas d'amorçage prématuré.

Le régime imposé aux phases réceptrices est caractérisé par :

- . la valeur efficace  $V_1$  des tensions de sortie
- . la valeur efficace  $V_{1f}$  du terme fondamental de ces tensions
- . la valeur efficace  $I_1$  du courant absorbé.

Du courant dans le récepteur et de celui dans les capacités, on déduit les courbes donnant :

- . le courant moyen total  $I_{\text{moy}}$  absorbé par le montage
- . le facteur de forme  $f_F$  de ce courant.

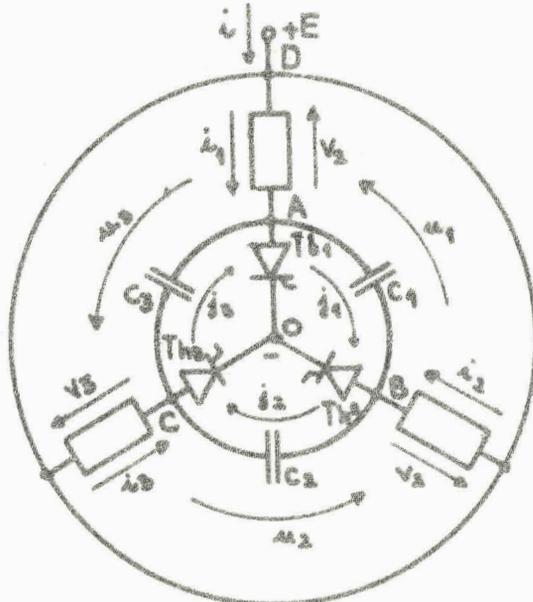
Les autres valeurs se déduisent de celles indiquées soit directement soit à l'aide de relations simples.

On peut ainsi, à partir de la tension continue  $E$  et de la charge, déterminer tous les éléments des onduleurs et apprécier la sûreté de leur fonctionnement et la qualité de leurs performances dans un domaine de fréquences.

CHAPITRE I

LE DECOUPEUR TRIPHASE A TROIS THYRISTORS

Le plus simple des "onduleurs" triphasés est celui représenté sur la figure 10. La tension continue  $E$ , appliquée entre les points  $D$  et  $O$ , alimente successivement les trois phases du récepteur montées entre  $D$  et les anodes  $A$ ,  $B$  ou  $C$  des trois thyristors  $Th_1$ ,  $Th_2$  et  $Th_3$ . Ces derniers ont leurs cathodes reliées à  $O$ . Les trois condensateurs de blocage  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  sont branchés entre les anodes des redresseurs successifs.



- Fig.10.- Schéma du découpeur triphasé à trois redresseurs contrôlés.

La figure 10 montre également les notations et conventions de signe utilisées. Nous désignerons par :

- $i_1, i_2, i_3$ , les courants dans les trois phases du récepteur,
- $v_1, v_2, v_3$ , les tensions aux bornes de celles-ci,
- $j_1, j_2, j_3$ , les courants dans les condensateurs,
- $u_1, u_2, u_3$ , les tensions à leurs bornes,
- $i$ , le courant total absorbé par l'onduleur.

Chaque phase du récepteur est caractérisée par sa résistance  $R$  et son inductance  $L$ .

Le générateur d'impulsions applique une impulsion de déblocage au thyristor  $Th_1$  à l'instant  $t = 0$ , à  $Th_2$  pour  $t = \frac{T}{3}$ , à  $Th_3$  pour  $t = \frac{2T}{3}$ ,  $T$  désignant la période de fonctionnement du montage.

### I.1. PRINCIPE DU FONCTIONNEMENT

Les thyristors étant débloqués à des intervalles de temps égaux et le montage étant symétrique, les mêmes phénomènes se produisent dans les trois phases avec un décalage de  $T/3$ .

Pour suivre l'évolution des diverses variables, il s'est révélé préférable de suivre les tensions  $u_1, u_2, u_3$  aux bornes des condensateurs (fig.11).

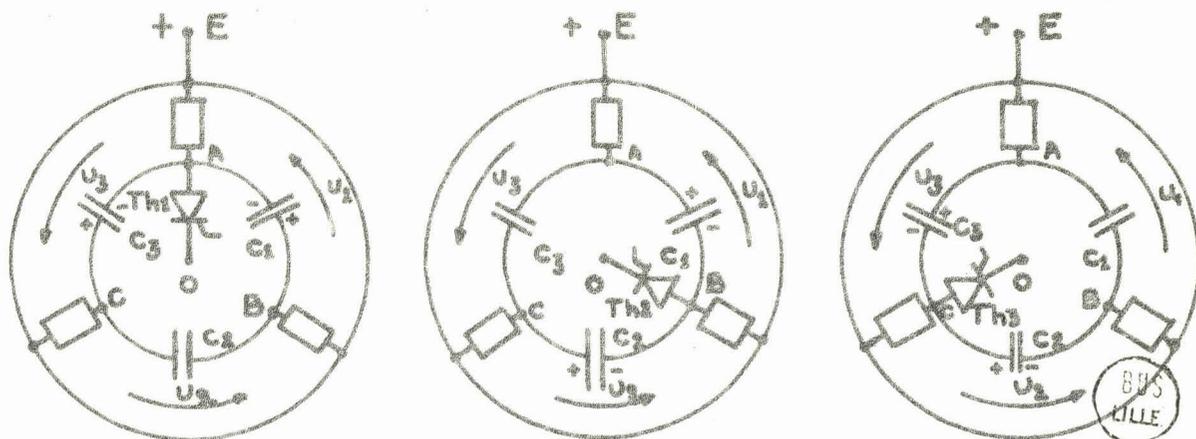
. A l'instant  $t = 0$ , le thyristor  $Th_1$  devient conducteur, portant le point A au potentiel du point O qui est pris comme origine des potentiels. Les condensateurs  $C_1$  et  $C_3$  se chargent donc, le premier négativement et le second positivement. Quant à la charge de  $C_2$ , elle évolue de telle façon que  $u_2 = -u_1 - u_3$ , car la somme des trois tensions  $u_1, u_2$  et  $u_3$  est toujours nulle.

. A l'instant  $t = T/3$ , la tension aux bornes du redresseur  $Th_2$  est positive puisque  $C_1$  est chargé négativement. L'envoi d'une impulsion sur sa gâchette entraîne donc son amorçage qui porte le potentiel du point B à zéro. Puisque  $u_1$  est négatif, la tension aux bornes de  $Th_1$  devient négative, et ce thyristor se bloque.

Durant l'intervalle  $T/2, 2T/3$  les tensions  $u_2, u_3$  et  $u_1$  évoluent de la même façon que  $u_1, u_2$  et  $u_3$  durant l'intervalle  $0, T/3$  qui précède.

. De même l'envoi de l'impulsion de déblocage à  $Th_3$ , à l'instant  $t=2T/3$  le trouve avec une tension aux bornes positive puisque  $u_2$  est alors négatif. Le débit de  $Th_3$  entraîne le blocage de  $Th_2$ .

Et le fonctionnement se poursuit de façon cyclique.



- Fig.11.- Schéma équivalent au montage de la figure 10 durant chacun des intervalles de durée  $T/3$  qui marquent chaque période  $T$ .

Sur la figure 11 où seul est représenté le thyristor conducteur durant chaque intervalle, on a indiqué des signes à côté de deux condensateurs. Ce signe indique le sens d'évolution de la tension aux bornes des deux condensateurs reliés au thyristor conducteur. Quant au troisième, l'évolution de sa charge n'est pas déterminable à priori.

Cette description du fonctionnement, permet de tracer l'allure des formes d'ondes des tensions  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  sachant qu'elles sont identiques à  $T/3$  près, que leur somme est toujours nulle et que ces tensions ne peuvent présenter de discontinuité lors des commutations (fig.12 a).

Des formes d'ondes de  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  on peut déduire celles des tensions aux bornes de thyristors (fig. 12b).

Pour le thyristor  $Th_1$  par exemple, on aura

pour  $0 < t < T/3$ ,  $v_{Th_1} = v_A = 0$ , puisque  $Th_1$  est conducteur,

pour  $T/3 < t < 2T/3$ ,  $v_A = u_1$ , puisque  $v_B = 0$ ,

pour  $2T/3 < t < T$ ,  $v_A = -u_3$ , puisque  $v_C = 0$ .

Sur la courbe donnant  $v_{Th_1}$  on a indiqué les deux paramètres qui caractérisent le bon fonctionnement du découpeur :

- la tension de blocage  $u_B$  qui apparaît aux bornes du thyristor à bloquer lors de l'amorçage du suivant,

- le temps de blocage  $t_B$  durant lequel la tension du thyristor à bloquer reste négative.

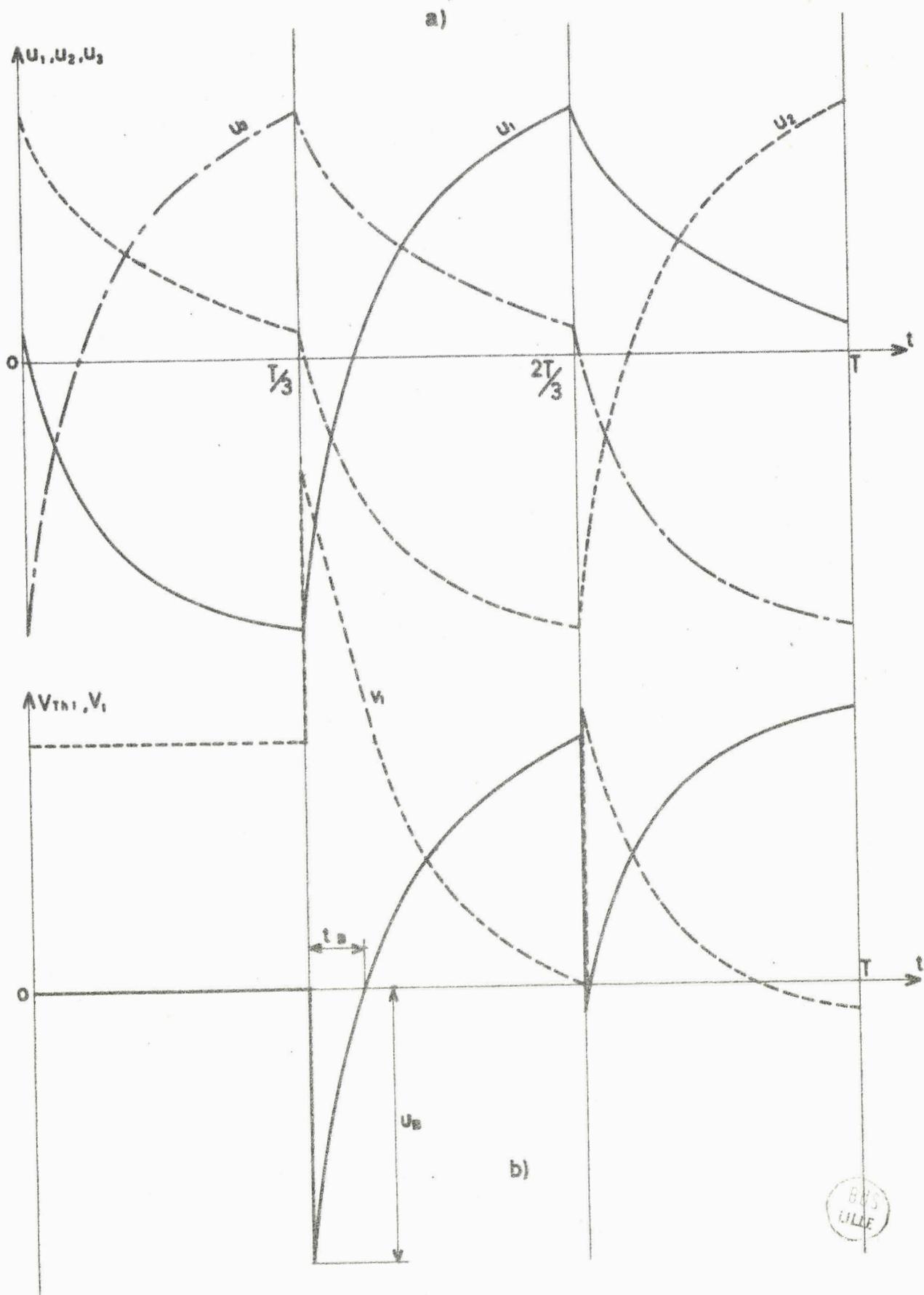
De même la connaissance de  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  permet le tracé des tensions aux bornes des phases réceptrices (fig.12b).

Pour la phase 1 par exemple,  $v_1 = E - v_1$ , on a successivement :

pour  $0 < t < \frac{T}{3}$ ,  $v_1 = E$

pour  $\frac{T}{3} < t < \frac{2T}{3}$ ,  $v_1 = E - u_1$

pour  $\frac{2T}{3} < t < T$ ,  $v_1 = E + u_3$



- Fig. 12. - Exemples de formes d'ondes possibles  
a) des tensions  $u_1, u_2$  et  $u_3$   
b) des tensions  $v_{th1}$  et  $v_1$ .

L'examen des formes d'ondes de la figure 12 suggère trois remarques :

a) Si les valeurs de  $u_B$  et de  $t_B$  sont insuffisantes, le blocage des thyristors ou le maintien de ce blocage durant le temps de régénération ne sont pas assurés. Plus la période  $T$  est brève, moins les condensateurs ont le temps de se charger et de se décharger à des valeurs voisines de  $E$  d'une part, d'autre part tous les intervalles de temps et notamment  $t_B$  sont abrégés. On voit qu'à valeur de  $C$  et des constantes du récepteur données, il y a une fréquence maximale de fonctionnement correct.

b) A basse fréquence, les intervalles de  $T/3$  sont longs par rapport à la constante de temps de charge ou de décharge des condensateurs, et la forme d'onde des tensions de sortie ne différera de celle tracée sur la figure 9, obtenue en négligeant les condensateurs, que par des pointes de durée relative brève. Il en sera tout autrement quand l'augmentation de la fréquence rendra ces constantes de temps voisines de la période  $T$ .

c) Le fonctionnement dépend essentiellement des condensateurs, or ceux-ci se chargent et se déchargent à travers les phases du récepteur. La nature du récepteur intervient donc dès qu'on veut étudier les diverses variables. Il nous a semblé bon d'examiner successivement le cas simple du récepteur résistif, puis celui en pratique le plus important, du récepteur résistif et inductif.

## I.2. DEBIT DU DECOUPEUR SUR RESISTANCES PURES

La figure 13 représente le schéma équivalent au découpeur débitant sur trois résistances égales  $R$ , durant l'intervalle  $0, T/3$  où le thyristor  $Th_1$  est conducteur.

L'examen du fonctionnement pendant le tiers de la période  $T$  est suffisant, puisque les tensions  $u_1, u_2, u_3$  et  $v_1, v_2, v_3$  et les courants  $j_1, j_2, j_3$  et  $i_1, i_2, i_3$  sont décalés de  $T/3$ .

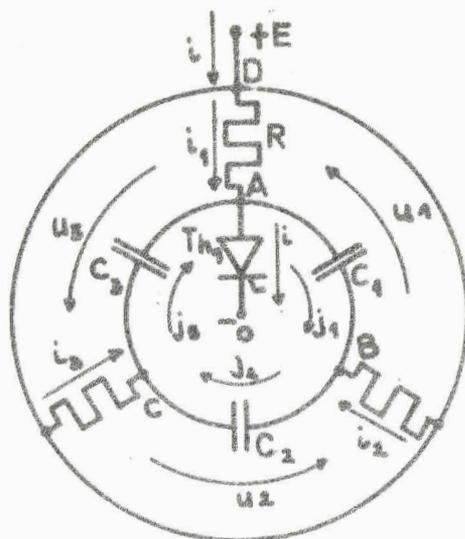
### I.2.1. Expression des diverses variables

#### I.2.1.1. Tensions aux bornes des condensateurs

Il est commode d'étudier en premier lieu les tensions  $u_1, u_2$  et  $u_3$  car elles ne peuvent subir de discontinuités.

L'examen du schéma de la figure 13 donne:

$$\begin{aligned} E &= Ri_1 \\ E &= Ri_2 - u_1 \\ E &= Ri_3 - u_3 \end{aligned} \tag{1}$$



- Fig. 13. - Schéma équivalent du découpeur triphasé débitant sur résistances, durant l'intervalle  $0, T/3$ .

avec :

$$u_1 = \frac{1}{C} \int j_1 dt ; u_2 = \frac{1}{C} \int j_2 dt, u_3 = \frac{1}{C} \int j_3 dt \quad (2)$$

Le long du circuit fermé formé par les trois condensateurs

$$u_1 + u_2 + u_3 = 0$$

ou :

$$\frac{1}{C} \int j_1 dt + \frac{1}{C} \int j_2 dt + \frac{1}{C} \int j_3 dt = 0$$

On en déduit :

$$j_1 + j_2 + j_3 = 0 \quad (3)$$

Enfin, la loi des noeuds donne :

$$\begin{aligned} i_2 &= j_2 - j_1 \\ i_3 &= j_3 - j_2 \end{aligned} \quad (4)$$

Des relations (1), (3) et (2) on tire :

$$E = R(j_2 - j_1) - \frac{1}{C} \int j_1 dt \quad (5)$$

$$E = R(j_3 - j_2) - \frac{1}{C} \int j_3 dt \quad (6)$$

Si dans l'équation (6) on remplace  $j_3$  par  $-j_1 - j_2$ , elle devient :

$$\begin{aligned} E &= -Rj_1 - 2Rj_2 + \frac{1}{C} \int j_1 dt + \frac{1}{C} \int j_2 dt \\ 2Rj_2 + \frac{1}{C} \int j_2 dt &= -E - Rj_1 - \frac{1}{C} \int j_1 dt \end{aligned}$$

ou en tenant compte de l'égalité (5) et après simplification,

$$3 R j_2 + \frac{1}{C} \int j_2 dt = 0 \quad (7)$$

On peut déduire de cette équation différentielle l'expression de la tension  $u_2$ , aux bornes de  $C_2$ .

Désignons par  $q_2 = C u_2$  la charge de ce condensateur

$$3 R \frac{dq_2}{dt} + \frac{q_2}{C} = 0$$

$$q_2 = q_{20} e^{-\frac{t}{3RC}}$$

$$\text{Donc } u_2 = u_{20} e^{-\frac{t}{3\tau}} \quad (8)$$

en indiquant par  $u_{20}$  la tension aux bornes de  $C_2$  pour  $t = 0$ , et en posant

$$\tau = R C \quad (9)$$

Pour établir l'expression de la tension  $u_1$  on part de l'équation (5) :

$$R j_1 + \frac{1}{C} \int j_1 dt = R j_2 - E$$

qui, compte tenu de la relation (7), devient :

$$R j_1 + \frac{1}{C} \int j_1 dt = -E - \frac{1}{3C} \int j_2 dt$$

ou, puisque  $u_2 = \frac{1}{C} \int j_2 dt$  et  $j_1 = \frac{dq_1}{dt}$ , si  $q_1$  désigne la charge de  $C_1$ ,

$$\tau \frac{dq_1}{dt} + q_1 = -CE - \frac{Cu_2}{3} \quad (10)$$

L'expression de  $u_2$  montre que la solution particulière de cette équation différentielle est de la forme :

$$q_1 = -CE + K_1 e^{-\frac{t}{3\tau}}$$

donc :

$$\frac{dq_1}{dt} = -\frac{K_1}{3\tau} e^{-\frac{t}{3\tau}} ;$$

en reportant dans l'équation (10), on trouve  $K_1$  par identification :

$$K_1 = -\frac{C}{2} u_{20}$$

donc

$$q_1 = -CE - \frac{C}{2} u_{20} e^{-\frac{t}{3\tau}}$$

La solution générale de l'équation sans second membre étant de la forme  $K_2 e^{-t/\tau}$ , l'expression de  $q_1$  durant l'intervalle  $0, T/3$  est donnée par :

$$q_1 = K_2 e^{-\frac{t}{\tau}} - C E - \frac{C}{2} u_{20} e^{-\frac{t}{3\tau}}$$

Donc

$$u_1 = K e^{-\frac{t}{\tau}} - E - \frac{u_{20}}{2} e^{-\frac{t}{3\tau}}$$

Pour trouver la constante  $K$ , égale à  $\frac{K_2}{C}$ , on utilise le fait que les tensions aux bornes des condensateurs ne peuvent subir de discontinuité lors des commutations et qu'elles sont décalées de  $T/3$ .

$$(u_1)_{t=0} = (u_2)_{t=\frac{T}{3}}$$

or

$$(u_2)_{t=\frac{T}{3}} = u_{20} e^{-\frac{T}{9\tau}}$$

Posons  $D_1 = e^{-\frac{T}{9\tau}}$  et écrivons que, pour  $t = 0$ , la tension  $u_1$  est égale à  $D_1 u_{20}$ .

$$D_1 u_{20} = K - E - \frac{u_{20}}{2}, \text{ d'où } K, \text{ et l'expression de } u_1 :$$

$$u_1 = \left[ E + \frac{u_{20}}{2} (1 + 2D_1) \right] e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{u_{20}}{2} e^{-\frac{t}{3\tau}} - E \quad (11)$$

Puisque  $u_1 + u_2 + u_3 = 0$ , l'expression de la tension  $u_3$  se déduit directement de celle des deux autres

$$u_3 = \left[ -E - \frac{u_{20}}{2} (1 + 2D_1) \right] e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{u_{20}}{2} e^{-\frac{t}{3\tau}} + E \quad (12)$$

Il ne reste qu'à déterminer  $u_{20}$  ; pour cela on remarque que :

$$(u_3)_{t=\frac{T}{3}} = u_{20}$$

$$\left[ -E - \frac{u_{20}}{2} (1 + 2D_1) \right] D_1^3 - \frac{u_{20}}{2} D_1 + E = u_{20}$$

Donc :

$$u_{20} = \frac{E(1 - D_1^3)}{1 + D_1^2 + \frac{D_1}{2} (1 + D_1^2)} \quad (13)$$

En reportant dans les relations (8), (11) et (12), on peut tracer les trois tensions  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  pour chaque valeur de  $\tau$ .

### I.2.1.2. Courants dans les condensateurs

Les courants  $j_1$ ,  $j_2$ ,  $j_3$  dans les condensateurs de blocage se déduisent directement des tensions  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  par :

$$j_1 = C \frac{du_1}{dt} \quad j_2 = C \frac{du_2}{dt} \quad j_3 = C \frac{du_3}{dt},$$

ce qui donne :

$$\begin{aligned} j_1 &= \frac{u_{20}}{6R} e^{-\frac{t}{3\tau}} - \left[ \frac{E}{R} + \frac{u_{20}}{2R} (1 + 2D_1) \right] e^{-t/\tau} \\ j_2 &= -\frac{u_{20}}{3R} e^{-\frac{t}{3\tau}} \\ j_3 &= \frac{u_{20}}{6R} e^{-\frac{t}{3\tau}} + \left[ \frac{E}{R} + \frac{u_{20}}{2R} (1 + 2D_1) \right] e^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned} \quad (14)$$

On retrouve bien  $j_1 + j_2 + j_3 = 0$

### I.2.1.3. Courants dans les phases réceptrices ; courant total absorbé

Entre les instants  $t = 0$  et  $t = \frac{T}{3}$ , le débit de  $Th_1$  applique directement la tension  $E$  à la phase 1 de résistance  $R$ , donc :

$$i_1 = \frac{E}{R}$$

On déduit le courant dans les autres phases de

$$i_2 = j_2 - j_1 \quad \text{et} \quad i_3 = j_3 - j_2$$

Les trois courants ont donc pour expressions :

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{E}{R} \\ i_2 &= \left[ \frac{E}{R} + \frac{u_{20}}{2R} (1 + 2D_1) \right] e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{u_{20}}{2R} e^{-\frac{t}{3\tau}} \\ i_3 &= \left[ \frac{E}{R} + \frac{u_{20}}{2R} (1 + 2D_1) \right] e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{u_{20}}{2R} e^{-\frac{t}{3\tau}} \end{aligned} \quad (15)$$

Quant au courant total pris à la source de tension  $E$  par le découpleur, il est égal à :

$$i = i_1 + i_2 + i_3.$$

Il est donc donné par :

$$i = \left[ \frac{2E}{R} + \frac{u_{20}}{2R} (1 + 2D_1) \right] e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R} \quad (16)$$

sapériode est égale à  $T/3$ .

#### I.2.1.4. Remarques

Les expressions établies permettent de déterminer celles des autres variables.

Ainsi les tensions aux bornes des phases réceptrices seront :

$$\begin{aligned}v_1 &= E \\v_2 &= R i_2 \\v_3 &= R i_3\end{aligned}$$

et les tensions aux bornes des thyristors ;

$$\begin{aligned}v_{Th_1} &= 0 \\v_{Th_2} &= - u_1 \\v_{Th_3} &= + u_3\end{aligned}$$

Le décalage de  $T/3$  existant entre les grandeurs triphasées permet de déduire la forme d'onde de chacune d'elles tout au long de la période  $T$ , de ce qu'on a calculé pour l'intervalle  $0, T/3$ .

Ainsi :

$$\begin{aligned}(u_1)_{t+\frac{T}{3}} &= (u_2)_t \\(u_1)_{t+\frac{2T}{3}} &= (u_3)_t\end{aligned}$$

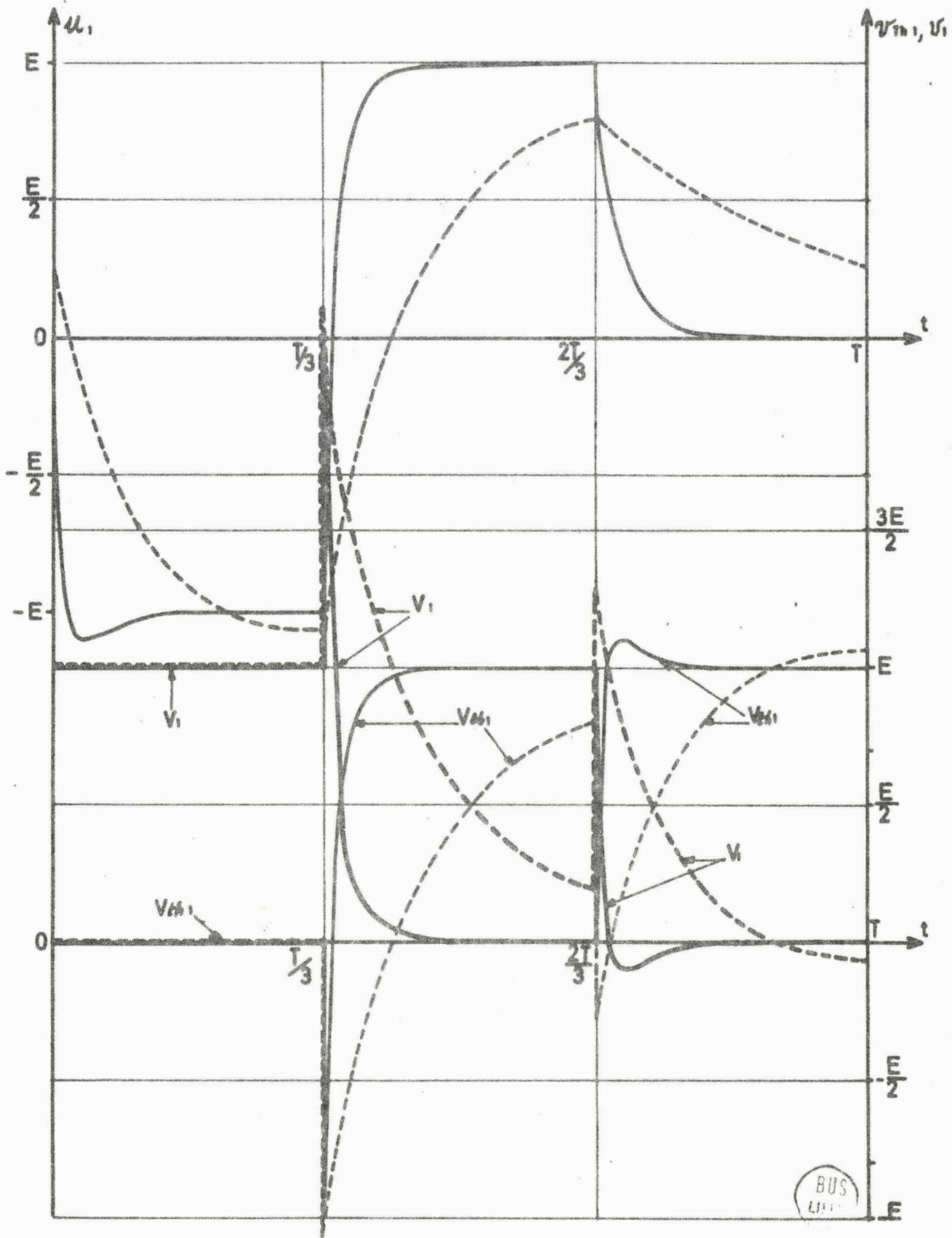
#### I.2.1.5. Exemples de formes d'ondes

Les relations établies permettent de calculer point par point les valeurs des tensions et des courants pour les capacités, puis pour les phases réceptrices, et le courant total absorbé par le montage.

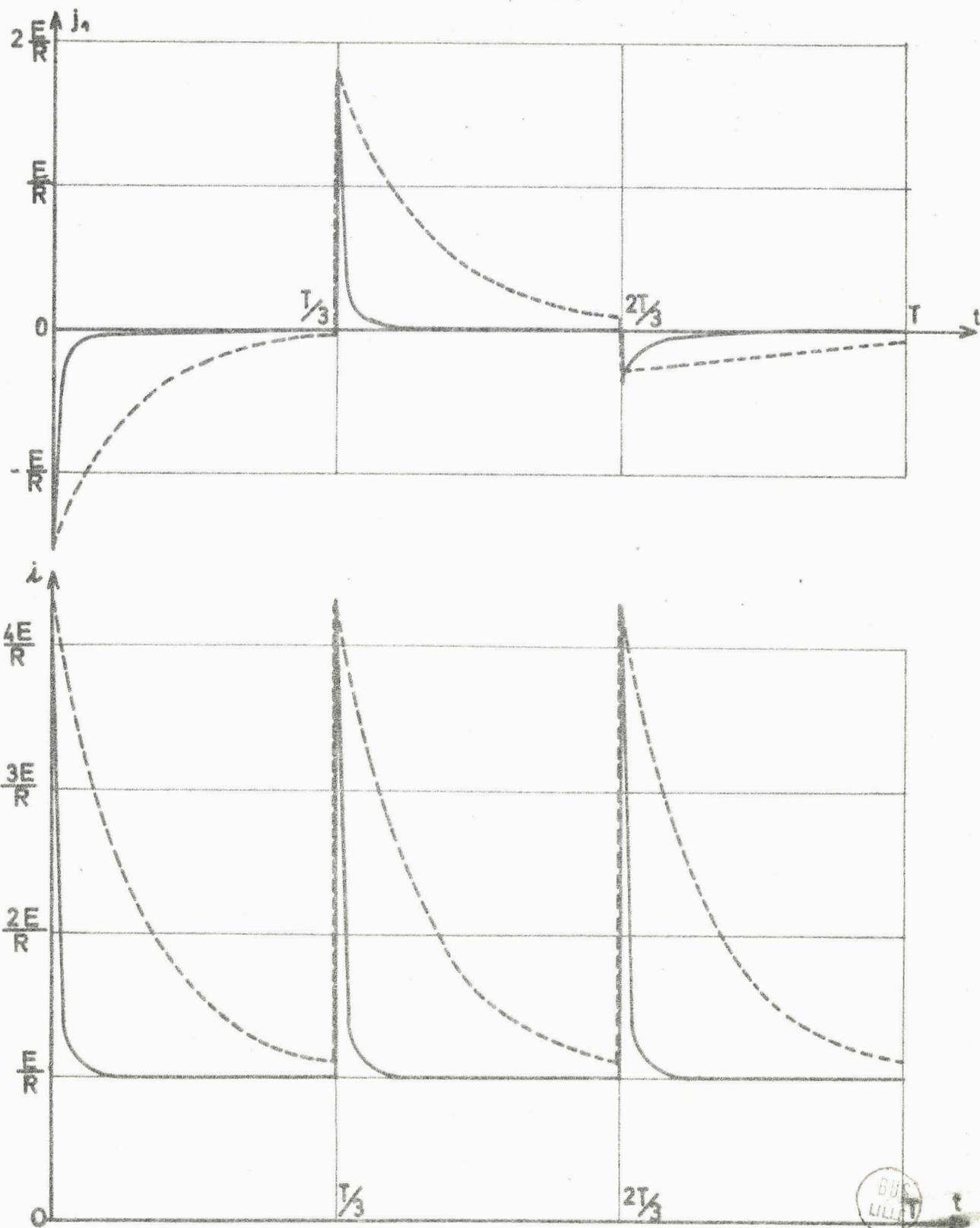
La figure 14 donne pour  $\frac{T}{\tau} = 100$ , ce qui correspond à une faible valeur de la fréquence de fonctionnement, puis pour  $\frac{T}{\tau} = 10$ , donc pour une fréquence plus élevée, les formes d'ondes ainsi établies pour

la tension  $u_1$ ,  
la tension  $v_{Th_1}$ ,  
et la tension  $v_1$  égale à  $R i_1$ .

La figure 15 donne pour les mêmes valeurs de  $\frac{T}{\tau}$  les formes d'ondes des courants  $j_1$  et  $i$ .

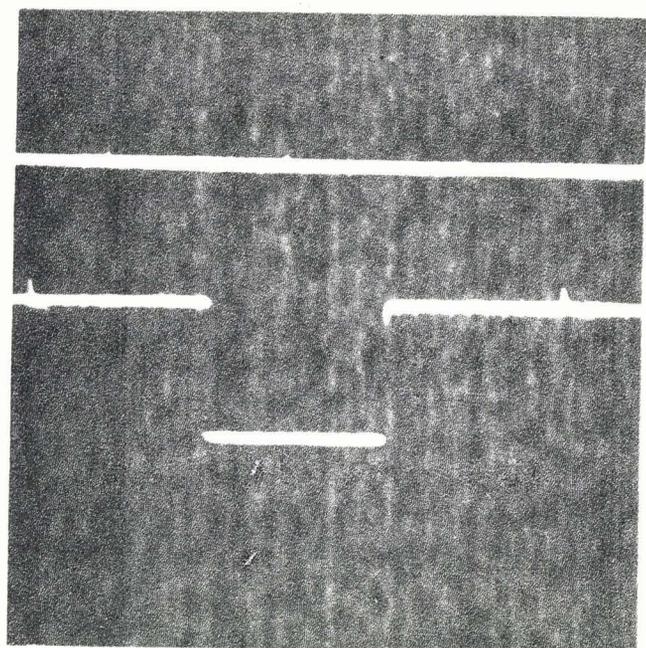


- Fig.14.- Formes d'ondes des tensions  $u_1$ ,  $v_{th1}$  et  $v_1$  déterminées par point.  
 (Débit sur résistances d'un découpeur P.3)  
 —————  $\frac{T}{\tau} = 100$ , - - - - -  $\frac{T}{\tau} = 10$

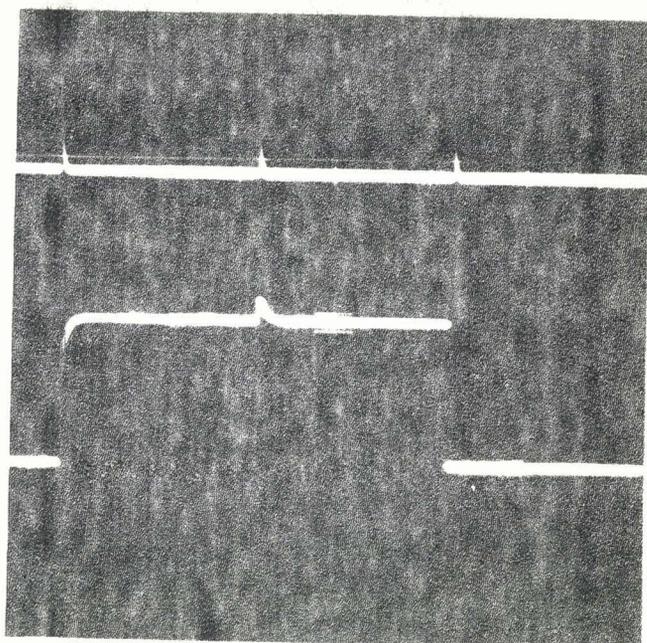


- Fig. 15.- Débit sur résistance d'un découpeur P. 3. Tracé point par point des formes d'ondes des courants  $j_1$  et  $i$ .

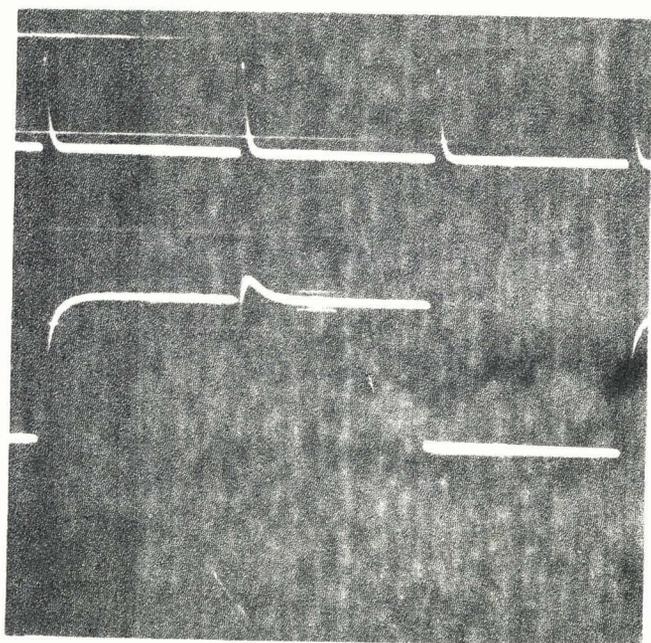
—————  $\frac{T}{\tau} = 100$       - - - - -  $\frac{T}{\tau} = 10$



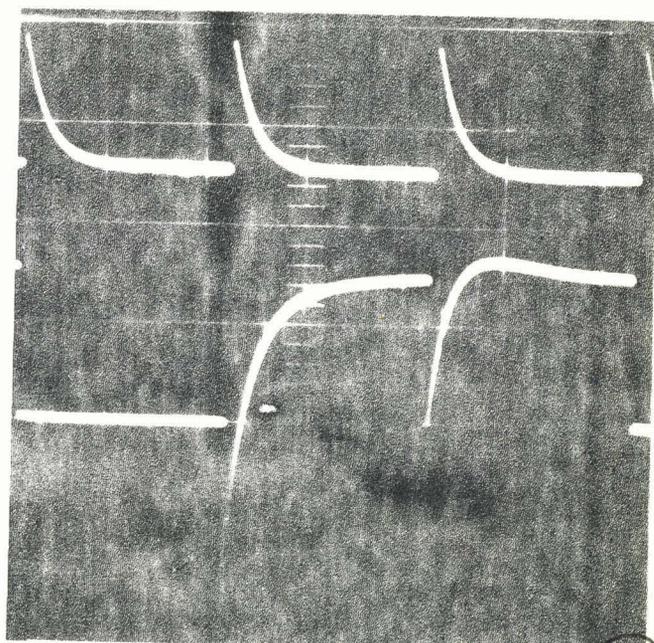
$f = 5 \text{ Hz}$



$f = 20 \text{ Hz}$



$f = 50 \text{ Hz}$



$f = 200 \text{ Hz}$

BUS  
LILLE

Fig. 16. - Relevés oscillographiques de la tension -  $v_1$  et du courant total  $i$  pour :

$$\frac{T}{\tau} = 200, 50, 20 \text{ et } 5$$

(Thyristors utilisés : 2N 1777

$$R = 100\Omega \quad C = 10\mu\text{F} \quad RC_s = \frac{1}{1000} \text{ sec.})$$

L'examen de ces figures confirme l'importance des effets des condensateurs qui absorbent des pointes de courant nettement supérieures à E/R. Ces pointes se retrouvent dans le courant absorbé par chaque phase, donc dans la tension  $v_1$  et dans le courant débité par la source.

Plus la fréquence est élevée plus l'amortissement de ces pointes est relativement lent, et plus on s'écarte pour  $v_1$  des créneaux théoriques et pour  $i$  d'un courant constamment égal à E/R. On peut, dès à présent, prévoir l'augmentation de V/E et de  $I_{\text{moy}} / \frac{E}{R}$  en fonction de la fréquence de fonctionnement à R et C donnés.

Les relevés expérimentaux de formes d'ondes, dont la figure 16 donne quelques exemples, confirment rigoureusement les tracés déduits des calculs.

## I.2.2. Détermination des caractéristiques

=====

### I.2.2.1. Caractéristiques de blocage

La tension de blocage  $u_B$  est la tension négative qui apparaît aux bornes d'un thyristor au moment où l'on amorce le suivant.

Ainsi pour le thyristor  $Th_1$  :

$$u_B = -(u_1)_{t = \frac{T}{3}} = -(u_3)_{t=0}$$

De la relation (12) on déduit :

$$u_B = u_{20} (1 + D_1) \tag{17}$$

Sur la Planche I, on a tracé la courbe donnant  $\frac{u_B}{E}$  en fonction du rapport  $\frac{T}{\tau}$ . A valeurs de R et C données, cette caractéristique montre comment varie  $u_B$  en fonction de la fréquence.

Peu différente de E pour les fréquences faibles et moyennes, la tension de blocage diminue ensuite quand  $\frac{T}{\tau}$  continue à croître. Elle n'est plus que de 0,5 E pour  $\frac{T}{\tau} = 0,4$ .

Le temps de blocage  $t_B$  est la durée de l'intervalle pendant lequel la tension aux bornes d'un thyristor reste négative après son blocage.

Ce temps est donné par :

$$u_3(t_B) = 0, \text{ pour } 0 < t < \frac{T}{3}$$

donc par la relation :

$$\left[ -E - \frac{u_{20}}{2} (1 + 2 D_1) \right] e^{-\frac{t_B}{\tau}} - \frac{u_{20}}{2} e^{-\frac{t_B}{3\tau}} + E = 0 \tag{18}$$

Le calcul de  $t_B$  a été effectué numériquement sur ordinateur pour des valeurs de  $\frac{\tau}{T}$  variant, comme précédemment, de  $10^{-2}$  à 1.

La courbe  $\frac{t_B}{T} = f(\frac{\tau}{T})$  portée sur la planche I montre que, à R et C donnés,  $\frac{t_B}{T}$  croît en fonction de la fréquence, ce qui était prévisible en raison de l'augmentation de la constante de temps RC rapportée à la période T.

Toutefois cet accroissement du rapport  $\frac{t_B}{T}$  ne doit pas induire en erreur, il correspond à une diminution de  $t_B$  en fonction de la fréquence. Cette diminution est d'abord lente,  $t_B = \frac{T}{100}$  pour  $\frac{\tau}{T} = 10^{-2}$ ,  $t_B$  a encore 87 % de cette valeur quand la fréquence est multipliée par 10. Au-delà de  $\frac{\tau}{T} = 10^{-1}$ , la décroissance de  $t_B$  devient de plus en plus rapide, pour  $\frac{\tau}{T} = 1$ ,  $t_B$  ne représente plus que 21 % de ce qu'on avait pour  $\frac{\tau}{T} = 10^{-2}$ .

Cette diminution de  $t_B$  impose une limite à la fréquence de fonctionnement du découpeur.

#### 1.2.2.2. Tension et courant dans le récepteur

La valeur efficace  $V_1$  des tensions aux bornes des phases réceptrices est donnée par :

$$V_1 = \sqrt{\frac{1}{T} \left[ \int_0^{T/3} v_1^2 dt + \int_{T/3}^{2T/3} v_2^2 dt + \int_{2T/3}^T v_3^2 dt \right]}$$

ou :

$$V_1 = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{T/3} (v_1^2 + v_2^2 + v_3^2) dt}$$

Durant l'intervalle  $0, T/3$ , les relations (15) donnent :

$$\frac{v_1}{E} = 1$$

$$\frac{v_2}{E} = M_2 e^{-\frac{t}{\tau}} - N_2 e^{-\frac{t}{3\tau}}, \quad (19)$$

$$\frac{v_3}{E} = M_2 e^{-\frac{t}{\tau}} + N_2 e^{-\frac{t}{3\tau}},$$

en posant :

$$\begin{aligned} M_2 &= 1 + \frac{u_{20}}{2E} (1 + 2 D_1), \\ N_2 &= \frac{u_{20}}{2E}. \end{aligned} \quad (20)$$

On a donc :

$$\begin{aligned} \left(\frac{V_1}{E}\right)^2 &= \frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{3}} \left[ 1 + 2 M_2^2 e^{-\frac{2t}{\tau}} + 2 N_2^2 e^{-\frac{2t}{3\tau}} \right] dt \\ &= \frac{1}{T} \left[ \frac{T}{3} + M_2^2 \tau (1 - D_1^6) + 2 N_2^2 \tau (1 - D_1^2) \right] \end{aligned}$$

D'où la relation donnant V :

$$V_1 = E \sqrt{\frac{1}{3} + M_2^2 \frac{\tau}{T} (1 - D_1^6) + 3 N_2^2 \frac{\tau}{T} (1 - D_1^2)} \quad (21)$$

Pour juger de la qualité de la forme d'onde des tensions délivrées par "l'onduleur", il nous a semblé utile de calculer la valeur efficace  $V_{1f}$  du fondamental.

$$V_{1f} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{X_{1f}^2 + Y_{1f}^2}$$

avec

$$\begin{aligned} X_{1f} &= \frac{2}{T} \int_0^T v_1 \sin \omega t \, dt \\ Y_{1f} &= \frac{2}{T} \int_0^T v_1 \cos \omega t \, dt \end{aligned}$$

La tension  $v_1$  ayant trois expressions successives au cours de chacune de ses périodes, on aura :

$$X_{1f} = \frac{2}{T} \left[ \int_0^{\frac{T}{3}} v_1 \sin \omega t \, dt + \int_{\frac{T}{3}}^{\frac{2T}{3}} v_1 \sin \omega t \, dt + \int_{\frac{2T}{3}}^T v_1 \sin \omega t \, dt \right]$$

$$X_{1f} = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{3}} \left[ (v_1 \sin \omega t + v_3 \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) + v_2 \sin(\omega t + \frac{4\pi}{3})) \right] dt$$

de même :

$$Y_{1f} = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{3}} \left[ v_1 \cos \omega t + v_3 \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) + v_2 \cos(\omega t + \frac{4\pi}{3}) \right] dt$$

Compte tenu des expressions de  $v_1, v_2, v_3$  au cours de l'intervalle  $0, T/3$  (relations (19)), il vient :

$$V_{1f} = \frac{E}{\sqrt{2}} \sqrt{\left[\frac{X_{1f}}{E}\right]^2 + \left[\frac{Y_{1f}}{E}\right]^2}$$

avec :

$$(22) \quad \frac{X_{1f}}{E} = \frac{3}{2\pi} + \frac{M_2}{4\pi^2 + \left(\frac{T}{\tau}\right)^2} \left[ \sqrt{3} D_1^3 \frac{T}{\tau} - 2\pi(D_1^3 + 2) \right] + \frac{N_2}{\frac{1}{9}\left(\frac{T}{\tau}\right)^2 + 4\pi^2} \left[ \frac{T}{\sqrt{3}\tau} (D_1 + 2) + 6\pi D_1 \right]$$

$$\frac{Y_{1f}}{E} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} - \frac{M_2}{4\pi^2 + \left(\frac{T}{\tau}\right)^2} \left( \frac{T}{\tau} (2 + D_1^3) + 2\pi\sqrt{3} D_1^3 \right) + \frac{N_2}{\frac{1}{9}\left(\frac{T}{\tau}\right)^2 + 4\pi^2} \left[ \frac{T}{\tau} D_1 - 2\pi\sqrt{3} (2 + D_1) \right]$$

Sur la planche I, on a porté les courbes montrant comment varient les rapports  $\frac{V_1}{E}$  et  $\frac{V_{1f}}{E}$  en fonction de  $\frac{\tau}{T}$ .

Pour les créneaux théoriques de hauteur  $E$  et de largeur égale à  $T/3$ , ces rapports auraient pour valeur  $1/\sqrt{3} = 0,577$  et  $\sqrt{3}/\pi = 0,551$ . Aux faibles valeurs de la fréquence relative on trouve des valeurs voisines, mais si  $V_1$  augmente quand la fréquence relative croît, à cause de l'importance prise par l'écoulement à travers le récepteur du courant des capacités,  $V_{1f}$  diminue, car ce phénomène fait tendre la tension vers sa valeur moyenne.

Dans le cas de la charge purement résistive, l'étude des courants se confond avec celle des tensions puisque les relations

$$I_1 = \frac{V_1}{R} \text{ et } I_{1f} = \frac{V_{1f}}{R}$$

donnent directement la valeur efficace totale et celle du fondamental dans chaque phase.

#### I.2.2.3. Courant total absorbé

Le courant total  $i$  pris par le montage à la source de tension  $E$  a pour période  $T/3$ .

Son expression, pour  $0 < t < T/3$ , est donné par la relation (16) qui peut s'écrire :

$$i = \frac{E}{R} (1 + M_1 e^{-t/\tau}),$$

en posant :

$$M_1 = 2 + \frac{u_2 \Omega}{E} (1 + 2 D_1)$$

(23)

Ce courant a pour valeur moyenne :

$$I_{\text{moy}} = \frac{E}{R} \frac{3}{T} \int_0^{T/3} (1 + M_1 e^{-t/\tau}) dt = \frac{E}{R} \frac{3}{T} \left[ t - M_1 e^{-t/\tau} \right]_0^{T/3}$$

$$I_{\text{moy}} = \frac{E}{R} \left[ 1 + 3M_1 \frac{\tau}{T} (1-D_1^3) \right] \quad (24)$$

Sa valeur efficace I est donnée par :

$$I^2 = \frac{E^2}{R^2} \frac{3}{T} \int_0^{T/3} (1 + M_1 e^{-\frac{t}{\tau}})^2 dt$$

$$I = \frac{E}{R} \sqrt{1 + \frac{3}{2} M_1^2 \frac{\tau}{T} (1-D_1^6) + 6 M_1 \frac{\tau}{T} (1-D_1^3)} \quad (25)$$

Le facteur de forme  $f_F = \frac{I}{I_{\text{moy}}}$  indique l'importance relative des variations du courant continu débité par la source et notamment l'influence des pointes de courant.

Les courbes de la Planche 2 donnant, en fonction de  $\frac{\tau}{T}$ , les valeurs de  $I_{\text{moy}}$  et I rapportées à  $\frac{E}{R}$  et du rapport  $f_F$  montrent qu'aux basses fréquences  $I_{\text{moy}}$  et I diffèrent peu de  $E/R$ .

Quand la fréquence croît, les deux valeurs de i augmentent à cause des pointes de courant pris par les capacités. Le facteur de forme augmente d'abord lui aussi avec  $\tau/T$  car les pointes interviennent plus sur la valeur efficace que sur la valeur moyenne ; mais au-delà de  $\tau/T$  égal à 0,5,  $f_F$  diminue car les exponentielles correspondant au courant des condensateurs, n'ont pas le temps de s'amortir complètement au cours de l'intervalle  $T/3$ , les valeurs minimale et maximale de i se rapprochent (voir figure 15).

Les valeurs du courant dans les thyristors se déduisent directement de celles du courant total i, puisque chaque redresseur écoule i pendant le tiers de la période

$$I_{\text{moy Th}} = \frac{I_{\text{moy}}}{3}, \quad I_{\text{Th}} = \frac{I}{\sqrt{3}}$$

### I.2.3. Bilan de l'étude du débit sur résistances

L'étude du débit du découpeur P.3 sur résistance ne fait intervenir qu'un paramètre, la constante de temps  $\tau = RC$ , et permet le tracé des caractéristiques en fonction de la fréquence réduite  $\frac{\tau}{T}$ .

L'examen des résultats trouvés permet de faire quelques remarques générales sur la zone de fonctionnement à utiliser et les conditions à respecter.

### I.2.3.1. Influence de la fréquence

Pour les faibles valeurs de  $\frac{\tau}{T}$ , la forme d'onde des tensions de sortie s'éloigne peu des créneaux théoriques. Toutefois, on observe une première pointe à la fin du palier à tension constante et égale à  $E$ , puis une deuxième pointe,  $T/3$  plus tard, au milieu de l'intervalle à tension nulle. Ces écarts, par rapport au créneau, sont inévitables car ils correspondent aux brusques applications de tension inverse aux bornes des thyristors à bloquer.

Tant que  $\frac{\tau}{T}$  est faible, on peut adopter les valeurs correspondant à un effet négligeable des capacités.

$$V_1 = \frac{E}{\sqrt{3}} \quad V_{1f} = \frac{\sqrt{3}}{\pi} E, \quad I_{\text{moy}} = \frac{E}{R} = I$$

Quand la fréquence augmente, les altérations de la forme d'onde et leurs conséquences s'aggravent ; outre la diminution de la tension et du temps de blocage, le courant par phase et le courant total absorbé augmentent, l'importance relative du terme alternatif fondamental diminue

On voit donc qu'il est intéressant d'utiliser des valeurs faibles de  $\frac{\tau}{T}$ .

### I.2.3.2. Condition de blocage

Pour choisir la capacité d'un découpeur devant fonctionner à fréquence variable et débiter sur des résistances de valeur également variables, il faut veiller à ce que la valeur adoptée assure bien le blocage.

La courbe  $\frac{t_B}{T} = f\left(\frac{\tau}{T}\right)$  montre que  $\frac{t_B}{T}$  croît à peu près linéairement en fonction de  $\frac{\tau}{T}$  tant que ce rapport est faible, c'est-à-dire tant qu'on est dans la zone intéressante de fonctionnement.

Pour  $\frac{\tau}{T} < 0,08$ ,  $t_B$  est supérieur ou égal à  $0,9$  ou  $0,9RC$  ; or  $t_B$  doit être supérieur au temps de régénération  $t_r$  des thyristors.

Pour que  $0,9RC$  soit supérieur à  $t_r$  quel que soit  $R$ , il faut remplir la condition :

$$C_{\text{min}} \geq \frac{t_r}{0,9 R_{\text{min}}} \quad (26)$$

### I.2.3.3. Condition de bon fonctionnement

Pour rester dans le domaine où  $\frac{\tau}{T}$  est inférieur à 0,08, il faut que :

$$RC \leq \frac{0,08}{f}$$

donc :

$$C_{\max} \leq \frac{1}{12,5(f \cdot R)_{\max}} \quad (27)$$

Remarque :

Pour que le temps de blocage soit suffisant, il faut que C soit supérieur à un certain minimum.

D'autre part, le bon fonctionnement impose un maximum à la valeur de C. En particulier, si  $\frac{\tau}{T}$  est trop fort, la tension de blocage cesse d'être voisine de E pour diminuer.

A récepteur et à thyristors donnés, les deux conditions ( $t_B$  supérieur à  $t_r$ ,  $\frac{\tau}{T}$  suffisant) imposent une limite à la fréquence de fonctionnement.

Si on prend :

$$t_r \geq 0,9 RC$$

et

$$\frac{\tau}{T} \leq 0,2, \text{ par exemple } (u_B = 0,86 E)$$

on aura :

$$f \leq \frac{0,2}{\tau} \text{ ou } \frac{0,2}{R C} \text{ et } \frac{1}{RC} \geq \frac{0,9}{t_r}$$

donc :

$$f_{\max} = \frac{0,18}{t_r} \quad (28)$$

### I.3. DEBIT DU DECOUPEUR SUR UN RECEPTEUR RESISTANT ET INDUCTIF

L'étude du débit du découpeur P.3 sur résistance a permis de montrer la façon d'aborder ce type de montage ; il est maintenant nécessaire d'examiner le cas plus général d'une charge résistante et inductive qui correspond à la majorité des récepteurs et en particulier, au moteur asynchrone.

Le schéma et les notations sont les mêmes que ceux indiqués sur la figure 13 ; mais chaque phase est maintenant caractérisée par ses constantes R et L.

Ici encore, le décalage de T/3 existant entre les trois grandeurs de même nature permet de ramener l'étude du fonctionnement à celle de l'intervalle 0, T/3 où le thyristor  $Th_1$  est conducteur.

I.3.1. Expression des tensions et des courants des condensateurs  
 =====

Durant l'intervalle  $0, T/3$ , où le débit du redresseur  $Th_1$  réunit le sommet A au point O origine des tensions, la loi d'Ohm, appliquée aux trois circuits reliant D et A, donne :

$$\begin{aligned} E &= R_{i_1} + L \frac{di_1}{dt} \\ E &= R_{i_2} + L \frac{di_2}{dt} - u_1 \\ E &= R_{i_3} + L \frac{di_3}{dt} + u_3 \end{aligned} \quad (1)$$

avec toujours :

$$u_1 = \frac{1}{C} \int j_1 dt \quad u_2 = \frac{1}{C} \int j_2 dt \quad u_3 = \frac{1}{C} \int j_3 dt \quad (2)$$

Le long du circuit fermé ABCA, on a :

$$u_1 + u_2 + u_3 = 0$$

on en déduit :

$$j_1 + j_2 + j_3 = 0 \quad (3)$$

Enfin, la loi des noeuds donne :

$$\begin{aligned} i_2 &= j_2 - j_1 \\ i_3 &= j_3 - j_2 \end{aligned} \quad (4)$$

I.3.1.1. Equations différentielles donnant le régime des condensateurs

En exprimant  $i_2, i_3, u_1$  et  $u_3$  en fonction de  $j_1, j_2$  et  $j_3$ , les deux dernières relations du système (1) deviennent :

$$E = R(j_2 - j_1) + L \frac{dj_2}{dt} - \frac{1}{C} \int j_1 dt - L \frac{dj_1}{dt} \quad (5)$$

$$E = R(j_3 - j_2) + L \frac{dj_3}{dt} + \frac{1}{C} \int j_3 dt - L \frac{dj_2}{dt} \quad (6)$$

Dans l'équation (6), le remplacement de  $j_3$  par  $-j_1 - j_2$  donne :

$$2Rj_2 + 2L \frac{dj_2}{dt} + \frac{1}{C} \int j_2 dt = -E - Rj_1 - L \frac{dj_1}{dt} - \frac{1}{C} \int j_1 dt$$

ou, en tenant compte de la relation (5) :

$$Rj_2 + L \frac{dj_2}{dt} = E + Rj_1 + L \frac{dj_1}{dt} + \frac{1}{C} \int j_1 dt \quad (7)$$

En ajoutant membre à membre les deux égalités précédentes, il vient :

$$\underline{3 R j_2 + 3 L \frac{dj_2}{dt} + \frac{1}{C} \int j_2 dt = 0} \quad (8)$$

c'est l'équation différentielle qui servira au calcul de  $j_2$  et de  $u_2 = \frac{1}{C} \int j_2 dt$

Pour établir celle relative à  $j_1$  et  $u_1$ , on repart de la relation (7) :

$$Rj_1 + L \frac{dj_1}{dt} + \frac{1}{C} \int j_1 dt = -E + Rj_2 + L \frac{dj_2}{dt}$$

qui, vu l'égalité (8), donne :

$$Rj_1 + L \frac{dj_1}{dt} + \frac{1}{C} \int j_1 dt = -E - \frac{1}{3C} \int j_2 dt$$

ou :

$$\underline{Rj_1 + L \frac{dj_1}{dt} + \frac{1}{C} \int j_1 dt = -E - \frac{u_2}{3}} \quad (9)$$

Pour calculer  $j_3$  et  $u_3$ , on utilisera le fait que :

$$j_1 + j_2 + j_3 = 0$$

ou :

$$u_1 + u_2 + u_3 = 0$$

### I.3.1.2. Calcul des expressions de $u_2$ et $j_2$

Si l'on désigne par  $q_2$  la charge du second condensateur, la relation (8) s'écrit :

$$3RC \frac{dq_2}{dt} + 3LC \frac{d^2q_2}{dt^2} + q_2 = 0$$

Posons :

$$\xi = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

et

$$\tau = \sqrt{LC}$$

(10)

Il vient alors :

$$3\tau^2 \frac{d^2q_2}{dt^2} + 6\xi\tau \frac{dq_2}{dt} + q_2 = 0 \quad (11)$$

L'équation caractéristique  $3\tau^2 \lambda^2 + 6\xi\tau\lambda + 1 = 0$ , admet comme solutions :

$$\lambda = \frac{-3 \xi \tau \pm \sqrt{9\xi^2 \tau^2 - 3\tau^2}}{3\tau^2} = \frac{-\sqrt{3} \xi \pm \sqrt{3\xi^2 - 1}}{\sqrt{3} \tau},$$

à condition que :

$$\xi > \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (12)$$

Cette condition est nécessaire pour que la tension  $u_2$  ne présente pas d'oscillations ; nous la supposons satisfaite.

Posons :

$$\alpha = \frac{-\sqrt{3} \xi + \sqrt{3\xi^2 - 1}}{\sqrt{3}} \quad (13)$$

et

$$\beta = \frac{-\sqrt{3} \xi - \sqrt{3\xi^2 - 1}}{\sqrt{3}}$$

La solution de l'équation différentielle s'écrit alors :

$$q_2 = A_1 e^{\alpha \frac{t}{\tau}} + B_1 e^{\beta \frac{t}{\tau}}$$

On déduit  $A_1$  et  $B_1$  des conditions initiales.

La tension  $u_2 = \frac{dq_2}{C}$  ne peut subir de discontinuité, ce n'est pas le cas du courant  $j_2 = \frac{dq_2}{dt}$ . On désignera par  $u_{20}$  et  $j_{20}$  les valeurs de ces variables à l'instant  $t = 0$ , en les définissant ainsi :

$$u_{20} = \lim_{t \rightarrow 0} u_2$$

$$j_{20} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \left( \frac{dq_2}{dt} \right)$$

Or,

$$j_2 = \frac{dq_2}{dt} = A_1 \frac{\alpha}{\tau} e^{\alpha \frac{t}{\tau}} + B_1 \frac{\beta}{\tau} e^{\beta \frac{t}{\tau}},$$

d'où les deux relations liant  $A_1$  et  $B_1$  à  $u_{20}$  et  $j_{20}$  :

$$j_{20} = A_1 \frac{\alpha}{\tau} + B_1 \frac{\beta}{\tau}$$

$$q_{20} = A_1 + B_1 = C u_{20}$$

qui donnent :

$$A_1 = \frac{j_{20} \tau - C \beta u_{20}}{\alpha - \beta} \quad \text{et} \quad B_1 = \frac{C \alpha u_{20} - j_{20} \tau}{\alpha - \beta}$$

La charge  $q_2$  a donc pour expression :

$$q_2 = \frac{1}{\alpha - \beta} \left[ (j_{20} \tau - C \beta u_{20}) e^{\alpha \frac{t}{\tau}} + (C \alpha u_{20} - j_{20} \tau) e^{\beta \frac{t}{\tau}} \right]$$

Puisque  $u_2 = \frac{q_2}{C}$  et que, vu les définitions de  $\xi$  et  $\tau$ ,

$$\frac{\tau}{C} = \frac{R}{2\xi},$$

$$u_2 = \frac{1}{\alpha - \beta} \left[ \left( \frac{Rj_{20}}{2\xi} - \beta u_{20} \right) e^{\alpha \frac{t}{\tau}} + \left( \alpha u_{20} - \frac{Rj_{20}}{2\xi} \right) e^{\beta \frac{t}{\tau}} \right] \quad (14)$$

On passe à l'expression de  $j_2$  en dérivant puisque :

$$j_2 = C \frac{du_2}{dt};$$

on peut simplifier en remarquant que :

$$\alpha\beta = \frac{1}{3} \quad \text{et que} \quad \frac{C}{\tau} = \frac{2\xi}{R}.$$

$$j_2 = \frac{1}{\alpha - \beta} \left[ \left( \alpha j_{20} - \frac{2\xi}{3R} u_{20} \right) e^{\alpha \frac{t}{\tau}} + \left( \frac{2\xi}{3R} u_{20} - \beta j_{20} \right) e^{\beta \frac{t}{\tau}} \right] \quad (15)$$

Les relations (14) et (15) donnent les variations de  $u_2$  et de  $j_2$  en fonction de  $E, R, L, C$  ; elles font toutefois appel à deux constantes  $u_{20}$  et  $j_{20}$  qui seront précisées ultérieurement.

### I.3.1.3. Calcul des expressions de $u_1$ et $j_1$

La relation (9), où l'on introduit les paramètres  $\xi$  et  $\tau$  et où l'on remplace  $j_1$  par  $\frac{dq_1}{dt}$ , devient :

$$\tau^2 \frac{d^2 q_1}{dt^2} + 2\xi\tau \frac{dq_1}{dt} + q_1 = -CE - \frac{C}{3} u_2,$$

$u_2$  étant donné par la relation (14), l'équation différentielle devient :

$$\tau^2 \frac{d^2 q_1}{dt^2} + 2\xi\tau \frac{dq_1}{dt} + q_1 = -CE - \frac{C}{3(\alpha - \beta)} \left[ \left( \frac{Rj_{20}}{2\xi} - \beta u_{20} \right) e^{\alpha \frac{t}{\tau}} - \left( \frac{Rj_{20}}{2\xi} - \alpha u_{20} \right) e^{\beta \frac{t}{\tau}} \right] \quad (16)$$

#### I.3.1.3.1. Recherche d'une solution particulière

Le second membre de l'équation différentielle montre qu'il faut chercher une solution particulière de la forme :

$$q_1 = -CE + M e^{\alpha \frac{t}{\tau}} + N e^{\beta \frac{t}{\tau}}$$

où  $M$  et  $N$  sont à déterminer par identification. Pour cela, on forme  $\frac{dq_1}{dt}$  et

et  $\frac{d^2 q_1}{dt^2}$  et on reporte dans (16). En égalant les coefficients des termes en  $e^{\alpha \frac{t}{\tau}}$  et  $e^{\beta \frac{t}{\tau}}$  de cette équation, il vient :

$$M(\alpha^2 + 2\alpha\xi + 1) = \frac{C}{3(\alpha-\beta)} \left( \beta u_{20} - \frac{Rj_{20}}{2\xi} \right)$$

$$N(\beta^2 + 2\beta\xi + 1) = \frac{C}{3(\alpha-\beta)} \left( \frac{Rj_{20}}{2\xi} - \alpha u_{20} \right)$$

Or, si on remplace  $\alpha$  et  $\beta$  par leurs expressions (13) en fonction de  $\xi$ , il vient :

$$\alpha^2 + 2\alpha\xi + 1 = \frac{6\xi^2 - 1 - 2\xi\sqrt{9\xi^2 - 3}}{3} + \frac{\sqrt{3}(2\xi\sqrt{3\xi^2 - 1} - 2\sqrt{3}\xi^2)}{3} + 1 = \frac{2}{3}$$

$$\beta^2 + 2\beta\xi + 1 = \frac{6\xi^2 - 1 + 2\xi\sqrt{9\xi^2 - 3}}{3} - \frac{\sqrt{3}(2\xi\sqrt{3\xi^2 - 1} + 2\sqrt{3}\xi^2)}{3} + 1 = \frac{2}{3}$$

D'où M et N et la solution particulière cherchée :

$$q_1 = -CE + \frac{C}{2(\alpha-\beta)} \left[ \left( \beta u_{20} - \frac{Rj_{20}}{2\xi} \right) e^{\alpha \frac{t}{\tau}} + \left( \frac{Rj_{20}}{2\xi} - \alpha u_{20} \right) e^{\beta \frac{t}{\tau}} \right]$$

Si l'on compare ce résultat à l'expression de  $u_2$  relation (14) on voit que la solution particulière est :

$$q_1 = -CE - \frac{Cu_2}{2}$$

### I.3.1.3.2. Recherche de la solution générale

La solution générale de l'équation (16) est donc :

$$q_1 = M_1 e^{\gamma \frac{t}{\tau}} + N_1 e^{\delta \frac{t}{\tau}} - CE - \frac{Cu_2}{2}, \quad (17)$$

en désignant par  $\gamma$  et  $\delta$  les racines de l'équation caractéristique :

$$\begin{aligned} \gamma &= -\xi + \sqrt{\xi^2 - 1} \\ \delta &= -\xi - \sqrt{\xi^2 - 1} \end{aligned} \quad (18)$$

Pour que la tension  $u_1$  ne présente pas d'oscillations, il est nécessaire de poser :

$$\xi > 1$$

condition qui inclut celle posée pour  $u_2$ .

Il faut maintenant déterminer  $M_1$  et  $N_1$  à partir des conditions initiales.

. Le décalage de  $\frac{T}{3}$  existant entre  $u_2$  et  $u_1$  donne :

$$(u_2)_{t=\frac{T}{3}} = (u_1)_{t=0} = \frac{1}{C} (q_1)_{t=0}$$

Posons :

$$D_3 = e^{\frac{\beta T}{3\tau}} \quad \text{et} \quad D_4 = e^{\frac{\alpha T}{3\tau}} \quad (19)$$

$$(u_2)_{t=\frac{T}{3}} = \frac{1}{\alpha - \beta} \left[ \left( \frac{Rj_{20}}{2\xi} - \beta u_{20} \right) D_4 + \left( \alpha u_{20} - \frac{Rj_{20}}{2\xi} \right) D_3 \right]$$

et égalant  $(q_1)_{t=0}$  et  $C(u_2)_{t=\frac{T}{3}}$ , il vient :

$$M_1 + N_1 - CE - \frac{Cu_{20}}{2} = \frac{C}{\alpha - \beta} \left[ \left( \frac{Rj_{20}}{2\xi} - \beta u_{20} \right) D_4 + \left( \alpha u_{20} - \frac{Rj_{20}}{2\xi} \right) D_3 \right]$$

. La seconde relation s'obtient en considérant le courant  $j_1$ . Ce courant pouvant présenter une discontinuité à l'instant  $t=0$ ,  $j_{10}$ , au début de l'intervalle  $0, T/3$ , est défini par :

$$j_{10} = \left[ \frac{dq_1}{dt} \right]_{0+} = \lim_{t \rightarrow 0+} \left( \frac{dq_1}{dt} \right)$$

De l'équation (17), on déduit :

$$\frac{dq_1}{dt} \Big|_{0+} = \frac{M_1 \gamma}{\tau} + \frac{N_1 \delta}{\tau} - \frac{C}{2} \left( \frac{du_2}{dt} \right) \Big|_{0+}$$

ou

$$j_{10} = \frac{M_1 \gamma}{\tau} + \frac{N_1 \delta}{\tau} - \frac{j_{20}}{2}$$

Ces deux conditions aux limites permettent d'exprimer  $M_1$  et  $N_1$  en fonction de  $u_{20}$ ,  $j_{10}$ ,  $j_{20}$ .

On passe directement de  $q_1$  à  $u_1$  puisque  $u_1 = \frac{q_1}{C}$ . En posant :

$$M_2 = \frac{M_1}{C} \quad \text{et} \quad N_2 = \frac{N_1}{C}$$

on obtient :

$$u_1 = M_2 e^{\gamma \frac{t}{\tau}} + N_2 e^{\delta \frac{t}{\tau}} - \left( E + \frac{u_2}{2} \right)$$

avec :

$$\begin{aligned}
 M_2 &= -\frac{\delta}{\gamma-\delta} \left( E + \frac{u_{20}}{2} \right) + \frac{R}{2\xi(\gamma-\delta)} \left( j_{10} + \frac{j_{20}}{2} \right) \\
 &\quad - \frac{\delta}{(\alpha-\beta)(\gamma-\delta)} \left[ \left( \frac{Rj_{20}}{2\xi} - \beta u_{20} \right) D_4 + \left( \alpha u_{20} - \frac{Rj_{20}}{2\xi} \right) D_3 \right] \\
 N_2 &= \frac{\gamma}{\gamma-\delta} \left( E + \frac{u_{20}}{2} \right) - \frac{R}{2\xi(\gamma-\delta)} \left( j_{10} - \frac{j_{20}}{2} \right) \\
 &\quad + \frac{\gamma}{(\alpha-\beta)(\gamma-\delta)} \left[ \left( \frac{Rj_{20}}{2\xi} - \beta u_{20} \right) D_4 + \left( \alpha u_{20} - \frac{Rj_{20}}{2\xi} \right) D_3 \right]
 \end{aligned}
 \tag{20}$$

De  $u_1$ , on passe à  $j_1$  par :

$$\begin{aligned}
 j_1 &= C \frac{du_1}{dt} \\
 j_1 &= CM_2 \frac{\gamma}{\tau} e^{\frac{\gamma t}{\tau}} + CN_2 \frac{\delta}{\tau} e^{\frac{\delta t}{\tau}} - \frac{1}{2} C \frac{du_2}{dt}
 \end{aligned}$$

ou :

$$j_1 = M_3 e^{\frac{\gamma t}{\tau}} + N_3 e^{\frac{\delta t}{\tau}} - \frac{j}{2}$$

avec :

$$\begin{aligned}
 M_3 &= \frac{C}{\tau} \gamma M_2 = \frac{2\xi\gamma}{R} M_2 \\
 N_3 &= \frac{C}{\tau} \delta N_2 = \frac{2\xi\delta}{R} N_2
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

#### I.3.1.4. Expressions de $u_3$ et $j_3$

Puisque  $u_3 = -u_1 - u_2$ , la tension aux bornes du troisième condensateur est donnée par :

$$u_3 = -M_2 e^{\frac{\gamma t}{\tau}} - N_2 e^{\frac{\delta t}{\tau}} + E - \frac{u_2}{2}
 \tag{22}$$

De même de  $j_3 = -j_1 - j_2$ , on déduit :

$$j_3 = -M_3 e^{\frac{\gamma t}{\tau}} - N_3 e^{\frac{\delta t}{\tau}} - \frac{j_2}{2}
 \tag{23}$$

#### I.3.2. Expression des autres variables

##### I.3.2.1. Courants dans les phases réceptrices 2 et 3

Les équations des noeuds B et C donnent les courants  $i_2$  et  $i_3$  en fonction des courants dans les condensateurs :

$$\begin{aligned}
 i_2 &= j_2 - j_1 \\
 i_3 &= j_3 - j_2
 \end{aligned}$$

Les relations (15), (21) et (23) donnent donc directement les expressions de  $i_2$  et  $i_3$  durant l'intervalle  $0, T/3$  :

$$i_2 = \frac{3}{2} j_2 - M_3 e^{\gamma \frac{t}{\tau}} - N_3 e^{\delta \frac{t}{\tau}} \quad (24)$$

$$i_3 = -\frac{3}{2} j_2 - M_3 e^{\gamma \frac{t}{\tau}} - N_3 e^{\delta \frac{t}{\tau}} \quad (25)$$

### I.3.2.2. Calcul du courant $i_1$

La conduction du thyristor  $Th_1$  appliquant la tension  $E$  à la phase 1, pour  $0 < t < \frac{T}{3}$ , on a :

$$E = R i_1 + L \frac{di_1}{dt}$$

La solution de cette équation différentielle est :

$$i_1 = K e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \frac{E}{R},$$

où la constante de temps  $\tau_1$ , égale à  $\frac{L}{R}$ , est liée à  $\xi$  et  $\tau$  par :

$$\tau_1 = \frac{L}{R} = \frac{\tau}{2\xi} \quad (26)$$

et  $K$  est une constante qu'il faut déterminer.

Pour cela, on utilise le décalage de  $\frac{T}{3}$  entre courants des phases consécutives et le fait que les courants dans celles-ci ne peuvent subir de discontinuité à cause de leur inductance.

Ainsi :

$$(i_1)_{t=0} = (i_2)_{t=\frac{T}{3}}$$

ce qui donne :

$$K + \frac{E}{R} = \frac{2}{3} (j_2)_{\frac{T}{3}} - M_3 e^{\gamma \frac{T}{3\tau}} - N_3 e^{\delta \frac{T}{3\tau}}$$

Posons :

$$D_1 = e^{\frac{\delta T}{3\tau}} \quad (27)$$

$$D_2 = e^{\frac{\gamma T}{3\tau}}$$

Il vient :

$$K = -\frac{E}{R} + \frac{2}{3} (j_2)_{\frac{T}{3}} - M_3 D_2 - N_3 D_1$$

En explicitant ( $j_2$ ), le courant  $i_1$  est donc donné par la relation :

$$i_1 = \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{2\xi t}{\tau}}) - (M_3 D_2 - N_3 D_1) e^{-\frac{2\xi t}{\tau}} + \frac{e^{-\frac{2\xi t}{\tau}}}{\alpha - \beta} \left[ \left( \frac{3\alpha j_{20}}{2} - \frac{\xi u_{20}}{R} \right) D_4 + \left( \frac{\xi u_{20}}{R} - \frac{3\beta j_{20}}{2} \right) D_3 \right] \quad (28)$$

### I.3.2.3. Tensions aux bornes des phases réceptrices

Durant l'intervalle, la conduction de  $Th_1$  amenant le point A au potentiel zéro, les tensions aux bornes des trois phases sont :

$$\begin{aligned} v_1 &= E \\ v_2 &= E + u_1 \\ v_3 &= E - u_3 \end{aligned}$$

Ou, en utilisant les relations liant  $u_1$  et  $u_3$  à  $u_2$ ,

$$\begin{aligned} v_1 &= E \\ v_2 &= M_2 e^{\gamma \frac{t}{\tau}} + N_2 e^{\delta \frac{t}{\tau}} - \frac{u_2}{2} \\ v_3 &= M_2 e^{\frac{t}{\tau}} + N_2 e^{\delta \frac{t}{\tau}} + \frac{u_2}{2} \end{aligned} \quad (29)$$

### I.3.2.4. Expression du courant total absorbé

Le courant total absorbé par le montage,  $i$ , est la somme des courants traversant les trois phases.

$$i = i_1 + i_2 + i_3$$

En reportant les valeurs de ces trois courants [relations (24), (25) et (28)] ,

$$i = -2M_3 e^{\gamma \frac{t}{\tau}} - 2N_3 e^{\delta \frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R} + \left[ -\frac{E}{R} + \frac{1}{\alpha - \beta} \left[ \left( \frac{3\alpha j_{20}}{2} - \frac{\xi u_{20}}{R} \right) D_4 + \left( \frac{\xi u_{20}}{R} - \frac{3\beta j_{20}}{2} \right) D_3 \right] - M_3 D_2 - N_3 D_1 \right] e^{-\frac{2\xi t}{\tau}} \quad (30)$$

I.3.3. Calcul des valeurs de  $j_{10}$ ,  $j_{20}$  et  $u_{20}$

Toutes les expressions établies font intervenir, outre les paramètres caractéristiques de l'ensemble du montage et la période T de fonctionnement, les trois valeurs initiales  $j_{10}$ ,  $j_{20}$  et  $u_{20}$ .

Pour déterminer celles-ci, on utilise la continuité des tensions  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$ , puis des courants  $i_1$ ,  $i_2$  et  $i_3$  et l'identité de la forme d'onde de ces grandeurs prises deux à deux, au décalage de T/3 près.

I.3.3.1. Continuité des tensions aux bornes des condensateurs

La tension  $u_2$  a, pour  $t = 0$ , la même valeur que  $u_3$  pour  $t = \frac{T}{3}$  :

$$(u_2)_{t=0} = (u_3)_{t=\frac{T}{3}}$$

ou, en utilisant les relations (14) et (22)

$$u_{20} = -M_2 D_2 - N_2 D_1 + E - \frac{1}{2(\alpha - \beta)} \left[ \left( \frac{Rj_{20}}{2\xi} - \beta u_{20} \right) D_4 + \left( \alpha u_{20} - \frac{Rj_{20}}{2\xi} \right) D_3 \right]$$

Or,  $M_2$  et  $N_2$  sont eux-mêmes fonctions de  $j_{10}$ ,  $j_{20}$  et  $u_{20}$ . Après avoir remplacé  $M_2$  et  $N_2$  par leurs expressions et groupé les termes, la relation précédente devient :

$$E \left[ 1 + \frac{\delta D_2 - \gamma D_1}{\gamma - \delta} \right] = u_{20} \left[ 1 + \frac{(D_2 \gamma - D_1 \delta)}{\gamma - \delta} \left( -\frac{1}{2} + \frac{\beta D_4 - \alpha D_3}{\alpha - \beta} \right) + \frac{\alpha D_3 - \beta D_4}{2(\alpha - \beta)} \right] + Rj_{10} \frac{D_2 - 1}{2\xi(\gamma - \delta)} + Rj_{20} \left[ \frac{1}{2\xi(\gamma - \delta)} \left[ D_2 \left( \frac{1}{2} - \frac{\delta(D_4 - D_3)}{\alpha - \beta} \right) + D_1 \left( -\frac{1}{2} + \frac{\gamma(D_4 - D_3)}{\alpha - \beta} \right) + \frac{(D_4 - D_3)}{4\xi(\alpha - \beta)} \right] \right] \quad (31)$$

I.3.3.2. Continuité des courants dans les enroulements

L'égalité  $(i_1)_{t=0} = (i_2)_{t=\frac{T}{3}}$  a été utilisée.

$$De (i_2)_{t=0} = (i_3)_{t=\frac{T}{3}}$$

et

$$(i_3)_{t=0} = (i_1)_{t=\frac{T}{3}}$$

On peut déduire les deux autres relations nécessaires pour calculer  $u_{20}$ ,  $j_{10}$  et  $j_{20}$ .

$(i_2)_{t=0} = (i_3)_{t=\frac{T}{3}}$  devient, en utilisant les équations (24) et (25) :

$$\frac{3}{2} j_{20} - M_3 - N_3 = -\frac{3}{2} (j_2)_{\frac{T}{3}} - M_3 D_2 - N_3 D_1$$

En exprimant  $(j_3)_{\frac{T}{3}}$ ,  $M_3$  et  $N_3$  en fonction de  $u_{20}$ ,  $j_{10}$  et  $j_{20}$ , il vient, après simplifications et classement des termes,

$$\begin{aligned} \frac{2\xi E(D_2 - D_1)}{R(\gamma - \delta)} = u_{20} \frac{\xi}{R} & \left[ \frac{D_3 - D_4}{\alpha - \beta} + \frac{2(D_2 - D_1)}{\gamma - \delta} \left( -\frac{1}{2} + \frac{\beta D_4 - \alpha D_3}{\alpha - \beta} \right) \right] \\ & + \frac{j_{10}}{\gamma - \delta} \left[ \gamma(D_2 - 1) - \delta(D_1 - 1) \right] + j_{20} \left[ \frac{3}{2} \left( 1 + \frac{\alpha D_4 - \beta D_3}{\alpha - \beta} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{\gamma - \delta} \left[ \gamma(D_2 - 1) \left( \frac{1}{2} - \frac{\delta(D_4 - D_3)}{\alpha - \beta} \right) + \delta(D_1 - 1) \left( -\frac{1}{2} + \frac{\gamma(D_4 - D_3)}{\alpha - \beta} \right) \right] \right] \quad (32) \end{aligned}$$

De même, l'égalité  $(i_3)_{t=0} = (i_1)_{t=\frac{T}{3}}$  conduit finalement à la relation :

$$\begin{aligned} \frac{E}{R} \left[ D_5^{-1} + \frac{2\xi D_5(D_1 - D_2)}{\gamma - \delta} \right] = \frac{\xi u_{20}}{R} & \left[ \frac{D_5(D_3 - D_4)}{\alpha - \beta} + \frac{2D_5(D_1 - D_2)}{\gamma - \delta} \left( -\frac{1}{2} + \frac{\beta D_4 - \alpha D_3}{\alpha - \beta} \right) \right] \\ & + \frac{j_{10}}{\gamma - \delta} \left[ \gamma(1 - D_2 D_5) - \delta(1 - D_1 D_5) \right] + j_{20} \left[ \frac{3}{2} \left( 1 + \frac{D_5(\alpha D_4 - \beta D_3)}{\alpha - \beta} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{\gamma - \delta} \left[ \gamma(1 - D_2 D_5) \left( \frac{1}{2} - \frac{\delta(D_4 - D_3)}{\alpha - \beta} \right) + \delta(1 - D_1 D_5) \left( -\frac{1}{2} + \frac{\gamma(D_4 - D_3)}{\alpha - \beta} \right) \right] \right] \quad (33) \end{aligned}$$

dans laquelle

$$D_5 = e^{-\frac{\xi T}{3\tau}} \quad (34)$$

### I.3.3.3. Valeurs de $j_{10}$ , $j_{20}$ et $u_{20}$

Les trois relations (31), (32), (33) permettent de calculer les trois valeurs initiales  $j_{10}$ ,  $j_{20}$ ,  $u_{20}$ . En utilisant comme variables réduites  $\frac{u_{20}}{E}$ ,  $\frac{j_{10}}{E/R}$  et  $\frac{j_{20}}{E/R}$ , elles s'écrivent :

$$\begin{aligned} P_1 &= A_1 \frac{u_{20}}{E} + A_2 \frac{j_{10}}{E/R} + A_3 \frac{j_{20}}{E/R} \\ P_2 &= B_1 \frac{u_{20}}{E} + B_2 \frac{j_{10}}{E/R} + B_3 \frac{j_{20}}{E/R} \\ P_3 &= C_1 \frac{u_{20}}{E} + C_2 \frac{j_{10}}{E/R} + C_3 \frac{j_{20}}{E/R} \end{aligned} \quad (35)$$

avec :

$$P_1 = 1 + \frac{\delta D_2 - \gamma D_1}{\gamma - \delta}$$

$$P_2 = 2 \frac{\xi(D_2 - D_1)}{\gamma - \delta}$$

$$P_3 = D_5 - 1 + \frac{2\xi D_5 (D_1 - D_2)}{\gamma - \delta}$$

$$A_1 = 1 + \frac{(\delta D_2 - \gamma D_1)}{\gamma - \delta} \left( -\frac{1}{2} + \frac{\beta D_4 - \alpha D_3}{\alpha - \beta} \right) + \frac{\alpha D_3 - \beta D_4}{2(\alpha - \beta)}$$

$$A_2 = \frac{D_2 - D_1}{2\xi(\gamma - \delta)}$$

$$A_3 = \frac{1}{2\xi(\gamma - \delta)} \left[ D_2 \left( \frac{1}{2} - \frac{\delta(D_4 - D_3)}{\alpha - \beta} \right) + D_1 \left( -\frac{1}{2} + \frac{\gamma(D_4 - D_3)}{\alpha - \beta} \right) \right] + \frac{D_4 - D_3}{4\xi(\alpha - \beta)}$$

$$B_1 = \xi \left[ \frac{D_3 - D_4}{\alpha - \beta} + \frac{2(D_2 - D_1)}{\gamma - \delta} \left( -\frac{1}{2} + \frac{\beta D_4 - \alpha D_3}{\alpha - \beta} \right) \right]$$

(36)

$$B_2 = \frac{1}{\gamma - \delta} \left[ \gamma(D_2 - 1) - \delta(D_1 - 1) \right]$$

$$B_3 = \frac{3}{2} \left( 1 + \frac{\alpha D_4 - \beta D_3}{\alpha - \beta} \right) +$$

$$+ \frac{1}{\gamma - \delta} \left[ \gamma(D_2 - 1) \left( \frac{1}{2} - \frac{\delta(D_4 - D_3)}{\alpha - \beta} \right) + \delta(D_1 - 1) \left( -\frac{1}{2} + \frac{\gamma(D_4 - D_3)}{\alpha - \beta} \right) \right]$$

$$C_1 = \xi \left[ \frac{D_5(D_3 - D_4)}{\alpha - \beta} + \frac{2D_5(D_1 - D_2)}{\gamma - \delta} \left( -\frac{1}{2} + \frac{\beta D_4 - \alpha D_3}{\alpha - \beta} \right) \right]$$

$$C_2 = \frac{1}{\gamma - \delta} \left[ \gamma(1 - D_2 D_5) - \delta(1 - D_1 D_5) \right]$$

$$C_3 = \frac{3}{2} \left[ 1 + \frac{D_5(\alpha D_4 - \beta D_3)}{\alpha - \beta} \right] +$$

$$+ \frac{1}{\gamma - \delta} \left[ \gamma(1 - D_2 D_5) \left( \frac{1}{2} - \frac{\delta(D_4 - D_3)}{\alpha - \beta} \right) + \delta(1 - D_1 D_5) \left( -\frac{1}{2} + \frac{\gamma(D_4 - D_3)}{\alpha - \beta} \right) \right]$$

Les trois inconnues cherchées on donc pour valeurs :

$$\frac{u_{20}}{E} = \frac{\Delta_1}{\Delta}$$

$$\frac{j_{10}}{E/R} = \frac{\Delta_2}{\Delta}$$

$$\frac{j_{20}}{E/R} = \frac{\Delta_3}{\Delta}$$

avec :

$$\begin{aligned}
 \Delta &= A_1 B_2 C_3 + B_1 C_2 A_3 + C_1 A_2 B_3 - A_3 B_2 C_1 - B_3 C_2 A_1 - C_3 A_2 B_1 \\
 \Delta_1 &= P_1 B_2 C_3 + P_2 C_2 A_3 + P_3 A_2 B_3 - A_3 B_2 P_3 - B_3 C_2 P_1 - C_3 A_2 P_2 \\
 \Delta_2 &= A_1 P_2 C_3 + B_1 P_3 A_3 + C_1 P_1 B_3 - A_3 P_2 C_1 - B_3 P_3 A_1 - C_3 P_1 B_1 \\
 \Delta_3 &= A_1 B_2 P_3 + B_1 C_2 P_1 + C_1 A_2 P_2 - P_1 B_2 C_1 - P_2 C_2 A_1 - P_3 A_2 B_1
 \end{aligned} \tag{37}$$

Ayant les valeurs de  $u_{20}$ ,  $j_{10}$  et  $j_{20}$ , on les reporte dans les expressions des tensions aux bornes des condensateurs, dans celles des courants qui les traversent, dans celles des courants et des tensions des phases réceptrices et dans celle du courant total. On obtient ainsi, pour chaque valeur des paramètres  $\xi$  et  $\tau/T$ , les expressions précises de  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$ ,  $j_1$ ,  $j_2$ ,  $j_3$ ,  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$ ,  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $v_3$  et  $i$  durant l'intervalle  $0, T/3$ .

#### I.3.4. Exemples de formes d'ondes

=====

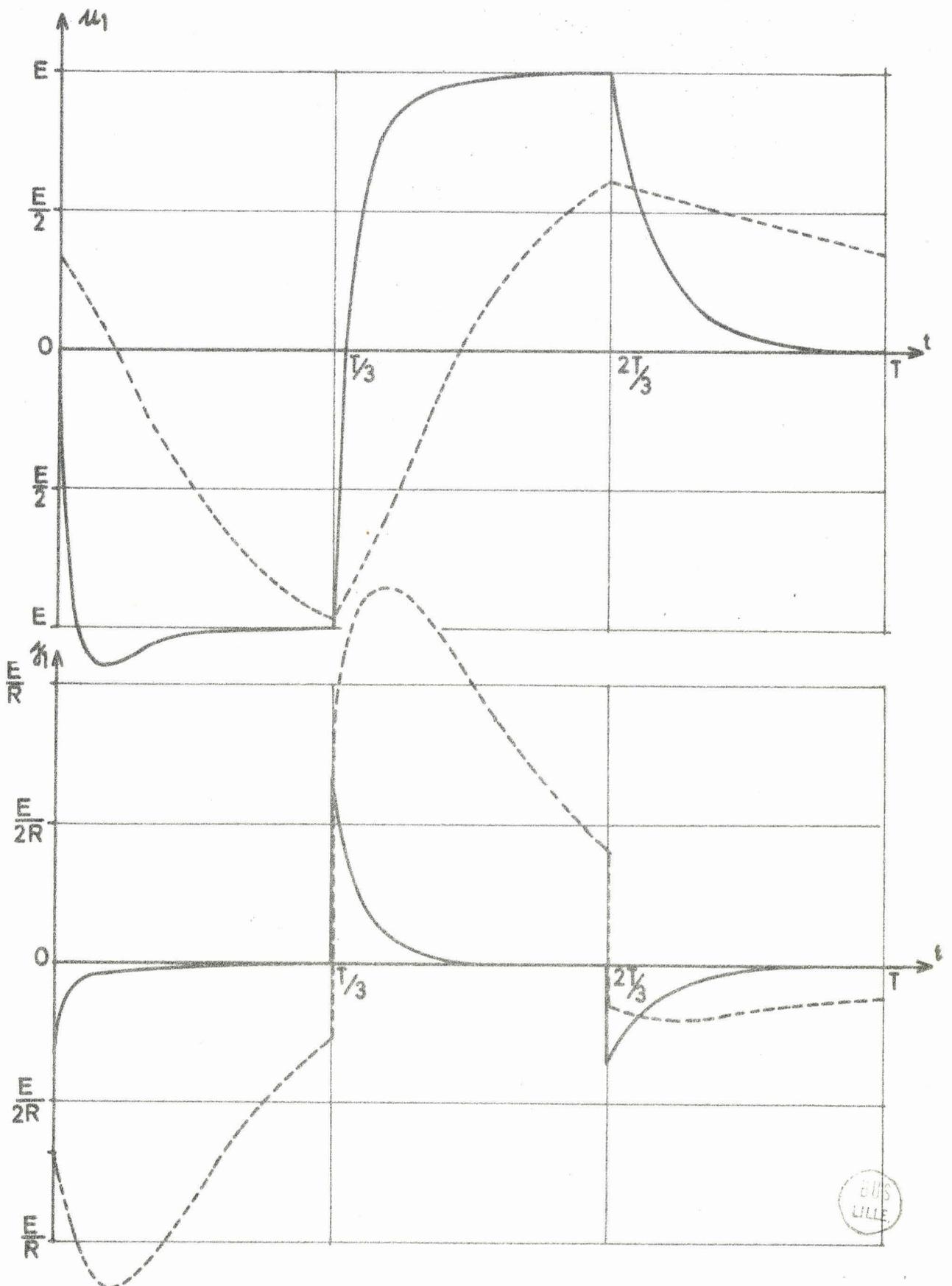
A l'aide d'un ordinateur, les calculs précédents permettent le tracé point par point des diverses formes d'ondes.

Nous avons reproduit celles correspondant à un amortissement très faible, donc à une charge relativement très inductive. Nous avons pris  $\xi = 1,001$  ; il faut, en effet, que  $\xi$  soit supérieur à 1 pour que les calculs précédents soient valides. En comparant aux formes d'ondes trouvées dans l'autre cas limite, celui du récepteur purement résistant, nous pourrions mieux juger ainsi des effets de l'inductance de la charge.

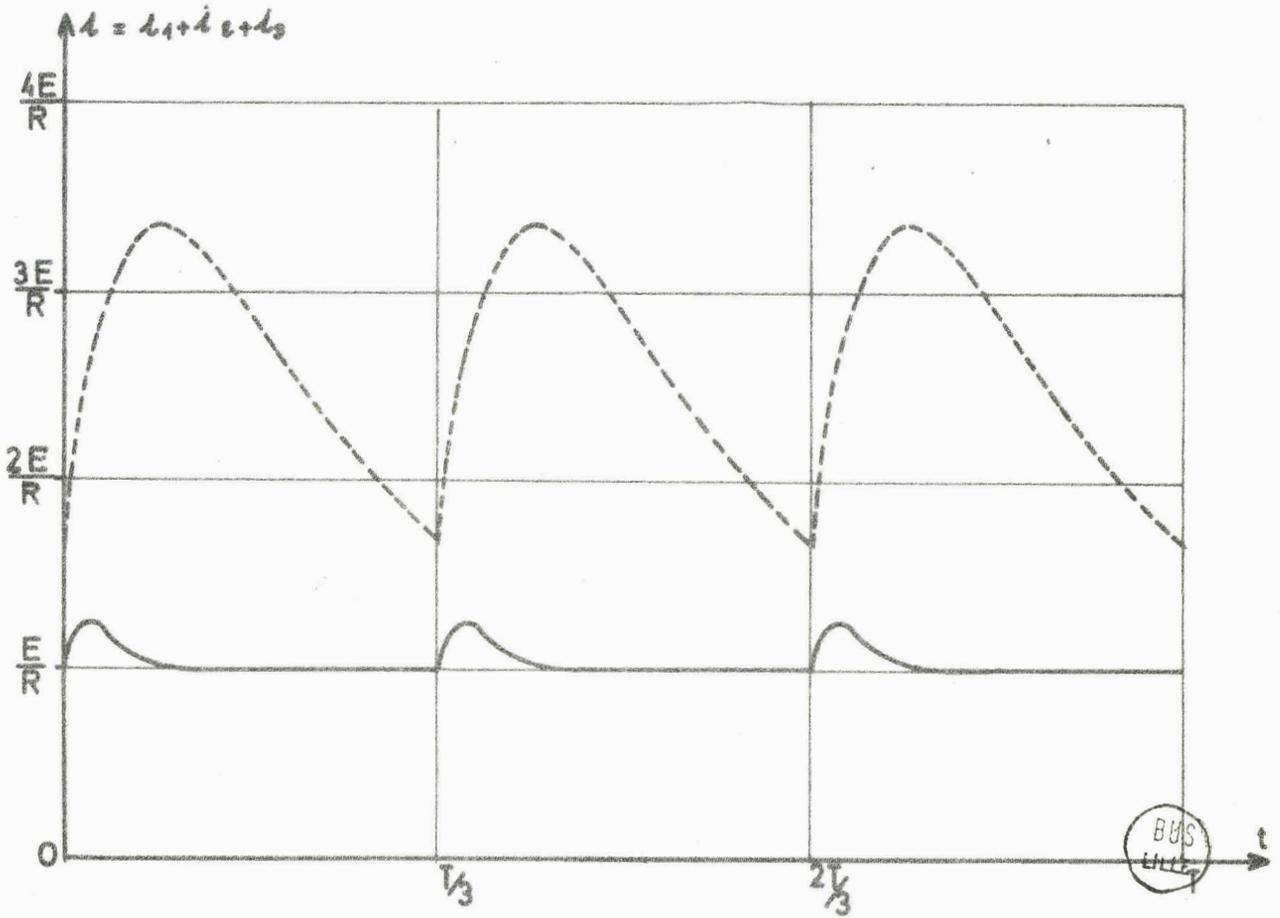
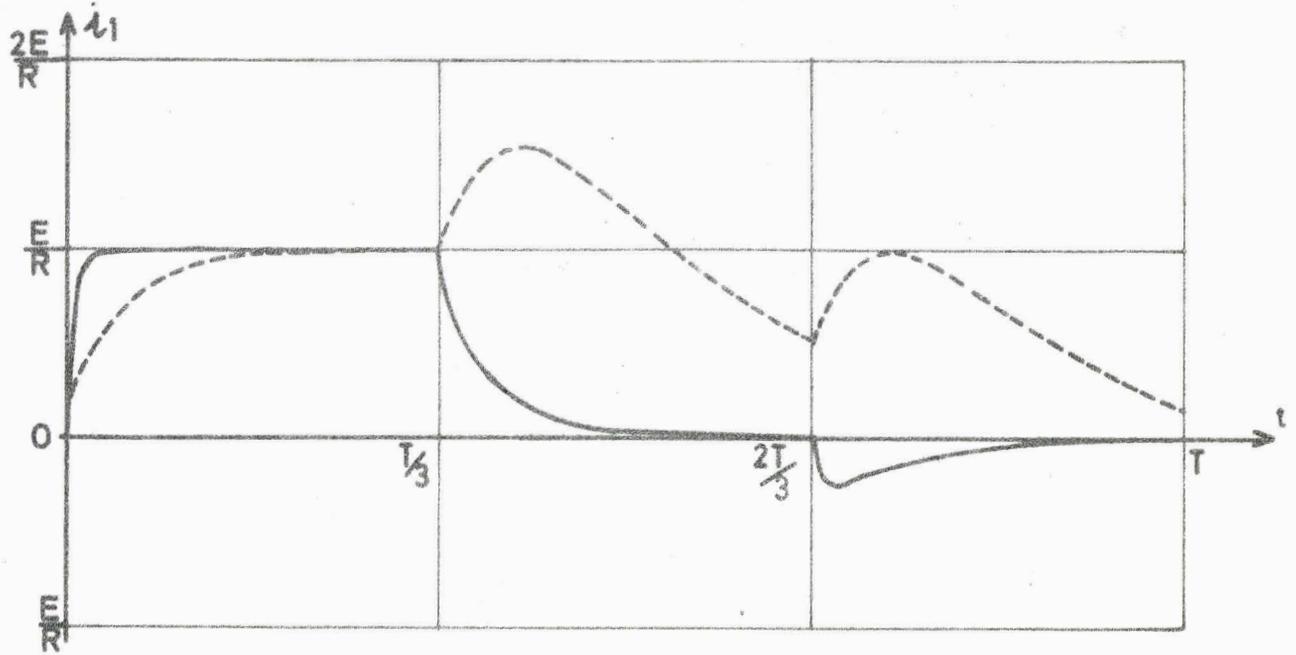
La figure 17 donne d'abord la forme d'onde de la tension aux bornes d'un condensateur pour  $\xi = 1,001$  et deux valeurs de  $\frac{T}{\tau}$ ,  $\frac{T}{\tau} = 100$  qui correspond à de basses fréquences pour un montage (R, L et C) donné et  $\frac{T}{\tau} = 10$  qui correspond à des fréquences plus élevées.

La comparaison avec les courbes de la figure 14 obtenues lors du débit sur R met nettement en évidence l'analogie des tracés. L'introduction d'une inductance importante modifie peu la forme d'onde des tensions aux bornes des condensateurs (1).

(1)  $\xi = 1$  signifie que  $R=2\sqrt{\frac{L}{C}}$  et que  $\tau=\sqrt{LC}$  a pour valeur  $\frac{RC}{2}$ . Il faut donc comparer les courbes tracées pour  $T/\tau$  ou  $T/\sqrt{LC}$  lors du débit sur R, L à celles déterminées pour  $2T/RC=2T/\tau$  lors du débit sur résistance pure (SI.2.).



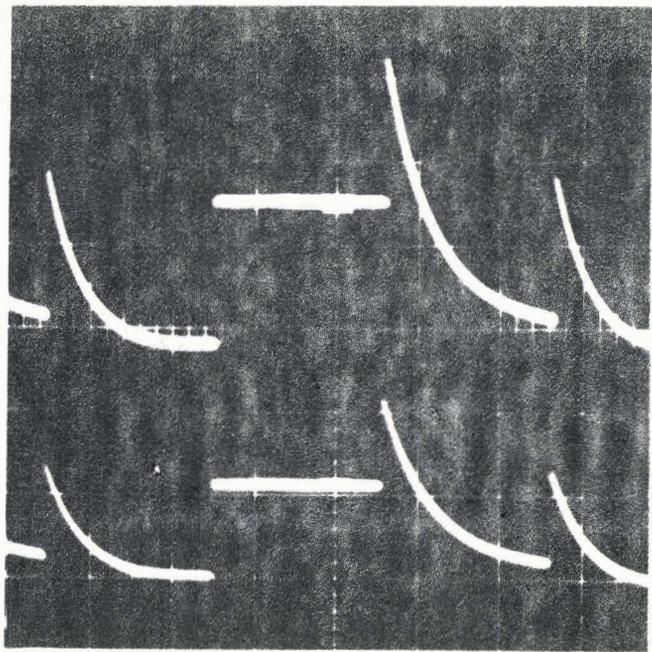
- Fig. 17.- Formes d'ondes de la tension  $u_1$  et du courant  $j_1$  calculées point par point. (Débit du découpeur  $P_3$  sur  $R, L$ ).  $\xi = 1,001$   
 —————  $\frac{T}{\tau} = 100$       - - - - -  $\frac{T}{\tau} = 10$



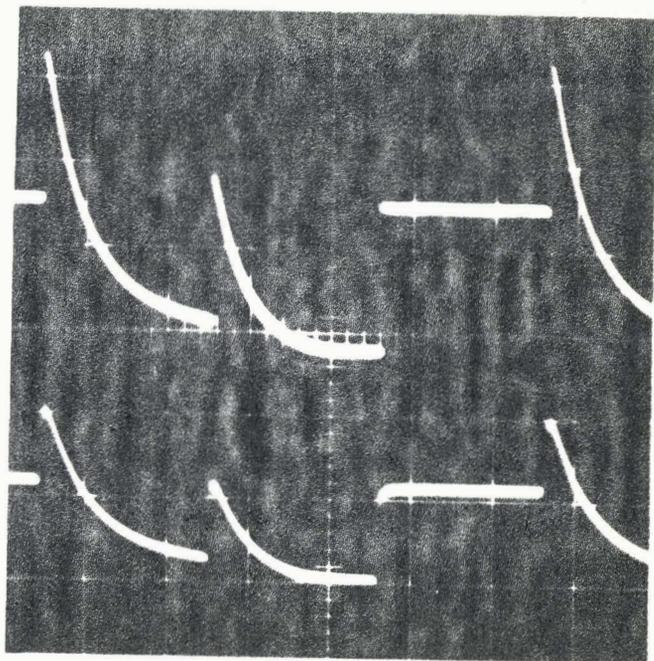
- Fig. 18. - Débit du découpeur P.3 sur R.L.  $\xi = 1,001$   
 Forme a'onde du courant  $i_1$  dans une phase et du courant  $i$  débité par la source.

—————  $\frac{T}{\tau} = 100$

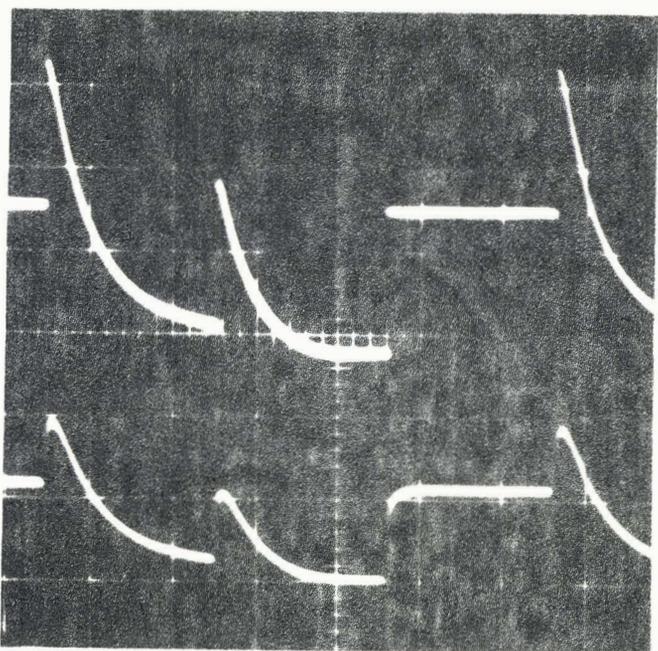
-----  $\frac{T}{\tau} = 10$



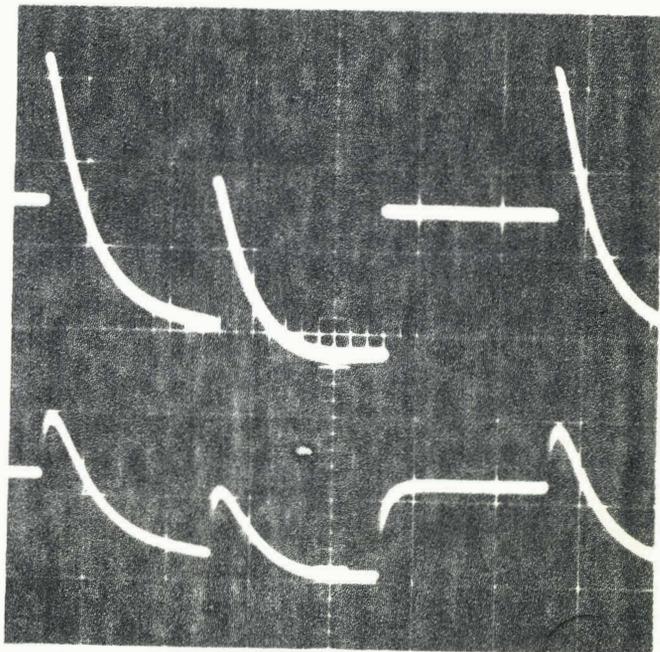
a)  $L = 0$



b)  $L = 0,1 \text{ H}$



c)  $L = 0,2 \text{ H}$



d)  $L = 0,3 \text{ H}$

- Fig.19. - Relevés oscillographiques de la tension  $v_1$  et du courant  $i_1$  d'une phase réceptrice pour diverses valeurs de  $L$ .

$$T = \frac{1}{50}$$

$$R = 200\Omega$$

$$C = 44\mu\text{F}$$

Il en est de même des tensions aux bornes des phases réceptrices et aux bornes des thyristors puisqu'elles se déduisent directement de  $E$ ,  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$ . C'est pour cela que nous n'avons pas cru utile de reproduire les formes d'ondes de  $v_1$  et  $v_{Th_1}$  qui diffèrent peu de celles de la figure 14.

Le régime des tensions dépend peu de la réactance du récepteur, il en est autrement pour ce qui est des courants.

La partie inférieure de la figure 17 montre la forme d'onde du courant  $j_1$  dans le premier condensateur. Quand la fréquence augmente, ce courant devient plus important car la durée des charges et des décharges est plus brève ; en outre, à cause de la self, ses valeurs extrêmes se situent après les instants de commutation.

On retrouve cette particularité pour le courant dans une phase réceptrice (fig.18) qui maintenant, ne présente plus de discontinuité. Sa forme d'onde s'écarte d'autant plus du créneau théorique que la fréquence est plus élevée.

Celle du courant total absorbé  $i$  de période  $T/3$ , tracée toujours pour  $\xi = 1,001$  et  $\frac{T}{\tau} = 100$  puis 10 (partie inférieure de la figure 18) montre que la réactance  $a$ , là encore, supprimé les discontinuités. La comparaison avec la figure 15 indique, en outre, que les pointes de courant sont fortement atténuées mais que le courant moyen augmente nettement encore avec la fréquence.

L'addition de la réactance du récepteur, modifie donc fortement les formes d'ondes des courants ; on peut s'attendre à ce qu'il en soit de même pour les caractéristiques correspondantes.

Les relevés expérimentaux confirment rigoureusement ces résultats. Nous avons, par exemple, reproduit sur la figure 19 une série de relevés oscillographiques de la tension  $v_1$  et du courant  $i_1$  montrant que l'effet de la réactance est beaucoup plus net sur la forme d'onde des courants que sur celle des tensions.

### I.3.5. Détermination des caractéristiques

=====

La connaissance de la valeur des variables tout au long de leur période permet la détermination des caractéristiques relatives au blocage, au régime à la sortie et au régime à l'entrée.

#### I.3.5.1. Caractéristiques de blocage

La tension de blocage  $u_p$ , pointe de tension négative apparaissant aux bornes d'un thyristor quand on amorce le suivant, se déduit de l'expression des tensions aux bornes des condensateurs.

Pour  $Th_1$ , de  $t = \frac{T}{3}$  à  $t = \frac{2T}{3}$

$$v_{Th_1} = u_1$$

Donc :

$$u_B = -(u_1)_{\frac{T}{3}} = -(u_3)_{t=0}$$

ou, compte tenu de la relation (22) :

$$u_B = M_2 + N_2 - E + \frac{u_{20}}{2} \quad (38)$$

La Planche III donne les caractéristiques  $\frac{u_B}{E} = f\left(\frac{\tau}{T}\right)$ , pour  $\frac{\tau}{T}$  variant de  $10^{-2}$  à 1 et quatre valeurs de  $\xi$ , soit 1,001 ; 1,5 ; 2 et 3. Ces courbes montrent que la tension de blocage est voisine de E aux basses fréquences ; sa décroissance, quand  $\frac{\tau}{T}$  augmente, débute d'autant plus tôt que  $\xi$  est plus grand.

Le temps de blocage  $t_B$ , durée de l'intervalle durant lequel la tension aux bornes des redresseurs à bloquer reste négative, sera donnée par  $(u_3)_{t_B} = 0$  :

$$M_2 e^{\gamma \frac{t_B}{\tau}} + N_2 e^{\delta \frac{t_B}{\tau}} + \frac{u_2(t_B)}{2} = E \quad (39)$$

On a déterminé le rapport  $\frac{t_B}{T}$  numériquement par dichotomie sur ordinateur pour les mêmes valeurs de  $\xi$  et en faisant varier  $\frac{\tau}{T}$  de  $10^{-2}$  à 1.

Les courbes correspondantes (Pl.III) montrent la croissance de ce rapport quand la fréquence croît, mais elle est moins rapide que celle de  $\frac{\tau}{T}$ , c'est-à-dire que  $t_B$  diminue en valeur absolue.

On remarque que à  $\frac{\tau}{T} = \frac{\sqrt{LC}}{T}$  donné, l'augmentation de R, donc de  $\xi$ , augmente la valeur de  $t_B$  alors qu'elle diminue  $u_B$ . Ceci s'explique par l'augmentation de la constante de temps de charge des condensateurs qui ralentit la variation de la tension à leurs bornes et amortit les maxima de cette tension.

### I.3.5.2. Courant dans le récepteur

La valeur efficace  $I_1$  du courant dans les phases du récepteur est donnée par :

$$I_1 = \sqrt{\frac{1}{T} \left[ \int_0^{T/3} i_1^2 dt + \int_{T/3}^{2T/3} i_1^2 dt + \int_{2T/3}^T i_1^2 dt \right]}$$

ou :

$$\frac{I_1}{E/R} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{T/3} \left[ \left(\frac{i_1}{E/R}\right)^2 + \left(\frac{i_2}{E/R}\right)^2 + \left(\frac{i_3}{E/R}\right)^2 \right] dt}$$

Les relations (28), (24) et (25) donnent :

$$\frac{i_1}{E/R} = 1 + P_4 e^{-2\xi \frac{t}{T}}$$

avec :

$$P_4 = -1 + \frac{1}{\alpha - \beta} \left[ \left( \frac{3\alpha j_{20}}{2E/R} - \frac{\xi u_{20}}{E} \right) D_4 + \left( \frac{\xi u_{20}}{E} - \frac{3\beta j_{20}}{2E/R} \right) D_3 \right] - \frac{M_3 D_2}{E/R} - \frac{N_3 D_1}{E/R}$$

$$\frac{i_2}{E/R} = A e^{\alpha \frac{t}{T}} + B e^{\beta \frac{t}{T}} + C e^{\gamma \frac{t}{T}} + D e^{\delta \frac{t}{T}}$$

avec :

$$A = \frac{3}{2(\alpha - \beta)} \left( \frac{\alpha j_{20}}{E/R} - \frac{2\xi u_{20}}{3E} \right)$$

$$B = \frac{3}{2(\alpha - \beta)} \left( \frac{2\xi u_{20}}{3E} - \frac{\beta j_{20}}{E/R} \right)$$

$$C = -\frac{M_3}{E/R} \quad \text{et} \quad D = -\frac{N_3}{E/R}$$

(40)

$$\frac{i_3}{E/R} = -A e^{\alpha \frac{t}{T}} - B e^{\beta \frac{t}{T}} + C e^{\gamma \frac{t}{T}} + D e^{\delta \frac{t}{T}}$$

En élevant au carré les trois courants, en faisant la somme de ces carrés et en intégrant de 0 à T/3, il vient :

$$\begin{aligned} \frac{I_1}{E/R} = \sqrt{ & \frac{1}{3} - \frac{P_4}{\xi} \frac{\tau}{T} (D_5 - 1) - \frac{P_4^2}{4\xi} \frac{\tau}{T} (D_5^2 - 1) + \frac{A^2}{2\alpha} \frac{\tau}{T} (D_4^2 - 1) + \frac{B^2}{2\beta} \frac{\tau}{T} (D_3^2 - 1) + \\ & + \frac{C^2}{2\gamma} \frac{\tau}{T} (D_2^2 - 1) + \frac{D^2}{2\delta} \frac{\tau}{T} (D_1^2 - 1) + \frac{4AB}{(\alpha + \beta)} \frac{\tau}{T} (D_3 D_4 - 1) + \frac{4CD}{(\gamma + \delta)} \frac{\tau}{T} (D_1 D_2 - 1) } \end{aligned} \quad (41)$$

On a ainsi pu tracer (Pl. IV) les courbes donnant, pour quatre valeurs de  $\xi$ , les variations de  $I_1/E/R$  en fonction de  $\tau/T$ . Comme lors du débit sur résistance, le courant augmente avec la fréquence à cause de l'importance croissante du courant des condensateurs qui traverse les phases réceptrices.  $I_1$  part de  $1/\sqrt{3} \frac{E}{R}$  pour les très faibles valeurs de  $\frac{\tau}{T}$  pour atteindre  $\frac{E}{R}$  aux fréquences élevées.

La valeur efficace  $I_{1f}$  du terme fondamental des courants dans le récepteur est donnée par :

$$I_{1f} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{X'_{1f}^2 + Y'_{1f}^2}$$

avec :

$$X'_{1f} = \frac{2}{T} \int_0^{T/3} \left[ i_1 \sin \omega t + i_3 \sin \left( \omega t + \frac{2\pi}{3} \right) + i_2 \sin \left( \omega t + \frac{4\pi}{3} \right) \right] dt$$

$$Y'_{1f} = \frac{2}{T} \int_0^{T/3} \left[ i_1 \cos \omega t + i_3 \cos \left( \omega t + \frac{2\pi}{3} \right) + i_2 \cos \left( \omega t + \frac{4\pi}{3} \right) \right] dt$$

$i_1, i_2$  et  $i_3$  donnés, sous forme réduite par les relations (40) conduisent à :

$$\frac{I_{1f}}{E/R} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{X'^2_{1f} + Y'^2_{1f}}$$

avec :

$$X'_{1f} = \frac{3}{2\pi} + \frac{P_4}{2\xi^2 \left(\frac{T}{\tau}\right)^2 + 2\pi^2} \left[ -\xi\sqrt{3} \frac{T}{\tau} D_5^2 + \pi(2+D_5^2) \right]$$

$$+ \frac{A}{\alpha^2 \left(\frac{T}{\tau}\right)^2 + 4\pi^2} \left[ \alpha\sqrt{3} \frac{T}{\tau} (2+D_4) - 6\pi D_4 \right] + \frac{B}{\beta^2 \left(\frac{T}{\tau}\right)^2 + 4\pi^2} \left[ \beta\sqrt{3} \frac{T}{\tau} (2+D_3) - 6\pi D_3 \right]$$

$$- \frac{C}{\gamma^2 \left(\frac{T}{\tau}\right)^2 + 4\pi^2} \left[ \gamma\sqrt{3} \frac{T}{\tau} D_2 + 2\pi(2+D_2) \right] - \frac{D}{\delta^2 \left(\frac{T}{\tau}\right)^2 + 4\pi^2} \left[ \delta\sqrt{3} \frac{T}{\tau} D_1 + 2\pi(2+D_1) \right]$$

(42)

$$Y'_{1f} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} + \frac{P_4}{2\xi^2 \left(\frac{T}{\tau}\right)^2 + 2\pi^2} \left[ \xi \left(\frac{T}{\tau}\right) (2+D_5^2) + \pi\sqrt{3} D_5 \right] +$$

$$+ \frac{A}{\alpha^2 \left(\frac{T}{\tau}\right)^2 + 4\pi^2} \left[ 3\alpha \frac{T}{\tau} D_4 + 2\pi\sqrt{3} (2+D_4) \right] + \frac{B}{\beta^2 \left(\frac{T}{\tau}\right)^2 + 4\pi^2} \left[ 3\beta \frac{T}{\tau} D_3 + 2\pi\sqrt{3} (2+D_3) \right]$$

$$+ \frac{C}{\gamma^2 \left(\frac{T}{\tau}\right)^2 + 4\pi^2} \left[ \gamma \frac{T}{\tau} (2+D_2) - 2\pi\sqrt{3} D_2 \right] + \frac{D}{\delta^2 \left(\frac{T}{\tau}\right)^2 + 4\pi^2} \left[ \delta \frac{T}{\tau} (2+D_1) - 2\pi\sqrt{3} D_1 \right]$$

Les courbes donnant  $\frac{I_{1f}}{E/R}$ , pour diverses valeurs de  $\xi$ , en fonction de  $\frac{T}{\tau}$  (Pl.IV) montrent que  $I_{1f}$  décroît quand la fréquence augmente ; l'impédance opposée par le récepteur au terme de fréquence  $\frac{1}{T}$  augmente en effet, avec celle-ci.

I.3.5.3. Tension aux bornes du récepteur

On n'a plus, comme dans le cas de la charge purement résistive, l'égalité des valeurs réduites du courant et de la tension.

La valeur efficace  $V_1$  de la tension aux bornes d'une phase se calcule par :

$$\frac{V_1}{E} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{T/3} \left[ \left(\frac{v_1}{E}\right)^2 + \left(\frac{v_2}{E}\right)^2 + \left(\frac{v_3}{E}\right)^2 \right] dt}$$

avec :

$$\frac{v_1}{E} = 1$$

$$\frac{v_2}{E} = C_6 e^{\gamma \frac{t}{\tau}} + D_6 e^{\delta \frac{t}{\tau}} - A_6 e^{\alpha \frac{t}{\tau}} - B_6 e^{\beta \frac{t}{\tau}}$$

$$\frac{v_3}{E} = C_6 e^{\gamma \frac{t}{\tau}} + D_6 e^{\delta \frac{t}{\tau}} + A_6 e^{\alpha \frac{t}{\tau}} + B_6 e^{\beta \frac{t}{\tau}}$$

où

$$A_6 = \frac{1}{2(\alpha-\beta)} \left[ \frac{j 20}{2\epsilon \frac{E}{R}} - \beta \frac{u_{20}}{E} \right]$$

$$B_6 = \frac{1}{2(\alpha-\beta)} \left[ \frac{\alpha u_{20}}{E} - \frac{j 20}{2\epsilon \frac{E}{R}} \right]$$

$$C_6 = \frac{M_2}{E} \quad \text{et} \quad D_6 = \frac{N_2}{E}$$

A partir de cela, on trouve :

$$\begin{aligned} \frac{V_1}{E} = \sqrt{ & \frac{1}{3} + \frac{A_6^2}{2\alpha} \frac{\tau}{T} (D_4^2 - 1) + \frac{B_6^2}{2\beta} \frac{\tau}{T} (D_3^2 - 1) + \frac{C_6}{2\gamma} \frac{\tau}{T} (D_2^2 - 1) + \frac{D_6}{2\delta} \frac{\tau}{T} (D_1^2 - 1) + \\ & + \frac{4A_6 B_6}{(\alpha+\beta)} \frac{\tau}{T} (D_3 D_4 - 1) + \frac{4C_6 D_6}{\gamma+\delta} (D_1 D_2 - 1) } \end{aligned} \quad (43)$$

Les caractéristiques  $\frac{V_1}{E} = f\left(\frac{\tau}{T}\right)$  de la Planche V montrent que ce rapport part de  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  pour les fréquences négligeables et tend vers un maximum, égal à 1, quand la fréquence augmente.

Si l'on compare les courbes donnant  $\frac{V_1}{E}$  et  $\frac{I_1}{E/R}$ , on vérifie qu'elles ont les mêmes asymptotes et qu'aux fréquences intermédiaires, le second rapport est inférieur car pour les termes alternatifs du développement en série du courant l'impédance est supérieure à R.

La valeur efficace  $V_{1f}$  du fondamental des tensions délivrées par le découpeur peut se calculer par la même méthode que  $I_{1f}$ . Il est plus commode de la déduire directement de ce courant :

$$\frac{V_{1f}}{E} = \frac{I_{1f}}{E/R} \sqrt{1 + \frac{L^2 \omega^2}{R^2 C}}$$

or,

$$\frac{L^2 \omega^2}{R^2} = \frac{L^2}{R^2} \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{4L}{R^2 C} \frac{LC}{T^2} \pi^2 = \frac{1}{\xi^2} \frac{\tau^2}{T^2} \pi^2$$

$$\frac{V_{1f}}{E} = \frac{I_{1f}}{E/R} \sqrt{1 + \left(\frac{\pi \tau}{\xi T}\right)^2} \quad (44)$$

Les caractéristiques  $\frac{V_{1f}}{E} = f\left(\frac{\tau}{T}\right)$ , tracées pour diverses valeurs de  $\xi$ , (Pl.V) montrent que ce rapport décroît avec la fréquence relative, car l'écoulement à travers le récepteur du courant dans les condensateurs, fait tendre la tension vers sa valeur moyenne. L'augmentation de  $\frac{V_1}{E}$  est surtout due à la composante continue.

#### I.3.5.4. Courant total absorbé par le découpeur

Le courant total  $i$  absorbé par le montage a une période de  $\frac{T}{3}$ , son expression pour  $0 < t < \frac{T}{3}$  est donnée par la relation (30) qui peut s'écrire :

$$\frac{i}{E/R} = 1 + 2C e^{\gamma \frac{t}{\tau}} + 2D e^{\delta \frac{t}{\tau}} + P_4 e^{-2\xi \frac{t}{\tau}},$$

en prenant pour  $C$ ,  $D$  et  $P_4$ , les mêmes expressions que celles indiquées pour  $i_1$ ,  $i_2$  et  $i_3$  [relation (40)]

La valeur moyenne  $I_{moy}$ , définie par :

$$\frac{I_{moy}}{E/R} = \frac{3}{T} \int_0^{T/3} \frac{i}{E/R} dt,$$

a pour expression :

$$\frac{I_{moy}}{E/R} = \frac{6C}{\gamma} \frac{\tau}{T} (D_2 - 1) + \frac{6D}{\delta} \frac{\tau}{T} (D_1 - 1) - \frac{3P_4}{2\xi} \frac{\tau}{T} (D_5 - 1) + 1 \quad (45)$$

Les caractéristiques  $I_{moy} = f\left(\frac{\tau}{T}\right)$  montrent (Pl.VI) comment la valeur du courant absorbé passe de  $\frac{E}{R}$  pour les très basses fréquences à  $\frac{3E}{R}$  pour les fréquences élevées. Pour les valeurs intermédiaires de  $\frac{\tau}{T}$ ,  $I_{moy}$  est comme  $I_1$ , d'autant plus fort que le coefficient  $\xi$  est plus élevé.

La valeur efficace I du courant total, calculée par  $I = \sqrt{\frac{3}{T} \int_0^{T/3} i^2 dt}$ , à l'aide de la même expression de i, est donnée par la relation :

$$\frac{I}{E/R} = \sqrt{1 + \frac{6C^2}{\gamma} \frac{\tau}{T} (D_2^2 - 1) + \frac{6D^2}{\delta} \frac{\tau}{T} (D_2^2 - 1) - \frac{3P_4^2}{4\xi} \frac{\tau}{T} (D_5^2 - 1) + \dots}$$

$$+ \frac{24CD}{(\gamma + \delta)} \frac{\tau}{T} (D_1 D_2 - 1) + \frac{12CP_4}{(\gamma - 2\xi)} \frac{\tau}{T} (D_2 D_5 - 1) + \frac{12DP_4}{(\delta - 2\xi)} (D_1 D_5 - 1) + \dots$$

$$\frac{12C}{\gamma} \frac{\tau}{T} (D_2 - 1) + \frac{12D}{\delta} \frac{\tau}{T} (D_1 - 1) - \frac{3P_4}{\xi} \frac{\tau}{T} (D_5 - 1) \quad (46)$$

Le facteur de forme  $f_F = \frac{I}{I_{\text{moy}}}$  permet de caractériser l'importance relative des pointes de courant absorbé. Les courbes  $f_F = f(\frac{\tau}{T})$  de la Planche VI montrent que ce facteur, qui part de 1 pour les très basses fréquences (pointes importantes mais de largeur relative réduite), augmente avec  $\frac{\tau}{T}$  passe par un maximum puis tend vers 1 pour les fréquences élevées car alors la réactance du récepteur s'oppose aux écarts du courant autour de sa valeur moyenne.

### I.3.6. Bilan de l'étude du débit sur résistances et réactances

L'étude du découpeur à trois thyristors débitant une charge résistance et inductive nécessite de tenir compte de la période T, des valeurs R, L et C des éléments du montage. Nous avons pu déterminer toutes les caractéristiques à l'aide de deux paramètres seulement  $\xi$  et  $\frac{\tau}{T}$  ; mais si l'on ne peut procéder autrement pour pouvoir mener à bien les calculs, l'interprétation des résultats obtenus est assez malaisée et cela d'autant plus qu'il faut envisager le fonctionnement à fréquence variable sur une charge dont les "constantes" R et L varient.

Toutefois, on peut conclure sur la zone de fonctionnement à utiliser et les diverses conditions à respecter.

#### I.3.6.1. Influence de la fréquence

Comme lors du débit sur résistance pure, ce n'est que pour les faibles valeurs de la fréquence relative  $\frac{\tau}{T}$  que les signaux de tension appliqués au récepteur se rapprochent des créneaux théoriques. On peut alors utiliser, avec une bonne approximation les relations simples, correspondant à un effet négligeable des capacités et des inductances.

$$V_1 = \frac{E}{\sqrt{3}} = R I_1 \quad V_{1f} = \frac{\sqrt{3}}{\pi} E = R I_{1f}$$
$$I_{\text{moy}} = I = \frac{E}{R}$$

Quand la fréquence s'accroît, le courant total absorbé et le courant par phase augmentent, mais cela ne se traduit pas par un accroissement du terme de fréquence  $1/T$  des tensions de sortie, au contraire. La tension aux bornes de chaque phase tend à rester constante et égale à  $E$  tout au long de la période. Le découpeur remplit de moins en moins bien son rôle au fur et à mesure que sa fréquence de fonctionnement croît.

On arrive à la même conclusion que lors du débit sur  $R$ , il faut se limiter aux valeurs réduites de  $\frac{\tau}{T}$ .

Toutefois, si les réactances interviennent assez peu sur la forme d'onde des tensions de sortie, elles ont un effet favorable, elles limitent les pointes de courant pris à la source.

#### I.3.6.2. Choix des condensateurs

##### . Condition de validité des calculs

Tous les calculs ont été effectués en supposant  $\xi$  supérieur à 1 pour que les solutions des équations différentielles ne comportent pas de termes pseudo-périodiques.

$$\frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} > 1 \quad \text{équivalent à} \quad C > \frac{4L}{R^2}$$

Les caractéristiques établies sont donc applicables pour :

$$C_{\text{min}} > \frac{4L}{R^2} \quad (47)$$

##### . Condition de blocage des thyristors

Nous avons déterminé les caractéristiques  $\frac{t_B}{T} = f\left(\frac{\tau}{T}\right)$  pour divers  $\xi$  (Pl.III) en prenant une échelle logarithmique pour  $\tau/T$ . Il est commode d'adopter, pour l'étude de la condition de blocage une échelle linéaire (Pl.VII) et de se limiter à la zone des faibles  $\frac{\tau}{T}$  qui, nous venons de le montrer, correspond seule à un fonctionnement acceptable.

On constate que, pour les faibles valeurs de  $\frac{\tau}{T}$ , le rapport  $\frac{t_B}{T}$  est sensiblement proportionnel à  $\frac{\tau}{T}$  donc  $t_B$  est alors proportionnel à  $\tau = \sqrt{LC}$ .

De l'examen des courbes, on déduit :

$$\begin{aligned} \text{pour } \xi = 1,001, t_B &= 1,755\tau \\ \xi = 1,5, t_B &= 2,630\tau \\ \xi = 2, t_B &= 3,520\tau \\ \xi = 3, t_B &= 5,37\tau \end{aligned}$$

Or,

$$2\xi\tau = R\sqrt{\frac{C}{L}} \sqrt{LC} = RC,$$

donc :

$$\tau = \frac{RC}{2\xi}$$

Il est intéressant de comparer  $t_B$  à  $RC$ , ce qui donne :

$$\begin{aligned} \text{pour } \xi = 1,001, t_B &= 0,875 RC \\ \xi = 1,5, t_B &= 0,877 RC \\ \xi = 2, t_B &= 0,880 RC \\ \xi = 3, t_B &= 0,895 RC \end{aligned}$$

On voit que le temps de blocage dépend surtout de  $RC$ , il dépend peu de la réactance du récepteur puisque, à  $R$  et  $C$  donnés,  $\xi$  égal à  $\frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$  ne varie que comme  $\frac{1}{\sqrt{L}}$  et que  $\xi$  intervient peu dans le coefficient liant  $t_B$  à  $RC$ .

A  $R$  et  $C$  donnés,  $t_B$  augmente légèrement quand  $\xi$  croît, c'est-à-dire quand  $L$  diminue. A la limite, quand  $L$  est nul, l'étude du débit sur résistance pure, a montré qu'(voir SI.2.3.2.)  $t_B = 0,90RC$ .

Pour que le blocage soit assuré à tous les régimes, il faut que  $t_B$  soit supérieur au temps de régénération  $t_r$  même lorsque  $\xi$  est faible.

$$C_{\min} > \frac{t_r}{0,875R_{\min}} \quad (48)$$

#### . Condition de bon fonctionnement

Plus  $\frac{t}{T}$  augmente, donc plus à fréquence et à récepteur donnés on accroît la valeur des capacités, plus la forme d'onde des tensions de sortie se détériore. C'est la limitation de  $\frac{t}{T}$  à la fréquence maximale de fonctionnement prévue qui indique la valeur maximale de  $C$ .

Pour suivre la détérioration des performances, quand  $\frac{t}{T}$  croît, on peut remarquer que le courant  $i_1$  dans une phase (fig.18) varie peu avec la fréquence pendant la phase de conduction du thyristor correspondant, mais beaucoup pendant la phase de blocage.

Le rapport  $I_1/E/R$  caractérise donc bien par son augmentation la dégradation des performances du découpeur.

Nous avons repris (Pl.VII) en adoptant une échelle linéaire pour  $\frac{\tau}{T}$ , les caractéristiques  $I_1/E/R = f\left(\frac{\tau}{T}\right)$ . On remarque que ce rapport est, pour les faibles fréquences, sensiblement proportionnel à  $\frac{\tau}{T}$ .

$$\text{Pour } \xi = 1,001, \quad \frac{I_1}{E/R} = \frac{1}{\sqrt{3}} + 4,52 \frac{\tau}{T}$$

$$\xi = 1,5 \quad , \quad \frac{I_1}{E/R} = \frac{1}{\sqrt{3}} + 7,00 \frac{\tau}{T}$$

$$\xi = 2 \quad , \quad \frac{I_1}{E/R} = \frac{1}{\sqrt{3}} + 9,50 \frac{\tau}{T}$$

$$\xi = 3 \quad , \quad \frac{I_1}{E/R} = \frac{1}{\sqrt{3}} + 14,60 \frac{\tau}{T}$$

Puisque  $\tau = \frac{RC}{2\xi}$ , on peut reprendre les relations précédentes et montrer comment  $\frac{I_1}{E/R}$  varie en fonction de RC.

$$\text{Pour } \xi = 1,001, \quad \frac{I_1}{E/R} = \frac{1}{\sqrt{3}} + 2,258 \frac{RC}{T}$$

$$\xi = 1,5 \quad , \quad \frac{I_1}{E/R} = \frac{1}{\sqrt{3}} + 2,335 \frac{RC}{T}$$

$$\xi = 2 \quad , \quad \frac{I_1}{E/R} = \frac{1}{\sqrt{3}} + 2,380 \frac{RC}{T}$$

$$\xi = 3 \quad , \quad \frac{I_1}{E/R} = \frac{1}{\sqrt{3}} + 2,430 \frac{RC}{T}$$

On voit que, comme le temps  $t_p$ , le courant  $I_1$  dépend surtout de  $\frac{RC}{T}$ , l'influence de  $\xi$  donc de L sur sa valeur est faible. D'ailleurs, dans le cas limite du débit sur une résistance pure, le début de la caractéristique  $\frac{V_1}{E} = f\left(\frac{\tau}{T}\right)$  correspond (Pl.I) à :

$$\frac{I_1}{E/R} = \frac{1}{\sqrt{3}} + 2,44 \frac{RC}{T}$$

A valeurs données de R, C et T, le rapport  $\frac{I_1}{E/R}$  diminue légèrement quand L augmente ; la forme d'onde la plus mauvaise correspond donc au débit sur résistance pure.

Pour trouver la limite imposée pour rester dans la zone de fonctionnement acceptable, on reprendra donc la condition posée dans le cas d'une charge uniquement résistive.

$$\frac{RC}{T} < 0,08, \text{ qui correspond à } \frac{I_1}{E/R} < 0,85.$$

A fréquence donnée, cette condition donne la valeur maximale de la capacité ; à montage donné, elle indique la fréquence maximale de fonctionnement acceptable :

$$C < \frac{0,08}{f \cdot R} \quad f < \frac{0,08}{RC} \quad (49)$$

On vérifie que si la condition (49) est remplie l'hypothèse de la linéarité des courbes  $t_B = f(\frac{\tau}{T})$  et  $\frac{I_1}{E/R} = f(\frac{\tau}{T})$  à  $\xi$  donné, qui a permis de chiffrer la discussion précédente, est vérifiée. En effet, puisque :

$$2 \xi \frac{\tau}{T} = \frac{RC}{T}$$

la condition :

$$\frac{RC}{T} < 0,08$$

correspond :

$$\text{pour } \xi = 1,001 \text{ à } \frac{\tau}{T} < 4 \cdot 10^{-2}$$

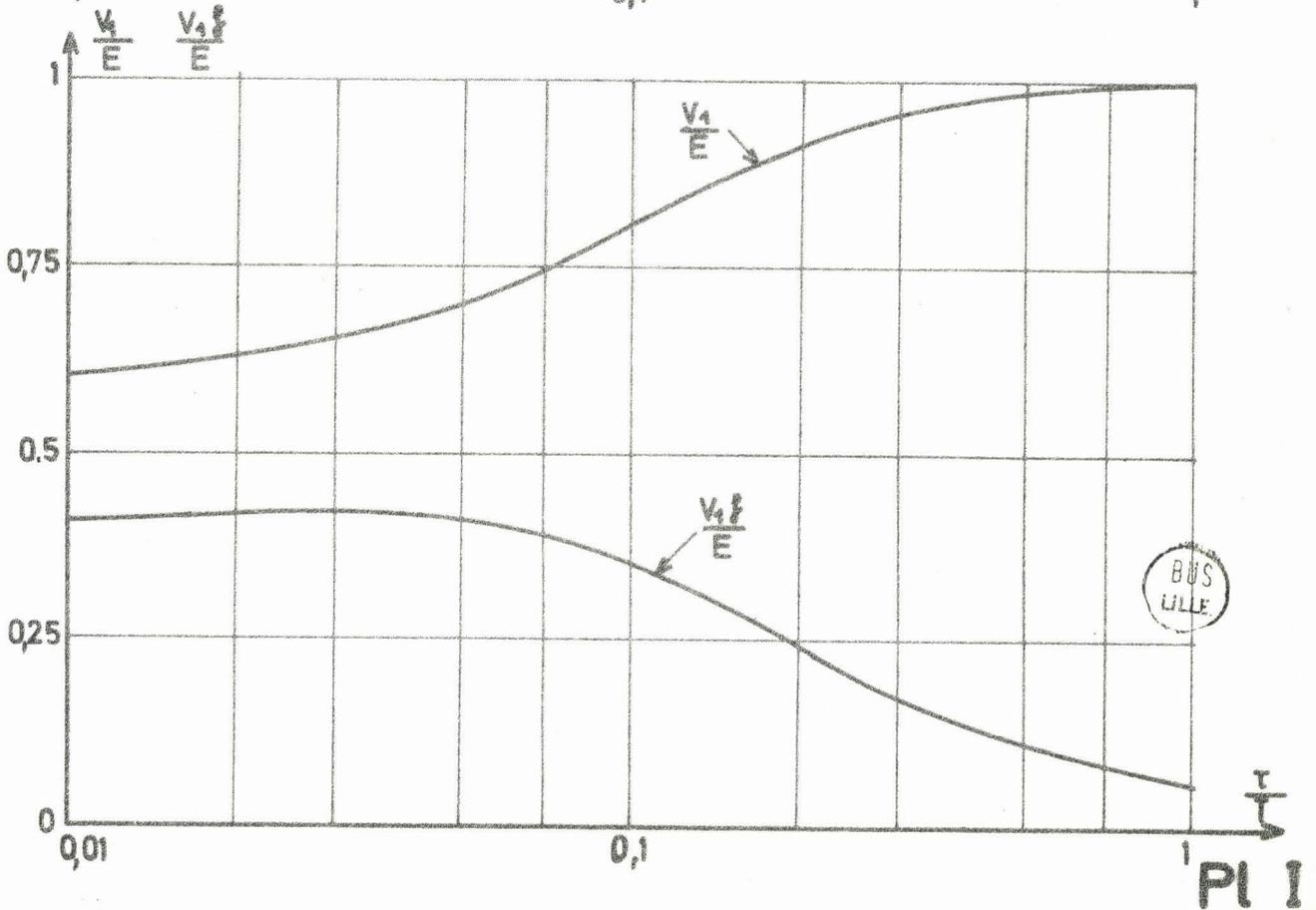
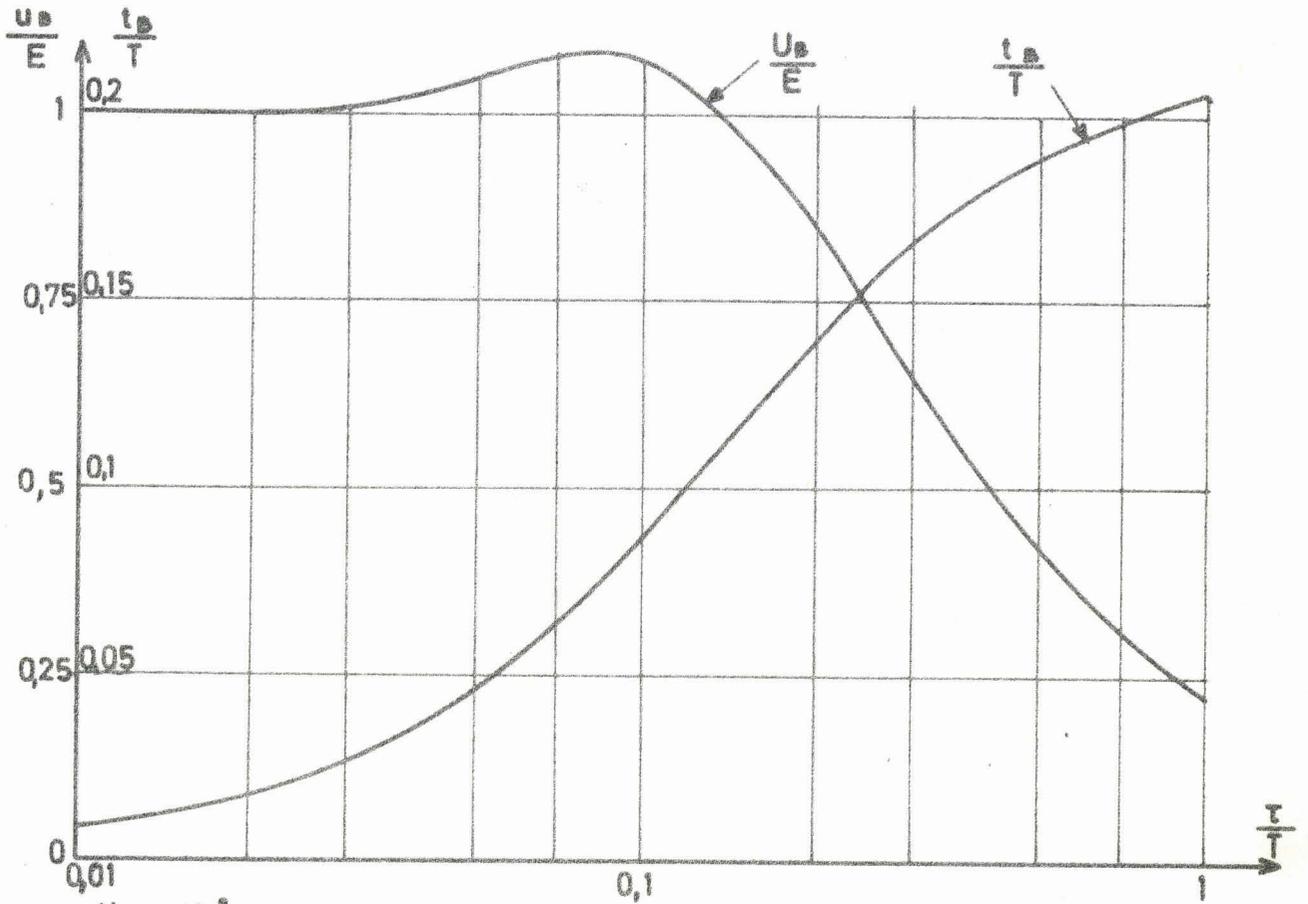
$$\xi = 1,5 \quad \text{à } \frac{\tau}{T} < 2,67 \cdot 10^{-2}$$

$$\xi = 2 \quad \text{à } \frac{\tau}{T} < 2 \cdot 10^{-2}$$

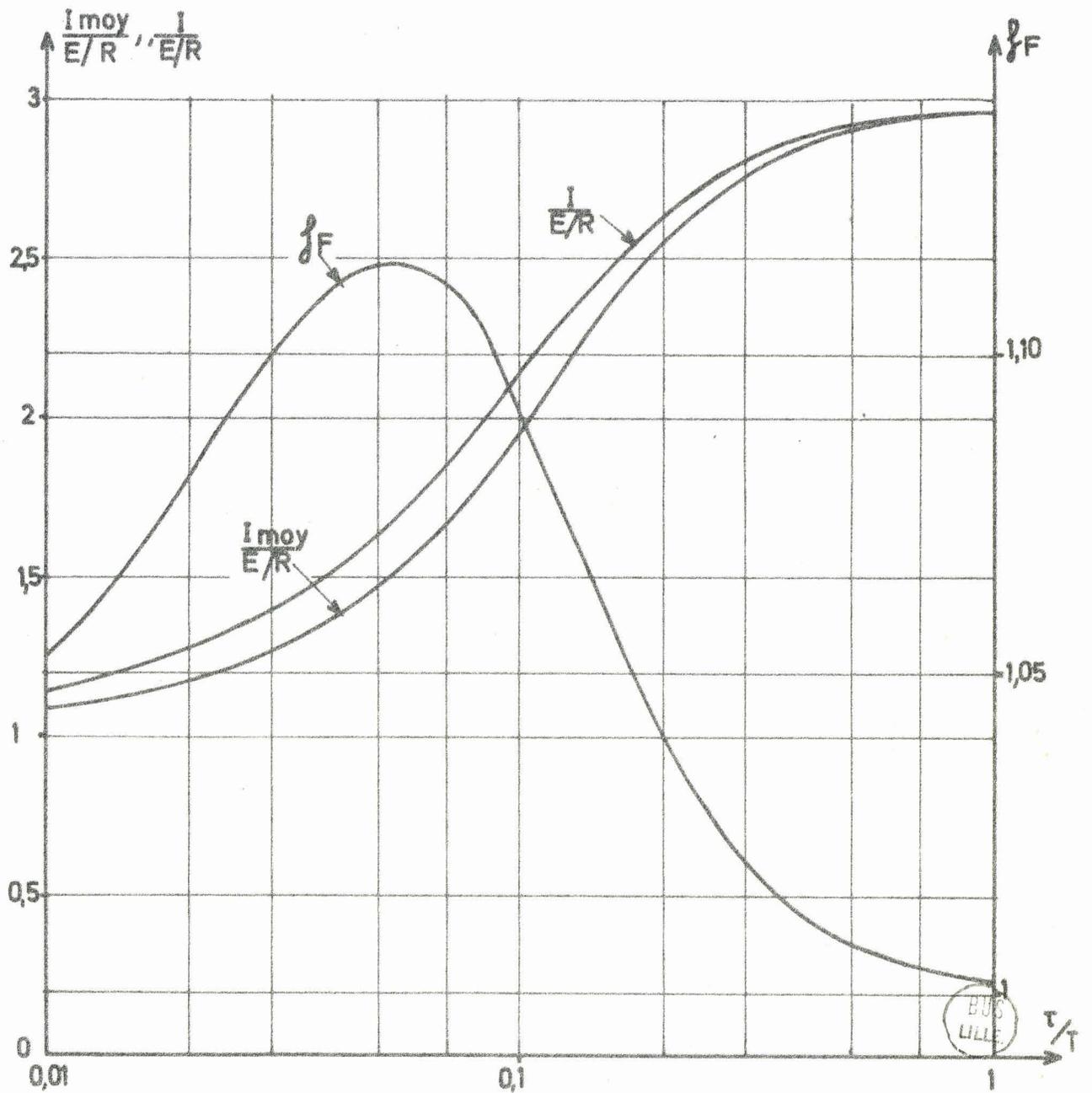
$$\xi = 3 \quad \text{à } \frac{\tau}{T} < 1,33 \cdot 10^{-2}$$

La comparaison des conditions (48) et (49) avec celles (26) et (27), établies pour le débit du découpeur sur résistance, montre qu'on arrive sensiblement à la même limite de fonctionnement possible sur un récepteur donné.

### P.3. DEBIT SUR R

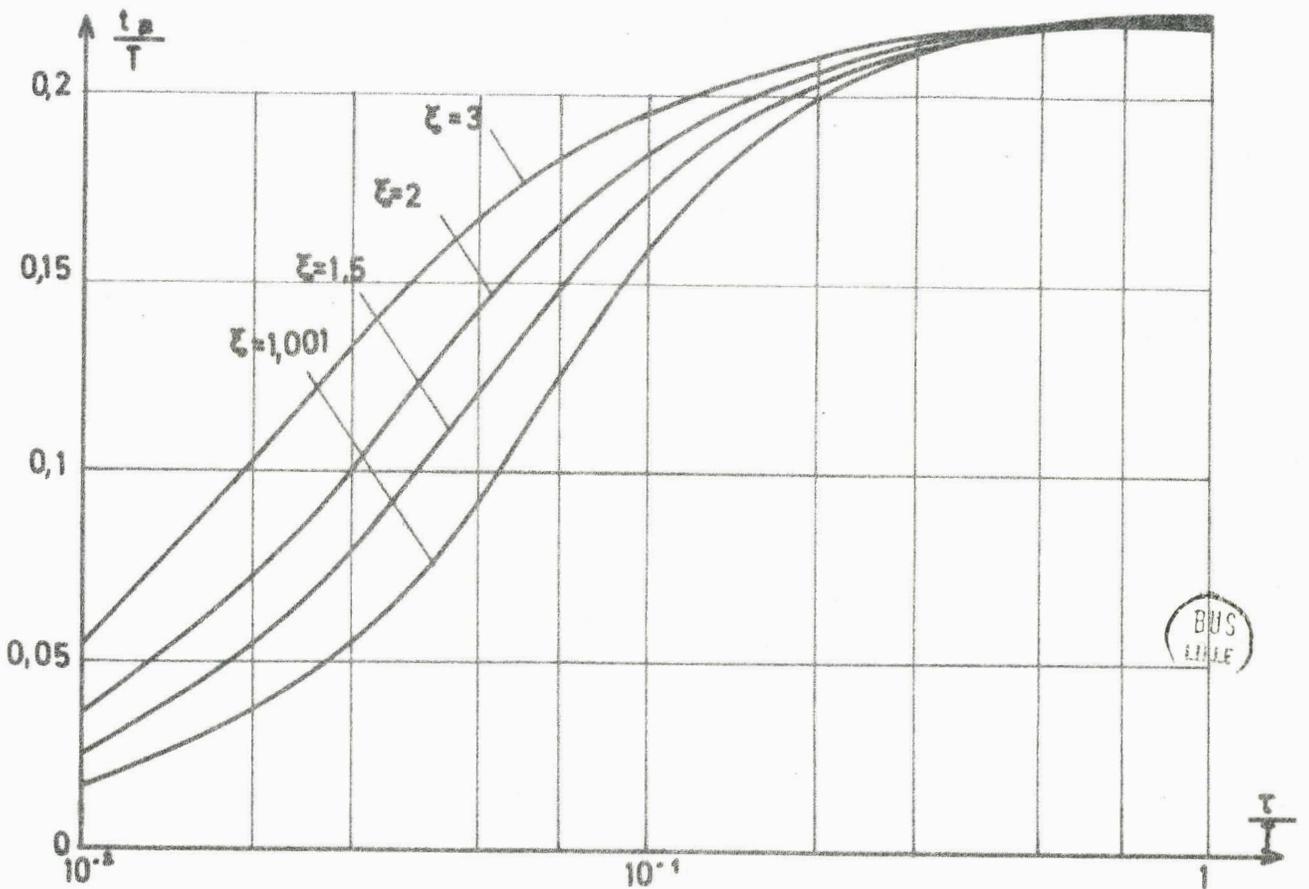
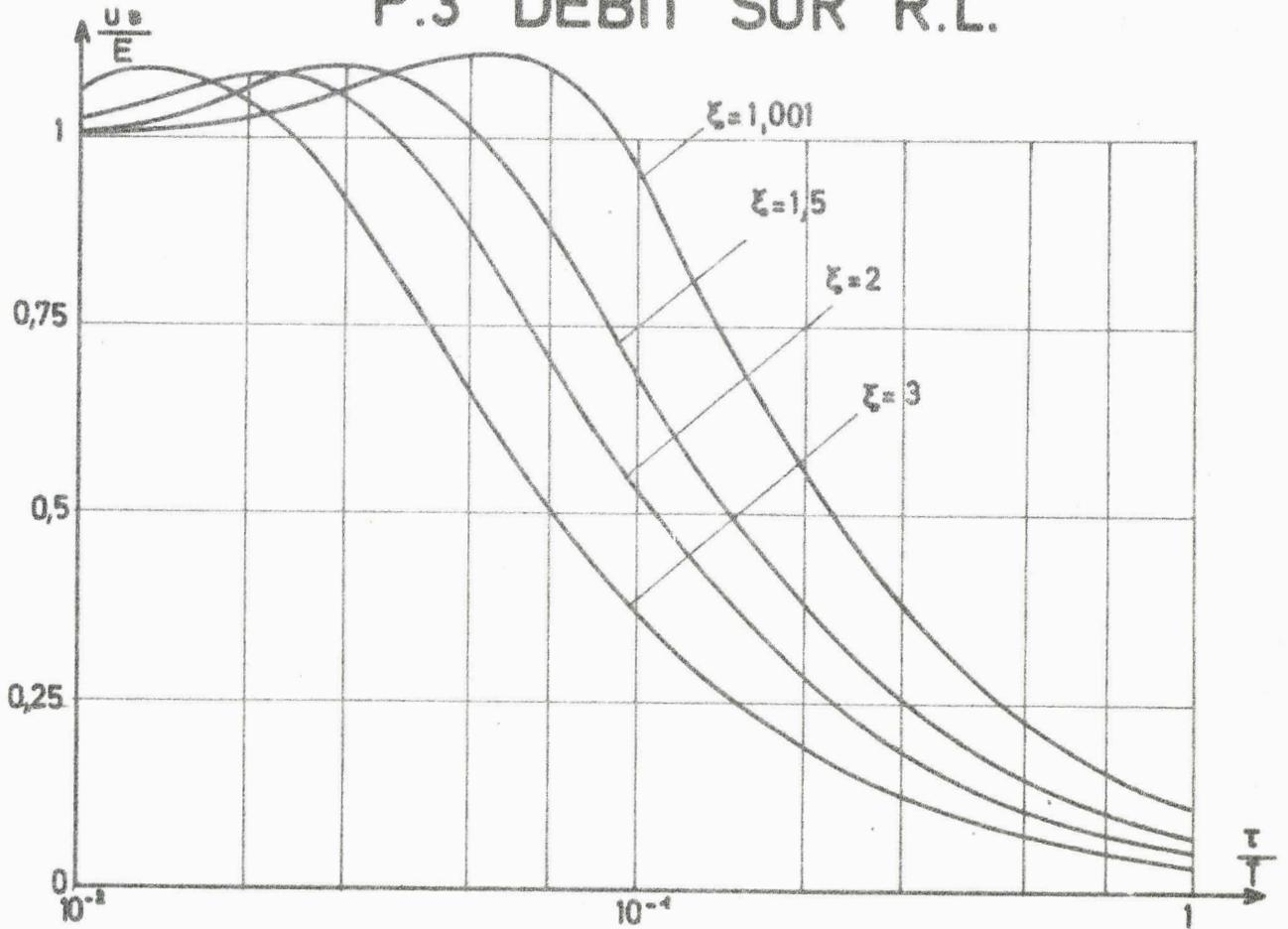


### P.3. DEBIT SUR R



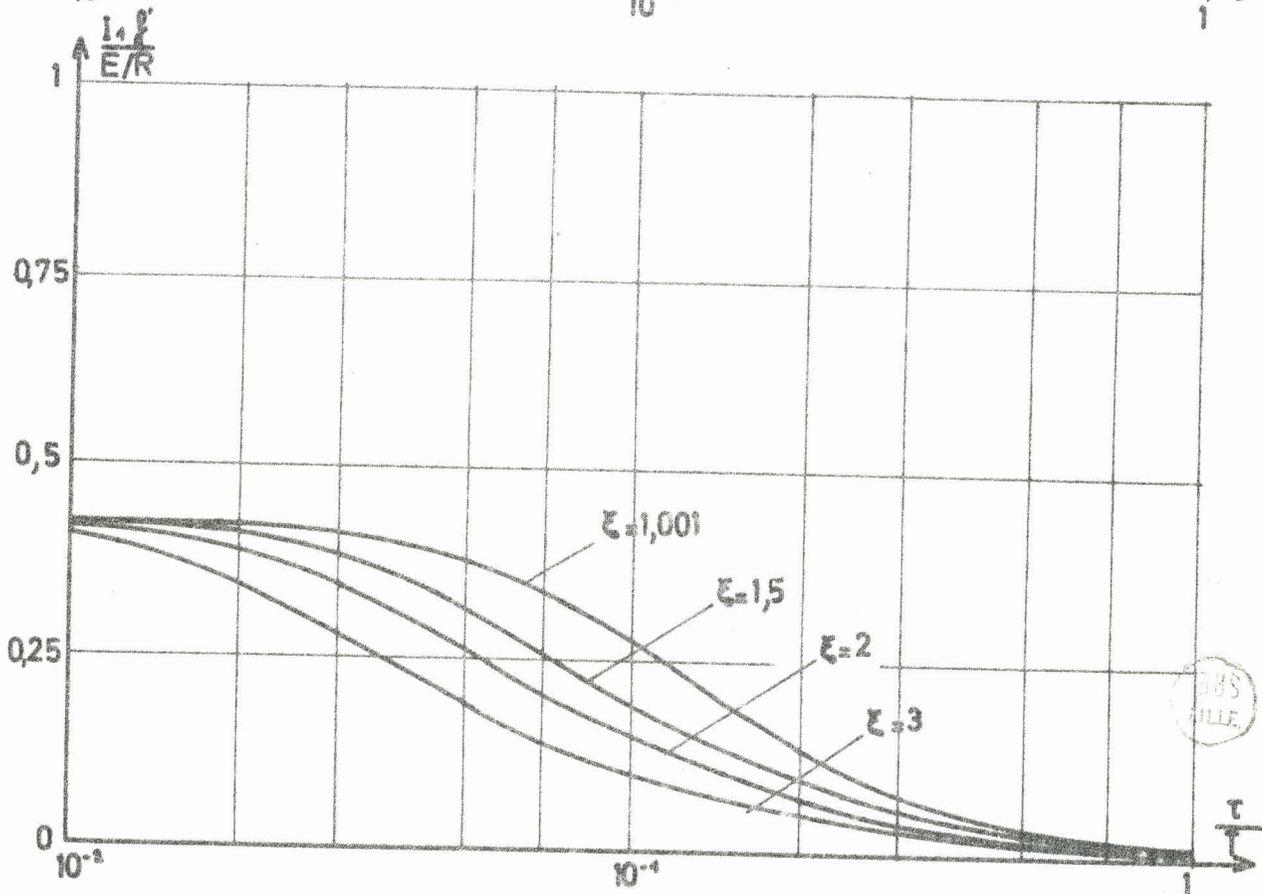
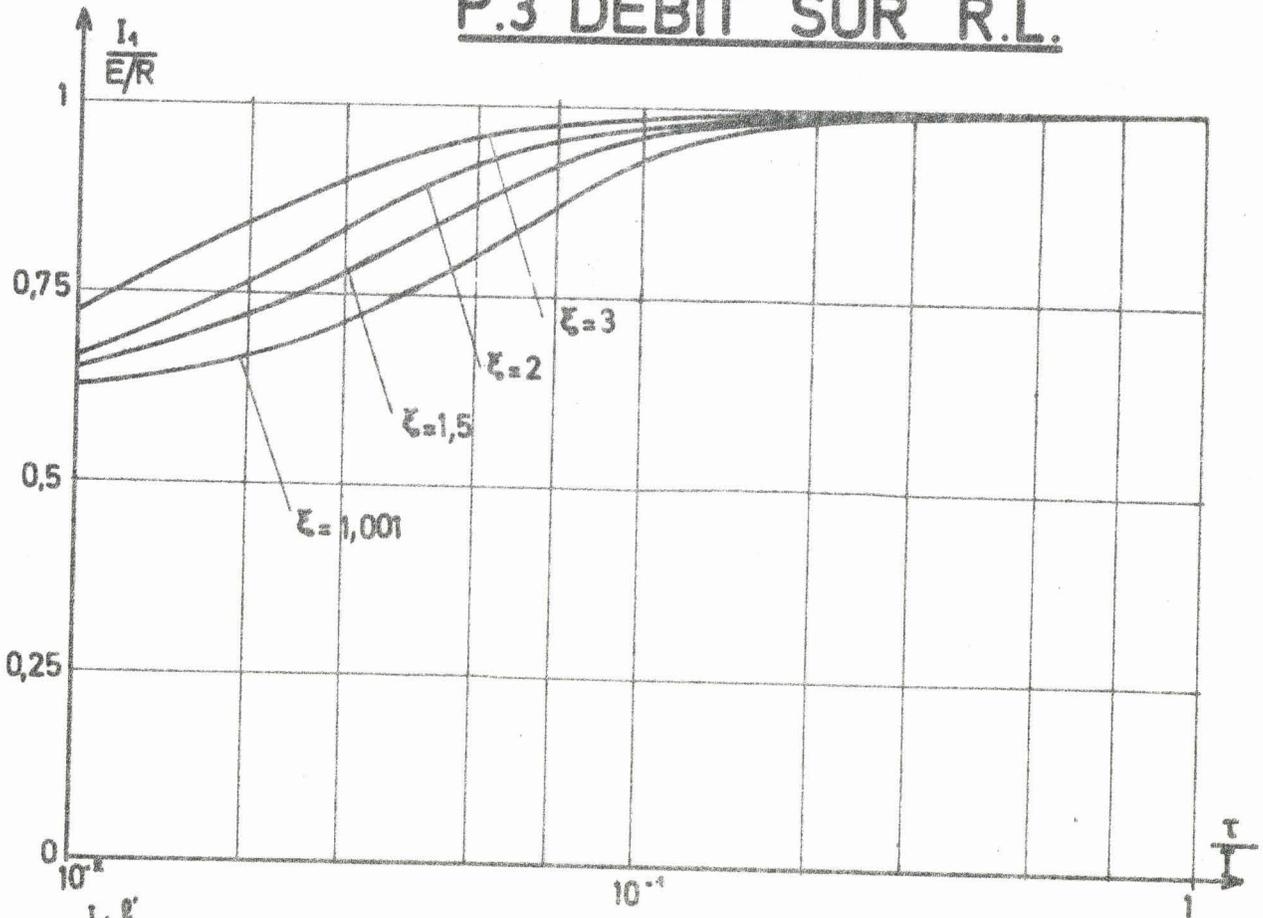
PI II

### P.3 DEBIT SUR R.L.

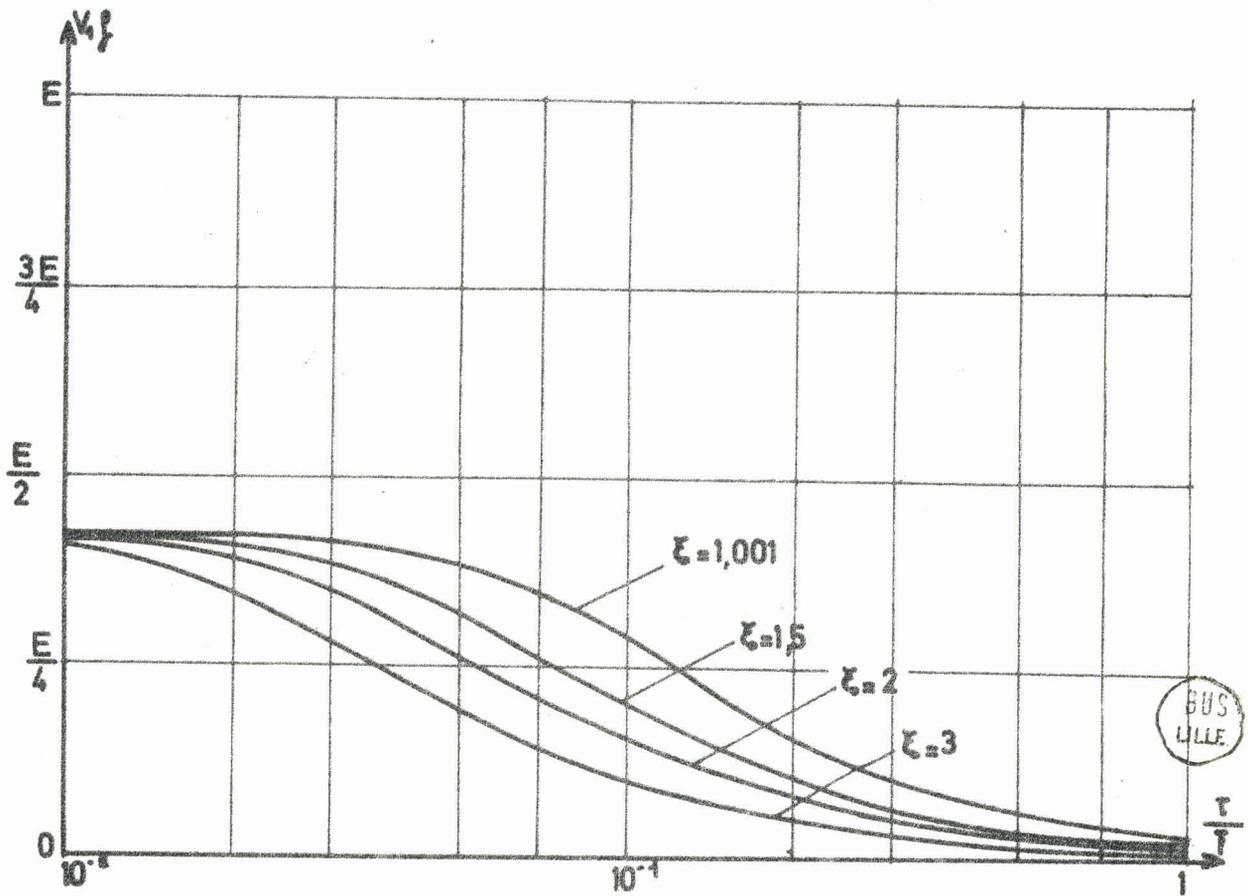
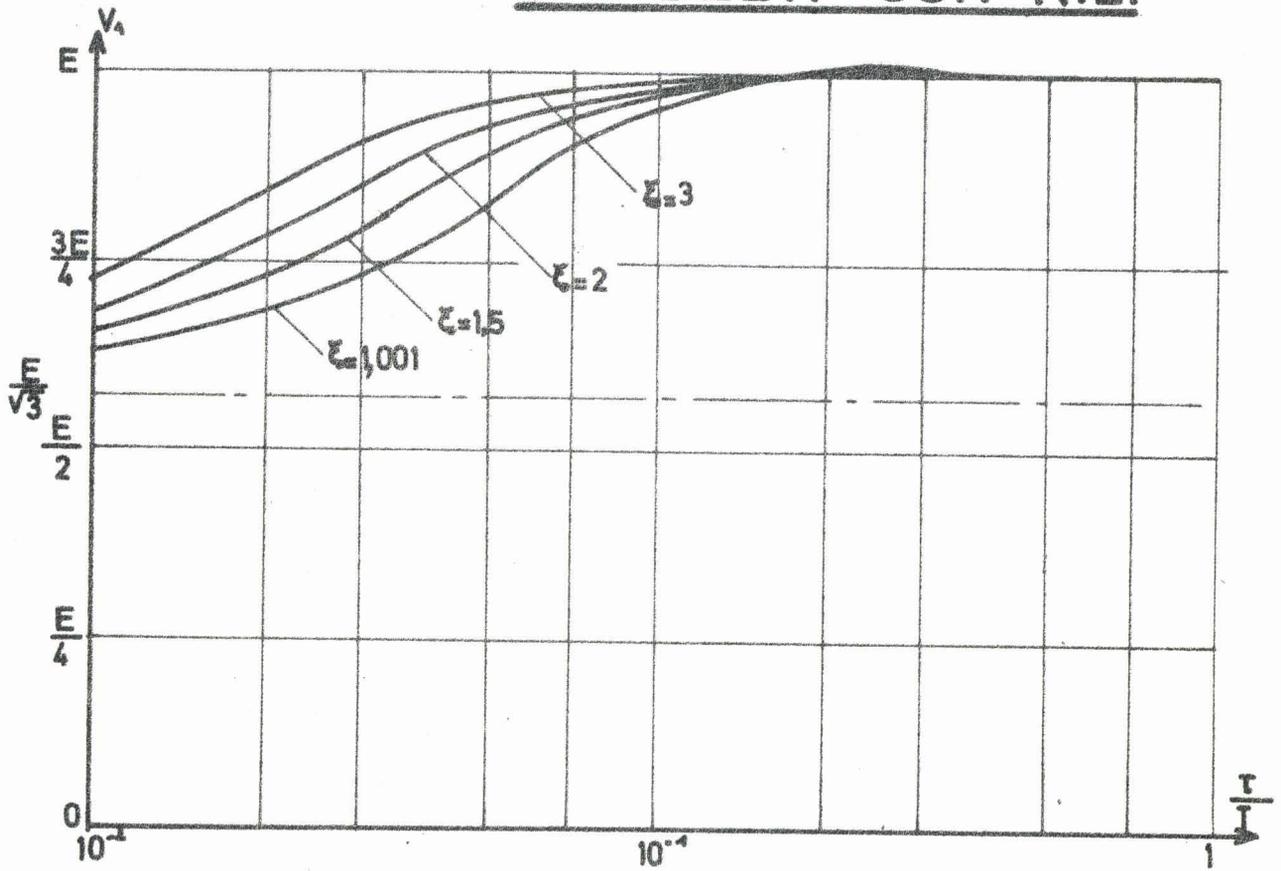


BUS  
LILLE

### P.3 DEBIT SUR R.L.

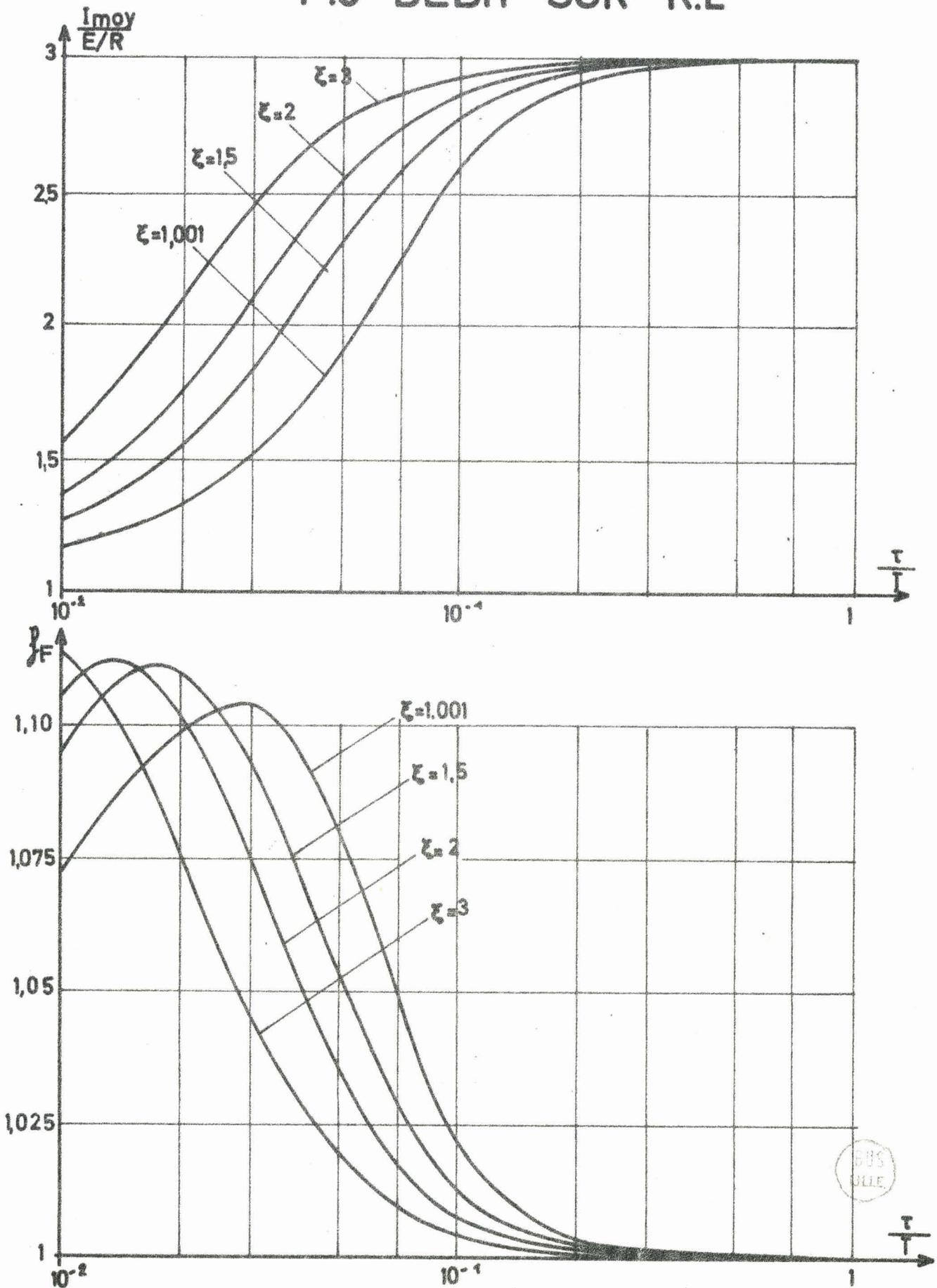


# P.3 DEBIT SUR R.L.



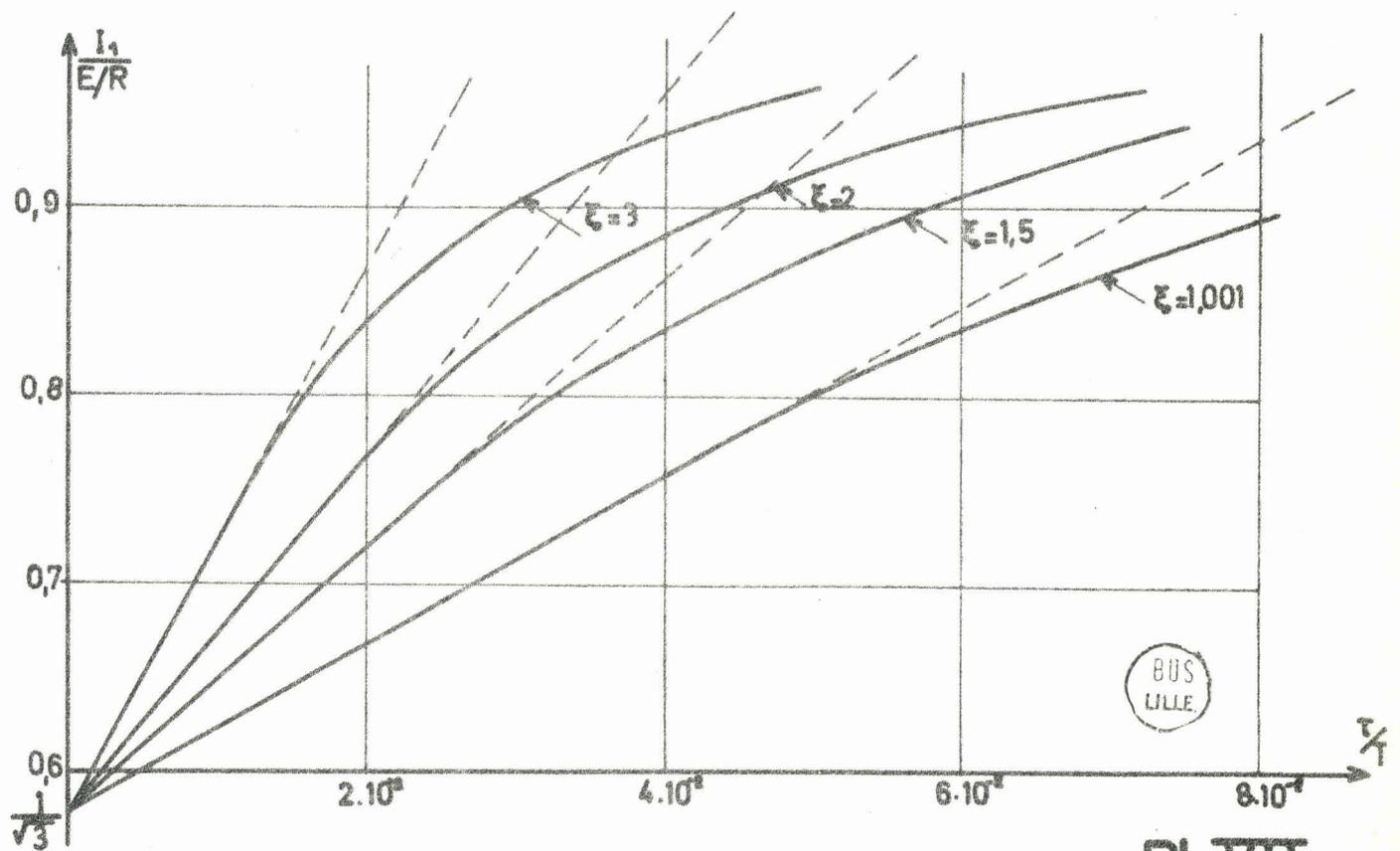
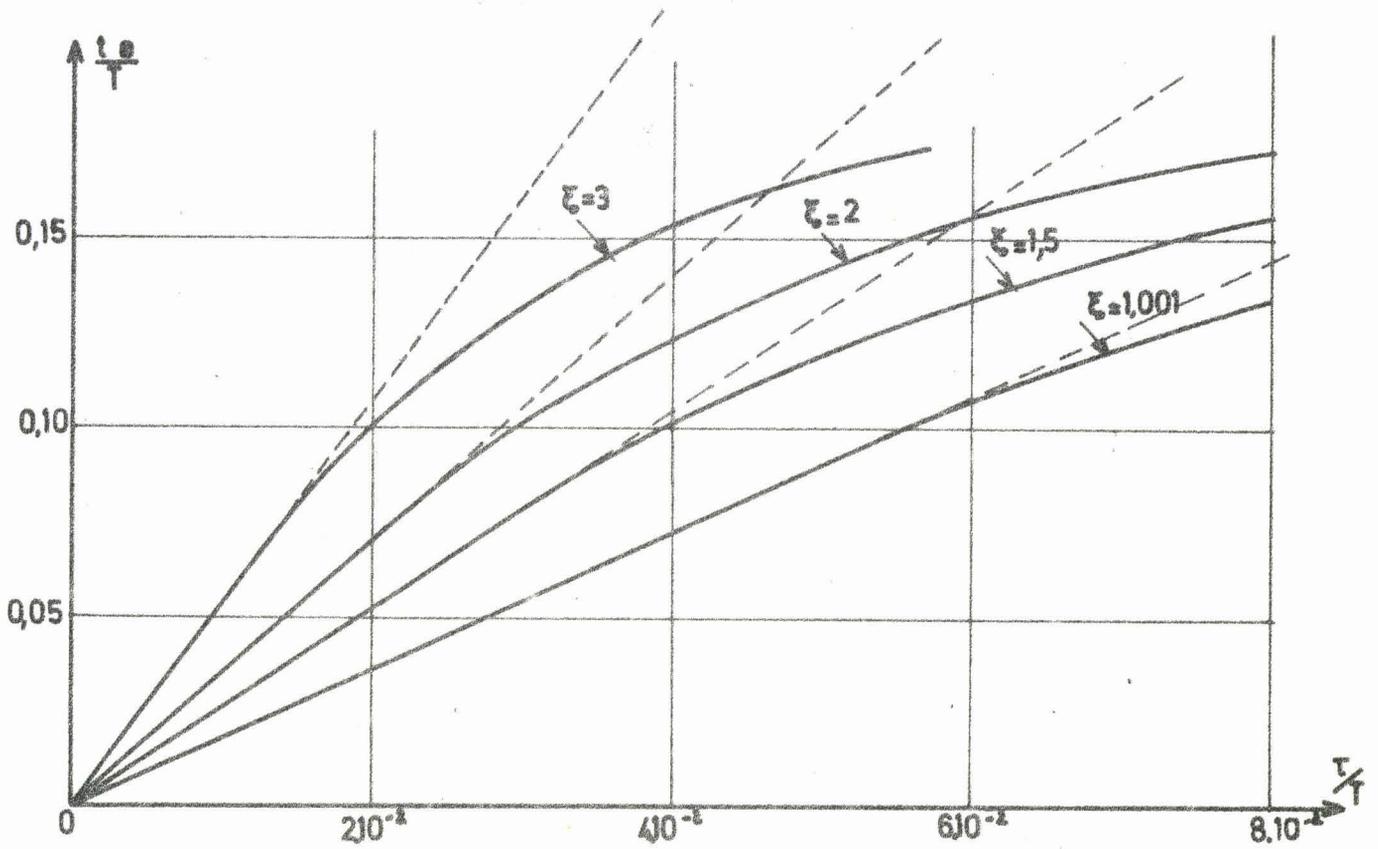
PI V

### P.3 DEBIT SUR R.L



BUS  
VILLE

### P.3 DEBIT SUR R.L.



BUS  
LILLE

## CHAPITRE II

---

### LE DECOUPEUR INVERSEUR TRIPHASE

#### A SIX THYRISTORS P.D.3

Le découpeur à trois thyristors, dont nous venons d'examiner le fonctionnement, permet d'obtenir trois tensions de période réglable, mais leur composante alternative se superpose à une composante moyenne gênante, or nous avons vu que cette valeur moyenne augmentait avec la fréquence de fonctionnement.

Le montage à trois thyristors ne saurait convenir pour réaliser un onduleur sans transformateur dont on exigeait des performances élevées. Son étude a toutefois l'avantage de pouvoir être entièrement menée, dans le cadre des hypothèses que nous avons précisées (voir §0.4.1.), sans aucune approximation. Les résultats obtenus présentent le grand intérêt de guider la conduite des approximations que l'examen des montages suivant rend pratiquement indispensables.

Pour alimenter vraiment en alternatif un récepteur triphasé, il faut recourir à l'onduleur à six thyristors. Les deux montages possibles, que nous avons repéré par P.D.3 et S.3, utilisent le même groupement des redresseurs contrôlés et des condensateurs de blocage (fig.20), ils ne diffèrent que par le couplage en étoile ou en triangle des phases réceptrices.

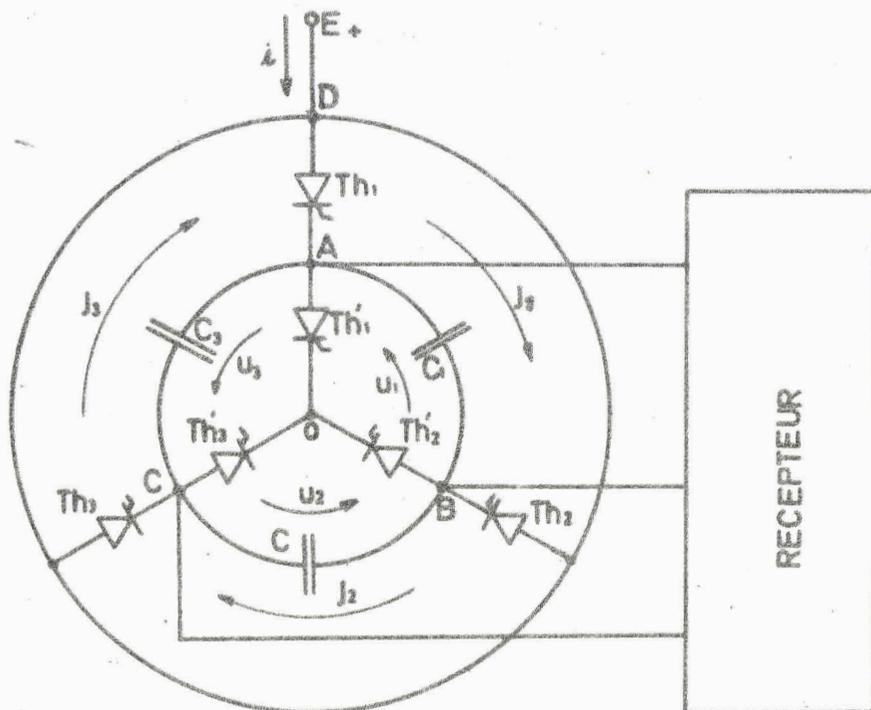
Puisque l'examen de la forme d'onde de la tension aux bornes des condensateurs constitue, ici encore, le moyen le plus commode pour expliquer le principe de fonctionnement, l'exposé de ce principe est le même pour les deux montages à six thyristors. Ce n'est qu'ensuite qu'il est nécessaire de séparer les deux études.

#### II.1. PRINCIPE DES ONDULEURS TRIPHASES A SIX THYRISTORS

La figure 20 donne le schéma de l'onduleur qui, à partir d'une tension continue  $E$  appliquée entre les points  $D$  et  $O$ , alimente en alternatif un récepteur triphasé. Les bornes de ce dernier sont réunies aux points  $A$ ,  $B$  et  $C$ .

Les condensateurs  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$ , assurant le blocage des six thyristors  $Th_1$ ,  $Th_2$ ,  $Th_3$ ,  $Th'_1$ ,  $Th'_2$  et  $Th'_3$ , sont montés également entre les points A, B et C.

Le générateur d'impulsions applique successivement et dans un ordre convenable les signaux de déblocage aux six thyristors. Par période  $T$  de fonctionnement, il fournira six impulsions distantes de  $\frac{T}{6}$ .



- Fig.20.- Schéma de l'onduleur triphasé à six thyristors

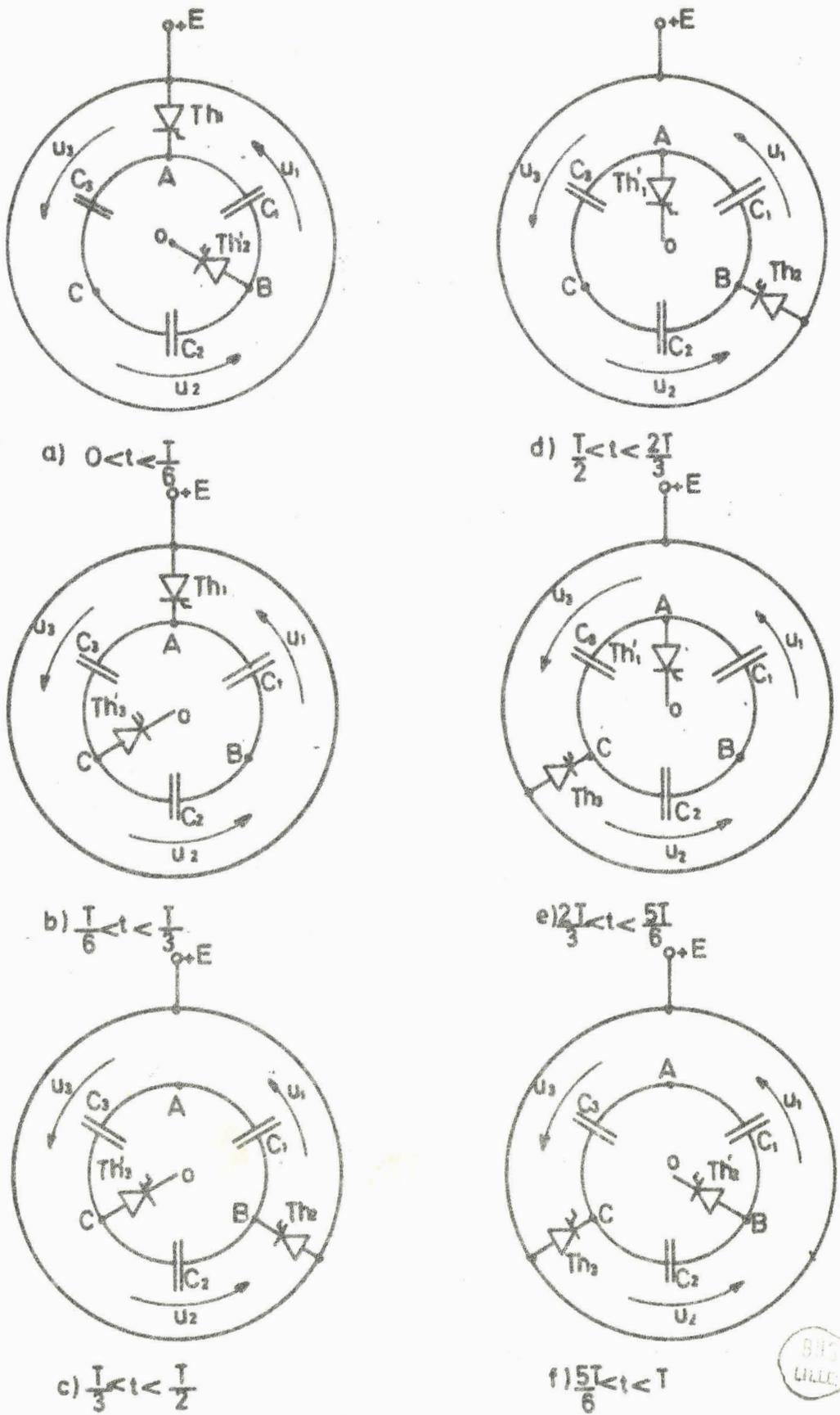
La figure 20 indique également les notations et conventions de signes utilisées. Comme pour le découpeur P.3, on appelle :

- $u_1, u_2, u_3$ , les tensions aux bornes des condensateurs  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$ ,
- $j_1, j_2, j_3$ , les courants correspondants,
- $i$ , le courant total absorbé.

On prend comme origine des temps l'instant de déclenchement du thyristor  $Th_1$ .

#### II.1.1. Evolution des tensions aux bornes des condensateurs

Les thyristors  $Th_1$ ,  $Th'_3$ ,  $Th_2$ ,  $Th'_1$ ,  $Th_3$ ,  $Th'_2$  sont déblocqués respectivement aux instants  $t = 0$ ,  $t = \frac{T}{6}$ ,  $t = \frac{2T}{6}$ ,  $t = \frac{3T}{6}$ ,  $t = \frac{4T}{6}$  et  $t = \frac{5T}{6}$ . Si l'entrée en conduction d'un redresseur entraîne le blocage de celui de la même série qui était précédemment conducteur, le schéma équivalent au montage présentera, au cours de chaque période  $T$ , six configurations successives (fig.21).



- Fig. 21.- Configurations successives de l'onduleur triphasé durant les six intervalles de durée  $T/6$  marquant chaque période  $T$ . (seuls les thyristors conducteurs sont représentés).

Suivons l'évolution des tensions  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  en régime établi. On sait qu'on pourra déduire les autres variables de ces tensions.

La symétrie du montage implique que les formes d'onde de  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  sont les mêmes au décalage de  $T/3$  près.

. A l'instant  $t = 0$ , une impulsion envoyée sur la gâchette de  $Th_1$ , le débloque ; le thyristor de l'autre série  $Th'_2$ , qui était conducteur, le reste. La tension  $u_1$ , aux bornes du condensateur  $C_1$ , prend dès l'instant  $t = 0$ , la valeur  $+E$ . Le récepteur jouant le rôle de diviseur de tension, les deux autres tensions  $u_2$  et  $u_3$  tendent vers  $-E/2$ .

Le long du circuit fermé ABC, la somme des tensions  $u_1 + u_2 + u_3$  est nulle, donc  $u_2 + u_3 = -E$ , les courbes représentant  $u_2$  et  $u_3$  sont donc symétriques par rapport à la droite d'ordonnée  $-E/2$ .

. A l'instant  $t = \frac{T}{6}$ , le condensateur  $C_2$  est chargé négativement, l'impulsion envoyée sur la gâchette de  $Th'_3$  le débloque, puisque la tension à ses bornes est  $-u_2$ . Le débit de  $Th'_3$  provoque le blocage de  $Th'_2$  puisqu'il porte la tension aux bornes de ce redresseur à  $+u_2$ .

Dès l'instant  $t = \frac{T}{6}$ , la tension  $u_3$  prend la valeur  $-E$ , puisque  $C_3$  est directement relié à la source de tension  $E$  par les deux thyristors passants  $Th_1$  et  $Th'_3$ . On a donc  $u_1 + u_2 = E$  et les formes d'ondes des tensions  $u_1$  et  $u_2$  sont symétriques par rapport à la droite  $-E/2$ .

Mais pour  $t = \frac{T}{6} - \epsilon$ ,  $u_1 + u_2$  était égal à  $E + (u_2)_{T/6-\epsilon}$  ; à l'instant  $t = \frac{T}{6} + \epsilon$ , cette somme devient  $-u_3$  ou  $E$ . Donc  $u_1 + u_2$  subit, à l'instant  $\frac{T}{6}$ , une discontinuité de valeur  $-(u_2)_{T/6-\epsilon}$ . Cette anomalie apparente est due au fait qu'on a négligé l'impédance de la source de tension  $E$  et qu'on relie directement à celle-ci les capacités par des redresseurs supposés parfaits. Pour supprimer la pointe de courant d'amplitude infinie, que supposerait cette brusque variation de charge des condensateurs, divers procédés sont possibles ; nous y reviendrons au paragraphe II.1.3.

Les condensateurs  $C_1$  et  $C_2$  étant connectés en série et ayant même capacité, la discontinuité de la tension aux bornes de l'ensemble correspond au brusque transfert à travers eux de la même quantité d'électricité. Les deux tensions  $u_1$  et  $u_2$  présenteront, à l'instant  $t = \frac{T}{6}$ , des discontinuités égales d'amplitude  $-\frac{1}{2} (u_2)_{T/6-\epsilon}$

Durant l'intervalle  $\frac{T}{6}$ ,  $\frac{T}{3}$ , les tensions  $u_1$  et  $u_2$  tendent vers  $+\frac{E}{2}$ .

. A l'instant  $t = \frac{T}{3}$ , la tension  $u_1$ , aux bornes de  $C_1$  ou de  $Th_2$  bloqué, est positive. L'envoi d'une impulsion sur la gâchette de ce thyristor entraîne donc son amorçage et, par là, le blocage de  $Th_1$  dont la tension anodique devient  $-u_1$ .

La tension  $u_2$  prend instantanément la valeur  $+E$ . Les tensions  $u_1$  et  $u_3$  tendent vers  $-E/2$  symétriquement par rapport à cette valeur.

. Pendant l'intervalle  $\frac{T}{3}, \frac{T}{2}$ , le schéma équivalent au montage est le même qu'entre  $t = 0$  et  $t = T/6$  à l'accroissement d'une unité des indices près.

$$u_2 \text{ pour } \frac{T}{3} < t < \frac{T}{2} = u_1 \text{ pour } 0 < t < \frac{T}{6}$$

$$u_3 \text{ pour } \frac{T}{3} < t < \frac{T}{2} = u_2 \text{ pour } 0 < t < \frac{T}{6}$$

$$u_1 \text{ pour } \frac{T}{3} < t < \frac{T}{2} = u_3 \text{ pour } 0 < t < \frac{T}{6}$$

La symétrie du montage et l'ordre d'envoi des impulsions donnent aux tensions  $u_1, u_2, u_3$  des formes d'ondes identiques mais décalées de  $\frac{T}{3}$ .

Durant les trois intervalles de durée  $\frac{T}{6}$  de la seconde moitié de la période  $T$ , le schéma équivalent au montage est le même que durant les trois intervalles de la première moitié, si ce n'est que les connexions à la source sont inversées.

Pour  $\frac{3T}{6} < t < \frac{4T}{6}$  (fig 21d), la borne A est reliée à  $-E$  et la borne B à  $+E$ , alors que pour  $0 < t < \frac{T}{6}$  (fig.21a), A était réuni à  $+E$  et B à  $-E$ . La comparaison des figures 21e et 21b, puis 21f et 21c conduit à la même conclusion.

Les tensions  $u_1, u_2$  et  $u_3$  évoluent donc de la même façon entre  $\frac{T}{2}$  et  $T$  que  $-u_1, -u_2$  et  $-u_3$  entre  $0$  et  $\frac{T}{2}$ .

De plus, en régime établi, ces trois tensions doivent avoir une valeur moyenne nulle car les trois capacités sont reliées à la source de tension  $E$  tantôt à l'endroit et tantôt à l'envers aussi longtemps et suivant le même schéma.

L'évolution de ces tensions étant la même, au signe près, durant chaque demi-période et leurs valeurs moyennes étant nulles, on en déduit : (1)

$$(u_1)_{t+\frac{T}{2}} = -(u_1)_t$$

$$(u_2)_{t+\frac{T}{2}} = -(u_2)_t$$

$$(u_3)_{t+\frac{T}{2}} = -(u_3)_t$$

(1) L'alternance négative des tensions aux bornes des condensateurs étant identique au signe près à l'alternance positive, on est assuré de l'absence d'harmonique pair dans le développement en série de ces tensions.

L'identité, au signe près, des deux alternances de chacune des tensions  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  et l'identité des formes d'ondes de ces trois tensions à leur décalage de  $\frac{T}{3}$  près, permettent de limiter, à un intervalle de durée égale à  $\frac{T}{6}$ , l'étude du fonctionnement. On déduit directement de  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  calculés entre 0 et  $\frac{T}{6}$ , la valeur de ces tensions durant tout le reste de la période.

Ainsi, pour la tension  $u_1$  :

$$0 < t < \frac{T}{6}, \quad u_1 = u_1 \text{ pour } 0 < t < \frac{T}{6}$$

$$\frac{T}{6} < t < \frac{2T}{6}, \quad u_1 = -u_1 \text{ pour } \frac{4T}{6} < t < \frac{5T}{6} = -u_2 \text{ pour } 0 < t < \frac{T}{6}$$

$$\frac{2T}{6} < t < \frac{3T}{6}, \quad u_1 = u_3 \text{ pour } 0 < t < \frac{T}{6}$$

$$\frac{3T}{6} < t < \frac{4T}{6}, \quad u_1 = -u_1 \text{ pour } 0 < t < \frac{T}{6}$$

$$\frac{4T}{6} < t < \frac{5T}{6}, \quad u_1 = u_2 \text{ pour } 0 < t < \frac{T}{6}$$

$$\frac{5T}{6} < t < T, \quad u_1 = -u_3 \text{ pour } 0 < t < \frac{T}{6}$$

La figure 22 donne un exemple de formes d'ondes des tensions  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  correspondant à la description du fonctionnement du montage et aux relations liant ces trois grandeurs.

### II.1.2. Evolution des tensions aux bornes des redresseurs

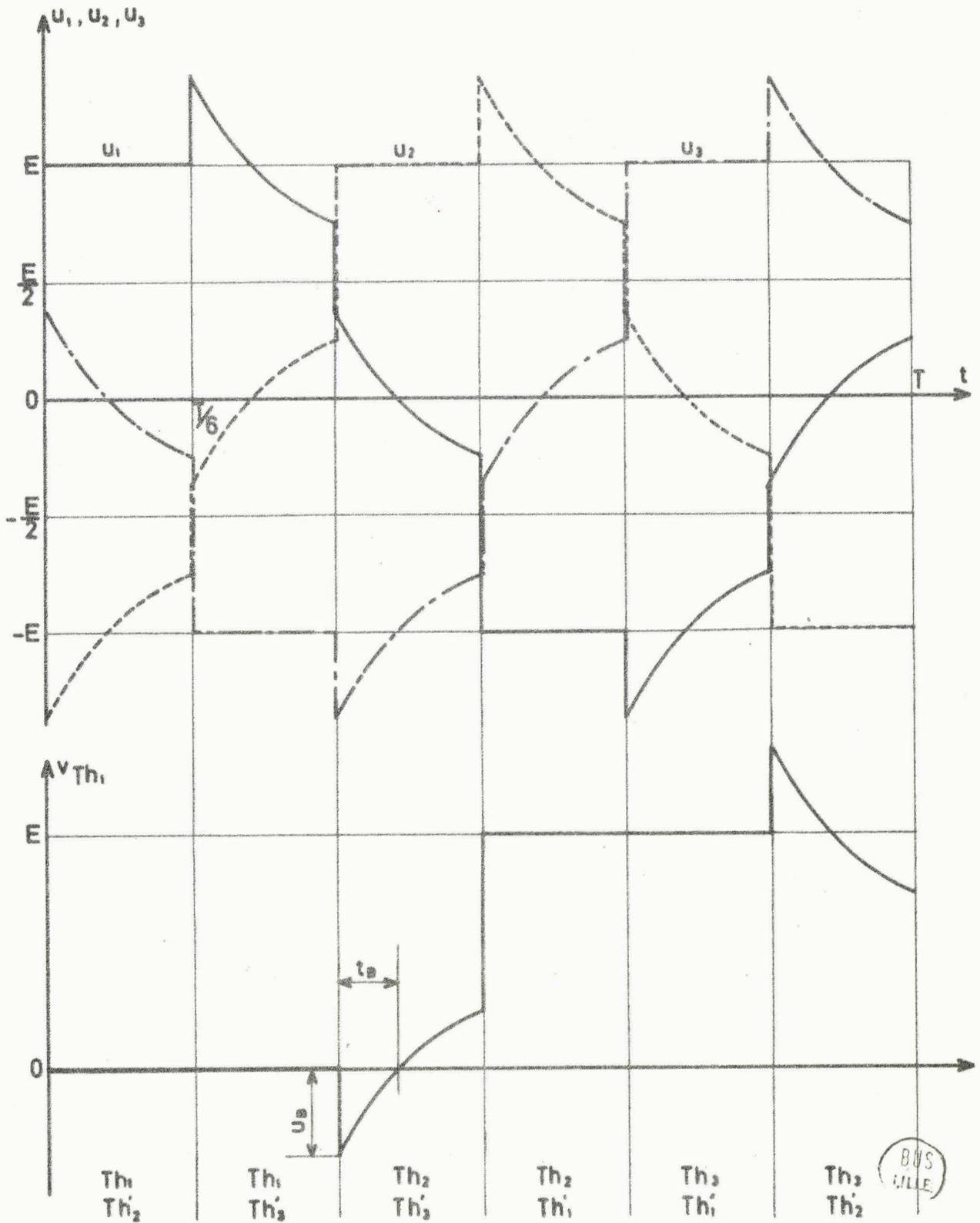
=====

Les tensions aux bornes des condensateurs permettent de déterminer les autres variables. Montrons simplement ici que la forme d'onde des tensions aux bornes des thyristors qui découle de celle de  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  correspond bien à leur conduction ou à leur blocage pendant les intervalles prévus.

La tension  $v_{Th_1}$  aux bornes du thyristor  $Th_1$ , par exemple, a pour expressions successives :

$$v_{Th_1} = 0, \text{ pour } 0 < t < \frac{T}{3}, \text{ puisque ce redresseur est conducteur,}$$

$$v_{Th_1} = -u_1, \text{ pour } \frac{T}{3} < t < \frac{2T}{3}, \text{ puisque } Th_2 \text{ est conducteur.}$$



- Fig. 22.- Exemple de formes d'ondes possibles

- des tensions  $u_1, u_2, u_3$  aux bornes de  $C_1, C_2, C_3$
  - de la tension  $v_{Th1}$  aux bornes du thyristor  $Th_1$
- (Durant chaque intervalle, on a indiqué les deux redresseurs conducteurs).

$v_{Th_1} = u_3$ , pour  $\frac{2T}{3} < t < T$ , puisque  $Th_3$  est conducteur.

En particulier de  $\frac{T}{2}$  à  $\frac{T}{2} + \frac{T}{3}$ ,  $v_{Th_1} = +E$  car, pour  $\frac{T}{2} < t < \frac{2T}{3}$ ,  $-u_1 = E$  et pour  $\frac{2T}{3} < t < \frac{T}{2} + \frac{T}{3}$ ,  $u_3 = +E$ .

Sur la figure 22, on a tracé la forme d'onde de  $v_{Th_1}$  correspondant à celle des tensions aux bornes des capacités.

On voit apparaître les deux paramètres qui caractérisent le blocage du thyristor à la fin de l'intervalle de conduction qui lui est assigné :

- le temps de blocage  $t_B$
- la tension de blocage  $u_B$ .

On voit également que la tension  $v_{Th_1}$  est positive à l'instant où ce redresseur reçoit son impulsion de commande.

### II.1.3. Le problème du courant des capacités

=====

L'étude de l'onduleur à sur thyristors, qu'il s'agisse du montage P.D.3 ou du montage S.3, soulève une difficulté qu'on n'a pas rencontrée dans l'étude du P.3. Pour ce dernier, en effet, les capacités de blocage étaient reliées à la source de tension  $E$  par l'intermédiaire des phases réceptrices, celles-ci réglaient la rapidité des variations des tensions des condensateurs et l'amplitude des courants correspondants.

Il en est autrement pour l'onduleur schématisé par la figure 20 qui montre que les condensateurs sont reliés directement par les redresseurs à la source de tension continue. Ceci a entraîné, dans la description du fonctionnement, l'apparition de discontinuités des tensions aux bornes des condensateurs qui correspondent à des pointes de courant de charge ou de décharge de durée nulle mais d'amplitude infinie.

En pratique, il faut limiter ces pointes de courant qui entraîneraient la destruction des redresseurs traversés par le courant de court-circuit de la source.

Nous avons donné (voir fig.7), un exemple concret de montage où cette limitation est obtenue par une inductance placée en amont du découpeur-inverseur. On peut aussi envisager de placer une inductance ou une résistance en série avec chaque condensateur de blocage.

Tenir compte, tout au long des calculs, de cet élément supplémentaire destiné à limiter les pointes de courant rendrait l'étude des onduleurs à six thyristors beaucoup plus compliquée que celle du découpeur P.3, or, celle-ci conduisait déjà à des relations très lourdes.

En effet, il faudrait introduire un paramètre supplémentaire, d'où, outre la complexité des calculs, une multiplication des caractéristiques et une exploitation de celles-ci encore plus difficile.

Or, il n'est pas nécessaire de tenir compte de l'élément de limitation du courant pour obtenir, avec une approximation très acceptable, la plupart des caractéristiques. En effet, en l'absence de cet élément, le montage tend à absorber un courant constant avec une pointe à chaque commutation. Il suffit donc de limiter ces à-coups ou de rendre non nulle la durée des changements des tensions aux bornes des condensateurs qui tendent à se produire lors des amorçages des redresseurs.

Si l'élément additionnel donne à la durée de ces variations rapides une valeur faible par rapport à la période  $T$ , la forme d'onde des tensions aux bornes des condensateurs sera peu modifiée. Il en sera de même de celle des tensions aux bornes des redresseurs, des tensions aux bornes des phases réceptrices et des courants dans celles-ci.

Aussi, tant pour le montage P.D.3 que pour le montage S.3, nous procéderons de la façon suivante :

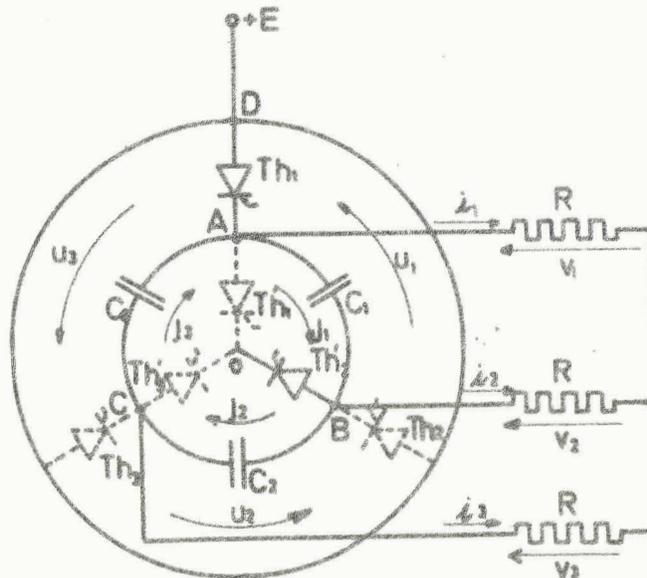
1ère Etape : on néglige l'élément de limitation. Des expressions de  $u_1, u_2, u_3$ , on déduit celles de  $v_1, v_2, v_3$  et de  $i_1, i_2, i_3$  relatives aux phases du récepteur. Ceci permet le tracé des caractéristiques donnant  $u_B, t_B, V_1, V_{1f}, I_1$  et  $I_{1f}$ .

2ème Etape : pour pouvoir calculer les courants dans les capacités, on met en série avec chacune de celles-ci une résistance  $r$  telle que  $rC$  soit très inférieur à  $T$ . Les tensions  $u_1, u_2, u_3$  calculées précédemment deviennent les tensions aux bornes de ces ensembles  $r, C$  ; on en déduit les courants  $j_1, j_2, j_3$  et en les composant avec ceux fournis au récepteur, on obtient le courant total absorbé  $i$  et les caractéristiques relatives à ce courant.

II.2. DEBIT DE L'ONDULEUR P.D.3 SUR RESISTANCES PURES

L'onduleur à six thyristors P.D.3 débitant sur trois résistances égales  $R$  est représenté par la figure 23.

On désigne par  $v_1, v_2, v_3$  les tensions aux bornes des trois phases, par  $i_1, i_2, i_3$  les courants correspondants.



- Fig.23.- Schéma de l'onduleur P.D.3 débitant sur résistances (Les thyristors bloqués durant l'intervalle  $0, T/6$  sont représentés en traits interrompus)

Il suffit d'étudier le fonctionnement du montage durant l'intervalle  $0, \frac{T}{6}$  où  $Th_1$  et  $Th_2$  sont passants pour connaître l'expression des diverses variables tout au long de la période  $T$ .

On suppose d'abord que les trois condensateurs de blocage sont directement branchés entre les points A, B et C.

II.2.1. Expression des tensions  $u_1, u_2, u_3$  et des courants  $i_1, i_2, i_3$

I.2.1.1. Etude des tensions aux bornes des condensateurs

Tout au long de la période, on a :

et 
$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \tag{1}$$

$$u_1 + u_2 + u_3 = 0 \tag{2}$$

ou, puisque les capacités sont égales :

$$j_1 + j_2 + j_3 = 0 \tag{3}$$

Pendant l'intervalle  $0, T/6$  considéré, la conduction des seuls thyristors  $Th_1$  et  $Th_2$ , donne en plus :

$$i_3 = j_2 - j_3 \quad (4)$$

et

$$\begin{aligned} u_1 &= E \\ u_2 &= R(i_2 - i_3) \\ u_3 &= R(i_3 - i_1) \end{aligned} \quad (5)$$

Des deux dernières relations, on déduit :

$$\begin{aligned} u_3 - u_2 &= 2 R i_3 - R(i_1 + i_2) = 3 R i_3 \\ u_3 - u_2 &= 3 R(j_2 - j_3) \end{aligned} \quad (6)$$

Puisque  $u_1 = E$  est constant,

$$j_1 = C \frac{du_1}{dt} = 0$$

donc :

$$j_2 = -j_3$$

De plus  $u_2 + u_3 + E = 0$  donne  $u_3 = -E - u_2$

En reportant dans la relation (6), il vient :

$$\begin{aligned} \text{ou, puisque } j_2 &= C \frac{du_2}{dt}, & -E - u_2 - u_2 &= 3Rj_2 + 3Rj_2 \\ u_2 + 3RC \frac{du_2}{dt} &= -\frac{E}{2} \end{aligned} \quad (7)$$

Cette équation différentielle donne, en posant :

$$\begin{aligned} \tau &= RC, \\ u_2 &= K_1 e^{-t/3\tau} - \frac{E}{2} \end{aligned} \quad (8)$$

On détermine la constante d'intégration  $K_1$  par les conditions initiales. Si  $u_{20}$  est la limite de  $u_2$  lorsque  $t$  tend vers zéro par valeur positive :

$$u_{20} = \lim_{t \rightarrow 0^+} u_2 = K_1 - \frac{E}{2}$$

$u_2$  aura pour expression :

$$u_2 = \left(u_{20} + \frac{E}{2}\right) e^{-\frac{t}{3\tau}} - \frac{E}{2} \quad (9)$$

Nous avons montré (§ II.1.1.) qu'à l'instant  $t = \frac{T}{6}$ , la tension  $u_2$  subissait une discontinuité égale à  $\frac{1}{2} (u_2)_{\frac{T}{6}-}$ .

Donc :

$$(u_2)_{\frac{T}{6}+} = (u_2)_{\frac{T}{6}-} - \frac{1}{2} (u_2)_{\frac{T}{6}-} = \frac{1}{2} (u_2)_{\frac{T}{6}-}$$

Posons :

$$D_1 = e^{-\frac{T}{18\tau}} \quad (10)$$

la relation (9) donne, pour  $t = \frac{T}{6}$ ,  $(u_2)_{\frac{T}{6}-}$  ;

donc :

$$(u_2)_{\frac{T}{6}+} = \frac{1}{2} \left[ (u_{20} + \frac{E}{2}) D_1 - \frac{E}{2} \right]$$

Or, nous avons vu que  $u_2$  pour  $\frac{T}{6} < t < \frac{T}{3}$  égale  $-u_3$  pour  $0 < t < \frac{T}{6}$ , ce qui donne :

$$(u_2)_{\frac{T}{6}+} = -(u_3)_{0+}$$

Pendant l'intervalle  $0, \frac{T}{6}$ ,  $u_3 = -E - u_2$

$$(u_3)_{0+} = -E - u_{20}$$

D'où la relation donnant  $u_{20}$  :

$$(u_2)_{\frac{T}{6}+} = -(u_3)_{0+} = +E + u_{20} = \frac{1}{2} \left[ (u_{20} + \frac{E}{2}) D_1 - \frac{E}{2} \right]$$

$$u_{20} = \frac{E(5-D_1)}{2(D_1-2)} \quad (11)$$

et, en reportant dans (9) l'expression de  $u_2$  :

$$u_2 = -\frac{E}{2} + \frac{3E}{2(D_1-2)} e^{-t/3\tau} \quad (12)$$

Puisque  $u_1 = E$  et que  $u_1 + u_2 + u_3 = 0$  :

$$u_3 = -\frac{E}{2} - \frac{3E}{2(D_1-2)} e^{-t/3\tau} \quad (13)$$

De ces relations, on déduit les tensions  $u_1, u_2, u_3$  pendant le reste de la période.

Quant aux tensions aux bornes des thyristors, leur valeur découle directement de  $u_1, u_2, u_3$ .

$$\begin{aligned} \text{Ainsi, pour } Th_1, v_{Th1} &= 0 \quad \text{pour } 0 < t < \frac{T}{3} \\ &= -u_1 \quad \text{pour } \frac{T}{3} < t < \frac{2T}{3} \\ &= u_3 \quad \text{pour } \frac{2T}{3} < t < T \end{aligned}$$

### II.2.1.2. Etudes des courants dans le récepteur

Les expressions des courants  $i_1, i_2, i_3$  dans les trois résistances de charge se calculent aisément à partir de celles des tensions aux bornes des capacités. En effet :

$$\begin{aligned} u_1 &= R(i_1 - i_2) \\ u_2 &= R(i_2 - i_3) \\ u_3 &= R(i_3 - i_1) \end{aligned} \tag{14}$$

Donc :

$$u_1 - u_3 = 2R i_1 - R(i_2 + i_3) = 3R i_1$$

$$i_1 = \frac{u_1 - u_3}{3R} = \frac{v_1}{R}$$

De même :

$$i_2 = \frac{v_2}{R} = \frac{u_2 - u_1}{3R}; \quad i_3 = \frac{v_3}{R} = \frac{u_3 - u_2}{3R}$$

En remplaçant  $u_1, u_2$  et  $u_3$  par leurs valeurs [relations (12) et (13)], il vient :

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{E}{2R} \left( 1 - \frac{1}{2-D_1} e^{-\frac{t}{3\tau}} \right) \\ i_2 &= -\frac{E}{2R} \left( 1 + \frac{1}{2-D_1} e^{-\frac{t}{3\tau}} \right) \\ i_3 &= \frac{E}{R} \frac{1}{2-D_1} e^{-\frac{t}{3\tau}} \end{aligned} \tag{15}$$

On obtient les valeurs de ces courants en dehors de l'intervalle  $0, \frac{T}{6}$  en procédant comme pour les tensions  $u_1, u_2$  et  $u_3$ .

### II.2.1.3. Exemples de formes d'ondes

A l'aide des relations précédentes, on a pu tracer point par point les formes d'ondes des tensions aux bornes des capacités et des redresseurs puis des courants dans le récepteur.

La figure 24 donne les tensions  $u_1$  et  $v_{Th1}$  ainsi déterminées d'abord pour  $\frac{\tau}{T} = \frac{1}{100}$  donc, à R et C donnés, pour une fréquence de fonctionnement assez faible, puis pour  $\frac{\tau}{T} = \frac{1}{10}$  donc à fréquence plus élevée.

Aux basses fréquences, la tension  $u_1$  a la possibilité d'atteindre pratiquement les valeurs limites  $-\frac{E}{2}$  et  $+\frac{E}{2}$  au cours des intervalles de durée  $\frac{T}{6}$ . Les pointes de tension aux instants  $\frac{T}{6}$  et  $\frac{4T}{6}$  correspondent aux tensions de blocage.

Aux fréquences élevées, les exponentielles, qui entrent dans l'expression de  $u_1$ , n'ont pas le temps de s'amortir durant les intervalles de  $\frac{T}{6}$ ;  $u_1$  est encore très loin de  $+\frac{E}{2}$  pour  $\frac{2T}{6}$  -, de  $-\frac{E}{2}$  pour  $\frac{3T}{6}$  - et  $\frac{5T}{6}$  - et de  $+\frac{E}{2}$  pour T-. En particulier, pour  $\frac{\tau}{T}$  suffisant, pendant l'intervalle  $\frac{2T}{6}$ ,  $\frac{3T}{6}$  la tension  $u_1$  n'a pas le temps de s'inverser; dans la forme d'onde de la tension  $v_{Th1}$  cela correspond à une tension aux bornes du thyristor bloqué maintenue négative durant un sixième de période.

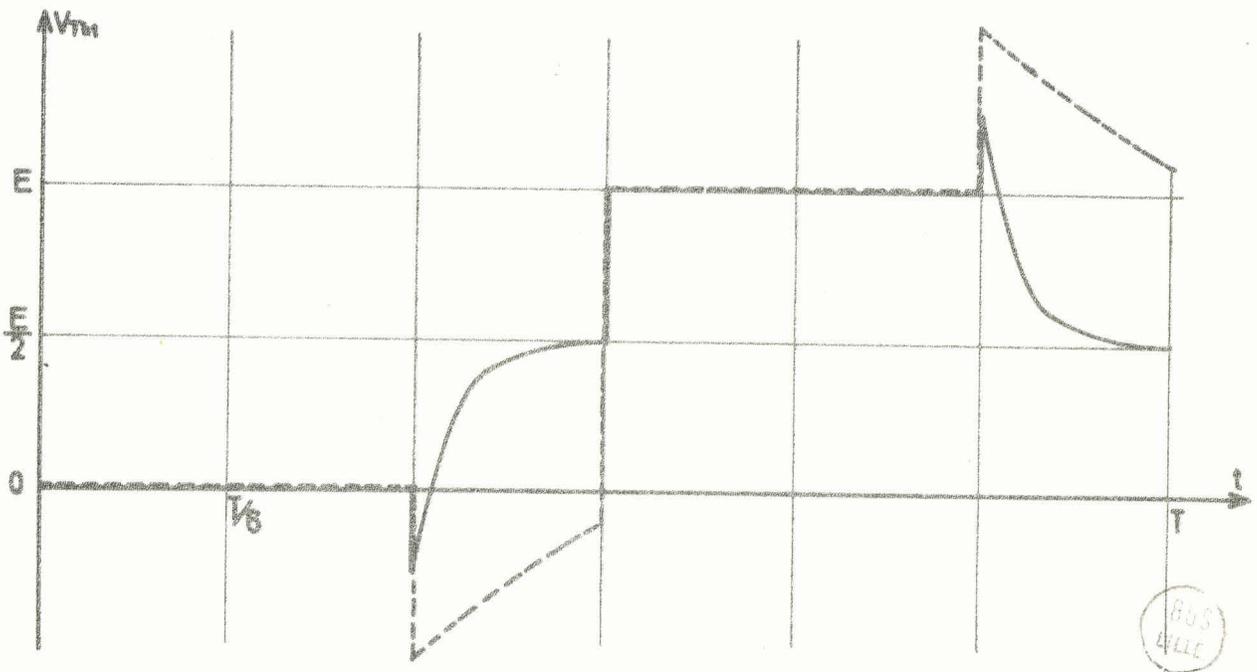
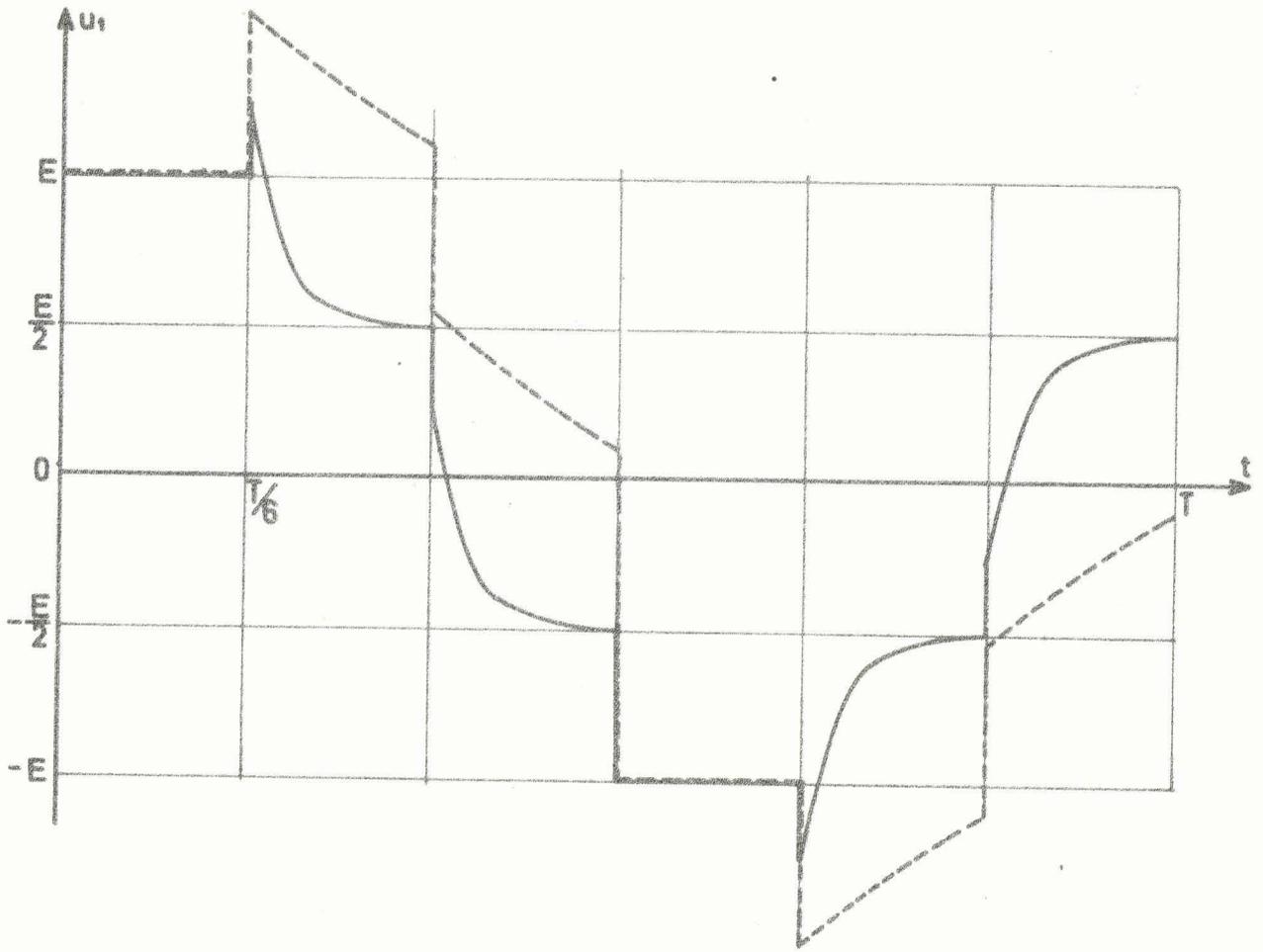
L'amortissement plus réduit, quand la fréquence augmente, entraîne en outre, des discontinuités plus fortes pour  $u_1$  et une tension de blocage plus importante.

La figure 25 montre, pour les mêmes valeurs de  $\frac{\tau}{T}$ , la forme d'onde du courant  $i_1$  ou de la tension  $v_1$  égale à R  $i_1$ . Théoriquement, en négligeant l'influence du dispositif de blocage,  $i_1$  égale  $E/2R$  pour  $0 < t < \frac{T}{3}$ , puis  $-E/2R$  pour  $\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2} + \frac{T}{3}$  et est nul pendant le reste de la période.

Pour les faibles valeurs de  $\frac{\tau}{T}$ , les courbes tracées se rapprochent de ces créneaux théoriques: le courant a le temps d'atteindre les niveaux  $+E/2R$ , 0 et  $-E/2R$ ; les écarts correspondent à la charge et à la décharge des condensateurs.

Aux fréquences élevées, les tensions aux bornes de ces derniers ne pouvant se rapprocher des valeurs vers lesquelles elles tendent exponentiellement, la forme d'onde du courant  $i_1$  est éloignée de celle des créneaux théoriques;  $i_1$  n'atteint pas  $E/2R$  durant l'intervalle  $0, \frac{T}{6}$ ; il ne peut descendre à  $E/2R$  entre  $t = \frac{T}{6}$  et  $t = \frac{2T}{6}$  et à zéro entre  $\frac{2T}{6}$  et  $\frac{T}{2}$ .

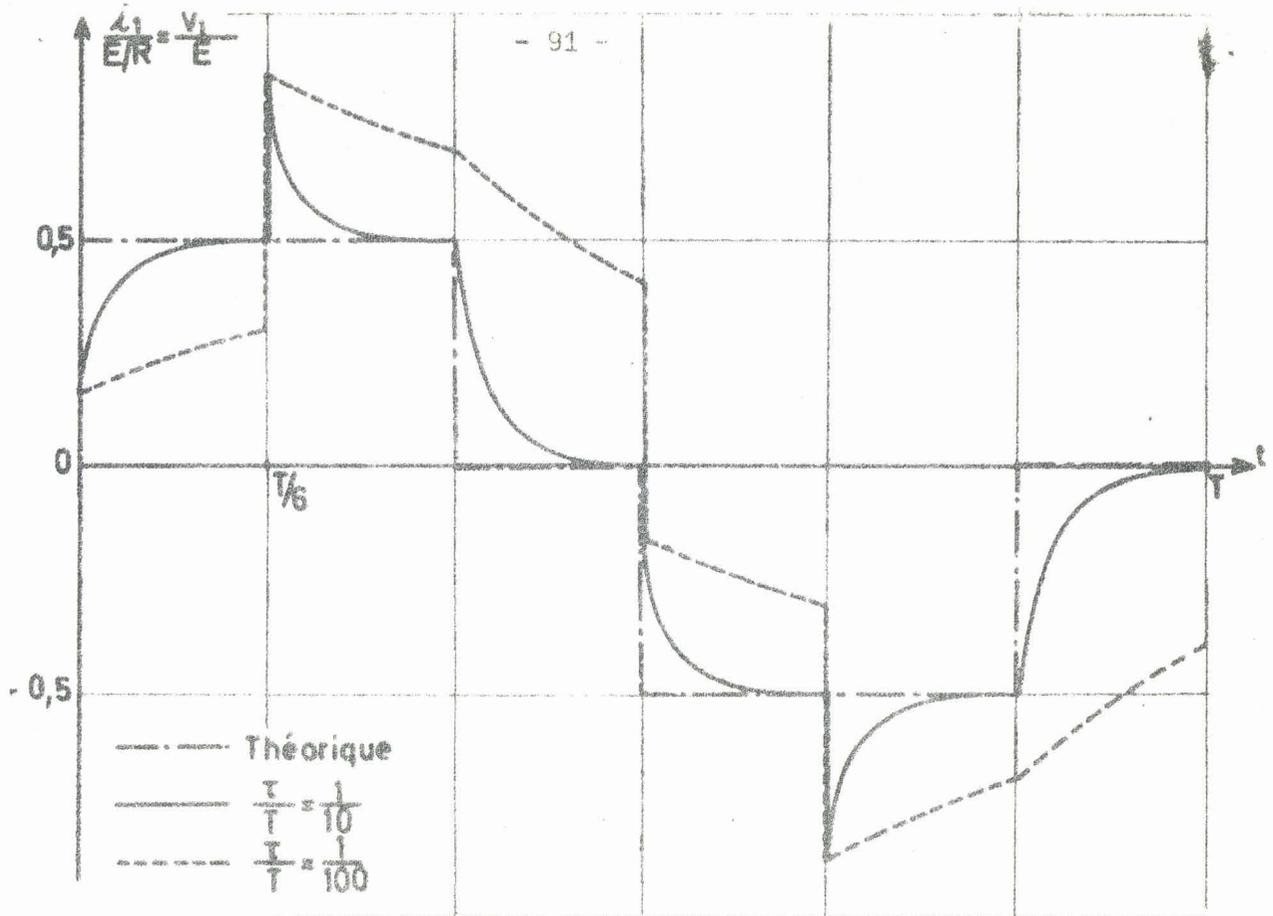
Les relevés oscillographiques, dont la figure 26 donne deux exemples, vérifient rigoureusement les formes d'ondes obtenues par le calcul.



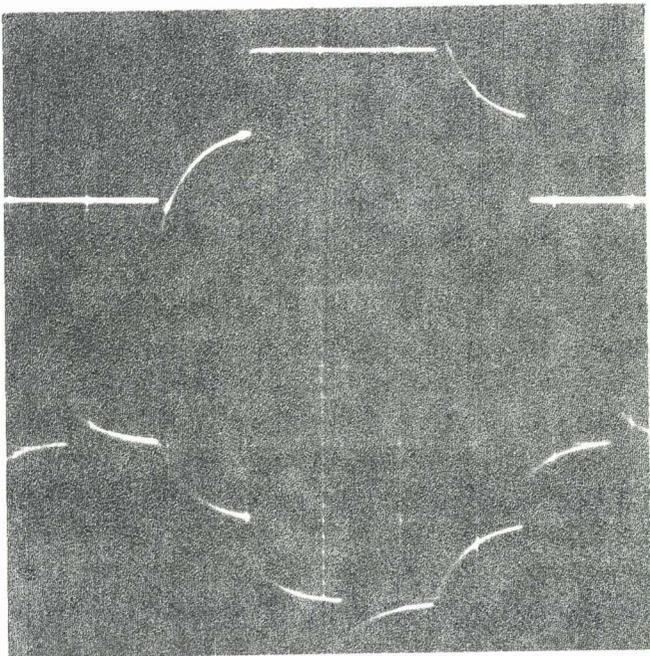
- Fig. 24. - Formes d'ondes des tensions  $u_1$  et  $v_{Th}$  déterminées point par point (Débit sur résistances de l'onduleur P.D.3)

————  $\frac{\tau}{T} = \frac{1}{100}$

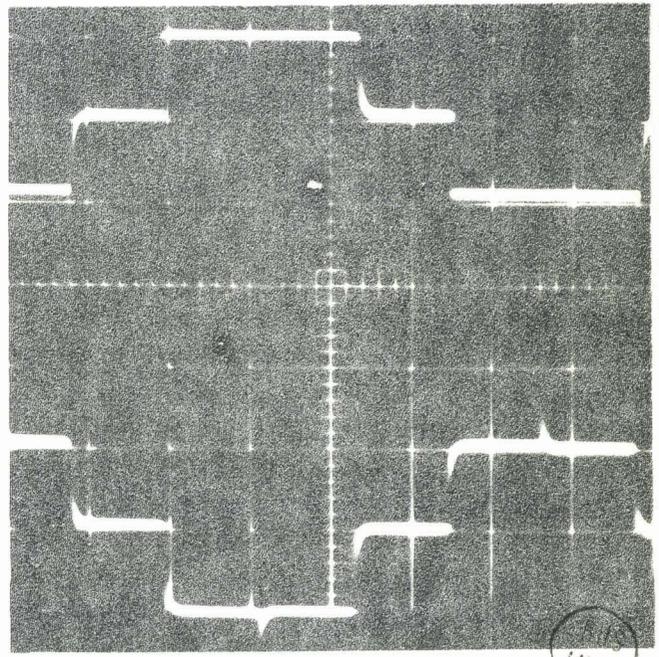
-----  $\frac{\tau}{T} = \frac{1}{10}$



- Fig. 25. - Formes d'ondes du courant  $i_1$  calculées pour deux valeurs de  $\frac{\tau}{T}$



$$\frac{\tau}{T} = \frac{1}{100}$$



$$\frac{\tau}{T} = \frac{1}{1000}$$

- Fig. 26. - Exemples de relevés oscillographiques de la tension  $v_{Th1}$  et du courant  $i_1$  (Thyristors 2N 1777,  $R = 100\Omega$ ,  $C = 1 \mu F$ )

II.2.2. Détermination des premières caractéristiques

=====

Des expressions des tensions  $u_1, u_2, u_3$ , on a déduit celles des tensions aux bornes des redresseurs et aux bornes du récepteur. On peut dès lors déterminer une première série de caractéristiques.

II.2.2.1. Caractéristiques de blocage

La tension de blocage  $u_B$  est la pointe de tension négative appliquée à un thyristor pour interrompre sa conduction.

Pour le thyristor  $Th_1$ , par exemple, à l'instant  $t = \frac{T}{3}$ , on a :

$$u_B = -(v_{Th_1})_{t=\frac{T}{3}} = +(u_1)_{t=\frac{T}{3}} = (u_3)_{t=0+}$$

De la relation (13), on déduit :

$$u_B = \frac{E}{2} \frac{1+D_1}{2-D_1} \tag{16}$$

La tension de blocage est au minimum égale à  $\frac{E}{4}$ , elle augmente avec la fréquence, car  $D_1 = e^{-T/18\tau}$  est de moins en moins négligeable quand T diminue. C'est ce que montre la caractéristique  $\frac{u_B}{E} = f(\frac{T}{\tau})$  tracée sur la Planche VIII ; on a adopté pour  $\tau/T$ , une échelle logarithmique et fait varier ce rapport de  $3.10^{-3}$  à  $3.10^{-1}$ .

Le temps de blocage, temps pendant lequel la tension aux bornes d'un thyristor qu'on vient de bloquer reste négative sera donné, pour le redresseur  $Th_1$  par :

$$u_1(\frac{T}{3} + t_B) = 0$$

ou

$$u_3(t_B) = 0, \text{ ce qui donne :}$$

$$-\frac{E}{2} - \frac{3E}{2(D_1-2)} e^{-\frac{t_B}{3\tau}} = 0 \text{ ou } e^{-\frac{t_B}{3\tau}} = \frac{2-D_1}{3}$$

$$\frac{t_B}{T} = 3 \frac{\tau}{T} \text{ Log } \frac{3}{2-D_1} \tag{17}$$

Le rapport  $\frac{t_B}{T}$  augmente avec la fréquence (courbe  $\frac{t_B}{T} = f(\frac{T}{\tau})$  de la Planche VIII). Toutefois, pour  $\frac{\tau}{T} \approx 9.10^{-6}$ ,  $\frac{t_B}{T}$  atteint  $\frac{1}{6}$  et garde cette valeur pour les valeurs supérieures de la fréquence ; à partir de  $t = T/6$  en effet, l'entrée en conduction de  $Th_3$  rend  $-u_3$  égal à  $+E$ .

Il faut vérifier que la tension aux bornes d'un thyristor est bien positive quand il reçoit son impulsion de déblocage.

Pour  $Th_1$ ,

$$(v_{Th1})_{t=0-} = (u_3)_{t=0-} = -(u_2)_{t=T/6-}$$

De la relation (12), on déduit :

$$(v_{Th1})_{t=0-} = \frac{E}{2} + \frac{3E D_1}{2(2-D_1)} \geq \frac{E}{2}$$

La condition d'amorçage est donc toujours remplie.

#### II.2.2.2. Courant dans le récepteur

Le courant  $i_1$ , traversant la phase 1, est formé, à chacune de ses périodes, de deux alternances identiques au signe près :

$$i_1(t) = -i_1(t + \frac{T}{2})$$

Pour obtenir son expression entre  $t = 0$  et  $t = \frac{T}{2}$ , on remarque que :

$$i_1 \text{ pour } \frac{T}{6} < t < \frac{2T}{6} \text{ est égal à } -i_2 \text{ pour } 0 < t < \frac{T}{6},$$

$$i_1 \text{ pour } \frac{2T}{6} < t < \frac{3T}{6} \text{ est égal à } +i_3 \text{ pour } 0 < t < \frac{T}{6},$$

$i_1$ ,  $i_2$  et  $i_3$  étant donnés entre  $t = 0$  et  $t = \frac{T}{6}$  par les relations (15).

La valeur efficace  $I_1$  des courants dans le récepteur donnée par :

$$I_1 = \sqrt{\frac{2}{T} \int_0^{T/2} i_1^2 dt} = \sqrt{\frac{2}{T} \left[ \int_0^{T/6} i_1^2 dt + \int_{T/6}^{2T/6} i_1^2 dt + \int_{2T/6}^{T/2} i_1^2 dt \right]}$$

se calculera plus commodément par :

$$I_1 = \sqrt{\frac{2}{T} \int_0^{T/6} (i_1^2 + i_2^2 + i_3^2) dt}$$

Puisque :

$$i_1^2 = \frac{E^2}{4R^2} \left[ 1 + \frac{1}{(2-D_1)^2} e^{-\frac{2t}{3\tau}} - \frac{2}{2-D_1} e^{-\frac{t}{3\tau}} \right]$$

$$i_2^2 = \frac{E^2}{4R^2} \left[ 1 + \frac{1}{(2-D_1)^2} e^{-\frac{2t}{3\tau}} + \frac{2}{2-D_1} e^{-\frac{t}{3\tau}} \right]$$

$$i_3^2 = \frac{E^2}{R^2} \frac{1}{(2-D_1)^2} e^{-\frac{2t}{3\tau}}$$

on aura :

$$i_1^2 + i_2^2 + i_3^2 = \frac{E^2}{2R^2} \left[ 1 + \frac{3}{(2-D_1)^2} e^{-\frac{2t}{3\tau}} \right]$$

et

$$I_1 = \frac{E}{R} \sqrt{\frac{1}{6} + \frac{9(1-D_1^2)}{2(2-D_1)^2} \frac{\tau}{T}} \quad (18)$$

La courbe  $\frac{I_1}{E/R} = f\left(\frac{\tau}{T}\right)$  tracée pour  $\frac{\tau}{T}$  allant de  $3 \cdot 10^{-3}$  à 0,3 (Pl VIII) montre bien que ce rapport, égal à  $1/\sqrt{6}$  pour les basses fréquences, augmente lentement quand la fréquence croît.

La valeur efficace du fondamental  $I_{1f}$  peut également se calculer à l'aide des expressions de  $i_1$ ,  $i_2$  et  $i_3$  entre  $t = 0$  et  $t = \frac{T}{6}$ .

En effet, puisque  $i_1(t) = -i_1\left(t + \frac{T}{2}\right)$

$$i_1(t) \sin \omega t = +i_1\left(t + \frac{T}{2}\right) \sin \omega\left(t + \frac{T}{2}\right)$$

De plus :

$$i_1\left(t + \frac{T}{6}\right) \sin \omega\left(t + \frac{T}{6}\right) = -i_2(t) \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$i_1\left(t + \frac{2T}{6}\right) \sin \omega\left(t + \frac{2T}{6}\right) = i_3(t) \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

On calculera donc :

$$X'_{1f} = \frac{2}{T} \int_0^T i_1 \sin \omega t \, dt = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} i_1 \sin \omega t \, dt$$

par :

$$X'_{1f} = \frac{4}{T} \int_0^{T/6} \left[ i_1 \sin \omega t - i_2 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) + i_3 \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \right] dt$$

De même :

$$Y'_{1f} = \frac{4}{T} \int_0^{T/6} \left[ i_1 \cos \omega t - i_2 \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) + i_3 \cos \left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \right] dt$$

La valeur efficace du terme fondamental sera donné, compte tenu des relations (15), par :

$$I_{1f} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{X'_{1f}{}^2 + Y'_{1f}{}^2}$$

avec :

$$\frac{X'_{1f}}{E/R} = \frac{3}{2\pi} + \frac{\sqrt{3}\left(\frac{T}{\tau}\right) + 6\pi(2D_1 - 1)}{(2 - D_1)\left[\frac{1}{9}\left(\frac{T}{\tau}\right)^2 + 4\pi^2\right]} \quad (19)$$

$$\frac{Y'_{1f}}{E/R} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} + \frac{\frac{T}{\tau}(2D_1 - 1) - 6\pi\sqrt{3}}{(2 - D_1)\left[\frac{1}{9}\left(\frac{T}{\tau}\right)^2 + 4\pi^2\right]}$$

La courbe  $\frac{I_{1f}}{E/R} = f\left(\frac{T}{\tau}\right)$  montre (Pl VIII) que pour toutes les fréquences  $I_{1f}$  diffère peu de  $I_1$ .

Ce résultat était prévisible puisque le développement en série du courant  $i_1$  ne comprend pas de terme moyen, ni d'harmonique pair, ni d'harmonique impair de rang 3 ou multiple de 3, la somme  $i_1 + i_2 + i_3$  étant nulle.

Au terme fondamental ne peuvent s'ajouter que des harmoniques de rang 5, 7, 11, 13, etc... donc relativement élevé. Le calcul de leur valeur s'effectuera aisément comme pour le fondamental.

On voit ici la supériorité des découpeurs inverseurs sur le simple découpeur P.3 : dans les signaux de sortie, on trouve presque exclusivement le terme alternatif désiré.

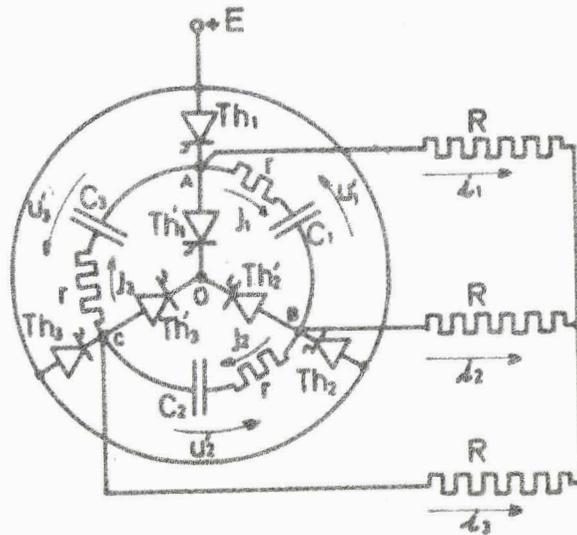
Puisque la charge ici envisagée est purement résistive, l'étude des tensions de sortie ne se distingue pas de celle des courants dans le récepteur :

$$\frac{V_1}{E} = \frac{I_1}{E/R} \quad \frac{V_{1f}}{E} = \frac{I_{1f}}{E/R}$$

### II.2.3. Etude du courant dans les condensateurs et du courant pris à la source

Jusqu'ici on a supposé que l'onduleur était alimenté par une source d'impédance nulle et que les condensateurs étaient branchés directement entre les points A, B et C. Ceci conduit à des discontinuités des tensions aux bornes des condensateurs au moment des commutations et donc à des pointes d'amplitude infinie tant dans les courants  $j_1$ ,  $j_2$  et  $j_3$  que dans le courant  $i$  fourni par la source.

La limitation de ces pointes peut être assurée par divers procédés ; nous envisagerons ici l'emploi de résistances  $r$  mises en série avec chaque condensateur (fig.27).



- Fig.27.- Schéma de l'onduleur P.D.3 avec résistances de limitation du courant dans les capacités

On choisira  $r$  de telle façon que  $r$  soit nettement inférieur à  $R$  et que  $rC$  soit très faible devant  $T/6$ . Dans ces conditions, l'introduction de ces résistances ne modifie guère le fonctionnement du montage et en particulier l'évolution des tensions  $v_A-v_B$ ,  $v_B-v_C$  et  $v_C-v_A$  qui donnent les tensions aux bornes des thyristors et des phases réceptrices.

La mise en série de ces résistances avec les capacités limite les courants de charge et de décharge de ces dernières lors des discontinuités des tensions  $v_A-v_B$ ,  $v_B-v_C$  et  $v_C-v_A$  qui marquent le début de chaque intervalle. Mais  $rC$  étant très faible devant la durée  $T/6$  de ces derniers, on peut admettre qu'à la fin de chaque intervalle, les tensions  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  ont atteint les valeurs calculées quand il n'y avait pas ces résistances.

On supposera donc que  $v_A-v_B$ ,  $v_B-v_C$ ,  $v_C-v_A$  ont les expressions attribuées précédemment à  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  et que les tensions  $u'_1$ ,  $u'_2$ ,  $u'_3$  aux bornes des condensateurs atteignent à la fin de chaque intervalle les valeurs calculées pour  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$ .

On peut alors déterminer, d'une façon simple, les courants dans les condensateurs et le courant pris à la source, puis tracer les caractéristiques correspondantes.

### II.2.3.1. Expression des courants dans les condensateurs

Il suffit de suivre l'évolution des courants  $j_1$ ,  $j_2$ ,  $j_3$  dans les condensateurs  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  durant l'intervalle  $0, T/6$  pour les connaître

tout au long de leur période T, car les propriétés établies pour les tensions  $u_1, u_2, u_3$  sont évidemment applicables aux courants correspondants.

Pour établir l'expression de  $j_1$ , on remarque qu'à l'instant  $t = 0$ , la tension  $v_A - v_B$  passe de  $(u_1)_{t=0-}$  à E.

Or,

$$(u_1)_{t=0-} = -(u_3)_{\frac{T}{2}} = + \frac{E}{2} + \frac{3ED_1}{2(D_1-2)}$$

Le saut de tension appliqué, à travers r à  $C_1$ , est donc :

$$\Delta u_1 = E - (u_1)_{t=0-} = \frac{E}{2} - \frac{3E}{2} \frac{D_1}{D_1-2}$$

Le courant  $j_1$  est donné par :

$$j_1 = \frac{\Delta u_1}{r} e^{-t/\tau'}$$

en posant :

$$\tau' = rC. \quad (20)$$

ou, en remplaçant  $\Delta u_1$  par sa valeur :

$$j_1 = \frac{E}{r} \left( \frac{1+D_1}{2-D_1} \right) e^{-\frac{t}{\tau'}}, \quad (21)$$

La tension  $v_B - v_C$  passe à l'instant  $t = 0$  de  $-E$  à  $u_{20}$ , ce qui correspond à une discontinuité :

$$\Delta u_2 = u_{20} + E = \frac{E}{2} \left( \frac{1+D_1}{D_1-2} \right)$$

puis évolue suivant la relation (12)

Donc :

$$j_2 = \frac{\Delta u_2}{r} e^{-\frac{t}{\tau'}} + C \frac{du_2}{dt}$$

$$j_2 = \frac{E}{2r} \left( \frac{1+D_1}{D_1-2} \right) e^{-\frac{t}{\tau'}} + \frac{E}{2R} \left( \frac{1}{2-D_1} \right) e^{-\frac{t}{3\tau}} \quad (22)$$

De même, la tension  $v_C - v_A$  passe instantanément, pour  $t = 0$ , de  $(u_3)_{0-}$  à  $(u_3)_{0+}$ . Elle présente donc une discontinuité  $\Delta u_3$  qui, comme nous l'avons montré (§ II.1.1.) est égale à  $\Delta u_2$ . Ensuite elle évolue suivant l'expression (13).

On en déduit :

$$j_3 = \frac{\Delta u_3}{r} e^{-\frac{t}{\tau}} + C \frac{du_3}{dt}$$

$$j_3 = \frac{E}{2r} \left( \frac{1+D_1}{D_1-2} \right) e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{E}{2R} \left( \frac{1}{2-D_1} \right) e^{-\frac{t}{3\tau}} \quad (23)$$

La somme des tensions  $v_A-v_B$ ,  $v_B-v_C$  et  $v_C-v_A$  appliquées aux trois circuits  $r$ ,  $C$  étant nulle, la somme des trois courants  $j_1$ ,  $j_2$  et  $j_3$  est encore nulle, comme le montrent les relations (21), (22) et (23).

### II.2.3.2. Expression du courant total pris à la source

Le courant total  $i$  absorbé par le montage est donné, entre  $t = 0$  et  $t = \frac{T}{6}$ , par :

$$i = i_1 + j_1 - j_3$$

$$i = \frac{E}{2R} - \frac{E}{2R} \left( \frac{1}{2-D_1} \right) e^{-\frac{t}{3\tau}} + \frac{E}{r} \frac{1+D_1}{2-D_1} e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{E}{2r} \frac{1+D_1}{D_1-2} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{2R} \frac{1}{2-D_1} e^{-\frac{t}{3\tau}}$$

$$i = \frac{E}{2R} + \frac{3E}{2r} \frac{1+D_1}{2-D_1} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (24)$$

Le courant  $i$  est égal à  $E/2R$ , valeur qui correspond aux créneaux théoriques, avec en plus une pointe à chaque commutation. Plus  $r$  est faible, plus cette pointe est importante mais s'amortit plus rapidement ; son amplitude dépend aussi de la fréquence de fonctionnement, elle augmente avec  $D_1$  égal à  $e^{-1/18\tau}$ , donc avec la fréquence.

Le courant  $i$  a pour "période"  $\frac{T}{6}$  ; en effet, pour :

$$\frac{T}{6} < t < \frac{2T}{6} \text{ (Th}_1 \text{ et Th}_3 \text{ conducteurs),}$$

$$i = -i_3 - j_3 + j_2$$

or :

$-i_3$	pour	$\frac{T}{6} < t < \frac{2T}{6}$	égale	$+i_1$	pour	$0 < t < \frac{T}{6}$
$-j_3$	"	"	"	$+j_1$	"	"
$+j_2$	"	"	"	$-j_3$	"	"

Le courant  $i_1$  est donc constamment égal à  $E/2R$  avec six pointes égales par période  $T$ .

### II.2.3.3. Exemples de formes d'ondes

A l'aide des relations (21), (22) et (23), on a tracé la forme d'onde du courant  $j_1$  (fig.28) pour une fréquence de fonctionnement moyenne ( $\frac{\tau}{T} = 10^{-2}$ ) et deux valeurs de  $\frac{r}{R} = \frac{\tau^2}{T}$ .

Pour la première,  $\frac{\tau^2}{T} = \frac{1}{10}$ , le courant  $j_1$ , rapporté à  $\frac{E}{R}$ , présente des pointes d'amplitude élevée et d'amortissement rapide. Pour des valeurs plus faibles de  $\frac{r}{R}$ , ces deux caractéristiques seraient encore plus nettes.

Nous avons tracé la seconde ( $\frac{\tau^2}{T} = 1$ ) pour montrer que si  $\frac{\tau^2}{T}$  est assez faible, ici  $10^{-2}$ , même si  $r$  a une valeur relative élevée, l'amortissement du courant  $j_1$  est suffisant pour qu'il atteigne une valeur négligeable quand on arrive à une nouvelle commutation.

Puisque  $j_1(t + \frac{T}{2}) = -j_1(t)$ , on a pu limiter les tracés à une demi-période.

A la partie inférieure de la figure 28, on a porté les formes d'ondes, déterminées point par point, pour le même  $\frac{\tau}{T}$  et les mêmes valeurs de  $\frac{r}{R}$ . Plus  $r$  est faible, plus les pointes de courant sont fortes et rapidement amorties.

Nous n'avons tracé  $i(t)$  que durant  $\frac{1}{3}$  de la période  $T$ , la forme d'onde tracée correspond donc au débit d'un thyristor durant chaque période.

La figure 29 donne des exemples de relevés oscillographiques de la tension  $v_A - v_B$  et du courant  $i_{Th2}$  dans un redresseur.

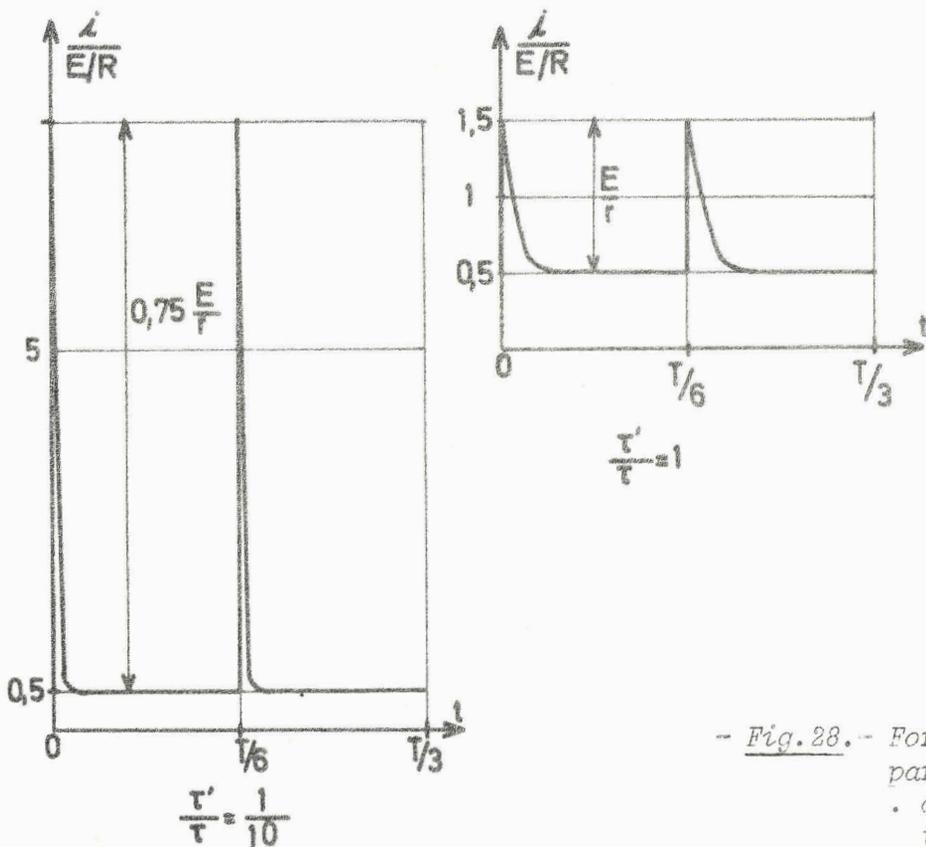
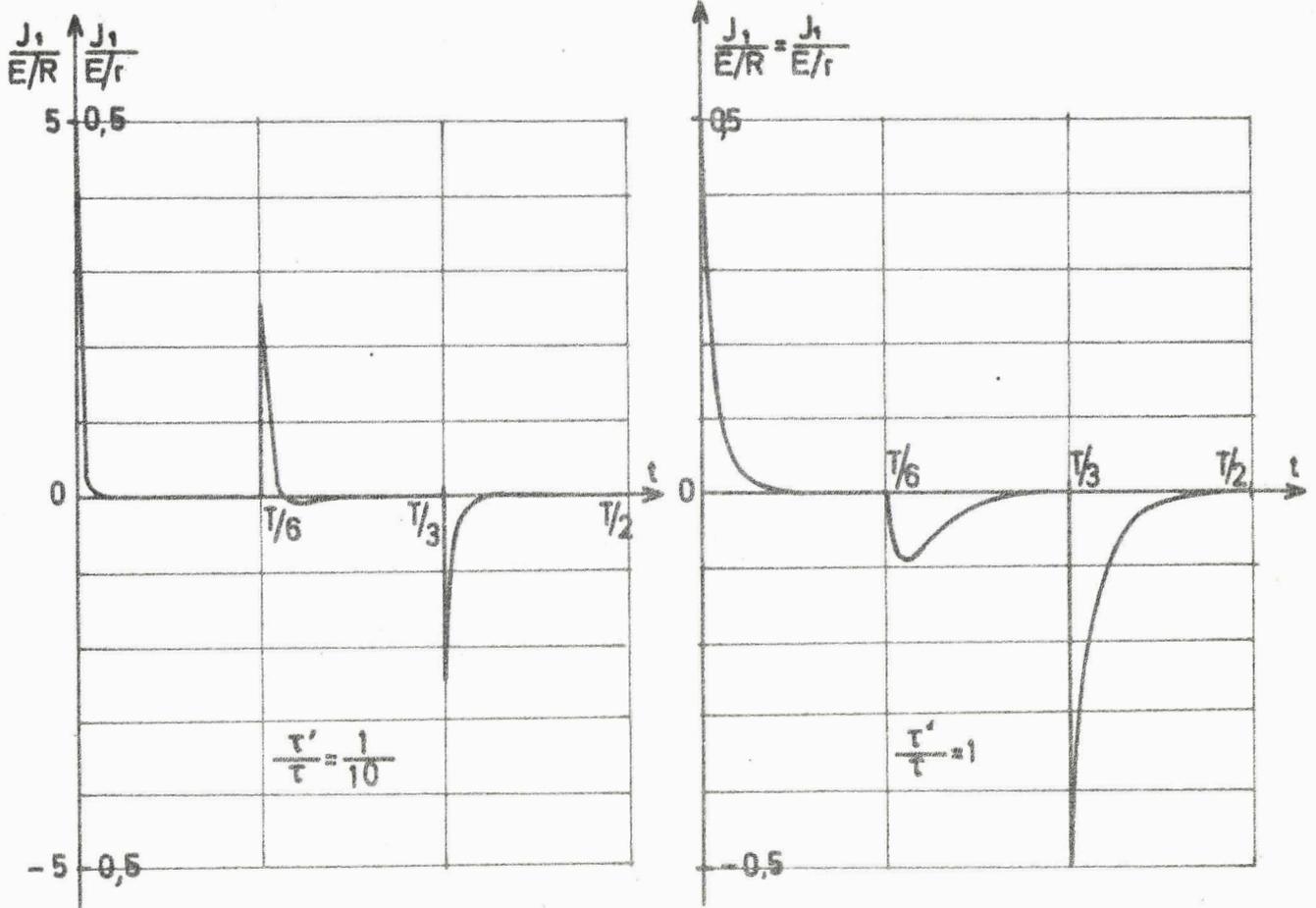
On voit que les résistances  $r$  n'affectent pas la forme d'onde de  $v_A - v_B$  surtout quand les conditions indiquées ( $\frac{\tau}{T}$  et  $\frac{\tau^2}{T}$  très faibles) sont remplies ; ceci justifie la conduite des calculs proposée. Ce n'est que lorsqu'on s'écarte fortement des conditions requises que les altérations apparaissent.

On voit aussi que plus les résistances  $r$  sont fortes, plus les pointes de courant absorbé sont réduites.

### II.2.4. Détermination des autres caractéristiques

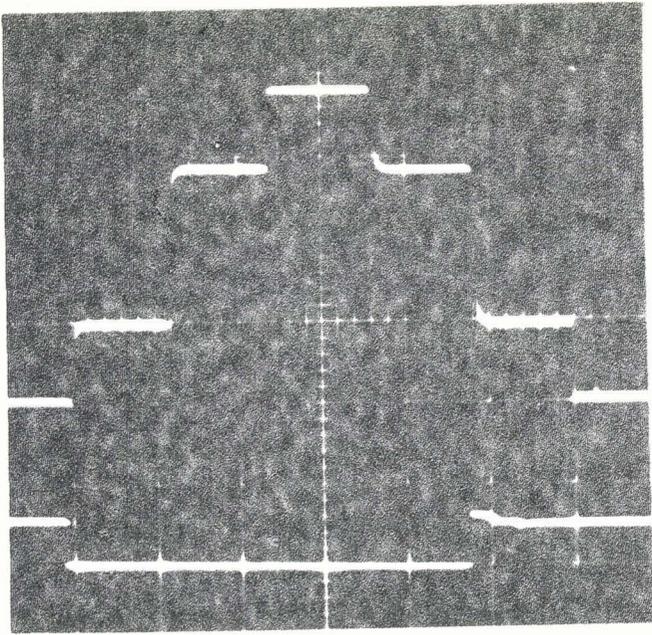
=====

Les relations (21), (22), (23) et (24) donnant les valeurs instantanées des courants  $j_1, j_2, j_3$  et  $i$ , permettent de compléter les caractéristiques.

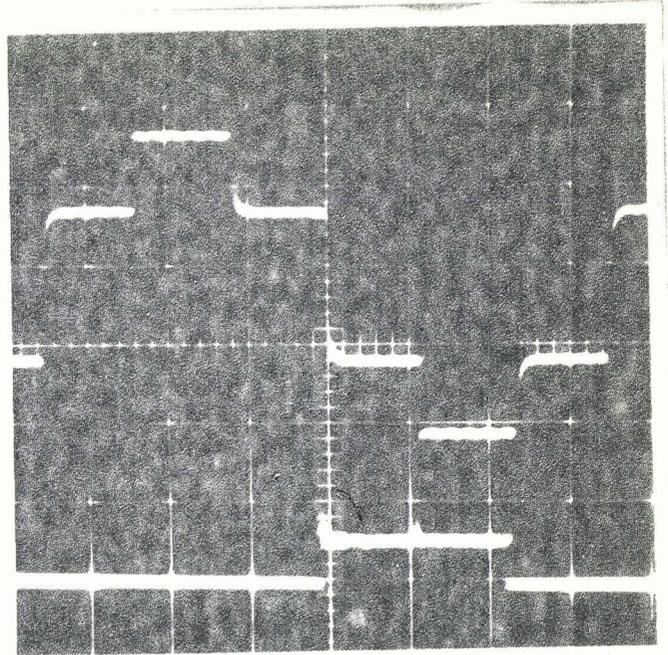


BNS  
LILLE

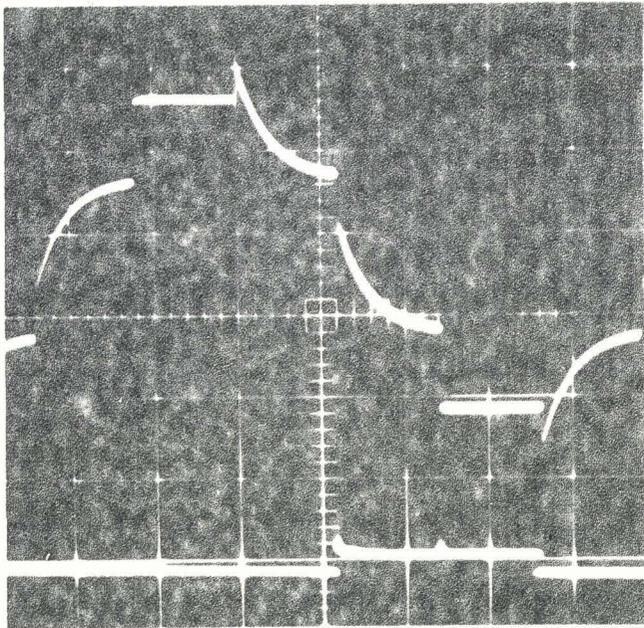
- Fig. 28. - Formes d'ondes tracées point par point :  
 . du courant  $j_1$  du condensateur  $C_1$ .  
 . du courant total  $i$  ( $\frac{\tau}{T} = \frac{1}{100}$ )



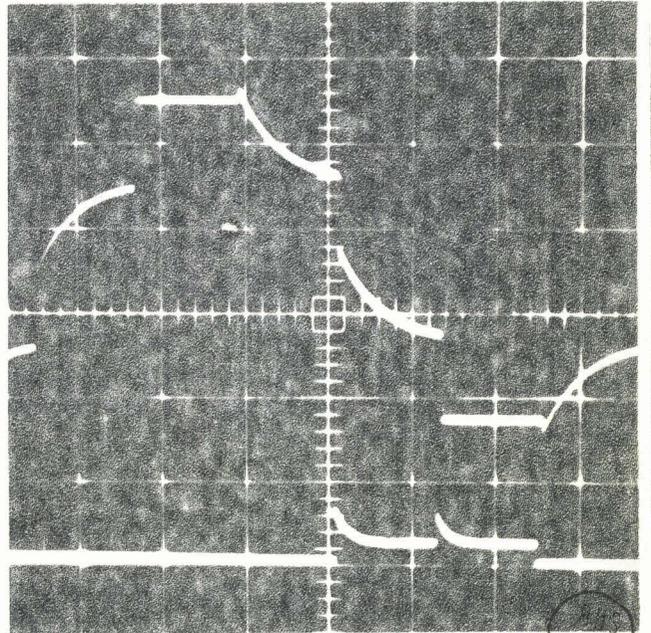
$$\frac{\tau}{T} = \frac{1}{100} \quad \frac{\tau'}{\tau} = \frac{1}{10}$$



$$\frac{\tau}{T} = \frac{1}{100} \quad \frac{\tau'}{\tau} = 1$$



$$\frac{\tau}{T} = \frac{1}{10} \quad \frac{\tau'}{\tau} = \frac{1}{10}$$



$$\frac{\tau}{T} = \frac{1}{10} \quad \frac{\tau'}{\tau} = 1$$

- Fig. 29.- Relevés oscillographiques de la tension  $v_1 - v_D$  et du courant  $i_{Th_2}$  dans un redresseur.  
pour 2 valeurs de  $\frac{RC}{T}$  (0,01 et 0,1) et de  $\frac{R}{D}$  (0,1 et 1)

II.2.4.1. Courant et pertes dans les circuits de blocage

Pour dimensionner les résistances  $r$ , on calcule la valeur efficace  $J$  du courant dans les circuits  $rC$  par :

$$J = \sqrt{\frac{2}{T} \int_0^{T/2} j_1^2 dt} = \sqrt{\frac{2}{T} \int_0^{T/6} (j_1^2 + j_2^2 + j_3^2) dt}$$

puisque :

$$j_1^2 + j_2^2 + j_3^2 = \frac{3}{2} \frac{E^2}{r^2} \left(\frac{1+D_1}{2-D_1}\right)^2 e^{-\frac{2t}{\tau'}} + \frac{E^2}{2R^2} \left(\frac{1}{2-D_1}\right)^2 e^{-\frac{2t}{3\tau}}$$

$J$  est donné par la relation :

$$J = \frac{E}{R(2-D_1)} \sqrt{\frac{3}{2} \frac{\tau}{\tau'}, \frac{\tau}{T} (1+D_1)^2 (1-D_2^2) + \frac{3}{2} \frac{\tau}{T} (1-D_1^2)}$$

avec :

$$D_2 = e^{-\frac{T}{6\tau'}} \tag{25}$$

Sur la Planche IX, on a tracé les caractéristiques  $\frac{J}{E/R} = f\left(\frac{\tau}{T}\right)$  pour diverses valeurs du rapport  $\frac{\tau'}{\tau} = \frac{r}{R}$ . Le courant dans les circuits  $rC$  augmente avec la fréquence, à fréquence donnée, il est d'autant plus fort que  $r$  est faible.

Les pertes dans les résistances  $r$  sont données par  $3rJ^2$ . Si on les rapporte à  $\frac{E^2}{R}$  pour juger de leur importance relative, il vient :

$$\frac{3rJ^2}{E^2/R} = \frac{9}{2(2-D_1)^2} \frac{\tau}{T} \left[ (1+D_1)^2 (1-D_2^2) + \frac{\tau'}{\tau} (1+D_1^2) \right] \tag{26}$$

Les courbes  $\frac{3rJ^2}{E^2/R} = f\left(\frac{\tau}{T}\right)$  tracées sur la Planche IX pour diverses valeurs de  $\frac{\tau'}{\tau}$ , montrent comment ces pertes augmentent avec la fréquence de fonctionnement, mais que la valeur de  $r$  ou de  $\frac{\tau'}{\tau}$  n'a guère d'influence.

II.2.4.2. Courant total absorbé

Le courant total  $i$  pris à la source a pour période  $\frac{T}{6}$  et pour expression, entre  $t = 0$  et  $t = \frac{T}{6}$  :

$$i = \frac{E}{2R} \left[ 1 + 3 \frac{R}{r} \frac{(1+D_1)}{(2-D_1)} e^{-\frac{\tau}{\tau'}} \right]$$

Sa valeur moyenne, donnée par :

$$I_{\text{moy}} = \frac{6}{T} \int_0^{T/6} i \, dt$$

est égale à :

$$I_{\text{moy}} = \frac{E}{2R} \left[ 1 + 18 \left( \frac{\tau}{T} \right) \frac{1+D_1}{2-D_1} (1-D_2) \right] \quad (27)$$

Les caractéristiques  $\frac{I_{\text{moy}}}{E/2R} = f\left(\frac{\tau}{T}\right)$  de la Planche X montrent comment  $I_{\text{moy}}$ , égal à  $\frac{E}{2R}$  aux très basses fréquences, croît quand  $\frac{\tau}{T}$  augmente. Cet accroissement est dû, moins aux pointes de courant  $i$  correspondant à celles de  $j$ , qu'à l'accroissement du courant dans les phases réceptrices.

La puissance  $E I_{\text{moy}}$  débitée par la source de tension constante  $E$  est, en effet, égale à la somme de la puissance  $3 R I_1^2$  fournie au récepteur et des pertes  $3 r J^2$  dans les résistances  $r$ , or les courbes de la Planche IX montrent que l'importance relative de celles-ci est très réduite.

Les pointes de courant absorbé  $i_{\text{max}}$ , dont la limitation est assurée par les résistances  $r$  sont données par :

$$i_{\text{max}} = \frac{E}{2R} \left( 1 + 3 \frac{\tau}{T} \frac{1+D_1}{2-D_1} \right) \quad (28)$$

A fréquence de fonctionnement donc à  $D_1$  donnés, les dépassements par rapport à  $E/2R$  sont inversement proportionnels à  $r$ . A valeur donnée de  $r$ , ils augmentent avec la fréquence (Pl.X).

La valeur efficace  $I$  du courant total :

$$I = \sqrt{\frac{6}{T} \int_0^{T/2} i^2 \, dt}$$

est égale à :

$$I = \frac{E}{2R} \sqrt{1 + 36 \frac{\tau}{T} \frac{(1+D_1)(1-D_2)}{2-D_1} + 27 \frac{\tau}{T} \frac{\tau}{T} (1-D_2^2) \left( \frac{1+D_1}{2-D_1} \right)^2} \quad (29)$$

Quand la fréquence augmente, l'accroissement de  $I/E/2R$  à partir de un, est évidemment plus rapide (Pl.X) que celui de  $I_{\text{moy}}/E/2R$ . La connaissance de  $I$  permet d'évaluer l'importance relative des pointes par le facteur de forme :

$$f_F = \frac{I}{I_{\text{moy}}}$$

mais surtout c'est elle qui indique le calibre en courant des thyristors :

$$I_{th} = \frac{I}{\sqrt{3}}$$

#### II.2.5. Bilan de l'étude du débit sur charge résistive

=====

L'étude du montage P.D.3 conduit à des conclusions nettement différentes de celles du découpeur P.3

Si le problème de la condition du blocage des thyristors se pose encore en fonction de la fréquence relative  $\frac{\tau}{T}$ , il existe une fréquence limite imposée directement par les thyristors puisque le temps de blocage ne peut excéder  $\frac{T}{6}$ .

Lorsque la fréquence augmente, le problème de la qualité des signaux fournis au récepteur ne se pose pas, tensions et courants restent alternatifs. Mais il faut maintenant veiller aux effets des pointes de courant de charge et de décharge des condensateurs et à leurs répercussions sur le courant total pris à la source.

##### II.2.5.1. Choix de la résistance r

Les courbes, donnant les pertes dans les résistances r (Pl.IX), montrent que pour que ces pertes aient une valeur faible devant la puissance fournie au récepteur, il faut que la fréquence relative  $\frac{\tau}{T}$  soit faible.

On s'imposera par exemple :

$$\frac{\tau}{T} < 0,02 \quad \text{ou} \quad rC < 0,02 T$$

L'augmentation de la valeur des résistances r est pratiquement sans effet sur les pertes qu'elles provoquent, mais elle réduit l'amplitude des pointes de courant dans les circuits de blocage, dans les thyristors et dans la ligne d'alimentation. On a donc intérêt à augmenter r.

La valeur de r est limitée par la constante de temps rC qui doit être nettement inférieure à  $\frac{T}{6}$  pour que les condensateurs aient le temps de se décharger ou de se charger durant chacun des intervalles de fonctionnement.

On prendra, par exemple :

$$rC < \frac{T}{10}$$

A capacité C donnée, r pourra être pris d'autant plus fort que la fréquence maximale de fonctionnement est plus faible.

### II.2.5.2. Choix du condensateur C

La tension de blocage est assurée à tous les régimes et augmente avec  $\frac{\tau}{T}$ .

Le temps de blocage  $t_B$  doit être supérieur au temps de recouvrement  $t_r$  des thyristors utilisés.

$$t_B = 3\tau \operatorname{Log} \frac{3}{2-D_1} > t_r$$

Pour les faibles valeurs de  $\frac{\tau}{T}$ , la courbe  $\frac{t_B}{\tau}$  tracée en fonction de  $\frac{\tau}{T}$ , en adoptant pour ce rapport une échelle linéaire, est pratiquement une droite.

$$\text{Pour } \frac{\tau}{T} < 0,02, \quad t_B \approx 1,22 \tau$$

La condition  $t_B > t_r$  s'écrit alors :

$$1,22 RC > t_r$$

ou :

$$C > \frac{t_r}{1,22R}$$

Cette inégalité donne la valeur minimale de C à partir de celle que peut présenter la résistance R des phases réceptrices.

Il est intéressant de prendre pour C une valeur voisine de ce minimum car les pointes de courant, dues aux condensateurs, diminuent quand C décroît.

La valeur de C étant fixée, la condition de bon rendement de l'onduleur,  $\frac{\tau}{T} < 0,02$ , fixe la limite en fréquence pour un fonctionnement intéressant du montage :

$$f < \frac{0,02}{\tau} \text{ devient } f < \frac{0,02}{\frac{t_r}{R \cdot 1,22R}}$$

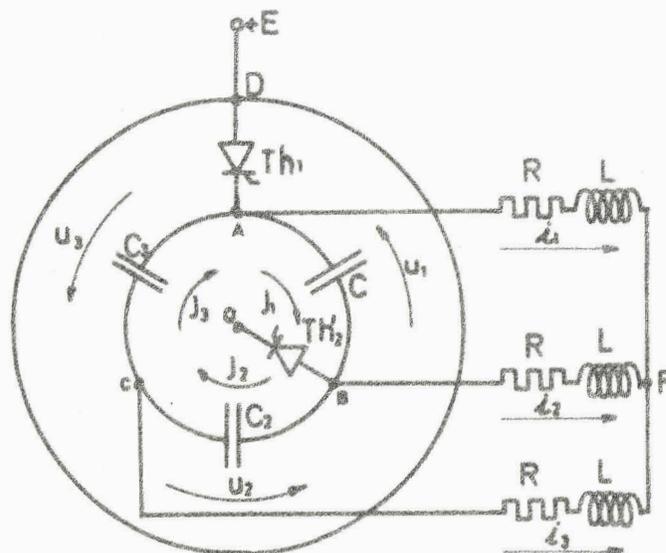
soit :

$$f < \frac{0,024}{t_r}$$

### II.3. DEBIT DE L'ONDULEUR P.D.3 SUR RESISTANCES INDUCTIVES

Comme dans le cas d'une charge purement résistante, les remarques générales sur les onduleurs à six thyristors permettent de limiter l'étude à un sixième de la période T.

L'instant de déclenchement du thyristors  $Th_1$  étant pris comme origine des temps, le schéma équivalent au montage durant l'intervalle  $0, T/6$  est celui représenté sur la figure 30. La résistance et la réactance de chacune des phases réceptrices sont désignées par R et L ; les autres notations sont celles adoptées pour une charge purement résistante.



- Fig.30. - Schéma équivalent à l'onduleur P.D.3 débitant sur R et L pour l'intervalle  $0, T/6$

#### II.3.1. Expression des tensions $u_1, u_2, u_3$ et des courants $i_1, i_2, i_3$

##### II.3.1.1. Tensions aux bornes des condensateurs

Durant l'intervalle considéré :

$$u_1 = E$$

donc :

$$j_1 = C \frac{du_1}{dt} = 0$$

(1)

Puisque :

$$u_1 + u_2 + u_3 = 0$$

$$C \frac{du_1}{dt} + C \frac{du_2}{dt} + C \frac{du_3}{dt} = 0$$

$$j_1 + j_2 + j_3 = 0$$

$j_1$  étant nul, on a encore :

$$j_2 = -j_3 \quad (2)$$

Les expressions des tensions  $u_2$  et  $u_3$  sont ici égales à :

$$u_2 = R(i_2 - i_3) + L \frac{d}{dt} (i_2 - i_3)$$

$$u_3 = R(i_3 - i_1) + L \frac{d}{dt} (i_3 - i_1)$$

Puisque  $i_1 + i_2 + i_3 = 0$ , on en déduit :

$$u_3 - u_2 = 3R i_3 + 3L \frac{di_3}{dt} \quad (3)$$

ou,  $u_3 + u_2$  étant égal à  $-u_1$  qui vaut  $-E$  :

$$-E - 2u_2 = 3R i_3 + 3L \frac{di_3}{dt} \quad (4)$$

L'équation du noeud C donne :

$$j_2 - j_3 = i_3,$$

or :

$$j_2 = -j_3$$

En reportant dans la relation (4), on a donc :

$$-E - 2u_2 = 6Rj_2 + 6L \frac{dj_2}{dt} \quad (5)$$

ou, en remplaçant  $j_2$  par  $C \frac{du_2}{dt}$  :

$$u_2 + 3RC \frac{du_2}{dt} + 3LC \frac{d^2u_2}{dt^2} = -\frac{E}{2} \quad (6)$$

Posons :

$$\xi = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$\tau = \sqrt{LC}$$

$$\alpha = \frac{-\sqrt{3\xi} + \sqrt{3\xi^2 - 1}}{\sqrt{2}}$$

$$\beta = \frac{-\sqrt{3\xi} - \sqrt{3\xi^2 - 1}}{\sqrt{2}} \quad (7)$$

et supposons réalisée la condition :

$$\xi > \frac{1}{\sqrt{\quad}} \quad (8)$$

La solution de l'équation différentielle (6) donne  $u_2$  ; on sait que  $u_1 = E$  et que  $u_1 + u_2 + u_3 = 0$ . D'où l'expression des trois tensions:

$$u_2 = A e^{\alpha \frac{t}{\tau}} + B e^{\beta \frac{t}{\tau}} - \frac{E}{2}$$
$$u_1 = E \quad (9)$$

$$u_3 = -A e^{-\alpha \frac{t}{\tau}} - B e^{\beta \frac{t}{\tau}} - \frac{E}{2}$$

On peut exprimer A et B en fonction de  $u_{20}$ , en désignant par  $u_{20}$  la limite de  $u_2$  lorsque t tend vers zéro par valeur positive.

La première des relations (9) donne :

$$u_{20} = A + B - \frac{E}{2}$$

D'autre part, on a montré (SII.2.1.1.) que :

$$\frac{1}{2}(u_2)_{\frac{T}{6} -} = (u_2)_{\frac{T}{6} +} = -(u_3)_{0+} ;$$

avec les nouvelles expressions de  $u_2$  et  $u_3$ , il vient :

$$\frac{A}{2} e^{\alpha \frac{T}{6\tau}} + \frac{B}{2} e^{\beta \frac{T}{6\tau}} - \frac{E}{4} = +A+B - \frac{E}{2} = +u_{20} + E$$

Posons :

$$D_1 = e^{\alpha \frac{T}{6\tau}}$$
$$D_2 = e^{\beta \frac{T}{6\tau}} \quad (10)$$

D'où la seconde expression de  $u_{20}$  :

$$u_{20} = \frac{AD_1}{2} + \frac{BD_2}{2} - \frac{5}{4} E$$

Des deux expressions de  $u_{20}$ , on déduit :

$$\begin{aligned} A &= \frac{E}{2} \left( \frac{5-D_2}{D_1-D_2} \right) + u_{20} \left( \frac{2-D_2}{D_1-D_2} \right) \\ B &= \frac{E}{2} \left( \frac{D_1-5}{D_1-D_2} \right) + u_{20} \left( \frac{D_1-2}{D_1-D_2} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

La détermination de  $u_{20}$  permettra de connaître l'expression des tensions aux bornes des condensateurs.

### II.3.1.2. Courants dans les phases réceptrices

Les tensions aux bornes des condensateurs sont aussi les tensions composées aux bornes des phases du récepteur.

$$u_1 = R(i_1-i_2) + L \frac{d}{dt} (i_1-i_2)$$

$$u_2 = R(i_2-i_3) + L \frac{d}{dt} (i_2-i_3)$$

$$u_3 = R(i_3-i_1) + L \frac{d}{dt} (i_3-i_1)$$

Si  $v_1$ ,  $v_2$  et  $v_3$  désignent les tensions simples, de  $i_1+i_2+i_3$  on déduit :

$$u_1-u_3 = 3 R i_1 + 3 L \frac{di_1}{dt} = 3 v_1$$

$$u_2-u_3 = 3 R i_2 + 3 L \frac{di_2}{dt} = 3 v_2$$

$$u_3-u_1 = 3 R i_3 + 3 L \frac{di_3}{dt} = 3 v_3$$

Le courant  $i_1$ , dans la première phase, est solution de l'équation différentielle :

$$3 R i_1 + 3 L \frac{di_1}{dt} = u_1 - u_3$$

ou, compte tenu des relations (9) :

$$3 R i_1 + 3 L \frac{di_1}{dt} = 3 \frac{E}{2} + A e^{\alpha \frac{t}{\tau}} + B e^{\beta \frac{t}{\tau}} \quad (12)$$

La solution de l'équation sans second membre est :

$$K_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}}$$

avec :

$$\tau_1 = \frac{L}{R}, \quad (13)$$

la solution particulière est de la forme  $\frac{E}{2R} + M_1 e^{\alpha \frac{t}{\tau}} + N_1 e^{\beta \frac{t}{\tau}}$

On trouve  $M_1$  et  $N_1$  par identification :

$$M_1 = \frac{A}{3(R+L \frac{\alpha}{\tau})}$$

$$N_1 = \frac{B}{3(R+L \frac{\beta}{\tau})}$$

On peut transformer  $M_1$  et  $N_1$  en tenant compte de :

$$2\xi\tau = RC \text{ et } LC = \tau^2 ;$$

il vient alors :

$$M_1 = -\frac{AC\alpha}{\tau} ; \quad N_1 = -\frac{BC\beta}{\tau}$$

Le courant  $i_1$  a donc pour valeur :

$$i_1 = K_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}} - A \frac{C\alpha}{\tau} e^{\alpha \frac{t}{\tau}} - B \frac{C\beta}{\tau} e^{\beta \frac{t}{\tau}} + \frac{E}{2R} \quad (14)$$

De même, le courant  $i_2$  dans la phase 2 est donné par l'équation différentielle :

$$3R i_2 + 3L \frac{di_2}{dt} = u_2 - u_1 = A e^{\alpha \frac{t}{\tau}} + B e^{\beta \frac{t}{\tau}} - 3 \frac{E}{R}$$

En procédant comme précédemment, on obtient :

$$i_2 = K_2 e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \frac{AC\alpha}{\tau} e^{\alpha \frac{t}{\tau}} - \frac{BC\beta}{\tau} e^{\beta \frac{t}{\tau}} - \frac{E}{2R} \quad (15)$$

Le courant  $i_3$ , solution de l'équation différentielle :

$$3 R i_3 + 3 L \frac{di_3}{dt} = u_3 - u_2 = -2A e^{\alpha \frac{t}{\tau}} - 2B e^{\beta \frac{t}{\tau}}$$

a pour expression :

$$i_3 = K_3 e^{-\frac{t}{\tau_1}} + 2 \frac{AC\alpha}{\tau} e^{\alpha \frac{t}{\tau}} + 2 \frac{BC\beta}{\tau} e^{\beta \frac{t}{\tau}} \quad (16)$$

Trois relations sont nécessaires pour déterminer les constantes  $K_1$ ,  $K_2$  et  $K_3$

La première découle directement de :

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

qui donne :

$$K_1 + K_2 + K_3 = 0 \quad (17)$$

La seconde découle de l'équation du noeud C :

$$i_3 = j_2 - j_3$$

En dérivant :

$$3 R i_3 + 3 L \frac{di_3}{dt} = u_3 - u_2$$

et en tenant compte de :

$$j_2 = C \frac{du_2}{dt} \text{ et } j_3 = C \frac{du_3}{dt},$$

il vient :

$$3 RC \frac{di_3}{dt} + 3 LC \frac{d^2 i_3}{dt^2} = j_3 - j_2 = -i_3$$

D'où l'équation différentielle :

$$3 LC \frac{d^2 i_3}{dt^2} + 3 RC \frac{di_3}{dt} + i_3 = 0$$

qui admet comme solution :

$$i_3 = C_1 e^{\alpha \frac{t}{\tau}} + C_2 e^{\beta \frac{t}{\tau}}$$

En identifiant avec l'expression (16), il vient :

$$C_1 = 2A C \frac{\alpha}{\tau} \quad C_2 = 2 BC \frac{\beta}{\tau}$$

et surtout :

$$K_3 = 0 \quad (18)$$

Puisque :

$$\begin{aligned} K_1 + K_2 + K_3 &= 0, \\ K_2 &= -K_1 \end{aligned}$$

Pour trouver la troisième relation, on écrit que la nature inductive des enroulements empêche les courants qui les traversent de présenter des discontinuités lors des commutations.

De plus, les tensions composées  $u_1, u_2, u_3$  ayant des alternances négatives égales, au signe près, aux alternances positives, il en sera de même de leurs différences  $3v_1, 3v_2, 3v_3$  et des courants que les tensions simples engendrent dans les phases du récepteur.

Comme pour les tensions  $u_1, u_2$  et  $u_3$ , on pourra donc écrire que  $i_1, i_2$  et  $i_3$  pendant l'intervalle  $\frac{T}{6}, \frac{T}{3}$  sont égaux aux courants  $-i_2, -i_3$  et  $-i_1$  entre  $t = 0$  et  $t = \frac{T}{6}$ .

On aura donc :

$$\begin{aligned} (i_1)_{\frac{T}{6}-} &= (i_1)_{\frac{T}{6}+} = -(i_2)_{0+} \\ (i_2)_{\frac{T}{6}-} &= (i_2)_{\frac{T}{6}+} = -(i_3)_{0+} \\ (i_3)_{\frac{T}{6}-} &= (i_3)_{\frac{T}{6}+} = -(i_1)_{0+} \end{aligned}$$

En remplaçant  $i_1, i_2, i_3$  par leurs expressions et en posant :

$$D_3 = e^{-T/6\tau_1} \quad (19)$$

il vient, après simplifications :

$$\begin{aligned} K_1(D_3 - K_1) &= AC \frac{\alpha}{\tau}(1+D_1) + BC \frac{\beta}{\tau}(1+D_2) \\ -K_1 D_3 &= AC \frac{\alpha}{\tau}(D_1-2) + BC \frac{\beta}{\tau}(D_2-2) + \frac{E}{2R} \end{aligned} \quad (20)$$

$$K_1 = AC \frac{\alpha}{\tau} (1-2D_1) + BC \frac{\beta}{\tau} (1-2D_2) - \frac{E}{2R} \quad (21)$$

La relation (21) donne directement  $K_1$  en fonction de A et B qui dépendent de  $u_{20}$ .

#### II.3.1.3. Détermination de $u_{20}$

Les expressions de  $u_1, u_2, u_3, i_1, i_2$  et  $i_3$  font intervenir A et B qui sont fonctions de  $u_{20}$ .

Pour déterminer  $u_{20}$ , on peut utiliser les relations (20) et (21) ; en égalant les deux valeurs de  $K_1 D_3$ , il vient :

$$AC \frac{\alpha}{\tau} (2-D_1) + BC \frac{\beta}{\tau} (2-D_2) - \frac{E}{2R} = AC \frac{\alpha}{\tau} D_3 (1-2D_1) + BC \frac{\beta}{\tau} D_3 (1-2D_2) - \frac{ED_3}{2R}$$

ou

$$AC \frac{\alpha}{\tau} [(2-D_1) + D_3(2D_1-1)] + \frac{BC\beta}{\tau} [(2-D_2) + D_3(2D_2-1)] = \frac{E}{2R} (1-D_3)$$

Posons :

$$\begin{aligned} (2-D_1) + D_3(2D_1-1) &= S \\ (2-D_2) + D_3(2D_2-1) &= F \end{aligned} \quad (22)$$

il vient alors :

$$A\alpha S + B\beta F = \frac{E}{4\xi} (1-D_3)$$

puisque :

$$\frac{C}{\tau} = \frac{2\xi}{R}$$

En remplaçant A et B par leurs expressions en fonction de  $u_{20}$  [relations (11)], on obtient après simplifications :

$$U_{20} = \frac{\frac{(1-D_3)(D_1-D_2)}{2\xi} + \beta F (5-D_1) + \alpha S (D_2-5)}{\alpha S (2-D_2) + \beta F (D_1-2)} \times \frac{E}{2} \quad (23)$$

Connaissant  $u_{20}$ , on peut calculer A et B, donc pour chaque couple de valeurs de  $\tau$  et  $\xi$ , les expressions de  $u_1, u_2, u_3$  et de  $i_1, i_2, i_3$  durant l'intervalle  $0, T/6$ .

#### II.3.1.4. Exemples de formes d'ondes

Les relations précédentes permettent le tracé point par point des tensions, aux bornes des condensateurs, des thyristors, des phases réceptrices et des courants dans celles-ci.

La figure 31 donne la forme d'onde de la tension  $u_1$  aux bornes de  $C_1$  pour  $\xi = 1,001$  (même valeur que celle utilisée pour les tracés effectués pour le montage P.3) et deux valeurs de  $\frac{\tau}{T}$ . La première  $\frac{\tau}{T} = \frac{1}{100}$  correspond, à R, L et C donnés, à une fréquence relative assez basse, l'autre  $\frac{\tau}{T} = \frac{1}{10}$  à une fréquence assez élevée.

On remarque que ces formes d'ondes diffèrent peu de celles obtenues lors du débit sur résistances (fig.24).

Il en est de même de celles donnant la tension aux bornes d'un redresseur, tracées pour les mêmes valeurs de  $\xi$  et de  $\frac{\tau}{T}$  au bas de la figure 31.

Sur la figure 32, on a tracé, pour les mêmes  $\xi$  et  $\frac{\tau}{T}$ , la tension  $v_1$  et le courant  $i_1$ . Cette tension a, comme les précédentes, sensiblement la forme d'onde trouvée lors du débit sur résistances pures. La nature inductive du récepteur supprime les discontinuités du courant  $i_1$ , et quand la fréquence augmente, atténue les variations rapides, accentuant ainsi la différence entre la tension et le courant qui lui correspond.

Les relevés oscillographiques vérifient bien les tracés calculés point par point.

Pour montrer que la réactance du récepteur qui influence nettement sur le courant affecte peu les tensions, nous reproduisons (fig.33) une série de relevés effectués, à T, R et C constants, pour des valeurs croissantes de L.

La forme d'onde de  $v_1/E$  et celle de  $i_1/E/R$  confondues pour L nul, sont de plus en plus différentes quand L croît ; la tension  $v_1$  est peu affectée par cette croissance, alors que le courant  $i_1$  se rapproche de plus en plus d'une sinusoïde.

### II.3.2. Détermination des premières caractéristiques

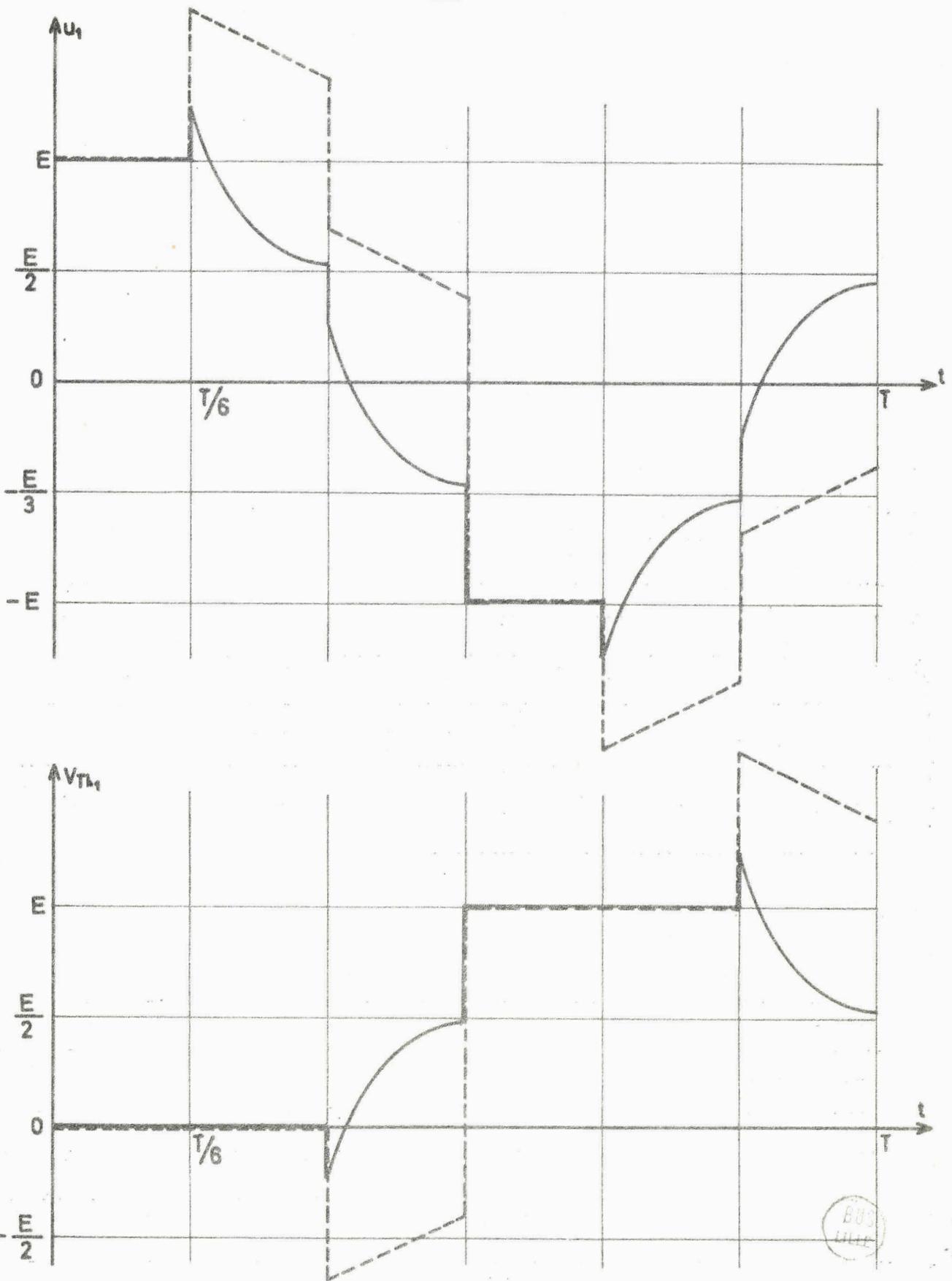
#### II.3.2.1. Caractéristiques de blocage

La tension de blocage  $u_B$ , pointe négative de tension aux bornes d'un thyristor quand celui de la même série qui le suit entre en conduction, est toujours donnée par :

$$u_B = -(v_{Th1})_{\frac{T}{3} +} = (u_1)_{\frac{T}{3} +} = (u_3)_{0+}$$

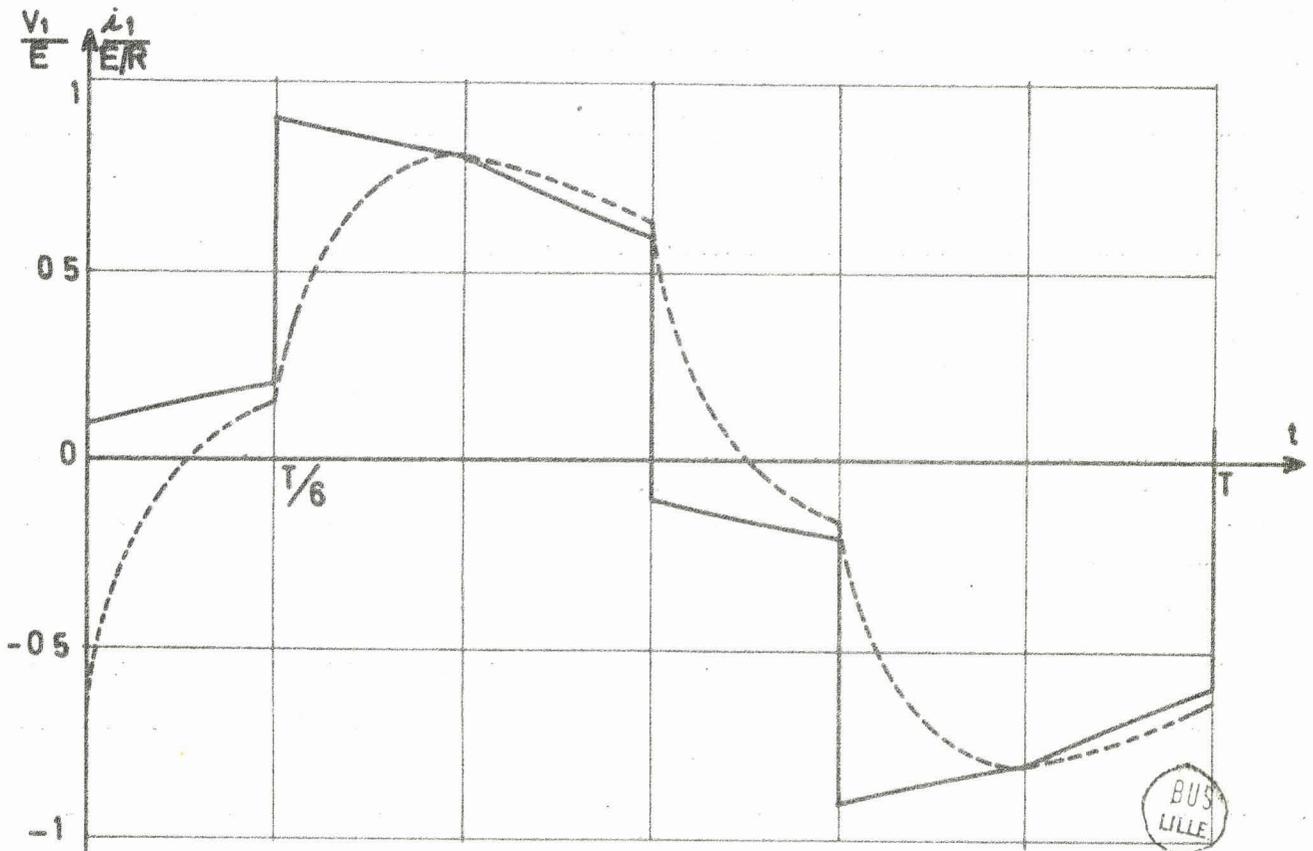
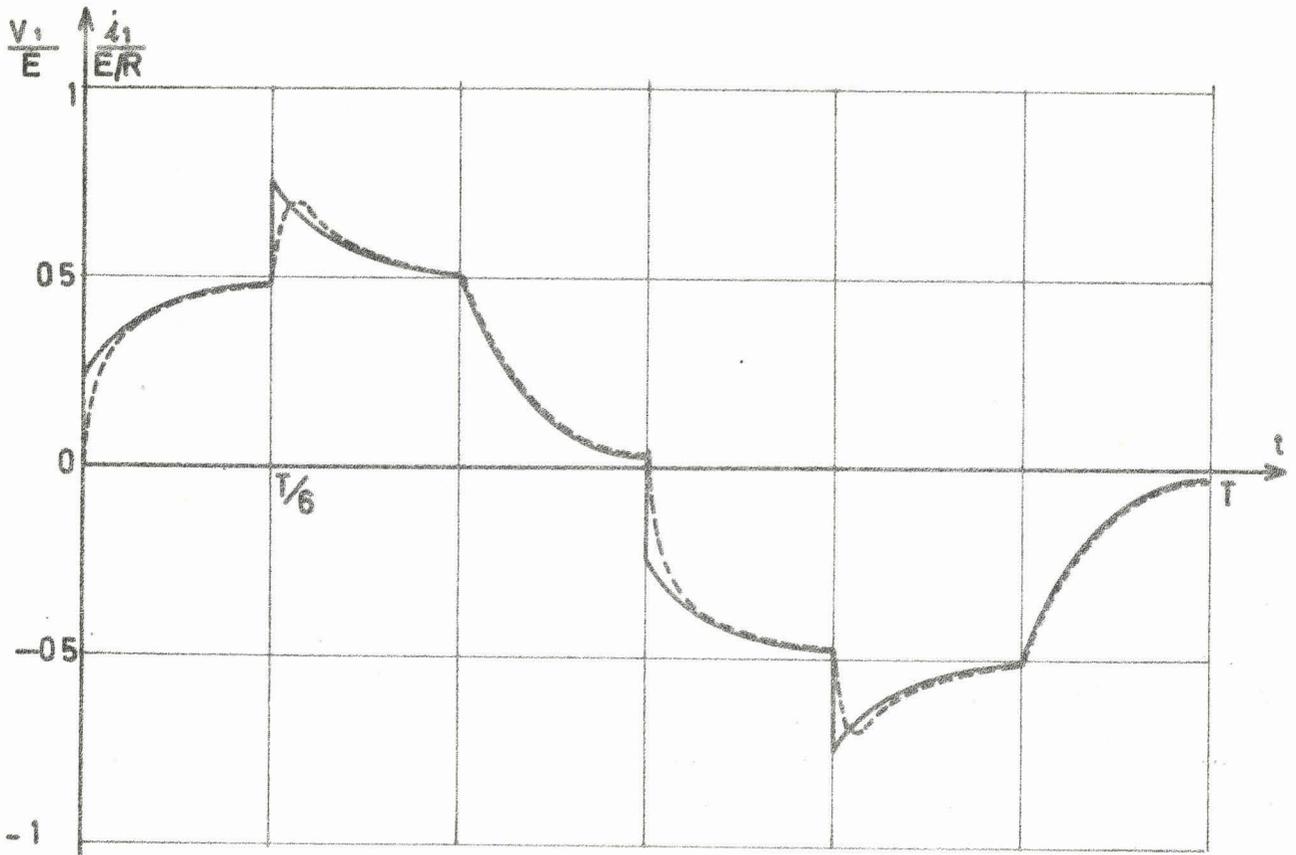
La troisième des relations (9) donne :

$$u_B = -A-B-\frac{E}{2} \tag{24}$$



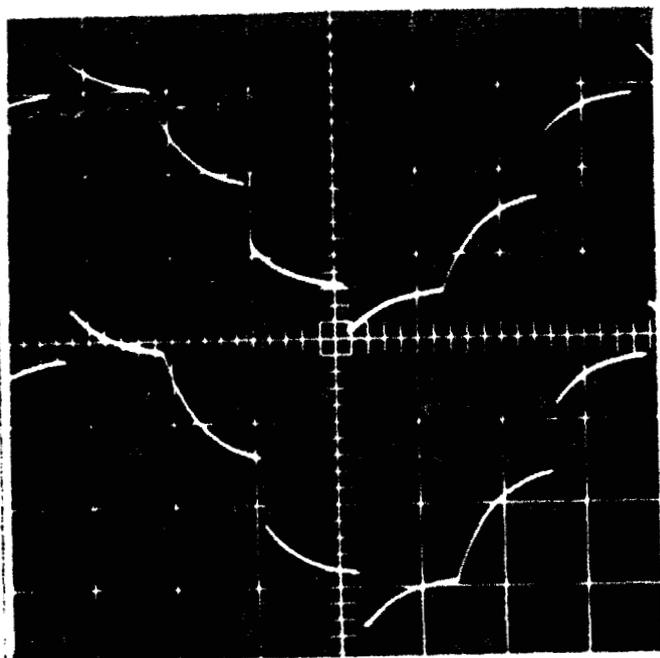
- Fig. 31. - Formes d'ondes des tensions  $u_1$  et  $v_{Th1}$  déterminées point par point (Débit sur RL du P.D.3.) pour  $\xi = 1,001$

$\text{———} \frac{\tau}{T} = \frac{1}{100}$ 
                         
  $\text{- - - - -} \frac{\tau}{T} = \frac{1}{10}$

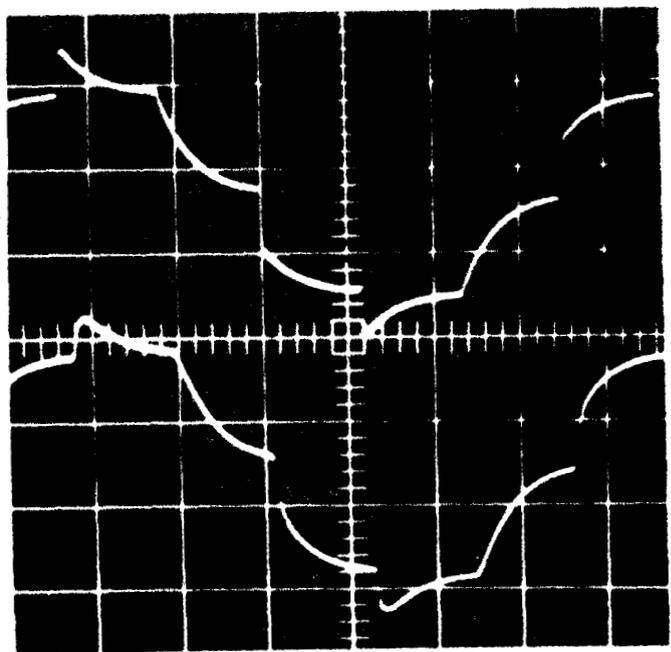


- Fig. 32.- Tracé de la forme d'onde de la tension  $v_1$  et du courant  $i_1$  pour  $\xi = 1,001$   $v_1$  —  $i_1$  - - - -  
 en haut  $\frac{\tau}{T} = \frac{1}{100}$  ; en bas  $\frac{\tau}{T} = \frac{1}{10}$

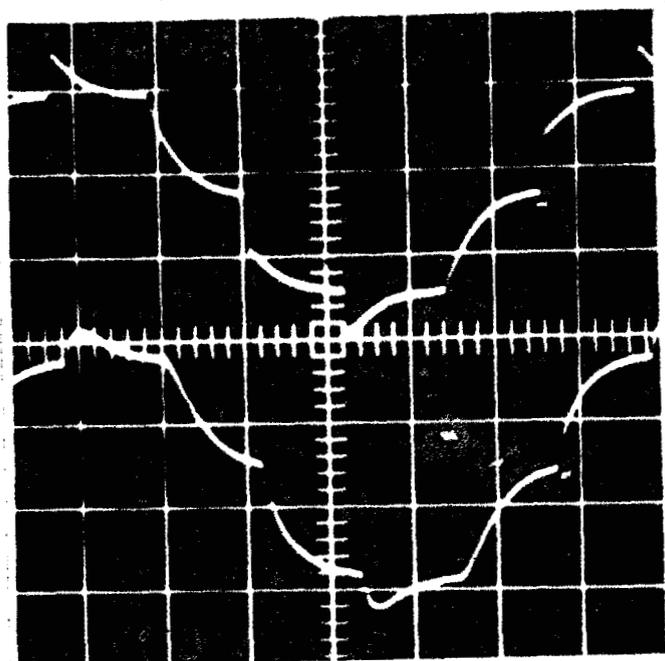
BUS  
LILLE



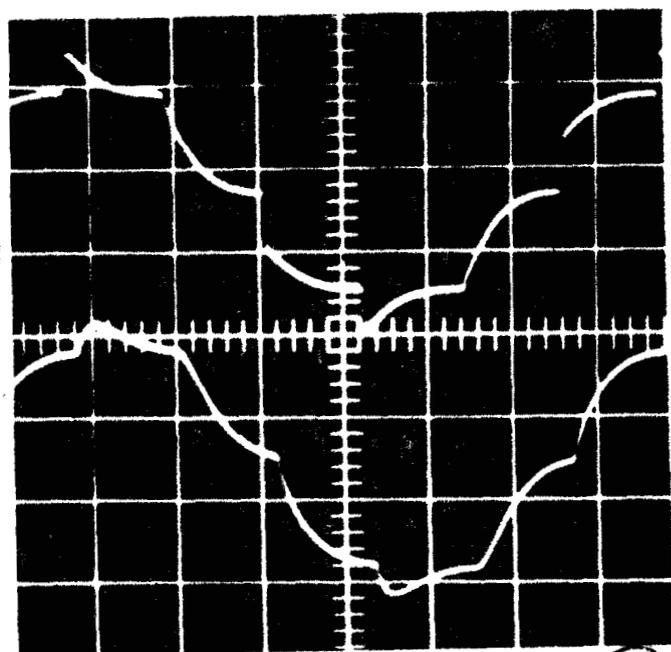
$L = 0$



$L = 0,1 \text{ H}$



$L = 0,2 \text{ H}$



$L = 0,3 \text{ H}$

BUS  
LILLE

- Fig. 33.- Relevés oscillographiques montrant l'influence de la réactance du récepteur. Pour les quatre clichés  
 $f = 50 \text{ Hz}$        $R = 200\Omega$        $C = 22\mu\text{F}$   
(La courbe présentant de brusque variations est celle de la tension  $v_1$ , l'autre celle du courant  $i_1$ )

Les courbes de la Planche XI montrent comment varie le rapport  $u_B/E$  en fonction de  $\tau/T$ . On a fait varier  $\tau/T$  de  $3 \cdot 10^{-3}$  à  $3 \cdot 10^{-1}$  en adoptant pour la fréquence relative une échelle logarithmique. Les tracés ont été effectués pour cinq valeurs de  $\xi$  : 0,58 ; 1 ; 1,5 ; 2 et 3 ; la valeur 0,58 a été choisie car immédiatement supérieure à  $1/\sqrt{3}$  qui correspond à l'amortissement critique.

Ces courbes montrent que  $u_B$  est toujours égal ou supérieur à  $E/4$ . La tension de blocage augmente avec la fréquence et tend vers  $E$  d'autant plus rapidement que  $\xi$  est plus élevé.

Le temps de blocage  $t_B$  est tel que  $u_3(t_B) = 0$ . Il est donc donné par l'équation :

$$A e^{\alpha \frac{t_B}{\tau}} + B e^{\beta \frac{t_B}{\tau}} = - \frac{E}{2} \quad (25)$$

Les courbes  $\frac{t_B}{T} = f\left(\frac{\tau}{T}\right)$  de la planche XI montrent que la valeur relative du temps de blocage augmente avec la fréquence jusqu'à ce que  $t_B$  atteigne son maximum  $T/6$ . A valeur de  $\tau/T$  donnée, l'accroissement de  $\xi$  augmente  $t_B$  tant que le maximum n'est pas atteint.

### II.3.2.2. Tension aux bornes des phases réceptrices

On a vu que les tensions  $v_1$ ,  $v_2$  et  $v_3$  aux bornes des trois impédances charge de l'onduleur, se déduisaient directement des tensions  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  aux bornes des condensateurs.

$$v_1 = \frac{u_1 - u_3}{3}, \quad v_2 = \frac{u_2 - u_1}{3}, \quad v_3 = \frac{u_3 - u_2}{3}$$

Durant l'intervalle  $0, T/6$ , des relations (9) on déduit :

$$v_1 = \frac{1}{3} \left( \frac{3}{2} E + A e^{\alpha \frac{t}{\tau}} + B e^{\beta \frac{t}{\tau}} \right)$$

$$v_2 = \frac{1}{3} \left( - \frac{3}{2} E + A e^{\alpha \frac{t}{\tau}} + B e^{\beta \frac{t}{\tau}} \right)$$

$$v_3 = \frac{1}{3} \left( -2 A e^{\alpha \frac{t}{\tau}} - 2 B e^{\beta \frac{t}{\tau}} \right)$$

L'alternance négative de chacune de ces tensions étant identique, au signe près, à son alternance positive et ces trois tensions étant les mêmes, au décalage de  $T/3$  près, leur valeur efficace  $V_1$  pourra se calculer par :

$$V_1 = \sqrt{\frac{2}{T} \int_0^{T/6} (v_1^2 + v_2^2 + v_3^2) dt}$$

$$V_1^2 = \frac{2}{T} \int_0^{T/6} \frac{1}{9} \left( \frac{18E^2}{4} + 6A^2 e^{2\alpha \frac{t}{T}} + 6B^2 e^{2\beta \frac{t}{T}} + 12ABe^{(\alpha+\beta)\frac{t}{T}} \right) dt$$

$$V_1 = \sqrt{\frac{E^2}{6} + \frac{2A^2}{3\alpha \frac{T}{\tau}} (D_1^2 - 1) + \frac{2B^2}{3\beta \frac{T}{\tau}} (D_2^2 - 1) + \frac{8AB}{3(\alpha+\beta) \frac{T}{\tau}} (D_1 D_2 - 1)} \quad (26)$$

Cette relation a permis de tracer, pour diverses valeurs de  $\xi$ , les courbes  $V_1/E = f(\tau/T)$  de la Planche XII. Elles montrent que  $V_1/E$  augmente à partir de  $1/\sqrt{6}$  d'autant plus rapidement que  $\xi$  est plus grand.

Pour juger de la qualité des tensions de sortie de l'onduleur, on peut calculer la valeur efficace du terme fondamental  $V_{1f}$  du développement en série de la tension  $v_1$ .

Les propriétés des formes d'ondes permettent d'écrire :

$$X_{1f} = \frac{4}{T} \int_0^{T/6} \left[ v_1 \sin \omega t - v_2 \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{3} \right) + v_3 \sin \left( \omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \right] dt$$

$$Y_{1f} = \frac{4}{T} \int_0^{T/6} \left[ v_1 \cos \omega t - v_2 \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{3} \right) + v_3 \cos \left( \omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \right] dt$$

Compte tenu des expressions de  $v_1, v_2, v_3$ , il vient :

$$V_{1f} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{X_{1f}^2 + Y_{1f}^2}$$

avec

$$X_{1f} = \frac{3E}{2\pi} + \frac{2A \left[ \alpha \sqrt{3} \left( \frac{T}{\tau} \right) + 2\pi (1 - 2D_1) \right]}{\alpha^2 \left( \frac{T}{\tau} \right)^2 + 4\pi^2} + \frac{2B \left[ \beta \sqrt{3} \left( \frac{T}{\tau} \right) + 2\pi (1 - 2D_1) \right]}{\beta^2 \left( \frac{T}{\tau} \right)^2 + 4\pi^2} \quad (27)$$

$$Y_{1f} = \frac{E\sqrt{3}}{2\pi} + \frac{2A \left[ \alpha \left( \frac{T}{\tau} \right) (2D_1 - 1) + 2\pi \sqrt{3} \right]}{\alpha^2 \left( \frac{T}{\tau} \right)^2 + 4\pi^2} + \frac{2B \left[ \beta \left( \frac{T}{\tau} \right) (2D_2 - 1) + 2\pi \sqrt{3} \right]}{\beta^2 \left( \frac{T}{\tau} \right)^2 + 4\pi^2}$$

Les Courbes, donnant  $V_{1f}/E$  en fonction de  $\frac{T}{\tau}$ , pour divers  $\xi$ , de la Planche XII montrent que ce rapport évolue en fonction de la fréquence comme  $V_1/E$  et que sa valeur n'est jamais très inférieure à celle de ce rapport. Nous avons déjà expliqué (voir §II.2.2.2.) que la faiblesse de cette différence se justifiait aisément.

II.3.2.3. Courant dans le récepteur

Comme pour les tensions, on peut calculer la valeur efficace  $I_1$  des courants dans les phases par :

$$I_1 = \sqrt{\frac{2}{T} \int_0^{T/6} (i_1^2 + i_2^2 + i_3^2) dt}$$

avec

$$i_1 = K_1 e^{-t/\tau_1} - M e^{\alpha \frac{t}{\tau}} - N e^{\beta \frac{t}{\tau}} + \frac{E}{2R}$$

$$i_2 = -K_1 e^{-t/\tau_1} - M e^{\alpha \frac{t}{\tau}} - N e^{\beta \frac{t}{\tau}} - \frac{E}{2R}$$

$$i_3 = 2M e^{\alpha \frac{t}{\tau}} + 2N e^{\beta \frac{t}{\tau}}$$

en posant :

$$M = \frac{AC\alpha}{\tau} \quad \text{et} \quad N = \frac{BC\beta}{\tau} \quad (28)$$

En élevant au carré  $i_1, i_2, i_3$  et en intégrant de 0 à  $T/6$  on trouve  $I_1^2$  qui, après simplifications, donne :

$$I_1^2 = \sqrt{\frac{2K_1^2(1-D_3^2)}{\frac{T}{\tau_1}} + \frac{E^2}{6R^2} + \frac{4EK_1}{R \frac{T}{\tau_1}} (1-D_3) + \frac{6M^2}{\alpha \frac{T}{\tau}} (D_1^2 - 1) + \frac{6N^2}{\beta \frac{T}{\tau}} (D_2^2 - 1) + \frac{24MN}{(\alpha+\beta) \frac{T}{\tau}} (D_1 D_2 - 1)} \quad (29)$$

Cette relation permet le tracé des courbes  $I_1/E/R=f(\frac{T}{\tau})$  pour divers  $\xi$  (en haut de la Planche XIII). Le courant  $I_1$  augmente d'abord avec la fréquence comme la tension  $V_1$ , mais l'accroissement de l'impédance du récepteur, liée à l'augmentation de  $\frac{1}{T}$ , fait passer  $I_1$  par un maximum, puis diminuer.

Le maximum de  $I_1/E/R$  est d'autant plus réduit et se produit pour une valeur d'autant plus faible de  $\tau/T$ , que  $\xi$  est plus voisin de  $1/\sqrt{3}$ .

Au bas de la Planche XIII, on a tracé les courbes donnant la valeur du terme fondamental  $I_{1f}$  du courant  $i_1$ . On peut déduire directement  $I_{1f}$  de  $V_{1f}$  puisque :

$$I_{1f} = \frac{V_{1f}}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}}$$

ou :

$$I_{1f} = \frac{V_{If}}{R \sqrt{1 + \pi^2 \frac{1}{\xi^2} \left(\frac{T}{T}\right)^2}}$$

La comparaison des deux familles de courbes de la planche XIII montre que plus la fréquence croît et plus la charge est inductive, plus les valeurs de  $I_1$  et  $I_{1f}$  sont voisines.

II.3.3. Courant dans les condensateurs et courant pris au réseau  
=====

Nous avons indiqué, lors de l'étude du débit sur résistance pure, la nécessité de limiter les pointes de courant de charge et de décharge des condensateurs. Si la résistance  $r$  placée à cet effet en série avec chaque condensateur est telle que  $rC$  soit très inférieur à  $T/6$ , on peut admettre que les relations (9) donnent les tensions aux bornes des trois ensembles  $r, C$ .

II.3.3.1. Expression des courants dans les condensateurs

Comme lors du débit sur  $R$ , en désignant par  $\Delta u_1, \Delta u_2, \Delta u_3$  les discontinuités présentées par les tensions  $u_1, u_2, u_3$  à l'instant  $t = 0$ , on peut admettre que les courants  $j_1, j_2, j_3$  sont approximativement donnés par :

$$j_1 = \frac{\Delta u_1}{r} e^{-\frac{t}{rC}}$$

$$j_2 = \frac{\Delta u_2}{r} e^{-\frac{t}{rC}} + C \frac{du_2}{dt}$$

$$j_3 = \frac{\Delta u_3}{r} e^{-\frac{t}{rC}} + C \frac{du_3}{dt}$$

La tension  $u_1$  subit, à l'instant  $t = 0$ , une discontinuité  $u_1$  telle que :

$$\Delta u_1 = E - (u_1)_{0-} = E + (u_3)_{\frac{T}{6}-}$$

$$\Delta u_1 = \frac{E}{2} - AD_1 - BD_2$$

Le courant  $j_1$  a donc pour expression :

$$j_1 = \frac{1}{r} \left( \frac{E}{2} - AD_1 - BD_2 \right) e^{-\frac{t}{rC}} \quad (30)$$

De même :

$$\Delta u_2 = u_{20} - (u_2)_{0-} = u_{20} + (u_1)_{\frac{T}{6}} = u_{20} + E$$

en tenant compte de l'expression (9) de la tension  $u_2$  durant l'intervalle  $0, T/6$  considéré, il vient :

$$j_2 = \frac{u_{20} + E}{r} e^{-\frac{t}{rC}} + CA \frac{\alpha}{\tau} e^{\alpha \frac{t}{\tau}} + CB \frac{\beta}{\tau} e^{\beta \frac{t}{\tau}} \quad (31)$$

Enfin, puisque  $\Delta u_2 = \Delta u_3$ , de l'expression de la tension  $u_3$  on déduit :

$$j_3 = \frac{u_{20} + E}{r} e^{-\frac{t}{rC}} - CA \frac{\alpha}{\tau} e^{\alpha \frac{t}{\tau}} - CB \frac{\beta}{\tau} e^{\beta \frac{t}{\tau}} \quad (32)$$

### II.3.3.2. Expression du courant total absorbé

Pendant l'intervalle  $0, T/6$ , qui correspond à une période du courant total  $i$  pris à la source de tension  $E$ , l'équation du noeud A (fig.30) donne :

$$i = i_1 + j_1 - j_3$$

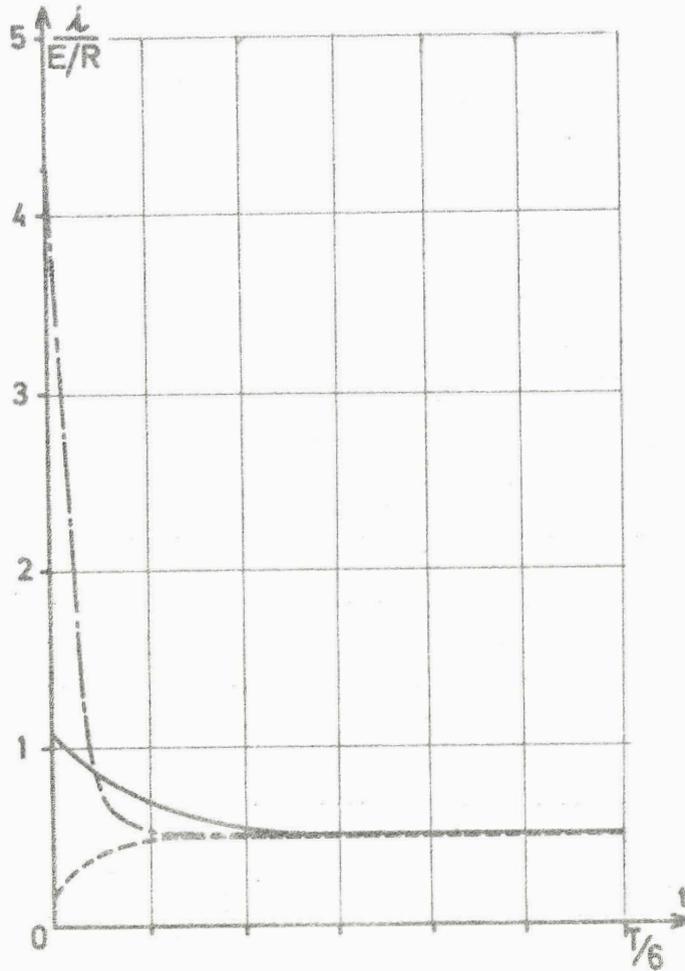
En remplaçant, il vient après simplification :

$$i = K_1 e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{2R} - \frac{1}{r} \left( \frac{E}{2} + u_{20} + AD_1 + BD_2 \right) e^{-\frac{t}{rC}} \quad (33)$$

Le dernier terme montre que les pointes de courant  $i$  dues aux capacités sont inversement proportionnelles à  $r$ .

Il n'y a pas lieu de s'attarder sur la forme d'onde des courants dans les condensateurs et sur les vérifications correspondantes, puisque ces courants ne dépendent, dans le domaine de validité de nos hypothèses, que de  $u_1, u_2, u_3$ , de  $r$  et  $C$  et non du récepteur. Or, nous avons montré que le passage d'un récepteur résistif à un récepteur résistif et inductif modifiait peu la forme d'onde des tensions  $u_1, u_2$  et  $u_3$ .

Nous avons simplement tracé (fig.34), l'onde de courant  $i$  d'abord en négligeant le dernier terme de la relation (33) qui tient compte de l'effet sur  $i$  des courants des condensateurs, puis pour  $r = R$ , enfin pour  $r = \frac{R}{5}$ . On voit que les pointes du courant  $i$  sont d'autant plus fortes et d'autant plus vite amorties que  $r$  est plus petit.



- Fig. 34. - Formes d'ondes du courant  $i$  tracées pour  $\xi = 1$  et  $\frac{1}{T} = 10^{-2}$

- - - en négligeant l'effet de  $j_1, j_2, j_3$
- en prenant  $r = R$
- · - en prenant  $r = \frac{R}{5}$

#### II.3.4. Détermination des autres caractéristiques

=====

La connaissance des expressions des courants  $j_1, j_2, j_3$  et  $i$  permet de compléter les caractéristiques.

##### II.3.4.1. Courant et pertes dans les circuits de blocage

Pour dimensionner les résistances  $r$ , on peut calculer la valeur efficace  $J$  du courant dans les trois circuits  $rC$  par :

$$J = \sqrt{\frac{2}{T}} \int_0^{T/6} (j_1^2 + j_2^2 + j_3^2) dt.$$

Puisque, entre  $t = 0$  et  $t = \frac{T}{6}$  :

$$j_1^2 + j_2^2 + j_3^2 = Q^2 e^{-2t/rC} + 2M^2 e^{2\alpha \frac{t}{\tau}} + 2N^2 e^{2\beta \frac{t}{\tau}} + 4MN e^{(\alpha+\beta) \frac{t}{\tau}}$$

avec :

$$Q^2 = \frac{1}{r^2} \left[ 2 (u_{20} + E)^2 + \left( \frac{E}{2} - AD_1 - BD_2 \right)^2 \right]$$

J est donné par la relation :

$$J = \sqrt{\frac{2\xi \frac{r}{R} Q^2}{\frac{T}{\tau}} (1-D_4^2) + \frac{2M^2}{\alpha \frac{T}{\tau}} (D_1^2-1) + \frac{2N^2}{\beta \frac{T}{\tau}} (D_2^2-1) + \frac{8MN}{(\alpha+\beta) \frac{T}{\tau}} (D_1 D_2 - 1)} \quad (34)$$

avec :

$$D_4 = e^{-\frac{T}{6rC}}$$

Pour ne pas multiplier les familles de caractéristiques, (une courbe  $J = f(\frac{T}{\tau})$  par valeur de  $\frac{r}{R}$  et de  $\xi$ ) il est commode de calculer les pertes dans les trois résistances  $r$  comme on l'a fait pour le débit sur charge purement résistive.

La valeur relative de ces pertes est donnée par :

$$\frac{3rJ^2}{E^2/R} = \frac{6\xi \left(\frac{r}{R} \cdot \frac{Q}{E/R}\right)^2 (1-D_4^2)}{\frac{T}{\tau}} + \frac{6\left(\frac{r}{R}\right) \left(\frac{M}{E/R}\right)^2 (D_1^2-1)}{\alpha \frac{T}{\tau}} + \frac{6\left(\frac{r}{R}\right) \left(\frac{N}{E/R}\right)^2 (D_2^2-1)}{\beta \frac{T}{\tau}} + \frac{24\left(\frac{r}{R}\right) \frac{MN}{(E/R)^2} (D_1 D_2 - 1)}{(\alpha+\beta) \frac{T}{\tau}} \quad (35)$$

Le premier terme correspond aux pertes dues aux courants dans les condensateurs correspondant aux pointes de courant, les trois autres aux variations de ces courants, liées à celles de  $u_1, u_2, u_3$ .

Il nous a semblé préférable, compte tenu de l'hypothèse faite sur l'influence des résistances  $r$  limitée à la seule suppression des pointes, de tracer les courbes  $\frac{3rJ^2}{E^2/R} = f(\frac{T}{\tau})$  pour diverses valeurs de  $\xi$  en ne tenant compte que du premier terme. Les courbes tracées pour  $r = R$  et  $r = 5R$  montrent que, pour les faibles valeurs de  $\frac{T}{\tau}$ , ces pertes dépendent peu de  $r$ .

II.3.4.2. Courant total absorbé

Le courant absorbé, de période T/6, est donné durant l'intervalle 0, T/6 par la relation (33)

$$i = K_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \frac{E}{2R} - \frac{P}{r} e^{-\frac{t}{rC}} \quad (33')$$

en posant :

$$P = \frac{E}{2} + u_{20} + AD_1 + BD_2$$

On remarque que dans l'expression de i seul le dernier terme correspond aux effets des courants dans les capacités et qu'il ne dépend que des pointes de courant.

La valeur moyenne  $I_{\text{moy}}$ , calculée par :

$$I_{\text{moy}} = \frac{6}{T} \int_0^{T/6} i dt$$

est égale à :

$$I_{\text{moy}} = 6 K_1 \frac{\tau_1}{T} (1-D_3) + \frac{E}{2R} + \frac{6PC}{T} (D_4-1) \quad (36)$$

La partie inférieure de la Planche XIV montre les courbes  $I_{\text{moy}}/E/R = f(\frac{\tau}{T})$  tracées pour diverses valeurs de  $\xi$  pour  $r = R$  et  $r = 5R$ .

Elles diffèrent de celles qu'on obtiendrait en négligeant dans l'expression de  $I_{\text{moy}}$  le terme  $\frac{6PC}{T} (D_4-1)$ , et conduisent à la nécessité du fonctionnement à  $\tau/T$  réduit. En effet, la puissance active totale  $E I_{\text{moy}}$  débitée par la source de tension continue est la somme de la puissance fournie au récepteur  $3 R I_1^2$  et de celle dépensée dans les résistances  $r$ , soit  $3 r J^2$ . Or celle-ci, qui correspond au terme  $\frac{6PC}{T} (D_4-1)$  de l'expression de  $I_{\text{moy}}$ , doit être relativement faible pour que le rendement du convertisseur soit acceptable ; ce ne serait pas le cas si  $\tau/T$  était élevé.

L'examen des courbes tracées pour  $r = R$  et  $r = 5R$  montre qu'on peut utiliser, avec une bonne approximation, les courbes  $I_{\text{moy}} = f(\frac{\tau}{T})$  de la Planche XIV quel que soit le rapport  $\frac{r}{R}$ , dans la mesure où  $\tau/T$  est réduit.

Les pointes de courant absorbé  $i_{\text{max}}$  sont données par :

$$i_{\text{max}} = K_1 + \frac{E}{2R} - \frac{P}{r} \quad (37)$$

Le rapport  $\frac{K_1}{E/R}$  ne dépend que de  $\frac{\tau}{T}$  et de  $\xi$  ; de même la tension P n'est fonction que de  $\tau/T$  et de  $\xi$ , mais le courant correspondant  $\frac{P}{r}$  dépend en outre de r.

Pour ne pas multiplier le nombre de caractéristiques nécessaires, on obtiendra  $i_{\max}$  par l'addition de deux termes :

$$i_{\max} = \left( K_1 + \frac{E}{2R} \right) - \frac{P}{r} \quad (38)$$

$$i_{\max} = i'_{\max} - \frac{P}{r}$$

En haut de la Planche XV, on a tracé les courbes  $\frac{i'_{\max}}{E/R} = f\left(\frac{\tau}{T}\right)$  pour diverses valeurs de  $\xi$ . En bas, on trouve les caractéristiques donnant en fonction de  $\frac{\tau}{T}$  et pour les même  $\xi$ , le rapport  $-\frac{P}{E}$ . Une simple addition permet, pour chaque groupe de valeurs de  $\frac{\tau}{T}$ , de  $\xi$  et de r, d'obtenir  $i_{\max}$ .

La valeur efficace I du courant total, calculée par :

$$I = \sqrt{\frac{6}{T} \int_0^{T/6} i^2 dt,}$$

est donnée par la relation :

$$I = \sqrt{\frac{E^2}{4R^2} + \frac{3K_1^2}{\frac{T}{\tau_1} (1-D_3^2)} + \frac{3P^2C}{r T (1-D_4^2)} + \frac{6EK_1}{r \frac{T}{\tau_1} (1-D_3)} + \dots}$$

$$+ \frac{6EPC}{RT} (D_4 - 1) + \frac{12K_1 P}{\frac{T}{C} + r \frac{T}{\tau_1}} (D_3 D_4 - 1) \quad (39)$$

La Planche XVI montre les variations de  $\frac{I}{E/R}$  en fonction de  $\frac{\tau}{T}$  pour diverses valeurs de  $\xi$ , et  $r = R$ . Le rapport part de 0,5 aux très basses fréquences relatives, mais augmente très rapidement avec la fréquence et cela d'autant plus que  $\xi$  est plus grand.

Pour des valeurs plus faibles de r, la croissance de I en fonction de  $\frac{\tau}{T}$  serait encore plus rapide. Au contraire, les courbes tracées pour  $r = 5R$  montrent que l'augmentation de r permet une réduction notable du courant absorbé, par réduction des pointes de courant dues aux condensateurs, aux instants de commutation.

Le facteur de forme  $f_F = \frac{I}{I_{\text{moy}}}$  se déduit directement de la lecture de  $I_{\text{moy}}$  et de  $I$  sur les courbes correspondantes. Il part de 1 pour les très basses fréquences, et augmente avec  $\frac{\tau}{T}$ . Pour de faibles valeurs de  $\frac{r}{R}$ , la croissance serait rapide, au contraire, avec les valeurs choisies pour  $r$ ,  $f_F$  reste longtemps voisin de l'unité. Pour  $r = 5R$ , quel que soit  $\xi$ ,  $f_F$  reste inférieur à 1,005 tant que  $\frac{\tau}{T}$  n'excède pas  $3.10^{-2}$ .

### II.3.5. Bilan de l'étude du débit sur récepteur résistant et inductif

=====

Les conclusions de l'étude de l'onduleur débitant sur  $R, L$  diffèrent peu de celles trouvées lors du débit sur  $R$ , malgré les complications apparentes dues à la nécessité de deux paramètres et non plus d'un seul.

#### II.3.5.1. Choix du domaine de fréquences. Choix de $r$

Il existe une valeur absolue de la fréquence limite d'utilisation puisque le temps de blocage, égal au maximum à  $\frac{T}{6}$ , doit être supérieur au temps de recouvrement des thyristors :

$$T > 6t_r$$

On a intérêt à travailler à fréquence relative réduite, car la constance de la tension de sortie, la diminution du facteur de forme  $f_F$  et la réduction des pertes dans les résistances  $r$ , sont d'autant mieux assurées que  $\frac{\tau}{T}$  est plus faible. A valeurs données de  $R, L$  et  $T$ , ceci conduit à réduire la capacité  $C$  des condensateurs.

La réduction de  $C$  est d'autant plus bénéfique qu'elle permet d'accroître  $r$ . On doit en effet chercher, pour limiter les pointes du courant  $i$ , à prendre  $r$  aussi grand que possible. L'accroissement de  $r$  est limité par la constante de temps  $rC$  qui doit être nettement inférieure à  $\frac{T}{6}$  pour que les condensateurs aient le temps de se charger et de se décharger et de jouer ainsi le rôle de blocage qui leur est dévolu.

On veillera, par exemple, à ce que pour toutes les fréquences de fonctionnement la condition :

$$rC \leq \frac{T}{10}$$

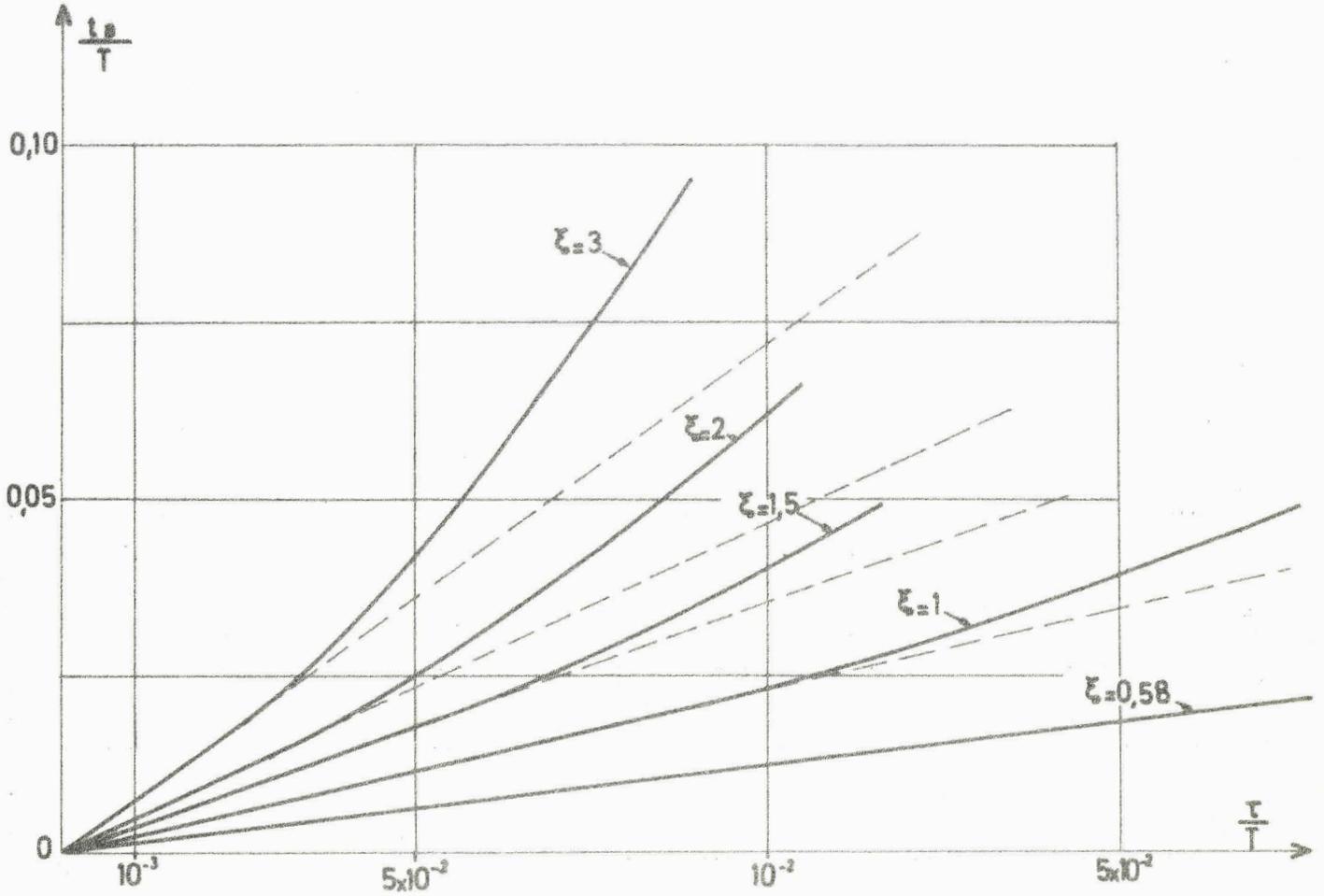
soit remplie.

#### II.3.5.1. Choix des condensateurs

C'est le temps de blocage  $t_B$  qui impose la valeur minimale de  $C$ . Sur la planche XI, on a tracé les courbes  $t_B/T = f(\frac{\tau}{T})$  en adoptant pour

$\frac{\tau}{T}$  une échelle logarithmique afin de permettre une meilleure exploration de ce paramètre.

La figure 35 reprend ces courbes mais en prenant pour  $\frac{\tau}{T}$  une échelle linéaire.



- Fig. 35. - Caractéristiques  $\frac{t_B}{T} = f\left(\frac{\tau}{T}\right)$  tracées pour diverses valeurs de  $\xi$ . (En pointillé, droites auxquelles on peut assimiler le début des courbes)

On constate que pour les faibles valeurs de  $\frac{\tau}{T}$ , donc aux basses fréquences relatives où il convient de fonctionner, le temps de blocage est sensiblement une fonction linéaire de  $\tau = \sqrt{LC}$ . En confondant  $\frac{t_B}{T}$  avec les droites tracées sur la figure, on sous-évalue  $t_B$  d'autant plus que  $\frac{\tau}{T}$  et  $\xi$  sont plus grands.

Les équations de ces droites donnent :

pour $\xi = 0,58$	$t_B = 1,25\tau$
$\xi = 1$	$t_B = 2,30\tau$
$\xi = 1,5$	$t_B = 3,55\tau$
$\xi = 2$	$t_B = 4,70\tau$
$\xi = 3$	$t_B = 7,20\tau$

Or :

$$2\xi\tau = 2 \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} \times \sqrt{LC} = RC$$

et :

$$\tau = \frac{RC}{2\xi} .$$

Il est possible d'exprimer  $t_B$  non plus en fonction de  $\tau$  mais de  $RC$ , ce qui donne :

pour $\xi = 0,58$	$t_B = 1,077 RC$
$\xi = 1$	$t_B = 1,15 RC$
$\xi = 1,5$	$t_B = 1,18 RC$
$\xi = 2$	$t_B = 1,19 RC$
$\xi = 3$	$t_B = 1,20 RC$

On voit que le temps de blocage dépend surtout de  $R$  et  $C$ , il est peu affecté par les variations de  $L$  car l'influence de  $\xi$ , proportionnel à  $1/\sqrt{L}$ , est faible.

A valeur donnée de  $RC$ , quand  $L$  augmente,  $\xi$  diminue et le temps de blocage est légèrement réduit. Dans l'étude du débit sur résistance pure, on avait trouvé  $t_B$  égal à  $1,22 RC$ .

Pour que le temps de blocage soit supérieur à  $t_r$ , on prendra la valeur correspondant au minimum de  $\xi$  compatible avec le fonctionnement décrit :

$$1,077 RC > t_r$$

ou

$$C > \frac{t_r}{1,077 R}$$

Remarque :

La zone intéressante de fonctionnement limitée à  $\frac{RC}{T} = 0,02$  lors du débit sur résistance est encore applicable lorsque le récepteur est résistant et inductif.

En effet :

$$\tau = \frac{RC}{2} , \text{ donc si } \frac{RC}{T} = 0,02$$

$$\frac{\tau}{T} = \frac{10^{-2}}{\xi}$$

soit :

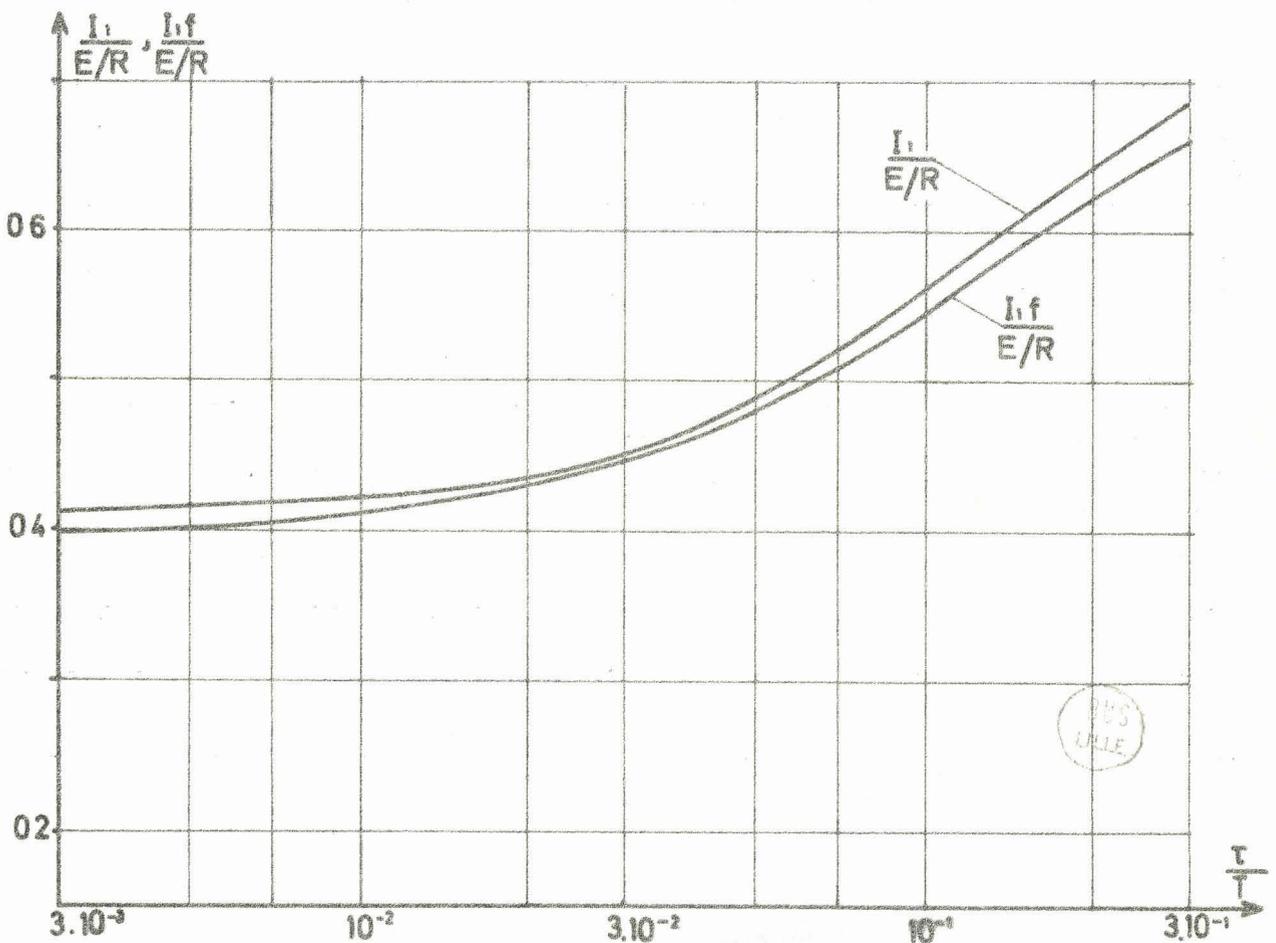
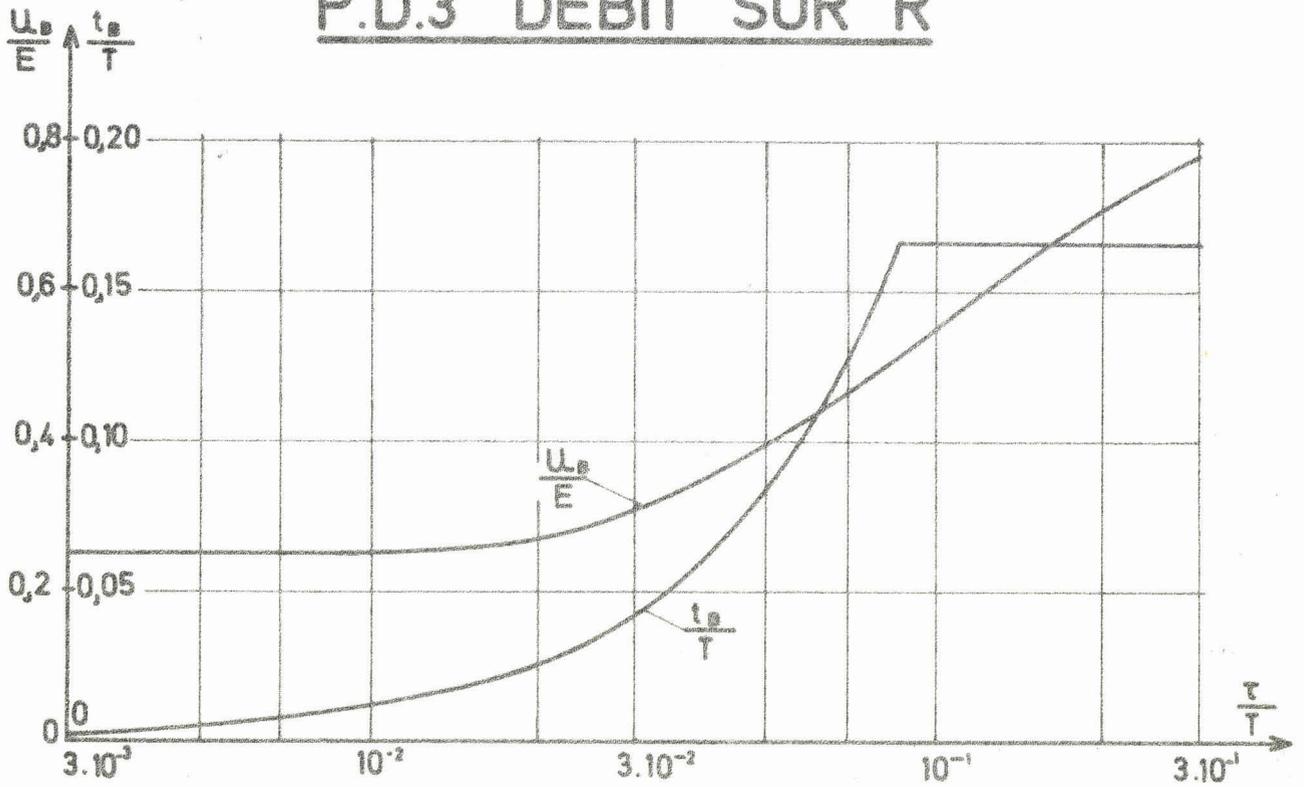
$$\begin{aligned}\frac{\tau}{T} &= 1,724 \cdot 10^{-2} \text{ pour } \xi = 0,58 \\ &= 10^{-2} \quad \quad \quad \xi = 1 \\ &= 0,5 \cdot 10^{-2} \quad \quad \quad \xi = 2 \\ &= 0,333 \cdot 10^{-2} \quad \quad \quad \xi = 3\end{aligned}$$

On vérifie sur les diverses caractéristiques qu'on est toujours dans la zone où les performances sont intéressantes.

On cherchera donc à travailler à une fréquence telle que :

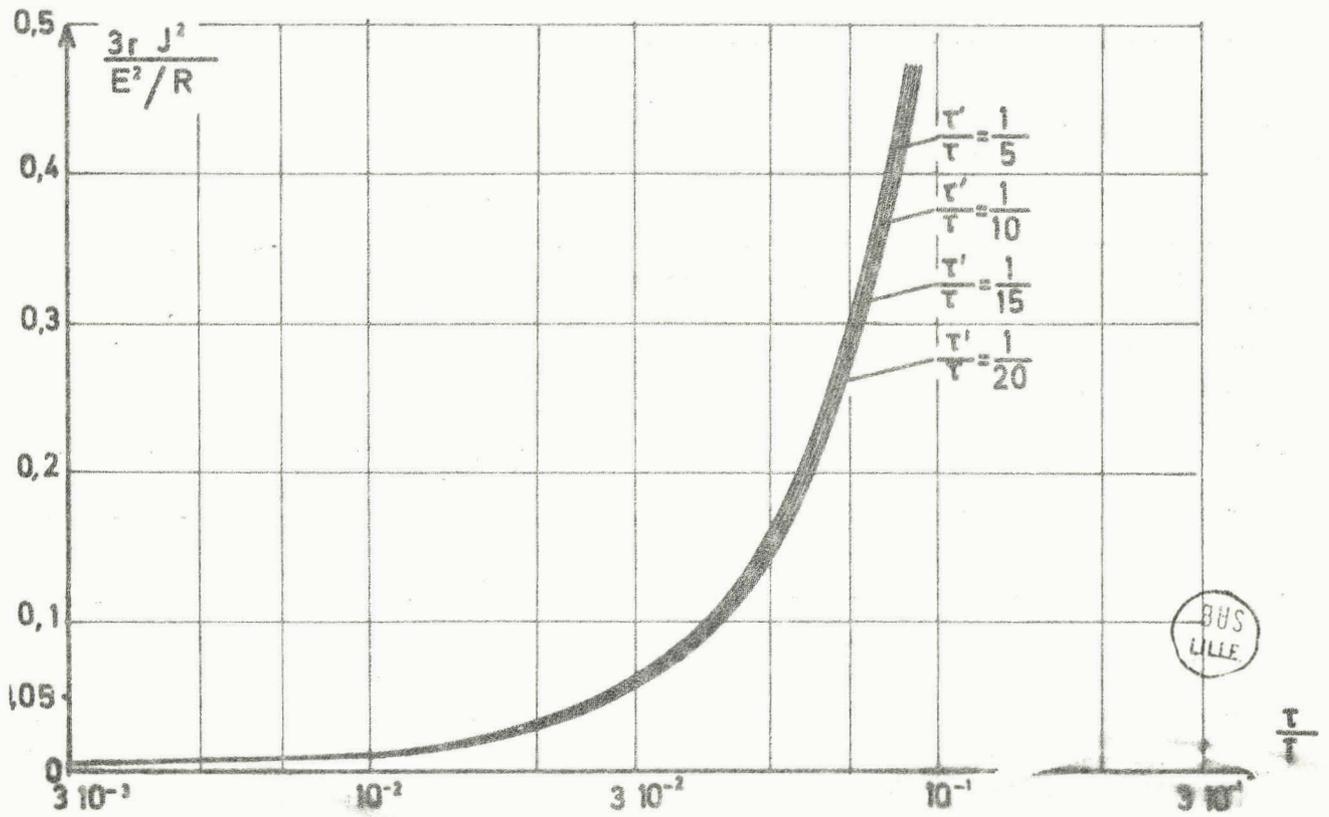
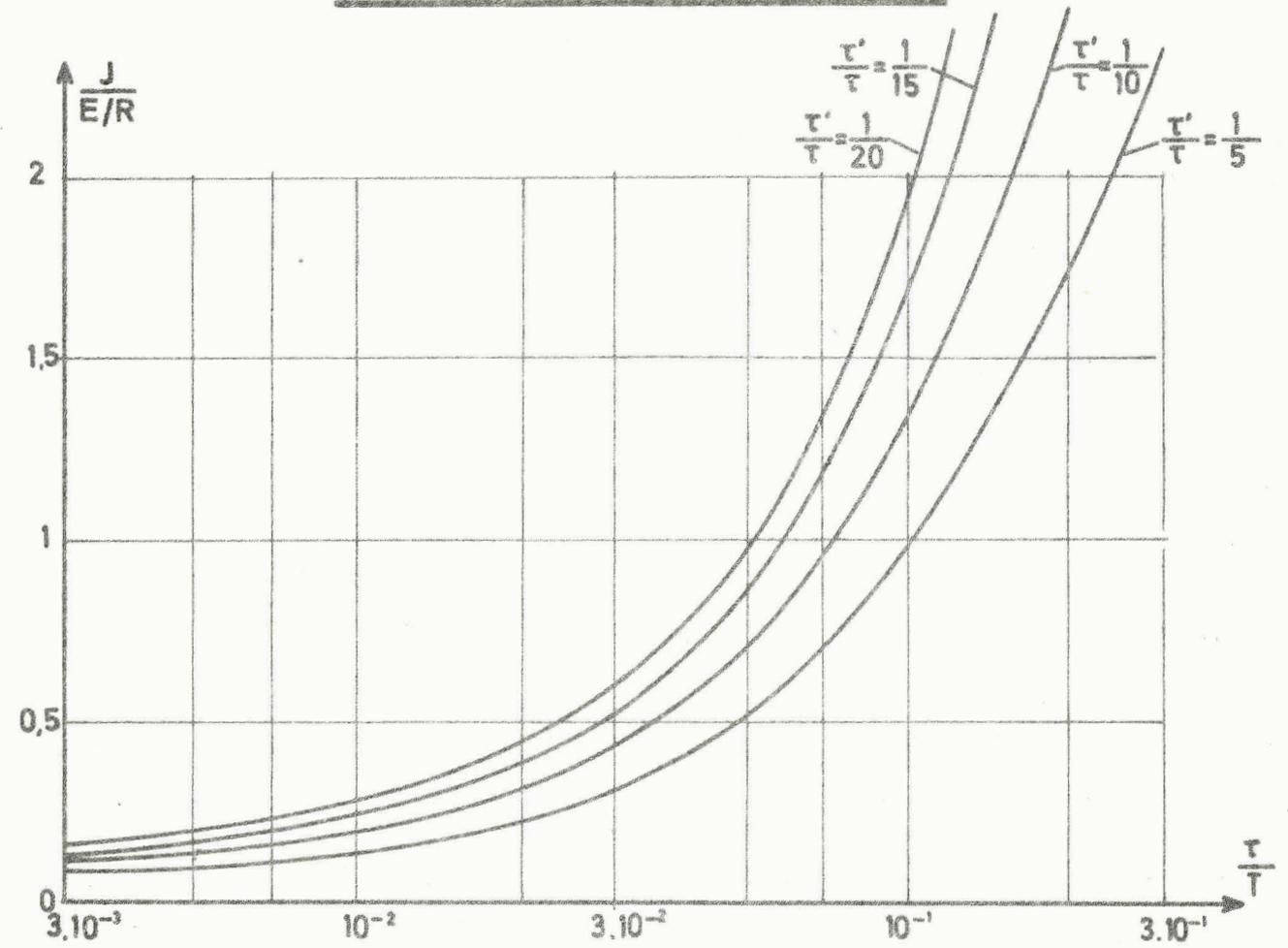
$$f < \frac{2 \cdot 10^{-2}}{RC}$$

### P.D.3 DEBIT SUR R

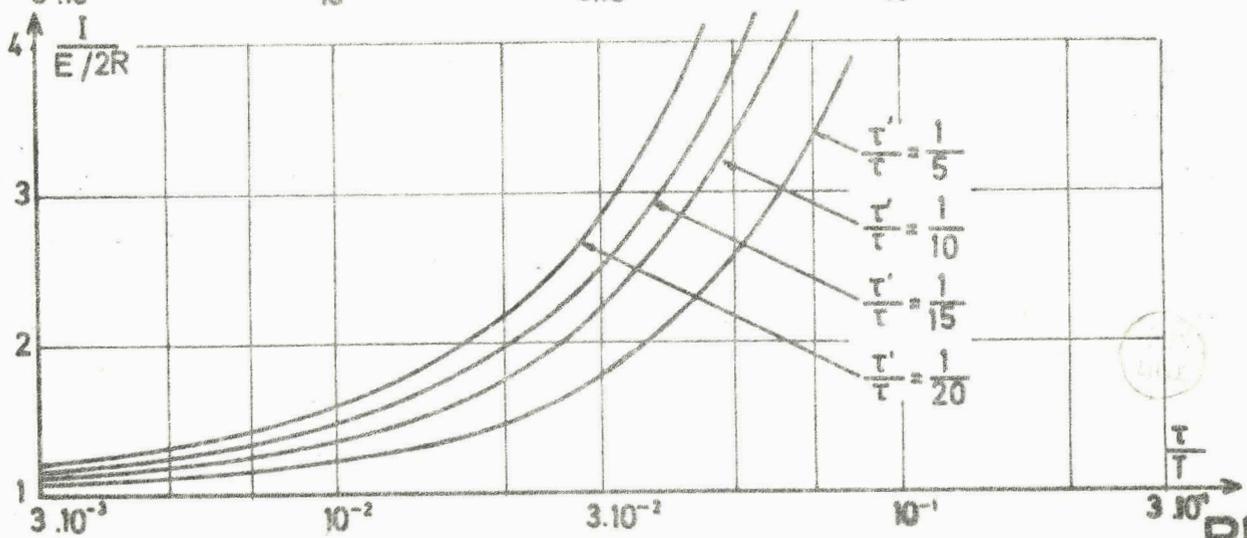
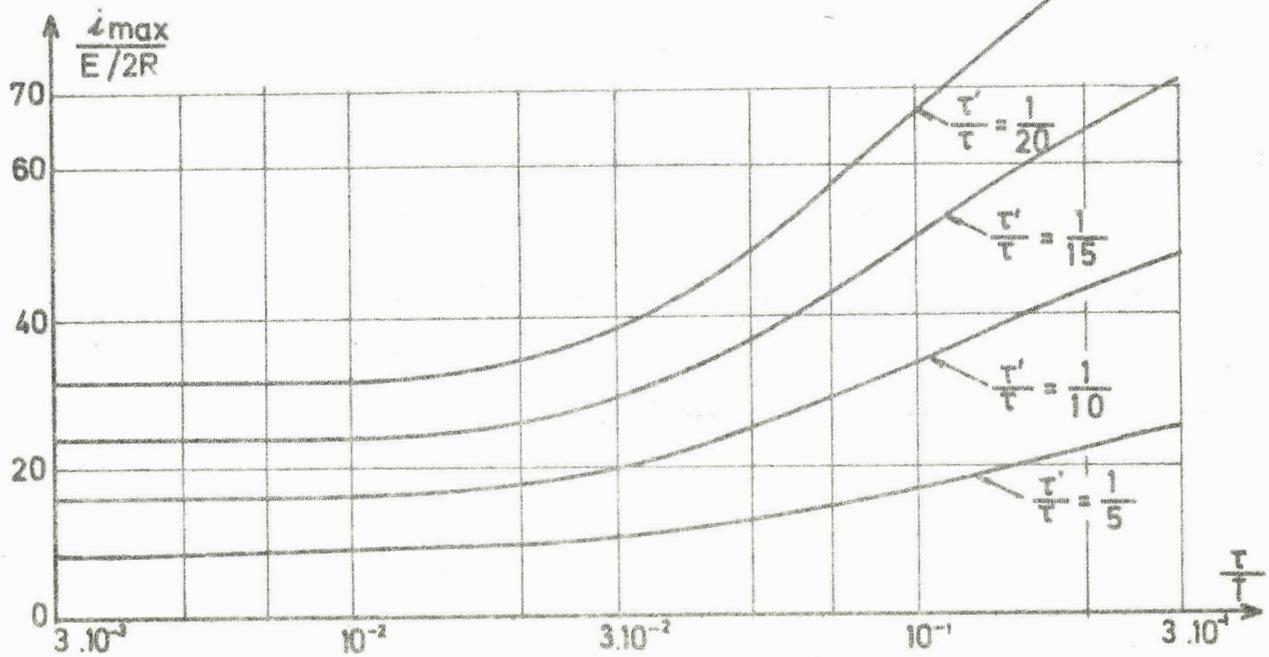
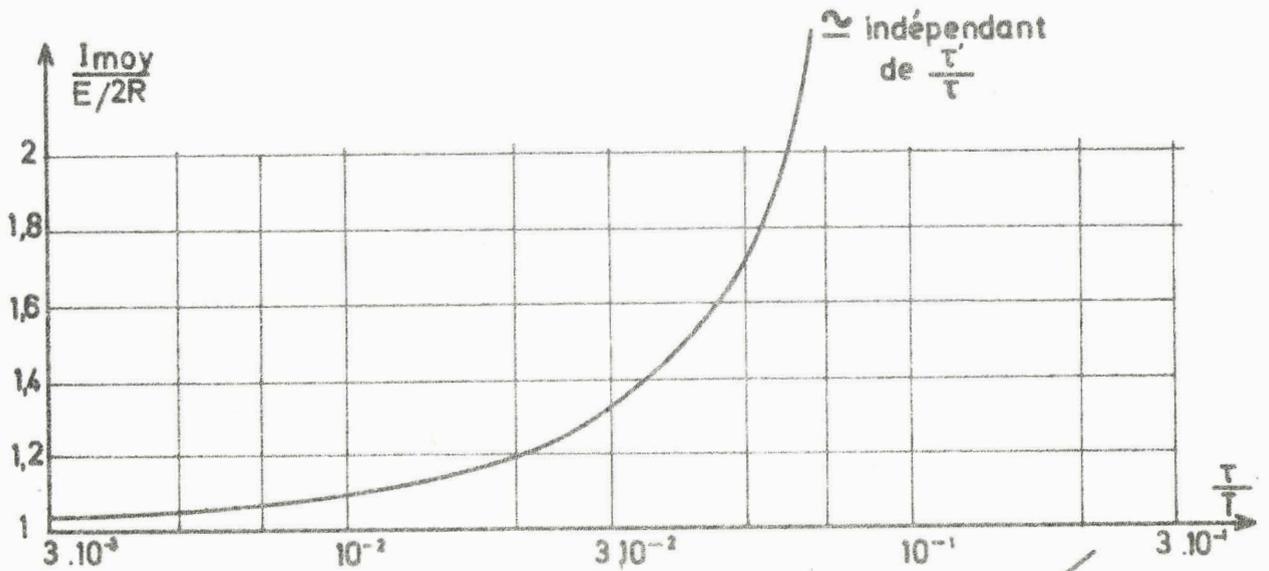


PHS  
LILLE

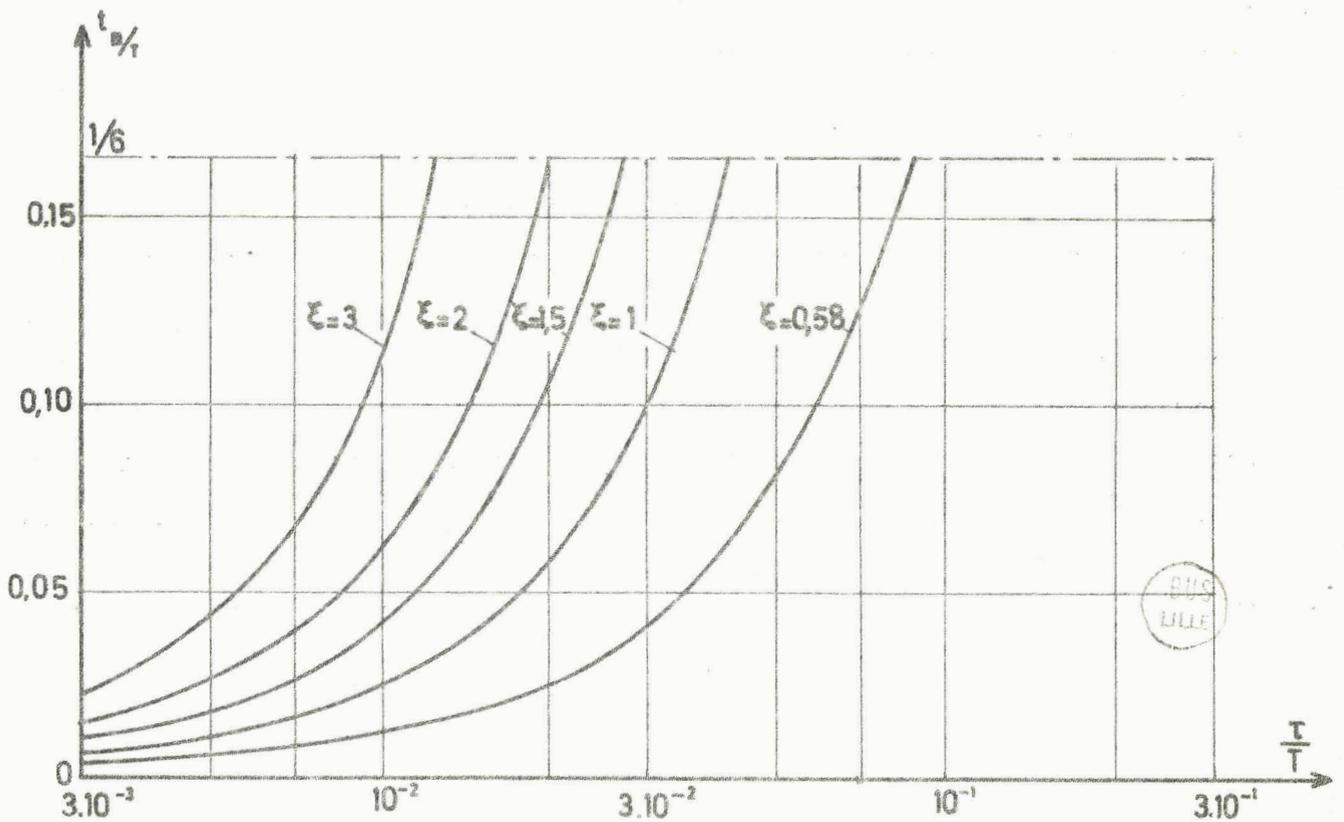
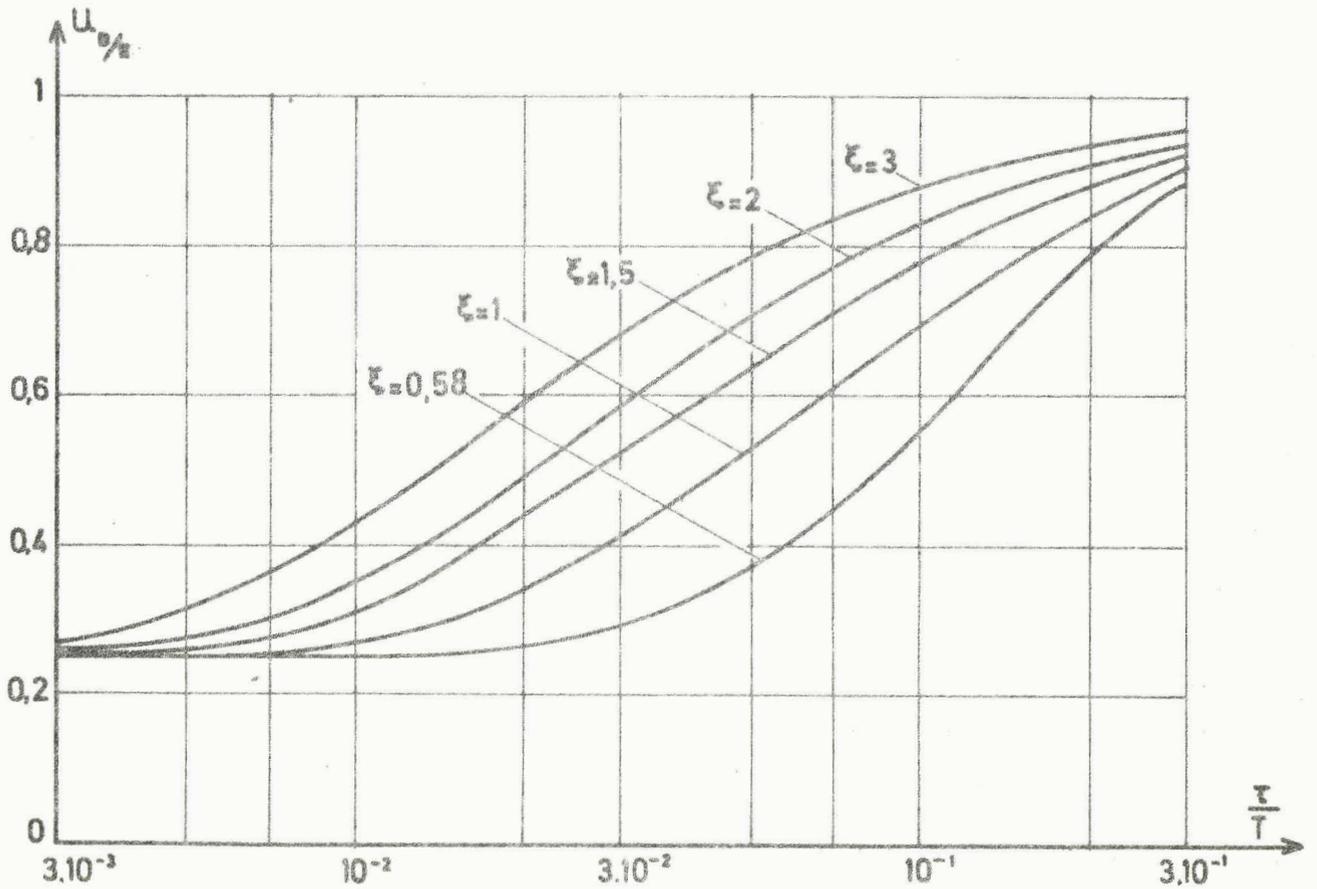
# P.D.3 DEBIT SUR R



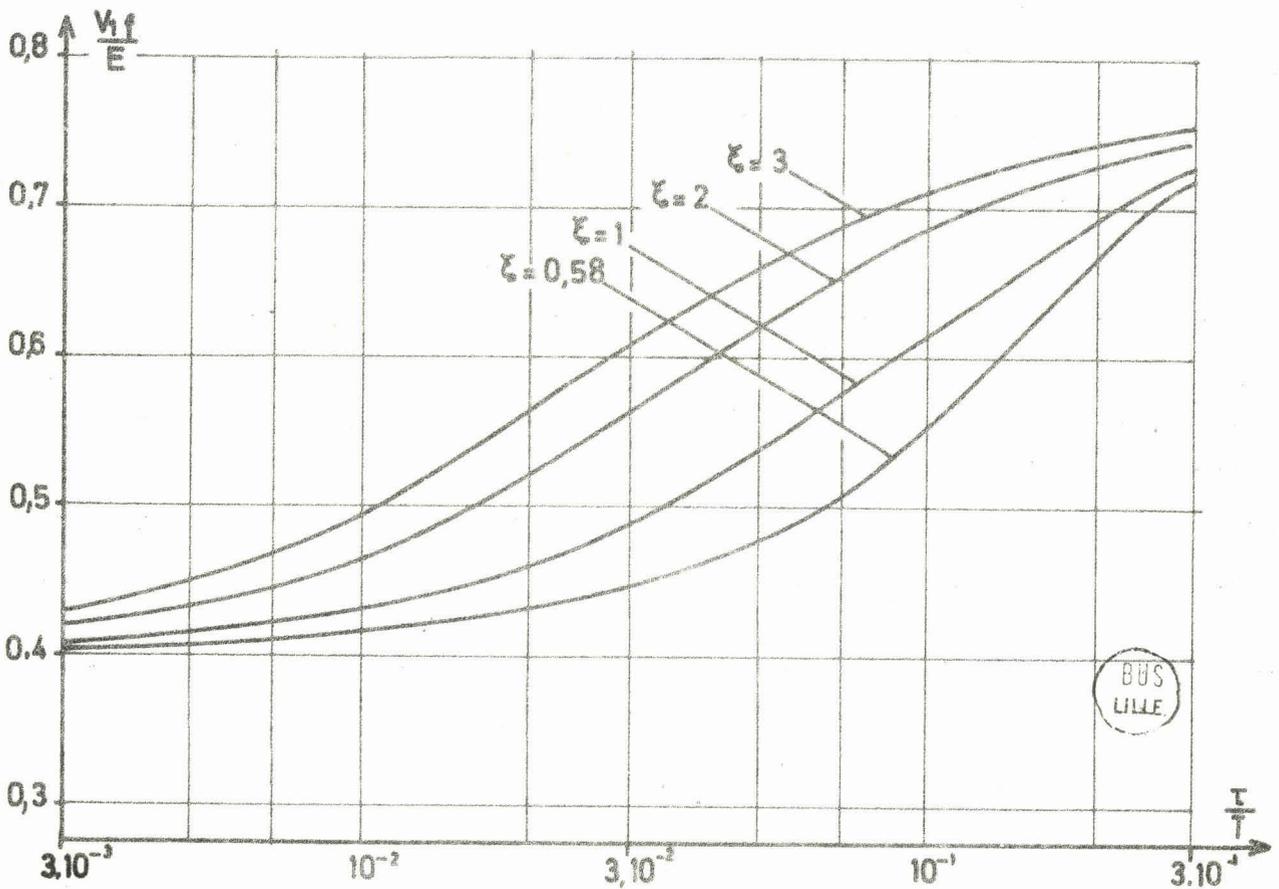
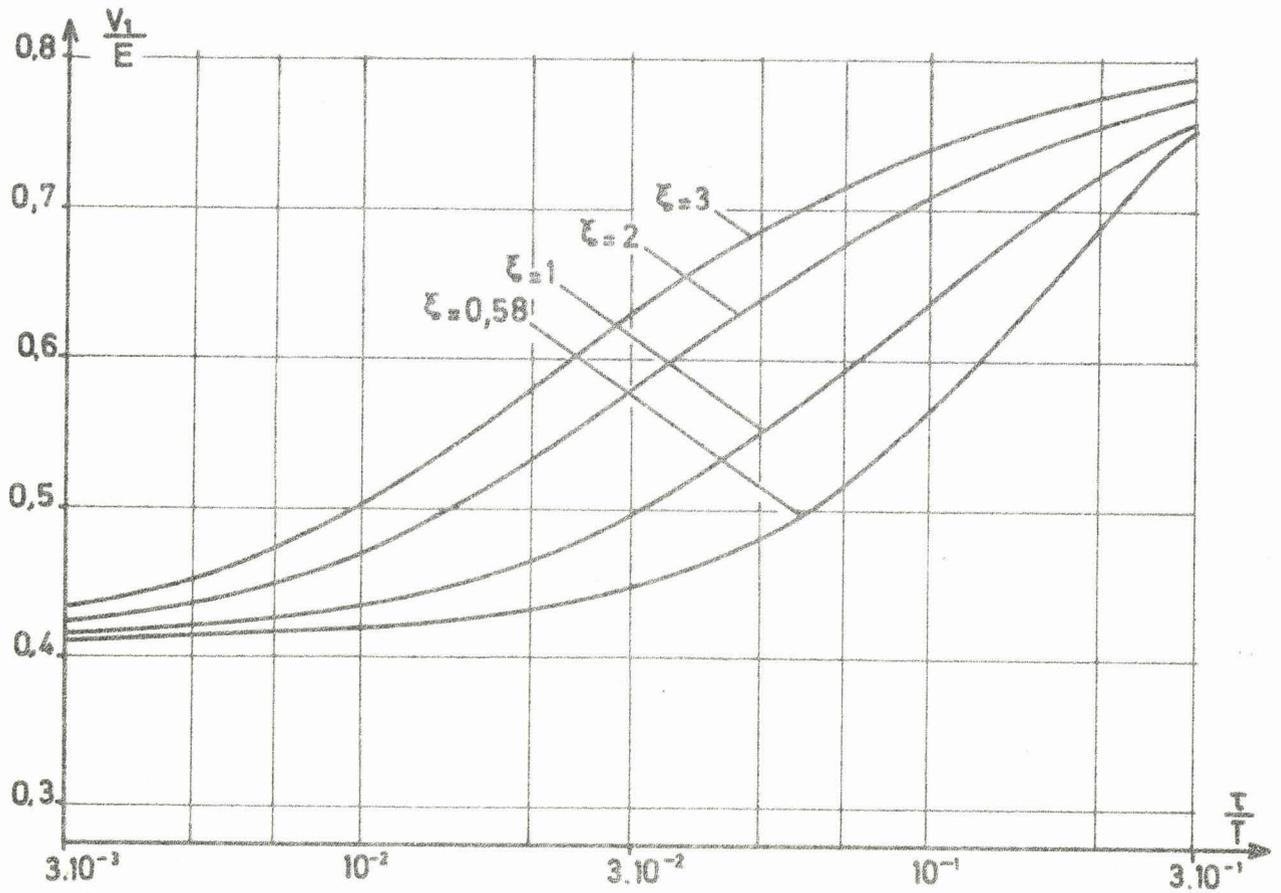
# P.D.3 DEBIT SUR R



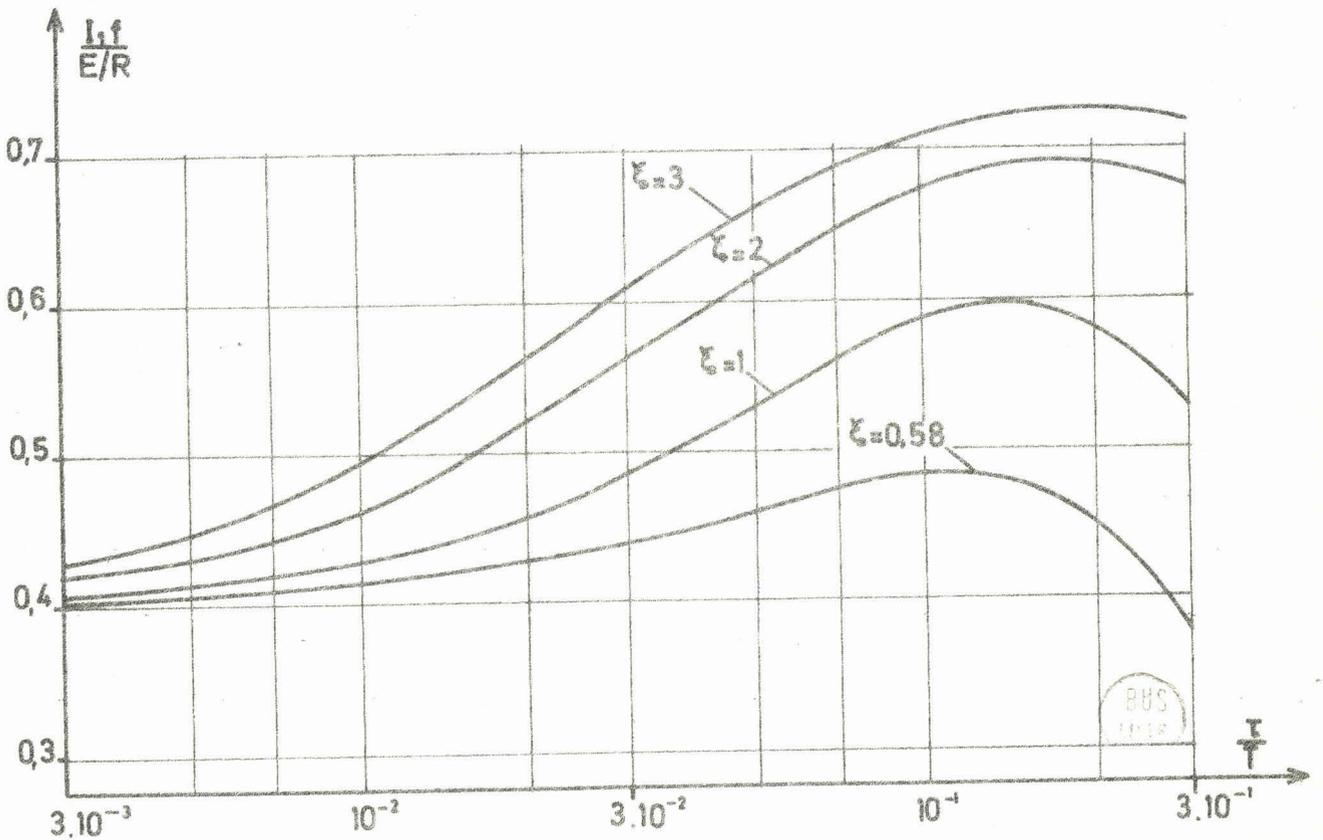
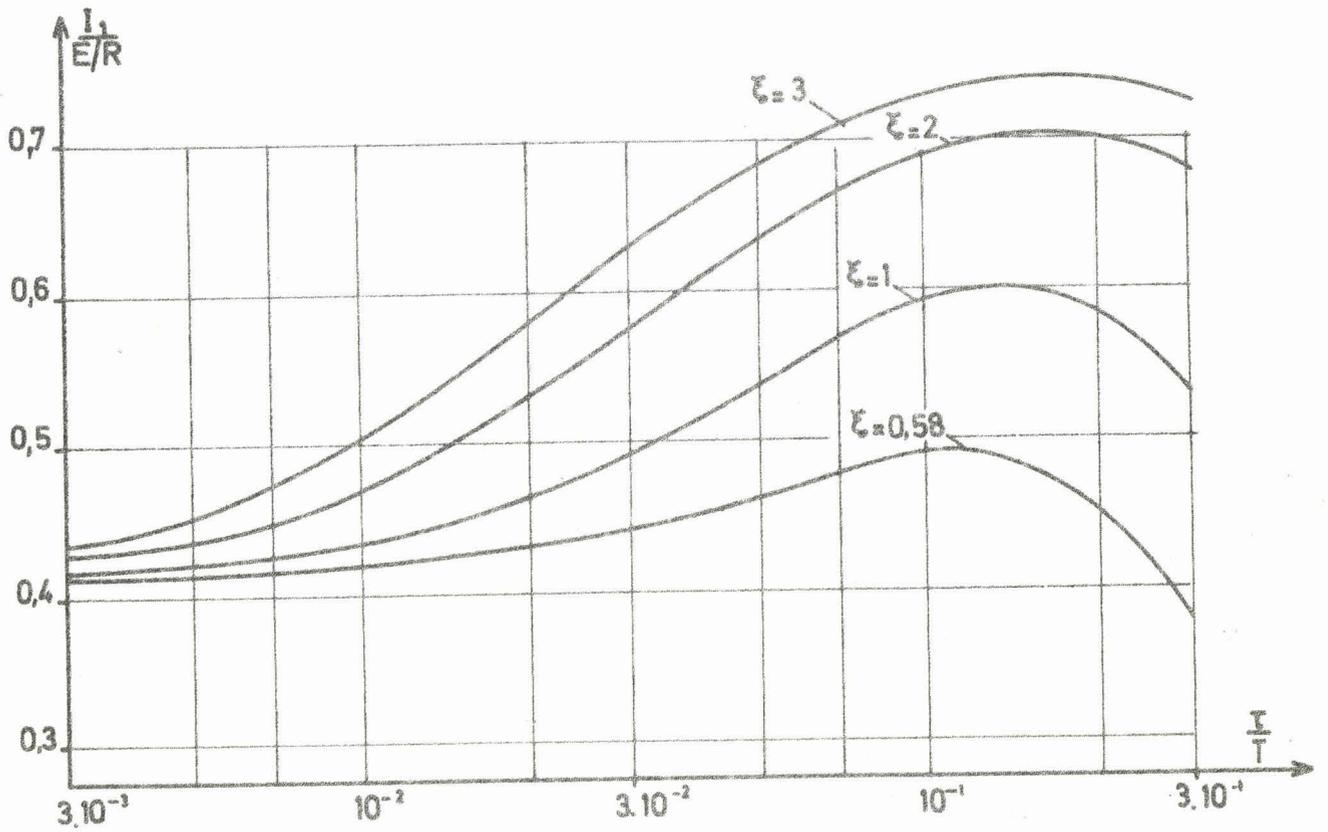
# P.D.3 DEBIT SUR R.L.



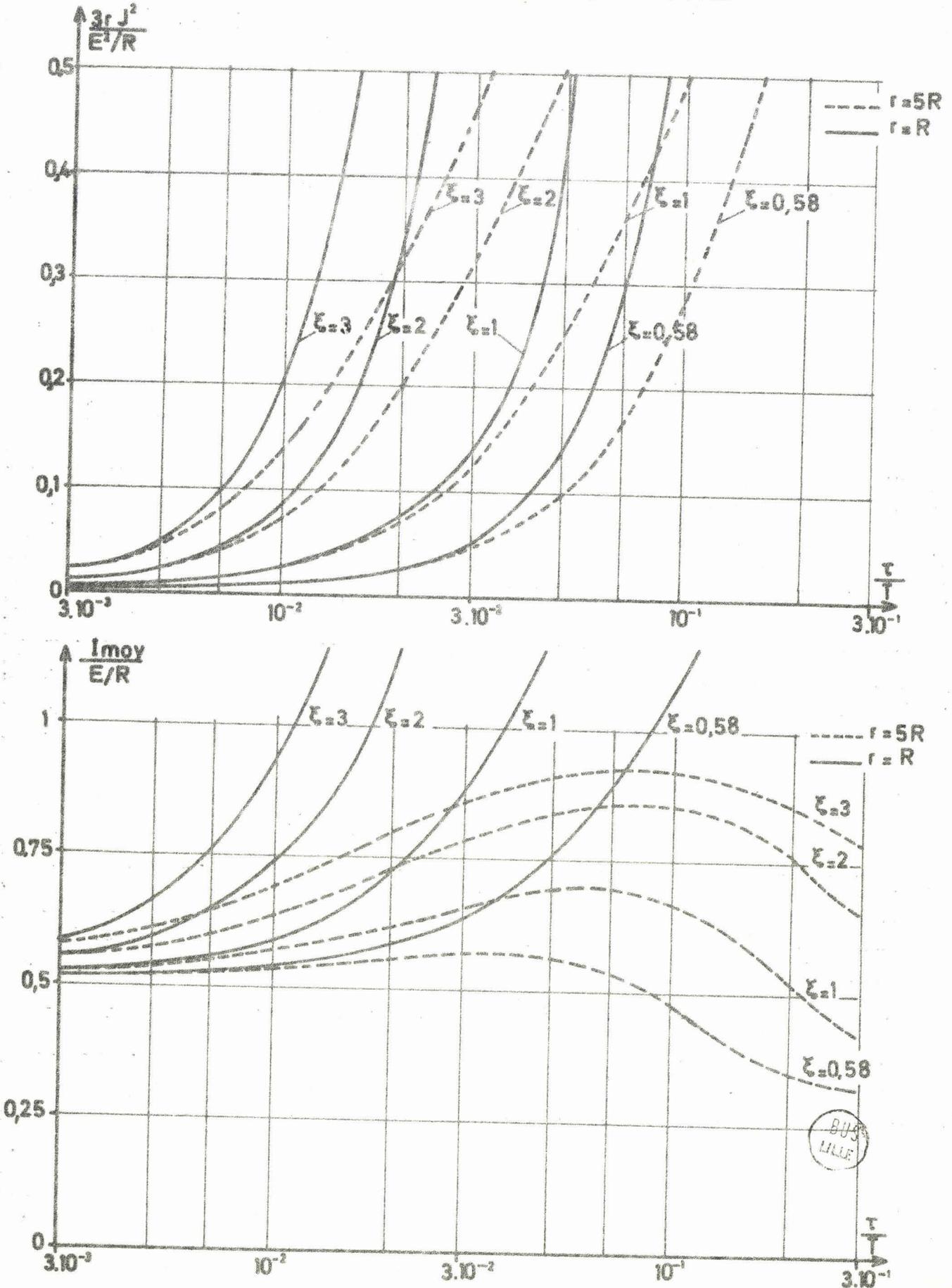
# P.D.3 DEBIT SUR R.L.



# P.D.3 DEBIT SUR R.L



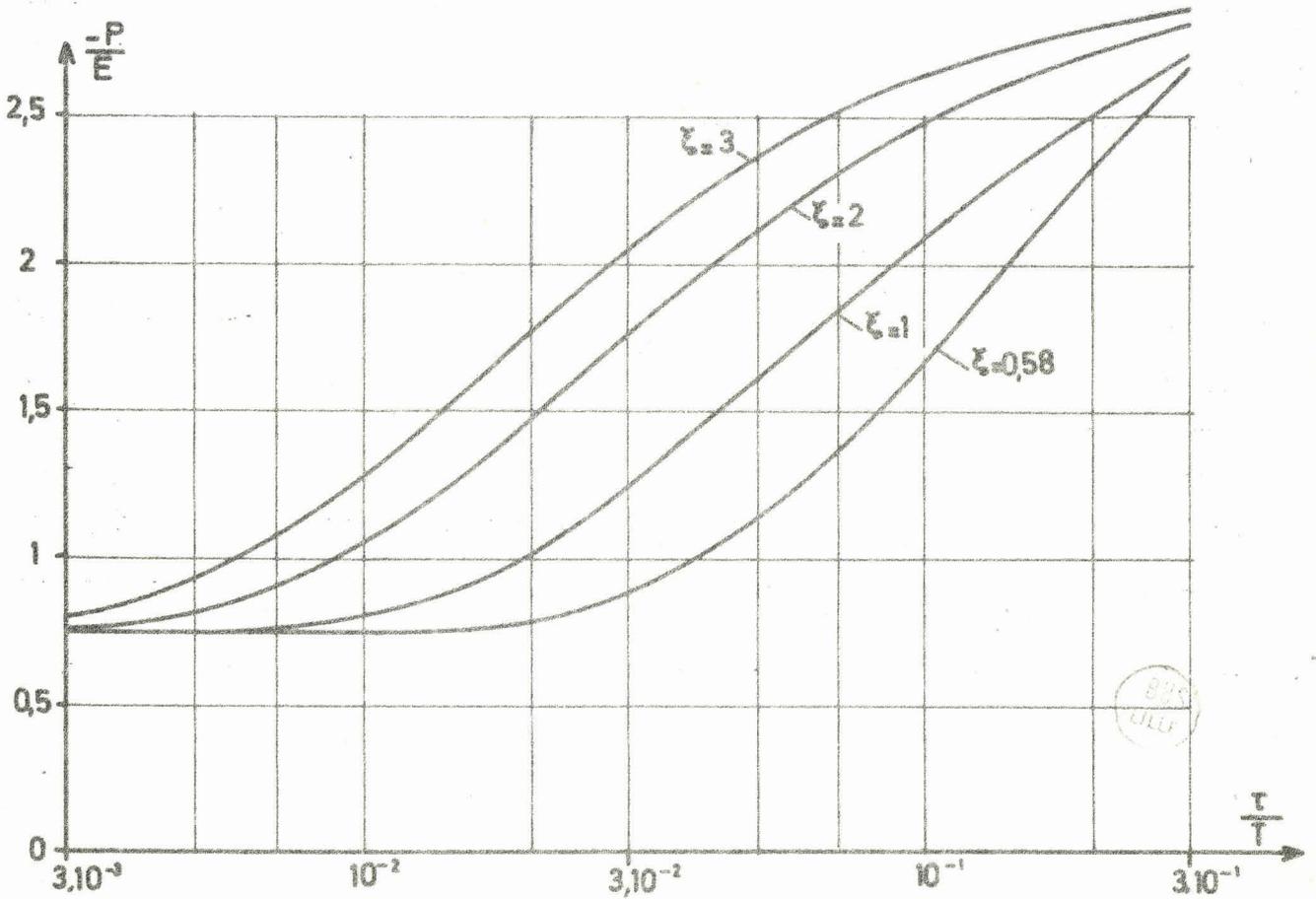
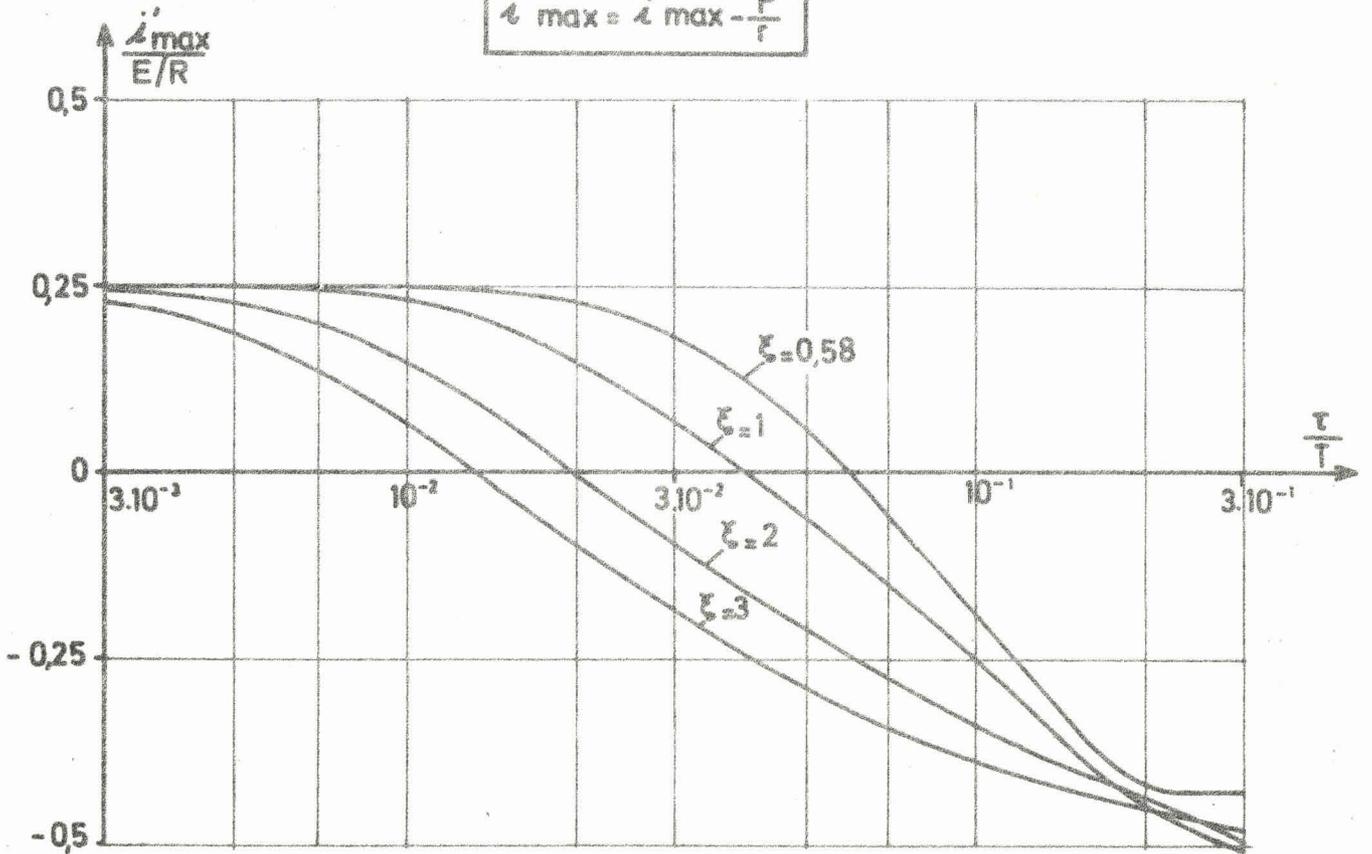
# P.D.3 DEBIT SUR R.L



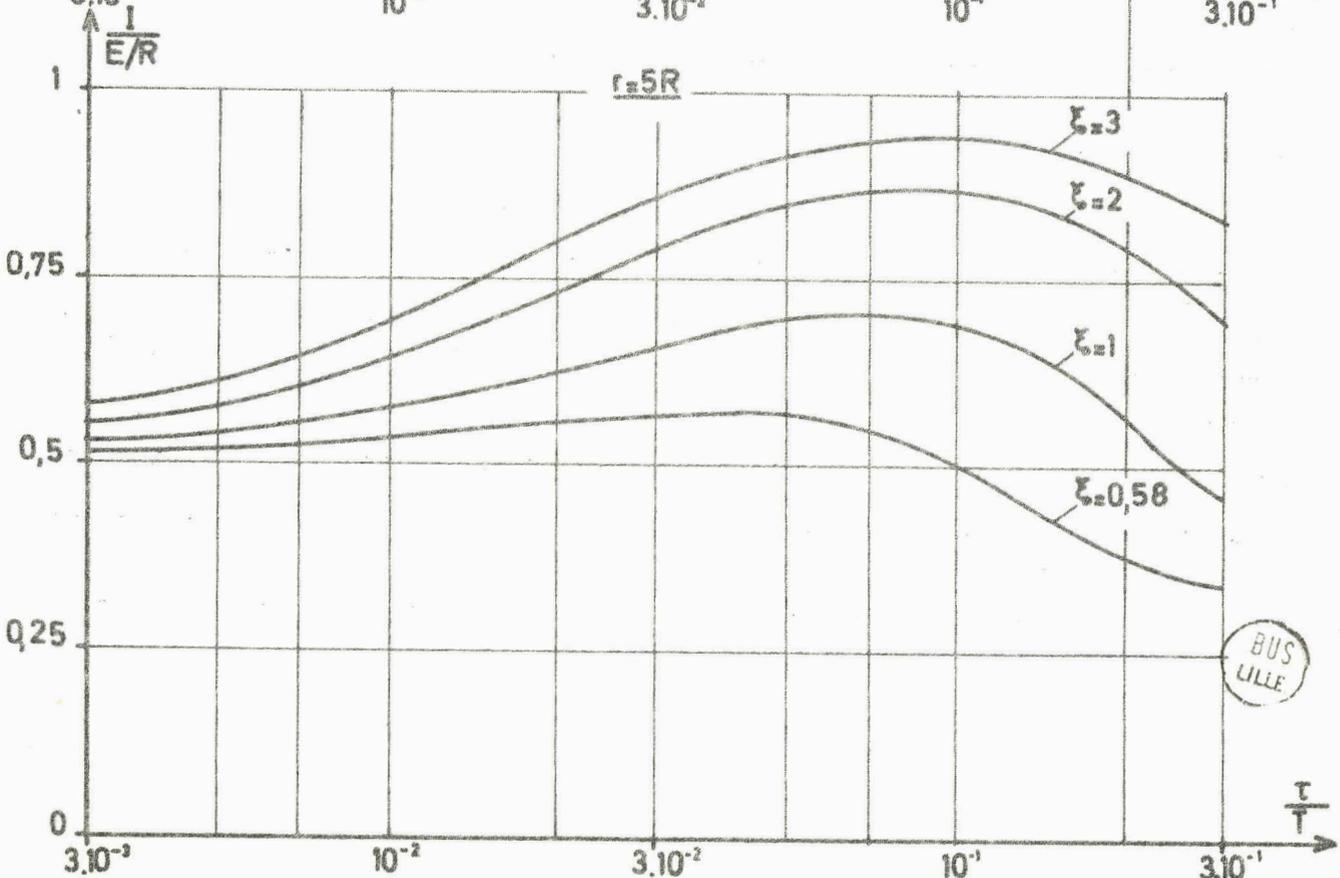
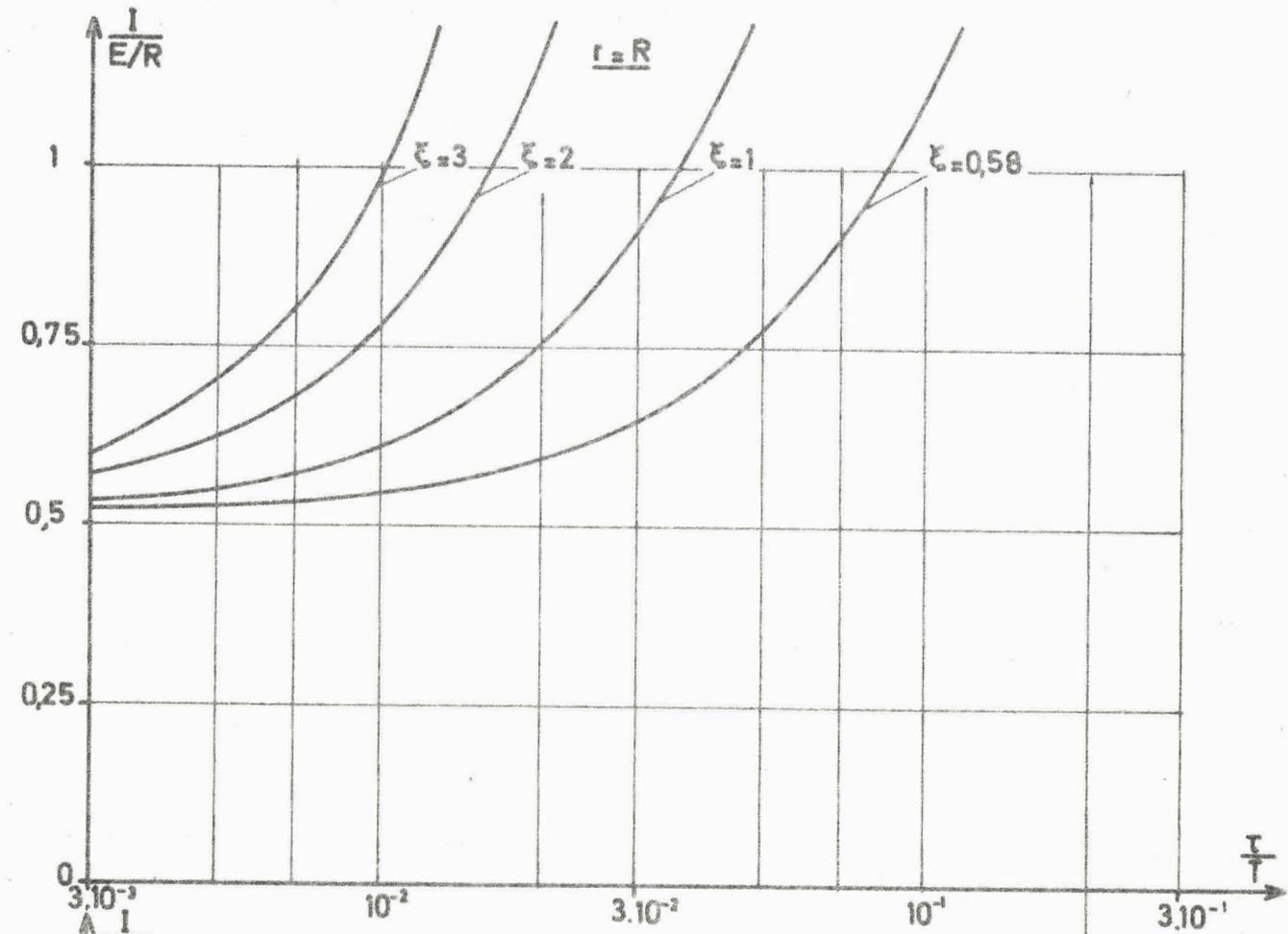
BUS  
LILLE

# P.D.3 DEBIT SUR R.L.

$$i_{\max} = i'_{\max} - \frac{P}{r}$$



# P.D.3 DEBIT SUR R.L.



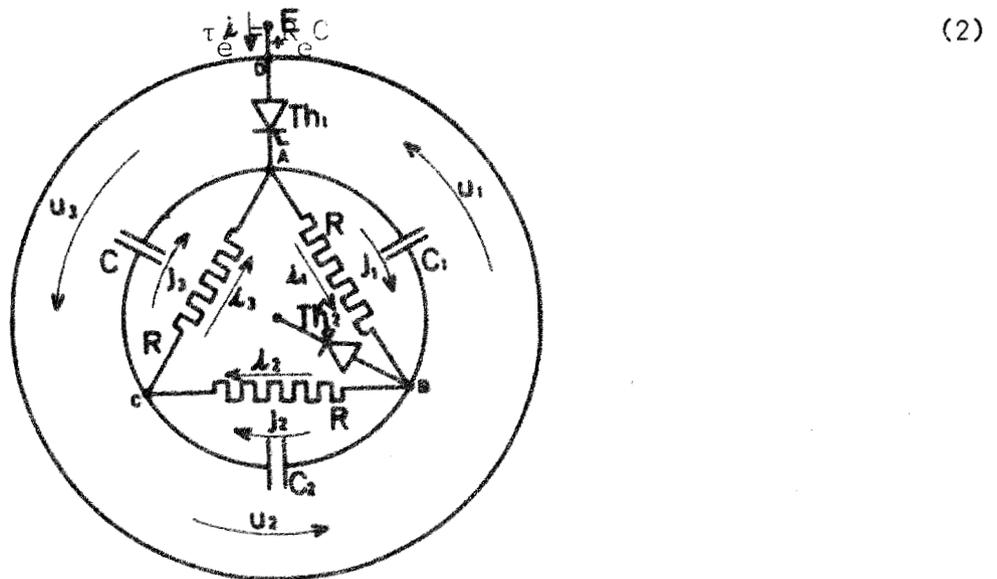
BUS  
LILLE



Pour utiliser les résultats de l'étude de l'onduleur P.D.3, on considèrera la résistance étoilée équivalente :

$$R_e = \frac{R}{3} \quad (1)$$

On désignera par  $\tau_e$  la constante de temps :



- Fig. 37. - Schéma équivalent au montage onduleur S.3 débitant sur résistances pures, pour  $0 < t < \frac{T}{6}$

### III.1.1. Expression des tensions et des courants

#### III.1.1.1. Tensions aux bornes des condensateurs

Les résultats établis précédemment sont directement utilisables.

Pour  $0 < t < \frac{T}{6}$

$$U_1 = E - \frac{t}{3\tau_e}$$

$$u_2 = -\frac{E}{2} + \frac{3E}{2(D_1-2)} e^{-\frac{t}{3\tau_e}}$$

$$u_3 = -\frac{E}{2} - \frac{3E}{2(D_1+2)} e^{-\frac{t}{3\tau_e}}$$

avec :

$$D_1 = e^{-18 \frac{T}{\tau_e}} \quad (3)$$

La tension  $u_2$ , au début de cet intervalle, est encore donnée par :

$$u_{20} = \frac{E(5-D_1)}{2(D_1-2)} \quad (4)$$

### III.1.1.2. Tension aux bornes des thyristors

La valeur des tensions aux bornes des thyristors découle directement de celle des tensions  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$ .

Ainsi, pour le thyristor  $Th_1$ , on a toujours :

$$\begin{aligned} v_{Th_1} &= 0 \text{ pour } 0 < t < \frac{T}{3} \\ &= -u_1 \text{ pour } \frac{T}{3} < t < 2 \frac{T}{3} \\ &= u_3 \text{ pour } 2 \frac{T}{3} < t < T \end{aligned}$$

### III.1.1.3. Courants dans les résistances R

Les trois résistances R étant branchées directement aux bornes des capacités, les courants dans le récepteur sont, pour  $0 < t < \frac{T}{6}$  :

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{E}{R} \\ i_2 &= -\frac{E}{2R} + \frac{3E}{2R(D_1-2)} e^{-\frac{t}{3\tau_e}} \\ i_3 &= -\frac{E}{2R} - \frac{3E}{2R(D_1-2)} e^{-\frac{t}{3\tau_e}} \end{aligned} \quad (5)$$

### III.1.1.4. Courant dans les condensateurs

En admettant les mêmes hypothèses que lors de l'étude du montage P.D.3, on obtient les mêmes résultats :

Pour  $0 < t < \frac{T}{6}$  :

$$j_1 = \frac{E}{r} \left( \frac{1+D_1}{2-D_1} \right) e^{-t/\tau} \quad (6)$$

$$j_2 = \frac{E}{2r} \left( \frac{1+D_1}{D_1-2} \right) e^{-\frac{t}{\tau'}} + \frac{E}{2R_e} \frac{1}{(2-D_1)} e^{-\frac{t}{3\tau_e}} \quad (6)$$

$$j_3 = \frac{E}{2r} \left( \frac{1+D_1}{D_1-2} \right) e^{-\frac{t}{\tau'}} - \frac{E}{2R_e} \frac{1}{(2-D_1)} e^{-\frac{t}{3\tau_e}}$$

avec

$$\tau' = rC$$

r désignant la valeur de la résistance mise en série avec chaque condensateur.

### III.1.1.5. Courant total absorbé

L'équation du noeud D (fig.37) donne :

$$i = j_1 + i_1 - i_3 - j_3$$

$$i = \frac{3E}{2R} + 3 \frac{E}{2r} \left( \frac{1+D_1}{2-D_1} \right) e^{-\frac{t}{\tau'}} \quad (7)$$

$$i = \frac{E}{2R_e} + \frac{3E}{2r} \left( \frac{1+D_1}{2-D_1} \right) e^{-\frac{t}{\tau'}}$$

### III.1.2. Détermination des caractéristiques

=====

#### III.1.2.1. Caractéristiques de blocage

Ce sont les mêmes que celles données en haut de la planche VIII à condition de lire  $\frac{u_B}{E}$  et  $\frac{t_B}{E}$  non plus pour  $\frac{\tau}{T}$ , mais pour  $\frac{\tau_e}{T}$ .

#### III.1.2.2. Courant dans le récepteur

La valeur efficace  $I_1$  des courants dans le récepteur peut se calculer par :

$$I_1 = \sqrt{\frac{2}{T} \int_0^{T/6} (i_1^2 + i_2^2 + i_3^2) dt}$$

ce qui donne :

$$I_1 = \frac{E}{R} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{9(1-D_1^2)}{2 \frac{T}{RC} (D_1-2)^2}}$$

qu'on peut écrire :

$$I_1 = \frac{E\sqrt{3}}{R} \sqrt{\frac{1}{6} + \frac{9(1-D_1^2)}{2 \frac{T}{\tau_e} (D_1-2)^2}} \quad (8)$$

Malgré la diversité des formes d'ondes de  $u_1$  et de  $v_1$  (voir fig.24 et 25) et donc des courants  $i_1$ , on trouve à  $\sqrt{3}$  près la même expression pour la valeur efficace que dans le montage P.D.3.

Ceci tient à l'absence d'harmonique de rang 3 ou multiple de 3 dans l'expression des tensions  $v_1, v_2, v_3$  trouvées avec ce montage, car  $v_1 + v_2 + v_3$  était comme  $i_1 + i_2 + i_3$  égal à zéro.

Dans les tensions simples on trouvait, divisés par  $\sqrt{3}$ , les divers termes du développement en série des tensions composées qui forment des systèmes équilibrés directs ou inverses.

On pourra donc utiliser les courbes du bas de la Planche VIII pour lire les caractéristiques des grandeurs de sortie de l'onduleur S.3 à condition de remplacer :

$$\begin{aligned} \frac{\tau}{T} &\text{ par } \frac{\tau_e}{T} \\ \frac{I_1}{E/R} &\text{ par } \frac{I_1}{E\sqrt{3}/R} \\ \frac{I_{1f}}{E/R} &\text{ par } \frac{I_{1f}}{E\sqrt{3}/R} \end{aligned}$$

Puisque le récepteur est résistant, on passe directement du courant  $i_1$  à la tension de sortie  $u_1$

$$\begin{aligned} U_1 &= R I_1 \\ U_{1f} &= R I_{1f} \end{aligned}$$

### III.1.2.3. Courant et pertes dans les circuits de blocage

A rapport  $\frac{\tau_e}{T}$  égal à celui  $\frac{\tau}{T}$  utilisé lors du débit sur des résistances en étoile, les courants  $j_1, j_2$  et  $j_3$  ont la même expression.

Leur valeur efficace sera donc donnée également par la relation :

$$J = \frac{E}{R_e(2-D_1)} \sqrt{\frac{3}{2} \frac{\tau_e}{\tau} \frac{\tau_e}{T} (1-D_1^2)(1-D_2^2) + \frac{3}{2} \frac{\tau_e}{T} (1-D_1^2)} \quad (9)$$

avec :

$$D_2 = e^{-\frac{T}{6\tau}}$$

Les courbes de la Planche IX donnent, en fonction de  $\frac{\tau_e}{T}$ , la valeur de  $J$  rapportée à  $E/R_e$  ou  $\frac{3E}{R}$ .

De même, les pertes dans les trois résistances  $r$  se déduisent directement de celles calculées pour l'onduleur P.D.3.

$$\frac{3r j^2}{\frac{E^2}{R_e}} = \frac{3r J^2}{3 \frac{E^2}{R}} = \frac{9}{2(2-D_1)^2} \frac{\tau_e}{T} \left[ (1+D_1)^2 (1-D_2^2) + \frac{\tau_e'}{\tau_e} (1+D_1^2) \right] \quad (10)$$

Les courbes de la Planche IX sont utilisables, elles donnent maintenant  $\frac{3r J^2}{3E^2/R}$  en fonction de  $\frac{\tau_e}{T}$ . A valeurs égales de  $C$ ,  $r$  et  $\tau_e$ , les pertes dans les  $3E^2/R$  résistances  $r$  ont même valeur relative car si, à  $R$  donné,  $3rJ^2$  est multiplié par trois, il en est de même de la puissance  $3RI_1^2$  fournie à la charge.

#### III.1.2.4. Courant total absorbé

Le courant total absorbé, donné entre  $t = 0$  et  $t = \frac{T}{6}$  par la relation (7), peut se mettre sous la forme :

$$i = \frac{E}{2R_e} \left[ 1 + 3 \frac{R_e}{r} \frac{(1+D_1)}{(2-D_1)} e^{-\frac{t}{\tau_e}} \right]$$

expression identique à celle trouvée pour le débit sur résistances en étoile, au remplacement de  $R$  par  $R_e$  près.

Toutes les caractéristiques de la Planche X sont utilisables à condition de remplacer :

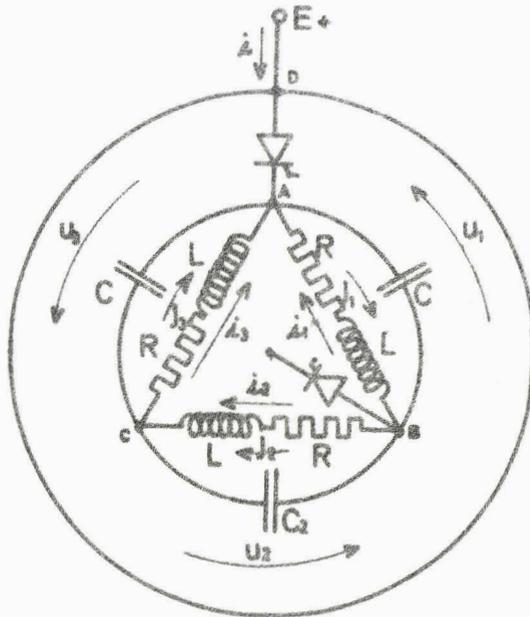
$$\frac{\tau}{T} \text{ par } \frac{\tau_e}{T}$$

$$\frac{I_{\text{moy}}}{E/2R}, \frac{i_{\text{max}}}{E/2R}, \frac{I}{E/2R} \text{ par } \frac{I_{\text{moy}}}{E/2R_e}, \frac{i_{\text{max}}}{E/2R_e}, \frac{I}{E/2R_e}$$

Malgré les différences de formes d'ondes des grandeurs de sortie, les montages P.D.3 et S.3 conduisent à la même variation des performances en fonction de la fréquence relative. Les mêmes règles seront donc à utiliser pour ce qui est du choix de  $r$ , de  $C$ , du domaine des fréquences à utiliser, il suffit de remplacer, dans les conditions indiquées au paragraphe II.2.5.,  $R$  par  $R_e$ .

III.2. DEBIT SUR DES RESISTANCES INDUCTIVES

Chaque phase du récepteur est maintenant caractérisée par sa résistance R et son inductance L. La figure 38 donne le schéma équivalent au montage pendant l'intervalle 0, T/6 dont l'étude suffit à déterminer les variations des diverses grandeurs.



- Fig. 38. - Schéma équivalent à l'onduleur S.3 débitant sur R, L.

Comme pour le débit sur résistances pures, on a intérêt à substituer à R et L les éléments étoilés équivalents :

$$R_e = \frac{R}{3} \tag{1}$$

$$L_e = \frac{L}{3}$$

III.2.1. Expression des tensions et des courants

Si l'on pose :

$$\xi_e = \frac{R_e}{2} \sqrt{\frac{C}{L_e}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$\tau_e = \sqrt{L_e C} = \sqrt{3} \sqrt{LC}$$

$$\alpha_e = -\xi_e + \sqrt{\xi_e^2 - \frac{1}{3}}$$

$$\beta_e = -\xi_e - \sqrt{\xi_e^2 - \frac{1}{3}} \tag{2}$$

on peut utiliser directement la plupart des expressions établies aux paragraphes II.3.1. et II.3.3.

### III.2.1.1. Tensions aux bornes des condensateurs

Durant l'intervalle considéré, si :

$$\xi_e > \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$u_1 = E$$

$$u_2 = A e^{\alpha e \frac{\tau_e}{T}} + B e^{\beta e \frac{\tau_e}{T}} - \frac{E}{2} \quad (3)$$

$$u_3 = -A e^{\alpha e \frac{\tau_e}{T}} + B e^{\beta e \frac{\tau_e}{T}} - \frac{E}{2}$$

Les constantes A et B se déduisent de la valeur initiale  $u_{20}$  par :

$$A = \frac{E}{2} \left( \frac{5 - D_2}{D_1 - D_2} \right) + u_{20} \left( \frac{2 - D_2}{D_1 - D_2} \right) \quad (4)$$

$$B = \frac{E}{2} \left( \frac{D_1 - 5}{D_1 - D_2} \right) + u_{20} \left( \frac{D_1 - 2}{D_1 - D_2} \right)$$

avec

$$D_1 = e^{\alpha e \frac{T}{6\tau_e}} \quad (5)$$

$$D_2 = e^{\beta e \frac{T}{6\tau_e}}$$

### III.2.1.2. Courant dans les phases réceptrices

Des tensions  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  aux bornes des trois phases, on déduit les courants dans celles-ci :

$$i_1 = \frac{E}{R} + K_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}}$$

$$i_2 = -\frac{E}{2R} + K_2 e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \frac{6\xi_e A \alpha}{R} e^{\alpha e \frac{t}{\tau_e}} - \frac{6\xi_e B \beta}{R} e^{\beta e \frac{t}{\tau_e}} \quad (6)$$

$$i_3 = -\frac{E}{2R} + K_3 e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \frac{6\xi_e A \alpha}{R} e^{\alpha e \frac{t}{\tau_e}} + \frac{6\xi_e B \beta}{R} e^{\beta e \frac{t}{\tau_e}}$$

avec :

$$\tau_1 = \frac{L_e}{R_e} = \frac{L}{R}$$

Comme on l'a fait pour le montage P.D.3, on calcule  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  et on trouve :

$$K_1 = - \frac{6\beta_e A\alpha_e}{R} D_1 - \frac{6\xi_e B\beta_e}{R} D_2 - \frac{E}{2R} - K_2 D_3$$

$$K_2 = K_3 = \frac{1}{1+D_3} \left[ \frac{6\xi_e A\alpha_e}{R} (D_1-1) + \frac{6\xi_e B\beta_e}{R} (D_2-1) + \frac{E}{R} \right] \quad (7)$$

avec :

$$D_3 = e^{-\frac{T}{6\tau_1}}$$

Le même calcul donne  $u_{20}$  :

$$u_{20} = \frac{E}{2\xi_e} \frac{\xi_e \alpha_e S(D_2-5) + \xi_e \beta_e F(5-D_1) + (1-D_3)(D_1-D_2)}{\alpha_e S(2-D_2) + \beta_e F(D_1-2)} \quad (8)$$

où

$$S = 2 + 2D_1D_3 - D_1-D_3$$

$$F = 2 + 2D_2D_3 - D_2-D_3$$

La comparaison de ces relations avec celles obtenues pour le montage P.D.3 montre que, si dans ces dernières on remplace  $\xi$  par  $\xi_e$ ,  $\tau$  par  $\tau_e$ , on trouve les valeurs de  $A$ ,  $B$  et  $u_{20}$  que nous venons d'indiquer pour le montage S.3 ; il en est de même pour les expressions de  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$ .

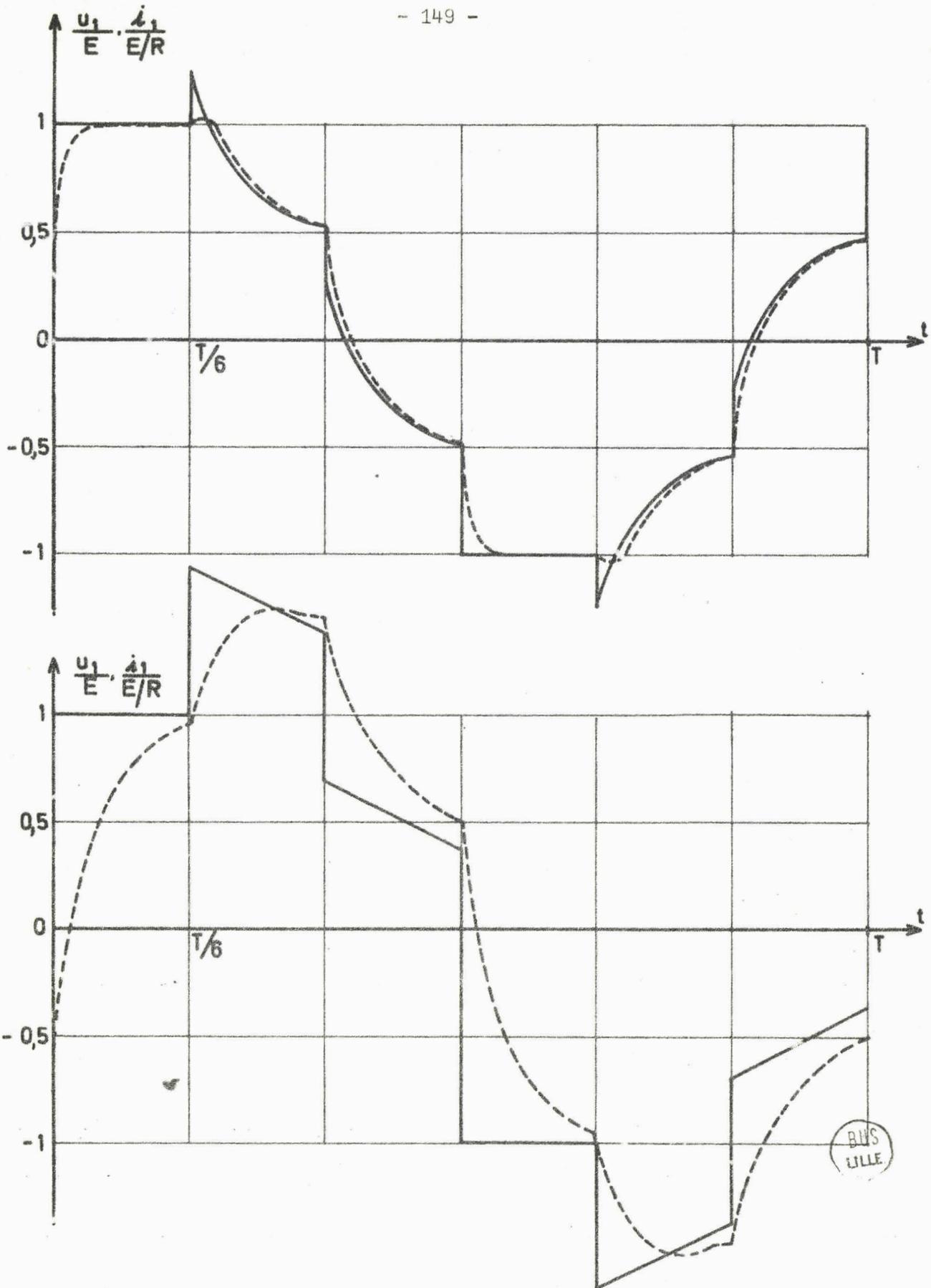
Les courants, dans les phases réceptrices, ont au contraire des expressions et des formes d'ondes nettement différentes.

Pour illustrer cette remarque, on a calculé point par point la forme d'onde de  $u_1$  et de  $i_1$ , pour  $\xi_e=1$ , d'abord pour  $\tau_e/T = \frac{1}{100}$  puis pour  $\tau_e/T = \frac{1}{10}$ .

On retrouve bien les tensions  $u_1$  de la figure 31, mais les courants  $i_1$  diffèrent notablement de ceux tracés sur la figure 32.

### III.2.1.3. Courant dans les condensateurs

Puisque en remplaçant  $\tau$  par  $\tau_e$ ,  $\xi$  par  $\xi_e$ , on trouve les mêmes tensions aux bornes des trois circuits rC, les courants dans ces derniers seront donnés par la même expression:



- Fig. 39. - Formes d'ondes de la tension  $u_1$  et du courant  $i_1$  déterminées point par point. (Débit sur RL du S.3) pour  $\xi_e = 1$ .

en haut, pour  $\tau_e/T = \frac{1}{100}$   
 en bas, pour  $\tau_e/T = \frac{1}{10}$

$u_1$  ———  
 $i_1$  - - - -

$$\begin{aligned}
 j_1 &= \frac{1}{r} \left( \frac{E}{2} - A D_1 - B D_2 \right) e^{-\frac{t}{rC}} \\
 j_2 &= \frac{u_{20} + E}{r} e^{-\frac{t}{rC}} + C A \frac{\alpha}{\tau} e^{\alpha \frac{t}{\tau_e}} + C B \frac{\beta}{\tau} e^{\beta \frac{t}{\tau_e}} \\
 j_3 &= \frac{u_{20} + E}{r} e^{-\frac{t}{rC}} - C A \frac{\alpha}{\tau} e^{\alpha \frac{t}{\tau_e}} - C B \frac{\beta}{\tau} e^{\beta \frac{t}{\tau_e}}
 \end{aligned} \tag{9}$$

### III.2.1.4. Courant total absorbé

L'équation du noeud A donne :

$$i = i_1 - i_3 + j_1 - j_3$$

En remplaçant  $i_1, i_3, j_1, j_3$  par leurs expressions, il vient :

$$\begin{aligned}
 i &= \frac{3E}{2R} + K_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}} - K_2 e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \frac{6\xi_e A \alpha}{R} e^{\alpha \frac{t}{\tau_e}} - \frac{6\xi_e B \beta}{R} e^{\beta \frac{t}{\tau_e}} \\
 &\quad - \frac{1}{r} \left( \frac{E}{2} + A D_1 + B D_2 + u_{20} \right) e^{-\frac{t}{rC}} + C A \frac{\alpha}{\tau} e^{\alpha \frac{t}{\tau_e}} + C B \frac{\beta}{\tau} e^{\beta \frac{t}{\tau_e}}
 \end{aligned}$$

Puisque :

$$\frac{2\xi_e}{R} = \frac{C}{\tau_e},$$

$$\frac{6\xi_e}{R} \alpha_e = \frac{3C}{\tau_e} \alpha_e = \frac{3C}{\sqrt{3}\tau} \times \frac{\alpha}{\sqrt{3}} = C \frac{\alpha}{\tau},$$

L'expression du courant  $i$  se simplifie pour donner :

$$i = \frac{3E}{2R} + (K_1 - K_2) e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \frac{1}{r} \left( \frac{E}{2} + A D_1 + B D_2 + u_{20} \right) e^{-\frac{t}{rC}} \tag{10}$$

Des relations (7), on déduit :

$$\begin{aligned}
 K_1 - K_2 &= \frac{6\xi_e A \alpha}{R} (1 - 2D_1) + \frac{6\xi_e B \beta}{R} (1 - 2D_2) - \frac{3E}{2R} \\
 &= 3AC \frac{\alpha_e}{\tau_e} (1 - 2D_1) + 3BC \frac{\beta_e}{\tau_e} (1 - 2D_2) - \frac{3E}{2R}
 \end{aligned} \tag{11}$$

Dans le cas du montage P.D.3, on avait trouvé :

$$i = \frac{E}{2R} + K_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \frac{1}{r} \left( \frac{E}{2} + A D_1 + B D_2 + u_{20} \right) e^{-\frac{t}{rC}}$$

avec :

$$K_1 = AC \frac{\alpha}{\tau} (1-2D_1) + BC \frac{\beta}{\tau} (1-2D_2) - \frac{E}{2R}$$

On voit que, malgré la différence apparente, l'expression du courant total lors du débit de l'onduleur sur un récepteur en triangle est la même, à condition de remplacer  $R$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\tau$  par  $R_e$ ,  $\alpha_e$ ,  $\beta_e$  et  $\tau_e$ .

### III.2.2. Détermination des caractéristiques

=====

Comme dans le cas du débit sur résistances pures, on peut utiliser les familles de caractéristiques tracées pour l'onduleur P.D.3.

#### III.2.2.1. Caractéristiques de blocage

Les tensions aux bornes des thyristors ont des expressions qui découlent directement de  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  et ces tensions sont les mêmes pour le P.D.3 et le S.3 à condition d'utiliser la charge équivalente.

On peut donc lire  $\frac{u_B}{E}$  et  $\frac{t_B}{T}$  sur les courbes de la planche XI à condition de prendre  $\frac{\tau_e}{T}$  à la place de  $\frac{\tau}{T}$  et  $\xi_e$  à la place de  $\xi$ .

#### III.2.2.2. Courant dans le récepteur

Le calcul effectué lors du débit sur  $R$ ,  $L$  conduit aux mêmes conclusions que celui opéré pour la charge purement résistive. A cause de l'absence d'harmoniques de rang 3 ou multiple de trois, on peut utiliser les caractéristiques de la planche XIII à condition de remplacer :

$$\frac{I_1}{E/R} \text{ ou } \frac{I_{1f}}{E/R} \text{ par } \frac{I_1}{E\sqrt{3}/R} \text{ ou } \frac{I_{1f}}{E\sqrt{3}/R}$$

$$\frac{\tau}{T} \text{ et } \xi \text{ par } \frac{\tau_e}{T} \text{ et } \xi_e$$

#### III.2.2.3. Tension aux bornes du récepteur

Des courants de sortie, on peut passer aux tensions correspondantes en multipliant chacun des termes du développement en série de  $i_1$  par l'impédance correspondant à son rang. Pour le fondamental, on passe ainsi de  $I_{1f}$  à  $U_{1f}$  ; pour l'ensemble en formant la racine carrée de la somme des carrés de  $I_1$  à  $U_1$ .

Les courbes de la Planche XII donnent, en fonction de  $\frac{\tau_e}{T}$  et pour divers  $\xi_e$ , les rapports  $\frac{U_1}{E\sqrt{3}}$  et  $\frac{U_{1f}}{E\sqrt{3}}$ .

III.2.2.4. Pertes dans le circuit de blocage

Si l'on remplace R par  $R_e$ ,  $\xi$  par  $\xi_e$ ,  $\alpha$  par  $\alpha_e$  et  $\beta$  par  $\beta_e$ , on trouve avec le montage S.3 les mêmes expressions des tensions  $u_1, u_2, u_3$  que pour le P.D.3, donc les mêmes courants et les mêmes pertes dans les résistances r.

Les courbes du haut de la Planche XIV donnent donc :

$$\text{ou } \frac{3 r J^2}{E^2/R_e}$$

$$\frac{r J^2}{E^2/R} = f\left(\frac{\tau_e}{T}\right)$$

pour divers  $\xi_e$ .

III.2.2.5. Courant total absorbé

Puisque aux remplacements que nous venons d'indiquer près, le courant pris à la source de courant continu a la même expression que lorsque le récepteur était couplé en étoile, on pourra utiliser tous les résultats établis pour ce dernier.

Les courbes du bas de la Planche XIV donnent :

$$\frac{I_{\text{moy}}}{E/R_e} = \frac{I_{\text{moy}}}{3E/R} = f\left(\frac{\tau_e}{T}\right) \text{ pour divers } \xi_e,$$

celles de la Planche XV :

$$\frac{i'_{\text{max}}}{3E/R} = f\left(\frac{\tau_e}{T}\right) \text{ pour divers } \xi_e,$$

$$-\frac{P}{3E} = f\left(\frac{\tau_e}{T}\right) \text{ pour divers } \xi_e,$$

celles de la Planche XVI :

$$\frac{I}{3E/R} = f\left(\frac{\tau_e}{T}\right) \text{ pour divers } \xi_e \text{ et } r = \frac{R}{3},$$

$$\frac{I}{3E/R} = f\left(\frac{\tau_e}{T}\right) \text{ pour divers } \xi_e \text{ et } r = \frac{5R}{3}.$$

### III.3. BILAN DE L'ETUDE DE L'ONDULEUR S.3

Cette étude, très résumée de l'étude de l'onduleur à six thyristors débitant sur trois impédances groupées en triangle, conduit à quatre remarques intéressantes :

a) Les caractéristiques du montage, pour tout ce qui ne tient pas à la charge elle-même, sont identiques à celles qu'on avait trouvées lorsque le récepteur était en étoile à condition de remplacer les impédances  $R$ ,  $L$  en triangle, par les impédances  $R_e$ ,  $L_e$ , étoilées équivalentes.

Ce faisant, on obtient directement le régime des circuits de blocage et le régime à l'entrée de l'onduleur.

b) Même pour ce qui est des impédances réceptrices elles-mêmes, on peut exploiter dans le cas du triangle, les résultats établis en étoile pour des grandeurs de nature différente.

Le courant polygonal dans le récepteur est, à  $R$  donné,  $\sqrt{3}$  fois plus fort que celui trouvé pour le courant dans les phases en étoile. De même la tension composée est, à  $R$  donné,  $\sqrt{3}$  fois la tension étoilée trouvée dans le groupement en étoile.

Cette règle est applicable tant pour la valeur efficace de ces grandeurs que pour le premier terme de leur développement en série à condition de considérer dans le groupement en triangle non plus  $\xi$  et  $\tau$  mais  $\xi_e$  et  $\tau_e$ .

c) Les performances de l'onduleur S.3 varient de la même façon en fonction de  $\tau_e/T$  et de  $\xi_e$  que celles du montage P.D.3 en fonction de  $\tau/T$  et de  $\xi$ . L'un des montages n'est pas supérieur ou inférieur à l'autre ; on pourra choisir celui qui permet la meilleure adaptation entre la tension de la source continue et la tension de définition des phases réceptrices.

d) Les choix à opérer quant à  $r$ ,  $C$  et au domaine de fréquence relative indiqués pour le montage P.D.3 (voir § II.3.5.), sont applicables lorsque le récepteur est en triangle, à condition de remplacer dans les conditions établies  $R$  par  $R_e$  ou  $R/3$ .

On retrouve, pour les onduleurs à six redresseurs, la particularité signalée par G. SEGUIER pour les montages assurant la conversion inverse, les montages redresseurs P.D.3 et S.3. Malgré la différence des formes d'ondes et des relations utilisées, les performances sont les mêmes que les trois phases branchées du côté alternatif de l'onduleur ou du redresseur soient groupées en étoile ou en triangle.

#### IV. C O N C L U S I O N

La mise au point des thyristors permet la réalisation d'onduleurs autonomes dont le nombre et la puissance unitaire ne cesse de croître. Les schémas des montages utilisables pour la transformation continu-alternatif sont nombreux car les buts assignés à l'onduleur peuvent différer notablement et conduire, par là, à adopter des schémas différents.

Lorsque l'onduleur doit se substituer à un groupe de secours il délivre des tensions alternatives à fréquence fixe, on s'attache alors à ce que ces tensions aient un taux d'harmoniques réduit et à ce qu'il soit possible de maintenir constante la valeur de ces tensions malgré les variations de la charge.

Nous avons étudié dans ce mémoire des onduleurs plus directement orientés vers la réalisation d'équipements à vitesse variable pour moteurs à courants alternatifs. Dans ce cas, le montage doit délivrer des signaux de fréquence variable sur un récepteur dont les caractéristiques varient avec la vitesse, donc la fréquence, et avec la charge mécanique entraînée. Cela conduit à une étude plus complexe que celle des onduleurs jouant le rôle de groupes de secours puisqu'il y a une variable de plus, la fréquence. Mais cette étude peut porter sur des schémas plus simples car la réduction du taux d'harmoniques des tensions alternatives prend une importance plus modeste.

Notre travail porte sur les onduleurs triphasés à trois thyristors puis à six thyristors montés en pont avec blocage par condensateurs.

Il ne nous a pas été possible de déterminer les caractéristiques de ces montages par approches successives comme il est usuel de le faire pour les montages redresseurs. Une étude directe du fonctionnement de l'ensemble formé par les redresseurs, les condensateurs et les phases réceptrices est nécessaire si l'on veut arriver à des caractéristiques précises.

Nous avons pu montrer, en particulier, que les condensateurs de blocage ne sont pas simplement des accessoires permettant d'assurer le fonctionnement correct des redresseurs. Ils interviennent notablement dans la forme d'onde des tensions de sortie et dans les valeurs caractéristiques des régimes à la sortie et à l'entrée.

Pour chacun des montages onduleurs, nous avons examiné d'abord le débit sur une charge purement résistive. L'emploi de la période réduite permet de tenir compte, à l'aide d'une seule variable, des variations de la fréquence et de la charge. On peut alors, avec une seule courbe pour chaque grandeur, tracer les caractéristiques de blocage, les caractéristiques des grandeurs de sortie puis celles du courant absorbé.

L'étude du débit à fréquence variable sur un récepteur résistant et inductif nécessite au moins l'emploi de deux paramètres, la fréquence relative et le coefficient d'amortissement. Nous avons déterminé les diverses familles de courbes donnant les mêmes caractéristiques que précédemment.

Les paramètres employés, s'ils allègent les calculs, rendent un peu plus délicate l'exploitation des caractéristiques tracées afin de choisir les éléments constitutifs de l'onduleur et les zones de fonctionnement les plus performantes.

Pour les onduleurs en pont, nous avons examiné la limitation des pointes de courant par mise en série avec chaque condensateur de blocage d'une résistance. D'autres procédés sont possibles, notamment l'emploi d'une réactance entre la source de courant continu et l'onduleur proprement dit.

Malgré la lourdeur des calculs, nous avons pu, grâce à l'emploi d'un ordinateur, effectuer l'étude complète des deux onduleurs examinés. Cette étude conduit notamment aux conclusions suivantes :

. Le montage à six thyristors est très supérieur à celui de mettant en oeuvre que trois redresseurs contrôlés. Malgré la différence des formes d'ondes, le premier présente les mêmes performances que le récepteur soit couplé en triangle ou en étoile.

. La fréquence relative est vraiment le paramètre fondamental. Tant que sa valeur est réduite, le rapport des tensions alternatives à la tension continue d'alimentation est pratiquement indépendant de la fréquence et de la réactance du récepteur.

. Dans le domaine des basses fréquences relatives, il est possibles de limiter efficacement les pointes de courant absorbé sans que les pertes dans le circuit de blocage n'affectent d'une façon appréciable le rendement de la transformation.

. Bien que ce ne soit pas l'objectif principal assigné à ce type d'onduleurs, les tensions de sortie présentent un taux d'harmoniques assez faible.

. Il est possible de faire fonctionner ces onduleurs avec de bonnes performances dans un large domaine de fréquences et pour des variations importantes des caractéristiques de la charge.

L'onduleur en pont triphasé semble bien adapté à l'alimentation à fréquence variable des moteurs à courant alternatif. Notre étude traite complètement une partie précise des problèmes posés par ce montage. Il reste encore des points à éclairer pour ce type d'onduleur et un travail analogue est à effectuer pour les autres types.

L'importance, que prennent les onduleurs, rend nécessaire la connaissance quantitative de leurs caractéristiques et non plus simplement la description de leur fonctionnement. Puisse notre travail constituer une modeste contribution à l'ensemble des études à effectuer pour que la question des onduleurs s'éclaire en sa totalité.

B I B L I O G R A P H I E

---

- {1} R. CHAUPRADE, G. CAUSSIN, "Convertisseurs statiques autonomes courant continu-courant alternatif", Revue Générale de l'Electricité, t.78, n°11, Nov.1969, p. 1043-1054
- {2} C. MIJON, G. DROUIN, "Applications industrielles des convertisseurs autonomes courant continu-courant alternatif", Revue Générale de l'Electricité", t.78, n°11, Nov. 1969, p.1055-1065
- {3} B. SEGHERS, "Etude et réalisation d'un onduleur autonome triphasé", Thèse de Docteur Ingénieur, n°110, Lille, Juillet 1970.
- {4} B. BEDFORD, R. HOFT, "Principles of inverter circuits", John Wiley and Sons Edit, New York, 1966.
- {5} J. LECORGUILLIER, " Les vannes électroniques à électrodes de déclenchement", Dunod Edit, Paris 1966.
- {6} WAGNER, " Parallel inverter with resistance load", Electrical Engineering, Nov.. 1935, p.1227-1234.
- {7} WAGNER, "Parallel inverter with inductive load, Electrical Engineering, Sept. 1936, p.970-980.
- {8} M. DEMONTVIGNIER, "Méthode générale de calcul des onduleurs autonomes", Revue Générale de l'Electricité, Juin 1952, p.271-287. t.61, N°6.
- {9} G. GILLON, "Onduleur série", Revue Générale de l'Electricité, Juin 1936, p.915-926, t.39, n°26.
- {10} L. GENUIT, "Series inverter circuit having controlled rectifiers with power diodes in reverse parallel connexion", Brevet EUA, SN 5847, 1, Feb.1960.

- {11} MAC MURREY, "A silicon controlled rectifiers inverter with improved commutation, A.I.E.E. Paper, 60, 1946.
- {12} SALTERS, "A high power DC-AC inverter with sinusoidal output", Electronic Engineering, sept. 1961, p.586-591.
- {13} M. DEMONTVIGNIER, "Les onduleurs autonomes accumulateurs de courant alternatif et convertisseurs de fréquence", Bull. S.F.E., 7<sup>e</sup> série, t.VIII, n°90, Juin 1958.
- {14} H. AUTRUFFE, "Essai de classement des différents systèmes de transmission électrique à vitesse variable", Revue Générale de l'Electricité, t.79, n°3, Mars 1970, p.259-266.
- {15} G. SEGUIER, "Dispositif électronique variateur de fréquence, notamment pour la variation de vitesse de moteur électrique", Brevet Français n°1, p.597-876, Déc. 1968.
- {16} G. SEGUIER, "Comparaison générale des montages redresseurs. Application aux montages alimentés par un réseau triphasé", Revue Générale de l'Electricité t.76, n°12, Décembre 1967, p.1471-1488.

## T A B L E   D E S   N A T I E R E S

0. INTRODUCTION	4
0.1. Redresseur-Onduleur asservi-Onduleur autonome	5
0.1.1. Montages à commutation naturelle	5
0.1.2. Montages à commutation forcée	7
0.2. Les onduleurs monophasés	7
0.2.1. Onduleur parallèle	8
0.2.2. Onduleur série	10
0.2.3. Onduleur série parallèle	10
0.2.4. Emploi des diodes de récupération	11
0.2.5. Onduleurs sinusoïdaux	11
0.3. Les onduleurs triphasés	13
0.3.1. Onduleurs destinés à la variation de vitesse	13
a) L'onduleur est alimenté par un montage redresseur à thyristors	14
b) L'onduleur doit pouvoir fonctionner à des fréquences très différentes	14
c) L'onduleur ne comporte pas de transformateur	14
d) La réduction du taux d'harmoniques des tensions de l'onduleur ne doit pas conduire à des montages trop compliqués	15
0.3.2. Les montages étudiés	16
0.4. Hypothèses et plan d'étude	19
0.4.1. Hypothèses adoptées	19
0.4.2. Plan d'étude des 3 montages	21
<u>CHAPITRE I. LE DECOUPEUR TRIPHASE A TROIS THYRISTORS</u>	22
I.1. Principe du fonctionnement	23
I.2. Débit du découpeur sur résistances pures	26
I.2.1. Expression des diverses variables	26
I.2.1.1. Tensions aux bornes des condensateurs	26
I.2.1.2. Courants dans les condensateurs	26
I.2.1.3. Courants dans les phases réceptrices ; courant total absorbé	30
I.2.1.4. Remarques	31
I.2.1.5. Exemples de formes d'ondes	31
I.2.2. Détermination des caractéristiques	35
I.2.2.1. Caractéristiques de ilocage	35
I.2.2.2. Tension et courant dans le récepteur	36
I.2.2.3. Courant total absorbé	38

I.2.3. Bilan du débit sur résistances	39
I.2.3.1. Influence de la fréquence	40
I.2.3.2. Condition de blocage	40
I.2.3.3. Condition de bon fonctionnement	41
I.3. Débit du découpeur sur un récepteur résistant et inductif	41
I.3.1. Expression des tensions et des courants des condensateurs	42
I.3.1.1. Equations différentielles donnant le régime des condensateurs	42
I.3.1.2. Calcul des expressions de $u_2$ et $j_2$	43
I.3.1.3. Calcul des expressions de $u_1$ et $j_1$	45
I.3.1.3.1. Recherche d'une solution particulière	45
I.3.1.3.2. Recherche de la Solution Générale	46
I.3.1.4. Expressions de $u_3$ et $j_3$	48
I.3.2. Expression des autres variables	48
I.3.2.1. Courant dans les phases réceptrices 2 et 3	48
I.3.2.2. Calcul du courant $i_1$	49
I.3.2.3. Tensions aux bornes des phases réceptrices	50
I.3.2.4. Expression du courant total absorbé	50
I.3.3. Calcul des valeurs de $j_{10}$ , $j_{20}$ et $u_{20}$	51
I.3.3.1. Continuité des tensions aux bornes des condensateurs	51
I.3.3.2. Continuité des courants dans les enroulements	51
I.3.3.3. Valeurs de $j_{10}$ , $j_{20}$ et $u_{20}$	52
I.3.4. Exemples de formes d'ondes	54
I.3.5. Détermination des caractéristiques	58
I.3.5.1. Caractéristiques de blocage	58
I.3.5.2. Courant dans le récepteur	59
I.3.5.3. Tension aux bornes du récepteur	62
I.3.5.4. Courant total absorbé par le découpeur	63
I.3.6. Bilan de l'étude du débit sur résistances et réactances	64
I.3.6.1. Influence de la fréquence	64
I.3.6.2. Choix des condensateurs	65
Planches de Caractéristiques	à 69
	75
<u>CHAPITRE II. LE DECOUPEUR INVERSEUR TRIPHASE A SIX THYRISTORS P.D. 3</u>	76
II.1. Principe des onduleurs triphasés à six thyristors	76
II.1.1. Evolution des tensions aux bornes des condensateurs	77
II.1.2. Evolution des tensions aux bornes des redresseurs	81
II.1.3. Le problème du courant des capacités	83
II.2. Débit de l'onduleur P.D. 3 sur résistances pures	85
II.2.1. Expression des tensions $u_1$ , $u_2$ , $u_3$ et des courants $i_1$ , $i_2$ , $i_3$	85
II.2.1.1. Etude des tensions aux bornes des condensateurs	85
II.2.1.2. Etude des courants dans le récepteur	88
II.2.1.3. Exemples de formes d'ondes	89

II.2.2.	Détermination des premières caractéristiques	92
II.2.2.1.	Caractéristiques de blocage	92
II.2.2.2.	Courant dans le récepteur	93
II.2.3.	Etude du courant dans les condensateurs et du courant pris à la source	95
II.2.3.1.	Expression du courant dans les condensateurs	96
II.2.3.2.	Expression du courant total pris à la source	98
II.2.3.3.	Exemples de formes d'onde	99
II.2.4.	Détermination des autres caractéristiques	99
II.2.4.1.	Courant et pertes dans les circuits de blocage	102
II.2.4.2.	Courant total absorbé	102
II.2.5.	Bilan de l'étude du débit sur charge résistive	104
II.2.5.1.	Choix de la résistance $r$	104
II.2.5.2.	Choix du condensateur $C$	105
II.3.	Débit de l'onduleur P.D.3 sur résistances inductives	106
II.3.1.	Expression des tensions $u_1, u_2, u_3$ et des courants $i_1, i_2, i_3$	106
II.3.1.1.	Tensions aux bornes des condensateurs	106
II.3.1.2.	Courant dans les phases réceptrices	109
II.3.1.3.	Détermination de $u_2$	113
II.3.1.4.	Exemples de formes d'ondes	113
II.3.2.	Détermination des premières caractéristiques	114
II.3.2.1.	Caractéristiques de blocage	114
II.3.2.2.	Tension aux bornes des phases réceptrices	118
II.3.2.3.	Courant dans le récepteur	120
II.3.3.	Courant dans les condensateurs et courant pris au réseau	121
II.3.3.1.	Expression des courants dans les condensateurs	121
II.3.3.2.	Expression du courant total absorbé	122
II.3.4.	Détermination des autres caractéristiques	123
II.3.4.1.	Courant et pertes dans les circuits de blocage	123
II.3.4.2.	Courant total absorbé	125
II.3.5.	Bilan de l'étude du débit sur récepteur résistant et inductif	127
II.3.5.1.	Choix du domaine de fréquences. Choix de $r$	127
II.3.5.2.	Choix des condensateurs	127
Planches de Caractéristiques		à 131
		à 139
<u>CHAPITRE III. LE DECOUPEUR INVERSEUR TRIPHASE A SIX THYRISTORS S.3.</u>		140
III.1.	Débit sur résistances pures	140
III.1.1.	Expression des tensions et des courants	141
III.1.1.1.	Tensions aux bornes des condensateurs	141
III.1.1.2.	Tensions aux bornes des thyristors	142
III.1.1.3.	Courants dans les résistances $R$	142
III.1.1.4.	Courant dans les condensateurs	142
III.1.1.5.	Courant total absorbé	142

III.1.2. Détermination des caractéristiques	143
III.1.2.1. Caractéristiques de blocage	143
III.1.2.2. Courant dans le récepteur	143
III.1.2.3. Courant et pertes dans les circuits de blocage	144
III.1.2.4. Courant total absorbé	145
III.2. Débit sur des résistances inductives	146
III.2.1. Expression des tensions et des courants	146
III.2.1.1. Tensions aux bornes des condensateurs	147
III.2.1.2. Courant dans les phases réceptrices	147
III.2.1.3. Courant dans les condensateurs	148
III.2.1.4. Courant total absorbé	150
III.2.2. Détermination des caractéristiques	151
III.2.2.1. Caractéristiques de blocage	151
III.2.2.2. Courant dans le récepteur	151
III.2.2.3. Tension aux bornes du récepteur	151
III.2.2.4. Pertes dans le circuit de blocage	152
III.2.2.5. Courant total absorbé	152
III.3. Bilan de l'étude de l'onduleur S.3.	153
IV. CONCLUSION	154
BIBLIOGRAPHIE	157

