

50 376

1972

138

Numéro d'Ordre : 131

50376

1972

138

RETO
THESE

présentée

à l'Université des Sciences et Techniques de Lille 1

pour obtenir

le Titre de Docteur-Ingénieur

par

M. GOLDBERG

Ingénieur IDN



Contribution à l'étude de l'ensemble

montage redresseur - filtre - charge



030 042615 2

Soutenue le 30 Septembre 1972 devant la Commission d'Examen :

MM. M. BECART

Président

C. MAIZIERES

Examinateur

G. SEGUIER

Rapporteur

CONTRIBUTION A L'ETUDE
DE L'ENSEMBLE MONTAGE REDRESSEUR - FILTRE

Pour de nombreuses applications, la tension redressée délivrée par un montage redresseur à diodes ou à thyristors est appliquée sans filtrage au récepteur. On cherche simplement alors à réduire l'ondulation du courant fourni à celui-ci en montant en série avec lui une inductance de lissage.

Mais d'autres applications nécessitent que la tension redressée soit filtrée avant d'être appliquée à la charge. C'est notamment le cas des montages redresseurs alimentant des onduleurs non autonomes utilisés pour faire varier la vitesse des moteurs à courant alternatif. L'application au domaine des moyennes et fortes puissances de tels ensembles montage redresseur-filtre-onduleur est actuellement envisagée. Elle nécessite une amélioration de l'étude quantitative des onduleurs à thyristors et de celle du montage redresseur et de son filtre.

L'étude du filtrage d'une tension redressée a longtemps constitué un exercice classique d'application des filtres ; mais en examinant le filtre comme recevant à son entrée une tension donnée, on oubliait que le filtre modifie les caractéristiques du montage redresseur qui l'alimente.

- L'influence du filtre peut se limiter à une modification de la forme d'onde et de la valeur efficace des courants dans les redresseurs et les éléments situés en amont et en aval du montage. Dans les applications à moyenne et forte puissance, la connaissance de ces modifications est nécessaire pour choisir convenablement les éléments constitutifs du montage.

- Mais, dans certains cas, le filtre peut changer le fonctionnement même du montage redresseur et par là la forme d'onde et la valeur moyenne de la tension redressée qu'il délivre.

C'est pour ces deux raisons qu'il nous a semblé utile d'effectuer une étude globale de l'ensemble montage redresseur-filtre. Ce mémoire rend compte des premiers résultats de cette étude.

L'influence d'un filtre sur le montage redresseur qui l'alimente est d'autant plus grande que la tension redressée est plus ondulée. Cette ondulation croît quand l'ordre de cette tension diminue. Elle est plus forte, pour les montages à thyristors que pour les montages à diodes, surtout si le retard au déblocage des redresseurs est important.

Aussi avons nous consacré notre étude au cas des montages d'ordre 2, car, parmi les montages industriellement utilisés, ce sont eux qui donnent la plus forte ondulation.

Le filtre envisagé est celui, le plus usuel, formé par une inductance série suivie d'un condensateur parallèle. Nous avons assimilé le récepteur à une résistance pure.

Dans la première partie de ce mémoire, nous étudierons le cas des montages redresseurs à diodes. Dans la seconde, celui des montages à thyristors.

Nous remercions très vivement Monsieur G. SEQUIER, Maître de Conférences à l'Université des Sciences et Techniques de LILLE, Directeur de l'I.U.T. de BETHUNE, qui nous a associé à ses recherches sur les montages redresseurs en nous confiant ce thème de travail. Tout au long de la préparation et de la rédaction de ce mémoire il a été pour nous un guide et un conseiller attentif et bienveillant.

La complexité des calculs m'a permis d'aboutir à des résultats numériques que grâce aux puissants moyens du Centre de Calcul de l'Université de LILLE. Nous exprimons notre reconnaissance à la Direction et au personnel de ce Centre. Nous remercions aussi Monsieur J.C. GUILLEMOT qui nous a initié à l'emploi des ordinateurs.

Les vérifications expérimentales ont été réalisées dans les laboratoires d'enseignement d'Electrotechnique et d'Electronique de Puissance de l'I.U.T. de BETHUNE.

INTRODUCTION

Dans la remarque générale placée à la fin de son ouvrage sur les montages redresseurs, G. SEGUIER [1] (1) insiste sur les conséquences de l'hypothèse de la constance du courant redressé. Cette hypothèse permet, en fait, d'étudier ces montages sans tenir compte de la nature des récepteurs qu'ils alimentent.

Elle conduit à des relations entre courants d'autant plus précises que le courant débité est moins ondulé. Mais surtout, elle donne pour chaque montage un mode de fonctionnement unique : à chaque instant, le récepteur est relié à la source des tensions alternatives par le débit d'un ou plusieurs redresseurs ; on dit que le montage fonctionne en conduction continue.

Cette hypothèse est d'autant plus acceptable que le récepteur est plus inductif, mais aussi que l'ordre (2) de la tension redressée est plus élevé et que, si l'on utilise des thyristors, le retard à l'amorçage de ces derniers est plus réduit.

Tant qu'on est en conduction continue, le fonctionnement du montage n'est pas affecté par l'ondulation du courant redressé ; seules les relations entre les valeurs des courants dans les divers éléments doivent être corrigées ; ces corrections sont d'ailleurs le plus souvent très réduites.

Il en va autrement quand la conduction est discontinue, c'est-à-dire quand par intermittence, aucun redresseur ne conduit. Mais surtout alors le fonctionnement même du montage est modifié et le rapport des tensions alternatives à la tension redressée varie.

H. SCHOORENS [2] a donné les règles permettant de corriger les résultats de l'étude générale lorsqu'il est nécessaire de tenir compte de la nature du récepteur. Il les a appliquées au cas du débit sur une charge comportant en série une résistance, une inductance finie et une force contre-électromotrice. En particulier, pour le montage en pont à six thyristors, il a délimité les zones de fonctionnement en conduction continue et celles où la conduction est discontinue.

Lors de son étude du doubleur de fréquence à partir d'un montage redresseur monophasé fonctionnant avec un fort retard à l'amorçage, J. LESENNE [3] [4] a été conduit à suivre l'évolution du fonctionnement d'un montage qui travaillant d'abord en conduction continue passe en conduction discontinue quand le courant débité dépasse une certaine valeur.

Notre travail présente certaines analogies avec celui de J. LESENNE, le montage redresseur débite aussi sur deux impédances en parallèle. Mais bien que les caractéristiques de ces dernières (capacité

(1) Les chiffres entre crochets se rapportent à la bibliographie annexée à ce mémoire.

(2) On appelle ordre de la tension redressée le nombre de portions identiques de sinusoides qui forment l'onde de tension redressée durant chaque période des tensions alternatives d'alimentation.

pour l'une, résistance pour l'autre, au lieu de résistance et inductance pour l'une, résistance, inductance et capacité pour l'autre) soient plus simples, le fait qu'elles ne soient plus montées directement à la sortie du montage redresseur mais qu'une inductance relie celui-ci au point de dérivation conduit à des calculs plus lourds et à des résultats totalement différents.

L'étude des filtres constitue une partie importante des cours d'électronique générale. A partir du développement en série de Fourier du signal appliqué à l'entrée du filtre, elle donne en fonction de leur fréquence, la réduction d'amplitude et le déphasage des divers termes de ce développement à la sortie.

Parmi les nombreuses publications relatives au filtrage de la tension à la sortie d'un montage redresseur, citons celles de LACHAT [5] [6] et de DEMONT VIGNIER [7] [8] qui montrent comment choisir et déterminer les éléments constitutifs du filtre. On retrouve la comparaison des assemblages possibles dans l'ouvrage de LECORQUILLIER [9] qui dresse en outre la bibliographie des études consacrées à ce problème.

Mais tout filtre, à cause de la valeur limitée de son inductance d'entrée, modifie les relations entre courants du montage redresseur à la sortie duquel il est branché. De plus, notamment à cause du ou des condensateurs du filtre, il apparaît des zones de fonctionnement à conduction discontinue.

Nous avons donc étudié l'ensemble montage redresseur-filtre aval en adoptant le cas où l'influence du filtre est la plus importante, celui des montages redresseurs d'ordre 2.

0.1. Montage étudié :

La figure 1 donne le schéma du montage étudié dans ce mémoire. La source alternative monophasée fournit une tension dont les deux alternances sont redressées. La tension u_c à la sortie du montage redresseur est appliquée au filtre constitué par une inductance série L

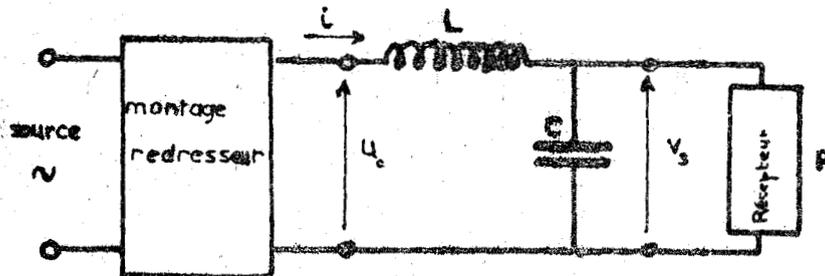


Fig. 1- Schéma du montage étudié.

...

suivie d'un condensateur parallèle C. La tension v_s à la sortie du filtre est appliquée au récepteur (1).

Le montage redresseur peut être indifféremment (2)

- un montage à deux redresseurs avec transformateur à point milieu (montage P.2 avec la notation de G. SEGUIER^[1]) (fig. 2 a)
- ou un montage en pont à quatre redresseurs, avec ou sans transformateur, ou montage P.D.2 (fig. 2 b).

Dans l'un et l'autre cas, on soumet au redressement, deux tensions alternatives supposées sinusoïdales en opposition de phase

$$v_1 = V_m \sin \omega t \quad v_2 = -V_m \sin \omega t$$

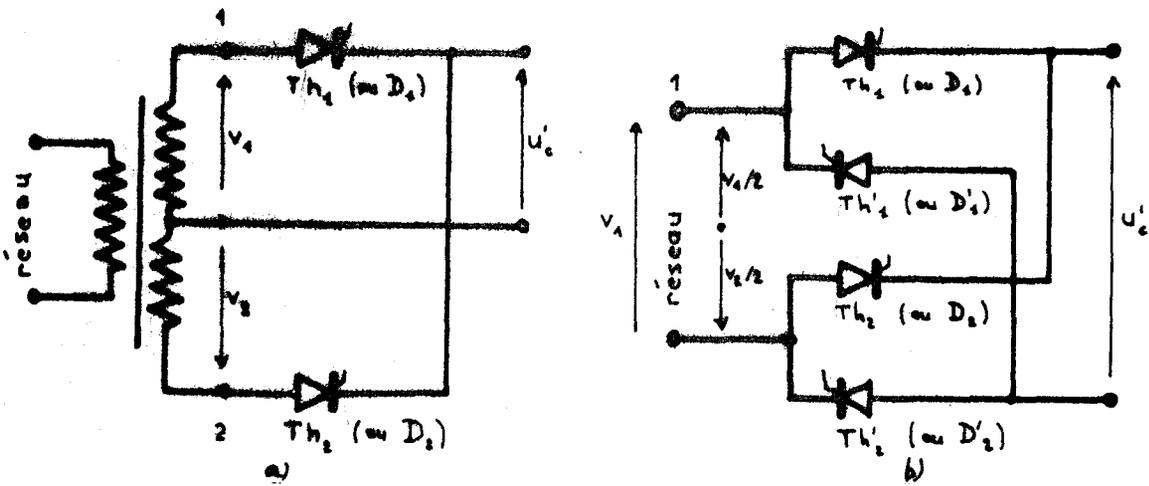


Fig. 2- Montages à deux ou quatre redresseurs alimentés en monophasé.

La tension redressée u'_c que tendent à délivrer ces montages a pour expressions

$$u'_c = V_m \sin \omega t, \text{ pour } 0 < \omega t < \pi$$

$$= -V_m \sin t, \text{ pour } \pi < \omega t < 2\pi,$$

si les redresseurs employés sont de simples diodes.

$$u'_c = V_m \sin \omega t, \text{ pour } \psi < \omega t < \pi + \psi$$

$$= -V_m \sin \omega t, \text{ pour } \pi + \psi < \omega t < 2\pi + \psi,$$

si les redresseurs sont des thyristors débloqués avec un angle de retard égal à ψ .

La figure 3 donne les formes d'ondes de la tension u'_c . Celle-ci n'est égale à la tension redressée effective u_c que pendant les intervalles où le redresseur débite.

(1) Le filtre décrit est celui actuellement le plus utilisé pour les montages à moyenne et forte puissance.

Depuis le remplacement des redresseurs à forte chute de tension interne par des semi-conducteurs, on n'emploie plus les filtres avec condensateur à l'entrée. Pour les montages à diodes celui-ci provoquerait une pointe de courant intolérable à la mise sous tension de l'ensemble. Pour les montages à thyristors, la brusque variation de la tension u_c apparaissent à chaque déblocage entraînerait une forte pointe de courant dans les redresseurs.

(2) Notre étude ne s'applique pas aux montages en pont mixte formés de deux diodes et de deux thyristors.

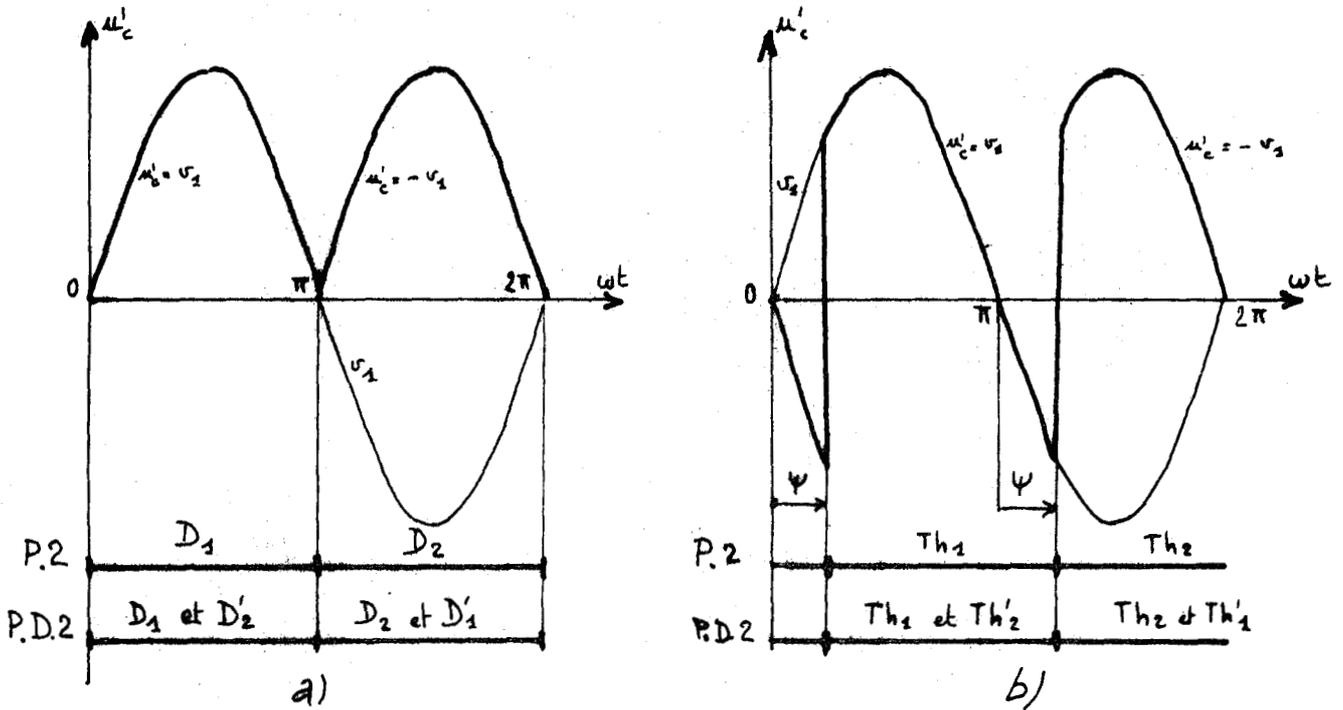


Fig. 3- Diagramme des conductions et forme d'onde de la tension u' lors du fonctionnement en conduction continue des montages P.2 ou P.D.2

- a) cas des montages à diodes
b) cas des montages à thyristors

0.2. Hypothèses. Paramètres caractéristiques :

- Tout au long de cette étude, nous négligerons les impédances internes du montage redresseur et l'impédance du réseau qui l'alimente. Ceci revient à négliger les trois causes de réduction de la tension redressée, chute par empiètement due aux réactances, chute ohmique due aux résistances, chute de tension dans le ou les redresseurs passants.

Donc

$$\left. \begin{aligned} u'_c &= V_m \sin \omega t, \text{ pour } \psi < \omega t < \pi + \psi \\ &= -V_m \sin \omega t, \text{ pour } \pi + \psi < \omega t < 2\pi + \psi \end{aligned} \right\} (1)$$

avec $\psi = 0$ pour les montages à diodes.

- Nous supposons négligeables la résistance de la bobine et les pertes dans le condensateur du filtre. Ce dernier sera simplement caractérisé par l'inductance L et la capacité C .

Le récepteur est une résistance pure R .

- Le mode de fonctionnement et les performances ne dépendent dans ces conditions que des deux paramètres caractéristiques m et k

$$\boxed{\begin{aligned} m &= LC \omega^2 \\ k &= RC \omega \end{aligned}}$$

(2)

...

Le premier m donne l'importance relative du filtrage puisqu'il est égal au quotient du carré de la pulsation des tensions d'alimentation par le carré de la pulsation d'arrêt $\frac{1}{\sqrt{LC}}$ du filtre. A charge donnée,

plus m est grand, plus on peut espérer une faible ondulation de la tension de sortie v_s .

Le second paramètre caractérise l'importance relative de la charge. Plus R et donc k diminuent, plus le récepteur tend à absorber un courant important.

0.3. Caractéristiques recherchées :

Les caractéristiques dont la connaissance présente le plus d'intérêt ont trait

- à la tension v_s à la sortie du filtre

valeur moyenne V_s

valeur maximale $v_{s \max}$

valeur minimale $v_{s \min}$

ce qui donne

- le facteur d'ondulation de v_s

$$K_o = \frac{v_{s \max} - v_{s \min}}{2 V_s} \quad (3)$$

- la valeur moyenne $\frac{V_s}{R}$ du courant dans la charge, valeur d'ordinaire utilisée pour un récepteur à courant continu

- au courant i débité par le montage redresseur

C'est l'étude de ce courant qui indique si on est en conduction continue (i positif tout au long de la période) ou en conduction discontinue (i nul par intervalles).

Le courant moyen absorbé par le condensateur est nul, le courant moyen débité par le montage redresseur est donc égal à celui fourni au récepteur V_s/R .

Pour le courant i nous déterminerons

- la valeur efficace I

- la valeur maximale i_{\max}

- la valeur minimale i_{\min}

C'est la connaissance de I qui présente le plus d'importance car donnant la valeur efficace du courant dans la bobine, dans les redresseurs, dans les enroulements secondaires et primaires du transformateur, dans la ligne d'alimentation c'est elle qui permet de calculer le calibre en courant de tous ces éléments.

Comme l'a montré H. SCHOORENS [2], c'est le facteur de forme

$$f_F = \frac{I}{i_{\text{moy}}} = \frac{I}{V_s/R} \quad (4)$$

qui caractérise le mieux la forme d'onde du courant i et qui permet de corriger les résultats de l'étude générale des montages redresseurs.

...

Tout au long des calculs, les tensions seront rapportées à l'amplitude V_m de la tension alternative et les courants au courant V_m/R .

0.4. Résultats de l'étude simplifiée :

0.4.1. Conduction continue. Méthode du premier harmonique :

Pour obtenir rapidement une approximation de l'ondulation de la tension de sortie v_s , on suppose d'ordinaire la conduction continue et on ne tient compte que du terme alternatif de pulsation 2ω .

En effet, le développement en série de la tension u'_c comprend

- le terme constant $U'_c = \frac{2}{\pi} V_m \cos \psi$

- les termes sinusoïdaux de pulsation $2\omega, 4\omega, \dots, 2n\omega, \dots$
et d'amplitude $U'_{2n \max} = \frac{2}{\pi} V_m \cos \psi \frac{2}{4n^2 - 1} \sqrt{1 + 4n^2 \operatorname{tg}^2 \psi}$

L'amplitude des termes alternatifs diminue avec leur rang ; de plus l'affaiblissement provoqué par le filtre augmente avec n .

Le terme constant se retrouve aux bornes du récepteur, d'où les valeurs moyennes de la tension v_s et du courant i

$$v_s = \frac{2}{\pi} V_m \cos \psi, \quad i_{\text{moy}} = \frac{2}{\pi} \frac{V_m}{R} \cos \psi$$

Le terme sinusoïdal de pulsation $2n\omega$ est réduit par le filtre dans le rapport

$$\begin{aligned} \frac{v_{s \ 2n \max}}{U'_{2n \max}} &= \frac{\frac{R}{C \ 2n\omega}}{\sqrt{\left(\frac{L \ 2n\omega}{C \ 2n\omega}\right)^2 + \left(\frac{R}{C \ 2n\omega} + R L \ 2n\omega\right)^2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{2n m}{k}\right)^2 + (1 + 4n^2 m)^2}} \end{aligned}$$

Le courant de pulsation $2k\omega$ passant dans l'inductance L a pour amplitude

$$\begin{aligned} i_{2n \max} &= U'_{2n \max} \frac{\sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2 4n^2 \omega^2}}}{\sqrt{\left(\frac{L}{C}\right)^2 + \left(\frac{R}{C \ 2n\omega} + R L \ 2n\omega\right)^2}} \\ &= \frac{U'_{2n \max}}{R} \frac{\sqrt{1 + n^2 k^2}}{\sqrt{\left(\frac{2n m}{k}\right)^2 + (1 + 4n^2 m)^2}} \end{aligned}$$

Pour le terme de pulsation 2ω ces relations donnent

$$\frac{v_{s \ 2 \max}}{U'_{2 \max}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{4m^2}{k^2} + (1 + 4m)^2}}$$

$$i_{2 \text{ max}} = \frac{U'_{2 \text{ max}}}{R} \frac{\sqrt{1+k^2}}{\sqrt{\frac{4m^2}{k^2} + (1+4m)^2}}$$

Si l'on ne tient compte que de ce terme, l'ondulation de la tension de sortie v_s devient

$$k_o = \frac{2 v_{s \text{ max}}}{2 V_s} = \frac{2}{3} \frac{\sqrt{1+4 \text{tg}^2 \psi}}{\sqrt{\frac{4m^2}{k^2} + (1+4m)^2}} \tag{5}$$

La même simplification donne pour expression du facteur de forme du courant i

$$f_F = \frac{I}{i_{\text{moy}}} = \frac{\sqrt{i_{\text{moy}}^2 + \frac{1}{2} i_{2 \text{ max}}^2}}{i_{\text{moy}}}$$

$$f_F = \sqrt{1 + \frac{2}{9} \frac{(1+4 \text{tg}^2 \psi)(1+k^2)}{\frac{4m^2}{k^2} + (1+4m)^2}} \tag{6}$$

A l'aide des relations (5) et (6) on a tracé les caractéristiques $k_o = f(k)$ et $f_F = f(k)$ pour diverses valeurs de m en donnant successivement à ψ les valeurs $0, \frac{\pi}{6}$ et $\frac{\pi}{3}$ (planches I, II et III) ⁽¹⁾

0.4.2. Délimitation des caractéristiques. Intensité critique :

Même avec un montage redresseur à diodes, l'hypothèse de la conduction continue ne peut être retenue pour tous les régimes de fonctionnement.

J. LECORGUILLIER [10] avait déjà montré, à propos du montage redresseur monophasé simple alternance, la grande influence qu'exerce sur la durée relative de conduction du redresseur la nature du récepteur sur lequel il débite.

G. SEGUIER [11] insiste sur le fait que plus le filtre situé en aval d'un redresseur est efficace, plus la phase conductrice des diodes est réduite, plus le facteur de forme du courant redressé est élevé et nécessite donc un surdimensionnement des redresseurs.

L'hypothèse de la conduction continue est encore plus grossière quand les redresseurs sont des thyristors. Pour une valeur de l'angle ψ égale à $\pi/2$, elle donne déjà une tension redressée moyenne U'_c nulle.

Or pour annuler cette tension lors du débit sur un récepteur passif quelconque il faut amener ψ jusqu'à la valeur π . Plus ψ est grand plus, à m et k données, la conduction est discontinue.

Pour limiter le tracé des courbes établies à partir des relations (5) et (6) à la zone où elles donnent une approximation acceptable,

(1) Pour faciliter leur lecture et leur comparaison les courbes des caractéristiques principales ont été groupées à la fin du texte.

M. DEMONTVIGNIER ^[12] a mis en évidence la notion d'intensité critique. La conduction est continue tant que les écarts du courant redressé i de part et d'autre de sa valeur moyenne n'annulent pas sa valeur instantanée. Si l'on se limite au seul terme de pulsation 2ω , la conduction continue nécessite

$$i_{\text{moy}} > i_{2 \text{ max}}$$

ou

$$\frac{2}{R} \frac{V_m}{R} \cos \psi > \frac{2}{\pi} \frac{V_m}{R} \cos \psi \frac{2}{3} \sqrt{1 + 4 \operatorname{tg}^2 \psi} \frac{\sqrt{1 + k^2}}{\sqrt{\frac{4 m^2}{k^2} + (1 + 4 m)^2}}$$

$$\frac{4 m^2}{k^2} + (1 + 4 m)^2 > \frac{4}{9} (1 + 4 \operatorname{tg}^2 \psi) (1 + k^2)$$

La valeur limite de k est donnée, en fonction de m et de ψ , par la relation

$$k^4 \left(\frac{4}{9} + \frac{16}{9} \operatorname{tg}^2 \psi \right) + k^2 \left(\frac{16}{9} \operatorname{tg}^2 \psi - \frac{5}{9} - 8 m - 16 m^2 \right) - 4 m^2 < 0 \quad (7)$$

On a pu ainsi ne tracer les courbes des planches I, II et III que jusqu'à la valeur de k où la conduction ne peut plus être continue et où les relations (5) et (6) cessent d'être applicables.

0.5. Présentation de l'étude effectuée :

L'étude simplifiée donne des résultats d'autant moins précis que l'ondulation de la tension de sortie est plus forte. Pour les montages à diodes elle ne permet pas le tracé des caractéristiques pour les faibles débits ($k > k_{\text{lim}}$). Pour les montages à thyristors, plus l'angle de retard ψ est grand, plus se rétrécit la zone où les caractéristiques peuvent être tracées. En particulier, cette étude ne permet pas de suivre les fonctionnements correspondant aux valeurs de ψ comprises entre $\frac{\pi}{2}$ et π .

Notre étude se propose d'affiner la précision des résultats dans le domaine de la conduction continue, mais surtout de tracer des caractéristiques complètes, c'est-à-dire de les déterminer dans le domaine de la conduction discontinue.

0.5.1. Procédé d'étude utilisé :

Nous avons examiné le fonctionnement du montage de la figure 1 à l'aide du schéma équivalent ci-dessous (fig. 4)

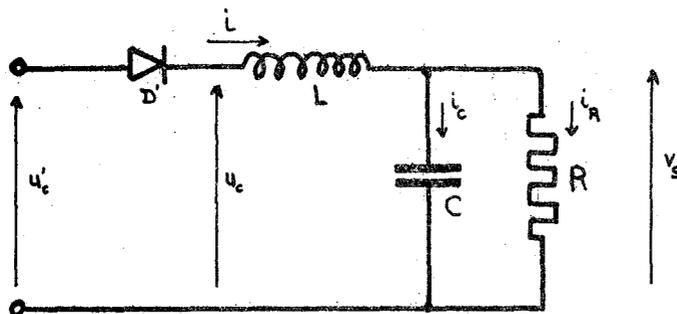


Fig. 4- Schéma équivalent utilisé pour l'étude du fonctionnement de l'ensemble montage redresseur-filtre-charge.

...

La tension redressée u_c est effectivement égale à la tension u'_c que tend à délivrer le montage redresseur lorsque celui-ci débite, c'est-à-dire lorsque i est positif. Lorsque i tend à être négatif, le montage redresseur ne peut plus imposer la tension u_c à sa sortie. On tient compte de cela à l'aide de la diode fictive D' .

A l'entrée du schéma équivalent on applique la tension u' donnée par les relations (1)

- quand le courant i est positif, D' conduit : $u_c = u'_c$
- quand i tend à devenir négatif, D' se bloque
- quand D' est bloqué, $i = 0$; $u_c = v_s$; $v_{D'} = u'_c - v_s$
- D' redevient passant quand u'_c redevient supérieur à v_s

Durant la conduction de la diode D' , les variables, v_s et i , sont régies par une équation différentielle du second ordre à coefficients constants. Suivant la valeur relative des paramètres m et k la solution générale correspondant au régime libre est apériodique ou pseudo-périodique.

Si la conduction est discontinue, durant les intervalles où D' est bloqué, le condensateur se décharge dans la résistance.

0.5.2. Plan de l'étude :

Suivant les valeurs de k , m et ψ , quatre modes de fonctionnement sont possibles :

- conduction continue avec régime libre apériodique
- conduction discontinue avec régime libre apériodique
- conduction continue avec régime libre pseudo-périodique
- conduction discontinue avec régime libre pseudo-périodique.

Le but de notre étude est de déterminer les caractéristiques complètes et, en particulier, de tracer les courbes donnant la valeur moyenne V_s de la tension redressée v ,

le facteur d'ondulation k_o de celle-ci,

le facteur de forme f_p du courant redressé i ,

pour k variant de 0, 1 à 10, pour diverses valeurs de m comprises entre 0, 1 et 10 et pour diverses valeurs de l'angle ψ .

La première partie est consacrée à l'étude du fonctionnement lorsque le montage redresseur est à diodes. Alors le deuxième mode de fonctionnement disparaît. Nous examinerons donc successivement les marches en conduction continue avec régime libre apériodique en conduction continue avec régime libre pseudo-périodique en conduction discontinue avec régime libre pseudo-périodique et tracerons les portions de caractéristiques correspondant à chacune d'elles.

La deuxième partie correspond à l'emploi d'un montage redresseur à thyristors. Les quatre modes de fonctionnement sont possibles ; nous les examinerons donc successivement (1).

(1) L'étude effectuée ici pour le premier des systèmes "polyphasés" celui d'ordre 2 peut sans difficulté être transposé aux systèmes utilisant un montage redresseur d'ordre supérieur.

I. CAS DES MONTAGES REDRESSEURS A DIODES

Un montage redresseur monophasé double alternance tend à fournir une tension redressée u'_c égale à

$$u'_c = V_m \sin \omega t, \text{ pour } 0 < \omega t < \pi$$

$$u'_c = -V_m \sin \omega t, \text{ pour } \pi < \omega t < 2\pi$$

Les valeurs relatives des paramètres caractéristiques du filtre et de la charge,

$$\text{soit } m = L C \omega^2 \text{ et } k = R C \omega,$$

conduisent aux trois modes possibles de fonctionnement que nous allons examiner successivement

- conduction continue avec régime libre aperiodique
- conduction continue avec régime libre pseudo-périodique
- conduction discontinue avec régime libre pseudo-périodique

I.1. CONDUCTION CONTINUE AVEC REGIME LIBRE APERIODIQUE

I.1.1. Expression de la tension de sortie

Si la conduction est continue,

$$u_c = V_m \sin \theta, \text{ pour } 0 < \theta < \pi,$$

en indiquant par θ les angles ωt .

Durant tout cet intervalle

$$\left. \begin{aligned} v_s + L \frac{di}{dt} &= V_m \sin \theta \\ i = i_c + i_R &= C \frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{R} \end{aligned} \right\}$$

En remplaçant $\frac{di}{dt}$ par son expression en fonction de v_s , la première de ces relations donne

$$L C \frac{d^2 v_s}{dt^2} + \frac{L}{R} \frac{dv_s}{dt} + v_s = V_m \sin \theta$$

$$L C \omega^2 \frac{dv_s}{d\theta^2} + \frac{m}{k} \frac{dv_s}{d\theta} + v_s = V_m \sin \theta \quad (8)$$

La tension v_s est de la forme

$$v_s = v_{sl} + v_{sf}$$

avec v_{sl} , terme libre donné par la solution générale de l'équation différentielle sans second membre

v_{sf} , solution particulière de l'équation différentielle avec second membre

Le terme libre est aperiodique si le discriminant de l'équation

caractéristique

$$m r^2 + \frac{m}{k} r + 1 = 0$$

est positif, soit pour

$$k < \frac{\sqrt{m}}{2}$$

(9)

I.1.1.1. Etude du régime forcé

On obtient l'expression du terme forcé v_{sf} par identification

En portant

$$v_{sf} = V_{sfm} \sin(\theta - \varphi)$$

dans l'égalité (8), celle-ci devient

$$V_{sfm} \left[-m \sin(\theta - \varphi) + \frac{m}{k} \cos(\theta - \varphi) + \sin(\theta - \varphi) \right] = V_m \sin \theta$$

Soit, pour $\theta = 0$ et pour $\theta = \frac{\pi}{2}$,

$$V_{sfm} \left[(m - 1) \sin \varphi + \frac{m}{k} \cos \varphi \right] = 0$$

$$V_{sfm} \left[(1 - m) \cos \varphi + \frac{m}{k} \sin \varphi \right] = V_m$$

D'où l'amplitude et le déphasage de v_{sf}

$$V_{sfm} = \frac{V_m}{\sqrt{(1 - m)^2 + \frac{m^2}{k^2}}}$$

$$\text{tg } \varphi = \frac{m}{k(1 - m)}$$

De $\text{tg } \varphi$ on déduit $\cos \varphi = \frac{1 - m}{\sqrt{(1 - m)^2 + \frac{m^2}{k^2}}}$ et $\sin \varphi = \frac{m}{k \sqrt{(1 - m)^2 + \frac{m^2}{k^2}}}$

Puisque v_{sf} égale $V_{sfm} (\cos \varphi \sin \theta - \sin \varphi \cos \theta)$, on peut écrire

$$v_{sf} = \frac{V_m}{(1 - m)^2 + \frac{m^2}{k^2}} \left[(1 - m) \sin \theta - \frac{m}{k} \cos \theta \right]$$

ou $v_s = V_m \left(\frac{1 - m}{p^2} \sin \theta - \frac{m}{k p^2} \cos \theta \right),$

$$\text{avec } p^2 = (1 - m)^2 + \frac{m^2}{k^2}$$

(10)

I.1.1.2. Etude du régime libre :

Le terme libre v_{sl} de la tension de sortie v_s a pour expression

...

$$v_{sl} = V_m [A_1 e^{r_1 \theta} + A_2 e^{r_2 \theta}] \quad (11)$$

avec

$$r_1 = -\frac{1}{2k} \pm \sqrt{\frac{1}{4k^2} - \frac{1}{m}}$$

$$r_2 = -\frac{1}{2k} \mp \sqrt{\frac{1}{4k^2} - \frac{1}{m}}$$

On déduit les constantes d'intégration A_1 et A_2 des valeurs initiales du terme libre et de sa dérivée

$$v_{slo} = V_m (A_1 + A_2)$$

$$v'_{slo} = V_m (A_1 r_1 + A_2 r_2)$$

D'où

$$A_1 V_m = \frac{r_2 v_{slo} - v'_{slo}}{r_2 - r_1}$$

$$A_2 V_m = \frac{r_1 v_{slo} - v'_{slo}}{r_1 - r_2}$$

I.1.1.3. Conditions initiales :

- Pour trouver v_{slo} et v'_{slo} on écrit que ni la tension v_s ni sa dérivée ne peuvent subir de discontinuité à l'instant $t = 0$

En effet v_s est la tension aux bornes d'un condensateur. Le courant i dans l'inductance L égale $C \frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{R}$; puisque i et v_s ne peuvent subir de discontinuité il en est de même de $\frac{dv_s}{dt}$.

Donc

$$v_{slo} = v_{so} - v_{sfo}$$

$$v'_{slo} = v'_{so} - v'_{sfo}$$

De la relation (10) on déduit

$$v_{sfo} = -V_m \frac{m}{kp^2} \quad \text{et} \quad v'_{sfo} = V_m \frac{1-m}{p^2}$$

D'où

$$A_1 V_m = \frac{r_2 (v_{so} + V_m \frac{m}{kp^2}) - (v'_{so} - V_m \frac{1-m}{p^2})}{r_2 - r_1}$$

$$A_2 V_m = \frac{r_1 (v_{so} + V_m \frac{m}{kp^2}) - (v'_{so} - V_m \frac{1-m}{p^2})}{r_1 - r_2}$$

La tension v_s et sa dérivée $\frac{dv_s}{d\theta}$ ont donc, durant l'intervalle

$0 < \theta < \pi$, les expressions suivantes

$$v_s = V_m \left\{ \frac{1-m}{p^2} \sin \theta - \frac{m}{kp^2} \cos \theta + \frac{e}{r_2 - r_1} \left[r_2 \left(\frac{v_{so}}{V_m} + \frac{m}{kp^2} \right) \right. \right.$$

$$- \left(\frac{v'_{so}}{V_m} - \frac{1-m}{p^2} \right) + \frac{e^{r_2 \theta}}{r_1 - r_2} \left[r_1 \left(\frac{v_{so}}{V_m} + \frac{m}{kp^2} \right) - \left(\frac{v'_{so}}{V_m} - \frac{1-m}{p^2} \right) \right] \quad (13)$$

$$\frac{dv_s}{d\theta} = V_m \left\{ \frac{1-m}{p^2} \cos \theta + \frac{m}{kp^2} \cos \theta + \frac{r_1 e^{r_1 \theta}}{r_2 - r_1} \left[r_2 \left(\frac{v_{so}}{V_m} + \frac{m}{kp^2} \right) - \left(\frac{v'_{so}}{V_m} - \frac{1-m}{p^2} \right) \right] \right. \\ \left. + \frac{r_2 e^{r_2 \theta}}{r_1 - r_2} \left[r_1 \left(\frac{v_{so}}{V_m} + \frac{m}{kp^2} \right) - \left(\frac{v'_{so}}{V_m} - \frac{1-m}{p^2} \right) \right] \right\} \quad (14)$$

- Il ne reste plus qu'à déterminer les valeurs initiales v_{so} et v'_{slo} . Pour cela on écrit que v_s et $\frac{dv_s}{d\theta}$ ont pour période $\frac{\pi}{\omega}$.

Les deux égalités

$$(v_s)_{\theta=0} = (v_s)_{\theta=\pi} \quad \text{et} \quad \left(\frac{dv_s}{d\theta} \right)_{\theta=0} = \left(\frac{dv_s}{d\theta} \right)_{\theta=\pi}$$

donnent :

$$\frac{2m}{kp^2} = \frac{1-e^{r_1 \pi}}{r_2 - r_1} \left[r_2 \left(\frac{v_{so}}{V_m} + \frac{m}{kp^2} \right) - \left(\frac{v'_{so}}{V_m} - \frac{1-m}{p^2} \right) \right] \\ + \frac{1-e^{r_2 \pi}}{r_1 - r_2} \left[r_1 \left(\frac{v_{so}}{V_m} + \frac{m}{kp^2} \right) - \left(\frac{v'_{so}}{V_m} - \frac{1-m}{p^2} \right) \right]$$

$$\frac{2(m-1)}{p^2} = \frac{r_1(1-e^{r_1 \pi})}{r_2 - r_1} \left[r_2 \left(\frac{v_{so}}{V_m} + \frac{m}{kp^2} \right) - \left(\frac{v'_{so}}{V_m} - \frac{1-m}{p^2} \right) \right] \\ + \frac{r_2(1-e^{r_2 \pi})}{r_1 - r_2} \left[r_1 \left(\frac{v_{so}}{V_m} + \frac{m}{kp^2} \right) - \left(\frac{v'_{so}}{V_m} - \frac{1-m}{p^2} \right) \right]$$

Il ne reste plus qu'à séparer les inconnues $\frac{v_{so}}{V_m}$ et $\frac{v'_{so}}{V_m}$ et à résoudre le système de deux équations à deux inconnues.

A l'aide d'un ordinateur, pour chaque groupe de valeurs de k et m , on calcule ainsi v_{so}/V_m et v'_{so}/V_m . En reportant dans les relations (13) et (14) on obtient les expressions de v_s et $dv_s/d\theta$ durant une de leurs périodes.

I.1.2. Etude de la tension de sortie :

Ayant l'expression de la tension de sortie v_s et de sa dérivée il est aisé d'en déduire les valeurs qui la caractérisent.

I.1.2.1. Valeur moyenne :

Puisqu'on est en conduction continue, la tension u_c égale u'_c tout au long de la période

$$u_{c \text{ moy}} = \frac{2}{\pi} V_m$$

La tension v_s est toujours liée à u_c par

$$v_s = u_c - L \frac{di}{dt},$$

or $L \frac{di}{dt}$ a une valeur moyenne nulle, la tension de sortie a donc pour valeur moyenne

$$V_s = \frac{2}{\pi} V_m \quad (15)$$

I.1.2.2. Valeurs maximale et minimale :

L'expression de la dérivée $\frac{dv_s}{d\theta}$, de la forme

$$\frac{dv_s}{d\theta} = V_m \left[A_1 r_1 e^{r_1 \theta} + A_2 r_2 e^{r_2 \theta} + \frac{1-m}{p^2} \cos \theta + \frac{m}{kp^2} \cos \theta \right],$$

étant connue pour chaque couple de valeurs de k et m , on fait chercher les deux valeurs de l'angle θ qui annulent cette dérivée.

La première θ_1 , la plus voisine de $\theta = 0$, correspond au minimum $v_{s \min}$ de la tension v_s . La seconde θ_2 , plus voisine de π donne le maximum $v_{s \max}$ de cette tension.

connaissant V_s , $v_{s \max}$, $v_{s \min}$, on calcule le coefficient d'ondulation k_s .

I.1.3. Etude du courant i :

Puisque le courant i débité par le montage redresseur est

$$i = C \frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{R},$$

$$= \frac{V_m}{R} \left(R C \omega \frac{dv_s}{d\theta} \cdot \frac{1}{V_m} + \frac{v_s}{V_m} \right),$$

on déduit l'expression de i de celles de v_s et de $\frac{dv_s}{d\theta}$

Le courant i est de la forme

$$i = \frac{V_m}{R} \left\{ A_1 e^{r_1 \theta} + A_2 e^{r_2 \theta} + \sin \left(\frac{\theta - \varphi}{p} \right) + k \left[A_1 r_1 e^{r_1 \theta} + A_2 r_2 e^{r_2 \theta} + \cos \left(\frac{\theta - \varphi}{p} \right) \right] \right\}, \quad (16)$$

A_1 et A_2 étant connus pour chaque couple k, m .

I.1.3.1. Valeurs moyenne, minimale et maximale :

La valeur moyenne du courant i , égal à $C \frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{R}$, est égale à celle de $\frac{v_s}{R}$, puisque $\frac{dv_s}{dt}$ a une valeur moyenne nulle.

$$i_{\text{moy}} = \frac{2}{\pi} \frac{V_m}{R} \quad (17)$$

Les valeurs extrêmes s'obtiennent en cherchant les deux zéros de $\frac{di}{d\theta}$ au cours de la période

$$\frac{di}{d\theta} = \frac{V_m}{R} \left\{ A_1 r_1 e^{r_1 \theta} + A_2 r_2 e^{r_2 \theta} + \frac{\cos(\theta - \psi)}{p} + k \left[A_1 r_1^2 e^{r_1 \theta} + A_2 r_2^2 e^{r_2 \theta} - \frac{\sin(\theta - \psi)}{p} \right] \right\}$$

D'où deux valeurs de θ , l'une θ_3 plus voisine de 0, l'autre θ_4 plus proche de π , donnant respectivement le minimum i_{\min} et le maximum i_{\max} du courant i .

Les calculs effectués pour tous les couples k, m satisfaisant la condition $k < \frac{\sqrt{m}}{2}$ montrent que i_{\min} est toujours positif et qu'on est donc bien en conduction continue.

I.1.3.2. Valeur efficace :

De l'expression (16) du courant i on déduit sa valeur efficace I

$$I^2 = \frac{V_m^2}{R^2} \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left(\frac{i}{V_m/R} \right)^2 d\theta$$

avec

$$\frac{i}{V_m/R} = A_1 (kr_1 + 1) e^{r_1 \theta} + A_2 (kr_2 + 1) e^{r_2 \theta} + \cos\theta \left[\frac{k(1-m)}{p^2} - \frac{m}{kp^2} \right] + \frac{\sin\theta}{p^2}$$

En effectuant les dix intégrations des termes intervenant dans i^2 , compte tenu des simplifications, il vient

$$\begin{aligned} \left(\frac{I}{V_m/R} \right)^2 &= \frac{\pi}{2} \left[k \frac{(1-m)}{p^2} - \frac{m}{kp^2} \right]^2 + \frac{\pi}{2 p^4} \\ &+ \frac{2 A_1 A_2 (kr_1 + 1) (kr_2 + 1)}{r_1 + r_2} (e^{(r_1 + r_2)\pi} - 1) \\ &+ \frac{A_1^2 (kr_1 + 1)^2}{2 r_1} (e^{2 r_1 \pi} - 1) + \frac{A_2^2 (kr_2 + 1)^2}{2 r_2} (e^{2 r_2 \pi} - 1) \\ &- \frac{r_1 \alpha - \beta}{1 + r_1^2} (1 + e^{r_1 \pi}) - \frac{r_2 \alpha' - \beta'}{1 + r_2^2} (1 + e^{r_2 \pi}) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\text{avec } \alpha = 2 A_1 (kr_1 + 1) \left[\frac{k(1-m)}{p^2} - \frac{m}{kp^2} \right]$$

$$\beta = 2 A_1 \left(\frac{kr_1 + 1}{p^2} \right)$$

...

$$\alpha' = 2 A_2 (kr_2 + 1) \left[\frac{k(1-m)}{p^2} - \frac{m}{kp^2} \right]$$

$$\beta' = 2 A_2 \left(\frac{kr_2 + 1}{p^2} \right)$$

De la valeur efficace du courant i on déduit son facteur de forme par

$$f_f = \frac{\frac{I}{V_m/R}}{\frac{2}{\pi}}$$

I.1.4. Exemples de résultats :

I.1.4.1. Exemples de formes d'ondes :

Pour diverses valeurs de k et m , on a tracé point par point la forme d'onde de la tension v_s et du courant i .

La figure 5 montre les variations de v_s et de i pour m égal à 2 et k égal à 0,3 ; on a repéré les angles θ_1 et θ_2 correspondant à v_s max et v_s min, ainsi que ceux θ_3 et θ_4 correspondant aux valeurs extrêmes de i .

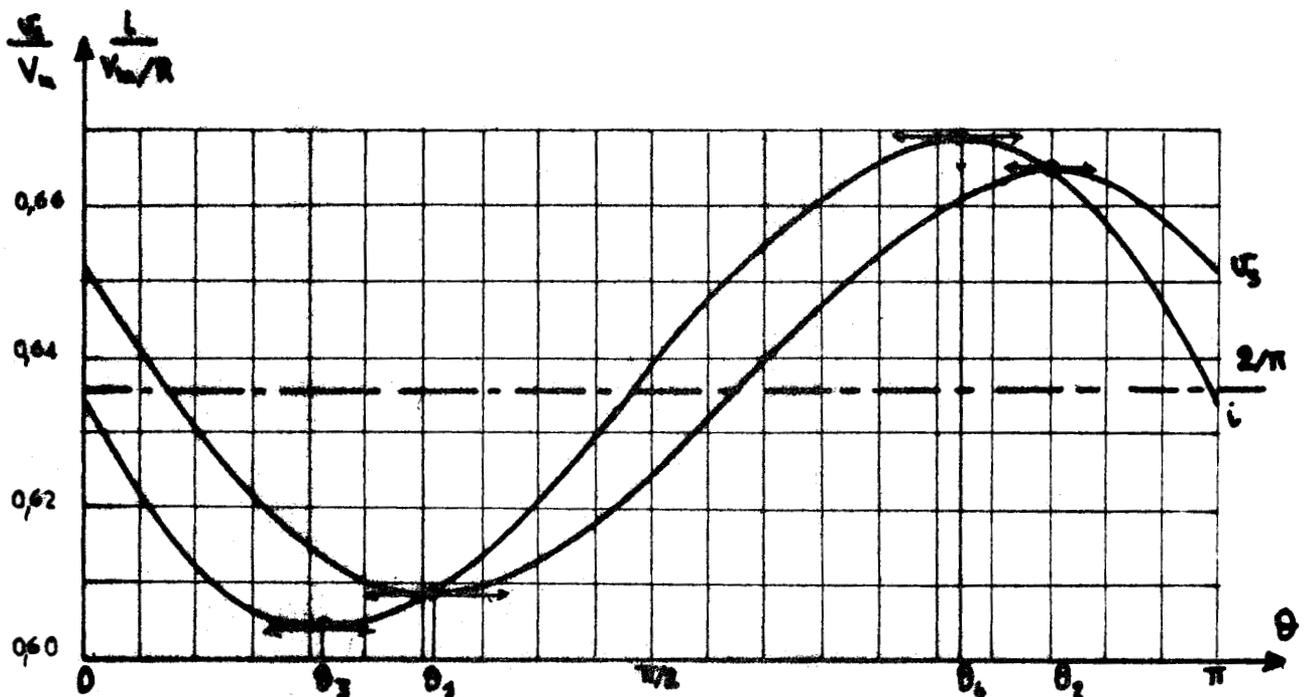


Fig.5 - Formes d'ondes de la tension v_s et du courant i tracées pour $m=2$ et $k=0,3$

...

I.1.4.2. Exemples de valeurs obtenues :

Pour montrer l'influence de la charge nous avons effectué les calculs pour k égal à

0,1 - 0,2 - 0,3 - 0,5 - 0,7 - 1 - 2 - 3 - 5 - 7 et 10

Pour caractériser le filtrage, nous avons fait prendre successivement au paramètre m les mêmes valeurs.

Le tableau I regroupe les résultats obtenus dans le domaine de la conduction continue avec régime libre aperiodique.

Les valeurs indiquées pour chaque couple m, k sont les suivantes :

θ_1	θ_2
$v_s \text{ min}$	$v_s \text{ max}$
θ_3	θ_4
$i \text{ min}$	$i \text{ max}$
I	

Les valeurs de $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ et θ_4 sont exprimées en radians ; v_{min} et v_{max} sont rapportés à V_m ; les trois valeurs $i_{\text{min}}, i_{\text{max}}$ et I du courant i sont rapportées à V_m/R .

L'examen de ce tableau montre que

- A charge (k) donnée, l'augmentation de m par accroissement de l'inductance de filtrage augmente la valeur des quatre angles $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ et θ_4 donc décale en arrière les ondes de v_s et de i .
- A k donné, l'accroissement de m réduit l'ondulation tant de la tension v_s que du courant i .
- A filtrage (m) donné, l'augmentation du débit donc la réduction de k entraîne aussi la réduction de l'ondulation de v_s et de i .

Sur la planche IV on a représenté dans le système d'axes m, k la courbe $m = 4k^2$ délimitant le domaine de la conduction continue avec régime libre aperiodique et repéré par de petits cercles les points ayant servi au tracé de la portion correspondante des caractéristiques.

Celles-ci (planches V et VI) donnent en fonction de k , les variations de k_0 et de f_F pour diverses valeurs de m . Les points correspondant à ce mode de fonctionnement sont repérés de la même façon.

Le régime étudié correspond à un filtrage relativement fort ($m^2 > 4k$), à une ondulation k_0 de v_s faible, à un facteur de forme f_F de i voisin de l'unité. D'ailleurs plus on s'éloigne de la limite de ce domaine, plus k_0 et f_F sont respectivement voisins de 0 et de 1.

Pour ce mode de fonctionnement, les résultats obtenus diffèrent peu de ceux donnés par la méthode du premier harmonique.

...

m \ k	0,1	0,2	0,3	0,5	0,7	1	
0,1	0,545 2,271 0,420 0,830 0,439 2,113 0,413 0,850 0,653						
0,2	0,664 2,409 0,527 0,739 0,559 2,313 0,525 0,740 0,641	0,660 2,361 0,414 0,836 0,452 2,172 0,369 0,848 0,657					
0,3	0,707 2,456 0,565 0,705 0,602 2,360 0,563 0,706 0,638	0,739 2,457 0,491 0,772 0,529 2,271 0,478 0,781 0,645					
0,5	0,742 2,493 0,594 0,678 0,637 2,397 0,593 0,679 0,637	0,803 2,532 0,552 0,718 0,594 2,347 0,545 0,723 0,640	0,864 2,570 0,513 0,756 0,566 2,306 0,490 0,773 0,645				
0,7	0,756 2,509 0,606 0,667 0,652 2,413 0,606 0,667 0,637	0,831 2,562 0,577 0,694 0,622 2,379 0,573 0,698 0,638	0,902 2,612 0,551 0,720 0,603 2,351 0,536 0,732 0,641				
1	0,768 2,520 0,616 0,657 0,664 2,425 0,615 0,658 0,637	0,852 2,584 0,596 0,677 0,643 2,401 0,593 0,679 0,637	0,929 2,642 0,579 0,694 0,630 2,383 0,568 0,702 0,638				
2	0,781 2,534 0,626 0,647 0,677 2,438 0,626 0,647 0,636	0,875 2,609 0,617 0,657 0,667 2,427 0,615 0,658 0,637	0,961 2,676 0,609 0,665 0,661 2,419 0,604 0,669 0,637	1,096 2,783 0,598 0,677 0,658 2,411 0,579 0,692 0,638	1,190 2,860 0,591 0,685 0,661 2,410 0,556 0,716 0,638		
3	0,785 2,538 0,629 0,643 0,681 2,442 0,629 0,644 0,637	0,883 2,617 0,623 0,650 0,675 2,429 0,622 0,651 0,637	0,971 2,686 0,618 0,655 0,671 2,430 0,615 0,658 0,637	1,107 2,795 0,611 0,663 0,669 2,425 0,599 0,673 0,637	1,202 2,870 0,607 0,668 0,671 2,425 0,584 0,688 0,638		
5	0,789 2,542 0,633 0,641 0,684 2,446 0,632 0,641 0,636	0,889 2,623 0,629 0,645 0,681 2,442 0,628 0,645 0,636	0,979 2,694 0,625 0,648 0,679 2,438 0,624 0,649 0,6365	1,117 2,804 0,622 0,652 0,678 2,436 0,615 0,658 0,637	1,211 2,879 0,619 0,655 0,679 2,436 0,606 0,667 0,637	1,300 2,949 0,617 0,657 0,682 2,437 0,593 0,680 0,639	
7	0,791 2,543 0,634 0,640 0,686 2,448 0,634 0,640 0,636	0,892 2,626 0,631 0,642 0,684 2,445 0,630 0,643 0,636	0,982 2,697 0,629 0,645 0,682 2,442 0,627 0,646 0,636	1,121 2,808 0,626 0,648 0,681 2,440 0,621 0,651 0,6367	1,214 2,883 0,624 0,650 0,682 2,440 0,615 0,658 0,637	1,304 2,952 0,623 0,651 0,684 2,441 0,606 0,667 0,637	
10	0,791 2,543 0,634 0,639 0,688 2,450 0,634 0,639 0,636	0,894 2,627 0,633 0,641 0,686 2,446 0,632 0,640 0,636	0,984 2,700 0,631 0,642 0,684 2,445 0,630 0,643 0,636	1,123 2,811 0,629 0,644 0,684 2,444 0,626 0,647 0,636	1,217 2,885 0,628 0,646 0,685 2,444 0,622 0,652 0,6367	1,306 2,954 0,627 0,647 0,686 2,444 0,615 0,658 0,637	

TABLEAU I.-

Principales caractéristiques
de la tension v_s et du
courant i

$$m > 4 \cdot k^2$$

(montage à diodes)



I.2. CONDUCTION CONTINUE AVEC REGIME LIBRE PSEUDO-PERIODIQUE

I.2.1. Expression de la tension de sortie v_s

Puisqu'on est encore en conduction continue,
pour $0 < \theta < \pi$, $u_c = V_m \sin \theta$

$$\left. \begin{aligned} \text{De} \quad v_s + L \frac{di}{dt} &= V_m \sin \theta \\ i &= C \frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{R} \end{aligned} \right\}$$

on déduit, comme précédemment,

$$m \frac{d^2 v_s}{d\theta^2} + \frac{m}{k} \frac{dv_s}{d\theta} + v_s = V_m \sin \theta \quad (8)$$

Dans l'expression de la tension v_s

$$v_s = v_{sl} + v_{sf},$$

le terme libre est pseudo-périodique si le discriminant de l'équation caractéristique

$$m r^2 + \frac{m}{k} r + 1 = 0$$

est négatif, soit pour

$$\boxed{k > \frac{\sqrt{m}}{2}} \quad (19)$$

I.2.1.1. Etude du régime forcé :

Le circuit étant identique à celui examiné précédemment, on a encore

$$v_{sf} = V_{sfm} \sin(\theta - \varphi)$$

ou

$$\left. \begin{aligned} v_s &= V_m \left(\frac{1-m}{p^2} \sin \theta - \frac{m}{kp^2} \cos \theta \right), \\ \text{avec } p^2 &= (1-m)^2 + \frac{m^2}{k^2} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

I.2.1.2. Etude du régime libre :

Le terme v_{sl} de l'expression de la tension v_s a pour valeur

$$v_{sl} = V_m [A'_1 e^{r_1 \theta} + A'_2 e^{r_2 \theta}]$$

$$\text{avec } \begin{matrix} r_1 \\ r_2 \end{matrix} = -\frac{1}{2k} \pm j \sqrt{\frac{1}{m} - \frac{1}{4k^2}}$$

Au lieu d'écrire

$$v_{sl} = V_m e^{-\frac{\theta}{2k}} \left(A'_1 e^{j \sqrt{\frac{1}{m} - \frac{1}{4k^2}} \theta} + A'_2 e^{-j \sqrt{\frac{1}{m} - \frac{1}{4k^2}} \theta} \right),$$

il est préférable de mettre en évidence la pseudo-pulsation

$$L_0 = \sqrt{\frac{1}{m} - \frac{1}{4k^2}} \quad (20)$$

...

et de poser $A_1 = A'_1 + A'_2$, $A_2 = j (A'_1 - A'_2)$

L'expression du terme libre devient alors

$$v_{sl} = V_m e^{-\frac{\theta}{2k}} (A_1 \cos L_o \theta + A_2 \sin L_o \theta) \quad (21)$$

I.2.1.3. Conditions initiales :

- On déduit les constantes d'intégration A_1 et A_2 des valeurs initiales du terme libre et de son dérivée

$$\text{Puisque } v_{slo} = V_m A_1$$

$$v'_{slo} = V_m (A_2 L_o - \frac{A_1}{2k}),$$

on a

$$A_1 V_m = v_{slo}$$

$$A_2 V_m = \frac{1}{L_o} (v'_{slo} + \frac{1}{2k} v_{slo})$$

Puisque pour $t = 0$, ni la tension v_s ni sa dérivée $\frac{dv_s}{d\theta}$ ne peuvent subir de discontinuité, v_{slo} et v'_{slo} se déduisent des valeurs réelles et des termes forcés

$$v_{slo} = v_{so} - v_{sfo}$$

$$v'_{slo} = v'_{so} - v'_{sfo}$$

avec

$$v_{sfo} = -V_m \frac{m}{k p^2}$$

$$v'_{sfo} = V_m \frac{1-m}{p^2}$$

D'où

$$A_1 V_m = v_{so} + V_m \frac{1-m}{p^2}$$

$$A_2 V_m = \frac{1}{L_o} \left[v'_{so} - V_m \frac{1-m}{p^2} + v_{so} \left(\frac{1}{2k} - \frac{m}{2k^2 p^2} \right) \right]$$

(22)

Durant l'intervalle $0, \pi$, la tension v_s et sa dérivée $\frac{dv_s}{d\theta}$ ont donc pour expressions

$$\begin{aligned} \frac{v_s}{V_m} = & \frac{1-m}{p^2} \sin \theta - \frac{m}{k p^2} \cos \theta + e^{-\frac{\theta}{2k}} \left\{ \left(\frac{v_{so}}{V_m} + \frac{m}{k p^2} \right) \cos L_o \theta + \right. \\ & \left. + \left[\frac{v'_{so}}{V_m} - \frac{1-m}{p^2} + \frac{v_{so}}{V_m} \left(\frac{1}{2k} - \frac{m}{2k^2 p^2} \right) \frac{\sin L_o \theta}{L_o} \right] \right\} \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \frac{dv_s}{V_m d\theta} = & \frac{1-m}{p^2} \cos \theta + \frac{m}{k p^2} \sin \theta + e^{-\frac{\theta}{2k}} \left\{ \left[\frac{v'_{so}}{V_m} - \frac{1-m}{p^2} + \frac{v_{so}}{V_m} \left(\frac{1}{2k} - \frac{m}{2k^2 p^2} \right) \right] \right. \\ & \left. \left(\cos L_o \theta - \frac{1}{2k L_o} \sin L_o \theta \right) - \left(\frac{v_{so}}{V_m} + \frac{m}{k p^2} \right) \left(L_o \sin L_o \theta + \frac{1}{2k} \cos L_o \theta \right) \right\} \end{aligned} \quad (24)$$

...

- La périodicité de v_s et $\frac{dv_s}{d\theta}$ permet d'écrire

$$(v_s)_{\theta=0} = (v_s)_{\theta=\pi} \quad \text{et} \quad \left(\frac{dv_s}{d\theta}\right)_{\theta=0} = \left(\frac{dv_s}{d\theta}\right)_{\theta=\pi}$$

En reportant dans les relations précédentes, on trouve un système de deux équations à deux inconnues, v_{so} et v'_{so} . On en déduit la valeur de ces dernières

$$\frac{v_{so}}{V_m} = \frac{m}{k p^2} \frac{1 - e^{-\frac{\pi}{2k}}}{1 + e^{-\frac{\pi}{2k}}}$$

$$\frac{v'_{so}}{V_m} = \frac{1}{e^{-\frac{\pi}{2k}} \left(\cos L_o \pi - \frac{1}{2kL_o} \sin L_o \pi \right) - 1} \left\{ \frac{1-m}{p^2} \left[1 + e^{-\frac{\pi}{2k}} \left(\cos L_o \pi - \frac{\sin L_o \pi}{2kL_o} \right) \right] \right.$$

$$\left. + \frac{m}{k p^2} \left(L_o \sin L_o \pi + \frac{1}{2k} \cos L_o \pi \right) - \frac{m}{k p^2} \frac{1 - e^{-\frac{\pi}{2k}}}{1 + e^{-\frac{\pi}{2k}}} \left[\left(\frac{1}{2k} - \frac{m}{2k^2 p^2} \right) \right. \right.$$

$$\left. \left. \left(\cos L_o \pi - \frac{1}{2kL_o} \sin L_o \pi \right) - \left(L_o \sin L_o \pi + \frac{1}{2k} \cos L_o \pi \right) + \frac{m}{k^2 p^2} \right] \right\}$$

Pour chaque groupe de valeurs de m et k , on peut ainsi calculer $\frac{v_{so}}{V_m}$ et $\frac{v'_{so}}{V_m}$. En reportant dans les relations (22) on obtient les deux constantes A_1 et A_2 intervenant dans le terme libre de v_s et par là l'expression de cette tension.

I.2.2. Etude de la tension de sortie v_s :

I.2.2.1. Valeur moyenne :

Puisqu'on est en conduction continue, la tension v_s a la même valeur moyenne que la tension à la sortie du redresseur fictif toujours passant

$$V_s = u_{c moy} = \frac{2}{\pi} V_m$$

I.2.2.2. Valeurs extrêmes. Ondulation :

Les valeurs maximale et minimale de v_s au cours de chacune de ses périodes s'obtiennent en dérivant son expression.

Puisque :

...

$$v_s = V_m \left[\frac{1-m}{p^2} \sin \theta - \frac{m}{k p^2} \cos \theta + e^{-\frac{\theta}{2k}} (A_1 \cos L_o \theta + A_2 \sin L_o \theta) \right]$$

$$\frac{dv_s}{d\theta} = V_m \left[\frac{1-m}{p^2} \cos \theta + \frac{m}{k p^2} \sin \theta + e^{-\frac{\theta}{2k}} (A_2 L_o \cos L_o \theta - A_1 L_o \sin L_o \theta - \frac{A_1}{2k} \cos L_o \theta - \frac{A_2}{2k} \sin L_o \theta) \right]$$

Pour chaque couple k, m , ayant A_1 et A_2 , on cherche, grâce à un ordinateur, les deux valeurs de l'angle qui annulent cette dérivée. La première θ_1 , la plus voisine de zéro, donne le minimum $v_{s \text{ min}}$ de la tension de sortie ; l'autre θ_2 correspond au maximum $v_{s \text{ max}}$ de celle-ci.

I.2.3. Etude du courant i :

Le courant i débité par le montage redresseur est donné tout au long de la période par

$$i = C \frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{R}$$

donc
$$\frac{i}{V_m/R} = k \frac{dv_s}{d\theta} + \frac{v_s}{V_m}$$

ou, en reportant les expressions de v_s et de sa dérivée,

$$\frac{i}{V_m/R} = \left[\frac{k(1-m)}{p^2} - \frac{m}{k p^2} \right] \cos \theta + \frac{\sin \theta}{p^2} + e^{-\frac{\theta}{2k}} A_1 \left[\left(\frac{\cos L_o \theta}{2} - k L_o \sin L_o \theta \right) + A_2 \left(\frac{\sin L_o \theta}{2} + k L_o \cos L_o \theta \right) \right] \quad (25)$$

I.2.3.1. Valeurs moyenne, maximale et minimale :

Le courant i étant la somme de i_R et de i_C , ce dernier ayant une valeur moyenne nulle, la valeur moyenne de i est égale à $\frac{V}{R}$

$$i_{\text{moy}} = \frac{2}{\pi} \frac{V_m}{R}$$

Les valeurs extrêmes de i s'obtiennent en cherchant les deux zéros de $\frac{di}{d\theta}$ pendant la période.

$$\frac{di}{d\theta} = \frac{V_m}{R} \left\{ \frac{\cos \theta}{p^2} - \left[\frac{k(1-m)}{p^2} - \frac{m}{k p^2} \right] \sin \theta - e^{-\frac{\theta}{2k}} \left(\frac{1}{4k} + k L_o^2 \right) \left[A_1 \cos L_o \theta + A_2 \sin L_o \theta \right] \right\}$$

...

Cette dérivée s'annule pour deux valeurs de θ ; la première θ_3 qui correspond au minimum i_{\min} est la plus proche de zéro ; la seconde θ_4 , plus voisine de π , donne le maximum i_{\max} du courant i .

I.2.3.2. Limite de ce mode de fonctionnement :

Lorsqu'on calcule i_{\min} à m donné, pour des valeurs de k supérieures à $\frac{\sqrt{m}}{2}$ et croissantes, on obtient au delà d'une certaine valeur de k un minimum de i négatif.

Le fonctionnement à i négatif est impossible ; i est positif quand le montage redresseur conduit, il est nul quand le montage est bloqué.

Au delà d'une certaine valeur de k , qui dépend de m , on quitte le fonctionnement étudié pour passer en conduction discontinue.

La zone de conduction continue avec régime libre pseudo-périodique est limitée par les deux conditions

$$k > \frac{\sqrt{m}}{2} \text{ et } i_{\min} > 0$$

I.2.3.3. Valeur efficace :

On calcule la valeur efficace I du courant i à partir de son expression donnée par la relation (25)

$$I^2 = \frac{V_m}{R^2} \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \left(\frac{i}{V_m/R} \right)^2 d\theta$$

$$\left(\frac{i}{V_m/R} \right)^2 = e^{-\frac{\theta}{k}} \left[\left(\frac{A_1}{2} + kL_0 A_2 \right)^2 \cos^2 L_0 \theta + \left(\frac{A_2}{2} - kL_0 A_1 \right)^2 \sin^2 L_0 \theta \right. \\ \left. + 2 \left(\frac{A_1}{2} + kL_0 A_2 \right) \left(\frac{A_2}{2} - kL_0 A_1 \right) \sin L_0 \theta \cos L_0 \theta \right]$$

$$+ \left[\frac{k(1-m)}{p^2} - \frac{m}{kp^2} \right]^2 \cos^2 \theta + \frac{1}{p^4} \sin^2 \theta + 2 \left[\frac{k(1-m)}{p^2} - \frac{m}{kp^2} \right] \frac{\sin \theta \cos \theta}{p^2}$$

$$+ 2 e^{-\frac{\theta}{2k}} \left\{ \left(\frac{A_1}{2} + kL_0 A_2 \right) \left[\frac{k(1-m)}{p^2} - \frac{m}{kp^2} \right] \cos \theta \cos L_0 \theta + \left(\frac{A_1}{2} + kL_0 A_2 \right) \cdot \right.$$

$$\left. \frac{\cos L_0 \theta \sin \theta}{p^2} + \left(\frac{A_2}{2} - kL_0 A_1 \right) \left[\frac{k(1-m)}{p^2} - \frac{m}{kp^2} \right] \cos \theta \sin L_0 \theta \right.$$

$$\left. + \left(\frac{A_2}{2} - kL_0 A_1 \right) \frac{\sin \theta \sin L_0 \theta}{p^2} \right\}$$

Après intégration, groupement des termes et simplification, il vient

...

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{I}{\sqrt{V/R}}\right)^2 &= \frac{\pi}{2} \left\{ \left[\frac{k(1-m)}{p^2} - \frac{m}{kp^2} \right]^2 + \frac{1}{p^4} \right\} + \left(\frac{A_1}{2} + k L_o A_2 \right)^2 \left[\frac{\alpha_1}{2} + \frac{k}{2} (1 - e^{-\frac{\pi}{k}}) \right] \\
 &+ \left(\frac{A_2}{2} - k L_o A_1 \right)^2 \left[-\frac{\alpha_1}{2} + \frac{k}{2} (1 - e^{-\frac{\pi}{k}}) \right] + \left(\frac{A_1}{2} + k L_o A_2 \right) \left(\frac{A_2}{2} - k L_o A_1 \right) \beta_1 \\
 &+ 2 \left(\frac{A_1}{2} + k L_o A_2 \right) \left[\frac{k(1-m)}{p^2} - \frac{m}{kp^2} \right] \frac{\gamma_1 + \delta_1}{2} + \frac{2}{p^2} \left(\frac{A_1}{2} + k L_o A_2 \right) \frac{\gamma_1' + \delta_1'}{2} \\
 &+ 2 \left(\frac{A_2}{2} - k L_o A_1 \right) \left[\frac{k(1-m)}{p^2} - \frac{m}{kp^2} \right] \frac{\gamma_1' - \delta_1'}{2} + \frac{2}{p^2} \left(\frac{A_2}{2} - k L_o A_1 \right) \frac{\gamma_1 - \delta_1}{2}
 \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned}
 \alpha_1 &= \frac{2 L_o \sin 2 L_o \pi e^{-\frac{\pi}{k}} - \frac{1}{k} (\cos 2 L_o \pi e^{-\frac{\pi}{k}} - 1)}{4 L_o^2 + \frac{1}{k^2}} \\
 \beta_1 &= \frac{\frac{1}{k} \sin 2 L_o \pi e^{-\frac{\pi}{k}} + 2 L_o (\cos 2 L_o \pi e^{-\frac{\pi}{k}} - 1)}{4 L_o^2 + \frac{1}{k^2}} \\
 \gamma_1 &= \frac{(1 - L_o) e^{-\frac{\pi}{2k}} \sin (1 - L_o) \pi - \frac{1}{2k} [e^{-\frac{\pi}{k}} \cos (1 - L_o) \pi - 1]}{(1 - L_o)^2 + \frac{1}{4k^2}} \\
 \delta_1 &= \frac{(1 + L_o) e^{-\frac{\pi}{2k}} \sin (1 + L_o) \pi - \frac{1}{2k} [e^{-\frac{\pi}{k}} \cos (1 + L_o) \pi - 1]}{(1 + L_o)^2 + \frac{1}{4k^2}} \\
 \gamma_1' &= - \frac{(1 + L_o) [e^{-\frac{\pi}{2k}} \cos (1 + L_o) \pi - 1] + \frac{1}{2k} e^{-\frac{\pi}{2k}} \sin (1 + L_o) \pi}{(1 + L_o)^2 + \frac{1}{4k^2}} \\
 \delta_1' &= \frac{(L_o - 1) [e^{-\frac{\pi}{2k}} \cos (1 - L_o) \pi - 1] - \frac{1}{2k} e^{-\frac{\pi}{2k}} \sin (1 - L_o) \pi}{(1 - L_o)^2 + \frac{1}{4k^2}}
 \end{aligned}$$

I.2.4. Résultats obtenus :

I.2.4.1. Délimitation des trois zones de fonctionnement :

Lorsque k devient supérieur à $\frac{\sqrt{m}}{2}$, on passe de la zone où le régime libre est apériodique à celle où il est pseudo-périodique.

Quand le régime libre est apériodique, la conduction est toujours continue. Par contre la zone correspondant au régime libre pseudo-périodique doit être séparée en deux car la conduction peut être continue ou discontinue.

...

Pour séparer avec précision la zone à conduction continue de celle à conduction discontinue, on a tracé (fig. 6) les courbes $i_{\min} = f(k)$.

Les points repérés par un cercle correspondent à $k < \frac{\sqrt{m}}{2}$, ceux repérés par une croix à $k > \frac{\sqrt{m}}{2}$. Les intersections avec l'axe à i_{\min} nous donnent, pour chaque valeur de m , la valeur de k au-delà de laquelle la conduction est discontinue.

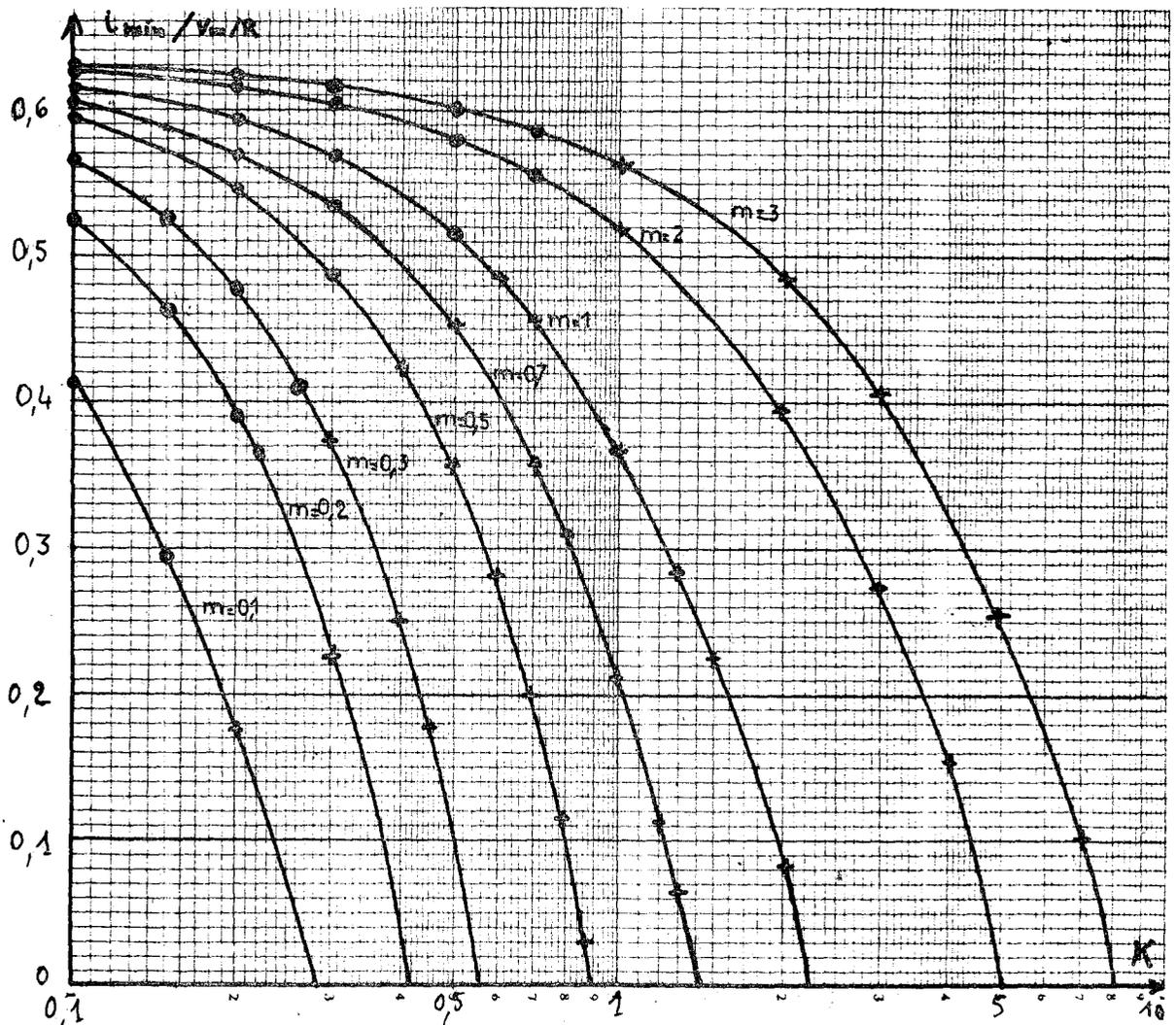


Fig. 6 Caractéristiques $i_{\min} = f(k)$ pour diverses valeurs de m

La courbe $m = f(k)$ séparant la zone de conduction continue de celle de conduction discontinue a été tracée sur la planche IV.

...



Sur la figure 7 on a représenté en prenant pour m et k des échelles linéaires, les trois zones de fonctionnement. On voit que c'est celle avec régime libre pseudo-périodique et conduction continue qui couvre la plus grande surface.

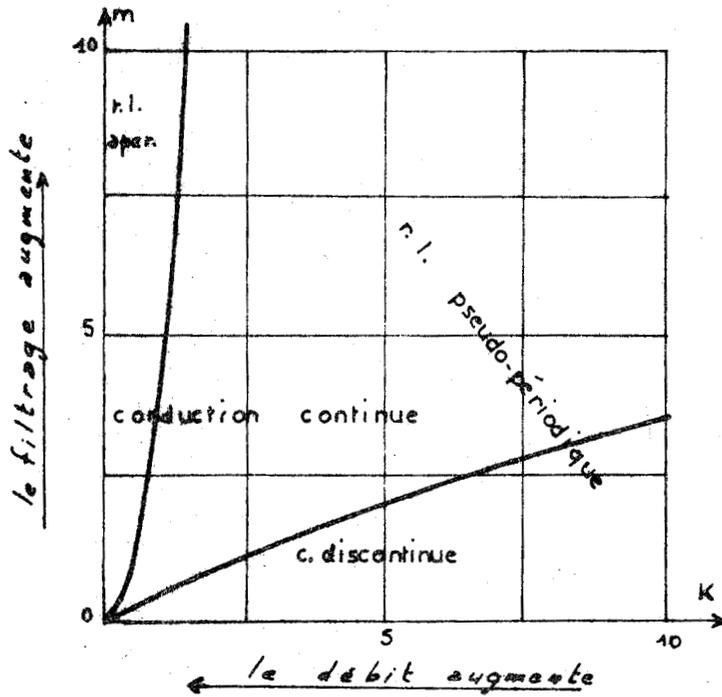


Fig. 7- Délimitation des trois zones de fonctionnement

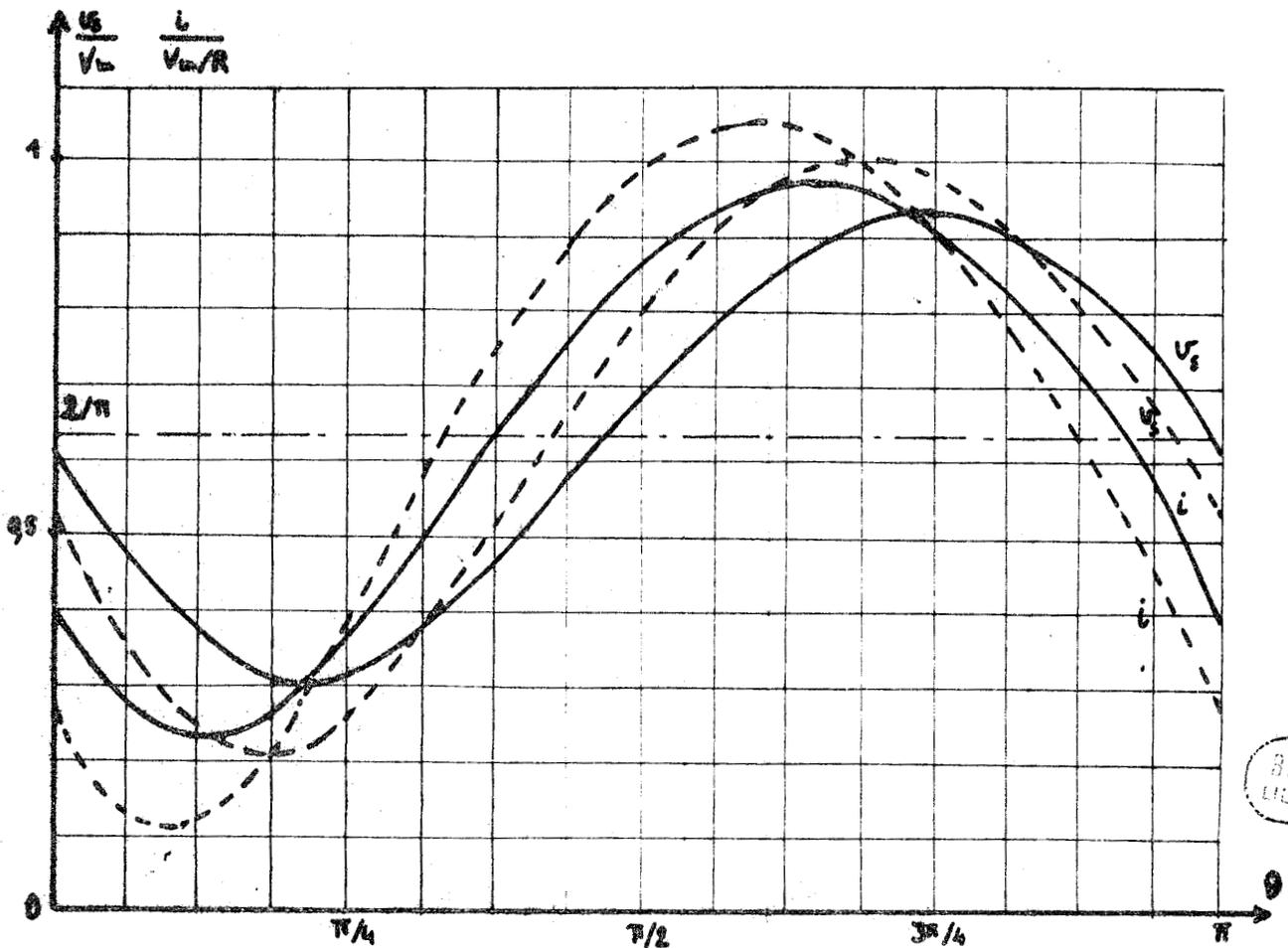


Fig. 8 - Formes d'ondes de v_s et i tracées pour $K = 0,3$
 ——— $m = 0,2$ - - - - $m = 0,15$

m \ k	0,2	0,3	0,5	0,7	1	2	3	5	7	10
0,1	0,472 0,226 0,276 0,177 0,695	2,095 0,967 1,898 0,987								
0,2		0,658 0,301 0,375 0,229 0,688	2,313 0,932 2,033 0,973							
0,3	0,771 0,418 0,478 0,374 0,660	2,460 0,839 2,189 0,867	0,824 0,277 0,417 0,103 0,727	2,474 0,973 2,065 1,096						
0,5		0,967 0,447 0,541 0,357 0,6645	2,644 0,824 2,253 0,892	1,050 0,394 0,541 0,200 0,7025	2,712 0,879 2,236 1,035					
0,7	1,020 0,510 0,589 0,452 0,649	2,704 0,764 2,320 0,810	1,141 0,481 0,594 0,358 0,665	2,778 0,795 2,313 0,898	1,209 0,454 0,609 0,212 0,702	2,859 0,827 2,320 1,038				
1		1,450 0,536 0,627 0,458 0,649	2,849 0,741 2,362 0,808	1,247 0,522 0,639 0,370 0,6635	2,897 0,758 2,368 0,893	1,394 0,507 0,668 0,082 0,748	3,043 0,777 2,391 1,118			
2			1,282 0,586 0,667 0,548 0,642	2,932 0,691 2,444 0,752	1,416 0,580 0,681 0,397 0,659	3,033 0,698 2,424 0,874	1,466 0,579 0,687 0,276 0,687	3,069 0,699 2,429 0,995	1,507 0,579 0,692 0,003 0,768	3,099 0,700 2,434 1,235
3		1,293 0,604 0,676 0,561 0,639	2,942 0,672 2,427 0,711	1,423 0,601 0,685 0,484 0,646	3,039 0,676 2,484 0,788	1,471 0,600 0,688 0,407 0,657	3,074 0,677 2,437 0,865	1,510 0,600 0,692 0,254 0,693	3,101 0,677 2,440 1,018 0,744	1,528 0,600 0,693 0,101 1,171
5			1,427 0,616 0,687 0,548 0,660	3,043 0,659 2,441 0,725	1,474 0,615 0,689 0,504 0,646	3,081 0,660 2,443 0,769	1,513 0,615 0,691 0,415 0,656	3,103 0,660 2,445 0,858	1,529 0,615 0,692 0,326 0,674	3,114 0,660 2,445 0,946 0,731
7		1,429 0,622 0,588 0,574 0,638	3,045 0,653 2,444 0,698	1,475 0,621 0,689 0,543 0,640	3,077 0,653 2,445 0,729	1,513 0,622 0,691 0,481 0,646	3,104 0,653 2,447 0,792	1,529 0,622 0,691 0,418 0,655	3,115 0,653 2,447 0,855 0,675	1,542 0,622 0,692 0,325 0,675
10	1,431 0,626 0,688 0,593 0,6375	3,046 0,648 2,446 0,679	1,476 0,626 0,689 0,572 0,638	3,078 0,648 2,447 0,701	1,513 0,626 0,691 0,528 0,641	3,104 0,648 2,448 0,744	1,530 0,626 0,691 0,485 0,646	3,115 0,648 2,448 0,788	1,542 0,626 0,691 0,421 0,655	3,123 0,648 2,449 0,852

TABLEAU II.-
 Principales caractéristiques
 de la tension et du courant i
 $K > \frac{\sqrt{m}}{2}$
 Conduction continue
 montage à diodes



La figure 8 donne deux exemples de tracés point par point de la forme d'onde de la tension de sortie v_s et du courant redressé i . Le premier est relatif à $k = 0,3$ et $m = 0,2$; le second à $k = 0,3$ et $m = 0,15$.

I.2.4.3. Exemples de valeurs obtenues :

Le tableau II reproduit les principales valeurs obtenues pour les valeurs de m et k égales à 0,1 - 0,2 - 0,3 - 0,5 - 0,7 - 1 - 2 - 3 - 5 - 7 et 10 correspondant à un fonctionnement en conduction continue avec régime libre pseudo-périodique.

Pour chaque couple k, m on a indiqué

θ_1	θ_2
$v_s \text{ min}$	$v_s \text{ max}$
θ_3	θ_4
$i \text{ min}$	$i \text{ max}$

I

Comme on l'avait fait sur le tableau I, les angles sont donnés en radians, les tensions et courants sont en valeurs relatives.

Cela a permis de tracer, pour divers m , les portions des courbes donnant le facteur d'ondulation k_o (planche V) et le facteur de forme f_F , en fonction de k , pour les valeurs de ce paramètre correspondant à ce deuxième mode de fonctionnement (points repérés par une croix).

L'examen de ces portions de courbes montre que :

- pour les faibles valeurs de m , l'ondulation de la tension de sortie croît très vite en fonction de k ; ce n'est que pour les fortes valeurs de m donc les filtrages importants que k_o se fixe à une valeur réduite.
- dans tout ce domaine, le facteur de forme du courant redressé augmente très rapidement avec k .
- à valeur donnée de k , les rapports k_o et f_F augmentent rapidement quand le filtrage caractérisé par m diminue.

Ce deuxième mode de fonctionnement correspond à des tensions v_s et à des courants i à forte ondulation. La comparaison avec les courbes de la planche I montre que l'approximation du premier harmonique donne des résultats d'autant plus erronés que l'on est plus proche de la zone à conduction discontinue.

I.3. CONDUCTION DISCONTINUE

Lorsque le paramètre k devient supérieur à $\frac{\sqrt{m}}{2}$, le régime libre du circuit alimenté par le montage redresseur d'apériodique devient pseudo-périodique mais la conduction est encore continue. Si k croît encore, on passe dans le domaine de la conduction discontinue.

Le schéma équivalent à l'ensemble étudié présente alors deux configurations successives par période :

...

- pour $\theta_0 < \theta < \theta_1$ (fig. 9), le redresseur équivalent conduit, le courant i est positif.
- pendant le reste de la période, le courant i est nul, le condensateur C se décharge dans la résistance R .

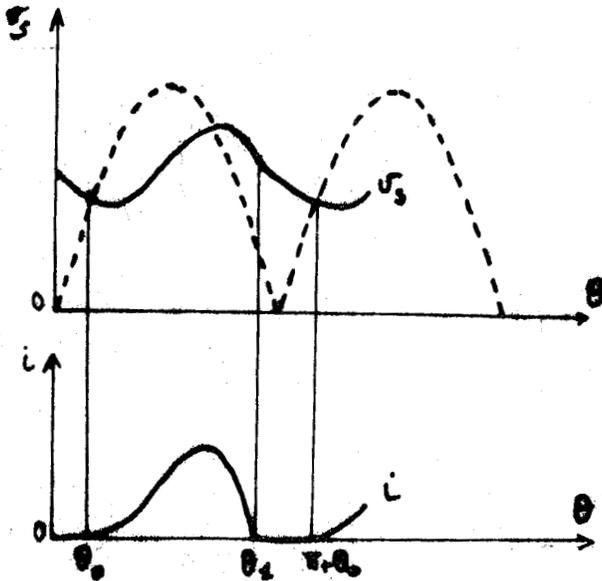


Fig. 9- Allure des formes d'ondes de la tension v_s et du courant i .

1.3.1. Détermination de l'intervalle de conduction :

L'étude du fonctionnement en conduction discontinue suppose la connaissance des angles de début θ_0 et de fin θ_1 de la phase conductrice.

On détermine ces angles en suivant l'évolution du courant i qui, parti de zéro pour θ_0 , redevient nul pour θ_1 .

1.3.1.1. Courant durant la phase de conduction :

Lorsque le redresseur équivalent est conducteur,

$$u_c = V_m \sin \theta$$

$$v_s = u_c - L \frac{di}{dt}$$

$$i = i_c + i_R = C \frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{R}$$

On en déduit

$$C \frac{d}{dt} \left[u_c - L \frac{di}{dt} \right] + \frac{1}{R} \left[u_c - L \frac{di}{dt} \right] = i$$

$$L C \omega^2 \frac{d^2 i}{d\theta^2} + \frac{L\omega}{R} \frac{di}{d\theta} + i = C\omega \frac{du_c}{d\theta} + \frac{u_c}{R}$$

ou en mettant en évidence les paramètres k et m ,

$$m \frac{d^2 i}{d\theta^2} + \frac{m}{k} \frac{di}{d\theta} + i = C\omega \frac{du_c}{d\theta} + \frac{u_c}{R} \quad (26)$$

...

Le courant i est de la forme

$$i = i_1 + i_f$$

Le terme libre est pseudopériodique, puisque le discriminant de l'équation caractéristique, $m r^2 + \frac{m}{k} r + 1 = 0$, déjà négatif pour le mode de fonctionnement précédent l'est plus encore pour celui-ci.

1.3.1.1.1. Etude du régime forcé :

Le circuit auquel on applique la tension $u_c = V_m \sin \theta$ est formé par l'inductance L en série avec la capacité C shuntée par la résistance R .

Son impédance complexe est donc

$$\begin{aligned} \bar{Z} &= j L \omega + j \frac{R}{j - R C \omega} \\ &= R \left[\frac{1}{k^2 + 1} + j \left(\frac{m}{k} - \frac{k}{k^2 + 1} \right) \right] \end{aligned}$$

Le courant forcé a pour expression

$$i_f = \frac{V_m}{R} \cdot \frac{R}{Z} \sin(\theta - \varphi) = \frac{V_m}{R} \left(\frac{R}{Z} \cos \varphi \sin \theta - \frac{R}{Z} \sin \varphi \cos \theta \right)$$

avec

$$Z = \frac{R}{k(k^2 + 1)} \sqrt{k^2 + [m(k^2 + 1) - k^2]^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{k}{\sqrt{k^2 + [m(k^2 + 1) - k^2]^2}}$$

$$\sin \varphi = \frac{m(k^2 + 1) - k^2}{\sqrt{k^2 + [m(k^2 + 1) - k^2]^2}}$$

On utilisera donc l'expression

$$\frac{i_f}{V_m/R} = S \cos \theta - T \sin \theta ,$$

$$\text{avec } S = \frac{1}{1 - 2m + \frac{m^2}{k^2} (k^2 + 1)}$$

$$T = \frac{m(k^2 + 1) - k^2}{k \left[\frac{m^2}{k^2} + (m - 1)^2 \right]}$$

(27)

1.3.1.1.2. Etude du régime libre :

Puisque le régime libre est pseudo-périodique, le terme i_1 est de la forme

...

$$i_1 = \frac{V_m}{R} (A'_1 e^{r_1 \theta} + A'_2 e^{r_2 \theta})$$

$$\text{avec } r_1 = -\frac{1}{2k} + j \sqrt{\frac{1}{m} - \frac{1}{4k^2}}$$

$$r_2 = -\frac{1}{2k} - j \sqrt{\frac{1}{m} - \frac{1}{4k^2}}$$

ou en posant encore

$$L_0 = \sqrt{\frac{1}{m} - \frac{1}{4k^2}}$$

$$i_1 = \frac{V_m}{R} e^{-\frac{\theta}{2k}} (A_1 \cos L_0 \theta + A_2 \sin L_0 \theta) \quad (28)$$

Les deux constantes d'intégration A_1 et A_2 seront déterminées à partir des valeurs de i_1 et de sa dérivée i'_1 pour $\theta = \theta_0$.

$$(i_1)_{\theta_0} = \frac{V_m}{R} e^{-\frac{\theta_0}{2k}} (A_1 \cos L_0 \theta_0 + A_2 \sin L_0 \theta_0)$$

$$(i'_1)_{\theta_0} = \frac{V_m}{R} e^{-\frac{\theta_0}{2k}} \left[-A_1 (L_0 \sin L_0 \theta_0 + \frac{1}{2k} \cos L_0 \theta_0) + A_2 (L_0 \cos L_0 \theta_0 - \frac{1}{2k} \sin L_0 \theta_0) \right] \quad (29)$$

I.3.1.1.3. Conditions initiales :

À l'instant d'entrée en conduction du redresseur équivalent, ni le courant i ni sa dérivée ne peuvent subir de discontinuité.

Le courant i qui passe dans l'inductance L ne peut varier brusquement.

La dérivée $\frac{di}{dt}$ est donnée par $L \frac{di}{dt} = u_c - v_s$; or v_s ne peut subir de discontinuité à cause du condensateur et u_c est donné par $V_m \sin \omega t$.
Donc $L \frac{di}{dt}$ est comme i nul pour $\theta = \theta_0$.

Cette remarque permet le calcul de $(i_1)_{\theta_0}$ et $(i'_1)_{\theta_0}$

$$\left. \begin{aligned} (i_1)_{\theta_0} &= (i)_{\theta_0} - (i_f)_{\theta_0} = - (i_f)_{\theta_0} \\ (i'_1)_{\theta_0} &= (i')_{\theta_0} - (i'_f)_{\theta_0} = - (i'_f)_{\theta_0} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

avec

$$(i_f)_{\theta_0} = \frac{V_m}{R} (S \sin \theta_0 - T \cos \theta_0)$$

$$(i'_f)_{\theta_0} = \frac{V_m}{R} (S \cos \theta_0 + T \sin \theta_0)$$

...

Les deux égalités (30) donnent, compte tenu des relations (29), A_1 et A_2 en fonction de θ_0

$$A_1 = \frac{e^{\frac{\theta_0}{2k}} [(T \cos \theta_0 - S \sin \theta_0) (L_0 \cos L_0 \theta_0 - \frac{1}{2k} \sin L_0 \theta_0) + \sin L_0 \theta_0 (S \cos \theta_0 + T \sin \theta_0)]}{\cos L_0 \theta_0 (L_0 \cos L_0 \theta_0 - \frac{1}{2k} \sin L_0 \theta_0) + \sin L_0 \theta_0 (L_0 \sin L_0 \theta_0 + \frac{1}{2k} \cos L_0 \theta_0)}$$

$$A_2 = \frac{e^{\frac{\theta_0}{2k}} [(T \cos \theta_0 - S \sin \theta_0) (L_0 \sin L_0 \theta_0 + \frac{1}{2k} \cos L_0 \theta_0) - \cos L_0 \theta_0 (S \cos \theta_0 + T \sin \theta_0)]}{\cos L_0 \theta_0 (L_0 \cos L_0 \theta_0 - \frac{1}{2k} \sin L_0 \theta_0) + \sin L_0 \theta_0 (L_0 \sin L_0 \theta_0 + \frac{1}{2k} \cos L_0 \theta_0)} \quad (31)$$

D'où l'expression du courant

$$\frac{i}{V_m/R} = S \sin \theta - T \cos \theta + e^{-\frac{\theta}{2k}} (A_1 \cos L_0 \theta + A_2 \sin L_0 \theta) \quad (32)$$

I.3.1.1.4. Première relation entre θ_0 et θ_1

Le courant i s'annule pour $\theta = \theta_1$. D'où la relation

$$S \sin \theta_1 - T \cos \theta_1 + e^{-\frac{\theta_1}{2k}} (A_1 \cos L_0 \theta_1 + A_2 \sin L_0 \theta_1) = 0 \quad (33)$$

dans laquelle on peut remplacer A_1 et A_2 par leurs expressions en fonction de θ_0 .

L'équation (33) donne alors une première relation entre les angles θ_0 et θ_1 de début et de fin de conduction.

I.3.1.2. Tension durant la phase de blocage :

Pendant l'intervalle de blocage, c'est-à-dire pour $\theta_1 < \theta < \theta_0 + \pi$, le courant i est nul, le condensateur se décharge dans la résistance.

$$C \frac{dv_s}{dt} = -\frac{v_s}{R}$$

$$\text{ou} \quad k \frac{dv_s}{d\theta} + v_s = 0$$

Si on désigne par V_1 la tension de sortie à l'instant $\theta = \theta_1$,

$$\frac{v_s}{V_m} = \frac{V_1}{V_m} e^{-\frac{(\theta - \theta_1)}{k}} \quad (34)$$

I.3.1.2.1. Valeur initiale :

La valeur V_1 de la tension v_s à la fin de la phase de conduction est donnée par

$$V_1 = (u_c)_{\theta_1} - (L \frac{di}{dt})_{\theta_1}$$

$$\frac{V_1}{V_m} = \sin \theta_1 - \frac{L \omega}{R} \left(\frac{\frac{di}{d\theta}}{\frac{V_m}{R}} \right)_{\theta_1}$$

$$\frac{V_1}{V_m} = \sin \theta_1 - \frac{m}{k} (S \cos \theta_1 + T \sin \theta_1) - \frac{m}{k} e^{-\frac{\theta_1}{2k}} \left[-A_1 (L_o \sin L_o \theta_1 + \frac{\cos L_o \theta_1}{2k}) + A_2 (L_o \cos L_o \theta_1 - \frac{\sin L_o \theta_1}{2k}) \right] \quad (35)$$

I.3.1.2.2. Seconde relation entre θ_o et θ_1

Pendant la phase de blocage, la tension aux bornes du redresseur équivalent est égale à $u'_c - v_s$. Le redresseur devient conducteur quand $u'_c - v_s$ d'une valeur négative tend à devenir positif

$$(v_s)_{\theta_o} = V_m \sin \theta_o \quad (v_s)_{\theta_o + \pi} = -V_m \sin(\theta_o + \pi) = V_m \sin \theta_o$$

La relation (34) donne donc

$$V_1 e^{-\frac{(\pi + \theta_o - \theta_1)}{k}} = \sin \theta_o \quad (36)$$

En remplaçant V_1 par son expression (35) on obtient la seconde relation liant θ_o et θ_1

La résolution du système de deux équations à deux inconnues θ_o et θ_1 donne la valeur de ces angles pour chaque couple m, k .

Le calcul a été effectué grâce à un ordinateur pour les valeurs de k et m correspondant à la conduction continue. Il donne, outre θ_o et θ_1 , les constantes A_1 et A_2 .

I.3.2. Etude de la tension de sortie v_s :

La tension de sortie v_s a deux expressions par période.

- Pour $\theta_o < \theta < \theta_1$,

$$v_s = u_c - L \frac{di}{dt}$$

$$\frac{v_s}{V_m} = \sin \theta - \frac{m}{k} (S \cos \theta + T \sin \theta) - \frac{m}{k} e^{-\frac{\theta}{2k}} \left[-A_1 (L_o \sin L_o \theta + \frac{\cos L_o \theta}{2k}) + A_2 (L_o \cos L_o \theta - \frac{\sin L_o \theta}{k}) \right] \quad (37)$$

- Pour $\theta_1 < \theta < \pi + \theta_o$,

v_s décroît suivant la relation (34)

$$v_s = V_1 e^{-\frac{(\theta - \theta_1)}{k}}$$

...

Connaissant A_1 , A_2 , θ_0 et θ_1 on peut calculer les valeurs moyenne, maximale et minimale de v_s .

I.3.2.1. Valeur moyenne :

La valeur moyenne V_s de la tension de sortie s'obtient par

$$\frac{V_s}{V_m} = \frac{1}{\pi} \int_{\theta_0}^{\theta_1} \frac{v_s}{V_m} d\theta + \frac{1}{\pi} \int_{\theta_1}^{\pi + \theta_0} \frac{v_s}{V_m} d\theta,$$

en prenant pour chacun des intervalles l'expression correspondante de v_s .

Les huit intégrations effectuées, après simplifications, il vient

$$\begin{aligned} \frac{V_s}{V_m} &= \frac{S}{\pi} (\cos \theta_0 - \cos \theta_1) + \frac{T}{\pi} (\sin \theta_0 - \sin \theta_1) \\ &+ \frac{m}{\pi} e^{-\frac{\theta_1}{2k}} \left[(L_0 A_1 - \frac{A_2}{2k}) \sin L_0 \theta_1 - (L_0 A_2 + \frac{A_1}{2k}) \cos L_0 \theta_1 \right] \\ &- \frac{m}{\pi} e^{-\frac{\theta_0}{2k}} \left[(L_0 A_1 - \frac{A_2}{2k}) \sin L_0 \theta_0 - (L_0 A_2 + \frac{A_1}{2k}) \cos L_0 \theta_0 \right] \end{aligned} \quad (38)$$

I.3.2.2. Valeurs maximale et minimale :

La décroissance exponentielle de v_s durant la phase bloquée et la continuité de la dérivée de v_s empêchent les extrema de se situer hors de l'intervalle θ_0, θ_1 .

On cherche donc les deux zéros de la dérivée $dv_s/d\theta$ durant l'intervalle de conduction

$$\begin{aligned} \frac{dv_s}{d\theta} / V_m &= \cos \theta - \frac{m}{k} (T \cos \theta - S \sin \theta) - \frac{m}{k} e^{-\frac{\theta}{2k}} \left\{ A_1 \left[\cos L_0 \theta \left(\frac{1}{4k^2} - L_0^2 \right) \right. \right. \\ &\left. \left. + \frac{L_0}{k} \sin L_0 \theta \right] + A_2 \left[\sin L_0 \theta \left(\frac{1}{4k^2} - L_0^2 \right) - \frac{L_0}{k} \cos L_0 \theta \right] \right\} \end{aligned}$$

La première valeur θ_2 , la plus proche de θ_0 , correspond au minimum $v_{s \min}$ de la tension de sortie. L'autre θ_3 , plus voisine de θ_1 , correspond à sa maximum $v_{s \max}$.

I.3.3. Etude du courant i :

Durant l'intervalle de conduction, le courant redressé i a pour expression

...

$$\frac{i}{\frac{V_m}{R}} = S \sin \theta - T \cos \theta + e^{-\frac{\theta}{2k}} (A_1 \cos L_0 \theta + A_2 \sin L_0 \theta) \quad (32)$$

Le courant i est nul pendant le reste de la période.

I.3.3.1. Valeur moyenne :

La valeur moyenne de i se déduit toujours de celle de V_s de la tension de sortie.

En effet

$$i_{\text{moy}} = i_{\text{C moy}} + i_{\text{R moy}}$$

or $i_{\text{C moy}}$ est nul.

$$i_{\text{moy}} = i_{\text{R moy}} = \frac{V_s}{R}$$

$$\frac{i_{\text{moy}}}{\frac{V_m}{R}} = \frac{V_s}{V_m}$$

I.3.3.2. Valeur maximale :

Le minimum du courant i est égal à zéro puisqu'on est en conduction discontinue. Son maximum est obtenu pour un angle θ_4 , compris entre θ_0 et θ_1 , qui annule la dérivée $\frac{di}{d\theta}$.

$$\frac{1}{\frac{V_m}{R}} \frac{di}{d\theta} = S \cos \theta + T \sin \theta + e^{-\frac{\theta}{2k}} \left[-A_1 (L_0 \sin L_0 \theta + \frac{1}{2k} \cos L_0 \theta) + A_2 (L_0 \cos L_0 \theta - \frac{1}{2k} \sin L_0 \theta) \right]$$

I.3.3.3. Valeur efficace :

La valeur efficace I se calcule par

$$\left(\frac{I}{\frac{V_m}{R}} \right)^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\theta_0}^{\theta_1} \left(\frac{i}{\frac{V_m}{R}} \right)^2 d\theta$$

On obtient

$$\begin{aligned} \pi \left(\frac{I}{\frac{V_m}{R}} \right)^2 &= A_1^2 \left[\frac{\alpha_2}{2} + \frac{k}{2} (e^{-\frac{\theta_0}{k}} - e^{-\frac{\theta_1}{k}}) \right] + A_2^2 \left[-\frac{\alpha_2}{2} + \frac{k}{2} (e^{-\frac{\theta_0}{k}} - e^{-\frac{\theta_1}{k}}) \right] \\ &+ A_1 A_2 - \beta_2^2 + (T^2 + S^2) \left(\frac{\theta_1 - \theta_0}{2} \right) + (T^2 - S^2) \frac{\sin 2\theta_1 - \sin 2\theta_0}{4} \\ &+ ST \frac{\cos 2\theta_1 - \cos 2\theta_0}{2} + 2 A_1 \left(-T \frac{\gamma_2 + \delta_2}{2} + S \frac{\gamma_2' + \delta_2'}{2} \right) \\ &+ 2 A_2 \left(-T \frac{\gamma_2' - \delta_2'}{2} + \frac{\gamma_2 - \delta_2}{2} \right) \end{aligned}$$

...

avec

$$\alpha_2 = \frac{m}{4} \left[2 L_o \left(e^{-\frac{\theta_1}{k}} \sin 2 L_o \theta_1 - e^{-\frac{\theta_o}{k}} \sin 2 L_o \theta_o \right) - \frac{1}{k} \left(e^{-\frac{\theta_1}{k}} \cos 2 L_o \theta_1 - e^{-\frac{\theta_o}{k}} \cos 2 L_o \theta_o \right) \right]$$

$$\beta_2 = -\frac{m}{4} \left[2 L_o \left(e^{-\frac{\theta_1}{k}} \cos 2 L_o \theta_1 - e^{-\frac{\theta_o}{k}} \cos 2 L_o \theta_o \right) + \frac{1}{k} \left(e^{-\frac{\theta_1}{k}} \sin 2 L_o \theta_1 - e^{-\frac{\theta_o}{k}} \sin 2 L_o \theta_o \right) \right]$$

$$\gamma_2 = \frac{1}{1 + \frac{1}{m} - 2 L_o} \left\{ (1 - L_o) \left[e^{-\frac{\theta_1}{2k}} \sin (1 - L_o) \theta_1 - e^{-\frac{\theta_o}{2k}} \sin (1 - L_o) \theta_o \right] - \frac{1}{2k} \left[e^{-\frac{\theta_1}{2k}} \cos (1 - L_o) \theta_1 - e^{-\frac{\theta_o}{2k}} \cos (1 - L_o) \theta_o \right] \right\}$$

$$\delta_2 = \frac{1}{1 + \frac{1}{m} + 2 L_o} \left\{ (1 + L_o) \left[e^{-\frac{\theta_1}{2k}} \sin (1 + L_o) \theta_1 - e^{-\frac{\theta_o}{2k}} \sin (1 + L_o) \theta_o \right] - \frac{1}{2k} \left[e^{-\frac{\theta_1}{2k}} \cos (1 + L_o) \theta_1 - e^{-\frac{\theta_o}{2k}} \cos (1 + L_o) \theta_o \right] \right\}$$

$$\gamma_2' = \frac{-1}{1 + \frac{1}{m} + 2 L_o} \left\{ (1 + L_o) \left[e^{-\frac{\theta_1}{2k}} \cos (1 + L_o) \theta_1 - e^{-\frac{\theta_o}{2k}} \cos (1 + L_o) \theta_o \right] + \frac{1}{2k} \left[e^{-\frac{\theta_1}{2k}} \sin (1 + L_o) \theta_1 - e^{-\frac{\theta_o}{2k}} \sin (1 + L_o) \theta_o \right] \right\}$$

$$\delta_2' = \frac{-1}{1 + \frac{1}{m} - 2 L_o} \left\{ (1 - L_o) \left[e^{-\frac{\theta_1}{2k}} \cos (1 - L_o) \theta_1 - e^{-\frac{\theta_o}{2k}} \cos (1 - L_o) \theta_o \right] + \frac{1}{2k} \left[e^{-\frac{\theta_1}{2k}} \sin (1 - L_o) \theta_1 - e^{-\frac{\theta_o}{2k}} \sin (1 - L_o) \theta_o \right] \right\} \quad (40)$$

I.3.4. Résultats obtenus :

I.3.4.1. Variations de l'angle de conduction :

Pour suivre le rétrécissement de la phase conductrice θ_o, θ_1 et situer celle-ci par rapport à l'onde de tension $V_m \sin \theta$, on a tracé (fig. 9), pour diverses valeurs de m , les variations de θ_o (courbes en traits pleins) et de θ_1 (courbes en traits interrompus) en fonction de k .

Les courbes débutent pour la valeur de k faisant passer de la conduction continue à la conduction discontinue. La diminution de θ_o, θ_1 par rapport à π est donc d'autant plus forte à k donné que m est plus faible.

...

On vérifie que les courbes $\theta_0 = f(k)$ se situent dans le prolongement de celles $(\theta)_{i \text{ min}} = f(k)$ donnant l'angle où i est minimum en conduction continue. De même les courbes $\theta_1 = f(k)$ prennent la suite de celles donnant $\pi + (\theta)_{i \text{ min}}$ en conduction continue.

I.3.4.2. Exemples de formes d'ondes :

La figure 10 donne deux exemples de formes d'ondes de la tension de sortie v_s et du courant i dans l'inductance.

Le tracé point par point de v_s et i a d'abord été effectué pour $m = 0, 1$ et $k = 0,5$, donc assez près de la limite séparant les conductions continue et discontinue. La phase de blocage est réduite et la tension moyenne V_s diffère peu de $\frac{2}{\pi} V_m$. A cause de la valeur faible de m , la tension v_s a une ondulation comparable à celle du courant i .

Le second tracé (courbes en traits interrompus) a été déterminé pour $m = 0,3$ et $k = 7$. La phase de conduction est beaucoup plus réduite d'où un maximum de courant très grand devant sa valeur moyenne. La valeur plus élevée de m réduit notablement l'ondulation de la tension v_s dont la valeur moyenne se rapproche de V_m .

I.3.4.3. Exemples de résultats obtenus :

Pour les couples, k, m , correspondant aux valeurs 0,1 - 0,2 - 0,3 - 0,5 - 0,7 - 1 - 2 - 3 - 5 - 7 - 10 de l'un ou l'autre de ces paramètres et situant le fonctionnement dans la zone de conduction discontinue, on a calculé les expressions de la tension v_s et du courant i et déterminé leurs principales caractéristiques.

Les points calculés sont repérés par le signe x sur la planche IV et les caractéristiques des planches V et VI.

Le tableau III indique les valeurs calculés. Pour chaque groupe k, m il indique

- les angles de début θ_0 et de fin θ_1 de conduction
- les angles θ_2 et θ_3 correspondant au minimum et au maximum de v_s

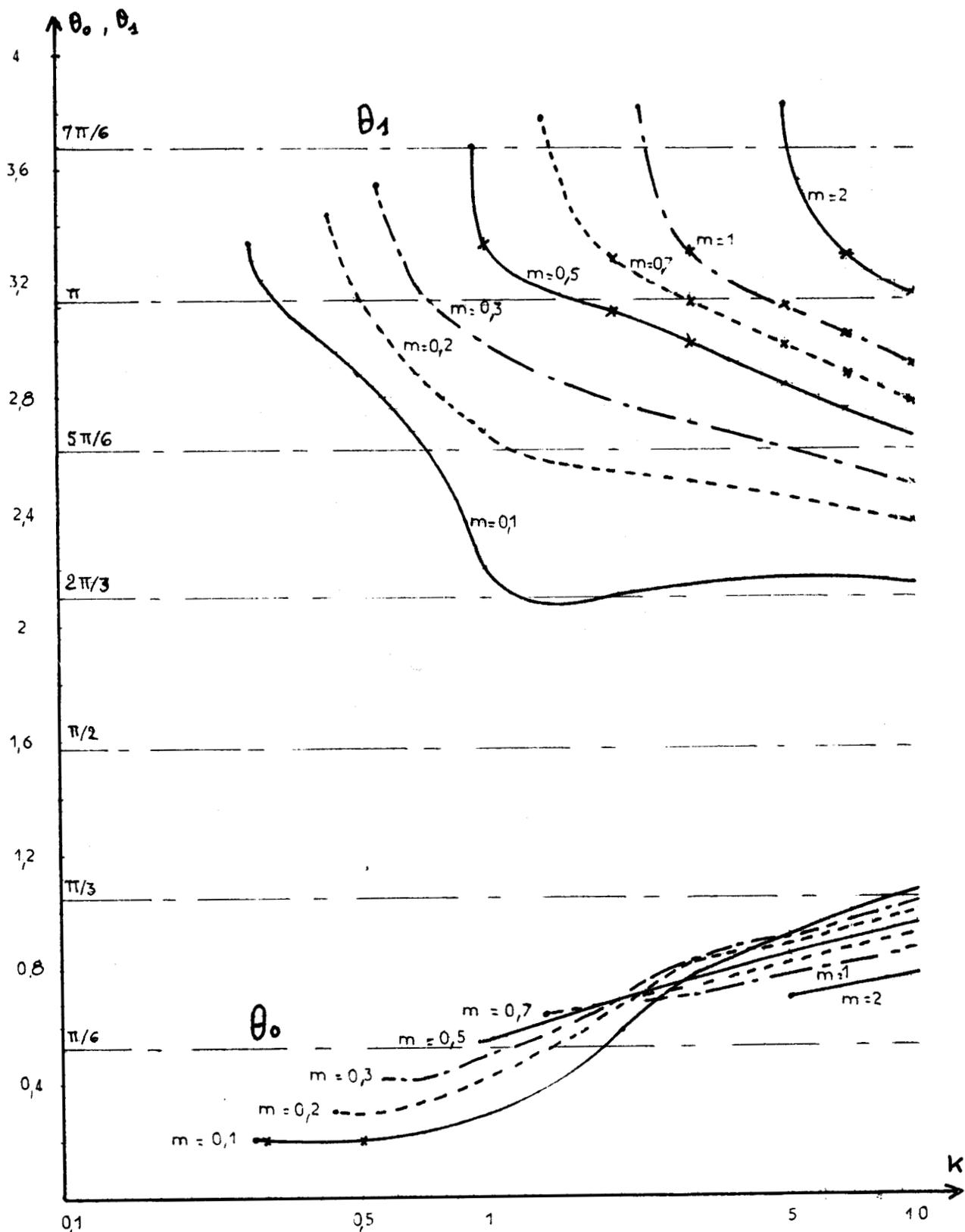


Fig. 9 bis - Variation des angles de début et de fin de conduction lors du fonctionnement en conduction discontinue.



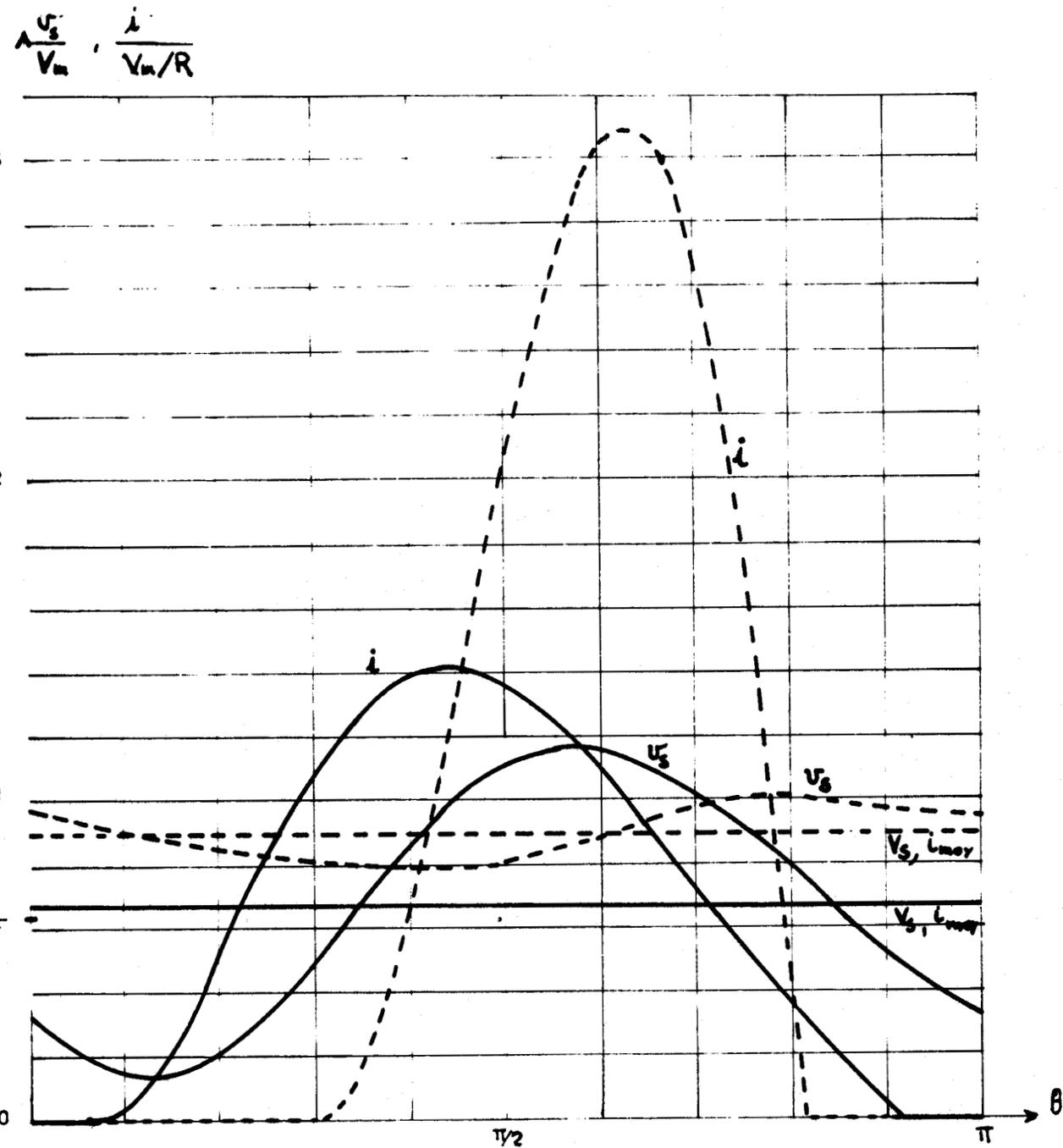


Fig. 10 - Tracé point par point des formes d'ondes de v_s et i

— $m=0,1 ; K=0,5$

- - - $m=0,3 ; K=7$

- les valeurs correspondantes $v_{s \min}$ et $v_{s \max}$
- l'angle donnant le maximum de i
- la valeur i_{\max} de ce maximum
- la valeur moyenne V_s de la tension ou i_{moy} du courant
- la valeur efficace du courant I

Les résultats sont groupés de la façon suivante



θ_0 θ_1
 θ_2 θ_3
 $v_s \text{ min}$ $v_s \text{ max}$
 θ_4 i_{max}
 $V_s \text{ (ou } i \text{ moy)}$ I

Les courbes du haut de la planche V montrent comment, à partir de la valeur de k faisant entrer dans la zone de conduction discontinue, la tension moyenne V_s croît en fonction de k. Partant de $\frac{2}{\pi} V_m$, V_s tend vers V_m quand k tend vers l'infini.

En conduction discontinue les caractéristiques donnant l'ondulation k de la tension v_s en fonction de k (Pl. V) montrent la décroissance de θ_0 au fur et à mesure que k augmente. La conduction est de plus en plus brève et se produit au voisinage de θ égal à $\pi/2$ et le condensateur se décharge de moins en moins pendant la phase de blocage.

Cette réduction de l'angle de conduction θ_0 θ_1 s'accompagne de pointes de courant i de plus en plus brèves et de valeur relative de plus en plus élevées. D'où l'augmentation rapide du facteur de forme en fonction de k (Pl. VI)

m K	0,3	0,5	0,7	1	2					
0,1	0,194	3,202	0,191	2,873	0,222	2,556	0,3065	2,204	0,589	2,098
	0,427	1,942	0,405	1,802	0,429	1,762	0,518	1,777	0,814	1,930
	0,114	1,063	0,143	1,172	0,180	1,239	0,262	1,299	0,516	1,309
	1,634	1,127	1,374	1,421	1,298	1,743	1,310	2,213	1,474	3,256
	0,640	0,749	0,665	0,842	0,682	0,942	0,729	1,106	0,871	1,474
0,2		0,300	3,153	0,340	2,888	0,431	2,688	0,665	2,537	
		0,636	2,231	0,674	2,209	0,769	2,230	1,101	2,314	
		0,188	1,103	0,243	1,194	0,334	1,252	0,552	1,228	
		1,813	1,274	1,731	1,546	1,717	1,894	1,798	2,576	
		0,660	0,805	0,707	0,916	0,764	1,054	0,860	1,305	
0,3			0,410	3,185	0,495	2,993	0,685	2,787		
			0,836	2,477	0,927	2,485	1,108	2,523		
			0,266	1,079	0,357	1,139	0,551	1,132		
			1,981	1,349	1,954	1,630	1,973	2,180		
			0,674	0,839	0,732	0,958	0,820	1,173		
0,5					0,545	3,365	0,685	3,092		
					1,112	2,773	1,232	2,764		
					0,356	0,948	0,529	0,986		
					2,221	1,280	2,173	1,723		
					0,647	0,801	0,743	0,993		
0,7							0,671	3,285		
							1,311	2,908		
							0,505	0,881		
							2,295	1,456		
							0,683	0,875		

TABLEAU III.- Principales caractéristiques de la tension v_s et du courant i (début) (conduction discontinue) (montage à diodes)

m \ K	3	5	7	10
0,1	0,751 2,131	0,912 2,159	0,994 2,162	1,064 2,153
	0,975 2,018	1,124 2,084	1,194 2,102	1,250 2,106
	0,650 1,251	0,769 1,174	0,823 1,116	0,864 1,076
	1,585 3,761	1,684 4,284	1,725 4,604	1,752 4,969
	0,922 1,632	0,951 1,770	0,959 1,844	0,964 1,919
0,2	0,786 2,498	0,907 2,446	0,973 2,408	1,032 2,364
	1,114 2,341	1,210 2,340	1,255 2,323	1,291 2,297
	0,658 1,168	0,757 1,097	0,805 1,061	0,844 1,032
	1,844 2,919	1,876 3,328	1,884 3,606	1,885 3,919
	0,892 1,415	0,914 1,531	0,924 1,602	0,932 1,678
0,3	0,784 2,708	0,888 2,615	0,947 2,556	1,003 2,493
	1,188 2,519	1,257 2,486	1,288 2,452	1,313 2,410
	0,647 1,092	0,740 1,043	0,786 1,018	0,826 0,999
	1,984 2,478	1,983 2,852	1,975 3,111	1,961 3,406
	0,852 1,275	0,880 1,390	0,894 1,464	0,907 1,543
0,5	0,761 2,977	0,849 2,833	0,903 2,749	0,956 2,664
	1,277 2,730	1,314 2,665	1,331 2,613	1,344 2,555
	0,617 0,977	0,707 0,962	0,755 0,954	0,797 0,948
	2,149 1,986	2,113 2,329	2,087 2,569	2,059 2,842
	0,784 1,095	0,825 1,217	0,847 1,295	0,867 1,378
0,7	0,735 3,135	0,816 2,978	0,867 2,879	0,920 2,781
	1,336 2,861	1,354 2,780	1,361 2,720	1,366 2,654
	0,589 0,896	0,679 0,903	0,729 0,906	0,773 0,909
	2,251 1,701	2,196 2,025	2,161 2,254	2,123 2,513
	0,732 0,980	0,783 1,105	0,811 1,187	0,836 1,273
1	0,701 3,315	0,772 3,121	0,824 3,024	0,876 2,913
	1,402 2,289	1,396 2,902	1,396 2,835	1,393 2,759
	0,555 0,805	0,644 0,836	0,696 0,850	0,743 0,865
	2,353 1,428	2,283 1,744	2,238 1,952	2,193 2,196
	0,672 0,859	0,733 0,996	0,768 1,075	0,800 1,163
2			0,729 3,300	0,780 3,162
			1,484 3,044	1,459 2,963
			0,622 0,731	0,673 0,764
			2,388 1,437	2,330 1,659
			0,672 0,859	0,715 0,955
3	TABLEAU III (suite et fin)			0,719 3,342
				1,512 3,078
				0,626 0,799
				2,410 1,383
				0,660 0,833



I.4. VERIFICATIONS EXPERIMENTALES. CONCLUSIONS :

I.4.1 Vérifications expérimentales :

Pour vérifier les résultats de cette étude de l'ensemble montage redresseur à diodes, filtre, charge résistive nous avons utilisé le dispositif schématisé sur la figure 11.

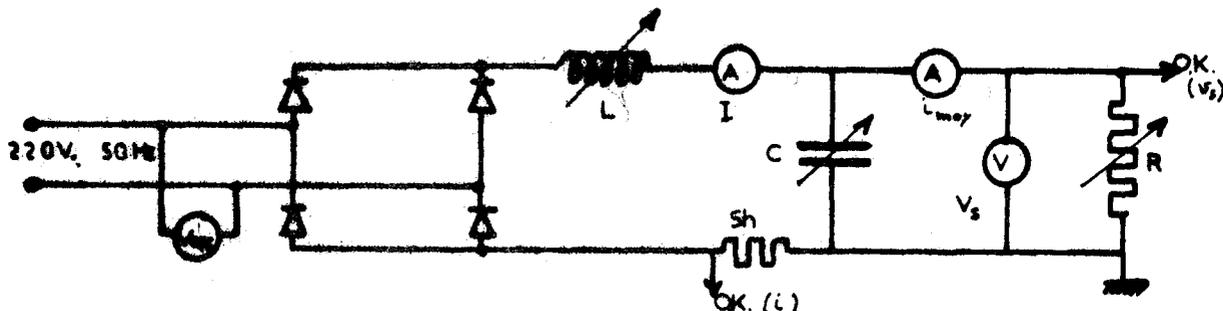


Fig. 11- Schéma du montage utilisé pour les vérifications expérimentales.

Pour que la résistance de l'inductance de lissage, négligée dans les calculs, ait une valeur faible devant l'inductance on a effectué les essais avec des bobines à noyau de fer fonctionnant à courant réduit donc loin de la saturation.

La tension du réseau industriel est redressée par un pont à quatre diodes. Grâce à un jeu de bobines et une boîte de capacités on donne à $m = LC\omega^2$ la valeur désirée.

La charge est constituée par un rhéostat non inductif. Pour chaque point, de la mesure de la tension V_s à ses bornes et du courant i_{moy} dans celle-ci, on déduit R par le quotient V_s/i_{moy} et, par là, la valeur du paramètre $k = RC\omega$

Un shunt non inductif Sh permet d'observer à l'oscilloscope la forme d'onde du courant i .

Les relevés effectués à $LC\omega^2$ donné et à R croissant montrent que la tension de sortie moyenne V_s d'abord constante, à la chute de tension dans la bobine près, augmente quand la conduction devient discontinue pour tendre vers V_m .

Quand R augmente, les valeurs i_{moy} et I du courant diminuent, mais le rapport $f_F = \frac{I}{i_{\text{moy}}}$ augmente sans cesse.

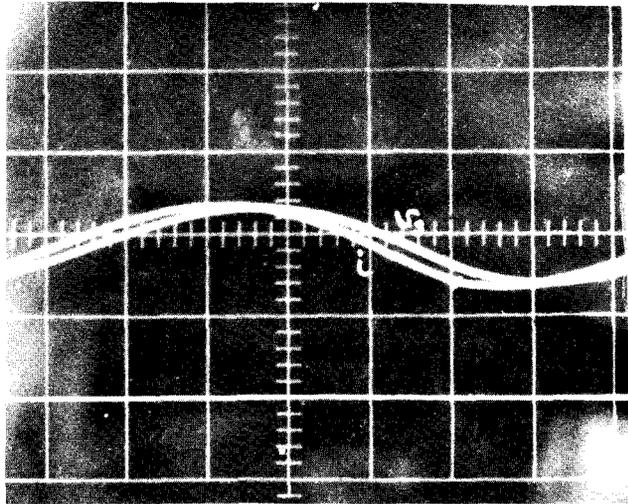
L'observation de la forme d'onde de la tension aux bornes de la charge montre que lorsque R augmente, le facteur d'ondulation K_o augmenté, passe par un maximum puis diminue.

La figure 12 donne trois exemples de relevés oscillographiques de la tension v_s et du courant i effectués pour la même valeur de m et trois valeurs de R .

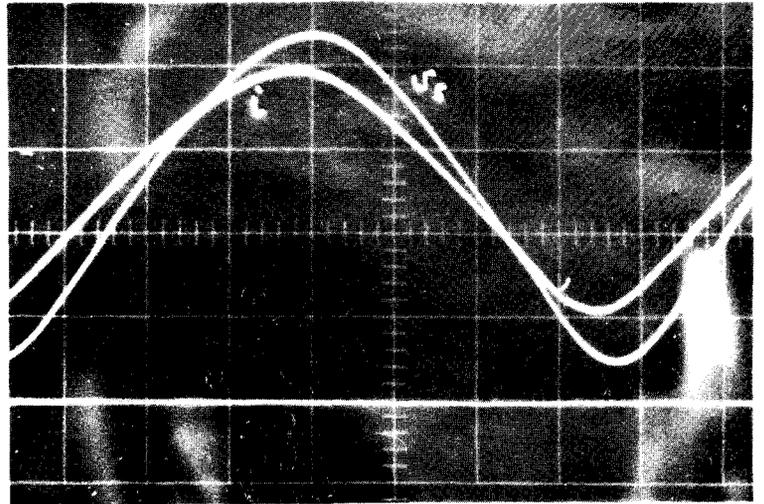
Le premier (a) correspond à k faible ; on est en conduction continue avec régime libre aperiodique. La tension v_s et le courant i

s'écartent peu de leurs valeurs moyennes.

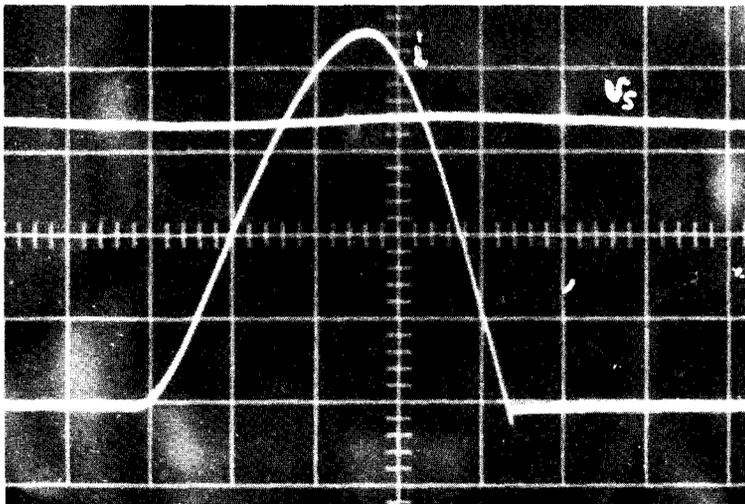
Le second (b), effectué pour une valeur plus forte de k , montre un fonctionnement en conduction continue avec régime libre pseudo-périodique. L'ondulation de v_s et de i a augmenté.



a)



b)



c)

Le dernier (c), effectué pour une valeur de R encore plus forte rendant la conduction discontinue, montre une tension v_s s'écartant peu de V_m alors que le courant i présente un maximum très supérieur à sa valeur moyenne.

1.4.2. Choix des éléments du filtre :

Les courbes des planches V et VI permettent de suivre l'influence des paramètres m et k sur les performances du montage redresseur et du filtre.

Fig. 12 - Exemples de relevés oscillographiques de la tension v_s et du courant i

- a) $m \approx 0,5$ $K \approx 0,2$
- b) $m \approx 0,5$ $K \approx 0,5$
- c) $m \approx 0,5$ $K \approx 10$



A valeur donnée de k , l'accroissement de m est toujours bénéfique, l'ondulation de la tension de sortie diminue, le facteur de forme est plus voisin de l'unité.

A valeur donnée de m , l'augmentation de k est défavorable ; le facteur f_F est de plus en plus fort donc, pour un même courant moyen débité, entraîne un accroissement du courant efficace de dimensionnement de l'inductance, des diodes et des fils d'alimentation. Si après avoir augmenté le facteur d'ondulation k_0 diminue ensuite, cette réduction n'intervient que lorsque f_F est élevé.

Des effets de m et k sur les performances du montage, on peut déduire quelques remarques générales sur l'influence des valeurs de L et de C .

- l'augmentation de l'inductance L est toujours favorable puisque L n'intervient que dans le paramètre m égal à $L C \omega^2$. En pratique toutefois, le coût et la résistance de la bobine augmentant avec son inductance, on est limité dans l'augmentation de L par le prix et la valeur relative des pertes Joule dans la bobine.

- le choix de la capacité C est plus délicat ; l'augmentation de C a un effet favorable car elle accroît m et un effet défavorable car elle augmente k égal à $R C \omega$. Un choix malheureux de C peut conduire à des résultats déplorables : pour $m = 0,1$ et $k = 0,7$ par exemple, on obtient $k_0 = 0,777$ et $f_F = 1,38$ alors que sans filtre du tout on aurait une ondulation comparable ($k_0 = \frac{\pi}{4} = 0,785$) et un facteur de forme notablement inférieur ($f_F = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1,11$).

Les paramètres m et k ont été choisis de façon à faciliter les calculs dans les trois modes possibles de fonctionnement. Mais, suivant les conditions d'utilisation prévues pour le montage, on pourra être conduit à modifier la présentation des résultats obtenus.

Si, par exemple, les valeurs de la résistance R et de la pulsation ω sont données, on tracera les courbes $k_0 = f(k)$ et $f_F = f(k)$ pour divers $\frac{m}{k}$. Le rapport $\frac{m}{k}$, égal à $\frac{L\omega}{R}$, montrera l'influence de L ; le rapport k , égal à $R C \omega$, celle de C .

D'une façon générale, on doit chercher à faire travailler le montage,

d'une part avec une forte valeur de m ,
d'autre part dans le domaine de la conduction continue avec régime libre apériodique.

La forte valeur de m conduit à prendre une forte inductance ; le mode de fonctionnement impose une valeur maximale à la capacité.

En effet $k < \frac{\sqrt{m}}{2}$ peut s'écrire $C < \frac{L}{4 R^2}$

L'étude précise du fonctionnement de l'ensemble montage redresseur à diodes - filtre - charge est déjà justifiée par l'importance des corrections qu'elle apporte aux résultats de l'étude approchée dans le domaine de la conduction continue avec faible ondulation de la tension de sortie (m fort, k faible). Plus on s'éloigne de ce domaine plus l'étude complète se révèle nécessaire pour pouvoir suivre l'évolution des performances.

...

Lorsqu'on substitue des thyristors aux diodes, le montage redresseur tend à fournir une tension plus ondulée donc à étendre les zones à conduction discontinue et à forte valeurs de k_0 et de f_p . La nécessité d'une étude précise du fonctionnement de l'ensemble du montage devient donc encore plus impérieuse si l'on désire déterminer les caractéristiques avec précision.

II CAS DES MONTAGES REDRESSEURS A THYRISTORS

Lorsque le montage redresseur monophasé double alternance est formé de thyristors fonctionnant avec un retard à l'amorçage égal à ψ , la tension redressée qu'il tend à donner est

$$u'_c = V_m \sin \theta \quad \text{pour} \quad \psi < \theta < \pi + \psi$$

$$= -V_m \sin \theta \quad \text{pour} \quad \pi + \psi < \theta < 2\pi + \psi$$

Suivant les valeurs des paramètres m , k et de l'angle ψ , on pourra obtenir l'un ou l'autre des quatre modes de fonctionnement permanent possibles

- conduction continue avec régime libre aperiodique
- conduction discontinue avec régime libre aperiodique
- conduction continue avec régime libre pseudo-periodique
- conduction discontinue avec régime libre pseudo-periodique.

Nous examinerons successivement ces quatre fonctionnements pour délimiter leurs domaines et déterminer la portion des caractéristiques qu'ils assurent. Nous en déduirons en particulier, pour m et k variant entre 0,1 et 10 et les valeurs de ψ égales à 30°, 60°, 90°, 120° et 150°, les caractéristiques donnant la valeur moyenne V_s et l'ondulation k_0 de la tension de sortie, le facteur de forme f_p du courant redressé i .

Mais, compte tenu de l'étude du montage redresseur avec diodes, quelques remarques préliminaires s'imposent.

II.1. REMARQUES PRELIMINAIRES

II.1.1. Fonctionnement à ψ supérieur à $\pi/2$

Lorsque l'angle de retard ψ est égal ou supérieur à $\pi/2$, la conduction ne peut être que discontinue.

En effet si la conduction était continue, la tension de sortie aurait une valeur moyenne V_s égale à $\frac{2}{\pi} V_m \cos \psi$ donc négative. Or V_s , toujours donné par $V_s = R i_{\text{moy}}$, ne peut être que positif comme le courant moyen débité par le redresseur équivalent.

Pour $\frac{\pi}{2} < \psi < \pi$, on n'aura donc que deux modes de fonctionnement possibles.

conduction discontinue avec régime libre aperiodique, si

$$k < \frac{\sqrt{m}}{2}$$

conduction discontinue avec régime libre pseudo-périodique
si $k > \frac{\sqrt{m}}{2}$

II.1.2. Fonctionnement à ψ inférieur à $\frac{\pi}{2}$

Lorsque l'angle ψ augmente l'ondulation de la tension u'_c croît, tendant à augmenter celle du courant i et donc à hâter le passage de la conduction continue à la conduction discontinue.

II.1.2.1. Conduction continue :

Quand ψ augmente la valeur de k limitant le domaine de la conduction continue diminue.

Tant pour $k < \frac{\sqrt{m}}{2}$ que pour $k > \frac{\sqrt{m}}{2}$, l'étude du fonctionnement en conduction continue devra être suivie de la délimitation de son domaine de validité, c'est-à-dire du domaine où i_{\min} est positif.

Le problème de l'amorçage des thyristors ne se pose pas en conduction continue. Pour $\omega t = \psi$ ou $\pi + \psi$, on débloque un redresseur ayant une tension anodique positive puisque son entrée en conduction augmentera la tension redressée u_c .

II.1.2.2. Conduction discontinue :

Suivant la valeur de l'angle ψ , la conduction discontinue peut se produire tant pour $k < \frac{\sqrt{m}}{2}$ que pour $k > \frac{\sqrt{m}}{2}$.

Lors de l'étude de ce type de fonctionnement, on suppose que le redresseur équivalent entre en conduction pour $\theta = \psi$ puis se bloque quand i redevient nul pour $\theta < \pi + \psi$.

Or il faut vérifier que le redresseur devient effectivement passant pour $\theta = \psi$, c'est-à-dire que la tension à ses bornes, égale à $u'_c - v_s$ quand il est bloqué, est bien positive à cet instant là.

Pour chaque point on s'assurera que le critère d'amorçage $V_m \sin \psi > v_s$ est vérifié. Cela délimitera le domaine où sont applicables les calculs effectués en supposant un fonctionnement à conduction discontinue périodique.

II.1.2.3. Domaine à fonctionnement anormal :

Les remarques précédentes conduisent à prévoir l'existence de domaines où les valeurs de k et m ne permettent un fonctionnement normal ni en conduction continue, ni en conduction discontinue.

Reprenons le cas d'un montage à diodes travaillant en conduction discontinue (fig. 13) :

- pour $\theta = \theta_0$, la tension $u'_c - v_s$ précédemment négative tend à devenir positive, la conduction débute

...

- elle s'arrête pour $\theta = \theta_1$, où i tend à devenir négatif
- elle reprend à la période suivante pour $\theta = \pi + \theta_0$

L'angle θ_0 est tel que, vues les valeurs de m et k , la conduction recommence à $\pi + \theta_0$.

Si on remplace les diodes par des thyristors, pour chaque valeur de ψ comprise entre θ_0 et π on trouvera un autre régime périodique puisque m et k sont tels que les redresseurs entreraient en conduction, si on le leur permettait dès $\theta = \theta_0$.

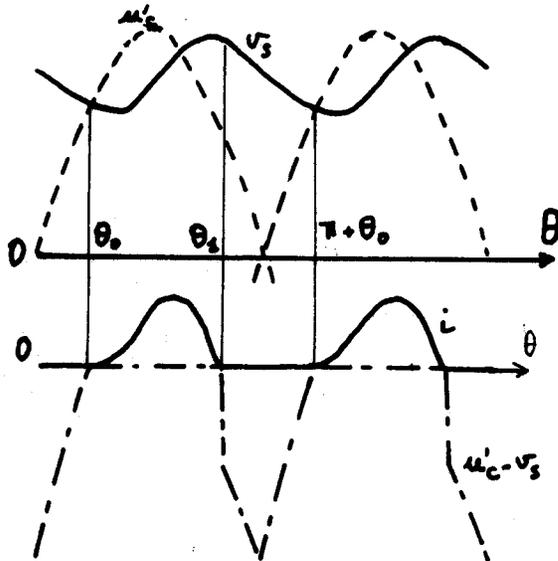


Fig. 13 - Fonctionnement en conduction discontinue du montage à diodes.

Allure des formes d'ondes de la tension de sortie v_s , du courant redressé i , de la tension $u_c - v_s$ aux bornes de la diode D' .

Si on prend $\psi = \theta_0$, le montage fonctionne avec les thyristors comme avec les diodes.

Si on envoie les impulsions de déblocage pour ψ inférieur à θ_0 , le fonctionnement avec une période égale à $\frac{\pi}{\omega}$ est impossible car

supposer un début de phase conductrice pour $\theta = \psi$ conduirait à une tension $u_c - v_s$ négative pour $\theta = \pi + \psi$

Dans le système d'axes k, m , lors de la délimitation des zones de fonctionnement, il apparaîtra pour certaines valeurs de ψ une zone à impossibilité de fonctionnement avec la période normale (1).

(1) Si on commande les redresseurs par des signaux larges, pour ψ supérieur à θ_0 on fonctionnera avec amorçage à $\theta = \psi$, pour ψ inférieur à θ_0 on fonctionnera avec amorçage à $\theta = \theta_0$

Si on commande par impulsions, pour ψ inférieur à θ_0 on observera des fluctuations de la tension de sortie : une série d'impulsions produit des déblocages effectifs, la valeur moyenne de la tension augmente ; quand elle dépasse une certaine valeur, l'impulsion de déblocage suivante est inopérante, la tension diminue, puis un nouveau cycle commence.

II.2. CONDUCTION CONTINUE AVEC REGIME LIBRE APERIODIQUE

Si la conduction est continue, pour $\psi < \theta < \pi + \psi$

$$u_c = V_m \sin \theta$$

L'étude de ce fonctionnement présente de nombreuses analogies avec celle effectuée au paragraphe I.1. ; une partie des résultats de cette dernière est d'ailleurs directement utilisable (1)

II.2.1. Expression de la tension v_s

Durant la période considérée $\psi, \pi + \psi,$

$$m \frac{d^2 v_s}{d\theta^2} + \frac{m}{k} \frac{dv_s}{d\theta} + v_s = V_m \sin \theta \quad (8)$$

La tension v_s est de la forme

$$v_s = v_{sl} + v_{sf}$$

le terme libre étant apériodique puisqu'on envisage ici le cas où

$$k < \frac{\sqrt{m}}{2} \quad (9)$$

II.2.1.1. Etude des deux termes :

L'expression de v_{sf} est obtenue par identification

$$\left. \begin{aligned} v_{sf} &= V_m \left(\frac{1-m}{p^2} \sin \theta - \frac{m}{kp^2} \cos \theta \right) \\ \text{avec } p^2 &= (1-m)^2 + \frac{m^2}{k^2} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Le terme libre est de la forme

$$\left. \begin{aligned} v_{sl} &= V_m \left[A_1 e^{r_1 (\theta - \psi)} + A_2 e^{r_2 (\theta - \psi)} \right] \\ \text{avec } \begin{cases} r_1 \\ r_2 \end{cases} &= -\frac{1}{2k} \pm \sqrt{\frac{1}{4k^2} - \frac{1}{m}} \end{aligned} \right\} \quad (11')$$

les constantes d'intégration étant déduites des valeurs de v_{sl} et de sa dérivée pour $\theta = \psi$

$$A_1 V_m = \frac{r_2 v_{sl\psi} - v'_{sl\psi}}{r_2 - r_1}$$

$$A_2 V_m = \frac{r_1 v_{sl\psi} - v'_{sl\psi}}{r_1 - r_2}$$

II.2.1.2. Conditions initiales :

Ni v_s ni $\frac{dv_s}{d\theta}$ ne peuvent subir de discontinuité pour $\theta = \psi$

(1) On repérera par le même numéro les relations directement reprises dans l'étude précédente. On mettra l'accent prime à celles qui sont modifiées.

Donc

$$v_{sl\psi} = v_{s\psi} - v_{sf\psi}$$

$$v'_{sl\psi} = v'_{s\psi} - v'_{sf\psi}$$

De la relation (10) on déduit $v_{sf\psi}$ et $v'_{sf\psi}$. En reportant, il vient

$$A_1 V_m = \frac{1}{r_2 - r_1} \left\{ r_2 \left[v_{s\psi} - V_m \left(\frac{1-m}{p^2} \sin\psi - \frac{m}{kp^2} \cos\psi \right) \right] - v'_{s\psi} + \right. \\ \left. + V_m \left(\frac{1-m}{p^2} \cos\psi + \frac{m}{kp^2} \sin\psi \right) \right\} \quad (12')$$

$$A_2 V_m = \frac{1}{r_1 - r_2} \left\{ r_1 \left[v_{s\psi} - V_m \left(\frac{1-m}{p^2} \sin\psi - \frac{m}{kp^2} \cos\psi \right) \right] - v'_{s\psi} + \right. \\ \left. + V_m \left(\frac{1-m}{p^2} \cos\psi + \frac{m}{kp^2} \sin\psi \right) \right\}$$

Durant l'intervalle $\psi, \pi + \psi$, la tension v_s et sa dérivée

$\frac{dv_s}{d\theta}$ sont données par

$$\frac{v_s}{V_m} = \frac{1-m}{p^2} \sin\theta - \frac{m}{kp^2} \cos\theta + \frac{e r_1 (\theta - \psi)}{r_2 - r_1} \left\{ r_2 \left[\frac{v_{s\psi}}{V_m} - \left(\frac{1-m}{p^2} \sin\psi - \frac{m}{kp^2} \cos\psi \right) \right] \right. \\ \left. - \frac{v'_{s\psi}}{V_m} + \frac{1-m}{p^2} \cos\psi + \frac{m}{kp^2} \sin\psi \right\} + \frac{e}{r_1 - r_2} \left\{ r_1 \left[\frac{v_{s\psi}}{V_m} - \left(\frac{1-m}{p^2} \sin\psi \right. \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{m}{kp^2} \cos\psi \right) \right] - \frac{v'_{s\psi}}{V_m} + \frac{1-m}{p^2} \cos\psi + \frac{m}{kp^2} \sin\psi \right\} \quad (13')$$

$$\frac{dv_s}{d\theta} = \frac{1-m}{p^2} \cos\theta + \frac{m}{kp^2} \sin\theta + \frac{r_1 e}{r_2 - r_1} \left\{ r_2 \left[\frac{v_{s\psi}}{V_m} - \left(\frac{1-m}{p^2} \sin\psi - \frac{m}{kp^2} \cos\psi \right) \right] \right. \\ \left. - \frac{v'_{s\psi}}{V_m} + \frac{1-m}{p^2} \cos\psi + \frac{m}{kp^2} \sin\psi \right\} + \frac{2e}{r_1 - r_2} \left\{ r_1 \left[\frac{v_{s\psi}}{V_m} - \left(\frac{1-m}{p^2} \sin\psi \right. \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{m}{kp^2} \cos\psi \right) \right] - \frac{v'_{s\psi}}{V_m} + \frac{1-m}{p^2} \cos\psi + \frac{m}{kp^2} \sin\psi \right\} \quad (14')$$

Pour déterminer $\frac{v_{s\psi}}{V_m}$ et $\frac{v'_{s\psi}}{V_m}$ on utilise le fait que v_s et sa dérivée ont pour période $\frac{\pi}{\omega}$. Des égalités

$$(v_s)_\psi = (v_s)_{\pi + \psi} \quad \text{et} \quad \left(\frac{dv_s}{d\theta} \right)_\psi = \left(\frac{dv_s}{d\theta} \right)_{\pi + \psi}$$

...

on déduit un système de deux équations à deux inconnues. Après séparation de celles-ci il vient

$$\begin{aligned} \frac{v_{s\psi}}{V_m} \left[\frac{r_2 (e^{r_1\pi} - 1)}{r_2 - r_1} + \frac{r_1 (e^{r_2\pi} - 1)}{r_1 - r_2} \right] - \frac{v'_{s\psi}}{V_m} \left[\frac{1}{r_2 - r_1} (e^{r_1\pi} - e^{r_2\pi}) \right] \\ = \frac{1-m}{p^2} \left[2 \sin\psi + \frac{r_2 \sin\psi}{r_2 - r_1} (e^{r_1\pi} - 1) + \frac{r_1 \sin\psi}{r_1 - r_2} (e^{r_2\pi} - 1) - \frac{\cos\psi}{r_1 - r_2} (e^{r_1\pi} + e^{r_2\pi} - 2) \right] \\ - \frac{m}{kp^2} \left[2 \cos\psi + \frac{r_2 \cos\psi}{r_2 - r_1} (e^{r_1\pi} - 1) + \frac{r_1 \cos\psi}{r_1 - r_2} (e^{r_2\pi} - 1) + \frac{\sin\psi}{r_2 - r_1} (e^{r_1\pi} + e^{r_2\pi} - 2) \right] \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} \frac{v_{s\psi}}{V_m} \left[\frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} (e^{r_1\pi} - e^{r_2\pi}) \right] - \frac{v'_{s\psi}}{V_m} \left[\frac{r_1}{r_2 - r_1} (e^{r_1\pi} - 1) + \frac{r_2}{r_1 - r_2} (e^{r_2\pi} - 1) \right] \\ = \frac{1-m}{p^2} \left[2 \cos\psi + \frac{r_1 r_2 \sin\psi}{r_2 - r_1} (e^{r_1\pi} - e^{r_2\pi}) - \frac{r_1 \cos\psi}{r_2 - r_1} (e^{r_1\pi} - 1) - \frac{r_2 \cos\psi}{r_1 - r_2} (e^{r_2\pi} - 1) \right] \\ + \frac{m}{kp^2} \left[2 \sin\psi - \frac{r_1 r_2 \cos\psi}{r_2 - r_1} (e^{r_1\pi} - e^{r_2\pi}) - \frac{r_1 \sin\psi}{r_2 - r_1} (e^{r_1\pi} - 1) - \frac{r_2 \sin\psi}{r_1 - r_2} (e^{r_2\pi} - 1) \right] \end{aligned}$$

Pour chaque groupe de valeurs de m et k , on obtient ainsi

$\frac{v_{s\psi}}{V_m}$ et $\frac{v'_{s\psi}}{V_m}$, d'où les constantes A_1 et A_2 et l'expression de v_s et v'_s durant l'intervalle $\psi, \pi + \psi$.

II.2.2. Etude de la tension v_s

II.2.2.1. Valeur moyenne :

Puisqu'on est en conduction continue, la tension redressée moyenne égale celle que tend à fournir le montage redresseur

$$u_{c \text{ moy}} = u'_{c \text{ moy}} = \frac{2}{\pi} V_m \cos\psi$$

Puisque $v_s = u_c - L \frac{di}{dt}$ et que $\frac{di}{dt}$ a une valeur moyenne nulle, la tension de sortie a pour valeur moyenne

$$V_s = \frac{2}{\pi} V_m \cos\psi \quad (15')$$

II.2.2.2. Valeurs extrêmes :

La dérivée par rapport à θ de la tension v_s ,

$$v'_s = V_m \left[A_1 e^{r_1(\theta - \psi)} + A_2 e^{r_2(\theta - \psi)} + \frac{1-m}{p^2} \sin\theta - \frac{m}{kp^2} \cos\theta \right],$$

est donnée par

...

$$\frac{dv_s}{d\theta} = V_m \left[A_1 r_1 e^{r_1(\theta - \psi)} + A_2 r_2 e^{r_2(\theta - \psi)} + \frac{1-m}{p^2} \cos \theta + \frac{m}{kp^2} \sin \theta \right]$$

Pour chaque couple k, m on cherche les deux valeurs de θ qui annulent cette dérivée.

La première θ_1 , la plus voisine de ψ , donne le minimum $v_s \min$ de la tension de sortie. La seconde θ_2 donne son maximum $v_s \max$

D'où le coefficient d'ondulation k_0 égal à :

$$\frac{v_s \max - v_s \min}{\frac{2}{\pi} V_m \cos \psi}$$

II.2.3. Etude du courant i

Le courant i débité par le montage redresseur se déduit de v_s et de $\frac{dv_s}{d\theta}$

$$i = C \frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{R} = \frac{V_m}{R} \left(R C \omega \frac{dv_s}{d\theta} \frac{1}{V_m} + \frac{v_s}{V_m} \right)$$

$$i = \frac{V_m}{R} \left\{ A_1 e^{r_1(\theta - \psi)} + A_2 e^{r_2(\theta - \psi)} + \frac{\sin(\theta - \psi)}{p} + k \left[A_1 r_1 e^{r_1(\theta - \psi)} + A_2 r_2 e^{r_2(\theta - \psi)} + \frac{\cos(\theta - \psi)}{p} \right] \right\} \quad (16)$$

II.2.3.1. Valeurs moyenne, maximale, minimale :

La valeur moyenne du courant i est égale à celle du courant $\frac{v_s}{R}$ dans la résistance de charge

$$i_{\text{moy}} = \frac{2}{\pi} \cos \psi \frac{V_m}{R} \quad (17)$$

Les valeurs extrêmes de i sont calculées en recherchant les zéros de la dérivée $\frac{di}{d\theta}$

$$\frac{di}{d\theta} = \frac{V_m}{R} \left\{ A_1 r_1 e^{r_1(\theta - \psi)} + A_2 r_2 e^{r_2(\theta - \psi)} + \frac{\cos(\theta - \psi)}{p} + k \left[A_1 r_1^2 e^{r_1(\theta - \psi)} + A_2 r_2^2 e^{r_2(\theta - \psi)} - \frac{\sin(\theta - \psi)}{p} \right] \right\}$$

Suivant les valeurs de m et de k , on trouve deux ou un seul zéro de la dérivée.

Lorsque $\frac{di}{d\theta}$ s'annule deux fois par période, le zéro le plus voisin de $\theta = \psi$ est obtenu pour $\theta = \theta_3$ et donne i_{\min} le second correspond à un angle θ_4 et donne i_{\max} . Si l'on ne trouve qu'un zéro, c'est que le courant est minimum pour $\theta = \psi$. Le zéro obtenu correspond à θ_4 et à i_{\max} .

...

II.2.3.2. Vérification de la continuité de la conduction :

Même pour $k < \sqrt{m}/2$, à cause d retard ψ on peut fonctionner en conduction discontinue.

Il faut donc éliminer les points correspondant à i_ψ ou i_{\min} négatif.

Ils correspondent à la marche en conduction discontinue.

II.2.3.3. Valeur efficace :

On calcule la valeur efficace I du courant dans l'inductance par

$$I^2 = \frac{V_m^2}{R^2} \cdot \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\pi+\psi} \left(\frac{i}{V_m/R} \right)^2 d\theta$$

avec

$$\frac{i}{V_m/R} = A_1(kr_1 + 1) e^{r_1(\theta - \psi)} + A_2(kr_2 + 1) e^{r_2(\theta - \psi)} + \frac{k}{p} \cos(\theta - \psi) + \frac{\sin(\theta - \psi)}{p}$$

On élève au carré, on effectue les dix intégrations et on obtient

$$\begin{aligned} \pi \left(\frac{I}{V_m/R} \right)^2 &= A_1^2(kr_1 + 1)^2 (e^{r_1\pi} - 1) \frac{e^{2r_1\psi}}{2r_1} + A_2^2(kr_2 + 1)^2 (e^{r_2\pi} - 1) \frac{e^{2r_2\psi}}{2r_2} \\ &+ 2 A_1 A_2 (kr_1 + 1)(kr_2 + 1) (e^{(r_1 + r_2)\pi} - 1) \frac{e^{(r_1 + r_2)\psi}}{r_1 + r_2} \\ &+ \frac{\pi}{2} \left\{ \frac{1}{p^4} + \left[\frac{k}{p^2} (1 - m) - \frac{m}{kp^2} \right]^2 \right\} \\ &- 2 A_1 (kr_1 + 1) \left[\frac{k}{p^2} (1 - m) - \frac{m}{kp^2} \right] (e^{r_1\pi} + 1) (r_1 \cos \psi + \sin \psi) \frac{e^{r_1\psi}}{r_1 + 1} \\ &+ 2 A_1 (kr_1 + 1) \frac{1}{p^2} (e^{r_1\pi} + 1) (\cos \psi - r_1 \sin \psi) \frac{e^{r_1\psi}}{r_1 + 1} \\ &- 2 A_2 (kr_2 + 1) \left[\frac{k}{p^2} (1 - m) - \frac{m}{kp^2} \right] (e^{r_2\pi} + 1) (r_2 \cos \psi + \sin \psi) \frac{e^{r_2\psi}}{r_2 + 1} \\ &+ 2 A_2 (kr_2 + 1) \frac{1}{p^2} (e^{r_2\pi} + 1) (\cos \psi - r_2 \sin \psi) \frac{e^{r_2\psi}}{r_2 + 1} \\ &+ \left[\frac{k}{p^2} (1 - m) - \frac{m}{kp^2} \right] \frac{1}{p^2} \cos 2\psi \end{aligned} \quad (18')$$

De la valeur de I ainsi calculée, on déduit le facteur de forme du courant i .

$$f_F = \frac{\frac{I}{V_m/R}}{\frac{2}{\pi} \cos \psi}$$

II.2.4. Exemples de résultats :

Si pour ψ nul, tout le domaine des valeurs de m et k tel que $k < \sqrt{m}/2$ correspond à la conduction continue, il en est autrement quand ψ augmente.

Quand l'angle ψ est égal ou supérieur à $\pi/2$ on est toujours en conduction discontinue.

Pour ψ successivement égal à $\pi/6$ et à $\pi/3$ pour tous les couples obtenus en donnant à m et k les valeurs 0,1 - 0,2 - 0,3 - 0,5 - 0,7 - 1 - 2 - 3 - 5 - 7 - 10 et tels que la condition $k < \sqrt{m}/2$ soit satisfaite nous avons calculé le minimum du courant i pour voir si ce minimum était bien positif et donc si la conduction était bien continue.

Pour ψ égal à $\pi/6$ le domaine correspondant à la conduction discontinue avec $k < \sqrt{m}/2$ est très réduit (voir Pl. VII) ; il en est autrement pour ψ égal à $\pi/3$ (voir Pl. X).

A valeurs données de m et k , on passe d'autant plus vite en conduction discontinue que l'angle ψ est plus grand.

A ψ donné, la réduction de m ou l'augmentation de k qui augmentent l'ondulation du courant i favorisent le passage en conduction discontinue.

II.2.4.1. Exemples de formes d'ondes :

La figure 14 donne les formes d'ondes de la tension v_s et du courant i calculées point par point pour $m = 2$ et $k = 0,3$ d'abord avec $\psi = \pi/6$ puis avec $\psi = \pi/3$. On a reproduit les formes d'ondes obtenues pour $\psi = 0$.

Au fur et à mesure de $\cos \psi$ et donc les valeurs moyennes de v_s et de i diminuent, l'ondulation de ces deux grandeurs est accrue.

Si l'onde de v_s ne présente pas de point anguleux, il en est autrement de celle de i puisque, pour $\theta = \psi$, $L \frac{di}{dt}$ subit une discontinuité égale à $2 V_m \sin \psi$.

II.2.4.2. Exemples de valeurs obtenues :

Pour $\psi = \frac{\pi}{6}$ puis pour $\psi = \frac{\pi}{3}$, on a calculé pour les valeurs de m et k correspondant à la conduction continue avec régime libre aperiodique,

- les angles θ_1 et θ_2 correspondant au minimum $v_{s \min}$ et au maximum $v_{s \max}$ de la tension v_s et ces valeurs extrémales rapportées à V_m
- la valeur i_ψ du courant i à l'instant du débloqué des thyristors
- les angles θ_3 et θ_4 donnant le minimum i_{\min} et le maximum i_{\max} du courant i et ces valeurs du courant
- la valeur efficace I de i ; toutes les valeurs du courant sont rapportées à V_m/R .

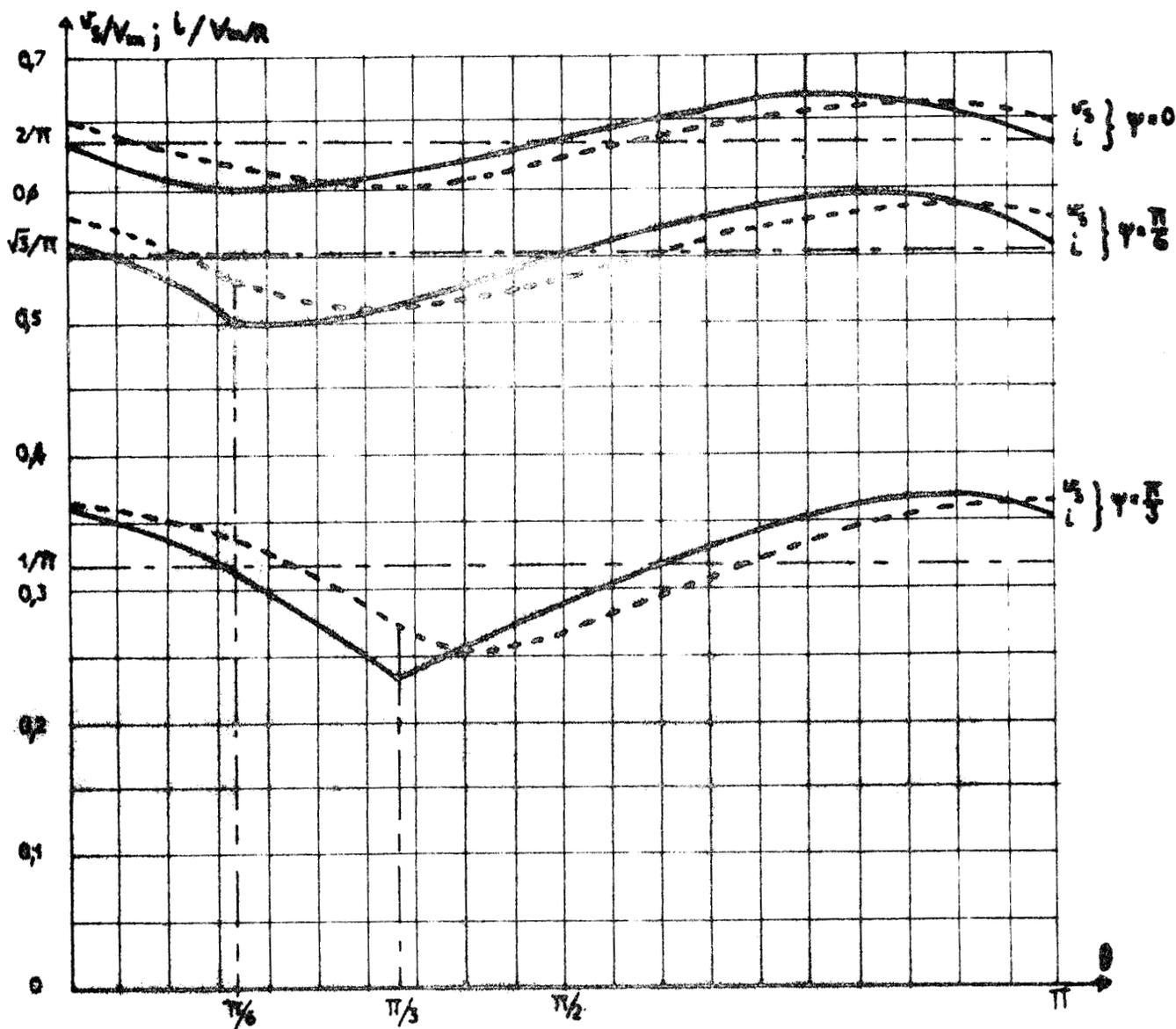


Fig. 14 - Formes d'ondes de la tension v_s et du courant i pour $m=2$ et $K = 0,3$ avec $\psi=0$, $\psi = \pi/6$ et $\psi = \pi/3$

Le tableau IV reproduit les résultats obtenus que pour les premières valeurs de m , à gauche lorsque ψ égale $\pi/6$, à droite lorsque ψ égale $\pi/3$. Pour chaque couple k, m on a indiqué :

θ_1		θ_2
$v_s \text{ min}$		$v_s \text{ max}$
	i_ψ	
θ_3		θ_4
i_{min}	I	i_{max}



On a indiqué pour les valeurs de k et m telles que $k < \sqrt{m}/2$ et qui conduisent à i_{\min} négatif, que la conduction est discontinue.

Lorsque le minimum de i se produit pour $\theta = \psi$ et est donc donné par i_{ψ} , on a laissé libre les places correspondant à θ_3 et à i_{\min} .

Les valeurs du facteur d'ondulation k_o de la tension v_s et du facteur de forme f_F du courant i ont servi au tracé de la partie des caractéristiques relative à ce mode de fonctionnement (Pl. VIII pour k_o , Pl. IX pour f_F lorsque $\psi = \pi/6$; Pl. XI pour k_o , Pl. XII pour f_F lorsque $\psi = \pi/3$).

Les performances se dégradent quand k augmente ou quand m diminue comme pour les montages à diodes. Mais cette dégradation, que traduisent les augmentations de k_o et de f_F est d'autant plus grande que l'angle ψ a une valeur plus élevée.

La comparaison avec les résultats de l'étude simplifiée montre des écarts d'autant plus importants que la tension v_s et le courant i sont plus ondulés, c'est-à-dire que k_o et f_F ont des valeurs plus élevées.

m \ K	0,1	0,2	0,3		0,1	0,2	0,3
0,1	0,636 2,340 0,206 0,787 0,168 2,240 0,791 0,586				disco discont.		
0,2	0,690 2,497 0,383 0,678 0,368 2,399 0,679 0,561	0,741 2,431 0,217 0,800 0,141 2,236 0,814 0,592			1,122 2,739 0,059 0,483 0,029 2,640 0,485 0,348	discont.	
0,3	0,714 2,550 0,442 0,636 0,433 2,453 0,638 0,556	0,792 2,541 0,336 0,720 0,290 2,350 0,730 0,570			1,132 2,799 0,147 0,429 0,126 2,700 0,430 0,332	discont.	
0,5	0,735 2,593 0,487 0,603 0,483 0,525 2,496 0,483 0,603 0,553	0,838 2,626 0,428 0,652 0,405 2,438 0,658 0,558	0,913 2,661 0,375 0,700 0,316 2,388 0,720 0,568		1,141 2,846 0,217 0,384 0,205 2,748 0,385 0,323	1,209 2,878 0,131 0,450 0,081 2,682 0,457 0,339	discont.
0,7	0,745 2,610 0,506 0,588 0,504 0,540 2,514 0,504 0,588 0,552	0,858 2,661 0,465 0,623 0,450 2,474 0,627 0,555	0,944 2,710 0,431 0,656 0,392 2,441 0,669 0,559		1,145 2,867 0,247 0,365 0,238 2,768 0,366 0,321	1,221 2,917 0,187 0,441 0,152 2,723 0,417 0,329	1,284 2,971 0,137 0,455 0,060 2,687 0,479 0,343
1	0,753 2,623 0,520 0,577 0,518 0,553 2,527 0,518 0,577 0,552	0,874 2,686 0,465 0,601 0,482 0,540 2,499 0,482 0,604 0,553	0,967 2,745 0,469 0,624 0,445 0,537 2,478 0,444 0,633 0,555		1,148 2,881 0,268 0,351 0,262 2,783 0,352 0,320	1,229 2,945 0,228 0,383 0,203 2,752 0,386 0,323	1,299 3,009 0,195 0,412 0,141 2,729 0,424 0,330

$$\psi = \pi/6$$

$$\psi = \pi/3$$

TABLEAU IV . -

Principaux résultats obtenus pour les premières valeurs de K lors du fonctionnement en conduction continue avec régime libre aperiódique et conduction continue, pour $\psi = \pi/6$ et $\psi = \pi/3$



II.3. CONDUCTION DISCONTINUE AVEC REGIME LIBRE APERIODIQUE

Même lorsque k est inférieur à $\sqrt{m}/2$, au delà d'une certaine valeur de l'angle ψ , la conduction de continue devient discontinue.

La conduction du montage redresseur débute pour $\theta = \psi$, elle s'interrompt pour $\theta = \theta_1$ lorsque le courant redressé tend à devenir négatif. Pour $\theta_1 < \theta < \pi + \psi$ le montage redresseur est bloqué.

La figure 15 représente la forme d'onde du courant i et de la tension v_s .

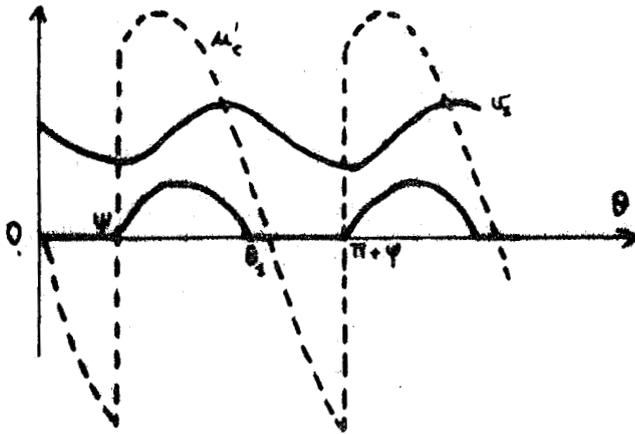


Fig. 15 - Allure des formes d'ondes de la tension v_s et du courant i en conduction discontinue.

II.3.1. Expressions de la tension v_s et du courant i :

La tension v_s aux bornes du condensateur C ne peut subir de discontinuité. Elle présente deux expressions par période, une pendant la phase de conduction ψ, θ_1 , l'autre durant la phase de blocage $\theta_1, \pi + \psi$.

II.3.1.1. Phase de conduction :

Pendant l'intervalle $\psi < \theta < \theta_1, u_c = V_m \sin \theta$

De $v_s + L \omega \frac{di}{d\theta} = V_m \sin \theta$

et $i = i_c + i_R = C \frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{R}$

on déduit encore

$$m \frac{d^2 v_s}{d\theta^2} + \frac{m}{k} \frac{dv_s}{d\theta} + v_s + V_m \sin \theta \tag{8}$$

...

La tension v_s est de la forme

$$v_s = v_{sl} + v_{sf}$$

le terme libre v_{sl} étant apériodique.

II.3.1.1.1. Etude des deux termes :

Durant l'intervalle considéré, comme précédemment

$$v_{sf} = V_m \left(\frac{1-m}{p^2} \sin \theta - \frac{m}{kp^2} \cos \theta \right) \quad \left. \vphantom{v_{sf}} \right\} \quad (10)$$

$$\text{avec } p^2 = (1-m)^2 + \frac{m^2}{k^2}$$

et

$$v_{sl} = V_m \left[A_1 e^{r_1(\theta - \psi)} + A_2 e^{r_2(\theta - \psi)} \right] \quad \left. \vphantom{v_{sl}} \right\} \quad (11')$$

$$\text{avec } \begin{matrix} r_1 \\ r_2 \end{matrix} = -\frac{1}{2k} \pm \sqrt{\frac{1}{4k^2} - \frac{1}{m}}$$

On déduit les constantes d'intégration A_1 et A_2 des valeurs de v_{sl} et de sa dérivée v'_{sl} pour $\theta = \psi$.

$$A_1 V_m = \frac{r_2 v_{sl\psi} - v'_{sl\psi}}{r_2 - r_1}$$

$$A_2 V_m = \frac{r_1 v_{sl\psi} - v'_{sl\psi}}{r_1 - r_2}$$

II.3.1.1.2. Conditions initiales :

Comme précédemment la continuité de v_s et de $\frac{dv_s}{d\theta}$ pour $\theta = \psi$ permet d'écrire

$$v_{sl\psi} = v_{s\psi} - v_{sf\psi}$$

$$v'_{sl\psi} = v'_{s\psi} - v'_{sf\psi}$$

Mais de plus le courant i qui était nul avant l'instant d'amorçage des redresseurs reste nul pour $\theta = \psi$

$$\text{Or } i = C\omega \frac{dv_s}{d\theta} + \frac{v_s}{R} = \frac{1}{R} \left(k \frac{dv_s}{d\theta} + v_s \right)$$

La condition initiale $i_\psi = 0$ donne donc

$$k v'_{s\psi} = -v_{s\psi} \quad (41)$$

et permet d'exprimer $v'_{s\psi}$ en fonction de $v_{s\psi}$

...

D'autre part

$$v_{sf\psi} = V_m \left(\frac{1-m}{p^2} \sin \psi - \frac{m}{kp^2} \cos \psi \right)$$

$$v'_{sf\psi} = V_m \left(\frac{1-m}{p^2} \cos \psi + \frac{m}{kp^2} \sin \psi \right)$$

D'où $v_{sl\psi}$ et $v'_{sl\psi}$ en fonction de V_m , m , k , p^2 et de $v_{s\psi}$ puisque la relation (41) permet d'éliminer $v'_{s\psi}$. En reportant dans les expressions de $A_1 V_m$ et $A_2 V_m$ celles-ci deviennent

$$A_1 V_m = \frac{1}{r_2 - r_1} \left[v_{s\psi} \left(r_2 + \frac{1}{k} \right) - r_2 V_m \left(\frac{1-m}{p^2} \sin \psi - \frac{m}{kp^2} \cos \psi \right) + V_m \left(\frac{1-m}{p^2} \cos \psi + \frac{m}{kp^2} \sin \psi \right) \right] \quad (42)$$

$$A_2 V_m = \frac{1}{r_1 - r_2} \left[v_{s\psi} \left(r_1 + \frac{1}{k} \right) - r_1 V_m \left(\frac{1-m}{p^2} \sin \psi - \frac{m}{kp^2} \cos \psi \right) + V_m \left(\frac{1-m}{p^2} \cos \psi + \frac{m}{kp^2} \sin \psi \right) \right]$$

Pour chaque groupe de valeurs de k , m et ψ , les expressions de A_1 et de A_2 ne comportent donc qu'une inconnue $v_{s\psi}$.

Durant l'intervalle, ψ , θ_1 , la tension v_s et sa dérivée sont données par

$$\frac{v_s}{V_m} = \frac{1-m}{p^2} \sin \theta - \frac{m}{kp^2} \cos \theta + A_1 e^{r_1(\theta - \psi)} + A_2 e^{r_2(\theta - \psi)} \quad (43)$$

$$\frac{dv_s}{d\theta} \cdot \frac{1}{V_m} = \frac{1-m}{p^2} \cos \theta + \frac{m}{kp^2} \sin \theta + A_1 r_1 e^{r_1(\theta - \psi)} + A_2 r_2 e^{r_2(\theta - \psi)}$$

II.3.1.1.3. Fin de la phase conductrice :

Pendant l'intervalle de conduction, le courant i débité par le montage redresseur a pour valeur

$$i = C \frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{R} = \frac{V_m}{R} \left(k \frac{dv_s}{d\theta} \cdot \frac{1}{V_m} + \frac{v_s}{V_m} \right)$$

ou, en remplaçant v_s et $\frac{dv_s}{d\theta}$ par leurs expressions,

$$\frac{i}{V_m/R} = \frac{\sin \theta}{p^2} + \cos \theta \left(k \frac{1-m}{p^2} - \frac{m}{kp^2} \right) + A_1 e^{r_1(\theta - \psi)} (kr_1 + 1) + A_2 e^{r_2(\theta - \psi)} (kr_2 + 1) \quad (44)$$

...

L'angle θ_1 pour lequel la conduction cesse est tel que

$$(i) \theta_1 = 0$$

θ_1 est donc donné par

$$0 = \frac{\sin \theta_1}{p^2} + \cos \theta_1 \left(k \frac{1-m}{p^2} - \frac{m}{kp^2} \right) + A_1 e^{r_1(\theta_1 - \psi)} (kr_1 + 1) + A_2 e^{r_2(\theta_1 - \psi)} (kr_2 + 1) \quad (45)$$

et la tension v_s à la fin de la phase conductrice a pour valeur

$$\left(\frac{v_s}{V_m \theta_1} \right) = \frac{1-m}{p^2} \sin \theta_1 - \frac{m}{kp^2} \cos \theta_1 + A_1 e^{r_1(\theta_1 - \psi)} + A_2 e^{r_2(\theta_1 - \psi)}$$

II.3.1.2. Phase de blocage :

Pendant l'intervalle $\theta_1, \pi + \psi$, le courant i est nul et le condensateur C se décharge dans la résistance R

$$\frac{v_s}{V_m} = \left(\frac{v_s}{V_m \theta_1} \right) e^{-\frac{(\theta - \theta_1)}{k}} \quad (46)$$

Pour trouver l'inconnue auxiliaire $v_{s\psi}$ on écrit que la tension v_s a pour période $\frac{\pi}{\omega}$, donc que

$$\frac{v_{s\psi}}{V_m} = \left(\frac{v_s}{V_m} \right)_{\pi + \psi}$$

soit

$$\frac{v_{s\psi}}{V_m} = e^{-\frac{(\pi + \psi - \theta_1)}{k}} \left[\frac{1-m}{p^2} \sin \theta_1 - \frac{m}{kp^2} \cos \theta_1 + A_1 r_1 e^{r_1(\theta_1 - \psi)} + A_2 r_2 e^{r_2(\theta_1 - \psi)} \right]$$

En remplaçant A_1 et A_2 par leurs expressions en fonction de $v_{s\psi}$ et en regroupant les termes il vient

$$\frac{v_s}{V_m} \left\{ 1 - e^{-\frac{(\pi + \psi - \theta_1)}{k}} \left[\frac{e^{r_1(\theta_1 - \psi)} (r_2 + 1/k)}{r_2 - r_1} - \frac{e^{r_2(\theta_1 - \psi)} (r_1 + 1/k)}{r_2 - r_1} \right] \right\} =$$

$$e^{-\frac{(\pi + \psi - \theta_1)}{k}} \left\{ \frac{1-m}{p^2} \sin \theta_1 - \frac{m}{kp^2} \cos \theta_1 \right.$$

$$\left. + \frac{e^{r_1(\theta_1 - \psi)}}{r_2 - r_1} \left[-r_2 \left(\frac{1-m}{p^2} \sin \psi - \frac{m}{kp^2} \cos \psi \right) + \frac{1-m}{p^2} \cos \psi + \frac{m}{kp^2} \sin \psi \right] \right\}$$

+ ...

...

$$\dots + \frac{e^{r_2(\theta_1 - \psi)}}{r_1 - r_2} \left[-r_1 \left(\frac{1-m}{p^2} \sin\psi - \frac{m}{kp^2} \cos\psi \right) + \frac{1-m}{p^2} \cos\psi + \frac{m}{kp^2} \sin\psi \right] \Bigg\}$$

Cette équation permet de calculer $v_{s\psi}$ en fonction de θ_1 et par là de déterminer les constantes d'intégration.

On procède ainsi : pour chaque groupe de valeurs de k , m et ψ , on calcule $v_{s\psi}$ et donc A_1 et A_2 pour diverses valeurs de l'angle θ_1 et on en déduit (i) θ_1 . On opère par itérations successives jusqu'à ce que l'angle θ_1 choisi satisfasse la relation (45).

On obtient ainsi A_1 et A_2 donc les expressions de v_s et de i tout au long de leur période.

II.3.2. Etude de la tension v_s

II.3.2.1. Valeurs extrêmes :

Puisque ni v_s ni sa dérivée ne peuvent subir de discontinuité et que v_s décroît sans cesse durant la phase de blocage, c'est pendant l'intervalle de conduction que se situent le maximum et le minimum de v_s .

Les angles correspondant aux valeurs extrêmes sont tels que

$$\frac{1-m}{p^2} \cos\theta + \frac{m}{kp^2} \sin\theta + A_1 r_1 e^{r_1(\theta - \psi)} + A_2 r_2 e^{r_2(\theta - \psi)} = 0$$

Le premier angle solution θ_2 , le plus voisin de ψ donne $v_{s \min}$. Le second, θ_3 , plus voisin de θ_1 donne $v_{s \max}$.

II.3.2.2. Valeur moyenne :

On pourrait calculer la valeur moyenne V_s de la tension de sortie par

$$V_s = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_1} v_s d\theta + \frac{1}{\pi} \int_{\theta_1}^{\pi + \psi} v_s d\theta$$

Mais nous avons montré (voir § I.3.3.1.) que même en conduction discontinue

$$\frac{V_s}{V_m} = \frac{i_{\text{moy}}}{V_m/R}$$

Il est plus simple de calculer la valeur relative de i_{moy} que celle de V_s puisque le courant i est nul durant une des deux phases.

II.3.2.3. Vérification du critère d'amorçage :

Pour que le ou les thyristors débloqués entrent effectivement en conduction pour $\theta = \psi$ et $\theta = \pi + \psi$, il faut que les tensions aux bornes des thyristors soient à ces instants positives.

Le fonctionnement prévu est assuré si

$$V_m \sin\psi > v_{s\psi}$$

...

II.3.3. Etude du courant i :

Le courant i , nul pour $\theta_1 < \theta < \pi + \psi$, est donné par la relation (44) durant l'intervalle ψ, θ_1

II.3.3.1. Valeur moyenne :

On calcule i_{moy} par

$$i_{\text{moy}} = \frac{V_m}{R} \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_1} \frac{i}{V_m/R} d\theta$$

ce qui donne

$$\frac{i_{\text{moy}}}{V_m/R} = \frac{V_s}{V_m} = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\cos \psi - \cos \theta_1}{p^2} + \left(k \frac{1-m}{p^2} - \frac{m}{kp^2} \right) (\sin \theta_1 - \sin \psi) \right. \\ \left. + \frac{A_1 (kr_1 + 1)}{r_1} (e^{r_1(\theta_1 - \psi)} - 1) + \frac{A_2 (kr_2 + 1)}{r_2} (e^{r_2(\theta_1 - \psi)} - 1) \right] \quad (47)$$

I.3.3.2. Valeur maximale :

On cherche l'angle θ_4 , compris entre ψ et θ_1 , qui annule la dérivée $\frac{di}{d\theta}$ du courant

$$\frac{R}{V_m} \frac{di}{d\theta} = \frac{\cos \theta}{p^2} - \sin \theta \left(k \frac{1-m}{p^2} - \frac{m}{kp^2} \right) + A_1 r_1 (kr_1 + 1) e^{r_1(\theta - \psi)} \\ + A_2 r_2 (kr_2 + 1) e^{r_2(\theta - \psi)}$$

D'où la valeur correspondante i_{max} du courant i .

I.3.3.3. Valeur efficace :

On calcule la valeur efficace I par

$$\frac{I^2}{(V_m/R)^2} = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_1} \frac{i^2}{(V_m/R)^2} d\theta$$

En intégrant les dix termes que donne l'expression (44) après élévation au carré, il vient

$$\frac{I^2}{V_m^2/R^2} \pi = \left\{ \frac{1}{p^4} \left(\frac{\theta_1 - \psi}{2} - \frac{\sin 2\theta_1 - \sin 2\psi}{4} \right) \right. \\ \left. + \left(k \frac{1-m}{p^2} - \frac{m}{kp^2} \right) \left(\frac{\theta_1 - \psi}{2} + \frac{\sin 2\theta_1 - \sin 2\psi}{4} \right) \right\} + \dots$$

...

$$\begin{aligned}
& + A_1^2 \frac{(kr_1 + 1)^2}{2r_1} (e^{2r_1(\theta_1 - \psi)} - 1) + A_2^2 \frac{(kr_2 + 1)^2}{2r_2} (e^{2r_2(\theta_1 - \psi)} - 1) \\
& + \frac{k}{p^2} \left(\frac{1-m}{p^2} - \frac{m}{kp^2} \right) \frac{\cos 2\psi - \cos 2\theta_1}{2} \\
& + \frac{2A_1(kr_1 + 1)}{p^2(r_1^2 + 1)} \left[e^{r_1(\theta_1 - \psi)} (r_1 \sin \theta_1 - \cos \theta_1) - (r_1 \sin \psi - \cos \psi) \right] \\
& + \frac{2A_2(kr_2 + 1)}{p^2(r_2^2 + 1)} \left[e^{r_2(\theta_1 - \psi)} (r_2 \sin \theta_1 - \cos \theta_1) - (r_2 \sin \psi - \cos \psi) \right] \\
& + \frac{2A_1(kr_1 + 1)}{p^2(r_1^2 + 1)} (k - km - \frac{m}{k}) \left[e^{r_1(\theta_1 - \psi)} (r_1 \sin \theta_1 + \cos \theta_1) - (r_1 \cos \psi + \sin \psi) \right] \\
& + \frac{2A_2(kr_2 + 1)}{p^2(r_2^2 + 1)} (k - km - \frac{m}{k}) \left[e^{r_2(\theta_1 - \psi)} (r_2 \sin \theta_1 + \cos \theta_1) - (r_2 \cos \psi + \sin \psi) \right] \\
& + \frac{2A_1A_2}{r_1 + r_2} (kr_1 + 1)(kr_2 + 1) (e^{(r_1 + r_2)(\theta_1 - \psi)} - 1) \} \quad (48)
\end{aligned}$$

II.3.4. Résultats obtenus :

Pour $\psi = \frac{\pi}{6}$ puis $\psi = \frac{\pi}{3}$ nous avons calculé les caractéristiques des quelques points situés dans le domaine de la conduction discontinue avec régime libre aperiodique.

Pour ψ égal à $\frac{\pi}{2}$, $\frac{2\pi}{3}$ et $\frac{5\pi}{6}$, tous les points tels que k soit inférieur à $\frac{1}{2}\sqrt{m}$ correspondent à ce mode de fonctionnement.

Le calcul de $v_{s\psi}$ montre que cette tension est toujours supérieure à $V_m \sin \psi$ donc que ce fonctionnement périodique est possible.

II.3.4.1. Exemples de formes d'ondes :

La figure 16 donne, par exemple, la forme d'onde de v_s et celle de i pour $m = 0,2$, $k = 0,2$ avec ψ successivement égal à $\pi/3$, $\pi/2$ et $2\pi/3$

A m et k donnés, l'augmentation de ψ se traduit par une réduction de l'angle de conduction et par là une réduction des valeurs maximale, moyenne et efficace du courant i et de la tension v_s .

A ψ donné, l'augmentation du coefficient de filtrage prolonge la phase conductrice. L'accroissement du coefficient de charge k produit l'effet inverse.

...

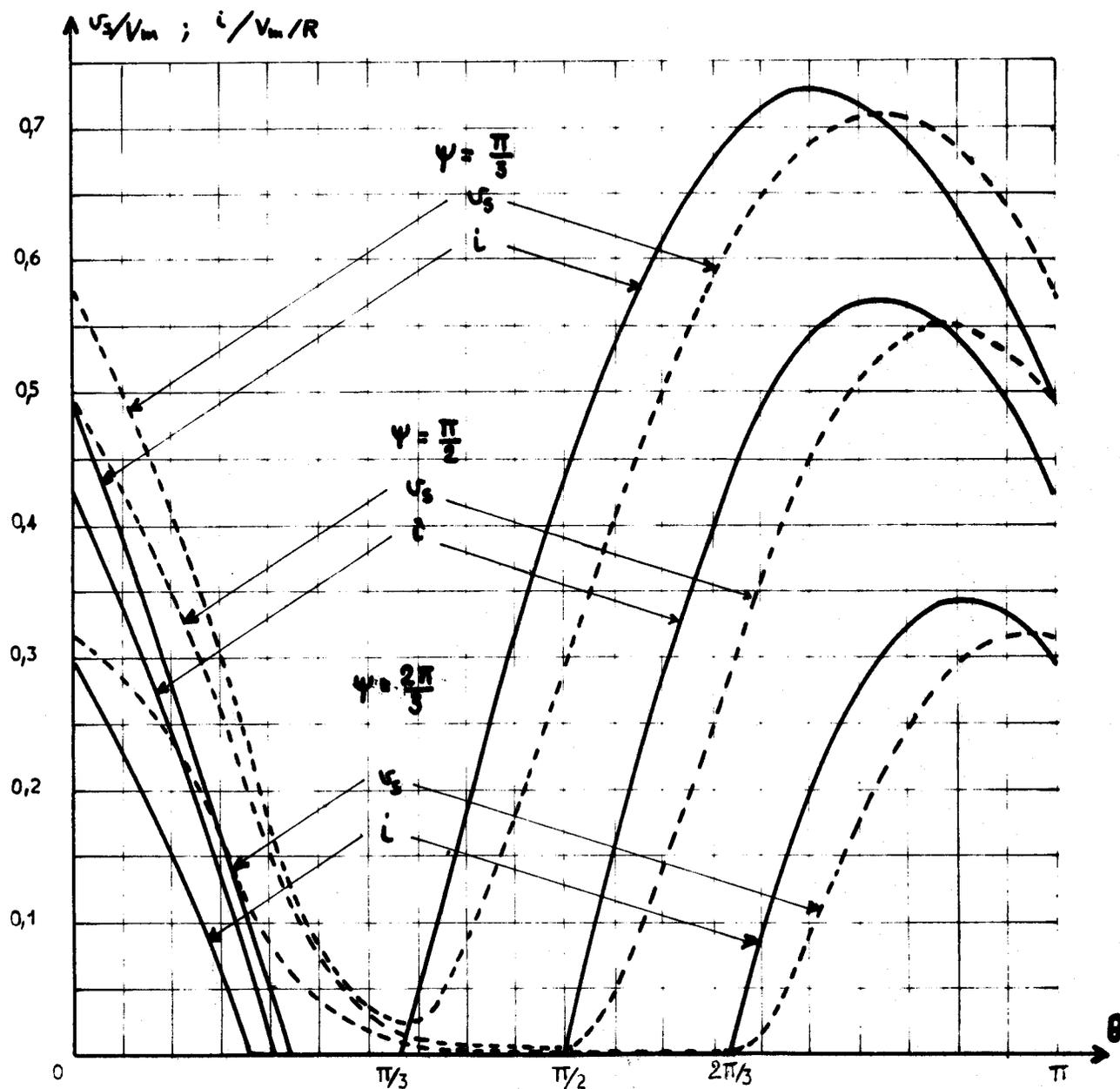


Fig. 16 - Formes d'ondes de la tension v_s et du courant i calculées pour $m = k = 0,2$ et trois valeurs de l'angle ψ

II.3.4.2. Exemples de résultats obtenus :

Pour ψ égal à $\pi/6$, $\pi/3$, $\pi/2$, $2\pi/3$ et $5\pi/6$ et les valeurs de k et m telles que k soit inférieur à $\sqrt{m}/2$ et que la conduction soit discontinue, nous avons calculé



l'angle de fin de conduction θ_1
 les angles θ_2 et θ_3 situant les valeurs extrémales de v_s
 les valeurs $v_{s \text{ min}}$ et $v_{s \text{ max}}$ correspondantes
 la "position" θ_4 et la valeur i_{max} du maximum de i
 la valeur moyenne V_s de la tension (ou du courant)
 la valeur efficace I du courant
 la tension $v_{s\psi}$ à l'instant des amorçages des thyristors.

Le tableau V présente les résultats obtenus avec $\psi = \pi/2$ en les groupant, pour chaque point, de la façon suivante

	θ_1	
θ_2		θ_3
$v_{s \text{ min}}$		$v_{s \text{ max}}$
θ_4		i_{max}
V_s		I

Pour ψ inférieur à $\pi/2$, les points obtenus permettent, pour les faibles valeurs de m , le prolongement de la partie des caractéristiques tracée pour le fonctionnement en conduction continue avec régime libre apériodique.

Plus on s'éloigne de ce dernier, plus V_s devient supérieur à $\frac{2}{\pi} V_m \cos \psi$ (points repérés par un losange sur les planches VIII et XI). L'ondulation k_o de la tension v_s (bas de planches précédentes) et le facteur de forme f_F du courant (Pl. X et XII) croissent en fonction de k comme dans le régime précédent.

Pour ψ supérieur à $\pi/2$, tous les groupes de valeurs de m et k tels que k soit inférieur à $1/2 \sqrt{m}$ se situent dans le mode de fonctionnement étudié.

La valeur moyenne V_s est d'autant plus faible (Pl. XIII, XV et XVII) que l'angle ψ est plus voisin de π . De plus cette tension est alors plus ondulée.

L'ondulation k_o est certes d'autant plus réduite que le filtrage caractérisé par le paramètre m est plus fort. Mais la croissance de k_o en fonction du paramètre k trouvée avec les montages à diodes ne se conserve que pour les faibles valeurs de m et les valeurs de ψ pas trop supérieures à $\pi/2$. Pour les fonctionnements à ψ voisin de π , k_o diminue quand le paramètre k augmente (Pl. XIII, XV et XVII).

Le facteur de forme augmente avec k . Il est d'autant plus fort que m est plus réduit et ψ plus grand. Pour ψ voisin de π , les caractéristiques donnant f_F montrent que même pour k faible f_F a des valeurs déjà très élevées (Pl. XIV, XVI et XVIII).

...

m \ k	0,1	0,2	0,3	0,5	0,7	1
0,1	3,819 1,571 2,688 0,0001 0,533 2,586 0,577 0,250 0,326					
0,2	4,109 1,571 2,892 0,0001 0,345 2,791 0,348 0,182 0,224	3,796 1,572 2,789 0,001 0,550 2,584 0,572 0,261 0,342				
0,3	4,254 1,572 2,985 0,0003 0,256 2,884 0,258 0,142 0,170	3,982 1,575 2,946 0,003 0,428 2,715 0,441 0,219 0,276				
0,5	4,400 1,575 3,073 0,0008 0,169 2,973 0,170 0,098 0,145	4,188 1,583 3,048 0,005 0,297 2,849 0,305 0,163 0,198	4,026 1,594 3,048 0,014 0,398 2,759 0,425 0,213 0,268			
0,7	4,476 1,579 3,116 0,001 0,126 3,016 0,127 0,075 0,087	4,301 1,593 3,116 0,006 0,227 2,948 0,233 0,130 0,155	4,163 1,609 3,132 0,016 0,311 2,844 0,329 0,175 0,213			
1	4,538 1,587 3,150 0,001 0,091 3,050 0,092 0,056 0,063	4,400 1,607 3,174 0,007 0,168 2,976 0,172 0,099 0,146	4,287 1,628 3,206 0,017 0,338 2,918 0,247 0,137 0,163			
2	4,619 1,604 3,194 0,002 0,048 3,094 0,048 0,030 0,033	4,538 1,638 3,250 0,007 0,090 3,053 0,092 0,056 0,064	4,467 1,672 3,306 0,015 0,128 3,018 0,135 0,079 0,092	4,348 1,732 3,395 0,038 0,190 2,969 0,214 0,121 0,143	4,254 1,776 3,449 0,066 0,237 2,935 0,287 0,157 0,188	
3	4,645 1,613 3,209 0,001 0,032 3,109 0,032 0,020 0,023	4,591 1,655 3,278 0,006 0,062 3,081 0,063 0,039 0,044	4,539 1,696 3,344 0,012 0,089 3,057 0,093 0,056 0,064	4,447 1,764 3,448 0,031 0,134 3,020 0,149 0,087 0,101	4,372 1,815 3,513 0,053 0,169 2,994 0,202 0,115 0,135	
5	4,674 1,622 3,222 0,001 0,019 3,122 0,020 0,012 0,014	4,637 1,672 3,301 0,004 0,038 3,105 0,039 0,024 0,027	4,603 1,719 3,376 0,009 0,055 3,089 0,057 0,035 0,040	4,541 1,798 3,494 0,022 0,084 3,065 0,093 0,056 0,064	4,486 1,855 3,569 0,038 0,108 3,047 0,127 0,075 0,087	4,415 1,907 3,630 0,061 0,137 3,023 0,175 0,101 0,118
7	4,685 1,627 3,222 0,001 0,014 3,128 0,014 0,009 0,010	4,657 1,681 3,311 0,003 0,027 3,114 0,028 0,017 0,020	4,632 1,731 3,391 0,007 0,040 3,104 0,042 0,026 0,029	4,585 1,815 3,515 0,017 0,061 3,086 0,068 0,041 0,047	4,542 1,875 3,596 0,029 0,079 3,071 0,093 0,056 0,064	4,484 1,932 3,664 0,048 0,102 3,053 0,129 0,077 0,088
10	4,692 1,630 3,232 0,001 0,010 3,131 0,010 0,006 0,007	4,674 1,688 3,320 0,002 0,019 3,123 0,020 0,012 0,014	4,655 1,741 3,403 0,005 0,028 3,114 0,029 0,018 0,021	4,620 1,830 3,532 0,013 0,044 3,102 0,048 0,030 0,034	4,588 1,893 3,616 0,022 0,057 3,091 0,066 0,041 0,046	4,543 1,954 3,691 0,036 0,074 3,077 0,093 0,051 0,056

TABLEAU V --

Principales caractéristiques des points de fonctionnement discontinu avec $K < \sqrt{m}$
(cas où $\psi = \pi/2$)

BUS
L. 1948

Il nous a semblé préférable pour ne pas conduire à des conclusions erronées, de ne pas donner les facteurs caractéristiques k_0 et f_F de la tension v_s et du courant i dans les zones où ces grandeurs ont une valeur relative négligeable. Aussi sur les planches relatives à $\psi = \frac{\pi}{2}$, $\psi = \frac{2\pi}{3}$ et $\psi = \frac{5\pi}{6}$ nous n'avons tracé les caractéristiques qu'à partir du point donnant $\frac{V_s}{V_m}$ supérieur à 0,01.

II.4. CONDUCTION CONTINUE AVEC REGIME LIBRE PSEUDO-PERIODIQUE

Lorsque l'angle ψ de retard est inférieur à $\frac{\pi}{2}$, pour les fortes valeurs du paramètre m la conduction continue obtenue lors du fonctionnement avec régime libre aperiodique se maintient lorsque le régime libre devient pseudo-périodique.

Il convient donc d'étudier un troisième mode de fonctionnement avec $k > \frac{\sqrt{m}}{2}$ et i toujours positif qui présente de nombreuses analogies avec celui vu au paragraphe I.2.

II.4.1. Expression de la tension de sortie v_s :

Pendant toute la période correspondant à l'intervalle $\psi, \pi + \psi$ le redresseur équivalent est conducteur

$$u_c = V_m \sin \theta$$

La tension v_s donnée par

$$m \frac{d^2 v_s}{d\theta^2} + \frac{m}{k} \frac{dv_s}{d\theta} + v_s = V_m \sin \theta \quad (8)$$

est la somme de deux termes

$$v_s = v_{sl} + v_{sf}$$

Le terme libre v_{sl} est pseudo-périodique, puisque

$$k > \frac{\sqrt{m}}{2}$$

II.4.1.1. Etude du régime forcé

Comme dans les cas précédents

$$v_{sf} = V_m \left(\frac{1-m}{p^2} \sin \theta - \frac{m}{kp^2} \cos \theta \right) \quad (10)$$

$$\text{avec } p^2 = (1-m)^2 + \frac{m^2}{k^2}$$

...

II.4.1.2. Etude du régime libre :

Le terme libre v_{sl} de la tension v_s a pour expression

$$v_{sl} = V_m (A_1' e^{r_1(\theta - \psi)} + A_2' e^{r_2(\theta - \psi)})$$

$$\text{avec } \begin{matrix} r_1 \\ r_2 \end{matrix} = -\frac{1}{2k} \pm j \sqrt{\frac{1}{m} - \frac{1}{4k^2}}$$

ou, en mettant en évidence la pseudo-pulsation L_0 telle que

$$L_0 = \sqrt{\frac{1}{m} - \frac{1}{4k^2}}$$

$$v_{sl} = V_m e^{-\frac{(\theta - \psi)}{2k}} \left[A_1 \cos L_0 (\theta - \psi) + A_2 \sin L_0 (\theta - \psi) \right] \quad (21^\circ)$$

II.4.1.3. Conditions initiales :

- On exprime d'abord les constantes d'intégration A_1 et A_2 en fonction des valeurs du terme libre et de sa dérivée au début de la période.

Puisque

$$v'_{sl} = V_m e^{-\frac{(\theta - \psi)}{2k}} \left\{ -\frac{1}{2k} \left[A_1 \cos L_0 (\theta - \psi) + A_2 \sin L_0 (\theta - \psi) \right] - A_1 L_0 \sin L_0 (\theta - \psi) + A_2 L_0 \cos L_0 (\theta - \psi) \right\},$$

pour $\theta = \psi$, on obtient

$$v_{sl\psi} = V_m A_1$$

$$v'_{sl\psi} = V_m \left(-\frac{A_1}{2k} + A_2 L_0 \right)$$

Donc

$$A_1 V_m = v_{sl\psi}$$

$$A_2 V_m = \frac{1}{L_0} \left(v'_{sl\psi} + \frac{1}{2k} v_{sl\psi} \right)$$

- On peut ensuite exprimer A_1 et A_2 en fonction des valeurs initiales de la tension v_s elle-même et de sa dérivée. Ni v_s ni v'_s ne pouvant subir de discontinuité

$$v_{sl\psi} = v_{s\psi} - v_{sf\psi}$$

$$v'_{sl\psi} = v'_{s\psi} - v'_{sf\psi}$$

$$\text{avec } v_{sf\psi} = V_m \left(\frac{1-m}{p^2} \sin \psi - \frac{m}{kp^2} \cos \psi \right)$$

$$v'_{sf\psi} = V_m \left(\frac{1-m}{p^2} \cos \psi + \frac{m}{kp^2} \sin \psi \right)$$

En reportant A_1 et A_2 deviennent

$$A_1 = \frac{v_{s\psi}}{v_m} - \left(\frac{1-m}{p^2} \sin\psi - \frac{m}{kp^2} \cos\psi \right)$$

$$A_2 = \frac{1}{L_0} \left\{ \frac{v'_{s\psi}}{v_m} - \frac{1-m}{p^2} \cos\psi - \frac{m}{kp^2} \sin\psi + \frac{1}{2k} \left[\frac{v_{s\psi}}{v_m} - \frac{1-m}{p^2} \sin\psi + \frac{m}{kp^2} \cos\psi \right] \right\}$$

Les expressions de v_s et v'_s deviennent donc les suivantes

$$\begin{aligned} \frac{v_s}{v_m} &= \frac{1-m}{p^2} \sin\theta - \frac{m}{kp^2} \cos\theta \\ &+ \left(\frac{v_{s\psi}}{v_m} - \frac{1-m}{p^2} \sin\psi + \frac{m}{kp^2} \cos\psi \right) e^{-\frac{(\theta-\psi)}{2k}} \cos L_0 (\theta - \psi) \\ &+ \left\{ \frac{v'_{s\psi}}{v_m} - \frac{1-m}{p^2} \cos\psi - \frac{m}{kp^2} \sin\psi + \frac{1}{2k} \left[\frac{v_{s\psi}}{v_m} - \frac{1-m}{p^2} \sin\psi + \frac{m}{kp^2} \cos\psi \right] \right\} \\ &e^{-\frac{(\theta-\psi)}{2k}} \frac{\sin L_0 (\theta - \psi)}{L_0} \end{aligned} \quad (23')$$

$$\begin{aligned} \frac{v'_s}{v_m} &= \frac{1-m}{p^2} \cos\theta + \frac{m}{kp^2} \sin\theta \\ &+ \left[-L_0 \sin L_0 (\theta - \psi) + \frac{1}{2k} \cos L_0 (\theta - \psi) \right] \left[\frac{v_{s\psi}}{v_m} - \frac{1-m}{p^2} \sin\psi + \frac{m}{kp^2} \cos\psi \right] \\ &e^{-\frac{(\theta-\psi)}{2k}} + \left[L_0 \cos L_0 (\theta - \psi) - \frac{1}{2k} \sin L_0 (\theta - \psi) \right] \left[\frac{1}{2k} \frac{v_{s\psi}}{v_m} - \frac{1}{2k} \right. \\ &\left. \left(\frac{1-m}{p^2} \sin\psi - \frac{m}{kp^2} \cos\psi + \frac{v'_{s\psi}}{v_m} - \frac{1-m}{p^2} \cos\psi - \frac{m}{kp^2} \sin\psi \right) \right] e^{-\frac{(\theta-\psi)}{2k}} \end{aligned} \quad (24')$$

- Il ne reste plus qu'à déterminer $v_{s\psi}$ et $v'_{s\psi}$; pour cela on remarque que v_s et v'_s ont une période égale à π/ω . On écrit donc

$$v_{s\psi} = (v_s)_{\pi + \psi}$$

$$v'_{s\psi} = (v'_s)_{\pi + \psi}$$

...

D'où un système de deux équations à deux inconnues dont la résolution donne, pour chaque couple k, m , les valeurs initiales $v_s \psi$ et $v'_s \psi$. On en déduit A_1 et A_2 et, par là, l'expression de la tension v_s durant l'intervalle $\psi, \pi + \psi$.

II.4.2. Etude de la tension de sortie v_s

II.4.2.1. Valeur moyenne :

La conduction étant continue, la valeur moyenne V_s de la tension de sortie est égale à celle de la tension que tend à fournir le montage redresseur

$$V_s = \frac{2}{\pi} V_m \cos \psi$$

II.4.2.2. Valeurs extrêmes :

Connaissant l'expression de la dérivée v'_s de la tension de sortie, on cherche les deux valeurs de θ qui annulent celle-ci.

La première θ_1 , voisine de ψ , donne le minimum $v_s \min$ de v_s . La seconde θ_2 , plus proche de $\pi + \psi$, indique le maximum $v_s \max$.

On peut ainsi calculer l'ondulation k_o de la tension v_s .

II.4.3. Etude du courant i :

De celles de la tension v_s et de sa dérivée, on passe à l'expression du courant i

$$i = \frac{V_m}{R} \left(k \frac{dv_s}{d\theta} \frac{1}{V_m} + \frac{v_s}{V_m} \right)$$

En remplaçant et après groupement des termes, il vient

$$\frac{i}{\frac{V_m}{R}} = \frac{\sin \theta}{p} + \cos \theta \left(k \frac{1-m}{p^2} - \frac{m}{kp^2} \right) + e^{-\frac{(\theta-\psi)}{2k}} \left\{ A_1 \left[\cos \frac{L_o(\theta-\psi)}{2} - k L_o \sin L_o(\theta-\psi) \right] + A_2 \left[\frac{\sin L_o(\theta-\psi)}{2} + k L_o \cos L_o(\theta-\psi) \right] \right\} \quad (25')$$

II.4.3.1. Valeurs moyenne et extrêmes :

La valeur relative moyenne du courant i est toujours égale à celle de la tension v_s

$$i_{\text{moy}} = \frac{2}{\pi} \frac{V_m}{R} \cos \psi$$

Les valeurs extrêmes se calculent à partir des zéros de la dérivée

...

$$\frac{R}{V_m} \frac{di}{d\theta} = \frac{\cos \theta}{p^2} - \sin \theta \left(k \frac{1-m}{p^2} - \frac{m}{kp^2} \right) - e^{-\frac{(\theta-\psi)}{2k}} \left(\frac{1}{4k} + k L_o^2 \right) \left[(A_1 \cos L_o (\theta-\psi) + A_2 \sin L_o (\theta-\psi)) \right]$$

Le premier angle θ_3 voisin de ψ donne i_{\min} , le second θ_4 donne i_{\max} . Souvent la dérivée ne s'annule qu'une fois car l'onde du courant i présente un point anguleux pour θ égal à ψ , le minimum de courant correspond à i_ψ valeur de i lors des déblocages des redresseurs.

II.4.3.2. Vérification de la continuité de la conduction :

A valeurs données de ψ et de m , lorsque k augmente, i_{\min} diminue. La valeur de k annulant i_{\min} marque le passage en conduction discontinue.

Les résultats établis ne sont utilisables que pour i_{\min} supérieur à zéro.

II.4.3.3. Valeur efficace :

On calcule la valeur efficace I du courant dans l'inductance de lissage par

$$I^2 = \frac{V_m^2}{R^2} \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left(\frac{i}{V_m/R} \right)^2 dt$$

avec

$$\begin{aligned} \left(\frac{i}{V_m/R} \right)^2 &= \frac{\sin^2 \theta}{p^4} + \left(\frac{k - km}{p^2} - \frac{m}{kp^2} \right)^2 \cos^2 \theta + \left(\frac{A_1}{2} + k L_o A_2 \right)^2 e^{-\frac{(\theta-\psi)}{k}} \cos^2 L_o (\theta-\psi) \\ &+ \left(-A_1 k L_o + \frac{A_2}{2} \right)^2 e^{-\frac{(\theta-\psi)}{k}} \sin^2 L_o (\theta-\psi) + 2 \left(\frac{k - km}{p^4} - \frac{m}{kp^4} \right) \sin \theta \cos \theta \\ &+ \left(\frac{A_1}{p^2} + \frac{2 k L_o A_2}{p^2} \right) e^{-\frac{(\theta-\psi)}{2k}} \sin \theta \cos \theta + \left(-\frac{2 A_1 k L_o}{p^2} + \frac{A_2}{p^2} \right) e^{-\frac{(\theta-\psi)}{2k}} \sin \theta \sin L_o (\theta-\psi) \\ &+ \left(\frac{k - km}{p^2} - \frac{m}{kp^2} \right) (A_1 + 2 k L_o A_2) e^{-\frac{(\theta-\psi)}{2k}} \cos \theta \cos L_o (\theta-\psi) \\ &+ \left(\frac{k - km}{p^2} - \frac{m}{kp^2} \right) (A_2 - 2 k L_o A_1) e^{-\frac{(\theta-\psi)}{2k}} \cos \theta \sin L_o (\theta-\psi) \\ &+ (A_1 + 2 k L_o A_2) \left(\frac{A_2}{2} - k L_o A_1 \right) e^{-\frac{(\theta-\psi)}{k}} \cos L_o (\theta-\psi) \sin L_o (\theta-\psi) \end{aligned}$$

D'où la relation du même type que celle obtenue au paragraphe I.2.3.3. mais plus longue donnant I .

II.4.4. Résultats obtenus :

II.4.4.1. Limitation du domaine de conduction continue :

Le fonctionnement avec conduction continue n'est possible que pour ψ compris entre 0 et $\pi/2$.

Pour ψ égal à $\pi/6$ puis à $\pi/3$, afin de déterminer la courbe séparant le domaine de la conduction continue de celui de la conduction discontinue (Pl. VII et X), on a tracé (fig. 17) les caractéristiques $i_{\min} = f(k)$ pour divers m . Lorsque i_{\min} s'annule on quitte la conduction continue.

Comme pour les montages à diodes (Pl. IV) on passe d'autant plus vite en conduction discontinue que k est plus fort et m plus faible. Mais plus l'angle de retard ψ est grand, plus s'étend le domaine de la conduction discontinue.

II.4.4.2. Exemples de formes d'ondes :

La figure 18 reproduit les formes d'ondes calculées point par point de la tension v_s et du courant i , pour $m = 2$ et $k = 1$, d'abord avec $\psi = \pi/6$ puis avec $\pi/3$

Avec la première valeur de ψ , le minimum de i se situe un peu après l'amorçage. Au contraire pour ψ égal à $\pi/3$, le courant i croît dès l'entrée en conduction des redresseurs.

Plus ψ est grand, plus, à m et k donnés, les variations de v_s et de i autour de leur valeur moyenne deviennent importantes alors que cette valeur moyenne diminue. L'accroissement de ψ se traduira donc par celui de k_0 et de f_F .

II.4.4.3. Exemples de résultats :

Pour ψ égal à $\pi/6$ puis à $\pi/3$ et les valeurs 0,1 - 0,2 - 0,3 - 0,5 - 0,7 - 1 - 2 - 3 - 5 - 7 - 10 de m et de k correspondant à ce mode de fonctionnement, nous avons calculé

la position θ_1 et θ_2 du minimum et du maximum de v_s
ces valeurs extrêmes $v_{s \min}$ et $v_{s \max}$
la position θ_3 et θ_4 du minimum et du maximum de i
ces valeurs extrêmes i_{\min} et i_{\max}

Le tableau VI reproduit les résultats obtenus pour $\psi = \pi/6$ lorsque k est supérieur ou égal à 0,7. (On n'a pas reproduit les points $k = 0,3$, $m = 0,3$; $k = 0,5$, $m = 0,5$ et 0,7)

Les résultats sont groupés de la façon suivante :

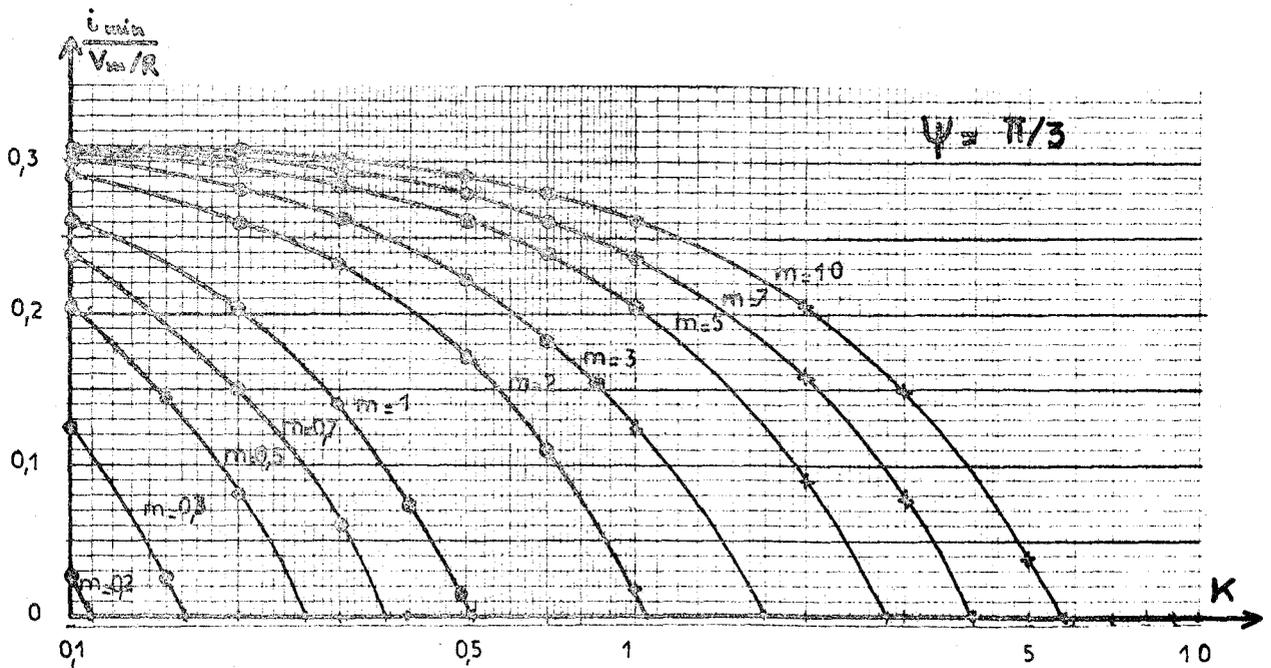
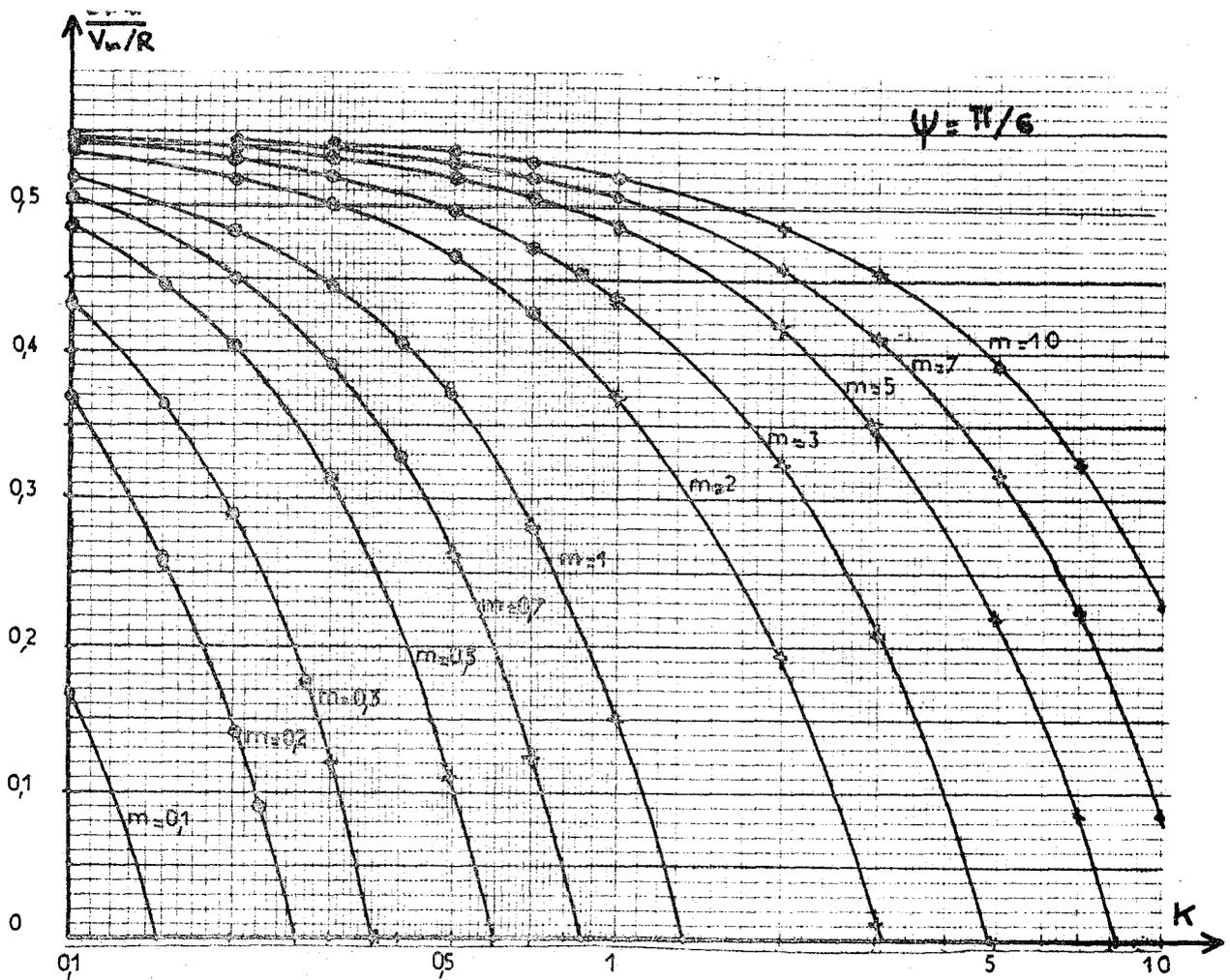


Fig. 17 - Variations du minimum de courant en fonction de K pour diverses valeurs de m
 o Régime libre apériodique
 + Régime libre pseudo-périodique



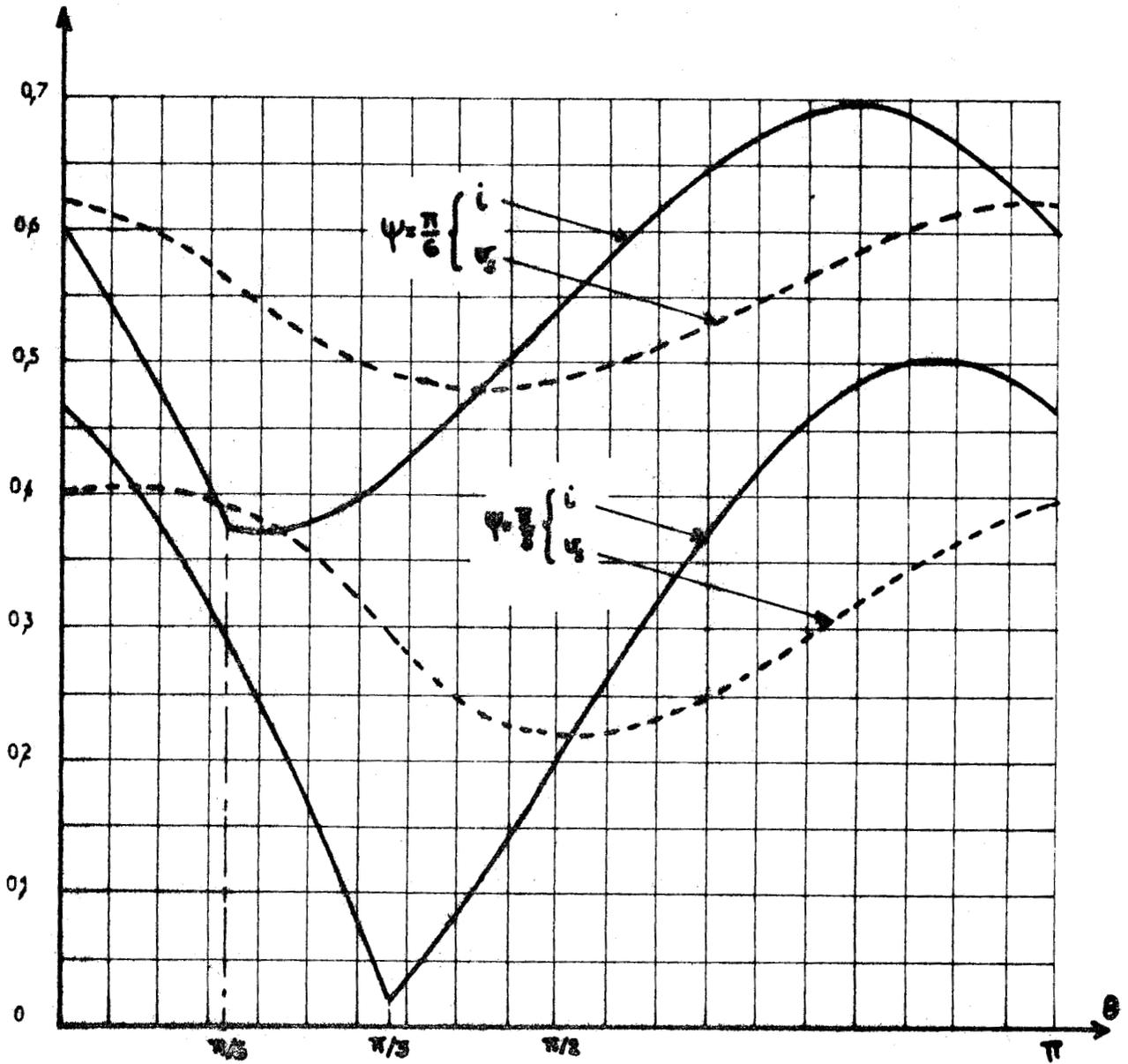


Fig. 18 - Formes d'ondes de la tension v_s et du courant i pour $K = 1, m = 2$ avec $\psi = \pi/6$ puis $\psi = \pi/3$

θ_1	θ_2
$v_s \min$	$v_s \max$
θ_3	θ_4
i_{\min}	i_{\max}
I	i_ψ



...

m/k	0,7	1	2	3	5	7	10
0,5	disc.						
0,7	1,169 2,886 0,339 0,754 0,542 2,396 0,124 0,878 0,608 0,124	disc.					
1	1,204 2,933 0,415 0,684 0,561 2,452 0,278 0,764 0,576 0,278	1,305 3,019 0,397 0,707 0,582 2,459 0,149 0,871 0,605 0,152	disc.				
2	aper.	1,337 3,062 0,483 0,622 0,587 2,513 0,373 0,695 0,563 0,394	1,478 3,176 0,477 0,631 0,607 2,525 0,193 0,846 0,597 0,196	1,530 3,217 0,476 0,640 0,614 2,531 0,014 0,997 0,650 0,020	disc.		
3	aper.	1,346 3,074 0,508 0,597 0,587 2,528 0,437 0,644 0,556 0,437	1,483 3,184 0,504 0,603 0,600 2,538 0,322 0,740 0,570 0,324	1,533 3,223 0,503 0,604 0,605 2,540 0,287 0,835 0,593 0,210	disc.		
5		aper.	1,487 3,190 0,524 0,581 0,594 2,545 0,418 0,661 0,558 0,419	1,536 3,228 0,524 0,582 0,597 2,547 0,351 0,716 0,566 0,352	1,576 3,259 0,523 0,582 0,599 2,549 0,217 0,825 0,591 0,220	1,594 3,272 0,523 0,582 0,600 2,550 0,084 0,936 0,626 0,088	disc.
7		aper.	1,488 3,193 0,532 0,572 0,591 2,549 0,457 0,628 0,555 0,458	1,537 3,229 0,532 0,573 0,593 2,550 0,410 0,667 0,559 0,411	1,577 3,260 0,532 0,573 0,595 2,552 0,316 0,744 0,571 0,318	1,594 3,273 0,532 0,573 0,596 2,552 0,222 0,822 0,590 0,224	1,607 3,282 0,532 0,573 0,596 2,553 0,081 0,938 0,627 0,084
10		aper.	1,489 3,194 0,538 0,566 0,589 2,552 0,486 0,605 0,553 0,486	1,538 3,231 0,538 0,566 0,591 2,553 0,453 0,631 0,555 0,454	1,577 3,261 0,538 0,567 0,592 2,554 0,388 0,685 0,561 0,389	1,594 3,274 0,538 0,567 0,592 2,554 0,323 0,738 0,570 0,324	1,607 3,283 0,538 0,567 0,592 2,554 0,225 0,819 0,589 0,227

TABLEAU VI. -
Conduction continue avec régime libre pseudo-périodique. Principales caractéristiques de divers points de fonctionnement.



Pour $\psi = \pi/3$ le nombre de points correspondant à ce mode de fonctionnement est plus réduit.

On a pu ainsi prolonger les caractéristiques $k_0 = f(k)$ et $f_p = f(k)$ que l'étude du premier régime avait permis d'amener jusqu'à $k = \frac{1}{2} \sqrt{m}$. Les points ainsi obtenus sont repérés par une croix.

La conduction continue avec régime libre pseudo-périodique correspond à une croissance de k_0 et de f_p au fur et à mesure que k augmente. Les valeurs de ces deux facteurs sont d'autant plus grandes et leur accroissement d'autant plus net que m est plus faible.

II.5. CONDUCTION DISCONTINUE AVEC REGIME LIBRE PSEUDO-PERIODIQUE

Le dernier mode de fonctionnement normal des montages à thyristors correspond à la marche avec conduction discontinue avec régime libre pseudo-périodique durant la phase de conduction.

On arrive à ce quatrième mode, quand k augmente, soit en venant de la conduction continue avec régime libre du même type, soit en venant de la conduction discontinue avec régime libre apériodique.

Les formes d'ondes de la tension v_s et du courant i ont la même allure que celles représentées sur la figure 15. L'intervalle de conduction débute pour $\theta = \psi$; le courant i redevient nul pour un angle θ_1 inférieur à $\pi + \psi$.

Les calculs ressemblent à ceux effectués au paragraphe I.3, à ceci près que le début de la phase conductrice est maintenant imposé par la commande des redresseurs.

II.5.1. Expressions de v_s et de i . Détermination de la fin de la conduction :

Le montage redresseur débute durant l'intervalle ψ, θ_1 . Le courant i , parti d'une valeur nulle pour $\theta = \psi$, redevient nul pour $\theta = \theta_1$. On détermine θ_1 en suivant l'évolution de v_s et de i durant les deux phases caractérisant chaque période.

II.5.1.1. Phase de conduction :

Lorsque le montage redresseur débute, on a toujours la relation

$$m \frac{d^2 v_s}{d\theta^2} + \frac{m}{k} \frac{dv_s}{d\theta} + v_s = V_m \sin\theta \quad (8)$$

avec ici $k > \frac{\sqrt{m}}{2}$

II.5.1.1.1. Expression de la tension v_s

La tension de sortie v_s est de la forme

$$v_s = v_{sf} + v_{sl}$$

...

Le terme forcé est donné, quel que soit le régime libre, par

$$v_{sf} = V_m \left(\frac{1-m}{p^2} \sin \theta - \frac{m}{kp^2} \cos \theta \right) \quad (10)$$

$$\text{avec } p^2 = (1-m)^2 + \frac{m^2}{k^2}$$

Le terme libre v_{sl} est de la forme

$$v_{sl} = V_m (A'_1 e^{r_1(\theta - \psi)} + A'_2 e^{r_2(\theta - \psi)})$$

$$\text{avec } \begin{matrix} r_1 \\ r_2 \end{matrix} = -\frac{1}{2k} \pm j \sqrt{\frac{1}{m} - \frac{1}{4k^2}}$$

Ou, en posant

$$L_o = \sqrt{\frac{1}{m} - \frac{1}{4k^2}}$$

$$\frac{v_{sl}}{V_m} = e^{-\frac{(\theta - \psi)}{2k}} \left[A_1 \cos L_o (\theta - \psi) + A_2 \sin L_o (\theta - \psi) \right] \quad (49)$$

On en déduit

$$\begin{aligned} \frac{v'_{sl}}{V_m} = e^{-\frac{(\theta - \psi)}{2k}} & \left[-\frac{A_1}{2k} \cos L_o (\theta - \psi) - \frac{A_2}{2k} \sin L_o (\theta - \psi) \right. \\ & \left. - A_1 L_o \sin L_o (\theta - \psi) + A_2 L_o \cos L_o (\theta - \psi) \right] \end{aligned}$$

Les valeurs initiales A_1 et A_2 sont liées aux valeurs initiales de v_{sl} et de sa dérivée v'_{sl} par

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{v_{sl\psi}}{V_m} \\ A_2 &= \frac{1}{L_o} \frac{v'_{sl\psi}}{V_m} + \frac{1}{2k L_o} \frac{v_{sl\psi}}{V_m} \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

II.5.1.1.2. Conditions initiales :

Au début de la phase de conduction, la tension v_s ne peut subir de discontinuité

$$v_{sl\psi} = v_{s\psi} - v_{sf\psi}$$

$$\frac{v_{sl\psi}}{V_m} = \frac{v_{s\psi}}{V_m} - \left(\frac{1-m}{p^2} \sin \psi - \frac{m}{kp^2} \cos \psi \right)$$

...

D'autre part, le courant i , précédemment nul part d'une valeur initiale nulle

$$\text{Puisque } i = C\omega \frac{dv_s}{d\theta} + \frac{v_s}{R},$$

$$C\omega \left(\frac{dv_s}{d\theta}\right)_\psi = -\frac{1}{R} (v_s)_\psi$$

$$\text{ou } v'_s \psi = -\frac{1}{k} v_s \psi$$

$$\text{Comme } v'_{sl\psi} = v'_s \psi - v'_{sf\psi}$$

$$\text{avec } v'_{sf\psi} = V_m \left(\frac{1-m}{p^2} \cos \psi + \frac{m}{kp^2} \sin \psi \right),$$

il vient

$$v'_{sl\psi} = -\frac{v_s \psi}{k} - V_m \left(\frac{1-m}{p^2} \cos \psi + \frac{m}{kp^2} \sin \psi \right)$$

Les deux conditions initiales permettent donc d'exprimer A_1 et A_2 en fonction de la seule tension $v_s \psi$

$$\left. \begin{aligned} A_1 V_m &= v_s \psi - \left(\frac{1-m}{p^2} \sin \psi - \frac{m}{kp^2} \cos \psi \right) \\ A_2 V_m &= -\frac{1}{L_0} \left(\frac{v_s \psi}{2k} + \frac{1-m}{p^2} \cos \psi + \frac{1+m}{2kp^2} \sin \psi - \frac{m}{2k^2 p^2} \cos \psi \right) \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

II.5.1.1.3. Expression du courant i :

Puisque le courant i est donné par

$$i = \frac{V}{R} \left(k \frac{v'_s}{V_m} + v_s \right)$$

il a pour expression

$$\begin{aligned} \frac{i}{V_m/R} &= \frac{\sin \theta}{p^2} + \cos \theta \left(k \frac{1-m}{p^2} - \frac{m}{kp^2} \right) \\ &+ e^{-\frac{(\theta - \psi)}{2k}} \left\{ A_1 \left[\frac{1}{2} \cos L_0(\theta - \psi) - k L_0 \sin L_0(\theta - \psi) \right] \right. \\ &\quad \left. + A_2 \left[\frac{1}{2} \sin L_0(\theta - \psi) + k L_0(\theta - \psi) \right] \right\} \end{aligned} \quad (52)$$

II.5.1.14. Relation entre θ_1 et $v_s \psi$

Dans l'expression du courant i , les constantes A_1 et A_2 ne sont fonctions que des paramètres m , k et de la valeur $v_s \psi$ de la tension v_s

Le courant i s'annule pour θ égal à θ_1 . On obtient donc l'angle θ_1 en fonction de $v_s \psi$ à l'aide de la relation

...

$$0 = \frac{\sin \theta_1}{p^2} + \cos \theta_1 \left(k \frac{1-m}{p^2} - \frac{m}{kp^2} \right) + e^{-\frac{(\theta_1 - \psi)}{2k}} \left\{ A_1 \left[\frac{1}{2} \cos L_o(\theta_1 - \psi) - k L_o \sin L_o(\theta_1 - \psi) \right] + A_2 \left[\frac{1}{2} \sin L_o(\theta_1 - \psi) + k L_o \cos L_o(\theta_1 - \psi) \right] \right\} \quad (53)$$

II.5.1.2. Phase de blocage :

Pendant l'intervalle de blocage, le courant i est nul ; le condensateur se décharge dans la résistance R

$$v_s = v_1 e^{-\frac{(\theta - \theta_1)}{k}}$$

en désignant par θ_1 la tension pour $\theta = \theta_1$

La périodicité de la tension v_s permet d'écrire

$$(v_s)_\psi = (v_s)_{\pi + \psi} = v_1 e^{-\frac{(\pi + \psi - \theta_1)}{k}}$$

et donne, par là, la seconde relation entre $v_{s\psi}$ et θ_1

$$\frac{v_{s\psi}}{v_m} \left\{ 1 - e^{-\frac{(\pi + \psi - \theta_1)}{k}} e^{-\frac{(\theta_1 - \psi)}{2k}} \left(\cos L_o(\theta_1 - \psi) - \frac{1}{2k L_o} \sin L_o(\theta_1 - \psi) \right) - e^{-\frac{(\pi + \psi - \theta_1)}{k}} \left[\frac{1-m}{p^2} \sin \theta_1 - \frac{m}{kp^2} \cos \theta_1 - e^{-\frac{(\theta_1 - \psi)}{2k}} \left[\left(\frac{1-m}{p^2} \sin \psi - \frac{m}{kp^2} \cos \psi \right) (\cos L_o(\theta_1 - \psi) + \frac{1}{2k L_o} \sin L_o(\theta_1 - \psi)) + \frac{1}{L_o} \sin L_o(\theta_1 - \psi) \right] \right] \right\} \quad (54)$$

Pour chaque couple, m, k , on part d'une valeur de θ_1 , on calcule par la relation (54) la tension $v_{s\psi}$, d'où grâce aux égalités (51) les constantes A_1 et A_2 , on reporte dans (53) pour calculer i à l'instant θ_1 . On recommence le calcul jusqu'à ce que l'angle θ_1 conduise à une valeur nulle du courant (i) θ_1 .

II.5.2. Etude de la tension v_s :

La tension v_s a deux expressions par période :

Pour $\psi < \theta < \theta_1$

...

$$\frac{v_s}{V_m} = \frac{1-m}{p^2} \sin \theta - \frac{m}{kp^2} \cos \theta + e^{-\frac{(\theta-\psi)}{2k}} \left[A_1 \cos L_o(\theta-\psi) + A_2 \sin L_o(\theta-\psi) \right]$$

Pour $\theta_1 < \theta < \pi + \psi$

$$\frac{v_s}{V_m} = \frac{V_1}{V_m} e^{-\frac{(\theta-\theta_1)}{2k}}$$

Connaissant A_1 , A_2 et θ_1 on peut calculer les diverses valeurs de v_s

II.5.2.1. Valeur moyenne :

La valeur moyenne V_s de la tension de sortie est donnée par

$$\frac{V_s}{V_m} = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_1} \frac{v_s}{V_m} d\theta + \frac{1}{\pi} \int_{\theta_1}^{\pi+\psi} \frac{v_s}{V_m} d\theta$$

ce qui conduit à la relation suivante

$$\begin{aligned} \frac{V_s}{V_m} = \frac{1}{\pi} & \left\{ \frac{\cos \psi - \cos \theta_1}{p^2} + \left[k \left(\frac{1-m}{p^2} \right) - \frac{m}{kp^2} \right] (\sin \theta_1 - \sin \psi) \right. \\ & - m e^{-\frac{(\theta_1-\psi)}{2k}} \left(\frac{A_1}{2} - k L_o A_2 \right) \left[\frac{1}{2k} \cos L_o(\theta_1-\psi) - L_o \sin L_o(\theta_1-\psi) \right] \\ & - m e^{-\frac{(\theta_1-\psi)}{2k}} \left(\frac{A_2}{2} - k L_o A_1 \right) \left[L_o \cos L_o(\theta_1-\psi) + \frac{1}{2k} \sin L_o(\theta_1-\psi) \right] \\ & \left. + \frac{m}{2k} \left(\frac{A_1}{2} + k L_o A_2 \right) + m L_o \left(\frac{A_2}{2} - k L_o A_1 \right) \right\} \end{aligned}$$

II.5.2.2. Valeurs extrêmes :

Ni la tension v_s , ni sa dérivée ne peuvent subir de discontinuité. De plus pendant la phase de blocage v_s décroît sans cesse. Le maximum et le minimum de la tension de sortie se situent donc pendant l'intervalle de conduction,

On cherche donc les deux valeurs de θ annulant la dérivée

$$\begin{aligned} \frac{1}{V_m} \frac{dv_s}{d\theta} = \frac{1-m}{p^2} \cos \theta + \frac{m}{kp^2} \sin \theta + e^{-\frac{(\theta-\psi)}{2k}} & \left[-\frac{A_1}{2k} \cos L_o(\theta-\psi) \right. \\ & \left. - \frac{A_2}{2k} \sin L_o(\theta-\psi) - A_1 L_o \sin L_o(\theta-\psi) + A_2 L_o \cos L_o(\theta-\psi) \right] \end{aligned}$$

...

Le premier angle trouvé θ_2 , le plus voisin de ψ , donne en reportant dans l'expression de la tension v_s , le minimum $v_{s \min}$ de celle-ci. La seconde valeur θ_3 correspond au maximum $v_{s \max}$ de la tension de sortie.

II.5.2.3. Vérification de l'amorçage :

La tension aux bornes des thyristors à l'instant où ils doivent entrer en conduction est égale à $V_m \sin \psi - v_s$. Il faut que la condition

$$v_{s\psi} < V_m \sin \psi$$

soit vérifiée pour que les redresseurs entrent en conduction et que le fonctionnement décrit soit possible.

II.5.3. Etude du courant i :

La valeur relative moyenne du courant i est la même que celle de la tension v_s .

$$\frac{i_{\text{moy}}}{V_m/R} = \frac{V_s}{V_m}$$

II.5.3.1. Valeur maximale :

On calcule le maximum du courant i en cherchant la valeur θ_4 de l'angle θ qui annule la dérivée $di/d\theta$.

$$\frac{1}{V_m/R} \frac{di}{d\theta} = \frac{\cos \theta}{p} - \sin \theta \left(k \frac{1-m}{p^2} - \frac{m}{kp^2} \right) + e^{-\frac{(\theta-\psi)}{2k}} \left\{ -A_1 \left(\frac{1}{4k} + kL_o^2 \right) \right. \\ \left. \cos L_o (\theta - \psi) - A_2 \left(\frac{1}{4k} + kL_o^2 \right) \sin L_o (\theta - \psi) \right\}$$

La valeur de θ_4 ainsi trouvée donne i_{\max}

II.5.3.2. Valeur efficace :

$$\text{De } I^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_1} i^2 d\theta \quad \text{on déduit}$$

$$\pi \left(\frac{I}{V_m/R} \right)^2 = \frac{\theta_0 - \psi}{2p^4} - \frac{\sin 2\theta_1 - \sin 2\psi}{4} + B^2 \left(\frac{\theta_0 - \psi}{2} + \frac{\sin 2\theta_1 - \sin 2\psi}{4} \right) \\ - \frac{B}{2p^2} (\cos 2\theta_0 - \cos 2\psi) + C^2 \frac{\alpha_1 + \alpha}{2} + D^2 \frac{\alpha_1 - \alpha}{2} + C \frac{(E+F)}{p^2}$$

...

$$+ \frac{D}{2p^2} (G - H) + BC (G + H) + BD (E - F)$$

$$- \frac{m}{2} e^{-\frac{(\theta_1 - \psi)}{k}} \left[2 L_0 \cos L_0 (\theta_1 - \psi) - \frac{1}{k} \sin 2 L_0 (\theta_1 - \psi) \right] + m L_0$$

avec

$$B = k \frac{(1 - m)}{p^2} - \frac{m}{kp^2}; \quad C = \frac{A_1}{2} + k L_0 A_2; \quad D = \frac{A_2}{2} - k L_0 A_1$$

$$E = \frac{-1}{\frac{1}{4k^2} + (1 + L_0)^2} \left\{ e^{-\frac{(\theta_1 - \psi)}{2k}} \left\{ (1 + L_0) \cos [(1 + L_0)\theta_1 - L_0\psi] + \frac{1}{2k} \sin [(1 + L_0)\theta_1 - L_0\psi] \right\} - (1 + L_0) \cos \psi - \frac{1}{2k} \sin \psi \right\}$$

$$F = \frac{-1}{\frac{1}{4k^2} + (1 - L_0)^2} \left\{ e^{-\frac{(\theta_1 - \psi)}{2k}} \left\{ (1 - L_0) \cos [(1 - L_0)\theta_1 + L_0\psi] + \frac{1}{2k} \sin [(1 - L_0)\theta_1 + L_0\psi] \right\} - (1 - L_0) \cos \psi - \frac{1}{2k} \sin \psi \right\}$$

$$G = \frac{-1}{\frac{1}{4k^2} + (1 - L_0)^2} \left\{ e^{-\frac{(\theta_1 - \psi)}{2k}} \left\{ \frac{1}{2k} \cos [(1 - L_0)\theta_1 + L_0\psi] - (1 - L_0) \sin [(1 - L_0)\theta_1 + L_0\psi] \right\} - \frac{\cos \psi}{2k} + (1 - L_0) \sin \psi \right\}$$

$$H = \frac{-1}{\frac{1}{4k^2} + (1 + L_0)^2} \left\{ e^{-\frac{(\theta_1 - \psi)}{2k}} \left\{ \frac{1}{2k} \cos [(1 + L_0)\theta_1 - L_0\psi] - (1 - L_0) \sin [(1 + L_0)\theta_1 - L_0\psi] \right\} - \frac{\cos \psi}{2k} + (1 + L_0) \sin \psi \right\}$$

$$\alpha_1 = -k \left[e^{-\frac{(\theta_1 - \psi)}{k}} - 1 \right]$$

$$\alpha = \frac{m}{4} e^{-\frac{(\theta_1 - \psi)}{k}} \left[-\frac{1}{k} \cos 2 L_0 (\theta_1 - \psi) + 2 L_0 \sin 2 L_0 (\theta_1 - \psi) \right] + \frac{m}{4k}$$

...

II.5.4. Résultats obtenus :

Les trois régimes de fonctionnement précédemment étudiés ont permis de suivre le fonctionnement du montage à partir des faibles valeurs du paramètre k . On pénètre dans le domaine des valeurs de k et m correspondant à la conduction discontinue avec régime libre pseudo-périodique.

...

- soit lorsque on était déjà en conduction discontinue pour $k < \frac{\sqrt{m}}{2}$ et que k devient supérieur à $\sqrt{m}/2$.

- soit lorsqu'on était en conduction continue avec $k > \sqrt{m}/2$ et que le passage à travers la courbe séparant les deux types de conduction fait passer en conduction discontinue.

Le quatrième mode de fonctionnement étant le dernier à assurer une marche avec une période normale π/ω , il importe d'abord de voir s'il couvre tout le domaine des valeurs de m et k ne correspondant pas aux trois précédents ou s'il apparaît une zone où le fonctionnement à périodicité normale est impossible.

II.5.4.1. Limitation du domaine à périodicité normale :

Pour $\frac{\pi}{2} < \psi < \pi$, l'entrée en conduction des redresseurs est toujours assurée. On vérifie en effet que $v_{s\psi}$ est toujours inférieur à $V_m \sin \psi$. Ce résultat est d'ailleurs prévisible puisque $V_m \sin \psi$ est la valeur instantanée maximale de la tension appliquée par le montage redresseur à l'entrée du filtre.

Il en est autrement pour $\psi < \frac{\pi}{2}$. Afin de situer la limite entre le quatrième mode et la zone à périodicité anormale, pour $\psi = \frac{\pi}{3}$ puis pour $\psi = \frac{\pi}{6}$, nous avons tracé (fig. 19) les courbes $v_{s\psi} = f(k)$ pour divers m . Quand $v_{s\psi}$ devient supérieur à $V_m \sin \psi$ on quitte le dernier mode de fonctionnement normal.

Pour ψ égal à $\pi/3$, $v_{s\psi}$ n'atteint $\frac{\sqrt{3}}{2} V_m$ que pour les valeurs fortes de k et cela d'autant plus que m est plus grand. Sur la planche X la courbe limitant le domaine à fonctionnement normal part de $k = 9$ pour $m = 0,1$ et est incurvée vers la droite.

Pour ψ égal à $\pi/6$, $v_{s\psi}$ atteint $\frac{1}{2} V_m$ beaucoup plus rapidement. Le passage dans la zone à fonctionnement anormal se produit maintenant pour des valeurs de k d'autant plus faible que m est plus grand. Sur la planche VII on voit la courbe limite partant de $k = 1,8$ pour $m = 0,1$ et inclinée vers la gauche. La surface du domaine à fonctionnement anormal est beaucoup plus grande, et en particulier pour m supérieur à 0,58 le fonctionnement suivant le quatrième mode normal n'est pas possible.

Les résultats ainsi établis recourent exactement ceux trouvés au paragraphe I.3.4.1. En effet un montage à diodes équivaut à un montage à thyristors dont les gâchettes des redresseurs seraient alimentées en permanence. La figure 9 montre à quel instant, en conduction discontinue, les diodes deviennent passantes. Avec des thyristors on ne pourra fonctionner pour des valeurs de ψ inférieures à θ_0 , puisque les diodes ne devenaient passantes que pour θ_0 .

Ceci montre, puisque θ_0 est toujours supérieur à zéro, que pour ψ nul, dès que l'augmentation de k fait quitter le domaine de la conduction continue, on passe dans la zone à fonctionnement anormal. Pour $\psi = 0$, pour tout le domaine à conduction continue le montage à thyristors fonctionne comme le montage à diodes ; mais dès que les diodes donnent une conduction discontinue (voir Pl. IV) avec les thyristors on ne fonctionne plus avec une période anormale.

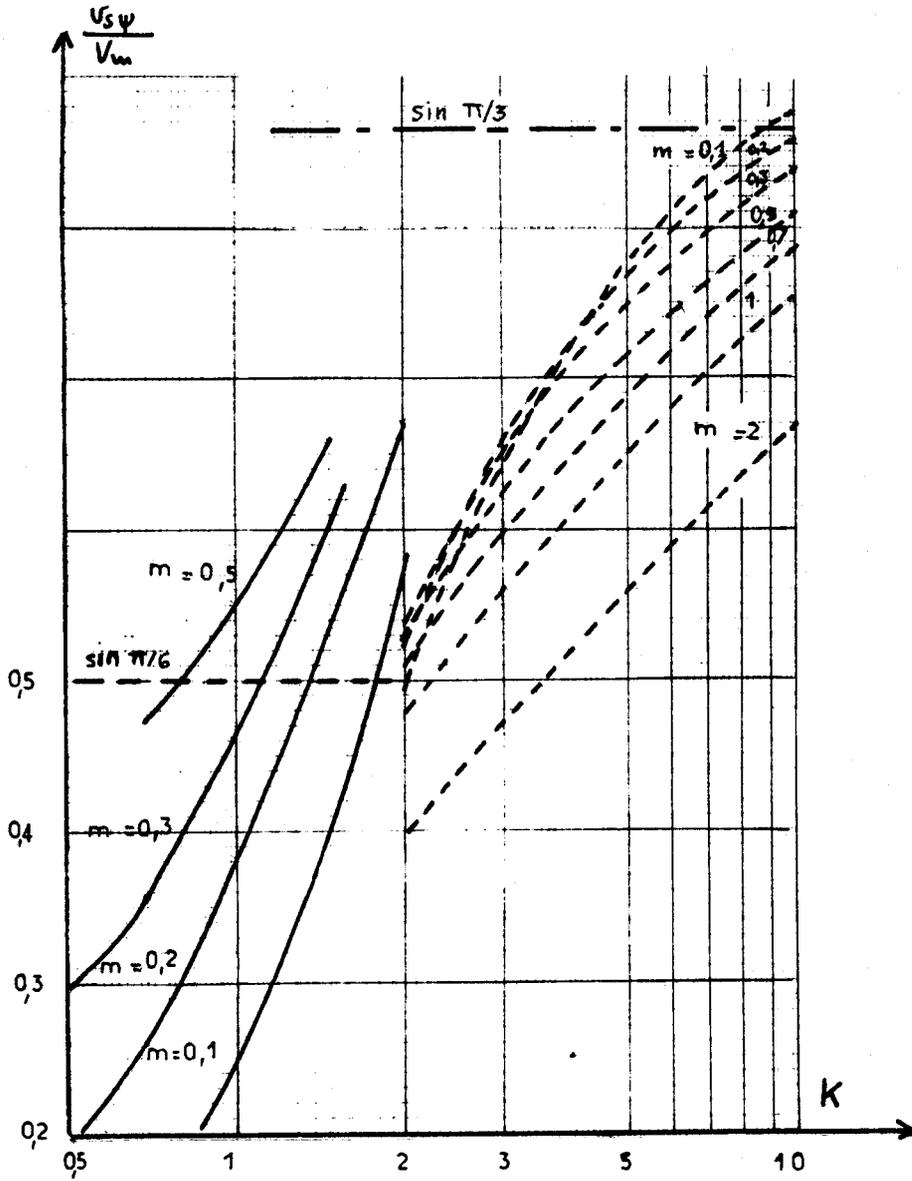


Fig. 19- Variation de la tension $v_{s\psi}$ en fonction de K pour diverses valeurs de m $s\psi$

— $\psi = \pi/6$
 - - - $\psi = \pi/3$



II.5.4.2. Variation de l'angle de conduction :

La figure 20 montre la diminution de l'angle de conduction $\theta_1 - \psi$ en fonction de k pour divers m , d'abord pour ψ égal à $\pi/6$ et à $\pi/3$, puis pour ψ égal à $\pi/2$, $2\pi/3$ et $5\pi/6$.

Pour ψ inférieur à $\pi/2$, l'angle de conduction part de π puis diminue d'autant plus vite quand k croît que ψ est plus grand et m plus faible.

Pour ψ supérieur à $\pi/2$, la conduction est toujours discontinue donc $\theta_1 - \psi$ inférieur à π .

L'angle de conduction part de $2(\pi - \psi)$ quand k part de zéro. En effet une valeur nulle de $R C \omega$ quand $L C \omega^2$ diffère de zéro correspond à une valeur nulle de la résistance de charge donc à un débit du montage redresseur sur une inductance pure.

Quand k augmente, $\theta_1 - \psi$ tend vers zéro d'autant plus rapidement que m est plus faible.

II.5.4.3. Exemples de formes d'ondes :

Pour diverses valeurs de m , k et ψ on a calculé point par point la forme d'onde de la tension de sortie v_s et celle du courant i débité par le montage redresseur.

A m et ψ donnés, plus k augmente et plus l'ondulation de v_s diminue. Comme v_s et i ont même valeur relative moyenne et que $\theta_1 - \psi$ diminue, l'accroissement de k correspond à des pointes du courant i de plus en plus élevées.

A k et ψ donnés, l'augmentation de m réduit l'ondulation de v_s et le maximum de i .

Enfin quand l'angle ψ augmente les valeurs maximale et moyenne tant de v_s que de i diminuent. C'est ce que montrent les tracés reproduits sur la figure 21.

II.5.4.4. Exemples de résultats :

Pour ψ égal à $\pi/6$, $\pi/3$, $\pi/2$, $2\pi/3$ et $5\pi/6$ et les valeurs de m et k situant le fonctionnement dans la zone de conduction discontinue avec régime libre pseudo-périodique, nous avons calculé les principales caractéristiques de la tension v_s et du courant i .

Les résultats sont présentés de la façon suivante :

θ_2	θ_1	θ_3
$v_s \text{ min}$		$v_s \text{ max}$
θ_4		i_{max}
v_s		$v_s \text{ (ou } i_{\text{moy}})$
	I	

...

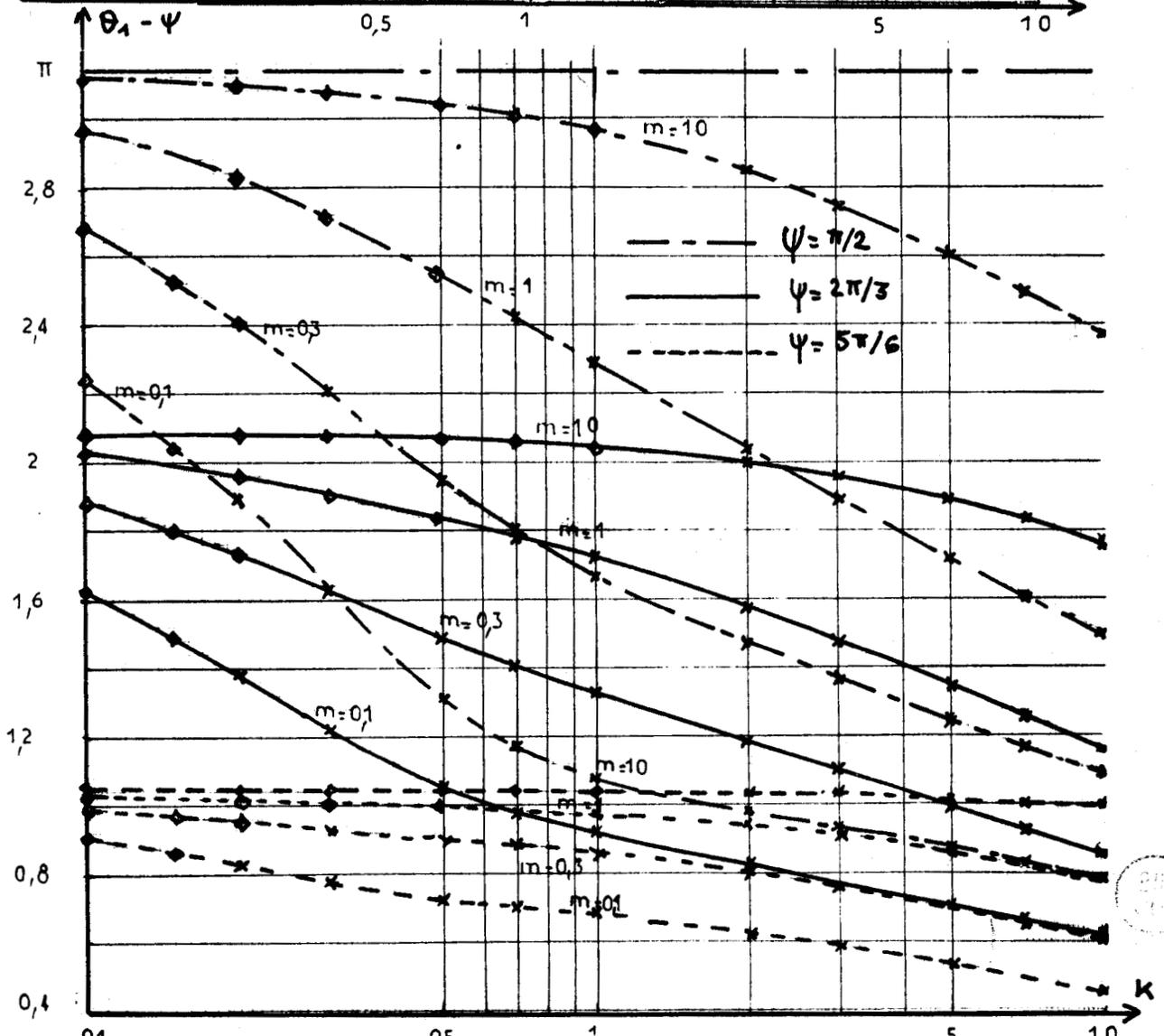
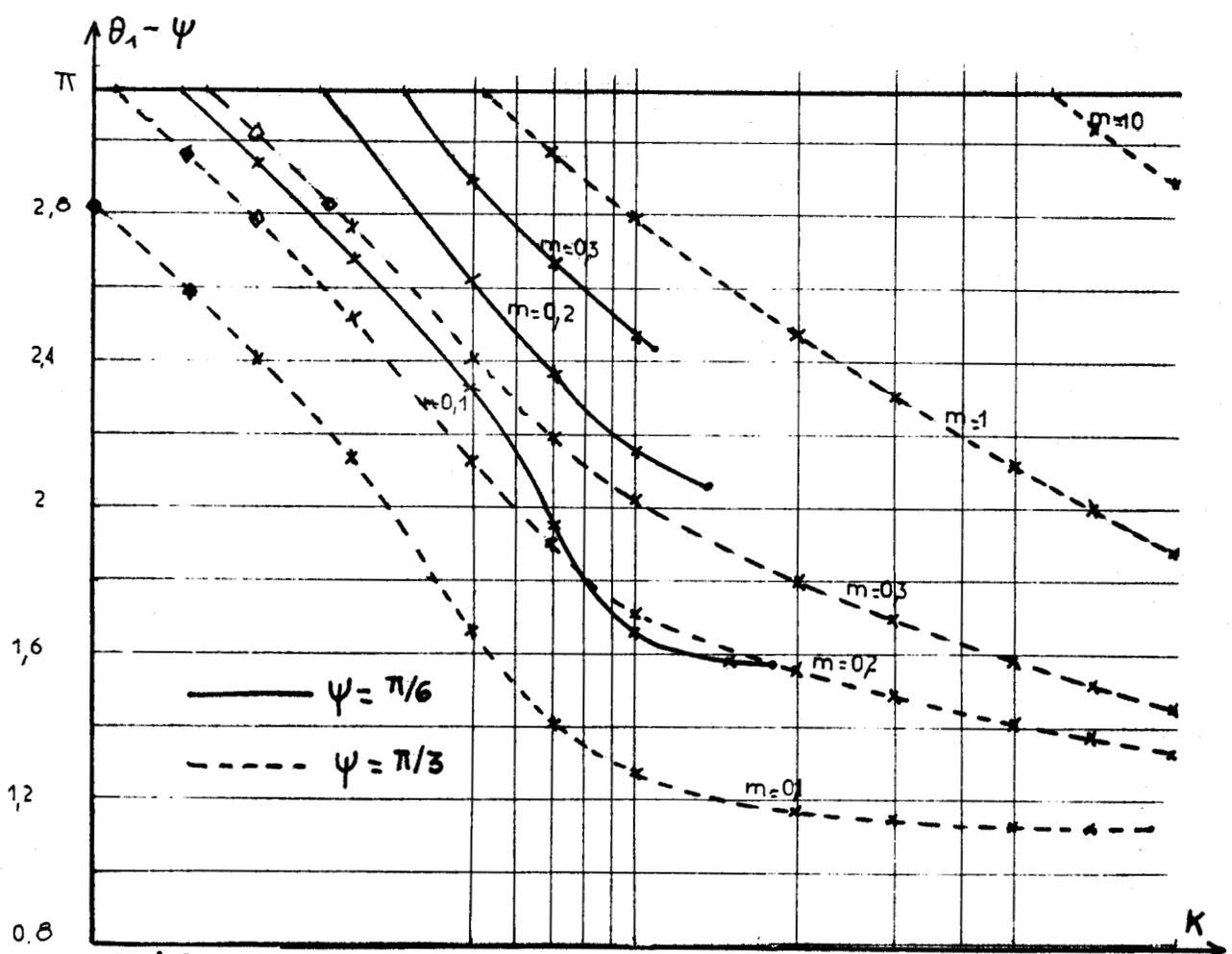


Fig .20- Variation de l'angle de conduction $\theta_1 - \psi$ en fonction de K pour

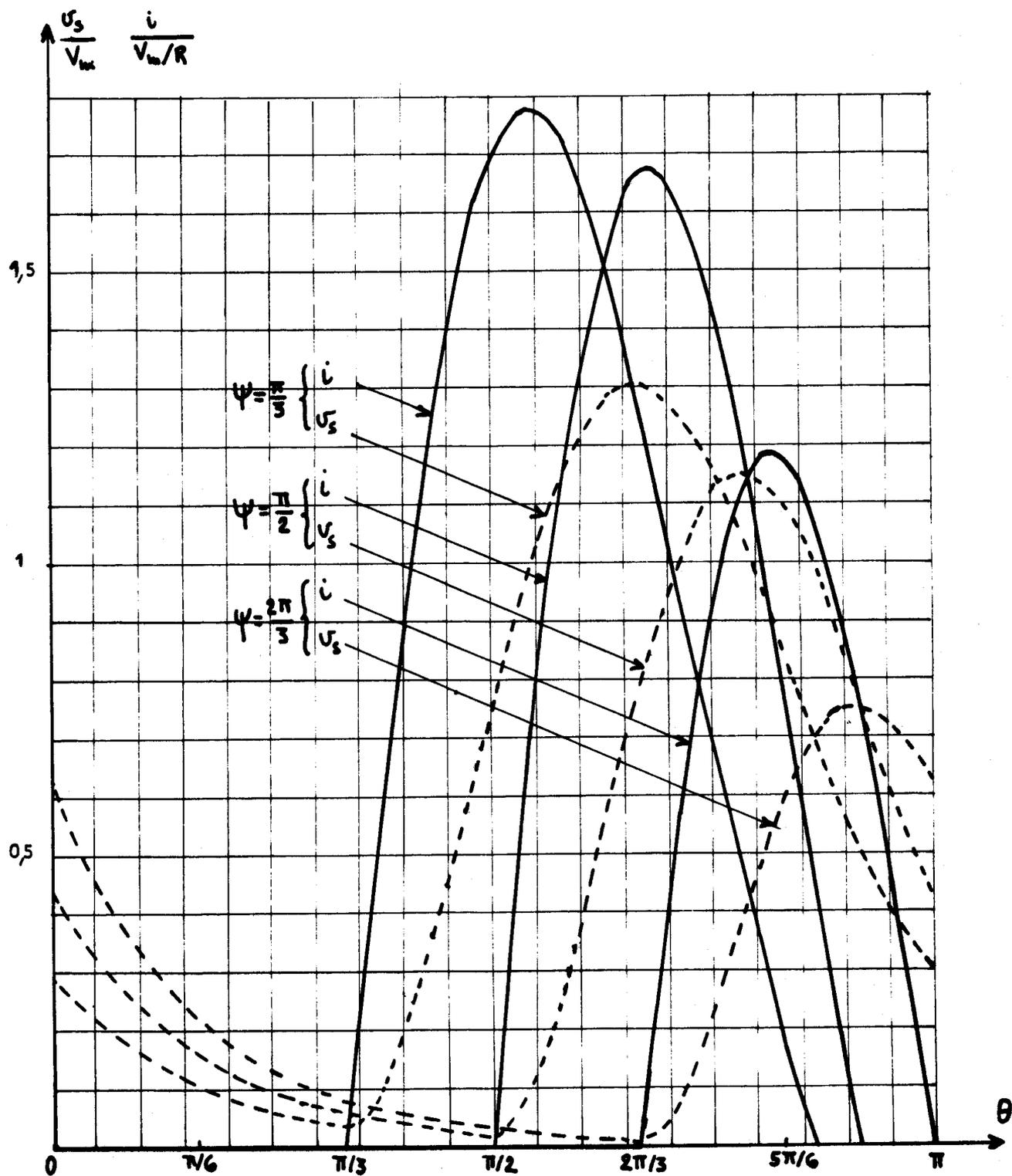


Fig. 21 - Formes d'ondes de la tension v_s et du courant i pour $m = 0,1$; $K = 0,5$ et trois valeurs de l'angle ψ

Les tensions et courants sont toujours exprimés en valeur relative par rapport à V_m et V_m/R . Les angles sont en radians.

- θ est l'angle de fin de conduction
- θ_2 et θ_3 sont les angles donnant le minimum $v_{s \text{ min}}$ et le maximum $v_{s \text{ max}}$ de la tension de sortie
- θ_4 est l'angle donnant le maximum i_{max} du courant v_s
- $v_{s\psi}$ est la valeur de v_s lors du débloccage des thyristors
- V_s indique la valeur moyenne de v_s ; la valeur relative moyenne du courant lui est égale
- I désigne la valeur efficace du courant.

Le tableau VII donne, par exemple, une partie des résultats obtenus pour ψ égal à $\pi/2$. Il manque les résultats calculés pour les faibles valeurs de m et k .

Les tableaux identiques établis pour $\psi = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}$ et $\frac{5\pi}{6}$ ont permis de terminer le tracé des caractéristiques des planches VIII, XI, XIII, XV et XVII relatives à la tension de sortie et des planches IX, XII, XIV, XVI et XVIII donnant le facteur de forme du courant i .

La valeur moyenne V_s de la tension de sortie, lors de ce quatrième mode de fonctionnement, augmente avec k tendant vers la valeur de crête de la tension que peut fournir le montage redresseur.

soit V_m , si ψ est inférieur ou égal à $\pi/2$

soit $V_m \sin \psi$, si ψ est compris entre $\pi/2$ et π .

V_s est d'autant plus fort, à k et ψ donnés que m est plus faible, à k et m donnés, que ψ est plus voisin de zéro.

Surtout pour les valeurs de ψ supérieures à $\pi/2$, on remarque l'importance que prennent k et m sur la valeur de la tension de sortie, ils permettent en effet de faire passer celle-ci d'une valeur négligeable à une valeur voisine de V_m .

Le facteur d'ondulation k_o de la tension de sortie, du moins pour les faibles valeurs de m et de ψ , augmente d'abord avec k , passe par un maximum, puis diminue.

Plus l'angle ψ croît, plus la valeur de k donnant l'ondulation maximale diminue. De plus l'influence de m , dont l'accroissement réduit toujours k_o , est de plus en plus réduite. Pour les angles ψ voisins de π , l'ondulation k_o diminue avec k dans toute la gamme des valeurs de ce paramètre étudiée et les courbes $k_o = f(k)$ tracées pour $m = 0,1$ ou $m = 10$ sont peu éloignées.

A valeurs données de k et m , l'ondulation de v_s est évidemment d'autant plus forte que ψ est plus voisin de π .

Le facteur de forme f_F du courant i débité par le montage redresseur augmente avec k . Il est d'autant plus fort à k donné, que m

m \ k	0,7	1	2	3	5	7	10
0,5	3,555 1,644 3,086 0,093 0,632 2,605 0,835 0,098 0,354 0,483	3,519 1,672 3,092 0,167 0,706 1,561 1,071 0,176 0,425 0,598	3,290 1,706 3,044 0,349 0,780 2,481 1,575 0,351 0,553 0,828	3,167 1,710 2,983 0,452 0,797 2,429 1,887 0,462 0,616 0,957	3,018 1,702 2,887 0,564 0,813 2,361 2,303 0,572 0,683 1,114	2,924 1,692 2,818 0,627 0,823 2,315 2,598 0,633 0,721 1,216	2,828 1,681 2,742 0,685 0,835 2,267 2,932 0,689 0,754 1,324
	3,827 1,672 3,196 0,092 0,543 2,704 0,658 0,099 0,303 0,396	3,691 1,704 3,207 0,159 0,585 1,658 0,857 0,170 0,367 0,496	3,448 1,739 3,161 0,322 0,676 2,568 1,282 0,336 0,492 0,705	3,314 1,741 3,098 0,418 0,709 2,511 1,563 0,430 0,557 0,829	3,151 1,729 2,996 0,527 0,743 2,438 1,947 0,536 0,631 0,985	3,048 1,717 2,922 0,591 0,764 2,385 2,223 0,597 0,674 1,088	2,943 1,702 2,841 0,650 0,785 2,332 2,536 0,654 0,715 1,197
	3,991 1,706 3,298 0,086 0,402 2,796 0,503 0,095 0,248 0,314	3,860 1,741 3,347 0,144 0,469 1,751 0,657 0,157 0,307 0,399	3,612 1,778 3,278 0,289 0,570 2,657 1,821 0,304 0,426 0,585	3,478 1,777 3,245 0,378 0,616 2,595 1,268 0,391 0,493 0,702	3,295 1,762 3,141 0,487 0,667 2,514 1,517 0,493 0,572 0,855	3,183 1,747 3,033 0,548 0,697 2,459 1,871 0,554 0,620 0,957	3,069 1,729 2,947 0,609 0,728 2,402 2,162 0,614 0,666 1,067
		4,144 1,818 3,487 0,108 0,288 1,897 0,383 0,123 0,201 0,246	3,910 1,858 3,477 0,219 0,388 2,809 0,633 0,235 0,303 0,389	3,764 1,855 3,424 0,283 0,445 2,747 0,819 0,308 0,368 0,487	3,577 1,833 3,325 0,391 0,545 2,662 1,096 0,401 0,481 0,625	3,455 1,813 3,246 0,453 0,560 2,603 1,304 0,461 0,505 0,721	3,328 1,789 3,157 0,517 0,605 2,541 1,548 0,523 0,560 0,827
		4,279 1,860 3,562 0,086 0,240 1,962 0,274 0,102 0,151 0,180	4,066 1,905 3,572 0,178 0,299 2,883 0,469 0,193 0,239 0,297	3,926 1,903 3,530 0,243 0,356 2,826 0,620 0,257 0,309 0,362	3,741 1,879 3,440 0,338 0,429 2,743 0,854 0,344 0,388 0,506	3,616 1,857 3,366 0,394 0,478 2,685 1,035 0,402 0,435 0,596	3,485 1,830 3,278 0,457 0,529 2,621 1,250 0,463 0,492 0,697
5		4,238 1,960 3,670 0,131 0,208 2,960 0,312 0,144 0,170 0,205	4,143 1,961 3,644 0,184 0,258 2,911 0,425 0,197 0,221 0,272	3,938 1,939 3,571 0,262 0,329 2,837 0,608 0,272 0,295 0,376	3,816 1,946 3,506 0,318 0,379 2,782 0,754 0,326 0,348 0,455	3,680 1,886 3,424 0,380 0,433 2,721 0,933 0,386 0,405 0,547	
		4,334 1,993 3,720 0,104 0,162 3,000 0,236 0,146 0,133 0,157	4,222 1,998 3,706 0,149 0,204 2,958 0,327 0,160 0,177 0,243	4,060 1,978 3,648 0,248 0,269 2,892 0,478 0,227 0,244 0,303	3,943 1,955 3,589 0,270 0,347 2,841 0,602 0,277 0,293 0,373	3,814 1,925 3,513 0,328 0,371 2,782 0,757 0,334 0,349 0,457	
10		4,424 2,023 3,762 0,080 0,120 3,036 0,193 0,089 0,100 0,117	4,324 2,032 3,760 0,117 0,157 3,000 0,244 0,126 0,137 0,162	4,179 2,018 3,747 0,176 0,214 2,943 0,365 0,184 0,195 0,237	4,070 1,996 3,668 0,222 0,258 2,897 0,468 0,229 0,240 0,297	3,946 1,967 3,602 0,276 0,309 2,844 0,538 0,281 0,292 0,371	

TABLEAU VII.-

Exemples de valeurs caractérisant le fonctionnement en conduction discontinue avec régime libre pseudo-périodique

$$(\psi = \pi/2)$$



est plus réduit et que l'angle ψ est plus grand.

Les valeurs élevées de f_p obtenues à ψ élevé ne se traduisent pas toutefois par une augmentation de la valeur efficace I. Celle-ci, rapportée à $\frac{V_m}{R}$ est égale au produit $\frac{V_s}{V_m} f_p$; elle diminue, à k et m donnés, quand ψ croît car la réduction de $\frac{V_s}{V_m}$ n'est pas compensée par l'accroissement de f_p .

II.6. VERIFICATIONS EXPERIMENTALES

Pour vérifier les résultats de l'étude de l'ensemble montage redresseur monophasé à thyristors - filtre L C - charge résistive, nous avons utilisé le même schéma que celui représenté sur la figure 11, en remplaçant les diodes par des thyristors. L'alimentation par le réseau à 50 Hz permet de mettre en évidence les phénomènes à vérifier.

II.6.1. Périodicité normale ou anormale :

L'étude précédente a montré que pour les valeurs de ψ voisines de zéro dès que la conduction devient discontinue on pénètre dans le domaine où le fonctionnement à périodicité normale est impossible.

La figure 22 montre les formes d'ondes de la tension v_s relevées pour les mêmes valeurs de m et de k, en commandant les thyristors par des impulsions brèves décalées de $\psi = \pi/2$, $\psi = \pi/3$ et $\psi = \pi/6$. Le tracé du bas correspond à la tension v à l'entrée du montage.

On voit que pour $\psi = \pi/2$ et $\psi = \pi/3$, la période de la tension v_s est normale, alors que pour $\pi/6$ une impulsion de déblocage sur deux est inopérante.

II.6.2. Formes d'ondes :

On peut vérifier que les formes d'ondes de la tension v_s et du courant i correspond bien à celles ayant servi à l'étude du fonctionnement pour les quatre modes de fonctionnement possibles avec périodicité normale.

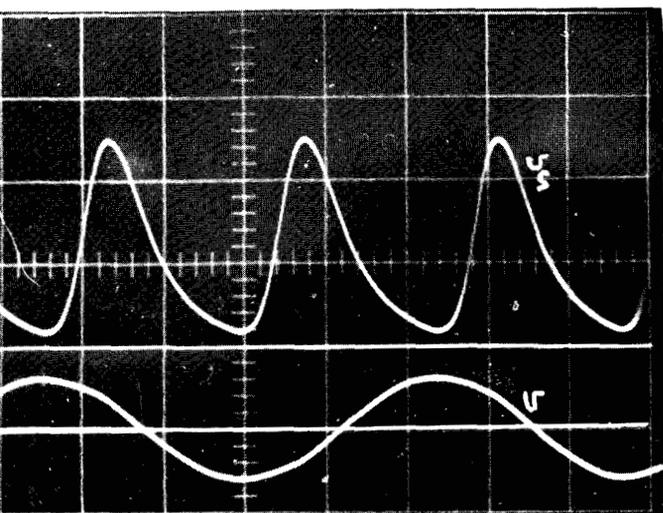
La figure 23 reproduit les relevés effectués pour ψ égal à $\pi/3$. D'abord en conduction continue avec régime libre a périodique (a) puis pseudopériodique (b), ensuite en conduction discontinue avec régime libre a périodique (c) puis pseudo-périodique (d).

II.6.3. Caractéristiques :

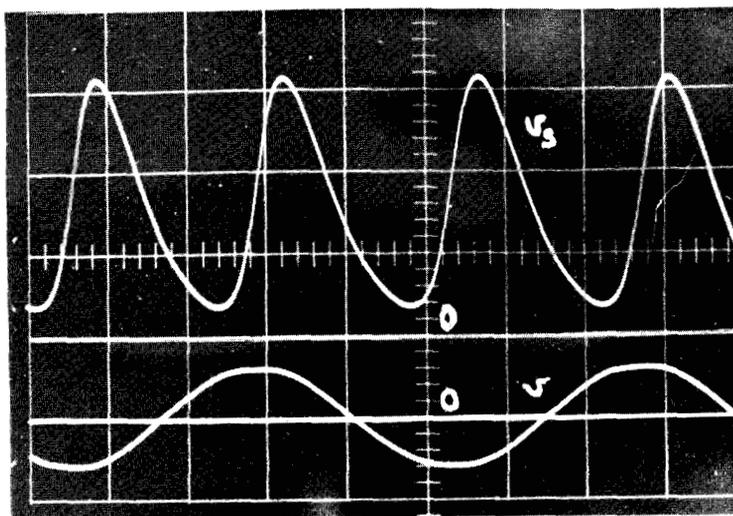
Il est difficile de vérifier les valeurs numériques calculées pour la tension v_s et le courant i à cause des imperfections des éléments du montage réel, notamment de la résistance de la bobine de filtrage.

Il nous a semblé intéressant d'illustrer par un relevé expérimental le principal résultat de cette étude : la tension redressée moyenne dépend non seulement de ψ mais aussi de k et de m. Pour cela nous avons relevé les caractéristiques de réglage $\frac{V_s}{V_m} = f(\psi)$ pour deux

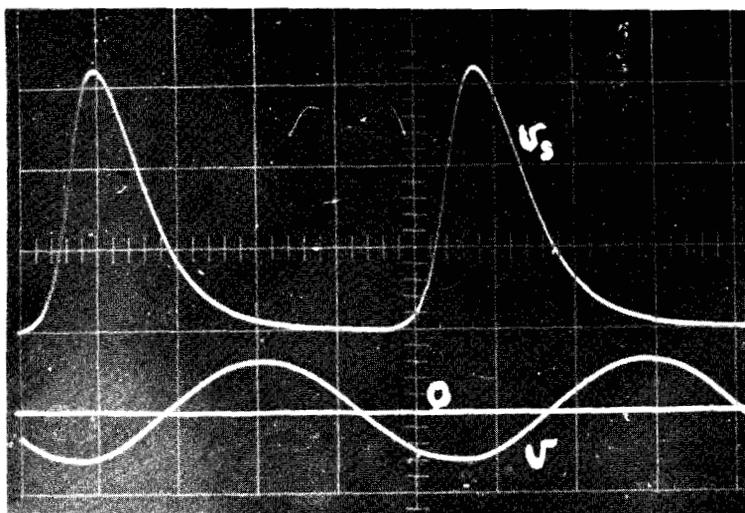
$$\frac{V_s}{V_m} = f(\psi)$$



$$\psi = \pi/2$$



$$\psi = \pi/3$$



$$\psi = \pi/6$$

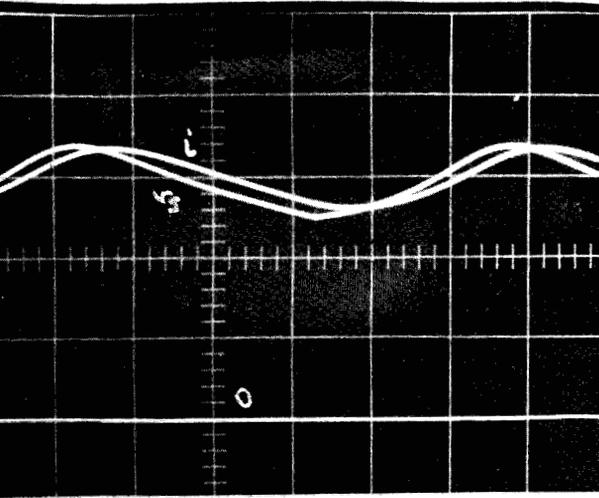
Fig. 22- Exemples de relevés oscillographiques de la tension de sortie v_s , montrant le fonctionnement anormal aux faibles valeurs de ψ

$$(m \approx 0,5 \quad K \approx 1)$$

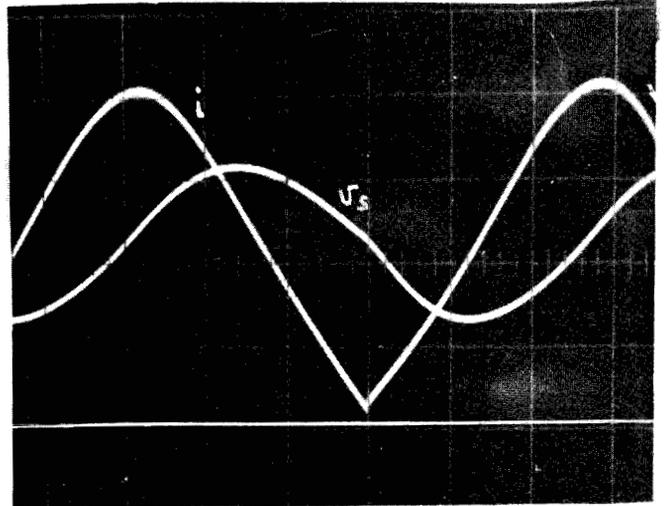
valeurs de $L C \omega^2$ et deux valeurs de $RC \omega$ (fig. 24). Le tracé est arrêté lorsque la période de fonctionnement cesse d'être normale.

On voit que la tension de sortie V_s dépend beaucoup des paramètres m et k caractérisant le filtre et la charge.

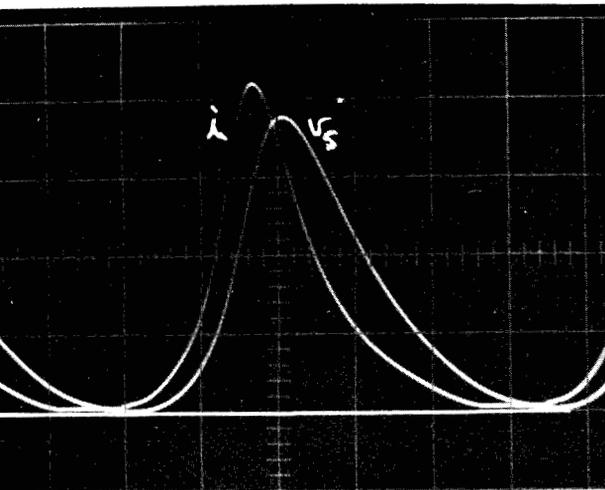




a)



b)



c)

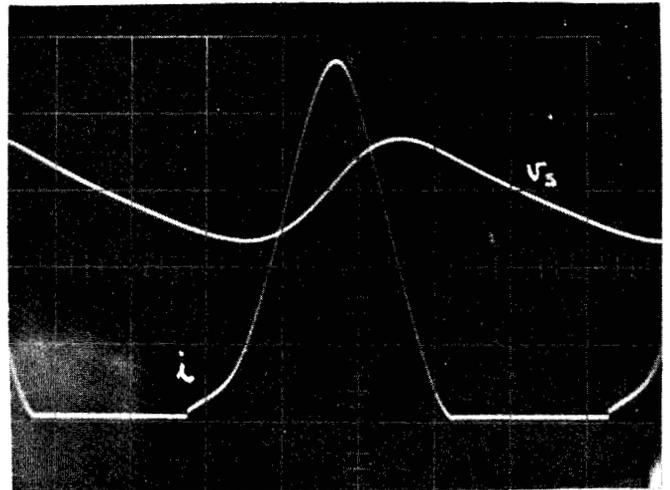


Fig. 23- Formes d'ondes de la tension v_s et du courant i pour différents paramètres

a) $m = 2 ; K = 0,2$

b) $m = 2 ; K = 1$

c) $m = 0,2 ; K = 0,2$

d) $m = 0,2 ; K = 1$

II.6.4. Choix des éléments :

D'ordinaire un montage redresseur à thyristors est destiné à faire varier la tension moyenne de sortie V_s entre zéro et son maximum par réduction de l'angle ψ .

II.6.4.1. Réglage de la tension de sortie :



Il est particulièrement gênant, quand on veut accroître V_s par réduction de ψ , de voir V_s diminuer brusquement quand approchant de ψ nul on passe dans la zone à fonctionnement anormal.

Il y a trois façons de remédier à cet inconvénient :

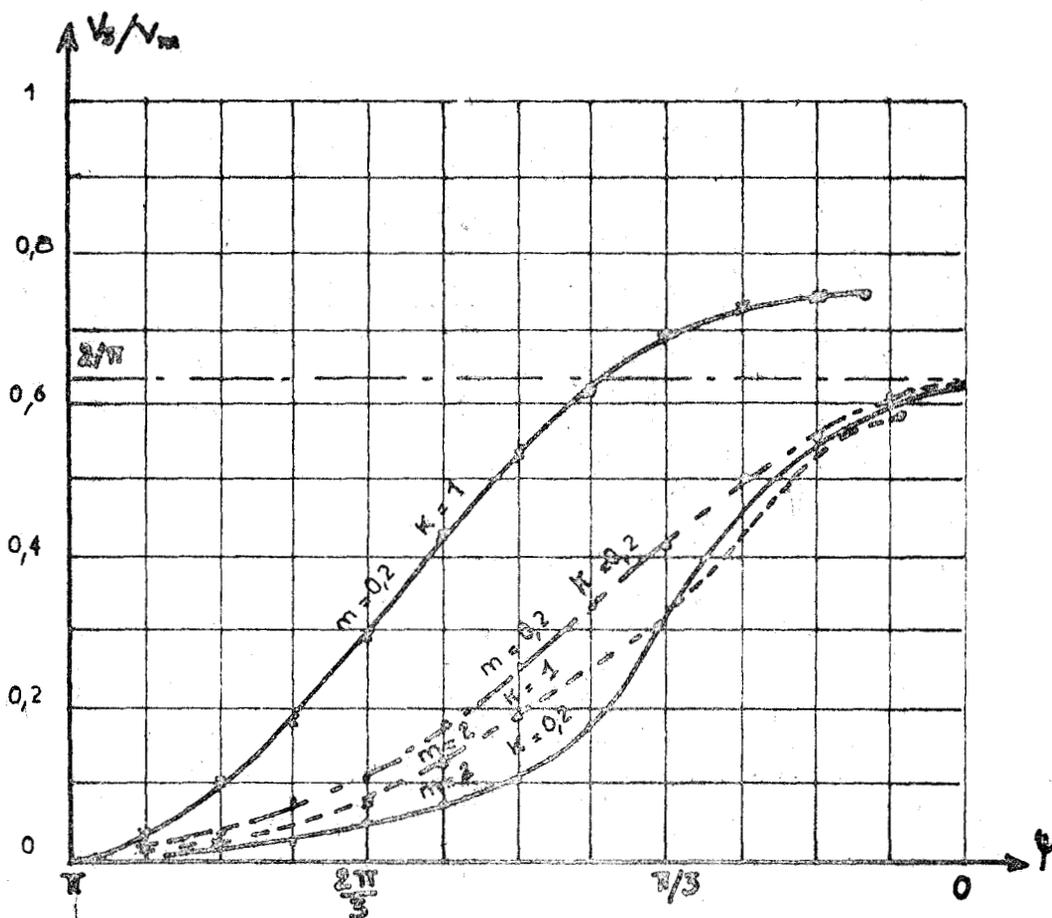


Fig. 24 - Exemples de courbes $V_s=f(\psi)$ relevées expérimentalement.

- la première est de s'interdire la diminution de ψ au-dessous d'une certaine valeur. Elle ne peut être d'ordinaire retenue car c'est pour les ψ faibles que les performances du montage sont les meilleures.

- la seconde est utilisable lorsque la résistance R de la charge est constante ou peu variable. On choisit C et L de telle façon que les valeurs de m et k situent le fonctionnement dans le domaine de la conduction continue même pour ψ nul. On peut alors commander les thyristors par des impulsions ; on est assuré de l'amorçage des redresseurs et de la croissance régulière de V_s quand ψ diminue depuis π jusqu'à zéro.

- la troisième est à retenir lorsque le montage doit pouvoir débiter sur une charge très variable ; elle consiste en la commande des thyristors par des signaux d'une largeur suffisante, 90° par exemple. Pour les fortes valeurs de l'angle ψ , le montage fonctionne comme prévu dans la deuxième partie de cette étude ; quand la réduction de ψ tend à provoquer un fonctionnement anormal, le montage fonctionne comme un montage à diodes.

Le procédé présente par rapport au précédent deux inconvénients : la relation entre ψ et V_s/V_m dépend de la charge ; pour les fortes

...

valeurs de R donc de k la croissance de V_s/V_m ne s'arrête pas à $2/\pi$ mais fait tendre ce rapport vers l'unité. Mais, comme nous l'avons signalé la seconde méthode n'est applicable que si l'on débite sur une résistance R variant peu.

II.6.4.2. Choix des éléments du filtre :

C'est pour les faibles valeurs de ψ , qui correspondent au maximum de V_s donc à la puissance maximale que peut débiter le montage, qu'on cherche d'ordinaire à obtenir les meilleures performances. Ces dernières sont d'ailleurs souvent indiquées, seulement pour ψ nul.

Cette remarque conduit à choisir l'inductance L et la capacité C comme il a été indiqué pour le montage à diodes (voir § 1.4.2). c'est-à-dire

- augmenter L pour que le paramètre m, égal à $L C \omega^2$, ait une valeur élevée, puisque l'augmentation de m présente l'avantage de réduire à la fois k_o et f_F

- donner à C une valeur raisonnable pour que m ne soit pas trop réduit mais que k, égal à $R C \omega$, ne soit pas trop grand. L'augmentation de k qui accroît d'abord puis au-delà d'un maximum réduit k_o , a en effet l'inconvénient de toujours augmenter f_F .

Lorsqu'on remplace les diodes par des thyristors, le souci de limiter la dégradation des performances quand l'angle ψ augmente, conduit aux mêmes conclusions.

Plus ψ est grand moins le facteur d'ondulation k_o dépend de m, mais plus le facteur de forme f_F prend des valeurs élevées. C'est donc à la réduction de f_F qu'il faut s'attacher, or ce facteur diminue quand m croît et quand k diminue. On arrive donc aux mêmes critères de choix de L et C.

III. CONCLUSION

Pour montrer que la connaissance précise des caractéristiques d'un ensemble montage - redresseur - filtre - charge ne pouvait se déduire de l'examen séparé du fonctionnement de ses éléments, nous avons effectué l'étude globale d'un ensemble simple. Celui-ci comprend un montage redresseur monophasé double alternance débitant, par l'intermédiaire d'une inductance, sur un condensateur placé en parallèle avec le récepteur supposé purement résistant.

Malgré la simplicité apparente du schéma examiné, que deux paramètres suffisent à caractériser si l'on a recours aux valeurs relatives, on arrive à des résultats littéraux extrêmement lourds et l'exploitation numérique de ces derniers ne peut s'opérer que grâce à un ordinateur puissant.

On a d'abord étudié le cas où le montage redresseur est constitué de diodes.

Suivant la valeur des paramètres caractérisant la charge et le filtrage, trois modes de fonctionnement sont possibles et ont été envisagés successivement :

- conduction continue du montage redresseur avec régime libre du circuit apériodique
- conduction continue avec régime libre pseudo-périodique
- conduction discontinue avec régime libre, durant les phases de conduction, pseudo-périodique.

Lorsque la conduction est continue, les facteurs caractérisant le fonctionnement, ondulation de la tension de sortie et facteur de forme du courant débité par le montage redresseur, diffèrent notablement de ceux donnés par l'étude simplifiée traditionnelle.

Mais en conduction discontinue, les paramètres caractérisant le filtre et la charge, interviennent en plus dans le fonctionnement du montage redresseur lui-même et modifient la valeur moyenne de la tension de sortie.

Dans la seconde partie nous avons traité le cas où le montage redresseur est formé de thyristors débloqués avec un angle de retard égal à ψ .

Un quatrième mode de fonctionnement normal apparaît, il correspond à la conduction discontinue avec régime libre apériodique.

Surtout les paramètres délimitent des zones où l'amorçage des redresseurs ne peut être obtenu pour certaines valeurs de l'angle ψ .

L'existence de ces zones a une grande influence sur les choix à opérer quant aux éléments du filtre et à la nature des signaux de déblocage des redresseurs.

Tant que la conduction est continue, les paramètres n'agissent que sur l'ondulation de la tension de sortie et le facteur de forme du courant ; mais ces deux rapports peuvent prendre des valeurs très élevées.

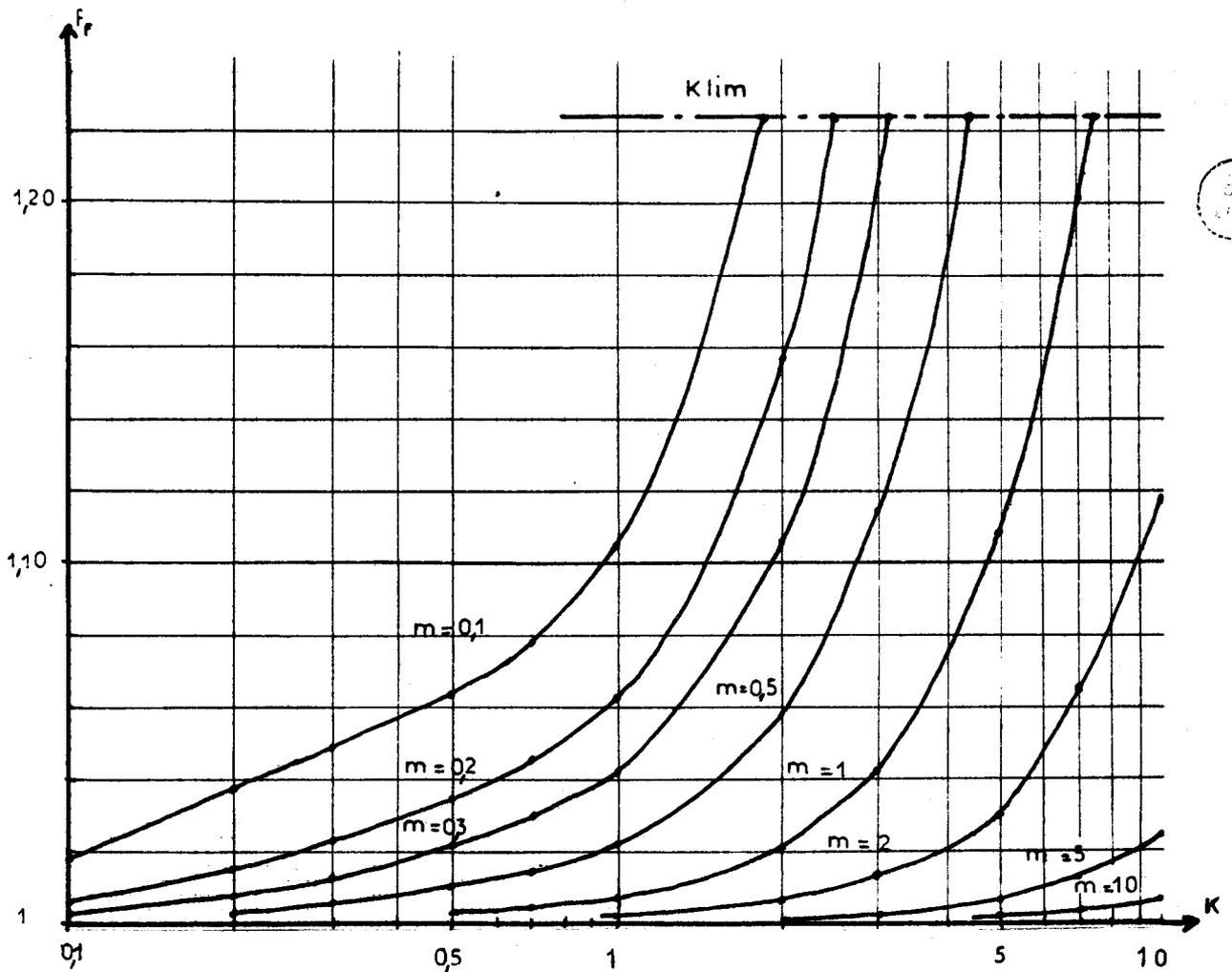
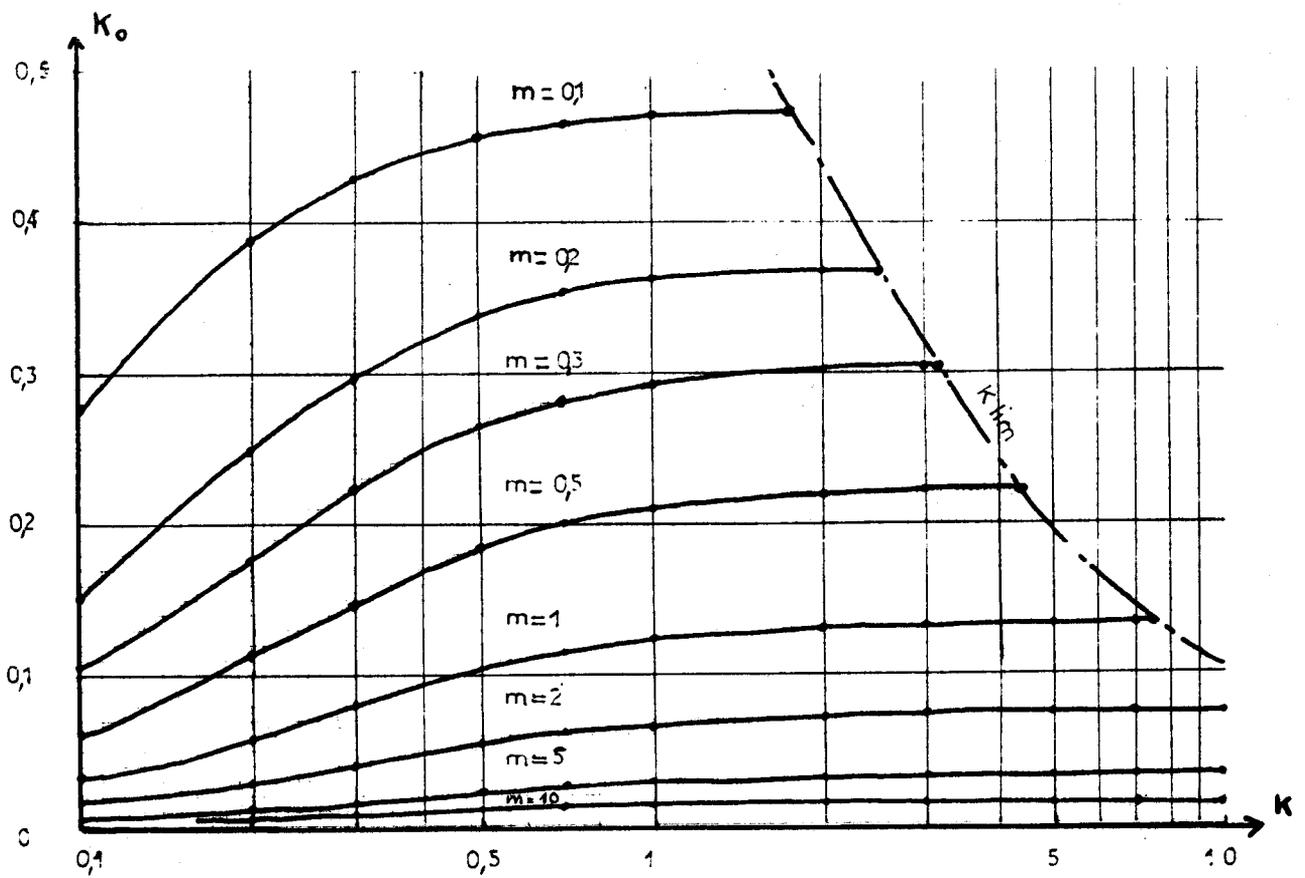
...

Plus l'angle ψ est grand, plus l'importance du domaine correspondant à la conduction discontinue est grande. En particulier pour ψ compris entre $\pi/2$ et π , seule la conduction discontinue est possible. L'influence des paramètres sur les performances du montage et la valeur moyenne de la tension de sortie est alors considérable.

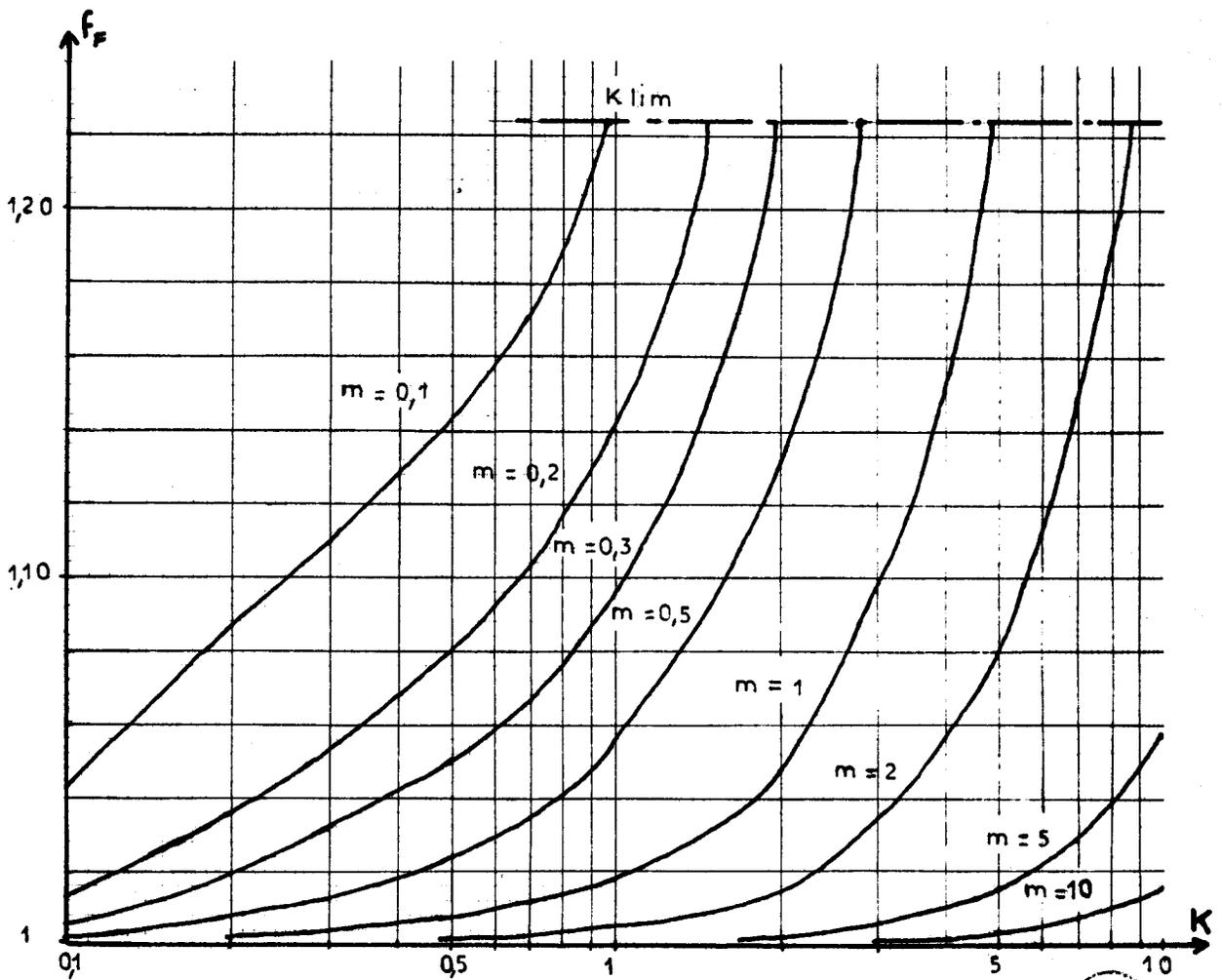
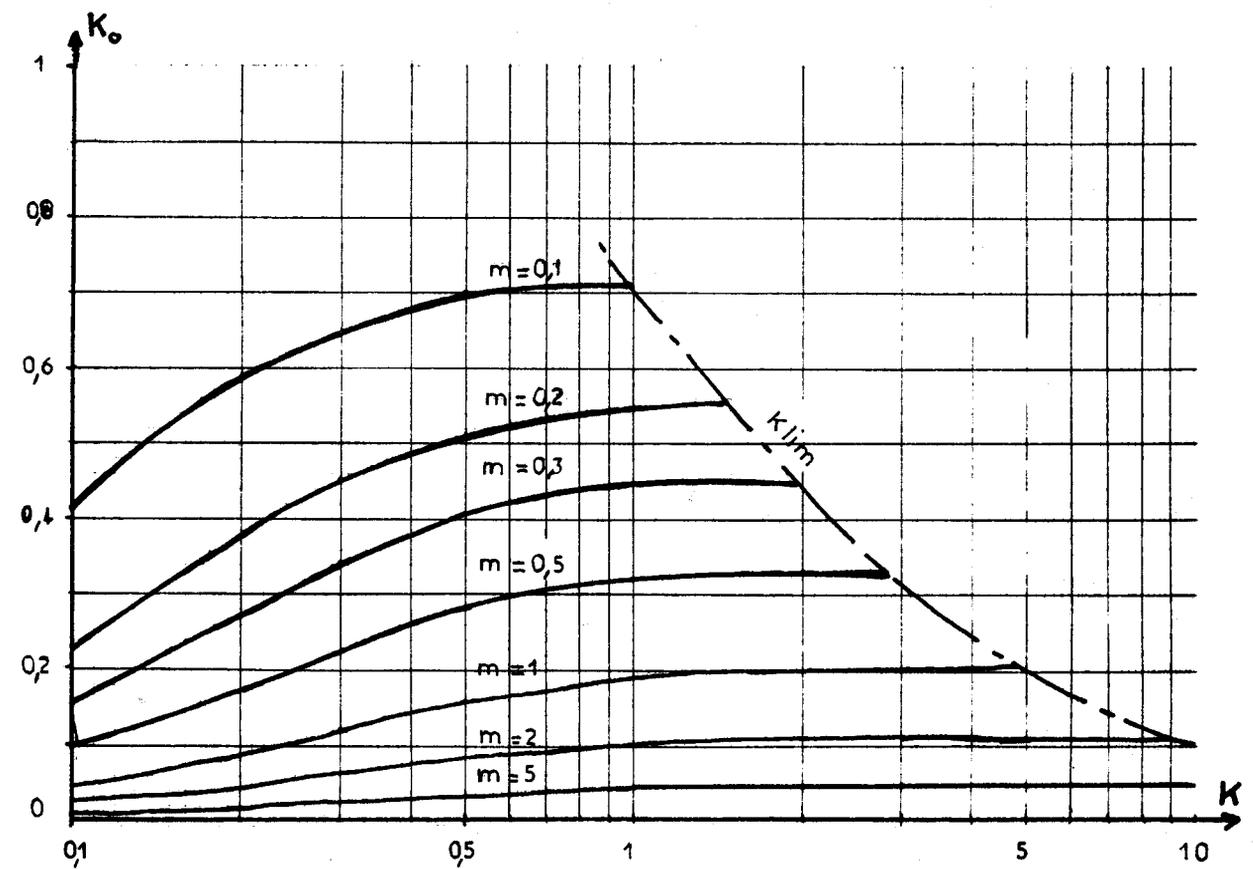
Cette étude quantitative d'un montage simple mettant en oeuvre des redresseurs montre les difficultés qui apparaissent dès qu'on veut obtenir des résultats précis pour des schémas de ce type. Elle montre aussi il est vrai que ce recours à des calculs lourds mais suivant rigoureusement le fonctionnement est indispensable pour pouvoir utiliser au mieux un montage et en choisir judicieusement les éléments.

Le travail effectué ici pour un redresseur monophasé double alternance est facilement transposable au cas de montages redresseurs délivrant une tension d'un ordre plus élevé. Mais si l'on changeait soit la composition du filtre, soit la nature de la charge on arriverait à des calculs plus difficiles.

Ce mémoire constitue un nouvel exemple des possibilités offertes par l'emploi des ordinateurs scientifiques pour l'étude des circuits utilisés en électronique de puissance.

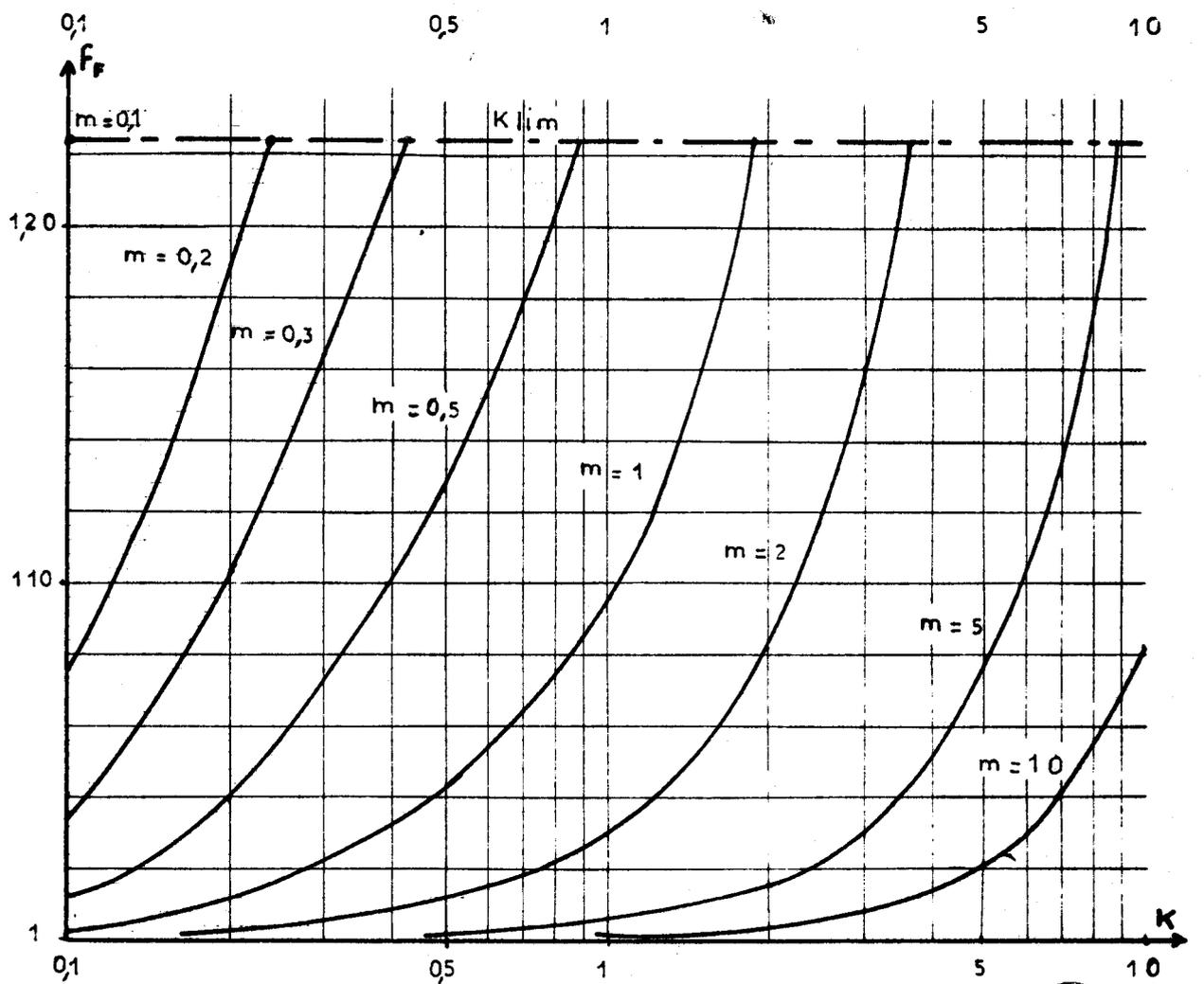
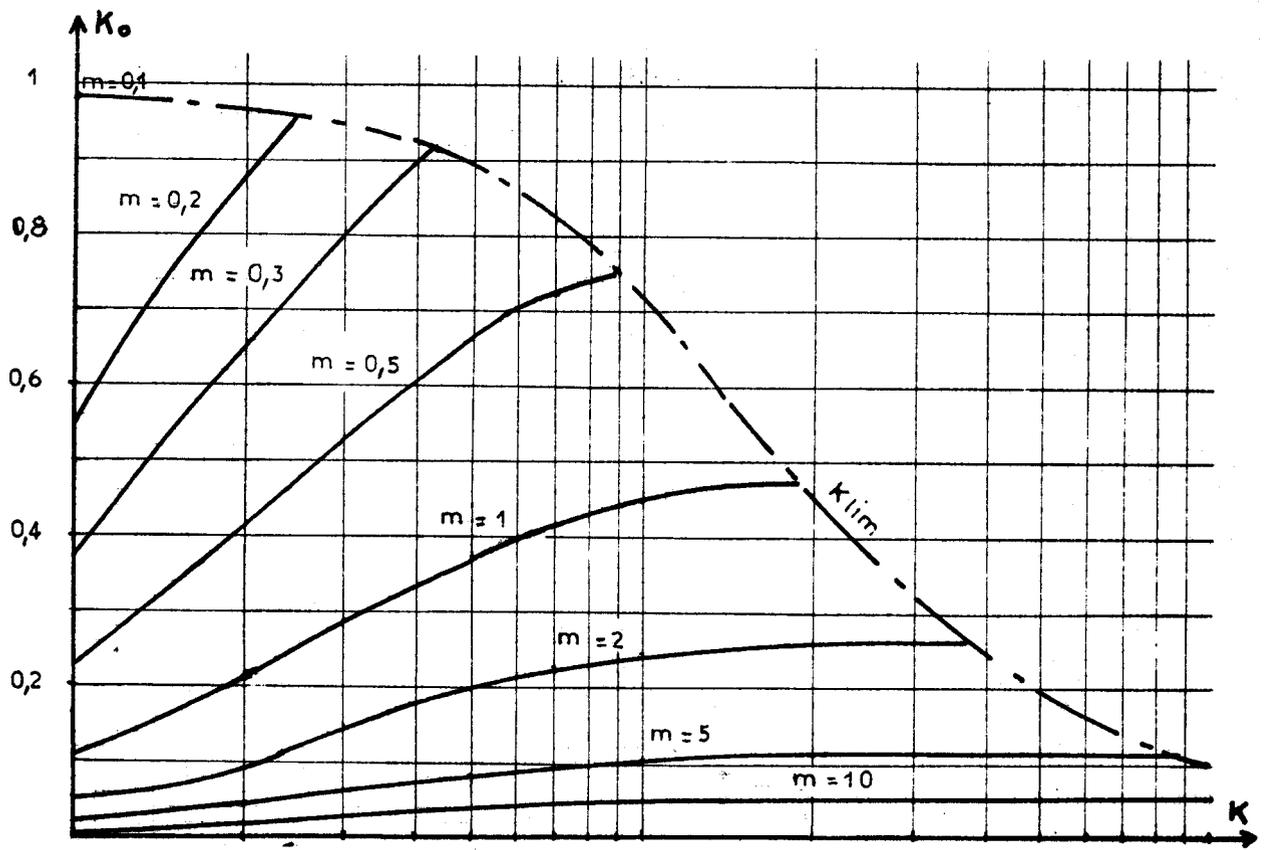


Pl. I. - Résultats de l'étude simplifiée
(montage à diodes)
variations de K_o et de f_r en fonction de K



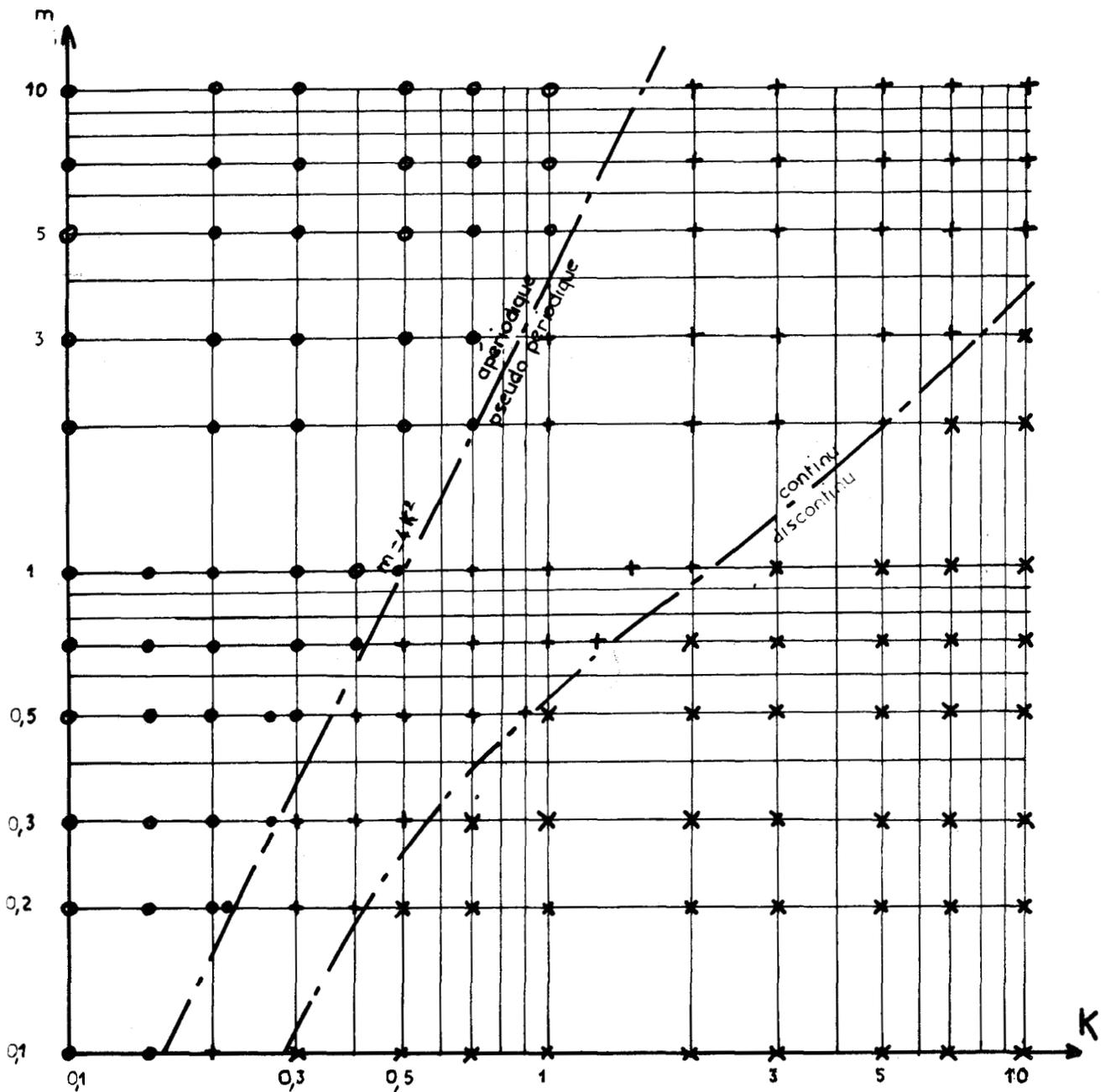
Pl. II' .- Résultats de l'étude simplifiée
 (angle de retard $\psi = \pi/6$)
 Variations de K_0 et de δf en fonction de K





Pl. III.- Résultats de l'étude simplifiée
 (angle de retard $\psi = \pi/3$)
 Variations de K_0 et de δ_F en fonction de K



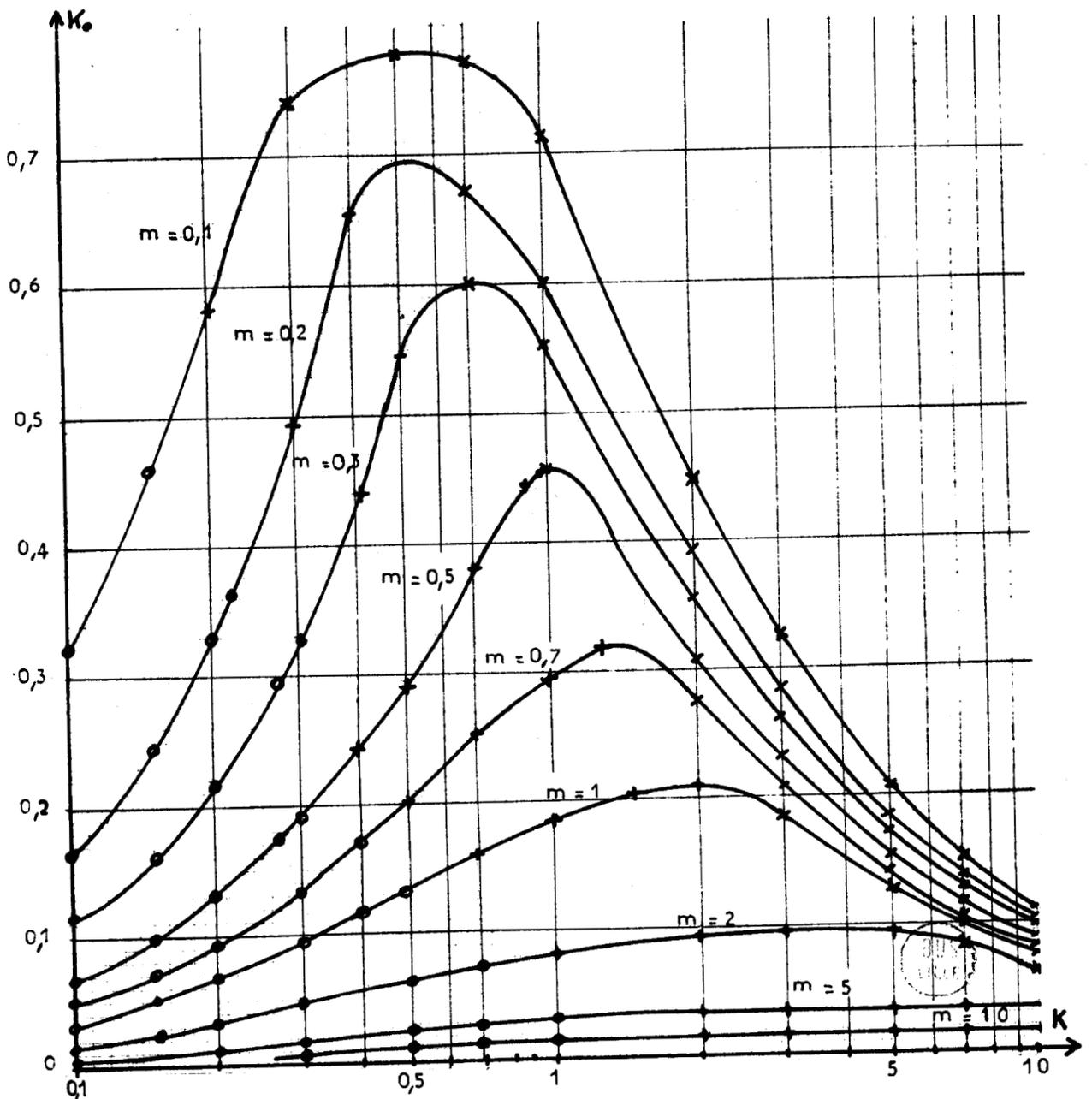
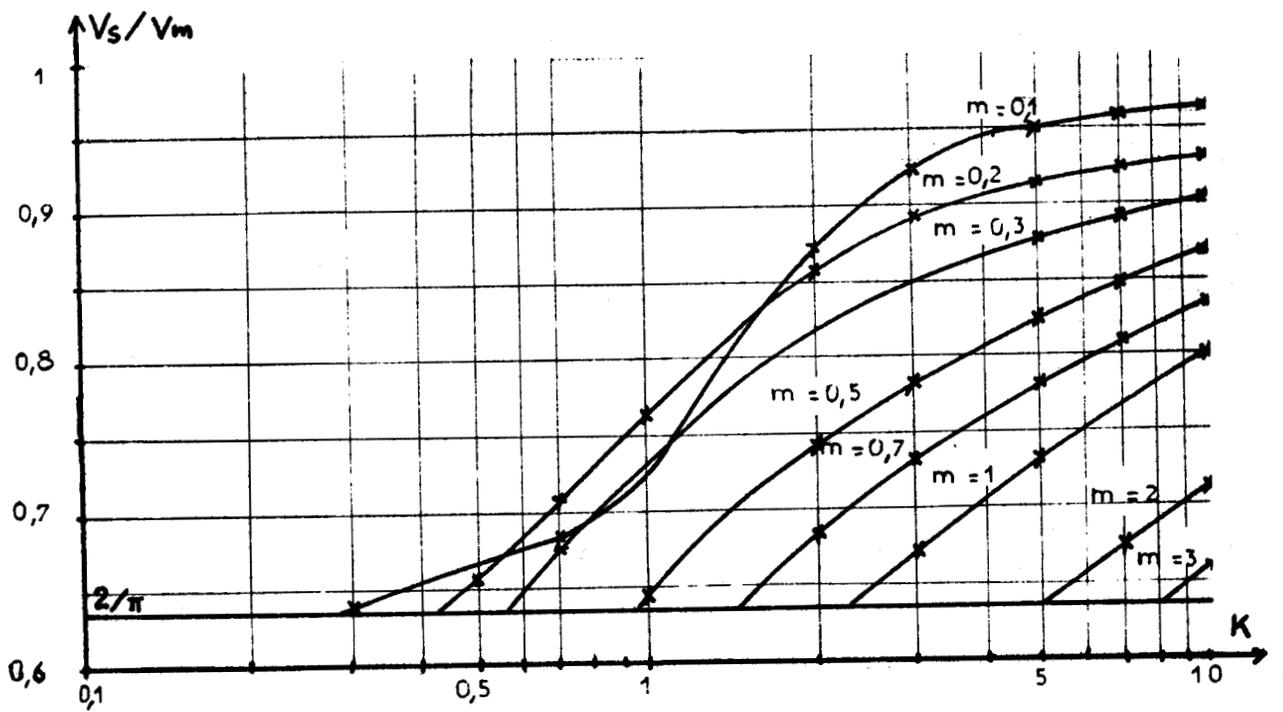


PL. IV. Montage redresseur à diodes

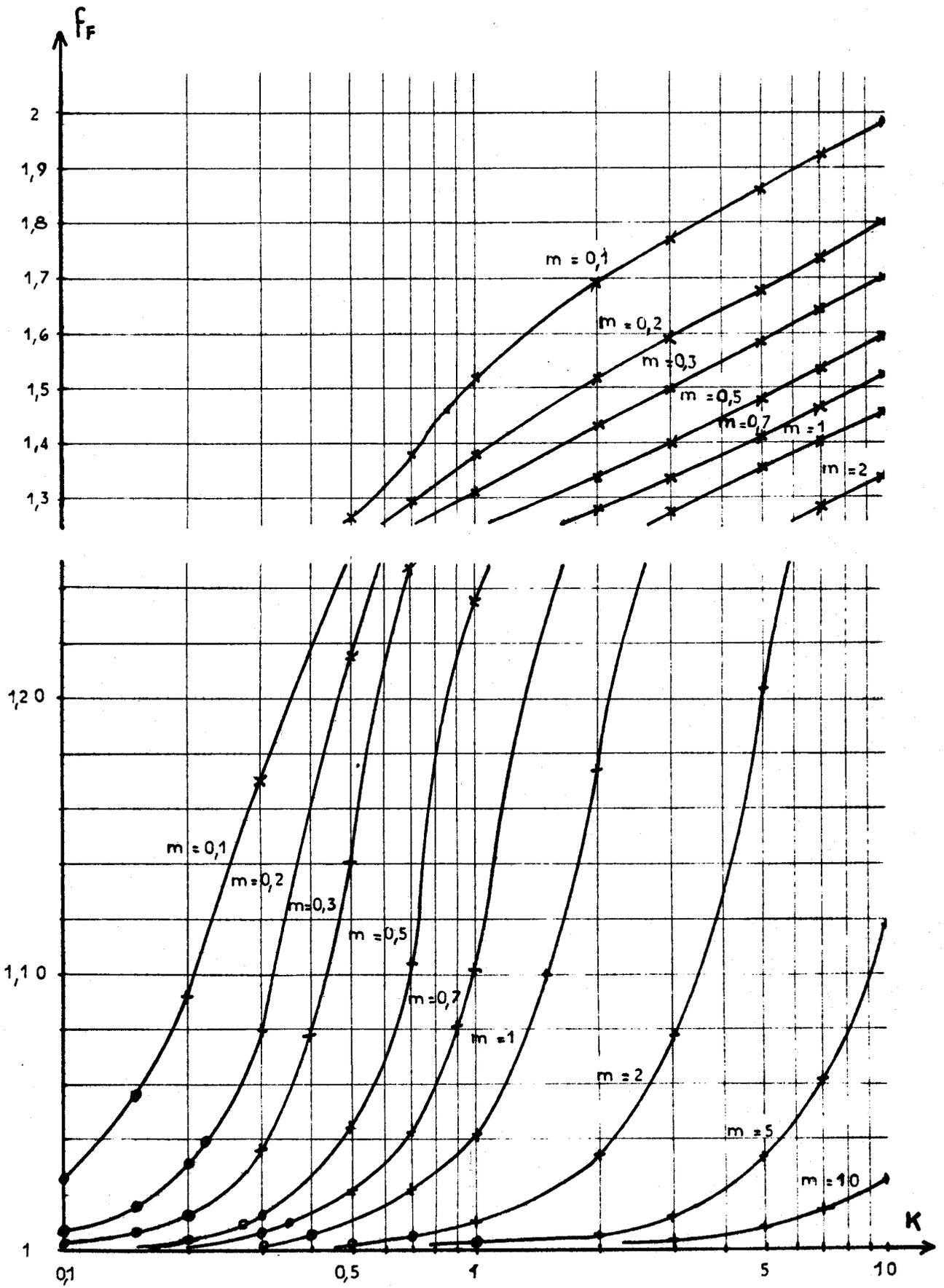
- Délimitation des trois zones de fonctionnement
- Indication des points calculés pour le tracé des caractéristiques

o conduction continue, régime libre aperiodique
 + conduction continue, régime libre pseudo-periodique
 x conduction discontinue



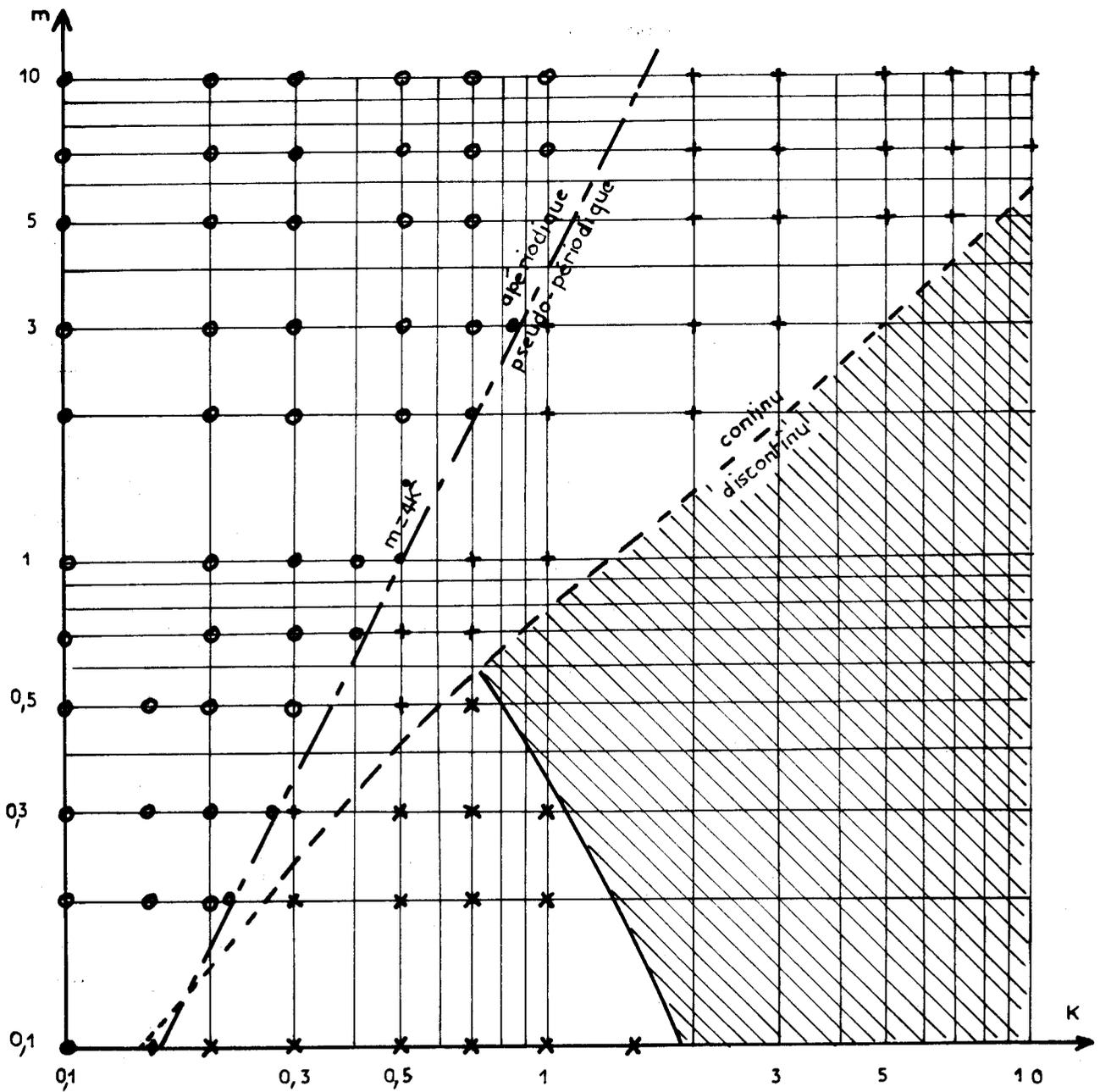


Pl. V.- Montage à diodes. Tension redressée
-valeur moyenne - ondulation



Pl. VI.- Montage à diodes.
Facteur de forme du courant i





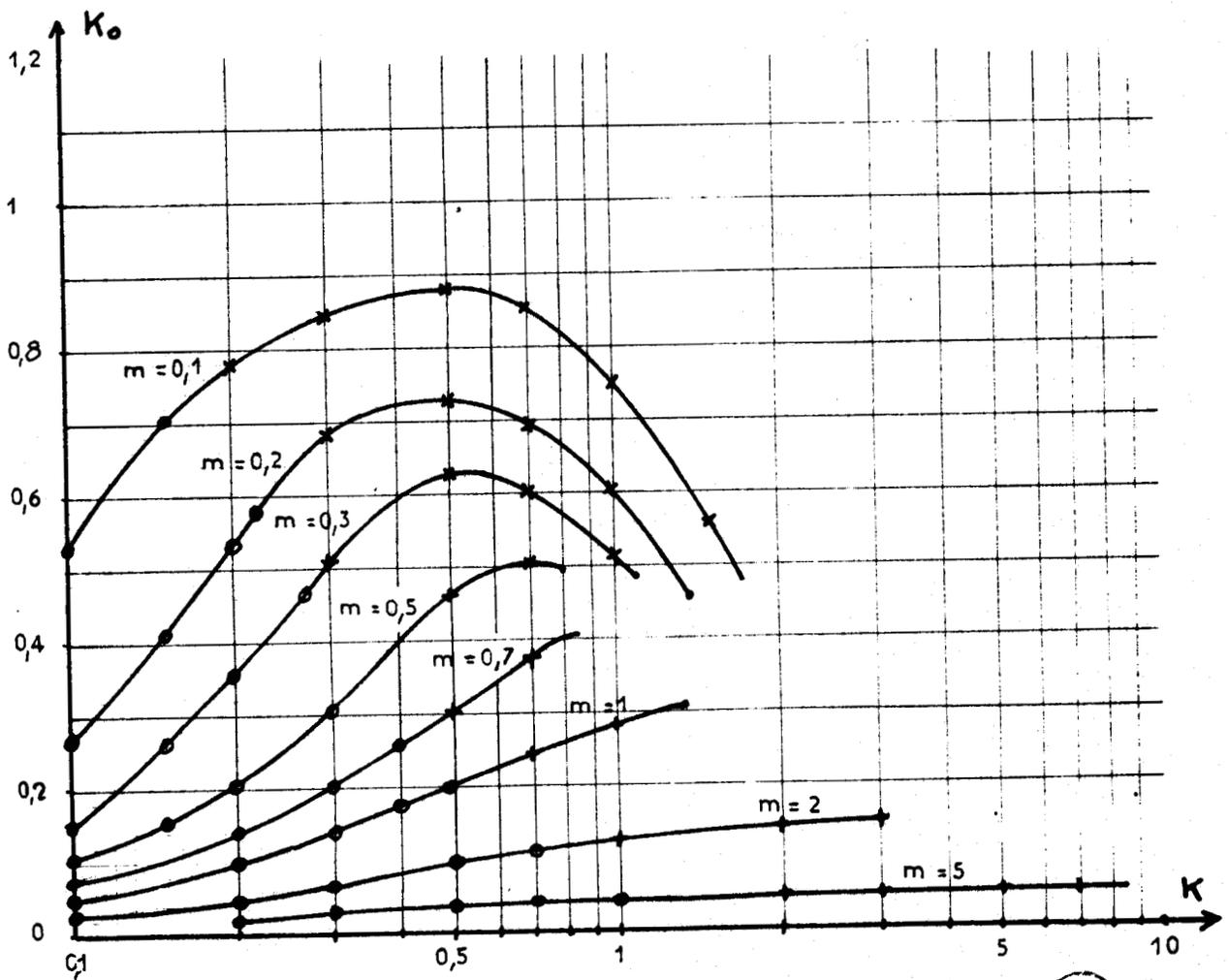
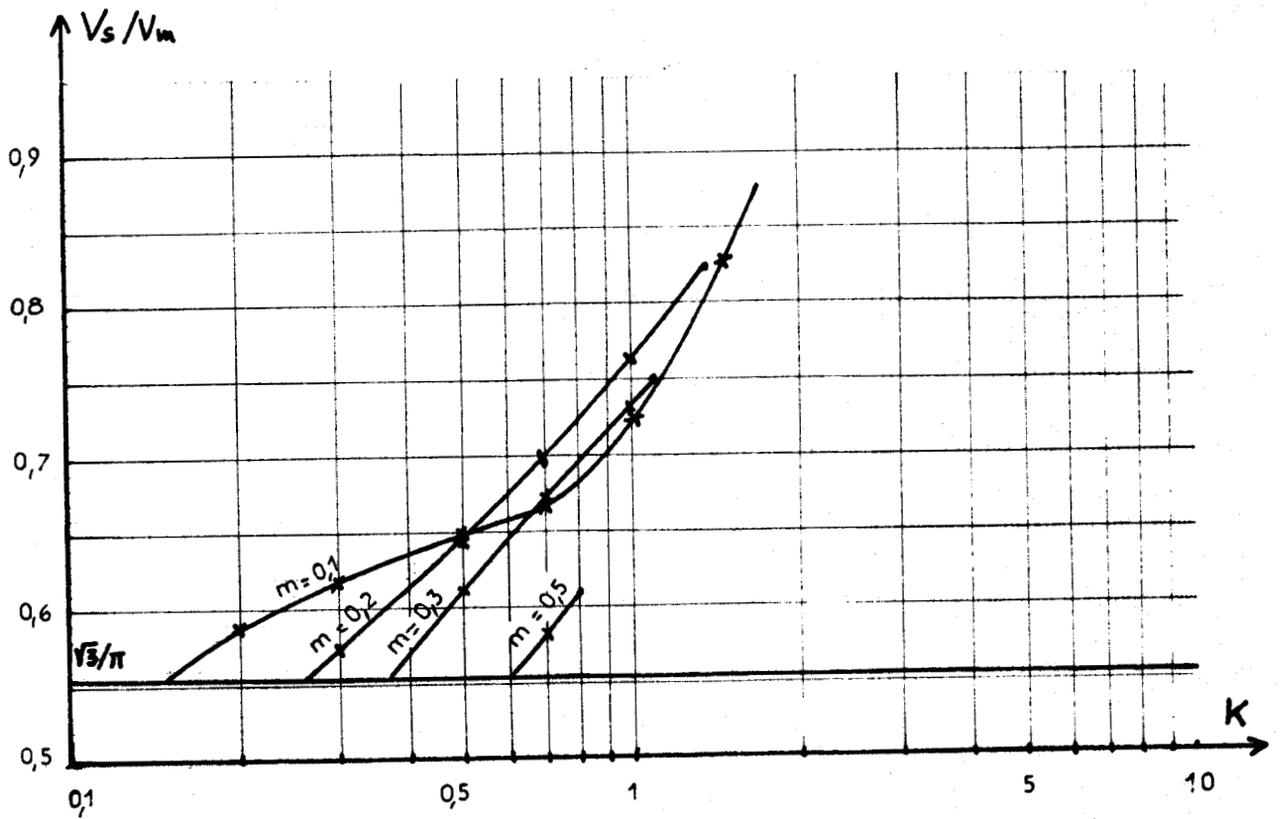
Pl. VII.- Montage tout thyristors.

$$\psi = \pi/6$$

- Délimitation des zones de fonctionnement.
- Indication des points calculés pour le tracé des caractéristiques :
- o: régime libre apériodique, conduction continue
- ◊ régime libre apériodique, conduction discontinue
- + régime libre pseudopériodique, conduction continue
- x régime libre pseudopériodique, conduction discontinue

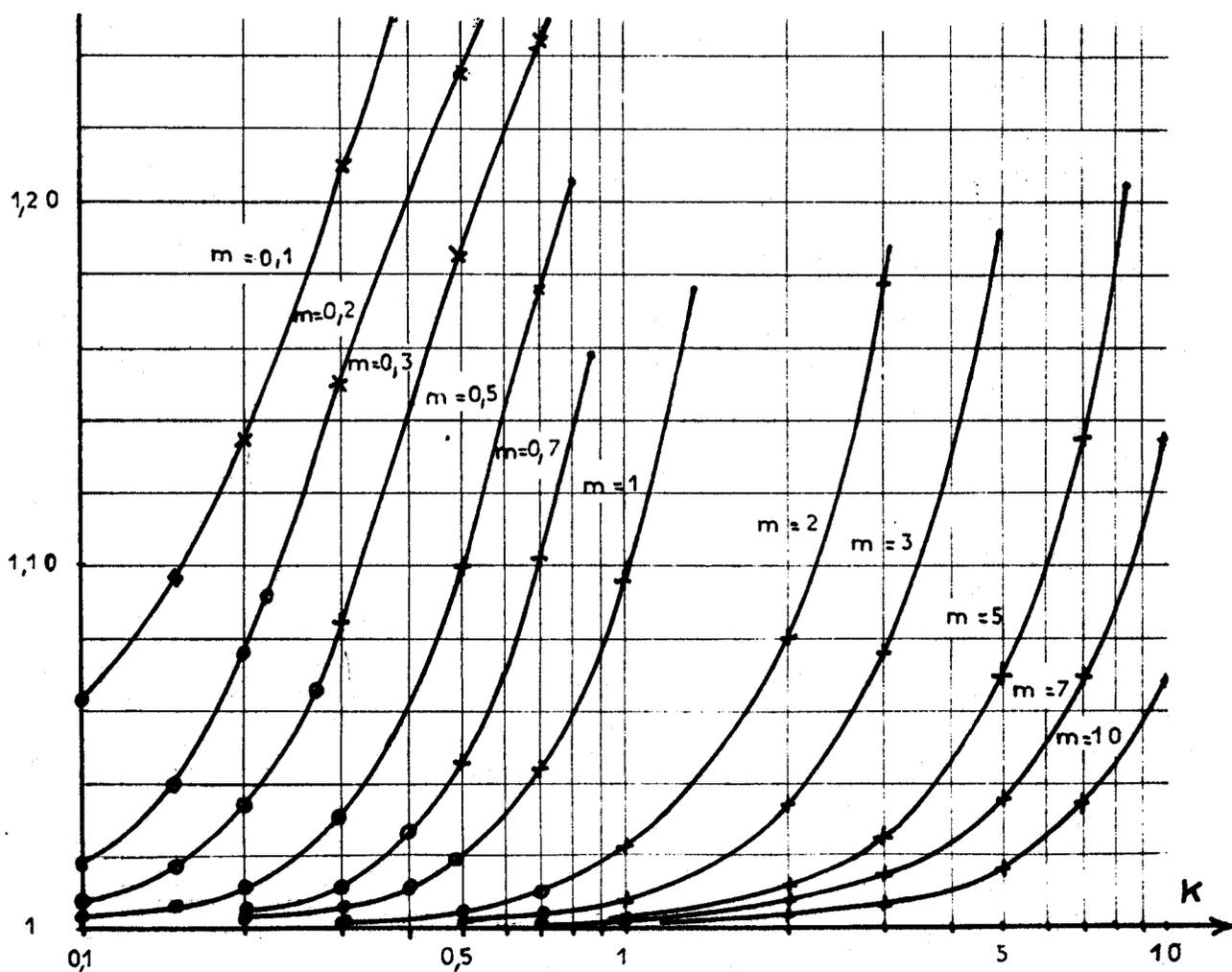
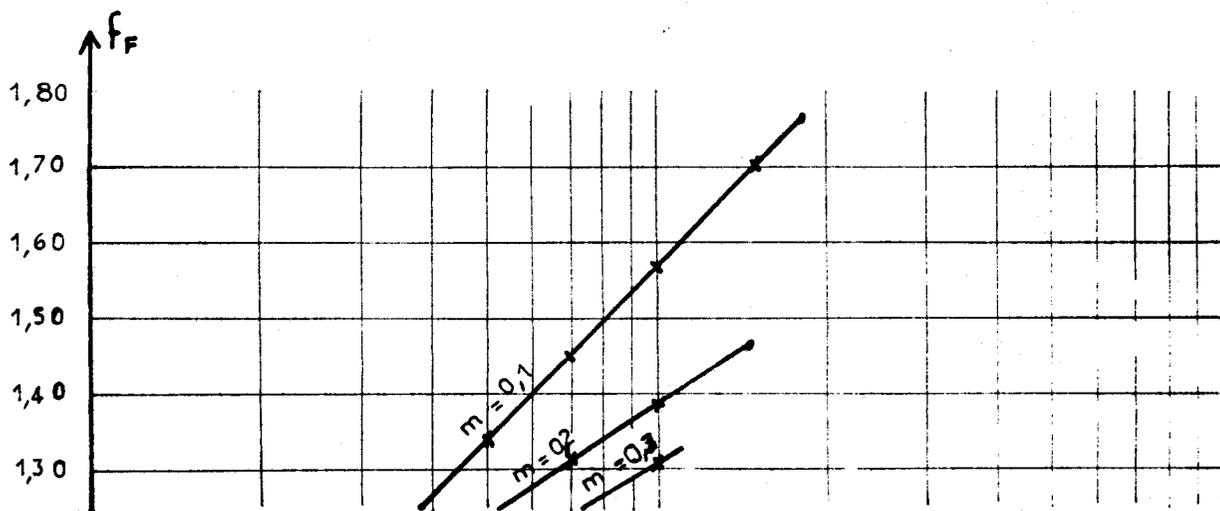
La zone hachurée correspond à l'impossibilité de fonctionnement avec une période normale.





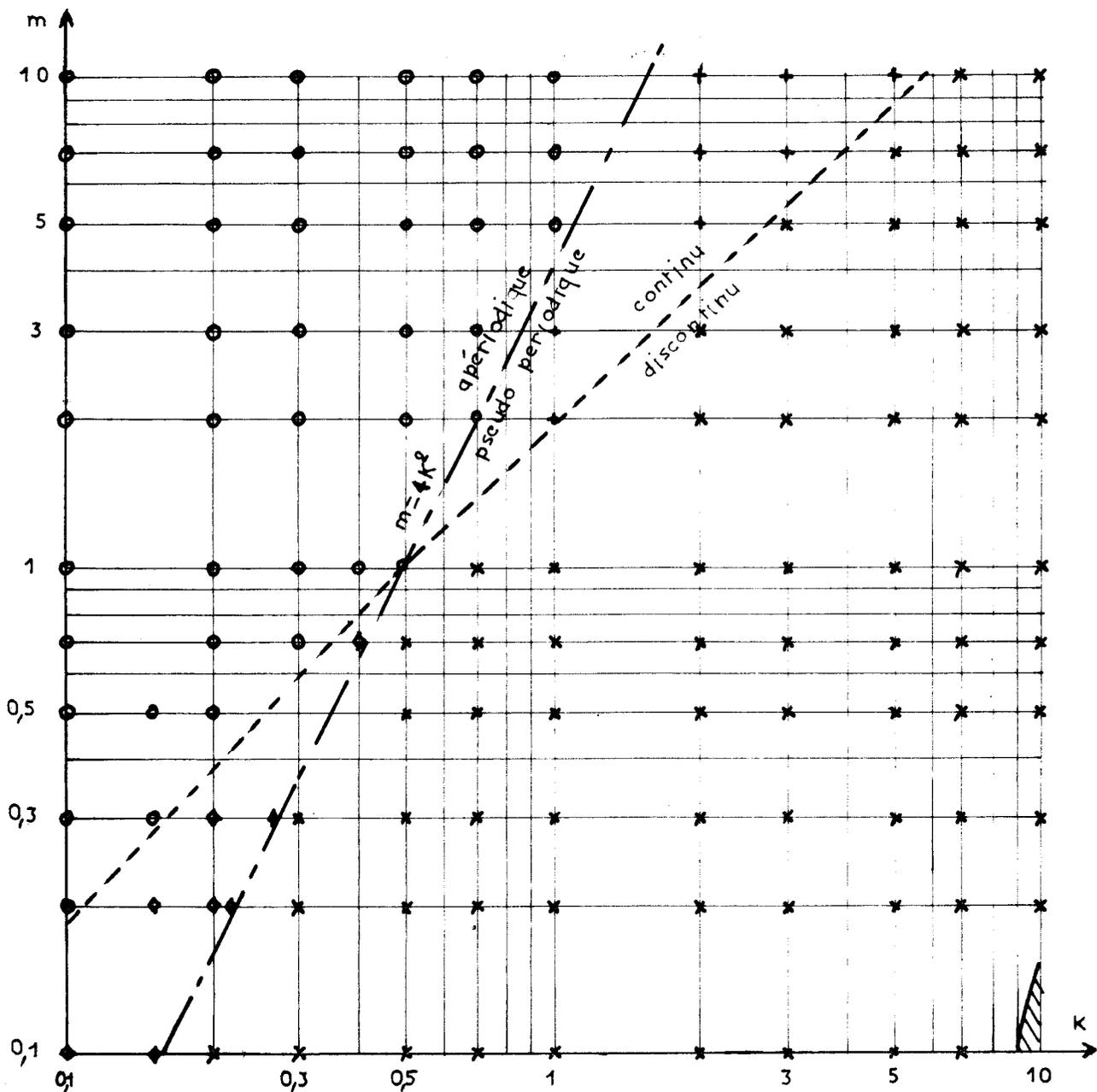
Pl. VIII.- Montages tout thyristors ($\psi = \pi/6$)
 Tension redressée
 -valeur moyenne - ondulation





Pl. IX.- Montages tout thyristors ($\psi = \pi/6$)
Facteur de forme du courant i





Pl. X.- Montages tout thyristors

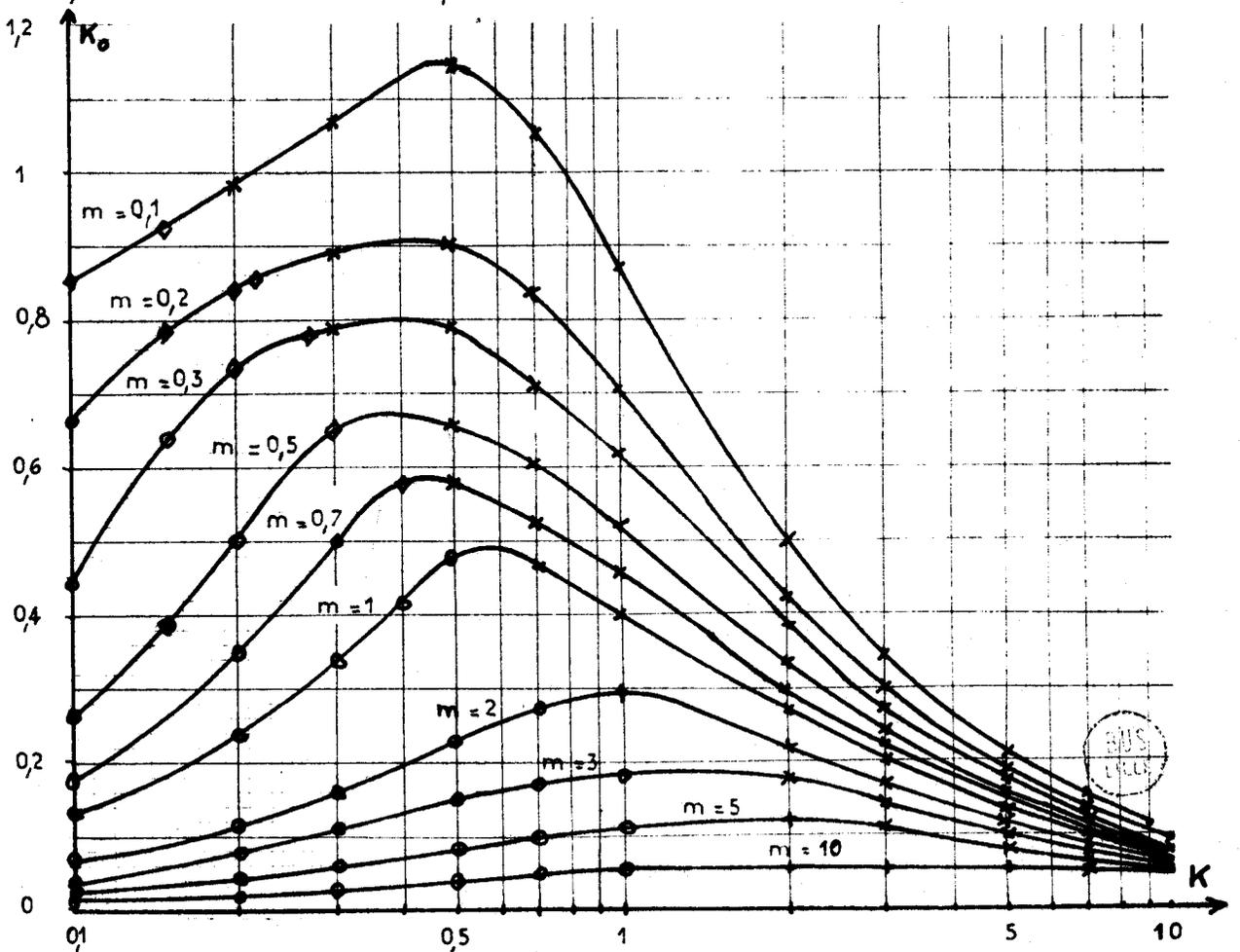
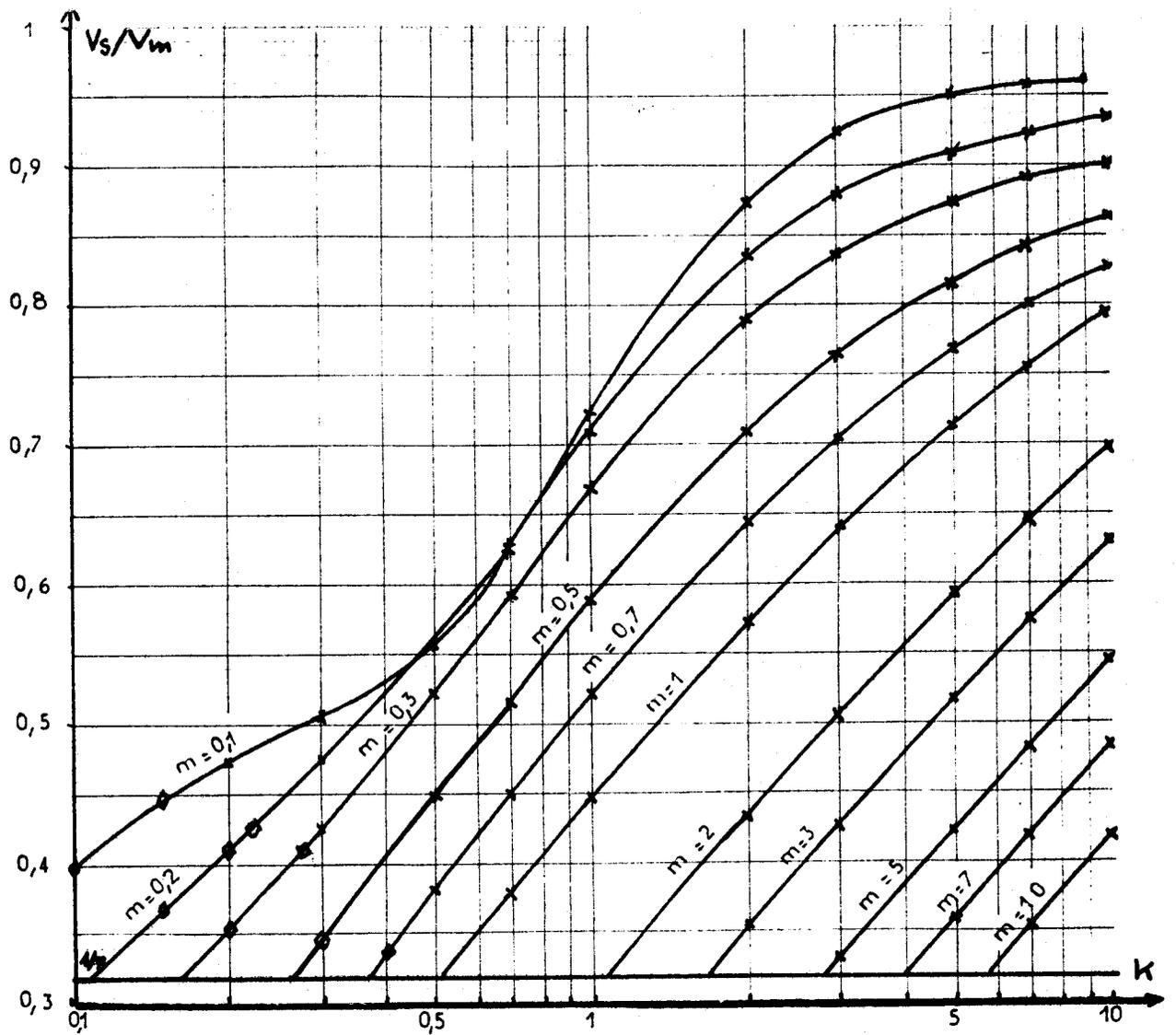
$$\psi = \pi/3$$

- Délimitation des zones de fonctionnement
- Indication des points calculés pour le tracé des caractéristiques:

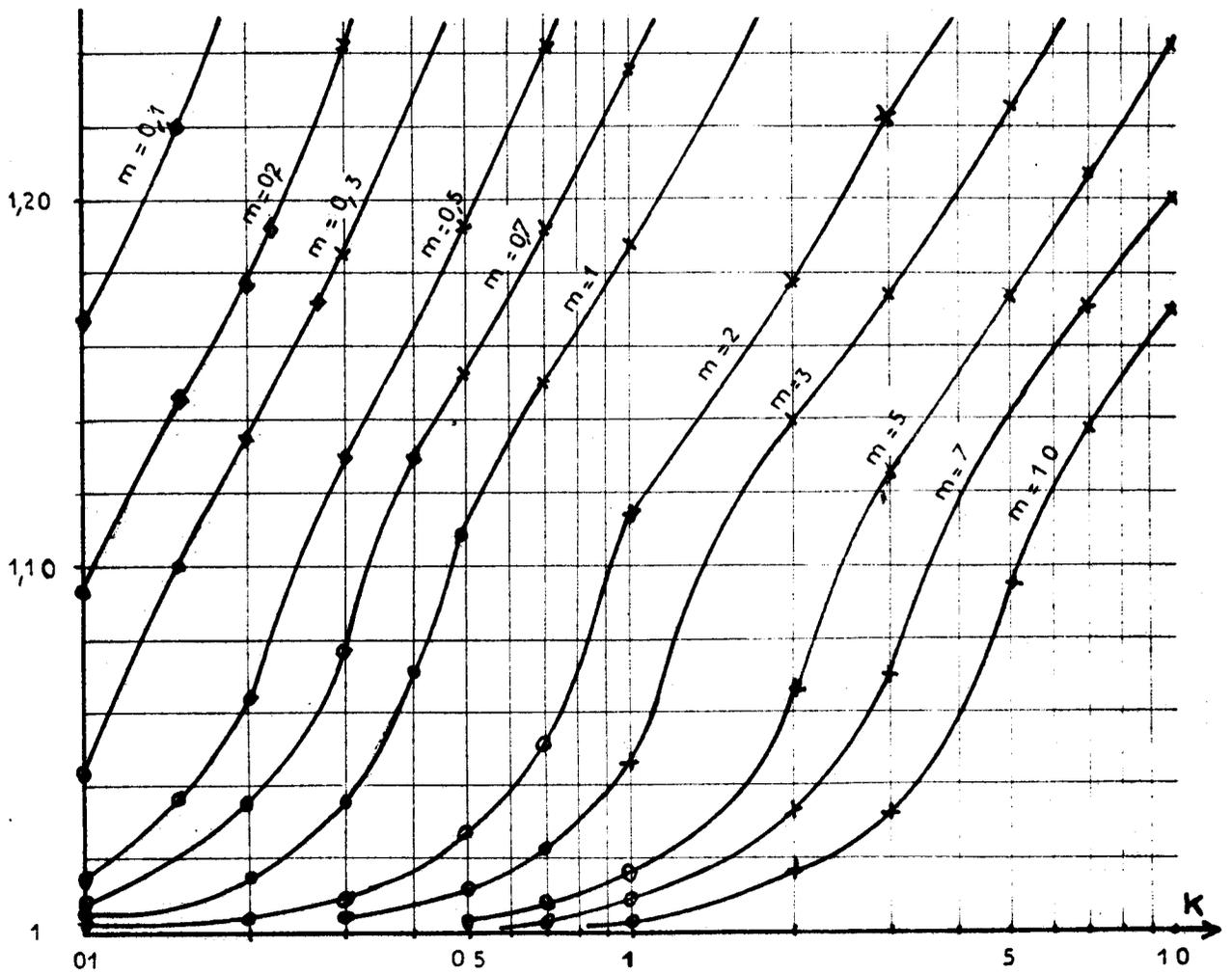
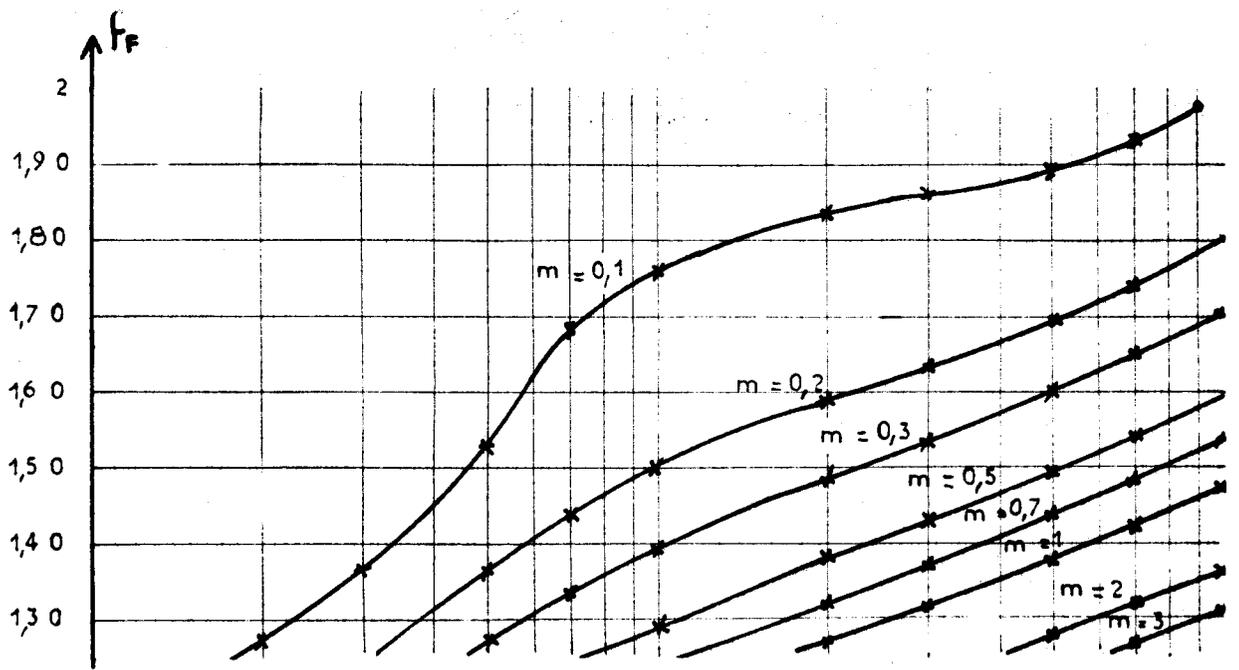
- o régime libre aperiodique, conduction continue
- ◊ régime libre aperiodique, conduction discontinue
- + régime libre pseudoperiodique, conduction continue
- x régime libre pseudoperiodique, conduction discontinue

La zone hachurée correspond à un fonctionnement à périodicité normale impossible.

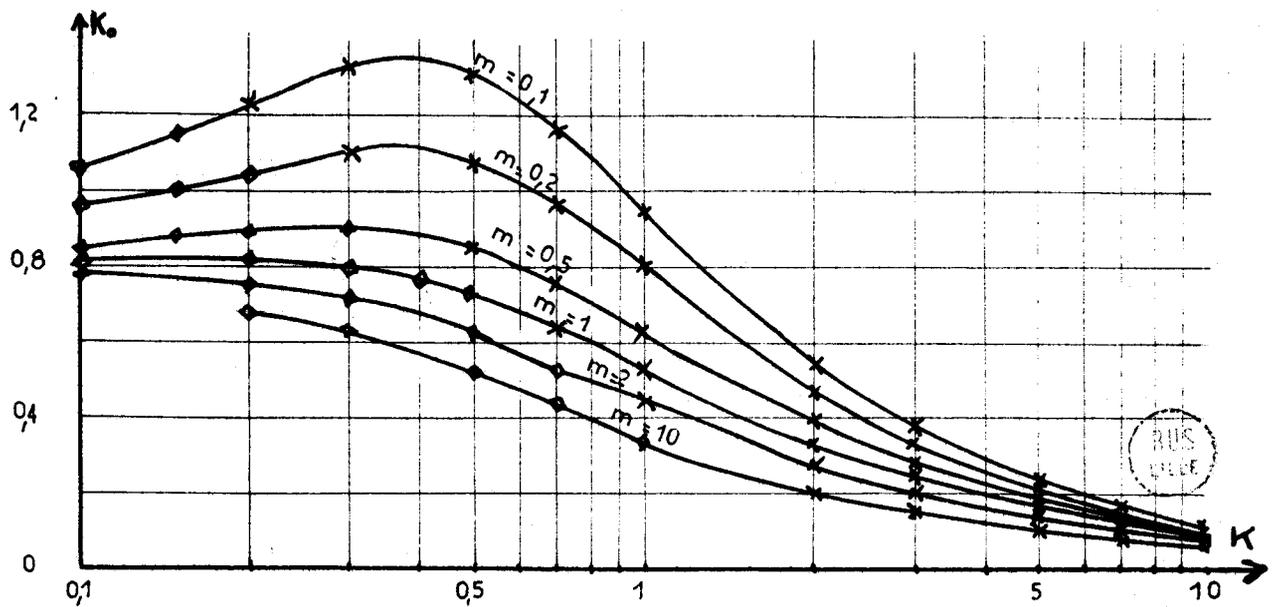
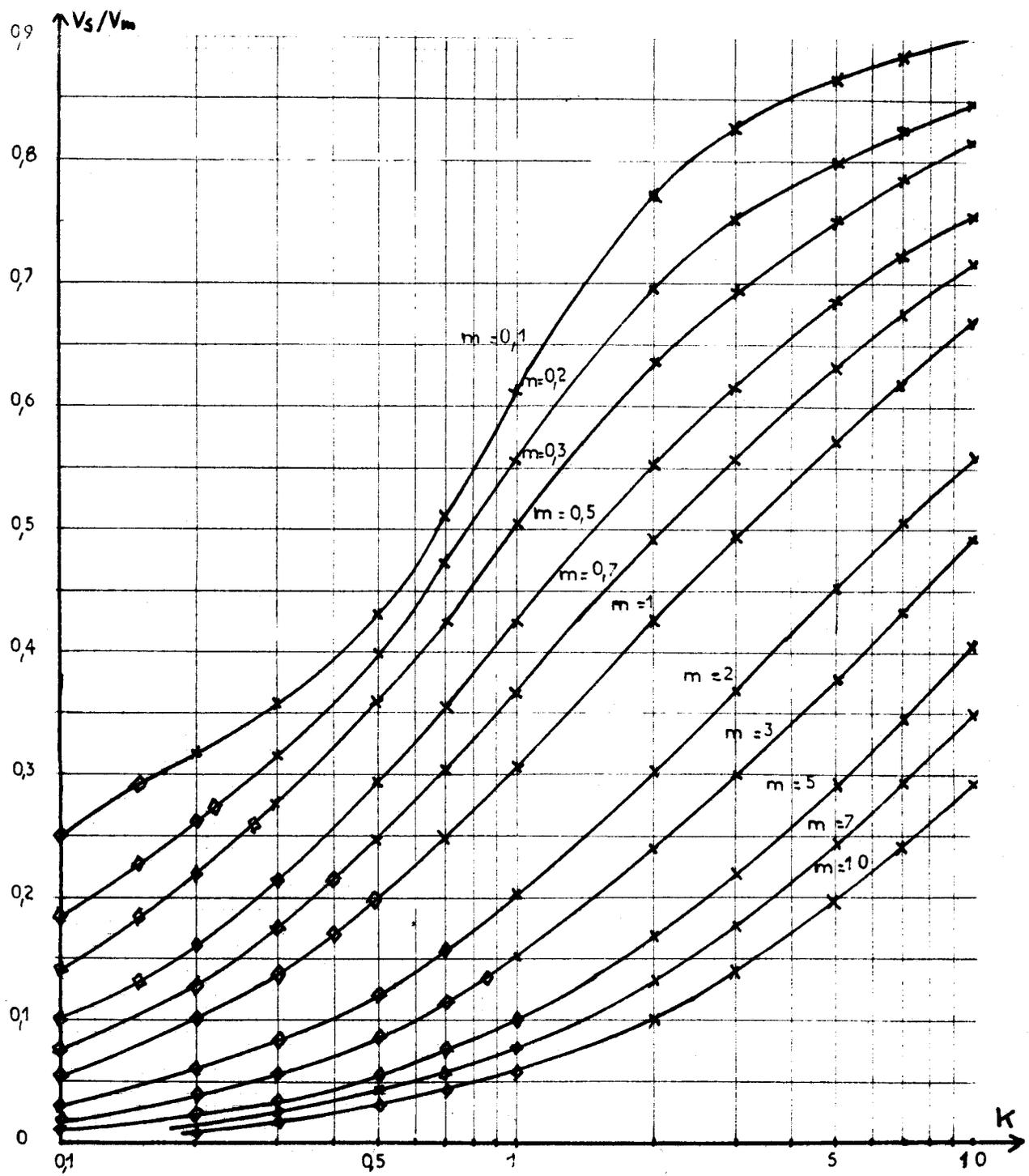




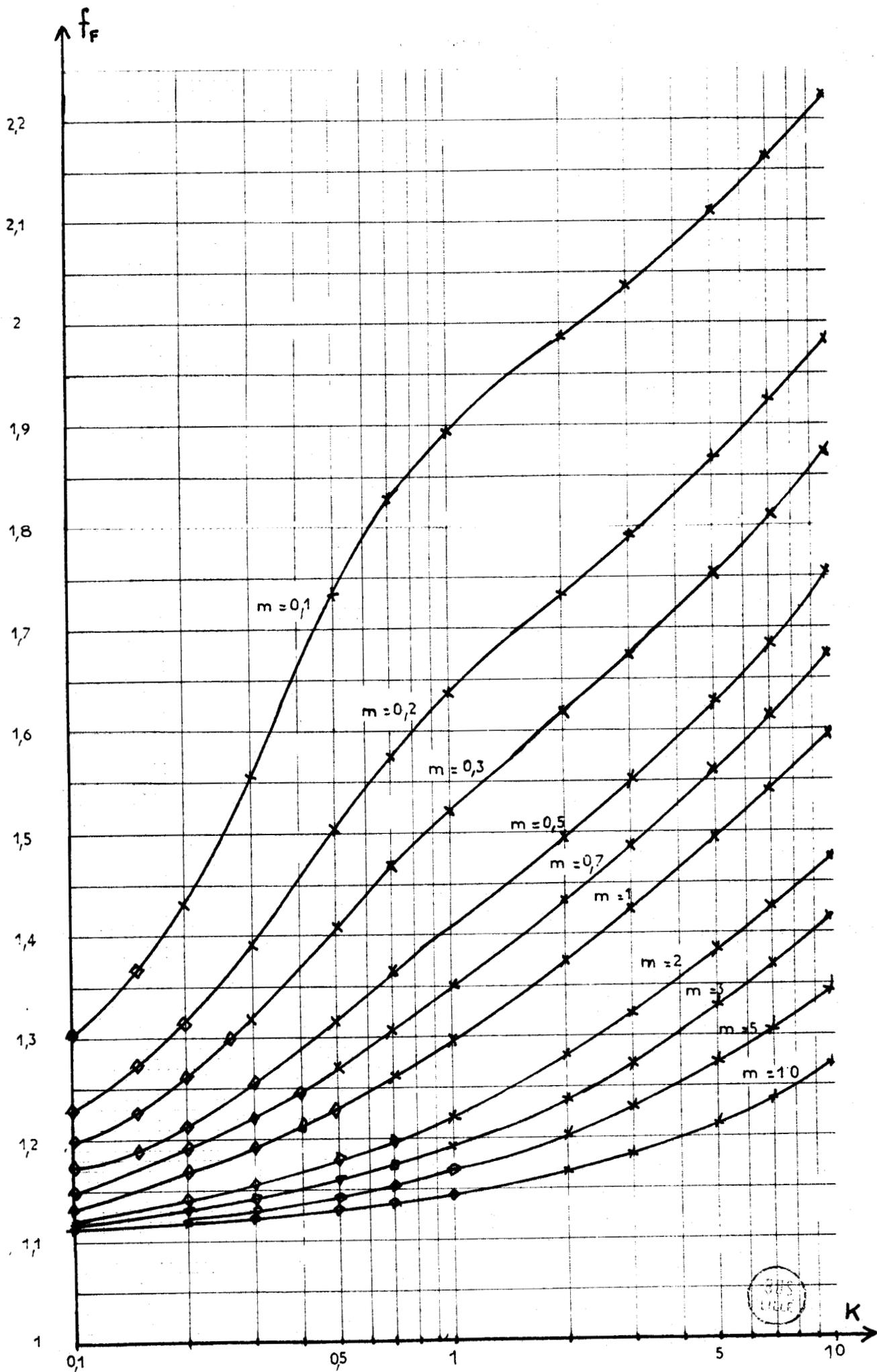
Pl. XI.- Montages tout thyristors ($\psi = \pi/3$) .Tension redressée



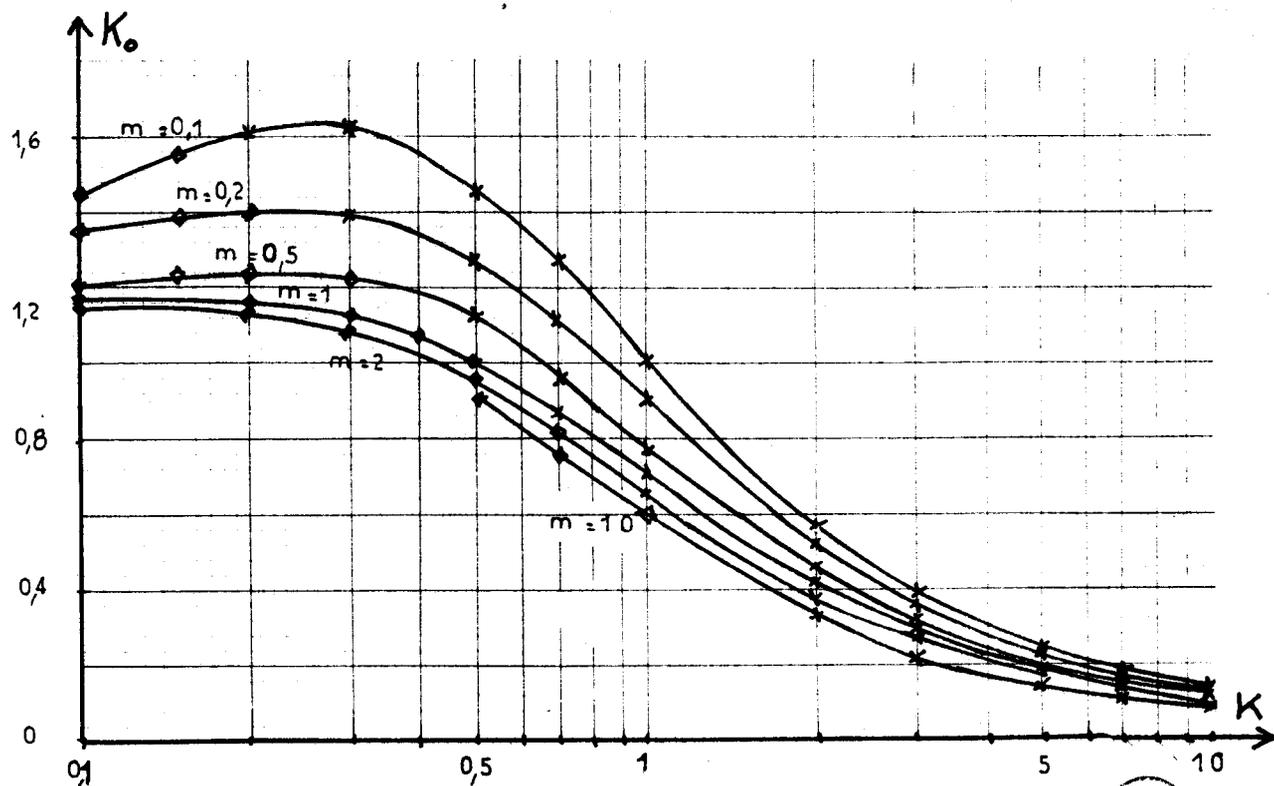
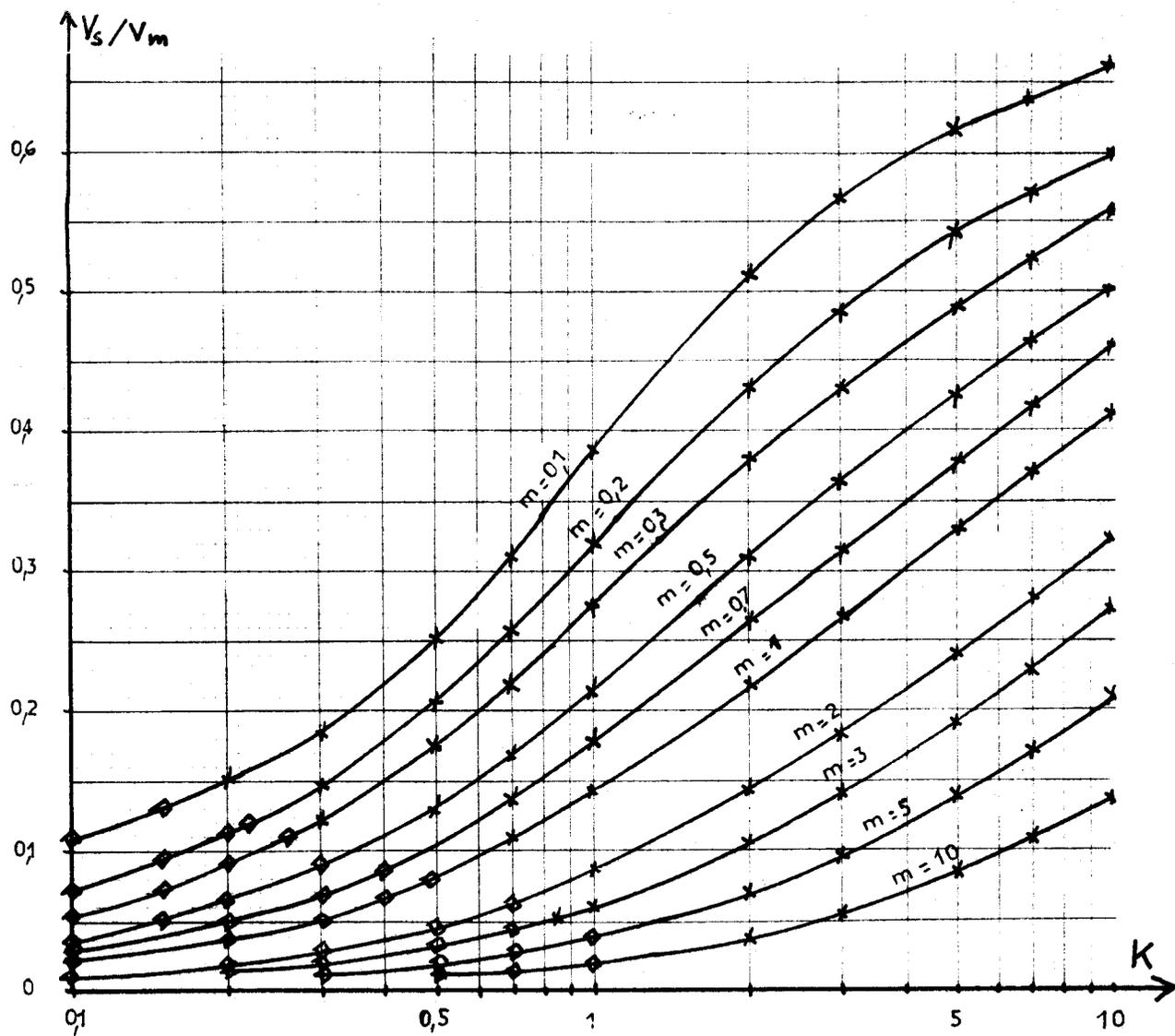
Pl. XII.- Montages tout thyristors ($\psi = \pi/3$)
 Facteur de forme du courant i



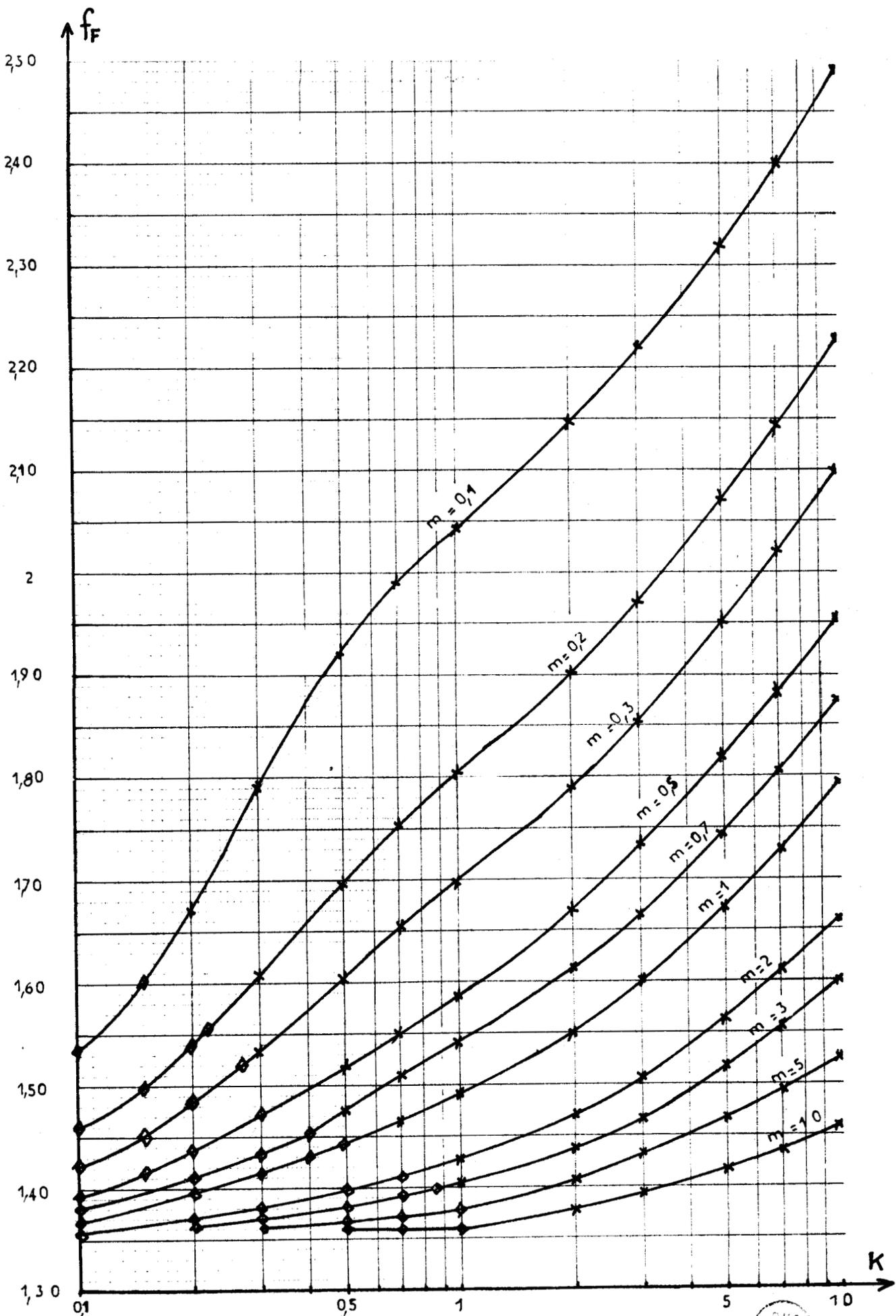
Pl. XIII.- Montages tout thyristors ($\psi = \pi/2$) . Tension redressée - valeur moyenne - ondulation



Pl, XIV .- Montages tout thyristors ($\psi = \pi/2$)

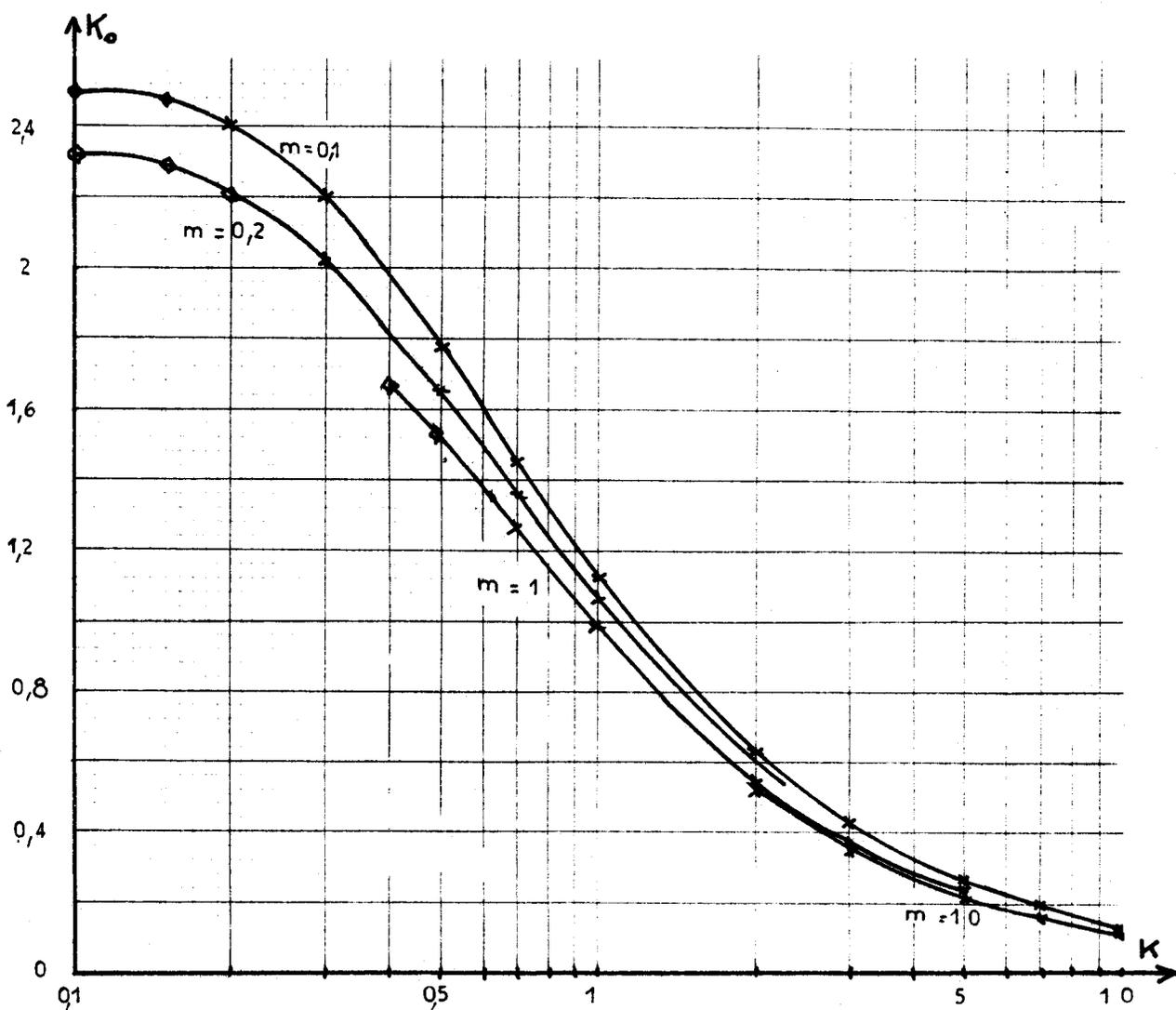
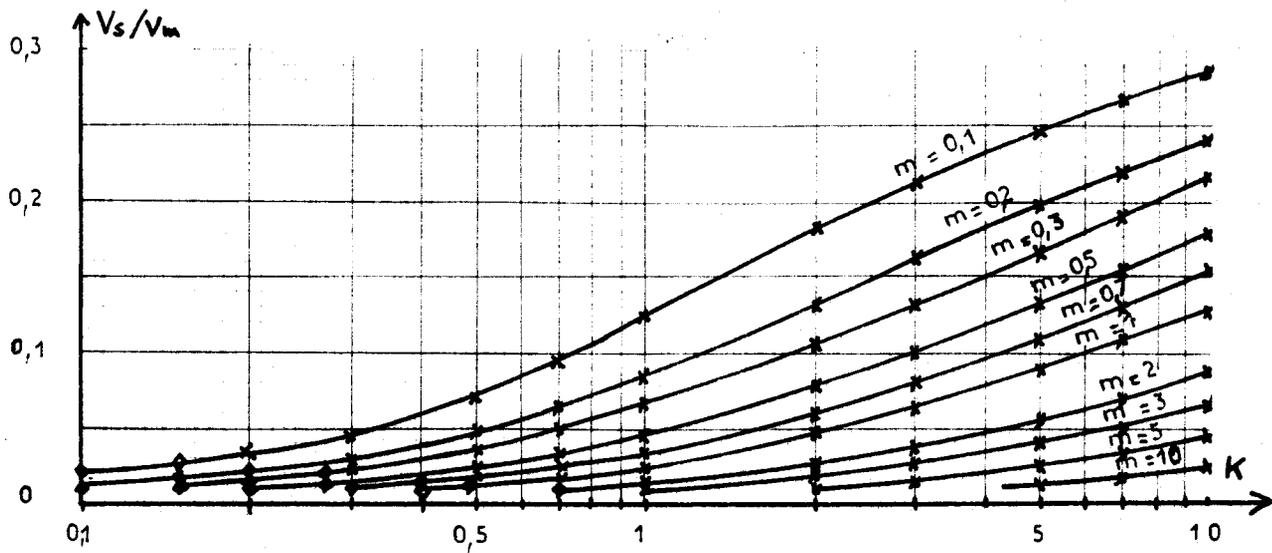


Pl. XV.- Montages tout thyristors ($\psi = 2\pi/3$). Tension redressée - valeur moyenne - ondulation



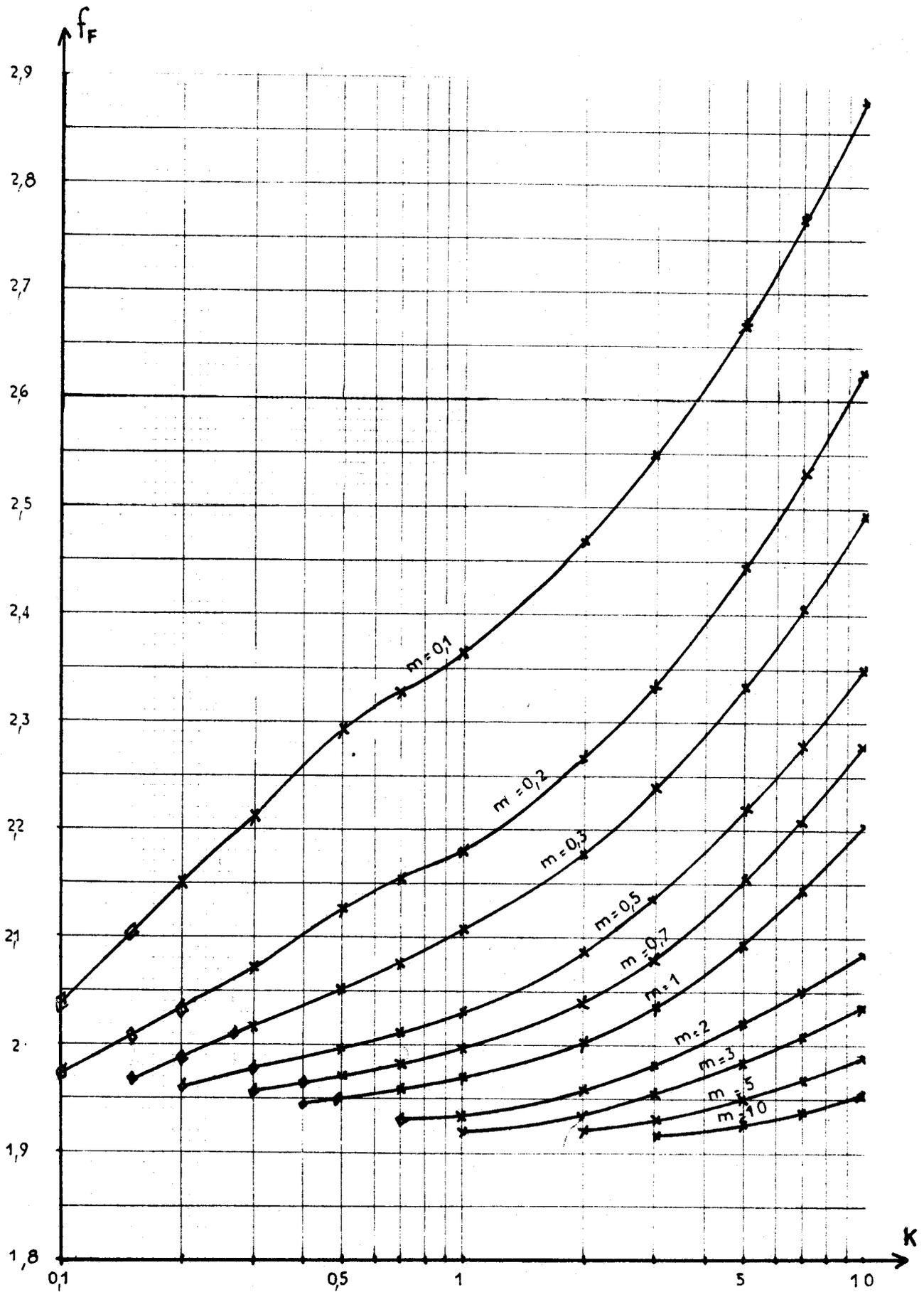
Pl. XVI.- Montages tout thyristors ($\psi = 2\pi/3$)
 Facteur de forme du courant i





Pl. XVII.- Montages tout thyristors ($\psi = 5\pi/6$) . Tension redressée
 - valeur moyenne - ondulation





Pl. XVIII.- Montages tout thyristors ($\psi = 5\pi/6$)
 Facteur de forme du courant i



BIBLIOGRAPHIE

1. G. SEGUIER Les montages redresseurs (Etude Générale)
Dunod Editeur, 1970
2. H. SCHOORENS Contribution à l'étude des montages redresseurs.
Application au pont triphasé mixte
Thèse de Docteur-Ingénieur, Lille, n° 113,
Novembre 1970
3. J. LESENNE Multiplication de fréquence par un montage
redresseur fonctionnant en commutation retardée
4. J. LESENNE, G. SEGUIER Multiplication de fréquence par un montage
redresseur
C.R. Ac. Sc. T 259, Juillet 69, p 188 - 190
5. LACHAT Etude fréquentielle des filtres pour redres-
seurs. Mécanique et Electricité, Juin 1964,
p 47 - 50
6. LACHAT Choix de la fréquence de coupure d'un filtre
pour redresseur par la méthode fréquentielle
Mécanique et Electricité, Juillet - Août 1964,
p 53 - 55
7. M. DEMONTVIGNIER Contribution à l'étude du filtrage des courants
redressés
Bulletin Soc. Fr des Electriciens, Sept. 1929,
p 982 - 1 019
8. M. DEMONTVIGNIER Le filtrage des courants de redresseurs -
onduleurs par inductance pure
Revue Générale de l'Electricité, Juin 1964,
p 339 - 352
9. J. LECORGUILLIER Les redresseurs dans l'industrie
10. J. LECORGUILLIER Les redresseurs en simple alternance
Eyrolles éditeur, 1953
11. G. SEGUIER Cours d'Electronique de puissance
Professé à l'Université de Lille I, en cours
d'édition
12. M. DEMONTVIGNIER Soupapes électriques. Redresseurs. Onduleurs
Cours de l'ESE. Fascicule I (n° 2 037), 1966

TABLE DES MATIERES

Page

0. INTRODUCTION	3
0.1. Montage étudié	4
0.2. Hypothèses. Paramètres caractéristiques	6
0.3. Caractéristiques recherchées	7
0.4. Résultats de l'étude simplifiées	8
0.4.1. Conduction continue. Méthode du premier harmonique	8
0.4.2. Délimitation des caractéristiques. Intensité critique	9
0.5. Présentation de l'étude effectuée	10
0.5.1. Procédé d'étude utilisé	10
0.5.2. Plan de l'étude	11
I. CAS DES MONTAGES REDRESSEURS A DIODES	12
I.1. Conduction continue avec régime libre aperiodique	12
I.1.1. Expression de la tension de sortie	12
I.1.1.1. Etude du régime forcé	13
I.1.1.2. Etude du régime libre	13
I.1.1.3. Exemples de résultats	14
I.2. Conduction continue avec régime libre pseudo-périodique	21
I.2.1. Expression de la tension de sortie	21
I.2.2. Etude de la tension de sortie	23
I.2.3. Etude du courant i	24
I.2.4. Résultats obtenus	26
I.3. Conduction discontinue	30
I.3.1. Détermination de l'intervalle de conduction	31
I.3.1.1. Courant durant la phase de conduction	31
I.3.1.2. Tension durant la phase de blocage	34
I.3.2. Etude de la tension de sortie	35
I.3.3. Etude du courant i	36
I.3.4. Résultats obtenus	38
I.4. Vérifications expérimentales. Conclusions	44
I.4.1. Vérifications expérimentales	44
I.4.2. Choix des éléments du filtre	45
II. CAS DES MONTAGES REDRESSEURS A THYRISTERS	47
II.1. Remarques préliminaires	47
II.1.2. Fonctionnement à supérieur à $\frac{1}{2}$	47
II.1.3. Fonctionnement à inférieur à $\frac{1}{2}$	48
II.2. Conduction continue avec régime libre aperiodique	50
II.2.1. Expression de la tension v_s	50
II.2.2. Etude de la tension v_s	52
II.2.3. Etude du courant i_s	53
II.2.4. Exemples de résultats	55
II.3. Conduction discontinue avec régime libre aperiodique	59
II.3.1. Expressions de la tension v_s et du courant i_s	59
II.3.2. Etude de la tension v_s	63
II.3.3. Etude du courant i_s	64
II.3.4. Résultats obtenus	65

...

II.4. Conduction continue avec régime libre pseudo-périodique	69
II.4.1. Expression de la tension de sortie v_s	69
II.4.2. Etude de la tension de sortie v_s	72
II.4.3. Etude du courant i_s	72
II.4.4. Résultats obtenus	74
II.5. Conduction discontinue avec régime libre pseudo-périodique	78
II.5.1. Expressions de v_s et de i_s . Détermination de la fin de la conduction	78
II.5.2. Etude de la tension v_s	81
II.5.3. Etude du courant i_s	83
II.5.4. Résultats obtenus	84
II.5.4.1. Limitation du domaine à périodicité normale	85
II.5.4.2. Variation de l'angle de conduction	87
II.5.4.3. Exemples de formes d'ondes	87
II.5.4.4. Exemples de résultats	87
II.6. Vérifications expérimentales	92
II.6.1. Périodicité normale ou anormale	92
II.6.2. Formes d'ondes	92
II.6.3. Caractéristiques	92
II.6.4. Choix des éléments	94

III. CONCLUSION

97

PLANCHES DE CARACTERISTIQUES

Pl. I, II, III	Résultats de l'étude simplifiée	99
Pl. IV, V, VI	Montages à diodes	102
Pl. VII, VIII, IX	Montages à thyristors,	= /6
Pl. X, XI, XII	Montages à thyristors,	= /3
Pl. XIII, XIV	Montages à thyristors,	= /2
Pl. XV, XVI	Montages à thyristors,	= 2 /3
Pl. XVII, XVIII	Montages à thyristors,	= 5 /6

BIBLIOGRAPHIE

117

TABLE DES MATIERES

118

